



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA - IEMCI
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICAS - PPGECM

VICTOR HUGO CHACON BRITTO

OS MOMENTOS DIDÁTICOS E A AVALIAÇÃO FORMATIVA

Belém/PA
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B862m Britto, Victor Hugo Chacon
Os Momentos Didáticos e a Avaliação Formativa / Victor Hugo
Chacon Britto. — 2019.
137 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Renato Borges Guerra
Coorientador(a): Prof. Dr. Roberto Carlos Dantas Andrade
Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e
Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

1. Avaliação Formativa. 2. Matemática. 3. Teoria
Antropológica do Didático. 4. Formação de Professores. 5.
Geometria Analítica. I. Título.

CDD 371.144

VICTOR HUGO CHACON BRITTO

OS MOMENTOS DIDÁTICOS E A AVALIAÇÃO FORMATIVA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA), como requisito obrigatório para obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas, sob orientação do Prof. Dr. Renato Borges Guerra e coorientação do Prof. Dr. Roberto Carlos Dantas Andrade.

Belém/PA
2019

VICTOR HUGO CHACON BRITTO

OS MOMENTOS DIDÁTICOS E A AVALIAÇÃO FORMATIVA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA), como requisito obrigatório para obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas.

Data de aprovação: ____/____/____

Conceito: _____

Banca Examinadora:

_____ - Orientador

Renato Borges Guerra
Doutor em Engenharia Elétrica
Universidade Federal do Pará (UFPA)

_____ - Coorientador

Roberto Carlos Dantas Andrade
Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas
Universidade Federal do Pará (UFPA)

_____ - Membro interno

Isabel Cristina Rodrigues de Lucena
Doutora em Educação
Universidade Federal do Pará (UFPA)

_____ - Membro interno

Tadeu Oliver Gonçalves
Doutor em Educação
Universidade Federal do Pará (UFPA)

_____ - Membro externo

Talita Carvalho Silva de Almeida
Doutora em Educação Matemática
Universidade Federal do Pará (UFPA)

_____ - Membro externo

Natanael Freitas Cabral
Doutor em Educação
Universidade da Amazônia (UNAMA)

_____ - Membro externo

Gilberto Emanuel Reis Vogado
Doutor em Educação Matemática
Universidade do Estado do Pará (UEPA)

Ofereço o presente trabalho aos meus familiares e amigos, em especial a Mary Neves Chacon (*in memoriam*), por sua compreensão, paciência e apoio em todos os momentos de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, princípio de tudo, por sua presença constante e proteção.

Aos meus pais, por serem exemplos e alicerces em minha vida, formação e por terem sempre acreditado em mim.

A minha esposa, meu filho, meus familiares e amigos, por compartilharem dos bons e maus momentos, oferecendo-me força para seguir.

A Universidade Federal do Pará (UFPA), por me proporcionar sua estrutura física e intelectual.

Ao meu orientador Renato Borges Guerra e coorientador Roberto Carlos Dantas Andrade, pela dedicação, compreensão e por contribuírem para a realização deste trabalho.

RESUMO

Esta comunicação de pesquisa trata da problemática da avaliação escolar em matemática, assumindo esta como um problema da profissão docente com matemática no Ensino Básico. O enfrentamento desta se dá no contexto da avaliação formativa de tal modo que o saber possa ser construído na imbricação da tríade ensino-aprendizagem-avaliação, considerando as condições e restrições advindas do saber e das instituições em que ele vive, assim insere-se no Programa Epistemológico de Pesquisa em Didática das Matemáticas, mais precisamente no quadro da Teoria Antropológica do Didático, em que os Momentos Didáticos articulados com pressupostos da avaliação formativa possibilitaram propor um modelo para avaliação denominado de Avaliação Formativa Didático-Matemática. Este modelo se estabeleceu como resposta ao questionamento: De que maneira o professor pode realizar a avaliação formativa relativa ao saber matemático ensinado em sala de aula, no sentido de avaliar a aprendizagem no processo de ensino? Para tanto, desenvolveu-se um Percurso de Estudo e Pesquisa que gerou sistemas auxiliares ao redor dos quais se constituiu o Percurso de Estudo e Pesquisa em uma Comunidade de Práticas Docentes que provocou a vivência do modelo avaliativo como prática docente com os alunos em sala de aula, por meio do desenvolvimento de um sistema de tarefas para o estudo da Geometria Analítica. A análise praxeológica em complexidade crescente foi assumida como referência para analisar as produções advindas da comunidade de práticas e da sala de aula, em que se evidenciou os momentos cruciais de avaliação, as comunicações e os *feedbacks* na perspectiva da regulação do processo de estudo no enfrentamento dos tipos de tarefas e técnicas.

Palavras-chave: Avaliação Formativa. Matemática. Teoria Antropológica do Didático. Prática Docente. Geometria Analítica.

ABSTRACT

This overview research references to the problematics of scholar evaluations in mathematics, presuming this as a matter of the teaching staff with mathematics in basic studies. The confrontation of the problem in the context of formative evaluation in the way that the knowledge can be built in the interweaving of triad teaching-learning-evaluation, considering as conditions and restrictions resulting of the knowledge and institutions that it lives. that way it was insert in the Research Epistemological Program in mathematics' didactics, more precisely in Anthropologic Theory of Didactic, which the didactic moments articulated with presumptions of formative evaluation enabled proposing a model's evaluation named as Formative Evaluation Didactic-Mathematic. This structure establish itself as answer to the questioning: in what way the professor can realize a formative evaluation relative to the mathematic knowledge taught in class, in the sense of evaluate the learning in the schooling? therefore it was developed a Path of Study and Research, which resulted in systems aids around those it was represented the Path of Study and Research on a Community of Educational Practice what motivated the experience of the evaluative model as educational technique with the students in the class room, through development of a tasks system to the study of analytical geometry. The praxeological analyses in growing difficult was assumed as reference to analyse the productions arising of community of practices and class room, in what it was emphasize the crucial moments of evaluation, the communications and feedbacks in the perspective of regulation of study's process in confrontation of tasks and techniques types.

Keywords: Formative Evaluation; Mathematic; Anthropological Theory of Didactic; Educational Practice; Analytical Geometry.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 -	Contribuições da Avaliação Formativa para o Processo de Ensino-aprendizagem.....	19
Esquema 1 -	Princípios de ação.....	32
Esquema 2 -	Princípios fundamentais segundo o ARG.....	34
Quadro 2 -	Resumo das articulações entre os modelos epistemológicos, docentes e momentos didáticos apresentados por Gascón (2001).....	62
Figura 1 -	Modelo Epistemológico de referência em construção relativo a T_1	103
Figura 2 -	Comunicação do aluno A relativa a t_{1a}	104
Figura 3 -	Comunicação do aluno B relativa a t_{1a}	105
Figura 4 -	Comunicação do grupo C relativa a t_{1a}	106
Figura 5 -	Comunicação do grupo D relativa a t_{1a}	108
Figura 6 -	Comunicação do grupo E relativa a t_{1a}	109
Figura 7 -	Comunicação do grupo E relativa a t_{1b}	110
Figura 8 -	Comunicação do grupo E relativa a t_{1c}	111
Figura 9 -	Comunicação do grupo F relativa a t_{1c}	112
Figura 10 -	Comunicação do grupo F relativa a t_{1d}	113
Figura 11 -	Comunicação do grupo E relativa a t_{1d}	114
Figura 12 -	Comunicação do grupo E relativa a T_1	115
Figura 13 -	Institucionalização dos alunos do grupo E relativo a T_1	116
Figura 14 -	Modelo Epistemológico de referência em construção relativo a T_2	117
Figura 15 -	Comunicação do grupo G relativa a t_{2a}	118
Figura 16 -	Comunicação do grupo G relativa a t_{2b}	119
Figura 17 -	Comunicação do grupo G relativa a t_{2c}	119
Figura 18 -	Modelo Epistemológico de referência em construção relativo a T_3	121
Figura 19 -	Comunicação do grupo H relativa a t_3	122
Figura 20 -	Comunicação do grupo I relativa a T_3	123

LISTA DE SIGLAS

ARG	<i>Assessment Reform Group</i>
EP	Equipamento Praxeológico
GEDIM	Grupo de Pesquisa em Didática da Matemática
IEMCI	Instituto de Educação Matemática e Científica
ODM	Organizações Didático-Matemáticas
OML	Organização Matemática Local
OMP	Organização Matemática Pontual
OMR	Organização Matemática Regional
QCA	<i>Qualifications and Curriculum Authority</i>
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UFPA	Universidade Federal do Pará

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	AVALIAÇÃO FORMATIVA	16
2.1	Construto da Avaliação Formativa <i>versus</i> Somativa	17
2.2	Concepções de Avaliação Formativa	23
2.2.1	A avaliação pontual de regulação retroativa.....	23
2.2.2	A avaliação contínua de regulação interativa	25
2.2.3	Aprendizagem assistida pela avaliação	29
2.2.4	Avaliação para a Aprendizagem – <i>Assessment for Learning</i>	31
2.2.5	Avaliação Formativa Alternativa.....	38
3	A AVALIAÇÃO FORMATIVA E A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)	42
3.1	Pressupostos da Avaliação Formativa na perspectiva da Teoria Antropológica do Didático (TAD)	42
3.2	Os Momentos Didáticos da TAD	45
3.3	A Avaliação Formativa no contexto do Programa Epistemológico	47
3.4	A incidência dos modelos epistemológicos da matemática sobre a prática docente	50
4	O ESTUDO DAS PRAXEOLOGIAS DIDÁTICAS COMO PROPOSTA METODOLÓGICA	64
5	AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA	69
5.1	Articulações entre a Avaliação Formativa e a TAD	69
5.2	PER em uma Comunidade de Práticas Docentes	76
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	126
	REFERÊNCIAS	129
	APÊNDICE A – PLANILHA I DE ACOMPANHAMENTO PARA A AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 1º ANO	134
	APÊNDICE B – PLANILHA II DE ACOMPANHAMENTO PARA A AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 1º ANO	135
	APÊNDICE C – PLANILHA I DE ACOMPANHAMENTO PARA A AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 2º ANO	136
	APÊNDICE D – PLANILHA II DE ACOMPANHAMENTO PARA A AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 2º ANO	137

1 INTRODUÇÃO

Nossa prática docente, como professor de Matemática da rede pública no ensino básico, tem se pautado por momentos de reflexões sobre o ensino da matemática nas escolas, o que nos levou a participar do Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática (GEDIM) da Universidade Federal do Pará (UFPA), no qual nos deparamos com a problemática da avaliação formativa no sentido de contemplar as especificidades dos saberes disciplinares, no nosso caso os matemáticos, e também investigar para construir um modelo que possa ser vivenciado na prática docente em sala de aula.

Ao investigar sobre o tema da avaliação formativa, percebemos que ela pode assumir um papel importante no âmbito do processo de estudo, pois além de proporcionar, no processo e de maneira contínua, a regulação do ensino por parte do professor e a observação das manifestações dos alunos com relação às suas aprendizagens, pode mobilizar os docentes para uma discussão acerca dos saberes a serem ensinados, no nosso caso matemáticos, no sentido de uma articulação das práticas com esse saber no intuito de avaliar o processo de estudo.

Essas investigações não se deram de forma caótica, mas segundo a luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), concebida por Yves Chevallard (1992), que nos forneceu subsídios para inferir possíveis alternativas de como o professor pode avaliar seus alunos de maneira formativa no processo de estudo, mais especificamente como o docente pode construir organizações didático-matemáticas (ODM), traduzidas em sistemas de tarefas articuladas que tratam das práticas de um determinado saber, ao assumir a avaliação formativa na sua prática docente.

Nesse contexto, um possível caminho para a avaliação no processo é partir da noção de praxeologia introduzida por Chevallard (1999), de maneira a articular um conjunto de tarefas e técnicas com a avaliação formativa como o fio condutor nas construções das ODM a partir dos elementos praxeológicos [T / $\hat{\theta}$ / θ / Θ]: tarefa, técnica, tecnologia e teoria, elementos que serão explicados no percurso da pesquisa, além de criteriosa análise das condições e restrições institucionais.

Esse pensar se estendeu ao desdobramento dos questionamentos para a ação em sala de aula, de forma a refletir como o professor pode avaliar seus alunos de maneira formativa, no processo de estudo, segundo elementos da TAD. Dessa forma, promover a articulação de características das concepções de avaliação formativa investigadas, como a comunicação por

parte dos alunos, os *feedbacks* dos professores e o aprimoramento do ensino e da aprendizagem, com alguns elementos da TAD.

Ao analisar a problemática da avaliação formativa, percebemos que esta requer outros enfrentamentos, porque acaba por se desdobrar em outros questionamentos, seja na perspectiva da matemática, da didática ou na relação didático-matemática. Essas questões aparecem relacionadas ao currículo, à formação do professor e à utilização de metodologias para o ensino.

Nesse sentido, na prática do professor com Matemática insere-se o problema da avaliação e este se encontra associado, em conformidade com Gascón (2010), às problemáticas do currículo, da formação de professores e da utilização de metodologias para o ensino. Assim, essas problemáticas são do sujeito de uma instituição de ensino, e não do indivíduo, do docente enquanto pessoa, o que é indicado por Cirade (2006), Chevallard (2001; 2009b) e Gascón (2010) como problema da profissão de professor, ou seja, o problema da avaliação é um problema institucional.

Assim, assumindo a avaliação como um problema da profissão e, mais especificamente, em relação com a avaliação formativa, entendida como a regulação do ensino com o propósito de aprimorar a aprendizagem, segundo Barreira, Boavida e Araújo (2006), nos deparamos com o seguinte questionamento: **De que maneira o professor pode realizar a avaliação formativa relativa ao saber matemático ensinado em sala de aula, no sentido de avaliar a aprendizagem no processo de ensino?**

Na busca de enfrentar a problemática da avaliação, como problema da prática do professor, poderíamos situá-la no seio do Programa Cognitivo, visto que a investigação das concepções de avaliação formativa desta pesquisa indicaram que essas concepções são apontadas como cognitivistas, o que supõe que os problemas vinculados ao ensino da matemática podem ser enfrentados e resolvidos ao tomar-se como elementos de análise as características individuais dos sujeitos diante do saber matemático, tais como: atitudinais, cognitivas, linguísticas, motivacionais, etc.

Por outro lado, a mesma problemática poderia ser abordada no ambiente do Programa Epistemológico, o qual propõe a investigação a partir da análise, construção e reconstrução das praxeologias matemáticas institucionalizadas de modo geral, não só as que estão presentes no Equipamento Praxeológico do professor ou do aluno, isto é, no amálgama de praxeologias e de fragmentos praxeológicos de que a pessoa dispõe para ativar a qualquer momento, quando necessário, sob certas condições e restrições, mas também das advindas das

relações institucionais. Desse modo, uma possibilidade de enfrentamento da problemática em questão é sugerida por Gascón (2010), que seria construir e contrastar empiricamente: “a) um modelo epistemológico geral das matemáticas e os correspondentes modelos locais de seus diferentes âmbitos; b) modelos da gênese e desenvolvimento das ODM em cada uma das instituições de sua difusão intrainstitucional e interinstitucional” (GASCÓN, 2010, p. 20).

Ao analisar os dois programas de investigação e considerar a problemática da avaliação, na perspectiva da avaliação formativa, vamos assumir que o ambiente propício para a busca de respostas relativas aos questionamentos desdobrados na pesquisa é no seio do programa epistemológico, o que é justificado pela relevância dada ao saber matemático envolvido no sistema de avaliação, acrescentado ao papel que a avaliação formativa pode assumir no decorrer do processo de estudo.

Nessa perspectiva epistemológica, podemos conjecturar a existência de tarefas matemáticas que nos permitam enxergar o conteúdo matemático ao longo do currículo do ensino básico e que possibilitem o desenvolvimento de praxeologias matemáticas de complexidade crescente, com o intuito da construção de ODM em articulação com a avaliação formativa.

Nesse sentido, defendemos em tese que a instituição docente – entendida como uma comunidade de professores – no enfrentamento do problema da avaliação formativa, pode construir sistemas de tarefas, eleger entre as já existentes em seu equipamento praxeológico ou nas obras matemáticas, com a finalidade de apontar os momentos cruciais de regulação avaliativa no decorrer do processo de estudos, com o olhar no modelo epistemológico de referência adotado, para que estejam imbricados os Momentos Didáticos da TAD com os momentos de avaliação formativa.

Para isso, ao observar que a problemática apresentada é um problema da profissão docente, situamos esta pesquisa ao nível da disciplina Matemática da escola básica por meio da área da geometria, em particular o setor Geometria Analítica, tomando como ambiente de investigações não só a história e a epistemologia da Geometria Analítica, mas, sobretudo, os confrontos de práticas docentes, das mobilizações dessas práticas que professores, em suas memórias, em suas vivências e experiências, não somente com o tema em questão, poderiam realizar quando buscam as imbricações entre as ODM para o estudo da Geometria Analítica e a avaliação formativa.

A escolha da Geometria Analítica se deu por ser um tema matemático de referência para a escola básica e, além disso, por ser o objeto matemático utilizado no estudo de Andrade

(2012), no qual nos deparamos com um Percurso de Estudos e Pesquisas (PER) em uma comunidade de práticas docentes, em particular a mesma em que nossa pesquisa foi desenvolvida, em que se concebe a Noção de Tarefa Fundamental, sendo esta construída sob a compreensão da TAD, da qual tomamos como referência inicial o modelo epistemológico da Geometria Analítica apresentado.

Salientamos que, apesar de situar no nível da disciplina, não serão deixados de observar os outros níveis de codeterminação que influenciam o sistema de investigação, quais sejam: da Humanidade, das sociedades, das civilizações, da escola e das pedagogias. Posto que Chevallard (2016, p. 15, tradução nossa) alerta que “ao tentar analisar didaticamente uma situação ou instituição, precisamos identificar as condições de todos os níveis que são restrições para alguns atores da situação ou instituição e identificar as condições que podem ser ‘livremente’ criadas pelo mesmo”.

Dessa maneira, no desenvolvimento de nossa investigação, assumimos a problemática em nível institucional como de uma comunidade de práticas, de professores que atuam em uma escola pública por meio de um PER a partir de um sistema didático nos termos propostos por Yves Chevallard (2009a; 2009b). O PER, no seio desse tipo de comunidade, se configura como um dispositivo de formação continuada, que poderá provocar a entrada dos professores em processos de investigações das questões que emergem dos confrontos das práticas.

Com o intuito da construção de uma compreensão do papel da avaliação formativa como fio condutor do desenvolvimento de ODM de complexidade crescente, olhamos para o passado e para o futuro de nossas vivências escolares, de forma a perceber a razão de ser dos objetos matemáticos estudados e, com isso, a sua institucionalização como ODM mediada pela avaliação formativa em consonância com os pressupostos teóricos da TAD, mais especificamente os momentos didáticos e a incidência dos modelos epistemológicos da matemática sobre a prática docente.

Esta pesquisa tem caráter teórico-metodológico em acordo com as pesquisas realizadas no seio do Programa Epistemológico de Pesquisas em Didática das Matemáticas. Dessa forma, é dividida em duas partes que se articulam simultaneamente: na primeira delas, nos propusemos à realização de uma revisão teórica das concepções de avaliação formativa e nos elementos conceituais que compõem a TAD, de modo a possibilitar a articulação entre esses dois saberes, além de compreensões que possibilitassem conceber possíveis contribuições teóricas para a prática docente; na segunda parte, corporificamos nossa

compreensão a partir de uma comunidade de práticas de professores de matemática de uma escola pública da cidade de Belém-PA, por meio de um percurso de estudo e pesquisa, PER, com a geometria analítica, que se configura não só como uma metodologia de nossa pesquisa empírica, como também um percurso de formação continuada de professores no efetivo exercício da docência.

Dessa maneira, esta comunicação de pesquisa se desenvolve em quatro capítulos. Nos dois primeiros discorremos sobre o Quadro Teórico da pesquisa, o qual fundamenta a investigação. No primeiro (tópico 2) apresentamos um Recorte Histórico Cronológico da Avaliação Formativa, dividindo o capítulo em dois subtópicos: Construto da Avaliação Formativa versus Somativa, que mostrará uma trajetória da construção do modelo formativo caminhando lado a lado ao somativo; e Concepções de Avaliação Formativa, em que observaremos de maneira mais consistente e fundamentada o construto desta forma de avaliar, por meio de sua caracterização, baseado em alguns autores da educação tomados como referências no contexto da Avaliação Formativa.

No segundo capítulo (tópico 3) buscamos referenciar uma possível articulação entre a Avaliação Formativa e a TAD, descrevemos os objetos da TAD que consideramos pressupostos teóricos que possivelmente nos fornecerão subsídios para a realização da avaliação formativa em sala de aula. Dentre esses pressupostos, observaremos as articulações entre Os Momentos Didáticos da TAD e as práticas da avaliação formativa; a própria avaliação formativa no contexto do programa epistemológico e a incidência dos modelos epistemológicos da matemática sobre a prática docente.

No terceiro capítulo (tópico 4), abordaremos a questão metodológica da pesquisa que no desenvolvimento de nossa investigação, assumimos a problemática em nível institucional como de uma comunidade de práticas de professores que atuam em uma escola pública por meio de um PER, que se configura, também, como uma metodologia de nossa pesquisa empírica.

Nesse sentido, situamos a metodologia da pesquisa como um estudo das praxeologias didáticas, que Chevallard (2016) descreve como a análise de praxeologias que emergem de um modelo didático o qual ele denomina de sistema de investigação. Em nosso caso, o percurso se caracteriza por meio do sistema de investigação modelado inicialmente por $S_i (Q_0, X_r, Y_c)$, a partir da questão **Q₀: como avaliar contemplando a especificidade dos saberes disciplinares?** Tendo como partícipe deste sistema a pessoa X_r , caracterizada como o orientador dos estudos, e Y_c , o investigador, com a intenção de construir possíveis respostas a

esta questão. No enfrentamento da questão, é produzido o meio de onde emergem respostas preliminares ao consultar as obras; no estudo destas respostas e das obras surgem novos questionamentos, que se estabelecem compondo o meio onde se desenvolve a investigação, caracterizado por Chevallard (2016) como $M = \{R^{\diamond}_1, R^{\diamond}_2, \dots, R^{\diamond}_n, O_{n+1}, \dots, O_m, Q_{m+1}, \dots, Q_p\}$. Em consequência, o autor nos apresenta um modelo investigativo desenvolvido que se configura da seguinte forma: $[S_i(Q_0, X_r, Y_c) \rightarrow M] \rightarrow \mathbf{R}$, em que \mathbf{R} seria a resposta ótima que se espera chegar e que deverá ser chancelada por nossos pares pesquisadores.

A partir deste sistema inicial de investigação se desdobram outros sistemas frutos de questionamentos derivados de Q_0 , quais sejam Q_1 : como o professor pode construir ou reconstruir organizações didático-matemáticas ao assumir a avaliação formativa na sua prática docente?; Q_2 : Como o professor de matemática pode vivenciar o modelo avaliativo formativo articulado a elementos da TAD, no processo de estudo? Estes novos sistemas e o sistema inicial compõem um Percurso de Estudo e Pesquisa que, em nossa investigação, para o percurso em contexto teórico denotamos como PER da investigação – PER(I) – e o segundo em um contexto prático que denotamos por PER da prática – PER(P). O PER(P) se desenvolve em uma comunidade de práticas docentes motivado pela questão Q_1 , este percurso faz emergir outros questionamentos que impulsionam o estabelecimento de sistemas didáticos auxiliares que provocam a necessidade da materialização da prática com os alunos em sala de aula.

No quarto capítulo (tópico 5), apresentamos nossa proposta de avaliação denominada Avaliação Formativa Didático-Matemática na qual mostraremos as possíveis Articulações entre as concepções de Avaliação Formativa e da Teoria Antropológica do Didático confirmadas no desenvolvimento do PER(P) com implicações na ação em sala de aula com os alunos.

2 AVALIAÇÃO FORMATIVA

Apresentaremos a seguir um Recorte Histórico Cronológico da Avaliação Formativa. Para tal, este capítulo foi dividido em dois subtópicos: Construto da Avaliação Formativa versus Somativa, que mostrará uma trajetória da construção do modelo formativo caminhando lado a lado ao somativo; e Concepções de Avaliação Formativa, em que observaremos de maneira mais consistente e fundamentada o construto desta forma de avaliar, por meio de sua caracterização, baseado em alguns autores da educação tomados como referências no contexto da Avaliação Formativa.

Dentre os autores destacamos os pesquisadores do campo da Educação, como Scriven (1967); Bloom, Hastings e Madaus (1971); Allal (1986); Hadji (1990; 1992; 1994); Perrenoud (1999); Black e William (2001); Barreira, Boavida e Araújo (2006) e Fernandes (2011), que se debruçam sobre questões problemáticas em avaliação e indicam um caminho que direciona para a avaliação formativa, que visa uma análise no processo de estudo e evidenciam a necessidade de um modelo avaliativo que não seja pautado apenas em aferições em momentos pontuais, estáticos.

A partir de Scriven (1967), que nomeou a avaliação formativa por meio da diferenciação entre ela e o que ficaria conhecido por avaliação somativa (tradicional), são apresentadas novas concepções de avaliações das ou para as aprendizagens, enquadradas no que chamamos de avaliação formativa, compactuando com a inserção de novos paradigmas educacionais e racionalidades relacionadas aos processos de construção do conhecimento.

As concepções de avaliação formativa que citaremos neste momento serão aprofundadas nos tópicos seguintes. Os primeiros a colocar em prática esse modelo avaliativo são Bloom e seus colaboradores nos anos 1970, esta concepção caracteriza-se por uma avaliação que ocorre ao final de uma determinada unidade de estudo e muito dirigida para os resultados. Na década de 1980, uma outra concepção de avaliação formativa acontece no decorrer do ensino-aprendizagem definida por Allal, mais focada no processo, porém sem negligenciar a importância dos resultados. A partir da evolução das concepções de avaliação formativa, apoiado nos estudos de Allal e dos cognitivistas, Hadji, nos primeiros anos da década de 1990, argumenta que a avaliação formativa precisa ser uma atividade de regulação constante da aprendizagem e utiliza esta característica principal para definir a *aprendizagem assistida pela avaliação*.

Black e William, no começo dos anos 2000, apresentam a *Avaliação para a Aprendizagem* como metodologia teórico-prática de educação cotidiana, afirmam que a aprendizagem é a imagem da prática educativa. Esta concepção de avaliação formativa conhecida mundialmente por *Assessment for Learning* obteve uma considerável aceitação nos meios educativos e prevalece, ou em sua versão original ou em seus desdobramentos, como a mais utilizada até os dias atuais. Apoiado principalmente nos trabalhos de Black e William e também de outros autores, Fernandes, em 2011, define a *avaliação formativa alternativa*, ressaltando que se trata de uma avaliação contínua e interativa que implica na participação efetiva dos alunos, especificamente por meio dos processos de autoavaliação, de autorregulação e de autocontrole.

Começaremos nossos estudos desse recorte histórico por sua fase inicial que aconteceu na década de 1960 quando Scriven denominou o que seria a Avaliação Formativa e também definiu a avaliação que ocorria tradicionalmente a qual chamou de avaliação somativa ou tradicional.

2.1 Construto da Avaliação Formativa versus Somativa

Um dos momentos importantes da história da avaliação na educação ocorreu a partir da denominação da avaliação formativa e da avaliação somativa por Scriven, em 1967. Nessa fase inicial do construto do modelo formativo, a avaliação somativa é caracterizada por ser realizada ao término de um período de ensino, relacionada ao tempo (por exemplo mensal, bimestral) ou ao conteúdo, com o objetivo de dar prosseguimento ao cronograma de estudo mediante a um resultado gerado de maneira estática. Por outro lado, a formativa apresenta outra metodologia, por ser processual, provoca ajustes durante o curso do programa, com o propósito de aprimorar e regular o processo de ensino-aprendizagem. Essa diferenciação entre as maneiras de avaliar marcou significativamente a avaliação na educação, de forma a ocasionar uma genuína revolução.

Em relação ao modelo somativo, Harlen (2005; 2006) destaca que: a) propõem-se a resumir as aprendizagens dos estudantes baseado em critérios gerais; b) não possuem normalmente a finalidade de identificar e de nortear os passos a serem dados posteriormente; e c) acontecem com baixa frequência. Nesse contexto, as avaliações somativas resumem as aprendizagens porque estão limitadas ao momento final do processo e, dessa forma, não conseguem abranger todas as relações que deveriam ser construídas pelos alunos

continuamente. Estas avaliações costumam ser baseadas em critérios gerais, pois o elaborador normalmente não se preocupa com as articulações entre as diferentes práticas estudadas para determinado objeto, o que proporciona um ensino por meio de reprodução de resoluções de problemas isolados e uma avaliação no mesmo sentido, sem avaliar as atividades orientadas por uma construção epistemológica do objeto estudado em que as práticas sejam relacionadas de maneira crescente no sentido de sua complexidade.

Ainda sobre as afirmações de Harlen, podemos analisar que as avaliações somativas não possuem a finalidade de identificar e nortear os passos a serem dados posteriormente, porque são aplicadas para avaliar os conteúdos somente ao final do processo, ou seja, avaliam os conteúdos que já foram trabalhados anteriormente pelo professor. E acontecem com baixa frequência justamente por serem aplicadas de maneira pontual e não de forma contínua no processo de ensino-aprendizagem.

Nesse sentido, podemos refletir sobre o que deveria interessar ao docente na avaliação somativa no que se refere ao acompanhamento do aluno por meio da análise do seu resultado nesse modelo avaliativo. Segundo Fernandes (2011), o professor não conseguiria observar se um estudante não sabe alguma coisa no momento de determinada aula e, por causa disso, seu acompanhamento avaliativo simultâneo ao processo de ensino-aprendizagem ficaria comprometido, restando apenas a possibilidade de relatar alguma dificuldade de aprendizagem apresentada por um aluno ao final de determinado período de tempo. O docente perderia a possibilidade de, no processo, avaliar: a) se o estudante aprendeu; b) como ultrapassou as dificuldades; c) as causas que poderiam ter evitado que essa dificuldade ocorresse; e d) o que, realmente, foi realizado pelo discente e pelo docente para ultrapassar as dificuldades.

Porém é importante ter em mente que podemos utilizar as avaliações somativas com a finalidade de recolher informações em relação ao que os estudantes aprenderam e podem executar e usá-las para gerar uma classificação entre os alunos. Por outro lado, aplicar avaliações somativas com o objetivo de, num determinado instante, fazer um acompanhamento do que os estudantes sabem, porém sem nenhuma preocupação classificatória. Nesse último caso, a avaliação somativa se aproxima da formativa, de maneira a ser utilizada para os estudantes serem avaliados em suas aprendizagens e para os professores regularem e aprimorarem o ensino.

Com a evolução das concepções de avaliação formativa, Barreira, Boavida e Araújo (2006) ressaltam que a avaliação deixou a dicotomia da subjetividade e da objetividade e

começou a dar mais importância ao ensino e à aprendizagem, principalmente em relação ao aprimoramento e à regulação do ensino e das aprendizagens. Dessa maneira, o ato de avaliar ganha notoriamente uma função pedagógica, além de ser um instrumento de análise, auxílio e para tomada de decisões no processo.

Ao perceber as dificuldades do estudante durante o processo, faz-se necessário pensar em como ajudá-lo a superá-las, afinal apenas apontar seus erros não será o suficiente, é preciso diferentes formas de apresentar os conteúdos, problemas, resoluções, exercícios, com o objetivo de que o aluno supere as dificuldades observadas e, assim, possibilite de maneira mais eficiente a construção do conhecimento coletivo e individual. Sendo assim, a avaliação não pode ser vista somente sob a ótica de uma perspectiva final ou pontual, mas deve ser concebida de maneira formativa, processual, que se preocupa com as tomadas de decisão referentes aos processos de aprendizagem do estudante e de ensino do professor.

Ao refletirmos sobre os dois maiores partícipes do processo de ensino-aprendizagem com o olhar da avaliação formativa, organizamos algumas análises de pesquisadores (Quadro 1) destacadas por Barreira, Boavida e Araújo (2006), em que se evidenciam a avaliação formativa com dupla função no processo de ensino-aprendizagem. Uma delas é a assessoria ao professor em construir e reconstruir suas organizações antes, durante e depois da sala de aula; outra é a de possibilitar um acompanhamento de maneira organizada por parte do aluno na construção do seu conhecimento individualmente e como grupo-turma, características que são marcantes quando esta maneira de avaliar é utilizada.

Quadro 1 – Contribuições da Avaliação Formativa para o Processo de Ensino-aprendizagem.

Pesquisador(es)	Contribuição
Reuchlin (1974)	A avaliação formativa convém ao estudante, fornece-lhe informações em relação ao seu rendimento escolar e proporciona-lhe orientação; também fornece ao professor dados em relação à turma, à produtividade e à eficácia do seu ensino.
Noizet e Caverni (1985, p. 16)	A avaliação formativa proporciona “obter uma dupla retroação”; em relação ao estudante, mostra as fases que ultrapassou e as dificuldades que sentiu; em relação ao professor, indica o desenvolvimento do seu programa de estudos e quais modificações podem ser feitas para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem.
Ribeiro (1989, p. 84)	A avaliação formativa possibilita delimitar “a posição do aluno durante uma unidade de ensino, no sentido de identificar obstáculos e de lhes dar solução” [...] é possível utilizá-la com a frequência que o professor sentir necessidade no decorrer do processo, dessa forma essa avaliação caracteriza-se por ser “permanente ou contínua”.
Pacheco (1994, p. 32)	A avaliação formativa “permite, por um lado, ajudar o aluno a ultrapassar as dificuldades de aprendizagem; e, por outro, auxilia o professor a regular o ensino e a fazer alterações de modo a caminhar no sentido de uma pedagogia diferenciada.”
Abrecht (1994)	A avaliação formativa é voltada, primeiramente, ao estudante, com a finalidade de conscientizá-lo da sua aprendizagem, de forma a poder implicar-se nela, cada vez mais. Chama atenção para as dificuldades, de maneira a localizá-las para diminuí-las, o que possibilita tornar as causas destas dificuldades visíveis, sem as aceitar passivamente, mas procura meios para ultrapassá-las. Também pode trazer benefícios aos professores, para

	orientarem o ensino com ação eficaz e flexível, ao utilizarem ferramentas que se adequem às particularidades de cada situação pedagógica, por meio de pontos cruciais de ensino que podem ser observados ao longo do processo.
--	--

Fonte: O autor da pesquisa, 2019.

Podemos perceber nas colocações dos autores destacados a conveniência da avaliação formativa para o estudante visto que informa sobre o seu rendimento, orientando-o sobre as fases cumpridas, as dificuldades apresentadas, de que maneira progredir, onde precisa melhorar, conscientizando-o de sua aprendizagem, tudo isso no processo de estudo.

Os professores podem colher dados como produtividade, eficácia do seu ensino, desenvolvimento das atividades e programas, para que possam aprimorar e reconstruir seus planos de aulas, seus planejamentos, problemas e resoluções propostas, com a finalidade de, ao longo do processo, regular o ensino e a aprendizagem.

Em resumo, podemos perceber que a avaliação formativa assessora tanto o aluno quanto o professor a acompanharem o processo de ensino-aprendizagem, enfatiza para o professor as necessidades de modificações e reconstruções de suas organizações didáticas, bem como para o aluno uma maior clareza de sua relação com o saber, proporcionando uma coparticipação na regulação do processo de construção do conhecimento.

Nesse caminhar do construto da avaliação formativa processual apresentado, fazem-se necessárias duas noções fundamentais que ocorrem continuamente: a comunicação por parte do aluno e o *feedback* por parte do professor. Para Fernandes (2011), o *feedback* se caracteriza como o procedimento que, pautado na comunicação manifestada por um aluno ou pelo grupo-turma onde suas respostas são analisadas e buscam-se evidências de aprendizagem, apresenta como proposta principal orientar e apoiar os estudantes para o aprimoramento das suas aprendizagens. O *feedback* é o instrumento utilizado no processo de estudo que, por meio da comunicação na via aluno para professor, apresenta uma resposta por parte do professor para o aluno no sentido de validar sua aprendizagem, apontar os caminhos para ultrapassar as dificuldades, encaminhar novas tarefas, problemas, atividades, de maneira a regular o processo de ensino-aprendizagem.

A comunicação é um retorno dado pelo aluno ao professor sobre o seu aprendizado (na resolução de uma tarefa, por exemplo); de posse destas informações, o professor orienta o aluno por meio do seu *feedback* com a finalidade de regular o ensino. Assim, podemos dizer que a avaliação formativa fornece uma dupla resposta que influencia no ensinar do professor e no aprender do aluno, o *feedback* deve ser utilizado de maneira inteligente e observar aspectos

como a sua frequência, a sua distribuição para os alunos individualmente ou coletivamente e o seu caráter mais descritivo ou mais avaliativo.

Ao comparar as observações reveladas pelas análises do modelo de avaliação formativa e do modelo de avaliação somativa, Barreira, Boavida e Araújo (2006) apontam que as do primeiro são normalmente relativas às funções pedagógicas da avaliação, como auxiliar, ajudar, analisar e regular. Por outro lado, no modelo de avaliação somativa, indicam relações com funções sociais do ato de avaliar, como organizar hierarquicamente, certificar e classificar. Porém, estas afirmações não parecem convergir para um caminho adequado, pois podem levar-nos a acreditar que as avaliações formativa e somativa são dicotômicas. Nesse sentido, qualquer dos modelos avaliativos pode possuir funções pedagógicas, de maneira a colaborar para o aprimoramento do estudante e do professor e para uma sensível melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem.

Em geral, são recorrentes afirmações do tipo: a avaliação formativa é caracterizada no sentido qualitativo e a avaliação somativa no sentido quantitativo, ou que a avaliação somativa é possuidora de um rigor maior do que a avaliação formativa. Acreditamos que não podemos afirmar uma coisa, nem outra, visto que não existem informações suficientes que apoiem estas ou outras concepções acerca dos modelos de avaliação. As duas precisam de rigor e possibilitam aproveitar informações de caráter qualitativo ou quantitativo.

Nesse contexto, o objetivo do professor para o ato de avaliar utilizado é o que vai determinar o uso das informações coletadas, seja ele qualitativo ou quantitativo. Como exemplo, o professor pode administrar um teste, corrigir e classificar quantitativamente, porém os resultados podem ser aproveitados com função somente formativa se o professor, durante o processo, distribuir *feedback* aos estudantes de forma que os auxilie a aprender e a ultrapassar as dificuldades apresentadas no teste.

