



Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
de Recursos Naturais da Amazônia

# **ANÁLISE DO ESCOAMENTO MAGNETOHIDRODINÂMICO MICROPOLAR DE SANGUE E DA CAPTURA MAGNÉTICA DE NANOPARTÍCULAS EM VASOS SANGUÍNEOS**

**Fabio de Andrade Pontes**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia, PRODERNA/ITEC, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Recursos Naturais.

Orientador: Emanuel Negrão Macêdo

Coorientador: Helder Kiyoshi Miyagawa

BELÉM-PA

Maio de 2025

# ANÁLISE DO ESCOAMENTO MAGNETOHIDRODINÂMICO MICROPOLAR DE SANGUE E DA CAPTURA MAGNÉTICA DE NANOPARTÍCULAS EM VASOS SANGUÍNEOS

Fabio de Andrade Pontes

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS DA AMAZÔNIA (PRODERNA/ITEC) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE DOUTOR EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS.

Examinada por:

Documento assinado digitalmente  
 EMANUEL NEGRÃO MACEDO  
Data: 09/05/2025 12:08:00-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Emanuel Negrão Macêdo, D.Sc.  
(PRODERNA/ITEC/UFPA – Orientador)

Documento assinado digitalmente  
 HELDER KIYOSHI MIYAGAWA  
Data: 09/05/2025 13:42:33-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Helder Kiyoshi Miyagawa, D.Sc.  
(PPGEP/ITEC/UFPA – Coorientador)

Documento assinado digitalmente  
 JOAO NAZARENO NONATO QUARESMA  
Data: 09/05/2025 12:57:07-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. João Nazareno Nonato Quaresma, D.Sc.  
(PRODERNA /ITEC/UFPA – Membro)

Documento assinado digitalmente  
 PERICLES CRISIRON PONTES  
Data: 09/05/2025 13:19:52-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Péricles Crisiron Pontes, D.Sc.  
(FEQ/ITEC/UFPA – Membro)

Documento assinado digitalmente  
 BENEDITO LOBATO  
Data: 09/05/2025 12:43:36-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Benedito Lobato, D.Sc.  
(DCNA/UEPA – Membro)

Documento assinado digitalmente  
 JOAO ALVES DE LIMA  
Data: 09/05/2025 12:27:47-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. João Alves de Lima, D.Sc.  
(DEER/CEAR/UFPA – Membro)

BELÉM-PA

Maio de 2025

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Biblioteca do Instituto de Tecnologia / UFPA – Belém-PA**

---

P813a Pontes, Fábio de Andrade

Análise de escoamento magnetohidrodinâmico micropolar de sangue e da captura magnética de nanopartículas em vasos sanguíneos / Fábio de Andrade Pontes. — 2025.

Orientador: Emanuel Negrão Macêdo;

Coorientador: Helder Kiyoshi Miyagawa

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da, Belém, 2025.

1. Magnetohidrodinâmica 2. Escoamento sanguíneo 3. Estenose  
4. Fluido micropolar 5. Nanopartículas magnéticas I. Título.

CDD 23. Ed. 620.5

---

**Elaborado por Maria Ivone Maia da Costa – CRB-2/768\_\_\_\_\_**

## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para sua realização.*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar devo ser grato a Deus pelo dom da vida e por me permitir estar com saúde e sempre cercado de pessoas especiais. Esta experiência me torna um ser humano melhor a cada dia e me faz entender o Seu propósito em minha vida. Gratidão imensa a Deus por me permitir continuar sonhando e por permitir que eu consiga realizar meus anseios. Sou grato pelas oportunidades e pelas bênçãos que sempre recebi na minha vida, pelas vitórias, resultado de muito esforço, mas que sem fé não teriam nenhum significado.

A minha família, quero agradecer, pois sempre estiveram presentes nas minhas conquistas. Obrigado minha mãe, Marília Pontes, por ser a pessoa que sempre acreditou em mim, mesmo quando eu duvidava que seria capaz. Obrigado pelos momentos em que me escutou, pelo apoio incondicional, por todo o carinho nos momentos em que mais precisei e quando acreditava que nada daria certo. Tenha certeza que essa vitória também é sua.

Gratidão ao meu parceiro de vida, João Neto Campos, que sempre me apoia em busca dos meus sonhos e que não mede esforços para que eu consiga alcançar os mesmos. Quero demonstrar aqui a gratidão por ter sido compreensivo nos momentos de ausência por conta do tempo dedicado a tese e por nunca duvidar da minha capacidade de concretizar esta conquista.

Ao Prof. Dr. Emanuel Negrão Macêdo e ao Prof. Dr. João Nazareno Nonato Quaresma por serem verdadeiros mestres na profissão e na vida. Obrigado pelos diversos votos de confiança que sempre me deram e sem dúvidas por todo o conhecimento que me repassaram durante minha trajetória acadêmica. Sou grato por terem acreditado em mim, pelas oportunidades que sempre me deram e pelo apoio, sempre incondicionais. Muito obrigado mesmo.

Aos Profs. e amigos Helder Miyagawa e Péricles Pontes quero demonstrar a minha gratidão pela amizade, por se tornarem parceiros de pesquisa e de profissão e por acreditarem no sonho do doutorado junto comigo. Sem dúvidas o apoio de vocês foi fundamental para que este projeto se tornasse realidade.

Agradeço ao Prof. Dr. Nielson Fernando da Paixão Ribeiro (*in memoriam*) por acreditar no meu trabalho e por ser um exemplo de profissional dedicado até o último momento. Queria poder ter tido a chance de demonstrar minha gratidão, mas onde você estiver esteja certo de que farei jus a confiança em mim depositada.

Todos os amigos que fiz na UFPA e que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho, meu muito obrigado. Sou grato especialmente aos meus colegas de turma, Engenharia Química 2008, por tornarem minha caminhada mais fácil e por fazerem destes longos anos os momentos mais leves e prazerosos que poderiam ser. Obrigado aos amigos Luana Grangeiro, Aline Lobato, Rebekka Samson, Vanessa Doyle, Letícia Siqueira, Elenilson Cabral, Michele Duarte, Melina Murata, Cintya Cordovil e Darllan Pinheiro por sempre estarem por perto e por me dar apoio nos momentos em que a caminhada era mais difícil.

Sou grato aos amigos que fiz enquanto exercia o que mais gosto na minha primeira experiência docente, Ana Luiza, Vanessa Vieira, José Neto, Ádyla Cristina, Iara Carvalho e Rayssa Coutinho. Obrigado por me ajudarem e por tornar essa jornada bem mais amigável e prazerosa para mim, mesmo quando estive em um ambiente novo para mim.

Quero demonstrar a minha gratidão ao meu melhor amigo, Clayton Silva, a quem considero um grande irmão de alma. Obrigado por me dar o apoio que sempre precisei rumo a este sonho e por ser parte constante da minha vida. Quando eu mais precisava pude contar com o teu incondicional apoio e quero que se sinta parte desse momento de alegria.

Por fim quero agradecer as amigas de trabalho e da vida Ana Isabela, Kellyane Brito e Amanda Farias, por me auxiliarem e apoiarem no momento da difícil decisão e por serem amigas cuja empatia faz toda a diferença para mim. Sou grato por todas as palavras que me falaram e me sinto feliz em dividir essa vitória com vocês.

**“E as coisas boas que eu imaginar se tornarão vivas.  
E os pensamentos positivos serão minha fortaleza”  
*(Alexandre Carlo)***

Resumo da Tese apresentada ao PRODENA/UFGA como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Recursos Naturais (D.Eng.)

## **ANÁLISE DO ESCOAMENTO MAGNETOHIDRODINÂMICO MICROPOLAR DE SANGUE E DA CAPTURA MAGNÉTICA DE NANOPARTÍCULAS EM VASOS SANGUÍNEOS**

Fabio de Andrade Pontes

Maio de 2025

Orientador: Emanuel Macêdo Negrão

Coorientador: Helder Kiyoshi Miyagawa

Área de Concentração: Uso e Transformação de Recursos Naturais

O objetivo do presente trabalho é analisar numericamente o escoamento pulsátil magnetohidrodinâmico bidimensional transiente de sangue micropolar considerando as transferências de calor, massa e quantidade de movimento através de um vaso sanguíneo na presença de campo magnético aplicado na região de uma estenose simétrica. O escoamento é considerado laminar e incompressível e as nanopartículas magnéticas são injetadas no vaso sanguíneo e capturadas pela ação do campo magnético na estenose. O Método das Linhas (MOL) foi aplicado na discretização espacial da variável radial do modelo original 2D-transiente transformando-o em um sistema de EDPs 1D-transientes, o qual foi resolvido numericamente pela subrotina NDSolve do software *Mathematica 13.1*. Os resultados do MOL convergido são verificados com os resultados gerados pela subrotina NDSolve aplicada diretamente no modelo original 2D-transiente e ambas são também comparadas com uma solução analítica obtida para o caso limite, obtendo uma boa concordância entre elas. São estudados os efeitos de parâmetros do modelo físico como os números de Lewis, Hartmann e Womersley, a constante cinética de morte de nanopartículas e o número de Biot de massa. Os resultados evidenciam que na estenose o escoamento é desacelerado devido ao campo magnético, bem como a microrrotação. O campo de fração de nanopartículas também é afetado pela presença do campo magnético, sendo a concentração aumentada na região da estenose. A velocidade e a microrrotação médias aumentam na estenose devido ao estreitamento do lúmen arterial. A temperatura e fração volumétrica de nanopartículas médias também são elevadas na região estenótica devido à ação do campo magnético.

**Palavras-chave:** Magnetohidrodinâmica (MHD); Escoamento Sanguíneo; Estenose; Fluido Micropolar; Nanopartículas Magnéticas (NPM); Método das Linhas (MOL).

Abstract of Thesis presented to PRODERNA/UFGA as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Natural Resource Engineering (D.Eng.)

## **ANALYSIS OF MICROPOLAR MAGNETOHYDRODYNAMIC BLOOD FLOW AND MAGNETIC CAPTURE OF NANOPARTICLES IN BLOOD VESSELS**

Fabio de Andrade Pontes

May/2025

Advisor: Emanuel Macêdo Negrão

Co-advisor: Helder Kiyoshi Miyagawa

Research Area: Use and Transformation of Natural Resources

The aim of this work is to numerically analyze the transient two-dimensional magnetohydrodynamic pulsatile flow of micropolar blood considering the heat, mass and momentum transfers through a blood vessel in the presence of a magnetic field applied in the region of a symmetrical stenosis. The flow is considered laminar and incompressible and the magnetic nanoparticles are injected into the blood vessel and captured by the action of the magnetic field in the stenosis. The Method of Lines (MOL) was applied in the spatial discretization of the radial variable of the original 2D-transient model transforming it into a system of 1D-transient PDEs, which was solved numerically by the NDSolve subroutine of the Mathematica 13.1 software. The results of the converged MOL are verified with the results generated by the NDSolve subroutine applied directly to the original 2D-transient model and both are also compared with an analytical solution obtained for the limiting case, obtaining a good agreement between them. The effects of physical model parameters such as Lewis, Hartmann and Womersley numbers, the nanoparticle death kinetic constant and the mass Biot number are studied. The results show that in stenosis the flow is decelerated due to the magnetic field, as well as the microrotation velocity. The nanoparticle fraction field is also affected by the presence of the magnetic field, with concentration being increased in the stenosis region. The average velocity and microrotation increase in stenosis due to the narrowing of the arterial lumen. The average temperature and volumetric nanoparticles fraction are also elevated in the stenotic region due to the action of the magnetic field.

**Keywords:** Magnetohydrodynamics (MHD); Blood Flow; Stenosis; Micropolar Fluid; Magnetic Nanoparticles (MNP); Method of Lines (MOL).

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>ixii</b>
<b>LISTA DE NOMENCLATURAS.....</b>	<b>xxiv</b>
<b>LETRAS GREGAS.....</b>	<b>ixi</b>
<b>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO.....</b>	<b>27</b>
<b>1.1. MOTIVAÇÃO.....</b>	<b>27</b>
<b>1.2. JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>30</b>
<b>1.3. OBJETIVOS.....</b>	<b>31</b>
<b>1.3.1. Objetivo Geral.....</b>	<b>31</b>
<b>1.3.2. Objetivos Específicos.....</b>	<b>32</b>
<b>1.4. CONTRIBUIÇÃO DA TESE.....</b>	<b>32</b>
<b>1.5. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....</b>	<b>34</b>
<b>CAPÍTULO II - REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>36</b>
<b>2.1. BIOFLUIDODINÂMICA.....</b>	<b>36</b>
<b>2.2. ESCOAMENTO MAGNETOHIDRODINÂMICO.....</b>	<b>38</b>
<b>2.3. HEMODINÂMICA BIORREOLÓGICA.....</b>	<b>40</b>
<b>2.4. ESCOAMENTO PULSÁTIL.....</b>	<b>41</b>
<b>2.5. ESTENOSE EM VASOS SANGUÍNEOS.....</b>	<b>42</b>
<b>2.6. MODELOS REOLÓGICOS PARA ESCOAMENTO SANGUÍNEO.....</b>	<b>44</b>
<b>2.6.1. Modelos Tradicionais.....</b>	<b>44</b>
<b>2.6.2. Modelo de Fluidos Micropolares.....</b>	<b>45</b>
<b>2.7. NANOCARREADORES DE FÁRMACOS.....</b>	<b>47</b>
<b>2.8. TRANSPORTE EM NANOFLUIDOS.....</b>	<b>51</b>
<b>CAPÍTULO III - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>55</b>
<b>3.1. MODELOS REOLÓGICOS.....</b>	<b>55</b>
<b>3.1.1. Modelo Newtoniano.....</b>	<b>56</b>
<b>3.1.2. Modelo <i>Power Law</i>.....</b>	<b>56</b>
<b>3.1.3. Modelo de Casson-Papanastasiou.....</b>	<b>56</b>

3.1.4. Modelo de Cross.....	57
3.1.5. Modelo de Carreau-Yasuda.....	57
3.1.6. Modelo Hiperbólico de Jeffrey.....	58
3.1.7. Modelo de Fluidos Micropolares.....	58
3.1.7.1 Forças Motrizes do Movimento de Microrrotação.....	59
3.2. MECANISMOS DE TRANSPORTE EM NANOFUIDOS.....	60
3.2.1 Modelos de Transporte em Nanofluidos.....	62
3.2.1.1 Modelos de Fase Única.....	63
3.2.1.2 Modelos Bifásicos.....	65
3.2.2 Mecanismos de Deslizamento de Fluido e Nanopartículas.....	66
3.2.2.1 Importância Relativa dos Mecanismos de Transporte de Nanopartículas.....	67
3.3. MODELOS MATEMÁTICOS PARA O SANGUE.....	68
3.4. NANOPARTÍCULAS MAGNÉTICAS (NPMs).....	70
3.4.1. <i>Magnetic Drug Targeting</i> (MDT).....	70
3.4.2. Aspectos Biomédicos da MDT.....	71
3.4.3. Efeito do Campo Magnético.....	73
<b>CAPÍTULO IV - DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....</b>	<b>74</b>
<b>4.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....</b>	<b>74</b>
4.1.1. Modelo Matemático para a Geometria da Estenose.....	75
4.1.2. Modelo Matemático para o Escoamento Sanguíneo.....	75
4.1.3. Funções Auxiliares.....	79
4.1.4. Adimensionalização do Modelo.....	80
4.1.5. Simplificações do Modelo.....	83
4.1.5.1. Análise de Escala.....	83
4.1.5.2. Propriedades Físicas Constantes.....	84
4.1.6. Transformação de Coordenadas Radiais.....	85
4.2. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO.....	87
4.2.1. Solução Analítica.....	87
4.2.2. Solução Numérica Aplicada Diretamente ao Modelo Original – Modelo 2D-Transiente.....	87

<b>4.2.3. Solução Numérica com Discretização Espacial da Direção Radial – Modelo 1D-Transiente.....</b>	<b>87</b>
<b>4.3. CÁLCULO DOS POTENCIAIS MÉDIOS.....</b>	<b>88</b>
<b>4.3.1. Velocidade Média.....</b>	<b>89</b>
<b>4.3.2. Microrrotação Média.....</b>	<b>89</b>
<b>4.3.3. Temperatura Média.....</b>	<b>90</b>
<b>4.3.4. Fração Volumétrica de Nanopartículas Média.....</b>	<b>90</b>
<b>CAPÍTULO V - RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>92</b>
<b>5.1. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA.....</b>	<b>94</b>
<b>5.2. VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>99</b>
<b>5.3. COMPORTAMENTO TRANSIENTE.....</b>	<b>102</b>
<b>5.4. COMPORTAMENTO DOS PERFIS AXIAIS.....</b>	<b>105</b>
<b>5.5. COMPORTAMENTO DOS POTENCIAIS MÉDIOS.....</b>	<b>109</b>
<b>5.6. COMPORTAMENTO DOS PERFIS RADIAIS.....</b>	<b>112</b>
<b>5.7. GRÁFICOS TRIDIMENSIONAL, DE LINHAS DE CONTORNO E DE LINHAS DE FLUXO.....</b>	<b>115</b>
<b>5.8. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS.....</b>	<b>118</b>
<b>5.8.1. Efeito do Número de Womersley (<math>\alpha</math>).....</b>	<b>121</b>
<b>5.8.2. Efeito do Número de Hartmann (<math>Ha</math>).....</b>	<b>124</b>
<b>5.8.3. Efeito do Número de Eckert (<math>Ec</math>).....</b>	<b>127</b>
<b>5.8.4. Efeito do Número de Lewis (<math>Le</math>).....</b>	<b>129</b>
<b>5.8.5. Efeito do Parâmetro <math>N_{BT}</math>.....</b>	<b>131</b>
<b>5.8.6. Efeito da Constante Cinética de Morte de NPs (<math>K</math>).....</b>	<b>133</b>
<b>5.8.7. Efeito do Número de Biot de Massa (<math>Bi_m</math>).....</b>	<b>134</b>
<b>5.8.8. Efeito da Viscosidade Rotacional (<math>\kappa_0</math>).....</b>	<b>135</b>
<b>5.8.9. Efeito do Parâmetro de Resistência ao Gradiente Microrrotacional (<math>\gamma_0</math>).....</b>	<b>137</b>
<b>5.8.10. Efeito do Parâmetro de Microinércia (<math>J</math>).....</b>	<b>138</b>
<b>CAPÍTULO VI - CRITÉRIOS FÍSICOS E BIOMÉDICOS PARA APLICAÇÃO SEGURA DA TERAPIA MAGNÉTICA.....</b>	<b>140</b>
<b>6.1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>140</b>
<b>6.2. FREQUÊNCIA CARDÍACA (<math>f_c</math>).....</b>	<b>142</b>

<b>6.3. INTENSIDADE DO CAMPO MAGNÉTICO (<math>B_0</math>).....</b>	147
<b>6.4. TIPO DE NANOPARTÍCULA (<math>\rho_{np}</math>).....</b>	150
<b>6.5. DIÂMETRO DA NANOPARTÍCULA (<math>d_{np}</math>).....</b>	154
<b>6.6. COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA (<math>k'_{np}</math>).....</b>	158
<b>6.6.1. Correlação para o Coeficiente Convectivo de Transferência de Massa (<math>k''_{np}</math>).....</b>	158
<b>6.6.2. Espessura do Endotélio (<math>\delta</math>) e Difusividade das NPs no Endotélio (<math>D_{np}</math>).....</b>	159
<b>6.6.3. Coeficiente Global de Transferência de Massa (<math>k_G</math>).....</b>	159
<b>6.6.4. Número de Biot de Massa (<math>Bi_m</math>).....</b>	160
<b>6.6.5. Linhas de Contorno e Linhas de Fluxo.....</b>	164
<b>CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	168
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	171
<b>ANEXO A.....</b>	187
<b>ANEXO B.....</b>	193
<b>APÊNDICE A.....</b>	197

## LISTA DE FIGURAS

### CAPÍTULO III

- Figura 3.1** Modelos de transporte de calor em nanofluidos. Adaptado de Tripathi et al (2021). 62

### CAPÍTULO IV

- Figura 4.1** Modelo físico conceitual da dinâmica do escoamento sanguíneo micropolar nano-dopado. Fonte: Autoria própria. 75

### CAPÍTULO V

- Figura 5.1** Modelo físico conceitual da dinâmica do escoamento sanguíneo micropolar com os parâmetros adimensionais empregados nas simulações. Fonte: Autoria própria. 93

- Figura 5.2** Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha = 0,0$ ;  $Re = 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 10^5$ ;  $Bi_{m1} = 10^5$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,0$ : campo de velocidade. 100

- Figura 5.3** Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha = 0,0$ ;  $Re = 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 10^5$ ;  $Bi_{m1} = 10^5$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,0$ : campo de microrrotação. 100

- Figura 5.4** Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha = 0,0$ ;  $Re = 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 10^5$ ;  $Bi_{m1} = 10^5$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,0$ : campo de temperatura. 101

- Figura 5.5** Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha = 0,0$ ;  $Re = 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 10^5$ ;  $Bi_{m1} = 10^5$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,0$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 101

- Figura 5.6** Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de velocidade. 103

- Figura 5.7** Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando 103

uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de microrrotação.

- Figura 5.8** Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de temperatura. 104
- Figura 5.9** Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 104
- Figura 5.10** Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1$ ;  $0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 107
- Figura 5.11** Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1$ ;  $0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 107
- Figura 5.12** Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1$ ;  $0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 108
- Figura 5.13** Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1$ ;  $0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 108
- Figura 5.14** Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 0,01$ ;  $0,5$  e  $1$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0$ ;  $e$  110

$= 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.

**Figura 5.15** Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 0,01; 0,5$  e  $1$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 110

**Figura 5.16** Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 0,01; 0,5$  e  $1$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 111

**Figura 5.17** Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 0,01; 0,5$  e  $1$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 111

**Figura 5.18** Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$ , simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 113

**Figura 5.19** Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$ , simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 113

**Figura 5.20** Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$ , simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 114

**Figura 5.21** Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$ , simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762;$  114

- $N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.
- Figura 5.22** Gráfico 3D para o campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1,0; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ . 115
- Figura 5.23** Linhas de contorno para o campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1,0; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ . 116
- Figura 5.24** Linhas de fluxo para o gradiente do campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\nabla\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1,0; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ . 117
- Figura 5.25** Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 122
- Figura 5.26** Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 122
- Figura 5.27** Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 123
- Figura 5.28** Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 123
- Figura 5.29** Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,0011$ : campo de velocidade. 125

- Figura 5.30** Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 125
- Figura 5.31** Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 126
- Figura 5.32** Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 127
- Figura 5.33** Influência do número de Eckert ( $Ec = 0,0; 0,5$  e  $1,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 128
- Figura 5.34** Influência do número de Eckert ( $Ec = 0,0; 0,5$  e  $1,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 128
- Figura 5.35** Influência do número de Lewis ( $Le = 1,0; 5,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 130
- Figura 5.36** Influência do número de Lewis ( $Le = 1,0; 5,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 130
- Figura 5.37** Influência de  $N_{BT}$  ( $N_{BT} = 0,5; 1,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 132

- Figura 5.38** Influência de  $N_{BT}$  ( $N_{BT} = 0,5; 1,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 132
- Figura 5.39** Influência de  $K$  ( $K = 10^{-5}; 0,5$  e  $2,5$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5$  e  $\kappa_0 = 1$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 133
- Figura 5.40** Influência de  $Bi_m$  ( $Bi_{m0} = Bi_{m1} = 0,1; 5$  e  $100$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 134
- Figura 5.41** Influência do parâmetro de viscosidade rotacional ( $\kappa_0 = 0,1; 1,0$  e  $2,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 136
- Figura 5.42** Influência do parâmetro de viscosidade rotacional ( $\kappa_0 = 0,1; 1,0$  e  $2,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 136
- Figura 5.43** Influência do parâmetro de resistência ao gradiente microrrotacional ( $\gamma_0 = 1,5; 3,0$  e  $5,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 137
- Figura 5.44** Influência do parâmetro de microinércia ( $J = 1,0; 100$  e  $250$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 138

## CAPÍTULO VI

- Figura 6.1** Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30; 80$  e  $180$  bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária 144

- ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.
- Figura 6.2** Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30$ ; 80 e 180 bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 144
- Figura 6.3** Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30$ ; 80 e 180 bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 145
- Figura 6.4** Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30$ ; 80 e 180 bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 145
- Figura 6.5** Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85$ ; 2,25 e 10,00 T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 148
- Figura 6.6** Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85$ ; 2,25 e 10,00 T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 148
- Figura 6.7** Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85$ ; 2,25 e 10,00 T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 149
- Figura 6.8** Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85$ ; 2,25 e 10,00 T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 149

- Figura 6.9** Efeito do tipo de nanopartícula ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ,  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ,  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 152
- Figura 6.10** Efeito do tipo de nanopartícula ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ,  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ,  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 152
- Figura 6.11** Efeito do tipo de nanopartícula ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ,  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ,  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 153
- Figura 6.12** Efeito do tipo de nanopartícula ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ,  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ,  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 153
- Figura 6.13** Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10$ ; 50 e 100 nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 156
- Figura 6.14** Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10$ ; 50 e 100 nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 156
- Figura 6.15** Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10$ ; 50 e 100 nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 157
- Figura 6.16** Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10$ ; 50 e 100 nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 157$

1;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

**Figura 6.17** Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $8,525 \cdot 10^{-4}$  e  $1,429 \cdot 10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade. 162

**Figura 6.18** Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $8,525 \cdot 10^{-4}$  e  $1,429 \cdot 10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação. 162

**Figura 6.19** Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $8,525 \cdot 10^{-4}$  e  $1,429 \cdot 10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura. 163

**Figura 6.20** Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $8,525 \cdot 10^{-4}$  e  $1,429 \cdot 10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas. 163

**Figura 6.21** Linhas de contorno para o campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : (a) Sem Campo Magnético ( $Ha = 0,0$ ); (b) Campo Magnético Forte ( $Ha = 0,04368$ ) e (c) Campo Magnético Superforte ( $Ha = 0,1941$ ). 165

**Figura 6.22** Linhas de fluxo para o gradiente do campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\nabla \phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : (a) Sem Campo Magnético ( $Ha = 0,0$ ); (b) Campo Magnético Forte ( $Ha = 0,04368$ ) e (c) Campo Magnético Superforte ( $Ha = 0,1941$ ). 166

## LISTA DE TABELAS

### CAPÍTULO III

- Tabela 3.1** Constantes de tempo das partículas ( $t_{dnp}$ ) sob efeito de cada um dos principais mecanismos de transporte de nanopartículas (BUONGIORNO, 2006). 67
- Tabela 3.2** Faixas de valores típicos para a intensidade do campo magnético empregado em terapias de MDT conforme a sua aplicação. 73

### CAPÍTULO IV

- Tabela 4.1** Valores numéricos de parâmetros geométricos e hidrodinâmicos de alguns vasos sanguíneos (MISRA E PAL, 1999) 79

### CAPÍTULO V

- Tabela 5.1** Parâmetros geométricos dimensionais para a artéria coronária empregada nas simulações para o caso padrão. 92
- Tabela 5.2** Parâmetros geométricos e hidrodinâmicos adimensionais empregados nas simulações para os casos padrão e limite. 93
- Tabela 5.3** Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do modelo 1D-Transiente (com discretização espacial prévia) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Limite em diferentes posições radiais ( $\zeta$ ) para  $\tau = 80,0$  e  $\zeta = 4,0$  (após a estenose):  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ . 95
- Tabela 5.4** Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do Modelo 1D-Transiente (com discretização espacial usando MOL) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Padrão em diferentes valores de tempo adimensional ( $\tau$ ) para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m):  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 2,5$ . 96
- Tabela 5.5** Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do Modelo 1D-Transiente (com discretização espacial usando MOL) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Padrão em diferentes posições radiais ( $\zeta$ ) para  $\tau = 20,0$  e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m):  $B = 4,0$ ;  $e =$  97

<b>Tabela 5.6</b>	0,2; $\alpha = 2,3$ ; $Ha = 1$ ; $Re = 0,1$ ; $Ec = 0,1$ ; $Pr = 21$ ; $Le = 4,762$ ; $N_{BT} = 1$ ; $Bi_{m0} = 0,1$ ; $Bi_{m1} = 0,1$ ; $J = 1$ ; $\gamma_0 = 1,5$ ; $\kappa_0 = 1$ e $K = 0,001$ . Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do Modelo 1D-Transiente (com discretização espacial usando MOL) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Padrão em diferentes posições axiais ( $\zeta$ ) para $\tau = 20,0$ e $\xi = 0,5$ (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$ m): $B = 4,0$ ; $e = 0,2$ ; $\alpha = 2,3$ ; $Ha = 1$ ; $Re = 0,1$ ; $Ec = 0,1$ ; $Pr = 21$ ; $Le = 4,762$ ; $N_{BT} = 1$ ; $Bi_{m0} = 0,1$ ; $Bi_{m1} = 0,1$ ; $J = 1$ ; $\gamma_0 = 1,5$ ; $\kappa_0 = 1$ e $K = 0,001$ .	98
-------------------	--	----

## CAPÍTULO VI

<b>Tabela 6.1</b>	Principais parâmetros físicos empregados na modelagem matemática do problema.	141
<b>Tabela 6.2</b>	Valores de frequência cardíaca, pulsátil e angular, além do N° de Womersley para as condições de bradicardia extrema, taquicardia extrema e frequência normal.	143
<b>Tabela 6.3</b>	Valores de intensidade do campo magnético empregados para as condições de artérias com estenoses leves, estenoses severas e hipertermia magnética.	147
<b>Tabela 6.4</b>	Valores de massa específica e capacidade calorífica das NPs e N° de Lewis para os tipos de NPs mais empregadas em MDT.	150
<b>Tabela 6.5</b>	Valores de diâmetro da NP empregados para as condições na quais a difusão Browniana predomina, a faixa ideal para a MDT e quando a termoforese domina.	155
<b>Tabela 6.6</b>	Parâmetros utilizados na determinação do Número de Biot de massa.	161
<b>Tabela 6.7</b>	Valores do coeficiente convectivo de transferência de massa e do N° de Biot de massa a partir do N° de Hartmann empregados nas simulações	161

## LISTA DE NOMENCLATURAS

$A_0$	Componente constante do gradiente de pressão dimensional
$A_1$	Componente pulsátil do gradiente de pressão dimensional
$a$	Constante ajustável da função “ <i>start flow</i> ” de injeção de nanopartículas
$b$	Constante ajustável da função “ <i>start flow</i> ” de injeção de nanopartículas
$B$	Componente constante do gradiente de pressão adimensional
$B_0$	Campo magnético constante aplicado externamente
$Bi_m$	Número de Biot de massa
$Bi_{m0}$	Primeira componente do número de Biot de massa
$Bi_{m1}$	Segunda componente do número de Biot de massa
$Br$	Número de Brinkman
$C_1$	Primeira constante de integração da solução analítica
$C_2$	Segunda constante de integração da solução analítica
$C_3$	Terceira constante de integração da solução analítica
$C_4$	Quarta constante de integração da solução analítica
$c$	Constante ajustável da função de permeabilidade do campo magnético
$C(r, z, t)$	Campo de concentração de nanopartículas dimensional
$C_w$	Concentração de nanopartículas na parede do vaso sanguíneo
$C_\infty$	Concentração de nanopartículas no seio fluido
$C_i$	Concentração de nanopartículas no ponto de injeção de NPs no vaso sanguíneo
$C_{p,f}$	Capacidade calorífica do fluido base
$C_{p,nf}$	Capacidade calorífica do nanofluido
$C_{p,np}$	Capacidade calorífica da nanopartícula
$D_B$	Difusividade Browniana ou difusividade das NPs no sangue
$D_{np}$	Difusividade das NPs na superfície do endotélio
$D_T$	Difusividade Termoforética
$e$	Componente pulsátil do gradiente de pressão adimensional
$Ec$	Número de Eckert
$f_c$	Frequência cardíaca do escoamento sanguíneo
$f_p$	Frequência pulsátil do escoamento sanguíneo
$g(z)$	Função matemática de permeabilidade do campo magnético adimensional
$G(\zeta)$	Função matemática de permeabilidade do campo magnético dimensional
$Ha$	Número de Hartmann
$J$	Parâmetro de microinércia por unidade de massa adimensional
$j$	Coefficiente de microinércia por unidade de massa dimensional
$k_i$	Constantes numéricas empregadas na solução analítica
$k_f$	Condutividade térmica do fluido base
$k_{nf}$	Condutividade térmica do nanofluido
$k_{np}$	Condutividade térmica da nanopartícula
$k'_m$	Constante cinética de morte de nanopartículas dimensional
$k'_{np}$	Coefficiente convectivo de transferência de massa
$k''_{np}$	Coefficiente convectivo de transferência de massa obtido pela correlação de
$Sh$	

$k_G$	Coeficiente global de transferência de massa
$K$	Constante cinética de morte de nanopartículas adimensional
$L$	Comprimento finito do vaso sanguíneo adimensional
$l$	Comprimento finito do vaso sanguíneo dimensional
$Le$	Número de Lewis
$N(\xi, \zeta, \tau)$	Campo de microrrotação adimensional
$n(r, z, t)$	Campo de microrrotação dimensional
$N_{BT}$	Parâmetro de razão de difusividades Browniana e termoforética
$NPT$	Número de pontos para a malha do MOL
$P$	Campo de pressão adimensional
$p$	Campo de pressão dimensional
$Pr$	Número de Prandtl
$q$	Constante ajustável da função Gaussiana da geometria da estenose
$R_0$	Raio da artéria na região não estenótica adimensional
$r_0$	Raio da artéria na região não estenótica dimensional
$R(\zeta)$	Função Gaussiana que determina o raio do segmento arterial adimensional
$r(z)$	Função Gaussiana que determina o raio do segmento arterial dimensional
$r, z$	Coordenadas espaciais dimensionais
$Re$	Número de Reynolds
$S_0(\eta, \tau)$	Função “ <i>start flow</i> ” de injeção de nanopartículas adimensional
$s_0(r, t)$	Função “ <i>start flow</i> ” de injeção de nanopartículas dimensional
$Sc$	Número de Schmidt
$T(r, z, t)$	Campo de temperatura dimensional
$T_w$	Temperatura da parede do vaso sanguíneo
$T_0$	Temperatura de referência
$t_0$	Constante ajustável da função “ <i>start flow</i> ” de injeção de nanopartículas
$t$	Tempo dimensional
$\tau$	Tempo adimensional
$U(\xi, \zeta, \tau)$	Campo da componente longitudinal da velocidade adimensional
$u(r, z, t)$	Campo da componente longitudinal da velocidade dimensional
$u_i$	Velocidade no ponto de injeção de NPs no vaso sanguíneo
$W(\xi, \zeta, \tau)$	Campo da componente radial da velocidade adimensional
$w(r, z, t)$	Campo da componente radial da velocidade dimensional
$z_0$	Comprimento da seção não estenótica anterior a estenose dimensional
$z_1$	Comprimento da estenose dimensional
$z_2$	Comprimento da seção não estenótica posterior a estenose dimensional
$z_s$	Ponto na direção axial onde a estenose atinge seu ponto máximo dimensional

## LETRAS GREGAS

$\alpha$	Número de Womersley
$\beta (Ha)$	Função de intensificação do campo magnético
$\beta_0$	Parâmetro de aumento da permeabilidade de NPs na membrana da estenose
$\chi$	Constante ajustável da função de permeabilidade do campo magnético
$\gamma_0$	Parâmetro de resistência ao gradiente microrrotacional adimensional
$\gamma$	Resistência ao gradiente microrrotacional dimensional
$\Delta_0$	Altura máxima da estenose simétrica adimensional
$\delta_0$	Altura máxima da estenose simétrica dimensional
$\varepsilon$	Constante ajustável da função Gaussiana
$\phi (\xi, \zeta, \tau)$	Campo de fração volumétrica de nanopartículas adimensional
$\theta (\xi, \zeta, \tau)$	Campo de temperatura adimensional
$\iota$	Constante ajustável da função Gaussiana da geometria da estenose
$\mu_f$	Viscosidade dinâmica do fluido base
$\mu_{nf}$	Viscosidade dinâmica do nanofluido
$\eta, \zeta$	Coordenadas espaciais dimensionais
$\kappa_0$	Parâmetro de viscosidade rotacional (microviscosidade) adimensional
$\kappa$	Viscosidade rotacional (microviscosidade) dimensional
$\nu_0$	Parâmetro de intensificação do campo magnético
$\nu_1$	Constante que define a curvatura da função exponencial
$\eta_0$	Constante ajustável da função “ <i>start flow</i> ” de injeção de nanopartículas
$\rho_f$	Massa específica do fluido base
$\rho_{nf}$	Massa específica do nanofluido
$\rho_{np}$	Massa específica da nanopartícula
$\sigma_f$	Condutividade elétrica do fluido base
$\sigma_{nf}$	Condutividade elétrica do nanofluido
$\sigma_{np}$	Condutividade elétrica da nanopartícula
$\tau_0$	Constante ajustável da função “ <i>start flow</i> ” de injeção de nanopartículas
$\varphi_1$	Razão entre a massa específica do nanofluido e do fluido base
$\varphi_2$	Razão entre a viscosidade dinâmica do nanofluido e do fluido base
$\varphi_3$	Razão entre a massa específica x capacidade calorífica do nanofluido e do fluido base
$\varphi_4$	Razão entre a condutividade térmica do nanofluido e do fluido base
$\varphi_5$	Razão entre a condutividade elétrica do nanofluido e do fluido base
$\xi$	Coordenada espacial radial transformada
$\zeta_0$	Comprimento da seção não estenótica anterior a estenose adimensional
$\zeta_1$	Comprimento da estenose adimensional
$\zeta_2$	Comprimento da seção não estenótica posterior a estenose adimensional
$\zeta_s$	Ponto na direção axial onde a estenose atinge seu ponto máximo adimensional
$\omega_p$	Frequência angular do escoamento sanguíneo

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados a motivação e a justificativa do presente estudo, bem como são definidos os objetivos geral e específicos do mesmo. As principais contribuições do presente trabalho são apresentadas, traçando um paralelo com os modelos e técnicas de soluções empregados na literatura e ao fim do mesmo, uma síntese com a organização da tese é mostrada.

