



Paulo André dos Santos Monteiro

**Impacto da inércia de seções
retangulares e do consumo de fibras
na resposta estrutural de vigas
contínuas em CRFA solicitadas por
carga distribuída - Campanha
experimental**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Orientação: Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil



Paulo André dos Santos Monteiro

**Impacto da inércia de seções retangulares e do consumo de fibras na
resposta estrutural de vigas contínuas em CRFA solicitadas por carga
distribuída - Campanha experimental**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará,
como requisito para obtenção de Título de Mestre.

Orientação: Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Belém – Pará
2023

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Paulo André dos Santos Monteiro

TÍTULO: Impacto da inércia de seções retangulares e do consumo de fibras na resposta estrutural de vigas contínuas em CRFA solicitadas por carga distribuída - Campanha experimental

GRAU: Mestre ANO: 2023

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Paulo André dos Santos Monteiro

Rua Augusto Corrêa, no 1, Campus Universitário do Guamá

Belém, Pará, Brasil – CEP 66.075.110

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

M772i Monteiro, Paulo André dos Santos.
Impacto da inércia de seções retangulares e do consumo de fibras na resposta estrutural de vigas contínuas em CRFA solicitadas por carga distribuída: campanha experimental. / Paulo André dos Santos Monteiro. — 2023.
79 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Bernardo Nunes Moraes Neto
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, Belém, 2023.

1. Fibra de aço. 2. Concreto armado. 3. Vigas contínuas. 4.
Carga distribuídas. 5. Tenacidade. I. Título.

CDD 620.137



**IMPACTO DA INÉRCIA DE SEÇÕES RETANGULARES E DO
CONSUMO DE FIBRAS NA RESPOSTA ESTRUTURAL DE
VIGAS CONTÍNUAS EM CRFA SOLICITADAS POR CARGA
DISTRIBUÍDA: CAMPANHA EXPERIMENTAL**

AUTOR:

PAULO ANDRÉ DOS SANTOS MONTEIRO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA
EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO
DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO
PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA
ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 25/01/2023

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Orientador (UFPA)

Prof. Dr. Mateus Antônio Nogueira Oliveira
Membro Externo (UFMG)

Prof. Dr. Ritermayer Monteiro Teixeira
Membro Externo (UFPA)

Prof. Dr. Alcebiades Negrão Macêdo
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

AGRADECIMENTOS

Findanda a jornada desse mestrado, nada mais nobre que agradecer às pessoas que me apoiaram e tornaram esse momento real. Assim, cheio de gratidão, ressalto primeiramente o nome da minha querida família, minha mãe, Wilma Viera dos Santos Monteiro, meu pai, Antônio Aurélio Bandeira Monteiro, minhas irmãs, Ana Clara dos Santos Monteiro e Adara Isis de Brito Monteiro, que me amparam desde sempre. Logo, deixo aqui o meu eterno obrigado.

Na esfera acadêmica, registro a minha gratidão aos Professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, especificamente ao Professor Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto, meu orientador, que em todos os momentos me auxiliou e, encorajou-me no desenvolvimento dessa envolvente pesquisa.

A minha esposa, Marelise Rosa Araújo, agradeço o companheirismo incondicional e apoio ao longo dessa jornada, que ao meu lado, precisou, também, sacrificar inúmeros momentos lúdicos para tornar possível o progresso dessa dissertação de mestrado.

Ao fim, deixo minha gratidão aos amigos, em especial, ao Matheus Leandro Conceição e ao Vitor Vinicius dos Santos Vieira, que mesmo nos encontros informais, sempre me incentivaram e contribuíram com ideias que só valorizaram a relevância do presente estudo.

A todos Vocês, eu dedico o meu sincero **MUITO OBRIGADO!**

RESUMO

MONTEIRO, P.A.S. Impacto da inércia de seções retangulares e do consumo de fibras na resposta estrutural de vigas contínuas em CRFA solicitadas por carga distribuída - Campanha experimental. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 2023.

Nesse estudo, buscou-se, por meio de uma investigação experimental, ressaltar a relevância da seleção da inércia de seções retangulares no projeto à flexão de vigas em concreto reforçado com fibras de aço, CRFA. Para esse fim, quatro peças foram ensaiadas, uma em concreto armado, CA, com seção transversal de 150x300 mm², e quatro em CRFA. Nas vigas reforçadas com fibras, julgou-se a inércia da seção, sem, contudo, modificar a sua área. Assim, as vigas em CRFA tiveram seções que alternaram em 150x300, 110x400 e 90x500 mm². Para essas peças, o consumo de fibras variou em 75, 60 e 45 kg/m³ do volume de concreto, respectivamente. Nesse cenário, os reforços convencionais, providos por barras de aço, foram diferenciados, supressões foram realizadas nas vigas em CRFA, sem, contudo, comprometer as suas capacidades portantes, relativamente ao que se registrou para a viga de referência, em CA. Vale ressaltar que as questões comentadas antes foram, ainda, tratadas em vigas contínuas, onde a seção crítica experimentou a ação concomitante de momentos fletores e esforços cortantes, e, em adição, solicitadas por cargas uniformemente distribuídas. Ao fim, os resultados testificaram a eficácia do mecanismo de reforço promovido pelas fibras de aço. Para mais, mostrou-se também que a identificação acertada da seção transversal garantiu o projeto de vigas tão resistentes quanto à peça de referência, porém, com consumo menor de reforço, tanto o convencional, como o fibroso. Com a tenção de estimar a resistência à flexão, as recomendações do MC10 (2013) foram operadas. Uma metodologia interativa e prática foi sugerida para se avaliar, em um único instante, os reforços promovidos pelas fibras e barras longitudinais/transversais. Por conta das condições de contorno diferenciadas, pontuou-se, também, quesitos para aprimorar, em pesquisas futuras, a estimativa da resistência de vigas contínuas solicitadas por cargas distribuídas.

Palavras-Chave

Concreto. Fibra de aço. Viga. Flexão. Recomendação de projeto.

ABSTRACT

MONTEIRO, P.A.S. **Rectangular section Inertia and fibre content influence on structural behavior of continuous SFRC beams uniformly loading – Experimental Research.** Master Thesis, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil, 2023.

In order to play up the proper selection of rectangular section inertia on flexural design of steel fibre reinforced concrete beams, SFRC beams, an experimental campaign has been introduced. Presently, four beams have been tested, where the reference one, with cross section of 150x300 mm², was in reinforced concrete, RC, and three beams were in SFRC. The rectangular section inertia judgment was on SFRC beams only, where their cross-sections varied in 150x300, 110x400 and 90x500 mm². The cross-section areas of those beams were constants and their fibre contents were 75, 60 and 45 kg/m³ on concrete volume, respectively. Under those circumstances, the conventional reinforcement arrangements, *i.e.*, steel rebar details, were alternated as well as suppressions were also executed on SFRC beams. Nevertheless, all SFRC beams have carried the reference strength, which meant, the RC beam strength. In addition, it is worth mentioning that all questions called before were carried on continuous beams, where normal and transverse stresses are concomitantly relevant, under uniformly distributed loading. As a conclusion, the results have shown the effectiveness of steel fibres, as a reinforcement alternative, and the advantages of a proper inertia in design issues, warranting the reference strength, even using less reinforcement, both rebars and fibres. Now, concerning to design guidelines, MC10 (2013) proposals have been handled. Herein, applying those letters of support, an interactive methodology was introduced to figure out the flexural strength of RC and SFRC beams, taking, at the same time, all description of reinforcement influence, longitudinal/transverse rebars and fibres. To conclude, in order to improve, in the future, the design of continuous beams uniformly distributed loading, some advices have also been announced.

Keywords

Concrete. Steel fibre. Beam. Flexural behaviour. Design guideline.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Edificações impressas (fonte desconhecida).	12
Figura 1.2. Relações <i>slump-(am/ag)</i> (adaptado de Khan <i>et al.</i> , 2020).....	14
Figura 1.3. Relações <i>m-δ</i> das vigas de Dancygier e Savir (2006).....	18
Figura 2.1. Esquema do ensaio das vigas de Caldentey <i>et al.</i> (2012).....	22
Figura 2.2. Estimativa da resistência das vigas de Caldentey <i>et al.</i> (2012).	23
Figura 2.3. Esquema do ensaio das vigas de Tung e Tue, 2016 (cotas em mm).	24
Figura 2.4. Relações <i>carga-deslocamento</i> das vigas de Tung e Tue (2016).	26
Figura 2.5. Estimativa da resistência das vigas de Tung e Tue (2016).....	27
Figura 2.6. Esquema do ensaio das vigas de Sayhood <i>et al.</i> , 2018 (cotas em mm).....	28
Figura 2.7. Resultados de Sayhood <i>et al.</i> (2018).....	29
Figura 2.8. Esquema do ensaio das vigas de Fu <i>et al.</i> , 2018 (cotas em mm).....	30
Figura 2.9. Relações <i>momento-deslocamento</i> das vigas de Fu <i>et al.</i> (2018).	31
Figura 2.10. Análise da resistência ao cisalhamento de vigas em ca (adaptado de Marí <i>et al.</i> , 2014b).	33
Figura 2.11. Análise da resistência à flexão de vigas em ca (adaptado de Marí <i>et al.</i> , 2014b).	35
Figura 2.12. Parcela de resistência da carga distribuída (adaptado de Marí <i>et al.</i> , 2014b).....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1. Fibras elencadas pela ABNT NBR 15530 (2019).....	13
Tabela 1.2. Resumo do experimento de Yazici <i>et al.</i> (2007).....	16
Tabela 1.3. Resumo das vigas de Dancygier e Savir (2006).	17
Tabela 2.1. Características das vigas de Caldentey <i>et al.</i> (2012).....	22
Tabela 2.2. Resumo das cargas máximas das vigas de Caldentey <i>et al.</i> (2012).	23
Tabela 2.3. Características das vigas de Tung e Tue (2016).	25
Tabela 2.4. Plano de solicitação do apoio extremo direito das vigas de Tung e Tue (2016).	25
Tabela 2.5. Características das vigas de Sayhood <i>et al.</i> (2018).....	27
Tabela 2.6. Características das vigas de Fu <i>et al.</i> (2018).....	30

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1. JUSTIFICATIVA	19
1.2. OBJETIVOS	19
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO.....	20
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS	21
2.2. VALIDAÇÕES EXPERIMENTAIS.....	21
2.3. ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO DE VIGAS EM CONCRETO	31
2.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	35
3. ARTIGO.....	38
4. CONCLUSÕES	67
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	69

1. INTRODUÇÃO

O concreto, por inúmeros motivos, por exemplo, ser facilmente moldado, exigir mão de obra menos qualificada no seu preparo, ter um custo de manutenção relativamente baixo, entre outras vantagens, assume uma posição de destaque entre os materiais de construção. Ao redor do globo, a produção de cimento, elemento constituinte fundamental no preparo do concreto, vem, de um modo geral, se firmando ao longo do tempo. De acordo com os relatórios de 1996 e 2022 do *Mineral Commodity Summaries*, a produção de cimento cresceu de $1,37 \cdot 10^6$ t, em 1994, para $4,40 \cdot 10^6$ t, em 2021 (aumento de quase 300 % em 27 anos). Especificamente no Brasil, segundo as mesmas referências e, avaliando-se, ainda, o mesmo período de tempo, a produção de cimento amplificou de $2,6 \cdot 10^4$ t para $6,5 \cdot 10^4$ t (aumento de quase 400 %). Apesar do cenário promissor, deve-se reconhecer que o concreto tem, evidentemente, algumas desvantagens. Para agora, ressalta-se o seu peso específico elevado e, quando não reforçado, a sua resistência à tração insignificante, comparativamente à resistência à compressão, entre outras questões.

Outro aspecto digno de comentário que se trouxe para debater, diz respeito ao preparo do concreto. Nos dias que correm, o concreto, em regra, continua sendo preparado a partir da mistura mecânica dos seus elementos constituintes, cimento, água, agregados e adições, quando necessário. Contudo, recentemente, técnicas de construções por meio de impressões 3D estão se destacando. A Figura 1.1 trouxe alguns exemplos de edificações não reforçadas e reforçadas durante a fase de impressão. A impressão 3D, ainda que seja um avanço relevante na indústria da construção civil, principalmente quando questões referentes aos lixos/resíduos de construção são frisadas, deve-se reconhecer que a corrente técnica não aprimora as propriedades mecânicas/estruturais dos materiais cimentícios empregados na impressão.



a) Não reforçada



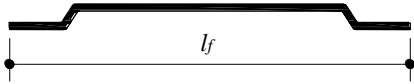

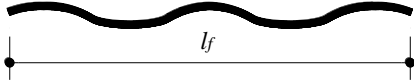

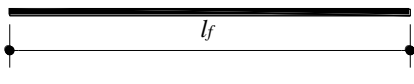

b) Reforçada

Figura 1.1. Edificações impressas (fonte desconhecida).

Assim, no que concerne ao aprimoramento das propriedades mecânicas/estruturais dos concretos, introduz-se agora o concreto reforçado com fibras de aço, CRFA. Esse material, com matriz cimentícia idêntica ao do concreto convencional, tem como diferencial, ser reforçado por elementos filamentosos, as fibras de aço. Essas fibras, com dimensão apropriada, são introduzidas à massa fresca de concreto e homogeneizadas, via mistura mecânica, tal como acontece no processo de preparo dos concretos convencionais. De acordo com o ACI *Committee* 544.4R (2018), deve-se ter atenção à fluidez do concreto e ao consumo de fibras, C_f , que devem ser suficientes para assegurar a mistura sobredita. Atualmente, diferentes fibras de aço são disponibilizadas no mercado da construção civil.

A ABNT NBR 15530 (2019), por exemplo, traz certas fibras para fins estruturais, ver Tabela 1.1. Nessa tabela, as fibras foram classificadas quanto à conformação, tipos A = *hooked-end* = com ganchos nos extremos, C = *crimped* = ondulada e R = *straight* = lisa, porém, relativamente e ao aço de origem, somente a classe I foi exemplificada, existindo, ainda, as classes II e III. Ademais, teve-se também na Tabela 1.1 a indicação l_f = comprimento das fibras, d_f = diâmetro das fibras e l_f/d_f = fator de forma. Nas fibras com seção não circular, o conceito de diâmetro equivalente é manuseado, sendo a equivalência quanto à área.

Tabela 1.1. Fibras elencadas pela ABNT NBR 15530 (2019).

Tipo	Classe	Conformação	Seção	$(l_f/d_f)_{min}$
A	I			40
C	I			40
R	I			40

Explicado, sem, contudo, pormenorizar, acerca do CRFA, sequencialmente, comentou-se brevemente sobre as suas propriedades nos estados fresco e endurecido. A relevância no estado fresco, diz respeito, basicamente, à trabalhabilidade desse material, pois, se mal dosado, o CRFA pode ter a sua trabalhabilidade atravancada por conta da adição das fibras de aço, prejudicando, ou, pior, anulando as suas propriedades no estado endurecido. Identificar, todavia, o impacto da trabalhabilidade na resposta mecânica/estrutural do concreto com fibras é uma tarefa laboriosa. Ainda assim, inúmeras pesquisas vieram sendo realizadas.

Em Ferrara e Meda (2006), por exemplo, buscou-se reconhecer, para fins de projeto, o impacto da distribuição das fibras, por meio de raios-X, e da trabalhabilidade do CRFA nas propriedades mecânicas, nomeadamente as resistências à compressão e tração na flexão, extraindo-se testemunhos de partes específicas da seção transversal de vigas-calha pré-fabricadas protendidas. As porções estudadas da seção foram partes das paredes e o fundo das vigas-calha. Ao fim das análises, concluiu-se que os registros obtidos não foram suficientes para esclarecer a relação entre os parâmetros manuseados. Confirmando a dificuldade comentada antes.

Outrossim, Khan *et al.* (2020) buscaram entender o impacto da proporção entre os agregados miúdo, acrônimo *am*, e gráudo, acrônimo *ag*, na trabalhabilidade de CRFAs de elevada resistência e, conseqüentemente, nas resistências à compressão e tração na flexão. Vale ressaltar que os concretos tiveram consumo $C_f = 75 \text{ kg/m}^3$ e relação *água/cimento* = 0,3 constantes. A trabalhabilidade foi julgada através do *slump*. Nesse cenário, o consumo de aditivo superplastificante foi ponderado também. A Figura 1.2 mostrou as relações *slump*-(*am/ag*) para os concretos simples, CS, sem fibras, e com

fibras, CRFA. Nessa figura, o quociente am/ag identificou a proporção entre os agregados am e ag . Ao fim, os resultados apontaram que $am/ag \approx 0,8$ foi a proporção desejada e que para $am/ag > 0,9$ se exigiu um consumo maior de aditivo. Ademais, identificou-se também que quanto maior o quociente am/ag , maior as resistências à compressão e à tração na flexão. Pesquisas do gênero podem ser encontradas em Ding *et al.* (2018), Kore e Joshi (2021), entre outras também.

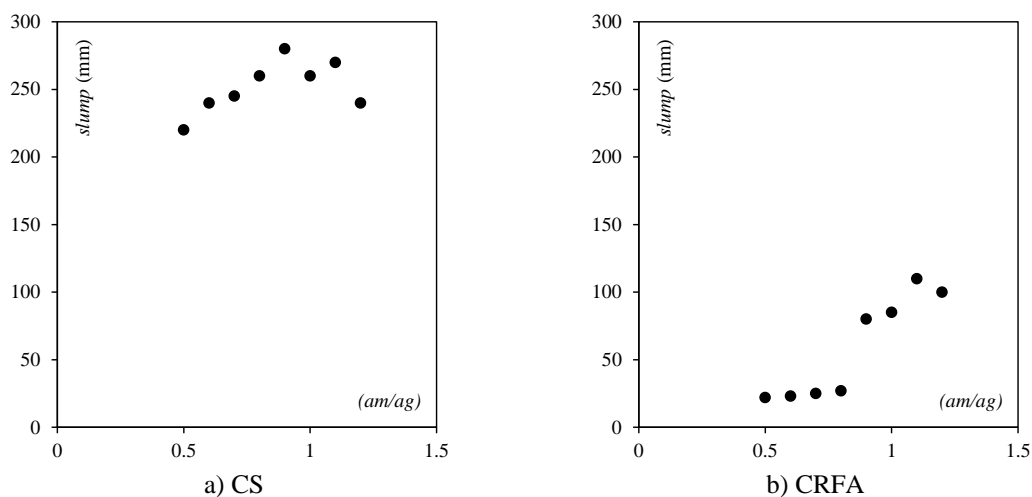


Figura 1.2. Relações $slump$ -(am/ag) (adaptado de Khan *et al.*, 2020).

Prosseguindo, tendo como alvo, especificamente, o estudo de vigas em CRFA flexionadas, apresentou-se na sequência a influência das fibras de aço na resposta mecânica/estrutural à compressão e à tração na flexão de concretos reforçados com fibras de aço. Assim, Yazıcı *et al.* (2007) discutiram quanto ao efeito do consumo C_f , alternando em 37,5, 75 e 112,5 kg/m³, e do fator de forma l_f/d_f , que variou em 45, 65 e 80 mm/mm, nas resistências à compressão, $f_{cu,m}$ (resistência média medida em cubos), tração por compressão, $f_{ct,c}$, e tração na flexão, $f_{ct,f}$. Fibras *hooked-end* foram selecionadas. No total, dez concretos foram preparados, sendo um CS e nove CRFAs. Para analisar a resistência à compressão e tração por compressão, 120 cubos com 150 mm de aresta foram manuseados. No julgamento da resistência à tração na flexão, 60 prismas, com 100x100x600 mm³ de dimensão, foram operados.

Primeiro, os resultados mostraram que na fase fresca dos CRFAs, a sua trabalhabilidade havia sido atravancada, com reduções no $slump$ entre 4 e 45 %, para os concretos com $C_f = 37,5$ kg/m³ e $l_f/d_f = 45$ mm/mm e $C_f = 112,5$ kg/m³ e $l_f/d_f = 65$ mm/mm, respectivamente. Ainda assim, no geral, CRFAs com os maiores C_f e l_f/d_f tiveram a

trabalhabilidade comprometida. Agora, relativamente às resistências, apontou-se que a resistência à compressão aumentou parcamente, entre 4 e 19 %. Para os concretos com $l_f/d_f = 45$ mm/mm, o maior acréscimo, $\approx 17,5$ %, se deu para $C_f = 112,5$ kg/m³. Para os concretos com $l_f/d_f = 65$ mm/mm, o maior acréscimo, $\approx 18,8$ %, foi para $C_f = 75$ kg/m³. Por fim, para os concretos com $l_f/d_f = 80$ mm/mm, o maior acréscimo, $\approx 18,7$ %, foi para $C_f = 75$ kg/m³. Assim, percebeu-se que para CRFAs com $l_f/d_f > 65$ mm/mm, o consumo $C_f = 112,5$ kg/m³ acabou penalizando a resistência à compressão. A razão, ainda que não comentada pelos autores, pode ter sido a dificuldade na fase de preparo dos concretos.

Para as resistências à tração, tanto por compressão diametral, como na flexão, tiveram-se acréscimos expressivos. No que tange à resistência à tração por compressão, o acréscimo oscilou entre 11 e 54 %. O menor acréscimo ocorreu no concreto com $l_f/d_f = 45$ mm/mm e $C_f = 37,5$ kg/m³. Diferentemente, o maior acréscimo aconteceu para o concreto com $l_f/d_f = 65$ mm/mm e $C_f = 112,5$ kg/m³. O concreto com os maiores valores de l_f/d_f , $= 80$ mm/mm, e de C_f , $= 112,5$ kg/m³, teve a sua resistência à tração por compressão aumentada 45 %, proporcional ao concreto com $l_f/d_f = 45$ mm/mm e $C_f = 112,5$ kg/m³, que registrou 40 % de acréscimo. Esse cenário mostrou, possivelmente, a dificuldade para homogeneizar fibras longas na massa de concreto. A resistência à tração na flexão foi a mais ampliada, com acréscimos entre 3 e 81 %. Nessa modalidade de resistência, o concreto mais resistente foi o com $l_f/d_f = 80$ mm/mm e $C_f = 112,5$ kg/m³. De qualquer forma, ressaltou-se atenção, sempre, na etapa de preparo dos CRFAs. Um resumo dos resultados de Yazıcı *et al.* (2007) foi apresentado na Tabela 1.2. Trabalhos acerca do impacto das fibras de aço nas respostas mecânicas/estruturais dos CRFAs também podem ser consultados em Ding *et al.* (2018), Li *et al.* (2018), Liao *et al.* (2020), Chen *et al.* (2021), Zhao *et al.* (2022), entre outros.

Tabela 1.2. Resumo do experimento de Yazici *et al.* (2007).

Concretos	l_f/d_f (mm/mm)	C_f (kg/m ³)	$f_{cu,m}$ (MPa)	$f_{ct,c}$ (MPa)	$f_{ct,f}$ (MPa)
CS	-	-	49,10	4,06	5,94
CRFA1	45	37,5	50,80	4,50	6,14
CRFA2	45	75,0	53,70	4,69	6,32
CRFA3	5	112,5	57,70	5,69	7,75
CRFA4	65	37,5	53,50	4,51	6,24
CRFA5	65	75,0	58,30	4,77	8,08
CRFA6	65	112,5	56,40	6,26	9,33
CRFA7	80	37,5	56,00	4,58	6,42
CRFA8	80	75,0	58,30	5,18	9,74
CRFA9	80	112,5	52,10	5,90	10,76

A seguir, comentou-se, brevemente, acerca da aplicação do CRFA no projeto de vigas à flexão. Presentemente, inúmeros trabalhos já validaram essa aplicabilidade, referências foram pontuadas a seguir. Contudo, por hora, trouxe-se para debater apenas o trabalho de Dancygier e Savir (2006), que, de um modo geral, possibilitou comentar tanto quanto à resistência, como a ductilidade de vigas em CRFA. O experimento dos autores foi composto por onze vigas, sendo duas em CA com resistência normal, ≈ 45 MPa, e nove vigas, uma em CA e oito em CRFA, com elevada resistência, ≈ 120 MPa. Nas vigas reforçadas com fibras, o consumo C_f foi invariável, ≈ 60 kg/m³. A taxa de reforço longitudinal tracionado, $\rho_{s,t}$, alternou em 0,18, 0,28 e 0,55 %. Entre as vigas, o reforço transversal foi mantido constante também, $\phi 8$ c/200 mm (ϕ = diâmetro da barra). Da mesma forma, a seção transversal, 200x300 mm², e o comprimento das vigas, 3900 mm, não variaram. O vão de corte, a , alternou em 1000, 1250 e 1500 mm. Um resumo das peças foi mostrado na Tabela 1.3, com $f_{c,m}$ = resistência do concreto à compressão média (resistência medida em cilindros). Nesse estudo, as vigas foram biapoiadas e solicitadas por forças/cargas concentradas equidistantes dos apoios. Nesse cenário, Dancygier e Savir (2006) buscaram apontar a taxa de reforço longitudinal mínima para vigas em CRFA de elevada resistência, de modo a preservar o seu comportamento dúctil.

Tabela 1.3. Resumo das vigas de Dancygier e Savir (2006).

Vigas	a (mm)	$f_{c,m}$ (MPa)	$\rho_{s,t}$ (%)	C_f (kg/m ³)	l_f/d_f (mm/mm)
N1-CF00-R18-A15	1500	45,1	0,18	-	-
N2-CF00-R18-A15	1500	45,1	0,18	-	-
H1-CF00-R28-A15	1500	120,5	0,28	-	-
H2-CF00-R28-A15	1500	114,6	0,28	-	-
H3-CF60-R28-A15	1500	129,4	0,28	60	35/0,55
H4-CF60-R28-A15	1500	123,6	0,28	60	60/0,90
H5-CF60-R55-A15	1500	124,4	0,55	60	35/0,55
H6-CF60-R55-A15	1500	122,0	0,55	60	60/0,90
H7-CF00-R28-A10	1000	118,0	0,28	-	-
H8-CF60-R28-A12	1250	121,8	0,28	60	35/0,55
H9-CF60-R28-A10	1000	121,8	0,28	60	35/0,55

As relações *momento-deslocamento*, $m-\delta$, foram reveladas na Figura 1.3. Fundamentado nesses resultados, os autores basicamente concluíram que as vigas em CRFA de elevada resistência, reforçadas com taxa de reforço convencional parca, tiveram a sua ductilidade comprometida. Comparar, por exemplo, as vigas H7, com $C_f = 0$ kg/m³, e H9, com $C_f = 60$ kg/m³. Do exposto, constatou-se que esse tipo de viga deveria apresentar taxa de reforço convencional mínima superior ao indicado para as vigas em CA, notar as respostas das vigas em CRFA H4, com $\rho_{s,p} = 0,28$ %, e H6, com $\rho_{s,p} = 0,55$. Exemplificativamente, ainda que não comentado por Dancygier e Savir (2006), aproveitaram-se esses resultados para ressaltar que se o propósito do projeto dessas vigas fosse alcançar o momento $m \approx 25$ kN·m, tal como registrou a viga H4, a taxa de reforço da viga H6 poderia ser reduzida em quase 50%. Similarmente, se o desígnio, agora, for alcançar ao momento $m \approx 30$ kN·m, como se registrou nas vigas N1 e N2, pôde-se potencializar, ainda mais, a relevância de se trabalhar com CRFA de elevada resistência. Com a exposição desse resultado, conseguiu-se, ainda que simploriamente, apontar a influência das fibras de aço na resistência e na ductilidade de vigas em CRFA.

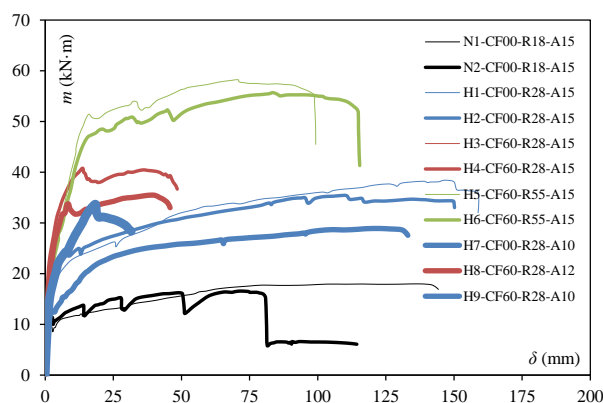


Figura 1.3. Relações m - δ das vigas de Dancygier e Savir (2006).

Evidentemente que muitos outros trabalhos acerca de vigas flexionadas poderiam ser trazidos para esse debate e, o mecanismo de reforço proporcionado pelas fibras de aço continuaria sendo sublinhado, conforme explorado em Özcan *et al.* (2009), Spinella *et al.* (2010), Zhao *et al.* (2018), Jin *et al.* (2019), Yang *et al.* (2019), Gao *et al.* (2020), Tarawneh *et al.* (2021), entre outros. Nada obstante, para o momento, o que se pretendeu ressaltar, diz respeito à padronização da totalidade dos ensaios, nomeadamente às condições de contorno, que massivamente é caracterizada por vigas biapoiadas solicitadas por forças/cargas concentradas equidistantes dos apoios. Evidentemente, reconhecem-se as vantagens de se manusear esse contorno nos ensaios, porém, deve-se reconhecer que esse padrão não reflete a prática usual, onde vigas contínuas, solicitadas por cargas uniformemente distribuídas, ou próximas disso, são amplamente projetadas. Por conta, o impacto da continuidade e da carga uniformemente distribuída na resposta estrutural de vigas em concreto foi explorado na revisão bibliográfica.

