



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

ALINE MIRANDA DA SILVA

**EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TEORIAS EM
DESENVOLVIMENTO: perspectivas e articulações, à luz dos
programas de pesquisas Lakatosiano**

Belém-PA
2021



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

ALINE MIRANDA DA SILVA

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TEORIAS EM DESENVOLVIMENTO:
perspectivas e articulações, à luz dos programas de pesquisas Lakatosiano

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção do título de doutor em Educação Matemática.

Orientador Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes.

Belém-PA
2021

ALINE MIRANDA DA SILVA

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TEORIAS EM DESENVOLVIMENTO:
perspectivas e articulações, à luz dos programas de pesquisas Lakatosiano.

Tese apresentada para obtenção do título de doutor em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

Instituto de Educação Matemática e Científica da UFPA – Orientador

Prof. Dr. José Claudio Brandemberg Quaresma

Instituto de Educação Matemática e Científica da UFPA – Membro Interno

Prof. Dr. Elielson Ribeiro Sales

Instituto de Educação Matemática e Científica da UFPA – Membro Interno

Prof. Dr. José Augusto Fernandes

Instituto de Ciências Exatas e Naturais – FAMAT Membro Externo

Prof. Dr. Denivaldo Pantoja da Silva

Campus Tocantins / Cametá – UFPA

À minha filha, *Anne Beatriz*, que veio para me
trazer a alegria, meu amor maior, pela qual
escolho lutar e seguir a cada dia.

Te amo!

A dor não mata se Deus está presente
Só quem caminha com ele entende o valor
De uma lágrima derramada no altar da dor
Enxugada pelas mãos do consolador

Se ele quiser, ele ressuscita mortos
Ele faz o impossível
Tudo porque ele é Deus

Mas se ele não quer
Que aconteça do meu jeito
Eu declaro que eu aceito
E agora o milagre sou eu, sou eu
O milagre sou eu, sou eu

Eu não vou parar, vou continuar
Te adorando Deus
O milagre sou eu, sou eu

O Milagre Sou Eu
(Eyshila)

A todos os pais e mães, amigos e irmãos do mundo que perderam um ente querido para COVID-19. Sigamos, nós somos o milagre.

AGRADECIMENTOS

À **Deus**, autor e consumidor da minha vida. A quem meu amor é eterno. Obrigada Senhor, por me amar e nunca desistir de mim, à Ti minha eterna gratidão, pois em cada passo deste caminho o Senhor esteve comigo me guiando e dando inspiração e forças para prosseguir. Que nos sustenta em meio a tantas dificuldades e perdas que temos enfrentado, e que nos fortalece em meio a uma pandemia mundial para que mesmo assim poderemos seguir e finalizar essa jornada.

A minha **princesa Beatriz**, filha amada, que sempre lutou junto comigo me dando apoio e sempre me encorajando quando sentia que não iria suportar e fazendo massagem quando minhas dores já eram insuportáveis, para que eu conseguisse estudar um pouco mais. Te amo para além de tudo.

Aos meus pais **Edenir** e **Eliana**, meus exemplos de força e determinação, que sempre me incentivaram a estudar e a buscar cada vez mais. “Honra a teu pai e a tua mãe, para que se prolonguem os teus dias na terra.” Ex 20.12.

À minha irmã-filha **Anísia** que sempre esteve ao meu lado, cuidando de mim. A primeira pessoa que soube que eu iria participar da seleção para ingressar no doutorado e que torceu por mim a cada etapa do caminho. Gratidão.

A meu irmão **Júnior** pelo carinho sempre.

A meu orientador, Prof. Dr. **José Messildo** Viana Nunes, por ser, mas que um orientador, ser amigo, parceiro incansável nessa jornada. Não existem palavras para descrever minha gratidão por tudo que fez e faz por mim e por sua parceria na construção desta pesquisa. Messi, você é o milagre eu creio.

À **Universidade Federal do Pará** (UFPA) e a Escola **de Teatro e Dança** (ETDUFPA) pela sessão de licença para que eu pudesse me dedicar á esta pesquisa.

Ao **Instituto De Educação Matemática e Científica** (IEMCI) ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM).

A todos os meus **professores do Doutorado**, por seus ensinamentos e contribuições que me ajudaram de alguma forma no de desenvolvimento deste trabalho. Suas v fazem muita diferença neste país onde tão pouco valor se dá para a pesquisa. Avç

Aos membros da Banca Examinadora por suas valiosas contribuições.

Ao Prof. Dr. José Claudio **Brandemberg** Quaresma que trouxe valiosas contribuições e inferências as quais contribuíram para o produto final desta tese.

Ao Prof. Dr. Elielson Ribeiro de **Sales**, por suas contribuições e inferências desde o parecer da qualificação.

Ao Prof. Dr. **José Augusto** Fernandes por aceitar fazer parte da banca e por todas as suas inestimáveis contribuições à esta pesquisa.

Ao Prof. Dr. **Denivaldo** Pantoja da Silva por todas as suas colaborações e seus apontamentos tão ricos e detalhados a cerca da teoria que muito me ajudaram no desenvolvimento final desta pesquisa.

Ao meu Grupo de pesquisa (**GEDIM**) momento de troca e aprendizagem, onde pude aprender muito sobre ser e fazer docência. A todos os integrantes e professores minha gratidão.

Aos meus **colegas do doutorado**, Wellington, George, Saul, Tatiana e todos os demais com os quais pude discutir e aguçar a busca pelo conhecimento.

À minha amiga **Raquel** Rego, que sofreu, ouviu e me aturou em inúmeras ligações, de duas horas de tempo, quando eu queria falar sobre esse processo louco e mágico que é desenvolver uma tese. Obrigada amiga.

À querida colega da ETDUFPA **Rosemary** que tão gentilmente me ajudou com a revisão deste texto. Gratidão.

Aos queridos **Naldo e João**, nossos meninos da secretária do PPGECM, meu muito obrigada por tudo, pelas orientações, pelo carinho e paciência sempre.

Aos **alunos da disciplina Tendências** em Educação Matemática (2018) na qual desenvolvi esta pesquisa, que aceitaram junto trilhar essa empreitada.

A todos que de algum modo contribuíram para a concretização desta tese.

Meu muito obrigado!

RESUMO

A presente pesquisa aborda a temática da área da Educação Matemática, no que se refere as ditas Tendências em Educação Matemática, que nesta pesquisa serão tratadas na perspectiva de Teorias em Desenvolvimento da Educação Matemática. A proposta desta discussão é no sentido de tecer reflexões que possibilitem um olhar mais integrador das Teorias em Desenvolvimento em Educação Matemática. Amparados na Epistemologia de Lakatos (1979), tomamos a Educação Matemática como um Programa de pesquisa e as teorias em desenvolvimento como sendo os subprogramas de pesquisa. Para isso desenvolvemos um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). O Percursos foi realizado com professores-alunos do Curso de Pós graduação em nível de Mestrado e Doutorado do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGCEM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA). Assumimos como questão de pesquisa: Qual o Núcleo Firme do Programa Educação Matemática que articularia as Teorias em desenvolvimento como Subprogramas? Nessa perspectiva entendemos que algumas das chamadas Tendências em Educação Matemática como são consideradas por muitos pesquisadores dessa área no Brasil, se constituem no entanto como Teorias em desenvolvimento, sendo Subprogramas de Pesquisa que se articulam em um contexto maior, o programa de pesquisa Educação Matemática, que se organiza a partir de um núcleo firme revelado num Percurso de Estudo e Pesquisa. Nestes termos desenvolvemos a construção desta tese, onde pressupomos que as teorias em desenvolvimento da Educação Matemática são contextualizações num sentido lato deste campo de pesquisa, e se constituem como subprogramas de pesquisa.

PALAVRAS-CHAVE: Tendencias, Educação Matemática e Teorias em Desenvolvimento.

ABSTRACT

This research addresses the theme of the area of Mathematical Education, with regard to the said Trends in Mathematical Education, which in our perspective are Theories in Development of Mathematical Education. The purpose of this discussion is to make reflections that allow us to have a more integrated look at the Theories in Development in Mathematics Education. Supported by Lakatos' Epistemology (1979), we take Mathematics Education as a research program and theories in development as the research subprograms. For this, we developed a Study and Research Pathway (PEP). The Courses were carried out with professor-students of the Postgraduate Course at the Master and Doctorate level of the Postgraduate Program in Education in Science and Mathematics (PPGCEM), from the Institute of Mathematical and Scientific Education (IEMCI) of the Federal University of Pará (UFPA). We assume as a research question: What is the Firm Core of the Mathematical Education Program that would articulate the Theories under development as Subprograms? In this perspective, we understand that some of the so-called Trends in Mathematical Education, as considered by many researchers in this area in Brazil, are nevertheless constituted as Theories in development, being Research Subprograms that are articulated in a larger context, the deque program is Education research Mathematics, which is organized from a firm core to be revealed in a Study and Research Course. In these terms, we developed the construction of this thesis, where we assume that the developing theories of Mathematics Education are contextualization in a broad sense of this field of research, and are constituted as research subprograms.

KEYWORDS: Trends, Mathematical Education and Theories in Development.

RÉSUMÉ

La présente recherche aborde le thème du domaine de l'enseignement mathématique, en ce qui concerne lesdites tendances de l'enseignement mathématique, qui, à notre avis, sont des théories sur le développement de l'enseignement mathématique. Le but de cette discussion est de faire des réflexions qui nous permettent d'avoir un regard plus intégré sur les théories du développement dans l'enseignement des mathématiques. Soutenu par l'épistémologie de Lakatos (1979), nous considérons l'enseignement des mathématiques comme un programme de recherche et le développement de théories comme sous-programmes de recherche. Pour cela, nous avons développé un parcours d'étude et de recherche (PEP). Les cours ont été dispensés avec des professeurs-étudiants du cours de troisième cycle au niveau Master et Doctorat du programme de troisième cycle en éducation en sciences et mathématiques (PPGCEM), de l'Institut d'enseignement mathématique et scientifique (IEMCI) de l'Université fédérale de Pará (UFPA). Nous supposons comme question de recherche: quel est le noyau dur du programme d'enseignement mathématique qui articulerait les théories en cours de développement sous forme de sous-programmes? Dans cette perspective, nous comprenons que certaines des prétendues tendances de l'enseignement mathématique, telles que considérées par de nombreux chercheurs dans ce domaine au Brésil, sont néanmoins constituées comme des théories en développement, étant des sous-programmes de recherche qui s'articulent dans un contexte plus large, le programme de recherche est la recherche en éducation. Mathématiques, qui est organisé à partir d'un noyau ferme pour être révélé dans un cours d'étude et de recherche. En ces termes, nous avons développé la construction de cette thèse, où nous supposons que les théories en développement de l'enseignement des mathématiques sont des contextualisations au sens large de ce champ de recherche, et sont constituées en sous-programmes de recherche.

MOTS CLÉS: Tendances, enseignement mathématique et théories du développement.

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.
EM	Educação Matemática
GEDIM	Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática
IEMCI	Instituto de Educação Matemática e Científica
LDB	Lei e Diretrizes e Bases da Educação
OD	Organização Didática
OM	Organização Matemática
PEP	Percurso de Estudo e Pesquisa
PER	Percurso de Estudo e Pesquisa
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGECM	Programa de Pós-Graduação em Educação, Ciências e Matemática.
TAD	Teoria Antropológica do Didático
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UFPA	Universidade Federal do Pará

Figura 01: Representação das Relações da Educação Matemática x Áreas de Conhecimento.....	20
Figura 02: Representação da Educação Matemática.....	27
Figura 03: Explicação Plausível - Múltiplas Teorias.....	33
Figura 04: Educação Matemática na perspectiva de Gáscon (2003)	37
Figura 05: Representação das Tendências em Educação Matemática no Brasil....	39
Figura 06: Triângulo Didático.....	62
Figura 07: Construtos teóricos da Didática da Matemática e outros aportes teóricos.....	68
Figura 08: Metodologias de pesquisa de DDM e de EDM.....	68
Figura 09: Fluxograma da Representação das etapas da Modelagem associada a TSD.....	75
Figura 10: Mapa conceitual da epistemologia de Lakatos.....	91
Figura 11: TAD.....	93
Figura 12: Relações da Didática da Matemática com outras disciplinas e sistemas.....	112
Figura 13: Alunos na organização das apresentações das oficinas.....	117
Figura 14: Apresentação do Grupo - G2.....	119
Figura 15: Relação entre a Matemática e a História: em múltiplas perspectivas...	133
Figura 16: Os elementos da Modelagem Matemática.....	136
Figura 17: Teoria da Atividade Informática.....	139
Figura 18: Organização do fluxo da atividade de pesquisa.....	144
Figura 19: Representa a organização dos elementos no Programa de Lakatos....	144
Figura 20: Axiomas segundo Lakatos.....	149

Figura 21: Relação entre o Programa de Pesquisa e os Subprogramas.....	151
Figura 22: Questionamentos do PEP.....	154
Figura 23: Fluxo de Conhecimento EM e PP.....	155
Figura 24: Resolução de Problemas e Teorias em orbita.....	157
Figura 25: Programa de Pesquisa da EM.....	159

Quadro 01: Campos Teóricos da/na Educação Matemática.....	31
Quadro 2: Diversas concepções em Modelagem Matemática.....	45
Quadro 3: Elementos do Diagrama – Modelo/Orientador/Metodológico.....	51
Quadro 4: Legendas dos atos do processo de modelagem.....	74
Quadro 5: Pesquisas correlatas / Inter-relação entre as teorias em desenvolvimento.....	76
Quadro 6: Produções sobre Lakatos nos últimos anos.....	86
Quadro 7: Síntese do PEP.....	101
Quadro 8: Relação discentes da turma x Tendência que desenvolve pesquisa.....	104
Quadro 9: Títulos da Coleção Tendências.....	106

SUMÁRIO

1.	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	17
2.	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	25
2.1	Breve Panorama Da Educação Matemática.....	25
2.2	Pluralismo na Educação Matemática.....	29
2.3	Teorias em Desenvolvimento na Educação Matemática.....	34
2.3.1	- Questões Gerais em termos das Teorias em Desenvolvimento em Educação Matemática.....	34
2.3.2	- Teorias em Desenvolvimento – “Tendências” em Educação Matemática.....	40
2.3.2.1	Modelagem Matemática.....	40
2.3.2.2	História da Matemática.....	47
2.3.2.3	Tecnologia Da Informação e Comunicação Na Educação Matemática – TIC’s)	53
2.3.2.4	Etnomatemática.....	57
2.3.2.5	Didática da Matemática.....	61
3.	TEORIAS EM DESENVOLVIMENTO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ARTICULAÇÕES ENTRE PESQUISAS DESENVOLVIDAS	67
4.	OS PROGRAMAS DE PESQUISA.....	83
4.1	A Metodologia dos Programas de Pesquisa.....	87
5.	QUADRO TEÓRICO-METODOLÓGICO.....	93
5.1	Aspectos Gerais da TAD.....	93
5.2	PEP (Percurso de Estudo e Pesquisa)	96
6	MOMENTO DO PEP DE INTERVENÇÃO.....	103

6.1	Primeiro Encontro – 20 de agosto de 2018.....	103
6.2	Segundo Encontro – 27 de agosto de 2018.....	109
6.3	Terceiro Encontro – 10 de setembro de 2018.....	110
6.4	Quarto Encontro – 17 de setembro de 2018.....	113
6.5	Quinto Encontro – 24 de setembro de 2018.....	118
6.6	Sexto Encontro – 01 de outubro de 2018.....	121
6.7	Sétimo Encontro – 11 de outubro de 2018.....	122
6.8	Oitavo Encontro – 22 de outubro de 2018.....	126
6.9	Nono Encontro - 12 de novembro de 2018.....	132
6.10	Décimo Encontro – 19 de novembro de 2018.....	138
6.11	Décimo Primeiro Encontro – 03 de dezembro de 2018.....	141
7	BALANÇO DO PEP.....	153
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	161
	REFERÊNCIAS.....	166
	ANEXOS.....	182

Ao longo de nossa formação e prática docente sempre tivemos certa inquietação no que se refere às teorias em Educação Matemática, pois inicialmente elas eram aportes que nem sempre coadunavam com os conhecimentos construídos ao longo de minha formação docente. Mas o tempo passou e com ele as práticas e vivências docentes me deram muito mais significado para as discussões. Comecei a perceber a necessidade de rever as práticas, de refazer caminhos e até mesmo construir outros. As experiências ao longo do processo formativo continuado e da busca por uma nova e mais fundamentada postura docente me remeteu a este momento.

Pensar uma pesquisa em âmbito de doutorado não se constitui em uma tarefa fácil, porém para alcançar tal objetivo se faz necessário, muitas das vezes, quebrarmos paradigmas, proposições pré-existentes, e sair da nossa zona de conforto afim de que o conhecimento produzido a partir desta pesquisa seja de fato relevante para o cenário das pesquisas em Educação Matemática (EM). Sendo assim, buscamos pressupostos teóricos e metodológicos os quais pudessem embasar as reflexões, bem como fundamentar nossa atividade crítica e reflexiva, contribuindo assim efetivamente para a disseminação e o fortalecimento da pesquisa.

Nesta pesquisa, no âmbito de uma comunidade de prática composta por professores em formação continuada, teceremos reflexões sobre teorias em desenvolvimento no campo da Educação Matemática, buscaremos evidenciar as articulações existentes entre algumas das teorias desse campo. Para tanto nos fundamentaremos em Lakatos (1987), no sentido de assumirmos a organização das tendências em Educação Matemática enquanto Programas de pesquisas. As ditas tendências serão tratadas nessa pesquisa como teorias em desenvolvimento, por isso as consideraremos como Subprogramas do Programa de Pesquisa Educação Matemática.

Entendo que demarcar uma questão de pesquisa requer do pesquisador envolvido certo relacionamento com as teorias elencadas. Ao longo de minha trajetória desde o início de minha formação, quando ainda na Licenciatura em Matemática, vi meu interesse se aflorar para o ensino na perspectiva da Educação Matemática, pois já naquele momento entendia que deveria nutrir uma preocupação com o ensino da matemática, dessa feita enveredei para a Educação Matemática.

Ao longo do caminho já na prática docente pude atuar no ensino, nos diversos níveis de ensino. Atuei na Educação Básica, com matemática e também com

psicopedagogia; quando da vivência da prática percebi a necessidade e a importância de buscar novos conhecimentos, neste momento fui realizar uma especialização na qual desenvolvi pesquisas em Modelagem Matemática e História da Matemática. Algo curioso é o momento quando dos primeiros contatos com a pesquisa, pudemos percebermos o quanto ela nos auxilia e contribuir para a melhoria de nossas práticas. Dando continuidade a meus estudos, dessa feita no Mestrado, conheci e iniciei meus estudos na Didática da Matemática, desenvolvendo uma dissertação nesta linha de pesquisa, dessa feita agregando a Interdisciplinaridade, outra temática de muitas nuances no cenário da educação.

Essa formação me proporcionou a abertura de portas, onde desenvolvi à docência superior em algumas instituições de ensino do Estado, bem como pude participar do Plano de Formação de Professores (PARFOR), onde também atuei como professora da disciplina de Tendências em Educação. Tive a oportunidade de também desenvolver está disciplina na Graduação, no Curso de Licenciatura Integrada em Ciência, Matemática e Linguagem, do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA), o que fez com que aumentasse ainda mais meu desejo em melhor conhecer e disseminar os diversos aspectos da Educação Matemática, no âmbito das Tendências em Educação Matemática.

A educação em face de uma abordagem filosófica e epistêmica é essencial, em nossa concepção, para alargar as perspectivas, pois envolve caminhos um tanto quanto mais complexos e fundamentais em novas linhas do processo formativo. Ao passarmos pelos caminhos da pesquisa e do conhecimento, ao longo de nossas trajetórias docentes e de nossos estudos até aqui, um questionamento por diversos momentos nos veio à tona. Como pensar a Educação Matemática a partir de diversas perspectivas quais sejam: do ensino, da pesquisa e da formação de professores?

O campo da Educação Matemática originalmente se fundamentou a partir de outras áreas de conhecimento, as quais contribuíram como as primeiras fundações para o que se seguiria dali.

Conforme Sriraman e English (2010), a complexidade dos processos de ensino e de aprendizagem, realça a necessidade de uma diversidade de teorias utilizadas em Educação Matemática, as quais se apoiam em diversas áreas de conhecimento como a ciência cognitiva, sociologia, antropologia, as neurociências, etc., porém, entendemos ser necessário pensar no quanto as Teorias em Desenvolvimento em Educação Matemática estão imbricadas e como elas se relacionam entre si.

A Educação Matemática é um campo de estudo e pesquisa em processo de construção e consolidação, sendo que seus fundamentos teóricos exibem essa diversidade em seus enfoques. Para fundamentar nossas reflexões e construir nossa argumentação, ao longo desta pesquisa, utilizamos o Livro: *Matemáticas, Ciência Y Epistemología*, de Lakatos (1981), bem como os capítulos “*Surveying Theories and Philosophies of Mathematics Education*”, “*Theories of Mathematics Education*”, e “*Theories of Mathematics Education: is Plurality Problem?*” do livro *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontier* de Sriraman, Bharath, English, Lyn (2010)¹; os quais se coadunavam com nossa intenção de pesquisa.

Sriraman e English (2010) mostram reflexões em relação às pesquisas da Educação Matemática em um âmbito filosófico. Eles apontam que cada teoria precisa balizar sua ontologia, metodologias e epistemologia. Nestes termos a atenção dos autores está no refletir sobre as questões e sobre seus desenvolvimentos, observando a proliferação da complexidade no campo da Educação Matemática.

A teorização é mais proeminente hoje do que no passado, visto que a evolução do pensamento no que se refere a constituir teorias mudou e, com efeito, tem contribuído para o que alguns autores chamam de delimitação ou demarcação desse campo de pesquisa. Vale ressaltar que durante certo tempo a Educação Matemática se apoiou em outras áreas de conhecimento para construir suas teorias, como por exemplo na: sociologia, psicologia, epistemologia e na pedagogia. A teorização contribui na harmonização das pesquisas para que haja avanços do campo do saber. Discutir o paradigma frequente dessas mudanças faz com que perguntas surjam e a busca em responder estas questões coopera para que os educadores desenvolvam novas e alternativas visões.

A partir dos estudos já realizados pudemos traçar em um primeiro momento um panorama preliminar de como se estrutura o campo da Educação Matemática, levando em conta a diversidade das Tendências em Educação Matemática, as quais nesta pesquisa trataremos como Teorias em desenvolvimento, conforme explicitado na figura 01.

¹ *Matemáticas, Ciência e Epistemología*, de Lakatos (1981), bem como os capítulos “Levantando teorias e filosofias do ensino de matemática”, “Teorias do ensino de matemática”, e “Teorias do ensino de matemática: é um problema de pluralidade?” do livro *Theories of Mathematics Education: buscando uma nova fronteira* de Sriraman, Bharath, English, Lyn (2010).

Figura 01: Representação das Relações da Educação Matemática x Áreas de Conhecimento



Fonte: Construção da autora.

A ênfase que a Educação Matemática atribui ao ensino da Matemática é para além das dimensões sociais, culturais e políticas, contribuindo também para a fundamentação do campo de pesquisa da Educação Matemática. Sriraman e English (2010) ressaltam a necessidade de uma “ampliação de horizontes” e uma “exposição mais ampla a teorias e metodologias”, e eles enfatizam o valor de ver a matemática como uma abordagem sociocultural obtendo estruturas teóricas para interagir sistemicamente, eliminando dicotomias no discurso sobre o pensamento e levando a sério a Educação Matemática crítica.

Enquanto Silver e Herbst (2007) veem o desenvolvimento de tal teoria como algo não simplesmente atingível, mas desejável. Sriraman e English (2010) discordam, ressaltando que criar uma grande teoria seria difícil, se não impossível. A universalidade do campo de saberes, exigiria extrair matemática, ensino e aprendizagem a partir dos contextos sociais e culturais que os tornam inteligível, reforçando a busca do que segundo eles, seria uma “grande teoria da Educação Matemática”. Em nosso entendimento enquanto pesquisadores, coadunamos com essa posição, e esta pesquisa sinaliza neste sentido quando anunciará algumas ditas

tendências como teorias em desenvolvimento e componentes de programas de pesquisa como teoriza Lakatos (1979).

Sriraman e English (2010) trazem algumas questões para reflexão sobre a Educação Matemática, dentre elas, a que em nosso entendimento, vale ser destacada “Existe teoria na Educação Matemática?”.

Dizer que algo é uma teoria da Educação Matemática em uma abordagem, estrutura teórica, perspectiva teórica ou modelo teórico - é fazer uma reivindicação extremamente forte. Ao falar em teorização, seja adotando uma teoria ou empregando uma estrutura teórica, nos remetemos à pesquisa de Schoenfeld (2000, p. 646), onde ele lista oito critérios que modelos e teorias em Educação Matemática deveriam satisfazer. Neste sentido, apoiado em Schoenfeld (2000), Kilpatrick (1996) também enumera critérios que podem reforçar essa estruturação, são eles: poder descritivo; poder explicativo; escopo; potência preditiva; rigor e especificidade; falsificação; replicabilidade e múltiplas fontes de evidência (“triangulação”). O autor ainda elenca critérios de avaliação de pesquisa, Kilpatrick (1996):

- Relevância e pertinência em relação à Educação e à Educação Matemática;
- Coerência teórico-metodológica;
- Originalidade ou novidade do estudo;
- Clareza e abertura crítica na organização e apresentação do relatório de pesquisa;
- Rigor e cuidado ético na coleta e tratamento das informações (dados);
- Consistência e credibilidade dos resultados;
- Contribuições ao processo de pesquisa e ao campo teórico e prático da Educação Matemática.

Sriraman e English (2010), Schoenfeld (2000) especificam uma distinção entre modelo e teoria. Segundo eles enquanto um modelo descreve um fenômeno, incorpora uma teoria e, portanto, lida com alguns dos critérios; já uma teoria precisa cobrir mais território, abordar um corpo de fenômenos e satisfazer todos os critérios mais completos. As teorias devem passar por vários testes; ela exige verificação entre

situações e circunstâncias. Modelos precisam descrever, em termos de explicação ou previsão.

Para Kilpatrick (2008) as pesquisas em Educação Matemática no mundo são distintas, em alguns contextos, tais como Estados Unidos e Canadá, onde, segundo o autor, há certa falta de atenção à teoria, seus processos são caracterizados bem mais no aprendizado. O que segundo ele compromete até mesmo a qualidade do processo de ensino. Segundo o autor, qualquer que seja o aspecto de teorização, sejam as teorias da Educação Matemática ou teorizações sobre Ensino e Aprendizagem da Matemática, ainda são veementemente questionadas nesses países.

Os educadores matemáticos entendem a importância de atrelar pesquisa e prática em um sistema organizado de conhecimento que permitirá ver além das especificidades de cada uma. Segundo Bishop (1977), essas teorias em construção são, um pouco, como óculos - algumas ajudam você a ver mais claramente o objeto com o qual você está preocupado, enquanto outras apenas lhe dão uma imagem nublada e borrada. Schoenfeld (2000) identificou, que a teoria precisa de foco. Para Sriraman e English (2010) as questões que envolvem teorias podem ajudar os Educadores Matemáticos a encontrar esse foco, se o objeto de sua preocupação é pesquisa, prática ou ambos.

Uma variedade de teorias e modelos de ensino e aprendizagem têm se constituído na Educação Matemática. Os modelos são instituídos no seio das teorias. As teorias criam os modelos a partir de concepções de ensino e aprendizagem que fundamentam cada uma delas. Há certo consenso no que se refere às controvérsias na construção da área de Educação Matemática, em particular, no tocante a teorias que vêm sustentando as pesquisas nesta área de conhecimento.

Pensando neste sentido nos propomos nesta pesquisa tecer reflexões que nos possibilite um olhar mais integrador do que consideramos Teorias em Desenvolvimento em Educação Matemática. Vale ressaltar que neste texto ora nos remeteremos a elas como Tendências em Educação Matemática e hora como teorias em desenvolvimento, de acordo com a abordagem referenciada naquele momento, haja vista que na literatura brasileira ela já vem sendo tratada nesta perspectiva, conforme iremos elucidar nesta pesquisa. Ao considerar algumas tendências em Educação como Teorias em Desenvolvimento e conseqüentemente como subprogramas de pesquisa do Programa Educação Matemática, assumimos como

questão de pesquisa: ***Qual o núcleo firme do Programa Educação Matemática que articula e constitui as Teorias em Desenvolvimento como Subprogramas de Pesquisas?*** Nessa perspectiva temos como tese que algumas teorias da Educação Matemática, consideradas por diversos pesquisadores dessa área no Brasil como Tendências em Educação Matemática, se constituem como Subprogramas de Pesquisa e se articulam no programa de pesquisa Educação Matemática a partir de um núcleo firme a ser revelado num Percurso de Estudo e Pesquisa. Assim nosso ***objetivo é caracterizar algumas Teorias em desenvolvimento do Programa Educação Matemática como subprogramas de pesquisa.***

Para construir um caminho que nos leve a responder à questão e alcançar o objetivo desenvolvemos um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). O percurso foi escolhido uma vez que não desejávamos tratar a partir de um único ponto de vista e sim sob múltiplas perspectivas, uma vez que os sujeitos da pesquisa, que são professores de matemática, que têm conhecimentos específicos destas teorias, já que desenvolvem pesquisas neste campo de estudos.

Inicialmente o Percurso de Estudo Pesquisa nos possibilitou eleger obras que favoreceram a comunidade de estudo a se debruçar sobre a possibilidade de integração de algumas das Teorias em Desenvolvimento da Educação Matemática. Desenvolvemos nesta pesquisa um Percurso de Estudo e Pesquisa com professores-alunos do Curso de Pós-graduação em nível de Mestrado e Doutorado do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGCEM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Estruturamos esta pesquisa em seis capítulos, onde o primeiro traz as colocações preliminares da pesquisa, bem como anuncia seus propósitos.

Já no segundo capítulo tratamos sobre a Educação Matemática, seus aspectos mais relevantes e mostramos um panorama geral. Ainda neste capítulo discorreremos sobre o pluralismo na Educação Matemática, reforçando a diversidade deste campo de pesquisa. Seguimos no capítulo trazendo o desmembramento da Educação Matemática em Tendências, suas questões gerais e alguns aspectos principais destas Teorias em Construção na Educação Matemática.

No capítulo terceiro apresentamos um Estudo Bibliográfico das pesquisas realizadas no Brasil que sinalizam articulações entre as teorias em desenvolvimento

na Educação Matemática, seus desdobramentos e como estas pesquisas fomentam o conhecimento na área de pesquisa.

O capítulo quarto mostra a Epistemologia e Metodologia dos Programas de Pesquisa de Imre Lakatos (1922- 1974), sua relação com o ensino e as ciências. Neste capítulo explicitaremos sobre os elementos que compõe um Programa de Pesquisa e as metodologias deste programa.

Partimos para o quinto capítulo onde abordaremos as questões metodológicas, os procedimentos que foram adotados e os percursos trilhados para a constituição desta pesquisa de tese. Delinearemos e explicitaremos a questão norteadora em torno da qual foi gerada a pesquisa. Prosseguimos com a constituição do PEP – Percurso de Estudo e Pesquisa, fazendo um apanhado dos aspectos gerais do percurso e de como ele acontece, explicitando a teoria que o acompanha. Ainda neste capítulo trazemos o cerne da pesquisa, que é a descrição do Percurso de Estudo desenvolvido, suas inferências e momentos da construção e constituição.

Seguimos neste quinto capítulo realizando as análises deste processo desenvolvido, tecendo reflexões, inferindo e pontuando resultados, ainda inconclusos neste momento da constituição desse trabalho. A pesquisa prossegue em estabelecer relações entre as Teorias em desenvolvimento da Educação Matemática e a Contextualização, neste momento pontuamos aspectos evidenciados no percurso de estudo. Nele traçamos uma linha relacional a fim de mostrar a Educação Matemática como um contexto.

No sexto capítulo trazemos nossas considerações a posteriori dos momentos vivenciados na pesquisa, perspectivas da pesquisa, refletimos sobre a importância da pesquisa e sua relevância; pensamos nos possíveis desmembramentos e contribuições que ela traz para o campo da Educação Matemática.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A partir deste momento até o quinto capítulo (englobando a introdução) desenvolveremos a primeira etapa do PEP (PEP de investigação). Conforme Pereira e Nunes (2020, p. 9) o marco inicial de um PEP de uma pesquisa científica é o sistema didático principal, com a seguinte composição: $S(x; y; \heartsuit \Upsilon \rightleftharpoons \mathbf{Q})$, sendo x = um pesquisador em orientação, y = o orientador da pesquisa, $\heartsuit \Upsilon$ a tese a ser defendida e \mathbf{Q} = a questão norteadora. “A simbologia $\heartsuit \Upsilon \rightleftharpoons \mathbf{Q}$ significa que a obra $\heartsuit \Upsilon$ leva a responder \mathbf{Q} e \mathbf{Q} confirma a tese”. Nesse momento desenvolvemos, sob a orientação de um pesquisador mais experiente, um estudo bibliográfico sobre o tema enfocado, por meio da análise de documentos que regem e fornecem diretrizes para o ensino de um determinado campo de pesquisa. Inserimos nossa pesquisa numa problematização da área indicando a tese a ser defendida, a questão de pesquisa, o(s) objetivo(s), referencial teórico a metodologia e seus procedimentos. Em determinados momentos desta fase o sistema se reduz a $S(x; \heartsuit \Upsilon \rightleftharpoons \mathbf{Q})$ em decorrência do trabalho solitário do orientando, ou seja, de $y = \emptyset$.

2.1 BREVE PANORAMA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática surgiu em meados do século XIX, em resposta aos muitos questionamentos sobre o ensino e a aprendizagem em Matemática. Segundo Schubring (2003) surgiram proposições para um ensino da Matemática baseado nas explorações indutivas e intuitivas, o que corroborou para a configuração do campo de estudo da Educação Matemática. Os professores questionavam-se como poderiam tornar os conhecimentos mais acessíveis aos alunos e assim conseguir alcançar uma renovação no ensino destes conhecimentos. Em nível internacional as pesquisas em Educação Matemática se intensificaram significativamente com o Movimento da Matemática Moderna (MMM), ocorrido nos anos de 1950 e de 1960. Esse movimento surgiu em resposta a uma considerável defasagem de progresso científico-tecnológico e do currículo então vigentes. (MIORIM, 1998).

O movimento da Matemática Moderna começou a se enfraquecer com as publicações dos matemáticos: René Thom, intitulado “Matemática Moderna: um erro educativo e filosófico” e Morris Kline (1973) sobre o “Fracasso da Matemática Moderna”. Segundo D’Amore (2007) foi esse fato que conduziu a comunidade de matemáticos a dar certa atenção à Educação Matemática.

No Brasil, foi na década de 1950 que as discussões sobre Educação Matemática começaram a aparecer, no entanto sua consolidação se deu a partir de meados de 1988, ano de fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM e com surgimento dos primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática. Essas discussões ganharam terreno, no esforço de perceber e estabelecer ligações entre perspectivas Epistemológicas, Cognitivas e Educacionais.

Embora o objeto de estudo da Educação Matemática ainda se encontre em processo de construção, podemos, de modo geral, dizer que ele envolve as múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático em um contexto sócio cultural específico. A Educação Matemática é um campo profissional em constituição, é uma área de conhecimento e pesquisa de atuação teórico/prática, além de ser ao mesmo tempo, ciência e prática social, por isso ela sempre estará, e deve estar, em processo de construção.

Em 1993 durante o I Seminário de Educação Matemática, definiu-se Educação Matemática como área autônoma de conhecimento com objetos de estudo e pesquisa interdisciplinar (SOUZA et al., 1991). Para Carvalho (1994), no entanto “A Educação Matemática é uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar. Constitui um grande arco, onde há lugar para pesquisas e trabalhos dos mais diferentes tipos”.

A Educação Matemática possui um campo de investigação e de ação amplo, e, para se configurar como uma área coerente e consistente os pesquisadores devem sempre analisar criticamente suas ações com o intuito de perceber no que elas contribuem com o cidadão. Portanto, podemos dizer que a Educação Matemática é um campo de estudos e pesquisas que possui bases tanto na Educação, quanto nas demais ciências, e na própria matemática e que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares, pois se relacionam ainda com a Sociologia, Psicologia e Antropologia. Por este motivo, caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do ensino e da aprendizagem de Matemática (BICUDO, 1999).

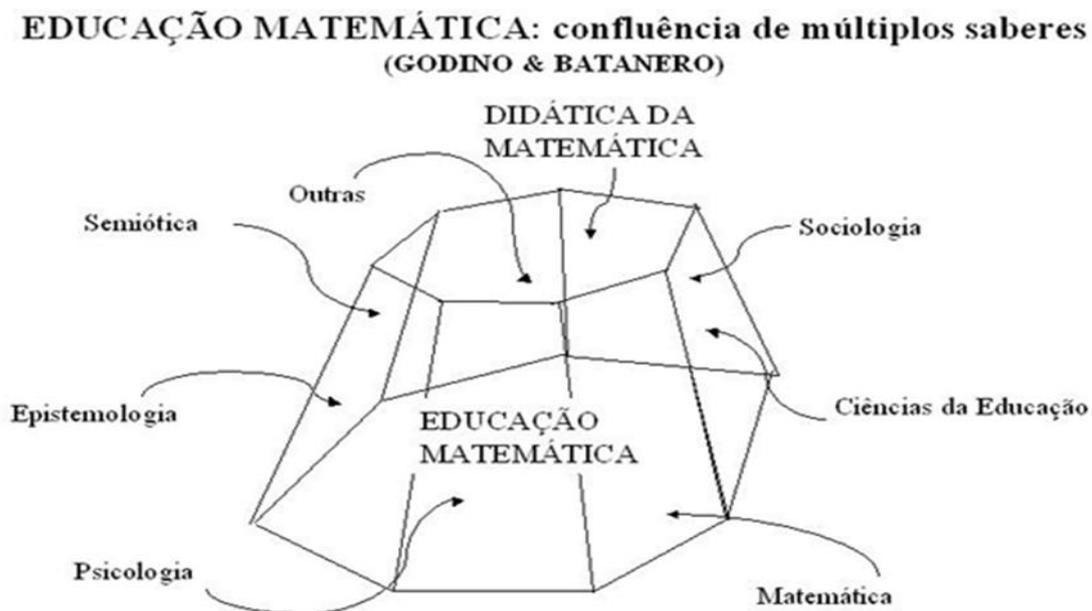
Kilpatrick (1996) em *The Age of Argumentation*² trata da Educação Matemática como um campo de pesquisa científico em constituição. O autor destaca pelo menos três critérios que utilizou para determiná-la como campo de pesquisa científica em constituição, vale ressaltar que estes são critérios da área de Ciências, mas que, em nosso entendimento, abarcam a Educação Matemática. O primeiro destes critérios é

² A Era da Argumentação.

a preocupação dos próprios matemáticos e professores de matemática sobre a qualidade da divulgação e socialização das ideias matemáticas às novas gerações. O segundo é a iniciativa das universidades europeias no final do século XIX em promover formalmente a formação de professores secundários. Isso contribuiu para o surgimento de especialistas universitários em ensino de matemática. O terceiro é a realização de estudos experimentais feitos por psicólogos americanos e europeus, desde o início do século XX sobre o modo como as crianças aprendiam a matemática.

Godino e Batanero (1998) elaboraram um modelo que visualiza a Educação Matemática como a interação entre oito faces laterais de um tronco de pirâmide heptagonal, uma confluência de múltiplos saberes. Para ilustrar essa fala o autor traz o modelo da Figura 02.

Figura 02: Representação da Educação Matemática



Fonte: Godino e Batanero (1998, p. 29)

É consenso entre os autores das mais diversas Teorias em Desenvolvimento em Educação Matemática a complexidade inerente às pesquisas, haja vista se tratar da interação de vários campos científicos, que possuem questões próprias de estudo. Vale ressaltar que não podemos apenas nos apropriar das teorias desenvolvidas nas disciplinas que se inter-relacionam com a Educação Matemática e usá-las da maneira como chegam às nossas mãos. Devemos ser capazes de estabelecer relações internas às disciplinas cooperantes, para isso precisamos deixar claro o que queremos

delas. Bicudo (1999, p.26-27) apresenta um exemplo na filosofia da complementaridade necessária nas interações:

A Filosofia da Educação Matemática não se confunde com a Filosofia da Matemática, nem com a da Educação. Da primeira, ela se distingue por não ter por meta o tema da realidade dos objetos matemáticos, o da sua construção e o da construção do seu conhecimento. Da segunda, por não trabalhar com assuntos específicos e próprios à mesma, como por exemplo, fins e objetivos da Educação, natureza do ensino, natureza da aprendizagem, natureza da escola e dos currículos escolares. Porém, embora distinguindo-se de ambas, a filosofia da Educação Matemática se nutre dos seus estudos, aprofunda temas específicos que podem ser detectados na interface que com elas mantém, alimentando-as com suas próprias pesquisas e reflexões, ao mesmo tempo em que delas se alimenta.

Tendo em vista a Transdisciplinaridade da Educação Matemática, faz-se necessária a busca por novas ferramentas que contribuam para os processos de investigação acadêmica desse campo de estudo. Miguel (2005, p. 2) vê na complexidade da Educação Matemática uma preciosa ferramenta.

(...) os campos emergentes de investigação em História, Filosofia e Sociologia da Educação Matemática poderiam vir a participar, de forma crítica e qualificadora, da formação inicial e continuada de professores de Matemática. Defendemos o ponto de vista de que tais cursos deveriam orientar-se por uma nova concepção de especificidade que pudesse instaurar um projeto pedagógico em que esses campos emergentes viessem a participar, de forma orgânica e esclarecedora, da constituição de problematizações multidimensionais das práticas escolares nas quais a Matemática estivesse, de algum modo, envolvida. Para isso, tais problematizações deveriam estar assentadas em investigações acadêmicas sobre questões que hoje desafiam os professores no trabalho crítico de apropriação, re-significação, produção e transmissão da cultura matemática sob os condicionamentos da instituição escolar.

Gradativas mudanças que vêm acontecendo no cenário da Educação, em especial na Educação Matemática, o que nos impulsiona a investigar essas mudanças e pensá-las no âmbito de nossa questão de pesquisa. Porém para melhor compreendermos estas mudanças temos que nos apropriar de velhas discussões que ainda nos dias atuais estão em voga.

Discutir sobre a lógica da descoberta em matemática, pensar no erro como tendo um valor insubstituível no processo de produção do conhecimento. Quebrar o formalismo das filosofias absolutistas matemáticas, encarar a matemática como um processo de crescimento e descoberta.

Fomentar a pesquisa nos propicia também ações de fortalecimento do núcleo de estudos, bem como corrobora para a pesquisa no âmbito da pós-graduação, alinhavando e fortalecendo o elo entre o ensino, a pesquisa e a extensão, uma vez

que a pesquisa desenvolvida contribuirá e agregará valores, tanto aos subprogramas de pesquisa, quanto a campo da educação matemática.

2.2 PLURALISMO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

As pesquisas em Educação Matemática têm tido amplo alcance cenário mundial e nacional, devido à grande qualidade e importância dos construtos desenvolvidos, devido a gama de teorias tratadas nestas pesquisas. Porém, essa gama de conhecimentos produzidos gera certos questionamentos no que se refere à pluralidade no campo da Educação Matemática. Será que podemos acenar que a pluralidade pode produzir obstáculos à validade destas construções para Educação Matemática? Ou esta pluralidade de tendências gera certo fortalecimento à área em questão?

Vale ressaltar a necessidade de uma linguagem específica à Educação Matemática, que lhe permita uma melhor análise dos campos intelectuais, bem como de seu desenvolvimento. Uma linguagem que não seja fornecida pela matemática ou pela psicologia. Bernstein (1999) trata sobre discursos de pesquisa, apontando que a linguagem dos campos de pesquisa baseia-se em duas noções: hierarquia e verticalidade. Para este autor os discursos são descritos como hierárquicos, onde o conhecimento no domínio é um processo de distanciamento gradual, ou abstração, dos conceitos cotidianos. Discursos hierárquicos requerem um aprendizado; eles posicionam as pessoas como iniciadas ou aprendizes, por essa razão podemos dizer que a Matemática claramente acadêmica e, de fato, a escola são exemplos de discursos hierárquicos.

Ainda segundo Bernstein (1999) a verticalidade, descreve até que ponto um discurso cresce pela integração progressiva de teorias anteriores, o que Bernstein (1999) chama de estrutura de conhecimento vertical, ou pela inserção de um novo discurso ao lado de discursos existentes e, até certo ponto, incomensurável com eles. O autor chama essas estruturas de conhecimento horizontal e aponta a ciência como um exemplo de uma estrutura de conhecimento vertical e, matemática e educação (e sociologia) como exemplos de estruturas horizontais de conhecimento.

Segundo o autor, outro modo de distinção que nos permite separar a matemática da educação é que a primeira tem o que ele denomina de “uma gramática forte”, já a segunda uma “gramática fraca”, isto é, com uma sintaxe conceitual que não é capaz de gerar descrições empíricas inequívocas. Ambas, porém, são exemplos de

discursos hierárquicos. Por exemplo, a álgebra linear tem conceitos e hierarquias de conceitos muito mais restritos e específicos do que o construtivismo. Autores da Educação Matemática no mundo apontam que um grande obstáculo no desenvolvimento do conhecimento matemático para o ensino é a força da gramática do primeiro e a fraqueza do segundo.

Como estrutura de conhecimento horizontal, é típico que o conhecimento da Educação Matemática cresça tanto dentro dos discursos quanto pela inserção de novos discursos, em paralelo aos existentes. Assim, podemos encontrar muitos exemplos na literatura de trabalho que apresenta o funcionamento do processo de abstração reflexiva, como uma instância do desenvolvimento do conhecimento. A inserção dos trabalhos de Vygotsky no campo da Educação, em meados da década de 1980 (LERMAN, 2000), com conceitos que diferiam dos de Piaget, não levou à substituição da teoria de Piaget, portanto, novos conhecimentos não substituem a importância de conhecimentos antes desenvolvidos.

De fato, estamos lidando com uma ciência social, que é passível de continuas transformações de acordo com o comportamento humano. Embora a pesquisa, incluindo a científica, seja um processo de interpretação, nas ciências sociais como a Educação Matemática, há uma dupla hermenêutica (GIDDENS, 1976), já que os "objetos" cujo comportamento estamos interpretando estão tentando entender o mundo.

De acordo com Kuhn (2000) e Latour (1991) a ciência é mais uma ciência social do que a maioria de nós imagina, mas as ciências sociais certamente crescem também pelo desenvolvimento hierárquico, mas especialmente pela inserção de novos discursos teóricos ao lado dos existentes. O construtivismo cresce e seus adeptos continuam a produzir um trabalho novo e importante; modelos e modelagem podem ser novos para o campo, mas já existem novas e importantes pesquisas, no campo da Educação Matemática, que tem surgindo dessa orientação. Lerman (2000) se refere a questões sociais devido ao teor da ciência em questão.

Os construtivistas podem achar que descrever a aprendizagem como uma indução em matemática, é como incorporar conceitos que estão em um nível intersubjetivo, incoerente em termos da teoria que eles estão usando. Ao lançarmos mão da teoria sociocultural podemos nos basear em noções de uma zona de desenvolvimento proximal. Lerman (2010) reforça que não se surpreende pela multiplicidade de teorias no campo da Educação Matemática, nem tampouco vê essa

pluralidade como algo negativo. Ele nem vê como um obstáculo essa gama de teorias, porém elenca essas multiplicidades no quadro 01:

Quadro 01: Campos Teóricos da/na Educação Matemática

ANO	CAMPOS TEORICOS / AUTORES
1990	Teoria das Situações Didáticas - TSD (Brousseau)
1991	Filosofia da matemática
1992	Vygotsky (Socio-construtivismo)
1993	Vygotsky (Socio-construtivismo)
1994	Brousseau, Chevallard, Pós-estruturalismo
1995	Embodied Cognition, Pesquisas Educacionais
1996	Vygotsky, Cognição Situada, Filosofia da Matemática
1997	Cognição Situada, Vygotsky, Filosofia da Matemática
1998	Cognição Situada, Vygotsky, Filosofia da Matemática
1999	Prática Sócio-Histórica
2000	Chevallard
2001	Semiótica, Bourdieu, Vygotsky, Filosofia

Fonte: Lerman (2005, p. 181)

Vale ressaltar que no quadro original Lerman (2005) pontuou os autores no espaço dos Campos Teóricos da Psicologia Educacional e/ou da Matemática em decorrência do nome desses autores serem tão difundidos, que seus nomes se imbricam aos campos de pesquisa por eles desenvolvidos.

Nesse sentido, esses discursos, de múltiplas teorias dentro do mesmo campo de pesquisa, mostrado no quadro, criam paralelos que acabam se tornando incomensuráveis. Segundo Lerman (2010) é consenso que trabalhos importantes têm surgindo em diferentes discursos das pesquisas em Educação Matemática, ele, porém, afirma que os discursos são incomensuráveis. De acordo com o autor existe um meta-discurso na Educação Matemática através do qual se pode ver essas teorias.

Importante destacar que essa incomensurabilidade não inviabiliza articulações desses quadros no desenvolvimento de pesquisa, pois o autor se refere a não inserção de um campo no outro, mas há diálogos comuns, neste sentido temos construído o discurso desta pesquisa, no sentido de viabilizar o favorecimento destas intercessões discursivas.

Em nossos estudos, nos deparamos com os trabalhos de Tsatsaroni, Lerman e Xu (2003) os quais fazem uma análise sobre o uso de teorias na Educação Matemática. Eles examinaram uma amostra sistemática das publicações de pesquisas, usando uma ferramenta que categorizava a pesquisa de várias maneiras. Muitas reflexões foram feitas nesta pesquisa, porém neste momento vamos nos referir aqui apenas às que versavam sobre como os pesquisadores usam as teorias em seu trabalho.

Durante a constituição de nossa pesquisa de tese percebemos a importância de compreender como os construtos têm sido desenvolvidos, pois desejamos entender as relações e imbricações possíveis e existentes entre eles.

Dessa feita, ao nos remetermos as análises de Lerman (2010), as quais mostraram que pouco mais de 85% de todos os trabalhos no processo apresentavam orientação para o empírico, com mais 5% passando do teórico para o empírico, e isso mudou pouco ao longo dos anos. Um pouco mais de três quartos são explícitos sobre as teorias que estão usando na pesquisa relatada por esse pesquisador.

Podemos notar uma gama crescente de teorias sendo usadas e um aumento no uso de teorias sociais, com base nas referências explícitas de autores, em alguns casos, referindo-se a uma autoridade nomeada. Esses campos, ou nomes, representam teorias usadas, não a frequência de sua ocorrência em documentos.

Nas análises realizadas por Tsatsaroni, Lerman e Xu (2003) existe o que eles chamam de conexão na criação de identidades metodológicas. Segundo eles, a partir de 1994, houve um aumento substancial no número de campos intelectuais explorados, incluindo a: sociologia, filosofia, semiótica, antropologia e tecnologia entre outros.

Nesta apreciação de como autores utilizaram teorias na Educação Matemática, foi observado que após a pesquisa, eles revisitaram a teoria e a modificaram, expressaram insatisfação com a mesma ou expressaram apoio à teoria atual. Alternativamente, alguns dos autores não poderiam visitar a teoria, mas ainda sim demonstravam alegria em tê-las podido utilizar em seus estudos. Tsatsaroni, Lerman e Xu (2003) constataram ainda que, mais de três quartos se enquadram nesta última categoria, pouco mais de 10% revisitam e apoiam a teoria, enquanto quatro por cento propõem modificações. Em particular, é possível observar e registrar o desenvolvimento dentro dos discursos e o desenvolvimento de novos discursos paralelos devido à adoção de um discurso sociológico como uma linguagem para

descrever a estrutura interna de nosso campo de pesquisa, a pesquisa em Educação Matemática.

Segundo Lerman (2010) uma variedade de teorias é utilizada pelos pesquisadores da Educação Matemática, sendo que muitas delas nem sempre alcançam um patamar relacional de fato coerente. Essa multiplicidade de teorias, que em alguns momentos dificultam percebermos relações entre elas.

Neste sentido destacamos que estas articulações teóricas precisam de estudos aprofundados para encontrar aproximações e distanciamentos, de modo que possamos trabalhar com as aproximações, mesmo reconhecendo os distanciamentos (como pode se pensar com os construtos de Piaget e Vygotsky)

Outro ponto interessante refletido por Lerman (2010) é que, segundo seus estudos, as pesquisas atuais têm tendencialmente tido um âmbito de cunho social cognitivo, o que segundo ele é favorecido por certa flexibilização teórica. Nossa pesquisa, porém, ressalta um outro aspecto do processo, haja vista que nos atemos a mergulhar no universo das Teorias em Desenvolvimento na Educação Matemática, na busca de perceber aproximações e distanciamentos e trabalhar com as aproximações que possam correlacioná-las.

Para Almouloud (2016) existem explicações plausíveis para essa diversidade teórica, que ele sintetiza, conforme a figura 03.

Figura 03: Explicação Plausível - Múltiplas Teorias



Fonte: Almouloud (2016, p. 04)

Ao observarmos os pontos em destaque na figura 03 nos remetemos ao que tratamos anteriormente com Bernstein (1996 a) quando da busca pela compreensão

das particularidades intrínsecas no/ao processo de estratificação processos educacionais, e de igual forma dos grupos sociais envolvidos neste procedimento de estratificação. O autor discute, a exemplo do que foi trazido na figura 03, as relações inerentes no percurso da construção de uma multiplicidade de teorias, e ao estruturalismo dos discursos onde elenca relações sociais, fatores políticos, econômicos e sociais.

Neste sentido destacamos que outras questões a serem abordadas incluem as inovações no âmbito social na Educação Matemática, uma evolução na perspectiva sobre a natureza da cognição humana, o uso da teoria para avançar na compreensão do desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

2.3 TEORIAS EM DESENVOLVIMENTO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta sessão trataremos sobre a Educação Matemática em linhas gerais, de modo a mostramos os aspectos mais significativos que competem a esse campo de pesquisa científico, bem como abordaremos sobre as teorias desenvolvidas no seio deste campo.

2.3.1 Questões Gerais em termos das Teorias em Desenvolvimento em Educação Matemática

A Educação Matemática tem avançado gradativamente no âmbito das pesquisas, com o intuito de melhor compreender e conceber as práticas de ensino e aprendizagem, vale ressaltar que ao tratarmos de ensino e aprendizagem curricular no sentido das reflexões teórico-metodológicas analisando obras históricas, livros, etc. podemos perceber que há pesquisas que têm a ver com ensino e aprendizagem, mas por vezes de forma indireta. Os estudos, via de regra, na Educação Matemática discorrem sobre as teorias, no sentido de contribuir para o desenvolvimento de uma prática docente criativa e adequada às necessidades da sociedade do século XXI. Neste contexto, surgem novas tendências, tanto na área da Educação como na Educação Matemática, que envolvem diferentes abordagens consideradas de suma importância para o desenvolvimento dessas práticas. Pesquisadores da Educação Matemática mostram diferentes abordagens quando tratam das tendências da Educação Matemática.

Ao longo dos anos é perceptível, a partir de uma análise histórica, perceber que houve uma evolução na categorização da Educação Matemática. Alguns aspectos

diferenciam as tendências como, por exemplo, a concepção de ensino, aprendizagem e de matemática, as finalidades e os valores atribuídos ao ensino de matemática e a relação professor-aluno. Segundo Fiorentini (1995), em “Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil”, recorte do primeiro capítulo da sua Tese de Doutorado (1994) nele o autor destaca esse movimento, no sentido da constituição de Tendências, ser elas: a Formalista Clássica, a Empírico Ativista, a Formalista Moderna, a Tecnicista e Suas Variações, a Construtivista, a Sócio-Etnoculturalista, a Histórica-Crítica e a Sócio-Interacionista-Semântica. Nos momentos seguintes discutiremos sobre essas caracterizações de tendências na perspectiva de Fiorentini (1995).

Para o autor, com nascimento da Escola Nova em 1930, a Matemática era ensinada com base nos seus valores de utilização, suas relações com as outras ciências e suas aplicações para resolver problemas do dia a dia. Utilizavam-se atividades experimentais, a resolução de problemas e o método científico acreditando-se que o aluno aprende fazendo. O que se define pela tendência chamada de Empírico-Ativista. Esta tendência não rompe com a concepção idealista do conhecimento, pois para os empírico-ativistas, o conhecimento matemático é obtido por descobertas. Os materiais Montessorianos podem ser considerados como parte dessa concepção do apelo associacionista visual e tátil (FIORENTINI, 1995).