### 1.1. MOTIVAÇÃO

A Magnetohidrodinâmica (MHD) é um ramo da ciência que estuda a dinâmica da matéria em movimento em um campo eletromagnético, ou seja, a interação entre os campos eletromagnético e de velocidade de fluidos condutores e não-magnéticos (em geral metais líquidos, plasmas e eletrólitos fortes) e a sua modelagem matemática é caracterizada por um acoplamento entre as equações da mecânica dos fluidos e as equações de Maxwell do eletromagnetismo (HIDE e ROBERTS, 1962).

Dentro das ciências biológicas e médicas, os mecanismos de escoamento magnetohidrodinâmico são muito explorados, sendo bem utilizados tanto na concepção de novas ferramentas médicas e órgãos artificiais para diagnosticar doenças e seus tratamentos, como também na eliminação da dor, aceleração da cicatrização de fraturas nos ossos e na redução do sangramento durante cirurgias (PADMA et al., 2019).

A magnetoterapia é uma das aplicações da MHD que é amplamente utilizada há diversos anos em tratamentos médicos, obtendo efeitos úteis sobre dor intensa, sobre o escoamento sanguíneo, na regeneração de ossos e tecidos, na oxigenação de tecidos, entre outros, e dentre estes, os distúrbios cardiovasculares são uma das principais causas de mortalidade, correspondendo a quase 31% de todas as mortes. Boa parte destas mortes são ocasionadas pela aterosclerose, a qual é uma doença crônica inflamatória que se desenvolve a partir do acúmulo de lipídios e células imunes na parede arterial, resultando na formação de placas, as chamadas estenoses arteriais (PRIYADHARSHINI e PONALAGUSAMY, 2019; ZHANG et al., 2020; RAMAKRISHNA e PONALAGUSAMY, 2022).

Este estreitamento no lúmen arterial provocado pela estenose ocasiona grandes alterações no padrão do escoamento sanguíneo, que conseqüentemente reduz o fluxo de sangue para os órgãos e tecidos. Ao continuar crescendo substancialmente na parede arterial, a mesma

pode resultar em distúrbios circulatórios graves como ataques cardíacos, acidentes vasculares cerebrais (AVCs), doença arterial periférica, doença renal, hemorragia intracerebral, hipertensão, dentre outras (RAMAKRISHNA e PONALAGUSAMY, 2022; PADMA et al., 2019).

As estenoses podem ser divididas em duas grandes categorias: as vulneráveis (mais propensas à ruptura) e as estáveis (menos propensas à ruptura). A ruptura da placa estenótica vulnerável geralmente ocorre em estágio avançado, o que resulta na morte por tromboembolismo, e portanto, o tratamento precoce desta condição é um meio necessário para diminuir efetivamente o risco de aterosclerose (ZHANG et al., 2020).

Neste contexto, a compreensão sobre a dinâmica dos fluidos biomagnéticos (biofluidodinâmica - BFD) que considera que o fluido possui propriedades magnéticas sendo capaz de interagir com um campo magnético aplicado através do efeito de magnetização é de extrema importância (PRIYADHARSHINI e PONALAGUSAMY, 2019).

O desenvolvimento de novas aplicações terapêuticas e clínicas a partir da BFD vem se consolidando como um novo ramo de estudos a partir do uso de partículas magnéticas em aplicações médicas (PRIYADHARSHINI e PONALAGUSAMY, 2019).

Um dispositivo que utiliza tais fenômenos é empregado a fim de separar os glóbulos brancos do sangue no processo de tratamentos do câncer, uma vez que o sangue pode se comportar como um fluido magnético quando partículas com essa natureza são introduzidas na corrente sanguínea (PRIYADHARSHINI e PONALAGUSAMY, 2019).

Outro aspecto importante é que nos escoamentos de fluidos viscosos complexos, como o sangue, as microestruturas presentes (células sanguíneas) podem apresentar formatos diferentes, encolher, expandir, girar independentemente da rotação e do movimento do fluido, e, por conta deste comportamento bastante complexo, diversas pesquisas demonstram que as soluções obtidas pelas Equações de Navier-Stokes (modelo clássico) disponível na literatura não conseguem representar de forma satisfatória esse tipo de fenômeno (ŁUKASZEWICZ, 1999).

Eringen (1966) desenvolveu originalmente a teoria dos fluidos micropolares, que recentemente se tornou um campo de pesquisa popular, uma vez que as equações de Navier-Stokes não descrevem de forma fiel o escoamento de fluidos polares, soluções coloidais, suspensões, cristais líquidos, fluidos contendo pequenos aditivos, dentre outros.

A teoria dos fluidos micropolares (ERINGEN, 1966) é capaz de representar de forma mais adequada o comportamento de alguns biofluidos reais (sangue, fluido sinovial, líquidos

gástricos, linfa, dentre outros) quando confrontadas com os modelos clássicos, surgindo para explicar o comportamento de escoamentos complexos, aliando os conceitos de meio contínuo clássico e das leis da termodinâmica, além de conceitos de momentos de corpo, tensores e microtensões.

As aplicações da nanotecnologia na medicina (nanomedicina) apresentaram diversos avanços nas últimas décadas, proporcionando o surgimento de várias tecnologias aplicadas nos tratamentos e nos diagnósticos médicos.

Os nanofluidos são coloides compostos por um fluido base e nanopartículas (NPs), as quais possuem condutividades térmicas com uma ordem de grandeza superior à dos fluidos base e com tamanhos significativamente menores que 100 nm. A presença de partículas nanométricas intensifica a transferência de calor dos fluidos base, que podem ser água, líquidos orgânicos, óleos e lubrificantes, biofluidos, soluções poliméricas e outros líquidos comuns (AHMED e NADEEM, 2017).

Diversos tipos de partículas magnéticas nanométricas e biodegradáveis foram desenvolvidos nos últimos anos possibilitando a utilização na medicina, e dentre estas, as nanopartículas metálicas, têm sido amplamente empregadas para o tratamento, o diagnóstico, o revestimento de dispositivos médicos, além da entrega controlada de medicamentos (do inglês *drug delivery systems* - DDS) (PRIYADHARSHINI e PONALAGUSAMY, 2019; IJAZ e NADEEM, 2018).

A liberação controlada de drogas (DDS) é um mecanismo terapêutico em organismos afetados por doenças que visa (MAJEE e SHIT, 2020; AHMED e NADEEM, 2017):

- Transportar medicamentos para regiões específicas do corpo (tecido-alvo);
- Aumentar a liberação do medicamento no nível celular ou subcelular;
- Evitar a interação do medicamento com tecidos saudáveis.
- Aumentar a exposição de tumores a agentes terapêuticos;
- Melhorar os efeitos do tratamento ao prolongar os tempos de circulação;
- Proteger o fármaco transportado da degradação;
- Aumentar a captação tumoral.

O controle da liberação de medicamentos utilizando campos magnéticos (do inglês *magnetic drug targeting* MDT) é o mais amplamente utilizado dentre os sistemas DDS, o qual utiliza NPMs como veículos para transportar e liberar fármacos de forma precisa em um local

específico do corpo, sob a influência de um campo magnético externo. A terapia MDT é estudada para tratar doenças como câncer (quimioterapia), terapia gênica em tumores, doenças cardiovasculares (arteriosclerose) e inflamações localizadas, com grande potencial para tratamentos mais eficazes e menos invasivas (MAJEE e SHIT, 2020).

As nanopartículas magnéticas (NPMs) mais utilizadas incluem óxidos de ferro ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ), ferrita de manganês ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ), ferrita de cobalto ( $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ), dentre outras, e dentre estes, a magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) é a mais empregada em MDT devido à sua biocompatibilidade e elevada suscetibilidade magnética, podendo ser revestidas com polímeros ou agentes químicos que permitem a ligação de moléculas terapêuticas (fármacos) (MAJEE e SHIT, 2020).

Após serem funcionalizadas com o medicamento, as NPs são injetadas no sistema circulatório por via intravenosa e um dispositivo magnético é posicionado na região alvo (como uma artéria coronária, tumor ou órgão específico), direcionando e retendo as NPs na área desejada, evitando que se dispersem pelo corpo. No local alvo as NPs liberam o medicamento de forma controlada, seja por difusão passiva, estímulos químicos, térmicos ou magnéticos (MAJEE e SHIT, 2020).

O carregamento de fármacos empregando partículas magnéticas (MDCPs do inglês *magnetic drug carrier particles*) no tratamento da aterosclerose é um processo extremamente complexo e que pode ser afetado por múltiplos fatores (internos e externos) como a intensidade do campo magnético, o tamanho e formato das partículas, a presença de hematócritos sanguíneos, a morfologia da estenose, dentre outros (ZHANG et al., 2020).

É importante ressaltar ainda que os estudos que incluem a modelagem matemática e numérica acerca da introdução e movimentação de fármacos nanométricos nos organismos vivos são extremamente importantes, pois a compreensão destes fenômenos é essencial na otimização da dosagem e liberação controlada de drogas, possibilitando o conhecimento detalhado sobre os escoamentos, além da dinâmica de transferência de nanomateriais dentro dos organismos.

## **1.2. JUSTIFICATIVA**

Uma compreensão melhor sobre as doenças cardíacas pode resultar no desenvolvimento de tratamentos mais eficazes para tais condições e para melhorar o funcionamento do sistema circulatório humano (GUPTA, 2016).

Vários fenômenos físicos, químicos e biológicos podem ser estudados a partir da modelagem e simulação, cuja análise teórica aprofundada possibilita explorar e identificar

condições de operação ótimas. Embora seja uma tarefa difícil, principalmente frente a modelos matemáticos complexos, a modelagem e a simulação podem ajudar na proposição de novos e mais eficientes protocolos de intervenção médica.

O direcionamento de medicamentos baseados em nanopartículas mostra-se como uma importante técnica para o tratamento de doenças cardiovasculares, e assim, a condução magnética de medicamentos apresenta algumas vantagens por ser um procedimento não invasivo e biocompatível (MOITOI et al., 2023).

Um dos objetivos do emprego de nanofluidos é a entrega programada de fármacos (*drug delivery*), portanto a dinâmica de nanopartículas no escoamento sanguíneo direcionado por campos magnéticos extracorpóreos desempenha um papel crítico na compreensão sobre a o direcionamento de medicamentos e de novas terapias médicas (DUBEY et al 2019).

O emprego de nanopartículas apresenta diversos benefícios em relação a distribuição clássica de fármacos por conta de sua elevada especificidade e estabilidade, alta capacidade de transporte e liberação controlada de medicamentos, além de ser capaz de atingir e penetrar nos tecidos a partir do sangue (TRIPATHI et al 2021).

Neste contexto, este trabalho visa analisar teoricamente o escoamento sanguíneo MHD pulsátil micropolar por meio da solução numérica de um modelo matemático que contabiliza os efeitos de transferência de calor e massa no interior de vasos sanguíneos estenosados considerando o movimento Browniano e a Termoforese além da injeção e captura de nanopartículas carreadoras de fármacos na estenose. O escoamento no problema está sujeito a um campo magnético transversal constante e os modelos matemáticos são obtidos a partir das equações do movimento juntamente com a conservação de momento angular e com os balanços de massa e energia assumindo propriedades físicas constantes. O sistema de equações diferenciais parciais é resolvido por meio do Método das Linhas (MOL).

### **1.3. OBJETIVOS**

#### **1.3.1. Objetivo Geral**

O objetivo geral deste estudo consiste em analisar teoricamente, através da aplicação de metodologias numéricas, o escoamento sanguíneo pulsátil MHD 2D-transiente de um fluido micropolar considerando a transferência de calor e massa por meio da injeção de nanopartículas magnéticas que são transportadas no interior do vaso sanguíneo e capturadas na estenose pela ação de um campo magnético externo.

### **1.3.2. Objetivos Específicos**

Partindo-se da discussão levantada neste capítulo são definidos os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver um modelo matemático para o escoamento sanguíneo pulsátil MHD transiente fundamentado nas Equações de Momento, na Equação de Energia e nos Balanços de Massa;
- Aplicar as metodologias numéricas na solução do modelo de equações diferenciais parciais desenvolvido;
- Implementar um programa computacional capaz de solucionar as equações diferenciais obtidas no modelo a partir do uso dessa metodologia;
- Analisar o efeito da frequência cardíaca sobre a hemodinâmica, a microrrotação e a transferência de calor e massa;
- Examinar a influência do campo magnético no escoamento sanguíneo, na microrrotação, na transferência de calor e massa;
- Avaliar a importância da dissipação viscosa na transferência de calor e no transporte de NPs;
- Analisar a influência do movimento Browniano e da termoforese na transferência de calor e no transporte de NPs;
- Estudar o efeito da cinética de desaparecimento de nanopartículas no transporte de massa;
- Estudar a influência dos parâmetros de microrrotação no escoamento sanguíneo e na velocidade angular das microestruturas;
- Avaliar os principais critérios físicos e biomédicos para um emprego seguro da terapia magnética.

### **1.4. CONTRIBUIÇÃO DA TESE**

Diferentes pesquisas reportam modelos matemáticos explorando a influência do transporte de nanofluidos em aplicações biomédicas (EL-SHEHAWAY et al. 2000; EL-SHAHED, 2003; FURLANI e FURLANI, 2007; GENTILE et al. 2007; ELLAHI et al. 2014A; IJAZ e NADEEM, 2018; TRIPATHI e BÉG, 2014; MAJEE e SHIT, 2020; VASU et al., 2020;

ZHANG et al., 2020; TAWADE et al., 2022 YADETA e SHAW, 2023, MOITOI e SHAW, 2023; HUSSAIN e SHABBIR, 2023).

A maioria destas simulações, entretanto, desprezam os efeitos microrrotacionais do sangue, que a teoria micropolar de Eringen (1966) leva em conta em suas formulações, e nem todos consideram os efeitos do movimento Browniano e termoforético, presentes no modelo de transporte de nanofluidos de Buongiorno (2006). Além disso, os trabalhos citados não consideram um mecanismo específico de injeção, transporte e captura de NPMs na região de estenoses, muito menos admitem uma cinética de desaparecimento destas NPMs relacionada a liberação de determinado fármaco de interesse na corrente sanguínea.

Nos modelos reológicos clássicos (Newtonianos e Não Newtonianos) para escoamentos sanguíneos, assume-se apenas o movimento translacional das partículas, subestimando as rotações que as partículas constituintes do sangue podem sofrer. Além disso, estes modelos podem não capturar alguns efeitos adicionais de difusão relacionados ao movimento microrrotacional, podendo subestimar a eficiência de transporte de nanopartículas e calor. A Teoria dos Fluidos Micropolares, por outro lado, considera os graus de liberdade rotacionais dos microconstituintes do sangue, o que pode levar a um perfil de velocidade diferente se comparados com os outros modelos, alterando a forma como o calor e a massa são transportados no fluido. Adicionalmente, a microrrotação cria vórtices microscópicos que promovem a mistura do fluido, podendo aumentar os coeficientes efetivos de difusão térmica e de massa e gerando uma transferência de calor e massa mais eficiente.

Ao considerar os efeitos da termoforese e do movimento Browniano na modelagem do escoamento MHD de sangue micropolar com nanopartículas magnéticas algumas vantagens podem ser mencionadas, principalmente relacionadas ao controle e eficiência do transporte de calor e massa. A termoforese permite a redistribuição controlada de NPMs em resposta a gradientes térmicos, favorecendo o direcionamento de partículas para regiões específicas, como em terapias localizadas (hipertermia magnética). Já o movimento Browniano promove uma mistura mais uniforme das nanopartículas no sangue, prevenindo sedimentação e garantindo a estabilidade do fluido, além de permitir uma melhora na eficiência do transporte de calor e massa e distribuição mais homogênea de medicamentos ou agentes terapêuticos presentes nas nanopartículas.

Neste contexto, com o intuito de apresentar uma visão mais detalhada e realista da dinâmica de escoamentos sanguíneos considerando o fluido com microestruturas aplicados na liberação controlada de fármacos, no presente trabalho é realizado um estudo sobre a dinâmica

do escoamento sanguíneo micropolar 2D-transiente com nanopartículas e a transferência de calor e massa no interior de uma artéria estenótica na presença de um campo magnético transversal considerando o efeito termoforético, a difusão Browniana e a dissipação viscosa.

Uma vez que a formulação matemática, da maneira que foi proposta aqui, ainda não havia sido estudada anteriormente pela literatura disponível, o presente estudo apresenta importância elevada em função de proporcionar uma simulação mais próxima das terapias com drogas em escoamentos no interior de vasos sanguíneos afetados por arteriosclerose ao propor as seguintes contribuições:

- Modelar o sangue como fluido micropolar no qual as células sanguíneas possuem movimento rotacional próprio, empregando o Modelo de Fluidos Micropolares de Eringen (1966);
- Modelar o escoamento de sangue por meio da injeção, transferência de massa e captura de NPMs pela ação do campo magnético na região da estenose;
- Considerar os efeitos da Termoforese e do Movimento Browniano para o escoamento sanguíneo com NPMs através da aplicação do Modelo de Transporte de Nanofluidos de Buongiorno (2006);
- Admitir a existência de um processo cinético de morte de NPMs referente a entrega da droga no tecido alvo.

## **1.5. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

O presente capítulo apresenta a motivação, a justificativa e os objetivos gerais e específicos deste trabalho.

No capítulo 2 é apresentada uma revisão da literatura acerca da Biofluidodinâmica, do Escoamento MHD e da Hemodinâmica Biorreológica. Em seguida são mostrados os trabalhos mais recentes acerca dos Escoamentos Sanguíneos Pulsátil e com Estenose. Após isto, os principais conceitos sobre os Modelos Reológicos e sobre a Teoria de Fluidos Micropolares são apresentados, destacando as aplicações para escoamentos sanguíneos. O uso de Nanocarreadores de Fármacos e o Transporte Convectivo de Nanofluido também são explorados neste capítulo.

A seguir, no capítulo 3, é realizada uma breve descrição dos fundamentos para a compreensão física dos fenômenos estudados neste trabalho. Nesse capítulo, é apresentada uma fundamentação teórica acerca dos Modelos Reológicos, Mecanismos de Transporte em Nanofluidos e sobre os Modelos Matemáticos para o Sangue.

No capítulo 4 é desenvolvida a formulação matemática do problema, ilustrando-se a geometria estudada e as condições de contorno associadas ao fenômeno físico analisado. O problema é mostrado nas suas formas dimensional e adimensional, e as variáveis adimensionais empregadas são definidas. As definições dos principais parâmetros correspondentes aos campos de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas são também estabelecidas neste capítulo. A metodologia de solução empregada nas equações de governo do problema é descrita completamente e apresentada também neste capítulo.

No capítulo 5 são mostrados, na forma de gráficos e tabelas, os resultados obtidos no presente trabalho com aplicação do MOL e da solução analítica. Análises de convergência, verificação numérica dos principais campos do escoamento, efeito da variação dos parâmetros e uma ampla discussão de tais resultados são realizadas neste capítulo.

Finalmente, no capítulo 6, é apresentado um estudo acerca dos critérios físicos e biomédicos mostrando algumas faixas de parâmetros físicos de estudo mais importantes dentro das quais seria seguro o emprego das terapias magnéticas com as NPMs.

No capítulo 7, são traçadas as conclusões obtidas com o desenvolvimento do presente trabalho e as principais sugestões de continuidade para trabalhos futuros são apresentadas.

As referências bibliográficas empregadas como base de fundamentação para o presente trabalho são listadas em seguida.

Nos Anexos A e B, são apresentados os modelos de transporte de Fluidos Micropolares de Eringen (1966) e de Nanofluidos de Buongiorno (2006), respectivamente.

E por fim, no Apêndice A, é feito o desenvolvimento da solução analítica do modelo simplificado de escoamento de sangue micropolar com transferência de calor e massa empregado na verificação numérica computacional.

## CAPÍTULO II

### REVISÃO DA LITERATURA

Aqui são apresentadas as principais definições acerca da biofluidodinâmica e da hemodinâmica biorreológica. É mostrada uma revisão bibliográfica sobre escoamento pulsátil, estenose em vasos sanguíneos, nanopartículas como carreadores de drogas, e sobre os modelos reológicos.

#### 2.1. BIOFLUIDODINÂMICA

A dinâmica dos fluidos biológicos (por exemplo o sangue) sob efeito de campos magnéticos, conhecida como BFD (do inglês *Biomagnetic Fluid Dynamics*) ou biofluidodinâmica é um ramo emergente da magnetohidrodinâmica (MHD), a qual considera que o sangue possui propriedades magnéticas em função das interações entre hemoglobina, membrana celular e proteínas intercelulares e, reologicamente, o mesmo possui um comportamento viscoelástico sob certas condições por conta das estruturas internas e da presença de eritrócitos (HIGASHI et al., 1993; FUKADA e KAIBARA, 1980; STOLTZ e LUCIUS, 1981).

Segundo Jang e Lee (2000) podem ser citados dois benefícios da aplicação de campos magnéticos para manipular fluidos (MHD) em microescala: a simplicidade no processo de fabricação e a capacidade de bombeamento bidirecional, o que é útil em algumas aplicações químicas, médicas e biológicas.

A BFD possui aplicações potenciais interessantes na biomedicina, o que inclui o transporte de medicamentos usando partículas magnéticas como carreadores, diminuição de sangramento durante operações e no desenvolvimento de dispositivos magnéticos para separação de células (ANDRA e NOWAK, 1998).

Por outro lado, como consequência de algumas doenças uma estrutura porosa se forma no interior dos vasos sanguíneos pelo acúmulo de substâncias gordurosas (colesterol e coágulos sanguíneos), que em excesso podem levar a problemas cardíacos como infarto do miocárdio ou AVC. Desse modo, o desenvolvimento de estudos que possibilitem uma compreensão acerca desses problemas de escoamento em meios porosos e de estratégias de remediação dessas doenças é de extrema importância (RITMAN e LERMAN, 2007).

Alguns trabalhos que apresentam aplicações da BFD são mostrados a seguir (ALI et al.,

2015; AKBARZADEH, 2016; MIYAGAWA et al., 2019; FERREIRA et al., 2019; MAJEE e SHIT, 2020; YADETA e SHAW, 2023):

Ali et al. (2015) estudaram através de soluções numéricas a interação de um campo magnético externo com o escoamento de um biofluido através de um canal poroso, devido a um gradiente de pressão oscilatório, com transpiração da placa e na presença de reação química. Os autores relatam que à medida que o número de Reynolds do escoamento é aumentado, a velocidade média na direção do escoamento principal é elevada. Eles notaram que um efeito parecido também foi obtido para o parâmetro reológico e para o parâmetro de Darcy, enquanto que uma tendência oposta foi observada tanto pelo parâmetro de arrasto quadrático de Forchheimer quanto pelo parâmetro magnético.

O escoamento MHD pulsátil de sangue transiente através de artérias, levando em conta a influência da aceleração periódica de corpo externamente imposta e um gradiente de pressão periódico foi investigada por Akbarzadeh (2016). O autor considerara o sangue como um fluido não newtoniano de terceiro grau. Eles encontraram que quando o parâmetro de Womersley é pequeno, as forças viscosas tendem a dominar o escoamento, os perfis de velocidade são de forma parabólica e a velocidade da linha central oscila em fase com o gradiente de pressão. Para os autores, aumentando o gradiente de pressão, o valor médio do perfil de velocidade aumenta e a amplitude da velocidade permanece constante.

Miyagawa et al. (2019) estudaram a aplicação da GITT no escoamento MHD laminar, bidimensional, pulsátil de um fluido incompressível eletricamente condutor, através de um meio poroso do tipo Darcy-Forchheimer, dentro de um canal de placas planas paralelas com transpiração da placa influenciado por um campo magnético externo aplicado transversalmente ao canal com reação química. Os autores compararam as soluções desenvolvidas com as da literatura obtendo-se uma boa concordância em todos os campos e situações estudadas. Eles avaliaram a influência do número de Reynolds, do número de Prandtl, do número de Schmidt e do parâmetro magnético nos perfis de velocidade, temperatura e concentração, observando que o escoamento é fortemente sensível aos efeitos do número de Reynolds e do parâmetro magnético. Uma análise transiente também foi realizada notando que devido ao fluido estar em repouso no início, ele não é imediatamente acelerado, gerando um retardo no perfil de velocidade para tempos iniciais.

Ferreira et al. (2019) realizaram estimativas de parâmetros de um modelo MHD representando o escoamento sanguíneo pulsátil transiente de um fluido não newtoniano de terceiro grau através de um vaso sanguíneo poroso, sob a ação de um campo magnético,

gradiente de pressão e sujeito a um campo de aceleração periódica. O modelo direto foi resolvido aplicando o Método das Linhas (MOL) e o problema inverso foi resolvido através de Computação Bayesiana Aproximada (ABC). Os autores investigaram o coeficiente de sensibilidade para definir quais parâmetros deveriam ser estimados simultaneamente e o algoritmo utilizado foi uma adaptação do ABC-SMC, em que a verificação foi realizada por geração de medição simulada em diferentes níveis de incerteza (1, 5 e 10%) e considerando diferentes quantidades de partículas (200 e 500). Os resultados mostram a eficiência deste algoritmo em estimar os parâmetros de modelos matemáticos desta natureza.

Um estudo sobre a administração direcionada de medicamentos através do escoamento de sangue com nanopartículas magnéticas (NPMs) com o objetivo de compreender o padrão de fluxo e agregação de nanopartículas em um segmento arterial com aterosclerose foi conduzido por Majee e Shit (2020). Os autores mostraram que um aumento na concentração de NPMs aumenta o número de Nusselt e, conseqüentemente, a transferência de calor da parede arterial para os tecidos circundantes para destruir o tumor e células cancerígenas sem afetar as células saudáveis. Eles mencionam que os resultados são animadores, pois podem indicar novas técnicas de tratamento de doenças arteriais, como a aterosclerose, sem a necessidade de cirurgia, o que pode minimizar os gastos com tratamentos cardiovasculares e complicações pós-cirúrgicas nos pacientes.

Em seu estudo, Yadeta e Shaw (2023) desenvolveram e resolveram analítico-numericamente um modelo matemático para o escoamento sanguíneo pulsátil de Casson em vasos sanguíneos nos quais são introduzidas partículas transportadoras de drogas em regiões doentes durante o MDT (*magnetic drug targeting*). Os autores mencionaram que o efeito de memória de curto prazo leva a um movimento rápido das partículas do medicamento em direção à região da doença e o fenômeno é mais significativo com o aumento da fração volumétrica das NPMs, a magnetização e a natureza permeável do microvaso. Eles realizaram comparação com a literatura existente, obtendo uma boa concordância, e comentaram que os resultados foram bastante úteis para a ciência médica por possibilitar novas técnicas e tratamentos de doenças em locais específicos usando MDT.

## **2.2. ESCOAMENTO MAGNETOHIDRODINÂMICO**

Ao longo dos anos diversos estudos acerca do emprego dos campos magnéticos em aplicações biomédicas foram apresentados obtendo resultados promissores em função das características do sangue, entre outros fatores (KINOUCI et al., 1996; HAIK et al., 1999;

MCKAY et al. 2007; KUIPERS et al. 2007; GENTILE et al., 2007; MEKHEIMER e KOT, 2008; VARSHNEY et al. 2010; ELLAHI et al., 2014; TRIPATHI et al., 2022).

A magnetohidrodinâmica tem sido amplamente utilizada em tratamentos médicos, como na cura de dores graves, escoamento sanguíneo, regeneração óssea e oxigenação de tecidos. O campo magnético variando na direção espacial foi estudado por Haik et al. (1999) que concluiu que este afeta o escoamento do biofluido.

Um campo eletromagnético variável no tempo produzido por correntes elétricas foi usado no tratamento de fraturas ósseas não unificadas por Kinouchi et al. (1996).

O campo magnético pode ser usado para diminuir o tempo de cicatrização de fraturas, no tratamento de depressão e no aumento da velocidade de regeneração nervosa. Um vaso sanguíneo exposto a um campo magnético pode sofrer um relaxamento, ocorrendo um aumento do fluxo sanguíneo (KUIPERS et al. 2007; MCKAY et al. 2007).

As nanopartículas magnéticas desenvolvidas ultimamente podem ser biodegradáveis e, portanto, utilizadas em aplicações biomédicas. Quando são introduzidas na corrente sanguínea as partículas magnéticas escoam como um fluido magnético. O óxido de ferro está presente nas moléculas de hemoglobina nas células vermelhas do sangue (eritrócitos). Portanto, pode-se admitir que o sangue é um fluido magnético que transporta nanopartículas de óxido de ferro (MEKHEIMER e KOT, 2008).

A angiografia por ressonância magnética é uma das técnicas radiológicas empregadas na detecção da aterosclerose, que para ser melhor compreendida é necessário avaliar o efeito do campo magnético no escoamento sanguíneo no interior das artérias (VARSHNEY et al. 2010).

Ellahi et al. (2014) investigaram o escoamento de nanofluido em uma estenose arterial levando em consideração a permeabilidade das paredes e a velocidade de deslizamento. Gentile et al. (2007) analisaram o movimento das nanopartículas nos vasos sanguíneos e investigaram o impacto da permeabilidade no fluxo sanguíneo, considerando o escoamento estacionário e o sangue como um fluido de Casson.

Tripathi et al (2022) consideraram a modelagem combinada dos modelos em nanoescala de Buongiorno (2006) e de Tiwari-Das (2007) para o escoamento transiente de sangue nano dopado não newtoniano (Ostwald-De Waele) através de uma artéria cilíndrica rígida apresentando duas estenoses diferentes (composta e irregular) sob a ação de um campo magnético externo. A técnica de diferenças finitas é implantada para resolver os perfis de velocidade e de temperatura, além de encontrar a tensão de cisalhamento na parede e a vazão.

Os autores registraram que a inclusão de nanopartículas de Cobre no sangue aumenta a velocidade do mesmo e ao aplicar um campo magnético externo na direção radial, a velocidade axial é significativamente amortecida, enquanto alterações muito menos intensas são observadas na temperatura sanguínea e nos perfis de concentração.

