



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIÊNCIAS E MATEMÁTICA -
IEMCI/UFPA

GUILHERME MOTTA DE MORAES

**ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS NOS LIVROS DIDÁTICOS NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL:**

O Caso da Noção de Raciocínio Combinatório

BELÉM-PA
2016

GUILHERME MOTTA DE MORAES

**ORGANIZAÇÕES DIDÁTICAS NOS LIVROS DIDÁTICOS NOS ANOS INICIAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL:**

O Caso da Noção de Raciocínio Combinatório

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Área de concentração em Educação Matemática, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para qualificação a fim de obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.

Orientador: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) –
Biblioteca do IEMCI, UFPA**

Moraes, Guilherme Motta. 1984 –

Organizações didáticas nos livros didáticos nos anos iniciais do ensino fundamental: o caso da noção de raciocínio combinatório / Guilherme Motta Moraes, orientador Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes – 2017.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2017.

1. Matemática – Estudo e Ensino. 2. Álgebra. 3. Cálculo Combinatório. 4. Livros Didáticos. I. Nunes, José Messildo Viana, orient. II. Título.

TERMO DE APROVAÇÃO

GUILHERME MOTTA DE MORAES

ORGANIZAÇÕES MATEMÁTICAS NOS LIVROS DIDÁTICOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:

O Caso da Noção de Raciocínio Combinatório

Texto aprovado como requisito parcial para defesa a fim de obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Área concentração Educação Matemática, Instituto de Educação matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Orientador – IEMCI/UFPa

Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales
Membro interno – IEMCI/UFPa

Prof. Dr. Carlos Alberto de Miranda Pinheiro
Membro Externo – UEPA

Belém, 21 de Dezembro de 2016

DEDICATÓRIA

Primeiramente a Deus, que desde o início de minha vida tem me sustentado, guiado e orientado, segundo seu proposito e misericórdia.

A meu Pai Moises e Minha Mãe Maria de Nazaré, sou muito grato a Deus por fazer parte de suas vidas, e pela orientação e educação que recebi e recebo ainda hoje de vocês. Obrigado por me amarem tanto assim, quanto eu os amo.

As minhas irmãs Cintia e Areta Motta, que foram o meu pilar nas dificuldades e principalmente por serem minhas irmãs, amo vocês.

A meu sogro Antônio Miguel e a minha sogra Raimunda Cristina, sou muito grato a Deus por fazer parte de suas vidas.

Aos Meus Cunhados Zé, Luciano, Miguel e Marcos, pelo apoio nos momentos certos, mesmo sem saberem.

À minha querida esposa, Cristiana Marcela L. S. de Moraes, fico muito feliz por compartilhar com você esta conquista. Desejo que este seja uma dentre muitas sonhos que realizaremos juntos.

A minha filha Ana Beatriz S. de Moraes, meu desejo e a minha oração, é que meu exemplo a inspire na busca de seus sonhos.

A meus entes e amigos que compõem a Família Moraes, não poderia deixar de lembrar-se de vocês. Obrigado pelo apoio.

Aos amigos que ganhei na Família Santos, considero-os como parte integrante da minha vida. Obrigado por vocês fazerem parte dessa conquista.

Aos meus queridos amigos da Secretaria do PPGEEM, Naldo e João, muito obrigado pela ajuda, pela torcida, para a nossa defesa de mestrado. Guardo-os no Coração.

Aos meus queridos amigos do curso de mestrado da PPGEEM/UFP/UEMCI, em especial, ao Edson, Wellington, Rhômulo, Karen, Elvys, Roni, Romulo com quem pude compartilhar o privilégio de ingressar no PPGEEM e aos amigos George Castro, George Christ, Guilherme Moura, Itamar, José Carlos, Flávio, Denivaldo, Katia, Maisa, Audry, com quem pude compartilhar o privilegio e a construção de minha pesquisa, além do apoio que me deram neste período. Valeu.

Aos professores Arthur, Renato Guerra, Andrade, Miranda, amigos que ajudarem-me na finalização dessa dissertação.

E ao meu orientador, José Messildo Viana Nunes, muito mais que um orientador, ou amigo, mas sim um pai, nesse percurso de construção e finalização do trabalho, só tenho a agradecer. Muito obrigado.

A todos aqui mencionado, muito obrigado pelo apoio.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo que tem feito e ainda fará por mim e pela minha família na minha vida.

Ao PPGECM, pelo acolhimento e a oportunidade, os quais me permitiram ampliar minha compreensão sobre a Educação, Ciências e Matemática.

Ao Professor Dr. José Messildo Viana Nunes, por sua orientação, carisma, sabedoria e paciência durante a relação professor / orientação / saber. Obrigado Doutor.

Ao Professor Titular. Renato Borges Guerra, pelas suas considerações sobre o trabalho durante nossas conversas, além disso, sua participação nas reuniões do grupo de pesquisa GEDIM, foram muito valiosas para a minha formação como pesquisador.

Ao Professor Dr. Roberto Carlos Dantas Andrade, o qual contribuiu significativamente para o aprimoramento desta pesquisa com sua participação na qualificação.

Ao Professor Dr. Elielson Ribeiro de Sales, por sua orientação, o qual contribuiu significativamente para o aprimoramento desta pesquisa com sua participação na qualificação e defesa.

Ao Professor Dr. Carlos Miranda, por ter aceitado o convite para participar da banca examinadora de defesa de mestrado e por suas contribuições para o desenvolvimento de minha pessoa.

Ao Professor Dr. José Carlos de Souza Pereira, por sua colaboração no desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Professor Dr. Fernando, por sua colaboração no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos professores do **Curso de Especialização** do PPGECM/UFPA/IEMCI e aos professores do **Curso de Mestrado** do PPGECM/UFPA/IEMCI, meu muito obrigado.

O ato de aprender

Aprender não é acumular certezas, nem estar fechado em respostas.

Aprender é incorporar a dúvida e estar aberto a múltiplos encontros.

Aprender não é dar por consumida a busca.

Aprender não é ter aprendido.

Aprender não é nunca um verbo do passado.

Aprender não é um ato findo.

Aprender é um exercício constante de renovação.

Aprender é sentir-se humildemente sabedor de seus limites, mas com coragem de não recuar diante dos desafios.

Aprender é debruçar-se com curiosidade sobre a realidade. É reinventá-la com costura dentro de si.

Paulo Freire

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras / Gráficos	Título da Figura/Gráfico	Paginas
Gráfico 01	Sistema Tridimensional para as OD e OM.	29
Gráfico 02	NRC – Produção Científica – 1950 – 2014	39
Figura 01	Hierarquia de Níveis de Codeterminação Didática	20
Figura 02	Formação de Pares combinados conforme os critérios de cores	58
Figura 03	Hierarquia dentre os NCD.	59
Figura 04	Guia do livro didático 2013: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “A Conquista da Matemática” (BRASIL, 2013, p. 31 e 150)	100
Figura 05	Guia do livro didático 2016: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “A Conquista da Matemática” (BRASIL, 2016, p. 77 e 219)	101
Figura 06	Guia do livro didático 2013: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “Porta Aberta” (BRASIL, 2013, p. 51 e 160)	102
Figura 07	Guia do livro didático 2016: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “Porta Aberta” (BRASIL, 2016, p. 94 e 230)	103
Figura 08	Atividade do livro do 1º Ano, Capítulo 2, p. 30.	106
Figura 09	Atividade do livro do 1º Ano, Capítulo 7, pag. 57.	107
Figura 10	Atividade do livro do 2º Ano, Unidade 7, pag.196.	110
Figura 11	Atividade do livro do 3º Ano, Unidade 5, pag.133.	112
Figura 12	Atividade do livro do 4º Ano, Unidade 6, pag.180.	114
Figura 13	Atividade do livro do 5º Ano, Unidade 4, pag.100.	116
Figura 14	Atividade do livro do 1º Ano, Unidade 1, pag.21.	121
Figura 15	Atividade do livro do 1º Ano, Unidade 2, pag. 34.	123
Figura 16	Atividade do livro do 3º Ano, Unidade 3, pag. 81.	125
Figura 17	Atividade do livro do 3º Ano, Unidade 3, pag.173.	126
Figura 18	Atividade do livro do 4º Ano, Unidade 3, pag. 66.	128
Figura 19	Atividade do livro do 5º Ano, Unidade 3, pag. 69.	130
Figura 20	Atividade do livro do 5º Ano, Unidade 3, pag. 81.	131

LISTA DE SIGLAS

GEDIM	Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática
OD	Organização Didática
OM	Organização Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PERDIM	Programa de Estudo e Pesquisa em Didática da Matemática
PER	Percurso de Estudo e Pesquisa
TAD	Teoria Antropológica do Didático
UFPA	Universidade Federal do Pará
IEMCI	Instituto de Educação Matemática e Científica
LDB	Lei e Diretrizes e Bases da Educação
NPADC	Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica
PPGECM	Programa de Pós Graduação em Educação, Ciências e Matemática.
LIECML	Licenciatura Integrada em Educação em Ciências, Matemática e Linguagem.
EP	Equipamento Praxeológico
NRC	Noção de Raciocínio Combinatório
PEIDIM	Programa Epistemológico de Investigação em Didática das Matemáticas
MMM	Movimento da Matemática Moderna
MERAE	Modelo Epistemológico de Referência da Álgebra Elementar
OMD	Organização Matemática e Didática
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
BTI	Bloco de Tratamento da Informação
FAPESPA	Fundação de Amparo à Pesquisa

RESUMO

A pesquisa teve como objetivo analisar as organizações praxeológicas (OP) em torno do objeto matemático Noção de Raciocínio Combinatório em duas coleções de livros didáticos do 1º ao 5º Ano do EF, utilizados nas escolas do município de Belém/PA. A qual possibilitou evidenciar e caracterizar, o processo de organização didática de saberes matemáticos, a partir dos livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático, 2013 e 2016, assim como, os Parâmetros Curriculares Nacionais, as resenhas do Guia do Livro Didático do Plano Nacional do Livro Didático e as Matrizes Curriculares de Referência para este ano de escolarização (1º ao 5º Ano do EF). Neste sentido, para estudar esse objeto, a Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard é adotada como referencial teórico, e é feita uma abordagem metodológica baseada na pesquisa qualitativa, realizada através do estudo bibliográfico. Os resultados desta pesquisa evidenciam algumas questões importantes, como: o enfoque presente nas duas coleções de livros didáticos baseado na resolução das atividades, em uma abordagem puramente clássica. Observa-se, uma mudança na técnica para se calcular as atividades proposta, passando de uma organização pontual para uma organização local, e também, que as tarefas e as técnicas, relativas aos cálculos de possibilidades e a números de combinações, não sofreram mudanças ao longo dos anos nas duas coleções de livros didáticos. Dessa forma, a organização praxeológica em torno dessas duas coleções de livros didáticos analisadas segundo Gascón são clássica.

Palavras-Chave: Organização Praxeológica. Livros Didático. Noção de Raciocínio Combinatório.

ABSTRACT

The aim of the research was to analyze praxeological (PO) organizations around the mathematical object Notion of Combinatory Reasoning in two collections of textbooks from 1st to 5th year of EF, used in schools in the city of Belém / PA. This made it possible to highlight and characterize the didactic organization of mathematical knowledge, based on the didactic books approved by the National Textbook Plan, 2013 and 2016, as well as the National Curriculum Parameters, the Book Review Guidebook National Curriculum Reference Matrix for this year of schooling (1st to 5th year of EF). In this sense, to study this object, the Anthropological Theory of Didactics, proposed by Yves Chevallard is adopted as theoretical reference, and a methodological approach is made based on qualitative research, carried out through the bibliographic study. The results of this research highlight some important issues, such as: the focus of the two collections of textbooks based on the resolution of activities, in a purely classical approach. We observe a change in the technique to calculate the proposed activities, from a point organization to a local organization, and also that the tasks and techniques related to the calculations of possibilities and numbers of combinations have not changed. Over the years in both collections of textbooks. Thus, the praxeological organization around these two collections of didactic books analyzed according to Gascon are classic.

KEYWORDS: Praxeological organization. Didactic books. Notion of Combinatorial Reasoning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO I: TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)	17
1 - TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)	17
CAPÍTULO II: BASE TEÓRICA DA PESQUISA	34
2.1 – OS FATORES QUE INFLUENCIAM A NRC NA EB	46
2.2 NOSSAS CONCLUSÕES A PARTIR DA ANÁLISE	88
2.2.1 – A Categorização da Investigação Sobre a Capacidade Combinatória na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores.	90
2.2.2 – Categorização da Investigação sobre Análise de Livros Didáticos da Educação Básica e/ou da Educação Superior.....	94
2.2.3 – Categorização da Investigação sobre Análise de Quais Tarefas propõem-se para ser enfrentadas na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores.	95
CAPÍTULO III: ANÁLISE DAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DO 1º AO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	97
3.1. ANÁLISES DA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DO 1º AO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.	97
3.2 - ANÁLISES DA COLEÇÃO “A CONQUISTA DA MATEMÁTICA: ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA”.	104
3.3 - ANÁLISES DA COLEÇÃO “PORTA ABERTA: ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA”.	118
CONSIDERAÇÕES FINAIS	134
REFERÊNCIA	138

INTRODUÇÃO

As premissas desta pesquisa surgiram no Curso de Especialização em Educação Matemática, no ano de 2012, promovido pelo Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA) e fortaleceram-se a partir do momento que comecei¹ a frequentar o Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática (GEDIM).

Diversos estudos realizados no Curso de Especialização e no GEDIM revelaram a gama de trabalhos na área da Educação Matemática, principalmente das pesquisas que investigam o processo de ensino e aprendizagem da matemática que ocorre em espaços institucionalizados como escolas, universidades e livros didáticos. (CHEVALLARD, 1999, 2009a; CHEVALLARD; BOSCH, 1999; GASCÓN, 2001, 2002; PILAR BOLEA, 2003; DELGADO, 2006; ANDRADE, 2012; PEREIRA, 2012)

De posse desses estudos, foi possível reconhecer há uma grande variedade de pesquisas com foco na aprendizagem do aluno, dentre as quais destaco os trabalhos Chevallard, Bosch e Gascón (2001), Bosch e Gascón (2001), Gascón (2001), Fonseca (2004), nas práticas dos professores e no sistema didático, destacando os Gascón (2001, 2002), Pilar Bolea (2003) e Delgado (2006). Nessa perspectiva, o campo da Educação Matemática apresentado contribuições expressivas para Educação Básica (EB), para a Educação Superior e na Formação Continuada de Professores, levantando problemáticas, acrescentam propostas e enfrentando problemas levantados.

Este estudos evidenciaram que a formação acadêmica inicial dos professores de Matemática e ou Ensinantes de Matemática não conseguem dar conta dos aspectos conceituais e epistemológicos que legitimam os objetos da matemática elementar, a partir dos aportes dos trabalhos de Chevallard (1999, 2009a) e Chevallard e Bosch (1999).

¹ Para melhor compreensão do leitor a introdução do trabalho será realizada aos moldes de um memorial, onde o texto será redigido na primeira pessoa do singular Sendo assim, a introdução apresenta minha identidade de professor de matemática, inclusive de pesquisador no programa de Pós-Graduação em Educação, em Ciências e Matemática do IEMCI.

Voltando aos meus estudos, o primeiro contato no Curso de Especialização com a disciplina “Tendências Metodológicas em Educação Matemática” possibilitou também meu primeiro encontro com o tema Noção de Raciocínio Combinatório (NRC), aqui nesta pesquisa descrita pelas noções de estatísticas, noções de probabilidade e noções de combinatória, que juntos devem possibilitar a mobilização saberes nos anos iniciais de escolarização como noções de sequência, noções de ordenação, noções de agrupamentos, noções de classificação, noções de enumeração e ideias de contagem. Durante as aulas dessa disciplina, várias abordagens metodológicas e didáticas foram apresentadas pelos professores ministrantes, como alternativa para melhoria do ensino dessas noções.

Uma das abordagens tratadas por um dos professores foi à resolução de problemas de Análise Combinatória com professores do curso de especialização que estavam atuando na EB e os que não estavam em sala de aula. Com essa atividade, foi possível perceber a importância que o tema Análise Combinatória, em nossos estudos no ensino fundamental NRC, possui na EB, na Educação Superior, pois possibilitou que pesquisássemos a respeito do assunto em diversas obras da EB e superior, a partir deste momento procurei buscar: como “vive”, qual o “lugar” e quais os saberes que são mobilizados pelo objeto matemático NRC no Ensino Fundamenta - EF (no primeiro e segundo Ciclo de Alfabetização, ou seja, do 1º ao 5º Ano EF), isto é, um lugar de destaque tanto no Currículo Oficial de Matemática quanto nas Matrizes de Referência para o EF.

Desde então, investiguei as propostas e as sugestões dos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as Leis de Diretrizes e Base da Educação (LDB), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Prova Brasil e Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA) e nos periódicos disponíveis no Banco de Dados da Capes e no Portal de Periódicos da ASTM Standards and Engineering Digital Library (SEDL), e também, no Banco de dados do CORE, com isso, essa investigação permitiu constatar o destaque que à NRC tem no EF no Brasil e no exterior, por ser o cerne do pensamento combinatório, desta forma, possibilitando aos discentes a compreensão do pensamento lógico-dedutível, desde os anos iniciais de escolarização.

No final do ano de 2013, realizei o processo seletivo para ingressar no Programa de Pós-Graduação em Educação Ciências e Matemática (PPGECM), no qual fui aprovado e selecionado como aluno na linha de pesquisa “Percepção

Matemática, Processos e Raciocínio Lógico, Saberes e Valores”, a partir de então, busquei prosseguir com minhas pesquisas iniciadas no Curso de Especialização.

O interesse pelo tema da pesquisar NRC, fez com que se buscasse cada vez mais o conhecimento sobre o tema na literatura. No aprofundamento da teoria e da pesquisa do objeto NRC, recorde-me do livro dos professores Pais (2008) – “Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa”; Pais (2008) – “Ensinar e Aprender Matemática”; Almouloud (2007) – “Fundamentos da didática da matemática”; D’amore (2007) – “Elementos de Didática da Matemática” e dos artigos de Chevallard (1989; 1999; 2001; 2009), estes livros e trabalhos conduziram-me a elaboração do projeto de pesquisa e reorganização das ideias iniciais da nossa proposta de pesquisa chegando entre outras a seguinte questão norteadora:

Q: Quais as Organizações Didáticas (OD) e Organizações Matemáticas (OM) presentes em Duas Coleções de Livros Didáticos do EF do 1º ao 5º Ano aprovados pelo Plano Nacional dos Livros Didáticos (PNLD), relativas à NRC?

Entendemos que a questão de pesquisa **Q** está em conformidade com a instituição de ensino, pois trataremos de espaços institucionalizados como escolas, livros didáticos e Formação Continuada de Professores da EB, no Curso de Praxeologia para o Ensino de Álgebra para Educação Básica, e deve atender às condições e as restrições que vivem nas referidas instituições, em conjunto com as OM e OD em um processo de estudo por meio dos Níveis de Codeterminação Didática (NCD) (CHEVALLARD, 2002).

Ou seja, as variáveis que se encontram nesta organização que são de ordem institucional como, o currículo oficial, o livro didático e tempo didático e as outras são de ordem epistemológica como, a relação do saber, a história de vida do professor e práticas de referência.

As variáveis de ordem institucionais estão no grupo das condições e restrições, as de ordem epistemológicas se encontram no Equipamento Praxeológico (EP), este será melhor descritos no capítulo 1 deste trabalho, estes dois grupos de variáveis conformam o milieu (M) institucional e de certa forma interferem na docência do professor (SILVA, 2012).

No milieu ocorrem as interações do aluno. É um sistema antagonista no qual é possível analisar as relações entre o professor e os saberes, ou analisar as

relações entre os alunos e os saberes e as situações e por outro lado, as relações entre os próprios conhecimentos e as situações.

Neste percurso de estudo, este trabalho baseou-se na noção de organização praxeológica, para analisar os livros didáticos do primeiro e segundo ciclo do EF, os capítulos referentes ao objeto NRC. Pois neste caso, a tarefa e a técnica que compõem os capítulos e os conteúdos da obra compõem o bloco do saber-fazer e são representados pelo bloco prático – técnico $[T/\tau]$, bem como o discurso justificado e explicitado do bloco tecnológico – teórico $[\theta/\Theta]$ são restritos ao conhecimento matemático.

Além disso, tomaram-se como referência as propostas de Chevallard (1999) para avaliar tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Dessa forma, na avaliação do tipo de tarefa, pretendeu-se verificar se ela está bem identificada, se sua razão de ser está explicitada, se ela é adequada para alunos do ano a que se destina; se o conjunto de tarefas fornece uma visão das situações matemáticas mais utilizadas. Na avaliação da técnica, se ela é disponibilizada nos livros e, em caso afirmativo, se de maneira completa, ou seja, passo a passo, ou somente esboçada; na avaliação do bloco tecnologia / teoria, se está disponível pelo menos no manual do professor e, em caso afirmativo, como são dadas as justificativas tecnológicas.

Assim sendo, assumo a TAD como o referencial teórico e metodológico principal que sustenta à análise das praxeologias que iram compor e alicerçar esta pesquisa, justamente por tratarmos neste trabalho de estudo bibliográfico e pesquisa qualitativa.

Os capítulos da dissertação estão organizados da seguinte forma. O primeiro capítulo expõe a análise da descrição da metodologia desta pesquisa e as implicações que da TAD nesta dissertação. No segundo capítulo, destacaremos o quadro teórico-metodológico que será utilizado como ferramenta de análise no Estudo Bibliográfico, destacando as propostas de trabalhos estudados sobre a temática NRC no EF, em diferentes obras (livros, artigos, monografias, dissertações, teses e outros), descrevendo a metodologia desta pesquisa e suas implicações no desenvolvimento desta dissertação, inserindo-a no Programa Epistemológico de Investigação em Didática das Matemática (PEIDIM). No terceiro capítulo apresentaremos as Análises de Duas coleções de Livros Didáticos utilizados pelos professores que participaram da Formação Continuada de Professores da EB, no Curso de Praxeologia para o Ensino de Álgebra para Educação Básica, para o 1º e

5º Ano do EF, destacando os Elementos da TAD, que deram suporte para a sua Análise das OD e OM.

Na parte final desta pesquisa, apresentaremos as conclusões do trabalho e as características do Modelo Epistemológico de Referência Numérico (MERN), como proposta de atividades futuras.

CAPÍTULO I: TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Neste capítulo apresentaremos o referencial teórico, descrevendo os elementos da Estrutura do Sistema Didático e da Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard, destacando os ingredientes que usamos como fundamentação teórica em nosso estudo para responder a pergunta norteadora desta pesquisa que é:

Q: Quais as OD e OM presentes em Duas Coleções de Livros Didáticos do EF do 1º ao 5º Ano aprovados pelo PNLD, relativa à NRC?

A partir deste questionamento e a luz da TAD, descreveremos a Fundamentação e a Estrutura do Quadro Teórico-Metodológico de Análise dos dados desta pesquisa. Sendo assim, daremos ênfase à descrição da TAD, como Fundamentação e Estrutura do Quando Teórico-Metodológico.

1 - TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Ao assumir a matemática como produção social, Yves Chevallard anuncia a TAD (CHEVALLARD, 1991), cujo objetivo encontra-se em estudar a relação do sujeito – instituição – saber, com enfoque das Dimensões Matemática e Didáticas, e mais estritamente, “estuda as condições de possibilidade e funcionamento de sistemas didáticos, buscando compreender a relação do homem com o saber matemático levando em consideração o ambiente na qual essa relação acontece.” (ALMOULOU, 2007, p. 111), pois,

O entorno imediato de um sistema didático é constituído inicialmente o sistema de ensino, que reúne o conjunto de sistemas didáticos e tem ao seu lado um conjunto diversificado de dispositivos estruturais que permitem o funcionamento didático e que intervêm diversos níveis de ensino. (CHEVALLARD, 1991, p.27)

Nesta direção, a TAD foi desenvolvida por Chevallard para estudar as condições de possibilidade e funcionamento de sistemas didáticos, compreendidos

como sujeito-instituição-saber, a mesma contribuiu bastante para a Didática da Matemática, pois ao mesmo tempo, proporcionou uma evolução do conceito de transposição didática, inserindo-a no campo da antropologia.

Chevallard apud Almouloud (2007) define a TAD como um estudo do homem diante do saber matemático, onde o termo “antropológico” é utilizado pelo fato de a TAD situar o estudo da Matemática como uma atividade humana e de instituições sociais.

Para Chevallard apud Almouloud (2007), o saber matemático organiza uma forma particular de conhecimento, produto da ação humana, em uma instituição caracterizada por qualquer coisa que produza, se utiliza e se ensina, além de poder eventualmente transpor as instituições.

A Didática da Matemática observada no campo da antropologia do conhecimento considera que tudo é objeto, identificando diferentes tipos de objetos particulares como as instituições, os indivíduos e as posições que os indivíduos ocupam nessas instituições, considerando os indivíduos como sujeitos das instituições.

Existem quatro elementos que permitem a construção de modelos para as práticas sociais e, em particular, a atividade matemática: as noções de (tipo de) tarefa, (tipo de) técnica, tecnologia e teoria. Segundo Chevalard apud Almouloud (2007), uma técnica, para existir numa instituição, deve ser compreensível, legível e justificada. Além disso, toda tecnologia precisa também de uma justificação, que os autores chamam a teoria da técnica.

Um conjunto de técnicas, de tecnologia e de teorias organizadas para um tipo de tarefa, forma uma Organização Praxeológica (ou praxeologia), que mais a frente na podem dar indícios de um Modelo Praxeológico, ou seja, de Modelo Epistemológico de Referência Numérico (MERN).

O termo tarefa é utilizado por Chevallard, Bosch e Gascón (2001) para expressar uma ação, um procedimento que o sujeito deve executar para resolver determinada situação proposta. A técnica é compreendida como uma “maneira de fazer” ou de “realizar” determinada tarefa. Desta forma, para a execução de qualquer tarefa é necessária a escolha de uma técnica.

Neste sentido, ao discurso matemático que justifica e permite entender determinada técnica, Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 238) denominam tecnologia, trata-se de um saber relativo à técnica. Neste caso, as funções da

tecnologia são: justificar “racionalmente” a técnica; explicar, fazê-la inteligível, aclarar a técnica, produzir técnicas e expor o motivo pelo qual a técnica é correta. Finalmente, toda tecnologia também precisa de uma justificação, que é denominada teoria da técnica.

Os termos tecnologia e teoria remetem-se aos quadros teóricos referentes aos campos matemáticos que fundamentam as propriedades, teoremas, algoritmos utilizados tecnicamente, por exemplo, Campo Algébrico, Geométrico, Numérico dentre outros. Sendo assim, a noção de tarefa supõe um objeto relativamente preciso para o qual se dispõe de alguma técnica com um entorno tecnológico-teórico mais ou menos explícito. Ou seja,

Na atividade matemática, como em qualquer outra atividade, existem duas partes, que não podem viver uma sem a outra. De um lado estão as tarefas e as técnicas e, de outro, as tecnologias e teorias. A primeira parte é o que podemos chamar de “prática”, ou em grego, a práxis. A segunda é composta por elementos que permitem justificar e entender o que é feito, é o âmbito do discurso fundamentado – implícito ou explícito – sobre a prática, que os gregos chamam de logos. (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 251).

Essas duas partes compõe as Organizações Praxeológicas Institucionais, que descrevem as OM e OD, vivenciadas nos livros didáticos e que permitem as alunos atuarem com eficiência em sala de aula.

Dessa forma, a atividade matemática pode ser interpretada como atividade humana e modelada por meio de organizações associadas a um saber matemático, os quais, segundo Chevallard (1999, são de duas espécies: matemáticos e didáticos.

As OM² referem-se a uma classe de matemática onde se estuda, por exemplo, as equações, as expressões algébricas, os números reais, as operações, etc., desenvolvidas em uma instituição de ensino como livros didáticos, ou em uma sala de aula e as OD³ referem-se ao modo de fazer esse estudo.

As OM e OD que uma pessoa constrói ao longo de sua prática constitui o conjunto de praxeologias que a mesma possui ou está “equipada”, isto é, o conjunto de conhecimentos e competências da uma pessoa, ou seja, o seu “equipamento praxeológico”. Este equipamento tende a ser ampliado e modificado ao longo do

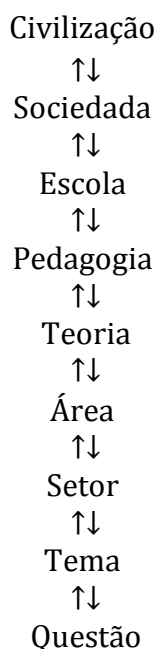
² Segundo Bosch e Gascón (2001, p. 230) as OM são um conjunto de práticas matemáticas sistematizadas em uma instituição.

³ De acordo com Bosch e Gascón (2001, p. 230) as OD são um conjunto de práticas de ensino e aprendizagem sistemáticas compartilhadas em uma instituição.

tempo à medida que sua relação com os objetos é ampliada. Como esta relação é pessoal e subjetiva, cada sujeito possui uma forma peculiar de conhecer um mesmo objeto.

Com relação a este assunto, segundo Bosch et al. (2006), a TAD propõem que, nas instituições, ocorre uma hierarquia de Níveis de Codeterminação Didática (NCD) entre as OM escolares e as correspondentes OD. Esta hierarquia é estruturada mediante uma sucessão de níveis que determinam as mútuas dependências entre OM e OD.

Figura 01: Hierarquia de Níveis de Codeterminação Didática



Fonte: Bosch et al. (2006, p. 46)

Seguindo essa lógica, podemos interpretar os currículos de matemática escolar em rede de áreas que, por sua vez, se configuram em um conjunto de setores. Por exemplo, no campo da matemática, dentro da área Números e Operações, o professor em sala de aula, aborda o setor raciocínio combinatório e ensina a seus alunos o tema possibilidades, partindo da seguinte questão: Como tornar este saber acessível (ou seja, ensinável) aos alunos levando em consideração seus aspectos cognitivos, físicos, econômicos e sociais?

Quem elege os saberes que devem ser inseridos na escola é a noosfera, representada através dos órgãos institucionais e das avaliações de larga escala, conforme suas crenças e necessidades, por exemplo, atualmente, o setor Estatística

no ensino básico, é mais presente do que há alguns anos atrás, bem como a contextualização e o uso da informática. A escola por sua vez, segundo TAD, estabelece condições e restrições no nível pedagógico.

A ideia de codeterminação dos níveis se dá porque a relação de um nível de codeterminação com outro não é unívoca, isto é, não é somente no nível hierarquicamente superior que determina o nível menor, mas pode haver uma reciprocidade, por exemplo, tomemos o livro didático adotado em uma instituição de ensino, que condiciona o professor em determinadas práticas, porém, é o professor quem tem a responsabilidade de escolher a obra, livro didático, com o qual vai trabalhar, baseado em sua experiência, na sua relação com o saber matemático, além do modo como os saberes são apresentados nos livros didáticos.

Essas noções são oriundas da TAD e podem ser descritas como:

a) Objeto o - qualquer entidade, material ou não material, que existe pelo menos para um indivíduo, logo, tudo é objeto na TAD, incluindo pessoas;

b) Relação Pessoal – configura-se pelo sistema denotado por $R(X, o)$ que representa todas as interações que X possa ter com o objeto o , a relação pessoal de X com o "não é vazia", denota-se que $R(X, o) \neq \emptyset$;

c) Pessoa - é o par formado por um indivíduo X e o sistema de relações pessoais $R(X, o)$ em um dado momento da história de X (todo mundo é um pessoa);

d) Quando um objeto o existe para uma pessoa X , ou ainda que X conhece o , a relação $R(X; o)$ especifica como X conhece o . O chamado universo cognitivo de X é o conjunto $UC(x) = \{(o, R(X; o)) / R(X; o) \neq \emptyset\}$.

Para alguns desses objetos supomos que antes da formação acadêmica inicial, o professor de Matemática e/ou do ensinante de Matemática do EF – Pedagogo ou Professor de Magistério Superior (denotado aqui pela pessoa X), ou seja, Relação Pessoal $R(X, o)$ – configura-se pelo sistema denotado por Relação Pessoal de X com o – $R(X, o)$ – que representa todas as interações que X possa ter com o objeto o , não possuindo Relação Pessoal ou desconhecendo o objeto o , caracterizamos esse fato de Relação Pessoal Vazia desse professor com esses objetos o , denotada por:

$$R(X, o) = \emptyset$$

porém, a partir da formação acadêmica, supõe-se que ele passa a conhecê-los, modificando sua relação com estes objetos o , que era vazia. Essa mudança de relação supõe-se que ela ocorre pela sujeição ao Modelo Epistemológico Matemático Dominante escolhido pela instituição formadora I (universidades, institutos, etc.). Dessa forma, esse professor modifica sua Relação Pessoal $R(X, o)$ com os objetos matemáticos o que ele toma contato na formação acadêmica, passando a ser agora não vazia $R(X, o) \neq \emptyset$ e, em conformidade com as condições e restrições dessa instituição formadora I (CHEVALLARD, 2009a).

A Relação Pessoal $R(X, o) \neq \emptyset$, implica no que Chevallard (2009a) chama de Universo Cognitivo $UC(X)$, denotado por:

$$UC(X) = \{(o, R(X; o)) / R(X; o) \neq \emptyset\}$$

Na constituição desse universo cognitivo, a instituição formadora I cumpre um papel decisivo na dinâmica cognitiva da relação pessoal de X com os objetos matemáticos o . Essa dinâmica cognitiva emana do encontro da pessoa X , na instituição formadora I , onde esses objetos existem (CHEVALLARD, 2009a), temos assim uma Ecologia Institucional dos Objetos Matemáticos. Desta forma, o terceiro postulado antropológico se refere à ecologia das tarefas T e das técnicas τ , isto é, das condições e das restrições que permitem ou não a produção e a utilização nas instituições I . Pois, para existir em uma instituição I , uma técnica τ deve aparecer compreensível, legível e justificada. Trata-se de uma restrição institucional mínima para permitir o controle e garantir a eficácia das tarefas T , que são geralmente tarefas cooperativas, supondo a colaboração de vários atores. Esta restrição ecológica implica na existência de um discurso descritivo e justificativo das tarefas T e técnicas τ que chamamos de tecnologia da técnica.

Entretanto, esse encontro ecológico da pessoa X com os objetos matemáticos dependerá da posição p (graduandos, graduados, pós-graduação, etc.) que ela venha ocupar em uma instituição I . A extensão desse encontro ecológico implica que a pessoa X se sujeite a Relação Institucional $R_I(p; o)$, mas, de forma que, a Relação Pessoal $R(X, o)$ de X esteja em conformidade com essa Relação Institucional $R_I(p; o)$, ou seja, saiba que sua posição obedece às regras institucionais do Modelo de

Formação Matemática da Instituição Formadora – que pode ser a do próprio professor formador.

Essas constatações nos remetem a TAD referentes aos mecanismos de sujeição de pessoa X na posição p a uma instituição I é de como essa sujeição colabora ou interfere na formação. Esta sujeição é determinante para o MER, haja vista, ser um de nossos pontos de questionamento da formação docente e principalmente como ocorre essa relação pessoal de X com objeto o , $R(X; o)$? Podemos responder de imediato que a resposta está na própria institucionalização I e nas praxeologias $[T; \tau; \theta; \Theta]$ difundidas pelo Sistema de Ensino.

Neste cenário, nossa pesquisa encontrasse fundamentada na TAD em consonância para o desenvolvimento do trabalho e análise dos dados do estudo bibliográfico, tendo como o referencial teórico-metodológico principal que sustenta à análise das praxeologias⁴ $[T; \tau; \theta; \Theta]$, pois TAD situa a atividade matemática, e a consequência da atividade do estudo da matemática, no conjunto das atividades humanas e sociais (Chevallard, 1999), dessa forma, podendo ser modelada em praxeologias, as quais são chamadas de praxeologias matemáticas ou OM.