Ainda segundo Fiorentini (1995) em meados de 1960 e 1970 o ensino de matemática passou por um movimento de renovação conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM). Um número significativo de matemáticos se uniu em um movimento de cunho internacional, buscando uma modernização do currículo escolar. O MMM promove um retorno ao formalismo matemático, caracterizando-se assim essa tendência como Formalista-Moderna, a qual tinha ênfase no uso da linguagem, no rigor e nas justificativas. O ensino era centrado no professor e distanciava-se das aplicações práticas.

Já em 1970, temos a Tendência Tecnicista, na qual os conteúdos são apresentados com uma instrução programada. Os recursos e as técnicas de ensino estão no o centro do processo ensino-aprendizagem. Os alunos e o professor passam a meros executores de um processo desenvolvido por especialistas.

A Tendência Construtivista, considera que o conhecimento matemático resultante da ação interativa-reflexiva do indivíduo com o meio ambiente. Destaca-se o aprender a aprender e o desenvolvimento do pensamento lógico-formal. Na teoria

construtivista, a matemática é uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis, ou seja, é um construto resultante da interação dinâmica do homem com o meio físico e social, como trata Fiorentini (1995).

A Tendência Histórico-Crítica traz uma aprendizagem significativa, que acontece quando o aluno consegue atribuir sentido e significado às ideias matemáticas sendo apto a pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar.

Já a Tendência Sócio-Etnocultural é aquela que traz uma visão antropológica, social e política da Matemática e da Educação Matemática. Parte de problemas da realidade, de diversos grupos culturais, buscando assim propiciar temas de trabalho na sala de aula. Podemos dizer, baseados nos autores que desenvolvem pesquisas no campo das tendências da Educação Matemática, que elas vêm acompanhando as evoluções da Educação.

Segundo Fiorentini (1995) a tendência Sócio-Etnocultural se mostra em duas vertentes distintas. A primeira vertente é mais crítica, chamada de Politicista, onde se priorizam as discussões e as atividades em torno de temáticas de cunho socioeconômicos e políticos. Já a segunda vertente ampara-se na Etnomatemática e nas ideias de D'Ambrósio (1998) que vem teorizando o que mais recentemente tem chamado de "Programa Etnomatemática" onde destacam-se os estudos dos grupos, como: Sebastiani (1990), em sua pesquisa com grupos indígenas brasileiros; Carraher (1988), com trabalhadores em feiras; Borba (1987), com jogos e brincadeiras de crianças de favelas; Grandó (1988), com madeireiros; Knijnik (1995), com os professores de assentamentos de sem-terra do Rio Grande Sul e Baldino e D'Ambrósio (1994) com uma comunidade de matemáticos.

Já para Gáscon (2003), as tendências em Educação Matemática são apresentadas como: Empírico-Ativista, Formalista-Moderna, Tecnicista e suas variações, Construtivista, Histórico-Crítica e Sócio-Etnoculturalista. De acordo com Gáscon (2003) a categoria/ tendência Construtivista, é aquela na qual se aportam uma grande parte da gama das tendências tratadas nesta pesquisa, as quais sinalizam para o que consideramos Teorias em Desenvolvimento.

Nestes termos podemos perceber que ao observarmos a Educação Matemática tanto na perspectiva de Fiorentini (1995) quanto em Gáscon (2003) vemos que ambos

as organizam em categorizam de grupos distintos, mediante suas características socio relacionais. Para ambos as perceber assim, torna mais fácil entender suas relações.

A seguir temos a figura 04 que expressa a organização da Educação Matemática na perspectiva de Gáscon (2003).

Figura 04: Educação Matemática na perspectiva de Gáscon (2003)



FONTE: Construção da autora (Baseado em Gáscon (2003))

Com o passar dos anos outras correntes de trabalho foram surgindo dentro deste campo de pesquisa, que são consideradas hoje como, as ditas tendências da Educação Matemática. No entanto, podemos dizer que essas perspectivas permanecem ainda estão presentes no âmbito das tendências e se articulam/convivem por vezes em uma única tendência.

Já para Bicudo, Viana e Penteado (2001) apresentam como tendência de pesquisa a visão histórica da Matemática, e as relações presente nos discursos matemáticos (linguagem matemática) e a Etnomatemática. Para Lopes e Borba (1994) uma tendência é uma forma de trabalho que surgiu a partir da busca de soluções para os problemas da Educação Matemática. Carvalho (1994) trata as Tendências em Educação Matemática em quanto linhas de pesquisa, tais como: resolução de problemas, informática e Educação Matemática, Etnomatemática.

Para Cavalcanti (2011) as tendências são dinâmicas e complexas, emergem, tanto de pesquisas sobre as práticas de alunos e professores, quanto de pesquisas temáticas desenvolvidas pela comunidade científicas da Educação Matemática

A temporalidade indica o caráter transitório das tendências, pois aquilo que atualmente é uma tendência pode não ter sido anteriormente, enquanto aquilo que hoje não é uma tendência já pode ter sido em outra época e, em função disso, torna-

se necessário a definição de critérios que permitam identificar e validar uma tendência. Nestes termos um estudo sistemático sobre as tendências da Educação Matemática, neste estudo Cavalcanti (2011) sugere uma classificação em três macrotendências.

- Epistemológica: abarca as tendências referentes às teorias da Educação Matemática e a própria identidade da Educação Matemática como campo científico. O Construtivismo Radical, as Teorias da Psicologia e da Filosofia da Educação são exemplos de tendências dessa categoria.
- Didático-pragmática: engloba as tendências referentes ao ensino da Matemática, particularmente em relação às metodologias utilizadas e suas concepções para o ensino e a aprendizagem. A Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a utilização de Jogos no Ensino de Matemática, a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) no Ensino de Matemática são alguns exemplos dessa categoria.
- Político-sócio-cultural: refere-se as tendências atreladas à transcendência do conhecimento, isto é, que consideram aspectos que ultrapassam tanto as questões metodológicas de ensino quanto as epistemológicas do campo científico. Como exemplo, temos a Inclusão, a Etnomatemática, a Educação Matemática Crítica, a Educação para a Paz.

Cavalcanti (2011) em parte se assemelha ao que já foi anunciado anteriormente por Fiorentini (1995) e Gascón (2003) pois ambos também estabelecem categorizações para as tendências, no sentido de agrupa-las de modo mais relacional. Ainda assim percebemos uma certa multiplicidade de entendimentos, no que tange às Tendências, e das diferentes formas de trabalho ou linhas de pesquisa, um ponto consensual entre os autores, é na concordância de que a utilização de uma tendência na prática do ensino e aprendizagem da matemática pode contribuir para que professores e alunos vivenciem diferentes formas de ensinar e aprender Matemática.

A partir dos estudos iniciais que fizemos e das pesquisas na Coleção de Livros Tendências em Educação Matemática, que é considerada uma das principais referências bibliográficas para o estudo das tendências, é possível elencar como tendências atuais em Educação Matemática: Didática da Matemática (mesmo que em alguns países ela se equipare a própria Educação Matemática, como no Brasil ela é tratada, por alguns como tendência e por outros como teoria, neste momento do texto a tomaremos como tendência em decorrência da coleção tendências em Educação Matemática tratá-la assim), Tecnologia Informática na Educação Matemática,

Educação Matemática Crítica, Etnomatemática, Modelagem Matemática, Linguagem e escrita na Matemática, materiais alternativos para o ensino da matemática (jogos matemáticos, materiais concretos, etc.), Filosofia da Educação Matemática, Investigação Matemática, História da Matemática e Resolução de Problemas. Vale pontuar que trazemos nesta sessão as tendências, nas perspectivas elencadas pelos autores, porém em nosso entendimento algumas delas não se tratam de tendência nem tampouco de um campo teórico, são, porém, ações inerentes à Educação, mas este entendimento discutiremos em outro momento no texto.

Figura 05: Representação das Tendências em Educação Matemática no Brasil



Fonte: Construção da autora.

Cabe frisar, que não há critérios específicos estabelecidos na literatura para a indicação de um estudo em determinado campo se caracterizar como tendência ou ter *status* de tendências ou teoria. Nas pesquisas, no âmbito do Brasil, não temos um parâmetro fechado, um direcionamento sobre isso, nesse sentido essa tese busca construir uma compreensão do avanço em determinados campos de estudo que habilitam uma dita tendência à uma Teoria em Desenvolvimento, até mesmo uma teoria tida como consolidada como a Didática da Matemática.

2.3.2 Teorias em Desenvolvimento - “Tendências” em Educação Matemática

Neste momento passaremos a discutir, em aspectos gerais, algumas das consideradas pela literatura, Tendências em Educação Matemática, que são, em nossa concepção, as principais Teorias em Desenvolvimento em Educação Matemática vigente na atualidade. Neste sentido destacamos no cenário nacional a Coleção Tendência em Educação Matemática, que aborda de forma geral as diversas nuances tratadas neste campo de pesquisa. A coleção trata dos pontos desenvolvidos de forma bem substancial nos últimos anos na Educação Matemática. Ressaltamos, porém, que neste momento do texto, não as trataremos em sua totalidade, pois além das citadas nesta sessão existem outras, já mencionadas em momento anterior do texto. Porém as elencadas aqui, voltamos a frisar, são as que em nosso entendimento se constituem nas mais pertinentes, e que se evidenciaram quando da construção do percurso investigativo realizado.

No momento da construção do percurso de estudo (desenvolvimento do PEP) outros aspectos, no que se referem a estas Teorias em Desenvolvimento, serão abordados e explicitados quando do tratamento daquela sessão.

2.3.2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática ganhou forças e difusão com os trabalhos de Paulo Freire e Ubiratan D’Ambrósio, no final da década de 1970 início de 1980. A Modelagem matemática ganhou notoriedade no cenário nacional, por meio dos trabalhos de D’Ambrósio (1999), Bassanezi (2002), Meyer (2011), os quais ofereciam cursos aos professores e ações em suas salas de aula. Ações essas nas quais eram desenvolvidas ações, denominadas de modelações. Eles intensificaram as discussões sobre a elaboração de modelos matemáticos, sobre o ensino da Matemática, contribuíram para que a Modelagem se tornasse uma linha de pesquisa na Educação Matemática (BIEMBENGUT, 2009).

A Modelagem Matemática é considerada uma tendência que muito facilmente se relaciona com as outras tendências, pois sua metodologia comumente nos remete à possíveis interseções, de mostrar a sinergia existente ou até como possibilidade de

interlocução entre diferentes linhas de pesquisa em Educação e em Educação Matemática. Este aspecto relacional da modelagem, será explorado adiante.

No Brasil, já foram publicados estudos sobre o que tem sido feito em termos das pesquisas em Modelagem Matemática. Percebemos um grande número de publicações e produções nesta área, o que se justifica pela aplicabilidade desta tendência em atividades e nos mais diferentes ambientes de sala de aula.

Barbosa (2007) apresenta reflexões sobre a natureza e os critérios da produção científica da área com base em textos submetidos para um livro (BARBOSA; CALDEIRA; ARAÚJO, 2007). Nestas produções eles realizam uma análise desses textos a partir de cinco categorias: o objetivo da pesquisa, sua coerência, o referencial teórico, a metodologia e a credibilidade, e apontam aspectos que devem ser considerados em futuros estudos, como a interação com a comunidade e produção internacional da área.

A Modelagem Matemática apresenta diversidade de concepções, dessa feita selecionamos os quatro principais autores, em nosso entendimento, para explicitarmos as diferentes concepções de Modelagem para o ensino e aprendizagem de Matemática. Um ponto interessante a ser destacado é que dentre os autores selecionados aqui temos dois grupos que convergem no mesmo sentido, em suas pesquisas. Temos os dois primeiros tratados neste texto, Bassanezi (2002) e Biembengut (1999) que coadunam da Modelagem Matemática como um método de ensino.

Para Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática é:

[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (p.16). Nesta perspectiva o autor entende que sempre se faz necessária a formulação de um Modelo Matemático, seguindo as ideias de Ciência, estas apresentadas por Descartes (1637), (Ibid., p.18).

Segundo o autor a Modelagem Matemática consiste em um processo que segue as seguintes etapas: Experimentação; Abstração (seleção de variáveis, problematização ou formulação de problemas, formulação de hipóteses, simplificação); Resolução; Validação; Modificação (caso seja necessário alterar o modelo). Esses passos indicam que Bassanezi tem a concepção de método/procedimentos.

Bassanezi (2002) diz que “A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar, entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.” (p. 31). Ele ainda aponta que:

A modelagem no Ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido, mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Com a modelagem o processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural. (BASSANEZI, 2002, p. 38).

Biembengut (1999) explicita que a Modelagem é “[...] o processo que envolve a obtenção de um modelo” (p. 20). E nesse processo, a Modelagem é uma forma de interligar Matemática e realidade, que na visão da autora são disjuntas. Semelhante definição aparece em sua dissertação de mestrado, considerando que a Modelagem é “[...] a estratégia usada para se chegar ao modelo.” (BIEMBENGUT, 1990, p.3)

Em certo momento em nossa jornada de pesquisa, estabelecemos contato com a autora, via e-mail, no sentido de entender qual a sua compreensão em relação à seguinte pergunta: *Segundo a sua concepção, Modelagem Matemática é uma teoria? Metodologia?* A resposta dela a nosso questionamento foi:

Modelagem não é nem uma teoria, tampouco, uma metodologia. Pois, "metodologia é o estudo dos métodos; ou a teoria dos procedimentos de ensino"; e "teoria, sistema ou doutrina que trata desses princípios". Modelagem é um método. Método significa "conjunto dos meios dispostos convenientemente para alcançar um fim e especialmente para chegar a um conhecimento científico ou comunicá-lo aos outros". Este método – Modelagem é utilizado em diversas áreas, como na Moda, na Informática, na Física, na Arte, ...e na Matemática. Na matemática aparece na área da Matemática Aplicada. Nas diversas áreas a Modelagem é um método de pesquisa para compreender um fenômeno, propor uma teoria, criar algo. A essência da modelagem pode ser identificada em quase todas as criações humanas. Embora a utilização do termo tenha pouco mais de um século (até onde eu saiba). Por ser um método que 'atrela' várias áreas do conhecimento, na tentativa de modelar um fenômeno, há mais ou menos quatro décadas (SOMENTE), a modelagem vem sendo defendida como processo ou método de ensino e aprendizagem em qualquer fase de escolaridade. [...]. Assim, devido ao número de pesquisas e das concepções diversas sobre Modelagem na Educação de Matemática, poderia arriscar que já temos teorias sobre este tema relacionada ao ensino. (BIEMBENGUT, 2014)³

Para esta autora a Modelagem Matemática é o processo que visa “[...] traduzir a linguagem do mundo real para o mundo matemático” (BIEMBENGUT, 1990, p. 10). Compreende-a também como uma arte. “[...] a Modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da vida do ser humano como forma de constituição e de expressão do conhecimento.” (BIEMBENGUT, 1997, p. 43).

³ Resposta ao contato, via e-mail, estabelecido com a professora pesquisadora.

A autora trata a Modelagem em uma perspectiva motivacional, “O importante é não perder a motivação.” (p. 105). Segundo Biembengut (1997) a Modelagem segue algumas etapas, são elas:

1. Interação – reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa)
2. Matematização – formulação (hipótese) e resolução do problema em termos matemáticos.
3. Modelo Matemático – interpretação da solução e validação do modelo.

Para o Ensino da Matemática, Biembengut (1999) explicita que a Modelagem pode ser “[...] um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente” (p. 36). Modelação como método “[...] difere da modelagem no ensino, pois se utiliza de um único tema para extrair o conteúdo matemático programático.” (BIEMBENGUT, 1997, p. 108). Mesmo assim, volta-se para a construção de modelos. Vale ressaltar que os estudos de Biembengut, são aportados e convergem para os de Bassanezzi. Em suas pesquisas estes autores indicam a concepção onde a busca por um modelo é essencial para eles, o que se difere de outros autores desta linha de pesquisa como por exemplo, Barbosa e Burak.

Barbosa e Burak têm certa convergência também, pois partilham da mesma concepção em se tratando da Modelagem Matemática, quando a concebem como Teorias em Desenvolvimento, na ótica de uma construção, a qual busca definir seus aportes teóricos e se fundamentar. Vale a pena ressaltar que estes autores coadunam com nossa percepção neste sentido, onde considerar o avanço das pesquisas em certas áreas das tendências (para eles a modelagem) que as habilitam enquanto campo teórico em desenvolvimento da teorização das tendências, que eles propõem, o que conversa com nossa visão, bem como dialoga com a proposta desta tese.

Burak (1987, p. 21) diz que a Modelagem Matemática é um “[...] conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos do qual o homem vive o seu cotidiano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.” Ele propõe o trabalho em termos da construção de modelo, inferindo que as “[...] variáveis devem ser relacionadas para melhor exprimir o problema a ser estudado, é a construção do modelo.” BURAK (1987, p. 37).

Burak (1992) concebe que a Modelagem Matemática:

[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes

no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões. (BURAK, 1992, p. 62).

A concepção de Modelagem Matemática, para este autor está baseada em dois princípios fundamentais: a) o interesse do grupo e; b) a obtenção de informações e dados do ambiente, de onde se origina o interesse do grupo. Burak (2004) descreve a Modelagem em cinco etapas, sendo elas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções.

Podemos dizer que Burak está na fronteira entre entender a modelagem como procedimento (método) e a busca de uma base teórica que fundamente as pesquisas, haja vista que seus estudos transitam nesta linha tênue.

Em contraponto aos autores anteriormente citados, temos Barbosa (2001) que difunde o ambiente de aprendizagem é concebido como um “convite” feito aos alunos, o que pode ocasionar que eles se envolvam, ou não, nas atividades. Sendo assim, os interesses dos alunos devem ir ao encontro da proposta do professor. Essa conceituação de ambiente de aprendizagem, segundo Barbosa (2001), está em consonância com Skovsmose (2000) quando afirma que à medida que não compreendo as atividades de Modelagem contendo encaminhamentos e fins a priori, sustendo que os alunos podem investigar matematicamente uma dada situação, sem necessariamente construir um modelo matemático. Para BARBOSA (2001b, p. 36).

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.

Para ele a Modelagem está pautada na indagação, que não se constitui em uma simples explicitação do problema, mas em uma atitude que acompanha todo o processo de construção da resolução. A indagação conduz à investigação, sendo esta “[...] a busca, seleção, organização e manipulação de informações.” (BARBOSA, 2001b, p. 7).

Barbosa (2001) traz em seu discurso um tom um tanto quanto diferente para a Modelagem Matemática, pois ele busca atribuir a ela certa singularidade. No sentido de abordá-la em uma perspectiva diferente para a Educação Matemática. Vale ressaltar que todas as perspectivas têm sua parcela de contribuição para o desenvolvimento da Modelagem.

O aporte teórico que fundamenta as pesquisas de Barbosa (2001) é a corrente de Modelagem que é denominada de sócio crítica. Onde as “[...] atividades buscam abranger o conhecimento de matemática, de modelagem e reflexivo.” (BARBOSA, 2001a, p. 29). Nela se valorizam os interesses dos alunos como os determinantes de toda e qualquer atividade com Modelagem. Nesta concepção de Modelagem temos a orientação em situações da realidade e não em situações fictícias (semi-realidades).

A realidade é o contexto onde as pessoas estão inseridas, sem invenções artificiais. Situações cotidianas ganham todo um significado, quando, segundo Barbosa (2001) são assumidas como um ambiente de aprendizagem.

Quadro 2: Diversas concepções em Modelagem Matemática

AUTORES	CONCEPÇÕES DE MODELAGEM (1)
BARBOSA	“Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.”
BIEMBENGUT	“processo que envolve a obtenção de um modelo.”
BURAK	“conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudado-o a fazer previsões e tomar decisões.
CALDEIRA	Concepção de Educação Matemática, constituindo-se em um <i>sistema de aprendizagem</i> . “
Autores	Embasamentos teóricos em relação ao ensino e à aprendizagem de Matemática (2)
BARBOSA	Educação Matemática Crítica
BIEMBENGUT	Não explicita a sua compreensão em relação as teorias de ensino e aprendizagem.
BURAK	Orientação cognitivista: Construtivista, aprendizagem significativa e sociointeracionista.
CALDEIRA	Educação Matemática Crítica

Fonte: (KLÜBER; BURAK, 2008, p. 32)

O quadro 2 ilustra bem essa relação dicotômica presente entre os autores desta mesma tendência, haja vista que cada um deles possui um viés bem particular em se tratando dos elementos e modos de ver a Modelagem Matemática, alguns partem de uma premissa mais empírica e metodológica em quanto que outros dialogam no sentido mais teórico e estrutural. Essa noção está sempre em nossas pontuações uma vez que estes pontos inferem diretamente em nossa pesquisa.

Segundo os autores que estudam a Modelagem Matemática o papel da Educação Matemática é formar cidadãos aptos a questionar de forma crítica e reflexiva as situações cotidianas, pois ao lançar mão da Modelagem Matemática na sala de aula podemos alcançar um dado nível de ensino e vivências são evidenciados pelas práticas da interdisciplinaridade, da transversalidade, mostrando como a matemática pode ser útil na vida cotidiana e como ela se relaciona com as demais áreas do conhecimento. No Brasil ela possuem um forte viés antropológico, político e sociocultural, pois tem buscado partir do contexto sociocultural dos alunos, já o movimento internacional não apresenta esta preocupação de modo tão aparente segundo Kaiser-Messmer (1991) Kaiser e Sriraman (2006) apresentam uma classificação das perspectivas da Modelagem Matemática, que segundo eles se distinguem em seis: a realística, a contextual, a educacional, a epistemológica, cognitiva e a sócio-crítica. Segundo os autores essas perspectivas só reforçam o viés teórico da Modelagem uma vez que tratam dela e sobre ela em um nível de maior profundidade.

Nessa perspectiva, Barbosa (2007) tem desenvolvido estudos e publicado no sentido do debate e da discussão dessa Modelagem no sentido do debate teórico, ele afirma que a Modelagem Matemática não é restrita ao campo educacional e quando pesquisadores e professores a percebem desta forma, é porque possuem um olhar bem limitado acerca da Modelagem. Sendo assim é necessário considerar que as práticas sociais que ocorrem em outros âmbitos, exteriores ao ambiente educacional também podem ser discutidas a fim de contribuir com o estudo de como fazer Modelagem e das suas implicações na Educação Matemática, além de “permitir o estabelecimento de canais profícuos de interlocuções com outros campos” (BARBOSA, 2007, p.98).

2.3.2.2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Ensinar Matemática num contexto histórico é contribuir para uma valorização dos conhecimentos, haja vista que relacionar o conhecimento a um cenário e contexto histórico, auxilia na compreensão social que motivou cada civilização a desenvolver determinados tipos de matemática, a exemplo temos: os princípios de contagens, registro de quantidades, noções geométricas e ideias matemáticas de um modo geral.

Ao estabelecermos uma relação destes contextos com a realidade atual, é possível, segundo D'Ambrósio (2003) concluir que a matemática está presente em nossas relações cotidianas.

Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma ideia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação em geral. Isso é particularmente notado no que se refere a conteúdo. A maior parte dos programas consiste de coisas acabadas, mortas e absolutamente fora do contexto moderno. Torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância. (D'AMBRÓSIO, 2003, p. 29).

Segundo Chassot (2001, p. 99), há necessidade de uma busca de um ensino cada vez mais marcado pela historicidade. Ao invés de apresentarmos o conhecimento pronto, é preciso resgatar os rascunhos. Também é preciso envolver alunos e alunas em atividades que busquem ligações com seu passado próximo e remoto.

Para Mendes e Chaquiam (2016) as discussões, tanto no que se refere à construção social quanto ao aspecto histórico foram renovadas nos trabalhos de Lévi-Strauss (1989), na antropologia ao tratar da relação entre o concreto e o abstrato no pensamento humano, ao tratar de natureza e cultura. Igualmente, tais discussões ganharam eco nas proposições sobre história da ciência, lançadas por Kuhn (2011), ao tratar dos conceitos de estrutura, de revoluções científicas e de paradigma para explicar essa construção social, e, por fim nas proposições de Michel Foucault (2000), na filosofia, ao reinventar os conceitos de arqueologia, genealogia e regime para abordar os modos de pensar e agir na construção social da realidade.

Foucault (2000) e outros pensadores, no decorrer do século XX, instituíram estudos e pesquisas em história social da ciência, onde se inclui a matemática. O que, em nosso entendimento reforça o teor teórico das pesquisas em História da

Matemática. A tendência História da Matemática se fundamenta e até meio que se funde com a História das Ciências.

Um dos meios pelos quais podemos justificar o porquê de determinados conceitos é a historicidade. Contextualizando os conceitos matemáticos historicamente é possível responder a determinados porquês e dessa feita contribuir para a construção de um processo de Matematização mais dinâmico e contundente, de modo a ressignificando a aprendizagem e tornando certas experiências com e em matemática muito mais significativas. Dessa maneira o aluno pode entender que esse conhecimento foi construído historicamente, a partir de situações e necessidades determinantes em cada época da História da Humanidade.

É nitidamente perceptível a importância que o uso da História da Matemática tem para o ensino e a aprendizagem. Por ela, pode-se entender porque cada conceito foi introduzido na Matemática e que, na verdade, sempre foi algo natural, cada qual em seu momento. Permite também estabelecer conexões com a História, a Filosofia, a Geografia e várias outras manifestações da cultura.

A perspectiva histórica possibilita a inter-relação com outros conhecimentos, de forma que os educandos possam observar por que eles surgiram e qual a necessidade de desenvolver determinados modelos, tornando a Matemática desafiadora. Ainda com relação as perspectivas teóricas no interior do campo de investigação História na Educação Matemática, (MIGUEL; MIORIM, 2004), apontam algumas: Perspectiva Evolucionista Linear; Perspectiva Estrutural-Construtivista Operatória; Perspectiva Evolutiva Descontínua; Perspectiva Sociocultural e Perspectiva dos Jogos de Vozes e Ecos.

É importante ter em mente que a objetividade do mundo institucional, por mais maciça que pareça ao indivíduo, é uma objetividade produzida e construída pelo homem. O processo pelo qual os produtos exteriorizados da atividade humana adquirem o caráter de objetividade é a objetivação. O mundo institucional é a atividade humana objetivada, e isso em cada instituição particular. (BERGER; LUCKMANN, 2012, p. 84)

A História da Matemática busca nos remeter a discussões sociais e epistemológicas, uma vez que ela entende que a matemática construída é uma produção social e subjetiva. Para Brandemberg (2014)⁴ as pesquisas em História da Matemática são heterogêneas, e devido essa diversidade ela se subdivide em tendências internas, como: História institucional e a História da Evolução de

⁴ BOCEHM, Fortaleza (CE), Ano 01, n. 01, jan. Abri., 2014. – Entrevista.

Conceitos. Esta última, busca melhorias no ensino de Matemática. Segundo Brandemberg (2014, p. 02-03)⁵:

A História agrega valores sociais ao conteúdo, tornando o mesmo mais significativo. Nos cursos de graduação, a disciplina é importante para a formação do professor, pois permite associar a Matemática a sua História. Assim, podemos proporcionar, ao futuro professor licenciado, uma visão mais natural dos conteúdos aprendidos e a possibilidade de trabalhar conteúdos matemáticos, considerando seus aspectos históricos (sociais e culturais)

Para Sousa (2014) as várias definições e atributos proferidos à História, não é consenso dizer que ela serve ao ensino e que está aliada à teoria e à prática da educação, especificamente, à Educação Matemática.” Essa dicotomia, segundo a autora, faz com que tenhamos, o que ela designa como jogo de sinais, chamados por *Polo Positivo* e *Polo Negativo*. Onde no polo positivo estariam aqueles autores como: Mendes (2006), Fossa (2001) e D’Ambrósio (2001) que defendem a importância da História da Matemática como instrumento pedagógico de auxílio as pesquisas investigativas na Educação Matemática.

Os autores em suas obras sempre enfatizam essa importância, no livro “A História como um agente de cognição na Educação Matemática, de Mendes; Fossa e Nápoles (2006) destacam a importância dos trabalhos e pesquisas desenvolvidas no âmbito da História da Matemática para a Educação Matemática e tratam de analisar possibilidades de uso da investigação histórica como um agente de cognição matemática na sala de aula. Eles apontam elementos norteadores para o uso didático da História da Matemática em sala de aula, considerando-a um princípio unificador entre os aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática.

Na referida obra são tratados ainda exemplos concretos de como os princípios epistemológicos, discutidos nos capítulos anteriores desta tese, podem nortear o desenvolvimento de intervenções pedagógicas para o ensino da matemática. Investigam as obras de dois matemáticos antigos, mostrando como essas obras podem ser retomadas didaticamente, mediante uma investigação histórica, de modo a se reorganizar na forma de atividades para a aprendizagem de tópicos matemáticos em sala de aula. Para se coadunar com a importância da História da Matemática e vincular a Matemática as atividades humanas, temos a fala de D’Ambrósio (1999):

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os

⁵ BRANDEMBERG, João C. Entrevista concedida ao Boletim Cearense de Educação E História Da Matemática. Ano 1, Número 1, jan. /abr. de 2014.

fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 97)

Em contrapartida há o lado que defende o Polo Negativo, apoiado por autores, como Valente (2007) que afirmam que o uso da História da Matemática no ensino, é algo que está fadado a não problematizar historicamente a Matemática. Segundo Valente (2007):

A prática da história da educação matemática implica buscar respostas a questões de fundo como: Por que hoje colocamos os problemas sobre o ensino de matemática do modo como colocamos? Por que pensamos em reformas sobre esse ensino do modo como são propostas? Por que ensinamos o que ensinamos em Matemática? Por que determinados saberes matemáticos são válidos para o ensino em detrimento de outros? Essas são questões do presente, naturalizadas, não-problematizadas, que a prática da história da educação matemática tem a tarefa de desnaturalizá-las. (VALENTE, 2007, p. 38)

Para Valente (2007) a experiência com o trabalho de formação de pesquisadores da Educação Matemática dentro de uma especificidade histórica tem permitido ampliar a compreensão acerca desta tendência. Os diálogos estabelecidos com historiadores, historiadores da educação, historiadores da matemática e historiadores da ciência acabam por nortear os percursos metodológico impressões às produções dos grupos de pesquisa. Ainda que essa visão se prolifere nos grupos de pesquisa em História da Matemática, no Brasil.

Ainda segundo Valente (2007) a História é tratada como um princípio de sustentação da cognição Matemática em seus aspectos epistemológicos, implicando no desenvolvimento de possibilidades didáticas que contribuam para a melhoria da abordagem da matemática escolar no ensino Fundamental, Médio e Superior. Ele discute ainda que os princípios epistemológicos, segundo as quais vários autores se debruçam para formular perspectivas favoráveis à construção da matemática escolar, consideram alguns aspectos essenciais para o uso significativo da História da Matemática nas atividades de sala de aula.

De acordo como nossas pesquisas para a construção desta tese, nos últimos anos tem havido um progressivo e crescente aumento nas pesquisas relacionadas à História das Ciências e em História da Matemática. Segundo Chaquiam (2017) elas se constituem um valioso elemento para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, nas diferentes áreas e nos diversos níveis, o que permite compreender as origens das ideias que deram forma à nossa cultura, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje

aparecem acabadas e elegantes resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, em grande parte, numa ordem bem diferente daquela apresentada após todo o processo de formalização.

Para Weinberg (2015) a pesquisa hoje é amparada e alumiada pelo conhecimento de seu passado e pode contribuir para o sucesso no desenvolvimento do trabalho no presente ou infortúnios pelo seu desconhecimento. Neste sentido:

Estudos apontam que a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática, emerge como uma possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada às outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada. (CHAQUIAN, 2017, p. 14)

Segundo Lopes e Ferreira (2013), a História da Matemática vem se solidificando enquanto área de conhecimento e investigação em Educação Matemática. Os trabalhos desenvolvidos sinalizam um gradativo interesse por parte da comunidade escolar, que tem apresentado um genuíno interesse no processo de aprendizagem da matemática. Os autores ainda assinalam que a História da Matemática pode tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes, que é possível mostrar o porquê de estudar determinados conteúdos e que o professor pode construir um olhar crítico sobre o assunto em pauta.

Baseado nos rascunhos de D'Ambrósio (2000) pesquisadores na linha da História da Matemática desenvolveram um diagrama, denominado de Diagrama – Modelo/Orientador/Metodológico, através do qual poderiam balizar e nortear pesquisas nesta linha de estudos (Quadro 2).

Quadro 3: Elementos do Diagrama – Modelo/Orientador/Metodológico

Tema	Eleja um tema/conteúdo matemático que será desenvolvido em sala de aula e que você pretende apresentar uma abordagem histórica do mesmo, seja para introduzi-lo ou incentivar os alunos para apresentação do mesmo
Personagens envolvidos com a evolução do Tema	Identifique personagens/matemáticos que contribuíram para evolução ou formalização do tema, podendo ser contemporâneo ou não, destacando sua contribuição para o tema. É importante identificar o(s) problema(s) gerador(es), as forças que o impulsionaram e os obstáculos que impediram sua evolução
Personagem / Matemático	Identifique um personagem/matemático que contribuiu para a evolução ou formalização do tema

	<p>eleito para ser destacado no texto. Construa um perfil do personagem que contemple:</p> <p>a) Nome completo e sua árvore genealógica, quando fosse possível identificar;</p> <p>b) Traços biográficos, incluindo o acadêmico;</p> <p>c) Pseudônimo, se fosse o caso;</p> <p>d) Trabalhos produzidos, dando ênfase aos mais importantes e/ou soluções de importantes problemas;</p> <p>f) Frases célebres vinculadas ao personagem;</p> <p>g) Fotografias do personagem (pessoal, trabalhos, com outros personagens, livros de sua autoria, etc.</p> <p>h) Curiosidades ou fatos pitorescos sobre o personagem</p>
Personagens Contemporâneos	<p>Identifique personagens/matemáticos que foram contemporâneos do personagem/matemático principal. Apresente um resumo biográfico daqueles que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento das ciências, em particular da Matemática. Evite apresentar mais de cinco contemporâneos para não desvirtuar do personagem principal.</p>
Cenário Mundial / História da Humanidade	<p>É importante caracterizar o cenário mundial da época em que viveu o personagem principal, tendo em vista a vinculação da História da Matemática com a História da Humanidade e identificar as forças que o impulsionaram ou geraram obstáculos para seu desenvolvimento.</p>
Outros olhares sobre Personagem ou Tema	<p>Como não é objetivo nosso analisar detalhadamente o personagem principal ou tema, recomendamos identificar historiadores/pesquisadores que fizeram leituras e interpretações sobre o personagem principal ou tema abordado. Esse complemento pode enriquecer o trabalho, proporcionar questões para debates e diferentes visões e/ou interpretações a respeito do personagem principal ou do tema/conteúdo escolhido.</p>

Fonte: Chaquiam (2016, p.06)

Neste sentido para Mendes (2001) ao tecermos considerações teóricas sobre o uso da História da Matemática como fonte de elaboração de atividades para as aulas de matemática, devemos considera-la como elemento que garanta a inter-relação de

vários conceitos matemáticos que provoquem a curiosidade do aluno. Assim como evidenciado no quadro 3, os elementos pertencentes ao processo estão inter-relacionados de modo a promover o ensino.

Percebemos, em nossos estudos, que as pesquisas debruçadas no sentido do ensino da matemática têm-se intensificado nos últimos anos, com o desenvolvimento de trabalhos investigativos de teor teóricos e práticos, utilizando a História da Matemática como contexto de construção do conhecimento matemático. Segundo Mendes (2013, p. 185) “nos últimos vinte anos, tem aumentado o número de estudos e pesquisas que evidenciam a tentativa de materializar exercícios de criatividade na pesquisa em História da Matemática”. Para o autor, essas pesquisas sinalizam na busca de propiciar formas para que a aprendizagem matemática contribua para a formação de estudantes com maior potencial criativo e autônomo “em seu processo de cognição matemática” (MENDES, 2013, p. 185).

Neste sentido temos o artigo de Miguel (2003) com o título de “ Perspectivas teóricas no interior do campo de investigação “ História na Educação Matemática”, onde o autor trata sobre o enfoque teórico no bojo deste campo de pesquisa, segundo o autor essa nuance teórica desta linha de pesquisa vem recebendo certa atenção em eventos da áreas, tal como no V Seminário Nacional de História da Matemática, onde reflexões neste termos foram tecidas para além das novas pesquisas na área.

Nessa perspectiva percebemos que as abordagens e desdobramentos no que tange a esta linha de pesquisa já sinalizam no sentido da teorização dela, por essa feita a elencamos para fazer parte de nosso percurso de estudos. Como já mencionamos anteriormente essa sinalização se acentua quando tratamos de autores como: Miguel (2005) e Mendes (2015) e em artigos como: Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade da História da Ciência, o qual reforça a nuance teórica que desejamos salientar.

2.3.2.3 TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – TICs)

Nos últimos anos temos entendido a Educação Matemática a partir de novas abordagens, sempre na perspectiva de produzir novas e melhores ferramentas que nos auxiliem nas questões de aprendizagem uma das quais se destaca é a Informática na Educação Matemática.

Análises criteriosas sobre a aprendizagem de matemática apontam para uma dualidade no atual processo de ensino e de aprendizagem. Há uma concepção defensora de um certo tradicionalismo, que se caracteriza por certa rigidez e que ainda entende que os livros didáticos são detentores dos saberes, cujas organizações didáticas e matemáticas não podem ser questionadas, muitas das vezes esse apreço ao livro define os papéis de um contrato didático em que o professor se coloca na posição de transmissor do conhecimento e o aluno receptor. Por outro lado, grande parte da comunidade da Educação Matemática apresenta um discurso de inquietação, insatisfação crescente frente ao ensino, que se traduzem numa busca continuada de novas alternativas.

Todas as linhas de pesquisa da Educação Matemática para o ensino desta ciência têm importância. Porém, os estudos do uso de tecnologias computacionais, vem ganhando destaque, visto à amplitude das pesquisas dessa temática, como os trabalhos de Artigue (2002), Balacheff (1996), Borba (1998), Rabardell (1995), entre outros.

Borges (1998) menciona que as inovações tecnológicas são necessárias uma vez que se entende tecnologia como construção social. Nessa mesma direção, para Balacheff e Kaput (1996), inúmeras pesquisas indicam que o uso do computador pode se tornar um grande aliado para o desenvolvimento cognitivo dos alunos, viabilizando a realização de novos tipos de atividades e de novas formas de pensar e agir. Borba contribui com esse pensamento ao afirmar:

O conhecimento não é produzido somente por humanos, mas também por atores não humanos. As tecnologias são produtos humanos, e são impregnadas de humanidade, e reciprocamente o ser humano é impregnado de tecnologia. Neste sentido, o conhecimento produzido é condicionado pelas tecnologias (BORBA, 2004, p. 305).

Pensar em Informática Educativa nos remete a estudos que suscitam que o ensino de Matemática necessita se incorporar ao desenvolvimento tecnológico, e, para tal, se faz necessário inserir na escola e nas atividades estudantis o computador. Morin (2003) apresenta em seu texto a ideia de que, dada a complexidade trazida pela globalização e pelo desenvolvimento científico exponencial, existem novas formas de ensinar e novas formas de aprender.

Sobre o uso das TIC's na Educação Matemática é possível verificar um apoio teórico diversificado e em muitas das vezes com articulados à teorias que favorecem as análises de dados produzidos pelas pesquisas que fazem uso desse recurso, há

muitos autores de referência que levam a frente o uso de TIC's na Educação Matemática, no Brasil temos: Almouloud (2005), Borba (2016), Penteado (2003), Gravina (1996) e Valente (1993), já no cenário internacional, em Portugal, temos Ponte (2004), e entre outros pelo mundo a fora. Muitos destes autores trazem modelos teóricos de outras áreas, que discutem o aprendizado via tecnologias como Maier e Warren (2000), Castells (1999) e outros mais difundidos como Levy (1993). Um discurso direcionado e concebido para analisar os dados produzidos em pesquisas da e na Educação Matemática vemos em De Villiers (2002), Parzysz (2002), Trouche (2010), Rabardel (1995) dentre outros.

Baseado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996) Teoria da atividade de Leontiev (2004) e ideias de Piaget (1979) Rabardel (1995) desenvolve a teoria da instrumentação que fornece elementos teóricos apropriados ao estudo da ação do sujeito, mediado por um instrumento. Essa é a teoria adotada para compreendermos o uso da tecnologia pelo professor.

Na teoria da instrumentação podemos investigar as ações produzidas a partir do uso dos instrumentos no campo social e no campo científico. Quando falamos em esquemas na teoria da instrumentação, estamos pensando no sujeito que age sobre alguma coisa. Dessa forma, um esquema tem uma característica dinâmica, o que é fundamental para a definição e diferenciação entre artefato e instrumento feita por Rabardel (1995; 1999).

Segundo Rabardel (1995) na abordagem instrumental, um artefato pode ser um meio material, como um martelo, uma enxada, ou um meio simbólico, como uma linguagem simbólica (linguagem algébrica, símbolos vetoriais etc.). O instrumento consiste do artefato acrescido de um ou vários esquemas de utilização desse artefato, esquemas esses construídos pelo sujeito. Ele ainda nos fornece assim uma definição psicológica de instrumento, pois toma como base, para tal, o conceito de esquema. Um instrumento não existe “por si só”; o artefato se transforma em um instrumento para um determinado sujeito quando este o incorpora às suas atividades, ou seja, em nosso caso, um artefato (por exemplo, um software) torna-se um instrumento para o professor, relativamente à sua prática pedagógica, quando ele o utiliza com seus alunos, em sua atividade de ensino.

Três ideias centrais na definição de instrumento, que esclarecem seu caráter dinâmico:

- Cada sujeito constrói seus próprios esquemas de utilização, portanto, seu próprio instrumento, que difere do instrumento do “outro”;

- À medida que o sujeito continua a manipular o instrumento, vai construindo novos esquemas que vão transformando o instrumento. Estes esquemas são modificados pelo sujeito de acordo com suas necessidades;
- Um mesmo artefato dá origem a diferentes instrumentos construídos por diferentes sujeitos.

Nestes termos é possível perceber que a noção central na teoria da instrumentação são os esquemas desenvolvidos pelos sujeitos: os esquemas de uso e os esquemas de ação instrumentada. Sendo que os esquemas de uso se referem às tarefas ligadas diretamente ao artefato, tais como ligar o computador, localizar os aplicativos, e colocar atalhos na tela. Enquanto que os esquemas de ação instrumentada são relativos às tarefas diretamente ligadas ao objeto da ação. Os esquemas de ação instrumentada vão, progressivamente, constituindo-se em técnicas que permitem resolver eficientemente certas tarefas⁶ (ARTIGUE, 2002).

No centro da teoria da atividade instrumentada está o conceito de gênese instrumental, que consiste no processo de elaboração do instrumento pelo sujeito. É neste processo que reside o interesse central, da pesquisa destes autores, sobre a integração da tecnologia pelo professor em sua prática pedagógica. Por esse motivo é importante compreender esse processo. Participam do processo de gênese instrumental duas dimensões: a instrumentalização e a instrumentação.

A instrumentalização concerne à emergência e a evolução dos componentes artefato do instrumento: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, transformações do artefato [...] que prolongam a concepção inicial dos artefatos. A instrumentação é relativa a emergência e a evolução dos esquemas de utilização: sua constituição, seu funcionamento, sua evolução assim como a assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos (RABARDEL, 1999, p. 210).

Percebemos assim que o instrumento não é algo pronto e acabado; ele pode sofrer elaboração e reelaboração pelo sujeito ao longo das atividades realizadas com o componente.

De acordo com Borba e Penteado (2003, p. 64-65),

“(...) À medida que a tecnologia informática se desenvolve, nos deparamos com a necessidade de atualização de nossos conhecimentos sobre o conteúdo ao qual ela está sendo integrada. Ao utilizar uma calculadora ou um computador, um professor de matemática pode se deparar com a necessidade de expandir muitas de suas ideias matemáticas e também buscar novas opções de trabalho com os alunos. Além disso, a inserção de

⁶ O termo “tarefa” faz alusão ao quarteto (tarefa, técnica, tecnologia, teoria) da praxeologia discutido por Chevallard (1992). Temática sobre a qual abordaremos em outra sessão deste trabalho.

TI no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das ideias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionar a interdisciplinaridade”.

Quando nos referimos ao uso de tecnologia na prática pedagógica do professor, quando falamos em integração, estamos querendo dizer que o professor se torna autônomo nesse uso, ou seja, estamos nos referindo a uma integração de forma mais específica, até certo ponto crítica. Ponte (2014, p. 354) afirma que:

Perceber quais as potencialidades das tecnologias que podem ser mobilizadas para contextos formativos e identificar modos de as usar de forma produtiva na formação inicial e contínua, tanto com os professores que já usam com muita destreza estas tecnologias, como com professores que mantêm com elas uma relação incipiente, constituem aspectos importantes de uma agenda atual de investigação nesse campo.

Nesse sentido, esta abordagem nos fornece um referencial que nos permite avançar nessa questão. Investigar essa gênese na situação da formação de professores é investigar como o professor cria os projetos para o uso da tecnologia e de como essa tecnologia pode contribuir e mudar suas práticas pedagógicas de modo a poder contribuir efetivamente com a aprendizagem do aluno. Trata-se de um modelo teórico de uso de tecnologias, ou seja, esse campo ganha autonomia com construtos “próprios” para desenvolver propostas e analisar de pesquisas.

2.3.2.4 ETNOMATEMÁTICA

Etnomatemática já é considerada como um Programa de Pesquisa dentro da História e Filosofia da Matemática, de acordo com D’Ambrósio (2002). A Matemática vem sendo percebida como uma área de conhecimento que transcende o papel e a sala de aula, pois está totalmente imbricada com as questões humana. As teorias e práticas matemáticas são por sua vez as bases para a elaboração de conhecimento e representações da realidade.

Ela tem suas características específicas, que valorizam a Matemática dos diferentes grupos socioculturais e sugere uma valorização dos conceitos matemáticos construídos pelos educandos por meio de suas experiências, fora do ambiente de sala de aula.

Em nossa perspectiva assumimos que esse programa apresenta correntes internas que se complementam no sentido favorecer uma visão ampla das pesquisas desse campo, inferimos que esse fato é comum em qualquer outro campo teórico. A primeira é a do educador que se inseri num grupo social/cultural e, após uma investigação de caráter etnográfico busca levar a determinado grupo social um

discurso de ensino da matemática que dialogue com os saberes já instituídos na referida comunidade. Muitas das vezes tomando os saberes locais como ponto de partida para o ensino de conteúdo do currículo que enseja/engloba a comunidade

A segunda é a observação sistemática das práticas com matemática de determinado grupo, e, neste caso, o pesquisador não interfere, mas tem a oportunidade de apresentar a seus pares, num diálogo acadêmico, a partir dos resultados da investigação e no caso de haver alguma intervenção essa se dará pelo ensino da matemática em conformidade a prática da comunidade sem buscar relações entre os saberes da comunidade e os saberes científicos instituídos para serem ensinados nas escolas “regulares”.

Os registros dão ênfase à cinco momentos que foram primordiais para que se efetivassem uma proposta mais sólida, no sentido de criar deste programa de pesquisa:

1. O lançamento de obras que davam ênfase as práticas culturais e históricas da Matemática praticadas pelos povos africanos;
2. A reunião presidida por D’Ambrósio, em 1976, juntamente com o “Topic Group: Objectives and Goals of Mathematics Education. (ICME – 3)⁷;
3. O advento, em 1977, pela primeira vez, do termo Etnomatemática em uma palestra proferida por D’Ambrósio no “Annual Meeting of the American Association for the Advancement of Science”⁸ em Denver nos Estados Unidos;
4. O texto de D’Ambrósio (1985) que se constituiu como o primeiro artigo construído em termos teóricos, denominado *Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics*⁹, com livre tradução “Etnomatemática e seu lugar na História e Pedagogia da Matemática”;
5. Em 1985 foi criado o *International Study Group On Mathematics*¹⁰ (ISGEm), que lançou o que D’Ambrósio chamou na época de Programa Etnomatemática em âmbito internacional.

O Programa Etnomatemática¹¹ tem como seu idealizador o professor Ubiratan D’Ambrósio, que por volta do ano de 1975 começou a intensificar seus estudos de cunho sociocultural da Matemática, influenciado por correntes socialistas e

⁷ “Grupo de Tópicos: Objetivos e Metas da Educação Matemática. (ICME - 3);

⁸ “Reunião anual da Associação Americana para o Avanço da Ciência”

⁹ “Etnomatemática e seu lugar na história e na pedagogia da matemática”,

¹⁰ “Grupo Internacional de Estudos sobre Matemática”

¹¹ Assim denominado por (D’AMBRÓSIO, 1998, 2002, 2004, 2005 e 2006).

historicistas do conhecimento. Ressaltamos que o termo *programa* aqui usado pelo autor não se refere, propriamente, ao termo doravante usado na perspectiva de Lakatos (1979), embora já se trate de algo neste sentido. Hoje ele é considerado o mais importante teórico e filósofo da Etnomatemática, de acordo com Rosa e Orey (2005).

Foi no ano de 1984, no V Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado na Austrália, onde se discutiam algumas tendências para a área da Educação Matemática, que D'Ambrósio apresentou a nova proposta de pesquisa. Os estudos em Etnomatemática passaram a se intensificar após 1985 quando o professor D'Ambrósio fundou, nos Estados Unidos, do Internacional *Study Group of Ethnomathematics / ISGEM*, durante a reunião do *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM. No momento existem diversos trabalhos sendo construídos no Brasil e no mundo sob a temática da Etnomatemática.

D'Ambrósio (2005a, p. 102) mostra que o Programa Etnomatemática surgiu das análises de práticas matemáticas em diversos ambientes culturais e foi ampliada para analisar diversas formas de conhecimento, não apenas as teorias e práticas matemáticas. “Logo, é um estudo da evolução cultural da humanidade no seu sentido amplo, a partir da dinâmica cultural que se nota nas manifestações matemáticas.” Neste sentido:

Etnomatemática surgiu como um projeto de descolonização. No entanto, questionamos se ela está cumprindo sua missão, uma vez que não apenas tem ideias intrínsecas contraditórias, mas também suas discussões filosóficas iniciais foram substituídas por receitas para pesquisa e prática em sala de aula baseadas em definições e métodos acrílicos e superficiais. Ao analisar a proposta teórica original de D'Ambrósio e o método de Gerdes com base nessa teoria, desconstruímos os princípios da matemática escolar como sua padronização platônica, abstrata, epistemológica e características argumentativas, bem como a teoria antropológica funcionalista na qual a Etnomatemática é frequentemente formulada. Powell (2018, p. 565):

Se faz necessário percebemos a cultura como sendo um conjunto de comportamentos compatibilizados. Numa mesma cultura, os indivíduos dão as mesmas explicações e utilizam os mesmos instrumentos materiais e intelectuais no seu dia a dia. O conjunto desses instrumentos se manifesta nas maneiras, nos modos, nas habilidades, nas artes, nas técnicas de lidar com o ambiente, de entender e explicar fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, que é a materna próprio ao grupo, à comunidade, ao etno. Isto é, na sua Etnomatemática. Segundo aponta Gerdes (2000, P. 379)

Etnomatemática estuda os processos das múltiplas e dinâmicas conexões e relações entre o desenvolvimento de ideias e práticas matemáticas e outros elementos e aspectos culturais. Desde a fase de origem ao estágio atual do desenvolvimento da investigação Etnomatemática, particular destaque é dado ao estudo de ideias e práticas matemáticas da periferia no sentido mais lato, de ideias e práticas ainda desconhecidas, não reconhecidas ou marginalizadas pelas correntes dominantes da prática matemática, de historiografia e da educação matemática.

Trabalhar com a Etnomatemática exige do professor uma maior preparação, pois ele necessita reconhecer e identificar as construções conceituais desenvolvidas pelos alunos em suas práticas sociais, nessa perspectiva, o conhecimento não está pronto e acabado, ele se desenvolve e se relaciona com os organismos sociais. Por se tratar de um programa relativamente novo, sua epistemologia ainda está em construção. Pode-se considerar “[...] Etnomatemática a Matemática que é encontrada entre os grupos culturais identificáveis, tais como: sociedades tribais nacionais, grupos obreiros, crianças de certa categoria de idade, classes profissionais, etc.” (D’AMBRÓSIO, 2005 B, p. 89).

Podemos dizer que a Etnomatemática coloca o saber científico em conexão com os conhecimentos matemáticos desenvolvidos por uma comunidade local, sempre com o intuito de integrar a prática e a teoria e o saber com o fazer, promovendo certa dinâmica cultural em sala de aula. Para Knijnik (1996) a Etnomatemática é:

Uma proposta para o ensino da Matemática que procura resgatar intencionalidade do sujeito manifesta em seu fazer matemático, ao se preocupar com que a motivação para o aprendizado seja gerada por uma situação-problema por ele selecionada, com a valorização e o encorajamento às manifestações das ideias e opiniões de todos e com o questionamento de uma visão um tanto maniqueísta do certo/errado da Matemática (escolar) (KNIJNIK, 1996, p. 80).

Pesquisadores defendem que a Etnomatemática nas práticas de sala de aula gera uma identificação de um saber que os alunos já possuem, na interação com os novos conhecimentos em construção. Uma vez que ela propõe o uso dos conhecimentos prévios, sejam sociais ou grupais, como ponto de partida para abordar os mais variados assuntos permitindo o envolvimento dos alunos no processo. Diversas pesquisas desenvolvidas no Brasil, neste âmbito, que trazem a apresentação e discussão de modelos analítico das mais diversas práticas e formas culturais, a exemplo de o que em nossa concepção se destaca no sentido de ratificar e fortalecer esse campo teórico cada vez mais. Quanto mais esses povos e suas particularidades são estudados e referenciados, mais fortemente podemos observar os aspectos teóricos alinhados em cada uma delas. Sendo assim podemos dizer que de forma

natural a Etnomatemática se relaciona com a História da Matemática, sendo assim é preciso construir compreensões de como um dado objeto se desenvolveu historicamente e como uma “versão desse mesmo objeto” é manipulado em determinado momento por um determinado grupo.

2.3.2.5 DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

A Didática da Matemática se impõe como campo teórico instituído e consideramos um programa de pesquisa consolidado, e na perspectiva de teorias em desenvolvimento indica que os construtos teóricos têm larga possibilidade de integração de novos cinturões no sentido de Lakatos (1979), lembrando que em muitos países ela se equipara a própria Educação Matemática. Nesse campo tem-se como objeto de estudo a elaboração e estruturação de conceitos e teorias que busquem certa afinidade com as especificidades educacionais do saber escolar matemático, buscando estabelecer vínculos com a formação dos conceitos matemáticos, em nível experimental da prática pedagógica, e no âmbito teórico da pesquisa acadêmica. De acordo com Almouloud (2017):

A Didática da Matemática se desenvolveu na França a partir dos anos de 1970 no contexto marcado pela reforma da Matemática Moderna, pela criação dos IREM (Instituto de Pesquisa sobre Ensino da Matemática) e pelo sucesso das teorias psicológicas de Piaget sobre o desenvolvimento da inteligência e a aquisição de conceitos fundamentais, focou, em primeiro lugar, os problemas de ensino de conceitos matemáticos em razão das exigências próprias ao saber matemático. Nesse sentido, recorreu à análise epistemológica e histórica. A intervenção de professores foi analisada em relação ao que eles deveriam introduzir e à maneira de introduzi-lo para a aquisição do conceito. Almouloud (2017, p. 9)

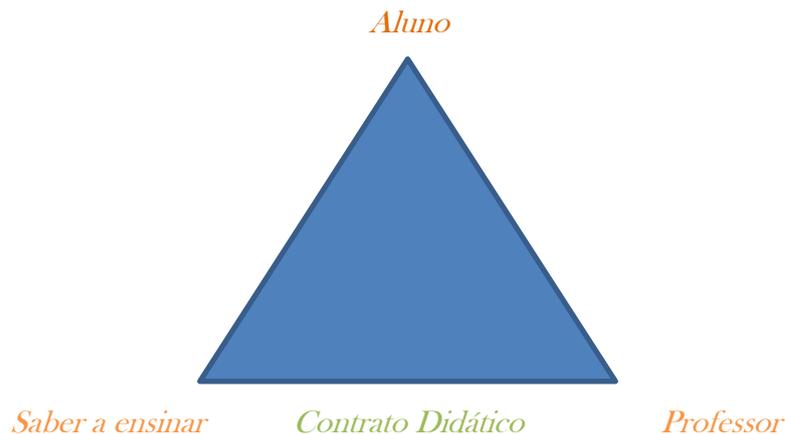
Essa genética de composição europeia, haja vista que os primeiros estudos tratados sobre esta temática se deram, em especial, na França, por meados dos anos de 1960, 1970 e 1980, as quais propuseram grande interesse nas interações do chamado trinômio “estudante – professor – conhecimento matemático”. O que mais tarde seria tratado, de forma mais detalhada na Teoria das Situações Didáticas, proposta por Brousseau (1986). Para Brousseau (1996) o principal objeto de estudo da Didática da Matemática é:

O saber constituído se apresenta sobre formas diversas, por exemplo, sob forma de questão e respostas. A apresentação axiomática é uma apresentação clássica da matemática. E, além disso, em virtude do cientificismo que conhecemos, ela se mostra maravilhosamente adaptada ao ensino. Ela permite a cada momento de definirmos os objetos que estudamos com auxílio de noções precedentes e introduzidas e, assim, de organizar a aquisição de novos saberes com o auxílio de aquisições anteriores. Ela proporciona então ao estudante e ao seu professor um meio de ordenar suas

atividades e de acumular em um mínimo de tempo possível o máximo de saber próximo do *savoir savante*. (BROUSSEAU 1996, p. 46)

Ele propõe um Sistema, o qual nomeia de Sistema Didático que tem como base de apoio o professor, o saber matemático e o aluno, com os quais busca relacionar com a realidade do aluno, seu contexto social e cultural.