### **2.3. HEMODINÂMICA BIORREOLÓGICA**

O surgimento da hemodinâmica biorreológica como um ramo importante da mecânica dos fluidos dentro da medicina moderna representou um avanço importante e, recentemente, bastante interesse tem surgido acerca dos escoamentos de sangue real analisando-o por meio de diversos modelos de fluidos não newtonianos (COKELET, 1972; CHAKRAVARTY e MANDAL, 1994; ANAND e RAJAGOPAL, 2004; SHIBESHI e COLLINS, 2005; MANDAL, 2005; CHAKRAVARTY e MANDAL, 2014; PONALAGUSAMY e MANCHI, 2019; TRIPATHI et al 2021).

Cokelet (1972) desenvolveu uma revisão extensiva sobre uma variedade de modelos reológicos para o sangue humano. Já, Shibeshi e Collins (2005) apresentaram a classificação geral de modelos não newtonianos em simulações de fluxo sanguíneo com variados graus de precisão.

Shabbir et al. (2018) consideraram o escoamento transiente em uma artéria com estenoses multirregulares de um fluido Herschel-Bulkley empregando técnicas de perturbação e o método de Newton-Raphson.

Amiri et al. (2019) empregaram o Ansys Fluent para representar um escoamento sanguíneo transiente tridimensional não newtoniano (fluido de Carreau) no interior de uma artéria femoral. O problema considerado é obtido a partir do modelo real de imagens de tomografia computadorizada (TC) de uma bifurcação da artéria com arteriosclerose moderada.

Ponalagusamy e Manchi (2019) estudaram o escoamento sanguíneo através de uma artéria estenótica empregando um modelo de quatro camadas: um núcleo rico em eritrócitos descritos como fluido Jeffrey (não newtoniano), uma zona periférica de plasma livre de células sanguíneas (fluido newtoniano), a artéria estenosada com uma parede porosa (Brinkman) e finalmente uma camada porosa de Darcy. Os autores observaram que quanto maior a porcentagem de glóbulos vermelhos no plasma maior será a impedância hemodinâmica e a tensão de cisalhamento da parede (do inglês *wall shear stress* ou *WSS*), enquanto que o inverso ocorre com a espessura da camada limite de plasma, o parâmetro viscoelástico de Jeffrey, o número de Darcy e o parâmetro de deslizamento de Darcy.

A dinâmica do escoamento sanguíneo desempenha um papel fundamental na formação e expansão das doenças cardiovasculares no corpo humano, e com base nisso a simulação computacional do fluxo sanguíneo no sistema arterial humano tem sido amplamente utilizada nas últimas décadas para melhor compreensão do espectro sintomático de diversas doenças, a fim de desenvolver novas técnicas terapêuticas ou melhorar as já existentes (TRIPATHI et al 2021).

## **2.4. ESCOAMENTO PULSÁTIL**

O escoamento pulsátil consiste em um caso especial de escoamento no qual a força motriz, neste caso a pressão, é oscilatória no tempo, variando trigonometricamente. À medida que a pressão sobe até um pico, a velocidade aumenta gradualmente e, quando a pressão diminui, a mesma diminui, acelerando e retardando conforme o comportamento da função empregada. Para uma mudança na pressão muito lenta, a mudança correspondente no fluxo será quase em fase com ela, porém se a mudança na pressão for rápida, o escoamento ficará para trás por causa da inércia do fluido (ZAMIR e RITMAN, 2000).

A seção transversal do tubo em um escoamento pulsátil deve ser circular e a simetria deve ser axial para que a velocidade e as derivadas na direção  $\theta$  sejam zero. Além disso, o tubo deve ter comprimento suficientemente grande para que o campo de velocidade seja completamente desenvolvido e independente da direção axial. O fluido em diferentes posições axiais ao longo do tubo deve responder de imediato à pressão variável, de modo que o perfil de velocidade será instantaneamente o mesmo em todas as posições axiais ao longo do tubo. De acordo com a mudança na pressão, em resposta ao mesmo tempo o perfil de velocidade se altera, em todas as posições axiais ao longo do tubo, fazendo com que o fluido esteja se movendo “em massa”. Mesmo que tal característica do escoamento pulsátil seja bastante artificial e um tanto "não física", ela representa uma base importante para a compreensão de formas mais realistas deste escoamento (ZAMIR e RITMAN, 2000).

Alguns autores dedicaram seu tempo no estudo sobre escoamento pulsátil em vasos sanguíneos (AROESTY e GROSS, 1972; CHATURANI e PONNALAGAR SAMY, 1986; AROESTY e GROSS, 1972; BLAIR e SPANNER, 1974; SIDDIQUI et al., 2009; MASSOUDI e PHUOC, 2008; MEKHEIMER e EL KOT, 2008):

Aroesty e Gross (1972) avaliaram o escoamento pulsátil de sangue em pequenos vasos sanguíneos. Chaturani e Ponnalagar Samy (1986) reportaram a teoria de Aroesty e Gross (1972) e estudaram o fluxo pulsátil de sangue em artérias estenosadas modelando o sangue como fluido

de Casson. Blair e Spanner (1974) estudaram o escoamento pulsátil e concluíram que o sangue como fluido de Casson é válido para taxas de cisalhamento moderadas, e que ambos os modelos de Casson e Herschel-Bulkley para fluxo sanguíneo são válidos. O escoamento pulsátil de sangue para um modelo de fluido de segundo grau modificado é apresentado por Massoudi e Phuoc (2008). Mekheimer e El Kot (2008) examinaram o modelo de fluido micropolar para o fluxo sanguíneo axisimétrico através de uma artéria cônica de estenose leve axialmente não simétrica, mas radialmente simétrica.

## **2.5. ESTENOSE EM VASOS SANGUÍNEOS**

A compreensão acerca da dinâmica do escoamento sanguíneo é essencial para entender sobre a formação e evolução de diversas doenças cardiovasculares, e as pesquisas sobre este tema evoluíram significativamente ao longo dos séculos. Diferentes geometrias complexas como bifurcações, curvas, constrictões, dentre outras, foram exploradas em simulações do escoamento e a determinação de propriedades reológicas foram possíveis a partir de cálculos multifísicos aprimorados (SKALAK et al., 1981).

Ultimamente, um avanço expressivo foi alcançado em função da combinação de modelos de escoamento aperfeiçoados e métodos numéricos mais robustos para a análise de escoamentos sanguíneos reais, o que tem levado a uma grande melhoria na compreensão acerca das diversas causas sobre a progressão e os possíveis tratamentos para várias doenças hematológicas (TU et al., 2016; KARIMIPOUR et al., 2020).

Algumas condições e doenças arteriais podem alterar as particularidades do escoamento sanguíneo em uma artéria de forma significativa. Os aneurismas (protuberância do vaso) e as estenoses (constricção do vaso) são exemplos destes defeitos nos vasos sanguíneos que modificam a dinâmica do escoamento do sangue (VASU et al., 2020).

A estenose consiste no estreitamento de uma estrutura tubular do corpo, em geral artérias e válvulas cardíacas. A mesma ocorre em uma artéria devido à deposição de substâncias gordurosas na parede interna do canal e essa condição é conhecida como aterosclerose, fazendo com que o escoamento sanguíneo para os órgãos correspondentes do corpo seja substancialmente reduzido, levando a vários distúrbios circulatórios graves (PONALAGUSAMY e PRIYADHARSHINI, 2019).

A quebra da placa provoca rupturas microscópicas na parede da artéria, ocasionando o vazamento de sangue para fora do tecido. Nestes casos, as plaquetas chegam no local para coagular o sangue e o coágulo pode bloquear a artéria. A presença de coágulo em uma artéria

coronária ou cerebral causa um ataque cardíaco ou derrame. A tensão de cisalhamento da parede e a resistência ao fluxo, ambos fatores hidrodinâmicos, exercem um papel significativo no desenvolvimento da estenose arterial (PONALAGUSAMY e PRIYADHARSHINI, 2019).

Diversos autores mencionam que o entendimento acerca dos aspectos hemodinâmicos é fundamental no diagnóstico e tratamento de distúrbios cardiovasculares (CARO, 1981; KU, 1997, PONALAGUSAMY, 1986; SHUKLA et al., 1980; YOUNG, 1968; YOUNG, 1979, YOUNG e TSAI, 1973).

Uma variedade de técnicas foi empregada em estudos teóricos e experimentais acerca do escoamento sanguíneo em artérias estenosadas (AMIRI et al., 2019). Ao mesmo tempo, as técnicas de solução e de simulação numérica para o escoamento arterial de sangue têm recebido bastante atenção em função da vasta empregabilidade e da popularização de novos métodos computacionais, a citar diferenças finitas, elementos finitos, *solvers* de volumes finitos, dentre outros (AGRAWAL et al., 2015; PONALAGUSAMY e PRIYADHARSHINI, 2017; PRIYADHARSHINI e PONALAGUSAMY, 2017; KUMAR e NAIDU, 1995; HAGHIGHI e CHALAK, 2017).

Liu et al. (2000) estudaram os efeitos da estenose no fluxo pulsátil de sangue usando técnicas numéricas. Enquanto Verma et al. (2004) analisaram os efeitos da forma geométrica da estenose e descobriram que a tensão de cisalhamento na parede aumenta com o aumento do tamanho da estenose. Diversas investigações foram realizadas sobre o fluxo de sangue através de uma artéria estenosada, assumindo o sangue como um fluido newtoniano.

Siddique et al. (2009) analisaram os efeitos da estenose, pulsatilidade e o comportamento não Newtoniano no fluxo sanguíneo através de uma artéria estenosada.

Uma investigação acerca do escoamento pulsátil de um nanofluido Casson através de uma artéria inclinada e estenosada com afilamento na presença de campo magnético e aceleração periódica do corpo foi realizada por Ponalagusamy e Priyadharshini (2017). Os autores resolveram o modelo físico utilizando esquemas numéricos de diferenças finitas para determinar os campos de velocidade, temperatura, concentração, além da tensão de cisalhamento na parede e a resistência ao fluxo sanguíneo, encontrando que os perfis de tensão de cisalhamento na parede aumentam com o aumento da tensão de escoamento, campo magnético, parâmetro de termoforese e diminuem com o parâmetro de movimento Browniano, número de Grashof da temperatura local e número de Grashof de nanopartículas locais. Os autores ressaltam também que o aumento no parâmetro do movimento Browniano leva ao

incremento nos perfis de concentração e temperatura e que a concentração de nanopartículas diminui com o aumento do valor do parâmetro de Termoforese.

## **2.6. MODELOS REOLÓGICOS PARA ESCOAMENTO SANGUÍNEO**

### **2.6.1. Modelos Tradicionais**

Como já mencionado, os modelos mais aplicados no escoamento hemodinâmico são o modelo de fluido Newtoniano, o de *Power Law*, o Casson-Papanastasiou, de Cross e Carreau-Yasuda (CHARM e KURLAND, 1965; WHITMORE, 1968; LIH, 1975; CHATURANI e PALANISAMY, 1990; CHAKRAVARTY e MANDAL, 2004; MANDAL, 2005; ZINANI e FREY, 2006; NADEEM e AKBAR, 2009; NADEEM et al., 2011; MEKHEIMER e EL KOT, 2012; ZAMAN et al., 2016A):

Charm e Kurland (1965), Whitmore (1968) e Lih (1975) mostraram que o sangue apresenta um comportamento não newtoniano em baixa taxa de cisalhamento devido ao fato de que o sangue é uma suspensão de células.

O modelo exponencial do fluido *Power Law* para a viscosidade do sangue em um duto circular rígido sob a influência de aceleração de corpo periódica foi proposto por Chaturani e Palanisamy (1990). Os autores investigaram a interação da natureza não-Newtoniana do fluido com a aceleração de corpo utilizando dados fisiológicos para dois casos particulares (artérias coronária e femoral). Eles analisaram a velocidade axial e os parâmetros de aceleração do fluido, a tensão de cisalhamento na parede e a vazão instantânea, empregando o método implícito de Crank-Nicolson na solução do modelo físico, obtendo que os seus resultados estavam convergindo para a solução analítica para o caso de fluido newtoniano.

Chakravarty e Mandal (2004) e Mandal (2005) analisaram fluxos newtonianos e não newtonianos através da estenose arterial.

Zinani e Frey (2006) analisaram o escoamento de fluidos de Casson através de uma expansão e a solução foi realizada empregando aproximações de mínimos quadrados de Galerkin em uma formulação de elementos finitos. Os autores notaram em seus resultados a formação da região de escoamento empistonado, além do comportamento da variação de determinados parâmetros sobre o escoamento, tais como os números de Reynolds e de Casson.

Outros modelos populares, embora mais simplistas empregados para este fim, incluem a avaliação reológica de um fluido por meio dos modelos viscoplástico (NADEEM e AKBAR, 2009) e *Power-Law* (NADEEM et al., 2011).

Em outro estudo, o escoamento sanguíneo dependente do tempo com a reologia viscoelástica Sisko em uma artéria elástica estenótica cônica anisotrópica foi avaliado numericamente por Mekheimer e El Kot (2012).

Zaman et al. (2016A) analisaram os efeitos da transferência de calor e massa no fluxo sanguíneo por meio de uma estenose arterial cônica, assumindo a reologia do sangue como fluido não newtoniano de Cross.

Os trabalhos mencionados anteriormente não consideraram efeitos microestruturais no sangue, uma vez que os modelos não-newtonianos convencionais como o viscoelástico e o viscoplástico, geralmente modificam o modelo newtoniano com tensores tensão suplementares. Tais abordagens não são capazes de simular movimentos da rotação de microelementos dos fluidos e microestruturas presentes nas suspensões sanguíneas (glóbulos vermelhos, brancos, proteínas, gorduras, dentre outros).

Neste contexto, surge o Modelo de Fluidos Micropolares (ERINGEN, 1966) como uma alternativa para a modelagem e simulação de escoamento sanguíneo levando em conta os efeitos microestruturais do sangue.

### **2.6.2. Modelo de Fluidos Micropolares**

Em cinquenta anos, o modelo micropolar foi empregado de forma satisfatória em diversos ramos da dinâmica dos fluidos e de aplicações médicas (ARIMAN, 1971; KANG e ERINGEN, 1976; WAYLAND, 1967; BASKURT et al., 2007; COWIN, 1972; RAMKISSOON e MAJUMDAR, 1976; CHATURANI e UPADHYA, 1979; BÉG et al., 2007; KIRAN et al., 2017; YU et al., 2019; DEVANATHAN e PARVATHAMMA, 1983; MEKHEIMER e EL KOT, 2008; IKBAL et al., 2009; SAMAD, 2013; ELLAHI et al., 2014; ZAMAN et al., 2016 B; MEKHEIMER et al., 2016; TIWARI et al., 2020, RAMAKRISHNA e PONALAGUSAMY, 2022).

O primeiro estudo de escoamentos de sangue micropolar e com microestiramento em pequenas artérias de 100  $\mu\text{m}$  de diâmetro foi realizado por Ariman (1971) apresentando diversas soluções para os campos de velocidade, microrrotação e microestiramento simulando subestruturas deformáveis do sangue, além da rotação independente de glóbulos vermelhos sob condições de não deslizamento nas paredes dos vasos sanguíneos.

Kang e Eringen (1976) desenvolveram novas relações para a concentração de microestruturas e para a giração envolvendo macro e micro movimentos na hemodinâmica de vasos sanguíneos empregando o modelo micropolar.

Outros campos dentro desta teoria foram explorados incluindo a avaliação de efeitos de arrasto em eritrócitos individuais em escoamentos de Stokes (RAMKISSOON e MAJUMDAR, 1976), escoamentos de sangue no interior de vasos capilares (CHATURANI e UPADHYA, 1979), dinâmica do escoamento biomagnético de sangue em tecidos vasculares (BÉG et al., 2007), simulação de efeitos químicos no processo digestivo no escoamento peristáltico e na dispersão hidrodinâmica (KIRAN et al., 2017) e no escoamento progressivo em biomembranas (YU et al., 2019).

A reologia do escoamento sanguíneo como um fluido micropolar em vasos com estenose foi abordado em alguns trabalhos a serem destacados. Devanathan e Parvathamma (1983) avaliaram o escoamento de sangue dentro de artérias com estenoses únicas. A difusão de massa no escoamento de sangue arterial micropolar na presença de estenoses cônicas foi abordada por Mekheimer e El Kot (2008), Iqbal et al. (2009) e Samad (2013). Ellahi et al. (2014) abordou o escoamento sanguíneo micropolar através de um segmento arterial composto de estenose leve. Um esquema de diferenças finitas foi empregado por Zaman et al. (2016B) para simular o fluxo sanguíneo micropolar transiente em uma estenose cateterizada arterial. Tiwari et al. (2020) investigaram a dinâmica do escoamento de sangue em microvasos estenosados em camadas porosas empregando o fluido micropolar bem como o modelo Newtoniano.

O efeito das nanopartículas metálicas no escoamento sanguíneo micropolar MHD através de uma artéria vertical com estenose sobreposta é investigado por Mekheimer et al (2016) que resolveram numericamente as equações de conservação de massa, momento e energia. Os autores registraram que à medida que a fração volumétrica do nanofluido aumenta, a velocidade e a tensão de cisalhamento da parede aumentam, enquanto a impedância de resistência e a temperatura têm uma tendência inversa. Além disso os autores ressaltam que os fenômenos de aprisionamento na região estenosada são registrados em sua pesquisa e estas descobertas evidenciam que a técnica das nanopartículas pode ser uma estratégia terapêutica promissora contra doenças arteriais.

Ramakrishna e Ponalagusamy (2022) estudaram numericamente o transporte eletrocinético pulsátil de um nanofluido híbrido em uma artéria porosa bifurcada com estenose sobreposta submetida a um campo magnético uniforme e aceleração periódica de corpo, modelando o sangue como fluido micropolar. Os autores empregaram o Método das Diferenças Finitas para resolver as equações para a velocidade, a microrrotação e a temperatura, e encontraram que o fluxo axial, a microrrotação de partículas e o desempenho térmico em

artérias bifurcadas podem ser normalizados regulando os parâmetros magnéticos e eletro-osmóticos. Os autores mencionaram também que a espessura do EDL (inversão do parâmetro eletro-osmótico) pode ser capaz de atenuar a tensão de cisalhamento da parede e a resistência ao fluxo na artéria estenótica bifurcada, e registraram que a taxa de transferência de calor na parede estenótica aumenta com os números de Brinkman e Grashof e diminui com a gravidade da estenose e o número de acoplamento micropolar (Ramakrishna e Ponalagusamy, 2022).

Estas pesquisas confirmaram a capacidade da Teoria Micropolar em representar alguns problemas práticos de transporte hemodinâmico mesmo em situações de fluxo comprometido por doenças cardiovasculares.

## **2.7. NANOCARREADORES DE FÁRMACOS**

Choi e Eastman (1995) empregaram pela primeira vez o termo nanofluido (NF) para uma nova classe de fluidos que contêm partículas metálicas com tamanhos médios de cerca de 10 nanômetros e podem ser produzidos pela tecnologia de nanofase.

Os nanofluidos consistem em suspensões de partículas sólidas em nanoescala contidas em um fluido base. Estas partículas nanométricas podem ser metais, óxidos, carbonetos, nitretos ou nanotubos, dentre outros. Os mesmos possuem alta condutividade térmica em comparação com o fluido base e essencialmente intensificam a taxa de transferência de calor.

A produção de uma variedade de nanomateriais modernos mais funcionais está diretamente ligada ao avanço da medicina, da farmacologia, do reparo de tecidos, ao desenvolvimento de medicamentos e o tratamento de inúmeras doenças com a eficácia terapêutica desejada e com efeitos colaterais mínimos, se tornando uma realidade a partir do progresso acelerado na biomecânica em nanoescala e das simulações de escoamentos sanguíneos (VASU et al., 2020).

A farmacodinâmica computacional exerce um papel fundamental na compreensão dos processos de “*drug delivery*” (liberação programada de drogas), no desenvolvimento de métodos de entrega direta de fármacos e na avaliação da eficiência de entrega de medicamentos. A mesma pode ser empregada para modelar a dinâmica de aerossóis no sistema respiratório humano, na hemodinâmica de partículas nos vasos sanguíneos e nos aspectos farmacocinéticos da transferência de calor e massa nos tecidos. Tais possibilidades de aplicações com resultados bastante realistas e precisos a custos relativamente baixos fazem da farmacodinâmica computacional uma ferramenta interessante na pesquisa e desenvolvimento em “*drug delivery*” (VASU et al., 2020).

As nanopartículas oferecem vantagens notáveis sobre a distribuição tradicional de medicamentos em termos de alta especificidade, alta estabilidade, alta capacidade de transporte de medicamentos e capacidade de liberação controlada. No campo da nanomedicina, as nanopartículas orgânicas (incluindo micelas, vesículas poliméricas e lipossomas) e inorgânicas (ouro, sílica mesoporosa e cobre) têm sido amplamente utilizadas e estudadas como transportadores específicos, uma vez que, como sistemas de distribuição de fármacos, proporcionaram bons resultados devido a sua biocompatibilidade com tecidos e células, o seu tamanho subcelular, a toxicidade diminuída e as propriedades de liberação sustentada (TRIPATHI et al 2021).

Tripathi et al (2021) forneceram com sua pesquisa uma revisão abrangente de simulações computacionais de escoamento sanguíneo contendo nanopartículas híbridas como carreadores de drogas no sistema arterial do corpo humano, resumindo os recentes desenvolvimentos e análises do fluxo convectivo de modelos de suspensão de partículas-fluido para os corpos arteriais e revisando os modelos matemáticos existentes para simular o fluxo sanguíneo com nanopartículas em regiões estenóticas. Neste trabalho os autores revisaram os sistemas de distribuição de nanofármacos, nanopartículas e descreveram as simulações computacionais recentes de nanofarmacodinâmica, até 2021.

As pesquisas sobre os nanofluidos são atualmente uma das áreas de pesquisa mais ativa, e artigos recentes, até 2023, sobre nanofluidos podem ser mencionados (FURLANI e FURLANI, 2007; SAHOO et al. 2007; ALI et al., 2014; TRIPATHI e BÉG, 2014; PRASAD et al., 2015; SHARMA et al., 2015; LATIFF et al., 2016; LAM et al, 2017; MARTÍN GIMÉNEZ et al., 2017; AKBAR et al., 2017; IJAZ e NADEEM, 2018; VASU et al., 2019; ELNAQEEB et al., 2019; DUBEY et al., 2020; VASU et al., 2020; ZAMAN et al., 2020; NDENDA et al., 2021; MOITOI et al, 2023).

Furlani e Furlani (2007) desenvolveram um modelo matemático levando em conta as forças magnéticas e analisaram a influência de vários parâmetros, como tamanho de partícula, hematócrito, propriedades magnéticas e vazão no direcionamento magnético. Em seus modelos matemáticos a reologia do sangue é considerada como a de um fluido newtoniano.

As aplicações clínicas potenciais da nanotecnologia na medicina foram exploradas por Sahoo et al. (2007). Segundo os autores o transporte de nanopartículas em meio sanguíneo contribuiu com a melhoria das propriedades de difusão de calor e massa de medicamentos injetados em vasos sanguíneos.

Um estudo matemático do escoamento de sangue pulsátil transiente através de uma artéria estenótica cônica foi realizado por Ali et al. (2014), empregando a equação constitutiva do modelo Sisko para a reologia do sangue e uma geometria realista da estenose variante no tempo. Os autores solucionaram os modelos utilizando o método das diferenças finitas.

Em sua pesquisa, Tripathi e Bég (2014) realizaram um estudo sobre o escoamento peristáltico de nanofluidos com a aplicação em sistemas de liberação controlada de medicamentos, levando em conta os efeitos de fluuabilidade termossolutal na dinâmica do sangue nano-dopado.

Um esquema de diferenças finitas de segunda ordem foi aplicado por Prasad et al. (2015) em um modelo de nanofluido de Buongiorno micropolar combinado para calcular o fluxo de revestimento de bio-nanopolímeros em componentes cilíndricos.

Sharma et al. (2015) apresentaram um modelo teórico para explicar as trajetórias de aglomerados de nanopartículas magnéticas e observaram que a aplicação de campo magnético retarda o movimento das partículas.

Latiff et al. (2016) empregaram a quadratura Maple para simular o escoamento transiente de nanofluido dopado com microorganismos em revestimentos para aplicações em anti-incrustantes.

O emprego de nanocarreadores a partir de dendrímeros, lipossomas, micelas, nanopartículas de lipídios sólidos, além de óxidos de ouro, prata e titânio, nanopartículas poliméricas de sulfeto de cádmio juntamente com nanopartículas magnéticas apresentaram melhorias na eficácia de medicamentos convencionais (LAM et al, 2017).

Nas terapias hemodinâmicas o fluido base (sangue) pode ser dopado com uma variedade de nanopartículas biocompatíveis, dentre elas o ouro. O emprego da nanotecnologia dentro da medicina (bionanomedicina) é capaz de melhorar a solubilidade, a biodisponibilidade, a absorção, o direcionamento e a liberação controlada de drogas (“*drug delivery*”) (MARTÍN GIMÉNEZ et al., 2017).

O transporte nano-farmacodinâmico com viscosidade variável no escoamento sanguíneo transiente através de uma artéria estenótica com transferência de massa na parede foi investigado por Akbar et al. (2017).

Ijaz e Nadeem (2018) realizaram uma análise teórica do transporte de nanopartículas no sangue para combater doenças arteriais. Os autores avaliaram as consequências do transporte de nanopartículas para atenuar lesões ateroscleróticas.

Vasu et al. (2019) empregaram o método de elementos finitos na hemodinâmica axissimétrica viscoelástica nano-dopada em uma artéria coronária com paredes rígidas com estenose sob a influência de um campo magnético radial. Os autores encontraram que uma aceleração considerável no escoamento é obtida a partir do aumento do parâmetro de movimento browniano e que uma estenose mais estreita altera as distribuições de temperatura e de nanopartículas além das estruturas do escoamento.

Elnaqeeb et al. (2019) determinaram uma solução analítica para o escoamento sanguíneo na presença de nanopartículas de ouro através da estenose cônica considerando a estenose leve. Os autores avaliaram diferentes nanopartículas, como Au, Cu, TiO<sub>2</sub>, e notaram que nanopartículas de ouro obtêm uma melhoria mais acentuada no fluxo sanguíneo além de um desempenho hemodinâmico melhor na artéria doente.

O efeito da introdução de nanopartículas metálicas no escoamento de sangue através de uma artéria doente com características hemorreológicas foi estudado por Dubey et al. (2020).

A hemodinâmica micropolar bidimensional laminar em uma artéria cônica com estenose leve foi simulada computacionalmente por Vasu et al. (2020) considerando o efeito de diferentes nanopartículas metálicas suspensas homoganeamente no sangue. As equações de conservação de energia, momentos linear e angular (microrrotação) são resolvidas numericamente usando o método dos elementos finitos com o esquema de formulação variacional. O efeito dos parâmetros selecionados sobre a velocidade, temperatura e velocidade microrrotacional foi calculado para o segmento arterial estenosado e foi observado que ao aumentar o número de Prandtl, a velocidade microrrotacional diminui, isto é, a rotação do microelemento (célula do sangue) é suprimida. A tensão de cisalhamento da parede diminui com o aumento dos parâmetros pulsáteis, enquanto que a velocidade aumenta com a diminuição desses parâmetros.

Zaman et al. (2020) empregaram um modelo de nanofluido híbrido para simular o escoamento sanguíneo laminar através da artéria cônica estenosada (convergente e divergente) com um aneurisma e com paredes rígidas, observando que nanopartículas híbridas de Ag-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> dentro do sangue provocam uma desaceleração expressiva quando confrontadas com as nanopartículas de prata (Ag) sozinhas.

Um modelo matemático de Direcionamento Magnético de Drogas (MDT) foi desenvolvido por Ndenda et al. (2021) para investigar a dispersão de nanopartículas (material não magnético contendo nanopartículas magnéticas) revestidas com fármacos, em que as partículas são injetadas no sistema microvascular a montante do tecido canceroso e capturadas

no tumor usando um campo magnético aplicado externamente. Em seus resultados os autores mostraram que fatores como a fração volumétrica de nanopartículas magnéticas, a magnetização do ímã e o termo fonte, associados a tempos mais longos fazem com que as nanopartículas magnéticas revestidas com medicamento atinjam a posição do tumor. Eles também mencionam que um aumento na distância tumor-ímã, na permeabilidade do microvaso, no número de Peclet e no raio da nanopartícula retardam a taxa na qual as nanopartículas magnéticas revestidas com medicamento alcançam o tumor.

Moitoi et al. (2023) analisaram a dinâmica da entrega magnética de medicamentos a um local específico em um vaso sanguíneo permeável sob vibração e na presença de um campo magnético através da solução analítico-numérica das equações de momento e de equilíbrio de forças. Os mesmos relataram que o aumento do número de Reynolds resulta na diminuição da tendência do fármaco ser capturado próximo ao local do tumor, enquanto a frequência pulsátil apresenta fenômeno oposto. Além disso, eles mencionam que o aumento da intensidade do campo magnético e do número de Darcy aumenta a eficiência de captura de partículas de drogas próximas ao local do tumor, e que o efeito de memória curta captura eficientemente os transportadores magnéticos de drogas para um local específico sob a ação de uma intensidade do campo magnético adequada.

Estes trabalhos mencionados acima não levam em conta de forma simultânea os aspectos microestruturais do escoamento do fluido e os efeitos em nanoescala. Desta forma, para representar a dinâmica microestrutural e o comportamento do nanofluido, a possibilidade de associar a teoria micropolar de Eringen juntamente com o modelo de nanofluidos surge como uma metodologia inovadora.

Por mais que uma variedade de trabalhos tenham se dedicado à hemodinâmica com fins de transporte de fármacos em nanoescala, uma quantidade menor de pesquisas com nanofluidos micropolares em bioengenharia foram reportados.

## **2.8. TRANSPORTE EM NANOFLUIDOS**

Ao longo dos anos vários pesquisadores (GAROOZI et al., 2015; VASU et al., 2016; ALI et al., 2018; ARDAHAIE et al., 2018; DUBEY et al., 2019; SAGHIR E RAHMAN, 2021; TAWADE et al., 2022; HUSSAIN et al., 2023) dedicaram suas pesquisas a compreender a influência dos mecanismos de deslizamento, especialmente o Movimento Browniano e o efeito Termoforético nos processos de escoamento e de transferência de calor e massa em nanofluidos, nas mais diversas geometrias.

Um estudo numérico sobre a transferência de calor por convecção natural de um nanofluido em uma cavidade quadrada bidimensional contendo vários pares de aquecedores e resfriadores (HACs) foi realizado por Garoosi et al (2015), ao desenvolver as equações bidimensionais de Navier-Stokes, energia e fração de volume usando o modelo de Buongiorno (2006) e empregando método de discretização de volumes finitos. Os autores reportaram que a localização dos HACs tem influência mais relevante na taxa de transferência de calor, que em números de Rayleigh baixos, a distribuição de partículas é bastante não uniforme, enquanto em números de Rayleigh altos, as partículas passam a se distribuir de maneira mais uniforme. Eles mencionaram em seus resultados que existe uma fração volumétrica ideal das nanopartículas em cada número de Rayleigh na qual a taxa máxima de transferência de calor pode ser obtida.

Vasu et al. (2016) estudaram a transferência de quantidade de movimento, calor e massa na camada limite do filme líquido não Newtoniano da lei de potência de Ostwald-de-Waele acionado pela gravidade e suspenso com nanopartículas ao longo de uma placa inclinada, empregando o modelo revisado de Buongiorno (2006), o qual considera o movimento Browniano e a Termoforese, para o transporte de nanofluidos em convecção livre. Os resultados numéricos obtidos pelos autores mostraram que quando a força de empuxo no fluido aquecido adjacente à superfície supera a força gravitacional, o fluido mais leve tende a subir e uma inversão de fluxo é observada nas proximidades da superfície.

Um estudo teórico e numérico do escoamento pulsátil transiente com transporte de calor e massa através de uma artéria estenosada cônica na presença de nanopartículas é descrito por Ali et al. (2018), empregando o modelo não newtoniano Sisko e a formulação de Buongiorno (2006) para modelar os efeitos em nanoescala. Eles resolveram as equações por um esquema explícito de diferenças finitas avaliando os efeitos de vários parâmetros reológicos e de nanoescala.

Soluções numéricas e analíticas foram examinadas por Ardahaie et al (2018) para o escoamento pulsátil de sangue modelado como fluido não Newtoniano de terceiro grau contendo nanopartículas em um meio poroso afetado por campo magnético externo, determinando distribuições de velocidade, temperatura e concentração de nanopartículas. A natureza magnética das células sanguíneas foi avaliada pelos autores aumentando o parâmetro do campo magnético, o que levou a uma diminuição na velocidade do sangue, conforme esperado. Eles também investigaram a influência do parâmetro de Movimento Browniano, parâmetro de Termoforese e do gradiente de pressão, e encontraram que o aumento do gradiente

de pressão negativo junto com o parâmetro de Termoforese resultou em um aumento no perfil de velocidade.

Dubey et al (2019) empregaram a Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD) na simulação da entrega de fármacos através de nanopartículas no escoamento sanguíneo em pequenos vasos (artérias coronárias) estenosados, onde o sangue foi modelado a partir do modelo Vogel e o modelo de Buongiorno (2006) é empregado para efeitos em nanoescala (Movimento Browniano o Termoforese). Os autores reportaram que o aumento do parâmetro de Termoforese e do parâmetro magnético diminui o valor da velocidade em todo o domínio. Eles encontraram que os valores da concentração de nanopartículas são reduzidos ao longo das direções axial e radial na vizinhança da região estenótica, e que a difusão de nanopartículas na região central é diminuída como efeito da termoforese.

O Movimento Browniano e o efeito Termoforético foram estudados por Saghir e Rahman (2021) no escoamento de nanofluidos (nanopartículas de  $Al_2O_3$  em vários fluidos base) em canais retangulares aquecidos na parte inferior e na sedimentação de nanopartículas, desenvolvendo e resolvendo os modelos de transferência de quantidade de movimento, calor e massa empregando o Métodos dos Elementos Finitos no *software* COMSOL *Multiphysics*. Seus resultados revelaram que a mistura 1% vol  $Al_2O_3$ /água é a melhor para remoção de calor com base em critérios de eficiência térmica, e que à medida que o diâmetro das nanopartículas aumenta, o número médio de Nusselt e a eficiência térmica do nanofluido também aumentam. Os autores descobriram que entre 31 e 100 nm de diâmetro de partícula, o aumento na extração de calor é mínimo e que para um número de Reynolds abaixo de 600, à medida que o diâmetro das nanopartículas aumenta acima de 31 nm, a sedimentação aumenta proporcionalmente.

