



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

ALAN DOS REIS SILVA

**PROJETO DE UM DEMULTIPLEXADOR DE CRISTAL
FOTÔNICO BIDIMENSIONAL BASEADO EM GRAFENO
PARA APLICAÇÃO EM SISTEMAS DE MULTIPLEXAÇÃO
POR DIVISÃO DE COMPRIMENTO DE ONDA (WDM)**

DM 10/2024

**BELÉM-PA
2024**

ALAN DOS REIS SILVA

**PROJETO DE UM DEMULTIPLEXADOR DE CRISTAL
FOTÔNICO BIDIMENSIONAL BASEADO EM GRAFENO
PARA APLICAÇÃO EM SISTEMAS DE MULTIPLEXAÇÃO
POR DIVISÃO DE COMPRIMENTO DE ONDA (WDM)**

DM 10/2024

Dissertação de mestrado submetida à
Banca Examinadora do Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da UFPA para a obtenção do Grau de
Mestre em Engenharia Elétrica na área de
Telecomunicações

BELÉM-PA
2024

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

S586p Silva, Alan dos Reis.
Projeto de um Demultiplexador de Cristal Fotônico
Bidimensional Baseado em Grafeno para Aplicação em Sistemas
de Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda (WDM) /
Alan dos Reis Silva. — 2024.
65 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Marcos Benedito Caldas Costa
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Belém, 2024.

1. Demultiplexador. 2. Cristal fotônico 2D. 3. Grafeno. 4.
Multiplexação por divisão de comprimento de onda. I. Título.

CDD 621.3827

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“PROJETO DE UM DEMULTIPLEXADOR DE CRISTAL FOTÔNICO BIDIMENSIONAL
BASEADO EM GRAFENO PARA APLICAÇÃO EM SISTEMAS DE MULTIPLEXAÇÃO
POR DIVISÃO DE COMPRIMENTO DE ONDA (WDM)”**

AUTOR: ALAN DOS REIS SILVA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO
COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO
JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM: 15/03/2024

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Marcos Benedito Caldas Costa
(Orientador – PPGE/ITEC/UFPA)



Prof. Dr. Karlo Queiroz da Costa
(Avaliador Interno – PPGE/ITEC/UFPA)



Prof. Dr. Lélis Araújo de Oliveira
(Avaliador Externo – IFPA)

VISTO:

Prof. Dr. Diego Lisboa Cardoso
(Coordenador do PPGE/ITEC/UFPA)

Este trabalho é dedicado a todos os mestres e mestras que tive ao longo da vida, pois sem seus ensinamentos não teria chegado até onde cheguei.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus pela dádiva da vida e pela saúde. O que possibilitou que eu finalizasse este trabalho.

Em segundo lugar, agradeço ao professor Dr. Marcos Benedito Caldas Costa por sua paciência e orientação.

E em terceiro lugar agradeço ao grupo de Fotônica e óptica não linear, em especial ao Fábio Araújo, Igor Miranda, Fábio Sousa e Simone Tavares, pelo apoio e ajuda durante as dificuldades encontradas no mestrado.

*“A persistência é o caminho do êxito”
(Charles Chaplin, 1997)*

Resumo

Neste trabalho é apresentado um demultiplexador de oito canais de cristal fotônico 2D baseado em grafeno para aplicação em sistemas ópticos que utilizam a técnica de multiplexação por divisão de comprimento de onda - WDM. O dispositivo óptico foi projetado com base em uma rede cristalina quadrada de hastes dielétricas de silício imersas em ar e é formado por três partes principais: Guia de onda de barramento; Aneis ressonadores octagonais e guias de onda com curva em L. O Software COMSOL multiphysics e os pacotes python Legumes foram utilizados para o estudo e simulação da estrutura projetada. Na análise dos resultados da simulação foram avaliados o comprimento de onda ressonante, largura espectral, Fator de qualidade, Eficiência de transmissão, espaçamento entre canais e o nível de interferência eletromagnética (Crosstalk) para os oito canais do demultiplexador. Além disso, a análise dos resultados ocorreu para duas perspectivas distintas, na primeira delas analisou-se a relação entre os parâmetros de transmissão do demultiplexador com a variação do potencial químico do grafeno e na segunda explorou-se a aplicação do dispositivo em sistemas WDM. Em geral, as análises realizadas mostraram-se consideráveis quanto a aplicação do dispositivo fotônico em sistemas ópticos de multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM).

Palavras-chave: Demultiplexador. Cristal fotônico 2D. Grafeno. Multiplexação por divisão de comprimento de onda.

Abstract

This work presents an eight-channel 2D photonic crystal demultiplexer based on graphene for application in optical systems that use the wavelength division multiplexing technique - WDM. The optical device was designed based on a square crystalline lattice of silicon dielectric rods immersed in air and is formed by three main parts: Bus waveguide; Octagonal resonator rings and L-curve waveguides. The COMSOL multiphysics software and the Legumes python packages were used to study and simulate the designed structure. In analyzing the simulation results, the resonant wavelength, spectral width, quality factor, transmission efficiency, spacing between channels and the level of electromagnetic interference (Crosstalk) for the eight channels of the demultiplexer were evaluated. Furthermore, the analysis of the results occurred from two different perspectives, in the first of which the relationship between the transmission parameters of the demultiplexer with the variation in the chemical potential of graphene was analyzed and in the second the application of the device in WDM systems was explored. In general, the analyzes carried out proved to be considerable regarding the application of the photonic device in optical wavelength division multiplexing (WDM) systems.

Keywords: Demultiplexer. 2D photonic crystal. Graphene. Wavelength Division Multiplexing.

Lista de ilustrações

Figura 1.	Exemplos de cristais fotônicos uni, bi e tridimensionais. As diferentes cores representam materiais com diferentes constantes dielétricas	18
Figura 2.	Estrutura Yablonovite	19
Figura 3.	(a) Regiões de alto índice em baixo índice e (b) Diagrama de bandas destacando gap fotônico	25
Figura 4.	(a) Regiões de baixo índice em alto índice e (b) Diagrama de bandas destacando gap fotônico	26
Figura 5.	(a) Guia de ondas dielétrico linear e (b) Guia de ondas dielétrico com curva de 90°	27
Figura 6.	Distribuição de campo de uma cavidade ressonante	27
Figura 7.	Divisor de potência	28
Figura 8.	Multiplexação e demultiplexação de sinais	28
Figura 9.	Demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em uma rede quadrada de hastes dielétricas.	29
Figura 10.	Cavidade ressonante do dispositivo construído.	30
Figura 11.	Demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em uma rede triangular de hastes dielétricas	31
Figura 12.	Distribuição eletrônica para o átomo de carbono: (a) Estado fundamental e (b) Hibridização.	32
Figura 13.	Alótropos de carbono obtidos a partir do grafeno. Da esquerda para a direita: Fulereo, nanotubo de carbono e grafite.	33
Figura 14.	Rede direta do grafeno	34
Figura 15.	Rede recíproca do grafeno	34
Figura 16.	Estrutura de bandas de energia do grafeno, destacando os pontos de Dirac	36
Figura 17.	Exemplos de discretização, malha uniforme (esquerda) e malha adaptativa (direita)	41
Figura 18.	Representação de um domínio discretizado	42
Figura 19.	Elementos finitos uni, bi e tridimensionais	42
Figura 20.	Rede cristalina utilizada para a construção do demultiplexador proposto	45
Figura 21.	Bandas fotônicas proibidas para a rede cristalina analisada	46
Figura 22.	Demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em grafeno	47
Figura 23.	Estrutura do anel ressonador octogonal e guia de onda com curva em L.	47
Figura 24.	Tela de recursos do software COMSOL multiphysics	49
Figura 25.	Modelo do demultiplexador criado no COMSOL	50
Figura 26.	Definição da Condutividade intra e inter bandas do grafeno	50

Figura 27.	Menu onde são definidos os parâmetros de entrada e saída e condições de contorno do modelo	51
Figura 28.	Condições de contorno do modelo	51
Figura 29.	Modelo discretizado	52
Figura 30.	Tela de processamento e visualização dos resultados do modelo	52
Figura 31.	Espectro de saída para λ_7 com $\mu_c = 0,20$ eV	54
Figura 32.	Espectro de saída para λ_7 com $\mu_c = 0,50$ eV.	54
Figura 33.	Espectro de saída para λ_7 com $\mu_c = 0,80$ eV.	55
Figura 34.	Espectros de saída para o demultiplexador proposto	55
Figura 35.	Distribuição de campo elétrico para λ_1	57
Figura 36.	Distribuição de campo elétrico para λ_8	57

Lista de tabelas

Tabela 1.	Raio das hastes da cavidade octogonal para os oito anéis ressonadores do demultiplexador projetado	48
Tabela 2.	Raio das hastes seletoras de grafeno (r_s), superior e inferior, em cada guia de onda com curva em L do dispositivo projetado.	48
Tabela 3.	Parâmetros de transmissão de λ_7 para diferentes valores de μ_c	54
Tabela 4.	Resultados da simulação do dispositivo proposto.	56
Tabela 5.	Valores de crosstalk das saídas do demultiplexador simulado	58

Lista de abreviaturas e siglas

PBG	Photonic Band Gap
WDM	Wavelength Division Multiplex
PWE	Plane Wave Expansion
FEM	Finite Element Method
GaAs	Arsenieto de Gálio
PhC	Photonic Crystal
FDTD	Finite Difference Time Domain Method
TE	Transversal Eléctrico
TM	Transversal Magnético
CAD	Computer Aided Design
GME	Guided-mode expansion

Lista de símbolos

\mathbf{E}	Vetor campo elétrico
\mathbf{B}	Vetor campo magnético
\mathbf{D}	Vetor densidade de fluxo elétrico
\mathbf{H}	Vetor indução magnética
v_F	Velocidade de Fermi
e	Carga do elétron
\hbar	Constante reduzida de Planck
k_B	Constante de Boltzmann
T	Temperatura do grafeno
μ_c	Potencial químico do grafeno
ω	Frequência angular
τ	Tempo de relaxação do grafeno
σ_{inter}	Componente interbanda (condutividade do grafeno)
σ_{intra}	Componente intrabanda (condutividade do grafeno)
Γ	Letra grega Gama
THz	Terahertz
r	Raio das hastes
a	Constante de rede
λ_i	Comprimento de onda ressonante na porta i

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
2	CRISTAIS FOTÔNICOS	18
2.1	Equações de Maxwell em meios periódicos	19
2.2	Formalismo de Bloch	21
2.3	Estrutura de Bandas fotônicas para cristais fotônicos 2D	25
2.4	Dispositivos baseados em cristais fotônicos	26
2.4.1	Guias de onda	26
2.4.2	Cavidades ressonantes	27
2.4.3	Divisor de potência	27
2.4.4	Demultiplexadores de cristais fotônicos	28
2.4.4.1	Demultiplexador baseado em rede quadrada de hastes dielétricas	29
2.4.4.2	Demultiplexador baseado em rede triangular de hastes dielétricas	30
3	TEORIA DO GRAFENO	32
3.1	Propriedades geométricas	33
3.1.1	Rede direta	33
3.1.2	Rede recíproca	34
3.2	Propriedades eletrônicas do grafeno	35
3.3	Condutividade do grafeno	36
4	MÉTODOS NUMÉRICOS: EXPANSÃO EM ONDAS PLANAS (PWE) E ELEMENTOS FINITOS (FEM)	38
4.1	Domínio da frequência x Domínio do tempo	38
4.2	Método de expansão em onda planas - PWE	39
4.3	Método dos elementos finitos	41
4.4	Softwares utilizados	43
5	DEMÚLTIPLEXADOR DE CRISTAL FOTÔNICO BIDIMENSIONAL BASEADO EM GRAFENO	45
5.1	Diagrama de Bandas fotônicas	45
5.2	Projeto do dispositivo fotônico	46
5.3	Simulação do dispositivo projetado	48
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	53
6.1	Parâmetros de transmissão x potencial químico do grafeno	53
6.2	Análise do dispositivo fotônico para aplicação em sistemas WDM	55

7	CONCLUSÕES	59
7.1	Propostas de trabalhos futuros	59
7.2	Trabalhos publicados	60
	REFERÊNCIAS	61

1 Introdução

É um fato que a maioria dos avanços tecnológicos que tivemos ao longo de toda a história da humanidade deve-se ao nosso entendimento a respeito das propriedades dos materiais (J.D. et al., 2008). A descoberta e utilização de metais como o bronze e o ferro, por exemplo, na Antiguidade proporcionaram a criação de instrumentos mais duráveis e eficazes, transformando a agricultura e a construção. O advento dos semicondutores no século XX foram cruciais para a revolução eletrônica, o que possibilitou, através da invenção do transistor, a miniaturização de dispositivos eletrônicos, levando ao surgimento de computadores, smartphones e uma ampla gama de dispositivos eletrônicos modernos. E mais recentemente, a algumas décadas atrás, a descoberta e aplicação de fibras ópticas revolucionaram as comunicações.

Nesse contexto, são inúmeras as pesquisas que estudam e buscam aplicar as propriedades ópticas de materiais como cristais fotônicos e o grafeno. O primeiro deles, estudado inicialmente por Lord Rayleigh, no final do século XIX (RAYLEIGH, 1887) e posteriormente por E. Yablonovitch (ELI, 1987), consistem em arranjos periódicos construídos com materiais de diferentes índices de refração (J.D. et al., 2008), se utilizam dos gaps fotônicos (Photonic Band Gap - PBG) para o projeto da maioria dos dispositivos que se baseiam nos mesmos, como por exemplo: Guias de onda, cavidades ressonantes, divisores de potência e demultiplexadores bidimensionais. E o grafeno, por sua vez, descoberto experimentalmente em 2004 por um grupo liderado pelos físicos russos Andre Geim e Konstantin Novoselov, da Universidade de Manchester, Inglaterra, é um material 2D formado por uma rede hexagonal de átomos de carbono que devido as suas excelentes propriedades eletrônicas, ópticas, térmicas etc, é amplamente utilizado no desenvolvimento de novos dispositivos. Indo desde telas de LED dobráveis à sensores biomédicos (FERRARI et al., 2015).

Neste trabalho propomos e analisamos um demultiplexador de oito canais para aplicação em sistemas ópticos que se utilizam da técnica de Multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM). O dispositivo é baseado em cristal fotônico bidimensional com grafeno. E foi simulado através do COMSOL multiphysics, software comercial que emprega o método dos elementos finitos para modelagem e simulação de sistemas complexos de engenharia.

O presente trabalho foi dividido em 6 capítulos, da seguinte forma:

No capítulo 1 é apresentado uma revisão sobre cristais fotônicos, destacando o contexto histórico da sua descoberta, a formulação das equações de Maxwell em meios periódicos, assim como a apresentação de alguns exemplos de dispositivos que podem ser construídos a partir de tais estruturas.

No capítulo 2 é feita uma breve descrição a respeito da teoria do grafeno, apresentando suas propriedades geométricas e eletrônicas.

No capítulo 3 é apresentado alguns modelos de demultiplexadores baseados em cristais fotônicos bidimensional com diferentes redes cristalinas.

No capítulo 4 é feita a descrição dos métodos numéricos empregados no estudo do demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em grafeno, que foram o método de expansão em ondas planas (PWE) e o método dos elementos finitos (FME).

No capítulo 5 é apresentado o projeto do demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em grafeno proposto neste trabalho e simulado pelo COMSOL.

