



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA – ITEC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA – PPGEE

LUISE FERREIRA CARDOZO

**TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO BASEADAS EM RESPOSTA EM
FREQUÊNCIA E VIA ALOCAÇÃO DE POLOS INTERVALAR PARA SISTEMAS
COM INCERTEZAS PARAMÉTRICAS APLICADAS AO PROBLEMA DE
REGULAÇÃO DE TENSÃO EM CONVERSORES DE POTÊNCIA**

DM: 13/2022

Belém, Pará

2022

LUISE FERREIRA CARDOZO

TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO BASEADAS EM RESPOSTA EM
FREQUÊNCIA E VIA ALOCAÇÃO DE POLOS INTERVALAR PARA SISTEMAS
COM INCERTEZAS PARAMÉTRICAS APLICADAS AO PROBLEMA DE
REGULAÇÃO DE TENSÃO EM CONVERSORES DE POTÊNCIA

Dissertação de mestrado apresentada como requisito final de avaliação para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) da Universidade Federal do Pará (UFPA).
Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica, subárea Controle e Automação de Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. Walter Barra Júnior

DM: 13/2022

Belém, Pará

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)

C268t Cardozo, Luise Ferreira.
Técnicas de Controle Robusto baseadas em Resposta
em Frequência e Via Alocação de Polos Intervalar para
Sistemas com Incertezas Paramétricas aplicadas ao
Problema de Regulação de Tensão em Conversores de
Potência / Luise Ferreira Cardozo. — 2022.
138 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Walter Barra Júnior
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Belém, 2022.

1. Conversores CC. 2. Microrredes. 3. Controle
Robusto Paramétrico. 4. Alocação de Polos Intervalar. 5.
Simulação Computacional. I. Título.

CDD 621.30221



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA – ITEC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA – PPGE

**“TÉCNICAS DE CONTROLE ROBUSTO BASEADAS EM RESPOSTA EM
FREQUÊNCIA E VIA ALOCAÇÃO DE POLOS INTERVALAR PARA SISTEMAS
COM INCERTEZAS PARAMÉTRICAS APLICADAS AO PROBLEMA DE
REGULAÇÃO DE TENSÃO EM CONVERSORES DE POTÊNCIA”**

AUTORA: LUISE FERREIRA CARDOZO

DISSERTAÇÃO DE Mestrado submetida à avaliação da Banca Examinadora aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará e julgada adequada para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia.

APROVADA EM: 12/05/2022

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Walter Barra Junior. (Orientador – PPGE/UFPA)

Prof. Dr. Carlos Tavares da Costa Júnior (Avaliador interno – PPGE/UFPA)

Prof. Dr. Florindo Antonio de Carvalho Ayres Júnior (Avaliador externo – PPGE/UFAM).

Prof. Dr. Erick Melo Rocha (Avaliador externo – IESAM-ESTÁCIO)

VISTO

Prof. Dr. Carlos Tavares da Costa Júnior
(Coordenador do PPGE/ITEC/UFPA)

Dedico este trabalho a todos os estudantes de engenharia elétrica, em especial aqueles que entendem e compartilham das dificuldades e do caminho árduo que todos nós passamos desde o início do curso. Que nós, eternos alunos, jamais percamos a fé, que nunca nos falte forças para prosseguir e lutar pelos nossos sonhos e que, em meio às adversidades, possamos encontrar a felicidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Universidade Federal do Pará – UFPA por me propiciar todo o conhecimento necessário para minha formação com grandes professores renomados e com uma boa infraestrutura. Aos meus colegas e grandes amigos adquiridos ao longo do curso, que nunca deixaram de acreditar no meu potencial e me deram forças, alegrias e suas mais sinceras amizades na minha jornada acadêmica.

Sou extremamente grata por ter sido muito bem recebida e aceita no Laboratório de Controle e Sistemas de Potência – LACSPOT/UFPA pelos professores Walter Barra Júnior e Carlos Tavares da Costa Júnior e pelos colegas, sem o qual este trabalho de conclusão não teria sido realizado.

Gostaria de agradecer à minha amada família por toda compreensão, apoio, por serem meus ideais de amor e bondade, por acreditarem em mim e por serem o bem mais valioso do mundo. E sobre todas as coisas, ao imenso amor de Deus e por toda a paz que traz ao meu coração.

“O insucesso é apenas uma oportunidade para recomeçar com mais inteligência”

(Henry Ford)

RESUMO

As microrredes são uma forma de sistema de distribuição pertencente ao amplo conceito de smart grids. Os sistemas multiconversores ou multinível, nada mais são do que microrredes CC, compostas por um arranjo de dois ou mais conversores de potência, de modo a realizar o eficiente processamento unidirecional ou bidirecional de potência entre a fonte e a carga. Desta forma, o sistema multiconversor descrito nesta dissertação possui um conversor CC – CC na topologia Buck, o qual é utilizado como fonte de tensão contínua para o barramento principal da microrrede, sendo um elemento de fundamental importância e cujo controle de tensão é essencial, pois as cargas eletrônicas são sensíveis à desvios de tensão. Com o intuito de realizar o controle de tensão no barramento CC, primeiramente é realizado a modelagem do sistema com o método de mínimos quadrados recursivos, momento no qual as variações paramétricas são obtidas formando um modelo mais abrangente denominado de função de transferência intervalar, a qual é representado graficamente pelo conjunto extremal. Em um segundo momento, são desenvolvidos dois controladores robustos, um através das margens de estabilidade extremas do modelo culminando em um controlador PI baseado em resposta em frequência, e outro através de um projeto de controle por alocação de polos intervalar no formato PID. O desempenho robusto dos controladores é avaliado através de simulação computacional, de forma experimental no sistema multiconversor e, por fim, utilizando-se uma análise quantitativa por meio índices de desempenho.

Palavras-chave: Conversores CC-CC; Microrredes; Controle Robusto Paramétrico; Alocação de Polos intervalar; Simulação Computacional;

ABSTRACT

Microgrids are a form of distribution system, which belong to the broad concept of smart grids. Multiconverter or multilevel systems are nothing more than DC microgrids composed of several power converters connected in cascade and/or in parallel. In this way, the multiconverter system described in this thesis has a DC - DC converter in the Buck topology, which is used as a source of direct voltage for the main bus of the microgrid, being an element of fundamental importance and whose voltage control is essential, because electronic loads are sensitive to voltage deviations. In order to control the voltage on the DC bus, the system is first modeled using the recursive least squares method, at which time the parametric variations are obtained forming a more comprehensive model called the interval transfer function, which is represented graphically by the extreme set. In a second moment, two robust controllers are developed, one through the extreme stability margins of the model culminating in a PI controller based on frequency response, and the other through an interval pole allocation control project in PID format. The robust performance of the controllers is evaluated through computational simulation, experimentally in the multiconverter system and, finally, using a quantitative analysis through performance indices.

Key-words: DC-DC converters; Microgrids; Robust Parametric Control; Interval Pole Placement; Computer Simulation;

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 — Esquema De Organização Do Conversor Multinível.....	28
Figura 2.2 — Frente Do Painel Modular À Esquerda E Parte Interna Do Conversor Multinível Montado À Direita, Vista Frontal.	29
Figura 2.3 — Vista Lateral Inferior, À Esquerda, E Superior, À Direita, Do Conversor Multinível.	29
Figura 2.4 — Tampa Superior À Esquerda E Tampa Traseira À Direita Do Painel Conversor Multinível.....	30
Figura 2.5 — Interface Homem Máquina Do Sistema Multiconversor.....	31
Figura 2.6 — Diagrama Unifilar Do Circuito De Comando.	32
Figura 2.7 — Diagrama Unifilar De Circuito De Força Do Sistema Multiconversor. ...	34
Figura 2.8 — Ambiente De Simulação Computacional Não Linear.	37
Figura 2.9 — Sistema Representativo Da Planta Real.....	38
Figura 2.10 — Visão Interna Do Sistema Representativo Da Planta Real.	39
Figura 2.11 — Sistema Representativo Do Conversor Buck Primário.	39
Figura 2.12 — Visão Interna Do Sistema Representativo Do Conversor Buck Primário.	39
Figura 2.13 — Sistema Representativo Do Controlador Digital.....	40
Figura 2.14 — Visão Interna Do Sistema Representativo Do Controlador Digital Pid.	40
Figura 3.1 — Uma Fonte E Uma Carga Com Um Conversor Eletrônico De Potência Como Interface.....	43
Figura 3.2 — (A) Um Conversor Cc-Cc Chaveado Básico; (B) Chaveamento Equivalente.....	44
Figura 3.3 — (A) Conversor Buck Cc-Cc; (B) Circuito Equivalente Para A Chave Fechada; (C) Circuito Equivalente Para A Chave Aberta.....	46
Figura 4.1 — Circuito Para Gerar Sinais Prbs.....	53
Figura 5.1 — Sistema De Controle Com Realimentação Unitária.	69
Figura 6.1 — Resposta Ao Degrau Do Subsistema Buck Primário Utilizando O Modelo Obtido Na Equação (6.1).....	78
Figura 6.2 — Estágio De Pré-Carga Do Sistema Multiconversor, Considerando 100%Pu Igual A 600v De Tensão No Elo Cc Primário.	79

Figura 6.3 — Resposta Ao Degrau Do Subsistema Buck Primário, Considerando Um Valor Inicial De 50v E Ponto De Operação 100v.....	80
Figura 6.4 — Resposta Real Em Escada Do Subsistema Buck Primário, Partindo De Um Valor Inicial De 50v Até 350v, Com Degraus De 50v Em 50v.	81
Figura 6.5 — Resposta Em Escada Do Sistema De Simulação Não Linear, Partindo De Um Valor Inicial De 50v Até 350v, Com Degraus De 50v Em 50v.....	82
Figura 6.6 — Gerador De Sinal Binário Pseudoaleatório Em Ambiente De Simulação Computacional.	86
Figura 6.7 — Sinal Binário Pseudoaleatório (Prbs) Gerado, No Trecho De $t = 1\text{ s}$ A $t = 1,5\text{ s}$	86
Figura 6.8 — Sinal Binário Pseudoaleatório (Prbs) Sendo Somado Aos Degraus De Excitação De Entrada Para Cada Ponto De Operação Do Sistema, Em Formato De Diagrama De Blocos No Ambiente De Simulação Computacional.....	87
Figura 6.9 — Resposta Do Sistema De Simulação Não Linear Para Uma Entrada Em Degrau Adicionando-Se O Sinal Prbs, Gerado De Características Dadas Na Tabela (6.3), Para Os Pontos De Operação 100v, 150v, 200v, 250v, 300v E 350v Respectivamente.....	87
Figura 6.10 — Resposta Do Sistema Estimada Através Do Método De Mínimos Quadrados Recursivos Comparada Com A Saída Obtida Através Dos Dados Simulados Para O Ponto De Operação De 100v; Erro De Estimação Do Processo De Identificação Para Ponto De Operação De 100v; Convergência Dos Parâmetros Do Modelo À Medida Que Erro Tende A Zero.	90
Figura 6.11 — Resposta Do Sistema Estimada Através Do Método De Mínimos Quadrados Recursivos Comparada Com A Saída Obtida Através Dos Dados Simulados Para O Ponto De Operação De 150v; Erro De Estimação Do Processo De Identificação Para Ponto De Operação De 150v; Convergência Dos Parâmetros Do Modelo À Medida Que Erro Tende A Zero.	91
Figura 6.12 — Resposta Do Sistema Estimada Através Do Método De Mínimos Quadrados Recursivos Comparada Com A Saída Obtida Através Dos Dados Simulados Para O Ponto De Operação De 200v; Erro De Estimação Do Processo De Identificação Para Ponto De Operação De 200v; Convergência Dos Parâmetros Do Modelo À Medida Que Erro Tende A Zero.	92
Figura 6.13 — Resposta Do Sistema Estimada Através Do Método De Mínimos Quadrados Recursivos Comparada Com A Saída Obtida Através Dos Dados	

Simulados Para O Ponto De Operação De 250v; Erro De Estimação Do Processo De Identificação Para Ponto De Operação De 250v; Convergência Dos Parâmetros Do Modelo À Medida Que Erro Tende A Zero.	92
Figura 6.14 — Resposta Do Sistema Estimada Através Do Método De Mínimos Quadrados Recursivos Comparada Com A Saída Obtida Através Dos Dados Simulados Para O Ponto De Operação De 300v; Erro De Estimação Do Processo De Identificação Para Ponto De Operação De 300v; Convergência Dos Parâmetros Do Modelo À Medida Que Erro Tende A Zero.	93
Figura 6.15 — Resposta Do Sistema Estimada Através Do Método De Mínimos Quadrados Recursivos Comparada Com A Saída Obtida Através Dos Dados Simulados Para O Ponto De Operação De 350v; Erro De Estimação Do Processo De Identificação Para Ponto De Operação De 350v; Convergência Dos Parâmetros Do Modelo À Medida Que Erro Tende A Zero.	93
Figura 6.16 — Conjunto Extremal Do Sistema Conversor Buck Primário Para Uma Frequência De $\omega = 1 \text{ rad/s}$	96
Figura 6.17 — Conjunto Extremal Do Sistema Conversor Buck Primário Para Uma Frequência De $\omega = 150 \text{ rad/s}$	96
Figura 6.18 — Diagrama De Nyquist Do Sistema Conversor Buck Primário, Onde $C(S)=1$	97
Figura 6.19 — Envelopes De Bode Do Sistema Conversor Buck Primário, Onde $C(S)=1$	98
Figura 6.20 — Diagrama De Nyquist Do Sistema Conversor Buck Primário Compensado Com O Controlador Pi.	100
Figura 6.21 — Envelopes De Bode Do Sistema Conversor Buck Primário Compensado Com O Controlador Pi.	100
Figura 6.22 — Resposta Em Frequência Em Malha Fechada Do Sistema Conversor Buck Primário Sem A Ação Do Controlador Pi.	101
Figura 6.23 — Resposta Em Frequência Em Malha Fechada Do Sistema Conversor Buck Primário Compensado Com O Controlador Pi.	101
Figura 7.1 — Resposta Ao Degrau De 50v Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	107

Figura 7.2 — Sinal De Controle Da Regulação Ao Degrau De 50v Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	107
Figura 7.3 — Resposta A Variação Da Excitação Ao Degrau Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	108
Figura 7.4 — Sinal De Controle Da Regulação A Variação Da Excitação Ao Degrau Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	109
Figura 7.5 — Resposta A Excitação Ao Degrau Em Escada Crescente Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	110
Figura 7.6 — Sinal De Controle A Excitação Ao Degrau Em Escada Crescente Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	111
Figura 7.7 — Resposta A Excitação Ao Degrau Em Escada Decrescente Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	111
Figura 7.8 — Sinal De Controle A Excitação Ao Degrau Em Escada Decrescente Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	112
Figura 7.9 — Resposta Ao Degrau De 50v E Sinal De Controle Em Ambiente Experimental Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	113
Figura 7.10 — Resposta A Variação Da Excitação Ao Degrau E Sinal De Controle Em Ambiente De Simulação Experimental Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por	

Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	114
Figura 7.11 — Resposta A Excitação Ao Degrau Em Escada Crescente Em Ambiente De Simulação Experimental Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	116
Figura 7.12 — Sinal De Controle A Excitação Ao Degrau Em Escada Crescente Em Ambiente De Simulação Experimental Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	116
Figura 7.13 — Resposta A Excitação Ao Degrau Em Escada Decrescente Em Ambiente De Simulação Experimental Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	117
Figura 7.14 — Sinal De Controle A Excitação Ao Degrau Em Escada Decrescente Em Ambiente De Simulação Experimental Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	117
Figura 7.15 — Índices De Desempenho Ise E Iscs Para A Resposta Variação Da Excitação Ao Degrau Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	120
Figura 7.16 — Índices De Desempenho Ise E Iscs Para A Resposta Do Tipo Degrau Em Escada Crescente Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	121
Figura 7.17 — Índices De Desempenho Ise E Iscs Para A Resposta Do Tipo Degrau Em Escada Crescente Em Ambiente De Simulação Computacional Não Linear Dos Controladores Pi Robusto, Sintonizado Por Meio De Resposta Em Frequência, E Pid, Implementado Através Da Técnica De Alocação De Polos Intervalar.	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 — Especificações Dos Componentes Do Conversor Buck Primário.	35
Tabela 2.2 — Especificações Dos Componentes Do Conversor Buck Secundário. .	36
Tabela 2.3 — Especificações Dos Componentes Do Inversor Trifásico.	36
Tabela 4.1 — Conexões Para Gerar Sinais	54
De Sequência M.....	54
Tabela 6.1 — Índices De Desempenho Da Resposta Experimental Ao Degrau Em Malha Aberta Obtidos Através Da Interface Ihm, Vide Figura (6.4).....	81
Tabela 6.2 — Índices De Desempenho Da Resposta Ao Degrau Em Malha Aberta Obtidos Do Sistema De Simulação Não Linear, Vide Figura (6.5).	82
Tabela 6.3 — Variáveis Envolvidas Na Geração Do	86
Sinal Binário Pseudoaleatório Ou Sinal De Sequência M.	86
Tabela 6.4 — Valores Dos Parâmetros Dos Modelos Identificados Via Método De Mínimos Quadrados Recursivos Para Cada Ponto De Operação.....	94

LISTA DE SÍMBOLOS

t_{ligado}	Tempo em nível alto do sinal PWM
$t_{deslig.}$	Tempo em nível baixo do sinal PWM
D	Ciclo de trabalho
F_{sch}	Frequência de chaveamento do sinal PWM
$R1$	Resistor de pré-carga
$Q1$	Chave estática IGBT relacionada ao Buck Primário
$L1$	Indutância do Buck Primário
$C1$	Capacitor do Elo CC Primário
$C2$	Capacitor do Elo CC Secundário
$R4$	Resistor do Elo CC Primário
$R5$	Resistor do Elo CC Secundário
$F1$	Fusível
$T1$	Transformador de entrada
$DJ1$	Disjuntor Geral
$K2$	Contatora do circuito de comando
V_{IN}	Tensão representativa da tensão de alimentação
T	Período
T_s	Período de amostragem
$\pm V$	Amplitude do sinal Pseudoaleatório
T_b	Tempo de mudança entre bits
n	Número de bits de registro
φ^T	Vetor de medidas
θ	Vetor de parâmetros
P	Matriz de covariância
K	Matriz de ganho
G_E	Conjunto Extremal
K_N	Polinômio de Kharitonov do numerador
K_D	Polinômio de Kharitonov do denominador
S_N	Seguimento de Kharitonov do numerador
S_D	Seguimento de Kharitonov do denominador
ω_n	Frequência natural

k_p	Ganho proporcional
k_i	Ganho integral
k_d	Ganho derivativo
M_p	Máximo sobressinal
t_{ac}	Tempo de acomodação ou assentamento
ξ	Constante de amortecimento
$u(t)$	Sinal de controle
$e(t)$	Sinal de erro
$y(\infty)$	Valor de regime
b_i^\pm	Parâmetro intervalar inferior ou superior do numerador
a_i^\pm	Parâmetro intervalar inferior ou superior do denominador
ω'_c	Frequência de cruzamento de ganho
$M_{n \times p}$	Matriz de Sylvester
k	Vetor de parâmetros do controlador
$[t]$	Vetor de coeficientes do polinômio desejado

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	21
1.1. Contextualização	21
1.2. Importância e Justificativa.....	23
1.3. Objetivo Geral	23
1.4. Objetivos Específicos	24
1.5. Estrutura do Trabalho	25
2. SISTEMA MULTICONVERSOR	27
2.1. Introdução	27
2.2. Descrição do Painel Modular do Conversor Multinível	28
2.2.1. Circuito de Comando.....	32
2.2.2. Circuito de Força	33
2.2.3. Conversor Buck Primário.....	34
2.3. Apresentação do Ambiente de Simulação não linear	36
2.3.1. Sistema denominado “PLANTA”	38
2.3.2. Bloco denominado “CONTROLE DIGITAL PID”.....	39
2.4. Conclusões	41
3. CONVERSORES DE POTÊNCIA CC-CC.....	42
3.1. Introdução	42
3.2. Conversores no Modo Chaveado.....	43
3.3. Características de Operação do Conversor de Potência CC-CC Buck....	45
3.4. Modelagem Matemática do Conversor CC-CC Buck.....	48
3.5. Conclusões	50
4. IDENTIFICAÇÃO E MODELAGEM DE SISTEMAS	52
4.1. Introdução	52
4.2. Sinais Binários Pseudoaleatórios	53
4.3. O Estimador de Mínimos Quadrados Recursivos	55
4.4. Conclusões	59
5. PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS.	60
5.1. Introdução	60
5.2. Sistemas com Incertezas Paramétricas Intervalares.....	61
5.3. Conjunto Extremal de um Sistema Intervalar	63
5.4. Envelopes de Nyquist e Bode	66

5.4.1. Margens de Estabilidade Extremais	69
5.5. Projeto de Controlador Robusto via Alocação de Polos Intervalar	72
5.6. Conclusões	75
6. APLICAÇÃO E DESENVOLVIMENTO	77
6.1. Introdução	77
6.2. Aplicação dos Métodos de Modelagem e Identificação de Sistemas	78
6.2.1. Geração de Sinais Pseudoaleatórios (PRBS)	82
6.2.2. Identificação pelo Método de Mínimos Quadrados Recursivos	88
6.3 Projeto de Controladores Robustos	94
6.3.1. Projeto de Compensador Robusto baseado no Domínio da Frequência	97
6.3.2. Projeto de Compensador Robusto via Alocação de Polos Intervalar	102
6.4. Conclusões	105
7. RESULTADOS	106
7.1. Introdução	106
7.2. Teste em ambiente de simulação computacional não linear	106
7.2.1. Resposta à Excitação Degrau	106
7.2.2. Resposta à variação Excitação Degrau	108
7.2.3. Resposta Degrau em Escada Crescente e Decrescente	109
7.3. Teste em ambiente de simulação experimental	113
7.3.1. Resposta à Excitação Degrau	113
7.3.2. Resposta à variação Excitação Degrau	114
7.3.3. Resposta Degrau em Escada Crescente e Decrescente	115
7.4. Análise quantitativa de desempenho por índices integrais	118
7.4.1. Índices Integrais Utilizados	118
7.4.2. Análise da variação da excitação degrau	119
7.4.3. Análise da excitação em escada degrau crescente	121
7.4.4. Análise da excitação em escada degrau decrescente	122
7.5. Conclusão	123
8. CONCLUSÕES FINAIS	124
8.1. Discussão geral	124
8.2. Continuidade e Aprimoramento	125
REFERÊNCIAS	126
APÊNDICE A – IDENTIFICAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVOS (MQR)	130

APÊNDICE B – CONJUNTO EXTREMAL.....	133
APÊNDICE C – PROJETO DE CONTROLE ROBUSTO ATRAVÉS DAS MARGENS DE FASE EXTREMAIS.....	135

1. INTRODUÇÃO

1.1. Contextualização

Os Circuitos eletrônicos de potência funcionam usando dispositivos semicondutores como chave, que controlam o valor da tensão ou da corrente da fonte de alimentação, com a finalidade de corresponder às condições de tensão e corrente da carga. Ou seja, convertem o nível de uma forma de onda de tensão ou de corrente em outra, funcionando como uma interface entre a fonte e a carga, e por esta razão são chamados de conversores (HART, 2012).

Os conversores de potência CC-CC possuem um papel importante em uma infinidade de aplicações industriais, como no acionamento e controle de velocidade de motores de indução através de inversores de frequência ou no acionamento e controle de velocidade de motores de corrente contínua através de conversores abaixadores ou elevadores de tensão do tipo CC-CC. Atuam de forma fundamental em fontes de tensão chaveadas, sendo amplamente utilizados em computadores, sistemas de telecomunicações, equipamentos de instrumentação, dispositivos eletrônicos e veículos aeroespaciais (KAZIMIERCZUK, 2008).

Devido sua estrutura simplificada, baixo custo, alta confiabilidade e flexibilidade de conversão, os conversores CC-CC também são utilizados em sistemas de energia exercendo um papel importante na regulação da geração de energia renovável, como a energia fotovoltaica e a eólica, sobretudo no que se refere à crescente aplicabilidade das redes de corrente contínua, onde a conexão de diferentes níveis de tensão contínua é realizada por conversores (MARCILLO, 2018), (ZHANG et al., 2014).

O conversor Buck, especificamente, está presente em aplicações onde é necessário um abaixamento do nível de tensão e sendo sua operação baseada na comutação de chaves estáticas, estes dispositivos acabam apresentando características intrínsecas de não-linearidades e variância no tempo (MOHAM, 2012), o que os torna objeto de uma série de pesquisas destinadas ao aprimoramento da sua performance operacional.

Silva-Ortigoza et al. (2013) apresenta o uso de controle hierárquico na operação de um *smooth starter* baseado na mesma topologia. No trabalho de Aharon

et al. (2015) é apresentado um controlador robusto para a saída de tensão de um conversor CC-CC multimodo. Chen *et. al.* (2016) propõe uma implementação diferenciada do conversor *Buck* ou abaixador, baseada em técnicas de controle por amortecimento ótimo e compensação por curva ou inclinação dinâmica. Em Medeiros et al. (2018) é descrito uma nova metodologia de projeto de controle robusto descentralizado para um conversor CC de indutor único de saída múltipla.

Em Marcillo et al. (2019) é apresentado um novo controlador robusto, baseado em programação linear, embasada no teorema de Chebyshev e no teorema de Kharitonov, que garante a minimização do desvio total do desempenho desejado em um sistema de malha fechada, especificado por uma família de polinômios característicos. O objetivo do controlador proposto é regular firmemente a tensão do barramento CC, garantindo a estabilidade de uma Microrrede diante dos efeitos da variação de potência nas cargas de potência constante (CPC).

Em De Bessa et al. (2020), é proposto a avaliação de estratégias de controle em malha fechada para estabilização de microrredes CC, através de índices de desempenho e margens de ganho. As margens de ganho para cada tipo de carga operando como carga de potência constante (CPC) são verificadas.

Um estudo composto pelo projeto e avaliação de um controlador robusto, baseado no domínio da frequência, com o objetivo de aprimorar o desempenho dos conversores de potência CC-CC sob incertezas paramétricas é apresentado em Rocha et. al. (2020).

Em Ayres Junior et al. (2020), o autor propõe uma nova metodologia de projeto de controle fracionário sintonizado através do método de alocação de polos. O desempenho do controlador na regulação de tensão de saída de um conversor Buck é comparado com outros controladores clássicos. Também é realizado a análise do desempenho com o uso de índices integrais para diferentes valores de referência e com as mesmas variações de carga.

E, por fim, em Leão (2021), o autor desenvolve dois projetos de controladores digitais baseados nas técnicas de alocação de polos e no método de controle por modelo interno (IMC), resultando em controladores PID digitais no formato RST, sendo estes aplicados ao problema de regulação de tensão de saída de um conversor Buck presente numa microrrede de corrente contínua.

1.2. Importância e Justificativa

Os sistemas multiconversores nada mais são do que microrredes de corrente contínua compostas por vários conversores ligados em cascata e/ou em paralelo, na forma de conversores Buck, Boost ou Buck-Boost, inversores de frequência e derivações. Dentro desse contexto, cada conversor de potência torna-se um subsistema que pode ser afetado pela influência dos demais conversores, pois estes estão interligados através de um ou mais elos de tensão de corrente contínua e/ou corrente alternada, no caso da necessidade de acoplar circuito CC com circuito CA. Esse tipo de configuração é comum de ser utilizado em redes de distribuição com sistemas de geração de energia solar ou eólica.

Esse acoplamento em cascata ou em paralelo podem causar perturbações nos elos de tensão, devido às variações de alimentação dos geradores associados, ou a variações de carga, ou a cargas com característica de potência constante, presença de sistemas armazenadores de energia e/ou conexão à rede a montante. Portanto, esse cenário traz desafios a respeito da estabilidade do sistema, o que exige a implementação de um projeto adequado de conversores e o efetivo controle da tensão de barramento CC da microrrede.

Desta forma, é de extrema importância a aplicação de sistemas de controle em uma metodologia que garanta o desempenho satisfatório do controlador e a estabilidade robusta destes elos de tensão. Além disso, as metodologias de identificação e modelagem de sistemas são uma ferramenta fundamental para a análise e projetos de controle.

1.3. Objetivo Geral

Este trabalho tem como propósito avaliar técnicas de controle robusto, através de simulação e de forma experimental, com a utilização de métodos de identificação, que permitam a regulação da tensão do elo CC principal de um sistema multiconversor de forma a garantir um desempenho satisfatório e manter a estabilidade robusta.

1.4. Objetivos Específicos

Estudar o funcionamento, características construtivas e de operação do sistema multiconversor, e, de forma mais específica, sobre o conversor CC-CC Buck responsável pela alimentação do barramento principal.

Estudar e aplicar técnicas de identificação de sistemas para realizar a modelagem matemática através de funções de transferência, de forma a descrever a dinâmica real do sistema de forma adequada.

Confrontar e avaliar as dinâmicas obtidas dos modelos matemáticos desenvolvidos no trabalho com dinâmica experimental do sistema.

Utilizar o método de identificação dos mínimos quadrados recursivos (MQR) para obter os coeficientes do modelo matemático para uma vasta gama de pontos de operação com a finalidade de avaliar a variação paramétrica do modelo e definir as incertezas paramétricas.

Por meio dos valores obtidos de variação paramétrica do modelo do sistema, definir um sistema intervalar, com uma função de transferência intervalar, de modo a analisar as incertezas paramétricas do sistema e permitir o uso de técnicas de controle robusto.

Realizar o estudo das técnicas de controle robusto paramétrico, através dos métodos de projeto via Resposta em Frequência e por Alocação de Polos Intervalar.

Realizar o projeto de controladores robustos para o sistema de conversor Buck, considerando as técnicas apresentadas na revisão teórica.

Sintonizar os parâmetros dos controladores no formato PI e PID de acordo com os métodos de projeto de controle robusto por Alocação de Polos Intervalar e com o método via resposta em frequência.

Implementar os controladores robustos através de simulação computacional.

Determinar o desempenho dos controladores projetados através de simulação e avaliação experimental, realizando a comparação entre as técnicas utilizadas.

Realizar análise e avaliação dos controladores com índices de desempenho quantitativos.

1.5. Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está organizado da seguinte forma, o capítulo 1 aborda a contextualização, a motivação, o objetivo geral, os objetivos específicos e a organização estrutural do trabalho.

No capítulo 2, é realizada uma abordagem teórica acerca do sistema multiconversor, onde são detalhadas as principais características do sistema, seus subsistemas conversores, incluindo o conversor Buck principal que serve de fonte de alimentação para o barramento CC. O acionamento e o modo de operação são descritos e os circuitos de comando e de força são definidos. Também há a apresentação da interface homem-máquina responsável pelo acionamento e controle do sistema. Por fim, é desenvolvido um esquema de simulação computacional não linear do mesmo.

O capítulo 3 aborda as definições básicas sobre conversores de potência CC-CC, o seu modo de funcionamento, o projeto de seus componentes internos e descreve um modelo físico-matemático muito utilizado e amplamente difundido.

No capítulo 4, os métodos de identificação de sistemas são desenvolvidos utilizando-se excitações de entrada com a adição de sinais pseudoaleatórios e culminando no método de mínimos quadrados recursivos (MQR).

O capítulo 5 traz definições importantes sobre o projeto de controladores robustos, com a representação do sistema de forma intervalar trazendo informações sobre as variações paramétricas presentes nos sistemas e formando uma forma gráfica no espaço de funções complexas denominado conjunto extremal. Além disso, o capítulo define os conceitos de envelopes de Nyquist, envelopes de Bode e margens de estabilidade extremas, o que permite a realização do projeto de controladores robustos através de resposta em frequência. E apresenta no fim um tipo de projeto de controle robusto baseado em alocação de polos intervalar.

O capítulo 6 faz a implementação dos procedimentos de modelagem e identificação comparando os vários modelos apresentados, o modelo físico-matemático e o modelo obtido por meio do método de mínimos quadrados recursivos, com as curvas dinâmicas obtidas no sistema de simulação computacional e as curvas obtidas de forma experimental. Nesta seção também é definido o sistema intervalar

para o subsistema Conversor Buck Primário considerando as variações paramétricas provenientes da obtenção de modelos para vários pontos de operação. E, por fim, são estabelecidos os procedimentos para a implementação dos projetos de controladores robustos paramétricos de duas formas: via resposta em frequência; através da alocação de polos intervalar.

O capítulo 7 é o capítulo de resultados, onde se realizam testes nos ambientes de simulação computacional não linear e no ambiente de teste experimental. Os sinais regulados por cada controlador são confrontados através da comparação de suas curvas de resposta em cada um dos testes. E na sequência, analisa-se quantitativamente o desempenho dos controladores digitais utilizados no trabalho por meio de índices de desempenho.

Por fim, o capítulo 8 trata das conclusões gerais do trabalho, discutindo e avaliando o processo de desenvolvimento e os resultados obtidos, além de sugerir novas abordagens.

2. SISTEMA MULTICONVERSOR

2.1. Introdução

Microrredes em corrente contínua são uma forma de sistema de distribuição de energia elétrica em pequena escala, o qual pertencem ao amplo conceito de smartgrids. Consistem em unidades de geração distribuída, como sistemas fotovoltaicos e eólicos, conversores estáticos, e dispositivos de armazenamento e cargas alimentadas diretamente do barramento CC ou cargas de potência constante CPC. Inversores de frequência bidirecionais podem ser utilizados para acoplamento com a rede primária CA de energia (PAPADIMITRIOU, 2015).

Os sistemas multiconversores ou multinível, nada mais são do que microrredes CC compostas por vários conversores ligados em cascata e/ou em paralelo, na forma de conversores Buck, Boost ou Buck-Boost, inversores de frequência e derivações. O sistema formado por dois conversores Buck, ou Step-down ou abaixador, um primário e outro secundário, e um inversor de frequência compõe o sistema multiconversor utilizado neste trabalho e presente no Laboratório de Controle em Sistemas de Potência – LACSPOT, da Universidade Federal do Pará – UFPA e desenvolvido por (COSTA JR., 2015).

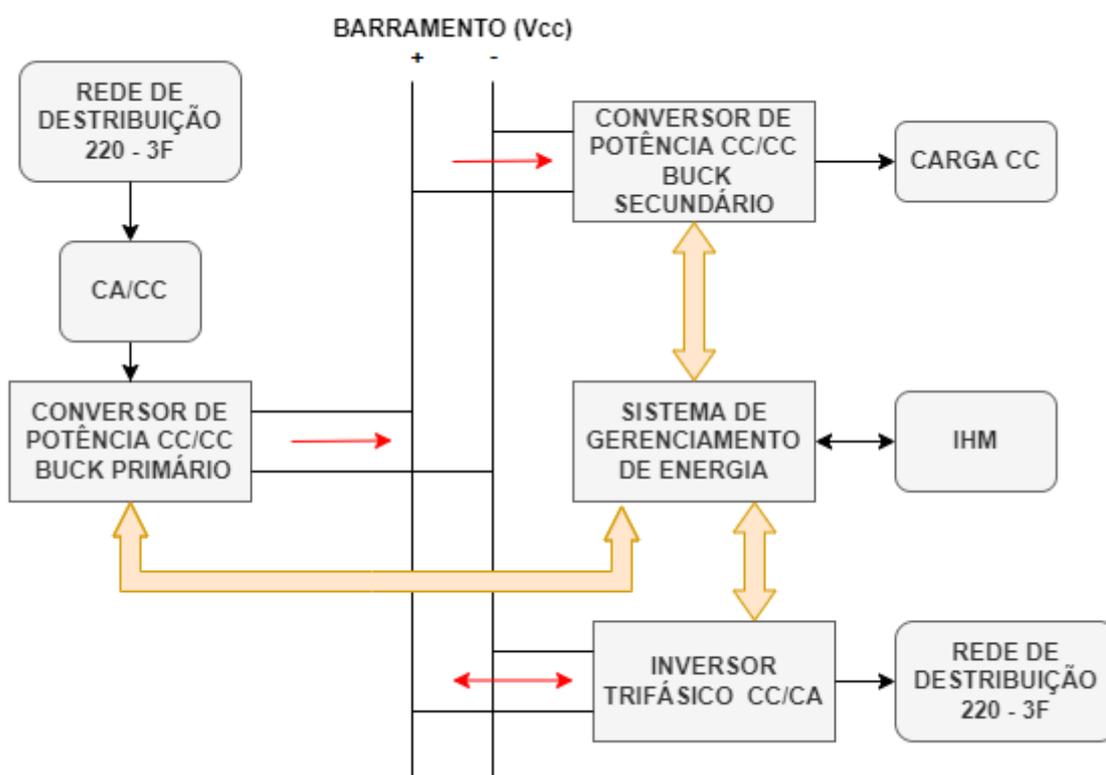
O esquema que exemplifica a forma como os conversores estão organizados pode ser vista na Figura (2.1). O conversor Buck à esquerda, que é alimentado por uma fonte de tensão e é responsável por manter a tensão do barramento da microrrede CC em um determinado valor estável servindo como fonte de energia para o conversor secundário e o inversor trifásico, é o subsistema alvo para a aplicação dos processos de identificação de sistemas e controle de sistemas, denominado conversor primário. O Segundo conversor Buck, à direita, é responsável por alimentar uma carga com potência de até 5kW, sendo considerado uma carga de potência constante (CPC), quando o sistema de controle está atuante, caso contrário, funciona como uma carga resistiva, tudo isso dependendo da necessidade e características dos testes a serem realizados.

O terceiro elemento é um inversor trifásico em ponte completa, que tem a capacidade de drenar energia da microrrede cc para a rede elétrica através de um filtro indutivo. A tensão no barramento CC deve estar acima do 320V, pois, caso

contrário, a ponte de IGBT's do inversor atuará como ponte retificadora trifásica não controlada alimentando de forma abrupta o barramento CC.

As setas vermelhas da Figura (2.1) correspondem ao fluxo de potência do sistema e as setas laranjas representam o fluxo de dados, como medições de corrente e tensão instantâneas de cada conversor através sensores e sinais de controle para atuação das chaves estáticas, a partir de uma sequência de pulsos PWM. O Sistema de Gestão de Energia presente gerencia todos esses processos utilizando-se de um controlador digital embarcado e se comunica com uma Interface Homem-Máquina (IHM), que permite a monitoração e acionamento do Conversor Multinível por um operador (LEÃO,2021).

Figura 2.1 — Esquema de organização do Conversor Multinível.



Fonte: Autor.

2.2. Descrição do Painel Modular do Conversor Multinível

O Sistema Conversor Multinível ou Multiconversor e suas partes constituintes podem ser visualizados na Figura (2.2), a qual mostra a vista frontal do painel modular, na Figura (2.3), vista lateral do painel, e na Figura (2.4) que mostra a tampa superior,

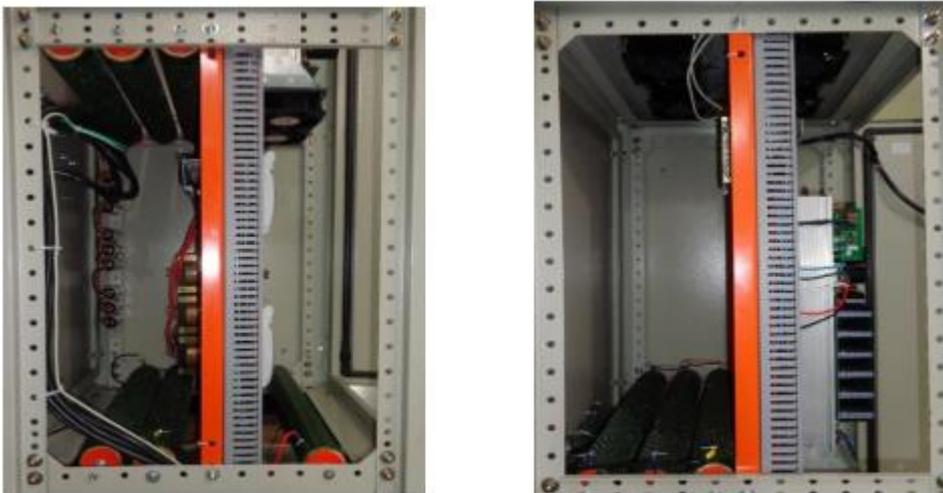
onde estão montadas as ventoinhas, e a tampa traseira, com conexões de alimentação. (COSTA JR., 2015).

Figura 2.2 — Frente do painel modular à esquerda e parte interna do conversor multinível montado à direita, vista frontal.



Fonte: Autor.

Figura 2.3 — Vista lateral inferior, à esquerda, e superior, à direita, do conversor multinível.



Fonte: Autor.

Observando a Figura (2.2), temos na parte superior uma barra de trilho que contém chaves contadoras, relés de acionamento, fusíveis de proteção e fontes de alimentação que compõe o circuito de comando. Na parte central, encontram-se os conversores eletrônicos, os sistemas eletrônicos de alimentação e acionamento dessas chaves e os transdutores para aquisição dos sinais de tensão e corrente, todos eles montados sobre um dissipador de calor de alumínio. Na parte inferior, temos as chaves fusíveis à esquerda, a qual protegem o transformador de entrada de alimentação e a conexão do inversor com a rede respectivamente, e temos fusíveis de proteção do barramento CC e do segundo conversor à direita, além dos indutores de conexão do inversor à rede.