Esta teoria contribui para a Didática das Matemáticas, uma vez que proporcionou uma evolução do conceito de Transposição Didática, além do que, insere a Didática das Matemáticas no campo da antropologia bem como modela as práticas sociais, em particular, a atividade matemática, pensando o estudo das OM e OD para o ensino. (CHEVALLARD, 1999)

Utilizaremos a TAD, porém mais especificadamente a Organização Praxeológicas $[T; \tau; \theta; \Theta]$ (CHEVALLARD, 1997; 1999), percebidas na coleção de livro didático para o ciclo de alfabetização matemática (1º ao 5º ano do EF), para obtemos a noção de praxeologia matemática, que segundo Menssouri (1994, p. 46):

[...] se quisermos conhecer como se apresenta um determinado saber em uma instituição é necessário efetuar a análise dos livros didáticos, pois [...] os livros didáticos constituem uma realização [...] que é submetida ao olhar e ao julgamento público, e representativo da realidade da classe.

e também, para os autores Chevallard, Bosch e Gascón, (2001, p.275):

⁴ [...] A palavra praxeologia é formada por dois termos gregos, *práxis* e *logos*, que significam, respectivamente, prática e razão [...] (ALMOULOUD, 2007, p. 117).

[...] para responder a um determinado tipo de questão matemática é necessário elaborar a noção de praxeologia matemática constituída por um tipo de problema determinado, uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente, ou seja, em quatro elementos: as noções de (tipo de) tarefa T , técnica τ , tecnologia θ e teoria Θ , constituem o bloco praxeológico, pois este bloco deve ser pensado e/ou refletido nessas estruturas didáticas de ensino.

Este bloco praxeológico se subdivide em dois: o bloco prático-técnico $[T, \tau]$ (do saber fazer ou da práxis) e o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$ (do saber ou do logos). Esses dois blocos possuem elementos do fazer e do saber matemático que constituem a formação, a prática docente e o desenvolvimento profissional do professor de matemática ou do ensinante de matemática. Além disso, o professor ou ensinante de matemática, pessoa X , estabelece relações $R_I (X, o)$ com objetos matemáticos o em diferentes instituições I (CHEVALLARD, 2009a). Nas relações com os objetos matemáticos o e nas sujeições institucionais I , surgem as praxeologias do professor de matemática.

Segundo Almouloud (2007, p. 115), o termo tarefa T é identificado por um verbo de ação, que caracteriza um gênero de tarefa, por exemplo: calcular, decompor, construir, resolver, somar etc., que não definem o conteúdo em estudo.

Por outro lado, construir um gráfico, combinar elementos, organizar formas, caracteriza um tipo de tarefa t , em que se encontram diversas tarefas, um procedimento, neste sentido surge o termo técnica τ que é usado em diversos estudos (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 238; ALMOULOUD, 2007, p. 114) como sinônimo de “maneira de fazer” uma tarefa T , mas não necessariamente como um procedimento estruturado e metódico ou algorítmico. Para uma tarefa T pode existir uma ou mais técnicas τ o sujeito deve executar para resolver determinada situação proposta.

Chevallard (1999, p.223) propõe três postulados básicos para essa teoria:

1º Postulado: “toda pratica institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem definidas”.

2º Postulado: “O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica”.

3º Postulado: “A ecologia das tarefas, quer dizer, as condições e entraves que permitem sua produção e sua utilização nas instituições”.

Pois toda técnica τ que resolve determinado tipo de tarefa T deve ser assumida como um procedimento inicial que facilitar a compreensão de certos tipos de objetos matemáticos, e esta relação existe no momento que a pessoa X ou a instituição I o reconhece como existente, “mais precisamente, podemos dizer que o objeto o existe para X e respectivamente para I , se existir um objeto o , que é chamada relação pessoal de X com o - $R(X, o)$ e respectivamente relação de I com O ” (Chevallard, 1992 apud ALMOULOUD, 2007, p. 115). No caso desta pesquisa, as instituições I são aqui exemplificadas pelos artigos, revistas acadêmicas, livros didáticos, livros não didáticos, dissertações, teses, etc. e pela escola básica, denotado pelas obras O .

Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 125), o termo tecnologia θ é o discurso interpretativo e justificativo sobre a técnica τ usada para a resolução da tarefa T , ou seja, a técnica τ é compreendida como uma “maneira de fazer” ou de “realizar” determinada tarefa T . Desta forma, para a execução de qualquer tarefa T é necessária à escolha de uma técnica τ . Segundo Chevalard⁵ (1992 apud Almouloud, 2007), “uma técnica τ , para existir numa instituição I , deve ser compreensível, legível e justificada”. Além de justificar a técnica τ e torná-la compreensível, a tecnologia θ também tem a importante função de trazer elementos para modificar e ampliar a técnica τ e, em alguns casos, permite a produção de uma nova técnica τ .

Em contra partida as teorias Θ servem de fundamento para as tecnologias θ , ou seja, são as justificativas das tecnologias. Neste sentido, ao discurso matemático que justifica e permite entender determinada técnica τ , Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 238) denominam “tecnologia θ , trata-se de um saber relativo à técnica τ ”. Neste caso, as funções da tecnologia θ são: justificar “racionalmente” a técnica τ ; explicar, fazê-la inteligível, dar clareza a técnica τ , produzir técnicas τ e expor o motivo pelo qual a técnica τ é correta.

⁵ CHEVALARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique dès Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 12.1, 1992.

Finalmente, toda tecnologia θ também precisa de uma justificação, que é denominada teoria da técnica. Portanto a uma tarefa T sempre estão associadas técnicas τ , tecnologias θ e teorias Θ , constituindo assim uma praxeologia.

Compreender o que Chevallard e Bosch (1999) definindo como tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, para anunciarem a noção de organização praxeológica pontual, regional ou global, que são o conjunto de técnicas, tecnologias e teorias para as praxeologias pontuais. Busco em Almouloud (2007) a compreensão dos tipos de organizações praxeológicas.

Se considerarmos, por exemplo, o ensino de matemática no Ensino Médio, pode-se falar: de uma organização praxeológica pontual no que diz respeito à resolução de um certo tipo de problema de proporcionalidade – organização que responderia à seguinte questão: “como resolver um problema desse tipo?”; de uma organização local no que diz respeito à resolução de diferentes tipos de problemas de proporcionalidade; de uma organização regional, no que diz respeito, por exemplo, à noção de função numérica (que corresponde a um setor da matemática ensinada no Ensino Médio) (ALMOULOU, 2007, p. 117).

Esclarecendo o que Almouloud (2007) apresenta sobre os tipos de organizações praxeológicas, fazem-me inferir que:

a) No 1º ano do EF, são apresentados questionamentos sobre a utilização da teoria de conjunto na resolução de tarefas de composição e decomposição de agrupamentos, ordenação, sequência, enumeração, seriação, correspondência, constituindo assim uma organização praxeológica pontual, em torno dessas tarefas;

b) Já no 2º ao 5º ano do EF o propósito é resolver diferentes combinações explorando os Princípios Fundamental da Contagem Aditivo e Multiplicativo. Então, a organização praxeológica é local, pois o fazer gira em torno da técnica na perspectiva da tecnologia;

c) Ao se conceber as formalizações e manipulações de expressões algébricas da Análise Combinatória, principalmente, do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental maior e poucos são explorados o Princípio Fundamental da Contagem Aditivo e Multiplicativo, pois são postos em práticas os modelos dominantes descritos nos livros didáticos, desta forma, estes são tipos de praxeologias que giram em torno de tarefas locais;

d) A partir do 1º ao 3º ano do Ensino Médio, nesse sentido, a organização praxeológica caracteriza-se pela regionalidade, pela formalização e algebrização, ou seja, giram em torno de teorias;

Os tipos de organizações praxeológicas cumprem um papel importante na compreensão de um saber. Assim, “o saber é considerado como uma organização praxeológica particular que lhe permite funcionar como um aparelho de produção de conhecimento [...]”(COSTA, 2008, p. 19). Nas palavras de Almouloud (2007, p. 117): “Um saber diz respeito a uma organização praxeológica particular, com certa ‘generalidade’ que lhe permite funcionar como uma máquina de produção de conhecimento [...]”.

Chevallard (1999, p.232) considera que dado um tema de estudo, deve-se considerar, em primeiro lugar, a realidade matemática que pode ser construída, que será denominada de praxeologia matemática ou OM⁶; em segundo lugar, a maneira pela qual essa realidade pode ser estudada, que será denominada OD. (BOSCH e GASCÓN, 2001)

Desta forma, a atividade matemática pode ser interpretada como atividade humana e modelada por meio de organizações associadas a um saber matemático, as quais, segundo Chevallard (1999), são de duas espécies: matemáticas e didáticas. As OM referem-se a uma classe de matemáticas onde se estuda, por exemplo, equações, expressões algébricas, etc., desenvolvidas em uma sala de aula e as OD referem-se ao modo de fazer esse estudo.

A OM e OD que uma pessoa constrói ao longo de sua prática constitui o conjunto de praxeologias que a mesma possui ou está “equipada”, isto é, o conjunto de conhecimentos e competências da pessoa ou seu EP(x). Este equipamento tende a ser ampliado e modificado ao longo do tempo à medida que sua relação com os objetos é ampliada. Como esta relação é pessoal X e subjetiva, cada sujeito possui uma forma peculiar de conhecer um mesmo objeto o.

Em seguida buscaremos fazer uma distinção entre as praxeologias matemáticas e as praxeologias didáticas, em outras palavras, pretendemos mostrar nesta pesquisas, pontos referentes ao conteúdo de matemática, assim como pontos

⁶ Segundo Bosch e Gascón (2001) as Organizações Matemáticas são um conjunto de práticas matemáticas sistemáticas compartilhadas em uma instituição.

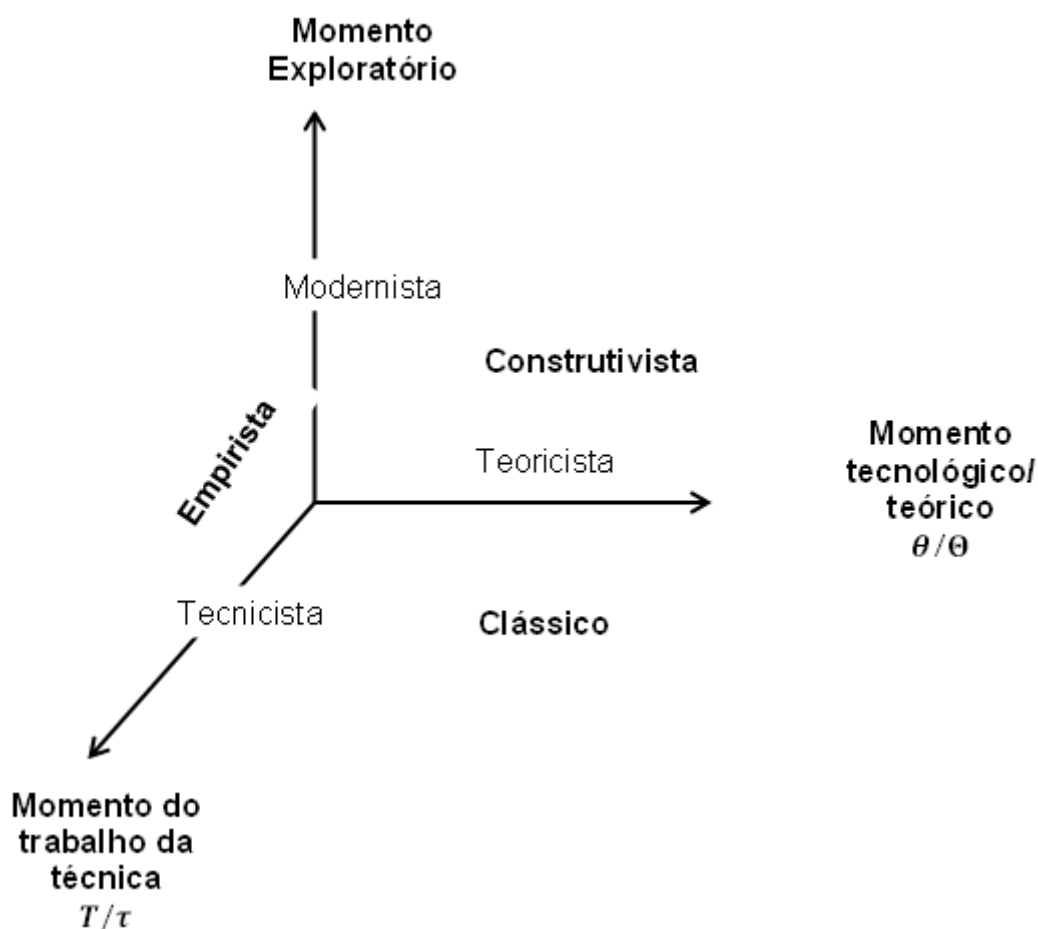
que se referem às formas de ensinar esses conteúdos. Em particular, procuramos destacar as OM e OD propostas pelos autores para o ensino e aprendizagem da NRC. Nas palavras de Gascón (2003):

Para elaborar uma OM necessitamos de uma OD que possibilita e administra o processo de estudo [...] em princípio, a atividade de estudo pode ser considerada como emergente de uma OM, também deve considerar-se como produtora de saber matemático e, portanto, de certas OM. O matemático e o didático aparecem assim como duas dimensões da realidade duplamente interdependentes. O matemático, isto é, o relativo ao estudo das matemáticas, supõe a existência da OM, pois contribui a sua produção. As OM são, por sua vez, o objeto e o produto da atividade de estudo. (GASCÓN, 2003, p.18)

Logo, encontramos na TAD uma distinção no conjunto dos elementos representativos nas organizações matemáticas e organizações didáticas em dois tipos, objetos ostensivos e objetos não-ostensivos. O primeiro está caracterizado em forma de elementos concretos e podem ser manipulados e de um ponto sensorial articula-se a qualquer um dos sentidos humanos, visão, audição, paladar, tato e olfato. Quanto ao segundo são aqueles considerados como abstratos, tais como, ideia, crenças, intuições e também os conceitos matemáticos.

Apresento a seguir, o suporte que recorreremos para tal descrição, em outras palavras, a fim de caracterizar as organizações didáticas, ou seja, as maneiras de organizar o processo de ensino e aprendizagem da matemática nos livros didáticos recorreremos ao artigo “A necessidade de utilizar modelos na didática da matemática” de Josep Gascón (2003), que explicita as organizações didáticas Clássicas, Empíricas e Construtivistas, segundo o sistema tridimensional abaixo.

Gráfico 01: Sistema Tridimensional para as OD e OM.



Fonte: Gascón (2003, p. 19, Adaptado)

Em primeiro lugar, vamos falar das organizações clássicas, esta por sua vez, combina os momentos de constituição do entorno tecnológico-teórico e do trabalho da técnica. Conforme (GASCÓN, 2003, p.20), esta organização se caracteriza “[...] pela trivialização da atividade de resolução de problemas e por considerar que o ensino das matemáticas é um processo mecânico totalmente controlável pelo professor.” Intimamente ligada a esta OD encontramos as OD teoricistas e tecnicistas. A primeira delas tem como principal eixo a concepção do saber matemático já cristalizado, acabado em “teorias”. Fica claro que para o teoricismo, o ensinar e aprender matemática se resume em ensinar e aprender teorias.

Em síntese:

a característica essencial do teoricismo está em ignorar absolutamente os processos da atividade matemática como tal e, em consequência, não concede nenhuma importância – epistemológica nem didática – a gênese e ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Este prejuízo euclidianista que, contra toda evidência empírica, pressupõe que o processo de ensino das matemáticas é um processo mecânico e completamente controlável pelo professor, [...] (GASCÓN, 2003, p.22)

Ao lado do teoricismo, encontramos o tecnicismo que enfatiza os aspectos elementares do momento de trabalho com a técnica. Esta organização didática, parte exclusivamente de técnicas algorítmicas a fim de propor unicamente tarefas que servem para treinar essa técnica, findando em seu domínio. Nota-se então, que tanto o teoricismo quanto o tecnicismo, se explicam como um processo de ensino mecânico e trivial, totalmente controlável pelo professor. Conforme (GASCÓN, 2003), o teoricismo concebe o aluno como uma “caixa vazia” que deve ser preenchida ao longo do processo de ensino e aprendizagem, enquanto o tecnicismo, considera o aluno como um “robô” que se aperfeiçoa através de tarefas repetitivas.

Em outra vertente, encontramos as organizações didáticas empiristas que são aquelas que buscam unir o momento exploratório com o momento de trabalho com a técnica. Essa organização considera que aprender matemática é um processo indutivo baseado na imitação e na prática. Inserida nessa organização encontramos a OD modernista e a OD procedimentalista, em que, a primeira delas explicita que a exploração deve ser “livre”, inclusive as teorias e as técnicas matemáticas, afim de serem construídas pelos alunos e não repetidas, em outras palavras, sejam técnicas originais dos alunos. A segunda é caracterizada pela sua forma de organizar o estudo da matemática, e tem como principal objetivo no que se refere a o processo didático o domínio de sistemas estruturados de técnicas algorítmicas.

Quando Gascón (2003) se refere à corrente das OD construtivistas, explicita as OD do tipo construtivismo psicológico e OD do tipo construtivismo matemático. A primeira delas relaciona fundamentalmente duas dimensões diferentes da atividade matemática, o momento exploratório e o momento tecnológico-teórico, e dá uma importância maior ao papel da atividade de resolução de problemas, mesmo que esta seja apenas um instrumento da gênese dos conceitos. A segunda, ao organizar o estudo da matemática considera o aprender matemática como um processo de construção de conhecimentos matemáticos, e ainda, o objetivo da atividade

matemática gira em torno da obtenção de conhecimentos relativos a um sistema modelizado que em princípio pode ser tanto matemático como extra matemático, podendo ser visto no quadro 1, logo a seguir.

Quadro 01: Sistema de Referência das Organizações Didáticas

EIXOS / PLANO	CARACTERÍSTICAS SEGUNDO GASCÓN	ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA	AVALIAÇÃO
Clássico	Trivialização da atividade de resolução de problemas; Considera que o ensino das matemáticas é um processo mecânico totalmente controlável pelo professor.	Teoricista	Ensinar e aprender matemática como ensinar e aprender teorias
		Tecnicismo	Ensinar e aprender matemática como ensinar e aprender técnicas.
Empirista	Considera que aprender matemática é um processo indutivo baseado na imitação e na prática	Modernista	Identifica aprender matemática com aprender a atividade exploratória de problemas triviais.
		Procedimentalista	Domínio de sistemas estruturados de técnicas algorítmicas.
Construtivista	Ensinar matemática como possibilitar que os estudantes construam os conhecimentos matemáticos	Construtivismo Psicológico	Dá importância ao papel da atividade de resolução de problemas, embora só seja como instrumento das gêneses dos conceitos.
		Construtivismo Matemático	Interpreta aprender matemática como um processo de construção de conhecimentos matemáticos

Fonte: Construção do autor

No próximo capítulo daremos ênfase a análise da revisão bibliográfica, apresentamos uma síntese do estudo bibliográfico e da pesquisa qualitativa dos trabalhos em ordem cronológica publicados em Educação e/ou Educação Matemática que envolve direta ou indiretamente.

CAPÍTULO II: BASE TEÓRICA DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos uma síntese do estudo bibliográfico e da pesquisa qualitativa dos trabalhos em ordem cronológica publicados em Educação e/ou em Educação Matemática que envolve direta ou indiretamente à NRC. Em especial, destacando os elementos que usaremos da TAD de Yves Chevallard como quadro teórico-metodológico, fundamentando a pesquisa com questões do tipo que nos causam inquietações como:

Q₁: Quais OM e OD predominantes nos Livros Didáticos do EF do 1º ao 5º Ano?

Para fundamentar nossa problemática nos apoiamos em: Vergnaud (1986), Bourdieu e Passeron (1997), Chevallard (1999), Chevallard (2001), Chevallard, Bosch e Gascón (2001), Bosch e Gascón (2001), Gascón (2001), Fonseca (2004), Gascón e Ruiz Higuera (2006), Almouloud (2007), Pinheiro (2008), Chevallard (2009), Bosch e Gascón (2009), Sierra, Bosch e Gascón (2009), Gascón (2010), Ruiz et al (2010), Gascón (2011), Andrade (2012), Pereira (2012), Silva (2012), Andrade e Guerra (2014), Santos (2014) entre outros, que tratam do problema da formação do professor na perspectiva do PEIDIM, mais precisamente no âmbito da TAD, pois este enfoque concebe as dimensões matemática e didática de forma imbricada, o que é corroborado nos termos do programa de investigação.

Em nossos estudos sobre a OD, buscamos identificar na abordagem dos livros didáticos os momentos de encontro, segundo Chevallard (1998), de cada uma das tarefas **T**, tarefas que subsidiam a uma forma de ensinar, de pensar, de fazer, de avaliar.

Chevallard (1998) sugere seis momentos didáticos ou momentos de estudos, não necessariamente na mesma sequência como serão apresentados a seguir, para assim possibilitar a análise de OD:

1º) Momento de (re) encontro com a praxeologia estudada (no nosso caso a OM) de tal maneira que satisfaça o objeto NRC com algum tipo de tarefa **T**;

2º) Momento de exploração do tipo de tarefa **T** e a sua articulação com alguma técnica **τ** : a constituição de determinadas técnicas de resolução;

3º) Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico: busca manter uma ligação com os demais momentos. Mantendo assim, justificativas e explicações para tais técnicas;

4º) Momento de institucionalização: elaboração de objetivos, decisões, seleções, condições, regras a serem tomadas em qualquer momento didático;

5º) Momento de trabalhar a técnica: tanto permeia a exercitação como também a performance de determinada técnica;

6º) Momento de avaliação: articula o momento de institucionalização, refletindo, questionando, avaliando as relações pessoais e verificando eficiências em cada momento e relações entre os momentos didáticos.

Com a análise praxeologia é possível perceber que existem momentos em algumas situações didáticas em que o sujeito encontra-se em um tipo de tarefa **t** em um primeiro momento e, em seguida, necessita-se de pelo menos uma técnica **T**, atrelada a tarefa, para realizá-la, executá-la. Os blocos que compõe a organização praxeológica, ou seja, o bloco prático-técnico [**T**/ **τ**] e bloco tecnológico-teórico [**θ** / **Θ**] que formam o modelo praxeológico [**T**; **τ** ; **θ** ; **Θ**] será quem irá ditar o modelo de momentos didáticos.

Neste contexto dos momentos didáticos e da “aplicação da técnica” e “avaliação”, isto é, nas situações problemas identificaremos a OM. Pois segundo Bosch e Gascón (2001)

(...) as Organizações Matemáticas são um conjunto de práticas matemáticas sistemáticas compartilhadas em uma instituição.

(...) as Organizações Didáticas são um conjunto de práticas de ensino e aprendizagem sistemática compartilhada em uma instituição. (2001, p. 25)

Pois entendemos que o professor de matemática no exercício da docência, mobiliza saberes para transformar determinado objeto matemático em um saber ensinado. No nosso ponto de vista, o professor ao se deparar com o livro didático, já considera ambas as dimensões didáticas e matemática, mesmo que ele não tenha consciência da dinâmica que subjaz as dimensões didática e matemática, estas já se fazem presentes no processo de ensino e aprendizagem, sendo corroborada por

Bosch e Gascón (2001), ao enfatizarem a determinação recíproca dialética entre estas dimensões.

Delimitaremos nossa investigação na Educação Básica, mais especificamente, no ambiente do EF, do 1º ao 5º Ano, e no decorrer do capítulo será retornada a nossa questão norteadora de pesquisa **Q**,

Q: Quais as OD e OM presentes em Duas Coleções de Livros Didáticos do EF do 1º ao 5º Ano aprovados pelo PNLD, relativas à NRC?

O panorama dos trabalhos proporcionará a inserção da pesquisa em uma problemática no campo da educação matemática, evidenciando a relevância e os avanços da pesquisa sobre a temática abordada, pois o PEIDIM como um método de investigação, será usado para investigar e desenvolver construções teóricas para a educação matemática, sendo utilizado na formação contínua de professores, a fim de alcançar o melhor desenvolvimento do ensino da matemática no EF, ou seja, possibilita ao pesquisador diferentes percursos de investigação.

A partir das pesquisas, o Programa Cognitivo, tem se materializado em diferentes propostas de intervenção, conhecidas como programa de “ensinar a pensar” ou “programa de desenvolvimento cognitivo”, são propostas de intervenção de estruturas cujo objetivo é promover o treino das capacidades cognitivas dos indivíduos, no intuito de evitar erros de raciocínio e de promover uma melhor utilização dos recursos cognitivos.

Sendo assim, no âmbito teórico (MORIN, 1992) destaca sobre o funcionamento e a evolução dos sistemas vivos e do funcionamento e desenvolvimento do cérebro, entende-se que as teorias emergentes no âmbito das ciências cognitivas oferecem uma perspectiva da cognição e do desenvolvimento cognitivo de alternativas às teorias vigentes, tanto no âmbito educativo em geral como no âmbito da intervenção cognitiva.

Permitindo assim, uma nova concepção do sujeito da educação, mais complexa e, ao mesmo tempo, mais integradora e compreensiva em relação à sua diversidade, multidimensionalidade e exigem, conseqüentemente, novas formas de pensar e promover o seu desenvolvimento. O modelo proposto pelo programa cognitivo pretende contribuir para pensar as propostas existentes em relação às teorias emergentes, a partir de uma perspectiva crítica e seguindo uma orientação

interpretativa-qualitativa que permitirá analisar e comparar o programa segundo a perspectiva sobre o sujeito.

Parte-se, por isso, da convicção da necessidade de uma aproximação de estudos do desenvolvimento cognitivo, entendido como um fenômeno complexo e multidimensional, que permita integrar os conhecimentos, investigações e reflexões sobre a cognição e a sua promoção numa teoria mais compreensiva dos fenômenos relacionados a ela.

Sendo assim, na investigação dos trabalhos da literatura, buscamos pesquisas que procuraram promover o desenvolvimento da capacidade gerais do pensamento como o pensamento criativo e raciocínio crítico, e também, os que trabalharam a capacidades específicas como o pensamento científico e as estratégias no contexto de aprendizagem. Para esta pesquisa, lançamos mão de diversas leituras investigativas no Portal de Periódicos da Capes, Repositórios Nacionais⁷ e Internacionais⁸, no período de 2012 a 2014, que se tenham dedicado ao estudo da NRC na Educação Básica (Ensino fundamental e Médio), na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Educadores Matemáticos⁹, a fim de estabelecer o panorama geral para o tema NRC.

O levantamento de dados tomou como base de consulta: os artigos publicados em periódicos nacionais e internacionais da área da Educação e/ou Educação Matemática, e as dissertações e teses defendidas em programas de pós-graduação em Educação e/ou Educação Matemática no Brasil e/ou no Exterior.

Em primeiro lugar, foi examinada a produção escrita em volta do tema NRC, presente nos periódicos disponíveis no Banco de dados da Capes e no portal de Periódicos da ASTM Standards and Engineering Digital Library (SEDL), e também, no Banco de dados do CORE.

Feito essa seleção, procedeu-se a escolha dos artigos pertinentes ao tema NRC, mediante uma consulta em que foram analisados, um a um, os artigos em sua íntegra analisando-se seus títulos, conteúdos, palavras-chaves ou assuntos definidos na publicação. Enquanto que, a consulta de dissertações e teses tomou fonte básica os catálogos de teses publicados pela Associação Nacional de Pós-

⁷ Repositórios da USP, UFPA, UFPE, entre outros.

⁸ Repositórios da França, Portugal, EUA, Índia, México, Espanha, entre outros.

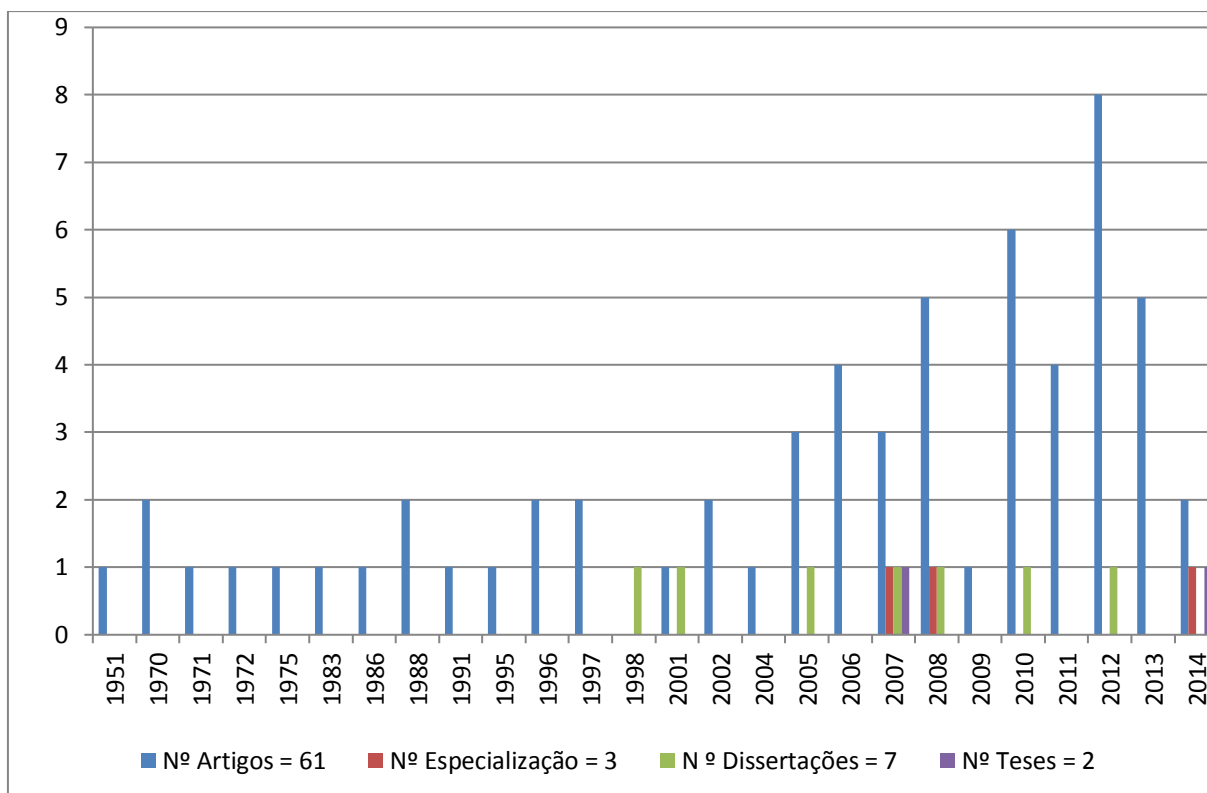
⁹ Este foi um dos filtros utilizados para ser pesquisados trabalhos nos repositórios nacionais e internacionais, assim como trabalhos no banco de dados da capes, varrendo um intervalo regular, tratando do assunto ou assuntos diversos de 1 a 500 textos por pesquisa.

Graduação e Pesquisa em Educação – ANPEd e das consultas no catálogos do banco de dados do CORE.

Nos dois casos, de uma forma geral, foram selecionados todos os textos que se referiram diretamente ou indiretamente ao tema NRC, procurando-se sempre identificar as devidas denominações/variações utilizadas nestas instituições de ensino. Pois esta estrutura de coleta de dados foi definida em função de oferecer informações bibliográficas para consultar as informações qualitativas, visando subsidiar o desenvolvimento da pesquisa sobre a produção do tema NRC no campo da Educação Matemática.

As principais publicações encontradas no banco de teses da capes, no portal de periódicos da capes, repositórios nacionais e internacionais nesta investigação são: aquelas editadas em fascículos, revistas, artigos, dissertações e teses, em intervalos regulares ou irregulares, pois nestes periódicos o intervalo variava de 1 a 500 textos, e não eram todos os trabalhos que tinham como objeto de seu estudo o tema NRC, desta forma, em grande parte dos trabalhos buscados nestes periódicos e repositórios nesse intervalo a grande maioria tratava direta ou indiretamente do tema Análise Combinatória, ou seja, tratavam de assunto como: probabilidade, estatística, estocástica, bloco de tratamento da informação, que estavam relacionados ao objeto matemático NRC.

A partir do levantamento que realizamos, os dados foram representados graficamente, com 61 artigos publicados em periódicos nacionais e internacionais, 3 trabalhos de especialização, 6 dissertações e 2 teses de doutorado dos programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, identificadas no período de 1950 – 2014,(Gráfico 02).

Gráfico 02: NRC – Produção Científica – 1950 – 2014

Fonte: Construção do Autor

Neste aspecto, o estudo bibliográfico e o programa de investigação encontram-se em consonância com o gráfico 02, pois este permitirá uma visualização da produção do tema NRC no cenário científico. Possibilitando perceber a importância das pesquisas realizadas por Piaget e Inhelder (1951, 1971, 1972), Fischbein, Pampu e Minzat (1970), Fischbein (1975), Piaget, Berthoud-Papandropoulos e Kilcher (1983) por serem os pioneiros sobre o tema NRC e Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1995, 1996, 1997) e dos trabalhos Roa et al. (1996), por formarem o grupo de pesquisa de Granada; Pessoa et al. (2005), Borba et al. (2014), por compor o grupo de pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco; Pinheiro (2008) por compor o grupo de pesquisa da Universidade do Estado do Pará e a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e por fim os trabalhos realizados por Silva (2014) e Moraes (2014) por divulgarem seus estudos e pesquisas sobre o tema no GEDIM que visam ainda promover formação continuada com professores da EB.

Introdutoriamente, pode-se apontar como características gerais deste gráfico, uma regularidade das publicações no período de 1951 – 2004 de artigos, uma

aumento de pesquisa especialmente de monografias em 2007, 2008 e 2014, e de forma contínua no número de pesquisas de dissertações no âmbito de mestrado junto aos programas de pós-graduação no período de 1998 – 2012, um ritmo acentuado de produção de artigos no período de 2005 – 2012, e em 2007 e 2014 passa-se a verificar a produção de 2 teses de doutorado.

Com este panorama, passamos a analisar, os aspectos que os aproximam e os diferenciam no segmento da produção acadêmica, de forma a compor o estudo bibliográfico do tema NRC.

Com base no estudo bibliográfico foi possível selecionarmos algumas obras a partir de cinco categorias de acordo com a finalidade do trabalho apresentada no gráfico 02, p. 40 como:

A) Apresentam proposta de investigação sobre a capacidade combinatória na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;

B) Apresentam Análise de Livros Didáticos da Educação Básica e/ou da Educação Superior;

C) Apresentam Análise de quais Tarefas podem ser Ensinadas na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;

D) Apresentam Proposta de Questionário com Tarefas para serem respondidas com ou sem Instrução Formal na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;

E) Apresentam Proposta de Investigação de Resolução de Problemas na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores.

Esta categorização será possível ser visualizada ao final do estudo bibliográfico

A partir do gráfico 02, p. 40, é possível observar que o maior número de trabalhos publicados referente à NRC foi realizado nos séculos XX e XXI, uma vez que, as fontes e catálogos de dissertações e teses passaram a ser publicados pela ANPEd em 1981, com resumos e descritores de assuntos da pesquisas realizadas nos programas de pós-graduação, juntamente com os dados sobre os seus autores, orientadores e sobre os programas aos quais pertencem, portanto percebemos o grande destaque que o assunto teve neste período e ainda têm.