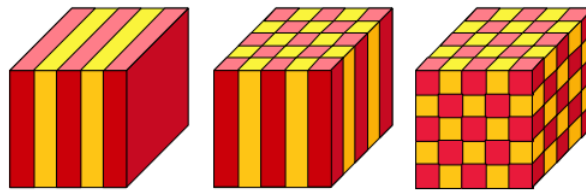
No capítulo 6 são mostrados os resultados alcançados com a simulação do demultiplexador proposto.

E no capítulo 7 são apresentadas as conclusões sobre o estudo realizado.

2 Cristais fotônicos

Cristais fotônicos (PhC) são arranjos periódicos de materiais com diferentes índices de refração, esse contraste de materiais faz com que apareçam regiões denominadas de Photonic band gaps (PBGs), que consistem em intervalos de frequências ou energias em que a propagação da luz não é permitida. Dependendo de como são organizados, cristais fotônicos podem ser divididos em três tipos: aqueles com periodicidade em uma única direção (unidimensionais - 1D); os com periodicidade em um plano (bidimensionais - 2D) e os com periodicidade nas três direções espaciais (tridimensionais - 3D) (J.D. et al., 2008). Na Figura 1 são mostrados os três tipos de cristais fotônicos.

Figura 1. Exemplos de cristais fotônicos uni, bi e tridimensionais. As diferentes cores representam materiais com diferentes constantes dielétricas



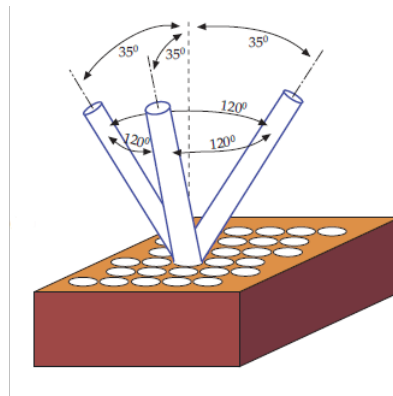
Fonte: Adaptado de (J.D. et al., 2008)

Uma das primeiras investigações realizadas e publicadas sobre as propriedades eletromagnéticas de meios periódicos se deu pelos estudos feitos por Lord Rayleigh, no final do século XIX. Rayleigh analisou as propriedades ópticas de filmes multicamadas (RAYLEIGH, 1887) e considerou, para a análise destes sistemas, uma onda plana se propagando ao longo do material, levando em conta a soma das múltiplas reflexões e refrações que ocorrem em cada interface (RAYLEIGH, 1917).

Um século depois, os trabalhos publicados por E. Yablonovitch (ELI, 1987) representaram um marco no estudo de cristais fotônicos. Demonstrando a possibilidade de controlar a radiação propagada em um material ou a emissão espontânea através das estruturas periódicas, Yablonovitch construiu um cristal fotônico tridimensional, com band gap completo, consistindo de um bloco formado por material com índice de refração igual a 3,6 e perfurações milimétricas, realizadas mecanicamente (E.; GMITTER; LEUNG, 1991). A Figura 2 apresenta a estrutura construída.

Após esses trabalhos, muitos outros estudos foram feitos, e ainda são, no sentido de se construir cristais fotônicos com diferentes geometrias, tendo em vista a investigação da

Figura 2. Estrutura Yablonovite



Fonte: (J.D. et al., 2008)

presença de bandas proibidas em diferentes faixas de frequência, assim como a aplicação dos mesmos.

2.1 Equações de Maxwell em meios periódicos

Todos os fenômenos eletromagnéticos macroscópicos, incluindo a propagação da luz em um cristal fotônico, são descritos matematicamente em termos das quatro equações de Maxwell, que para meios sem fontes são dadas por:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0, \quad (2.4)$$

onde \mathbf{E} e \mathbf{H} são os vetores campo elétrico e magnético, \mathbf{D} é o vetor densidade de fluxo elétrico, \mathbf{B} é o vetor indução magnética, ρ é a densidade de carga elétrica e \mathbf{J} é o vetor densidade de corrente.

Além disso, considerando que o meio em questão apresente as características a seguir:

I) as intensidades de campo são pequenas o suficiente para que estejamos no regime linear;

II) o meio é macroscópico e isotrópico e;

III) o meio não apresenta efeitos dispersivos.

Então são válidas as relações constitutivas, definidas abaixo:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mu(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (2.6)$$

onde ε_0 corresponde a permissividade elétrica do espaço livre, $\varepsilon(\mathbf{r})$ à permissividade elétrica relativa, μ_0 à permeabilidade magnética no espaço livre e $\mu(\mathbf{r})$ é a constante de permeabilidade magnética relativa (em geral $\mu(\mathbf{r}) = 1$ para a maioria dos materiais dielétricos).

Substituindo as equações (2.5) e (2.6) em (2.1)-(2.4), tem-se a seguinte forma para as equações de Maxwell :

$$\nabla \cdot [\varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r})] = 0, \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r})}{\partial t} = 0, \quad (2.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0. \quad (2.10)$$

Na forma harmônica, \mathbf{E} e \mathbf{H} são dados por:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{i\omega t}. \quad (2.12)$$

Substituindo as expressões (2.11) e (2.12) em (2.8) e (2.10), chega-se as seguintes equações:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) + i\omega \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.13)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) - i\omega \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.14)$$

As equações (2.13) e (2.14) podem ser desacopladas da seguinte forma:

Primeiro multiplique a equação (2.14) por $\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})}$, obtendo:

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) - i\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.15)$$

Em seguida aplique o rotacional em (2.15), resultando em:

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] - i\omega\varepsilon_0 [\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})] = 0. \quad (2.16)$$

Isolando $\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})$ em (2.13), temos

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -i\omega\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (2.17)$$

Substituindo (2.17) em (2.16), obtemos

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] + i\omega\varepsilon_0 [i\omega\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r})] = 0. \quad (2.18)$$

Sabendo que $i^2 = -1$ e $\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}$ então

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] - \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.19)$$

Manipulando a equação acima, determina-se a equação de onda, denominada de Equação mestra, dada por:

$$\nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (2.20)$$

A equação (2.20) representa um problema de autovalores, uma vez que a mesma corresponde à realização de uma operação sobre a função $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ que leva a esta mesma função multiplicada pelo escalar $\left(\frac{\omega}{c} \right)^2$. Dessa forma, a equação (2.20) pode ser reduzida a:

$$\Theta \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (2.21)$$

onde $\Theta \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right]$ e Θ é um operador que conserva a linearidade das equações de Maxwell.

2.2 Formalismo de Bloch

Nesta seção, iremos explorar a analogia entre cristais fotônicos e a física do estado sólido.

A principal semelhança entre esses dois campos de estudo decorre da notável modulação periódica da função dielétrica e da estrutura atômica dos cristais. O modo como

as amplitudes dos campos elétricos e magnéticos se comportam em um cristal fotônico é comparável ao comportamento da função de onda dos elétrons em uma rede atômica. Além disso, a regularidade na disposição da rede, tanto em cristais fotônicos quanto em redes atômicas cristalinas, resulta na formação de bandgaps, que são intervalos de energia onde nenhum elétron pode penetrar na estrutura cristalina.

Do ponto de vista matemático, a determinação de autofunções em cristais fotônicos assemelha-se ao cálculo das funções de onda dos elétrons na física do estado sólido. É essa analogia que empregamos para obter a estrutura de bandas fotônicas.

Apesar das similaridades, existem também diferenças essenciais. É uma dessas diferenças está relacionada ao tipo de distribuição de energia das partículas que interagem com a rede cristalina, enquanto que os elétrons seguem a distribuição de Fermi-Dirac, os fótons obedecem à distribuição de Bose-Einstein. Além disso, é relevante destacar a natureza escalar da função de onda em comparação com a natureza vetorial dos campos eletromagnéticos.

Ao explorar a analogia com a física do estado sólido, podemos simplificar a informação sobre a célula primitiva e sua periodicidade no espaço em apenas dois conceitos: base e rede. A rede descreve a organização espacial da célula unitária, enquanto a base especifica o conteúdo dessa célula unitária. Para exemplificar, a estrutura base de um cristal fotônico tridimensional pode assumir a forma de um cubo dielétrico no ar. A rede é gerada por uma combinação linear de vetores primitivos \mathbf{a}_i , determinados pelas translações mínimas que preservam a função dielétrica inalterada. Ao adotar uma célula como referência e um ponto da rede como sua origem, qualquer outro ponto na rede terá uma correspondência única com um vetor \mathbf{R} , que é uma combinação linear dos vetores primitivos da rede.

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^N n_i \mathbf{a}_i, \quad (2.22)$$

em que n_i são números inteiros.

Revisitando a analogia com a física do estado sólido, observamos que a constante dielétrica $\varepsilon(\mathbf{r})$ na equação (2.15) atua como um potencial para a autofunção $\mathbf{H}(\mathbf{r})$. Dado que $\varepsilon(\mathbf{r})$ é periódico em uma ou mais dimensões nos cristais fotônicos, podemos expressar isso da seguinte forma:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R}). \quad (2.23)$$

A rede no espaço real (ou rede de Bravais) estabelece um conjunto infinito de pontos derivados de operações discretas de translação. O conjunto de todos os vetores de

onda que geram ondas planas associadas à periodicidade mencionada é conhecido como a rede recíproca. De maneira mais formal, um vetor \mathbf{k} pertence à rede recíproca de uma rede de Bravais de pontos \mathbf{R} sempre que a relação $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ for válida para qualquer vetor de posição \mathbf{r} em todos os pontos \mathbf{R} na rede de Bravais. De maneira equivalente, podemos caracterizar a rede recíproca como o conjunto de vetores de onda \mathbf{k} que satisfaz $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = 1$ para todos os vetores \mathbf{R} na rede de Bravais.

A célula primitiva de Wigner-Seitz na rede recíproca, que representa a simetria irreduzível completa da estrutura, é definida como a Zona de Brillouin. A Zona de Brillouin também corresponde ao conjunto de pontos no espaço recíproco que podem ser alcançados a partir da origem sem atravessar qualquer plano de Bragg.

Os vetores primitivos \mathbf{a}_i e \mathbf{b}_j das redes nos espaços real e recíproco estão inter-relacionados por

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = 2\delta_{ij}, \quad (2.24)$$

onde δ_{ij} corresponde a função delta de Kronecker. Além disso, temos o entendimento de que a rede recíproca é ela própria uma rede de Bravais, cujos vetores primitivos podem ser gerados a partir dos vetores da rede direta. Suponha que \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 e \mathbf{a}_3 sejam um conjunto de vetores primitivos. Nesse caso, a rede recíproca pode ser construída a partir desses três vetores primitivos, obedecendo às seguintes relações:

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}, \quad (2.26)$$

$$\mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}, \quad (2.27)$$

onde \mathbf{b}_1 , \mathbf{b}_2 e \mathbf{b}_3 representam os vetores primitivos da rede recíproca.

Analisemos agora um sistema periódico unidimensional com simetria discreta na direção x , onde $\mathbf{R} = n\mathbf{a}$ (com n inteiro) e $\mathbf{a} = a\mathbf{x}_0$. Suponha ainda que exista simetria de translação contínua nas outras duas direções. Nesse contexto, a simetria discreta de translação pode ser formulada utilizando um operador O , o qual provoca uma alteração espacial na direção x com periodicidade a . Em virtude da estrutura da função dielétrica $\varepsilon(\mathbf{r})$, é possível demonstrar que O comuta com o operador Θ presente na equação (1.21):

$$[O, \Theta] = 0. \quad (2.28)$$

Isso implica que podemos construir simultaneamente autofunções de O e Θ , permitindo-nos classificar as autofunções de Θ com base nos autovalores de O . As autofunções de O são facilmente determinadas como ondas planas com um vetor de onda \mathbf{k} , uma vez que a simetria de translação permite que essas autofunções difiram apenas por uma mudança de fase, correspondendo ao autovalor φ :

$$Oe^{ik_x x} = e^{ik_x(x+a)} = e^{ik_x a} e^{ik_x x} = \varphi e^{ik_x x}. \quad (2.29)$$

Podemos observar que todas as autofunções com vetores de onda da forma $k_x + m\frac{2\pi}{a}$, onde m é um número inteiro, constituem um conjunto degenerado. Isso implica que o valor de φ não é exclusivo para todos os vetores de onda. Matematicamente, todas as ondas planas representadas por $k_x + mG$, em que $G = \frac{2\pi}{a}$, constituem um conjunto degenerado de autofunções e cada combinação linear de ondas planas com vetores de onda $k_x + mG$ também é uma autofunção, possuindo o autovalor φ .

Dado que φ depende apenas de \mathbf{k} como um parâmetro livre para uma estrutura específica, pode-se afirmar que as autofunções de Θ podem ser categorizadas por um vetor de onda \mathbf{k} que apresentam a seguinte forma:

$$\mathbf{H}_k(x) = e^{ik_x x} \sum_m \mathbf{H}_m e^{imGx} = e^{ik_x x} \mathbf{u}_k(x), \quad (2.30)$$

onde $\mathbf{u}_k(x) = \mathbf{u}_k(x + ma)$ é a função periódica de rede e \mathbf{H}_m são as amplitudes de ondas planas. Na física do estado sólido, a forma da equação (2.30) é referida como teorema de Bloch (KITTEL, 2000). Um aspecto crucial desse teorema é que um estado de Bloch com um vetor de onda \mathbf{k} e um estado de Bloch com um vetor de onda $\mathbf{k} + m\mathbf{G}$ são idênticos.

Para sistemas periódicos com N dimensões com constante dielétrica $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R})$, a equação (2.30) pode ser generalizada como:

$$\mathbf{H}_k(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sum_G \mathbf{H}_{k,G} e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \mathbf{u}_k(\mathbf{r}), \quad (2.31)$$

onde \mathbf{G} representa os vetores da rede recíproca e é definido por

$$\mathbf{G} = \sum_{i=1}^N n_i \mathbf{b}_i, \quad (2.32)$$

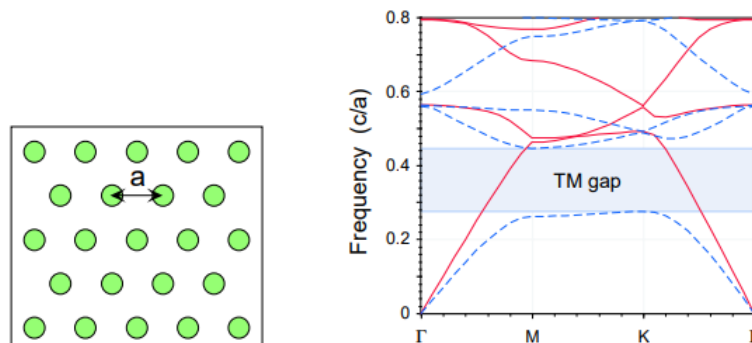
com \mathbf{b}_i sendo os vetores primitivos da rede e n_i números inteiros.

2.3 Estrutura de Bandas fotônicas para cristais fotônicos 2D

Um cristal fotônico bidimensional é periódico ao longo de duas direções e homogêneo ao longo da terceira (J.D. et al., 2008). Para esse tipo de estrutura os gaps fotônicos se encontram restritos ao plano de periodicidade do cristal e se diferenciam quanto ao tipo de polarização simétrica que os campos propagantes no plano podem assumir, que em geral são duas: TM (transversal magnética), caracterizada pela disposição do campo magnético no plano (xy) e do campo elétrico perpendicular (z); e TE (transversal elétrica), na qual o campo elétrico reside no plano, enquanto o campo magnético é perpendicular. Esta distinção fundamental de polarizações estabelece a base teórica necessária para se compreender as propriedades ópticas de cristais fotônicos em duas dimensões.