Figura 2.4 — Tampa superior à esquerda e tampa traseira à direita do painel conversor multinível.



Fonte: Autor.

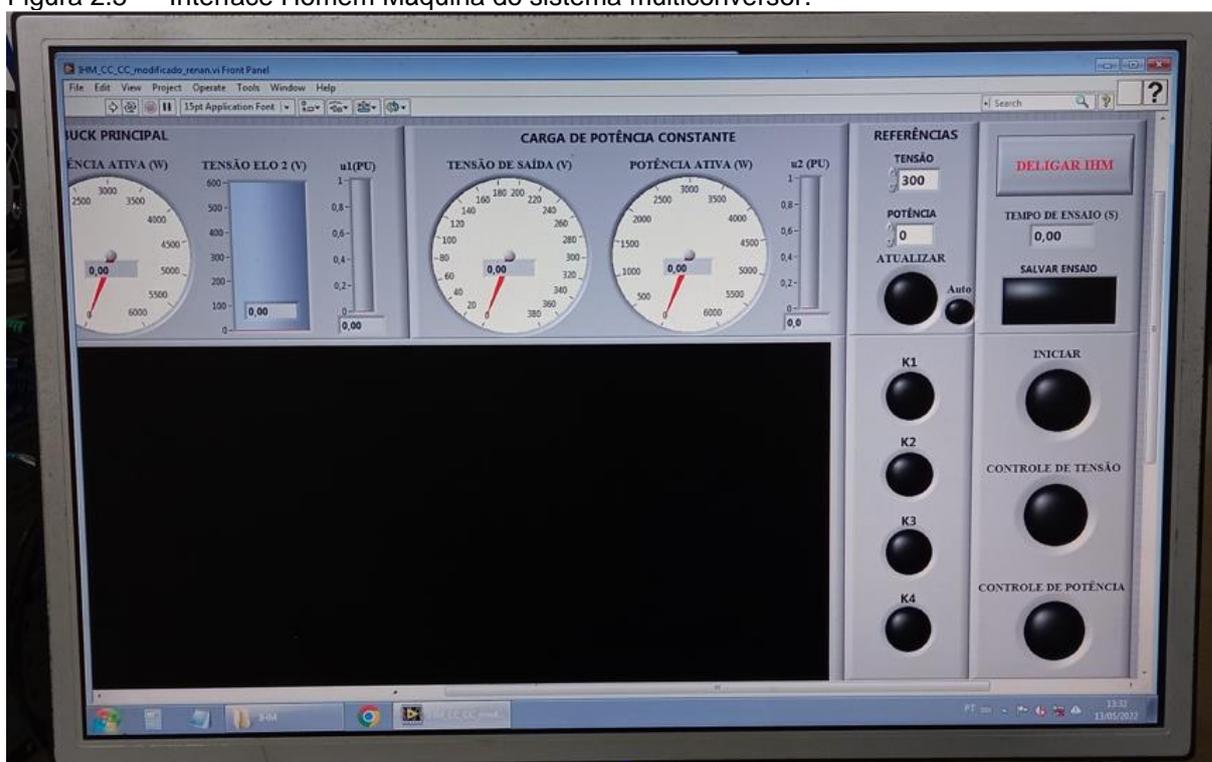
Algumas partes do sistema estão localizadas nas laterais e atrás da chapa de montagem de cor laranja, como pode ser visto na Figura (2.3), devido a critérios térmicos ou de ordem eletromagnéticos, como os elementos passivos dos conversores Buck, entre eles, resistores de potência, indutores e capacitores, o que forma um cubículo metálico que atenua consideravelmente os ruídos captados na aquisição de sinais.

A tampa superior, Figura (2.4), possui quatro ventoinhas para promover ventilação forçada e resfriamento dos componentes, principalmente do banco de resistores de potência, cuja capacidade de dissipação de potência é de 5kW, sendo 5 resistores de carga de 1kW, o que previne a queima e a variação dos seus valores nominais dos componentes.

Através da tampa traseira são realizadas as conexões de alimentação dos circuitos de alta potência e dos circuitos de comando, a equipotencialização da carcaça à malha de aterramento e por onde passa a comunicação serial que realiza a comunicação do microcontrolador com o software de interface homem máquina implementado em um computador. A alimentação dos circuitos de potência ocorre através de duas tomadas de padrão industrial de 220V trifásico, sendo a que a primeira alimenta o transformador de potencial, o qual energiza o banco de capacitores primários, e a segunda é o ponto de conexão do inversor com a rede elétrica através dos indutores.

O Transformador de Potencial, que alimenta e isola galvanicamente da rede elétrica os circuitos de potência do sistema, está localizado externamente devido as suas dimensões e peso. Este possui potência máxima de 5kVA e esquema de ligação estrela-estrela com neutros isolados, que permite uma relação de transformação de 220V para 380V em corrente alternada.

Figura 2.5 — Interface Homem Máquina do sistema multiconversor.



Fonte: Adaptado de (COSTA JR., 2015).

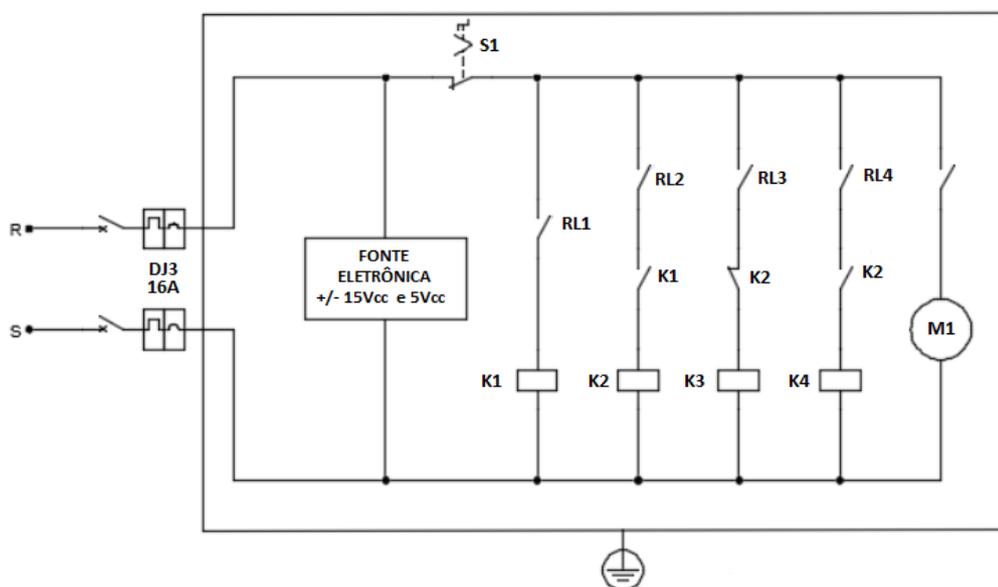
Como uma forma de simplificar a interação entre o operador e o sistema, há uma interface Homem Máquina – IHM desenvolvida em ambiente *Labview*, da

National Instruments, implementada em um computador, responsável por processar e enviar comandos ao microcontrolador utilizando um canal serial RS-232. Através da interface gráfica é possível acionar os circuitos de comando, inserir valores de entrada de tensão e potência, ativar os controladores programados, realizar a aquisição de dados, além da visualização instantânea dos mais diversos sinais de tensão, corrente, potência e controle dos principais pontos do sistema. Os dados obtidos em um determinado ensaio podem ser salvos em arquivo de texto. A IHM pode ser visualizada na Figura (2.5).

2.2.1 Circuito de Comando

O acionamento do sistema e a proteção, de alguns elementos, é realizado pelo Circuito de Comando, cujo diagrama pode ser visto na Figura (2.6).

Figura 2.6 — Diagrama unifilar do Circuito de Comando.



Fonte: Adaptado de (COSTA JR., 2015).

O circuito é protegido pelo disjuntor DJ3 localizado no Quadro de Baixa Tensão QDF. Possui uma fonte eletrônica de input 100-240V_{ac} e output +15V_{cc}, -15V_{cc} e 5V_{cc} em série com uma chave de proteção emergencial S1 (Botoeira de Emergência do Painel Modular), contato normalmente fechado, este responsável por desenergizar o circuito em caso de emergência.

O demais componentes RL1, RL2, RL3 e RL4 são relés utilizados para energizar as bobinas das contadoras K1, K2, K3 e K4, símbolos retangulares, que possuem seus próprios contatos normalmente abertos ou fechados de mesma denominação. Além disso, o símbolo de motor M1 representa o conjunto de ventoinhas ou coolers que fazem a ventilação forçada do armário metálico. Essa sequência é gerenciada pela lógica de programação implementada no microcontrolador.

2.2.2 Circuito de Força

O Diagrama do Circuito de Força do Sistema Multiconversor é acionado pelo circuito de comando e pode ser visualizado na Figura (2.7). A alimentação trifásica 220V do circuito de força é feita com a conexão à rede elétrica através de um quadro de distribuição, onde está localizado o disjuntor DJ1, identificado como “CC-CC ENTRADA”, que juntamente com os fusíveis de entrada F1, presentes no painel modular, formam o conjunto de dispositivos empregados para a proteção da entrada de tensão.

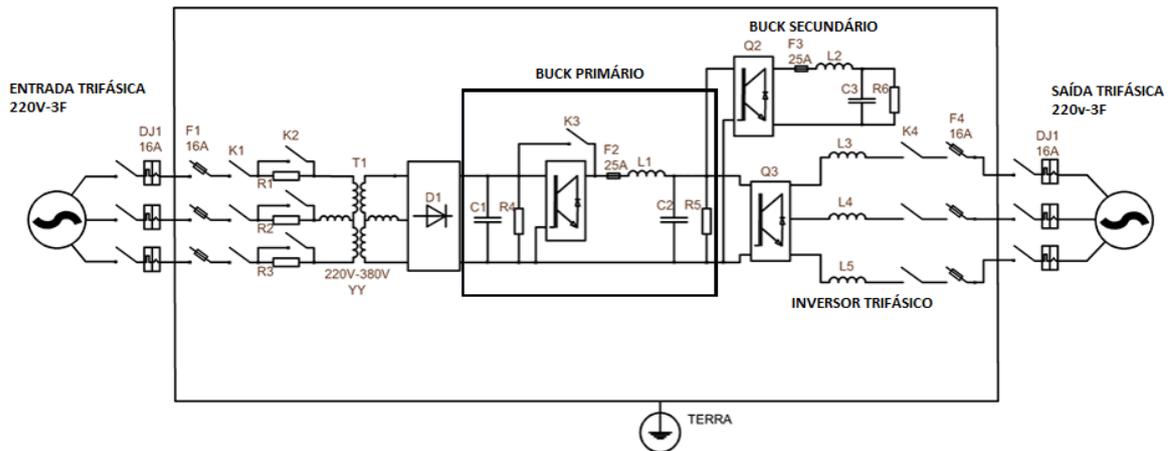
Logo após, estão os Resistores de Pré-Carga R1, R2 e R3 em paralelo com os contatos normalmente abertos da contadora K2, o qual são fechados quando o estágio de pré-carga termina realizando um curto-circuito, caminho de menor resistência para a passagem de corrente. A fase de Pré-Carga é essencial para a proteção dos componentes na inicialização do sistema tendo as finalidades de reduzir as correntes de energização, correntes *in rush*, quando o transformador é ligado, e carregamento suave do banco de capacitores C1 e C2, caso a contadora K3 seja acionada.

O valor de R1, R2 e R3 são iguais e formados através de uma associação de resistores em série de $2,2\Omega$ e 5W de potência cada um resultando numa resistência equivalente de $13,2\Omega$.

O transformador T1 presente após o estágio de pré-carga faz a isolação elétrica e eleva a tensão da rede de 220V para 380V trifásico YY com potência aparente de 5000VA. Este é seguido de um retificador trifásico não controlado em ponte completa, o qual carrega uma tensão retificada no Elo CC Primário, que é constituído pelo banco de capacitores C1 de capacitância equivalente a $2040\mu\text{F}$ e pelo

resistor R4, que representa um conjunto de dez resistores de 56KΩ associados formando uma resistência resultante de 22,4Ω.

Figura 2.7 — Diagrama unifilar de Circuito de Força do Sistema Multiconversor.



Fonte: Adaptado de (Leão., 2021).

O nível de tensão no Elo CC Primário depende da tensão de alimentação, ou seja, variações na entrada também são percebidas na saída do retificador na mesma proporção, sendo seu valor dado pela Equação (2.1).

$$V_{ELO_1} = V_{T1} \sqrt{2} = 380 \sqrt{2} = 537,4V \quad (2.7)$$

É importante destacar que o término do estágio Pré-carga termina quando a tensão monitorada no Elo CC Primário atinge 500V, então o microcontrolador envia o comando para a contatora realizar o *by-pass*. Em casos de falha da rede ou queima do sistema de proteção, a tensão no elo nunca passará de 500V e o sistema permanecerá nesse estágio até os dispositivos sejam reestabelecidos.

2.2.3 Conversor Buck Primário

O nível de tensão no Elo CC primário, como já foi mencionado, varia de acordo com as variações na saída do Transformador T1, pois o retificador empregado é não controlado. Desta forma, existe a necessidade de regular a tensão no valor de referência desejado que será entregue para o barramento CC, também chamado de Elo CC Secundário, tendo enorme relevância no sistema multiconversor por se tratar

do barramento principal que serve como fonte de energia para os demais conversores, o Conversor Buck secundário, o qual atuará como carga resistiva, podendo apresentar característica de carga de potência constante, e o inversor trifásico.

Para tal tarefa é empregado um conversor CC-CC abaixador na topologia Buck, situado logo após o Elo CC primário, chamado de Buck Primário, como pode ser visto na Figura (2.7). O conjunto C1 e R4 formam o Elo CC primário, que pode ser visto como uma fonte de tensão contínua que alimenta o conversor Buck Primário. Q1 é a chave estática do tipo IGBT, o qual é acionada por um sinal PWM (*Pulse Width Modulation*) através de um controlador digital embarcado no microcontrolador. O funcionamento mais detalhado de um conversor Buck será melhor explicado no próximo capítulo.

L1, C2 e R5 são os componentes passivos do Conversor Primário. C2 e R5 formam o Elo CC Secundário que representam o barramento CC principal do sistema. A proteção do Elo CC Secundário é realizada pelo fusível F2 monofásico impedindo que a corrente do circuito ultrapasse 25A. A Tabela (2.1) resume as especificações dos componentes do Buck Primário.

Tabela 2.1 — Especificações dos Componentes do Conversor Buck Primário.

DISPOSITIVOS	ESPECIFICAÇÃO
Q1	IGBT SEMIKRON MOD.: SK 60 GB 128
L1	INDUTOR: 7Mh
C1	Capacitor Elo CC Primário: 2040 μ F
C2	Capacitor Elo CC Secundário: 1020 μ F
R4	Banco de Resistores: 22,4K Ω
R5	Resistor de Potência: 211 Ω
F2	Fusível mono: 25A

Fonte: Adaptado de (Leão,2021).

A descrição do Conversor Buck secundário, do Inversor trifásico, demais componentes e sistemas, assim como o detalhamento do projeto do Multiconversor, são melhor destrinchadas em Costa Jr. (2015) e Leão (2021), sendo as especificações

dos componentes do Buck Secundário e do Inversor Trifásico resumidas nas Tabelas (2.2) e (2.3).

Tabela 2.2 — Especificações dos Componentes do Conversor Buck Secundário.

DISPOSITIVOS	ESPECIFICAÇÃO
Q2	IGBT SEMIKRON MOD.: SK 30 GAL 123
L2	Indutor: 3mH
C2	Capacitor Elo CC Primário: 1020 μ F
C3	Capacitor Elo CC Secundário: 2040 μ F
R5	Banco de Resistores: 211 Ω
R6	Resistor de Potência: 26,67 Ω
F3	Fusível mono: 25A

Fonte: Adaptado de (Leão,2021).

Tabela 2.3 — Especificações dos Componentes do Inversor Trifásico.

DISPOSITIVOS	ESPECIFICAÇÃO
Q3	IGBT SEMIKRON MOD.: SK 30 GB 128
L3	Indutor: 4mH
L4	Indutor: 4mH
L5	Indutor: 4mH
DJ2	Disjuntor de saída (CC – SAÍDA): 16A
F4	Fusível mono: 14A

Fonte: Adaptado de (Leão,2021).

2.3. Apresentação do Ambiente de Simulação não linear

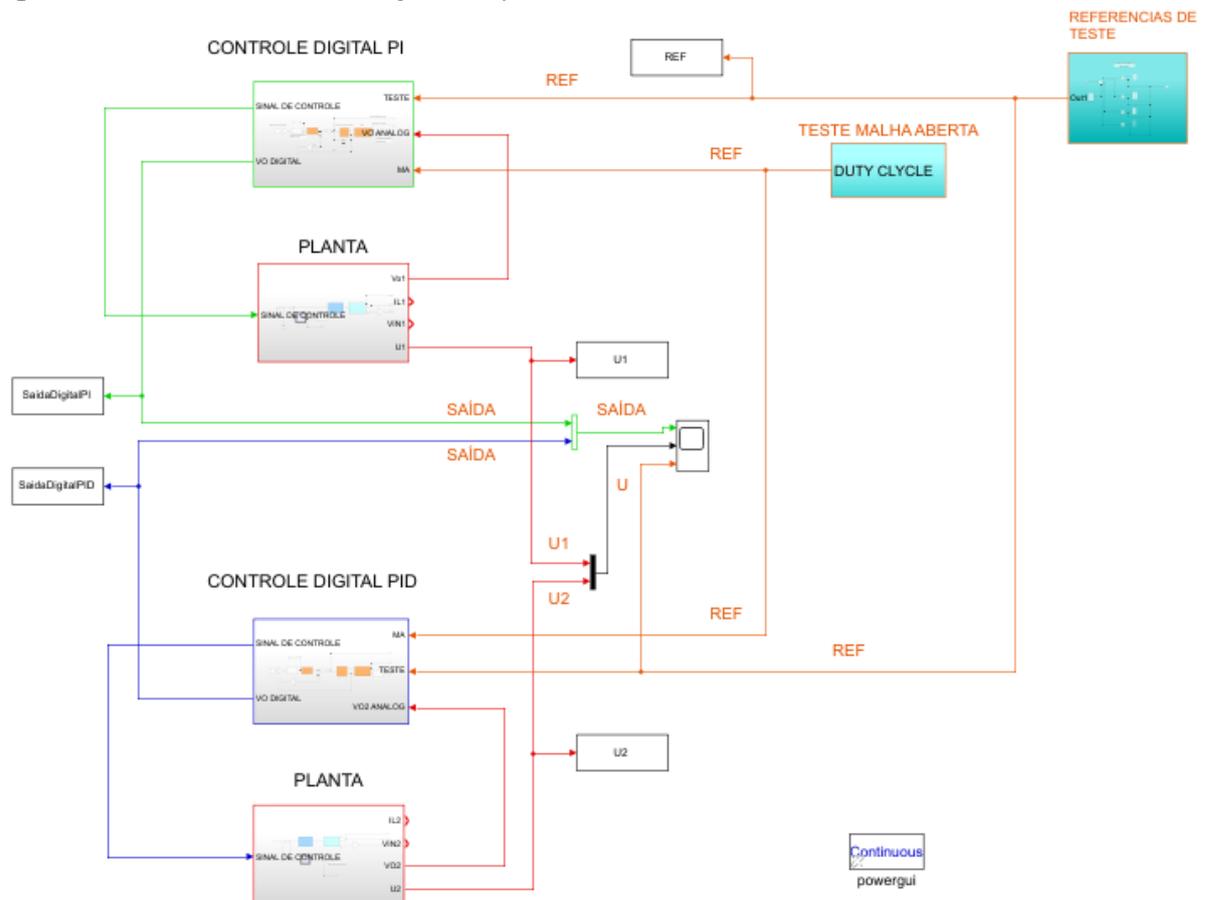
Há várias vantagens da implementação de um ambiente de simulação computacional do circuito do conversor Buck, pois existe a possibilidade de expor a planta simulada a diversas condições de excitação do sistema, diversas condições de controle, de verificação das variáveis desejadas, verificação do modo de condução

contínua do conversor, entre outras. Tudo isso permite operar o sistema sem nenhum tipo de risco de danificação dos componentes ou de erros de operação.

O sistema de simulação computacional não linear, desenvolvido por Leão (2021), é composto por onze blocos desenvolvidos em ambiente do Simulink/Matlab, que juntos emulam o funcionamento real de um conversor Buck. Através desse ambiente de simulação computacional é possível configurar os valores de resistência, capacitância e indutância inerentes as características individuais de cada componente.

Assim, a Figura (2.8) a seguir apresenta o ambiente de simulação computacional não linear utilizado para testes de regulação de tensão do Elo CC e para levantar um modelo adequado. Nas subseções a seguir, serão expostos os subsistemas deste ambiente e as suas respectivas funcionalidades.

Figura 2.8 — Ambiente de Simulação Computacional Não Linear.



Fonte: Autor.

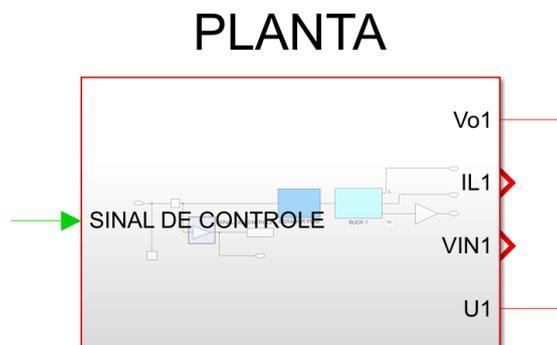
2.3.1. Sistema denominado “PLANTA”

A Figura (2.9) contém o conjunto de blocos representativos ao sistema denominado como “PLANTA”, proveniente da Figura (2.8), composto pelo atuador, um gerador de PWM, que recebe o sinal de controle como entrada e aciona a chave estática do conversor Buck Primário. O bloco tem como saídas as aquisições de sinais, tensão de entrada do Elo Primário (V_{in1}), tensão de saída do Elo Secundário (V_{o1}), a corrente do indutor (I_{L1}) e o sinal de controle normalizado entre 0 e 1. O interior do bloco é detalhado na Figura (2.10).

A escala do sinal de controle, entrada do bloco, encontra-se entre 0 a 500, desta forma, para armazenar o sinal de controle normalizado basta aplicar este sinal ao bloco denominado “U”.

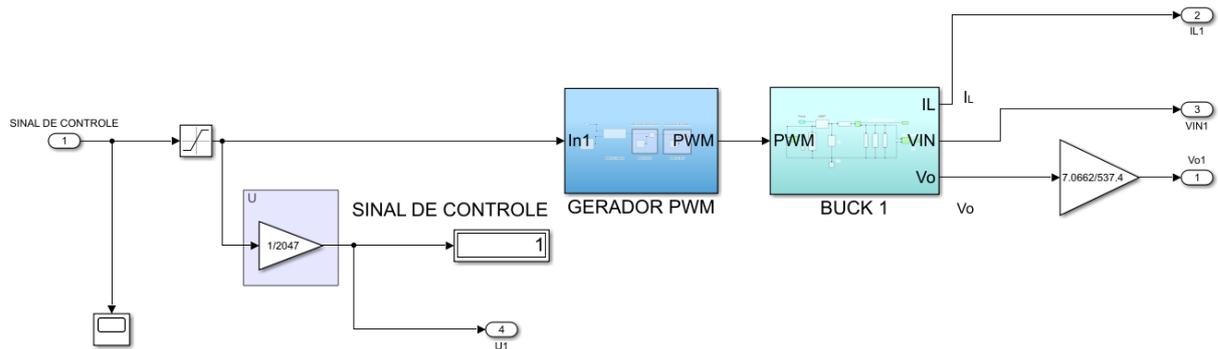
A Figura (2.11) é uma representação do conversor Buck Primário e seus parâmetros de configuração, como descritos anteriormente, só que agora em ambiente de simulação computacional. A visão interna deste bloco é dada na Figura (2.12), onde o TC1 é uma alusão representativa ao transdutor de corrente, o TP2 é o representativo do transdutor de potencial e suas respectivas saídas estão em verde como saída deste bloco. Em azul é dada a entrada do bloco, o sinal do atuador, e os demais elementos são os componentes inerentes ao Buck, já comentados anteriormente. Neste emulador, é utilizado uma fonte de tensão contínua de $537,5V_{CC}$ para realizar o papel de Elo CC Primário.

Figura 2.9 — Sistema representativo da planta real.



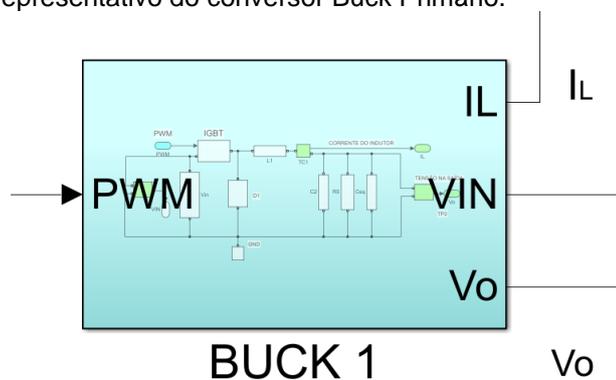
Fonte: Autor.

Figura 2.10 — Visão interna do sistema representativo da planta real.



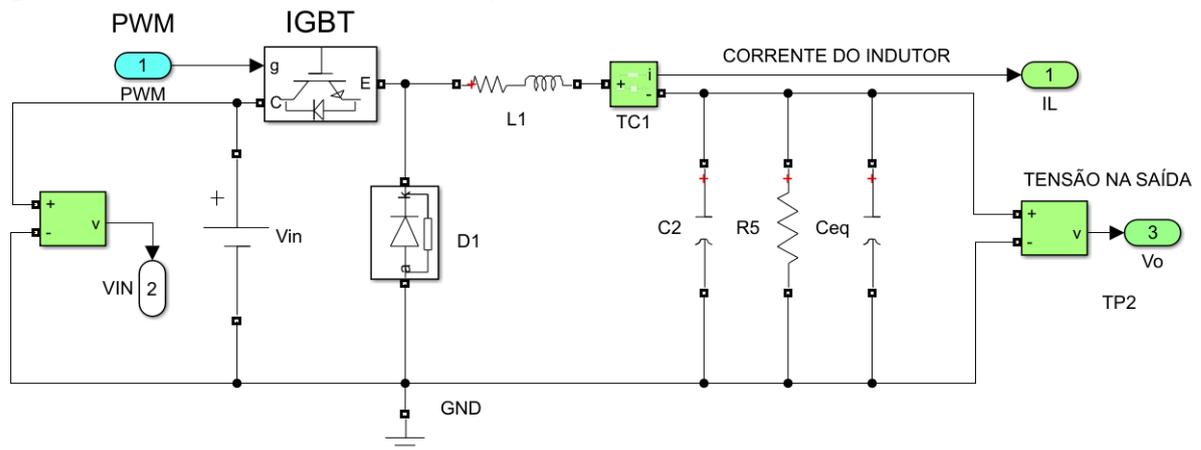
Fonte: Autor.

Figura 2.11 — Sistema representativo do conversor Buck Primário.



Fonte: Autor.

Figura 2.12 — Visão interna do sistema representativo do conversor Buck Primário.



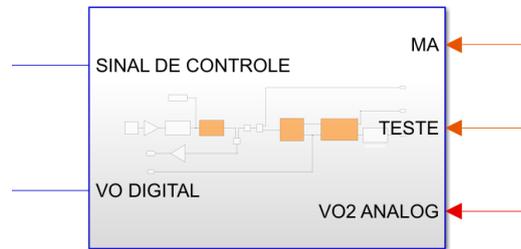
Fonte: Autor.

2.3.2. Bloco denominado “CONTROLE DIGITAL PID”

O sistema, dado na Figura (2.13) e (2.14), contém todos os blocos referentes ao condicionamento digital e analógico da planta realizados nos sinais de saída após sua aquisição, assim como compõe o bloco referente ao controlador digital.

Figura 2.13 — Sistema representativo do controlador digital.

CONTROLE DIGITAL PID

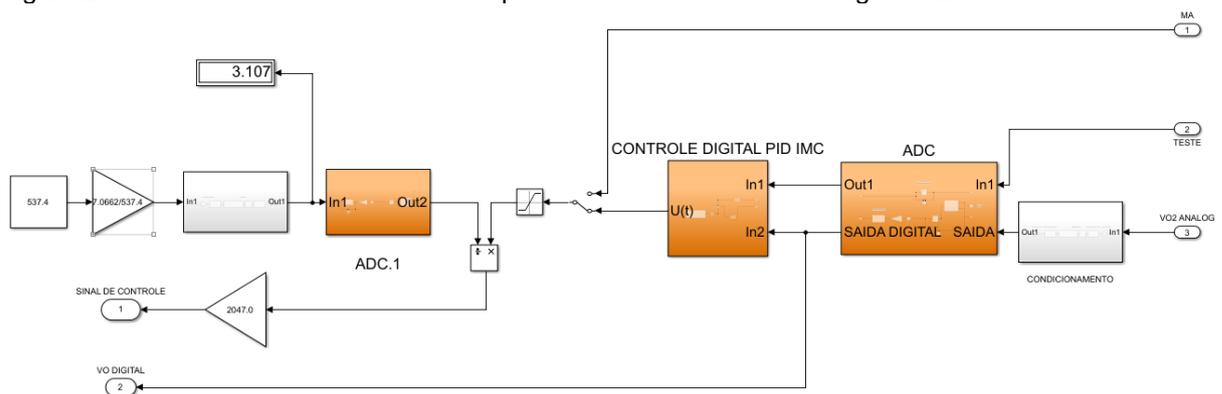


Fonte: Autor.

Para tornar possível a simulação do subsistema controlado por um controlador digital, foi necessário a implementação de um conversor analógico digital simples, porém que permitisse ao bloco de transferência discreto a correta leitura dos valores analógicos da planta. Além disso, outro fator que implica na realização deste bloco é a tentativa de deixar o sistema mais próximo do real, o qual trabalha com um microcontrolador que também realiza a mesma conversão.

O bloco “CONDICIONAMENTO ANALÓGICO” é muito importante na modelagem deste sistema, pois representa o conjunto de dinâmicas referentes ao circuito de condicionamento (Costa Junior, 2015).

Figura 2.14 — Visão interna do sistema representativo do controlador digital PID.



Fonte: Autor.

Por fim, o bloco “CONTROLADOR PID” recebe o sinal de referência de teste e o sinal da tensão de saída do conversor Buck e calcula o erro, comportando-se como um sistema em malha fechada. O erro serve como sinal de entrada da função de

transferência discreta do controlador e vai atuar no gerador de sinais PWM após sofrer algumas conversões necessárias para simular os dispositivos reais da bancada.

2.4. Conclusões

Este capítulo abordou o sistema multiconversor, situando-o dentro do universo das microrredes de corrente contínua e caracterizando-o como uma associação de vários tipos de conversores e elementos de geração e carga. O sistema foi descrito de forma a permitir a localização de todas as suas partes constituintes dentro e fora do painel modular, no qual foi desenvolvido, de uma forma geral. E seus elementos foram especificados e resumidos em tabelas.

Seu funcionamento pode ser entendido de forma clara com apresentação do circuito de comando, o qual promove uma operação segura do conversor através do intertravamento das contadoras e da lógica implementada em microcontrolador digital e operada através de uma interface IHM, e do circuito de força, onde os principais conversores foram detalhados pela sua relevância, sendo o conversor Buck primário, o elemento central que permite a regulação do barramento CC e será objeto principal para o projeto de controladores desenvolvidos a seguir.

A apresentação do sistema de simulação não linear do subsistema conversor Buck primário com toda as suas especificações e configurações de cada elemento, representa toda a malha fechada do processo com os controladores a serem empregados, e possibilita mais liberdade para se fazer testes com menores riscos em caso de erros de projeto.

3. CONVERSORES DE POTÊNCIA CC-CC

3.1. Introdução

Os Circuitos eletrônicos de potência funcionam usando dispositivos semicondutores como chave, controlando ou modificando desta forma o valor da tensão ou da corrente da fonte de alimentação, com a finalidade de corresponder às condições de tensão e corrente da carga. Ou seja, convertem o tipo ou o nível de uma forma de onda de tensão ou de corrente em outra, potência elétrica de uma forma para outra, funcionando como uma interface entre a fonte e a carga, Figura (3.1), e por esta razão são chamados de *conversores* (HART, 2012).

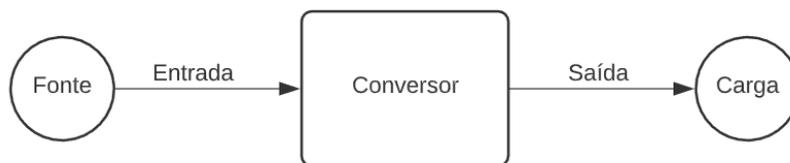
Os conversores são classificados conforme a relação entre entrada e saída. Os conversores CA/CC produzem tensão CC na saída a partir da potência média transferida pela fonte CA. Os conversores CC/CA funcionam de forma contrária e são chamados de inversores. O conversor CA/CA é especificado como retificador e pode ser usado para mudar o nível ou a frequência do sinal CA.

Os conversores CC/CC são úteis quando a carga requer um valor de tensão ou corrente CC especificada, mas a fonte é um valor CC diferente ou não regulado. Então, este é usado para obter uma tensão CC na saída que pode variar, a partir de uma fonte CC constante. Essa conversão pode ser obtida pela combinação de um indutor e um capacitor e um dispositivo de estado sólido que opere no modo de chaveamento de alta frequência. A técnica de chaveamento usada é denominada Modulação por Largura de Pulso (PWM) (ASHFAQ, 2000).

Os conversores CC/CC apresentam seis topologias principais de acordo com as condições desejadas de funcionamento: Buck, Boost, Buck-Boost, Cuk, Sepic e Zeta; destas outras podem ser derivadas (MOHAM, 2012).

Este capítulo abordará especificamente dos conversores CC/CC Buck, uma das topologias mais simples da categoria dos conversores não isolados, também chamado de step-down ou abaixador porque a tensão na saída é menor que a da entrada (RASHID, 2011). Será feita a sua apresentação e análise descritiva de suas características de funcionamento, assim como da sua dinâmica de operação através do levantamento de um modelo matemático baseado em função de transferência de tempo contínuo que represente o sistema.

Figura 3.1 — Uma fonte e uma carga com um conversor eletrônico de potência como interface.



Fonte: (HART,2012).

3.2. Conversores no Modo Chaveado

Diferentemente dos conversores lineares, onde o transistor funciona na região linear de forma semelhante a uma resistência variável, ou seja, a tensão na saída é controlada pelo ajuste da corrente de base, os conversores de potência CC – CC abordados neste trabalho são denominados conversores chaveados ou comutados, no qual o transistor do circuito funciona como uma chave eletrônica sendo completamente ligado ou desligado, trabalhando nas regiões de saturação ou corte.

A razão dessa escolha se deve ao fato de os circuitos conversores lineares possuírem baixa eficiência, porque há altas perdas de potência no transistor, não sendo adequados para aplicações de alta potência. Já nos conversores chaveados, supondo uma chave eletrônica ideal, a potência absorvida pela chave é nula, pois, quando a chave é aberta, não há corrente, e quando a chave é fechada, não há queda de tensão. Ou seja, o transistor funcionando como uma chave ideal, ora se comporta como um circuito aberto, ora como um curto-circuito, então toda a potência é transferida para a carga. Na prática, a chave possui perdas, como uma queda de tensão diferente de zero ao conduzir e devido a transição entre as regiões do dispositivo (HART,2012).

Considerando um conversor chaveado simples, formado apenas por uma chave ideal entre a fonte CC e a carga, como mostra a Figura (3.2). A tensão da fonte possui um valor V_s constante e a carga é dada por uma resistência. A chave opera para uma determinada frequência de chaveamento ou comutação f , então a cada período de chaveamento T , no intervalo de tempo $t = 0$ a $t = DT$, a chave recebe um comando de valor lógico ALTO e comuta seu estado para fechada, conduzindo energia para a carga e impondo a tensão igual à da fonte. No restante do período, de $t = DT$ até $t = T$, a chave recebe um comando de valor lógico BAIXO e comuta seu estado para aberta, interrompendo a condução e fazendo a tensão na saída ser nula.

A porcentagem do período D é denominada como ciclo de trabalho (*duty cycle*), que é a porção do período onde a chave se encontra fechada, como é dado pela equação (3.1).

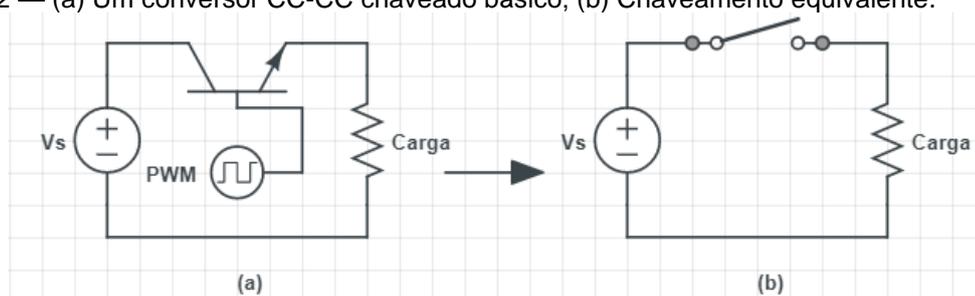
$$D = \frac{t_{ligado}}{t_{ligado} + t_{desligado}} = \frac{t_{ligado}}{T} = t_{ligado}f \quad (3.1)$$

Os comandos de operação das chaves estáticas são realizados utilizando o princípio da modelação por largura de pulso (pulse width modulation - PWM), no qual é aplicado um sinal pulsado na base da chave, onde é possível regular o tempo ligado t_{ligado} , que é o tempo do pulso em nível alto da modulação, configurando-se assim o ciclo de trabalho do conversor.

O fechamento e a abertura periódicos da chave resulta em uma tensão CC pulsada de saída na carga, que varia entre V_s e zero a cada período. É possível então calcular o valor médio da tensão CC na saída como na equação (3.2). O resultado mostra que a tensão média na saída do conversor pode ser controlada pela sintonia do ciclo de trabalho, que pode ser realizada de forma automática através de uma técnica de controle embarcada em um microcontrolador, que compara a saída do conversor com uma referência desejada e emite um sinal PWM com o ciclo de trabalho adequado. Como o ciclo de trabalho varia de 0 a 1, 0% a 100%, a tensão só pode assumir valores de tensão CC menores ou iguais a entrada.

$$V_0 = \frac{1}{T} \int_0^T v_0 dt = \frac{1}{T} \int_0^{DT} V_s dt = V_s D \quad (3.2)$$

Figura 3.2 — (a) Um conversor CC-CC chaveado básico; (b) Chaveamento equivalente.



Fonte: CircuitLab.

3.3. Características de Operação do Conversor de Potência CC-CC Buck

Como foi visto, um conversor chaveado simples produz uma saída pulsada, no qual o valor médio CC é o produto do ciclo de trabalho pela tensão da fonte. Esse aspecto pulsado da saída pode ser suficiente para algumas aplicações, como motores CC, entretanto, aplicações mais precisas necessitam de uma tensão CC de saída mais pura. O conversor Buck traz uma solução para obter uma saída mais puramente CC com a inserção de um diodo e um filtro passa baixas (indutor-capacitor - LC) de segunda ordem após a chave, adicionado ao conversor básico, como é apresentado na Figura (3.3a). O filtro é responsável por atenuar as oscilações, efeitos de ripple, na tensão e na corrente sobre a carga.

A operação do conversor Buck apresenta duas etapas alternantes básicas de funcionamento para cada período do sinal digital de controle PWM (MOHAN, 2012). A primeira etapa ocorre quando a chave está fechada $DT = t_{ligado}$, a fonte de alimentação CC é responsável por carregar o indutor e o capacitor, a energia flui através do indutor para alimentar a carga e o diodo permanece polarizado reversamente. Esse cenário é apresentado na figura (3.3b) com o circuito equivalente resultante do fechamento da chave. Note que a carga está submetida a mesma tensão do capacitor. A tensão no indutor, quando a chave é fechada, é dada pela equação (3.3). Rearranjando a equação anterior, temos que a corrente no indutor aumenta linearmente, pois a derivada da corrente é uma constante positiva, então a variação de corrente no indutor enquanto a chave está fechada pode ser calculada pela equação (3.4).