Nesse enquadramento de contrastes, agora, comentaram-se os fundamentos do presente trabalho. Aqui, trouxe-se, a partir de investigações experimentais, a vantagem de se explorar a inércia das seções retangulares de vigas em CRFA, sem, contudo, aumentar o consumo de concreto. Desse modo, combinaram-se os mecanismos dos reforços providos pelos reforços convencionais, tanto os longitudinais, como os transversais, e pelas fibras de aço. Assim, promoveu-se o projeto de vigas com o mínimo possível de reforço e, ainda, com capacidade portante equivalente à viga de referência, em CA. Para mais, todas as questões comentadas antes foram, ainda, experimentadas em vigas contínuas solicitadas de maneira uniformemente distribuída.

1.1. JUSTIFICATIVA

No corrente estudo, buscou-se apresentar um programa experimental composto por uma viga de referência, em CA, a qual foi projetada em concordância com as recomendações do MC10 (2013), que inclusive, concordou com os desígnios da ABNT NBR 6118 (2014), e mais três vigas em CRFA, projetadas de modo a manter a capacidade portante assegurada pela viga de referência, porém, tirando-se vantagem da inércia da seção retangular. Nesse cenário, buscou-se combinar os mecanismos de reforços providos pelas barras e fibras de aço, a fim de reduzir, ao máximo, esses consumos. Outrossim, vale anunciar também que as questões anteriores foram ponderadas em vigas contínuas solicitadas de maneira uniformemente distribuída. Destarte, tencionou-se, além de fugir do padrão usual de ensaio, nomeadamente, vigas biapoiadas solicitadas por forças/cargas concentradas, ainda, contribuir ao estudo concernente ao projeto de vigas contínuas, onde a seção crítica experimental, simultaneamente, tensões normais e transversais.

1.2. OBJETIVOS

No geral, buscou-se, sincronicamente, propalar o uso do CRFA e, ainda, assistir o esclarecimento acerca das recomendações de projeto à flexão de vigas contínuas, solicitadas de maneira uniformemente distribuída e reforçadas com fibras de aço. Para alcançar esse fim, trouxe-se para debater, em específico, as seguintes questões:

- Ressaltar o uso preferencial de vigas biapoiadas solicitadas por forças/cargas concentradas na totalidade dos estudos acadêmicos/técnicos experimentais. Cenário que não exprime, no geral, as condições de contorno das vigas usualmente projetadas;
- Apontar, a partir de uma revisão bibliográfica, a relevância para se distinguir os critérios de projeto estrutural de vigas contínuas solicitadas por cargas uniformemente distribuídas, ou próximas disso;
- Compartilhar os resultados de uma investigação experimental, que frisem os aspectos positivos, sob a perspectiva da resistência e da ductilidade, de se ponderar a inércia de seções transversais retangulares de vigas contínuas em CRFA, solicitadas de maneira

uniforme e, com o fim de suprimir, sem, contudo, comprometer a sua capacidade portante, os mecanismos de reforços promovidos pelas barras e fibras de aço;

- Disponibilizar uma metodologia, baseada nas recomendações do MC10 (2013), que proporcione a análise concomitante das resistências à flexão e ao esforço cortante de vigas em CA e em CRFA. Nessa fase do estudo, vale comentar que apontar, para se realizar em pesquisas futuras, os critérios que podem aprimorar as estimativas de vigas contínuas solicitadas por cargas uniformemente distribuídas também foi um quesito investigado.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

A presente dissertação, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, PPGEC-UFPA, foi elaborada no formato de artigo e, ainda, seguiu os moldes usuais de formatação exigidos por esse Programa, sem, porém, ir de encontro aos preceitos fundamentais da ABNT NBR 14724 (2011). Dito isso, publica-se que esse trabalho foi ordenado em quatro capítulos, esclarecidos a seguir:

- *Capítulo 1*: Conteúdo destinado à contextualização do objeto de estudo. Além disso, aqui, compartilhou-se também a justificativa e os objetivos da pesquisa;

- *Capítulo 2*: Seção destinada à apresentação e ao esclarecimento de estudos sobre vigas contínuas e/ou solicitadas por cargas uniformemente distribuídas. Aqui, ressaltou-se a relevância para se distinguir as recomendações de projeto dessas vigas e as vigas biapoiadas solicitadas por forças/cargas concentradas;

- *Capítulo 3*: Espaço destinado à apresentação do artigo, que tratou, basicamente, da apresentação da corrente campanha experimental e da introdução de uma metodologia que permitiu ponderar concomitantemente as estimativas de resistências à flexão e ao esforço cortante;

- *Capítulo 4*: Seção destinada à apresentação das conclusões dessa dissertação.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Essa seção foi dedicada, exclusivamente, para apresentar o impacto das condições de contorno na resposta mecânica/estrutural de vigas flexionadas em concreto. Usualmente, vale compartilhar que os trabalhos experimentais acerca de vigas são, na sua totalidade, planejados, em termos de condições de contorno, tendo as vigas biapoiadas solicitadas por forças/cargas concentradas como referência. Esse cenário, contudo, não reflete a prática usual dos projetos estruturais, onde vigas contínuas, solicitadas por cargas uniformemente distribuídas prevalecem. Presentemente, estudos sobre essa condição de contorno ainda são escassos. Apesar disso, discutiu-se essa questão a seguir.

2.2. VALIDAÇÕES EXPERIMENTAIS

Como os trabalhos disponíveis sobre esse tema são relativamente escassos, buscou-se, aqui, apresentar as informações necessárias para se ressaltar a relevância das condições de contorno na resposta mecânica/estrutural de vigas flexionadas em concreto. Assim, chamou-se inicialmente a pesquisa de Caldentey *et al.* (2012), a qual explorou a influência do tipo de carregamento, alternando em pontual, uniformemente distribuído e linearmente distribuído. Além do carregamento, algumas vigas desses autores também tiveram as suas seções transversais variando ao longo do comprimento. Ao fim, esse programa experimental foi constituído por oito vigas em CA, todas sem reforço transversal e taxas $\rho_{s,t} \approx 0,8 \%$.

Interessa informar também que essas vigas foram ensaiadas duas vezes, enquanto uma extremidade foi solicitada por cargas distribuídas, a outra foi concentrada. Ainda assim, os vãos de corte foram iguais, com $a/d \approx 2,75$ (d = altura útil da viga). A Figura 2.1 retratou um esquema desse cenário. Evidentemente que quando um extremo era ensaiado, o outro era mantido fixo. Contudo, essas especificidades relativas ao sistema de ensaio não foram reportadas aqui. As dimensões das vigas e as classes de resistência dos concretos foram apontadas na Tabela 2.1, sendo b = largura da viga. Nessa tabela,

Tabela 2.2. Resumo das cargas máximas das vigas de Caldentey *et al.* (2012).

Vigas	Carga máxima (kN)		$P_{max,d}/P_{max,c}$
	$P_{max,c}$	$P_{max,d}$	
V1-SCCR	132	174	1,32
V2-SCCR	154	190	1,23
V3-SCCL	114	241	2,11
V4-SCCL	149	308	2,07
V5-SVCR	148	236	1,59
V6-SVCR	144	240	1,67
V7-SVCL	118	300	2,54
V8-SVCL	141	250	1,77

Relativamente à estimativa das resistências, no estudo de Caldentey *et al.* (2012), três propostas foram julgadas, a saber, ACI 318 (2008), EC2 (2004) e a proposta dos autores, CSCT, que foi fundamentada na teoria da fissura crítica de cisalhamento (na língua inglesa, *Critical Shear Crack Theory*). Salienta-se que somente a proposta CSCT foi adaptada para estimar a resistência de vigas solicitadas por cargas distribuídas. Sem pormenorizar, a Figura 2.2 mostrou as relações P_{exp}/P_{teo} para as propostas citadas antes, sendo P_{exp} = carga máxima registrada experimentalmente e P_{teo} = carga máxima teórica. Nessa figura, marcou-se também uma tolerância de aceitabilidade de 15 % para as estimativas, $L. inf.: 0,85$ (limite inferior) e $L. sup.: 1,15$ (limite superior). Os resultados mostraram que as vigas solicitadas por cargas concentradas foram razoavelmente estimadas pelas três propostas. Diferentemente, as vigas solicitadas por cargas distribuídas, que tiveram, no geral, os seus indicadores P_{exp}/P_{teo} próximo do limite superior de tolerância, ou superando esse limite. Até a proposta CSCT que foi adaptada para estimar esse tipo de viga teve um desempenho questionável.

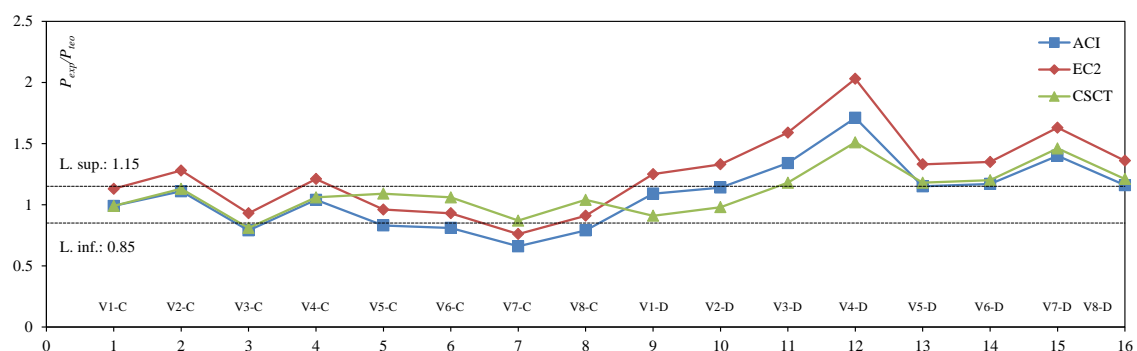


Figura 2.2. Estimativa da resistência das vigas de Caldentey *et al.* (2012).

Em Tung e Tue (2016), quinze vigas em CA, sem reforço transversal, foram ensaiadas para se julgar a influência das condições de contorno, tanto o tipo e solicitação, como o tipo e apoio, nas suas respostas mecânica/estrutural. As seções transversais foram invariáveis, todas as peças com $170 \times 450 \text{ mm}^2$. Para trazer diferentes combinações entre os momentos fletores e os esforços cortantes, três tipos de apoios, LAA, AA e AAA, e dois tipos de solicitações, concentrada, P, e distribuída, D, foram manuseados, ver Figura 2.3. As cotas C_1 , C_2 e C_3 , mostradas na Figura 2.3, além de outras informações, foram apontadas na Tabela 2.3. Nessa tabela, L = vão nominal das vigas solicitadas pela ação D. Aqui, vale informar que as vigas V13, V14 e V15 tiveram os seus apoios extremos direitos solicitados/carregados ao longo dos ensaios. O plano de solicitação desses apoios foi retratado na Tabela 2.4, onde P_1 = solicitação principal da viga, solicitações P ou D, e P_2 = solicitação no apoio.

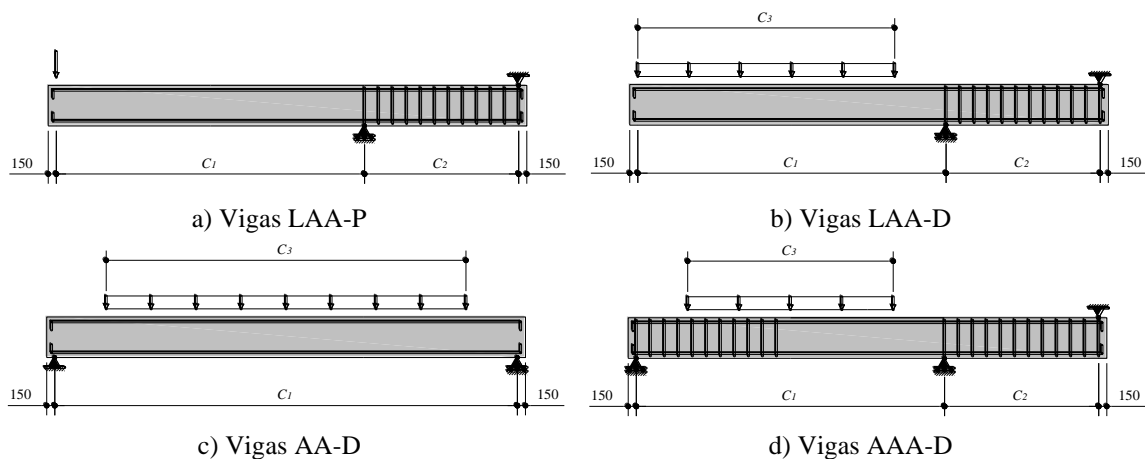


Figura 2.3. Esquema do ensaio das vigas de Tung e Tue, 2016 (cotas em mm).

Tabela 2.3. Características das vigas de Tung e Tue (2016).

Vigas	C_1 (mm)	C_2 (mm)	C_3 (mm)	$(a \text{ ou } L)/d$	$f_{c,m}$ (MPa)	$\rho_{s,t}$ (%)
V1-LAA-P	1500	1500	-	3,5	33,32	0,74
V2-LAA-P	1500	1500	-	3,5	32,01	0,74
V3-LAA-D	2500	1500	2000	6,0	32,52	0,74
V4-LAA-D	2500	1500	2000	6,0	32,36	0,74
V5-LAA-D	2500	1500	2000	6,0	33,20	1,44
V6-LAA-D	2500	1500	2000	6,0	32,95	1,44
V7-LAA-D	2900	1300	2400	7,0	33,20	1,44
V8-LAA-D	2900	1300	2400	7,0	33,08	1,56
V9-AA-D	5000	-	4000	12,0	33,82	0,74
V10-AA-D	5000	-	4000	12,0	33,82	0,74
V11-AAA-D	5000	1500	4000	12,0	33,82	0,91
V12-AAA-D	5000	1500	4000	12,0	33,32	0,74
V13-AAA-D ⁽¹⁾	5000	1500	4000	12,0	33,32	0,74
V14-AAA-D ⁽¹⁾	5000	1500	4000	12,0	33,20	0,74
V15-AAA-D ⁽¹⁾	5000	1500	4000	12,0	33,32	0,74

⁽¹⁾ O apoio extremo direito dessa viga também foi solicitado, ver Tabela 2.4.

Tabela 2.4. Plano de solicitação do apoio extremo direito das vigas de Tung e Tue (2016).

Vigas	Início do ensaio		Primeiro ajuste		Segundo ajuste	
	P_1 (kN)	P_2 (kN)	P_1 (kN)	P_2 (kN)	P_1 (kN)	P_2 (kN)
V13-AAA-D	0	0	50	5	80	15
V14-AAA-D	0	0	50	10	70	10
V15-AAA-D	0	10	-	-	-	-

A Figura 2.4 trouxe as relações *carga-deslocamento*, $P-\delta$, onde P = carga registrada na célula de carga e δ = deslocamento máximo para cada condição de apoio operada. Informa-se que todas as vigas ruíram por cisalhamento, antes mesmo do escoamento das armaduras longitudinais tracionadas (diagonal tracionada). Para a totalidade dos casos, as cargas correspondentes à formação da fissura crítica de cisalhamento, $P_{crs,max}$, coincidiram com os registros máximos de carregamento, P_{max} . As exceções foram as vigas V3, V4, V6, vigas do tipo LAA, e V15-AAA, que tiveram, nessa ordem, as cargas P_{max} quase 40 e 5 % maiores que as suas respectivas cargas $P_{crs,max}$. Ademais, a viga V14-AAA ruiu, diferente das outras vigas, no instante da solicitação do apoio.

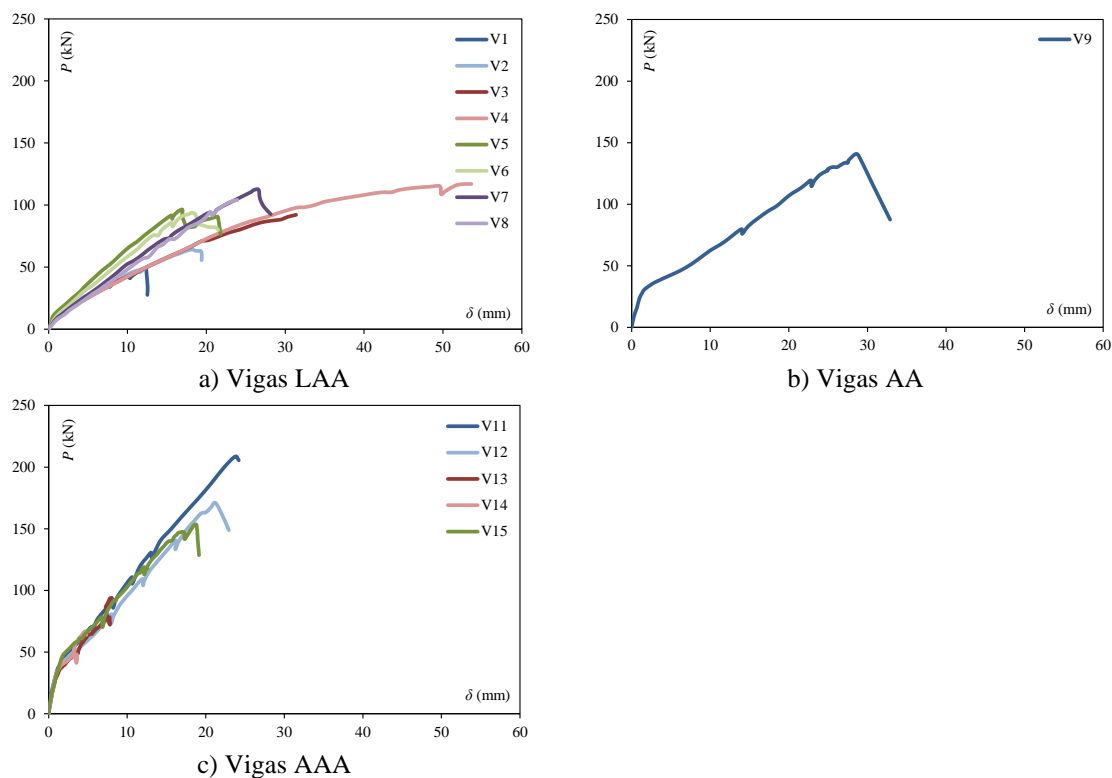


Figura 2.4. Relações *carga-deslocamento* das vigas de Tung e Tue (2016).

Fundamentado nos resultados, ver Figura 2.4a, notou-se, comprando as vigas V1 e V2, do tipo LAA-P, com as vigas V3 e V4, do tipo LAA-D, porém, todas com as mesmas seções transversais e mesmas relações $a/d \approx 3,5$, que as respostas $P-\delta$ das vigas solicitadas pela carga D foram superiores, ressaltando a influência do tipo de solicitação. No geral, identificou-se, explorando a Figura 2.4, o impacto do carregamento nas respostas das peças. Para mais, comparando as vigas V11, peça que não teve o apoio extremo direito solicitado, e V15, peça com o apoio solicitado, contudo, ambas as vigas do tipo AAA, testificou-se, outra vez, a influência do tipo de solicitação na resposta $P-\delta$ das peças. Para estimar as resistências das vigas de Tung e Tue (2016), a proposta dos autores, mais as recomendações do EC2 (2004) e do MC10 (2013) foram julgadas. Vale ressaltar que na proposta dos autores, o impacto das condições de contorno, tanto apoio, como carregamento, foi ponderado por meio de correlação entre o momento fletor e o esforço cortante. A Figura 2.5 mostrou as relações P_{exp}/P_{teo} e a marcação da tolerância de 15 %. Do exposto, percebeu-se que somente a proposta dos autores respondeu acuradamente quanto às estimativas das resistências. De um modo geral, as recomendações do EC2 (2004) e MC10 (2013) foram ineficientes para estimar as resistências das vigas que experimentaram, simultaneamente, elevados momentos fletores e forças cortantes.

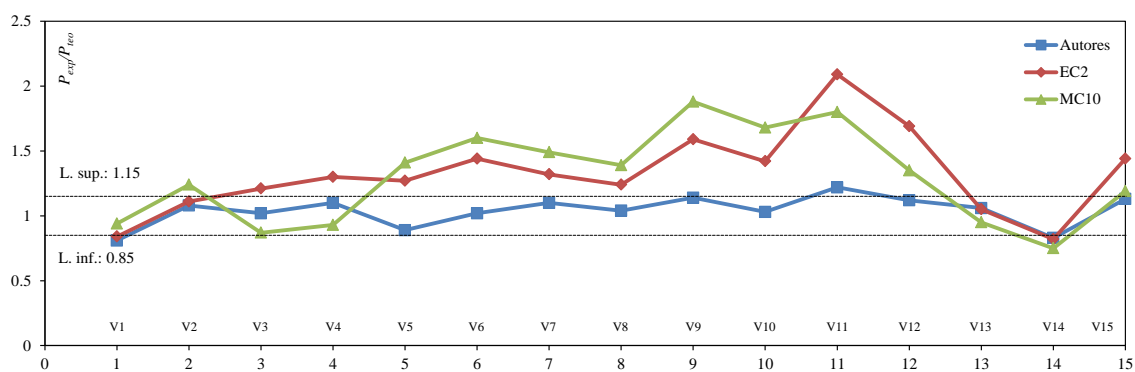


Figura 2.5. Estimativa da resistência das vigas de Tung e Tue (2016).

Prosseguindo, apresentou-se na sequência a pesquisa de Sayhood *et al.* (2018). Nesse estudo, buscou-se avaliar a influência da razão a/d , da classe de resistência do concreto, e da taxa de reforço tracionado na resposta mecânica/estrutural de vinte vigas-paredes em CA. As principais características das vigas foram agrupadas na Tabela 2.5. Ademais, todas as peças foram biapoiadas, sem reforço transversal, $\rho_w = 0\%$, e tiveram as mesmas dimensões, $150 \times 400 \times 1100 \text{ mm}^3$. O esquema de carregamento foi mostrado na Figura 2.6.

Tabela 2.5. Características das vigas de Sayhood *et al.* (2018).

Vigas	a/d	$f_{c,m}$ (MPa)	$\rho_{s,t}$ (%)
V1-AD14FC20RO07	1,4	20	0,7
V2-AD08FC20RO07	0,8	20	0,7
V3-AD06FC20RO07	0,6	20	0,7
V4-AD04FC20RO07	0,4	20	0,7
V5-AD14FC20RO09	1,4	20	0,9
V6-AD08FC20RO09	0,8	20	0,9
V7-AD06FC20RO09	0,6	20	0,9
V8-AD04FC20RO09	0,4	20	0,9
V9-AD14FC20RO10	1,4	20	1,0
V10-AD08FC20RO10	0,8	20	1,0
V11-AD06FC20RO10	0,6	20	1,0
V12-AD04FC20RO10	0,4	20	1,0
V13-AD14FC30RO07	1,4	30	0,7
V14-AD08FC30RO07	0,8	30	0,7
V15-AD06FC30RO07	0,6	30	0,7
V16-AD04FC30RO07	0,4	30	0,7
V17-AD14FC25RO07	1,4	25	0,7
V18-AD08FC25RO07	0,8	25	0,7
V19-AD06FC25RO07	0,6	25	0,7
V20-AD04FC25RO07	0,4	25	0,7

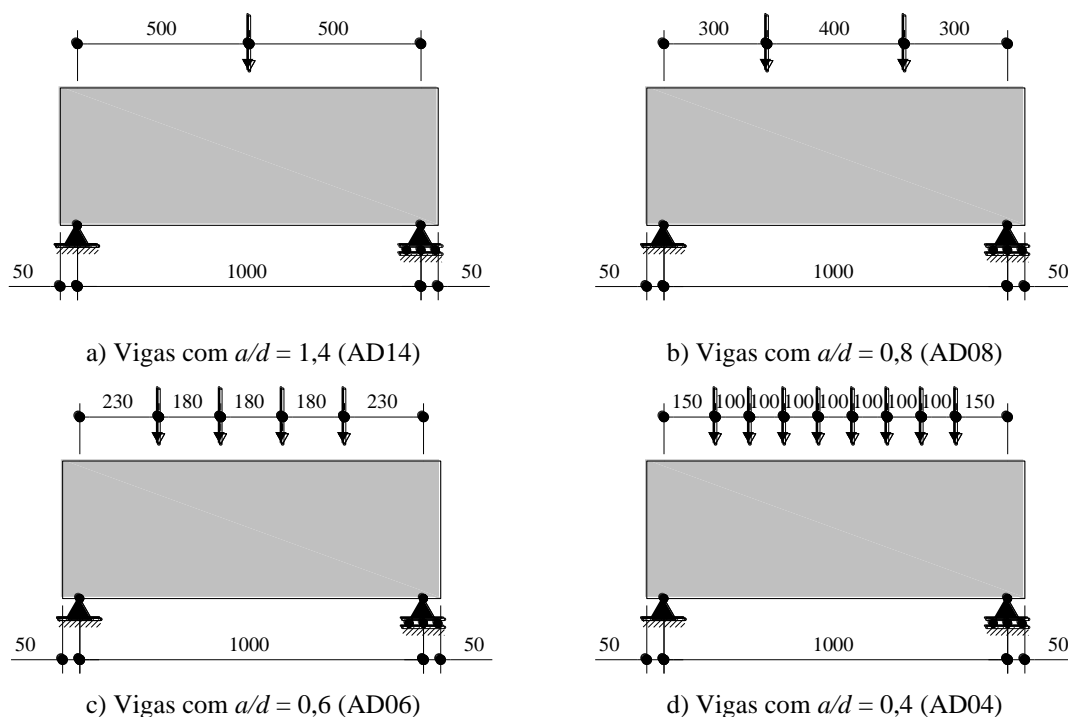


Figura 2.6. Esquema do ensaio das vigas de Sayhood *et al.*, 2018 (cotas em mm).

Os resultados desse estudo foram agrupados na Figura 2.7, mostrando, por ora somente, o impacto dos diferentes carregamentos nas resistências/cargas P_{cr} , referente ao início da fissuração, P_{max} , registro máximo, para as diferentes classes de resistência e taxas de reforço manuseadas. Vale frisar que todas as peças ruíram por cisalhamento, porém, de diferentes maneiras, tal como: pelas diagonais tracionada e comprimida, assim como, pelo esmagamento do concreto. Com base nos apontamentos, pôde-se observar que tanto a carga/resistência P_{cr} , como a P_{max} , aumentaram à medida que a relação a/d diminuíra de 1,4 para 0,4, onde o primeiro valor retratou a solicitação pontual na seção central, Figura 2.6a, e o valor seguinte a solicitação uniformemente distribuída, ou próxima disso, Figura 2.6d. Independentemente da classe de resistência do concreto e da taxa de reforço, a carga/resistência P_{cr} teve uma ascensão expressiva, de quase 95 %, quando os extremos foram comparados. Contudo, a evolução da carga/resistência P_{max} foi ainda mais notória, próxima de 150 %, de novo, quando o quociente a/d variou de 1,4 para 0,4.

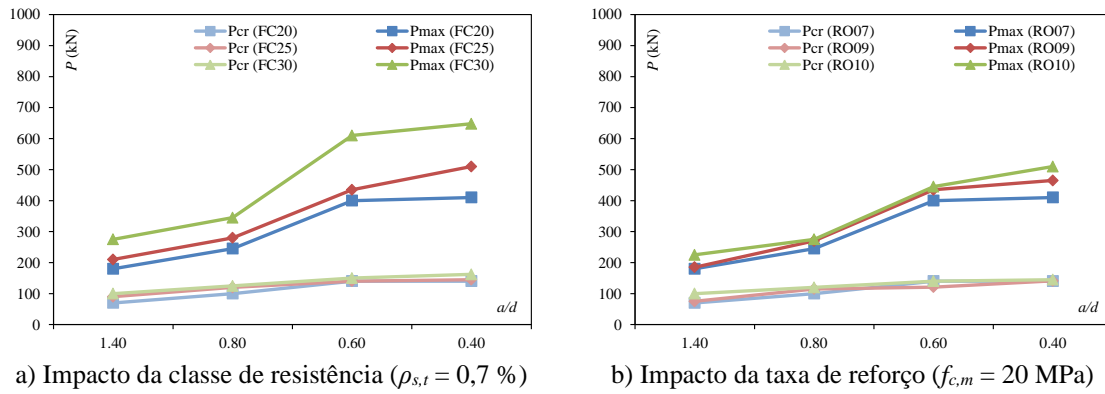
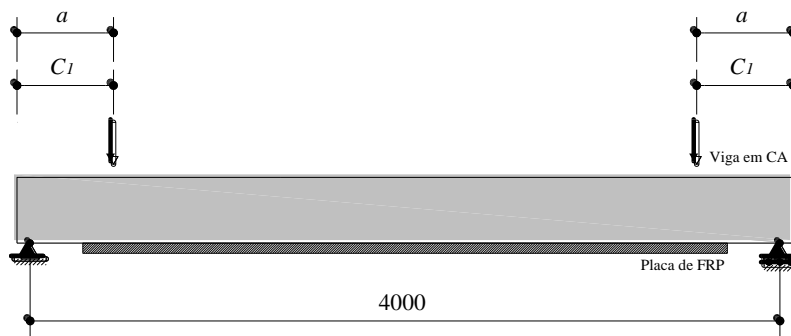
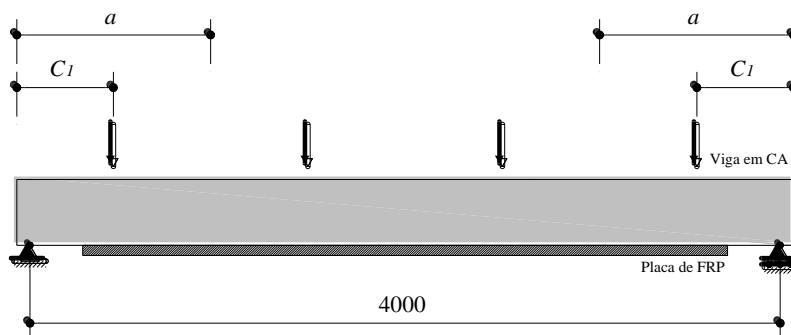


Figura 2.7. Resultados de Sayhood *et al.* (2018).

