



Eng. Civil M.Sc. Amaury José Oliveira de Aguiar

## **Lajes Lisas Nervuradas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos Adjacentes ao Pilar**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS**

Instituto de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Tese orientada pelo Professor:  
D.Sc. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém – Pará – Brasil

2019



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**LAJES LISAS NERVURADAS BIDIRECIONAIS DE CONCRETO  
ARMADO COM FUROS ADJACENTES AO PILAR**

**ENG. CIVIL M.Sc. AMAURY JOSÉ OLIVEIRA DE AGUIAR**

**ORIENTADOR: PROFESSOR D.Sc. DÊNIO RAMAM C. DE OLIVEIRA**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS**

**BELÉM – PARÁ – BRASIL**

**2019**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

A2821 Aguiar, Amaury José Oliveira  
Lajes lisas nervuradas bidirecionais de concreto armado com furos adjacentes ao pilar / Amaury José Oliveira Aguiar. — 2019. 276 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho Oliveira  
Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

1. Lajes lisas nervuradas. 2. Punção. 3. Concentração de tensões. 4. Furos. I. Título.

CDD 620.137

---



## LAJES LISAS NERVURADAS BIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO COM FUROS ADJACENTES AO PILAR

AUTOR:

**AMAURY JOSÉ OLIVEIRA DE AGUIAR**

TESE SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 23 / 08 / 2019.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Orientador (UFPA)

Prof. Dr. Janes Cleiton Alves de Oliveira  
Membro Externo (UFG)

Prof. Dr. Ritermayer Monteiro Teixeira  
Membro Externo (UFPA)

Prof. Dr. Alcebíades Negrão Macêdo  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**AGRADECIMENTOS**

Inicialmente agradeço ao professor PhD. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, pela orientação concisa e ajuda nos momentos mais difíceis, desde o início do estudo até os últimos momentos de escrita;

Em uma das etapas mais difíceis do trabalho, tive o prazer de dividir o laboratório com colegas que viraram amigos, André Malcher, Karina Souza, Stevenson, Mairon. Sem vocês, eu nunca terminaria!

A todos os professores do PPGEC, em especial aos meus professores que se tornaram meus amigos, Bernardo Pompeu, Bernardo Nunes, Marcelo Picanço, Alcebíades Macêdo, Adelson Bezerra, Cláudio Blanco, Alexandre Mesquita, Peres (*in memoriam*), Nívea Gabriela, sem esquecer, é claro, da secretária mais prestativa e amiga, Sanny Assis. Vocês sempre estarão na minha memória!

Aos meus familiares, meus irmãos Eduardo, Mauro e Patrícia que sempre me apoiaram nos momentos difíceis e um agradecimento especial aos meus pais Maria Odete Oliveira de Aguiar e José Maria de Aguiar, que desde o início de minha caminhada acadêmica sempre estiveram presentes. Nunca terei como agradecer vocês!

Aos irmãos que a vida me deu, Vitor Hugo L. Branco, Natasha Costa, Carlos Rossi, João Garcia, Sônia Santos, Jesimar Miranda, Fábio Ribeiro, Márcio Martins, Alex Gomes, Neivaldo Siqueira, Luciano Reis, José Caetano, Marcos Martins, Hugo L. Siqueira (primo) e Alan Albuquerque;

Aos amigos e colegas do GAEMA, grupo de pesquisa no qual eu tive a honra de participar desde sua criação, João Lisboa, Paulo Mota, Magno, Vander, Dênisson, Leonardo, Lamarão, Elielson e tantos outros;

Ao IPEAM, pelo apoio financeiro com compras de materiais imprescindíveis para a realização da pesquisa;



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**  
Ao apoio financeiro da PROPESP/CAPES



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**RESUMO**

**LAJES LISAS NERVURADAS BIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO COM FUROS ADJACENTES AO PILAR**

**Autor: Amaury José Oliveira de Aguiar**  
**Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**

Com a necessidade de um melhor entendimento quanto ao comportamento estrutural de lajes lisas nervuradas bidirecionais de concreto armado com furos adjacentes ao pilar, visando a passagem de dutos de instalações ou ventilação, foram analisadas 15 lajes quadradas medindo 2300 mm de lados e 150 mm de espessura com diferentes configurações de furos. A influência da retangularidade dos pilares também foi um importante tópico analisado, haja vista a concentração de tensões nos vértices da área carregada. Para isso, 5 normas consagradas foram utilizadas como parâmetro de cálculo para se estimar as cargas últimas das lajes e também para desenvolver uma nova abordagem de se estimar as cargas de ruína. Vale lembrar que as lajes analisadas não possuíam armaduras de cisalhamento, isto é, apenas a parcela de contribuição do concreto foi considerada para se estimar a resistência última, embora algumas normas associem esta parcela de resistência com a taxa de armadura de flexão, atribuindo um incremento na resistência última. Os resultados mostraram que o alongamento do furo e do pilar afetaram de forma considerável no comportamento das lajes, bem como a distribuição das tensões nas regiões dos vértices dos furos. Diante disso, baseando-se em bancos de dados, pôde-se estabelecer novos parâmetros nas equações normativas ( $H_i$ ) que por sua vez aproximaram os resultados e diminuíram as dispersões dos mesmos, além de uma análise numérica não linear ter fornecido padrões de confiabilidade nos modelos analisados.

Palavras chave: Lajes lisas nervuradas. Concentração de tensões. Punção. Furos.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ABSTRACT**

**BIDIRECTIONAL WAFFLE FLAT SLAB OF REINFORCED CONCRETE WITHOUT  
SHEAR REFORCING WITH OPENING ADJACENT TO COLUMN**

**Author: Amaury José Oliveira de Aguiar**  
**Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**

With the need for a better understanding of the structural behavior of bidirectional ribbed flat slabs of reinforced concrete with opening adjacent to the column, aiming at the passage of installation ducts or ventilation, 15 square slabs measuring 2300 mm sides and 150 mm thickness with different opening configurations. The influence of the rectangularity of the columns was also an important topic analyzed, considering the concentration of tensions in the vertices of the loaded area. In order to do, 5 consecrated standards were used as a calculation parameter to estimate the final loads of the slabs and also to develop a new approach to estimate the loads of ruin. It is worth remembering that the analyzed slabs did not have shear reinforcement, that is, only the concrete contribution was considered to estimate the ultimate strength, although some standards associate this portion of resistance with the flexural reinforcement ratio, assigning an increase on ultimate strength. The results showed that the elongation of the opening and the column affected considerably the behavior of the slabs as well, the distribution of the stresses in the regions of the vertices of the openings. Based on data bases, it was possible to establish new parameters in the normative equations ( $H_i$ ) which in turn approximated the results and decreased the dispersions of the same ones, besides a non-linear numerical analysis to have provided reliability standards in the models analyzed.

Key word: Waffle flat slab. Tension concentration. Punching. Openings.





**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

## **SUMÁRIO**

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 considerações iniciais .....	1
1.2 JUSTIFICATIVA.....	2
1.3 objetivos.....	3
1.3.1 objetivos GERAIS .....	3
1.3.2 objetivos ESPECÍFICOS .....	4
1.4 metodologia e motivação .....	4
1.5 estrutura da TESE .....	4
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
2.1 borges <i>et al.</i> (2013).....	6
2.2 Borges <i>et al.</i> (2004).....	9
2.3 Moe (1961).....	13
2.4 WAYNE (1997) .....	16
2.5 TENG <i>et al.</i> (2004).....	17
2.6 Aguiar (2009) .....	20
2.7 métodos teóricos para estimar a capacidade das lajes na resistência ao puncionamento 23	
2.8 recomendações normativas para o cálculo da resistência ao puncionamento .....	25
2.8.1 aci 318.....	26
2.8.2 model code 2010 (MC).....	28
2.8.3 eurocode 2 (ec2) .....	33
2.8.4 nbr 6118 (abnt, 2014) .....	36
2.8.5 din 1045-1 (2001) – Plain, reinforced and prestressed concrete structures .....	39



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

2.8.6	ESTIMATIVA para o cálculo da resistência ao cisalhamento na nervura (nbr 6118) 42	
2.8.7	ESTIMATIVA DO CÁLCULO À FLEXÃO PELA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA .....	43
<b>3.</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>46</b>
3.1	visão geral .....	46
3.2	divisão dos grupos de lajes .....	46
3.3	armadura de flexão das lajes .....	52
3.4	armadura dos pilares.....	56
3.5	INSTRUMENTAÇÃO .....	57
3.5.1	deslocamentos verticais .....	57
3.5.2	deformações nas barras e no concreto .....	57
3.6	sistema de ensaio e processo de carregamento das lajes .....	60
3.7	materiais .....	63
3.7.1	aço.....	63
3.7.2	concreto .....	64
3.8	elementos de enchimento .....	66
<b>4.</b>	<b>APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>68</b>
4.1	deslocamentos verticais.....	68
4.1.1	deslocamentos verticais nas lajes do grupo a .....	69
4.1.2	deslocamentos verticais das lajes do grupo b .....	72
4.1.3	DESLOCAMENTOS VERTICAIS NAS LAJES DO GRUPO C.....	76
4.1.4	DESLOCAMENTOS VERTICAIS MÁXIMOS DOS GRUPOS DAS LAJES.....	78
4.2	deformações na superfície do concreto .....	81
4.3	deformações nas armaduras de flexão.....	91
4.4	mapas de fissuração.....	102



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

4.5	superfície de ruptura.....	118
4.6	modo de ruptura das lajes.....	127
<b>5.</b>	<b>AVALIAÇÃO DAS FORMULAÇÕES NORMATIVAS DE ACORDO COM A CARGA ÚLTIMA OBTIDA .....</b>	<b>129</b>
5.1	RESISTÊNCIA ao puncionamento de acordo com o aci 318.....	129
5.2	Estimativa ao puncionamento de acordo com o MC.....	132
5.3	Estimativa ao puncionamento de acordo com o EC2.....	134
5.4	Estimativa ao puncionamento de acordo com A NBR 6118.....	138
5.5	Estimativa ao puncionamento de acordo com A din 1045 .....	142
5.6	ESTIMATIVA PARA AS RUPTURAS POR FLEXÃO .....	146
5.7	estimativas das resistências ao cisalhamento das nervuras .....	148
<b>6.</b>	<b>CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO PARA O ESTUDO DO PUNCIONAMENTO EM LAJES LISAS NERVURADAS SEM ARMADURAS DE CISALHAMENTO COM FUROS ADJACENTES AO PILAR.....</b>	<b>150</b>
<b>7.</b>	<b>MODELAGEM COMPUTACIONAL.....</b>	<b>168</b>
7.1	descrição do modelo computacional empregado .....	168
7.1.1	elementos utilizados nos modelos .....	168
7.1.2	classificação dos materiais empregados .....	169
7.2	CARACTERÍSTICAS PRELIMINARES dos MODELOS DOS grupos das lajes ....	174
7.2.1	características dos modelos das lajes do grupo a.....	175
7.2.2	características dos modelos das lajes do grupo b .....	177
7.2.3	características dos modelos das lajes do grupo c.....	181
7.3	análise dos modelos.....	183
<b>8.</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>210</b>
8.1	programa experimental.....	210



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

8.2	deslocamentos verticais.....	211
8.3	deformações .....	212
8.4	padrão de fissuração e superfície de ruptura .....	214
8.5	Contribuição do estudo.....	215
8.6	análise computacional .....	216
8.7	sugestões para trabalhos futuros.....	216
<b>9.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS (ATUALIZANDO) .....</b>	<b>218</b>
<b>10.</b>	<b>ANEXOS .....</b>	<b>222</b>
<b>11.</b>	<b>APÊNDICES.....</b>	<b>223</b>



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1.1 – Laje lisa convencional e laje lisa nervurada, respectivamente .....	1
Figura 1.2 – Laje de concreto armado puncionada .....	2
Figura 1.3 – Situação real de descontinuidade da laje por inserção de furos adjacentes ao pilar 3	
Figura 2.1 – Detalhe típico da laje 7 (BORGES, 2013).....	6
Figura 2.2 – Seção típica dos “studs” (BORGES, 2013) .....	7
Figura 2.3 – Alojamento dos “studs” em cada laje (BORGES, 2013).....	7
Figura 2.4 – Disposição das lajes analisadas (BORGES et al., 2004) .....	9
Figura 2.5 – Sistema de ensaio adotado (BORGES et al., 2004).....	11
Figura 2.6 – Geometria das lajes ensaiadas por MOE (1961).....	14
Figura 2.7 – Arranjo das armaduras das lajes ensaiadas por MOE (1961) .....	16
Figura 2.8 – Geometria das lajes 4F e 4C, respectivamente – WAYNE (1997).....	17
Figura 2.9 – Geometria das lajes ensaiadas por TENG et al. (2004) .....	18
Figura 2.10 – Processo de formação de fissuras descrito por OLIVEIRA et al. (2007) .....	19
Figura 2.11 – Características das lajes LR, L1, L2 ,L3 ,L4 ,L5, respectivamente (AGUIAR, 2009) 21	
Figura 2.12 – Sistema de ensaio das lajes (AGUIAR, 2009).....	22
Figura 2.13 - Modelo de ruptura devido à fissura crítica de cisalhamento ao atravessar a biela teórica (MUTTONI et al., 2013) .....	24
Figura 2.14 – Perímetro crítico adotado pelo ACI 318 .....	26
Figura 2.15 – Perímetro crítico reduzido adotado pelo ACI 318 .....	26
Figura 2.16 – Perímetro crítico adotado pelo MC .....	28
Figura 2.17 – Perímetro crítico reduzido .....	29
Figura 2.18 – Perímetro crítico reduzido com a presença de furo .....	30
Figura 2.19 – Esquema de rotação de uma laje em torno do apoio (MC).....	31
Figura 2.20 – Perímetro crítico sugerido pelo EC2.....	34



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 2.21 - Modelo de ruptura adotado pelo EC2 para a verificação do puncionamento.....	34
Figura 2.22 – Redução do perímetro crítico para lajes com descontinuidade.....	35
Figura 2.23 - Perímetro crítico adotado pela NBR 6118 para o cálculo da resistência ao puncionamento, para casos gerais .....	37
Figura 2.24 - Perímetro crítico adotado pela NBR 6118 para o cálculo da resistência ao puncionamento, para casos especiais .....	37
Figura 2.25 – Modelo de análise para resistência ao puncionamento (DIN 1045) .....	39
Figura 2.26 – Modelo de análise para resistência ao puncionamento (DIN 1045), para os casos que não satisfazem as condições a, b e c acima citadas .....	40
Figura 2.27 - Redução do perímetro crítico, mediante a presença de furos próximos à região carregada .....	41
Figura 2.28 – Configuração das linhas de ruptura adotadas para este trabalho .....	44
Figura 2.29 – Diagrama simplificado de tensões de compressão do concreto no estádio III ..	45
Figura 3.1 – Características geométricas das lajes do grupo A.....	48
Figura 3.2 – Características geométricas das lajes do grupo B .....	49
Figura 3.3 – Características geométricas das lajes do grupo C .....	51
Figura 3.4 – Disposição esquemática das barras de flexão (corte na nervura) .....	52
Figura 3.5 – Disposição esquemática das barras de flexão (corte no maciço).....	52
Figura 3.6 – Arranjo das armaduras em planta do grupo A .....	52
Figura 3.7 – Arranjo das armaduras em planta do grupo B .....	54
Figura 3.8 – Arranjo das armaduras em planta do grupo C .....	55
Figura 3.9 – Configuração dos pilares das lajes do grupo A.....	56
Figura 3.10 – Configuração dos pilares das lajes do grupo B.....	56
Figura 3.11 – Configuração dos pilares das lajes do grupo C.....	56
Figura 3.12 – Posicionamento esquemático dos deflectômetros nas lajes.....	57
Figura 3.13 – Configuração dos Extensômetros das armaduras nas lajes do grupo A .....	58
Figura 3.14 – Configuração dos Extensômetros das armaduras nas lajes do grupo B.....	59



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 3.15 – Configuração dos Extensômetros das armaduras nas lajes do grupo B.....	59
Figura 3.16 - Posicionamento esquemático dos EERs do concreto nas lajes sem furos e nas lajes com furos .....	60
Figura 3.17 – Sistema de aquisição de dados.....	61
Figura 3.18 – Sistema de ensaio utilizado (planta) .....	61
Figura 3.19 – Sistema de ensaio utilizado (corte AA) .....	62
Figura 3.20 – Sistema de ensaio utilizado (corte BB).....	62
Figura 3.21 – Curvas tensão-deformação das armaduras de flexão.....	64
Figura 3.22 – Detalhes da concretagem das lajes.....	65
Figura 3.23 – Detalhe da máquina de corte do EPS.....	67
Figura 3.24 – Processo de fixação do EPS na forma .....	67
Figura 3.25 – Processo de retirada do EPS das lajes.....	67
Figura 4.1 – Esquema de orientação dos deflectômetros nas lajes .....	69
Figura 4.2 – Deslocamentos verticais na laje LRA .....	70
Figura 4.3 – Deslocamentos verticais na laje L1A1.....	70
Figura 4.4 – Deslocamentos verticais na laje L2A2.....	71
Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na laje L3A3.....	71
Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na laje L4A4.....	72
Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na laje LRB .....	73
Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na laje L1B1 .....	73
Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na laje L2B1 .....	74
Figura 4.10 – Deslocamentos verticais na laje L3B2.....	74
Figura 4.11 – Deslocamentos verticais na laje L4B2.....	75
Figura 4.12 – Deslocamentos verticais na laje LRC .....	76
Figura 4.13 – Deslocamentos verticais na laje L1C1 .....	76
Figura 4.14 – Deslocamentos verticais na laje L2C1 .....	77



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 4.15 – Deslocamentos verticais na laje L3C2.....	77
Figura 4.16 – Deslocamentos verticais na laje L4C2.....	78
Figura 4.17 – Deslocamentos verticais máximos nas lajes do grupo A.....	79
Figura 4.18 – Deslocamentos verticais máximos nas lajes do grupo B .....	79
Figura 4.19 – Deslocamentos verticais máximos nas lajes do grupo C .....	80
Figura 4.20 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo A no centro da laje (D3) .....	80
Figura 4.21 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo B no centro da laje (D3).....	81
Figura 4.22 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo C no centro da laje (D3).....	81
Figura 4.23 – Deformações na superfície do concreto da laje LRA .....	82
Figura 4.24 – Deformações na superfície do concreto da laje L1A1 .....	83
Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje L2A2 .....	83
Figura 4.26 – Deformações na superfície do concreto da laje L3A3 .....	84
Figura 4.27 – Deformações na superfície do concreto da laje L4A4 .....	84
Figura 4.28 – Deformações na superfície do concreto da laje LRB .....	85
Figura 4.29 – Deformações na superfície do concreto da laje L1B1 .....	85
Figura 4.30 – Deformações na superfície do concreto da laje L2B1 .....	86
Figura 4.31 – Deformações na superfície do concreto da laje L3B2 .....	86
Figura 4.32 – Deformações na superfície do concreto da laje L4B2 .....	87
Figura 4.33 – Deformações na superfície do concreto da laje LRC .....	87
Figura 4.34 – Deformações na superfície do concreto da laje L1C1 .....	88
Figura 4.35 – Deformações na superfície do concreto da laje L2C1 .....	88
Figura 4.36 – Deformações na superfície do concreto da laje L3C2 .....	89
Figura 4.37 – Deformações na superfície do concreto da laje L4C2 .....	89
Figura 4.38 – Deformações máximas nas superfícies do concreto das lajes do grupo A .....	90
Figura 4.39 – Deformações máximas nas superfícies do concreto das lajes do grupo B.....	90
Figura 4.40 – Deformações máximas nas superfícies do concreto das lajes do grupo C.....	91





**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 4.41 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRA .....	94
Figura 4.42 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1A1 .....	94
Figura 4.43 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2A2 .....	95
Figura 4.44 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3A3 .....	95
Figura 4.45 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L4A4 .....	96
Figura 4.46 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRB .....	96
Figura 4.47 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1B1 .....	97
Figura 4.48 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2B1 .....	97
Figura 4.49 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3B2 .....	98
Figura 4.50 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3B2 .....	98
Figura 4.51 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRC .....	99
Figura 4.52 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1C1 .....	99
Figura 4.53 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2C1 .....	100
Figura 4.54 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3C2 .....	100
Figura 4.55 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L4C2 .....	101
Figura 4.56 – Padrão de fissuração da laje LRA .....	103
Figura 4.57 – Padrão de fissuração da laje L1A1 .....	104
Figura 4.58 – Padrão de fissuração da laje L2A2 .....	105
Figura 4.59 – Padrão de fissuração da laje L3A3 .....	106
Figura 4.60 – Padrão de fissuração da laje L4A4 .....	107
Figura 4.61 – Padrão de fissuração da laje LRB .....	108
Figura 4.62 – Padrão de fissuração da laje L1B1 .....	109
Figura 4.63 – Padrão de fissuração da laje L2B1 .....	110
Figura 4.64 – Padrão de fissuração da laje L3B2 .....	111
Figura 4.65 – Padrão de fissuração da laje L4B2 .....	112
Figura 4.66 – Padrão de fissuração da laje LRC .....	113



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 4.67 – Padrão de fissuração da laje L1C1.....	114
Figura 4.68 – Padrão de fissuração da laje L2C1.....	115
Figura 4.69 – Padrão de fissuração da laje L3C2.....	116
Figura 4.70 – Padrão de fissuração da laje L4C2.....	117
Figura 4.71 – Plano de corte genérico das lajes .....	119
Figura 4.72 – Processo de corte das lajes.....	119
Figura 4.73 – Superfície de ruptura da laje LRA .....	120
Figura 4.74 – Superfície de ruptura da laje L1A1 .....	120
Figura 4.75 – Superfície de ruptura da laje L2A2.....	120
Figura 4.76 – Superfície de ruptura da laje L3A3.....	121
Figura 4.77 – Superfície de ruptura da laje L4A4.....	121
Figura 4.78 – Superfície de ruptura da laje LRB .....	121
Figura 4.79 – Superfície de ruptura da laje L1B1 .....	122
Figura 4.80 – Superfície de ruptura da laje L2B1 .....	122
Figura 4.81 – Superfície de ruptura da laje L3B2.....	122
Figura 4.82 – Superfície de ruptura da laje L4B2.....	123
Figura 4.83 – Superfície de ruptura da laje LRC .....	123
Figura 4.84 – Superfície de ruptura da laje L1C1 .....	123
Figura 4.85 – Superfície de ruptura da laje L2C1 .....	124
Figura 4.86 – Superfície de ruptura da laje L3C2.....	124
Figura 4.87 – Superfície de ruptura da laje L4C2.....	124
Figura 4.88 – Tendência de acréscimo da inclinação do ângulo da superfície de ruptura com o acréscimo do índice de retangularidade do pilar nos grupos das lajes.....	126
Figura 5.1 – Perímetros críticos conforme o ACI 318 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente .....	130
Figura 5.2 – Perímetros críticos conforme o ACI 318 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente.....	130



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 5.3 – Perímetros críticos conforme o ACI 318 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente.....	130
Figura 5.4 – Perímetros críticos conforme o MC das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente .....	132
Figura 5.5 – Perímetros críticos conforme o MC das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente.....	132
Figura 5.6 – Perímetros críticos conforme o MC das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente.....	133
Figura 5.7 – Perímetros críticos conforme o EC2 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente .....	135
Figura 5.8 – Perímetros críticos conforme o EC2 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente.....	136
Figura 5.9 – Perímetros críticos conforme o EC2 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente.....	137
Figura 5.10 – Perímetros críticos conforme a NBR 6118 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente.....	139
Figura 5.11 – Perímetros críticos conforme a NBR 6118 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente .....	140
Figura 5.12 – Perímetros críticos conforme a NBR 6118 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente .....	141
Figura 5.13 – Perímetros críticos conforme a DIN 1045 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente.....	143
Figura 5.14 – Perímetros críticos conforme a DIN 1045 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente .....	144
Figura 5.15 – Perímetros críticos conforme a DIN 1045 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente .....	145
Figura 5.16 – Configurações das linhas de ruptura para as lajes dos grupos A, B e C, respectivamente.....	147
Figura 6.1 – Relações entre as cargas estimadas pelas normas e pelas propostas em relação às observadas nos ensaios.....	164
Figura 6.2 – Dispersões dos resultados entre as normas e as propostas.....	165
Figura 7.1 – (a) Elemento C3D8 e (b) Elemento T3D2 .....	168



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 7.2 – Integração entre os elementos nas lajes .....	169
Figura 7.3 – Gráfico de Tensão-Deformação do concreto (NBR 8522/08).....	170
Figura 7.4 - Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager – adaptado de JOHANNSSON & HEITZEL (2011).....	171
Figura 7.5 – Quadro representativo do modelo de dano plástico do concreto (ABAQUS)...	171
Figura 7.6 – Diagrama do concreto à compressão adaptado de BIRTEL e MARK (2006)...	172
Figura 7.7 – Diagrama de tração no concreto adaptado de CHAUDHARI e CHAKRABARTI (2012) 173	
Figura 7.8 – Condições de contornos típicas dos modelos das lajes.....	175
Figura 7.9 – Malha da laje LRA.....	175
Figura 7.10 – Malha da laje L1A1 .....	176
Figura 7.11 – Malha da laje L2A2 .....	176
Figura 7.12 – Malha da laje L3A3 .....	177
Figura 7.13 – Malha da laje L4A4 .....	177
Figura 7.14 – Malha da laje LRB.....	178
Figura 7.15 – Malha da laje L1B1.....	179
Figura 7.16 – Malha da laje L2B1.....	179
Figura 7.17 – Malha da laje L3B2.....	180
Figura 7.18 – Malha da laje L4B2.....	180
Figura 7.19 – Malha da laje LRC .....	181
Figura 7.20 – Malha da laje L1C1.....	182
Figura 7.21 – Malha da laje L2C1.....	182
Figura 7.22 – Malha da laje L3C2.....	183
Figura 7.23 – Malha da laje L4C2.....	183
Figura 7.24 – Tensões principais na laje LRA .....	189
Figura 7.25 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje LRA	190



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 7.26 – Tensões principais na laje L1A1 .....	190
Figura 7.27 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L1A1	191
Figura 7.28 – Tensões principais na laje L2A2.....	191
Figura 7.29 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L2A2	192
Figura 7.30 – Tensões principais na laje L3A3.....	192
Figura 7.31 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L3A3	193
Figura 7.32 – Tensões principais na laje L4A4.....	193
Figura 7.33 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L4A4	194
Figura 7.34 – Tensões principais na laje LRB .....	194
Figura 7.35 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje LRB	195
Figura 7.36 – Tensões principais na laje L1B1 .....	195
Figura 7.37 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L1B1	196
Figura 7.38 – Tensões principais na laje L2B1 .....	196
Figura 7.39 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L2B1	197
Figura 7.40 – Tensões principais na laje L3B2.....	197
Figura 7.41 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L3B2	198
Figura 7.42 – Tensões principais na laje L4B2.....	198
Figura 7.43 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L4B2	199
Figura 7.44 – Tensões principais na laje LRC .....	199
Figura 7.45 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje LRC	200



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Figura 7.46 – Tensões principais na laje L1C1 .....	200
Figura 7.47 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L1C1	201
Figura 7.48 – Tensões principais na laje L2C1 .....	201
Figura 7.49 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L2C1	202
Figura 7.50 – Tensões principais na laje L3C2 .....	202
Figura 7.51 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L3C2	203
Figura 7.52 – Tensões principais na laje L4C2 .....	203
Figura 7.53 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L4C2	204
Figura 7.54 – Comparativo entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes do grupo A .....	205
Figura 7.55 – Comparativo entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes do grupo B.....	207
Figura 7.56 – Comparativo entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes do grupo C.....	208



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 2.1 – Características gerais das lajes (BORGES, 2013).....	8
Tabela 2.2 – Características das lajes analisadas (BORGES et al., 2004).....	10
Tabela 2.3 – Características das lajes ensaiadas por MOE (1961).....	13
Tabela 2.4 – Características das lajes ensaiadas por WAYNE (1997).....	17
Tabela 2.5 – Resultados obtidos nos ensaios TENG et al. (2004) .....	19
Tabela 2.6 - Cargas observadas nos ensaios e os modos de ruptura observados .....	23
Tabela 3.1 – Características das lajes do presente trabalho .....	47
Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas dos aços das lajes .....	64
Tabela 3.3 – Quantidade s de materiais utilizados por m <sup>3</sup> de concreto.....	65
Tabela 3.4 – Propriedades mecânicas do concreto das lajes .....	66
Tabela 4.1 – Percentual de acréscimo das leituras dos deflectômetros D2 nas lajes do grupo A 69	
Tabela 4.2 – Relação entre as leituras dos deflectômetros das lajes L1B1 e L3B2 .....	75
Tabela 4.3 – Síntese das deformações máximas lidas nos EERs das superfícies do concreto dos grupos das lajes.....	91
Tabela 4.4 – Síntese das deformações máximas lidas nos EERs das armaduras de flexão dos grupos das lajes .....	101
Tabela 4.5 – Análise das deformações máximas lidas nos EERs das armaduras de flexão dos grupos das lajes .....	102
Tabela 4.6 – Síntese das relações entre as cargas de primeira fissura e cargas de ruína das lajes 118	
Tabela 4.7 – Síntese das inclinações das fissuras críticas .....	126
Tabela 4.8 – Relação entre a média dos ângulos das superfícies de ruptura das lajes com o índice de retangularidade dos pilares .....	126
Tabela 4.9 – Modos de ruína observados nas lajes .....	128
Tabela 5.1 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma ACI 318 .....	131



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Tabela 5.2 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma MC.....	133
Tabela 5.3 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma EC2.....	137
Tabela 5.4 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma NBR 6118.....	142
Tabela 5.5 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma DIN 1045.....	146
Tabela 5.6 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas por flexão.....	147
Tabela 5.7 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas para ruptura por cisalhamento nas nervuras, segundo a NBR 6118.....	148
Tabela 6.1 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma ACI 318, para a elaboração da formulação.....	151
Tabela 6.2 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma MC, para a elaboração da formulação.....	152
Tabela 6.3 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma EC2, para a elaboração da formulação.....	153
Tabela 6.4 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma NBR 6118, para a elaboração da formulação.....	154
Tabela 6.5 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma DIN 1045, para a elaboração da formulação.....	155
Tabela 6.6 – Fatores de aproximação ( $H_i$ ) para as equações das normas .....	157
Tabela 6.7 – Comparativo entre as formulações do ACI 318 e a proposta.....	158
Tabela 6.8 – Comparativo entre as formulações do MC e a proposta .....	159
Tabela 6.9 – Comparativo entre as formulações do EC2 e a proposta.....	160
Tabela 6.10 – Comparativo entre as formulações da NBR 6118 e a proposta.....	161
Tabela 6.11 – Comparativo entre as formulações da DIN 1045 e a proposta.....	162
Tabela 6.12 – Síntese dos resultados entre as estimativas normativas e as propostas estudadas	163
Tabela 6.13 – Classificação das lajes quanto à segurança segundo o critério de COLLINS (2001)	166
Tabela 7.1 – Características dos elementos utilizados .....	169
Tabela 7.2 – Descrição das malhas das lajes do Grupo A.....	175





**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Tabela 7.3 – Características das malhas das lajes do Grupo B .....	178
Tabela 7.4 – Características das malhas das lajes do Grupo C .....	181
Tabela 7.5 – Comportamento numérico experimental das lajes do grupo A .....	185
Tabela 7.6 – Comportamento numérico experimental das lajes do grupo B .....	186
Tabela 7.7 – Comportamento numérico experimental das lajes do grupo C .....	187
Tabela 7.8 – Síntese entre os resultados experimentais e os computacionais para as cargas de ruína	188
Tabela 7.9 – Comparativo entre as inclinações das fissuras críticas experimentais e computacionais.....	204
Tabela 7.10 – Síntese comparativa entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacionais para as lajes dos grupos .....	209

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A todo o momento, novas técnicas de concepções estruturais vêm sendo desenvolvidas no mundo inteiro para solucionar com rapidez e segurança as necessidades dos projetos de arquitetura, que por sua vez trazem sempre novos desafios quanto à flexibilidade de *lay outs*, tornando-os mais compatíveis à mudanças de acordo com a necessidade do cliente, outro aspecto que na atualidade se torna indispensável é otimização de espaços planos e verticais, onde as edificações se tornam cada vez mais esbeltas e elevadas.

Diante desse quadro, as lajes lisas nervuradas possuem um papel importante, pois têm características que favorecem sua utilização, tais como: a capacidade portante para vãos maiores, quando são comparadas às lajes lisas convencionais, possuem uma inércia maior, reduzindo assim a possibilidade de fissuras que possam reduzir a vida útil da estrutura, dentre outros. A Figura 1.1 mostra a diferença entre as lajes lisas convencionais e as lajes lisas nervuradas.

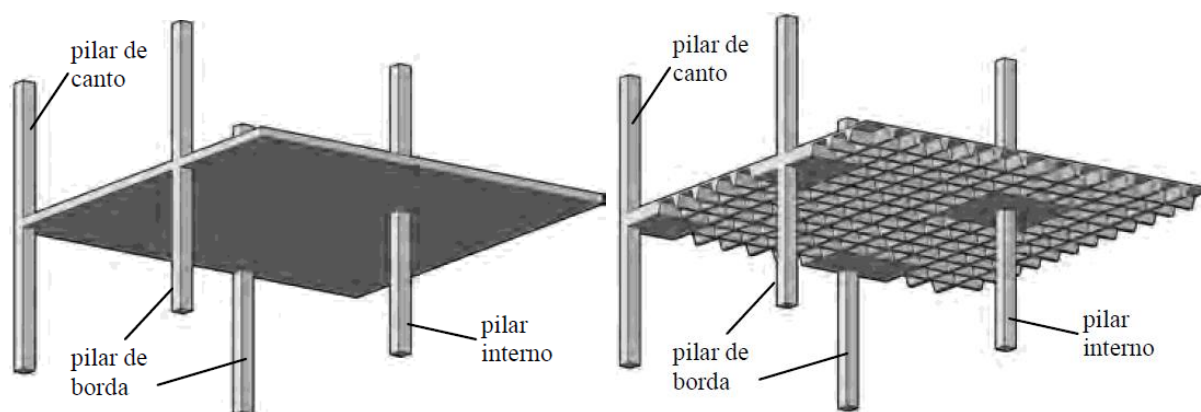


Figura 1.1 – Laje lisa convencional e laje lisa nervurada, respectivamente

Apesar do desempenho estrutural destes sistemas estruturais possuírem atrativos para a comunidade da construção civil em geral, alguns aspectos importantes precisam ser contabilizados, como por exemplo: como os sistemas estruturais supracitados não possuem vigas, que são elementos que contribuem de forma significativa na rigidez de uma edificação

alta, os deslocamentos horizontais da estrutura na forma de pórtico espacial são maiores, fazendo com que alguns construtores / projetistas evitem os sistemas sem vigas.

Outro Aspecto que deve ser analisado de forma consistente é a punção pode ser entendida como um fenômeno provocado pelo acúmulo de tensões de cisalhamento em torno de uma região carregada (FIGUEIREDO FILHO, 1989). Estes acúmulos de tensões podem ocasionar a fratura completa do material, levando assim a culminar à ruína parcial ou total de uma estrutura. A Figura 1.2 mostra um exemplo de laje de concreto armado puncionada.

Figura 1.2 – Laje de concreto armado puncionada

## **1.2 JUSTIFICATIVA**

Esta pesquisa refere-se às análises das ligações entre lajes lisas nervuradas de concreto armado com furos adjacentes a pilares internos de edificações, variando o número e a relação entre as dimensões dos furos com pilares de diferentes dimensões. O tema é pertinente, pois as normas tratam de forma simplificada o problema, haja vista perda de resistência da laje

com o alongamento do furo em relação à direção oposta ao pilar. A falta de avaliação minuciosa dessa situação pode gerar uma estimativa de resistência superior aos esforços de solicitação, podendo sobrecarregar algumas regiões localizadas e assim iniciar um possível processo de puncionamento. A Figura 1.3 exemplifica um caso real da descontinuidade da laje por inserção de furos adjacentes ao pilar.

Figura 1.3 – Situação real de descontinuidade da laje por inserção de furos adjacentes ao pilar  
(Fonte: [www.civilwork](http://www.civilwork) – acessada em 03/04/2017)

## **1.3 OBJETIVOS**

### **1.3.1 OBJETIVOS GERAIS**

A presente pesquisa tem como objetivos gerais contribuir para o entendimento da conexão laje-pilar quando, adjacente ao pilar, haja a descontinuidade da massa de concreto, tendo como foco principal a redução da resistência ao puncionamento, fato este que é amplificado quando há variação entre as dimensões do pilar e do(s) furo(s). Outro fator a ser discutido no decorrer da pesquisa é a adequação do perímetro crítico quando houver o alongamento do furo, quando este for oposto ao pilar. E finalmente, contribuir com resultados experimentais para se avaliar o comportamento estrutural e o de ruína.

### 1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para se obterem respostas satisfatórias em relação aos objetivos principais, a pesquisa pretende estudar e avaliar o critério de ruína no tocante flexo-puncionamento; relacionar o comprimento do furo de acordo com uma tendência do encaminhamento das charneiras plásticas; desenvolver um modelo numérico que corresponda com o comportamento real da estrutura, informando parâmetros constitutivos para futuras pesquisas, desde que os materiais empregados sejam correspondentes, isso poderá fornecer dados iniciais importantes para trabalhos futuros; avaliar a resistência ao puncionamento de acordo com as prescrições normativas; idealizar recomendações que possam corroborar para a obtenção da resistência.

## 1.4 METODOLOGIA E MOTIVAÇÃO

No laboratório de engenharia civil da UFPA foram ensaiadas 15 lajes lisas nervuradas sem armadura de cisalhamento, submetidas até a ruína, carregadas por um pilar central. Essas lajes trouxeram como principais variáveis o número e as dimensões dos furos. Os pilares por sua vez apresentam 3 configurações quanto às suas dimensões. Durante o ensaio as lajes foram monitoradas por instrumentos de precisão, desde o deslocamento vertical (deflectômetros analógicos), obtendo as tensões nas armaduras principais por intermédio de Extensômetros Elétricos de Resistência (EERs), até a progressão do estado de fissuração da placa, culminando em sua ruína.

A motivação da pesquisa é, dentre outras, entender o comportamento deste modelo estrutural quando existe a polarização das tensões principais, tanto proveniente de quão retangulares são os pilares, quanto os furos.