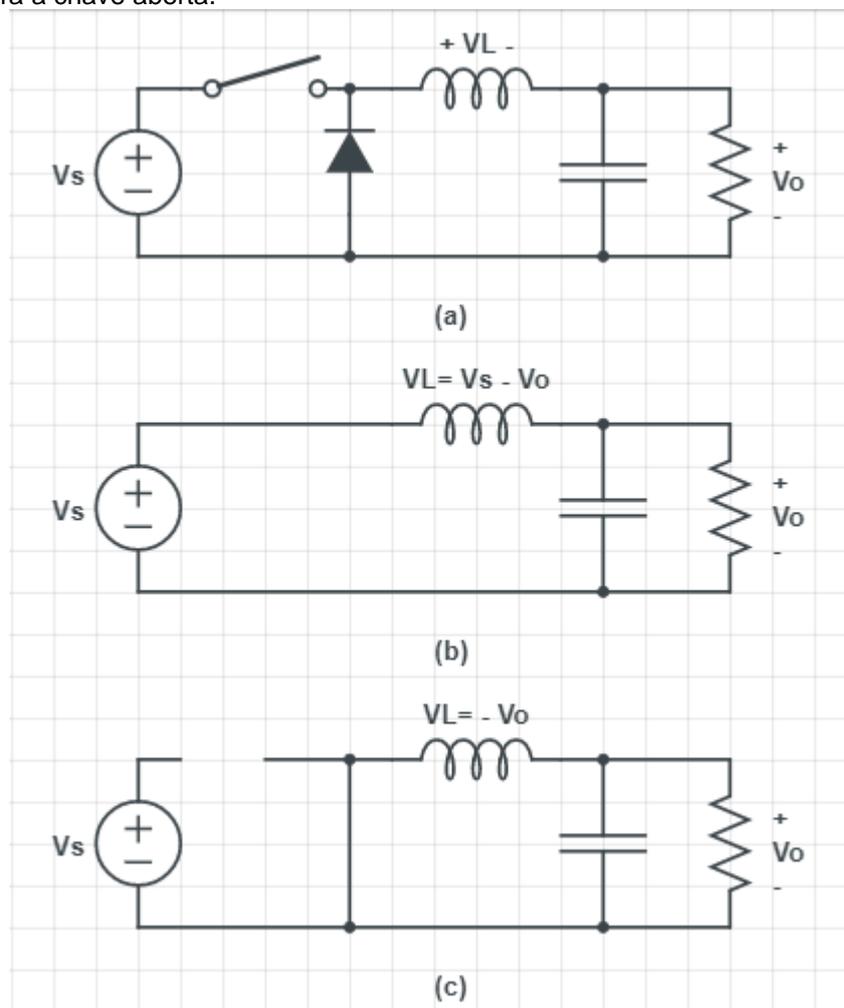
$$v_L = V_s - V_0 = L \frac{di_L}{dt} \quad (3.3)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{DT} = \frac{V_s - V_0}{L} \rightarrow (\Delta i_L)_{fechada} = \left(\frac{V_s - V_0}{L} \right) DT \quad (3.4)$$

A segunda etapa ocorre quando a chave estática está aberta em $(1 - D)T = t_{desligado}$, nesse momento a fonte de alimentação é desacoplada e o indutor carregado

tem a polaridade invertida, pois fica submetido ao negativo da tensão de saída. Então, o diodo é diretamente polarizado proporcionando um caminho para a corrente no indutor que vai alimentar a carga até que o indutor se descarregue. Quando a energia do indutor não é mais suficiente para alimentar a carga, o capacitor começa a sua descarga, injetando energia na carga (ASHFAQ, 2000). Esse cenário é apresentado na figura (3.3c) com o circuito equivalente resultante da abertura da chave. Note que ao final de cada período, a chave volta novamente a fechar e o ciclo se reinicia.

Figura 3.3 — (a) Conversor Buck CC-CC; (b) Circuito equivalente para a chave fechada; (c) Circuito equivalente para a chave aberta.



Fonte: CircuitLab.

A tensão no indutor, quando a chave é aberta, é dada pela equação (3.5). Rearranjando a equação anterior, temos que a corrente no indutor diminui linearmente, pois a derivada da corrente é uma constante negativa, então a mudança de corrente no indutor enquanto a chave está fechada pode ser calculada pela equação (3.6). Portanto, de acordo com um funcionamento estável, a corrente no

indutor é periódica sendo exatamente a mesma a cada ciclo de chaveamento, de modo que a soma das variações de corrente seja nula sobre o período, equação (3.7).

$$v_L = -V_0 = L \frac{di_L}{dt} \quad (3.5)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{\Delta i_L}{\Delta t} = \frac{\Delta i_L}{(1-D)T} = \frac{-V_0}{L} \quad (3.6)$$

$$(\Delta i_L)_{aberta} = -\left(\frac{V_0}{L}\right)(1-D)T$$

Então, de acordo com a equação (3.7), a tensão de saída V_0 produzida pelo conversor Buck é menor ou igual a entrada de tensão da fonte, exatamente igual à equação (3.2), e depende somente do ajuste da taxa de trabalho.

$$\begin{aligned} (\Delta i_L)_{fechada} + (\Delta i_L)_{aberta} &= 0 \\ \left(\frac{V_s - V_0}{L}\right)DT - \left(\frac{V_0}{L}\right)(1-D)T &= 0 \rightarrow V_0 = V_s D \end{aligned} \quad (3.7)$$

Está análise supõe que o conversor possui a corrente no indutor no modo contínuo, a tensão média no indutor é nula, a corrente média no capacitor é nula e a potência fornecida pela fonte é toda absorvida pela carga mais perdas, para componentes não ideais.

O modo de condução contínua ocorre quando a corrente do indutor permanece positiva por todo o tempo em que a chave permanece aberta, sem que haja descarga total do dispositivo antes do início de um novo ciclo. Assim, no modo de condução crítica, a corrente do indutor atinge o valor zero no instante exato do novo fechamento da chave. Já no modo de condução descontínua, o indutor descarrega antes do início de um novo ciclo de chaveamento, havendo intervalos de interrupção de corrente (MEDEIROS; GÓES et al., 2018).

Considerando que a corrente média no capacitor é nula, então a corrente média no indutor deve ser a mesma corrente média na carga resistiva, como mostra a equação (3.8). Como as variações de corrente do indutor foram calculadas anteriormente, é possível obter os valores máximos e mínimos da corrente no indutor, equações (3.9) e (3.10), utilizando o seu valor médio.

$$I_L = I_R = \frac{V_0}{R} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} I_{max} &= I_L + \frac{\Delta i_L}{2} \\ &= \frac{V_0}{R} + \frac{1}{2} \left[\frac{V_0}{L} (1-D)T \right] = V_0 \left(\frac{1}{R} + \frac{1-D}{2Lf} \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} I_{min} &= I_L - \frac{\Delta i_L}{2} \\ &= \frac{V_0}{R} - \frac{1}{2} \left[\frac{V_0}{L} (1-D)T \right] = V_0 \left(\frac{1}{R} - \frac{1-D}{2Lf} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.4. Modelagem Matemática do Conversor CC-CC Buck

A modelagem de sistemas consiste na determinação de um modelo matemático que represente as principais propriedades do sistema real. A sua elaboração pode ser feita através da análise das leis físicas do sistema em particular. A sua importância é a obtenção do comportamento do sistema, em determinadas condições de operação, através de simulação, antes de realizar experimentos práticos. Um procedimento seguro e de baixo custo.

A presença dos elementos como a chave estática juntamente com o diodo agrega características fortemente não lineares ao circuito Buck, então, para a obtenção de um modelo linear, é utilizada a análise em duas etapas, chave fechada e chave aberta, como já foi abordada anteriormente na descrição da operação do circuito Buck, no qual a chave se comporta ora como um curto-circuito ora como um circuito aberto e o diodo ora bloqueado ora conduzindo, eliminando a necessidade de representa-los no equacionamento matemático. Através da modelagem do sistema em cada etapa, pode-se utilizar o princípio da superposição e encontrar um modelo matemático médio do conversor (BARBI, 2015).

Tendo em vista a presença de elementos armazenadores de energia, a modelagem utiliza as equações diferenciais que determinam o comportamento desses componentes e são fundamentais para o desenvolvimento da representação do sistema em espaço de estados, (OGATA, 2011).

As representações em espaço de estados constituem modelos matemáticos que correspondem ao comportamento do conversor restrito aos períodos de chave aberta, intervalo de $0 \leq t \leq DT$, e de chave fechada, intervalo $DT \leq t \leq T$, onde a tensão no capacitor e a corrente no indutor são utilizadas como as duas variáveis de estado. Através do teorema da superposição, a contribuição média em cada um dos estágios de operação do sistema é somada resultando na relação (3.11), que também pode ser deduzida a partir da integral do valor médio das derivadas das variáveis de estado no período T . Então, o modelo geral em espaço de estados para o conversor Buck é denotado nas equações (3.12) e (3.13) para um ponto de operação D .

$$T \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = DT \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}_{ligada} + (1 - D)T \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}_{desligada} \quad (3.11)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}_{geral} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{D}{L} \end{bmatrix} [v_s] \quad (3.12)$$

$$y(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Como o objetivo é controlar a saída do conversor através do sinal digital aplicado em sua porta, PWM, com uma tensão de entrada constante $v_s = V_s$, a equação geral é reescrita para uma estrada que considera um valor instantâneo de ciclo de trabalho $D = D(t)$, como mostram as equações (3.14) e (3.15).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}_{geral} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_s}{L} \end{bmatrix} [D(t)] \quad (3.14)$$

$$y(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \text{ onde} \quad (3.15)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_s}{L} \end{bmatrix} \text{ e } C = [1 \quad 0]$$

Da representação em espaço de estados, pode-se destacar as matrizes A – matriz de estados do sistema, B – matriz de entrada e C – matriz de saída. A saída do sistema, de acordo com a matriz C, é a tensão de saída, $y(t) = x_1(t)$, pois deseja-se realizar o controle de tensão no conversor Buck. Quando for necessário realizar o controle de corrente que circula através do indutor, basta modificar a matriz de saída para que a saída seja $y(t) = x_2(t)$.

Dado o modelo geral do sistema em espaço de estados, pode-se facilmente obter a função de transferência do sistema a partir das matrizes A, B e C, como mostra a equação (3.16). Considerando que a saída do sistema é dada pela tensão no capacitor $v_c(t) = v_0(t)$ e a entrada é o ciclo de trabalho $D(t)$, a função de transferência do conversor Buck resulta na equação (3.17).

$$H(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = C \cdot (SI - A)^{-1} \cdot B \quad (3.16)$$

$$H(S) = \frac{V_c(S)}{D(S)} = [1 \quad 0] \cdot \left(\begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_s}{L} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$H(s) = \frac{V_s/LC}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$$

3.5. Conclusões

Este capítulo fez uma apresentação geral sobre os conversores de potência CC-CC Buck, abordando a sua constituição física, descrevendo suas principais características e como ocorre a operação do sistema, de forma teórica e através de

equacionamentos que comprovam o seu funcionamento e permitem o projeto seguro. O levantamento de um modelo em espaço de estado e também em função de transferência, que represente o sistema de forma geral foi obtido e será de grande relevância no projeto de sistemas de controle que será abordado posteriormente.

4. IDENTIFICAÇÃO E MODELAGEM DE SISTEMAS

4.1. Introdução

A modelagem de sistemas consiste na área do conhecimento que estuda maneiras de implementar ou determinar modelos matemáticos que representem as propriedades e características essenciais de um sistema em questão. De forma que o modelo possa ser usado com as finalidades de diagnósticos, supervisão, otimização e controle (LJUNG; GLAD, 1994).

A elaboração dos modelos matemáticos pode ser feita através da análise físico-matemática, que se baseia nas leis físicas do sistema em particular, chamada de modelagem caixa branca. Esse tipo de modelo requer um grande conhecimento da estrutura completa do sistema, contendo as partes não observáveis ou controláveis, o que pode levar muito tempo e tornar o processo custoso, sendo muitas vezes inviável.

Outra forma de elaborar modelos matemáticos é através da análise experimental baseada nas medidas e observações do sistema, o que é denominado de modelagem caixa preta seguindo a nomenclatura internacional (*black-box modeling*). Desta forma, a partir das medidas de entrada e saída de sistemas dinâmicos, a identificação de sistemas é estabelecida pela utilização de técnicas numéricas que visem obter tais modelos caixa preta. A principal característica desse tipo de modelagem é que nenhum conhecimento prévio do sistema é necessário (AGUIRRE, 2015).

Existe ainda a modelagem caixa cinza um tipo intermediário entre a caixa branca e a caixa preta que utiliza informações auxiliares, as quais não são encontradas nos dados coletados durante o processo de identificação.

O modelo encontrado não necessita ser exato ou complexo, apenas adequado para determinada aplicação (HANG; CHIN, 1991). A sua validade depende da qualidade do modelo encontrado.

As etapas de identificação de sistemas consistem na coleta dos dados do processo, determinação da estrutura do modelo, estimação do modelo e por último, validação do modelo. Seguindo as etapas adquire-se qualidade no modelo estimado (COELHO, 2016).

A importância da modelagem é a obtenção do comportamento de sistemas em determinadas condições operacionais através de simulação, sem a necessidade de realizações de experimentos. Portanto, um procedimento de baixo custo e seguro.

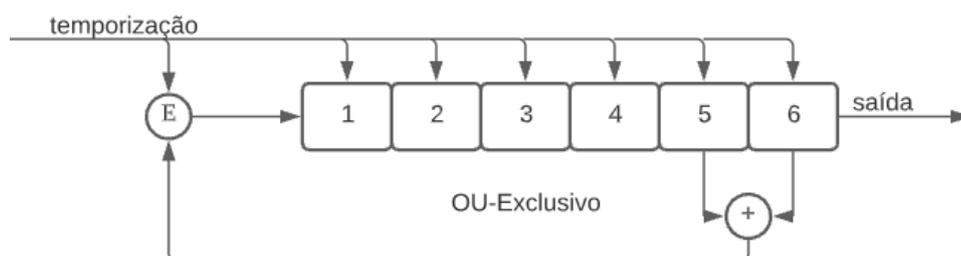
4.2. Sinais Binários Pseudoaleatórios

O sinal de excitação do tipo degrau é um sinal de características pobres para a maioria dos métodos de identificação, desta forma, os sinais pseudoaleatórios presentes na área de Identificação de Sistemas podem ser utilizados de forma a se obter um sinal de entrada mais rico. Dentre os sinais pseudoaleatórios, os sinais binários são os mais conhecidos e fáceis de serem gerados, sendo denominados de PRBS (*pseudo random binary signal*) (AGUIRRE, 2015).

Os sinais binários pseudoaleatórios apresentam apenas dois valores de amplitude possíveis $+V$ e $-V$ e as mudanças de amplitude ocorrem em instantes bem definidos $t = 0, T_b, 2T_b, \dots$ de forma determinística e, conseqüentemente, o mesmo sinal pode ser gerado repetidas vezes com período $T = NT_b$, ou seja, são periódicos, sendo N um número ímpar. Portanto, o PRBS consiste numa seqüência de pulsos retangulares modulados em largura e implementados por intermédio de registradores de deslocamento com realimentação. Sua função de autocorrelação se aproxima a de um sinal aleatório como o ruído branco (HOROWITZ, 1989).

O tipo mais comum de sinal binário pseudoaleatório é a seqüência de comprimento máximo ou sinais de seqüência m , no qual utiliza a operação OU-Exclusivo entre alguns bits de registro de deslocamento, como é visto na Figura (4.1). Os sinais de seqüência m resultam em algumas combinações resumidas na Tabela (4.1). É possível ver que os períodos $T = NT_b$ ocorrem para $N = 2^n - 1$, onde n é o número de bits do registro de deslocamento.

Figura 4.1 — Circuito para gerar sinais PRBS.



Fonte: Adaptado de (AGUIRRE,2015).

Para gerar sinais PRBS que possam ser usados com sucesso é necessário escolher adequadamente as variáveis envolvidas, como a amplitude V , o número de bits de registro n e T_b o tempo de mudança entre bits.

A amplitude de V é limitada à máxima excursão do sinal de excitação do processo, de modo a não interferir na resposta e nem levar o sistema a operar fora da faixa linear. Geralmente, a amplitude do sinal PRBS é baixa sendo somada ao sinal usual de entrada, como o degrau, para a coleta de dados de identificação.

Tabela 4.1 — Conexões para gerar sinais de sequência m

n	$N = 2^n - 1$	Bits usados pela porta
		Ou-Exclusivo
2	3	1 e 2
3	7	2 e 3
4	15	3 e 4
5	31	3 e 5
6	63	5 e 6
7	127	4 e 7
8	255	2,3,4 e 8
9	511	5 e 9
10	1023	7 e 10
11	2047	9 e 11

Fonte: (AGUIRRE,2015, p. 197)

$$f_{max} = \frac{1}{3T_b} \rightarrow T_b = \frac{1}{3f_{max}}, \text{ onde } f_{max} = \frac{5 \times \omega_0}{2\pi} \quad (4.1)$$

$$f_{min} = \frac{1}{(2^n - 1)T_{shift}} \rightarrow n = \text{int} \left(\log_2 \left(\frac{1}{f_{min}T_b} + 1 \right) \right), \text{ onde} \quad (4.2)$$

$$f_{min} = \frac{\omega_0}{2\pi \times 20}$$

O número de bits de registro n e o intervalo entre bits T_b podem ser calculados em função da frequência do sistema, como é dado nas Equações (4.1) e (4.2). Note que as frequências mínimas e máximas são escolhidas a critério do projetista e de acordo com a frequência natural do sistema.

A periodicidade do sinal PRBS depende tanto do número de bits n quanto de T_b e ela não deve ser menor do que o tempo de acomodação do sistema, caso contrário, será detectada pelo sistema, o que reduz a aleatoriedade do teste.

O intervalo entre bits T_b deve ser compatível com a menor constante de tempo do processo, pois, caso seja muito grande, será interpretada como um degrau, ou se for muito pequena, o sistema não terá tempo para responder a uma transição antes de chegar à próxima. Em caso de sistemas lineares T_b pode ser escolhido próximo ao valor do intervalo de amostragem e para sistemas não lineares próximo à constante de tempo dominante do sistema (NELLES, 2001).

4.3. O Estimador de Mínimos Quadrados Recursivos

A técnica de modelagem mais conhecida e mais utilizada nas mais diversas áreas de ciência e tecnologia, que permite identificar os parâmetros de um modelo matemático utilizando um conjunto de medidas de um experimento, é o estimador de mínimos quadrados recursivo (COELHO, 2016; LJUNG, 1999).

Quando os dados de entrada e saída de um processo são coletados previamente é possível obter um modelo resolvendo o problema numérico em batelada, ou seja, de uma vez só, como nos mínimos quadrados não recursivos. Uma outra forma, comum na prática, é utilizar os dados medidos disponibilizando-os sequencialmente a cada período de amostragem para atualizar o vetor de parâmetros, procedimento conhecido como estimação recursiva, no qual é obtida uma estimativa atual que corrige uma estimativa anteriormente obtida. A incorporação da estimação recursiva ao método de mínimos quadrados produz a Modelagem via Estimador de Mínimos Quadrados Recursivo. (AGUIRRE, 2015).

As técnicas recursivas são muito úteis para estimar os parâmetros do modelo quando estes variam lentamente em função de não linearidades, desgastes, falhas, dentre outros, e na resolução de problemas numéricos cuja a solução em batelada é difícil.

Dado o modelo linear discreto autoregressivo com entradas externas (ARX – *Autoregressive with Exogenous Inputs*) dado na Equação (4.3), sendo $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ polinômios arbitrários. Onde a variável $u(k)$ representa a entrada do sistema, e a variável $y(k)$ representa a saída do sistema, em z^{-d} que multiplica $B(z^{-1})$, a

variável d corresponde ao atraso de transporte e $e(k)$ corresponde ao ruído ou erros de medição, de modo que o modelo ARX pertence à classe de modelos de erro na equação.

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + e(k), \text{ onde}$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{na}z^{-na} \quad (4.3)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-nb}$$

$$y(k) = -a_1y(k-1) \dots - a_{na}y(k-na) + b_0u(k-d) + b_1u(k-d-1) + \dots + b_{nb}u(k-d-nb) + v(k) \quad (4.4)$$

A Equação (4.3) tem a representação em equação a diferenças dada na Equação (4.4). Então, define-se o vetor de medidas $\varphi^T(k-1)$ de dimensão $(na+nb+1) \times 1$, Equação (4.5), e o vetor de parâmetros $\theta(k)$ com a mesma dimensão, Equação (4.6), de modo que a Equação (4.3) pode ser reescrita como na Equação (4.7), sendo denominada como modelo de regressão linear (COELHO, 2016).

$$\varphi^T(k-1) = [-y(k-1) \dots - y(k-na) u(k-d) u(k-d-1) \dots u(k-d-nb)] \quad (4.5)$$

$$\theta^T(k) = [a_1 a_2 \dots a_{na} b_0 b_1 b_{nb}] \quad (4.6)$$

$$y(k) = \varphi^T(k-1)\theta(k) + e(k) \quad (4.7)$$

Admitindo que o número de amostras do experimento é N , então teremos a representação matricial da Equação (4.7) dada na Equação (4.8), onde Φ é matriz de observação.

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi^T(0) \\ \varphi^T(1) \\ \vdots \\ \varphi^T(N-1) \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} e(0) \\ e(1) \\ \vdots \\ e(N-1) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$Y = \Phi\theta + E$$

É possível obter a estimativa dos parâmetros $\hat{\theta}$, através do procedimento dos mínimos quadrados de forma que a saída estimada é dada pela Equação (4.9). ξ é o vetor de resíduos ou erro de previsão, composta pela diferença entre o vetor de saída e a saída estimada, Equação (4.10). Note que o erro $e(k)$ foi desprezado.

$$\hat{y}(k) = \varphi^T(k-1)\hat{\theta}(k) \quad (4.9)$$

$$\xi = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - \varphi^T(k-1)\hat{\theta}(k) \quad (4.10)$$

Definindo o somatório do quadrado dos erros, Equação (4.11), que nada mais é do que um índice que quantifica a qualidade de ajuste da saída estimada $\hat{y}(k)$ ao vetor de dados de saída $y(k)$, uma função dependente do vetor de parâmetros e de Z^N , o conjunto de dados. Substituindo ξ e desenvolvendo a função custo J_{MQ} , Equação (4.12), utilizando a representação matricial, temos que o melhor valor estimado de $\hat{\theta}(k)$ é encontrado quando a função custo é minimizada, ou seja, $\partial J_{MQ}/\partial \hat{\theta} = 0$, Equação (4.13).

$$J_{MQ}(\hat{\theta}, Z^N) = \sum_{i=1}^N \xi_i^2 = \xi^T \xi = \|\xi\|^2 \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} J_{MQ} &= (Y - \Phi \hat{\theta})^T (Y - \Phi \hat{\theta}) \\ J_{MQ} &= Y^T Y - Y^T \Phi \hat{\theta} - \hat{\theta}^T \Phi^T Y + \hat{\theta}^T \Phi^T \hat{\theta} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial J_{MQ}}{\partial \hat{\theta}} = -\Phi^T Y - \Phi^T Y + 2\Phi^T \Phi \hat{\theta} = 0 \quad (4.13)$$

$$\hat{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T Y \quad (4.14)$$

Isolando o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ na Equação (4.13), temos o valor dos parâmetros estimados que minimiza o somatório do quadrado dos erros na Equação (4.14) em formato matricial. Na última expressão, $[\Phi^T \Phi]^{-1}$ indica a pseudoinversa de Φ , que existe se o número de amostras for maior ou igual ao número de linhas do vetor de medidas, $N \geq n$, pois Φ não é uma matriz quadrada tendo mais linhas que colunas.

A Equação (4.14) corresponde ao método de mínimos quadrados não recursivo. Para obter as equações do estimador de mínimos quadrados recursivos de forma a estimar os parâmetros $\hat{\theta}(k)$ de forma recursiva, as equações são reescritas, sendo o desenvolvimento numérico baseado na ideia básica de expressar as grandezas em um determinado instante k em função de valores em instantes passados $k - 1$, o que resulta na Equação (4.15) que consiste no vetor de parâmetros dos mínimos quadrados recursivo (MQR).

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k - 1) + K(k)[y(k) - \varphi^T(k - 1)\hat{\theta}(k - 1)] \quad (4.15)$$

A matriz de ganho $K(k)$ multiplica o erro de predição para conduzir o termo de correção ao vetor de parâmetros, ou seja, é a inovação no instante k , e é dada pela Equação (4.16) (COELHO, 2019). A matriz de covariância, dada na Equação (4.17), mede ou indica o erro das estimativas paramétricas e seus elementos tendem a diminuir quando o número de interações aumenta, na presença de uma convergência adequada.

$$K(k) = \frac{P(k - 1)\varphi(k - 1)}{1 + \varphi^T(k - 1)P(k - 1)\varphi(k - 1)} \quad (4.16)$$

$$P(k) = P(k - 1) - K(k)\varphi^T(k - 1)P(k - 1) \quad (4.17)$$

Um parâmetro denominado fator de esquecimento λ pode ser inserido nas equações do estimador de mínimos quadrados recursivo (MQR) com a finalidade de priorizar as medidas mais recentes visando o rastreamento de parâmetros variáveis no tempo. As equações do estimador de mínimos quadrados recursivo (MQR) com o

fator de esquecimento são dadas nas Equações (4.18), (4.19), e (4.20) (COELHO, 2019).

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \hat{y}(k)] \quad (4.18)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1)\varphi(k-1)}{\lambda + \varphi^T(k-1)P(k-1)\varphi(k-1)} \quad (4.19)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda} [I - K(k)\varphi^T(k-1)P(k-1)] \quad (4.20)$$

4.4. Conclusões

Este capítulo abordou uma parte da teoria de identificação de sistemas mostrando sua importância para a representação do comportamento dinâmico de sistemas no formato de modelos matemáticos muito úteis para a análise e controle de processos.

Foi mostrado que a utilização de sinais binários pseudoaleatórios juntamente com os sinais padrões de referência enriquece a entrada dos processos fornecendo respostas com características melhores propiciando a obtenção de modelos mais satisfatórios e representativos numa gama de frequências. Além disso, foi descrito o estimador de mínimos quadrados recursivo (MQR) como um método de identificação que permite compor um modelo com dados experimentais de entrada e saída disponibilizados de forma sequencial que permitem minimizar a função custo do erro de medição entre a saída real e a saída estimada.

5. PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS.

5.1. Introdução

Nos projetos clássicos de controladores é comum utilizar modelos matemáticos em formato de funções de transferências nominais que não traduzem de forma exata o comportamento real do sistema, pois naturalmente apresentam erros que são desprezados. Na prática, podem existir significativas incertezas paramétricas devido a simplificações no processo de modelagem, como por exemplo, sistemas de natureza não linear são analisados com técnicas de linearização, cuja precisão é limitada na região do ponto de operação, também os sistemas reais podem ser representados por modelos de ordem reduzida com o intuito de reduzir sua complexidade, podendo desprezar fatores que influenciam na garantia de estabilidade, pois consideram apenas os polos dominantes (BATTACHARYYA et al., 1995).

Desta forma, a incerteza de um sistema pode ser classificada como não estruturada (incerteza não paramétrica) e como incerteza estruturada (paramétrica). A primeira classe é relacionada a erros de modelagem correspondentes a comportamentos do sistema, como desconhecimento da fase, atraso na resposta, efeitos parasitários em alta frequência, entre outros. Já a segunda classe ocorre como a variação que os parâmetros físicos do sistema podem assumir, componentes e elementos do sistema, devido a descrição inadequada ou desgastes ao longo do tempo, que se traduzem numa faixa de valores para os parâmetros da função de transferência.

A teoria de controle robusto paramétrico busca atenuar a perda de desempenho e garantir estabilidade para toda uma classe de funções de transferência que abrangem todo o conjunto de incertezas e representam o sistema real (BARMISH, 1993).

Neste trabalho, serão apresentadas duas técnicas de controle robusto paramétrico, sendo a primeira um projeto de compensador robusto baseado no domínio da frequência, a qual aplica o Teorema de Kharitonov para a planta com incertezas paramétricas e constrói um poliedro no plano complexo denominado conjunto extremal que é mapeado para cada frequência $s = j\omega$, este poliedro é então

utilizado para gerar os envelopes de Bode, uma extensão do Diagrama de Bode, de onde são avaliadas as margens de estabilidade relativas utilizadas como parâmetros de projeto.

A segunda técnica é um projeto de controle robusto via alocação de polos intervalar, que pretende posicionar os polos do sistema dentro de uma faixa de especificações desejadas, levando em consideração todos os possíveis valores que os parâmetros da planta podem assumir, permitindo a conversão da equação Diofantina, do problema clássico de alocação de polos, em um conjunto de restrições de um problema de otimização linear.

5.2. Sistemas com Incertezas Paramétricas Intervalares

Um polinômio $X(s)$ de um sistema linear invariante no tempo (LTI) na variável complexa s de Laplace, como dado na Equação (5.1), é um polinômio intervalar quando o valor dos seus parâmetros x_0, x_1, \dots, x_n são incertos assumindo valores pré-especificados dentro de um intervalo como é expresso de forma compacta na Equação (5.2). Onde x_n é um parâmetro real de valor incerto dentro do intervalo $[x_n^-, x_n^+]$, sendo x_n^- o valor mínimo e x_n^+ o valor máximo que o parâmetro pode assumir em um dado momento. Ou seja, x_n é uma incerteza paramétrica intervalar. De forma que um polinômio intervalar é uma representação compacta de uma família de polinômios de valores infinitos.

$$X(s) = x_0 + x_1s + x_2s^2 + \dots + x_ns^n \quad (5.1)$$

$$x_0 \in [x_0^-, x_0^+], x_1 \in [x_1^-, x_1^+], x_2 \in [x_2^-, x_2^+], \dots, x_n \in [x_n^-, x_n^+]$$

$$X(s) = [x_0^-, x_0^+] + [x_1^-, x_1^+]s + [x_2^-, x_2^+]s^2 + \dots + [x_n^-, x_n^+]s^n \quad (5.2)$$

O polinômio intervalar $X(s)$ possuem estabilidade robusta Hurwitz quando todas as suas raízes estão localizadas no semi-plano esquerdo da variável complexa s (OGATA,2011). Mas verificar todas as infinitas raízes do polinômio intervalar é uma tarefa muito custosa e impossível de ser realizada por um humano, então uma forma de analisar a estabilidade é através do Teorema de Kharitonov, que diz que é

suficiente testar a estabilidade Hurwitz usando apenas os quatro polinômios definidos como é dado na Equação (5.3) (YEUNG; WANG, 1989) (MINNICHELLI et al., 1989).

$$\begin{aligned}
K^{(1)}(s) &= x_0^- + x_1^- s + x_2^+ s^2 + x_3^+ s^3 + x_4^- s^4 + x_5^- s^5 + \dots \\
K^{(2)}(s) &= x_0^- + x_1^+ s + x_2^+ s^2 + x_3^- s^3 + x_4^- s^4 + x_5^+ s^5 + \dots \\
K^{(3)}(s) &= x_0^+ + x_1^- s + x_2^- s^2 + x_3^+ s^3 + x_4^+ s^4 + x_5^- s^5 + \dots \\
K^{(4)}(s) &= x_0^+ + x_1^+ s + x_2^- s^2 + x_3^- s^3 + x_4^+ s^4 + x_5^+ s^5 + \dots
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Além de avaliar a estabilidade, os polinômios de Kharitonov são uma ferramenta essencial para a análise e o projeto de controladores em plantas com incertezas paramétricas como o método de controle robusto que está sendo teorizado neste capítulo.

Seguindo o mesmo raciocínio, uma função de transferência intervalar é descrita como a razão de polinômios intervalares do numerador $N(s)$ e do denominador $D(s)$, Equação (5.4), onde n_i^- e d_j^- representam o limite inferior e n_i^+ e d_j^+ representam o limite superior do intervalo, com $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$. Note que o grau do denominador deve ser maior que o grau do numerador para que o sistema seja causal ou estritamente próprio e $[d_n^-, d_n^+] > 0$ deve ser positivo.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{[n_0^-, n_0^+] + [n_1^-, n_1^+]s + \dots + [n_m^-, n_m^+]s^m}{[d_0^-, d_0^+] + [d_1^-, d_1^+]s + \dots + [d_n^-, d_n^+]s^n} \tag{5.4}$$

Como o numerador $N(s)$ e o denominador $D(s)$ são polinômios intervalares, cada um terá seus próprios polinômios de Kharitonov associados como pode ser visto nas Equações (5.5) e (5.6) respectivamente.

$$\begin{aligned}
K_N^{(1)}(s) &= n_0^- + n_1^- s + n_2^+ s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^- s^4 + n_5^- s^5 + \dots \\
K_N^{(2)}(s) &= n_0^- + n_1^+ s + n_2^+ s^2 + n_3^- s^3 + n_4^- s^4 + n_5^+ s^5 + \dots \\
K_N^{(3)}(s) &= n_0^+ + n_1^- s + n_2^- s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^- s^5 + \dots \\
K_N^{(4)}(s) &= n_0^+ + n_1^+ s + n_2^- s^2 + n_3^- s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^+ s^5 + \dots
\end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
K_D^{(1)}(s) &= d_0^- + d_1^- s + d_2^+ s^2 + d_3^+ s^3 + d_4^- s^4 + d_5^- s^5 + \dots \\
K_D^{(2)}(s) &= d_0^- + d_1^+ s + d_2^+ s^2 + d_3^- s^3 + d_4^- s^4 + d_5^+ s^5 + \dots \\
K_D^{(3)}(s) &= d_0^+ + d_1^- s + d_2^- s^2 + d_3^+ s^3 + d_4^+ s^4 + d_5^- s^5 + \dots
\end{aligned} \tag{5.6}$$

$$K_D^{(4)}(s) = d_0^+ + d_1^+ s + d_2^- s^2 + d_3^- s^3 + d_4^+ s^4 + d_5^+ s^5 +$$

5.3. Conjunto Extremal de um Sistema Intervalar

Combinando cada um dos quatro polinômios de Kharitonov do numerador $K_N^{(1)}(s), K_N^{(2)}(s), K_N^{(3)}(s)$ e $K_N^{(4)}(s)$ com cada um dos quatro polinômios do denominador $K_D^{(1)}(s), K_D^{(2)}(s), K_D^{(3)}(s)$ e $K_D^{(4)}(s)$ obtém-se dezesseis plantas vértices de Kharitonov, como é dado na Equação (5.7), o qual irão compor os vértices de uma figura geométrica de trinta e dois lados para cada frequência ω dada, denotada de conjunto extremal.

$$\frac{K_N^{(1)}(s)}{K_D^{(1)}(s)}, \frac{K_N^{(2)}(s)}{K_D^{(1)}(s)}, \frac{K_N^{(3)}(s)}{K_D^{(1)}(s)}, \frac{K_N^{(4)}(s)}{K_D^{(1)}(s)}$$

$$\frac{K_N^{(1)}(s)}{K_D^{(2)}(s)}, \frac{K_N^{(2)}(s)}{K_D^{(2)}(s)}, \frac{K_N^{(3)}(s)}{K_D^{(2)}(s)}, \frac{K_N^{(4)}(s)}{K_D^{(2)}(s)}$$

(5.7)

$$\frac{K_N^{(1)}(s)}{K_D^{(3)}(s)}, \frac{K_N^{(2)}(s)}{K_D^{(3)}(s)}, \frac{K_N^{(3)}(s)}{K_D^{(3)}(s)}, \frac{K_N^{(4)}(s)}{K_D^{(3)}(s)}$$

$$\frac{K_N^{(1)}(s)}{K_D^{(4)}(s)}, \frac{K_N^{(2)}(s)}{K_D^{(4)}(s)}, \frac{K_N^{(3)}(s)}{K_D^{(4)}(s)}, \frac{K_N^{(4)}(s)}{K_D^{(4)}(s)}$$

Dados dois polinômios intervalares $X^{(1)}(s)$ e $X^{(2)}(s)$ é possível formar um segmento polinomial denotado por $[X^{(1)}(s), X^{(2)}(s)]$ com a combinação convexa dada na Equação (5.8).

$$[X^{(1)}(s), X^{(2)}(s)] = \{\lambda X^{(1)}(s) + (1 - \lambda)X^{(2)}(s) \forall \lambda \in [0,1]\} \quad (5.8)$$

Então, utilizando os polinômios de Kharitov do numerador e do denominador é possível formar quatro segmentos polinomiais para cada um, formando oito segmentos, como dados nas Equações (5.9) e (5.10).

$$\begin{aligned}
\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(2)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_N^{(1)}(s) + (1 - \lambda) K_N^{(2)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\} \\
\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(3)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_N^{(1)}(s) + (1 - \lambda) K_N^{(3)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\} \\
\left[K_N^{(2)}(s), K_N^{(4)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_N^{(2)}(s) + (1 - \lambda) K_N^{(4)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\} \\
\left[K_N^{(3)}(s), K_N^{(4)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_N^{(3)}(s) + (1 - \lambda) K_N^{(4)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\}
\end{aligned} \tag{5.9}$$

$$\begin{aligned}
\left[K_D^{(1)}(s), K_D^{(2)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_D^{(1)}(s) + (1 - \lambda) K_D^{(2)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\} \\
\left[K_D^{(1)}(s), K_D^{(3)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_D^{(1)}(s) + (1 - \lambda) K_D^{(3)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\} \\
\left[K_D^{(2)}(s), K_D^{(4)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_D^{(2)}(s) + (1 - \lambda) K_D^{(4)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\} \\
\left[K_D^{(3)}(s), K_D^{(4)}(s) \right] &= \left\{ \lambda K_D^{(3)}(s) + (1 - \lambda) K_D^{(4)}(s) \forall \lambda \in [0,1] \right\}
\end{aligned} \tag{5.10}$$

É possível obter dezesseis arestas retas do conjunto extremal combinando cada um dos quatro segmentos do numerador com cada um dos quatro polinômios de Kharitonov do denominador como é dado na Equação (5.11).

$$\begin{aligned}
G_1(\lambda, s) &= \frac{\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(2)}(s) \right]}{K_D^{(1)}(s)}, G_2(\lambda, s) = \frac{\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(3)}(s) \right]}{K_D^{(1)}(s)} \\
G_3(\lambda, s) &= \frac{\left[K_N^{(2)}(s), K_N^{(4)}(s) \right]}{K_D^{(1)}(s)}, G_4(\lambda, s) = \frac{\left[K_N^{(3)}(s), K_N^{(4)}(s) \right]}{K_D^{(1)}(s)} \\
G_5(\lambda, s) &= \frac{\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(2)}(s) \right]}{K_D^{(2)}(s)}, G_6(\lambda, s) = \frac{\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(3)}(s) \right]}{K_D^{(2)}(s)} \\
G_7(\lambda, s) &= \frac{\left[K_N^{(2)}(s), K_N^{(4)}(s) \right]}{K_D^{(2)}(s)}, G_8(\lambda, s) = \frac{\left[K_N^{(3)}(s), K_N^{(4)}(s) \right]}{K_D^{(2)}(s)} \\
G_9(\lambda, s) &= \frac{\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(2)}(s) \right]}{K_D^{(3)}(s)}, G_{10}(\lambda, s) = \frac{\left[K_N^{(1)}(s), K_N^{(3)}(s) \right]}{K_D^{(3)}(s)} \\
G_{11}(\lambda, s) &= \frac{\left[K_N^{(2)}(s), K_N^{(4)}(s) \right]}{K_D^{(3)}(s)}, G_{12}(\lambda, s) = \frac{\left[K_N^{(3)}(s), K_N^{(4)}(s) \right]}{K_D^{(3)}(s)}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

$$G_{13}(\lambda, s) = \frac{[K_N^{(1)}(s), K_N^{(2)}(s)]}{K_D^{(4)}(s)}, G_{14}(\lambda, s) = \frac{[K_N^{(1)}(s), K_N^{(3)}(s)]}{K_D^{(4)}(s)}$$

$$G_{15}(\lambda, s) = \frac{[K_N^{(2)}(s), K_N^{(4)}(s)]}{K_D^{(4)}(s)}, G_{16}(\lambda, s) = \frac{[K_N^{(3)}(s), K_N^{(4)}(s)]}{K_D^{(4)}(s)}$$

É possível obter dezesseis arestas curvas do conjunto extremal combinando cada um quatro polinômios de Kharitonov do numerador com cada um dos quatro segmentos de Kharitonov do denominador como é dado na Equação (5.12).

$$G_{17}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(1)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(2)}(s)]}, G_{18}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(2)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(2)}(s)]}$$

$$G_{19}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(3)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(2)}(s)]}, G_{20}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(4)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(2)}(s)]}$$

$$G_{21}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(1)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(3)}(s)]}, G_{22}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(2)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(3)}(s)]}$$

$$G_{23}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(3)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(3)}(s)]}, G_{24}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(4)}(s)}{[K_D^{(1)}(s), K_D^{(3)}(s)]}$$

$$G_{25}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(1)}(s)}{[K_D^{(2)}(s), K_D^{(4)}(s)]}, G_{26}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(2)}(s)}{[K_D^{(2)}(s), K_D^{(4)}(s)]} \quad (5.12)$$

$$G_{27}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(3)}(s)}{[K_D^{(2)}(s), K_D^{(4)}(s)]}, G_{28}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(4)}(s)}{[K_D^{(2)}(s), K_D^{(4)}(s)]}$$

$$G_{29}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(1)}(s)}{[K_D^{(3)}(s), K_D^{(4)}(s)]}, G_{30}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(2)}(s)}{[K_D^{(3)}(s), K_D^{(4)}(s)]}$$

$$G_{31}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(3)}(s)}{[K_D^{(3)}(s), K_D^{(4)}(s)]}, G_{32}(\lambda, s) = \frac{K_N^{(4)}(s)}{[K_D^{(3)}(s), K_D^{(4)}(s)]}$$

As dezesseis arestas retas juntamente com as dezesseis arestas curvas completam os dezesseis vértices de Kharitonov formando um conjunto poliedral no espaço de funções de transferência chamado de conjunto extremal, o qual contém a família $G(s)$ e para cada $s = j\omega$ o poliedro é mapeado no plano complexo $G(j\omega)$.