Dependendo do contraste entre os índices de refração dos materiais que compõem a estrutura do cristal bidimensional (2D), o diagrama de bandas fotônicas, que corresponde aos intervalos de frequências em que a luz é proibida de se propagar no interior do cristal, podem impedir a propagação de campos de um tipo específico de polarização. Para regiões de alto índice cercadas por uma região de baixo índice de refração, como o caso de hastes dielétricas imersas em ar, Figura 3 (a), tem-se que a estrutura de bandas do cristal proíbe que modos do tipo TM se propagem ao longo da plano periódico, conforme mostra a Figura 3 (b).

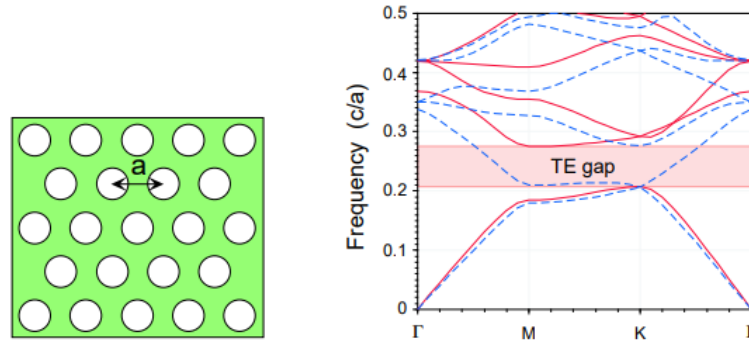
Figura 3. (a) Regiões de alto índice em baixo índice e (b) Diagrama de bandas destacando gap fotônico



Fonte: Adaptado de (J.D. et al., 2008)

Por outro lado, se o contraste for entre regiões de baixo índice imersas em uma região de alto índice, como furos em uma placa dielétrica, Figura 4 (a), então, para esse caso, os gaps fotônicos mostram que modos do tipo TE, conforme Figura 4 (b), são proibidos de se propagar no plano periódico.

Figura 4. (a) Regiões de baixo índice em alto índice e (b) Diagrama de bandas destacando gap fotônico



Fonte: Adaptado de (J.D. et al., 2008)

Os gaps fotônicos das estruturas periódicas bidimensionais têm uma grande importância no projeto e desenvolvimento de dispositivos ópticos baseado em cristais fotônicos 2D, uma vez que, é possível definir modos localizados na estrutura, por meio de defeitos pontuais ou lineares.

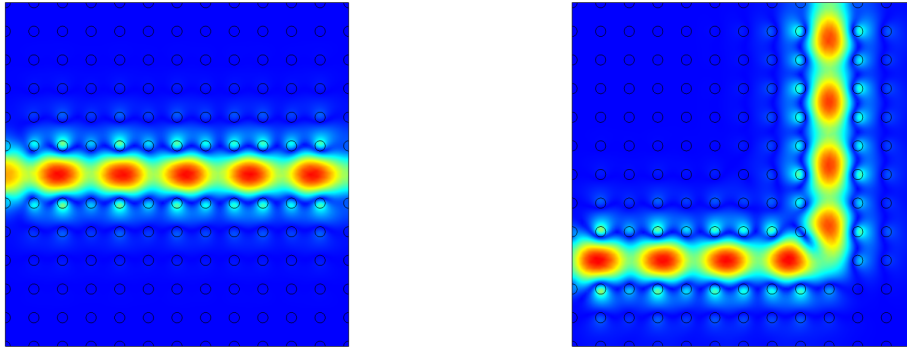
2.4 Dispositivos baseados em cristais fotônicos

A seguir são apresentados alguns exemplos de dispositivos que podem ser desenvolvidos com o uso de cristais fotônicos bidimensionais e que frequentemente são empregados em sistemas de comunicação óptica:

2.4.1 Guias de onda

Guias de onda são estruturas físicas projetadas para direcionar e propagar ondas eletromagnéticas ao longo de um caminho específico. Guias de onda dielétricos baseados em cristais fotônicos 2D, são construídos introduzindo-se um defeito linear na estrutura de um cristal fotônico bidimensional e operam por confinamento da radiação eletromagnética através do photonic band gap associado a tal cristal, o que torna possível que guias desse tipo apresentem diferentes formas de defeito linear (defeito em linha, defeito em curva etc) conforme Figura 5 (a) e Figura 5 (b).

Figura 5. (a) Guia de ondas dielétrico linear e (b) Guia de ondas dielétrico com curva de 90°

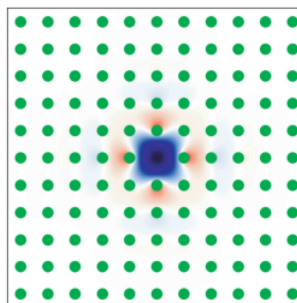


Fonte: Adaptado de (J.D. et al., 2008)

2.4.2 Cavidades ressonantes

As cavidades ressonantes podem ser formadas por meio da introdução de um defeito pontual em um cristal fotônico bidimensional. Esse defeito pode ser feito pela remoção de um dos elementos que formam a rede cristalina ou pela variação dos parâmetros ligados a estrutura do cristal (raio das hastes ou constante de rede). Ao analisar a luz com frequência dentro do gap fotônico do cristal e restrita dentro do defeito, é possível afirmar que a mesma é impedida de sair do defeito, pois, nesse cenário, as paredes que circundam o defeito refletem a luz. Cavidades ressonantes de cristal fotônico desempenham um papel fundamental em sistemas a laser e podem ser usados na fabricação de filtros (SOUSA, 2021). A Figura 6 mostra a distribuição de campo para uma cavidade ressonante criada a partir da remoção de uma haste cilíndrica da rede cristalina.

Figura 6. Distribuição de campo de uma cavidade ressonante



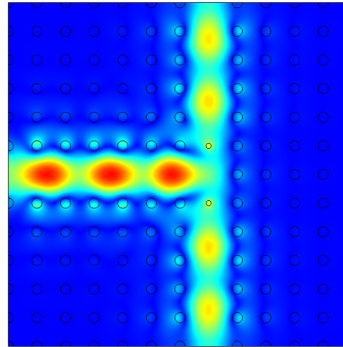
Fonte: (SOUSA, 2021)

2.4.3 Divisor de potência

Também conhecido como divisor de sinal ou acoplador direcional, é um dispositivo utilizado em sistemas de comunicação e tem como finalidade dividir um sinal de entrada

em múltiplos sinais de saída, distribuindo a potência de maneira controlada entre eles. Um exemplo de divisor de potência construído a partir de um cristal fotônico 2D é apresentado na Figura 7. Através da inserção de um defeito linear (guia de onda em T) e pela variação do raio das hastes do cristal é possível projetar tal dispositivo.

Figura 7. Divisor de potência

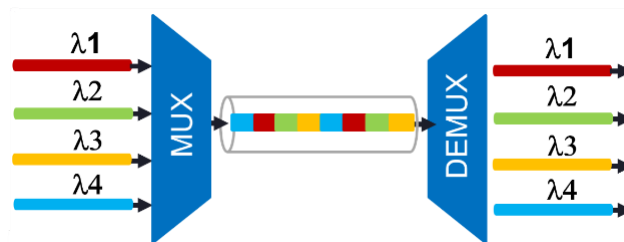


Fonte: Adaptado de (J.D. et al., 2008)

2.4.4 Demultiplexadores de cristais fotônicos

Demultiplexadores representam componentes ópticos fundamentais em sistemas avançados de comunicação óptica, desempenhando um papel crucial na separação de sinais luminosos previamente multiplexados e transmitidos através de uma única fibra óptica. A técnica utilizada nesse contexto, conhecida como multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM), é uma abordagem eficaz que combina diversos sinais luminosos, cada um caracterizado por um comprimento de onda distinto, em uma única fibra. Essa estratégia visa substancialmente ampliar a capacidade de transmissão de dados em sistemas de comunicação óptica de alta performance. A Figura 8 ilustra esse processo de multiplexação e demultiplexação de sinais ópticos.

Figura 8. Multiplexação e demultiplexação de sinais



Fonte: Autor

Nesse contexto, definimos os demultiplexadores de cristais fotônicos como dispositivos engenhosamente projetados, cuja funcionalidade é alcançada mediante a introdução de

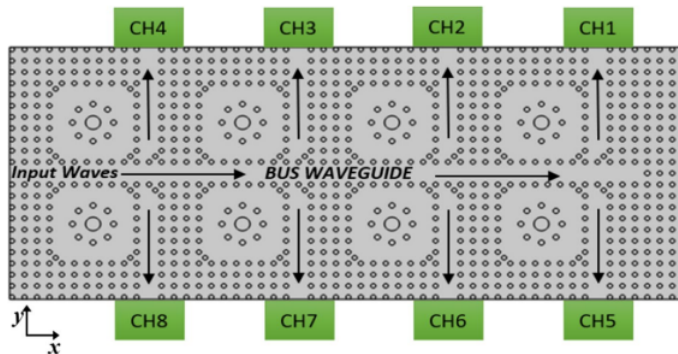
uma série de defeitos na estrutura cristalina e ajustes nos parâmetros que regem a rede do cristal fotônico. Esses ajustes incluem, para o caso bidimensional, a manipulação da constante de rede e do raio das hastes dielétricas. Essa abordagem possibilita a separação de sinais previamente combinados por meio do processo de multiplexação por divisão de comprimento de onda.

A seguir são apresentados alguns exemplos de demultiplexadores de cristal fotônico 2D construídos a partir de diferentes tipos de redes cristalinas.

2.4.4.1 Demultiplexador baseado em rede quadrada de hastes dielétricas

A Figura 9 apresenta um demultiplexador de oito canais baseado em um cristal fotônico 2D formado por uma rede quadrada de hastes dielétricas de GaAs com tamanho de 56×23 , raio das hastes de 122 nm e constante de rede $a = 610$ nm (BACHIR; HADJIRA; MEHADJI, 2021). O projeto do dispositivo óptico consiste de oito ressonadores de anel, um guia de ondas de barramento e oito guias de onda de queda.

Figura 9. Demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em uma rede quadrada de hastes dielétricas.

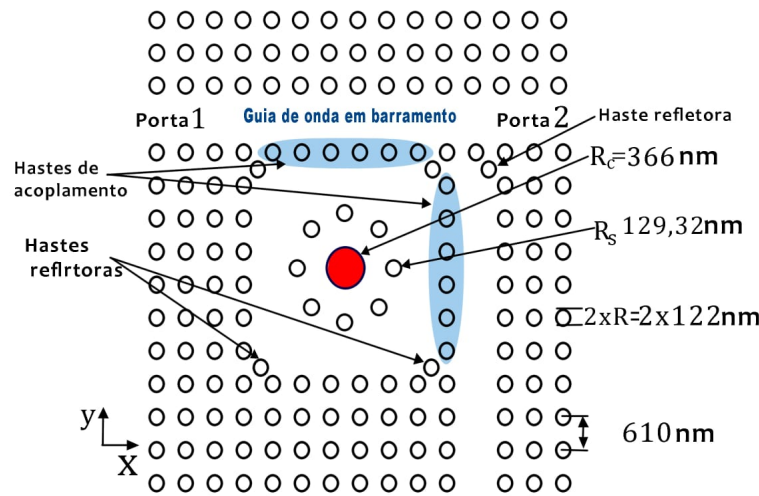


Fonte: (BACHIR; HADJIRA; MEHADJI, 2021)

A construção do anel ressonador foi realizada a partir de um conjunto 15×15 de hastes dielétricas em uma placa de área de rede quadrada. A parte ressonante deste ressonador em anel foi configurada através da remoção de um conjunto de hastes dispostas em uma matriz 6×6 , resultando na criação de uma cavidade ressonante. Posteriormente, esta cavidade foi preenchida por um núcleo composto por uma extensa haste posicionada centralmente no ressonador, destacada em vermelho na Figura 10, e com um raio (R_c) equivalente a 366 nm ($3 \times R$). Esta haste central é circundada por oito hastes adicionais, cada uma com um raio (R_s) de 129,32 nm, conforme ilustrado na Figura 10. A variação no raio dessas hastes é o que determina o comprimento de onda na saída de cada guia de onda de queda.

Esta parte ressonante estabelece o acoplamento entre o guia de onda de barramento e o guia de onda de queda. Além disso, foram introduzidas hastes refletoras na cavidade

Figura 10. Cavidade ressonante do dispositivo construído.



Fonte: (BACHIR; HADJIRA; MEHADJI, 2021)

ressonante e guia de onda de saída (queda), cujo raio equivale ao da estrutura fundamental, com o intuito de alcançar a máxima potência durante o processo de ressonância e maximizar a energia na saída.

2.4.4.2 Demultiplexador baseado em rede triangular de hastes dielétricas

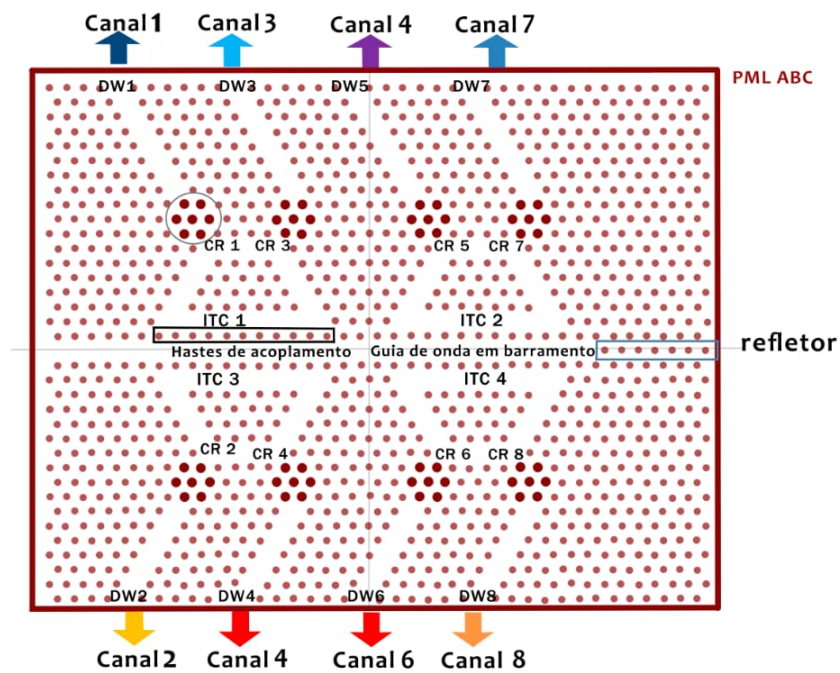
O próximo exemplo, Figura 11, apresenta um demultiplexador de cristal fotônico 2D, também composto por oito canais, porém, projetado a partir de uma rede triangular de hastes dielétricas de GaAs em contraste com o ar. O tamanho da rede triangular utilizada no projeto do dispositivo fotônico consistiu em uma matriz 37 x 40, com raio das hastes $R = 0,105 \mu\text{m}$ e constante de rede $a = 0,6 \mu\text{m}$ (KAVITHA et al., 2023).

O demultiplexador desenvolvido apresenta uma configuração composta por quatro cavidades em formato de trapézio invertido, oito cavidades de anel circular (CRs), oito guias de onda Drop, guia de ondas de barramento único e uma haste refletora. Duas cavidades trapezoidais são posicionadas na região superior, enquanto outras duas são estrategicamente dispostas na região inferior. Nos cantos esquerdo e direito de cada cavidade, é delineado um anel circular (CR).

O guia de ondas de barramento único foi construído mediante a remoção das 34 hastes em suas posições correspondentes, conforme ilustrado na Figura 11. Além disso, uma fileira composta por sete hastes refletoras é estrategicamente posicionada na extremidade direita do guia de ondas de barramento, tendo por finalidade amplificar a quantidade de ondas eletromagnéticas acopladas ao ressonador.