## 1.5 ESTRUTURA DA TESE

Neste tópico são apresentados a estruturação prévia para o desenvolvimento da tese.

Capítulo 2 – Revisão bibliográfica – No referido foram coletadas algumas referências disponíveis provenientes de outros autores que serviram como embasamento ao presente

trabalho, bem como as recomendações de 04 normas internacionais e 01 nacional, finalizando com alguns modelos teóricos de cálculo.

Capítulo 3 – Programa experimental – Seguindo o capítulo tem-se a caracterização geométrica das lajes ensaiadas, a divisão entre os grupos analisados, as taxas geométricas das armaduras utilizadas e suas disposições nas placas, finalizando com as características dos materiais, sistema de ensaio e metodologias gerais.

Capítulo 4 – Apresentação dos resultados experimentais – Neste capítulo são expostos os resultados experimentais dos deslocamentos verticais; deformações nas armaduras de flexão; deformações nas superfícies do concreto; encaminhamento das fissuras nas superfícies das lajes durante os ensaios; e a inclinação da superfície de ruína na direção do alinhamento furo-pilar. Por fim, são apresentados os carregamentos e os modos de ruína de cada laje.

Capítulo 5 – Avaliação das formulações normativas de acordo com as cargas últimas obtidas – Nos tópicos deste capítulo, foram calculadas as estimativas das cargas para as rupturas das lajes de acordo com as formulações das normas citadas no capítulo 2.

Capítulo 6 – Contribuição do trabalho para o estudo do puncionamento em lajes lisas nervuradas sem armaduras de cisalhamento com furos adjacentes ao pilar – Aqui foram apresentadas as sugestões com novas formulações para as normas estudadas no capítulo 2.

Capítulo 7 – Modelagem computacional – Utilizando as características dos materiais empregados, bem como as condições de contornos adotadas, foram calculadas as lajes considerando parâmetros não lineares e discutidos os resultados experimentais observados.

Capítulo 8 – Conclusões e recomendações para trabalhos futuros – Por fim, aqui foram feitas as conclusões pertinentes às análises, metodologias empregadas e também sugestões para futuras pesquisas.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 BORGES et al (2013)

Borges *et al.* (2013) analisou 13 lajes quadradas de 3000 mm e 200 mm de espessura, sendo 03 sem furos, 03 com um furo adjacente ao pilar e 07 com dois furos adjacentes ao pilar. Vale ressaltar que os furos nas lajes foram locados adjacentes à menor dimensão dos pilares e suas dimensões em planta eram de (200 x 300) mm. As lajes foram apoiadas em uma espessa placa de (200 x 600) mm, na qual foi aplicado um carregamento no sentido ascendente por um cilindro hidráulico. A reação do sistema foi transferida por 16 tirantes presos nas lajes por chapas de (150 x 150) mm, espaçadas em 550 mm. A Figura 2.1 mostra o detalhe típico da laje 7.

Figura 2.1 – Detalhe típico da laje 7 (BORGES, 2013)

Todas as lajes possuíam barras de flexão com bitola de  $\phi$ 16,0 mm espaçadas de 100 mm nas direções ortogonais, e nas extremidades grampos em formato “U” com bitola de  $\phi$ 12,5 mm, medindo 675 mm foram alojados em cada barra para garantir as ancoragens. Foram montadas

nas regiões inferiores das lajes, barras de  $\pm 8,0$  mm espaçadas de 150 mm, também em ambas as direções ortogonais. Para as lajes 1, 4, 5, 6, 7, 8, e 9, o cobrimento superior foi de 20 mm, enquanto para as lajes 2, 3, 10, 11, 12 e 13, a medida do cobrimento foi de 30 mm e para todas as lajes o cobrimento inferior foi de 25 mm. Ainda citando as armaduras, as tensões de escoamento para as barras de  $\pm 12,5$  mm e  $\pm 16,0$  mm foram 541 MPa e 601 MPa, respectivamente.

As lajes em questão tinham como principais variáveis além da presença ou não dos furos, armaduras de combate à punção do tipo “stud rails”. Estes elementos possuíam bitolas de  $\pm 8,0$  ou  $10,0$  mm soldados em uma chapa de 10,0 mm por 40 mm de largura na base e o topo de cada “stud” era formado por uma chapa quadrada de (40 x 40) mm, com espessura de 10,0 mm. As figuras 2.2 e 2.3 mostram a seção típica dos “studs” e seus alojamentos em cada laje, respectivamente.

Figura 2.2 – Seção típica dos “studs” (BORGES, 2013)

Figura 2.3 – Alojamento dos “studs” em cada laje (BORGES, 2013)



Segundo os autores todas as lajes romperam por puncionamento, já que as cargas calculadas pela teoria das linhas de ruptura mantiveram-se acima das observadas nos ensaios. A Tabela 2.1 apresenta as características gerais das lajes, bem como as cargas de ruptura observadas. Diante dos resultados observados a média entre os carregamentos ficou em na ordem de 907 kN, o desvio padrão em 187 e o coeficiente de variação em torno de 21%.

Tabela 2.1 – Características gerais das lajes (BORGES, 2013)

Laje	Furo	<sup>3</sup> 6 W X G	$f_{ck}$ (MPa)	d (mm)	$V_u$ (kN)
1	-	-	42,0	154	843
2	-	Sim	39,0	154	1250
3	-	Sim	41,1	154	1092
4	01	-	41,4	154	776
5	01	-	40,5	154	792
6	01	-	39,0	154	750
7	02	-	37,0	154	685
8	02	-	41,6	154	750
9	02	-	40,6	154	850
10	02	Sim	43,8	154	1230
11	02	Sim	39,4	154	1050
12	02	Sim	43,2	154	885
13	02	Sim	40,7	154	837

Os autores citam em suas conclusões que para carregamentos assimétricos, conseqüentemente momentos fletores desbalanceados, necessitam de análises mais criteriosas, levando em consideração pilares com diferentes dimensões e furos com novas configurações. Também é ratificada nas conclusões que os grampos nas bordas dos furos, não apresentaram melhorias no comportamento. Contudo o trabalho supracitado fornece dados importantes para a presente

pesquisa, embora algumas variáveis como as armaduras de combate ao puncionamento não sejam objetos de estudo na estrutura aqui desenvolvida.

## **2.2 BORGES et al (2004)**

Os autores analisaram 20 lajes lisas quadradas com 200 mm de espessura e 3000 mm de lado, sendo 10 sem furos, 3 com um furo e 7 com dois furos. Das lajes sem furo, 8 não possuíam quaisquer armaduras de combate ao puncionamento e duas com a presença destas armaduras. Já as lajes que possuíam um furo não apresentavam armaduras de puncionamento, entretanto, as lajes com dois furos, 03 delas não possuíam armaduras de puncionamento e as demais apresentavam estas armaduras posicionadas. A figura 2.4 mostra a disposição das lajes supracitadas, bem como a tabela 2.2 apresenta suas características.

Figura 2.4 – Disposição das lajes analisadas (BORGES *et al.*, 2004)

Figura 2.4 – Disposição das lajes analisadas (BORGES *et al.*, 2004), continuação

Tabela 2.2 – Características das lajes analisadas (BORGES *et al.*, 2004)

Laje	Pilar		d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	U (%)	Quantidade de Furos	Armadura de Cisalhamento	
	C1	C2					Nº de Camadas	‡ (mm)
L41	150	250	139	44,7	1,52	-	-	-
L41A	150	250	164	38,9	1,28	-	-	-
L42	200	400	139	43,2	1,52	-	-	-
L42A	200	400	164	36,2	1,28	-	-	-
L43A	150	450	164	38,7	1,28	-	-	-
L44	150	600	164	40,0	1,28	-	-	-
L45	200	600	154	42,0	1,38	-	-	-
L46	200	800	164	39,3	1,28	-	-	-
L45FS	200	600	154	40,5	1,14	01	-	-
L45FD	200	600	154	39,0	1,38	01	-	-
F45FD_SG	200	600	154	41,4	1,38	01	-	-
L45FFS	200	600	154	41,6	1,00	02	-	-
L45FFD	200	600	164	40,6	1,24	02	-	-
L45FFD_SG	200	600	144	37,0	1,38	02	-	-
L45_AC1	200	600	154	39,0	1,38	-	04	10,0

Tabela 2.2 – Características das lajes analisadas (BORGES *et al.*, 2004), continuação

Laje	Pilar		d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	U (%)	Quantidade de Furos	Armadura de Cisalhamento	
	C1	C2					Nº de Camadas	‡ (mm)
L45_AC2	200	600	154	44,5	1,38	02	04	10,0
L45_AC3	200	600	154	39,6	1,38	02	03	8,0
L45_AC4	200	600	154	43,2	1,38	02	03	8,0
L45_AC5	200	600	154	40,7	1,38	02	02	8,0
L45_AC5	200	600	154	41,1	1,38	-	02	8,0

A armadura de cisalhamento utilizada nestas lajes compreendeu os “studs” que são elementos formados por barras de aço (vergalhões) alinhados verticalmente e soldados nas duas extremidades às chapas de aço. Os “studs” foram ancorados externamente às barras da armadura de flexão superior e inferior, de forma que estes envolveram-nas, conduzindo assim a uma ancoragem mais efetiva da armadura de cisalhamento.

Para que os modelos pudessem ser ensaiados, o sistema de ensaio consistiu na fixação das bordas das lajes por 16 tirantes de aço com diâmetro de 25 mm, sendo 04 tirantes em cada borda, ancorados em uma laje de reação, através de um sistema constituído de vigas metálicas, mostrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 – Sistema de ensaio adotado (BORGES *et al.*, 2004)

Em observação aos ensaios realizados, dentre outras, os autores ressaltam que:

- x A fissura crítica se inicia na base do pilar e percorre a seção da laje, com inclinação entre 20° e 30° com a horizontal, até o nível da armadura de flexão do bordo tracionado, atravessando por completa a seção da laje;
- x A presença de ganchos nas ancoragens não influenciaram no comportamento das lajes sem armaduras de cisalhamento, tendo seus modos de ruptura por puncionamento;
- x As superfícies de ruptura nas direções perpendiculares desenvolveram-se de forma semelhante, porém diferenciaram de uma laje para outra. Nas lajes com um furo, as superfícies de ruptura desenvolveram com uma inclinação de aproximadamente 27° com a horizontal, enquanto que as lajes com dois furos apresentaram inclinações diferentes;
- x Um trecho do perímetro do pilar não contribuiu para a resistência à ruptura, onde este trecho corresponde à região central da face maior do pilar. Em lajes apoiadas em pilares retangulares as tensões de cisalhamento atuantes na face maior do pilar, com taxas de retangularidade superior a “2”, não são distribuídas uniformemente. Com relação à taxa de armadura de flexão e à presença de ganchos de ancoragem, estas não influenciaram no aumento das cargas de ruptura.

Para esta pesquisa as informações contidas no trabalho desenvolvido por BORGES et al (2004) são relevantes, embora não haver variação nas dimensões dos furos. É possível realizar comparativos, principalmente entre as lajes com um furo de BORGES *et al* (2004), onde se observa um comportamento de desbalanceamento nos momentos fletores com as lajes que possuem um furo da presente pesquisa.

### 2.3 MOE (1961)

Neste período, MOE (1961) analisou 43 lajes lisas, sendo 15 com furos que serviram para entender o comportamento das mesmas sujeitas a tais situações. Tratava-se de lajes quadradas com 1830 mm de lado e 152 mm de espessura, sendo confeccionado no centro das lajes um pilar quadrado com 245 mm de lado. Na ocasião, o concreto utilizado obteve resistência variando entre 23 MPa e 29 MPa.

Para armar as lajes, MOE (1961) utilizou 24 barras de aço com diâmetro  $\phi$ 16,0 mm dispostas ortogonalmente espaçadas aproximadamente 150 mm entre seus eixos, obtendo-se uma taxa de armadura  $U = 1,35\%$ . A exceção foi a laje H14 que teve sua taxa de armadura reduzida ( $U = 0,90\%$ ) em relação às demais, sendo caracterizada por barras de  $\phi$ 16 mm espaçadas de 222 mm entre seus eixos (16 barras nas direções ortogonais). A tabela 2.3 apresenta as características das lajes ensaiadas por MOE (1961), enquanto a figura 2.6 mostra as geometrias das lajes, enquanto a Figura 2.7 mostra o arranjo das armaduras das lajes.

Tabela 2.3 – Características das lajes ensaiadas por MOE (1961)

Laje	$f_c$ (MPa)	$U$ (%)	Furo		S (mm)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_{H1}}{V_{Hn}}$
			Dimensões (mm)	Nº			
<b>H1</b>	26,1	1,35	-	-	-	371	1,00
<b>H2</b>	25,0	1,35	127 x 127	01	-	329	0,89
<b>H3</b>	23,7	1,35	127 x 127	02	-	325	0,88
<b>H4</b>	25,7	1,35	127 x 127	02	-	290	0,78
<b>H5</b>	25,0	1,35	127 x 127	03	-	250	0,67
<b>H6</b>	28,4	1,35	127 x 127	04	-	256	0,66
<b>H7</b>	25,2	1,35	$\phi$ 127	01	-	312	0,84
<b>H8</b>	28,1	1,35	127 x 127	02	-	312	0,84
<b>H9</b>	24,1	1,35	127 x 127	01	51	313	0,84
<b>H10</b>	25,0	1,35	127 x 127	01	102	333	0,90
<b>H11</b>	26,1	1,35	127 x 127	01	152	339	0,91
<b>H12</b>	27,8	1,35	127 x 127	04	-	269	0,73

Tabela 2.3 – Características das lajes ensaiadas por MOE (1961), continuação

Laje	$f_c$ (MPa)	$U$ (%)	Furo		S (mm)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_{H1}}{V_{Hn}}$
			Dimensões (mm)	Nº			
H13	24,5	1,35	254 x 254	04	-	201	0,54
H14	26,2	0,9	127 x 127	01	-	253	0,68
H15	23,4	1,35	127 x 127	01	-	332	0,89

Vale ressaltar que as alturas úteis das lajes apresentadas na tabela 2.3 se mantiveram constantes com o valor de 98 mm. De acordo com MOE (1961) o início da fissuração nas lajes ocorriam próximas a 60% das respectivas cargas de ruptura. Também ficou evidente que tanto a presença de furos quanto seu posicionamento influenciavam na resistência das lajes ao puncionamento.

MOE (1961) foi um dos pioneiros no estudo de lajes lisas com furos, por tanto sua obra torna-se indispensável para este trabalho, além do que suas observações são valiosas no que se refere ao comportamento das lajes com o furo afastado da face do pilar.

Figura 2.6 – Geometria das lajes ensaiadas por MOE (1961)

Figura 2.6 – Geometria das lajes ensaiadas por MOE (1961), continuação



Arranjo das barras nas lajes H1, H2, H3, H4, H5, H6, H7, H8, H9, H10, H11, H12 e H15 (MOE, 1961)

Arranjo das barras na laje H13 (MOE, 1961)

Arranjo das barras na laje H14 (MOE, 1961)

Figura 2.7 – Arranjo das armaduras das lajes ensaiadas por MOE (1961)

## **2.4 WAYNE (1997)**

As lajes estudadas por WAYNE (1997) totalizavam 6 unidades e tinham características geométricas de (2100 x 2100) mm para seus lados, sendo que a espessura variava entre 156 mm e 157 mm. As taxas das armaduras de flexão variavam entre 0,98% e 1,47%. Dentre as lajes mencionadas, duas foram moldadas sem furo (referência) e as demais possuíam 4 furos cada, como demonstrado na figura 2.8.

Figura 2.8 – Geometria das lajes 4F e 4C, respectivamente – WAYNE (1997)

Como explicita a figura 2.8, as lajes possuíam duas características distintas. Duas séries de lajes foram confeccionadas, sendo a primeira série e a segunda série semelhantes entre si, ou seja, em ambas foram executadas 3 lajes (referência, uma 4F e outra 4C), totalizando as 6 lajes. Para WAYNE (1997), as lajes com furos nos vértices apresentaram resistência inferior em até 26% (3-4C). A tabela 2.4 apresenta as características das lajes ensaiadas por WAYNE (1997).

Tabela 2.4 – Características das lajes ensaiadas por WAYNE (1997)

Laje	U (%)	h (mm)	d (mm)	g (MPa)	V <sub>u</sub> (kN)
1-SS	0,99	156	116	78	494
2-4F	0,98	157	117	96	443
3-4C	0,99	156	116	93	366
4-SS	0,99	156	116	101	492
5-4C	1,07	156	116	99	454
6-4F	1,47	157	117	94	431

## 2.5 TENG et al (2004)

No trabalho deste autor, foram confeccionadas e analisadas 20 lajes lisas, sendo 15 lajes com furos e 5 sem (referência). Tratava-se de lajes quadradas com 2200 mm de lado e 150 mm de espessura apoiadas nas quatro bordas e carregadas por um pilar central que recebia a reação

de um macaco hidráulico. Além do posicionamento do furo nas lajes, duas características das placas eram os índices de retangularidade dos pilares,  $\frac{b}{a}$  (OLIVEIRA, 2003)<sup>1</sup> e dos furos.

É importante salientar que das 20 lajes, apenas 13 são referenciadas como objeto de estudo para o presente trabalho, pois nas demais, momentos fletores foram adicionados nos ensaios, o que não está implementado nesta pesquisa. A Figura 2.9 mostra as geometrias das lajes ensaiadas por TENG *et al.* (2004).

Figura 2.9 – Geometria das lajes ensaiadas por TENG *et al.* (2004)

---

<sup>1</sup> OLIVEIRA, D. R. C. (2003). Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 214 p.

Figura 2.9 – Geometria das lajes ensaiadas por TENG *et al.* (2004), continuação

Tipicamente, a classe do concreto utilizado foi a C40 e a tensão de escoamento das armaduras ficou em torno de 460 MPa. Segundo o autor, as primeiras fissuras das lajes surgiram em carregamentos que variaram entre de 10% a 20% da carga de ruína. As fissuras radiais (que se formam da face do pilar em direção à borda da laje) foram as primeiras, no entanto, as tangenciais (que se formam circundando as arestas do pilar) também foram observadas. A figura 2.10 mostra este processo de formação de fissuras descrito por OLIVEIRA *et al.* (2007), enquanto a tabela 2.5 apresenta os resultados obtidos nos ensaios.

Figura 2.10 – Processo de formação de fissuras descrito por OLIVEIRA *et al.* (2007)

Tabela 2.5 – Resultados obtidos nos ensaios TENG *et al.* (2004)

Laje	$U$ (%)	d (mm)	$g$ (MPa)	DIMENSÃO DO PILAR		$g$ (MPa)	(kN)	ACI 318	CEB	EC2
				x	y					
OC11	1,81	105,25	36,01	200	200	453	423	0,61	0,91	0,69
OC11H30	1,70	107,75	33,87	200	200	453	349	0,56	0,82	0,62
OC11V23	1,69	108,50	34,14	200	200	453	373	0,57	0,85	0,65
OC11V20	1,74	105,25	38,63	200	200	453	207	0,81	1,21	0,95
OC13	1,71	107,25	35,81	600	200	453	568	0,64	0,93	0,64

Tabela 2.5 – Resultados obtidos nos ensaios TENG *et al.* (2004)

Laje	U (%)	d (mm)	g (MPa)	DIMENSÃO DO PILAR		g (MPa)	(kN)	ACI 318	CEB	EC2
				x	y					
OC13H50	1,67	109,50	36,29	600	200	453	443	0,75	1,08	0,74
OC13V43	1,61	113,50	36,62	600	200	4538	467	0,70	1,02	0,70
OC13V23	1,70	108,00	36,94	600	200	453	484	0,63	0,92	0,61
OC13V40	1,69	108,50	43,03	600	200	4538	340	0,87	1,28	0,90
OC13H02	1,64	111,75	43,09	600	200	453	512	0,57	0,76	0,60
OC15	1,76	102,75	40,15	1000	200	4538	649	0,66	1,04	0,56
OC15H70	1,67	108,25	37,89	1000	200	470	529	0,77	1,20	0,64
OC15V43	1,66	109,00	35,97	1000	200	470	612	0,58	0,93	0,49

Comparando os resultados obtidos com as normas, se pode afirmar que o CEB-FIP MC90 foi a norma que mais se aproximou dos resultados experimentais, ressalta-se que para as lajes OC13V40, OC11V20 e OC15H70 os resultados foram superestimados em 28%, 21% e 20%, respectivamente. Em contrapartida, as estimativas das normas ACI 318 e o EUROCODE foram subestimadas para todas as lajes.

O autor chama atenção para o padrão de fissuração na seção transversal das lajes que após o colapso, apresentavam ângulos que variavam entre 30° e 40°, tomando como base a direção horizontal. Ainda no tocante fissuração, foi observado que as lajes com pilares retangulares apresentaram as fissuras concentraram-se próximas às menores dimensões, ratificando o estudo feito por OLIVEIRA *et al.* (2007).

Onde,

= A> são as dimensões da seção transversal do pilar em questão.

## 2.6 AGUIAR (2009)

Neste trabalho, são ensaiadas 6 lajes lisas nervuradas, sendo cinco com furos e uma sem furo (referência). As lajes eram quadradas com 1.800 mm de lado e 150 mm de espessura, onde para formar os vazios característicos desse tipo de laje, foi utilizado como material inerte o isopor, EPS. As dimensões para largura, comprimento e espessura foram (200 x 200 x 110) mm e posteriormente chanfradas formavam um ângulo de aproximadamente 13° para

proporcionar a geometria desejada das nervuras. A Figura 2.11 mostra as características geométricas das lajes LR, L1, L2 ,L3 ,L4 ,L5, respectivamente.

As lajes possuíam vãos de 1600 mm em direções ortogonais. Cada direção foi composta por 08 nervuras, sendo que o inter-eixo era espaçado de 250 mm. A 500 mm das bordas da laje iniciava a região maciça com as dimensões em planta de 800 x 800 mm. A capa das lajes possuíam espessura de 40 mm. Para simular o pilar, no centro da laje foi posicionada uma chapa quadrada metálica com 120 mm de lado e 50 mm de espessura, esta por sua vez recebia o carregamento proveniente de um macaco hidráulico com capacidade para 1000 kN. A Figura 2.12 mostra o sistema de ensaio utilizado.

Figura 2.11 – Características das lajes LR, L1, L2 ,L3 ,L4 ,L5, respectivamente (AGUIAR, 2009), continuação

Figura 2.12 – Sistema de ensaio das lajes (AGUIAR, 2009)

De acordo com AGUIAR (2009), houve uma perda de resistência comparando-se as lajes L1 e L5, sendo que essas lajes possuíam o mesmo comprimento do perímetro crítico teórico. A perda de resistência, embora pequena, mostra que a dimensão do furo deve ser levada em consideração no cálculo das resistências ao puncionamento, sabendo que o modo de ruptura observado foi o de puncionamento com escoamento da armadura de flexão. A tabela 2.6 apresenta as cargas observadas nos ensaios e os modos de ruptura observados.

Tabela 2.6 - Cargas observadas nos ensaios e os modos de ruptura observados

Laje	$U$ (%)	d (mm)	g (MPa)	$V_u$ (kN)	Modos de ruptura
LR	0,46	128	43	243,0	
L1	0,43	134	43	242,5	Puncionamento com escoamento das armaduras de flexão
L2	0,42	132	43	230,0	
L3	0,43	133	43	223,5	
L4	0,43	134	43	127,5	
L5	0,42	132	43	233,0	

## 2.7 MÉTODOS TEÓRICOS PARA ESTIMAR A CAPACIDADE DAS LAJES NA RESISTÊNCIA AO PUNCIONAMENTO

Ao longo dos anos diversos métodos teóricos foram desenvolvidos para se estimar a capacidade resistente das lajes ao puncionamento, entretanto para esta qualificação, é abordado apenas o modelo da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT), desenvolvida pelo pesquisador Muttoni.

O estudo de MUTTONI (2008) tratava da aplicação da CSCT em lajes lisas sem armadura de cisalhamento sob carregamento simétrico. A teoria baseia-se na hipótese que a perda de resistência da laje ao puncionamento aumenta com o acréscimo da rotação proveniente do carregamento, ou seja, quanto mais a laje rotaciona, menos resistente ao puncionamento a mesma fica. Isto se dá pela propagação da fissura crítica que corta a biela próxima à ligação laje-pilar. Em 2010 o Model Code 2010 (*fib*, 2011) fundamentou-se no CSCT como modelo de cálculo para se estimar a resistência de lajes lisas ao puncionamento. A figura 2.13 mostra o



modelo de ruptura devido à fissura crítica de cisalhamento ao atravessar a biela teórica, sendo a expressão geral da CSCT é descrita na equação 2.1.

Figura 2.13 - Modelo de ruptura devido à fissura crítica de cisalhamento ao atravessar a biela teórica (MUTTONI *et al.*, 2013)

Equação 2.1

Equação 2.2

Onde,

$V_R$  é a resistência ao cisalhamento;

$b_0$  é o perímetro crítico a “ $0,5d$ ” da face do pilar;

$d$  é a altura útil da laje;

$f_c$  é a resistência do concreto à compressão, em MPa;

$\lambda$  é a rotação da laje, sendo proporcional à fissura crítica de cisalhamento para os casos simétricos;

$d_{g,0}$  é definido como 16 mm e  $d_g$  é o diâmetro máximo do agregado (para considerar a rugosidade da fissura e a capacidade de transmitir o cisalhamento pelo engrenamento);

$r_s$  está relacionado com o mecanismo de ruptura à flexão e é geralmente considerada como metade da distância da linha de ruptura adotada;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$f_y$  é a tensão de escoamento da armadura de flexão;

$V$  é a força aplicada;

$V_{flex}$  é a força de cisalhamento quando a resistência à flexão da laje é atingida, calculada pela teoria das linhas de ruptura.

## **2.8 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO**

Neste tópico são apresentadas as recomendações de algumas normas de projeto para estimar as resistências das lajes ao punçionamento. Estas recomendações tratam o problema de forma semelhante, onde tensões de cisalhamento são verificadas em regiões de concentração próximas ao pilar em questão. Vale ressaltar que em todas as normas verificadas neste trabalho, o processo considera resultados teóricos-computacionais e experimentais. A seguir, as normas a serem consideradas para a elaboração do presente trabalho:

- x ACI 318, **American building code requirements for reinforced concrete**. American Concrete Institute. (ACI, 2014);
- x CEB-FIP **MODEL CODE 2010: Final draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. (fib, 2011);
- x EUROCODE 2, **Design of concrete structures**. European Committee for Standardization. (CEN, 2004);
- x NBR 6118, **Projeto de estruturas de concreto**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (ABNT, 2014);

x DIN 1045 (2001) – **Plain, reinforced and prestressed concrete structures.** (DIN 1045-1)

### 2.8.1 ACI 318

De acordo com as recomendações da norma ACI 318, o perímetro crítico de lajes sem furos para pilares internos está posicionado a uma distância “ $0,5d$ ”, medido a partir da face do pilar em questão, de acordo como mostra a figura 2.13. Entretanto para lajes que possuírem furos posicionados a uma distância inferior à “ $0,5d$ ” do centroide do pilar, o perímetro crítico sofre uma redução como mostra a figura 2.14.

Figura 2.14 – Perímetro crítico adotado pelo ACI 318

Figura 2.15 – Perímetro crítico reduzido adotado pelo ACI 318

Onde,

$d$  é a altura útil da laje;

$b_0$  é o perímetro crítico em  $mm$  para análise da resistência ao puncionamento;

$h$  é a espessura da laje em  $mm$ .

Para o cálculo da resistência ao puncionamento, o ACI 318 adota a equação 2.2.

$$\phi V_n = R \phi_e \tag{Equação 2.3}$$

Onde,

$\phi$  é o fator de redução da resistência, sendo que para ensaios em laboratório o valor adotado é 1,0;

$R$  é a força de cisalhamento nominal, dada pela Equação 2.3;

$\phi_e$  é a força de cisalhamento ponderada atuante na seção considerada.

$$R = L \phi_c E \phi_{cs} \tag{Equação 2.4}$$

Onde,

$\phi_c$  é a força resistente proveniente do concreto;

$\phi_{cs}$  é a força resistente proveniente da armadura de cisalhamento.

Para o ACI 318 as lajes sem armadura de cisalhamento são calculadas conforme as formulações dadas pelas equações 2.4, 2.5 e 2.6, onde o menor valor dos resultados é adotado para a carga de ruptura da ligação laje-pilar, ou seja, apenas a resistência do concreto é considerada.

$$\phi_c = L \frac{s}{x} \left[ s E \frac{t}{U_0} p \sqrt{f_c} \right] \phi_c \tag{Equação 2.5}$$

$$\phi_c = L \frac{s}{s_t} \left[ \frac{U_{cs}}{>_4} E t p \sqrt{f_c} \right] \phi_c \tag{Equação 2.6}$$

$$U_s = \frac{S}{U} \left( \frac{L}{B} \right)^{\alpha} \left( \frac{L}{B} \right)^{\beta} \left( \frac{L}{B} \right)^{\gamma} \left( \frac{L}{B} \right)^{\delta}$$

Equação 2.7

Onde,

$U_s$  são adotados os valores de 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

$\alpha$  é a relação entre o maior e o menor lado do pilar em questão;

$\beta$  é a resistência do concreto à compressão, em MPa.

### 2.8.2 MODEL CODE 2010 (MC)

Como citado no item 2.7 o MC foi fundamentado na CSCT para a elaboração das equações referentes à resistência ao puncionamento, adequando parâmetros para a confecção de projetos, tais como coeficientes majoradores de esforços e minoradores de resistência. Para isso, assim como no CSCT o perímetro crítico é delimitado à distância “ $0,5d_v$ ” da face do pilar, sendo  $d_v$  a altura útil da laje. A figura 2.16 mostra o perímetro crítico adotado pelo Model Code 2010.

Figura 2.16 – Perímetro crítico adotado pelo MC

Quando não houver a distribuição uniforme das forças de cisalhamento ao longo do perímetro crítico  $b_1$ , a resistência última ao puncionamento deve ser calculada ao longo do perímetro crítico  $b_0$ . Fazem parte destes casos:

- x Situações onde concentrações dos esforços de cisalhamento nos vértices de grandes áreas apoiadas;
- x Descontinuidades da laje;
- x Concentrações de esforços de cisalhamento devido à transferência de momento entre a laje e a área apoiada;
- x A presença de carregamentos significativos próximos a área apoiada. Isto acontece quando não há a distribuição não uniforme dos carregamentos.

Para situações onde o pilar possuir aresta com dimensão superior a  $u_{\text{cr}} \leq 0$  o perímetro crítico referente àquela aresta deve ser interrompido, sendo limitado a apenas  $s_{\text{av}} \leq 0$  a partir dos vértices da aresta, trata-se do perímetro crítico reduzido,  $\gamma_{\text{av}} \leq 0$ . A figura 2.17 mostra o perímetro crítico reduzido. Esta situação se deve ao fato da concentração de tensões em pilares com índices de retangularidade  $\frac{b_1}{b_0} \text{ A maiores que } 1,0$ , OLIVEIRA (2003).

Figura 2.17 – Perímetro crítico reduzido

Em situações onde existem furos, recortes ou chafts distantes até  $w_{\text{cr}} \leq 0$  do pilar, o MC sugere uma redução no perímetro crítico, mostrado na figura 2.18. Nesta redução, o perímetro fica interrompido entre duas retas fictícias que partem do centroide do pilar e seguem

tangenciando a extremidade do furo. Isto pode ser explicado pela ausência completa ou parcial da resistência na região.

Figura 2.18 – Perímetro crítico reduzido com a presença de furo

A concentração de momentos fletores na região da ligação laje-pilar pode gerar acréscimo nas tensões de cisalhamento, quando isto ocorre, deve-se considerar este efeito. De acordo com o MC, a Equação 2.8 representa de forma aproximada esse acréscimo.

$$\tau_{cr} = \tau_{cr0} \left( 1 + \frac{5}{5 + \frac{A_e}{I_p}} \right) \quad \text{Equação 2.8}$$

Onde,

$\tau_{cr}$  é o perímetro crítico normal;

$\tau_{cr0}$  é o perímetro crítico reduzido;

$\left( 1 + \frac{5}{5 + \frac{A_e}{I_p}} \right)$  é o coeficiente de excentricidade;

$A_e = \frac{A_p}{I_p} F$  é a excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro básico de controle (mm);

$r_e$  é o diâmetro de um círculo de área igual à área interna da região delimitada pelo perímetro de controle;

$e$  é a distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o centroide do pilar (mm).

Para a verificação da resistência de uma laje ao puncionamento segundo o Model Code 2010, a equação 2.9 deve ser satisfeita:

$$R_{E, x} L \leq R_{E, x} E R_{E, x} \quad \text{Equação 2.9}$$

Onde,

$R_{E, x} L$  trata-se da parcela de resistência referente ao concreto;

$L = \frac{5}{5 + 4 \cdot \alpha} \cdot Q \cdot r \cdot \alpha$  é o parâmetro que depende da rotação da laje na região do apoio, em (mm);

$R_c$  é a resistência à compressão do concreto;

$\alpha$  é a rotação da laje em torno da área carregada;

$G_{x, L} = \frac{7.6}{5 + \alpha} \cdot R \cdot r \cdot \alpha$  é o parâmetro que depende do diâmetro máximo do agregado graúdo ( $\phi$ ). Quando  $\phi \leq 16$ ,  $G_{x, L}$  são

A Figura 2.19 mostra o esquema de rotação de uma laje em torno do apoio.

Figura 2.19 – Esquema de rotação de uma laje em torno do apoio (MC)

Para se calcular a rotação da laje no apoio, 04 (quatro) níveis de aproximação são utilizados, sendo diferidos em ordem crescente pelo grau de complexidade, isso corrobora para uma



aproximação ao comportamento real da peça. O Nível I de aproximação (menos complexo) avalia as lajes por teorias elásticas, onde a distribuição dos esforços internos não é significativa. A Equação 2.10 sugere uma estimativa confiável para este primeiro nível de aproximação.

$$M_x = L_s \left( \frac{N_p}{A_s} - \frac{B_x}{r} \right) \quad \text{Equação 2.10}$$

Onde,

$L_s = L \frac{x_a > x_b}{6}$ , significa a espessura efetiva da laje e ( $A_s$  e  $r$ ) são as espessuras efetivas das armaduras nas direções correspondentes (mm);

$B_x$ , é a tensão de escoamento de cálculo da armadura tracionada;

$r$  é a distância do centroide do pilar ao ponto onde o momento é zero (mm);

O valor do parâmetro  $N_p$  pode ser considerado  $0,22 L$  (nas direções  $L_x$  e  $L_y$ ) nas lajes onde a relação  $L_x/L_y$  está entre o intervalo 0,5 e 2,0, ou seja,  $r = \frac{A_s}{A_b} \cdot Q \cdot t \cdot \alpha$

No Nível II de aproximação tratam as lajes que possuem redistribuição significativa dos momentos referentes ao cálculo das armaduras de flexão. A equação 2.11 é apresentada para o cálculo da rotação neste nível de aproximação.

$$\theta_x = L_s \left( \frac{N_p}{A_s} - \frac{B_x}{r} \right) \frac{I_{ix}}{I_{Ex}} \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde,

$I_{ix}$  é momento solicitante médio de cálculo por unidade de comprimento (kN.mm/mm);

$I_{Ex}$  é o momento resistente médio de cálculo por unidade de comprimento (kN.mm/mm);

Os momentos fletores supracitados devem ser calculados ao longo de uma faixa com comprimento  $> L_s \frac{N_p}{A_s} - \frac{B_x}{r}$  . à Ü á

De acordo com RUIZ e MUTTONI (2009), os valores de  $l_{ix}$  e  $l_{ex}$  podem assumir os valores de  $2_e$  e  $2_{U \beta \emptyset e}$  portanto a Equação 2.11 pode ser reescrita conforme a equação 2.12.

$$l_{L \text{ sá}} = \frac{N_{\text{á}} B_{\text{P}}}{\text{á}} F \frac{2_e}{2_{U \beta \emptyset e}} G \quad \text{Equação 2.12}$$

O Nível III de aproximação é recomendado para lajes que não se enquadram no intervalo  $r_{\text{áv}} \frac{A_{\text{á}}}{A_{\text{á}}} Q t \text{ á}$  ou para lajes irregulares, com isso o coeficiente 1,5 da Equação 2.12 é substituído por 1,2 (Equação 2.13 e Equação 2.14). Neste caso, os valores de  $l_{ix}$  e  $N_{\text{á}}$  são obtidos na face carregada. Vale ressaltar que este cálculo se dá considerando a peça em regime linear.

$$l_{L \text{ sá}} = \frac{N_{\text{á}} B_{\text{P}}}{\text{á}} \frac{l_{ix}}{l_{ex}} p \quad \text{Equação 2.13}$$

$$l_{L \text{ sá}} = \frac{N_{\text{á}} B_{\text{P}}}{\text{á}} F \frac{2_e}{2_{U \beta \emptyset e}} G \quad \text{Equação 2.14}$$

Onde,

$$N_{\text{á}} = R r \text{ á } y_{\text{á}}$$

No Nível IV de aproximação, a rotação  $l$  é calculada baseando-se em uma análise não linear, ou seja, considerando a fissuração da peça. Efeitos da tensão-deformação, escoamento das armaduras de flexão também são fatores que influenciam no cálculo da rotação.

### 2.8.3 EUROCODE 2 (EC2)

De acordo com as recomendações da norma para lajes sem armadura de cisalhamento, a verificação de resistência ao puncionamento deve ser feita primeiramente no perímetro do pilar e posteriormente no perímetro crítico,  $Q_{\text{á}}$  afastado duas vezes a altura útil da laje ( $t_{\text{á}}$ ) da face carregada. A altura útil da laje é considerada constante e deve ser calculada conforme a Equação 2.15. A figura 2.20 mostra o perímetro crítico sugerido pelo EC2 e a figura 2.21 mostra o modelo de ruptura adotado pelo EC2 para a verificação do puncionamento.

$$u_L = \frac{u_x + u_y}{t};$$

Equação 2.15

Onde,

$u_x$  e  $u_y$  são as alturas úteis das armaduras de flexão nas direções ortogonais.

Figura 2.20 – Perímetro crítico sugerido pelo EC2

Figura 2.21 - Modelo de ruptura adotado pelo EC2 para a verificação do puncionamento

Para lajes com furos, a referida norma sugere que quando a descontinuidade estiver a uma distância maior que  $2d$  da face do pilar a consideração do perímetro crítico segue conforme a Figura 2.20, por outro lado, no caso em que o furo fique posicionado a uma distância inferior a  $2d$  da face do pilar, o perímetro crítico deverá sofrer uma redução. A figura 2.22 exemplifica a redução do perímetro crítico para lajes com descontinuidade.