Com a finalidade de enfatizar a diferenciação entre a avaliação somativa e a avaliação formativa, diversos autores, como Black e Wiliam (2006), Gardner (2006a; 2006b), Harlen (2006) e Sebba (2006), estabeleceram distinções entre o que denominaram de avaliação para as aprendizagens e avaliação das aprendizagens, as quais associam à avaliação formativa e à somativa, respectivamente. Para esclarecer, podemos associar a avaliação para as aprendizagens a todas as formas de tomada de decisão, de regulação que influenciam de maneira contínua no processo de ensino e de aprendizagem, já a avaliação das aprendizagens proporciona informação resumida, que se propõe a registrar e a evidenciar o que, por meio dos resultados, supõe-se que o aluno aprendeu.

Ainda no contexto das comparações entre a avaliação formativa e a somativa, Harlen (2005; 2006) acredita que, para implicações de avaliação formativa, as informações coletadas são interpretadas localmente, no âmbito da sala de aula, e têm por finalidade definir como prosseguir no mesmo âmbito. Para implicações de avaliação somativa as evidências devem ser interpretadas de maneira a observar critérios mais gerais, já que será atribuída uma classificação final e, nesse contexto, a consistência e a legitimidade da avaliação formativa são questionadas pela autora, no sentido de atribuir uma classificação.

Ao refletirmos em relação às comparações apresentadas, percebemos que a avaliação somativa pode ser utilizada no processo da avaliação formativa. Ao examinar a avaliação formativa exercida na prática, Fernandes (2011) afirma que a avaliação somativa consiste em um momento particularmente rico que pode proporcionar, com um critério sintético e integrado, os dados coletados em relação ao que os estudantes sabem e têm capacidade de fazer em um determinado número de tarefas. Isso quer dizer que os dados coletados por meio dos processos da avaliação formativa podem ser considerados e integrados com aqueles que derivam dos procedimentos da avaliação somativa. Como exemplo, o professor realiza um teste com a finalidade de obter um estudo intermediário ou final relativo às aprendizagens desenvolvidas, ao domínio de uma dada unidade do currículo e que pode estabelecer indicativos individuais ou comuns à totalidade dos estudantes.

O que esta argumentação significa? Por definição, a avaliação formativa age continuamente no processo de aprendizagem do estudante, assim ela precisa gerar informações de qualidade no que diz respeito ao desenvolvimento dos próprios processos de aprendizagem dos estudantes. Que não fiquemos com a ideia errada, de que a avaliação formativa se decompõe em várias avaliações somativas mais curtas. Quando se verifica que um estudante não aprendeu o que deveria, a avaliação formativa necessita fazer o seu papel de auxiliar na melhoria da aprendizagem do aluno, ajudando-o a ultrapassar a dificuldade, por meio da comunicação e do *feedback*.

Se refletirmos acerca das avaliações somativas e formativas, em relação ao papel de cada uma, na maneira dos discentes e dos docentes participarem, nas informações que se alcançam nos dois modelos de avaliação e nos seus significados, inferimos que existem diferenças aparentes entre elas. Nesse contexto, Fernandes (2011) alerta que as avaliações somativas e formativas não podem se confundir mutuamente. As duas têm finalidades diferentes, acontecem em momentos diferentes e possuem uma aplicação pedagógica diferente.

Dessa forma, a opinião de que as avaliações somativa e formativa são dimensões distintas de um mesmo construto não é de fácil aceitação. Pode ser que este olhar seja mais plausível à forma como elas foram definidas em 1967. Porém, as concepções de avaliação formativa evoluíram bastante comparadas àquele tempo. Entretanto, também não é fácil enxergá-las de maneira dicotômica. Podemos vê-las mais em uma complementariedade ou articuladas por causas que não condizem com a sua natureza intrínseca, mas que, de certa forma, são determinadas por questões relacionadas com a referência social que a avaliação não consegue ultrapassar.

2.2 Concepções de Avaliação Formativa

Nos próximos tópicos serão apresentadas as concepções de avaliação formativa retiradas do recorte histórico considerado. No primeiro tópico, veremos a concepção caracterizada por ser *pontual de regulação retroativa*, utilizada por Bloom e sua equipe na década de 1970. No segundo tópico, apresentaremos a concepção de característica *contínua de regulação interativa* utilizada por Allal, na década de 1980. No terceiro, mostraremos a concepção definida por Hadji como *aprendizagem assistida pela avaliação*, na década de 1990. No quarto, veremos a concepção da *Avaliação para as Aprendizagens*, definida por Black e William, no final da década de 1990 e anos 2000. Finalmente, no quinto e último tópico, apresentaremos a concepção de *avaliação formativa alternativa* definida por Fernandes, na década de 2010.

2.2.1 A avaliação pontual de regulação retroativa

Depois de definida por Scriven, a avaliação formativa foi utilizada em sala de aula, pela primeira vez, por Bloom e sua equipe em 1971, seu uso destaca o quanto são importantes os processos a serem trabalhados pelo professor de maneira a imbricar a sua prática às dificuldades que os estudantes apresentam no processo de ensino-aprendizagem de um determinado objeto. Estes pioneiros na aplicação da avaliação formativa tiveram uma função determinante para o início de práticas pedagógicas que, na época, foram consideradas inovadoras, como a da avaliação formativa nas salas de aula; tarefas de recuperação; autoavaliação de discentes e docentes; diversificação de processos de coleta de dados avaliativos; e, também, diversificação de técnicas de avaliação.

O ato de avaliar, na concepção de avaliação formativa pontual de regulação retroativa, para Bloom, Hastings e Madaus (1971, p. 61), ocupa-se em “determinar o grau de domínio de uma determinada tarefa de aprendizagem e indicar a parte da tarefa não dominada”; assim “o objetivo não é atribuir um certificado ou uma nota ao aluno; é ajudar tanto o aluno como o professor a deterem-se na aprendizagem específica necessária ao domínio da matéria” (BLOOM; HASTINGS; MADAUS, 1971, p. 61). Então, a avaliação formativa regula a atividade processual de obtenção das aprendizagens.

Assim, destacamos a funcionalidade de proporcionar a dupla resposta: comunicação e *feedback* à avaliação formativa, tanto ao estudante quanto ao professor, em relação ao avanço do discente no decorrer de uma unidade de ensino, por meio da identificação das dificuldades dos alunos de forma a permitir ao professor a inserção de tarefas intermediárias, que permitem a regulação do ensino em busca de ultrapassar as dificuldades de aprendizagem observadas.

Quanto à concepção de avaliação de característica pontual, Baldy (1989) afirma que é uma forma de avaliação que apela fundamentalmente à perspectiva behaviorista ou neo-behaviorista da aprendizagem, ou à pedagogia por objetivos, na qual as práticas avaliativas incidem basicamente “em traduzir os conteúdos e objetivos, explicitando estes sob uma forma operacional, em definir os critérios de êxito e estudar a articulação entre a avaliação formativa e a somativa” (BALDY, 1989, p. 35).

Ainda sobre a avaliação de característica pontual, Allal (1986) constata que os instrumentos de controle escrito, como testes e exercícios, são procurados nomeadamente pelo professor, por possuírem bons atributos psicométricos, são considerados fiéis, válidos e objetivos; apresentam, preferencialmente, medidas quantitativas de referência criterial. Podemos inferir que na avaliação de característica pontual o professor realiza uma avaliação formativa utilizando-se de uma prova (ou de um teste) em que toda a turma deve fazê-lo. O produto dessa forma de avaliar permite, ao professor e aos estudantes, meios de observar quais objetivos pedagógicos puderam ser alcançados e quais não puderam, para que depois, retroativamente, sejam aplicadas pelo professor as tarefas de recuperação.

No contexto da avaliação de característica pontual, Barreira, Boavida e Araújo (2006) destacam a necessidade das tarefas de recuperação. Pois analisam que, ao se tratar de uma avaliação pontual, as dificuldades que os estudantes se deparam não são observadas durante o processo de ensino-aprendizagem, mas na etapa de recuperação, quando é necessário retornar aos objetivos não alcançados na etapa anterior do processo. Dessa forma,

percebemos a caracterização de uma avaliação de regulação retroativa, quando somente ao final de uma fase do ensino o professor se propõe a regular a aprendizagem dos estudantes, isto é, verificar quais os objetivos que foram ou não atingidos e, somente então, propor tarefas de apoio à aprendizagem. Essas tarefas, dentro de suas possibilidades, devem ser ao máximo diversificadas e, assim, oferecerem aos estudantes com mais dificuldades um aprendizado que esteja de acordo com suas potencialidades.

Contudo, os problemas não terminam somente na objetividade que apresenta a avaliação de característica pontual. Além deste, essa concepção acaba por ser desconectada do processo de ensino-aprendizagem que se apresenta de maneira contínua e sistemática, por realizar a averiguação dos resultados apenas no final do processo. Nesse sentido, regula o ensino somente *a posteriori*, ou seja, após um período de estudo, e não na ocasião em que as dificuldades aparecem.

Nesse sentido, a concepção de avaliação pontual de regulação retroativa, apesar de estar situada no contexto da avaliação formativa, ainda é carregada de fortes características de uma avaliação do tipo somativa, como podemos observar em nossas análises. Em função deste fato, alguns pesquisadores, como Allal, buscavam outras formas de avaliar de maneira que a avaliação assumisse construtos de continuidade com regulação interativa, como poderemos acompanhar no próximo tópico.

2.2.2 A avaliação contínua de regulação interativa

O Colóquio de Genebra, em 1978, liderado por Allal (1986), com investigadores oriundos da Suíça, Bélgica e França, depois gerando a *Association pour le Développement des Méthodologies de l'Évaluation*, segundo Barreira, Boavida e Araújo (2006), é destacado na história como um dos movimentos de maior fortalecimento da função da avaliação formativa. O Colóquio situou esta modalidade avaliativa como um elemento fundamental da pedagogia diferenciada, além de esclarecer a definição de avaliação formativa.

Todo o ato de avaliar, para Allal (1986), possui a funcionalidade de regulação. Por um lado, na avaliação prognóstica (que ocorre no momento inicial do processo de estudo) e na avaliação somativa (que ocorre no final) a incumbência da regulação vislumbra moldar os atributos dos estudantes às condições do sistema de ensino; por outro lado, na avaliação formativa a incumbência da regulação promove que o processo de estudo seja adaptado aos atributos dos estudantes.

A avaliação formativa é estruturada, por Allal (1986), em três etapas fundamentais: na primeira, o docente recolhe informações referentes aos avanços e dificuldades de aprendizagem dos discentes. Essa coleta pode ser feita pela observação das resoluções apresentadas pelos alunos para o enfrentamento das tarefas, em que a comunicação se apresenta como uma possibilidade para uma real coleta de dados, podendo ser efetivada de forma escrita ou oral.

Na segunda, o professor, de forma criteriosa, analisa as informações coletadas na primeira etapa para investigar as causas no embrião das dificuldades de aprendizagem apresentadas. Nesta etapa se evidencia o estudo das respostas dadas pelos alunos à organização construída pelo professor para ensinar determinado objeto, caracterizada pela epistemologia adotada para este objeto de estudo, em que o docente, com a clareza das relações que pretende que os estudantes construam com o objeto, pode investigar de maneira mais eficaz as dificuldades observadas.

Já na terceira, procura adaptar as tarefas em conformidade com as interpretações dos dados colhidos, em busca da flexibilização e diversificação das estratégias pedagógicas, de maneira que as especificidades de cada situação educativa obtenham resposta. Com base nas três etapas, as adaptações e reconstruções devem ser realizadas nas organizações construídas e reconstruídas pelo professor conforme o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.

Ao se referir à avaliação de característica contínua, De Ketele (1986), destaca que o professor deve procurar garantir a integração da avaliação formativa nas atividades de ensino-aprendizagem, de forma a gerar uma análise e alcançar uma orientação tão individualizada quanto possível no processo de estudo. Para atingir esse objetivo, são utilizados outros métodos de avaliação, como observar os estudantes no processo de aprendizagem, buscar a comunicação, o *feedback* e acompanhar a resolução das tarefas propostas, pois para Allal (1986), essas técnicas são capazes de identificar as dificuldades no seu surgimento, diagnosticar os fatores que as originam, adaptando individualmente as atividades pedagógicas.

Assim, são fundamentais na avaliação de característica contínua o uso de procedimentos que possibilitem observar os comportamentos e, além disso, analisar as respostas dadas nos registros escritos, respostas orais ou resoluções de tarefas, pois, ao atribuírem uma importância prioritária ao processo de ensino-aprendizagem, admitem

estabelecer uma análise sobre a atividade feita pelo estudante e manifestada por meio da comunicação.

As interações dos estudantes com os professores, entre os próprios estudantes e com o material didático, obtêm uma importância peculiar na avaliação contínua, por constituírem ocasiões de avaliação que permitem realizar novas formulações e aprimoramentos no processo de ensino-aprendizagem.

Na avaliação de característica contínua, a regulação das atividades de aprendizagem se torna, segundo Allal (1986, p. 191), de caráter interativo, já que o objetivo é ocasionar uma “orientação individualizada ao longo de todo o processo de aprendizagem, mais vantajosa do que uma recuperação *a posteriori*”.

Nesse sentido, Cardinet (1988, p. 160) destaca que a avaliação formativa de regulação interativa possibilita “compreender o funcionamento cognitivo do aluno face à tarefa proposta, analisar as estratégias utilizadas pelo aluno e descobrir a origem das suas dificuldades, para que possam ser ultrapassadas ou eventualmente corrigidas”.

Nesse contexto, Baldy (1989) e Nunziatti (1990), ao caracterizarem a avaliação contínua de regulação interativa, afirmam se tratar da perspectiva construtivista da avaliação formativa. Segundo os autores, esta perspectiva não faz com que apenas os resultados dos estudantes sejam bem avaliados por seus professores, mas arquitetam as formas para compreensão de como o estudante realizou determinada tarefa, quais procedimentos utilizou e quais seus interesses pedagógicos em relação aos objetivos avaliados. Acreditamos ser papel do professor entender como o estudante pode construir e desenvolver a sua aprendizagem, sendo assim o ato de avaliar se torna um “processo essencialmente social, interativo” que sugere um “trabalho coletivo de alunos e professores” (BOAVIDA; LOPES; VAZ, 1986, p. 266-267).

A partir da caracterização construtivista da avaliação contínua de regulação interativa, podemos observar que, na perspectiva cognitiva da avaliação, as informações prioritárias, segundo Allal (1986), são as que se relacionam com as manifestações especificadas pelo estudante ao se deparar com uma dada tarefa e com os procedimentos utilizados por ele para atingir um determinado produto, já que se considera a não existência, contrária da perspectiva neo-behaviorista, de uma disposição linear dos conteúdos e dos objetivos. Muito diferente disso, acredita-se que cada estudante possui a sua forma de elaboração e assimilação dos objetivos, isto é, de construir a sua própria aprendizagem. Assim, para Serpa (1997), o processo de avaliação formativa não pode deixar de lado as

manifestações do estudante, nem as estruturas de como funciona o grupo-turma do qual ele faz parte, porque é possível que influenciem a maneira como o estudante desenvolve a sua aprendizagem.

Na perspectiva construtivista da avaliação, os erros do estudante, segundo Amigues e Zerbato-Poudou (1996), são um manancial de conhecimentos admirável, tanto para a aprendizagem do estudante, como para diagnosticar as dificuldades, já que, para Allal (1986, p. 183), revelam a “natureza das representações ou das estratégias elaboradas pelo discente”.

Assim, o erro não deve ser considerado como fracasso, e sim como acontecimento natural da aprendizagem e fonte abundante de conhecimento, fundamental para o docente e para o estudante. Amor (1993) destaca como pontos importantes, ao refletir em relação ao erro cometido: a concepção de novas aprendizagens; a obrigação de identificar e de especificar o que efetivamente se sabe; auxilia a esclarecer dúvidas; e faz nascer saberes novos, seja no âmbito da metodologia ou de conteúdos.

Ainda em relação ao erro, Abrecht (1994) partilha sua visão e acaba por defini-lo como um procedimento fecundo de conhecimento que precisa ser interligado à aprendizagem, além de ser uma entrada para a variedade das formas de aprendizado, que pode ser capaz de mostrar distintos estilos cognitivos e auxiliar na diversificação das estratégias de ensino-aprendizagem. Assim, o erro aufere uma extraordinária função pedagógica, já que deve proporcionar, ao estudante, refletir sobre o seu processo de aprendizagem e, também, ao professor, regular o ensino por meio de *feedbacks*, gerados por comunicações dos alunos, que possuem a capacidade de fazê-los seguir na construção do conhecimento de determinado objeto (HADJI, 1992).

Para alguns autores, refletir sobre o erro por parte do estudante pode colaborar para a autoavaliação, como indicam Barreira, Boavida e Araújo (2006) quando afirmam que a avaliação contínua de regulação interativa contribuiu de maneira fecunda para o desenvolvimento da autoavaliação, como forma de fazer o estudante refletir sobre seu aprendizado. Contudo, para os autores, desenvolver este costume sistematicamente e continuamente apresenta-se como tarefa difícil para o professor que, na maioria das vezes, limita-se a solicitar aos estudantes a prática da autoavaliação de maneira pontual, apenas ao final de cada período letivo, o que a deixa mais próxima de um modelo somativo do que de um formativo.

Em busca de uma comparação entre as concepções de avaliação formativa: a pontual de regulação retroativa e a contínua de regulação interativa, Barreira, Boavida e Araújo

(2006) acreditam que, na perspectiva construtivista, contínua de regulação interativa, a avaliação formativa possui uma importância maior do que a atribuída na perspectiva behaviorista, pontual de regulação retroativa, pois o ato de avaliar passou a ser fundamentalmente interativo e atribuiu ao estudante função essencial na construção do seu próprio processo de aprendizagem.

Para que isso ocorresse, segundo os autores, o professor utilizou estratégias diversificadas, como tarefas individuais com material didático apropriado, interações professor/estudante por meio de um jogo de perguntas e respostas, sugestões e contra sugestões, debates e tarefas em grupos menores, que lhe permitia atuar como observador participante. O docente, concomitantemente com a atenção que dispensa à maneira como os estudantes estão resolvendo os problemas, registra os comentários e as discussões nos grupos de trabalho, bem como o desempenho do estudante ao resolver a tarefa. Há a possibilidade de interação com o próprio discente, a fim de propor, assim, que a dificuldade ou o erro apareça, uma estratégia ou atividade que possa auxiliar a ultrapassá-la. Assim, a funcionalidade de regulação da avaliação não atua apenas no término de uma fase do processo de estudo, como ocorre na avaliação pontual, mas no instante em que o estudante se encontra no processo de construção de sua aprendizagem.

Ao observar o desenvolvimento da concepção de avaliação formativa, apoiado nos estudos de Allal e dos cognitivistas, Hadji (1990; 1992) defende que a avaliação precisa ser uma atividade de regulação contínua da aprendizagem, a fim de que o docente utilize as informações obtidas (comunicações) com o objetivo de aprimorar a prática educativa efetivada pela orientação baseada no uso de estratégias pedagógicas apropriadas. Essa concepção de avaliação, inaugurada por Hadji, será a que veremos no próximo tópico.

2.2.3 Aprendizagem assistida pela avaliação

Ao conceituar a “aprendizagem assistida pela avaliação” (A.A.A), Hadji (1992, p. 135) destaca que “[uma] avaliação inteligente ao serviço de uma ação educativa mais eficaz é a intenção diretriz da A.A.A., que tem como objetivo criar as condições para uma regulação otimizante”, por meio de contínuos retornos (*feedbacks*) oferecidos ao estudante de maneira a auxiliar na sua orientação no decorrer do processo de estudo.

O autor ressalta a importância de, primeiramente, observar se o material didático utilizado pelo docente é adequado. Nesse ponto, com o olhar para as atividades elencadas pelo

professor no material didático, ou seja, focado no modelo epistemológico de referência adotado, o professor deve apurar as condições e restrições institucionais a fim de perceber, mesmo que ainda vislumbrando um aluno hipotético, se a organização construída é apropriada para os estudantes e para a turma na qual o objeto de estudo será trabalhado.

Em segundo lugar, observar como os discentes estão realizando as aprendizagens, por meio da resolução das tarefas propostas. Nesse contexto, a comunicação é fundamental para a coleta dessas informações, as estratégias para incentivar essa comunicação por parte dos alunos devem ser eficazes, para que as dificuldades apresentadas ou os avanços na construção do conhecimento de determinado objeto sejam observados pelo professor.

Em terceiro lugar, encaminhar as constantes regulações necessárias de forma a produzir eventuais mudanças ou ajustes com o objetivo de melhorar o processo de estudo. Observamos que, nessa etapa, a partir das informações coletadas na comunicação dos alunos, o docente deve regular o ensino encaminhando novas tarefas aos estudantes, por meio de *feedbacks* e, dessa forma, adaptar e reconstruir as organizações propostas de maneira a promover uma melhor aprendizagem dos estudantes.

Destacamos que os três pontos levantados por Hadji devem acontecer de forma constante e cíclica no decorrer do processo de estudo. Essas verificações e procedimentos possibilitam ao professor perceber com maior clareza se as relações com o objeto de estudo que devem ser construídas pelos alunos estão ocorrendo no processo, sendo, também, de fundamental importância o conhecimento e assimilação dos critérios de avaliação pelos discentes.

A assertiva acima é assegurada por Barreira, Boavida e Araújo (2006), ao afirmarem que a constituição de um ato de avaliar que admita a regulação continuada do processo de ensino-aprendizagem necessita que os objetivos pedagógicos estejam claros e bem definidos, que os estudantes sejam conhecedores e assimilem os critérios pelos quais serão avaliados. Somente assim será possível superar algumas barreiras que as investigações em educação têm enfatizado, como exemplo, o desconhecimento dos estudantes em relação aos critérios avaliativos, além disso as incoerências entre as tarefas propostas e os critérios utilizados.

Após essas reflexões em relação às concepções de avaliação apresentadas, qual delas deve ser usada pelo professor no processo de ensino-aprendizagem? Os autores destacam que para que o professor escolha estratégias de avaliação formativa apropriadas é importantíssimo que ele tome conhecimento das características da avaliação pontual de regulação retroativa, de atributos da avaliação contínua de regulação interativa e da concepção da Aprendizagem

Assistida pela Avaliação, para que possa analisar conforme seus objetivos avaliativos quais características deve articular no processo de ensino-aprendizagem.

Em conformidade com essa opinião, De Ketele (1986) afirma que os professores precisam observar as devidas importâncias que cada perspectiva faz jus, empregá-las em situações pedagógicas segundo os interesses das decisões a tomar. Para que a articulação dessas perspectivas na prática do professor seja possível, Allal (1986) e De Ketele (1986), nesse contexto, apresentam as modalidades mistas de avaliação. A partir desses autores e reflexões, concluímos que, em vista do aprimoramento e melhoria do processo de ensino-aprendizagem, a articulação das modalidades de avaliação na prática dos docentes é possível e deve ser incentivada.

2.2.4 Avaliação para a Aprendizagem – *Assessment for Learning*

A avaliação formativa, que parte do pressuposto de apoiar diariamente o estudante na aprendizagem das habilidades e competências necessárias no decorrer do processo de ensino-aprendizagem, para Barreira, Boavida e Araújo (2006), cumpria em diversos países uma função cuja relevância ainda não havia ultrapassado os muros do domínio acadêmico e da finalidade normativo-legal para a prática educativa generalizada nos anos 2000.

Os autores destacam que os mais variados empenhos para tentar introduzir metodologias avaliativas do modelo formativo nos sistemas de ensino originaram a *Assessment for Learning* (avaliação para a aprendizagem) inicialmente no Reino Unido e nos Estados Unidos. Essa concepção de avaliação formativa estabelece para além de uma investigação, um legítimo roteiro de aula que pode ser aplicado diariamente e constantemente; consegue unir aspectos que teimavam em estar separados: o currículo e a avaliação, no processo de ensino-aprendizagem.

O nascimento da concepção *Assessment for Learning*, que veio impulsionar, com reflexos globais, a avaliação do modelo formativo, encontra-se profundamente unida à história do *Assessment Reform Group* (ARG), quando em 1990, desfrutando do aporte financeiro da *Nutfield Foundation*, financiou e tornou possível a investigação de Paul Black e Dylan William, do *King's College*, "*Assessment and Classroom Learning*" (CENTRE FOR EDUCATIONAL RESEARCH AND INNOVATION, 2005).

Por meio do que foi apresentado, para Barreira, Boavida e Araújo (2006), a maneira como a avaliação formativa é concebida muda totalmente no Reino Unido, uma renovação

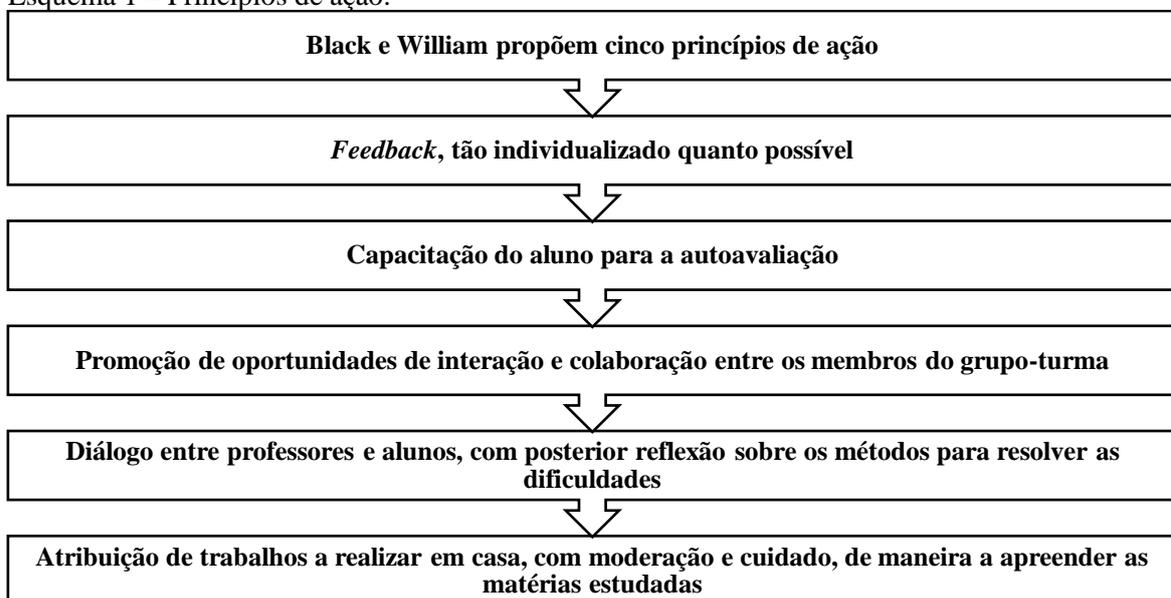
que gera como consequência uma coerência metodológica teórico-prática de educação cotidiana, de forma a estabelecer uma simbiose, que a teoria não se distingue ou separa da prática.

No enfoque da aprendizagem, Black e William (2001), apresentam uma de suas principais ideias, explicitamente apresentadas no artigo *Inside The Black Box*, que consiste em afirmar que a aprendizagem é a imagem da prática educativa. Definição que fornece ao processo de ensino-aprendizagem características ativas que necessitam de urgente compreensão. Para que isso ocorra, exige a necessidade do estudo da aprendizagem enquanto ação, movimento contínuo-observável, por esse motivo, suscetível de descrição, análise e estudo crítico.

A conclusão do artigo dos autores afirma que os estudantes de rendimento acadêmico baixo são os mais beneficiados com a utilização de metodologias do modelo formativo; registrando-se o fato de que o estudante que costuma obter resultados ruins nas ocasiões de avaliação somativa tradicional, provavelmente será um estudante de contínuos resultados ruins durante a totalidade de sua trajetória acadêmica. Dessa forma, se justifica, como estes autores reconhecem, uma nova dinâmica que traz consigo a obrigação de mudanças intensas no sistema de ensino e na prática dos professores.

Com o objetivo de substituir métodos de ensino situados longe de tudo aquilo que as investigações mais modernas da época consideram de grande utilidade e necessário para que as aprendizagens aconteçam, Black e William (2001) indicam cinco princípios de ação.

Esquema 1 – Princípios de ação.



Fonte: BLACK; WILLIAM (2001).

O primeiro princípio é o ponto fundamental da avaliação formativa no processo de ensino-aprendizagem, para que o *feedback* seja eficaz, a comunicação do aluno para o professor precisa ser manifestada, observada e analisada por parte do docente, para que, então, ele possa distribuir o seu *feedback*, tão individualizado quanto possível, de forma a orientar o caminhar da construção do conhecimento por parte do estudante. Além disso, a comunicação e o *feedback* no processo proporcionam ao professor adequar e reconstruir o seu material didático, potencializam a tomada de decisão para avançar de uma tarefa a qual o aluno já domina sua resolução, para uma nova tarefa no processo de ensino-aprendizagem.

No segundo princípio, por tratar-se de uma concepção construtivista de avaliação formativa, acredita-se em uma construção interna e independente, por parte do estudante, das relações com determinado objeto de ensino. Munido de orientações iniciais do professor, o aluno deve construir o seu próprio conhecimento, o que corrobora para a autoavaliação. Apesar dos esforços em tentar capacitar os alunos para autoavaliação, alguns autores já detectaram a dificuldade em colocá-la em prática durante o processo de ensino-aprendizagem.

Observamos, no terceiro princípio, a interação entre os membros do grupo-turma que, para o enfrentamento das tarefas apresentadas para o estudo das práticas com determinado objeto, é salutar e incentivador um ambiente que proporcione reflexões, contestações, comunicações, *feedbacks*, validações, não somente entre alunos e professor, mas também entre os próprios estudantes, com a finalidade da construção do conhecimento pelos discentes e regulação do ensino pelo docente.

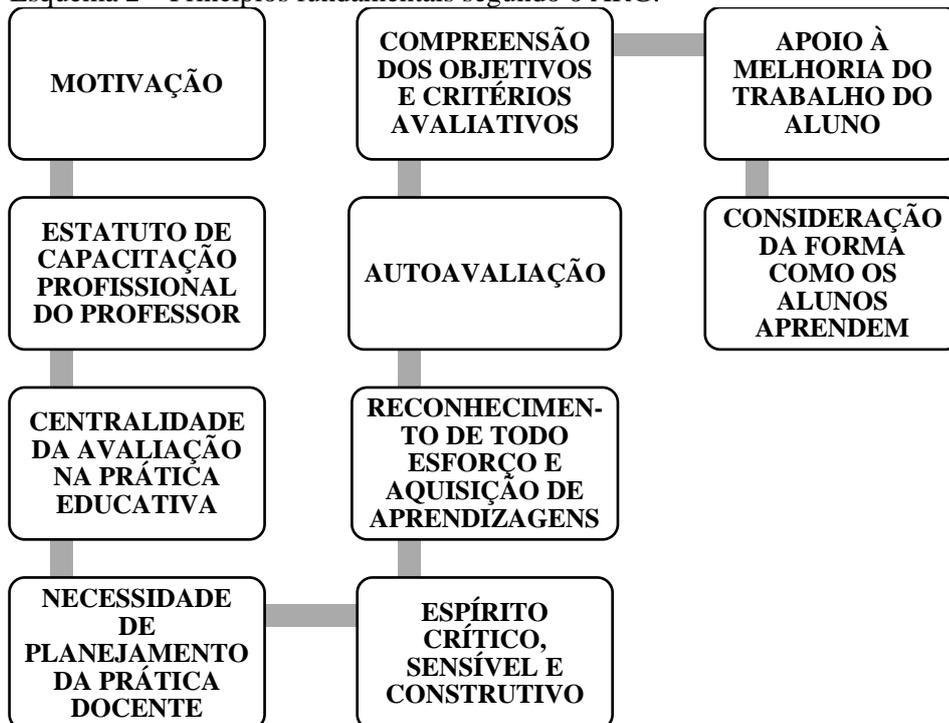
Entendemos que o quarto ponto, o diálogo entre professor e aluno no que diz respeito ao método e às dificuldades, é necessário para que aconteça a comunicação por parte do aluno e o *feedback* por parte do professor. A primeira revela as dificuldades manifestadas pelos estudantes, enquanto a segunda regula o ensino por meio das interações com os alunos, além das adaptações e reconstruções nas organizações contidas no material didático do docente com a finalidade de ultrapassar as dificuldades apresentadas pelos discentes.

No quinto e último princípio, a proposição de atividades extraclasse, ressaltamos a importância de não focar apenas nas tarefas que já se tornaram rotineiras (as quais os alunos já dominam as resoluções) para os trabalhos de casa, mas também atribuir tarefas problemáticas que levem o estudante a refletir e pensar, de maneira a articular técnicas novas com aquelas já aprendidas, em busca do nível de complexidade crescente, que leva à imbricação entre as práticas já aprendidas com práticas novas geradas pela articulação com as antigas.

A inabilidade por parte dos professores de distinção entre a *Assessment for Learning* e a avaliação exercida nas escolas, na qual vários docentes pensavam aplicar a avaliação de modelo formativo, mas não o faziam, contribui para que o ARG estruture o seu caminhar no âmbito avaliativo, por meio de uma organização processual que possua instrumentalização prática, útil e necessária, com uma base de apoio composta pelas mais atualizadas teorias de aprendizagem, com a vocação para enfrentar, de maneira sistemática e estruturada, a prática do professor no cotidiano, em consonância com a sala de aula.

Dessa forma, opta por excluir de sua concepção de avaliação, caracterizada por ser uma metodologia de ensino-aprendizagem, qualquer outra prática, teoria ou concepção que com ela possa se confundir, como exemplo, as avaliações formativas tradicionais e a diagnóstica que, essencialmente, reproduzem ocasiões de avaliação delineadas concomitantemente com que transcorre o ensino, de forma a diagnosticar pontualmente falhas e erros. Assim, o ARG aponta dez princípios fundamentais, segundo o grupo, com a capacidade de descrição, sustentação e fundamentação desta metodologia, com o intuito de introduzir, de maneira categórica, estruturada e sistêmica, os alicerces e práticas dos atores do processo de ensino-aprendizagem.

Esquema 2 – Princípios fundamentais segundo o ARG.



Fonte: O autor da pesquisa, 2019.

O primeiro princípio é a *promoção da motivação*, o qual alicerça-se em dois fatores decisivos da aprendizagem: o desejo pela aprendizagem efetiva e a capacidade para aprender efetivamente. A motivação se utiliza de um dos principais pilares da metodologia *Assessment for Learning*: o *feedback*. Assim, é imprescindível utilizar a avaliação para operacionalizar a aprendizagem, de maneira a promovê-la durante a totalidade da trajetória escolar do estudante, ao contrário de lhe oferecer apenas, de vez em quando, uma avaliação pontual que fornece pouquíssima informação, para beneficiar um resultado de motivação por classificações, virtualmente exterior ao processo de ensino-aprendizagem: a aquisição do melhor resultado em avaliações somativas, como em prova ou teste.

O segundo princípio é a *promoção do estatuto de capacitação profissional do professor*. Para Barreira, Boavida e Araújo (2006), o entendimento da necessária apropriação pelos profissionais docentes dos métodos de ensino-aprendizagem da *Assessment for Learning* induz o ARG para que pondere, analise e aconselhe mudanças na formação profissional dos docentes, de maneira a permitir-lhes possuir o domínio das imprescindíveis competências, com a finalidade de tornar o ensino mais eficiente e aproximado da atualizada investigação. Como exemplo, aplicar o modelo de avaliação formativa indicado, gera a obrigação de uma gestão mais cuidadosa do tempo de aula, em virtude das várias estratégias a serem utilizadas, algumas mais lentas e complexas, como a comunicação e o *feedback*.

O terceiro princípio é a *promoção à centralidade da avaliação na prática educativa*, toda prática dos professores, que implica essencialmente na totalidade de suas atividades em sala de aula, deve conceber uma avaliação formativa. O professor deve refletir, gerar um ato pensado que influencie o processo de ensino-aprendizagem de cada estudante ou grupo-turma.

O quarto princípio é a *promoção à necessidade de planejamento da prática docente*, a partir do estudo e estruturação de métodos para que sejam capazes de estabelecer uma metodologia com coerência e sistematização, em busca de uma efetiva utilização da avaliação formativa no processo de ensino-aprendizagem de determinado tema, precisa ser colocada em prática de forma a direcioná-la ao sucesso escolar, com implicações na transformação do processo avaliativo em fator decisivo e central da organização docente, abrangendo não apenas a atribuição de cada sistema de ensino e avaliativo, mas além disso a maneira que o diálogo entre os dois futuramente poderá levar ao aprimoramento do ensino.

O quinto princípio é a *promoção de um espírito crítico, sensível e construtivo*, o professor, para o *Qualifications and Curriculum Authority* (QCA), precisa mostrar ao estudante que há a possibilidade de melhorar o seu desempenho escolar, promovendo

aprimoramentos que se encontrarão com as expectativas do aluno, inclusive por meio de *feedbacks* relacionados às resoluções de suas tarefas. É preciso potencializar a comunicação e o *feedback*, porém sem encorajamentos vazios e generalistas, mas com encaminhamentos objetivos do que estabelece um trabalho bom e de que forma, paulatinamente, obtém-se o domínio dos conteúdos durante o aprendizado. Nesse sentido, um *feedback* sensível e construtivo deve ser aquele encaminhado ao trabalho do estudante, que evita juízo de valor sobre o estudante e entre os alunos do grupo-turma. De forma a estimular a aprendizagem, com motivação e atuação sobre ela, quando e no lugar em que ela ocorre, na sala de aula, diariamente.

O sexto princípio é a *promoção do reconhecimento de todo esforço e aquisição de aprendizagens*, que consiste na competência do professor em demonstrar até onde o estudante conseguiu desenvolver a tarefa, reconhecer o seu esforço pessoal, acompanhar e estruturar suas iniciativas de aprendizagem, embasado na comprovação de seu avanço em busca de dominar os pressupostos curriculares. A orientação dos professores aos alunos precisa proporcionar não apenas os elogios relacionados aos objetivos alcançados, mas também focar na melhoria e correção das dificuldades apresentadas por meio de instruções que se façam necessárias. O reconhecimento do esforço não é assumido como algo simpático ou sentimental, e sim como uma maneira de evitar a crítica castradora por intermédio de reforçar os avanços e melhorar nas dificuldades.