Porém, notamos a carências de trabalhos de pesquisa de mestrado e doutorado que se tenham dedicado a responder as questões do tipo:

Q₂: Quais as tarefas que podem mobilizar saberes que permitem desenvolver outras mais complexas de NRC, em uma OP de Complexidade Crescente?

Esta questão de pesquisa aprofundamento a questão inicialmente posta **Q** e é corroborada por Chevallard, Bosch e Gascón (2001), Bosch e Gascón (2001), Gascón (2001), pois o ensino e a aprendizagem da matemática são considerados como aprendizagem de práticas dessa atividade humana realizadas no enfrentamento de situações em conformidades com o jeito de pensar e de fazer regulados objetivamente, ou não, por uma instituição ou por um grupo social, entendidos como um espaço social em que se produz, usa, ensina e difunde práticas com Matemática e práticas de Matemática . Sendo assim:

A OD escolar (isto é, o conjunto de práticas de ensino e aprendizagem sistemática compartilhada em uma instituição) dependerá fortemente da OM objeto de estudo em uma instituição. E reciprocamente, que a OM (o conjunto de práticas matemáticas sistemáticas compartilhadas em uma instituição – livros didáticos, dissertações e tese) estará determinada, por sua vez, pela citada OD escolar. Esta determinação recíproca, ou co-determinação, entre o que se considera “matemático” e o que se considera “didático” numa instituição constitui o princípio fundamental das didáticas, ao menos no sentido brousseauiano do termo (BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 10).

Sendo assim, o enfoque epistemológico permitirá que o pesquisador adote como ferramenta de análise os fenômenos didáticos supracitados, permitindo modelar as praxeologias institucionais, segundo o modelo praxeológico [**T**; **τ**; **θ**; **Θ**], de forma a considerar as implicações das OM, das OD e do EP esta concepção imbricadas do matemático ao pedagógico, constitui a diferença básica entre o enfoque epistemológico e o enfoque cognitivo na Didática das Matemáticas e no decorrer do trabalho serão anunciados.

Neste cenário, a pesquisa encontra-se de acordo com três grandes categorias destacadas no estudo bibliográfico que são:

A) Apresentam proposta de investigação sobre a capacidade combinatória na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;

B) Apresentam Análise de Livros Didáticos da Educação Básica e/ou da Educação Superior;

C) Apresentam Análise de quais Tarefas podem ser Ensinadas na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;

Justamente por permitir situar as pesquisas referentes às práticas docentes do professor de matemáticas no PEIDIM, as quais passaram a ser tratadas no estudo da modelação do papel do professor de forma eficaz, por serem encaradas como um desenvolvimento e uma unificação das noções cuja elaboração visa permitir pensar de forma unificada um leque de fenômenos didáticos, que surgem no final de muitas análises de trabalhos publicadas no estudo bibliográfico e estão descritas nos livros didáticos através dos momentos didáticos anunciados por Chevallard (1998).

De posse dessas categorias A, B e C é possível observar que, para que as atividades matemáticas institucionais possam fazer parte da atividade matemática escolar é necessário inicialmente conhecer sobre o estudo epistemológico do tema NRC, sendo esse conhecimento construído fundamentalmente a partir do contato com suas fontes históricas, ou seja, os Documentos Oficiais, Matriz de Referência do EF, Leis de Diretrizes e Base da Educação (LDB), livros, dissertações, teses, artigos, etc..

O acesso a essas fontes históricas é de grande utilidade para a construção de um trabalho aos moldes do Percurso de estudo e Pesquisa (no francês PER) e do Modelo Epistemológico de Referência (MER¹⁰) que será construído na instituição formadora (GÁSCON, 2001, 2002), ou seja, na formação continuada de professores no IEMCI / PPGECEM, no Curso de Praxeologias no Ensino de Álgebra na Escola Básica.

Esse modelo pode ocasionar limitações praxeológicas, que incidem, diretamente, na relação pessoal desse professor de Matemática com tipos de objetos matemáticos estudados no âmbito da Matemática (CHEVALLARD, 2009a),

¹⁰ É um instrumento que auxilia a descrição e análises do modelo epistemológico dominante nas instituições de ensino (DELGADO, 2006)

possibilitando a realização de um PER e suas implicações nesta pesquisa, onde as etapas do PER podem ser descritas da seguinte forma: dado um sistema didático (S) composto por um grupo de sujeitos (X), como por exemplo, estudantes, professores, pesquisadores, etc. que se reúne com a finalidade de estudar uma questão de seu interesse (Q) no âmbito de uma atividade escolar, sob a orientação de um diretor de estudo (Y) ou pesquisador principal que coordena o processo de estudo, na busca de uma resposta R adequada para a questão,

Q: Quais as OD e OM presentes em Duas Coleções de Livros Didáticos do EF do 1º ao 5º Ano aprovados pelo PNLD, relativas à NRC?

O sistema didático (S) é representado por:

$$S(X, Y, Q) \rightarrow R$$

Existem três organizações que atendem à noção de sistema didático: as aulas de matemática, as comunidades de pesquisadores (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001) e os livros didáticos.

No caso de nossa pesquisa, o percurso de investigação que construiremos servirá como dispositivo didático, do MER, pois este permitirá ao diretor de estudo (Y) observar, analisar e julgar a mobilização dos saberes dos professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais de Escolarização (1º ao 5º ano) do EF, por ser uma ferramenta eficaz para analisar o saber matemático em questão.

Neste cenário, Gascón (2011) ressalta a necessidade da construção pela Didática das Matemáticas de Modelos Epistemológicos, referindo-se à dimensão epistemológica do problema didático, pois:

(...) a dimensão epistemológica de um problema didático é uma dimensão nuclear posto que, impregna e condiciona fortemente as dimensões cognitivista e epistemológica (...). Quando a dimensão epistemológica se põe em primeiro plano, como se mostra nos enfoques que se situam no Programa Epistemológico de Investigação em Didática das Matemáticas (PEIDIM), há um esforço para explicitar o MER – seja com este nome ou com outro – e aparecem questões relativas à forma de descrever e interpretar os conhecimentos matemáticos. (GASCÓN, 2011, p. 210).

Sendo assim, para o diretor de estudo (Y) que formula um problema didático no âmbito da TAD, que busca identificar qual ou quais as praxeologias presentes nos livros didáticos do 1º ao 5º Ano do EF relativas à NRC, é fundamental levar em consideração a dimensão epistemológica, haja vista, seu caráter nuclear, pois todo problema didático tem um componente matemático essencial, isto reforça a ampliação do matemático defendida pelo PEIDIM, “ao integrar de forma inseparável na dimensão epistemológica a gênese, ao desenvolvimento e ao estudo do saber matemático” (GASCÓN, 1993, p. 299 - 300).

Desta forma, muitas das questões que interessam a pesquisa podem ser respondidas pelo PEIDIM (FONT, 2002), uma vez que, a justificativa da investigação dos trabalhos da literatura e as interpretações feitas pelo pesquisador, visto que, a partir destas investigações e explicações, construídas através dos dados históricos, constitui-se em teorias pelo pesquisador, as quais são sempre elaboradas tendo em vista um problema particular uma questão geratriz, que conduzem a formulação da questão de pesquisa Q_0 .

Q_0 : Qual a OD predominante nos Livros Didáticos do EF do 1º ao 5º Ano, relativos à NRC?

A questão Q_0 convém para conhecermos a estrutura do sistema didático que está descritos nos Livros Didáticos do 1º ao 5º Ano do EF e como está constituído o EP objetivado do professor que Ensina Matemática nos Anos Iniciais do EF e as suas praxeologias institucionais (CHEVALLARD, 1999, 2009a), e a partir do fragmento é possível questioná-lo quanto a sua formação acadêmica inicial e sobre os Objetos Matemáticos Algébricos e Numéricos (GARCIA, BOSCH e GASCÓN, 2007; PEREIRA, 2012, ANDRADE e GUERRA, 2014). É no âmbito dessa matemática Elementar que voltaremos nossa atenção, porque há várias problemáticas circundando o ensino dessa matemática nos Iniciais de Escolarização.

Posteriormente, essa hipótese explicativa pode ultrapassar seu domínio original, e pretendemos assim reconstruir a realidade da pesquisa de acordo com esse sistema escolhido previamente por esse professor que ensina matemática nos anos iniciais EF.

Portanto, como se verá nessa pesquisa que lida fundamentalmente com fontes do tipo Estudo Bibliográfica e PEIDIM, embora também para esses documentos seja aplicável o que foi dito acima, acerca do valor do recurso às fontes dos repositórios, pois é a própria produção dos trabalhos em Educação ou Educação Matemática que fornece rico material para a pesquisa do objeto matemático NRC.

Na próxima seção daremos ênfase para os fatores que influenciaram e ainda influenciam o estudo do tema NRC na educação no Brasil e no exterior.

2.1 – OS FATORES QUE INFLUENCIAM A NRC NA EB

Iniciamos nossa pesquisa em 1950, pois as reformas curriculares causadas pelo desenvolvimento econômico e pelos avanços tecnológicos nos países desenvolvidos, implantaram o Movimento da Matemática Moderna (MMM), introduzido muito claramente como política de formação a serviço da modernização (FIORENTINI, 1995; PIRES, 2008), provocando mudanças significativas no Currículo Oficial de Matemática das escolas em muitos países, mais inclusive no Brasil, inserindo no Currículo Oficial conteúdos matemáticos que até aquela época não faziam parte do programa escolar como, por exemplo, estruturas algébricas, teoria dos conjuntos, topologia e transformações geométricas (WIELEWSKI, 2008).

Diante de tal contexto, é de fundamental importância conhecer as condições enfrentadas ao apresentar o currículo oficial, passando a analisar de forma pontual, consciente as compreensões, condições de produção de registros, comunicação de conteúdos escolares da matemática e de suas consequências didáticas, como motor de difusão de praxeologias.

Neste período, o grande empenho era aproximar o ensino escolar da ciência, ter uma Matemática útil à técnica, útil à ciência e útil à economia moderna. No entanto, nas etapas correspondentes à educação básica e nos anos iniciais, a intenção de unificar a linguagem e possibilitar ao aluno a construção de noções matemáticas, o levava, na realidade, a descrever situações pseudoconcretas e imaginárias.

Na EB, e principalmente no EF, o raciocínio sobre objetos matemáticos, dos quais o aluno poderia inclusive ignorar o sentido, foi cultivado como uma virtude. Assim, o que se colocou em prática estava distante de ser um ensino renovado e democrático da Matemática, preparando o aluno para a compreensão da ciência, mas sim, um ensino formalizado ao extremo, deçado de todo suporte intuitivo, apresentado a partir de situações artificiais e, além de tudo, bastante seletivos. (FIORENTINI, 1995; PIRES, 2008).

Contraoendo-se a esse cenário da educação Brasileira, apresentamos o trabalho de Piaget e Inhelder (1951) o qual mostra que a intuição existe em cada indivíduo normal e civilizado.

A questão principal do trabalho é saber se a intuição de crianças de 4 a 12 anos é “nativa ou adquirida”, e se for adquirido, qual é o mecanismo de aquisição. Ao chegar ao final desse trabalho os autores apresentam pressupostos que os mecanismos de aquisição de intuição das crianças é adquirida, e ainda mais, se os “sujeitos não possuem capacidade de adquirir o raciocínio combinatório, ele / ela não são capazes de utilizar as ideias de probabilidade, exceto com experimentos aleatórios muito elementares” (PIAGET; INHELDER, 1951, p. 45).

A importância de iniciarmos nossa pesquisa com o trabalho de Piaget e Inhelder (1951) decorre do contexto ao qual o Brasil está inserida, por apresentar questões inerentes ao processo de ensino e aprendizagem impulsionados por diversas correntes teóricas que têm ampla influência no campo educativo como o modelo racionalista e o modelo sócio-histórico, como base no desenvolvimento e funcionamento do cognitivo, em busca da compreensão, da interpretação e da descrição de fenômenos concernentes aos diversos níveis de escolarização, podendo ser desenvolvida a partir de um questionamento do desenvolvimento da noção de ideia de probabilidade que pode levar ao questionamento da noção de ideia de estatística e noção de ideia de combinação, compondo o cenário do objeto de pesquisa deste trabalho NRC.

Após atravessar uma longa jornada ditatorial, a sociedade brasileira, no período de 1980, se encontrava em um momento de redemocratização claramente marcado pela elaboração e aprovação da Constituição Federal (1988), favorecendo, com isso, substanciais mudanças educacionais e alterações políticas, além de uma reestruturação dos movimentos sociais.

No período de 1990, importantes documentos oficiais tornam viáveis significativas transformações no contexto da Educação Brasileira, influenciando políticas públicas do país relacionadas, inclusive, aos livros didáticos.

Após a Conferência Nacional de Educação para Todos, é elaborado no Brasil, pelo Ministério da Educação (MEC), o Plano Decenal de Educação para Todos (1993 – 2003) que, em consonância com o que estabelece a Constituição de 1988,

afirma a necessidade e a obrigação de o Estado elaborar parâmetros claros no campo curricular capazes de orientar as ações educativas do ensino obrigatório, de forma a adequá-lo aos ideais democráticos e à busca da melhoria da qualidade do ensino nas escolas brasileiras (BRASIL, 1997, p.14).

O documento respondia “ao dispositivo constitucional que determina eliminar o analfabetismo e universalizar o ensino fundamental nos próximos dez anos” (BRASIL, 1994, p.14). Para tanto, situa a EB no contexto econômico, social e político do Brasil daquela época para, em seguida, destacar pontos críticos e dificuldades a enfrentar diante dos objetivos e metas traçados, além das linhas de ação estratégica voltadas à educação fundamental acentuando, inclusive, a necessidade da implantação de uma nova política do livro didático na qual se enfatizasse o aspecto qualitativo, incluindo a distribuição dos livros.

O Plano afirma que, nos programas direcionados aos livros didáticos vigentes na época, havia desajustes no processo de aquisição, o que vinha impedindo que o livro estivesse disponível na escola no início do ano escolar. Afirma-se, ainda, que “o livro didático constitui um dos principais insumos da instituição escolar” (IBIDEM, p.25) e assumisse como estratégias para alcance das metas e objetivos, dentre muitas outras, a melhoria na qualidade do livro didático e a descentralização progressiva dos programas relacionados a ele.

Ainda neste período de 1990, é aprovada a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96), além de Diretrizes Curriculares para o Ensino Fundamental, emanadas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE).

Em 1996, segundo Mandarino (2010, p. 201) “os Parâmetros Curriculares, 1996, propõem a inclusão, nos currículos de Matemática, de um novo bloco de conteúdos denominado Tratamento da Informação – (BTI)”, valorizando os conhecimentos de Estatística, Probabilidade e Combinatória, que anteriormente não era trabalhado pelos professores, e pouco explorado nos livros didáticos deste período, 1950, neste sentido, os PCN de Matemática (BRASIL, 1997 e 1998) – orientam para os ciclos de alfabetização, no BTI que os discentes devem saber e sua estrutura pode ser objetivada pela relação direta com o currículo oficial, no que tange este último aspecto, o currículo oficial constituísse como momento para se criar um espaço próprio para o ensino do pensar o tema NRC, pois:

Relativamente aos problemas Noção de Estatística, Noção de Probabilidade e Noção de combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades e estatísticas. (BRASIL, 1998, p. 52).

Esta capacidade pode estar relacionada com as etapas descritas na Teoria de Piaget (1970), “Epistemologia Genética”, onde as crianças no Estágio I utilizam procedimentos aleatórios, sem tentar encontrar uma sistemática estratégia. No Estágio II, eles usam de tentativa e erro, descobrindo alguns procedimentos empíricos com poucos elementos. Após o período de operações formais, adolescentes descobrem procedimentos sistemáticos de construção de pensamentos combinatórios.

Ainda de acordo com Piaget e Inhelder (1951), podemos dizer que exista um modo de pensar sobre o fazer matemática ao considerar o movimento educacional nesse período, apresenta indícios de um modelo epistemológico para o raciocínio combinatório, ou seja, um Modelo Epistemológico de Referência Numérico – MERN, pois ao se trabalhar com atividades de combinações simples – Ordenação, Enumeração, Contagem, Sequência, Comparação, Classificação; com ideias de arranjos com ou sem repetição e com ideias de permutações com ou sem repetição, surgem os conceitos de oportunidade, nesse sentido, pode-se construir a compreensão da ideia de permutação, e a partir dessas compreensões, as de estimativas e probabilidades, desenvolvendo-se a correção para o desenvolvimento do conceito de combinação, levando-se ao algoritmo de contagem, chegando ao final da educação básica a formalização, através de atividades rotineiras de ensino em espiral com tarefas de complexidade crescentes de NRC.

Mecanismos pelos quais podem ser mobilizados conceitos que justificam suas decisões para garantir uma preparação adequada tanto histórica quanto epistemológica do ensino da Análise Combinatória. Pois a Combinatória envolve a coordenação de seriação e correspondência. As Permutações implicam em um arranjo de acordo com um sistema de comunicações móveis e reversível de referência, portanto, estas são operações sobre as operações, características do nível de pensamento formal da criança, podendo levar à conclusão de um desenvolvimento do NRC associado meramente ao desenvolvimento do pensamento lógico matemático, ou seja, indica indícios de um MERN associado às características do desenvolvimento do princípio fundamental de contagem.

Dessa relação, a concepção acerca da matemática a ser ensinada nas escolas nesse período, 1950, era a Lógica, pela sujeição ao Modelo Epistemológico Matemático Dominante, modelo tecnicista, pois para se alcançar níveis de compreensão mais ampla, assume a repetição como instrumento de Modelização

da Matemática, descrito no Trabalho de Piaget e Inhelder (1951), segundo Gascón (2003) parte-se de uma técnica algorítmica que serve como treinamento para se chegar a dominar a técnica.

Ainda neste trabalho, Piaget e Inhelder (1951) apresentam dois passos que são fundamentais para tornar o aprendizado deste assunto “mais fácil”:

“a) entender a natureza dos erros dos alunos na resolução de problemas combinatória;

b) identificar as variáveis que podem influenciar esta dificuldade”.
(PIAGET; INHELDER, 1951, p. 54)

Com esses dois passos, Piaget e Inhelder (1951) efetuaram inúmeras investigações sobre a influência do raciocínio combinatório no desenvolvimento do pensamento formal. Segundo esses autores, a capacidade combinatória é uma componente fundamental do raciocínio formal, pois o raciocínio hipotético-dedutível opera através das operações combinatórias que se aplicam sobre um conjunto de possibilidades (um conjunto de atividades) que devem ser examinadas e enumeradas até se chegar a uma conclusão, ou seja, atingindo o período das operações formais, já que mais a frente, na adolescência, os jovens descobrem espontaneamente procedimentos sistemáticos de enumeração, ordenação, sequência, seriação, classificação, contagem, combinações e algoritmos, descritos nos PCN (BRASIL, 1997), caracterizando ainda mais os traços do MERN, presentes no EP dos discentes, podendo ser visualizados no PCN como:

- Coleta, organização e descrição de dados.
- Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”.
- Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.
- Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais.

(BRASIL, 1997, p.61-62)

Desta forma, entendemos que a NRC como MERN desempenha um papel fundamental no desenvolvimento da compreensão de conceitos matemáticos, por esta associada ao princípio fundamental de contagem, as ideias de contagem, a descrições de formação de conjuntos, a descrição de possibilidades, porém sem o

emprego de tarefas¹¹ que torne o uso do tema NRC rotineiro desde os anos iniciais de escolarização, torna-se impossível a generalização, envolvendo um maior número de situações, pois é necessária a formalização das tarefas para se chegar ao emprego de uma técnica¹² para a construção de um algoritmo de contagem – MERN – em razão de que, através desses elementos teóricos da TAD expostos até aqui fazem emergir outra questão de pesquisa **Q₃**:

Q₃: Quais tarefas **T** e técnicas τ são mobilizadas pelos Livros Didáticos dos Anos Iniciais do 1º ao 5º Ano, relativa à NRC?

Esta questão **Q₃** perpassa pelas concepções anunciadas por Roa et al. (1996), Batanero et al. (1996), Pessoa et al. (2005) e Borba et al. (2014), que favorecem as ideias de contagem, as ideias de combinações e as ideias de operações, tanto no campo aditivo como no campo multiplicativo. Essas concepções podem caracterizar indícios do MERN predominante na prática docente do professor que Ensina Matemática no EF, ou seja, a partir das relações com os objetos matemáticos da NRC e nas sujeições institucionais, surgem as praxeologias do professor que ensina matemática nos anos iniciais de escolarização¹³, estas pesquisas desses grupos evidenciam a importância do tema para a necessidade de formação continuadas para os professores que compõe a educação básica, que é o caminho que esta pesquisa pretende seguir ao compor o MERN.

Segundo Bolea Catalán (2003) para analisar e tratar as questões relacionadas ao ensino e aprendizagem da Álgebra escolar, é necessário elaborar um Modelo para a Educação Básica, construído a partir da própria didática da matemática e usá-lo como instrumento teórico para descrever e analisar os Modelos de Ensino da Matemática, bem como os fenômenos didáticos relacionados ao ensino e aprendizagem da matemática Elementar. Com base no referencial da

¹¹ Segundo Almouloud (2007, pag. 115), o termo *tarefa* é identificado por um verbo de ação, que caracteriza um gênero de tarefa, por exemplo: calcular, decompor, construir, resolver, somar etc., que não definem o conteúdo em estudo.

¹² O termo *técnica* que é usado em diversos estudos (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001, p.238) como sinônimo de “maneira de fazer” uma tarefa, mas não necessariamente como um procedimento estruturado e metódico ou algorítmico. Para uma tarefa pode existir uma ou mais técnicas o sujeito deve executar para resolver determinada situação proposta.

¹³ Este professor que ensina matemática nos anos iniciais de escolarização é o pedagogo, que possui pouca relação com o saber matemático, por possui um currículo superior que não valoriza a relação dos objetos matemáticos com a docência do mesmo.

proposta de Bolea Catalán (2003), adotaremos a Álgebra como Instrumento de Modelização Algébrica NUMÉRICA.

Nesse sistema, o saber passa a assumir papel determinante, sendo assim, Chevallard (2009a) anuncia que as praxeologias modificam o EP do professor que ensina Matemática, em relação aos objetos \mathbf{o} da Análise Combinatória, promovendo dinâmicas cognitivas que conflitem o MERN, institucionalizado e predominante no Universo Cognitivo desse professor, denotadas por:

$$UC(\mathbf{X}) = \{(\mathbf{o}, R(\mathbf{X}; \mathbf{o})) / R(\mathbf{X}; \mathbf{o}) \neq \emptyset\}^{14}.$$

Nesse sentido, vemos que o MERN, possibilitará e promoverá um processo de formação continuada para professores de Matemática do EF, na concepção de PER, e assim, poderemos contribuir para os desdobramentos teóricos da TAD, da Didática das Matemáticas e dessa pesquisa.

A questão norteadora \mathbf{Q} desta proposta surgiu inspirada nas obras de Chevallard (1999), Chevallard (2001), Chevallard, Bosch e Gascón (2001), Gascón (2001), Bosch e Gascón (2001), Gascón (2003) Fonseca (2004), Delgado (2006), Gascón e Ruiz Higuera (2006), Almouloud (2007), Pinheiro (2008), Chevallard (2009a), Chevallard (2009b), Chevallard (2009c), Bosch e Gascón (2009), Sierra, Bosch e Gascón (2009), Gascón (2010), Gascón (2011), Silva (2012), Pereira (2012), Andrade (2012), Andrade e Guerra (2014), Santos (2014) e Borba et al. (2014).

Q: Quais as OD e OM presentes em Duas Coleções de Livros Didáticos do EF do 1º ao 5º Ano aprovados pelo PNLD, relativas à NRC?

A questão norteadora \mathbf{Q} engloba as quatro questões já anunciadas (\mathbf{Q}_0 , \mathbf{Q}_1 , \mathbf{Q}_2 e \mathbf{Q}_3) e oportuniza a formulação de outras questões no percurso desta dissertação e na construção do MERN que desenvolveremos como percurso de formação continuada de professores de Matemática do EF no IEMCI.

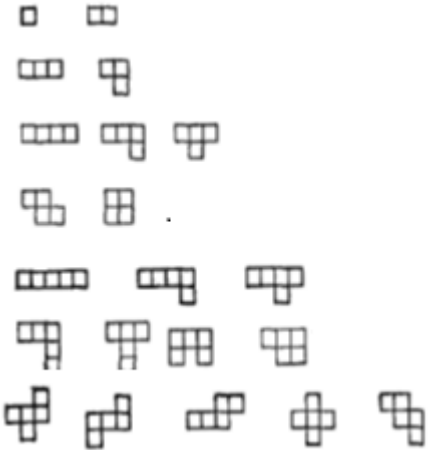
¹⁴ Na constituição desse universo cognitivo, a instituição formadora \mathbf{I} cumpre um papel decisivo na dinâmica cognitiva da relação pessoal de \mathbf{X} com os objetos matemáticos \mathbf{o} . Essa dinâmica cognitiva emana do encontro da pessoa \mathbf{X} , na instituição formadora \mathbf{I} , onde esses objetos existem (CHEVALLARD, 2009a), temos assim uma **Ecologia Institucional dos Objetos Matemáticos**.

A produção dos dados foi realizada a partir do projeto Praxeologias no Ensino de Álgebra na Escola Básica, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa (FAPESPA) da UFPA, coordenado pelo professor Doutor José Messildo Viana Nunes, orientador dessa defesa de dissertação. O projeto proposto foi idealizado no GEDIM que integra o PPGECM/IEMCI/UFPA, o grupo discute temas referentes a teorias relativas à Didática das Matemáticas Francesa, como objetivo potencializar reflexões e discussões a respeito desse campo teórico, assim como, elaborar propostas de dissertações e teses com aplicações em contextos escolares, visando analisar, tanto a prática de ensino do docente, quanto o processo de apropriação de saberes pelos discentes, neste sentido, pretendo arriscar em uma formação para estudar, discutir, confrontar práticas e propor estratégias de ensino nesse campo teórico.

Voltando ao estudo bibliográfico, nos deparamos com o trabalho de Kapur (1970) que se apoia nas teorias descritas por Piaget e Inhelder (1951), que caminha na mesma linha de pensamento da questão de pesquisa **Q₃**, no sentido de identificar quais tarefas pode ser ensinada na educação elementar, apresenta característica de um pseud. de MERN, para tal trabalho, o autor Kapur (1970) apresenta vinte tarefas (20 atividades) que ilustram os tipos de problemas de NRC que podem ser apresentados na escola nos anos iniciais do EF. Estas tarefas são adequadas para diferentes graus de escolarização, em alguns casos, a mesma tarefa pode ser tomada numa abordagem de ensino em espiral.

Tais atividades ainda hoje podem ser vistas nos livros didáticos destinados aos Anos iniciais de escolarização, como:

Quadro 02 – Tarefas NRC apresentadas por Kapur em 1970 que ainda hoje são vistas nos Livros Didáticos dos Anos Iniciais de Escolarização.

<p>A) As Composições de um determinado número</p>	<p>Um dado número inteiro positivo pode ser considerado como a soma de certos números inteiros.</p>	<p>$4 = 3 + 1$ $4 = 2 + 2$ $4 = 2 + 1 + 1$ $4 = 1 + 1 + 1 + 1;$</p>
<p>B) As composições de um determinado número</p>	<p>Neste caso, o número inteiro é particionado em um número de peças e a ordem na qual as diferentes partes são tomadas é importante.</p>	<p>$4 = 3+1$ $4 = 1+3$ $4 = 2+2$ $4 = 2+1+1$ $4 = 1+2+1$ $4 = 1+1+2$ $4 = 1+1+1+1.$</p>
<p>C) Crescimento polinomial</p>	<p>Deixe uma forma quadrada crescer no plano adicionando uma célula do mesmo formato do mesmo tamanho para qualquer um dos seus lados</p>	
<p>D) Sequência</p>	<p>Têm-se um número de livros para ser organizada em uma estante. A problemática é encontrar a sequência em que os livros devem ser dispostos.</p>	

Fonte: Construção do Autor

Na tarefa destacada pela letra **A** o discente pode compor o numeral quatro (4) pela formação dos grupos formados pelos números naturais que juntos possam compor o numeral quatro, sem a repetição dos conjuntos numéricos que formam a composição do numeral, esta atividade é vista nos livros didáticos como cálculo mental.

Na tarefa destacada pela letra **B** o discente pode compor o numeral quatro (4) pela formação dos grupos formados pelos números naturais que juntos possam compor o numeral quatro (4), com repetição do conjunto numérico formado na composição do numeral, esta atividade é vista nos livros didáticos como soma de composição e decomposição de parcelas.

Na tarefa destacada pela letra **C** o discente pode compor o crescimento polinomial pela representação dos grupos formados pelos conjuntos das formas quadradas adicionadas a uma célula do mesmo formato e do mesmo tamanho para qualquer um dos seus lados e juntas iram compor sem repetição um conjunto crescente de polinômios formados pelos números de peças, esta atividade é vista nos livros didáticos como propriedades de sequências, de ordenação, enumeração e classificação.

Na tarefa destacada pela letra **D** representa o clássico problema de composição de grupos, ou ordenação, ou classificação, ou sequência, ou enumeração em que o discente poderá representar os grupos formados pelos conjuntos dispostos na forma desejada, esta atividade é vista nos livros didáticos como propriedades de sequências, de ordenação, enumeração e classificação, para mais a frente ser formalizada para se chegar ao algoritmo de contagem.

Neste viés, o professor de matemática tem oportunidade de identificar os tipos de tarefas e técnicas que no seu julgamento, podem ser desenvolvidas em sala de aula, e que, contribuem para que o sujeito construa uma boa relação com o saber matemático NRC. Segundo Gascón (2003) esse Plano constituído pelo momento tecnológico/teórico e de se trabalhar a técnica é denominado de organização didática clássica, a qual se caracteriza pelo ensino da matemática através de um processo mecânico e totalmente controlado pelo professor.

Nessa tentativa da não fragmentação do saber construído a partir da reflexão sobre o processo educativo, nos dias atuais, alguns motivos apresentados no trabalho de Kapur (1970) podem ser válidos ainda hoje, para justificar o ensino da NRC na educação básica, como:

A) uma vez que a Combinatória não depende somente de cálculo, por possuir problemas adequados para diferentes graus, os problemas geralmente mais complexos podem ser discutidas pelo professor com os alunos, para que eles descubram a necessidade do Raciocínio Combinatório;

B) os problemas podem ser usados para treinar os alunos na enumeração, sequenciação, ordenação, combinações, fazendo conjecturas, generalização ao pensamento sistemático, podendo ajudar no desenvolvimento de muitos conceitos, como o de equivalência, ordem das relações, valor posicional, amostra etc, muitas aplicações em diferentes campos da ciência podem ser apresentadas. (KAPUR, 1970, p. 114)

ou seja, em conformidade aos trabalhos de Chevallard (1991;2002; 2009) e Gascòn (2003) cada vez mais as práticas sociais estão envoltas de conhecimentos matemáticos e ressalta ainda que “a escola é o lugar por excelência onde se explora o mundo, onde se aprende a conhecer o mundo, para estar em relação com ele” (CHEVALLARD, 2007, p. 3).

Sendo assim, os saberes estão presentes na escola para revelar as necessidades sociais, o seu domínio possibilita responder a essas necessidades futuras. Assim as práticas sociais nos remetem a necessidade de articulação entre os conteúdos a serem ensinados o que evidenciará a **razão de ser do ensino** de cada uma deles relativos aos conteúdos, em particular aos conteúdos de NRC que iram compor os conteúdos de análise combinatória.

Encontramos pesquisas que corroboram com esse pensamento como o trabalho de Fischbein, Pampu e Minzat (1970) que conduziram uma investigação com alunos do 4º ano (10-11 anos), do 6º ano (12-13 anos) e do 8º ano (14-15 anos), para avaliarem o impacto da idade e da instrução sobre a capacidade combinatória em atividades propostas.

Nesta pesquisa, os autores verificaram que antes de qualquer instrução e com o aumento da idade as estimativas do número de operações, em média, se aproximaram mais dos valores concretos, obtendo-se maiores diferenças entre idades, pois quando maior o número de elementos envolvidos na operação, maior será a dificuldade. Mas em relação à natureza dos objetos considerados, ou seja, números, letras e formas geométricas, não se destacaram diferenças significativas nesta pesquisa.

Desta forma, destacamos que a idade a nosso ver não apresenta relação direta com as estimativas e sim com o grau de instrução.

Porém, em relação ao ensino, os autores Fischbein, Pampu e Minzat (1970), concluem que pode ser ensinado com êxito certo número de procedimentos combinatórios aos adolescentes de idades compreendidas entre os 10 – 15 anos, isto é, fazendo uma análise detalhada sobre os resultados apresentados no trabalho. Pois o número de operações possíveis aumenta à medida que aumenta o número de objetos considerados, conclui-se então que nesta faixa etária as crianças são capazes de usar o diagrama de árvore de possibilidades, um mecanismo ostensivamente para compreensão do objeto NRC como recurso didático para se resolver problemas de arranjos com repetição e de permutações.

Em síntese, Fischbein, Pampu e Minzat (1970) defendem a possibilidade das crianças obterem sistematicamente a NRC, através de problemas que permitam desenvolver outros mais complexos, ou seja, seguindo o MERN e as Organizações Praxeológicas de Complexidade Crescente. (FONSECA, 2004).

Ainda nesta linha de pensamento, Piaget e Inhelder (1971) apresentam alguns resultados de como as crianças pequenas obtêm (4 a 6 anos), com a utilização de material manipulativo, pares combinados conforme dois ou mais critérios como cores, tamanho, espessura e forma.

Estes autores vêem importantes contribuições sobre a construção inicial e progressiva do raciocínio combinatório, ou seja, podemos dizer que, podem estar associadas a isso as organizações praxeológicas de complexidade crescentes já em crianças pequenas como a marca inicial de associações progressivas quaisquer entre variáveis como cores, forma e tamanho, propostas ao acaso de ordem pré-causal; adiante, porém sujeitos de mais idade, entre 6 e 9 anos aproximadamente, iniciam uma forma de combinação muito elementar, multiplicando os fatores por somente um deles, produto retangular, obtendo, por tateio¹⁵, combinações entre mais de um fator, neste momento é possível perceber característica de um modelo epistemológico de ensino – MERN para NRC, descrito pela tarefa (t_1).

- ✓ t_1 – Quantas combinações diferentes podem ser realizadas, usando uma dessas xícaras e um desses pires abaixo?

¹⁵ Os autores Inhelder e Piaget (1971 e 1972), apresentam que a manipulação por tateio, seja uma operação com a utilização de material manipulativo.

Figura 02: Formação de Pares combinados conforme os critérios de cores.



Fonte: Construção do Autor

Pois no momento em que o discente se depara com tal situação, este deverá mobilizar distintos saberes que estão relacionados à NRC como:

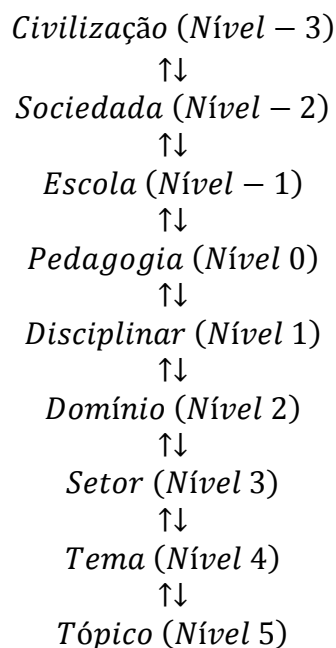
- a) produzir condições de agrupamentos;
- b) ou desenvolver uma maneira de combinar os elementos através da árvore possibilidade;
- c) ou realizar uma operação matemática associada à multiplicação;
- d) Contabilizar os elementos pelo princípio de contagem, etc;

Desta forma, são inúmeras as possibilidades de resolução da tarefa t_1 , sendo assim, este MERN de NRC tem como propósito investigar os fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem da matemática nos anos iniciais do EF, 1º ao 5º Ano, além de permitir o estudo de condições e restrições que favoreçam sua aquisição ou não pelos alunos.