Figura 2.22 – Redução do perímetro crítico para lajes com descontinuidade

Como citado anteriormente, a primeira verificação da resistência da laje ao puncionamento é feita no perímetro do pilar e deve obedecer a desigualdade da Equação 2.16, ao passo que para lajes sem armadura de combate ao cisalhamento, a equação 2.17 também deve ser satisfeita. Este segundo caso garante a integridade da laje dentro da área carregada compreendida no perímetro crítico  $Q_c$

$$q_{\text{cál}} \leq R_{\text{cál}} \quad \text{Equação 2.16}$$

$$q_{\text{cál}} \leq R_{\text{cál}} \quad \text{Equação 2.17}$$

Onde,

$q_{\text{cál}}$  é a solicitação de cálculo da laje ao puncionamento;

$R_{\text{cál}}$  é a resistência de cálculo da laje na seção considerada;

$R_{\text{cál}}$  é a parcela de resistência do concreto de cálculo ao puncionamento, dada pela Equação 2.18.

$$R_{\text{cál}} = \left( \frac{f_{ct}}{f_c} \right)^{0.5} R_{\text{cál}} \quad \text{Equação 2.18}$$

Onde,

$f_{ct}$  em MPa;

$$G L s E \frac{6.4.4}{x} Q t \hat{a};$$

é L  $\frac{6.4.4}{x}$  Q r á t, sendo é<sub>A</sub> e é<sub>i</sub> as taxas das armaduras de flexão nas direções ortogonais. Vale ressaltar que tais taxas devem ser calculadas como um valor médio em relação à largura da laje, sendo esta largura igual a dimensão do pilar somado ao valor de u para cada lado e  $\frac{6.4.4}{x} L r \hat{a} z \hat{u}$

$$\delta_{a \hat{u}} \hat{a} L r \hat{a} u w \hat{a} \hat{u}^5 \hat{u}^6;$$

Ū é o coeficiente de segurança, entretanto para o caso de ensaios de laboratório, este deve assumir o valor unitário;

ê<sub>0</sub> é a parcela de resistência de esforços normais introduzidos na seção.

#### 2.8.4 NBR 6118 (ABNT, 2014)

A norma brasileira NBR 6118 sugere duas verificações para a resistência de lajes lisas ao puncionamento sem armadura de cisalhamento. Analogamente ao EC2, a primeira verificação deve ser feita no perímetro face ao pilar C e posteriormente em um perímetro distante t das arestas da área carregada, &. Quando a laje possui descontinuidade a uma distância inferior a z da face do pilar, o perímetro crítico &, sofre redução em seu comprimento para compensar a perda de rigidez da peça. A figura 2.23 mostra o perímetro crítico adotado pela NBR 6118 para o cálculo da resistência ao puncionamento, para casos gerais e a figura 2.24 mostra o perímetro crítico adotado pela NBR 6118 para o cálculo da resistência ao puncionamento, para casos especiais.

Figura 2.23 - Perímetro crítico adotado pela NBR 6118 para o cálculo da resistência ao puncionamento, para casos gerais

Figura 2.24 - Perímetro crítico adotado pela NBR 6118 para o cálculo da resistência ao puncionamento, para casos especiais

Para pilares internos à edificação sem o efeito de momentos fletores na ligação laje-pilar, o carregamento pode ser considerado simétrico e a tensão solicitante de projeto pode ser calculada conforme a equação 2.19.

$$i_{jx} L \frac{(i_x}{Q_{R@}}$$

Equação 2.19

Onde,

$l_{\text{c}} = \frac{x_{\text{a}} + x_{\text{b}}}{6}$ , é a altura útil da laje ao longo do perímetro crítico externo ao contorno,  $C$  da área de aplicação da força e deste distante  $t$  do plano da laje;

$l_{\text{cx}}$  e  $l_{\text{cy}}$  são as alturas úteis das armaduras de flexão nas direções ortogonais;

$Q$  é o perímetro do contorno crítico;

( $i_x$ ,  $i_y$ ) é a força ou reação concentrada de cálculo.

Na verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica  $C$  ( $l_{\text{c}}$ ), a norma estabelece a equação 2.20 e para garantir a integridade da peça nesta região. O valor de  $l_{\text{c}}$  pode ser ampliado de 20 % por efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50 % e não existem aberturas junto ao pilar.

$$i_x \leq Q l_{\text{cx}} \leq L r_{\text{a}} \leq \frac{Q}{6} B_{\text{c}} \quad \text{Equação 2.20}$$

Onde,

$l_{\text{c}} = L s F \frac{U_0}{6 \cdot 9^4}$ , com  $B_{\text{c}}$  em MPa.

Para verificar a tensão resistente na superfície crítica ( $l_{\text{c}}$ ) em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção, a NBR 6118 sugere a equação 2.21. Esta verificação leva em conta a taxa das armaduras de flexão.

$$i_x \leq Q l_{\text{cx}} \leq L r_{\text{a}} \leq \frac{t r r}{6} M s r r \leq \frac{5}{7} E r_{\text{a}} \leq \frac{Q}{6} \quad \text{Equação 2.21}$$

Onde,

$\frac{t r r}{6}$ , é a taxa equivalente das armaduras ortogonais de flexão;

$l_{\text{cr}} = \frac{x_{\text{a}} > x_{\text{a}}}{6}$ , é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C da área de aplicação da força.

## 2.8.5 DIN 1045-1 (2001) – PLAIN, REINFORCED AND PRESTRESSED CONCRETE STRUCTURES

A norma DIN 1045-1 sugere que a verificação da resistência de lajes ao puncionamento deve ser feita dentro de uma área crítica, que fica compreendida a uma distância  $s_{\text{cr}}$  paralela às arestas da área carregada. A figura 2.25 mostra o modelo de análise para resistência ao puncionamento (DIN 1045).

### PLANTA

### SEÇÃO

Figura 2.25 – Modelo de análise para resistência ao puncionamento (DIN 1045)



Onde,

$\alpha$  assume o valor de 33,7°.

O modelo da figura 2.25 somente poderá ser usado se as seções críticas de áreas adjacentes carregadas não se sobrepuserem e se as seguintes condições forem satisfeitas:

- a) Seções circulares onde o diâmetro da área carregada for maior que  $0,4d$
- b) Seções retangulares quando o perímetro da área carregada não exceda  $2,5d$  e simultaneamente a relação entre o lado maior e o menor da seção for menor ou igual a 2;
- c) Qualquer forma com dimensões similares às supracitadas.

Quando as condições citadas acima não forem satisfeitas, a norma sugere o modelo mostrado na figura 2.26, que reduz o perímetro crítico em acordo com a relação entre as dimensões da seção carregada, dando ênfase à concentração de tensões nos vértices das arestas da seção.

Figura 2.26 – Modelo de análise para resistência ao puncionamento (DIN 1045), para os casos que não satisfazem as condições a, b e c acima citadas

Onde,

$$a_1 \leq a, 2b, \text{ ou } 5,6d - b_1;$$

$$b_1 \leq b \text{ ou } 2,8d;$$

Quando a laje possui furos próximos à área carregada, a referida norma sugere uma redução no perímetro crítico, desde que estes furos se encontrem a uma distância de até  $0,5d$  da face carregada. Essa delimitação pode ser descrita por duas retas que partem do centroide da área

carregada, tangenciando os bordos da abertura, o perímetro que ficaria entre as duas retas é desconsiderado no cálculo da resistência ao puncionamento. A figura 2.27 exemplifica a redução do perímetro crítico, mediante a presença de furos próximos à região carregada.

Figura 2.27 - Redução do perímetro crítico, mediante a presença de furos próximos à região carregada

É importante salientar que se  $L_1$  é maior que  $L_2$ , então a dimensão  $L_2$  deverá assumir o valor de  $\frac{L_1}{5}$ . Ver a figura 2.25 para  $d$ .

Para as lajes sem armadura de combate ao puncionamento, a norma recomenda a equação 2.22, que verifica a resistência de projeto,  $R_{E,d}$ , da peça ao longo do perímetro crítico,  $Q_{d,c}$ .

$$R_{E,d} \geq \frac{1}{\gamma_s} \left( \frac{f_{ctd}}{s} \right) \left( \frac{1}{\gamma_c} \right)^{5/4} \left( \frac{Q_{d,c}}{L} \right)^{1/4} \quad \text{Equação 2.22}$$

Onde,

$$L = \frac{6.4}{x} Q_{d,c}$$

$\gamma_s$  é o fator que depende do peso específico do concreto e é dado no ANEXO 1;

$L = \frac{x_a > x_{a'}}{6}$ , é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico;

$\frac{1}{\gamma_c} \left( \frac{f_{ctd}}{s} \right) \left( \frac{1}{\gamma_c} \right)^{5/4}$ , é a taxa equivalente das armaduras ortogonais de flexão.

## 2.8.6 ESTIMATIVA PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NA NERVURA (NBR 6118)

Na intenção de estimar o cisalhamento na nervura, o presente trabalho está baseado nas recomendações da norma brasileira, onde a mesma sugere dois modelos de cálculo distintos para combate ao cisalhamento em elementos lineares submetidos à flexão, entretanto para lajes nervuradas, quando os tópicos descritos abaixo são atendidos, a norma trata o fenômeno de forma simplificada:

- x A espessura da mesa, quando não existirem tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distância entre as faces das nervuras ( $h$ ) e não menor que 40 mm;
- x O valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 50 mm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10 mm. Para tubulações com diâmetro  $\phi$  maior que 10 mm, a mesa deve ter a espessura mínima de  $40 \text{ mm} + \phi$ , ou  $40 \text{ mm} + 2\phi$  no caso de haver cruzamento destas tubulações;
- x A espessura das nervuras não pode ser inferior a 50 mm;
- x Nervuras com espessura menor que 80 mm não podem conter armadura de compressão.
- x Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- x Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 650 mm e 1100 mm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 900 mm e a largura média das nervuras for maior que 120 mm;
- x Para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maiores que 1100 mm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

A norma NBR 6118 ressalta que para garantir a integridade da diagonal tracionada,  $\sigma_{cs}$  concomitantemente com os itens supracitados, não há necessidade de reforçar a nervura com armadura de cisalhamento, desde que a desigualdade da equação 2.23 seja obedecida, onde a força resistente da nervura na diagonal tracionada é calculada pela equação 2.24. Como o presente trabalho se enquadra nos parâmetros para analisar as lajes nervuradas apenas como lajes, dispensando a verificação como viga, são apresentadas apenas as formulações referentes a esta situação.

$$\sigma_{cs} \leq \sigma_{cs} \quad \text{Equação 2.23}$$

$$\sigma_{cs} \leq \sigma_{cs} \quad \text{Equação 2.24}$$

Onde,

$\sigma_{cs}$  é a tensão resistente de cálculo ao cisalhamento;

$$\sigma_{cs} = \sigma_{cs}$$

$$\sigma_{cs} = \sigma_{cs}$$

$$\sigma_{cs} = \sigma_{cs}$$

Assume o valor 1,0 para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio e para os demais casos,  $\sigma_{cs} = \sigma_{cs}$ .

## 2.8.7 ESTIMATIVA DO CÁLCULO À FLEXÃO PELA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA

INGERSLEV (1921) iniciou o estudo da teoria das linhas de ruptura, que trata o momento resistente da peça diretamente como uma tendência de fissuração máxima representada por linhas fictícias de plastificação, onde estas dependem de muitos fatores, tais como condições de contorno, carregamentos, etc. Posteriormente em JOHANSEN (1943) aprimorou o estudo, tornando o processo mais preciso. O procedimento consiste em determinar o momento fletor último na laje de concreto armado a partir de uma configuração conhecida do

encaminhamento das linhas de ruptura, a configuração utilizada neste trabalho é a mesma adotada por OLIVEIRA (2003), mostrada na figura 2.28.

Embora o presente trabalho estude lajes com furos, a configuração das linhas de ruptura para se estimar a resistência à flexão das lajes, mostrada na figura 28, não sejam, em tese, influenciadas pela presença da descontinuidade na laje, haja vista que a disposição dos furos em relação ao pilar foram confeccionadas de forma que a menor dimensão do furo seja adjacente e ao mesmo tempo tenha a mesma medida da menor aresta do pilar.

Figura 2.28 – Configuração das linhas de ruptura adotadas para este trabalho

LANGENDONK (1970) sugere que o momento fletor obtido por unidade de comprimento pode obedecer a equação 2.25, correspondente ao estágio III de tensões para uma distribuição uniforme das tensões no concreto. A figura 2.29 mostra o diagrama simplificado de tensões de compressão do concreto no estágio III.

$$f_c = L \left( \frac{R_c}{R_c} \right) \left( \frac{F}{t} \right) \left( \frac{G}{G} \right) \quad \text{Equação 2.25}$$

Figura 2.29 – Diagrama simplificado de tensões de compressão do concreto no estágio III

Para a determinação da resistência de ruína por flexão, a equação 2.26 deve ser atendida de acordo com os valores de  $A_e$  e  $A_s$ .

$$2 \sigma_{c3} \leq t \cdot \rho \cdot \epsilon_c \cdot E_c \cdot F_t \leq \rho_s \cdot E_s \cdot F_s \leq \rho_s \cdot E_s \cdot F_{sC} \quad \text{Equação 2.26}$$

Onde,

$$F_t = \frac{A_s \cdot \sigma_{s3}}{s \cdot E_s} \leq \frac{A_s \cdot \sigma_{sC}}{s \cdot E_s}$$

$$F_{sC} = \frac{A_s \cdot \sigma_{sC}}{s \cdot E_s}$$

### **3. PROGRAMA EXPERIMENTAL**

#### **3.1 VISÃO GERAL**

Neste capítulo são apresentadas todas as características das lajes confeccionadas. Trata-se de 15 (quinze) lajes lisas nervuradas bidirecionais de concreto armado, onde as principais características são as dimensões dos pilares e dos furos, dispostos de tal maneira que a menor dimensão dos pilares coincida com a menor dimensão de cada furo. De um modo geral, objetivou-se estudar a região em torno de um pilar central de uma edificação onde há presença de furos, nos quais serviriam como passagem de tubulações para instalações e/ou sistemas de ventilação.

#### **3.2 DIVISÃO DOS GRUPOS DE LAJES**

Para o programa experimental as lajes estão divididas em 03 (três) grupos básicos, sendo que em cada grupo de lajes é composto por 05 (cinco) peças que possuem a mesma relação entre os lados do pilar (índice de retangularidade,  $\frac{a}{b}$ ). Estas relações entre os lados,  $\frac{a}{b}$ , são de 1; 3 e 5 para o primeiro grupo, segundo grupo e terceiro grupo, respectivamente.

Cada grupo de laje possui uma laje de referência, ou seja, sem furo, isto se faz necessário para que a o perímetro crítico básico sirva como parâmetro de avaliação entre as demais, devido à perda de resistência mediante a presença do furo. De acordo com autores como OLIVEIRA (2003), DAMASCENO (2007), CARVALHO (2006), a variação  $\frac{a}{b}$  faz com que haja uma concentração de tensões nos vértices do pilar, associando à presença da descontinuidade adjacente ao pilar, o comportamento da laje deve mostrar-se ainda mais sensível, sendo isso um dos objetos estudados neste trabalho.

Outro dado importante referente ao presente trabalho é a conservação do perímetro crítico, variando uma das dimensões do furo. Tal sugestão deve agir de forma que a laje com o furo mais alongado reduza a rigidez da mesma, onde a rotação na ligação laje-pilar se torne mais evidente, reduzindo assim sua resistência última ao puncionamento.

De acordo com as recomendações normativas, explanadas no capítulo anterior, o alongamento do furo na direção oposta ao pilar não deve mudar a resistência ao puncionamento, o que não ficou evidenciado nas lajes de AGUIAR (2009). Essa observação, embora pequena no tocante às cargas últimas informadas pelo autor, não deve ser desconsiderada, principalmente com analisando concomitantemente com a relação  $\frac{Df_{máx}}{Df_{mín}}$ .

Em se tratando dos materiais empregados na confecção das lajes, informa-se que a tanto as dimensões das lajes, quanto à classe do concreto a ser utilizado e a taxa das armaduras de flexão das peças serão mantidas as mesmas. Vale ressaltar que nenhuma laje do presente trabalho possui armadura de combate ao puncionamento. A tabela 3.1 apresenta as características das lajes do presente trabalho.

Tabela 3.1 – Características das lajes do presente trabalho

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	<i>d</i> (mm)	<i>U</i> (%)	<i>f<sub>c</sub></i> (MPa)
	<i>C<sub>máx</sub></i>	<i>C<sub>mín</sub></i>	<i>Df<sub>máx</sub></i>	<i>Df<sub>mín</sub></i>				
LRA			-	-	-	126	1,14	28
L1A1			120	120	01	125	1,15	
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13	
L3A3			360	120	01	127	1,13	
L4A4			480	120	01	126	1,14	
LRB			-	-	-	128	1,13	31
L1B1			120	120	01	126	1,14	
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15	
L3B2			240	120	01	125	1,15	
L4B2			240	120	02	127	1,13	
LRC			-	-	-	128	1,13	28
L1C1			120	120	01	131	1,10	
L2C1	600	120	120	120	02	129	1,12	
L3C2			240	120	01	130	1,11	
L4C2			240	120	02	130	1,11	

Onde, *Df<sub>máx</sub>* e *Df<sub>mín</sub>*, são as dimensões máximas e mínimas dos furos, respectivamente.

Ao analisar a tabela 3.1, nota-se que as lajes do grupo “A” possuem apenas um furo que diferem entre si somente na relação  $Df_{máx} / Df_{mín}$ . Esta proposição torna possível acompanhar o comportamento das lajes à medida que o furo é alongado na direção oposta ao pilar, sem que o perímetro crítico seja alterado, o que corrobora para a teoria da perda de rigidez por tal alongamento do furo.



É possível também correlacionar lajes dos três grupos quando o foco é a relação  $C_{máx}$  e  $C_{mín}$ . que trata o comportamento das lajes quando o índice de retangularidade do pilar é aumentado, embora haja uma redução do perímetro crítico (assunto abordado no Capítulo 4). As figuras 3.1, 3.2 e 3.3 mostram as características geométricas das lajes dos grupos A, B e C, respectivamente.

Figura 3.1 – Características geométricas das lajes do grupo A

Figura 3.1 - Características geométricas das lajes do grupo A (continuação)

Figura 3.2 – Características geométricas das lajes do grupo B

Figura 3.2 - – Características geométricas das lajes do grupo B (continuação)

Figura 3.3 – Características geométricas das lajes do grupo C

### 3.3 ARMADURA DE FLEXÃO DAS LAJES

As armaduras de flexão das lajes foram compostas por 54 barras de aço CA 50 e diâmetro de 12,5 mm, sendo 27 barras na direção “x” e 27 barras na direção “y”. As disposições das barras estão mostradas esquematicamente nas Figuras 3.4 e 3.5, sendo que a taxa de armadura foi calculada de acordo com a seção da Figura 3.5. As armaduras foram dispostas de forma ortogonal, sendo, duas barras posicionadas em cada nervura e uma barra em cada mesa. As Figuras 3.6, 3.7 e 3.8 mostram em planta o arranjo das armaduras das lajes dos grupos A, B e C, respectivamente.

Figura 3.4 – Disposição esquemática das barras de flexão (corte na nervura)

Figura 3.5 – Disposição esquemática das barras de flexão (corte no maciço)

a) LRA

b) L1A1

Figura 3.6 – Arranjo das armaduras em planta do grupo A

c) L2A2

d) L3A3

e) L4A4

Figura 3.6 – Arranjo das armaduras em planta do grupo A (continuação)

a) LRB

b) L1B1

c) L2B1

d) L3B2

e) L4B2

Figura 3.7 – Arranjo das armaduras em planta do grupo B

a) LRC

b) L1C1

c) L2C1

d) L3C2

e) L4C2

Figura 3.8 – Arranjo das armaduras em planta do grupo C



### 3.4 ARMADURA DOS PILARES

As armaduras longitudinais dos pilares foram compostas por barras de aço CA 50 com diâmetro 12,5 mm e os estribos feitos com aço CA 60 com diâmetro de 5,0 mm espaçados de 70 mm. É importante ressaltar que o cobrimento das armaduras dos pilares foi de 10 mm. Para as lajes do grupo A, utilizou-se 8  $\nabla$ 12,5 mm, 10  $\nabla$ 12,5 mm nas lajes do grupo B e 16  $\nabla$ 12,5 mm nas lajes do grupo C. A configuração das seções dos pilares das lajes dos grupos A, B e C estão mostradas nas figuras 3.9, 3.10 e 3.11, respectivamente.

Figura 3.9 – Configuração dos pilares das lajes do grupo A

Figura 3.10 – Configuração dos pilares das lajes do grupo B

Figura 3.11 – Configuração dos pilares das lajes do grupo C

## 3.5 INSTRUMENTAÇÃO

### 3.5.1 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Os deslocamentos verticais foram medidos por intermédio de deflectômetros digitais da marca *Digimess* em 7 pontos das lajes, sendo 5 na direção do furo-pilar e os outros 2 na direção perpendicular. A disposição dos deflectômetros D1, D3, D4, D5, D6 e D7 foi feita de forma que os deslocamentos medidos corroborassem para um comparativo entre as diferentes configurações das lajes, entretanto, o deflectômetro D2 possuía posicionamento relativo à abertura, ou seja, alocado 50 mm da aresta do furo. A Figura 3.12 mostra o detalhe esquemático de posicionamento dos deflectômetros nas lajes.

Figura 3.12 – Posicionamento esquemático dos deflectômetros nas lajes

### 3.5.2 DEFORMAÇÕES NAS BARRAS E NO CONCRETO

Com a finalidade de monitorar, durante o ensaio, as deformações referentes às forças de tração nas barras de flexão e de compressão na superfície do concreto, extensômetros elétricos de resistência (EER) foram instalados nas lajes. Os EERs utilizados nas lajes foram da marca *EXCEL SENSORES*, sendo que os do aço eram extensômetro unidirecional tipo folha, com grade de 3,18 x 3,18 mm, comprimento total 6,35 mm, resistência de 120 ohms, nível de deformação de +/- 1500 x 10<sup>-6</sup> strain, com terminais implantados na própria matriz com fios, modelo PA-06-125AA-120-L, enquanto os utilizados no concreto eram extensômetro unidirecional tipo folha, com grade de 40 mm de comprimento x 3 mm de largura, comprimento total 49 mm, resistência de 120 ohms, nível de deformação de +/- 1500 x 10<sup>-6</sup> strain, com terminais implantados na própria matriz com fios, modelo PA-06-1500BA-120-L.

O critério estabelecido para a distribuição dos EERs das armaduras (ES) nas lajes foi o de garantir que as barras de flexão mais solicitadas não atingissem o escoamento, garantindo a resistência dessas peças aos momentos fletores solicitantes, caracterizando assim a ruína das peças por puncionamento. Ainda no tocante da distribuição dos EERs, os grupos de lajes possuíam diferentes quantidades de extensômetros instalados, ou seja, nas lajes de referências (LRA, LRB e LRC) e nas lajes com dois furos (L2B1, L4B2, L2C1 e L4C2) apenas 3 EERs por laje foram utilizados, enquanto que nas lajes com apenas 1 furo (L1A1, L2A2, L3A3, L4A4, L1B1, L3B2, L1C1 e L3C2) utilizou-se 5 EERs. Esta decisão foi tomada baseando-se distribuição simétrica das tensões (lajes com 3 EERs) e assimétrica das tensões (lajes com 5 EERs). As Figuras 3.13, 3.14 e 3.15 mostram as configurações dos EERs nas barras das lajes dos grupos A, B e C, respectivamente.

a) LRA                      b) L1A1                      c) L2A2                      d) L3A3                      e) L4A4  
Figura 3.13 – Configuração dos Extensômetros das armaduras nas lajes do grupo A

a) LRB                      b) L1B1                      c) L2B1                      d) L3B2                      e) L4B2  
Figura 3.14 – Configuração dos Extensômetros das armaduras nas lajes do grupo B

a) LRC                      b) L1C1                      c) L2C1                      d) L3C2                      e) L4C2  
Figura 3.15 – Configuração dos Extensômetros das armaduras nas lajes do grupo B

O posicionamento dos EERs de compressão do concreto (EC) foi mantido o mesmo para todos os grupos de laje à distância de 45 mm da face do pilar, para tal, utilizou-se 2 sensores por laje dispostos ortogonalmente entre si. Esta configuração foi feita visando a obtenção das maiores deformações nas regiões comprimidas sem que houvesse o risco de um possível descolamento do sensor. No capítulo 4, onde são apreciados os resultados das leituras, será possível notar tal afirmação. A Figura 3.15 mostra o posicionamento esquemático dos EERs do concreto nas lajes sem furos e nas lajes com furos.

a) LRA, LRB e LRC

b) L1A1, L2A2, L3A3, L4A4,  
L1B1, L3B2, L1C1 e L3C2

c) L2B2, L4C2, L2C2, L4C2

Figura 3.16 - Posicionamento esquemático dos EERs do concreto nas lajes sem furos e nas lajes com furos

### 3.6 SISTEMA DE ENSAIO E PROCESSO DE CARREGAMENTO DAS LAJES

As lajes deste trabalho foram ensaiadas no laboratório de engenharia civil da UFPA (LEC), onde foram posicionadas sobre 8 pilares metálicos que serviram como apoio para cada peça. Na face superior das lajes, um conjunto com 16 chapas metálicas quadradas medindo 150 mm de lado e 12,5 mm de espessuras, juntamente com 16 tirantes de 25 mm de espessura e 25 toneladas de resistência cada, foram presos à laje de reação do LEC. Este conjunto trabalhou em conformidade com o auxílio de um cilindro hidráulico da marca *ENERPAC* com capacidade para 2000 kN. Outro conjunto composto por uma célula de carga com capacidade de 1000 kN e precisão de 0,5 kN acoplada a um indicador digital da marca *ALFA INSTRUMENTOS* foi usado para haver o controle dos incrementos de carga durante os ensaios.

Para se obter as respostas das deformações nas barras de flexão e no concreto, um módulo com sistemas de aquisições de dados da marca *ALMEMO System 5690-2* foi utilizado, uma foto do equipamento ilustrada na foto da Figura 3.17. Vale ressaltar que os deslocamentos verticais foram comentados no item 3.5.1. A Figura 3.18 mostra a planta do sistema de ensaio utilizado neste trabalho, enquanto as Figuras 3.19 e 3.20 mostram os cortes AA e BB, respectivamente.

Figura 3.17 – Sistema de aquisição de dados

Figura 3.18 – Sistema de ensaio utilizado (planta)

Figura 3.19 – Sistema de ensaio utilizado (corte AA)

Figura 3.20 – Sistema de ensaio utilizado (corte BB)

Com a laje posicionada sobre os 4 apoios, iniciava-se a fase de aperto da mesma com auxílio de 16 chapas metálicas com espessura de 12,5 mm e porcas metálicas presas aos tirantes. As chapas metálicas eram apoiadas diretamente sobre a laje, isto foi possível pois no ato da concretagem das peças, tomou-se cuidado com o acabamento da superfície superior, deixando-a regular suficientemente para tal. Após essa etapa, eram demarcados os

posicionamentos dos 7 deflectômetros e pintada com cor amarela a região do pilar, isso facilitou a marcação do padrão de fissuração, no entanto esse assunto será tratado no capítulo seguinte.

Após a marcação dos deflectômetros, montava-se um pórtico isolado próximo à laje para que servisse como suporte de apoio aos relógios comparadores. De forma ortogonal, dois perfis metálicos com seção “C” formavam o pórtico juntamente com três pilares metálicos, a finalidade era para que a leitura dos deslocamentos verticais pelos deflectômetros não sofressem interação com o sistema de carregamento. Na sequência, eram ligados os EERs do aço e do concreto no sistema de aquisição de dados para que em seguida o ensaio da laje começasse.

O processo de carregamento das lajes foi feito na direção vertical e sentido de baixo para cima, por intermédio de incrementos de carga. Para seguir o procedimento de ensaio, foram adotados incrementos de carga com intensidade de 20 kN com tempo médio entre um passo e outro de aproximadamente 60 segundos. Ao término de cada incremento de carga, tomava-se nota de todas as leituras dos deflectômetros digitais, logo em seguida fazia-se verificação do nível de fissuração da laje, desenhando o padrão do encaminhamento das fissuras com pincel atômico, feito isso, o ensaio prosseguia para outro incremento de carga.

### **3.7 MATERIAIS**

#### **3.7.1 AÇO**

Com a finalidade de caracterizar mecanicamente as armaduras de flexão usadas nas lajes e nos pilares, foram retirados 6 corpos de prova, sendo 3 para as barras com diâmetro de 12,5 mm e 3 para as barras com diâmetro de 10,0 mm. O procedimento utilizado foi o ensaio de tração axial seguindo as recomendações da norma NBR 6892 (ABNT, 2002). Todas as amostras foram ensaiadas no laboratório de engenharia civil da UFPA.

Para a determinação dos parâmetros característicos das barras, foram utilizadas as médias dos resultados dos ensaios. Durante o procedimento, notou-se que todas as barras apresentaram boa definição nos patamares de escoamento. A Figura 3.21 mostra os gráficos com as curvas



tensão-deformação das armaduras de flexão e a Tabela 3.2 apresenta de forma sintética os resultados das propriedades mecânicas das armaduras.

Figura 3.21 – Curvas tensão-deformação das armaduras de flexão

Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas dos aços das lajes

$\ddagger$ (mm)	$R_{\text{æ}}$ (MPa)	$\bar{Y}_{\text{æ}}$ (‰)	$\epsilon'_{\text{æ}}$ (GPa)
10,0	538	2,51	214
12,5	565	2,41	234

### 3.7.2 CONCRETO

Para a confecção das lajes, duas empresas certificadas foram contratadas para o fornecimento do concreto, a Supermix Concreto S/A e a Polimix Concreto, pelo fato da concretagem ser feita por série de lajes em datas distintas. Para a dosagem do concreto utilizou-se cimento CP II-F (cimento Portland com fíler), areia média como agregado miúdo e seixo rolado como agregado graúdo. Utilizou-se ainda como aditivo plastificante polifuncional redutor de água, MIRA SET 63, fabricado pela empresa GRACE *Construction Products*. A Tabela 3.3 apresenta as quantidades dos materiais utilizados por m<sup>3</sup> de concreto.

Tabela 3.3 – Quantidade s de materiais utilizados por m<sup>3</sup> de concreto

Descrição do Material	Unidade	Quantidade
Cimento CP II-F	Kg/m <sup>3</sup>	288,0
Areia média (agregado miúdo)	Kg/ m <sup>3</sup>	156,4
Seixo rolado (agregado graúdo)	Kg/m <sup>3</sup>	203,6
Aditivo MIRA SET 63	Litros/m <sup>3</sup>	4,0
Relação água/cimento (A/C)		0,67

O procedimento de concretagem foi separado pelos grupos das lajes. A sequência de peças concretadas foram primeiramente as do grupo C, seguidas pelas lajes do grupo B e finalmente as do grupo A, esta sequência foi escolhida para facilitar o reaproveitamento das formas nas regiões dos pilares, pois desta forma, estes elementos eram adequados de forma simplificada em concordância com suas dimensões. Cada grupo de laje recebeu em média um volume de 4,0 m<sup>3</sup> para a concretagem das peças mais os corpos de prova. A Figura 3.22 ilustram alguns detalhes das concretagens das lajes. Após 5 horas à concretagem, iniciava-se o processo de cura das lajes, nesta etapa, as superfícies das lajes eram cobertas por sacos de aniagem e em seguida humedecidos com água, esta rotina foi repetida duas vezes por dia, durante uma semana.

Figura 3.22 – Detalhes da concretagem das lajes

As propriedades mecânicas do concreto de cada grupo de lajes foram obtidas ensaiando 15 corpos de prova cilíndricos de (150 x 300) mm, sendo 5 para resistência à compressão axial, 5 para compressão diametral e 5 para módulo de elasticidade. Os ensaios de compressão axial, compressão diametral e módulo de elasticidade, obedeceram às normas NBR 5739 (ABNT, 2007), NBR 7222 (ABNT, 2011) e NBR 8522 (ABNT, 2017), respectivamente. Os resultados obtidos nos ensaios estão apresentados na tabela 3.4. Vale ressaltar que os valores apresentados são uma média para cada grupo de lajes e foram adotados inteiros, exceto para compressão diametral.

Tabela 3.4 – Propriedades mecânicas do concreto das lajes

Série	$E_c$ (MPa)	$E_{c\phi}$ (MPa)	$\nu_c$ (GPa)
Grupo A	28	2,6	29
Grupo B	31	2,6	29
Grupo C	28	2,4	24

### 3.8 ELEMENTOS DE ENCHIMENTO

Para formar as colmeias das lajes, blocos de EPS na forma de tronco de pirâmide foram fixados com cola adesiva Isofix TF Plus da marca UNA Adesivos nas formas das lajes. Antes da colagem, os blocos, que inicialmente possuíam a forma de um cubo com seção quadrada com 200 mm de lado e 110 mm de espessura, foram cortados com o auxílio de uma máquina construída artesanalmente no laboratório de engenharia civil da UFPA para que as nervuras possuíssem a forma desejada. A referida máquina era constituída basicamente por duas plataformas de madeira (uma horizontal e outra inclinada), um pórtico de madeira, uma fonte e um fio de aço. A Figura 3.23 mostra o detalhe da máquina de corte do EPS e a Figura 3.24 mostra o processo de fixação do EPS. Ao final de 14 dias as lajes eram desformadas e suspensas para a retirada manual do EPS, em seguida as colmeias eram limpas. Esse processo se fazia necessário para verificar o padrão de fissuração das nervuras (caso houvessem) quando submetidas ao carregamento, entretanto esse assunto será abordado no capítulo 5. A Figura 3.25 mostra o processo de retirada do EPS das lajes.

a) Planta

b) Elevação A

c) Corte do EPS

Figura 3.23 – Detalhe da máquina de corte do EPS

a) Impregnação da cola no EPS

b) Colagem do EPS na forma

c) Lajes com EPS colado

Figura 3.24 – Processo de fixação do EPS na forma

a) Içamento das lajes

b) Limpeza manual das colmeias

c) Laje pronta para o ensaio

Figura 3.25 – Processo de retirada do EPS das lajes

## **4. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

Neste capítulo são apresentados os resultados dos ensaios de acordo com o capítulo 3. Nas seções seguintes, os resultados experimentais dos deslocamentos verticais; deformações nas armaduras de flexão; deformações nas superfícies do concreto; encaminhamento das fissuras nas superfícies das lajes durante os ensaios; e a inclinação da superfície de ruína na direção do alinhamento furo-pilar. Por fim, são apresentados os carregamentos e os modos de ruína de cada laje.

### **4.1 DESLOCAMENTOS VERTICAIS**

Com o intuito de medir a flecha em cada laje, foram monitorados 7 pontos ao longo de dois eixos centrais, perpendiculares às bordas da laje. No eixo que compreende o pilar e o furo, foram posicionados 4 deflectômetros digitais, no eixo perpendicular 2 deflectômetros, sendo mais 1 deflectômetro concorrente aos dois eixos (centro da laje). O incremento de carga adotado para todas as lajes foi de 20 kN, entretanto antes do fim do ensaio, todos os deflectômetros eram retirados para que esses equipamentos não sofressem danos no momento da ruína da peça. O momento escolhido para retirar os deflectômetros foi baseado no padrão de fissuração, bem como nas leituras dos referidos aparelhos. Para facilitar o entendimento do posicionamento dos deflectômetros nas lajes a Figura 4.1 mostra o esquema de orientação do posicionamento destes equipamentos nas lajes em relação às bordas da mesma, tendo as direções verticais e horizontais para tal. Na figura supracitada, as bordas estão abreviadas como: BS (Borda Superior); BI (Borda Inferior); BE (Borda esquerda); BD (Borda Direita).

Com a finalidade de facilitar o entendimento do comportamento das lajes, os gráficos das Figuras 4.2 a 4.16 mostram comparativos entre as leituras correspondentes às graduações de carregamentos de 60 kN, 120 kN e 240 kN, sendo que a última leitura se refere à última antes de retirar os deflectômetros das lajes, a exceção é a L3A3 que obteve sua carga última observada em 240 kN, isso explica essa laje possuir apenas 3 leituras de deflectômetros. Diante disso, pode-se ter ideia da forma que as lajes se comportam com a presença de aberturas adjacentes aos apoios (pilares).

Figura 4.1 – Esquema de orientação dos deflectômetros nas lajes

#### 4.1.1 DESLOCAMENTOS VERTICAIS NAS LAJES DO GRUPO A

A Figura 4.2 que mostra os deslocamentos verticais na laje LRA, apresenta coerência entre os valores, ou seja, máximos no centro, atenuando à media que se aproxima dos apoios com valores da mesma ordem de grandeza. Esta informação é importante para garantir a simetria do ensaio e a distribuição dos simétrica dos esforços. No que tange às lajes desse grupo que possuem furos, nota-se o comportamento assimétrico pela presença das aberturas na direção BS-BI. Durante os ensaios foi possível observar que o deflectômetro (D2), posicionado 50 mm da borda do furo, sofreu influência com a descontinuidade, onde as leituras feitas afirmam que o aumento da abertura está diretamente proporcional ao seu alongamento na ordem de 8% para este grupo de lajes. Isto é: a relação das leituras máximas dos deflectômetros D2 entre as lajes L1A1 e L2A2; L2A2 e L3A3; L3A3 e L4A4, sofrem aumento na ordem de 8%. A Tabela 4.1 apresenta o percentual de acréscimo das leituras dos deflectômetros D2 nas lajes do grupo A e as Figuras 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 mostram os deslocamentos verticais nas lajes L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente.