Figura 06: Triângulo Didático



Fonte: Construção da autora (Baseada em Almouloud, 2007, p. 32)

Segundo Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 39) “a didática da matemática é a ciência que estuda os processos didáticos, os processos de estudo de questões matemáticas”. Vale destacar que o berço dos estudos em Didática da Matemática é a França, e que sua influência nas pesquisas em Educação matemática no Brasil é notória, fato ao qual destacaremos mais adiante neste texto.

No Brasil a Didática da Matemática se difunde por diversos grupos de estudos da área, a exemplo, da PUC-SP (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo), UFPA (Universidade Federal do Pará), UFBA (Universidade Federal da Bahia), UFMS (Universidade Federal do Mato Grosso do Sul) entre outras, como uma Teoria em Desenvolvimento, embasados nos estudos de Brousseau, Chevallard, Vergnaud e outros, o que se coaduna ao discurso que trazemos nesta pesquisa. Estes exemplos se alinham ao discurso de como ela é tratada em alguns países da Europa, como: França, que é considerada o berço da Didática da Matemática, e ainda Espanha, Alemanha, etc. Cabe indicar que parte dos pesquisadores no Brasil consideram como sendo uma tendência, mas grande parte dos especialistas dessa área a tomam como uma teoria.

Vale ressaltar que, a base da abordagem da Didática da Matemática é Sócio Construtivista, a qual compreende a aprendizagem como um processo social e a aprendizagem se dá por adaptação a um *milieu*, cuja intenção didática é ensinar um dado objeto dando condições para que o aprendiz possa se envolver num processo de investigação de forma autônoma envolto em Situações Didáticas. Destacamos como os principais pesquisadores das teorias da Didática da Matemática: Guy Brousseau (1592-1670), Gérard Vergnaud (1933), Yves Chevallard (1946), Michele Artigue (1946), Régine Douady (1986), Raimund Duval (2003), Gascón (2014) e Bosch (2010).

Para Brousseau (2008, p. 34) um meio sem intenções didáticas é incapaz de introduzir o aluno a adquirir todos os conhecimentos culturais que se espera que obtenha”. Neste sentido, Douady (1985) ressalta que a Didática da Matemática se propõe a estudar os processos de transmissão e aquisição dos diferentes conteúdos relativos a esta ciência, em particular nas situações escolar e universitária, com os objetivos de descrever e explicar os fenômenos relativos às relações entre seu ensino e sua aprendizagem. Para essa autora as pesquisas em/com Didática da Matemática não devem se restringir apenas a procurar uma boa forma de ensinar um determinado conteúdo matemático, devem, porém, trabalhar no sentido de buscar os melhores e mais adequados modelos de aprendizagem para ensinar, os quais sejam alternativas pedagógicas, como no caso das sequências didáticas, organizadas de acordo com as necessidades de aprendizagem dos alunos.

Segundo Artigue (2015) na Didática da Matemática não existem paradigmas generalistas ou “academicamente exportados” de outros campos epistêmicos ou áreas de conhecimento. Existe, porém, um movimento de demarcação e consolidação da área própria de atuação. O que sinaliza no sentido da demarcação de uma identidade científica deste campo de investigativo. Neste sentido ela destaca que:

Pesquisadores franceses expressaram preocupações sobre a tendência observada para privilegiar metodologias emprestadas de campos estabelecidos como psicologia (entrevistas clínicas, questionários, pré-teste e comparações pós-teste ...) para assegurar a legitimidade científica da pesquisa em Educação Matemática. Eles apontaram que a Didática da Matemática é um autêntico campo científico cujas metodologias devem estar em consonância com o seu propósito específico: o estudo da disseminação intencional do conhecimento matemático através da didática e sistemas e a interação associada entre processos de ensino e aprendizagem. (ARTIGUE, 2015, p. 468).

Neste sentido podemos dizer que a Didática da Matemática “não visa simplesmente recomendar modelos ou receitas de solução a determinados problemas de aprendizagem”. (PAIS, 2002b, p. 11).

Segundo Pais (2001) a Didática busca compreender as condições de produção, registro e comunicação do conteúdo escolar da matemática, bem como de seus desdobramentos didáticos.

A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica. (PAIS, 2002, p. 11).

Na época de publicação da obra de Luiz Carlos Paz a Didática da Matemática ainda não se configurava, no Brasil, como teoria e assim foi enquadrada como tendência. Vale ressaltar, que a Didática da Matemática na França já tinha o status de teoria, ou seja, é um campo de pesquisa consolidado, assim como a Educação Matemática no Brasil. Atualmente o Grupo de Trabalho (GT14) tem difundido pesquisas por todas as regiões do Brasil e configurado a Didática como campo teórico.

A Didática da Matemática é definida por Almouloud (2017, p. 10) como:

A ciência da educação cujo propósito é o estudo de fenômenos de ensino e de aprendizagem, mais especificamente, é o estudo de situações que visam à aquisição de conhecimentos/saberes matemáticos pelos alunos ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações, bem como do tipo de aprendizagem que elas possibilitam. É importante observar nessa definição a distinção entre ensinar e aprender. Essa distinção permite refletir sobre a diferença entre os objetos de um ensino, as intenções do professor e a realidade dos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

Ainda segundo Almouloud (2017) a Didática da Matemática não devem ser caracterizadas somente pelo fato de propor um projeto de estudo científico baseados em problemas de ensino da matemática. Ele ressalta que as pesquisas nesta linha se constituíam em tomar como primeiro o objeto a estudar - a questionar, a modelar e a problematizar segundo as regras da atividade científica - essencialmente o saber matemático, bem como a atividade matemática, não se preocupando essencialmente com o aluno nem com o professor. A didática afirmava que o “mistério” está na matemática e não nos sujeitos envolvidos nos processos de ensino.

O status de teoria é ratificado por D’Amore (2007, p.38) ao afirmar que a Didática da Matemática é uma espécie de disciplina científica cujo objetivo do campo

de pesquisa é saber identificar, compreender e caracterizar fenômenos que condicionam a aprendizagem e o ensino da Matemática. Ele afirma que:

A didática da matemática (que nós consideramos como um aspecto da Educação matemática mais geral) é a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito (que pode ser qualquer organismo envolvido nessa atividade: uma pessoa, uma instituição, um sistema, até mesmo um animal).

A Didática da Matemática é uma Teoria em Desenvolvimento (como qualquer outra teoria) que se constitui por um sistema de diversas outras teorias desenvolvidas em seu bojo. Neste sentido, citaremos as principais teorias que compõem Didática da Matemática que são:

- Teoria das Situações Didáticas (Guy Brousseau)
- Teoria Antropológica do Didático (Yves Chevallard)
- Dialética Ferramenta-Objeto e jogos de quadros (Régine Douady)
- Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Raymond Duval)
- Teoria dos Campos Conceituais (Gérard Vergnaud)

No bojo dessas teorias se concretizam as pesquisas a partir da metodologia das Engenharias Didáticas de primeira e segunda geração, engenharia do percurso de estudo e pesquisas dentre outras.

- Engenharia Didática (Michele Artigue)
- Engenharia de segunda geração (Marie-Jeanne Perrin-glorian)
- Percurso de Estudo e de Pesquisa – PEP (Yves Chevallard)

Para Gascón (2003b, p. 21) a Didática da Matemática viabilizou uma resposta à Educação Matemática, na França, com relação ao problema da “Alienação matemática dos alunos (e dos cidadãos em geral) [...]”. Essa resposta, segundo esse pesquisador, “se consistiu em propor modificações nas organizações matemático-didáticas escolares fundadas nas análises das práticas matemáticas institucionalizadas”.

Os teóricos desta linha de pesquisa propõem práticas matemáticas institucionalizadas, que colocaram em pauta questões relacionadas à formação docente no interior das instituições de formação, pois, da forma como estava sendo encaminhada, não permitia o desenvolvimento de todas as dimensões da atividade didática, refletindo dessa forma nas proposições didáticas escolares, que, de acordo com Gascón (2003b), dificultam o acesso (e a compreensão) do estudante para com a disciplina Matemática. Parágrafo

Gascón (2003) tece reflexões acerca do estabelecimento da Didática da Matemática em quanto campo teórico de pesquisa, o que segundo o autor só se fomenta dada a importância das pesquisas na área. Vale ressaltar que tratamos a Didática da Matemática neste trabalho, em sentido homônimo ao posto por Gascón (2003).

Neste sentido Chevallard começou a esboçar as noções de uma teoria formal do didático, que originaria a TAD, desenvolvendo uma sistematização das noções da TD, buscando uma certa liberdade epistemológica e institucional no campo Educacional da Matemática (CHEVALLARD, 2007). O que já deixava explícita a intenção de Chevallard, (2007) de trabalhar em prol de uma Ciência da Didática. Vale ressaltar que nesta sessão buscamos mostrar um panorama dos estudos em Didática da Matemática, dando, porém, destaque aos autores que estabelecem essa Teoria em Desenvolvimento como campo teórico, o que coaduna com nossas intenções de pesquisa.

3 TEORIAS EM DESENVOLVIMENTO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ARTICULAÇÕES ENTRE AS PESQUISAS DESENVOLVIDAS

As pesquisas envolvendo as Teorias em Desenvolvimento da Educação Matemática têm avançado em largo espectro nos últimos anos. Percebemos a evidente proliferação destes estudos, bem como sua importância no cenário da Educação. Falar sobre as tendências nem sempre é um assunto fácil ou, nem por sua vez, objetivo, segundo D'Ambrósio (1996):

Falar em tendências da Educação Matemática é muito subjetivo. Reflete a minha interpretação de como vejo o movimento da Educação Matemática em todo o mundo e como isso afeta no Brasil. A estratégia de interpretação é a análise que faço do estado do mundo, das ameaças à civilização e das numerosas possibilidades abertas pela presença marcante dos meios digitais. (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 7).

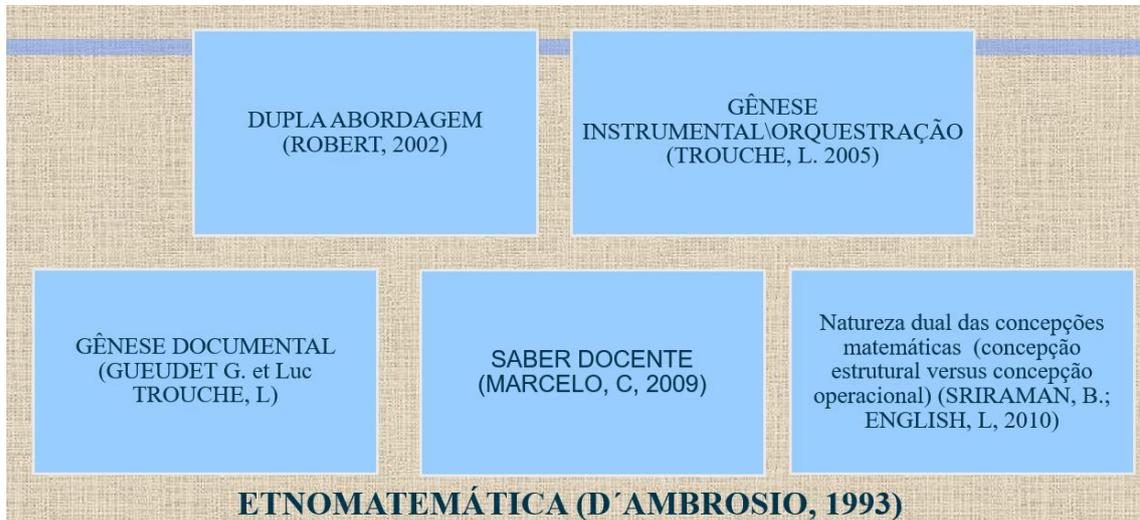
Segundo Fiorentini (2002) em o Mapeamento e Balanço dos Trabalhos do Gt-19¹² (Educação Matemática) no período de 1998 a 2001, fica evidenciada a importância das Tendências em Educação Matemática nas pesquisas na área, uma vez que neste período os estudos sobre as Tendências em Educação Matemática perfizeram 12,5% do total dos trabalhos na área. Cabe, porém, salientar que este percentual nos últimos anos aumentou ainda significativamente. Neste sentido, nossos estudos até aqui nos remetem a discorreremos nesta sessão sobre algumas das pesquisas que vêm sendo desenvolvidas no âmbito das Tendências em Educação Matemática, nesta oportunidade nos ateremos às pesquisas que desenvolvem certo cunho relacional entre as tendências o que se coaduna com nossa fala nesta pesquisa.

Almouloud (2019) trata sobre os Diálogos da Didática da Matemática Com Outras Tendências da Educação Matemática, nele o autor evidencia que diversos fatores interferem no ensino e na aprendizagem da matemática, fatores estes que vêm suscitando, em diversos pesquisadores da área de Educação Matemática, o interesse em seguir caminhos em direções bastante diferentes. O autor neste trabalho discuti, de acordo com a temática da conferência 6 do II Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática (LADIMA), algumas das noções e concepções de Didática da Matemática (DM) desenvolvidas na escola francesa, e algumas articulações com construtos de outras tendências da Educação Matemática. Nestes termos

¹² GT 19 - O GT 19, é um grupo de trabalho em Educação Matemática, criado em 1999 na 22ª reunião anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped), como resposta à crescente participação de estudantes e professores de programas de Pós-Graduação do país, com pesquisas em Educação Matemática

apresentamos na figura 07 alguns dos construtos teóricos da Didática da Matemática e seus aportes teóricos.

Figura 07: Construtos teóricos da Didática da Matemática e outros aportes teóricos



Fonte: Almouloud (2019, p. 33)

O Autor traz ainda um quadro onde relaciona as Metodologias de pesquisa da Didática da Matemática (DM) e da Educação Matemática.

Figura 08: Metodologias de pesquisa de DDM e de EDM



Fonte: Almouloud (2019, p. 35)

Segundo Almouloud (2019, p. 35):

As discussões que apresentamos não tinham a pretensão de esgotar todos os diálogos entre a Didática da Matemática com outras tendências teóricas da Educação, mas representam um exemplo daquilo que acontece em diferentes pesquisas em Educação Matemática no Brasil. Este texto, apesar de suas limitações, traz à luz alguns fundamentos teóricos da Educação Matemática, no contexto de diferentes pesquisas, que dialogam e/ou complementam alguns construtos teóricos da Didática da Matemática na análise e interpretação de fatores que interferem nos processos de ensino e da aprendizagem de conceitos matemáticos. Este estudo, apesar de não exaustivo, espera-se que tem permite obter uma visão sobre possíveis

diálogos de teorias da Educação Matemática (ou de educação), relacionadas ao ensino e à aprendizagem de matemática e a Didática da Matemática.

Com relação as articulações que Almouloud (2019) anuncia a literatura têm dado sinais de uma articulação entre campos teóricos da Educação Matemática que nos dá indício das possibilidades em perceber ligações cada vez mais atenuantes entre as ditas Tendências.

Vale destacar que a própria metodologia da Engenharia Didática já indica, por exemplo, a história dos objetos, tratados numa perspectiva epistemológica como fundamento das pesquisas associados a Modelagem Matemática, como anuncia Chevallard (2007) e Gascón (2001) são cruciais nas pesquisas em Didática da Matemática e agregam os ambientes informatizados. Além disso há uma leitura muitas das vezes equivocada sobre a noção de *saber sábio* de Chevallard (2005) que é esclarecida no posfácio do Livro “ Transposição Didática” ao elucidar que todo saber acadêmico é sábio, mas nem todo saber sábio é acadêmico, nesse sentido as práticas de populações como as indígenas apresentam o saber sábio, como aquele validado pela instituição (no caso o povo indígena). O que possibilita agregar a perspectiva Etnomatemática às pesquisas em didática como fez Assunção (2016) ao discorrer sobre os saberes de uma Etnocomunidade pesqueira, já Lourinho (2019) investiga a construção dos Matapiquaras e seu uso no ensino da matemática em comunidades ribeirinhas do Pará.

Ainda na linha de articulações teóricas, Melo e Nunes (2013) tecem uma reflexão sobre o Programa Etnomatemática e suas articulações com outros campos teóricos, como a Didática da Matemática, História da Matemática, Modelagem Matemática e a Informática. Com o objetivo de evidenciar essas interconexões os referidos autores utilizaram como fonte artigos, dissertações e teses caracterizando uma pesquisa bibliográfica. A partir do que foi pesquisado bibliograficamente eles evidenciaram as relações dialógicas entre o Programa de Pesquisa Etnomatemática, de acordo com o que é definido por D’Ambrósio (1999) e as diferentes correntes de estudos nos mais diferentes contextos na perspectiva de valorização do conhecimento local face ao conhecimento escolar. Tais imbricações evidenciam ferramentas teórico-práticas que podem favorecer investigação, articulação e produção de conhecimento, com vista a fortalecer a Educação Matemática como grande área de ensino, aprendizagem e pesquisa.

Por fim os autores concluem evidenciar, com base em referenciais teórico-práticos, que tais interconexões entre as Etnomatemáticas e as Tendências da Educação Matemática, em especial, a Didática da Matemática, a História da Matemática, a Modelagem Matemática e a Informática no ensino de Matemática propiciam favoravelmente os processos de investigação, a articulação e a produção de conhecimentos, com vista a fortalecer a Educação Matemática como grande área de ensino, aprendizagem e pesquisa, em diferentes contextos socioculturais e educacionais.

Klüber (2007), em sua dissertação, discutiu sobre as aproximações entre duas tendências em Educação Matemática: a Modelagem Matemática e a Etnomatemática. Segundo o autor esta escolha se justificou por se tratarem de tendências atuais e por fazerem parte do que ele denomina de mundo-vida do pesquisador. Nesta pesquisa o foco da discussão e utilização das Tendências foi no âmbito do ensino e da aprendizagem em Matemática. A questão geradora nesta investigação foi: Quais os aspectos filosóficos e epistemológicos se mostram na Modelagem Matemática e na Etnomatemática do ponto de vista da Educação Matemática? Para o autor essa questão, foi formulada e reformulada diversas vezes ao longo do processo de investigação, e ela também serviu como norte em seu olhar sobre as tendências. No andamento da pesquisa o autor descreve a realização de interpretações dos aspectos filosóficos e epistemológicos da Tendências.

O referido autor se fundamentou em uma multiplicidade de autores que trabalham com Modelagem Matemática, com diferentes formas de compreensão. Já para a Etnomatemática, optou por se ater aos escritos de D'Ambrósio considerado o principal teórico e idealizador dessa tendência. A pesquisa investigativa teve um cunho qualitativo, teórico e bibliográfico.

Segundo o autor as interpretações concernentes aos aspectos filosóficos e epistemológicos das duas tendências se concretizaram mediante a elaboração de unidades de significados, que emergiram com algumas das seguintes denominações: Modelos Matemáticos; Concepção de Conhecimento; Concepção de Educação, de Currículo; e outras. Esses invariantes foram os que se repetiram nas descrições das formas de conceber a Modelagem e a Etnomatemática, ou ainda, aqueles que foram idiossincráticos, mas considerados em igual importância. Assim, ele pôde elaborar uma triangulação entre os invariantes das duas tendências sob o ponto de vista da Educação Matemática. Como resultado deste processo investigativo o autor concluiu

que, há uma tendência à aproximação entre Modelagem e Etnomatemática se mostrou quando as maneiras de conceber a primeira estiverem em acordo com o Estatuto Epistemológico das Ciências Humanas. No entanto desvela-se um distanciamento na medida em que a Modelagem se orienta pelos pressupostos filosóficos e epistemológicos das Ciências Exatas ou das Ciências Naturais.

Ele conclui que os resultados alcançados na investigação se mostraram significativos, tanto para o pesquisador quanto para a comunidade da Educação Matemática por fomentar o debate de sua natureza, de sua metodologia e de sua consolidação enquanto campo profissional e científico, visto que, há a necessidade desse debate, explorado brilhantemente por alguns, mas desconhecido de tantos outros professores de matemática. Para ele as discussões, no que se refere a natureza e metodologia da Educação Matemática, devem ser enfatizadas nas investigações, visto que, ainda hoje, há uma certa carência em focar, a Educação Matemática diretamente nesse fenômeno.

Nessa perspectiva, Santos e Sachs (2016) discorrem sobre a busca por relações entre a Etnomatemática e Modelagem Matemática. Os autores objetivaram apresentar os entendimentos de pesquisadores da Educação Matemática sobre haver, ou não, relação entre Modelagem Matemática e Etnomatemática. Para realizar essa pesquisa os autores procederam a entrevistas e ao analisar as respostas utilizaram procedimentos metodológicos de Análise Textual Discursiva. Para os autores a pesquisa evidenciou as relações entre as Tendências e nas diferentes concepções de ambas. Segundo eles tanto a Etnomatemática quanto a modelagem matemática têm diversas interpretações de seus pesquisadores. Essa diversidade, porém, propicia certo entendimento delas, seja proporcionando certa aproximação ou distanciamento. Eles se referenciaram no artigo “Vinho e queijo: Etnomatemática e Modelagem!” (ROSA; OREY, 2003), que trata do diálogo de aproximação entre estas tendências em contraposição ao artigo de Scandiuzzi (2002) intitulado água e óleo modelagem e Etnomatemática? Neste trabalho os autores procuraram demonstrar a possibilidade da utilização harmoniosa do programa Etnomatemática e da metodologia modelagem na Educação Matemática, para o ensino e aprendizagem em Matemática. No texto os autores tratam das diferenças entre os pesquisadores em modelagem e o pesquisador em Etnomatemática, fazem alusão a Scandiuzzi (2002) que afirma:

[...] enquanto o pesquisador da Modelagem Matemática tenta entender a realidade para pensar em um modelo de resolução do problema que o sistema escolar valida, o pesquisador em Etnomatemática, por sua vez, validara o modelo que determinado segmento constrói para a resolução do problema que aparece, procurando entender o modelo apresentado (SCANDIUZZI, 2002, p. 54).

Segundo o entendimento dos autores, é difícil enxergar a Etnomatemática desvinculada da Modelagem Matemática. Eles citam D'Ambrósio (2000) que não distingue uma situação conflitante entre a Etnomatemática e a Modelagem, pois compara estas duas “tendências” com o queijo e o vinho. "Queijo e vinho? Vinho e queijo?", D'Ambrósio (2000) afirma que um bom vinho tem um sabor melhor se for tomado com acompanhamento de um bom queijo e que um queijo de qualidade merece sempre ser acompanhado por um bom vinho. Eles concluem que a modelação matemática atua como uma ponte entre a Etnomatemática e a Matemática acadêmica, que será requerida nas atividades que estão presentes na sociedade contemporânea.

Estas aproximações nos possibilitam mais uma vez evidenciar as aproximações teóricas, presentes entre as Teorias em Desenvolvimento. Salientamos, no entanto, que seguimos em nossa pesquisa buscando mais indícios, evidências e fatos que nos possibilite indicar provas destas aproximações, haja vista que os autores que tem referenciado esta pesquisa já mostram elementos que sustentam esta assertiva.

Seguindo por evidenciar as relações entre as tendências temos De Lara (2013) que trata sobre o Ensino da Matemática por meio da História da Matemática: Possíveis Articulações com a Etnomatemática. A História da Matemática e suas contribuições no ensino e na aprendizagem. Ela objetivou apresentar a concepção de diversos autores, de modo a se subsidiar teoricamente possibilitando, nesta perspectiva, delinear possíveis articulações entre a História da matemática e a Etnomatemática. Elas podem oportunizar o aprender Matemática em uma perspectiva crítica, percebendo diferentes modos de matematizar e compreender as etapas percorridas na criação de determinado conceito ou modelo matemático. A autora argumenta que a História da Matemática como proposta de cunho pedagógica pode ir além de sua utilização como um recurso informativo, se destacando estando articulada à Etnomatemática. A autora conclui, que há a existência de uma tríade, formada pela História da Matemática, Etnomatemática e Modelagem Matemática através da qual as contribuições são significativas para o ensino da Matemática. Entre essas contribuições estão: estimular o interesse dos estudantes; tornar as aulas mais

atraentes, instigantes e desafiadoras; desenvolver a criatividade do estudante na resolução de problemas; tornar a aprendizagem mais significativa; desenvolver o pensamento crítico do estudante por meio da pesquisa; e, propor um ensino interdisciplinar.

Silva (2017) discute questões relativas ao emprego da História da Matemática no processo ensino-aprendizagem, destacando sua importância e viabilidade, e associado à Resolução de Problemas. Para esse feito o autor se fundamentou em D'Ambrósio (1996), Rosa Neto (1997), Boyer (1974), Miguel e Miorim (2004) e também pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). Ele buscou com a perspectiva da integração entre conhecimento matemático e História da Matemática, melhorar o ensino, buscando poder oferecer possibilidades para um estudo significativo, dinâmico e contextualizado. Para o autor não se trata apenas de vincular a História da Matemática à Resolução de Problemas, mas sim de contribuir para que este seja um elemento motivador, de resgate e valorização sociocultural e de integração entre os saberes. Busca-se criar novas estratégias valendo-se dessa perspectiva, pautando-se pela criatividade, inovação e reconstrução das práticas.

Ainda na perspectiva relacional das tendências temos o trabalho de Ferreira (2013) que utiliza a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem, na perspectiva da Educação Matemática Crítica unindo a elas a Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). A pesquisa evidenciou contribuições da Modelagem Matemática a partir de temas para a Educação Matemática Crítica, contribuições para a abordagem de conteúdo matemático, em especial do conceito de função e contribuições das TIC para o desenvolvimento do ambiente de aprendizagem com Modelagem Matemática. O autor elenca os pontos positivos no desenvolvimento de pesquisas que unem Tendências distintas, pois segundo ele essa metodologia propiciou aos alunos um melhor entendimento do papel da Matemática, em especial o conceito de função, que era o objeto matemático tratado. Essa proposta pode habilitá-los a serem sujeitos ativos no processo de transformação de sua sociedade. O autor pondera ainda que houveram contribuições para a prática pedagógica e o crescimento profissional, mas que também apresentaram alguns obstáculos, como em toda pesquisa.

Littig e Lorenzoni (2019) trazem uma discussão de cunho teórico, que objetivou refletir acerca das aproximações entre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Modelagem Matemática (MM) na perspectiva sociocrítica. Para tanto os autores

buscaram fundamentações teóricas tanto sobre a Modelagem Matemática quanto sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD), assim podendo tecer possíveis relações entre as etapas orientadoras de uma atividade de MM e as fases da TSD. Eles discutiram as aproximações entre as duas, com foco no papel do aluno, do professor e do conhecimento em cada etapa. Para enfatizar essas relações eles construíram um esquema que evidencia essas duas concepções, bem como os papéis dos sujeitos envolvidos no processo, conforme (Quadro 04):

Quadro 04: Legendas dos atos do processo de modelagem

SD	Situação Didática
AP	Apresentando o problema
SE	Simplificando Estruturando
M	Matematizando
T/M	Trabalhando matematicamente
I/V/A	Interpretação/ Validação/ Apresentação
P	Professor;
SRP	Situação Real/Problema
CA	Contexto do Aluno;

- Legendas do Quadro 04

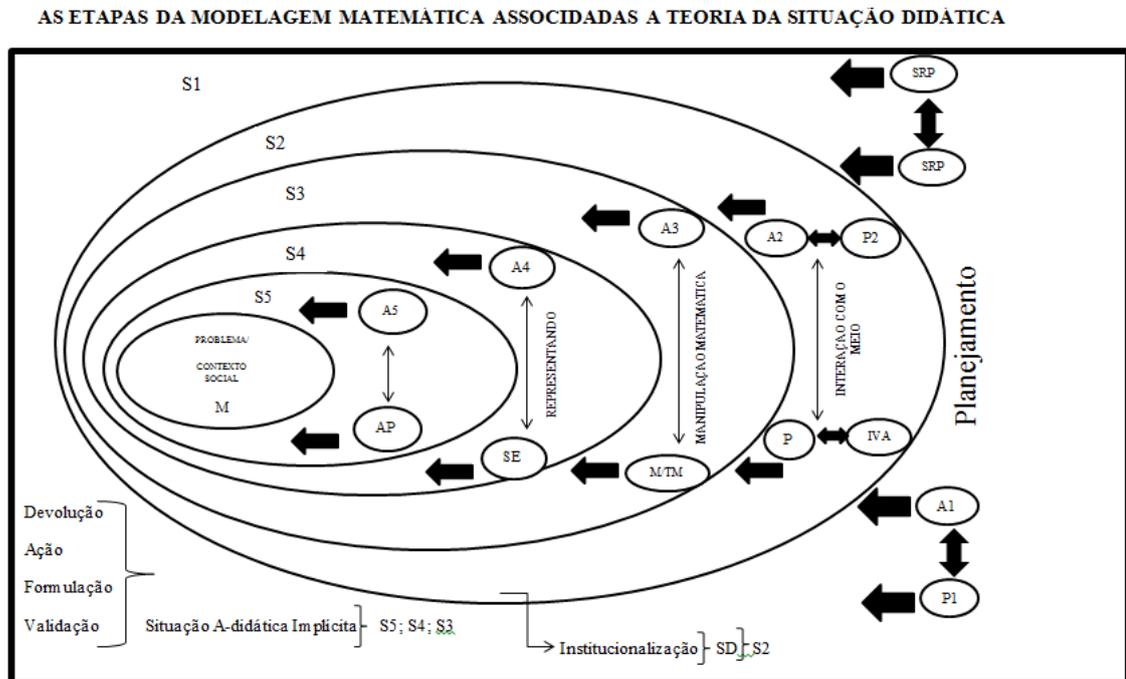
S	S1 Situação Metadidática	S2 Situação Didática	S3 Situação de Aprendizagem	S4 Situação de Referência	S5 Situação Objetiva
P	P1 - Professor Preparando sua Aula		P2 Professor Ensinando		
A	A1 Sujeito Universal	A2 Aluno Genérico	A3 Sujeito da Aprendizagem	A4 Sujeito Que Atua;	A5 Ator Objetivo;

Fonte: Littig e Lorenzoni (2019, p. 09)

No quadro 04 é possível identificar alguns possíveis atos dentro dos processos da modelagem, uma vez que eles Littig e Lorenzoni (2019) buscam traçar relações entre o Didática da Matemática e a Modelagem. Para estes processos os autores nomeiam o que eles chamam de situações didáticas, que se desenvolvem no decorrer do processo ensino.

Seguindo temos o quadro trazido por Littig e Lorenzoni (2019) onde eles representam as relações das etapas de associação entre a Modelagem Matemática e a Didática da Matemática

Figura 09: Fluxograma da Representação das etapas da Modelagem associada a TSD



Fonte: Littig e Lorenzoni (2019, p. 11)

Na Figura 09 foi possível constatar que a relação estabelecida entre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Modelagem Matemática (MM) contribui no sentido da potencialização da construção autônoma dos conhecimentos matemáticos, pois evidencia a matemática em toda a sua relação de contexto social e envolve os alunos em discussões que provocam reflexões. Neste sentido os autores concluem que Modelagem Matemática pode estabelecer uma relação intrínseca com a Teoria da Situação Didática potencializando assim a construção do conhecimento matemático, contribuindo para o desenvolvimento do conhecimento reflexivo e para a formação social e política do sujeito, além de explicitar o papel do aluno e do professor em cada momento.

Além dos trabalhos mencionados anteriormente temos uma gama de outras pesquisas que sinalizam dada articulação entre as Teorias em Desenvolvimento da Educação Matemática, para demonstrar uma pouco mais delas, organizamos o Quadro 3 onde trazemos algumas delas. Para a composição deste quadro fizemos uma busca

em plataformas digitais de trabalhos acadêmicos realizados no Brasil entre os anos de 2008 a 2018. Nele trazemos uma síntese do trabalho, através do resumo atribuído pelo autor, bem como o quadro teórico por eles relacionados.

Quadro 05: Pesquisas correlatas / Inter-relação entre as teorias em desenvolvimento

ANO	AUTOR	TÍTULO DA PESQUISA	TEORIAS ARTICULADAS TENDÊNCIAS	RESUMO
2014	ALMEIDA, Vânia Horner de e PIMENTA Adelino Candido	Tendências da Educação Matemática e suas Relações com a Cts*	TIC's e Modelagem Matemática	O trabalho teve como objetivo compreender a contribuição das tendências da Educação Matemática para a Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS) e verificar quais dessas tendências mais se destacam nos processos de ensino e aprendizagem.
2012	MALHEIROS, Ana Paula dos Santos.	Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática*	Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica	Esse artigo objetivou apresentar, um caráter relacional da Modelagem Matemática à algumas outras tendências em Educação e em Educação Matemática. Bem como evidenciar alguns dos principais suportes teóricos utilizados nesses estudos, a saber, Educação Matemática Crítica,

				Interdisciplinaridade e Contextualização. Neste trabalho é destacada a necessidade da continuidade do debate teórico acerca dessas temáticas.
2009	ARAÚJO, Jussara de Loiola	Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: A Perspectiva da Educação Matemática Crítica Etnomatemática	Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica	O trabalho trouxe por objetivo promover a reflexão sobre a chamada abordagem da Modelagem Matemática segundo a Educação Matemática Crítica (EMC). No texto o autor buscou caracterizar a modelagem segundo a EMC, através de um diálogo, a partir deste foi evidenciada uma proximidade com a Etnomatemática.
2018	BRUGNERA, Elisangela Dias	Tecnologia e História da Matemática: Uma Parceria na Construção do Conhecimento	TDIC's e da História da Matemática	O texto trata sobre a questão da potencialização dos processos de ensino e aprendizagem de matemática, por meio do uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC's e da História da Matemática. Foi

				<p>evidenciada a busca das TDIC's como uma nova maneira de lidar com o conhecimento, propiciando uma maior agilidade e velocidade. Se constatou que o uso da História da Matemática aliado as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação podem ressignificar o processo de ensino, proporcionando aos alunos uma nova forma de perceber o processo de construção de conceitos matemáticos.</p>
2018	<p>GERSTBERGER, André e GIONGO Ieda Maria</p>	<p>Etnomatemática e Tecnologias Digitais: Inserindo o Smartphone no Ensino de Matemática em uma Turma de Ensino Fundamental.</p>	<p>TCI's e Etnomatemática.</p>	<p>A pesquisa objetivou a exploração e socialização de práticas pedagógicas voltadas ao uso de smartphones nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. A inserção das tecnologias digitais nas aulas de Matemática, de modo a realizar um</p>

				<p>entrelaçamento com as práticas culturais e locais, por meio da Etnomatemática. Resultando destas práticas a emergência na reformulação dos processos de ensino da matemática, desde as series iniciais. De modo a podermos atribuir aos conhecimentos certo significado e relevância para os alunos.</p>
2008	<p>BORGES, Pedro Augusto Pereira e NEHRING Cátia Maria</p>	<p>Modelagem Matemática e Sequências Didáticas: uma relação de complementaridade</p>	<p>Modelagem Matemática e Didática da Matemática</p>	<p>Este texto ressaltou que a Modelagem Matemática tem sido uma eficiente forma de contextualização dos conceitos matemáticos, o que possibilitam ao aluno vivenciar experiências. Em se tratando de modelagem Matemática, ainda existem questões a serem esclarecidas. Se considerou que o ensino gerado por sequências didáticas de modelagem é: integrador de</p>

				<p>conceitos e desenvolve a habilidade de associar os conceitos matemáticos às situações reais; e a modelagem, complementada com sequências didáticas, contribui para uma aprendizagem mais eficaz, sem perder sua característica de investigação de problemas.</p>
2016	<p>MARON, Cristienne do Rocio de Mello</p>	<p>Modelagem Matemática como Jogo de Linguagem</p>	<p>Linguagem Matemática e Modelagem Matemática</p>	<p>Este texto explora as possibilidades de se caracterizar as práticas com modelagem matemática como jogos de linguagem na perspectiva das Investigações Filosóficas de Wittgenstein. Foram utilizados recursos da história oral de modo a valorizar a modelagem matemática em suas práticas docentes, criando uma fonte que favorece de novos olhares para a modelagem matemática no</p>

				contexto das práticas sociais e dos jogos de linguagem.
2013	FERREIRA, Neuber Silva	Modelagem Matemática e Tecnologias da Informação e Comunicação como ambiente para abordagem do conceito de Função segundo a Educação Matemática Crítica	Modelagem Matemática, TIC'S e Educação matemática Crítica	A pesquisa considera a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem, ao abordar o tema função na perspectiva da Educação Matemática Crítica com o auxílio de tecnologias informáticas. Foram evidenciadas as contribuições da Modelagem Matemática partindo de temas da Educação Matemática Crítica. Os resultados mostraram que a Modelagem Matemática a partir de temas transversais da Educação Matemática Crítica contribuem para uma abordagem de conteúdo matemático, bem mais significativa e eficaz.

Fonte: Construção da autora.

No quadro 05 foi possível evidenciar que a busca pela articulação entre campos teóricos da Educação Matemática já é objeto de estudo de diversos pesquisadores tanto no cenário nacional quanto internacional. Percebemos que esta busca é real e possível, uma vez que os trabalhos mencionados no quadro, bem como outros os quais tivemos acesso, sinalizam a eficácia e importância dessas relações.

Neste sentido ressaltamos o viés relacional da Modelagem Matemática, bem como a Didática da Matemática que é um claro exemplo de agregação teórica que reafirma o fato dela se constituir uma teoria em desenvolvimento. Para tanto lançaremos mão do discurso dos Programas de Pesquisa de Lakatos (1979) para podermos mostrar que essas articulações caracterizam como Teorias em desenvolvimento do Programa Educação Matemática como subprogramas de pesquisa. Para tanto no capítulo seguinte nos debruçamos em tratar sobre a metodologia dos Programas de Pesquisa.

4 OS PROGRAMAS DE PESQUISA

Ao falarmos dos programas de Pesquisa não temos como não nos remetermos ao seu idealizador Imre Lakatos (1922-1974). Ele nasceu em Debrecen na Hungria, no dia 9 de novembro de 1922. Se Gradou em Matemática, Filosofia e Física, em 1944, na Universidade de Debrecen. Ele foi considerado como um dos principais pesquisadores da Epistemologia, visto que sua obra buscou, principalmente, afinar a metodologia falsificacionista de Popper¹³ e com George Polya (1986)¹⁴ quando ele trata sobre a Arte de Resolver Problemas, que fala sobre como aprender Matemática por meio da Resolução de Problemas. Vale destacar que essa relação é ampliada e destacada nesta pesquisa, quando da constituição da mesma, trataremos deste aspecto mais a diante no texto. Ele estabeleceu um diálogo com os pensamentos de Thomas Kuhn (1922-1996), Paul Feyerabend (1924-1994) e Karl Popper (1902-1994). Sua tese do falsificacionismo – a metodologia de provas e refutações, emergiu a partir

¹³ Karl Popper (1902-1994), em tempos áureos onde a ciência parecia ter atingido o ápice de seu prestígio. Ele desenvolveu uma filosofia da ciência chamada de falsificacionismo. Para Popper o objetivo de se experimentar uma teoria científica não deve ser a de apenas para comprovar essa teoria, mas também para falseá-la. Em suma, segundo Popper, os cientistas não devem buscar defender suas teorias devem, no entanto, procurar “derrubar” essa teoria.

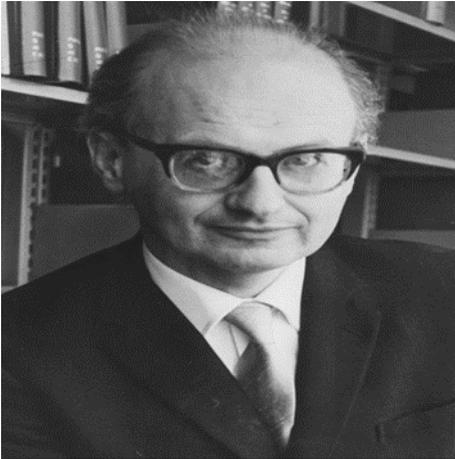
Contudo, só reconhecerei um sistema como empírico ou científico se ele for passível de comprovação pela experiência. Essas considerações sugerem que deve ser tomado como critério de demarcação, não a verificabilidade, mas a falseabilidade de um sistema. Em outras palavras, não exigirei que um sistema científico seja suscetível de ser dado como válido, de uma vez por todas, em sentido positivo; exigirei, porém, que sua forma lógica seja tal que se torne possível validá-lo através de recurso a provas empíricas, em sentido negativo: deve ser possível refutar, pela experiência, um sistema científico empírico. (POPPER, 1972, p. 42)

Popper objetivava poder oferecer uma “explicação causal” (POPPER, 1972, p. 62) para certos fenômenos (aqueles que podem ser falseáveis). Em seu livro “A lógica da pesquisa científica, ele destaca as “quatro diferentes linhas ao longo das quais se pode submeter a prova uma teoria” (POPPER, 1972, p. 33) de modo a poder determinar a validade de uma teoria enquanto científica e subsequentemente valida-la.

[...] o progresso da ciência, embora revolucionário ao invés de meramente cumulativo, é, em um certo sentido, sempre conservador; uma teoria, embora revolucionária, deve sempre ser capaz de explicar, completamente, o sucesso de sua predecessora. Em todos aqueles casos em que sua predecessora foi bem sucedida, ela deve render resultado, pelo menos, tão bons quanto aqueles de sua predecessora, e se, possível, melhores. Logo, nestes casos, a teoria predecessora deve parecer uma boa aproximação à teoria nova; enquanto deveria haver, preferivelmente, outros casos, onde a nova teoria produzisse resultados melhores e diferentes dos obtidos pela teoria antiga. (POPPER, 2004, p. 68).

¹⁴ George Pólya (1887–1985) nasceu em Budapeste, onde viveu até terminar os seus estudos secundários. Doutorou-se em Probabilidades (1912) na universidade daquela cidade e, depois de diversas viagens e estadias em várias cidades, onde contactou com matemáticos ilustres, especialmente em Göttinguen — Klein, Hilbert, Landau, Weyl, Courant, Toeplitz — estabeleceu-se no Instituto Federal de Tecnologia da Suíça, em Zurique, onde trabalhou 26 anos. Foi neste período que, incluindo outras viagens e trabalhos com matemáticos de diversos países — Hardy, Littlewood, Julia, Picard, Hadamard — Pólya desenvolveu a sua intensa e produtiva actividade em múltiplas áreas matemáticas. Quadrante, Vol. XIX, Nº 2, 2010

das reflexões sobre as teorias de Kuhn (1982) e Popper (1996), contrapondo o falsificacionismo Popperiano e a estrutura das revoluções científicas de Kuhn (1982).



Lakatos foi considerado um dos principais criadores de estudos Filosófico-Científicos do século XX

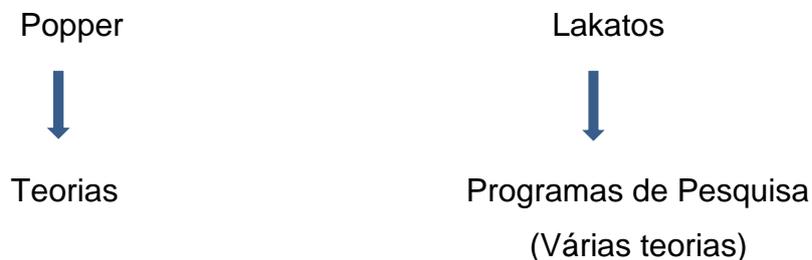
Sobre Popper, ele afirmou que:

Minha dívida pessoal com ele é imensa: mudou minha vida mais que nenhuma outra pessoa (...). Sua filosofia me ajudou a romper, de forma definitiva, com a perspectiva hegeliana que eu havia retido durante quase vinte anos, e, o que é ainda mais importante, me forneceu um conjunto muito fértil de problemas, um autêntico programa de pesquisa. (LAKATOS, 1989; p.180).

Para Kuhn a revolução científica é irracional, uma questão da psicologia das multidões (LAKATOS, 1979; p. 221). Já segundo Lakatos, constitui-se em um processo racional de superação de um programa por outro.

A superação ocorre quando um programa tem em relação ao seu rival um excedente de conteúdo de verdade, no sentido de que prediz, progressivamente, tudo o que o seu rival corretamente prediz, e algumas coisas adicionais (LAKATOS, 1989, p. 231).

Dessa feita entendemos que a epistemologia de Lakatos se coaduna com nossas perspectivas de pesquisa uma vez que entendemos que rivalizar os programas de pesquisa faz com que eles se desenvolvam em um âmbito progressivo, o que contribui para a avanço do campo de pesquisa da Educação Matemática. Mas entendemos que no campo da Educação Matemática há rivalidades (no sentido de divergências teóricas) e integração na busca de melhoramento no ensino da matemática escolar.



Segundo Lakatos (1983, p. 107) a Filosofia da Ciência, sem a História, é vazia. Já a História da Ciência, sem a Filosofia, é cega. O autor recebeu as apreciações de Kuhn e Feyerabend, sobre o que Popper vinha desenvolvendo e se propôs a aprimorá-la. Ele entendia que a sua "metodologia dos programas de pesquisa científica" (MPPC) seria uma explicação lógica para o fazer científico (LAKATOS, 1989, p.19).

Desta forma, Lakatos está ao lado de Popper na luta contra as concepções de que a mudança científica "não está e não pode estar governada por regras racionais e que cai inteiramente no terreno da Psicologia (social) da pesquisa" (LAKATOS, 1989; p.19). O crescimento do conhecimento se dá essencialmente no mundo das ideias, no mundo do conhecimento articulado. (LAKATOS, 1989; p.122).

A história da ciência sempre é mais rica que sua reconstrução racional. Entretanto a reconstrução racional ou história interna é o principal; a história externa é secundária posto que os problemas mais importantes da história externam são definidos pela história interna (LAKATOS, 1989; p.154).

Assim, a História da Ciência deve ser vista como a história dos programas de pesquisa e não das teorias isoladas. "A filosofia da ciência sem a história da ciência é vazia; a história da ciência sem a filosofia da ciência é cega" (LAKATOS, 1983; p.107) parafraseando Kant, o autor busca reforçar seu entendimento de que a história da ciência pode ser utilizada para aferir propostas metodológicas rivais, e essa rivalidade só irá contribuir para o fortalecimento da teoria. Em âmbito nacional sua obra mais amplamente estudada na comunidade da Educação Matemática é A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações (LAKATOS, 1978), que traz as ideias de falibilidade da matemática, e o método de Provas e Refutações, bem como fala da reconstrução racional da história da matemática.

No sentido do pensamento de Lakatos, as teorias científicas predizem fatos novos, sendo continuamente progressivas, quando os fatos são corroborados, ou seja, confirmados provisoriamente; ou degradados, quando forem refutados.

A História da Ciência pode balizar a avaliação de propostas metodológicas rivais. Lakatos percebeu que o conhecimento se referia ao conhecimento provado, seja pelo racionalismo ou pelo empirismo. Para o autor, foi Popper quem melhor compreendeu as implicações do colapso da teoria científica mais bem corroborada de todos os tempos. (LAKATOS, 1979, p. 109-110). Com a impossibilidade da demonstração do conhecimento científico (justificacionismo), o mais importante é que a estrutura clássica dos valores desmorona e precisa ser substituída (LAKATOS, 1979, p. 110).

Para Lakatos (1979) os Programas de Pesquisa comportam hipóteses primárias e auxiliares à resolução de determinados problemas de pesquisa.

Para discutir sobre estas teorias, devemos ir muito além dos autores citados, pontuamos os mesmos apenas para os ensaios iniciais da pesquisa, porém ao longo do desenvolvimento da pesquisa novos referenciais serão agregados. Ao longo de

nossas pesquisas percebemos que outros pesquisadores se interessaram em tratar sobre a questão da Epistemologia de Lakatos, conforme o quadro 6, nenhum, porém salientou os aspectos que abarcamos nesta tese.

Quadro 06: Produções sobre Lakatos nos últimos anos.

Ano de publicação	Título	Autor(es)	Tipo de produção
1999	Gestão de interações e produção de conhecimento matemático em um ambiente de inspiração Lakatosiana	Antônio José Lopes	Artigo publicado em periódico científico
2010	Filosofia da Matemática do Quase-Empirismo e História da Matemática: traçando algumas considerações sobre o ensino de graduação em matemática.	Gustavo Barbosa; Renata Cristina Geromel Meneghetti.	Trabalho publicado em anais de congresso nacional.
2015	O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações	Guilherme Henrique Gomes da Silva & Amanda Queiroz Moura	Artigo publicado em periódico científico
2016	A Inserção da Filosofia de Imre Lakatos no Ensino de Matemática.	João Matheus Silva	Trabalho de Conclusão de Curso
2017	Epistemologia, história e ensino da matemática: reflexões sobre formação e aprendizagem significativa.	Marcos Alexandre Alves & Karla Jacqueline Souza Tatsch	Artigo publicado em periódico científico

Fonte: Cardoso (2018, p. 837)

De modo a valorizar os saberes advindos dos mais distintos contextos, e para irmos para além do que já havia sido posto até o momento, sobre a Epistemologia de Lakatos (1979) recorreremos às obras de apoio teórico de Popper (1994), Kuhn (2005)

quando os autores abordam os saberes epistemológicos e filosóficos da pesquisa, evidenciando os conhecimentos científicos provenientes dos saberes; consideraremos também D' Amore (2010), por nos apontar relações intrínsecas entre os saberes didáticos, socializados na dinâmica dos conhecimentos; e, de modo a acirrar as discussões teóricas, dos aportes referenciais de D'Ambrósio (2002), Kilpatrick (1999), Brousseau (2006), Almouloud (2007) que sinalizam pontos pertinentes às discussões didáticas relacionadas aos programas de pesquisa.

4.1 - As Metodologias dos Programas de Pesquisa Científica

As reflexões em termos da Epistemologia dos Programas de Pesquisa e dos conceitos de refutabilidade e falseamento ainda vêm sendo construídas e discutidas. As primeiras menções ao Programa de Pesquisa Científica se deram no artigo *Changes in the Problem of Inductive Logic* (LAKATOS, 1968) e publicado na coletânea organizada por *Worrall e Currie* (LAKATOS, 1993)¹⁵. O autor buscou aperfeiçoar as ideias Popperianas sobre a construção e o desenvolvimento do conhecimento científico. Ao longo de nossos estudos para a constituição desta pesquisa percebemos que muito já foi discutido sobre a epistemologia da matemática, na perspectiva de Lakatos, porém percebemos que muito ainda tem a ser refletido neste sentido, em especial ao que se refere aos subprogramas de pesquisa, o que só fez reforçar nosso desejo em nos aventurarmos por este caminho, pois entendemos que trabalhar nesta vertente irá contribuir significativamente para o fortalecimento e a disseminação dos conhecimentos da Educação Matemática.

Lakatos (1979) propõe o que ele denomina de MPPC – Metodologia dos Programas de Pesquisa: "A própria ciência como um todo pode ser considerada um imenso programa de pesquisa com a suprema regra heurística de Popper: 'arquitetar conjecturas que tenham maior conteúdo empírico do que as suas predecessoras' " (LAKATOS, 1979; p.162).

Os Programas de Pesquisa, propostos por Lakatos, são compostos por duas partes: um *Núcleo Firme* e um *Cinturão Protetor*.

¹⁵ LAKATOS, Imre. *A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

_____. *La Metodología de los Programas de Investigación Científica*. Madrid: Alianza Universidad, 1993.

1. O núcleo firme se constitui por uma teoria ou conjunção de hipóteses contra a qual não é aplicado o falsiamento. É tomado como 'irrefutável'. (LAKATOS, 1983; p116), ou seja, uma teoria ou conjunção de hipóteses contra a qual não é aplicado o falsiamento.

Ao redor deste Núcleo Firme ele postula haver o que denomina de Cinturão Protetor que é constituído por hipóteses e teorias auxiliares, cuja base se estabelece pelas condições iniciais e também pelos métodos observacionais. (LAKATOS, 1989; p.230). Ele protege o "Núcleo Firme", sendo constantemente modificado, expandido, refutado.

2. As heurísticas são basicamente o que protege o Núcleo Firme. Lakatos traz duas heurísticas nesse processo, a Heurística Positiva e a Negativa. Ele afirma que a "Heurística Negativa" do programa proíbe que, frente a qualquer caso duvidoso, "refutação" ou anomalia, seja declarado falso o "Núcleo Firme"; a falsidade incidirá sobre alguma hipótese auxiliar do "Cinturão Protetor".

A ideia de heurística negativa de um programa de investigação científica racionaliza de forma considerável o convencionalismo clássico. Podemos decidir racionalmente não permitir que refutações transmitam falsidade ao núcleo enquanto aumenta o conteúdo empírico corroborado do cinturão protetor de hipóteses auxiliares. (LAKATOS, 1970, p. 49)

Quando fatos incompatíveis com as previsões teóricas ocorrem, ou seja, são refutáveis, Lakatos caracteriza como heurística positiva, e norteia as orientações e as modificações que devem ser feitas no "cinturão protetor" para superá-las.

A heurística positiva consiste num conjunto parcialmente articulado de sugestões ou palpites sobre como mudar e desenvolver as variantes refutáveis 'do programa de pesquisa, e sobre como modificar e sofisticar o cinto de proteção' refutável. (LAKATOS, 1979; p. 165).

Na verdade, se a heurística positiva está expressa com clareza, as dificuldades do programa são mais matemáticas do que empíricas. (LAKATOS, 1970, p. 51)

Diz-se que um programa de investigação é progressivo enquanto seu desenvolvimento teórico antecipa seu desenvolvimento empírico, ou seja enquanto seguir predizendo com êxito fatos novos (mudança progressiva de problemas); é paralisante se o seu desenvolvimento teórico se atrasa em relação a seu desenvolvimento empírico, isto é sempre que não oferece senão explicações post hoc, seja de descobrimentos casuais, seja de fatos previstos, e descobertos, em um programa rival. (LAKATOS, 1971a, p. 112)

Ainda segundo Lakatos um Programa de Pesquisa se constitui em uma sucessão de modelos crescentes em complexidade, que buscam, cada vez mais, se aproximar da realidade.

Um modelo é um conjunto de condições iniciais (possivelmente junto com algumas teorias observacionais) que se sabe que deve ser substituído durante o desenvolvimento do programa, e que inclusive se sabe como deve ser substituído (em maior ou menor medida. (LAKATOS, 1989; p.70).

Para ilustrar a representação de Núcleo Firme e Cinturões Protetores, Lakatos (1979, p. 49) traz pelo menos três exemplos importantes que ele denomina de: Programa Ptolomaico, Programa Newtoniano e Programa Copernicano. Lakatos:

1. Programa Ptolomaico: Nele o núcleo firme se trata da Terra como um sistema de referência para os movimentos dos corpos celestes. Em quanto que o cinturão protetor são que os corpos celestes têm movimentos obtidos a partir da composição de movimentos circunferenciais.
2. Programa Newtoniano: Diz que o núcleo firme é composto pelas leis da Gravitação Universal e pelas 3 leis de Newton; já o cinturão protetor são os modelos do sistema solar, e as diversas hipóteses sobre a distribuição e a forma de massa dos planetas e satélites, teorias sobre os métodos de observação astronômica.
3. Programa Copernicano: Nele o núcleo firme se constitui pela ideia de esfera das estrelas como sistema de referência para os movimentos celestes e o cinturão trata do desenvolvimento de uma mecânica adequada à hipótese da Terra móvel e novos instrumentos de observação astronômica, capazes de detectar as previstas variações no tamanho aparente dos planetas e as fases de Vênus.