De acordo com Chevallard (2002), no momento de estudo de um saber, são as condições e restrições que determinam o que pode acontecer e, de modo geral, não são identificadas imediatamente no sistema didático, tais como: o conhecimento dos professores e alunos, o tempo de estudo, os recursos utilizados, etc.

Deste modo, Chevallard (2002) estabelece uma maneira de modelar as condições e restrições em conjunto com as OM e OD em um processo de estudo por meio dos Níveis de Codeterminação Didática (NCD).

O saber é situado por Chevallard (2002) numa escala hierárquica composta por nove NCD de interação mútua que vão dos mais gerais aos mais específicos que são respectivamente: Civilização, Sociedade, Escola, Pedagogia, Disciplina, Domínio, Setor, Tema e Tópico. A hierarquia dentre estes níveis é mostrada na figura 03.

Figura 03: Hierarquia dentre os NCD.

Fonte: Caraveo (2014, p. 28).

De acordo com Araya-Chacón (2008), a relação entre os NCD e as OM e OD materializa-se posteriormente ao nível disciplinar quando agregam organizações praxeológicas de complexidade crescente a partir dos tópicos.

Deste modo, uma OM pontual é construída em torno de um tópico, que é organizado em torno de um tipo de tarefas, como por exemplo: “calcular o número de combinações possíveis da t_1 ”, “Enumerar as possíveis combinações”, etc.

As OM em torno de uma tecnologia, isto é, as OM locais que são um amálgama das OM pontuais e tem o estatuto de tema de estudo, por exemplo: “Função”, “Expressões Algébricas”, “Princípio Fundamental da Contagem”, “Princípio Multiplicativo” etc.

Uma OM regional é composta em torno de uma teoria, por meio do agrupamento de OM locais e neste caso é uma organização mais ampla em torno do setor, por exemplo: “Análise Combinatória”, “Estatística”, “Probabilidade” etc.

Finalmente uma OM global, portanto, é identificável para um domínio de estudo tal qual a “Estocástica”, “Matemática Discreta e Contínua”, “Física Estatística”, etc.

Retornando ao Estudo Bibliográfico, no ano seguinte, Inhelder e Piaget (1972) mostram que combinações entre fatores ocorrem, de fato, de modo empírico mediante teste. É somente em patamar seguinte que as combinações entre os

fatores aparecem como sistemáticas, generalização, em um sistema que atinge equilíbrio¹⁶ com sistematizações ainda mais avançadas, em idades posteriores, a partir dos 11 anos.

Ainda neste trabalho os autores, apresentam em linhas gerais, dois tipos de progressão: **forma e tratamento**, nitidamente pré-operatórias entre as crianças pequenas. A) Para **forma** em que já há identificação de alguns fatores e suas relações parciais, os pequenos utilizam por tateio as operações concretas para este fim; B) O **tratamento** é uma transformação de representação de um sistema, ou seja, o cálculo de combinações possíveis das letras (o número possível de anagramas é um jogo de palavras que utiliza a reorganização das letras de uma palavra, com o intuito de formar outras palavras com ou sem sentido) da palavra GEDIM:

- ✓ **t₂** – Quantas combinações com ou sem sentido são possíveis de ser formadas com as letras da palavra GEDIM?

GEDIM	GEIMD	GIEMD	(...)
GDIME	GEMDI	GIDME	(...)
GIMED	GDEIM	GIDEM	(...)
GMEDI	GDIEM	GIMDE	(...)

está representação é um registro de uma escritura simbólica de letras, desta forma, todo processo de transformação de escritura é um número combinado de tratamentos, que são os fatores que por sua vez é dissociado, controlados e sistematicamente combinados, segundo um modelo formal – Modelo Epistemológico de Referencia Dominante – MERD podendo ser caracterizado como alterações e recombinações, segundo Chevallard (2009a, p. 4): “[...] As alterações e recombinações praxeológicas são, portanto, um fenômeno no coração da história social das praxeologias”, sendo assim, expressivas lógico-formais durante a adolescência e o MERD é assumido nessas instituições de ensino e podem ocasionar limitações praxeológicas, que incidem, diretamente, na relação pessoal

¹⁶ Na concepção de Piaget (1970), a compreensão dos mecanismos de constituição do conhecimento, equivale à compreensão dos mecanismos envolvidos na formação do pensamento lógico, matemático, entender a relação de interdependência entre o sujeito conhecedor e o objeto a conhecer, se efetua através de um mecanismo auto-regulatório que consiste no processo de equilibração progressiva do organismo com o meio em que o indivíduo está inserido, pois as ações se tornaram reversíveis e passíveis de serem entendidas entre si.

desse discente com tipos de objetos matemáticos estudados no âmbito da Matemática (CHEVALLARD, 2009a), ou seja,

Tudo se passa como se as operações combinatórias constituíssem um esquema operatório muito geral a partir de certo nível de desenvolvimento: um esquema, isto é, uma maneira de proceder ou um método, que é adaptado espontaneamente na ausência de decisão consciente ou explícita, ou empregue intencionalmente em presença de problemas cuja solução exige um quadro sistemático de combinações. (INHELDER; PIAGET, 1972, p. 234).

A partir do que foi posto por Inhelder e Piaget (1972), podemos destacar que a capacidade de combinar é uma componente fundamental do raciocínio formal, pois ao identificarmos o conhecimento matemático, bem como descrever as variáveis que se articulam na construção deste conhecimento, tais como: a relação com o saber; a história de vida de objeto; modelos de práticas de referências, o raciocínio hipotético-dedutivo e etc. que opera através das operações combinatórias, garantindo assim a descoberta de um MERN, que será o cerne da NRC.

Em 1974, Piaget publicou dois livros, *La Prise de Conscience* (traduzido para o português como *A Tomada de Consciência*, 1977) e *Réussir et Comprendre* (traduzido para o português como *Fazer e Compreender*, 1978), descrevendo o processo pelo qual crianças e adolescentes desenvolvem o que ele chamou de “compreensão conceitualizada” dos conceitos envolvidos em uma série de tarefas, as quais ele solicitou que os sujeitos de sua pesquisa as executassem.

Nesses estudos, Piaget observou que as crianças podem usar ações complexas para alcançar um sucesso prematuro, que representa todas as características de um “saber-fazer”. A criança pode fazer uma determinada tarefa, mas não compreende como ela foi realizada, nem está atento aos conceitos envolvidos na tarefa. Piaget também observou que a passagem dessa forma prática de conhecimento para compreender é realizada por intermédio da tomada de consciência, que não constitui um tipo de iluminação “o dar o estalo”, mas um nível de conceitualização. Esse nível de pensamento é alcançado graças a um processo de transformação de esquemas de ação em noções e em operações. Assim, por uma série de coordenações de conceitos mais complexos, a criança pode passar do nível de sucesso prematuro para um nível de compreensão conceitualizada.

Piaget mostrou que a passagem do sucesso prematuro para a conceitualização é realizada em três fases na primeira, a criança negligencia todos

os elementos envolvidos na tarefa; na segunda, coordena alguns elementos; e na terceira, coordena todos os elementos envolvidos na tarefa. Ele mostrou essas fases usando várias tarefas, como construir objetos com cartas de baralho, derrubar dominós colocados em sequência e brincando com balanças.

Estes trabalhos supracitados reforçam a ideia de se trabalhar de forma diferenciada nos anos iniciais de escolarização com diferentes tipos de tarefas que possam desenvolver outras mais complexas, pois nesse nível de desenvolvimento o pensamento lógico matemático é alcançado graças a um processo de transformação de esquemas de ação em noções e em operações, no nosso caso NRC e operações combinatórias.

De acordo com Fischbein (1975), as operações combinatórias representam algo muito mais importante do que um ramo da matemática. Representam um esquema tão geral como os esquemas da proporcionalidade ou da correlação que emergem simultaneamente depois dos 12-13 anos, devido às relações intrínsecas entre a capacidade combinatória e o pensamento lógico matemático.

Fischbein (1975) defende que a capacidade de resolução de problemas combinatórios não pode ser alcançada sem o ensino formal. Neste sentido, daremos ênfase na formação do professor e na utilização do livro didático para a construção de um processo contínuo de ensino e aprendizagem da MERN.

Para a pesquisa e interessados em analisar o movimento de produção de ensino e aprendizagem de matemática elementar é necessário o diálogo entre as praxeologias docentes e as praxeologias propostas no livro didático dos anos iniciais do EF, já que, é primordial para se discutir aspectos essenciais do bloco do saber e do saber-fazer, dado que as praxeologias são construções de caráter institucional ou coletivo, o que significa dizer que a vida de uma praxeologia em uma instituição não depende de cada uma das pessoas individualmente, sujeitos da instituição, mas sim da instituição em que estas pessoas atuam.

Dessa forma, devemos ressaltar que as estruturas praxeológicas utilizadas por um professor de matemática sujeito de uma instituição mais simples são denotadas como uma fazer pontual, composto por um tipo de tarefas t , de uma técnica τ , que são os modos de realizar as tarefas do tipo t , de uma tecnologia θ , que é o discurso que fundamenta a técnica e que torna τ inteligível como um meio para realizar as tarefas do tipo t , e, por fim o componente teórico Θ , que rege a

tecnologia θ e os outros componentes da praxeologia, desta forma, não são construções subjetivas, mas organizações institucionais denominadas de praxeologia didáticas pontual das instituições, denotada pelo modelo praxeológico $[T / \tau / \theta / \Theta]$. Ela comporta uma parte prático-técnica $\Pi = [T / \tau]$ ou práxis ("saber-fazer") e uma parte tecnológico-teórico $\Lambda = [\theta / \Theta]$, ou logos ("saber"). (CHEVALLARD, 2009).

Portanto, a escolha do livro didático, ou seja, dos capítulos, dos conteúdos e das tarefas, estão centradas na relação de experiência de vida como o objeto NRC que o professor de matemática possui, isto é, nas suas relações pessoais ($R(X, o)$) com os objetos de saber, nos processos de sujeição nas instituições que frequentou e frequenta, aí encontramos a razão que nos motiva a investigar nossa questão de pesquisa Q que engloba as outras quatro questões Q_0 , Q_1 , Q_2 e Q_3 , pois as respostas emanarão do sistema denotado por essas praxeologias.

De acordo com Bosch, Gasgón e Sierra (2010, p.3) “a razão de ser da problemática da formação do professor, consiste na dialética do levantamento de questões e na construção de elementos de respostas”, desta forma, a pesquisa sobre a formação, ganham sentido a partir de um conjunto de questões que podem ser de caráter: institucional; pessoal; didático; de gestão e as possíveis respostas que podem ser encontradas.

Nesse sentido, a TAD postula que “a profissão de professor matemáticas, como profissão em construção e deve dotar-se de recursos próprios de natureza didático-matemático constituindo a infraestrutura necessária para enfrentar as dificuldades” (RUIZ; BOSCH; GASCÓN, 2010, p. 400), nesta dinâmica, cabe ao docente unir o conhecimento matemático-didático da relação professor-aluno-saber, pois,

Na relação didática, que une professor, aluno e saber, o professor é o servidor da máquina didática cujo motor é o antagonismo entre o antigo e o novo: alimenta seu funcionamento introduzindo ali os objetos transacionais que são os objetos de saber convenientemente convertido em objeto de ensino. [...] O docente é, portanto, aquele que sabe antes que os demais. Isto lhe permite conduzir o saber. Essa é estritamente à condição que lhe permite executar a renovação didática, ou seja, é a condição mínima, para uma organização praxeológica de complexidade crescente. (CHEVALLARD, 2009, p. 81).

Sendo assim, como nosso problema localiza-se no Programa Epistemológico, isto é, no “lugar onde vive” e se “localiza o objeto matemático NRC” e quais os saberes que este mobiliza, é imprescindível que identifiquemos e enunciemos o problema didático que vai ser investigado, com as devidas ferramentas de análise que a TAD dispõe. O enfoque cognitivo coloca-se em segundo plano, mas não menos importante, a aprendizagem do aluno e seus conhecimentos e a atividade docente do professor juntamente com os processos cognitivos desta atividade, sendo estes, processos definidos e estabelecidos, segundo o modelo epistemológico das matemáticas que o pesquisador adota como ferramenta de análise dos fenômenos didáticos. Este ponto de vista é corroborado por Bosch e Gascón (2001) ao destacarem que:

[...] o enfoque epistemológico não pretende, em absoluto, “reduzir” os fenômenos cognitivos (muito menos, os fenômenos didáticos) a fenômenos matemáticos entendidos no sentido da epistemologia tradicional. O que se postula é que o estudo integrado ou sistêmico dos fenômenos didáticos pode ser levado à frente, com vantagem, questionando e modelando o componente matemático destes (o que modificará é a noção de “**matemático**”) e que, em nenhum caso, os fenômenos didáticos são redutíveis a fenômenos cognitivos. Na realidade o que muda no enfoque epistemológico, em relação ao enfoque cognitivo, é a noção de “fenômeno didático” e, portanto, o objeto de estudo da didática (BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 9).

Desta forma, discutir os diferentes enfoques no ensino básico reflete, de um lado, as diversas concepções existentes sobre o tema NRC e, por conseguinte, as diferentes visões de como a NRC contribui para o desenvolvimento de conhecimento e as relações deste com a prática social concreta dos homens; de outro, traduzem diferentes posicionamentos sobre o ensino da matemática e as condições e restrições de produção de novos conhecimentos. Sendo assim, o objeto de saber está em constante construção, não está colocado na natureza como pronto e acabado, é construído a partir do próprio processo de produção de uma teoria. Tal objeto se vincula à prática através da metodologia que delimita os parâmetros da realidade, respaldado por sua construção epistemológica.

Neste sentido, a educação escolar caracteriza-se pela mediação didático-pedagógica que se estabelece entre os conhecimentos práticos e teóricos. Sendo assim, seus procedimentos e conteúdos devem adequar-se tanto à situação

específica da escola e ao desenvolvimento do aluno quanto aos diferentes saberes a que recorrem.

Surge, assim, a importância do livro didático como instrumento de reflexão dessa situação particular, atendendo à dupla exigência: de um lado, os procedimentos, as informações e os conceitos propostos nos manuais; de outro lado, os procedimentos, as informações e conceitos que devem ser apropriados à situação didático-pedagógica a que se destinam a NRC.

Na LDB 9394/1996, há menções ao “material didático-escolar” por diversas vezes, inclusive no Art. 4, quando a Lei trata das garantias para a efetivação do dever do Estado com a educação escolar pública, mencionando aspectos quanto ao atendimento ao educando. Cabe destacar que essa mesma ideia está presente nos artigos 54 e 208 da Lei nº 8069, de 13 de julho de 1990, que institui o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), e também no projeto de Lei do Plano Nacional de Educação mais atual (PNE – 2011/2020). Nesse projeto, essa ideia toma a forma de uma estratégia para atingir as médias nacionais do IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.

Ainda na LDB 9394/1996, no Art. 70, a despesa com “material didático-escolar” é reconhecida e inserida nos objetivos básicos das instituições educacionais de todos os níveis, porém, em nenhum momento, na Lei 9394/1996, é mencionada a expressão “livro didático”, mas há várias referências a “material didático-escolar” que demonstram o reconhecimento do livro didático como parte desse conceito.

Os PCN (BRASIL, 1997) – que oferecem “metas de qualidade que ajudem o aluno a enfrentar o mundo atual como cidadão participativo, reflexivo e autônomo, conhecedor de seus direitos e deveres” (p. 8). Para a aplicação dessas metas, os Parâmetros indicam que os professores utilizem o documento como suporte em diversas situações, inclusive na análise do “material didático”:

Estamos certos de que os **Parâmetros** serão instrumento útil no apoio às discussões pedagógicas em sua escola, na elaboração de projetos educativos, no planejamento das aulas, na reflexão sobre a prática educativa e na análise do material didático. E esperamos, por meio deles, estar contribuindo para a sua atualização profissional – um direito seu e, afinal, um dever do Estado (p. 8).

Nas recomendações presentes nos PCN de Matemática, é possível identificar a busca por uma atitude diferenciada quando do uso do livro didático. Os livros, assim como os jogos, vídeos e calculadoras são caracterizados pelos PCN de

Matemática como recursos didáticos que, apesar de exercerem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem, “precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática” (BRASIL, 1997, p. 19). Mais à frente, ainda é dito que os livros, “infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória” (BRASIL, 1997, p. 22).

Assim, os PCN vão além de uma abordagem a respeito dos livros e de sua qualidade, tratando também das práticas quando do uso desse recurso. Elegem os problemas da formação docente como uma justificativa para o fato de as práticas em sala de aula terem como base os livros didáticos. Vinculasse, ainda, a essa “falta de formação profissional qualificada” a “existência de concepções pedagógicas inadequadas” que dificultam a implantação de propostas inovadoras (BRASIL, 1997, p. 22).

Desta forma, os livros didáticos exercem um importante papel no sistema educacional $S(X; Y; Q)$, onde, X será um grupo de professores de Matemática do Ensino Básico e Y um diretor de estudo (autor da dissertação). Nesse Sistema Didático S o elemento chave é a questão norteadora Q , que tem o papel metodológico de permitir que Y formule as questões Q_0, Q_1, Q_2 e Q_3 para que X e Y forneçam ferramentas para analisar as respostas R^\diamond do grupo de professores Y para juntos chegarem a construção da resposta esperada R^\heartsuit (CHEVALLARD, 2008), não podem ser vistos como meros objetos físicos, eles são resultado de relações entre grupos com interesses distintos, em um dado momento histórico.

Neste aspecto, os livros didáticos revelam para o professor, o que os grupos que compõem a noosfera¹⁷ entendem que devem ser ensinados na escola. Também, podem ser entendidos como o produto das interpretações de múltiplos contextos, que será reinterpretado pelo professor no âmbito da prática docente, reconstrução de MER relativos e adequados a cada problema e situação, desta forma, sobre a coordenação pedagógica e sobre o professor recai a responsabilidade de decidir frente ao currículo oficial quais saberes a ensinar, devem ser transformados em saber ensinados, considerando sua posição de sujeito de uma instituição de ensino.

¹⁷ Em Chevallard (1991), a noosfera é formada por cientistas, profissionais da educação, políticos, pais de alunos, autores de livros textos, e outros segmentos da sociedade, onde cada um desses grupos interfere no delineamento dos saberes que vão ser utilizados na sala de aula, segundo seus interesses.

Neste sentido, retornando ao estudo bibliográfico e encontramos o trabalho de Piaget, Berthoud-Papandropoulos e Kilcher (1983) em que são apresentados os níveis de raciocínio combinatórios descritos para as soluções de problema de produto cartesiano.

Ao examinarmos o trabalho encontramos a dialética entre os possíveis e os necessários na elaboração de um conhecimento novo. Os autores nos oferecem indicadores importantes sobre compreensão da multiplicação em sua diferenciação da adição, embora sejam resultados que não são referentes à multiplicação que envolve produto cartesiano, mostram o papel organizador de composições de ajustamentos ou correspondência, ou seja, um para muitos, buscados pelos sujeitos, continuamente, nos diversos momentos daquela compreensão devido à necessidade de ajustamento.

Desta forma, as correspondências permitem a progressiva coordenação de variáveis por associatividade, até chegar-se a multiplicação de segundo grau, de caráter formal, que exigem associatividade multiplicativa e comutativa. Portanto, são resultados que reforçam a ideia da complexidade da construção da multiplicação, até que “o número torna-se, por isso, um multiplicador” (PIAGET; BERTHOUD-PAPANDROPOULOS; KILCHER, 1983, p. 43), sendo assim, a formalização nos mostra que as crianças, nos anos iniciais do EF necessitam mobilizar saberes relacionados a conceitos e relações multiplicativas relativamente complexas, como as de teoria de conjunto, razão, proporção, função, fração, etc. e que são resultados que falam a favor da probabilidade, da combinatória e da estatística que juntos compõem o bloco de TI¹⁸

A construção da NRC pode ocorrer quando se trata de organizar conteúdos de campos os mais diversos de aprendizagem na escola fundamental. Pois, para sua ocorrência é necessário que a mobilização de saberes aconteça, visto que, essa forma de raciocínio multiplicativo é significativa para a cultura do ser humano, pelo fato de estar presente tanto na solução de diversos problemas do mundo diário, de ordem matemática, como no trato de conceitos e relações de outros ramos da ciência.

¹⁸ Nesse bloco, além da noção de combinatório, incluem-se a noção de estatística descritiva e a noção de probabilidade, que juntos devem possibilitar o desenvolvimento de formas particulares de noções de raciocínio combinatório, envolvendo fenômenos aleatórios, interpretação de amostras, inferências e comunicação de resultados de pesquisas por meio de linguagem matemática. (BRASIL, 1997, p. 51-52)

Retornando as investigações, os autores Fischbein e Gazit (1988), mostram o papel da instrução no desenvolvimento das capacidades combinatórias em crianças de 11-14 anos. Destacando que as variáveis que levaram em conta como: o tipo de operação combinatória, a idade das crianças e a natureza abstrata ou concreta dos elementos que se consideram no problema.

Os autores concluíram que a dificuldade das operações combinatórias vem antes da instrução, uma vez que a maior dificuldade correspondia às permutações e arranjos com repetição, seguindo-se os arranjos sem repetição e as combinações, e também, que a idade e a instrução têm um efeito positivo na aquisição¹⁹ dos conceitos combinatórios.

A partir dos estudos desse trabalho podemos inferir que as crianças não adquirem sozinhas as técnicas combinatórias, nem sequer no período das operações formais.

Em relação ao estudo supracitado, estabelecemos relação com, Schliemann (1988) ao chamar a atenção para o fato de que o raciocínio combinatório não faz parte apenas do ensino formal, já que está presente em momentos do cotidiano como em alguns jogos, brincadeiras e situações de trabalho.

A pesquisa realizada por Schliemann (1988) teve por objetivo analisar a contribuição das fórmulas e algoritmos para a compreensão da combinatória, realizando um estudo com um grupo de estudantes do EF, um grupo de cambistas de jogo do bicho e um grupo de estudantes recém aprovado no vestibular.

Os resultados mostram que apenas a instrução escolar formal ou apenas a experiência funcional fora da escola não são suficientes para a compreensão e o uso adequado do raciocínio combinatório, portanto não tem solução? A nosso ver tem solução, pois estudos realizados pelo grupo de Granada (BATANERO; GODINO; NAVARRO-PELAYO, 1996), mostram que as grandes dificuldades que os alunos têm na resolução de problemas de NRC, tanto no EF como recém aprovados no vestibular, podem ser solucionadas ao se iniciar o trabalho com raciocínio combinatório desde os anos iniciais de escolarização, e destacam a importância de se pensar em uma formação continuada para os professores que compõe este nível de escolarização.

¹⁹ Neste estágio, embora a criança apresente a capacidade de atuar de forma lógica e coerente, em função da aquisição de esquemas sensoriais-motores, ela apresentará, paradoxalmente, um entendimento da realidade desequilibrado, em função da ausência de esquemas conceituais.

Com essa investigação podemos perceber que o estudo bibliográfico até o momento analisado está centrado na concepção dos alunos, cujo foco estava na aprendizagem dos mesmos, sendo assim, o foco das pesquisas foi direcionado para o ensino das matemáticas de acordo a experiência funcional, desta vez, com as análises centradas no conhecimento, desforma o enfoque cognitivo promove uma ampliação no que se considerava classicamente como cognitivo, embora considerando os fenômenos didáticos como fenômenos cognitivos, podendo ser vistos como cognitivo matemático, uma vez que a ampliação integra o didático ao matemático (BOSCH; GASCÓN, 2001), já o enfoque epistemológico permitirá que o pesquisador adote como ferramenta de análise dos fenômenos didáticos, que possibilitará a construção de elementos para a modelização das OM, OD e no EP que compõe o milieu **M**.

O trabalho de Morgado et al. (1991) vêm ao encontro das pesquisas realizadas por Fischbein e Gazit (1988) e Schliemann (1988), pois mostra que a solução de um problema de raciocínio combinatório exige a compreensão da situação descrita.

Neste sentido, não podemos deixar de considerar a pesquisa realizada pelo grupo de Granada, pelos trabalhos de Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) que evidenciaram que ao iniciar o trabalho com raciocínio combinatório no EF, fazendo uso da construção de diferentes agrupamentos, sem necessariamente sistematizar e/ou formalizar o estudo, pode facilitar a abordagem desse assunto no ensino médio.

Destacando que os alunos que apresentam maiores dificuldades com relação ao tema NRC são os que nunca tiveram contato com o conteúdo desde os anos iniciais de escolarização, portanto, tornasse evidente a necessidade de analisar sobre o prisma da TAD a relação de Organização Praxeológicas [$T / \tau / \theta / \Theta$], que possibilitará partindo do postulado desta teoria que qualquer atividade humana pode ser modelada em praxeologias matemáticas ligadas a realidade e que podem ser desenvolvidas em sala de aula, permitindo aos alunos alcancem o conhecimento matemático, correspondente ao tipo de tarefa que delimita a atividade, descrevendo e caracterizando as técnicas que são utilizadas para controlar e normalizar seu uso em determinado ano de ensino.

As pesquisas por Fischbein e Gazit (1988), Schliemann (1988) e Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) e o trabalho Morgado et al. (1991), devem ser

levados em conta, pois as etapas seguidas pelos alunos para solucionar as situações problemas devem valorizar os modos de pensamento, pois os alunos se confundem sobre o tipo de elemento que se combinam, mas sabem identificar a repetição no enunciado do problema, são capazes de enumerar sistematicamente, generalizar e identificar a combinação adequada.

Deste modo, fica evidente nossa preocupação com o saber fazer e o saber justificar referente à NRC com o objeto de ensino do EF, e nesse sentido entendemos que ocorra uma relação entre professor-aluno-saber (CHEVALLARD, 1999), cabe ao professor, organizar tarefas de modo a generalizar o estudo, de tal forma, a promover que estas que se tornem atividades rotineiras.

Fischbein e Gazit (1988), Schliemann (1988) e Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996), afirmam que o espaço combinatório é muito mais amplo do que simplesmente resolver a permutação, o arranjo e os problemas da combinação. Morgado et al. (1991) apresenta três categorias diferentes de problemas combinatórios: **A)** os problemas de existência – trata-se de observar se um problema dado tem uma possível solução ou não; **B)** os problemas de contagem – investigar quantas soluções pode existir para problemas com soluções conhecidas; **C)** os problemas de otimização – centram-se em encontrar uma melhor solução para problema particular.

Após a leitura minuciosa dos trabalhos citados acima, acrescentamos aqui outra categoria, as que tratam de problemas de enumeração, que produzem um procedimento para sistematizar e listar todas as soluções para um problema dado.

Esses autores (FISCHBEIN; GAZIT, 1988, SCHLIEMANN, 1988; BATANERO; GODINO; NAVARRO-PELAYO, 1996), apresentam problemas que constituem “um jeito de fazer e pensar”, uma OM e OD, para transformar determinado objeto matemático em um saber ensinado, pois são encontrados por meio de um sistema de tarefas organizados para atender a posição que ocupa no interior da instituição de ensino.

Estas tarefas podem ser concebidas do grupo de Granada, ou seja, do trabalho de Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996), dadas pelos quadro 2, 3 e 4 a seguir, que apresenta o panorama do modelo matemática descrito no trabalho e as devidas tarefas a associada a esse modelo,

Quadro 3 – Sistema de Tarefas ou Tipos de Tarefas Organizadas para atender a NRC na Educação Básica: Combinatória.

Operações Combinatórias	Modelo Matemático		
	Distribuição	Seriação	Partição
Combinações	<p>Suponhamos que temos três cartas idênticas, e que queremos colocá-los em quatro envelopes coloridos diferentes: amarelo, azul, vermelho e verde. Isso só será possível se introduzir uma letra em cada envelope diferente. De quantas maneiras diferentes as três cartas idênticas podem ser colocados nas quatro envelopes diferentes?</p> $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $C_{4,3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = 4$	<p>Cinco alunos Elisabeth, Ferdinand, George, Lucy e Maria ofereceram-se para ajudar o professor em apagar o quadro-negro. De quantas maneiras diferentes o professor pode escolher três dos cinco alunos?</p> $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $C_{5,3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$	<p>Maria e Cindy têm quatro selos numerados de 1 a 4. Eles decidem dividir igualmente os selos, dois para cada. De quantas maneiras eles podem dividir os selos?</p> $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $C_{4,2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$
<p>Esta tarefa é o típico caso, onde os agrupamentos são feitos com elementos distintos, onde não se alteram mudando-se apenas a ordem de posicionamento dos elementos no grupo. A diferenciação ocorre apenas, quanto à natureza dos elementos e quando há mudança de elementos. Neste caso estamos tratando um problema de combinação simples. Fazendo com que os discentes pensem uma maneira de combinar, ou agrupar, ou sequenciar, ou enumerar, ou a contabilizar os elementos (conjuntos) formados.</p>			

Fonte: Construção do Autor

Quadro 4 – Sistema de Tarefas ou Tipos de Tarefas Organizadas para atender a NRC na Educação Básica: Permutações

Operações Combinatórias	Modelo Matemático		
	Distribuição	Seriação	Partição
Permutação	<p>Quatro rapazes são enviados para o diretor para sofrerem a punição. Eles precisam estar alinhados em uma fila fora da sala e aguardar sua punição. Ninguém quer ser o primeiro, é claro! Suponha que os meninos são chamados Andrew, Burt, Charles e Dan (A, B, C, D, para abreviar). Queremos saber todas as ordens possíveis no qual eles poderiam se alinhados?</p> $P_n = n!$ $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$	<p>Em uma urna existem três bolas numeradas com os dígitos 2, 4 e 7. Nós extraímos uma bola da urna e anote o seu número. Sem substituir o primeiro, extraímos outra bola e anote o seu número. Finalmente, podemos extrair a última bola da urna. Quantos números de três dígitos podemos obter com estes elementos?</p> $P_n = n!$ $P_3 = 3! = 3.2.1 = 6$	
<p>Esta tarefa associa um dos agrupamentos que podemos formar com certo número de elementos distintos, tal que a diferença entre um agrupamento e outro se dê apenas pela mudança de posição entre seus elementos, temos nesse caso a permutação simples. Fazendo com que os discentes pensem uma maneira de combinar, ou agrupar, ou sequenciar, ou enumerar, ou contabilizar os elementos (conjuntos) formados.</p>			

Fonte: Construção do Autor

Quadro 5 – Sistema de Tarefas ou Tipos de Tarefas Organizadas para atender a NRC na Educação Básica: Arranjos

Operações Combinatórias	Modelo Matemático		
	Distribuição	Seriação	Partição
Arranjo	<p>A garagem do prédio de Angel tem cinco lugares numerados. Como o edifício é muito novo, no momento existem apenas três residentes, Angel, Beatrice e Carmen para estacionar o seu automóvel na garagem. De quantas maneiras diferentes pode Angel, Beatrice e Carmen estacionar o seu automóvel na garagem?</p> $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$ $A_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!}$ $A_{5,3} = \frac{5!}{2!} = 5.4.3 = 60$	<p>Dada uma comissão de três membros (presidente, caixa e secretário) e 4 candidatos: (Arthur, Ben, Charles e David), quantos comitês diferentes poderia ser selecionado?</p> $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$ $A_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!}$ $A_{4,3} = \frac{4!}{1!} = 4.3.2 = 24$	
<p>Estas tarefas, com elementos distintos, onde tanto as ordens de posicionamento no grupo, quanto a natureza dos elementos, os elementos em si, causam diferenciação entre os agrupamentos, estamos diante de um caso de arranjos simples. Fazendo com que os discentes pensem uma maneira de combinar, ou agrupar, ou sequenciar, ou enumerar, ou a contabilizar os elementos (conjuntos) formados.</p>			

Fonte: Construção do Autor

A partir dos quadros 3, 4, 5 e das tarefas de permutação e arranjo com repetição, Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) efetuaram diversas pesquisas para avaliar o raciocínio combinatório de alunos do ensino secundário, e para tal, construíram um questionário e avaliaram os resultados obtidos na sua aplicação, com uma amostra de 720 alunos de 14 a 15 anos.

Deste total, 352 já haviam estudado combinatória na escola e o restante 368 não tinham passado por qualquer ensino do tema. O questionário era constituído por 13 itens, cada um deles correspondendo a um problema combinatório simples, no qual era solicitado ao aluno que explicasse detalhadamente o seu raciocínio.

Com esta proposta os autores pretendiam responder às seguintes questões de investigação: Qual o papel da combinatória nas probabilidades e na matemática discreta? É a capacidade combinatória somente um instrumento matemático ou é uma componente fundamental do raciocínio lógico? Há variáveis de tarefa que afetam os procedimentos e os erros dos alunos ao resolver estas variáveis no ensino e na avaliação?

Os resultados desse trabalho revelam que em ambos os grupos de alunos tiveram grande dificuldades na resolução dos problemas, mesmo naqueles que implicavam uma só operação combinatória e que envolviam valores pequenos dos parâmetros.

Os alunos demonstraram falta de raciocínio recursivo, o qual lhes permitiria escrever todas as configurações possíveis ou calcular o seu número sem ter que enumerá-las, ou seja, tais problemas exigem uma infraestrutura matemática-didática adequados, para que o individuo possa utilizar seu EP, para ativar praxeologias [T / τ / θ / Θ]. que possam permitir questionar práticas e se mostrar úteis também para desenvolver novas práticas, nesta direção, a NRC é um componente fundamental e leva o aluno a lidar com situações problemas que envolvam combinações, arranjos e permutações, evidenciando o domínio do saber matemático desse objeto e a sua transacionalidade ao longo currículo oficial. (SILVA, 2014).

Para que ocorra essa mobilização de saberes, é necessário que o EP do professor esteja equipado com determinados conhecimentos, entre estes, o conhecimento matemático e didático, no sentido dado por Chevallard (2001, 2009), Bosch e Gascón e Sierra (2010), Ruiz e Sierra e Bosch e Gascón (2010), que julgamos ser necessário para a construção de OM e OD que estejam em

conformidade com as instituições de ensino, e contribuam para que o aluno construa uma boa relação com o objeto matemático de estudo.

Bosch e Gascón (2009), destacam que:

[...] o conhecimento, capacidade ou competência de uma pessoa, corresponde ao que designamos como seu equipamento praxeológico isto é, uma mistura de praxeologias e de elementos praxeológicos que a pessoa tem a sua disposição e que pode ativar em um dado momento sob certas condições e restrições dadas.

[...] a descrição do equipamento praxeológico necessário (ou pelo menos útil) do professor de matemáticas assim como o estudo de suas condições de viabilidade e evolução nas distintas instituições que o professor deve frequentar, deve permanecer sempre como um problema central e aberto para a investigação em didática das matemáticas. (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 93 - 95).

Compreendemos o caráter aberto das investigações sobre o EP, dada a impossibilidade de identificar todas as práticas contidas no EP do professor, em Chevallard (2009), a descrição do EP de uma pessoa só é possível de forma fragmentada, local, ainda assim, dificilmente se esgotaria a simples descrição da relação de uma pessoa com apenas um objeto.

Ainda falando sobre a NRC, Roa et al. (1996), realizaram uma investigação acerca dos processos de resolução de problemas combinatórios simples e compostos com quatro estudantes de Licenciatura de Matemática, revelando o papel que o raciocínio combinatório pode desempenhar na aprendizagem de técnicas gerais de resolução de problemas.

Estes estudantes foram selecionados de uma amostra de 29 alunos através de um questionário constituído por 13 problemas combinatórios, dos quais selecionaram os dois com melhor resultados e os dois com os piores resultados.