Tawade et al (2022) investigaram numericamente o escoamento laminar de nanofluido em uma camada limite bidimensional através de uma placa alongada linear (*linearly stretching sheet*), aplicando transformação por similaridade nos modelos de concentração de nanopartículas, velocidade e temperatura. Os mesmos relatam que a temperatura aumenta à medida que os parâmetros de Termoforese e de Movimento Browniano aumentam, o que causa espessamento da camada limite térmica. Além disso, os autores mencionam que existe um aumento no perfil de temperatura à medida que são aumentados os valores do parâmetro de Movimento Browniano, e que a distribuição de energia cresce com o incremento nos valores do parâmetro de Termoforese.

A influência da Termoforese e do Movimento Browniano no escoamento pulsátil de sangue (nanofluido) descrito pelo modelo reológico de Herschel-Bulkley através de uma artéria

curva com estenose e dilatação pós-estenótica sob a ação de um campo magnético é investigada numericamente por Hussain et al (2023) que solucionaram um sistema de equações acopladas para a quantidade de movimento, a energia e a concentração de massa, e avaliaram também a geração de entropia devido às perdas no processo. Os autores reportaram que devido às pequenas alterações na temperatura e na concentração de massa causadas pela curvatura do vaso, observa-se que o raio do canal curvo tem influência na velocidade do sangue e que um aumento no Movimento Browniano também resulta em uma queda na temperatura, porém o parâmetro de Termoforese exibiu o comportamento inverso.

## CAPÍTULO III

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são mostrados os principais conceitos que auxiliam no embasamento teórico do problema proposto. São apresentados os principais modelos reológicos, os mecanismos de transporte em nanofluidos e os modelos matemáticos para o sangue.

#### 3.1. MODELOS REOLÓGICOS

Em um sólido, as tensões são desenvolvidas quando um material é deformado ou cisalhado elasticamente, já para um fluido, as tensões de cisalhamento aparecem devido ao escoamento viscoso. Assim, diz-se que os sólidos são elásticos e os fluidos são viscosos. Existem ainda tecidos biológicos viscoelásticos que são fluidos que possuem tanto características de um sólido quanto as de um fluido. Em resumo, a viscosidade representa a resistência interna do líquido ao movimento, fazendo esta propriedade fundamental para a análise do escoamento de um fluido (FOX, 2014).

Um modelo reológico consiste em uma equação matemática capaz de descrever dados reológicos, como taxa de cisalhamento em função da tensão de cisalhamento, apresentando esses dados funcionais em um diagrama de cisalhamento básico, e que fornece uma maneira conveniente e concisa de descrever os dados. Mais de uma equação pode ser necessária para descrever os dados reológicos em alguns casos. Além da conveniência matemática, é importante quantificar como as grandezas dos parâmetros do modelo são afetadas por variáveis de estado, como a temperatura, o efeito da estrutura/composição e estabelecer relações amplamente aplicáveis que possam ser chamadas modelos funcionais (RAO, 2013).

Estes modelos podem ser divididos em três grupos: empíricos, teóricos e estruturais. Um modelo empírico, como o *Power Law*, é deduzido da análise de dados experimentais. Por outro lado, um modelo teórico resulta de conceitos fundamentais e fornece orientações preciosas acerca da compreensão do papel da estrutura, indicando os aspectos que influenciam um parâmetro reológico. Por fim, um modelo estrutural é derivado de considerações da estrutura e, muitas vezes, do comportamento cinético das mudanças no mesmo, podendo ser empregado, juntamente com dados experimentais, para estimar valores de parâmetros que ajudam a caracterizar o comportamento reológico de uma amostra (RAO, 2013).

Os modelos reológicos mais tradicionalmente empregados no escoamento sanguíneo serão apresentados a seguir:

### 3.1.1. Modelo Newtoniano

Frequentemente chamada de lei de Newton da viscosidade, o modelo Newtoniano para a reologia de fluidos é apresentado abaixo:

$$\tau_{rx} = -\mu \frac{dv_x}{dr} = -\mu \dot{\gamma} \quad (3.1)$$

Neste modelo a tensão de cisalhamento é proporcional ao negativo do gradiente de velocidade, sugerido por Newton de forma empírica. Esta relação linear simples provou ser muito útil para gases e líquidos de baixo peso molecular. Esses fluidos são denominados de fluidos newtonianos. Diversos líquidos poliméricos, suspensões de partículas e outros fluidos complexos não são descritos por esta equação e são referidos como fluidos não-newtonianos, apresentados a seguir (BIRD et al., 2007).

### 3.1.2. Modelo *Power Law*

O modelo *Power Law* ou modelo de Ostwald-de-Waele foi desenvolvido na década de 1920 e define que a viscosidade é proporcional a uma potência da taxa de cisalhamento na forma (KENNEDY e ZHENG, 2013):

$$\tau = m \dot{\gamma}^n \quad (3.2)$$

Em que  $m$  e  $n$  são constantes. Se  $m = \mu$  e  $n = 1$ , obtém-se a relação para um fluido newtoniano. Alguns compostos exibem o comportamento de redução de cisalhamento, ou seja, a viscosidade diminui com o aumento da taxa de cisalhamento, como por exemplo alguns polímeros fundidos. Por consequência para estes polímeros a constante  $n \leq 1$ .

### 3.1.3. Modelo de Casson-Papanastasiou

Este modelo é representado pela seguinte equação:

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_y} \left[ 1 - \exp(-\sqrt{m \dot{\gamma}}) \right] + \sqrt{\mu \dot{\gamma}} \quad (3.3)$$

Em que o expoente  $m$  controla o aumento da tensão, de modo que abaixo da tensão de escoamento é permitida uma tensão finita para pequenas taxas de cisalhamento, enquanto a tensão cresce linearmente com a taxa de cisalhamento e a viscosidade  $\mu$  além da tensão de escoamento. No limite em que  $m = 0$  o líquido se comporta como um fluido newtoniano e, por outro lado se  $m \rightarrow \infty$  o fluido é totalmente equivalente ao modelo ideal de Bingham.

### 3.1.4. Modelo de Cross

O modelo de Cross tem a forma (KENNEDY e ZHENG, 2013):

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \left( \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau^*} \right)^{1-n}} \quad (3.4)$$

O mesmo combina uma região newtoniana com uma região de afinamento de cisalhamento *Power Law*. Quando a taxa de cisalhamento tende a zero, a viscosidade de taxa de cisalhamento zero é definida, enquanto que em elevadas taxas de cisalhamento, o comportamento *Power Law* é representado. O  $\tau^*$  é uma constante relacionada à tensão de cisalhamento na transição entre o comportamento newtoniano e o *Power Law* e  $n$  é o índice *Power Law* o qual é uma medida do grau do comportamento de afinamento de cisalhamento.

### 3.1.5. Modelo de Carreau-Yasuda

Por possuir cinco parâmetros o modelo de Carreau-Yasuda possui uma versatilidade para se encaixar em uma grande variedade de curvas experimentais. O mesmo já se comprovou empregável para cálculos numéricos nos quais é necessária uma expressão analítica para a curva de viscosidade não-newtoniana. O modelo é:

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \left[ 1 - (\lambda |\dot{\gamma}|)^a \right]^{(n-1/a)} \quad (3.5)$$

Em que  $\mu_0$  é a viscosidade aparente quando a taxa de cisalhamento tende a zero,  $\mu_\infty$  é a viscosidade aparente quando a taxa de cisalhamento tende ao infinito,  $\lambda$  é uma constante de tempo,  $n$  é o expoente *Power Law* (já que descreve a diminuição na região *Power Law*) e  $a$  é um parâmetro adimensional que representa a região de transição entre a região *Power Law* e a região onde a taxa de cisalhamento tende a zero. Para  $a = 2$ , o modelo é simplificado para o modelo de Carreau (BIRD et al., 1987).

### 3.1.6. Modelo Hiperbólico de Jeffrey

O modelo de Jeffreys é um modelo não-newtoniano hiperbólico de característica viscoelástica proposta por H. Jeffreys para o estudo da propagação de ondas no manto terrestre. Neste modelo a viscosidade diminui com o aumento da taxa de tensão de cisalhamento, conforme a seguinte equação:

$$\left(1 + \lambda_0 \frac{\partial}{\partial t}\right) \tau_{rx} = -\mu_0 \left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial v}{\partial r} \quad (3.6)$$

Em que  $\tau_{rx}$  é a tensão de cisalhamento,  $\lambda_0$  é o tempo de relaxamento e  $\lambda_1$  o tempo de retardamento e  $\mu_0$  é a viscosidade aparente quando a taxa de cisalhamento tende a zero (BIRD et al., 1987).

### 3.1.7. Modelo de Fluidos Micropolares

Os escoamentos de fluidos viscosos complexos (fluidos com microestruturas) apresentam variadas aplicações importantes, sendo exemplos desse tipo de fluidos: suspensões poliméricas, sangue animal, cristais líquidos, dentre outros. Nestes fluidos as partículas individuais podem apresentar formatos diferentes, encolhendo e expandindo ou até mudando o seu formato, podendo girar independentemente da rotação e do movimento do fluido (ŁUKASZEWICZ, 1999).

A teoria dos fluidos micropolares surge para explicar o comportamento destes fluidos através dos conceitos de meio contínuo clássico e das leis da termodinâmica, incluindo variáveis cinemáticas (tensor de giração e momento tensor de microinércia) além de conceitos de momentos de corpo, tensores e microtensões. A teoria dos fluidos micropolares, introduzida por Eringen (1966), permitiu que, ao incorporar a microestrutura dos materiais em seus conceitos, as partículas constituintes do fluido passem a apresentar movimentos rotacionais independentes, chamados de microrrotação.

Em sua formulação micromórfica, Eringen (1967) oferece uma abordagem muito mais aprimorada para simular propriedades microrreológicas reais de biofluidos, incluindo o sangue, fluido sinovial, líquidos gástricos, linfa, dentre outros, estabelecendo um modelo mais realista para o escoamento de biofluidos (WAYLAND, 1967; BASKURT et al., 2007) quando confrontados com modelos para fluidos polares mais simples (COWIN, 1972) que levam em

conta apenas efeitos de tensão e, por conta disto, não são capazes de representar as variações dos hematócritos com a posição radial nos escoamentos sanguíneos reais.

Eringen generalizou a teoria micropolar para fluidos com microestiramento e ainda apresentou um estudo detalhado das modificações desta teoria em Eringen (2001), e a partir de seus estudos pode-se compreender que a principal força motriz do fenômeno de microrrotação em fluidos micropolares é a interação entre a microestrutura do fluido (microconstituintes) e o campo de escoamento do fluido (velocidade translacional ou linear), resultando em movimentos rotacionais independentes das partículas constituintes do fluido.

### 3.1.7.1 Forças Motrizes do Movimento de Microrrotação

A microrrotacionalidade nos fluidos micropolares refere-se à capacidade que as partículas que compõem o fluido possuem de girar em torno de seus próprios eixos, independentemente do movimento translacional do fluido. Essa característica é uma das diferenças fundamentais entre os fluidos micropolares e os fluidos newtonianos clássicos, nos quais considera-se apenas o movimento macroscópico e contínuo, de modo que o movimento microrrotacional pode ser favorecido por cada um dos fatores mencionados a seguir:

**(a) Microrrotação e Microestrutura:** A interação entre as partículas (microelementos) pode ocorrer devido a forças de contato, deformações locais ou alinhamento das partículas dentro do campo de escoamento, uma vez que as partículas podem interagir de maneira complexa, criando torques que induzem microrrotação. Em sua teoria Eringen (1966) indica que o comportamento das partículas é governado não apenas pela velocidade de translação,  $u$ , mas também pela taxa de rotação local, representada matematicamente pelo campo de microrrotação,  $n$ .

**(b) Gradientes de Velocidade:** Quando diferentes camadas do fluido se movem com diferentes velocidades lineares (cisalhamento), a interação entre as partículas microestruturadas pode induzir rotações, ou seja, as partículas experimentam torques que provocam rotações nas mesmas, uma vez que as partículas são “arrastadas” pelo movimento do fluido ao seu redor, gerando uma rotação local dos microelementos.

**(c) Gradientes de Microrrotação:** Se diferentes regiões do fluido apresentam diferentes taxas de microrrotação, surgem torques internos que resistem ou promovem essas diferenças, gerando uma distribuição de microrrotação ao longo do fluido, os quais são contabilizados na equação de transporte do momento angular pelo tensor de tensão de momento

ou de torques internos (Equação A.20 – ANEXO A), que podem surgir a partir de três mecanismos principais: (I) o gradiente da microrrotação está relacionado à resistência do fluido a variações da rotação das partículas que geram torques internos; (II) o divergente da velocidade relaciona-se à compressibilidade do fluido sobre os torques rotacionais; e (III) o rotacional do campo de velocidade (vorticidade) descreve como a rotação do fluido influencia as rotações dos microconstituintes isolados.

**(d) Campos de Força:** Os fluidos micropolares são especialmente sensíveis a forças ou torques externos (campos magnéticos, campos elétricos, forças mecânicas aplicadas diretamente ao fluido, etc.), pois a microestrutura do fluido pode responder diretamente a elas, rotacionando de forma independente em resposta ao torque aplicado.

**(e) Forças de Superfície:** As interações entre as superfícies e as microestruturas (cisalhamento e rugosidade das paredes) afeta o comportamento do fluido, influenciando a microrrotação das partículas próximas às superfícies e induzindo movimentos rotacionais próximo as superfícies.

**(f) Microviscosidade e Microinércia:** Os conceitos de viscosidade rotacional,  $\kappa_0$  (torque necessário para induzir / sustentar a rotação das partículas no fluido) e de microinércia,  $J$  (inércia rotacional das micropartículas presentes nos fluidos micropolares) introduzidos por Eringen (1966) refletem como a resistência e a inércia associadas à rotação das partículas afetam o campo de microrrotação, uma vez que os efeitos das interações entre partículas e torques internos têm origem nessas propriedades.

No “ANEXO A” consta o desenvolvimento do Modelo de Transporte de Fluidos Micropolares de Eringen (1966), que resulta na Equação da Continuidade e nas Equações de Momento Radial, Axial e Angular (Microrrotação).

### 3.2. MECANISMOS DE TRANSPORTE EM NANOFUIDOS

Durante os anos alguns autores dedicaram seu tempo em busca da compreensão acerca dos mecanismos de transferência de calor em nanoescala e da explicação sobre alguns comportamentos atípicos da condutividade térmica em nanofluidos (MASUDA et al., 1993; CHOI e EASTMAN, 1995; KEBLINSKI et al., 2002; KEBLINSKI et al., 2005; BUONGIORNO, 2006).

Um fenômeno em que os fluidos com partículas nanométricas apresentavam um aumento anômalo na condutividade térmica foi reportado por Masuda et al (1993), e os autores

indicaram que tal comportamento apontaria para o potencial destes fluidos em sistemas nucleares avançados.

Choi e Eastman (1995) propuseram que a inserção de nanopartículas metálicas em fluidos industriais (nanofluidos) poderia produzir uma nova classe de fluidos com alta condutividade térmica. Eles mencionaram que os nanofluidos deveriam possuir propriedades térmicas superiores quando comparados com fluidos convencionais e fluidos com partículas metálicas em escala micrométrica, uma vez que ao utilizar uma partícula com uma grande área superficial isso deve melhorar significativamente a capacidade de transferência de calor e a estabilidade das suspensões.

Keblinski et al. (2002) buscaram explicar os mecanismos de transferência de calor em nanofluidos e reportaram em sua pesquisa que a condutividade térmica de nanofluidos aumentava com a diminuição do tamanho das partículas. No entanto, este comportamento não podia ser explicado pelas teorias existentes até então. Os mesmos então exploraram quatro explicações possíveis para esse aumento anômalo da condutividade térmica:

1. Movimento Browniano das partículas nanométricas;
2. Camadas do líquido em nível molecular na interface líquido/nanopartícula;
3. Natureza do transporte de calor nas nanopartículas;
4. Efeitos de agrupamento das nanopartículas.

Os autores mostraram que os fatores-chave na compreensão das propriedades térmicas dos nanofluidos são a natureza balística, e não difusiva, do transporte de calor nas nanopartículas, combinada com efeitos de agrupamento diretos ou mediados por fluidos que fornecem caminhos para o rápido transporte de calor (KEBLINSKI et al 2002).

Keblinski et al. (2005) registraram que na transferência de calor convectiva nos fluidos com nanopartículas o coeficiente de transferência de calor depende não apenas da condutividade térmica, mas também de outras propriedades, como o calor específico, a massa específica e a viscosidade dinâmica do nanofluido, e que em frações volumétricas baixas, espera-se que a massa específica e o calor específico dos nanofluidos sejam muito semelhantes às do fluido base.

Embora diversos autores tenham tentado desenvolver modelos para o transporte convectivo de nanofluidos, as conclusões posteriores foram de que o comportamento da transferência de calor dos nanofluidos não pudesse ser previsto diretamente pelas correlações

tradicionais de fluidos puros, e nem pelos modelos de dispersão térmica (BUONGIORNO, 2006).

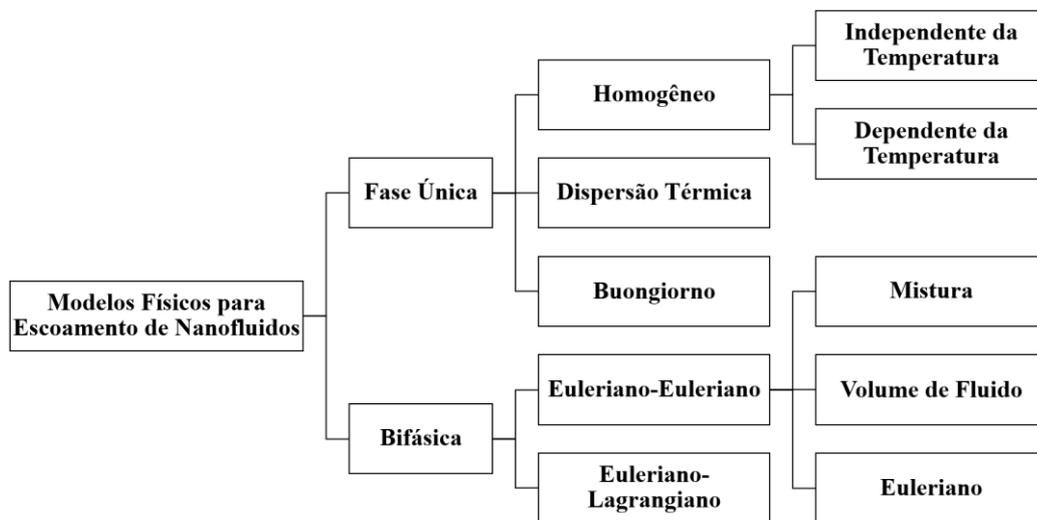
Buongiorno (2006) estabeleceu um modelo analítico para transporte convectivo em nanofluidos considerando a difusão Browniana, e desenvolveu uma explicação para o aumento anormal da transferência de calor convectivo observado em nanofluidos. Ele afirmou que o aumento do coeficiente de transferência de calor em nanofluidos pode ser atribuído não somente ao efeito de condutividade térmica, mas que esse comportamento deve ser relacionado à dispersão térmica e à turbulência intensificada, provocadas pelo movimento das nanopartículas presentes no fluido.

A consequência é que para este tipo de escoamento com transferência de calor e massa, normalmente os mecanismos de Difusão Browniana e Termoforese (explicados a seguir) dominam o transporte convectivo em nanofluidos e podem ser considerados na maioria dos casos de escoamento de fluidos com nanopartículas (BUONGIORNO, 2006).

### 3.2.1 Modelos de Transporte em Nanofluidos

O transporte em nanofluidos foi explorado inúmeras vezes ao longo dos anos e alguns modelos foram desenvolvidos para representar o comportamento do escoamento de fluidos na presença de nanopartículas. Os modelos propostos até agora podem ser classificados em dois grandes tipos: Modelos de Fase Única e Modelos Bifásicos.

A Figura 3.1 ilustra os vários modelos físicos conforme a classificação adotada por Tripathi et al. (2021).



**Figura 3.1** – Modelos de transporte de calor em nanofluidos. Adaptado de Tripathi et al. (2021).

O conjunto das equações de transporte (continuidade, equações de momento e equação de energia) para o escoamento de nanofluidos em cada um dos modelos pode ser visualizada em Tripathi et al. (2021). Serão apresentadas aqui as principais características dos modelos matemáticos que são utilizados para simular o escoamento e a transferência de calor de nanofluidos, e será detalhado o desenvolvimento das equações governantes apenas para o modelo de Buongiorno (2006), uma vez que o mesmo será adotado neste trabalho.

### **3.2.1.1 Modelos de Fase Única**

Um nanofluido pode ser considerado de forma natural como um fluido bifásico (sólido-líquido). No entanto, fazendo algumas hipóteses relevantes para fins de simulações numéricas, é possível modelar os nanofluidos como um fluido monofásico e, deste modo, para estes modelos, as equações governantes para o escoamento com transferência de calor de nanofluidos são resolvidas apenas para uma fase líquida (TRIPATHI et al., 2021).

Estes modelos podem ser divididos em três componentes principais, conforme mostrado a seguir:

#### **(a) Modelos Homogêneos:**

Um problema multifásico deve surgir a partir da consideração da existência de nanopartículas ultrafinas no interior de nanofluidos. No entanto, é possível assumir que as nanopartículas possam ser facilmente fluidizadas e como resultado, o nanofluido pode ser considerado quase como um fluido de fase única convencional (homogêneo) com propriedades físicas das fases individuais (TRIPATHI et al, 2021).

As principais suposições consideradas neste modelo são (TRIPATHI et al, 2021):

- O deslizamento entre as nanopartículas e o fluido base é desprezível.
- O fluido base e as nanopartículas estão sempre em equilíbrio térmico e hidrodinâmico.

Nestes modelos as equações de transporte convencional para fluidos puros são estendidas diretamente para os nanofluidos, o que significa que todas as correlações tradicionais de transferência de calor (por exemplo, Dittus-Boelter) poderiam ser empregadas também para um nanofluido, desde que as propriedades termofísicas do nanofluido sejam usadas nos cálculos. A consequência disto é que se supõe que o aumento da transferência de calor venha apenas do aumento da condutividade térmica (BUONGIORNO, 2006).

### **(b) Modelos de Dispersão Térmica:**

A fim de considerar a dispersão térmica criada pelo movimento caótico das nanopartículas na transferência de momento e de calor em nanofluidos, Xuan e Roetzel (2000) introduziram uma abordagem de fase única com dispersão térmica pela primeira vez, em que uma perturbação é introduzida tanto na velocidade quanto na temperatura do nanofluido de modo a contabilizar o efeito da velocidade relativa nanopartícula/fluido-base (TRIPATHI et al, 2021).

Esta abordagem baseia-se na pressuposição de que o aumento da transferência de calor convectiva em nanofluidos vem de dois fatores (BUONGIORNO, 2006):

- Do aumento da condutividade térmica.
- Da dispersão das nanopartículas.

### **(c) Modelos Não Homogêneos ou de Buongiorno (2006):**

Buongiorno (2006) desenvolveu um modelo alternativo (Modelo de Buongiorno) que elimina as limitações dos modelos homogêneos e de dispersão térmica, a partir da consideração de sete mecanismos de deslizamento que podem produzir uma velocidade relativa entre as nanopartículas e o fluido base:

1. Inércia ou Transporte Turbulento;
2. Difusão Browniana;
3. Termoforese;
4. Difusãoforese;
5. Efeito Magnus;
6. Drenagem de Fluidos;
7. Gravidade.

O autor concluiu que destes, apenas a Difusão Browniana e a Termoforese são mecanismos de deslizamento importantes em nanofluidos, e a partir desta conclusão, desenvolveu um modelo de transporte de momento, massa e calor em nanofluidos (BUONGIORNO, 2006).

O modelo de Buongiorno (2006) descreve o efeito da velocidade relativa entre o fluido base e as nanopartículas de uma forma mais mecanística e significativa quando em comparação com o modelo de dispersão térmica (TRIPATHI et al, 2021).

Vale ressaltar que, segundo Buongiorno (2006), os modelos de fluxo homogêneo estão em conflito com as observações experimentais de que correlações de fluido puro tendem a subestimar os coeficientes de transferência de calor dos nanofluidos sistematicamente. Além disso, nos modelos de dispersão a influência da intensificação da transferência de calor nos nanofluidos a partir da dispersão térmica de nanopartículas é completamente desprezada.

### **3.2.1.2 Modelos Bifásicos**

Conforme mencionado anteriormente, os nanofluidos são fluidos bifásicos por natureza, e, portanto, a teoria clássica dos fluidos bifásicos pode ser empregada para os mesmos. Assim, nos modelos bifásicos é feita a suposição de que o fluido base e as partículas possuem temperatura e velocidade diferentes, além de possuir velocidade de deslizamento nula entre ambos, de modo que os resultados podem ser mais realistas, uma vez que esta abordagem lida com o movimento entre o fluido e as nanopartículas. Os modelos bifásicos podem ser divididos em dois grupos (TRIPATHI et al, 2021):

#### **(a) Modelo Euleriano-Euleriano:**

Este modelo deve ser empregado para uma mistura contendo uma grande quantidade de partículas sólidas, embora o mesmo não seja adequado para rastrear o caminho de nanopartículas suspensas. O mesmo pode ser subdividido entre: Modelo “Volume do Fluido” (VOF), Modelo de Mistura e Modelo Euleriano (TRIPATHI et al, 2021).

#### **(b) Modelo Euleriano-Lagrangiano:**

É possível também empregar a teoria do movimento das partículas baseadas em um referencial Lagrangiano. No chamado modelo Euleriano-Lagrangiano, a fase fluida é considerada como um meio contínuo e as equações de momento são resolvidas para a mesma, e a fase da partícula é modelada resolvendo as equações para o movimento individual das partículas. Nesta abordagem a influência das partículas no fluido é introduzida como termos fonte nas equações de momento e energia (TRIPATHI et al, 2021).

### 3.2.2 Mecanismos de Deslizamento de Fluido e Nanopartículas

Entre os mecanismos de deslizamento entre o fluido e as nanopartículas estudados por Buongiorno (2006), serão mencionados aqui os mais significativos definindo os principais parâmetros de análise relacionados a eles:

**(a) Inércia ou Transporte Turbulento:** uma partícula suspensa em um fluido pode desenvolver uma velocidade de deslizamento na presença de redemoinhos turbulentos em função da sua inércia. A inércia é descrita a partir da velocidade de deslizamento da nanopartícula/fluido devido aos redemoinhos turbulentos ( $V_e$ ) que pode ser calculada por (BUONGIORNO, 2006):

$$V_e = V_{eo} e^{-t/\tau_p} = \left( \frac{\mu}{\rho D} \sqrt{C/8} \text{Re}^{1-n/2} \right) e^{-t/\tau_p} \quad (3.7)$$

Em que  $V_{eo}$  é da ordem da “velocidade de cisalhamento”,  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $\tau_p$  é o chamado “tempo de relaxação”.

Após análise, Buongiorno (2006) mencionou que as nanopartículas são facilmente arrastadas pelos redemoinhos turbulentos do fluido, e a velocidade de deslizamento é considerada insignificante, o que é uma consequência direta do tamanho muito pequeno, bem como da inércia das nanopartículas.

**(b) Difusão Browniana:** o movimento Browniano é o movimento aleatório das nanopartículas dentro do fluido base que resulta de colisões contínuas entre elas e as moléculas do fluido. Este mecanismo é descrito pelo coeficiente de difusão Browniano ( $D_B$ ) que é dado pela equação de Einstein-Stokes (BUONGIORNO, 2006):

$$D_B = \frac{k_B T}{3\pi\mu d_{np}} \quad (3.8)$$

Em que  $D_B$  é o coeficiente de difusão Browniana ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  $k_B$  é a constante de Boltzmann (unidade),  $T$  é a temperatura (K),  $\mu_f$  é a viscosidade dinâmica do sangue (Pa.s) e  $d_{np}$  é o diâmetro da nanopartícula (m).

O fluxo de massa de nanopartículas devido à difusão Browniana foi empregado no desenvolvimento do modelo geral de transporte para nanofluidos em Buongiorno (2006).

(c) **Termoforese:** este fenômeno ocorre quando um gradiente de temperatura provoca a difusão de partículas, e pode ser descrito a partir da velocidade termoforética ( $V_T$ ) definida como (BUONGIORNO, 2006):

$$\mathbf{V}_T = -\beta \frac{\mu}{\rho} \frac{\nabla T}{T} = -\left(0,26 \frac{k}{2k + k_{np}}\right) \frac{\mu}{\rho} \frac{\nabla T}{T} \quad (3.9)$$

O fluxo de massa de nanopartículas devido a efeitos termoforéticos foi empregado no desenvolvimento do modelo geral de transporte para nanofluidos em Buongiorno (2006), e a partir do mesmo é definido o coeficiente de “difusão térmica” ou “difusão termoforética”,  $D_T$ , dado por:

$$D_T \equiv \beta \frac{\mu}{\rho} \phi \quad (3.10)$$

### 3.2.2.1 Importância Relativa dos Mecanismos de Transporte de Nanopartículas

É possível estimar a importância relativa de cada um dos mecanismos de transporte de nanopartículas calculando o tempo que uma nanopartícula leva para se difundir por um comprimento igual ao seu diâmetro sob o efeito desse mecanismo de transporte de nanopartículas. Este tempo é chamado de constante de tempo ( $t_{dnp}$ ) (BUONGIORNO, 2006).

Como referência considera-se uma nanopartícula com  $d_{np} = 100$  nm de diâmetro. A Tabela 3.1 a seguir apresenta os valores das constantes de tempo para cada os mecanismos de transporte: transporte turbulento, difusão Browniana, termoforese e gravidade (BUONGIORNO, 2006):

**Tabela 3.1** - Constantes de tempo das partículas ( $t_{dnp}$ ) sob efeito de cada um dos principais mecanismos de transporte de nanopartículas (BUONGIORNO, 2006).

Mecanismo de Transporte	Constante de Tempo ( $t_{dnp}$ )	$t_{dnp}$ (s)
<b>Transporte Turbulento</b>	$d_{np} / V_{eo}$	$\sim 3.10^{-7}$
<b>Difusão Browniana</b>	$d_{np}^2 / D_B$	$\sim 0,002$
<b>Termoforese</b>	$d_{np} / V_T$	$\sim 0,05$
<b>Gravidade</b>	$d_{np} / V_g$	$\sim 6$

A partir da Tabela (3.1) observa-se que, os mecanismos de transporte das nanopartículas em ordem decrescente de importância são: transporte turbulento, difusão Browniana,

termoforese e gravidade. Ou seja, na presença de redemoinhos turbulentos, é o mecanismo de transporte turbulento quem dominará o transporte das nanopartículas, enquanto os outros mecanismos de difusão podem ser considerados insignificantes. É importante ressaltar que este mecanismo de transporte ocorre sem deslizamento (BUONGIORNO, 2006).

Por outro lado, quando os efeitos turbulentos não são importantes, por exemplo, na subcamada laminar próximo à parede, a difusão Browniana e a Termoforese podem se tornar importantes como mecanismos de deslizamento, enquanto que a sedimentação por gravidade é insignificante. Estas conclusões são válidas para nanopartículas de qualquer material e tamanho (BUONGIORNO, 2006).

O desenvolvimento do Modelo de Transporte de Nanofluidos descrito por Buongiorno (2006) pode ser acessado no “ANEXO B”, resultando na Equação de Continuidade do Nanofluido, Equação de Continuidade das Nanopartículas, Equação do Momento do Nanofluido e a Equação da Energia do Nanofluido.

### **3.3. MODELOS MATEMÁTICOS PARA O SANGUE**

O sangue é uma suspensão de minúsculas partículas em uma solução aquosa complexa e contínua, chamada plasma. As minúsculas partículas denominadas células possuem uma variedade de tipos, podendo ser os eritrócitos (glóbulos vermelhos), os leucócitos (glóbulos brancos), as lipoproteínas ou as plaquetas. Os eritrócitos ocupam cerca de 97% do volume celular total do sangue, e sua forma, tamanho, deformação e flexibilidade desempenham um papel crítico na reologia do mesmo. Além disso, tais nanopartículas são uniformemente dispersas e estáveis no fluido base (sangue) (VASU et al., 2020).

Conforme observado em Tiwari e Das (2007), entre muitos outros estudos, a mudança relativa na concentração das nanopartículas em relação ao fluido base é parabólico, de modo que, por exemplo, a viscosidade do nanofluido é uma função da fração de volume das nanopartículas no fluido base. Esta metodologia é anterior à moderna ciência de nanofluidos.

A fração volumétrica de nanopartículas magnéticas representa a porcentagem do volume de nanopartículas magnéticas em relação ao volume total das partículas carreadoras de fármacos.

No início do século 20, Einstein derivou uma equação usando a sua Teoria do Movimento Browniano, estudando o efeito sobre o movimento de um líquido contendo esferas muito pequenas, suspensas dentro do líquido. Assim, a relação de Einstein, que é válida para baixas frações de volume (até 5%), pode ser apresentada a seguir (VASU et al., 2020):

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2,5\phi) \quad (3.11)$$

O modelo clássico de Brinkman desenvolvido muito mais tarde (HAPPEL e BRENNER, 1965) se aplica a viscosidade de suspensões e soluções concentradas e assume a forma (VASU et al., 2020):

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2,5}} \quad (3.12)$$

A tensão em massa que aparece devido ao movimento Browniano em soluções diluídas foi considerada por Batchelor (1970) onde a viscosidade efetiva é considerada como:

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2,5\phi + 6,2\phi^2) \quad (3.13)$$

As simulações numéricas podem ser realizadas de forma adequada com cada um destes modelos clássicos, embora, eles não sejam totalmente apropriados para todos os tipos de nanofluidos.