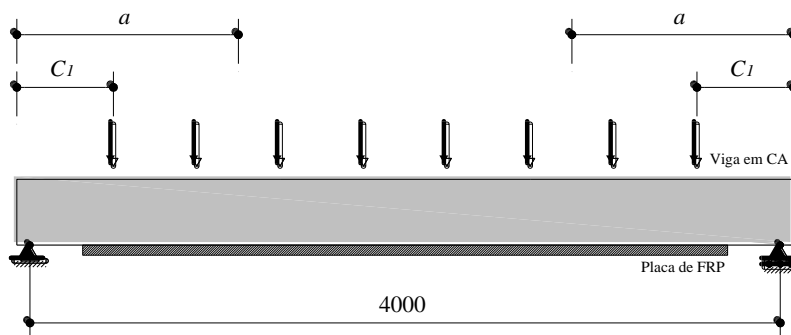
Agora, a campanha experimental desenvolvida por Fu *et al.* (2018) foi explorada. Nesse estudo, cinco vigas foram analisadas. Todas as peças tiveram $200 \times 450 \text{ mm}^2$ de seção transversal e vão, *eixo-eixo*, de 4000 mm. Ademais, a totalidade das vigas foi reforçada por placas de fibras poliméricas (manta de fibra de carbono), do inglês, FRP, *fiberglass reinforced polymer*. A placa de FRP apresentou 100 mm de largura e 1 mm de espessura. Sem pormenorizar o processo de aplicação do reforço polimérico, comunica-se, por ora somente, que esse reforço foi constituído por três camadas. As peças foram biapoiadas e solicitadas distintamente, a saber, em dois pontos (2P), quatro pontos (4P) e oito pontos (8P). O propósito da pesquisa foi, justamente, esclarecer o impacto das diferentes solicitações na aderência interfacial entre a placa de FRP e o substrato de concreto. Os tipos de solicitação foram retratados na Figura 2.8 e as principais características das vigas na Tabela 2.6. Vale acrescentar que o reforço longitudinal comprimido das vigas foi constituído por duas barras de aço com 16 mm de diâmetro, $\rho_{s,c} = \rho_{s,t}$. O reforço transversal se deu por barras de aço com 8 mm de diâmetro, as quais foram espaçadas, *eixo-eixo*, de 100 mm.



a) Vigas solicitadas em 2P



b) Vigas solicitadas em 4P



c) Vigas solicitadas em 8P

Figura 2.8. Esquema do ensaio das vigas de Fu *et al.*, 2018 (cotas em mm).

Tabela 2.6. Características das vigas de Fu *et al.* (2018).

Vigas	C_l (mm)	a (mm)	$f_{c,m}$ (MPa)	$\rho_{s,t}$ (%)	Solicitação
V1-A17-2P	1750	1750	47,0	0,48	2P
V2-A12-2P	1250	1250	47,1	0,48	2P
V3-A10-2P	1000	1000	48,2	0,48	2P
V4-A05-4P	500	1000	48,5	0,48	4P
V5-A02-8P	250	1000	48,5	0,48	8P

O comportamento das vigas foi avaliado a partir de relações *momento-deslocamento*, $m-\delta$, tal como ilustrou a Figura 2.9. Fitando somente nas vigas solicitadas em 2P, vigas V1, V2 e V3, ver Figura 2.9a, notou-se, excluindo os momentos fletores referentes ao início da fissuração, m_{cr} , que os demais momentos fletores, $m_{s,y}$ = momento

correspondente ao início do escoamento do reforço longitudinal tracionado e m_{max} = momento máximo, foram amplificados quando o vão de corte a diminuiu de 1750 mm para 1000 mm. O momento $m_{s,y}$ aumentou quase 6,5 %, enquanto o momento m_{max} aumentou quase 8,5 %. Esse acréscimo se deu pela mobilização do *efeito arco*. Agora, analisando a influência das diferentes solicitações, V3-2P, V4-4P e V5-8P, ver Figura 2.9b, observou-se certa amplificação somente no momento m_{max} , de quase 9 %, entre as vigas V3-2P e V5-8P. Nessa confrontação, vale comentar que ainda que as cotas C_1 , ver Figura 2.8, sejam diferentes entre as vigas em julgamento, os seus vãos de corte a foram os mesmos. Aqui, a mobilização do *efeito arco* também foi relevante.

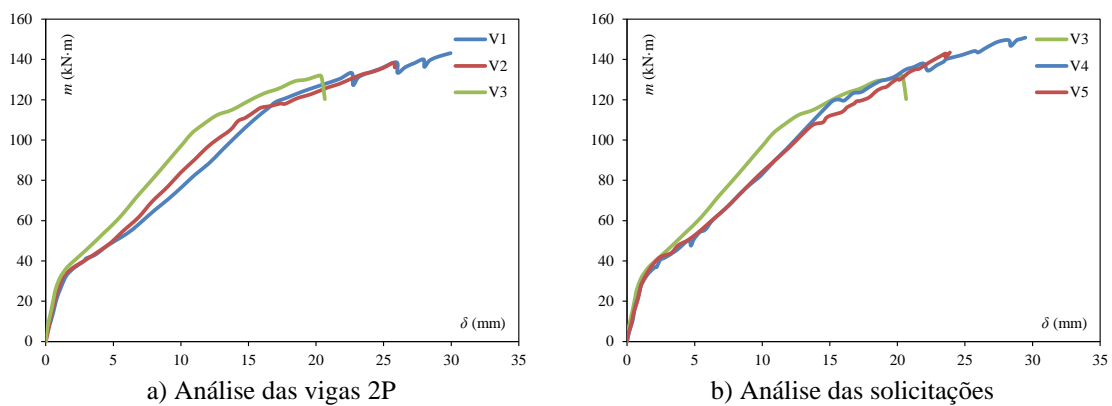


Figura 2.9. Relações momento-deslocamento das vigas de Fu *et al.* (2018).

Diferentemente dos estudos anteriores, onde as condições de contorno impactaram significativamente a resistência ao cisalhamento de vigas em CA, na pesquisa de Fu *et al.* (2018), percebeu-se que as condições de contorno amplificaram ligeiramente, somente, a resistência à flexão de vigas em CA. O motivo foi, justamente, os apoios manuseados naqueles ensaios, vigas biapoiadas. Nesse cenário específico, as seções críticas, ou de ruína, experimentaram, sobretudo, tensões normais. Para explicar com mais clareza essa questão, a seguir a proposta de Marí *et al.* (2014b) foi discutida brevemente. Ressalta-se, ainda, que até o presente momento, nenhum experimento referente a vigas em CRFA foi encontrado.

2.3. ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO DE VIGAS EM CONCRETO

Evidentemente que inúmeras propostas poderiam ser citadas quanto à questão da estimativa da resistência à flexão, ou seja, resistência à ação de momentos fletores e esforços cortantes, de vigas em CA, tais como as recomendações da EC2 (2004), ACI

318 (2008), MC10 (2013), ABNT NBR 6118 (2014), entre outras. Nada obstante, para esse instante, comentou-se somente as proposições de Marí *et al.* (2014b), que detalharam como estimar a resistência à flexão de vigas solicitadas por cargas concentradas e uniformemente distribuídas, ponderando, ainda, a ação concomitante de momentos fletores e esforços cortantes. Desse modo, como base nessas informações foi possível, posteriormente, identificar as diferenças entre a proposta de Marí *et al.* (2014b) e as usualmente praticadas nos projetos à flexão de vigas em CA, especificamente as recomendações do MC10 (2013).

Assim, inicialmente, recordou-se que o MC10 (2013) sugere manusear Eq. 1 para estimar a resistência ao esforço cortante de vigas em CA, independentemente do tipo de solicitação, concentrado ou distribuído. A parcela de resistência do reforço transversal foi ponderada por meio de Eq. 3.

$$P_{R,CRFA} = 0,18 \cdot k_w \cdot [\rho_{s,t} \cdot (f_{c,m} - 8)]^{1/3} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 1}$$

com,

$$k_w = \min\left(1 + \sqrt{200/d}; 2,0\right) \quad \text{Eq. 2}$$

$$P_{R,W} = 0,009 \cdot \rho_{s,w} \cdot f_{s,y,w} \cdot \cot g(\theta) \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 3}$$

Na equação Eq. 3, $\rho_{s,w}$ = taxa do reforço transversal, $f_{s,y,w}$ = tensão de escoamento do reforço transversal e θ = ângulo da biela comprimida. Em Eq. 2, d deve ser trabalhado em milímetros.

Apresentadas as questões iniciais, agora, pontuaram-se as conjecturas de Marí *et al.* (2014b) para a estimativa da resistência ao esforço cortante de vigas biapoiadas em CA solicitadas por cargas concentradas, $P_{R,CA}$. Com base na Figura 2.10, que mostrou as parcelas de resistências ponderadas, os autores concluíram que a resistência em apreço poderia ser estimada por:

$$P_{R,CA} = (v_{c,0} + v_{c,cr} + v_{s,l} + v_{s,w}) \cdot f_{ct,m} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 4}$$

Na expressão Eq. 4, $f_{ct,m}$ = resistência do concreto à tração média, $v_{c,0}$ = parâmetro adimensional relativo à parcela de resistência do concreto não fissurado, Figura 2.10b,

$v_{c,cr}$ = parâmetro adimensional relativo à parcela de resistência do concreto fissurado na fissura crítica de cisalhamento, Figura 2.10c, $v_{s,l}$ = parâmetro adimensional relativo à parcela de resistência do reforço longitudinal (efeito pino), Figura 2.10d, e $v_{s,w}$ = parâmetro adimensional relativo à parcela de resistência do reforço transversal, Figura 2.10e. Oportunamente, vale salientar que a corrente discussão trouxe a análise em termos de parâmetros adimensionais, contudo, a Figura 2.10 foi expressa em termos das resultantes $V_{c,0}$, $V_{c,cr}$, $V_{s,l}$ e $V_{s,w}$. A Figura 2.10a retratou o aspecto de uma viga em CA solicitada por carga concentrada na iminência da ruína. Ademais, na Figura 2.10b, revelou-se também as resultantes F_c = resultante do concreto comprimido mobilizado na flexão e $F_{s,t}$ = resultante do reforço longitudinal tracionado mobilizado na flexão.

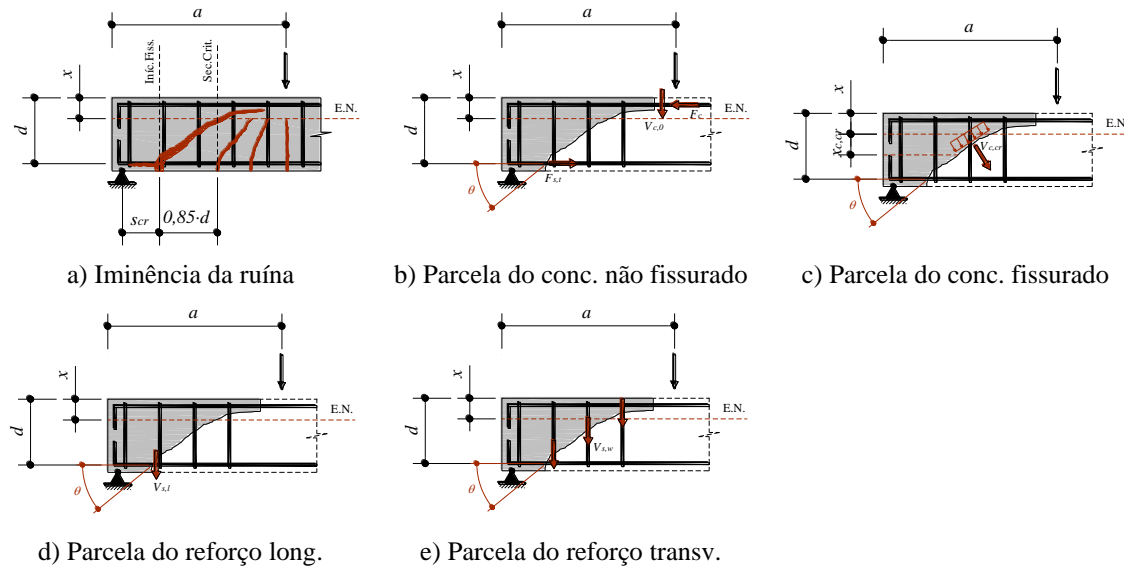


Figura 2.10. Análise da resistência ao cisalhamento de vigas em ca (adaptado de Marí *et al.*, 2014b).

Nesse cenário, em uma abordagem simplificada, Marí *et al.* (2014b) sugeriram para as estimativas dos parâmetros adimensionais:

$$v_{c,0} = \xi \cdot [(0,88 + 0,7 \cdot v_{s,l}) \cdot (x/d) + 0,02] \quad \text{Eq. 5}$$

$$v_{c,cr} = 167 \cdot \frac{f_{ct,m}}{E_c} \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot E_c \cdot G_{c,f}}{d \cdot (f_{ct,m})^2} \right] \quad \text{Eq. 6}$$

$$v_{s,l} = \begin{cases} 0,25 \cdot (x/d) & \text{para } \rho_{s,w} \geq 0 \\ 0 & \text{para } \rho_{s,w} < 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 7}$$

$$v_{s,w} = 0,85 \cdot \rho_{s,w} \cdot (f_{s,y,w} / f_{ct,m}) \quad \text{Eq. 8}$$

Nas equações anteriores, $\xi = \max(1, 2 - 0,2 \cdot a; 0,65)$, com a trabalhado em metros, E_c = módulo de elasticidade tangente do concreto, $G_{c,f} = 0,028 \cdot (f_{c,m})^{0,18} \cdot (d_{max})^{0,32}$ = módulo de fratura do concreto (modo I) e d_{max} = diâmetro máximo do agregado graúdo. Do exposto, pôde-se perceber que a proposta da Marí *et al.* (2014b) se mostrou pormenorizada, relativamente às propostas do MC10 (2013), ou seja, tratando parâmetros relevantes à resistência ao cisalhamento de maneira explícita. Na Figura 2.10a, E.N. = eixo neutro, $s_{cr} = m_{cr} / V_u$ = cota, relativamente ao apoio, referente ao início da fissura de flexão (viga biapoiada), m_{cr} = momento fletor referente ao início da fissuração e V_u = esforço cortante último/máximo. Ademais, vale comentar que na corrente proposta, a seção crítica dista $0,85 \cdot d$ da cota s_{cr} . Na Figura 2.10c, $x_{c,cr} = (d - x) \cdot (\varepsilon_{ct,u} / \varepsilon_{s,l}) \cdot [\text{sen}(\theta)]^2$, com $\varepsilon_{ct,u}$ = deformação última do concreto tracionado e $\varepsilon_{s,l}$ = deformação do reforço longitudinal tracionado correspondente à deformação $\varepsilon_{ct,u}$.

Apresentadas as questões referentes à estimativa da resistência ao esforço cortante, comentou-se, agora, acerca da resistência à flexão. Segundo o MC10 (2013), para determinar o momento resistente de uma viga em CA, sem fazer distinção quanto ao tipo de sollicitação, o esquema apresentado na Figura 2.11a deve ser manuseado iterativamente. Nessa proposta, os mecanismos mobilizados concernem, especificamente, à flexão pura, ou seja, a ação das resultantes F_c e $F_{s,t}$ provenientes do momento fletor constante M_0 . Diferentemente, na propositura de Marí *et al.* (2014b), teve-se a mobilização das resultantes comentadas antes e, em adição, das resultantes oriundas dos esforços cortantes, Q_1 e Q_2 na Figura 2.11b. Assim, os autores possibilitaram estimar a resistência à flexão de seções que experimentam, sincronicamente, a ação de momentos fletores e esforços cortantes, o que sugere uma resistência superior, comparativamente ao esquema mostrado na Figura 2.11a. Vale pontuar que o esquema mostrado na Figura 2.11b correspondeu à análise de vigas sollicitadas por cargas concentradas.

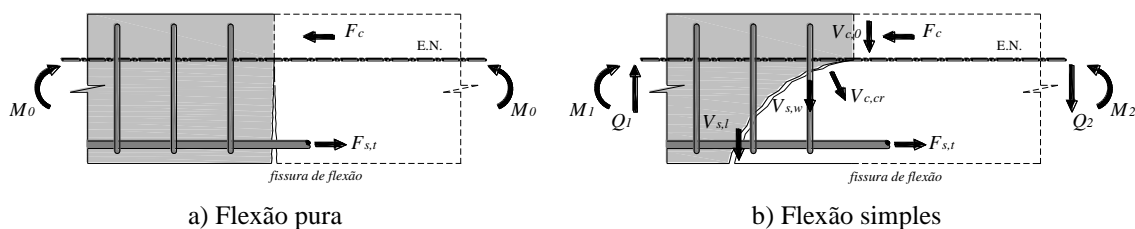


Figura 2.11. Análise da resistência à flexão de vigas em ca (adaptado de Marí *et al.*, 214b).

Para ponderar a ação das cargas distribuídas na resistência à flexão de vigas em CA, Marí *et al.* (2014b) introduziram ao esquema mostrado na Figura 2.11b a parcela referente a essa carga distribuída, ver Figura 2.12. Dessa forma, os autores concluíram que a resistência à flexão de vigas solicitadas por cargas distribuídas seria superior a de vigas solicitadas por cargas concentradas. No corrente documento, não se teve a pretensão de realizar o desenvolvimento matemático da proposta de Marí *et al.* (2014b) e, menos ainda, aplicar esse modelo, pois, na atualidade, essa questão está sendo detalhadamente desenvolvida em uma pesquisa que complementa essa dissertação.

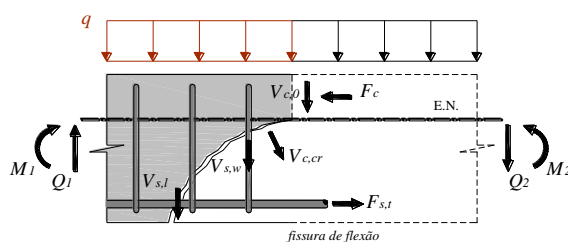


Figura 2.12. Parcela de resistência da carga distribuída (adaptado de Marí *et al.*, 2014b).

2.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Do exposto, resumiu-se essa revisão bibliográfica ressaltando que Caldentey *et al.* (2012) mostraram que vigas contínuas em CA solicitadas por cargas distribuídas podem ter a sua capacidade portante ao esforço cortante aumentada em quase 25 %. Quando as vigas tiveram a sua seção transversal variando ao longo do comprimento, a resistência aumentou ainda mais, quase 70 %. As vigas com seção variável e solicitadas por carga linearmente distribuída registraram os casos extremos. Nesse cenário, a capacidade portante aumentou próximo de 155 %. Aqui, revelou-se a ineficiência das propostas CSCT, ACI 318 (2008) e EC2 (2004) para estimar a resistência de vigas solicitadas por cargas distribuídas.

Corroborando a questão, os resultados experimentais de Tung e Tue (2016) também testificaram a influência das condições de apoio e solicitação na resposta mecânica/estrutural de vigas em CA ao esforço cortante. Além das evidências experimentais, o estudo em pauta também mostrou a falta de acurácia das recomendações do ACI 318 (2008) e MC10 (2013) para estimar a resistência de vigas que têm a seção crítica experimentando concomitantemente elevados momentos fletores e forças cortantes. Ressalva, a proposta dos autores que estimaram acertadamente as resistências desse tipo de viga, por ponderar a correlação entre os momentos fletores e os esforços cortantes.

Sayhood *et al.* (2018) exploraram o impacto do tipo de solicitação na resistência ao esforço cortante de vigas-paredes biapoiadas em CA para a classe de resistência variando em 20, 25 e 30 MPa e para taxa de reforço longitudinal tracionado alternando em 0,7, 0,9 e 1,0 %. Ao fim, testificou-se que, independentemente da classe de resistência e da taxa de reforço manuseada, tanto as cargas/resistências P_{cr} , como P_{max} , foram amplificadas, quando o quociente a/d diminuiu de 1,4, que figurou a viga solicitada por uma carga pontual na seção central, para 0,4, que retratou a viga solicitada por uma carga uniformemente distribuída, ou próxima disso. Aqui, a capacidade portante da viga ao esforço cortante aumentou quase 150 %.

Diferente dos estudos anteriores, Fu *et al.* (2018) manusearam cinco vigas biapoiadas em CA reforçadas com placas de FRP. A tenção da pesquisa foi julgar o impacto de diferentes solicitações, 2P, 4P e 8P, nas respostas mecânicas/estruturais à flexão daquelas peças. Os resultados mostraram a relevância do *efeito arco* no desempenho das vigas quando o vão de corte fora reduzido. Indo de encontro aos registros anteriores, as evidências atuais testificaram, contudo, ampliações menores, aproximadamente 10 %, na resistência à flexão das vigas solicitadas em 8P, comparativamente às vigas solicitadas em 2P. A razão foi a condição de apoio, uso de peças biapoiadas, uma vez que a seção crítica/ruína experimentou majoritariamente momentos fletores, ou seja, tensões normais.

Relativamente à estimativa da resistência à flexão de vigas em CA, diferente do que sugere a proposta do MC10 (2013), o estudo de Marí *et al.* (2014b) apontou que a resistência de vigas em CA que experimentam flexão simples é maior que a resistência

de vigas que experimentam flexão pura. Os mecanismos mobilizados pelos esforços cortantes no plano crítico/fissurado foram a razão. Ademais, os autores também frisaram que vigas solicitadas por cargas distribuídas têm resistência à flexão amplificada, relativamente à viga solicitada por cargas concentradas. No que concerne à resistência ao esforço cortante, testificou-se que a proposta de Marí *et al.* (2014b) foi mais pormenorizada que a sugestão do MC10 (2013), destacando de maneira explícita os mecanismos resistentes de uma viga ruindo por cisalhamento.

3. ARTIGO

ANÁLISE EXPERIMENTAL DE VIGAS CONTÍNUAS EM CRFA SOLICITADAS POR CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO: INFLUÊNCIA DO CONSUMO DE FIBRAS E DA INÉRCIA DA SEÇÃO RETANGULAR

Experimental analysis of SFRC continuous beams uniformly distributed loading: Content of fibres and rectangular cross-section inertia influence

Paulo André dos Santos Monteiro

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará – PPGEC/UFPA

RESUMO

Nesse estudo, as vantagens mecânicas asseguradas pelas fibras de aço foram aplicadas no projeto de vigas contínuas em concreto solicitadas por cargas uniformemente distribuídas. Assim, a partir de uma campanha experimental, quatro vigas, sendo uma em concreto armado, CA, e três em concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, foram ensaiadas com as condições de contorno comentadas antes para se julgar a influência do consumo de fibras, que alternou em 45, 60 e 75 kg/m³ do volume de concreto, e o impacto de se trabalhar/aumentar a inércia da seção transversal retangular daquelas peças, sem, contudo, alterar a sua área. As seções variaram em 150x300, 110x400 e 90x500 mm². Ao fim, fundamentado em relações *carga-deslocamento*, *momento-curvatura* e outros resultados, mostrara-se que a combinação acertada entre o consumo de fibras e a inércia adequada possibilitou significativa supressão dos reforços convencionais, barras de aço. Relativamente às estimativas dos momentos fletores e dos esforços cortantes resistentes dessas vigas, identificou-se que para as vigas contínuas, em que a seção crítica experimental, concomitantemente, momentos fletores e esforços cortantes, as recomendações do MC10 (2013) se mostraram, sobremodo, conservadoras. Ainda assim, uma proposta foi apresentada, usando as próprias recomendações do MC10 (2013), para se estimar as resistências sobreditas de maneira sincrônica através da taxa de reforço tracionado convencional.

Palavras-chave: Concreto, Fibra de aço, Viga, Flexão, Recomendação de projeto.

ABSTRACT

Herein, in order to design continuous concrete beams uniformly distributed loading, the mechanical behavior of steel fibre has been brought to spotlight. Therefore, it was introduced an experimental campaign with four beams, where the reference one was in reinforced concrete, RC, and the three ones remaining were in steel fibre reinforced concrete, SFRC. All of them presenting the boundary condition previously announced. The parameters in judgment have been the content of fibre, ranging in 45, 60, 75 kg/m³ on concrete volume and the rectangular cross-section inertia, changing/increasing in 150x300, 110x400 and 90x500 mm², as well. On those circumstances, it could be noted that the cross-sections areas have been kept constants. Finished off the tests, results, such as *load-displacement*, *moment-curvature* relationships, among others, have made known the workableness to largely suppress the conventional reinforcement, steel rebars, when both parameters, content of fibre and cross-section inertia, were supposed to be well matched. Now, calling the design guidelines to the examination, mainly flexural and shear strengths of continuous beams, where the critical cross-section is always under concomitant action of bending moments and shear forces, it was pointed out that the letters of support of MC10 (2013) had been powerless, most of time strongly overcoming those real strengths. Anyway, in order to simultaneously figure out both strengths, flexural and shear strengths of concrete beams, a proposition has been presented, still handling the MC10 (2013) issues, by dint of conventional longitudinal tension reinforcement ratio.

Keywords: Concrete, Steel fibre, Beam, Flexural behavior, Design guideline.

1. INTRODUÇÃO

O concreto reforçado com fibras de aço, CRFA, simplesmente implica em adicionar fibras de aço, em consumos previamente aferidos, na massa de concreto fresco, com fluidez própria, para assegurar a homogeneização desse elemento filamental. Tal como ressaltando no ACI *Committee 544.4R* (2018), o CRFA já vem sendo tecnicamente estudado desde a década de 60, tal como Romualdi e Batson (1963), Agbim (1964), deVekey e Majumdar (1968), Birkimer (1969), entre outras iniciativas. Contudo, a prática de aprimorar materiais frágeis por meio de elementos filamentosos aponta para períodos longínquos, a exemplo, o antigo Egito, ver Hannant (2003) e Behinaein *et al.* (2018). Dependendo da dosagem do CRFA, o mecanismo de reforço provido pelas fibras de aço pode ser significativo, com potencial, até, para possibilitar a supressão do reforço convencional, na sua totalidade, ou em parte, de certos elementos estruturais, como ressaltou Michels *et al.* (2012), Barros *et al.* (2015), Bui *et al.* (2020), Tahenni *et al.* (2021), Yu *et al.* (2022), entre outros. Em geral, a resposta residual à tração/flexão do concreto reforçado com fibras de aço pode ser do tipo *softening*, com amolecimento, após o início da fissuração, ou *hardening*, com endurecimento, também após o início da fissuração do material, consoante explicou o MC10 (2013). Nos elementos estruturais em CRFA, agora, especificamente as vigas, o concreto *softening* pode enriquecer a sua ductilidade e tenacidade, sem, contudo, aumentar a sua resistência e promover a supressão do seu reforço convencional. Diferentemente, o concreto *hardening*, que além de enriquecer a ductilidade/tenacidade, pode, também, amplificar a capacidade portante de uma viga e, motivar a remoção do seu reforço convencional, tanto o longitudinal, como o transversal. Mahmood *et al.* (2018), Yoo e Moon (2018), Lantsoght (2019) e Bernat *et al.* (2020), integram alguns exemplos de constatações experimentais. Apesar das vantagens, vale frisar que se o preparo do CRFA for mal conduzido, essas primazias podem ser perdidas em diferentes graus de penalidades.

Ainda que o avanço tecnológico do CRFA tenha sido relevante nas últimas décadas, incluindo nesse progresso, os ensaios experimentais para explicar quanto à resposta estrutural de vigas reforçadas com fibras de aço, pouco se tem, ao menos, até o presente momento, em termos de recomendação de projeto. No Brasil, por exemplo, esse assunto é tratado na recente ABNT NBR 16935 (2021). No que concerne ao projeto à flexão de vigas em CRFA, tanto a ABNT predita, como o MC10 (2013), sugerem metodologias para estimar o momento fletor e o esforço cortante resistente. Sequencialmente, porém, somente as recomendações do documento estrangeiro foram manuseadas. A razão foi a abrangência do MC10 (2013) e o fato da ABNT em questão ser uma tradução parcial da primeira citação. Comentando, ainda que superficialmente, acerca do modelo utilizado na estimativa do momento fletor resistente de vigas em concreto, importa publicar que nessa abordagem, as tensões ponderadas nas seções transversais dessa peça, nomeadamente a seção crítica, são oriundas da flexão pura somente. Outrossim, relativamente à estimativa do esforço cortante resistente de uma viga flexionada, comenta-se que a proposta usualmente manuseada trata de uma equação empírica, que, ainda, não trás, ao menos de modo explícito, certos quinhões de resistência, tal como o engrenamento dos agregados graúdo, o efeito de pino promovido pelo reforço longitudinal e, para não se estender no comentário, a influência do vão de corte. Adicionalmente às questões anteriores, pontua-se o fato dessa equação ser calibrada, na sua totalidade, a partir de ensaios de vigas biapoiadas solicitadas por forças/cargas concentradas, em um ponto, ou dois pontos exclusivamente. Apesar das críticas, vale ressaltar que a acurácia dessas estimativas já foram atestadas, ao menos quando o universo amostral desse tipo de estudo atende os cenários específicos levantados antes, ver Akinlolu e Haupt (2020), Olalusi e Spyridis (2020) e Olalusi e Awoyera (2021).