Desta forma, os autores salientam as dificuldades sentidas e escasso uso que os estudantes fizeram dos diagramas de árvore de possibilidades, em relação às estratégias gerais de resolução, destacou-se a fixação de variáveis, a simplificação do problema através da redução dos valores dos parâmetros ou de um problema semelhante mais simples, a decomposição do problema em partes e a generalização das soluções, as quais diferenciaram os bons dos maus resolvidos.

Em síntese, as variáveis de um possível MERN que foi apresentado neste trabalho são: **a seleção, a enumeração, os agrupamentos, as combinações, a**

distribuição, a partição, a ordem, os raciocínios recursivos e os procedimentos sistemáticos.

O modelo implícito no trabalho de Roa et al. (1996), tem mostrado fortes efeitos sobre as dificuldades de tarefas e os tipos de erros em combinatória, pois os discentes não têm tido êxito em traduzir o problema de partição para o modelo adequado de seleção, e esta dificuldade tem influencia direta das operação combinatória.

Este trabalho de Roa et al. (1996), acredita que a combinatória é um campo onde as tarefas podem ser exemplificadas, sendo assim, os problemas combinatórios podem desempenhar um papel essencial na aprendizagem de técnicas de resolução de problemas mais gerais, pois as estratégias para a resolução de problemas podem: reduzir o tamanho do problema; trazer para um problema mais simples, dividir o problema em partes e identificar as variáveis, estas estratégias podem ser fundamentais na resolução de tarefas de uma maneira adequada, especialmente em operações combinatórias.

Um ponto que merece destaque em nossa análise sobre o trabalho de Roa et al. (1996), refere-se as variáveis (as variáveis não podem ser confundidos com os gêneros de tarefas), que podem ser definidas como gêneros de tarefas²⁰ que influenciam as respostas dos alunos, e devem ser:

[...] reconhecidas quando organizamos o ensino, as quais devem também enfatizar o processo de modelização, o recursivo e procedimentos sistemáticos de enumeração, em vez de nos concentrarmos apenas nos aspectos algorítmicos e nas definições das operações combinatórias (ROA et al, 1996, p.251).

Neste sentido é necessário preparar suas aulas e organizar bem as tarefas para executá-las da melhor forma possível, pois o docente é levado a fazer escolhas, ou seja, é este quem decide qual ou quais tarefas são adequadas para um dado ano que compõe a turma, o livro didático neste aspecto é a referência, segundo o que ela julga importante, revela que o livro didático não é absoluto para que exerça a docência mais é um material de apoio, pois a escolha do momento

²⁰ As tarefas podem ser agrupadas em gêneros de tarefas, tipos de tarefas (T) e a tarefa propriamente dita (t) e, por se referirem a algo que deve ser feito, são frequentemente, definidas por um verbo. Exemplo: "Calcular", é um gênero de tarefa, calcular o valor de uma função num ponto, é um tipo (T) de tarefa e calcular o valor da função $f(x) = x^2$ para $x = 7$ é a tarefa (t) propriamente dita.

para a realização de uma tarefa em sala de aula é decisivo para o processo de ensino e aprendizagem.

Falando-se em aprendizagem do raciocínio combinatório Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1997, p.196) afirmam que há duas etapas fundamentais a percorrer para tornar mais fácil a aprendizagem da combinatória: “compreender a natureza dos erros dos alunos quando resolvem problemas de raciocínio combinatório e identificar variáveis que podem influenciar as suas dificuldades”, assim como Piaget e Inhelder (1951).

Estes autores afirmam que além da sua importância no desenvolvimento da ideia de probabilidade, a capacidade combinatória é um componente fundamental do pensamento formal.

Nesta linha de pensamento, apresentamos algumas questões que permitem que o grupo da Universidade Federal de Pernambuco, ou seja, que as autoras Borba, Pessoa e Santos (1997) desenvolveram um estudo com o objetivo de avaliar quais os tipos de problemas de estruturas aditivas eram apresentados em coleções de livros didáticos de matemática das quatro séries (anos) iniciais do EF.

Os resultados mostram uma má distribuição das diferentes categorias de problemas de adição, apesar das orientações do Plano Nacional do Livro Didático – PNLD (BRASIL, 20013, 2014, 2015 e 2016), ressaltarem a importância de se trabalhar problemas de estruturas diversificadas, para que o aluno possa refletir sobre as invariantes conceituais, uma vez que, dessa forma, ele pode observar e verificar que situações diferentes podem ser solucionadas através de uma mesma operação aritmética e numérica.

Sendo assim, a pesquisa aponta o desconhecimento ou desprezo dos autores dos livros analisados em relação aos não tão recentes estudos da educação matemática a respeito da NRC, nesse caso no campo conceitual das estruturas aditivas, pois nesse sistema o saber passa a assumir papel determinante do PER pelo desdobramento da TAD nos moldes do PEDIM, desenvolvendo-se no contexto do sistema didático S (X; Y; Q), que é composto pela relação professor-aluno, professor-saber e aluno-saber.

Ainda falando sobre o estudo bibliográfico, apresentamos a investigação realizada por Frant, Castro e Lima (2001), sobre a produção de significados para objetos matemáticos cuja análise está fundamentada no modelo de estratégia argumentativa, o qual é um modelo alternativo para análise dos discursos em sala

de aula, para buscar interpretar a produção de significados baseados nos argumentos utilizados ao invés das palavras, pois os contextos dos enunciados são fundamentais para sedimentar os acordos, que são as bases para a ação de argumentar. A pesquisa caracteriza-se por ser um estudo de caso e ocorreu em uma turma da 6ª série (7º ano) do EF e com três alunos.

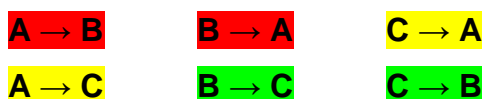
Nesta mesma direção Schliemann (2001), realizou observações não sistemáticas de aulas sobre análise combinatória, verificou que o ensino escolar limita-se quase sempre ao treinamento no uso de fórmulas e algoritmos para encontrar o número de arranjo, combinações ou permutações sem proporcionar que os alunos derivem as referidas fórmulas pelo uso da manipulação dos elementos.

A escolha da temática combinatória foi um conteúdo privilegiado pelos autores (FRANT; CASTRO; LIMA, 2001; SCHLIEMANN, 2001), pois nos PCN (BRASIL, 1997 e 1998), sugerem que o desenvolvimento dos pensamentos probabilístico e combinatório deva permear a escolaridade matemática desde os ciclos iniciais do EF (1º ao 5º Ano EF). A atividade consistiu o clássico problema de aperto de mãos, que figura nos currículos oficiais e/ou nos conteúdos de livros didáticos, do ensino fundamental e médio.

- ✓ t_3 - Numa sala de aula, havia um certo número de alunos para assistir a aula de matemática do professor Guilherme Motta de Moraes. Após todos os alunos estarem presentes na sala de aula, todos se cumprimentaram, incluindo o professor, apertando as mãos. Foram realizados 66 apertos de mão no total, quantas pessoas havia na sala?

Primeiro, para melhorar a NRC, pensemos numa quantidade pequena de pessoas em que essa situação ocorra digamos, A, B e C se cumprimentem.

Então, teremos os seguintes cumprimentos (apertos de mão):



Sendo assim, esses são todos os cumprimentos possíveis, certo?

Mas, podemos observar que existem apertos de mão que se repetem, isto é, se **A** aperta a mão de **B**, **B** aperta (simultaneamente) a mão de **A**, como pode ser

observado nas cores vermelha, respectivamente, nas cores amarela e verde ocorre repetição de aperto de mão, sendo assim, **A** aperta a mão de **C**, **C** aperta (simultaneamente) a mão de **A** e **B** aperta a mão de **C**, **C** aperta (simultaneamente) a mão de **B**.

A partir da situação destacada inicialmente esperasse que o aluno estabelecesse e/ou observe um padrão e o generalize, resolvendo assim esse problema, incluindo outras possibilidades de exploração de apertos de mão, enfatizando o objetivo do trabalho com essa tarefa.

Com três pessoas – 03 apertos de mão;

Com quatro pessoas – 06 apertos de mão;

Com cinco pessoas – 10 apertos de mão;

Com seis pessoas – 15 apertos de mão;

Com sete pessoas – 21 apertos de mão;

...

Com 12 pessoas – 66 apertos de mão;

Este problema foi escolhido, pois trazia uma perspectiva distinta da encontrada até então nas pesquisas sobre pensamento combinatório. Outro ponto importante, é que o problema tratado no artigo oferece o resultado, 66 apertos de mão, e ao invés de perguntar qual seria o total de crianças que apertaram as mãos, o problema foi apresentar aos alunos e discutiu-se o processo de desenvolvimento das argumentações e das ações que os estudantes usariam na resolução do problema.

O resultado mostra que os alunos utilizam o mesmo processo de raciocínio que usam na aprendizagem do cotidiano, encontrando diferentes modos de representar e solucionar o mesmo problema, as implicações desses resultados sugerem como introduzir atividades de NRC – atividades de sequencias, de ordenação, de enumeração, de comparação, de agrupamentos, de combinação com ou sem repetição, etc – nos anos iniciais do EF, que raramente é utilizado com essas turmas que não estudam Análise Combinatória e suas regras. (FRANT; CASTRO; LIMA, 2001).

Corroborando com as pesquisas de (PIAGET; INHELDER, 1951; FISCHBEN; PAMPU; MINZAT, 1970) e os trabalhos de (KAPUT, 1970; FISCHBEIN 1975) entre

outros trabalhos como a Esteves (2001), Rocha (2002), Costa (2003) e Pinheiro e Roza (2006) , desenvolvidos no Brasil, evidência que ao iniciar o trabalho com análise combinatória no EF é necessário fazer uso de construções com diferentes agrupamentos, sem necessariamente sistematizar e/ou formalizar o seu estudo, pois acreditamos que contribuem para que o sujeito construa uma boa relação com o saber e torne as tarefas rotineiras, podendo em níveis mais avançados de ensino facilitar a sua abordagem de ensino em espiral.

Como já foi apresentado na pesquisa de Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) os alunos que possuem maior dificuldade com relação ao tema NRC são os que nunca tiveram contato com os conteúdos desde os anos iniciais de escolarização, desta forma, é importante valorizar o ensino da NRC desde os anos iniciais do EF, como também dos diferentes tipos de representações, para facilitar a visualização de processos e formalização do ensino, neste sentido, trabalhar com materiais manipulativos é importante para facilitar as operações e a compreensão por parte dos alunos para esses primeiros anos.

A pesquisadora Kishimoto (1998) entende que a atividade lúdica é uma atividade de entretenimento que dá prazer, induz à motivação e a diversão, sendo assim as atividades lúdicas são recursos para o desenvolvimento de ações pedagógicas significativas, como aquisição de conceitos matemáticos, dentre outros.

“do ponto de vista didático, as atividades lúdicas promovem situações em que as crianças aprendam conceitos, atitudes e desenvolvam habilidades diversas, integrando aspectos cognitivos, sociais e físicos. Podendo motivar as crianças para se envolverem nas atividades e despertam o interesse pelos conteúdos curriculares” (BRASIL, 2012a, p.07).

Assim, as atividades lúdicas podem possibilitar que as crianças reelaborem criativamente sentimentos e conhecimentos, e edifiquem novas possibilidades de interpretação e de representação do real.

Segundo Pinheiro (2013), que realizou pesquisas relacionadas ao tema Análise Combinatórias, apontam as dificuldades de se trabalhar nas escolas:

Entre as dificuldades, especialmente as de aprendizagem, podemos destacar a falta de compreensão dos textos estruturais dos problemas (Esteves (2001), Rocha (2002), Pinheiro e Roza (2006)), da diferença entre problemas de arranjo e combinação (Sturm (1999), Esteves (2001), Costa (2003), Pinheiro e Roza (2006)). Por outro lado, os trabalhos de Sturm (1999), Esteves (2001) e Costa (2003) sinalizam propostas de Ensino de Análise Combinatória que venha minimizar ou superar algumas das dificuldades apontadas anteriormente. Também nos trabalhos de Sturm (1999), Costa (2003) e Pinheiro e Roza (2006) encontramos as dificuldades encontradas pelos professores ao ministrarem aulas de Análise Combinatória. (p.03)

Entendemos que problemas de arranjo, combinação e permutação não representam o universo de situações encontradas no cerne da Análise Combinatória, mas possibilita a resolução de problemas de contagem de certo tipo de subconjuntos de um conjunto finito, sem que seja necessário enumerar seus elementos.

Retornando as pesquisas, Eizenberg e Zaslavsky (2002) argumentam a favor do significado do domínio do conceito combinatório na prática profissional e no cotidiano das pessoas, como também sobre sua conexão com vários aspectos da matemática e outras áreas.

Nesta perspectiva, os autores identificaram estratégias de verificação de solução de problemas matemáticos de combinatória de estudantes adultos e avaliaram o nível de eficiência dessas estratégias para atingir a solução correta. Como conclusão, sugerem que tais problemas são tidos como difíceis de serem ensinados e aprendidos na escola, apesar de resultados promissores de pesquisa sobre o aparecimento da NRC em crianças pequenas.

Nessa linha de pesquisa, o estudo descrito por Silva, Fernandes e Soares (2004), centra-se em uma investigação sobre intuições em análise combinatória, desenvolvidas por alunos 12º ano de escolaridade, isto é, alunos entre 17 – 18 anos de idade, normal de frequência deste ano de escolaridade, antes de terem passado por qualquer experiência formal do tema.

Foi utilizado um questionário com 38 alunos de duas turmas do 12º ano, como instrumento de coleta de dados, este questionário continha cinco questões envolvendo raciocínio combinatório: permutação simples e com repetição, arranjos simples e com repetição e combinações simples.

Desse estudo descrito pelos autores Silva, Fernandes e Soares (2004) é possível afirmar de posse dos resultados apresentados no artigo que os alunos que

participaram da pesquisa têm intuições combinatórias muito limitadas em todas as operações estudadas. Sendo assim, a necessidade de instrução reforça o referido estudo da NRC nos anos iniciais do EF.

Percebemos também a importância do trabalho de Boga Neto (2005), que apresenta uma proposta de utilização da história da matemática, como organizador prévio, para o ensino da análise combinatória e da probabilidade, com o objetivo de desenvolver os conhecimentos subsunçores, presentes na estrutura cognitiva dos alunos para que possa ocorrer, de forma significativa, a aprendizagem dos conceitos e tópicos da matemática.

Assim sendo, percebemos neste trabalho a importância que os conteúdos de análise combinatória e de probabilidade devem ter ao serem ensinados em virtude de sua relevante presença no cotidiano, por estarem presente em diversas áreas do conhecimento, por serem necessário para que saibamos inferir, interpretar e comunicar corretamente fatos e notícias do cotidiano.

Desta forma, o exercício da cidadania deve proporcionar ao indivíduo condições de questionar e resolver diferentes situações problemas que surgem no seu cotidiano, nesse sentido, a matemática está presente em todas as atividades humanas e as ocorrências da vida diária exigem das pessoas conhecimentos matemáticos que auxiliem a resolver os problemas que surgem a cada instante.

Adicionalmente a essas constatações e baseado nos estudos descritos abaixo que evidenciam que crianças dos anos iniciais de escolarização podem aprender sistematicamente situações combinatórias (PESSOA; SILVA; MATOS FILHO, 2005a; PESSOA; SILVA; MATOS FILHO, 2005b; PESSOA; MATOS FILHO, 2006a; entre outros), e também, é enfatizado que os professores dos anos iniciais necessitam estar preparados para lidar com as situações combinatórias variadas que são apresentadas nos livros didáticos dos anos iniciais (BORBA et al., 2014) e propor outras que possam auxiliar os estudantes no desenvolvimento organizações praxeológicas de complexidade crescente de NRC.

Nesta direção, apontamos os trabalhos (LOPES, 1998; GONÇALVES; NUNES, 2010; LIMA; NUNES, 2014) que apresentam pesquisa como objetivo de investigar quais relações com saberes referentes à NRC está sendo estabelecidas por professores dos anos iniciais em formação continuada. Apresentando como resultados a dificuldades por parte desses professores em trabalhar com noções de estatística, noções de probabilidade e noções de combinatória, que são

recomendação no Bloco de TI (BRASIL, 1997 e 1998), no ciclo de alfabetização, apresentando como resultado uma grande necessidade de aprofundar os conhecimentos de noções de estatística, noções de probabilidade e noções de combinatória, por parte desses profissionais.

No entanto, o trabalho de Correa e Oliveira (2011) apresenta à relação entre a escrita e a resolução de problemas envolvendo a noção de combinatória, e através dos resultados apresentados no trabalho, compreendemos que o emprego de qualquer das técnicas de contagem da análise combinatória exige em primeiro lugar a compreensão dos diversos modos de formar os agrupamentos - gênero de tarefas, se por arranjo, permutação ou combinação, sendo assim, a compreensão da técnica do princípio fundamental de contagem fornece o fundamento para o entendimento dos problemas de análise combinatória apresentados nos anos iniciais do EF, frequentemente apresentados sob a forma de tabela de dupla entrada a partir da qual as crianças realizam a correspondência entre os elementos, um para um e um para muitos.

Neste viés, apresentamos o trabalho de Niwa (2011), que apresenta algumas falhas no ensino básico a respeito do objeto de ensino análise combinatória, buscamos justificar o ensino deste objeto **a partir do princípio fundamental da contagem**, fazendo uso da TAD, com a finalidade de oferecer subsídios teóricos para analisar, compreender e modelar as tarefas referentes ao ensino de arranjos, permutações e combinações, uma proposta que instigue o raciocínio lógico-dedutivo dos discentes, **a partir da técnica do princípio fundamental da contagem de forma intuitiva.**

Outras propostas de pesquisa como a de Teixeira et al. (2011), apresentam alguns dados referente ao estudo que teve por objetivo verificar o desempenho de alunos do 6.º ao 9.º anos do EF na resolução de oito problemas multiplicativos, envolvendo raciocínio combinatório, tendo como resultado as limitações decorrentes do modo como a multiplicação é trabalhada na escola, muitas são as dificuldades apresentadas pelos alunos no trabalho, as quais necessitam ser objeto de maiores investigações, tanto no que se refere aos processos cognitivos, quanto aos procedimentos didáticos.

No trabalho de Duro (2012) é apresentada uma pesquisa para se compreender a psicogênese do pensamento combinatório, com base na teoria utilizada da Epistemologia Genética de Jean Piaget, o autor destaca que esta teoria

traz subsídios para compreender com a NRC é construída pelo sujeito. Ao longo do trabalho é apresentada a coleta de dados que caracteriza o pensamento dos sujeitos e suas semelhanças em quanta estrutura de raciocínio, na construção de possibilidades, enquanto constituinte de um sistema operatório formal.

Desta forma, a capacidade de pensar formalmente permite ao jovem discutir, adotando hipóteses e analisando as consequências dessas implicações, e assim julgá-la, para poder fazer inferências.

Entre os trabalhos lidos estão o de Oliveira e Coutinho (2012); Pessoa e Santos (2012a); Pessoa e Santos (2012b); Pinheiro e Abar (2012); Scalon, Osti e Brenelli (2012); Souza e Lopes (2012); Souza (2012) e Souza e Onuchic (2013); que apresentam pesquisas realizadas nesse campo que contribuirão com nosso estudo, no que se refere à composição dos instrumentos de pesquisas e discussão teórica, identificando os conhecimentos mobilizados pelos alunos em tarefas que envolvem NRC.

Nesta perspectiva apresentamos o trabalho de Silva (2014) que por objetivo buscar compreensões acerca da relação do professor com o saber matemático Análise Combinatória, bem como identificar conhecimentos mobilizados em sua prática, desde os primeiros anos do EF, tendo o percurso de formação desenvolvido à luz da TAD, da qual foi assumida no trabalho como PER.

A partir de todo esse exposto e dos trabalhos citados da literatura e possível a construção do quadro teórico 03 abaixo, em que buscamos evidenciar o ineditismo do trabalho no campo da TAD, com o propósito de enfrentar a NRC para constituir um sistema didático $S(X; Y; Q)$ na concepção de um PER, nos termos propostos por Yves Chevallard, na qual realizamos um estudo histórico e epistemológico do tema NRC o qual revelou a potencialidade que este tema tem de articular e justificar outros temas como: teoria de conjuntos, razão, proporção, estatística, probabilidade, permutações, combinações etc. propostas para o estudo no EF.

Quadro 06 - Eixos dos Trabalhos da Literatura após a Revisão Bibliográfica do Período de 1951 até 2014 da Educação Básica, da Educação Superior e da Formação Continuada de Professores.

PERÍODO	1951 – 1970	1971 – 1990	1991 – 2000	2001 - 2014
A) Apresentam proposta de investigação sobre a capacidade combinatória na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;	Piaget e Inhelder (1951); Fischbein, Pampu e Minzat (1970);	Piaget e Inhelder (1972); Fischbein e Gazit (1988);	Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996); Lopes (1998);	Frant, Castro E Lima (2001); Boga Neto (2005); Campos (2007); Pessoa e Borba (2010a); Gonçalves e Nunes (2010); Duro (2012); Oliveira e Coutinho (2012); Souza (2012); Pinheiro (2013)Silva (2014); Lima e Nunes (2014);
B) Apresentam análise de livros didáticos da Educação Básica e/ou da Educação Superior;	-----	-----	Borba, Pessoa Santos (1997); Pinheiro (1998);	Pessoa e Matos Filho (2006b); Pessoa e Matos Filho (2006c); Barreto, Amaral e Borba (2007); Friolani (2007); Barreto e Borba (2010); Moraes (2013a); Moraes (2013b); Moraes (2014);
C) Apresentam análise				Esteves (2001); Niwa

de quais tarefas podem ser ensinadas na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;	Kapur (1970);	Schliemann (1988);	Morgad et al. (1991); Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996);	(2011); Pessoa e Santos (2012b); Souza e Lopes (2012);
D) Apresentam proposta de questionário com tarefas para serem respondidas com ou sem instrução formal na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores;	-----	Fischben (1975);	-----	Silva, Fernandes E Soares (2004); Teixeira et al. (2011); Pessoa e Santos (2012b); Pinheiro e Abar (2012);
E) Apresentam proposta de investigação de resolução de problemas no na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na	-----	Piaget, Berthoud-Papandropoulos e Kilcher (1983);	Roa et al. (1996);	Pessoa, Silva e Matos Filho (2005a); Pessoa, Silva e Matos Filho (2005b); Moro e Soares (2006); Pessoa e Matos Filho (2006a); Borba E

Formação Continuada de Professores.				Pessoa (2007); Correia E Fernandes (2007); Teixeira et al. (2008); Pessoa e Borba (2008); Ferreira e Selva (2008); Selva et al. (2008); Almeida e Ferreira (2008); Pessoa e Borba (2010); Lopes e Rezende (2010); Correa e Oliveira (2011); Silva e Spinillo (2011); Pessoa e Santos (2012a); SOUZA e Onuchic (2013);
-------------------------------------	--	--	--	---

Fonte: Construção do Autor

2.2 NOSSAS CONCLUSÕES A PARTIR DA ANÁLISE

A fim de aprofundarmos o estudo sobre o Estudo Bibliográfico do Tema NRC, fez-se necessário desmembrar três das cinco categorias citadas anteriormente no quadro 06 da pag. 84, que são A, B e C, visto que, a pesquisa dessa dissertação encontrasse principalmente voltada para estas categorias.

Tais categorias irão estar desmembradas da seguinte forma:

- I) Ao Foco da Pesquisa;
- II) Sobre o Programa de Investigação que se Localiza o Trabalho;
- III) Qual a Perspectiva da Investigação.

Quanto ao Foco da Pesquisa, buscamos identificar e evidenciar a abordagem do tema NRC, se esta destinada a EB, Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores.

Quanto a Programa de Investigação, a pesquisa apresenta dois enfoques o cognitivo e o epistemológico, o primeiro com foco no conhecimento matemático do aluno na perspectiva conceitualista²¹, este foco se amplia as questões relativas ao pensamento do professor e de sua formação. (BOSCH; GASCÓN, 2001), neste viés a pesquisa torna-se mais abrangente, pois o foco esta na prática docente, considerando o pensamento do professor como objeto de investigação, buscando-se identificar o aprendizado do aluno.

Ainda sobre o primeiro programa de investigação, falando-se sobre o conhecimento matemático do aluno na perspectiva Psicolinguística e Processualista²², a preocupação se volta para a descrição do ato de ler e suas implicações para a alfabetização, ou seja, para as relações entre a maturidade linguística ou desenvolvimento verbal da criança e a aprendizagem de leitura e da escrita, para a aquisição e o desenvolvimento de habilidades.

²¹ (Bosch; Gascón 2001) As perspectivas *conceitualistas* utilizam uma teoria cognitiva de aprendizagem, más ou menos implícita, que é coerente com um modelo epistemológico das matemáticas considerada globalmente como um *sistema de conceitos*.

²² Relação com as aprendizagens de leitura e escrita, no processo de construção e descoberta da língua escrita pela criança.

Neste sentido, a perspectiva Psicolinguística esta diretamente relacionada à linguagem e a mente, pois analisa qualquer processo no que tange a comunicação humana, mediante o uso da linguagem, seja ela de forma oral, escrita, gestual etc. Essa perspectiva também estuda nos fatores que afetam a decodificação, ou seja, nas estruturas psicológicas que nos capacitam a entender expressões, palavras ou textos na inferência de comunicar uma informação ou resultado.

Na perspectiva Processualista as estratégias emergem em função de processos de aprendizagem e adaptação. Sendo assim, seu processo de aprendizagem, pode ser entendido como evolução, como progresso de transformação do individuo, como qualquer mudança direcional clara ou qualquer mudança cumulativa nas características de ensino e aprendizagem em uma dada instituição de ensino. Esse processo de transformação da aprendizagem é entendido como uma mudança contínua, mudanças na composição das práticas educacionais através do tempo; no seu processo de substituição de uma prática dominante por outra. Já por sua vez, enquanto a adaptação, a perspectiva processualistas, é qualquer comportamento que tem uma função em um ambiente de ensino, que, aumenta a aptidão do aprendiz.

No enfoque Epistemológico, as pesquisas referentes às práticas docentes do professor de matemáticas, que permitirá construir elementos para modelar a praxeologia [T; τ; θ; Θ] em OM e OD de uma instituição, pois a metodologia desse programa de investigação permitirá reconstruir racionalmente a história subjacente a qualquer situação de ensino.

Em nosso caso os livros didáticos, sobre o tema NRC, onde a validação dos conhecimentos se torna parte de uma diversidade de saberes que também possuem modos de explicar e educar a vida dos indivíduos dessa instituição, incluindo todos os sujeitos do sistema didático, para se discutir seus saberes e práticas educacionais, refletindo sobre o ponto de vista de como pensam a sua realidade em suas diversas dimensões: cultural, política, econômica, social, etc.

A valorização dos saberes e das práticas sócio educacionais, tendo como resultado a descrição das três (A, B e C) categorias.

2.2.1 – A Categorização da Investigação Sobre a Capacidade Combinatória na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores.

No quadro 06 na p.84, é possível observar a categorização sobre a ótica da investigação sobre a capacidade combinatória na EB, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores, tendo como resultado dois programas de investigação, o Cognitivista e Epistemológico.

Em relação ao Programa Cognitivo e Perspectiva Conceitualista podemos destacar onze pesquisas, dentre esta estão as Teorias descritas por Piaget e Inhelder (1951, 1971, 1972); Fischbein, Pampu e Minzat (1970), Fischbein e Gazit (1988) e os trabalhos que se apoiaram dessas pesquisas como Frant, Castro e Lima (2001), Boga Neto (2005), Campos (2007), Pessoa e Borba (2010a), Souza (2012), Silva (2014), e com Perspectiva Psicolinguísticas e Processualistas, podemos destacar a pesquisas de. Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) e o trabalho de Duro (2012).

Quanto ao programa de investigação cognitivista os autores supracitados chamam a atenção que o conceito de capacidade combinatória está diretamente ligado as estrutura cognitiva, ou seja, relacionado à mente de um indivíduo, associado a um determinado conceito e as propriedades associativas, podem ser processos conscientes ou inconscientes. Esta capacidade combinatória pertence a cada indivíduo e é desenvolvido através de uma construção inicial e progressiva da NRC, a partir de novos estímulos, ou por mobilização de saberes, podem estar associadas a isso as organizações praxeológicas de complexidade crescentes já em crianças nos anos iniciais de escolarização.

Estes autores desenvolveram investigações sobre o desenvolvimento cognitivo do pensamento formal de crianças de 4-12 anos, investigações sobre o impacto da idade e da instrução sobre a capacidade combinatória em atividade propostas em crianças de 10-15 anos e investigações que apresentam que a instrução tem papel fundamental no desenvolvimento das capacidades combinações em crianças de 11 – 14 anos, respectivamente, estes autores destacam que os indivíduos adquirem conhecimento, neste caso, as habilidades de NRC, de fato, de modo empírico mediante manipulação.

Ainda em relação ao Programa Cognitivistas, é notável a preocupação com a influência do raciocínio combinatório no desenvolvimento das crianças desde os anos iniciais, passando pelo Ensino Médio, pela graduação e chegando à formação continuada, entendemos a relevância destas investigações sobre as razões pelas quais os alunos desenvolvem a capacidade combinatória que é um componente fundamental do raciocínio hipotético-dedutível e ocorre através das operações combinatórias que se aplicam sobre um conjunto de atividades.

Além do que, o enfoque cognitivo faz referência ao conhecimento individual e aos procedimentos mentais utilizados pelos sujeitos frente às problemáticas. Do ponto de vista psicológico do pensamento matemático, estes processos que advêm do cérebro, são os únicos construtos do conhecimento que se deve considerar, D'Amore e Godino (2007), destacam que a grande crítica é de assumir o matemático sem questioná-lo, ou seja, para além de entender como o sujeito se apropria de conhecimentos devemos pensar nas tarefas que podem possibilitar o estabelecimento de relações. Desta forma, devemos levar em consideração que os sujeitos são membros das instituições, e têm seus modos de agir e de pensar condicionados pelas práticas compartilhadas por essas instituições de ensino.

Em relação ao Programa Epistemológico com Perspectiva de um Modelo Aritmético Elementar, relacionados ao princípio de contagem, podemos destacar seis trabalhos dentre estes a pesquisa de Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996), e os trabalhos de Lopes (1998), Pinheiro (2008), Gonçalves e Nunes (2010), Oliveira e Coutinho (2012), Souza (2012) e Lima e Nunes (2014).

As pesquisas acima ressaltam a importância de se iniciar um trabalho com raciocínio combinatório no EF, sendo necessário fazer uso de diferentes construções de agrupamentos, ressaltando a importância de se trabalhar o tema NRC, através de atividades diferenciadas, destacando o devido valor que o tema tem ao se estudar Noção Probabilidade e Noção de Estatística no EF, através da realização de experimentos e exploração da ideia de acaso. Neste cenário, podemos dizer que a instrução deve possibilitar o desenvolvimento de três importantes competências: o raciocínio combinatório, pensamento estatístico e o raciocínio probabilístico. Sem as quais não seria possível realizar o ensino e aprendizagem da NRC.

Enfatizamos também, a importância de se levar em consideração o aspecto epistemológico do ensino de matemática a fim de se investigar o modelo epistemológico ao qual dado saber é apresentado, e se o mesmo é satisfatório para o processo de ensino e aprendizagem, promovendo discussões que levem em conta a formação do professor de matemática bem como seu desenvolvimento profissional no ensino da Aritmética, em nosso caso, Aritmética Elementar, tendo em vista um aprimoramento das práticas de sala de aula e a busca de melhorias no desempenho dos alunos em relação ao saber em jogo.

Nesta direção, destacamos os trabalhos de Borba e Pessoa (2010a), Gonçalves e Nunes (2010) e Lima e Nunes (2014), que evidenciam a importância de se desenvolver entre os estudantes da escolarização básica, que engloba a EF e Ensino Médio (EM), porém o trabalho será na direção do EF, onde o raciocínio combinatório dos professores em formação continuada é utilizado como uma forma de pensamento que auxilia no aprendizado matemático, bem como de outras áreas do conhecimento, visando perceber os obstáculos epistemológicos e didáticos presentes nas construções e nos processos de ensino de noções de Análise Combinatória, Probabilidades e Estatística, destacando na investigação sobre saberes dos professores, relacionados ao NRC, a Estatística e a Probabilidade.

Fazendo uma análise detalhada dos trabalhos investigados, destacamos as duas dissertações, a Boga Neto (2005) e a de Lopes (1998), sendo respectivamente uma localizada no programa Cognitivo com perspectivas Psicolinguísticas – Processualistas e a outra localizada no programa Epistemológico com características de perspectiva de um Modelo Aritmético Elementar.

Há também duas teses de doutorado, Campos (2007) e Silva (2014), sendo que as duas estão localizadas no programa Cognitivo com perspectiva conceitualista e podemos destacar que o trabalho de Silva (2014) pode ser localizado no programa Epistemológico com características de perspectiva de um Modelo Aritmético Elementar, descrito pelo princípio da contagem. Este panorama já indica uma preocupação na veiculação de pesquisa, visto que, o número de dissertações e teses em comparação ao número de artigos nessa área.

Na próxima seção daremos ênfase à investigação de trabalho sobre Análise de Livros Didáticos que tratam do tema NRC.

2.2.2 – Categorização da Investigação sobre Análise de Livros Didáticos da Educação Básica e/ou da Educação Superior.

No quadro 06 na p.84, é possível observar a categorização sobre a ótica da investigação sobre a Análise de Livros Didáticos da EB e/ou da Educação Superior, tendo como resultado dois programas de investigação, o Cognitivista e Epistemológico.

Em relação ao Programa Cognitivo e Perspectiva Conceitualista podemos destacar cinco pesquisas, dentre esta estão o trabalho de Borba, Pessoa e Santos (1997), Pinheiro (1998), Barreto, Amaral e Borba (2007), Barreto e Borba (2010) e Moraes (2013a, 2013b).

Quanto ao programa de investigação cognitivista os autores supracitados chamam a atenção para avaliar quais os tipos de tarefas são apresentados nos livros didáticos dos anos iniciais de escolarização, destacando uma profunda preocupação em abordar esse conteúdo levando em consideração variedades nas três dimensões de conceitos propostas por Vergnaud (significados, invariantes e representações simbólicas).

Em relação ao Programa Epistemológico com Perspectiva de um Modelo Elementar, podemos destacar dois trabalhos o de Friolani (2007) e o de Moraes (2014). Essas pesquisas ressaltam a importância de se verificar a Organização Praxeológicas, ou seja, OD e OM em Livros didáticos dos anos iniciais do EF, destacando que essas organizações favorecem a construção de um MERN para desenvolver da NRC e que atende às orientações dos PCN.

Com o resultado desta categoria, podemos destacar a pouca preocupação na veiculação de pesquisa nesta área, visto o número reduzido de dissertações, apenas o trabalho de Friolani (2007) em comparação ao número de artigos e a ausência de teses de doutorado.

Na próxima seção daremos ênfase à investigação de trabalho sobre Análise de Quais Tarefas de NRC podem ser enfrentadas na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores.

2.2.3 – Categorização da Investigação sobre Análise de Quais Tarefas propõem-se para ser enfrentadas na Educação Básica, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores.

No quadro 6 na p.84, é possível observar a categorização de acordo com a investigação sobre a Análise de quais tarefas podem ser ensinadas na EB, ou na Educação Superior e/ou na Formação Continuada de Professores, tendo como resultado dois programas de investigação, o Cognitivista e Epistemológico.