Ademais, os ressonadores baseados em cavidades ressonantes de trapézio isósceles (ITRC) foram construídos pela exclusão das $(10 + 4 + 4 + 5)$ hastes nas respectivas

Figura 11. Demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em uma rede triângular de hastes dielétricas



Fonte: (KAVITHA et al., 2023)

posições, mostradas na Figura 11. O ressonador acopla a luz a cada cavidade do guia de onda de barramento e permite que ele circule dentro da cavidade.

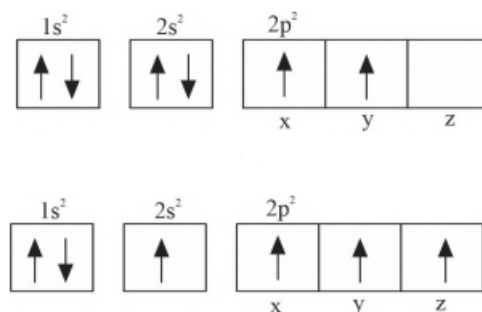
A função das cavidades CR presentes no modelo acima é de atuar como um filtro especializado e foram projetadas a partir da remoção de nove hastes dielétricas, conforme Figura 11. E finalizando, os guias de onda Drop foram construídos pela introdução de defeitos lineares de acordo com o modelo apresentado e o seu papel dentro do projeto do demultiplexador é o de diminuir o comprimento de onda ressonante proveniente da cavidade CR.

3 Teoria do grafeno

Descoberto experimentalmente em 2004 por um grupo liderado pelos físicos russos Andre Geim e Konstantin Novoselov, da Universidade de Manchester, Inglaterra, o que lhes rendeu o prêmio Nobel de física em 2010. O grafeno é um material bidimensional composto por uma única camada de átomos de carbono dispostos em estruturas hexagonais, cuja altura é equivalente à de um átomo de carbono. Devido as ligações químicas entre os átomos desse material e sua espessura, o grafeno apresenta excelentes propriedades mecânicas, eletrônicas, ópticas etc, o que lhe confere diversas aplicações. Indo desde dispositivos como telas de LED dobráveis à sensores biomédicos (FERRARI et al., 2015).

O carbono é um elemento químico que faz parte da estrutura molecular de vários compostos que lidamos diariamente, sejam encontrados na natureza ou sintetizados em laboratório. O átomo de carbono na forma mais estável possui apenas dois elétrons na sua camada mais externa, denominados de elétrons de valência, conforme mostrado na Figura 12 (a). Isso implica dizer que o carbono pode realizar somente duas ligações covalentes, porém, na maior parte das vezes, esse elemento é encontrado realizando quatro ligações químicas. O fenômeno responsável pelo aumento no número de ligações possíveis pelo átomo de carbono é chamado de hibridização e consiste da interação dos orbitais $2s$ e $2p$ após um dos elétrons do orbital $2s$ ser promovido para o orbital $2p_z$, Figura 12 (b) (SAITO; DRESSELHAUS; DRESSELHAUS, 1998).

Figura 12. Distribuição eletrônica para o átomo de carbono: (a) Estado fundamental e (b) Hibridização.

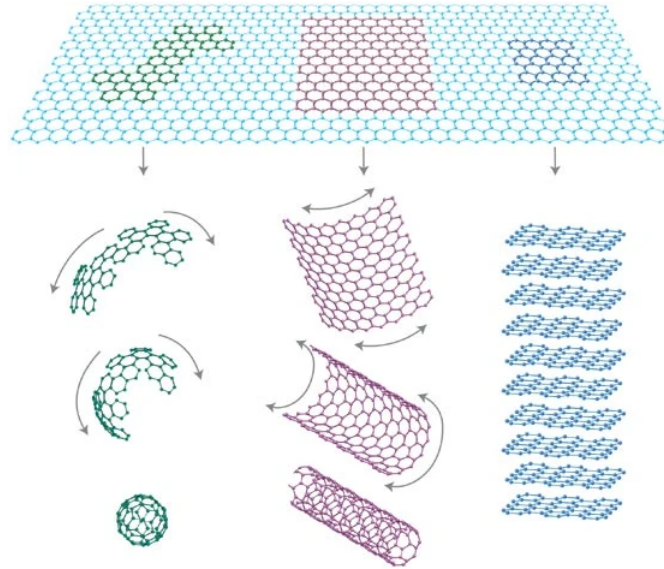


Fonte: Autor

O grafeno é um alótropo planar de carbono, na qual todos os átomos de carbono se encontram em um único plano, ligados entre si através de interações covalentes. A partir do grafeno é possível sintetizar outros três alótropos de carbono. Como mostra a Figura 13, envolver o grafeno em uma esfera resulta na formação de fulerenos, dobra-lo em um

cilindro gera nanotubos e o empilhamento de múltiplas folhas de grafeno resulta na criação de grafite.

Figura 13. Alótropos de carbono obtidos a partir do grafeno. Da esquerda para a direita: Fulereno, nanotubo de carbono e grafite.



Fonte: (GEIM; NOVOSELOV, 2007)

No grafeno, os elétrons de valência do carbono interagem entre si formando orbitais híbridos do tipo sp^2 , nesse tipo de hibridização os orbitais $2s$, $2p_x$ e $2p_y$ se misturam para formar três orbitais sp^2 no plano xy (ligações do tipo σ), deixando o orbital $2p_z$ normal ao plano xy livre para formar ligações do tipo π (CHAMANARA; CALOZ, 2015).

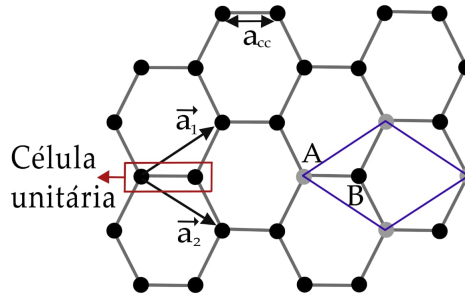
3.1 Propriedades geométricas

3.1.1 Rede direta

Pela disposição dos átomos de carbono na estrutura do grafeno podemos caracterizá-la como uma rede de Bravais com uma base de dois átomos, indicada por A e B na Figura 14, ou duas sub-redes triangulares. Assim, a célula unitária é constituída por dois átomos que representam as características eletrônicas do grafeno. A Figura 14 ilustra a estrutura da rede de Bravais, destacando sua natureza hexagonal, enquanto a célula unitária é representada por um paralelogramo equilátero com lado $a = \sqrt{3} a_{C-C} = 2,46 \text{ \AA}$, onde $a_{C-C} = 1,42 \text{ \AA}$ é o comprimento da ligação carbono-carbono.

Os vetores unitários primitivos, apresentados na Figura 14, são definidos pelas equações a seguir:

Figura 14. Rede direta do grafeno



Fonte: Autor

$$\mathbf{a}_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, \frac{a}{2} \right), \quad (3.1)$$

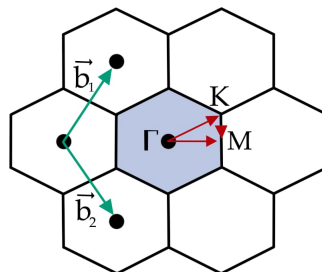
$$\mathbf{a}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a, -\frac{a}{2} \right), \quad (3.2)$$

em que $|\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = a$.

3.1.2 Rede recíproca

A estrutura recíproca do grafeno compartilha semelhanças com sua contraparte direta, podendo ser visualizada como uma rotação de 90° em relação a esta última, conforme mostrado na Figura 15. Matematicamente, essa relação pode ser descrita por meio da transformada discreta de Fourier e definida através de vetores de base recíproco dados pelas equações abaixo (KITTEL, 2000).

Figura 15. Rede recíproca do grafeno



Fonte: Autor

$$\mathbf{b}_1 = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, \frac{2\pi}{a} \right), \quad (3.3)$$

$$\mathbf{b}_2 = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, -\frac{2\pi}{a} \right). \quad (3.4)$$

Onde $|\mathbf{b}_1| = |\mathbf{b}_2| = \frac{4\pi}{\sqrt{3}a}$. A relevância da rede recíproca está relacionada com o fato de a mesma poder descrever a estrutura de bandas de elétrons e outras excitações fundamentais que existe dentro de um sólido, através das chamadas Zonas de Brillouin (hexágono em azul na Figura 15). Nas zonas de Brillouin, destacam-se pontos de alta simetria que fornecem informações a respeito das propriedades eletrônicas do grafeno. Convencionalmente esses pontos são designados como ponto Γ , ponto M e ponto K . A partir do ponto Γ (ponto central) é possível definir outros pontos de alta simetria por meio dos vetores de localização:

$$\Gamma M = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, 0 \right), \quad (3.5)$$

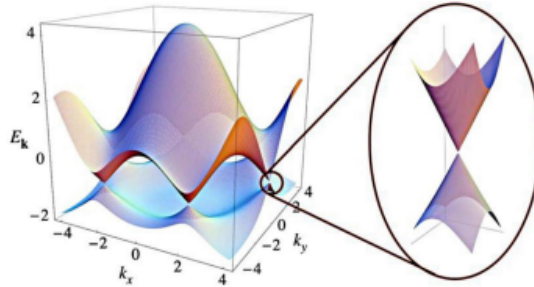
$$\Gamma K = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, \frac{2\pi}{3a} \right). \quad (3.6)$$

3.2 Propriedades eletrônicas do grafeno

A análise da condutividade elétrica no contexto do grafeno revela uma estreita dependência com a estrutura de bandas dos elétrons π , distribuídos de forma deslocalizada ao longo do plano do material. No grafeno, um ponto de singular importância é o ponto de Dirac, cuja definição é ancorada nos vetores previamente discutidos da primeira zona de Brillouin, subseção anterior. Ao contrapor a estrutura de bandas do grafeno com aquela presente em materiais isolantes e semicondutores, onde uma lacuna energética, conhecida como bandgap, separa as bandas de valência e condução, emerge a classificação do grafeno como um semicondutor de gap nulo. Contudo, a notável interseção no ponto de Dirac adiciona uma camada de complexidade, permitindo que o grafeno seja considerado também um material semimetálico. Essa dualidade é particularmente intrigante, pois, ao contrário dos metais, nos quais não há uma sobreposição pronunciada entre as bandas de valência e condução, o grafeno exibe sobreposição em determinados níveis de energia (KATSNELSON, 2007; WU et al., 2013; SOUSA, 2021).

A análise da Figura 16 revela que a estrutura de bandas do grafeno é essencialmente composta por dois cones que se interseccionam no nível de Fermi. No contexto específico do grafeno, em valores energéticos próximos ao nível de Fermi, verifica-se uma relação de dispersão linear. Conseqüentemente, em baixas energias, os elétrons π no grafeno

Figura 16. Estrutura de bandas de energia do grafeno, destacando os pontos de Dirac



Fonte: (NETO et al., 2009)

manifestam um comportamento análogo ao de partículas de Dirac, conhecidas como Férmions, caracterizadas pela ausência de massa. Esse fenômeno viabiliza a capacidade condutora do grafeno, permitindo que os elétrons se desloquem a velocidades comparáveis à velocidade de Fermi ($v_F = \frac{c}{300}$), o que corresponde a uma velocidade 300 vezes menor que a velocidade da luz (GONÇALVES; PERES, 2016; SOUSA, 2021).

3.3 Condutividade do grafeno

A determinação da condutividade superficial em um filme infinito de grafeno pode ser computada utilizando o formalismo de Kubo (FALKOVSKY; PERSHOGUBA, 2007; HANSON, 2008; LLATSER et al., 2012). No contexto da aproximação de fase aleatória, é possível expressar a condutividade superficial de maneira local, considerando a contribuição intrabanda seguindo o modelo Drude (LLATSER et al., 2012).

$$\sigma(\omega) = \frac{2e^2 k_B T}{\pi \hbar} \ln[2 \cosh(\frac{\mu_c}{2k_B T})] \frac{i}{(\omega + i\tau^{-1})}, \quad (3.7)$$

e contribuição interbanda dada por

$$\sigma_i(\omega) = \frac{e^2}{4\hbar} [H(\frac{\omega}{2}) + i \frac{4\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{H(\epsilon) - H(\frac{\omega}{2})}{(\omega^2 - 4\epsilon^2)} d\epsilon]. \quad (3.8)$$

Onde $\tau = 10^{-13}$ é o tempo de relaxação do grafeno, T é a temperatura, μ_c é o potencial químico e $H(\epsilon)$ é definido como

$$H(\epsilon) = \frac{\sinh(\frac{\hbar\epsilon}{k_B T})}{\cosh(\frac{\mu_c}{k_B T}) + \cosh(\frac{\hbar\epsilon}{k_B T})} \quad (3.9)$$

Em geral a condutividade do grafeno é expressa como $\sigma = \sigma_{inter} + \sigma_{intra}$, sendo que para altas frequências a componente interbanda tem maior peso na condutividade do grafeno, enquanto que para a faixa de THz a componente intrabanda é dominante.

4 Métodos numéricos: Expansão em ondas planas (PWE) e elementos finitos (FEM)

Neste capítulo, são apresentados, brevemente, os diferentes métodos numéricos empregados na análise dos cristais fotônicos, assim como uma revisão dos fundamentos dos métodos de expansão em ondas planas (PWE) e elementos finitos (FEM), justificando a escolha destes métodos, em detrimento de outros, para as simulações realizadas neste estudo.

4.1 Domínio da frequência x Domínio do tempo

Em síntese, os diversos métodos numéricos utilizados na modelagem teórica dos cristais fotônicos podem ser divididos em duas grandes categorias: os métodos no domínio da frequência e os métodos no domínio do tempo.

Métodos no domínio da frequência são aqueles na qual a equação dos autovalores dos fótons é solucionada visando se determinar os estados permitidos dos fótons e as energias associadas a eles. A principal vantagem fornecida através desses métodos é a obtenção direta da estrutura de banda do cristal fotônico. Dentre os vários métodos dentro dessa categoria destacamos o método de expansão em ondas planas (PWE) (LEUNG; LIU, 1990; YABLONOVITCH; GMITTER, 1989; MEADE et al., 1992) e o método da matriz de transferência (TMM) (YONEKURA; IKEDA; BABA, 1999). Outros métodos englobam uma abordagem combinada que consiste em (a) discretizar as equações de Maxwell utilizando elementos finitos, juntamente com a aplicação de uma transformada rápida de Fourier pré-condicionada, acoplada a um algoritmo de pré-condicionamento da iteração do subespaço para determinar os autovalores (DOBSON, 1999; DOBSON; GOPALAKRISHNAN; PASCIAK, 2000), e (b) o Método Korringa-Kohn-Rostoker (KKR), o qual utiliza a teoria de dispersão múltipla para resolver a equação de Schrödinger.