O sétimo princípio é a *promoção da autoavaliação*, essa competência do estudante, segundo Barreira, Boavida e Araújo (2006), “desdobramento pedagógico do preceito filosófico ‘conhece-te a ti mesmo’”, é uma das noções que transversaliza a *Assessment for Learning*, porque representa a necessidade de sistematização de um autoconhecimento profundo de cada aluno em relação à sua aprendizagem. O ARG determina a competência de autoavaliação como a hipótese teórico-prática que aprova aptidões necessárias, com o objetivo de que o estudante se responsabilize em cada etapa de sua trajetória escolar por seus avanços e dificuldades.

O oitavo princípio é a *promoção da compreensão dos objetivos e critérios avaliativos*, constitui um fator decisivo do bom rendimento escolar dos estudantes, a clareza dos objetivos e critérios avaliativos. A diferença entre a *Assessment for Learning* e as outras concepções de avaliação formativa é que a avaliação para as aprendizagens não distingue o instante avaliativo do instante da exposição-interação, mas acaba por realizá-los juntos, concomitantemente ao certificar as aprendizagens. O esclarecimento, no contexto da sala de

aula, dos objetivos da aprendizagem e dos critérios de avaliação dela, explica a dinâmica de estudo e trabalho dos conteúdos e das aprendizagens, orientada por comunicações e *feedbacks* na totalidade deste processo.

O nono princípio é a *promoção do apoio à melhoria do trabalho do aluno*, o ARG se detém em auxiliar o estudante a aprimorar o seu trabalho com várias estratégias, reforçando seu acompanhamento escolar, de maneira a proporcionar aos alunos uma atenção especial, com o objetivo de aprimorar a aprendizagem, ultrapassar as dificuldades e incentivar o bom trabalho. Dessa forma, o processo de ensino-aprendizagem toma um outro caráter, o de acompanhar os alunos de forma a apoiá-los no que houver necessidade.

O décimo e último princípio é a *promoção da consideração da forma como os alunos aprendem*, esta questão está relacionada à compreensão dos professores quanto aos mecanismos que regulam internamente o processo de aprendizagem cerebral. Em lugares como a América, o Reino Unido e os Estados Unidos, a neurociência começa a ganhar mais importância, principalmente nos centros universitários. As pesquisas recentes no campo da neurociência revelam que a aprendizagem sofre influência de fatores motivacionais, como exemplo, quando se exclui recompensas externas e essa recompensa passa a ser o próprio processo de aprendizado.

Nesse contexto, essa maneira de aprender e ensinar encerra o cenário notoriamente marcado pela exclusiva exposição do professor e passa a dar ênfase à interatividade entre docentes e discentes e entre os próprios discentes, empenhados em aprimorar a aprendizagem. Outro fator a se destacar é que o nível de aprendizagem no processo normalmente é diferente para cada estudante no que se refere ao tempo de aprendizado de determinado tema ou tarefa, alguns aprenderão mais rápido e outros mais lentamente, o que também precisa ser considerado na avaliação formativa. Nesse sentido, o professor deve adequar o ensino à forma como os alunos aprendem, por isso o *feedback* precisa ser tão individualizado quanto possível.

Com essa caracterização metodológica, a avaliação formativa para as aprendizagens ganha notoriedade mundial e passa a fazer parte das bases curriculares de muitos países. Autores do campo da educação e da avaliação aprofundaram seus estudos tomando como base os trabalhos da *Assessment for Learning*, como Fernandes (2011) que nos apresentará a concepção da Avaliação Formativa Alternativa, a qual veremos a seguir.

2.2.5 Avaliação Formativa Alternativa

O progresso da maneira de ensinar na escola fornece aos professores a alternativa de desenvolver novos métodos de aprendizagem que possibilitem aos jovens responder de forma crítica às diversas situações sociais da modernidade. Para Fernandes (2011) é preciso que os docentes consigam refazer, reinventar os currículos; que o professor saiba compreender a avaliação e o processo de ensino-aprendizagem em suas complexidades sociais, pois são construções importantíssimas para a educação e formação da juventude.

Nesse contexto, é relevante compreender a função da avaliação pedagógica, ou seja, da avaliação que acontece dentro da sala de aula e que tem como responsável o professor. Essa avaliação não deve ser vista dissociada do ensino e da aprendizagem e precisa ser determinante na melhoria da educação dos alunos; dessa forma, o desempenho do sistema educacional consequentemente progredirá.

Para começar é relevante mencionar que a concepção e o desenvolvimento de um procedimento avaliativo não deve ser extremamente dispendioso e complexo, ao ponto de tornar-se inexecutável, ou seja, o ato de avaliar precisa ser alcançável e compatível com o nosso cotidiano, nos âmbitos pessoal, profissional e do nosso local de trabalho. Poderá até ser parcialmente complexo, moderadamente trabalhoso, porém deve caracterizar-se pela simplicidade, de maneira que não seja simplista, e precisa ser executável, que se integre o máximo possível aos hábitos já estabelecidos. Portanto, é necessário observar que, frequentemente, a avaliação pode ser transformada por quem possui o dever de colocá-la em prática e aprimorá-la, caso contrário permanece com o estigma que envolve o temor, o desespero e a falta de entendimento, principalmente por aquele que é avaliado.

Alguns avaliadores, e até mesmo alguns avaliados, segundo Fernandes (2011), estão à espera de um modelo perfeito, sem falhas, isto é, de alguma coisa que é improvável de ser concebida. Além disso, ainda segundo o autor, no atual estágio de informações a respeito da avaliação, aplicada a qualquer meio, não conseguiremos, rigorosamente, discutir sobre modelos de avaliação. Pois os modelos, por sua essência, são teóricos e conceitualmente sofisticados, têm robustez e o seu uso produz consequências que, podemos dizer, são muito sólidas, independente dos entes envolvidos, no caso da avaliação independente do professor, dos alunos e do contexto em que ocorre.

Alguns modelos são apresentados com a característica de avaliar algo mais simples, objetivo e de certa forma linear, por exemplo, frequência, pontualidade, quantidade de tarefas

resolvidas de maneira satisfatória, qualidade da participação do aluno nas práticas em salas de aula e classificações por meio de avaliação externa. Porém, apresentam muitas dificuldades quando se procura um modelo que avalie situações mais complexas e sensíveis às particularidades, subjetividades e, até mesmo, ideologias dos avaliadores, como as aprendizagens desenvolvidas durante uma aula ou no decorrer do ano letivo.

Na verdade, precisamos questionar um grande número de concepções e crenças a respeito da avaliação que vêm contribuindo para que se eternizem práticas que confundam com somente uma atribuição de uma nota ou uma classificação aos alunos. Avaliar é, antes de mais nada, um procedimento pedagógico que está relacionado com as aprendizagens e com o ensino, um importante processo que precisa ajudar docentes a melhorar o ensino e discentes a aprimorar a aprendizagem.

Nesse contexto, é importante a compreensão de que a avaliação somente será um procedimento com credibilidade, utilidade, rigor e ético para a totalidade dos envolvidos se os atos de coletas, análises e registros das informações forem tão diversificados quanto possível. Faz-se necessário coletar dados com uma variedade de estratégias, como observação, diálogo, trabalho escrito, teste, relatório e apresentação; e compartilhar a análise dos dados observados com os envolvidos no processo, como outros docentes, discentes, pais e corpo técnico-pedagógico.

Em contraponto à essa compreensão, a avaliação mais formal, ou seja, deliberada e de propósito organizada com o intuito de que venhamos a estabelecer um julgamento em relação ao valor e à relevância de um determinado objeto, como as aprendizagens dos estudantes, performances de docentes, performances de escolas e qualidade de materiais didáticos, possui a tendência em seguir a lógica das ciências exatas.

Esse pressuposto significa dizer que ela pode se basear em critérios em busca da objetividade e usa informações de cunho quantitativo que, geralmente, são colhidas por meio de uma variedade de instrumentos, em particular são utilizados destacadamente o teste, o questionário, a prova e a lista de verificação. É uma abordagem que, em seu estado normal, se baseia no pensamento criterial. Apresenta como dificuldade evidente a definição de quais critérios devem ser adotados para que realmente apontem para a relevância do que supostamente pretende-se avaliar. Apesar disso, a avaliação mais formal é relatada como a que apresenta maior difusão e de entranhas profundas nas escolas.

Em relação ao conceito de avaliação formativa, Fernandes (2011) afirma que ainda persistem certas confusões na literatura. Como exemplo, percebe-se que é comum não se

realizar a diferença entre a avaliação formativa de natureza behaviorista e a avaliação formativa que se aproxima das perspectivas construtivista, cognitivista e sociocultural. E ainda, eventualmente, a avaliação formativa é identificada como uma variedade de práticas relativamente não diferenciáveis, as quais não refletem a sua verdadeira natureza.

Nesse contexto, o autor destaca a necessidade de sabermos do que realmente falamos quando utilizamos a denominação avaliação formativa. Por esse motivo, ele denomina a *avaliação formativa alternativa* a fim de definir uma concepção de avaliação formativa emergente, de raiz construtivista e cognitivista, que não se caracteriza por uma avaliação de critérios tecnicistas ou com aquela variedade de práticas relativamente não diferenciáveis e obscuras de avaliação que se afirmam como formativas, porém que na realidade não são.

A avaliação formativa, para Harlen e James (1997) e Harlen (2005; 2006) possui uma natureza dupla. É criterial, pois, durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação, as aprendizagens dos estudantes não devem ser verificadas com base em um determinado padrão ou norma, mas sim avaliadas em relação aos critérios que são definidos antecipadamente. É *ipsativa* (de autorreferência), pois está centrada no estudante, ou seja, o estudante é comparado com ele mesmo, de maneira a observar aspectos como o seu empenho, as circunstâncias em que ocorre o desenvolvimento do seu trabalho e os seus avanços.

A *avaliação formativa alternativa*, em comparação com a avaliação somativa, precisa prevalecer nas práticas de sala de aula, e a argumentação é de que existem informações coletadas por meio da avaliação formativa que devem ser usadas pelos docentes nas avaliações somativas, as quais eles forem responsáveis. A avaliação somativa pode, dessa maneira, tornar-se um sumário das aprendizagens visivelmente mais abastada, inteligente, contextualizada e com utilidade para todos os envolvidos no processo, mais individualmente para os estudantes.

As dificuldades para obter-se a articulação, no processo, entre as aprendizagens, a avaliação e o ensino, para Fernandes (2011), são resultado da hegemonia do denominado paradigma da transmissão que, na sua essência, presume um docente estático, burocrata, que possui a limitação de trabalhar o que está no currículo, sem questionamentos, e um estudante na tentativa de aprender o que é transmitido.

O paradigma citado precisa ceder seu lugar ao paradigma da interação social, da comunicação e da atividade individual e coletiva. Na *avaliação formativa alternativa*, os docentes devem criteriosamente realizar a seleção de uma variedade de tarefas (artefatos culturais) e, também, incentivar a promoção e facilitação de uma genuína comunicação em

todos os níveis. Além disso, os estudantes precisam participar de maneira ativa destes e de outros procedimentos que os levem a aprender. Docentes e discentes, para Engestrom (1999), precisam ser ativos, isso quer dizer que devem estar inteiramente integrados em um sistema de atividades.

Nesse contexto, na *avaliação formativa alternativa* os estudantes precisam participar de maneira ativa da construção de suas aprendizagens. Para que isso ocorra de forma efetiva e concreta é necessária uma sofisticada preparação profissional, além de mobilizar, integrar e utilizar uma diversificada rede de conhecimentos e competências.

As tarefas são o fio condutor do desenvolvimento do currículo em que discentes e docentes estão ativos, por meio das quais pode-se aprender, ensinar, avaliar e regular o processo que acontece nas salas de aula. A escolha das tarefas pelo professor é indispensável e exigente a fim de distinguir o ensino, para que os estudantes aprendam significativamente, isto é, de maneira a compreender com profundidade e com o intuito da completa integração da avaliação no processo educativo e formativo.

Nas condições apresentadas, ao realizar a análise e discussão da modificação das práticas ou das ações a serem desenvolvidas no processo das aprendizagens, da avaliação e do ensino, observa-se a necessidade da percepção e compreensão profunda dos elementos mediadores da avaliação formativa alternativa que podem interferir com relevância nessa modificação, como: a) as concepções, práticas e conhecimentos dos docentes e discentes; b) os ambientes, contextos e dinâmicas construídos nas salas de aula e nas escolas; c) a essência e a variedade de tarefas apresentadas aos estudantes; e d) os papéis que docentes e discentes precisam assumir no processo pedagógico.

A partir da visão da construção teórica, Fernandes (2011) ressalta que aparenta ser necessário proporcionar a devida atenção ao fato de que precisamos observar os três processos de forma integrada e, em virtude disso, pondera sobre a necessidade de uma meta-teoria das teorias viventes em relação ao ensino, à avaliação e à aprendizagem. Porém, obviamente, não poderemos aguardar que chegue a teoria para aprimorar e modificar as realidades pedagógicas.

A investigação que se realizou no âmbito da avaliação formativa demonstra que podemos alcançar a melhoria expressiva do que e de como os estudantes aprendem. Nesse contexto, propomo-nos a apresentar uma possível proposta de avaliação formativa articulada à Teoria Antropológica do Didático.

3 A AVALIAÇÃO FORMATIVA E A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Este capítulo é composto por objetos da TAD os quais consideramos pressupostos teóricos que possivelmente nos fornecerão subsídios para a realização da avaliação formativa em sala de aula. Dentre esses pressupostos, observaremos as articulações entre Os Momentos Didáticos da TAD e as práticas da avaliação formativa; a própria avaliação formativa no contexto do programa epistemológico e a incidência dos modelos epistemológicos da matemática sobre a prática docente.

3.1 Pressupostos da Avaliação Formativa na perspectiva da Teoria Antropológica do Didático (TAD)

A avaliação formativa se apresenta como um percurso que, por meio das práticas, podemos observar a trajetória do processo de ensino-aprendizagem-avaliação, o *regulando* e o *aprimorando* a cada momento, possibilitando continuamente avaliar o conhecimento construído pelos alunos, com a finalidade de atingir com maior clareza as funções da avaliação, como a tomada de decisão para avançar com o processo de estudo.

Assumindo o destaque acima, nasce um primeiro questionamento Q_0 : como avaliar contemplando a especificidade dos saberes disciplinares? Buscando uma possível resposta para este questionamento, nos deparamos com alguns elementos da TAD (CHEVALLARD, 1999), que nos indica possíveis alternativas de como o professor pode avaliar seus alunos de maneira formativa no processo de estudo. Nesse contexto, o questionamento Q_0 , se desdobra em um questionamento Q_1 : como o professor pode construir ou reconstruir organizações didático-matemáticas ao assumir a avaliação formativa na sua prática docente?

Na perspectiva de responder tais perguntas partiremos da noção de praxeologia introduzida por Chevallard (1999), que se refere à qualquer estrutura possível de atuação e conhecimento, articulando um conjunto de tarefas e técnicas que serão utilizadas no processo de estudo. No seio da TAD, tudo que ensinamos ou aprendemos se dá por meio de praxeologias, podemos, então, pensar a avaliação formativa como um fio condutor das Organizações Didático-Matemáticas (ODM) construídas e reconstruídas a partir dos elementos praxeológicos [T / $\hat{\theta}$ / Θ] tarefa; técnica; tecnologia e teoria, respectivamente, a fim de atingir o que foi elencado pelo professor ao construir sua ODM como práticas que o

aluno (hipotético) precisa ter com determinado objeto (no nosso caso matemático). Organizações construídas e reconstruídas por meio do que é comumente considerado como conhecimento, habilidade ou competência, que tanto o professor quanto os alunos possuem, o que corresponde ao que Chevallard (2009b) designa como o Equipamento Praxeológico (EP) da pessoa. Também para a construção das ODM é necessária criteriosa análise das condições e restrições institucionais.

Os questionamentos até aqui evocados nos parecem convergir para a seguinte pergunta, Q₂: Como o professor pode avaliar seus alunos de maneira formativa, no processo de estudo, segundo elementos da teoria antropológica do didático? Tais questionamentos Q₀, Q₁ e Q₂, estão inseridos nas complexidades frutos da prática docente.

Ao analisar o problema da avaliação, percebe-se que esta requer outros enfrentamentos, pois se desdobra em outros questionamentos, tanto na perspectiva da Matemática, da didática e na relação do didático com o matemático. Entre tais questões estão as relacionadas ao currículo, à formação docente e ao uso de metodologias para o ensino.

Nesse sentido, na prática docente com Matemática se insere o problema da avaliação, e este está associado, em conformidade com Gascón (2010), às problemáticas do currículo, à formação docente e ao uso de metodologias para o ensino; portanto, essas problemáticas não são do indivíduo, do professor enquanto pessoa, mas enquanto sujeito de uma instituição docente, o que é indicado por Cirade (2006), Chevallard (2001; 2009b) e Gascón (2010) como problema da profissão de professor, ou seja, o problema da avaliação é um problema institucional.

Assim, assumindo a avaliação como um problema da profissão e considerando a imbricação com outras problemáticas da profissão docente nos deparamos com o seguinte questionamento, Q₃: **De que maneira o professor, ao assumir a avaliação formativa como prática docente, pode construir ou reconstruir ODM com sistema de tarefas em complexidade crescente, que promovam a utilização desse modelo avaliativo em ação na sala de aula com o intuito de regular o ensino e aprimorar as aprendizagens no sentido de avaliar os saberes matemáticos no processo de estudo?** O qual se configura como uma ampliação consequente de Q₀, Q₁ e Q₂.

O olhar da avaliação como problema da profissão docente nos remete à Bosch e Gascón (2001) que, ao analisar as relações entre as práticas docentes e as organizações didáticas escolares, objetivando situar as práticas docentes como constituídas de atividades

humanas institucionalizadas, caracterizam-nas como praxeologias didáticas dos professores, segundo o modelo estabelecido por Chevallard (2001).

As praxeologias didáticas dos professores são consideradas por Chevallard (2001) como um problema praxeológico, que ele identifica como o *problema π do professor*, decorrente da necessidade que este professor tem de reconstruir ODM's que possam ser estudadas em uma instituição escolar, e o expressa da seguinte maneira:

Observando T_π tipo de tarefas, dizemos que o problema praxeológico do professor de matemática é construir uma praxeologia $[T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$, isto é, buscar uma resposta $R_\pi = [T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$ para a questão Q_π : como realizar uma tarefa t_π do tipo T_π ? É o mesmo que falar de organização matemática, chamada aqui de organização didática com uma praxeologia da forma $[T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$ (CHEVALLARD, 2001, p. 3, grifos do autor, tradução nossa).

Essa descrição da praxeologia do professor se situa em um nível de generalidade no qual se encontra diluído o objetivo principal em um vasto conjunto de tarefas dispersas e, em consequência, em múltiplos objetivos também dispersos. Se for tomada uma ODM específica, pode-se dizer que o problema do professor consiste em reconstruir a ODM para que possa ser estudada em uma instituição docente. Com este fim, o sistema de tarefas passa a ter unidade e até certa estrutura e, então, se pode falar de praxeologia didático-matemática do professor relativa a uma ODM concreta, como sendo a resposta $R_\pi = [T_\pi / \tau_\pi / \theta_\pi / \Theta_\pi]$, que cada professor dá ao problema de reconstruir uma ODM em uma determinada instituição de ensino. É, em outras palavras, a resposta para o “problema (praxeológico) do professor” (CHEVALLARD, 2001, p. 1).

Dessa forma, a praxeologia didático-matemática do professor, que pode ser descrita como a reconstrução de uma ODM vivenciada em sala de aula que permita aos alunos atuarem com eficácia para resolverem problemas com Matemática e, ao mesmo tempo, entenderem o que fazem de maneira racional, nos leva a afirmar, em acordo com Chevallard (2001; 2005) que, o que se aprende e se ensina em uma instituição escolar são praxeologias matemáticas que respondem a uma dada questão por meio de tarefas ou tipos de tarefas mobilizadas pelo professor. Nesse sentido, as praxeologias didático-matemáticas são um conjunto de praxeologias que o professor movimenta para a difusão social das praxeologias matemáticas e, como tal, estão estreitamente relacionadas a o princípio fundador da didática.

Na linha da investigação da profissão do professor de Matemática, Cirade (2006) busca caracterizar essa profissão a partir da interrelação entre o problema da profissão e da formação no *Institut Universitaire de Formation des Maîtres de l'Académie d'Aix-Marseille*

(IUFM), por meio da análise das praxeologias didático-matemáticas que o professor deve possuir para o exercício da prática docente, como problema profissional. Para tanto, utilizou o modelo de praxeologias proposto por Yves Chevallard, assumindo a classificação do saber docente para a prática do professor de Matemática em três tipos: as praxeologias matemáticas a ensinar; as praxeologias matemáticas para o ensino e as praxeologias didáticas. Esses tipos praxeológicos não são considerados como compartimentos isolados, mas como um conjunto em que as praxeologias didáticas englobam as praxeologias a ensinar que, por sua vez, comportam as praxeologias para o ensino.

Esse conjunto de praxeologias que o professor deve possuir para ser ativado, sob certas condições e restrições, em um dado momento da prática docente, constituiria o EP disponível para a prática profissional. Assim sendo, esse EP disponível para a prática profissional, constituirá o ambiente em que o professor mobilizará as praxeologias para reconstruir ODM's que considerem a avaliação formativa como fio condutor para o desenvolvimento de um processo de estudo em sala de aula.

Ao olhar para o processo de estudo, segundo a TAD, percebemos que está estruturado em seis momentos didáticos descritos por Chevallard, Bosch e Gascón (2001), que não ocorrem ordenadamente, cada um fazendo referência a um aspecto da atividade de estudo, inclusive a avaliação sendo evidenciada como o sexto momento didático, falaremos mais sobre eles no próximo tópico.

Parece-nos, o ambiente de avaliação formativa, propício para inferir a relação discente com o saber na perspectiva da tríade: ensino, aprendizagem e saber, nos termos propostos pela TAD, com a possibilidade da avaliação formativa no contexto da formação em busca de praxeologias de complexidade crescente (BOSCH; GARCIA; GASCÓN, 2006). Assim, buscaremos desenvolver processos de estudos que objetivem a aprendizagem verificada por meio da avaliação formativa em matemática, evidenciando como proposta que *os Momentos Didáticos da TAD contemplam a Avaliação Formativa.*

3.2 Os Momentos Didáticos da TAD

O processo de estudo, segundo Chevallard, Bosch e Gascón (2001), não é um processo homogêneo, e sim está estruturado em diferentes momentos. Momentos estes que não ocorrem ordenadamente, uma vez que estão distribuídos de forma dispersa ao longo do processo, isto porque cada momento didático faz referência a um aspecto da atividade de

estudo. Ao caracterizar o processo de estudo, Chevallard, Bosch e Gascón (2001) destacam como um espaço constituído por seis momentos didáticos:

1) O *primeiro encontro* com os objetos matemáticos que constituem um tipo de problema. Configura-se no primeiro encontro com um tipo de tarefa T associada a uma dada questão. Durante o processo de estudo acontecem vários primeiros encontros que podem ocorrer com tarefas, técnicas, etc. No âmbito da avaliação formativa o primeiro encontro deve ser planejado com muita atenção no momento da construção da OMD e observado no desenrolar do processo de estudo.

2) A exploração do tipo de tarefa acontece quando relacionamos um determinado tipo de problema com a construção de uma técnica adequada para abordá-lo, ou seja, um *momento exploratório*, em que a comunidade de estudo se empenha em estabelecer uma técnica inicial \hat{o}_0 com grande potencialidade para o enfrentamento das tarefas do tipo T.

No momento exploratório, a avaliação formativa traz subsídios para que o professor acesse o EP do aluno por meio das técnicas apresentadas na resolução das tarefas, em que a complexidade crescente ficará evidente na formulação de uma técnica nova por meio da utilização das técnicas já aprendidas anteriormente.

3) Na exploração da técnica \hat{o}_0 , desencadeia-se um verdadeiro *trabalho na técnica* que inicia por tornar rotineiro o uso desta e, em consequência, o seu desenvolvimento progressivo, o que deve gerar técnicas relativamente novas para a comunidade de estudo. Esse trabalho da técnica deve continuar até que os alunos tenham dominado esse conjunto de técnicas, provocando, assim, a ampliação progressiva do tipo de tarefas iniciais T e o surgimento de novos tipos de tarefas. É a construção do ambiente tecnológico-teórico, refere-se aos dois níveis de justificativa da prática matemática.

No trabalho da técnica, a avaliação formativa indica o momento em que a realização da tarefa, por meio de uma técnica, se tornou rotineiro e aponta que se deve apresentar uma nova tarefa problemática, ou seja, que necessita de uma técnica nova para ser resolvida, evidenciando, mais uma vez, a complexidade crescente pelo seu desenvolvimento progressivo e pelo surgimento de novos tipos de tarefas.

4) O questionamento tecnológico advém das diferentes técnicas que vão aparecendo; isto é, questões relativas à interpretação, à justificação e ao alcance das técnicas, bem como as relações que são estabelecidas entre elas, compondo, assim, um conjunto de questões cuja resposta requeira a realização de novas tarefas matemáticas que constituirão a reconstrução da

ODM. Dessa forma, faz-se necessário um marco *tecnológico-teórico* que englobe todas as técnicas necessárias para o enfrentamento desse novo conjunto de tarefas.

No momento tecnológico-teórico, a avaliação formativa se apresenta na regulação e aprimoramento do processo de estudo, no sentido da reconstrução das ODM, evocado pela comunicação por parte dos alunos e posterior *feedback* por parte dos professores.

5) Devem-se *institucionalizar* os elementos considerados pela comunidade como componentes explícitos da ODM, diferenciando dos elementos que, ao longo do processo, se colocaram como ferramentas auxiliares para o processo de reconstrução.

No momento da institucionalização, a avaliação formativa, por meio da comunicação dos alunos e *feedback* do professor, auxilia na apresentação das técnicas e tarefas realizadas no processo que comporão a trajetória dos componentes explícitos que fizeram parte das construções e reconstruções da ODM.

6) A avaliação, refere-se à obra matemática em seu conjunto. Faz-se necessária a avaliação da qualidade dos componentes da ODM construída. Quanto aos tipos de tarefas, devem ser facilmente identificados nesta avaliação: Estes possuem variadas espécies do mesmo tipo? A quais questões estão associadas? Têm relação com as outras atividades dos alunos? Quanto às técnicas, foram suficientemente trabalhadas? São confiáveis? São econômicas? São as mais pertinentes para a realização das tarefas apresentadas? Quanto ao discurso tecnológico, são explícitos? Ajudam efetivamente a explicar e justificar as técnicas? Permitem variar as técnicas, possibilitando a construção de novas técnicas?

O momento da *avaliação* proposto por Chevallard, Bosch e Gascón (2001) está ligado a avaliar a ODM construída, no sentido de uma avaliação institucional. Propomo-nos a ampliar este momento para a possibilidade de uma avaliação formativa no processo de estudo, perpassando e articulando os seis momentos didáticos, evidenciada por características fundamentais: a comunicação por parte do aluno e o *feedback* por parte do professor, além da regulação e aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem-avaliação.

3.3 A Avaliação Formativa no contexto do Programa Epistemológico

Na busca do enfrentamento da problemática da avaliação, como problema da prática docente, poderíamos situá-la no seio do Programa Cognitivo, o qual supõe que os problemas vinculados ao ensino da matemática podem ser enfrentados e resolvidos tomando como elementos de análise as características individuais dos sujeitos diante do saber matemático,

tais como: atitudinais, cognitivas, linguísticas, motivacionais e outras. Assim sendo, Gascón (2010, p. 20) acentua que, para enfrentar essa problemática, nesse ambiente, dever-se-ia construir e confrontar empiricamente dois modelos, quais sejam: “a) da estrutura cognitiva associado a um conceito e b) do desenvolvimento do pensamento matemático do sujeito”.

De outra forma, a mesma problemática poderia ser abordada no ambiente do Programa Epistemológico, o qual propõe investigá-la a partir da análise das práticas matemáticas institucionalizadas de modo geral, não só as que estão presentes no EP do docente. Então, para enfrentar a problemática em questão e outras problemáticas da educação matemática, Gascón (2010, p. 20) sugere construir e contrastar empiricamente: “a) um modelo epistemológico geral das matemáticas e os correspondentes modelos locais de seus diferentes âmbitos; b) modelos da gênese e desenvolvimento das OM em cada uma das instituições de sua difusão intrainstitucional e interinstitucional”.

Ao analisar os dois programas de investigação e considerando a problemática da avaliação, na perspectiva da avaliação formativa, assumimos que o ambiente propício para a busca de respostas relativas ao questionamento Q₃, De que maneira o professor, ao assumir a avaliação formativa como prática docente, pode construir ou reconstruir ODM com sistema de tarefas em complexidade crescente, que promovam a utilização desse modelo avaliativo em ação na sala de aula com o intuito de regular o ensino e aprimorar as aprendizagens no sentido de avaliar os saberes matemáticos no processo de estudo? É no seio do programa epistemológico, o que se justifica pela relevância dada ao saber matemático envolvido no sistema de avaliação, além do papel que avaliação formativa tem no processo de estudo.

Visto que, sob o enfoque cognitivo não há um questionamento do saber matemático, assumindo, assim, que existe uma maneira universal e inquestionável de descrever as matemáticas escolares e organizar os conhecimentos matemáticos, inclusive no que se refere à avaliação, ou seja, as diretrizes teóricas das pesquisas dentro desse enfoque, segundo Bosch e Gascón (2004), tratam o ensino de maneira relativamente independente do conhecimento científico que seja objeto de saber. Quer dizer que o problema da avaliação estaria, como outros problemas da prática docente, situado na relação professor-aluno, interpretado como o conjunto de atitudes que deve realizar o professor para que o aluno aprenda os conteúdos pretendidos. Assim, a avaliação formativa perderia sua potencialidade de regulação do ensino, nos termos em que a estamos concebendo.

Sob essa compreensão escapam questões relativas às especificidades do saber que poderiam de algum modo promover dificuldades aos processos de ensino e que passariam

despercebidas no contexto da avaliação, como o “fenômeno da desarticulação ou atomização escolar do currículo de matemáticas” (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 133-134) presente nas práticas docentes. A falta de tais especificidades pode acarretar ao processo de estudo, norteado pela avaliação formativa, obstáculos para regulação do saber ensinado.

E ainda, Bosch, Fonseca e Gascón (2004, p. 210) afirmam que a “ignorância das causas de origem matemática do problema didático impossibilita seu tratamento eficaz e perpetua as discontinuidades e contradições entre as práticas que se desenvolvem nas diferentes instituições afetadas”, ao tratar do trânsito dos objetos matemáticos entre as instituições de ensino secundário e a universidade.

Enfatizando a necessidade e cuidado de olhar as causas dos problemas da prática docente, nos quais se incluem os vinculados à avaliação formativa, no desenvolvimento histórico e epistemológico dos objetos matemáticos de estudos nas instituições escolares, Gascón (2001, p. 130) postula que:

Ao situarmos o Programa Epistemológico, necessitamos propor *modelos epistemológicos explícitos dos diferentes âmbitos da atividade matemática* que permitam “construir” os fenômenos e os problemas didáticos e, além disto, sirvam para dar conta dos aspectos cognitivos e instrucional.

Nesses termos, podemos inferir em acordo com Chevallard, Bosch e Gascón (2001), Bosch, Fonseca e Gascón (2004), Bosch e Gascón (2004), Chevallard (2005) e outros, que embora o Programa Epistemológico assuma que o matemático (o objeto de estudo) e o didático (a organização para o estudo) constituem duas dimensões inseparáveis da realidade escolar e que se determinam mutuamente, faz-se necessário analisar o conhecimento matemático tal como se apresenta historicamente no seio de cada instituição, fazendo abstrações de suas gênesis e de seu processo de reconstrução, o que se constitui em um processo de estudo e, portanto, didático.

No entanto, deve-se ressaltar que o sentido dado na TAD ao epistemológico, segundo Bosch, Garcia e Gascón (2006) é de não reduzi-lo ao conteúdo matemático, mas sim ampliá-lo ao âmbito e ao alcance que habitualmente se tem dado ao matemático e à epistemologia das matemáticas, o que pode ser constatado nos trabalhos de Chevallard (2005) e em Gascón (2001) ao tratar das diversas ampliações da epistemologia clássica. Estes autores estabelecem a concepção epistemológica relativa à manipulação de um saber em uma dada instituição com objetivos didáticos, descrevendo em quatro tipos: a produção, a utilização, o ensino e a difusão (transposição). É nesse ambiente que percebemos a avaliação formativa.

3.4 A incidência dos modelos epistemológicos da matemática sobre a prática docente

Ainda na perspectiva do programa epistemológico, Gascón (2001) discute a incidência dos modelos epistemológicos da matemática sobre o ensino da matemática na escola. O autor analisa, a partir de três modelos gerais do conhecimento matemático, como os modelos docentes podem ser influenciados e, para isso, distingue três modelos docentes ideais.

A partir das ideias de Lakatos e seu Programa de Pesquisa Científica, a reconstrução racional do problema docente proposta por Gascón (2001) é feita paralelamente à reconstrução racional do problema epistemológico que permite ressaltar alguns aspectos fundamentais de cada modelo docente por ele descrito. A análise do papel dos modelos epistemológicos deixa claro alguns fenômenos e problemas didáticos que necessitam ser mais bem compreendidos, além de dar conta dos aspectos cognitivo e instrucional. Assim, faz parte do estudo de uma ODM desenvolvida em uma instituição I, uma descrição da prática profissional do professor de matemática segundo o modelo epistemológico da ODM.

De início é possível distinguir dois grandes grupos de teorias epistemológicas gerais, ou padrões da organização matemática: as teorias euclidianas e as teorias quase-empíricas, de acordo com a categorização feita por Lakatos (1978a), às quais Gascón (2001) acrescenta as teorias construtivistas.

Gascón (2001) apresenta o problema epistemológico do Euclidianismo (PE1): Como deter a regressão infinita e obter uma justificação lógica das teorias matemáticas? Do ponto de vista de Lakatos (1978a) os três modelos clássicos da epistemologia das matemáticas: o logicismo de Russel (1919); o formalismo de Hilbert (1923) e o intuicionismo de Brouwer (1952) podem ser considerados como diferentes teorias euclidianas do saber matemático. As três pretendem deter a regressão infinita mediante diferentes formas de *trivialização* do conhecimento. O logicismo pretende a *trivialização* lógica da matemática, o formalismo pretende construir uma meta-teoria trivial e o intuicionismo pretende recortar o conhecimento matemático até sua medula trivialmente segura.

Lakatos (1978a) argumenta contra o subjetivismo dessas três teorias que criticam uma intuição, mas que querem nos convencer a aceitar a sua intuição como prova definitiva, gerando um subjetivismo meta-teórico. O autor questiona a formulação do problema epistemológico e o dilema relativo à trivialidade e à certeza, ou impossibilidade de obter conhecimento matemático: “Por que não admitir a falibilidade da matemática e intentar

defender a dignidade do conhecimento falível contra o ceticismo?” (LAKATOS, 1978a, p. 41).

Admitindo-se que o sistema de ensino cria sua própria interpretação do saber matemático e que, como objeto de ensino, esse saber se constitui em grande parte do modelo teórico geral; é possível afirmar que são geradas interpretações sobre o modo como deve ser ensinado, aprendido e avaliado e, ainda, que os modelos docentes que crescem e se desenvolvem nas instituições de ensino estão vinculados a um dado modelo epistemológico predominante, de forma implícita ou não.

Correspondem ao euclidianismo, dois modelos distintos que intentam a *trivialização* do processo do ensino. O teoricismo e o tecnicismo que são duas formas de representar os modelos docentes clássicos. Nesses modelos extremamente simplistas e enraizados no senso comum, considera-se, ingenuamente, o processo de ensino-aprendizagem-avaliação como um processo mecânico e trivial, cujo controle é de total responsabilidade do professor.

No teoricismo, o papel do professor é caracterizado pela apresentação de teorias que se encontram prontas e acabadas, restando apenas serem mostradas aos alunos como produtos finais, sem levar em conta a atividade matemática que os gerou. O processo em si, encerra-se com a exemplificação ou aplicação por meio de problemas, mas estes não possuem importância no processo didático como atividade matemática, mas apenas pedagógica. Nesse contexto, a avaliação provavelmente seguirá o mesmo caminho da aplicação de problemas isoladas da atividade matemática.

O teoricismo identifica a atividade de “ensinar e aprender matemática” com “ensinar e aprender teorias” concentrando o processo de estudo em um único momento didático – *o momento do primeiro encontro* –, pois é nesse momento que o professor mostra aos alunos um corpo de conhecimentos já cristalizado em forma de teoria. No entanto, apresentar os teoremas e definições matemáticas não torna o ensino, e muito menos sua aprendizagem, um processo trivial, pois não garante ao aluno que consiga usar adequadamente tais teorias ou decidir adequadamente por um ou outro. Da mesma forma, podemos esperar que aconteça no momento avaliativo, o professor apresenta as questões e não temos garantia de que o estudante usará adequadamente as teorias mostradas pelo professor.

A atividade de resolução de problemas é reduzida ao objetivo do ensino, que é treinar os conhecimentos teóricos do aluno. Os problemas que não podem ser identificados imediatamente com a aplicação de um teorema são decompostos em exercícios mais simples, eliminando-se as dificuldades de resolução ou, até mesmo, eliminando o próprio problema,

para que possam surgir exercícios rotineiros. Essa trivialização da atividade de resolução de problemas é posta em prática, desconsiderando totalmente sua relevância para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. A atividade matemática em si é ignorada, os processos de sua construção e realização são ignorados; no tecnicismo é preponderante a completa falta de importância dada à sua gênese – epistemológica e didática. Dessa maneira, são ignoradas as principais características de uma avaliação no modelo formativo.

Gascón (2001) destaca que, nesse contexto, a tendência é o menosprezo de um provável domínio de aptidões que um aluno possa ter das técnicas matemáticas, assim ignorando possíveis papéis desta aptidão no processo de aprendizagem, que também não serão levadas em conta no processo avaliativo. O autor denominou modelos docentes tecnicistas ou tecnicismo, modelos que enfatizam os aspectos mais rudimentares do *momento didático do trabalho da técnica* (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 1997).