Em relação ao Programa Cognitivo e Perspectiva Conceitualista podemos destacar apenas uma pesquisa, sendo o trabalho de Schliemann (1988), que destaca que o raciocínio combinatório não faz parte apenas do ensino formal, já está presente em momentos do cotidiano como em alguns jogos, brincadeiras e situações de trabalho.

Em relação ao Programa Epistemológico com Perspectiva de um Modelo Elementar, podemos destacar seis trabalhos, a pesquisa de Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996 e 1997) e os trabalhos de Kapur (1970), Pinheiro (2008), Esteves (2001), Niwa (2011) e Souza e Lopes (2012). Os autores supracitados desenvolveram inúmeros estudos no sentido de identificar quais tarefas podem ser enfrentadas na educação elementar, destacando as diferentes construções de agrupamentos e os tipos de tarefa de NRC que podem ser utilizadas nos anos iniciais do EF, sem necessariamente sistematizá-los e/ou formalizá-los.

Esta categoria não apresenta veiculação de pesquisas de tese, apresentando apenas um trabalho de mestrado da autora Esteves (2001). Esta categoria já evidência o que foi mostrado no nos itens 1.2.1 e 1.2.2, sobre a produção acadêmica e científica sobre o tema NRC ao longo das décadas, há pouca produção de pesquisa nesta área, visto o baixo número de dissertações e teses produzidos neste período de 2001 a 2014.

A concentração de artigos no mesmo período 2001 a 2014 pode ser explicada pelos textos informativos e pelos referenciais teóricos da Psicologia Genética, Conceitualista, Psicolinguística e Processualista, tanto no aspecto quantitativo, crescente número de produções, quanto no aspecto qualitativo, na diversificação da produção. Os dados acima analisados apresentam

correspondência de resultados já encontrados em recentes pesquisas realizadas pela ANPEd e da SBPC. (MEC/INEP; 2014).

No próximo capítulo, concentraremos nossa atenção em descrever a metodologia desta pesquisa, destacando elementos da Estrutura do Sistema de Didático e da TAD, apresentando os elementos que usaremos como metodologia e referencial teórico do PER, centrando-se em localizar o livro didático em relação aos diferentes discursos voltados ao ensino da Matemática nos anos iniciais do EF.

CAPÍTULO III: ANÁLISE DAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS DO 1º AO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo apresentaremos a Análise das Coleções de Livros Didáticos “A Conquista da Matemática” e “Porta Aberta: Alfabetização Matemática” para 1º e 5º Ano do EF, destacando os Elementos da TAD que usamos como referencial teórico da pesquisa.

3.1. ANÁLISES DA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DO 1º AO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Este capítulo está dedicado ao tema NRC presentes na coleção de livros didáticos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental e nos manuais do professor 1º ao 5º ano dos cinco volumes de cada uma das coleções, com o intuito de detectar e estudar a marca inicial da introdução formal do MERN, e também, visamos observar o que é privilegiado, como são feitas as escolhas e verificar a forma como é apresentada no capítulo os entes numéricos da NRC, nos exercícios resolvidos e propostos, tanto no livro do aluno, quanto no manual do professor.

Com o intuito de estudar nosso objeto de pesquisa – NRC, ou seja, as habilidades do raciocínio combinatório ligado às ideias de contagem, sequência, ordenação, grupamentos, combinações, possibilidades, enumeração, seriação e classificação, nos pautamos em especial nos programas, tais como o PNLD, no PCN, nas Matrizes de Referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), da Prova Brasil, ANA e nos livros didáticos da Coleção “A Conquista da Matemática”, “Porta Aberta: Alfabetização Matemática”, a partir de uma minuciosa pesquisa na rede de educação do ensino fundamental da cidade de Belém/PA, buscando na secretaria de educação municipal, quais as matérias didáticas, ou seja, quais os livros didáticos aprovados para a educação básica do 1º ao 5º ano do EF nas escolas de EF no Estado do Pará.

Recorremos à secretaria e aos programas, pois neles são definidos os objetos a ensinar, as expectativas em relação às recomendações e exigências,

bem como as finalidades do ensino. Também recorreremos aos livros didáticos, pois eles apresentam os objetos a ensinar, de acordo com as orientações dos programas, parâmetros e matrizes de referencia da educação brasileira, e com o nível adequado a cada ano a ser trabalhado.

O PNLD, os PCN, a SAEB, a ANA e os Livros Didáticos são fontes de dados, Menssouri (1994, p. 46) julga que o ultimo item, são fontes de dados objetivados de um determinado saber em uma instituição de ensino, “submetida ao olhar e ao julgamento público, e representativo da realidade da classe”.

Desta forma, entendemos que ao analisar este material, cuidadosamente selecionado, é possível identificar qual o “saber a ensinar” que está proposto em cada volume e no manual do professor, referente ao 1º e 5º ano do EF, conseqüentemente teremos uma visão privilegiada do tema presente na educação básica, principalmente no ensino fundamental do 1º ao 5º ano.

Diversos estudos como o de Menssouri (1994), Delgado (2006), Pinheiro (2008), Silva (2012) e Silva (2014), nas últimas décadas buscam justificar a estrutura e funcionalidade do livro didático, tornando-o objeto de estudo e de debate nas comunidades científicas, em busca de sua legitimação diante da educação escolar.

Quando propomos esta investigação aos moldes do PEIDIM, lançamos à análise do contexto ideal que associasse as temáticas no livro didático, tendo como entremeio a NRC, a partir da TAD, mais precisamente a OM e OD. Então, por estarmos vivenciando uma proposta de estudo e pesquisa, achamos satisfatório, lançarmos mão de analisar, a partir de conteúdos, tarefas e situações-problemas, específicas dessa temática, tomando como referência a percepção do desenvolvimento da NRC do 1º ao 5º ano do EF.

Para realizar nossa investigação, utilizamos duas coleções, aprovada pelo PNLD (BRASIL, 2013; 2016), por terem sido apresentadas por professores na formação continuada realizadas aos sábados no IEMCI e por terem uma grande presença na educação básica, principalmente no ensino fundamental menor, por comporem o cenário da educação básica do Estado do Pará, sendo que, em pelo menos uma delas foi observada uma postura diferente em relação ao ensino da NRC – “A Conquista da Matemática”, visando alcançar uma maior abrangência e eficácia dos elementos de respostas obtidos em nossas análises.

É importante destacar que os dados relativos aos livros didáticos aqui apresentados foram conseguidos através da ida a instituição responsável por pedir e enviar o material didático as escolas, ou seja, a Secretaria Municipal de Educação – SEMEC, e também a ida em pelo menos em cinco instituições de Educação Básicas no Município de Belém, dentre as quais podemos destacar: a Escola Monsenhor Azevedo, Silvio Nascimento, Rotary, Amalia Paumgarten e Padre Leandro Pinheiro.

Sendo assim, a partir dessa constatação foi possível olhar afundo o principal papel da material didático na educação nos anos iniciais de escolarização, principalmente nos materiais didáticos usados nestas instituições de ensino.

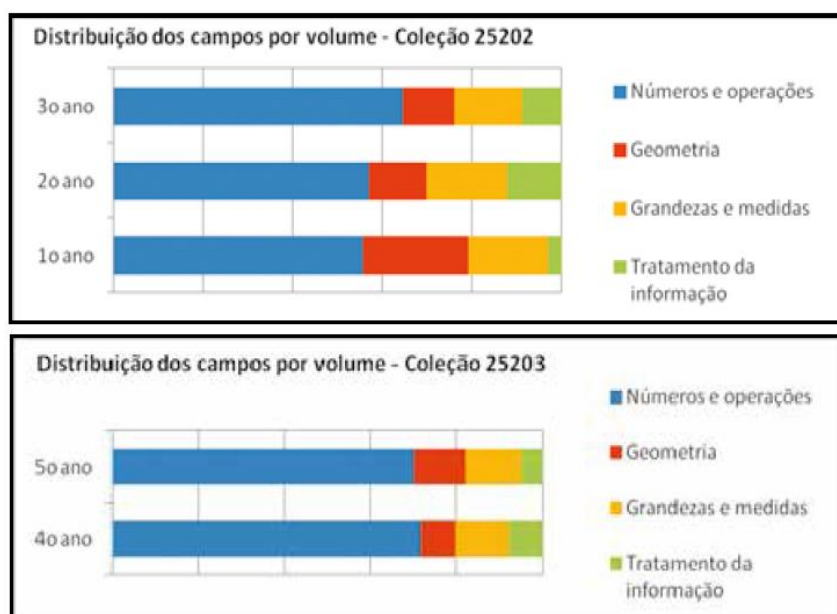
Nos manuais dessas coleções, o objetivo é analisar de que modo a NRC é constituído pelo autor, por meio do discurso presente no livro didático, e compreender o que se deseja ensinar, realizando o estudo das OM e OD e identificando que tipo de tarefas / técnicas são contemplados na constituição dos capítulos estudados.

Neste viés, a pesquisa foi realizada por meio da identificação das atividades presentes na coleção de livros didáticos, com o intuito de identificar os tipos de tarefas t e as respectivas técnicas τ de resolução apresentadas, bem como os elementos tecnológicos θ e teóricos Θ a elas relacionados.

As escolhas dos autores face à apresentação e o desenvolvimento do assunto são retratados pela análise da OM e OD presente naquele capítulo do manual do professor, podendo ser verificada nas fig. 04, fig. 05, fig. 06 e fig. 07 da distribuição dos campos: Números e operações, Geometria, Grandezas e medidas e Tratamento da Informação no guia do livro didático de matemática de 2013 e 2016, para as coleções “A Conquista da Matemática” e “Porta Aberta”.

Na figura 04, as p.31 e p. 150, no guia do livro didático de matemática de 2013, para a coleção “A Conquista da Matemática” apresentam a distribuição dos campos da matemática para cada volume.

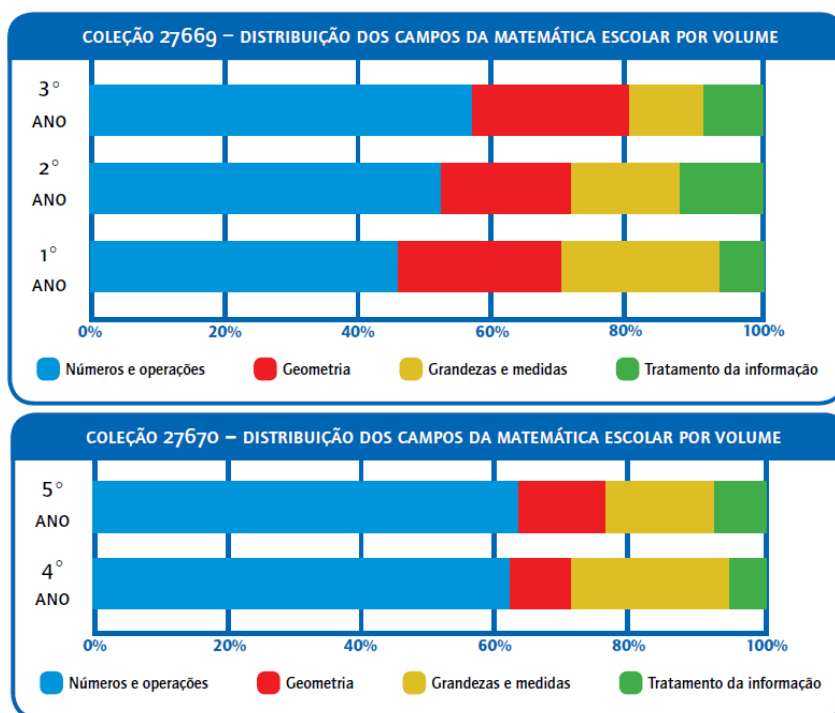
Figura 04 - Guia do livro didático 2013: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “A Conquista da Matemática”



Fonte – Brasil (2013, p. 31 e 150)

Na figura 05, as p.77 e p. 219, no guia do livro didático de matemática de 2016, para a coleção “A Conquista da Matemática” apresentam a distribuição dos campos da matemática para cada volume.

Figura 05 - Guia do livro didático 2016: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “A Conquista da Matemática”

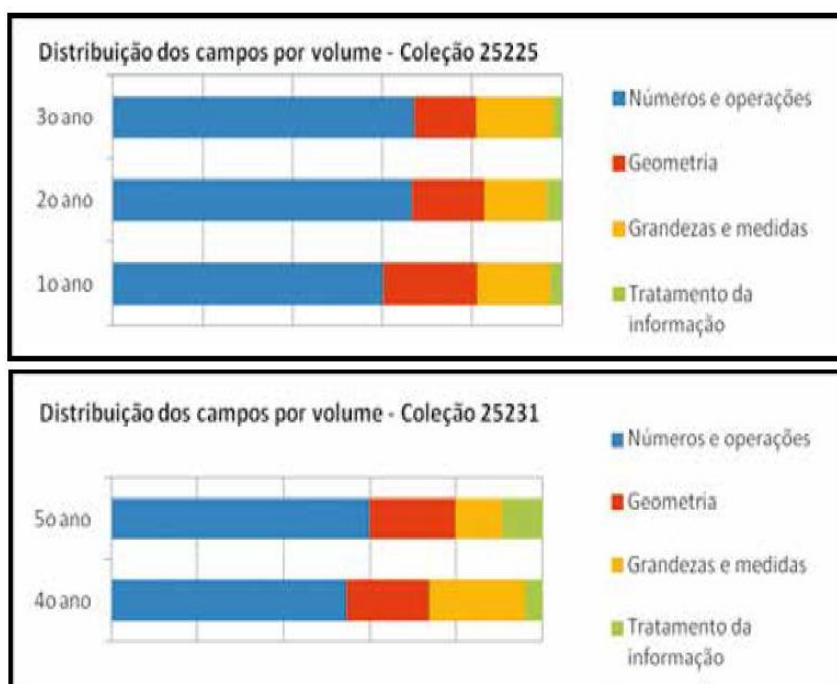


Fonte: Brasil (2016, p. 77 e 219)

É preciso destacar, no entanto, que o PNLD 2013 a 2016 sofreram várias modificações as quais possibilitou um maior destaque do BTI nos livros didáticos da Coleção “A Conquista da Matemática”, no 1º e 5º Ano do EF, possibilitando que o livro didático exercer um maior dialogo entre o saber NRC na perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo mais eficaz, esta descrição foi realizada na pesquisa, pois a cada triênio o livro didático e substituído.

Na figura 06, as p.51 e p. 160, no guia do livro didático de matemática de 2013, para a coleção “Porta Aberta” apresentam a distribuição dos campos da matemática para cada volume.

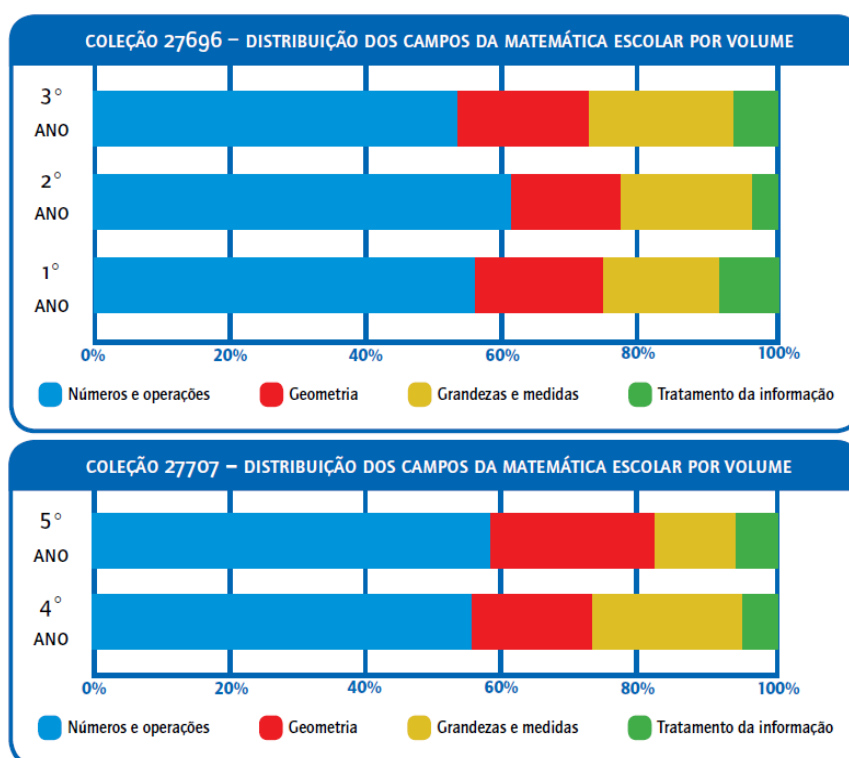
Figura 06 - Guia do livro didático 2013: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “Porta Aberta”



Fonte: Brasil (2013, p. 51 e 160)

Na figura 07, as p.94 e p. 230, no guia do livro didático de matemática de 2016, para a coleção “Porta Aberta” apresentam a distribuição dos campos da matemática para cada volume.

Figura 07 - Guia do livro didático 2016: Matemática – Anos iniciais do EF. Para “Porta Aberta”



Fonte: Brasil (2016, p. 94 e 230)

Nas figuras 4, 5, 6 e 7, avalia-se a distribuição por volume de cada um dos campos da matemática escolar. Destacando, as articulações entre o objeto NRC, as tarefas e conteúdos por cada volume da coleção. A partir desta imagem, podemos destacar que o campo do tratamento da informação é o que possui um menor destaque e é o campo responsável pelo desenvolvimento da marca inicial da NRC.

As tarefas foram retiradas das coleções de livros didáticos do 1º ao 5º ano do EF, aprovado no PNLD (BRASIL, 2013; 2016), responsável por oferecer informações para servirem de apoio ao processo de ensino e aprendizagem. Essa avaliação vem sendo realizada desde o ano de 1996 para o Ensino Fundamental I e Fundamental II, tendo início em 1999 e serve de referência para aquisição e distribuição do material às escolas públicas. (BARBOSA; LINS, 2010).

Na próxima seção daremos ênfase a análise da coleção “A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática”.

3.2 - ANÁLISES DA COLEÇÃO “A CONQUISTA DA MATEMÁTICA: ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA”.

A coleção de livros didáticos “A conquista da Matemática”, de uma forma geral são organizadas em unidades que sempre iniciam com histórias em quadrinhos, retratando situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado. Em sequência, há uma seção denominado de explorando, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos.

Ao longo dos capítulos, encontram-se as seções “vamos resolver”, “assim também se aprende”, e “os quadros curiosidades, desafios e interdisciplinaridade”. Esta coleção traz, também, “a seção falando de...”, com projetos anuais sobre os temas: “falando de você”. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para recortar, além de um glossário.

No livro do 1º ano, os conteúdos são apresentados por meio de atividades em que a participação dos alunos é incentivada, nos capítulos seguintes, são feitas breves explanações dos conteúdos, acompanhadas de exemplos e seguidas por atividades que devem ser resolvidas pelos alunos por meio da aplicação do que foi ensinado. Na obra, procuram-se retomar os conhecimentos prévios dos alunos e os conceitos/procedimentos é abordados e retrabalhados sucessivamente.

O livro do 1º ano é dividido em 20 capítulos, dentre os quais podemos destacar 14, ou seja, Capítulo 2 – Noção de grandezas; Capítulo 3 – Noção de Posição; Capítulo 7 - Sequências; Capítulo 8 – Classificação; Capítulo 10 – Quantos (Quantificar)?; Capítulo 11 – Sequência dos números de 0 a 9; Capítulo 12 – Quem é o Primeiro?; Capítulo 13 – Juntar é mais!; Capítulo 14 – Tirar é menos!; Capítulo 16 – Tabelas e Gráficos; Capítulo 17 – Quanto mede?; Capítulo 18 – Quanto pesa? Qual é a maior massa? e Capítulo 19 – Quanto cabe?, dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar, ou seja, de Álgebra Elementar e é composto por sequências de atividades. Para diálogo com o leitor, recorre-se a um conjunto de personagens infantis. Os capítulos incluem, também, as seções “agora é com você” e “assim também se aprende”.

Sendo assim, neste momento da pesquisa buscaremos estudar a Organização Praxeológica e identificar essa organização do saber NRC nos Livros Didáticos de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Ou seja, buscaremos em nosso estudo identificar como “vive”, qual o “lugar” e quais os saberes sobre de referente à NRC estão presentes nos livros didáticos da 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Em uma Organização Praxeológica identificamos: tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

O estudo do volume 1 nos permitiu durante a coleta de dados identificar 15 tarefas da OM e OD no volume 1 e presentes no manual do professor sobre “Como ensinar o tema NRC, através das ideias de contagem, sequência, ordenação, grupamentos, enumeração, seriação e classificação” que trataremos como pontual.

Como por exemplo, a figura 08 na p.106, nos mostra o momento do primeiro²³ encontro com a tarefa t_1 , da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Números Naturais”, seguido do enunciado do exercício, que exige leitura de dados explícitos, exigindo um nível cognitivo de compreensão e exige também, habilidade de comparar quantidades e inclui a interpretação e integração dos dados ao gráfico, requer um grau de inferência lógica e coerente (CURCIO, 1989), permitem que os alunos atinjam um nível de compreensão gráfica de leitura e inferência, por meio de uma aprendizagem gradual, pois entendemos que o ensino desse tipo de representação, quanto à sua construção e leitura, exerce um papel importante na instrução formal do aluno, tanto da inferência como da comunicação, estas características compõem a marca inicial da NRC, pois carregam a ideias de contagem, agrupamentos, sequencias enumeração, posição, etc.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via experimentação, ou seja, realizando uma apreensão operatória em atividades anteriores, sugerindo algumas atividades com intuito de explorar a NRC envolvido objetos concretos. .O momento do reencontro se dá pela visualização da tarefa apresentada resolvida, como descrita acima, e enriquecido pela demonstração matemática formal dada em detalhe.

²³ Destacamos aqui que este primeiro não se caracteriza com proposto por Yves Chevallard em sua definição de momentos didáticos, sendo assim, usaremos a termo sem o sentido de teoria dos momentos didáticos, apenas como foi utilizado o termo pelo manual do professor.

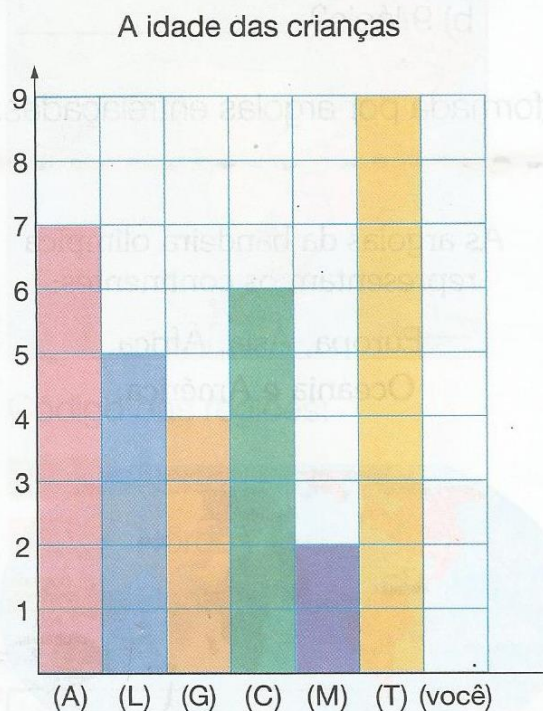
Figura 08: Atividade do livro do 1º Ano, Capítulo 2, p. 30.

11 Para indicar a idade de seus sobrinhos, Bárbara coloriu os abaixo.

Cada vale 1 ano.

Os sobrinhos de Bárbara são:

André (A), Luciana (L), Gisela (G), Cristina (C), Mariana (M) e Tiago (T).



Quantos anos tem:

a) André? _____

b) Luciana? _____

c) Gisela? _____

d) Cristina? _____

e) Mariana? _____

f) Tiago? _____

Pinte a sua idade nesse gráfico, colorindo os quadradinhos.

Fonte: A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática (2013, p.30)

Já os elementos que compõem esta atividade são definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica pontual, pois este tipo de tarefa se encontra em torno de um trio formado por uma técnica, uma tecnologia e uma teoria, e isso constitui o que se chama praxeologia pontual, desta forma, a atividade da figura 08, representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de contabilizar os quadradinhos do gráfico de cores, podendo ser descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ], este bloco gerencia o que chamamos de saber comum, desta forma, para que esta tarefa possa ser executada é necessária uma técnica, ou seja, o “como fazer” a tarefa, sendo

possível de ser realizada mediante a técnica de enumerar os quadradinhos, a partir da ordenação e/ou da sequência numérica, podendo ser caracterizada como a tecnologia.

Mais adiante no Capítulo 7 é apresentado um padrão de sequências, que nos permitiu identificar uma tarefa da OD e OM descritos nessa coleção sobre o conteúdo de “Como Ensinar Noções de Possibilidades de Sequência”. Pois a utilização das várias representações de um determinado objeto matemático deve fazer parte dos recursos didáticos e devem compor o equipamento praxeológico do aluno, para que a aprendizagem seja mais significativa, pois a aprendizagem matemática deve levar em conta os conteúdos matemáticos e o funcionamento cognitivo do aluno, visando maior compreensão dos objetos, figura 09.

Figura 09: Atividade do livro do 1º Ano, Capítulo 7, pag. 57.



Fonte: A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática (2016, p.57)

Da mesma forma como na figura 08, os elementos que compõem a atividade destacada pela figura 09, podem ser definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica pontual, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de identificar um padrão, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ], sendo assim, para que esta

tarefa possa ser executada é necessária uma técnica, que por sua vez seria sequenciar as formas, partindo dessa sequência é possível caracterizar a tecnologia que seria a ordenação.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura concreta, ou seja, realizando uma apreensão operatória em atividades anteriores, sugerindo algumas atividades com intuito de explorar a NRC envolvido em diversas sequências. O momento do reencontro se dá pela visualização da tarefa apresentada resolvida, como descrita acima, e enriquecido pela demonstração matemática formal dada em detalhe.

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades da seção explorando são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: apresentando a contagem, a ordenação, o agrupamento, a sequência, a enumeração etc.

Já o livro do 2º ano é organizado em unidades, subdivididas em 10 unidades. As unidades começam com histórias em quadrinhos, que retratam situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado, seguidas da seção explorando, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos. Ao longo dos capítulos, encontram-se as seções vamos resolver, assim também se aprende, e os quadros curiosidades, desafios e interdisciplinaridade. Os livros do 2º anos trazem, também, a seção falando de..., com projetos anuais sobre os temas: falando de você. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para recortar, além de um glossário, presente no livro do 2º ano.

O livro do 2º ano é dividido em 10 unidades, dentre os quais podemos destacar 3, ou seja, Unidade 1 – Números Naturais; Unidade 4 – Sistema de Numeração Decimal e Unidade 7 – Multiplicação e Divisão com números Naturais, dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar, ou seja, de Álgebra Elementar e é composto por sequências de atividades.

A figura 10 na p.110, nos mostra o momento do encontro com a tarefa T, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Multiplicação com Números Naturais: Ideias de multiplicação e Ideias da divisão”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura concreta, ou seja, realizando uma apreensão operatória na página 190, na seção explorando, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos, procedimento no qual o aluno realizou por uma sentença matemática e por experiências empíricas. O momento do reencontro se dá pela visualização da tarefa apresentada e resolvida, e também, enriquecido pela demonstração matemática formal dada em detalhe.


Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades da seção explorando são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: apresentando a contagem, a ordenação, os agrupamentos, a sequência, a enumeração e a Noção do Princípio Multiplicativo da Contagem de elementos que compõe à NRC.

É importante destacar que no desenvolvimento de uma OM e OD não ocorre, necessariamente, em uma ordem cronológica, pois os objetos matemáticos precisam ser reconhecidos pela pessoa **X** ou pela instituição **I**.


Figura 10: Atividade do livro do 2º Ano, Unidade 7, pag.196.

10 Uma equipe de vôlei tem:

- duas camisas coloridas diferentes — verde e amarela;



- três calções de cores diferentes — branco, azul e amarelo.



a) Se a equipe usar a camisa verde, quantos uniformes diferentes poderá formar? _____ uniformes

b) Se a equipe usar a camisa amarela, quantos uniformes diferentes poderá formar? _____ uniformes

c) Usando a multiplicação, calcule quantos uniformes diferentes a equipe pode formar. _____

Fonte: A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática (2013, p.196)

Da mesma forma como na figura 08, os elementos que compõem a atividade destacada pela figura 09, podem ser definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de agrupar os elementos “camisas e calções”, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ], sendo assim, para que esta tarefa possa ser executada é necessária uma técnica que por sua vez seria enumerar os conjuntos de combinações, partindo da enumeração é possível caracterizar a tecnologia que seria a ordenar ou sequenciar os grupos formados.

Passando para o livro do 3º ano, percebemos que este é organizado em unidades, subdivididas em 9 unidades. As unidades começam com histórias em quadrinhos, que retratam situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado, seguidas da seção explorando, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos. Ao longo das unidades, encontram-se as seções vamos resolver, assim também se aprende, e os quadros curiosidades, desafios e interdisciplinaridade. O livro do 3º ano traz, também, a seção falando de..., com projetos anuais sobre o tema: falando de higiene e saúde. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para recortar, além de um glossário, presente no livro do 3º ano.

O livro do 3º ano é dividido em 9 unidades, dentre os quais podemos destacar 4, ou seja, Unidade 1 – Sistema de Numeração Decimal; Unidade 4 – As Operações Fundamentais; Unidade 6 – Multiplicação com Números Naturais e Unidade 7 – Divisão com Números Naturais, dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar, ou seja, de Álgebra Elementar e é composto por sequências de atividades.

A figura 11 na p. 112 nos mostra que o momento o encontro com a tarefa **T**, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “As Operações Fundamentais”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via adição de números, ou seja, realizando uma apreensão operatória na pagina 133, na seção atividade, destinada a procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais.

Figura 11: Atividade do livro do 3º Ano, Unidade 5, pag.133.



Fonte: A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática (2016, p.133)

Da mesma forma como na figura 10, os elementos que compõem a atividade destacada pela figura 11, podem ser definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de identificar as regularidades, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico $[T, \tau]$, sendo assim, para que esta tarefa possa ser executada é necessária uma técnica que por sua vez seria somar os cubinhos, partindo da soma é possível caracterizar a tecnologia que seria a contabilização dos elementos agregados.

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “os alunos devem perceber que os números a ser preenchido em cada ilustração de bloco são o resultado da adição dos números que aparecem nas ilustrações dos dois blocos ilustrados logo abaixo daquele o ser preenchido”. Estes são saberes que se mostram associados à NRC.

No livro do 4º ano, contextualizam-se os conteúdos a serem estudados e articulam-se os novos conhecimentos com aqueles já adquiridos pelos alunos, a interação em sala de aula é bastante incentivada. No livro do 4º ano, é enfatizado

o estudo das operações com números naturais, apresentadas sob seus diversos aspectos e com diferentes estratégias/possibilidades de cálculo.

No livro do 4º ano, está estruturado em unidades e estas em capítulos, alguns dos quais se subdividem em tópicos, na abertura das unidades há uma história em quadrinhos relacionada ao conteúdo a ser estudado, intitulada explorando, destinada ao levantamento do conhecimento prévio do aluno. Os capítulos contêm explanações e exercícios resolvidos além das seções atividades; assim também se aprende; e vamos resolver, também incluem alguns dos boxes, com conteúdos diversificados: desafios; curiosidades; e interdisciplinaridade, ao final de cada unidade, encontram-se as seções falando de jogos e brincadeiras, que traz projetos a serem abordados durante o respectivo ano letivo, no final do volume, está disponível um glossário, sugestões de leitura para o aluno e a bibliografia da obra.

O livro do 4º ano é dividido em 7 unidades, dentre os quais podemos destacar 3, ou seja, Unidade 2 – Os Números Naturais: Sistema de Numeração Decimal; Unidade 3 – Operações com os Números Naturais: Adição e Subtração; e Unidade 4 – Operações com os Números Naturais: Multiplicação e Divisão, dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar, ou seja, de Álgebra Elementar e é composto por sequências de atividades.

A figura 12 na p.114, nos mostra que o momento do encontro com a tarefa T, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “As Operações com Números Naturais: Multiplicação e Divisão”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura concreta, ou seja, realizando uma apreensão operatória na página 98, na seção explorando, destinada a procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais de fazer combinações.

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “possibilidades diferentes; multiplicação de quantidades; sanduíches diferentes”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC.







É importante notar, que ao resolver problemas relacionados a este objeto, por possuir uma gama considerável de situações diferentes entre si, eles podem ter semelhança em vários campos que foram apresentados em outros volumes.

Figura 12: Atividade do livro do 4º Ano, Unidade 6, pag.180.

3ª situação: Numa sorveteria, podemos escolher entre:

- 2 tipos de sorvete: palito e casquinha.
- 3 sabores:
 - morango
 - chocolate
 - abacaxi

Quantas escolhas diferentes de sorvete podemos fazer?
Acompanhe:

Sorvete de palito	 morango	 chocolate	 abacaxi
Sorvete de casquinha	 morango	 chocolate	 abacaxi

$2 \times 3 = 6$

Resposta: Podemos fazer 6 escolhas diferentes de sorvete.

Quando combinamos possibilidades, usamos a operação de multiplicação.

Fonte: A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática (2016, p.180)

Da mesma forma como na figura 11, os elementos que compõem a atividade destacada pela figura 12, podem ser definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de agrupar os sorvetes de casquinha e palito, junto com os sabores, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ], sendo assim, para que esta tarefa possa ser executada é necessária

uma técnica que por sua vez seria enumerar os conjuntos de possibilidade de combinações, partindo da enumeração é possível caracterizar a tecnologia que seria a contabilização dos elementos que constituem as combinações possíveis, descrevendo por sua vez o que conhecemos como Princípio Fundamental da Contagem.

No livro do 4º ano, contextualizam-se os conteúdos a serem estudados e articulam-se os novos conhecimentos com aqueles já adquiridos pelos alunos, a interação em sala de aula é bastante incentivada. No livro do 5º ano, é enfatizado o estudo das operações com números naturais, sistemas de numeração e tabelas apresentadas sob seus diversos aspectos e com diferentes estratégias /possibilidades de cálculo.

O livro do 5º ano é organizado em unidades, compostas por capítulos que contêm as seguintes seções: Explorando, com atividades de preparação para o conteúdo a ser estudado; Chegou a sua vez!, que oferecem atividades de aplicação; Exercícios; Desafios; Tratando a informação; Brasil real, em que são feitas conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; e Retomando o que aprendeu, com exercícios de síntese dos conteúdos da unidade, que podem servir para a avaliação. No final do volume, encontram-se: Projetos Pedagógicos interdisciplinares; Indicações de leitura; Glossário; Respostas e Bibliografia.

A ênfase no BTI está nos conceitos relacionados à combinatória, probabilidade e estatística. São resolvidas e sugeridas atividades de organização e de leitura de dados em tabelas ou gráficos de barras, setores e segmentos, explorados em situações interessantes. Há também propostas de coleta de dados, cálculo de medidas de tendência central, desvio padrão, cálculo de possibilidades e a noção de probabilidade na obra.

A figura 13 na p.116 nos mostra que o momento do encontro com a tarefa T, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Naturais: operações, propriedades, algoritmos – gráfico de: barras, linhas; tabelas de dupla entrada”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura concreta, ou seja, realizando uma apreensão operatória na página 95, na seção explorando, destinada a procedimento de

identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais de fazer combinações.







Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “possibilidades diferentes; multiplicação de quantidades; sanduíches diferentes”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC.

É importante notar, que ao resolver problemas relacionados a este objeto, por possuir uma gama considerável de situações diferentes entre si, eles podem ter semelhança em vários campos que foram apresentados em outros volumes.















Figura 13: Atividade do livro do 5º Ano, Unidade 4, pag.100.