A presença de parâmetros incertos na função de transferência de um sistema forma uma família de polinômios característicos no espaço dos coeficientes, no qual a localização das raízes do polinômio característico de toda a família pode ser completamente determinada apenas examinando-se as raízes dos polinômios das arestas expostas do polítopo. (BARTLETT et al., 1988).

Desta forma, seja $\Omega \subset R^n$, um polítopo m-dimensional, a qual pertencem o vetor de coeficientes do polinômio característico para a família inteira $X(S)$, onde Ω é uma representação de $X(S)$ no espaço de coeficientes sendo o *hull* convexo de um número finito de vértices.

Defini-se os conjuntos exposto de Ω como os conjuntos na forma $\Omega \cap H$, onde H é um hiperplano de suporte. Quando os conjuntos expostos forem unidimensionais, são tidos como arestas expostas. Quando forem bidimensionais, são chamados de faces expostas.

O teorema da arestas – *Edge Theorem* diz que, considerando que um $W \subset \Omega$ e $R(W) \subset C$ é o espaço de raízes de W , se $R(W) = \{s: X(s) = 0, X \in W\}$, seja $\Omega \subset R^{n \times n}$ um polítopo de polinômios, então o limite de $R(\Omega)$ está contido no espaço raiz de todas as arestas expostas de Ω (BARTLETT et al., 1988). Este teorema prova que para a análise e síntese de sistemas de controle em sistemas intervalares, é suficiente considerar um conjunto composto de trinta e dois segmentos de planta, que representam as arestas ou faces expostas conforme foi descrito nas Equações (5.11) e (5.12). (ROCHA, 2020)

O conjunto extremal corresponde a um modelo adequado que abrange todas as incertezas paramétricas no plano complexo para a função de transferência de malha aberta, para cada frequência $s = j\omega$, no qual podem ser utilizados o diagrama de Nysquist e o diagrama de Bode de forma estendida para obter um projeto ou análise de controladores robustos no domínio da frequência, especificando-se as margens de estabilidade de acordo com o projetista.

5.4. Envelopes de Nyquist e Bode

Na seção anterior, foi mostrado que, para uma frequência fixa, o modelo no plano complexo do conjunto das varias funções de transferências, as quais representam o intervalo de incertezas, pode ser construído a partir da definição do

conjunto extremal correspondente. No projeto de sistemas de controle é importante observar o comportamento dessas famílias de funções de transferência para todas as frequências, portanto, o Diagrama de Nyquist da família $G(s)$ é definido como na Equação (5.13) (BHATTACHARYYA et al., 2009).

$$\mathbf{G} = G(j\omega)|_{\omega_0 < \omega < \infty} \quad (5.13)$$

Os limites do Diagrama de Nyquist da família $G(s)$ são o envelope de Nyquist de \mathbf{G} , construído a partir dos valores de máximo e mínimo da magnitude e da fase da família de sistemas, em cada frequência, o qual é gerado pelo sistema extremal ou conjunto extremal, pois esses valores de máximo e mínimo ocorrem sobre o conjunto extremal. Isso nos leva à definição de envelopes de Bode da família $G(s)$.

Os envelopes de magnitude e fase de Bode de cada função de transferência do conjunto $G(s)$ são formados também através do conjunto extremal. Este conceito pode ser interpretado através do ponto de vista geométrico, se considerarmos o Diagrama de Bode da família intervalar $G(s)$, para uma frequência ω^* , temos que a imagem da função de transferência intervalar é o quociente de dois polígonos convexos no plano complexo, onde os polígonos representam as imagens das famílias polinomiais do numerador e do denominador. Deste modo, as magnitudes máximas e mínimas de $G(j\omega^*)$ ocorrem sobre uma das combinações vértice-segmento desses polígonos e podem ser descritas matematicamente nas Equações (5.14) e (5.15), desde que os parâmetros do numerador e do denominador sejam independentes.

$$\max|G(j\omega^*)| = \max \left| \frac{N(j\omega^*)}{D(j\omega^*)} \right| = \frac{\max|N(j\omega^*)|}{\min|D(j\omega^*)|} \quad (5.14)$$

$$\min|G(j\omega^*)| = \min \left| \frac{N(j\omega^*)}{D(j\omega^*)} \right| = \frac{\min|N(j\omega^*)|}{\max|D(j\omega^*)|} \quad (5.15)$$

Enquanto a magnitude máxima sempre ocorre no vértice, a magnitude mínima pode ocorrer sobre a borda do polígono. Os pontos de mínimos e máximos vão gerar os pontos extremos do envelope de magnitude de Bode na frequência ω^* . Por outro

lado, os pontos extremos no envelope de fase de Bode são sempre gerados por pares vértice-vértice nos polígonos do numerador e denominador, e descritas matematicamente nas Equações (5.16) e (5.17).

$$\max \arg \left| \frac{N(j\omega^*)}{D(j\omega^*)} \right| = \max \arg N(j\omega^*) - \min \arg D(j\omega^*) \quad (5.16)$$

$$\min \arg \left| \frac{N(j\omega^*)}{D(j\omega^*)} \right| = \min \arg N(j\omega^*) - \max \arg D(j\omega^*) \quad (5.17)$$

As relações dadas acima são úteis na construção dos envelopes de magnitude e fase de Bode, assim como os envelopes de Nyquist.

Para um sistema fixo, os dois gráficos no domínio da frequência fornecem a mesma informação sobre o sistema, contudo, para o caso de uma família parametrizada de sistemas o mesmo não ocorre. O gráfico de Nyquist para um sistema fixo pode ser considerado como um fragmento no plano de Nyquist, mas para uma família parametrizada de sistemas, o gráfico de Nyquist consiste em uma família de fragmentos. Contudo, o envelope de Nyquist, no geral, não é um fragmento que pertence à família, pois não há nenhum sistema na família que gere todo o limite do próprio envelope. Por outro lado, cada ponto sobre os limites do envelope tem um fragmento da família passando através dele.

Já os envelopes de Bode de fato correspondem ao contorno da imagem do conjunto extremal no plano complexo em cada frequência ω . Cada ponto dos limites do envelope vem de um sistema membro verdadeiro da família. Entretanto, o sistema membro que passa através do ponto no gráfico de magnitude não corresponde ao ponto de cruzamento de fase no gráfico de fase. Se considerarmos que a menor margem de ganho da família aferida no envelope de Bode é K , devido a esse fenômeno descrito, então a menor margem de ganho real pode ser maior que K . O mesmo raciocínio pode ser feito para o caso da menor margem de fase. Isso ocorre devido a avaliação independente dos envelopes de magnitude e de fase da família. Em outras palavras, apesar do fato de cada ponto na fronteira dos envelopes de magnitude e fase de Bode virem do mesmo parâmetro da família, os envelopes do gráfico tomado juntos, representam apenas a aproximação do conjunto. Portanto, as

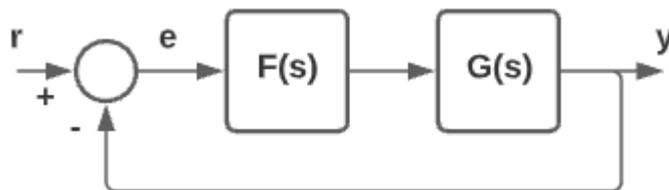
menores margens de ganho e de fase lidas dos envelopes de Bode devem ser conservadoras, com o grau de conservadorismo dependendo do quão grande é a imagem real dentro dessa aproximação.

Os conceitos descritos acima permanecem válidos para funções complexas ao invés de polinômios reais, o que é muito útil em aplicações, como por exemplo em sistemas com atraso de tempo. Também em muitos problemas de desempenho robusto, reduzem a verificação de estabilidade robusta quando há parâmetros com perturbações reais, usando compensadores complexos.

5.4.1. Margens de Estabilidade Extremais

Considerando as margens de ganho e de fase no loop de malha aberta de um sistema com realimentação unitária, como dado na Figura (5.1), pretende-se estabelecer o cálculo das garantias de margens de estabilidade quando $G(s)$ contém incerteza nos parâmetros.

Figura 5.1 — Sistema de controle com realimentação unitária.



Fonte: Autor.

Nessa situação, os valores de pior caso das margens de ganho e de fase sobre o conjunto de parâmetros com incertezas são medidas importantes de desempenho robusto e, como será mostrado, de fato ocorrem sobre o subconjunto de plantas extremas $G_E(s)$, como é definido na Equação (5.18). A Equação (5.18) representa de forma resumida a junção das Equações (5.11) e (5.12) que formam o conjunto extremal, onde $K_N(s)$ e $K_D(s)$ são os polinômios de Kharitonov associados ao numerador $N(s)$ e ao denominador $D(s)$ e $S_N(s)$ e $S_D(s)$ correspondem aos conjuntos de seguimentos de Kharitonov. Também podemos definir o subconjunto de plantas denominado Sistemas de Kharitonov $G_K(s)$ como dado na Equação (5.19) (BHATTACHARYYA et al., 2009).

$$\mathbf{G}_E(s) = \frac{K_N(s)}{S_D(s)} \cup \frac{S_N(s)}{K_D(s)} \quad (5.18)$$

$$\mathbf{G}_K(s) = \frac{K_N(s)}{K_D(s)} \quad (5.19)$$

O polinômio característico de um sistema é dado pela Equação (5.20), desta forma, o conjunto de sistemas de polinômios característicos $\Delta(s)$ é dado pela Equação (5.21), supondo $F(s)$ fixo e o sistema $\mathbf{G}(s)$ com incertezas paramétricas reais. Esse conceito pode ser estendido para o conjunto extremal $\mathbf{G}_E(s)$ como $\Delta_E(s)$ e para $\mathbf{G}_K(s)$, como $\Delta_K(s)$.

$$\delta(s) := F_1(s)N(s) + F_2(s)D(s) \quad (5.20)$$

$$\Delta(s) := F_1(s)\mathbf{N}(s) + F_2(s)\mathbf{D}(s) \quad (5.21)$$

Supondo que $F(s)$ estabiliza robustamente a família $\mathbf{G}(s)$, a margem de ganho de um sistema fixo $G(s) \in \mathbf{G}(s)$ é definido como o menor valor K_G para o qual a Equação (5.22) permanece estável para todos os valores de $K \in [0, K_G)$. De forma similar, a margem de fase na mesma situação é definida como o menor valor θ_G para o qual a Equação (5.23) permanece estável para todos os valores $\theta \in [0, \theta_G)$. Sendo assim, o pior caso de margem de ganho e de fase é dado pela Equação (5.24).

$$(1 + K)F_1(s)N(s) + F_2(s)D(s) \quad (5.22)$$

$$e^{j\theta}F_1(s)N(s) + F_2(s)D(s) \quad (5.23)$$

$$K^* := \inf_{G(s) \in \mathbf{G}(S)} K_G \quad \theta^* := \inf_{G(s) \in \mathbf{G}(S)} \theta_G \quad (5.24)$$

O conceito dado acima pode ser estendido para o **Teorema da Margem de Ganho e de Fase extremal**, como dados nas Equações (5.25) e (5.26). A prova deste teorema vem do fato de o conjunto de sistemas de polinômios característicos da família $\Delta(\mathbf{j}\omega)$ e do conjunto extremal $\Delta_E(\mathbf{j}\omega)$ compartilharem limites (fronteiras) idênticos. Além disso, quando $F_i(s)$ é real e satisfaz as condições de vértice do Teorema de Kharitonov Generalizado, a prova segue do fato de que $\Delta(s)$ é estável se e somente se $\Delta_K(s)$ é estável.

$$K^* := \inf_{G(s) \in \mathbf{G}_E(S)} K_G \quad \theta^* := \inf_{G(s) \in \mathbf{G}_E(S)} \theta_G \quad (5.25)$$

$$K^* := \inf_{G(s) \in \mathbf{G}_K(S)} K_G \quad \theta^* := \inf_{G(s) \in \mathbf{G}_K(S)} \theta_G \quad (5.26)$$

Agora, vamos considerar o pior caso de margem de estabilidade paramétrica, ainda assumindo que $F(s)$ estabiliza robustamente $\mathbf{G}(s)$. O parâmetro p de dimensão t consiste nos coeficientes de $\mathbf{N}(s)$ e $\mathbf{D}(s)$ e varia no hipercubo $\mathbf{\Pi}$. Reescrevendo $\delta(s)$, Equação (5.20), como $\delta(s, p)$ para enfatizar a dependência sobre o parâmetro p e fazendo $\mathbf{\Pi}_E$ como o conjunto dos parâmetros de $\mathbf{\Pi}$ correspondente ao sistema extremal $\mathbf{G}_E(s)$, assim como $\mathbf{\Pi}_K$ denotando o conjunto dos parâmetros de $\mathbf{\Pi}$ correspondente ao sistema de Kharitonov $\mathbf{G}_K(s)$.

Seja $\|\cdot\|$ qualquer norma em \mathbb{R}^t e fazendo P_u denotar o conjunto de pontos u em \mathbb{R}^t para qual $\delta(s, p)$ é instável ou perde grau, em relação ao seu grau genérico sobre $\mathbf{\Pi}$, temos a Equação (5.27), que corresponde ao raio da esfera de estabilidade medido em norma e centrado no ponto p .

$$\rho(p) = \inf_{u \in P_u} \|p - u\|_p \quad (5.27)$$

O raio da esfera de estabilidade serve como margem de estabilidade associada com o ponto p e indica sua distância da instabilidade. Se a caixa Π é estável, é possível associar uma margem de estabilidade dada por $\rho(p)$ com cada ponto no hipercubo.

A resposta sobre qual o valor de pior caso para a margem de estabilidade paramétrica sobre Π e em que ponto ele ocorre, nos dá uma indicação do quão perto se pode chegar da instabilidade sobre a caixa Π . Definindo um mapeamento de Π para o conjunto de todos os números reais positivos, como dado na Equação (5.28), a resposta pode ser expressa em termos da existência de um valor mínimo da função $\rho(p)$ e de um ponto preciso em Π no qual o pior caso é atingido, como é dado pelo **Teorema da Margem de Estabilidade Paramétrica Extremal**, que diz que:

- I. O valor mínimo de $\rho(p)$ sobre Π é alcançado em um ponto no conjunto extremal Π_E .
- II. Se $F_i(s)$ satisfaz as condições de vértice, o valor mínimo de $\rho(p)$ é alcançado em um ponto sobre o conjunto extremal Π_K .

A prova deste teorema equivale a provar que a igualdade da Equação (5.29), considerando que $\Delta(j\omega)$ e $\Delta_E(j\omega)$ tenham o mesmo limite ou fronteira.

$$\begin{aligned} \Pi &\xrightarrow{\rho} \mathbb{R}^t \setminus \{0\} \\ \mathbf{p} &\rightarrow \rho(\mathbf{p}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\inf_{p \in \Pi} \rho(p) = \inf_{p \in \Pi_E} \rho(p) \quad (5.29)$$

5.5. Projeto de Controlador Robusto via Alocação de Polos Intervalar

O projeto de controle robusto intervalar objetiva garantir a estabilidade e o desempenho robusto para um sistema com incertezas paramétricas em toda a região de incertezas (BHATTACHARYYA; KELL, 1999). Assim, a abordagem via Alocação de Polos Intervalar consiste numa expansão do problema clássico de alocação de polos por meio da análise intervalar. Em tal teoria, o projeto do controlador é feito de modo a posicionar os polos do sistema dentro de uma faixa de especificações

desejadas, considerando toda a gama de possíveis valores dos parâmetros da planta, e permitindo o tratamento da equação Diofantina como um conjunto de restrições de um problema de otimização linear.

Desta forma, a alocação de polos intervalar consiste na determinação de um controlador para uma configuração com realimentação negativa e em malha fechada, como foi visto na Figura (5.1), onde o sistema é representado pela função de transferência intervalar, como dado na Equação (5.4), a qual é reescrito na Equação (5.30), onde os parâmetros se apresentam como intervalos que representam o limite inferior e o limite superior destes: $[n_i] = [n_i^-, n_i^+]$, $[d_i] = [d_i^-, d_i^+]$ com $n_i^-, n_i^+, d_i^-, d_i^+ \in \mathfrak{R}$, $i = 1, \dots, n$. O formato do controlador com parâmetros fixos é dado na Equação (5.31). Já a especificação da dinâmica de malha fechada desejada é definida por um novo polinômio intervalar apresentado na Equação (5.32).

$$G(s) = \frac{n_G(s)}{d_G(s)} = \frac{[n_0] + [n_1]s + \dots + [n_n]s^n}{[d_0] + [d_1]s + \dots + [d_n]s^n} \quad (5.30)$$

$$C(s) = \frac{n_C(s)}{d_C(s)} = \frac{x_0 + x_1s + \dots + x_rs^r}{u_0 + u_1s + \dots + u_rs^r} \quad (5.31)$$

$$T(s) = [t_0] + [t_1]s + \dots + [t_{n+r}]s^{n+r} \quad (5.32)$$

$$[t_i] = [t_i^-, t_i^+] \text{ com } t_i^-, t_i^+ \in \mathfrak{R}, i = 1, \dots, m$$

A partir das Equações (5.30) e (5.31) é possível encontrar a função de transferência de malha fechada do sistema, dado na Equação (5.33). Igualando o polinômio característico de malha fechada com o polinômio intervalar desejado $T(s)$, obtém-se a Equação Diofantina na forma intervalar, Equação (5.34). Através da expansão em um sistema de equações lineares é deduzida a sua forma matricial, Equação (5.35), onde M_{mxp} é denominada de matriz de Sylvester, k é o vetor de coeficientes do controlador e $[t]$ é o vetor de coeficientes do polinômio desejado (LORDELO, 2004; COSTA, 2013).

$$G_{MF}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{n_C(s)n_G(s)}{d_C(s)d_G(s) + n_C(s)n_G(s)} \quad (5.33)$$

$$d_C(s)d_G(s) + n_C(s)n_G(s) = T(s) \quad (5.34)$$

$$\mathbf{M}_{m \times p} \mathbf{k} = [\mathbf{t}] \quad (5.35)$$

$$\begin{pmatrix} [n_0] & 0 & \dots & 0 & 0 & \backslash & [d_0] & 0 & \dots & 0 & 0 \\ [n_1] & [n_0] & \ddots & \vdots & 0 & \backslash & [d_1] & [d_0] & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & [n_1] & \ddots & 0 & \vdots & \backslash & \vdots & [d_1] & \ddots & 0 & \vdots \\ [n_{n-1}] & \vdots & \ddots & [n_0] & 0 & \backslash & [d_{n-1}] & \vdots & \ddots & [d_0] & 0 \\ [n_n] & [n_{n-1}] & \ddots & [n_1] & [n_0] & \backslash & [d_n] & [d_{n-1}] & \ddots & [d_1] & [d_0] \\ 0 & [n_n] & \ddots & \vdots & [n_1] & \backslash & 0 & [d_n] & \ddots & \vdots & [d_1] \\ \vdots & 0 & \ddots & [n_{n-1}] & \vdots & \backslash & \vdots & 0 & \ddots & [d_{n-1}] & \vdots \\ 0 & \vdots & \ddots & [n_n] & [n_{n-1}] & \backslash & 0 & \vdots & \ddots & [d_n] & [d_{n-1}] \\ 0 & 0 & \dots & 0 & [n_n] & \backslash & 0 & 0 & \dots & 0 & [d_n] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{r-1} \\ x_r \\ \frac{-}{u_0} \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{r-1} \\ u_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [t_0] - [d_0] \\ [t_1] - [d_1] \\ [t_2] - [d_2] \\ \vdots \\ [t_n] - [d_n] \\ [t_{n+1}] \\ \vdots \\ [t_{n+r}] \end{pmatrix}$$

A resolução do problema de alocação de polos intervalar expresso na Equação (5.35) pode ser obtida reescrevendo o problema como uma otimização via programação linear do vetor de coeficientes do controlador \mathbf{k} , de forma que as suas restrições são compostas pelo conjunto de inequações provenientes da expansão do sistema matricial em termos dos limites de seus intervalos. Assim, o problema de otimização via programação linear é dado na Equação (5.36), onde as matrizes \mathbf{A}_{sup} e \mathbf{A}_{inf} , assim como os vetores \mathbf{t}_{sup} e \mathbf{t}_{inf} correspondem aos limites superiores e inferiores dos respectivos parâmetros intervalares, como apresentado nas Equações (5.37), (5.38), (5.39) e (5.40) (MEDEIROS, 2018).

A função custo deve ser linear, de forma que, um bom ponto de partida para tal é a soma dos parâmetros do controlador $f(\mathbf{k}) = \sum_n \mathbf{k}_n$, o que torna o problema uma minimização dos ganhos do controlador, de modo que os polos em malha fechada estejam localizados em uma determinada região delimitada por uma faixa de desempenho especificada.

No caso de a solução do problema de otimização não ser factível, as condições de desempenho desejado devem ser ajustadas alterando-se o valor dos parâmetros do polinômio desejado $T(s)$ e o problema é novamente refeito.

$$\mathbf{k} = \arg(\min f(\mathbf{k}))$$

$$s. a. \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{sup} \\ -\mathbf{A}_{inf} \end{pmatrix} \mathbf{k} \leq \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{sup} \\ -\mathbf{t}_{inf} \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

$$\mathbf{A}_{sup} = \begin{pmatrix} n_0^+ & 0 & \dots & 0 & 0 & \backslash & d_0^+ & 0 & \dots & 0 & 0 \\ n_1^+ & n_0^+ & \ddots & \vdots & 0 & \backslash & d_1^+ & d_0^+ & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & n_1^+ & \ddots & 0 & \vdots & \backslash & \vdots & d_1^+ & \ddots & 0 & \vdots \\ n_{n-1}^+ & \vdots & \ddots & n_0^+ & 0 & \backslash & d_{n-1}^+ & \vdots & \ddots & d_0^+ & 0 \\ n_n^+ & n_{n-1}^+ & \ddots & n_1^+ & n_0^+ & \backslash & d_n^+ & d_{n-1}^+ & \ddots & d_1^+ & d_0^+ \\ 0 & n_n^+ & \ddots & \vdots & n_1^+ & \backslash & 0 & d_n^+ & \ddots & \vdots & d_1^+ \\ \vdots & 0 & \ddots & n_{n-1}^+ & \vdots & \backslash & \vdots & 0 & \ddots & d_{n-1}^+ & \vdots \\ 0 & \vdots & \ddots & n_n^+ & n_{n-1}^+ & \backslash & 0 & \vdots & \ddots & d_n^+ & d_{n-1}^+ \\ 0 & 0 & \dots & 0 & n_n^+ & \backslash & 0 & 0 & \dots & 0 & d_n^+ \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

$$\mathbf{A}_{inf} = \begin{pmatrix} n_0^- & 0 & \dots & 0 & 0 & \backslash & d_0^- & 0 & \dots & 0 & 0 \\ n_1^- & n_0^- & \ddots & \vdots & 0 & \backslash & d_1^- & d_0^- & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & n_1^- & \ddots & 0 & \vdots & \backslash & \vdots & d_1^- & \ddots & 0 & \vdots \\ n_{n-1}^- & \vdots & \ddots & n_0^- & 0 & \backslash & d_{n-1}^- & \vdots & \ddots & d_0^- & 0 \\ n_n^- & n_{n-1}^- & \ddots & n_1^- & n_0^- & \backslash & d_n^- & d_{n-1}^- & \ddots & d_1^- & d_0^- \\ 0 & n_n^- & \ddots & \vdots & n_1^- & \backslash & 0 & d_n^- & \ddots & \vdots & d_1^- \\ \vdots & 0 & \ddots & n_{n-1}^- & \vdots & \backslash & \vdots & 0 & \ddots & d_{n-1}^- & \vdots \\ 0 & \vdots & \ddots & n_n^- & n_{n-1}^- & \backslash & 0 & \vdots & \ddots & d_n^- & d_{n-1}^- \\ 0 & 0 & \dots & 0 & n_n^- & \backslash & 0 & 0 & \dots & 0 & d_n^- \end{pmatrix} \quad (5.38)$$

$$\mathbf{t}_{sup} = \begin{pmatrix} t_0^+ - d_0^+ \\ t_1^+ - d_1^+ \\ t_2^+ - d_2^+ \\ \vdots \\ t_3^+ - d_n^+ \\ t_{n+1}^+ \\ \vdots \\ t_{n+r}^+ \end{pmatrix} \quad (5.39)$$

$$\mathbf{t}_{inf} = \begin{pmatrix} t_0^- - d_0^- \\ t_1^- - d_1^- \\ t_2^- - d_2^- \\ \vdots \\ t_3^- - d_n^- \\ t_{n+1}^- \\ \vdots \\ t_{n+r}^- \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

5.6. Conclusões

O capítulo discorreu acerca das principais teorias de projeto de controle robusto paramétrico necessárias para o desenvolvimento dos controladores robustos através de resposta em frequência e via alocação de polos intervalar, os quais serão implementados nos próximos capítulos. Inicialmente, são definidos os sistemas intervalares provenientes de sistemas com incertezas paramétricas, os quais, através

do Teorema de Kharitonov, podem ser representados por um conjunto extremal, que representa a família de infinitas funções de transferências por um poliedro de trinta e dois lados que permite a análise e favorece o desenvolvimento de sistemas de controle. As propriedades do conjunto extremal no domínio da frequência são definidas e é possível ver que os conceitos de Nyquist e Bode são válidos para esse tipo de representação, o que permite utilizar as margens de estabilidade extremas de pior caso para projetar controladores que garantam a estabilidade robusta para toda a família de sistemas. Por fim, o projeto de controladores por alocação de polos clássico é desenvolvido e expandido para sistemas intervalares.

6. APLICAÇÃO E DESENVOLVIMENTO

6.1. Introdução

Conforme as teorias explanadas nos capítulos anteriores, como no capítulo 2, o qual fala sobre as principais características do sistema multiconversor, seus subsistemas conversores, modo de operação e traz um esquema de simulação computacional não linear do mesmo. Também, como no capítulo 3, que aborda as definições básicas sobre conversores de potência CC-CC, o seu modo de funcionamento, o projeto de seus componentes internos e descreve um modelo físico-matemático muito utilizado e amplamente difundido. Já no capítulo 4, métodos de identificação de sistemas são desenvolvidos utilizando-se excitações de entrada com a adição de sinais pseudoaleatórios e culminando no método de mínimos quadrados recursivos.

E, por fim, o capítulo 5, que traz definições importantes sobre o projeto de controladores robustos, com a representação do sistema de forma intervalar trazendo informações sobre as variações paramétricas presentes nos sistemas e formando uma forma gráfica no espaço de funções complexas denominado conjunto extremal. Além disso, o capítulo define os conceitos de envelopes de Nyquist, envelopes de Bode e margens de estabilidade extremas, o que permite a realização do projeto de controladores robustos através de resposta em frequência. E apresenta no fim um tipo de projeto de controle robusto baseado em alocação de polos intervalar.

Reunindo-se todos os conhecimentos obtidos, o presente capítulo faz a implementação dos procedimentos de modelagem e identificação comparando os vários modelos apresentados, o modelo físico-matemático e o modelo obtido por meio do método de mínimos quadrados recursivos, com as curvas dinâmicas obtidas no sistema de simulação computacional e as curvas obtidas de forma experimental. Nesta seção também é definido o sistema intervalar para o subsistema Conversor Buck Primário considerando as variações paramétricas provenientes da obtenção de modelos para vários pontos de operação. E, por fim, são estabelecidos os procedimentos para a implementação dos projetos de controladores robustos paramétricos de duas formas: via resposta em frequência; através da alocação de polos intervalar.

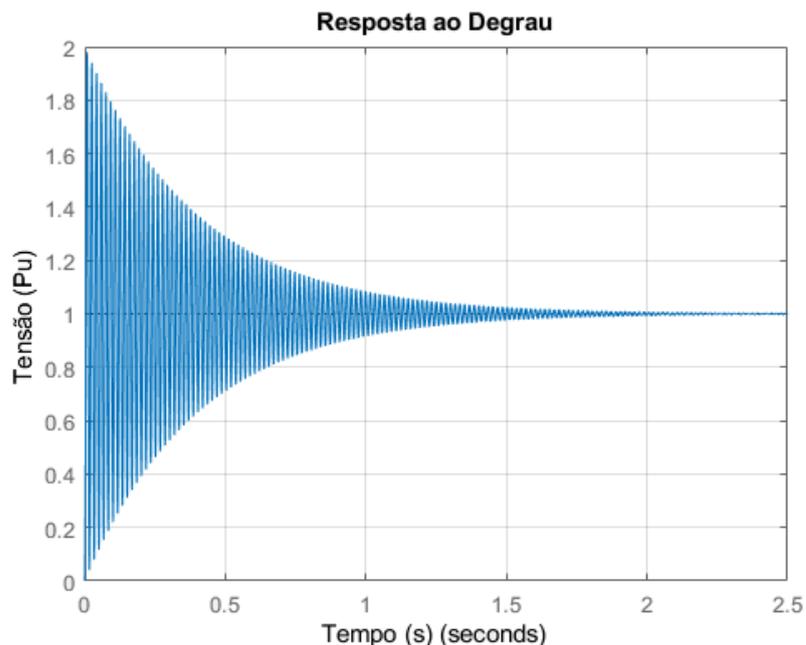
6.2. Aplicação dos Métodos de Modelagem e Identificação de Sistemas

O modelo em formato de função de transferência do conversor Buck desenvolvido na equação (3.36), capítulo 3, a partir das equações físico-matemáticas da planta decorrentes da sua forma de operação em duas etapas, chave aberta e chave fechada, pode ser empregado para representar o subsistema conversor Buck primário do Sistema Multiconversor, apenas fazendo a substituição dos valores dos componentes dados na Tabela (2.1), o que resulta na Equação (6.1), considerando a tensão de entrada V_s igual 1pu.

$$H(s) = \frac{V_s/LC}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} = \frac{1,401 \times 10^5}{s^2 + 4,951s + 1,401 \times 10^5} \quad (6.1)$$

A resposta ao degrau do modelo dado na Equação (6.1) pode ser visualizada na Figura (6.1), o qual apresenta sobressinal de 98% e tempo de assentamento de 1,6 segundos.

Figura 6.1 — Resposta ao degrau do subsistema Buck Primário utilizando o modelo obtido na Equação (6.1).



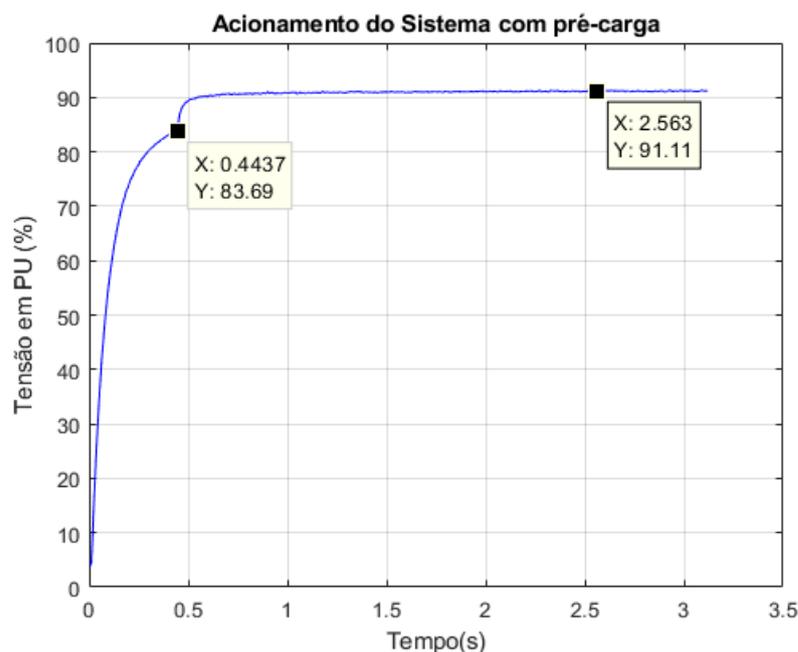
Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Com o objetivo de validar o modelo físico-matemático do Conversor Buck primário dado na Equação (6.1), são coletados dados de entrada e saída da resposta ao degrau do subsistema real obtida através da interface homem-máquina (IHM) descrita no capítulo 2.

O estágio de pré-carga, cuja curva de acionamento pode ser visualizada na Figura (6.2), considerando 100% pu igual a 600V, inicializa o sistema com o resistores de pré-carga até que a tensão no Elo CC primário atinja 500V ou 83,33% pu. Após, ocorre o curto-circuito desses resistores e a tensão de entrada mantém-se em 546,66V ou 91,11% pu. Então, o sistema está operando normalmente e pronto para fornecer a resposta ao degrau em malha aberta ajustando-se o degrau de entrada através da interface. Dessa forma foi obtido um degrau de amplitude de 50V até 100V de tensão no Elo CC secundário, o que equivale a 8,33% pu até 16,66% pu, como dado na Figura (6.3).

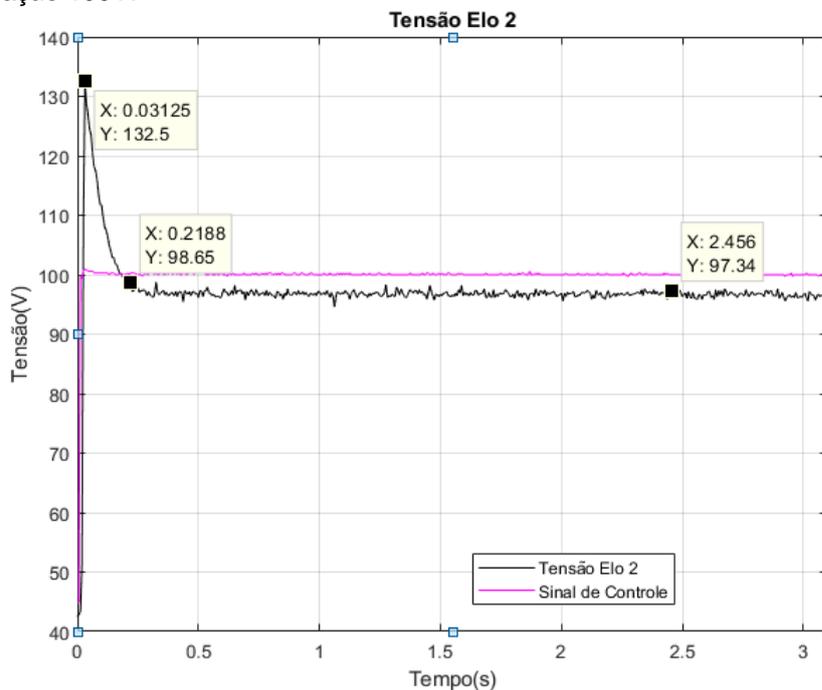
Olhando para a curva de tensão lida do Elo CC secundário em resposta ao degrau na entrada de 50V é possível notar que existe um erro de regime e a resposta estabiliza em torno de 97V. É possível ver que a resposta é extremamente rápida com tempo de acomodação em torno de 0,2 segundos e sobressinal de 70,32%, o que mostra que a resposta ao degrau do sistema real difere fortemente do modelo matemático do conversor dado na Equação (6.1).

Figura 6.2 — Estágio de pré-carga do Sistema Multiconversor, considerando 100%pu igual a 600V de Tensão no Elo CC Primário.



Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Figura 6.3 — Resposta ao degrau do subsistema Buck Primário, considerando um valor inicial de 50V e ponto de operação 100V.



Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Existem vários pontos que podem ser levados em consideração para explicar essa diferença. O modelo matemático não leva em consideração que o conversor apresenta características não lineares, como por exemplo resistências internas dos indutores e capacitores que resultam em um maior amortecimento da resposta, o que torna a resposta real bastante amortecida e a ideal bastante oscilatória. Outro ponto que pode ser levado em consideração é a influência do filtro que foi empregado para limitar a banda passante dos sinais medidos pelos sensores minimizando o efeito *Aliasing*, cuja dinâmica não é considerada na modelagem físico-matemática.

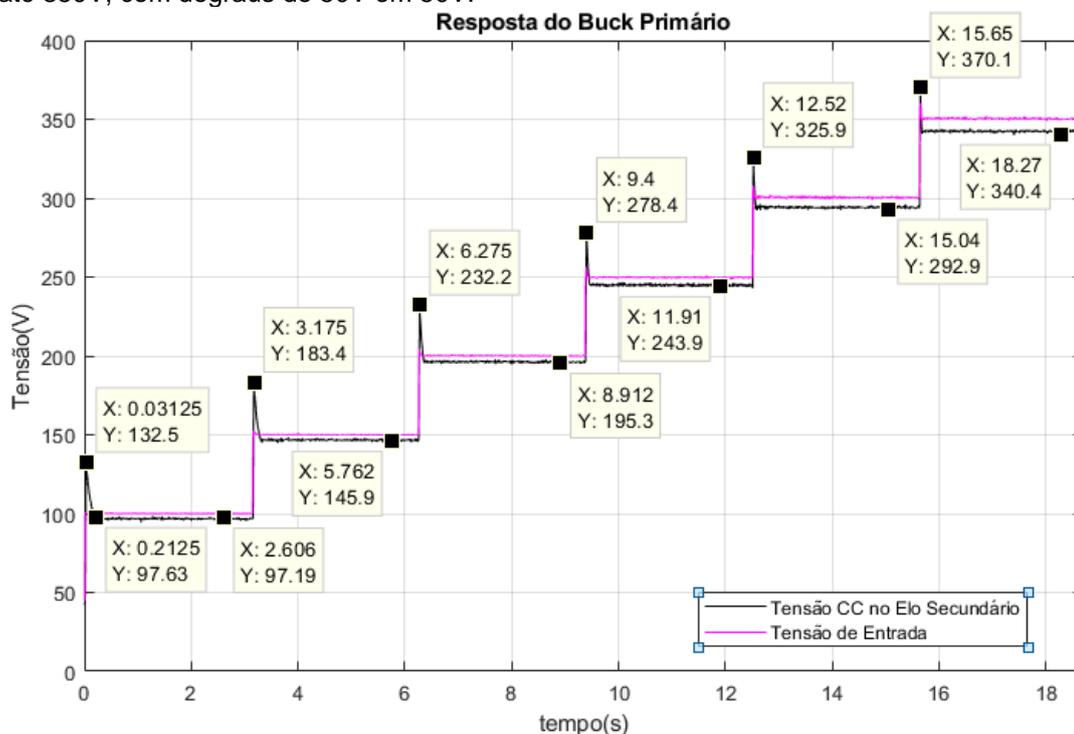
A resposta em escada com degraus de 50V em 50V, partindo de 50V até 350V de entrada, dado na Figura (6.4), mostra um comportamento visualmente semelhante àquele dado na Figura (6.3) para vários pontos de operação, apesar de o tempo de assentamento tornar-se cada vez mais rápido e o sobressinal variar de 70% a 60% à medida que a tensão aumenta, como pode ser visto na Tabela (6.1).

Em contrapartida, a resposta ao degrau em malha aberta obtida do Sistema de Simulação Não Linear, como é dado na Figura (6.5), com degraus de 50V em 50V do ponto de operação 100V até o ponto 350V, possui dinâmica semelhante ao sistema real, com a única diferença de manter o sobressinal em torno de 90%. Para comparação são avaliados os valores de regime permanente, valores de sobressinal

e tempo de assentamento ou de acomodação, os quais mostraram-se compatíveis ou iguais, como é dado na Tabela (6.2).

Com base nas diferenças significativas de dinâmicas apresentadas, o modelo físico-matemático acaba não sendo o mais adequado para representar as principais características do subsistema Conversor Buck Primário, por ser um modelo ideal, o que não corresponde necessariamente a realidade. Portanto, é necessário a obtenção um novo modelo matemático que represente a planta de maneira fidedigna para que o sistema possa ser analisado e as ferramentas de controle de sistemas possam ser empregadas, desta forma o método de Mínimos Quadrados Recursivo é bastante adequado.

Figura 6.4 — Resposta real em escada do subsistema Buck Primário, partindo de um valor inicial de 50V até 350V, com degraus de 50V em 50V.