Por conta disso, diversos autores verificaram a formulação de viscosidade correta para diferentes nanopartículas por meio de experimentos, como menciona Tiwari e Das (2007), por exemplo.

Ao longo dos anos, além da viscosidade, outras propriedades físicas dos nanofluidos normalmente são avaliadas como função da fração em volume de nanopartículas, conforme mostrado a seguir.

As relações para modelar as principais propriedades físicas do sangue (Massa Específica, Viscosidade Dinâmica, Capacidade Calorífica, Condutividade Térmica e Condutividade Elétrica) foram definidas por Tiwari e Das (2007) indicando que a propriedade do nanofluido em questão irá depender da propriedade do fluido base e da fração volumétrica de nanopartículas magnéticas,  $\phi$ , que representa a parcela do volume de nanopartículas magnéticas em relação ao volume total das partículas carreadoras de fármacos.

As relações mostradas em Tiwari e Das (2007) podem ser observadas nas equações a seguir:

$$\varphi_1(\phi) = \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} = [1 - \phi] + \frac{\rho_{np}}{\rho_f} \phi \quad (3.14a)$$

$$\varphi_2(\phi) = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{[1 - \phi]^{2.5}} \quad (2.14b)$$

$$\varphi_3(\phi) = \frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} = [1 - \phi] + (\rho c_p)_{np} \phi \quad (2.14c)$$

$$\varphi_4(\phi) = \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{(k_{np} + 2k_f) - 2\phi(k_{np} - k_f)}{(k_{np} + 2k_f) + \phi(k_{np} - k_f)} \quad (2.14d)$$

$$\varphi_5(\phi) = \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} = \frac{(\sigma_{np} + 2\sigma_f) - 2\phi(\sigma_f - \sigma_{np})}{(\sigma_{np} + 2\sigma_f) + \phi(\sigma_f - \sigma_{np})} \quad (2.14e)$$

### 3.4. NANOPARTÍCULAS MAGNÉTICAS (NPMs)

A combinação de nanotecnologia e do magnetismo tem atraído a atenção de muitos cientistas devido às suas muitas aplicabilidades nos mais diversos campos, como fluidos magnéticos, catalisadores, tratamento de água, ressonância magnética, biotecnologia, biomedicina e sistemas de administração de medicamentos nanotecnológicos, e particularmente este último pode melhorar expressivamente a administração de drogas uma vez que este tipo de entrega de fármacos promove alterações farmacocinéticas no medicamento, o que pode aumentar a permanência do medicamento na corrente sanguínea, reduzir a toxicidade e aumentar a meia-vida do medicamento (KIANFAR, 2021).

#### 3.4.1. *Magnetic Drug Targeting* (MDT)

As nanopartículas magnéticas são frequentemente usadas na liberação programada de fármacos, tendo papel muito importante devido à possibilidade de controle remoto de fármacos na transferência de partículas para o tecido alvo sendo denominadas de carreadores magnéticos. As mesmas têm sido extensivamente pesquisadas como sistemas de direcionamento para aplicação na entrega direcionada de agentes terapêuticos (do inglês *Magnetic Drug Targeting* ou simplesmente MDT) devido à sua relação custo-benefício e facilidade de uso (KIANFAR, 2021; CHAVAN et al., 2022).

Na terapia do câncer, por exemplo, além da aplicação de nanopartículas magnéticas em hipertermia, os pesquisadores também têm explorado os aprimoramentos no campo de administração de fármacos, o que permite um melhor controle não apenas para guiar os transportadores, mas também a liberação dos fármacos ao atingir o local do tumor. Isso é possível devido a aplicação do campo magnético externamente. Devido à ampla gama de possibilidades de combinar múltiplas funções na terapia do câncer, há um crescente interesse em nanopartículas magnéticas para este fim (MATERÓN et al., 2021).

As principais propriedades das nanopartículas magnéticas (NPMs) que as situa como excelente candidata a carreadora de fármacos são: domínio único, superparamagnetismo, supersaturação, suscetibilidade magnética, ressonância magnética e interações biológicas eficazes nos níveis molecular e celular. O principal resultado destas propriedades é que as NPMs são fortemente influenciadas pelo campo magnético externo devido ao momento magnético da unidade de rede e à natureza dos campos, além do que quando um campo magnético externo é incidido e depois é removido, as NPMs se comportam como uma partícula inativa (KIANFAR, 2021).

Podem ser mencionadas as seguintes aplicações médicas para as nanopartículas magnéticas (KIANFAR, 2021):

- Transporte das espécies desejadas, especialmente genes, medicamentos, células-tronco, proteínas e anticorpos, para o tecido e célula alvo.
- Imagem por ressonância magnética (RM).
- Terapia hipertérmica do câncer.
- Purificação celular, isolamento de células e macromoléculas.
- Biossensores.
- Capacidade de rastrear partículas *in vitro* e *in vivo* por meio de ressonância magnética (RM).
- Testes imunocitoquímicos.

### **3.4.2. Aspectos Biomédicos da MDT**

Os seres vivos são sistemas altamente complexos e, portanto, incorporar substâncias externas como as NPMs requer considerações sobre vários fatores importantes que podem afetar o funcionamento do organismo (JOSHY et al., 2021).

As NPMs podem gerar respostas celulares diferenciadas nos sistemas biológicos, uma vez que são capazes de transformar a energia externa dos campos magnéticos em sinais biossensíveis, por exemplo, estímulos térmicos, forças mecanicistas e campos localizados estimulantes, sendo por isso que as NPMs são usadas como sistemas de *drug delivery* (CHAVAN et al., 2022).

A administração de NPMs não deve despertar respostas imunológicas, portanto, cuidados extremos devem ser observados ao escolher as NPMs mais adequadas, e alguns dos aspectos mais importantes a serem considerados são (JOSHY et al., 2021):

– **Carga:** NPMs carregadas positivamente tendem a ser mais internalizadas do que as carregadas negativamente, uma vez que a superfície externa carregada negativamente da membrana celular sempre favorece a internalização de partículas carregadas positivamente, sendo as NPMs carregadas negativamente eliminadas pelo fígado (JOSHY et al., 2021).

– **Tamanho:** O tamanho de partícula das NPMs deve variar entre 10 e 100 nm por proporcionarem uma biodisponibilidade estendida, uma vez que partículas abaixo de 10 nm podem ser facilmente eliminadas do sangue durante a excreção renal, reduzindo assim sua meia-vida no sangue, enquanto que o sistema de fagócitos mononucleares (MPS) elimina as nanopartículas maiores do que 100 nm (JOSHY et al., 2021; CHAVAN et al., 2022).

– **Forma:** Para terapias direcionadas é aceito que as estruturas em forma de haste ou disco sejam mais eficientes quando comparadas com estruturas de outros formatos, como as esféricas (JOSHY et al., 2021).

– **Toxicidade:** As concentrações das NPMs não devem ultrapassar os níveis normais recomendados para o organismo, podendo resultar em citotoxicidade, por exemplo, a concentração de ferro acima de 60 mg/kg de peso corporal é tóxica para humanos (JOSHY et al., 2021).

– **Capacidade de Adsorção de Proteínas:** Uma vez que as NPMs interagem com proteínas plasmáticas por meio de adsorção imediatamente após a injeção intravenosa, e este processo adsortivo depende muito do tamanho, da carga e da hidrofobicidade da nanopartícula. Normalmente a capacidade de adsorção de proteínas aumenta com o aumento do tamanho, carga e hidrofobicidade da nanopartícula (JOSHY et al., 2021).

### 3.4.3. Efeito do Campo Magnético

A terapia MDT é uma técnica de administração de fármacos que utiliza as NPMs como veículo para transportar e liberar medicamentos de forma precisa em um local específico do corpo, sob a influência de um campo magnético externo. Um dispositivo magnético é posicionado na região alvo (como uma artéria coronária), gerando forças que direcionam e retêm as nanopartículas na área desejada, evitando que se dispersem pelo corpo.

A resposta de um organismo ao campo magnético pode ser observada por meio da magnetização de saturação ( $M_s$ ), uma das propriedades magnéticas das NPMs que está diretamente ligada a conversão em energia térmica. A  $M_s$  consiste na máxima magnetização que um material pode atingir quando exposto a um campo magnético externo forte o suficiente e depende do tipo de nanopartícula, do tamanho da nanopartícula, dentre outros fatores, devido a efeitos quânticos e de desordem de superfície (CHAVAN et al., 2022).

No contexto da aplicação da terapia MDT na desobstrução de vasos sanguíneos afetados por estenoses, a intensidade do campo magnético ( $B_0$ ) empregada pode depender de uma série de fatores, sendo o grau da estenose um dos principais. Uma estenose pode ser leve (estreitamento  $\leq 50\%$ ) ou severa (estreitamento  $> 50\%$ ) e o grau da mesma pode afetar diretamente na determinação da intensidade do campo magnético empregada.

A Tabela (3.2) possibilita observar algumas faixas típicas de valores de  $B_0$  empregados nas terapias hemodinâmicas MDT com intensidade do campo magnético e o grau da estenose arterial:

**Tabela 3.2** – Faixas de valores típicos para a intensidade do campo magnético empregado em terapias de MDT conforme a sua aplicação\*.

<b>Intensidade</b>	<b><math>B_0</math> (T)</b>	<b>Aplicação</b>	<b>Observação</b>
<b>Campos Fracos a Moderados</b>	0,2 - 1,5	Aplicações clínicas mais comuns	Controle das NPs sem causar efeitos adversos significativos no sangue ou nos tecidos
<b>Campos Fortes</b>	1,5 - 3,0	Artérias com estenoses severas	Maximiza a concentração de NPs em regiões localizadas
<b>Campos Superfortes</b>	$> 3,0$	Experimentos controlados ou dispositivos altamente especializados	Apresenta risco de superaquecimento ou indução de correntes parasitas nos tecidos

\* Joshy et al. (2021).

## CAPÍTULO IV

### DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

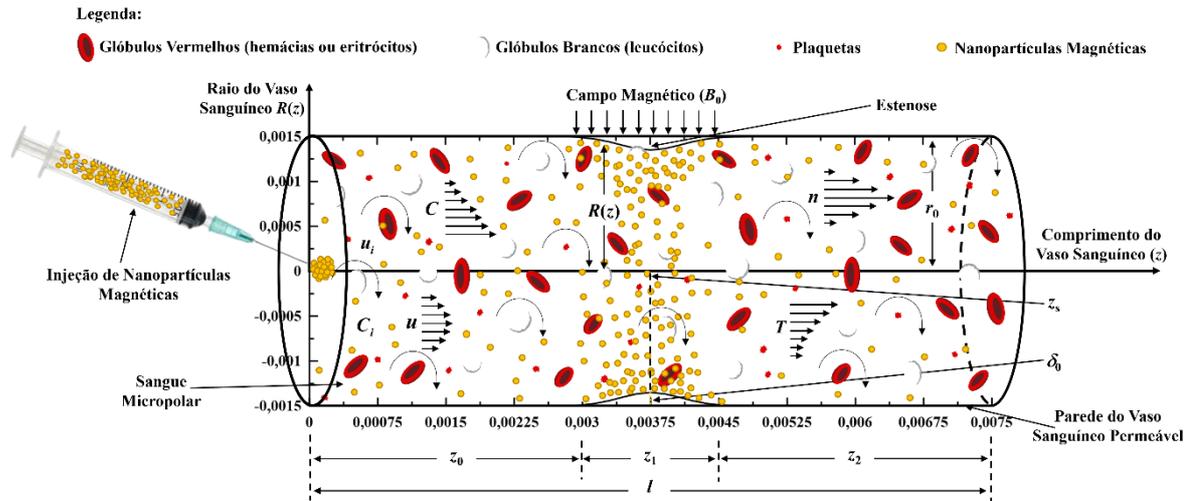
O presente capítulo mostra o desenvolvimento da formulação matemática do problema, apresentando os modelos dimensional e adimensional, bem como os grupos adimensionais empregados nas equações. As metodologias de solução empregadas para resolução do sistema de equações diferenciais obtido também são descritas de forma detalhada, apresentando a transformação de coordenadas para o raio e a discretização do modelo original pelo Método das Linhas (MOL).

#### 4.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Uma combinação dos modelos de transporte para fluido micropolar e nanofluido de Eringen (1966) e Buongiorno (2006), apresentados respectivamente nos Anexos A e B, será empregada neste trabalho. Trata-se de um escoamento pulsátil MHD laminar bidimensional transiente de sangue em uma artéria com estenose simétrica considerando a transferência de calor e massa. O escoamento é incompressível e homogêneo e a reologia do sangue é simulada com o modelo de fluido micropolar. Nanopartículas magnéticas que podem encapsular um fármaco são injetadas em  $z = 0$  e no centro do vaso sanguíneo e serão transportadas em direção à estenose com o auxílio do fluxo sanguíneo. O escoamento é submetido a um campo magnético constante na direção transversal direcionado apenas na região estenótica, o que deve facilitar a concentração preferencial das NPMs neste local.

O sistema de coordenadas para o escoamento é o de coordenadas cilíndricas ( $r$ ,  $\theta$  e  $z$ ), em que o fluxo na direção  $\theta$  é negligenciado, ou seja, o escoamento ocorre apenas nas direções radial (eixo  $r$ ) e axial (eixo  $z$ ) conforme mostrado na Figura (4.1).

No esquema da Figura (4.1)  $l$  representa o comprimento finito do vaso sanguíneo,  $\delta_0$  é a altura máxima da estenose simétrica,  $r_0$  é o raio da artéria na região não estenótica,  $z_0$  indica o comprimento da região não estenótica anterior a estenose,  $z_1$  é o comprimento da estenose,  $z_2$  indica o comprimento da região não estenótica posterior a estenose considerado no domínio do modelo,  $r(z)$  é a função “*unit step*” que determina o raio do segmento arterial dentro e fora da região estenótica e  $z_s$  representa a posição na direção axial ( $z$ ) onde a estenose atinge seu ponto máximo.



**Figura 4.1** - Modelo físico conceitual da dinâmica do escoamento sanguíneo micropolar nano-dopado no vaso sanguíneo estenosado. Fonte: Autoria própria.

#### 4.1.1. Modelo Matemático para a Geometria da Estenose

Uma estenose simétrica leve está posicionada no meio do vaso e a sua geometria pode ser descrita usando a função “unit step” (ou *heaviside step*) conforme a seguinte relação:

$$r(z) = r_0 - \delta_0 \exp\left[-\frac{l}{z_1^2}(z - z_s)^q\right] \quad 0 \leq z \leq l \quad (4.1a-b)$$

$$r(z) = r_0 \quad \text{caso contrário}$$

Nas Equações (4.1a-b) os parâmetros  $l$  e  $q$  são constantes inteiras. Além disso,  $z_s$  é definido por:

$$z_s = z_0 + \frac{z_1}{2} \quad (4.1c)$$

#### 4.1.2. Modelo Matemático para o Escoamento Sanguíneo

As componentes longitudinal e radial da velocidade nas direções  $z$  e  $r$  são, respectivamente,  $u$  e  $w$ , e quando não especificado, o termo “velocidade” corresponde a componente longitudinal da velocidade,  $u$ . A microrrotação (também chamada de velocidade angular das partículas ou velocidade microrrotacional) é  $n$ , a concentração de nanopartículas magnéticas é  $C$ , a temperatura é  $T$  e  $p$  é o campo de pressão.

As seguintes hipóteses simplificadoras podem ser feitas para o escoamento sanguíneo estudado:

- Problema bidimensional transiente.
- As variações angulares dos potenciais  $u$ ,  $w$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $T$  e  $p$  podem ser desprezadas.
- As paredes do vaso sanguíneo são consideradas rígidas.
- Escoamento incompressível.
- Escoamento em regime laminar.
- Demais forças externas são negligenciadas.
- Transferência de calor radiativa desprezível.
- Nanopartículas e fluido base em equilíbrio térmico.
- Propriedades físicas do nanofluido ( $\rho_{nf}$ ,  $\sigma_{nf}$ ,  $k_{nf}$ ,  $\mu_{nf}$  e  $C_{p,nf}$ ) não dependem da fração volumétrica de nanopartículas magnéticas ( $\phi$ ) pois esta é admitida ser muito pequena.
- As nanopartículas metálicas podem encapsular um fármaco.
- As nanopartículas metálicas possuem uma constante cinética de morte,  $k'_m$ .
- Um campo magnético externo é aplicado ao redor da estenose e induz o transporte das NPs na região de  $g(z)$ .
- O parâmetro  $K$  representa o coeficiente de transporte de massa (nanopartículas) entre o fluido e a membrana formada pela estenose na parede do vaso sanguíneo.
- Escoamento pulsátil submetido a um gradiente de pressão axial.
- Altura da estenose muito menor do que o comprimento da mesma.
- Raio do vaso sanguíneo e o comprimento da estenose tem aproximadamente o mesmo tamanho.
- A contribuição do efeito termoforético e do movimento Browniano sobre os campos de temperatura e de concentração de NPs é considerada.
- Considera-se que a fração volumétrica de NPMs seja muito pequena e que as mesmas sejam biocompatíveis e, por conta disso, as células sanguíneas responsáveis pela defesa do organismo não irão fagocitar mesmas.

Admitindo as considerações acima, e uma vez que o fluxo é axisimétrico, a Equação da Continuidade, a Equação da Conservação da Momento Linear Axial, a Equação da Conservação da Momento Linear Radial, a Equação da Conservação da Momento Angular, a

Equação do Balanço de Energia e a Equação do Balanço de Massa, respectivamente, podem ser apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rw)}{\partial r} = 0 \quad (4.2a)$$

$$\rho_{nf} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + (\mu_{nf} + \kappa) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\kappa}{r} \frac{\partial (rn)}{\partial z} - \sigma_{nf} g(z) B_0^2 u \quad (4.2b)$$

$$\rho_{nf} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} + u \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + (\mu_{nf} + \kappa) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \kappa \frac{\partial (rn)}{\partial r} \quad (4.2c)$$

$$\rho_{nf} j \left( \frac{\partial n}{\partial t} + w \frac{\partial n}{\partial r} + u \frac{\partial n}{\partial z} \right) = -2\kappa n - \kappa \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \tilde{\gamma} \left( \frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{n}{r^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} \right) \quad (4.2d)$$

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_{nf} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + w \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) &= k_{nf} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + (\mu_{nf} + \kappa) \Phi + \\ &+ (\rho c_p)_{np} \left\{ D_B \left( \frac{\partial C}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial C}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{D_T}{T_w - T_0} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} + \\ &+ \sigma_{nf} g(z) B_0^2 u^2 \end{aligned} \quad (4.2e)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + w \frac{\partial C}{\partial r} + u \frac{\partial C}{\partial z} = D_B \left( \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + \frac{\rho_{np} D_T}{T_w - T_0} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - k'_m C \quad (4.2f)$$

Em que  $\Phi$  representa a dissipação viscosa dada por:

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial T} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial T} + \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \lambda (\nabla \cdot \vec{V})^2 \quad (4.2g)$$

Nas Equações (4.2a-h) acima:  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido,  $\kappa$  é a viscosidade rotacional do fluido,  $\tilde{\gamma}$  é a resistência ao gradiente microrrotacional,  $k$  é a condutividade térmica,  $\rho$  é a massa específica,  $C_p$  é a capacidade calorífica,  $B_0$  é o campo magnético constante aplicado externamente,  $\sigma$  é a condutividade elétrica do fluido,  $T_w$  é a temperatura da parede arterial,  $D_B$  é o coeficiente de difusão Browniano,  $D_T$  é o coeficiente de difusão termoforético,  $k'_m$  é a constante cinética de morte de nanopartículas magnéticas. O índice “ $f$ ” denota a propriedade

do fluido, o índice “*nf*” denota a propriedade do fluido com nanopartículas (nanofluido) e o índice “*np*” denota a propriedade da nanopartícula (sólido).

As constantes do fluido micropolar  $\mu$ ,  $\kappa$ ,  $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$  e  $\tilde{\gamma}$  devem satisfazer as seguintes desigualdades (VASU et al., 2020):

$$2\mu + \kappa \geq 0; \quad \kappa \geq 0; \quad 3\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\gamma} \geq 0; \quad \tilde{\gamma} \geq |\tilde{\beta}| \quad (4.3a-d)$$

Em que  $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$  e  $\tilde{\gamma}$  são constantes do material para o fluido micropolar.

A natureza pulsátil do escoamento do sangue é simulada usando a seguinte função que determina o gradiente de pressão axial, seguindo Fung (1990) (Equação 4.4a):

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = A_0 + A_1 \cos(\omega_p t) \quad (4.4a)$$

Em que  $A_0$  é a componente constante do gradiente de pressão,  $A_1$  é a amplitude da componente pulsátil que é responsável pelas pressões sistólica e diastólica (ambos possuem a unidade  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}^2)$ ), e  $\omega_p$  é a frequência angular (rad/s). O parâmetro  $A_0$  depende da velocidade média no ponto de injeção (em  $z = 0$ ), da viscosidade dinâmica do sangue e do raio do vaso sanguíneo, enquanto que o parâmetro  $A_1$  corresponde a 20% de  $A_0$ , conforme mostrado nas Equações (4.4b,c), abaixo:

$$A_0 = \frac{u_i \mu_f}{r_0^2}; \quad A_1 = 0,2A_0 \quad (4.4b,c)$$

Na Tabela (4.1) é possível observar os valores numéricos dos principais parâmetros geométricos e hidrodinâmicos para alguns vasos sanguíneos apresentada por Misra e Pal (1999). Tais valores serão úteis no cálculo dos parâmetros utilizados nas simulações do Capítulo V.

**Tabela 4.1** - Valores numéricos de parâmetros geométricos e hidrodinâmicos de alguns vasos sanguíneos (MISRA E PAL, 1999).

Vaso Sanguíneo	Raio (m)	Velocidade Média (m/s)	$A_0^*$ (kg/m <sup>2</sup> .s <sup>2</sup> )	$A_1^*$ (kg/m <sup>2</sup> .s <sup>2</sup> )
Aorta	0,01	0,456	73	14,6
Artéria Femoral	0,005	0,5	320	64
Artéria Carótida	0,004	0,5	500	100
Artéria Coronária	0,0015	0,9825	6986,5	1397,4
Arteriola	0,00008	0,008	20000	4000

As seguintes condições iniciais e de contorno para o presente problema serão consideradas (Equações 4.5 a 4.9):

$$t = 0 \rightarrow u = 0; \quad w = 0; \quad n = 0; \quad T = T_0; \quad C = 0 \quad (4.5a-e)$$

$$z = 0 \rightarrow u = u_i; \quad w = w_i; \quad n = 0; \quad T = T_0; \quad C = C_{i,s_0}(r, t) \quad (4.6a-e)$$

$$z = l \rightarrow \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial n}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (4.7a-e)$$

$$r = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0; \quad n = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial C}{\partial r} = 0 \quad (4.8a-e)$$

$$r = R(z) \rightarrow u = 0; \quad w = 0; \quad n = 0; \quad T = T_w; \quad -D_B \frac{\partial C}{\partial r} = g(z)k'_{np} [C - C_\infty] \quad (4.9a-e)$$

Em que  $k'_{np}$  é o coeficiente de transferência de massa por convecção das nanopartículas magnéticas no tecido endotelial.

### 4.1.3. Funções Auxiliares

Dois funções auxiliares são utilizadas junto aos modelos matemáticos da velocidade (Equação 4.2b) e da temperatura (Equação 4.2e), além das condições de contorno (Equações 4.6e e 4.9e).

A função  $g(z)$  é uma aproximação da função “unit step” e representa a permeabilidade do campo magnético, ou seja, a mesma determina a incidência do campo magnético apenas na região da estenose, permitindo a concentração preferencial das nanopartículas magnéticas nesta região. A mesma é definida por:

$$g(z) = \frac{\exp[c(z + z_0 + z_1 + z_d)]}{\{\exp(cz) + \exp[c(z_0 - z_d)]\} \{\exp(cz) + \exp[c(z_0 + z_1 + z_d)]\}} \quad (4.10)$$

Na Equação (4.10), acima,  $c$  e  $z_d$  são constantes.

A função “*start flow*”,  $s_0(r, t)$ , é a função Gaussiana que determina a posição no raio e o tempo da injeção de NPs em  $z = 0$ , sendo a mesma apresentada da seguinte forma:

$$s_0(r, t) = \frac{\exp\left[-\left(\frac{a}{r_0^2}\right)r^2\right]}{2} \{1 - \operatorname{tgh}[b(t - t_0)]\} \quad (4.11)$$

Na Equação (4.11)  $a$ ,  $r_0$ ,  $b$  e  $t_0$  são constantes.

#### 4.1.4. Adimensionalização do Modelo

Na formulação dada pelas Equações (4.2a) a (4.2g), os seguintes grupos adimensionais foram empregados:

$$\begin{aligned} U &= \frac{u}{u_i}; W = \frac{z_1 w}{\delta u_i}; N = \frac{r_0 n}{u_i}; P = \frac{r_0^2 p}{u_i \mu_f z_1}; \eta = \frac{r}{r_0}; \zeta = \frac{z}{z_1}; \tau = \omega_p t; \theta = \frac{T - T_0}{T_w - T_0}; \\ \phi &= \frac{C}{\rho_{np}}; \alpha = r_0 \sqrt{\frac{\omega_p \rho_f}{\mu_f}} = \sqrt{2\pi ReSt}; Re = \frac{\rho_f r_0 u_i}{\mu_f}; Pr = \frac{\mu_f C_{p,f}}{k_f}; Ha = B_0 r_0 \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}}; \\ Le &= \frac{k_f}{(\rho C_p)_{np} D_B}; Sc = \frac{\mu_f}{\rho_f D_B} = PrLe; Ec = \frac{u_i^2}{C_{p,f} \Delta T}; N_{BT} = \frac{D_B}{D_T}; \phi_i = \frac{C_i}{\rho_{np}}; \phi_\infty = \frac{C_\infty}{\rho_{np}}; \\ J &= \frac{j}{r_0^2}; Bi_{m0} = Bi_{m1} = \frac{k'_{np} R(z)}{D_{np}}; B = \frac{r_0^2 A_0}{u_i \mu_f}; e = \frac{A_1}{A_0} \end{aligned} \quad (4.12a-w)$$

chegando às seguintes equações governantes na forma adimensionalizada:

$$\begin{aligned} \alpha^2 \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\delta}{z_1} Re W \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{r_0}{z_1} Re U \frac{\partial U}{\partial \zeta} &= \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left[ \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} + \frac{\kappa}{\mu_f} \right) \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{r_0^2}{z_1^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\kappa}{\mu_f} \frac{1}{\eta} \frac{\partial(rN)}{\partial \eta} - \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} Ha^2 U - \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right] \end{aligned} \quad (4.13a)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{\delta}{z_1} Re W \frac{\partial W}{\partial \eta} + \frac{r_0}{z_1} Re U \frac{\partial W}{\partial \zeta} = \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \left[ -\frac{\kappa}{\mu_f} \frac{r_0}{\delta} \frac{\partial N}{\partial \zeta} - \frac{\partial P}{\partial \eta} + \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} + \frac{\kappa}{\mu_f} \right) \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial W}{\partial \eta} - \frac{W}{\eta^2} + \frac{r_0^2}{z_1^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \zeta^2} \right) \right] \quad (4.13b)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial N}{\partial \tau} + \frac{\delta}{z_1} Re W \frac{\partial N}{\partial \eta} + \frac{r_0}{z_1} Re U \frac{\partial N}{\partial \zeta} = \frac{\rho_f}{J \rho_{nf}} \left[ -2 \frac{\kappa}{\mu_f} N - \frac{\kappa}{\mu_f} \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{\delta r_0}{z_1^2} \frac{\partial W}{\partial \zeta} \right) + \frac{\tilde{\gamma}}{r_0^2 \mu_f} \left( \frac{\partial^2 N}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial N}{\partial \eta} - \frac{N}{\eta^2} + \frac{r_0^2}{z_1^2} \frac{\partial^2 N}{\partial \zeta^2} \right) \right] \quad (4.13c)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\delta}{z_1} Re W \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{r_0}{z_1} Re U \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \frac{(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{nf}} \left\{ \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{r_0^2}{z_1^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} \right) + \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{r_0^2}{z_1^2} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right) + \frac{1}{PrLe N_{BT}} \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)^2 + \frac{r_0^2}{z_1^2} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right)^2 \right] + \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} + \frac{\kappa}{\mu_f} \right) Ec \left[ \frac{2\delta^2}{z_1^2} \left( \frac{\partial W}{\partial \eta} \right)^2 + r_0^2 \left( \frac{\delta}{z_1^2} \frac{\partial W}{\partial \zeta} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 + \frac{2r_0^2}{z_1^2} \left( \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right)^2 \right] + \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} EcHa^2 U^2 \right\} \quad (4.13d)$$

$$\frac{\rho_{nf}}{\rho_f} \left( \alpha^2 \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\delta}{z_1} Re W \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{r_0}{z_1} Re U \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) = \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} \left[ \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + \frac{r_0^2}{z_1^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} \right) + \frac{1}{PrLe N_{BT}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{r_0^2}{z_1^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} \right) - \frac{\rho_f r_0^2 k'_m}{\mu_f} \phi \right] \quad (4.13f)$$

As condições iniciais e de contorno após a adimensionalização ficam (Equações 4.14 a 4.18):

$$\tau = 0 \rightarrow U = 0; \quad W = 0; \quad N = 0; \quad \theta = 0; \quad \phi = 0 \quad (4.14a-d)$$

$$\zeta = 0 \rightarrow U = 1; \quad W = 1; \quad N = 0; \quad \theta = 0; \quad \phi = \phi_i S_0(\eta, \tau) \quad (4.15a-d)$$

$$\zeta = 1 \rightarrow \frac{\partial U}{\partial \zeta} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial \zeta} = 0; \quad \frac{\partial N}{\partial \zeta} = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = 0 \quad (4.16a-d)$$

$$\eta = 0 \rightarrow \frac{\partial U}{\partial \eta} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial \eta} = 0; \quad N = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = 0 \quad (4.17a-d)$$

$$\eta = R(\zeta) \rightarrow U = 0; \quad W = 0; \quad N = 0; \quad \theta = 1; \quad \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = -Bi_m(\zeta)\phi \quad (4.18a-d)$$

Em que  $Bi_m(\zeta)$  é o número de Biot de Massa dependente da posição axial “ $\zeta$ ”, definido por:

$$Bi_m(\zeta) = Bi_{m0} + Bi_{m1}G(\zeta) \quad (4.19)$$

E  $G(\zeta)$ , por sua vez, representa a adimensionalização da função  $g(z)$  (Equação 4.10), que admite a forma:

$$G(\zeta) = \frac{\exp[\chi(\zeta + \zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_d)]}{\{\exp(\chi\zeta) + \exp[\chi(\zeta_0 - \zeta_d)]\} \{\exp(\chi\zeta) + \exp[\chi(\zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_d)]\}} \quad (4.20)$$

E por fim,  $S_0(\eta, \tau)$  é o resultado da adimensionalização da função “*start flow*”,  $s_0(r, t)$  (Equação 4.11), dada por:

$$S_0(\eta, \tau) = \frac{\exp[-a(\eta - \eta_0)^2]}{2} \{1 - \text{tgh}[b(\tau - \tau_0)]\} \quad (4.21)$$

Na Equação (4.19) os parâmetros  $Bi_{m0}$  e  $Bi_{m1}$  são respectivamente a primeira e a segunda componentes do Biot de Massa (definidos pela Equação 4.12u). Na Equação (4.19) os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $\eta_0$  e  $\tau_0$  são todas constantes e iguais, respectivamente a 200, 10, 0 e 0,1. Além disso, na Equação (4.20)  $\chi$  e  $\zeta_d$  também são constantes e iguais, respectivamente a, 100 e 0,16.

A função Gaussiana (Equações 4.1a-b) empregadas para representar a geometria da estenose pode ser escrita na forma adimensional como:

$$\begin{aligned} R(\zeta) &= 1 - \Delta_0 \exp[-\iota(\zeta - \zeta_s)^q] & 0 \leq \zeta \leq L \\ R(\zeta) &= 1 & \text{caso contrário} \end{aligned} \quad (4.22a-b)$$

Nas Equações (4.22a-b) os parâmetros  $\Delta_0$ ,  $\iota$  e  $q$  são constantes iguais a 0,1, 40 e 2, respectivamente.

O gradiente de pressão axial (Equação 4.4a) na forma adimensional toma a forma:

$$-\frac{\partial P}{\partial \zeta} = B[1 + e \cos(\tau)] \quad (4.23)$$

Em que  $B$  é a componente constante do gradiente de pressão e  $e$  é a amplitude da componente pulsátil que é responsável pelas pressões sistólica e diastólica, sendo ambos números contantes.

#### 4.1.5. Simplificações do Modelo

Algumas hipóteses podem ser empregadas no modelo de transporte de nanofluidos de modo a simplificar as equações para o escoamento sanguíneo estudado:

##### 4.1.5.1. Análise de Escala

Considera-se que o problema se trate de uma estenose leve, ou seja, admite-se que a altura da estenose ( $\delta_0$ ) possui magnitude muito menor do que o comprimento da mesma ( $z_1$ ), considerando, para efeitos de análise, que a altura da estenose corresponde a 10% do comprimento da mesma:

$$\delta_0 = 0,1 z_1 \quad (4.24a)$$

Além disso, admite-se que as dimensões do raio do vaso sanguíneo ( $r_0$ ) e do comprimento da estenose ( $z_1$ ) sejam comparáveis:

$$z_1 = r_0 \quad (4.24b)$$

Para efeitos de análise, será considerado ainda que as dimensões dos comprimentos das seções não estenóticas anterior ( $z_0$ ) e posterior a estenose ( $z_2$ ) sejam ambas iguais ao dobro do comprimento da estenose ( $z_1$ ):

$$z_0 = z_2 = 2 z_1 \quad (4.24c)$$

Pode-se afirmar que o termo convectivo em “ $\zeta$ ” possui magnitude muito maior do que o termo difusivo (e as demais contribuições) para os campos  $N$ ,  $\theta$  e  $\phi$  mencionado abaixo ilustrativamente como  $\Psi$ :

$$U \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \gg \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} \quad (4.24d)$$

Por fim, as contribuições termoforética e Browniana em “ $\eta$ ” possuem magnitude muito maior do que em “ $\zeta$ ” (assim como os demais termos) para os campos  $\theta$  e  $\phi$ :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \gg \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \quad (4.24e)$$

#### 4.1.5.2. Propriedades Físicas Constantes

Nos sistemas de troca térmica o objetivo do uso de nanopartículas no escoamento é aumentar uma propriedade física importante, como a condutividade térmica, a partir da inserção de nanopartículas no fluido base. Assim, de modo geral, quanto maior a fração de nanopartículas presente no fluido, maior será esta propriedade.