O tecnicismo corre o risco de cair em uma apologia do domínio das técnicas, especialmente das algorítmicas, até o ponto de tomá-las como objetivo último do processo didático. Esse extremismo do tecnicismo conduz a um operacionismo estéril (GASCÓN, 1994). Com ênfase tão exclusiva em técnicas simples, o tecnicismo tende a esquecer os autênticos problemas que são aqueles cuja dificuldade principal consiste em escolher as técnicas adequadas para construir uma estratégia de resolução. Além do treinamento exacerbado dessas técnicas, assim exclui de seu repertório de técnicas as estratégias de resoluções complexas, e não algorítmicas.

Segundo Gascón (2010), os modelos docentes teoricistas e tecnicistas concebem o processo de ensino como um processo mecânico e trivial, totalmente controlado pelo professor. A atividade de resolução de problemas nos modelos docentes clássicos trata os problemas matemáticos como se estivessem isolados (nunca como representantes de certas classes de problemas) e descontextualizados (desconectados do sistema matemático ou extra matemático a partir do qual surgem no âmbito da atividade matemática).

Dessa maneira, o processo avaliativo dos modelos docentes teoricistas e tecnicistas aparenta ser marcado por problemas isolados e descontextualizados, no qual o aluno buscará em seu EP uma teoria ou uma técnica mostrada pelo professor referente àquele tipo específico de questão, sem levar em conta articulações entre essas técnicas e teorias, além de desprezar a construção do saber na atividade matemática.

O modelo quase-empírico é uma reação ao modelo euclidiano e pretende provocar a *destrivialização* do conhecimento matemático ao enfatizar o papel essencial do processo de

descobrimos e põe em evidência (contrariamente ao modelo euclidiano) que a análise deste conhecimento não pode se reduzir ao estudo da justificação das teorias matemáticas.

As justificações não são suficientes para analisar o conhecimento matemático, este, enquanto construção, passou por momentos de formulações e reformulações até atingir um estágio de formalização aceito e reconhecido pela sociedade (pela maioria dos sujeitos que compartilham o mesmo saber em questão). Logo, é necessário mudar a forma de apresentar o problema epistemológico; no euclidianismo o problema epistemológico é a justificação das teorias matemáticas, já a epistemologia quase-empírica apresenta e pretende resolver um problema mais amplo e de natureza que extrapola a lógica: o problema do “desenvolvimento do conhecimento matemático”. O que leva à reformulação do problema epistemológico, apresentado por Gascón (2001): “PE2: Qual é a lógica do desenvolvimento do conhecimento matemático? Como se estabelece se uma teoria T’ é superior a outra teoria T?”

Ao se tornar dominante, no sistema de ensino das Matemáticas, aumenta a tendência a identificar o saber matemático com a “atividade matemática exploratória”, característica do desenvolvimento das teorias matemáticas informais. Esta atividade exploratória é o principal fator de influência dos modelos epistemológicos quase-empíricos das matemáticas sobre os “novos” modelos docentes, o modelo modernista e o modelo procedimentalista.

Essa influência atua isoladamente? Para Gascón (2001), os modelos docentes antigos também atuam sobre os novos, tanto positivamente, no sentido da manutenção de uma tradição, como no sentido de reação de um tipo de prática considerada que se tornou arcaica e que deve ser renovada.

Nesse sentido, já que os modelos docentes influenciam nos modelos avaliativos da instituição e, em particular, do professor, podemos refletir sobre a atuação da avaliação do tipo somativa sobre o modelo formativo, tanto no sentido da manutenção da tradição somativa, como na reação frente a este modelo na busca da renovação para a avaliação formativa.

Os modelos docentes modernistas, ou simplesmente modernismo, apresentam-se desta forma, considerando o processo didático que surge inicialmente como reação às evidentes limitações dos modelos clássicos. Nas instituições em que predomina este modelo se tende a identificar a atividade matemática com a exploração livre e criativa de problemas. Esta exploração pode ocorrer de várias formas, como teste de técnicas diversas, aplicação de resultados conhecidos, busca de problemas semelhantes, formulação de conjecturas, busca de contraexemplos ou na tentativa de resolver um problema diferente. As mesmas características

provavelmente serão trabalhadas nas avaliações realizadas nesse modelo. Tentam resgatar a atividade de resolução de problemas em si mesma e torná-la como eixo e finalidade da atividade matemática e, portanto, de todo o processo didático (ensino). Identifica, assim, ensinar, aprender e avaliar matemática como ensinar, aprender e avaliar a atividade exploratória livre e criativa, de problemas não triviais. Privilegia, portanto, *o momento didático do processo de estudo que Chevallard denomina momento exploratório*.

Até aqui vimos que tanto o tecnicismo, o tecnicismo e o modernismo são modelos docentes em que predominam um único momento didático, uma única dimensão da atividade matemática e, por isso, são considerados modelos docentes reducionistas. O desconhecimento das relações funcionais entre os momentos didáticos impede que sejam integradas em único processo que as relacionem e complementem. Nesse contexto, observamos que o modelo avaliativo também pode ser considerado reducionista para os modelos docentes apresentados até agora, ou seja, contemplam apenas um momento didático no processo de estudo.

Destrivializar o uso das técnicas matemáticas passa por enfatizar que o conhecimento, e inclusive o domínio de certas técnicas básicas, não comporta em absoluto a possibilidade de elaborar autonomamente estratégias heurísticas complexas de resolução de problemas. Então, como guiar o aluno na eleição da técnica adequada? Como criar as considerações que o permitam construir uma estratégia de resolução de um problema mediante uma combinação adequada de técnicas? Ou como fazer possível o desenvolvimento interno de uma técnica nas mãos de alunos?

Estas características pertencem aos modelos docentes procedimentalistas ou procedimentalismo. Situa como principal objetivo do processo didático o domínio de sistemas estruturados de técnicas heurísticas. No sentido de não algorítmicas. O procedimentalismo pode ser interpretado como complementar do tecnicismo, enquanto reação ao tecnicismo: deixa a teoria um pouco em suspenso, mas desenvolve o momento didático do trabalho da técnica muito além das técnicas mais simples. Além disso, o procedimentalismo completa e melhora a *destrivialização* do conhecimento matemático iniciada pelo modernismo. São reconhecidos dois momentos didáticos no processo de estudo que se relacionam funcionalmente, *o momento do trabalho da técnica e o momento exploratório*, os quais, pela influência do modelo docente no avaliativo, devem aparecer também nas avaliações realizadas.

O procedimentalismo trata de classes de problemas prefixados, não amplia tais classes exploradas, estratégia didática para encaminhar o aluno a dominar sistemas

estruturados de procedimentos matemáticos que podem cristalizar ou não um padrão de resolução. Rompe definitivamente com o isolamento entre classes de problemas, antes tratados de forma isolada. Indica, então, uma avaliação que contemple uma articulação entre os problemas apresentados, que encaminha o estudante para resolução desses problemas de maneira menos atomizada.

Em continuação ao estudo dos modelos epistemológicos, o desenvolvimento psicogenético como nova base empírica da epistemologia surge do não acordo quanto ao mecanismo de desenvolvimento do conhecimento científico, talvez pela insuficiência de dados históricos proporcionados pela história das ciências como base empírica da epistemologia. Segundo Lakatos (1978b), intentam a diferenciação entre ciência e pseudociência, formulando normas metodológicas para estabelecer a aceitabilidade ou o rechaço de uma teoria ou de um programa de investigação sobre outro.

Para Piaget e García (1982, p. 243), o verdadeiro problema que deveriam tratar deve ser reformulado da seguinte maneira: “PE3 (construtivismo): Em que consiste a passagem de uma teoria T, de um nível inferior, a outra teoria T’, de nível superior? Quais são os mecanismos do desenvolvimento do conhecimento científico, em particular, matemático?”

Segundo Gascón (2001), para abordar o problema epistemológico é fundamental utilizar como base empírica, ao lado dos fatos que nos encaminham à história da ciência, os que proporcionam o estudo do desenvolvimento psicogenético. Para conhecer os instrumentos e mecanismos do desenvolvimento científico é preciso recorrer aos dados empíricos da psicogênese.

No caso das matemáticas, o que nos interessa aqui, poderíamos citar dois instrumentos de construção dos conhecimentos matemáticos que, segundo Piaget e Garcia (1982), aparecem tanto na história das matemáticas como na psicogênese dos conhecimentos matemáticos, cuja fonte comum são os processos de assimilação e acomodação: esses instrumentos são a abstração reflexiva e a generalização completiva. A abstração reflexiva extrai suas informações a partir das ações e operações do sujeito, já a generalização completiva constitui uma síntese nova no seio da qual as leis particulares antigas adquirem novos significados.

Gascón (2001) destaca que essa descrição dos instrumentos de construção do conhecimento matemático proporciona uma nova interpretação sobre a natureza dos objetos matemáticos como extraídos das ações e operações do sujeito, ao invés de serem entidades

lógicas, linguísticas, ideais ou quase-empíricas. Dizer que os objetos matemáticos são construídos pelas ações do sujeito não é metafórico, significa:

- a) que as ações do sujeito nunca são isoladas, estão coordenadas com outras ações;
- b) que destas articulações se extraem formas que podem se desprender de seus conteúdos;
- c) e que estas formas se coordenam para nascer, por reflexão, as operações fundamentais que constituem o ponto de partida das estruturas lógico-algébricas (PIAGET; GARCÍA, 1982, p. 248).

Em relação aos mecanismos de desenvolvimento comuns da história das matemáticas e a psicogênese, Gascón (2001) chama atenção para um processo de natureza completamente geral que conduz ao *intra-objetal* (ou análise dos objetos), ao *inter-objetal* (ou estudo das relações e transformações entre esses objetos) e, assim, ao *trans-objetal* (ou estudo das estruturas construídas tomando como base estas transformações).

Em resumo, a epistemologia construtivista pretende explicar o desenvolvimento do conhecimento matemático por meio de noções análogas às utilizadas para descrever o desenvolvimento psicogenético. Em particular, tende a identificar o saber matemático com a atividade histórico-psicogenética de construção de estruturas matemáticas cada vez mais complexas mediante um processo que usa como instrumento a abstração reflexiva que desemboca na generalização completiva e cujo mecanismo principal de desenvolvimento é marcado pela sucessão de etapas intra-, inter- e trans-, presentes em todos os domínios e em todos os níveis.

Os modelos docentes ligados à epistemologia construtivista são o *construtivismo psicológico* e o *construtivismo matemático*. Gascón (2001) mostra que ambos relacionam, dentre os momentos didáticos do processo de estudo, embora que parcialmente, o *momento exploratório* (momento exploratório da atividade matemática) e o *momento tecnológico-teórico* (momento da atividade matemática em que se elaboram justificativas e interpretações da prática matemática), momentos que devem ser contemplados, também, no ato de avaliar. Concomitantemente, acaba por acontecer certo esquecimento do *momento do trabalho da técnica* (o trabalho que busca tornar a técnica rotineira).

Todas as formas de interpretar o processo de estudo que apontam para o ensinar, o aprender e o avaliar matemática, que visam possibilitar que os estudantes construam os conhecimentos matemáticos, foram incluídas por Gascón (2001) nos modelos docentes construtivistas. O construtivismo psicológico é caracterizado quando não se faz nenhuma referência explícita à natureza matemática da própria atividade de construção, nem ao contexto que se realiza tal construção, não se dá muita atenção à natureza do processo de

construção, pois, implicitamente, corrobora com os postulados da epistemologia construtivista, supõe que se trata de um processo psicológico e não de uma atividade com relevância matemática em si mesma. Assim, se trabalha a resolução de problemas como um simples meio para construir conhecimentos novos. Dessa maneira, o modelo avaliativo não se preocupa em elaborar as ODM com tarefas e técnicas em nível de complexidade crescente, de forma a observar continuamente o EP do aluno no processo de estudo.

A base psicológica dos modelos docentes influenciados pela epistemologia construtivista, que podem ser resumidas em um pequeno conjunto de hipóteses tomadas precisamente da psicologia genética e, em parte, da psicologia social, é muito mais sólida do que as do teorismo, tecnicismo e modernismo.

Para simplificar, Gascón (2001) toma a descrição que alguns autores fazem do que denominam *situação problema*, para entender melhor o papel que julga a atividade matemática e a atividade de resolução de problemas em particular, dentro do construtivismo psicológico: a) o aluno poderá se introduzir na resolução do problema e considerar o que seria uma solução possível; b) os conhecimentos do aluno devem ser, em princípio, insuficientes para resolver o problema; c) a situação-problema deve permitir ao aluno decidir se uma determinada solução é correta ou não; d) o conhecimento que se deseja que o aluno construa deve ser a ferramenta mais adequada para resolver o problema proposto, ao nível do conhecimento dos alunos. Na construção deste conhecimento reside o objetivo fundamental de toda a atividade.

Ao analisar a descrição apresentada de uma situação problema no âmbito do modelo docente construtivista psicológico com o olhar avaliativo, observamos uma possível ausência de um *feedback* qualitativo por parte do professor, no sentido de orientar o processo de construção do conhecimento, é aparente uma autoconstrução do conhecimento e a presença da autoavaliação por parte do estudante. Em certo sentido, podemos intuir que até mesmo a institucionalização é exclusivamente ou predominantemente do próprio aluno.

Gascón (2001) chama de modelo docente modelizacionista, ou modelizacionismo, ao que entende ensinar, aprender e avaliar matemática como um processo de construção dos conhecimentos matemáticos, relativos a um sistema matemático ou extra matemático, que acontece mediante à utilização de um modelo matemático deste sistema. Assim, quase por definição, resulta que no modelizacionismo a descontextualização dos problemas desaparece até o ponto de chegar a se identificar o objetivo da resolução dos problemas, com a obtenção dos conhecimentos sobre o sistema modelado. A atividade de resolução de problemas se

engloba, portanto, em uma atividade mais ampla que podemos chamar atividade de modelização matemática que o autor esquematizou em quatro estágios, sem querer entrar em detalhes ou pré-julgar uma sucessão temporal entre eles (CHEVALLARD, 1989).

O primeiro estágio é o ponto de partida, uma situação problemática em que podem se formular perguntas e conjecturas, normalmente com pouca precisão, e no que se pode chegar a detectar e formular provisoriamente alguns problemas matemáticos. O segundo estágio engloba a definição ou delimitação do sistema subjacente à situação problemática e a elaboração do modelo matemático correspondente, dispondo da linguagem e das técnicas próprias do modelo matemático, para delimitar o sistema a modelar sem eleger as variáveis que consideraremos relevantes para descrever o fenômeno. O terceiro estágio inclui, além do trabalho da técnica no modelo, a interpretação deste trabalho e de seus resultados no sistema modelado. No quarto estágio se pode enunciar problemas novos cuja resolução permita responder questões relativas ao sistema, dificilmente formuláveis antes da elaboração do modelo matemático.

Os problemas só adquirem pleno sentido no contexto de um sistema, assim, a resolução de problemas passa sempre pela construção explícita de um modelo do sistema subjacente e objetiva a produção de conhecimentos relativos ao dito sistema. Em termos avaliativos, percebemos nesse modelo a necessidade de uma avaliação processual que observe e analise o processo de estudo continuamente. Segundo Gascón (2001), o modelizacionismo aprimora, em certa forma, o construtivismo psicológico, já que aprofunda o significado de construir conhecimentos novos ao lhes referir a sistemas concretos e operacionalizar esta construção por meio da elaboração de um modelo matemático e o trabalho dentro dele mesmo.

A atividade de construção tem interesse matemático em si mesma, não se toma um mero instrumento ao serviço das noções a construir. A relação entre o sistema a modelar e o modelo matemático deste sistema é relevante matematicamente porque produz conhecimentos matemáticos relativos ao sistema. Gascón (2001) conclui que, por todas essas razões, o modelizacionismo pode ser considerado como um *construtivismo matemático*. Suas limitações mais importantes se relacionam, novamente, com o esquecimento do *momento do trabalho da técnica* e do papel do *desenvolvimento das técnicas matemáticas* na atividade matemática (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 1997).

A pergunta que Gascón (2001) apresenta para terminar, e cuja resposta somente aponta, refere-se à inter-relação entre os dois problemas (epistemológicos e docentes):

PE/PD: que novas teorias epistemológicas gerais deveriam ser propostas (como resposta a que novas reformulações do problema epistemológico) se queremos que possam servir de base a modelos docentes que superem as limitações dos modelos habituais e, em particular, dos modelos docentes construtivistas?

Gascón (2001) resume as limitações dos modelos docentes descritos aqui, os quais influenciam os modelos avaliativos, da seguinte forma: a) modelos docentes (e avaliativos) de primeira ordem: os modelos docentes clássicos e modernistas são extremamente reducionistas porque enfatizam uma única dimensão ou momento didático da atividade matemática; por este motivo podem ser considerados de primeira classe. Nesse contexto, o tecnicismo centra o *momento tecnológico-teórico*, o tecnicismo no *trabalho da técnica* e o modernismo no *momento exploratório*, ignorando em todos os restantes os outros momentos didáticos da atividade. Todos os três apresentam os problemas matemáticos muito isolados e fortemente descontextualizados, os quais provavelmente são trabalhados nos momentos avaliativos da mesma forma; b) modelos docentes (e avaliativos) de segunda ordem: o procedimentalismo e os modelos docentes construtivistas podem ser considerados como modelos docentes de segunda ordem, uma vez que levam em conta e conectam dois momentos didáticos ou dimensões da atividade matemática. Nesse sentido, o procedimentalismo desenvolve o *trabalho da técnica* que somente era iniciado no tecnicismo e o relaciona com o *momento exploratório*, realizando uma exploração controlada de determinados tipos de problemas (superando, assim, o isolamento destes). Os modelos docentes construtivistas, por fim, conectam os *momentos exploratório e tecnológico-teórico*, mas, pelo contrário, continuam ignorando as funções do *trabalho da técnica* no processo de estudo.

Do ponto de vista da teoria dos momentos didáticos (CHEVALLARD, 1997; 1999), se requer um modelo docente e avaliativo que, além de relacionar funcionalmente os momentos exploratórios, tecnológico-teórico e o trabalho da técnica (o que se conseguiria através da integração do procedimentalismo e do modelizacionismo), não esqueça dos três momentos restantes: o primeiro encontro, o da institucionalização e o da avaliação.

De volta à questão PE/PD, Gascón (2001) pergunta: como modificar o modelo epistemológico ingênuo que, como disse Brousseau (1988), está na base dos modelos docentes habituais? ou, em outras palavras, como deveria ampliar-se o objeto de estudo da epistemologia e como deveria ampliar-se correlativamente sua base empírica, de modo que o novo modelo epistemológico possa apoiar os modelos docentes menos simplistas que os descritos até aqui?

Em um trabalho anterior, Gascón (1993) mostrou que a base empírica utilizada pelo construtivismo para abordar o problema epistemológico apresenta graves deficiências a respeito do objetivo do problema que pretende abordar. Mesmo supondo que o problema epistemológico consistisse em explicar os mecanismos de desenvolvimento do conhecimento matemático, é fácil mostrar que os dados da psicogênese (complementados com os que a história da matemática proporciona) são radicalmente insuficientes para explicar a gênese e desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos.

A partir da crítica de Vygotsky (1987, p. 133) à separação (e incluso à oposição) que Piaget propunha entre "instrução" e "desenvolvimento", mostra-se que a base empírica mínima para abordar o problema epistemológico (incluindo se aceitarmos a versão restrita do que apresenta o construtivismo), deve incluir os "fatos" que ocorrem nas instituições de ensino. Não é suficiente com os dados empíricos obtidos no estudo do desenvolvimento psicogenético, porque a epistemologia deve explicar os fenômenos que dependem essencialmente da instituição de ensino em que no seio da qual ocorre a chamada gênese "pessoal" dos conhecimentos matemáticos. Outros argumentos são apontados para reforçar a teoria antropológica (CHEVALLARD, 1991) segundo a qual não podem ser separados o estudo da gênese e o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos do estudo da comunicação, da utilização e das suas transposições institucionais.

Para Gascón (2001), a necessidade incontornável de uma nova ampliação do objeto de estudo da epistemologia das matemáticas é evidente. Tenderemos, portanto, a uma nova reformulação do problema epistemológico, que denominaremos de PE4, e uma tentativa de resposta sob a forma de um novo modelo epistemológico geral do conhecimento matemático, que chamaremos de "modelo antropológico": PE4 (Modelo Antropológico): Quais são as leis que regem a produção, a comunicação e a utilização do saber matemático dentro de uma instituição, assim como a sua transposição entre as diferentes instituições?

É neste ponto que, em certo sentido, se reúnem os dois problemas (o epistemológico e o docente) e parecem confundir-se quanto às suas necessidades empíricas. Historicamente este momento se assemelha com as primeiras formulações da Teoria das Situações Didáticas (TSD) propostas por Guy Brousseau. Não é por acaso que, na fase inicial da Didática das Matemáticas, Brousseau denominara de "epistemologia experimental" para esta nova disciplina.

Usando o esquema proposto em Gascón (1999) poderíamos dizer que o Programa Epistemológico de Investigação em didática das matemáticas surgiu no momento em que

convergir o problema epistemológico e o problema didático, o que implicou, simultaneamente, em uma importante ampliação do objeto de estudo de ambas as disciplinas. Em particular, a didática das matemáticas aceitou a responsabilidade de utilizar modelos epistemológicos do saber matemático (elaborados pela própria didática) como uma nova forma para o estudo dos fenômenos didáticos e, correlativamente, ficou claro que a epistemologia das matemáticas teria a necessidade de utilizar, como parte essencial de sua base empírica, os eventos que ocorrem nos sistemas didáticos.

A partir deste ponto da evolução, seguindo a lógica interna da reconstrução racional, já não se pode mais falar de "modelos docentes" independentes da natureza do objeto da disciplina de estudo (uma vez que a dimensão epistemológica não pode mais ser ignorada no problema didático) nem de "modelos epistemológicos" que pretendem dar conta unicamente da estrutura, da gênese e do desenvolvimento do conhecimento matemático para um nível lógico, histórico e psicogenético; é imprescindível incluir a dimensão didática no problema epistemológico e, no contexto didático, o processo de ensino-aprendizagem-avaliação. A característica do Programa de Investigação (LAKATOS, 1978b) em didática das matemáticas que chamamos de "Epistemológico", é precisamente a elaboração e utilização de modelos epistemológico-didáticos como porta de entrada para análise didática, o que pode ser efetivado por meio da avaliação formativa.

Lakatos (1978b) analisa o que diferencia a metodologia do falseacionismo e a metodologia dos programas de investigação apontando inicialmente, os diferentes pontos de partida de cada metodologia: para a primeira, uma hipótese consistente deve ser falseável, para a segunda, a resposta é um programa de pesquisa. A superioridade entre duas teorias não seria algo possível de identificar de imediato, pois sofre, ainda, a ação de fatores externos.

A substituição de uma teoria por outra seria um movimento complexo gerado quando uma teoria excede, em conteúdo empírico, as teorias passadas, a comprovação de parte desse conteúdo é comprovada ao longo do tempo. Por isso não há necessidade ou preocupação de falseamento da anterior. É uma substituição provocada, também, por necessidade teórica, por justificar e explicar melhor que a teoria anterior, e não pela deficiência ou erros da anterior.

A Didática busca teorias que correspondam, com a crescente ampliação de sua base teórica, à necessidade de construção e análise dos fenômenos didáticos. De forma racional, mas complementada pela história dos saberes, do estudo da lógica própria do desenvolvimento dos saberes, o que permite reconstruir racionalmente os saberes e desenvolver modelos que demonstram características específicas de cada modelo.

A Didática da Matemática, enquanto programa de pesquisa, busca na epistemologia geral da matemática formas de organizar e estruturar os saberes com base em modelos que possibilitem a análise e descrição por meio da avaliação da atividade matemática. É dessa maneira que, em uma dada instituição de ensino I, pode-se elaborar um modelo epistemológico da matemática capaz de fazer um contraste com o modelo docente dominante e possibilitar uma análise das práticas docentes sob uma perspectiva da organização matemática, além de avançar no sentido da avaliação formativa continuamente no processo de estudo.

Um modelo baseado na epistemologia do saber a ensinar deve possibilitar a emergência das relações com o saber efetivamente ensinado, nas práticas de ensino do professor, na observação e análise das aprendizagens dos alunos por meio de uma avaliação no modelo formativo, no sentido de regular o ensino e aprimorar as aprendizagens. Revelando traços de sua epistemologia sobre o objeto de ensino e de sua forma de gerir o processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Essas características da epistemologia dos professores de matemática sobrevivem subjacentes à sua prática e apenas por elas se pode recuperar a epistemologia dominante numa dada instituição e que age nos sistemas de ensino.

Quadro 2 – Resumo das articulações entre os modelos epistemológicos, docentes e momentos didáticos apresentados por Gascón (2001).

MODELOS EPISTEMOLÓGICOS GERAIS DO SABER MATEMÁTICO	MODELOS DOCENTES IDEAIS	MOMENTOS DIDÁTICOS
EUCLIDIANO	TEORICISMO	PRIMEIRO ENCONTRO
	TECNICISMO	TRABALHO DA TÉCNICA
QUASE-EMPÍRICO	MODERNISMO	MOMENTO EXPLORATÓRIO
	PROCEDIMENTALISMO	MOMENTO EXPLORATÓRIO TRABALHO DA TÉCNICA
CONSTRUTIVISTA	CONSTRUTIVISMO PSICOLÓGICO	MOMENTO EXPLORATÓRIO
	MODELIZACIONISMO	TECNOLÓGICO-TEÓRICO
MODELO EPISTEMOLÓGICO-DIDÁTICO	MODELO PRAXIOLÓGICO	INTEGRAÇÃO FUNCIONAL DOS MOMENTOS DIDÁTICOS

Fonte: O autor da pesquisa, 2019.

Ao caracterizar cada um dos modelos docentes ideais pelo momento ou momentos didáticos do processo de estudo privilegiado pelo modelo correspondente, bem como mostrar que essa ênfase estava sustentada por um modelo epistemológico geral das matemáticas, indica um caminho que pode ser construído na busca de um modelo docente e avaliativo no processo de estudo integrado pelos momentos didáticos (Resumo no Quadro 2). Segundo Gascón (2001), esses modelos docentes estão em estreita relação, mesmo em nível geral, com a forma de organizar e gerir o processo de ensino-aprendizagem-avaliação das matemáticas, incidindo, portanto, sobre as práticas do professor de matemática.

Em particular, para o autor, o modelo docente vigente em uma instituição de ensino determina grandemente o papel que o professor deverá atribuir à atividade de resolução de problemas pelos alunos e, conseqüentemente, nenhum aspecto do processo de estudo da matemática estará fora da sua influência. Nesse contexto, apresentaremos a avaliação formativa didático-matemática inserida no modelo epistemológico-didático que incide no modelo docente praxeológico, no sentido de contemplar os seis momentos didáticos apontados por Chevallard no processo de estudo.

4 O ESTUDO DAS PRAXELOGIAS DIDÁTICAS COMO PROPOSTA METODOLÓGICA

Esta pesquisa se fundamenta metodologicamente na análise praxeológica descrita por Chevallard (2016), em que o autor, ao considerar que as atividades humanas se desenvolvem por meio de praxeologias, destaca que as investigações no contexto da educação se referem ao estudo de praxeologias didáticas que requerem atividades didáticas em que o pesquisador, ao realizar, assume como aspectos relevantes da investigação: “1) as apostas didáticas; 2) as organizações didáticas; e 3) os métodos de pesquisa. É através da análise praxeológica que as peculiaridades de qualquer entidade praxeológica são reveladas. Sem ela, a análise didática se resume essencialmente à análise pedagógica” (CHEVALLARD, 2016).

Nesse sentido, o estudo das praxeologias, nesta pesquisa, relativas à avaliação formativa mediada por pressupostos teóricos presentes na TAD, é modelado inicialmente pelo sistema de investigação $S_i(Q_0, X_r, Y_c)$, a partir da questão **Q₀: como avaliar contemplando a especificidade dos saberes disciplinares?** Tendo como partícipe deste sistema a pessoa X_r caracterizada como o orientador dos estudos e Y_c , o investigador, com a intenção de construir possíveis respostas à esta questão, estaremos situados em uma praxeologia de investigação.

Ao assumirmos a questão **Q₀** e refletindo a partir do EP institucional, o que significa consultar as relações que se estabeleceram com a avaliação no percurso da docência, são evidenciadas respostas iniciais que nos conduzem à avaliação do tipo formativa. Porém, faz-se necessário investigar o que os estudos dizem sobre este tipo de avaliação, que será a propulsão para esta pesquisa. Nesse sentido, em termos indicados por Chevallard (2016), o sistema de investigação visa a produção de uma resposta ótima chancelada pelos pares, que indicaremos por **R**, assim o modelo de investigação passa a ser configurado da seguinte forma $S_i(Q_0, X_r, Y_c) \rightarrow R$.

Na investigação da resposta **R** e tomando a praxeologia que caracteriza esta investigação, a qual denotamos por $I = [I_i / T_i / \theta_i / \Theta_i]$ que se estabelece a partir da tarefa inicial de investigação **I_i: estudar como vive a avaliação formativa nas instituições**, com o intuito de buscar respostas à essa tarefa, utilizamos como técnica de investigação **T_i: levantamento de obras em documentos acadêmicos que fazem referência à avaliação formativa**, quais sejam: Scriven (1967), Bloom, Hastings e Madaus (1971), Allal (1986), Hadji (1990; 1992; 1994), Perrenoud (1999), Black e William (2001), Barreira, Boavida e Araújo (2006), Fernandes (2011), etc.

A consulta à estas obras nos possibilitou respostas parciais, tais quais: R₁: recorte histórico da avaliação formativa, R₂: as diferentes concepções da avaliação formativa, R₃: diferenciações entre as características das concepções da avaliação formativa, R₄: reconstrução epistemológica das concepções de avaliação formativa. Ao analisar estas respostas verificamos que a avaliação formativa se descreve caracterizada por um fazer docente em um contexto muito mais cognitivo do que didático, em termos propostos por Chevallard (1999), daí a necessidade de um olhar para a avaliação formativa como um fazer docente que contribua para o desenvolvimento de práticas em um caminhar de complexidades crescentes, que possibilite o enfrentamento de tarefas no processo de estudo.

Ao estudar as obras, as quais indicaremos por **O**, que fazem referência à avaliação formativa e, em consequência, encontrar respostas, não apenas para a tarefa **I_i**, mas também respostas que fazem relação à questão **Q₀**. Podemos, assim, configurar o meio **M** para a investigação no seio do sistema $[S_i(Q_0, X_r, Y_c) \rightarrow M]$. Chevallard (2016) acrescenta que o estudo das obras consultadas e das respostas preliminares que emergem do sistema de investigação se caracterizam por estudar uma série de questionamentos relativos, em nosso caso a avaliação formativa mediada pela TAD. O autor ainda destaca que todos os itens que compõem o meio **M** são suscetíveis de propor questões que o investigador precisará estudar. Assim sendo, o meio **M** será composto pelas obras estudadas e suas respostas preliminares e os questionamentos produzidos no estudo das respostas e obras, tal como é estabelecido por Chevallard (2016) e configurado como $M = \{R^{\diamond}_1, R^{\diamond}_2, \dots, R^{\diamond}_n, O_{n+1}, \dots, O_m, Q_{m+1}, \dots, Q_p\}$. Assim, o sistema inicial estendido se configura como: $[S_i(Q_0, X_r, Y_c) \rightarrow M] \rightarrow \mathbf{R}$.

A partir da configuração desse sistema inicial, o processo de estudo nos indica um dispositivo que carrega consigo não só um processo metodológico, mas também nos fornece subsídios para a construção e análise de um modelo de avaliação formativa. Este dispositivo foi caracterizado por Chevallard (2009a) como Percurso de Estudo e Pesquisa, com sigla no original PER.

O PER se constitui pela formulação de uma questão geratriz **Q₀** com capacidade de gerar outras questões determinadas **Q₁**, **Q₂**, **Q₃**, ..., sob as condições e restrições específicas do saber em jogo, que resultam em um conjunto de respostas articuladas entre si. O sentido forte como qualitativo da questão **Q₀** refere-se à capacidade que esta deve possuir para propiciar, a partir dela, o desencadeamento de questões outras com respostas (**R**) acessíveis pela comunidade de estudos por meio de atividades de investigação desenvolvidas pelo grupo.

Essas atividades não acontecem (ou não devem acontecer) de forma aleatória, são construídas por meio de estudos e pesquisas na infraestrutura do saber disponível que revelam as possíveis respostas à questão. Assim, na constituição e desenvolvimento do PER, o objetivo é revelar a infraestrutura da pesquisa disponível relativa às obras investigadas relacionadas à questão em jogo. Para dizer de uma única maneira: o saber não é algo que se conhece de antemão, é o que nós construímos juntamente com os pares durante as investigações, no nosso caso, a avaliação formativa em articulação com a TAD.

Assim, o caminhar investigativo situado a partir da praxeologia de investigação **I** nos conduz a diferentes gestos de investigações que se desdobraram em consequência das respostas preliminares que evocaram questões derivadas de **Q₀**. Tais gestos se materializam, nesta pesquisa, por meio de dois percursos de estudos e investigação integrados e simultâneos desencadeados pelo sistema $S_i (Q_0, X_r, Y_c)$. O primeiro percurso em contexto teórico que denotamos como PER da investigação – PER(I) – e o segundo em um contexto prático que denotamos por PER da prática – PER(P).

O PER(P) se estabelece em uma comunidade de práticas docentes, motivado pela questão **Q₁**: como o professor pode construir ou reconstruir organizações didático-matemáticas ao assumir a avaliação formativa na sua prática docente? Derivada de **Q₀**. Nesse ambiente do PER(P) emergem questões que se desdobram em sistemas didáticos auxiliares que provocam o caminhar da investigação em práticas docentes materializadas em um contexto de sala de aula, com um dado tema, em uma dada instituição. Todos estes gestos de investigação justificam a técnica **T_i** se estabelecendo nesse sentido como a tecnologia **θ_i** desta pesquisa.

Assim sendo, o PER(P) é vivenciado no seio do sistema auxiliar derivado $[S_1 (Q_1, X_1, Y_1) \rightarrow M_1]$ que foi materializado na Escola Fermat (nome fictício dado à escola pública em que a pesquisa foi realizada), em que **Y₁** é composto pelos professores de matemática desta instituição, por meio de reuniões periódicas, em que **X₁** se caracteriza por dois diretores de estudos, professores da instituição, sendo o próprio pesquisador desta tese, e por seu coorientador, também pesquisador do GEDIM.

Estudos de obras foram realizados pelo grupo de professores sobre a avaliação formativa, elencamos as principais características desse modelo de avaliação e identificamos aquelas que contemplam a concepção de avaliação formativa institucional. O percurso nos apresentou, por meio dos estudos das obras de avaliação formativa já citadas e algumas obras da teoria antropológica do didático como Chevallard, Bosch e Gascón (2001), Chevallard

(1999; 2009b; 2016) e Gascón (2001), algumas respostas, como por exemplo: R₁: o modelo de avaliação utilizado é relativo à cada instituição; R₂: a incidência dos modelos epistemológicos de referência sobre as práticas avaliativas dos docentes; R₃: a necessidade de, por meio da avaliação, provocar a articulação entre os saberes; R₄: não podemos avaliar de maneira apenas pontual; R₅: a avaliação precisa objetivar no fazer dos alunos as relações que eles possuem com o saber; R₆: é revelada a imbricação da aprendizagem com a avaliação; R₆: a necessidade da avaliação em assumir o papel de identificar e proporcionar as técnicas para enfrentamento das tarefas; R₇: a avaliação como mecanismo de comunicação das relações com o saber; R₈: a avaliação como provocadora do trabalho da técnica no sentido da complexidade crescente; R₉: o grupo revela a necessidade do feedback para avançar no processo de estudo; R₁₀: o registro dos feedbacks é necessário para uma avaliação mais fundamentada; R₁₁: a necessidade de regulação do ensino-aprendizagem por meio da avaliação; R₁₂: o olhar avaliativo requer observar o individual e o coletivo; R₁₃: o mapeamento do equipamento praxeológico por meio dos registros de avaliação; R₁₄: a vivência desse modelo avaliativo, em construção pelo grupo, em sala de aula. Em consequência dessas respostas, há a necessidade de materializar a avaliação formativa em sala de aula, segundo o modelo que a articule a elementos da TAD.

Dessa forma, provocado pelo PER(P), se estabelecem sistemas auxiliares em que destacamos o impulsionado pela questão derivada Q₂: como o professor de matemática pode vivenciar o modelo avaliativo formativo articulado a elementos da TAD, no processo de estudo? O surgimento desse questionamento gera o sistema $[S_2(Q_2, X_2, Y_2) \rightarrow M_2]$, que foi materializado também na Escola Fermat com três turmas do terceiro ano do ensino médio, em que Y₂ é composto pelos alunos dessas turmas, por meio de aulas regulares em sala, em que X₂ se caracteriza por dois diretores de estudos, professores da instituição, sendo o próprio pesquisador desta tese e pelo professor regente das turmas.

O meio (M₂) desse sistema se constitui pelas respostas do PER(P) traduzidas em um sistema de tarefas, que foram introduzidas no processo de estudo, com referência no modelo epistemológico para o estudo da geometria analítica reconstruído pelo PER(P), fruto das condições e restrições institucionais, dos estudos das obras já mencionadas, do livro didático utilizado pelos alunos, por outras obras matemáticas e das práticas docentes com o objeto matemático. As respostas que compuseram este meio são apresentadas no próximo capítulo desta pesquisa. Este capítulo anuncia uma possível resposta ótima **R** por meio da análise das

respostas preliminares do PER(I), que denominamos como avaliação formativa didático-matemática.

5 AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA

O contexto da avaliação formativa descrito nos possibilita vislumbrar uma prática avaliativa fundamentada na TAD, partindo da noção de praxeologia introduzida por Chevallard (1999). Esta noção se refere à qualquer estrutura possível de atuação e conhecimento, ao assumir que, na perspectiva antropológica adotada, toda atividade humana pode ser descrita como a ativação de *praxeologias* e que qualquer prática ou “saber-fazer” (toda *praxis*) é sempre acompanhada de um discurso ou “saber” (um *logos*), isto é, uma descrição, uma explicação ou uma racionalidade mínima sobre o que é feito, como se faz e por que se faz.

Com a finalidade de apresentar a avaliação formativa didático-matemática começaremos por descrever as articulações entre a avaliação formativa e a TAD, posteriormente descreveremos e analisaremos o desenvolvimento do PER(P) na instituição em que realizamos a pesquisa e, também, a prática na sala de aula com os alunos.