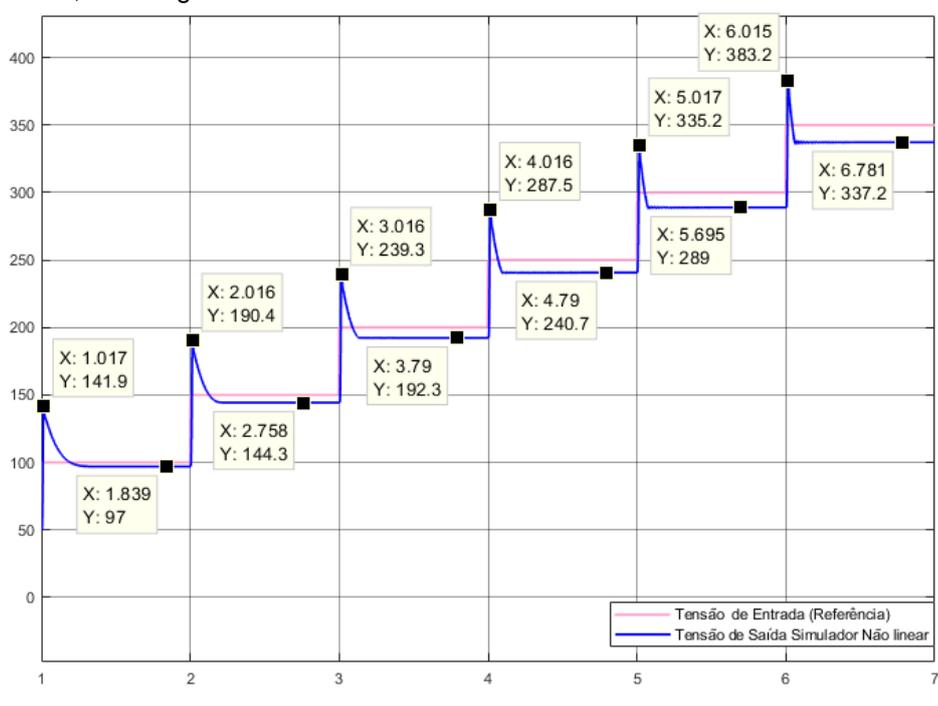
Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Tabela 6.1 — Índices de Desempenho da Resposta Experimental ao Degrau em malha aberta obtidos através da interface IHM, vide Figura (6.4).

Ponto de Operação	Sobressinal (M_p)	Tempo de Acomodação (t_{ac})	Valor de Regime ($y(\infty)$)
100V	73,60%	0,2125 s	97,17 V
150V	78,13%	0,156 s	145,90 V
200V	74,69%	0,112 s	195,30 V
250V	70,98%	0,100 s	243,90 V
300V	67,35%	0,060 s	292,90 V
350V	62,53%	0,06 s	340,40 V

Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Figura 6.5 — Resposta em escada do Sistema de Simulação Não Linear, partindo de um valor inicial de 50V até 350V, com degraus de 50V em 50V.



Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Tabela 6.2 — Índices de Desempenho da Resposta ao Degrau em malha aberta obtidos do Sistema de Simulação Não Linear, vide Figura (6.5).

Ponto de Operação	Sobressinal (M_p)	Tempo de Acomodação (t_{ac})	Valor de Regime ($y^{(\infty)}$)
100V	89,80%	0,2130 s	97,00 V
150V	92,20%	0,150 s	144,30 V
200V	94,00%	0,107 s	192,30 V
250V	93,60%	0,078 s	240,70 V
300V	92,40%	0,062 s	289,00 V
350V	92,00%	0,050 s	337,20 V

Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

6.2.1. Geração de Sinais Pseudoaleatórios (PRBS)

Como já foi explicado anteriormente, o PRBS consiste numa sequência de pulsos retangulares modulados em largura, cujo os valores de amplitude possíveis são $+V$ e $-V$ e as mudanças de amplitude ocorrem em instantes $t = 0, T_b, 2T_b, \dots$ de forma determinística e periódica, com período $T = NT_b$ e N sendo um número ímpar.

Será empregado neste trabalho o tipo mais comum de sinal binário pseudoaleatório denominado como sequência de comprimento máximo ou sinais de sequência m , que utiliza a operação OU-Exclusivo entre alguns bits de registro de deslocamento.

Para o cálculo do número de bits de registro n e o intervalo entre bits T_b é necessário ter informações a respeito da frequência natural do sistema, a qual é utilizada para se ter uma noção das frequências mínimas e máximas de operação do sistema.

Desta forma, considerando os pontos de operação extremos de 100V e de 350V, da resposta ao degrau em escada e em malha aberta obtida do Sistema de Simulação Não Linear, são levantados os valores de frequência natural do sistema para cada ponto, através de uma rápida aplicação da Resposta ao Degrau, utilizando os valores de desempenho dados na Tabela (6.2) e na Figura (6.5). O procedimento é realizado como dado nas Equações (6.2), (6.3) e (6.4), as quais são, respectivamente, máximo sobressinal (M_p), constante de amortecimento (ξ) e frequência natural (ω_n).

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \quad (6.2)$$

$$\xi = \frac{-\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p)^2}} \quad (6.3)$$

$$\omega_n = \frac{4}{t_{ac} * \xi} \quad (6.4)$$

Os valores de frequência natural para os pontos de operação extremos de 100V e de 350V são dados abaixo nas Equações (6.5) e (6.6), no qual são repetidas e empregadas das fórmulas das Equações (4.1) e (4.2) para o cálculo das frequências mínimas e máximas do sistema.

$$f_{min} = \frac{\omega_n 100V}{2\pi * 20} = 4,3664Hz, \text{ onde} \quad (6.5)$$

$$\omega_n 100V = 548,70 \text{ rad/s}$$

$$f_{m\acute{a}x} = \frac{5 \times \omega_n 350V}{2\pi} = 2,3994 \times 10^{+3} Hz, \text{ onde} \quad (6.6)$$

$$\omega_n 350V = 3,0152 \times 10^{+3} rad/s$$

$$\tau = \frac{1}{\xi \omega_n}, \text{ onde}$$

$$\tau_{100V} = \frac{1}{\xi_{100V} \omega_n 100V} = \frac{1}{0,0342 \times 548,70} = 0,0532s \quad (6.7)$$

$$\tau_{350V} = \frac{1}{\xi_{350V} \omega_n 350V} = \frac{1}{0,0265 \times 3,0152 \times 10^{+3}} = 0,0125s$$

Foi visto no capítulo 4 que o intervalo entre bits T_b deve ser compatível com a menor constante de tempo do processo, pois, caso seja muito grande, será interpretada como um degrau, ou se for muito pequena, o sistema não terá tempo para responder a uma transição antes de chegar à próxima. (NELLES, 2001). A constante de tempo do sistema pode ser calculada para os pontos extremos como dado na Equação (6.7), de forma que a menor constante de tempo ocorre para o ponto de 350V.

Um resultado que normalmente fornece bons resultados sugere que seja escolhido conforme a Equação (6.8). Em caso de sistemas lineares T_b pode ser escolhido próximo ao valor do intervalo de amostragem ou do limite inferior e para sistemas não lineares próximo à constante de tempo dominante do sistema ou do limite superior (AGUIRRE, 2015).

$$\frac{\tau_{min}}{10} \leq T_b \leq \frac{\tau_{min}}{3} \quad (6.8)$$

$$0,0013 \leq T_b \leq 0,0042$$

Portanto, escolhendo $T_b = 0,0042s$, o cálculo do número de bits de registro n é dado na Equação (6.9). É importante salientar que a periodicidade T do sinal PRBS, Equação (6.10), não deve ser menor que o tempo de acomodação do sistema, pois, caso seja, o sistema pode detectar a periodicidade e o caráter aleatório do teste reduz. Sendo o tempo de acomodação do sistema variando entre $[0,050, 0,213]$, a periodicidade obtida é maior que o maior tempo de assentamento presente no intervalo.

$$n = \text{int} \left(\log_2 \left(\frac{1}{f_{\min} T_b} + 1 \right) \right) = 6 \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} T &= NT_b = 63 * 0,0042 = 0,2646s, \text{ onde} \\ N &= 2^n - 1 = 2^6 - 1 = 63 \end{aligned} \quad (6.10)$$

A escolha da amplitude do sinal $\pm V$ é limitada pela máxima excursão do sinal de entrada do processo e não pode comprometer o funcionamento adequado do mesmo. O sinal PRBS é normalmente de baixa amplitude e será somado ao sinal de entrada para o processo de identificação, portanto, não pode levar o sistema a operar em outra faixa de operação diferente da atual. A excursão do Sinal binário Pseudoaleatório é escolhida como sendo $\pm 4V$, o que corresponde à 8% da amplitude do sinal de excitação que é de 50V.

As variáveis calculadas e especificadas para a geração do Sinal Binário Pseudoaleatório (PRBS) são resumidas na Tabela (6.3).

A frequência e o período de amostragem utilizados em todas as simulações e processos de coleta de dados são $f_s = 800\text{Hz}$ e $T_s = 0,0013\text{ s}$.

Após serem estabelecidas todas as variáveis dadas na Tabela (6.3), o gerador de Sinais Binários Pseudoaleatórios (PRBS) é construído no ambiente de simulações não lineares, como pode ser visto na Figura (6.6). Note que existem seis bits de registro representados por um atraso discreto unitário e configurados com o valor de intervalo entre bits (T_b). A operação ou-exclusivo (XOR) ocorre nos bits 5 e 6, de acordo com a Tabela (4.1). O Sinal Binário Pseudoaleatório (PRBS) gerado pode ser visto na Figura (6.7).

O sinal PRBS deve ser somado à excitação de entrada em cada ponto de operação representado na Figura (6.5), isto é feito no Sistema de Simulação Não linear da forma que é mostrado na Figura (6.8). Desta forma, são coletados os dados de entrada e saída do sistema Conversor Buck Primário para cada ponto de operação, os quais podem ser visualizados na Figura (6.9) para os respectivos pontos de 100V em (a), 150V em (b), 200V (c), 250V em (d), 300V em (e) e 350V em (f).

Note que os sinais de saída não chegam a atingir o estado estacionário, pois ficam variando de acordo com a excitação de entrada até o final, o que é uma

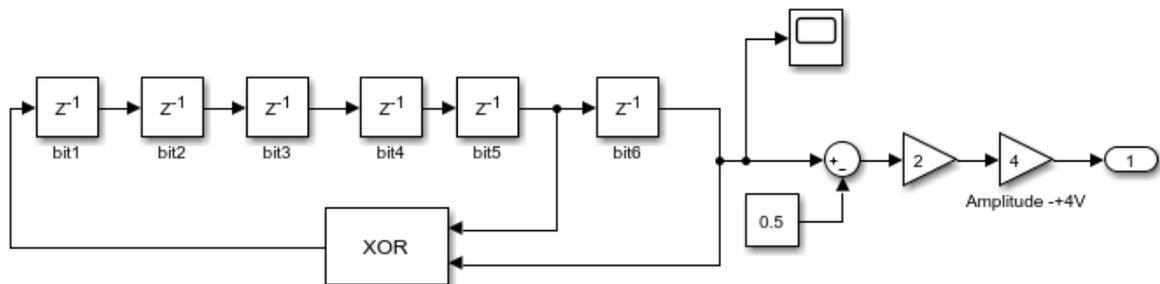
característica comum em sinais PRBS bem dimensionados. A excursão do sinal de saída é de aproximadamente 4,04%, 4,054%, 4,57%, 4,90%, 5,48%, e 4,71%, para cada ponto de operação repectivamente, considerando 50V de degrau.

Tabela 6.3 — Variáveis envolvidas na geração do Sinal Binário Pseudoaleatório ou sinal de sequência m.

Amplitude do Sinal ($-V$ e $+V$)	$\pm 4V$
Número de bits de registro (n)	6 bits
Intervalo entre bits (T_b)	0,0042 s
Periodicidade (T)	0,2646 s

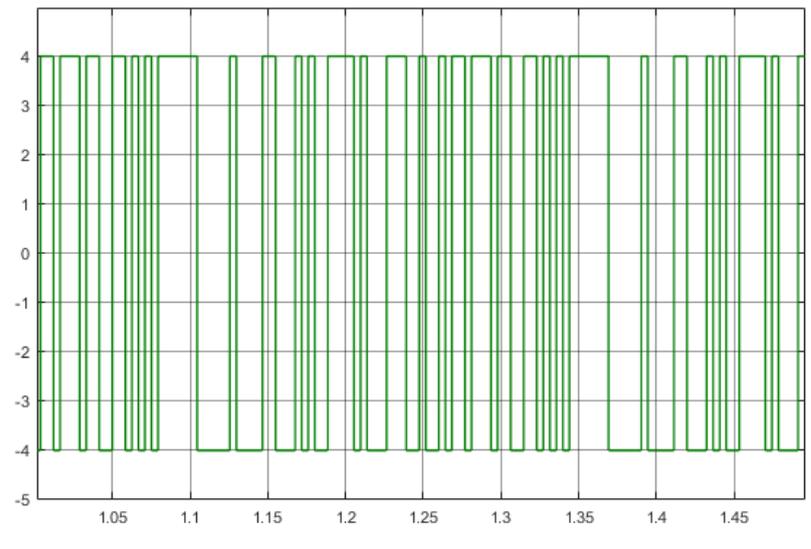
Fonte: Autor.

Figura 6.6 — Gerador de Sinal Binário Pseudoaleatório em ambiente de simulação computacional.



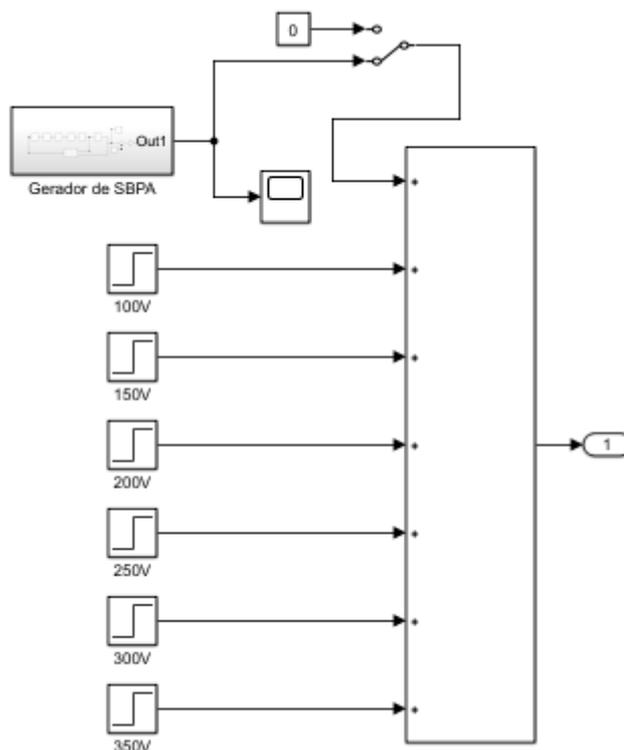
Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Figura 6.7 — Sinal Binário Pseudoaleatório (PRBS) gerado, no trecho de $t = 1$ s a $t = 1,5$ s.



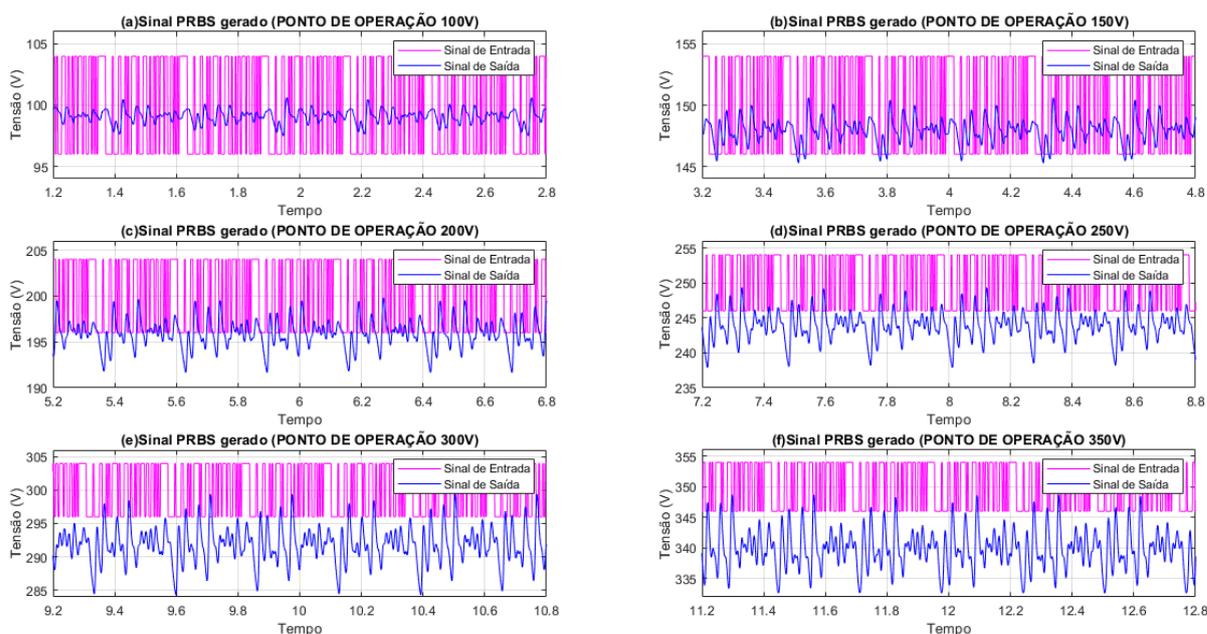
Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Figura 6.8 — Sinal Binário Pseudoaleatório (PRBS) sendo somado aos Degraus de excitação de entrada para cada ponto de operação do sistema, em formato de diagrama de blocos no ambiente de simulação computacional.



Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

Figura 6.9 — Resposta do Sistema de Simulação Não Linear para uma entrada em degrau adicionando-se o Sinal PRBS, gerado de características dadas na Tabela (6.3), para os pontos de operação 100V, 150V, 200V, 250V, 300V e 350V respectivamente.



Fonte: Elaborado pelo autor do trabalho.

6.2.2. Identificação pelo Método de Mínimos Quadrados Recursivos

O Método de Mínimos Quadrados permite identificar os parâmetros de um modelo matemático utilizando um conjunto de medidas de um experimento, desta forma, quando os dados de entrada e saída de um processo são coletados é possível obter um modelo utilizando os dados medidos e disponibilizando-os sequencialmente a cada período de amostragem para atualizar o vetor de parâmetros, procedimento conhecido como estimação recursiva, no qual é obtida uma estimativa atual que corrige uma estimativa anteriormente obtida.

A ideia básica no desenvolvimento numérico do algoritmo recursivo é expressar as grandezas em um determinado instante k em função de valores em instantes passados.

O vetor de parâmetros estimados $\hat{\theta}(k)$ é encontrado quando a função custo, que corresponde ao somatório do quadrado dos erros de previsão, é minimizada. Onde o erro de previsão corresponde à diferença entre a saída estimada $\hat{y}(k)$ ao vetor de dados de saída $y(k)$.

As equações do estimador de mínimos quadrados recursivo (MQR) com o fator de esquecimento são dadas nas Equações (4.22), (4.23), e (4.24), onde a Equação (4.22) corresponde ao vetor de parâmetros estimados, a Equação (4.23) corresponde à matriz de ganho $K(k)$, que multiplica o erro de previsão para conduzir o termo de correção ao vetor de parâmetros, e a Equação (4.24) que corresponde à matriz de covariância, a qual mede ou indica o erro das estimativas paramétricas e seus elementos tendem a diminuir quando o número de interações aumenta (COELHO, 2019).

O objetivo desta seção é obter seis modelos matemáticos para cada ponto de operação do sistema de acordo com os dados de entrada e saída obtidos na seção 6.2.1, através da excitação degrau somada ao sinal SBPA. Assim, a aplicação das equações do estimador de mínimos quadrados é feita através de um programa desenvolvido no software Matlab, como é dado no Anexo I.

O primeiro passo do programa desenvolvido é inicializar o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ e a matriz de covariância P , além de outras variáveis necessárias.

Então, para cada trecho de ponto de operação, o vetor de medidas φ^T é atualizado e a saída estimada \hat{y} é calculada com base nos valores iniciais dos parâmetros. O erro de estimação ξ é calculado logo após.

O vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ é atualizado a partir do erro de predição multiplicado pelo vetor de ganho K e dos parâmetros atuais. E por fim, a matriz de covariância P é também atualizada. Este procedimento repete-se até que os parâmetros tenham convergido para valores nos quais o erro de predição tenda a zero.

Após a execução do programa considerando um fator de esquecimento unitário, os parâmetros b_0, b_1, a_1 e a_2 da Equação (4.3) foram estimados e formaram os modelos discretos de segunda ordem da planta para cada ponto de operação 100V, 150V, 200V, 250V, 300V e 350V, como são dados nas Equações (6.11), (6.12), (6.13), (6.14), (6.15), (6.16), com seus respectivos equivalentes no domínio do tempo contínuo obtidos através da Transformada ZOH – *Zero Order Hold*, que utiliza o segurador de ordem zero.

$$G_{100V}(z^{-1}) = \frac{0,006886 + 0,008918 z^{-1}}{1 - 1,92 z^{-1} + 0,9357 z^{-2}}$$

$$G_{100V}(s) = \frac{-0,9152 s + 1,047x10^4}{s^2 + 53,15 s + 1,071x10^4} \quad (6.11)$$

$$G_{150V}(z^{-1}) = \frac{0,007243 + 0,01044 z^{-1}}{1 - 1,916 z^{-1} + 0,934 z^{-2}}$$

$$G_{150V}(s) = \frac{-1,411 s + 1,173x10^4}{s^2 + 54,61 s + 1,198x10^4} \quad (6.12)$$

$$G_{200V}(z^{-1}) = \frac{0,01049 + 0,01176 z^{-1}}{1 - 1,908 z^{-1} + 0,931 z^{-2}}$$

$$G_{200V}(s) = \frac{-0,6399 s + 1,478x10^4}{s^2 + 57,22 s + 1,514x10^4} \quad (6.13)$$

$$G_{250V}(z^{-1}) = \frac{0,01217 + 0,01416 z^{-1}}{1 - 1,902 z^{-1} + 0,9298 z^{-2}}$$

$$G_{250V}(s) = \frac{-0,9646 s + 1,751x10^4}{s^2 + 58,27 s + 1,821x10^4} \quad (6.14)$$

$$G_{300V}(z^{-1}) = \frac{0,01508 + 0,01754 z^{-1}}{1 - 1,888 z^{-1} + 0,9229 z^{-2}}$$

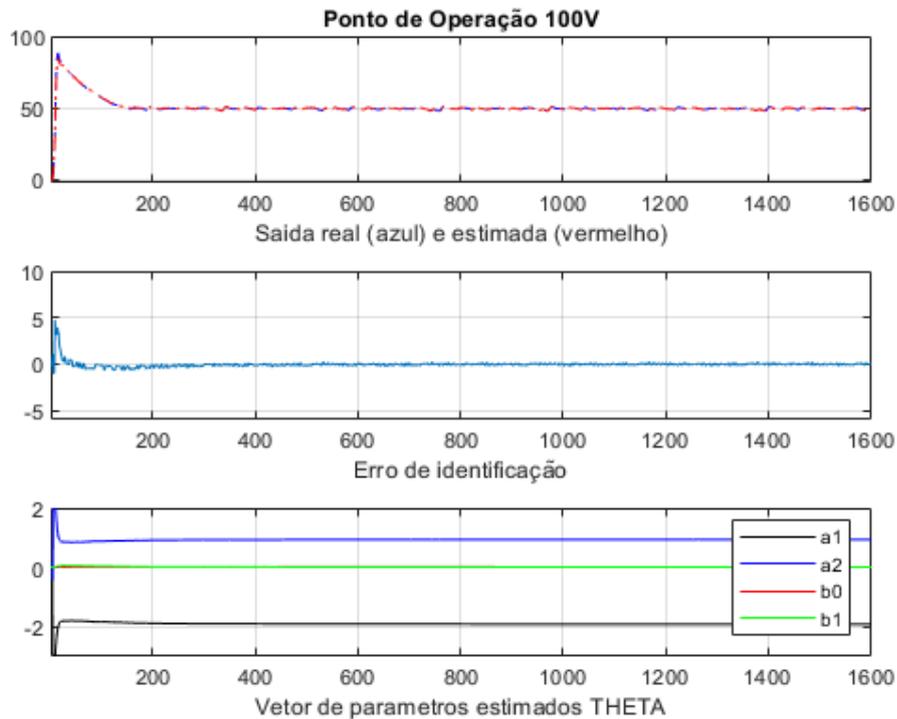
$$G_{300V}(s) = \frac{-1,215 s + 2,179 \times 10^4}{s^2 + 64,19 s + 2,345 \times 10^4} \quad (6.15)$$

$$G_{350V}(z^{-1}) = \frac{0,01728 + 0,0207 z^{-1}}{1 - 1,886 z^{-1} + 0,9260 z^{-2}}$$

$$G_{350V}(s) = \frac{-1,633 s + 2,534 \times 10^4}{s^2 + 61,48 s + 2,6490 \times 10^4} \quad (6.16)$$

O comportamento dinâmico das saídas dos modelos identificados, como dado nas equações acima, é comparado graficamente com as saídas simuladas, obtidas através dos dados coletados, nas Figuras (6.10), (6.11), (6.12), (6.13), (6.14), (6.15) para cada ponto de operação respectivamente. Estas figuras também nos mostram a convergência dos parâmetros a medida que o erro de predição tende a zero.

Figura 6.10 — Resposta do Sistema estimada através do Método de Mínimos Quadrados Recursivos comparada com a saída obtida através dos dados simulados para o Ponto de Operação de 100V; Erro de estimação do processo de identificação para Ponto de Operação de 100V; Convergência dos parâmetros do modelo à medida que erro tende a zero.

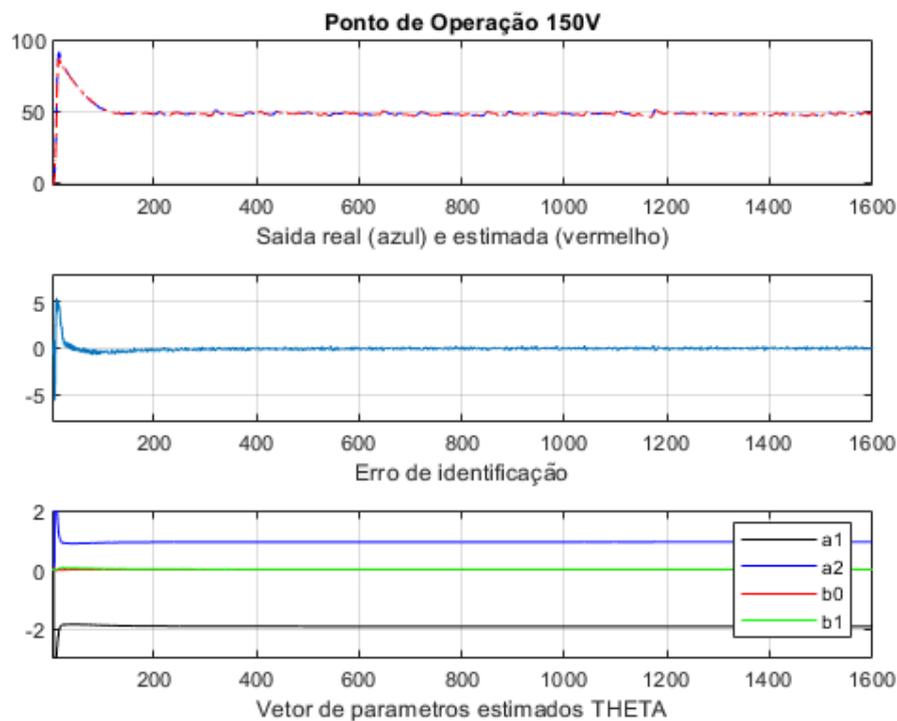


Fonte: Autor.

Note que para fins de comparação todos os pontos de operação são padronizados entre 0V a 50V, o que equivale ao degrau de entrada para cada cada ponto de operação. Por exemplo, o ponto de operação de 100V tem uma resposta de saída que reage à uma entrada de amplitude 50V que vai de 50V até 100V no eixo das ordenadas. O eixo das abscissas é dado em número de amostras, o que pode ser facilmente adaptado para a escala de tempo real em segundos.

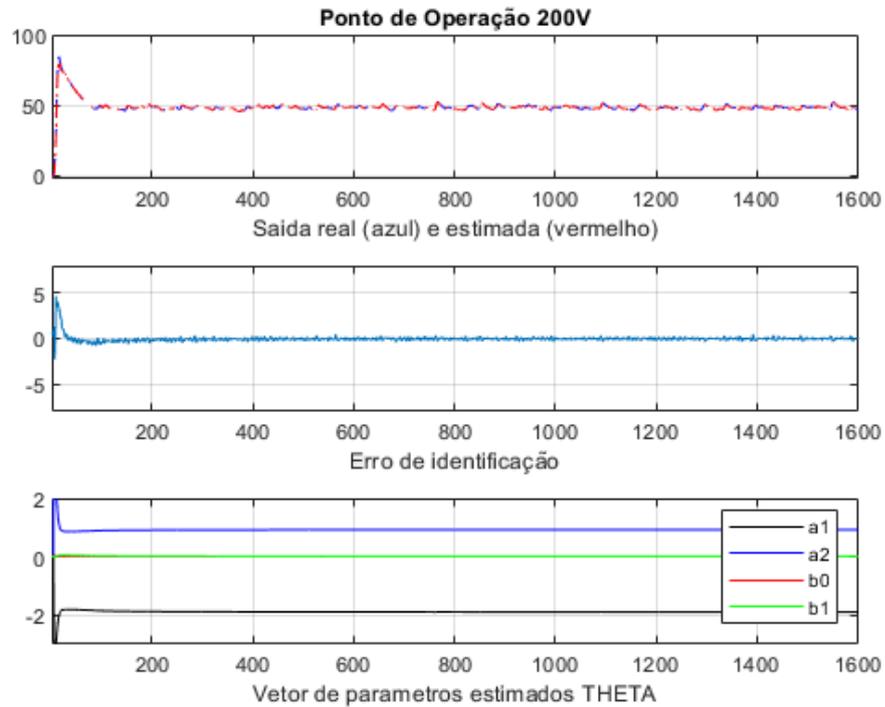
É possível ver que as respostas dos modelos estimados para cada ponto de operação possuem comportamentos semelhantes quanto à avaliação do desempenho do método de identificação, os Mínimos Quadrados Recursivos, pois quando comparadas com as saídas simuladas, graficamente, apresentam-se bastante semelhantes de modo que as cores dos graficos misturam-se. As curvas de erro nos mostram que à uma rápida convergência para zero, assim como a convergência dos parâmetros, comprovando a aplicação satisfatória do método de identificação através do programa em linha de códigos.

Figura 6.11 — Resposta do Sistema estimada através do Método de Mínimos Quadrados Recursivos comparada com a saída obtida através dos dados simulados para o Ponto de Operação de 150V; Erro de estimação do processo de identificação para Ponto de Operação de 150V; Convergência dos parâmetros do modelo à medida que erro tende a zero.



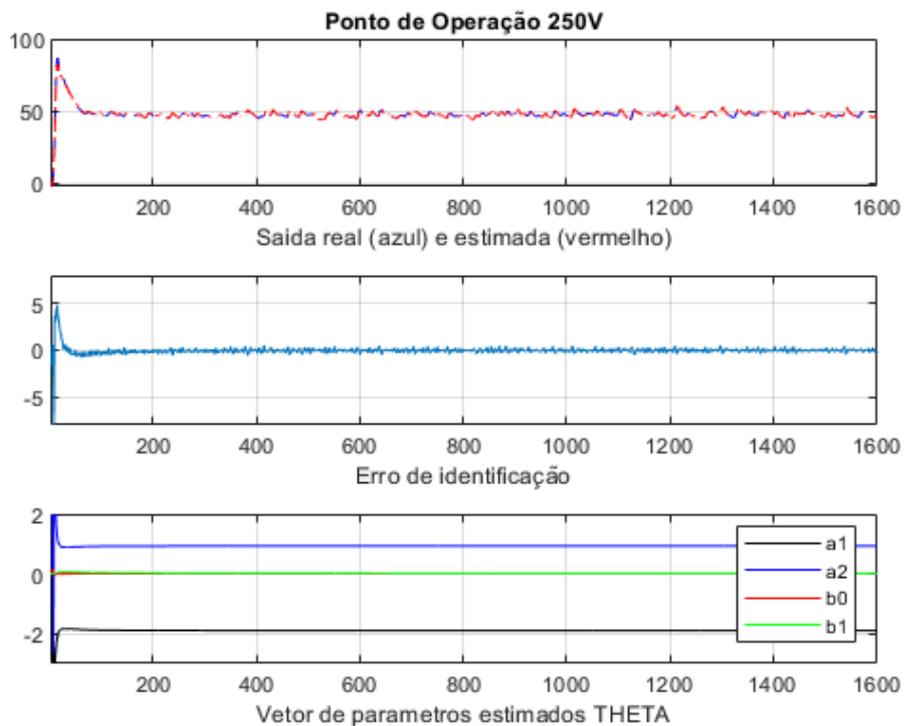
Fonte: Autor.

Figura 6.12 — Resposta do Sistema estimada através do Método de Mínimos Quadrados Recursivos comparada com a saída obtida através dos dados simulados para o Ponto de Operação de 200V; Erro de estimação do processo de identificação para Ponto de Operação de 200V; Convergência dos parâmetros do modelo à medida que erro tende a zero.



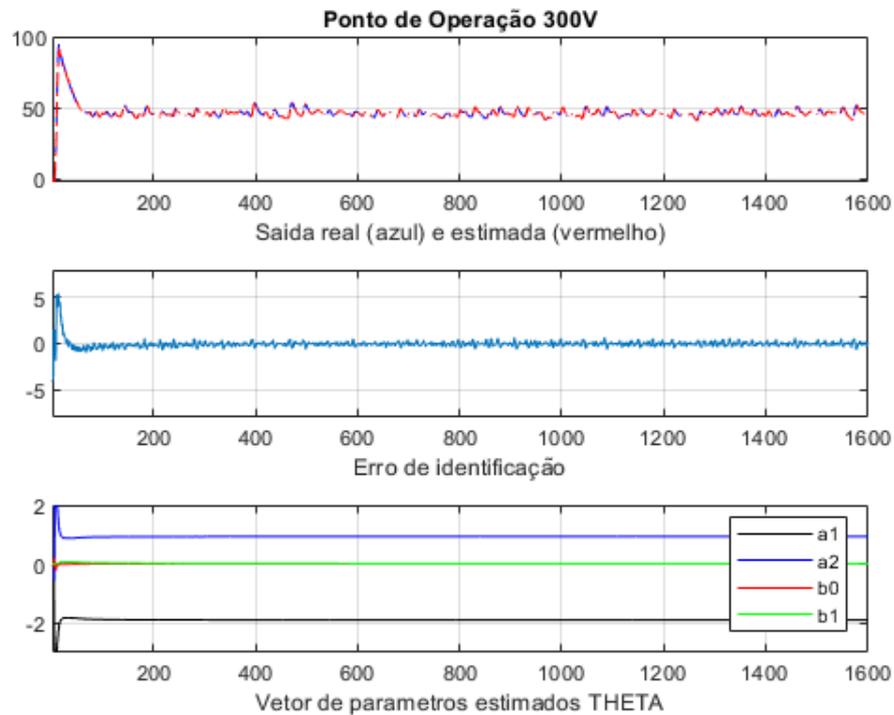
Fonte: Autor.

Figura 6.13 — Resposta do Sistema estimada através do Método de Mínimos Quadrados Recursivos comparada com a saída obtida através dos dados simulados para o Ponto de Operação de 250V; Erro de estimação do processo de identificação para Ponto de Operação de 250V; Convergência dos parâmetros do modelo à medida que erro tende a zero.



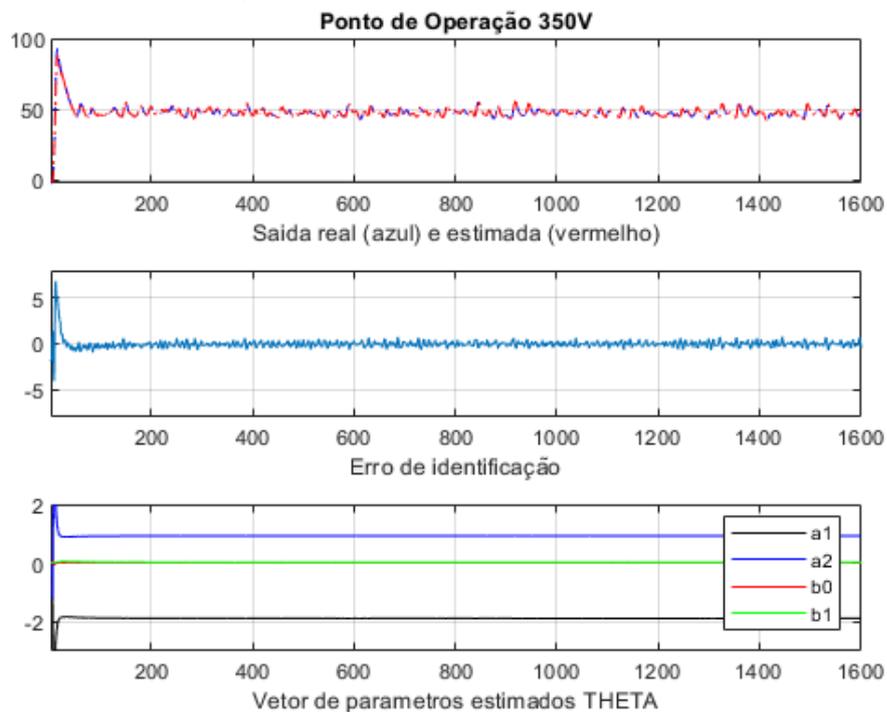
Fonte: Autor.

Figura 6.14 — Resposta do Sistema estimada através do Método de Mínimos Quadrados Recursivos comparada com a saída obtida através dos dados simulados para o Ponto de Operação de 300V; Erro de estimação do processo de identificação para Ponto de Operação de 300V; Convergência dos parâmetros do modelo à medida que erro tende a zero.



Fonte: Autor.

Figura 6.15 — Resposta do Sistema estimada através do Método de Mínimos Quadrados Recursivos comparada com a saída obtida através dos dados simulados para o Ponto de Operação de 350V; Erro de estimação do processo de identificação para Ponto de Operação de 350V; Convergência dos parâmetros do modelo à medida que erro tende a zero.



Fonte: Autor.

A Tabela (6.4) traz uma resumo dos parâmetros para cada ponto de operação, desta forma, é possível visualizar a variação paramétrica do subsistema Conversor Buck Primário dentro da faixa de 100V a 350V. Esses dados seram úteis para o desenvolvimento do Controlador Robusto, como dado no Capítulo 5.

Tabela 6.4 — Valores dos parâmetros dos modelos identificados via Método de Mínimos Quadrados Recursivos para cada ponto de operação.

Ponto de Operação	b_0	b_1	a_1	a_0
100V	$1,047x10^4$	-0,9152	53,15	$1,071x10^4$
150V	$1,173x10^4$	-1,411	54,61	$1,198x10^4$
200V	$1,478x10^4$	-0,6399	57,22	$1,514x10^4$
250V	$1,751x10^4$	-0,9646	58,27	$1,821x10^4$
300V	$2,179x10^4$	-1,215	64,19	$2,345x10^4$
350V	$2,534x10^4$	-1,633	61,48	$2,649x10^4$

Fonte: Autor.

6.3 Projeto de Controladores Robustos

A Tabela (6.4) traz a informação de que os parâmetros do modelo matemático, em formato de função de transferência, alteram-se à medida que o nível de tensão requerido na saída do Conversor Buck é modificado dentro da faixa de tensão possível. Essa variação paramétrica pode ser considerada como uma incerteza estruturada do sistema, de acordo como foi explicado no Capítulo 5, de modo que os modelos descritos nas Equações (6.11) até (6.16) para cada ponto de operação possam ser representados como uma função de transferência intervalar, como foi descrito na Equação (5.4), dado pela razão de polinômios intervalares do numerador $N(s)$ e do denominador $D(s)$, onde n_i^- e d_j^- representam o limite inferior e n_i^+ e d_j^+ representam o limite superior do intervalo, com $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$.