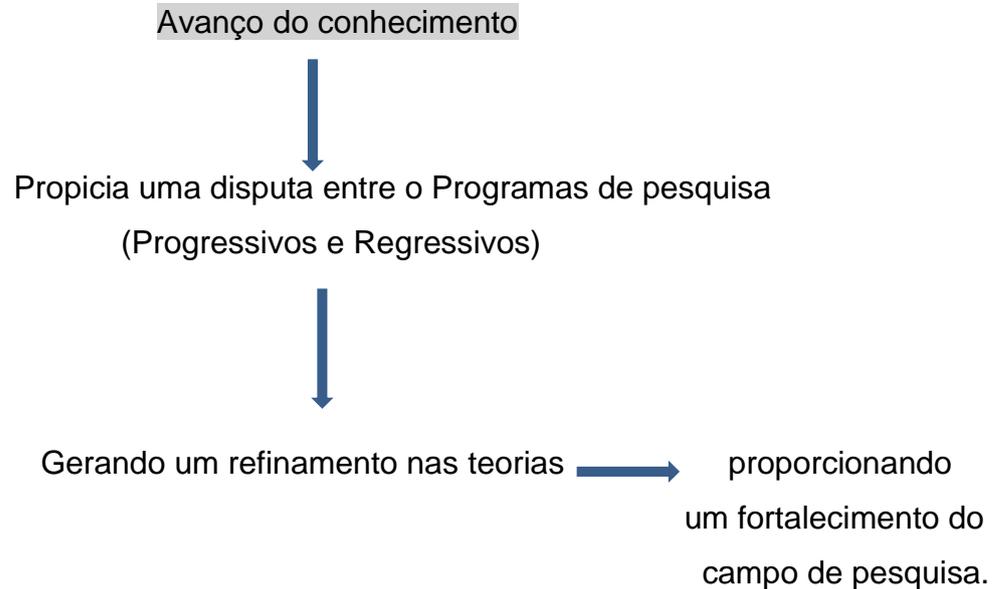
O programa de pesquisa proposto por Lakatos diz que uma teoria poderá ser gradativamente substituída por outra teoria melhor. Teoria essa que deverá possuir um conteúdo empírico excedente ou, ao menos, prometer algo maior no sentido heurístico. Para que aconteça essa mudança de teorias não é necessário que a teoria substituída esteja falseada: o falseamento e o abandono de teorias são processos independentes. A verdadeira solidez de uma teoria está, então, na sua capacidade de prever fatos novos, se antecipando a eles. Lakatos, porém ressalta que:

Das nossas considerações se depreende que a heurística positiva avança aos poucos, com descaso quase completo das refutações; parece que as verificações, mais que as refutações, fornecem os pontos de contato com a realidade. (. . .) São as verificações que mantêm o programa em andamento, apesar dos casos recalcitrantes. (LAKATOS 1970, p. 51-52)

Ao nos depararmos com todas essas ações, começamos a refletir em qual deveria ser nossa postura enquanto pesquisadores? Já que todo pesquisador deseja proteger seu programa de pesquisa. Entendemos que a postura esperada ao ter seu trabalho refutado, seria tentar proteger o programa, para isso salvaguardar o núcleo do programa, fazendo alterações, caso necessário, nas hipóteses auxiliares que constituem o cinturão protetor do núcleo.

Um Programa de Pesquisa precisa se permitir avançar, e isso ocorre quando produz resultados, ou regridir, quando deixar de fazê-lo. Ele pode ser entendido como

um projeto que deve ser definido e passível continuamente às pesquisas futuras. Através de modificações ou adições ao cinturão protetor, que devem ser sempre comprovadas. A partir disso, temos o esquema no Fluxograma 1:

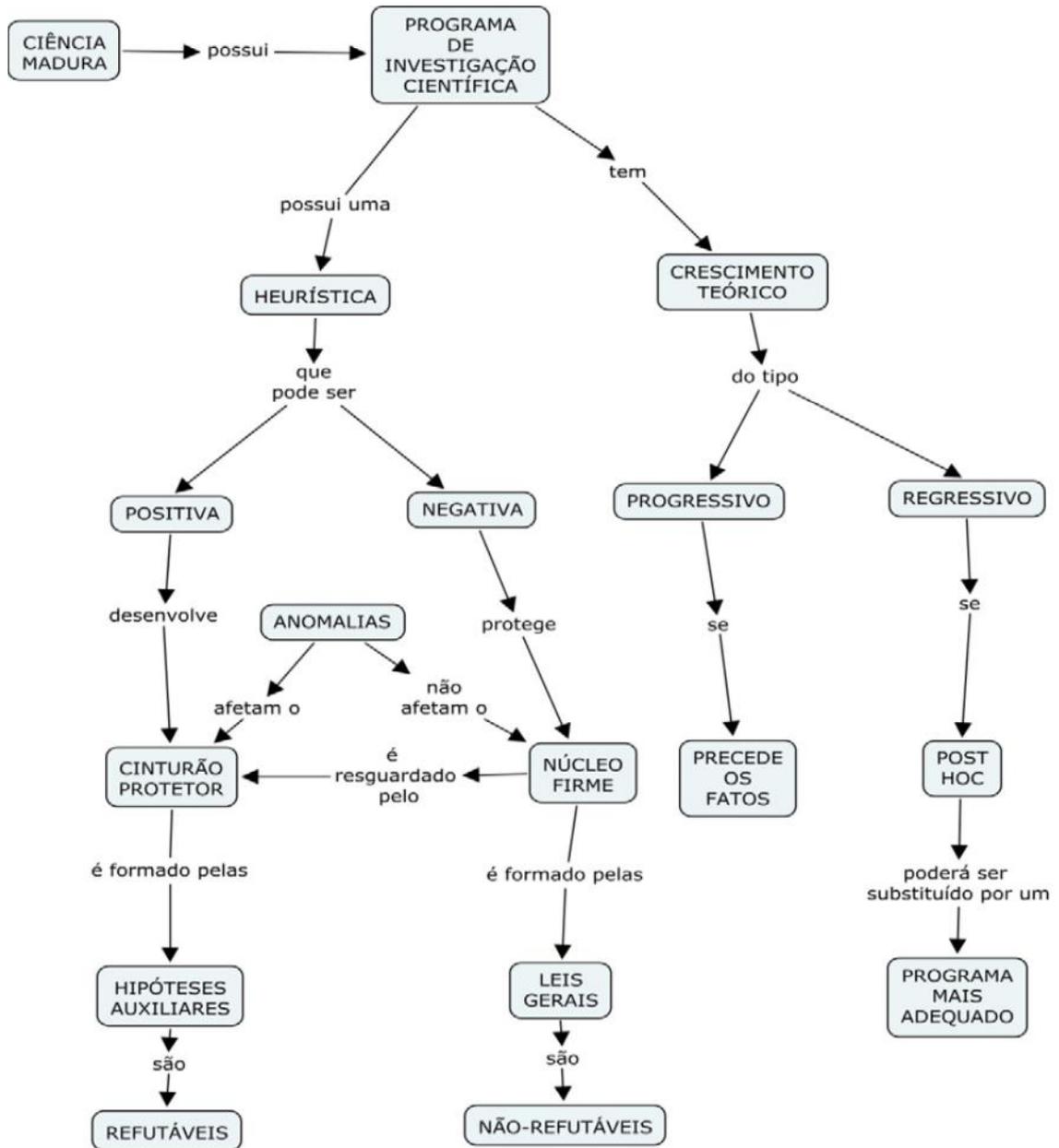


Fonte: Autores

O Programa de Pesquisa deve ser avaliado na medida em que progride ou se degenera. Algo interessante nos programas de pesquisa é que não devemos afirmar que um programa é melhor que o outro.

Sendo assim, em nossas concepções, as Teorias científicas são criações humanas, assim devem ser prescritas de forma a indicar caminhos com relação ao que se deve ou não fazer, neste sentido nos aproximamos, do que Lakatos (1989) denomina de Programa de Pesquisa; pois entendemos que pela reestruturação da ciência ocorrem avanço e melhorias nas teorias. Neste sentido coadunamos com o autor e por isso o elegemos para fundamentar nossa pesquisa, sempre tendo em mente que um programa de pesquisa precisa respeitar as conjecturas teóricas que desencadeiam as pesquisas. Em seguida trazemos, na figura 10, um mapa conceitual da Epistemologia de Lakatos, baseado em Präss (2008), onde os caminhos constitutivos pelo qual um Programa de Pesquisa se delinea.

Figura 10: Mapa conceitual da epistemologia de Lakatos



Fonte: Präss (2008)

Neste sentido o Programa de Pesquisa pode ser definido como uma estrutura que objetiva nortear as futuras pesquisas. Lakatos (1979) trata em termos de filosofia da ciência, porém nesta pesquisa tomamos em um âmbito mais restrito, no caso a Educação Matemática, vale ressaltar que tomando como base D'ambrosio (2001) que traz a Etnomatemática como um programa. Para D'Ambrósio (2008) "O Programa Etnomatemática tem como objetivo entender o ciclo do conhecimento em distintos ambientes. A exposição acima sintetiza a motivação teórica que serve de base a um

programa de pesquisa sobre a geração, organização intelectual, organização social e difusão do conhecimento.”¹⁶

Ao pensarmos nestes elementos nos remetemos a nossa pesquisa que contempla estes pontos de modo bem abrangente. A Heurística Negativa, por si já não nos permite modificar os pressupostos teóricos. Pensamos o em entendimento de uma heurística positiva, missão importante no bojo da Educação Matemática, pois haverá sempre um cinturão protetor, que se constitui no conhecimento prévio e na intencionalidade. Essa teoria nos traz certo balizamento, pois nos indica, o que? E onde? Refutar.

Diante dos principais pontos da Epistemologia de Lakatos, pensamos ter elementos suficientemente plausíveis para apontar indicadores no sentido da pesquisa desenvolvida neste trabalho de tese, haja vista considerarmos que a Educação Matemática pode ser entendida sob a ótica dos Programa de Pesquisa proposta por Lakatos (1979). Isto por que ela admite em sua estrutura total os elementos que perfazem um programa de pesquisa.

Em suma podemos dizer que Lakatos (1979) trata sobre os processos de conhecimento, no sentido de uma disputa entre eles, onde está disputa gera o que ele chama de definição de paradigmas, onde os pesquisadores escolhem seus paradigmas de pesquisa (que o autor denominou de “programas de pesquisa”) não por um fenômeno de certa psicologia social, mas sim por uma escolha racional, pois os pesquisadores buscam utilizar as melhores metodologias, as que lhes dê a maior possibilidade de sucesso.

Então, seguimos para a próxima sessão trazendo o diálogo com as colocações de Lakatos, de modo a embasar o percurso que mostraremos nos momentos posteriores deste texto.

¹⁶ Fonte: Trecho sobre O programa Etnomatemático. Texto: O programa Etnomatemática: história, metodologia e pedagogia por Ubiratan D’Ambrosio.
<http://vello.sites.uol.com.br/program.htm>

5 QUADRO TEÓRICO-METODOLÓGICO

5.1 Aspectos Gerais da TAD¹⁷

De modo a proporcionar ao leitor uma compreensão da constituição do PEP optamos por iniciar este momento destacando os aspectos principais da Teoria Antropológica do Didático, teoria da qual o PEP faz parte. Para Chevallard (1999) a TAD retoma o termo estudo, no sentido da ideia de fazer qualquer coisa com a finalidade de se aprender alguma coisa ('saber') ou de aprender a fazer qualquer coisa ('saber-fazer. "A didática da matemática é definida, portanto, como a ciência do estudo da matemática" (CHEVALLARD, 2001, p. 46). Para CHEVALLARD (2009, p. 5) a didática da matemática é a ciência das condições e restrições da difusão social das praxeologias matemáticas." Do ponto de vista funcional ela realça o processo de estudo que permite a materialização das atividades humanas que faz uso de técnicas de estudo, isto é, técnicas didáticas (CHEVALLARD, 1999) e, como toda atividade humana pode ser modelada sob a forma de uma praxeologia. A esta praxeologia referente ao estudo, e que também possui seu *logos* e sua *práxis*, dá-se o nome de praxeologia, ou organização, didática (GASCÓN, 2003, p. 17). A materialização das respostas a essas questões são as organizações praxeológicas (CHEVALLARD; BOSCH; GÁSCON, 2001, p. 275). Em síntese podemos ilustrar os construtos teóricos da TAD, conforme Almouloud (2006) na Figura 11.

Figura 11: TAD



Fonte: Almouloud (2006, p. 08)

Os principais elementos concernentes à Teoria Antropológica do Didático – TAD, buscam compreender as relações institucionais, cujas pessoas se sujeitam no decorrer de suas vidas, nesse sentido Chevallard (2001) defini: objetos O, pessoas X

¹⁷ Neste texto quando trouxermos TAD estaremos nos referindo à Teoria Antropológica do Didático.

e instituições I. Segundo a TAD o objeto é produto de qualquer intenção humana. O objeto só existe a partir do momento que uma pessoa X ou uma instituição I o reconhece, ou ainda, se a pessoa ou a instituição estiver uma relação com esse objeto respectivamente representado por R (X, O), RI (O). A TAD nos permite compreender as relações pessoais R (X, O) e as institucionais RI (O), nos permitindo analisar as relações entre os sujeitos X e a instituição I, as relações de assujeitamento de X a I, e as condições e restrições de I a X.

Os saberes adquiridos por uma pessoa X no decorrer de sua história de vida compõem o que Chevallard (2003) denomina de Universo Cognitivo U (X).

Segundo Chevallard (2003) um outro conceito fundamental na teoria está em compreender que uma instituição I “é um dispositivo social”. Para o autor, podemos dizer que “uma escola é uma instituição, tal como o é uma sala de aula; mas existe igualmente a instituição trabalhos orientados, a instituição curso, a instituição família”. (CHEVALLARD, 1992, p. 88). Logo, na sala de aula (que seria a instituição), temos dois sujeitos distintos, e em posições diferentes, o professor e o aluno.

Tomemos por I, “ao conjunto das alterações operadas nas relações pessoais R (X, O), em que O é um objeto institucional de I, quando X torna sujeito de I, onde ele é uma instituição, didática ou não. Todo o Universo Cognitivo U (X) de X são resultados dos chamados “assujeitamentos” de X em diferentes posicionamentos institucionais. Para Chevallard (2003) qualquer pessoa (X) é resultado dos “assujeitamentos” de uma variedade de instituições conhecidas por meio de diferentes obras. Chevallard (2003) menciona ainda que um dos caminhos para que a mudança cognitiva aconteça nos assujeitamentos é o trabalho em grupo, “a mudança cognitiva surge como um processo em que todos ajudam o outro a assumir a mudança, porque todos mudam juntos” (CHEVALLARD, 2003, p. 12).

A TAD proporciona o estudo dos objetos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática por meio de análise das praxeologias: “toda atividade humana regularmente realizada pode descrever-se como um modelo único, que se resume aqui com a palavra praxeologia” (CHEVALLARD, 1998, p. 1).

É necessário entender a matemática realizada em sala de aula em torno de um tema estudado, que pode ser analisado por meio da Organização Matemática (OM) – identificar quais conteúdos são valorizados e edificados pelos professores em sua prática. A OM caracteriza o estudo do objeto matemático em um esboço praxeológico das atividades matemáticas, que podem ser descritas por meio das quatro

componentes: tipo de tarefas (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). No desenvolvimento de uma Organização Matemática (OM), o professor faz as escolhas sobre como introduzir o conteúdo, os conceitos valorizados e as atividades tidas como essenciais, entre outras escolhas, que são compreendidas por meio da Organização Didática (OD), para Bosch e Gascón (2010) toda organização praxeológica didática (OD), que vive em determinada instituição está apoiada e fortemente sustentada por um modelo epistemológico da matemática dominante naquela instituição.

Conforme Chevallard (2002) existe uma relação entre os dois tipos de organização a OM e OD, que é definida conforme os níveis de codeterminação. Para Chevallard (2009b, p. 1) “a didática é a ciência das condições e restrições de difusão social das praxeologias”, ou seja, a didática é a ciência do estudo, na qual uma pessoa ou uma instituição quer fazer algo para que a outra pessoa ou instituição aprenda sobre algo. Certamente, é importante entender a singularidade das palavras “condições” e “restrições”, conforme Chevallard, “no princípio tudo é condição” (2009a, p. 12), uma condição passa a ser restrição para uma instituição, ou pessoa, no momento que essa condição não pode ser modificada pela instituição ou pessoa, entretanto, as condições não são restrições quando estas são modificáveis

Para estudar, por exemplo, a eficácia de tal sistema de condições e restrições - isto é, de tal organização didática - criadas em uma classe por um professor, pode-se ter que levar em conta as condições e restrições que, não foram criadas pelo professor, e que não respondem a qualquer intenção didática claramente identificável. (CHEVALLARD, 2007, p. 16).

Para Chevallard (1992) a concepção de instituição didática, conduz a uma antropologia didática do conhecimento, na qual compreende que “qualquer instituição é, em certa medida, uma instituição didática” (CHEVALLARD, 1992, p. 92). Segundo Chevallard (1992) são necessários termos uma intenção didática, e neste processo acabamos por desenvolver a formação de instituições, que ele denomina de Sistemas Didáticos (SD). Em uma interação didática Chevallard (2009a) afirma que temos o sistema didático (SD): $S(X, Y, P)$, na qual X uma pessoa querendo aprender algo, Y o orientador do estudo sobre uma praxeologia (P). Vale ressaltar que esse sistema didático está presente no desenvolvimento desta tese, bem como os sujeitos nela implicados. Sendo o conjunto que norteia o Sistema Didático (SD), sendo: $S(X, Y, P)$, na qual X representa os alunos; Y representa o(s) orientador(es) do estudo, alguém que ajuda X a aprender, P é o objeto de estudo, que na didática da Matemática se refere ao objeto de estudo relacionado à Matemática.

Para Chevallard (2009b) Y age como uma espécie de mediador de uma “pedagogia do professor”, que comparado à “pedagogia regente”, não se restringe em apenas reproduzir o que está exposto no livro didático, mas apresenta em sua prática conhecimentos priorizados por Y. Se faz extremamente necessário entender o papel de Y na condução dos estudos e do direcionamento à X no estudo de respostas para P. Assim, para Chevallard (2009a) o SD parte do paradigma, representado por $S(X, Y, P) \rightarrow S(X, Y, Q)$. Este Sistema Didático (SD) é norteado, por meio de questões (Q) ditas impulsionadoras, e o professor (diretor de estudos) é um mediador de estudos.

5.2 – PEP (Percurso de Estudo e Pesquisa)¹⁸

Ao tratarmos de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) temos o Sistema Didático (SD): $S(X, Y, Q) \rightarrow R^\heartsuit$. Esse sistema sugere que, por meio de uma questão (Q), se possam desenvolver estudos em torno do objeto a ser pesquisado. Neste sistema o (\heartsuit) sobre o símbolo R, indica que a resposta de (Q) foi produzida sobre certas restrições. Segundo Chevallard (2009a) a elaboração de R^\heartsuit a partir de uma questão (Q), propiciará um meio (M), representado pelo esquema $[S(X, Y, Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$, logo o SD $S(X, Y, Q)$ repetirá o M (meio) que será usado para obter a resposta R^\heartsuit . M é a combinação das diferentes respostas encontradas no decorrer do estudo, e das obras que permitiram a construção dessas respostas. Logo, $[S(X, Y, Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, (O_{n+1}), \dots, O_m\}] \rightarrow R^\heartsuit$, temos $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}$, na qual R_i^\diamond , para $i=1, \dots, n$, são as respostas prontas assumidas para Q; O_j , $j=n+1, \dots, m$, são as obras que permitirão elaborar as respostas R^\heartsuit a partir de R_i^\diamond . Para Barquero, Bosch e Gascón (2011), o M é constituído das respostas R_i^\diamond , onde R_i^\diamond são as chamadas respostas prontas/rotuladas/chanceladas para a resolução de determinada questão (Q).

Segundo os autores essas respostas são utilizadas como ferramentas para a obtenção de novas respostas, no decorrer desses estudos deverão emergir outras repostas R_i , denominadas de respostas intermediárias, que são as respostas apresentadas no Sistema Didático e que estimulam o processo de levantamento de novas questões (Q_j) as quais precisam ser justificadas e validadas ao longo do percurso.

Segundo Chevallard (2009a) para que se advenha um PEP é preciso que uma Organização Didática manifeste um número de condições, que afetem diretamente o

¹⁸ Neste texto quando trouxermos PEP estaremos nos referindo ao Percurso de Estudo e Pesquisa.

SD, esse SD permite ainda que alguns dos elementos que pertencem ao meio (M) sejam desestabilizados, ou até mesmo deixem de existir enquanto que outros poderão retornar ao M, após serem estabilizados. Nesse sentido segundo Chevallard (1992, p. 95) o M “está em construção permanente”, logo o M não é algo definido ou pronto e acabado, mas sim está em um processo contínuo de construção com base nos estudos desenvolvidos no decorrer do Sistema Didático. Sendo assim podemos afirmar que o desenvolvimento de um Sistema Didático depende do M. Para Chevallard (2009a) no percurso se manifestam determinado número de condições que o afetam diretamente, essas condições são denominadas de: Mesogênese, a Topogênese e a Cronogênese.

Cronogênese: Gênese do tempo didático, ou seja, o tempo da construção praxeológica.

Mesogênese: Gênese do meio didático, isto é, do sistema de recursos utilizados no processo de construção praxeológica.

Topogênese. Gênese dos equipamentos praxeológicos (e relações instituições associadas) de acordo com as posições do aluno e do professor durante a construção praxeológica. O topos (o lugar, em grego antigo) do aluno (respectivamente do professor) é aquela parte da posição do aluno (respectivamente professor) em relação às entidades praxeológicas construídas ou em processo de construção na sala de aula. (CHEVALLARD, 2009e, p. 2-5).

Podemos dizer através dos estudos feitos até aqui que o PEP se constitui em uma Pedagogia de Investigação, onde o estudo de uma questão inicial (Q_0), e suas questões derivadas (Q_D) propiciam ao percurso de estudo uma busca de respostas para essas questões, compondo (Q_i, R_i^\diamond) o conjunto de questões e respostas de Q , neste sentido Chevallard diz que:

Uma questão Q chama uma investigação, que se realiza em um certo percurso de estudo e de pesquisa. Uma mesma questão Q pode conduzir uma classe a reencontrar um complexo de obras que podem variar dependendo do percurso tomado (o que depende da atividade de X , das decisões de Y , mas também dos recursos praxeológicos R_i^\diamond e O_j atualmente acessíveis. (CHEVALLARD, 2009a, p. 28).

Para Chevallard (apud ARTAUD, 2014), um professor pesquisador faz de sua sala de aula um local de experimentações em Didática da Matemática, para o estudo da Engenharia Didática, por meio de situações didáticas criadas por ele, que consistirá, principalmente, em lidar com os problemas em um sentido amplo, já que o ensino e a aprendizagem da matemática não se dá em ensinar apenas ideias matemáticas, como os conceitos matemáticos e sim ver o ensino como uma atividade humana concreta. Assim o PEP se configura em uma pesquisa de acordo com aspectos socioculturais e demandas locais.

Nestes termos, Sierra, Bosch e Gascón (2011) elencam que a dialética entre a colocação de questões problemáticas e a construção de respostas constituem a base de qualquer processo de formação. De acordo com os autores ao propomos um programa de formação baseado em termos de questões a serem estudadas, objetivando principalmente fornecer elementos de resposta a algumas das questões que podem ser consideradas cruciais dentro do problema (matemático-didático) do professor de matemática ou dos estudos sobre o ensino e aprendizagem de Matemática.

Para Sierra, Bosch e Gascón (2011) esta estrutura responde à convicção de que qualquer processo de formação faz sentido a partir do estudo de um conjunto de questões problemáticas às quais os alunos devem ser capazes de responder. Para tanto, creditamos que os professores devem experimentar ações dessa natureza, para buscarem respostas referentes as suas práticas de ensino.

Chevallard (2013) propõe um novo paradigma didático emergente, o qual ele denomina de paradigma do questionamento do mundo. Esta proposta se baseia basicamente no plano de formação de professores de matemática baseado no estudo de questões problemáticas, que surgem não tanto como necessidades pessoais dos futuros professores, mas como necessidades inerentes à profissão de professor de matemática.

Para Sierra, Bosch e Gascón (2011) os trabalhos devem ser, modificados, reformulados, generalizados, colocados em um ambiente mais abrangente, interpretados de diferentes formas e, em última instância, desenvolvidos. Para que possa ficar claro que a formação em matemática para o ensino (como, em geral, a formação de professores de matemática) é um problema aberto no qual novas questões surgem constantemente. Além disso, para Barquero (2009) tomando as perguntas como ponto de partida e motor do treinamento, inevitavelmente se gera uma dialética entre perguntas e respostas o que contribui no sentido da produção de reflexões e na dissipação do conhecimento. Essa dialética entre pergunta-resposta, potencializa o processo de ensino fortalecendo-o e dando a ele maior significância.

Para instituir nossa proposta de PEP, próximo o discurso chevalariano de uma investigação "completa", buscamos realizar cinco "gestos" básicos (H) (CHEVALLARD, 2013):

H₁. Observar as respostas R^\diamond dispostas nas instituições. Assim, faremos estudos sobre as respostas chanceladas na área, no que se refere aos princípios que sustentam a Educação Matemática como um programa de pesquisa, composto por uma diversidade de subprogramas (teorias em desenvolvimento ou tendências em Educação Matemática); tendo como composição do *milieu* artigos, teses, livros, anotações dos componentes da comunidade de prática. Ao mesmo tempo buscaremos, em comum acordo com essa comunidade, instituir atitudes que favoreçam a um olhar crítico e questionador sobre as obras que apresentam essas respostas, para assim irmos além de uma visitação às obras vivenciando um paradigma emergente de questionamento do mundo.

H₂. Analisar - em particular no duplo plano experimental e teórico essas respostas R^\diamond . A análise experimental se dará, junto à comunidade de prática assumindo como problemática a articulação entre campos teóricos, ou subprogramas de pesquisa da Educação Matemática, para então proceder a um estudo das ditas tendências da área, na busca de elementos e estruturas que dê sustentação aos subprogramas.

H₃. Avaliar essas mesmas respostas R^\diamond . Num outro momento criticamente julgaremos os méritos dessas respostas. Assim surgirão questões pelas quais a comunidade se debruçará para encontrar outras respostas que façam avançar, na perspectiva de articular teorias da Educação Matemática para atacar problemas da área. Trata-se de uma atitude procognitiva necessária ao avanço.

H₄. Desenvolver uma resposta própria R^\heartsuit . As respostas serão explicitadas pela narrativa dos componentes e escritas na forma de artigos produzidos em grupos pela comunidade de estudo. São reflexões sobre R^\diamond , não se trata de textos compilativos mas de inovações para além das respostas chanceladas, ou seja, a perspectiva é que surja à resposta R^\heartsuit específica inicialmente na forma de conjectura que no decorrer do PEP deva se consolidar a partir de ensaios produzidos no percurso.

H₅. Difundir e defender a resposta R^\heartsuit assim produzida. A defesa da resposta R^\heartsuit , se deu no seio do PEP, nas produções advinda desse e principalmente com a defesa da tese aqui proposta.

Sendo assim, no desenvolvimento deste processo de estudo e pesquisa, ao longo do PEP, buscamos responder a nossa Q_0 que é: Qual seria o núcleo firme do Programa Educação Matemática que articularia as Teorias em Desenvolvimento como

Subprogramas? Ao longo do processo surgiram novas questões Q_n . Apoiados em Chevallard (2009) quando ele trata da importância do trabalho coletivo:

Eu aproveito este momento para enfatizar que o trabalho coletivo sobre as praxeologias de pesquisa em didática, ou seja, sobre "os métodos e procedimentos pelos quais tal conhecimento e compreensão são alcançados" e "a formulação de métodos sistemáticos e logicamente consistentes para a busca de conhecimento", me parece hoje mais necessário do que nunca, para combater os efeitos da rotina ou mesmo da quase naturalização dos métodos frequentemente utilizados. (CHEVALLARD, 2009a, p. 11).

Nesta sessão iremos revelar as interações e ações realizadas quando do desenvolvimento do percurso, realizado por dois diretores de estudos (Y) na disciplina Tendências em Educação Matemática (Ementa no anexo1), para uma turma do curso de Pós-Graduação em Níveis de Mestrado e Doutorado, composta pela comunidade de estudos com 20 alunos (X), do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA). Nesta tese buscamos responder a Q_0 que surgiu ao longo do PEP, bem como a diversas outras questões Q_i que emergiram e que provocaram a construção de nossa resposta R^\heartsuit .

O PEP realizado foi adaptado e desenvolvido em 11 encontros, os quais tiveram em média duração de 3 horas. Nesta pesquisa trataremos as Q , por $Q_1, Q_2, Q_3 \dots Q_n$; bem como em determinados momentos, quando os alunos estiverem reunidos em grupos, nos remeteremos a: G_1, G_2, G_3, G_4 e G_5 . As obras elencadas a priori pelos diretores de estudos foram: O_1 com o título "FINCANDO ESTACAS: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico" de autoria do pesquisador americano Jeremy Kilpatrick (1996); O_2 *Theory of Mathematics Education* (TME) de Steiner (1993); O_3 : A contextualização na matemática do Ensino Médio, Maioli (2012); O_4 : *Contextualization in the teaching of mathematics: conceptions and practices* de Reis e Nehring (2017); – O_5 : Introdução à História da Educação Matemática. Miorim, (1998); O_6 : "Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação Matemática" Lakatos (1978). Vale ressaltar que a escolha das obras, pontuadas, se deu devido sua importância no processo de construção de compreensões sobre a Educação Matemática e suas Teorias em Desenvolvimento atrelado ao Discurso dos Programas de Pesquisa. Traremos no quadro 4 uma sistematização das ações desenvolvidas no PEP.

Quadro 07: Síntese do PEP¹⁹

DIA / MÊS/ ANO	RESUMO DO ENCONTRO
<p>20 / 08/ 2018 Segunda-Feira 1º Encontro</p>	<p>✚ Apresentação de um panorama da disciplina de Tendências em Educação Matemática. Com intuito de instituir um sistema didático que possibilite responder à questão de pesquisa anunciada na primeira etapa do PEP:</p> <p>Q: Qual seria o núcleo firme do Programa Educação Matemática que articula e constitui as Teorias em Desenvolvimento como Subprogramas?</p> <p>✚ Tratamos a obra O_1 com o título “FINCANDO ESTACAS: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico” de autoria do pesquisador americano Jeremy Kilpatrick (1996). Aqui deflagra-se o PEP, com a questão geratriz:</p> <p><i>Q₀: Quais as contribuições do campo da Educação Matemática para melhorias das práticas de ensino dos docentes e entendimentos sobre o processo de aprendizagem dos discentes?</i></p> <p>Que se desdobra em Q_1: A EM se configura como campo de pesquisa autônomo, com indícios a caracterizá-la como programa de pesquisa?</p> <p><i>Assim estudamos as respostas R^0 contida na obra.</i></p>
<p>27/ 08/ 2018 Segunda-Feira 2º Encontro</p>	<p>✚ Debate sobre as pesquisas em andamento dos alunos, suas intenções de pesquisa e a linha ou as linhas nas quais desenvolvem pesquisas.</p> <p>✚ Delineamento referente a elaboração de artigos científicos decorrentes dos estudos da disciplina.</p>
<p>10/ 09/ 2018 Segunda-Feira 3º Encontro</p>	<p>✚ Discussão da O_2 <i>Theory of Mathematics Education (TME) de Steiner (1993)</i>.</p> <p>✚ Escolha dos orientadores de estudos para cada discussão e constituição de sistemas auxiliares $S_x (x, y, Q_x)$.</p> <p><i>Q₂: Como as interconexões e cooperações auxiliam no desempenho da Educação Matemática?</i></p>
<p>17/ 09/ 2018 Segunda-Feira 4º Encontro</p>	<p>✚ Retomada das discussões da O_2</p> <p>✚ A resposta a Q_2 leva a introdução da O_3: <i>A contextualização na matemática do Ensino Médio. Maioli (2012)</i></p> <p>✚ Início das apresentações dos textos, por equipes.</p>
<p>24/ 09 / 2018 Segunda-Feira 5º Encontro</p>	<p>✚ Finalização das discussões da Obra O_2</p> <p>✚ Retomada das apresentações dos grupos G_3 e G_4</p>

¹⁹ Os encontros foram gravados e ou fotografados, de modo que pudéssemos ter um domínio mais detalhado dos fatos e de cada momento do percurso.

	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Tratamos da O_4: <i>Contextualization in the teaching of mathematics: conceptions and practices</i> de Reis e Nehring (2017)
01/ 10/ 2018 Segunda-Feira 6º Encontro	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Foi indicada a Coleção Tendências em Educação Matemática, para construção de artigos relacionando duas ou mais tendências. ✚ Finalização das apresentações G_5 ✚ Retomada a discussão de O_3 e O_4
11/ 10/ 2018 Quinta-Feira 7º Encontro	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Fechamento das discussões de O_4 ✚ Apresentação do G_1 sobre a Coleção Tendências em Educação Matemática <p>Q₃: Qual o lugar da resolução de problemas na EM?</p>
22/ 10/ 2018 Segunda-Feira 8º Encontro	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Finalização da apresentação do G_1 ✚ Apresentação do G_2 - sobre a Coleção Tendências em Educação Matemática. <p>Q₄: Como os problemas referentes as teorias em desenvolvimento se configuram como legítimas criações didáticas para o ensino de matemática na escola?</p>
12/ 11/ 2018 Segunda-Feira 9º Encontro	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Constituição do sistema didático padrão ✚ Obra – O_5: <i>Introdução à História da Educação Matemática</i> (MIORIM, 1998). ✚ Apresentação do G_3
19/ 11/ 2018 Segunda-Feira 10º Encontro	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Grupo G_4 com a discussão das tendências: Modelagem matemática, Educação Estatística e Informática na Educação Matemática ✚ Amostragem das oficinas realizadas.
03/ 12/ 2018 Segunda-Feira 11º Encontro	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Temática: Epistemologia dos Programas de Pesquisa ✚ Obra O_6: <i>Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação Matemática</i> Lakatos (1978). <p>Q₅: “Qual o núcleo firme da Educação Matemática?”</p> <p>Q₆: Como se configura a Educação Matemática como um programa de pesquisa?</p> <ul style="list-style-type: none"> ✚ Encerramento do PEP ✚ Encaminhamentos posteriores ✚ Acompanhamentos futuros

Fonte: Autores.

Nossos estudos no PER nos oportunizaram a experiência de em conjunto, comunidade de alunos e os diretores de estudo, construímos um entendimento a cerca das Teorias em desenvolvimento do Programa Educação Matemática como subprogramas de pesquisa, o que é nosso objetivo nesta tese, neste processo muitos questionamentos foram sendo levantados, os quais nos oportunizaram responder nossa questão de pesquisa: Qual o núcleo firme do Programa Educação Matemática que articula e constitui as Teorias em Desenvolvimento como Subprogramas de Pesquisas?. Para tanto, sigamos em frente.

6 MOMENTO DO PEP DE INTERVENÇÃO

Nesta segunda etapa do PEP (PEP de intervenção) de acordo com Pereira e Nunes (2020) e Pereira (2017) configura o sistema didático $S(x; y; \heartsuit \Upsilon \rightleftharpoons \mathbf{Q})$, em que x , em nosso caso, são professores de matemática em formação continuada e y os diretores de estudo das sessões do PEP. As questões $Q_0, Q_1, Q_2...$ são balizadas por Q (questão de pesquisa), embora a articulação das questões leve a responder Q elas não se restringem ao âmbito dessa, dito de outra forma, podem surgir questões cuja resposta não tenham relação direta com a questão de pesquisa. A dinâmica desse momento será detalhada a seguir.

6.1 Primeiro Encontro – 20 de agosto de 2018

O primeiro encontro foi um momento muito importante, iniciamos as atividades com a apresentação dos diretores de estudos Y^{20} , os quais mostraram um panorama da disciplina Tendências em Educação Matemática, através da apresentação da ementa da disciplina (anexo 01), foram salientadas também questões referentes as formas de avaliação e de como se desejava desenvolver a temática.

Foi apresentado um direcionamento dos estudos, onde mostramos de modo geral, os aportes teóricos e leituras bases que seriam tratadas na disciplina. Ressaltamos ainda que nessa disciplina, mesmo não revelando de início, desenvolveríamos uma dinâmica de estudos com fins a construir compreensões sobre como o avanço das ditas tendências em educação matemática já apresentam construtos que podem fazer vislumbrar que algumas podem ser consideradas teorias em desenvolvimento, ou seja, um novo status as tendências, além disso buscamos evidenciar articulações entre elas, como tônica do percurso. Em seguida, os diretores de estudo pediram aos discentes (tomados neste percurso como o conjunto X) que se apresentassem e que indicassem a qual tendência, de modo mais específico, suas pesquisas estavam relacionadas.

²⁰ Vale pontuar que no texto trataremos Y_1 e Y_2 como Diretor de Estudo.

Quadro 08: Relação discentes da turma x Tendência que desenvolve pesquisa

Tendência em Educação Matemática	Quantitativo de X
Didática da Matemática	3
Etnomatemática	3
História da Matemática	6
Modelagem Matemática	2
Linguagens Matemática	3
Educação Especial Matemática	2
Educação Matemática e Tecnologia	1

Fonte: Construção da autora.

O ponto de partida do PEP se deu a partir de reflexões no que tange a constituição da Educação Matemática enquanto campo de pesquisa e quais as contribuições dessa para melhorias das práticas de ensino dos docentes e entendimentos sobre o processo de aprendizagem dos discentes? Configurando-se assim Q₀ advinda das discussões enredadas pelas contribuições de outras áreas de conhecimento ao campo da Educação e mais especificamente para a Educação Matemática, pontuou-se em particular a psicologia. As discussões repercutiram sobre as inegáveis contribuições teóricas advindas da Psicologia e tomaram a direção da necessidade de articulações entre as ideias de Piaget, Vygotsky, Ausubel dentre outros para se efetivar ações teórico-práticas em salas de aulas em especial no ensino de matemática.

Nesse sentido, foi sinalizada pelos diretores a necessidade de estudar algumas obras concernentes a coleção “Tendências em Educação Matemática”, onde foi levantada a discussão da necessidade de não nos determos à apenas uma ou outra tendência. Os estudos trazidos foram propostos na intenção de estudar as respostas da área e como essas podem sinalizar para articulações entre as tendências.

Discutiu-se, nesse momento inicial que parte da Psicologia cognitiva iniciada por volta da década de 1950, veio em resposta aos estudos do behaviorismo, pois, os críticos desse método constataram que não conseguiam explicar certos comportamentos com os processos internos abordados. Este período é muitas vezes

referido como da “revolução cognitiva”, que carrega uma riqueza de pesquisa sobre temas como processamento de informação, língua, memória e percepção e tem como uma das teorias mais influentes desta escola de pensamento os estágios de desenvolvimento cognitivo da teoria proposta por Piaget (1896 – 1980).

Para responder Q_0 identificamos a necessidade de evidenciar a Educação Matemática como campo de pesquisa, perspectiva já assumida nas primeiras narrativas da comunidade de prática – anunciada na questão geratriz - mas carente de justificativas mais contundentes da área. Assim instituímos Q_1 : *A EM se configura como campo de pesquisa autônomo, com indícios a caracterizá-la como programa de pesquisa?*

Na busca da resposta (R^\diamond) a Q_1 foi inserida no *milieu* pelos diretores a obra O_1 com o título “FINCANDO ESTACAS: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico”, de autoria do pesquisador americano Jeremy Kilpatrick (1996). Vale salientar que, não por acaso esta obra foi elencada pelos diretores de estudo, uma vez que a abordagem trazida e discutida por este autor tem grande relevância para a pesquisa aqui desenvolvida. Pois destaca que:

Como um campo acadêmico, a Educação Matemática tem uma curta história que difere de país para país. Eu discuto alguns contrastes entre seu desenvolvimento nos Estados Unidos e na Suécia, oferecendo reflexões nos temas, nos quais os contrastes emergem e sugiro como o campo poderia avançar. Antes de discutir pesquisa em Educação Matemática, deixem me considerar o nome que atribuímos ao nosso campo. Eu uso o termo Educação Matemática. Em alguns países, o termo preferido traduzir como Didática da Matemática e ele frequentemente contrastado com uma pedagogia mais geral. (KILPATRICK, 1992, p. 4; 1993, p. 86).

Nestes termos discutimos as diversidades de entendimento em relação a Educação Matemática, pois dependendo do país, as expressões podem não significar a mesma coisa, como em *Didactique des Mathématiques* (BALACHEFF et al., 1993, p. 179); dessa feita ressalta-se o processo construtivo da identidade deste campo. A obra O_1 possibilitou a discussão de questões concernentes aos critérios de relevância e qualidade científica nas pesquisas acadêmicas (KILPATRICK; SIERPINSKA, 1993). Sendo eles:

- ✓ Relevância
- ✓ Validade
- ✓ Objetividade
- ✓ Originalidade

- ✓ Rigor e Precisão
- ✓ Prognóstico
- ✓ Reprodutibilidade
- ✓ Relacionamento

Essa obra nos deu indícios que a Educação Matemática necessita de perspectivas múltiplas que diferentes abordagens trazem para o estudo do ensino e da aprendizagem. Não é razoável, entretanto, para o campo todo aderir a um e somente um paradigma de pesquisa.

O Mundo do ensino e da aprendizagem da matemática era visto como um sistema de variáveis interagindo. O objetivo da pesquisa era descrever aquelas variáveis, descobrir suas Inter-correlações e tentar manipular certas variáveis para alcançar mudanças em outras (KILPATRICK, 1993, p. 16).

Apesar da obra ser da década de 1990 a área está, ainda, e talvez esteja sempre, em processo de constituição, até mesmo porque de fato está pouco presente nas salas de aula de matemática em todos os níveis, para aprofundar a problemática de materialização dos ideais teóricos da EM em sala de aula as pesquisas em geral abordam as teorias de forma isoladas sem buscar articulações entre elas. Vale destacar, que no Brasil a própria coleção de livros Tendências em Educação Matemática, aponta para essa construção gradativa e progressiva, ao inserir novos livros à coleção, à medida que novos aportes vão se fortalecendo. No presente momento (2018) a coleção é composta de trinta e um livros que versam sobre as mais variadas temáticas da Educação Matemática (Quadro 09).

Quadro 09: Títulos da Coleção Tendências

Coleção de livros Tendências em Educação Matemática
1. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental
2. Afeto em competições matemáticas inclusivas
3. Álgebra para a formação do professor
4. Análise de erros
5. Aprendizagem em Geometria na educação básica
6. Brincar e jogar - Enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática
7. Da Etnomatemática a arte-design e matrizes cíclicas

8. Descobrimos a geometria fractal - Para a sala de aula
9. Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática
10. Didática da matemática: Uma análise da influência francesa
11. Educação a Distância online
12. Educação Estatística - Teoria e prática em ambientes de modelagem matemática
13. Educação Matemática de Jovens e Adultos - Especificidades, desafios e contribuições
14. Etnomatemática - Elo entre as tradições e a modernidade
15. Etnomatemática em movimento
16. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática
17. Filosofia da Educação Matemática
18. Formação matemática do professor - Licenciatura e prática docente escolar
19. História na educação matemática
20. Informática e Educação Matemática
21. Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula
22. Investigações matemáticas na sala de aula
23. Matemática e Arte
24. Lógica e linguagem cotidiana: Verdade, coerência, comunicação, argumentação
25. Modelagem em Educação Matemática
26. O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental
27. Pesquisa em ensino e sala de aula: Diferentes vozes em uma investigação
28. Pesquisa qualitativa em educação matemática
29. Psicologia da educação matemática - Uma introdução
30. Relações de gênero, Educação Matemática e discurso - Enunciados sobre mulheres, homens e matemática
31. Tendências internacionais em formação de professores de matemática

Fonte: Autora

Pontuamos também que essa discussão vem sendo a tônica em diversos eventos na área, tal como o CERME (Congresso da Sociedade Europeia de Pesquisa em Educação Matemática) que é um dos eventos de maior notoriedade no campo da Educação Matemática. Dele foram frutos alguns trabalhos, os quais utilizamos no quadro de referência de nossa pesquisa.

Contudo, relembramos que nesta pesquisa iremos focar nas “Tendências” cujas literaturas já as enfocam como campo teórico em desenvolvimento. Neste sentido tivemos a fala de x_7 onde diz:

x_7 : Eu não sabia que a Educação Matemática ainda se tratava de um campo de pesquisa em formação, já que ouvimos e temos estudos da Educação Matemática de tantos anos atrás, é interessante pensar nesta perspectiva, pois dá um novo sentido aos estudos, temos algo em construção e não meramente pronto e já acabado.

Nesse sentido, vai se configurando uma resposta chancelada na área que indica que o campo da Educação Matemática é um contínuo em construção, sinalizando um entendimento inicial que, assim como sua composição em tendências, ou seja, seus cinturões protetores.

Outro ponto discutido a partir da obra O_1 foi relativo as múltiplas possibilidades de abordagens nas pesquisas em Educação Matemática, vistas como fenomenológicas, interpretativas, construtivista social, ou etnográfica, que têm se tornado especialmente populares entre pesquisadores da área. No entanto deve ser percebida a necessidade de compreender esses múltiplos paradigmas dentro deste campo de pesquisa, o que em nosso entendimento fortalece as constituições teóricas construídas.

Neste primeiro encontro ressoou, a partir da leitura e discussão de O_1 para comunidade de prática, o estabelecimento da Educação Matemática como campo de pesquisa autônomo, fundamentado numa diversidade de áreas e composto por tendência em constante desenvolvimento. A resposta oriunda de O_1 , não esgota a construção da resposta a Q_1 que será constatemente retomada, referendada, contestada ao longo do percurso. Mas não deixa de ser uma resposta, mesmo que, parcial a questão posta.

6.2 Segundo Encontro – 27 de agosto de 2018

Neste segundo encontro do PEP retomamos as discussões iniciadas no momento anterior, nesta oportunidade foi mediado o diálogo onde os discentes puderam discorrer sobre o seu entendimento no que se refere as discussões lançadas no encontro anterior.

Seguindo, o Diretor de Estudos pediu que os alunos comentassem sobre seus trabalhos em andamento, revelando suas intenções de pesquisa, e a linha ou as linhas de tendências em que eles se encaixavam. Neste momento surgiu uma diversidade de temáticas e perspectivas, sendo algumas delas:

x₅: Quero trabalhar com Modelagem Matemática, mas confesso que ainda não sei bem em qual sentido, pois meu projeto está em reconstrução.

x₇: Estou trabalhando com a Didática da matemática e os modelos de referência e com a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

x₁: Eu estou desenvolvendo uma pesquisa em Etnomatemática com o tema: A Geometria dos Tecidos Africanos.

x₈: Falo no meu trabalho sobre Argumentação na Educação Matemática.

x₃: No meu caso vou tratar sobre o Ensino de Matemática para pessoas com Surdo-cegueira.

x₆: Eu pretendo trabalhar o uso das Tecnologias no ensino da Matemática.

x₄: Eu vou pesquisar sobre a História da Matemática no contexto ribeirinho, porque essa é a minha realidade.

x₂: Já eu estou fazendo um estudo sobre a minha prática, sob o tema “As dificuldades de um professor com deficiência”.

Estas foram algumas das pesquisas apontadas no momento da explanação, dos discentes que quiseram externar os aspectos básicos de seus trabalhos. Nesta oportunidade foi possível perceber a relação que eles desenvolvem uns com os outros e como os conhecimentos ali inter-relacionados. Após cada um falar sobre seus intenções de pesquisa, com reflexões dos colegas sobre pontos em comum entre elas *x₁₄* resume um ponto de vista que é fundamental neste percurso.

x₁₄: Eu nunca havia parado para pensar em como meu trabalho pode e está relacionado com as outras tendências, eu acredito que agora de posse destes conhecimentos vou poder construir uma pesquisa muito melhor e mais completa.

Esse excerto representa as narrativas de parte da comunidade de prática referente a integração das tendências. O que em nossa concepção já se constitui como indícios do caminho que trilhamos na construção da resposta a nossa questão de pesquisa, uma vez que esta compreensão está relacionada com as respostas dadas por esses. Trata-se de um indicativo que a questão Q₀ não é imposta pelos diretores e sim deflagra-se a partir das leituras e discussões.

Em um terceiro momento a diretora de estudos y₂ explicou detalhes de como deveriam ser organizadas as ações para a estruturação, planejamento e desenvolvimento das atividades propostas na disciplina.

Além destas organizações foi explanado também que as produções decorrentes dos estudos desenvolvidos na disciplina, deverá resultar em um conjunto de artigos, a serem publicado em parceria com diretores de estudos. Para tanto os mesmos ofereceriam suporte teórico, sendo as Obras O_n (Obras base gerais) e O_c (Obras complementares), as quais embasaram as discussões e construções. Após esses momentos o Diretor de Estudos deu um espaço para que a turma se organizasse em seus grupos de trabalho e já iniciassem a organização e articulação das propostas de oficinas a serem desenvolvidas. Os artigos constituem parte integrante da resposta R[▼] do PEP.

6.3 Terceiro Encontro – 10 de setembro de 2018.

Neste terceiro encontro os Diretores de Estudos iniciaram com a discussão da obra O₂ *Theory of Mathematics Education* (TME) de Steiner (1993). Nesta ocasião foi proposto pelo Diretor de Estudo que se desenvolvesse a seguinte dinâmica: a cada obra discutida um grupo de discentes seriam os “orientadores de estudo”, os quais deveriam conduzir a discussão com a ativa participação dos demais discentes e dos diretores de estudo. Assim instituímos sistemas didáticos auxiliares para construção de respostas inovadoras a problemática posta.

Nestes termos o aluno x₂ começou expondo os pontos da obra, apontados como sendo os de maior complexidade, sendo eles: as inter-relações e a visão

sistêmica da Educação Matemática, que tratavam sobre a extrema complexidade do fenômeno “Matemática”, no seu desenvolvimento histórico atual, e na sua relação com diversas ciências, por exemplo, ciências, política, cultura. Além destes, as condições e fatores altamente diferenciados do desenvolvimento cognitivo e social do estudante.

O Y exemplificou a situação como as engrenagens de um relógio a corda, onde o todo é a máquina, o sistema. No entanto há subsistemas inseridos no sistema e são de fundamental importância para o bom desempenho do todo. Nesse interim mais uma questão se deflagra no PEP Q₂: Como as interconexões e cooperações auxiliam no desempenho da Educação Matemática? Coadunando com as indicações na obra em estudo:

1. A identificação e a elaboração de problemas básicos na orientação, na fundamentação, na metodologia, e na organização da Educação Matemática como disciplina;
2. O desenvolvimento de uma abordagem abrangente para a Educação Matemática em sua totalidade quando visto como um sistema interativo compreendendo a pesquisa, o seu desenvolvimento e a prática;
3. Investigação autorreferente e a meta-investigação relacionada com a Educação Matemática fornecem informações sobre o estado da arte, sobre situações problemas, e as necessidades da disciplina em respeito às diferenças regionais e nacionais. STEINER (1987, P.46): (Tradução nossa)²¹

Ainda segundo Steiner (1987) as interações que ocorrem na Educação Matemática se apropriam em demasia de ferramentas de outras áreas, como a antropologia, psicologia o que em certos momentos acaba por negligenciar a interação do sistema e de suas particularidades.

Esta discussão produziu múltiplas reflexões que, com auxílio dos Diretores de Estudo, elencaram algumas problemáticas em termos da Didática da Educação Matemática, tais como: “relacionar, conteúdo, parceiros, integração, otimização e diferentes as perspectivas deste campo de pesquisa enquanto ciência”

A Educação Matemática admite uma interpretação dialética como disciplina científica e como sistema social interativo que compreende o desenvolvimento da teoria e prática.

Um as abordagens sistêmicas com as suas tarefas autorreferentes podem ser compreendidas como um meta-paradigma organizativo para a Educação Matemática. Parece ser uma necessidade a fim, não só de lidar com a

²¹ 1. The identification and preparation of basic problems in orientation, rationale, methodology, and organization of mathematics education as a discipline;

2. The development of a comprehensive approach to mathematics education in its entirety when viewed as an interactive system comprising research, development and practice;

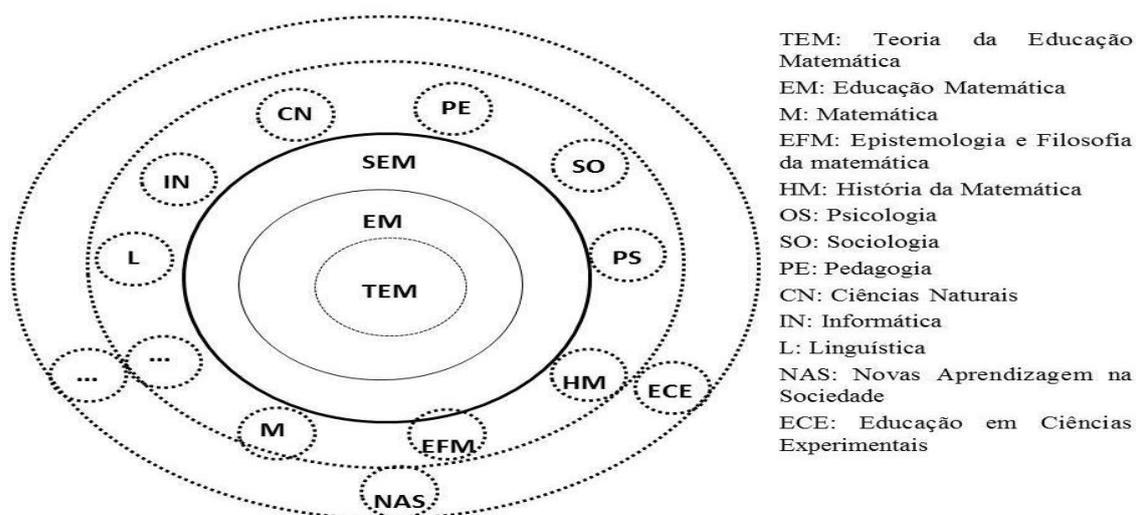
3. Research self-referential and meta-research related to mathematics education provide information about the state of the art of problem situations, and the discipline of requirements with respect to regional and national differences. Steiner (1987, p.46)

complexidade geral, mas também porque o caráter sistêmico se revela em todos os problemas particulares do campo [...] (STEINER, 1985, p.11)

Outro fato interessante destacado da O₂ foi a relação entre teoria, prática e interdisciplinaridade. Ainda segundo Steiner (1993) a Educação Matemática deve ser apreciada levando em conta seu Multiparadigmatismo. Com relação as teorias em desenvolvimento da Educação Matemática elas apontam certas linhas de investigação no que tange algumas áreas problemáticas da aprendizagem do ensino de matemática.

x₅: Na versão portuguesa do texto há uma nota de esclarecimento apontando que o objetivo de construir o modelo é elucidar as variáveis fundamentais e as relações entre elas. O passo crítico é passar das macro-asserções para microanálise. Já que o texto sinaliza uma discussão muito profunda sobre a Educação Matemática.

Figura 12: Relações da Didática da Matemática com outras disciplinas e sistemas



Fonte: Steiner (1990 apud Godino 2010, p.3)

Na figura 12 destaca-se que a disciplina científica Educação Matemática (EM) se insere em um Sistema de Ensino da Matemática (SEM) – Formação do Professor de Matemática, desenvolvimento curricular em matemática, materiais didáticos, avaliação, etc. - que se insere em um sistema social complexo denominado de Educação Matemática e Ensino (GODINO, 2010).

Nesta fase da discussão da obra O₂ ficou perceptível a necessidade de uma investigação sobre o status do desenvolvimento da teoria, não devendo a Educação Matemática ser exclusivamente determinada pelo seu papel de formação de

professores, e sim possuir uma função didática, de orientação quer na investigação no ensino ou na formação profissional. Foi discutido também o status da Didática da Matemática, enquanto campo teórico, haja vista, conforme a obra estudada, ela possuir status de teoria, tanto no Brasil, onde temos grupos de pesquisa muito fortes em diversas universidades brasileiras, como em alguns países, como por exemplo, na França, Espanha, Alemanha, etc. Em decorrência do término do tempo de estudo em sala decidiu-se prosseguir a discussão no próximo encontro.