Os métodos no domínio do tempo, por sua vez, são empregados para calcular a evolução temporal do campo eletromagnético em um cristal fotônico. Nesse contexto, as estruturas de banda são determinadas através da transformada de Fourier do campo em função do tempo para o domínio da frequência. Este método destaca-se por sua flexibilidade, pois se baseia na solução direta das equações de Maxwell, eliminando a necessidade de derivar uma equação de onda específica para o campo elétrico ou magnético. Além disso, este método também é usado para obtenção de diversos parâmetros eletromagnéticos, tais como espectros de reflexão e transmissão, por meio de uma única simulação. Um método comumente empregado é o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo

(FDTD) (CHAN; LIU, 1994; TAFLOVE; HAGNESS; PIKET-MAY, 2005). Uma limitação desse método surge ao tentar modelar geometrias não retangulares ou quando é necessário refinar a malha em áreas específicas, visto que esse processo demanda considerável esforço computacional, o que pode exigir paralelismo para ser viável, além de aumentar o risco de instabilidades no processo (THOMA; WEILAND, 1998; LU; SHEN, 1997). Outros trabalhos foram divulgados sugerindo a investigação exclusiva da envoltória através do emprego de diferenças finitas (FD) (CHAN; LIU, 1994; LIU; ZHAO; CHOA, 1995), possibilitando um aumento substancial no tamanho do intervalo temporal utilizado. Mais recentemente, o método dos elementos finitos (FEM) foi aplicado no domínio do tempo (LYNCH; PAULSEN, 1990; DIBBEN; METAXAS, 1996). O uso do FEM despertou enorme interesse devido às grandes vantagens que oferece, tais como um menor tempo computacional, em comparação com outras abordagens de resolução de problemas.

4.2 Método de expansão em onda planas - PWE

Neste trabalho, o método de expansão em ondas planas desempenha um papel crucial ao modelar a excitação para a obtenção do diagrama de bandas do cristal fotônico. Soma-se a isto a necessidade de explicitar conceitos físico-matemáticos relacionados a redes cristalinas, os quais integram a formulação do PWE. Por conseguinte, esta seção tem como objetivo fornecer uma breve explicação sobre este método, visando esclarecer os aspectos relevantes desta técnica para o cálculo de diagramas de bandas no contexto de redes cristalinas fotônicas. Para uma análise mais detalhada sobre este método recomenda-se consultar (HO; CHAN; SOUKOULIS, 1990).

O PWE opera como um método semelhante ao utilizado para calcular as energias permitidas em um sólido semiconductor. Com base nessa analogia, podemos entender que a propagação eletromagnética em um cristal fotônico é influenciada pela variação periódica da permissividade elétrica relativa, assim como a função de onda de um elétron é influenciada pelo potencial periódico em um cristal. Como consequência, os modos eletromagnéticos em uma rede cristalina deverão obedecer ao Teorema de Bloch (J.D. et al., 2008). Por meio deste teorema, o autovalor $\mathbf{H}(\mathbf{r})$, solução de (1.21), corresponde a uma onda plana modulada por uma função cuja periodicidade é a mesma da permissividade elétrica relativa $\varepsilon(\mathbf{r})$. Ou seja, em termos matemáticos, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ toma a forma (5.1):

$$\mathbf{H}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}} \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (4.1)$$

onde \mathbf{R} é o período da rede cristalina e \mathbf{k} é o vetor de onda que especifica a direção de propagação.

É importante notar que o Teorema de Bloch presume que a rede cristalina seja infinita. Essa característica permite que os cálculos sejam simplificados para uma única célula unitária do cristal.

Uma vez determinada a forma da solução para (1.21), procede-se para a expressão da função de permissividade elétrica relativa. Devido à sua natureza periódica, esta função pode ser representada em termos de uma série de Fourier, conforme mostrado na equação (5.2):

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \varepsilon_{\mathbf{G}} e^{j\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}. \quad (4.2)$$

O vetor \mathbf{G} utilizado em (4.2) descreve o espaço de Fourier ou rede recíproca da função $\varepsilon(\mathbf{r})$. A rede recíproca também é um espaço periódico, onde residem os vetores de onda que descrevem todas as direções de propagação na rede cristalina (J.D. et al., 2008). Graças a essa regularidade, é viável identificar uma unidade mínima que, de maneira análoga à célula primitiva do cristal, gera a rede recíproca por meio de operações de translação. Essa unidade, conhecida como célula primitiva de Wigner-Seitz (KITTEL, 2000), representa a primeira zona de Brillouin do cristal fotônico. Portanto, para determinar as frequências permitidas de propagação no cristal fotônico, é suficiente considerar o conjunto de vetores de onda pertencentes a essa zona. Como a primeira zona de Brillouin é construída a partir de operações de rotação e reflexão de uma unidade de repetição ainda menor, os vetores de onda podem ser restritos a essa região, que é chamada de zona irreduzível de Brillouin.

Retomando a equação (5.1), a periodicidade de $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ possibilita sua decomposição em uma série de Fourier, o que justifica o nome do método descrito aqui. A expressão para $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ é então formulada conforme (5.3):

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} h \mathbf{a} e^{j(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}, \quad (4.3)$$

em que \mathbf{a} é o vetor unitário que indica a direção de \mathbf{H} e h é a componente de \mathbf{H} na direção \mathbf{a} .

Na equação (5.3), o vetor \mathbf{G} percorre a zona irreduzível de Brillouin da rede cristalina. Ao aplicar (5.3) e (5.2) em (1.21), resulta em um conjunto infinito de equações lineares, que são truncadas com base no número de ondas planas utilizadas em (5.3). A solução deste sistema de equações permite determinar as autofrequências e, conseqüentemente, as bandas fotônicas do cristal.

É crucial destacar que o PWE é um problema vetorial que demanda considerável poder computacional, especialmente para cristais tridimensionais. Além disso, o método

apresenta diversas limitações: sua eficácia depende da perfeição do cristal, o que torna desafiadora a sua aplicação em estruturas com defeitos na rede cristalina, como extensões finitas. Outro ponto importante a ser observado é a não universalidade do PWE, ou seja, o método se limita ao cálculo de autofrequências e não possibilita a obtenção de espectros de refletância/transmitância. Essa limitação decorre do fato de que os cálculos dos campos eletromagnéticos são realizados apenas no interior da rede cristalina.

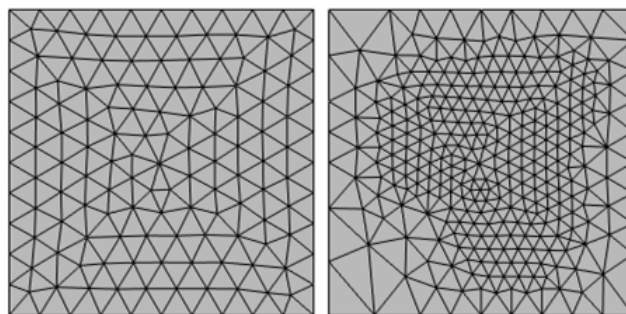
Diante das limitações mencionadas anteriormente, a pesquisa em cristais fotônicos tem direcionado cada vez mais seu foco para o método dos elementos finitos (FEM), especialmente com os contínuos avanços na capacidade de armazenamento e processamento computacional. A seguir, serão abordados os princípios fundamentais que definem o método de elementos finitos para a análise de cristais fotônicos.

4.3 Método dos elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica numérica amplamente empregada na solução de equações diferenciais parciais em regiões finitas. Ao discretizar os domínios originais dos problemas físicos, são obtidos sistemas de equações lineares que, frequentemente, apresentam uma grande quantidade de zeros e são facilmente resolvidos por meio de técnicas eficientes. Este método é reconhecido por sua precisão e flexibilidade, permitindo a análise de estruturas com geometrias arbitrariamente complexas. Além disso, devido à geração de matrizes esparsas que podem ser resolvidas de maneira eficiente, o Método dos Elementos Finitos otimiza os recursos computacionais, reduzindo significativamente o esforço computacional e o tempo de processamento (SADIKU, 2004).

A discretização de um meio pode ser conduzida através de uma malha uniforme ou de uma malha adaptativa, como ilustrado na Figura 17. Na malha adaptativa, o meio pode adotar formas diversas, incluindo geometrias curvas.

Figura 17. Exemplos de discretização, malha uniforme (esquerda) e malha adaptativa (direita)



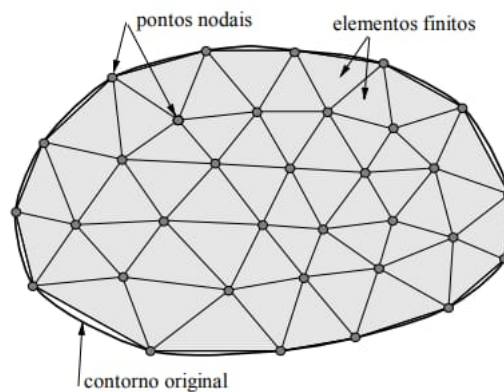
Fonte: Autor

Uma das principais características distintivas deste método é sua adaptabilidade

na análise de estruturas com geometrias complexas. Em outras palavras, o FEM pode ser empregado em domínios com características não homogêneas e formas irregulares. Por exemplo, em regiões de alta concentração do campo eletromagnético, são utilizadas malhas mais refinadas do que em regiões onde a concentração do campo é menor. Essa situação geralmente é difícil, às vezes até impossível, de ser tratada eficientemente com outros métodos, como o método das diferenças finitas.

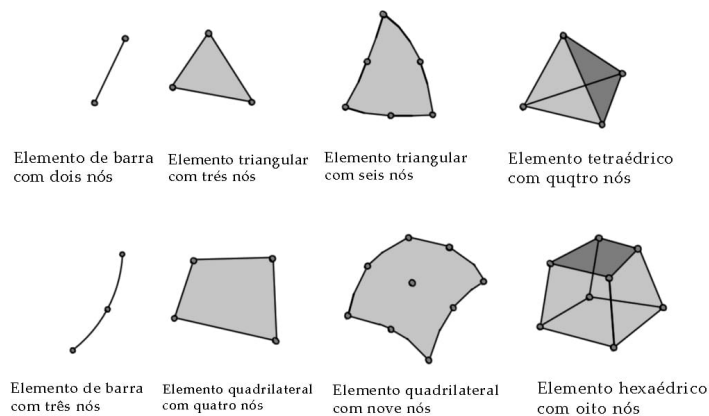
O primeiro passo na aplicação do FEM envolve a subdivisão do domínio em elementos bidimensionais, os quais podem ter formas geométricas diversas (TEIXEIRA-DIAS et al., 2010), conforme ilustrado pelas Figuras 18 e 19. Essa subdivisão deve garantir que não haja sobreposição nem lacunas entre os elementos, os quais devem se conectar apenas pelos vértices, sem conexão entre um vértice de um elemento e um lado de outro. A combinação dos elementos finitos e pontos nodais ilustrados pela Figura 18 forma a malha de elementos finitos.

Figura 18. Representação de um domínio discretizado



Fonte: Adaptado de (TEIXEIRA-DIAS et al., 2010)

Figura 19. Elementos finitos uni, bi e tridimensionais



Fonte: Adaptado de (TEIXEIRA-DIAS et al., 2010)

Após a discretização do domínio, é necessário realizar uma aproximação da função desconhecida dentro de cada elemento. A partir dessa etapa, o método produz as matrizes esparsas, cujas soluções numéricas são calculadas.

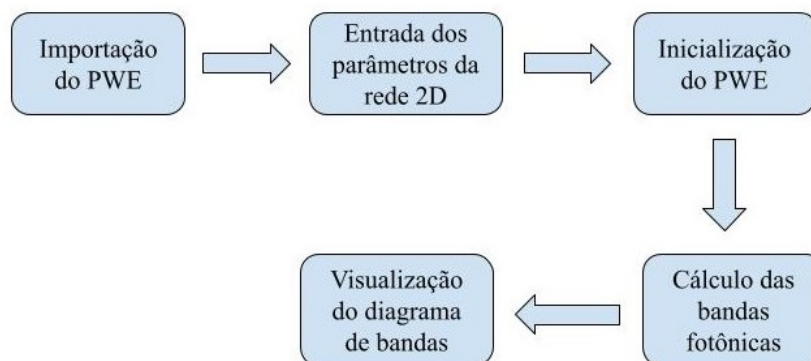
A precisão do FEM está diretamente relacionada ao número de nós e elementos presentes no domínio discretizado, bem como ao tamanho e tipo desses elementos. Um aspecto crucial do FEM é sua capacidade de convergência. Apesar de ser um método aproximado, podemos demonstrar que, em uma malha refinada, à medida que reduzimos o tamanho dos elementos finitos (aproximando-os de zero) e, conseqüentemente, aumentamos o número de nós (tendendo ao infinito), a solução obtida se aproxima cada vez mais da solução exata do problema.

Resumidamente, ao reduzir o tamanho e aumentar a quantidade de elementos em uma malha, os resultados da análise tornam-se mais precisos.

4.4 Softwares utilizados

Para o estudo do demultiplexador proposto neste trabalho utilizamos os pacotes de código aberto em Python conhecidos como "Legume"(MINKOV et al., 2020) e o software comercial COMSOL MULTIPHYSICS. As configurações de hardware utilizadas para conduzir as simulações foram as seguintes: processador AMD ryzen 7 5700g com 8 núcleos operando à 3.8 GHz, memória RAM de 32 GB.

O Legume é uma implementação python do método de expansão de modo guiado (GME) para a simulação de placas de cristal fotônico, incluindo estruturas multicamadas. Além disso, ele emprega também o método de expansão em ondas planas para o estudo da estrutura de bandas de cristais fotônicos bidimensionais. Para este último caso, a geração da estrutura de bandas para um cristal 2D se dá através dos passos apresentados no fluxograma a seguir:



O COMSOL, por sua vez, é um software que emprega o método dos elementos finitos para modelar e simular uma variedade de problemas nas áreas de física e engenharia.

Para isso, ele fornece ferramentas CAD específicas para cada campo de aplicação, chamadas de módulos, que permitem a discretização da estrutura e a definição das condições de contorno de forma automatizada ou manual. Além disso, os resultados gerados pelo software podem ser exportados para MATLAB ou salvos em formato ASCII para uso em outras plataformas.

O modelo geométrico desenvolvido neste trabalho pelo COMSOL passou pelas seguintes etapas:

- Descrição geométrica da região de interesse;
- Definição dos parâmetros físicos da estrutura e das condições de contorno;
- Geração de uma malha de elementos finitos;
- Pós-processamento dos resultados para visualização.

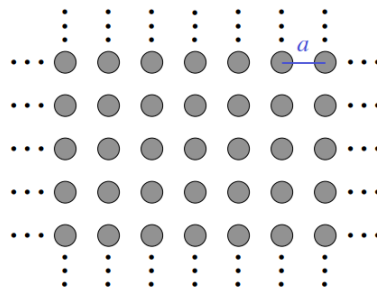
5 Demultiplexador de cristal fotônico bidimensional baseado em grafeno

Neste capítulo será apresentado o projeto do demultiplexador proposto para esse trabalho, que foi modelado e simulado pelo COMSOL. Assim como, a análise do diagrama de bandas fotônicas associado ao cristal fotônico bidimensional utilizado para produzir o dispositivo em questão.

5.1 Diagrama de Bandas fotônicas

Para a construção do demultiplexador, utilizamos uma estrutura base composta por uma rede quadrada de hastes dielétricas de Silício (índice de refração $n = 11,90$) cercadas por ar (índice de refração $n = 1,00$), conforme ilustrado pela Figura 20.

Figura 20. Rede cristalina utilizada para a construção do demultiplexador proposto

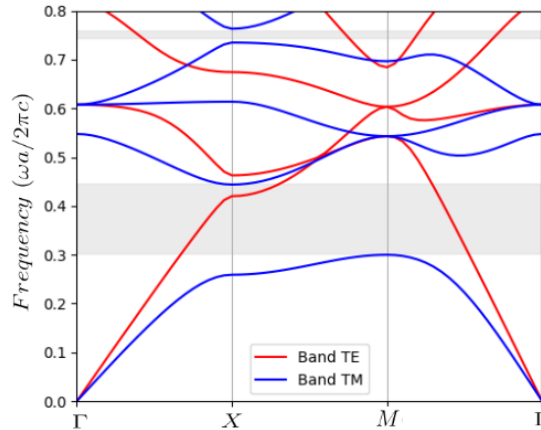


Fonte: Autor

A figura 20 representa uma matriz de hastes dielétricas com tamanho de 40×60 , raio das hastes $r = 100$ nm e constante de rede $a = 560$ nm (KANNAIYAN; DHAMODHARAN; SAVARIMUTHU, 2017).