A função de transferência intervalar do Conversor Buck é dado na Equação (6.17) e corresponde a uma representação compacta de uma família de funções de transferência de valores infinitos.

$$G_{BUCK}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{[b_0^-, b_0^+] + [b_1^-, b_1^+] s}{[a_2^-, a_2^+] s^2 + [a_1^-, a_1^+] s + [a_0^-, a_0^+] s} \quad (6.17)$$

$$G_{BUCK}(s) = \frac{[1,047x10^4, 2,534x10^4] + [-0,9152, -1,633] s}{s^2 + [53,15, 61,48] s + [1,071x10^4, 2,649x10^4]}$$

Como o numerador $N(s)$ e o denominador $D(s)$ são polinômios intervalares, cada um terá seus próprios polinômios de Kharitonov associados como pode ser visto nas Equações (6.18) e (6.19) respectivamente.

$$\begin{aligned}
 K_N^{(1)}(s) &= b_0^- + b_1^- s \\
 K_N^{(2)}(s) &= b_0^- + b_1^+ s \\
 K_N^{(3)}(s) &= b_0^+ + b_1^- s \\
 K_N^{(4)}(s) &= b_0^+ + b_1^+ s
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

$$\begin{aligned}
 K_D^{(1)}(s) &= a_0^- + a_1^- s + s^2 \\
 K_D^{(2)}(s) &= a_0^- + a_1^+ s + s^2 \\
 K_D^{(3)}(s) &= a_0^+ + a_1^- s + s^2 \\
 K_D^{(4)}(s) &= a_0^+ + a_1^+ s + s^2
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

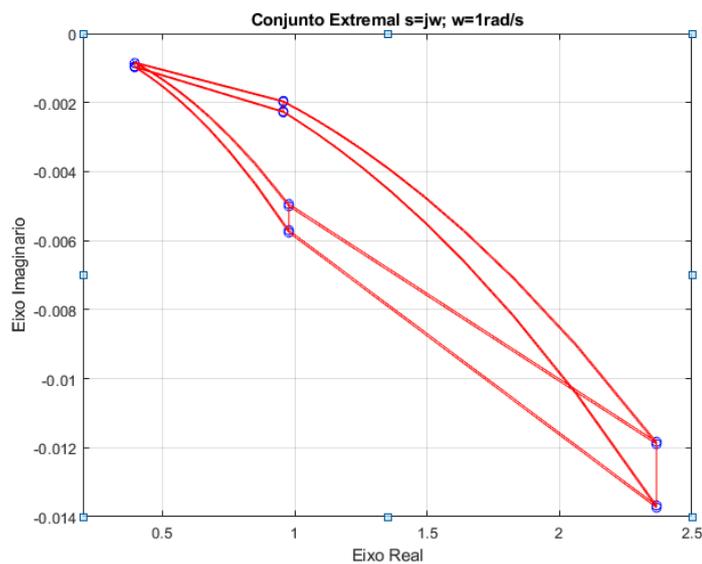
No capítulo 5 foi visto que combinando cada um dos quatro polinômios de Kharitonov do numerador $K_N^{(1)}(s), K_N^{(2)}(s), K_N^{(3)}(s)$ e $K_N^{(4)}(s)$ com cada um dos quatro polinômios do denominador $K_D^{(1)}(s), K_D^{(2)}(s), K_D^{(3)}(s)$ e $K_D^{(4)}(s)$ obtém-se dezesseis plantas vértices de Kharitonov, como é dado na Equação (5.7).

Além disso, é possível formar oito segmentos polinomiais com os polinômios de Kharitonov do numerador e do denominador, como dados nas Equações (5.9) e (5.10). Então, desta forma, são obtidas dezesseis arestas retas combinando-se cada um dos quatro segmentos do numerador com cada um dos quatro polinômios de Kharitonov do denominador, como é dado na Equação (5.11), e são obtidas dezesseis arestas curvas combinando-se cada um dos quatro polinômios de Kharitonov do numerador com cada um dos quatro segmentos de Kharitonov do denominador como é dado na Equação (5.12).

As dezesseis arestas retas juntamente com as dezesseis arestas curvas completam os dezesseis vértices de Kharitonov e compõe uma figura geométrica de trinta e dois lados denotada de conjunto extremal, um conjunto poliedral no espaço de funções de transferência, o qual contém a família $G(s)$ e para cada $s = j\omega$ o poliedro é mapeado no plano complexo $G(j\omega)$.

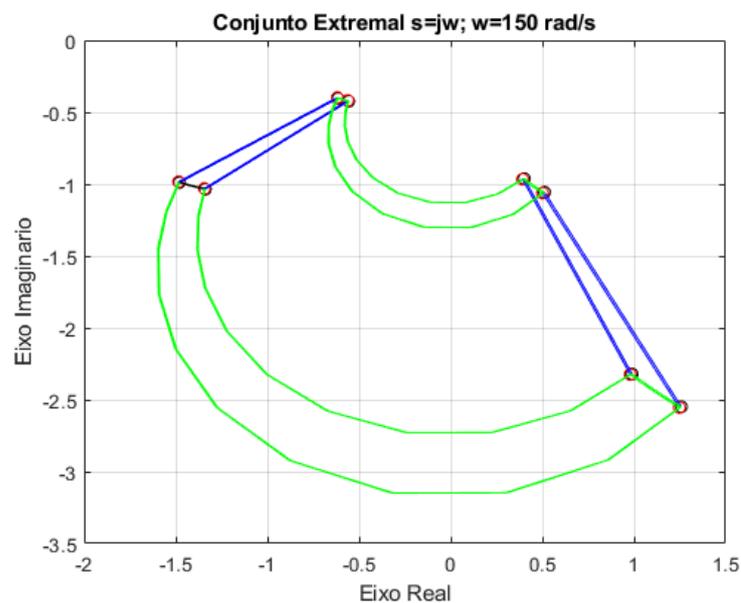
O conjunto extremal do sistema Conversor Buck Primário é dado na Figura (6.16) para uma frequência de $\omega = 1 \text{ rad/s}$ e na Figura (6.17) para uma frequência de $\omega = 150 \text{ rad/s}$. A obtenção do conjunto poliedral é feita através do programa dado no Apêndice B. É importante lembrar que o conjunto extremal é uma representação gráfica no plano complexo que corresponde ao modelo adequado que abrange todas as incertezas paramétricas presentes na função de transferência intervalar de malha aberta.

Figura 6.16 — Conjunto Extremal do Sistema Conversor Buck Primário para uma frequência de $\omega = 1 \text{ rad/s}$.



Fonte: Autor.

Figura 6.17 — Conjunto Extremal do Sistema Conversor Buck Primário para uma frequência de $\omega = 150 \text{ rad/s}$.

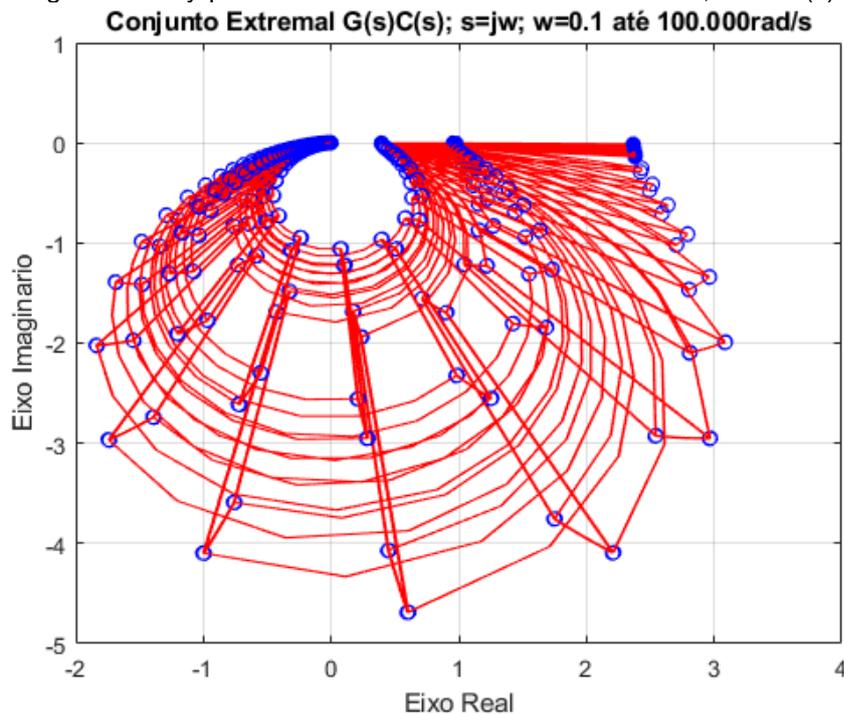


Fonte: Autor.

6.3.1. Projeto de Compensador Robusto baseado no Domínio da Frequência

No projeto de sistemas de controle é importante observar o comportamento dessas famílias de funções de transferência para todas as frequências, portanto, o Envelope de Nysquist da família $G(s)$ foi definido como na Equação (5.13) e pode ser visto graficamente na Figura (6.18). Através dele é possível verificar a estabilidade absoluta do conjunto avaliando o número de envoltimentos do ponto crítico $-1 + 0j$, pois o critério de Nyquist relaciona a resposta em frequência de malha aberta diretamente com o número de polos no semi-plano direito de malha fechada permitindo a determinação da estabilidade de sistemas complexos. Como não há envoltimentos do ponto crítico, o sistema pode ser considerado estável em malha fechada.

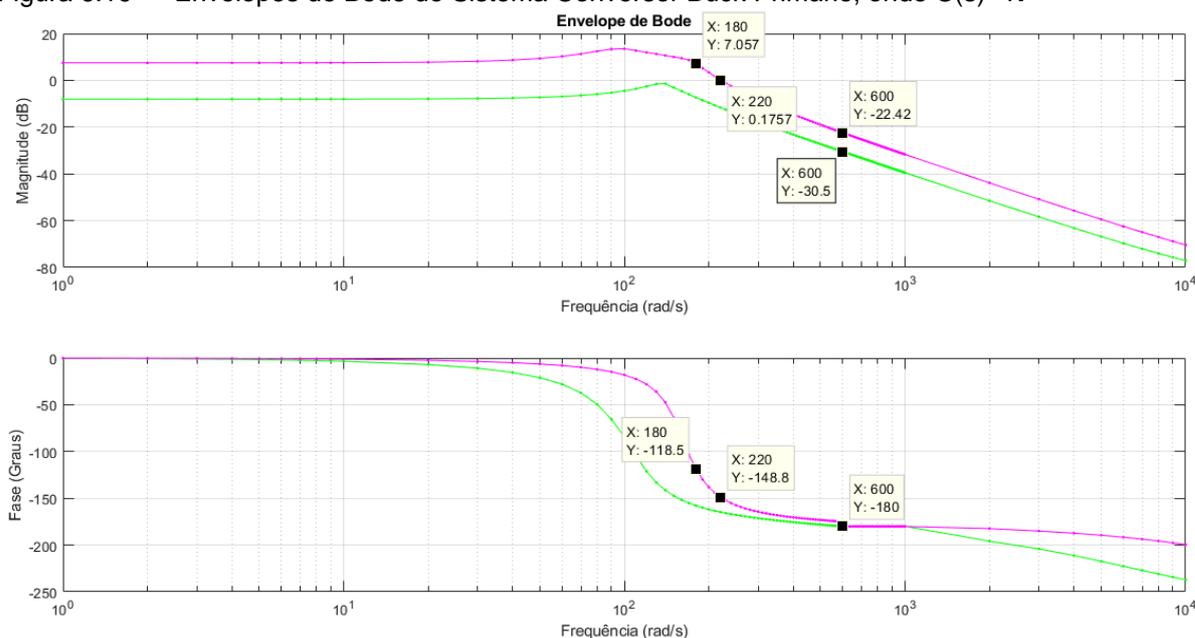
Figura 6.18 — Diagrama de Nyquist do Sistema Conversor Buck Primário, onde $C(s)=1$.



Fonte: Autor.

Os envelopes de magnitude e fase de Bode de cada função de transferência do conjunto $G(s)$ são formados também por meio do conjunto extremal, através dos valores de mínimo e máximo da magnitude e da fase das trinta e duas arestas retas e curvas. Os envelopes de Bode do sistema Conversor Buck Primário são obtidos através do programa dado no Apêndice C e podem ser visualizados na Figura (6.19).

Figura 6.19 — Envelopes de Bode do Sistema Conversor Buck Primário, onde $C(s)=1$.



Fonte: Autor.

As margens de ganho e fase obtidas dos envelopes de Bode correspondem aos valores de pior caso das margens de estabilidade sobre o conjunto de parâmetros com incertezas, pois as menores margens lidas dos envelopes de Bode são tidas como conservadoras, já que apesar do fato de cada ponto na fronteira dos envelopes de magnitude e fase de Bode virem do mesmo parâmetro da família, os envelopes do gráfico tomado juntos representam apenas a aproximação do conjunto.

Como foi provado na seção 5.4 do capítulo 5, os piores valores de margem de estabilidade de fato ocorrem sobre o subconjunto de plantas extremas e são medidas importantes de desempenho robusto.

Os valores de margem de ganho e de margem de fase obtidos para o pior caso, através dos envelopes de Bode do sistema Conversor Buck primário, são $22,42dB$ e $31,2$ graus para a curva de máximo. Então, com o objetivo de projetar um controlador robustamente estável para toda a família de sistemas dado na Equação (6.17) em malha fechada e que garanta uma margem de fase de pelo menos 50 graus para o pior caso e que mantenha uma margem de ganho de valor elevado acima de $22,42dB$, define-se o formato do compensador como um controlador proporcional-integral (PI), como dado na Equação (6.20).

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s} \quad (6.20)$$

Para que a margem de fase seja de pelo menos 50 graus para o pior caso, a frequência de cruzamento de ganho $\omega'_c = 220 \text{ rad/s}$ deve ser movida para $\omega'_c = 180 \text{ rad/s}$, então o ganho proporcional K_p pode ser calculado através da máxima magnitude no ponto de frequência ω'_c , como é dado na Equação (6.21).

$$\begin{aligned} \max|G(j\omega'_c)| &= -20 \log_{10} K_p = 7,057 \text{ dB} \\ K_p &= 10^{-\max|G(j\omega'_c)|/20} = 10^{-7,057/20} = 0,4438 \end{aligned} \quad (6.21)$$

Para que o atraso de fase do controlador PI não afete a fase do sistema compensado na frequência de cruzamento de ganho ω'_c , é escolhido uma frequência de corte de K_i/K_p para ser uma década abaixo de ω'_c , então encontra-se o valor do ganho integrativo K_i , como é visto na Equação (6.22). Com o valor dos ganhos do controlador calculados, isso resulta na sintonia dada na Equação (6.23).

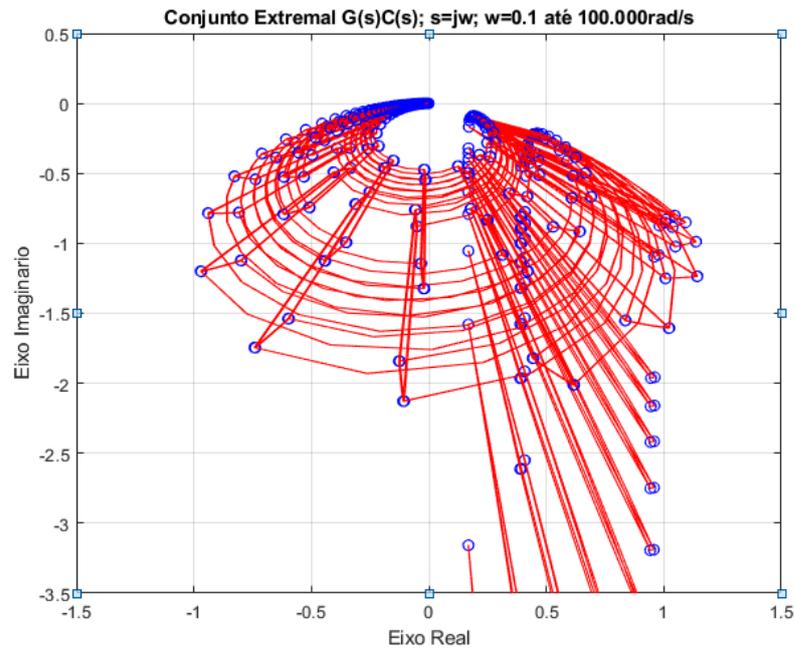
$$K_i = \frac{\omega'_c}{10} K_p = \frac{180}{10} 0,4438 = 7,9877 \quad (6.22)$$

$$C_{PIRF}(s) = \frac{0,4438 s + 7,9877}{s} \quad (6.23)$$

O Diagrama de Nyquist é novamente gerado agora para o sistema compensado com o controlador PI, como dado na Figura (6.20), onde se apresenta mais afastado para à direita do ponto crítico -1, o que indica melhora na estabilidade. Também, são obtidos os novos envelopes de Bode para o sistema compensado dados na Figura (6.21). As novas margens de ganho e de fase para o pior caso são de $26,02 \text{ dB}$ e de $55,8$ graus, ou seja, houve uma melhora nas especificações de robustez do sistema. As Figuras (6.22) e (6.23) mostram a resposta em frequência do sistema em malha fechada sem o controlador PI e a resposta em frequência em malha fechada

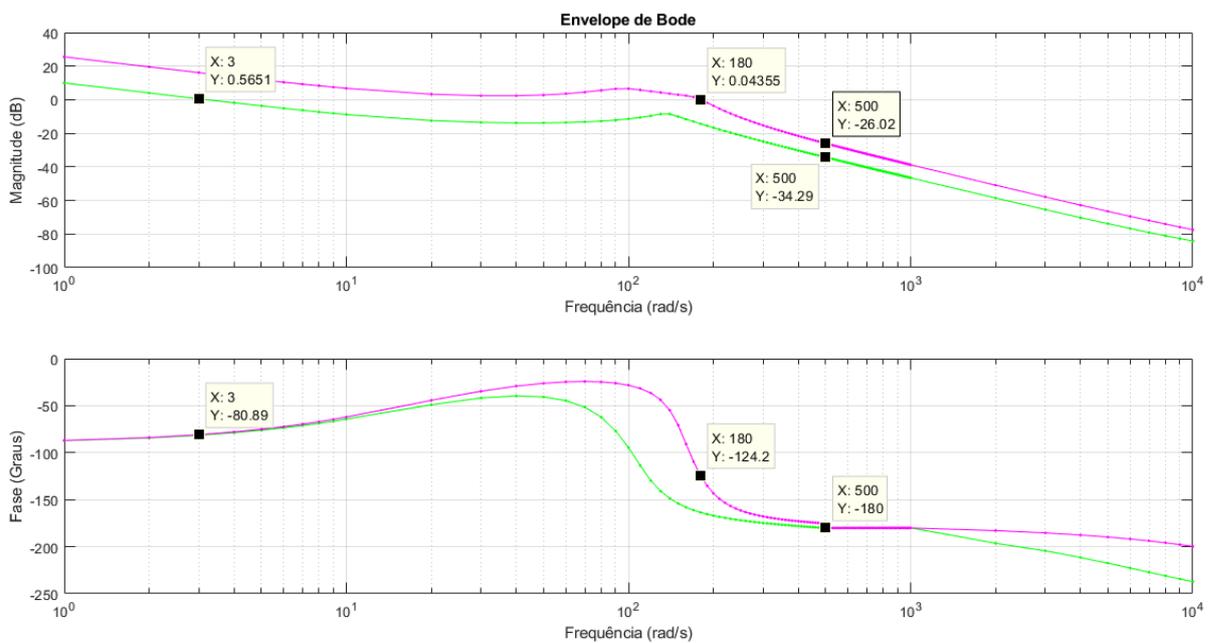
com a inserção do compensador, no qual se pode perceber a diminuição da magnitude do valor do pico de ressonância.

Figura 6.20 — Diagrama de Nyquist do Sistema Conversor Buck Primário compensado com o controlador PI.



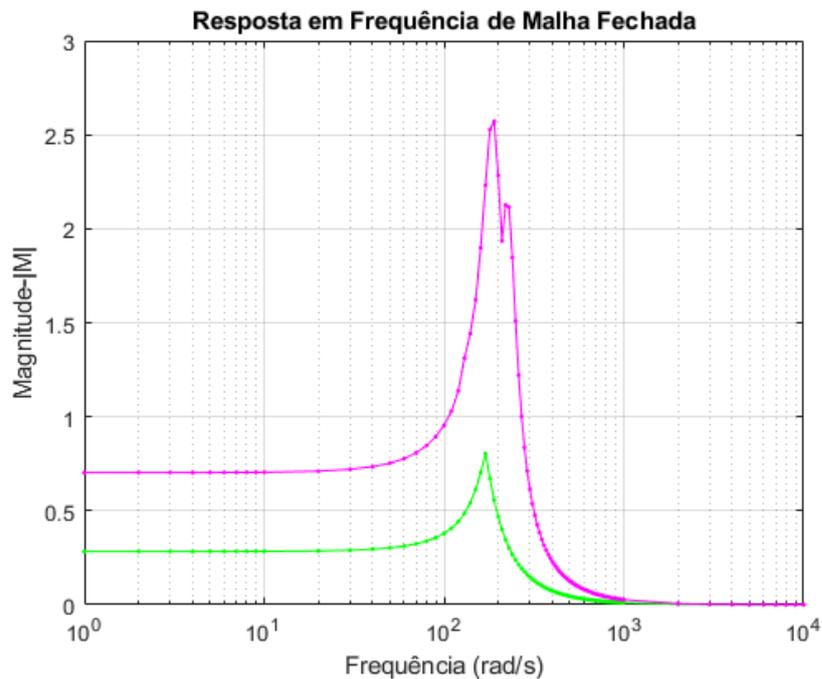
Fonte: Autor.

Figura 6.21 — Envelopes de Bode do Sistema Conversor Buck Primário compensado com o controlador PI.



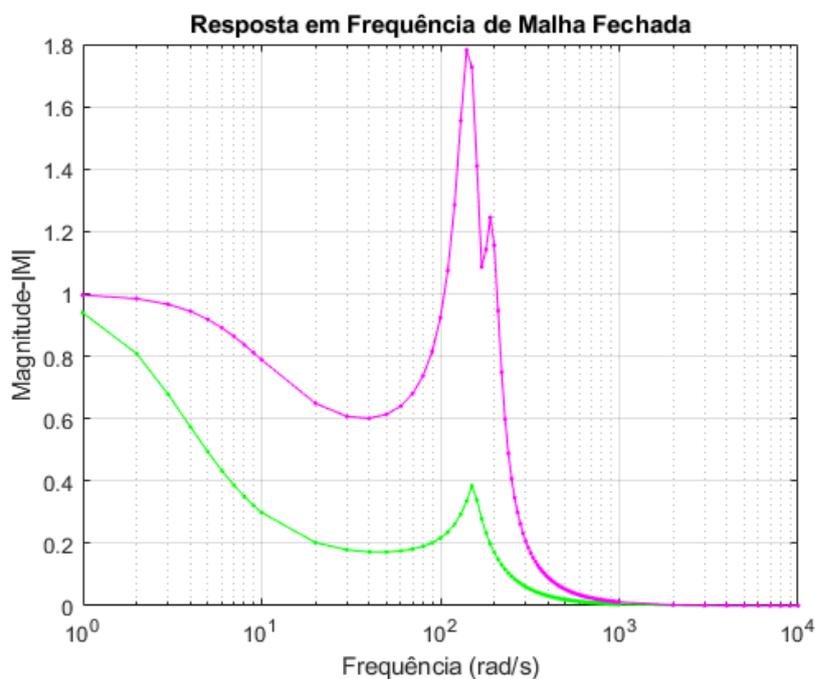
Fonte: Autor.

Figura 6.22 — Resposta em frequência em malha fechada do Sistema Conversor Buck Primário sem a ação do controlador PI.



Fonte: Autor.

Figura 6.23 — Resposta em frequência em malha fechada do Sistema Conversor Buck Primário compensado com o controlador PI.



Fonte: Autor.

Os ganhos do controlador PI Robusto projetado por resposta em frequência representam os parâmetros de uma função de transferência contínua, entretanto, como a sua implementação é feita como controle digital, é necessário a determinação do seu equivalente discreto, como é dado na Equação (6.24). A técnica de

discretização utilizada é o segurador de ordem zero, *zero-order hold* (ZOH), baseado no princípio de um sistema digital que considera o intervalo em que o sistema encontra-se em espera (*hold*), devido ao sinal de entrada ser uma sequência em degrau proveniente de um conversor digital-analógico (Astrom; Wittenmark, 2011). O período de amostragem empregado é $T_s = 0,0013s$, o mesmo utilizado para o sistema multiconversor.

$$C_{PIRF}(z) = \frac{0,4438z - 0,4338}{z - 1} \quad (6.24)$$

6.3.2. Projeto de Compensador Robusto via Alocação de Polos Intervalar

O projeto realizado nesta etapa consiste na aplicação da técnica de controle robusto paramétrico, como apresentada no capítulo 5, cuja a formulação é baseada na alocação de polos clássica, mas é desenvolvida para um sistema intervalar.

Desta forma, considerando o sistema intervalar dado na Equação (6.17) para o conversor Buck Primário, proveniente do processo de identificação por meio do método de mínimos quadrados recursivos para vários pontos de operação, e dado um controlador proporcional-integral-derivativo (PID) na forma paralela, como dado na Equação (6.25), o sistema de controle em malha fechada pode ser definido como na Equação (6.26), sendo a Equação Diofantina definida como a igualdade entre o polinômio característico de malha fechada com o polinômio intervalar desejado $T(s)$, Equação (2.27).

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (6.25)$$

$$G_{MF} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{n_C(s)n_G(s)}{d_C(s)d_G(s) + n_C(s)n_G(s)} \quad (6.26)$$

$$d_c(s)d_G(s) + n_c(s)n_G(s) = T(s) \quad (6.27)$$

A especificação da dinâmica de malha fechada desejada é definida por um polinômio intervalar $T(s)$, como dado na Equação (6.28), cujos coeficientes intervalares são definidos através dos critérios de desempenho como o máximo sobressinal permitindo, variando entre 5% a 10%, e o tempo de acomodação do sistema, variando entre 0,4s e 0,8s, os quais representam a seguinte região do plano complexo formando um par de polos complexos: $\xi = [0,59; 0,69]$ e $\omega_n = [7,25; 16,92]rad/s$. Um polo auxiliar é adicionado no eixo real em -100 situado bem distante dos polos dominantes do sistema e do controlador. O estabelecimento dessa região gera os coeficientes intervalares dado na Equação (6.28).

$$T(s) = [t_0] + [t_1]s + [t_2]s^2 + [t_3]s^3 \quad (6.28)$$

$$T(s) = [5.249,28.615] + [1.052,2.286]s + [110,120]s^2 + s^3$$

Através da expansão da Equação (6.27) em um sistema de equações lineares é deduzida a sua forma matricial, Equação (6.29), onde $M_{m \times p}$ é denominada de matriz de Sylvester, k é o vetor de coeficientes do controlador e $[t]$ é o vetor de coeficientes do polinômio desejado (LORDELO, 2004; COSTA,2013).

$$M_{m \times p} k = [t] \quad (6.29)$$

$$\begin{pmatrix} [b_0^-, b_0^+] & 0 & 0 \\ [b_1^-, b_1^+] & [b_0^-, b_0^+] & 0 \\ 0 & [b_1^-, b_1^+] & [b_0^-, b_0^+] \\ 0 & 0 & [b_1^-, b_1^+] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_i \\ k_p \\ k_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [t_0^-, t_0^+] \\ [t_1^-, t_1^+] - [a_0^-, a_0^+] \\ [t_2^-, t_2^+] - [a_1^-, a_1^+] \\ [t_3^-, t_3^+] - [a_2^-, a_2^+] \end{pmatrix}$$

Com a Equação (6.29) é elaborado o problema de otimização linear para a sintonia do controlador PID, como é dado na Equação (6.30), sendo a função objetiva formada pela soma dos ganhos do controlador de forma a minimizá-los e,

consequentemente, reduzir o nível da ação de controle requerida. O controlador PID com a inserção dos seus parâmetros tidos como ótimos é dado na Equação (6.31). Como a descrição do controlador foi definido de forma ideal, para sua implementação prática pode ser necessário a ação de um filtro derivativo para eliminar ruídos de alta frequência, pois esta ação aumenta a banda passante do sistema (Astrom, Haagglund, 2006). O controlador com o filtro derivativo é dado na Equação (6.32).

$$\min f(K) = k_i + k_p + k_d$$

$$\begin{bmatrix} b_0^+ & 0 & 0 \\ b_1^+ & b_0^+ & 0 \\ 0 & b_1^+ & b_0^+ \\ 0 & 0 & b_1^+ \\ -b_0^- & 0 & 0 \\ -b_1^- & -b_0^- & 0 \\ 0 & -b_1^- & -b_0^- \\ 0 & 0 & -b_1^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_i \\ k_p \\ k_d \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} p_0^+ \\ p_1^+ - a_0^+ \\ p_2^+ - a_1^+ \\ p_3^+ - a_2^+ \\ -p_0^- \\ -(p_1^- - a_0^-) \\ -(p_2^- - a_1^-) \\ -(p_3^- - a_2^-) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

$$C_{PID\ API}(s) = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (6.31)$$

$$C_{PID\ API}(s) = \frac{0,0001s^2 + 0,08318s + 4,6496}{s}$$

$$C_{PID\ API}(s) = \frac{(k_d + k_p)s^2 + (k_p a + k_i)s + k_i a}{s(s + a)} \quad (6.31)$$

$$C_{PID\ API}(s) = \frac{0,08328s^2 + 79,51s + 4185}{s(s + 900)}$$

Os ganhos do controlador PID Robusto projetado por alocação de polos intervalar representam os parâmetros de uma função de transferência contínua, entretanto, como a sua implementação é feita como controle digital, é necessário a determinação do seu equivalente discreto, como é dado na Equação (6.33), utilizando-se o período de amostragem $T_s = 0,0013s$, o mesmo utilizado para o sistema multiconversor, e empregando o método de Tustin. O equivalente discreto do controlador PID com filtro derivativo é dado na Equação (6.34).

$$C_{PID\ API}(z) = \frac{0,2461z^2 - 0,3142z + 0,07973}{z^2 - 1} \quad (6.33)$$

$$C_{PID\ API}(z) = \frac{0,08615z^2 - 0,1045z + 0,02254}{z^2 - 1,28z + 0.28} \quad (6.34)$$

6.4. Conclusões

Através deste capítulo foi possível compreender que o uso de um modelo físico-matemático já bastante difundido pode não necessariamente ser a melhor forma de representar um sistema físico não-linear e que técnicas de identificação, como o método de mínimos quadrados recursivos pode ser bastante eficiente para garantir a modelagem de sistemas. Por meio deste método de identificação foi possível compor modelos para vários pontos de operação, verificando a variação paramétrica do sistema e, com a teoria de controle robusto, definir um sistema intervalar para o mesmo, o que permite o projeto de controladores robustos tanto através de métodos de resposta em frequência, com a utilização das margens de ganho extremas que moldam a estabilidade relativa do sistema, como através da alocação de polos intervalar, onde os coeficientes do controlador ajustam os polos de malha fechada para obter um desempenho dinâmico desejado.

7. RESULTADOS

7.1. Introdução

Nesta etapa do trabalho, são realizados diferentes tipos de testes nos dois ambientes apresentados até aqui, o ambiente de simulação computacional não linear e o ambiente de teste experimental, decorrentes da implementação dos controladores teorizados e desenvolvidos nos capítulos anteriores. Os sinais de tensão regulados por cada um dos controladores são confrontados através da comparação de suas curvas de resposta em cada um dos testes, assim como as suas respectivas ações de controle. Adicionalmente, o desempenho dos controladores digitais é analisado de forma quantitativa através de índices de desempenho.

7.2. Teste em ambiente de simulação computacional não linear

7.2.1. Resposta à Excitação Degrau

Neste tipo de teste é verificado a capacidade dos controladores de regular a tensão no Elo CC, barramento principal de tensão do Sistema Multiconversor, a partir de uma excitação degrau positiva de 50V na referência.

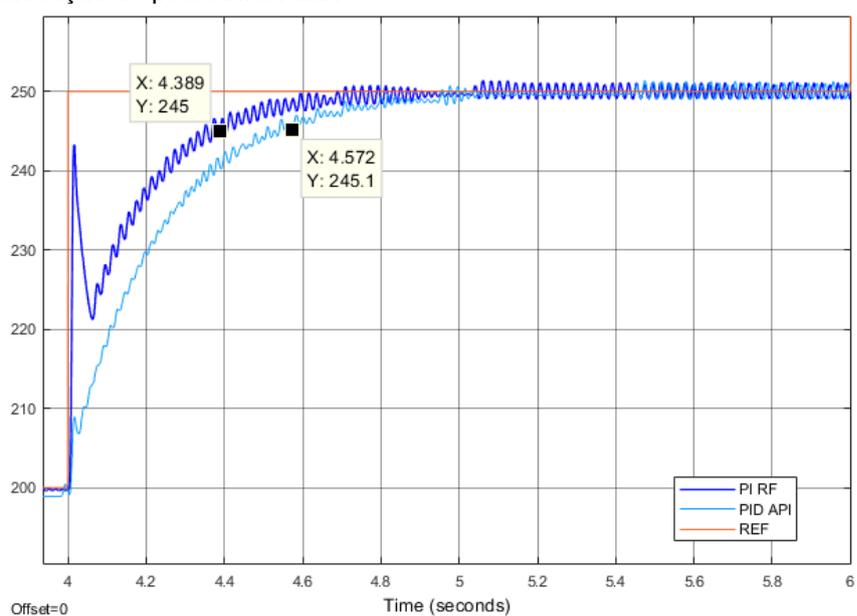
Desta forma, a Figura (7.1) apresenta as respectivas respostas de saída, ainda em ambiente de simulação computacional não linear, sendo que a resposta da regulação de tensão obtida pelo controlador PI robusto sintonizado por meio das margens de ganho extremas é apresentada como “**PI RF**” e seu sinal de controle é denominada como “**u PI RF**”, na Figura (7.2). Da mesma forma, a resposta da regulação de tensão e o sinal de controle do controlador PID, sintonizado por alocação de polos intervalar, são denotados respectivamente como “**PID API**” e “**u PID API**”.

Os controladores regulam o Elo CC de acordo com as especificações desejadas resultando em baixo erro de regime, sobressinal nulo e tempo de assentamento de 0,39 e de 0,57 segundos para os controladores PI robusto e PID por alocação de polos intervalar respectivamente, sendo o primeiro mais veloz.

Além disso, percebe-se pela resposta do sinal de controle que os mesmos não realizam esforço suficiente para entrar em saturação e nem possui uma grande

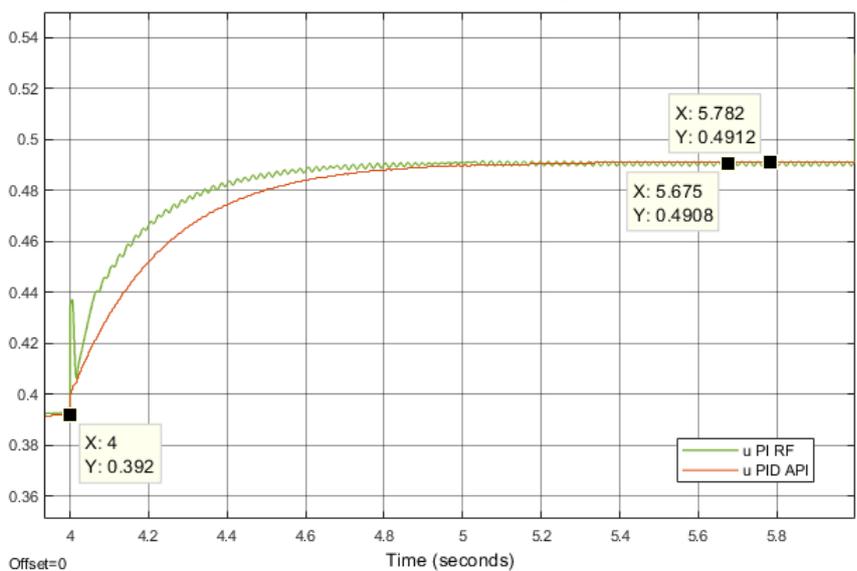
quantidade de ruído, o que por sua vez representaria um pequeno esforço de controle. Nesse quesito, o controlador PI robusto realiza um esforço de controle ligeiramente maior que o PID por alocação de polos intervalar.

Figura 7.1 — Resposta ao degrau de 50V em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 7.2 — Sinal de controle da regulação ao degrau de 50V em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

7.2.2. Resposta à variação Excitação Degrau

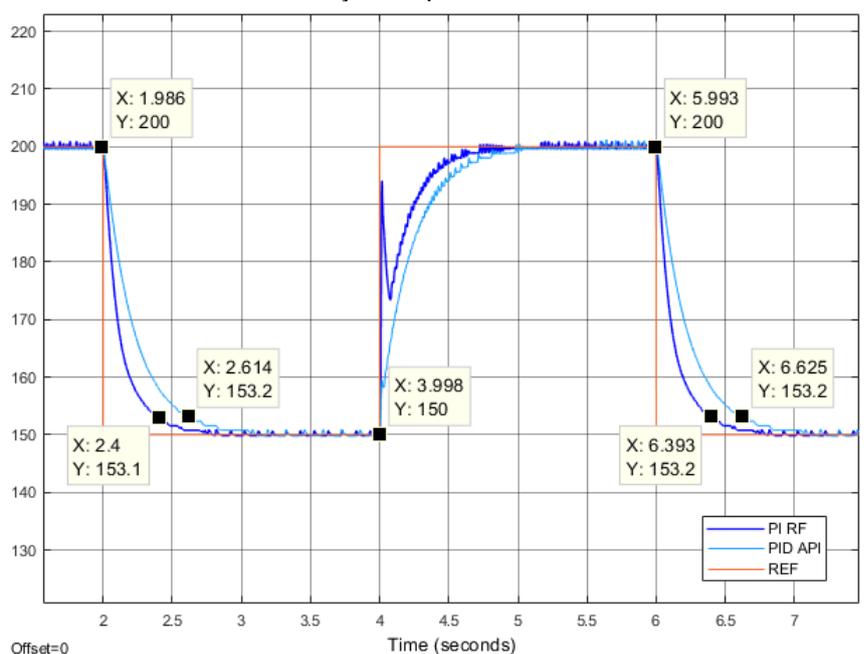
Este tipo de teste permite verificar visualmente a regulação de regime e os transitórios das respostas controladas através de superposição de resultados gráficos para a referência variando em degraus de valor positivo e degraus de valor negativo.

A Figura (7.3) compõe a resposta à variação da excitação degrau com um degrau de referência negativo de 50V, a partir de um valor de regime de 200V, seguido de um degrau de referência positivo de 50V e assim sucessivamente. A informação no gráfico denotada como “PI RF” corresponde à curva de tensão da resposta do sistema regulado pelo PI Robusto sintonizado por resposta em frequência, enquanto que a “PID API”, corresponde à curva de resposta do sistema regulado pelo controlador PID digital sintonizado por alocação de polos intervalar.

Da mesma forma, os resultados dos respectivos sinais de controle para cada controlador são dados na Figura (7.4), denotados como “u PI RF” e “u PID API”.

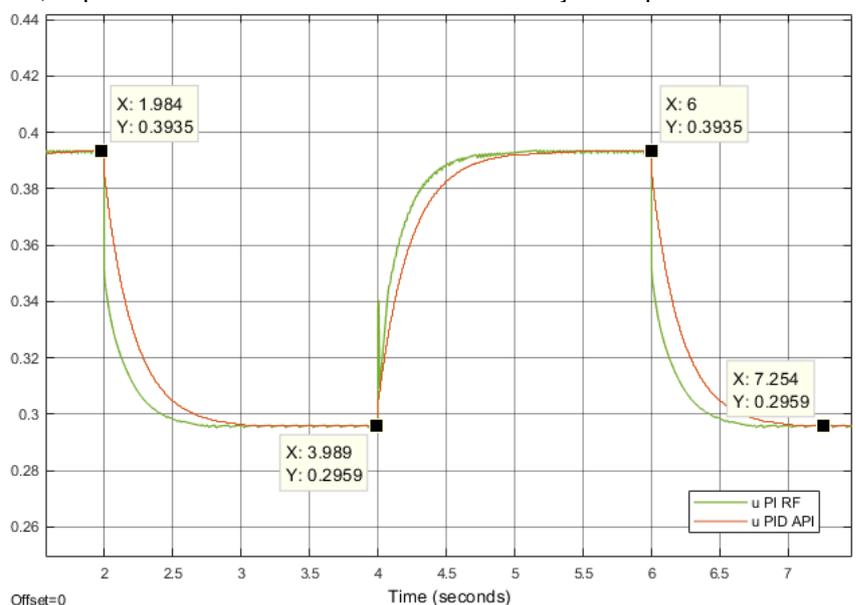
Percebe-se pelo resultado que ambos os controladores apresentam um desempenho de acordo com as especificações desejadas em projeto, como baixo erro de regime e ausência de sobressinal, com tempos de assentamento de 0,4 segundos e 0,6 segundos nos degraus negativos, para os controladores PI robusto e PID por alocação de polos intervalar respectivamente, sendo o primeiro mais veloz.

Figura 7.3 — Resposta a variação da excitação ao degrau em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

Figura 7.4 — Sinal de controle da regulação a variação da excitação ao degrau em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

Em relação ao sinal de controle, o controlador PI realiza um esforço de controle maior que o controlador PID, no degrau positivo, o que ocorre de forma contrária no teste no degrau negativo.