Em regra, no que tange ao projeto de vigas em concreto, as peças biapoiadas solicitadas por cargas concentradas não retratam os casos corriqueiros. Ao contrário, as vigas contínuas solicitadas por cargas uniformemente distribuídas, ou algo próximo disso, marcam a rotina daqueles projetos. Ainda que se reconheça essa ocorrência, há, mesmo no período atual, carência de estudos, mormente às campanhas experimentais, acerca desse assunto. A despeito

disso, pesquisas como as de Brown e Bayrak (2007), Rodrigues *et al.* (2010), Caldentey *et al.* (2012), Marí *et al.* (2014a), Marí *et al.* (2014b) e Cladera *et al.* (2015), Panfilov e Pischulev (2015), Tung e Tue (2016), entre outras, trouxeram algum entendimento sobre o estudo de vigas contínuas em concreto armado ,CA, e a repercussão sobre o carregamento uniformemente distribuído.

Em Caldentey *et al.* (2012), por exemplo, oito vigas contínuas em CA sem reforço transversal foram ensaiadas para se julgar quanto ao impacto do tipo de carregamento, alternando em concentrado, uniformemente e linearmente distribuído, e ao impacto da variação da inércia da seção transversal retangular ao longo dos eixos da peças, que alternou entre vigas com seção constante e vigas com variação linear da seção. Ao fim, os resultados indicaram que todas as vigas solicitadas por cargas distribuídas, tanto as uniformes, como as lineares, foram mais resistentes que as suas correspondentes vigas solicitadas pontualmente. As vigas ruíram por cisalhamento. Vale comentar que a confirmação anterior foi independente da variação da inércia da seção. Enquanto que as vigas com inércia constante e carga uniformemente distribuída foram as menos afetadas, com acréscimos na resistência ao esforço cortante em torno de 20 para 30 %, as vigas, tanto com inércia constante, como variável, solicitadas por carga linearmente distribuída, foram as mais impactadas, com acréscimos na resistência na ordem de 80 para 155 %. Relativamente à estimativa das resistências dessas vigas, os autores registraram, usando as recomendações do ACI 318 (2008) e EC2 (2004), nessa ordem, $MED =$ média aritmética $\approx 0,88$ e $COV =$ coeficiente de variação $\approx 17 \%$ e $MED \approx 1,01$ e $COV \approx 17 \%$ para as vigas solicitadas pontualmente. Para as vigas solicitadas uniformemente, anotaram-se $MED \approx 1,14$ e $COV \approx 3 \%$ para a recomendação do ACI 318 (2008) e $MED \approx 1,31$ e $COV \approx 4 \%$ para a proposta do EC2 (2004). Por fim, para as vigas solicitadas linearmente, tiveram-se $MED \approx 1,4$ e $COV \approx 16 \%$ para o ACI 318 (2008) e $MED \approx 1,65$ e $COV \approx 17 \%$ para o EC2 (2004).

Em Marí *et al.* (2014a), uma proposta foi sugerida para estimar a resistência ao esforço cortante de vigas biapoiadas em CA solicitadas pontualmente a partir do modelo de flexão para vigas em concreto. Ou seja, nesse estudo, a resistência ao esforço cortante foi ponderada a partir da análise da seção transversal da viga flexionada, haja vista que na seção da continuidade, região correspondente à seção crítica, a peça mobiliza substancial momento fletor e esforço cortante. Sem pormenorizar, comunica-se que para concretizar essa ideia, parcelas de resistência associadas às tensões transversais foram incorporadas ao modelo de flexão, tais como, as parcelas do concreto não fissurado, do efeito pino, entre outras. Para julgar a acurácia dessa proposta dois banco de dados foram manuseados, o primeiro constituído por 892 vigas com reforço transversal e o segundo contendo 239 vigas sem reforço transversal. Ao mesmo tempo, as recomendações do ACI 318 (2008), EC2 (2004) e MC10 (2013) foram manuseadas também. Ao fim, a proposta dos autores registrou $MED \approx 1,04$ e $COV \approx 17,3 \%$ na estimativa das vigas sem reforço transversal e $MED \approx 1,02$ e $COV \approx 16,6 \%$ na estimativa das vigas com reforço transversal. Na mesma sequencia de apresentação, sem/com reforço transversal, tiveram-se para o ACI 318 (2008), $MED \approx 1,28/1,25$ e $COV \approx 27,11/21,04 \%$, para o EC2 (2004), $MED \approx 1,07/1,72$ e $COV \approx 21,12/37,13 \%$ e, por fim, para o MC10 (2013), $MED \approx 1,20/1,21$ e $COV \approx 18,61/18,58 \%$. Do exposto, a eficácia da proposta foi confirmada.

Em outra publicação, Marí *et al.* (2014b), a solicitação uniformemente distribuída foi incorporada ao debate. Nesse cenário, os autores comunicaram que a proposta citada antes, para estimar a resistência ao cisalhamento de vigas em CA solicitadas pontualmente a partir do modelo de flexão, poderia ser operada para estimar a resistência de vigas solicitadas uniformemente também. Para esse fim, evidentemente, ajustes foram necessários. Pontuou-se, a princípio, que a carga uniformemente distribuída influenciaria na parcela de resistência do concreto não fissurado. Contudo, essa alteração, relativamente ao que se tinha para a solicitação pontual, mostrou-se insignificante. À vista disso, por simplificação, desconsiderou-se essa constatação, deixando, ao fim, essa parcela de resistência a mesma para os distintos modos de solicitação, pontual e distribuído. Oportunamente, vale lembrar que na proposta dos autores, a resistência da viga foi trabalhada a partir da seção crítica. Assim, fundamentado no experimento

de Leonhardt e Walther (1962), confrontou-se a localização das seções críticas para as vigas solicitadas pontualmente e uniformemente. Da análise, observou-se que a seção crítica das vigas solicitadas uniformemente estava mais próxima do apoio. Portanto, com a tenção de ponderar essa ocorrência, os autores sugeriram apreciar $a = \text{vão de cisalhamento} = 0,25 \cdot L$ para as vigas biapoiadas solicitadas por carga uniformemente distribuída, sendo $L = \text{vão da viga biapoiada}$. Do exposto, a eficácia da proposta foi julgada a partir de dois bancos de dados, igual antes, sem/com reforço transversal. A estimativa dos autores também foi confrontada com as propostas do ACI 318 (2008), EC2 (2004) e MC10 (2013). Para o primeiro banco de dados, tiveram-se 720 vigas biapoiadas sem reforço transversal, com 680 vigas solicitadas pontualmente e 40 vigas solicitadas uniformemente. Na sequência, os resultados. Para a corrente proposta se teve $MED \approx 1,05$ e $COV \approx 18,28 \%$, para o ACI 318 (2008), $MED \approx 1,22$ e $COV \approx 28,67 \%$, para o EC2 (2004), $MED \approx 1,07$ e $COV \approx 23,34 \%$ e, para o MC10 (2013), $MED \approx 1,31$ e $COV \approx 20,81 \%$. Por fim, o segundo banco de dados, relativo às vigas com reforço transversal. Agora, 85 vigas biapoiadas solicitadas pontualmente foram analisadas. Quanto aos resultados, para a proposta dos autores, $MED \approx 1,06$ e $COV \approx 15,54 \%$, para o ACI 318 (2008), $MED \approx 1,26$ e $COV \approx 19,10 \%$, para o EC2 (2004), $MED \approx 1,52$ e $COV \approx 24,86 \%$ e, para o MC10 (2013), $MED \approx 1,21$ e $COV \approx 17,28 \%$.

Do exposto, agora, pôde-se ressaltar o plano de trabalho da pesquisa atual. Presentemente, com o propósito de contribuir ao assunto em pauta, disponibilizaram-se os resultados de experimentos sobre quatro vigas contínuas solicitadas uniformemente, sendo uma em CA e três em CRFA. Além dessas questões, trouxe-se também para a discussão, as vantagens de se trabalhar/aumentar a inércia da seção retangular no que concerne ao aprimoramento da resposta estrutural/mecânica das vigas estudadas. Nesse cenário, diferentes arranjos de reforços foram apresentados, combinando-se, inclusive, os reforços convencionais, com os mecanismos de reforços promovidos pelas fibras de aço. Ao fim, supressões expressivas dos reforços convencionais foram alcançadas, quando se combinou certo consumo de fibras com uma inércia congruente. Na sequência, buscou-se nas propostas do MC10 (2013) a possibilidade de se estimar as resistências das vigas desse trabalho, propondo, até, uma metodologia prática, que viabilizasse o julgamento sincrônico do momento fletor e do esforço cortante resistente.

2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Com o propósito de discutir acerca da resposta mecânica/estrutural e das recomendações de projeto de vigas em CRFA, idealizou-se a presente campanha experimental. O alvo desse estudo foi, basicamente, explorar a vantagem da inércia das seções retangulares, sem, contudo, alterar a sua área e, ainda, excluindo a possibilidade de prejudicar a resistência das peças. Dessarte, supressões nos mecanismos de reforços, tanto nos convencionais, barras de aço, como no próprio consumo de fibras, foram possíveis, permitindo, assim, sugestões distintas para os arranjos dos reforços. Digno de comentário foram, também, as condições de contorno das vigas. Aqui, reproduziram-se em laboratório vigas contínuas solicitadas, o mais próximo possível, de maneira uniformemente distribuída. A finalidade dessa condição de contorno foi escapar dos ensaios convencionais, ou seja, ensaios de flexão em três/quatro pontos, e investigar a ruína das peças em seções que experimentam, concomitantemente, significativas tensões normais e transversais.

2.1. CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS

Para garantir a análise desejada, quatro vigas, uma em CA e três em CRFA, foram ensaiadas, todas com 3000,0 mm de comprimento. A seção transversal dessas peças foi retangular, alternando em 150x300, 110x400 e 90x500 mm². Nesse cenário, acreditou-se que as variações comentadas foram suficientes para analisar a influência das suas rigidezes à flexão. Ademais, vale comentar que as seções trabalhadas tiveram a mesma área, ou seja, o consumo de concreto foi o mesmo para todas as peças. O arranjo dos reforços também configurou um objeto de estudo dessa pesquisa. Nesse quesito, teve-se a viga em CA, identificada aqui por

B15H30CF00, que foi reforçada convencionalmente, somente com o uso de barras de aço e, também, tiveram as vigas em CRFA, com o consumo C_f variando entre 45, 60 e 75 kg/m³ do volume de concreto, ou, alternativamente, na mesma ordem, com $C_f = 0,6, 0,8$ e $1,0$ %. Nas vigas reforçadas com fibras, suprimiu-se, sempre que possível, monte dos reforços convencionais, tanto das barras longitudinais, como das transversais. Desse modo, o papel de reforço principal foi transferido às fibras de aço. A identificação das peças em CRFA, assim como, o resumo das principais características das vigas foram reveladas na Tabela 1. Nessa tabela, b = largura da seção, h = altura efetiva da seção, d = altura útil da seção, $\rho_{s,t} = A_{s,t}/(b \cdot d)$ = taxa do reforço tracionado, $\rho_{s,c} = A_{s,c}/(b \cdot d)$ = taxa do reforço comprimido, $\rho_{s,w} = A_{s,w}/(b \cdot s)$ = taxa do reforço transversal, $A_{s,p}$ = área do reforço positivo, $A_{s,n}$ = área do reforço negativo, $A_{s,w}$ = Área do reforço transversal e s = espaçamento, *eixo-eixo*, do reforço transversal. Os valores de d e s foram identificados nas Figuras 1, 2, 3 e 4.

Tabela 1. Características das vigas.

Vigas	$b \times h$ (mm)	d (mm)	$\rho_{s,t}$ (%)	$\rho_{s,c}$ (%)	$\rho_{s,w}$ (%)	C_f (%)
B15H30CF00	150x300	249,0	1,61	0,17	0,17	0
B15H30CF75	150x300	252,5	1,30	0,16	0,0	1,0
B11H40CF60	110x400	355,0	0,80	0,16	0,0	0,8
B09H50CF45	90x500	455,0	0,58	0,15	0,15	0,6

As vigas desse estudo não foram idealizadas para serem congêneres, mas para retratarem possibilidades alternativas de propostas estruturais. Assim, essas peças, com diferentes arranjos de reforços, foram projetadas, segundo o MC10 (2013), para possuírem resistências mecânicas equivalentes. A resistência estimada foi de aproximadamente 100 kN. Para apresentar o detalhamento dos reforços convencionais, chamaram-se as Figuras 1, 2 e 3. Nessas figuras, além de se ter acessado os reforços promovidos pelas barras de aço, também se pôde constatar as condições de contorno das vigas, sendo P a carga registrada na célula de carga, ver Figura 6. Ainda sobre as Figuras 1, 2 e 3, deve-se notar que por ora as alturas h não foram representadas na escala. O cobrimento praticado foi de 20,0 mm. Cabe comentar que a zona de teste correspondeu à região compreendida entre a extremidade esquerda, livre, e o apoio subsequente. As seções transversais foram introduzidas na Figura 4.

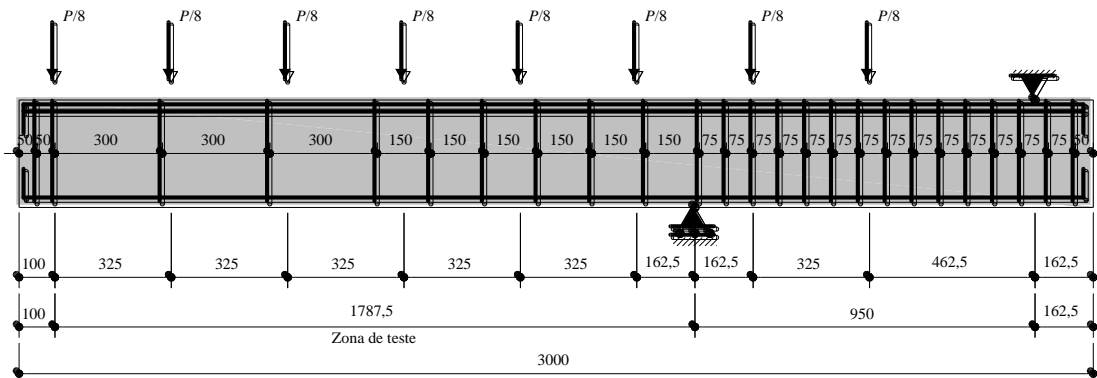


Figura 1. Arranjo dos reforços da viga B15H30CF00 (cotas em mm).

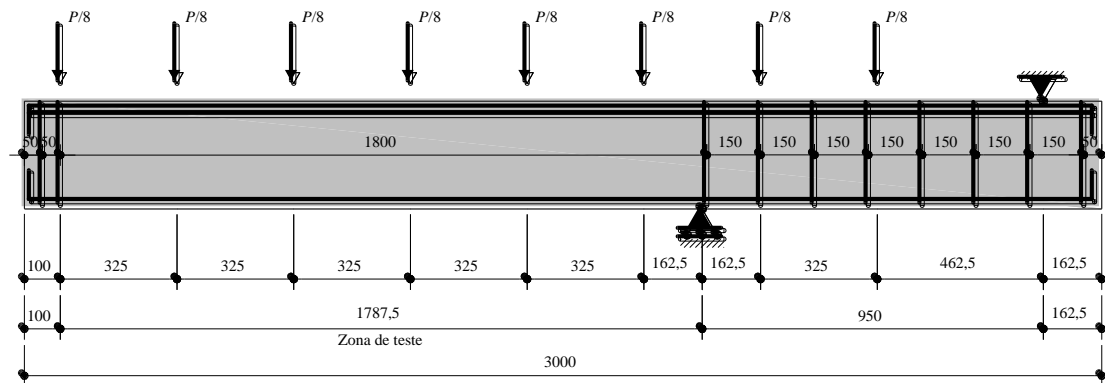


Figura 2. Arranjo dos reforços das vigas B15H30CF75 e B11H40CF60 (cotas em mm).

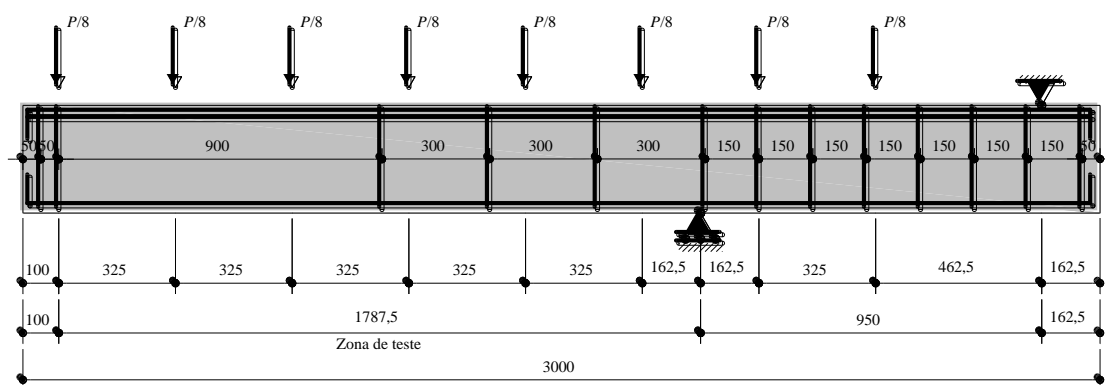
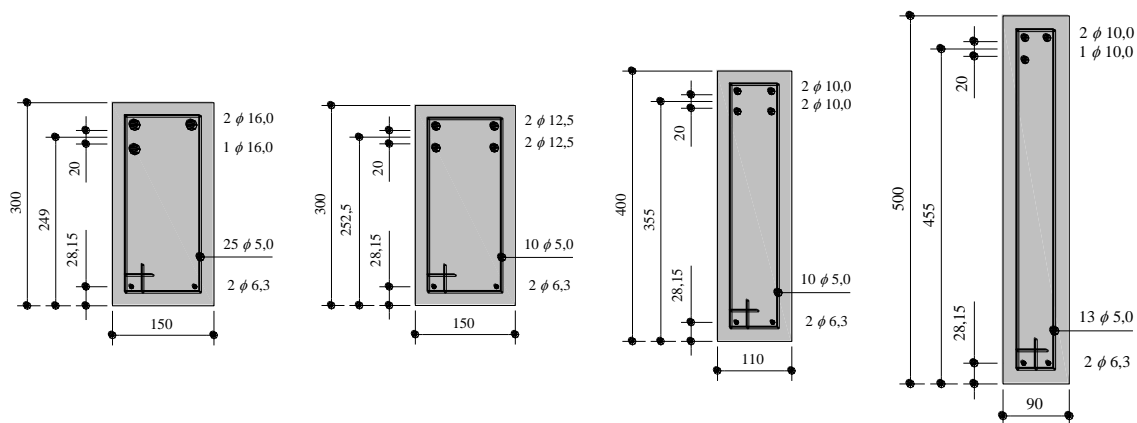


Figura 3. Arranjo dos reforços da viga B09H50CF45 (cotas em mm).



a) Viga B15H30CF00 b) Viga B15H30CF75 c) Viga B11H40CF60 d) Viga B09H50CF45

Figura 4. Seção transversal das vigas na zona de teste (cotas em mm).

2.2. PLANO DE INSTRUMENTAÇÃO

Para viabilizar a análise do desempenho mecânico das vigas, as relações *carga-deslocamento*, $P-\delta$, e *carga-deformação*, $P-\varepsilon$, foram registradas. A Figura 5 retratou o esquema do plano de instrumentação empregado, sendo δ = deslocamento na extremidade livre e ε = deformação nas barras da seção de referência, ver Figura 5b. Concernentemente às deformações das barras, frisa-se que tanto as tracionadas, $\varepsilon_{t,i}$, como as comprimidas, $\varepsilon_{c,i}$, foram monitoradas, com $i = 1$ e 2 . Para monitorar o deslocamento um LVDT (LD Sensors Ltd, modelo LDS-100) foi operado. As deformações foram apontadas a partir de extensômetros elétricos de resistência (EXCEL Sensores, modelo PA-06-125AA-120L). Com a tenção de enriquecer a discussão, possibilitou-

se também a leitura das relações *tenacidade-deslocamento*, $T-\delta$, *momento-curvatura*, $m-\varphi$, e, por fim, *rigidez-curvatura*, $E-I-\varphi$. Nesse contexto, esclarece-se que a tenacidade T foi apontada a partir da integral da relação $P-\delta$, o momento m foi simplesmente determinado a partir de uma análise linear e elástica, ponderando, ainda, a viga rígida, a curvatura φ foi calculada admitindo a ideia da seção transversal permanecer sempre plana, tanto antes, como após a deflexão da peça e, a rigidez $E-I$ foi avaliada a partir da derivada da relação $m-\varphi$. Na Figura 5b, a cota z e a média das deformações $\varepsilon_{t,i}$ e $\varepsilon_{c,i}$ foram manuseadas no cálculo da curvatura φ .

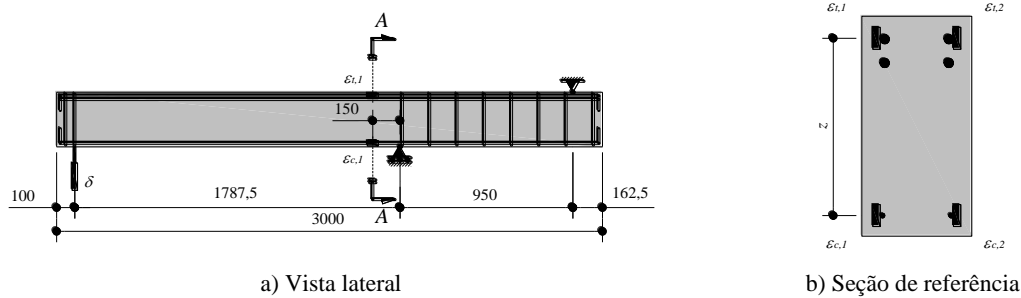
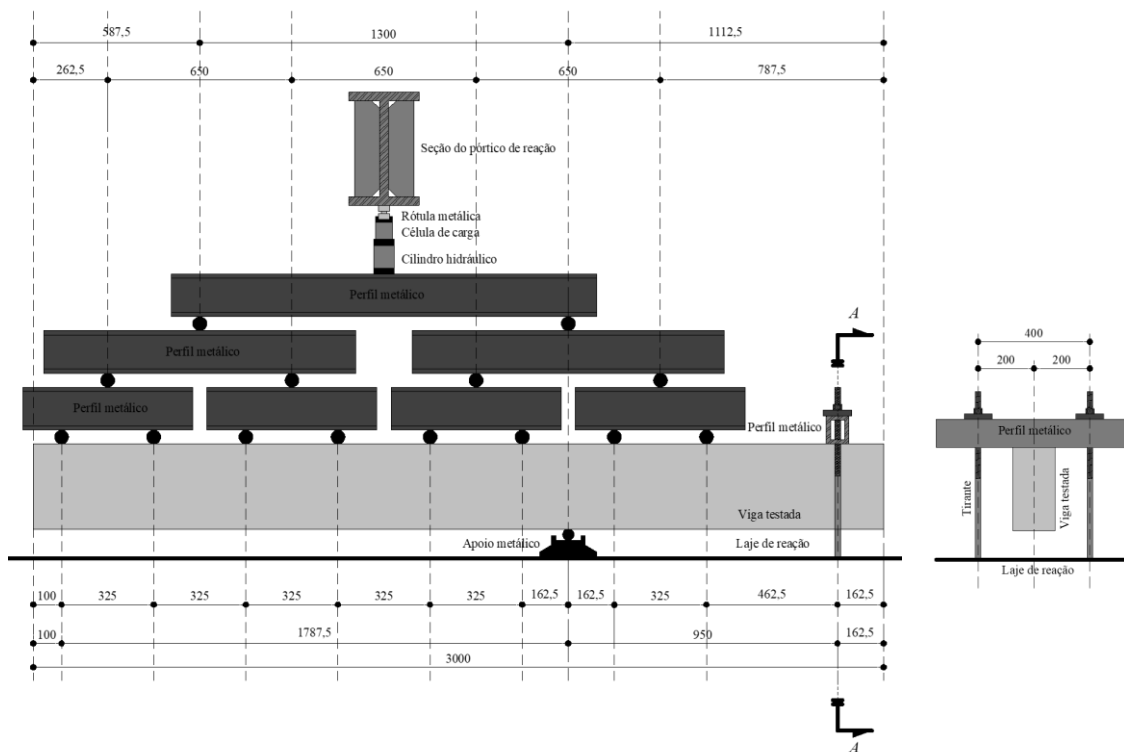


Figura 5. Esquema do plano de instrumentação (cotas em mm).

2.3. SISTEMA DE ENSAIO

Para reproduzir em laboratório a condição de contorno desejada, ou seja, uma viga contínua solicitada, o mais próximo possível, por uma carga uniformemente distribuída, idealizou-se o sistema de ensaio mostrado na Figura 6. De um modo geral, as peças ensaiadas ficaram confinadas entre o pórtico de reação, com capacidade de 10^3 kN, e a laje de reação. O aspecto de viga contínua foi possibilitado deixando o extremo esquerdo da viga livre, sequentemente, inserindo um apoio metálico e, por fim, fixando/apoiando o extremo direito da peça. Detalhes adicionais acerca desse último apoio foram explorados na Figura 6b. Outra questão importante nesse estudo foi quanto à solicitação. A carga uniformemente distribuída sobre a viga foi conseguida manuseando um conjunto de perfis metálicos. Nesse cenário, acionando-se o cilindro hidráulico, detalhado na sequência, promoveu-se a distribuição dessa ação, designada aqui por P , solicitando-se, ao fim, a viga em oito pontos equidistantes, exprimindo, aproximadamente, a almejada carga uniformemente distribuída. Nessa estratégia, o sistema responsável pela aplicação da carga P foi composto, nessa ordem, por uma rótula metálica, uma célula de carga (ENARPAC, modelo RCH, capacidade de 10^3 kN e precisão de 0,5 kN) e um cilindro hidráulico (ENERPAC, capacidade de 10^3 kN e precisão de 1,0 kN).



a) Vista longitudinal
 b) Seção apoio direito

Figura 6. Esquema do sistema de ensaio (cotas em mm).

3. RESULTADOS

3.1. MATERIAIS

3.1.1. CONCRETOS

Para disponibilizar vigas com diferentes arranjos de reforços e mesma capacidade resistente, quatro tipos de concreto, um concreto simples, sem fibras, CF0, e três CRFAs foram manuseados. Tal como foi dito precedentemente, o consumo C_f variou em 45, 60 e 75 kg/m³. A fibra de aço utilizada foi do tipo DRAMIX 3D 65/60 BG, com conformação *hooked-end*, coladas em pentes, comprimento $l_f = 60$ mm, diâmetro $d_f = 0,9$ mm, fator de forma $l_f/d_f = 65$ e resistência à tração de 1160 MPa. Os materiais constituintes e a dosagem desses concretos foram resumidos na Tabela 2. Relativamente à mistura dos materiais, comenta-se que todos os concretos foram produzidos em uma betoneira portátil com 400 litros de capacidade. O preparo do concreto simples seguiu a metodologia explicada a seguir. Usando apenas 70 % da capacidade da betoneira, adicionou-se: 1) 100 % do agregado graúdo; 2) 70 % da água, 2 minutos misturando; 3) 100 % do cimento e do agregado miúdo; 4) 30 % da água, 5 minutos misturando com a inserção do aditivo; 5) inspeção visual da homogeneização e fluidez da mistura. O preparo dos CRFAs também seguiu a metodologia anterior. As fibras foram despejadas cautelosamente à betoneira após a última etapa do processo já descrito, a inspeção visual. Adicionadas as fibras de aço, a mistura decorreu mais 2 minutos, findando, novamente, com a inspeção visual da homogeneização e fluidez do concreto reforçado com fibras. Vale justificar que a identificação da consistência dos concretos aconteceu de modo visual, e não pelo abatimento do tronco de cone, consoante a ABNT NBR 16889 (2020), por conta do referido teste não ser recomendado aos CRFAs, tal como explicou o ACI 544.4R-18 (2018). Ao fim de cada mistura, preencheram-se as formas de uma viga, três cilindros (diâmetro = 150 mm e altura = 300 mm) e três prismas (150x150x600 mm³). Nessa ação, o uso de um vibrador de imersão foi mandatório, até mesmo para o concreto CF0, pois as fluidez alcançadas assim exigiram. Nos CRFAs, independente do consumo de fibras, a fluidez foi um pouco mais atravancada,

comparativamente ao concreto sem fibras. Após a concretagem das formas, a cura úmida foi praticada.

Tabela 2. Materiais constituintes e dosagem dos concretos.