Para fazer sanduíches, uma casa de lanches tem 2 tipos de pão e 4 tipos de recheio. Quantos sanduíches diferentes essa casa de lanches vende, combinando 1 tipo de pão e 1 tipo de recheio? *8 sanduíches diferentes.*

Escolha seu lanche

Pão		Pão de forma.		Pão francês.
Recheio		Queijo.		Salame.
				Presunto.
				
				Mortadela.

Combinações de pães e recheios

Com o pão de forma, podemos fazer 4 combinações diferentes de lanche. O mesmo ocorre com o pão francês. Logo, temos 8 combinações ($4 + 4$).

Para responder à pergunta, podemos também multiplicar a quantidade de tipos de pão pela quantidade de tipos de recheio, ou seja, efetuar a **multiplicação 2×4** . Também podemos multiplicar a quantidade de tipos de recheio pela quantidade de tipos de pão, ou seja, 4×2 .

- Calcule, no caderno, quantas possibilidades diferentes teríamos para combinar um tipo de pão e um tipo de recheio, se tivéssemos 3 tipos de pão e 2 tipos de recheio disponíveis. *6 possibilidades diferentes (3×2 ou 2×3).*

Fonte: A Conquista da Matemática: Alfabetização Matemática (2016, p.100)

Da mesma forma como na figura 12, os elementos que compõem a atividade destacada pela figura 13, podem ser definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de agrupar os pães e os recheios, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico $[T, \tau]$, sendo assim, para que esta tarefa possa ser executada é necessária uma técnica que por sua vez seria enumerar os conjuntos de possibilidade de combinações, partindo da enumeração é possível caracterizar a tecnologia que seria a contabilização dos elementos que constituem as combinações possíveis, descrevendo por sua vez o que conhecemos como Principio Fundamental da Contagem.

Mais adiante daremos ênfase a análise da coleção “Porta Aberta: Alfabetização Matemática”.

3.3 - ANÁLISES DA COLEÇÃO “PORTA ABERTA: ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA”.

A coleção de livros didáticos “Porta Aberta: Alfabetização Matemática”, de uma forma geral é organizada em capítulos que em sua maioria, Estes sempre começam com uma apresentação do que será trabalhado, seguida de tópicos com atividades e das seções Desafio; Bate-papo, que incentiva a discussão entre alunos e professor; Você sabia que ...; Vamos Ler?; Você vai gostar!, com sugestões de leituras; e Brincando também se aprende, que oferece atividades lúdicas. Ao final de cada capítulo, encontram-se as seções: Vamos ver de novo?, composta por atividades de revisão; e O que estudamos, em que há uma sistematização dos principais conteúdos abordados e orientações para a família. Encerram os volumes, as seções: Mensagem de fim de ano; Você terminou o livro!, seguidas de um Glossário e a Bibliografia. Há, ainda, alguns capítulos especiais denominados Matemática, brinquedos e brincadeiras, no 1º volume, Matemática e animais, no 2º, e Matemática e esportes, no 3º volume. Cada livro tem um encarte com materiais para serem recortados.

Ao longo dos capítulos, encontram-se as seções “vamos resolver”, “assim também se aprende”, e “os quadros curiosidades, desafios e interdisciplinaridade”. Esta coleção traz, também, “a seção falando de...”, com projetos anuais sobre os temas: “falando de você”. No final do volume, há sugestões de leitura para o aluno, bibliografia da obra e peças para recortar, além de um glossário.

No livro do 1º ano, os conteúdos são apresentados por meio de atividades em que a participação dos alunos é incentivada, nos capítulos seguintes, são feitas breves explicações dos conteúdos, acompanhadas de exemplos e seguidas por atividades que devem ser resolvidas pelos alunos por meio da aplicação do que foi ensinado. Na obra, procuram-se retomar os conhecimentos prévios dos alunos e os conceitos/procedimentos é abordados e retrabalhados sucessivamente.

O livro do 1º ano é dividido em 08 capítulos, dentre os quais podemos destacar 7 dos 8 capítulos, ou seja, Capítulo 1 – Localização e deslocamento:

nomenclatura de posição, sentido – uso de símbolos – sequências lógicas e padrões - direita e esquerda; Capítulo 2 – Números até 10: ideia, usos, contagem, registros, comparação - triângulo, quadrado - tabela, gráfico de colunas - dia, semana - cubo; Capítulo 3 - Números até 10: contagem, registro, ordenação, comparação, antecessor, sucessor, ordinais; Capítulo 5 – Valor monetário: cédulas, moedas, composição, registro e comparação de quantias; Capítulo 6 – Adição com números até 10: ideias, registros, procedimentos; subtração com números até 10: ideias, registros, procedimentos – gráfico de barras - adição e subtração como operações inversas; Capítulo 7 – Números até 99: contagem, registro, comparação, ordenação, dezena, dúzia, meia dúzia – possibilidades – tempo: dia, semana, mês, ano - adição e subtração; números: dezena, unidades, 100 - tabela; Capítulo 8 – Grandezas e medidas: registros, comparação, instrumentos de medida; comprimento: unidades não convencionais, centímetro, metro; massa: quilograma, grama; capacidade: unidades não convencionais, litro; tempo: leitura e registro de horas – tabela, gráfico de colunas, dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar, ou seja, de Álgebra Elementar e é composto por sequências de atividades. Para diálogo com o leitor, recorre-se a um conjunto de personagens infantis. Os capítulos incluem, também, as seções “agora é com você” e “assim também se aprende”.

Sendo assim, neste momento da pesquisa buscaremos estudar a Organização Praxeológica e identificar essa organização do saber NRC nos Livros Didáticos de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Ou seja, buscaremos em nosso estudo identificar como “vive”, qual o “lugar” e quais os saberes sobre de referente a NRC estão presentes nos livros didáticos da 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Em uma Organização Praxeológica identificamos: tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.

O estudo do volume 1 nos permitiu durante a coleta de dados identificar 15 tarefas da OM e OD presentes no manual do professor sobre “Como ensinar o tema NRC, através das ideias de contagem, sequência, ordenação, grupamentos, enumeração, seriação e classificação” que trataremos como tarefa pontual.

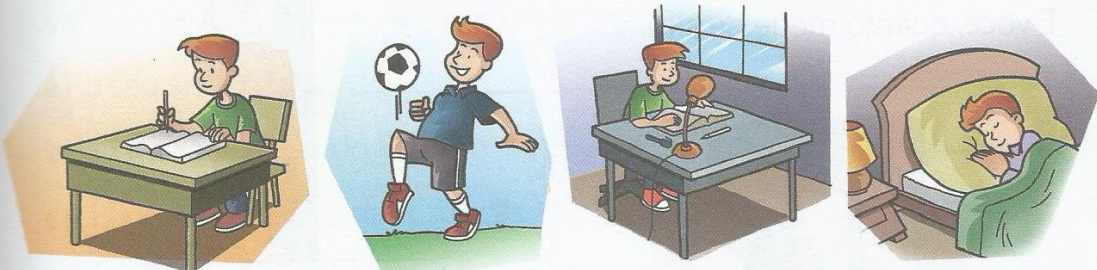
Como por exemplo, a figura 14 na p. 21 do livro do 1 ano, mostra o momento do primeiro encontro com a tarefa t, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: **“Os Números em Muitos Usos”**, seguido

do enunciado contando, medindo, ordenando e codificando, juntamente com exercício, que exige leitura de dados explícitos, exigindo um nível cognitivo de compreensão e exige também, habilidade de comparar quantidades e inclui a interpretação e integração dos dados ao gráfico, requer um grau de inferência lógica e coerente (CURCIO, 1989), neste mesma unidade e trabalhado os números como códigos, os números que indicam ordem, os números nas medidas de tempo e os números em outras medidas, permitem assim que os alunos atinjam um nível de compreensão gráfica de leitura e inferência, por meio de uma aprendizagem gradual, pois concluímos que o ensino desse tipo de representação, quanto à sua construção e leitura, exerce um papel importante na instrução formal do aluno.

O Manual do Professor sugere que sejam trabalhadas perguntas que estimulem a resgatar conhecimentos adquiridos e despertem a curiosidade sobre os temas que serão trabalhados, nesta unidade, o aluno deve identificar o emprego dos números em diversas situações do cotidiano, como código, como medida e como contagem, buscando consolidar os conhecimentos prévios dos alunos, sugerindo algumas atividades com intuito de explorar a NRC envolvido objetos concretos. O momento do reencontro se dá pela visualização da tarefa apresentada resolvida, como descrita acima, e enriquecido pela demonstração matemática formal dada em detalhe.

Figura 14: Atividade do livro do 1º Ano, Unidade 1, pag.21.

O objetivo é que o aluno leia o gráfico de colunas e interprete o tempo que Tony gasta em cada atividade e, depois, represente em um gráfico similar o tempo gasto nas atividades que ele mesmo realiza no dia. Tony anotou as horas que gasta em cada atividade.

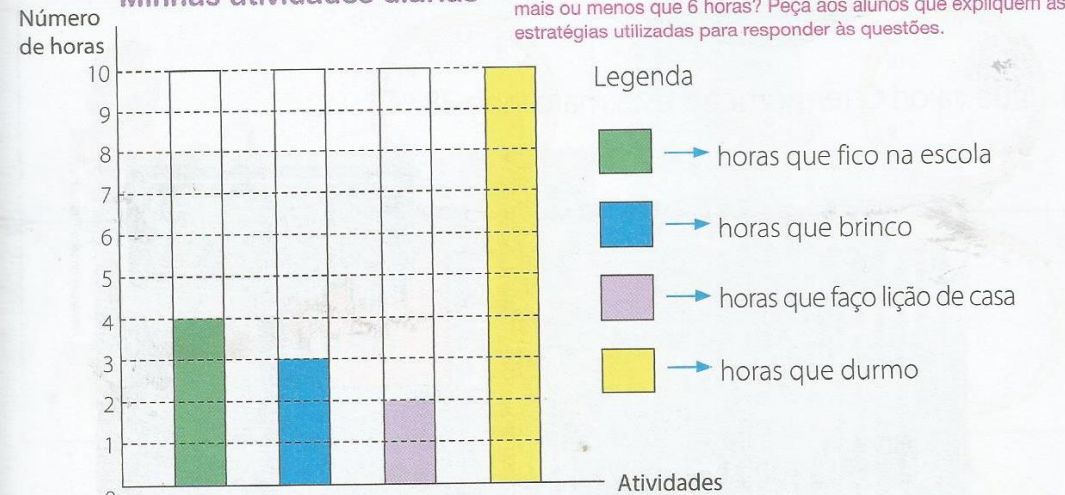


Na escola. Brincando. Fazendo lição. Dormindo.

Depois, construiu um gráfico para mostrar. Veja:

Aproveite os dados representados no gráfico para explorar a ideia de juntar da adição e a de comparar da subtração. Proponha situações-problema para a classe, como, por exemplo: Tony fica mais horas brincando ou na escola? Quantas a mais? Junte as horas que Tony passa na escola e fazendo a lição de casa. É mais ou menos que 6 horas? Peça aos alunos que expliquem as estratégias utilizadas para responder às questões.

Minhas atividades diárias



Atividade	Tempo (horas)
Na escola	4
Brincando	3
Fazendo lição	2
Dormindo	10

Legenda

- horas que fico na escola
- horas que brinco
- horas que faço lição de casa
- horas que durmo

Fonte: Dados fictícios. Elaborado em 2014.

1. Quanto tempo Tony fica:

a) na escola? 4 horas.

b) brincando? 3 horas.

c) fazendo lição de casa? 2 horas.

d) dormindo? 10 horas.

Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (2013, p.21).

Os elementos que compõem esta atividade são definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica pontual, sendo assim, esta atividade da figura 14, representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de contabilizar os quadradinhos do gráfico de cores, podendo ser

descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ], este bloco gerencia o que chamamos de saber comum, desta forma, para que esta tarefa possa ser executada é necessária uma técnica, ou seja, o “como fazer” a tarefa, sendo possível de ser realizada mediante a técnica de enumerar os quadradinhos, a partir da ordenação e/ou da sequência numérica, podendo ser caracterizada como a tecnologia.

O livro do 2º ano é dividido em 08 unidades, dentre os quais podemos destacar a unidade 2: Espaço e Forma, nesta unidade, buscaremos estudar a Organização Praxeológica e identificar essa organização do saber NRC nos Livros Didáticos de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

O estudo do volume 2 nos permitiu durante a coleta de dados identificar 10 tarefas da OM e OD presentes no manual do professor sobre “Como ensinar o tema NRC, através das ideias de sequência, ordenação e enumeração – Brincando com o Percurso” que trataremos como tarefa pontual.

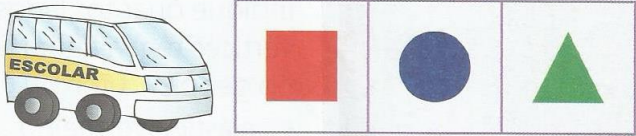
Como por exemplo, a figura 15 na p. 34 do livro do 2º ano, mostra o momento do reencontro com a tarefa t, da OM e OD, que ocorreu quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “**Brincando com o percurso**”, seguido do enunciado noções de contagem, noções de direção e sentido identificados pelas sequências de figuras geométricas, sendo assim, esta atividade explora a ordenação a codificação, de figuras geométricas, juntamente com exercício, que exige leitura de dados explícitos, exigindo um nível cognitivo de compreensão e exige também, habilidade de comparar quantidades e inclui a interpretação e integração dos dados a sequência, requer um grau de inferência lógica e coerente (CURCIO, 1989).

O Manual do Professor sugere que sejam trabalhadas perguntas que estimulem a resgatar conhecimentos adquiridos e despertem a curiosidade sobre os temas que serão trabalhados, nesta unidade como: a observação, a construção de sequências, a construção da ordenação, explorarem o contorno das figuras geométricas de forma a auxiliar o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre as elas, e também, levem o aluno a compreender o processo de coleta e organização de informações, posteriormente em um gráfico de barras, consolidando assim esse conhecimento.

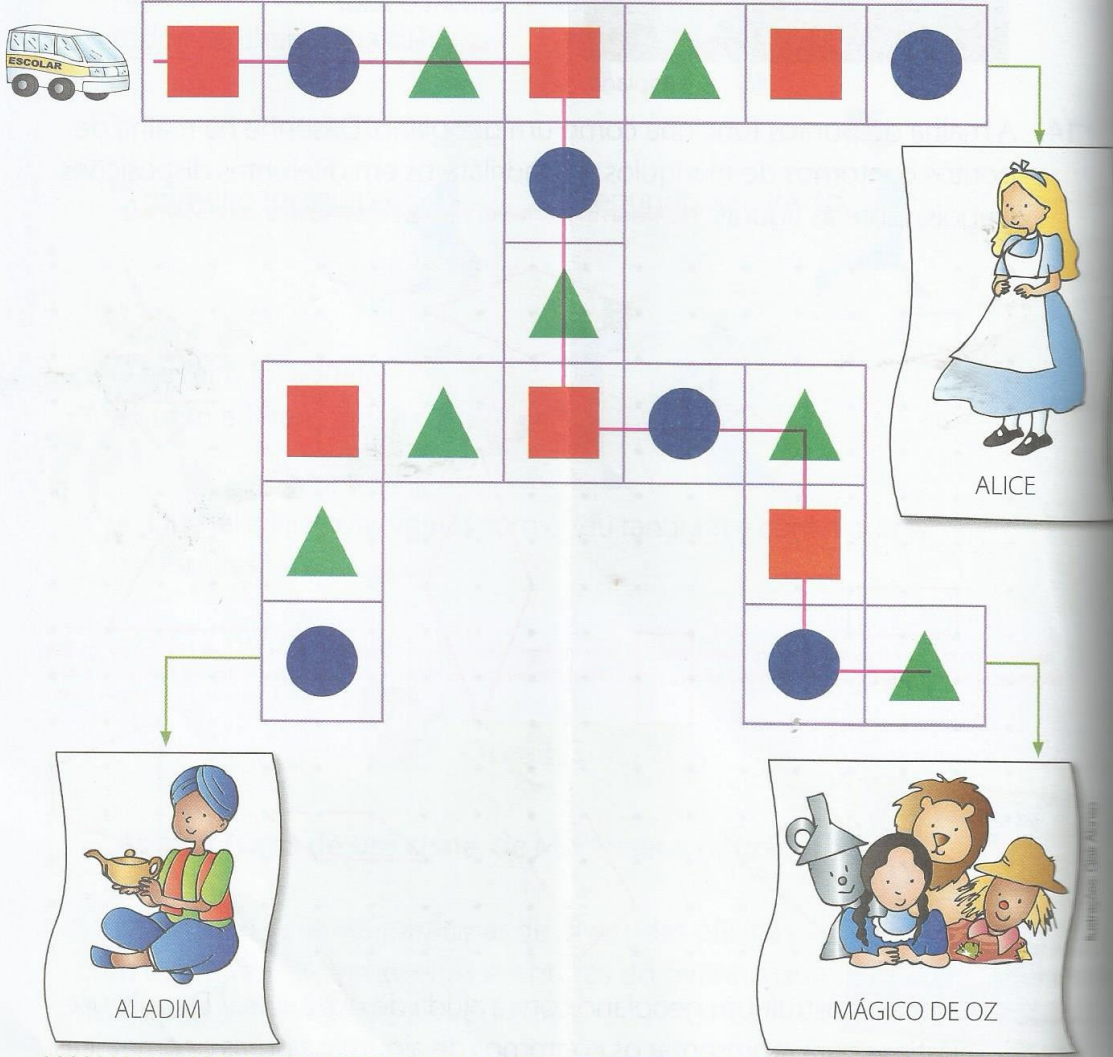
Figura 15: Atividade do livro do 1º Ano, Unidade 2, pag. 34.

O objetivo da atividade é levar o aluno a construir noções de direção e sentido, traçando um percurso de acordo com o padrão indicado pela sequência de figuras geométricas planas.

Este ônibus vai levar alguns alunos ao teatro para assistir a uma peça infantil. O caminho que o ônibus fará deve obedecer à seguinte sequência.



- Trace o caminho e descubra qual foi a peça escolhida. *Mágico de Oz.*



ALADIM

MÁGICO DE OZ

ALICE

Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (2016, p.34).

Os elementos que compõem esta atividade são definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica pontual, sendo assim, esta atividade da figura 15, representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma

maneira de sequenciar os elementos geométricos, levando o aluno a construir a noção de direção e sentido, tração um percurso de acordo com o padrão indicado na sequência. Esta tarefa pode ser executada mediante a técnica de enumerar os quadradinhos, a partir da ordenação e/ou da sequência numérica, podendo ser caracterizada como a tecnologia.

Passando para o livro do 3º ano, percebemos que este é organizado em unidades, subdivididas em 9 unidades. As unidades começam com histórias em quadrinhos, que retratam situações do cotidiano referentes ao conteúdo a ser estudado, seguidas da seção explorando, destinada ao levantamento do conhecimento prévio dos alunos.

O livro do 3º ano é dividido em 9 unidades, dentre os quais podemos destacar 4, ou seja, Unidade 1 – Os Números em seus Muitos Usos; Unidade 2 – Espaço e Forma – figuras planas; Unidade 3 – Sequência Numérica e situações de Adição e Subtração, Unidade 4 – Espaço e Forma – figuras espaciais, Unidade 5 - Sequência Numérica: As Centenas, Unidade 6 – As ideias de Multiplicação e da Divisão, Unidade 7 – Grandezas e Medidas, Unidade 8 – Trocando Ideias e Unidade 9 – Um pouco Mais, dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar, ou seja, de Álgebra Elementar e é composto por sequências de atividades.

A figura 16, na p. 81 no livro do 3º ano, nos mostra que o momento o encontro com a tarefa **T**, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Revendo as ideias de adição: juntar e acrescentar”, seguido do enunciado do exercício: “Trabalhando com o Cálculo Mental”.

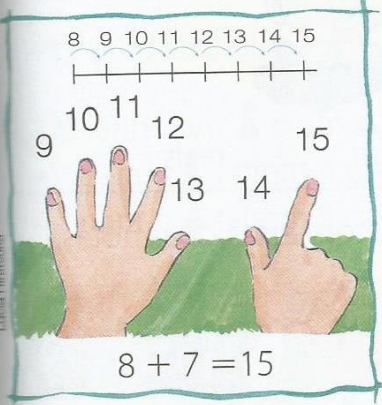
O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via adição e subtração de números naturais, ou seja, realizando uma apreensão operatória na pagina 64, na seção atividade, destinada a procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais de composição e decomposição de números naturais.

Figura 16: Atividade do livro do 3º Ano, Unidade 3, pag. 81.

Os diferentes tipos de cálculo relacionam-se e complementam-se. Exploram-se aqui algumas estratégias utilizadas no cálculo mental.

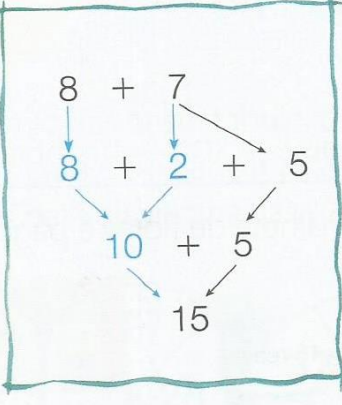
Veja os diferentes modos de obter a soma de $8 + 7$.

Usando a contagem a partir do 8.

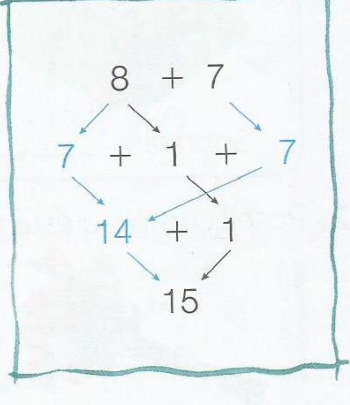


$8 + 7 = 15$

Completando 1 dezena.



Usando parcelas iguais.



a) Calcule a soma de $8 + 5$ desses três modos. _____ 13

b) Use uma dessas estratégias da atividade anterior ou invente outra para calcular mentalmente:

- $16 + 13 =$ _____ 29
- $21 + 37 =$ _____ 58

Incentive os alunos a construir outras estratégias de modo a ampliar os procedimentos sugeridos. Socialize as diversas maneiras apresentadas. Proponha outras situações similares para que os alunos possam resolver mentalmente.

Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (2016, p.34).

Os elementos que compõem a atividade destacada pela figura 16, podem ser definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de identificar as regularidades, sendo assim, para que esta tarefa possa ser executada é necessária uma técnica, que por sua vez poderia ser usar a contagem a partir do numeral oito, ou poderia ser completar a dezena e/ou usar a soma de parcelas iguais, partindo da soma é possível caracterizar a tecnologia que seria a contabilização dos elementos agregados.

Percebemos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades de cálculo mental são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “os alunos devem usar a decomposição das parcelas e logo em seguida agrupados em dezenas e unidades, para se chegar ao resultado”. Estes são saberes que se mostram associados à NRC, pois o aluno é estimulado a fazer arredondamentos para se estimar uma soma, sendo assim, esta atividade

proposta pelo livro contribui para que o aluno, por meio da observação, da construção e socialização de diferentes resultados de estratégias de calculo mental, aumente o seu próprio equipamento praxeológico, o que contribui para a sua autonomia na resolução de outras situações problemas que tratem direta ou indiretamente dessa situação descrita.

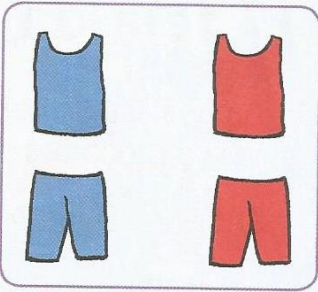
A figura 17, na p. 173 no livro do 3º ano, nos mostra o momento do encontro com a tarefa t, da OM e OD, que trata de “ideias de multiplicação”, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “As ideias da Multiplicação e da Divisão”, seguido do enunciado do exercício: “A Ideias de Combinatória”.

Figura 17: Atividade do livro do 3º Ano, Unidade 3, pag.173.

Use-se aqui a ideia combinatória da multiplicação. Para que os alunos descubram o total de possibilidades, sugerimos que pintem as blusas e as bermudas, mostrando as combinações possíveis.

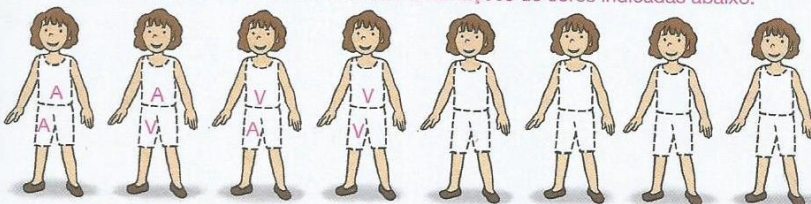
A ideia combinatória

No circo, o espetáculo já vai começar. Adriana, a trapezista, está em dúvida sobre que roupa vestir para o número de hoje. Veja as blusas e bermudas que ela pode escolher.



a) Pinte apenas os modelos necessários para mostrar as diferentes formas que Adriana tem de combinar as blusas e bermudas.

O aluno deverá pintar a roupa de 4 modelos com as combinações de cores indicadas abaixo.



b) Quantas são as cores:

- das blusas? 2
- das bermudas? 2

c) Qual é o total de combinações possíveis?

$2 \times 2 = 4$; 4 combinações.

Ilustrações: Izomar e João Anselmo

Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (2016, p.173).

Percebemos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades de “ideias de combinatórias” são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “os alunos devem usar ideias de adicionar parcelas iguais, para se chegar às ideias de formação de agrupamentos, mais adiante perceber a possibilidade de explorar noções de dobro, triplo, quádruplo, metade, até se chegar as Ideias de Proporcionalidade, para que afinal os alunos cheguem ao algoritmo da divisão”. Estes são saberes que se mostram associados à NRC, pois o aluno é estimulado formar grupos ou estimar parcelas para serem somadas, contabilizar os grupos ou as parcelas somas, determinando a quantidades de elementos deste agrupamento, sendo assim, esta atividade proposta pelo livro contribui para que o aluno, por meio da observação, da construção e socialização de diferentes resultados de estratégias de cálculo, desenvolva habilidades ligadas a NRC, contribuindo para a construção de Ideias de Combinatórias e Ideias de Proporcionalidade, para se chegar ao algoritmo da Multiplicação e posteriormente ao da Divisão, desenvolvendo assim o seu próprio equipamento praxeológico, o que contribui para a sua autonomia na resolução de outras situações problemas que tratem direta ou indiretamente dessa situação descrita.

Sendo assim, a atividade representada pela figura 17, compõem uma tarefa definida por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de agrupar os elementos “camisas e calções”, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico $[T, \tau]$, sendo assim, para que esta tarefa possa ser executada é necessária uma técnica que por sua vez seria enumerar os conjuntos de combinações, partindo da enumeração é possível caracterizar a tecnologia que seria a ordenar ou sequenciar os grupos formados.

O livro do 4º ano é dividido em 9 unidades, dentre os quais podemos destacar 3, ou seja, Unidade 3 – Números que usamos no dia a dia; Unidade 4 – Adição e Subtração com Números Naturais; Unidade 6 – Multiplicação e Divisão com Números Naturais; e Unidade 7: Números Fracionários, dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar composto por sequências de atividades.

A figura 18, na p.66 do livro do 4º ano, nos mostra que o momento do encontro com a tarefa **T**, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro

didático o subtítulo: “Contar, codificar, medir e ordenar”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno retomem os diversos empregos do número no dia a dia, explorando procedimento de identificação dos diversos empregos dos números no dia a dia.

Figura 18: Atividade do livro do 4º Ano, Unidade 3, pag. 66.

Nesta Unidade, retomam-se com o aluno os diversos empregos do número no dia a dia: como código, em contagens, em medida e em ordenação.

Contar, codificar, medir e ordenar

1. No dia a dia, os números são usados com mais de uma finalidade: contar quantidades, servir como código, representar o resultado de uma medida, indicar a ordem dos elementos em uma fila, a ordem em que fatos ocorrem etc.

Pensando no jogo de futebol, qual a finalidade do número em cada caso abaixo?

a) A quantidade de jogadores em campo. <small>Contar.</small>	c) O tempo que dura a partida. <small>Medir.</small>
b) Números nas camisas dos jogadores. <small>Codificar.</small>	d) O primeiro gol da partida. <small>Ordenar.</small>

Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (2016, p.66).

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “ideias de contagem, ideias de codificação, ideias de grandezas e medida; e ideias de ordenação”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC. Os elementos que compõem esta atividade são definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica pontual, sendo possível de ser realizada mediante a técnica de contagem e a partir da ordenação e/ou da sequência numérica, podendo ser caracterizada como a tecnologia.

É importante notar, que ao resolver problemas relacionados a este objeto, por possuir uma gama considerável de situações diferentes entre si, eles podem ter semelhança em vários campos que foram apresentados em outros volumes.

O livro do 5º ano é organizado em unidades, dentre os quais podemos destacar quatro, ou seja, Unidade 2 – Sistema de numeração decimal; Unidade 3 – Operações: Cálculos do dia a dia e Unidade 6 – Múltiplos e Divisores de um

número natural; dedicados a tópicos dos campos da matemática escolar composto por sequências de atividades.

A ênfase no BTI está nos conceitos relacionados à combinatória, probabilidade e estatística. São resolvidas e sugeridas atividades de organização e de leitura de dados em tabelas ou gráficos de barras, setores e segmentos, explorados em situações interessantes. Há também propostas de coleta de dados, cálculo de medidas de tendência central, desvio padrão, cálculo de possibilidades e a noção de probabilidade na obra.

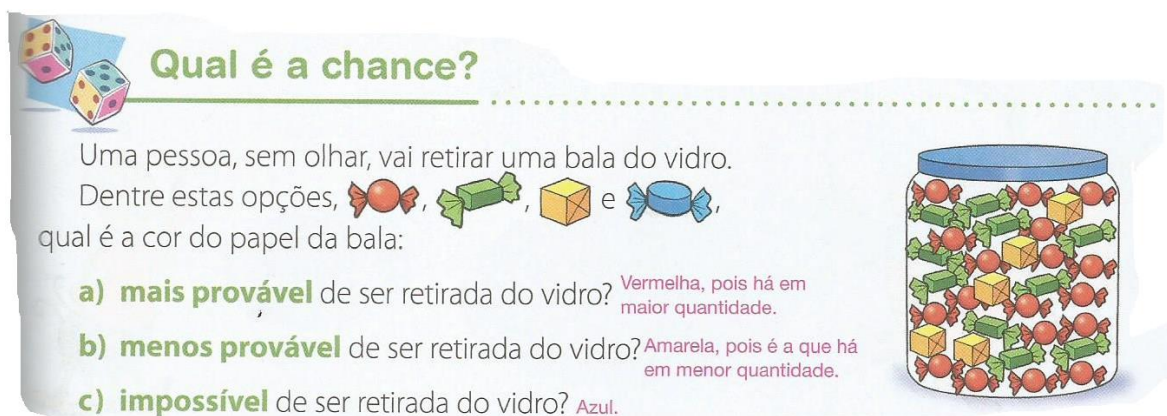
A figura 19, na p.69 do livro didático do 5º ano, nos mostra que o momento do encontro com a tarefa **T**, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Operações: Cálculos do dia a dia”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura concreta, ou seja, realizando uma apreensão operatória na pagina 67, na revendo ideias, destinada a procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais de fazer combinações.





Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “contagem, enumeração, ordenação, classificação, conjunto dos semelhantes”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC.

É importante notar, que ao resolver problemas relacionados a este objeto, por possuir uma gama considerável de situações diferentes entre si, eles podem ter semelhança em vários campos que foram apresentados em outros volumes.

Figura 19: Atividade do livro do 5º Ano, Unidade 3, pag. 69.



Qual é a chance?

Uma pessoa, sem olhar, vai retirar uma bala do vidro.
Dentre estas opções, , ,  e , qual é a cor do papel da bala:

a) mais provável de ser retirada do vidro? Vermelha, pois há em maior quantidade.

b) menos provável de ser retirada do vidro? Amarela, pois é a que há em menor quantidade.

c) impossível de ser retirada do vidro? Azul.

Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (2016, p.69).

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como a atividade foi apresentada e resolvida, como por exemplo: “ideias de contagem, ideias de possibilidade, ideias de chance”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC. Os elementos que compõem esta atividade são definidos por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, sendo possível de ser realizada mediante a técnica de contagem e a partir da ordenação e/ou da sequência numérica, podendo ser caracterizada como a tecnologia.

A figura 20, na p.81 do livro didático do 5º ano, nos mostra que o momento do encontro com a tarefa T, da OM e OD, ocorre quando o autor apresenta no livro didático o subtítulo: “Operações: Cálculos do dia a dia”, seguido do enunciado do exercício.

O Manual do Professor sugere que o aluno já teve o seu primeiro encontro via manipulação de uma figura concreta, ou seja, realizando uma apreensão operatória na página 79, na revendo ideias, destinada a procedimento de identificação das propriedades e operações aritméticas fundamentais de fazer combinações.

Identificamos que diferentes saberes são manipulados para realização da forma como as atividades são apresentadas e resolvidas, como por exemplo: “contagem, enumeração, ordenação, classificação, conjunto das soluções, princípio fundamenta da contagem”. Estes são saberes que se mostram associados ao objeto de estudo NRC.

É importante notar, que ao resolver problemas relacionados a este objeto, por possuir uma gama considerável de situações diferentes entre si, eles podem ter semelhança em vários campos que foram apresentados em outros volumes.

Figura 20: Atividade do livro do 5º Ano, Unidade 3, pag. 81.

Retornam-se aqui, em atividades diversificadas, situações associadas à multiplicação: ideia de combinatória, de organização retangular, de proporcionalidade, de adição de parcelas iguais.

Multiplicação: revendo ideias

1. Os meninos do time de futebol de salão estão escolhendo o uniforme da equipe.




a) O time de futebol de salão tem 5 jogadores. Cada jogador deve ter 2 uniformes completos, quantas peças (calções e camisas) devem ser adquiridas no total?

b) Quantos uniformes diferentes (1 calção e 1 camisa) o time poderá compor com as opções de cores fornecidas pelo vendedor?

Combinando cada cor de camisa com as diferentes cores de calção ($3 \times 3 = 9$), obtemos 9 uniformes diferentes. Se os alunos sentirem dificuldades em calcular o total de combinações, sugira a eles que desenhem as possibilidades.

Esta é a ideia de adicionar quantidades iguais.

Esta é a ideia das combinações.

	
amarela	azul
verde	amarela
branca	verde

c) Desenhe e pinte em seu caderno para mostrar como você montaria seu uniforme.

Resposta pessoal

Fonte: Porta Aberta: Alfabetização Matemática (2016, p.81).

Sendo assim, a atividade representada pela figura 19, compõem uma tarefa definida por Chevallard (1998) como uma organização praxeológica local, pois a atividade representa um tipo de tarefa que leva o discente a pensar uma maneira de agrupar os elementos “camisas e calções”, sendo descrita dentro do bloco prático – teórico [T, τ], sendo assim, para que esta tarefa possa ser

executada é necessária uma técnica que por sua vez seria enumerar os conjuntos de combinações, partindo da enumeração é possível caracterizar a tecnologia que seria a ordenar ou sequenciar os grupos formados.

Apresentamos o estudo relativo de cada um dos livros dos anos iniciais do EF dos objetos de estudo que envolvem a NRC anunciados e descritos na coleção “A Conquista da Matemática” e “Porta Aberta: Alfabetização Matemática”.