6.4 Quarto Encontro – 17 de setembro de 2018.

Este encontro iniciou a retomada das discussões do encontro anterior, onde foi tratada a O₂ - A Teoria da Educação Matemática uma Introdução, os discentes tiveram a oportunidade de realizar uma nova, e mais detalhada, leitura da obra em questão, podendo tecer de forma mais incisivas suas pontuações. Segundo Steiner (1990) a Educação Matemática é um campo de estudo tido como complexo, uma vez que esta em contínua perfusão, neste sentido destacamos que ela relaciona diversas outras áreas de conhecimentos.

x₁₂: Ao ler esse texto ficou mais evidente para mim o quanto a Educação Matemática é um dos sistemas que mais abrange o campo científico, porque ela leva em conta os múltiplos conceitos de aprendizagem. Logo, tudo se relaciona de alguma forma, por isso contextualizar fica tão eminente.

Neste momento começou a emanar da fala dos participantes da comunidade de prática, uma de nossas percepções na constituição da discussão desta tese, que é a noção de Contextualização.

x₇: É muito interessante ver como os conhecimentos se se relacionam e se contextualizam com outros elementos mostrados. Muitas das vezes nem se quer percebemos o que é a contextualização, até que busquemos um conhecimento em múltiplas realidades. Assim acabamos por perceber a contextualização.

A resposta (R^o) emanada das obras estudadas indicam que a noção de contextualização é um ponto que articula e faz avançar os ideais da EM nas práticas

de ensino da matemática nas escolas. Assim, o Diretor de Estudos percebeu a necessidade de introduzir para discussão da obra *O₃: A contextualização na matemática do Ensino Médio*. Maioli (2012). Nesta obra Maioli (2012) trata da polissemia da contextualização, e das diversas concepções empregada a ela em pesquisas nacionais. A obra foi apresentada aos alunos e pedido que desenvolvessem a leitura e os apontamentos da mesma, de modo a poder embasar discussões em um futuro momento do percurso.

Os Orientadores de Estudos, que conduziam a discussão, pontuaram que o texto ressaltava que objeto científico desenvolve um sistema de relações de diferentes perspectivas na Educação Matemática como ciência, em reação a complexidade dos problemas matemáticos. Neste aspecto temos a reação da redução sistemática da complexidade, o que favorece alguns aspectos, em especial, por exemplo, análise do conteúdo, a construção do currículo, método, e de capacidade.

É fundamental que o professor tenha embasamento teórico sobre como pode se dar essa relação (sujeito e objeto). [...] A nosso ver, a ideia de contextualização passou a ser incorporada ao discurso pedagógico, mas não com a explicitação das teorias que a sustentam. (MAIOLI, 2012, p. 154)

Foi levantada a questão da complementaridade, conhecido, mas ainda não bem compreendido. Esta ideia causa uma falsa dicotomia: habilidade contra compreensão; estrutura contra resolução de problemas; axiomática contra construção; puro contra aplicado. Esse pensamento gerou várias interpretações da Educação da Matemática sendo classificada como: um campo especial da matemática, um ramo especial da epistemologia, uma ciência de engenharia, um subdomínio da pedagogia e da didática.

Tenta-se corrigir estes paradoxos de uma forma reducionista, ou em uma abordagem de multi-aspectos, onde se diz “fazer as duas coisas” (STEINER, 1985, p. 47). Dessa feita os discentes perceberam que ainda havia a necessidade de um aprofundamento maior na leitura destas obras e que elas devem ser retomadas em outro momento no transcurso do percurso, e assim será feito.

No segundo momento do encontro passamos a etapa da execução das apresentações dos primeiros textos. Em um momento anterior os Diretores de Estudos pediram aos discentes que se organizassem em grupos; a cada grupo foi entregue uma coletânea de textos, com os quais o grupo deveria elaborar uma apresentação expositiva bem como uma proposta de oficina.

O sistema auxiliar S_x tratou sobre o Método da Falsa Posição, Situações Fundamentais, Tendências em Educação Matemática, Etnomatemática e Modelagem no contexto da construção civil. Este grupo foi composto por seis (6) discentes, que iniciaram sua apresentação falando sobre o Método da Falsa Posição, baseado em um artigo de Medeiros e Medeiros (2004). A dinâmica das apresentações se deu em apresentação de slides e conversa com a turma.

O grupo explicitou ainda que, segundo os autores dos textos, havia a necessidade de enfatizar as dificuldades encontradas pelos alunos em resolver equações de primeiro grau, que são pertinentes a não compreensão das expressões algébricas e da não compreensão de letras associadas aos números.

x₈ esclareceu que: o conhecimento dessas dificuldades obtidas pelos alunos, de fato é perceptível em diferentes níveis de ensino e distintos conteúdos matemáticos. Além disso, no ambiente de ensino, novas abordagens de diferentes metodologias não são exploradas em demasia pelos professores e pelos livros didáticos, desta maneira a construção histórica não é apresentada para os alunos. Cabendo ao professor proporcionar um método para que alunos tenham uma aprendizagem mais significativa, propondo e expondo “situações problemas” em que possam relacionar ao cotidiano e em perspectivas metodológicas adotadas por si.

Nas narrativas, como destacado no excerto anterior, emerge a importância do conhecimento da história dos objetos matemáticos, numa perspectiva epistemológica e o olhar para práticas cotidianas dos grupos de aprendizes a ensinar vai caracterizando a necessidade de articulações entre as teorias e consolidado respostas chanceladas (R^\diamond), na busca de avançar nessa perspectiva.

Neste momento, vale ressaltar, um ponto de suma importância emergiu nas discussões do PEP, a questão da Resolução de Problemas. Consideramos pertinente a discussão sobre a importância das diferentes abordagens sobre Resolução de Problemas e o papel que cumprem para o ensino e a aprendizagem em matemática. Por exemplo, Onuchic (1999, p. 206) ressalta “três modos diferentes de conceber Resolução de Problemas, que podem contribuir para um melhor entendimento: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar matemática através da resolução de problemas”; entendemos que a Educação Matemática se fundamenta no terceiro modo apresentado pelo autor.

Ao falarmos de Resolução de Problemas se faz necessário mencionar Polya uma vez que o autor se destacou em seus esforços nos estudos desta temática. Polya (1995) considera a Matemática uma ciência na qual a observação e a analogia desempenham um papel fundamental. Para ele a Matemática tem dois aspectos: é a ciência rigorosa de Euclides, mas é também uma ciência experimental, indutiva. (POLYA, 1995, p.6).

Segundo Polya (1995), a experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir a base em que se assenta a heurística moderna. O autor desenvolveu uma *heurística* ao atentar para o fato de que a Matemática possui um viés de ciência experimental e indutiva. No sentido de buscarmos uma aproximação com a teoria elencada nesta pesquisa, vislumbramos para além da teoria em isolado. Segundo Davis e Hersh (1985), Lakatos recebe influência de Popper e de Polya (1938)²², estas ideias serão melhor exploradas em outro dado momento deste texto.

Polya procurou também descrever o significado de problema, num sentido mais amplo, onde o distingue o problema em si, do processo de resolução. Um problema existe quando alguém procura “conscientemente uma certa ação apropriada para obter um objetivo claramente concebido, mas não atingível de maneira imediata” (POLYA, vol. I, p. 117). Polya procurou se ater ao significado de problema, em termos mais amplos, analisando o problema em si, do processo de resolução. Para o autor o conceito de problema é intrínseco à noção de relação, o que remete ao nosso entendimento no sentido de que entendemos a Resolução de problemas como algo inerente a Educação Matemática, uma vez que a entendemos como o cerne da Atividade de Estudo da matemática. Nesse sentido, ela pode ser caracterizada como o Núcleo da Educação Matemática, na ótica de Lakatos (1979). Vale pontuar que essas questões devem ser retomadas em outro momento deste texto, haja vista ela tratar de pontos que perpassam para responder nossa questão inicial.

Sendo assim seguimos nas discussões e trazemos na sequência a Figura 13, que apresenta os alunos focados na leitura dos textos, se preparando para dar andamento as apresentações, por eles elaboradas.

²² Acerca de importantes aspectos conceituais identificados por nós como próximos das concepções gestaltistas, o próprio Polya esclarece que “(...) são tratados com maior extensão no trabalho do Autor, publicado na Acta Psychologica, vol.4 (1938), págs. 113 – 170”. (p.132).

Figura 13: Alunos na organização das apresentações das oficinas.



Fonte: Construção da autora.

Os grupos desenvolveram suas apresentações neste dia, os quais seguiram os padrões de exposição verbal e visual, nestas oportunidades os Diretores de Estudos puderam mediar os momentos de modo que os alunos fossem impelidos a tecer reflexões sobre as práticas desenvolvidas, bem como de qual forma esse exercício de pensar poderia ser aplicado em suas futuras salas de aula.

Neste momento da construção do PEP já foi possível mais uma vez evidenciarmos alguns aspectos da pesquisa, pois os alunos já passavam a desenvolver e apresentar construções próprias, já neste momento nos foi corroborado a construção de um contexto de estudos para a Educação Matemática, como pano de fundo para discussão de aspectos evidentes da pesquisa em desenvolvimento. Destacamos que não iremos nos ater a todas as nuances demandadas nos momentos desse percurso, haja vista nossas análises enfocarem de maneira mais particular, as questões relativas as discussões da Educação Matemática.

6.5 Quinto Encontro – 24 de setembro de 2018.

No dia 24 de setembro os Diretores de Estudo retornaram às discussões da obra *O₂* de Steiner (1985) com ênfase em uma abordagem sistêmica, os valores e a *Management Philosophy of Science* de Churchman, nesse ponto as discussões coadunaram com a fala do autor a reforçar que a Educação Matemática, durante determinado tempo, foi, indevidamente, negligenciada e aportada de outros problemas de investigação. Como já foi destacado, para Steiner (1958) a Educação Matemática é um campo cujos domínios de referência e ação, são caracterizados por uma extrema complexidade.

Ainda nas discussões sobre a noção de “Complementaridade, atividade humana, meta-conhecimento: o papel da prática”, o Diretor de Estudos explicou que o conceito de complementaridade, segundo o texto, se revelava como ferramenta para compreensão de relações entre “diferentes tipos e níveis de conhecimento e atividade” (STEINER, 1993, p. 30) e como as contraposições entre teoria científica e conhecimento cotidiano, o meta-conhecimento e conhecimento primário, empírico formal, o pessoal e o social, desempenhando um papel importante nos fundamentos da psicologia cognitiva.

O Diretor de Estudos se deteve em clarificar os tópicos finais da Teoria da Educação Matemática exposta por Steiner (1993), e pontuou que a teoria apresenta componentes inter-relacionados, tais como:

Meta-pesquisa e desenvolvimento de meta-conhecimento em relação à educação matemática como disciplina desenvolvimento de uma visão abrangente da educação matemática que compila pesquisa, desenvolvimento e prática por meio de uma abordagem sistêmica - desenvolvimento do papel regulador dinâmico da educação matemática como uma disciplina no que diz respeito à interação teoria prática e cooperação interdisciplinar (STEINER, 1993)

Ainda em continuidade com a proposta de atividades, os alunos seguiram neste encontro com as apresentações iniciadas no encontro anterior. Estamos, portanto, concebendo aqui tanto a Matemática quanto a Educação e a Educação Matemática como práticas sociais, isto é, como atividades realizadas por um conjunto de indivíduos que produzem conhecimentos, e não unicamente como o conjunto de conhecimentos produzidos por esses indivíduos em suas atividades.

Neste momento foram ressaltados pontos como a importância da articulação e inter-relação entre as teorias, que foi tratada por x_2 como fusão. Uma conclusão interessante enfatizada por x_2 foi:

x₂: A Didática da Matemática é muito ampla eu acredito que ela possa até ser posta em paralelo com a própria Educação Matemática, vejo ambas com uma fusão, assim como os rios da Amazônia, Rio Negro e Solimões, eles andam paralelos por uma boa extensão e em um determinado momento, eles se fundem.

Seguimos com a figura 14 que mostra o andamento das apresentações dos grupos.

Figura 14: Apresentação do Grupo - G2



Fonte: Autora

Dessa feita foi possível evidenciar algo de suma importância na construção desta pesquisa, o teor construtivo do procedimento da pesquisa que de acordo com Lakatos (1979) que evidencia o processo evolutivo dos conhecimentos, bem como do fortalecimento das teorias elencadas. Coadunando temos Stenier (1993) também dialoga neste sentido, quando fala da Teoria da Complementaridade. Ao se observar as colocações postas em relação a Matemática com a Educação Matemática, percebemos como ambas se complementam.

Para encerrar esta parte da discussão, o Diretor de Estudos ainda reiterou a necessidade de que o sujeito conheça o seu objeto de estudo, se aproprie dos conhecimentos necessários à sua prática.

Dando prosseguimento à construção deste encontro, foi introduzida uma nova Obra, que reiterava elementos discutidos nos encontros anteriores, a temática da contextualização. Com a O₄: *Contextualization in the Teaching of Mathematics: Conceptions and Practices* de Reis e Nehring (2017), as orientadoras de estudo, x₈ e x₉, ressaltaram a importância desta obra ao tratar a questão do âmbito da contextualização, uma vez que ela abarca princípios importantes para a construção coletiva de pesquisas em Educação Matemática. Os Diretores de Estudo fizeram um paralelo entre as discussões de O₄ e O₃. Logo, x₁₀ pontuou:

x₁₀: Entendo não ser possível construir/desenvolver teoria sem contextualizar, pois, todo conhecimento inerente parte de algum contexto específico, se fundamenta a partir de algo, logo o conhecimento não está sozinho, isolado. Ele se associa a um ambiente comum, que o deixa mais forte, nesse caso seria o que chamamos de contexto, contextualização, entendo dessa forma.

As orientadoras de estudo, mostraram que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9.394/1996 trata da contextualização como:

[...] dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (BRASIL, 2006, p. 83).

Neste momento a discussão se ateve aos aspectos relacionais da teoria, uma vez que as obras têm diálogo direto com os documentos que regem as normativas do ensino. Outro fator de importância evidenciado na obra O₄ é o caráter transitório crescente, pois ao pensarmos na Educação Matemática, percebemos como ela abarca os mais diferentes conhecimentos, tais como: a passagem da sociologia para a epistemologia, como ressaltado por Bourdieu (2001).

Por fim, para encerrar esse encontro foi discutido o caráter de Meta pesquisa da obra, revelando o que se pretende fazer em alguns dos construtos produzidos a partir dos estudos deste percurso.

6.6 Sexto Encontro – 01 de outubro de 2018.

No dia 01 de outubro, o Diretor de Estudos reforçou a importância de os grupos de estudos realizarem uma pesquisa extensa e detalhada na coleção “Tendências em Educação Matemática”, onde cada grupo deveria constituir uma relação entre duas ou mais tendências estabelecendo entre elas um diálogo. A Diretora de Estudos pontuou que:

Y: A teoria não deve ser enfocada de forma isolada, ter um único olhar. Vocês têm essa composição de área, está tudo aqui no bojo da Educação Matemática. Agora a maneira com a qual devemos enfrentar esse problema é uma questão pertinente. Esse estudo pode nos levar a rever nossa própria compreensão no que se referem as teorias da Educação Matemática.

Com a intenção de discutir o desenvolvimento da Educação Matemática os diretores de estudos enfatizaram a necessidade de os alunos terem um posicionamento crítico, elaborando interpretações, tendo como foco, também, os objetos do ensino da Matemática, não se detendo somente no campo pedagógico já instituído em outras áreas, estabelecendo assim uma discussão bem mais profunda. Logo, devemos analisar vários vieses para a construção de nossos argumentos.

Foi retomada a discussão da obra O₃, onde, em síntese, podemos dizer que, o texto trata de um panorama sobre a contextualização através de uma meta análise de pesquisas que tratam deste conceito. As orientadoras de estudo mostraram algumas pesquisas que abordam a contextualização, a partir de sua proposição pelas políticas públicas, através de documentos, livros didáticos e avaliações, bem como as concepções e práticas desenvolvidas por professores e pesquisadores da educação matemática. Ao analisarem estas demais obras, as orientadoras de estudo evidenciaram um distanciamento entre o que é compreendido epistemologicamente e a prática em sala de aula, enfatizando assim a fragilidade de entendimentos sobre o que é contextualização e a limitação no ensino e resolução de problemas e aplicação, simplificando conceitos no ensino e aprendizagem por não enfatizarem o processo de abstração decorrente da contextualização.

Partindo do momento da discussão se reforçou a necessidade de adaptarmos as teorias para os nossos estudos, verificar as inter-relações entre os conteúdos.

Nestes termos as ideias tratadas corroboram com a O₃: “pesquisas arroladas a partir das palavras contextualização, matemática e ensino elencamos aquelas que, voltadas à educação básica, apresentassem em seus títulos o termo contextualização ou derivações” (MAIOLI, 2012, p. 83).

Parece que, na prática desses professores, o recurso ao uso de aplicações cotidianas nas atividades para sala de aula é visto como condição necessária à contextualização. Pelos estudos que fundamentam esta pesquisa, vemos que não são. Não vemos problemas sérios no fato de tais atividades serem julgadas necessárias, o grande problema estaria no fato de elas serem consideradas suficientes. (MAIOLI, 2012, p. 104)

Foi ressaltado ainda que a autora explicitou as analogias que fez em uma de suas pesquisas quando estabeleceu relações entre as formas de contextualização, como ela considerou. Explicitaram ainda sobre a noção de acessibilidade do ensino, dando como exemplo a percepção de fração. A resposta a Q₂ articulada a Q₁ lança luz a Q₀ indicando a contextualização como noção representativa das teorias que se configura como alternativa para respaldar a presença das teorias da EM nas salas de aulas de matemática, numa perspectiva que concebe as ditas tendências como contextualização para o ensino de Matemática.

6.7 Sétimo Encontro – 11 de outubro de 2018.

O encontro iniciou com a retomada de alguns aspectos da contextualização, para fechar as discussões sobre este tema. Foi dada ênfase na questão da fragilidade dos conhecimentos, em determinados níveis de ensino. Para x₁₆ toda a sua vivência e aprendizados foram comprometidos até então, uma vez que a compreensão obtida na graduação foi distorcida, podendo dizer até errônea, no que se refere ao entendimento de alguns conhecimentos, como por exemplo: a contextualização. Neste sentido os alunos se posicionaram e um deles afirmou:

x₁₆: Quando eu cursei a licenciatura em matemática, não aprendi nada disso! Estes conhecimentos não me foram passados dessa forma, tinha uma visão muito limitada, percebo que só agora no mestrado, estou podendo realmente entender o que é contextualização e suas concepções.

Destacamos ainda que o termo Contextualização é multifacetado, e, que no PEP essa noção foi um ponto muito abordado (com idas e vindas), das reflexões foi

possível percebe-la de forma mais ampla ao anunciado na literatura no campo da Educação Matemática, haja vista que a compreensão que se difunde em grande parte das pesquisas da área restringe essa ideia às práticas do dia a dia. Assim, a contextualização se revela nas discussões como um componente essencial para Educação Matemática.

A perspectiva tratada de contextualização coaduna com a perspectiva anunciada de forma implícita na literatura, como em Nunes, Almouloud e Guerra (2012) ao considerarem a História da Matemática como contexto; neste sentido temos também D'Ambrósio (2009) que trata da Etnomatemática como contexto, dentre outros autores explicitados no decorrer do PEP. Sendo assim as “ditas” tendências podem ser consideradas como contexto ao ensino de matemática, nesse sentido, elas se caracterizam como heurísticas no Programa de Pesquisa, corroborando assim para o fortalecimento e a articulação de campos teóricos da Educação Matemática.

Na sequência do encontro foi dado prosseguimento com as apresentações que envolviam a coleção Tendências em Educação Matemática. As obras escolhidas pelo primeiro grupo foram Educação Matemática Crítica (Skovsmose); Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática (Elen Aro) e Didática da Matemática: uma análise da Influência Francesa (Luiz Carlos Pais).

O Diretor de Estudos instigou a turma para uma reflexão que configurou a questão Q₃: Qual o lugar da resolução de problemas na EM? No que tange ao universo das Tendências em Educação Matemática, ele se remeteu ao livro que trata a resolução de problemas como uma tendência, porém em sua compreensão não se trata de uma tendência, pois segundo ele a resolução de problema é inerente a qualquer uma das tendências, não há como trabalhar a Educação Matemática, no aspecto de conceitos matemáticos, sem lançar mão da resolução de problemas, mas ela em si não se constitui um programa e nem um subprograma de pesquisa. Para alguns pesquisadores da área da Educação Matemática a Resolução de Problema é tida sim como uma tendência, o que nos faz perceber, mais uma vez, a multiplicidade de entendimentos no que tange a questão das tendências. Essa discussão traz um argumento que podemos considerar uma resposta parcial a tese, no sentido de alocar a resolução de problemas como núcleo firme da educação matemática, assim como ao considerar as teorias em desenvolvimentos como subprogramas – que se articulam numa concepção de contextualização - o núcleo continua sendo formado pela perspectiva que o ensino de matemática parte de resolução de problemas.

Adentrando nas discussões das Obras, temos a ótica da EM segundo os autores, para Pais (2002, p.11):

A educação matemática é uma grande área de pesquisa educacional cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática. Além dessa definição ampla, a expressão educação matemática pode ser ainda entendida no plano da prática pedagógica, conduzida pelos desafios do cotidiano escolar. Sua consolidação como área de pesquisa é relativamente recente, quando comparada com a história milenar da matemática e o seu desenvolvimento recebeu um grande impulso, nas últimas décadas, dando origem a várias tendências teóricas, cada qual valorizando determinadas temáticas educacionais do ensino da matemática.

Um aspecto importante que foi perceptível com o decorrer dos anos é a existência de um movimento educacional, voltado para o desejo de desenvolver uma melhor estruturação dos saberes, no que tange o ensino da matemática.

A Educação Matemática passou/passa por transformações e com ela vem o desejo e o fomento no sentido de consolidá-la como campo teórico, fazendo assim com que todo um campo seja mais plenamente reconhecido. Segundo os orientadores de estudos, essa busca por teorização, já conversa com as ideias da Didática da Matemática, uma vez que ela tem forte viés teórico, por conta, de sua origem francesa. Algumas reflexões levantadas pela comunidade são no sentido de: Qual é o discurso da transposição? Esses objetos foram criados. Mas da forma que eles foram criados irão para sala de aula? Como é que eles podem ser ensinados? Que configura a questão Q4: Como os problemas referentes as teorias em desenvolvimento se configuram como legítimas criações didáticas para o ensino de matemática na escola?

Nossa busca para responder a essa questão encontra nas obras da coleção Tendências em Educação Matemática uma ideia pertinente e coerente para explicar o fenômeno de criação didática no que se refere aos problemas presentes em sala, seja via livro didático, ou por criação/compilação/adaptação pelo professor ou mesmo grupos de professores e/ou professores pesquisadores. Trata-se da noção de transposição didática anunciada por Chevallard (1991, p. 39) afirma que:

Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O 'trabalho' que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática.

Neste sentido o Diretor de Estudos exemplificou, dizendo que se um professor desenvolve uma determinada atividade com uma turma A, e esta atividade surtiu efeitos positivos, não necessariamente em outras turmas ele terá os mesmos

resultados, para que isso aconteça ele precisa conhecer aquela outra turma, de modo a poder buscar a melhor forma de desenvolver a atividade, nestes termos seria necessário fazer adaptações de uma sala para outra, de uma escola para outra, de um livro para o outro, ou seja, a transposição institucional. Ele reforçou dizendo que isso funciona para todos os anos de escolaridade, mas que é diferente, por exemplo, quando se atua na mesma série (ano), em ambientes sociais extremos.

Porém a exemplo deste sentido, aos termos duas turmas de sexto ano, de uma escola particular de classe alta e uma de escola pública da periferia. Essas diferenças se tornavam latentes uma vez que cada uma delas possuía suportes e histórias de vida totalmente diferentes, afetando diretamente em suas relações com o conhecimento, neste sentido estamos falando do capital cultural, conforme Bourdieu (2014). Esses questionamentos são pertinentes, porém ainda assim são refutados no meio das comunidades acadêmicas da Educação Matemática, pois ainda existem autores que buscam desconstruir os ideais que fundamentam a Transposição Didática como pode ser constatado em Radford (1994) e Miguel e Miorim (2004).

O exemplo proposto pelo Diretor de Estudos trouxe a discussão que se desenrolava, novos aspectos em relação a linguagem e o tratamento dado ao conhecimento, o que se relaciona plenamente com a perspectiva da clientela com a qual se está desenvolvendo o PEP, neste caso, alunos de mestrado, de um programa de pós-graduação. Nestes termos os alunos pontuaram que:

x₉: Ao ver as colocações sobre Transposição Didática não consigo deixar de relacionar com a contextualização.

x₁₇: Com bases nessas diretrizes, posso analisar minha prática docente até aqui é perceber que muitas vezes fiz uma espécie de transposição, inscrição para outra dimensão, para uma turma e outra, de uma turma para outra, com mesmo objeto e desenvolvendo de certa forma uma contextualização.

A Transposição Didática configura-se como uma resposta (R^\diamond) a questão (Q_4), ou seja, as criações didáticas via teorias da Educação Matemática se concretiza pelas transformações e adaptações que os saberes sofrem para habitar os currículos e em última instância as salas de aula, assim a Transposição Didática vem como resposta do PEP a Q_4 . Esse processo justifica as versões do ensino da matemática contextualizados por meio das teorias da EM.

No percurso cada vez mais se fortalece a noção de contextualização como principal contribuição das teorias para o ensino, e, o elo de ligação entre elas encaminhando as respostas a Q₂ e Q₀. Vale salientar a importância que os discursos da comunidade de prática tiveram no sentido de nos levarem a entender que a Transposição Didática tem relação direta com a contextualização sendo essa uma das consequências da transposição. Ainda neste sentido os alunos se manifestaram dizendo:

x₉: Por isso que eu entendo que ensinar a noção do objeto, no âmbito da matemática a partir das suas propriedades e dos seus conceitos dificulta a compreensão do aluno, porém quando trabalhamos nossa aula a partir de uma perspectiva contextualizada, levamos o aluno a interagir com o que está sendo explicado, tiramos o aluno da condição de apenas um espectador passivo. Por isso entendo ser de tanta importância os conhecimentos que temos discutido aqui, a contextualização perpassa por tudo, é como se fosse um pano de fundo que segura tudo.

A medida que as discussões avançam vai se ampliando a percepção das teorias em desenvolvimento como contextos da Educação Matemática fica cada vez mais evidente e clara aos sujeitos envolvidos no PEP.

6.8 Oitavo Encontro – 22 de outubro de 2018.

Iniciamos esse encontro com o Diretor de Estudos repassando o panorama posto na aula anterior, dessa feita passamos a mais uma apresentação dos grupos de discussão, o grupo trouxe uma miscelânea de textos relacionando a Didática da Matemática com a Matemática Crítica, foi direcionado ao grupo um conjunto de obras através das quais o grupo poderia embasar suas discussões, ele, porém preferiram não se ater somente as obras elencadas, mas desejaram expandir suas referências.

Uma das obras elencadas foi “Educação Matemática versus Educação Crítica” Skovsmose (2001) onde o autor pontua a Educação Crítica como aquela em que os sujeitos do percurso educativo, professores e alunos, se envolvem mutuamente no processo, de modo a poder desenvolver um saber democrático. Sendo assim os conteúdos do currículo escolar não devem ser selecionados previamente e sim discutidos criticamente por todos os envolvidos, de acordo com a relevância social do

problema, sua aplicabilidade, os interesses e as necessidades reais dos alunos. Sendo assim x_6 levantou a seguinte proposição:

x_6 : Queremos levantar nessa discussão questões de natureza Epistemológica; Empíricas e Teóricas. Pois entendo que o educador matemático, bem como o matemático também, precisa discutir a epistemologia do objeto, para melhor conhecer seu objeto de estudo.

No modelo educacional brasileiro, temos como “hábito” organizar as práticas didáticas partindo de conhecimentos previamente selecionados, o que na perspectiva do autor infere de forma negativa no processo escolar, e simultaneamente no ensino. Para Skovsmose (2001) o ensino e a aprendizagem precisam ser voltados a tais problemas devem mostrar-se importantes aos estudantes, serem acessíveis aos seus conhecimentos prévios e relacionados com as questões sociais existentes. Para tanto os alunos mostraram que se faz necessário expandir suas fronteiras para majorar o nível das discussões em âmbito, sendo assim X_{16} pontua que:

x_{16} : Tomei a liberdade de ir além dos textos da coleção que nos foi indicada. As sugestões são, sem dúvida, muito boas, mas nós quisemos ir mais além até para podermos estabelecer um diálogo dessa discussão com as nossas próprias pesquisas e com nossas referências. Depois das discussões sobre contextualização ficou muito evidente o teor relacional dessa disciplina.

x_7 : Muitas vezes o aluno não gosta da disciplina por não entender a matemática. A matemática é por sua vez algo inerente ao conhecimento básico, língua materna. Mas ela é bem pouco explorada nos demais cursos superiores, por exemplo, na pedagogia só tem na grade curricular do curso uma única disciplina que trata de matemática, que é Fundamentos da Matemática. Algo muito escasso para as pessoas que iram apresentar a matemática para os alunos.

x_9 : Nas pesquisas que realizamos para fundamentar as explicações dos textos base, percebemos como se relacionam entre si, e algo que muito me chamou a atenção é que muitos dos conhecimentos estudados perpassam pela Didática da Matemática. Muitas se relacionam empiricamente com nossas práticas cotidianas e diárias na escola. No meu caso que tenho uma vivência na escola ribeirinha, vejo claramente tudo relacionado. Conteúdo, escola e família. As questões vão muito além dos

conteúdos escolares, são relações sociais também, é a vida cotidiana na escola, é matemática na vida do dia a dia.

Neste sentido Skovsmose (2001) argumenta que a Educação Matemática tem um papel importante no desenvolvimento das competências sociais. Uma vez que a Matemática dialoga para além das chamadas situações sociais, ela é necessariamente imprescindível, se imbrica com o cotidiano dos alunos. Sendo assim o domínio desse conhecimento determina certo poder na sociedade.

Ainda nas reflexões de Skovsmose (2001) o grupo ressalta que ele aborda a Alfabetização Matemática como uma etapa necessária para a construção da democracia em uma sociedade tecnológica. Para ele a Alfabetização Matemática se dá pela capacidade de utilizar técnicas matemáticas e formais, sempre embasadas no que ele chama de espírito crítico, que permitiria aos estudantes uma mais plena compreensão de mundo, podendo assim transformar a sociedade. Ainda nesta obra o autor traz reflexões sobre o que ele entende por ser uma democracia matemática, onde ele estabelece as relações entre conhecimento e sociedade. Ainda nestes termos x_2 e x_9 ressaltam que:

x_2 : É impossível fazer a leitura destes textos e não pensar em nós, em nossos alunos e na nossa sala de aula. Sim, podemos entender que tudo é social, que o conhecimento e o ensino vão para além de apenas algoritmos e formas matemáticas. Enquanto o professor insistir em desassociar a matemática da vida e de um contexto total, o ensino de matemática seguirá prejudicado.

x_9 : Vemos que esse movimento dá certo empoderamento aos alunos, de como eles podem se relacionar com o conhecimento.

O grupo trouxe alguns aspectos em relação aos tipos de conhecimentos que devem ser desenvolvidos na Educação Matemática Crítica, conforme Skovsmose (2001). O primeiro seria o conhecimento matemático, que é o domínio dos conceitos, resultados e algoritmos matemáticos. Trata-se de conhecer os símbolos e as regras matemáticas e usá-los adequadamente. O segundo é o conhecimento tecnológico: a habilidade de aplicar a Matemática e construir modelos, estratégias de resolução de problemas ou algoritmos, com os conhecimentos matemáticos. O terceiro é o conhecimento reflexivo: competência de refletir e avaliar, criticamente, a aplicação matemática na situação-problema.

Outro ponto de discussão da obra é a questão política na Educação Matemática, onde o professor tem um papel importante, pois a Matemática é parte da chamada “linguagem do poder”: pois segundo o autor ela atribui certeza aos fatos e ações, por conta de sua exatidão. Neste capítulo do livro o autor dialoga em coautoria com Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, que conceituam ideologia como um sistema de crenças e conhecimentos que atua como filtro no reconhecimento de problemáticas em certos grupos sociais.

A ideologia pode camuflar ou suavizar uma situação, evitando que se reconheça o problema. Segundo eles seria tarefa da crítica explicitar essa ideologia. Eles tratam como de “ideologia da certeza” ver a Matemática como um sistema perfeito, infalível, não influenciado por qualquer interesse político, social ou ideológico. Também faz parte da ideologia da certeza considerar que uma solução matematizada de um problema é sempre superior às soluções não matematizadas. Enfim, a obra traz uma discussão epistemológica fundamental na Educação Matemática: uma educação que busca dominar conhecimentos e tecnologias, com o propósito de estabelecer uma sociedade realmente democrática. O estudo da obra trouxe resposta (R^\diamond) que se configura e compõe respostas a Q_0 .

Neste momento passamos a segunda parte do encontro, onde outro grupo de discussão iniciou sua apresentação, dessa feita eles discutiriam aspectos relacionais das tendências: Modelagem Matemática e Etnomatemática. Este grupo se ateuve mais aos aspectos dos livros da coleção Tendências em Educação Matemática que enfoca as tendências elencadas. Para isso, x_{10} destacou que:

x_{10} : Pareceu-nos mais pertinente pontuar cada tópico do livro, pois assim temos uma discussão mais pontuada e sem fugir de nenhum dos aspectos importantes destacados pelos autores. Para melhor sistematizar trouxemos um resumo pontuado dos textos. (Os resumos se encontram nos anexos 2,3 e 4 desta pesquisa).

Sendo assim eles destacam as dimensões da Etnomatemática, como programa de pesquisa, de acordo com o texto, sendo explicitadas nas dimensões: conceitual, a dimensão histórica, a dimensão cognitiva, a dimensão epistemológica, a dimensão política, e a dimensão educacional com obvias implicações pedagógicas. Segundo os autores a matemática é a resposta às pulsões de sobrevivência de transcendência que sintetizam a questão existencial da espécie humana, e cria teorias e práticas que

buscam resolver questões existenciais. Essas teorias e práticas são as bases de elaboração de conhecimento e decisões de comportamento a partir das representações da realidade. O ser humano age em função de sua capacidade sensorial, que corresponde ao material, e de sua imaginação muitas vezes chamado de criatividade. O livro trata de três dimensões: A dimensão histórica; Dimensão epistemológica e a dimensão política. Nestes termos X_5 elenca:

x_5 : Uma das questões matemáticas que mais conversam com a História é a do princípio fundamental da contagem. Pois é algo que sempre existiu mesmo antes de ser institucionalizado como conhecimento formal.

A dimensão epistemológica é tratada no texto no sentido de que sistemas de conhecimento são conjuntos de respostas que um grupo das pulsões de sobrevivência e transcendência, intrínsecas a espécie humana. Que são os chamados fazeres e saberes de uma cultura? Entender o caráter controverso ente História e Ciência, e a relação entre o Empírico e o Teórico, é algo pertinente no que se refere as observações e práticas e/ para experimentações de métodos; bem como para a reflexão e abstração, bem como para invenções e organizações de novas teorias.

Essa historicidade implica em múltiplas relações, com a linguagem, produção de conhecimento, a religião, a autoridade, sistemas de explicação em geral. Com relação à dimensão política ela sinaliza no sentido de um novo mundo que está em uma constante variação. Cada indivíduo carrega consigo suas raízes culturais, que, ao chegar à escola, normalmente passa por um processo de aprimoramento, transformação e substituição. Essas relações culturais têm uma dinâmica muito complexa, que pode ser tanto positiva ou negativa. Neste sentido, X_{18} fala de uma reflexão sobre teor social da matemática.

x_{18} : Mais uma vez percebemos o teor social da Matemática, posso dizer que ela é antropológica. A matemática é algo tão poderoso que associa em um casamento perfeito a Antropologia e a Sociologia, pensando assim fico maravilhado em como a Educação Matemática é riquíssima, pois somente através da ótica dela podemos ter a sensibilidade necessária para perceber essas relações.

x₈: A história evidencia o raciocínio qualitativo, principalmente a partir do século XVIII e XIX, o que muitas vezes não se relaciona com as práticas sociais ou com cultura, são meramente construções numéricas e de estrutura matemática. Eu posso dizer que eu acredito que não deva ser feito assim, por isso que estamos na Educação Matemática, pois pensamos de outra forma. Que o pensamento do aluno faz sentido sim, ainda que não seja o mais correto e mesmo coerente, porque se ele articulou esse pensamento para ele tem alguma lógica.

x₇: Diante de tudo isso, podemos dizer que a matemática é um fenômeno social ou ela sempre existiu?

Esse aspecto perpassa pela discussão dos primórdios da Matemática em si, desde os gregos que a sistematizaram por meio da obra de Euclides, porém bem antes se tinha uma Matemática prática com os Babilônios, Egípcios, Chineses, Indus.) Mas também da questão Mística com Aristóteles, que busca explicar a Astrologia, entre outras. A História sendo contexto social para o desenvolvimento matemático.

x₉: Bom, mas respondendo à pergunta do colega. Diante das leituras que tenho em relação aos aspectos históricos da matemática; ela é um produto construído pelo homem, de modo a atender as necessidades dos povos.

x₁₇: Cada vez mais percebemos o fazer matemático no cotidiano, que é a chamada matemática dos povos.

Nas narrativas da comunidade de prática transparece a ideia que a História da Matemática está entrelaçada com os estudos da Etnomatemática, neste sentido destacamos que outras literaturas que precedem este trabalho já sinalizam com bons frutos a questão relacional das Tendências em Educação Matemática, termo que reforça o que temos desenvolvido nesta pesquisa.

Sendo assim, podemos destacar que o teor relacional da Etnomatemática vai muito além de questões meramente rotineiras, pois em seu bojo transitam múltiplos contextos, os culturais, os sociais, os naturais entre outros. Logo, nos atrevemos a dizer que se trata de um encaminhamento de ensino multidisciplinar e multicultural. No livro da Coleção Tendências em Educação Matemática, que trata da Etnomatemática, evidenciado na discussão, percebemos muito fortemente estes aspectos serem ratificados, mais um momento da construção do percurso no qual temos indícios para a resposta de nossa questão geratriz.

Em âmbito geral buscamos analisar/refletir/discutir sobre as Teorias em Desenvolvimento, no campo da Educação Matemática, à luz das noções de Programas de Pesquisa de Lakatos. Ressaltamos que D’Ambrósio (2002) já sinalizava a Etnomatemática como programa de pesquisa, por procurar “entender a aventura da espécie humana na busca de conhecimento e na adoção de comportamentos” (D’AMBRÓSIO, 2002, p.17). Importa-se com o fazer matemático aprendido fora da escola. A matemática está, antes de tudo, relacionada às necessidades humanas, portanto, seus conceitos são úteis e aplicados em diferentes contextos por pessoas que possuem conhecimento escolar sistematizado ou não. Nestes termos mais uma contribuição de obra anunciando (R^\diamond) agrega respostas a Q_0 .

6.9 Nono Encontro - 12 de novembro de 2018.

Nesta nona sessão do PEP prosseguimos nossos estudos, ainda na constituição do sistema didático padrão, porém com a inserção de novas obras. O Diretor de Estudos pontuou a necessidade de continuidade nos estudos de modo a atingirmos uma fluidez na compreensão das obras. Nesta discussão foram postos pontos de distinção entre Educação Matemática e História da Educação Matemática. Como aporte inicial para esta discussão temos O_5 : Introdução à história da educação matemática (MIORIM, 1998).

A obra nos remete às inquietações com relação ao ensino da Matemática. Neste sentido vale lembrar que na Grécia, a matemática era ensinada na escola pitagórica, como um conhecimento necessário para a formação dos filósofos e dos futuros governantes. Caracterizava-se pela exclusão de todo o “vestígio da experiência sensível e teria o papel de definir os espíritos mais talentosos” (MIORIM, 1998, p.19). Com Platão ocorreu a consolidação definitiva da Matemática, enquanto disciplina.

A utilização de aportes teórico-metodológicos da história cultural, em suas investigações, possibilita aos historiadores da educação uma gama de possibilidades de tratamento das fontes a serem utilizadas, constituindo-se em importante ferramenta para compreensão das práticas educativas (VALENTE, 2013). Sendo assim x_9 destaca que:

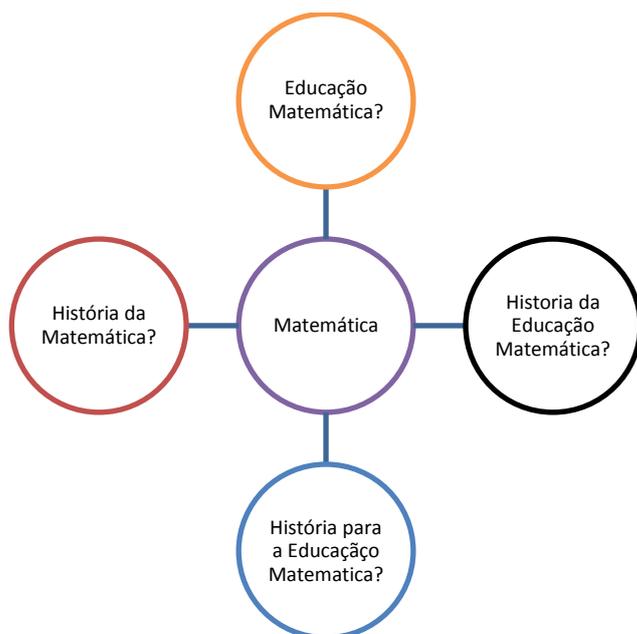
x_9 : Enxergar a matemática a partir da ótica da História nos faz termos um embasamento melhor, pois percebemos o contexto histórico dos conhecimentos e podemos ver o quanto eles são relacionados.

Nessa nova abordagem historiográfica faz-se indispensável o trato com as mais variadas fontes, dialogando com outros campos do conhecimento, concomitante com novas reflexões metodológicas no tratamento dessas fontes, os orientadores de estudo, ressaltaram, baseados nas leituras complementares, que: examinando “a teia de relações que caracteriza essa mesma cultura e que dá significado aos elementos aparentemente mais compreensíveis ou, por outra, menos importante” (VALENTE, 2012, p.172-173). Para tanto, pensar nestas relações a partir de uma perspectiva metodológica, nos remete a fala de X₂ que diz:

x₂: Ao pensarmos nas diversas relações da História com, e, para a matemática, percebemos que ela só tem a contribui positivamente para o ensino, em especial da matemática. Pois ao utilizarmos um elemento histórico como pano de fundo ou até mesmo como elemento para o ensino, nos permite enriquecer o ensino e até gerar certa fluidez nesse processo de ensino aprendizagem.

Neste aspecto os Orientadores de Estudos, baseados na literatura estudada até este momento, no conhecimento e entendimento do grupo de estudo que fazia a apresentação, os alunos elaboraram um Fluxograma que seria da representação dessas relações em múltiplas perspectivas, conforme a figura 15.

Figura 15: Relação entre a Matemática e a História: em múltiplas perspectivas



Fonte: Construção da comunidade participantes do PEP

Para eles, estas relações se fundamentam e desdobram como uma resposta às mudanças decorridas ao longo dos anos no ensino da Matemática, essa situação

suscita novas perspectivas para o ensino, trazendo novos aportes e uma maior valorização para o ensino, sendo assim X₇ destaca que:

x₇: É interessante pensar no quanto as mudanças ao longo da história agregaram à educação uma valorização, não percebida até então.

Estabelecendo relação com estas questões o grupo de estudos que conduzia os debates, trouxe aspectos da História com a Modelagem Matemática, como já sinalizado na figura 16. Mas ao falar destas Teoria em Desenvolvimento, inicialmente foram destacados trechos do livro da Coleção Tendências em Educação Matemática que trata sobre a temática Modelagem em Educação Matemática, para ser desenvolvida uma análise e reflexão. O grupo ora trata de Modelagem e ora da História da Matemática haja vista se tratar de um diálogo relacional.

Ainda no intuito de fomentar essa discussão o grupo trouxe outros textos complementares para a discussão, onde Barbosa (2004) referendado em Bassanezi (1994), fala que muito se tem discutido sobre as razões para a inclusão de Modelagem, no currículo em geral, são a partir de cinco argumentos: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática.

Pensar na Educação Matemática nos remete à questão de suas múltiplas dimensões sócio-críticas (ATWEH; FORGASZ; NEBRES, 2001; D'AMBRÓSIO, 1996; SKOVSMOSE, 1994). Ao redor das aplicações da Matemática, persiste certo consenso no que se refere a veracidade e confiabilidade, denotando o que Borba e Skovsmose (1997) chamam de ideologia da certeza, o que pode dificultar a inserção das pessoas nos debates sociais. Contudo x₁₆ reflete que:

x₁₆: Achei bastante interessante esta questão da Ideologia da Certeza, nós tratamos isso na discussão de nosso texto. Mas uma vez percebemos as relações entre as teorias elencadas em nossos estudos. É como se uma completasse a outra, existe certa continuidade, no meu entendimento. Mais uma vez conseguimos ver a contextualização destes conhecimentos. Eu estou muito curioso com isso, por que confesso que não me atentava e nem consegui perceber a importância da contextualização na Educação Matemática antes desta disciplina.

Em mais um momento de inferências feitas pelos alunos foi possível evidenciar as possibilidades de articulação entre as ditas tendências, bem como considerar que cada “tendência” apresenta tratamento específico da contextualização se impondo como tal, ou seja, as ditas tendências são o contexto consolidando os indícios de resposta a Q_0 e Q_2 .

Ainda em se tratando de História da Matemática, uma vez que o texto discutido faz a costura entre ela é a Modelagem matemática, é importante destacarmos os traços teóricos, que já emergem das pesquisas já desenvolvidas nessa perspectiva, para tanto nos remetemos à Radford (2011) discute sobre as relações do conhecimento, do saber, da aprendizagem, da objetivação, da subjetivação, da atividade e cultura – que segundo ele, se configuram como uma rede de Inter- relações teóricas, que permeiam o centro da Teoria Cultural da Objetivação. Ele destaca a significância do elemento sociocultural, bem como da linguagem e das práticas sociais para a produção do conhecimento segundo o autor cada pesquisador tem sua percepção particular acerca do entendimento de conceitos. Radford (2013) trata ainda sobre a Teoria Cultural da Objetivação como uma teoria histórico-cultural do ensino e da aprendizagem, que segundo ele foi baseada em Hegel (2003; 2004) e Marx (2004; 2007), ambos amparados em Vygotsky (2001; 2002), Leontiev (1983), Ilyenkov (2008) e Bakhtin (1986) que tinham as práticas culturais são uma espécie de forma historicamente organizada de pensar e agir sobre o mundo.

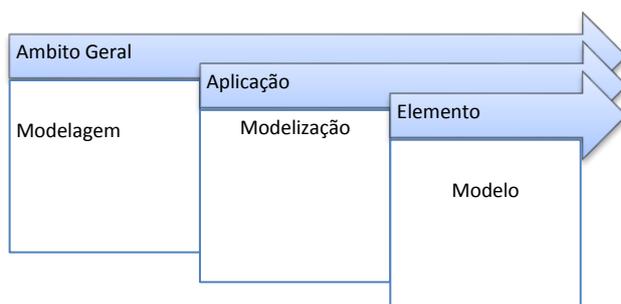
Radford (2011) que fala da interação entre a história sociocultural e o desenvolvimento ontogenético da cultura. Segundo ele “para compreender os desenvolvimentos conceituais precisamos colocar o sujeito conhecedor e toda a atividade matemática em estudo dentro da sua concepção cultural da Matemática e da ciência geral.” (RADFORD, 2011, p. 82).

Nesta atividade de pesquisa evidenciamos que na literatura brasileira a Modelagem Matemática tem duplo tratamento, Bassanezi (2010) a entende como metodologia já Barbosa (2015) como teoria em desenvolvimento. Vale ressaltar que a concepção de Barbosa (2015) é a que coaduna com nossa ótica de pesquisa.

x₅: Pensar na Modelagem como teoria faz muito mais sentido, já que é algo além do mecanismo metodológico.

Para Barbosa (2004), muitas vezes, Modelagem é conceituada em termos genéricos, como a aplicação de Matemática em outras áreas do conhecimento, é uma limitação teórica. Dessa forma, Modelagem é um grande ‘guarda-chuva’, onde cabe quase tudo. Contudo ainda existe a necessidade de maior clareza sobre o que se chama de Modelagem. Não podemos deixar de destacar elementos importantes dentro da Modelagem Matemática, que são: modelo, modelização e modelagem. Ainda falando de Modelagem Matemática foi destacado pelo grupo a perspectiva de Kaiser e Sriraman (2006) que tratam das diferentes nuances quanto ao objetivo central com o qual a atividade de Modelagem é realizada, nos diferentes contextos. O que nos remete às reflexões tanto em relação aos aspectos cognitivos quanto educacionais. Sendo assim, o grupo elaborou um esquema, representado na figura 16 que mostra elementos da Modelagem.

Figura 16: Os elementos da Modelagem Matemática.



Fonte: Construção da comunidade participante do PEP

x₆: Podemos dizer que modelar é educar matematicamente através de modelos? Sendo estes pré-estabelecidos ou não.

x₁₈: Eu entendo a modelagem como uma espécie de letramento matemático, pois ela nos ajuda a educar matematicamente o aluno, mas para que isso aconteça precisamos desenvolver as 5 etapas da modelagem matemática.

Neste sentido Gascón (1999) trata a modelagem como elemento de fundamental importância no ensino de Matemática nos dias atuais, uma vez que ele abarca em seu bojo várias outras “tendências”, tais como: Modelagem Matemática em (BIEMBENGUT, 2012), Didática da Matemática, segundo Chevallard, Bosch e Gascón (1997); já na Etnomatemática e informática Educacional em Dalla Vecchia e Maltempo (2009; 2010) entre outros.

Seguindo, no diálogo como o livro, de modo a reiterar a fala de x_{18} o grupo destacou uma sequência de etapas proposta por Bassanezi (2011, p. 26 - 32), no processo de modelar uma situação, ou problema real, qual seja:

1º Passo: Definir o problema, a chamada experimentação.

2º Passo: Coleta de dados.

3º Passo: Elaboração do modelo matemático

4º Passo: Verificação do modelo ou validação

5º Passo: Consolidação ou modificação.

Vale destacar que os passos propostos por Bassanezi (2011) citados a cima, indicam a concepção ou vertente metodológica defendida pelo pesquisador, no sentido de sequenciar a atividade de modelagem. Neste caminho pontuando a multiplicidade de entendimentos e de desdobramentos no sentido de uma mesma Teoria em Desenvolvimento, surgem os questionamentos de x_7 :

x_7 : Mas professor e colegas de turma, não temos somente uma compreensão do que seja a modelagem, para determinados autores ela se trata de uma metodologia de ensino, já para outros é uma teoria em construção. Nem mesmo os autores que trabalham com ela tem consenso neste sentido. Como saber qual é a correta? Ou a mais apropriada?

Neste momento da discussão novos olhares e perspectivas se levantaram, pois como estamos tratando das tendências enquanto Teorias em Desenvolvimento, nestes termos pudemos perceber em voga a pluralidade da Educação Matemática. x_{11} destaca que:

x_{11} : Mais uma vez vemos a pluralidade da matemática, quando mesmo em uma mesma tendência evidenciamos múltiplos olhares. Enxergar essa perspectiva cognitiva da MM nos leva a outros e novos olhares.

Encerramos este encontro com as reflexões no sentido de que observar a Educação Matemática nos abre um leque de múltiplas possibilidades e diálogos, haja vista se tratar de um campo largo e em expansão.

6.10 Décimo Encontro – 19 de novembro de 2018.

Uma vez respondidas, mesmo que parcialmente, as questões Q₀, Q₁, Q₂, Q₃ e Q₄. Seguimos na intenção de encontrarmos respostas que consolidem as respostas parciais e voltadas a nossa questão de pesquisa: Qual o Núcleo Firme do Programa Educação Matemática que articularia as Teorias em desenvolvimento como Subprogramas?

Ao longo desse processo temos obtido respostas às questões alternativas, que surgem ao longo do caminho. Neste encontro o grupo de estudos G4 trouxe a discussão relacional das tendências: Modelagem Matemática, Educação Estatística e Informática na Educação Matemática. Nas pesquisas ao longo do estudo para essa discussão encontramos diversas pesquisas desenvolvidas na área de Educação Matemática (BITTAR, 2000; BRANDÃO, 2005; VASCONCELLOS, 2008) que sinalizam esta relação entre informática matemática e sua perspectiva em práticas docentes com matemática e com as demais ditas tendências.

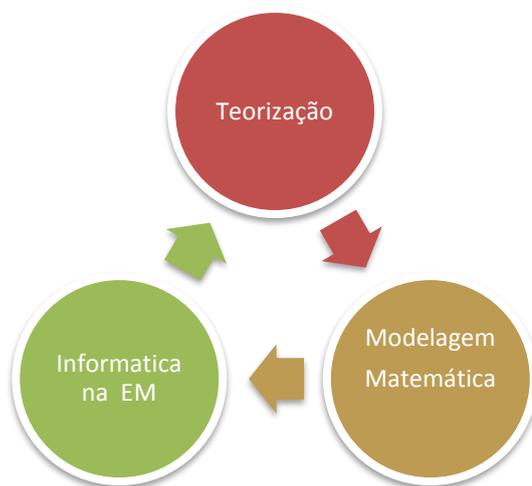
O grupo iniciou suas ponderações fazendo um apanhado de como estas ditas tendências são postas, tanto no cenário nacional quanto internacional. Pois segundo as pesquisas por eles realizadas, no Brasil a Informativa na Educação Matemática se configura como uma tendência da Educação Matemática, porém no âmbito internacional ela já tem sido discutida e posta com certa teorização, como por exemplo em Rabardel (1995) e Leontiev (2010) que discutem a Teoria da Atividade na Informática, ele desenvolveu estudos no sentido de investigar a atividade, de modo a poder observar o desenvolvimento humano expresso na atividade humana, “como um produto e um derivado da vida material, da vida externa, que se transforma em atividade da consciência” (LEONTIEV apud GOLDER, 2002, p. 52). Segundo Leontiev (2010) a ação é o componente principal da atividade, porque uma atividade é desenvolvida por meio de uma ação ou de várias ações, pois:

O objetivo de uma ação, por si mesma, não estimula a agir. Para que a ação surja e seja executada é necessário que seu objetivo apareça para o sujeito, em sua relação com o motivo da atividade da qual ele faz parte. Além disso, esta relação também é refletida pelo sujeito de uma forma bastante precisa, a saber, na forma de conhecimento do objeto de ação como um alvo. O objeto de uma ação é, por conseguinte, nada mais que seu alvo direto reconhecido. (LEONTIEV, 2010, p. 69).

Essa Teoria da Orquestração Instrumentada proposta por Rabardel (1995) se atem à aprendizagem por meio de ferramentas tecnológicas. Rabardel (1995) lança

mão de conceitos da psicologia em sua teoria, reforçando ainda que sua teoria se aporta no conceito de esquema que representa uma ampliação da abordagem apresentada por Vergnaud (1990) na Teoria dos Campos Conceituais. Na sequência temos mais um fluxograma construído pelos alunos para exemplificar essas relações.

Figura 17: Teoria da Atividade Informática



Fonte: Comunidade de prática do PEP

Neste sentido a figura 17 representa, um fluxograma, do que seria uma compreensão resumida dos estudos teóricos envolvendo a informática na educação. O grupo de estudos destacou que nesta obra os autores iniciam argumentando sobre a importância da informática na educação e como sua articulação é tida como essencial para que seja alcançado o potencial que ela tem a oferecer, mas que, porém, ela ainda tem sido desenvolvida apenas em ações isoladas e pontuais em escolas e universidades.

O texto avança destacando estudos oriundos de pesquisas realizadas pelos autores e seus grupos de pesquisa, as quais evidenciam como a informática pode ser inserida em situações de ensino e aprendizagem da matemática. Segundo orientadores deste estudo, os autores buscam evidenciar uma perspectiva teórica, nestas discussões, que são de fato desempenhadas por aqueles que desejam realizar investigações na informática na área da Educação Matemática, uma vez que essa articulação da informática como os conhecimentos investigados, infere no que eles chamam de Educação Informática.

x₂: Informática é algo tão usual em nosso cotidiano que não vejo como não ser fácil relacionar com a sala de aula.

x₂₀: Mas esse é o grande “x” da questão, não basta somente colocar a informática no ensino, ou passar uma questão onde o aluno tenha que usar o computador, a Educação informática vai muito, além disso. Por isso a importância de melhor entendermos esse processo.

Nesse aspecto, os estudos, trazidos no livro da Coleção Tendências em Educação Matemática, Informática e Educação Matemática, evidenciam que o computador não seja utilizado somente como um instrumento para aprimorar os resultados. É necessário concebermos a informática como uma extensão midiática qualitativamente diferente, capaz de contribuir para transformar as práticas do ensino tradicional vigente. Para Borba (2016).