No problema abordado, no entanto, o comportamento esperado é diferente, pois nas terapias hemodinâmicas o direcionamento, a liberação controlada de drogas (“*drug delivery*”) e o aumento da eficácia na entrega de fármacos são alcançados pela ação conjunta da presença de nanopartículas magnéticas impregnadas com o fármaco juntamente com a ação de um campo magnético externo ao escoamento. Portanto, não se tem a necessidade de uma quantidade excessiva de nanopartículas uma vez que não se objetiva aumentar alguma propriedade física em si, ou seja, a fração de nanopartículas neste caso geralmente é muito baixa, da ordem de 1% (CHUNBAI et al., 2010; SHERIN et al., 2017; BAILLY et al., 2019; ZHENG et al., 2020; DANG e GUAN, 2020).

Por conta disso, todos os parâmetros  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ ,  $\varphi_4$  e  $\varphi_5$  dados pelas Equações (2.13a) a (2.13e), mostradas anteriormente, são considerados iguais a 1, uma vez que a propriedade do nanofluido pode ser aproximada pela propriedade do próprio fluido base:

$$\rho_{nf} \approx \rho_f \rightarrow \varphi_1 = 1 \quad (4.25a)$$

$$\mu_{nf} \approx \mu_f \rightarrow \varphi_2 = 1 \quad (4.25b)$$

$$\left(\rho C_p\right)_{nf} \approx \left(\rho C_p\right)_f \rightarrow \varphi_3 = 1 \quad (4.25c)$$

$$k_{nf} \approx k_f \rightarrow \varphi_4 = 1 \quad (4.25d)$$

$$\sigma_{nf} \approx \sigma_f \rightarrow \varphi_5 = 1 \quad (4.25e)$$

Deste modo, após a adoção das hipóteses simplificadoras (Equações 4.24 e 4.25) o modelo do escoamento sanguíneo estudado fica conforme as Equações (4.26a-h) a seguir:

$$\alpha^2 \frac{\partial U}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial U}{\partial \zeta} = -\frac{\partial P}{\partial \zeta} + (1 + \kappa_0) \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \kappa_0 \frac{1}{\eta} \frac{\partial(rN)}{\partial \eta} - G(\zeta) Ha^2 U \quad (4.26a)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} = 0 \quad (4.26b)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial N}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial N}{\partial \zeta} = \frac{1}{J} \left[ -2\kappa_0 N - \kappa_0 \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \gamma_0 \left( \frac{\partial^2 N}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial N}{\partial \eta} - \frac{N}{\eta^2} \right) \right] \quad (4.26c)$$

$$\begin{aligned} \alpha^2 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = & \frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{PrLeN_{BT}} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)^2 + \\ & + (1 + \kappa_0) Ec \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 + G(\zeta) Ec Ha^2 U^2 \end{aligned} \quad (4.26d)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{PrLeN_{BT}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) - K \phi \quad (4.26e)$$

Nas equações adimensionais mostradas acima os seguintes coeficientes adimensionais relacionados respectivamente à viscosidade rotacional ( $\kappa$ ), à resistência ao gradiente microrrotacional ( $\gamma$ ) e à constante cinética de morte de nanopartículas ( $k'_m$ ) podem ser definidos como:

$$\kappa_0 = \frac{\kappa}{\mu_f}; \gamma_0 = \frac{\tilde{\gamma}}{r_0^2 \mu_f}; K = \frac{\rho_f r_0^2 k'_m}{\mu_f} \quad (4.26f-h)$$

#### 4.1.6. Transformação de Coordenadas Radiais

Para encontrar a solução numérica do sistema de equações diferenciais apresentado acima é necessário primeiro transformar o domínio físico complexo do problema em um domínio retangular de implementação computacional mais fácil. Para isto, introduz-se uma transformação de coordenadas radial, dada por:

$$\eta = \xi R(\zeta) \quad (4.27a)$$

De modo que:

$$\frac{\partial \xi}{\partial \eta} = \frac{1}{R(\zeta)} \quad (4.27b)$$

$$\partial\eta = R(\zeta)\partial\xi \quad (4.27c)$$

Aplicando as expressões matemáticas (Equações 4.27a-c) consequentes dessa transformação de coordenadas, a formulação matemática toma a seguinte forma:

$$\alpha^2 \frac{\partial U}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial U}{\partial \zeta} = -\frac{\partial P}{\partial \zeta} + (1 + \kappa_0) \frac{1}{R^2(\zeta)} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) + \kappa_0 \frac{1}{\xi R(\zeta)} \frac{\partial(\xi N)}{\partial \xi} - G(\zeta) Ha^2 U \quad (4.28a)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial N}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial N}{\partial \zeta} = -\frac{2\kappa_0}{J} N - \frac{\kappa_0}{J} \frac{1}{R(\zeta)} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \gamma_0 \frac{1}{R^2(\zeta)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{1}{\xi} \frac{\partial(\xi N)}{\partial \xi} \right] \quad (4.28b)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \frac{1}{R^2(\zeta)} \left[ \frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{PrLeN_{BT}} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^2 + (1 + \kappa_0) Ec \left( \frac{\partial U}{\partial \xi} \right)^2 \right] + G(\zeta) Ha^2 Ec U^2 \quad (4.28c)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = \frac{1}{R^2(\zeta)} \left[ \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{PrLeN_{BT}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \right] - K\phi \quad (4.28d)$$

Após a transformação de coordenadas as condições iniciais e de contorno ficam na seguinte forma:

$$\tau = 0 \rightarrow U = 0; \quad N = 0; \quad \theta = 0; \quad \phi = 0 \quad (4.29a-d)$$

$$\zeta = 0 \rightarrow U = 1; \quad N = 0; \quad \theta = 0; \quad \phi = \phi_i S_0(\xi, \tau) \quad (4.30a-d)$$

$$\xi = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0; \quad N = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial \xi} = 0 \quad (4.31a-d)$$

$$\xi = 1 \rightarrow U = 0; \quad N = 0; \quad \theta = 1; \quad \frac{\partial \phi}{\partial \xi} = -Bi_m(\zeta)\phi \quad (4.32a-d)$$

## 4.2. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

### 4.2.1. Solução Analítica

Uma metodologia de solução analítica demonstrada em detalhes no APÊNDICE A pode ser empregada de forma semelhante à solução desenvolvida por Eringen (1966) e Ellahi *et al.* (2014C) a partir da adoção de um conjunto de hipóteses ( $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ ;  $\tau = 80$ ;  $\xi = 0,5$  e  $\zeta = 4,0$ ) aplicadas ao modelo de transporte completo (Equações 4.26a a 4.26e) juntamente com as condições iniciais e de contorno (Equações 4.14 a 4.18). Deste modo, torna-se possível verificar os resultados obtidos através das soluções numéricas com os da solução analítica, fazendo-se os parâmetros do problema completo tenderem aos valores considerados no caso limite e observando a coincidência dessas soluções.

### 4.2.2. Solução Numérica Aplicada Diretamente ao Modelo Original – Modelo 2D-Transiente

Uma metodologia numérica foi adotada para obter a solução do modelo de transporte original 2D-transiente (Equações 4.28a a 4.28e) com as respectivas condições iniciais e de contorno (Equações 4.28 a 4.33) que consistiu em empregar a sub-rotina *NDSolve* da plataforma de computação numérico-simbólica *Mathematica 13.0* (WOLFRAM, 2005) sem qualquer modificação realizada no modelo original.

### 4.2.3. Solução Numérica com Discretização Espacial da Direção Radial – Modelo 1D-Transiente

O MOL substitui as derivadas espaciais de um problema de valor de contorno por meio de aproximações algébricas nas derivadas. Deste modo, as derivadas espaciais no raio ( $\xi$ ) deixam de ser declaradas explicitamente em termos das variáveis espaciais independentes. Logo, apenas a variável de valor inicial, normalmente o tempo em um problema físico, e a variável axial  $\zeta$ , permanecem. Em outras palavras, com apenas duas variáveis independentes remanescentes, um sistema de EDPs 1D-transiente é utilizado para aproximar o sistema de EDPs original 2D-transiente e a rotina *NDSolve* pode ser usada então para resolver este sistema (SCHIESSER e GRIFFITHS, 2009).

Para as derivadas de 1ª e 2ª ordem foram empregadas aproximações por diferenças finitas progressiva e regressiva nos contornos e centrada no restante do domínio, resultando no seguinte sistema de EDPs:

$$\alpha^2 \frac{\partial U_i}{\partial \tau} + Re U_i \frac{\partial U_i}{\partial \zeta} = P(\tau) + \frac{(1+\kappa_0)}{R^2(\zeta)} \left( \frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{\Delta \xi^2} + \frac{1}{i\Delta \xi} \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta \xi} \right) + \frac{\mu_{r0}}{R(\zeta)} \left( \frac{N_i}{i\Delta \xi} + \frac{N_{i+1} - N_{i-1}}{2\Delta \xi} \right) - G(\zeta) Ha^2 U_i \quad (4.34a)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial N_i}{\partial \tau} + Re U_i \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = -\frac{2\kappa_0}{J} N_i - \frac{\kappa_0}{J} \frac{1}{R(\zeta)} \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta \xi} + \frac{1}{J} \frac{\gamma_0}{R^2(\zeta)} \left[ \frac{N_{i+1} - 2N_i + N_{i-1}}{\Delta \xi^2} + \frac{1}{i\Delta \xi} \frac{N_{i+1} - N_{i-1}}{2\Delta \xi} - \frac{N_i}{(i\Delta \xi)^2} \right] \quad (4.34b)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} + Re U_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \zeta} = \frac{1}{R^2(\zeta)} \left[ \frac{1}{Pr} \left( \frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{\Delta \xi^2} + \frac{1}{i\Delta \xi} \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\Delta \xi} \right) + \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\Delta \xi} \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta \xi} \right) + \frac{1}{PrLe N_{BT}} \left( \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\Delta \xi} \right)^2 + \frac{(1+\kappa_0)Ec}{R^2} \left( \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta \xi} \right)^2 \right] + G(\zeta) Ec Ha^2 U_i^2 \quad (4.34c)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \phi_i}{\partial \tau} + Re U_i \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} = \frac{1}{R^2(\zeta)} \left[ \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{\Delta \xi^2} + \frac{1}{i\Delta \xi} \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta \xi} \right) + \frac{1}{PrLe N_{BT}} \left( \frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{\Delta \xi^2} + \frac{1}{i\Delta \xi} \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\Delta \xi} \right) \right] - K \phi_i \quad (4.34d)$$

Com as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$i=0 \rightarrow U_1 = U_0; \quad N_1 = 0; \quad \theta_1 = \theta_0; \quad \phi_1 = \phi_0 \quad (4.35a-d)$$

$$i=R \rightarrow U_R = 0; \quad N_R = 0; \quad \theta_R = 1; \quad \phi_{NPT} = \frac{\phi_{NPT-1}}{1 + Bi_m(\zeta) R(\zeta) \Delta \xi} \quad (4.36a-d)$$

$$\zeta=0 \rightarrow U_i = 1; \quad N_i = 0; \quad \theta_i = 0; \quad \phi_i = \phi_e S_0(\tau, \xi) \quad (4.37a-d)$$

### 4.3. CÁLCULO DOS POTENCIAIS MÉDIOS

A fim de obter uma análise mais completa e simplificada pode-se admitir que os gradientes dos potenciais ao longo da direção radial ( $\xi$ ) possam ser aproximados através de uma integração, obtendo assim os potenciais dependentes apenas do tempo adimensional ( $\tau$ ) e do comprimento axial ( $\zeta$ ), chamados de potenciais médios.

O cálculo dos potenciais médios adimensionais para os campos de velocidade ( $U_{méd}$ ), microrrotação ( $N_{méd}$ ), temperatura ( $\theta_{méd}$ ) e fração volumétrica de nanopartículas ( $\phi_{méd}$ ) é mostrado a seguir:

#### 4.3.1. Velocidade Média

A velocidade média na forma dimensional é dada por:

$$u_{méd}(z, t) = \frac{\int_0^{R(z)} r u(r, z, t) dr}{\int_0^{R(z)} r dr} \quad (4.39a)$$

Após passar pela adimensionalização, a velocidade média adimensional admite a forma:

$$U_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \eta U(\eta, \zeta, \tau) d\eta}{\int_0^{R(\zeta)} \eta d\eta} \quad (4.39b)$$

É necessário que a função adimensionalizada da velocidade média passe pela transformação de coordenadas mostrada anteriormente, o que resulta em:

$$U_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \xi U(\xi, \zeta, \tau) d\xi}{\int_0^{R(\zeta)} \xi d\xi} \quad (4.39c)$$

Resolvendo a integral do denominador, obtém-se:

$$U_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{2}{R^2(\zeta)} \int_0^1 \xi U(\xi, \zeta, \tau) d\xi \quad (4.39d)$$

#### 4.3.2. Microrrotação Média

A microrrotação média dimensional fica na forma:

$$n_{méd}(z, t) = \frac{\int_0^{R(z)} r u(r, z, t) n(r, z, t) dr}{\int_0^{R(z)} r dr} \quad (4.40a)$$

E a microrrotação média adimensional pode ser dada por:

$$N_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \eta U(\eta, \zeta, \tau) N(\eta, \zeta, \tau) d\eta}{\int_0^{R(\zeta)} \eta d\eta} \quad (4.40b)$$

Após a transformação de coordenadas, resulta:

$$N_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \xi U(\xi, \zeta, \tau) N(\xi, \zeta, \tau) d\xi}{\int_0^{R(\zeta)} \xi d\xi} \quad (4.40c)$$

Obtém-se então que a microrrotação média fica:

$$N_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{2}{U_{méd}(\zeta, \tau) R^2(\zeta)} \int_0^1 \xi U(\xi, \zeta, \tau) N(\xi, \zeta, \tau) d\xi \quad (4.40d)$$

### 4.3.3. Temperatura Média

A temperatura média na forma dimensional apresenta a forma:

$$T_{méd}(z, t) = \frac{\int_0^{R(z)} r u(r, z, t) T(r, z, t) dr}{\int_0^{R(z)} r dr} \quad (4.41a)$$

A temperatura média adimensional é dada por:

$$\theta_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \eta U(\eta, \zeta, \tau) \theta(\eta, \zeta, \tau) d\eta}{\int_0^{R(\zeta)} \eta d\eta} \quad (4.41b)$$

O potencial médio transformado admite o seguinte formato:

$$\theta_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \xi U(\xi, \zeta, \tau) \theta(\xi, \zeta, \tau) d\xi}{\int_0^{R(\zeta)} \xi d\xi} \quad (4.41c)$$

Deste modo, a temperatura média pode ser dada por:

$$\theta_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{2}{U_{méd}(\zeta, \tau) R^2(\zeta)} \int_0^1 \xi U(\xi, \zeta, \tau) \theta(\xi, \zeta, \tau) d\xi \quad (4.41d)$$

### 4.3.4. Fração Volumétrica de Nanopartículas Média

A concentração de nanopartículas média na forma dimensional é dada por:

$$C_{méd}(z, t) = \frac{\int_0^{R(z)} r u(r, z, t) C(r, z, t) dr}{\int_0^{R(z)} r dr} \quad (4.42a)$$

Depois de realizada a adimensionalização, a fração volumétrica de nanopartículas média adimensional admite a forma:

$$\phi_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \eta U(\eta, \zeta, \tau) \phi(\eta, \zeta, \tau) d\eta}{\int_0^{R(\zeta)} \eta d\eta} \quad (4.42b)$$

O potencial médio transformado fica:

$$\phi_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{\int_0^{R(\zeta)} \xi U(\xi, \zeta, \tau) \phi(\xi, \zeta, \tau) d\xi}{\int_0^{R(\zeta)} \xi d\xi} \quad (4.42c)$$

E assim, obtém-se a fração volumétrica de nanopartículas média:

$$\phi_{méd}(\zeta, \tau) = \frac{2}{U_{méd}(\zeta, \tau) R^2(\zeta)} \int_0^1 \xi U(\xi, \zeta, \tau) \phi(\xi, \zeta, \tau) d\xi \quad (4.42d)$$

As integrais dos potenciais médios presentes nas Eq. (4.39d), (4.40d), (4.41d) e (4.42d) serão calculadas numericamente.

## CAPÍTULO V

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias acoplado (Equações 4.27a-d) com as respectivas condições iniciais e de contorno (Equações 4.28 a 4.32) o Método das Linhas (MOL) foi empregado obtendo o sistema das Equações (4.33a-d) junto às condições iniciais e de contorno (Equações 4.34 a 4.37). A discretização do sistema foi realizada usando fórmulas de aproximação de diferenças finitas na direção radial ( $\xi$ ) considerando que  $NPT$  representa o número de pontos na malha nesta direção. O MOL (apresentado nos gráficos e tabelas como “Solução Numérica Modelo 1D-T”) foi implementado através da sub-rotina  $NDSolve$  da plataforma de computação numérico-simbólica *Mathematica 13.0* (WOLFRAM, 2005).

Segundo o instituto *Heart and Stroke Foundation of Canada* (2024) as artérias do coração (artérias coronárias), pescoço (artérias carótidas) e pernas (artérias femorais) são afetadas com mais frequência pela arteriosclerose, quando comparadas aos vasos de menor calibre como capilares, vênulas e arteríolas. Deste modo, optou-se por realizar as simulações para uma artéria coronária, a qual será considerada como caso padrão.

Os resultados numéricos apresentados, embora não explicitado sempre no texto, foram obtidos para o caso padrão em que  $NPT = 200$  (número suficientemente elevado para garantir a convergência de todos os campos para as diversas situações analisadas);  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$  (nº de Prandtl para o sangue);  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$  (ou 0,001 quando conveniente),  $\tau = 20,0$  (tempo adimensional),  $\zeta = 0,5$  (raio adimensional) e  $\xi = 2,5$  (posição axial adimensional), a menos que mencionado diferente no texto.

Os valores dos parâmetros geométricos (raio do vaso, altura e comprimento da estenose, e etc.) empregados nestas simulações para a artéria coronária são mostrados na Tabela (5.1):

**Tabela 5.1** - Parâmetros geométricos dimensionais para a artéria coronária empregada nas simulações para o caso padrão.

Parâmetro	$r_0$	$\delta_0$	$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_s$	$l$
Valor	0,0015	0,00015	0,003	0,0015	0,003	0,00375	0,0075

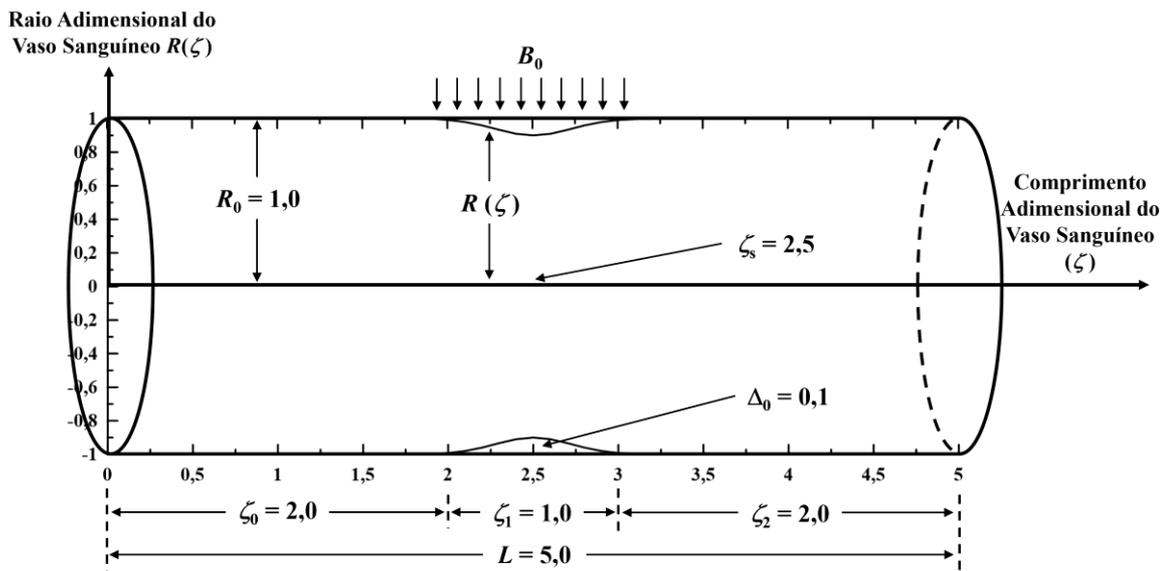
Vale ressaltar que os grupos adimensionais para o gradiente de pressão descritos pelas Equações (4.12v-w) e as considerações apresentadas na Análise de Escala referente as

Equações (4.23a-c) foram empregadas nos cálculos, de modo a obter que independentemente do tipo de vaso sanguíneo e do caso a ser simulado os parâmetros geométricos e hidrodinâmicos adimensionalizados resultam conforme a Tabela (5.2) a seguir:

**Tabela 5.2** - Parâmetros geométricos e hidrodinâmicos adimensionais empregados nas simulações para os casos padrão e limite.

Parâmetro	$B$	$e$	$R_0$	$\Delta_0$	$\zeta_0$	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$\zeta_s$	$L$
Valor	1,0	0,2	1,0	0,1	2,0	1,0	2,0	2,5	5,0

Na Figura (5.1), a seguir, é possível observar o modelo conceitual do escoamento sanguíneo na artéria estenosada com os valores dos parâmetros adimensionais empregados nas simulações:



**Figura 5.1** - Modelo físico conceitual da dinâmica do escoamento sanguíneo micropolar com os parâmetros adimensionais empregados nas simulações. Fonte: Autoria própria.

A solução numérica para o modelo original (2D-Transiente) obtida pela sub-rotina *NDSolve* da plataforma de computação numérico-simbólica *Mathematica 13.0* (WOLFRAM, 2005) (apresentado nos gráficos e tabelas como “Solução Numérica Modelo 2D-T” ou simplesmente “Numérica 2D-T”) será empregada para realizar a comparação dos resultados obtidos através das outras técnicas de solução.

Por fim, uma metodologia de solução analítica (apresentado nos gráficos e tabelas como “Solução Analítica” ou simplesmente “Analítica”) demonstrada em detalhes no APÊNDICE A

também foi empregada afim de verificar numericamente os resultados obtidos através da solução numérica admitindo para isto um caso limite, com valores  $NPT = 200$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ ,  $\tau = 80$ ,  $\xi = 0,5$  e  $\zeta = 4,0$ .

## 5.1. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

As Tabelas (5.3) a (5.6) apresentam a análise de convergência dos campos de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas empregando os casos limite (Tabela 5.3) e padrão (Tabelas 5.4 a 5.6) para vários instantes de tempo ( $\tau = 0,1$ ;  $1,0$ ;  $2,0$ ;  $5,0$  e  $15,0$ ), em alguns valores de posição no raio ( $\xi = 0,1$ ;  $0,3$ ;  $0,5$ ;  $0,7$  e  $0,9$ ) e em diferentes valores de posição axial ( $\zeta = 0,5$ ;  $1,5$ ;  $2,5$ ;  $3,5$  e  $4,5$ ).

A partir da avaliação da Tabela (5.3) é possível notar que para o caso limite são necessários 200 pontos na malha do MOL para uma convergência com três algarismos significativos para todos os valores de raio adimensional avaliados ( $\xi = 0,1$ ;  $0,3$ ;  $0,5$ ;  $0,7$  e  $0,9$ ) nos quatro potenciais calculados ( $U$ ,  $N$ ,  $\theta$  e  $\phi$ ). A fração volumétrica de NPs possui valores muito próximos de zero e, portanto, não seria necessário um rigor maior na convergência pois estes valores são muito pequenos.

A convergência para o caso padrão é apresentada na Tabela (5.4) na qual observa-se que são necessários 200 pontos para uma convergência satisfatória com três algarismos significativos para a quase todos os valores de instantes de tempo avaliados. Os potenciais  $N$ ,  $\theta$  e  $\phi$  apresentam valores muito pequenos em instantes iniciais do fenômeno ( $\tau = 0,1$ ), e em função disto, uma exatidão maior nos resultados seria desnecessária.

Uma quantidade de pontos na malha um pouco maior ( $NPT = 250$  pontos) é necessária para atingir uma convergência com três algarismos significativos nos potenciais estudados (velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas) em diferentes posições axiais  $\zeta$  (Tabela 5.5) e radiais  $\xi$  (Tabela 5.6), ambas para o caso padrão. Ressalta-se que nas regiões próximas do contorno  $\zeta = 0$  os valores de  $N$  e  $\phi$  possuem magnitude muito pequena, não sendo necessário uma precisão maior.

Embora não apresentado aqui, foi analisado também o comportamento da convergência para a solução numérica do modelo original 2D-transiente (sem nenhuma discretização espacial prévia) e verificou-se que são necessários 200 pontos para atingir uma convergência com três algarismos significativos para todos os quatro campos avaliados.

**Tabela 5.3** - Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do modelo 1D-Transiente (com discretização espacial prévia) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Limite em diferentes posições radiais ( $\xi$ ) para  $\tau = 80,0$  e  $\zeta = 4,0$  (após a estenose):  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ .

NPT	Velocidade - $U(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Microrrotação - $N(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$		$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$
<b>50</b>	0,123311	0,113201	0,093025	0,062971	0,023314	<b>50</b>	0,001859	0,005145	0,007116	0,006842	0,003321
<b>100</b>	0,123387	0,113253	0,093062	0,062994	0,023322	<b>100</b>	0,001861	0,005150	0,007121	0,006846	0,003322
<b>150</b>	0,123336	0,113203	0,093020	0,062965	0,023312	<b>150</b>	0,001861	0,005148	0,007118	0,006843	0,003321
<b>200</b>	0,123339	0,113205	0,093021	0,062965	0,023312	<b>200</b>	0,001861	0,005148	0,007118	0,006843	0,003321
<b>250</b>	0,123241	0,113114	0,092946	0,062914	0,023293	<b>250</b>	0,001859	0,005144	0,007112	0,006838	0,003318
<b>300</b>	0,123595	0,113439	0,093213	0,063095	0,023360	<b>300</b>	0,001865	0,005159	0,007133	0,006857	0,003328
<b>Numérica 2D-T</b>	0,121610	0,111781	0,092062	0,062473	0,023178	<b>Numérica 2D-T</b>	0,001826	0,005058	0,007008	0,006754	0,003286
<b>Analítica</b>	0,123352	0,113215	0,093029	0,062970	0,023314	<b>Analítica</b>	0,001861	0,005149	0,007119	0,006844	0,003321
NPT	Temperatura - $\theta(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Fração Volumétrica de Nanopartículas - $\phi(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$		$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$
<b>50</b>	1,000039	1,000039	1,000036	1,000029	1,000013	<b>50</b>	-0,000039	-0,000038	-0,000036	-0,000029	-0,000013
<b>100</b>	1,000039	1,000039	1,000036	1,000029	1,000013	<b>100</b>	-0,000039	-0,000039	-0,000036	-0,000029	-0,000013
<b>150</b>	1,000039	1,000039	1,000037	1,000029	1,000013	<b>150</b>	-0,000039	-0,000039	-0,000037	-0,000029	-0,000013
<b>200</b>	1,000039	1,000039	1,000037	1,000029	1,000013	<b>200</b>	-0,000039	-0,000039	-0,000037	-0,000029	-0,000013
<b>250</b>	1,000039	1,000039	1,000036	1,000029	1,000013	<b>250</b>	-0,000039	-0,000039	-0,000036	-0,000029	-0,000013
<b>300</b>	1,000039	1,000039	1,000037	1,000030	1,000013	<b>300</b>	-0,000039	-0,000039	-0,000037	-0,000030	-0,000013
<b>Numérica 2D-T</b>	1,000038	1,000038	1,000035	1,000029	1,000013	<b>Numérica 2D-T</b>	-0,000038	-0,000038	-0,000035	-0,000029	-0,000013
<b>Analítica</b>	1,000039	1,000039	1,000036	1,000029	1,000013	<b>Analítica</b>	-0,000039	-0,000039	-0,000036	-0,000029	-0,000013

**Tabela 5.4** - Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do Modelo 1D-Transiente (com discretização espacial usando MOL) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Padrão em diferentes valores de tempo adimensional ( $\tau$ ) para  $\xi = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m):  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 2,5$ .

NPT	Velocidade - $U(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Microrrotação - $N(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\tau = 0,1$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 5$	$\tau = 15$		$\tau = 0,1$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 5$	$\tau = 15$
<b>50</b>	0,021440	0,077483	0,070195	0,071139	0,064941	<b>50</b>	0,000091	0,004978	0,005053	0,004695	0,004711
<b>100</b>	0,021444	0,077496	0,070204	0,071162	0,065093	<b>100</b>	0,000091	0,004980	0,005056	0,004700	0,004727
<b>150</b>	0,021444	0,077498	0,070205	0,071156	0,065025	<b>150</b>	0,000091	0,004981	0,005056	0,004700	0,004726
<b>200</b>	0,021449	0,077499	0,070205	0,071157	0,065118	<b>200</b>	0,000091	0,004981	0,005056	0,004700	0,004736
<b>250</b>	0,021445	0,077495	0,070211	0,071136	0,064879	<b>250</b>	0,000091	0,004981	0,005057	0,004697	0,004709
<b>300</b>	0,021445	0,077492	0,070210	0,071130	0,065129	<b>300</b>	0,000091	0,004981	0,005057	0,004697	0,004738
<b>Numérica 2D-T</b>	0,021443	0,077074	0,069624	0,070644	0,064356	<b>Numérica 2D-T</b>	0,000091	0,004944	0,004995	0,004644	0,004670
NPT	Temperatura - $\theta(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Fração Volumétrica de Nanopartículas - $\phi(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\tau = 0,1$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 5$	$\tau = 15$		$\tau = 0,1$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 5$	$\tau = 15$
<b>50</b>	0,000000	0,001720	0,029680	0,214173	0,621498	<b>50</b>	0,000000	0,000343	0,006013	0,023119	0,012544
<b>100</b>	0,000000	0,001640	0,029512	0,214137	0,621332	<b>100</b>	0,000000	0,000324	0,005989	0,023120	0,012549
<b>150</b>	0,000000	0,001625	0,029482	0,214146	0,621341	<b>150</b>	0,000000	0,000321	0,005985	0,023126	0,012549
<b>200</b>	0,000000	0,001620	0,029474	0,214150	0,621344	<b>200</b>	0,000000	0,000320	0,005984	0,023127	0,012548
<b>250</b>	0,000000	0,001617	0,029474	0,214237	0,621337	<b>250</b>	0,000000	0,000319	0,005983	0,023149	0,012549
<b>300</b>	0,000000	0,001616	0,029472	0,214215	0,621285	<b>300</b>	0,000000	0,000318	0,005984	0,023143	0,012551
<b>Numérica 2D-T</b>	0,000000	0,001454	0,026153	0,195429	0,595896	<b>Numérica 2D-T</b>	0,000000	0,000303	0,006712	0,051167	0,146469

**Tabela 5.5** - Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do Modelo 1D-Transiente (com discretização espacial usando MOL) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Padrão em diferentes posições radiais ( $\xi$ ) para  $\tau = 20,0$  e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m):  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 2,5$ .

NPT	Velocidade - $U(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Microrrotação - $N(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$		$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$
<b>50</b>	0,107257	0,098567	0,081166	0,055109	0,020483	<b>50</b>	0,001507	0,004170	0,005758	0,005524	0,002671
<b>100</b>	0,107297	0,098589	0,081181	0,055119	0,020487	<b>100</b>	0,001509	0,004172	0,005761	0,005525	0,002672
<b>150</b>	0,107255	0,098551	0,081156	0,055107	0,020485	<b>150</b>	0,001506	0,004166	0,005753	0,005519	0,002670
<b>200</b>	0,107134	0,098435	0,081055	0,055037	0,020461	<b>200</b>	0,001508	0,004168	0,005754	0,005518	0,002668
<b>250</b>	0,107180	0,098482	0,081100	0,055072	0,020474	<b>250</b>	0,001506	0,004165	0,005751	0,005517	0,002668
<b>300</b>	0,107190	0,098490	0,081106	0,055075	0,020474	<b>300</b>	0,001506	0,004165	0,005751	0,005517	0,002668
<b>Numérica 2D-T</b>	0,091908	0,084499	0,069624	0,047282	0,017562	<b>Numérica 2D-T</b>	0,001309	0,003619	0,004995	0,004786	0,002310
NPT	Temperatura - $\theta(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Fração Volumétrica de Nanopartículas - $\phi(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$		$\xi = 0,1$	$\xi = 0,3$	$\xi = 0,5$	$\xi = 0,7$	$\xi = 0,9$
<b>50</b>	0,597849	0,645525	0,731850	0,840357	0,950693	<b>50</b>	0,013462	0,011790	0,008743	0,004893	0,001212
<b>100</b>	0,597831	0,645601	0,731941	0,840424	0,950716	<b>100</b>	0,013463	0,011788	0,008738	0,004886	0,001178
<b>150</b>	0,597565	0,645380	0,731775	0,840321	0,950679	<b>150</b>	0,013471	0,011795	0,008743	0,004888	0,001170
<b>200</b>	0,597480	0,645312	0,731728	0,840299	0,950676	<b>200</b>	0,013474	0,011797	0,008745	0,004889	0,001165
<b>250</b>	0,597463	0,645300	0,731721	0,840295	0,950673	<b>250</b>	0,013474	0,011797	0,008745	0,004889	0,001162
<b>300</b>	0,597435	0,645275	0,731702	0,840285	0,950672	<b>300</b>	0,013473	0,011797	0,008747	0,004890	0,001159
<b>Numérica 2D-T</b>	0,000468	0,002240	0,026153	0,186994	0,670830	<b>Numérica 2D-T</b>	0,000035	0,000460	0,006712	0,049009	0,140753

**Tabela 5.6** - Comportamento da convergência para os resultados da solução numérica do Modelo 1D-Transiente (com discretização espacial usando MOL) para as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas para o Caso Padrão em diferentes posições axiais ( $\zeta$ ) para  $\tau = 20,0$  e  $\xi = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m):  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 2,5$ .