Tabela 4.1 – Percentual de acréscimo das leituras dos deflectômetros D2 nas lajes do grupo A

Laje	Leitura Máxima D2 em 260 kN (mm)	Relação		
		$\frac{.t\#t}{.s\#s}$	$\frac{.u\#u}{.t\#t}$	$\frac{.v\#v}{.u\#u}$
L1A1	6,75	7,7%	7,7%	7,5%
L2A2	7,27			
L3A3	7,83			
L4A4	8,42			

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.2 – Deslocamentos verticais na laje LRA

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.3 – Deslocamentos verticais na laje L1A1

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.4 – Deslocamentos verticais na laje L2A2

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na laje L3A3



BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na laje L4A4

#### 4.1.2 DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS LAJES DO GRUPO B

Quando se analisa os deslocamentos das lajes com furos no deflectômetro D2 em relação à laje de referência, no momento do carregamento de 240 kN, percebe-se uma sensível perda de resistência por parte desses elementos. Este comportamento também foi perceptível nas lajes do grupo A. Outro fator a ser levado em consideração é quando são comparados os deslocamentos lidos nos deflectômetros D2 e D4 na laje L1B1, nota-se que o ponto próximo ao furo, sofre maior deformação em relação ao outro que está posicionado opostamente ao pilar. Ao se observar as leituras destes mesmos deflectômetros na laje L3B2, obtém-se um comportamento contrário ao da laje L1B1, entretanto, a diferença entre essas lajes é a distância compreendida entre o deflectômetro central (D3) e os dois analisados, portanto, é possível afirmar que não somente a presença do furo interfere no comportamento da laje mas também o posicionamento entre o ponto de aplicação da carga e os monitorados. A Tabela 4.2 apresenta as relações entre as leituras dos deflectômetros analisados nas lajes L1B1 e L3B2.

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na laje LRB

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na laje L1B1

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na laje L2B1

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.10 – Deslocamentos verticais na laje L3B2

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.11 – Deslocamentos verticais na laje L4B2

Tabela 4.2 – Relação entre as leituras dos deflectômetros das lajes L1B1 e L3B2

Laje	D2		D4		Relação	
	Leitura Máxima (mm) (A)	Distância entre D3-D2 (B) (mm)	Leitura Máxima (mm) (C)	Distância entre D3-D4 (D) (mm)	A/C	B/D
L1B1	16,35	350	14,19	400	1,15	0,88
L3B2	13,67	470	14,55	400	0,94	1,18

### 4.1.3 DESLOCAMENTOS VERTICAIS NAS LAJES DO GRUPO C

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.12 – Deslocamentos verticais na laje LRC

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.13 – Deslocamentos verticais na laje L1C1

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.14 – Deslocamentos verticais na laje L2C1

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.15 – Deslocamentos verticais na laje L3C2

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.16 – Deslocamentos verticais na laje L4C2

#### 4.1.4 DESLOCAMENTOS VERTICAIS MÁXIMOS DOS GRUPOS DAS LAJES

Nesta sessão, são mostrados graficamente os deslocamentos máximos medidos nas lajes em todos os pontos monitorados, bem como a sequência decrescente dos valores lidos nos deflectômetros, isto pode ser observado nos gráficos das Figuras 4.17, 4.18 e 4.19, que mostram de forma acumulada os deslocamentos verticais máximos nas lajes do grupo A, B e C, respectivamente. Em todas as lajes, observa-se que os maiores deslocamentos verticais foram lidos no deflectômetro central (D3), isto era de se esperar, uma vez que todas as lajes possuem as mesmas condições de contorno e de carregamento.

Os valores dos deslocamentos máximos medido nas lajes com furo do grupo A em relação à laje de referência do mesmo grupo, apresentaram aumento discreto à medida que o furo se alongava, ou seja, a laje perdeu rigidez com o alongamento do furo. Vale ressaltar que esta série o pilar possui seção quadrada. Ainda sobre este grupo, observou-se que apesar da leitura do deslocamento da laje L3A3 (10,59 mm) ser inferior ao da laje L2A2 (10,91), o que contrariaria o comportamento descrito acima, esta afirmação é válida, pelo fato de que a última leitura feita na L3A3 foi executada a um passo de carga anterior ao da L2A2, isto significa que se os deslocamentos houvessem sido colhidos durante a mesma grandeza de

carregamento, o ocorrido seria inverso, corroborando com a ideia de perda de rigidez com o alongamento do furo.

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.17 – Deslocamentos verticais máximos nas lajes do grupo A

BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.18 – Deslocamentos verticais máximos nas lajes do grupo B



BS – Borda Superior

BI – Borda Inferior

a) Direção vertical dos deflectômetros na laje

BE – Borda Esquerda

BD – Borda Direita

a) Direção horizontal dos deflectômetros na laje

Figura 4.19 – Deslocamentos verticais máximos nas lajes do grupo C

Figura 4.20 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo A no centro da laje (D3)

Figura 4.21 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo B no centro da laje (D3)

Figura 4.22 – Deslocamentos verticais das lajes do grupo C no centro da laje (D3)

## **4.2 DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO**

As deformações referentes aos esforços de compressão foram medidas por intermédio de extensômetros elétricos de resistência (EER), onde foram posicionados nas superfícies inferiores das lajes. Estes sensores foram alinhados de forma que se obtivessem leituras dos esforços nas direções radiais e tangenciais, para isso foram utilizados 02 EERs por laje, como mostrado na Figura 3.16. Ainda nesse tocante, vale salientar que as nomenclaturas utilizadas

para os sensores do concreto são EC1 e EC2, sendo assim, afirma-se que os extensômetros EC1 e EC2 tiveram as funções de fornecer leituras nas direções tangencial e o radial, respectivamente. Dito isso, da Figura 4.23 até a Figura 4.37 são mostrados os gráficos com os resultados das leituras das deformações na superfície do concreto em todas as lajes.

Mediante aos resultados obtidos, entende-se que os extensômetros radiais obtiveram maiores deformações em suas últimas leituras nos grupos A e B das lajes, com médias de -0,24 ‰ e -0,26 ‰, respectivamente. Complementando a informação, podemos afirmar que os EERs tangenciais obtiveram suas respectivas leituras médias para os grupos das lajes A e B em -0,06 ‰ e -0,17‰. Já para as lajes do grupo C, as medições das deformações comportaram-se opostas aos das lajes dos outros grupos, ou seja, os EERs que acusaram maiores deformações foram os tangenciais, tendo seus valores maiores que os radiais, isto é, as deformações máximas lidas nos EC1 foram em média -0,22‰, enquanto as médias lidas nos EC2 ficaram na média de -0,17‰. Para confrontar isso, as Figuras 4.37 a 4.39 mostram em síntese as deformações máximas dos Extensômetros das lajes dos grupos A, B e C, respectivamente e a tabela 4.3 apresenta os resultados das leituras máximas lidas nos referidos sensores. É importante informar que os EERs EC2 da laje L1B1, EC1 e EC2 da laje L4C2 apresentaram problemas durante os ensaios, portanto, não foram incluídos nas médias.

Figura 4.23 – Deformações na superfície do concreto da laje LRA

Figura 4.24 – Deformações na superfície do concreto da laje L1A1

Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje L2A2

Figura 4.26 – Deformações na superfície do concreto da laje L3A3

Figura 4.27 – Deformações na superfície do concreto da laje L4A4

Figura 4.28 – Deformações na superfície do concreto da laje LRB

Figura 4.29 – Deformações na superfície do concreto da laje L1B1

Figura 4.30 – Deformações na superfície do concreto da laje L2B1

Figura 4.31 – Deformações na superfície do concreto da laje L3B2

Figura 4.32 – Deformações na superfície do concreto da laje L4B2

Figura 4.33 – Deformações na superfície do concreto da laje LRC



Figura 4.34 – Deformações na superfície do concreto da laje L1C1

Figura 4.35 – Deformações na superfície do concreto da laje L2C1

Figura 4.36 – Deformações na superfície do concreto da laje L3C2

Figura 4.37 – Deformações na superfície do concreto da laje L4C2

a) Deformações máximas nos EERs EC1

a) Deformações máximas nos EERs EC2

Figura 4.38 – Deformações máximas nas superfícies do concreto das lajes do grupo A

a) Deformações máximas nos EERs EC1

a) Deformações máximas nos EERs EC2

Figura 4.39 – Deformações máximas nas superfícies do concreto das lajes do grupo B

a) Deformações máximas nos EERs EC1

a) Deformações máximas nos EERs EC2

Figura 4.40 – Deformações máximas nas superfícies do concreto das lajes do grupo C

Tabela 4.3 – Síntese das deformações máximas lidas nos EERs das superfícies do concreto dos grupos das lajes

Grupo	Laje	Nº de Furos	Deformação máxima nos ( ( 5 V    Å	
			EC1	EC2
A	LRA	-	- 0,04	- 0,14
	L1A1	1	- 0,08	- 0,30
	L2A2	1	- 0,02	- 0,12
	L3A3	1	- 0,14	- 0,35
	L4A4	1	- 0,02	-0,27
	<b>Média</b>			<b>- 0,06</b>
B	LRB	-	- 0,17	- 0,34
	L1B1	1	- 0,12	*
	L2B1	2	- 0,21	- 0,30
	L3B2	1	- 0,25	- 0,27
	L4B2	2	- 0,12	- 0,13
	<b>Média</b>			<b>- 0,17</b>
C	LRC	-	- 0,24	-0,17
	L1C1	1	- 0,24	- 0,15
	L2C1	2	- 0,11	- 0,19
	L3C2	1	- 0,29	- 0,17
	L4C2	2	*	*
	<b>Média</b>			<b>- 0,22</b>

(\*) EERs que apresentaram problemas durante os ensaios e não estão inclusos nos cálculos das médias correspondentes.

### 4.3 DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE FLEXÃO

Com a finalidade de medir as deformações nas armaduras de flexão, EERs foram instalados em algumas barras, sendo que os pontos escolhidos se referem à linhas de concentração de

tensões que passam pelas barras mais próximas aos vértices dos pilares, incluindo o centro do pilar. Neste contexto, salienta-se que a quantidade de extensômetros utilizados em cada laje varia de 03 para as lajes de referência e com dois furos e 05 para as lajes com um furo. A distribuição dos EERs é orientada pela numeração dos sensores pelo prefixo “ES”. O sensor ES1 passa pela barra central orientada pela direção BE-BD e é comum a todas as lajes, os sensores ES2 e ES3 foram posicionados nas barras ortogonais mais próximas aos vértices dos pilares que não possuem abertura adjacente (comuns nas lajes LRA, LRB, LRC, L1A1, L3A2, L1B1, L3B2, L1C1 e L3C2), por fim, os sensores ES4 e ES5 foram posicionados nas barras ortogonais mais próximas ao vértice dos pilares possuem abertura adjacente, comuns em todas as lajes exceto às de referência, pois não possuem furos.

As leituras dos sensores de todas as lajes não excederam os limites de escoamentos das barras de flexão ( $\dot{\gamma}_{\infty}$ ), corroborando para o entendimento da ruína por puncionamento das mesmas, a exceção aconteceu no extensômetro ES2 da laje L3B2 que ultrapassou o  $\dot{\gamma}_{\infty}$ . Embora este fato tenha ocorrido, não é correto afirmar que a referida laje tenha ruído por flexão, pois, os demais *strain gages* não obtiveram o mesmo comportamento, este fato pode ser explicado por uma concentração localizada de fissuras nas regiões próximas ao sensor da barra. A Tabela 4.4 apresenta a síntese das deformações máximas obtidas nos grupos das lajes.

De uma forma geral as médias das deformações lidas no EER central de cada laje (ES1) foram as maiores, quando se confronta com os demais pontos monitorados no mesmo grupo de laje. Embora essa afirmação seja numericamente perceptível nos grupos A e C, no grupo B houve uma divergência por conta da deformação registrada no ES2 da laje L3B2, fato este relatado e explicado no parágrafo anterior.

Em média, as deformações máximas lidas nos pontos monitorados fora dos centros dos pilares em relação ao ponto central de cada pilar apresentaram níveis significativos de diferença. Sobre esse fato pode-se comentar que não somente a direção da barra analisada quanto a orientação dos furos, são preponderantes para o entendimento das distribuições das tensões nas lajes, sendo assim, é possível afirmar das tensões atuantes nos demais EERs em relação ao central que:

As lajes com pilares quadrados apresentaram tensões inferiores na ordem de 23,5% quanto à proximidade do furo, ou seja, as tensões lidas nos EERs ES4 e ES5 foram em média 23% e

24% inferiores às do ES1, entretanto, os sensores opostos aos furos tiveram diferenças superiores, ou seja, as tensões lidas nos EERs ES2 e ES3 foram 262% e 28% inferiores ao sensor ES1. Baseando-se nestas afirmações, a barra de flexão paralela à central e externa ao pilar, foi pouco solicitada. Quanto ao alongamento do furo, não se registrou um padrão lógico no tocante às tensões máximas registradas nos ensaios.

No grupo de lajes com índice de retangularidade do pilar igual a 3 (grupo B), a tensão atuante no EER da barra próxima ao furo na direção BS-BI (ES4) tendeu a diminuir com o alongamento do furo, ao passo que no EER, ES5, na direção perpendicular tendeu a aumentar. Esse comportamento foi percebido no grupo de lajes com índice de retangularidade do pilar igual a 5 (grupo C) apenas no sensor BS-BI, ou seja, a tensão atuante no ES4 do grupo C, manteve-se em conformidade com o observado no mesmo extensômetro nas lajes do grupo B, entretanto, o ES5 desse grupo comportou-se opostamente ao correspondente do grupo anterior, quando se observou um decréscimo na tensão referente. Frente a esta informação, pode-se concluir que, em ambos os casos, o número de furos não interferiu no comportamento e sim, o índice de retangularidade do pilar, que mostrou-se o fator predominante para a distribuição de tensões na barra onde foi instalado o EER E5.

De uma forma geral, quando são analisadas as leituras máximas médias nos extensômetros das lajes dos grupos B e C, em relação aos respectivos sensores centrais, percebe-se uma discrepância nos níveis de tensão, com ênfase aos EERs ES4 de ambos os grupos, que apresentaram diferenças de tensões em torno de 1069% e 800% para os leitores das lajes dos grupos B e C, respectivamente. Os demais sensores também se mostraram com diferenças consideráveis analisando-os da mesma forma, a exceção aconteceu quando se relacionou o ES2 do grupo B, pois a leitura deste sensor na laje L3B2 foi notoriamente superior. A Tabela 4.5 apresenta uma análise das leituras médias dos EERs dos grupos das lajes.

Figura 4.41 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRA

Figura 4.42 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1A1

Figura 4.43 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2A2

Figura 4.44 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3A3



Figura 4.45 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L4A4

Figura 4.46 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRB

Figura 4.47 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1B1

Figura 4.48 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2B1

Figura 4.49 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3B2

Figura 4.50 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3B2

Figura 4.51 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRC

Figura 4.52 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1C1

Figura 4.53 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2C1

Figura 4.54 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3C2

Figura 4.55 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L4C2

Tabela 4.4 – Síntese das deformações máximas lidas nos EERs das armaduras de flexão dos grupos das lajes

Grupo	Laje	Nº de Furos	'HIRUPD o m R Pi[LPD QRV ((5V Å				
			ES1	ES2	ES3	ES4	ES5
A	LRA	-	0,81	0,48	0,52	-	-
	L1A1	1	0,53	0,07	0,47	0,52	0,42
	L2A2	1	0,70	0,05	0,59	0,59	0,85
	L3A3	1	0,61	0,27	0,47	0,58	0,47
	L4A4	1	0,63	0,04	0,51	0,43	0,37
	<b>Média</b>			<b>0,66</b>	<b>0,18</b>	<b>0,51</b>	<b>0,53</b>
B	LRB	-	0,89	0,75	0,59	-	-
	L1B1	1	0,98	0,65	0,44	0,14	0,51
	L2B1	2	0,94	-	-	0,13	0,67
	L3B2	1	1,59	3,44	0,66	0,09	0,99
	L4B2	2	1,70	-	-	0,06	0,67
	<b>Média</b>			<b>1,22</b>	<b>1,61</b>	<b>0,56</b>	<b>0,10</b>
C	LRC	-	1,47	0,37	0,25	-	-
	L1C1	1	0,73	0,57	0,51	0,15	0,72
	L2C1	2	0,61	-	-	0,14	0,59
	L3C2	1	1,87	0,13	0,59	0,08	0,29
	L4C2	2	0,35	-	-	0,08	0,56
	<b>Média</b>			<b>1,01</b>	<b>0,36</b>	<b>0,45</b>	<b>0,11</b>

(-) EERs inexistentes na posição e não contabilizam para a obtenção das médias.

Tabela 4.5 – Análise das deformações máximas lidas nos EERs das armaduras de flexão dos grupos das lajes

Grupo	Deformação média máxima nos EERs				Relações comparativas (%)			
	Ä				$\dot{U}_F \frac{q \cdot U}{q \cdot \dot{U}}$	$\dot{U}_F \frac{q \cdot U}{q \cdot \ddot{U}}$	$\dot{U}_F \frac{q \cdot U}{q \cdot \dot{Y}}$	$\dot{U}_F \frac{q \cdot U}{q \cdot P}$
	ES1	ES2	ES3	ES4				
A	0,66	0,18	0,51	0,53	-262%	-28%	-23%	-24%
B	1,22	1,61	0,56	0,10	24%	-116%	-1069%	-72%
C	1,01	0,36	0,45	0,11	-182%	-123%	-800%	-87%

#### 4.4 MAPAS DE FISSURAÇÃO

Para acompanhar os padrões de fissuração à medida que os incrementos de cargas eram aplicados durante os ensaios, foram desenhadas nas superfícies superiores das lajes, com o auxílio de marcadores permanentes, os surgimentos e as progressões das fissuras radiais e tangenciais. Durante os ensaios, observou-se que em todas as lajes, as fissuras radiais foram as primeiras a surgir, iniciando sempre a partir dos vértices da projeção dos pilares. Este comportamento é de conhecimento abrangente, pois, diversos trabalhos mostram que as concentrações de tensões nessas áreas são predominantes. Sobre esse fato, também ficou evidente que a presença do furo influenciou de forma positiva para o surgimento de fissuras, isto é, o início das fissuras sempre ocorria nos vértices dos pilares próximos aos furos. As Figuras 4.56 a 4.70 mostram os padrões de fissuração das lajes dos grupos.

Na verificação das cargas referentes aos surgimentos das primeiras fissuras ( $P_I$ ) em relação às cargas de ruínas das lajes ( $P_u$ ), podemos afirmar que o início se deu entre 14% e 33% entre todas as lajes. No campo dos grupos das lajes, as peças dos grupos A, B e C obtiveram, em média, 28%, 22% e 18%, respectivamente, onde as lajes com apenas 1 furo apresentaram médias dos carregamentos de  $P_I$  em relação ao  $P_u$  de 23%, enquanto esta relação para lajes com 02 furos foi de 18%, por fim, a média geral da relação  $P_I / P_u$  foi de 23%. A Tabela 4.6 apresenta em síntese as relações entre as cargas de primeira fissura e ruína das lajes.

Figura 4.56 – Padrão de fissuração da laje LRA



Figura 4.57 – Padrão de fissuração da laje L1A1

Figura 4.58 – Padrão de fissuração da laje L2A2

Figura 4.59 – Padrão de fissuração da laje L3A3

Figura 4.60 – Padrão de fissuração da laje L4A4

Figura 4.61 – Padrão de fissuração da laje LRB

Figura 4.62 – Padrão de fissuração da laje L1B1

Figura 4.63 – Padrão de fissuração da laje L2B1

Figura 4.64 – Padrão de fissuração da laje L3B2



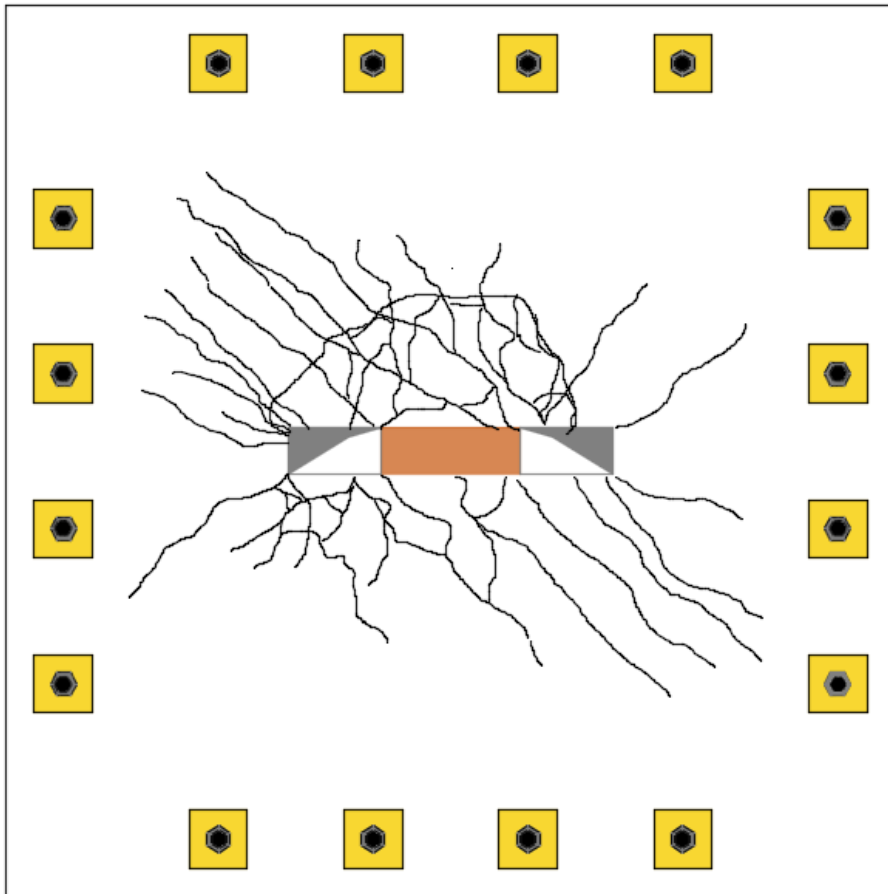
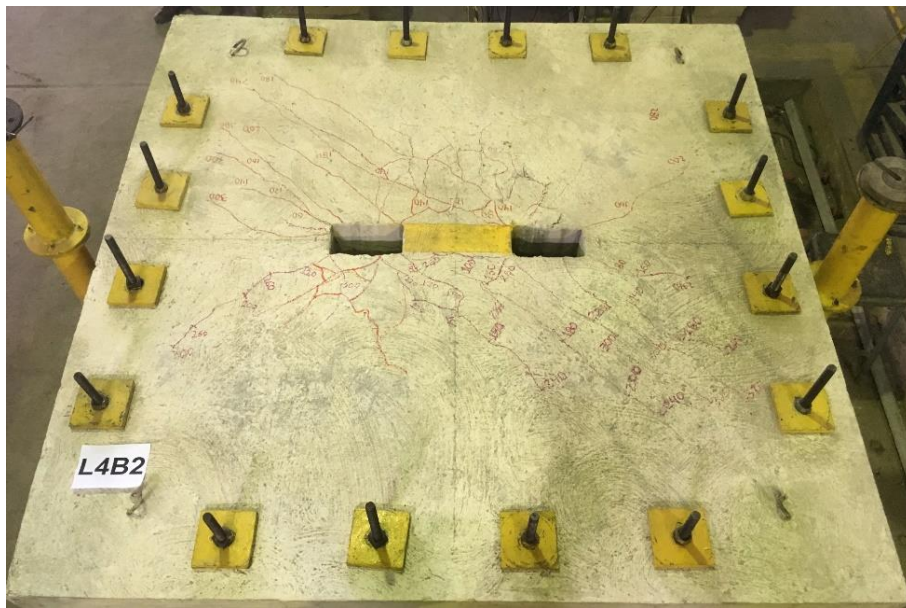


Figura 4.65 – Padrão de fissuração da laje L4B2

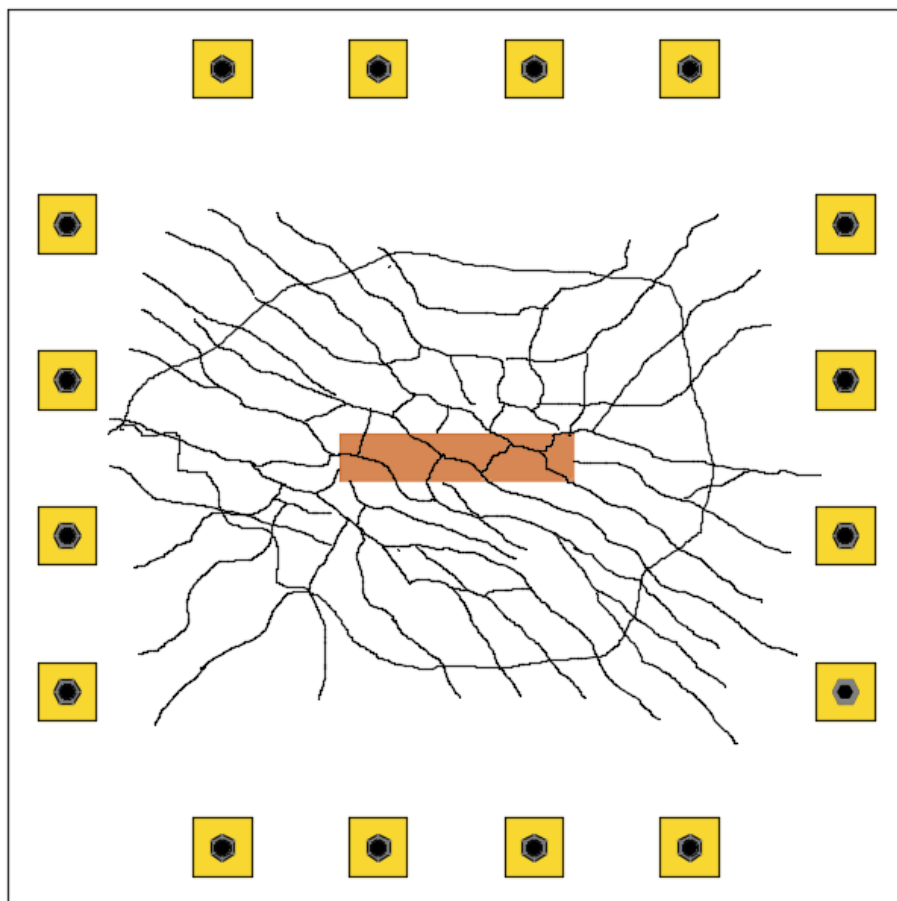
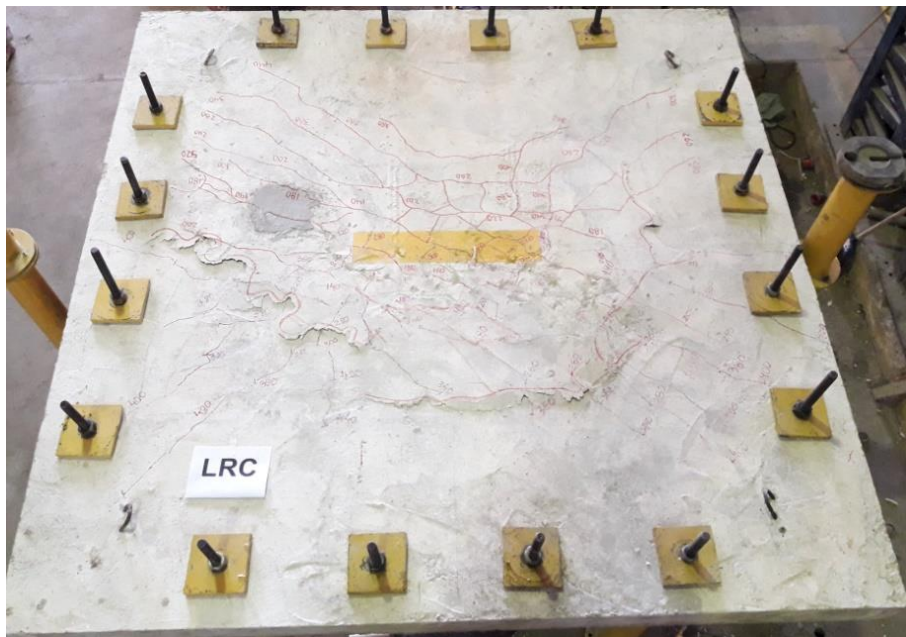


Figura 4.66 – Padrão de fissuração da laje LRC

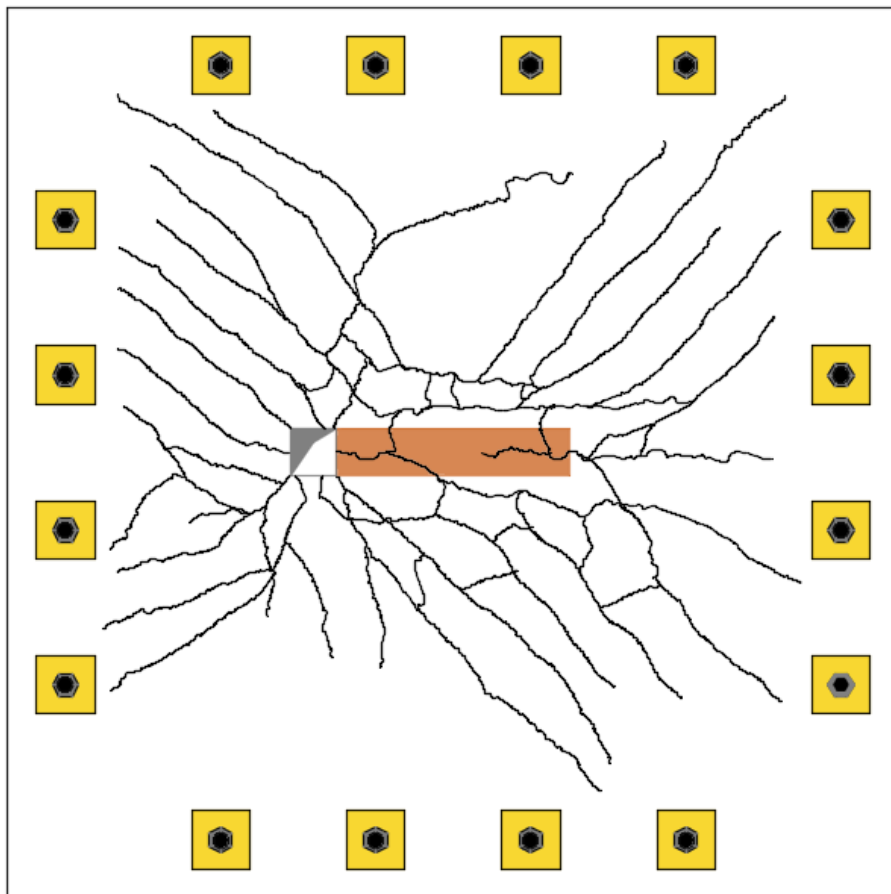
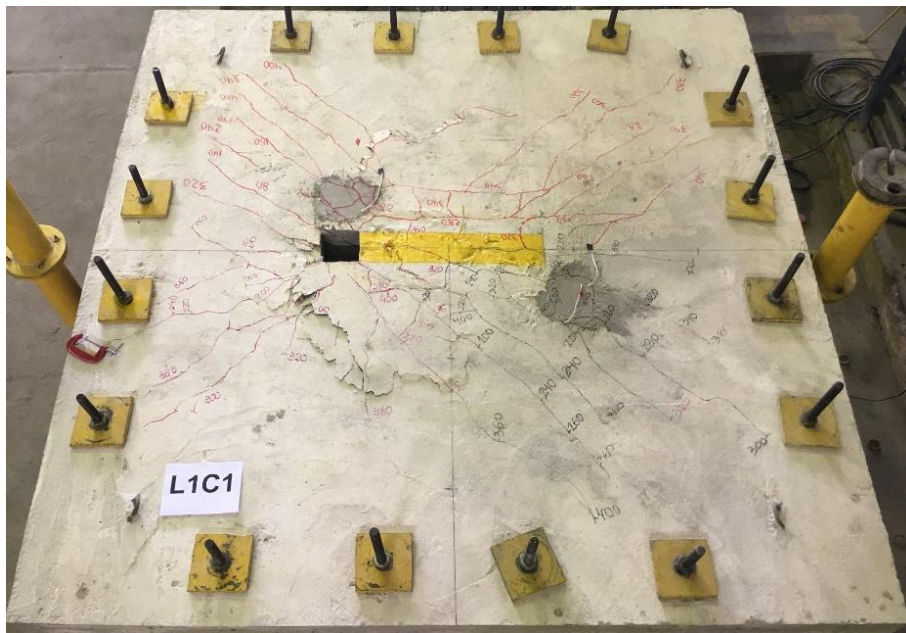


Figura 4.67 – Padrão de fissuração da laje L1C1

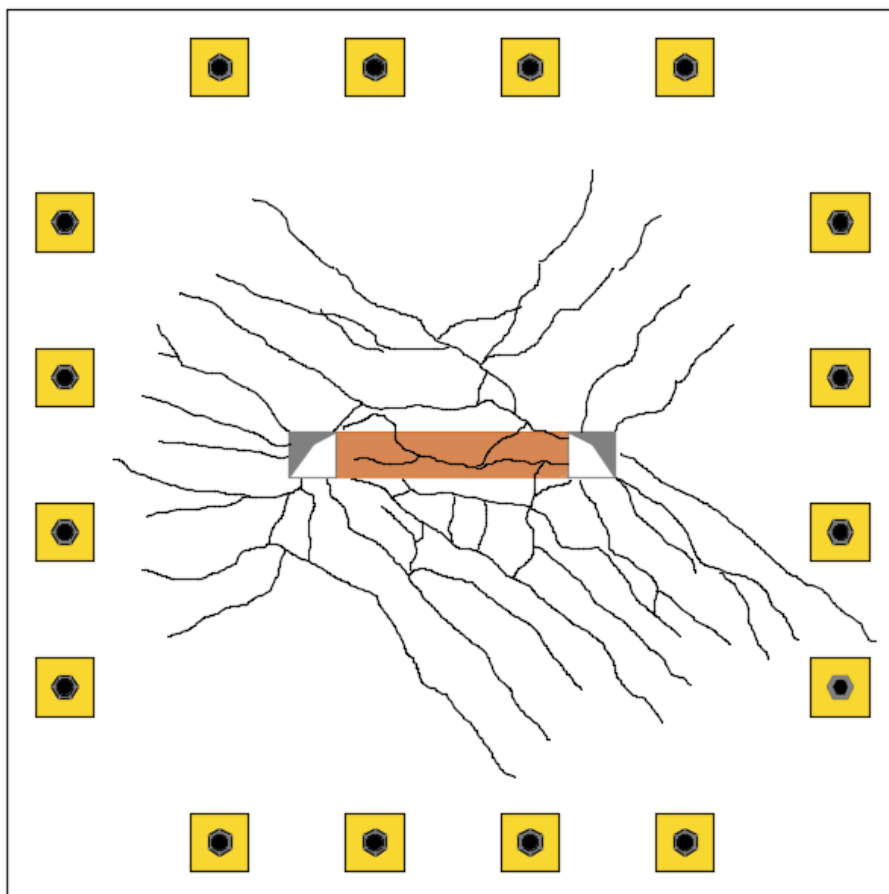
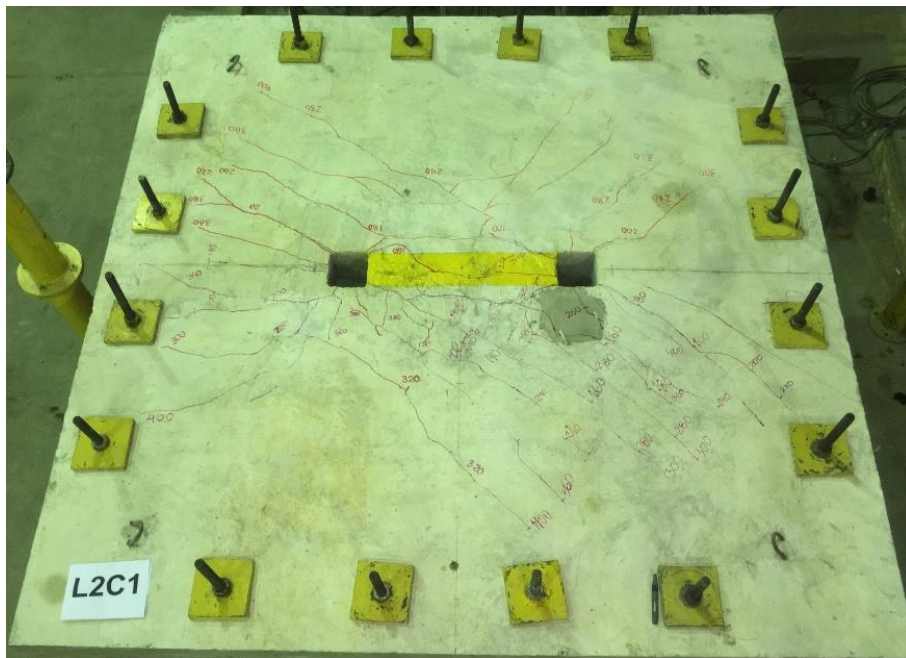


Figura 4.68 – Padrão de fissuração da laje L2C1

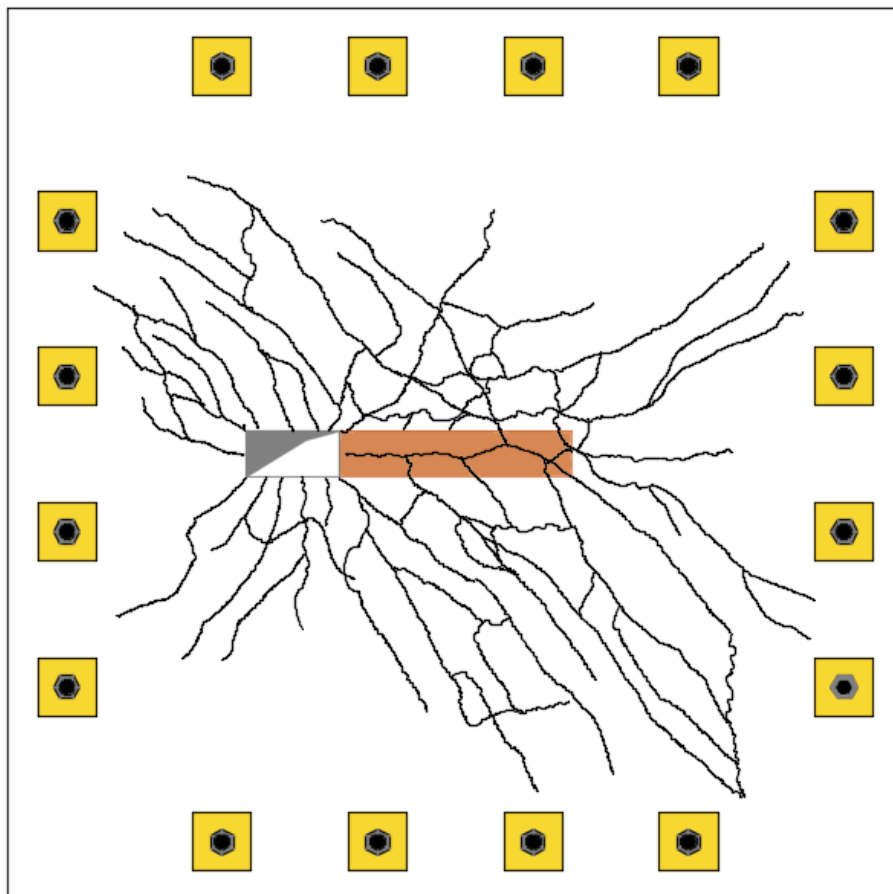


Figura 4.69 – Padrão de fissuração da laje L3C2

Figura 4.70 – Padrão de fissuração da laje L4C2

Tabela 4.6 – Síntese das relações entre as cargas de primeira fissura e cargas de ruína das lajes

Grupo	Laje	Nº de Furos	Carga (kN)		Relações $\frac{P_u}{P_1}$ (%)		
			P <sub>1</sub>	P <sub>u</sub>	Geral	Lajes com 01 Furo	Lajes com 02 Furos
A	LRA	-	120	362	33%	-	-
	L1A1	1	60	276	22%	22%	-
	L2A2	1	80	274	29%	29%	-
	L3A3	1	80	310	26%	26%	-
	L4A4	1	80	270	30%	30%	-
B	LRB	-	140	453	31%	-	-
	L1B1	1	100	427	23%	23%	-
	L2B1	2	80	365	22%	-	22%
	L3B2	1	80	422	19%	19%	-
	L4B2	2	60	427	14%	-	14%
C	LRC	-	120	532	23%	-	-
	L1C1	1	80	528	15%	15%	-
	L2C1	2	80	534	15%	-	15%
	L3C2	1	80	422	19%	19%	-
	L4C2	2	100	480	21%	-	21%
<b>Resultados</b>					<b>23%</b>	<b>23%</b>	<b>18%</b>

#### 4.5 SUPERFÍCIE DE RUPTURA

Após as lajes ensaiadas, tomou-se a decisão de seccioná-las na direção furo-pilar, ou seja, BS-BI, com a finalidade de verificar a superfície de ruptura, medindo a inclinação da fissura responsável por formar o cone de punção (fissura crítica). A escolha da direção foi feita baseando-se na concentração da fissuração nesta direção e a influência do furo na inclinação do cone de punção. Para isso, utilizou-se uma serra de corte com disco diamantado da empresa DHL Equipamentos.