5.1 Articulações entre a Avaliação Formativa e a TAD

Na perspectiva de propor um modelo avaliativo formativo articulado com instrumentos didáticos pressupostos na TAD, emerge no PER(I) um novo questionamento Q₄: como o professor de matemática pode ensinar um objeto matemático, no nosso caso a geometria analítica, em sala de aula, de forma a utilizar a avaliação formativa? Nesse questionamento fica evidenciada a necessidade da eleição de um objeto de estudo, o qual não se dá por acaso, mas fruto de análises das condições e restrições institucionais e por ser um tema já tratado à luz da TAD em Andrade (2012).

Um desdobramento inicial para esse questionamento pode ser evidenciado pela pergunta Q₅: o que o professor de matemática deve ensinar de geometria analítica ao utilizar a avaliação formativa? Bosch e Gascón (2009) apontam que a TAD tem estado sempre intimamente relacionada com a formação inicial e continuada de professores, não somente pela formação contínua de investigadores que trabalham no âmbito da TAD, além disso, que é de nosso interesse, porque desde a evidência do fenômeno da *transposição didática* (CHEVALLARD, 1991) a TAD tem sido um dos primeiros enfoques a considerar como objeto de estudo e investigação, não só as atividades de ensino e aprendizagem, mas também todo o processo interminável que se estende desde a criação, utilização e difusão do saber

matemático, passando por sua incorporação na escola como saber a ser ensinado, incluindo todas as instituições que participam nesse processo, entre elas o próprio professor como instituição e as que intervêm em sua formação inicial e continuada.

Nesse contexto, podemos observar que o saber a ser ensinado que é incorporado na escola – que dessa maneira vive na instituição e que é difundido por todos os participantes do processo, incluindo o docente – se apresenta como o que o professor de matemática deve ensinar de geometria analítica no processo de estudo.

Um outro desdobramento do questionamento anterior se apresenta pela pergunta Q₆: como o professor de matemática deve ensinar geometria analítica ao utilizar a avaliação formativa? Bosch, Garcia e Gascón (2006) expõem que, no Programa Epistemológico de Investigação em Didática das Matemáticas, o problema do currículo é desconstruído como um problema de ordem pedagógica, passando a ser tratado como de ordem didática. O modelo epistemológico das matemáticas é problematizado, ou seja, ao invés de considerar que este é transparente e estabelecido de uma vez por todas, faz-se necessário considerar que os conhecimentos matemáticos, objetos de ensino nas instituições escolares, não estão prontos e acabados.

O problema da construção curricular na perspectiva da Didática da Matemática inclui um componente matemático imprescindível, o que requer do docente um olhar cuidadoso para os elementos das praxeologias matemáticas que fazem parte de cada obra matemática componente do currículo, tomando como base as questões matemáticas a serem enfrentadas, mais especificamente as tarefas e as possíveis respostas que emergem do seu enfrentamento. “Não se trata unicamente de um problema de sequenciar ou temporalizar os conteúdos do currículo [...]. Trata-se, realmente, de uma verdadeira *reconstrução criativa* das obras matemáticas que fazem parte do currículo” (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 128).

Ao observar as características das concepções de avaliação formativa apresentadas, percebemos a necessidade da prática para realizar-se uma avaliação do tipo formativa, se o professor não estiver em ação, não poderá regular o ensino, observar as dificuldades manifestadas pelos alunos, ajudá-los a enfrentá-las, nem utilizar os *feedbacks* gerados pelas comunicações realizadas pelos estudantes. Esse é um dos motivos que possibilita a articulação entre a avaliação formativa e a TAD, já que esta caracteriza-se pela tríade professor-aluno-saber em movimento contínuo, pelo sistema didático em ação.

De posse do modelo epistemológico das matemáticas de referência, surge um novo questionamento Q₇: De que maneira o professor deve ensinar as práticas com geometria analítica em sala de aula ao utilizar a avaliação formativa? A TAD sugere o processo de estudo por meio de um sistema de tarefas, caracterizado pela construção da organização didático-matemática em complexidade crescente, onde se articulam as tarefas a serem realizadas pelos alunos, no sentido do trabalho da técnica.

Na construção da organização didático-matemática, com o olhar na avaliação formativa didático-matemática, o professor deve, na eleição das tarefas do sistema de tarefas, elencar os pontos cruciais de regulação do ensino, que estão relacionados com o modelo epistemológico de referência, o qual será traduzido no sistema de tarefas para a sala de aula. Nesse sentido, o professor poderá observar as técnicas que serão utilizadas pelos alunos para resolução das tarefas para realizar a regulação do ensino e o aprimoramento das aprendizagens, utilizando o modelo formativo em sala de aula.

Em particular, ao acompanhar o enfrentamento de uma determinada tarefa pelos alunos, em sala de aula, o professor poderá, por meio da manifestação de alguma dificuldade por parte dos estudantes observada pela comunicação dos mesmos, e com o auxílio das técnicas propostas elencadas ao reconstruir o modelo epistemológico, utilizar o *feedback* para indicar tarefas intermediárias com a intenção de conduzir os alunos às técnicas adequadas para resolução da tarefa proposta no processo de estudo.

No contexto da TAD, em termos praxeológicos, podemos entender a Tarefa (t), que está sempre relacionada a um Tipo de tarefas (T), como toda ação singular, particular, específica de um fazer que se expressa por um verbo, como: arrumar a sala, organizar a gaveta, encontrar a fração reduzida, fatorar o polinômio, simplificar a expressão algébrica, encontrar a equação da reta tangente à curva no ponto P, dividir um número por outro, etc.

Já o Tipo de tarefas (T), é um conjunto de ações do mesmo tipo, ou seja, é uma classe de tarefas com características comuns, como: arrumar salas, organizar cômodas, simplificar expressões algébricas, encontrar equações de retas tangentes a uma curva em um dado ponto P, determinar o quociente entre dois números dados, etc., isto é, $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4 \dots \dots t_n\}$.

Nesse sentido, é necessário garantir a existência de pelo menos uma maneira de realizar as tarefas pertencentes a um determinado tipo de tarefas (T). À essa maneira de realizar uma tarefa pertencente a um dado tipo de tarefas (T), dá-se o nome de técnica (ô). Vale salientar que a técnica (ô), que nem sempre é única, é relativa ao tipo de tarefas (T) e não

apenas a uma tarefa específica. Dessa forma, vemos a imbricação entre o tipo de tarefas e a técnica, o que revela o jeito de fazer. Assim, a Técnica (\hat{o}) é a maneira ou são as maneiras de enfrentar uma tarefa ou um tipo de tarefas.

No contexto da avaliação formativa didático-matemática em ação na sala de aula e no âmbito dos momentos didáticos da TAD na dimensão do primeiro encontro, o professor, ao regular o ensino, assim que uma determinada tarefa pertencente a um tipo de tarefas é apresentada aos alunos, pode encontrar-se em duas situações: os alunos manifestam, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa; ou (b) não enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisa utilizar o *feedback*; mas para a (b) ele pode utilizar o *feedback* para encaminhar uma tarefa intermediária que possibilite o enfrentamento da tarefa proposta.

Essas tarefas intermediárias indicadas pelo professor, quando não acontece o enfrentamento pelos alunos da tarefa dada, precisam fazer emergir as técnicas para a realização da tarefa proposta, com o olhar na organização didático-matemática construída pelo docente gerada pelo sistema de tarefas, com o seu caminhar em complexidade crescente. Em alguns casos, o obstáculo detectado pode não ser matemático, mas sim de outra natureza, como cultural, nesse sentido o professor precisa estar atento para possibilitar ao estudante ultrapassar essas dificuldades.

No momento didático exploratório, quando os alunos já manifestaram o enfrentamento da tarefa por meio de uma técnica inicial, o professor deve observar o andamento da realização da tarefa pelos estudantes. Aqui, também poderão ser manifestadas, por meio da comunicação, duas situações: os alunos (c) conseguem eleger uma técnica adequada para enfrentar a tarefa; ou (d) não conseguem eleger uma técnica adequada para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor pode, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, propor a tarefa seguinte; para a (d) ele pode utilizar o *feedback* para introduzir tarefas intermediárias que possibilitem emergir as técnicas propostas para que os alunos enfrentem a tarefa de maneira adequada.

Com a inserção das tarefas seguintes ao prosseguir com a organização didático-matemática, o professor precisa proceder da mesma maneira que foi delineado nos momentos descritos acima, até que as tarefas de um determinado tipo de tarefas se tornem rotineiras, ou seja, que os estudantes já consigam enfrentá-las adequadamente. Nessa terceira etapa, o professor pode introduzir tarefas que conduzam para a generalização do tipo de tarefas por meio de uma técnica que será institucionalizada. Porém, esta técnica pode se mostrar limitada

para resolver todas as tarefas do mesmo tipo, o que requer um trabalho sobre a técnica, o que Chevallard (1999) denomina de alcance da técnica.

Quando uma primeira técnica tem competência reduzida para o enfrentamento das tarefas de um mesmo tipo, elabora-se a partir desta outra técnica mais abrangente, é esse trabalho da técnica que vemos ser necessário em um processo de estudo da matemática escolar. Significa que, nessa imbricação entre tipos de tarefas e técnicas, uma tarefa pode ser problemática ou não. Ela é problemática quando o aluno não tem o domínio de uma técnica para resolvê-la. O objetivo no ensino é tornar as tarefas problemáticas em tarefas rotineiras pelo domínio das técnicas.

Nesse contexto do trabalho da técnica relacionado à avaliação formativa didático-matemática podemos ter duas situações: os alunos manifestam, por meio da comunicação, o enfrentamento do tipo de tarefas com a utilização de uma técnica com alcance (e) satisfatório; ou (f) limitado. O professor, para regular o ensino na situação (e), pode, por meio do *feedback*, conduzir os estudantes para a institucionalização; enquanto na (f) pode utilizar o *feedback* para introduzir tarefas intermediárias com o intuito de encaminhar os alunos para a discussão tecnológico-teórica.

Nesse ambiente do trabalho da técnica pode-se evidenciar uma justificativa que revela o domínio da técnica que se situa no construto praxeológico do *logos*, ao qual caracterizamos como Tecnologia da técnica (θ), imbricado a isto está o discurso formal que justifica a tecnologia, descrito como Teoria (Θ). Estes elementos compõem os ambientes tecnológico-teóricos [θ / Θ] das praxeologias.

Nas situações avaliativas descritas da avaliação formativa didático-matemática, uma ferramenta de fundamental importância para o processo está ao alcance do professor por meio da comunicação dos alunos, seja de maneira escrita ou oral, que é a possibilidade de acessar ao que é comumente considerado como conhecimento, habilidade ou competência de uma pessoa, o que corresponde ao que Chevallard (2009b) designa como o Equipamento Praxeológico da pessoa, isto é, o amálgama de praxeologias e de fragmentos praxeológicos de que a pessoa dispõe para ativar a qualquer momento, quando necessário, sob certas condições e restrições.

Como forma de esclarecer o acesso ao EP de uma pessoa no processo da avaliação formativa didático-matemática, tomaremos um estudante que está inserido no processo deste modelo avaliativo. Assim, para conhecer as práticas do seu EP relacionadas ao objeto de estudo trabalhado, o professor precisa observar as manifestações desse aluno, por meio da

comunicação oral ou escrita, ao realizar as tarefas propostas no sistema de tarefas da ODM em ação na sala de aula. As manifestações dos estudantes escritas de enfrentamento das tarefas propostas podem ser registradas e arquivadas para posterior análise.

Na perspectiva de construir e reconstruir a ODM para o estudo de um dado tema, construímos e reconstruímos praxeologias, pois isto significa a reorganização de uma obra matemática para que possa integrar outros objetos. É construir uma nova ODM que incluirá a anterior, o que se justifica, nas palavras de Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 253):

Para construir a nova organização, terá de elaborar uma nova praxeologia, com um tipo de problema determinado, uma ou várias técnicas, sua tecnologia e sua teoria correspondente. Organizar é criar uma praxeologia. Uma praxeologia nova ou renovada, uma organização praxeológica.

Ao relacionar as construções e reconstruções das ODM e a avaliação formativa didático-matemática, percebemos a importância da comunicação dos estudantes e a consequente regulação do ensino por parte do professor por meio do *feedback*, já que essas manifestações dos alunos, ao enfrentarem as tarefas no decorrer do processo de estudo, que promovem as inserções de tarefas intermediárias e, conseqüentemente, as reconstruções das ODM.

As praxeologias matemáticas ou ODM não emergem de repente e não têm um formulário pronto e definitivo. Ao contrário, são o resultado de uma atividade complexa e progressiva, nela existem alguns relacionamentos invariáveis em sua dinâmica operativa, que podem ser modelados. Aparecem dois aspectos muito próximos da atividade matemática:

- a) O processo da construção matemática: o processo de estudo e
- b) O resultado desta construção: a ODM.

Enfatizando esses dois aspectos Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 276) destacam que “elaborar uma ODM supõe, para qualquer estudante seja matemático pesquisador ou aluno de matemática, entrar em um *processo de estudo*”. O processo de estudo e sua estruturação por meio dos Momentos Didáticos, segundo os autores acima citados, já foram caracterizados em capítulo anterior.

Com a proposição dos momentos didáticos e da forma como são estruturados no processo de estudo, na perspectiva da transversalidade de toda ODM, segundo Chevallard (2001), vislumbramos a possibilidade dos momentos didáticos serem configurados como os instrumentos práticos e teóricos norteadores da avaliação formativa didático-matemática no

sentido didático, no contexto da formação, em busca de praxeologias de complexidade crescente (BOSCH; GARCIA; GASCÓN, 2006). Entende-se como complexidade crescente das ODM o percurso didático de uma Organização Matemática Pontual (OMP) a uma Organização Matemática Local (OML) até alcançar uma Organização Matemática Regional (OMR). Para tanto, é imprescindível no processo provocar movimentações e articulações necessárias entre os tipos de tarefas, T; as técnicas, \hat{o} ; as tecnologias, θ ; e as teorias, Θ .

Em Andrade (2012) podemos visualizar alguns dispositivos didáticos que destacam a necessidade das ODM em caminhar pelo percurso da complexidade crescente tais como:

- a) A organização matemática local relativamente completa (OMLRC), Fonseca (2004);
- b) A resolução de problemas como metodologia de ensino, em que situa a atividade no nível da disciplina, pois se coloca ao nível da reorganização geral do currículo de Matemática, segundo Bosch e Gascón (2004);
- c) Os trabalhos de Bosch, Garcia e Gascón (2006) e o de Garcia (2005) têm como proposta a reformulação dos processos de modelagem, na perspectiva da TAD, como processo de reconstrução e articulação de praxeologias de complexidade crescente (pontuais \rightarrow locais \rightarrow regionais), os quais devem começar a partir do questionamento da razão de ser das ODM que se deseja reconstruir e articular, da qual surgirão as questões cruciais para os indivíduos nas instituições onde se desenvolverá o processo de estudo.

No estudo de Andrade (2012) nos deparamos com um PER em uma comunidade de práticas docentes em que se concebe a Noção de Tarefa Fundamental, sendo esta construída sob a compreensão da TAD, em que a tarefa não se reduz a si mesma, tampouco às técnicas que permitem enfrentá-las, mas, sobretudo, que está em relações com outras tarefas. De outro modo, uma tarefa se enfrenta por meio de outras tarefas. Isso põe em destaque o seu papel funcional nas práticas docentes, não como monumentos que o professor ensina aos estudantes, mas como ferramentas materiais do professor que as manipula não só para atender sua intenção didática, como a de construir e reconstruir ODM do tipo OMLRC, mas para, além disso, torná-las claras para os alunos como ferramentas materiais e tecnológicas úteis para estudar e resolver situações problemáticas.

Sob essa compreensão, o trabalho do professor inclui a seleção, inclusive de criação, de tarefas para uma instituição que atendam às condições e restrições institucionais para a consecução objetiva de um conjunto de praxeologias articuladas, em ordem crescente de complexidade. Nesse sentido, assumimos a complexidade nos moldes aqui descritos e buscamos vivenciar a avaliação formativa didático-matemática no seio de uma instituição de ensino com o intuito de analisar na prática da ação em sala de aula o seu desenvolvimento

5.2 PER em uma Comunidade de Práticas Docentes

O caminhar investigativo no PER(I) produziu o questionamento Q_1 : como o professor pode construir ou reconstruir organizações didático-matemáticas ao assumir a avaliação formativa na sua prática docente? Este questionamento, aliado ao construto metodológico desta pesquisa e também por concebermos a problemática da avaliação como problemática da profissão docente, provocou a necessidade de vivenciar o Q_1 em uma comunidade de estudos nos moldes estabelecidos por Andrade (2012).

Ao suscitar o Q_1 um novo sistema emerge no PER(I), o sistema derivado $[S_1 (Q_1, X_1, Y_1) \rightarrow M_1]$ que se configura como a gênese de um PER em uma comunidade de práticas docentes – PER(P), o qual se estabelece na Escola Fermat (nome fictício dado à escola pública em que a pesquisa foi realizada), em que Y_1 é composto pelos professores de matemática desta instituição, por meio de reuniões periódicas, e X_1 se caracteriza por dois diretores de estudos, professores da instituição, sendo o próprio pesquisador desta tese e por seu coorientador, também pesquisador do grupo de pesquisa em Didática da Matemática (GEDIM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA), onde as teorias da Didática da Matemática são o cerne das pesquisas, especialmente a Teoria Antropológica do Didático.

No PER(P) a coleta de dados ocorreu como descreve Chevallard (2016), como a do “agricultor neolítico” em que a observação se dá por meio de “perguntas orais ou escritas a pessoas de seu interesse. (Essas pessoas podem ser atores de uma instituição que você está investigando ou podem dar testemunho do que testemunharam a respeito)” (CHEVALLARD, 2016). Essa coleta conta com o uso de gravação, registros escritos ao longo dos encontros e o diário de bordo, pois nem sempre as gravações captam informações como o diálogo entre os pares ou dúvidas particulares que podem eclodir ao longo do processo.

O método de avaliação da Escola Fermat ainda é, em maioria, somativo. Apesar de constar em seu Regimento Interno que “o aproveitamento escolar do aluno deva ser avaliado de maneira contínua ao longo do período letivo, sendo as notas ou conceitos emitidos resultantes da observação permanente do aluno por parte do professor, através de atividades individuais e/ou em grupo”.

Em observações iniciais, percebemos que o que a instituição chama de avaliação formativa, nada mais é do que uma avaliação qualitativa (onde os critérios avaliados são participação e frequência dos alunos, por exemplo), sendo a prática formativa quase inexistente no contexto dessa escola. Portanto, ao visualizar as discrepâncias nos conceitos e critérios de avaliação da Escola Fermat, as condições que ela oferece e posto que sou docente desta escola, esta será o ambiente empírico da investigação, o que possibilitará a liberdade para desenvolver o trabalho.

A Escola Fermat incentiva a busca por formação continuada e propicia discussões constantes sobre o processo de estudo em tempos livres de aula, reuniões institucionais e grupo de estudos e pesquisa. Este grupo, composto pelos professores de matemática da instituição, é braço do GEDIM. O Grupo de Estudos da Escola Fermat reúne semanalmente os professores de Matemática da referida Instituição, criado em 15 de outubro de 2010, com o objetivo de buscar um referencial teórico para analisar as práticas docentes, como também para proporcionar o desenvolvimento de dispositivos didáticos e metodológicos para o enfrentamento das problemáticas que envolvem as práticas docentes com matemática.

A equipe de matemática da Escola Fermat, em 2017, era composta por onze professores, aos quais chamaremos de A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e Z, onde para a realização do PER(P) teremos dois diretores de estudos, o Professor A (indicado nos diálogos seguintes por Dir.) pesquisador desta tese e o Professor E coorientador desta pesquisa. No nosso percurso com a comunidade de práticas docentes os encontros eram realizados na sala dos professores de Matemática da Escola Fermat.

Em busca de uma resposta para a questão inicial do percurso na comunidade de práticas docentes, a como qual configuramos Q_1 do PER(I), iniciamos as reuniões do PER(P) relativas as quais apresentaremos recortes de conversas entre os professores no decorrer do percurso. Em alguns encontros utilizamos slides para facilitar a apresentação do tema da avaliação formativa. Seguimos com os recortes dos diálogos ocorridos e comentários analíticos relativos à condução do PER(P):

Dir.: *Então vamos começar a pensar sobre o ato de avaliar, porque às vezes pensamos que o ato de avaliar, como discutíamos antes de começar, seja apenas da escola. Mas na verdade não, avaliamos constantemente. Concordam com isso? Avaliamos atitudes de pessoas, comportamentos de um grupo, como famílias, e avaliamos também certamente na escola. Então na verdade, o ato de avaliar é uma realidade social, como está descrito no slide. Ele não é exclusivo da escola. Precisamos refletir mais profundamente sobre a ideia de avaliar, como uma atividade humana. Por isso pensamos na ideia de avaliação escolar no processo, de maneira programada, com o intuito de melhorar sua qualidade, não apenas em um momento estático. Quando avaliamos, atribuímos um valor para determinado objeto. Por exemplo, vocês militares estão vestidos de farda, estão vestidos desta forma aqui, mas vocês não podem ir dessa forma pra determinados lugares, certo? Se eu colocar, por exemplo, paletó e gravata e ir à praia, é uma coisa muito estranha, não é? As pessoas vão avaliar, vão olhar aquilo, e dizer que não estou vestido adequadamente para aquele meio. Com o que falamos até agora, podemos inferir que a avaliação escolar necessita de um projeto, e o meio que ela será utilizada precisa ser levado em conta. Assim, por exemplo, se um aluno é nota 10 para a escola Fermat, não necessariamente em uma outra escola ele será nota 10 também. Porque isso depende, por isso o institucional que se encontra no slide, das práticas exigidas por cada instituição que os alunos necessitam realizar com determinado objeto matemático. Aqui na Escola Fermat, por exemplo, as tarefas que os estudantes devem realizar com equações do segundo grau são umas, mas em uma outra escola podem ser outras. Por exemplo em uma escola militar, que o ensino de matemática é mais aprofundado. Será que nosso aluno nota 10 seria nota 10 lá também?*

Prof. B: *O aluno C, por exemplo, ele seria, talvez, nota 10 também em outra escola!?*

Prof. C: *Ou não.*

Prof. B: *Ou não... Não sei, será?*

Prof. C: *Não, ele é muito bom em matemática, mas de repente a avaliação na outra escola pode exigir outra habilidade dele na qual ele não seja nota 10. Por exemplo, participação nas aulas, prova oral... A avaliação pode ter como instrumento uma habilidade dessas, a qual outro aluno pode ser nota 10, mas se fizer uma prova ou um teste não se saíra muito bem, pois sentirá dificuldades em articular...*

Dir.: *Podemos perceber que a avaliação é relativa, justamente ao meio que é utilizada. Apresentamos esse exemplo da escola militar, mas poderia ser qualquer outra instituição...*

Prof. D: *Tu queres dizer que a avaliação não é uma coisa fixa, que a forma de avaliar depende de cada local...*

Dir.: *Isso...*

Prof. D: *Então existem formas de avaliar, mas nem todo estudante sabe resolver todos os problemas com equação do segundo grau da maneira que certa instituição determina, por exemplo. E nem que dada forma de resolver um problema esteja presente em qualquer avaliação...*

Prof. C: *Qualquer instituição.*

Dir.: *Essa é a ideia. Aquele exemplo que eu falei da roupa, é bem claro, a pessoa está bem vestida se estiver de paletó e gravata!?! Dependente...*

Prof. C: *Para piscina...*

Dir.: *Depende do local que a pessoa vá, certo? É isso que precisamos refletir. E com o olhar para a escola, vamos pensar no que nós queremos que o aluno aprenda, quando eu falo "nós" me refiro também à instituição, e claro que nós também somos instituições dentro da teoria. O que a instituição determina que o aluno saiba de práticas com um objeto matemático? Precisamos pensar sobre isso quando formos avaliar. O que vamos avaliar? O que o professor de matemática deve avaliar? Talvez nunca houvéssemos parado para pensar nisso. Normalmente, agimos no automático, já sei como avaliar, já avalio há muito tempo, já fui avaliado como aluno. Precisamos parar um pouco para refletir sobre o que estamos avaliando e como estamos avaliando.*

Nos diálogos tentamos introduzir a problemática da avaliação para o grupo, no sentido de refletirmos sobre a nossa prática avaliativa. Observamos que o modelo de avaliação utilizado pelo professor é relativo à cada instituição, que o meio determina se aquele ato de avaliar é adequado ou não. Nesse contexto, lançamos alguns questionamentos para nos debruçarmos sobre o nosso jeito de avaliar na Escola Fermat.

Prof. E: *Pois é, e isso aí recai na discussão que estávamos tendo anteriormente, né? Por exemplo, é nítido, e eu tenho clareza do porquê que o Professor F defende os testes, as provas. Não é porque ele não quer ter trabalho, é porque ele tem uma afinidade muito maior com o jeito de fazer das olimpíadas que é o jeito de treinar. Isso não quer dizer que ele não vá abrir mão em um determinado momento e dizer "não, a avaliação pode ser um processo onde o teste não seja o mais importante". Mas o olhar dele hoje é esse, ele está filiado a esse*

pensamento que é o jeito de fazer. Aí o Professor C traz a questão do 6º ano, por quê? Porque no 6º ano, existe um jeito de fazer que é diferente. Agora, se a gente fosse pensar adequadamente, atrelar as coisas de forma mais consistente, não deveria ter prova no 6º ano. Pela proposta que a gente vem desenvolvendo lá de construir, de agregar os conceitos, de fazer essa coisa mais livre, produzir uma certa autonomia no aluno, onde ele escolhe o jeito que ele vai enfrentar determinados problemas e o que a gente quer trabalhar com eles são as várias ferramentas para enfrentar os problemas. É diferente, por exemplo, de eu estar trabalhando com uma proposta onde para mim o treino é o mais importante. Eu enxergo que a melhor maneira do aluno assimilar os conceitos é ele treinando bastante. Aí a minha avaliação converge para isso, para esse jeito de fazer de acordo com aquilo que eu me propus a trabalhar. Então é nesse sentido que o Professor A está falando. As instituições determinam, por exemplo, ainda agora estávamos falando numa posição institucional, onde a gente está decidindo como é que a gente vai fazer a avaliação. Mas antes de nós já veio lá de cima dizendo assim mesmo "olha, tem que ter uma culminância, tem que ter uma prova". Dessa maneira, nós não podemos no 6º ano, chegar lá, pelo menos até agora a gente nunca fez isso, e dizer "não, agora não vai ter mais essa culminância, vai ser feito de outro jeito, não vai ser mais prova". A gente tem que se sujeitar ao que foi determinado numa esfera maior, institucional, tem que ter culminância e atividade. E a culminância está amarrada, de 5 a 7, aí vem para o nosso fórum, aí aqui a gente "olha, então vai ser 7 a culminância". E os 3 pontos como é que vai ser, os outros 3 pontos. Aí a gente discutiu, está discutindo né, pra construir uma compreensão que aquilo que o Professor H colocou ali, a gente não vai nunca conseguir a uniformidade, porque mesmo que a gente estabeleça um jeito de fazer com o 6º ano, mas a nossa, o nosso fazer enquanto professor, ele acaba encaminhando para algumas coisas diferentes e aí a gente tem só um fio condutor, mas que não engessa ninguém. Mas esse fio condutor acaba estabelecendo para nós ou apresentando para nós, que o jeito de avaliar não pode ser tal qual eu esteja fora desse jeito de fazer com o 6º ano. É isso...

No discurso do professor E podemos perceber a incidência dos modelos epistemológicos sobre as práticas avaliativas dos docentes quando observa que o Professor F defende provas e testes em virtude de sua filiação ao tecnicismo. Além disso, pontua que a avaliação deveria refletir o jeito de fazer do docente em sala de aula, que o ato de avaliar converge para a prática docente. Porém ressalta as restrições institucionais que ocorrem na Escola Fermat, na opinião da equipe de professores de uma determinada série, onde está

havendo uma didática diferente da que era realizada normalmente, não deveria ser realizada prova pontual escrita, mas isso não pode acontecer porque a instituição já determinou que deve haver uma culminância com prova escrita.

Dir.: É importante dizer também que não precisamos estar fechados para essa culminância, que é a prova final. A ideia não é exigirmos a não realização de provas. Claro que existe a construção coletiva, mas a escola vai nos exigir a pontuação como nos alertou o Professor H, quando além de olhar para essa construção coletiva, poderemos olhar também para o individual. E não tem problema, como diz o Professor H, dos momentos de deserto, momentos individuais de avaliação, não necessariamente com pontuação.

Prof. E: Até porque quando tu colocas aquela questão social ali, a sociedade hoje no Brasil do jeito que ela nos direciona as relações sociais, elas implicam em momentos em que é você e você. Que é o momento da individualidade, da subjetividade. Os concursos que são frutos do sistema que mede, que afere, eles são diferenciados basicamente pelo...

Prof. D: Que decide a vida da pessoa, social...

Prof. E: Isso! Que decide a vida da pessoa, social. Então não dá para a gente ficar longe desse momento do deserto. Pelo menos eu não abandono isso não.

O professor H levantou questões relativas a não abandonarmos os momentos individuais de avaliação, que estariam filiados ao modelo somativo, justificados pela restrição institucional da pontuação que precisa ser atribuída ao aluno e por momentos futuros em que os estudantes poderão se submeter às provas de vestibulares, Exame Nacional do Ensino Médio, Concursos Públicos, etc. Nesse sentido, a maneira de avaliar no âmbito formativo para a Escola Fermat caminha para momentos de atividades em grupo e individuais na ação em sala de aula, estes últimos não necessariamente ligados à pontuação, mas ao acompanhamento das dificuldades manifestadas pelos alunos com o objetivo de melhorar a aprendizagem e o ensino.

Dir.: Quando iniciamos o estudo sobre a avaliação, percebemos o momento em que começou a se falar da avaliação formativa, o primeiro a falar da avaliação formativa foi Scriven, que denominou o que é uma avaliação somativa e o que é uma avaliação formativa. A somativa, é o que nós fazemos aqui na Escola, é essa avaliação pontual ao final do processo, ao final de um conteúdo, por exemplo. E a avaliação formativa é a que é realizada no processo de

estudo. Uma situação que me estimulou muito a pensar nessa ideia da avaliação formativa, vocês já devem ter vivido isso, é que nós temos alunos que durante a aula respondem acertadamente, resolvem uma tarefa indicando ao professor os passos que devem ser seguidos, muitas vezes sem escrever, apenas oralmente. E quando chega na hora da prova, eles não conseguem ter o mesmo desempenho. O que me fez refletir bastante. O que será que queremos dos nossos alunos? Será que devemos continuar a avaliar somente nesse momento final, ou será que avaliar no processo não seria mais proveitoso? Será que realmente ele não tinha o conhecimento necessário para resolver as questões da prova?

Prof. F: Tem outro detalhe, quais são os instrumentos que diferenciam a avaliação naquele momento da tua pergunta para o momento da prova? Existe um instrumento muito importante que é a leitura e a interpretação.

Prof. G: Deixa eu fazer uma pergunta... Nunca se pesquisou o porquê desse bom desempenho nas atividades não se refletir na culminância?

Dir.: Existem vários fatores, que podemos elencar...

Prof. H: Emocional, por exemplo...

Dir.: Isso.

Prof. H: Pressão...

Prof. D: Normalmente, pelo que as estatísticas dizem, o aluno que em sala de aula demonstra bom desempenho, na prova, normalmente, ele acaba dando sequência a essa atividade. Que a prova é mais ou menos um retrato da evolução dele no processo contínuo da sala de aula.

Prof. H: Mas se houver uma fidelidade do professor, as vezes o professor ensina A e cobra B.

Prof. D: Não é uma regra geral, mas as vezes durante a prova pode dar o famoso branco. Já aconteceu comigo, tive um branco na prova de qualificação do mestrado, passei 15 minutos olhando e não conseguia riscar nenhuma letra.

Prof. C: Aí cabe uma pergunta, será que as provas não têm que ser personalizadas?

Prof. D: Não, acho que não...

Nos diálogos percebemos uma preocupação em articular o que foi ensinado pelo professor e o que foi aprendido pelos alunos com o momento avaliativo, porém, no discurso, ainda voltado para avaliações somativas classificatórias, que era a prática da Escola Fermat. Levantou-se, também, as dificuldades apresentadas pelos alunos no âmbito psicológico ao realizar uma prova, como nervosismo e a pressão por um bom desempenho, o que sabemos

que pode atrapalhá-lo no sentido de alcançar os conhecimentos aprendidos durante o percurso de estudo.

Dir.: Acredito que com o desenvolvimento do estudo responderemos a essa pergunta. Mas em relação à outra pergunta, sabemos que existem vários fatores que levam os estudantes a não ter um bom desempenho na prova... É importante nós percebermos que nos relacionamos com os objetos por meio de práticas com eles e a nossa relação com determinado objeto é avaliada conforme as práticas que realizo com este objeto. Por exemplo, vamos pensar em sair daqui da sala dos professores para a sala de aula, acredito que fazemos isso automaticamente, pois está naturalizado. Mas vamos refletir em cima dessa tarefa: sair daqui para a sala de aula, talvez não nos demos conta de quantas tarefas realizamos para chegar na sala de aula. Já que estamos sentados, a primeira delas seria levantar, a outra seria caminhar, depois abrir a porta etc. Inclusive podem surgir outras tarefas que não elencamos e desaparecer algumas das que enumeramos, por exemplo, se a porta estiver aberta não precisaremos abri-la. Então para realizar uma tarefa precisamos realizar outras tarefas, inclusive elas podem ser diferentes para cada um, porém se saí da sala dos professores e cheguei na sala de aula, eu realizei a tarefa. Em linhas gerais, com o olhar para a tarefa matemática, podemos observar as manifestações dos alunos na realização de uma tarefa e perceber se as práticas, ou seja, se as tarefas que eles utilizam para realizar a tarefa estão em conformidade com o que é solicitado pela instituição, como o mínimo de práticas necessárias com o objeto matemático estudado.

Prof. E: Isso precisa estar claro, muitas variáveis interferem nesse processo todo e são inúmeras mesmo. Por isso que esse tema da avaliação é um desafio muito grande. Mas o que a gente coloca é assim, eu tenho uma determinada atividade, uma determinada tarefa para realizar, que outras tarefas eu vou ter que articular para realizar aquela? Então, eu preciso ter a consciência de que a relação que você vai ter com aquele, a relação que eu digo, são as outras tarefas, que podem não estar todas dentro de mim, mas podem estar com o outro. Então, vamos usar um exemplo matemático, existe uma determinada equação que tu queres resolver, foi proposto para nós dois. Assim, o objetivo é resolver a equação. De acordo com o que tu conheces de resolução de equação, todas as técnicas que tu tens, e eu com as técnicas que eu tenho. Eu posso resolver diferente de ti, chegarmos em resultados que podem até ser diferentes, porém o importante não é o resultado, mas as formas que nós articulamos durante o processo. Se eu conseguir justificar o jeito que eu fiz, e tu conseguiste justificar, a

avaliação pode acenar para o fato de que uns vão conseguir ter uma relação melhor e outros uma relação menor. Mas de modo geral o que vai ser comum é que todos dois tiveram relação para enfrentar aquela determinada tarefa. Então eles articularam outras tarefas. Dessa forma, na teoria esse processo de articulação, nos faz refletir que o conteúdo não é algo restrito, ele precisa ser ampliado. E essa liberdade que foi proporcionada na nossa experiência do 6º ano, ela vem colocar para a gente isso, que não começamos a trabalhar com número decimal porque a gente gosta de número decimal, mas é pela capacidade que ele traz de articular os outros números, as outras representações. E quando vamos avaliar, não podemos avaliar de uma forma estática, temos que avaliar de uma forma em que possamos buscar no fazer dos alunos, aqueles que têm uma relação boa, mas também aqueles que têm uma relação mais dificultosa, contudo de uma forma ou de outra, eles tiveram alguma relação com aquele objeto. Entenderam? Logo a avaliação não é uma coisa fixa, e é por isso que ele começou falando que isso é relativo.

No diálogo percebe-se a necessidade de, por meio da avaliação, provocar a articulação entre os saberes, evidenciado pela manifestação do enfrentamento das tarefas por parte dos alunos e do *feedback* do professor no sentido dessa articulação entre as técnicas utilizadas. Além disso, a articulação precisa ser observada no momento da construção da ODM com olhar nos momentos cruciais de aprendizagem relacionados às práticas pertencentes ao modelo epistemológico de referência adotado pelos docentes.

O professor E destaca que não podemos avaliar de maneira apenas pontual, que a avaliação precisa objetivar no fazer dos alunos as relações que eles possuem com o saber, ou seja, ela precisa ocorrer no processo de estudo, que é o momento em que o aluno manifesta o seu jeito de fazer por meio do enfrentamento das tarefas.

Prof. C: *Essa avaliação do jeito que tu estás colocando, está um pouco diferente do jeito que eu li na outra teoria de avaliação. Por exemplo, o pessoal de Portugal tem muita influência sobre como avaliar, algumas coisas correspondem ao que estudei, mas outras aparentam estar fora do processo. Seria bom pontuar essas coisas...*

Dir.: *Vamos chegar lá, inclusive tu podes falar qual é a tua visão de avaliação... o que falamos até aqui são nossas ideias de como poderíamos avaliar.*

Prof. C: *Tentando articular com a TAD, certo?*

Dir.: *Isso! Primeiro vamos tentar trazer as concepções de avaliação formativa de alguns autores. Ainda não falamos explicitamente deles, mas como falamos de avaliação formativa, inevitavelmente suas características aparecem. Tu querias falar, Professor F?*

Prof. F: *Sim... Eu percebi na verdade que a nossa conversa até acaba fugindo um pouquinho da avaliação, mas é colocada no aprendizado, que não deixa de ser importante...*

Dir.: *Isso, isso aí!*

O professor F revela a imbricação da aprendizagem com a avaliação. Interessante que, em sua fala, ele coloca que aparenta, em nossa conversa, estarmos fugindo do tema da avaliação e tratarmos apenas do aprendizado, porém aqui já começa a ficar claro que a avaliação é elevada à mesma dimensão da aprendizagem e do ensino. A avaliação formativa didático-matemática se configura com o seu jeito de fazer articulado à regulação do ensino e ao aprimoramento das aprendizagens.