Materiais	Dosagem dos concretos das vigas (kg/m ³)			
	CF0	CF45	CF60	CF75
Cimento (CPII-E32)	380,00	380,00	380,00	380,00
Areia (mód. finura = 2,12 e massa espec. = 2,61 kg/dm ³)	695,68	695,68	695,68	695,68
Brita 0 (diâmetro max. = 12,5 mm)	1021,55	1021,55	1021,55	1021,55
Água	203,48	203,48	203,48	203,48
Aditivo (MC-PowerFlow 1180)	0,00	0,35	0,69	0,87
Fibra (DRAMIX® 3D 65/60 BG)	0,00	45,00	60,00	75,00

Para conhecer a resposta mecânica dos concretos, os cilindros foram ensaiados à compressão axial, conforme explicou o RILEM TC 148-SSC (1997) e o RILEM TC 148-SSC (2000), e os prismas foram ensaiados à flexão, como estabeleceu o RILEM TC 162-TDF (2002). No ensaio de flexão, somente os CRFAs foram testados. O resumo dos ensaios de compressão axial foi mostrado na Tabela 3, onde $f_{c,m}$ = resistência do concreto à compressão média, $\varepsilon_{c,m}$ = deformação correspondente à $f_{c,m}$, $\varepsilon_{c,u}$ = deformação última, $E_{c,0}$ = módulo de elasticidade inicial, $T_{c,m}$ = tenacidade até a deformação $\varepsilon_{c,m}$ e $T_{c,u}$ = tenacidade até a deformação $\varepsilon_{c,u}$. No que consta ao ensaio de compressão axial, vale revelar que o controle se deu pela força, logo, teve-se, para alguns casos, certa dificuldade para registrar a relação *tensão-deformação* na extensão pós-pico. Ademais, as tenacidades $T_{c,m}$ e $T_{c,u}$ foram calculadas a partir da integral da relação *carga-deslocamento* até as deformações $\varepsilon_{c,m}$ e $\varepsilon_{c,u}$, respectivamente. Na Tabela 3, os resultados foram apresentados no formato $MED \pm DP$ (MED = média aritmética e DP = desvio padrão).

Tabela 3. Resumo do ensaio de compressão axial dos cilindros.

Concretos	$f_{c,m}$ (MPa)	$\varepsilon_{c,m}$ (‰)	$\varepsilon_{c,u}$ (‰)	$E_{c,0}$ (GPa)	$T_{c,m}$ (J)	$T_{c,u}$ (J)
CF0	29,36±2,22	2,15±0,07	2,61±0,02	25,72±0,08	228,92±5,03	300,35±25,19
CF45	34,11±2,45	3,46±0,52	9,59±5,01	25,77±0,12	482,74±78,72	1407,15±711,60
CF60	27,25±3,42	2,13±0,53	14,85±9,47	25,57±0,04	239,97±126,39	1647,69±741,00
CF75	29,57±1,17	2,61±0,47	4,85±0,10	25,63±0,04	300,86±69,00	638,92±27,86

Explorando os resultados da Tabela 3, percebeu-se que os concretos, de um modo geral, apresentaram resistência $f_{c,m}$ de aproximadamente 30,0 MPa. Constatação semelhante se teve para a deformação $\varepsilon_{c,m}$, que variou em torno de 2,0 ‰. Resultado inquestionavelmente superior foi do concreto CF45 somente, com acréscimo de 16,0 % e 61,0 % para $f_{c,m}$ e $\varepsilon_{c,m}$, respectivamente. Ainda assim, as oscilações registradas não constituíram evidências suficientes para que se pudessem afirmar conclusões definitivas acerca da influência das fibras de aço na resistência/deformação de pico. No que tange a extensão pré-pico das relações σ_c - ε_c , o modo de elasticidade não deixou dúvida quanto à equivalência entre os concretos. Estado diferente para a deformação $\varepsilon_{c,u}$, onde se percebeu claramente o prolongamento da extensão pós-pico devido ao emprego das fibras de aço. Nesse quesito, vale recordar sobre a dificuldade para se registrar essa extensão pós-pico. Na discussão em pauta, ainda que não constatado experimentalmente, levantou-se a possibilidade do registro da deformação $\varepsilon_{c,u}$ do concreto CF0 ter sido incompleto, haja vista que se tem 3,5 ‰ como valor de referência/projeto. No concreto CF75, a deformação última menor, $\approx 4,85$ ‰, foi um caso confirmado de anotação parcial. Como consequência, a tenacidade $T_{c,u}$ dos CRFAs foi bem superior, comparativamente ao concreto CF0, até mesmo a do concreto CF75. Atestando a afirmação anterior, no que se marcou para a extensão pré-pico, notou-se, também, a paridade entre as tenacidades $T_{c,m}$. A tenacidade súpera do concreto CF45 foi por conta da sua maior deformação $\varepsilon_{c,m}$.

Com os ensaios de flexão dos prismas, buscou-se conhecer o comportamento dos CRFAs à tração na flexão. Aqui, as tensões residuais foram os parâmetros de maior interesse, pois, no geral, elas podem ser encaradas como indicadores de eficácia do mecanismo de reforço provido pelas fibras de aço. A Tabela 4 trouxe o apanhado dos resultados, com f_{LP} = tensão

correspondente ao limite de proporcionalidade de f_{Ri} = tensão residual correspondente ao deslocamento δ_i ($i = 1, 2, 3$ e 4). Os resultados nessa tabela seguiram a formatação anterior, $MED \pm DP$.

Tabela 4. Resumo do ensaio de flexão dos prismas.

Concretos	f_{LP} (MPa)	f_{R1} (MPa)	f_{R2} (MPa)	f_{R3} (MPa)	f_{R4} (MPa)
CF45	4,05±0,30	3,49±0,29	4,42±0,67	4,64±0,83	4,77±0,86
CF60	4,10±1,02	4,24±0,69	4,82±0,62	4,75±0,56	4,37±0,53
CF75	5,23±0,08	5,17±0,14	5,58±0,66	5,33±0,78	4,93±0,80

Primeiramente, vale comentar que aumentar o consumo de fibras de 45 (0,6 %) para 75 kg/m³ (1,0 %) fez, de um modo geral, as tensões, tanto a f_{LP} , como as f_{Ri} , crescerem também. Ainda assim, alerta-se que essa condição não poderia ser generalizada, pois, para a metodologia de preparo empregada, um consumo de fibras exagerado, talvez maior que 113 kg/m³ (1,5 %), poderia comprometer o preparo, ou a trabalhabilidade, do concreto, prejudicando, conseqüentemente, o seu desempenho mecânico. Do exposto, trabalhar o consumo C_f variando entre 45 e 75 kg/m³ se mostrou satisfatório. O concreto CF45 registrou $f_{LP} > f_{R1}$, indicando diminuição na resistência/tensão após o início da fissuras. Contudo, após a mobilização dos reforços, isto é, das fibras, a recuperação da resistência/tensão foi confirmada, com $f_{R4} = 4,77$ MPa. Esse cenário supôs que o concreto CF45 tem potencial, se bem utilizado, para assegurar o projeto de vigas com resposta residual *hardening*. No concreto CF60, percebeu-se $f_{R2} > f_{R1} > f_{LP}$ e, na sequência, $f_{R4} < f_{R3} < f_{R2}$. Essa circunstância fez parecer que a eficácia do reforço fibroso pode ser perdida com o avanço do processo de fissuração. Por fim, a resposta do concreto CF75 foi, em parte, semelhante ao observado no concreto CF45, porém, com tensões maiores, haja vista que o consumo praticado agora foi maior.

Do exposto, confrontando os concretos, concluiu-se que os concretos CF60 e CF75 apresentaram desempenho superior ao concreto CF45 até a tensão f_{R3} . A partir daquela tensão, por exemplo, na tensão f_{R4} , o desempenho dos concretos CF60 e CF75 foi equivalente ao do concreto CF45, não se justificando $C_f > 45$ kg/m³. Não obstante, sabendo que no quesito projeto, os ELUs são ponderados a partir de f_{R1} e f_{R3} , como se explicou na sequência, a importância dos concretos CF60 e CF75 foram, então, confirmadas. Ao fim da análise, consideraram-se os concretos CF60 e CF75 os mais indicados para aplicação em projeto, uma vez que os níveis de tensões alcançados foram pertinentes. No que pesa negativamente, vale compartilhar que no grupo de pesquisa do corrente redator, outros autores do grupo, Araújo (2019), Duarte (2022) e Cordeiro (2022), alcançaram, usando os mesmos materiais/dosagens desse estudo, tensões $f_{Ri} \in [7;10]$ MPa. Essa constatação poderia ser encarada como uma dificuldade enfrentada na etapa de mistura/homogeneização dos CRFAs. Ainda assim, as tensões residuais registradas foram suficientes para se sugerir a aplicação desses concretos no projeto de vigas, assegurando, até mesmo, supressões interessantes do reforço convencional.

3.1.2. AÇOS

Para revelar a resposta mecânica das barras de aço dos reforços convencionais, ensaios de tração axial foram realizados, conforme sugeriu o ISO 15630-1 (2019). Nessa ação, cinco amostras com 600 mm de comprimento foram manuseadas para cada tipo de bitola. No corrente estudo, somente as barras longitudinais foram instrumentadas, ainda assim, apontou-se a caracterização das barras transversais também. O resumo dos resultados foi mostrado na Tabela 5, com ϕ = diâmetro da barra, $f_{s,y}$ = tensão de escoamento, $\varepsilon_{s,y}$ = deformação correspondente à tensão $f_{s,y}$, $f_{s,u}$ = tensão última, $\varepsilon_{s,u}$ = deformação última e E_s = módulo de elasticidade. O formato $MED \pm DP$ foi aplicado na apresentação desses resultados também.

Tabela 5. Resumo do ensaio de tração axial das barras dos reforços convencionais.

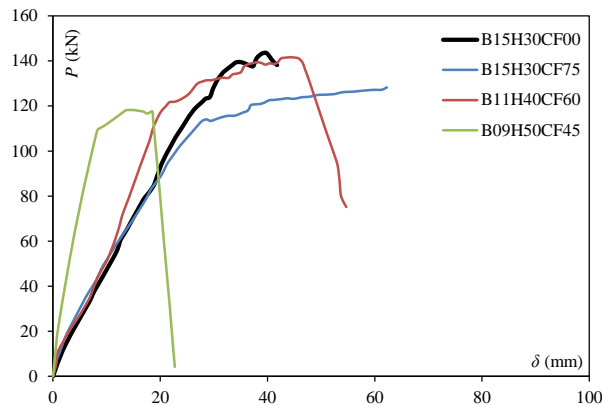
ϕ (mm)	$f_{s,y}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,y}$ (‰)	$f_{s,u}$ (MPa)	$\varepsilon_{s,u}$ (‰)	E_s (GPa)
5,0	740,88±12,48	4,80±0,16	809,60±7,01	20,40±1,21	219,24±7,29
6,3	695,43±31,07	4,43±0,11	853,34±45,97	36,31±5,24	198,11±0,83
10,0	574,61±18,87	3,69±0,12	764,61±11,18	80,79±2,30	189,47±5,12
12,5	518,53±17,68	3,76±0,51	723,48±15,79	92,62±2,28	189,52±5,15
16,0	567,71±5,51	3,20±0,10	579,60±4,43	7,89±0,08 ⁽¹⁾	206,85±16,39

⁽¹⁾ O registro da deformação foi interrompido antes das barras romperem.

3.2. VIGAS

3.2.1. RELAÇÕES CARGA-DESLOCAMENTO

Aqui, as relações *carga-deslocamento*, $P-\delta$, foram reveladas e comentadas, ver a Figura 7. A carga P disse respeito à carga registrada na célula de carga, Figura 6, e o deslocamento δ foi monitorado na extremidade livre das vigas, Figura 5a. Vale ressaltar que os registros dos deslocamentos aconteceram até a ruína das peças. Assim, a partir de $P-\delta$, explorou-se, além da resistência das peças, a sua ductilidade/tenacidade também. A ductilidade das peças foi julgada a partir do índice de ductilidade, $I_\delta = \delta_u/\delta_y$, tal como explorou, inicialmente, Park (1988), e sequencialmente, Pam *et al.* (2001), Bernardo e Lopes (2004), entre outros. Nesse contexto, $\delta_y =$ deslocamento correspondente ao início do escoamento dos reforços tracionados e $\delta_u =$ deslocamento último. Segundo Park (1988), $I_\delta \geq 3$ assegura uma resposta, de fato, dúctil. A tenacidade T foi determinada por meio da integral da sua correspondente relação $P-\delta$. Adicionalmente, relações *tenacidade-deslocamento*, $T-\delta$, foram mostradas na Figura 8. Os parâmetros comentados antes foram agrupados na Tabela 6. Para mais, a tabela sobredita também trouxe o registro do início da fissuração das peças, caracterizado pelo par P_{cr}, δ_{cr} . Importa comentar que as relações *carga-deformação*, $P-\varepsilon$, ver Figura 9, foram manuseadas para auxiliar na identificação das cargas P_{cr} e P_y .

Figura 7. Relações $P-\delta$.Tabela 6. Resumo da análise $P-\delta$.

Vigas	P_{cr} (kN)	δ_{cr} (mm)	P_y (kN)	δ_y (mm)	P_{max} (kN)	δ_{max} (mm)	P_u (kN)	δ_u (mm)	I_δ
B15H30CF00	13,20	2,08	135,68	31,75	142,60	38,10	140,40	41,07	1,29
B15H30CF75	17,35	2,28	118,90	36,57	128,60	62,17	128,60	62,17	1,70
B11H40CF60	21,95	3,38	114,54	19,72	142,00	44,72	78,30	54,70	2,77
B09H50CF45	28,21	1,56	104,93	7,79	118,50	13,53	117,70	17,99	2,31

No que consta ao início do processo de fissuração, conforme planejado, as vigas em CRFA que tiveram a retangularidade das suas seções acentuada, foram asseguradamente beneficiadas, relativamente à viga em CA, com 150x300 mm² de seção. Descartando o registro da viga B09H50CF45, os deslocamentos δ_{cr} das vigas foram, em geral, equivalentes, com $2,0 < \delta_{cr} < 3,5$ mm. Essa circunstância mostrou que na fase inicial da resposta mecânica/estrutural, retratada

aqui pela relação $P-\delta$, a inércia das seções, nomeadamente a sua retangularidade, impactou positivamente mais a resistência à fissuração do que o seu deslocamento homólogo.

Analisando isoladamente a resposta da viga em CA, viga B15H30CF00, pôde-se notar $P_{max} \approx 140$ kN, fixando-se, assim, a resistência de referência. Ademais, averiguou-se também que as cargas P_y , P_{max} e P_u foram registradas em um estreito intervalo de deslocamento, compreendido, aproximadamente, entre $30 < \delta < 40$ mm, o que retratou um indicativo de comportamento pouco dúctil. Essa evidência também se confirmou no apontamento do índice I_δ , $\approx 1,3$. Aqui, vale frisar que a resposta da viga em CA foi pouco dúctil, mas não frágil, uma vez que a ruína não se deu de maneira antecipada, por cisalhamento, com $\delta_u < \delta_y$.

Comparando os valores anteriores com os da viga B15H30CF75, de igual rigidez, $C_f = 75$ kg/m³ e supressão do reforço convencional de quase 20 %, com relação à viga em CA, observou-se que a carga P_{max} dessa viga em CRFA, ou seja, a sua resistência, foi 10 % inferior, porém, com ductilidade melhorada, $I_\delta = 1,7$. Ademais, a resposta da viga em julgamento, após o início do escoamento do reforço tracionado, foi *hardening*. Para equiparar a resistência da viga em CRFA com a da viga em CA, um concreto reforçado com fibras com tensão/resistência residual, f_{Ri} , maior seria necessário, ver Tabela 4. Oportunamente, memora-se que os CRFAs tiveram a sua fluidez atravancada, relativamente ao notado no concreto sem fibras, o que poderia justificar a resistência ligeiramente menor da viga com $C_f = 75$ kg/m³. Em um enquadramento mais favorável, a proposta de reforço da viga B15H30CF75 poderia se mostrar tão eficiente como o da viga B15H30CF00, sem fibras.

Buscando outras possibilidades de projeto, isto é, propostas de reforço, trouxe-se a viga B11H40CF60, com rigidez superior, seção 110x400 mm², $C_f = 60$ kg/m³ e supressão do reforço convencional de quase 50 %. Para essa viga, teve-se uma resistência igual a da viga de referência, $P_{max} \approx 140$ kN, nada obstante, com ductilidade substancialmente superior, $I_\delta \approx 2,8$. Com a presente proposta de reforço foi possível reduzir significativamente a taxa de reforço convencional e manter, ainda, a resistência de referência, indicando-se essa como a melhor proposta de reforço. Nessa ocasião, sugeriu-se consultar, mais uma vez, as respostas residuais dos concretos CF60 e CF75 na Tabela 4, para se perceber que, ainda que as tensões residuais do concreto CF60 tenham sido inferiores às tensões do concreto CF75, o desempenho da viga com $C_f = 60$ kg/m³ foi superior. Por conta, ressaltar as condições de preparo das peças se mostrou, outra vez, relevante.

Com a viga B09H50CF45 se explorou mais profundamente as questões relacionadas à inércia da seção. Com seção transversal de 90x500 mm², $C_f = 45$ kg/m³ e supressão do reforço convencional de quase 65 %, conseguiu-se alcançar carga $P_{max} \approx 120$ kN, que foi quase 17 % menor que o valor de referência, ≈ 140 kN. Para reverter esse cenário, nem tão crítico, conforme dito antes, bastaria se selecionar um concreto com tensões residuais superiores às possibilitadas pelo concreto CF45, como, por exemplo, o que se registrou para o concreto CF60, ver Tabela 4. Aqui, não coube, totalmente, o argumento do preparo impróprio, pois as tensões residuais do concreto CF45 foram, decerto, parcas. Outro aspecto digno de comentário foi o índice I_δ , $\approx 2,3$. A ductilidade dessa viga, ainda que inferior ao da viga anterior, com $I_\delta \approx 2,8$, foi, pelo menos, superior ao da viga de referência, $\approx 1,3$. Ao fim, verdadeiramente falando, nenhuma viga alcançou o limite estabelecido para retratar um comportamento, decerto, dúctil, $I_\delta \geq 3$. Essa questão foi explorada mais vezes a seguir. Do exposto, concluiu-se que o projeto dessa viga deveria ser revisado, pois não atendeu ao critério da manutenção da resistência.

As relações *tenacidade-deslocamento* foram identificadas na Figura 8. Na legenda dos gráficos, apontou-se também, entre parênteses, o valor da tenacidade última de cada viga, T_u , a qual foi medida até a marca de deslocamento último, $\delta = \delta_u$. Aqui, o joule, J = N·m, foi a unidade manuseada para assinalar a tenacidade. Analisando as tenacidades T_u isoladamente, pôde-se constatar o que já estava visível nas relações $P-\delta$, as vigas B15H30CF75 e B11H40CF60 com tenacidade superior a da viga em CA, B15H30CF00, e a tenacidade inferior da viga

B09H50CF45. Para explorar mais essa questão, as tenacidades T_{cr} = tenacidade correspondente ao início da fissuração e T_y = tenacidade correspondente ao início do escoamento do reforço tracionado foram apresentadas, juntamente com a tenacidade T_u , na Tabela 7. Para mais, a tabela em pauta também trouxe os índices T_y/T_{cr} , T_u/T_{cr} e T_u/T_y .

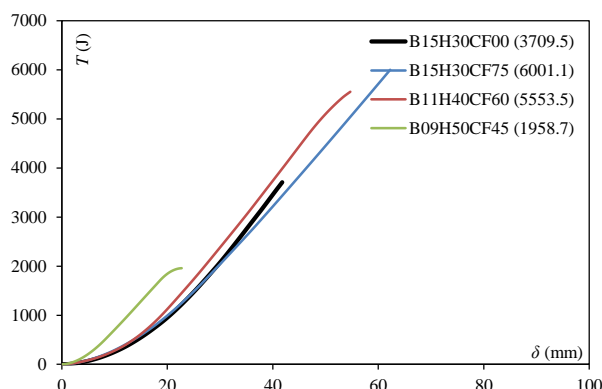


Figura 8. Relações T - δ .

Tabela 7. Resumo da análise da tenacidade.

Vigas	T_{cr} (J)	T_y (J)	T_u (J)	T_y/T_{cr}	T_u/T_{cr}	T_u/T_y
B15H30CF00	9,99	1888,19	3709,49	189,01	371,32	1,96
B15H30CF75	29,07	1789,40	6001,09	61,55	206,44	3,35
B11H40CF60	45,12	1248,26	5553,47	27,67	123,08	4,45
B09H50CF45	20,65	663,81	1958,69	32,15	94,85	2,95

Explorando os resultados referentes à tenacidade, especificamente os índices T_y/T_{cr} , notou-se que a tenacidade T_y da viga em CA, viga B15H30CF00, aumentou quase 190 vezes a partir da tenacidade T_{cr} , marca muito superior ao que se registrou para as vigas em CRFA. Esse cenário se deu pelo fato das vigas, no geral, terem tido os seus reforços escoados em instantes próximos, $100 < P_y < 135$ kN, porém, no que tange ao início da fissuração, a viga em CA fissurou bem antes das vigas reforçadas com fibras. Desfecho semelhante aconteceu quando os índices T_u/T_{cr} foram analisados. Agora, olhando para os índices T_u/T_y , percebeu-se que a tenacidade T_u da viga em CA avançou pouco a partir da tenacidade T_y . Em verdade, o julgamento do índice T_u/T_y poderia ser encarado como uma alternativa à avaliação do índice δ_u/δ_y , usado, anteriormente, na análise da ductilidade. Na discussão atual, registrou-se, ao menos para as vigas em CRFA, $T_u/T_y \geq 3$.

3.2.2. RELAÇÕES MOMENTO-CURVATURA

Agora, as relações *momento-curvatura*, m - ϕ , foram discutidas, mas antes, a Figura 9 exibiu as relações *carga-deformação*, P - ϵ , das vigas. A seção transversal monitorada foi mostrada antes, na Figura 5. Por ora, as relações P - ϵ foram reveladas apenas para se indicar claramente acerca do escoamento dos reforços tracionados e do esmagamento dos concretos. Ademais, essas relações também sinalizaram que as anotações das deformações de tração das vigas B15H30CF75 e B11H40CF60 foram incompletas. Igualmente, a deformação de compressão da viga B09H50CF45. Por conta, evidentemente, os registros m - ϕ dessas vigas foram parciais. A viga B11H40CF60 teve a resposta mais comprometida. Do exposto, ainda que se tenha apontado $\epsilon < \epsilon_{s,y}$, com a deformação de escoamento tendo sido exibida na Tabela 5, pôde-se sustentar, de um modo geral, que os reforços tracionados escoaram, ver a formação dos patamares. Outrossim, vale aceitar que os concretos não esmagaram, pois $\epsilon < \epsilon_{c,y}$. Para recordar os valores das deformações $\epsilon_{c,y}$, consultar, novamente, a Tabela 3.

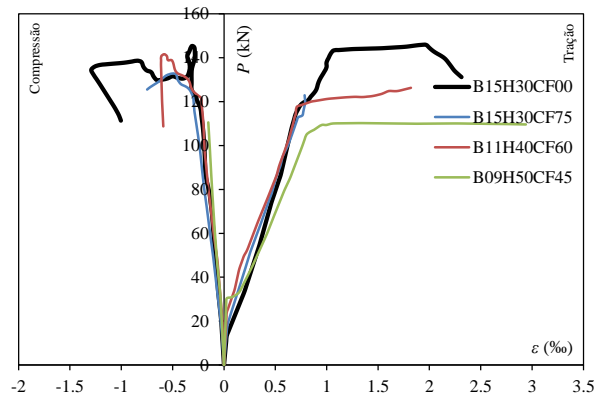


Figura 9. Relações carga-deformação.

Na Figura 10 se mostraram as relações $m-\varphi$. Conforme dito, os momentos m foram determinados a partir de uma análise linear e elástica e, ainda, admitindo as vigas como barras rígidas. Para as condições de contorno do estudo atual, ver Figura 6, a transformação da carga P no momento m se deu por $m = P \cdot 71,7111/100$, com P em kN e m em kN·m. As curvaturas φ foram estipuladas com base na hipótese das seções planas. Recordadas as questões iniciais, ressalta-se, confrontando, por exemplo, as relações $m-\varphi$ das vigas B15H30CF00 e B11H40CF60, que conclusões análogas, comparativamente ao que se apontou explorando as relações $P-\delta$, seriam apontadas para os julgamentos específicos dos instantes concernentes ao início da fissuração, par m_{cr}, φ_{cr} , ao início do escoamento dos reforços tracionados, par m_y, φ_y , ao registro máximo, par m_{max}, φ_{max} , e ao registro último, par m_u, φ_u . Assim, para não promover desfechos que apenas corroborem o que já foi dito na análise das relações $P-\delta$, as relações $m-\varphi$ foram manuseadas com a tenção de se promover discussões concernentes às rigidezes íntegras, não fissuradas, $(E \cdot I)_0$, e fissuradas das peças, $(E \cdot I)_{cr}$. Essas rigidezes foram reveladas na Tabela 8. Nessa tabela, exibiu-se também o quociente $(E \cdot I)_{cr}/(E \cdot I)_0$. Vale informar que as rigidezes comentadas precedentemente foram calculadas de maneira simplificada, abraçando-se a suposição de variação linear entre dois pontos compreendidos, tanto na região íntegra, $0 < \varphi < \varphi_{cr}$, como na região de estabilização das fissuras, $\varphi_{cr} < \varphi < \varphi_y$.

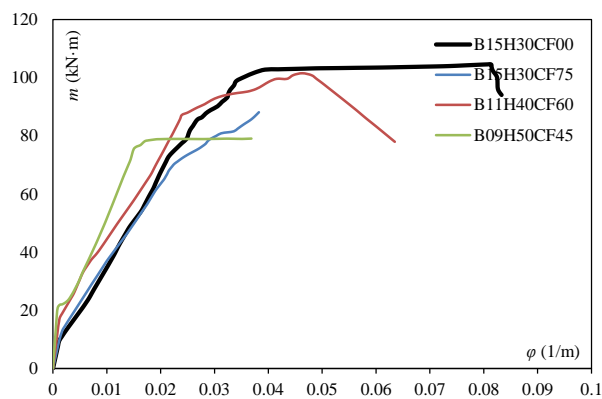


Figura 10. Relações $m-\varphi$.

Tabela 8. Resumo da análise $m-\varphi$.

Vigas	$(E \cdot I)_0$ (kN·m ²)	$(E \cdot I)_{cr}$ (kN·m ²)	$(E \cdot I)_{cr}/(E \cdot I)_0$
B15H30CF00	8285,02	3056,68	0,37
B15H30CF75	8367,99	2669,03	0,32
B11H40CF60	14762,67	2664,00	0,18
B09H50CF45	25654,44	4396,16	0,17

Observando os valores indicados na Tabela 8, primeiro no que se refere às rigidezes $(E \cdot I)_0$, confirmou-se a confiabilidade dos registros, uma vez que essas rigidezes acompanharam de

perto os seus valores teóricos, a saber, 8775,00 kN·m² para as vigas com seção de 150x300 mm², 15253,33 kN·m² para a viga com seção de 110x400 mm² e 24375,00 kN·m² para a viga com seção de 90x500 mm². Na estimativa das rigidezes teóricas, adotou-se $E_{c,0} = 26,0$ GPa, que se equiparou, até, ao registro indicado na Tabela 3. No campo hipotético seria aguardado que as rigidezes $(E\cdot I)_{cr}$ das vigas em CRFA fossem maiores que das vigas em CA, o que não se confirmou quando as rigidezes fissuradas das vigas B15H30CF00 e B15H30CF75, com as mesmas seções transversais, foram aferidas, por exemplo. O motivo foi único, essas vigas foram equivalentes quanto à seção transversal, tendo, contudo, propostas de reforço distintas. Dito isso, agora, pôde-se anunciar, excluindo o caso da viga B09H50CF45, que a rigidez fissurada da viga em CA foi maior que das vigas em CRFAs. Apesar dessa evidência, jugaram-se aceitáveis, no que importa aos quesitos de projeto estrutural, os valores apontados presentemente.

Comentando, por fim, acerca dos quocientes $(E\cdot I)_{cr}/(E\cdot I)_0$, detectou-se que acentuar a retangularidade das seções, mantendo, ainda, as suas áreas, ocasionou a redução do coeficiente em apreço. Essa ocorrência, de certa maneira, era aguardada nesse estudo, pois, *exempli gratia*, para a viga B09H50CF45, buscou-se tirar vantagem da sua maior rigidez para reduzir, atendendo o critério da manutenção da resistência somente, os mecanismos de reforços, tanto os convencionais, como as fibras. Ainda assim, teve-se uma rigidez fissurada compatível ao da viga de referência, viga B15H30CF00. Para conhecer o histórico das rigidezes com o avanço das curvaturas, a Figura 11 trouxe as relações *rigidez-curvatura* das peças investigadas. Com base nessa figura, além de se conseguir detectar distintamente as marcações das rigidezes $(E\cdot I)_0$ e $(E\cdot I)_{cr}$, sugeriu-se também a possibilidade de se analisar a ductilidade das peças. Para a última condição, basta detectar que as curvaturas das vigas B15H30CF00 e B11H40CF60, por exemplo, seguem avançando para $\varepsilon > 0,04$ 1/m, ainda que os registros das suas rigidezes sejam praticamente zero, $(E\cdot I)_{cr} \approx 0$. Certamente que a ductilidade também poderia ter sido julgada a partir das relações $m-\varphi$. Para esse instante, contudo, destaque apenas para a resposta da viga em CA, B15H30CF00, que, diferente da análise sobre a relação $P-\delta$, teve a sua ductilidade incontestavelmente confirmada.