Inicialmente o processo de corte foi dividido em duas etapas, a demarcação da linha de seccionamento da laje na superfície superior com o auxílio de um lápis de carpinteiro, seguida do corte total da laje com a serra em uma única vez. Entretanto, esse processo não se mostrou eficiente, pois era necessária a aplicação de muita força no equipamento e o desgaste do disco acontecia de forma acelerada. Após algumas tentativas para otimizar o processo, decidiu-se realizar o seccionamento da laje da seguinte forma: demarcação da superfície de corte com lápis de carpinteiro, abertura de um sulco com a serra com aproximadamente 10 mm, aprofundamento do corte até 75 mm e por final, o seccionamento completo da laje. Com isso, percebeu-se melhora considerável no processo. A Figura 4.71 mostra o plano de corte

genérico das lajes, a Figura 4.72 mostra o processo de corte das lajes e as Figuras de 4.73 a 4.87 mostram as superfícies de ruptura das lajes.

Figura 4.71 – Plano de corte genérico das lajes

Figura 4.72 – Processo de corte das lajes



Figura 4.73 – Superfície de ruptura da laje LRA

Figura 4.74 – Superfície de ruptura da laje L1A1

Figura 4.75 – Superfície de ruptura da laje L2A2

Figura 4.76 – Superfície de ruptura da laje L3A3

Figura 4.77 – Superfície de ruptura da laje L4A4

Figura 4.78 – Superfície de ruptura da laje LRB

Figura 4.79 – Superfície de ruptura da laje L1B1

Figura 4.80 – Superfície de ruptura da laje L2B1

Figura 4.81 – Superfície de ruptura da laje L3B2

Figura 4.82 – Superfície de ruptura da laje L4B2

Figura 4.83 – Superfície de ruptura da laje LRC

Figura 4.84 – Superfície de ruptura da laje L1C1

Figura 4.85 – Superfície de ruptura da laje L2C1

Figura 4.86 – Superfície de ruptura da laje L3C2

Figura 4.87 – Superfície de ruptura da laje L4C2

Com o processo de corte finalizado, se pode observar a inclinação das fissuras críticas das lajes na direção investigada. Na maioria das lajes ficou evidente a ruína por puncionamento na região do maciço, as exceções foram nas lajes L2C1 e L4C2 que apresentaram modo de ruína por cisalhamento da nervura, ou seja, a superfície de ruptura manteve-se fora do maciço. Essa particularidade chamou atenção porque todas as nervuras da região compreendida entre o pilar e a borda superior ligadas ao maciço, sofreram este fenômeno, isto é, não se notou o aparecimento de fissuras nas demais nervuras. As lajes do grupo A apresentaram inclinação entre os ângulos das fissuras críticas entre 25 ° e 42 ° com média de 32 ° por outro lado, nas lajes do grupo B, a variação das inclinações das fissuras críticas mantiveram-se entre 21 ° e 44 ° com média de 34 ° Tanto as lajes do grupo A quanto do grupo B, tiveram suas superfícies de ruptura na região do maciço, por outro lado, as lajes do grupo C mostraram superfícies de ruptura na região do maciço (LRC, L1C1 e L3C2) e nas nervuras (L2C1 e L4C2). Dito isso, a inclinação das superfícies de ruptura das lajes do grupo C que romperam nas regiões do maciço ficaram entre 27 ° e 55 ° enquanto as lajes que romperam nas nervuras apresentaram 19 ° e 18 ° para as inclinações das superfícies de ruptura das lajes L2C1 e L4C2, respectivamente, por fim, a média geral dos ângulos das superfícies de ruptura das lajes do grupo C foi de 41 ° A Tabela 4.7 apresenta a síntese das inclinações das fissuras críticas.

Um fator a ser ressaltado é que a média dos ângulos das fissuras críticas dos grupos das lajes B e C, aumentaram em 6% e 28%, quando comparados aos das lajes do grupo A. Este fato pode ser explicado pelo aumento do índice de retangularidade do pilar na direção analisada, visto que não ficou evidente uma relação lógica com o alongamento ou o número de furos das lajes. A Tabela 4.8 apresenta a relação entre a média dos ângulos das superfícies de ruptura das lajes com o índice de retangularidade dos pilares e a Figura 4.88 mostra a tendência de acréscimo da inclinação do ângulo da superfície de ruptura com o acréscimo do índice de retangularidade do pilar nos grupos das lajes.

Tabela 4.7 – Síntese das inclinações das fissuras críticas

Grupo	Laje	Nº de Furos	Ângulo da Fissura ( $\varphi$ )			Superfície de Ruptura
			P-BS	P-BI	Média	
A	LRA	-	35	25	30	Maciço
	L1A1	1	42	33	38	Maciço
	L2A2	1	30	33	32	Maciço
	L3A3	1	36	29	33	Maciço
	L4A4	1	29	31	30	Maciço
	<b>Média</b>					<b>32</b>
B	LRB	-	32	30	31	Maciço
	L1B1	1	39	21	30	Maciço
	L2B1	2	40	37	39	Maciço
	L3B2	1	40	25	33	Maciço
	L4B2	2	44	31	38	Maciço
	<b>Média</b>					<b>34</b>
C	LRC	-	36	27	32	Maciço
	L1C1	1	55	48	52	Maciço
	L2C1	2	19	-	19	Nervura
	L3C2	1	47	30	39	Maciço
	L4C2	2	18	-	18	Nervura
	<b>Média</b>					<b>41</b>

P-BS – Fissura crítica na direção pilar-borda superior

P-BI – Fissura crítica na direção pilar-borda inferior

Tabela 4.8 – Relação entre a média dos ângulos das superfícies de ruptura das lajes com o índice de retangularidade dos pilares

Grupo	Pilar			Média do ângulo da fissura ( $\varphi$ )	Acréscimo do ângulo em relação ao grupo A (%)
	$C_{m\acute{a}x}$ (mm)	$C_{m\acute{i}n}$ (mm)	$\frac{\%}{\text{A}} \frac{\text{z\grave{e}}}{\text{A\grave{a}}}$		
A	120	120	1	32	0
B	360		3	34	6
C	600		5	41	28

Figura 4.88 – Tendência de acréscimo da inclinação do ângulo da superfície de ruptura com o acréscimo do índice de retangularidade do pilar nos grupos das lajes

#### 4.6 MODO DE RUPTURA DAS LAJES

De acordo com a literatura, lajes lisas nervuradas sem armadura de cisalhamento podem ter seus modos de ruína classificados como flexão, puncionamento, flexo-puncionamento e cisalhamento na nervura. Cada modo possui características distintas de ocorrência, sendo que algumas apresentam comportamento mais dúctil que outras. A ruína por flexão ocorre quando há o escoamento das armaduras de flexão, com elevadas deformações nas barras e/ou esmagamento do concreto na região comprimida, nesse contexto, também são registrados elevados níveis de fissuração e deslocamentos verticais da peça; estas características tornam a ruptura dúctil. Por outro lado, na maioria das vezes o puncionamento é observado quando a laje não mostra elevados níveis de fissuração e deslocamentos, tornando sua ruína brusca e sem um aviso prévio, diferentemente da ruína por flexão, que pouco antes do colapso tem seus deslocamentos mais evidentes com pouca carga absorvida. O flexo-puncionamento é um modo de ruína intermediário aos de flexão e puncionamento, ou seja, a laje se apresenta bastante fissurada, porém o cone de puncionamento fica evidente. Por fim, o colapso por cisalhamento na nervura é caracterizado por fissuras inclinadas que se iniciam no limite da região maciça pela face inferior da laje e seguem inclinadas até os apoios, nessa fase, a laje pode ou não apresentar fissuras de flexão, sendo que as fissuras nas nervuras se abrem até que suas resistências cessam e a ruína ocorra, também de forma brusca.

Diante do exposto acima, os modos de ruína das lajes foram classificados não só em acordo com os registros apresentados nos padrões de fissuração, deformações nas armaduras de flexão, deformações nas superfícies comprimidas do concreto e deslocamentos verticais, mas também com observações visuais feitas durante o procedimento dos ensaios, contudo, a Tabela 4.9 apresenta os modos de ruína observados nas lajes.



Tabela 4.9 – Modos de ruína observados nas lajes

Laje	Nº de Furos	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$U$ (%)	$V_u$ (kN)	Modo de Ruína
LRA	-	126		1,14	362	Punção
L1A1	01	125		1,15	276	Punção
L2A2	01	127	28	1,13	274	Punção
L3A3	01	127		1,13	310	Punção
L4A4	01	126		1,14	270	Punção
LRB	-	128		1,13	453	Punção
L1B1	01	126		1,14	427	Punção
L2B1	02	125	31	1,15	365	Punção
L3B2	01	125		1,15	422	Punção
L4B2	02	127		1,13	427	Punção
LRC	-	128		1,13	532	Punção
L1C1	01	131		1,10	528	Punção
L2C1	02	129	28	1,12	534	Cisalhamento na Nervura
L3C2	01	130		1,11	460	Punção
L4C2	02	130		1,11	480	Cisalhamento na Nervura

## **5. AVALIAÇÃO DAS FORMULAÇÕES NORMATIVAS DE ACORDO COM A CARGA ÚLTIMA OBTIDA**

Nos tópicos deste capítulo, foram calculadas as estimativas das cargas para as rupturas das lajes de acordo com as formulações das normas citadas no capítulo 2. Este objeto é importante para se obter parâmetros dos valores relacionando as cargas estimadas com as cargas reais observadas, isto embasará a análise dos resultados. Para tal, foram utilizados nos cálculos das resistências, as propriedades mecânicas dos concretos de cada grupo de laje e a tensão de escoamento das armaduras de flexão. Estas características foram apresentadas na Tabela 3.1.

As normas estudadas no presente trabalho apresentam formulações que podem ou não considerar as taxas das armaduras de flexão para o cálculo das resistências ao puncionamento, isto é, somente as características do concreto contribuem para estas referidas estimativas (considerando apenas lajes sem armadura de puncionamento). Este caso em particular aplica-se à norma ACI 318, item 5.1 a seguir.

No que se refere à presença de aberturas (furos) nas lajes lisas, todas as normas por aqui estudadas apresentam em suas formulações uma redução do perímetro crítico, o que torna a resistência última ao puncionamento, inferior. O que as diferem entre si, são as características geométricas dos perímetros críticos e até que distância do pilar estas descontinuidades são desprezíveis para alterar o comportamento ao puncionamento das lajes.

### **5.1 RESISTÊNCIA AO PUNCIONAMENTO DE ACORDO COM O ACI 318**

Como visto no item 2.8.1, a norma verifica a resistência ao puncionamento à distância  $d/2$ , sendo que para lajes com furos existe uma redução em seu perímetro crítico. As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 mostram os perímetros críticos das lajes do grupo A, B e C, respectivamente e a Tabela 5.1 apresenta as estimativas das cargas ao puncionamento nas lajes pelas recomendações da norma ACI 318.

Figura 5.1 – Perímetros críticos conforme o ACI 318 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente

Figura 5.2 – Perímetros críticos conforme o ACI 318 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente

Figura 5.3 – Perímetros críticos conforme o ACI 318 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente

Tabela 5.1 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma ACI 318

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$
	$C_{máx}$	$C_{mín}$	$Df_{máx}$	$Df_{mín}$								
LRA	120	120	-	-	-	126	1,14		976	217	362	1,67
L1A1	120	120	120	120	01	125	1,15		732	161	276	1,71
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13	28	744	167	274	1,64
L3A3	120	120	360	120	01	127	1,13		744	167	310	1,86
L4A4	120	120	480	120	01	126	1,14		732	163	270	1,66
LRB	360	120	-	-	-	128	1,13		1470	291	453	1,56
L1B1	360	120	120	120	01	126	1,14		1296	253	427	1,69
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15	31	1136	220	365	1,66
L3B2	360	120	240	120	01	125	1,15		1296	251	422	1,68
L4B2	360	120	240	120	02	127	1,13		1146	225	427	1,90
LRC	600	120	-	-	-	128	1,13		1952	308	532	1,72
L1C1	600	120	120	120	01	131	1,10		1822	295	528	1,79
L2C1*	600	120	120	120	02	129	1,12	28	1668	266	534	2,01
L3C2	600	120	240	120	01	130	1,11		1814	291	460	1,58
L4C2*	600	120	240	120	02	130	1,11		1668	268	480	1,79

(\*) Lajes que romperam por cisalhamento na nervura

Para o ACI 318 a integridade da diagonal tracionada para lajes sem armadura de cisalhamento é garantida basicamente pela resistência à compressão do concreto, isto fica evidenciado ao serem comparadas lajes com o mesmo perímetro crítico. Outra informação relevante é que apenas uma das dimensões do furo é considerada para se calcular o perímetro crítico reduzido,  $b_0$  Reduzido. Tratando-se do índice de retangularidade do pilar ( $C_{máx} / C_{mín}$ ), a norma também não faz qualquer ponderação.

Em todos os casos, observou-se conservadorismo nas cargas estimadas para punção em relação às cargas obtidas nos ensaios, o que se apresenta evidente na relação  $V_u/V_{ACI}$ . A maior diferença aconteceu na laje L4B2 com uma carga estimada em 90% da carga observada. Neste tocante não foram consideradas as cargas das lajes L2C1 e L4C2, pois apresentaram cisalhamento na nervura como seus modos de ruína.

## 5.2 ESTIMATIVA AO PUNÇIONAMENTO DE ACORDO COM O MC

Assim como o ACI 318, o MC verifica a resistência das lajes ao punçionamento à distância  $0,5d$  da face do pilar para lajes sem armadura de cisalhamento. As Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 mostram os perímetros críticos para lajes sem armadura de cisalhamento para os grupos A, B e C, respectivamente, em acordo com o MC.

Figura 5.4 – Perímetros críticos conforme o MC das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente

Figura 5.5 – Perímetros críticos conforme o MC das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente

Figura 5.6 – Perímetros críticos conforme o MC das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente

Uma das diferenças entre o ACI-318 e MC está na consideração das dimensões da área carregada referente ao perímetro crítico, isto é, quando alguma aresta desta área carregada ultrapassa o valor de três vezes a altura útil ( $3d_v$ ), deve-se considerar uma redução do perímetro de controle. Esta redução fica limitada ao valor de  $1,5d_v$ . A finalidade da redução é a melhor distribuição das tensões provenientes de áreas carregadas alongadas, com isso espera-se não superestimar a resistência ao puncionamento em lajes com estas características. A Tabela 5.2 apresenta a relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma MC ao puncionamento. O MC leva em conta a relação  $\frac{1}{\phi} \frac{z\bar{a}}{\phi \bar{O} \bar{U}}$  do pilar, como citado anteriormente, o que fica evidenciado nas lajes do grupo C.

Tabela 5.2 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma MC

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$b_o$ (mm)	$V_{MC}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MC}}$
	$C_{m\acute{a}x}$	$C_{m\acute{i}n}$	$Df_{m\acute{a}x}$	$Df_{m\acute{i}n}$								
LRA	120	120	-	-	-	126	1,14		868	276	362	1,31
L1A1	120	120	120	120	01	125	1,15		652	206	276	1,34
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13	28	660	212	274	1,29
L3A3	120	120	360	120	01	127	1,13		660	212	310	1,46
L4A4	120	120	480	120	01	126	1,14		652	207	270	1,30

Tabela 5.2 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma MC (cont.)

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$V_{MC}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MC}}$
	$C_{máx}$	$C_{mín}$	$Df_{máx}$	$Df_{mín}$								
LRB	360	120	-	-	-	128	1,13		1.360	462	453	0,98
L1B1	360	120	120	120	01	126	1,14		1.188	398	427	1,07
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15	31	1.028	341	365	1,07
L3B2	360	120	240	120	01	125	1,15		1.188	394	422	1,07
L4B2	360	120	240	120	02	127	1,13		1.040	351	427	1,22
LRC	600	120	-	-	-	128	1,13		780	252	532	2,11
L1C1	600	120	120	120	01	131	1,10		662	219	528	2,41
L2C1*	600	120	120	120	02	129	1,12	28	508	165	534	3,23
L3C2	600	120	240	120	01	130	1,11		654	215	460	2,14
L4C2*	600	120	240	120	02	130	1,11		508	167	480	2,88

(\*) Lajes que romperam por cisalhamento na nervura

As lajes do Grupo B obtiveram as estimativas mais próximas das observadas, quando comparamos os resultados das estimativas das lajes dos outros dois grupos, apresentando média dos resultados na relação  $V_u/V_{MC}$  de 1,07. Isto configura que a redução do perímetro crítico sugerida pela norma funcionou melhor para as lajes com relação entre as dimensões dos pilares,  $C_{máx}/C_{mín} = 3$ . Tanto as estimativas para as lajes do grupo A quanto do grupo C subestimaram as resistências últimas observadas, sendo que as lajes do grupo C obtiveram as maiores discrepância na relação  $V_u/V_{MC}$ , ou seja, a redução no perímetro crítico não se mostrou eficaz quando a relação  $C_{máx}/C_{mín}$  for igual a 5.

### 5.3 ESTIMATIVA AO PUNCIONAMENTO DE ACORDO COM O EC2

Para se estimar a resistência das lajes lisas sem armadura de cisalhamento ao puncionamento, a norma EC2 sugere que a verificação da peça referente a esse esforço seja feita a uma distância  $2d$  da face da área carregada, ou seja, o perímetro crítico ( $Q_s = 2d$ ). O que chama atenção para as recomendações da referida norma é que, de forma geométrica, as dimensões dos furos são consideradas, isto é, quando a dimensão maior do furo estiver na direção horizontal com o pilar, uma relação entre as dimensões do furo deve ser considerada para se obter o perímetro crítico reduzido. Vale lembrar que essa redução do perímetro crítico só é considerada pela norma quando a distância entre a face da área carregada e a face do furo inferior a  $6d$ , isso quer dizer que para o EC2, concentrações das tensões de cisalhamento

somente são relevantes quando a descontinuidade estiver compreendida dentro deste intervalo. As Figuras 5.7, 5.8 e 5.9 mostram o perímetro crítico para lajes sem armadura de cisalhamento para os grupos A, B e C, respectivamente, em acordo com o EC2.

Figura 5.7 – Perímetros críticos conforme o EC2 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente



Figura 5.8 – Perímetros críticos conforme o EC2 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente

Figura 5.9 – Perímetros críticos conforme o EC2 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente

Nota-se que para as lajes que possuem uma relação  $Df_{m\acute{a}x} / Df_{m\acute{i}n} > 1,0$ , a norma faz uma correção do perímetro crítico calculado pela raiz do produto entre os lados ( $\sqrt{C_{m\acute{a}x} \cdot C_{m\acute{i}n}}$ ). Isto significa que o limitante do perímetro crítico não está apenas no vértice do furo, como fazem as normas supracitadas. Dito isso, a Tabela 5.3 apresenta os resultados das cargas últimas e as estimadas pelo EC2.

Tabela 5.3 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma EC2

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$u_l$ (mm)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
	$C_{m\acute{a}x}$	$C_{m\acute{i}n}$	$Df_{m\acute{a}x}$	$Df_{m\acute{i}n}$								
LRA	120	120	-	-	-	126	1,14	28	2064	416	362	0,87
L1A1	120	120	120	120	01	125	1,15		1538	308	276	0,90
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13		1442	292	274	0,94
L3A3	120	120	360	120	01	127	1,13		1380	279	310	1,11
L4A4	120	120	480	120	01	126	1,14		1334	269	270	1,00
LRB	360	120	-	-	-	128	1,13	31	2568	542	453	0,84
L1B1	360	120	120	120	01	126	1,14		2460	513	427	0,83
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15		1968	408	365	0,89
L3B2	360	120	240	120	01	125	1,15		2146	445	422	0,95
L4B2	360	120	240	120	02	127	1,13		1780	373	427	1,15

Tabela 5.3 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma EC2 (cont.)

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$u_1$ (mm)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
	$C_{máx}$	$C_{mín}$	$Df_{máx}$	$Df_{mín}$								
LRC	600	120	-	-	-	128	1,13		3048	622	532	0,86
L1C1	600	120	120	120	01	131	1,10		2864	593	528	0,89
L2C1*	600	120	120	120	02	129	1,12	28	2616	536	534	1,00
L3C2	600	120	240	120	01	130	1,11		2760	569	460	0,81
L4C2*	600	120	240	120	02	130	1,11		2448	504	480	0,95

(\*) Lajes que romperam por cisalhamento na nervura

Os resultados obtidos nos ensaios quando confrontados com as estimativas da norma Eurocode 2, se mostraram próximos, porém com uma pequena tendência à superestimativa da norma. Embora essa tendência tenha sido considerada sutil para o autor, é importante frisar o fato. De um modo geral, as relações  $V_u/V_{EC2}$  mantiveram-se entre 0,83 e 1,15, com média de 0,93.

#### 5.4 ESTIMATIVA AO PUNCIÓNAMENTO DE ACORDO COM A NBR 6118

Analogamente ao EC2, a norma NBR 6118 sugere que o perímetro crítico seja verificado à distância  $2d$  da face da área carregada para lajes sem armadura de cisalhamento, a diferença está na redução do perímetro crítico quando há descontinuidade dentro de uma distância até  $8d$  da face carregada. Essa redução não considera as relações tanto entre as dimensões do furo quanto da área carregada. As Figuras 5.10, 5.11 e 5.12 mostram o perímetro crítico para lajes sem armadura de cisalhamento para os grupos A, B e C, respectivamente, em acordo com a NBR 6118. A Tabela 5.4 apresenta a relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma NBR 6118.

Figura 5.10 – Perímetros críticos conforme a NBR 6118 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente

Figura 5.11 – Perímetros críticos conforme a NBR 6118 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente

Figura 5.12 – Perímetros críticos conforme a NBR 6118 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente

Tabela 5.4 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma NBR 6118

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\& \uparrow$ (mm)	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
	$C_{máx}$	$C_{mín}$	$Df_{máx}$	$Df_{mín}$								
LRA	120	120	-	-	-	126	1,14		2064	339	362	1,07
L1A1	120	120	120	120	01	125	1,15		1538	252	276	1,09
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13	28	1556	257	274	1,07
L3A3	120	120	360	120	01	127	1,13		1556	257	310	1,21
L4A4	120	120	480	120	01	126	1,14		1548	254	270	1,06
LRB	360	120	-	-	-	128	1,13		2568	440	453	1,03
L1B1	360	120	120	120	01	126	1,14		2460	418	427	1,02
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15	31	1968	334	365	1,09
L3B2	360	120	240	120	01	125	1,15		2250	382	422	1,11
L4B2	360	120	240	120	02	127	1,13		1988	339	427	1,26
LRC	600	120	-	-	-	128	1,13		3048	505	532	1,05
L1C1	600	120	120	120	01	131	1,10		2864	479	528	1,10
L2C1*	600	120	120	120	02	129	1,12	28	2616	435	534	1,23
L3C2	600	120	240	120	01	130	1,11		2850	475	460	0,97
L4C2*	600	120	240	120	02	130	1,11		2628	438	480	1,10

(\*) Lajes que romperam por cisalhamento na nervura

O desempenho da NBR 6118 foi satisfatório em relação às estimativas das cargas para ruptura por punção em todos os grupos das lajes, pois, em todos os casos a relação  $V_u/V_{NBR}$  mantiveram-se próximas de 1, ou seja, a formulação e a consideração do perímetro crítico para as configurações das lajes estudadas, refletiram de forma positiva no comportamento das peças, assim como no caso da norma Eurocode 2 supracitada, pois, apresentou resultados das cargas estimadas próximas das observadas. Essa semelhança era de se esperar porque as formulações mostradas no capítulo 2 do presente trabalho, para as referidas normas são semelhantes.

## 5.5 ESTIMATIVA AO PUNÇONAMENTO DE ACORDO COM A DIN 1045

Dentre as normas estudadas no presente trabalho, a DIN 1045 é a única que relaciona tanto o índice de retangularidade dos pilares ( $C_{máx} / C_{mín} \geq 2,0$ ) quanto a relação entre os lados do furo ( $Df_{máx} / Df_{mín}$ ), ainda que de forma geométrica. A norma por sua vez, admite que o perímetro crítico a ser verificado deve estar posicionado a  $1,5d$  distante da face carregada. As Figuras 5.13, 5.14 e 5.15 mostram o perímetro crítico para lajes sem armadura de

cisalhamento para os grupos A, B e C, respectivamente, em acordo com a DIN 1045 e a Tabela 5.5 apresenta a relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma DIN 1045.

Figura 5.13 – Perímetros críticos conforme a DIN 1045 das lajes do grupo A para a LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente



Figura 5.14 – Perímetros críticos conforme a DIN 1045 das lajes do grupo B para a LRB, L1B1, L2B1, L3B2, L4B2, respectivamente

Figura 5.15 – Perímetros críticos conforme a DIN 1045 das lajes do grupo C para a LRC, L1C1, L2C1, L3C2, L4C2, respectivamente

Tabela 5.5 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas pela norma DIN 1045

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$u_{crit}$ (mm)	$V_{DIN}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{DIN}}$
	$C_{máx}$	$C_{mín}$	$Df_{máx}$	$Df_{mín}$								
LRA	120	120	-	-	-	126	1,14		1668	303	362	1,19
L1A1	120	120	120	120	01	125	1,15		1246	225	276	1,23
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13	28	1166	213	274	1,29
L3A3	120	120	360	120	01	127	1,13		1116	204	310	1,52
L4A4	120	120	480	120	01	126	1,14		1076	195	270	1,38
LRB	360	120	-	-	-	128	1,13		1928	367	453	1,23
L1B1	360	120	120	120	01	126	1,14		1666	313	427	1,36
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15	31	1420	265	365	1,37
L3B2	360	120	240	120	01	125	1,15		1570	294	422	1,44
L4B2	360	120	240	120	02	127	1,13		1252	236	427	1,81
LRC	600	120	-	-	-	128	1,13		1928	355	532	1,50
L1C1	600	120	120	120	01	131	1,10		1760	328	528	1,61
L2C1*	600	120	120	120	02	129	1,12	28	1544	285	534	1,87
L3C2	600	120	240	120	01	130	1,11		1668	310	460	1,48
L4C2*	600	120	240	120	02	130	1,11		1392	259	480	1,86

(\*) Lajes que romperam por cisalhamento na nervura

Por fim, a foram calculadas as estimativas das cargas de ruptura por puncionamento pela norma alemã DIN 1045. Diante da tabela 5.5 pode-se observar estimativas conservadoras em relação às cargas obtidas nos ensaios, dando ênfase aos acréscimos nos resultados das relações  $V_u/V_{DIN}$  aumentando diretamente com o acréscimo da relação  $C_{máx} / C_{mín}$  (este fato é mais nítido quando são comparadas as lajes de referência de cada grupo de laje). O alongamento do furo também corroborou para as estimativas mais conservadoras, porém em menor escala, esta afirmação pode ser observada quando são comparadas as lajes L1A1, L2A2, L3A3, L1B1, L3B2 e L1C1, que mantém um aumento na relação  $V_u/V_{DIN}$ , com o aumento da relação  $Df_{máx} / Df_{mín}$ , apesar de as lajes L4A4 e L3C2 terem mostrado comportamento antagônico à afirmação supracitada.

## 5.6 ESTIMATIVA PARA AS RUPTURAS POR FLEXÃO

Neste tópico são calculadas as estimativas das resistências das lajes para rupturas por flexão, para se estimar tais resistências, para isso foi utilizada a teoria das linhas de ruptura ou charneiras plásticas. Como o foco do trabalho é estudar a resistência ao puncionamento das lajes, as armaduras de flexão foram calculadas de forma que o modo de ruptura esperado seja

o puncionamento. Como os grupos das lajes possuem índice de retangularidade dos pilares diferentes, cada grupo obteve suas respectivas cargas esperadas para a ruptura por flexão. A Tabela 5.6 apresenta os resultados estimados para resistência última à flexão e a Figura 5.16 mostra a configuração das linhas de ruptura para cada grupo de lajes.

Tabela 5.6 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas por flexão

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$P_{flex}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{P_{flex}}$
	$C_{máx}$	$C_{mín}$	$Df_{máx}$	$Df_{mín}$							
LRA	120	120	-	-	-	126	1,14		658	362	0,55
L1A1	120	120	120	120	01	125	1,15		652	276	0,42
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13	28	663	274	0,41
L3A3	120	120	360	120	01	127	1,13		663	310	0,47
L4A4	120	120	480	120	01	126	1,14		658	270	0,41
LRB	360	120	-	-	-	128	1,13		735	453	0,62
L1B1	360	120	120	120	01	126	1,14		718	427	0,59
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15	31	712	365	0,51
L3B2	360	120	240	120	01	125	1,15		712	422	0,59
L4B2	360	120	240	120	02	127	1,13		724	427	0,59
LRC	600	120	-	-	-	128	1,13		794	532	0,67
L1C1	600	120	120	120	01	131	1,10		812	528	0,65
L2C1	600	120	120	120	02	129	1,12	28	800	534	0,67
L3C2	600	120	240	120	01	130	1,11		806	460	0,57
L4C2	600	120	240	120	02	130	1,11		806	480	0,60

Figura 5.16 – Configurações das linhas de ruptura para as lajes dos grupos A, B e C, respectivamente

Como pode ser observado na Tabela 5.6, há um discreto acréscimo de resistência na ordem de 7% entre os grupos à medida que a relação entre os lados dos pilares aumenta, apesar de as dimensões dos pilares serem consideravelmente diferentes, Figura 5.16. Embora visivelmente

diferente as configurações dos pilares, o método mostrou-se eficaz para se estimar a resistência última de lajes lisas, considerando ensaios de outros autores.

## 5.7 ESTIMATIVAS DAS RESISTÊNCIAS AO CISALHAMENTO DAS NERVURAS

Embora o foco do trabalho não seja análise das nervuras, foram feitas estimativas ao cisalhamento das nervuras conforme as recomendações da norma NBR 6118 (item 2.8.6 do presente trabalho). A Tabela 5.7 apresenta a relação entre as cargas últimas e as estimadas para ruptura por cisalhamento nas nervuras segundo a NBR 6118. Como foi citado no capítulo 2, as resistências das nervuras foram calculadas considerando-as como laje. Neste tocante, é importante informar que: sabendo que a seção da nervura tem forma de trapézio, optou-se pela conversão da seção para retangular, para isso, foi utilizada a teoria dos eixos paralelos ou teoria de Steiner. Esta decisão foi tomada para equiparar os momentos de inércia das duas seções na mudança da figura geométrica, mantendo assim suas propriedades rotacionais iniciais.

Tabela 5.7 – Relação entre as cargas últimas e as estimadas para ruptura por cisalhamento nas nervuras, segundo a NBR 6118

Laje	Dimensão do Pilar (mm)		Dimensão do Furo (mm)		Nº de Furos	$d$ (mm)	$U$ (%)	$f_c$ (MPa)	$V_S$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_S}$
	$C_{máx}$	$C_{mín}$	$Df_{máx}$	$Df_{mín}$							
LRA	120	120	-	-	-	126	1,14	28	408	362	0,89
L1A1	120	120	120	120	01	125	1,15		406	276	0,68
L2A2	120	120	240	120	01	127	1,13		410	274	0,67
L3A3	120	120	360	120	01	127	1,13		410	310	0,76
L4A4	120	120	480	120	01	126	1,14		408	270	0,66
LRB	360	120	-	-	-	128	1,13	31	441	453	1,03
L1B1	360	120	120	120	01	126	1,14		436	427	0,98
L2B1	360	120	120	120	02	125	1,15		434	365	0,84
L3B2	360	120	240	120	01	125	1,15		434	422	0,97
L4B2	360	120	240	120	02	127	1,13		439	427	0,97
LRC	600	120	-	-	-	128	1,13	28	412	532	1,29
L1C1	600	120	120	120	01	131	1,10		418	528	1,26
L2C1*	600	120	120	120	02	129	1,12		414	534	1,29
L3C2	600	120	240	120	01	130	1,11		416	460	1,11
L4C2*	600	120	240	120	02	130	1,11		416	480	1,15

(\*) Lajes que romperam por cisalhamento na nervura;

$b_w$  para o cálculo da carga para cisalhamento das nervuras é igual a 76 mm (por nervura);

Esta tabela apresenta valores para a resistência das nervuras calculadas como laje, conforme recomendação da norma.

De acordo com os resultados apresentados na tabela 5.7, é possível afirmar que para as lajes do grupo A as estimativas da norma NBR 6118 são consideravelmente conservadoras, em média 27% menores que as cargas de ruína das lajes. Para as lajes do grupo B, os cálculos da norma ao cisalhamento das nervuras sugerem que as lajes teriam ruína eminente por esse modo, embora em nenhum dos casos, lajes do grupo A e do grupo B, não tenham apresentado qualquer padrão de fissuração nas nervuras.

O ocorrido nas lajes LRC, L1C1 e L3C2 do grupo C, difere das outras, onde as estimativas se mostraram superiores em todos os casos, isto indica uma possível situação contra a segurança mesmo que esses elementos tenham ruído por puncionamento, o que não ocorreu nas lajes L2C1 e L4C2, onde, de fato, as lajes ruíram por cisalhamento nas nervuras e de forma brusca, ou seja, com baixo padrão de fissuração naquela região (comportamento típico de ruína pela concentração de esforço cortante). A diferença entre os carregamentos estimados e de ruína foram de 29% e 15% superiores para as lajes L2C1 e L4C2, respectivamente.

## 6. CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO PARA O ESTUDO DO PUNÇIONAMENTO EM LAJES LISAS NERVURADAS SEM ARMADURAS DE CISALHAMENTO COM FUROS ADJACENTES AO PILAR

Baseado no que revelou o capítulo 5, nos itens que tratam de estimativas para ruptura por punçionamento, as normas ACI 318, MC e DIN 1045 subestimaram, em média, as resistências das lajes do presente trabalho no modo de ruptura supracitado, tendo como destaque a norma ACI 318. Dito isso, neste capítulo é sugerida uma nova abordagem do problema, que por sua vez, considera-se um novo coeficiente ( $H_i$ ), onde  $i$  é referente à norma utilizada, servindo para aproximar resultados das estimativas das normas em relação às cargas de ruínas observadas, reduzindo, portanto, o coeficiente de variação nos resultados.

O estudo está baseado dentro de um universo com 74 lajes colhidas dentre artigos e teses da literatura. Para isso, dois grupos foram separados aleatoriamente com a finalidade de se obter uma visão geral do grau de variabilidade entre as cargas estimadas pela norma e as observadas durante os ensaios. No primeiro grupo, composto por 34 lajes, estão relacionadas as peças que deram referências para subsidiar a elaboração da formulação presente nas contribuições normativas, visto a necessidade de isentar tais considerações de melhoria, não comprometendo assim o desempenho da formulação. No segundo grupo, composto por 40 lajes, estão relacionadas as peças que seguem as novas recomendações, garantindo a validação da contribuição do presente trabalho.

O processo para as elaborações das formulações que tendessem a melhorar o desempenho das normas, foi exaustivo e demorado, tendo como sua metodologia utilizada, a de correlacionar variáveis disponíveis em trabalhos da literatura, tais como:  $d$ ,  $C_{máx}$ ,  $C_{mín}$ ,  $f_c$ ,  $UDf_{máx}$ ,  $Df_{mín}$ ,  $f_c$ , entre outros. As Tabelas 6.1 a 6.5 apresentam os bancos de dados de testes com as respectivas estimativas de resistências ao punçionamento das normas ACI 318, MC, EC2, NBR 6118 e DIN 1045, que serviram para as elaborações das novas formulações.