Prof. F: *Na nossa área, matemática, a sequência de conhecimentos é muito importante. Muitas vezes o aluno carrega muitas falhas do que vai precisar. Então, nesse processo de avaliação, como é que tu vais avaliar o aluno numa parte, se naquela parte anterior do conhecimento que era o preparar do terreno para ele saber aquilo, ele já apresentou dificuldades, mas deixou-se que ele seguisse.*

Dir.: *Muito interessante o que tu trouxeste.*

Na afirmação do professor F podemos perceber a necessidade da avaliação em assumir o papel de identificar e proporcionar as técnicas para enfrentamento das tarefas. Na avaliação formativa didático-matemático o docente, ao construir a ODM, na escolha das tarefas para compor o sistema, precisa se preocupar com a sequência de conhecimentos citada pelo professor F, observada na rede de conhecimentos articulados apresentada no modelo epistemológico de referência. Dessa maneira ele poderá ter a clareza das técnicas para o enfrentamento de determinada tarefa, o que possibilitará a introdução de tarefas intermediárias no sentido de resgatar conhecimentos necessários para a resolução da tarefa proposta.

Prof. D: *Eu achei interessante o que o Professor E falou, a questão que ele colocou foi a seguinte: o que devemos avaliar na escola em matemática? Devemos avaliar o processo.*

Porque todo o processo em matemática é um processo de construção. Por exemplo, eu dei aula de equação do 2º grau, joguei a fórmula de Bháskara, o aluno diz que o A é tal, o B é tal, C é tal. Ele vai resolver as equações. Resolveu lá a equação, acabou. Em uma visão crítica, o que esse aluno construiu fazendo isso? Na verdade, ele colou. Tem a cola que está na mente e a cola que está no papel, a que está no papel posso punir e a que está na mente não. Ele não construiu nada na verdade!

Dir.: Perfeito!

Prof. D: Entendeu? Então o que o Professor E falou, eu penso assim, eu como professor, eu quero avaliar o aluno no processo, processo em que como é que ele vai conseguir as coisas, como é que ele vai ter ideias, como é que no final das contas ele vai entender o conjunto da obra. Em matemática isso é importante, mais importante que qualquer outra disciplina. Às vezes eu falo para os meus alunos assim "supõe que eu sou professor de história, vou te dar uma aula de revolução francesa. Eu posso explicar todos os processos da revolução e tu não tens que saber nada da revolução gloriosa, não tem que saber nada das grandes navegações". Existe uma construção em história!? Existe, mas não são coisas muito próximas como na matemática. Então, a responsabilidade do professor de matemática é exatamente nunca perder esse processo de construção baseado em fases, fases de construção que a gente vai trabalhando, insistindo, conversando, para não ficar aquela coisa do pegar o algoritmo, jogar e definir como aquilo e acabou.

Nas colocações do professor D podemos perceber a avaliação como mecanismo de comunicação das relações com o saber, no sentido da construção do conhecimento matemático de maneira articulada, nas manifestações dos alunos no processo de estudo quando enfrentam as tarefas propostas por meio das técnicas utilizadas. Importante observar, também, a indicação de uma filiação do professor D ao modelo epistemológico do construtivismo e ao modelo docente do construtivismo matemático, apresentando críticas ao tecnicismo, principalmente de sua influência no modelo avaliativo.

Prof. E: Pensando nos pressupostos da TAD para dentro do nosso fazer matemático com o aluno, podemos pensar nos momentos didáticos com indícios fortes para propor a avaliação formativa. Por meio dos momentos didáticos, a gente tem um fio condutor que possibilita construir essa avaliação.

Prof. H: *Pelo que entendi, essa aproximação entre a avaliação e a TAD é pouco explorada na literatura. Na TAD existe uma sessão para trabalhar só essa questão da avaliação?*

Dir.: *É um dos momentos didáticos.*

Prof. H: *Então a ideia seria fazer primeiro um estudo da avaliação no sentido mais amplo das concepções. Deixar bem claro na literatura o que se apropriou de avaliação formativa dos autores que foram trabalhados, em fazer uma grande síntese disso, pontuando as tuas escolhas. Para quando tu entrares nesse ambiente aqui, já entrares somente com aquilo da literatura que favorece essa articulação com a TAD. Porque certamente aquilo que o Professor C colocou, vai ter alguma ala da literatura que fala de avaliação formativa que vai ser contrária a isso, pela matriz que ele pegou, pode dizer que nem será considerada.*

Prof. E: *Não... Mas nem sempre é contrário, às vezes o pesquisador vai conseguir enxergar as aproximações. Estamos preocupados com a avaliação, então fomos buscar no campo teórico da avaliação formativa, o que se aproxima daquilo que está proposto pela TAD como fazer matemática. Para a TAD, a atividade matemática deve ser uma atividade em complexidade crescente, que é aquele trabalho que você vai desenvolver com as tarefas que vão acabar emergindo nas técnicas, no jeito de fazer. Só que esse jeito de fazer vai extrapolar para o jeito de pensar. Porque são ligados. É como se fosse uma dialética.*

Prof. H: *Mas como é que separa o jeito de fazer do jeito de pensar?*

Prof. E: *Não separa, não separa! Isso que eu estou dizendo, porque no ensino que a gente está acostumado, está clarificado o jeito de fazer... Só a técnica. E o que a TAD diz é que um acaba regulando o outro, e influenciando o outro, jeito de pensar e o jeito de fazer. E para trazermos esse jeito de pensar e jeito de fazer com o olhar na avaliação, não haveria possibilidade dentro de alguns referenciais teóricos. No caso, com a apropriação de algumas concepções compatíveis de avaliação formativa, já enxergamos uma articulação com os momentos didáticos, que é da TAD, em um processo que desencadeia o fazer matemático, quando ele está acontecendo, não é anterior, é no acontecer. É quando o aluno está diante das tarefas que esses momentos vão acontecer, às vezes de maneira perceptíveis, e outras não. Por exemplo, você passou um problema para um aluno, ele se apropria do problema, para ele se apropriar primeiro ele avalia, que é quando ele vai buscar articular as relações que ele tem com os objetos matemáticos para enfrentar aquele problema. E escolher, e essa escolha não é aleatória, porque se ela for aleatória, ela acaba sendo um impeditivo para ele resolver o problema. Aqui também a avaliação, do jeito que a gente está pensando, vai produzir uma economia de tempo. Então de repente, um aluno enfrenta o problema de um*

jeito, outro aluno enfrenta de outro e um fator dessa avaliação também está atrelado a essa economia de tempo.

No diálogo entre os professores fica evidenciada a avaliação como provocadora do trabalho da técnica no sentido da complexidade crescente, que seria a articulação entre as técnicas já aprendidas para gerar as novas técnicas por meio do enfrentamento das tarefas problemáticas, além disso a busca por uma técnica que seja a mais econômica na condução para a institucionalização. Nesse contexto, percebemos, também, citado por um dos professores, indícios fortes de que os momentos didáticos da TAD são a avaliação formativa didático-matemática no sentido didático, reforçado pelas análises apresentadas.

Dir.: Agora eu gostaria de voltar um pouco, porque acredito que seja muito importante quando o Professor F falou sobre o mínimo que o aluno precisa saber e também em relação a questão das avaliações serem muito espaçadas uma da outra. A proposta da avaliação formativa é justamente contrária a esse espaçamento, visto que ela se apresenta no processo de maneira continuada. Então, eu percebo que estamos revelando os nossos anseios, ainda pouco o Professor D também expôs os seus, que recebem como possível caminho para solucioná-los a avaliação formativa. Quando pensamos na ação professor-aluno em sala de aula analisamos o processo nas dimensões do ensino e da aprendizagem. Hoje em dia, nas pesquisas e investigações sobre avaliação, é muito presente a avaliação como dimensão do processo no mesmo nível do ensino e da aprendizagem, por isso muitos autores já adotam a nomenclatura processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Nesse contexto, estava conversando com o Professor Z, antes do encontro e lhe fiz a seguinte pergunta "como é que tu decides que vais passar para outro conteúdo em sala de aula?", ele respondeu "eu sinto, na sala eu sinto que a turma já aprendeu, então eu sinto que está na hora de eu ir para outro conteúdo". Na sequência indaguei "mas como que tu podes me mostrar esse sentimento?"

Prof. C: Acredito que a gente faz uma pré-avaliação, as perguntas que vão surgindo na sala e os anseios dos alunos, as próprias perguntas, às vezes antecipando o que eu ainda falaria, são indicadores que eu posso seguir para o próximo passo. Você entendeu? Aquele sentir que ele fala, a gente também sente... Podemos fazer perguntas para os alunos do tipo: mas e se acontecesse assim? E nesse tipo de questão? A cada resposta satisfatória aos questionamentos o nosso sentimento de poder avançar aumenta...

Prof. E: *Então acaba que tu estás fazendo uma avaliação. Só que essa avaliação fica escondida, ela não é revelada para o aluno, de certa forma se revela para ti.*

Dir.: *Na verdade tu não tens provas concretas dessa avaliação.*

Prof. E: *É como se ela fosse revelada, mas logo fosse jogada fora porque não tem como ser usada. E precisamos resgatá-la.*

Prof. C: *Então é isso que o Pedro fala que sente, entendeu?*

Dir.: *Pois é, que nós sentimos, que eu sinto... Mas precisamos de uma forma efetiva de registrar esse sentimento.*

O grupo revela a necessidade da comunicação dos alunos e *feedback* por parte do professor para avançar no processo de estudo, porém inicialmente essa comunicação é tratada como uma espécie de sentimento, depois é evidenciada com perguntas feitas oralmente pelos docentes em sala de aula e respondidas pelos discentes também de maneira oral. Finalmente, percebemos que os registros escritos das comunicações realizadas pelos alunos são necessários para uma avaliação mais fundamentada, o que é promovido pela avaliação formativa didático-matemática de maneira a gerar materiais de análise que possibilitem a avaliação coletiva ou individual dos discentes por parte dos docentes.

Prof. F: *É interessante que todas as falas que eu estou observando, não são tão de avaliação, mas sim do processo de aprendizagem. A avaliação realmente é para verificar como ocorreu a aprendizagem e tem várias formas de aferir, utilizo as que eu decido, que eu imagino que vão surtir efeito lá na frente...*

Prof. E: *Mas essa decisão estabelece critérios...*

Prof. F: *Exato, exato! Aqui na escola se chamava de formativo, que valia até 1,0 ponto, atitudes como frequência, participação, responsabilidade em resolver as atividades etc., não ter mais esse formativo esse ano, ao meu ver foi bom, porque eu sempre esclareci para os alunos que atividades, esse tipo de coisa, é obrigação deles para que consigam desenvolver o conhecimento que eu estou tentando passar, para aplicar em outro momento que seriam aqueles momentos específicos de avaliação, por exemplo, o teste, a prova. Quando a gente fala às vezes em economia de tempo, os meus testes são todos discursivos, porque imagino que é importante avaliar o que o aluno está escrevendo, até que parte do processo ele chegou. E eu, na sala, não comento a resolução de cada aluno, mas comento situações, alguns algoritmos mal assimilados, você simplificar o que não deveria e coisas do tipo que*

vemos em matemática. Então assim, eu estou falando com os alunos hoje da seguinte maneira, nós temos 3 momentos, o momento que eu vou chegar e vou apresentar para você alguns conhecimentos, eu vou te orientar nesses conhecimentos, que o governo, que as instituições imaginam que vocês precisam e me colocaram aqui para passar isso. Haverá um segundo momento, que tu vais ter que sentar individualmente, para tentar ler e verificar se o que eu te apresentei, tu conseguiste assimilar. E um terceiro momento, que é quando eu retornar para que você faça perguntas para mim sobre o que estudou, para completar aqueles pontos que não assimilou ou que eu não dei atenção na hora de passar o conteúdo, porque para mim era algo corriqueiro, e para os alunos não foi. A partir desse momento em que eu pergunto: e as dúvidas? e eu trabalho essas dúvidas, é o meu ponto para passar, dar sequência aos novos conteúdos.

Dir.: Muito bom! Posso perceber no teu discurso, muito forte o pensamento relativo à avaliação pontual, apesar de você falar de um processo dentro da aula, e talvez ainda não ter enxergado que não está avaliando somente no final do processo. É interessante perceber também no processo que descrevestes que existe uma regulação do ensino, que inclusive é tópico desse slide, a regulação do ensino em momentos cruciais. A partir desses momentos, aquele feeling, aquele sentimento que o professor sente, precisa estar claro e relacionado com aquilo que os alunos precisam manifestar de práticas com determinado objeto matemático.

Percebemos que o professor F continua intrigado por observar que a avaliação pode ocorrer no processo de aprendizagem, porém como sua filiação aparenta ser ao modelo docente tecnicista, não concebe outro modelo avaliativo que não seja o somativo. No diálogo também é evidenciada a necessidade de regulação do ensino-aprendizagem por meio da avaliação, que é característica fundamental da avaliação formativa didático-matemática.

Dir.: Para comparar os modelos somativo e formativo, vamos observar na avaliação somativa, que é a tradicional, a que estamos habituados a fazer, que a regulação do ensino é promovida no final do período de ensino. A regulação do ensino por meio da avaliação formativa se realizará em momentos cruciais de ensino, no processo de estudo. Por exemplo, um professor vai ensinar geometria analítica, a tarefa a ser realizada é a de distância entre dois pontos, a dinâmica da aula pode ser formar grupos de 4 alunos para o estudo. Professor F, no seu esquema, você disse que ministra a aula de forma expositiva, depois eles vão para o

momento individual, com o intuito de ver o que aprenderam ou não, e depois voltarão para você com as dúvidas. Na dinâmica que propomos, não apenas em relação aos grupos que citei de 4 alunos, mas olhando a sala de aula como um grupo maior, os próprios alunos podem validar ou não o conhecimento deles. Porque às vezes eles mesmos se posicionam em grupo, mostrando se aquilo que está sendo proposto para realizar a tarefa é coerente ou não. Inclusive no grupo, os alunos poderão enxergar a questão da economia, um aluno resolveu de um jeito, um outro resolveu de um jeito diferente, mas esse aluno realiza a tarefa mais rapidamente. Dessa forma, no grupo já haverá essa dinâmica, até o momento que poderemos institucionalizar ao decidir qual a melhor técnica para aquele tipo de tarefas, às vezes a institucionalização pode acontecer no próprio grupo com a atenção do professor, ou poderá ser realizada pelo próprio professor. Então, pensemos em toda essa ação não apenas em um momento isolado, mas no decorrer do processo. Nesse processo, um dos momentos que elencamos como crucial de avaliação é quando o professor percebe a manifestação dos alunos no sentido de que as tarefas daquele tipo já perderam a moral, ou seja, se continuarmos passando tarefas daquele tipo, os alunos tendem a perder o interesse, pois já dominam a técnica para realiza-la...

Prof. H: Perdeu o status de estranho.

Dir.: Isso!

Prof. E: Ficou rotineiro.

Prof. C: Piaget diria que perdeu a capacidade de desequilibrar...

Dir.: Nesse momento crucial de avaliação, o que o professor precisa fazer? Agora que o professor conseguiu verificar por meio da realização das tarefas por parte dos alunos, que em ação, responderam aos questionamentos do professor, como disse ainda pouco o Professor C quando conversávamos sobre o sentimento de que posso continuar com os conteúdos. Mas agora essa verificação está atrelada também a realização das tarefas por escrito, o que a torna mais palpável e confiável. A partir daqui podemos indicar novas tarefas, no sentido de uma tarefa problemática, ou seja, uma tarefa que ainda não é rotineira para os alunos, que para resolverem precisarão articular as técnicas que dominam, inclusive técnicas que já foram trabalhadas nas tarefas anteriores. Por exemplo, falamos anteriormente no campo da geometria analítica em distância entre dois pontos, uma tarefa problemática poderia ser equação da circunferência...

Podemos perceber no diálogo que o olhar avaliativo requer observar o individual e o coletivo. Em um fazer em grupo aprendemos com o outro, são acessados mais de um EP, o que pode gerar mais técnicas a serem trabalhadas pelos participantes do grupo para o enfrentamento das tarefas. Percebemos uma condição institucional da avaliação individual, ligada aos momentos de final de ciclo, mais relacionada ao fazer somativo, mas que pode ser aplicada pelo professor no processo de estudo com características formativas, com o intuito de identificar as dificuldades manifestadas pelos alunos e possibilitar o *feedback* do professor para aprimorar as aprendizagens.

Nesse sentido, a avaliação formativa didático-matemática promove o mapeamento do equipamento praxeológico por meio dos registros de avaliação. Nos momentos em grupo, os alunos precisam comunicar suas atividades por registros escritos, podendo ser um registro por grupo. Nos momentos individuais, os enfrentamentos das tarefas propostas também precisam ser comunicados por meio de registros escritos que serão analisados pelo professor para possibilitar o *feedback*.

Prof. E: Só que o professor enquanto diretor dos estudos, vai avaliar também esses momentos em que tem que tornar a tarefa rotineira...Porque não adianta avançar, se aquela tarefa ainda tem muito problema, ainda tem o que ser explorado. Essa eleição é um processo de avaliação, porque eu como diretor de estudos estou propondo as tarefas, os alunos as enfrentam de várias formas, com vários jeitos de fazer, 1, ou 2, ou 3 jeitos. Até o momento de institucionalizar. a institucionalização é a técnica que é aceita, o jeito de fazer a matemática para esta instituição. E vejam que essa institucionalização vai sofrer influência das variáveis ano de estudo, maturidade matemática etc., que também serão consideradas. Nesse contexto, quando o professor se encontra no momento da regulação do ensino e percebe que ainda não tornou rotineiro o jeito de fazer determinada tarefa, ele precisa propor tarefas até que aquela técnica se torne rotineira, quando então poderá propor outras tarefas de complexidades crescentes, que levem o processo de estudo para outros saberes ligados àquele.

Dir.: O que na TAD é um dos momentos didáticos chamado de trabalho da técnica.

Prof. E: Isso!

Dir.: Vamos voltar para o esquema anterior, trabalhamos a distância entre dois pontos, depois vamos para equação da circunferência, quando podemos utilizar uma articulação com a técnica anterior, no sentido de trabalhar a técnica que realiza a tarefa de distância entre dois pontos para resolver a tarefa de equação da circunferência. Dessa maneira, podemos

continuar com o processo de estudo por meio do Sistema de tarefas, de onde emergem essas articulações entre as práticas com geometria analítica, com o intuito de abranger as práticas com determinado saber que foram elencadas pela equipe de professores em conformidade com a instituição.

Prof. D: *Tem que dar uma transcendência aí né? Porque você fala assim “distância a um ponto”, isso é uma coisa.*

Prof. E: *Sim.*

Prof. D: *Outra coisa é você falar assim, eu quero saber a distância a todos os pontos.*

Prof. E: *Mas tu viste que mudaste a tarefa, agora tu já estás com outro objetivo. Tu não queres mais o ponto, queres a equação da reta.*

Prof. D: *Eu fixo um ponto e fixo uma distância.*

Prof. E: *Sim.*

Prof. D: *Eu quero um ponto.*

Prof. E: *Já viu que mudastes a tarefa?*

Prof. D: *Aí já está transcendendo aquela ideia inicial.*

Prof. E: *Verdade!*

Prof. H: *É para justamente aparecer o novo desafio...*

Prof. E: *A técnica que tu estavas trabalhando, agora será reformulada. Tu vais usar uma parte daquele conhecimento, mas vais articular outro, porque agora tu queres não só para um ponto, queres fazer o aluno começar a perceber que existe essa equidistância e que ela vai gerar uma linha.*

Prof. D: *Vamos supor uma curva fechada, você precisa conseguir que um ponto lá dentro, fique a mesma distância de todos os outros pontos, dessa linha, assim temos a circunferência. Então podemos começar do conceito de distância para definir o que é uma circunferência.*

Prof. E: *Sim.*

Nos diálogos, percebemos dois momentos cruciais da avaliação formativa didático-matemática: o primeiro é o da institucionalização da técnica que será escolhida para resolver determinado tipo de tarefas, que leva em conta as técnicas que os alunos utilizaram para enfrentar as tarefas e por fatores como alcance da técnica e economia de tempo, uma técnica é institucionalizada para aquele tipo de tarefas, o qual já se tornou rotineiro para o grupo-turma.

O segundo é o momento em que o professor deve propor uma tarefa problemática de um outro tipo de tarefas, quando o aluno já tiver passado por todo o processo descrito no

parágrafo anterior, ou seja, as tarefas de um tipo tornaram-se rotineiras e uma técnica foi institucionalizada. Então, chegou o momento de avançar com o trabalho da técnica para uma nova tarefa problemática.

Prof. E: *Enfrentávamos um problema há algum tempo, a gente ensinava geometria analítica, colocando inicialmente o sistema ortogonal, e posteriormente localizava as coisas. Depois começamos a perceber que temos as coisas e podemos colocar o sistema ortogonal onde for mais conveniente. Quando depois, se formos para uma matemática mais elaborada, veremos que é o movimento que provocamos no sistema. Então, quer dizer que é um jeito de fazer diferente. E esse jeito de fazer, implica no jeito que eu vou avaliar.*

Prof. D: *Às vezes a gente nem chegava a abranger tudo o que está previsto de conteúdo, até um certo ponto você consegue, mas para. Porque o estabelecido está em outro nível. Esse é um ponto em questão.*

Dir.: *Existe também outra questão articulada com o que está em discussão, que é o tempo didático. Eu e Professor H, conversamos antes que a maneira que trabalharemos a geometria analítica no 3º ano, provavelmente não seria a mesma que trabalharíamos no ensino fundamental, nem no superior.*

Prof. G: *Uma coisa que eu não consegui entender, de que forma vamos medir essa avaliação, porque é uma avaliação que tem uma medida, uma nota, alguma coisa... Até agora falamos que o aluno teve aprendizagem, então podemos continuar com o próximo conteúdo, que vamos precisar do conteúdo que estávamos trabalhando anteriormente... Ao meu ver, uma sequência de ensino está se criando... Estou fazendo a avaliação com a sequência de ensino, verificando se houve ou não aprendizagem.*

Dir.: *Certo! Essa avaliação já está ocorrendo no processo.*

Prof. G: *Já está ocorrendo.*

Dir.: *A cada momento desses que falamos...*

Prof. G: *Como é que vamos perceber quem realmente aprendeu e quem não aprendeu? Por exemplo, estou aqui nessa discussão, mas quem garante que eu estou aprendendo algo?*

Prof. H: *É aquela relação do grupo e do individual.*

Dir.: *Sim, o que eu e o Professor H conversamos anteriormente pode ser uma resposta. É claro que estamos em processo de construção dessa avaliação. A ideia é que tenhamos uma produção individual de cada aluno, mas teoricamente, ele pode copiar do colega. Então pensamos em haver neste processo, momentos de deserto, onde o estudante fará atividades*

sozinho, para que possamos ter uma noção melhor daquilo que ele está aprendendo ou não. Esses momentos podem ocorrer durante a aula corriqueira, porém acreditamos que não pode ser uma tarefa qualquer, e sim uma tarefa que leve os alunos àquelas práticas que precisam realizar com o objeto matemático, de maneira a articular as técnicas trabalhadas.

Prof. H: Tu ficas mapeando o tempo todo, imagina assim um professor com radar ligado, ele fica mapeando esses indícios de aprendizagem.

Prof. E: Isso, esses são os momentos cruciais.

Prof. H: O aluno se manifesta no processo, então temos esse momento individual, uma tarefa de curta duração, mas que o professor consiga um indicador, uma resposta, que o aluno produziu algo escrito, podemos mapear os indícios manifestados, no material em que o estudante registrou o seu pensamento e o seu fazer.

Prof. E: Agora, por trás de tudo existe a nossa filiação, que é uma discussão que até tu fazes a crítica nesse sentido. A gente não discute a relação ensino-aprendizagem, a gente parte do princípio do processo de estudo. Então se eu sou provocado a um processo de estudo, por exemplo eu e o Professor A, mesmo que a gente trabalhe juntos, o nível em que eu vou assimilar determinado objeto provavelmente não vai ser o mesmo. Mas alguma coisa eu aprendo e alguma coisa eu ensino. Então esses episódios que estamos falando, vamos detectar aqueles que tiveram uma relação melhor, falando na linguagem da teoria, e os que tiveram uma relação mais dificultosa, ou menor, porém todos tiveram relação. Essa avaliação formativa parte do pressuposto de que todos aprendem alguma coisa, uns mais, outros menos.

Prof. H: Aí a pergunta que se faz é qual vai ser a medida para aprovar ou reprovar o aluno.

Prof. E: Nesses elementos aqui, nesses elementos que vão ser manifestados.

Prof. H: Eu vou aferir através dessas individualidades.

Dir.: Individualidades e também do coletivo.

Prof. C: E como será colocado... Esses elementos manifestados vão gerar, institucionalmente, uma pontuação. E quais serão os critérios?... que digam que, supondo que o máximo seja 2,0 pontos, que esse aluno terá 2,0, que o outro terá 1,0...

Dir.: Precisamos construir juntos nossa compreensão, porque a nossa instituição exige esse quantitativo. Vamos recapitular, nós construiremos a organização didático-matemática, com o olhar naquilo que a instituição entende que são as práticas que os alunos precisam ter com determinado objeto matemático, por exemplo com a geometria analítica. Quais são? Distância entre dois pontos, equação da reta etc... Essas práticas eleitas precisam estar

evidenciadas nos momentos cruciais de regulação no ato de avaliar durante o processo. Então, quando chegarmos ao final de um bimestre, que é quando precisaremos atribuir esse quantitativo, poderemos analisar um processo todo de estudo, em que observaremos se o aluno conseguiu realizar as práticas exigidas pela instituição. Por isso, quando construímos a nossa organização, o nosso sistema de tarefas, esse momentos cruciais de avaliação precisam estar claramente atrelados às práticas que foram eleitas como fundamentais. Nesse contexto, um aluno pode até saber mais do que aquilo que foi eleito como fundamental e um outro saber exatamente o que a instituição exige como fundamental, mas os dois receberiam a nota máxima. Agora, aquele que percebemos, que mesmo com todos os incentivos e esforços oferecidos no processo, não conseguiu o que elegemos como o mínimo em relação as práticas, não poderia receber a nota máxima...

Prof. B: Pelo que falamos, acho que vai mudar todo o nosso planejamento... Porque agora teremos a cada momento que fazer uma avaliação...

Dir.: Mas não necessariamente uma individual... Ela pode ser coletiva durante várias aulas. Então, quando o professor achar que é conveniente pode trabalhar essa atividade individual, que deve acontecer naturalmente no processo.

Prof. B: Sim, como se eu passasse um exercício... porque é o momento que eu vou ver se os alunos entenderam.

Dir.: Mas acredito que a ideia seja bem diferente, porque ainda estamos arraigados a nossa aula tradicional e no processo que propomos os alunos irão construir matematicamente. Porque estamos acostumados a fazer tudo por eles, apenas mostrar e eles repetem, sem articulações.

Prof. B: Eles é que vão produzir...

Dir.: O que pode até os estimular mais...

Percebemos nas discussões mais uma restrição institucional: a pontuação que deve ser atribuída ao aluno no final do ciclo. Algumas observações dos professores indicaram esse quantitativo atrelado aos momentos individuais, outros acreditam que podemos analisar o processo em grupo. Nas reuniões seguintes, o grupo orienta essa pontuação em uma análise da trajetória completa de um ciclo (seja ele bimestral ou trimestral), tanto das atividades em grupo como das individuais, observando as práticas institucionais necessárias com determinados objetos matemáticos para avançar no processo de estudos.

Prof. E: *E o que é interessante, é que a proposta é que o Professor A acompanhe o Professor Z para iniciar, na prática, esse trabalho da avaliação formativa que estamos construindo aqui, nas turmas do 3º ano do Ensino Médio da Escola, o que eu já fiz aqui. Na época, eu não fiz na perspectiva da avaliação e certamente algumas coisas vão mudar. Mas o processo de estudo foi desencadeado desse jeito, eu chegava na sala, propunha a tarefa e os alunos se reuniam e realizavam. Naqueles momentos, a avaliação era semelhante a essa, só que era mais pontual, era muito ligada a aferir nota mesmo, e depois eles faziam a prova de culminância. A turma que desenvolvia a pesquisa fazia a prova junto com as outras. Então, o que foi que ganhou de economia nisso tudo? A gente trabalhava em 6 meses geometria analítica e vetores. E na proposta, em um bimestre fechamos quase tudo. Os alunos trabalhavam, íamos discutindo e institucionalizando. Por exemplo, com operações com vetores já articulávamos a equação da reta. Antigamente, trabalhávamos geometria analítica e vetores separados. Até que um professor propôs que articulássemos os dois conteúdos. Assim, quando saiu a minha dissertação de mestrado, já foi com essa motivação, com esse jeito de fazer.*

Dir.: *É igual a experiência com PA e PG...*

Prof. H: *É que a visão desse professor era de cima, ele via tudo linkado, aí quando ele abria a caixa de ferramenta, aparecia tudo...*

Ao observarmos as conversas, surge a proposta de vivenciar esse modelo avaliativo formativo, em construção pelo grupo, em ação na sala de aula. Inclusive uma pesquisa semelhante já foi realizada na mesma Escola Fermat pelo professor E, quando estava fazendo o seu doutorado, o que de certa maneira é familiar para o grupo de professores, porém agora com o foco na avaliação formativa didático-matemática.

Prof. F: *Essa questão da avaliação no processo, no que eu trabalho, na minha concepção é uma avaliação mais minha, não é uma avaliação para avaliar o aluno.*

Prof. E: *Institucional por exemplo?*

Dir.: *Acredito que ele está falando que estaria avaliando com foco no ensino, e não na aprendizagem, é isso?*

Prof. F: *Eu estou avaliando mais se eu posso dar segmento ao processo, para que o aluno possa ser avaliado mais lá na frente, que é a história das culminâncias.*

Dir.: *Não, porque tu ainda estás preso na culminância. Tenta enxergar que para tu continuares com o processo de estudo, não estás avaliando somente o ensino, estás avaliando também a aprendizagem.*

Prof. F: *Isso...*

Prof. E: *Na verdade são os dois...*

Prof. F: *É o que eu falei, que eu trabalho com três momentos. O que eu exponho, o que ele praticou sozinho, e o que ele vem fazer as perguntas do que não conseguiu desenvolver.*

Prof. E: *A diferença é que entre esses momentos existem outros momentos, que talvez inconscientemente tu não tomas eles como existentes...*

Dir.: *Coisas que tu não estás enxergando...*

Prof. E: *Não está percebendo.*

Dir.: *Está indo no automático, entendeu?*

Prof. E: *Isso!*

Prof. F: *Por exemplo?*

Prof. E: *Por exemplo, ministraste a aula, depois tu dizes "bom, eu já dei a aula, agora é o momento do aluno..."... Entre esses dois momentos existe o primeiro momento intermediário que ele vai fazer uma transposição da forma que tu mostrastes para forma que ele vai construir, porque uma coisa são as relações que tu tens com aquele objeto, que é diferente das relações que o aluno tem. É diferente inclusive entre nós professores... Então nesse processo, não vai ser tal qual tu imaginas... Existe um momento intermediário que tu não estás considerando.*

Prof. F: *Ok! Na verdade, tem a história do feeling, do que a gente está sentindo. Há momentos em que durante a aula, eu paro a exposição e deixo o aluno produzir... Durante a própria aula, não é de um momento de aula para o outro momento de aula...*

Dir.: *Não estamos falando que é de um momento de aula para outro, estamos falando desse momento mesmo. Na hora que tu estás ensinando, na tua cabeça está passando toda uma construção. Mas não necessariamente essa mesma construção que tu fizeste, o aluno está fazendo, porque as relações que ele tem são diferentes das relações que tu tens. Então é esse meio que o Professor E está te falando. Que podem existir coisas ali que tu não estás enxergando e tu não vais enxergar se continuar desse mesmo jeito.*

Nessas discussões conseguimos observar a resistência persistente do professor F em entender que a avaliação está na mesma dimensão do ensino e da aprendizagem, que ela é a

maneira que continuamente no processo podemos regular o ensino e aprimorar as aprendizagens. Ele ainda está arraigado ao pensamento somativo de avaliar apenas no final do ciclo e não concebe a avaliação durante o processo de ensino-aprendizagem. Ressaltamos novamente que essa resistência pode estar ligada à sua filiação ao modelo tecnicista.

Prof. F: Por exemplo, o livro que nós tomamos como base, eu sigo à risca, eu levo o livro comigo, eu trabalho com o livro em sala, exatamente por causa dessa questão de como eu raciocino aquilo e de como o aluno vai raciocinar. Então eu sigo o livro como uma espécie de um molde...Por causa da questão da organização, da sequência. Eu fujo um pouco da sequência do livro...

Dir.: Claro.

Prof. F: Isso é normal, só que o livro vira um norte para mim, até porque quando o aluno for estudar, ele tem que saber onde procurar o que eu estava apresentando... Um outro ponto é sobre a questão dos grupos, a gente sabe que trabalhar em grupo é bom, vai produzir conhecimento, vai desenvolver o que a gente está pensando. Mas só que nós temos aqueles pontos nos grupos, se você vai fazer um trabalho que vale nota por exemplo, existem aqueles alunos que vão se inserir no grupo que estão os mais bem desenvolvidos, os melhores naquele momento, exatamente pela questão da nota. Se não vale nota, o grupo desenvolve um pouco mais, porque os melhores estão menos preocupados em desenvolver algo perfeito e acabam beneficiando mais aqueles que não têm tanto conhecimento. Quando vale nota, os melhores se fecham e o que é mais fraco também quer a nota. Acaba que nesse ponto a avaliação contando pontuação, não produz tanto conhecimento, não interage tanto quanto se quer, do que um processo de ensino-aprendizagem, sem essa questão da nota em termos de avaliação. Por exemplo, eu fiz um trabalho em grupo ano passado, que a minha técnica para que todos participassem foi a seguinte: digamos, tem 10 problemáticas aqui para vocês resolverem. Quem vai desenvolver realmente quando vale nota, não são os que sabem mais e deixam até de lado os que não sabem? Exato. Eu criei um sorteio, eu ia sortear uma dessas questões para ir ao quadro, ia sortear só uma pessoa do grupo para ir ao quadro resolver essa questão. Então, o que aconteceu, com essa técnica, eu consegui forçar que os alunos trabalhassem juntos.

Prof. J: Não, sabe qual é o problema, de novo, sabe o que ele está deixando de lado, pelo menos na minha opinião, tu estás tentando fazer com os alunos trabalho em grupo, mas estás querendo olhar somente o objeto final do que foi produzido. Se tu não olha o processo, eu

quero dizer o seguinte, tu admite dar notas diferentes para trabalhos iguais ou tu admite dar notas iguais para trabalhos diferentes? Trabalhos que produziram menos, um grupo produziu pouco, mas produziu muito em relação...

Prof. F: *Entendi, entendi.*

Prof. J: *Se tu olhas só o objeto final, faz o aluno pensar que precisa estar fazendo certo, então eu vou me inserir com o aluno que sabe fazer tudo certo. Agora se eu saio daqui, eu não sei resolver nada, começo a resolver duas ou três equações simples, e tu não considera nada disso para ele, porque o teu objetivo final são só as equações complexas, é lógico que ele vai se meter com a outra galera.*

Prof. F: *Entendi, entendi.*

Dir.: *Muito boa essa observação.*

Prof. J: *É isso que faz os alunos colarem, o processo de cola é exatamente esse. Porque a gente força ele a chegar em um certo ritmo, não estou dizendo que a culpa é só nossa não, que é só da escola...*

Com o último diálogo apresentado, mostramos que o professor J conseguiu convencer o professor F que o mais importante é o processo de ensino-aprendizagem-avaliação, no sentido de entender que os alunos aprendem em tempos diferentes e que, se isso for respeitado processualmente, teremos um aprimoramento das aprendizagens em uma trajetória completa de um ciclo, e não apenas com a avaliação somativa no final.

A avaliação formativa didático-matemática pode promover a observação das dificuldades das aprendizagens manifestadas pelos alunos no processo, o que facilita as atividades de recuperação e encaminha o grupo-turma de maneira a ultrapassar as dificuldades comunicadas assim que identificadas, chegando ao final do processo com uma melhoria na regulação do ensino e no aprimoramento das aprendizagens se comparado com o processo somativo que mostra as dificuldades apresentadas pelos estudantes apenas no final do processo.

O objetivo de apresentarmos e comentarmos alguns diálogos realizados nos encontros com a comunidade de práticas docentes é o de proporcionar uma análise do PER(P) com o olhar da avaliação formativa didático-matemática e de como esses momentos foram potencialmente ricos no sentido da construção desse modelo de avaliação.

Ao analisar os diálogos que emergiram no PER(P), percebemos a necessidade de uma prática com os alunos em sala de aula com a intenção de vivenciar a questão Q₂: como o

professor de matemática pode vivenciar o modelo avaliativo formativo articulado a elementos da TAD, no processo de estudo? Assim se estabelece, em torno do sistema auxiliar $[S_2 (Q_2, X_2, Y_2) \rightarrow M_2]$, a prática com os alunos em sala de aula materializado também na Escola Fermat com três turmas do terceiro ano do ensino médio, em que Y_2 é composto pelos alunos dessas turmas, por meio de aulas regulares em sala, e X_2 se caracteriza por dois diretores de estudos, professores da instituição, sendo o próprio pesquisador desta tese e pelo professor regente das turmas.

Como podemos perceber, o PER(P) se desdobrou na prática com os alunos em sala de aula, quando o grupo de docentes propôs a utilização da avaliação formativa didático-matemática. A dinâmica se apresentava da seguinte forma: o grupo de professores do PER(P), com o olhar no modelo epistemológico da Geometria Analítica, construía e reconstruía ODM traduzidas por um sistema de tarefas para serem propostas aos alunos das turmas do 3º ano do Ensino Médio, que estavam sob a docência do Professor Z, o qual acompanhei (Professor A) nas aulas no decorrer do processo de estudo.

Nesse contexto, a cada semana o grupo de professores do PER(P) se reunia para a reconstrução da ODM frente ao modelo epistemológico até então vigente que poderia ser adaptado ou não segundo as observações das respostas manifestadas pelos alunos ao enfrentarem as tarefas propostas em ação na sala de aula. A coleta dos materiais de análise era realizada pelos professores A e Z por meio da produção escrita dos alunos, gravações de voz durante as realizações das tarefas, entre outros materiais.

As ODM são reconstruídas no PER(P) por meio de tipo de tarefas seguindo a reconstrução do modelo epistemológico, cuja versão inicial é a proposta por Andrade (2012) e adaptada às exigências do currículo de 2017, que não apresentava vetores em sua composição. As tarefas eleitas foram adaptadas de tarefas que vivem na instituição escolar, em particular, do livro texto utilizado pelos alunos intitulado Matemática Paiva, volume 3, de 2013 para as aulas de Geometria Analítica.