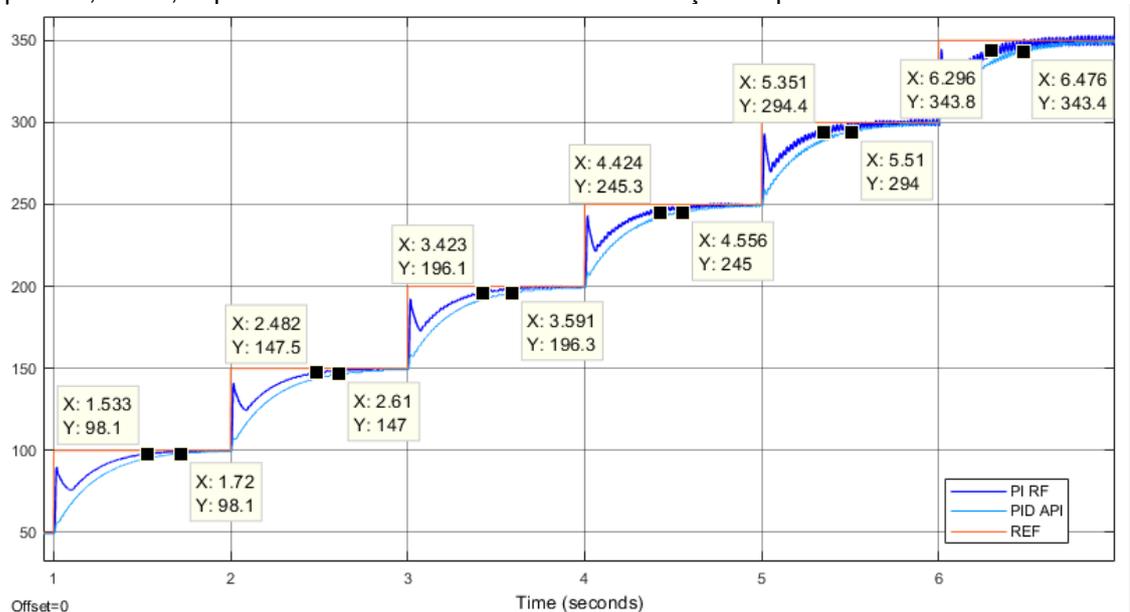
7.2.3. Resposta Degrau em Escada Crescente e Decrescente

Denota-se aqui como teste em escada degrau crescente a sequência de degraus positivos sucessivos somados a referência, o que ocorre da mesma forma no teste de escada degrau decrescente, porém com degraus negativos. Este teste é importante, pois permite analisar não apenas transições provenientes de uma referência degrau positiva para diferentes pontos de operação, mas do mesmo modo, como as variáveis controladas se comportam para uma excitação degrau negativa em diferentes pontos de operação (Leão, 2018).

O teste escada degrau crescente consiste em estabilizar a tensão inicial em 50V de regime para, posteriormente, somar degraus positivos de 50V consecutivamente na referencia inicial até o Elo CC alcançar o patamar de 350V. De forma semelhante, é realizado o teste de escada degrau decrescente somando-se degraus negativos de 50V na tensão inicial de regime de 400V até a tensão do Elo CC decair novamente para o ponto de operação de 100V.

A Figura (7.5) mostra as respostas à excitação degrau em escada crescente para os dois controladores empregados, o controlador PI robusto projetado através de resposta em frequência e o controlador PID implementado por meio da alocação de polos intervalar. A Figura (7.6) apresenta os sinais de controle para o mesmo ensaio. Já a Figura (7.7) apresenta as respostas à excitação degrau em escada decrescente para os dois controladores empregados e Figura (7.8) mostra os respectivos sinais de controle.

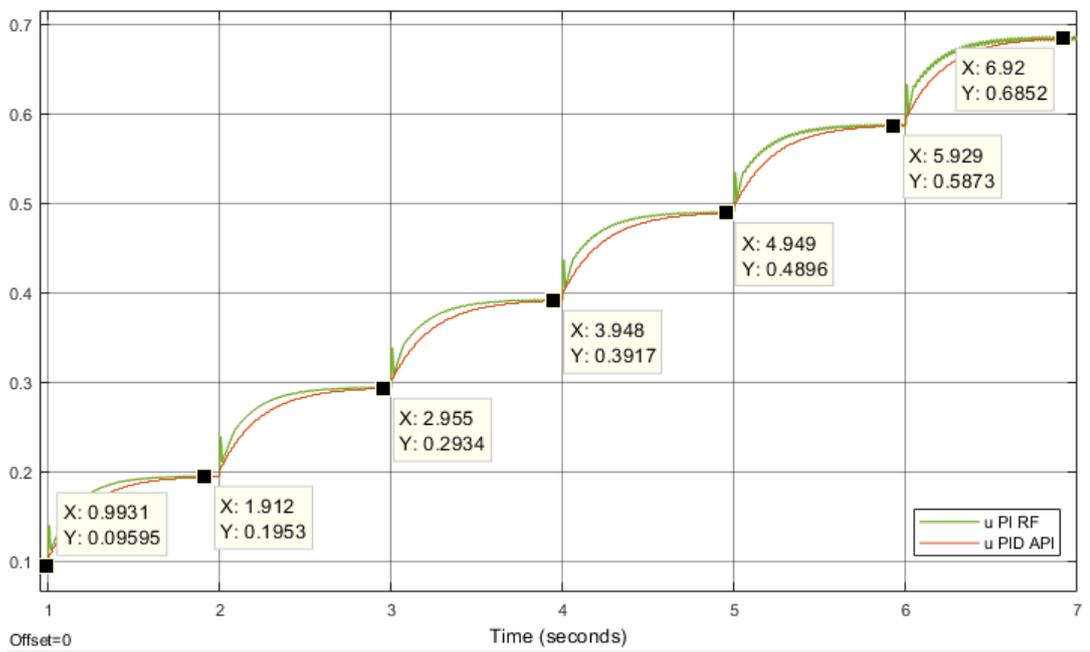
Figura 7.5 — Resposta a excitação ao degrau em escada crescente em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

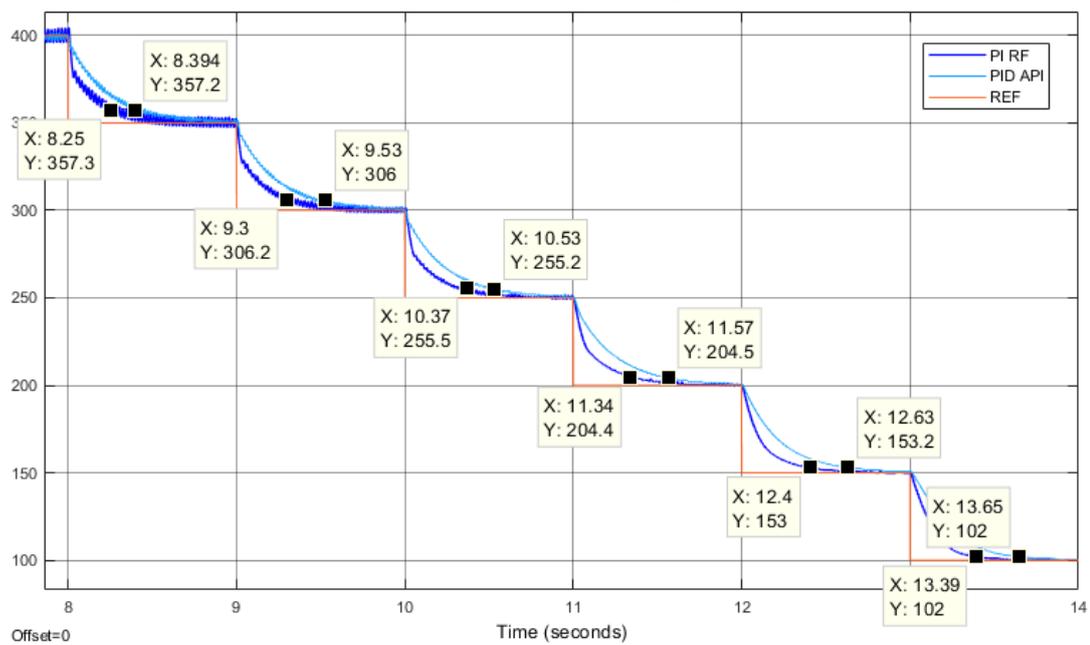
Através dos resultados no teste à excitação degrau em escada crescente, os controladores alcançam o desempenho desejado com erro de regime nulo, se consideramos o valor médio de saída, ausência de sobressinal e tempos de acomodação variando de 0,53 segundos, para o ponto de 100V, à 0,30 segundos, para o ponto de 350V, no caso do desempenho do controlador PI robusto implementado através das margens de ganho extremas. No caso do controlador PID via alocação de polos intervalar, os tempos de acomodação variam de 0,72 segundos, para o ponto de 100V, à 0,48 segundos, para o ponto de 350V.

Figura 7.6 — Sinal de controle a excitação ao degrau em escada crescente em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

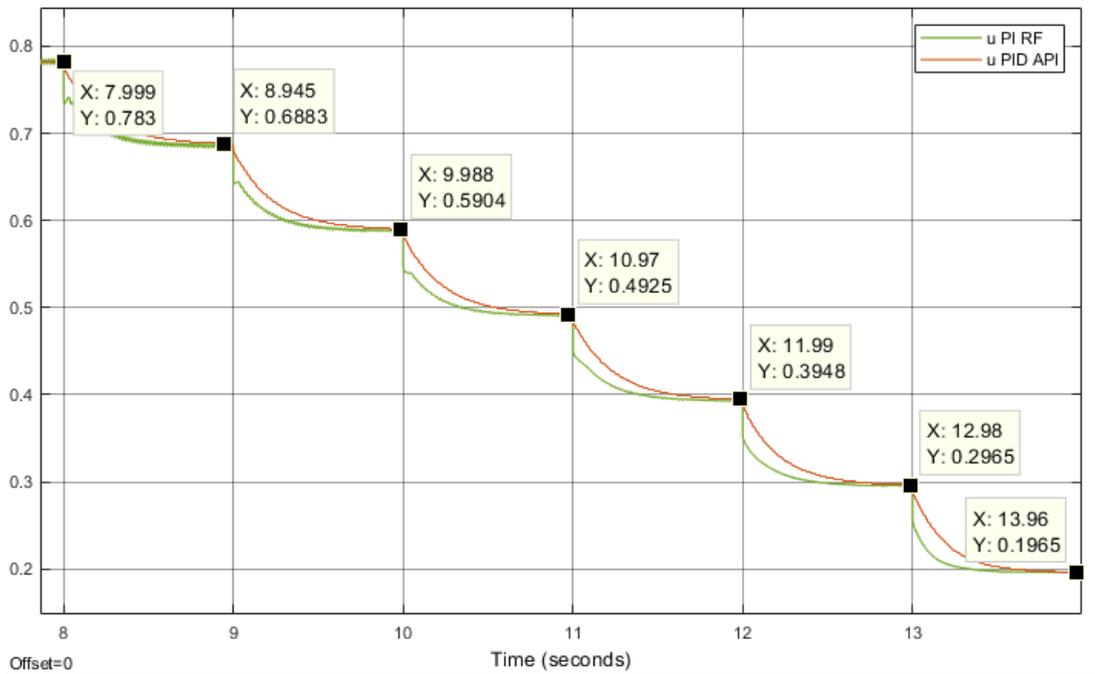
Figura 7.7 — Resposta a excitação ao degrau em escada decrescente em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

Por meio dos resultados no teste à excitação degrau em escada decrescente, os controladores alcançam o desempenho desejado erro de regime nulo para o valor médio de saída, ausência de sobressinal e tempos de acomodação variando de 0,39 segundos, para o ponto de 100V, à 0,25 segundos, para o ponto de 350V, no caso do desempenho do controlador PI robusto implementado através das margens de ganho extremas. No caso do controlador PID via alocação de polos intervalar, tempos de acomodação variando de 0,65 segundos, para o ponto de 100V, à 0,39 segundos, para o ponto de 350V.

Figura 7.8 — Sinal de controle a excitação ao degrau em escada decrescente em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

Portanto, no ambiente de simulação computacional não linear, o controlador PI robusto apresentou, no geral, resposta mais rápida que o controlador PID tanto para os testes em escada crescente, como para decrescente. Já em se tratando do sinal de controle, o controlador PI realiza um esforço de controle maior que o controlador PID no teste em escada crescente, o que ocorre de forma contrária no teste em escada decrescente.

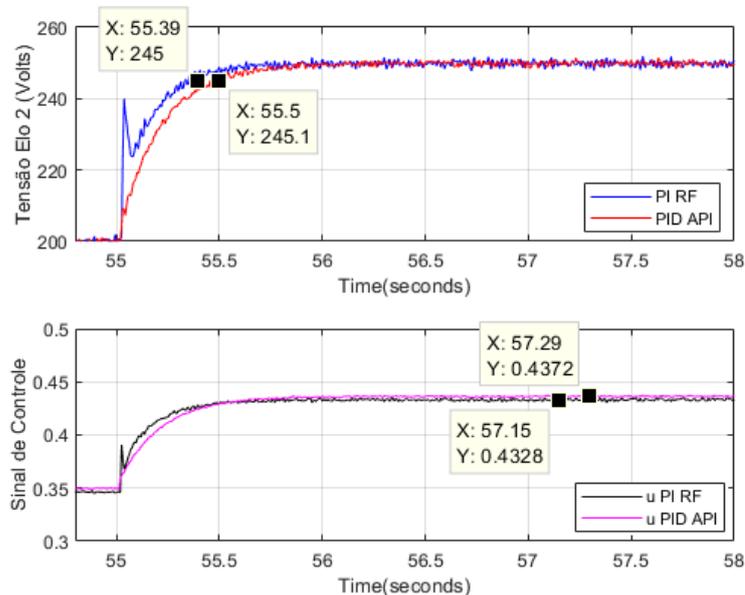
7.3. Teste em ambiente de simulação experimental

7.3.1. Resposta à Excitação Degrau

Neste tipo de teste é verificada a capacidade dos controladores de regular a tensão no Elo CC, barramento principal de tensão do Sistema Multiconversor, a partir de uma excitação degrau positiva de 50V na referência. Desta forma, a Figura (7.9) apresenta as respectivas respostas de saída, em ambiente de simulação experimental, sendo que a resposta da regulação de tensão obtida pelo controlador PI robusto sintonizado por meio das margens de ganho extremas é apresentada como “**PI RF**” e seu sinal de controle é denominada como “**u PI RF**”. Da mesma forma, a resposta da regulação de tensão e o sinal de controle do controlador PID, sintonizado por alocação de polos intervalar, são denotados respectivamente como “**PID API**” e “**u PID API**”.

Os controladores regulam o Elo CC de acordo com as especificações desejadas resultando em baixo erro de regime, sobressinal nulo e tempo de assentamento de 0,39 e de 0,50 segundos para os controladores PI robusto e PID por alocação de polos intervalar respectivamente, sendo o primeiro mais veloz. Comportamento semelhante ao encontrado em ambiente de simulação computacional não linear.

Figura 7.9 — Resposta ao degrau de 50V e sinal de controle em ambiente experimental dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.

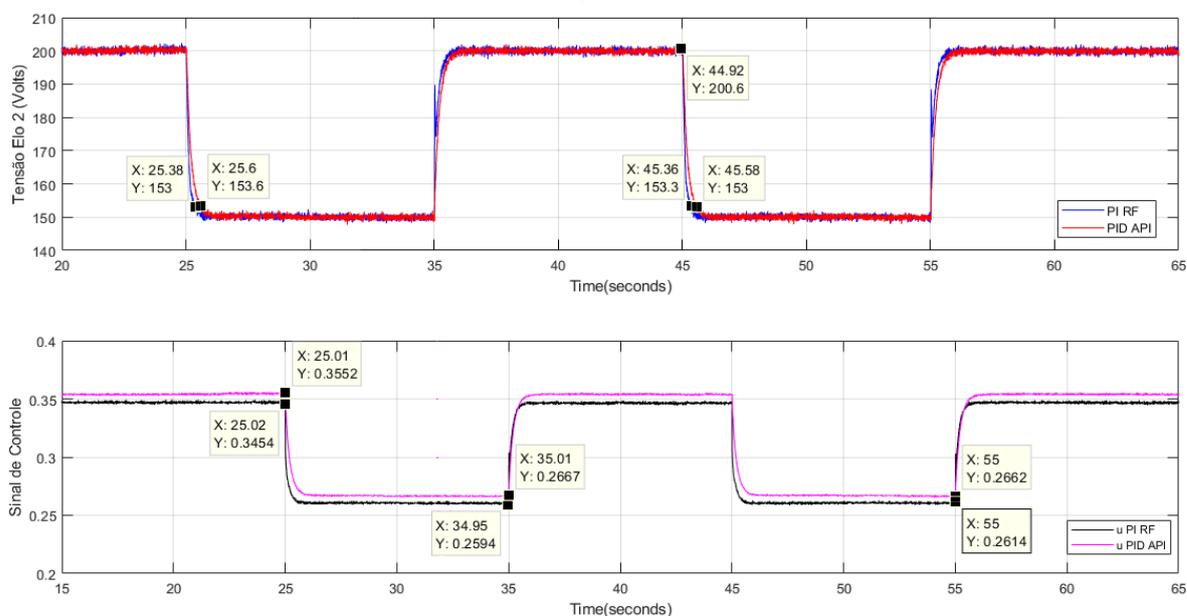


Fonte: Elaborado pelo Autor.

Além disso, percebe-se pela resposta do sinal de controle que os mesmos não realizam esforço suficiente para entrar em saturação e nem possui uma grande quantidade de ruído, o que por sua vez representaria um pequeno esforço de controle. Nesse quesito, o controlador PI robusto inicialmente realiza um esforço de controle ligeiramente maior que o PID por alocação de polos intervalar, mas em regime mantém-se ligeiramente menor.

7.3.2. Resposta à variação Excitação Degrau

Figura 7.10 — Resposta a variação da excitação ao degrau e sinal de controle em ambiente de simulação experimental dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

A Figura (7.10) compõe a resposta à variação da excitação degrau com um degrau de referência negativo de 50V, a partir de um valor de regime de 200V, seguido de um degrau de referência positivo de 50V e assim sucessivamente. A informação no gráfico denotada como “PI RF” corresponde à curva de tensão da resposta do sistema regulado pelo PI Robusto sintonizado por resposta em frequência, enquanto que a “PID API”, corresponde à curva de resposta do sistema regulado pelo controlador PID digital sintonizado por alocação de polos intervalar. Da mesma forma, os resultados dos respectivos sinais de controle para cada controlador são denotados como “u PI RF” e “u PID API”.

Percebe-se pelo resultado que ambos os controladores apresentam um desempenho de acordo com as especificações desejadas em projeto, como baixo erro de regime e ausência de sobressinal, com tempos de assentamento de 0,38 segundos e 0,6 segundos nos degraus negativos, para os controladores PI robusto e PID por alocação de polos intervalar respectivamente, sendo o primeiro mais veloz.

Em relação ao sinal de controle, o controlador PI realiza um esforço de controle menor que o controlador PID, tanto no degrau positivo quanto no degrau negativo, o que se diferencia da simulação computacional, onde havia uma leve alternância.

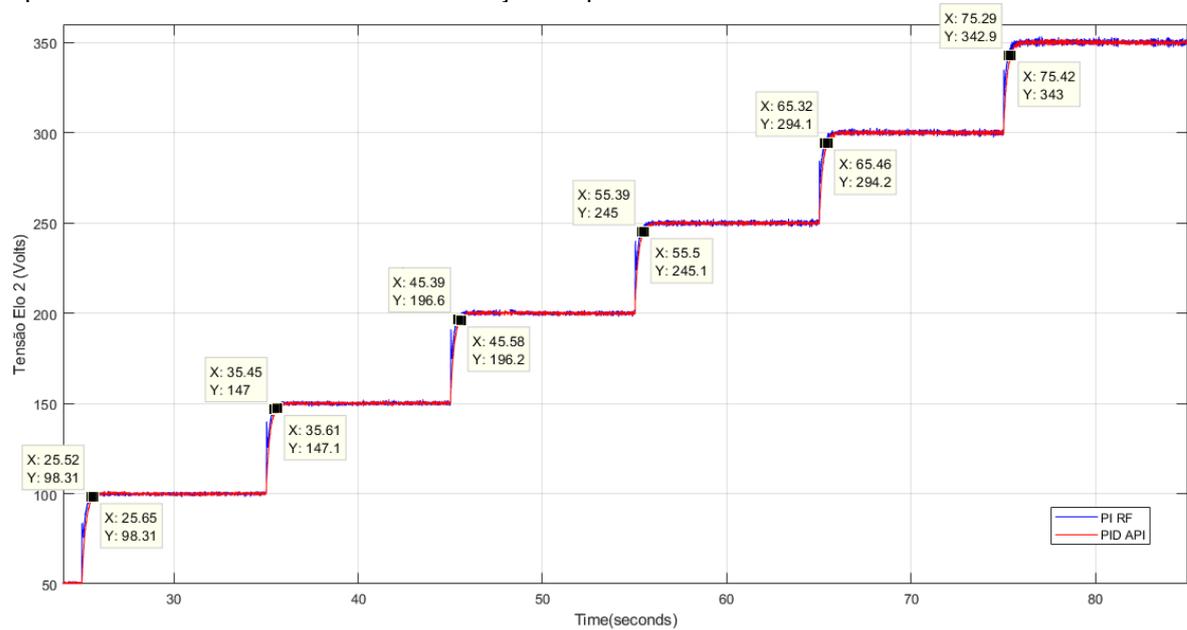
7.3.3. Resposta Degrau em Escada Crescente e Decrescente

O teste escada degrau crescente consiste em estabilizar a tensão inicial em 50V de regime para, posteriormente, somar degraus positivos de 50V consecutivamente na referencia inicial até o Elo CC alcançar o patamar de 350V. De forma semelhante, é realizado o teste de escada degrau decrescente somando-se degraus negativos de 50V na tensão inicial de regime de 400V até a tensão do Elo CC decair novamente para o ponto de operação de 100V.

A Figura (7.11) mostra as respostas à excitação degrau em escada crescente para os dois controladores empregados, o controlador PI robusto projetado através de resposta em frequência e o controlador PID implementado por meio da alocação de polos intervalar. A Figura (7.12) apresenta os sinais de controle para o mesmo ensaio. Já a Figura (7.13) apresenta as respostas à excitação degrau em escada decrescente para os dois controladores empregados e Figura (7.14) mostra os respectivos sinais de controle.

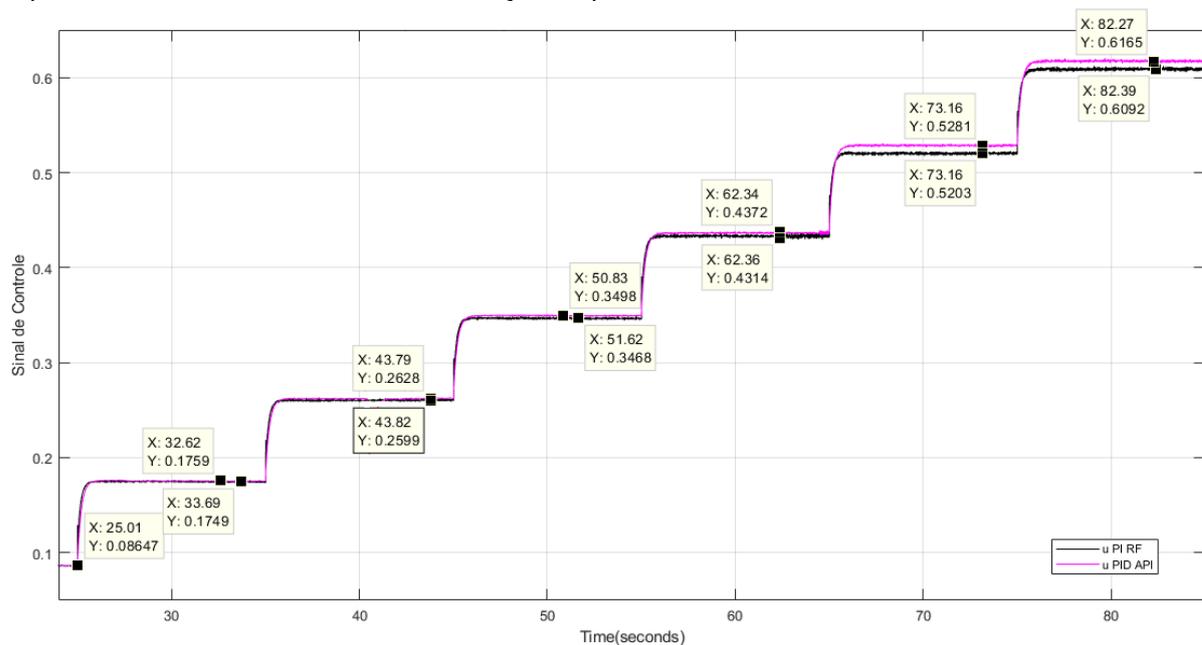
Através dos resultados no teste à excitação degrau em escada crescente, os controladores alcançam o desempenho desejado com erro de regime nulo, se consideramos o valor médio de saída, ausência de sobressinal e tempos de acomodação variando de 0,52 segundos, para o ponto de 100V, à 0,29 segundos, para o ponto de 350V, no caso do desempenho do controlador PI robusto implementado através das margens de ganho extremas. No caso do controlador PID via alocação de polos intervalar, os tempos de acomodação variam de 0,65 segundos, para o ponto de 100V, à 0,42 segundos, para o ponto de 350V.

Figura 7.11 — Resposta a excitação ao degrau em escada crescente em ambiente de simulação experimental dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

Figura 7.12 — Sinal de controle a excitação ao degrau em escada crescente em ambiente de simulação experimental dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.

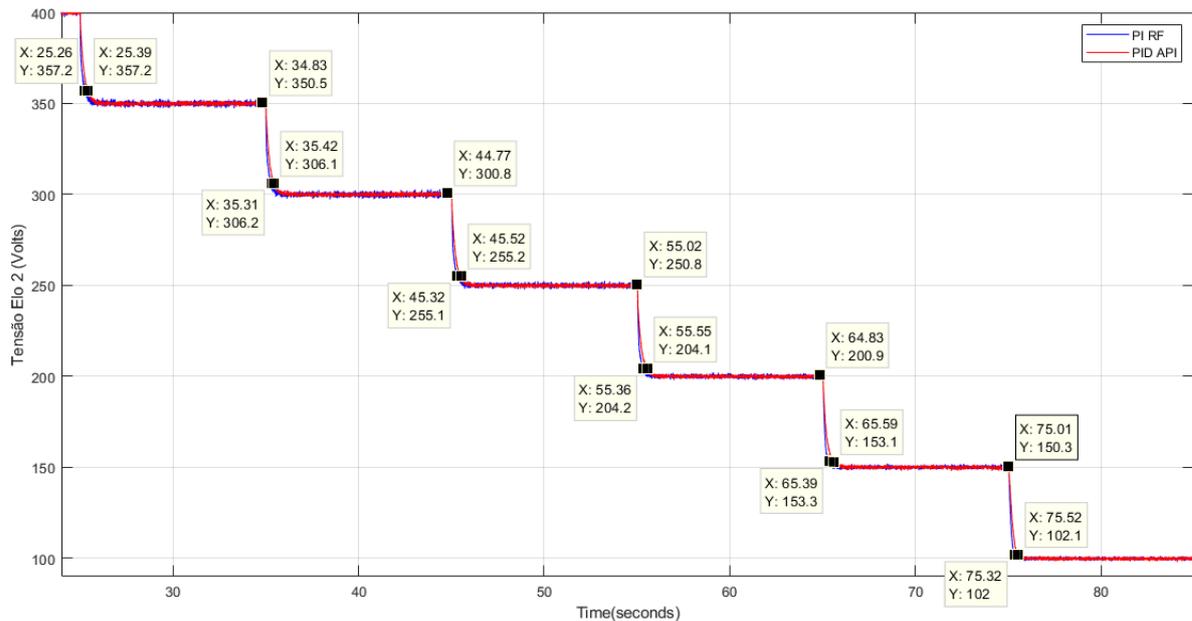


Fonte: Elaborado pelo Autor.

Por meio dos resultados no teste à excitação degrau em escada decrescente, os controladores alcançam o desempenho desejado erro de regime nulo para o valor médio de saída, ausência de sobressinal e tempos de acomodação variando de 0,32

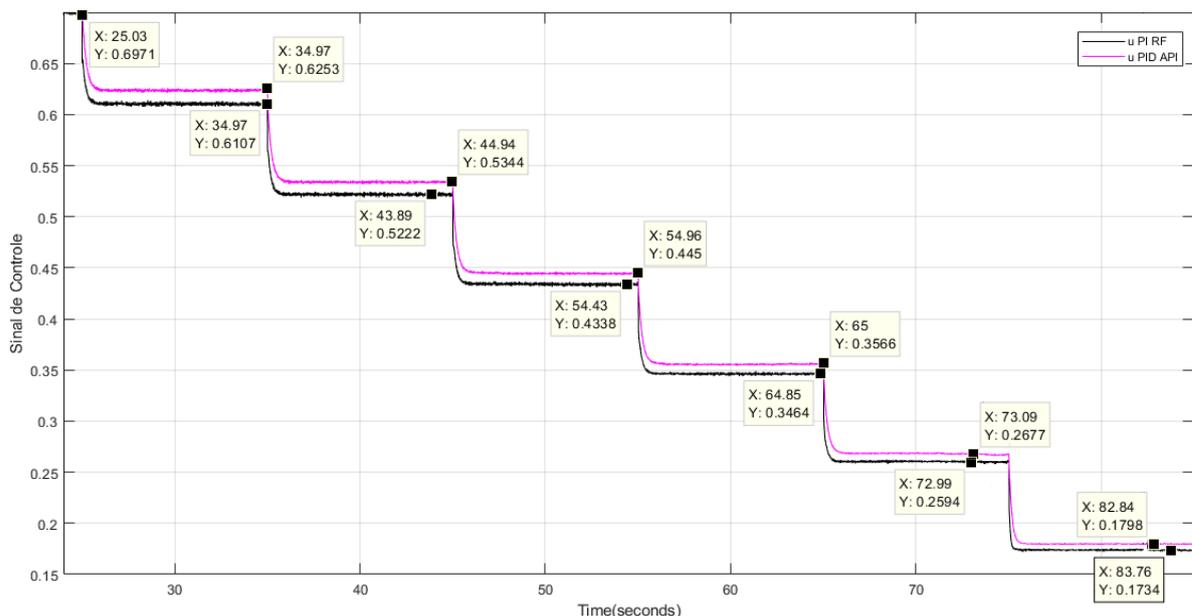
segundos, para o ponto de 100V, à 0,26 segundos, para o ponto de 350V, no caso do desempenho do controlador PI robusto implementado através das margens de ganho extremas. No caso do controlador PID via alocação de polos intervalar, tempos de acomodação variando de 0,52 segundos, para o ponto de 100V, à 0,39 segundos, para o ponto de 350V.

Figura 7.13 — Resposta a excitação ao degrau em escada decrescente em ambiente de simulação experimental dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

Figura 7.14 — Sinal de controle a excitação ao degrau em escada decrescente em ambiente de simulação experimental dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Autor.

Portanto, no ambiente de simulação experimental, o controlador PI robusto apresentou, no geral, resposta mais rápida que o controlador PID tanto para os testes em escada crescente, como para decrescente. Já em se tratando do sinal de controle, o controlador PI realiza um esforço de controle menor que o controlador PID no teste em escada crescente e no teste em escada decrescente, o que ocorre de forma diferente do comportamento visto na simulação computacional.

7.4. Análise quantitativa de desempenho por índices integrais

7.4.1. Índices Integrais Utilizados

Até o momento, foi realizada uma avaliação qualitativa dos controladores desenvolvidos, através do levantamento e comparação das curvas de cada um dos controladores. De forma complementar, os testes também podem ser validados utilizando-se uma análise quantitativa através de índices de desempenho, matematicamente convenientes para fins analíticos e computacionais.

Índice de desempenho é uma medida quantitativa do desempenho de um sistema feita com base nas especificações de sistemas para o projeto ótimo de sistemas. Deste modo, um sistema de controle é dito ótimo quando seus parâmetros são ajustados de modo que o índice alcance um valor extremo, geralmente um valor mínimo sempre positivo ou nulo. Sendo assim, o melhor sistema é definido como o sistema que minimiza este índice (Dorf & Bishop, 2001).

A integral do erro quadrático, ISE (*Integral of the square of the Error*), é um índice de desempenho definido como na Equação (7.1), onde $r(t)$ é o valor de referência e $y(t)$ é o valor de saída, que nesse caso pode ser considerado o valor de tensão regulado do Elo CC secundário por um determinado controlador. O limite superior T é um tempo finito escolhido arbitrariamente de modo que a integral atinja um valor estacionário. Esse critério proporciona ponderações grandes para erros elevados e pequenas ponderações para pequenos erros, discriminando sistemas excessivamente superamortecidos de sistemas excessivamente subamortecidos. Ou seja, o valor mínimo ocorre para um valor de compromisso com o amortecimento e o erro de regime. Para o caso de sistemas digitais a integral do erro quadrático (ISE) é definida como na Equação (7.2).

A integral do sinal de controle quadrático, ISCS (*Integral of the square of the Control System*), é um índice de desempenho definido como na equação (7.3), que representa o conteúdo energético do sinal de controle, onde $u(t)$ corresponde ao sinal de controle de determinado controlador. Quanto maior o valor do índice, maior será o esforço de controle, e quanto menor o valor, menor o esforço de controle. Para o caso de sistemas digitais a integral do sinal de controle quadrático (ISCS) é definida como na Equação (7.4).

$$ISE = \int_0^T e^2(t) dt = \int_0^T (r(t) - y(t))^2 dt \quad (7.1)$$

$$ISE = T \cdot \sum_0^{N-1} [r[k] - y[k]]^2 \quad (7.2)$$

$$ISCS = \int_0^T u^2(t) dt \quad (7.3)$$

$$ISCS = T \cdot \sum_0^{N-1} [u[k]]^2 \quad (7.4)$$

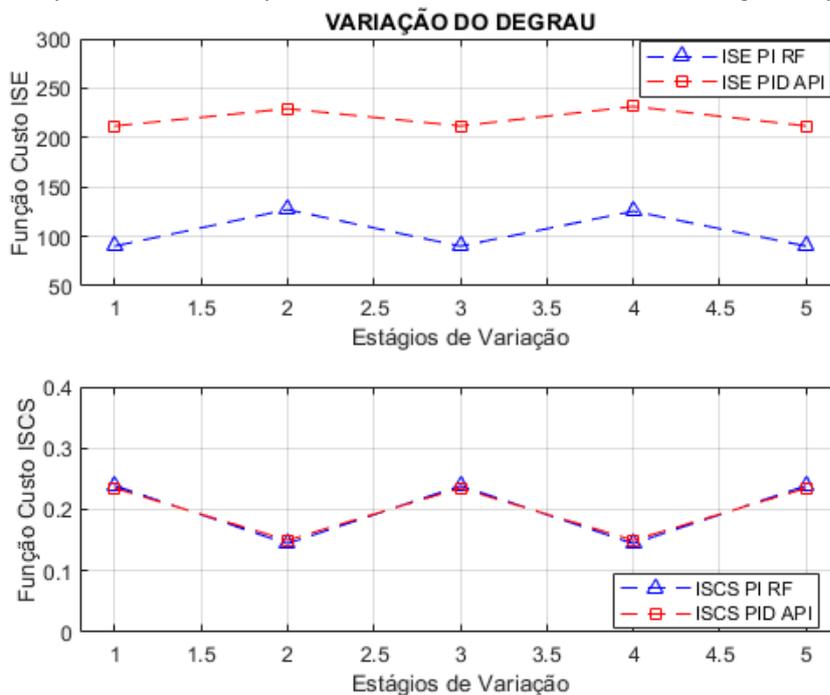
Os índices de desempenho calculados nos dois sistemas de controle desenvolvidos neste trabalho, PI robusto, projetado pelo método de resposta em frequência utilizando-se as margens de ganho extremas, e o PID, sintonizado pelo método de alocação de polos intervalar, são apresentados para cada ponto de operação, considerando os testes de variação do degrau e escada crescente e decrescente realizados.

7.4.2. Análise da variação da excitação degrau

A Figura (7.15) a seguir apresenta a comparação dos índices de desempenho referentes aos dois controladores utilizados, sendo o índice ISE referente ao erro entre a referência variação do degrau e o sinal de resposta do sistema com os respectivos

controladores e logo abaixo o índice ISCS referente ao sinal de controle necessário para realizar estas regulações. O eixo das abscissas denominado de “Estágios de Variação” pode ser entendido como: estágio 1 = 200V; estágio 2 = 150V; estágio 3 = 200V; estágio 4 = 150V; estágio 5 = 200V.

Figura 7.15 — Índices de desempenho ISE e ISCS para a resposta variação da excitação ao degrau em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

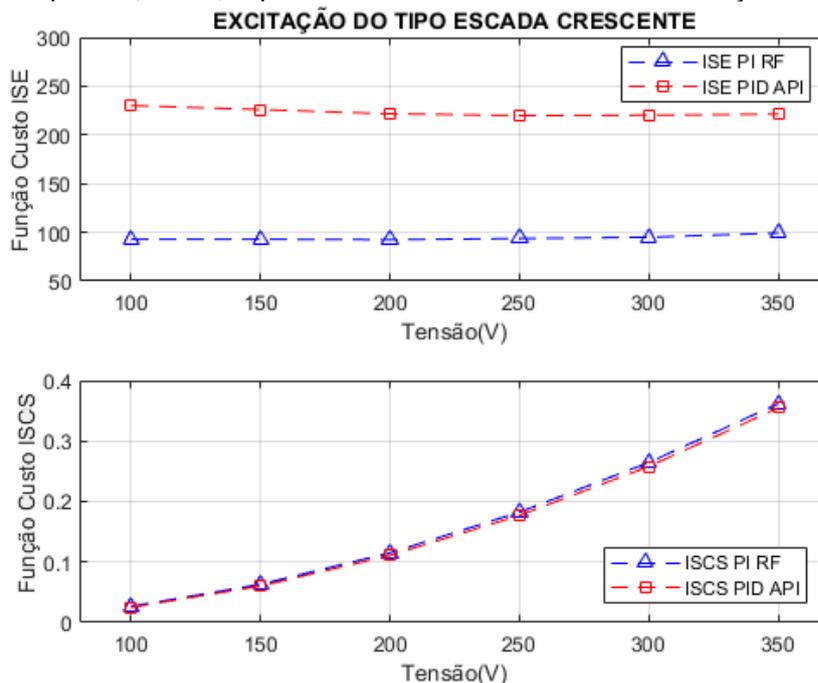
Na Figura (7.15), os índices de desempenho do controlador PI robusto sintonizado por resposta em frequência estão denotados como “ISE PI RF” e “ISCS PI RF”, e intuitivamente os índices do controlador PID sintonizado por alocação de polos intervalar está denotado como “ISE PID API” e “ISCS PID API”.

Depreende-se que em relação a função custo do erro, ISE, que o controlador PI robusto apresenta melhor desempenho, pois os seus índices são menores para todos os estágios de variação do degrau. Já em relação a integral do sinal de controle quadrático as diferenças de esforço de controle são sutis, sendo melhores para o controlador PI robusto nas descidas e melhores para o controlador PID nas subidas.

7.4.3. Análise da excitação em escada degrau crescente

A Figura (7.16) apresenta os índices de desempenho para o teste em escada positivo do ponto de operação 100V até 350V. Pode-se observar que a curva da integral do erro quadrático (ISE) para o controlador PI robusto é menor que a curva do mesmo para o controlador PID, mostrando diferença significativa de desempenho robusto. Em relação aos pontos de operação de tensão, o controlador PI robusto possui valores de ISE ligeiramente maiores a medida que a tensão aumenta, e o controlador PID possui valores de ISE ligeiramente menores a medida que a tensão aumenta.

Figura 7.16 — Índices de desempenho ISE e ISCS para a resposta do tipo degrau em escada crescente em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



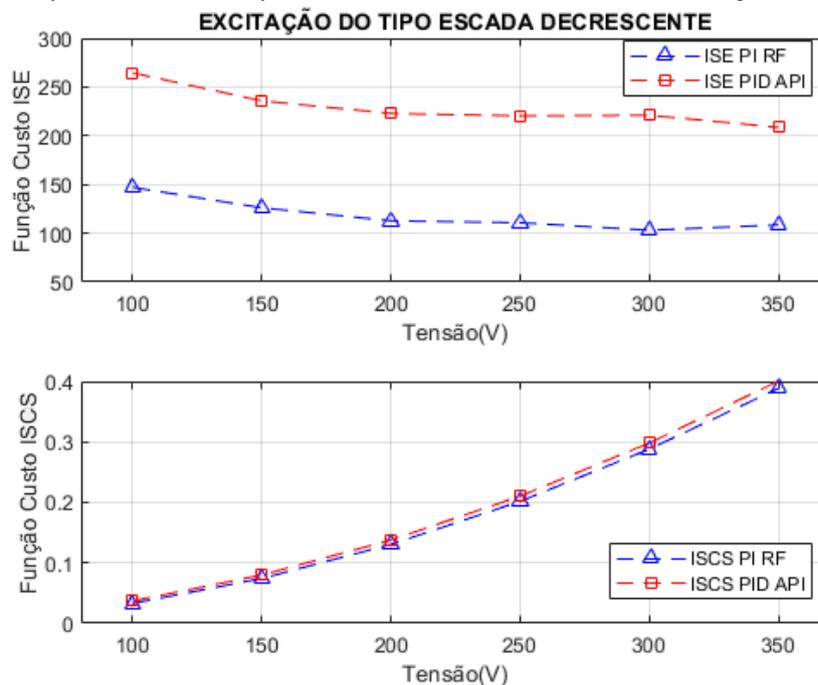
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Em relação a curva da integral do sinal de controle quadrático (ISCS), o controlador PI robusto apresenta um esforço de controle igual a ação do controlador PID até 200V, após a curva se torna ligeiramente maior, denotando um pouco mais de esforço de controle para o controlador PI robusto nas tensões de saída de 250V a 350V.