Utilizando os códigos em Python fornecidos pelo repositório do Legume, realizamos o cálculo e a visualização do diagrama de bandas fotônicas, conforme mostrado na Figura 21, para o cristal fotônico bidimensional mencionado anteriormente. O código empregado para calcular as bandas fotônicas proibidas (PBGs) requer como parâmetros de entrada a relação $\frac{r}{a}$ e o índice de refração das hastes dielétricas que compõem a rede. Além disso, o diagrama de bandas foi calculado para o vetor de onda na zona irredutível de Brillouin da rede quadrada, cujos pontos de alta simetria são: $\Gamma(0, 0)$, $X(\frac{\pi}{a}, 0)$ e $M(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a})$.

Figura 21. Bandas fotônicas proibidas para a rede cristalina analisada



Fonte: Autor

Como pode ser visto na Figura 21, existe dois gaps fotônicos para o estado de polarização da luz TM. O primeiro entre a primeira e a segunda bandas e o segundo entre a quarta e a quinta bandas, que correspondem as faixas de frequências normalizadas situadas entre $0,30 < \frac{\omega a}{2\pi c} < 0,44$ e $0,74 < \frac{\omega a}{2\pi c} < 0,76$, respectivamente. Nesses intervalos específicos, não são identificados modos de propagação.

Considerando o maior intervalo de frequências da primeira faixa em comparação com a segunda, optamos por concentrar nossa análise exclusivamente no primeiro gap fotônico para investigar a transmissão de comprimentos de onda no dispositivo projetado, abrangendo o intervalo de 1255 a 1852 nm.

5.2 Projeto do dispositivo fotônico

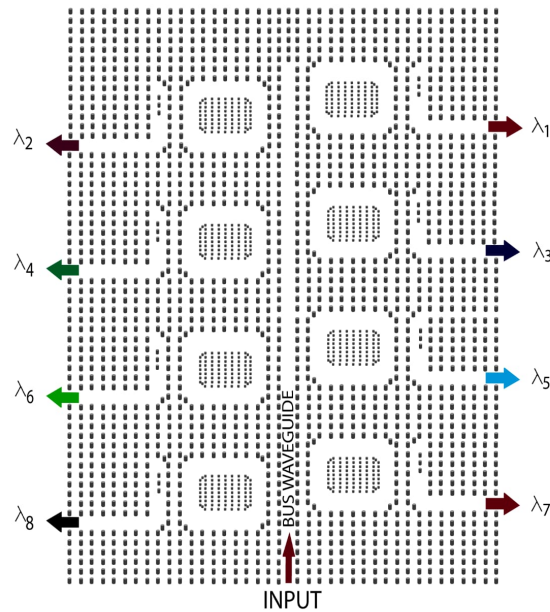
A partir da introdução de defeitos dentro da rede cristalina analisada na seção anterior, foi construído o demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em grafeno apresentado pela Figura 22.

Como pode ser visto pela Figura 22, a estrutura do dispositivo se divide em três regiões principais: Guia de onda de barramento, anel ressonador octogonal e guia de onda com curva em L (KANNAIYAN; DHAMODHARAN; SAVARIMUTHU, 2017).

O guia de onda de barramento corresponde a entrada do dispositivo projetado e foi construído mediante a inserção de um defeito linear na estrutura cristalina, mais precisamente pela remoção de 54 hastes dielétricas.

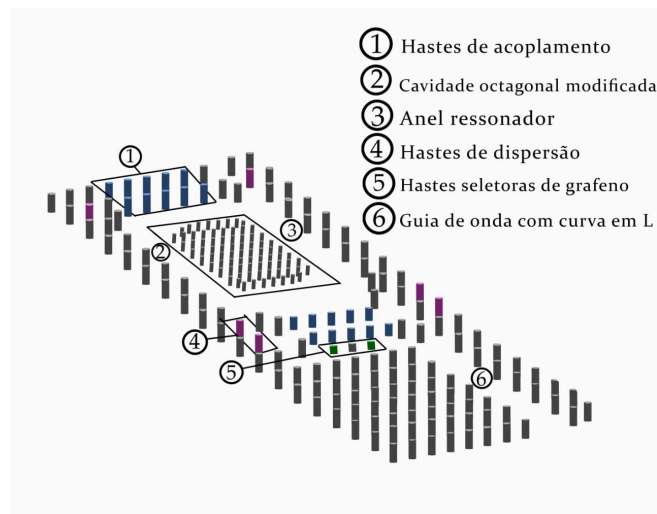
O anel ressonador octogonal foi projetado a partir da remoção de um conjunto de hastes dielétricas dispostas em uma matriz 7×7 , conforme mostra a Figura 23, legenda (3), e tem como função selecionar o comprimento de onda específico para cada canal.

Figura 22. Demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em grafeno



Fonte: Autor

Figura 23. Estrutura do anel ressonador octogonal e guia de onda com curva em L.



Fonte: Autor

Essa seleção é controlada através da cavidade octogonal modificada - MOC, legenda (2) na figura acima, localizada no centro do anel ressonador, na qual apresenta constante de rede $a = 280$ nm e raio das hastes R variável para cada canal do dispositivo (KANNAIYAN; DHAMODHARAN; SAVARIMUTHU, 2017), conforme valores apresentados na Tabela 1.

Como se pode observar pela Tabela 1, o raio das hastes da cavidade octogonal varia na faixa de 73 nm à 87 nm com intervalo de 2 nm entre canais. Além disso, foram posicionadas hastes de dispersão, legenda (4) na Figura 23, nos cantos de cada anel

Tabela 1. Raio das hastes da cavidade octogonal para os oito anéis ressonadores do demultiplexador projetado

Canal	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
R (nm)	73	75	77	79	81	83	85	87

Fonte: Autor

ressonador, com tamanho de 120 nm, cujo objetivo principal é suprimir os modos de contra propagação, aprimorando, assim, a seletividade espectral do canal.

O guia de onda com curva em L, legenda (6), Figura 23, foi construído inserindo-se um defeito em forma de L dentro do cristal bidimensional e é responsável pela eliminação do comprimento de onda selecionado pelo anel ressonador. Além disso, dá suporte ao mesmo na seleção do comprimento de onda específico para cada canal, melhorando a eficiência de transmissão. E esse suporte é realizado pela presença de três hastes seletoras com grafeno, legenda (5), no interior do guia de onda em L, na qual o grafeno se encontra no topo dessas hastes.

O raio da haste central das hastes seletoras de grafeno (r_s) é a mesma para todos os canais do demultiplexador, com valor de 74 nm, enquanto que as hastes superior e inferior são diferentes para cada canal (KANNAIYAN; DHAMODHARAN; SAVARIMUTHU, 2017), conforme Tabela 2.

Tabela 2. Raio das hastes seletoras de grafeno (r_s), superior e inferior, em cada guia de onda com curva em L do dispositivo projetado.

Canal	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
r_s (nm)	60	62	64	66	68	70	72	74

Fonte: Autor

Pela Tabela 2 pode-se dizer que os raio das hastes seletoras de grafeno, superior e inferior, variam no intervalo de 60 - 74 nm com passo de 2nm entre canais de transmissão. Ademais, a comunicação entre guia de onda de barramento, anel ressonador e guia de onda com curva em L se deu por intermédio das hastes de acoplamento, legenda (1), conforme mostra a Figura 23.

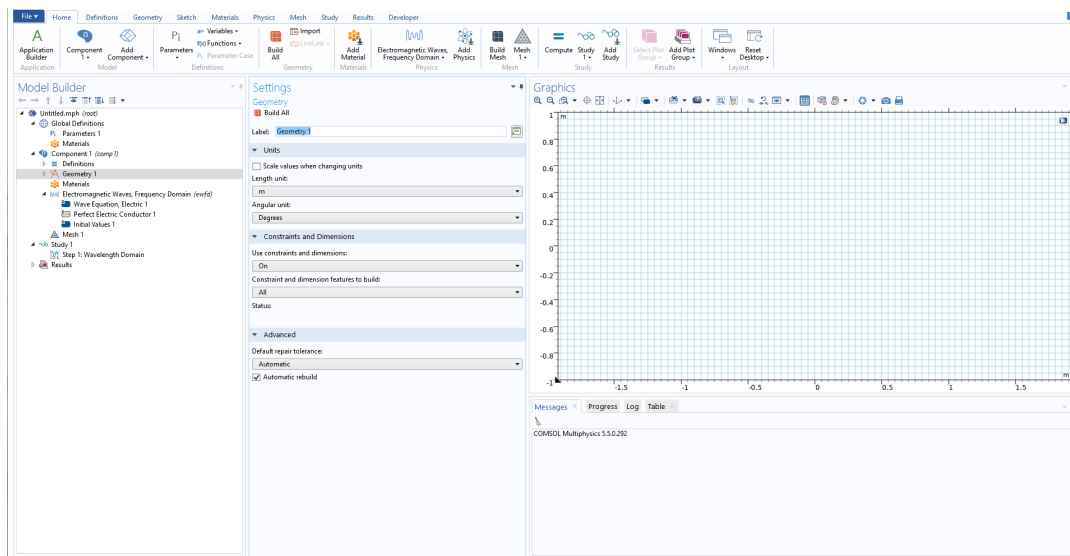
5.3 Simulação do dispositivo projetado

Antes de iniciarmos a simulação do modelo utilizando o software COMSOL, é crucial definir o tipo de problema em questão, para selecionar o módulo apropriado. Neste

caso, seguimos a sequência:

- 1 - Na aba Select Space Dimension selecionamos **2D**;
- 2 - Na aba Select Physics selecionamos Optics > Wave optics > Electromagnetic Waves, Frequency Domain (ewfd) e;
- 3 - Na aba Select Study selecionamos **Wavelength Domain**. O resultado desta sequência é apresentado na Figura 24.

Figura 24. Tela de recursos do software COMSOL multiphysics



Fonte: Autor

Dado que o objetivo do modelo é analisar as ondas TM que se propagam dentro do cristal fotônico bidimensional, empregamos a equação de Maxwell para a componente E_z do campo elétrico,

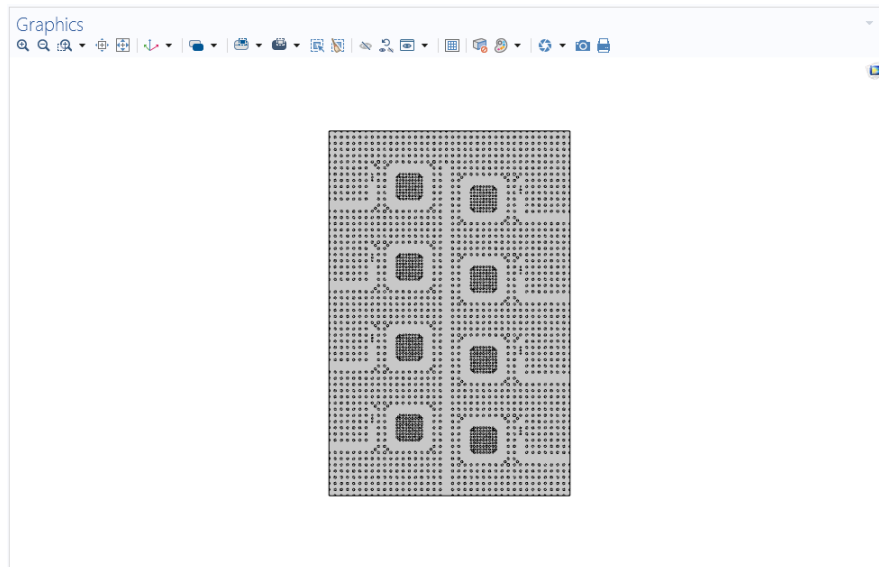
$$-\nabla \cdot \nabla E_z - n^2 k_0^2 E_z = 0 \quad (5.1)$$

onde n é o índice de refração e k_0 é o número de onda no espaço livre.

Para construir a estrutura, o COMSOL oferece uma interface gráfica intuitiva, equipada com ferramentas CAD para a criação de objetos. Ao acessar o menu "Geometry", localizada na barra superior ou na janela Model Builder (mais a esquerda), conforme ilustrado na Figura 24, é possível inserir as formas geométricas desejadas.

A Figura 25 mostra a geometria do demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em grafeno construído no COMSOL.

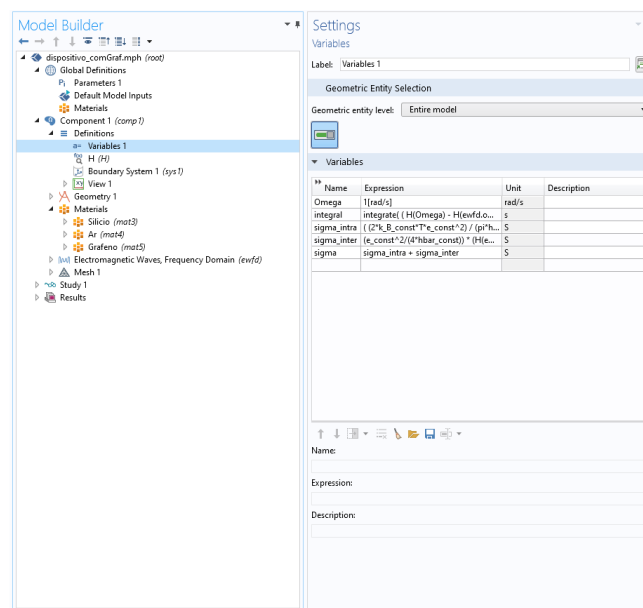
Figura 25. Modelo do demultiplexador criado no COMSOL



Fonte: Autor

Após o processo de construção da geometria do modelo, foram definidos os materiais que fazem parte do dispositivo fotônico. Nesta etapa, declaramos as expressões para a condutividade do grafeno em **Definitions > Variables** no Model Builder, além disso, foram inseridos os valores dos índices de refração e condutividade no menu **Materials**. A Figura 26 mostra a declaração da condutividade do grafeno e dos materiais da estrutura modelada.