A prática com os alunos em sala de aula, que explicitaremos a seguir, começa com a ODM traduzida por um sistema de tarefas a partir do tipo de tarefas cálculo da distância entre um ponto e uma reta proposta pelo PER(P). Apresentaremos conjuntamente manifestações dos alunos quando dos enfrentamentos por eles das tarefas propostas. Enfatizamos que a prática dos alunos em sala de aula se desenvolve com os estudantes divididos em grupos formados por quatro alunos, que precisavam: 1) individualmente escrever uma técnica para o enfrentamento da tarefa; 2) avaliarem essas técnicas em seu grupo; 3) proporem uma técnica

para a tarefa. O objetivo é que o aluno acesse o seu EP no primeiro momento individualmente e, posteriormente, partilhasse suas ideias para a discussão e resolução da tarefa no grupo.

Observamos que os alunos tinham livre acesso ao livro didático da Escola, outros livros e materiais didáticos, além da internet e, portanto, eles poderiam usar fórmulas apresentadas em outras obras para o enfrentamento das tarefas. Como a intenção didática é a construção do saber por meio de uma rede na qual as técnicas apreendidas anteriormente devem e são utilizadas para construir novas técnicas de enfrentamento de tarefas, modificamos o contrato didático, acordando que as fórmulas (generalizações), para serem aceitas, deviam ser postas à prova de reconstrução pelo grupo para evitar a copiagem.

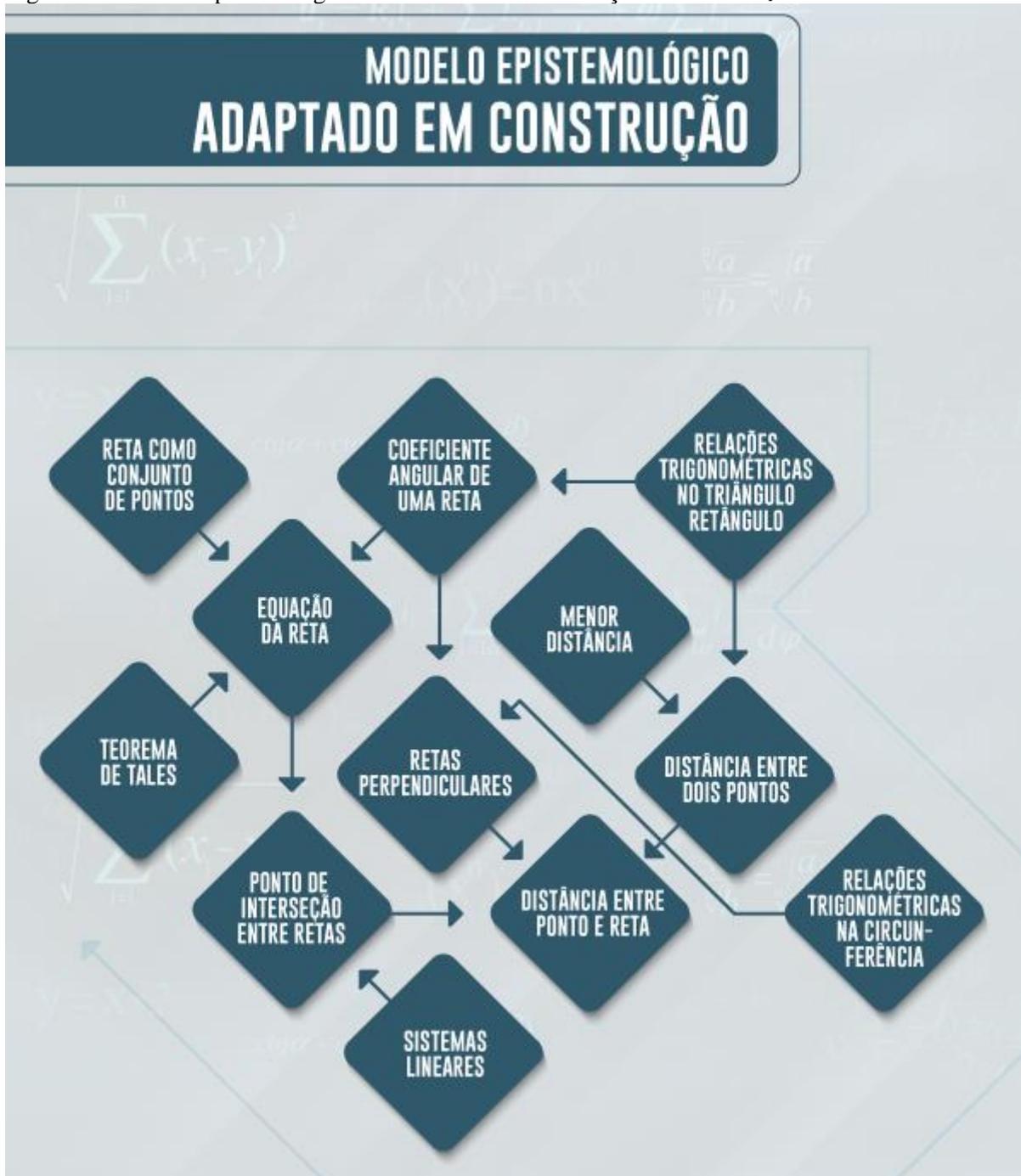
As tarefas usadas na prática dos alunos em sala de aula são as propostas no PER(P) seguindo:

- a) Modelo epistemológico de referência reconstruído;
- b) Um tipo de tarefas;
- c) Técnicas propostas para o enfrentamento da tarefa.

Os dados coletados a partir da prática com os alunos em sala de aula, inclusive suas produções, bem como as resoluções realizadas ao enfrentarem as tarefas, passam a constituir o *feedback* para o PER(P).

A seguir, apresentamos recortes da interação entre o PER(P) e a prática dos alunos em sala de aula, denominando os alunos e os grupos por letras do nosso alfabeto.

I.1)

Figura 1 – Modelo Epistemológico de referência em construção relativo a T_1 .

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

II.1) TIPO DE TAREFAS (T_1): Calcular a distância entre ponto e reta.

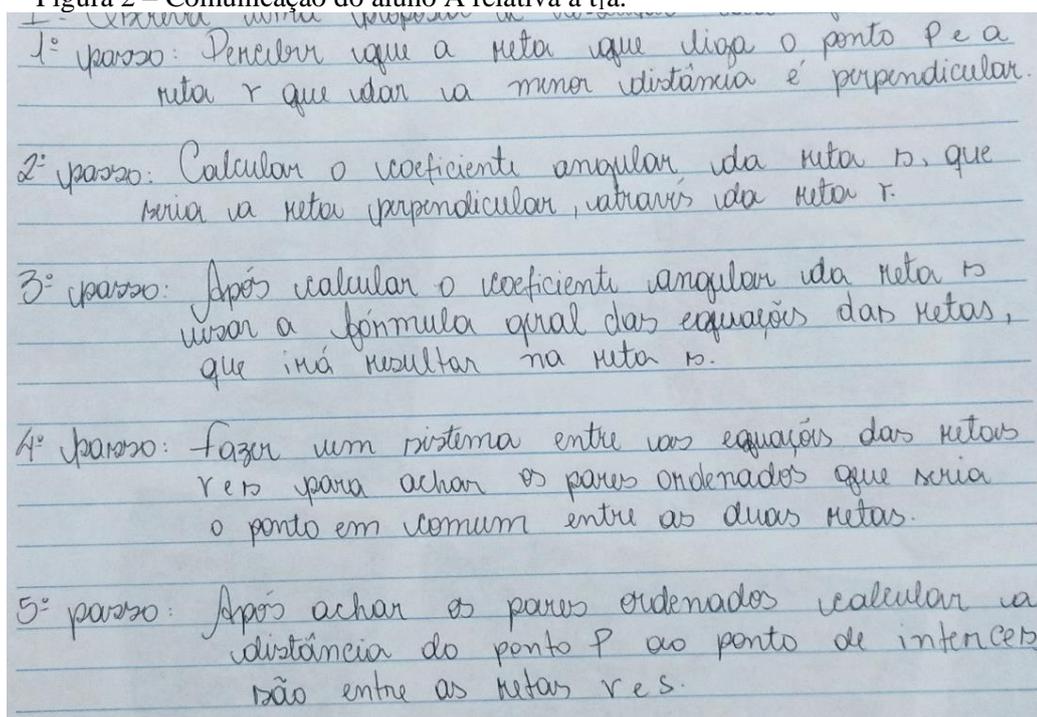
III.1) TÉCNICAS PROPOSTAS PARA O ENFRENTAMENTO DE T_1 : 1) Encontrar a menor distância (segmento perpendicular) entre o ponto P e a reta r; 2) Reconhecer a reta como “conjunto de pontos”; 3) Calcular a distância entre dois pontos; 4)

Calcular o ponto de interseção entre duas retas; 5) Calcular a equação de uma reta; 6) Determinar o coeficiente angular de uma reta; 7) Calcular o coeficiente angular de retas perpendiculares; 8) Resolver um sistema linear; 9) Calcular as relações trigonométricas na circunferência; 10) Calcular a soma dos ângulos internos de um triângulo; 11) Calcular o ângulo externo; 12) Calcular as relações trigonométricas no triângulo retângulo.

t₁: Calcule a distância do ponto P à reta r em cada um dos casos abaixo:

t_{1a}) P (1, 3) e (r): $5x + 12y - 2 = 0$

Figura 2 – Comunicação do aluno A relativa a t_{1a}.



Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

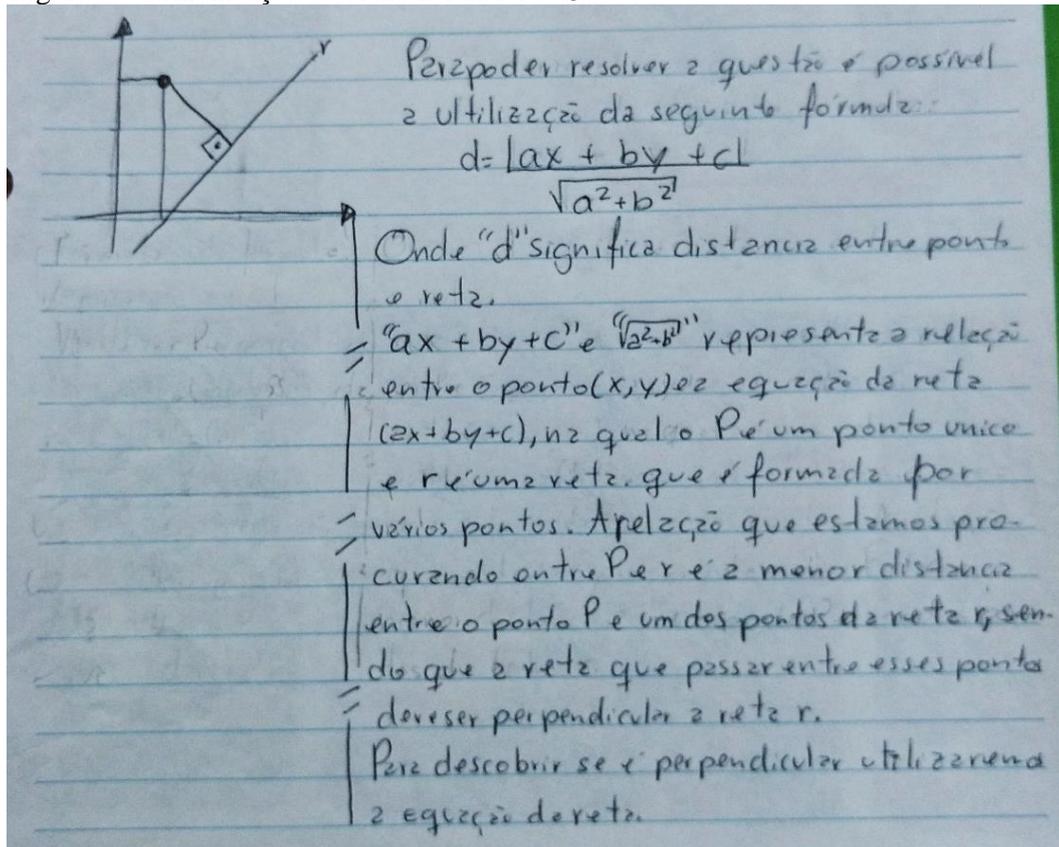
Observamos na Figura 2 uma proposta de enfrentamento para a tarefa no momento inicial individual; no ato de avaliar podemos verificar a manifestação do EP pela comunicação do aluno A por meio das técnicas, as quais denomina de passos e de maneira ordenada, que deve utilizar para enfrentar a tarefa proposta. As técnicas assinaladas pelo aluno A estão entre as técnicas propostas para o enfrentamento do tipo de tarefas elencadas pelo grupo de professores no PER(P) na construção da ODM, análise que gera um *feedback* para o PER(P) no sentido de ratificar a eleição das técnicas propostas.

Com o olhar na avaliação formativa didático-matemática, observamos os momentos didáticos do primeiro encontro e o exploratório. No contexto da ação em sala de aula o aluno

A manifestou, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

No momento didático exploratório, o aluno A manifestou o enfrentamento da tarefa por meio de uma técnica inicial, articulando algumas técnicas do seu EP. O professor, ao observar o andamento da realização da tarefa pelo estudante, avaliou que as técnicas, apesar de anunciadas, precisavam ser desenvolvidas por meio prático, o que espera acontecer no grupo.

Figura 3 – Comunicação do aluno B relativa a t_{1a}.



Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

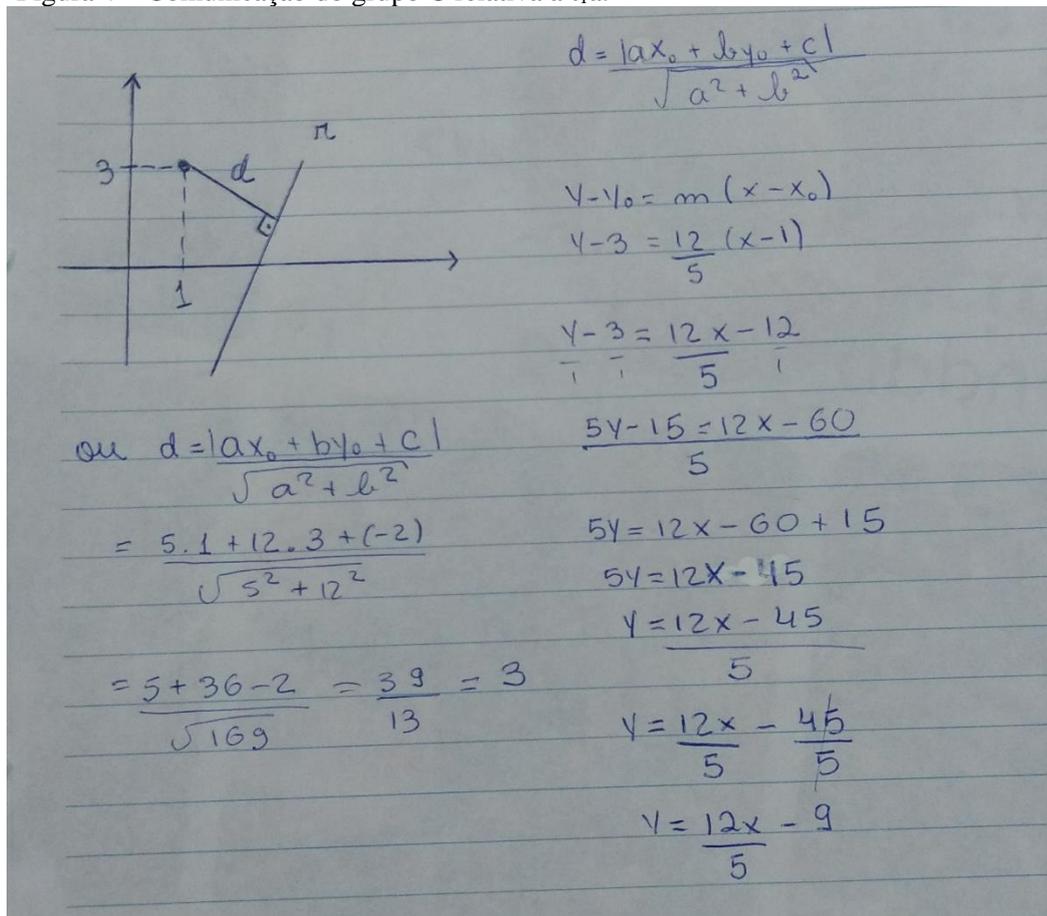
Na proposta inicial individual da Figura 3, observamos que o aluno B apresenta a fórmula já generalizada, quebrando o contrato didático acertado antes de começar as atividades. No contexto da avaliação formativa didático-matemática se evidenciam os momentos didáticos do primeiro encontro e exploratório. O aluno B manifestou, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

No momento didático exploratório, o aluno B manifestou o enfrentamento da tarefa por meio de uma técnica inicial. O professor, ao observar o andamento da realização da tarefa

pelo estudante, avaliou que o aluno (d) não escolheu uma técnica adequada para enfrentar a tarefa, em virtude do grupo ainda não ter generalizado a fórmula. Com o intuito de regular o ensino, na situação (d) o professor utilizou o *feedback* para introduzir tarefas intermediárias que possibilitassem emergir as técnicas propostas para que o aluno B enfrentasse a tarefa de maneira adequada.

A comunicação manifestada pelo aluno B, posterior ao *feedback* do professor, foi o enfrentamento da tarefa ao articular algumas técnicas do seu EP. O professor, ao observar o andamento da realização da tarefa pelo estudante, avaliou que as técnicas, apesar de anunciadas, precisavam ser desenvolvidas por meio prático, o que espera acontecer no grupo.

Figura 4 – Comunicação do grupo C relativa a t_{1a} .



Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 4, manifestado pelo grupo C, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo C manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

No momento didático exploratório, o grupo C manifestou o enfrentamento da tarefa por meio de uma técnica inicial. O professor, ao observar o andamento da realização da tarefa pelos estudantes, avaliou que o grupo (d) não escolheu uma técnica adequada para enfrentar a tarefa, em virtude dos alunos ainda não terem generalizado a fórmula. Com o intuito de regular o ensino, na situação (d) o professor utilizou o *feedback* para introduzir tarefas intermediárias que possibilitassem emergir as técnicas propostas para que o grupo C enfrentasse a tarefa de maneira adequada.

A comunicação manifestada pelo grupo C, posterior ao *feedback* do professor, foi o enfrentamento da tarefa com a articulação de técnicas adequadas para resolver a tarefa proposta, como o cálculo do coeficiente angular de retas perpendiculares, encontrar a equação da reta perpendicular à reta r , porém o grupo ainda (d) não havia escolhido uma técnica adequada para enfrentar a tarefa, no sentido de articular todas as técnicas propostas para resolver a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (d) o professor continuou utilizando o *feedback* para introduzir tarefas intermediárias que possibilitassem emergir as técnicas propostas para que o grupo C enfrentasse a tarefa de maneira adequada.

Figura 5 – Comunicação do grupo D relativa a t₁a.

1.

a) $y - y_0 = m(x - x_0)$ $m_r = -\frac{1}{m_p} = -\frac{5}{12} = -\frac{1}{m_p}$

$y - 3 = \frac{12}{5}(x - 1)$

$$y - 3 = \frac{12}{5}x - \frac{12}{5}$$

$$\frac{y}{1} - \frac{12}{5}x = -\frac{12}{5} + \frac{3}{1}$$

$$\frac{5y}{5} - \frac{12x}{5} = -\frac{12}{5} + \frac{15}{5}$$

$$5y - 12x = 3$$

$\therefore 5y - 12x - 3 = 0$

↳ Eq. da reta

$$\begin{cases} 5x + 12y - 2 = 0 & \text{I} \\ -12x + 5y - 3 = 0 & \text{II} \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 60x + 144y - 24 = 0 \\ -60x + 25y - 15 = 0 \end{cases}$$

$$169y = 39$$

$$y = \frac{3}{13}$$

Sub. y em I:

$$\frac{5x}{1} + \frac{36}{13} - \frac{2}{1} = 0$$

$$\frac{65x}{13} + \frac{36}{13} - \frac{26}{13} = 0$$

$$65x = -10$$

$$x = -\frac{2}{13}$$

$$\therefore d_{AB} = \sqrt{\left(-\frac{2}{13} + 1\right)^2 + \left(\frac{3}{13} + 3\right)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{\left(\frac{11}{13}\right)^2 + \left(\frac{42}{13}\right)^2} = \frac{11}{13} + \frac{42}{13} = \frac{53}{13} \cong 4$$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 5, manifestado pelo grupo D, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. Com o olhar da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo D manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo D também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, poderia propor a tarefa seguinte t₁b. Porém, ainda no contexto da avaliação formativa, o professor percebeu uma dificuldade manifestada pelo

grupo D no final da resolução, quando calcularam de maneira equivocada a raiz quadrada e, por isso, chegaram ao resultado 4, e não 3. Como o processo de articulação das técnicas foi bem construído pelos alunos do grupo D, o professor, por meio do seu *feedback*, pôde mostrar aos alunos que enfrentaram a tarefa de maneira satisfatória e propôs uma tarefa intermediária para que alcançassem a maneira correta de calcular a raiz quadrada antes de enfrentarem a tarefa t_{1b}.

Ao analisar a situação evidenciada na Figura 5, observamos que a técnica de calcular raízes quadradas não fazia parte das técnicas elencadas para o enfrentamento da tarefa proposta pelo PER(P). Com esse *feedback* gerado pela prática dos alunos em sala de aula, os professores do PER(P) avaliaram a necessidade de incluir essa tarefa na reconstrução da ODM, assim como outras tarefas geradas por técnicas não propostas que ocorreram durante o processo.

Figura 6 – Comunicação do grupo E relativa a t_{1a}.

1º PASSO: Calcular o coeficiente angular da reta $5x + 12y - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow 12y = -5x + 2 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{12}x + \frac{1}{6} \Rightarrow m_n = -\frac{5}{12}$

2º PASSO: Calcular m_t , em que t é a reta perpendicular a n que passa por P . $m_n \cdot m_t = -1 \Rightarrow m_t = \frac{12}{5}$

3º PASSO: t : $y - y_0 = m_t(x - x_0)$
 t : $y - 3 = \frac{12}{5}(x - 1)$
 t : $5y - 15 = 12x - 12$
 t : $12x - 5y + 3 = 0$

4º PASSO: Ponto $Q = n \cap t$, e a distância entre P e n é igual à distância entre P e Q porque PQ é perpendicular a n .
 Q é calculado resolvendo-se o sistema composto por n e t .

$$\begin{cases} 5x + 12y - 2 = 0 \\ 12x - 5y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60x + 144y - 24 = 0 \\ -60x + 25y - 15 = 0 \end{cases} \Rightarrow 169y = 39$$

$$y_Q = \frac{39}{169} = \frac{3}{13}; \Rightarrow 5x_Q = -12y + 2 = -12\left(\frac{3}{13}\right) + 2 = -\frac{10}{13} \Rightarrow x_Q = -\frac{2}{13}$$

$Q\left(-\frac{2}{13}, \frac{3}{13}\right)$ $P(1, 3)$

5º PASSO: $d_{Pn} = d_{PQ} = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2} = \sqrt{\left(-\frac{2}{13} - 1\right)^2 + \left(\frac{3}{13} - 3\right)^2}$
 $= \sqrt{\left(-\frac{15}{13}\right)^2 + \left(-\frac{36}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{225 + 1296}{169}} = \frac{\sqrt{1521}}{13} = \frac{39}{13} = 3$

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 6, manifestado pelo grupo E, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo E manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo E também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, propôs a tarefa seguinte t_{1b}.

Com a inserção das tarefas seguintes, ao prosseguir com a organização didático-matemática, o professor procedeu da mesma maneira delineada nos momentos descritos da avaliação formativa didático-matemática, até que as tarefas de um determinado tipo de tarefas se tornem rotineiras, ou seja, que os estudantes já consigam enfrentá-las adequadamente.

t_{1b}) P (-2, -4) e (r): y = x - 8

Figura 7 – Comunicação do grupo E relativa a t_{1b}.

Handwritten mathematical work on lined paper showing the derivation of the distance from a point to a line. The work is as follows:

$$b) (-2, -4); r: y = x - 8$$

$$m_n = 1 \Rightarrow m_s = \frac{-1}{m_n} = -1$$

$$s: y - y_0 = m_s(x - x_0)$$

$$s: y + 4 = -1(x + 2)$$

$$s: y + 4 = -x - 2$$

$$s: x + y + 6 = 0$$

$$\textcircled{Q} \begin{cases} x + y + 6 = 0 \\ y = x - 8 \end{cases} \Rightarrow x_a = 1; y_a = -7$$

$$d_{pn} = d_{pa} = \sqrt{(x_a - x_p)^2 + (y_a - y_p)^2}$$

$$= \sqrt{(1 + 2)^2 + (-7 + 4)^2}$$

$$= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 7, manifestado pelo grupo E, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo E manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo E também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, propôs a tarefa seguinte t_{1c} .

t_{1c} P (9, 6) e (r): $x = 4$

Figura 8 – Comunicação do grupo E relativa a t_{1c} .

$$c) P(9,6), r: x=4$$

$$d_{Pr} = d_{PQ} = |9-4| = 5.$$

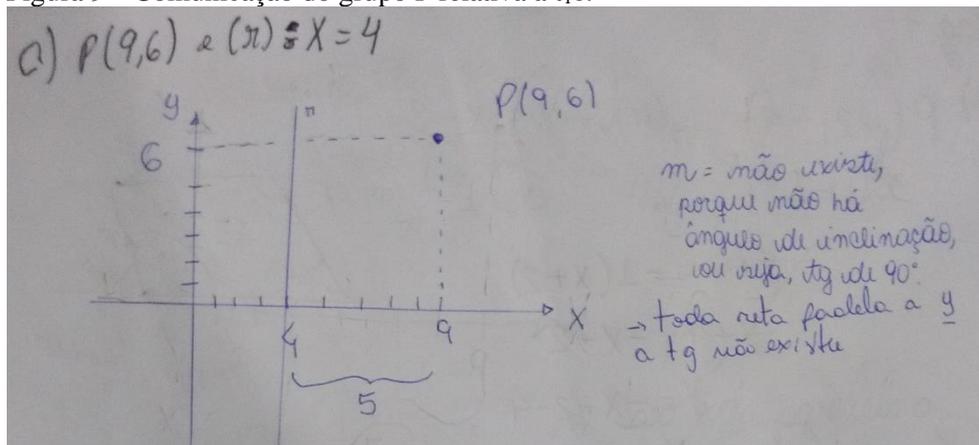
$$Q = (4,6) \in R, \overline{PQ} \perp r.$$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 8, manifestado pelo grupo E, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo E manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo E também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, propôs a tarefa seguinte t_{1d} .

Figura 9 – Comunicação do grupo F relativa a t_{1c} .



Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 9, manifestado pelo grupo F, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo F manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo F também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, poderia propor a tarefa seguinte t_{1d} . Porém, antes de encaminhar os alunos para a tarefa t_{1d} , lançou para o grupo F um questionamento sobre o alcance da técnica, utilizada por eles, da observação da distância pela construção gráfica no plano cartesiano do ponto P e da reta r para o enfrentamento de todas as tarefas do tipo de tarefas T_1 . Mais um *feedback* foi gerado pela prática dos alunos em sala de aula para o PER(P), que avaliou a inclusão da técnica representação no plano cartesiano no modelo epistemológico em construção.

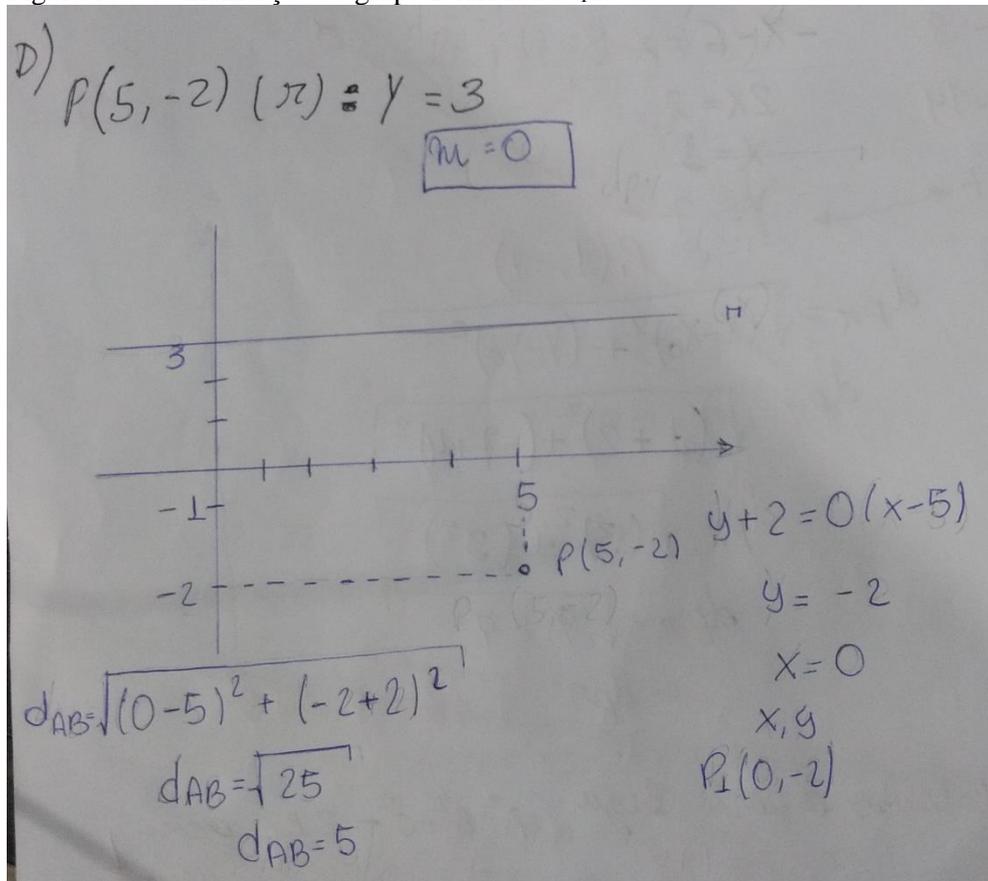
Uma técnica pode se mostrar limitada para resolver todas as tarefas do mesmo tipo, o que requer um trabalho sobre a técnica, o que Chevallard (1999) denomina de alcance da técnica. Quando uma técnica tem competência reduzida para o enfrentamento das tarefas de um mesmo tipo, elabora-se a partir desta uma outra técnica mais abrangente, é esse trabalho da técnica que vemos ser necessário em um processo de estudo da matemática escolar.

Nesse contexto do trabalho da técnica relacionado à avaliação formativa didático-matemática os alunos do grupo F manifestaram, por meio da comunicação, o enfrentamento da tarefa com a utilização de uma técnica com alcance (f) limitado. O professor, para regular

o ensino na situação (f), utilizou o *feedback* para introduzir tarefas intermediárias com o intuito de encaminhar os alunos para a discussão tecnológico-teórica.

t_{1d}) P(5, -2) e (r): y = 3

Figura 10 – Comunicação do grupo F relativa a t_{1d}.



Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 10, manifestado pelo grupo F, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo F manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

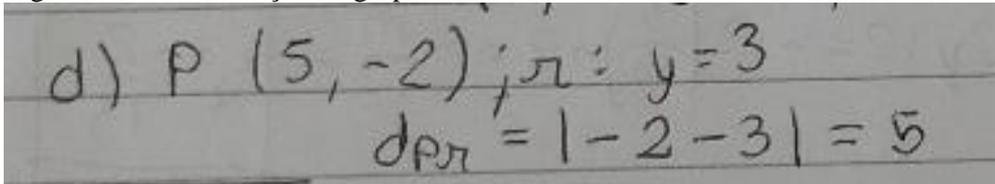
No momento didático exploratório, o grupo F manifestou o enfrentamento da tarefa por meio de uma técnica inicial. O professor, ao observar o andamento da realização da tarefa pelos estudantes, avaliou que o grupo (d) não escolheu uma técnica adequada para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (d) o professor utilizou o *feedback* para introduzir tarefas intermediárias que possibilitassem emergir as técnicas propostas para que o

grupo F enfrentasse a tarefa de maneira adequada. Inclusive de lembrar a técnica da observação da distância pela construção gráfica no plano cartesiano do ponto P e da reta r, com a qual enfrentaram a tarefa t_{1c} .

O grupo F comunicou ao professor que não utilizou a mesma técnica com a qual enfrentaram a tarefa t_{1c} por saberem que o alcance desta técnica era limitado, procurando uma técnica com um alcance satisfatório para a tarefa t_{1d} . Como o resultado atingido pelas técnicas utilizadas para o enfrentamento de t_{1d} para a distância foi de 5 unidades, os alunos acreditaram que estavam no caminho certo. Porém o *feedback* do professor mostrou que o resultado estava correto, mas a técnica utilizada para o enfrentamento da tarefa não era adequada.

Os alunos do grupo F, com a orientação do professor, encontram-se no ambiente do trabalho da técnica, onde podem evidenciar uma justificativa que revela o domínio da técnica que se situa no construto praxeológico do *logos*, o qual é caracterizado como Tecnologia da técnica (θ).

Figura 11 – Comunicação do grupo E relativa a t_{1d} .

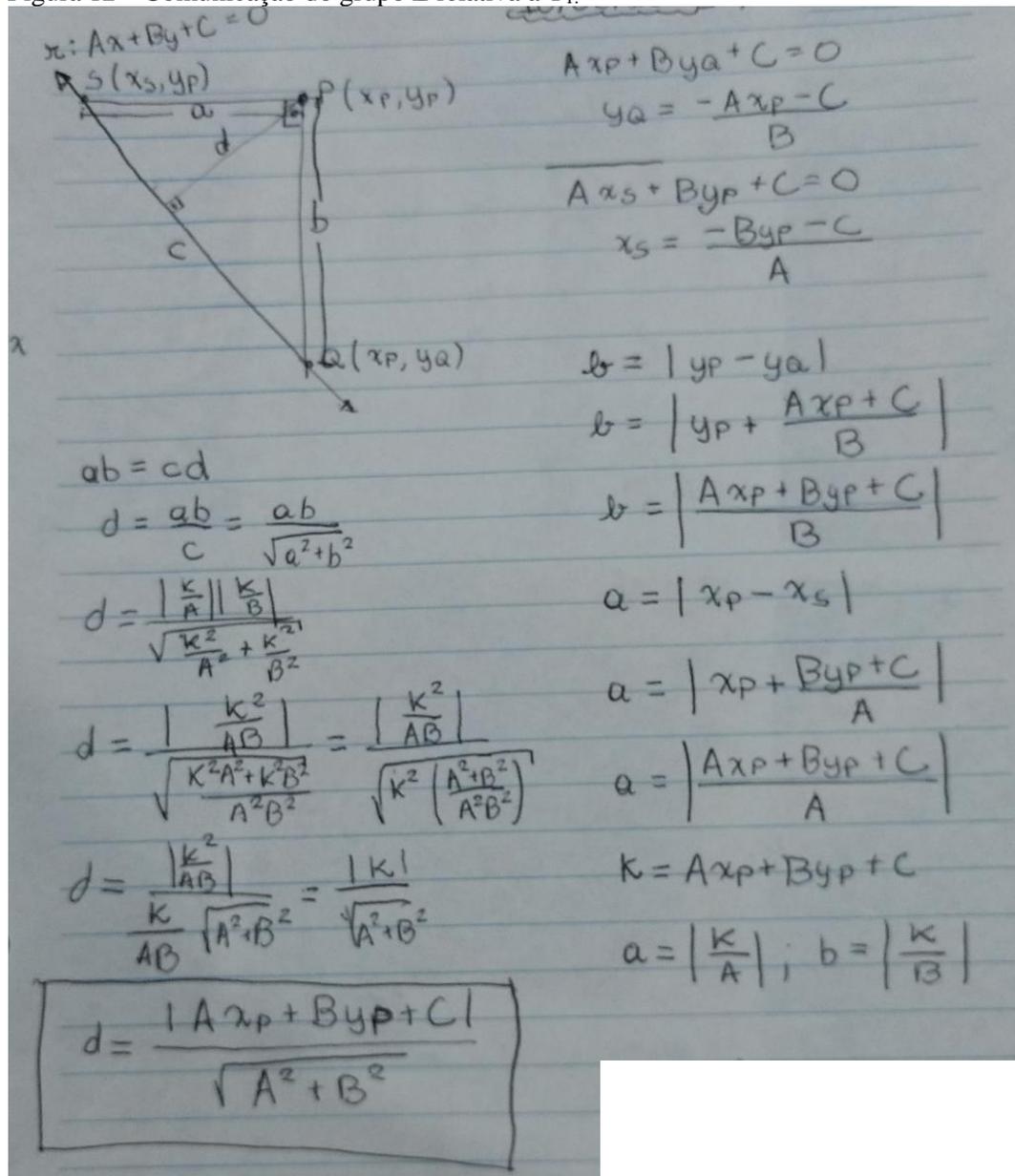


Handwritten mathematical work on lined paper showing a point P(5, -2) and a line r: y=3, with the distance calculation dPr = |-2-3| = 5.