7.4.4. Análise da excitação em escada degrau decrescente

A Figura (7.17) apresenta os índices integrais referentes ao teste de excitação em escada decrescente para os dois controladores implementados. Nesse caso, a integral do erro quadrático (ISE) apresentou curvas com valores maiores daqueles obtidos para o teste em escada crescente, sendo que o controle PI robusto manteve menores valores do índice em relação ao controlador PID por alocação de polos intervalar. Para os dois controladores, as curvas ISE apresentam valores menores para a tensão de 350V, as quais vão aumentando até o ponto de operação de 100V, último degrau decrescente.

Figura 7.17 — Índices de desempenho ISE e ISCS para a resposta do tipo degrau em escada crescente em ambiente de simulação computacional não linear dos controladores PI robusto, sintonizado por meio de resposta em frequência, e PID, implementado através da técnica de alocação de polos intervalar.



Fonte: Elaborado pelo Autor.

As curvas do índice integral do sinal de controle quadrático (ISCS) para os dois controladores, no teste de excitação em escada decrescente, apresentaram a maior diferença entre valores em relação ao demais testes. E, nesse caso, o controlador PID demonstrou maior gasto energético na ação de controle, principalmente para valores de tensão acima de 250V. Portanto, o controlador PI robusto apresentou valores de índices de desempenho melhores tanto na avaliação ISE quanto na avaliação ISCS neste tipo de teste.

7.5. Conclusão

Estes testes são importantes para verificar a capacidade dos controladores manterem as mesmas especificações de desempenho para diferentes “*sets points*”, visto que cada um desses níveis de tensão da planta tem uma característica dinâmica diferente devido as variações paramétricas. Apesar disso, os controladores que foram projetados a partir de uma resposta ao degrau positivo mantiveram suas características de projeto tanto para variações positivas de referência, quanto para variações negativas, constatando-se ausência de sobressinal e erro de regime nulo, considerando o valor médio das respostas em regime permanente. O tempo de assentamento diminui à medida que a tensão aumenta para o teste em escada crescente e decrescente, este último apresenta até valores menores para cada tensão.

Apesar de pequenas diferenças nas curvas de índices de desempenho, no geral, o desempenho dos controladores se mantém à medida que o ponto de operação do sistema se desloca, de forma que a curva da integral do erro quadrático pode quase ser tomada como constante em alguns testes, o que mostra que os controladores desenvolvidos proporcionam o desempenho e a estabilidade robusta ao sistema.

8. Conclusões Finais

8.1. Discussão geral

O conhecimento da estrutura e entendimento da operação do sistema multiconversor, dentro do contexto crescente de sua aplicabilidade em microrredes de tensão contínua, são valiosos, pois estes possuem uma série de desafios e questões as quais necessitam do emprego de técnicas de análise e de controle efetivo desses sistemas. A utilização de um sistema em ambiente de simulação computacional não linear, o qual tem todas as características de condicionamento e ponderações da malha direta de uma parte do sistema real, constitui uma ferramenta necessária tanto para utilização em testes quanto para a preservação do sistema físico durante estudos e implementação de novas análises e técnicas de controle.

Portanto, este trabalho deu enfoque na busca de um modelo para o sistema conversor que, diferentemente do modelo físico-matemático tradicionalmente utilizado, representasse de maneira fidedigna as curvas reais de resposta em malha aberta para cada ponto de operação. E, além disso, avaliar, de maneira experimental e com auxílio de simulação computacional, a variação paramétrica dos modelos obtidos de forma a compor um sistema intervalar, o qual representa o sistema de maneira global, como um conjunto de infinitas famílias de funções de transferências.

Por meio das técnicas de controle robusto paramétrico, foi possível representar o sistema intervalar obtido por um poliedro de trinta e dois lados no plano complexo, com auxílio dos polinômios de Kharitonov, denominado de conjunto extremal, o que permitiu detalhar as características no domínio da frequência, como o Diagrama de Nyquist do conjunto extremal e construir os envelopes de bode, juntamente com as definições de margens de ganho extremas, o que permitiu o desenvolvimento de um controlador no formato PI que garantisse o desempenho e a estabilidade robusta. De forma adicional, foi proposto um controlador PID sintonizado através do método de alocação de polos para o sistema intervalar. Ambos os controladores são implementados de forma digital.

Ambas as configurações de controle implementadas mostraram respostas satisfatórias à resposta ao degrau, à variação do degrau e em escada crescente e decrescente, tanto na forma de simulação computacional, como em testes

experimentais na bancada, seguidos as especificações de desempenho exigidas no projeto. Índices de desempenho também foram empregados como forma de avaliar quantitativamente os controladores.

O conjunto das conclusões a respeito das análises qualitativas e quantitativas sugere que o controlador PI robusto sintonizado pelo método de resposta em frequência, por meio das margens de ganho extremas, obteve um desempenho superior ao controlador PID, projetado por alocação de polos intervalar, apresentando características de robustez em suas margens de ganho e de fase, assim como, um ótimo desempenho para diferentes pontos de operação, tendo respostas de regulação de tensão do barramento CC mais rápidas. Apesar do controlador PID também apresentar desempenho robusto satisfatório para vários pontos de operação do sistema.

8.2. Continuidade e Aprimoramento

Com a finalidade de aprimoramento deste trabalho, pode-se apontar alguns aspectos que ficam como sugestões de trabalhos futuros, como:

- Projeto de uma estrutura que permita a realização de testes com variação de carga nos circuitos terminais de cada subsistema.
- Sugere-se a realização de testes experimentais com o conversor Buck Secundário como carga de potência constante (CPC);
- Realizar melhorias dos circuitos de interface e de gate driver, devido à presença de problemas relativos ao aquecimento excessivo de alguns componentes.
- Promover a integração do inversor trifásico, desde o desenvolvimento do sistema eletrônico para o acionamento do inversor, até a aplicação de técnicas de controle escalares e vetoriais.
- Desenvolver um sistema de armazenamento de energia em bancos de baterias e sua conexão à microrrede, por meio de conversores estáticos bidirecionais.
- Realizar a conexão do inversor à rede elétrica local, com aplicação de técnicas avançadas de sincronização à rede e controle de corrente.
- Realizar melhorias da interface homem-máquina.
- Continuar o desenvolvimento do sistema de simulação não linear para abranger mais partes do sistema multiconversor.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas. Técnicas Lineares e Não Lineares: Teoria e Aplicação.** 4ª ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2015.
- AHARON, I.; SHMILOVITZ, D.; KUPERMAN, A. **Robust Output Voltage Control of Multi-Mode Non-Inverting DC-DC Converter.** International Journal of Control, 2015. DOI: 10.1080/00207179.2015.1122839.
- ASHFAQ, AHMED. **Eletrônica de Potência.** Prentice Hall, 1999. São Paulo: Pearson Education Brasil, 2000.
- ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-controlled systems: theory and design.** 3rd. ed. Mineola, NY, USA: Dover Publications, 2011.
- ASTROM, k. J., HAAGGLUND, T. **Advanced PID Control.** Reseach Truiangle Park: ISA - Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2006.
- AYRES JUNIOR, F. A. C.; BESSA, I; PEREIRA, V. M. B; DA SILVA FARIAS, N. J; DE MENEZES, A. R; DE MEDEIROS, R. L. P; DA COSTA JÚNIOR, C. T. (2020). **Fractional Order Pole Placement for a buck converter based on commensurable transfer function.** ISA transactions, 107, 370-384.
- BARBI, I. **Eletrônica de Potência: Projeto de Fontes Chaveadas.** 3ª ed. Florianópolis: Editora do Autor, 2001.
- BARBI, I. **Modelagem de conversores CC-CC empregando modelo médio em espaço de estados.** Florianópolis: [S. n.], 2015.206 p.:IL.
- BARTLETT, A. C.; HOLLOT, C. V.; LIN, H. Root Locations of an Entire Polytope of Polynomials: It Suffices to Check the Edges. **Mathematics of Control, Signals, and Systems**, v. 1, n. 1, p. 61–71, 1988. DOI:10.1007/BF02551236.
- BARMISH, B. R. **New Tools for Robustness of Linear Systems.** Macmillan Coll Div, 1993.
- BHATTACHARYYA, S. P.; CHAPPELLAT, H.; KEEL, L. H. **Robust Control: The Parametric Approach.** New Jersey: Prentice-Hall PTR, 1995.
- BHATTACHARYYA, S. P. KEEL, L. H. **Robust Stability and Performance with fixed-order controllers,** Automatica, vol. 35, Issue 10, pp. 1717 - 1724, 1999. DOI: 10.1016/s0005-1098(99)00080-1.
- BHATTACHARYYA, S. P., DATTA, A., KEEL, L. H. **Linear control theory: Robustness, and optimization.** CRC press store , 1º edição, (2009).
- COELHO, A. A. R; COELHO, D. C. **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares.** 2ª ed. Florianópolis: EDUFSC, 2016.

COELHO, A. A. R.; JERONYMO, L. S.; ARAÚJO, R. B. **Sistemas Dinâmicos: Controle Clássico e Preditivo Discreto**. 1ª ed. Florianópolis: EDUFSC, 2019.

COSTA, C. A. UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Instituto de Tecnologia. **Projeto e Avaliação Experimental de uma Estratégia baseada em Análise Intervalar aplicada ao Projeto de Estabilizador de Sistemas de Potência Robusto Implementado em um Sistema de Geração de 10 kVA**. 75 p. il. Dissertação de Mestrado. Belém, 2013.

COSTA JR., F. J. **Desenvolvimento de um Sistema Multiconversor para a realização de Estudos Experimentais em Microrredes de corrente Contínua**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 2015.

CHEN, J.; HWANG, Y.; LIOU, J.; KU, Y.; YU, C. **A New Buck Converter with Optimum-Damping and DynamicSlope Compensation Techniques**. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016. DOI: 10.1109/TIE.2016.2626361.

DE BESSA, I. V.; DE MEDEIROS, R. L. P.; BESSA, I.; AYRES JUNIOR, F. A. C.; DE MENEZES, A. R.; TORRES, G. M.; CHARLES FILHO, J. E. **Comparative Study of Control Strategies for Stabilization and Performance Improvement of DC Microgrids with a CPL Connected**. Energies, v. 13, n. 10, p. 2663, 2020. DOI: 10.3390/en13102663.

HART, Daniel. W. **Eletrônica de Potência: Análise e Projeto de Circuitos**. New York: McGraw-Hill, 2011. Porto Alegre: AMGH, 2012.

HOROWITZ, P.; HILL, W. **The Art of Electronics**. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 1989.

FLANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. *Sistemas de Controle para Engenharia*. 6ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

MEDEIROS, R. L. P.; GÓES, D. B. R.; AYRES JR, F. A. C.; BARRA JR., W.; DAS NEVES, C. C.; ROCHA, E. M. **Avaliação Experimental de Projeto de controlador Robusto Via Análise Intervalar Aplicado a um Conversor de Potência CC-CC Buck**. Eletrônica de Potência, Joinville, v. 23, n. 3, p. 360-370, jul./set. 2018. ISSN 1414 - 8862.

HANG, C. C.; CHIN, D. **Reduced Order process Modeling in Self-Tuning Control**. *Automatica*, 1991. v. 27, p. 529-534.

KAZIMIERCZUK, M. K. **Pulse-width modulated DC-DC power converters**. Wiley, Dayton. Ohio, EUA, 2008.

KEEL, L.H. AND BHATTACHARYYA. S.P. **Robust stability and performance with fixed-order controllers**. *Automatica*, Elsevier, (1999). DOI: 10.1016/s0005-1098(99)00080-1.

LEÃO, M. P. V. **Estratégias de Controle Digital dos Tipos Posicionamento de Polos e IMC Aplicadas ao Problema de Regulação de Tensão em Conversor Buck de 5KW**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 2021.

LEÃO, M. P. V. **Investigação Experimental de uma Técnica de Controle Digital de Estrutura RST Aplicada em um Conversor de Potência CC-CC de Topologia Buck**. Trabalho de Conclusão de Curso. Belém: UFPA, 2018.

LJUNG, L.; GLAD T. **Modeling of Dynamic Systems**. Upper Sanddler River, New Jersey: Prentice-Hall, 1994.

LJUNG, L. **System Identification: Theory for The User**. Upper Sanddler River, New Jersey: Prentice-Hall, 1999.

LORDELO, A. D. S. **Análise e projeto de controladores robustos por alocação de pólos via análise intervalar**. 94 p. il. Campinas: Tese de Doutorado/UNICAMP, 2004.

LORDELO, A. D. S. FERREIRA, P. A. V. **Análise intervalar e projeto de controladores robustos via programação alvo**, SBA Controle & Automação, vol. 16, nº 2, 2005. ISSN: 0103-1759.

MARCILLO, K. E. L. **Performance evaluation of robust parametric control strategies applied on suppression of oscillations effects due to constant power loads in multi-converter Buck-Buck systems**. Orientador: Dr. Walter Barra Jr. 2018. 84f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia) – Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

MARCILLO, K. E. L. et al. **Novel robust methodology for controller design aiming to ensure DC microgrid stability under CPL power variation**. IEEE Access, v. 7, p. 64206-64222, 2019. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2915027.

MAYA, P., LEONARDI, F. **Controle Essencial**. 2ª ed. São Paulo: Editora Pearson Education Brasil, 2014.

MEDEIROS, R. P. L.; BARRA, W.; BESSA, I. V.; CHAVES FILHO, J. E.; AYRES, F. A. C. AND NEVES, C. C., **“Robust decentralized controller for minimizing coupling effect in single inductor multiple output DC-DC converter operating in continuous conduction mode”** in *ISA Transactions*, vol. 73, pp. 112-129, 2018a. DOI: 10.1016/j.isatra.2018.01.006.

MEDEIROS, R. P. L. **Investigação de estratégias de controle robusto Multivariável descentralizado aplicadas à melhoria do Desempenho de um conversor de potência CC/CC do tipo Buck com estrutura single inductor multiple output**. Orientador: Dr. Walter Barra Jr. 2018. 117f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia) – Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018b.

MINNICHELLI, R. J.; ANAGNOST, J. J. e DESOER, C. A. **An Elementary Proof of Kharitonov's Stability Theorem with Extensions**. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 34, Issue 9, Setembro, (1989). DOI: 10.1109/9.35816.

MOHAM, Ned. **Power Electronics: a First Course**. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2012.

NELLES, O. **Nonlinear System Identification**. Berlin: Springer, 2001.

OGATA, K. W. **Engenharia de Controle Moderno**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Editora Pearson Education Brasil, 2011.

OLIVEIRA, V.; AGUIAR, M.; VARGAS, j. *Engenharia de Controle: Fundamentos e aulas de laboratório*. 1ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2016.

PAPADIMITRIOU, C. N; ZOUNTOURIDOU E. I; HATZIARGYRIOU, N. D. **Review of Hierarchical Control in DC microgrids**. Electric Power Systems Research, v.122, p. 159-167, janeiro, 2015. DOI: 10.1016/j.epsr.2015.01.006.

RASHID, M. H. **Power Electronics Handbook**. 3ª ed. San Diego: Academic Press, 2001.

ROCHA, E. M., BARRA, W., LUCAS, K. E., MEDEIROS, R. L., & VACA-BENAVIDES, D. A. **Design and Experimental Assessment of a Robust Voltage Control for DC-DC Converters Considering Components Parametric Uncertainties**. IEEE Access, 8, 109217-109231, 2020. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.2997014.

SILVA-ORTIGOZA, R.; HERNÁNDEZ-GUZMÁN, V. M.; ANTONIOCRUZ, M.; MUÑOZ-CARRILLO, D. **DC-DC Buck Power Converter as a Smooth Starter for a DC Motor based on a Hierarchical Control**. IEEE Transactions on Power Electronics, 2013. DOI: 10.1109/TPEL.2014.2311821.

YEUNG, K. e WANG, S. **A Simple Proof of Kharitonov's Theorem**. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 32, Issue 9, Setembro, (1987). DOI: 10.1109/TAC.1987.1104714.

ZHANG, C. et al. **Robust control for PWM-based DC–DC buck power converters with uncertainty via sampled-data output feedback**. IEEE Transactions on Power Electronics, v. 30, n. 1, p. 504-515, 2014. DOI: 10.1109/TPEL.2014.2299759.

APÊNDICE A – IDENTIFICAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVOS (MQR)

```
%Minimos Quadrados Recursivo

%Tratamento das Medidas de Entrada e Saída para fins de Identificação.
%Dados gerados pelo Sistema de Simulação não Linear.
%Degrau 50V
REF50=REF(1:800);
saida50=SaidaDigital(1:800);

%Degrau 100V
REF100=REF(800:2400);
saida100=SaidaDigital(800:2400);

%Degrau 150V
REF150=REF(2400:4000);
saida150=SaidaDigital(2400:4000);

%Degrau 200V
REF200=REF(4000:5600);
saida200=SaidaDigital(4000:5600);

%Degrau 250V
REF250=REF(5600:7200);
saida250=SaidaDigital(5600:7200);

%Degrau 300V
REF300=REF(7200:8800);
saida300=SaidaDigital(7200:8800);

%Degrau 350V
REF350=REF(8800:10400);
saida350=SaidaDigital(8800:10400);

%as linhas de códigos abaixo são executadas para cada ponto de operação

%Ponto de operação 100V
u11=REF100(:,1)-50;
y11=saida100(:,1)-51.102593406672796;

theta_hat= zeros(4,1); % valor inicial do vetor de parâmetros.
P=1000*eye(4,4); % valor inicial da matriz de covariância.
nit=size(u11,1); % numero de amostras
% entrada-> vetor "u" do SBPA
% saída-> vetor "y" obtido com SBPA
Yhat=zeros(size(y11)); % vetor de saídas estimadas
PHI=zeros(4,1); % vetor de dados
THETA=zeros(size(u11,1),4); %vetor de parâmetros estimados
ek=0; % erro de previsão
yhat=0; % saída estimada atual
K=zeros(4,1); % ganho do estimador
TRACOP=zeros(size(u11,1),1);

for t=3:nit,
    % (1) : "mede" os valores de entrada e saída da planta;
```

```

% feito através do SBPA
% (2) : Forma o vetor de dados PHI;
PHI = [-y11(t-1) -y11(t-2) u11(t-1) u11(t-2)]';
% (3) : Calcula a saída estimada pelo modelo no instante k, yhat;

yhat= PHI' * theta_hat;

%guarda as saídas obtidas no vetor Yhat
Yhat(t)=yhat;

% (4) : Calcula o valor do erro de estimação no instante k;

ek=y11(t)-yhat;

% (5) : Calcula o vetor de ganho do estimador:

denominador= 1 + PHI' * P * PHI;
K=(1/denominador)*P*PHI;

% passo 6: atualiza estimativa do vetor de parâmetros theta_hat;

theta_hat= theta_hat + K*ek;

THETA11(t)=theta_hat(1); %armazena trajetória de a1_hat.
THETA21(t)=theta_hat(2); %armazena trajetória de a2_hat.
THETA31(t)=theta_hat(3); %armazena trajetória de b0_hat.
THETA41(t)=theta_hat(4); %armazena trajetória de b1_hat.

% passo 7: atualiza a matriz de covariância;

P= P - K*(P*PHI)';
TRACOP(t)= trace(P);

end; %final do laço for principal.
k=1:1:nit;
figure,
subplot(3,1,1)
plot(k,y11,'b--',k,Yhat,'r-.')
xlabel('Saída real (azul) e estimada (vermelho)');
axis([k(1) k(end) -2 100]);
title('Ponto de Operação 100V')
grid
subplot(3,1,2)
plot(k,y11-Yhat) %diferença entre as saídas real e estimada
xlabel('Erro de identificação');
axis([k(1) k(end) -6 10]);
grid
subplot(3,1,3)
plot(k,THETA11,'k',k,THETA21,'b',k,THETA31,'r',k,THETA41,'g') %parâmetros
estimados
xlabel('Vetor de parâmetros estimados THETA');
legend('a1','a2','b0','b1');
axis([k(1) k(end) -3 2]);
grid

%Parâmetros EStimados
% THETA11(nit)
% THETA21(nit)

```

```
% THETA31(nit)
% THETA41(nit)
numMQR1=[THETA31(nit) THETA41(nit)]
denMQR1=[1 THETA11(nit) THETA21(nit)]
Gd100V=tf(numMQR1,denMQR1,Ts)
Gs100V=d2c(Gd100V,'tustin')
Gs100V=d2c(Gd100V,'zoh')
```

APÊNDICE B – CONJUNTO EXTREMAL

```

%Conjunto Extremal
clear all; close all; clc;
%Parâmetros de Gs
= ([n3,N3]*s^3+[n2,N2]*s^2+[n1,N1]*s+[n0,N0])/([d3,D3]*s^3+[d2,D2]*s^2+[d1,D1]*s+[d0,D0])

%Parâmetros discretizados MQR ZOH
n0=1.047e04;N0=2.534e04; n1=-0.9152; N1=-1.633;%ver se muda %-0.6399;
d0=1.071e04;D0=2.649e04; d1=53.15;D1=61.48;d2=1;D2=1;

for w=150,
    s(w)=j*w;
%Polinômios de Kharitonov associados ao numerador N(s)
Kn1=n0+n1*s(w);%+N2*s(w)^2;%+N3*s(w)^3
Kn2=n0+N1*s(w);%+N2*s(w)^2;%+n3*s(w)^3
Kn3=N0+n1*s(w);%+n2*s(w)^2;%+N3*s(w)^3
Kn4=N0+N1*s(w);%+n2*s(w)^2;%+n3*s(w)^3
%Polinômios de Kharitonov associados ao denominador D(s)
Kd1=d0+d1*s(w)+D2*s(w)^2;%+D3*s(w)^3
Kd2=d0+D1*s(w)+D2*s(w)^2;%+d3*s(w)^3
Kd3=D0+d1*s(w)+d2*s(w)^2;%+D3*s(w)^3
Kd4=D0+D1*s(w)+d2*s(w)^2;%+d3*s(w)^3

%Vértices de Kharitonov
Ver1=Kn1/Kd1;Ver2=Kn2/Kd1;Ver3=Kn3/Kd1;Ver4=Kn4/Kd1;
Ver5=Kn1/Kd2;Ver6=Kn2/Kd2;Ver7=Kn3/Kd2;Ver8=Kn4/Kd2;
Ver9=Kn1/Kd3;Ver10=Kn2/Kd3;Ver11=Kn3/Kd3;Ver12=Kn4/Kd3;
Ver13=Kn1/Kd4;Ver14=Kn2/Kd4;Ver15=Kn3/Kd4;Ver16=Kn4/Kd4;
y=[0:0.1:1];
%Segmentos de Kharitonov associados ao numerador N(s)
for i=1:1:11,
    Kn12s(i)=y(i)*Kn1 + (1-y(i))*Kn2;
    Kn13s(i)=y(i)*Kn1 + (1-y(i))*Kn3;
    Kn24s(i)=y(i)*Kn2 + (1-y(i))*Kn4;
    Kn34s(i)=y(i)*Kn3 + (1-y(i))*Kn4;
end

Seg12n=Kn12s;
Seg13n=Kn13s;
Seg24n=Kn24s;
Seg34n=Kn34s;

%Segmentos de Kharitonov associados ao Denominador D(s)
for i=1:1:11,
    Kd12s(i)=y(i)*Kd1 + (1-y(i))*Kd2;
    Kd13s(i)=y(i)*Kd1 + (1-y(i))*Kd3;
    Kd24s(i)=y(i)*Kd2 + (1-y(i))*Kd4;
    Kd34s(i)=y(i)*Kd3 + (1-y(i))*Kd4;
end

Seg12d=Kd12s;
Seg13d=Kd13s;
Seg24d=Kd24s;
Seg34d=Kd34s;

%Arestas Retas do Conjunto Extremal

```

```
G1=(Seg12n)/Kd1;G2=(Seg13n)/Kd1;G3=(Seg24n)/Kd1;G4=(Seg34n)/Kd1;
G5=(Seg12n)/Kd2;G6=(Seg13n)/Kd2;G7=(Seg24n)/Kd2;G8=(Seg34n)/Kd2;
G9=(Seg12n)/Kd3;G10=(Seg13n)/Kd3;G11=(Seg24n)/Kd3;G12=(Seg34n)/Kd3;
G13=(Seg12n)/Kd4;G14=(Seg13n)/Kd4;G15=(Seg24n)/Kd4;G16=(Seg34n)/Kd4;
```

```
%Arestas Curvas do Conjunto Extremal
```

```
for i=1:1:11,
    G17(i)=Kn1/Seg12d(i);
    G18(i)=Kn2/Seg12d(i);
    G19(i)=Kn3/Seg12d(i);
    G20(i)=Kn4/Seg12d(i);
    G21(i)=Kn1/Seg13d(i);
    G22(i)=Kn2/Seg13d(i);
    G23(i)=Kn3/Seg13d(i);
    G24(i)=Kn4/Seg13d(i);
    G25(i)=Kn1/Seg24d(i);
    G26(i)=Kn2/Seg24d(i);
    G27(i)=Kn3/Seg24d(i);
    G28(i)=Kn4/Seg24d(i);
    G29(i)=Kn1/Seg34d(i);
    G30(i)=Kn2/Seg34d(i);
    G31(i)=Kn3/Seg34d(i);
    G32(i)=Kn4/Seg34d(i);
end
```

```
end
```

```
%Plotagem do conjunto Extremal
```

```
plot(Ver1,'ko')
hold on
plot(Ver2,'ro');plot(Ver3,'ko');plot(Ver4,'ro');plot(Ver5,'ko')
plot(Ver6,'ro');plot(Ver7,'ko');plot(Ver8,'ro');plot(Ver9,'ko')
plot(Ver10,'ro');plot(Ver11,'ko');plot(Ver12,'ro');plot(Ver13,'ko')
plot(Ver14,'ro');plot(Ver15,'ko');plot(Ver16,'ro')
hold on
for z=1:1:11,
    plot(G1,'b-')
    hold on
    plot(G2,'b-');plot(G3,'b-');plot(G4,'b-');plot(G5,'b-')
    plot(G6,'b-');plot(G7,'b-');plot(G8,'b-');plot(G9,'b-')
    plot(G10,'b-');plot(G11,'b-');plot(G12,'b-');plot(G13,'b-')
    plot(G14,'b-');plot(G15,'b-');plot(G16,'b-');plot(G17,'g-');
    plot(G18,'g-');plot(G19,'k-');plot(G20,'k-');plot(G21,'g-');
    plot(G22,'g-');plot(G23,'g-');plot(G24,'g-');plot(G25,'g-');
    plot(G26,'g-');plot(G27,'g-');plot(G28,'g-');plot(G29,'g-');
    plot(G30,'g-');plot(G31,'g-');plot(G32,'g-');
end
hold on
title('Conjunto Extremal s=jw; w=150 rad/s');
ylabel('Eixo Imaginario'); xlabel('Eixo Real');
end
grid
```

APÊNDICE C – PROJETO DE CONTROLE ROBUSTO ATRAVÉS DAS MARGENS DE FASE EXTREMAIS

```

%Controle Robusto Paramétrico
clear all; close all; clc;

%Parâmetros de Gs
=[(n3,N3)*s^3+(n2,N2)*s^2+(n1,N1)*s+(n0,N0)]/([d3,D3]*s^3+[d2,D2]*s^2+[d1,D1]*s+[d0,D0])
%Parâmetros de Gs =(b1*s+b0)/(a2*s^2+a1*s+a0)

%Parâmetros discretizados MQR ZOH
n0=1.047e04;N0=2.534e04; n1=-0.9152;N1=-1.633;%ver se muda
d0=1.071e04;D0=2.649e04; d1=53.15;D1=61.48;d2=1;D2=1;

%Intervalo de frequências
w1=0.1:0.1:1;
w2=1:1:10;
w3=10:10:100;
w4=100:10:1000;
w5=1000:1000:10000;
w6=10000:10000:100000;
w=[w2 w3 w4 w5];

for i=1:1:121,
    s(i)=j*w(i);

% Compensador
C=1; %%sem compensador
wc=180;
modmaxwc=7.057;

%Controlador PI
Kp=10^(-modmaxwc/(20))
Ki=(wc/10)*Kp
%C=(Ki+Kp*s(i))/s(i);

%Polinômios de Kharitonov associados ao numerador N(s)
Kn1=n0+n1*s(i);%+N2*s(i)^2;%+N3*s(i)^3;
Kn2=n0+N1*s(i);%+N2*s(i)^2;%+n3*s(i)^3;
Kn3=N0+n1*s(i);%+n2*s(i)^2;%+N3*s(i)^3;
Kn4=N0+N1*s(i);%+n2*s(i)^2;%+n3*s(i)^3;
%Polinômios de Kharitonov associados ao denominador D(s)
Kd1=d0+d1*s(i)+D2*s(i)^2;%+D3*s(i)^3;
Kd2=d0+D1*s(i)+D2*s(i)^2;%+d3*s(i)^3;
Kd3=D0+d1*s(i)+d2*s(i)^2;%+D3*s(i)^3;
Kd4=D0+D1*s(i)+d2*s(i)^2;%+d3*s(i)^3;

%Vértices de Kharitonov
Ver1=Kn1/Kd1;Ver2=Kn2/Kd1;Ver3=Kn3/Kd1;Ver4=Kn4/Kd1;
Ver5=Kn1/Kd2;Ver6=Kn2/Kd2;Ver7=Kn3/Kd2;Ver8=Kn4/Kd2;
Ver9=Kn1/Kd3;Ver10=Kn2/Kd3;Ver11=Kn3/Kd3;Ver12=Kn4/Kd3;
Ver13=Kn1/Kd4;Ver14=Kn2/Kd4;Ver15=Kn3/Kd4;Ver16=Kn4/Kd4;

y=[0:0.1:1];
%Segmentos de Kharitonov associados ao numerador N(s)
for x=1:1:11,

```

```

    Kn12s (x)=y (x) *Kn1 + (1-y (x) ) *Kn2;
    Kn13s (x)=y (x) *Kn1 + (1-y (x) ) *Kn3;
    Kn24s (x)=y (x) *Kn2 + (1-y (x) ) *Kn4;
    Kn34s (x)=y (x) *Kn3 + (1-y (x) ) *Kn4;
end

Seg12n=Kn12s;
Seg13n=Kn13s;
Seg24n=Kn24s;
Seg34n=Kn34s;

%Segmentos de Kharitonov associados ao Denominador D(s)
for z=1:1:11,
    Kd12s (z)=y (z) *Kd1 + (1-y (z) ) *Kd2;
    Kd13s (z)=y (z) *Kd1 + (1-y (z) ) *Kd3;
    Kd24s (z)=y (z) *Kd2 + (1-y (z) ) *Kd4;
    Kd34s (z)=y (z) *Kd3 + (1-y (z) ) *Kd4;
end

Seg12d=Kd12s;
Seg13d=Kd13s;
Seg24d=Kd24s;
Seg34d=Kd34s;

%Malha Aberta
%Arestas Retas do Conjunto Extremal
G1=(Seg12n) /Kd1;G2=(Seg13n) /Kd1;G3=(Seg24n) /Kd1;G4=(Seg34n) /Kd1;
G5=(Seg12n) /Kd2;G6=(Seg13n) /Kd2;G7=(Seg24n) /Kd2;G8=(Seg34n) /Kd2;
G9=(Seg12n) /Kd3;G10=(Seg13n) /Kd3;G11=(Seg24n) /Kd3;G12=(Seg34n) /Kd3;
G13=(Seg12n) /Kd4;G14=(Seg13n) /Kd4;G15=(Seg24n) /Kd4;G16=(Seg34n) /Kd4;

%Arestas Curvas do Conjunto Extremal
for d=1:1:11,
    G17 (d)=Kn1/Seg12d (d) ;
    G18 (d)=Kn2/Seg12d (d) ;
    G19 (d)=Kn3/Seg12d (d) ;
    G20 (d)=Kn4/Seg12d (d) ;
    G21 (d)=Kn1/Seg13d (d) ;
    G22 (d)=Kn2/Seg13d (d) ;
    G23 (d)=Kn3/Seg13d (d) ;
    G24 (d)=Kn4/Seg13d (d) ;
    G25 (d)=Kn1/Seg24d (d) ;
    G26 (d)=Kn2/Seg24d (d) ;
    G27 (d)=Kn3/Seg24d (d) ;
    G28 (d)=Kn4/Seg24d (d) ;
    G29 (d)=Kn1/Seg34d (d) ;
    G30 (d)=Kn2/Seg34d (d) ;
    G31 (d)=Kn3/Seg34d (d) ;
    G32 (d)=Kn4/Seg34d (d) ;
end

%Malha Fechada
%Arestas Retas do Conjunto Extremal
G1F=(C*G1) / (1+C*G1) ;G2F=(C*G2) / (1+C*G2) ;G3F=(C*G3) / (1+C*G3) ;G4F=(C*G4) / (1+C
*G4) ;G5F=(C*G5) / (1+C*G5) ;G6F=(C*G6) / (1+C*G6) ;
G7F=(C*G7) / (1+C*G7) ;G8F=(C*G8) / (1+C*G8) ;G9F=(C*G9) / (1+C*G9) ;G10F=(C*G10) / (1
+C*G10) ;G11F=(C*G11) / (1+C*G11) ;

```

```

G12F=(C*G12)/(1+C*G12);G13F=(C*G13)/(1+C*G13);G14F=(C*G14)/(1+C*G14);G15F=(
C*G15)/(1+C*G15);G16F=(C*G16)/(1+C*G16);
for f=1:1:11,
    G17F(f)=(C*G17)/(1+C*G17);
    G18F(f)=(C*G18)/(1+C*G18);
    G19F(f)=(C*G19)/(1+C*G19);
    G20F(f)=(C*G20)/(1+C*G20);
    G21F(f)=(C*G21)/(1+C*G21);
    G22F(f)=(C*G22)/(1+C*G22);
    G23F(f)=(C*G23)/(1+C*G23);
    G24F(f)=(C*G24)/(1+C*G24);
    G25F(f)=(C*G25)/(1+C*G25);
    G26F(f)=(C*G26)/(1+C*G26);
    G27F(f)=(C*G27)/(1+C*G27);
    G28F(f)=(C*G28)/(1+C*G28);
    G29F(f)=(C*G29)/(1+C*G29);
    G30F(f)=(C*G30)/(1+C*G30);
    G31F(f)=(C*G31)/(1+C*G31);
    G32F(f)=(C*G32)/(1+C*G32);
end
modA=[abs(G1) abs(G2) abs(G3) abs(G4) abs(G5) abs(G6) abs(G7) abs(G8)
abs(G9) abs(G10) ...
abs(G11) abs(G12) abs(G13) abs(G14) abs(G15) abs(G16) abs(G17) abs(G18)
abs(G19) ...
abs(G20) abs(G21) abs(G22) abs(G23) abs(G24) abs(G25) abs(G26) abs(G27)
abs(G28) ...
abs(G29) abs(G30) abs(G31) abs(G32)];
ValorMODminA(i)=min(modA);
ValorMODmaxA(i)=max(modA);

modF=[abs(G1F) abs(G2F) abs(G3F) abs(G4F) abs(G5F) abs(G6F) abs(G7F)
abs(G8F) abs(G9F) abs(G10F) ...
abs(G11F) abs(G12F) abs(G13F) abs(G14F) abs(G15F) abs(G16F) abs(G17F)
abs(G18F) abs(G19F) ...
abs(G20F) abs(G21F) abs(G22F) abs(G23F) abs(G24F) abs(G25F) abs(G26F)
abs(G27F) abs(G28F) ...
abs(G29F) abs(G30F) abs(G31F) abs(G32F)];
ValorMODminF(i)=min(modF);
ValorMODmaxF(i)=max(modF);

%Plotagem do conjunto Extremal e Modelo de Nyquist
figure(1)
plot(C*Ver1,'bo')
hold on, grid on;
plot(C*Ver2,'bo');plot(C*Ver3,'bo');plot(C*Ver4,'bo');plot(C*Ver5,'bo')
plot(C*Ver6,'bo');plot(C*Ver7,'bo');plot(C*Ver8,'bo');plot(C*Ver9,'bo')
plot(C*Ver10,'bo');plot(C*Ver11,'bo');plot(C*Ver12,'bo');plot(C*Ver13,'bo')
plot(C*Ver14,'bo');plot(C*Ver15,'bo');plot(C*Ver16,'bo')
hold on

plot(C*G1,'r-')
hold on
plot(C*G2,'r-');plot(C*G3,'r-');plot(C*G4,'r-');plot(C*G5,'r-')
plot(C*G6,'r-');plot(C*G7,'r-');plot(C*G8,'r-');plot(C*G9,'r-')
plot(C*G10,'r-');plot(C*G11,'r-');plot(C*G12,'r-');plot(C*G13,'r-')
plot(C*G14,'r-');plot(C*G15,'r-');plot(C*G16,'r-');plot(C*G17,'r-');
plot(C*G18,'r-');plot(C*G19,'r-');plot(C*G20,'r-');plot(C*G21,'r-');
plot(C*G22,'r-');plot(C*G23,'r-');plot(C*G24,'r-');plot(C*G25,'r-');
plot(C*G26,'r-');plot(C*G27,'r-');plot(C*G28,'r-');plot(C*G29,'r-');
plot(C*G30,'r-');plot(C*G31,'r-');plot(C*G32,'r-');

```

```

hold on
title('Conjunto Extremal G(s)C(s); s=jw; w=0.1 até 100.000rad/s');
ylabel('Eixo Imaginario'); xlabel('Eixo Real');

%Contornos de Bode

mod=[abs(C*G1) abs(C*G2) abs(C*G3) abs(C*G4) abs(C*G5) abs(C*G6) abs(C*G7)
abs(C*G8) abs(C*G9) abs(C*G10) ...
      abs(C*G11) abs(C*G12) abs(C*G13) abs(C*G14) abs(C*G15) abs(C*G16)
abs(C*G17) abs(C*G18) abs(C*G19) ...
      abs(C*G20) abs(C*G21) abs(C*G22) abs(C*G23) abs(C*G24) abs(C*G25)
abs(C*G26) abs(C*G27) abs(C*G28) ...
      abs(C*G29) abs(C*G30) abs(C*G31) abs(C*G32)];

fase=[(angle(C*G1)) (angle(C*G2)) (angle(C*G3)) (angle(C*G4)) (angle(C*G5))
(angle(C*G6)) (angle(C*G7)) (angle(C*G8)) (angle(C*G9)) (angle(C*G10)) ...
      (angle(C*G11)) (angle(C*G12)) (angle(C*G13)) (angle(C*G14))
(angle(C*G15)) (angle(C*G16)) (angle(C*G17)) (angle(C*G18)) (angle(C*G19))
...
      (angle(C*G20)) (angle(C*G21)) (angle(C*G22)) (angle(C*G23))
(angle(C*G24)) (angle(C*G25)) (angle(C*G26)) (angle(C*G27)) (angle(C*G28))
...
      (angle(C*G29)) (angle(C*G30)) (angle(C*G31)) (angle(C*G32))];

ValorMODmindB(i)=min(mod);
MODmin(i)=mag2db(ValorMODmindB(i));
ValorMODmaxdB(i)=max(mod);
MODmax(i)=mag2db(ValorMODmaxdB(i));
FASEmin(i)=min(fase);
FASEmax(i)=max(fase);
end

figure(2),
subplot(211),grid on
semilogx(w,MODmin,'g.-'),hold on
semilogx(w,MODmax,'m.-'),hold on
grid
title('Envelope de Bode');
ylabel('Magnitude (dB)'); xlabel('Frequência (rad/s)');
subplot(212),grid on
semilogx(w,rad2deg(unwrap(FASEmin)),'g.-'), hold on
semilogx(w,rad2deg(unwrap(FASEmax)),'m.-')
grid
ylabel('Fase (Graus)'); xlabel('Frequência (rad/s)');

figure(3)
semilogx(w,ValorMODminA,'g.-'), hold on
semilogx(w,ValorMODmaxA,'m.-'), hold on
grid
title('Resposta em Frequência de Malha Aberta');
ylabel('Magnitude-|M|'); xlabel('Frequência (rad/s)');

figure(4)
semilogx(w,ValorMODminF,'g.-'), hold on
semilogx(w,ValorMODmaxF,'m.-'), hold on
grid
title('Resposta em Frequência de Malha Fechada');
ylabel('Magnitude-|M|'); xlabel('Frequência (rad/s)');

```