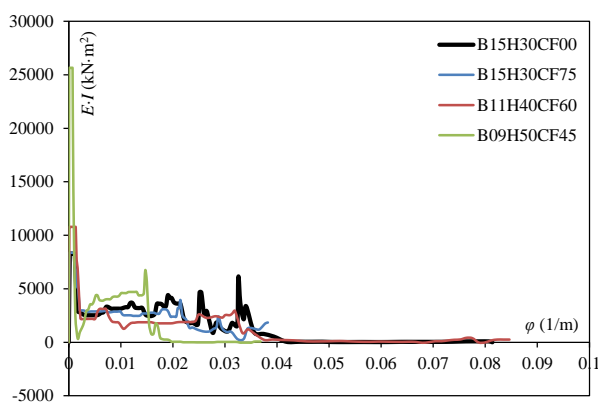


Figura 11. Relações *rigidez-curvatura*.

3.2.3. MODOS DE RUÍNA E MAPAS DE FISSURAÇÃO

Para discutir a respeito dos modos de ruína e, ainda, revelar os aspectos das vigas após os ensaios, trouxe-se a Figura 12, com a identificação das principais fissuras. Nesses desenhos, as áreas sombreadas simbolizaram o deslocamento do concreto de cobertura somente, não figurando o esmagamento dessa região. De um modo geral, a flexão foi o modo de ruína de todas as vigas, porém, com certas particularidades. A formação de poucas fissuras marcou o estado final das peças.

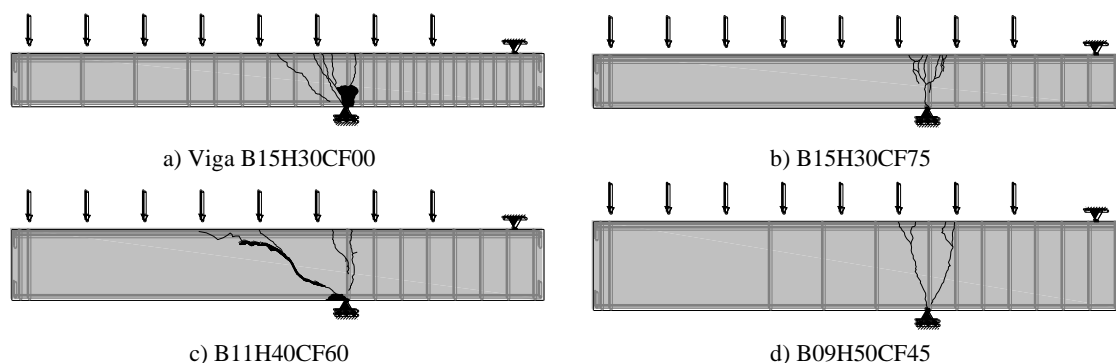


Figura 12. Mapas de fissuração.

Iniciando os comentários pela viga B15H30CF00, Figura 12a, vale comentar que a fissura mais inclinada, formada pelas tensões transversais, foi eficazmente contida pelos reforços transversais. Para mais, especulou-se que o deslocamento do concreto de cobertura, próximo do apoio interno, tenha ocorrido pela concentração de tensões nessa região, tanto as normais, como as transversais. Outro aspecto importante, deve-se frisar, também, que o apoio da viga se deu de modo pontual nessa região, o que pode ter favorecido o episódio do deslocamento. Motivo alternativo, porém, menos provável, levantou-se também a possibilidade do confinamento proporcionado pelos reforços transversais ter sido ineficaz. De qualquer forma, prosseguindo, na viga B15H30CF75, Figura 12b, não foi percebida a formação de fissuras exacerbadamente inclinadas. Além disso, o deslocamento do concreto de cobertura não foi observado também. Nessa peça, com $C_f = 75 \text{ kg/m}^3$, a eficácia do mecanismo de reforço proporcionado pelas fibras de aço pareceu ter alterado o padrão de fissuração observado antes. Mais fissuras verticais, ou quase verticais, se formaram na região da ruína.

Diferentemente, na viga B11H40CF60, Figura 12c, uma fissura inclinada expressiva se formou, inclusive, com maior abertura que as demais. Não obstante, não foi constatado um plano de deslizamento nessa fissura, descartando-se, assim, uma possível ruína antecipada por cisalhamento. Nessa viga, as fibras de aço contiveram bem a evolução dessa fissura, justificando, então, o potencial desse reforço e a supressão total do reforço transversal convencional. De qualquer forma, vale comentar que o menor consumo de fibras, relativamente à peça anterior, parece ter desprotegido essa peça à ação das tensões transversais. Ao fim, o cenário ficou ainda mais crítico, pois se aumentou a inércia da seção, trazendo a juízo o efeito de escala na resistência ao cisalhamento.

Na última peça, viga B09H50CF45, Figura 12d, basicamente, teve-se a formação de duas fissuras. Dada a inclinação dessas fissuras, julgou-se acertado teorizar que elas foram formadas majoritariamente pela mobilização de tensões normais. Aqui, deveu-se notar que o consumo de fibras menor, 45 kg/m^3 e, a inércia aumentada ainda mais, $h = 500 \text{ mm}$, exigiu a instalação de certo reforço transversal convencional para, ao fim, conter o efeito deletério promovido pelas tensões transversais. Prosseguindo, a partir da quantidade menor de fissuras nessa viga, conjecturou-se uma possível justificativa para o seu desempenho inferior. Nesse cenário, a formação de poucas fissuras parece ter concentrado as tensões nessas únicas seções, exigindo, sobremaneira, e, ainda, de forma localizada, os seus reforços longitudinais. Essa condição tão *sui generis* foi alertada em Cardoso *et al.* (2019) também. De qualquer forma, para amplificar a capacidade portante dessa viga, o arranjo dos seus reforços teria que ser repensado, ou seja, seria necessário aumentar ou a taxa de reforço convencional, ou, conforme dito antes, selecionar um CRFA com propriedades mecânicas superiores, no que concerne, especificamente, às tensões residuais.

3.2.4. DUCTILIDADE

Com o desígnio de explorar mais acerca da ductilidade das vigas, trouxeram-se as relações $x/d-\delta$ na Figura 13, sendo x = linha neutra, ver, por exemplo, essa representação na Figura 15b para o ELU. Oportunamente, vale recordar que o quociente x/d permitiu se julgar, ainda que em um contexto simplificado, a capacidade de rotação de uma peça a partir da análise da sua seção transversal crítica, possibilitando, conseqüentemente, teorizar-se quanto à ductilidade da peça em julgamento. Para concretos com $f_{c,m} \leq 58$ MPa, objeto desse estudo, tanto o MC10 (2013), como a própria ABNT NBR 6118 (2014), recomendaram $x/d \leq 0,45$ para que se tenha certa garantia de resposta dúctil. Nesse contexto, a linha neutra é avaliada no ELU. Esclarecidos os aspectos iniciais, explicou-se, agora, sobre o perfil aguardado para a relação $x/d-\delta$ de uma viga hipotética. Para essa explicação, chamou-se, a título de exemplo, a resposta da viga B11H40CF60 na Figura 13. Analisando esse traçado, puderam-se notar três marcações distintas. Primeiramente, a fase inicial, não fissurada da peça, com $x/d \approx 0,6$. Na seqüência, teve-se a primeira queda, com $x/d \approx 0,27$, que representou a fase de estabilização das fissuras. Por fim, a extensão última, com $x/d \approx 0,15$, referente ao ELU. Importa frisar que na corrente investigação, a extensão última foi patente somente na viga B11H40CF60. Para as demais vigas, esse apontamento não foi marcante. Entendido como explorar as correntes relações, seqüencialmente, tiveram-se as discussões.

Para facilitar a análise da Figura 13, apresentou-se na seqüência a Tabela 9, que resumiu os pontos explorados nesse estudo. Nessa tabela, $(x/d)_o$ = relação em pauta referente à fase não fissurada e $(x/d)_u$ = relação em pauta referente à fase última. Oportunamente, explicou-se também sobre os índices *teo* e *exp*, que exprimiram, nessa ordem, as estimativas teóricas e os registros experimentais. No que concerne às estimativas, comenta-se que na fase inicial, a linha neutra $x_{o,teo} = h/2$ foi ponderada, admitindo, evidentemente, a seção da viga no regime linear e elástico. Aqui, por simplificação, os reforços convencionais foram desconsiderados. Para estimar a linha neutra na fase última, $x_{u,teo}$, o modelo ilustrado na Figura 15 foi operado. Agora, quanto aos registros experimentais, vale informar que as linhas neutras, tanto na fase inicial, $x_{o,exp}$, como na última, $x_{u,exp}$, foram todas determinadas a partir da hipótese da manutenção das seções planas após a flexão das vigas, tal como se trabalhou no cálculo das curvaturas. Na Tabela 9, tiveram-se também as razões *exp/teo*, onde se confrontaram os registros experimentais com as respectivas estimativas teóricas, igualmente, tanto para a fase inicial, $(exp/teo)_o$, como a última, $(exp/teo)_u$.

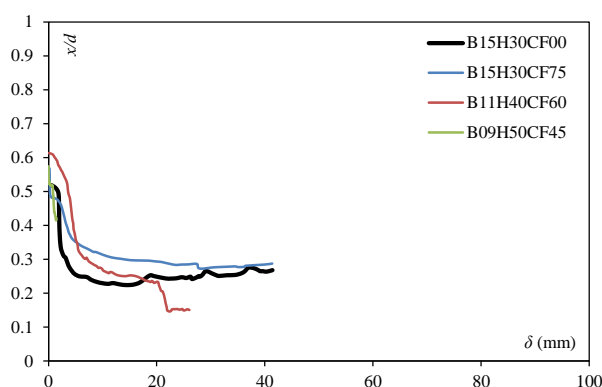


Figura 13. Relações $x/d-\delta$.

Tabela 9. Resumo da análise $x/d-\delta$.

Vigas	$(x/d)_{o,teo}$	$(x/d)_{o,exp}$	$(exp/teo)_o$	$(x/d)_{u,teo}$	$(x/d)_{u,exp}$	$(exp/teo)_u$
B15H30CF00	0,60	0,52	0,87	0,35	0,27	0,77
B15H30CF75	0,59	0,57	0,97	0,33	0,29	0,88
B11H40CF60	0,56	0,61	1,09	0,22	0,15	0,68
B09H50CF45	0,55	0,57	1,04	0,16	-	-

Fundamentado nos resultados apontados na Tabela 9, observou-se, explorando em um primeiro momento a razão $(exp/teo)_0$, a confirmação da acurácia para as estimativas de $(x/d)_0$, com o referido quociente atendendo, aproximadamente, a condição $(x/d)_0 \in [0,9;1,0]$. Não obstante, o parâmetro relevante foi, verdadeiramente, o quociente $(x/d)_u$. Nesse quesito, a razão $(exp/teo)_u$ ressaltou a dificuldade/complexidade para estimar $(x/d)_u$. Agora, teve-se $(x/d)_u \in [0,65;0,9]$. Condizente ao mencionado, não se poderia aguardar acurácia notória de uma abordagem deveras simples. Congruentemente, vale recordar que as recomendações de projeto exigem $x/d \leq 0,45$ para $f_{c,m} \leq 58$ MPa. À vista disso, registrar $(x/d)_{u,exp} < (x/d)_{u,teo}$ pontuou positivamente, ou seja, a favor da segurança.

Para requintar a discussão, a Figura 14a exibiu as relações $I_\delta-(x/d)_u$, sendo que os índices I_δ foram revelados na Tabela 6 e as relações $(x/d)_u$, tanto os valores teóricos, como os experimentais, na Tabela 9. Com essa relação, oportunizou-se estimar o índice I_δ de uma viga, sem, contudo, a obrigatoriedade de se conhecer a sua relação $P-\delta$. As linhas de tendência, retratadas a partir de funções lineares, estamparam, com relativa confiabilidade, dado os valores de R^2 , os contrastes entre os registros experimentais e as estimativas teóricas. Para mais, trouxe-se na Figura 14b o perfil do quociente $I_{\delta,exp}/I_{\delta,teo}$ no intervalo $0,1 \leq (x/d)_u \leq 0,45$. Nessa última análise, as equações das linhas de tendência para I_δ foram operadas e o corrente intervalo foi sugerido na confiança de se estar representando bem os casos usuais de projeto de vigas. Com base no que revelou a Figura 14b, a expressão $I_{\delta,teo} = -6,002 \cdot (x/d)_{u,teo} + 3,608$ só se mostrou confiável, ou seja, $0,85 \leq I_{\delta,exp}/I_{\delta,teo} \leq 1,15$, para $(x/d)_u \in [0,1;0,25]$ somente, que, deveu-se reconhecer, foi um intervalo estreito, deixando, por conseguinte, questionável a aplicabilidade dessa expressão em questões práticas de projeto. Apropriadamente, vale comentar que nessa análise se admitiu 15 % de tolerância para a estimativa de $I_{\delta,teo}$. Logo, tiveram-se para os limites superior, $I_{\delta,teo,sup}$, e inferior, $I_{\delta,teo,inf}$, 1,15 e 0,85, respectivamente. A corrente proposição, estimativa de $I_{\delta,teo}$, ainda que impraticável até o presente momento, se mostrou bastante interessante. Portanto, vale comunicar que essa ideia está sendo explorada em estudos subsequentes do corrente grupo de pesquisa.

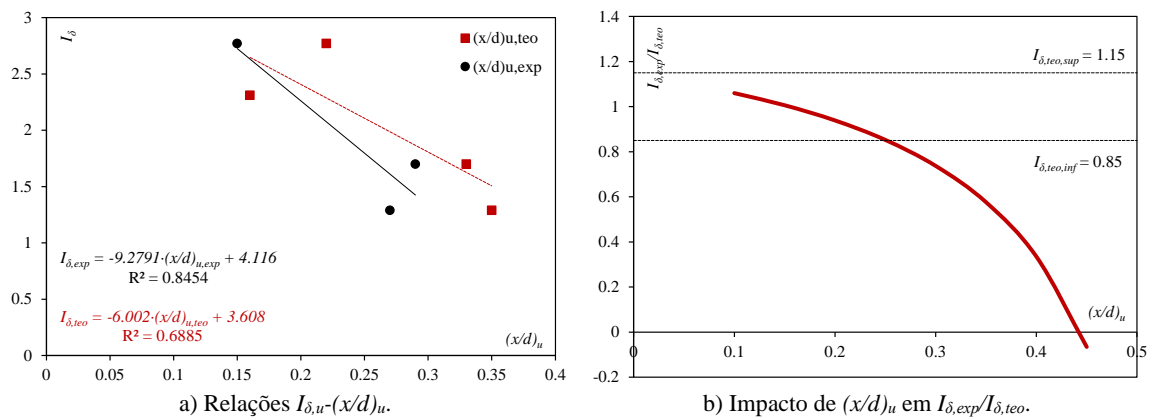


Figura 14. Análise do índice I_δ em termos de $(x/d)_u$.

4. RECOMENDAÇÕES DE PROJETO

4.1. ESTIMATIVA DAS RESISTÊNCIAS

Examinando as condições de contorno das vigas desse estudo, inferiu-se que as peças experimentariam, majoritariamente, flexão simples, com a mobilização de tensões normais e transversais. Isso posto, na fase de projeto se avaliaram os momentos e os esforços cortantes resistentes somente. Nessas averiguações, as recomendações do MC10 (2013) foram manuseadas. Sem pormenorizar, a Figura 15 trouxe a ideia base do modelo de flexão usado na estimativa do momento fletor resistente, $m_{R,F}$. Nessa figura, ϵ_c = deformação no concreto, $\epsilon_{s,t}$ = deformação no reforço tracionado, $\epsilon_{s,c}$ = deformação no reforço comprimido, x = linha neutra, $f_{tr,u}$ = resistência residual à tração última do CRFA, F = resultantes de forças e z = braços de

alavanca. Oportunamente, comenta-se que o perfil apresentado para o bloco de compressão vale somente para $f_{c,m} \leq 58$ MPa. Para operar esse modelo, um processo iterativo foi realizado. Para o momento, esse processo iterativo não foi completamente explicado, mas basicamente consistiu em fixar $\varepsilon_c = \varepsilon_{c,u}$, admitir um valor inicial para x , verificar as condições de equilíbrio, $\sum F = 0$, e, se confirmado o equilíbrio, calcular o momento $m_{R,F} = \sum F \cdot z$.

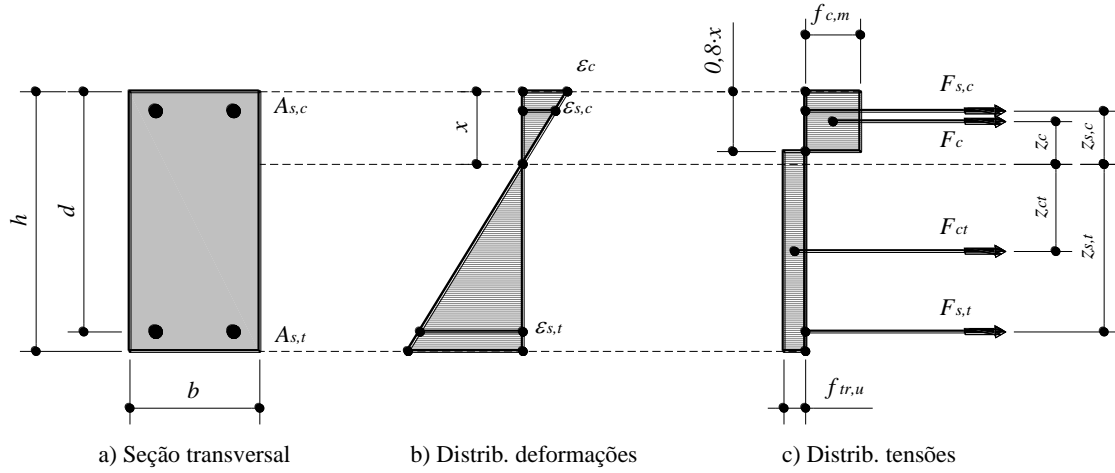


Figura 15. Modelo de flexão do MC10 (2013).

A expressão Eq. 1 mostrou como calcular a resistência $f_{tr,u}$. No cálculo da resistência à flexão, $w_u = 2,5$ mm. Na falta de valores experimentais para as tensões/resistências residuais f_{R1} e f_{R3} , sugeriram-se as propostas de Moussa (2017), ver Eq. 2 e 5. Essas expressões valem para $f_{c,m} \leq 58$ MPa somente. Adicionalmente, importa informar que essas estimativas foram concebidas para reproduzir, sempre, CRFAs com comportamento *softening*, pois, do ponto de vista de projeto, mostrou-se um cenário favorável à segurança. Na Tabela 10, confrontaram-se, tanto para f_{R1} , como para f_{R3} , os registros experimentais, $f_{R,exp}$, indicadas antes na Tabela 4, com as suas respectivas estimativas, $f_{R,teo}$. Nessa última tabela, notou-se, também, que o quociente $f_{R,exp}/f_{R,teo}$, atendeu, quase que na totalidade, a tolerância [0,85;1,15].

$$f_{tr,u} = 0,45 \cdot f_{R1} - \frac{w_u}{2,5} \cdot (0,65 \cdot f_{R1} - 0,5 \cdot f_{R3}) \quad \text{Eq. 1}$$

sendo:

$$f_{R1} = k_{R1,b} \cdot 0,3 \cdot (f_{c,m} - 8)^{2/3} \cdot (C_f \cdot l_f / d_f)^{k_{R1,p}} \quad \text{Eq. 2}$$

com:

$$k_{R1,b} = \begin{cases} 3,2 & \text{para } f_{c,m} < 25 \text{ MPa} \\ 0,011 \cdot (f_{c,m})^2 - 0,1 \cdot f_{c,m} + 5 & \text{para } 25 \leq f_{c,m} \leq 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 3}$$

$$k_{R1,p} = \begin{cases} 0,5 & \text{para } f_{c,m} < 25 \text{ MPa} \\ 0,008 \cdot f_{c,m} + 0,32 & \text{para } 25 \leq f_{c,m} \leq 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 4}$$

e

$$f_{R3} = k_{R3,b} \cdot (f_{R1})^{k_{R3,p}} \quad \text{Eq. 5}$$

agora, com:

$$k_{R3,b} = \begin{cases} 0,88 & \text{para } f_{c,m} < 25 \text{ MPa} \\ -0,0008 \cdot (f_{c,m})^2 + 0,0605 \cdot f_{c,m} - 0,14 & \text{para } 25 \leq f_{c,m} \leq 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 6}$$

$$k_{R1,p} = \begin{cases} 1,12 & \text{para } f_{c,m} < 25 \text{ MPa} \\ 0,0008 \cdot (f_{c,m})^2 - 0,0678 \cdot f_{c,m} + 2,31 & \text{para } 25 \leq f_{c,m} \leq 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{Eq. 7}$$

Tabela 10. Análise das tensões/resistências residuais f_{R1} e f_{R3} .

Concretos	$f_{R1,exp}$ (MPa)	$f_{R3,exp}$ (MPa)	$f_{R1,teo}$ (MPa)	$f_{R3,teo}$ (MPa)	$f_{R1,exp}/f_{R1,teo}$	$f_{R3,exp}/f_{R3,teo}$
CF45	3,49	4,64	4,22	4,00	0,83	1,16
CF60	4,24	4,75	4,95	4,70	0,86	1,01
CF75	5,17	5,33	5,61	5,32	0,92	1,00

Para estimar a resistência ao esforço cortante promovido pelo CRFA, consultar Eq. 8, consoante, também, o MC10 (2013). Nesse cálculo, a resistência $f_{tr,u}$, ver Eq. 1, foi determinada com $w_u = 1,5$ mm. Para mais, informa-se que a expressão Eq. 8 só tem validade para $f_{c,m} \leq 58$ MPa. Em Eq. 9, a altura d é manuseada em milímetros.

$$P_{R,CRFA} = 0,18 \cdot k_w \cdot \left\{ \rho_{s,t} \cdot \left[1 + 7,5 \cdot \frac{f_{tr,u}}{0,3 \cdot (f_{c,m} - 8)^{2/3}} \right] \cdot (f_{c,m} - 8) \right\}^{1/3} \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 8}$$

com,

$$k_w = \min\left(1 + \sqrt{200/d}; 2,0\right) \quad \text{Eq. 9}$$

A partir de Eq. 8, teve-se a parcela de resistência ao esforço cortante provido pelo CRFA somente. Se, adicionalmente, reforços transversais forem manuseados, a parcela de resistência desses reforços pode ser estimada pela expressão Eq. 10, sendo $f_{s,y,w}$ = tensão de escoamento do reforço transversal e θ = ângulo da biela comprimida. No corrente estudo, adotou-se $\theta = 45^\circ$ e $\rho_{s,w}$ foi operado em %. Assim, a resistência ao esforço cortante de uma viga reforçada, concomitantemente, por fibras de aço e reforços transversais convencionais foi determinada por $P_{R,C} = P_{R,CRFA} + P_{R,W}$. De qualquer forma, ao fim, vale frisar que nas estimativas das resistências, tanto do momento fletor, como do esforço cortante, nenhum coeficiente de ponderação foi aplicado.

$$P_{R,W} = 0,009 \cdot \rho_{s,w} \cdot f_{s,y,w} \cdot \cot g(\theta) \cdot b \cdot d \quad \text{Eq. 10}$$

Para conhecer, em um breve debate, a acurácia dessas estimativas, as Figuras 16 e 17 trouxeram, nessa ordem, os indicadores $\lambda_{FLEX} = m_{R,F,exp}/m_{R,F,teo}$ e $\lambda_{CORT} = P_{R,C,exp}/P_{R,C,teo}$, onde $m_{R,F,exp}$ = registro experimental do momento fletor $m_{R,F}$, $m_{R,F,teo}$ = estimativa do momento fletor $m_{R,F,exp}$, $P_{R,C,exp}$ = registro experimental da resistência ao esforço cortante $P_{R,C}$ e $P_{R,C,teo}$ = estimativa da resistência ao esforço cortante $P_{R,C,exp}$. Para disponibilizar a Figura 16, um banco de dados, *BD-FLEX*, com 60 vigas ruindo por flexão foi manuseado. Na Figura 17, o banco de dados, *BD-CORT*, foi composto por 78 vigas ruindo por cisalhamento. Por questões práticas, esses BDs não foram explicitamente detalhados nesse artigo, contudo, os trabalhos consultados foram apontados nas figuras preditas. Vale informar que as vigas desses bancos de dado, tanto o *BD-FLEX*, como *BD-CORT*, foram, na sua totalidade, biapoiadas e solicitadas por cargas concentradas somente, um ou dois pontos de carregamento. Ademais, igual antes, a tolerância de 15 % para as estimativas foram operadas agora também. Para comentar acerca da eficácia das estimativas, a Tabela 11 agrupou alguns parâmetros para a análise, com COV = coeficiente da variação, em %, MIN = valor mínimo de λ e MAX = valor máximo de λ . Complementando, tiveram-se também na Tabela 11 as colunas $< 0,85$, que indicou os valores de λ menores que

0,85, $[0,85;1,15]$, que indicou os valores de λ compreendidos entre 0,85 e 1,15, e, por fim, a coluna $> 1,15$, que indicou os valores de λ maiores que 1,15. Esses três últimos resultados, todos expressos em porcentagem.

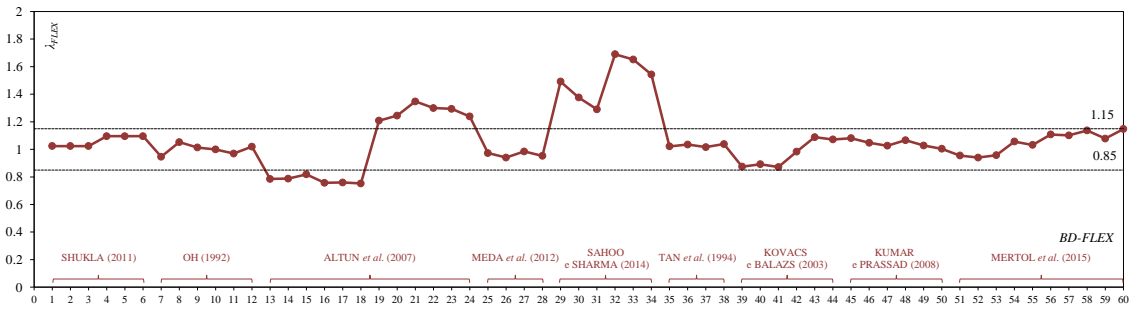


Figura 16. Análise da acurácia da estimativa da resistência à flexão.

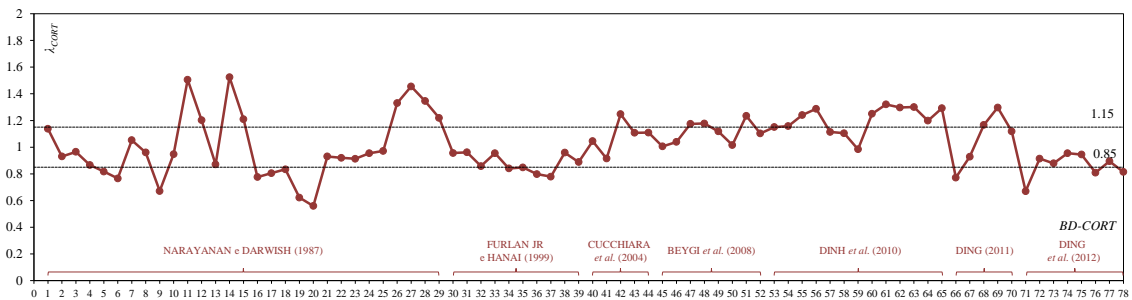


Figura 17. Análise da acurácia da estimativa da resistência ao esforço cortante.

Tabela 11. Resumo da análise da acurácia das estimativas.

Indicador	MED	DP	COV (%)	MIN	MAX	< 0,85 (%)	$[0,85;1,15]$ (%)	> 1,15 (%)
λ_{FLEX}	1,07	0,20	18,56	0,75	1,69	10,00	70,00	20,00
λ_{CORT}	1,03	0,21	20,12	0,56	1,52	20,51	26,72	30,77

Fundamentando nos registros da Tabela 11, notou-se que as estimativas, tanto do momento fletor resistente, como do esforço cortante resistente, tiveram desempenhos semelhantes, com $MED \approx 1,0$, $DP \approx 0,2$ e $COV \approx 20\%$. Não obstante, observando os aspectos relacionados à tolerância de 15% para as estimativas, pôde-se constatar que 70% de $\lambda_{FLEX} \in [0,85;1,15]$, enquanto somente $\approx 27\%$ de λ_{CORT} pertenceu ao mesmo intervalo. A razão, provavelmente foi a metodologia simplória para estimar a resistência $P_{R,C}$, que, de maneira explícita, descarta aspectos relevantes na resposta ao cisalhamento de vigas, tanto em CA, como em CRFA, tais como, o efeito de pino, o engrenamento dos agregados graúdos, o vão de corte, entre outras questões concernentes às fibras de aço. Ainda assim, verificou-se que ambas as estimativas estiveram a favor da segurança, registrando-se apenas 10% das estimativas para $\lambda_{FLEX} < 0,85$ e $\approx 20,5\%$ para λ_{CORT} . Do exposto, aceitaram-se as acurácias das estimativas e, por conseguinte, na sequência, uma metodologia foi sugerida para se analisar, em um único instante, e, ainda, de modo prático e sincrônico, a estimativa da resistência à flexão de vigas em CRFA e, em CA também.