NPT	Velocidade - $U(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Microrrotação - $N(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\zeta = 0,5$	$\zeta = 1,5$	$\zeta = 2,5$	$\zeta = 3,5$	$\zeta = 4,5$		$\zeta = 0,5$	$\zeta = 1,5$	$\zeta = 2,5$	$\zeta = 3,5$	$\zeta = 4,5$
<b>50</b>	0,108274	0,108272	0,081166	0,108272	0,108273	<b>50</b>	0,008476	0,008476	0,005758	0,008476	0,008476
<b>100</b>	0,108146	0,108145	0,081055	0,108145	0,108146	<b>100</b>	0,008473	0,008473	0,005754	0,008473	0,008473
<b>150</b>	0,108200	0,108199	0,081156	0,108199	0,108200	<b>150</b>	0,008460	0,008460	0,005753	0,008460	0,008460
<b>200</b>	0,108146	0,108145	0,081055	0,108145	0,108146	<b>200</b>	0,008473	0,008473	0,005754	0,008473	0,008473
<b>250</b>	0,108180	0,108179	0,081100	0,108179	0,108180	<b>250</b>	0,008468	0,008468	0,005751	0,008468	0,008468
<b>300</b>	0,108180	0,108179	0,081106	0,108179	0,108180	<b>300</b>	0,008466	0,008466	0,005751	0,008466	0,008466
<b>Numérica 2D-T</b>	0,092670	0,092667	0,069624	0,092670	0,092673	<b>Numérica 2D-T</b>	0,007288	0,007288	0,004995	0,007288	0,007289
NPT	Temperatura - $\theta(\xi, \zeta, \tau)$					NPT	Fração Volumétrica de Nanopartículas - $\phi(\xi, \zeta, \tau)$				
	$\zeta = 0,5$	$\zeta = 1,5$	$\zeta = 2,5$	$\zeta = 3,5$	$\zeta = 4,5$		$\zeta = 0,5$	$\zeta = 1,5$	$\zeta = 2,5$	$\zeta = 3,5$	$\zeta = 4,5$
<b>50</b>	0,655195	0,655215	0,731850	0,655215	0,655212	<b>50</b>	0,008989	0,008989	0,008743	0,008989	0,008989
<b>100</b>	0,655112	0,655114	0,731728	0,655117	0,655112	<b>100</b>	0,008990	0,008990	0,008745	0,008990	0,008990
<b>150</b>	0,655162	0,655164	0,731775	0,655167	0,655162	<b>150</b>	0,008989	0,008989	0,008743	0,008989	0,008989
<b>200</b>	0,655112	0,655114	0,731728	0,655117	0,655112	<b>200</b>	0,008990	0,008990	0,008745	0,008990	0,008990
<b>250</b>	0,655108	0,655110	0,731721	0,655112	0,655108	<b>250</b>	0,008991	0,008991	0,008745	0,008991	0,008991
<b>300</b>	0,655118	0,655121	0,731702	0,655123	0,655118	<b>300</b>	0,008992	0,008992	0,008747	0,008992	0,008992
<b>Numérica 2D-T</b>	0,012931	0,012932	0,026153	0,012932	0,012931	<b>Numérica 2D-T</b>	0,003190	0,003190	0,006712	0,003190	0,003190

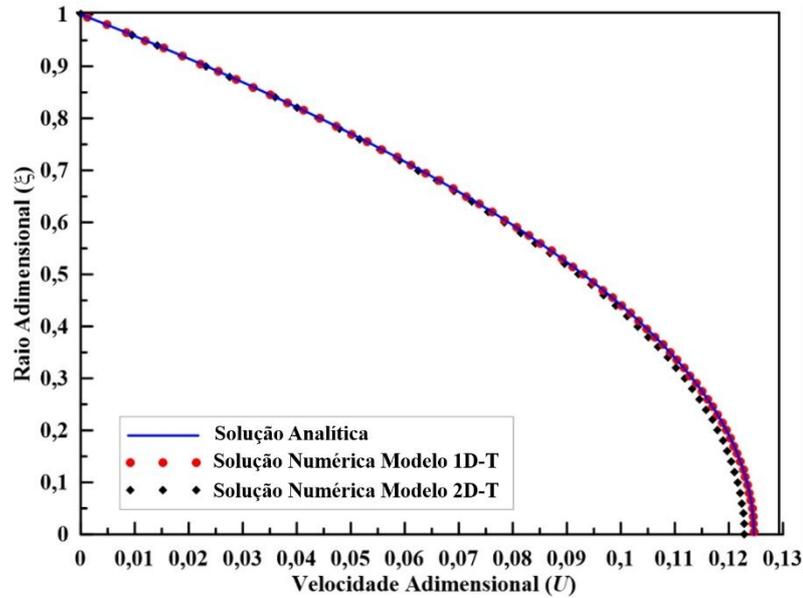
## 5.2. VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS

A verificação numérica dos resultados dos perfis radiais de velocidade, de microrrotação, de temperatura e de fração volumétrica de NPs (Figuras 5.2 a 5.5) obtidos pela solução numérica do modelo 1D-Transiente (com discretização espacial prévia na direção radial) e do modelo 2D-Transiente (sem discretização espacial prévia na direção radial) foi realizada por meio da comparação dos mesmos com os resultados obtidos pela solução analítica para o caso limite com:  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K \rightarrow 0,0$ . A posição no eixo axial escolhida para a apresentação é  $\zeta = 4,0$  (após a estenose) e o tempo adimensional é  $\tau = 80$  (tempo suficientemente grande para que seja admitido o regime permanente).

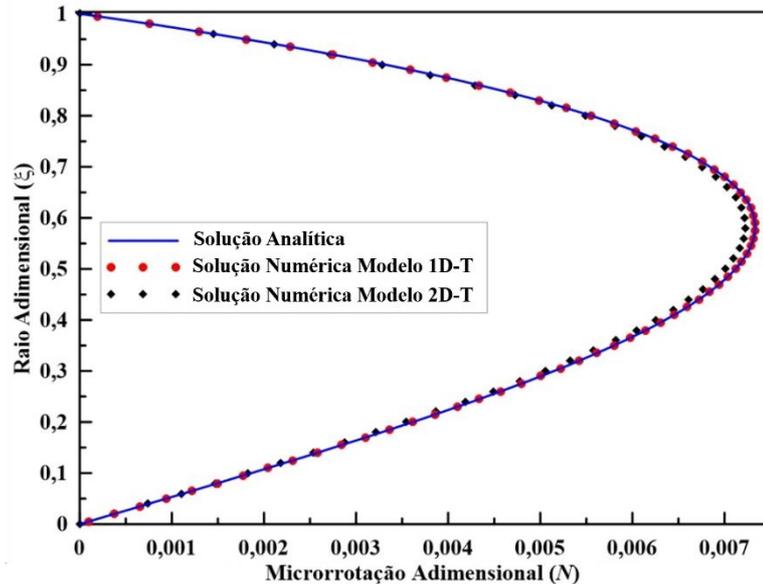
Ao avaliar as Figuras (5.2) a (5.5) foi possível observar boa concordância entre os resultados obtidos para o modelo 1D-Transiente com os resultados obtidos a partir da solução analítica para todos os potenciais em todas as posições radiais aqui estudadas, sendo possível então afirmar que o código computacional pode ser empregado nas simulações de escoamento em vasos sanguíneos com transferência de calor e massa aqui estudados.

Por outro lado, os resultados da solução numérica do modelo 2D-Transiente (sem qualquer discretização espacial prévia) apresentaram pequena discordância quando comparados com a solução analítica nas posições radiais próximas ao centro do vaso sanguíneo ( $\zeta = 0$ ), o que fica mais evidente para a temperatura e para a fração volumétrica de NPs. Isto pode ser atribuído ao fato que nesta abordagem a carga computacional fica completamente sobre a sub-rotina que nem sempre lida bem com as inconsistências nos contornos, e embora estes resultados não tenham sido muito diferentes dos analíticos, optou-se por prosseguir apenas com a abordagem com discretização espacial pelo Método das Linhas (modelo 1D-Transiente), pela boa aproximação com os resultados exatos para o caso limite.

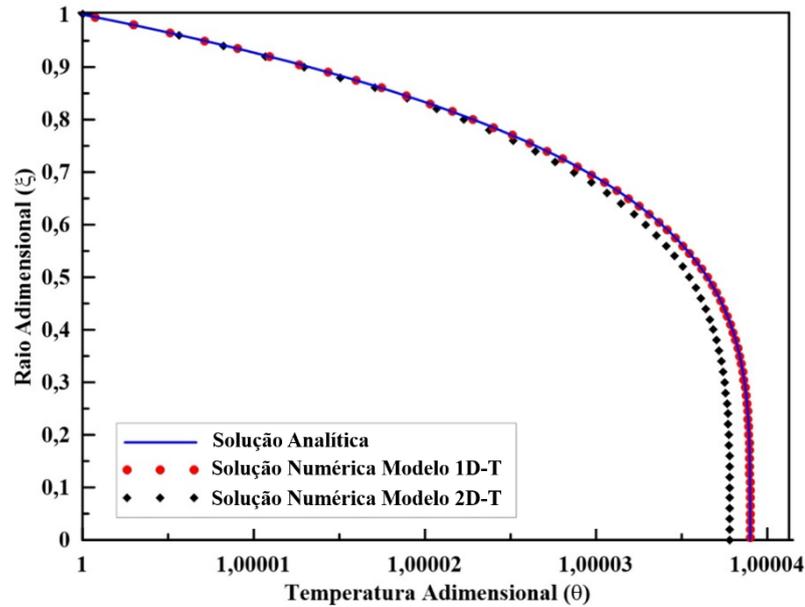
Observando as mesmas figuras também é possível concluir que todos os campos (velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de NPs) apresentam perfis parabólicos, conforme era o esperado, e que todos os contornos foram respeitados, mostrando resultados condizentes com o que se espera nas posições radiais próximas de  $\zeta = 0$  onde as derivadas devem ser nulas para  $U$ ,  $\theta$  e  $\phi$ , e  $N=0$  e na região próxima da parede em  $\zeta = 1$ , os valores devem ser  $U = N = 0$ ,  $\theta = 1$  e um balanço de massas é considerado para  $\phi$ .



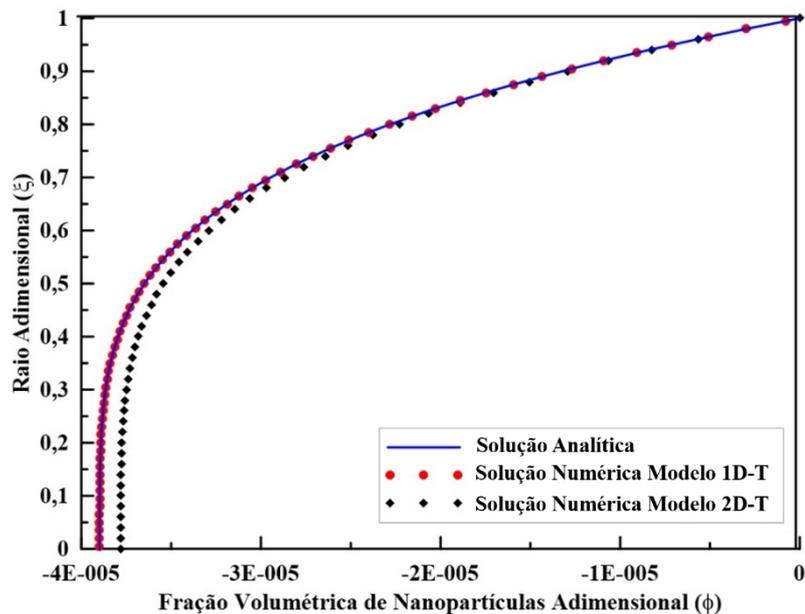
**Figura 5.2** - Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ : campo de velocidade.



**Figura 5.3** - Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ : campo de microrrotação.



**Figura 5.4** - Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ : campo de temperatura.



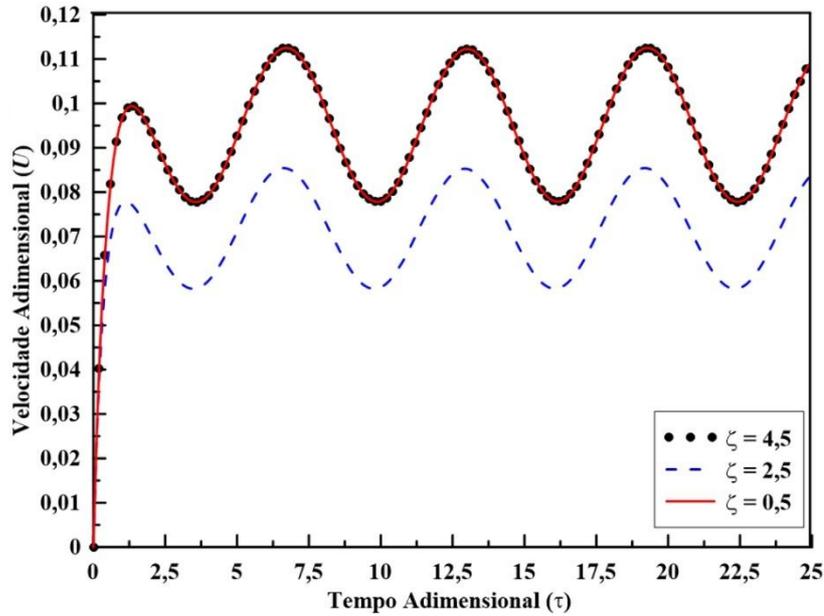
**Figura 5.5** - Verificação Numérica das distribuições radiais de potencial para a posição no eixo axial  $\zeta = 4,0$  e tempo adimensional  $\tau = 80$ , com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 0,04$ ;  $Ha \rightarrow 0,0$ ;  $Re \rightarrow 0,0$ ;  $Ec = 0,01$ ;  $Pr = 0,5$ ;  $Le = 1,0$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} \rightarrow \infty$ ;  $Bi_{m1} \rightarrow \infty$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K \rightarrow 0,0$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

### 5.3. COMPORTAMENTO TRANSIENTE

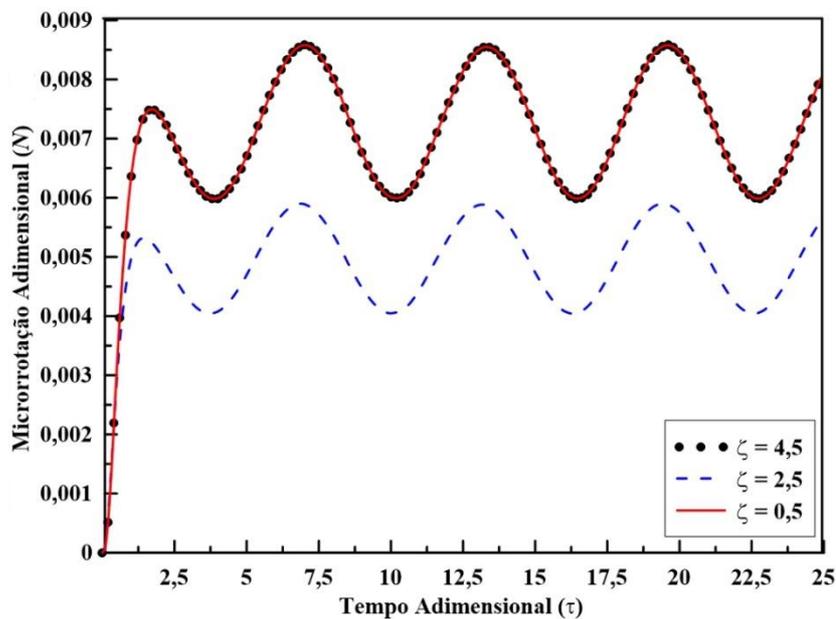
O comportamento transiente ( $0 < \tau < 100$ ) dos perfis de velocidade, de microrrotação, de temperatura e de fração volumétrica de NPs é observado nas Figuras (5.6) a (5.9), o qual é realizado para a posição radial  $\zeta = 0,5$  e nas posições axiais  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$  do vaso sanguíneo (respectivamente, antes, na direção e depois da estenose).

Nos campos de velocidade e de microrrotação (Figuras 5.6 e 5.7) é possível notar que ambas as velocidades partem de 0 no início do processo ( $\tau = 0$ ) e crescem até começar a oscilar em torno de um valor médio. Deste modo, a partir do instante  $\tau = 1,5$  a velocidade e a microrrotação começam a apresentar o comportamento oscilatório característico do escoamento sanguíneo pulsátil devido ao gradiente de pressão, onde o escoamento sofre acelerações e desacelerações sucessivas. Como cada uma das velocidades oscila sempre em torno do mesmo valor no intervalo de  $10 < \tau < 100$ , optou-se por apresentar os gráficos das Figuras (5.6) e (5.7) apenas entre  $0 < \tau < 25$ , de modo a evidenciar melhor a oscilação das mesmas. Em relação a posição axial, com o aumento de  $\zeta = 0,5$  para  $2,5$  (posição axial na direção da estenose) a distribuição de velocidade sofre uma redução em função da presença do campo magnético e da migração acentuada de NPs para a estenose, assim como o perfil de velocidade microrrotacional também é diminuído uma vez que o campo magnético tende a retardar o movimento rotacional de fluidos micropolares.

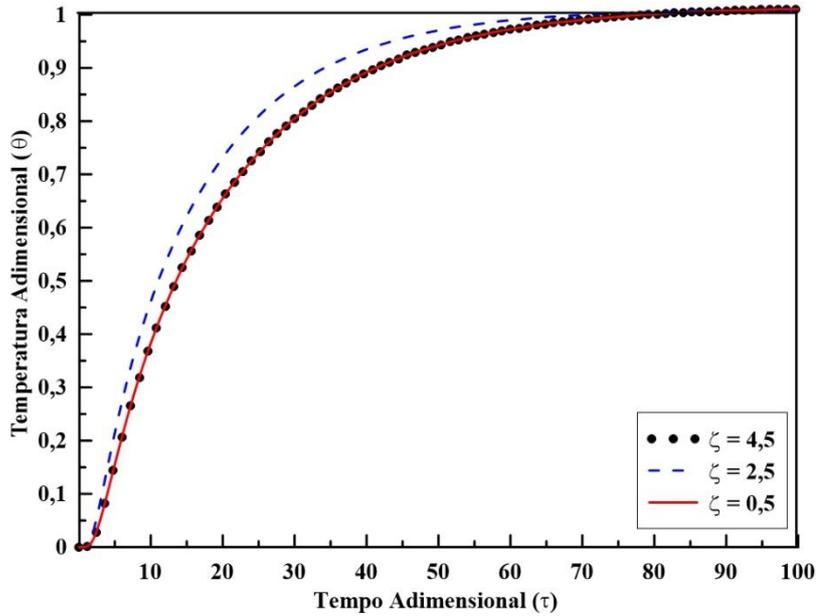
Ao observar a Figura (5.8) o campo de temperatura apresenta comportamento crescente com aumento acentuado até  $\tau = 20$ . No intervalo entre  $20 < \tau < 40$  observa-se que a taxa de elevação da temperatura começa a diminuir, resultando que a partir de  $\tau = 40$  a temperatura começa a se aproximar gradativamente de 1 (quando a temperatura do sangue se iguala a temperatura corporal). Quando se compara diferentes posições em  $\zeta$ , o gradiente de temperatura fica mais acentuado de  $\zeta = 0,5$  a  $2,5$ . Vale destacar que o campo magnético comporta-se de maneira dissipativa, e não elástica, amortecendo o movimento pela conversão de energia cinética em calor por conta do efeito Joule (LIMA e RÊGO, 2013; PONTES et al., 2018).



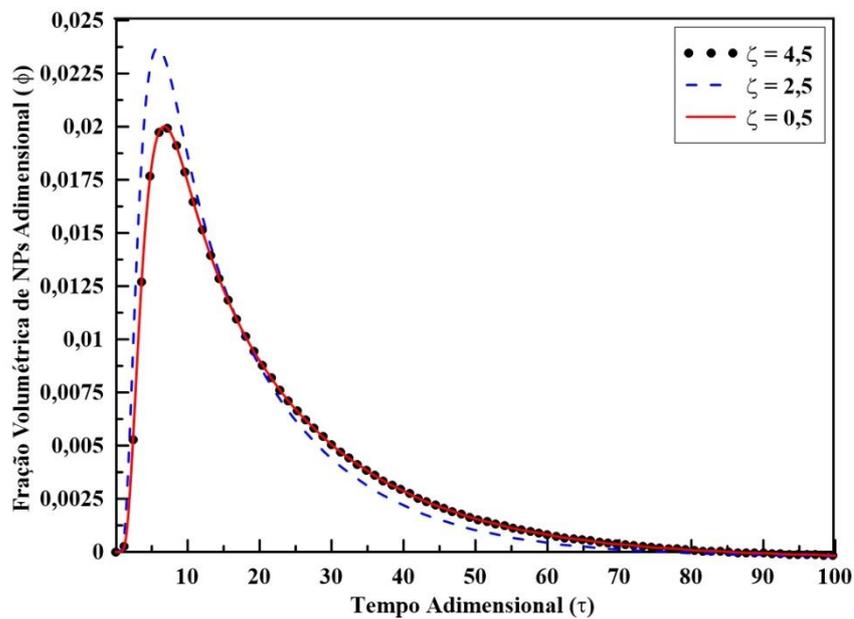
**Figura 5.6** - Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de velocidade.



**Figura 5.7** - Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de microrrotação.



**Figura 5.8** - Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de temperatura.



**Figura 5.9** - Comportamento transiente das distribuições de potencial para  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) e  $\zeta = 2,5$  (na direção da estenose) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m),  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

O campo de fração volumétrica de nanopartículas (Figura 5.9) mostra um crescimento acentuado no intervalo de  $0 < \tau < 10$  em função da injeção de NPs no instante inicial do processo, atingindo um valor máximo em  $\tau = 10$ , aproximadamente. Após isso, a fração de NPs adquire um comportamento decrescente no tempo devido a ação do campo magnético em atrair as NPs preferencialmente para a estenose combinado com a cinética de desaparecimento das NPs. Sobre o efeito da posição axial, o perfil de fração de NPs fica também mais acentuado em  $\zeta = 2,5$ , indicando que a transferência de massa é favorecida na região estenótica quando comparada as regiões fora delas.

Vale evidenciar que com o avanço nas posições axiais de  $\zeta = 0,5$  para  $2,5$  (posição axial na direção da estenose) as distribuições adquirem outros valores e que ao aumentar o mesmo de  $\zeta = 2,5$  para  $4,5$  (fora da estenose), todos os perfis retornam aos seus respectivos valores anteriores.

#### 5.4. COMPORTAMENTO DOS PERFIS AXIAIS

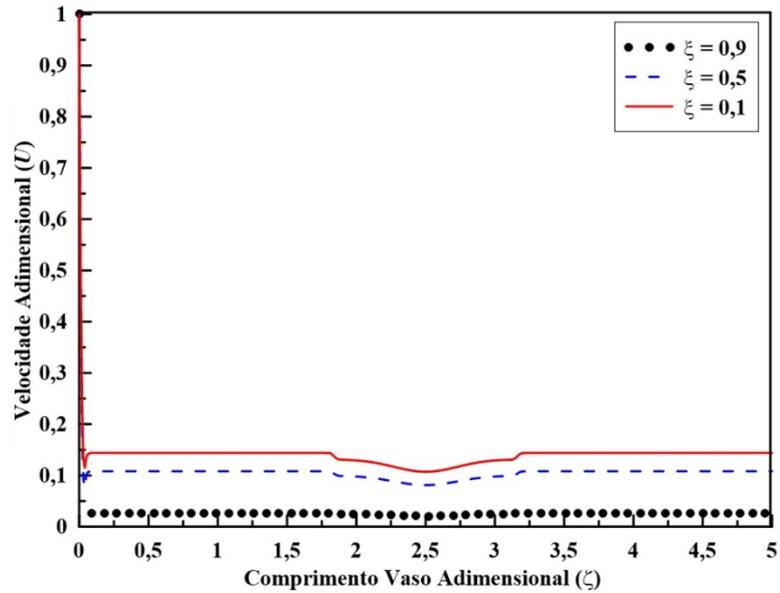
As Figuras (5.10) a (5.13) ilustram o comportamento dos perfis axiais de velocidade, de microrrotação, de temperatura e de fração volumétrica de NPs ao longo do eixo axial ( $0 < \zeta < 5$ ), simulado para o tempo adimensional  $\tau = 20$  e em três diferentes posições radiais do vaso sanguíneo:  $\xi = 0,1$ ;  $0,5$  e  $0,9$ .

Na Figura (5.10) é possível observar que a velocidade apresenta uma diminuição elevada no ponto de injeção de NPs, uma vez que, enquanto a condição em  $\zeta = 0$  é  $U = 1$ , a condição inicial ( $\tau = 0$ ) faz com que  $U$  seja igual a  $0$ , provocando uma redução abrupta na velocidade. Após isso, a mesma apresenta um comportamento praticamente constante ao longo do eixo axial do vaso sanguíneo, tendo uma pequena redução no intervalo axial entre  $1,75 < \zeta < 3,25$ , região onde está posicionada a estenose. Esta redução na velocidade pode ser atribuída a ação combinada de dois fatores: o campo magnético que atua nesta região provocando uma migração acelerada de NPs para a parede do vaso onde fica a estenose, e gerando uma redução leve na velocidade; e um decréscimo acentuado na microrrotação nesta região a qual afeta diretamente a velocidade visto que ambas as quantidades de movimento linear e angular possuem forte acoplamento. Após a estenose, a velocidade anterior é retomada, uma vez que o transporte de nanopartículas nesta região é bem menor e a microrrotação também retorna ao seu valor constante. À medida que o raio adimensional é aumentado de  $\xi = 0,1$  para  $\xi = 0,9$  os

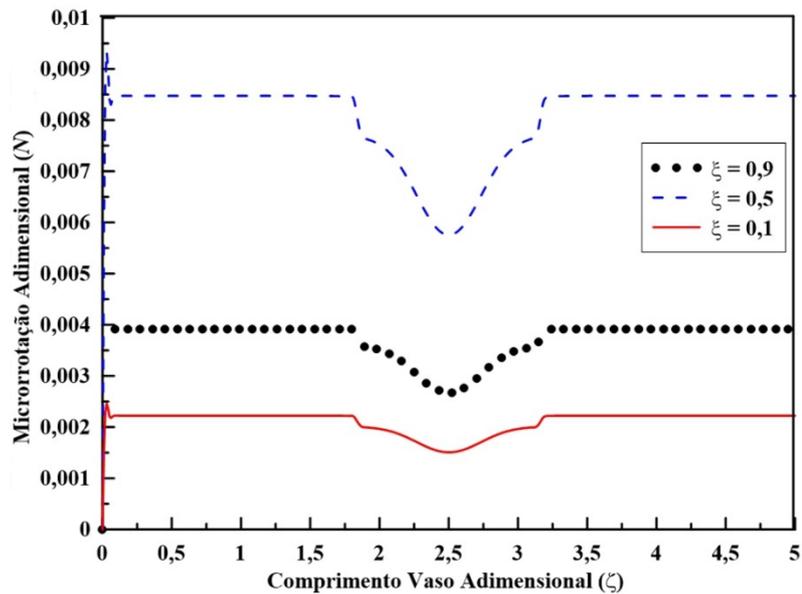
perfis de velocidade diminuem, chegando próximo de 0, de modo a respeitar a condição de não deslizamento na parede, onde  $U = 0$  em  $\xi = R(\zeta)$ .

A microrrotação por outro lado apresenta uma elevação no ponto de injeção de NPs (Figura 5.11), pois ambas as condições de contorno e inicial são 0, e em seguida, ao longo de todo o vaso a microrrotação apresenta um valor constante, exceto na região da estenose ( $1,75 < \zeta < 3,25$ ) onde a velocidade angular também sofre um decréscimo, este bem mais acentuado. Este comportamento pode ser associado a presença do campo magnético nesta região, uma vez que o mesmo pode induzir forças e torques adicionais nas partículas do fluido micropolar, muitas vezes retardando o movimento microrrotacional. Conforme aumenta-se o raio adimensional de  $\xi = 0,1$  para  $\xi = 0,5$  as distribuições de microrrotação aumentam, atingindo seu valor máximo próximo da metade do raio ( $\xi = 0,5$ ), e diminuindo após isso em  $\xi = 0,9$ . Vale ressaltar que o campo de velocidade angular (microrrotação) não apresenta simetria radial, além do que a mesma é imposta como 0 tanto em  $\xi = R(\zeta)$  (condição de não deslizamento) como em  $\xi = 0$ . Esta segunda condição de contorno radial ocorre devido a inexistência de gradientes de velocidade na posição central do vaso sanguíneo, os quais apresentam-se como uma das principais forças motrizes para a microrrotação em fluidos micropolares.

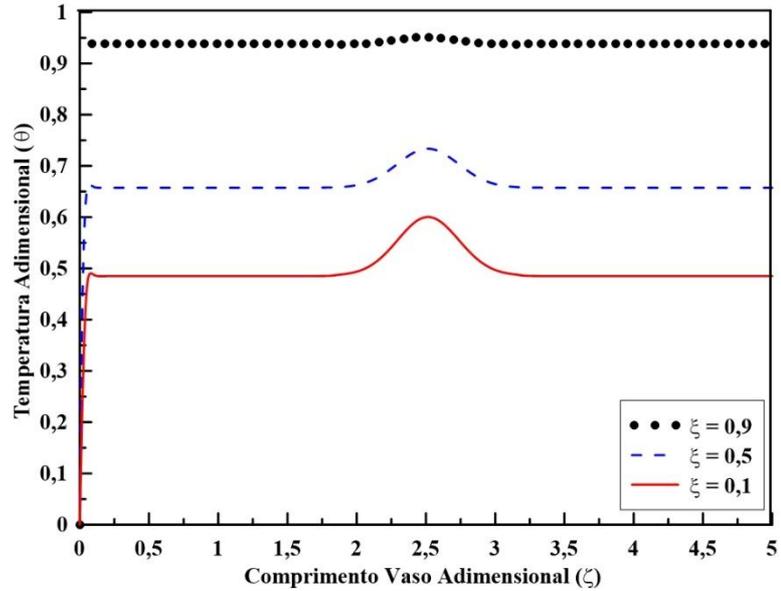
Em relação ao campo de temperatura (Figura 5.12) no ponto de injeção de NPs a mesma sofre uma elevação, respeitando as condições inicial e de contorno, até atingir um patamar em que a mesma fica constante. Observa-se um aumento considerável no valor da temperatura na região da estenose  $2 < \zeta < 3$ , onde é incidido o campo magnético, ou seja, ocorre um aquecimento do fluido na região da estenose, uma vez que conforme já mencionado o campo magnético atua de forma dissipativa, provocando o aquecimento nesta região devido ao efeito Joule (LIMA e RÊGO, 2013; PONTES et al., 2018). Após a estenose a diminuição da temperatura para o valor registrado antes da mesma é visualizada. Em relação ao comportamento dos perfis de temperatura com o aumento do raio adimensional, observa-se que conforme eleva-se o mesmo de  $\xi = 0,1$  até 0,9, os perfis de temperatura sofrem uma elevação até que em  $\xi = 0,9$  atingem valores próximos a 1 (condição de contorno na parede).