A aceitação da técnica que será associada a resolução das tarefas suscita acima é uma reflexão sobre o que diz Chevallard (1992, p. 127, Apud ALMOULOUD, 2007, p. 115):

Um objeto existe a partir do momento em que uma pessoa X ou uma instituição I o reconhece como existente (para ela). Mais precisamente, podemos dizer que o objeto o existe para X (respectivamente para I) se existir um objeto o , que denotaremos pela Relação Pessoal $R(X,o)$, que é chamada de Relação Pessoal de X com o e respectivamente $R_I(o)$, relação de I com o .

Pela citação acima, o objeto matemático precisa ser reconhecido pela pessoa X ou pela instituição I . No caso desta pesquisa, X está associado ao professor de matemática e/ou ensinante de matemática. As instituições I são aqui exemplificadas pelas obras O , ou seja, pelos livros didáticos, PNLD, PCN, artigos, TCC, Monografias, Dissertações, Teses etc.

Os tipos de tarefas T e a técnica τ que estruturam o bloco prático-técnico $[T, \tau]$ tem sua justificativa nos dois primeiros postulados da TAD:

1º Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas bem delineadas;

2º O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica” (ALMOULOUD, 2007, p. 114).

Esses dois postulados desempenham um papel crucial na relação da pessoa X com o objeto matemático o . Neste caso, a pessoa X reconhece o objeto matemático o , propõe tarefas do tipo T , mas a elaboração destas tarefas está condicionada às técnicas τ reconhecidas pela instituição I . Assim, para um tipo de tarefas T pode existir uma única técnica ou número limitado de técnicas τ reconhecidas institucionalmente. (ALMOULOUD, 2007)

O que se pretende com os tipos tarefas **T** reconhecidas nas instituições I_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) é que elas se tornem rotineiras, ou seja, os problemas que envolvem esses tipos de tarefas precisam ser superados e eles só são superados quando se obtém pelo menos uma técnica τ que funcione regularmente nas instituições I_i .

A legitimação das técnicas τ que solucionam os tipos de tarefas **T** passa pelas condições e restrições institucionais **I**. Deste modo, se o professor de matemática conceber uma técnica τ que facilite a resolução de tipos de tarefas **T** de “**noções de possibilidades de sequência**”, no primeiro ano do ensino fundamental, devo observar as condições e restrições da instituição escolar de educação básica. Isso expressa às relações institucionais que conduzem a prática docente em seu desenvolvimento profissional.

Outra observação importante, é que toda tarefa deve ser resolvida por meio de uma ou de várias técnicas, que a torna executável; cada técnica é ligada a uma tecnologia que a justifica, e por fim, esta tecnologia é justificada por uma teoria. Porém, nem sempre um tipo de tarefa é resolvido com a utilização da mesma, ou das mesmas técnicas. (BOSCH; CHEVALLARD, 2001).

Em nossa pesquisa, estudamos as completudes das organizações matemáticas e organizações didáticas em torno da NRC ou, ao contrário, a rigidez em torno de um tipo de tarefa **t**. Bosch e Chevallard (2001) propõem as seguintes condições para que uma organização matemática local seja relativamente completa: integração dos tipos de tarefas **t**; diferentes técnicas τ , ou variações de uma mesma técnica para realizar alguns tipos de tarefas; independência dos ostensivos que integram as técnicas; existência de tarefas e de técnicas “inversas” como, por exemplo, para a tarefa direta: representar das possíveis soluções da NRC a partir de sua de uma tabela de dupla entrada, a tarefa “inversa” é achar a expressão algébrica a partir da tabela; um discurso tecnológico para a interpretação do funcionamento das técnicas e de seu resultado, que pode ser verificada nas figuras 11 e 12, nas páginas 112 e 114 dessa pesquisa.

Mais adiante daremos as considerações finais das duas coleções.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal dessa pesquisa é analisar as organizações praxeológicas em torno do objeto matemático NRC, em duas coleções de livros didáticos utilizados em escolas do estado do Pará, e como é proposto hoje nos livros didáticos destinados aos anos iniciais do ensino fundamental. Este foi o objetivo que acompanhou todo o desenvolvimento desse trabalho.

Retomando a primeira parte do capítulo de Estudo Bibliográfico, nota-se que durante o período denominado 1951 a 2014, foram realizadas cinco reformas federais na educação brasileira, nesse contexto podemos destacar que o objetivo do ensino secundário era de preparar o educando para os cursos superiores. Ainda nessa parte do capítulo, observamos a evolução do objeto análise combinatória nos livros didáticos, impulsionada pelo Movimento da Matemática Moderna, que no Brasil se consolidou em 1961, esse acontecimento certamente teve uma forte influência na escrita do livro contemporâneo analisado.

Na segunda parte desse capítulo, destacamos os elementos da fundamentação teórica para a análise de um livro didático, o resultado dessa análise nos aponta a valorização da linguagem materna além da linguagem algébrica e numérica nas explicações das tarefas. Nota-se ainda, o fato do autor alternar na apresentação da técnica um exemplo algébrico/numérico, seguindo então, da explicação da mesma técnica em língua materna. No transcorrer dessas explicações destacamos a valorização dos elementos tecnológicos que justificam cada passo da técnica, esses elementos por sua vez são explicitados pelo autor, e não são deixados a responsabilidade somente do educador. Essa alternância ocorre em todo decorrer dos capítulos analisados. Esses fatos nos levam a perceber a valorização do autor na institucionalização da técnica de resolução.

Dessa forma, observamos a predominância do momento de institucionalização juntamente com o momento de trabalho com a técnica, dessa forma aproximamos o autor da obra em um modelo clássico conforme classificação de Gascón (2003). Ainda nos remetendo a análise desse livro, obtivemos como resultado algumas representações feitas por ele, o autor, representações essas que em sua maioria são feitas mediante símbolos

algébricos, esses são os objetos que são denominados por Chevallard (1998) de ostensivos.

Ao nos referirmos à terceira parte do capítulo de análise, estamos nos remetendo aos PCN e o Guia de Livros Didáticos – 2013 a 2016, e em nossa análise concluímos que esses documentos valorizam a utilização de diversas linguagens, a contextualização das tarefas, a sistematização do conteúdo, a articulação com outras disciplinas, as técnicas aplicadas para resolução das tarefas, a organização do estudo da álgebra e por fim a presença da ideia de cidadania no contexto da matemática.

Ainda na terceira parte desse capítulo, descrevemos a análise de duas coleções de livros contemporâneo, essa análise aponta para uma obra muito bem estruturada. Mostra que o autor lança mão de diversas formas de linguagem, dentre elas temos a linguagem materna, a algébrica e a numérica. Essa articulação em nosso entendimento é um ponto muito positivo, pois, acreditamos que facilita o entendimento do conteúdo pelos alunos. Quanto aos momentos de estudo destacamos nessa obra que predomina os momentos de trabalho com a técnica, uma vez que observamos a presença de várias tarefas, a constituição do entorno teórico tecnológico e a institucionalização da técnica. Sendo assim, conforme a classificação de Gascón (2003) essa obra encontra-se inserida em um modelo construtivista.

Para finalizar nossas considerações, destacamos alguns elementos que nos chamaram bastante a atenção. Ao observarmos a análise realizada em nas duas coleções, de épocas diferentes, existem elementos bastante próximos, como por exemplo: o uso da linguagem algébrica/numérica e da linguagem materna. Mesmo que esta observação nos remeta a seguinte conclusão a respeito das OM e OD.

Ao inferirmos a nossa análise dos livros didáticos, de maneira geral, identificamos que os tópicos dos capítulos, tem início com uma breve apresentação do objeto seguido da proposição de atividades dirigidas aos alunos. Esta forma de apresentação do livro didático nos levou a supor que, para o autor do livro, que a produção do conhecimento deve ser realizada pela ação do aluno, por meio da resolução de exercícios. Supomos que o autor considera como Vergnaud (1991), que para o aluno, um conceito está fortemente associado à

atividade de resolução de problemas e que, é através da resolução dos exercícios que se percebe se os significados dos conceitos são entendidos. Este princípio embasa a organização praxeológica concebida nesta coleção. No “Manual Pedagógico do Professor” confirmamos esta visão do autor.

Os volumes trazem um número bem reduzido de explicações, pois prioriza a atividade do aluno, estimulando a reflexão, a experimentação e a resolução de problemas, com o objetivo de auxiliar a produção de significados, a NRC.

Desta forma, a tônica desta coleção é ajudar o aluno a construir, desenvolver, pensar, raciocinar e aplicar ideias e conceitos matemáticos, sempre compreendendo e atribuindo significado ao que está fazendo.

O estudo do “Manual Pedagógico do Professor” nos permitiu identificar outros elementos da noção de praxeologia matemática:

- ✓ Uma intenção de proporcionar ao aluno uma aprendizagem significativa, através das experimentações ou manipulação.
- ✓ Uma intenção de realizar uma abordagem dos conteúdos o qual o aluno aprende fazendo, manipulando, comparando, descobrindo semelhanças e diferenças, regularidades e propriedades, isto é, praxeologias matemáticas particulares. Neste momento, iniciamos o aluno no raciocínio dedutivo, apresentando a ele e estimulando-o a fazer pequenas e simples deduções ou demonstrações lógicas. O raciocínio dedutivo será retomado e aperfeiçoado na série seguinte. Percebemos que a intenção é de desenvolver um ensino em espiral, aprofundando o estudo de um capítulo a outro e de um volume para outro. Por esta razão os conceitos são retomados várias vezes e pouco a pouco ampliados, aprofundados e sistematizados.

O estudo nos permitiu visualizar também a Noção Praxeológica, relativa ao objeto NRC do 1º ao 5º ano do EF, nas tarefas descritas e analisadas neste pesquisa . Levou-nos a evidenciar as propriedades do Pensamento Combinatório que tem lugar neste nível de ensino, nos anos iniciais de escolarização no 1º ao 5º ano do EF.

Os Livros Didáticos, devido à exigência de cumprimento integral da coleção pelas escolas, as instituições optam por não tratarem o ensino da NRC na perspectiva experimental, seguindo sequencialmente os capítulos do livro, reduzindo o ensino destas NRC à abordagem teórica.

Isso nos leva a acreditar que projetos de formação inseridos nos livros didáticos numa perspectiva de desenvolvimento profissional, em que a realidade do professor se faça presente no contexto da formação, tornam-se tão urgentes à prática destes profissionais, está pouco presente nessas coleções.

Ao nos referirmos à organização didática do autor, observamos de imediato em que ponto encontra-se inseridas as tarefas desse tipo, sendo assim as encontramos em dois lugares distintos, a primeira tarefa localiza-se em um tópico chamado problemas e exercícios que deve ser feito em sala de aula e as outras duas em outro tópico chamado problema e exercícios para casa. Em nosso entendimento, essa organização didática do autor é clara e merecedora de nosso elogio, pois, de início ele proporciona aos alunos a oportunidade de resolverem a tarefa em sala de aula com o auxílio do professor, dessa forma, acreditamos que nesse instante é construído uma técnica de resolução pelo aluno ou até mesmo pelo professor. Ao chegar a sua casa, o aluno, agora sem o auxílio do professor vai resolver as duas outras tarefas, só que nesse momento já está constituída uma técnica de resolução para esse tipo de tarefa.

Por fim, como trabalhos futuros, destacamos a possibilidade a luz da TAD e pelo que foi apresentado nas tarefas e técnicas descritas nesta dissertação, um mecanismo de formação continuada através do PER, para a identificação e construção de um Modelo Epistemológico de Referência Numérico (MERN) para a EB.

REFERÊNCIA

ALMEIDA, A. L. e FERREIRA, A. C. **APRENDENDO ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: um estudo com classes de 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio.** 2009. - O Repositório Institucional da Universidade Federal de Ouro Preto

ALMOULLLOUD, A. S. **Fundamentos da didática da matemática.** Curitiba: UFPR, 2007.

ANDRADE, R. C. D. **A noção de Tarefa Fundamental como Dispositivo Didático para um Percorso de Formação de Professores: o caso da geometria.** Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica. Belém, 2012. Repositório Institucional da Universidade Federal do Pará

ANDRADE, R.C. D. e GUERRA, R. B. **Tarefa fundamental em um percurso de estudo e pesquisa: um caso de estudo para o ensino da Geometria Analítica.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.4, pp. 1201-1226, 2014. Revista da PUC

BATANERO, C., GODINO, J. D. and NAVARRO-PELAYO, V. **Razonamiento combinatorio.** Ed. Sintesis. Madrid. 1996. Repositório Institucional da Universidade de Granada. Internacional

BATANERO, C., GODINO, J. D. and NAVARRO-PELAYO, V. **'The use of implicative and correspondence analysis for assessing pupils' combinatorial reasoning'**, in R. Gras (Ed), Actes du colloquem' ethodesd' analyses statistiques multidimension nelle sen Didactiquesdes Mathematiques. IRMAR, Rennes, p. 245–256. 1995. Repositório Institucional da Universidade de Granada. Internacional

BATANERO, NAVARRO-PELAYO e GODINO. **Efeito do Modelo Combinatório Implícito no Raciocínio Combinatório em Alunos do Ensino Secundário.** Educational Studies in Mathematics 32, 181–199, 1997. Repositório Institucional da Universidade de Granada. Internacional

BARRETO, F.; AMARAL, F. e BORBA, R. **Como o raciocínio combinatorio tem sido apresentado em livros didáticos de séries iniciais.** Caderno de Trabalhos de Conclusão de Curso de Pedagogia, Recife: UFPE, 2007, v. 2, p.1-21. Repositório Institucional da Universidade Federal de Pernambuco.

BARRETO, F. e BORBA, R. **Como o Raciocínio Combinatório tem sido Apresentado em Livros Didáticos de Anos Iniciais.** X Encontro Nacional de Educação Matemática. Bahia. 2010. Repositório Institucional da Universidade Federal de Pernambuco.

BOGA NETO, F. R. **Uma proposta para o ensinar os conceitos da análise combinatoria e de probabilidade: uma aplicação do uso da história da matemática, como organizador prévio e dos mapas conceituais.** Dissertação

(Mestrado). Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém, 2005. Repositório Institucional da [Universidade Federal](#) do Pará

BOLEA CATALÁN, P. **El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares**. Zaragoza: Prensas Universitarias de Zaragoza: Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Zaragoza, 2003. Repositório Institucional da [Universidade](#) de Granada. Internacional

BORBA, R., PESSOA, C. e SANTOS, R. **Analisando o ensino das estruturas aditivas a partir do livro didático de 1ª a 4ª série**. Anais do XIII Encontro de Pesquisas Educacionais do Nordeste. Natal, RN, 1997. Portal de periódicos da Universidade Federal de Santa Catarina.

BORBA, R. e PESSOA, C. **Estratégias de resolução de problemas de raciocínio combinatório por alunos de 1ª à 4ª série**. Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. 2007. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

BORBA et al. **A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL PARA O ENSINO DA COMBINATÓRIA**. RPEM, Campo Mourão, Pr, vol. 3, nº 4, jan.-jun. 2014. Revista Paraense de Educação Matemática.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Las prácticas docentes del profesor de matemáticas**. Versión provisional. Presentación parcial en el marco de las XI École d'Été de Didactique des Mathématiques, 2001. Repositório Institucional da [Universidade](#) de Granada. Internacional

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **La praxeología local como unidade de análisis de los procesos didácticos**, 2004. Disponível em:

<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/madrid>>. Acesso em 07 abril. 2015.

<http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas13SEIEM/SIEMX>

Repositório Institucional da [Universidade](#) de Granada. Internacional

BOSCH, M. GASCÓN, J. **Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de Secundaria**. En González, M.J., González, M.T. y Murillo, J. (Eds.) Investigación en Educación Matemática XIII. (pp. 89-113), 2009.

Repositório Institucional da [Universidade](#) de Granada. Internacional

BOURDIEU, P. e PASSERON, J. C. **La Reproduction**, Paris, Minuit.1997

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: SEF/MEC, 1997.

_____, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

_____, Secretaria da Educação Básica. **Guia do livro didático 1997: Matemática – séries/anos iniciais do ensino fundamental**. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 1997.

_____, Secretaria da Educação Básica. **Guia do livro didático 2013: Matemática – séries/anos iniciais do ensino fundamental**. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2013.

CAMPOS, C. R. **A Educação Estatística: Uma Investigação Acerca dos Aspectos Relevantes à Didática da Estatística em Cursos de Graduação**. Tese (doutorado). – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro : [s.n.], 2007. Repositório Institucional da [Universidade Estadual Paulista](#)

CORREIA, P. F. e FERNANDES, J. A. **Estratégias intuitivas de alunos do 9º ano de escolaridade na resolução de problemas de combinatória**. Livro de Actas do Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia. A. coruña / Universidade de Coruña: Revista Galego-Portuguesa de Psicologia e Educación, 2007. Repositório Institucional da [Universidade](#) Minho. Internacional

CORREA, J e OLIVEIRA, G. **A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória**. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, Editora UFPR, nº Especial 1/2011, p. 77-91, 2011. Repositório Institucional da [Universidade](#) Federal do Paraná.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Grenoble. La pensée Sauvage Éditions, 1991.

_____. **Familère et prolématique, la figure du professeur**. Recherches en didactique des mathématiques, 17 (3), 17 – 54, 1997.

_____. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

_____. **Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions**, Cours à la XI École d'été de Didactique des Mathématiques, pendiente de publicación, 2001a.

_____. **Aspectos problemáticos de la formación docente**, XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, Huesca, 2001b. <http://yves.chevallard.free.fr>.

_____. **Organiser l'étude 1. Structures et fonctions**. In Dorier, J.-L. & alii. (eds), Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques – Corps- 21-30 Août 2001, (pp. 3-22). Grenoble : La Pensée Sauvage. 2002a.

_____. **Organiser l'étude 3**. Ecologie et régulations. In Dorier, J.-L. & alii. (eds), Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques – Corps-21-30 Août 2001, (pp. 41-56). Grenoble : La Pensée Sauvage. 2002b.

CHEVALLARD, Y. **Symposium: "Didactique de l'enquête codisciplinaire et des parcours d'étude et de recherche"**. In: Colloque international "Efficacité et Équité en Éducation". 2008.

Disponível em:

<http://ent.bretagne.iufm.fr/efficacite_et_equite_en_education/programme/symposium_chevallard.pdf>. Acesso em: 20 outubro 2013.

_____. **La TAD face au professeur de mathématiques**, Toulouse, 29 de abril, 2009a.

Acessado em 8 de out. 2014.

<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161>.

_____. **Didactique et formation des enseignants**, Poitiers, 13 de maio, 2009b, Disponível e acessado 8 dezembro 2014

<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161>.

CHEVALLARD, Y e BOSCH, M. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs Objet d'étude et problematique**. Recherches en Didactiques des Mathématiques. vol 19, no 1, p.77-124, 1999.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e aprendizagem**. Tradução: Dayse Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

COSTA, M. C. **Possibilidades de articulação dos ostensivos e não ostensivos no ensino da noção de sistemas de duas equações lineares a duas incógnitas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNIBAN/SP. São Paulo, 2008. Disponível em:

<<http://www.uniban.br/pos/educamat/pdfs/teses/Mariza%20Canjirano%20da%20Costa.pdf>>. Acesso em: 03 mai. 2014.

DELGADO, T. Á. S. **Lo Matemático en el Diseño y Analisis de Organizaciones Didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes**. Memoria para optar al Grado de Doctor. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Madrid, 2006.

DURO, M. L. **Análise Combinatória e Construção de Possibilidades: O Raciocínio Formal no Ensino Médio**. UFRS, PPGE, Porto Alegre, 106f, 2012. Repositório Institucional da [Universidade](http://www.universidade.furg.br) Federal do Rio Grande do Sul.

EIZENBERG, M. M. and ZASLAVSKY, O. **"Undergraduate student's verification strategies of solutions to combinatorial problems"**. In: COCKBURN, A. D. e NARDI, E. (eds.). Proceedings of the 26th. Annual

Conference of the PME, vol. 2. Norwich, UEA/PME, p. 321-328. 2002. Repositório internacional

ESTEVEES, I. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental.** 2001. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, 2001. Repositório Institucional da [Universidade](#) Católica de São Paulo.

FERREIRA, M. N. P. e SELVA, A. C. V. **Compreendendo o Raciocínio Multiplicativo de Crianças da 3ª Série do Ensino Fundamental: o que Compreendem? Que Dificuldades Apresentam?**, XVI Congresso de Iniciação Científica da UFPE, 2008. Católica de São Paulo. Repositório Institucional da Universidade Federal de Pernambuco.

FISCHBEIN, E., PAMPU, L. AND MINZAT, I. **'Effect of Age and Instruction on Combinatorial Ability in Children.'** British Journal of Educational Psychology 40, 261–270. 1970. Repositório Institucional da [Universidade](#) de Granada. Internacional

FISCHBEIN, E. **The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children**, Reidel, Dordrecht. 1975. Repositório Institucional da [Universidade](#) de Granada. Internacional

FISCHBEIN, E. and GAZIT, A. **'The Combinatorial Solving Capacity in Children and Adolescents'**, Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik vol. 5, p. 193–198. 1988. Repositório Institucional da [Universidade](#) de Granada. Internacional

FONSECA, C. **Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la secundaria y la universidad.** Tese de doutorado. Universidade de Vigo, Espanha, 2004. Repositório Institucional da [Universidade](#) de Vigo. Internacional

FRANT, J. B.; CASTRO, M. R. e LIMA, T. **Pensamento Combinatório: Uma análise baseada na Estratégia Argumentativa.** Anais da 24ª Reunião Anual da ANPED, 2001. Catalogo do ANPED.

FRIOLANI, L. C. **O Pensamento Estocástico nos Livros Didáticos do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, PUC/SP, 2007. Repositório Institucional da [Universidade](#) Católica de São Paulo.

FONT, V. **Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas.** Revista EMA, 7 (2), 127-170. 2002. Repositório internacional CORE

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber a Matemática no Brasil.** Zetetikê, v. 3, n. 4, 1995. Revista de Educação matemática Zetetikê.

GARCIA, J. BOSCH, M., GASCÓN, J. e RUIZ HIGUERAS. L. **Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics**. Zentral blatt für Didaktik der Mathematik, v.38(3), p.226-246, 2006. Repositório Institucional da [Universidade](#) Católica de São Paulo.

GARCÍA, J.; BOSCH, M., GASCÓN, J. **El Álgebra como Instrumento de Modelización**. Articulación del Estudio de las Relaciones funcionales en la Educación Secundaria. In: **Investigación en Educación Matemática**, v. XI, p. 71-90, 2007. Disponível em: <www.dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2696957.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2015. Rede de Revistas Científicas da América Latina e do Caribe, Espanha e Portugal, Sistema de Informação Científica.

GASCÓN, J. **Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico**. El caso del álgebra elemental, RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, ISSN 1665-2436, Vol. 14, n. 2, p.203-231, 2011. Rede de Revistas Científicas da América Latina e do Caribe, Espanha e Portugal, Sistema de Informação Científica.

GASCÓN, J. **Del Problem Solving a los Recorridos de Estudio e Investigación**. Crónica del viaje colectivo de una comunidad científica. Revista Iberoamericana de Educación Matemática (UNIÓN), Nº 22, p. 9-35, 2010. Rede de Revistas Científicas da América Latina e do Caribe, Espanha e Portugal, Sistema de Informação Científica.

GASCÓN, J. **Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes**. RELINE. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, México, v. 4, n. 2, p. 129,159, 2001. Rede de Revistas Científicas da América Latina e do Caribe, Espanha e Portugal, Sistema de Informação Científica.

GASCÓN, J. **Efectos del “autismo temático” sobre el estudio de la Geometría en Secundaria: Desaparición escolar de la razón de ser de la Geometría**. Parte I. Suma. Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, nº 44, pp. 25 - 34 , 2003 .

GIL, A. **Como elaborar projetos de pesquisa**. Atlas: São Paulo, 2007.

GAY, M. R. G. **O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO ESTATÍSTICO NOS LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. Monografia (Especialização). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo. 2008. Repositório Institucional da [Universidade](#) Católica de São Paulo.

GONÇALVES, H. J. L. e NUNES, J. M. V. **Obstáculos Didáticos e Epistemológicos no Ensino de Noções de Análise Combinatória, Probabilidades e Estatística**. Sinergia, São Paulo, v. 11, n. 1, p. 86-94. 2010. Portal de periódicos da Universidade Federal de Goiás.

IANNECE, D.; NAZZARO, P. e TORTORA, R. **“From naïve drawing to Cartesian representation”**. In: COCKBURN, A. D. e NARDI, E. (eds.). Proceedings of the

26th .Annual Conference of the PME, vol. 1.Norwich, UEA/PME, p. 323. 2002. Repositório Institucional da UNESP.

INHELDER, B. and PIAGET, J. **De la lógica del niño a la lógica del adolescente**. Trad. M. T. Cevasco. Buenos Aires, Pai dós (originalmente publicado em 1955). 1955 - 1972 - 1976. Repositório Institucional da UNESP.

KAMIYA, K. M. e DIAS, M. A. **NÍVEIS DE CONHECIMENTO ESPERADOS DOS ESTUDANTES: Análise dos Três Níveis de Conhecimento Esperados dos Estudantes em Análise Combinatória e Cálculo de Probabilidades**. Revista PIBIC, vol. 2, p. 133-141, 2005.

KAPUR, J. N. '**Combinatorial Analysis and School Mathematics**'. Educational Studies in Mathematics. Vol. 3, 111 - 127, 1970.

LIMA, J. S. e NUNES, J. M. V. **Tratamento da Informação: um Desafio para os Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Artigo apresentado à Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção de Grau no Curso de Licenciatura Integrada em Educação em Ciências, Matemática e Linguagem na Universidade Federal do Pará. 2014.

LOPES, C. A E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. Dissertação (Mestrado). Campinas: Unicamp, 1998.

LOPES, J. M. e REZENDE, J. C. **Um Novo Jogo para o Estudo do Raciocínio Combinatório e do Cálculo de Probabilidade**. Bolema, Rio Claro, SP, vol. 23, nº 36, p. 657 a 682, agosto 2010.

MANDARINO, M. C. F. **A Análise de Soluções dos Alunos na Formação de Professores que Ensinam Matemática**. In: Anais 33ª ANPED –Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. 2010.

MENSSOURI, D. **Essai de délimitation em termes de problématiques dès effets de contrat et de transposition: lês cãs de relations entre droites et équations dans lês classes de second et Première**. Thèse. Grenoble: Université Joseph Fourier. 1994.

MORGADO, A., PITOMBEIRA DE CARVALHO, J., PINTO DE CARVALHO, P. e FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graffex, 1991.

MORAES, G. M. **Abordagem do raciocínio de análise combinatória nos livros didáticos no primeiro e segundo ciclo do ensino fundamental**. SBPC. 2013a.

MORAES, G. M. **O papel do livro didático no despertar do raciocínio de analise combinatória no primeiro e segundo ciclo do ensino fundamental**. EPAEM. 2013b.

MORAES, G. M. **A noção do raciocínio combinatório em livros didáticos dos anos iniciais: uma análise praxeológica.** Monografia (Especialização). Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém, 2014.

MORIN, E. **O método IV.** As ideias: a sua natureza, vida, habitat e organização. Portugal: Publicações Europa-América, 1992.

MORO, M. L.; SOARES, M. T. **Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental.** Educação Matemática Pesquisa, vol. 8, nº 1, p. 99-124, 2006.

NIWA, S. **Uma justificativa para se ensinar Análise Combinatória a partir do Princípio Fundamental da Contagem.** São Paulo: IFSP, 2011.

OLIVEIRA, E. G. e COUTINHO, C. Q. S.. **UM ESTUDO SOBRE SABERES DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: COMBINATÓRIA.** Anais do Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul. São Paulo. p.1-8. 2012.

OLIVEIRA, J.B. e RIBEIRO, L. M. **MATEMÁTICA X LEITURA: Contando Histórias para Introduzir Noções de Combinatória e Probabilidade.** UBM – Projeto Fundação – IM/UFRJ, 2004.

PEREIRA, J. C. S. **Análise Praxeológica de Conexões entre Aritmética e Álgebra no Contexto do Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática.** Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém, 2012.

PESSOA, C. A. S.; SILVA, C. A. da e MATOS FILHO, M. A. S. **Uma análise sobre a resolução de problemas multiplicativos por alunos de 3ª e 5ª série.** Anais do XVII Encontro de Pesquisa Educacional do Norte Nordeste. Belém: UFPA-EPENN, 2005a.

PESSOA, C., SILVA, C. A. da e MATOS FILHO, M. **Como os alunos de 3ª e 5ª série resolvem os problemas de estrutura multiplicativa?** Anais do XI Encontro Baiano de Educação Matemática, Salvador, 2005b.

PESSOA, C. e MATOS FILHO, M. **Estruturas multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas?** Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Recife, 2006a.

PESSOA, C. e MATOS FILHO, M. **Raciocínio combinatório: uma análise dos livros didáticos de matemática de 1ª a 4ª séries.** Anais da VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul, Águas de Lindóia, 2006b.

PESSOA, C. e MATOS FILHO, M. **Como os problemas de raciocínio combinatório estão sendo abordados nos livros de matemática das séries iniciais do ensino fundamental?** Anais do III SIPEM – Simpósio Internacional de Pesquisas em Educação Matemática. Águas de Lindóia, SP, 2006c.

PESSOA, C. e BORBA, R. **Como Crianças de 1ª À 4ª Série Resolvem Problemas de Raciocínio Combinatório?**. 2º SIPEMAT. 2008.

PESSOA, C. e BORBA, R. **O Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica.** 2010a.

PESSOA, C. e BORBA, R. **O Raciocínio Combinatório do Início do Ensino Fundamental ao Término do Ensino Médio.** X Encontro Nacional de Educação Matemática. Bahia. 2010b.

PESSOA, C e SANTOS, L. **ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL RESOLVENDO PROBLEMAS DE PRODUTO CARTESIANO E ARRANJO.** VII EPBEM, Trabalhando Matemática: Percepções Contemporâneas, Outubro, João Pessoa, Paraíba. 2012a.

PESSOA, C e SANTOS, L. **Estratégias bem sucedidas desenvolvidas por alunos: ponto de partida para o ensino da Combinatória no 5º ano do Ensino Fundamental.** In: Anais do XX Congresso de Iniciação Científica da UFPE, 2012b “no prelo”.

PIAGET, J. and INHELDER, B. **La genèse de l’idée de hasard chez l’enfant.** Presses Universitaires de France, Paris. 1951.

PIAGET, J. and INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares.** Trad. A. Cabral. Rio de Janeiro, Zahar (originalmente publicado em 1959). 1971.

PIAGET, J.; BERTHOUD-PAPANDROPOULOS, J. and KILCHER, H. **“Multiplicação e associatividade multiplicativa”.** In: PIAGET, J. (dir.). O possível e o necessário II - A evolução dos necessários na criança. Trad. B. M. de Albuquerque. Porto Alegre, Artes Médicas (originalmente publicado em 1983). 1986.

PINHEIRO, C. A. M. e ABAR, C. A. A. P. **NÍVEIS DO PENSAMENTO COMBINATÓRIO: uma análise sob o olhar das representações semiótica e a resolução de problemas.** Anais do Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul. São Paulo. p. 1-5. 2012.

PINHEIRO, C. A. M. **O ensino de Análise Combinatória a partir de situações-problema.** Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2008.

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil.** Bolema, Rio Claro (SP) Ano 21, nº 29, 2008, pp. 13 a 42. 2008.

ROA et al. **Estratégia sem La resolución de problemas combinatorios por estudiantes com preparación matemática avanzada.** Epsilon, vol. 36, p. 433-446. 1996.

RUIZ, A. et al. **LA FORMACIÓN MATEMÁTICO-DIDÁCTICA DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA,** In anais do III International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic. Catalunya, Spain. p. 399 - 413, 2010.

SABO, R. D. **Análise de livros didáticos do ensino médio: um estudo dos conteúdos referentes à combinatória.** Monografia (Especialização). Centro de Pós-Graduação, Pesquisa e Extensão do Centro Universitário Fundação Santo André. Santo André. 2007.

SANTOS, A. B. C. **Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau** Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas Belém, 2014.

SCALON, A. O., OSTI, A. e BRENELLI, R. P.. **Combinação de Líquidos: Uma Análise do Pensamento Operatório Formal por meio do Método Cínico.** Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas, Vol. 4, nº 1 – Jan-Jul., 2012.

SCHLIEMANN, A. **A compreensão da análise combinatória: desenvolvimento aprendizagem escolar e experiência diária.** In: Carraher, T.N; Carraher, D. W. & Schliemann, A. Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez, 1988.

SELVA et al. **O Raciocínio Multiplicativo de Crianças de 3ª e 5ª Séries: o que compreendem? Que dificuldades apresentam?** 2º SIPEMAT em Recife, 2008.

SILVA, J. F. G. e SPINILLO, A. G. **Como auxiliar crianças na resolução de problemas de raciocínio combinatorio: a explicitação dos princípios invariantes.** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

SILVA, I. M. **A Relação do Professor com o Saber Matemático e os Conhecimentos Mobilizados em sua Prática.** Tese de Doutorado IEMCI/UFGA. Belém, 2014.

SILVA, D. N., FERNANDES, J. A. e SOARES, A. J. **Intuições de alunos do 12.º ano em combinatória: Um estudo exploratório.** In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (Orgs.), Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística – Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola (pp. 61-84). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho. 2004.

SILVA, R. **O CONHECIMENTO MATEMÁTICO-DIDÁTICO DO PROFESSOR DO MULTISSERIADO: análise praxeológica.** Tese de Doutorado IEMCI/UFGA. Belém, 2012.

SIERRA, T. Á.; BOSCH, M; GASCÓN, J. **La formación matemático-didáctica del maestro de Educación Infantil: el caso de cómo enseñar a contar.** Empreñas Revista de Educación, 357. Aceite em 15 de dezembro de 2009. www.revistaeducacion.mec.es/doi/357.

SOUZA, A. C. e LOPES, C. E. **COMBINANDO ROUPAS E VESTINDO BONECOS: IDEIAS DE COMBINATÓRIA NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE UMA EDUCADORA DA INFÂNCIA.** Revista Eletrônica de Educação, vol. 6, nº 1, mai. 2012.

SOUZA, A. C. **BRINCANDO COM IDEIAS DE COMBINATÓRIA NOS BALANÇOS DO PARQUE: INDÍCIOS DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE UMA EDUCADORA DA INFÂNCIA.** XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino - UNICAMP - Campinas – 2012.

SOUZA, A. C. P. e ONUCHIC, L. R. **Análise Combinatória apoiada na Metodologia de Ensino- Aprendizagem–Avaliação de Matemática através da resolução de problemas.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP- Rio Claro, 2013.

TEIXEIRA, L. R. M.; CAMPOS, E. G.; VASCONCELLOS, M.; GUIMARÃES, S. D. **O uso do livro didático e o desempenho dos alunos do ensino fundamental em problemas de combinatória.** Série-Estudos - Periódico do Mestrado em Educação da UCDB, Campo Grande-MS, nº 26, p. 97-112, jul./dez. 2008.

TEIXEIRA et al. **Problemas multiplicativos envolvendo combinatória: estratégias de resolução empregadas por alunos do Ensino Fundamental público.** Educar em Revista, Editora UFPR, Curitiba, Brasil, nº Especial 1/2011, p. 245-270, 2011.

VERGNAUD, G. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas.** Análise Psicológica, Vol.1, 1986.

WEBSTER, J. e WATSON, J.T. **Analyzing the past to prepare for the future: writing a literature review.** MIS Quarterly & The Society for Information Management, vol. 26, nº 2, p.13-23, 2002.

WIELEWSKI, G. D. **O Movimento da Matemática Moderna e a formação de grupos de professores de Matemática no Brasil.** p. 1-10, 2008
Disponível em:<http://www.apm.pt/files/_co_wielewski_4867d3f1d955d.pdf.
Acesso em: 16 nov. 2013.