Figura 26. Definição da Condutividade intra e inter bandas do grafeno

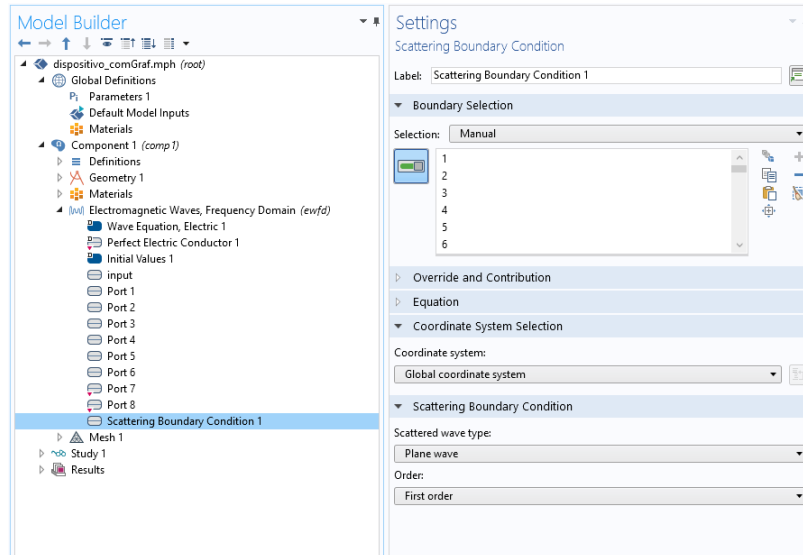


Fonte: Autor

No passo seguinte, foram inseridos os parâmetros físicos, utilizando-se o menu

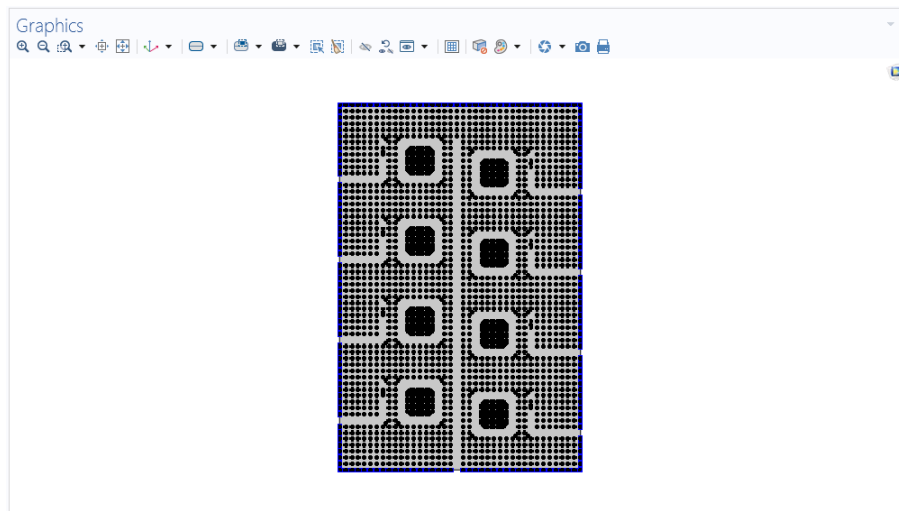
Physics. Nesta etapa, configuramos as portas de entrada e saída do demultiplexador e as condições de contorno do dispositivo, conforme apresentado pela Figura 27.

Figura 27. Menu onde são definidos os parâmetros de entrada e saída e condições de contorno do modelo



Fonte: Autor

Figura 28. Condições de contorno do modelo



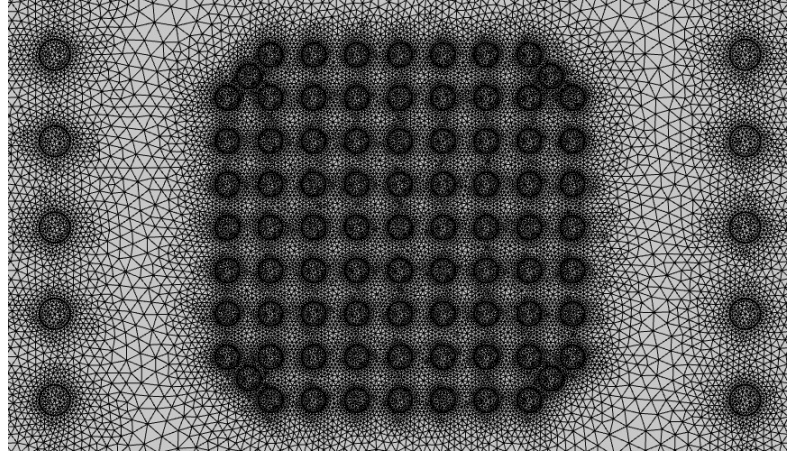
Fonte: Autor

Considerando o meio infinito, aplicamos a condição de contorno de espalhamento, onde para a fronteira da onda incidente, definimos $E_z = 1$, enquanto para o restante do domínio, fixamos $E_z = 0$.

Após a configuração das portas de entrada e saída e das condições de contorno, realizamos o processo de discretização do modelo. Através do menu "Mesh", o software

permite gerar as malhas de forma manual ou automática. A Figura 29 mostra um zoom do modelo discretizado.

Figura 29. Modelo discretizado

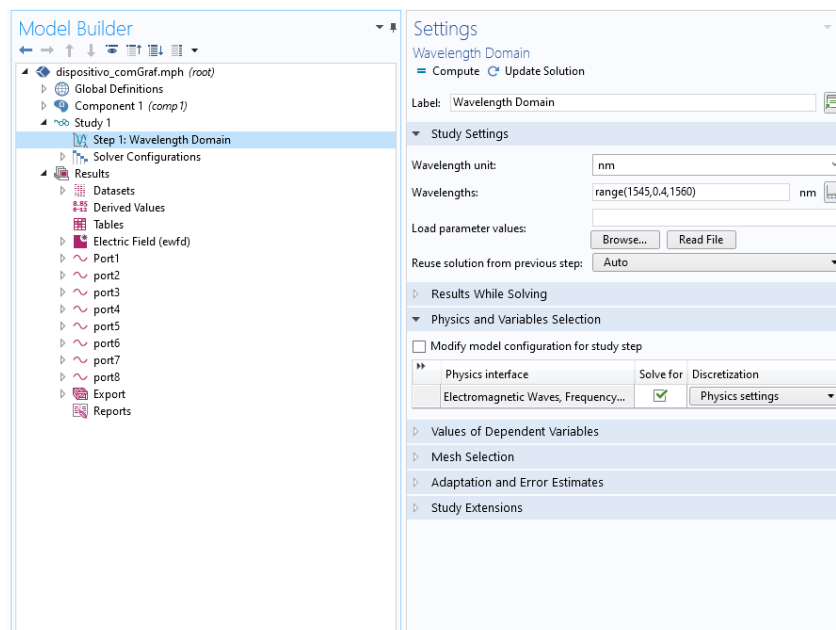


Fonte: Autor

Essa fase é crucial, pois a precisão da solução no método dos elementos finitos está diretamente ligada à maneira como o domínio é subdividido. Se a discretização for superficial, aumentam os riscos de resultados não confiáveis, enquanto uma discretização muito detalhada pode prolongar significativamente o tempo de simulação.

Por fim, é possível avançar para a última fase da simulação, que diz respeito ao processamento e à visualização dos resultados. Isso pode ser feito através do menu "Study" e "Results", conforme ilustrado na Figura 30.

Figura 30. Tela de processamento e visualização dos resultados do modelo



Fonte: Autor

6 Resultados e discussão

Após a modelagem da estrutura do demultiplexador projetado, realizou-se as configurações referentes aos materiais que compõem o dispositivo; a física do problema; condições de contorno; discretização da estrutura. Assim como a resolução do sistema discretizado. O que proporcionou os resultados apresentados nas seções subsequentes.

A análise dos resultados obtidos com a simulação se deu em torno de dois pontos principais: 1) análise dos parâmetros de transmissão do demultiplexador variando-se o potencial químico do grafeno presente nas hastes seletoras no guia de onda com curva em L e 2) análise do dispositivo visando sua aplicação em sistemas de multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM).

6.1 Parâmetros de transmissão x potencial químico do grafeno

Nesta seção são analisados o comprimento de onda ressonante (λ), a largura espectral ($\Delta\lambda$) e o fator de qualidade (Q) do sinal transmitido ao longo do canal λ_7 para diferentes valores do potencial químico do grafeno (μ_c), especificamente para $\mu_c = 0,20$ eV; $\mu_c = 0,50$ eV e $\mu_c = 0,80$ eV.

A largura espectral ($\Delta\lambda$) foi estimada por uma função de distribuição gaussiana para largura total na metade do espectro máximo (FWHM) e o fator de qualidade Q através da equação 6.1:

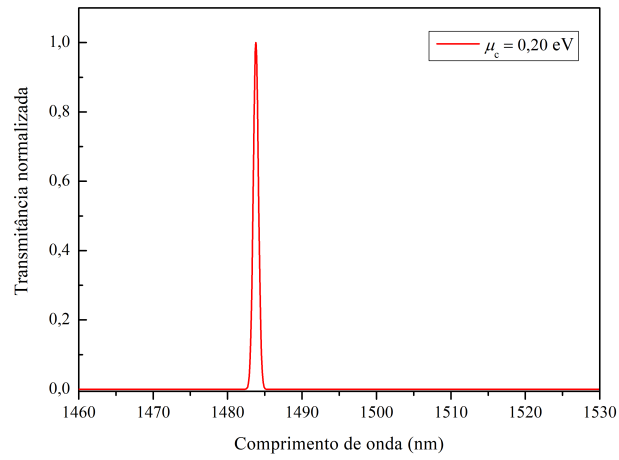
$$Q = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (6.1)$$

A Figura 31 mostra o espectro de transmissão na saída considerada para $\mu_c = 0,20$ eV, onde o eixo horizontal destaca o comprimento de onda ressonante, dado em nanômetros, e o eixo vertical a transmitância normalizada, grandeza adimensional.

Neste cenário, a porta λ_7 opera selecionando o comprimento de onda de 1483,80 nm, com largura de banda de 0,82 nm e fator de qualidade $Q = 1809,51$. Para $\mu_c = 0,50$ eV e $\mu_c = 0,80$ eV foram obtidos os espectros apresentados pelas Figuras 32 e 33.

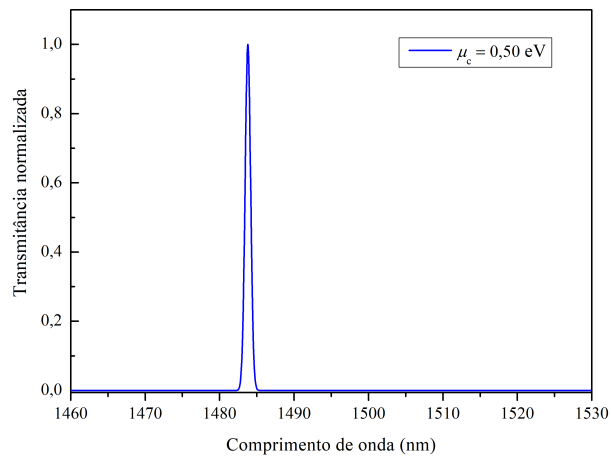
Nestes casos, tem-se que os valores para o comprimento de onda ressonante na porta λ_7 correspondem à 1483,80 e 1476,10 nm, respectivamente. Com largura espectral e fator de qualidade conforme destacados na Tabela 3.

Figura 31. Espectro de saída para λ_7 com $\mu_c = 0,20$ eV



Fonte: Autor

Figura 32. Espectro de saída para λ_7 com $\mu_c = 0,50$ eV.



Fonte: Autor

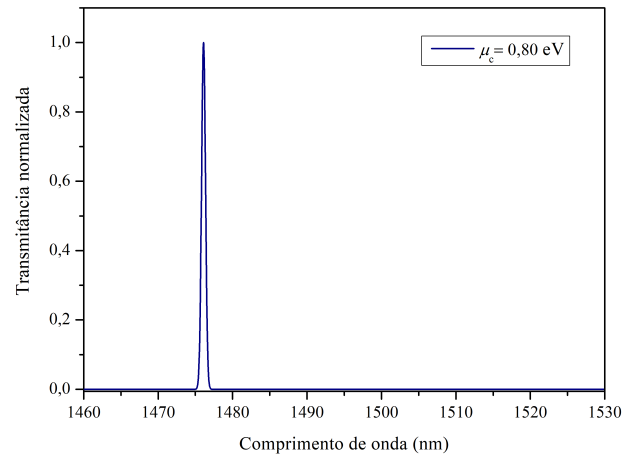
Tabela 3. Parâmetros de transmissão de λ_7 para diferentes valores de μ_c .

Potencial químico (μ_c)	0,20 eV	0,50 eV	0,80 eV
λ (nm)	1483,80	1483,80	1476,10
$\Delta\lambda$ (nm)	0,82	0,87	0,63
Q	1809,51	1705,51	2343,01

Fonte: Autor

A partir dos resultados apresentados na Tabela 3, observa-se que os melhores valores dos parâmetros de transmissão para o demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado

Figura 33. Espectro de saída para λ_7 com $\mu_c = 0,80$ eV.



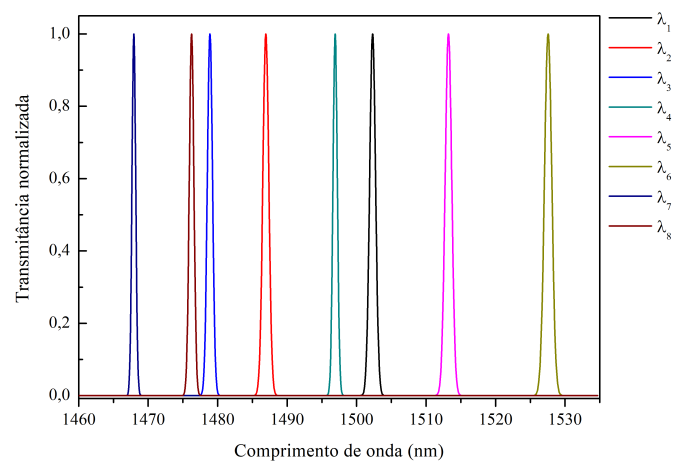
Fonte: Autor

em grafeno, foram obtidos para $\mu_c = 0.80$ eV. Dessa forma, os resultados apresentados e discutidos na próxima seção referem-se às simulações em que o potencial químico do grafeno manteve-se constante em 0,80 eV.

6.2 Análise do dispositivo fotônico para aplicação em sistemas WDM

A Figura 34 apresenta os espectros de transmissão normalizados para os oito canais de queda do demultiplexador de cristal fotônico 2D baseado em grafeno.

Figura 34. Espectros de saída para o demultiplexador proposto



Fonte: Autor

Os comprimentos de onda ressonantes (em nanômetros) nas saídas de cada canal foram: $\lambda_1 = 1502,31$, $\lambda_2 = 1486,93$, $\lambda_3 = 1478,89$, $\lambda_4 = 1496,91$, $\lambda_5 = 1513,22$, $\lambda_6 = 1527,56$, $\lambda_7 = 1467,94$ e $\lambda_8 = 1476,25$ respectivamente. A seleção dos diferentes comprimentos de onda ressonantes no demultiplexador foi controlada pelo raio das hastes da cavidade octogonal modificada (MOC) e pelas hastes seletoras de grafeno.

Os demais parâmetros de transmissão do dispositivo se encontram resumidos na Tabela 4 apresentada a seguir, onde TE corresponde a eficiência de transmissão determinada pela equação 6.2 e D o espaçamento entre canais.

$$TE(\%) = \frac{P_{out}}{P_{int}} \times 100 \quad (6.2)$$

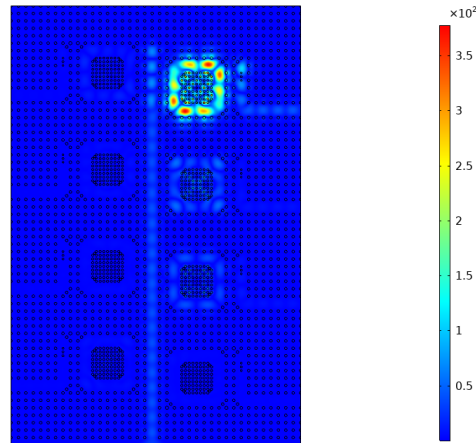
Tabela 4. Resultados da simulação do dispositivo proposto.