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 11, manifestado pelo grupo E, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo E manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

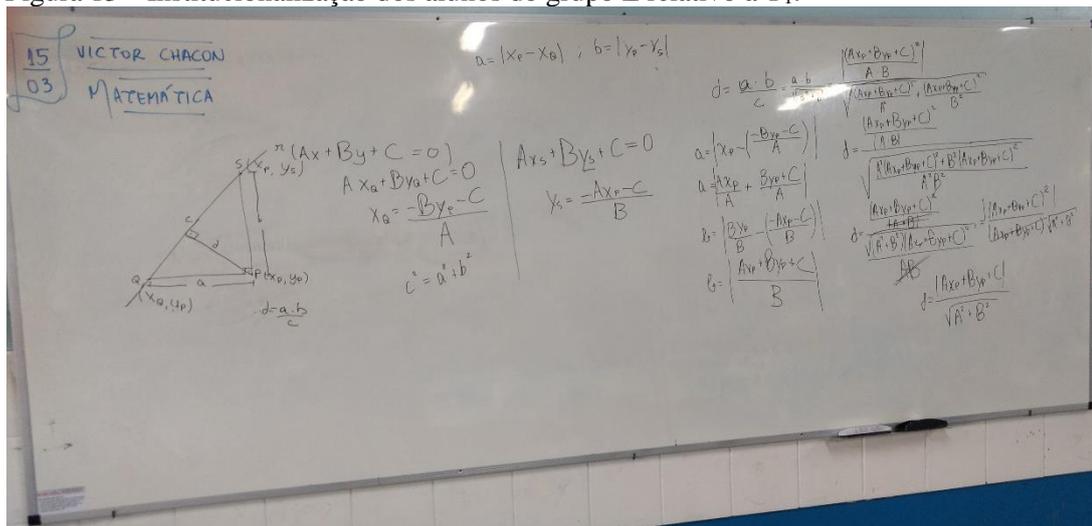
Os alunos do grupo E também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, poderia propor a tarefa seguinte. Porém, avaliou que as tarefas de T_1 aparentavam se tornar rotineiras, ou seja, que os estudantes do grupo já conseguiam enfrentá-las adequadamente. Então, o professor utilizou o seu *feedback* no sentido de conduzir os alunos para a generalização do tipo de tarefas T_1 por meio de uma técnica com alcance satisfatório, para que posteriormente seja institucionalizada juntamente com o grupo-turma.

Figura 12 – Comunicação do grupo E relativa a T₁.

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

A generalização observada na Figura 12 foi manifestada pelo grupo E para o enfrentamento de todas as tarefas do tipo de tarefas T₁. No contexto do trabalho da técnica relacionado à avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo E manifestaram, por meio da comunicação, o enfrentamento da tarefa com a utilização de uma técnica com alcance (e) satisfatório. O professor, para regular o ensino na situação (e), por meio do *feedback*, conduziu os estudantes para a institucionalização.

Figura 13 – Institucionalização dos alunos do grupo E relativo a T₁.



Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

Os alunos do grupo E, com a orientação do professor, foram até o quadro em sala de aula e demonstraram a generalização da fórmula que calcula a distância entre um ponto P dado e uma reta r dada, institucionalizando o jeito de fazer as tarefas do tipo de tarefas T₁ no sentido do alcance satisfatório desta técnica e da economia de tempo.

Com o caminhar do processo de estudo, o professor avalia que as tarefas do tipo de tarefas T₁ se tornaram rotineiras. Nesse contexto, o professor deve apresentar a próxima tarefa do Sistema de Tarefas, no caso uma tarefa problemática do tipo de tarefas T₂. Nessa imbricação entre tipos de tarefas e técnicas, uma tarefa pode ser problemática ou não. Ela é problemática quando o aluno não tem o domínio de uma técnica para resolvê-la. O objetivo no ensino é tornar as tarefas problemáticas em tarefas rotineiras pelo domínio das técnicas, assim como aconteceu com o tipo de tarefas T₁.

Para os próximos tipos de tarefas, apresentaremos as análises de recortes julgados por nós como relevantes, para que a leitura desta comunicação possa fluir evitando repetições a respeito do enfrentamento das tarefas propostas aos alunos em ação na sala de aula guiado pela proposta de avaliação formativa didático-matemática do PER(P), com o olhar nos momentos didáticos e vice-versa.

II.2) TIPO DE TAREFAS (T_2): Calcular as coordenadas dos pontos pertencentes a uma reta s equidistantes a uma reta distinta de s .

III.2) TÉCNICAS PROPOSTAS PARA O ENFRENTAMENTO DE T_2 : 1) Técnicas propostas em T_1 ; 2) Calcular a distância entre um ponto e uma reta; 3) Calcular equações modulares.

t_2 : Considerando a reta r de equação $4x - 3y - 12 = 0$, determine:

t_2a) os pontos do eixo das abscissas que distam 4 unidades de r .

Figura 15 – Comunicação do grupo G relativa a t_2a .

$$d = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} |4x - 3y - 12| = 4 \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{|4x - 12|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 4 \Rightarrow \frac{|4x - 12|}{5} = 4$$

$$|4x - 12| = 20$$

$$4x - 12 = \pm 20$$

$$4x' - 12 = +20$$

$$4x' = 32$$

$$x' = \frac{32}{4} = 8$$

$$4x'' - 12 = -20$$

$$4x'' = -8$$

$$x'' = \frac{-8}{4} = -2$$

• $P_1(-2, 0)$ e $P_2(8, 0)$ distam 4 de r e $\in (y=0)$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 15, manifestado pelo grupo G, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo G manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo G também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, propôs a tarefa seguinte t_2b .

t_2b) os pontos da bissetriz dos quadrantes ímpares que distam 2 unidades de r .

Figura 16 – Comunicação do grupo G relativa a t_{2b}.

$$\begin{aligned}
 & b) \left\{ \begin{array}{l} |4x - 3y - 12| = 10 \\ y = x \end{array} \right. \Rightarrow |4x - 3x - 12| = 10 \\
 & \qquad \qquad \qquad 4x - 3x - 12 = \pm 10 \\
 & \qquad \qquad \qquad 4x' - 3x' - 12 = +10 \\
 & \qquad \qquad \qquad x' = 22 \\
 & \qquad \qquad \qquad 4x'' - 3x'' - 12 = -10 \\
 & \qquad \qquad \qquad x'' = 2 \\
 & \cdot P_1(22, 22) \text{ e } P_2(2, 2) \text{ distam } 2 \text{ de } r \in (y = x)
 \end{aligned}$$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 16, manifestado pelo grupo G, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo G manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo G também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, propôs a tarefa seguinte t_{2c}.

t_{2c}) os pontos que pertencem à reta s de equação $y = x + 2$ e distam 3 unidades de r.

Figura 17 – Comunicação do grupo G relativa a t_{2c}.

$$\begin{aligned}
 & c) \left\{ \begin{array}{l} |4x - 3y - 12| = 15 \\ y = x + 2 \end{array} \right. \Rightarrow |4x - 3(x + 2) - 12| = 15 \\
 & \qquad \qquad \qquad |4x - 3x - 6 - 12| = 15 \\
 & \qquad \qquad \qquad |x - 18| = 15 \\
 & \qquad \qquad \qquad x - 18 = \pm 15 \\
 & \qquad \qquad \qquad x' = 33 \quad x'' = 3 \\
 & \cdot P_1(33, 35) \text{ e } P_2(3, 5)
 \end{aligned}$$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 17, manifestado pelo grupo G, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No

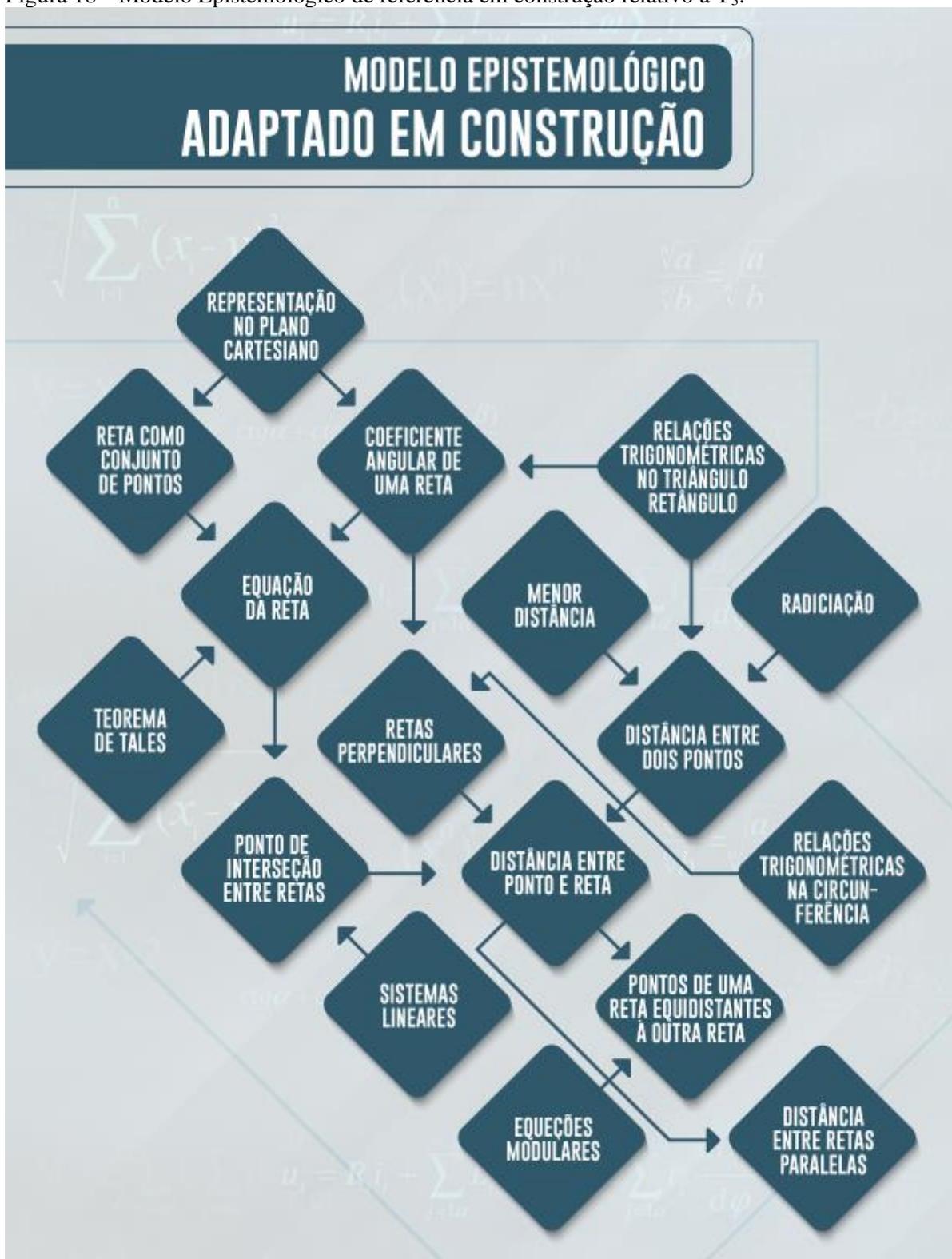
contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo G manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo G também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, poderia propor a tarefa seguinte.

O professor, ao observar as manifestações dos alunos (em particular do grupo G), avaliou que as tarefas de T_2 aparentavam se tornar rotineiras, ou seja, que os estudantes do grupo já conseguiam enfrentá-las adequadamente. Então, o professor utilizou o seu *feedback* no sentido de conduzir os alunos para a generalização do tipo de tarefas T_2 por meio de uma técnica com alcance satisfatório, para que posteriormente seja institucionalizada juntamente com o grupo-turma.

No contexto do trabalho da técnica relacionado à avaliação formativa didático-matemática os alunos manifestaram, por meio da comunicação, o enfrentamento da tarefa com a utilização de uma técnica com alcance (e) satisfatório. O professor, para regular o ensino na situação (e), conduziu, por meio do *feedback*, os estudantes para a institucionalização, o que ocorreu de maneira semelhante ao que aconteceu com o tipo de tarefas T_1 . Dessa forma, o professor deu sequência à ODM propondo a próxima tarefa problemática, agora do tipo de tarefas T_3 .

I.3)

Figura 18 – Modelo Epistemológico de referência em construção relativo a T_3 .

Fonte: Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

II.3) TIPO DE TAREFAS (T_3): Calcular a distância entre duas retas paralelas

III.3) TÉCNICAS PROPOSTAS PARA O ENFRENTAMENTO DE T_3 : 1) Tarefas propostas em T_1 ; 2) Calcular a distância entre um ponto e uma reta; 3) Calcular as coordenadas de um ponto qualquer de uma reta.

t_3 : (Fuvest- SP- Adaptada) Calcule a distância entre a reta r de equação $3y = 4x - 2$ e a reta s de equação $3y = 4x + 8$, sabendo que r e s são retas paralelas

Figura 19 – Comunicação do grupo H relativa a t_3 .

$r_1: 3y = 4x - 2 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=-\frac{2}{3}$
 $r_2: 3y = 4x + 8$
 $P(0, -\frac{2}{3})$
 $d = \frac{|4 \cdot 0 - 3 \cdot (-\frac{2}{3}) + 8|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$
 $d = \frac{|2 + 8|}{\sqrt{25}} \Rightarrow \frac{10}{5} = 2$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 19, manifestado pelo grupo H, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo H manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo H também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, propôs a tarefa seguinte.

Figura 20 – Comunicação do grupo I relativa a T₃.

Generalização.

$$\begin{cases} l_1: ax + by + c_1 = 0 \\ l_2: ax + by + c_2 = 0 \end{cases}$$

ou: $ax_p + by_p + c_2 = 0$

$$ax_p + by_p = -c_2$$

$$d_{px} = \frac{|ax_p + by_p + c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d_{px} = \frac{|-c_2 + c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

5) $l_1: 3y = 4x - 2$
 $l_2: 3y = 4x + 8$

$$d_{px} = \frac{|-c_2 + c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d_{px} = \frac{|1 + 8 - (-2)|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$d_{px} = \frac{|10|}{5}$$

$$d_{px} = 2$$

Fonte: O autor da pesquisa, 2017.

No enfrentamento da tarefa proposta na Figura 20, manifestado pelo grupo I, podemos observar os momentos didáticos do primeiro encontro e do exploratório. No contexto da avaliação formativa didático-matemática, os alunos do grupo I manifestaram, por meio da comunicação, (a) uma possibilidade de enfrentamento da tarefa. No sentido da regulação, para a situação (a) o professor não precisou utilizar o *feedback*.

Os alunos do grupo I também (c) conseguiram escolher técnicas adequadas para enfrentar a tarefa. Com o intuito de regular o ensino, na situação (c) o professor, por meio do *feedback* com base no sistema de tarefas, poderia propor a tarefa seguinte. No ato de avaliar, o professor observou que o grupo I preferiu generalizar a fórmula para o cálculo da distância entre retas paralelas para posteriormente utilizá-la no enfrentamento da tarefa proposta.

No contexto do trabalho da técnica relacionado à avaliação formativa didático-matemática os alunos manifestaram, por meio da comunicação, o enfrentamento da tarefa com a utilização de uma técnica com alcance (e) satisfatório. O professor, para regular o ensino na situação (e), conduziu, por meio do *feedback*, os estudantes para a institucionalização, o que ocorreu de maneira semelhante ao que aconteceu com os tipos de tarefas T₁ e T₂. Dessa forma, o professor deu sequência à ODM propondo a próxima tarefa problemática.

Finalizamos aqui esse recorte da prática com os alunos que evidenciam os enfrentamentos das tarefas propostas pelo PER(P), em que a análise se desenvolveu por meio do modelo da avaliação formativa didático-matemática. Observamos o *feedback* proporcionado pela prática dos alunos em sala de aula ao PER(P) no sentido de ratificar ou retificar o modelo epistemológico em construção, o sistema de tarefas e as técnicas propostas para o enfrentamento dos tipos de tarefas. Quando o processo precisou ser retificado, as mudanças geradas foram apresentadas nos modelos epistemológicos em construção a cada novo tipo de tarefas.

Uma das condições institucionais apresentadas no percurso foi o modelo avaliativo da Escola Fermat, que era composto por três etapas: i) prova de culminância escrita individual (somativa) que valia 5,0 pontos; ii) teste escrito individual (somativo) que valia 3,0 pontos; e iii) qualitativo que valia 2,0 pontos, que poderia ser atividades em duplas ou grupos, produções extraclasse de exercícios. O PER(P), observando a condição avaliativa da escola, propôs que a prática com os alunos do modelo da avaliação formativa didático-matemática fosse enquadrada na etapa (iii), em virtude da obrigatoriedade das atividades avaliativas produzirem uma nota. Apesar desse enquadramento, o enfoque principal do modelo avaliativo continuou na regulação do ensino e das aprendizagens por meio da comunicação e do *feedback*.

As articulações entre a TAD e a avaliação formativa geraram o modelo da avaliação formativa didático-matemática, ao contemplar os momentos didáticos, a comunicação e o *feedback* para a regulação do ensino e das aprendizagens no processo de estudo. O PER(P) assume a problemática da avaliação questionando o modelo vigente na instituição Fermat, tendo como referência a avaliação formativa apresentada pelos diretores de estudo. Como , houve a necessidade da construção de um modelo avaliativo formativo relacionado ao saber matemático, no sentido de avaliar a aprendizagem no processo de ensino.

O modelo da avaliação formativa didático-matemática construído pelo PER(P) suscitou a necessidade de materializá-lo na prática com os alunos em sala de aula, o que requereu a reelaboração do modelo epistemológico de um saber matemático eleito, no caso a geometria analítica, traduzido em um sistema de tarefas e técnicas propostas para o enfrentamento dos tipos de tarefas.

No desenvolvimento da prática com os alunos, percebemos que a regulação do ensino e das aprendizagens ocorreu por meio dos momentos cruciais de avaliação elencados no modelo da avaliação formativa didático-matemática, visto que, por meio da comunicação,

os alunos que manifestaram dificuldades de aprendizagem receberam *feedbacks* do professor no sentido de caminhar no processo de estudo para o enfrentamento da mesma e de novas tarefas, no seio da ODM de complexidade crescente.

No desenvolvimento do PER(P) é evidenciado um duplo-*feedback* entre a comunidade de práticas docentes e a prática com os alunos, posto que os sistemas de tarefas reconstruídos propostos pelos professores da comunidade de práticas docentes, por meio dos *feedbacks*, sofrem alterações motivadas pelos *feedbacks* levadas à comunidade de práticas docentes pelas observações dos professores em sala de aula. Consideramos duplo-*feedback*, pois um *feedback* é dado por um professor que regula o ensino com o olhar no modelo epistemológico em construção, então, no nosso caso, ocorrem *feedbacks* entre professores da comunidade de práticas docentes em dois sentidos: da comunidade para a prática em sala de aula e vice-versa.

Nesses termos, podemos observar que a avaliação formativa didático-matemática nos possibilitou a vivência de um novo modelo avaliativo que contempla o fazer matemático escolar, produzindo a articulação entre as práticas com os saberes matemáticos, na perspectiva da ampliação das relações que a pessoa mantém com os saberes, provocando o alargamento do seu EP.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho proposto visou a construção de um modelo de avaliação formativa relativa ao saber matemático ensinado no âmbito escolar, intencionado a avaliar a aprendizagem no processo de estudo. Nesse sentido, revisamos os teóricos das concepções de avaliação formativa e elegemos as suas características fundamentais: avaliar continuamente no processo de ensino-aprendizagem, com a intenção de regular o ensino e aprimorar as aprendizagens por meio da comunicação dos alunos e *feedback* dos professores.

Nesses moldes da avaliação formativa, Fernandes (2011) indicou a complexidade do seu estabelecimento na prática docente, no sentido de que os teóricos apontam um leque de variáveis tão ampliado que acaba por dificultar a sua utilização em sala de aula. Outro ponto observado é o tratamento da avaliação formativa em uma perspectiva generalista desconsiderando os saberes disciplinares. Daí decorreu a necessidade de materializar a avaliação formativa em sala de aula considerando os saberes específicos, no nosso caso matemáticos.

Assim, no ambiente do programa epistemológico, mais especificamente da TAD, apresentamos a avaliação formativa como um instrumento promotor da construção do conhecimento, aproximando as dimensões do ensino, da aprendizagem e da própria avaliação, ou seja, o saber construído a partir da tríade ensino-aprendizagem-avaliação, o que reforça e caracteriza o processo de estudo com o olhar para os momentos didáticos descritos por Chevallard, Bosch e Gascón (2001).

Nesse contexto, a avaliação formativa didático-matemática foi desenvolvida com a intenção de regular o processo de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da construção de um sistema de tarefas, com o olhar no modelo epistemológico do objeto matemático, reconstruído com as interações entre a comunidade de práticas docentes e a prática com os alunos em sala de aula.

Esse modelo avaliativo revelou uma aproximação ao que é proposto pelos órgãos reguladores da educação básica (no contexto da noosfera), pois promoveu um ambiente que incentivou a investigação em sala de aula por parte dos alunos, gerando a produção de conhecimento, em que o professor se revelou como um orientador por meio dos seus *feedbacks* no decorrer do processo de estudo. Além disso, houve um acompanhamento das aprendizagens dos alunos continuamente por meio de suas comunicações, o que possibilitou atividades de recuperação durante o processo assim que as dificuldades eram manifestadas.

O aluno, na posição de investigador, orientado pelo professor a trilhar o caminho das praxeologias de complexidade crescente na construção do fazer matemático foi provocado a justificar a razão de ser dos objetos matemáticos estudados. Dessa forma, o estudante fez emergir práticas que não estavam contempladas no sistema de tarefas, articulando os saberes que vivem em diferentes níveis de ensino, resultando em uma economia de tempo.

No âmbito da prática docente, durante as reuniões de formação no PER foi evidenciada a incidência dos modelos epistemológicos sobre os modelos docentes principalmente na maneira de avaliar. As discussões da problemática da avaliação geraram uma reflexão sobre o método que era utilizado na instituição e sobre a inserção da avaliação na mesma dimensão do ensino e da aprendizagem. A avaliação formativa foi encaminhada pelos próprios professores para a sala de aula, regulou o ensino e as aprendizagens por meio do modelo epistemológico da geometria analítica em construção, a cada semana, com o *feedback* gerado pela prática em sala de aula que resultava na reconstrução do sistema de tarefas, o qual retornava para a sala de aula com o *feedback* dos professores.

Durante a pesquisa de 2017, os registros escritos das tarefas realizados pelos alunos eram recolhidos ao final da aula, fotografados pelo professor-pesquisador e devolvidos na aula posterior para os estudantes. As análises das atividades em grupo e individuais eram registradas pelo professor em seu diário de bordo relativas a cada prática com a geometria analítica (por exemplo: distância entre dois pontos), dessa maneira acompanhava o rendimento dos alunos e promovia o *feedback* com a intenção de aprimorar as aprendizagens.

Como o PER com os professores continuou se desenvolvendo, ajustes foram realizados com a intenção de aprimorar o processo e gerar uma economia de tempo. Em 2019, o modelo avaliativo está sendo aplicado com turmas do ensino médio da Escola Fermat, ao final das aulas os alunos fotografam suas atividades e as enviam para um e-mail criado pelo professor regente exclusivamente para recebê-las. Posteriormente o professor acessa os registros escritos dos alunos no e-mail e semanalmente alimenta uma planilha do Excel (ver Apêndices A, B, C e D) que contém os conteúdos matemáticos trabalhados nas colunas e os respectivos números dos alunos nas linhas.

A cada prática apresentada pelos alunos nas atividades em grupo, o professor acrescenta um “G” na célula correspondente e para cada prática individual observada, o professor coloca um “I” na célula correspondente. Semanalmente a planilha preenchida é enviada para os e-mails dos alunos, a intenção é que o estudante verifique seu caminhar e suas

dificuldades. Nesse sentido, o aluno pode buscar estudar o conteúdo que ainda não foi observado ou solicitar auxílio ao professor na aula seguinte.

Além dos *feedbacks* já utilizados pelo professor em sala de aula por meio das tarefas intermediárias ou pelo prosseguimento com o sistema de tarefas, observamos a planilha como uma importante ferramenta para que os alunos, o professor e a comunidade escolar possam acompanhar as aprendizagens continuamente. A planilha também orienta as atividades de recuperação que se fazem necessárias no processo de estudo para cada grupo e cada aluno individualmente, o que promove a autonomia dos estudantes, a autoavaliação e a regulação do ensino por parte do professor.

Destacamos que em 2017, durante a pesquisa, o modelo da avaliação formativa didático-matemática correspondeu a 20% do total dos pontos da avaliação institucional, em 2019 essa pontuação aumentou para 50% do total. Para os alunos portadores de necessidades especiais o modelo avaliativo corresponde a 100% dos pontos da avaliação, por ter se mostrado mais eficiente para avaliá-los. Observamos a ampliação dos objetos matemáticos utilizados para o modelo de avaliação formativa para além da Geometria Analítica como Logaritmos, Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes. Indicamos futuras investigações para outros objetos matemáticos e, também, para outros saberes disciplinares que não foram abrangidos por esta pesquisa.

Acreditamos que a avaliação formativa didático-matemática se apresentou como uma maneira de avaliar as aprendizagens dos saberes matemáticos ensinados no âmbito escolar no processo de estudo. Fez viver a prática do PER institucionalmente, se mostrou, no âmbito da avaliação, como um problema da profissão docente, como uma possibilidade para formação dos professores e como propagadora da vivência da avaliação formativa em sala de aula nas instituições de ensino.

REFERÊNCIAS

- ABRECHT, R. **A avaliação formativa**. Tradução de José Carlos Tunas Eufrásio. Rio Tinto: Edições ASA, 1994. (Práticas pedagógicas).
- ALLAL, L. Estratégias de avaliação formativa: concepções psicopedagógicas e modalidades de aplicação. In: ALLAL, L.; CARDINET, J; PERRENOUD, P. (Ed.). **A avaliação formativa num ensino diferenciado**. Coimbra: Almedina, 1986. p. 175-209.
- AMIGUES, R.; ZERBATO-POUDOU, M. **Les pratiques scolaires d'apprentissage et d'évaluation**. [S.l.]: Dunod, 1996. (Savoir enseigner).
- AMOR, E. Novo sistema de avaliação dos alunos do ensino básico-Que reforma. In: ESTRELA, A. et al. (Ed.). **Avaliação em educação**. Lisboa: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, 1993. p. 21-33.
- ANDRADE, R. C. D. **A noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores**: o caso da geometria analítica. 2012. 174 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.
- BALDY, R. Pédagogie par objectifs et évaluations formatives. **Revue Les sciences de l'éducation**, Paris, v. 15, n. 3, p. 28-42, 1989.
- BARREIRA, C.; BOAVIDA, J.; ARAÚJO, N. Avaliação formativa: novas formas de ensinar e aprender. **Revista Portuguesa de Pedagogia**, Coimbra, v. 40, n. 3, p. 95-133, dez. 2006.
- BLACK, P.; WILIAM, D. Assessment for learning in the classroom. In: GARDNER, J. **Assessment and learning**. London: Sage, 2006. p. 9-25.
- BLACK, P.; WILIAM, D. **Inside the black box**: raising standards through classroom assessment. London: King's College London School of Education, 2001.
- BLOOM, B.; HASTINGS, J.; MADAUS, G. F. **Handbook of formative and summative evaluation of student learning**. New York: McGraw-Hill, 1971.
- BOAVIDA, J.; LOPES, C.; VAZ, P. Avaliação: tópicos para uma mudança de atitudes. **Revista Portuguesa de Pedagogia**, Coimbra, v. 20, p. 261-277, 1986.
- BOSCH, M.; FONSECA, C.; GASCÓN, J. Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 24, n. 2-3, p. 205-250, 2004.
- BOSCH, M.; GARCIA, J.; GASCÓN, J. La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 18, n. 2, p. 37-74, jul. 2006.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria.** In: GONZÁLEZ, M. J.; GONZÁLEZ, M. T.; MURILLO, J. (Ed.). *Investigación en Educación Matemática XIII.* Santander: SEIEM, 2009. p. 89-113.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. In: XIÈME ÉCOLE D'ÉTÉ DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES, 11., 2001, Grenoble. **Actes** [...]. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2001. (Recherches en didactique des mathématiques).

BOSCH, M.; GASCÓN, J. La praxeología local como unidade de análisis de los procesos didácticos. **Boletín del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas**, Madrid, n. 16, 2004.

BROUSSEAU, G. Représentation et didactique du sens de la division. In: VERGNAUD, G.; BROUSSEAU, G.; HULIN, M. (Ed.). **Didactique et acquisition des connaissances scientifiques.** Grenoble: La pensée sauvage, 1988. p. 47-64.

BROUWER, L. E. J. Historical Background, Principles and Methods of Intuitionism. **South African Journal of Science**, Pretoria, v. 49, p. 139-146, 1952.

CARDINET, J. **Pour apprécier le travail des élèves.** Bruxelles: De Boeck Université, 1988.

CENTRE FOR EDUCATIONAL RESEARCH AND INNOVATION. **Formative Assessment: improving learning in secondary classrooms.** Paris: OCDE, 2005.

CHEVALLARD, Y. **Arithmétique, algèbre, modélisation. Étapes d'une recherche.** Marseille: IREM d'Aix-Marseille, 1989. (l'IREM Aix-Marseille; 16).

CHEVALLARD, Y. Aspectos problemáticos de la formación docente. In: JORNADAS DEL SEMINARIO INTERUNIVERSITARIO DE INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS, 26., Huesca, 2001. **Anais** [...]. Espanha: Universidade de Zaragoza, 2001. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_2001_-_Osca.pdf. Acesso em: 23 out. 2011.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.** Barcelona: Universidad de Barcelona, 1997. (Cuadernos de educación; 22).

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 12, n.1, p. 73-112, 1992.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en didactiques des mathématiques**, Grenoble, v. 19, n. 2, p. 221-265, 1999.

CHEVALLARD, Y. **La notion de PER**: problèmes et avancées. Toulouse, 28 abr. 2009a. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_notion_de_PER___problemes_et_avancees.pdf. Acesso em: 21 ago. 2018.

CHEVALLARD, Y. **La TAD face au professeur de mathématiques**. Toulouse, 29 abr. 2009b. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf. Acesso em: 12 mar. 2018.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**: del saber sabio al saber enseñado, Tradução de Claudia Gilman. 3. ed. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**: du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La pensée Sauvage, 1991.

CHEVALLARD, Y. Praxeological issues in the development, reception and use of ATD: some remarks. 2016. **TAD: Grupo de investigación en Teoría antropológica de lo didáctico**, 2016. Disponível em: http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2016/03/Chevallard_TAD-5_TexteCoference_EN.pdf. Acesso em: 20 maio 2019.

CIRADE, G. **Devenir professeur de mathématiques**: entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel. 2006. 453 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Université de Provence, 2006. Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709/document>. Acesso em: 21 out. 2017.

DE KETELE, J. M. **L'évaluation**: approche descriptive ou prescriptive? [S.l.]: De Boeck, 1986.

ENGESTROM, Y. **Activity theory and individual and social transformation**. In: ENGESTROM, Y.; MIETTINEN, R.; PUNAMAKI, R. L. (Ed.). **Perspectives on activity theory**. New York: Cambridge University Press, 1999. p. 19-38.

FERNANDES, D. Avaliar para melhorar as aprendizagens: análise e discussão de algumas questões essenciais. In: FIALHO, I.; SALGUEIRO, E. H. (Ed.). **Turma Mais e sucesso escolar**: contributos teóricos e práticos. Évora: Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora, 2011. p. 81-107.

GARCIA, F. J. **La modelización como instrumento de articulación de la matemática escolar**. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales. 2005. 549 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén, Jaén, 2005.

GARDNER, J. Assessment and learning: an introduction. In: GARDNER, J. (Ed.). **Assessment and learning**. London: Sage, 2006a. p. 1-5.

GARDNER, J. Assessment for learning: a compelling conceptualization. In: GARDNER, J. (Ed.). **Assessment and learning**. London: Sage, 2006b. p. 197-204.

GASCÓN, J. Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: del patrón de Análisis-Síntesis a la génesis del lenguaje algebraico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 13, n. 3, p. 295-332, 1993.

GASCÓN, J. El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. **Educación Matemática**, México, v. 6, n. 3, p. 37-51, dec. 1994.

GASCÓN, J. Fenómenos y problemas en didáctica de las matemáticas. In: SIMPOSIO DE LA SEIEM, 3., 1999, Valladolid. **Actas [...]**. Valladolid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 1999. p. 129-150.

GASCÓN, J. Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 4, n. 2, p. 129-159, jul. 2001.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos**. Porto: Porto, 1994. (Ciências da educação, 15).

HADJI, C. L'apprentissage assisté par l'évaluation (A.A.E.) mythe ou réalité? **Cahiers Pédagogiques**, Paris, n. 281, p. 20-23, 1990.

HADJI, C. **L'évaluation des actions éducatives**. Paris: Presses Universitaires de France, 1992. (L'Éducateur).

HARLEN, W.; JAMES, M. Assessment and learning: differences and relationships between formative and summative assessment. **Assessment in education: principles, policy and practice**, v. 4, n. 3, p. 365-379, 1997.

HARLEN, W. On the relationship between assessment for formative and summative purposes. In: GARDNER, J. (Ed.). **Assessment and learning**, pp. 103-118. London: Sage, 2006. p. 103-118.

HARLEN, W. Teachers' summative practices and assessment for learning: Tensions and synergies. **Curriculum Journal**, London, v. 16, n. 2, p. 207-223, Jun. 2005.

HILBERT, D. Die Logischen Grundlagen der Mathematik. **Mathematische Annalen**, Berlin, v. 88, p. 151-165, jah.1923.

LAKATOS, I. **Mathematics, science and epistemology: volume 2: philosophical papers**. Cambridge: Cambridge University Press, 1978a.

LAKATOS, I. **The methodology of scientific research programmes: volume 1: philosophical papers**. Cambridge: Cambridge University Press, 1978b.

NOIZET, G.; CAVERNI, J. P. **Psicologia da avaliação escolar**, Coimbra, 1985. (Psicopedagogia).

NUNZIATI, G. Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice. **Cahiers Pédagogiques**, Paris, n. 280, p. 47-64, jan. 1990.

PACHECO, J. **A avaliação dos alunos na perspectiva da reforma**. Porto: Porto, 1994.

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas Lógicas**. Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artmed, 1999.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogénesis e historia de la ciencia**. México, DF: Siglo XXI, 1982.

REUCHLIN, J. **De rudimentis hebraicis libri III**. [S.l.]: Georg Olms Verlag, 1974.

RIBEIRO, L. C. **Avaliação da aprendizagem**. Lisboa: Texto, 1989.

RUSSELL, B. **Introduction to mathematical philosophy**. London: G. Allen and Unwin; New York: The Macmillan, 1919. (Library of philosophy).

SCRIVEN, M. The methodology of evaluation. In: Tyler, R. W. GAGNÉ, R. M.; SCRIVEN, M. (Ed.). **Perspectives of curriculum evaluation**. Chicago: Rand McNally, 1967. (Monograph series on curriculum evaluation, 1; Rand McNally education series). p. 39-83.

SEBBA, J. Policy and practice in assessment for learning: the experience of selected OECD countries. In: GARDNER, J. **Assessment and learning**. London: Sage, 2006. p. 185-196.

SERPA, M. Avaliação formativa: lugar de exclusividade para assegurar a qualidade do ensino? In: ESTRELA, A. et al. (Ed.). **Contributos da investigação científica para a qualidade do ensino**. Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1997. p. 193-210. v. 1.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamiento y lenguaje**. Traducción de María Margarita Rotger. Buenos Aires: La Pléyade, 1987.

APÊNDICE A – PLANILHA I DE ACOMPANHAMENTO PARA A AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 1º ANO

1º ANO	Definição de Logaritmo de um número	Consequências da definição de Logaritmo	Propriedades operatórias dos Logaritmos	Mudança de base do Logaritmo	Cálculo de Logaritmos	Cálculo do número de algarismos de uma potência	Resolução de Situações-Problema com Logaritmo	Função Inversa	Função Logarítmica	Gráfico da Função Logarítmica
1	GI	GI	GI	GI	G	GI	G	G	G	G
2	GI	G	GI	G			G	G	G	
3	GI	GI	GI	GI	GI	GI	GI			
4	GI	GI	GI	GI	GI		G	G	G	
5	GI	GI	GI	G		G	G	G	G	G
6	GI	GI	G	G		G	G	G	G	G
7	G	G	G	G			G			
8	GI	GI	GI	GI	GI	GI	GI	G	G	G
9	GI	GI	GI	GI	GI	GI	GI	G	G	G
10	GI	GI	GI	G	G	G	G	G	G	G
11	GI	GI	G	GI	GI	GI	G	G	G	G
12	GI	GI	GI	GI	GI	GI	G	G	G	G
14	GI	GI	GI	G				G	G	G
15	GI	GI	GI	GI		GI	G	G	G	G
16	GI	GI	GI	G			G	G	G	G
17	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
18	GI	GI	GI	G			G	G	G	G
19	GI	GI	G	G				G	G	G
20	GI	GI	G	G	G	G	G			
21	GI	GI	GI	G	G	G	G			
22	GI	GI	GI	GI	GI	GI	G	G	G	G
23	G	GI	GI	G	G	G	G	G	G	G
24	GI	GI	GI	GI	GI	GI	G			
25	GI	GI	G	GI	GI	GI	G			
26	GI	GI	GI	G	G	G	G	G	G	G
27	GI	GI	GI	GI	GI	GI	GI	G	G	G
28	GI		G	G			G	G	G	G
29	GI	GI	GI	G	G	GI	G	G	G	G
30	GI	GI	G	GI		G	G	G	G	G

APÊNDICE C – PLANILHA I DE ACOMPANHAMENTO PARA A AVALIAÇÃO FORMATIVA DIDÁTICO-MATEMÁTICA DOS ALUNOS DO 2º ANO

2º ANO	Sistemas Lineares 2x2	Equações Lineares	Solução de um Sistema Linear	Interpretação Geométrica das soluções de um Sistema Linear	Classificação dos Sistemas Lineares	Sistemas Lineares Equivalentes	Escalonamento de Sistemas Lineares	Resolução de Situações-Problema com Sistema Linear
1	G	G	G	G	G	G	G	
2	G	G	G	G	G	G	G	
3	G	G	G	G	G	G	G	
4	G	G	G	G		G	G	
5	G	G	G	G	G	G	G	
6	G	G	G	G		G	G	
7	G	G	G	G	G	G	G	
8	G	G	G	G		G		
9	G	G	G	G	G	G	G	
10	G	G	G	G	G	G		G
11	G	G	G	G	G	G	G	
12	G	G	G	G	G	G		
13	G	G	G	G	G	G	G	
14	G	G	G		G		G	
15	G	G	G	G	G	G	G	
16	G	G	G	G	G	G	G	
17	G	G	G	G		G		
18	G	G	G	G		G	G	
19	G	G	G	G	G	G		
20	G	G	G	G		G		
21	G	G	G	G	G	G		
22	G	G	G	G	G	G	G	G
23	G	G	G	G	G	G	G	
24	G	G	G	G	G	G	G	
25	G	G	G		G		G	
26	G	G	G	G	G	G	G	
27	G	G	G	G	G	G	G	
28				G	G	G		G
29	G	G	G		G		G	
30	G	G	G	G		G	G	
31	G	G	G	G	G	G		
32	G	G	G	G	G	G		G
33	G	G	G		G		G	
34	G	G	G	G	G	G		
35	G	G	G	G	G	G	G	
36				G		G		