Tabela 6.1 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma ACI 318, para a elaboração da formulação

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$
Teng (2004)	OC11	105	36	257	423	1,65
	OC11H30	108	34	193	349	1,81
	OC11V23	109	34	213	373	1,75
	OC11V20	105	39	166	207	1,24
	OC13	107	36	362	568	1,57
	OC13H50	110	36	329	443	1,35
	OC13V43	114	37	322	467	1,45
	OC13V23	108	37	305	484	1,59
	OC13V40	109	43	292	340	1,16
	OC13H02	112	43	289	512	1,77
	OC15	103	40	430	649	1,51
	OC15H70	108	38	406	529	1,30
	OC15V43	109	36	355	612	1,72
Souza	L1	91	36	174	274	1,57
	L2	90	36	86	205	2,37
	L3	89	36	146	275	1,88
	L4	91	36	161	300	1,87
	L5	91	32	41	140	3,39
	L6	91	32	28	101	3,66
	L7	92	32	118	225	1,90
	L8	92	32	94	210	2,24
Wayne (1997)	1-SS	116	78	500	494	0,99
	2-4F	117	96	280	443	1,58
	3-4C	116	93	273	366	1,34
	4-SS	116	101	569	492	0,86
	5-4C	116	99	282	454	1,61
	6-4F	117	94	277	431	1,56
Borges (2013)	1	154	42	614	843	1,37
	4	154	41	541	776	1,43
	5	154	41	535	792	1,48
	6	154	39	525	750	1,43
	7	144	37	417	685	1,64
	8	154	42	473	750	1,59
	9	164	41	497	850	1,71
Média						1,69
Desvio Padrão						0,55
Coeficiente de Variação						33%



Tabela 6.2 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma MC, para a elaboração da formulação

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{MC}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MC}}$
Teng (2004)	OC11	105	36	359	423	1,18
	OC11H30	108	34	268	349	1,30
	OC11V23	109	34	297	373	1,26
	OC11V20	105	39	236	207	0,88
	OC13	107	36	442	568	1,29
	OC13H50	110	36	376	443	1,18
	OC13V43	114	37	379	467	1,23
	OC13V23	108	37	377	484	1,28
	OC13V40	109	43	308	340	1,11
	OC13H02	112	43	385	512	1,33
	OC15	103	40	445	649	1,46
	OC15H70	108	38	375	529	1,41
	OC15V43	109	36	365	612	1,68
Souza	L1	91	36	252	274	1,09
	L2	90	36	125	205	1,64
	L3	89	36	209	275	1,32
	L4	91	36	231	300	1,30
	L5	91	32	65	140	2,15
	L6	91	32	44	101	2,32
	L7	92	32	165	225	1,37
	L8	92	32	132	210	1,60
Wayne (1997)	1-SS	116	78	728	494	0,68
	2-4F	117	96	377	443	1,17
	3-4C	116	93	426	366	0,86
	4-SS	116	101	828	492	0,59
	5-4C	116	99	440	454	1,03
	6-4F	117	94	371	431	1,16
Borges (2013)	1	154	42	735	843	1,15
	4	154	41	629	776	1,23
	5	154	41	622	792	1,27
	6	154	39	610	750	1,23
	7	144	37	467	685	1,47
	8	154	42	529	750	1,42
	9	164	41	557	850	1,53
Média						1,30
Desvio Padrão						0,34
Coeficiente de Variação						26%

Tabela 6.3 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma EC2, para a elaboração da formulação

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
Teng (2004)	OC11	105	36	452	423	0,94
	OC11H30	108	34	315	349	1,11
	OC11V23	109	34	353	373	1,06
	OC11V20	105	39	294	207	0,70
	OC13	107	36	622	568	0,91
	OC13H50	110	36	539	443	0,82
	OC13V43	114	37	552	467	0,85
	OC13V23	108	37	524	484	0,92
	OC13V40	109	43	526	340	0,65
	OC13H02	112	43	453	512	1,13
	OC15	103	40	796	649	0,82
	OC15H70	108	38	748	529	0,71
	OC15V43	109	36	669	612	0,91
Souza	L1	91	36	291	274	0,94
	L2	90	36	156	205	1,32
	L3	89	36	252	275	1,09
	L4	91	36	274	300	1,09
	L5	91	32	81	140	1,73
	L6	91	32	49	101	2,06
	L7	92	32	199	225	1,13
	L8	92	32	162	210	1,30
Wayne (1997)	1-SS	116	78	612	494	0,81
	2-4F	117	96	281	443	1,58
	3-4C	116	93	372	366	0,98
	4-SS	116	101	667	492	0,74
	5-4C	116	99	389	454	1,17
	6-4F	117	94	319	431	1,35
Borges (2013)	1	154	42	1.059	843	0,80
	4	154	41	913	776	0,85
	5	154	41	851	792	0,93
	6	154	39	895	750	0,84
	7	144	37	720	685	0,95
	8	154	42	692	750	1,08
	9	164	41	786	850	1,08
Média						1,04
Desvio Padrão						0,30
Coeficiente de Variação						29%

Tabela 6.4 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma NBR 6118, para a elaboração da formulação

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
Teng (2004)	OC11	105	36	389	423	1,09
	OC11H30	108	34	398	349	0,88
	OC11V23	109	34	442	373	0,84
	OC11V20	105	39	354	207	0,59
	OC13	107	36	744	568	0,76
	OC13H50	110	36	666	443	0,67
	OC13V43	114	37	649	467	0,72
	OC13V23	108	37	625	484	0,77
	OC13V40	109	43	627	340	0,54
	OC13H02	112	43	535	512	0,96
	OC15	103	40	964	649	0,67
	OC15H70	108	38	891	529	0,59
	OC15V43	109	36	797	612	0,77
Souza	L1	91	36	366	274	0,75
	L2	90	36	196	205	1,05
	L3	89	36	319	275	0,86
	L4	91	36	344	300	0,87
	L5	91	32	102	140	1,38
	L6	91	32	62	101	1,64
	L7	92	32	249	225	0,90
	L8	92	32	202	210	1,04
Wayne (1997)	1-SS	116	78	716	494	0,69
	2-4F	117	96	328	443	1,35
	3-4C	116	93	435	366	0,84
	4-SS	116	101	780	492	0,63
	5-4C	116	99	455	454	1,00
	6-4F	117	94	373	431	1,16
Borges (2013)	1	154	42	586	843	1,44
	4	154	41	1.014	776	0,77
	5	154	41	945	792	0,84
	6	154	39	994	750	0,75
	7	144	37	844	685	0,81
	8	154	42	796	750	0,94
	9	164	41	889	850	0,96
Média						0,90
Desvio Padrão						0,25
Coeficiente de Variação						28%

Tabela 6.5 – Banco de dados de testes com as recomendações da norma DIN 1045, para a elaboração da formulação

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{DIN}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{DIN}}$
Teng (2004)	OC11	105	36	345	423	1,23
	OC11H30	108	34	239	349	1,46
	OC11V23	109	34	269	373	1,39
	OC11V20	105	39	224	207	0,92
	OC13	107	36	421	568	1,35
	OC13H50	110	36	348	443	1,27
	OC13V43	114	37	360	467	1,30
	OC13V23	108	37	350	484	1,38
	OC13V40	109	43	336	340	1,01
	OC13H02	112	43	322	512	1,59
	OC15	103	40	423	649	1,53
	OC15H70	108	38	358	529	1,48
	OC15V43	109	36	344	612	1,78
Souza	L1	91	36	219	274	1,25
	L2	90	36	117	205	1,75
	L3	89	36	190	275	1,45
	L4	91	36	207	300	1,45
	L5	91	32	58	140	2,40
	L6	91	32	37	101	2,77
	L7	92	32	150	225	1,50
	L8	92	32	122	210	1,72
Wayne (1997)	1-SS	116	78	470	494	1,05
	2-4F	117	96	219	443	2,03
	3-4C	116	93	284	366	1,29
	4-SS	116	101	512	492	0,96
	5-4C	116	99	297	454	1,53
	6-4F	117	94	248	431	1,73
Borges (2013)	1	154	42	717	843	1,18
	4	154	41	601	776	1,29
	5	154	41	560	792	1,41
	6	154	39	589	750	1,27
	7	144	37	456	685	1,50
	8	154	42	438	750	1,71
	9	164	41	498	850	1,71
Média						1,49
Desvio Padrão						0,37
Coeficiente de Variação						25%

Tendo em vista a discrepância na relação entre as cargas estimadas pela norma e as observadas nos ensaios, notou-se a necessidade de aproximação entre os resultados, para isso foram feitas compilações de dados que influenciam diretamente nas resistências ao punção. Segundo OLIVEIRA (2003), quando se trata de lajes lisas bidirecionais de concreto armado com pilares retangulares, as tensões principais tendem a estar polarizadas próximas à menor dimensão do pilar, sendo assim, o presente trabalho entende que a maior

dimensão do pilar ( $C_{máx}$ ) é assumida como um fator importante para a determinação das regiões com maiores concentrações de forças cortantes nas lajes.

Após a implementação de diversas relações entre fatores que influenciam na resistência ao puncionamento das lajes, notou-se que a relação que melhor representou a resistência ao puncionamento entre as normas aqui estudadas foi  $\frac{C_{máx}}{l_0}$ , sendo  $C_{máx}$  a maior dimensão do pilar, independentemente da orientação do furo, e  $l_0$  o comprimento do perímetro crítico de cada norma. Com isso, puderam ser calculados os fatores de aproximação ( $H_i$ ) para cada norma, tendo em vista suas respectivas formulações.

Diante disso, com a finalidade de validar os dados de ensaios presentes na literatura, o fator  $\lambda$  foi implementado de forma geral nas equações de projeto para as resistências normativas, esta formulação está descrita na equação 6.1. Em seguida, estão descritas nas equações 6.2 a 6.6 as equações para estimar as resistências ao puncionamento proposta pelo presente trabalho, para as normas ACI 318, MC, EC2, NBR 6118 e DIN 1045, respectivamente.

$$f_{cr} = \lambda \cdot f_c \cdot \left( \frac{C_{máx}}{l_0} \right)^{\alpha} \quad \text{Equação 6.1}$$

$$f_{cr} = \lambda \cdot f_c \cdot \left( \frac{C_{máx}}{l_0} \right)^{\alpha} \cdot \left( \frac{S}{U} \right)^{\beta} \cdot \left( \frac{B}{B_0} \right)^{\gamma} \cdot \left( \frac{h}{h_0} \right)^{\delta} \quad \text{Equação 6.2}$$

$$f_{cr} = \lambda \cdot f_c \cdot \left( \frac{C_{máx}}{l_0} \right)^{\alpha} \cdot \left( \frac{B}{B_0} \right)^{\beta} \cdot \left( \frac{h}{h_0} \right)^{\gamma} \cdot \left( \frac{h}{h_0} \right)^{\delta} \quad \text{Equação 6.3}$$

$$f_{cr} = \lambda \cdot f_c \cdot \left( \frac{C_{máx}}{l_0} \right)^{\alpha} \cdot \left( \frac{r \cdot z}{U} \right)^{\beta} \cdot \left( \frac{t \cdot r}{M \cdot s \cdot r \cdot r} \right)^{\gamma} \cdot \left( \frac{B}{B_0} \right)^{\delta} \cdot \left( \frac{h}{h_0} \right)^{\epsilon} \quad \text{Equação 6.4}$$

$$f_{cr} = \frac{E_c \cdot I_g}{L^2} \cdot \left( \frac{t}{r} \right)^2 \cdot M_s \cdot r \cdot \left( \frac{z}{p} \right)^{\frac{5}{7}} \cdot \gamma_4 \cdot \gamma_{\text{red}} \quad \text{Equação 6.5}$$

$$f_{cr} = \frac{E_c \cdot I_g}{L^2} \cdot \left( \frac{t}{r} \right)^2 \cdot M_s \cdot r \cdot \left( \frac{z}{p} \right)^{\frac{5}{7}} \cdot \gamma_4 \cdot \gamma_{\text{red}} \quad \text{Equação 6.6}$$

Os fatores de aproximação ( $H_i$ ) utilizados nas equações supracitadas, foram derivados a partir dos dados dos autores presentes nas tabelas 6.1 a 6.5. Embora as tabelas não apresentem todas as informações necessárias para o cálculo dos fatores de aproximação, nos anexos A1 ao A5 são possíveis coletar os dados em sua totalidade. As expressões que determinam os valores de  $H_i$  estão apresentadas na tabela 6.6, referentes a cada norma estudada no presente trabalho.

Tabela 6.6 – Fatores de aproximação ( $H_i$ ) para as equações das normas

Norma	Equações para $H_i$
ACI 318	$t \cdot \left( \frac{z}{p} \right)^{\frac{5}{7}}$
MC	$s \cdot \left( \frac{z}{p} \right)^{\frac{5}{7}}$
EC2	$s \cdot \left( \frac{z}{p} \right)^{\frac{5}{7}}$
NBR 6118	$s \cdot \left( \frac{z}{p} \right)^{\frac{5}{7}}$
DIN 1045	$s \cdot \left( \frac{z}{p} \right)^{\frac{5}{9}}$

$z$  é a máxima dimensões do pilar em mm;  
 $p$  é o perímetro crítico adotado para cada norma.

Nas tabelas 6.7 a 6.11 estão apresentados os resultados do segundo banco de dados que serviram como comparativo entre as resistências das normas e os que envolvem as implementações dos fatores de aproximação, onde  $V_{i \text{ PROP}}$  é a estimativa ao puncionamento

calculada de acordo com a formulação proposta, sendo  $i$ , a norma. Diante disso, observou-se um desempenho melhor por parte da proposta feita, onde os valores entre as cargas estimadas convergiram de forma mais satisfatória que as obtidas nos ensaios quando comparadas às formulações atuais das normas, estes resultados estão apresentados na tabela 6.12.

Tabela 6.7 – Comparativo entre as formulações do ACI 318 e a proposta

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	$\frac{V_u}{V_{ACI PROP}}$
Moe (1961)	H1	114	26	1472	1,30	0,97
	H2	114	25	1208	1,43	1,00
	H3	114	24	1104	1,59	1,08
	H4	114	26	1104	1,36	0,93
	H5	114	25	920	1,43	0,92
	H6	114	28	736	1,66	0,99
	H7	114	25	1349	1,22	0,88
	H8	114	28	1226	1,27	0,89
	H9	114	24	1340	1,25	0,91
	H10	114	25	1370	1,28	0,93
	H11	114	26	1388	1,26	0,93
	H12	114	28	736	1,82	1,08
	H13	114	25	450	2,37	1,20
	H14	114	26	1208	1,08	0,76
	H15	114	23	1208	1,50	1,05
Aguiar (2009)	LR	128	43	992	0,88	0,74
	L1	136	43	768	1,06	0,82
	L2	138	43	512	1,49	1,01
	L3	137	43	640	1,17	0,85
	L4	137	43	256	1,66	0,89
	L5	139	43	768	1,00	0,77
Oukaili e Salman	XXX	54	36	816	1,16	0,85
	SF0	54	37	690	1,20	0,83
	CF0	54	34	612	1,24	0,83
	LF0	54	33	544	1,23	0,79
	CC0	54	36	690	1,21	0,84
	CF1	54	37	690	1,18	0,82

Tabela 6.7 - Comparativo entre as formulações do ACI 318 e a proposta (cont.)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	$\frac{V_u}{V_{ACI PROP}}$
Aguiar (2019)	LRA	126	28	976	1,67	1,40
	L1A1	125	28	732	1,71	1,30
	L2A2	127	28	744	1,64	1,26
	L3A3	127	28	744	1,86	1,42
	L4A4	126	28	732	1,66	1,26
	LRB	128	31	1470	1,56	1,04
	L1B1	126	31	1296	1,69	1,08
	L2B1	125	31	1136	1,66	1,02
	L3B2	125	31	1296	1,68	1,08
	L4B2	127	31	1146	1,90	1,16
	LRC	128	28	1952	1,72	1,06
	L1C1	131	28	1822	1,79	1,08
	L3C2	130	28	1814	1,58	0,95
Média					1,46	0,99
DP					0,32	0,17
CV					22%	17%

Tabela 6.8 – Comparativo entre as formulações do MC e a proposta

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{MC}}$	$\frac{V_u}{V_{MC PROP}}$
Moe (1961)	H1	114	26	1343	0,92	1,07
	H2	114	25	1164	0,88	0,97
	H3	114	24	984	0,95	0,99
	H4	114	26	985	0,85	0,89
	H5	114	25	806	0,81	0,79
	H6	114	28	628	0,92	0,83
	H7	114	25	1223	0,81	0,91
	H8	114	28	1104	0,84	0,92
	H9	114	24	1215	0,82	0,92
	H10	114	25	1243	0,89	1,01
	H11	114	26	1261	0,89	1,02
	H12	114	28	716	1,25	1,18
	H13	114	25	476	1,24	1,02
	H14	114	26	1164	0,80	0,89
	H15	114	23	1164	0,89	0,98
Aguiar (2009)	LR	128	43	882	0,64	0,83
	L1	136	43	713	0,75	0,90
	L2	138	43	512	0,97	1,05
	L3	137	43	585	0,83	0,94
	L4	137	43	256	1,09	0,93
	L5	139	43	713	0,70	0,85
Oukaili e Salman	XXX	114	26	1343	0,60	0,69
	SF0	114	25	1164	0,64	0,69
	CF0	114	24	984	0,65	0,68
	LF0	114	26	985	0,63	0,64
	CC0	114	25	806	0,64	0,69
	CF1	114	28	628	0,61	0,66



Tabela 6.8 - Comparativo entre as formulações do MC e a proposta (cont.)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{MC}}$	$\frac{V_u}{V_{MC PROP}}$
Aguiar (2019)	LRA	126	28	976	1,23	1,78
	L1A1	125	28	732	1,26	1,66
	L2A2	127	28	744	1,21	1,61
	L3A3	127	28	744	1,37	1,82
	L4A4	126	28	732	1,22	1,61
	LRB	128	31	1470	0,96	1,07
	L1B1	126	31	1296	1,04	1,13
	L2B1	125	31	1136	1,02	1,07
	L3B2	125	31	1296	1,04	1,12
	L4B2	127	31	1146	1,17	1,22
	LRC	128	28	1952	0,89	1,62
	L1C1	131	28	1822	0,93	1,75
	L3C2	130	28	1814	0,82	1,55
	Média					1,06
DP					0,45	0,34
CV					43%	31%

Tabela 6.9 – Comparativo entre as formulações do EC2 e a proposta

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$	$\frac{V_u}{V_{EC2 PROP}}$
Moe (1961)	H1	114	26	385	0,96	1,07
	H2	114	25	345	0,95	1,03
	H3	114	24	303	1,07	1,13
	H4	114	26	303	0,96	1,01
	H5	114	25	258	0,97	0,98
	H6	114	28	208	1,18	1,14
	H7	114	25	360	0,87	0,95
	H8	114	28	334	0,93	1,00
	H9	114	24	356	0,88	0,96
	H10	114	25	354	0,94	1,03
	H11	114	26	359	0,94	1,04
	H12	114	28	220	1,22	1,24
	H13	114	25	161	1,25	1,19
	H14	114	26	270	0,94	1,02
	H15	114	23	344	0,96	1,05
Aguiar (2009)	LR	128	43	364	0,67	0,83
	L1	136	43	284	0,85	1,01
	L2	138	43	191	1,21	1,33
	L3	137	43	246	0,91	1,05
	L4	137	43	111	1,15	1,16
	L5	139	43	267	0,87	1,02
Oukaili e Salman	XXX	114	26	101	1,01	1,11
	SF0	114	25	83	1,09	1,16
	CF0	114	24	74	1,07	1,13
	LF0	114	26	67	1,03	1,06
	CC0	114	25	86	1,06	1,13
	CF1	114	28	87	1,03	1,10

Tabela 6.9 - Comparativo entre as formulações do EC2 e a proposta (cont.)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$	$\frac{V_u}{V_{EC2 PROP}}$
Aguiar (2019)	LRA	126	28	976	1,84	1,08
	L1A1	125	28	732	1,88	1,05
	L2A2	127	28	744	1,82	1,09
	L3A3	127	28	744	2,06	1,28
	L4A4	126	28	732	1,83	1,15
	LRB	128	31	1470	1,46	0,89
	L1B1	126	31	1296	1,58	0,88
	L2B1	125	31	1136	1,55	0,91
	L3B2	125	31	1296	1,57	0,98
	L4B2	127	31	1146	1,78	1,15
	LRC	128	28	1952	1,34	0,86
	L1C1	131	28	1822	1,40	0,89
	L3C2	130	28	1814	1,23	0,80
Média					0,98	1,05
DP					0,13	0,12
CV					13%	11%

Tabela 6.10 – Comparativo entre as formulações da NBR 6118 e a proposta

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$	$\frac{V_u}{V_{NBR PROP}}$
Moe (1961)	H1	114	26	2323	0,80	1,10
	H2	114	25	1991	0,79	1,06
	H3	114	24	1660	0,89	1,16
	H4	114	26	1660	0,79	1,03
	H5	114	25	1328	0,80	1,01
	H6	114	28	996	0,98	1,17
	H7	114	25	2100	0,72	0,97
	H8	114	28	1876	0,77	1,03
	H9	114	24	2084	0,73	0,98
	H10	114	25	2137	0,78	1,06
	H11	114	26	2170	0,78	1,06
	H12	114	28	1328	1,01	1,27
	H13	114	25	892	1,04	1,22
	H14	114	26	1991	0,78	1,04
	H15	114	23	1991	0,80	1,07
Aguiar (2009)	LR	128	43	2088	0,59	0,90
	L1	136	43	1566	0,76	1,12
	L2	138	43	1044	1,08	1,48
	L3	137	43	1348	0,81	1,16
	L4	137	43	608	1,03	1,28
	L5	139	43	1566	0,73	1,06
Oukaili e Salman	XXX	114	26	1279	0,68	0,93
	SF0	114	25	1043	0,74	0,97
	CF0	114	24	959	0,73	0,94
	LF0	114	26	874	0,70	0,89
	CC0	114	25	1081	0,72	0,95
	CF1	114	28	1091	0,69	0,92

Tabela 6.10 - Comparativo entre as formulações do NBR 6118-14 e a proposta (cont.)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$	$\frac{V_u}{V_{NBR PROP}}$
Aguiar (2019)	LRA	126	28	976	0,76	1,17
	L1A1	125	28	732	0,78	1,14
	L2A2	127	28	744	0,76	1,11
	L3A3	127	28	744	0,86	1,26
	L4A4	126	28	732	0,76	1,11
	LRB	128	31	1470	0,73	0,97
	L1B1	126	31	1296	0,73	0,96
	L2B1	125	31	1136	0,78	0,99
	L3B2	125	31	1296	0,79	1,02
	L4B2	127	31	1146	0,90	1,14
	LRC	128	28	1952	0,75	0,94
	L1C1	131	28	1822	0,79	0,97
	L3C2	130	28	1814	0,69	0,85
Média					0,80	1,06
DP					0,11	0,13
CV					13%	12%

Tabela 6.11 – Comparativo entre as formulações da DIN 1045 e a proposta

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{DIN}}$	$\frac{V_u}{V_{DIN PROP}}$
Moe (1961)	H1	114	26	1996	1,25	0,92
	H2	114	25	1714	1,23	0,88
	H3	114	24	1432	1,38	1,01
	H4	114	26	1432	1,23	0,87
	H5	114	25	1150	1,24	0,92
	H6	114	28	868	1,51	0,88
	H7	114	25	1808	1,12	0,95
	H8	114	28	1618	1,20	0,95
	H9	114	24	1794	1,13	1,13
	H10	114	25	1839	1,21	1,07
	H11	114	26	1867	1,22	0,93
	H12	114	28	1128	1,60	0,96
	H13	114	25	756	1,64	0,82
	H14	114	26	1714	1,21	0,94
	H15	114	23	1714	1,24	1,22
Aguiar (2009)	LR	128	43	1686	0,92	0,97
	L1	136	43	1350	1,10	1,05
	L2	138	43	900	1,55	0,95
	L3	137	43	1160	1,17	1,01
	L4	137	43	522	1,48	1,05
	L5	139	43	1249	1,13	1,02
Oukaili e Salman	XXX	114	26	1109	1,29	0,96
	SF0	114	25	906	1,39	1,03
	CF0	114	24	832	1,37	1,00
	LF0	114	26	758	1,32	0,92
	CC0	114	25	936	1,36	0,88
	CF1	114	28	948	1,31	1,01

Tabela 6.11 - Comparativo entre as formulações do DIN 1045 e a proposta (cont.)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$b_0$ (mm)	$\frac{V_u}{V_{DIN}}$	$\frac{V_u}{V_{DIN PROP}}$
Aguiar (2019)	LRA	126	28	976	2,04	1,06
	L1A1	125	28	732	2,09	1,03
	L2A2	127	28	744	2,02	1,07
	L3A3	127	28	744	2,28	1,25
	L4A4	126	28	732	2,03	1,13
	LRB	128	31	1470	1,62	0,91
	L1B1	126	31	1296	1,75	0,98
	L2B1	125	31	1136	1,72	0,95
	L3B2	125	31	1296	1,74	1,02
	L4B2	127	31	1146	1,97	1,22
	LRC	128	28	1952	1,48	1,00
	L1C1	131	28	1822	1,55	1,05
	L3C2	130	28	1814	1,37	0,96
	Média					1,33
DP					0,18	0,09
CV					13%	9%

Tabela 6.12 – Síntese dos resultados entre as estimativas normativas e as propostas estudadas

Média										
Autor	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}A}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}B}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}C}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}D}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}E}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}F}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}G}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}H}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}I}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}J}}$
Moe (1961)	1,46	0,97	0,92	0,96	1,00	1,06	0,83	1,08	1,29	0,96
Aguiar (2009)	1,21	0,85	0,83	0,92	0,94	1,06	0,83	1,17	1,22	0,99
Oukaili e Salman	1,21	0,85	0,83	0,92	0,94	1,06	0,83	1,17	1,22	0,99
Aguiar (2019)	1,70	1,16	1,53	1,46	0,93	1,00	0,78	1,05	1,42	1,05
<b>GERAL</b>	<b>1,46</b>	<b>0,99</b>	<b>1,06</b>	<b>1,07</b>	<b>0,98</b>	<b>1,05</b>	<b>0,80</b>	<b>1,06</b>	<b>1,33</b>	<b>1,00</b>
Coeficiente de Variação										
Autor	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}A}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}B}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}C}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}D}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}E}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}F}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}G}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}H}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}I}}$	$\frac{\xi}{\xi_{\frac{1}{4}J}}$
Moe (1961)	22%	11%	15%	10%	12%	8%	12%	8%	13%	8%
Aguiar (2009)	25%	11%	20%	9%	21%	16%	23%	17%	20%	14%
Oukaili e Salman	25%	11%	20%	9%	21%	16%	23%	17%	20%	14%
Aguiar (2019)	6%	13%	32%	20%	11%	14%	7%	11%	12%	10%
<b>GERAL</b>	<b>22%</b>	<b>17%</b>	<b>43%</b>	<b>31%</b>	<b>13%</b>	<b>11%</b>	<b>13%</b>	<b>12%</b>	<b>13%</b>	<b>9%</b>

De acordo com os resultados obtidos, foram avaliados os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) das curvas referentes ao banco de dados de validação, quando se relacionam as estimativas das normas e as das propostas ( $V$  – ambas no eixo das abscissas), com as cargas observadas nos ensaios ( $V_u$  – eixo das ordenadas). Os resultados mostraram que as formulações propostas obtiveram êxito diante da aproximação das curvas em relação a média ideal (1), isto significa que tais proposições normativas tenderam à aumentaram a confiabilidade em suas estimativas. A figura 6.1 mostra graficamente as relações entre as cargas estimadas pelas normas e pelas propostas em relação às observadas nos ensaios em acordo com o ACI 318, MC, EC2, NBR 6118 e DIN 1045, respectivamente.

(ACI 318)

(MC)

(EC2)

(NBR 6118)

(DIN 1045)

Figura 6.1 – Relações entre as cargas estimadas pelas normas e pelas propostas em relação às observadas nos ensaios

Na sequência, os gráficos da figura 6.2 mostram as dispersões dos resultados entre as normas e as propostas por intermédio das curvas *box and whiskers*, onde exibem os valores máximos, primeiro quartil (Q1), segundo quartil (Q2), também chamado de mediana, terceiro quartil (Q3) e valores mínimos. Por fim, a tabela 6.13 apresenta os resultados de acordo com os critérios de COLLINS (2001), que visa estabelecer níveis de segurança de acordo com os resultados estimados e os obtidos experimentalmente.

(ACI 318)

(MC)

(EC2)

(NBR 6118)

(DIN 1045)

Figura 6.2 – Dispersões dos resultados entre as normas e as propostas

Tabela 6.13 – Classificação das lajes quanto à segurança segundo o critério de COLLINS (2001)

Previsões		Classificação por número de lajes diante da relação $\frac{f_c}{f_{ct}}$					TOTAL
		EP	P	SA	C	EC	
		< 0,50	[0,50-0,85[	[0,85-1,15[	[1,15-2,00[	>2,00	
<i>ACI</i>	Nº de Lajes	0	0	4	35	1	40
	( % )	0,0%	0,0%	10,0%	87,5%	2,5%	100%
	Penalidades	0	0	0	35	2	37
<i>ACI<sub>prop</sub></i>	Nº de Lajes	0	9	24	7	0	40
	( % )	0,0%	22,5%	60,0%	17,5%	0,0%	100%
	Penalidades	0	45	0	7	0	52
<i>MC</i>	Nº de Lajes	0	15	14	8	3	40
	( % )	0,0%	37,5%	35,0%	20,0%	7,5%	100%
	Penalidades	0	75	0	8	6	89
<i>MC<sub>prop</sub></i>	Nº de Lajes	0	9	21	10	0	40
	( % )	0,0%	22,5%	52,5%	25,0%	0,0%	100%
	Penalidades	0	45	0	10	0	55
<i>EC2</i>	Nº de Lajes	0	4	30	6	0	40
	( % )	0,0%	10,0%	75,0%	15,0%	0,0%	100%
	Penalidades	0	20	0	6	0	26
<i>EC2<sub>prop</sub></i>	Nº de Lajes	0	2	30	8	0	40
	( % )	0,0%	5,0%	75,0%	20,0%	0,0%	100%
	Penalidades	0	10	0	8	0	18
<i>NBR</i>	Nº de Lajes	0	32	8	0	0	40
	( % )	0,0%	80,0%	20,0%	0,0%	0,0%	100%
	Penalidades	0	160	0	0	0	160
<i>NBR<sub>prop</sub></i>	Nº de Lajes	0	0	31	9	0	40
	( % )	0,0%	0,0%	77,5%	22,5%	0,0%	100%
	Penalidades	0	0	0	9	0	9
<i>DIN</i>	Nº de Lajes	0	0	5	35	0	40
	( % )	0%	0%	12,5%	87,5%	0%	100%
	Penalidades	0	0	0	35	0	35
<i>DIN<sub>prop</sub></i>	Nº de Lajes	0	1	36	3	0	40
	( % )	0,0%	2,5%	90,0%	7,5%	0,0%	100%
	Penalidades	0	5	0	3	0	8

Onde:

EP – Extremamente perigoso;

P – Perigoso;

SA – Segurança apropriada;

C – Conservador;

EC – Extremamente conservador.

Os resultados obtidos com as dispersões mostradas nos gráficos da figura 6.2 ratificaram a satisfatoriedade das novas proposições implementadas no presente trabalho, o que significou intervalos menos dispersos (relação  $\frac{f_c}{f_{ct}}$ ) quando comparados aos das formulações vigentes das normas estudadas. Do ponto de vista da classificação das lajes segundo o critério de COLLINS (2001), pode-se observar a aproximação das estimativas para a região de “segurança apropriada” (SA), dando-se ênfase as proposições *ACI<sub>prop</sub>*, *MC<sub>prop</sub>*, *NBR<sub>prop</sub>* e

$DIN_{Prop}$ , com os resultados na ordem de 60%, 53%, 78% e 90%, respectivamente. Apesar da proposta para a norma Eurocode 2 ( $EC2_{Prop}$ ) não ter sofrido alteração no campo da SA, vale ressaltar que houve ganho considerável (100%) em relação ao campo que trata dos resultados com classificação “perigosa”, o que corrobora para se considerar a aplicação da proposta referente à norma.



## 7. MODELAGEM COMPUTACIONAL

Neste capítulo são apreciados os modelos numéricos utilizados para a previsão do comportamento das lajes quando submetidas aos carregamentos previstos para rupturas das mesmas. Para isso, foram implementados parâmetros de não linearidades dos materiais (aço e concreto) empregados. A ferramenta computacional utilizada para obtenção das simulações computacionais foi o software ABAQUS®.

### 7.1 DESCRIÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL EMPREGADO

#### 7.1.1 ELEMENTOS UTILIZADOS NOS MODELOS

Para compor os modelos das lajes são utilizados dois tipos de elementos, sendo que para o concreto é usado um elemento tridimensional linear hexaédrico composto por 8 nós (C3D8) localizados nos vértice, de acordo com a Figura 7.1<sup>(a)</sup> e para o aço, um elemento bidimensional composto por 02 nós do tipo treliça (T3D2) é adotado, figura 7.1<sup>(b)</sup>. Vale lembrar que os elementos T3D2 não transmitem momentos, mas possuem três graus de liberdade em cada nó, SIMULIA (2012). A tabela 7.1 apresenta as características dos elementos utilizados.

(a)

(b)

Figura 7.1 – <sup>(a)</sup> Elemento C3D8 e <sup>(b)</sup> Elemento T3D2

Tabela 7.1 – Características dos elementos utilizados

Tipo de Elemento	Forma	Interpolação	Nº de nós	Número de pontos de integração
C3D8		Linear	8	8
T3D2		Linear	2	1

A escolha destes elementos foi inicialmente adotada pelo baixo custo computacional que os mesmos exigem, uma vez que o software adequa automaticamente a interação de contato das malhas entre os dois elementos. Isso é possível quando a opção escolhida para a interação entre as malhas for a que o software chama de região integrada (*embedded region*). A figura 7.2 ilustra a integração entre os dois elementos nas lajes.

Figura 7.2 – Integração entre os elementos nas lajes

### 7.1.2 CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS EMPREGADOS

Para a simulação dos materiais empregados no presente trabalho, parâmetros de linearidade e não linearidade foram inseridos nas rotinas do software, com isso o comportamento das lajes ao longo do carregamento pôde ser avaliado, tendo-se o controle dos deslocamentos à medida que os incrementos de carga agiam. De uma forma geral, os parâmetros elasto-plásticos do

aço e do concreto foram implementados a partir das curvas tensão-deformação dos dois materiais.

#### 7.1.2.1 MODELO ELÁSTICO PARA O CONCRETO

Neste parâmetro, apenas os valores do módulo de elasticidade tangente do concreto,  $E_c$ , calculado pela NBR 8522 (ABNT, 2008) e o coeficiente de Poisson,  $\nu$  foram inseridos. Por sua vez o  $E_c$  foram inseridos conforme os resultados dos ensaios apresentados na tabela 3.4 e o coeficiente de Poisson adotado no valor de  $\nu = 0,2$ . A figura 5.3 mostra o gráfico de tensão deformação do concreto.

Figura 7.3 – Gráfico de Tensão-Deformação do concreto (NBR 8522/08)

#### 7.1.2.2 MODELO PLÁSTICO PARA O CONCRETO

Para caracterizar o modelo, algumas grandezas foram definidas, tais como o ângulo de dilatação ( $\alpha$ ) que significa a inclinação da superfície de ruptura na direção do eixo  $p$ , referente às tensões principais iguais, figura 7.4. Este parâmetro pode ser explicado como sendo o ângulo de fricção interna do concreto.

Para MALM (2009), à medida que o ângulo  $\alpha$  aumenta, o comportamento do concreto se torna mais dúctil, ou seja, para baixos valores do ângulo de dilatação, tem-se um

comportamento frágil no concreto e ao passo que o valor cresce o concreto torna-se mais dúctil. Ainda como recomendação o autor sugere que para altas tensões de confinamento, o ângulo  $\alpha$  fique compreendido entre 35° e 38°. Em uma pesquisa mais recente, KIMIECIK e KAMINSKI (2011), o ângulo  $\alpha$  deve se manter entre 36° e 40°.

Figura 7.4 - Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager – adaptado de JOHANNSSON & HEITZEL (2011)

Ao analisar a figura 7.4, o parâmetro de excentricidade ( $m$ ) representa taxa de aproximação da função de fluxo hiperbólico de Drucker-Prager da sua assíntota, onde essa assíntota corresponde a função linear de Drucker-Prager. Outro autor que correlaciona a excentricidade  $m$  é JANKOWIAK et al (2005) que por sua vez sugere que o valor em questão deve ser calculado de acordo com a razão entre as resistências uniaxiais à tração e à compressão no concreto, podendo variar entre 0 e 1. Para a presente pesquisa, o valor usado no modelo de dano plástico foi de 0,1 (padrão).

Outro fator representativo para o modelo de dano plástico é a razão entre as tensões de escoamento no ensaio de compressão biaxial ( $f_{cb}$ ) e no ensaio de compressão uniaxial ( $f_{c0}$ ), para tal, o valor padrão da relação  $f_{cb}/f_{c0} = 1,16$ . Por último, a razão entre o segundo invariante do tensor desviador no plano meridiano de tração pelo de compressão ( $K$ ), assume como padrão o valor de 2/3. A figura 7.5 mostra o quadro representativo do modelo de dano plástico.

Figura 7.5 – Quadro representativo do modelo de dano plástico do concreto (ABAQUS)

### 7.1.2.3 COMPORTAMENTO DO CONCRETO À COMPRESSÃO DENTRO DO MODELO DE DANO PLÁSTICO

Nesta seção ao abordar os parâmetros que regem o comportamento do concreto à compressão do concreto dentro do modelo plástico, o diagrama tensão-deformação é representado conforme a adaptação de BIRTEL e MARK (2006), como mostra o gráfico da figura 7.6 e as equações utilizadas são as recomendadas pela norma Eurocode 2. Em análise ao gráfico, a região onde o concreto trabalha de forma linear é compreendida até o valor de 40% da resistência média à compressão do concreto ( $f_{cm}$ ), intervalo (1), a partir daí o material passa à fase plástica, intervalo (2).

Figura 7.6 – Diagrama do concreto à compressão adaptado de BIRTEL e MARK (2006)

$$\frac{\sigma}{f_{cm}} = \frac{E_s \cdot \epsilon}{f_{cm}} \quad \text{Equação 7.1}$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_s} \quad \text{Equação 7.2}$$

$$\sigma = E_s \cdot \epsilon \quad \text{Equação 7.3}$$

$$\sigma = E_s \cdot \epsilon \quad \text{Equação 7.4}$$

$$A_{\sigma} = L A_c F_c \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \quad \text{Equação 7.5}$$

Onde,

$f_c$  é a resistência média à compressão do concreto;

$\epsilon_{c0}$  é a deformação do concreto à compressão;

$\epsilon_{cs}$  é a deformação do concreto durante a tensão máxima  $f_c$

$E_c$  é o módulo de elasticidade tangente do concreto.