A inclusão da mídia informática nas escolas não é a libertação dos problemas pedagógicos, e também sua chegada, não paralisa seu debate na prática docente. Mas pode ser inserida como ensino e aprendizagem, contribuindo para as experimentações, visualizações, simulações e não apenas para exemplificar o conteúdo dado. Unindo o conhecimento teórico através do uso das tecnologias informáticas, gerando novas observações, incentivando a interdisciplinaridade sobre conteúdos estudados, proporcionando uma expansão de conhecimentos no desenvolvimento da cidadania.

Neste sentido destacamos a importância de nos atermos ao discurso teórico na área da Informática Educativa, pois essa nuance dará um teor mais racional ao uso da informática nas escolas, o que se contrapõe a apenas “aulas no computador”.

Em princípio a tendência não apresenta muitos aportes teóricos, pois se atem, de modo geral, ao desenvolvimento e uso de *softwares* matemáticos, vale destacar, que o enfoque está bem mais no uso do que no desenvolvimento; porém nos últimos anos os autores que se debruçam sobre essa linha de pesquisa têm ido mais além, no sentido inicial de melhor contribuir para o ensino aprendizagem da matemática.

x₈: Os autores tratam as investigações matemáticas no âmbito da informática como estando fortemente ligadas à Modelagem Matemática, pois para eles as duas têm consonância e visão de conhecimento até meio que proximais.

x₁₂: Por isso nosso grupo escolheu trabalhar com a relação dessas duas teorias, por já ser sinalizado pelos autores essa relação.

x₅: Eles afirmam que elas possuem alguma dependência em relação ao sujeito, por que ambas valorizam muito mais o processo do que o resultado final.

Os discursos trazidos acima, novamente, nos remetem a percepção da articulação entre as teorias da Educação Matemática. Vale destacar que essas articulações já vêm sendo tratadas no cenário da Educação Matemática, em especial nestas linhas de pesquisa, conforme Diniz (2007), Araújo (2002), Borba (2007), Malheiros (2008), Dalla Vecchia (2009). Para Borba, Malheiros e Zulatto (2007, p.100), com o advento das tecnologias "[...] diversas das atividades que hoje são apresentadas em sala de aula não serão mais problemas". Podemos dizer que a relação da Informática educativa com a modelagem Matemática contribui no sentido de alinhar mudanças na configuração de ambas as teorias em desenvolvimento. Para exemplificar isto o grupo organizou um esquema, mostrado na figura 18 pelo qual, deverá evoluir essa pesquisa.

Figura 18: Organização do fluxo da atividade de pesquisa



Fonte: Comunidade de prática do PEP

Para fechar a discussão deste encontro o grupo apresentou um panorama do artigo que está em construção, onde eles buscam reafirmar e fundamentar as relações entre Modelagem e Estatística, sendo que o contexto pela qual perpassa essas relações é a Educação Matemática.

6.11 Décimo Primeiro Encontro – 03 de dezembro de 2018.

Este encontro marcou um novo momento no desenvolvimento do PEP, quando passamos à discussão sobre a Epistemologia dos Programas de Pesquisa, com as Obra O₆: “Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação Matemática”, de Wichnoski e Klüber (2015) e O₇: “Aproximação da Etnomatemática com o programa de pesquisa de Lakatos” Rosa e Okrey (2014). Estas obras, dentre outras que realizamos leitura, já estabelecem e evidenciam relações entre as Teorias em desenvolvimento e os programas de pesquisa tratados por Lakatos, porém nenhuma sinaliza na ordem e natureza que tratamos nesta pesquisa. Uma vez que busca se

aproximar da verdade, se a ciência renunciar à consistência teórica, também renuncia o seu próprio objetivo (LAKATOS, 1979, p. 176).

A dinâmica foi de que a turma, já havendo feito a leitura dos textos, pontuasse suas percepções, e assim conjuntamente estabelecer uma construção mais esclarecida e que melhor apontassem o sentido dos conceitos principais tratados na obra, tais como: o de núcleo firme, cinturões, heurística positiva e negativa.

O Diretor de Estudos ressaltou a importância de a partir dessas considerações buscar refletir nas associações possíveis com as Teorias em Desenvolvimento da Educação de Matemática. Segundo Lakatos (1979), o que entendemos por uma teoria pode ser uma sucessão de teorias diferentes – um Programa de Pesquisa – que se desenvolveram no decorrer do tempo e que, ainda assim, detiveram um núcleo firme, ou seja, compartilharam ideias em comum. No sentido do pensamento do autor as teorias científicas predizem novos fatos, sendo progressivas, quando os fatos forem confirmados, isto é, confirmados provisoriamente, ou degeneradas quando forem refutados.

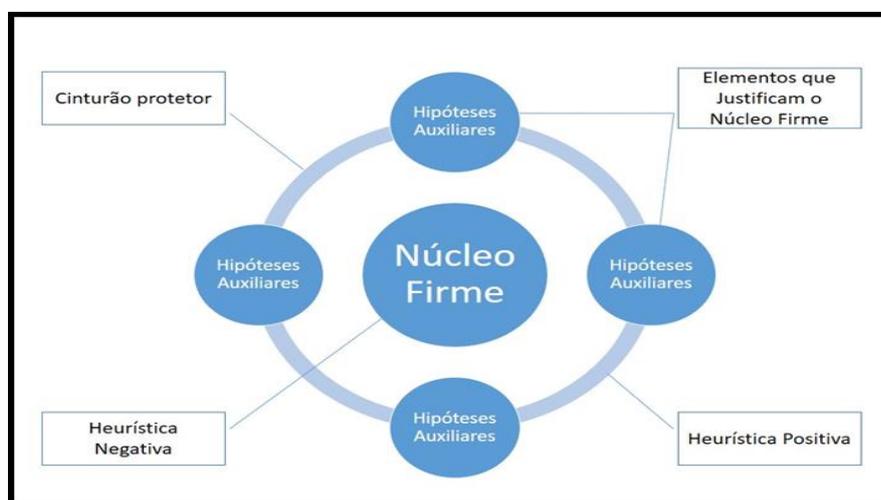
Lakatos afirma que, com o surgimento da Teoria da Relatividade de Einstein (1905), poucos filósofos ou cientistas ainda continuaram a pensar que o conhecimento é, ou pode ser, um conhecimento demonstrado (provado). Com a impossibilidade da demonstração do conhecimento científico (justificacionismo), o mais importante é que a estrutura clássica dos valores desmorona e precisa ser substituída. Para Lakatos (1979):

[...] o conhecimento científico consistia em proposições demonstradas. Tenho reconhecido que as deduções estritamente lógicas nos permitem apenas inferir (transmitir a verdade), mas não demonstrar (estabelecer a verdade), elas discordavam em relação à natureza dessas proposições (axiomas) cuja verdade pode ser provada por meios extralógicos. Os intelectualistas clássicos (ou “racionalistas” no sentido estrito do termo) admitiam espécies muito variadas – e poderosas – de “demonstrações” extralógicas pela revelação, intuição intelectual, experiência. Com a ajuda da lógica, estas lhes permitiam provar toda a sorte de proposições científicas. Os empiristas clássicos só aceitaram como axiomas um conjunto relativamente pequeno de “proposições factuais” que expressavam os “fatos concretos”. O seu valor de verdade foi estabelecido pela experiência e elas constituíram a base empírica da ciência. Para poder provar teorias científicas partindo apenas da rigorosa base empírica, elas precisavam de uma lógica muito mais poderosa do que a lógica dedutiva dos intelectualistas clássicos: “a lógica indutiva”. Todos os justificacionistas, intelectualistas ou empiristas, concordavam em que uma afirmação singular que expressa um “fato concreto” pode provar a falsidade de uma teoria universal, mas poucos dentre eles julgaram que uma conjunção finita de proposições factuais fosse suficiente para provar indutivamente uma teoria universal.” (LAKATOS 1979, p. 110-113).

Ao iniciar as discussões, com relação as ideias de programas de pesquisa, o Y indagou os alunos com relação à questão: “Qual o núcleo firme da Matemática?”. Questão que neste primeiro momento não foi esclarecida. Para elucidar essa problemática o Diretor de Estudos reforçou a necessidade de primeiramente buscarmos o entendimento do que era o núcleo firme. É importante pensar que o Núcleo Firme é o que a teoria tem de mais sólido, o que não pode ser refutado. Ao pensarmos na teoria de Lakatos é importante termos em mente a questão da refutabilidade.

Segundo Lakatos (1979) Para entender a metodologia dos programas de pesquisa se faz necessário entender o significado dos termos: “núcleo firme” e “cinturão protetor”. O “núcleo firme” é o que caracteriza um programa de pesquisa, ele é formado por conjecturas metafísicas que definem o programa de pesquisa e que são consideradas irrefutáveis. Em torno do “núcleo firme” existe um “cinturão protetor” (refutável) formado por “hipóteses auxiliares” que defendem o “núcleo firme” em inglês *hard core*. Essas relações são evidenciadas na figura 19, quando da construção representativa dos elementos do Programa de Pesquisa.

Figura 19: Representa a organização dos elementos no Programa de Lakatos



Fonte: Produção comunidade participante do PEP

O Y falou que na História da Educação temos um exemplo clássico que se aplica neste contexto, por exemplo, Vygotsky (1896- 1934) tomou por base os estudos de Piaget (1896-1980), mas ao negar alguns pontos da teoria de Piaget, e ao refutar estes pontos neste momento ele nega a teoria e assim constrói uma nova concepção referente ao desenvolvimento cognitivo do ser humano. Podemos dizer que o que ele refutou foi à heurística positiva da teoria, pois mesmo sendo refutada ela se regenera,

ela sempre é confrontada, o que já causa uma anomalia natural. Segundo Lakatos (1979) neste momento ele confronta o que Popper (1972) dizia sobre falseamento, pois segundo Lakatos não se trata de falseamento, mas sim de uma ideia próxima.

Reconhecer que todo o conhecimento é precário, no sentido de que não se pode afirmá-lo como verdade definitiva, mas apenas como verossimilitude, não significa que não se possa produzir conhecimento e mesmo corroborar teorias, quando as mesmas não forem refutadas por meio da crítica intersubjetiva (POPPER, 2009). Em virtude da proposta de Popper (1979, p. 110) que reside em considerar que, para além da cautela de evitar erros, o que importa é a eliminação desses erros. Daí porque a honestidade científica reside justamente na especificação precisa das condições que um cientista estipula para a renúncia da sua posição. Neste momento a discussão enveredou para o caminho da comparação entre os pensamentos de Lakatos, Kuhn e Popper. Lakatos deixou de concordar com o posicionamento de Kuhn quando afirma:

Kuhn já pensa de maneira diferente. Ele também rejeita a ideia de que a ciência cresce pela acumulação de verdades eternas. Também se inspira na derrubada da física newtoniana levada a cabo por Einstein. O seu principal problema também é a revolução científica. Mas ao passo que, de acordo com Popper, a ciência é “revolução permanente” e a crítica é o cerne do empreendimento científico, de acordo com Kuhn a revolução é excepcional e, na verdade, extracientífica, e a crítica, em épocas „normais “, é maldição. [...]. Para ele, a ideia de que na “refutação” se pode exigir a rejeição (a eliminação de uma teoria) é falseacionismo “ingênuo”. A crítica da teoria dominante e propostas de novas teorias só são permitidas nos raros momentos de “crise”. [...] Kuhn, tendo reconhecido o fracasso do justificacionismo e do falseacionismo no proporcionar explicações racionais do desenvolvimento científico, parece agora recair no irracionalismo. (LAKATOS,1979, p. 111-112).

Segundo Popper (1979), a mudança científica é racional, uma vez que pode ser racionalmente reconstruída, para Kuhn, a mudança científica de um paradigma é uma conversão mística que não pode ser controlada pelas regras da razão. Quer dizer, que para Kuhn (2011), não pode existir uma discussão racional a respeito de teorias. Pelo contrário, deve haver um convencimento discursivo. Portanto, o choque entre Popper (1979) e Kuhn (2011), nas palavras de Lakatos (1979, p. 112).

[...] não se verifica em torno de um mero ponto técnico de epistemologia. Refere-se aos nossos valores intelectuais centrais, e tem implicações não só para a física teórica, mas também para as ciências sociais subdesenvolvidas e até para a filosofia moral e política.

[...] na lógica da descoberta científica de Popper se fundem duas posições diferentes. Kuhn só compreendeu uma delas, o “falseacionismo ingênuo” (prefiro a expressão “falseacionismo metodológico ingênuo”). [Contudo], a

posição mais forte de Popper que, creio eu, escapa às críticas de Kuhn e apresenta as revoluções científicas não como se constituíssem conversões religiosas, mas como progresso racional.

Segundo Lakatos (1979) o avanço científico se dá por meio dos chamados programas de pesquisa. Unidades de conhecimentos que se sobrepõe e contribuem para a melhoria da teoria; uma disputa entre vários programas de pesquisa, segundo Lakatos (1979) produz modificações e avanços da/na teoria, o fortalecimento deve se dar por meio da refutação. Para o autor, as teorias se constituem e se desenvolvem no seio destes programas, uma vez que não se tratam de elementos isolados.

Nesta constituição temos as chamadas partes de um programa de pesquisa. As Heurísticas são uma delas, no caso a Negativa e a Positiva.

A Heurística Negativa se refere à direcionamentos que devem ser evitados pela teoria, pois ela “protege” o “núcleo” do programa de pesquisa, segundo a Teoria é irrefutável por decisão metodológica de Lakatos e Musgrave (1979).

Com relação à Heurística Positiva, o autor diz que a teoria, dentro de um programa de pesquisa, ela deve ser poupada das refutações, e isto ocorre devido a presença dos chamados cinturões protetores que são responsáveis por garantir a integridade da teoria. Segundo Lakatos e Musgrave (1979) a heurística positiva consiste num conjunto parcialmente articulado de sugestões e palpites sobre como mudar e desenvolver as “variantes refutáveis” do programa e sobre como modificar e sofisticar o cinto de proteção “refutável”. Eles afirmam ainda que a força heurística é caracterizada pela capacidade que um programa de pesquisa deve antever, ao menos em tese, fatos novos para viabilizar seu crescimento, de acordo com Lakatos (1979).

Com relação ao cinturão protetor do programa de pesquisa, Lakatos (1979) fala que ele é mutável, ajustável. Mas de modo mais objetivo, o motivo que teríamos para eliminar o núcleo e, por tabela o programa de pesquisa, seria o fato de poder suscitar um novo programa de pesquisa rival, que extrapola o seu adversário, por ter Heurísticas mais fortes.

No entanto, para Lakatos (1978 p.35), a caracterização de um programa como refutado por um outro rival, não é um processo instantâneo, mas histórico. Essa superação gera o chamado programa de pesquisa progressivo. Neste sentido, podemos perceber a Educação Matemática em suas várias nuances, se reinventando e retroalimentando com uma gama de teorias inerentes e intrínsecas a ela, podemos

entende-la como um programa de pesquisa, uma vez que ela contempla todos os elementos pertinentes à teoria, segundo Lakatos (1979).

Tendo discutido estes aspectos da teoria o Diretor de estudos, lançou como exemplo a Didática da Matemática. Onde um dos núcleos firmes da didática é a Transposição Didática. De acordo com o Programa de Pesquisa de Lakatos ela não deve ser atacada, não dentro do programa. Mas ao ser atacada tem os cinturões protetores.

Em se tratando da Didática da Matemática o Diretor de Estudos pontuou que nenhuma teoria é consensual, os autores divergem, e que dentro do Programa de Pesquisa Didática da Matemática, o que protege a Transposição Didática, no núcleo da Didática da Matemática é a heurística negativa, e o que o sujeito refuta é a *Heurística Positiva*, então quando Transposição Didática é questionada, de certa forma se nega os seus axiomas.

Miguel e Miorin (2011) baseados em Radford (2010), tratam acerca da questão da Transposição Didática e dos Obstáculos Didáticos, dando como supostos contraexemplos a geometria descritiva instituída na escola politécnica francesa por Gaspard Monge, assim usaram a retórica que a ideia de saber sábio e saber a ensinar, são questionáveis. Porém, especialistas em Didática da Matemática afirmam que o saber sábio não é necessariamente o saber acadêmico e sim o saber institucionalmente aceito (a instituição pode ser inclusive uma tribo indígena) em nosso entendimento, estes conhecimentos são heurísticas que protegem o cinturão protetor (esse argumento pode ser constatado no posfácio do livro *La Transposición Didáctica: Del Saber Sabio al Saber Enseñado* de 1991), nessa obra Chevallard afirma que todo saber acadêmico é sábio, mas nem todo saber sábio é acadêmico. Com relação aos Obstáculos Didáticos, os referidos autores trazem como “suposto” contraexemplo o ensino de Números Inteiros da forma como é tratado na China, a partir de bastões coloridos, Brousseau (1996) assevera que os obstáculos justificam os erros, nesta nuance o Conjunto dos Naturais se apresentam como obstáculo epistemológicos (aos racionais e inteiros) o que evidenciam que o uso de recurso justamente auxilia para superar os obstáculos, ou seja, o suposto contraexemplo reforça e não invalida a ideia de obstáculo. Neste sentido tivemos as falas de x_7 e x_{12} .

x₇: Mas para fazermos essa análise temos que saber o que é o saber sábio? Pelo que vejo alguns autores somam as ideias do saber sábio com o saber acadêmico, ou seja, o saber da academia, os produtores de matemática no mundo da academia.

x₁₂: Mas geralmente o que nós fazemos na matemática para refutar as coisas é dar um contraexemplo, assim fazem os bons matemáticos.

A relação com os saberes é subjetiva, como por exemplo, os saberes das práticas sociais, pois o conhecimento trazido por grupos sociais específicos e muito singulares. Para proteger o Núcleo Firme muitas vezes nos percebemos diante de certo saber institucional onde os saberes sábios seriam aqueles que geralmente são mais difundidos.

x₃: Esse Saber sábio, nos faz reformular a ideia da heurística positiva?

Ela tem essa flexibilidade de ser atacada e ser reconstruída, assim podemos construir e ampliar a ideia. E isso está dentro da heurística Positiva, que amplia a ideia. O Saber Sábio é institucional de acordo com a instituição ele pode estar em qualquer lugar inclusive na academia.

x₁: Mas a academia tem o Saber sábio?

x₁₈: Creio que sim, porém não é só lá, exclusivamente lá.

x₇: Dentro desta perspectiva o que seria a heurística negativa? Já que a positiva me dá os caminhos, eu devo poder sustentar a heurística caso seja confrontado, e refutar, pois, é lá que eu tenho a possibilidade de construção e reconstrução

x₁₀: Então a heurística negativa ela também é refutada? Elas são regras que protegem que não podem ser questionadas já que estão muito atreladas ao núcleo que dão sustentação a teoria. Então as heurísticas negativas, via de regra, não pode ser atacada.

x₃: É como se fosse a consolidação de um paradigma, por isso ela não pode ser atacada.

Esse pensamento tem como um núcleo a noção de programas de pesquisa, que consiste em “[...] regras metodológicas; algumas nos dizem quais são os caminhos de pesquisa que devem ser evitados (heurística negativa), outras nos dizem quais são

os caminhos que devem ser palmilhados (heurística positiva) ” (LAKATOS, 1979, p. 162).

x₅: Podemos afirmar que a característica principal dessa heurística positiva é que ela pode ser desenvolvida? É mais aberta? “Mexível”. E já com relação a heurística negativa ela é uma espécie de regra.

x₁₉: Essa Ideia nos mostra certa adaptabilidade dos saberes para a sala de aula e para público específicos, como por exemplo as classes com alunos com necessidades educacionais especiais.

x₇: Se essa heurística negativa é desse jeito, uma regra, nosso caso que foi citado antes, da Didática da Matemática, ela protege a ideia de transposição e ela define a ideia de transposição.

x₁₀: Bom, o que eu entendo de tudo isso é que a heurística Positiva serve para ampliar a Teoria, para consolidar a Heurística negativa.

x₁₂: Mas vale reforçar que a heurística positiva nunca pode ser negativa elas não coexistem.

x₈: A heurística positiva pode se configurar como uma negativa, mas cada uma tem suas características, quando eu digo que o “Saber” precisa mudar, é que ele precisa partir da criação dele, que se reinventar.

Neste sentido Lakatos e Musgrave (1979) reforçam que “O programa consiste em regras metodológicas; algumas nos dizem quais são os caminhos de pesquisa que devem ser evitados (heurística negativa), outras nos dizem quais são os caminhos que devem ser palmilhados (heurística positiva)” (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979, p.162).

A heurística positiva consiste num conjunto parcialmente articulado de sugestões ou palpites sobre como mudar e desenvolver as ‘variantes refutáveis’ do programa de pesquisa, e sobre como modificar e sofisticar o cinto de proteção ‘refutável’. (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979; p. 165).

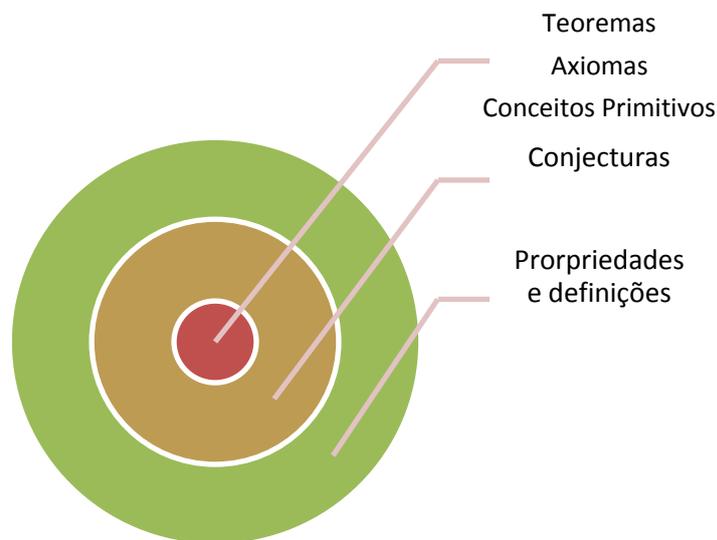
O Diretor de Estudo pontuou que os estudos de Lakatos nos remetem à reflexão da teoria, pois ela, uma vez firmada, corrobora para todas as pesquisas, dado isso é que se faz tão importante pensar e refletir sobre os aspectos e aportes teóricos das teorias com as quais pesquisamos. Para ela, essa certificação das heurísticas e a possibilidade de refutá-las só nos induz a contribuir para o melhoramento da teoria.

Salientamos que não se trata de negar os conhecimentos que já estão postos, nossa intenção ao nos debruçarmos sobre a Epistemologia de Lakatos não é refutar

os autores postos e sim contribuir para consolidação de suas teorias, até porque esses aportes das teorias já postos fazem parte de um processo maior lento da matemática, que é o de análise e síntese.

Dessa feita quando o sujeito faz descobertas na matemática ele descreve múltiplas laudas, mas depois ele apresenta, a seus pares na academia, em poucas laudas, fazendo uma síntese de todas as ideias. Então o que foi descoberto é apresentado sempre repaginado, não temos como negar que isso é uma Heurística Negativa, ela não pode ser negada, e tem o poder que não temos nos axiomas e postulados, mas podemos dizer que a heurística tem certo poder axiomático. Ilustrado pela Figura 20, que busca estabelecer as axiomáticas da teoria de Lakatos.

Figura 20: Axiomas segundo Lakatos



Fonte: Comunidade participante do PEP

Vale destacar que nas falas dos alunos é possível percebermos questões geradas a partir de nossa da Q_0 , o que se constitui em movimento importante dentro do PEP. Neste sentido temos:

x_4 : Pensando assim, qual seriam os axiomas da Educação Matemática?

x_{17} : Muitos questionamentos vêm a minha mente nessa hora, porque quando tratamos com as tendências, podemos dizer que eles possuem múltiplas heurísticas distintas e heurísticas comuns a todas elas. No caso, seriam as heurísticas da EM?

x_9 : Esse processo de heurística meio que nos leva a novas descobertas dentro de nossas próprias linhas de investigação.

As questões postas configuram Q₆: *Como se configura a Educação Matemática como um programa de pesquisa?*

No discurso que não está posto na literatura sobre essa linha de pesquisa, postulamos a existência da relatividade dos programas de pesquisas, no sentido de programas (teorias em desenvolvimento) poderem ser vistos ora como cinturões (da Educação Matemática), ora como um programa autônomo com sua heurística, cinturões e núcleo.

x₁₀: No caso do trabalho que estamos construindo, no nosso grupo, a Etnomatemática está se impondo como programa de pesquisa e deixando na periferia as outras tendências.

O grupo elucidou que em sua busca por fundamentações para a construção de seu artigo, encontraram pesquisas que já sinalizavam a Etnomatemática como um programa de pesquisa, a exemplo de D'Ambrósio (2008)²³ e as "tendências" como cinturões. Apoiado nestes apontamentos, eles têm desenvolvido o artigo em construção, citado a cima na fala de x₁₀.

É interessante pensar neste aspecto, ponderou a Diretora de Estudos y₂, pois sabemos que cada uma das Teorias em Desenvolvimento tem a sua autonomia, e que como tal podem se apresentar/configurar como Programa de Pesquisa. Assim como no caso do grupo que está trabalhando com a Etnomatemática.

Neste sentido x₁₁ e o grupo de estudo que com ele está trabalhando sugerem a proposição de:

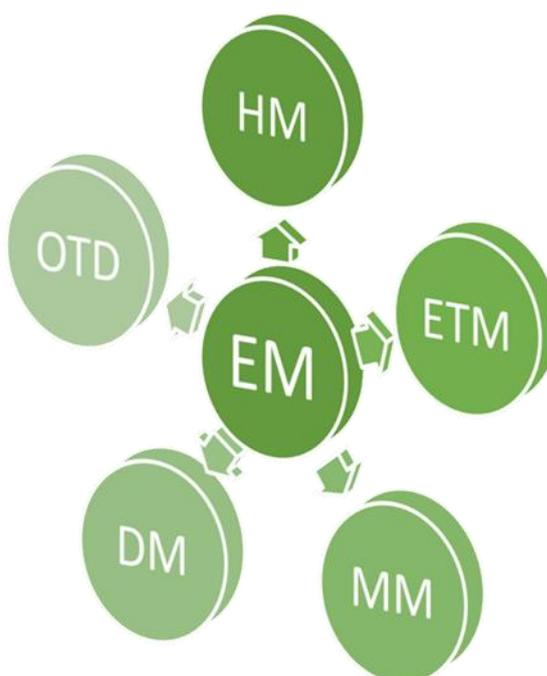
x₁₁: Em nossos estudos sobre Modelagem Matemática, já somos capazes de percebê-la como cinturão protetor. Podemos enxergá-la como um desenho de um programa de pesquisa, na perspectiva de construção teórica, conforme trata Barbosa (2001).

Neste sentido a indícios que sinalizam que as Teorias em Desenvolvimento (ao menos algumas) se configuram como Programas de pesquisa, indícios esses baseados em autores das próprias linhas de pesquisa que já assinalam neste sentido. O que nos remete à um programa macro, no caso a Educação Matemática.

²³ O Programa Etnomatemática: uma síntese. Acta Scientiae, v.10, n.1, jan./jun. 2008

Percebemos que na obra O_6 o autor trata sobre a questão da teorização, então, nessa perspectiva, para que possamos melhor enxergar as tendências como Programas de Pesquisa, devemos ter em mente, inicialmente, essa perspectiva de teorização, que são enfatizados desde a primeira obra que discutimos na disciplina. Neste sentido nos remetemos a Kilpatrick (1994), quando ela fala sobre a cientificidade das teorias. Neste sentido a comunidade do PEP trouxe a figura 21 que faz alusão às relações existentes dentro do Programa de Pesquisa Educação Matemática.

Figura 21: Relação entre o Programa de Pesquisa e os Subprogramas



Fonte: Comunidade participante do PEP

Legenda:

EM: Educação Matemática

DM: Didática da Matemática

MM: Modelagem Matemática

HM: História da Matemática

OTD: Outras teorias em desenvolvimento

Nos estudos realizados ao longo da construção desta pesquisa, nos deparamos com Lakatos (1979) e as interações por ele realizadas no que se refere aos programas de pesquisa, nesta perspectiva em diversos momentos do percurso foi pontuado até

que ponto estes programas podem inferir na produção e geração dos conhecimentos matemáticos.

Dessa feita tivemos o último encontro do PEP, nesta sessão pudemos ver algumas das facetas centrais da pesquisa e relembrar alguns dos momentos principais dos encontros e quando das transcrições das ações desenvolvidas.

Destacamos que os momentos vivenciados nos PEP desencadearam a construção de produtos. Estes produtos ser constituem em cinco artigos com as temáticas de: A Informática na Educação Matemática Sob a Perspectiva de Programas de Pesquisa; Modelagem e Etnomatemática Como Programa de Pesquisa Sob a Perspectiva Lakatosiana; Educação Matemática na perspectiva Lakatosiana; Relações Entre Etnomatemática e Modelagem no Contexto da Educação Matemática Sob a Perspectiva Lakatosiana e A História da Matemática Como um Programa de Pesquisa Lakatosiano. Estes artigos trazem um pouco do que foi sistematizado no decorrer do percurso, bem como bem como nos auxiliam na resposta à nossa questão Q_0 , trazemos uma sistematização deles nos anexos deste texto. (Anexos 05 a 09).

7 Balanço do PEP

Steiner (1984) trata sobre os aspectos gerais da Teoria de Educação Matemática, no qual pontua sobre o caráter teórico das investigações, os paradigmas e suas metodologias.

Neste sentido coadunamos com Boavida e Matos (1993) ao afirmarem que a discussão crítica de teorias e hipóteses, é um caminho extremamente necessário à produção de conhecimento científico, configurando a Educação Matemática como campo de pesquisa científica em conformidade aos pressupostos de Kuhn (1989) e Popper (1988).

Por sua vez, Sierpinska et al. (1993)²⁴ também reforçam a crescente necessidade pela reflexão teórica sobre as produções no campo da Educação Matemática. Dessa feita provocando na comunidade científica reflexões, gerando diálogos e promovendo contribuições teoricamente relevantes ao Programa de pesquisa da Educação Matemática. Segundo afirma Bishop (1992) existem três critérios básicos para que um estudo se qualifique como de investigação em Educação Matemática, são eles:

1. Inquirição: que se refere à razão para a atividade de investigação. Representa a busca sistemática de conhecimento, a procura da compreensão, e dá o dinamismo à atividade. Uma investigação deve ser uma inquirição intencional.
2. Evidência: que é necessária para manter a investigação relacionada com a realidade da situação de educação matemática em estudo, seja ela aulas, programas, livros de texto, ou documentos históricos. A evidência seleciona a realidade sobre a qual a teorização se foca.
3. Teoria: que reconhece a existência de valores, suposições e relações generalizadas. É a forma pela qual representamos o conhecimento e a compreensão que provem de qualquer estudo de investigação em particular. A teoria é o produto essencial da atividade de investigação e a teorização é, portanto, o seu objetivo essencial.” (Bishop, 1992, p. 711)

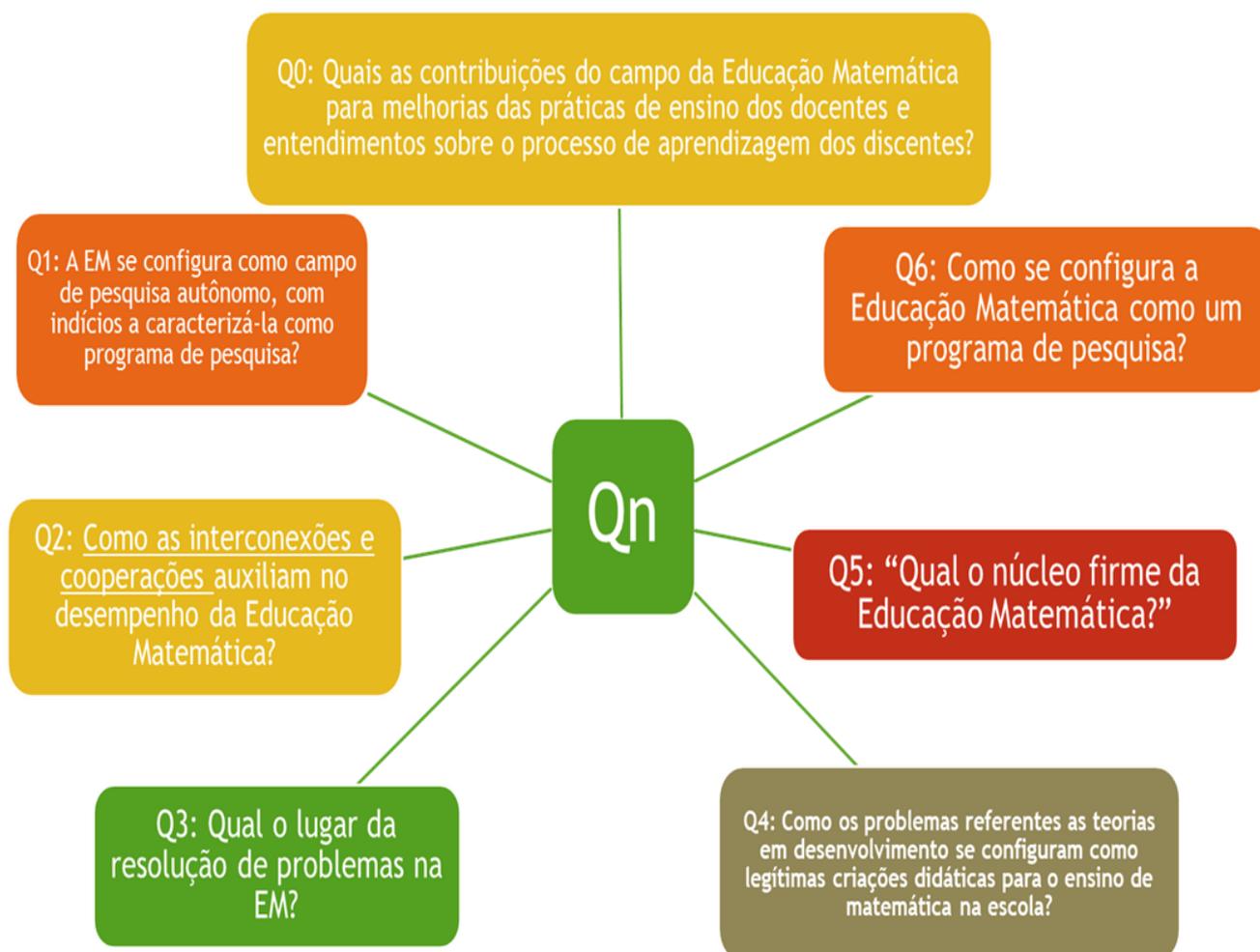
Para Lakatos (1971a, p. 111) “A melhor maneira de começar [o jogo da ciência] não é com uma hipótese falseável (e, portanto, consistente), mas com um programa de investigação.” Nessa perspectiva, Wichnoski e Klüber (2015, p. 78) consideram que as Investigações em Educação Matemática podem ser compreendida de acordo com a noção de Programa de Pesquisa proposta por Lakatos, e, justificam com a

²⁴ Artigo de 1993 publicado no Journal for Research in Mathematics Education Sierpinska, A., J. Kilpatrick, N. Balacheff, A. G. Howson, A. Sfard, e H. Steinbring. «What Is Research in Mathematics Education, and What Are Its Results? ». Quadrante, vol. 2, n. 2, dezembro de 1993, pp. 89-94, <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/423>.

assertiva que ela assume em sua estrutura geral todos os elementos que fazem parte de um programa de pesquisa Lakatosiano.

Nossa tese busca ir além e caracterizar as teorias em desenvolvimento na EM como heurística e ao mesmo tempo como subprogramas, com suas particularidades referentes a constituição de núcleo e heurística. Para termos indícios e evidências dessa proposição organizamos o PEP, cujas questões secundárias (Q_x) trouxeram respostas (R^\diamond) que em conjunto responderam Q_0 e conformaram (R^\heartsuit)²⁵ configurando os indícios e evidências que nos permitem nesse balanço proceder a uma reflexão que responde a questão de tese (Q) (FIGURA 22).

Figura 22: Questionamentos do PEP

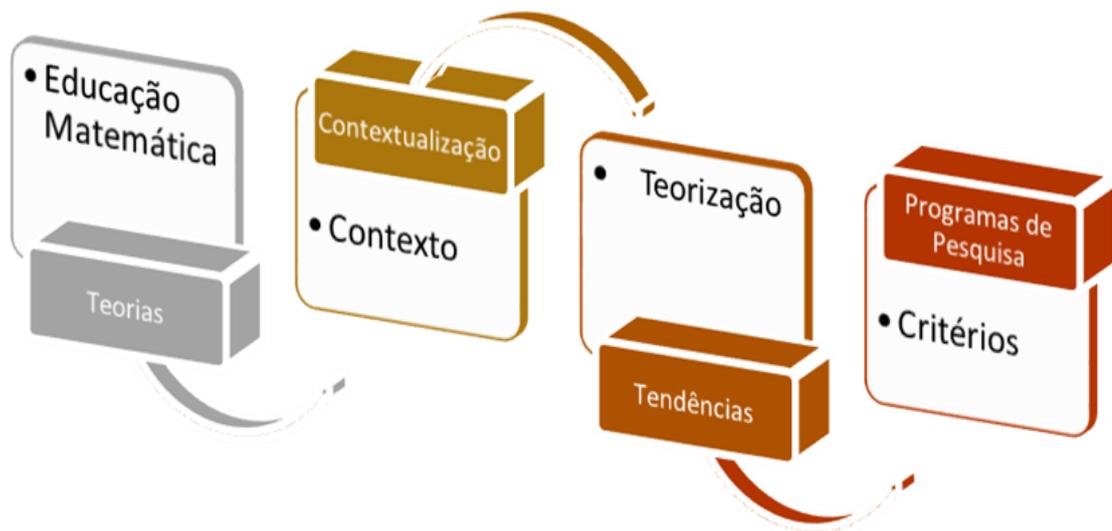


Fonte: Construção da Autora.

²⁵ Segundo Pereira (2017) a resposta R^\heartsuit completa sua transposição praxeológica para resposta R^\spadesuit .

No cenário nacional diversas pesquisas apontam no sentido de avançar no pensar a Educação Matemática, para além dos aspectos metodológicos, buscando um âmbito mais exploratório e descritivo o que promove um avanço no campo da pesquisa na área. Logo, podemos perceber que a contextualização vem em resposta do PEP, coadunando com a articulação das Teorias em Desenvolvimento, uma vez que essa dada contextualização serve como um elemento de ligação que perpassa as teorias em desenvolvimento e as correlaciona em suas heurísticas e em seus núcleos centrais.

Figura 23: Fluxo de Conhecimento EM e PP



Fonte: Construção da Autora.

Refletindo no quanto o conhecimento no campo da Educação Matemática é um contínuo processo de construções e relações, a na figura 23 nos remete a pensar na EM enquanto um processo em avanço. Sendo assim, se faz de grande relevância pensar a Educação Matemática na perspectiva da Epistemologia das Ciências, para tanto, buscando autores que podiam contribuir para estas reflexões, no deparamos com Lakatos (1979) que elenca em sua teoria elementos aos quais julgamos necessários é bastante pertinente para uma discussão progressivamente relevante. Ele traz em sua epistemologia os Programas de Pesquisa, que tem como principais elementos: o Núcleo firme, Cinturão protetor, heurísticas negativa e positiva. Lakatos (1993) concebe que as teorias não são verdades prontas, mas sim um grupo de hipóteses, que devem ser refutadas empiricamente e, em caso de resistirem são tidas como “corroboradas”, ao menos em caráter provisório.

Neste sentido temos a Educação Matemática se constituindo como um Programa de Pesquisa Progressivo, de acordo com Lakatos (1979) bem como as Tendências em Educação Matemática em quanto subprogramas desse Programa de Pesquisa. Em síntese, Lakatos (1978) afirma que:

Diz-se que um programa de pesquisa está a progredir enquanto o seu desenvolvimento teórico antecipar o seu desenvolvimento empírico, ou seja, enquanto ele continuar a predizer fatos novos com algum sucesso (alteração de problemas progressiva); ele estagna se o seu desenvolvimento teórico ficar para trás do seu desenvolvimento empírico, ou seja, enquanto fornecer somente explicações post hoc tanto de descobertas ocasionais como de fatos antecipados e descobertos no seu seio por um programa rival (alteração de problemas degenerativa). Se um programa de investigação explicar progressivamente mais do que um seu rival, suplantá-lo-á, e o rival pode ser eliminado (ou, se preferirem, arquivado) (LAKATOS, 1978, p. 33).

Nossos estudos no decorrer do PEP nos deram encaminhamentos no sentido de concebermos a Educação Matemática como um programa de pesquisa, e suas tendências, que tomamos como Teorias em Desenvolvimento como subprogramas desse Programa de pesquisa. No entanto se fazia necessário perceber e delimitar certas posições dentro deste Programa de Pesquisa, sendo assim foi necessário percebermos um ponto comum nas Teorias em Desenvolvimento, para o qual estabeleceríamos o papel de núcleo firme.

Lakatos (1976), em *Proofs and Refutations* afirma que ao partirmos de um problema ou hipótese, logo existirá uma pesquisa simultânea de demonstrações e contra-exemplos no sentido de responder a este problema. Sendo assim, consideramos a Resolução de Problemas como sendo o núcleo da Educação Matemática, a hipótese irrefutável (Heurística Negativa), que é aprendida/consolidada com o problema sendo resolvido; esse é o princípio desse Núcleo, já com relação à Heurística Positiva ela é formada pelas noções de contextualização e interdisciplinaridade, conceitos imbricados nas mais diversas teorias. Sendo assim, trazemos a figura 25 que mostra a Resolução de Problemas como sendo um núcleo central onde orbitam em seu redor as teorias em desenvolvimento.

Figura 24: Resolução de Problemas e Teorias em órbita.



Fonte: Autores.

A Resolução de problemas foi se constituindo no PEP como ponto central para todas as teorias da EM e para a própria EM. Nestes termos ela foi gradativamente dentro do percurso se mostrando a resposta para nossa questão de pesquisa. Um discurso que emana das aulas centralizadas no conteúdo e no produto é tomado na EM como heurística negativa trata-se da assertiva (muitas das vezes implícitas nas práticas ditas tradicionais), mas por vezes revelada explicitamente como na obra de Lima (1991) que o aluno aprende matemática para resolver problemas, caminho que é veementemente rejeitado pela comunidade de pesquisadores da EM que indicam como heurística positiva justamente o contrário, ou seja, o aluno aprende resolvendo problemas (Figura 25).

Na perspectiva da Investigação matemática Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 16) apontam “que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em Matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações [...]”.

D’ambrosio (2005) nos remete a Resolução de problemas no âmbito da Etnomatemática e Modelagem Matemática simultaneamente ao inferir que o domínio articulado de diferentes etnomatemáticas (duas ou mais) favorece compreensões de instrumentos e de técnicas intelectuais num contexto que favorece competências para enfrentar situações e resolver problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para e chegar num resultado coerente e consistente.

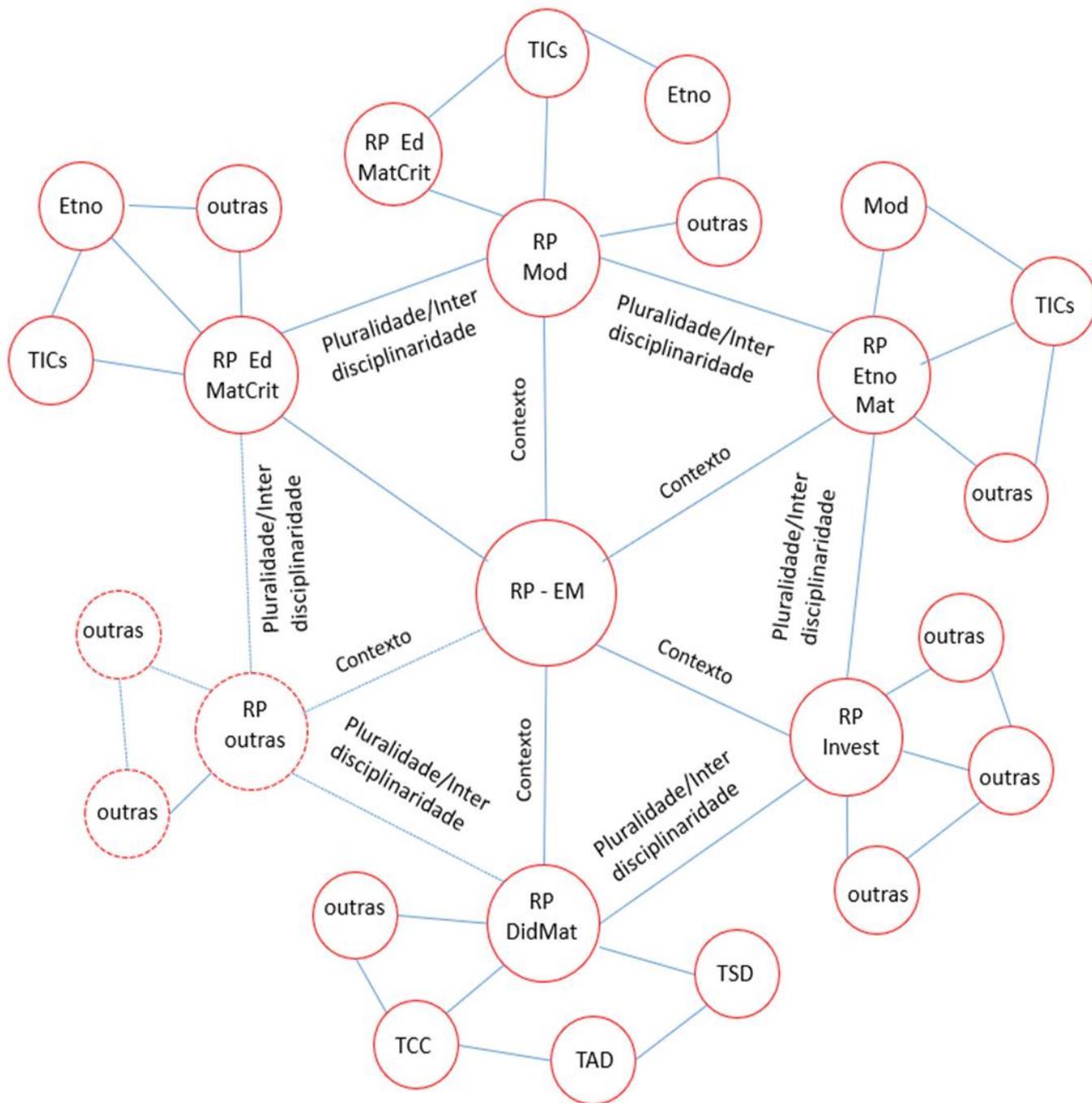
No que se refere a Didática da Matemática Bosch e Gascón (2004) consideram a Resolução de problema como fundamental para o ensino e a aprendizagem da matemática escolar, mas fazem a crítica que apesar da importância é “ingênuo” assumir a Resolução de problemas, no sentido de Pólya (1994), como é majoritariamente difundido em pesquisas, currículos, livros, etc. Nesse sentido, para alargar essa noção os autores destacam a necessidade de levar em consideração os níveis de codeterminação didática, a busca de articulação entre a diversidade de problemas e a necessidade de organizações dos problemas em níveis de complexidade crescente.

Rodríguez, Bosch e Gascón (2007) o PEP surge partindo de questões problemáticas, que para serem desenvolvidas precisam de construtos das mais diversas praxeologias, sendo assim no PEP a questão geratriz oportuniza a resolução de um problema, o que reitera não somente o núcleo de nosso programa de pesquisa, quanto reitera a pertinência de se discuti-los no contexto do PEP.

Assim a Resolução de problema é nuclear na EM, mesmo considerando que a Resolução de problemas se inseri na noção de situação como no caso da Didática da Matemática, Investigação Matemática, Modelagem, Etnomatemática, dentre outras.

A EM configura-se como um Programa de Pesquisa, mas cada teoria apresenta e preserva suas características orbitais próprias (Figura 25).

Figura 25: Programa de Pesquisa da EM²⁶



Fonte: Autores

²⁶ RP: Resolução de Problemas
 EM: Educação Matemática
 Ed. Mat. Crit.: Educação Matemática Crítica
 Mod.: Modelagem Matemática
 Invest.: Inverstigação Matemática
 Etno.: Etnomatemática
 TIC's: tecnologias de informação e comunicação
 TCC: Teoria dos Campos Conceituais
 TAD: Teoria Antropologica do Didático
 TSD: Teoria das Situações Didáticas.

A figura 25 retrata a origem (coração) sendo o elo de ligação entre as teorias e entre as teorias e a própria EM. As extremidades indicam as teorias relacionadas, o que coaduna com Lakatos (1993) quando ele fala no sentido de que uma teoria é uma sucessão de teorias diferentes, imbricadas e configurando assim um Programa de Pesquisa.

Estudos nacionais e internacionais reconhecem a importância da Resolução de Problemas, pois ela contribui para o desenvolvimento de saberes e competências, voltada para os processos e para a socialização dos resultados e de caminhos percorridos, é uma necessidade que pode possibilitar o descortinar da criatividade, aproximando-se da exploração-investigação matemática (LAMONATO; PASSOS, 2011, p. 66). Estas alegações coadunam com nossa pesquisa no sentido de compreender a Resolução de Problemas como sendo uma tendência inerente as demais, o que reforça nosso entendimento de que ela se imbrica nas mais diversas Teorias em desenvolvimento, se configurando assim como parte indispensável em cada uma delas, reforçando sua configuração como núcleo do Programa de Pesquisa - Educação Matemática. Sendo assim podemos dizer que ela orbita no centro de cada uma das Teorias em desenvolvimento

Ressaltamos que as teorias tratadas isoladamente ou em conjunto compõem também um programa de pesquisa, como fazem parte de um programa de pesquisa maior, as denominaremos de subprogramas que trazem da Educação Matemática o mesmo núcleo e heurísticas, mas quando estudadas isoladas ou em composição com outras apresentam especificidade particulares em seus cinturões. Isto por que a Educação Matemática concebe a Matemática como um de seus componentes e não 'o componente'.

Entender como se dão as relações dentro do Programa de Pesquisa e as intercessões e relações existentes, deve, de modo significativo, contribuir para o fortalecimento das pesquisas no âmbito da Educação Matemática, reforçando suas potencialidades, bem como revendo, refutando e apontando novos horizontes para pontos, por hora, fragilizados. Nestes termos desenvolvemos a construção desta tese, onde assumimos que as teorias em desenvolvimento da Educação Matemática são contextualizações num sentido lato deste campo de pesquisa, e se constituem como subprogramas de pesquisa.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste momento tecemos as considerações finais de nossa pesquisa, buscando rever criticamente nossa referência teórica, bem como salientar os percursos e resultados obtidos quando da realização de nosso PEP, desejamos também pontuar os aspectos colaborativos desta pesquisa no cenário da Educação Matemática, bem como apontar perspectivas futuras de estudos que se desdobrem do que fizemos até aqui.

Revendo o caminho até aqui

Pensar a Educação Matemática nos dias atuais não se constitui uma tarefa fácil, se partirmos de premissas novas, muito tem se discutido, muito do mesmo tem sido pontuado e repetido até certa exaustão, mas não é surpresa que ainda sim exista muito a se dizer, pensar e estudar. Neste sentido partiu o desejo de realizar esta pesquisa de doutorado.

Ao longo das disciplinas e dos debates nos mais diferentes âmbitos da Pós-graduação me senti impelida a desnudar novas frentes, tecer reflexões mais profundas de caráter epistêmico e até mesmo filosófico. Diante das leituras sobre Lakatos (1979), Steiner (1993), Chevallard (2009), Kilpatrick (1996), Maioli (2012), Sriraman e English (2010), Almouloud (2017), Nunes (2010), Matos (2017) essas obras puderam nos fazer refletir e evidenciaram um caminho em franca exploração, pelo qual sentimos o desejo de nos aventurar.

A Educação Matemática é um campo de pesquisa interdisciplinar que se apropria de teorias já fundamentadas de áreas de conhecimento, de modo a poder se fortalecer. Essa dada apropriação se dá nos mais diversos nichos, tais como: na ciência cognitiva, psicologia e sociologia. Como já pontuamos em outros momentos deste texto, é uma área de estudo em expansão e continua constituição, não está pronta ainda há muito a ser feito. Logo, entendemos que as construções e reflexões realizadas nesta pesquisa contribuíram para o fortalecimento e avanço da Educação Matemática. Sendo assim compreendemos não haver, ao menos no momento presente, algo no sentido de uma padronização na Educação Matemática; ela é plural, como tratamos ao longo de nossa pesquisa, e é justamente essa Pluralidade que fomenta as discussões e alavanca a diversidade para o avanço da Educação Matemática.

Essas contribuições devem, em nosso entendimento, fomentar o desenvolvimento de uma prática docente mais efetiva, pontuando novos caminhos e novas possibilidades. Essas novidades não são ao mero acaso, uma vez que Lakatos (1979) trata justamente dessa quebra de paradigmas e rupturas de postulados prontos e acabados. Lakatos (1979) nos faz pensar em uma Matemática falível, e de um conhecimento matemático que se desenvolve à medida que somos colocados diante de problemas a serem resolvidos.

Podemos dizer que Lakatos nos oferece um ponto de vista diferente em se tratando da matemática, quebra certo formalismo e nos apresenta uma novidade no sentido de permitir certa falibilidade, ele vem meio que de encontro a visão euclidiana da Matemática. Não por acaso sua filosofia matemática foi chamada de “Quase empirismo”²⁷ e inspirou diversos trabalhos no bojo da Educação Matemática, bem como esta pesquisa.

Neste sentido ele fala que:

A atividade matemática é atividade humana. Certos aspectos dessa atividade – como de qualquer atividade humana – podem ser estudados pela psicologia, outros pela história. A heurística não está interessada primordialmente nestes aspectos. Mas a atividade matemática produz matemática. A matemática, este produto da atividade humana, “aliena-se” da atividade humana que a esteve produzindo. Ela se converte num organismo vivo, em crescimento, que adquire certa autonomia da atividade que a produziu; ela revela suas próprias leis autônomas de crescimento, sua própria dialética.... A atividade dos matemáticos humanos, tal como aparece na história é apenas uma tosca concretização da dialética maravilhosa de ideias matemáticas. Mas qualquer matemático, se tiver talento, argúcia, gênio, comunica-se, sente o ímpeto e obedece a essa dialética de ideias. Ora, a heurística se interessa pela dialética autônoma da matemática, e não por sua história, embora ela só possa estudar seu assunto através do estudo da história e da reconstrução racional da história (LAKATOS, 1978, p. 189-190).

Na perspectiva de Lakatos (1978) em sua obra *Provas e Refutações*, ele busca mostrar o desenrolar da Matemática por meio de conjecturas, nesta pesquisa tomadas pela nossa Q_0 . Das conjecturas emergem as refutações. Essas refutações propiciam o aperfeiçoamento da conjectura, e geram o refinamento das teorias desenvolvidas. Neste sentido pensamos esta tese, no prospecto de inovar e rever os conceitos e teorias da Educação Matemática, que vão para além dos métodos de ensino ou metodologias ativas de estudo.

Neste sentido coadunamos com Cardoso (2018, p.833):

²⁷ Infinite Regress and Foundations of Mathematics (1962) e A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics (1967), ambos republicados na coletânea de Worrall e Currie (LAKATOS, 1987).

Um programa de pesquisa é uma sucessão de teorias científicas que compartilham seu Núcleo Firme: um conjunto de hipóteses irrefutáveis, escolhidas convencionalmente pela comunidade científica como ideias centrais e básicas da teoria. Tais hipóteses não são abandonadas, nem refutadas pela experimentação. Em cada teoria há outro conjunto chamado por Lakatos de Cinturão Protetor, constituído de hipóteses auxiliares: são as que podem ser mudadas, adaptadas ou corrigidas em uma teoria, a fim de evitar as refutações, sem que se mude o Núcleo Firme. As refutações a uma teoria T são os fatos novos que não são previstos ou são contraditórios à teoria vigente. Quando há possibilidade de fazer tais ajustes, temos uma nova teoria T' , que explica o que já era explicado originalmente, além do novo fato não explicado anteriormente. Desse modo, temos uma sequência histórica de teorias T, T', T'' , etc. que constituem um Programa de Pesquisa.