4.2. PROPOSTA PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA DE VIGAS EM CONCRETO

Com o intento de analisar conjuntamente as resistências $m_{R,F}$ e $P_{R,C}$ de vigas em CRFA, e, até mesmo, em CA, trouxe-se nesse estudo uma adaptação das propostas de Imam *et al.* (1995) e Imam *et al.* (1997), como se explicou a seguir. A corrente adaptação consistiu em correlacionar a força/carga resistente de uma viga, designada aqui, de um modo geral, por P_R em função da taxa $\rho_{s,t}$, definida antes. Nessas circunstâncias, ao fim, possibilitou-se analisar a relação $P_R - \rho_{s,t}$ de uma viga, como se trouxe, esquematicamente, na Figura 18. Explorando essa figura, pôde-se constatar que duas curvas foram apresentadas, a curva $P_{R,F}$, referente à resistência à flexão, e a

curva $P_{R,C}$, referente, evidentemente, à resistência ao esforço cortante, como se tratou previamente a partir da adição entre Eq. 8 e Eq. 10. Para estabelecer a curva $P_{R,F}$, manuseou-se $m = P \cdot 71,7111/100$, com $P = P_{R,F}$, em kN, e $m = m_{R,F}$, em kN·m, igual explicado no debate das relações *momento-curvatura*.

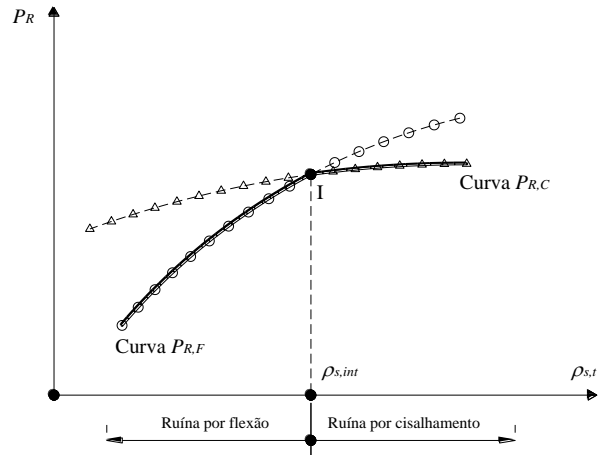


Figura 18. Análise da estimativa das resistências (adaptado de Imam *et al.*, 1997).

Agora que a origem das curvas fora elucidada, vale ressaltar que a partir da curva $P_{R,F}$, julgou-se a resistência à flexão de uma viga, reforçada, ou não, com certo consumo de fibras de aço em função de diferentes taxas $\rho_{s,t}$, relação $P_{R,F}-\rho_{s,t}$. Sincronicamente, pôde-se também julgar a resistência ao esforço cortante, $P_{R,C}$, para o mesmo consumo de fibras na análise de $P_{R,F}$, ainda, para uma dada taxa de reforço transversal $\rho_{s,w}$ e, outra vez, diferentes taxas $\rho_{s,t}$, relação $P_{R,C}-\rho_{s,t}$. Nesse cenário atípico, a taxa de reforço $\rho_{s,t}$ pode, então, ser adequadamente selecionada, de modo a assegurar os critérios de segurança de um certo projeto, isto é, $P_S \leq P_R$ (P_S = força/carga solicitante), e, em adição, identificar imediatamente o modo de ruína da viga em julgamento.

Apresentadas as conveniências da presente proposta, esclareceu-se, nesse instante, acerca da análise da relação $P_R-\rho_{s,t}$, consultar, outra vez, a Figura 18. Observando a curva $P_{R,F}$, percebeu-se que a resistência à flexão foi sempre aumentada para valores crescentes da taxa $\rho_{s,t}$. Aqui, vale recordar que a curva $P_{R,F}$ já estava ponderando o mecanismo de reforço das fibras, para um dado consumo C_f de fibras. Nada obstante, no esquema mostrado, a resistência à flexão foi restringida pela resistência ao corte, curva $P_{R,C}$, a partir do *ponto I*. Outra vez se memora, na curva $P_{R,C}$ se estava ponderando o mesmo consumo C_f praticado na curva $P_{R,F}$ e, mais, o mecanismo de reforço promovido pelos reforços transversais convencionais. Assim, a taxa $\rho_{s,t} = \rho_{s,int}$ representou a transição entre os modos de ruína, *i.e.*, ter-se-ia uma ruína por flexão para $\rho_{s,t} < \rho_{s,int}$ e uma ruína por cisalhamento para $\rho_{s,t} > \rho_{s,int}$. Nesse enquadramento hipotético, a extensão referente à ruína por flexão poderia ser aumentada, por exemplo, reforçando-se mais a viga em análise ao esforço cortante, o que deslocaria ascendentemente a curva $P_{R,C}$ na Figura 18. Desse modo, a linha grossa contínua descreveu a resistência dessa viga fictícia em termos da taxa $\rho_{s,t}$.

Na sequência, as resistências das vigas do presente trabalho foram estimadas a partir da metodologia proposta antes. Nessa questão, adotou-se $P_R = P_{ref} = 140$ kN como sendo a resistência de referência a ser alcançada, pois correspondeu à carga máxima da viga em CA, viga B15H30CF00, ver Tabela 6. Para mais, vale comunicar que se trabalhou para todas as vigas, $f_{c,m} = 30$ MPa, $f_{s,y} = 550$ MPa e as tensões/resistências residuais dos CRFA foram estimadas segundo as propostas de Moussa (2017). Essa consideração retratou adequadamente os registros experimentais. Os resultados foram impressos nas figuras seguintes. Nessas figuras, possibilitou-se analisar diferentes curvas $P_{R,C}$, com o reforço transversal alternando em $\phi = 0$ (sem reforço transversal), $\phi 5,0$ c/300 mm, $\phi 5,0$ c/200 mm, $\phi 5,0$ c/100 mm e $\phi 5,0$ c/50 mm.

Oportunamente, reconheceu-se que a viga em CA do presente estudo foi reforçada com $\phi 5,0$ c/150 mm, ver Figura 4a, porém, isso não comprometeu o debate. Esclarecidos os aspectos gerais, prosseguiram-se com os comentários.

A Figura 19 mostrou a estimativa da viga em CA, viga B15H30CF00. Conforme introduzido antes, ver Tabela 1, foi praticado nessa viga $C_f = 0 \text{ kg/m}^3$ e $\rho_{s,w} = 0,17 \%$ ($\phi 5,0$ c/150 mm, ver Figura 4a). Assim, fundamentado na sua relação $P_R - \rho_{s,t}$, Figura 19a, teve-se, para a taxa $\rho_{s,t}$ executada, $\approx 1,6 \%$, ver Tabela 1, $P_R = P_{R,F} \approx 100 \text{ kN}$, aquém da carga $P_{ref} = 140 \text{ kN}$, seu próprio registro experimental, ver Tabela 6. Nesses termos, a relação $P_{R,exp}/P_{R,teo}$ para a resistência dessa viga foi, quase, 1,45, ver Figura 19b, que representou uma estimativa significativamente conservadora. Segundo a corrente proposta, ter-se-ia $P_R = P_{ref}$ somente se a viga em CA tivesse sido executada com $\rho_{s,t} > 2 \%$.

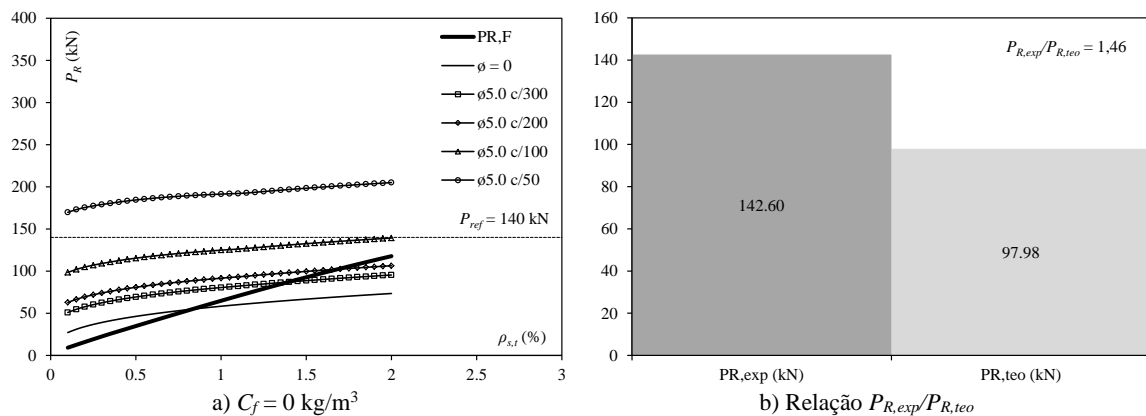


Figura 19. Estimativa da viga B15H30CF00.

A estimativa da resistência da viga B15H30CF75 foi pontuada na Figura 20. Vale frisar que essa viga foi concretada com consumo de fibras $C_f = 75 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{s,t} = 1,3 \%$ e $\rho_{s,w} = 0 \%$. Examinando a relação $P_R - \rho_{s,t}$ dessa viga e, sequencialmente, a relação $P_{R,exp}/P_{R,teo}$, constatou-se, novamente, uma estimativa conservadora, com $P_{R,exp}/P_{R,teo} \approx 1,40$. O modo de ruína estimado concordou com o registro experimental, ruína por flexão. Nada obstante, para se alcançar a carga de referência, $P_{ref} = 140 \text{ kN}$, a taxa $\rho_{s,t}$ deveria ter sido próxima de 2 %, ou, alternativamente, outro consumo C_f deveria ter sido selecionado, ou, para uma última opção, outra combinação entre os reforços convencionais e fibrosos deveria ter sido operada.

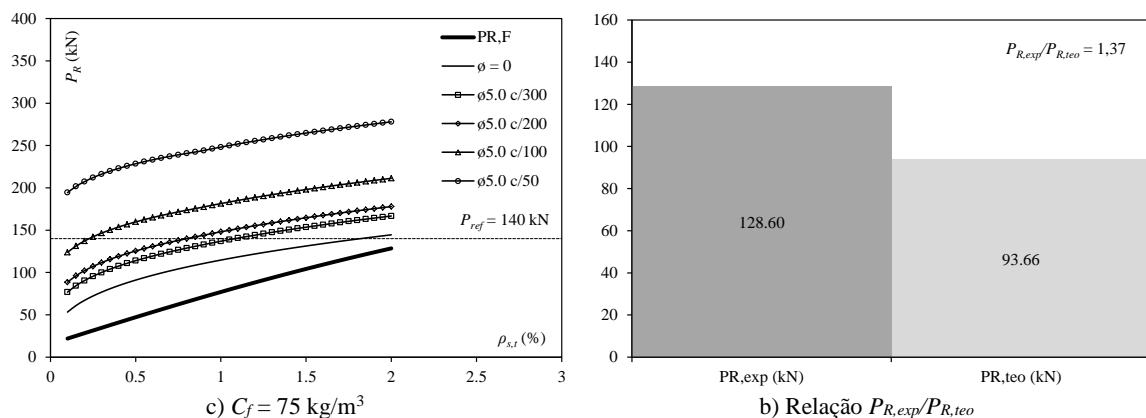


Figura 20. Estimativa da viga B15H30CF75.

Avaliando as Figuras 21 e 22, referentes, nessa ordem, às vigas B11H40CF60 e B09H50CF45, conclusões análogas ao caso anterior seriam publicadas. Ao fim, mais estimativas substancialmente conservadoras foram indicadas, com $P_{R,exp}/P_{R,teo} = 1,55$ e $= 1,25$ para as vigas B11H40CF60 e B09H50CF45, respectivamente. Essas evidências, entretanto, foram de

encontro ao que se revelou na Tabela 11, concernente à análise da acurácia das estimativas. A justificativa foi especulada a seguir.

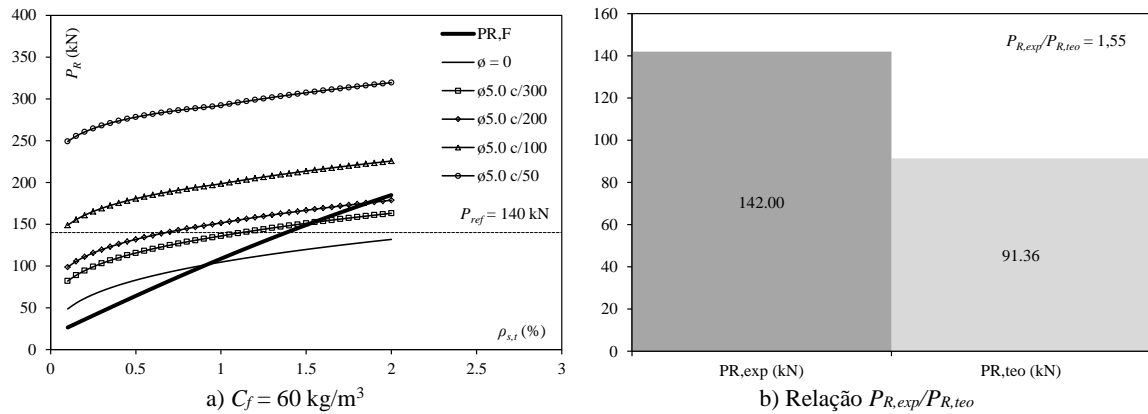


Figura 21. Estimativa da viga B11H40CF60.

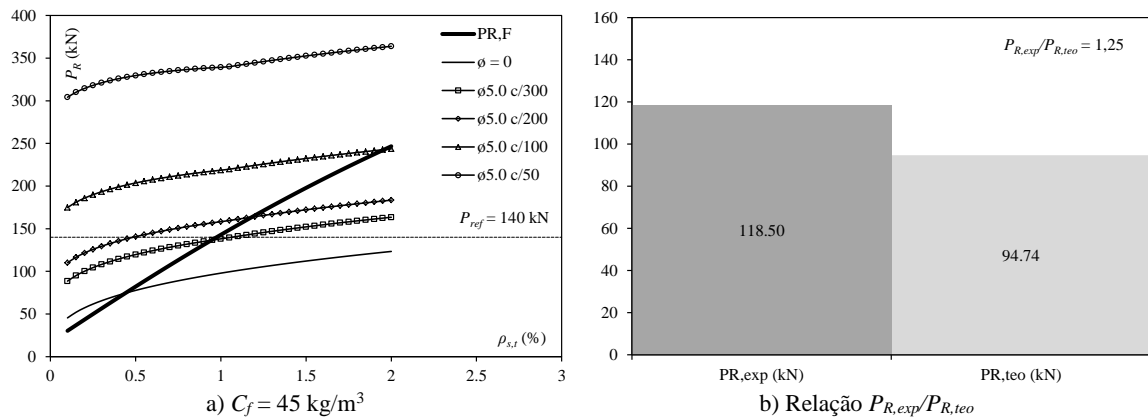


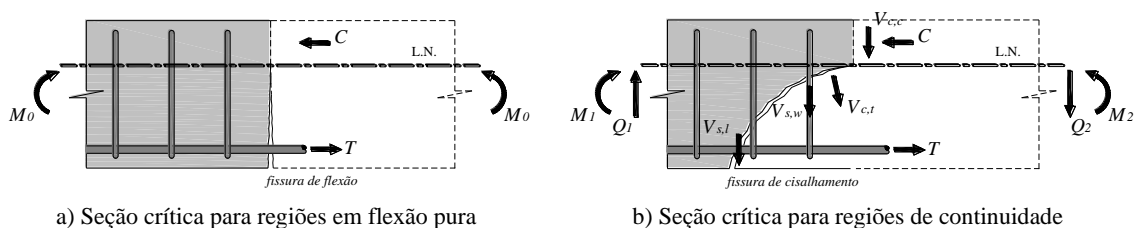
Figura 22. Estimativa da viga B09H50CF45.

Tal como comentado antes, na análise da acurácia das estimativas, nomeadamente à flexão, que marcou o modo de ruína das vigas da presente campanha experimental, o modelo apresentado na Figura 15 aferiu apropriadamente as resistências das vigas do *BD-FLEX*, ver Tabela 11. Não obstante, esse desempenho não foi confirmado nas estimativas das vigas testadas aqui. Acreditou-se que o motivo tenha sido justamente as particularidades do presente ensaio, nomeadamente as condições de apoio, que fez a seção crítica experimentar, simultaneamente, significativas tensões normais e transversais e o tipo de sollicitação, próximo de uniformemente distribuído. Generalistamente falando, enquanto em vigas biapoiadas, condição presente em todas as vigas do *BD-FLEX*, a seção crítica experimenta majoritariamente tensões normais, em vigas com continuidades, a exemplo do apoio do corrente estudo, a seção crítica experimenta, além de elevadas tensões normais, intensas tensões de cisalhamento também. Nesse enquadramento, a sollicitação uniformemente distribuída só deixou as coisas ainda mais intrincadas, pois esse tipo de carregamento fez a seção crítica se aproximar, ainda mais da região de continuidade. De qualquer forma, avançando com a análise do *BD-FLEX*, observando a Figura 16, percebeu-se que apenas as seis vigas de Sahoo e Sharma (2014) registraram estimativas, sobremodo, conservadoras, com $\lambda_{FLEX} \in [1,3;1,7]$. O motivo para essa ocorrência não pôde ser esclarecido, pois os CRFAs desses autores não foram caracterizados à tração/flexão.

Agora, quanto às vigas da corrente pesquisa, conforme dito, conjecturou-se sobre a sua condição de apoio e carregamento, próximo do uniformemente distribuído. Em verdade, esse cenário já foi estudado antes para vigas em CA, por exemplo, em Marí *et al.* (2014a), Marí *et al.* (2014b) e Cladera *et al.* (2015). Nessas pesquisas, idealizou-se que a seção crítica de vigas em CA se encontrava em regiões de continuidade, suportando, conseqüentemente, elevado momento fletor

e esforço cortante. Nesses termos, as componentes de força mostradas na Figura 15, mobilizadas exclusivamente pelo momento fletor, foram insuficientes para estimar plenamente a resistência à flexão de vigas cuja seção crítica se encontra em uma região de continuidade. Para esclarecer quanto às parcelas resistentes complementares, chamou-se a Figura 23b, que adicionalmente às resultantes provenientes da flexão M , C e T na Figura 23a, trouxe também as resultantes de força procedentes da força cortante Q , onde $V_{c,c}$ = resistência do concreto comprimido não fissurado, $V_{c,t}$ = resistência residual do concreto tracionado ao longo de certa extensão da fissura crítica de cisalhamento (correspondente ao tirante na teoria de bielas e tirantes), $V_{s,w}$ = resistência promovida pelo reforço transversal e $V_{s,l}$ = resistência promovida pelo reforço longitudinal (efeito de pino). Adicionalmente, esclarece-se que a parcela $V_{c,t}$ é usualmente mobilizada ao longo da extensão da fissura crítica de menor abertura, ou seja, no topo da fissura, próximo da região íntegra do concreto comprimido, e o efeito do engrenamento dos agregados graúdos foi omitido nessa apresentação, uma vez que para análises de ELU a abertura da fissura crítica de cisalhamento é expressiva, salvo a porção comentada antes.

Complementando, vale ressaltar que a Figura 23a, correspondente à flexão pura, ou regiões com força cortante insignificante, corrobora a ideia mostrada na Figura 15 para o modelo de flexão clássico. Portanto, introduzir as parcelas complementares na estimativa da resistência à flexão de vigas contínuas em CA já foi uma tarefa laboriosa. Para as vigas em CRFA, dever-se-ia, ainda, pontuar o impacto das fibras de aço. Do exposto, pôde-se teorizar que o projeto à flexão de vigas contínuas em concreto costuma, frequentemente, ser conservador. Diante da complexidade, comenta-se, em momento oportuno, que outro estudo está em progresso para tratar especificamente dessa questão teórica. Assim, tanto as resistências à flexão, como ao esforço cortante, poderão ser estimadas sincronicamente.



a) Seção crítica para regiões em flexão pura

b) Seção crítica para regiões de continuidade

Figura 23. Identificação das resultantes de força (adaptado de Marí *et al.*, 2014a).

5. CONCLUSÕES

Presentemente, um programa experimental composto por quatro vigas, uma em CA e três em CRFA, foi apresentado para se julgar quanto ao impacto da inércia de seções retangulares, sem alterar a sua área e, ainda, comprometer a capacidade portante das peças. Nesse cenário, propostas de reforços foram sugeridas, ressaltando a possibilidade de suprimir substancialmente as taxas dos reforços convencionais longitudinais e, também, transversais. Adicionalmente ao panorama anterior, trabalhou-se, ainda, a condição de apoio das peças, proporcionando, em laboratório, a simulação de seções contínuas e carregamento próximo do uniformemente distribuído, o que ressaltou, sobremaneira, o efeito combinado do momento fletor e do esforço cortante em análises de ELU. Fundamentado nos resultados, os seguintes desfechos foram pontuados:

- Os materiais constituintes e os equipamentos, usualmente utilizados no preparo de concretos simples, foram utilizados com sucesso no preparo dos CRFAs, aqui, com o consumo variando em 45, 60 e 75 kg/m³. Nada obstante, deve-se alertar para a análise da fluidez desses últimos concretos. No corrente estudo, percebeu-se que os CRFAs tiveram a sua fluidez levemente atravancada, sem, contudo, comprometer a moldagem das vigas;

- Os ensaios de compressão axial mostraram que as fibras de aço aprimoraram as extensões pós-pico das relações *tensão-deformação*, sem, contudo, interferir significativamente na extensão

pré-pico, incluindo o pico. Nesse enquadramento, a deformação última foi o parâmetro mais favorecido, melhorando, conseqüentemente, a tenacidade do concreto à compressão;

- Os ensaios de flexão dos prismas revelaram que as tensões residuais, inclusive a tensão correspondente ao limite de proporcionalidade, foram maiores à medida que o consumo de fibras aumentou de 45 para 75 kg/m³. Os resultados dos CRFAs, especificamente as tensões residuais, se mostraram apropriados para viabilizar o projeto das vigas, com potencial, até mesmo, para garantir supressões dos reforços convencionais;

- As alternativas sugeridas correntemente para projetar arranjos diferenciados de reforços para vigas em CRFA foram, de certa maneira, confirmadas pelas relações *carga-deslocamento*. Presentemente, constatou-se que explorando a inércia íntegra das seções foi possível assegurar a manutenção da resistência, ao mesmo tempo que se possibilitou a redução dos reforços, tanto dos convencionais, como das fibras de aço. Nesse estudo, aumentou-se a inercia das seções, sem, contudo, modificar a sua área. Sem pormenorizar, com essa estratégia foi possível aprimorar a resistência à fissuração de vigas em CRFA, relativamente ao projeto da viga em CA, mantendo-se, ainda, quase que invariável, o instante do escoamento dos reforços convencionais tracionados e sua capacidade portante. Para mais, aprimorou-se também a tenacidade/ductilidade;

- As relações *momento-curvatura* evidenciaram que na fase de projeto de vigas em CRFA, onde se tem o propósito de suprimir os reforços convencionais, o julgamento adequado da rigidez fissurada se mostrou tão importante quanto à análise da sua resistência. No momento atual, percebeu-se que as vigas reforçadas com fibras que tiveram as suas rigidezes fissuradas mais penalizadas foram as que tiveram as maiores rigidezes íntegras. Essa perda se deu quando se explorou a vantagem da rigidez íntegra para se possibilitar supressões maiores, sem, contudo, comprometer a sua capacidade portante;

- A análise dos mapas de fissuração alertou para questões de difícil análise/previsão, concernentemente à capacidade dos arranjos dos reforços de uma viga em possibilitar, eficientemente, a redistribuição das tensões, especificamente, as normais. Aqui, notou-se que um determinado arranjo, nomeadamente o da viga B09H50CF45, pareceu ter sido incapaz de promover a redistribuição comentada antes, resultando, basicamente, na formação de somente duas fissuras no instante da sua ruína. Esse cenário diferenciado pareceu ter exigido demasiadamente e, pior, localmente, os reforços longitudinais tracionados convencionais, refreando, ao fim, o desempenho estrutural dessa peça;

- As relações $I_{\delta,u}(x/d)_u$ expuseram, por meio de análises empíricas, a possibilidade de se estimar o índice I_{δ} a partir de $(x/d)_u$, sem, contudo, a obrigatoriedade de se conhecer o perfil $P-\delta$ de uma viga. Essa proposta, indiscutivelmente prática, embora tenha se mostrado inexecutável na presente obra, por restrições na coleta de dados, tem, ainda, grande potencial na sua premissa;

- Em geral, as análises isoladas das estimativas das resistências à flexão e ao esforço cortante propostas pelo MC10 (2013) se mostraram acertadas para vigas biapoiadas solicitadas por cargas pontuais, uma vez que, por exemplo, na estimativa da resistência à flexão a seção crítica experimenta esforço cortante insignificante. Outrossim, na estimativa da resistência ao esforço cortante, agora, o momento fletor se manifesta parcamente. Para mais, o manuseio independente dessas propostas também se mostrou pouco prático. Por conta, sugeriu-se aqui uma metodologia para que essas estimativas pudessem ser operadas concomitantemente, por meio da relação $P_R-\rho_{s,t}$. Nesse contexto, a taxa de reforço longitudinal foi selecionada de modo prático e eficiente, no que consta à identificação clara da influência desse reforço nas resistências à flexão e ao cisalhamento;

- Estimando as resistências das vigas desse estudo, constatou-se o registro de resultados excepcionalmente conservadores. O motivo foi a localização das seções críticas daquelas vigas,

situadas na região de continuidade. Fundamentado nas evidências, comentou-se que o modelo clássico de flexão deveria ser revisado para o projeto de vigas contínuas. Aqui, insinuou-se estudar a introdução das parcelas de resistências mobilizadas pelas tensões transversais no modelo de flexão de vigas em CRFA, o que promoveria a estimativa, tanto à flexão, como ao esforço cortante.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ABNT NBR 16889. (2020). *Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ABNT NBR 16935. (2021). *Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras - Procedimento*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT/CB-002 Construção Civil.
- ACI 318. (2008). *Building code requirements for structural concrete*. American Concrete Institute, Reported by ACI Committee 318.
- ACI 544.4R-18. (2018). *Guide to Design with Fiber-Reinforced Concrete*. Reported by ACI Committee 544. American Concrete Institute.
- ACI Committee 544.4R. (2018). *Guide to design with fiber-reinforced concrete*. American Concrete Institute, Reported by ACI Committee 544.
- AGBIM, C.C. (1964). *Concrete reinforced with glass fibres*. Magazine of Concrete Research, V. 16, Issue 49, pp. 195-202.
- AKINLOLU, M.; HAUPT, T.C. (2020). *Predicting the shear resistance of steel fiber reinforced concrete structures using random forest-based model*. Proceedings of the 30th European Safety and Reliability Conference and the 15th Probabilistic Safety Assessment and Management Conference, 5819.
- ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. (2007). *Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams*. Construction and Building Materials, V. 21, pp. 654-661.
- ARAÚJO, S.S. (2019). *Análise experimental de vigas sem estribos reforçadas com fibras de aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Processos Construtivos e Saneamento Urbano, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará.
- BARROS, J.A.O.; MORAES-NETO, B.N.; MELO, G.S.S.A.; FRAZÃO, C.M.V. (2015). *Assessment of the effectiveness of steel fibre reinforcement for the punching resistance of flat slabs by experimental research and design approach*. Composites Part B: Engineering, V. 78, pp. 8-25.
- BEHINAEIN, P.; COTSOVOS, D.M.; ABBAS, A.A. (2018). *Behaviour of steel-fibre-reinforced concrete beams under high-rate loading*. Computers and Concrete, An International Journal, V. 22, Issue 3, pp. 337-353.
- BERNARDO, L.F.A.; LOPES, S.M.R. (2004). *Neutral axis depth versus flexural ductility in high-strength concrete beams*. Journal of Structural Engineering, ASCE, V. 130, Issue 3, pp. 452-459.
- BERNAT, A.M.; SPINELLA, N.; RECUPERO, A.; CLADERA, A. (2020). *Mechanical model for the shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams without stirrups*. Materials and Structures, V. 53, Issue 28, pp. 1-20.
- BIRKIMER, D.L. (1969). *Critical normal fracture strain of plain and steel wire fibrous-reinforced concrete*. Department of the Army, Construction Engineering Research Laboratory, Technical Report M-1.
- BROWN, M.D.; BAYRAK, O. (2007). *Investigation of deep beams with various load configurations*. ACI Structural Journal, V. 104, Issue 5, pp. 611-620.
- BUI, T.T.; NANA, W.S.A.; DOUCET-FERRU, B.; BENNANI, A.; LEQUAY, H.; LIMAM, A. (2020). *Shear Performance of steel fiber reinforced concrete beams without stirrups: experimental investigation*. International Journal of Civil Engineering, V. 18, pp. 865-881.
- CALDENTEY, A.P.; PADILLA, P.; MUTTONI, A.; RUIZ, M.F. (2012). *Effect of load distribution and variable depth on shear resistance of slender beams without stirrups*. ACI Structural Journal, V. 109, Issue 5, pp. 595-708.
- CARDOSO, D.C.T.; PEREIRA, G.B.S.; SILVA, F.A.; SILVA FILHO, J.J.H.; PEREIRA, E.V. (2019). *Influence of steel fibers on the flexural behavior of RC beams with low reinforcing ratios: Analytical and experimental investigation*. Composite Structures, V. 222, 110926.
- CLADERA, A.; MARÍ, A.; RIBAS, C.; BAIRÁN, J.; OLLER, E. (2015). *Predicting the shear-flexural strength of slender reinforced concrete T and I shaped beams*. Engineering Structures, V. 101, pp. 386-398.
- CORDEIRO, F.S. (2022). *Projeto estrutural de vigas em CRFA: Influência da rigidez à flexão*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. (em andamento)
- CUCCHIARA, C.; MENDOLA, L.; PAPIA, M. (2004). *Effectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement*. Cement and Concrete Composites, V. 26, Issue 7, pp. 777-786.
- deVEKEY, R.C.; MAJUMDAR, A.J. (1968). *Determining bond strength in fibre-reinforced composites*. Magazine of Concrete Research, V. 20, Issue 65, pp. 229-234.
- DING, Y. (2011). *Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam*. Construction and Building Materials, V. 25, Issue 5, pp. 2432-2440.
- DING, Y.; ZHANG, F.; TORGAL, F.; ZHANGC, Y. (2012). *Shear behaviour of steel fibre reinforced self-consolidating concrete beams based on the modified compression field theory*. Composite Structures, V. 94, Issue 8, pp. 2440-2449.
- DINH, H.H.; PARRA-MONTESINOS, G.J.; WIGHT, J.K. (2010). *Shear behavior of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrup reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 107, Issue 5, pp. 597-606.