#### 7.1.2.4 COMPORTAMENTO DO CONCRETO À TRAÇÃO DENTRO DO MODELO DE DANO PLÁSTICO

Para representar o comportamento do concreto à tração dentro do modelo de dano plástico, o diagrama adaptado de CHAUDHARI e CHAKRABARTI (2012), mostrado na figura 7.7, é utilizado como referência para esta pesquisa, embora haja outros modelos. Este modelo representa o diagrama uniaxial de tensão x deformação.

Figura 7.7 – Diagrama de tração no concreto adaptado de CHAUDHARI e CHAKRABARTI (2012)

O gráfico da figura 7.7 é dividido em duas partes, assim como no diagrama de compressão do concreto, a primeira trata o regime linear elástico, quando, neste caso, o concreto atinge a tensão máxima de resistência à tração e a segunda parte do gráfico trata o estado fissurado do concreto, podendo também ser tratado em uma relação da tensão-deformação ou tensão-deslocamento.

Ao analisar o gráfico como tensão-deformação, os resultados podem ser mais precisos com o refino da malha, haja vista a relação direta com tamanho do elemento finito. Enquanto analisando o gráfico na forma tensão-deslocamento, o grau de refino da malha não apresenta uma representatividade sensível, pois, o deslocamento é diretamente proporcional à abertura de fissura. Alguns autores limitam o deslocamento em até 1,0 mm, FINK *et al.* (2006), para HIBBIT *et al.* (2009), o máximo valor do deslocamento para a curva fica compreendido entre 0,05 e 0,08 mm.

## 7.2 CARACTERÍSTICAS PRELIMINARES DOS MODELOS DOS GRUPOS DAS LAJES

Nesta seção são apresentadas as características dos modelos das lajes. As condições de contorno das lajes foram as mesmas para todas de cada grupo. Tendo em vista que todas as lajes apresentam pelo menos um eixo de simetria, este foi utilizado como limitador do tamanho dos modelos, obtendo-se assim menos custo computacional. A figura 7.8 mostra as condições de contornos adotadas nos modelos.

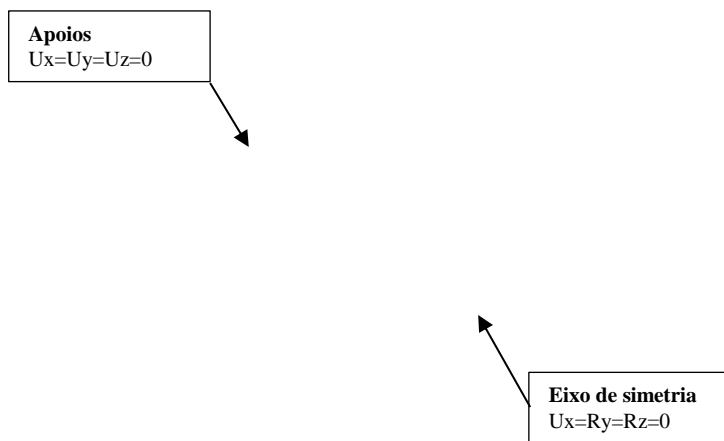


Figura 7.8 – Condições de contornos típicas dos modelos das lajes

### 7.2.1 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS DAS LAJES DO GRUPO A

As lajes do grupo A fazem parte de uma série onde a única variável é a dimensão do furo, que aumenta na mesma direção do pilar, com isso é estabelecida a diferença do comportamento entre as lajes quanto à carga última observada. Assim sendo, as malhas das lajes do Grupo A estão descritas na Tabela 7.2 e as Figuras 7.9 a 7.13 mostram as malhas das lajes LRA, L1A1, L2A2, L3A3 e L4A4, respectivamente.

Tabela 7.2 – Descrição das malhas das lajes do Grupo A

Laje	Quantidade de Elementos		Nº Total de Elementos	Tamanho Máximo de Elementos (mm)		Nº Total de Nós
	Hexaédrico C3D8	Linear T3D2		Linear C3D8	Linear T3D2	
LRA	21.472	1.202	22.674			30.994
L1A1	20.536	1.204	21.740			28.989
L2A2	24.406	1.269	25.675	25	15	33.576
L3A3	20.968	1.275	22.249			29.578
L4A4	20.494	1.276	21.770			29.035

Figura 7.9 – Malha da laje LRA



Figura 7.10 – Malha da laje L1A1

Figura 7.11 – Malha da laje L2A2

Figura 7.12 – Malha da laje L3A3

Figura 7.13 – Malha da laje L4A4

## 7.2.2 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS DAS LAJES DO GRUPO B

Diferentemente das lajes do grupo A, as do grupo B possuem duas variáveis: as dimensões e o número de furos em cada laje. No caso das lajes desta série pode-se ressaltar uma

peculiaridade, a relação entre os lados dos pilares ( $C_{m\acute{a}x} / C_{m\acute{i}n}$ ) são constantes e iguais a 03, com isso é possível observar o comportamento das lajes considerando um determinado alongamento no pilar. Junto aos pilares, lajes com 01 ou 02 furos foram analisadas de forma que não somente o número de furos mas também a relação entre a maior e a menor dimensão ( $Df_{m\acute{a}x} / Df_{m\acute{i}n}$ ), esta última relação assume os valores iguais a 1 e 2. A tabela 7.3 apresenta as características das malhas das lajes do Grupo B e as figura 7.14 a 7.18 mostram as malhas das lajes do Grupo B.

Tabela 7.3 – Características das malhas das lajes do Grupo B

Laje	Quantidade de Elementos		Nº Total de Elementos	Tamanho Máximo de Elementos (mm)		Nº Total de Nós
	Hexaédrico C3D8	Linear T3D2		Linear C3D8	Linear T3D2	
LRB	21.280	1.298	22.578			30.887
L1B1	25.716	1.293	27.009			36.062
L2B1	25.708	1.440	27.148	25	15	36.232
L3B2	21.628	1.274	22.902			31.298
L4B2	21.130	1.251	22.381			30.709



Figura 7.14 – Malha da laje LRB

Figura 7.15 – Malha da laje L1B1

Figura 7.16 – Malha da laje L2B1

Figura 7.17 – Malha da laje L3B2

Figura 7.18 – Malha da laje L4B2

### 7.2.3 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS DAS LAJES DO GRUPO C

Analogamente às lajes do Grupo B, as lajes do Grupo C possuem as mesmas características quanto à disposição, números e relação entre as dimensões dos furos ( $Df_{máx} / Df_{mín}$ ), onde o único ponto que diferem os grupos é justamente a relação entre os lados dos pilares ( $C_{máx} / C_{mín}$ ), que assume o valor de 5. A tabela 7.4 apresenta as características das malhas das lajes do Grupo C e as figuras 5.19 a 5.23 mostram as malhas das lajes do Grupo C.

Tabela 7.4 – Características das malhas das lajes do Grupo C

Laje	Quantidade de Elementos		Nº Total de Elementos	Tamanho Máximo de Elementos (mm)		Nº Total de Nós
	Hexaédrico C3D8	Linear T3D2		Hexaédrico C3D8	Linear T3D2	
LRC	21.688	1.222	22.910			31.340
L1C1	22.072	1.259	23.331			31.850
L2C1	21.628	1.295	22.923	25	15	31.383
L3C2	21.982	1.259	23.241			31.745
L4C2	21.190	1.295	22.485			30.865

Figura 7.19 – Malha da laje LRC

Figura 7.20 – Malha da laje L1C1

Figura 7.21 – Malha da laje L2C1

Figura 7.22 – Malha da laje L3C2

Figura 7.23 – Malha da laje L4C2

### **7.3 ANÁLISE DOS MODELOS**

Com base nas descrições das malhas e configurações dos materiais, foram feitos modelos computacionais com a finalidade de verificar se poderiam servir como base para descrever os



comportamentos observados nos ensaios de forma satisfatória. Para isso foram aplicados nas bases dos pilares deslocamentos verticais de 50 mm (superiores aos observados nos ensaios), divididos em incrementos iniciais na ordem de 2,5 mm. Quando as grandezas dos incrementos não correspondiam às respostas de equilíbrio das seções, estes eram reduzidos automaticamente pelo *software* até as conversões de equilíbrio, dando prosseguimento aos processamentos dos modelos na totalidade das análises. Em alguns casos preferiu-se interromper o processamento, pois, percebeu-se que as análises feitas até aquele momento eram suficientes para serem comparadas aos experimentos, esta decisão era tomada quando o modelo computacional apresentava o carregamento de pico, juntamente com a razão da curva carga-deslocamento exibindo comportamento *softening* (amolecimento).

De acordo com as informações supracitadas são mostrados nas figuras 7.5 a 7.7 os comportamentos computacionais e experimentais das lajes, para isso, foram confrontadas as leituras dos deflectômetros D3 (centro das projeções dos pilares) de cada laje com as respostas obtidas nas modelagens computacionais lidas, tendo como base as mesma localizações correspondentes ao D3.

Sendo assim, os gráficos apresentam 3 curvas que correspondem às respostas experimentais (Exp), computacionais (Com) e uma que indica o prolongamento da curva experimental até a carga de ruína (Exp\*). Esta terceira curva foi traçada a partir da última leitura feita no relógio comparador antes da retirada dos mesmos para que não houvesse danos nesses equipamentos.

Os resultados dos gráficos mostraram que para as estimativas das cargas de ruína, os modelos mantiveram resultados satisfatórios, ou seja, ao se calcular a relação entre as cargas de picos observadas nos ensaios e as coletadas nos modelos, ficou evidente a proximidade entre elas, dando-se ênfase às lajes L1A1, L3A3, L2B1, L3B2, L4B2, LRC, L1C1 e L2C1, com diferença inferior a 10% entre as calculadas computacionalmente e as experimentais correspondentes.

As demais lajes mantiveram tais diferenças não superiores a 20%, o que corrobora para o desempenho satisfatório dos modelos computacionais. Do ponto de vista comportamental entre as curvas dos modelos e as dos experimentos, também pôde-se notar compatibilidade nos deslocamentos referentes às cargas de pico. A tabela 7.5 apresenta uma síntese dos resultados entre as cargas de ruína dos experimentos e as coletadas nos modelos computacionais.

(LRA)

(L1A1)

(L2A2)

(L3A3)

(L4A4)

Tabela 7.5 – Comportamento numérico experimental das lajes do grupo A

(LRB)

(L1B1)

(L2B1)

(L3B2)

(L4B2)

Tabela 7.6 – Comportamento numérico experimental das lajes do grupo B

(LRC)

(L1C1)

(L2C1)

(L3C2)

(L4C2)

Tabela 7.7 – Comportamento numérico experimental das lajes do grupo C

Tabela 7.8 – Síntese entre os resultados experimentais e os computacionais para as cargas de ruína

Grupo	Laje	V <sub>u</sub> (kN)	V (kN)	$\frac{V}{V_u}$
Grupo A	LRA	362	300	1,21
	L1A1	276	303	0,91
	L2A2	274	232	1,18
	L3A3	310	303	1,02
	L4A4	270	312	0,87
				<b>Média</b>
			<b>DP</b>	<b>0,15</b>
			<b>CV</b>	<b>15%</b>
Grupo B	LRB	453	510	0,89
	L1B1	427	382	1,12
	L2B1	365	387	0,94
	L3B2	422	412	1,02
	L4B2	427	419	1,02
				<b>Média</b>
			<b>DP</b>	<b>9%</b>
			<b>CV</b>	<b>0,09</b>
Grupo C	LRC	532	575	0,93
	L1C1	528	496	1,06
	L2C1	534	549	0,97
	L3C2	460	529	0,87
	L4C2	480	550	0,87
				<b>Média</b>
			<b>DP</b>	<b>0,08</b>
			<b>CV</b>	<b>9%</b>
<b>Resultado Geral</b>				
			<b>Média</b>	<b>0,99</b>
			<b>DP</b>	<b>0,11</b>
			<b>CV</b>	<b>11%</b>

As figuras 7.24 a 7.51 mostram as tensões principais e as tendências entre os padrões de fissurações dos modelos e os experimentais das lajes dos grupos A, B e C, respectivamente. Os resultados apontam que em relação às distribuições de tensões, a presença dos furos concentram as maiores tensões próximas nas áreas adjacentes aos pilares, o que pode ser averiguado tomando como base as leituras dos extensômetros instalados naquelas regiões (ES4 e ES5), entretanto, independentemente do alongamento das aberturas, sempre há concentrações de tensões nos vértices dos furos.

Do ponto de vista dos padrões de fissuração, pôde-se perceber que em planta os mapas de fissuração obtiveram resultados satisfatórios, pois foi inegável que as regiões com maiores deformações plásticas (PEMAG), também apresentavam maiores concentrações de fissuras radiais e tangenciais.

Ainda sobre os padrões de fissuração, a tabela 7.9 apresenta os comparativos entre as inclinações dos ângulos de fissuras críticas dos experimentos com os referentes computacionais e as médias dos resultados obtidos para as lajes do grupo A e grupo C puderam ser classificadas como satisfatórias, pois as relações entre as leituras experimentais e as computacionais ficaram em 1,07 e 0,80, respectivamente, entretanto, para as lajes do grupo B a relação foi de 0,69. Apesar do fato de que a média da leitura experimental e relação à computacional ser 31% inferior para o caso das lajes do grupo B, não torna a informação irrelevante, uma vez que apenas uma seção foi analisada, ou seja, para se obter parâmetros com maiores precisões, a coleta de dados a partir de outras seções transversais poderiam corroborar para a aproximação destes resultados.

Figura 7.24 – Tensões principais na laje LRA

Figura 7.25 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje LRA

Figura 7.26 – Tensões principais na laje L1A1

Figura 7.27 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L1A1

Figura 7.28 – Tensões principais na laje L2A2



Figura 7.29 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L2A2

Figura 7.30 – Tensões principais na laje L3A3

Figura 7.31 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L3A3

Figura 7.32 – Tensões principais na laje L4A4

Figura 7.33 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L4A4

Figura 7.34 – Tensões principais na laje LRB

Figura 7.35 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje LRB

Figura 7.36 – Tensões principais na laje L1B1

Figura 7.37 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L1B1

Figura 7.38 – Tensões principais na laje L2B1

Figura 7.39 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L2B1

Figura 7.40 – Tensões principais na laje L3B2

Figura 7.41 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L3B2

Figura 7.42 – Tensões principais na laje L4B2

Figura 7.43 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L4B2

Figura 7.44 – Tensões principais na laje LRC



Figura 7.45 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje LRC

Figura 7.46 – Tensões principais na laje L1C1

Figura 7.47 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L1C1

Figura 7.48 – Tensões principais na laje L2C1

Figura 7.49 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L2C1

Figura 7.50 – Tensões principais na laje L3C2

Figura 7.51 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L3C2

Figura 7.52 – Tensões principais na laje L4C2

Figura 7.53 – Tendência entre os padrões de fissuração do modelo e o experimental da laje L4C2

Tabela 7.9 – Comparativo entre as inclinações das fissuras críticas experimentais e computacionais

Grupo	Laje	Nº de Furos	Ângulo da Fissura Experimental ( $\varphi$ )			Ângulo da Fissura Computacional ( $\varphi$ )			Superfície de Ruptura	
			P-BS	P-BI	Média	P-BS	P-BI	Média		
A	LRA	-	35	25	30	20	20	20	Maciço	
	L1A1	1	42	33	38	49	29	39	Maciço	
	L2A2	1	30	33	32	24	45	34,5	Maciço	
	L3A3	1	36	29	33	57	24	40,5	Maciço	
	L4A4	1	29	31	30	58	34	46	Maciço	
	<b>Média</b>			<b>32</b>			<b>Média</b>			<b>30</b>
B	LRB	-	32	30	31	44	44	44	Maciço	
	L1B1	1	39	21	30	60	37	48,5	Maciço	
	L2B1	2	40	37	39	56	56	56	Maciço	
	L3B2	1	40	25	33	46	50	48	Maciço	
	L4B2	2	44	31	38	49	49	49	Maciço	
	<b>Média</b>			<b>34</b>			<b>Média</b>			<b>49,1</b>
C	LRC	-	36	27	32	31	31	31	Maciço	
	L1C1	1	55	48	52	59	37	48	Maciço	
	L2C1	2	19	-	19	58	58	58	Nervura	
	L3C2	1	47	30	39	43	59	51	Maciço	
	L4C2	2	18	-	18	67	67	67	Nervura	
	<b>Média</b>			<b>41</b>			<b>Média</b>			<b>51</b>

P-BS – Fissura crítica na direção pilar-borda superior

P-BI – Fissura crítica na direção pilar-borda inferior

Diante dos resultados referentes às concentrações de tensões principais, as figuras 7.54 a 7.56 mostram os comportamentos das leituras dos extensômetros instalados nas barras de flexão nos centros das projeções de cada pilar (ES1), comparando com as leituras das deformações nas mesmas posições das barras dos modelos computacionais. Esta decisão foi tomada para que se obtivesse maiores dados do ponto de vista da flexão.

Os resultados mostraram que em todos os casos as barras não ultrapassaram o limite de escoamento das armaduras e ainda que tal análise é válida para se obter noções relevantes de comportamento quanto à resistência à flexão. Nestes casos, o analista pode ter base para identificar se a laje apresenta risco eminente de colapso inerente à momentos fletores solicitantes, evitando tomar decisões que possam comprometer a estrutura ou ainda podendo fazer verificações locais de resistência. A tabela 7.10 apresenta uma síntese comparativa entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes dos grupos.

(LRA)

(L1A1)

Figura 7.54 – Comparativo entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes do grupo A

(L2A2)

(L3A3)

(L4A4)

7.54 - Comparativo entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes do grupo A (cont.)

(LRB)

(L1B1)

(L2B1)

(L3B2)

(L4B2)

Figura 7.55 – Comparativo entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes do grupo B



(LRC)

(L1C1)

(L2C1)

(L3C2)

(L4C2)

Figura 7.56 – Comparativo entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacional para as lajes do grupo C

Tabela 7.10 – Síntese comparativa entre as leituras do extensômetro da barra de flexão central e a respectiva computacionais para as lajes dos grupos

<b>Grupo</b>	<b>Laje</b>	<b>ES1 - <math>H</math> (<math>\text{Å}</math>)</b>	<b>Computacional - <math>H</math> (<math>\text{Å}</math>)</b>	<b><math>\frac{H}{H}</math></b>
Grupo A	LRA	0,81	0,75	1,08
	L1A1	0,53	0,84	0,63
	L2A2	0,70	0,40	1,75
	L3A3	0,61	0,64	0,95
	L4A4	0,63	0,77	0,82
Grupo B	LRB	0,89	1,66	0,54
	L1B1	0,98	1,40	0,70
	L2B1	0,94	1,45	0,65
	L3B2	1,59	1,43	1,11
	L4B2	1,70	1,51	1,13
Grupo C	LRC	1,47	1,02	1,44
	L1C1	0,73	1,02	0,72
	L2C1	0,22	1,55	0,14
	L3C2	1,87	1,38	1,36
	L4C2	0,35	1,02	0,34

## 8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões obtidas ao longo dos processos desenvolvidos, bem como os das análises feitas. Também nesta sessão são sugeridos alguns estudos para a melhoria no tratamento de lajes lisas nervuradas.

### 8.1 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Na elaboração do sistema de ensaio, buscou-se simular em escala 1:2 situações reais para casos de pilares centrais de edifícios em concreto armado com lajes lisas nervuradas bidirecionais, em situações onde há presença de aberturas adjacentes ao pilar servindo como *shafts* para passagem de tubulações, exaustão, etc. Nesse contexto as dimensões adotadas (2.300 mm x 2.300 mm x 150 mm) mostraram-se adequadas para se entender os esforços envolvidos, por outro lado, a decisão de se executar os pilares monoliticamente junto com as lajes foi primordial para simular o comportamento real da ligação laje-pilar, uma vez que a substituição desses elementos por chapas metálicas poderia comprometer a transferência de esforços, visto que as chapas não apresentariam mesmas rigidezes naquele local, principalmente nas arestas adjacentes às aberturas.

A confecção das lajes foi feita de forma minuciosa, principalmente no tipo de cola utilizada para a fixação dos isopores (EPS) que formavam as colmeias nas regiões nervuradas. Este detalhe é importante salientar porque, garantindo o posicionamento dos elementos de EPS nas formas, não compromete as dimensões das nervuras, obtendo-se assim uma distribuição simétrica dos carregamentos.

Talvez a maior preocupação no processo até a concretagem foi de se garantir a altura útil das lajes, uma vez que se houvesse variações consideráveis neste quesito, a forma comparativa entre as lajes ficaria inadequada. Para garantir a altura útil próximas entre as lajes, foram utilizados basicamente dois artifícios: o primeiro foi de se utilizar as armaduras longitudinais dos pilares como apoio das barras de flexão das lajes e o segundo foi usar espaçadores confeccionados com barras de aço  $\nabla$  12.5 mm, fora da região de controle ao puncionamento, neste trabalho esses espaçadores foram de  $\nabla$  a partir das faces dos pilares. Este processo

mostrou-se adequado, pois, para lajes sem armaduras de cisalhamento, o perímetro de controle sugeridos pelas normas estudadas aqui é de, no máximo,  $t @$  a partir da face dos pilares.

## 8.2 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Os deslocamentos verticais nas lajes foram monitorados em 7 pontos distribuídos em dois eixos perpendiculares. Pelo menos 5 pontos monitorados eram posicionados igualmente em todas as lajes, estes por sua vez deram informações sobre os comportamentos de todas as lajes, independentemente se possuíam furos ou não. Nas lajes que apresentavam aberturas adjacentes ao pilar, um deflectômetro foi posicionado distante 50 mm da face de cada furo, esta decisão foi importante tanto para verificar se a rotação da laje acontecia de forma constante e/ou simétrica, alertando sobre possíveis problemas nas condições de contorno, quanto na identificação dos encaminhamentos das fissuras, garantindo assim um melhor desempenho na confecção dos mapas de fissuração e na segurança dos integrantes que, sobre a laje, mapeavam-nas.

Em todas as lajes estudadas aqui neste trabalho, observou-se que os maiores deslocamentos aconteciam nos deflectômetros centrais (D3), isto era de se esperar pois o referido relógio comparador foi posicionado sobre o ponto de aplicação da carga, embora nas cargas iniciais este comportamento nem sempre foi constante.

Na sequência, os resultados também mostraram que nas lajes dos grupos A e B, as que possuíam maiores furos em comprimento e/ou número eram as que tinham registrados os maiores deslocamentos verticais, caso das lajes L4A4 e L4B2 como maiores evidências, seguidas por L2A2 / L3A3 (Valores muito próximos), L1A1 e LRA. Ainda sobre as lajes do grupo A, percebeu-se que à medida que o furo se alonga, há uma tendência no acréscimo de deslocamento vertical mais próximo do furo (D2). Nas lajes do grupo B, também ficou evidente que o alongamento do furo influenciou de forma mais visível no deslocamento vertical.

Ao serem avaliados os deslocamentos verticais das lajes do grupo C, notou-se que os maiores deslocamentos verticais foram observados nas lajes com dois furos, não seguindo a lógica anterior, onde o alongamento do furo influenciou de forma mais enfática. Também foi

possível afirmar que embora as lajes do grupo C que apresentaram maiores deslocamentos verticais não terem puncionado e sim terem ruído por cisalhamento nas nervuras, o fator mais provável para explicar a diferença no comportamento quando comparadas às lajes dos outros grupos é o substancial alongamento do pilar na direção do furo. Por fim, é possível que elevados níveis de tensões nas regiões mais próximas às nervuras (áreas que possuem menores rigidezes), tenham corroborado para maiores deslocamentos verticais, portanto estas situações devem ser tratadas de forma mais específicas, refinando as análises naquelas regiões.

### **8.3 DEFORMAÇÕES**

Para serem medidas as deformações nas regiões comprimidas e nas armaduras tracionadas, EERs foram instalados em locais iguais em todas as lajes. Em todas as peças foram instalados 02 EERs de compressão (EC1 e EC2) na superfície de concreto, distante 45 mm da face do pilar e perpendiculares entre si. Analogamente ao comportamento das lajes em relação aos deslocamentos, as deformações de compressão das lajes dos grupos A e B, mantiveram-se semelhantes e diferiram das lajes do grupo C, ou seja, nas lajes dos dois primeiros grupos, as maiores tensões de compressão registradas foram as radiais (registradas pelo EC2), enquanto que nas lajes do grupo C as tensões de compressão tangenciais (registradas pelo EC1), obtiveram maiores leituras. Este último fato indica que o alongamento do pilar (maior índice de retangularidade) influencia diretamente nas distribuições das tensões na superfície do concreto. Em um âmbito geral, as lajes mostraram-se muito rígidas pois todas as deformações registradas no concreto se mantiveram consideravelmente abaixo do limite de resistência 3,5‰, obtendo-se a menor leitura registrada pelo EC2 da laje L3A3 com o valor de -0,35‰.

As deformações nas armaduras de flexão foram medidas considerando a simetria das lajes, onde os números de EERs das armaduras (ES1 a ES5) variaram entre 03 e 05 EERs. Estes sensores foram distribuídos em pontos de concentração de tensões, dentre os quais: 01 na barra central que passa pela projeção do CG do pilar (ES1), 02 (ES2 e ES3), posicionados nas barras mais próximas ao vértice do pilar opostamente ao furo, em lajes que possuem apenas um furo e 02 (ES4 e ES5) nas barras mais próximas ao vértice do pilar adjacente ao furo.

Na maioria das lajes, todos os EERs apresentaram leituras das deformações inferiores ao limite estabelecido pela deformação de escoamento,  $\dot{\gamma}_{\infty}$  a única exceção aconteceu no ES2 da laje L3B2, onde a leitura no sensor foi superior ao  $\dot{\gamma}_{\infty}$ . Este fato isolado pode ter acontecido pela concentração de fissuras na região, embora, para o autor, o sensor tenha apresentado falha, visto que todas as outras lajes seguiram um mesmo padrão, quando se leva em conta que as maiores deformações observadas provêm do ES1. Esta informação é necessária para simplificar o entendimento dos parágrafos seguintes.

Sobre os extensômetros posicionados nas barras próximas à projeção dos vértices dos pilares, é possível afirmar que:

- x Nas lajes do grupo A observou-se que, em média, as maiores deformações aconteceram nos EERs posicionados nos vértices dos pilares adjacentes ao furo (ES4 e ES5), entretanto, também é possível relatar que as tensões tendem a diminuir com o alongamento da abertura nessa região.
- x Analisando as lajes do grupo B ficou evidente que nas peças com apenas um furo as tensões tendem a aumentar nas regiões dos vértices dos pilares quando são comparadas as leituras nos EERs com projeções paralelas à maior dimensão dos pilares, casos dos ES3 e ES5 das lajes L1B1 e L3B3. Nos extensômetros com as projeções perpendiculares ao furo e ao pilar, ES2 e ES4, o comportamento é inverso, ou seja, quando há o alongamento do furo as tensões tendem a diminuir. Vale ressaltar que, para o autor, o ES2 da L3B2 não computou informação verossímil em sua máxima leitura, sendo assim desconsiderada.
- x Com o aumento do índice de retangularidade dos pilares, grupo C, os comportamentos das lajes apresentaram sensível diferença das lajes do grupo B. Sendo assim, é correto afirmar que nos extensômetros dos vértices dos pilares adjacentes ao furo, as tensões diminuem com o alongamento do furo, independentemente da direção projetada (paralela ou perpendicular ao pilar/furo). Em contra partida, a única situação onde foi observado um discreto aumento de tensões com o alongamento do furo foi no extensômetro do vértice do pilar oposto ao furo, orientado na direção paralela ao pilar (ES3).

Tendo em vista todos os grupos de laje, pode-se dizer que tanto o alongamento do furo quanto o índice de retangularidade do pilar mostraram influências consideráveis nas distribuições e

direções das tensões principais nas barras de aço, o que leva a crer que em determinadas regiões as armaduras podem ser reduzidas sem perdas sérias nas resistências. Esta informação é válida para lajes com taxas de armaduras de flexão,  $\rho_s$ .

#### **8.4 PADRÃO DE FISSURAÇÃO E SUPERFÍCIE DE RUPTURA**

Durante os ensaios, os surgimentos e acompanhamentos das progressões das fissuras nas superfícies das lajes eram feitos nos intervalos de carregamento, logo após a leitura dos deslocamentos verticais. Esse processo era interrompido quando a carga a ser incrementada antecedia a estimada para ruptura por puncionamento. Os resultados mostraram que embora as lajes não possuíssem armadura de cisalhamento, a taxa de armadura fez com que as rupturas acontecessem de forma dúctil, ou seja, com elevados níveis de fissuração. Também foi possível observar o desempenho satisfatório do sistema de ensaio adotado, uma vez que se obteve relevante simetria, não na forma, mas no alcance das fissuras compreendidas entre essas regiões. Ainda nesse tocante, foi observado que o início da fissuração ocorria sempre nos vértices dos pilares adjacentes ao furo, tendo a carga de início ( $V_I$ ) dentro do intervalo de 14% a 33% da carga última observada ( $V_u$ ).

Ao término dos ensaios, as lajes foram seccionadas ao longo do eixo que passa pelo pilar e pelo furo para que se fosse possível medir a angulação da fissura crítica de cisalhamento. Este processo foi necessário para se ter compreensão do comportamento das tensões principais de cisalhamento em situações onde há ou não presença da descontinuidade da massa de concreto. Ao avaliar os resultados, conclui-se que as fissuras onde existe abertura tendem a apresentar maior inclinação, entretanto, esta observação foi feita nas lajes do grupo B e C, que possuem índices de retangularidade dos pilares entre 3 e 5, respectivamente, já nas lajes do grupo A, onde o índice de retangularidade do pilar era igual a 1, não ficou evidenciada uma relação entre o ângulo da fissura crítica de cisalhamento com o alongamento do furo. Nos episódios onde aconteceram cisalhamento nas nervuras, caso das lajes L2C1 e L4C2, as angulações das fissuras se mantiveram muito próximas (entre 19° e 18°). Diante desse fato, pode-se afirmar que as fissuras críticas quando apresentam angulações menores que 20°, a ruína da peça tem maior tendência em acontecer fora da região do maciço, evidenciando o cisalhamento nas nervuras.

## 8.5 CONTRIBUIÇÃO DO ESTUDO

Dentro de um universo com 74 lajes, o estudo da pesquisa foi de elaborar/aprimorar um método para a compreensão e aproximação de estimativa do carregamento último referente ao funcionamento de lajes lisas nervuradas bidirecionais de concreto armado, com aberturas adjacentes ao pilar e sem armadura de cisalhamento. Diante disso pôde-se afirmar que é de extrema necessidade que bancos de dados distintos, entre a elaboração dos estudos e a validação dos resultados sejam utilizados, fazendo com que os parâmetros implementados não influenciem de forma equivocada nas análises posteriores.

Dentre os diversos elementos utilizados a partir das informações disponibilizadas pelos autores (tais como,  $d$ ,  $C_{máx}$ ,  $C_{mín}$ ,  $f_c$ ,  $UDf_{máx}$ ,  $Df_{mín}$ ,  $f_c$ , entre outros), percebeu-se que as dimensões máximas dos pilares ( $C_{máx}$ ), juntamente com os referentes perímetros críticos ( $\lambda$ ) adotados por cada norma aqui estudada, atuam de forma mais eficaz. À medida que os coeficientes de aproximação ( $H_i$ ) adotados no presente trabalho para cada norma foram implementados no banco de dados de validação, notoriamente verificou-se que as estimativas das cargas de resistência ao funcionamento se aproximaram das observadas nos ensaios, reduzindo a dispersão dos resultados e aproximando as concentrações para a média ideal, 1.

Do ponto de vista da segurança das estimativas das normas, baseando-se no critério de COLLINS (2001), foi possível notar que as normas ACI 318 e a DIN 1045 se mostraram mais favoráveis à segurança, ambas com 87,5% do número total de lajes ficando com qualificação “conservadoras”, segundo o critério. Por outro lado, a norma que, segundo o critério de COLLINS (2001), se mostrou menos a favor da segurança foi a NBR 6118, que apresentou 80% do número de lajes analisadas, classificadas como “perigosas”, segundo o mesmo critério. Tendo como base estas informações, as aplicações aqui propostas para cada norma obtiveram êxito considerando o critério de COLLINS (2001), isto é, houve maior concentração no número de lajes referente ao campo que as classificam como “segurança apropriada”, dando ênfase à norma NBR 6118/14 que passou de 20% para 77,5% do número de lajes neste campo classificatório, quando toma-se como base a formulação e para a norma DIN 1045 este percentual passou de 12,5% para 90%.



## **8.6 ANÁLISE COMPUTACIONAL**

As análises computacionais foram realizadas através de modelos tridimensionais com um eixo de simetria. Este eixo foi compreendido seccionando os pilares, passando pelo centro das lajes. Com isso os modelos compostos basicamente por dois elementos, o primeiro, hexaédrico C3D8 (simulando o concreto e as placas de apoio das lajes) e o segundo, linear T3D2 (simulando as armaduras). As interações entre o aço e o concreto foram feitas através de uma malha de integração chamada de *embedded region* que transmite de forma automática os esforços entre esses dois elementos. Estas considerações foram feitas prezando a veracidade dos resultados sem a necessidade de muito custo computacional para a obtenção dos resultados.

Dito isto, os resultados das análises computacionais realizadas foram classificadas como satisfatórias, tendo em vista os padrões observados nos ensaios, quando comparados aos colhidos pelas análises numéricas, principalmente quando são analisadas as relações entre as cargas últimas observadas com as mostradas pelos modelos, isto é, os comportamentos das lajes nas relações cargas x deslocamentos computacionais, expressaram de forma próxima os comportamentos das lajes ensaiadas, contribuindo de forma positiva no entendimento dos esforços aqui estudados.

Diante disso, os padrões de fissuração para situações onde há a presença de uma descontinuidade na massa de concreto se mostraram coerentes com as regiões onde se observaram maiores deformações plásticas (PEMAG) e por fim, as deformações observadas nas armaduras de flexão dos modelos mantiveram padrões de comportamentos semelhantes aos extraídos experimentalmente, demonstrando confiabilidade nas informações coletadas.

## **8.7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Durante o desenvolvimento da pesquisa, foram observados alguns aspectos relevantes sobre o estudo de lajes lisas nervuradas bidirecionais de concreto armado com furos adjacentes ao pilar, que possam melhorar o entendimento do fenômeno, trabalhando em alguns pontos críticos. Diante de tal afirmação, são apontados alguns estudos:

- x Realização de ensaios em lajes submetidas a carregamentos simétricos com implementação de momentos nos pilares, buscando quantificar a perda de rigidez e resistência ao puncionamento;
- x Realização de ensaios em lajes com elevadas taxas de armaduras de flexão, maiores alturas úteis e inter-eixo entre nervuras mais espaçadas, buscando a ruína da peça por cisalhamento das nervuras;
- x Realização de ensaios em lajes com apenas um furo, com diferentes índices de retangularidade dos pilares, alongando os furos, buscando uma relação entre esses dois aspectos.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS (ATUALIZANDO)

ACI 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.

ACI 318, **American building code requirements for reinforced concrete**. American Concrete Institute, 2014.

CIVIL WORK, [goo.gl/UYUYr6](http://goo.gl/UYUYr6), Site de engenharia.

AGUIAR, A.J.O. **Análise Experimental de Lajes Lisas Nervuradas Bidirecionais De Concreto Armado Com Furos Adjacentes ao Pilar**. Dissertação de mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – **Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522 – **Concreto ± Determinação do Módulo de Deformação Estática e Diagrama Tensão-Deformação ± Método de Ensaio**. Rio de Janeiro, 2008.

BIRTEL, V.; MARK, P. **Parametrised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure**. Abaqus Users Conference. 2006.

BORGES, L. L. J.; MELO, G. S. S. A.; GOMES, R. B.; REGAN, P. E. **Punching shear of reinforced concrete flat plates with openings**. ACI Structural Journal, v. 110, p. 547-556, 2013.

BORGES, L. L. J. **Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo com Pilares Retangulares, Furos e Armadura de Cisalhamento**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.

CARVALHO, Adonay Saráty de. **Análise Experimental de Laje Lisa de Concreto Armado de Alta Resistência com Metacaulim Apoiadas em Pilares Retangulares e Armada à Punção**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Dissertação de Mestrado, Belém, 2006.

CEB-FIP. **MODEL CODE 2010: Final draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. Lausanne, 2011.

CEB-FIP. **MODEL CODE 1990: Final Draft**. Bulletin D'Information, CEB, Lausanne, July 1991.

CHAUDHARI, S. V.; CHAKRABARTI M.A. **Modeling of concrete for nonlinear analysis Using Finite Element Code ABAQUS**. International Journal of Computer Applications, New York, USA, 2012.

DAMASCENO, L. S. R. **Análise Experimental de Lajes Lisas Unidirecionais de Concreto Armado com Pilares Retangulares ao Puncionamento**. Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém. 2007.

DIN 1045-1 – Plain, **Reinforced and Prestressed Concrete Structures**, 2001.

EUROCODE 2. **Design of concrete structures ± Part1**: General rules and rules for buildings. European Standard, 1992.

EUROCODE 2, **Design of concrete structures**. European Committee for Standardization, 2004.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. (1989). **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FINK, J; PETRASCHKEK, T; ONDRIS. **Push-out Test Parametric Simulation Study of a New Sheet-Type Shear Connector**. Austria, 2006.

HIBBITT, K.; SORENSEN. **ABAQUS Theory Manual**. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, EUA; 2009.

INGERSLEV, A. **The Strength of Rectangular Slabs**. The Institution of Structural Engineers Journal, Westminster, 1923.

JANKOWIAK I., KAŁKOL W., MADAJ A. **Identification of a continuous composite beam numerical model, based on experimental tests**. 7 th Conference on Composite Structures, Zielona Góra, 2005, pp. 163–178.

JOHANSEN, K. W. **Brudlineeteorier**. Polyteknisk Forening, Genoptrykt, 1943.

JOHANSSON, B. & REITZEL, P. **Numerical analysis of a reinforced concrete beam in Abaqus 6.10**. Dissertação (Mestrado). Aalborg University, 2011.

KMIECIK P.; KAMIŃSKI M. **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration**. ARCHIVES OF CIVIL AND MECHANICAL ENGINEERING, Wrocław, Poland, 2011.

LANGENDONCK, Telemaco van. **Teoria Elementar das Charneiras Plásticas**. São Paulo, 1970.

MACGREGOR, Jones G.. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. New Jersey: Prentice Hall, 1992.

MALM, R. **Predicting shear type crack initiation and growth in concrete with nonlinear finite element method**. Ph.D. thesis, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2009.