De acordo com Lakatos (1979) muitas das vezes não é possível “corrigirmos” uma teoria apenas ajustando suas hipóteses auxiliares do Cinturão Protetor. Se faz, no entanto, necessário fazermos as chamadas refutações. Sendo assim, é necessário elaborar novas hipóteses para o Núcleo Firme, dando assim origem a um novo Programa de Pesquisa, caso que desenvolvemos nesta pesquisa por meio de nosso PEP. Para reiterar nossa perspectiva destacamos os pontos principais da metodologia dos programas de pesquisa que são:

1. O sucesso científico não é devido a hipóteses isoladas, mas a programas bem-sucedidos.
2. Uma teoria não se desenvolve por ensaio e erro, nem por conjecturas e refutações.
3. Uma teoria é composta por um núcleo firme de leis que são aceitas convencionalmente e não são refutadas ou contrastadas pela experiência.
4. Um programa tem uma heurística que, com a ajuda da matemática, converte as anomalias em confirmações. (CARDOSO, 1997, p. 19-20).

Para Cardoso (2018) os méritos em estudar Lakatos não são de caráter metodológico para o ensino, mas de fundamentação para discussões filosóficas para a Educação Matemática. Neste caminho Ponte afirma que:

[...] diversos matemáticos, filósofos e educadores salientam, cada vez mais, que a concepção que se sustenta sobre a Matemática influencia profundamente o que se considera ser desejável relativamente ao seu ensino e aprendizagem. (PONTE et al, 1997, p. 1).

Com o intuito de tratar nossa questão de pesquisa buscamos subsídios metodológicos para a mesma, e dessa feita elegemos o PEP como sendo a melhor forma de subsidiar nossos trabalhos. Segundo Chevallard (2009) o PEP ajuda a questionar, investigar e repensar sobre a interdisciplinaridade dos conhecimentos, por meio da constituição de um percurso de pesquisa e estudo e de questionamentos. Sendo assim nossos estudos perpassados pelo PEP foi possível conjecturar que as Tendências podem ser assumidas como contextos da Educação Matemática e assim figurarem como cinturões desse campo de pesquisa, já instituído como programa de

pesquisa desde os primeiros estudos de Kilpatrick (1998). Outro ponto é que algumas teorias em desenvolvimento podem assumir a função de programa de pesquisa, como já anunciado por D'Ambrósio (1995) no que tange a Etnomatemática, na Modelagem Matemática como anunciada por Klüber (2008), na Didática da Matemática evidenciada nos estudos de Margolinas.

Nossa Q₀, nosso objetivo de pesquisa, o PEP e desdobramentos e apontamentos futuros

Nesta pesquisa desejamos caracterizar algumas Teorias em desenvolvimento do Programa Educação Matemática como subprogramas de pesquisa. Para tanto partimos da Q₀: Qual seria o núcleo firme do Programa Educação Matemática que articularia as Teorias em Desenvolvimento como Subprogramas?

De modo a podermos responder nosso Q₀ decidimos que um bom caminho seria o desenvolvimento de um PEP com base em Artigue (1988), Brousseau (2008), Perin-Glorian e Baltar (2016), Chevallard (2009b), Almouloud e Silva (2012), uma vez que o PEP é um percurso que possui um caráter investigativo, nos proporcionando ao longo do percurso de ensino identificar os elementos institucionais, bem como as condições e restrições inerentes ao processo. Dentro do desenvolvimento do PEP foi possibilitado aos alunos a construção de conhecimentos e ideias que fomentaram a construção de nossa R♥. O desenvolvimento do percurso se deu em 11 encontros, nos quais foi possibilitado aos alunos colocarem suas contribuições, debaterem ideias e estudar textos que favoreceram a construção do entendimento, sendo assim eles puderam juntamente conosco construir a resposta para nossa questão Q₀.

Sendo assim nossos construtos no decorrer do PEP sinalizam que podemos considerar algumas das teorias em desenvolvimento como subprogramas de pesquisa. E indicam a Resolução de Problemas, não como tendência, nem tão pouco como subprograma, mas compondo o núcleo da Educação Matemática e de todas as demais ditas tendências, que neste trabalho consideramos teorias em desenvolvimento. Dessa feita, entendemos haver um núcleo firme comum as teorias estudadas e a contextualização além de compor esse núcleo juntamente com a Resolução de Problemas estabelece uma dialética com as teorias, pois compõe o núcleo firme de todas e conforma as teorias como contexto da Educação Matemática. Sendo assim regressamos à nossa questão de pesquisa Diante desta questão, entendemos que o programa de pesquisa Educação Matemática, assume em seu núcleo firme a Resolução de problemas.

Para tanto a Educação Matemática pode ser considerado um Programa de Pesquisa relativamente novo, o que sugere que existam ainda muitas outras refutações a serem feitas, às chamadas anomalias existentes, de acordo com Lakatos e Musgrave (1979, p. 165):

Não se deve pensar, porém, que anomalias ainda não-explicadas [...] são compreendidas ao acaso, e o cinto de proteção construído de maneira eclética, sem nenhuma ordem pré-concebida. A ordem costuma ser decidida no gabinete teórico, independentemente das anomalias conhecidas (LAKATOS; MUSGRAVE, 1979; p.165).

Logo entendemos que para este momento o que temos posto é válido, mas que, porém, ainda há muito a ser feito, o que desvela como desmembramentos desta pesquisa, muita além de nossas conjecturas iniciais, haja vista limitado o programa de e pesquisa mostrado neste tese, a Educação Matemática, precisar estar em franca construção, para não cair situação de estagnação ou até mesmo regressão. Dessa feita novas investigações de cunho teórico se fazem necessárias para que o campo de pesquisa possa estar em franca ascensão. Com tudo se faz necessário harmonizar teoria, prática e pesquisa de forma à modificar os paradigmas teóricos, constituídos até então.

O campo da Educação Matemática tem vários constructos que ajudam a questionar os fenômenos matemáticos. Concluimos, portanto, que a praxeologia representada nesta pesquisa e nas metodologias elencadas teve suas contribuições no sentido de evidenciar implicações para prática de pesquisa, somando a função de fomentar a discussão epistemológica nos processos de pesquisa, bem como desvelando seu caráter reflexivo. Contudo as pesquisas em Educação Matemática ainda têm seu cunho focado nas experiências pedagógicas com poucas nuances teóricoas em construção, logo é chegada a hora, de nos debruçarmos, pois ainda há muito trabalho a ser feito. Vamos?

9 REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Informática e Educação matemática**. Revista de Informática Aplicada., v.1, p.50 - 59, 2005. 28.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. A. **Diálogos da Didática da Matemática com outras tendências da Educação Matemática**. Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online, v. 9, n. 1, 2019, p. 145-178.

ALMOULOUD, S. (2017) **Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidades Fundamentais**. guiding mathematics education theories: perspectives and diversity. Amazônia | Revista de Educação em Ciências e Matemática | v.13 (27) Set 2017. p.05-35.

ANDRADE, R. C. D. **A noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores: o caso da geometria**, 2012. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2012.

ARAÚJO. J. de L. **Uma abordagem sócio-crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica**. Alexandria: R. Educ. Ci. Tec., Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. ISSN 1982-5153

ARTAUD, M. **Introduction à L’Aproche écologique Du didactique, L’écologie dès organization mathématiques ET didactique**. Actes... de La neuvième École d’été de didactique dès Mathématiques. Hougate, Bailleul, p. 101-139. 1998

ARTIGUE. M. **Ingénierie didactique**. (1996). In: BRUN, Jean. **Didactique des mathématiques**. Delachaux et Niestlé.

AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL D. P. **A aprendizagem significativa: A teoria de David Ausubel**. SP: Moraes; 1982

AUSUBEL, D. P. **Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva cognitiva**. Barcelona: Paidós, 2002.

AUSUBEL, D. P. **Psicologia educativa: un punto de vista cognoscitivo**. México: Trillas, 1976.

BACHELARD, G. (1999). **A Formação do Espírito Científico**. Rio de Janeiro: Contraponto.

BALACHEFF, N. **Contribution de la didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO**. In: BELLISANT, C. (Ed.). Actes des XIII Journées Francophones de l'informatique. Grenoble: IMAG-CNRS, 1991. p.181-215.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CDROM

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre a modelagem matemática?** Zetetiké, Campinas, v.7, n.11, p. 67-85, 1999.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73- 80, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CDROM

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAUJO, J. L. (Orgs.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. (Biblioteca do Educador Matemática, v.3).

BARROS, José D' Assunção. **O projeto de pesquisa em História. Da escolha do tema ao quadro teórico**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

BASSANEZI, C. R. **Modelagem Matemática**. Dynamis, Blumenau, v. 2, n. 7, p. 55-83, abril/jun. 1994.

BASSANEZI, C. R. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo, 2002.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BECKER, F. **Escola e epistemologia do professor**, Revista Profissão Docente, Uberaba, v.3, n.9, p. 40 -46, set-dez. 2003 Disponível <<http://www.revistas.uniube.br/index.php/rpd/article/view/76>

BENALES, M. & Powell, A. B. **Decolonizing Ethnomathematics**. Ensino Em Re-Vista | Uberlândia, MG | v.25| n.3| p.565-587| set./dez./2018|ISSN: 1983-1730

BERNALES, M., & Powell, A. B. (2018). **Descolonizando a Etnomatemática**. Ensino Em Re-Vista, 25(3), 565-587. <https://doi.org/10.14393/ER-v25n3a2018-3>

BERNSTEIN, B. (1999). **Vertical and horizontal discourse: An essay**. *British Journal of Sociology of Education*, p.157-173.

BICUDO, M. A. V.; VIANA, C. C. de S.; PENTEADO, M. G. **Considerações sobre o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP, Rio Claro)**. Bolema, Rio Claro: n. 15, 2001, p. 104-137.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas.** São Paulo: Unesp, 1999. Filosofia da educação matemática: um enfoque fenomenológico. In:

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Unesp, 1999.

BICUDO, M. A. V; GARNICA, **Antonio Vicente Marafioti.** **Filosofia da educação matemática.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular.** 1997. 175 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na pesquisa educacional.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008. Modelling and Applications in Primary Education. In: Modelling and Applications in Mathematics Educacion. New York: Springer, 2007a. Modelagem Matemática: Mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática. Tese de Pós-doutorado, São Paulo, 2003.

BIEMBENGUT, M. S.; MARTINS, R. **Mapeamento dos programas curriculares de Modelagem Matemática dos Cursos de Formação de Educadores de Matemática (licenciaturas) do Brasil.** Relatório Final de Iniciação Científica. Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC/FURB, 2009.

BIEMBENGUT, M. S; SCHMITT, A. L. F. **Mapeamento das Produções Acadêmicas de Modelagem Matemática no Ensino de Autores Brasileiros. Relatório Final de Iniciação Científica.** Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC/CNPQ, 2009. BLUM, Werner; KHAN, Sanowar. Mathematical Modelling ICTMA 12 - Education, Engineering and Economics. Inglaterra: Horwood Publishing Limited, 2007a.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática.** Blumenau: Editora da FURB, 1999. 134p.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus.** Rio Claro: IGCE/UNESP, 1990. 210p. (Dissertação, Mestrado).

BOAVIDA, A. M. MATOS, J. M. **Um olhar para o espelho. Emergência de um campo de reflexão teórica sobre Educação Matemática.** Quadrante, Vol. 2, Nº 2, 1993.

BORBA, M. C. & PENTEADO, M.G. **Informática e educação Matemática.** 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BORBA, M. C. ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. **The ideology of certainty in mathematics education. For the learning for mathematics**, Kingston, v. 17, n. 3, p. 17-23, nov. 1997.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Fundamentación antropológica de las organizaciones didácticas: de los “talleres de prácticas matemáticas” a los “recorridos de estudio e investigación”**. In:

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action**. Montpellier: Université de Montpellier, 2010. p. 55-91.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2001. À propos des PER. In: Journal du Séminaire TAD/IDD – 1; pp. 7-23, 2009d. Disponível em: <<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2009-20010-1.pdf>

BOSCH, M., C. FONSECA y J. GASCÓN, **Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares**, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 24, núms. 2-3, p. 205-250, 2004.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Las Prácticas Docentes Del Profesor De Matemáticas** XIème École d'Été de Didactique des Mathématiques que se celebró en agosto de 2001.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos**. 2004.

BOSCH, M; CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l' activité mathématique aux ostensifs**. In: Recherches en Didactique des Mathématique, 1999 v. 19, nº 1, p. 77-124

BOURDIEU, P. **Science de la science et reflexivite: cours du college de France**. Paris: Raisons d'agir, 2001.

BOURDIEU, P. **A reprodução: elementos para uma teoria do sistema de ensino. Textos fundantes de educação**. Tradução de Reynaldo Bairão; revisão de Pedro Benjamim Garcia e Ana Maria Baeta. 7ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014

BORGES, P. A. P; e NEHRING C. M. **Modelagem Matemática e Sequências Didáticas: uma relação de complementaridade**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 30, 2008, pp. 131 a 147

BRANDEMBERG, J. C. **Entrevista concedida ao Boletim Cearense de Educação E História Da Matemática**. Ano 1, Número 1, jan. /abr. de 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/CNE, 1998.

Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Seção 1.

Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências Naturais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BROUSSEAU, G. **Les mathématiques du cours préparatoire**. Paris: Dunod, 1965. **Epistemologia e didattica della matematica**. La matematica e la sua Didattica, Bologna, n. 4, p. 621-655, 2006a.

BRUGNERA. E. D. **Tecnologia E História Da Matemática: Uma Parceria Na Construção Do Conhecimento**. CIET:EnPED:2018 – Educação e Tecnologias: Aprendizagem e construção do conhecimento.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza**. Acta Scientiae, Canoas, n. 2, p. 93-106, jul./dez 2008.

CARDOSO, V. C. **As teses Falibilistas Racionalistas de Lakatos e a Educação Matemática**. Rio Claro: Unesp, 1998. Dissertação de mestrado.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1994.

CARDOSO, V. C. **Revisitando o quase empirismo de Imre Lakatos e refletindo sobre a Educação Matemática**. Revista Even. Pedagóg. Edição Especial Temática: História, Filosofia e Educação Matemática Sinop, v. 9, n. 2 (24. ed.), p. 822-846, ago./out. 2018

CAVALCANTI, J. D. B. **As tendências contemporâneas no ensino de Matemática e na pesquisa em Educação Matemática: questões para o debate**. 2011. Disponível em: http://www.uesb.br/mat/semat/seemat2/index_arquivos/mr_d.pdf

CHAMON, E. M. Q. O. **Formação e (Re) construção identitária: estudo das memórias de professores do ensino básico inscrito em um programa de formação continuada**. São Paulo: UNICAMP, 2003. 117 f. Tese (Pós-Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

CHAQUIAM, M. **História da Matemática em sala de aula: proposta para integração aos conteúdos matemáticos**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. Série História da Matemática para o ensino; v. 10.

CHAQUIAM, M. **O Uso da História da Matemática e dos Conteúdos Matemáticos na Sala de Aula**. 2016.

CHASSOT, A. **Alfabetização científica: questões e desafios para a educação**. Ijuí: Unijuí, 1ª ed. 2000, 434 p., 2ª ed. 2001, 438 p.

CHEVALLARD, Y. **La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder; Clermont-Ferrand**, 16-23 août 2009a. Disponível em <http://yves.chevallard.free.fr>. Acesso em agosto de 2017. *Analyses des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques: L'approche anthropologique*. In *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1.998. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/>.

CHEVALLARD, Yves. (1999): **L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique**. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, n. 2, p. 221-266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <<http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>>.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

COOPER, B., & DUNNE, M. (2000). **Assessing children's mathematical knowledge: social class, sex and problem solving**. Buckingham: Open University.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 4. ed. Campinas/SP: Papirus, 1998.

D'AMBRÓSIO, U. **Transdisciplinaridade**. 2. ed. São Paulo: Palas Athena, 2009.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar ou conhecer**. 5ª. ed. São Paulo: Ática, 1998.

D'AMBROSIO, U. **Ação Pedagógica e Etnomatemática como Marcos Conceituais para o Ensino de Matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org). *Educação Matemática*. São Paulo: Moraes, 1994.

D'AMBROSIO, U. **O Programa Etnomatemática: uma síntese/The Ethnomathematics Program: A summary**. *Acta Scientiae*, v. 10, n. 1, p. 07-16, 2008.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. Editora Ática. In: D'AMBROSIO, U. *História da Matemática e Educação*. In: *Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática*. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p.7-17.

A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

A Interface entre História e Matemática: Uma Visão Histórico-Pedagógica. In: FOSSA, J. A. (Org) *Facetas do Diamante*. Rio Claro – SP: Ed. SBHMat, 2000, p. 241-271.

Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática. In: BICUDO, M. V.; BORBA, M. *Educação matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004.

D'AMBROSIO, U. **O programa Etnomatemática: história, metodologia e pedagogia**. In: III Simpósio de Educación Matemática, 2001, Buenos Aires. *Memórias del III Simpósio de Educación Matemática*. Buenos Aires: Editor Oscar L. Linardi, 2001.

D'AMBROSIO, U. **Um brasileiro no Congresso Internacional de Matemáticos de 1900**. Revista Brasileira de História da Matemática, v. 3, n. 5, p. 131-139, 2003.

D'AMBROSIO, U. **Stakes in Mathematics Education for the Societies of Today and Tomorrow**. Monographies de L'Enseignement Mathématique, p. 301-316, 2003.

D'AMBROSIO, U. **O Programa Etnomatemática: uma síntese**. Acta Scientiae, v.10, n.1, jan. /jun. 2008

D'AMORE B. (2007). **Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino**. Bolema. Boletim de Educação Matemática. Vol. 20, nº 28, 1179-205. ISSN: 0103-636X.

DE LARA, I. C. M. **O Ensino da Matemática por meio da História da Matemática: possíveis articulações com a Etnomatemática**. VIDYA, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul. /dez., 2013 - Santa Maria, 2013.

DOUADY, R. (1984). **Relación enseñanza–aprendizaje. Dialéctica instrumento – objeto. Juego de marcos**. Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas, IREM de Paris 7, n. 3.

DOUADY, R. (1985). **Didactique des Mathématiques**. Encyclopedia Universalis, p.885-889.

DOUADY, R. (1986). **Jeux des cadres et dialectique outil-objet. Recherches en Didactique des Mathématiques**. La Pensée Sauvage, v. 7, n.2, p. 5-31.

DUVAL, R. **Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques?** RDM, v 16, n3, p. 349-382. 1996. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM – ULP, vol. 5, p 37-65. 1993. Semioses et Noésis. Conférence APMEP, (1992).

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D.A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

ENGLISH, L.; SRIRAMAN, B. (coord.) RF04: **Theories of Mathematics Education**. In: Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1, pp. 170-202. Melbourne: PME, 2003. Disponível em: FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Zetetiké, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov. 1995.

FERREIRA, N. S. **Modelagem matemática e tecnologias da informação e comunicação como ambiente para abordagem do conceito de função segundo a educação matemática crítica**. coleções: PPGEDMAT - Mestrado profissional (Dissertações).2013 - <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3513>.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

FUJITA, O. M. RODRIGUES, E. N. **A contextualização e os objetos digitais de aprendizagem na educação básica: o currículo e a sua aplicação na matemática.** In Educação Matemática Pesquisa, v.18, n.2, p. 697-716. 2006

GASCÓN, J. **Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes.** Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Cidade do México, v. 4, n. 2, p. 129-159, jul. 2001.

GASCON, J. **La necesidad de utilizar modelos endidáctica de las matemáticas.** Educ. Mat. Pesquisa, São Paulo, v.5, n.2, pp. 11-37, 2003.

GASCÓN, J. **Los modelos epistemológicos de referència como instrumentos de emancipación de la didáctica y la história de las matemáticas.** Educación Matemática, [S.I.], v. 25, p. 99-123, marzo. 2014.

GERSTBERGER, A.; GIONGO, I. M.; CRUZ, R. P. da; KLIEMANN, G. L. **Etnomatemática E Tecnologias Digitais: Inserindo O Smartphone no Ensino de Matemática em uma Turma de Ensino Fundamental.** Anais do III Simpósio Nacional de Tecnologias Digitais na Educação, 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007

GODINO, J. D. & BATANERO, C. (1994). **Significado institucional y personal de los objetos matemáticos.** Recherches em Didactique des Mathematiques, p.325-355.

GODINO, J. D. & BATANERO, C. (1998b). **Funciones semióticas em laenseñanzayaprendizaje de las matemáticas.** En I. Vale y J. Portela (Eds.). IX Seminário de Investigaçao em Educação Matemática (p. 25-45). Associação de Profesores de Matemática. Portugal.

GRAVINA. M, A. **Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria,** Anais do VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, MG, 1996.

KILPATRICK, J. **Fincando Estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico.** In: ZETETIKÊ, Campinas, SP, v.4, n.5, p. 99-120, jan/jun. 1996, pp. 99 - 120.

Kilpatrick, J. (1991). **Algumas questões na avaliação da resolução de problemas em Matemática. Em Avaliação: uma questão a enfrentar.** Lisboa: APM

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática: Aspectos Filosóficos e Epistemológicos.** Ponta Grossa, 2007, 151 p. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-graduação em Educação. Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, 2007.

Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática. 2012, 396 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e tecnológica) – Centro de

Ciências Físicas e Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

KLÜBER, T. E. **Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação matemática**. Revemat. Florianópolis, v.10, n. 1, p. 65-80, 2015.

Klüber. T. E; BURAK, D. **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas**. Educ. Mat. Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, pp. 17-34, 2008.

KUHN, T. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. Tradução de Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. São Paulo: Perspectiva, 1998 [1962].

Posfácio. In: **A Estrutura das Revoluções Científicas**. Tradução de Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. São Paulo: Perspectiva, 1998 [1969].

"Alexandre Koyré and the History of Science: on an Intellectual Revolution". In: Encounter, Volume: xxxiv, pp.67-69. Londres, jan. 1970.

KUHN, T. **A Tensão Essencial**. Tradução de Rui Pacheco, Lisboa: Edições 70, 1977.

KUHN, T. **O Caminho desde a Estrutura**. Tradução de Cesar Mortari. [s/l]: Ed. UNESP, 2006.

"**Reflexões sobre os meus Críticos**". In: LAKATOS, Imre; MUSGRAVE, Alan (eds.). **A Crítica e o Desenvolvimento do Conhecimento**. Tradução de Octavio Mendes Cajado. São Paulo: Editora Cultrix, pp. 285-343, 1979 [1970].

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções científicas**. 11ª Edição, São Paulo: Editora Perspectiva, 2011. **O caminho desde A Estrutura: Ensaios filosóficos**, 1970-1993, com uma entrevista autobiográfica. São Paulo: Editora UNESP, 2006.

KUHN, T. S. "**O que são revoluções científicas?**". In KUHN, T. S. **O caminho desde A Estrutura: Ensaios filosóficos**, 1970-1993, com uma entrevista autobiográfica. São Paulo: Editora UNESP, 2006, p. 23-45.

KUHN, T. S. "**Comensurabilidade, comparabilidade, comunicabilidade**". O caminho desde a estrutura. São Paulo: Editora Unesp, 2006, p. 47-76.

LAKATOS, I. **Falsificação e metodologia dos programas de investigação científica**. Tradução de Emília Picado Tavares Marinho Mendes. Lisboa: Edições 70, 1978a.

História da ciência e suas reconstruções racionais. Lisboa: Edições 70, 1978b.

La metodología de los programas de investigación científica. Tradução de Juan Carlos Zapatero. Madrid: Alianza, 1993.

LAKATOS, I.; MUSGRAVE, A. (Org.). **O falseamento e a metodologia dos programas de pesquisa científica. A crítica e o desenvolvimento do conhecimento**: quarto volume das atas do colóquio internacional sobre filosofia da ciência, realizado em Londres em 1965. Tradução de Octavio Mendes Cajado. São Paulo: Cultrix: Ed. da Universidade de São Paulo, 1979. p. 109-243.

LATOUR, B. **Jamais Fomos Modernos: Ensaio de Antropologia Simétrica**. Tradução de Carlos Irineu da Costa, 2ª edição (1ª Reimpressão). Rio de Janeiro: Editora 34, 2011 [1991].

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. 2.ed. São Paulo: Centauro, 2004.

LÉVY, P. **As tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

WOOLGAR, S. (1979). **Laboratory Life: The Construction of Scientific Facts**. Publicado pela Princeton University Press, 1986.

LERMAN, S. (2000). **The social turn in mathematics education research**. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives in mathematics teaching and learning* (pp. 19-44). Westport: Ablex.

LERMAN, S. **Theories of Mathematics Education: Is Plurality a Problem?**. In: SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. *Theories of Mathematics Education Advances in Mathematics Education*. SPRINGER, 2010, pp. 97-117.

LÉVY-STRAUSS, C. **Antropologia estrutural**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1989.

LITTIG, J; LORENZONI, L. L.; TEIXEIRA, O. L; FERREIRA, M. A. V. **A Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica e a Teoria da Situação Didática: Identificando Aproximações Potencializadores da Aprendizagem e do Desenvolvimento do Conhecimento Reflexivo**.

LOPES, A. C. **Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização**. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 23, n. 80, p. 386-400, 2002.

LOPES, A. C.; GOMES, M. M.; LIMA, I. S. **Diferentes contextos na área de ciências da natureza, matemática e suas tecnologias nos parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio: integração com base no mercado**. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM ENSINO DE CIÊNCIAS, 2., 2001, Atibaia. *Anais...* Atibaia: Abrapec, 2001. 1 cd-rom.

LOPES, L.S. e FERREIRA, A. L. A. **Um olhar sobre a história nas aulas de matemática**. *Revista Abakós*. Belo Horizonte (MG): Ed. PUC Minas, 2013.

MALHEIROS, A. P. dos S.. **Pesquisas em Modelagem Matemática e diferentes tendências em Educação e em Educação Matemática**. *Bolema* [online]. 2012, vol.26, n.43, pp.861-882. ISSN 1980-4415. <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300006>.

MARGOLINAS, C. & DRIJVERS, P. **Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact**. *ZDM Mathematics Education*. v. 47, nº 6, 893 – 903. October, 2015.

MAIOLI, M. A **contextualização na matemática do Ensino Médio**. Tese de Doutorado, São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2012.

MARON C. do R. de M. **Modelagem Matemática como Jogo de Linguagem**. XX EBRAPEM – Curitiba – Pr. 2016.

MARANHÃO, M. C. S. de A. **Dialética Ferramenta-Objeto**. In: **Educação Matemática: uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999.

MARTINS, L. P. **Análise da Dialética Ferramenta-Objeto na construção do conceito de função**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC – SP, 2006.

MELO, E. A. P.; FORMIGOSA, M. M.; COUTINHO, R. J. B. C.; NUNES, J. M.V. **O Programa Etnomatemática e a Interconexão entre (com) as tendências da Educação Matemática**. Universidade Federal do Tocantins e Universidade Federal do Pará, VII CIBEM, Montevideo/Uruguai set. 2013, disponível em: www.cibem.org/.../992_1372361322_o_programa_etnomatemtica_cie.

MENDES, I. A; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: Fundamentos e sugestões didáticas para professores**. 1. ed. Belém: SBHMat, 2016.

MENDES, I. A. **A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, I. A; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MENDES, I. A. **Tendências da Pesquisa em História da Matemática no Brasil: A Propósito das Dissertações e Teses (1990 - 2010)**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 14, n. 3, pp. 465-480, 2012.

MENDES, I. A., A investigação histórica como agente da cognição Matemática na sala de aula. Iran A. In: MENDES, I. A. (org.) A História como um agente de cognição na educação Matemática. 1. ed. Porto Alegre: Sulina, p. 79-136, 2006.

MENDES, F. P. **Lakatos, o realismo ofensivo e o programa de pesquisa científico do realismo estrutural**. 2013. 183 f. Tese (Doutorado em Relações Internacionais) - Instituto de Relações Internacionais, Universidade de São Paulo, São Paulo.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

Moretti, V. D., Panossian, M. L., & Radford, L. (2018). **Questões em torno da Teoria da Objetivação**. Obutchénie: Revista De Didática E Psicologia Pedagógica, 1(4), 251-272. <https://doi.org/10.14393/OBv2n1a2018-12>

MOREIRA, M.A; MASSONI, N.T; **Epistemologias do Século XX**, EPU, São Paulo, 2011.

MIGUEL, A.; MIORIN, M. A. **A História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOTTA, C. D. V. B. **História da Matemática na Educação Matemática: espelho ou pintura?** Santos (SP): Comunicar Editora, 2006.

MUSGRAVE, A. (org.) **A crítica e o desenvolvimento do conhecimento**. São Paulo: **C- History of science and its rational reconstructions**. In: HACKING, I. (org.) *Scientific revolutions*. Hong-Kong: Oxford University, 1983.

MUSGRAVE, A. **Matemática, ciencia y epistemología**. Madrid: Alianza, 1987.

MUSGRAVE, A. **La metodología de los programas de investigación científica**. Madrid: Alianza, 1989. *ultrix*, 1979.

NASCIMENTO, M. J. A. **Os contextos explorados no ensino da função afim nos livros de matemática do ensino médio**. Dissertação de Mestrado, Pernambuco, Universidade Federal de Pernambuco. 2009

NUNES, J. M. V. **História da Matemática e aprendizagem significativa da área do círculo: uma experiência de ensino-aprendizagem**. 2007. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOU, S. AG; GUERRA, R. B. **O Contexto da História da Matemática como Organizador Prévio**. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 23, nº 35B, p. 537 a 561, abril 2010

PAIS, L.C. **Didática da Matemática, uma análise da influencia francesa**. 2ª edição, Belo Horizonte: Autentica, 2002. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PEGG, J.; TALL, D. **The Fundamental Cycle of Concept Construction Underlying Various Theoretical Frameworks**. In: SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. *Theories of Mathematics Education Advances in Mathematics Education*. SPRINGER, 2010, pp.173-192.

PIAGET, Jean. **A linguagem e o pensamento da criança** - Tradução de Manuel Campos, Editora Fundo de Cultura, Rio de Janeiro, 1973, 3 ed. 334 p.

Piaget, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Zahar Editores. RJ, 1976.

Piaget J. **Seis estudos de psicologia**. 24ª ad. Rio de Janeiro: Forense; 2003

PIAGET. J. (org.), **Tratado de Lógica e Conocimiento Científico**. *Epistemologia de la Física* (Editorial Paidós, Buenos Aires, 1979), v. 4.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um enfoque do método matemático**. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

POPPER, Karl. **A lógica das ciências sociais**. Tradução de Estevão de Rezende Martins. 3. ed. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2004. Karl Popper e o racionalismo crítico. *Scientia*, São Leopoldo, 5(2): 9-28, 1994.

PONTE, J. P. **Concepções dos professores de matemática**. Disponível em <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92 - ponte \(Ericeira\).doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92 - ponte (Ericeira).doc)

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula**. 2ª. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 160p.

POPPER, K. R. **A lógica da Pesquisa Científica**. Trad. Leonidas Hegenber e Octanny Silveira da Mota. São Paulo: Cultrix, 1972. **Três concepções acerca do** POPPER, K. R. **Conhecimento humano**. In. Popper. Trad. Pablo Rubén Mariconda e Paulo de Almeida. São Paulo: Abril Cultural, 1980. Col. Os pensadores.

Conhecimento Objetivo. Trad. Milton Amado. Itatiaia: Belo Horizonte, 1999.

POPPER, K. R. **A lógica das ciências sociais**. Trad. Estevão de Resende Martins. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2004. 3ª Ed.

POPPER, K. R. **Conjecturas e refutações**. Trad. Benedita Bittencourt. São Paulo: Almedina, 2006.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

PRÄSS, A.R. **Epistemologias do século XX**. 2008. 80 f. (Monografia apresentada na disciplina Fundamentos Epistemológicos para a Pesquisa em Ensino de Física) - Curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

RADFORD, L. **Elementos de una teoría cultural de la objetivación**. Revista Latinoamericana de Investigación Em Matemática Educativa, p. 103-129, número especial, 2006.

RADFORD, Luis; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. **Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture**. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

RAMOS, M. N. **A educação profissional pela Pedagogia das Competências: para além da superfície dos documentos oficiais**. Educação & Sociedade, Campinas, v. 23, n. 80, p. 405-427, 2002

RODRÍGUEZ, E.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Los recorridos de estudio investigación en La reformulación didáctica del problema de la metacognición**. In: RUIZ HIGUERAS, L.; ESTEPA, A. C.; GARCIA, F. J. (Org.). Sociedad, Escuela y

Matemáticas: aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico. Jaén: Universidad de Jaén, 2007. p. 481-506.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem!** Bolema, Rio Claro, n. 20, p. 1-16, 2003.

ROSA, M; OREY, D. C. **A etnomatemática como um programa de pesquisa lakatosiano.** In: Congresso Iberoamericano de Educação Matemática – VII CIBEM, 7.; 2013, Montevideo. Anais... Montevideo: Colégio Seminário, 2013. p. 3439 - 3446.

SCHOENFELD. A. H (2000) **Purposes and methods of research in mathematics education.** Notices of the AMS, 47(6), 641-649.

SCHUBRING, G. **O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha.** In: VALENTE, W. R. (Org.). Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil. São Paulo: SBEM, 2003, p. 11-45.

SIERRA, T.A., BOSCH, M. y GASCON, J. (2011). **La formación matemático-didáctica del maestro de Educación Infantil: el caso de «cómo enseñar a contar».** Revista de Educación, 357, 231-256

SILVEIRA, F. L. **A filosofia da ciência de Karl Popper e suas implicações no ensino da ciência.** Caderno Catarinense de ensino de Física, Florianópolis, 6(2): 148-162, 1989.

SILVEIRA, F. L. **Uma epistemologia racional-realista e o ensino da Física.** Tese de doutorado. Porto Alegre: PUCRS, 1992.

SILVER, E., & HERBST, P. (2007). **Teoria na educação em matemática: bolsa de estudos.** Na cidade FK Lester (Ed.), Segundo manual de pesquisa sobre ensino e aprendizagem de matemática (pp. 39-67). Charlotte, NC: Era da Informação.

SKOVSMOSE, O. **Cenários de investigação.** Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

SOUSA, G. C. de. **Ponderações sobre o Uso da História Da Matemática: O Jogo dos Sinais.** BOCEHM, Fortaleza (CE), Ano 01, n. 01, Jan.-Abri., 2014.

SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. Surveying Theories and Philosophies of Mathematics Education. In: SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. **Theories of Mathematics Education Advances in Mathematics Education.** SPRINGER, 2010, pp. 3-32.

SANTOS, R.P.C; Sachs, L. **Etnomatemática E Modelagem Matemática: Uma Busca Por Relações.** Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo/ SP. 2016

SMOLKA, A.L.B. **Sobre significação e sentido: um ensaio – uma contribuição à proposta de Rede de Significações.** In: ROSSETTI-FERREIRA, M.C.; AMORIM, K.S.;

SOARES SILVA, A.P.; ALMEIDA CARVALHO, A.M. (orgs.). **Rede de significações e o estudo do desenvolvimento humano.** Porto Alegre: Artmed. 2004.

STEINER, H-G. **Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução**. Revistas Quadrante, 19–34, Vol. 2 N.º 2 (1993). Obtido de <https://quadrante.apm.pt/index.php/quadrante/article/view/418>.

STEINER, H.-G. (1984b). **The process of mathematization and the social dimensions of mathematics: Epistemological and didactical considerations** (Occasional Paper 41). Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.

TROUCHE, L. **A la recherche d'une méthode d'étude de l'action instrumentée**. In **Actes de l'Université d'été "Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques: quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques?"** (p. 113- 148). Rennes, IREM, 1997.

TROUCHE, L. **Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations**. Document pour l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris VII, Paris, França, 2003.

TROUCHE, L. **Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations**, Recherches en didactique des mathématiques, 25, p. 91-138, 2005.

TROUCHE, L. **Laboratórios de Matemática para o ensino, uma metáfora produtiva**, Conférence invitée, HTEM 5 - V Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática, Recife, Brasil, de 25 a 30 de julho de 2010.

VALENTE, J.A. **Diferentes usos do Computador na Educação**. In: VALENTE, J.A. (org). **Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação**. Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 1993.

VALENTE, J. A. **Diferentes usos do Computador na Educação**. **Revista Brasileira de Informática na Educação**. v.12, n.57, jan/mar,1993.

VALENTE, J. A. **O uso inteligente do computador na educação**. Pátio; revista pedagógica, Porto Alegre: v.1, p. 19-21, maio/jul., 1997.

VALENTE, J. A. **A informática na educação: o computador auxiliando o processo de mudança na escola**. Campinas: Unicamp/NIED, 1999a.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Unicamp/NIED, 1999b

VALENTE, W. R. (org.). D'AMBROSIO, U.: **conversas, memórias, vida acadêmica, orientandos, educação matemática, etnomatemática, história da matemática**, inventário sumário do arquivo pessoal. São Paulo: Annablume, 2007

VALENTE, J. A. **O uso inteligente do computador na educação**. Revista Pátio, Porto Alegre, ano 1, n. 1 p.19- 21, 1997. Acesso em 15 ago. 2010.

VALENTE, W. R. (2013). **Oito temas sobre história da educação matemática**. REMATEC, 8(12), 22-50. Natal - RN.

VALENTE, W. R. (2012). **Por uma história comparativa da educação matemática**. Cad. Pesqui, 42(145), 162-179. São Paulo - SP. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/cp/v42n145/10.pdf>>

VASCONCELOS, M. B. F. **A contextualização e o ensino de matemática: Um estudo de caso**. Dissertação de Mestrado, João Pessoa, Universidade Federal da Paraíba. 2008.

Vergnaud, G. (1990). **La Theorie des Champs Conceptuels** RDM, V10, N23.

VIANNA, C. R. **História da Matemática, Educação Matemática: entre o Nada e o Tudo**. Revista Bolema. Rio Claro (SP): EDUNESP, 2010.

VIEIRA, G. M. **Estratégias de “contextualização” nos livros didáticos de matemática dos ciclos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado da Faculdade de Educação, Belo Horizonte, UFMG. 2004.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. The collected works of L. S. Vygotsky. **Problems of general psychology** (R. Rieber & A. Carton, Ed.). Translation of Soberine Sochinenii. New York: Plenum, 1987. v.1.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. COLE, Michael; et al. (Org.), Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998a. (coletânea de ensaios publicados originalmente em russo entre os anos de 1930 a 1935).

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jefferson Luiz Camargo. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998b. (originalmente publicado em russo, em 1934).

VYGOTSKY, L. S. (1998). **A Formação Social da Mente: o Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores**. Editora Martins Fontes, São Paulo, 1998.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in Society – The Development of Higher Psychological Processes**. Cambridge MA: Harvard University Press, 1978.

WAGNER. R. R. **A relação dos professores de Matemática com o processo de transposição didática: apoios na interdisciplinaridade na contextualização e na complexidade do saber**. Dissertação de Mestrado, Ponta Grossa, Universidade Estadual de Ponta Grossa. 2006.

10 ANEXOS

Anexo 1

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

Disciplina: TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
 Créditos: 3.0

Ementa: Promover seminários sobre as tendências em Educação Matemática com relação à pesquisa e sua aplicação nos diversos níveis de ensino com vistas a subsidiar os alunos interessados em pesquisar sobre Educação Matemática, de elementos norteadores para tal investigação.

Bibliografia:

BICUDO, M A V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. Editora Unesp. São Paulo, 313 p. 1999.

BICUDO, M. A. Viggiani. Pesquisa em Educação Matemática. Proposições, V.4, n.1 [10], 18-23. 1993.

BRITO, M. R.F. et all. Um estudo exploratório sobre as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático. IN: Proposições, V.5, n.1 [13], 37 - 44. 1994.

D'Ambrósio, U. Educação Matemática: uma visão do estado da arte. V.4, n.1 [10], 7-17. 1993.

GONZÁLES, F. E. Metacognición y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos. Zetetiké. V.6, n.9, 59-87, 1998.

LORENZATO, S. e VILA, M. C. Século XXI: qual Matemática é recomendável? Zetetiké. Ano 1 n.1, 41-49, 1993.

MIORIM, M. A Introdução à história da Educação Matemática. Editora Atual, São Paulo, 121p. 1998.

SILVA, M.R.G.da. Prática Pedagógica do professor-pesquisador em Matemática: análises de observações de aula. Zetetiké. V.4, n.5, 77-88, 1996.

SOUZA, A C. C. de. História, sentidos matemáticos e constructos reflexivos matemáticos: questões sobre Educação Matemática. Zetetiké. Ano 3, n.3, 41-62, 1995.

Anexo 2

(Resumo apresentado por uma das equipes, quando da discussão das Tendências em Educação Matemática)

MODELAGEM MATEMÁTICA

Livro: Modelagem em Educação Matemática

Artigo Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições Teóricas

Dissertação: CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E SUBSÍDIOS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: QUATRO MANEIRAS DE COMPREENDÊ-LA NO CENÁRIO BRASILEIRO

Autores: João Frederico da Costa de A. Meyer (Joni), Ademir Donizeti CALDEIRA. Ana Paula dos Santos Malheiros.

Capítulos

- I. Da Matemática à Modelagem
- II. Modelagem e cotidiano escolar
- III. Modelagem e sala de aula
- IV. A Modelagem na Educação Matemática

- I. Da Matemática à Modelagem

- “Acreditamos ser importante contextualizar a Matemática para poder falar sobre seu ensino e sua aprendizagem, sem desconectar uma coisa da outra. Nesse cenário, o tempo também tem que ser considerado.”
- “A maioria das pessoas não consegue relacionar a matemática nem com outras ciências e muito menos com situações de seus cotidianos, porque foi criado um universo à parte, ou seja, para elas, a Matemática não está presente em outros contextos.
- “Na Modelagem, esse sistema tem de ser mudado. Não se deve mais assistir aos objetos matemáticos, mas manipulá-los, porque rompemos com a concepção de

que o professor ensina e passamos a acreditar na ideia de que o conhecimento não está somente nem no sujeito nem no objeto, mas na sua interação.”

- “Em Modelagem não é assim. O sujeito do processo cognitivo é o aprendedor, é o aluno. Cada pessoa constrói o seu conhecimento, o sujeito atribui significados pelos próprios meios.”
- “O primeiro passo a ser dado para se trabalhar com Modelagem é reconhecer a existência de um problema real,”

Cinco momentos para o processo de Modelagem

- 1) Determinar a situação;
- 2) Simplificar as hipóteses dessa situação;
- 3) Resolver o problema matemático decorrente;
- 4) Validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente;
- 5) Definir a tomada de decisão com base nos resultados.

Modelagem e cotidiano escolar

- “Na Modelagem ao invés de se dar uma pergunta para o aluno, em que ele vai ter de usar predeterminada ferramenta matemática para garantir a obtenção de resposta, o aluno faz a pergunta para si e para os outros.”
- “É por isso que não consideramos a Modelagem como um método que serve para legitimar algum currículo rígido. A Modelagem é uma perspectiva de educar matematicamente,”
- Para entenderem a origem da Modelagem e sua inserção no currículo, e defenderem que Modelagem e Matemática consolidam-se e vinculam-se às questões sociais, os autores detalham, em seções curtas, exemplos de algumas situações-problema, explicitando o que entendem por Matemática (Pura e Aplicada) e por aplicações na (Educação) Matemática, cuidando de apresentar e discutir estratégias pedagógicas, riscos e inseguranças que podem vir à tona quando se opta por uma ação parametrizada pela Modelagem.

Modelagem e sala de aula

- Defendem os autores que a formação de professores de Matemática, na perspectiva da Modelagem, passa pelo questionamento do direito de se universalizar o particular, de igualar diferenças e pretender abarcar a totalidade já que nem sempre o processo de ensino e aprendizagem pautado na Modelagem implicará em sucesso inquestionável.
- No item Modelagem e Práticas Docentes os autores refletem sobre experiências que vivenciaram com estudantes, apresentando alguns exemplos que revelam como a modelagem, numa perspectiva crítica, foi (e, portanto, pode ser) desenvolvida nas salas de aula.

A Modelagem na Educação Matemática

- “Entre a grande gama de perspectivas e pesquisas existentes acerca da Modelagem, existem aquelas que investigam sua aproximação ou seu distanciamento com a Etnomatemática.
- “Desta maneira, entendemos que, na perspectiva de ver a Modelagem apenas como um método para cumprir um currículo homogêneo e padronizado, a Etnomatemática e a Modelagem são “água e óleo” (Scadiuzzi, 2002), enquanto a Etnomatemática procura “entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizando em diferentes grupos de interesse, comunidades povos e nações” (D’Ambrósio, 2001 p. 17), a Modelagem, vista sob a perspectiva de método para justificar determinado currículo já preestabelecido dificilmente se misturaria ao saber/fazer contextualizado em diferentes grupos de interesse.
- As Matemáticas devem estar intimamente relacionadas à cultura, de modo a compor caminhos que conduzam os indivíduos a (re)pensar e compreender a relação entre conhecimentos matemáticos, práticas e vivências - e o modo esclarecedor com que são feitas aproximações entre Modelagem e Educação Ambiental, Modelagem e Educação Matemática Crítica, Modelagem e Pedagogia de Projetos, e Modelagem e Tecnologias da Informação e Comunicação.

Anexo 3

(Resumo apresentado por uma das equipes, quando da discussão das Tendências em Educação Matemática)

Livro 2 Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas

Autores: Tiago Emanuel Kluber e Dionísio Burak

Enfoca as concepções de quatro autores que desenvolvem trabalhos com modelagem matemática, sendo eles:

- Burak (1987, 1992, 1998 e 2004),
- Biembengut (1990 e 1999),
- Caldeira (2004 e 2005)
- e Barbosa (2001, 2003 e 2004).

Autores	Concepção de Modelagem (1)
Barbosa	“Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.”
Biembengut	“processo que envolve a obtenção de um modelo.”
Burak	“conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões.”
Caldeira	Concepção de Educação Matemática, constituindo-se em “um <i>sistema de aprendizagem</i> ”.
Autores	Embasamento teórico em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática (2)
Barbosa	Educação Matemática Crítica.
Biembengut	Não explicita a sua compreensão em relação às teorias de ensino e de aprendizagem.
Burak	Orientação cognitivista: construtivista, aprendizagem significativa e sociointeracionista.
Caldeira	Educação Matemática Crítica.

Autores	Relação entre (1) e (2)
Barbosa	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.
Biembengut	A não adoção de uma teoria tende a permanecer como foco principal da matemática e suas estruturas.
Burak	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.
Caldeira	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.

Autores	Encaminhamentos do trabalho prático com a modelagem
Barbosa	Não sugere etapas – o convite é feito pelo professor aos alunos, para que estes aceitem ou não participar das atividades. O encaminhamento inicial é feito pelo professor e o desenvolvimento parece ocorrer em uma perspectiva antropológica. Isto é, em virtude das necessidades oriundas das próprias atividades.
Biembengut	Sugere etapas de acordo com o processo da modelagem, que possui como objetivo a obtenção de modelo. As etapas seguem os modelos usuais da modelagem, utilizados na matemática aplicada.
Burak	Sugere etapas que inicialmente estavam fundamentadas na orientação da matemática aplicada. Posteriormente, as etapas foram reformuladas em decorrência de dois princípios: 1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de dados do ambiente em que se localiza o interesse do grupo (influências antropológicas). Essa mudança se fez no âmbito da concepção de ensino, de aprendizagem, de educação e da própria matemática.
Caldeira	Não sugere etapas – como a modelagem é considerada um sistema, ela pode assumir diferentes encaminhamentos de acordo com as necessidades para o desenvolvimento do trabalho. A posição do autor também parece desenvolver-se em uma perspectiva antropológica.

Autores	Abordagem dos conteúdos matemáticos
Barbosa	Os problemas é que determinam os conteúdos a serem estudados.
Biembengut	Os problemas são abordados de acordo com os conteúdos programáticos.
Burak	Os problemas é que determinam os conteúdos a serem estudados.
Caldeira	Os problemas é que determinam os conteúdos a serem estudados.
Autores	Opção por níveis de ensino
Barbosa	Não faz explicitamente. A leitura dos trabalhos enseja o trabalho no ensino fundamental e médio e a formação de professores.
Biembengut	Faz explicitamente. A leitura das produções enseja, inicialmente, o trabalho no ensino fundamental e médio e a formação de professores. Porém, como permanece a característica da construção de modelos, essa concepção de modelagem é, em nosso entendimento, mais apropriada ao ensino superior.
Burak	Faz explicitamente. A leitura permite afirmar que o trabalho é prioritariamente direcionado à educação básica e à formação de professores.
Caldeira	Não faz explicitamente. Entretanto, as leituras permitem afirmar que o trabalho se desenvolve no âmbito da educação básica: educação infantil, ensino fundamental e médio; e da formação de professores.

Anexo 4

(Resumo apresentado por uma das equipes, quando da discussão das Tendências em Educação Matemática)

Livro 3 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E SUBSÍDIOS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: QUATRO MANEIRAS DE COMPREENDÊ-LA NO CENÁRIO BRASILEIRO

Autora: Vilma Candida Bueno

- O estudo foi focado em quatro pesquisadores de Modelagem Matemática.
 1. Biembengut
 2. Burak
 3. Barbosa
 4. Bean

➤ Biembengut

Na ótica desta autora, a Modelagem Matemática tem por finalidade compreender melhor a situação-problema analisada e trabalhar na direção da melhor simplificação possível usando o conteúdo matemático disponível, ou seja, modelar consiste em “chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que leve a solução ou permita a dedução de solução” (BIEMBENGUT & HEIN, 2003, p. 14).

➤ Burak

De acordo com a concepção de Burak (1992, p. 62), a Modelagem Matemática “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”.

➤ Barbosa

De acordo com Barbosa (2001, 2007, 2008), a Modelagem Matemática pode ser concebida como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar por meio da Matemática, situações com referência na realidade (BARBOSA, 2001, 2007, 2008).

➤ Bean

Bean (2009), afirma que a modelagem é uma atividade humana na qual uma parte da realidade está conceitualizada, de forma criativa, com algum objetivo em mente. O cerne da modelagem reside no recorte e na formulação de um isolado, ou seja, na conceitualização de um fenômeno com fundamento em premissas e pressupostos que remetem tanto ao fenômeno quanto aos objetivos do modelador. (p. 91).

Concepção Estudioso	Objetivos para fazer Modelagem Matemática na sala de aula
Biembengut	<ul style="list-style-type: none"> _ Ensinar conteúdos matemáticos; _ Ensinar ao aluno a fazer pesquisas sobre assuntos de seu interesse; _ Promover a criatividade e um bom conhecimento matemático; _ Dar maior aplicabilidade à Matemática; _ Integrar a Matemática a outras áreas do conhecimento; _ Despertar maior o interesse pelo ensino e aprendizagem nos estudantes.
Burak	<ul style="list-style-type: none"> _ Contextualizar os conteúdos matemáticos – entendidos aqui como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos, sejam eles o social, o econômico, o cultural; _ Integrar a Matemática com outras áreas do conhecimento; _ Favorecer o trabalho em grupo; _ Romper com a visão linear do currículo – se constitui em umas das características mais importantes da modelagem, pois com ela não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário; _ Despertar nos estudantes a habilidade de comparar e relacionar os fenômenos do cotidiano com a Matemática e assim fazer uso de suas ferramentas, de suas linguagens, fazer previsões e a tomar decisões.

Barbosa	<ul style="list-style-type: none"> – Potencializar a intervenção dos estudantes nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações matemáticas; – Alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas a partir de uma análise sobre o papel dos modelos matemáticos nas ciências e na sociedade, de onde extraem implicações para as práticas pedagógicas; – Desenvolver nos estudantes habilidades para reconhecer, compreender, analisar e avaliar exemplos de usos da Matemática na sociedade; – Desenvolver nos estudantes a percepção do caráter cultural da Matemática; – Teorizar as implicações dos estudos críticos sobre o papel da Matemática na sociedade, ou seja, oportunizar a reflexão sobre o poder formatador da matemática (priorizado pelo autor).
Bean	<ul style="list-style-type: none"> – Promover a criação de uma consciência de valores das práticas sociopolítico-culturais fundamentadas em premissas e pressupostos; – Promover nos estudantes a capacidade de nortear atividades de forma compatível com as necessidades, os interesses e as aspirações. Ou seja, ensiná-los que é necessário, além de ajustar os modelos, questionar as premissas, pressupostos e valores que os fundamentam e, se não são adequados, propor premissas e/ou pressupostos diferentes; – Promover a capacidade tanto de reproduzir quanto criar, ou seja, transformar situações da realidade.

Ativar o

Relações entre as múltiplas concepções de Modelagem

Autores	Relação entre (1) e (2)
Barbosa	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.
Biembengut	A não adoção de uma teoria tende a permanecer como foco principal da matemática e suas estruturas.
Burak	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.
Caldeira	A adoção da teoria possibilita deslocar o foco de permanência da visão matemática para uma visão dialógica em relação ao ensino e à aprendizagem.

Referencias

<https://grupoautentica.com.br/autentica/colecoes/16>

<https://psicoativo.com/2016/07/as-7-principais-escolas-de-pensamento-da-psicologia.html>

MEDEIROS, Cleide Farias. MEDEIROS, Alexandre. O método da falsa posição na história e na educação matemática. Revista em ciência e educação, v.10, n.3. p 545 – 557, 2004.

SILVA, I.C. NASCIMENTO, S.J. PEREIRA, C.A.C, Estudando equação do 1º grau por meio do uso de fontes históricas: O papiro de Rhind. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, V.02 nº 06, 37-48. (2015).

SRIRIMAN. B. Theories of Mathematics Education1: A global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research

RADFORD. L. Theories in Mathematics Education: A Brief Inquiry into their Conceptual Differences. 2008. Canadá

SADOO, A. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. Revista Amazônia

Schoenfeld, A. Research methods in (mathematics) education Pelman

MAIOLI, M. A contextualização na matemática do Ensino Médio. Tese de Doutorado, São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2012.

Anexo 5

(Resumo preliminar das produções textuais dos alunos participantes do PEP)

A INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DE PROGRAMAS DE PESQUISA

Alunos participandtes do PEP ²⁸

RESUMO

O presente artigo objetiva caracterizar a perspectiva Informática na Educação Matemática sob a ótica da metodologia dos programas de pesquisa (LAKATOS, 1978). Realizamos uma revisão bibliográfica das investigações acerca da supracitada perspectiva publicadas nos últimos dez anos (2008-2018) no periódico Boletim Educação Matemática - BOLEMA. Identificamos à Informática na Educação Matemática três categorias de estudos: formação docente matemática face à informática e softwares e programas no ensino e na aprendizagem da matemática. Os cinturões protetores são as noções elementares às categorias supracitadas, as respectivas regras heurísticas que regem o curso das investigações e seus núcleos firmes como as ideias fundamentais, premissas maiores que fornecem subsídios teóricos aos programas.

QUESTÃO PROBLEMA:

Admitindo a informática na educação matemática e educação estatística como programas de pesquisa (lakatos,1977), em que termos (até que ponto) esses programas se relacionam?

OBJETIVOS:

- ✚ Caracterizar a constituição dos programas de pesquisa informática na educação matemática e educação estatística em nível nacional.

²⁸ Discente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará; e os Diretores de estudo do PEP.

- ✚ Especificar as condições gerais (enunciados, princípios, fundamentações) que sustentam os programas de pesquisas.
- ✚ Identificar as condições específicas nas quais os referidos programas de pesquisa se estabelecem.
- ✚ Analisar as heurísticas que conduzem os programas de pesquisa.
- ✚ Identificar em que termos os respectivos programas de pesquisa relacionam-se.

METODOLOGIA

- ✚ Identificar os grupos que realizam pesquisas sobre informática na educação matemática e educação matemática em nível nacional.
- ✚ A sociedade brasileira possui grupos de trabalho para cada perspectiva da educação matemática. Identificamos a existência de dois grupos de trabalho que discutem informática e educação estatística (gt - nº 06 educação matemática: novas tecnologias e educação à distância e gt - nº 12 educação estatística).
- ✚ Nesses grupos, faremos um levantamento das produções nos últimos cinco anos acadêmicas dos pesquisadores (artigos publicados em periódicos, teses e dissertações) sobre as respectivas temáticas, disponíveis nos currículos lattes de cada um.

PROCESSOS

Analisaremos as produções do respectivo grupo de pesquisadores e modelaremos a análise a partir da noção de programa de pesquisa, indicando as seguintes categorizações:

1. O que se pode considerar com “cinturão protetor” do programa de pesquisa?
2. Quais heurísticas orientam os encaminhamentos do referido programa de pesquisa?
3. Sob quais “núcleos firmes” os programas se sustentam?
4. Em que termos ambos programas de pesquisa se relacionam?