Canal	λ (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)	Q	$TE(\%)$	D (nm)
λ_1	1502,31	1,00	1502,31	93,63	15,38
λ_2	1486,93	1,00	1486,9	98,20	8,04
λ_3	1478,89	0,86	1.719,64	98,89	18,02
λ_4	1496,91	0,73	2.050,56	95,20	16,31
λ_5	1513,22	1,06	1.427,57	98,18	14,34
λ_6	1527,56	1,23	1.241,92	88,58	59,62
λ_7	1467,94	0,62	2.367,64	62,26	8,31
λ_8	1476,25	0,78	1.892,63	90,09	8,31

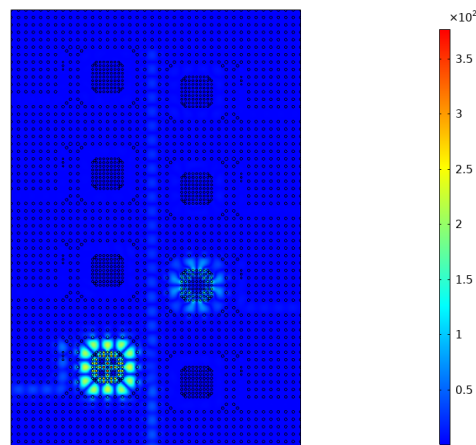
Fonte: Autor

Pela tabela acima, determina-se que a largura espectral ($\Delta\lambda$) para cada canal varia em torno do valor médio de 0,91 nm e os valores para o fator de qualidade (Q) se encontram dentro do intervalo de 1.241,92 à 2.367,64. Além disso, a eficiência de transmissão (TE) para cada porta de saída do dispositivo é estimada em 90,62%, apresentando o menor valor para λ_7 (62,26%). E o espaçamento entre canais é da ordem de 18,54 nm.

As Figuras 35 e 36 mostram a distribuição de campo elétrico para o canais λ_1 e λ_8 do demultiplexador simulado.

Figura 35. Distribuição de campo elétrico para λ_1 

Fonte: Autor

Figura 36. Distribuição de campo elétrico para λ_8 

Fonte: Autor

Em termos práticos, o sinal multiplexado entra no demultiplexador através do guia de onda em barramento (entrada), em seguida uma parte desse sinal é acoplada ao anel ressonador octogonal, através das hastes de acoplamento entre guia de entrada e cavidade octogonal modificada (MOC). E por fim, a parcela acoplada ao ressonador é dirigida ao guia de onda com curva em L (saída), por meio das hastes de acoplamento existente entre MOC e guia de onda com curva em L. No guia de onda com curva em L, as hastes seletoras de grafeno operam melhorando a eficiência de transmissão do comprimento de onda descartado pelo canal de saída.

Os níveis de interferência (Crosstalk), em decibéis, entre os canais de transmissão são apresentados na Tabela 5 e foram estimados através da equação 6.3.

$$Crosstalk(dB) = 10 \log\left(\frac{P_{out}}{P_{int}}\right) \quad (6.3)$$

onde P_{out} é a potência de saída e P_{int} a potência de entrada.

Tabela 5. Valores de crosstalk das saídas do demultiplexador simulado

$X_{ij}[dB]$	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8
λ_1	-	-	-14,19	-27,25	-16,32	-29,60	-	-25,47
λ_2	-24,80	-	-27,84	-21,78	-	-	-22,39	-
λ_3	-	-	-	-	-	-	-25,47	-21,93
λ_4	-16,57	-23,80	-23,22	-	-26,35	-20,00	-29,14	-22,34
λ_5	-28,79	-26,51	-21,14	-28,31	-	-25,62	-27,44	-28,96
λ_6	-27,02	-	-10,99	-13,94	-25,67	-	-27,50	-27,67
λ_7	-9,15	-	-4,64	-27,23	-19,17	-10,70	-	-13,76
λ_8	-	-	-23,59	-	-9,93	-	-25,56	-

Fonte: Autor

Os valores expostos na Tabela 5 evidenciam que os canais de transmissão do dispositivo fotônico projetado exibem baixos níveis de interferência entre canais adjacentes, variando de -4,64 à -29,60 dB. Indicando um eficiente isolamento em relação aos comprimentos de onda ressonantes transmitidos por cada canal.

Dessa forma, devido aos valores consideráveis dos parâmetros de transmissão do demultiplexador proposto neste trabalho, o mesmo apresenta-se como uma alternativa viável para ser aplicado em sistemas ópticos de Multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM).

7 Conclusões

Neste trabalho, foi projetado um demultiplexador de oito canais baseado em cristal fotônico bidimensional com grafeno, visando sua aplicação em sistemas que utilizam a técnica de Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda (WDM).

O dispositivo fotônico foi simulado e estudado através do software comercial COMSOL multiphysics e dos pacotes Python Legumes, que empregam os métodos de elementos finitos (FEM) e expansão em ondas planas (PWE), respectivamente.

Foram analisados o comprimento de onda ressonante (λ), largura espectral ($\Delta\lambda$), Fator de qualidade (Q), eficiência de transmissão (TE), espaçamento entre canais (D) e crosstalk para os oito canais do demultiplexador.

A análise dos parâmetros de transmissão do demultiplexador com a variação do potencial químico do grafeno (μ_c) mostrou melhores resultados para o valor de 0,80 eV.

Enquanto que os resultados da simulação, considerando a aplicação do dispositivo em sistemas (WDM), apresentaram valores consideráveis para a eficiência de transmissão, cerca de 90,62 %, e fator de qualidade, valores dentro do intervalo 1.241,92 - 2.367,64. Além disso, o dispositivo apresentou baixos níveis de interferência eletromagnética entre canais adjacentes (crosstalk), entre -4,64 à -29,60 dB.

Em geral, o demultiplexador de oito canais de cristal fotônico 2D baseado em grafeno mostrou-se como uma alternativa viável para ser aplicado em sistemas de Multiplexação por divisão de comprimento de onda, operando na faixa de 1460 à 1530 nm com espaçamento entre canais na ordem de 18 nm.

7.1 Propostas de trabalhos futuros

Além dos resultados apresentados, temos como propostas para trabalhos futuros:

- Análise do demultiplexador para aplicações em DWDM;
- Otimização do demultiplexador visando melhores resultados para os parâmetros de transmissão;
- Exploração de portas lógicas.

7.2 Trabalhos publicados

Como primeiro autor, temos 1 paper publicado no evento BTSym 2023 e um paper no evento SEMINATEC 2024 até o momento.

- SILVA, Alan R.; ARAÚJO, Fabio S.; SANTOS, Marcos G. F.; COSTA, Marcos B.C. Graphene-Based 2D Photonic Crystal Demultiplexer Design. In: Brazilian Technology Symposium - BTSym'23, 2023, Campinas - SP. Proceedings of the 9th Brazilian Technology Symposium (BTSym'23), 2023.
- SILVA, Alan dos Reis ; SOUSA, FABIO BARROS DE ; ARAÚJO, Fabio Souza de ; OLIVEIRA, J. E. ; SANTOS, Marcos Gabriel Fernandes ; COSTA, Marcos Benedito Caldas . Study of a Two-Dimensional Photonic Crystal Demultiplexer based on Graphene. In: SEMINATEC (Workshop on Semiconductors and Micro & Nano Technology), 2024, São Paulo. ANAIS SEMINATEC 2024, 2024.

Referências

- BACHIR, R.; HADJIRA, B.; MEHADJI, A. Design of a 8-channel demultiplexer with ultra highly quality factor and low crosstalk for dwdm applications. *Optical and Quantum Electronics*, Springer, v. 53, n. 7, p. 363, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- CHAMANARA, N.; CALOZ, C. Graphene magnetoplasmonic principles, structures and devices. In: *2015 9th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–2. Citado na página 33.
- CHAN, R.; LIU, J. Time-domain wave propagation in optical structures. *IEEE photonics technology letters*, IEEE, v. 6, n. 8, p. 1001–1003, 1994. Citado na página 39.
- DIBBEN, D. C.; METAXAS, R. Time domain finite element analysis of multimode microwave applicators. *IEEE transactions on magnetics*, IEEE, v. 32, n. 3, p. 942–945, 1996. Citado na página 39.
- DOBSON, D. C. An efficient method for band structure calculations in 2d photonic crystals. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 149, n. 2, p. 363–376, 1999. Citado na página 38.
- DOBSON, D. C.; GOPALAKRISHNAN, J.; PASCIAK, J. E. An efficient method for band structure calculations in 3d photonic crystals. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 161, n. 2, p. 668–679, 2000. Citado na página 38.
- E., Y.; GMITTER, T.; LEUNG, K. Photonic band structure: The face-centered cubic case employing nonspherical atoms. *Phys. Rev. Lett*, v. 67, p. 2295–2298, 1991. Citado na página 18.
- ELI, Y. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett*, v. 58, p. 2059–2062, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.
- FALKOVSKY, L.; PERSHOGUBA, S. Optical far-infrared properties of a graphene monolayer and multilayer. *Physical Review B*, APS, v. 76, n. 15, p. 153410, 2007. Citado na página 36.
- FERRARI, A. C.; BONACCORSO, F.; FAL'KO, V.; NOVOSELOV, K. S.; ROCHE, S.; BØGGILD, P.; BORINI, S.; KOPPENS, F. H.; PALERMO, V.; PUGNO, N. et al. Science and technology roadmap for graphene, related two-dimensional crystals, and hybrid systems. *Nanoscale*, Royal Society of Chemistry, v. 7, n. 11, p. 4598–4810, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 32.
- GEIM, A. K.; NOVOSELOV, K. S. The rise of graphene. *Nature materials*, Nature Publishing Group UK London, v. 6, n. 3, p. 183–191, 2007. Citado na página 33.
- GONÇALVES, P. A. D.; PERES, N. M. *An introduction to graphene plasmonics*. [S.l.]: World Scientific, 2016. Citado na página 36.
- HANSON, G. W. Dyadic green's functions for an anisotropic, non-local model of biased graphene. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, IEEE, v. 56, n. 3, p. 747–757, 2008. Citado na página 36.

- HO, K.; CHAN, C. T.; SOUKOULIS, C. M. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. *Physical Review Letters*, APS, v. 65, n. 25, p. 3152, 1990. Citado na página 39.
- J.D., J.; JOHNSON, S.; WINN, J.; MEADE, R. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. 2. ed. Princeton:: Princeton University Press, 2008. Citado 9 vezes nas páginas 16, 18, 19, 25, 26, 27, 28, 39 e 40.
- KANNAIYAN, V.; DHAMODHARAN, S. K.; SAVARIMUTHU, R. Performance analysis of two-dimensional photonic crystal octagonal ring resonator based eight channel demultiplexer. *Optica Applicata*, v. 47, n. 1, p. 7–18, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 45, 46, 47 e 48.
- KATSNELSON, M. I. Graphene: carbon in two dimensions. *Materials today*, Elsevier, v. 10, n. 1-2, p. 20–27, 2007. Citado na página 35.
- KAVITHA, V.; BALAJI, V.; DHANABALAN, S. S.; SRIDARSHINI, T.; ROBINSON, S.; RADHOUENE, M.; HEGDE, G.; SUGESH, R. J. Design and performance analysis of eight channel demultiplexer using 2d photonic crystal with trapezium cavity. *Journal of Optics*, IOP Publishing, v. 25, n. 6, p. 065102, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- KITTEL, C. *Introdução À Física Do Estado Sólido*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 24, 34 e 40.
- LEUNG, K.-M.; LIU, Y. Photon band structures: The plane-wave method. *Physical Review B*, APS, v. 41, n. 14, p. 10188, 1990. Citado na página 38.
- LIU, P.-L.; ZHAO, Q.; CHOA, F.-S. Slow-wave finite-difference beam propagation method. *IEEE photonics technology letters*, IEEE, v. 7, n. 8, p. 890–892, 1995. Citado na página 39.
- LLATSER, I.; KREMERS, C.; CABELLOS-APARICIO, A.; JORNET, J. M.; ALARCÓN, E.; CHIGRIN, D. N. Graphene-based nano-patch antenna for terahertz radiation. *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, Elsevier, v. 10, n. 4, p. 353–358, 2012. Citado na página 36.
- LU, Y.; SHEN, C. A domain decomposition finite-difference method for parallel numerical implementation of time-dependent maxwell's equations. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 45, n. 3, p. 556–562, 1997. Citado na página 39.
- LYNCH, D.; PAULSEN, K. Time-domain integration of the maxwell equations on finite elements. *IEEE Transactions on Antennas and propagation*, IEEE, v. 38, n. 12, p. 1933–1942, 1990. Citado na página 39.
- MEADE, R. D.; BROMMER, K. D.; RAPPE, A. M.; JOANNOPOULOS, J. Existence of a photonic band gap in two dimensions. *Applied Physics Letters*, American Institute of Physics, v. 61, n. 4, p. 495–497, 1992. Citado na página 38.
- MINKOV, M.; WILLIAMSON, I. A.; ANDREANI, L. C.; GERACE, D.; LOU, B.; SONG, A. Y.; HUGHES, T. W.; FAN, S. Inverse design of photonic crystals through automatic differentiation. *ACS Photonics*, American Chemical Society, v. 7, n. 7, p. 1729–1741, 2020. Citado na página 43.

- NETO, A. C.; GUINEA, F.; PERES, N. M.; NOVOSELOV, K. S.; GEIM, A. K. The electronic properties of graphene. *Reviews of modern physics*, APS, v. 81, n. 1, p. 109, 2009. Citado na página 36.
- RAYLEIGH, L. XVII. on the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure. *Philosophical Magazine Series 1*, v. 24, p. 145–159, 1887. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:122730713>>. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.
- RAYLEIGH, L. On the reflection of light from a regularly stratified medium. *Proc. Royal Society of London*, v. 93, p. 565–577, 1917. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:122730713>>. Citado na página 18.
- SADIKU, M. *Elementos de Eletromagnetismo, terceira edição.* [S.l.]: editora Bookman, Brasil, 2004. Citado na página 41.
- SAITO, R.; DRESSELHAUS, G.; DRESSELHAUS, M. S. *Physical Properties of Carbon Nanotubes*. PUBLISHED BY IMPERIAL COLLEGE PRESS AND DISTRIBUTED BY WORLD SCIENTIFIC PUBLISHING CO., 1998. Disponível em: <<https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/p080>>. Citado na página 32.
- SOUSA, F. M. d. *Nanofitas de grafeno com bordas Armchaire zigzag aplicadas a antenas com substrato PBG na banda THz*. Tese (Tese (Doutorado)) — Universidade Federal do Para, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 27, 35 e 36.
- TAFLOVE, A.; HAGNESS, S. C.; PIKET-MAY, M. Computational electromagnetics: the finite-difference time-domain method. *The Electrical Engineering Handbook*, Elsevier Amsterdam, The Netherlands, v. 3, n. 629-670, p. 15, 2005. Citado na página 39.
- TEIXEIRA-DIAS, F.; CRUZ, J. Pinho-da; VALENTE, R. F.; SOUSA, R. A. de. Método dos elementos finitos: técnicas de simulação numérica em engenharia. ETEP-Technical and Professional Editions, 2010. Citado na página 42.
- THOMA, P.; WEILAND, T. Numerical stability of finite difference time domain methods. *IEEE transactions on Magnetics*, IEEE, v. 34, n. 5, p. 2740–2743, 1998. Citado na página 39.
- WU, Y.; FARMER, D. B.; XIA, F.; AVOURIS, P. Graphene electronics: Materials, devices, and circuits. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 101, n. 7, p. 1620–1637, 2013. Citado na página 35.
- YABLONOVITCH, E.; GMITTER, T. Photonic band structure: The face-centered-cubic case. *Physical Review Letters*, APS, v. 63, n. 18, p. 1950, 1989. Citado na página 38.
- YONEKURA, J.; IKEDA, M.; BABA, T. Analysis of finite 2-d photonic crystals of columns and lightwave devices using the scattering matrix method. *Journal of Lightwave Technology*, IEEE, v. 17, n. 8, p. 1500, 1999. Citado na página 38.