MOE, J. **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads**. Development Dept. Bulletin No. D47, Portland, Cement Association, Skokie, Illinois, 1961.

MUTTONI, A. **Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs Without Transverse Reinforcement**. ACI Structural Journal, July/August 2008.

MUTTONI, A., et al., **Background to fib Model Code 2010 shear provisions ±part II: punching shear**. Structural Concrete 14 (2013), No. 3.

OLIVEIRA, D. R. C. (2003). **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares**. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 214 p.

OLIVEIRA, D. R. C.; et al. **Contribuição ao Estudo de Lajes Lisas Unidirecionais de Concreto Armado com Pilares Retangulares ao Puncionamento**. REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, 2007.

PINTO, V. C., **Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos e 3 L O D U H V F R P 6 H F o m R 7 D i s c a ç ã o d e M e s t r a d o**. Centro Tecnológico, Faculdade de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.

SIMULIA. **Abaqus 6.14 Analysis User`s Manual Volume IV: Elements**. Dassault Systèmes, 2012.

TENG, S.; KUANG, K. L.; CHEONG, H. K.; GENG, J. Z. **Punching Shear Strength of Slabs with Openings and Supported on Rectangular Columns**. ACI Structural Journal, 2004.

TIMOSHENKO, Stephen P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S.. **Theory of Plates and Shells: International Student Edition**. MacGraw-Hill Book Company, INC., 1959.

WAYNE, K. B. **Punching Shear of High Strength Concrete Slabs with Perforations**. Department of Civil Engineering, University of Alberta, A thesis submitted to the Faculty of Graduate Studies and Research in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, Edmonton, Alberta, 1997.

## **10. ANEXOS**

**Anexo A** - Valores característicos de tensão e resistência para concretos (din 1045-1)

## 11. APÊNDICES

### Apêndice A – Deslocamentos verticais da laje LRA

LRA							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,01	0,14	0,00	0,10	0,13	0,24	0,04
40	0,05	0,30	0,00	0,32	0,18	0,40	0,16
60	0,16	0,52	0,24	0,69	0,33	0,63	0,22
80	0,30	0,76	0,69	0,98	0,60	0,95	0,37
100	0,46	0,96	1,20	1,28	0,75	1,33	0,55
120	0,67	1,57	1,88	1,75	0,99	1,86	0,82
140	0,92	2,15	2,70	2,45	1,32	2,53	1,12
160	1,20	2,78	3,60	3,06	1,55	3,22	1,41
180	1,46	3,40	4,51	3,75	1,82	3,90	1,75
200	1,69	3,93	5,32	4,34	2,09	4,51	2,01
220	1,92	4,49	6,09	4,86	2,31	5,07	2,28
240	2,17	5,09	7,00	5,45	2,57	5,73	2,55
260	2,43	5,71	7,96	6,13	2,85	6,40	2,85
280	2,50	6,36	8,82	6,67	3,19	6,91	3,07
300	2,77	6,98	9,77	7,29	3,44	7,55	3,33



## Apêndice B – Deslocamentos verticais da laje L1A1

L1A1							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,11	0,31	0,08	0,33	0,08	0,25	0,11
40	0,26	0,56	0,59	0,78	0,26	0,59	0,26
60	0,39	0,86	1,06	1,21	0,45	0,91	0,43
80	0,55	1,25	1,64	1,75	0,74	1,27	0,66
100	0,74	1,76	2,42	2,52	1,28	1,85	0,91
120	0,94	2,28	3,16	3,21	1,64	2,40	1,16
140	1,15	2,92	3,98	3,98	2,01	3,04	1,44
160	1,40	3,55	4,90	4,81	2,35	3,71	1,75
180	1,62	4,13	5,80	5,60	2,70	4,35	2,04
200	1,86	4,75	6,78	6,45	3,08	5,08	2,34
220	2,11	5,39	7,85	7,29	3,45	5,79	2,69
240	2,39	6,10	9,06	8,20	3,83	6,59	3,06
260	2,64	6,75	10,11	9,03	4,16	7,33	3,34

**Apêndice C – Deslocamentos verticais da laje L2A2**

L2A2							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,16	0,23	0,00	0,24	0,06	0,22	0,07
40	0,30	0,42	0,40	0,49	0,17	0,41	0,17
60	0,41	0,70	0,84	0,83	0,23	0,71	0,35
80	0,52	1,10	1,45	1,29	0,41	1,08	0,48
100	0,77	1,72	2,41	2,01	0,67	1,75	0,77
120	0,99	2,40	3,47	2,79	1,04	2,48	1,09
140	1,23	3,09	4,49	3,56	1,27	3,18	1,44
160	1,42	3,77	5,52	4,34	1,55	3,87	1,81
180	1,66	4,43	6,52	5,08	1,85	4,53	2,15
200	1,90	5,12	7,56	5,85	2,14	5,25	2,50
220	2,17	5,85	8,68	6,67	2,44	6,09	3,05
240	2,43	6,56	9,80	7,53	2,85	6,95	3,14
260	2,64	7,27	10,91	8,33	3,16	7,75	3,41

## Apêndice D – Deslocamentos verticais da laje L3A3

L3A3							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,03	0,27	0,21	0,19	0,04	0,21	0,03
40	0,44	0,43	0,38	0,37	0,16	0,48	0,15
60	0,61	0,54	0,94	0,61	0,26	0,79	0,27
80	0,81	1,37	1,52	1,00	0,41	1,18	0,44
100	1,09	1,98	2,42	1,62	0,61	1,79	0,71
120	1,40	2,70	3,47	2,34	0,90	2,56	1,06
140	1,71	3,45	4,56	3,13	1,18	3,39	1,36
160	2,02	4,16	5,65	3,85	1,43	4,13	1,65
180	2,42	5,01	6,97	4,73	1,90	4,98	2,03
200	2,73	5,70	8,10	5,45	2,15	5,69	2,33
220	3,09	6,47	9,32	6,22	2,49	6,47	2,65
240	3,99	7,26	10,59	7,05	2,74	7,30	3,00

## Apêndice E – Deslocamentos verticais da laje L4A4

L4A4							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,13	0,19	0,00	0,19	0,03	0,20	0,03
40	0,26	0,36	0,26	0,42	0,15	0,43	0,13
60	0,40	0,44	0,71	0,69	0,29	0,74	0,27
80	0,60	1,26	1,44	1,16	0,52	1,23	0,47
100	0,80	1,88	2,31	1,73	0,79	1,85	0,71
120	1,05	2,60	3,36	2,37	1,24	2,62	0,97
140	1,28	3,29	4,38	2,99	1,58	3,38	1,24
160	1,55	4,08	5,50	3,73	2,10	4,17	1,53
180	1,81	4,82	6,68	4,39	2,47	4,96	1,85
200	2,03	5,44	7,58	4,94	2,77	5,61	2,05
220	2,29	6,42	8,67	5,62	3,18	6,43	2,38
240	2,56	7,19	9,82	6,30	3,54	7,26	2,68
260	2,81	8,00	11,28	6,96	3,97	8,09	2,92

## Apêndice F – Deslocamentos verticais da laje LRB

LRB							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,15	0,20	0,00	0,51	0,28	0,36	0,01
40	0,20	0,38	0,13	0,78	0,41	0,60	0,09
60	0,26	0,68	0,43	1,08	0,52	0,88	0,29
80	0,38	1,05	0,79	1,45	0,65	1,20	0,51
100	0,53	1,44	1,25	1,84	0,79	1,54	0,69
120	0,69	1,99	1,72	2,39	1,03	2,05	1,00
140	0,95	2,57	2,40	2,97	1,29	2,61	1,33
160	1,22	3,24	3,11	3,64	1,58	3,26	1,70
180	1,50	3,95	3,97	4,35	1,87	3,90	2,05
200	1,77	4,57	4,78	4,97	2,19	4,53	2,41
220	2,03	5,22	5,56	5,62	2,50	5,17	2,76
240	2,30	5,60	6,42	6,25	2,84	5,84	3,17
260	2,61	6,28	7,26	6,94	3,12	6,60	3,61
280	2,94	7,18	8,22	7,50	3,34	7,20	3,85
300	3,30	7,74	8,94	8,06	3,57	7,78	4,14
320	3,55	8,30	9,71	8,62	3,85	8,34	4,41
340	3,83	8,92	10,55	9,24	4,16	8,86	4,76
360	4,13	9,52	11,52	9,84	4,44	9,47	4,99
380	4,40	10,28	12,40	10,60	4,75	10,25	5,22
400	4,44	11,43	13,36	11,75	5,18	11,17	5,98
420	4,65	12,11	14,85	12,43	5,47	11,81	6,01

## Apêndice G – Deslocamentos verticais da laje L1B1

L1B1							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,13	0,41	0,46	0,20	0,13	0,16	0,09
40	0,29	0,41	0,46	0,40	0,26	0,35	0,20
60	0,46	0,69	0,74	0,64	0,40	0,54	0,32
80	0,65	1,10	1,18	1,05	0,61	0,85	0,46
100	0,94	1,60	1,63	1,46	0,73	1,25	0,65
120	1,19	2,07	2,11	1,89	1,00	1,66	0,85
140	1,47	2,57	2,75	2,36	1,26	2,15	1,10
160	1,76	3,44	3,75	3,37	1,63	3,01	1,70
180	2,11	4,18	4,48	4,05	1,97	3,66	2,00
200	2,40	4,96	5,32	4,76	2,31	4,39	2,33
220	2,78	5,77	6,27	5,45	2,63	5,11	2,70
240	3,35	6,63	7,23	6,12	3,02	5,80	3,13
260	3,74	7,40	8,09	6,79	3,42	6,51	3,45
280	4,08	8,17	9,08	7,49	3,82	7,24	3,79
300	4,42	8,88	10,00	8,17	4,18	7,92	4,10
320	4,84	9,71	10,89	9,09	4,42	8,68	4,44
340	6,49	11,39	12,46	10,09	5,22	9,98	5,09
360	6,93	12,14	13,56	10,81	5,64	10,75	5,45
380	7,40	13,11	14,92	11,72	6,07	11,71	5,83
400	7,86	14,18	16,27	12,45	6,66	12,64	6,39
420	8,57	16,35	19,74	14,19	7,41	14,30	7,50

## Apêndice H – Deslocamentos verticais da laje L2B1

L2B1							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,00	0,40	0,08	0,34	0,16	0,00	0,28
40	0,08	0,59	0,35	0,55	0,26	0,14	0,55
60	0,13	1,50	0,85	0,95	0,44	0,47	0,71
80	0,23	1,92	1,38	1,39	0,60	0,85	0,86
100	0,28	2,46	2,09	1,96	0,81	1,33	1,07
120	0,33	2,83	2,96	2,59	1,02	1,93	1,34
140	0,59	3,86	3,99	3,33	1,25	2,68	1,66
160	0,85	4,56	4,84	4,21	1,53	3,42	2,00
180	0,90	5,33	5,87	5,08	1,80	4,13	2,32
200	1,21	6,07	6,85	5,88	2,05	4,77	2,65
220	1,52	6,88	7,92	6,37	2,33	5,52	3,02
240	1,85	7,69	8,98	7,60	2,60	6,33	3,51
260	2,21	8,43	10,15	8,65	3,16	7,17	4,18
280	2,52	9,19	11,17	9,41	3,43	7,92	4,60
300	2,85	10,01	12,31	10,24	3,72	8,79	5,13
320	3,16	10,79	13,45	11,05	4,00	9,62	5,55
340	3,52	11,66	14,73	11,86	4,27	10,51	5,97
360	3,88	12,78	16,19	12,91	4,52	11,33	6,53

## Apêndice I – Deslocamentos verticais da laje L3B2

L3B2							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,37	0,44	0,20	0,15	0,07	0,25	0,10
40	0,32	0,68	0,48	0,31	0,13	0,39	0,19
60	0,54	1,28	0,91	0,76	0,28	0,78	0,37
80	0,72	1,80	1,57	1,13	0,44	1,28	0,60
100	0,91	2,39	2,31	1,60	0,63	1,75	0,83
120	1,18	3,26	3,26	2,76	0,92	2,44	1,14
140	1,63	4,09	4,08	3,44	1,19	3,14	1,49
160	2,13	4,33	5,06	4,30	1,47	3,90	1,84
180	2,55	4,88	5,78	5,03	1,74	4,70	2,19
200	3,02	5,54	6,57	5,73	2,01	5,41	2,51
220	3,50	6,28	7,57	6,45	2,31	6,24	2,88
240	4,13	7,02	8,67	7,14	2,58	7,02	3,23
260	4,60	7,58	9,72	7,77	2,84	7,78	3,58
280	5,02	8,06	10,75	8,45	3,09	8,52	3,93
300	5,54	8,83	11,87	9,35	3,39	9,44	4,50
320	6,00	9,22	12,67	10,06	3,63	10,18	4,80
340	6,62	9,90	13,86	10,84	3,90	10,97	5,13
360	7,08	10,82	15,01	11,69	4,19	11,86	5,56
380	7,65	11,78	16,41	12,65	4,53	12,88	5,98
400	8,10	12,67	17,90	13,53	4,83	12,88	6,21
420	8,61	13,67	19,54	14,55	5,14	13,00	6,32



## Apêndice J – Deslocamentos verticais da laje L4B2

L4B2							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,21	0,38	0,03	0,31	0,12	0,36	0,05
40	0,33	0,63	0,36	0,58	0,22	0,67	0,10
60	0,53	1,05	0,90	0,98	0,38	1,07	0,30
80	0,76	1,58	1,56	1,53	0,65	1,65	0,58
100	1,04	2,20	2,32	1,99	0,94	2,35	0,86
120	1,33	2,88	3,28	2,65	1,26	3,14	1,22
140	1,61	3,56	3,94	3,33	1,55	3,91	1,55
160	1,90	4,19	4,82	3,99	1,85	4,62	1,85
180	2,19	4,85	5,84	4,66	2,14	5,39	2,18
200	2,47	5,50	6,82	5,37	2,46	6,16	2,46
220	2,74	6,13	7,70	6,00	2,77	6,87	2,77
240	3,06	6,74	8,67	6,96	3,48	7,64	3,00
260	3,51	7,52	9,88	7,90	4,03	8,58	3,40
280	3,89	8,19	10,91	8,64	4,43	9,37	3,71
300	4,18	8,89	12,08	9,37	4,78	10,26	4,01
320	5,10	10,08	13,54	10,51	5,29	11,35	4,52
340	5,53	10,83	14,66	11,29	5,67	12,17	4,85
360	5,99	11,72	16,02	12,22	6,12	13,11	5,26
380	6,50	12,71	17,59	13,45	6,66	14,05	5,74
400	6,94	13,55	19,11	14,60	7,17	15,08	6,12
420	7,43	14,63	21,05	15,77	7,77	16,03	6,60

## Apêndice K – Deslocamentos verticais da laje LRC

LRC							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,05	0,07	0,00	0,11	0,08	0,20	0,06
40	0,22	0,36	0,00	0,36	0,23	0,51	0,23
60	0,35	0,52	0,18	0,59	0,34	0,64	0,33
80	0,41	0,64	0,61	0,97	0,51	0,99	0,47
100	0,48	1,06	1,09	1,35	0,86	1,27	0,61
120	0,61	1,32	1,46	1,75	1,32	1,59	0,76
140	0,65	1,69	1,67	2,16	1,32	1,96	0,98
160	1,00	2,27	2,08	2,76	1,66	2,37	1,17
180	1,27	2,80	2,50	3,31	2,94	2,91	1,38
200	1,62	3,49	3,54	4,26	2,94	3,57	1,60
220	1,87	3,98	4,13	4,81	3,26	4,09	1,93
240	2,20	4,59	5,03	5,72	3,94	4,62	2,19
260	2,45	5,01	5,66	6,29	4,06	5,09	2,39
280	2,76	5,64	6,42	6,96	4,45	5,69	2,80
300	3,04	6,23	7,11	7,60	4,81	6,25	2,90
320	3,30	7,00	7,76	8,17	5,11	6,75	3,13
340	3,57	7,41	8,43	8,76	5,46	6,75	3,35
360	3,82	7,98	9,08	9,34	5,77	7,78	3,57
380	4,12	8,71	9,93	10,24	6,27	8,51	3,85
400	4,43	9,42	10,77	10,98	6,70	9,04	4,11
420	4,57	10,14	12,09	12,47	7,59	9,14	4,47
440	4,91	10,72	12,84	13,09	7,92	10,20	4,66
460	5,39	11,75	14,32	15,06	12,47	11,74	5,29
480	5,90	12,39	14,96	15,86	12,60	12,32	5,34
500	6,37	13,36	15,87	13,16	6,03	13,12	5,63

## Apêndice L – Deslocamentos verticais da laje L1C1

L1C1							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,04	0,28	0,10	0,13	0,12	0,12	0,07
40	0,13	0,36	0,17	0,31	0,24	166,09	0,11
60	0,24	0,56	0,27	0,56	0,41	166,33	0,20
80	0,35	0,70	0,32	0,80	0,63	166,55	0,31
100	0,46	0,96	0,63	1,06	0,80	166,79	0,42
120	0,57	1,18	0,90	1,30	0,97	167,05	0,53
140	0,70	1,28	1,21	1,57	1,18	167,30	0,66
160	0,85	1,78	1,58	1,87	1,37	167,60	0,82
180	1,07	2,24	2,11	2,33	1,68	168,03	1,07
200	1,27	2,71	2,71	2,83	2,33	168,52	1,33
220	1,48	3,28	3,42	3,40	2,61	169,09	1,63
240	1,73	3,78	4,06	3,91	2,81	3,80	1,93
260	1,97	4,38	4,84	4,58	2,92	170,19	2,30
280	2,18	4,91	5,53	5,12	3,16	170,72	2,59
300	2,42	5,43	6,20	5,66	3,51	171,24	2,84
320	2,73	6,02	7,09	6,36	3,90	171,88	3,11
340	2,98	6,67	8,06	7,24	4,60	172,61	3,44
360	3,20	7,20	8,79	7,82	4,96	173,17	3,66
380	3,46	7,78	9,48	8,43	5,31	173,72	3,90
400	3,70	8,31	10,22	9,03	5,63	174,29	4,17
420	4,00	9,02	10,97	10,33	6,17	174,91	4,44
440	4,21	9,55	11,69	10,92	6,40	175,46	4,71
460	4,44	10,13	12,50	11,55	6,68	176,56	4,99
480	4,72	10,76	13,89	12,28	7,05	176,70	5,28

**Apêndice M – Deslocamentos verticais da laje L2C1**

L2C1							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,10	0,15	0,05	0,22	0,20	0,19	0,05
40	0,22	0,32	0,08	0,40	0,33	0,36	0,19
60	0,40	0,62	0,12	0,68	0,53	0,61	0,33
80	0,59	0,92	0,47	0,98	0,76	0,89	0,47
100	0,78	1,24	0,85	1,37	1,02	1,20	0,63
120	0,99	1,58	1,28	1,81	1,34	1,56	0,81
140	1,25	2,07	2,02	2,60	2,08	2,08	1,05
160	1,48	2,50	2,56	3,09	2,50	2,50	1,25
180	1,76	3,04	3,25	3,74	3,00	3,02	1,49
200	2,04	3,56	3,98	4,36	3,49	3,54	1,72
220	2,36	4,18	4,82	5,09	4,05	4,15	1,99
240	2,67	4,81	5,66	5,85	4,62	4,78	2,25
260	2,97	5,38	6,46	6,63	5,22	5,39	2,52
280	3,31	6,04	7,37	7,47	5,89	6,07	2,83
300	3,64	6,72	8,29	8,31	6,53	6,78	3,17
320	3,95	7,36	9,18	9,10	7,14	7,43	3,50
340	4,29	7,98	10,12	9,92	7,74	8,00	3,86
360	4,61	8,66	11,01	10,71	8,31	8,80	4,17
380	4,97	9,30	12,00	11,54	8,90	9,51	4,47
400	5,33	10,11	13,08	12,47	9,58	10,29	4,77
420	5,73	10,82	15,62	13,39	10,25	11,05	5,06
440	6,14	11,82	16,72	14,61	11,09	12,06	5,42
460	6,48	12,32	19,17	15,38	11,64	12,77	5,71

**Apêndice N – Deslocamentos verticais da laje L3C2**

L3C2							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,15	0,24	0,31	0,30	0,04	0,23	0,11
40	0,25	0,41	0,44	0,50	0,17	0,40	0,19
60	0,30	0,71	0,82	0,82	0,39	0,69	0,32
80	0,55	1,10	1,33	1,18	0,61	1,14	0,67
100	0,72	1,44	1,74	1,50	0,82	1,45	0,81
120	0,93	1,81	2,24	1,85	1,12	1,81	0,96
140	1,14	2,21	2,75	2,21	1,35	2,18	1,13
160	1,40	2,72	3,38	2,66	1,62	2,64	1,34
180	1,71	3,22	4,02	3,13	1,94	3,14	1,57
200	2,02	3,80	4,76	3,65	2,23	3,66	1,82
220	2,31	4,45	5,51	4,17	2,23	4,25	2,08
240	2,61	5,09	6,29	4,14	2,53	4,81	2,34
260	2,89	5,75	7,09	5,27	2,84	5,39	2,60
280	3,17	6,38	7,87	5,80	3,18	5,98	2,87
300	3,48	6,89	8,65	6,34	3,50	6,55	3,14
320	3,75	7,57	9,50	7,05	3,86	7,16	3,41
340	4,02	8,20	10,31	7,59	4,58	7,76	3,68
360	4,03	8,73	10,97	8,32	4,96	8,35	3,89
380	4,30	9,37	11,80	8,82	5,27	8,95	4,14
400	4,61	10,14	12,75	9,42	5,60	9,64	4,44
420	4,93	10,87	13,69	10,05	5,95	10,36	4,73
440	5,30	11,77	14,93	10,74	6,34	11,18	5,08

## Apêndice O – Deslocamentos verticais da laje L4C2

L4C2							
CARGA (KN)	D1 (mm)	D2 (mm)	D3 (mm)	D4 (mm)	D5 (mm)	D6 (mm)	D7 (mm)
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,14	0,11	0,03	0,20	0,08	0,32	0,17
40	0,26	0,16	0,26	0,48	0,22	0,55	0,32
60	0,41	0,60	0,53	0,76	0,39	0,82	0,38
80	0,63	0,90	1,03	1,11	0,68	1,19	0,53
100	0,81	1,16	1,43	1,44	1,20	1,61	0,68
120	0,89	1,46	2,25	1,91	1,28	1,93	0,75
140	1,13	1,82	2,79	2,36	1,55	2,38	0,92
160	1,38	2,18	3,25	2,74	1,89	2,80	1,32
180	1,64	2,70	3,92	3,23	2,22	3,34	1,42
200	1,99	3,10	4,51	3,69	2,53	3,81	1,51
220	2,28	3,56	5,14	4,12	2,84	4,30	1,67
240	2,87	4,35	6,11	4,73	3,39	5,10	1,88
260	3,20	4,78	6,90	5,26	3,87	5,70	2,01
280	3,58	5,26	8,51	5,99	4,86	6,45	2,34
300	3,91	5,81	9,33	6,53	5,26	7,06	2,69
320	4,23	6,32	10,10	7,05	5,62	7,62	2,99
340	4,55	7,01	11,24	7,83	6,25	8,44	3,30
360	4,95	7,55	12,03	8,33	6,59	8,89	3,54
380	5,24	8,16	12,91	8,90	7,04	9,59	3,73
400	5,63	8,79	13,84	9,48	7,46	10,25	3,97
420	6,26	9,45	14,85	10,14	8,00	10,97	4,38
440	6,65	10,23	16,12	11,04	8,90	11,80	4,89

**Apêndice P – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRA**

LRA					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0	0	0	-	-
20	0,01	0,01	0,00	-	-
40	0,02	0,02	0,00	-	-
60	0,05	0,04	0,01	-	-
80	0,08	0,08	0,01	-	-
100	0,12	0,12	0,02	-	-
120	0,18	0,17	0,04	-	-
140	0,24	0,21	0,08	-	-
160	0,32	0,24	0,19	-	-
180	0,39	0,27	0,23	-	-
200	0,45	0,29	0,27	-	-
220	0,49	0,30	0,30	-	-
240	0,53	0,32	0,34	-	-
260	0,59	0,34	0,38	-	-
280	0,63	0,35	0,41	-	-
300	0,68	0,37	0,44	-	-
320	0,67	0,37	0,44	-	-
340	0,70	0,38	0,46	-	-
360	0,73	0,42	0,48	-	-
380	0,75	0,44	0,49	-	-
400	0,79	0,48	0,51	-	-
420	0,81	0,50	0,52	-	-

## Apêndice Q – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1A1

L1A1					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01
40	0,03	0,00	0,01	0,05	0,03
60	0,05	0,01	0,01	0,08	0,06
80	0,09	0,02	0,02	0,10	0,09
100	0,15	0,03	0,06	0,14	0,12
120	0,20	0,04	0,11	0,18	0,16
140	0,27	0,05	0,16	0,21	0,20
160	0,32	0,05	0,22	0,25	0,23
180	0,36	0,05	0,27	0,29	0,27
200	0,41	0,06	0,32	0,35	0,31
220	0,46	0,07	0,37	0,41	0,35
240	0,50	0,07	0,43	0,47	0,39
260	0,53	0,07	0,47	0,52	0,42



**Apêndice R – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2A2**

L2A2					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,01	-	0,01	0,01	0,00
40	0,04	0,00	0,01	0,02	0,03
60	0,07	0,01	0,03	0,04	0,00
80	0,12	0,01	0,06	0,05	0,24
100	0,18	0,01	0,11	0,15	0,10
120	0,25	0,02	0,16	0,19	0,43
140	0,32	0,02	0,24	0,30	0,25
160	0,39	0,02	0,30	0,35	0,36
180	0,45	0,02	0,35	0,37	0,61
200	0,52	0,02	0,41	0,42	0,68
220	0,58	0,02	0,48	0,48	0,74
240	0,64	0,04	0,53	0,54	0,80
260	0,70	0,05	0,59	0,59	0,85

## Apêndice S – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3A3

L3A3					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,02	0,00	0,00	0,01	0,01
40	0,06	0,00	0,01	0,06	0,03
60	0,02	0,01	0,02	0,11	0,06
80	0,06	0,02	0,03	0,15	0,14
100	0,12	0,04	0,09	0,21	0,18
120	0,30	0,05	0,12	0,27	0,22
140	0,34	0,06	0,17	0,32	0,27
160	0,38	0,07	0,23	0,37	0,29
180	0,47	0,10	0,29	0,43	0,30
200	0,51	0,11	0,35	0,48	0,37
220	0,56	0,26	0,41	0,54	0,42
240	0,61	0,27	0,47	0,58	0,47

## Apêndice T – Deformações nas armaduras de flexão da laje L4A4

L4A4					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,02	0,00	0,01	0,01	0,01
40	0,08	0,00	0,02	0,03	0,01
60	0,11	0,01	0,03	0,05	0,03
80	0,16	-	0,08	0,09	0,07
100	0,23	0,00	0,13	0,12	0,10
120	0,29	0,01	0,20	0,16	0,14
140	0,35	0,01	0,24	0,20	0,18
160	0,41	0,01	0,30	0,25	0,22
180	0,46	0,02	0,35	0,29	0,25
200	0,50	0,02	0,39	0,33	0,28
220	0,54	0,03	0,43	0,37	0,32
240	0,58	0,04	0,47	0,40	0,35
260	0,63	0,04	0,51	0,43	0,37

**Apêndice U – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRB**

LRB					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	-	-
20	0,01	0,01	0,00	-	-
40	0,02	0,01	0,00	-	-
60	0,05	0,02	0,00	-	-
80	0,08	0,05	0,01	-	-
100	0,12	0,10	0,04	-	-
120	0,16	0,14	0,06	-	-
140	0,20	0,18	0,10	-	-
160	0,25	0,21	0,14	-	-
180	0,30	0,24	0,19	-	-
200	0,34	0,27	0,23	-	-
220	0,38	0,31	0,27	-	-
240	0,42	0,34	0,31	-	-
260	0,46	0,39	0,34	-	-
280	0,51	0,44	0,37	-	-
300	0,55	0,49	0,40	-	-
320	0,59	0,54	0,41	-	-
340	0,62	0,58	0,44	-	-
360	0,66	0,63	0,48	-	-
380	0,71	0,67	0,50	-	-
400	0,81	0,71	0,53	-	-
420	0,87	0,72	0,57	-	-
440	0,89	0,75	0,59	-	-

**Apêndice V – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1B1**

L1B1					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
40	0,05	0,02	0,01	0,00	0,01
60	0,07	0,03	0,01	0,01	0,02
80	0,11	0,06	0,02	0,01	0,03
100	0,14	0,09	0,03	0,01	0,05
120	0,17	0,12	0,03	0,02	0,08
140	0,22	0,17	0,05	0,03	0,13
160	0,27	0,23	0,08	0,03	0,18
180	0,32	0,29	0,11	0,03	0,23
200	0,37	0,34	0,15	0,05	0,28
220	0,42	0,40	0,19	0,06	0,33
240	0,46	0,45	0,22	0,07	0,32
260	0,51	0,50	0,25	0,08	0,37
280	0,56	0,55	0,28	0,09	0,40
300	0,59	0,60	0,31	0,10	0,43
320	0,62	0,65	0,33	0,10	0,45
340	0,68	0,71	0,36	0,11	0,47
360	0,68	0,71	0,38	0,11	0,48
380	0,67	0,67	0,41	0,12	0,50
400	0,98	0,65	0,44	0,14	0,51

**Apêndice W – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2B1**

L2B1					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	-	-	0,00	0,00
20	0,05	-	-	0,01	0,01
40	0,07	-	-	0,01	0,01
60	0,11	-	-	0,01	0,01
80	0,15	-	-	0,02	0,01
100	0,20	-	-	0,03	0,02
120	0,25	-	-	0,05	0,03
140	0,32	-	-	0,08	0,05
160	0,39	-	-	0,09	0,08
180	0,45	-	-	0,11	0,14
200	0,50	-	-	0,12	0,20
220	0,56	-	-	0,13	0,27
240	0,61	-	-	0,14	0,34
260	0,66	-	-	0,14	0,42
280	0,72	-	-	0,14	0,48
300	0,76	-	-	0,13	0,54
320	0,81	-	-	0,13	0,61
340	0,94	-	-	0,13	0,67

**Apêndice X – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3B2**

L3B2					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,01	0,02	0,01	0,00	0,01
40	0,02	0,03	0,01	0,00	0,02
60	0,04	0,06	0,02	0,00	0,02
80	0,06	0,10	0,04	0,00	0,04
100	0,08	0,14	0,07	0,01	0,06
120	0,11	0,20	0,11	0,01	0,08
140	0,15	0,26	0,15	0,01	0,13
160	0,19	0,31	0,20	0,01	0,17
180	0,30	0,37	0,24	0,03	0,47
200	0,34	0,42	0,27	0,04	0,52
220	0,40	0,48	0,31	0,05	0,58
240	0,47	0,51	0,37	0,06	0,62
260	0,52	0,55	0,38	0,07	0,66
280	0,57	0,60	0,41	0,07	0,70
300	0,62	0,65	0,45	0,08	0,75
320	0,67	0,69	0,49	0,08	0,79
340	0,72	0,83	0,53	0,08	0,83
360	1,00	1,14	0,56	0,09	0,87
380	1,77	2,67	0,60	0,09	0,91
400	2,12	3,60	0,64	0,09	0,95
420	1,59	3,44	0,66	0,09	0,99

**Apêndice Y – Deformações nas armaduras de flexão da laje L4B2**

L4B2					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	-	-	0,00	0,00
20	0,12	-	-	-	0,00
40	0,22	-	-	0,00	0,01
60	0,27	-	-	0,01	0,01
80	0,35	-	-	0,01	0,02
100	0,41	-	-	0,01	0,04
120	0,51	-	-	0,01	0,07
140	0,58	-	-	0,02	0,11
160	0,63	-	-	0,02	0,14
180	0,69	-	-	0,02	0,19
200	0,74	-	-	0,02	0,23
220	0,82	-	-	0,03	0,28
240	0,91	-	-	0,03	0,31
260	1,00	-	-	0,05	0,38
280	1,08	-	-	0,05	0,41
300	1,20	-	-	0,06	0,45
320	1,27	-	-	0,06	0,50
340	1,36	-	-	0,06	0,54
360	1,47	-	-	0,07	0,57
380	1,55	-	-	0,07	0,61
400	1,61	-	-	0,07	0,63
420	1,70	-	-	0,06	0,67



**Apêndice Z – Deformações nas armaduras de flexão da laje LRC**

LRC					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	-	-
20	0,01	0,01	0,00	-	-
40	0,03	0,03	0,01	-	-
60	0,05	0,04	0,01	-	-
80	0,08	0,06	0,03	-	-
100	0,11	0,06	0,03	-	-
120	0,13	0,07	0,04	-	-
140	0,16	0,08	0,04	-	-
160	0,19	0,10	0,05	-	-
180	0,23	0,11	0,05	-	-
200	0,30	0,12	0,06	-	-
220	0,34	0,13	0,06	-	-
240	0,38	0,15	0,07	-	-
260	0,41	0,17	0,07	-	-
280	0,45	0,18	0,07	-	-
300	0,50	0,20	0,08	-	-
320	0,57	0,22	0,09	-	-
340	0,61	0,23	0,09	-	-
360	0,66	0,25	0,10	-	-
380	0,70	0,27	0,10	-	-
400	0,75	0,29	0,11	-	-
420	0,87	0,31	0,11	-	-
440	1,05	0,30	0,14	-	-
460	1,23	0,32	0,17	-	-
480	1,32	0,35	0,21	-	-
500	1,47	0,37	0,25	-	-

**Apêndice AA – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1C1**

L1C1					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,01	0,00	0,01	0,00	0,01
40	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
60	0,02	0,02	0,01	0,01	0,02
80	0,03	0,03	0,02	0,01	0,03
100	0,06	0,05	0,01	0,02	0,04
120	0,08	0,06	0,01	0,04	0,06
140	0,10	0,08	0,02	0,05	0,08
160	0,12	0,09	0,06	0,07	0,10
180	0,16	0,12	0,09	0,09	0,12
200	0,20	0,15	0,11	0,10	0,16
220	0,26	0,18	0,15	0,11	0,21
240	0,30	0,21	0,18	0,12	0,24
260	0,35	0,25	0,20	0,14	0,29
280	0,41	0,27	0,22	0,14	0,33
300	0,44	0,29	0,24	0,15	0,36
320	0,50	0,32	0,27	0,16	0,41
340	0,56	0,35	0,30	0,16	0,45
360	0,59	0,36	0,32	0,16	0,48
380	0,64	0,39	0,35	0,16	0,53
400	0,68	0,41	0,37	0,16	0,56
420	0,71	0,44	0,39	0,16	0,59
440	0,73	0,47	0,42	0,16	0,63
460	0,72	0,50	0,44	0,16	0,66
480	0,72	0,53	0,47	0,15	0,69
500	0,73	0,57	0,51	0,15	0,72

**Apêndice AB** – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2C1

L2C1					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	-	-	0,00	0,00
20	0,00	-	-	0,00	0,00
40	0,01	-	-	0,01	0,01
60	0,02	-	-	0,01	0,01
80	0,02	-	-	0,02	0,01
100	0,03	-	-	0,03	0,02
120	0,04	-	-	0,05	0,02
140	0,05	-	-	0,07	0,03
160	0,05	-	-	0,08	0,05
180	0,06	-	-	0,08	0,08
200	0,07	-	-	0,09	0,13
220	0,08	-	-	0,09	0,18
240	0,10	-	-	0,10	0,21
260	0,11	-	-	0,10	0,26
280	0,12	-	-	0,11	0,29
300	0,13	-	-	0,11	0,32
320	0,15	-	-	0,11	0,36
340	0,16	-	-	0,12	0,39
360	0,17	-	-	0,12	0,42
380	0,19	-	-	0,12	0,48
400	0,20	-	-	0,13	0,50
420	0,21	-	-	0,14	0,54
440	0,22	-	-	0,14	0,59

**Apêndice AC – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3C2**

L3C2					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01
40	0,02	0,00	0,01	0,00	0,01
60	0,05	0,01	0,02	0,01	0,03
80	0,08	0,01	0,04	0,01	0,04
100	0,13	0,01	0,07	0,02	0,06
120	0,15	0,02	0,09	0,03	0,07
140	0,20	0,02	0,12	0,04	0,09
160	0,25	0,03	0,15	0,06	0,12
180	0,29	0,04	0,18	0,07	0,15
200	0,36	0,05	0,21	0,08	0,18
220	0,38	0,05	0,24	0,11	0,22
240	0,43	0,06	0,26	0,10	0,25
260	0,50	0,07	0,30	0,10	0,29
280	0,57	0,07	0,33	0,11	0,30
300	0,62	0,08	0,35	0,10	0,33
320	0,70	0,09	0,38	0,10	0,32
340	0,77	0,10	0,41	0,10	0,34
360	0,86	0,11	0,44	0,10	0,28
380	1,01	0,14	0,47	0,09	0,24
400	1,25	0,14	0,51	0,09	0,24
420	1,44	0,13	0,54	0,08	0,25
440	1,87	0,13	0,59	0,08	0,29

**Apêndice AD** – Deformações nas armaduras de flexão da laje L4C2

L4C2					
CARGA (KN)	ES1 (‰)	ES2 (‰)	ES3 (‰)	ES4 (‰)	ES5 (‰)
0	0,00	0,00	0,00	-	-
20	0,00	-	-	0,00	0,00
40	0,01	-	-	0,00	0,01
60	0,01	-	-	0,01	0,01
80	0,03	-	-	0,01	0,01
100	0,02	-	-	0,02	0,01
120	0,04	-	-	0,02	0,03
140	0,05	-	-	0,03	0,04
160	0,07	-	-	0,04	0,05
180	0,09	-	-	0,05	0,07
200	0,12	-	-	0,06	0,09
220	0,14	-	-	0,07	0,12
240	0,16	-	-	0,08	0,16
260	0,17	-	-	0,08	0,18
280	0,19	-	-	0,09	0,20
300	0,21	-	-	0,09	0,23
320	0,22	-	-	0,10	0,26
340	0,23	-	-	0,09	0,31
360	0,24	-	-	0,09	0,33
380	0,26	-	-	0,09	0,36
400	0,25	-	-	0,09	0,39
420	0,26	-	-	0,09	0,42
440	0,28	-	-	0,09	0,46
460	0,33	-	-	0,09	0,50
480	0,35	-	-	0,08	0,56