DUARTE, L.S. (2022). *Projeto estrutural de lajes lisas em CRFA: Influência da rigidez á flexão*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. (em andamento)

EC2. (2004). *Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Standard.

FURLAN JUNIOR, S.; HANAI, J.B. (1999). *Prestressed fiber reinforced concrete beams with reduced ratios of shear reinforcement*. Cement and Concrete Composites, V. 21, Issue 3, pp. 213-221.

HANNANT, D.J. (2003). *Advanced concrete technology - Processes*. Butterworth-Heinemann, An imprint of Elsevier, Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP, Section 6, pp. 6/1-6/17.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F. (1995). *Shear-moment analysis of reinforced high strength concrete beams containing steel fibres*. Canadian Journal of Civil Engineering, V. 22, Issue 3, pp. 462-470.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F.; GEMERT, D.V. (1997). *Shear domain of fibre-reinforced high-strength concrete beams*. Engineering Structures, V. 19, Issue 9, pp. 738-747.

ISO 15630-1. (2019). *Steel for the reinforcement and prestressing of concrete - Test methods - Part 1: Reinforcing bars, wire rod and wire*. International Standard, Third edition.

KOVÁCS, I.; BALÁZS, G.L. (2003). *Structural behaviour of steel fibre reinforced concrete*. Structural Concrete, V. 4, Issue 2, pp. 57-63.

KUMAR, S.; PRASAD, M.M. (2008). *Flexural behaviour of short steel fiber reinforced concrete beams*. RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications, BEFIB-2008 Symposium, Chennai, India, 17th-19th, pp. 209-217.

LANTSOGHT, E.O.L. (2019). *How do steel fibers improve the shear capacity of reinforced concrete beams without stirrups?* Composites Part B: Engineering, V. 175, pp. 107079.

LEONHARDT, F.; WALTHER, R. (1962). *Schubversuche an Einfeldrigen Stahlbeton-Balken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der Oberen Schubspannungsgrenze*. Heft 151, Deutscher Ausschuss Fr Stahlbeton.

MAHMOOD, S.M.F.; AGARWAL, A.; FOSTER, S.J.; VALIPOUR, H. (2018). *Flexural performance of steel fibre reinforced concrete beams designed for moment redistribution*. Engineering Structures, V. 177, pp. 695-706.

MARÍ, A.; BAIRÁN, J.; CLADERA, A.; OLLER, E.; RIBAS, C. (2014a). *Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams*. Structure and Infrastructure Engineering, V. 11, Issue 11, pp. 337-353.

MARÍ, A.; CLADERA, A.; BAIRÁN, J.; OLLER, E.; RIBAS, C. (2014b). *Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams subjected to point or distributed loads*. Frontiers of Structural and Civil Engineering, V. 8, pp. 337-353.

MC10. (2013). *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Fédération Internationale du Béton.

MEDA, A.; MIELLI, F.; PLIZZARI, G.A. (2012). *Flexural behaviour of RC beams in fibre reinforced concrete*. Composite: Part B, V. 43, pp. 2930-2937.

MERTOL, H.C.; BARAN, E.; BELLO, H.J. (2015). *Flexural behavior of lightly and heavily reinforced steel fiber concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 98, pp. 185-193.

MICHELS, J.; WALDMANN, D.; MAAS, S.; ZÜRBE, A. (2012). *Steel fibers as only reinforcement for flat slab construction - Experimental investigation and design*. Construction and Building Materials, V. 26, Issue 1, pp. 145-155.

MOUSSA, Y.H. (2017). *Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará.

NARAYANAN, R.; DARWISH, I. Y. S. (1987). *Use of steel fibers as shear reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 84, Issue 3, pp. 216-227.

OH, B.H. (1992). *Flexural analysis of reinforced concrete beams containing steel fibers*. Journal of Structural Engineering, V.1 18, Issue 10, pp. 2821-2835.

OLALUSI, O.B.; AWOYERA, P.O. (2021). *Shear capacity prediction of slender reinforced concrete structures with steel fibers using machine learning*. Engineering Structures, V. 227, pp. 111470.

OLALUSI, O.B.; SPYRIDIS, P. (2020). *Probabilistic studies on the shear strength of slender steel fiber reinforced concrete structures*. Applied Sciences, V. 10, Issue 19, pp. 6955.

PAM, H.J.; KWAN, A.K.H; ISLAM, M.S. (2001). *Flexural strength and ductility of reinforced normal- and high-strength concrete beams*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings, V. 146, Issue 4, pp. 381-389.

PANFILOV, D.A.; PISCHULEV, A.A. (2015). *The analysis of deflections of pre-stressed reinforced concrete beams exposed to short duration uniform loading*. Procedia Engineering, V. 111, pp. 619-625.

PARK, R. (1988). *State of the art report: Ductility evaluation from laboratory and analytical testing*. Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, V. 8, pp. 605-616.

RILEM TC 148-SSC. (1997). *Strain-softening of concrete in uniaxial compression*. Test methods for the strain-softening response of concrete, Materials and Structures, V. 30.

RILEM TC 148-SSC. (2000). *Test method for measurement of the strain-softening behaviour of concrete under uniaxial compression*. Strain softening of concrete - Test methods for compressive softening, Materials and Structures, V. 33.

RILEM TC 162-TDF. (2002). *Bending test: Final recommendation*. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete, Materials and Structures, V. 35.

RODRIGUES, R.V.; MUTTONI, A.; RUIZ, M.F. (2010). *Influence of shear on rotation capacity of reinforced concrete members without shear reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 107, Issue 5, pp. 516-525.

ROMUALDI, J.P.; BATSON, G.B. (1963). *Mechanics of crack arrest in concrete*. Journal of the Engineering Mechanics Division, V. 89, Issue 3, pp.

SAHOO, D.R.; SHARMA, A. (2014). *Effect of steel fiber content on behavior of concrete beams with and without stirrups*. ACI Structural Journal, v. 111, Issue 5, pp. 1157-1166.

SHUKLA, M. (2011). *Behavior of reinforced concrete beams with steel fibres under flexural loading*. International Journal of Earth Sciences and Engineering, V. 4, Issue 6, pp. 843-846.

TAHENNI, T.; BOUZIADI, F.; BOULEKBACHE, B.; AMZIANE, S. (2021). *Experimental and numerical investigation of the effect of steel fibres on the deflection behaviour of reinforced concrete beams without stirrups*. Structures, V. 33, p. 1603-1619.

TAN, K.H.; PARAMASIVAM, P.; TAN, K.C. (1994). *Instantaneous and long-term deflections of steel fiber-reinforced concrete beams*. ACI Structural Journal, V. 91, Issue 4, pp. 384-392.

TUNG, N.D.; TUE, N.V. (2016). *Effect of support condition and load arrangement on the shear response of reinforced concrete beams without transverse reinforcement*. Engineering Structures, V. 111, pp. 370-382.

YOO, D.-Y.; MOON, D.-Y. (2018). *Effect of steel fibers on the flexural behavior of RC beams with very low reinforcement ratios*. Construction and Building Materials, V. 188, pp. 237-254.

YU, Y.; ZHAO, X.-Y.; XU, J.-J.; WANG, S.-C.; XIE, T.-Y. (2022). *Evaluation of shear capacity of steel fiber reinforced concrete beams without stirrups using artificial intelligence models*. Materials, V. 15, Issue 7, pp. 1-23.

4. CONCLUSÕES

Na corrente investigação, uma campanha experimental, constituída por quatro vigas contínuas, sendo uma em CA e três em CRFA, solicitadas por cargas uniformemente distribuídas tiveram o consumo de fibras e a inércia de seções retangulares, ambos modificados para se julgar quanto à resposta mecânica/estrutural daquelas vigas. Na análise da inércia, vale recordar que o consumo de concreto permaneceu inalterado. Nesse enquadramento, diferentes arranjos de reforços foram sugeridos, combinando o reforço convencional com o fibroso. Assim, com base nos resultados, as seguintes conclusões foram apontadas:

- Relativamente à seleção dos materiais constituintes, metodologia de preparo e ensaios de caracterização dos CRFAs, que nesse estudo tiveram o consumo de fibras variando em 45, 60 e 75 kg/m³ do volume de concreto, testificou-se que a tecnologia usualmente aplicada ao CS pôde ser estendida aos concretos com fibras de aço. Atenção especial à análise da trabalhabilidade, uma vez que as fibras atravancam a fluidez dos CRFAs, e à caracterização à tração do concreto com fibras;
- Os ensaios de caracterização dos materiais mostraram que introduzir fibras de aço no concreto, com o consumo alternando em 45, 60 e 75 kg/m³, pouco interferiu na resistência à compressão, porém, aprimorou a sua tenacidade. No que concerne à resposta à tração na flexão, destaque para as tensões residuais, que foram suficientes para assegurar às fibras de aço o papel de reforço principal, possibilitando, inclusive, a eliminação de parte do reforço convencional;
- Os resultados dos ensaios das vigas confirmaram o mecanismo de reforço proporcionado pelas fibras de aço. Relações *carga-deslocamento* e *momento-curvatura* ressaltaram a relevância de se analisar cuidadosamente a inércia das seções retangulares na fase de projeto. Aqui, o exame das inércias garantiu aprimorar a resistência ao início da fissuração e a manutenção do instante de escoamento dos reforços convencionais tracionados e, também, da capacidade portante das peças. Com a inspeção da inércia, conseguiu-se, ainda, suprimir significativamente o consumo dos reforços, tanto o convencional como o fibroso;

- O mapa de fissuração das vigas alertou para uma questão de difícil previsão, que disse respeito à capacidade dos reforços em assegurar a redistribuição das tensões. Nesse estudo, por exemplo, o reforço proposto para a viga B09H50CF45 se mostrou pouco eficiente, pois sem ter sido capaz de assegurar a redistribuição das tensões, o arranjo dessa viga permitiu a formação de um único plano crítico de ruína, exigindo em demasia e localmente o reforço convencional tracionado. Nesse cenário, prejudicando a resposta mecânica/estrutural dessa peça, especificamente a ductilidade/tenacidade;

- Por conta do alerta anterior, sugeriu-se investigar o índice de ductilidade, I_δ , a partir da razão x/d . Nesses termos a ductilidade de uma viga poderia ser explorada sem a obrigatoriedade de se conhecer a sua relação *carga-deslocamento*. No corrente estudo, por limitação na coleta de dados, essa proposta não foi concluída. Ainda assim, ressaltou-se aqui a sua relevância;

- Para o projeto das vigas, tanto a em CA como as em CRFAs, as recomendações do MC10 (2013) se mostraram suficientes para estimar as suas resistências à flexão, ação de momentos fletores e esforços cortantes. Ainda assim, no presente estudo uma metodologia foi apresentada para se operar concomitantemente as recomendações daquele código de projeto, introduzindo, ao fim, praticidade e interação direta entre as resistências, momento fletor e esforço cortante;

- Ao fim, por conta das condições de apoio, vigas contínuas, e do tipo de solicitação, carregamento uniformemente distribuído, as estimativas das resistências foram, conforme esperado, relativamente conservadoras. Por conta, aprimoramentos foram sugeridos às recomendações de projeto do MC10 (2013), onde parcelas de resistência mobilizadas pelos esforços cortantes seriam incorporadas no modelo de flexão. Vale frisar que essa ideia já se encontra em desenvolvimento.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ABNT NBR 14724. (2011). *Informação e documentação - Trabalhos acadêmicos - Apresentação*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABNT NBR 15530. (2019). *Fibras de aço para concreto - Requisitos e métodos de ensaio*, Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABNT NBR 16889. (2020). *Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABNT NBR 16935. (2021). *Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras - Procedimento*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT/CB-002 Construção Civil.

ACI 318. (2008). *Building code requirements for structural concrete*. American Concrete Institute, Reported by ACI Committee 318.

ACI 544.4R-18. (2018). *Guide to Design with Fiber-Reinforced Concrete*. Reported by ACI Committee 544. American Concrete Institute.

ACI Committee 544.4R. (2018). *Guide to design with fiber-reinforced concrete*. American Concrete Institute, Reported by ACI Committee 544.

AGBIM, C.C. (1964). *Concrete reinforced with glass fibres*. Magazine of Concrete Research, V. 16, Issue 49, pp. 195-202.

AKINLOLU, M.; HAUPT, T.C. (2020). *Predicting the shear resistance of steel fiber reinforced concrete structures using random forest-based model*. Proceedings of the 30th European Safety and Reliability Conference and the 15th Probabilistic Safety Assessment and Management Conference, 5819.

ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. (2007). *Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams*. Construction and Building Materials, V. 21, pp. 654-661.

ARAÚJO, S.S. (2019). *Análise experimental de vigas sem estribos reforçadas com fibras de aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Processos Construtivos e Saneamento Urbano, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará.

BARROS, J.A.O.; MORAES-NETO, B.N.; MELO, G.S.S.A.; FRAZÃO, C.M.V. (2015). *Assessment of the effectiveness of steel fibre reinforcement for the punching resistance of flat slabs by experimental research and design approach*. Composites Part B: Engineering, V. 78, pp. 8-25.

BEHINAEIN, P.; COTSOVOS, D.M.; ABBAS, A.A. (2018). *Behaviour of steel-fibre-reinforced concrete beams under high-rate loading*. Computers and Concrete, An International Journal, V. 22, Issue 3, pp. 337-353.

BERNARDO, L.F.A.; LOPES, S.M.R. (2004). *Neutral axis depth versus flexural ductility in high-strength concrete beams*. Journal of Structural Engineering, ASCE, V. 130, Issue 3, pp. 452-459.

BERNAT, A.M.; SPINELLA, N.; RECUPERO, A.; CLADERA, A. (2020). *Mechanical model for the shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams without stirrups*. Materials and Structures, V. 53, Issue 28, pp. 1-20.

BIRKIMER, D.L. (1969). *Critical normal fracture strain of plain and steel wire fibrous-reinforced concrete*. Department of the Army, Construction Engineering Research Laboratory, Technical Report M-1.

BROWN, M.D.; BAYRAK, O. (2007). *Investigation of deep beams with various load configurations*. ACI Structural Journal, V. 104, Issue 5, pp. 611-620.

BUI, T.T.; NANA, W.S.A.; DOUCET-FERRU, B.; BENNANI, A.; LEQUAY, H.; LIMAM, A. (2020). *Shear Performance of steel fiber reinforced concrete beams without stirrups: experimental investigation*. International Journal of Civil Engineering, V. 18, pp. 865-881.

CALDENTEY, A.P.; PADILLA, P.; MUTTONI, A.; RUIZ, M.F. (2012). *Effect of load distribution and variable depth on shear resistance of slender beams without stirrups*. ACI Structural Journal, V. 109, Issue 5, pp. 595-708.

CARDOSO, D.C.T.; PEREIRA, G.B.S.; SILVA, F.A.; SILVA FILHO, J.J.H.; PEREIRA, E.V. (2019). *Influence of steel fibers on the flexural behavior of RC beams with low reinforcing ratios: Analytical and experimental investigation*. Composite Structures, V. 222, 110926.

CHEN, L.; SUN, W.; CHEN, B.; SHI, Z.; LAI, J.; FENG, J. (2021). *Multiscale study of fibre orientation effect on pullout and tensile behavior of steel fibre reinforced concrete*. Construction and Building Materials, V. 283, pp. 122506.

CLADERA, A.; MARÍ, A.; RIBAS, C.; BAIRÁN, J.; OLLER, E. (2015). *Predicting the shear–flexural strength of slender reinforced concrete T and I shaped beams*. Engineering Structures, V. 101, pp. 386-398.

CORDEIRO, F.S. (2022). *Projeto estrutural de vigas em CRFA: Influência da rigidez á flexão*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. (em andamento)

CUCCHIARA, C.; MENDOLA, L.; PAPIA, M. (2004). *Effectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement*. Cement and Concrete Composites, V. 26, Issue 7, pp. 777-786.

DANCYGIER, A.N.; SAVIR, Z. (2006). *Flexural behavior of HSFRC with low reinforcement ratios*. Engineering Structures, V. 28, Issue 11, pp. 1503-1512.

deVEKEY, R.C.; MAJUMDAR, A.J. (1968). *Determining bond strength in fibre-reinforced composites*. Magazine of Concrete Research, V. 20, Issue 65, pp. 229-234.

DING, X.; LI, C.; HAN, B.; LU, Y.; ZHAO, S. (2018). *Effects of different deformed steel-fibers on preparation and fundamental properties of self-compacting SFRC*. Construction and Building Materials, V. 168, pp. 471-481.

DING, X.; LI, C.; LI, Y.; LU, Y.; SONG, C.; ZHAO, S. (2018). *Experimental and numerical study on stress-strain behavior of self-compacting SFRC under uniaxial compression*. Construction and Building Materials, V. 185, pp. 30-38.

DING, Y. (2011). *Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam*. Construction and Building Materials, V. 25, Issue 5, pp. 2432-2440.

DING, Y.; ZHANG, F.; TORGAL, F.; ZHANGC, Y. (2012). *Shear behaviour of steel fibre reinforced self-consolidating concrete beams based on the modified compression field theory*. Composite Structures, V. 94, Issue 8, pp. 2440-2449.

DINH, H.H.; PARRA-MONTESINOS, G.J.; WIGHT, J.K. (2010). *Shear behavior of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrup reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 107, Issue 5, pp. 597-606.

DUARTE, L.S. (2022). *Projeto estrutural de lajes lisas em CRFA: Influência da rigidez á flexão*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. (em andamento)

EC2. (2004). *Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Standard.

FERRARA, L.; MEDA, A. (2006). *Relationships between fibre distribution, workability and the mechanical properties of SFRC applied to precast roof elements*. Materials and Structures, V. 39, pp. 411-420.

FU, B.; TENG, J.G.; CHEN, G.M.; CHEN, J.F.; GUO, Y.C. (2018). *Effect of load distribution on IC debonding in FRP-strengthened RC beams: Full-scale experiments*. Composite Structures, V. 188, pp. 483-496.

FURLAN JUNIOR, S.; HANAI, J.B. (1999). *Prestressed fiber reinforced concrete beams with reduced ratios of shear reinforcement*. Cement and Concrete Composites, V. 21, Issue 3, pp. 213-221.

GAO, D.-Y.; GU, Z.-Q.; WU, C. (2020). *Bending behavior and deflection prediction of high-strength SFRC beams under fatigue loading*. Journal of Materials Research and Technology, V. 9, Issue 3, pp. 6143-6159.

HANNANT, D.J. (2003). *Advanced concrete technology - Processes*. Butterworth-Heinemann, An imprint of Elsevier, Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP, Section 6, pp. 6/1-6/17.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F. (1995). *Shear-moment analysis of reinforced high strength concrete beams containing steel fibres*. Canadian Journal of Civil Engineering, V. 22, Issue 3, pp. 462-470.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F.; GEMERT, D.V. (1997). *Shear domain of fibre-reinforced high-strength concrete beams*. Engineering Structures, V. 19, Issue 9, pp. 738-747.

ISO 15630-1. (2019). *Steel for the reinforcement and prestressing of concrete - Test methods - Part 1: Reinforcing bars, wire rod and wire*. International Standard, Third edition.

JIN, L.; ZHANG, R.; LI, L.; DU, X.; YAO, Y. (2019). *Impact behavior of SFRC beams at elevated temperatures: Experimental and analytical studies*. Engineering Structures, V. 197, pp. 109401.

KHAN, M.I.; ABBASS, W.; ALRUBAIDI, M.; ALQAHTANI, F.K. (2020). *Optimization of the fine to coarse aggregate ratio for the workability and mechanical*

properties of high strength steel fiber reinforced concretes. Materials, V. 13, Issue 22, pp. 5202.

KORE, S.; JOSHI, S.G. (2021). *Experiments on the workability of steel fiber reinforced concrete. Advances in Civil Engineering and Infrastructural Development, V. 87, pp. 627-635.*

KOVÁCS, I.; BALÁZS, G.L. (2003). *Structural behaviour of steel fibre reinforced concrete. Structural Concrete, V. 4, Issue 2, pp. 57-63.*

KUMAR, S.; PRASAD, M.M. (2008). *Flexural behaviour of short steel fiber reinforced concrete beams. RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications, BEFIB-2008 Symposium, Chennai, India, 17th-19th, pp. 209-217.*

LANTSOGHT, E.O.L. (2019). *How do steel fibers improve the shear capacity of reinforced concrete beams without stirrups? Composites Part B: Engineering, V. 175, pp. 107079.*

LEONHARDT, F.; WALTHER, R. (1962). *Schubversuche an Einfeldrigen Stahlbeton-Balken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der Oberen Schubspannungsgrenze. Heft 151, Deutscher Ausschuss Fr Stahlbeton.*

LI, B.; CHI, Y.; XU, L.; LI, C.; SHI, Y. (2018). *Cyclic tensile behavior of SFRC: Experimental research and analytical model. Construction and Building Materials, V. 190, pp. 1236-1250.*

LIAO, L.; ZHAO, J.; ZHANG, F.; LI, S.; WANG, Z. (2020). *Experimental study on compressive properties of SFRC under high strain rate with different fiber content and aspect ratio. Construction and Building Materials, V. 261, pp. 119906.*

MAHMOOD, S.M.F.; AGARWAL, A.; FOSTER, S.J.; VALIPOUR, H. (2018). *Flexural performance of steel fibre reinforced concrete beams designed for moment redistribution. Engineering Structures, V. 177, pp. 695-706.*

MARÍ, A.; BAIRÁN, J.; CLADERA, A.; OLLER, E.; RIBAS, C. (2014a). *Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams*. Structure and Infrastructure Engineering, V. 11, Issue 11, pp. 337-353.

MARÍ, A.; CLADERA, A.; BAIRÁN, J.; OLLER, E.; RIBAS, C. (2014b). *Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams subjected to point or distributed loads*. Frontiers of Structural and Civil Engineering, V. 8, pp. 337-353.

MC10. (2013). *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Fédération Internationale du Béton.

MEDA, A.; MIELLI, F.; PLIZZARI, G.A. (2012). *Flexural behaviour of RC beams in fibre reinforced concrete*. Composite: Part B, V. 43, pp. 2930-2937.

MERTOL, H.C.; BARAN, E.; BELLO, H.J. (2015). *Flexural behavior of lightly and heavily reinforced steel fiber concrete beams*. Construction and Building Materials, V. 98, pp. 185-193.

MICHELS, J.; WALDMANN, D.; MAAS, S.; ZÜRBE, A. (2012). *Steel fibers as only reinforcement for flat slab construction - Experimental investigation and design*. Construction and Building Materials, V. 26, Issue 1, pp. 145-155.

Mineral Commodity Summaries. (1996). U.S. Geological Survey, U.S. Bureau of Mines.

Mineral Commodity Summaries. (2022). U.S. Department of the Interior, U.S. Geological Survey.

MOUSSA, Y.H. (2017). *Eficácia das fibras de aço no reforço à flexão de vigas em concreto armado com taxa de armadura mínima*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará.

NARAYANAN, R; DARWISH, I. Y. S. (1987). *Use of steel fibers as shear reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 84, Issue 3, pp. 216-227.

OH, B.H. (1992). *Flexural analysis of reinforced concrete beams containing steel fibers*. Journal of Structural Engineering, V.1 18, Issue 10, pp. 2821-2835.

OLALUSI, O.B.; AWOYERA, P.O. (2021). *Shear capacity prediction of slender reinforced concrete structures with steel fibers using machine learning*. Engineering Structures, V. 227, pp. 111470.

OLALUSI, O.B.; SPYRIDIS, P. (2020). *Probabilistic studies on the shear strength of slender steel fiber reinforced concrete structures*. Applied Sciences, V. 10, Issue 19, pp. 6955.

ÖZCAN, D.M.; BAYRAKTAR, A.; ŞAHİN, A.; HAKTANIR, T.; TÜRKERA, T. (2009). *Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior*. Construction and Building Materials, V. 23, Issue 2, pp. 1064-1077.

PAM, H.J.; KWAN, A.K.H; ISLAM, M.S. (2001). *Flexural strength and ductility of reinforced normal- and high-strength concrete beams*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings, V. 146, Issue 4, pp. 381-389.

PANFILOV, D.A.; PISCHULEV, A.A. (2015). *The analysis of deflections of pre-stressed reinforced concrete beams exposed to short duration uniform loading*. Procedia Engineering, V. 111, pp. 619-625.

PARK, R. (1988). *State of the art report: Ductility evaluation from laboratory and analytical testing*. Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, V. 8, pp. 605-616.

RILEM TC 148-SSC. (1997). *Strain-softening of concrete in uniaxial compression*. Test methods for the strain-softening response of concrete, Materials and Structures, V. 30.

RILEM TC 148-SSC. (2000). *Test method for measurement of the strain-softening behaviour of concrete under uniaxial compression*. Strain softening of concrete - Test methods for compressive softening, Materials and Structures, V. 33.

RILEM TC 162-TDF. (2002). *Bending test: Final recommendation*. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete, Materials and Structures, V. 35.

RODRIGUES, R.V.; MUTTONI, A.; RUIZ, M.F. (2010). *Influence of shear on rotation capacity of reinforced concrete members without shear reinforcement*. ACI Structural Journal, V. 107, Issue 5, pp. 516-525.

ROMUALDI, J.P.; BATSON, G.B. (1963). *Mechanics of crack arrest in concrete*. Journal of the Engineering Mechanics Division, V. 89, Issue 3, pp.

SAHOO, D.R.; SHARMA, A. (2014). *Effect of steel fiber content on behavior of concrete beams with and without stirrups*. ACI Structural Journal, v. 111, Issue 5, pp. 1157-1166.

SAYHOOD, E.K.; RESHEQ, A.S.; HABEEB, A.J. (2018). *Shear strength of concrete deep beam subjected to uniformly distributed load*. Engineering and Technology Journal, V. 36, Issue 2A, pp. 125-135.

SHUKLA, M. (2011). *Behavior of reinforced concrete beams with steel fibres under flexural loading*. International Journal of Earth Sciences and Engineering, V. 4, Issue 6, pp. 843-846.

SPINELLA, N.; COLAJANNI, P.; RECUPERO, A. (2010). *Simple plastic model for shear critical SFRC beams*. Journal of Structural Engineering, V. 136, Issue 4, pp. 390-400.

TAHENNI, T.; BOUZIADI, F.; BOULEKBACHE, B.; AMZIANE, S. (2021). *Experimental and numerical investigation of the effect of steel fibres on the deflection behaviour of reinforced concrete beams without stirrups*. Structures, V. 33, p. 1603-1619.

TAN, K.H.; PARAMASIVAM, P.; TAN, K.C. (1994). *Instantaneous and long-term deflections of steel fiber-reinforced concrete beams*. ACI Structural Journal, V. 91, Issue 4, pp. 384-392.

TARAWNEH, A.; ALMASABHA, G.; ALAWADI, R.; TARAWNEH, M. (2021). *Innovative and reliable model for shear strength of steel fibers reinforced concrete beams*. Structures, V. 32, pp. 1015-1025.

TUNG, N.D.; TUE, N.V. (2016). *Effect of support condition and load arrangement on the shear response of reinforced concrete beams without transverse reinforcement*. Engineering Structures, V. 111, pp. 370-382.

YANG, J.-M.; KIM, J.-K.; YOO, D.-Y. (2019). *Flexural and shear behaviour of high-strength SFRC beams without stirrups*. Magazine of Concrete Research, V. 71 Issue 10, pp. 503-518.

YAZICI, Ş.; İNAN, G.; TABAK, V. (2007). *Effect of aspect ratio and volume fraction of steel fiber on the mechanical properties of SFRC*. Construction and Building Materials, V. 21, Issue 6, pp. 1250-1253.

YOO, D.-Y.; MOON, D.-Y. (2018). *Effect of steel fibers on the flexural behavior of RC beams with very low reinforcement ratios*. Construction and Building Materials, V. 188, pp. 237-254.

YU, Y.; ZHAO, X.-Y.; XU, J.-J.; WANG, S.-C.; XIE, T.-Y. (2022). *Evaluation of shear capacity of steel fiber reinforced concrete beams without stirrups using artificial intelligence models*. Materials, V. 15, Issue 7, pp. 1-23.

ZHAO, J.; LIANG, J.; CHU, L.; SHEN, F. (2018). *Experimental study on shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams with high-strength reinforcement*. Materials, V. 11, Issue 9, pp. 1682.

ZHAO, M.; LI, J.; XIE, Y.M. (2022). *Effect of vibration time on steel fibre distribution and flexural behaviours of steel fibre reinforced concrete with different flowability*. Case Studies in Construction Materials, V. 16, pp. e01114.