PADRÃO DE UM PROGRAMA DE PESQUISA (LAKATOS, 1977)

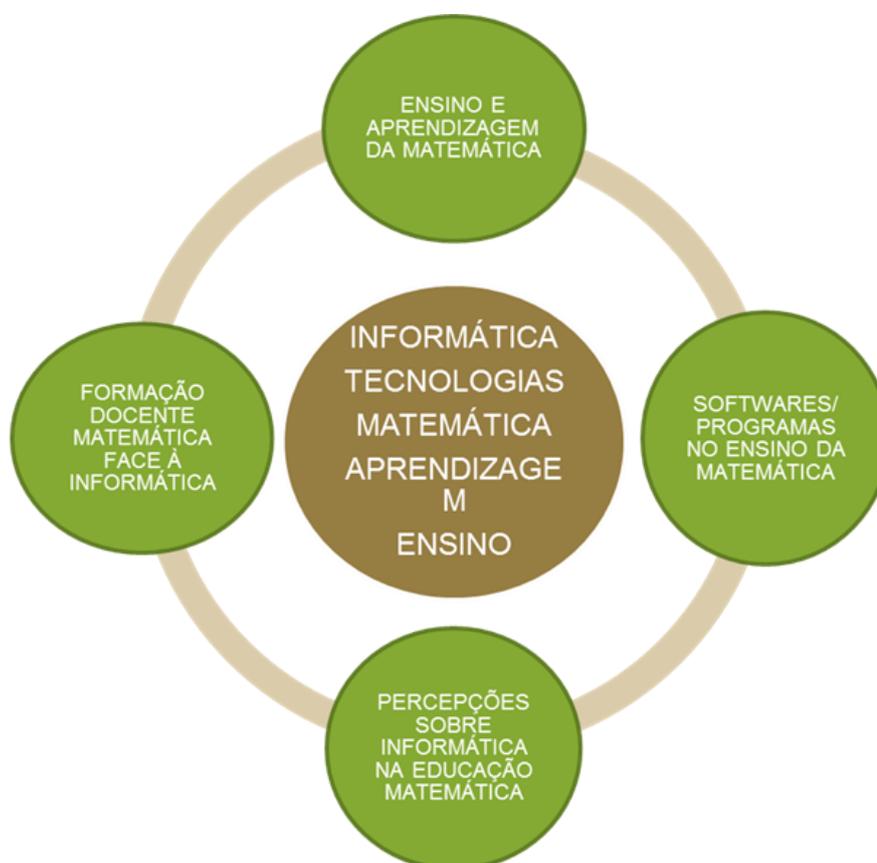
NUCLEO FIRME: Hipótese geral, ideia maior, teoria, princípios, etc, assumidos como irrefutáveis. e que governam o programa.

CINTURÃO PROTETOR: hipóteses auxiliares, modelos, métodos, perspectivas nas quais se resguarda o núcleo firme

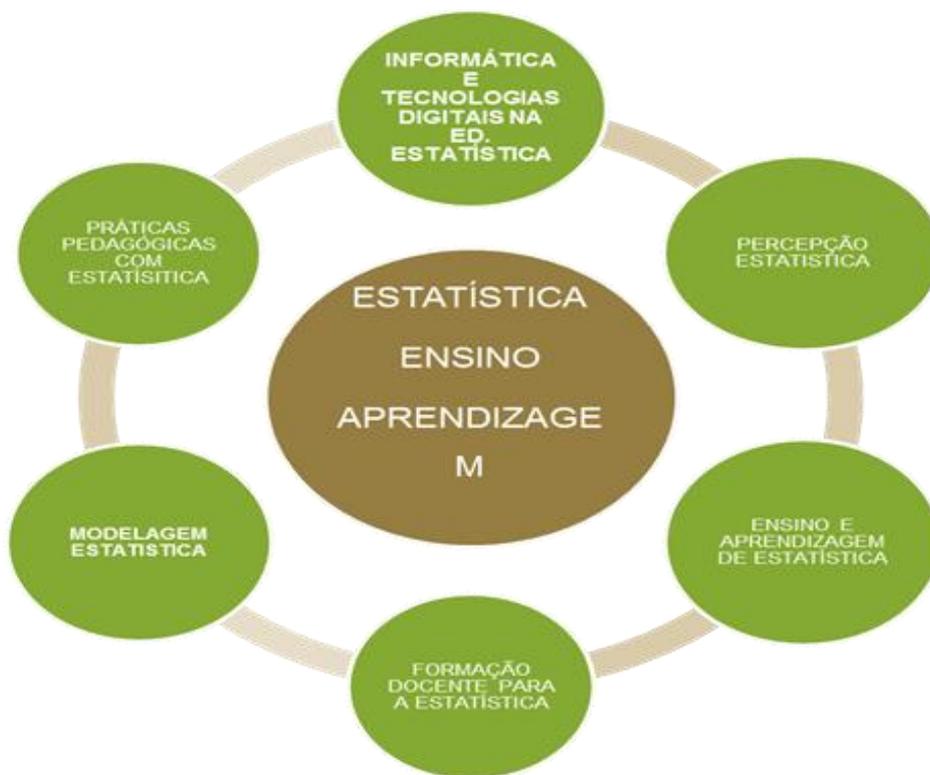
HEURÍSTICA NEGATIVA: Premissas que o programa deve assumir/admitir para seguir para proteger/corroborar o núcleo firme.

HEURÍSTICA POSITIVA: adequa os fatos ao programa, orienta os cursos que o programa necessita ou deve tomar, corrige eventuais desvios de foco ou anomalias.

PROGRAMA DE PESQUISA INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL



PROGRAMA DE PESQUISA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NO BRASIL



Anexo 6

(Resumo preliminar das produções textuais dos alunos participantes do PEP)

**MODELAGEM E ETNOMATEMÁTICA COMO PROGRAMA DE PESQUISA SOB A
PERSPECTIVA LAKATOSIANA**

Alunos participandtes do PEP ²⁹

RESUMO

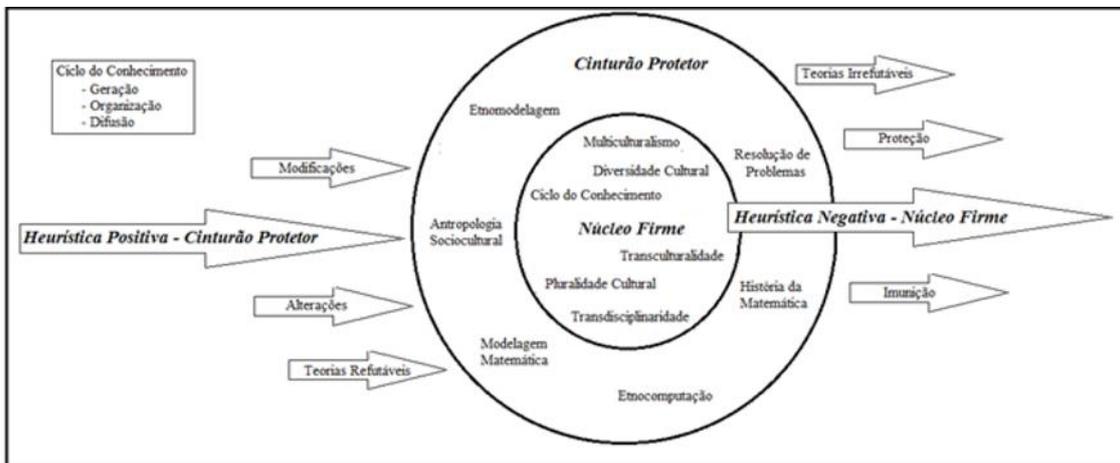
No presente trabalho enunciamos as relações entre as teorias em desenvolvimento da Educação Matemática, mais particularmente a Modelagem Matemática e a Etnomatemática. Para tanto buscaos mostrar a Modelagem Matemática como cinturão da Etnomatemática, evidenciando as relações existentes entre elas, no sentido da epistemologia de Lakatos (1979). De acordo com D’Ambrósio (1993) apud Rosa e Orey (2014) a Etnomatemática é um Programa de Pesquisa no sentido Lakatosiano, pois a metodologia desse programa é ampla, focalizando a geração, produção, organização, transmissão e difusão do conhecimento desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos, mostrando-se em constante movimento no processo evolutivo em qual a sociedade vêm evoluíndo.

1. Modelagem Matemática como cinturão da Etnomatemática

²⁹ Mestrandos do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará; e os Diretores de estudo do PEP.

PARA ILUSTRAR :

Figura 1 : a Etnomatemática como Programa de Pesquisa na concepção de Orey e Rosa (2014).

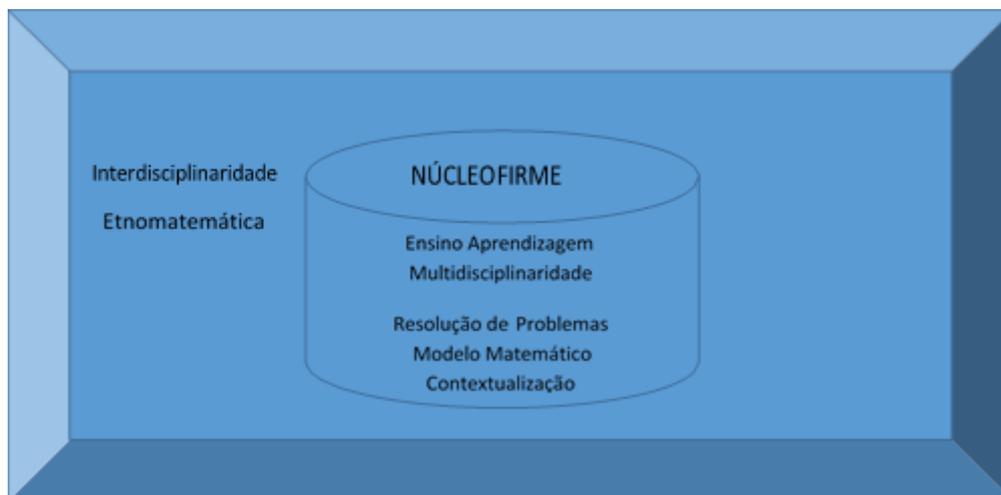


Fonte: Orey e Rosa (2014, p.)

2. A Modelagem Matemática como um programa de pesquisa segundo a perspectiva de Burak

A Modelagem Matemática como Subprograma de Pesquisa

Representação Inicial da proposta do artigo, na tentativa de ilustrar a Modelagem Matemática como cinturão da Etnomatemática



Referências

- BASSANEZI, Rodney C. Modelagem Matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. Biomatemática, 1999.
- BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel; DA CAPE, Bolsita. Modelagem matemática na educação básica: uma trajetória. IX ENEM-Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte: Anais, p. 1-19, 2007.
- BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a sala de aula. Encontro paranaense de modelagem em Educação Matemática, v. 1, p. 1-10, 2004.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática-elo entre tradições e a modernidade. 2º ed. Belo Horizonte: Autentica, 2005.
- KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Uma Metacompreensão da Modelagem e da Etnomatemática na Educação Matemática. Currículo sem Fronteiras, v. 14, n. 1, p. 260-278, 2014.
- KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; GIONGO, Ieda Maria; DUARTE, Claudia Glavam. Etnomatemática em Movimento. Autêntica, 2012.
- MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo e al. Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.
- ROSA, Milton. OREY, Daniel Clark. Aproximações Da Etnomatemática Como Programa de Pesquisa De Lakatos. Encontro de Etnomatemática Do Rio De Janeiro. Niterói, de 25 a 26 de setembro de 2014.
- ROSA, Milton. Educação matemática: algumas considerações e desafios na perspectiva etnomatemática. X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador- Ba, 2010.
- STURTEVANT, William Curtis. O que é Etnomatemática. Disponível em: <<http://www.ufrj.br/leprans/arquivos/etno.pdf>>. Acesso em: 2 de jan. 2019.

Anexo 7

(Resumo preliminar das produções textuais dos alunos participantes do PEP)

**RELAÇÕES ENTRE ETNOMATEMÁTICA E MODELAGEM NO CONTEXTO DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA LAKATOSIANA**

Alunos participandtes do PEP ³⁰

RESUMO

O presente artigo visa identificar as relações entre a Etnomatemática e a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática sob a perspectiva lakatosiana. Identificaremos também os aspectos que caracterizam o programa de pesquisa Educação Matemática e os subprogramas de pesquisa Etnomatemática e Modelagem Matemática como um programa de pesquisa lakatosiano.

³⁰ Mestrandos do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará; e os Diretores de estudo do PEP.

Anexo 8

(Resumo preliminar das produções textuais dos alunos participantes do PEP)

**A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO UM PROGRAMA DE PESQUISA
LAKATOSIANO**

Alunos participandtes do PEP³¹

RESUMO

A História da Matemática possui várias dimensões que podem ser associadas ao programa de pesquisa Lakatosiano, como a História e Epistemologia da Matemática, a História da Educação Matemática, História para o Ensino de Matemática e a Filosofia da Matemática que fazem parte do núcleo firme História da Matemática. O principal objetivo é apresentar a História da matemática como um programa de pesquisa lakatosiano, explorando e ampliando o programa com um conjunto de teorias que possibilitem decisões metodológicas. De acordo com as possibilidades decidimos lançar uma resposta para nossa inquietação: Quais aspectos que caracterizam a História da matemática como um programa de pesquisa na perspectiva de Lakatos? Desse modo, apresentamos um ensaio da História da Matemática como programa de pesquisa Lakatosiano.

Palavras-Chave: História da Matemática; Programa de pesquisa; Epistemologia.

Organização estrutural do artigo.

INTRODUÇÃO

1. História da Matemática e suas Dimensões
2. História e Epistemologia da Matemática
 - 2.1 História da Educação Matemática
 - 2.2 2.3 História para o Ensino de Matemática
3. A conexão da história da matemática e o programa de pesquisa Lakatosiano

³¹ Discente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará; e os Diretores de estudo do PEP.

REFERÊNCIAS

WICHNOSKI, Paulo. KLUBER, Tiago Emanuel. Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação matemática. REVMAT. Florianópolis (SC), v.10, n. 1, p. 65-80, 2015.

Métodos de pesquisa / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira ; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. <https://dwh.com.br/pt-br/brasil-financiamento-de-pesquisa>

LABURU, C.E. ARRUDA, S. M. NARDI, R. Os programas de pesquisa de lakatos: uma leitura para o entendimento da construção do conhecimento em sala de aula em situações de contradição e controvérsia. In: CIÊNCIA & EDUCAÇÃO. Acesso em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v5n2/a03v5n2.pdf>

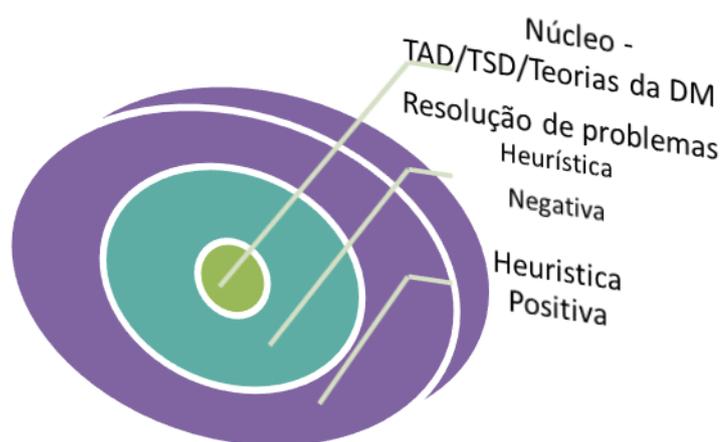
Anexo 9

(Resumo preliminar das produções textuais dos alunos participantes do PEP)

Educação Matemática e Didática da Matemática na perspectiva Lakatosiana

Alunos participandtes do PEP³²

Ao tomarmos como exemplo a Didática da Matemática, temos inerente a ela a Resolução de Problemas, em seus cinturões temos as teorias que a compõe, como a Teoria das Situações Didáticas (TSD), Teoria Antropológica do Didático (TAD), Teoria dos Campos Conceituais (TCC), Registros De Representação Semiótica (RRS); a Heurística Negativa é formada pelas noções de Transposição Didática, obstáculos, situação fundamental, sequência didática, já a Heurística Positiva é dada pela noção de Percurso de Estudo e Pesquisa, Engenharia Didática, Atividade de Estudo e Pesquisa (pois sofrem modificações para aprimoramento das ações desenvolvidas no âmbito da teoria). Para ilustrar essas questões temos a figura a seguir, para melhor explicitar essas relações.



Fonte: Autores

³² Discente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará; e os Diretores de estudo do PEP.

Anexo 10

(RELATORIO SEMESTRAL – produzido pela Discente X20, sobre o transcurso da disciplina)



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E MATEMÁTICAS

RELATORIO SEMESTRAL

DISCIPLINA: TENDÊNCIA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PROFESSOR: JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES / ALINE MIRANDA

DISCENTE: XXXX

INTRODUÇÃO

Para continuar a formar professores em matemática, a disciplina “Tendências em educação matemática” é ministrada pelo professor José Messildo aos estudantes de pós-graduação em educação matemática no INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA (IEMCI). Este curso começou dia 20 de agosto e terminará dia 17 de dezembro 2018. Então, o professor Messildo nos pediu desde o primeiro dia para escrever um relatório de cada aula em nosso caderno.

A educação matemática tem como objetivo transmitir habilidades matemáticas, na maioria das vezes explicando e aplicando métodos científicos. Esse ensino tem sido objeto de muito debate nas sociedades modernas. Portanto, existem muitas metodologias desenvolvidas nessa área para desenvolver uma didática eficaz no ensino de matemática.

Assim, o objetivo desta disciplina é identificar as contribuições de cada tendência em nosso treinamento, porque cada um de nós é afiliado a uma e a troca de ideias terá um impacto positivo para todos no desenvolvimento de projetos de pesquisa. Este relatório tem como foco de mostrar as contribuições feitas por cada um dos seminários e minicursos em nossa aprendizagem.

20/08/2018

Durante esta primeira aula, o professor José Messildo e uma estudante de doutorado procederam à apresentação dos pontos que iriam ser desenvolvidos nesta disciplina do período de agosto até dezembro.

O objetivo desta disciplina foi mostrar a importância de cada das tendências na formação dos professores das matemáticas, favorecer o intercâmbio, num sentido em que nós ajudamos mutuamente.

As aulas realmente começaram e sabemos segundo o que disse o professor, elas vão ser assim organizadas: cada estudante deve obrigatoriamente escrever um relatório em seu caderno depois cada aula e que deve se entregar num relatório final ao último dia; haverá minicursos a administrar em sala de aula por grupos de diferentes tendências e na licenciatura por estudantes de mesma tendência; seminários todas as segundas-feiras e um artigo final a entregar. O cronograma ainda não está bem definido porque nós ainda não sabemos a data exata das apresentações dos seminários e minicursos.

Além disso, o professor falou conosco sobre aspectos de uma crítica dizendo: “para criticar, tem que conhecer”. Então, nós devemos compreender quando criticamos, precisamos ter elementos justificativos, temos que pensar à problemática e também devemos ter uma proposta. Isto é, temos que entender de certa forma o assunto em que teremos a debater.

Esta disciplina vai ajudar cada um de nós, de um lado a adquirir novos conhecimentos nas trocas de ideias entre estudantes de uma tendência para a outra e na leitura dos textos. Tudo isso permitira ter uma visão mais larga no campo da educação matemática assim como ensinar melhor. De outro lado, ela será muito útil na conceptualização e na elaboração da pesquisa de cada um porque ela vai permitir avançar passo a passo, corrigir os erros e resultar em um trabalho efetivo.

27/08/2018

Como o professor Messildo estava ausente, foi Aline que presidiu a aula do dia 27 de agosto de 2018.

Ela nos pediu de falar sucintamente sobre nosso projeto de pesquisa. Cada um de nós apresentou seu pré-projeto e Aline fez os comentários necessários. Desta maneira, ela nos classificou de acordo com a nossa tendência. Depois, ela nos falou sobre a organização da disciplina, sua importância na evolução de cada projeto de pesquisa, depois ela nos deu um endereço de e-mail para fazer perguntas relativas à disciplina. Assim a aula foi muito divertida e teve agrupamento de debate por tendência para compartilhar ideias e conhecimentos relativos a tendência matemática.

10/09/2018

Nesse dia, o objetivo do curso era que cada grupo começasse a preparar seu minicurso. Desta forma, o professor Messildo passou para nós os materiais de referência para que cada grupo pudesse começar a prepará-lo.

Após as recomendações do professor sobre como proceder, se iniciou um debate na sala para que cada grupo esteja pronto para apresentar na semana seguinte.

Assim, para a semana seguinte, nosso grupo tinha que apresentar respectivamente um ponto dos capítulos II e III do livro: " Matemática aplicada à administração " de Sonia Beatriz Teles Drews e Pedro Augusto Pereira Borges, no qual o professor Messildo nos pediu para preparar duas tarefas usando economia relacionada à vida cotidiana. A primeira constitui em usar uma função discreta e, a outra, uma função contínua, mostrando a noção de derivada.

O meu grupo não teve tempo para finalizar o trabalho na sala, por isso, marcamos um horário para terminar o trabalho de forma que nós estejamos prontos para a apresentação.

17/09/2018

Foi o dia das apresentações dos grupos sobre: a) O Método Da Falsa Posição; b) Sistema funcional; c) Matemática Aplicada à Administração; e d) Análise de textos (categorização) sobre modelagem e etnomatemática. Cada grupo contribuiu para que todos os outros pudessem se beneficiar dele.

Teve um grupo cujos alunos apresentaram um artigo sobre "Falsa Posição" em educação matemática. O artigo tem como título: "O Método Da Falsa É Na História E Na Educação Matemática", cujos autores são Cleide Farias de Medeiros e Alexandre Medeiros.

O que eu entendi do que eles apresentaram foi que esse método é uma ferramenta educacional muito importante na educação matemática, especialmente quando está relacionado às suas origens históricas, abordagens e associações com geometria e geometria analítica. Este método consiste essencialmente em um procedimento de teste e erro. Considera-se uma alternativa viável à educação introdutória. Apontando para as raízes históricas do método, o texto procura destacar as origens, as aplicações e as diferentes formas de visualizar este procedimento iterativo, desde a manipulação de materiais concretos, por meio de aplicações geométricas, até alcançar a computação numérica como um dos procedimentos iterativos na resolução de equações lineares.

Os demais grupos apresentaram sujeitos com modelagem e etnomatemática, e, o grupo ao qual faço parte apresentou dois exercícios do livro. Os objetivos desses exercícios foram facilitar a compreensão da noção de função discreta / contínua resolvendo problemas simples relacionados à economia, para trazer a noção de derivada, desenhar e analisar um gráfico.

Estas apresentações terão um impacto positivo no campo da minha pesquisa, porque me ajudarão a nível metodológico para estabelecer minhas ideias e ter mais conhecimentos no campo da educação matemática.

24/09/2018

Esse dia foi a apresentação de um artigo de um dos grupos sobre a teoria da educação matemática, intitulado " Theory of Mathematics Education (TME) " escrito em 1985, por Hans Georg Steiner um dos pioneiros do desenvolvimento moderno da educação matemática e seu estabelecimento como disciplina científica.

Os estudantes do grupo fizeram o balanço dos tópicos do artigo discutindo sobre diferentes pontos de vista de alguns autores e suas contribuições na teoria da educação matemática.

Entre os pontos importantes discutidos, o grupo debate a visão de Kuhn na qual a educação matemática está próxima da ciência normal devido à inter-relação entre teoria versus prática e problema da interdisciplinaridade e sua importância na República Federal da Alemanha entre 1960 e 1975. De acordo com a concepção teórica de desenvolvimento de Kuhn, isso significa que a educação matemática é um campo de pesquisa que deve ser medido usando uma escala que vai desde atividades preparadigmáticas, passando por ciências multiparadigmáticas, até monociências paradigmáticas. O papel da educação matemática como uma ciência na universidade também foi discutido, o objetivo mais geral de uma universidade do nosso tempo seria integrar o conhecimento de diferentes disciplinas e contribuir para uma compreensão global da realidade. Uma parte do artigo foi discutida neste dia e, durante as discussões, houve a participação demais estudantes. O professor Messildo e Aline também interagiram para fornecer algumas explicações apropriadas. Foi muito instrutivo.

01/10/2018

Foi a continuidade do texto Teoria da Educação Matemática que começou a semana passada e o início da apresentação do texto Metapesquisa.

Em primeiro lugar, o grupo que discutiu sobre a teoria da educação matemática desenvolveu os tópicos das teorias locais e interdisciplinaridade, a abordagem sistêmica e a gestão da filosofia da ciência, os conceitos de complementaridade, meta-conhecimento e, no final, TME como um programa de desenvolvimento. Eles destacaram os pensamentos de autores influentes no campo da educação matemática, tais como: Kilpatrick, Piaget, Janich, Churchman, Borh etc.

Em segundo lugar, o outro grupo apresentou o texto sobre a “Metapesquisa” intitulado: “Contextualization in the teaching of mathematics: conceptions and practices” escrito por Ana Queli Mafalda Reis e Cátia Maria Nehring (2017).

Pelo que eu entendi, este artigo tem como pano de fundo a contextualização usando uma meta-análise de pesquisas que tratam deste conceito. Consideramos pesquisas que abordam a contextualização a partir de sua proposição pelas políticas públicas, através de documentos, livros didáticos e avaliações, bem como as concepções e práticas desenvolvidas por professores e pesquisadores da educação matemática. As análises evidenciam um distanciamento entre o que é compreendido epistemologicamente e a prática em sala de aula. A fragilidade de entendimentos sobre o que é contextualização tem limitado o ensino à resolução de problemas e aplicação, simplificando conceitos no processo de ensino e aprendizagem por não enfatizarem o processo de abstração decorrente da contextualização.

Esta apresentação nos tornou conscientes do papel da contextualização na educação matemática

11/10/2018

Continuamos com o seminário sobre contextualização porque o texto foi longo e havia vários pontos importantes a discutir tais como:

- a) O discurso de professores de matemática que desenvolvem atividades de contextualização em sala de aula;
- b) Resolução de problemas;
- c) Relação com o cotidiano;
- d) Práticas contextualizadas propostas por pesquisadores/professores na sala de aula.
- e) Aplicação da matemática
- f) Relação com o cotidiano

Seguindo as explicações do grupo, do professor Messildo e da Aline, entendeu-se que a contextualização é uma ferramenta essencial que tem muito a ver com a relação da matemática com a realidade. Como Reis e Nehring (2017) que cita Vygotsky destaca: “A contextualização tem por finalidade maior estabelecer sentidos e possibilitar a negociação de significados para a aprendizagem dos conceitos”. Então, a contextualização representa atualmente uma possibilidade de aplicação como meio de exercitar a técnica.

22/10/2018

Este dia foi a apresentação do meu grupo. Nós apresentamos nosso seminário sobre duas tendências: linguagem e etnomatemática, utilizando um livro sobre didática que nos permitiu ver como combinar essas duas tendências e os obstáculos didáticos que podem surgir.

Para tanto, utilizamos três livros: "Didática da Matemática, uma análise da influência francesa" (Luiz Carlos Pais); Etnomatemática (Ubiratan D'Ambrósio); Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática (Helle Alro e Ole Skovsmose).

Segundo o autor do livro "Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática", existe uma forte relação entre o diálogo e a aprendizagem da matemática. Quer dizer, uma boa comunicação numa sala de aula possibilita mais ainda a compreensão do aluno. Ele fala do diálogo no sentido de comunicação, no sentido de relações interpessoais que são de certas qualidades. Neste livro, Freire e Rogers, enfatizam as relações interpessoais para promover o diálogo.

A tendência etnomatemática na educação matemática é incrível porque ela é uma ferramenta para ajudar o professor em seu trabalho, ampliando sua didática, e dando suporte na aprendizagem dos alunos. A didática é útil entre as várias tendências que compõem a educação matemática, a expressão didática da matemática pode ser confundida como a disciplina pedagógica de didática aplicada no ensino da matemática.

O professor Messildo estava ausente naquele dia, foi Aline que fez os comentários e recomendações necessários.

12/11/2018

Naquele dia, antes de começar, o professor Messildo nos falou sobre como o artigo final da disciplina deveria ser estruturado desenhando um diagrama no quadro.

Além disso, neste dia o seminário foi baseado em: "Modelagem e História na Educação Matemática". O grupo se dividiu em dois: três alunos falaram sobre modelagem e mais três sobre história. O grupo que apresentou a modelagem, explicou em grande parte através de imagens projetadas

Através das explicações dos alunos, percebi que a modelagem desempenha um papel importante em situações do mundo real. Usamos a matemática para modelar o mundo, os objetos matemáticos desempenham o papel de objetos reais e, a partir de seu conhecimento, esperamos obter uma compreensão do próprio mundo real. E de acordo com as explicações do professor, sabemos que os obstáculos na aplicação da modelagem em sala de aula exigem tempo e os professores têm que buscar novas metodologias e perspectivas.

Os outros três alunos apresentaram "Historia na Educação Matemática". Um aluno apresentou suas origens e os outros falaram sobre sua evolução, sua contribuição para a educação matemática.

Foi muito animado. O professor Messildo e Aline fizeram os comentários necessários.

19/11/2018

O seminário foi sobre etnomatemática e modelagem. Os alunos usaram o livro de D'Ambrósio: “Etnomatemática – Elo entre as tradições e a modernidade”.

De acordo com o que explicaram, a etnomatemática apoia-se nas culturas para explicar a realidade e ela não se limita à matemática. A Etnomatemática propõe uma abordagem epistemológica alternativa associada a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade vem naturalmente em uma abordagem cognitiva com uma base sólida. Para D'Ambrósio, a etnomatemática é considerada como um programa de pesquisa.

Eles também falaram sobre a importância da modelagem, que é um processo pelo qual usamos expressões matemáticas para descrever uma situação quantitativa real. Modelar é escrever em notação matemática o que primeiro é expresso em palavras, envolvendo variáveis conforme necessário. Modelagem também se trata de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Eles estabeleceram as ligações entre modelagem e etnomatemática.

Houve comentários de alguns alunos, explicações do professor Messildo e da professora Aline.

26/11/2018

Foi o último seminário apresentado por Jorge e Vera e o assunto foi sobre Informática Educação Matemática e Educação Estatística.

Em primeiro lugar, Jorge falou sobre a importância da informática na educação matemática e a variedade de informações acessíveis via internet, seria necessário que as instituições educacionais estabeleçam estruturas adequadas que permitissem às crianças adquirir uma educação eficaz, começando por substituir mídias tradicionais para mídias digitais.

Em segundo lugar, Vera falou sobre educação estatística e de acordo com o que ela explicou, podemos aplicar um modelo estatístico onde há incerteza. Nas estatísticas, utilizamos dados quantitativos e qualitativos, discretos e contínuos variáveis, sendo o principal objetivo da estatística: “valorizar uma postura investigativa reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões de incerteza”.

Finalmente, os professores Messildo e Aline fizeram os comentários necessários.

03/12/2018

Naquele dia, eu não estava presente porque eu fui participar num congresso no Rio de Janeiro (Senalem II), porém a minha ausência foi motivada.

CONCLUSÃO

Em suma, ao longo deste semestre, as discussões dos diferentes grupos e as recomendações do professor Messildo e da Aline permitiram-me adquirir novos conhecimentos em educação matemática e certamente contribuirão no desenvolvimento da minha dissertação. Foi uma boa didática em que os estudantes têm pensado, debatido e estendido os seus conhecimentos num grande dinâmica.

REFERÊNCIAS

- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática. 2. ed. Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2006.
- D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed.; 2 reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.
- REIS, A. Q. M.; NEHRING. C. M. A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.19, n.2, 339-364, 2017.
- SILVA e SOUSA, J. F. da. A CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: o ensino nas séries iniciais. Sinop, v. 8, n. 2 (22. ed.), p. 828-846, ago. /Jul. 2017
- STEINER, H-G. Theory of Mathematics Education (TME): an Introduction. For the learning of mathematics, vol. 5, no. 2, p. 11-17, jun. 1985.

Anexo 11

(RELATORIO SEMESTRAL – produzido pela Discente X₁₅, sobre o transcurso da disciplina)



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E MATEMÁTICAS

RELATORIO SEMESTRAL

DISCIPLINA: TENDÊNCIA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PROFESSOR: JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES / ALINE MIRANDA

DISCENTE: X₁₅

Introdução

A apresentação, ou ainda revisão de algumas tendências no contexto da educação matemática é importante para que se possa perceber quais percepções têm fundamentado o processo de ensino e aprendizagem e diferentes tempos e espaços.

Para melhor compreendê-las, é necessário contextualizá-las. Sendo assim, as atividades realizadas no âmbito da disciplina “Tendências em Educação Matemática”, sob a orientação do prof. Dr. José Messildo Viana Nunes, aconteceram em torno de apresentações de artigos pelos alunos do curso de mestrado em Educação em ciências e Matemáticas, que tratavam da referida temática.

As apresentações e análises realizadas contribuíram com reflexões oportunizadas para aqueles que estão em processo de formação, possibilitando identificar elementos para sua própria prática docente.

As atividades oportunizaram ainda, a elaboração de propostas de oficinas e

artigos que apresentam as diferentes Tendências em Educação Matemática de forma prática e reflexiva na sala de aula.

20/08	27/08	10/09	17/09	24/09
Ausência	Orientação	Orientação	Apresentações	Apresentações
01/10	11/10	22/10	12/11	19/11
Apresentações	Ausência: Participação em evento	Ausência: participação em evento	Apresentações	Apresentações
26/11	03/12	10/12		
Apresentações	Ausência: Participação em evento	Apresentações das propostas		

Especificações por dia

10/09

Aula: Orientações para as apresentações de artigos

A principal atividade realizada no dia 10 de setembro foi a orientação do prof. Da turma para elaboração de oficinas e artigos para a turma de mestrado.

17/09

Apresentações/ análises de textos sobre as tendências dentro de diferentes textos

No dia 17 de setembro, aconteceu a primeira rodada de apresentações de artigos, seguindo a sequência:

- Grupo 1: Bárbara Chagas, Felipe, Luis Castilhos, Ivone Sanches, Rubens, Lucas.

“O método da falsa posição, da falsa suposição ou, ainda, do falso pressuposto, é uma forma muito antiga de resolver problemas que atualmente podemos interpretar como relacionados a equações e sistemas de equações lineares.”

“Embora o método da falsa posição seja um assunto muito antigo, algumas variações do mesmo têm aplicações bem mais recentes. A idéia, por exemplo, de proceder-se, no Cálculo Numérico, por tentativas e erros, seguidos de repetidas correções na solução de equações não-lineares é inspirada no antigo método da falsa posição, recebendo, assim, a mesma denominação e sendo conteúdo usual em cursos de fundamentos da computação.”

Referência: MEDEIROS, C. F. MEDEIROS, A. O método da falsa posição na história e na educação matemática . *Ciência & Educação*, v. 10, n. 3, p. 545-557, 2004.

- Grupo 2: Situação fundamental em Matemática
- Grupo 3: Matemática aplicada a administradores
- Grupo 4: Tendências em Educação matemática - Modelagem e etnomatemática.

24/09

Apresentação de artigo Teoria da educação matemática (TEM): uma introdução, de Steiner.

No dia 24 de setembro, a apresentação não fora concluída. Os integrantes não conseguiram finalizar a leitura do texto por estar em outra língua (inglês), o que dificultou a compreensão. Desta forma, a finalização desta apresentação fora concluída na aula posterior.

Grupo: Bárbara, Felipe, Luis, Ivone, Lucas e Rubens

Referência: STEINER, H.G. Teoria da educação matemática (TEM): uma introdução. *Quadrante*, Vol. 2, Nº 2, 1993.

01/10

Continuação da discussão do artigo Teoria da educação matemática (TEM): uma introdução

Grupo: Bárbara, Felipe, Luis, Ivone, Lucas e Rubens

Referência: STEINER, H.G. Teoria da educação matemática (TEM): uma introdução. Quadrante, Vol. 2, Nº 2, 1993

12/11

Apresentação de artigos: Modelagem Matemática

A modelagem matemática se remete ao final da década de 70 e é uma oposição ao Movimento da Matemática Moderna. É baseada no logicismo, Interacionismo, Formalismo e Hipoteticismo. Na literatura nacional e internacional, a modelagem é considerada uma metodologia, ambiente de aprendizagem.

Durante a exposição, foram citados os passos para modelagem:

- 1º passo: Reconhecer a existência de um problema real;
- 2º passo Hipóteses de simplificação;
- 3º passo: Transformar em um problema matemático;
- 4º passo: validar as soluções;
- 5º passo: definir a tomada de decisões com base nos resultados.

Nesta exposição, foram ainda mencionadas as dificuldades, principais limitações de se realizar modelagem na sala de aula durante as aulas de matemática.

Referência: MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo. Modelagem em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

Após estas reflexões, o grupo 2 fez sua apresentação que tratava sobre História da Educação matemática.

Itens abordados:

1. Manifesto dos pioneiros da educação, 1932
2. Silomismo Aristotélico
3. Psicogênese

Houve, ainda, a Indicação do livro: Filosofia da lógica (Susan Rather)

“A partir de cada lógica é possível construir uma matemática diferente”

Para finalizar a aula, após as reflexões sobre as apresentações, o prof. Messildo fez novas orientações para a construção do artigo final.

19/11

Apresentação do artigo Contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas.

Artigo que objetiva apresentar um panorama sobre a contextualização através de uma meta análise de pesquisas que tratam deste conceito. Considerou-se pesquisas que abordaram a contextualização a partir de sua proposição pelas políticas públicas, através de documentos, livros didáticos e avaliações, bem como as concepções e práticas desenvolvidas por professores e pesquisadores da educação matemática. As análises evidenciaram um distanciamento entre o que é compreendido epistemologicamente e a prática em sala de aula. A fragilidade de entendimentos sobre o que é contextualização tem limitado o ensino à resolução de problemas e aplicação, simplificando conceitos no processo de ensino e aprendizagem por não enfatizarem o processo de abstração decorrente da contextualização.

“Há o contexto permanente e o contexto matemático”

Referência: REIS, A. Q. M. NEHRING, C. M. A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.19, n.2, 339-364, 2017

Após a primeira apresentação, um novo grupo apresentou Etnomatemática e modelagem matemática.

Reflexões sobre tarefa com “Razão de ser” foram levantadas como Justificativa para suas realizações.

Além disso, também se questionou sobre a necessidade atual da educação: “Menos instrutivo e mais construtivo’.

26/11

Apresentação do livro Informática e educação matemática, no qual o grupo apresentou o contexto histórico de como as tecnologias foram se inserindo na sala de aula e oportunizou reflexões sobre o modo que podemos fazer uso desta para a aprendizagem.

10/12

Apresentação das propostas elaboradas para o artigo final.

Considerações finais

As atividades realizadas durante o semestre de disciplina Tendências em Educação matemática foram importantes para as reflexões sobre práticas metodológicas e percepções de como as tendências podem se integrar, contribuindo para a aprendizagem no sentido mais amplo.

Arrisco mencionar que as contribuições mais efetivas aconteceram no momento das socializações, dos questionamentos, das inquietações da turma sobre o que estava sendo lido, dito.

É interessante dizer que tais momentos culminaram em sugestões de artigos a serem elaborados e que especificam as reflexões oportunizadas no âmbito da sala de aula do mestrado acadêmico.

Acredito que a turma, de modo geral, ficou satisfeita, em especial, com as produções geradas acerca das tendências e da aprendizagem garantida ao longo do semestre.

Anexo 12

(RELATORIO SEMESTRAL – produzido pelo Discente x7, sobre o transcurso da disciplina)

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA

RELATÓRIO FINAL

Disciplina: Tendências em Educação Matemática

Professor: Dr. José Messildo Viana Nunes

Discente: x7

- **20/08**

No primeiro dia de aula houve, inicialmente, uma apresentação do professor Messildo e de sua orientanda de doutorado Aline a qual ficaria responsável também em mediar as discussões nas aulas acerca das temáticas abordadas. Falou-se um pouco de sua proposta de pesquisa e o quanto a disciplina ajudaria na construção de sua tese. Foi-nos informado a forma de como seria a dinâmica nos encontros bem como a apresentação de seminários, minicursos e a entrega de um relatório final.

- **27/08**

Nesse dia a Aline foi a responsável por mediar a aula e pediu que cada aluno informasse a tendência da Educação Matemática a qual estava vinculada a pesquisa de cada um. Logo após, realizou o mapeamento e pediu que cada discente discursasse um pouco sobre seu objeto de pesquisa enfatizando os objetivos, metodologia e um pouco do referencial teórico. Particularmente, achei a dinâmica interessante pois me proporcionou o contato com alguns teóricos os quais fazem parte hoje da fundamentação de minha pesquisa e também, com os apontamentos realizados, abriu um leque de novas possibilidades de abordagens na minha proposta. Após esse momento, a turma foi dividida para a montagem das propostas de minicurso e ficou para a próxima aula a apresentação das propostas.

- **10/09**

Por estar internado, não pude participar dessa aula. Fui informado por colegas de sala que o professor apresentou tarefas a partir de textos disponibilizados por email e as equipes ficaram incumbidas pela apresentação. Minha equipe composta pelos discentes, Marcel, Jaqueline, Élide, Larissa, Esther apresentou uma tarefa que envolvia a variáveis discretas e contínuas condizentes com tópicos de Funções e Taxas de Variação (Derivadas) para o público do Ensino Médio.

- **17/09**

Mais uma vez por motivos de saúde não pude participar do encontro. Foi-me relatado que as equipes apresentaram conteúdos sobre sistema funcional, matemática aplicada à administração, análise de textos sobre Modelagem, método da falsa posição e Etnomatemática. Os grupos ficaram responsáveis por apresentar seminários sobre os textos que foram enviados pelo SIGAA e que dariam base para fundamentação do artigo a ser produzido.

- **24/09**

Já de alta hospitalar mas ainda impossibilitado de sair de casa, não pude comparecer a reunião. Foi-me informado que iniciou a discussão do texto Teoria da Educação Matemática do Steiner. O grupo que iniciou foi o do Aluno Felipe com o professor Messildo contribuindo na discussão.

- **01/10**

Já retornando às atividades, a aula iniciou com a discussão do texto de Meta Pesquisa sobre Contextualização pelo grupo do discente Fabrício frisando e abrindo uma reflexão sobre o que consta nos PCN's. O tipo de contextualização que aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais. Foi interessante pois começou a se questionar de que forma é feita essa contextualização e se pode ser considerada como tal. No que tange minha pesquisa, foi apresentado um pouco da teoria crítica de Skovmose que, após um conhecimento a mais, percebi que tem um grande elo com a pesquisa que proponho e que foi adotada como fundamentação teórica.

- **11/10**

Nesse dia de aula continuou-se discutindo pelo grupo que terminou a aula passada sobre Contextualização com questionamentos inerentes a maneira de se usa para contextualizar. Num determinado momento, o professor Messildo aproveitou para esclarecer melhor o conceito de Transposição Didática de Chevallard, o que me ajudou bastante principalmente no que se refere ao que o autor chama de conhecimento de academia.

- **22/10**

Nesse encontro minha equipe iniciou a apresentação do seminário relacionando a Modelagem Matemática e a Etnomatemática baseado nos livros da coleção indicada pelo professor. Para ajudar nossa exposição, trouxemos também a discussão do livro Teoria da Matemática Crítica de Skovsmose. No decorrer do seminário, houve vários relatos de experiências e acontecimentos em sala de aula que foram objetos de indagações sobre as práticas e modelos utilizados.

- **12/11**

Nesse encontro o grupo do aluno Fabrício iniciou o seminário abordando as tendências História da Matemática e Etnomatemática. Como referencial, utilizaram a ideia de Miorin. O professor fez apontamentos acerca da construção do artigo indicando a leitura do artigo que versa sobre o programa de pesquisa de Lakatos.

- **19/11**

Nessa aula o grupo anterior continuou o seminário com a apresentação da aluna Flávia estabelecendo relação entre a história da matemática e a etnomatemática tendo como fundamentação teórica D'Ambrósio. O professor aproveitou para fazer novos apontamentos sobre a forma do artigo a ser entregue ao final da disciplina.

- **26/11**

O encontro dessa aula iniciou com a apresentação do seminário de um novo grupo sobre Informática na Educação Matemática. O aluno Jorge mostrou um panorama da utilização das TIC,s na sala de aula e da escassez de recursos nas escolas e a falta de conhecimento por parte de muitos professores no manuseio dessas ferramentas. O professor fez apontamentos sobre referências e citou o russo Oleg Tikhomirov como

um dos percussores na investigação e defesa do uso da informática, seja ela substituindo ou complementando o professor. A aluna Vera apresentou um histórico sobre a Educação Estatística e a dificuldade de se ensinar na educação básica e superior.

- **03/12**

A aula baseou-se na discussão do texto “Um olhar Lakatosiano sobre a Investigação Matemática”, o qual mostra a teoria de Lakatos e seu Programa de Pesquisa. A partir das abordagens em sala de aula pude perceber principalmente o que o autor entende como heurística positiva e negativa. Durante a discussão, surgiu a seguinte pergunta: Qual o núcleo firme da Educação Matemática? Quais os aspectos que tornam a Educação Matemática num Programa de Pesquisa. Ao final o professor traçou as diretrizes finais para a construção do artigo solicitando que cada grupo expusesse na próxima aula sua proposta a ser abordada de acordo com a Teoria de Lakatos.

Anexo 13

(RELATORIO SEMESTRAL – produzido pela Discente x12, sobre o transcurso da disciplina)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

RELATÓRIO DAS AULAS DA DISCIPLINA TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA NO SEGUNDO SEMESTRE DE 2018

Período de aulas: 20 de agosto a 17 de dezembro.

As atividades da disciplina Tendências em Educação Matemática aqui relatadas ocorreram no período de 20 de agosto a 03 de dezembro, tendo sido ministradas pelo prof. Dr. Messildo Nunes. A primeira aula ocorreu no dia 20 de agosto. Esta aula consistiu na exposição da metodologia a ser utilizada ao longo do semestre. O prof. Messildo e sua orientanda, prof. Aline, apresentaram as ações a serem desenvolvidas na disciplina, nomeadamente a necessidade de elaborarmos um relatório ao longo do semestre, que deveria ser entregue ao fim do semestre. Além do relatório, foi solicitado que a turma se dividisse em pequenos grupos, a fim de elaborar uma proposta de minicurso a ser ministrado aos alunos da Licenciatura Integrada. Este minicurso deveria apresentar aos alunos propostas para a abordagem de conteúdos matemáticos para as séries iniciais do Ensino Fundamental. De minha parte, fiquei em uma equipe com os colegas Élide e Jorge. Já nesta primeira aula, definimos que nosso minicurso abordaria a geometria fractal, e definimos alguns encaminhamentos para a elaboração da proposta.

Na aula seguinte, no dia 27 de agosto, foi definido que seriam discutidos textos que abordassem as várias tendências da Educação Matemática. O prof. Messildo nos informou que já antes desta aula havia disponibilizado no Sistema Integrado de Gestão de Atividades Acadêmicas (SIGAA) da UFPA vários textos que iríamos discutir ao longo do semestre. Também nos foi informado que a discussão destes textos seguiria uma ordem aleatória, de modo a incentivar que todos lessem todos os textos.

Não compareci à aula do dia 10/09. Entretanto, fui informada pelos colegas que o prof. Messildo solicitara uma divisão de grupos para a elaboração de propostas de atividades para sala de aula em acordo com as tendências que iríamos discutir.

Neste sentido, a aula seguinte, do dia 17/09, contou com a apresentação do primeiro grupo, composto pelos colegas Felipe, Bárbara, Rubens, Lucas, Luís e Ivone. O grupo apresentou o método da falsa posição e sugestões de atividades para este método. O prof. Messildo nos informou que na aula seguinte teriam início as discussões dos textos do SIGAA. Por volta deste período também foi estabelecido um segundo canal de comunicação para a turma, a criação de um email da turma pela prof. Aline.

Na aula seguinte, no dia 04 de setembro, teve início a discussão do texto *Theory of Mathematics Education*, de Hans-Georg Steiner. A discussão foi conduzida pelo mesmo grupo que apresentara o método da falsa posição na aula anterior.

Não compareci à aula do dia 01 de outubro devido a motivo de saúde. A aula seguinte foi remarcada para a quinta-feira, dia 11 de outubro. Não compareci a esta aula pois a mesma coincidiu com as atividades do Grupo de Pesquisa em Educação e Cultura Amazônica (GEMAZ), conduzidas pelo meu orientador de pesquisa, prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva.

Na aula do dia 22 de outubro, realizou-se a discussão do meu grupo, composto pelos alunos Élide de Souza Peres, Jaqueline Valério da Cruz, Marcel de Almeida Barbosa, Marie Esther Charles e Milton Carvalho de Sousa Júnior. Os livros que embasaram nossa discussão foram *Aprendizagem em matemática* (ALCÂNTARA, 2008), *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade* (D'AMBROSIO, 2002), *Educação matemática crítica* (SKOVSMOSE, 2001) e *Diálogo e aprendizagem em educação matemática* (ALRO; SKOVSMOSE, 2006).

Na aula seguinte, no dia 12 de novembro, recebemos orientações para a escrita do artigo que seria a culminância de nossa disciplina a partir das discussões sobre as tendências em educação matemática que vinham sendo realizadas em sala. Foi dada continuidade às discussões em sala, com o grupo da colega Bárbara.

Na aula do dia 19 de novembro, teve início a discussão do grupo da colega Flávia Sales, que teve como tema a tendência Etnomatemática. O grupo apresentou a Etnomatemática enquanto tendência e área de conhecimento, dando ênfase a todas as dimensões da área: dimensão conceitual, dimensão histórica, dimensão política e sua inserção na educação.

Na aula do dia 26 de novembro, ocorreu a apresentação do último grupo, composto pelos colegas Jorge e Vera. Os temas discutidos foram informática na educação e educação estatística. A discussão foi bastante abrangente e apresentou tanto os fundamentos teóricos quanto discutiu aplicações práticas dos conceitos abordados.

Não compareci à aula seguinte, no dia 03 de dezembro, por motivo de saúde. Fui informada pelos colegas que foi realizada discussão sobre o texto Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação matemática.

No dia 10 de dezembro, conforme o prof. Messildo já havia solicitado, começaram as apresentações das propostas de artigos sobre as tendências discutidas ao longo do semestre. Anteriormente, o prof. Messildo solicitara que os grupos que fossem compostos por mais de quatro integrantes deveriam se dividir para a escrita do artigo; entretanto, nesta aula do dia 10 de dezembro, o professor sugeriu que, ao invés de artigos, os grupos escrevam uma coletânea de textos que venham a integrar um ebook sobre as tendências estudadas ao longo da disciplina, a ser lançado futuramente. A turma acolheu a proposta com entusiasmo. A aula do dia 10 de dezembro não foi suficiente para apresentação de todos os grupos; além disso, dois dos grupos, o meu e o grupo da colega Bárbara, receberam sugestões de melhoramento das propostas por parte do prof. Messildo e da prof. Aline. Além disso, foi-nos sugerido também que apresentássemos versões mais elaboradas dos relatórios. Portanto, o prof. Messildo e a prof. Aline nos permitiram apresentar propostas mais completas dos artigos na segunda-feira seguinte, dia 17 de dezembro.

Considero que as atividades da disciplina foram proveitosas e contribuíram muito, tanto nas trocas com professores e colegas quanto nos materiais trazidos pelo professor Messildo. Algumas das ideias discutidas na disciplina inclusive contribuíram para a escrita do texto de minha dissertação, que se encontra em andamento. As discussões em sala tiveram bastante participação por parte de todos os colegas, que se empenharam em realizar boas apresentações e a abordar os temas de maneira abrangente.

Anexo 14

(RELATORIO SEMESTRAL – produzido pelo Discente x4, sobre o transcurso da disciplina)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

RELATÓRIO DA DISCIPLINA TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Relatório final da disciplina Tendências em Educação Matemática, apresentado como requisito parcial para a integralização de créditos, ministrada pelo professor Dr. José Messildo Viana Nunes.

DIA 20/08/2018

Realizou-se a apresentação da disciplina. Os diretores de estudo encaminharam as tarefas a serem executadas na disciplina e os desencadeamentos da mesma. Propôs-se, primeiramente a elaboração de oficinas com temática referentes às tendências da Educação Matemática, com o intuito de serem ofertadas às turmas de graduação do instituto. Determinou-se aos discentes da disciplina a produção de relatórios de aula e a escrita de artigos para o encerramento da supracitada disciplina.

DIA 27/08/2018

Criou-se um canal de comunicação dos professores com a turma, via email. Neste seriam postados os estudos indicados por estes para as respectivas discussões em sala de aula. A diretora de estudo iniciou uma roda de conversa com os discentes com o intuito de conhecer e categorizar as tendências inerentes às pesquisas desenvolvidas por cada um. Organizaram-se os grupos para o planejamento das oficinas, tendo uma parte do horário da aula para a primeira reunião, na qual se decidiram as temáticas a serem desenvolvidas por esta. Foram encaminhados os primeiros grupos de textos a serem discutidos.

DIA 10/09/2018

Iniciou-se a discussão do texto “Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução”. Foi disponibilizado os segundo bloco de textos, nesse encontravam-se leituras referentes às tendências, com o intuito de que os grupos realizassem possíveis relações entre elas. O diretor do estudo exemplificou o que propunha utilizando Etnomatemática e a Modelagem Matemática, apontando possíveis relações entre elas. Os grupos se organizaram para analisar, inicialmente, e discutir como as tendências em educação matemática se apresentavam nos trabalhos que disponibilizados.

DIA 17/09/2018

As equipes apresentaram suas proposições: a primeira equipe explicou sobre o método da falsa posição; a segunda caracterizou a noção de situação fundamental, a terceira as tendências em educação matemática de modo geral e o quarta equipe, por fim, apresentou as tendências Etnomatemática e Modelagem no contexto da construção civil. No fim, discutiu-se sobre as abordagens apresentadas pelas equipes.

DIA 24/09/2018

Discutiu-se sobre as situações fundamentais, e prosseguiu-se a discussão do texto “Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução”. Os professores ressaltaram a importâncias dos periódicos na área da Educação Matemática, destacando alguns como o BOLEMA, a ZDM, entre outros. O professor encaminhou um novo bloco de textos sobre contextualização.

01/10/2018

Nesse dia finalizou-se a discussão do texto “Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução”. Foram direcionados os livros da coleção Tendências em educação Matemática. Iniciou-se a discussão sobre o texto “A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas”, no qual esse apresenta uma meta pesquisa sobre essa as prática de contextualização (1-resolução de problema; 2-aplicação da matemática; 3-relação com o cotidiano).

11/10/2018

Deu-se continuidade a apresentação do texto “A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas” e iniciou-se a discussão dos livros da coleção Tendências em Educação Matemática, começando pelo grupo 1, que discutiram as obras: a) Educação Matemática Crítica (Ole Skovesmose); b) Diálogo e aprendizagem em educação matemática (Elen Aro) e c) Didática da Matemática: uma análise da influência francesa (Luis Carlos Pais), nessa obra enfatizando os registros de representação semiótica.; d) Aprendizagem em matemática: registro de representação semiótica (Silvia Machado, et.al). e) Etnomatemática (Ubiratan D'Ámbrósio).

DIA 22/10/2018

O segundo grupo iniciou a discussão das obras: a) Modelagem em Educação Matemática (Meyer et.al); b) Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade (Ubiratan D'Ámbrósio), ressaltando as concepções de modelagem matemática e as perspectivas de etnomatemática. Por conta do tempo, a sequência da apresentação foi encaminhada para o encontro subsequente.

DIA 12/11/2018

O terceiro grupo iniciou a discussão das obras: a) História na Educação Matemática propostas e desafios (Miguel e Miorin); Discussão sobre as perspectivas de Modelagem Matemática (Teórica e metodológica). Foi feita uma distinção entre a história da educação matemática e a história da matemática no qual ressaltou-se que ambas são perspectivas distintas, que, contudo, dialogam e convergem.

DIA 19/11/2018

Continuou-se a discussão sobre Modelagem e Etnomatemática do grupo que havia iniciado no dia 22/10/2018. A equipe continuou apresentando as perspectivas de etnomatemática e concluiu elencando as concepções de modelagem matemática em publicações de autores da supracitada área.

DIA 26/11/2018

O último grupo apresentou as Obras: Informática e Educação Matemática (Borba e Penteadó) e Educação Estatística. Acerca da informática na Educação Matemática, ressaltou-se a estreita relação desta com a perspectiva da modelagem matemática, no âmbito metodológico. Ressaltou-se, também, uma certa “insuficiência” no que concerne a teorias que sustentam essa perspectiva. Já na Educação Estatística, ressaltou-se a importância da modelagem estatística nos estudos acerca dessa temática.

DIA 03/12/2018

Discutimos a obra “Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação matemática”. O professor deu um direcionamento de como construir o artigo final da disciplina e solicitou que no próximo encontro apresentassem o “esqueleto” do artigo e os relatórios.