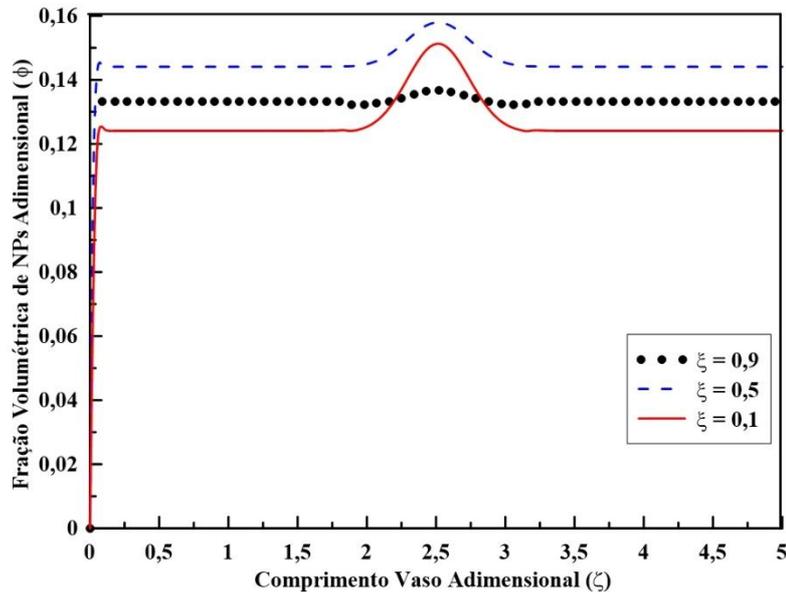
**Figura 5.10** - Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1; 0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 5.11** - Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1; 0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 5.12** - Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1$ ;  $0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



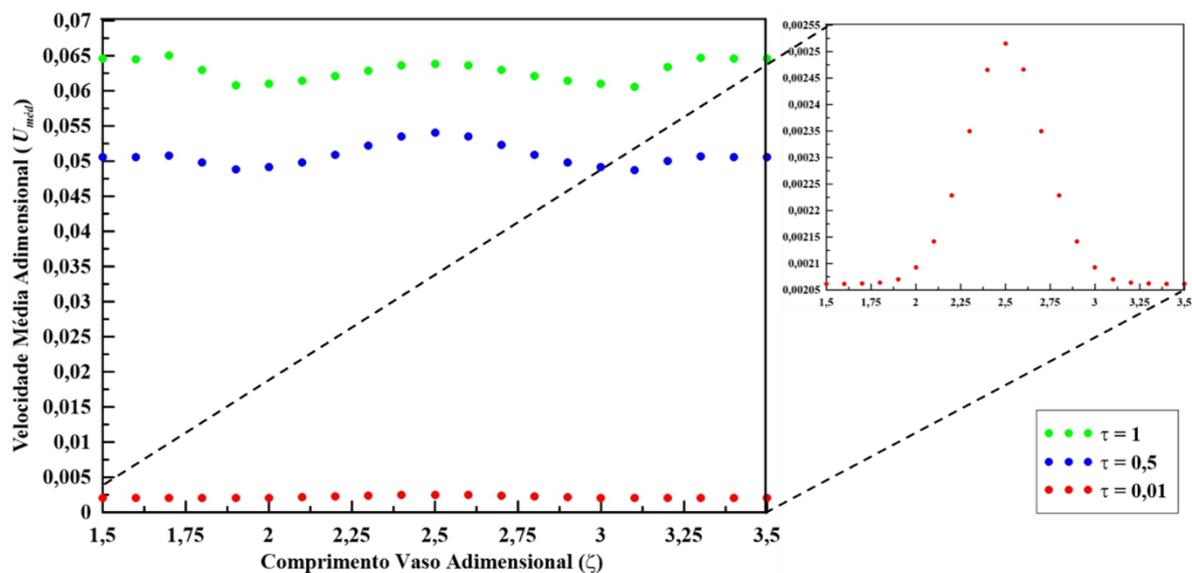
**Figura 5.13** - Comportamento axial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  (tempo adimensional) e nas posições radiais  $\zeta = 0,1$ ;  $0,5$  e  $0,9$ ; simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Para o campo de fração volumétrica de NPs (Figura 5.13) no ponto de injeção de NPs é registrado um comportamento semelhante ao perfil de temperatura. Na posição onde está a estenose ocorre o aumento da fração volumétrica de nanopartículas e essa elevação da fração de NPs na posição da estenose é mais acentuada próximo ao centro do vaso ( $\xi = 0,1$ ) do que para as demais posições radiais. O aumento da fração na estenose pode ser relacionado ao fato que uma diminuição da velocidade é registrada nesta região, provocando um atraso em relação ao transporte convectivo, e favorecendo a difusão de NPs. Além disso, o campo magnético é submetido na estenose, o que provoca um movimento maior de NPs para a parede do vaso por conta das mesmas possuírem propriedades magnéticas, ou seja, ocorre a concentração preferencial de nanopartículas nessa região. Sobre o efeito da mudança da posição radial sobre a fração volumétrica de NPs, o mesmo é aumentado quando o raio vai de  $\xi = 0,1$  até  $0,5$ , e depois em  $0,9$  sofre uma pequena redução, que pode ser atribuída ao fato de que para os parâmetros de transferência de massa adotados ( $Le$ ,  $K$ ,  $N_{BT}$  e  $B_{im}$ ) os perfis radiais de fração de NPs perdem o caráter parabólico. A relação e os efeitos dos transportes convectivo e difusivo será explorada melhor no tópico “Influência dos Parâmetros”.

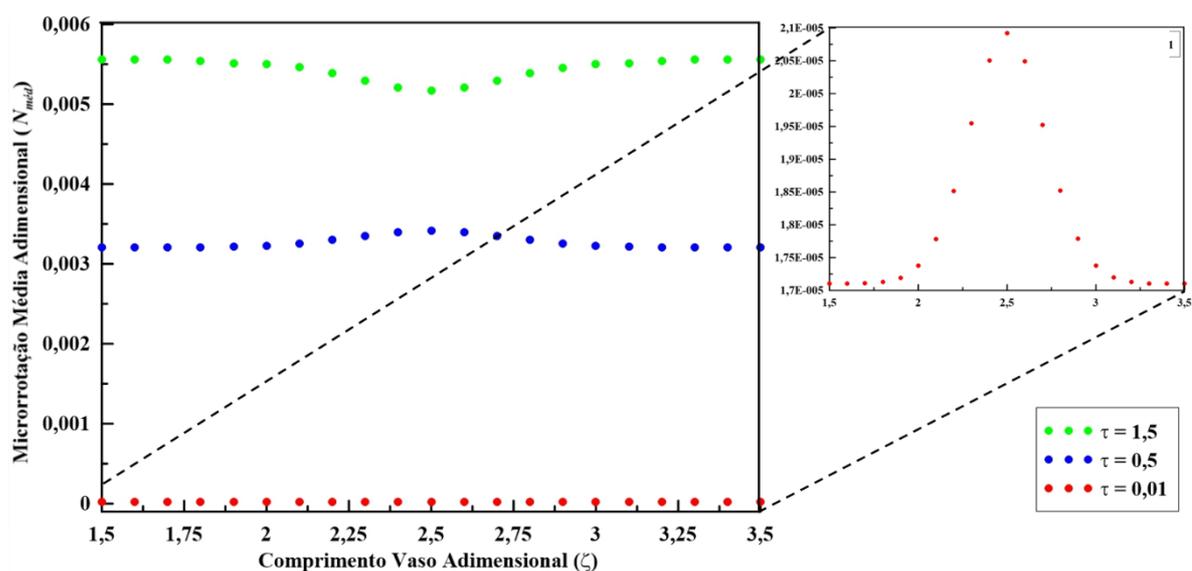
## 5.5. COMPORTAMENTO DOS POTENCIAIS MÉDIOS

O comportamento dos potenciais médios para os campos de velocidade, de microrrotação, de temperatura e de fração volumétrica de NPs ao longo do eixo axial ( $0 < \zeta < 5$ ) para três valores de tempos adimensionais é apresentado nas Figuras (5.14) a (5.17).

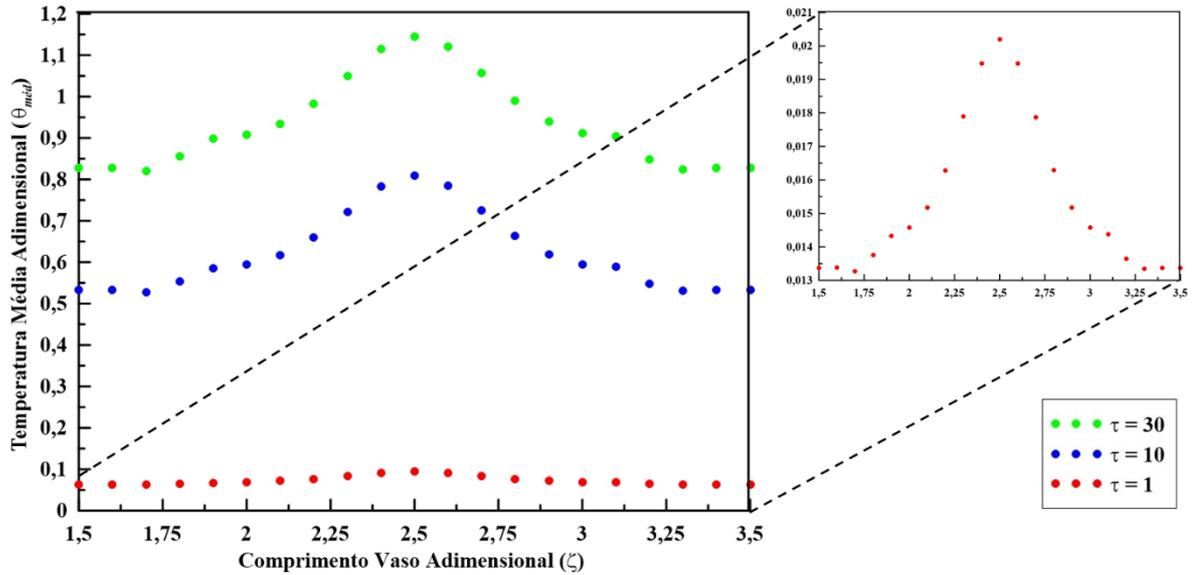
A velocidade média (Figura 5.14) apresenta uma pequena variação entre  $1,75 < \zeta < 3,25$ , região onde está posicionada a estenose para todos os valores de tempo estudados. Para o tempo adimensional menor ( $\tau = 0,01$ ) observa-se um aumento na velocidade média na região estenótica (observe o aumento de escala no gráfico), comportamento que já era esperado devido a diminuição da área de fluxo, provocando a elevação da velocidade para compensar a vazão. Já para os casos com tempos mais elevados ( $\tau = 0,5$  e  $1,0$ ) observa-se uma leve diminuição antes de um aumento no potencial médio, característico da ação do campo magnético no escoamento para tempos elevados.



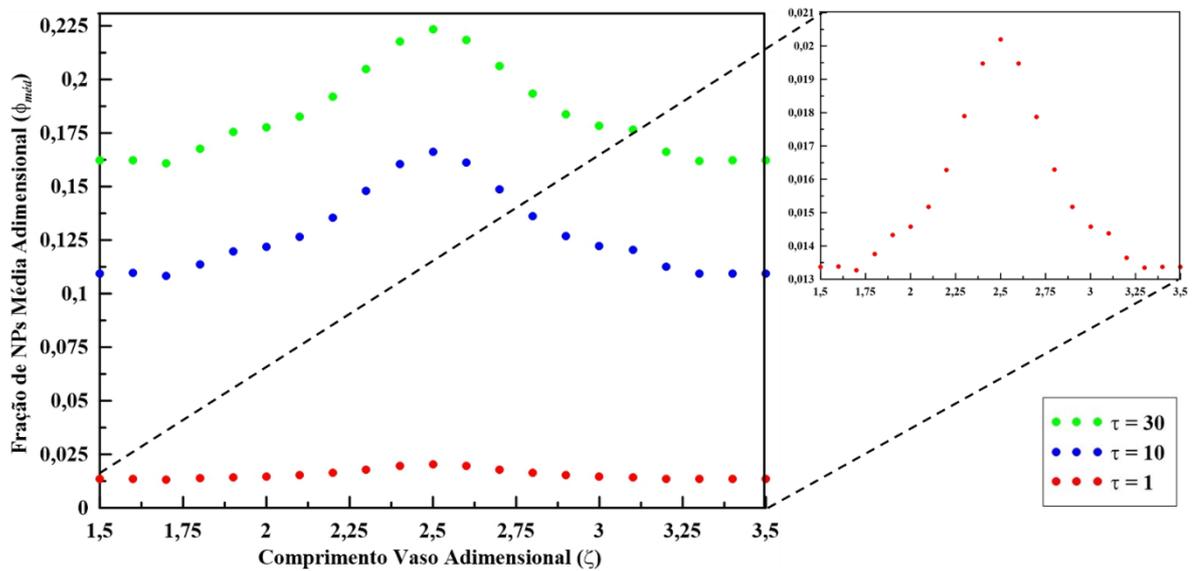
**Figura 5.14** - Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 0,01; 0,5$  e  $1$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 5.15** - Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 0,01; 0,5$  e  $1,5$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 5.16** - Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 1; 10$  e  $30$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 5.17** - Comportamento axial das distribuições de potencial médio para  $\tau = 1; 10$  e  $30$  (tempos adimensionais) e  $\zeta = 0,5$  (posição no raio) simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m) com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Na Figura (5.15) pode ser observado que a microrrotação média exhibe o mesmo comportamento da velocidade média longo de  $\zeta$ . Em  $\tau = 0,01$  ocorre o aumento na microrrotação média na região estenótica, que só pode ser visualizado com o aumento da escala do gráfico, enquanto que para o tempo intermediário ( $\tau = 0,5$ ) registra-se um aumento na microrrotação média bem mais perceptível. Para o tempo mais elevado ( $\tau = 1,5$ ) a microrrotação média sofre uma diminuição em seu valor na posição da estenose.

A temperatura média e fração volumétrica de NPs média, apresentadas nas Figuras (5.16) e (5.17), respectivamente, aumentam com o passar do tempo adimensional (de  $\tau = 1$  até 30) e ao longo do eixo axial ocorre o incremento das mesmas na região da estenose ( $1,75 < \zeta < 3,25$ ), sendo que esta elevação é maior quanto maior for o tempo. Com o aumento da escala no gráfico é possível perceber melhor a elevação de  $\theta$  e  $\phi$  para  $\tau = 1,0$ .

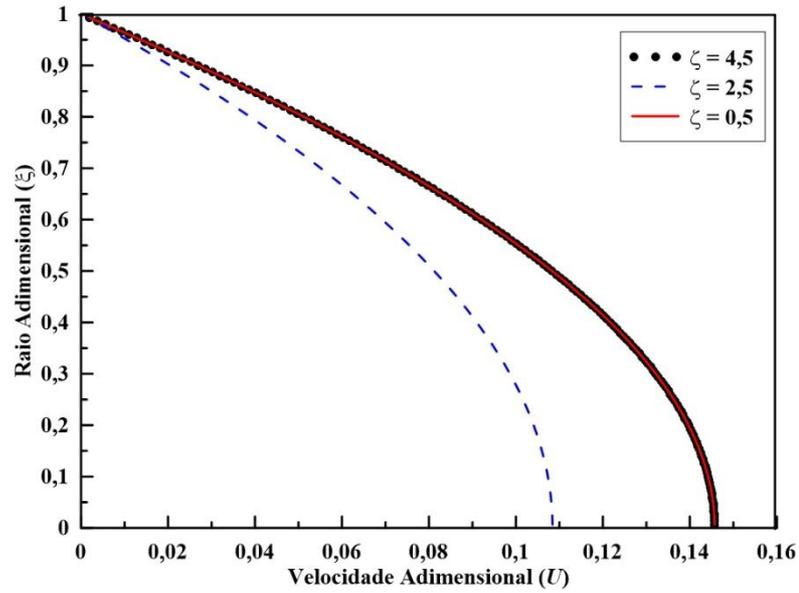
## 5.6. COMPORTAMENTO DOS PERFIS RADIAIS

O comportamento dos perfis de velocidade, de microrrotação, de temperatura e de fração volumétrica de NPs ao longo do raio adimensional ( $0 < \xi < 1$ ) é observado nas Figuras (5.17) a (5.20), o qual é realizado para os tempos adimensionais  $\tau = 20$  e nas posições axiais  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$  do vaso sanguíneo.

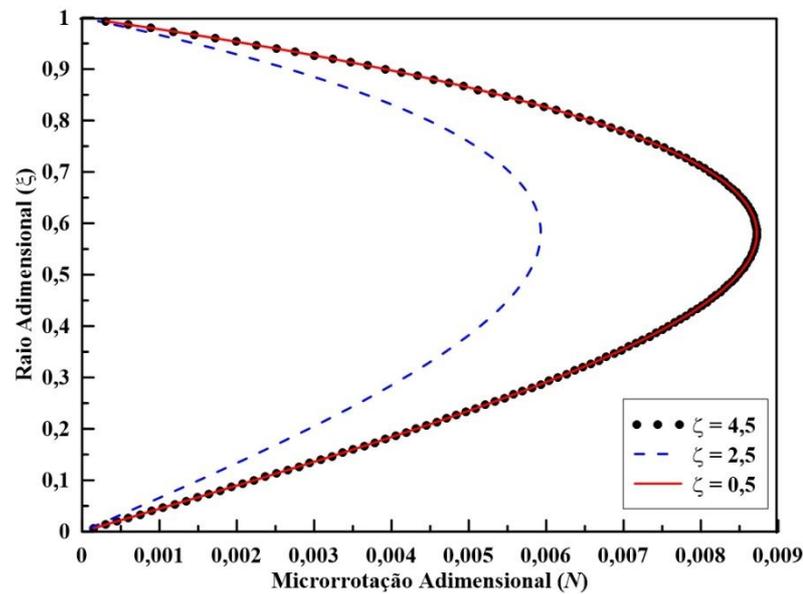
A partir da análise da Figura (5.17) é possível concluir que a distribuição de velocidade apresenta um perfil parabólico no raio e que a mesma sofre uma redução no seu valor à medida que  $\zeta$  é aumentado de 0,5 até 2,5. Em seguida a mesma aumenta novamente, pois, como já foi mencionado, distante da estenose ( $\zeta = 4,5$ ) a migração de NPs é bem menos acentuada.

Na Figura (5.18) é possível notar que o perfil de microrrotação radial não apresenta simetria, e que no centro do vaso sanguíneo a mesma é zero. Devido ao acoplamento entre os perfis de microrrotação e de velocidade o mesmo comportamento (redução do perfil de microrrotação) é observado em relação ao aumento de  $\zeta$  de 0,5 para 2,5, e após a estenose ( $\zeta = 4,5$ ) o mesmo volta a sofrer uma elevação.

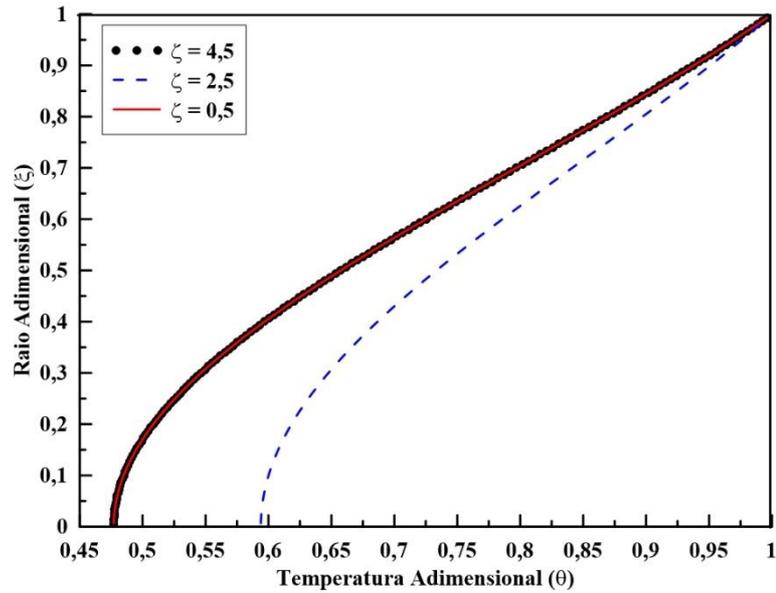
Na Figura (5.19) nota-se que o campo de temperatura também apresenta perfil parabólico radialmente, e que ao aumentar a distância axial, o valor da temperatura no centro do vaso sanguíneo ( $\xi = 0$ ) aumenta na região estenótica ( $\zeta = 2,5$ ) e depois volta a reduzir em  $\zeta = 4,5$ . Uma consequência disto é que o gradiente de temperatura sofre uma redução na região da estenose, o que pode ser atribuído a ação do campo magnético (aquecimento Joule), como já mencionado anteriormente.



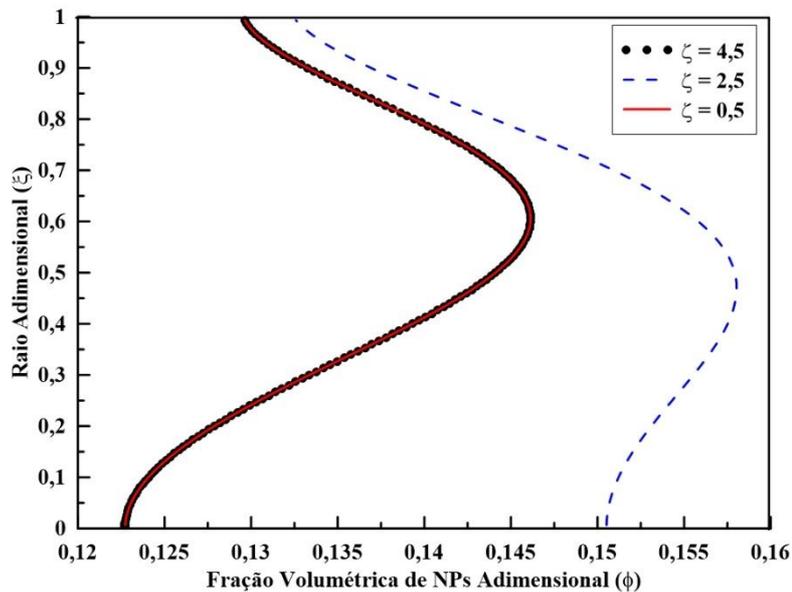
**Figura 5.18** – Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5$ ; 2,5 e 4,5, simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 5.19** - Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5$ ; 2,5 e 4,5, simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 5.20** - Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$ , simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



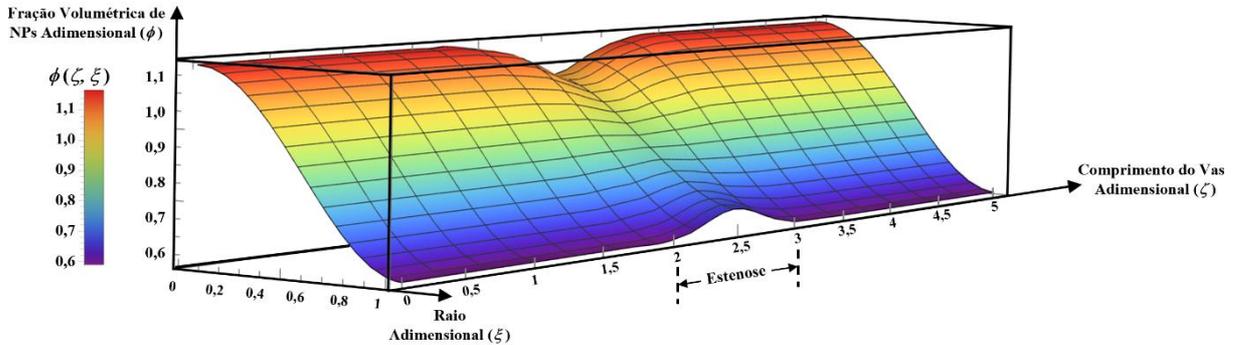
**Figura 5.21** - Comportamento radial das distribuições de potencial para  $\tau = 20$  e diferentes valores de posição no eixo axial:  $\zeta = 0,5; 2,5$  e  $4,5$ , simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Ha = 1; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Por outro lado, o campo de fração volumétrica de NPs (Figura 5.20) mostra um perfil radial diferente do parabólico. O valor da fração de NPs é aumentado no centro do vaso em  $\zeta = 2,5$  (região da estenose) em função da presença do campo magnético nesta região que atua concentrando as NPMs preferencialmente na estenose, e depois, em  $\zeta = 4,5$ , diminui devido este campo não estar mais atuando.

É importante ressaltar que as Figuras (5.17) a (5.20) explicitam que todos os contornos foram respeitados, mostrando resultados condizentes com o que se espera nas posições radiais próximas de  $\zeta = 0$  onde todas as derivadas devem ser nulas (exceto a microrrotação que é igual a 0) e próximas de  $\zeta = 1$ , em que  $U = N = 0$ ,  $\theta = 1$  e um balanço de massas é imposto neste contorno para  $\phi$ .

### 5.7. GRÁFICOS TRIDIMENSIONAL, DE LINHAS DE CONTORNO E DE LINHAS DE FLUXO

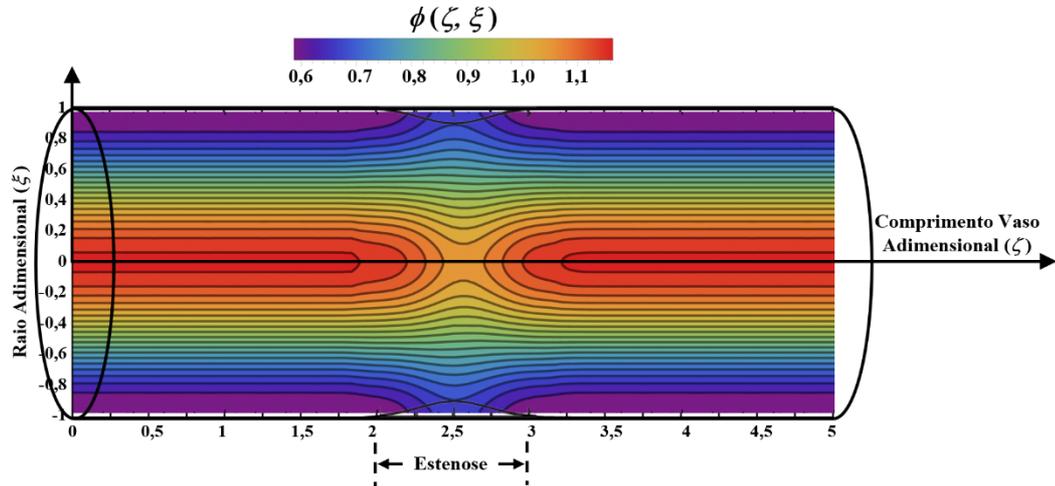
Em seguida são apresentados o gráfico tridimensional do campo de fração volumétrica de NPs (Figura 5.22), as linhas de contorno para este mesmo campo (Figura 5.23), além das linhas de fluxo do gradiente de fração de NPs (Figura 5.24), todos para um tempo adimensional  $\tau = 80,0$  e para o mesmo conjunto de parâmetros adimensionais.



**Figura 5.22** – Gráfico 3D para o campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ .

Na Figura (5.22) pode-se observar a distribuição tridimensional da fração volumétrica de NPs,  $\phi(\zeta, \xi)$ , ao longo dos eixos axial ( $\zeta$ ) e radial ( $\xi$ ) do vaso sanguíneo, em que, na região próximo de  $\zeta = 0,0$  verifica-se uma elevada fração volumétrica de NPs perto do centro do vaso

(em  $\zeta = 0,0$ ), uma vez que é onde ocorre a injeção inicial das NPs. Ao longo da estenose ( $2,0 \leq \zeta \leq 3,0$ ) registra-se uma significativa modificação na distribuição de fração de NPs, ocorrendo uma diminuição no centro e uma elevação na parede, o que evidencia o efeito do campo magnético incidente na estenose, que atrai as NPs preferencialmente para esta região.

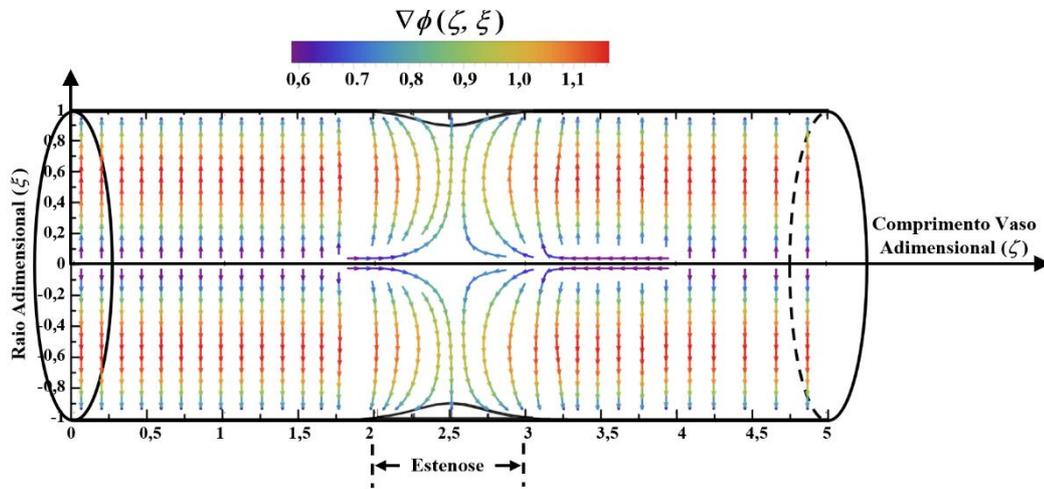


**Figura 5.23** – Linhas de contorno para o campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ .

As linhas de contorno da fração de NPs ( $\phi$ ) representam regiões do vaso sanguíneo (valores de  $\zeta$  e de  $\xi$ ) que apresentam a mesma fração de NPs, de modo que, quanto mais próximas as linhas estiverem umas das outras, maior o gradiente local de fração de NPs. Na Figura (5.23) observa-se que as curvas se aproximam ao longo eixo radial do vaso no intervalo  $0,2 \leq \xi \leq 0,8$ , criando uma zona de elevado gradiente de fração de NPs. As regiões mais próximas da parede ( $\xi > 0,8$ ) e do centro ( $\xi < 0,2$ ) do vaso sanguíneo apresentam gradientes de fração de NPs menos intensos, embora na parede as frações de NPs registradas sejam bem menos elevadas (coloração roxa), enquanto no centro os valores indicados são muito maiores (coloração vermelha).

Ainda sobre a Figura (5.23), quanto ao comportamento em relação ao eixo axial, as linhas se afastam próximo ao centro da estenose, indicando duas regiões de curvatura de fração de NPs ao longo de  $\zeta$ . Ocorre um decréscimo da fração de NPs próximo à  $\xi \approx 0,0$  (centro do vaso sanguíneo), enquanto próximo a parede ( $\xi \approx 1,0$ ) observa-se uma elevação da mesma,

apontando que as partículas são transferidas e acumuladas na parede próximo a estenose pela ação do campo magnético, o que é desejável no tratamento MDT.



**Figura 5.24** – Linhas de fluxo para o gradiente do campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\nabla\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ .

A Figura (5.24), que mostra as linhas de fluxo para o gradiente da fração de NPs ( $\nabla\phi$ ), permite verificar de que forma o gradiente de fração se comporta ao longo do comprimento axial ( $\zeta$ ) e do raio ( $\xi$ ) do vaso sanguíneo, ou seja, em que direção, sentido e com que intensidade a fração de NPMs muda de um ponto a outro, e fisicamente, o gradiente da fração de NPs está ligado à três fenômenos principais:

- **Fluxo Difusivo:** o gradiente de fração é a força motriz do transporte difusivo, definindo a forma com que as nanopartículas irão se distribuir e se mover no sangue e, segundo a lei de Fick, as partículas tendem a se mover de regiões de maior concentração para regiões de menor concentração.
- **Forças Externas:** o campo magnético cria uma força de gradiente magnético, a qual age sobre as NPMs, alterando o transporte das partículas e provocando o acúmulo das mesmas em certas regiões (como nas estenoses), criando um  $\nabla\phi$  elevado e alterando o transporte difusivo local.
- **Fluxo Convectivo:** a convecção é o transporte associado ao escoamento do fluido e não depende diretamente de  $\nabla\phi$ , no entanto, de forma indireta a mesma influencia a

formação e manutenção dos gradientes de fração ao redistribuir as NPs ao longo do escoamento, podendo atenuar (transporte de NPs de áreas mais concentradas para menos) ou acentuar gradientes (zonas de recirculação, como na estenose).

Na Figura (5.24) fica evidente que o fluxo majoritário de NPs ocorre verticalmente, do centro (em  $\xi = 0,0$ ) para a parede do vaso sanguíneo (em  $\xi = 1,0$ ), como mostram as setas direcionadas neste sentido, indicando que as NPs são transferidas para as periferias da artéria. As linhas de fluxo mostram a direção de maior variação da fração de NPs, ou seja, as setas seguem a direção do vetor gradiente (que aponta para onde a fração de NPs aumenta) e a coloração vermelha intensa demonstra que a magnitude do vetor de gradiente de fração de NPs é maior no intervalo  $0,4 \leq \xi \leq 0,6$ . Na estenose ( $2,0 \leq \zeta \leq 3,0$ ), região onde incide o campo magnético, as linhas convergem para o centro da mesma e para a parede, confirmando que há um forte acúmulo de NPs nesta região.

## 5.8. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS

Quando se realiza uma modelagem de sistemas físicos uma das hipóteses normalmente adotadas é a de que os valores dos parâmetros são conhecidos e constantes, como é o caso deste trabalho. Portanto, aqui pretende-se avaliar o efeito que a variação dos parâmetros tem sobre os momentos linear e angular e a transferência de calor e massa em nanoescala.

Os parâmetros adimensionais avaliados foram: número de Womersley ( $\alpha$ ), número de Hartmann ( $Ha$ ), número de Eckert ( $Ec$ ), número de Lewis ( $Le$ ), parâmetro  $N_{BT}$ , parâmetro da constante cinética de morte de nanopartículas ( $K$ ), número de Biot de massa ( $Bi_m$ ), parâmetro da viscosidade rotacional ( $\kappa_0$ ), parâmetro da resistência ao gradiente microrrotacional ( $\gamma_0$ ) e parâmetro de microinércia ( $J$ ).

O número de Womersley ( $\alpha$ ) é um número adimensional na mecânica e na dinâmica dos biofluidos, relacionado a frequência do escoamento pulsátil que é definido pela razão entre as forças inerciais transientes ( $r_0\sqrt{\omega_p\rho_f}$ ) e as forças viscosas ( $\sqrt{\mu_f}$ ):

$$\alpha = \frac{\text{Forças Inerciais Transientes}}{\text{Forças Viscosas}} = r_0 \sqrt{\frac{\omega_p \rho_f}{\mu_f}} \quad (5.1)$$

O número Hartmann ( $Ha$ ) é um parâmetro adimensional definido como a razão entre as forças eletromagnéticas ( $B_0 r_0 \sqrt{\sigma_f}$ ) e as forças viscosas ( $\sqrt{\mu_f}$ ), que desempenha um papel importante na magnetohidrodinâmica:

$$Ha = \frac{\text{Forças Eletromagnéticas}}{\text{Forças Viscosas}} = B_0 r_0 \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}} \quad (5.4)$$

O número de Eckert é o parâmetro adimensional que expressa a relação entre a energia cinética ( $u_i^2$ ) e a entalpia de um escoamento ( $C_{p,f} \Delta T$ ), sendo usado para caracterizar a dissipação viscosa:

$$Ec = \frac{\text{Energia Cinética}}{\text{Entalpia}} = \frac{u_i^2}{C_{p,f} \Delta T} \quad (5.5)$$

O número de Lewis ( $Le$ ) é um número adimensional definido como a razão entre a difusividade térmica ( $k_f$ ) e a difusividade Browniana ou de massa ( $(\rho C_p)_{np} D_B$ ), sendo empregado para caracterizar escoamentos de fluidos onde há transferência simultânea de calor e massa:

$$Le = \frac{\text{Difusividade Térmica}}{\text{Difusividade Browniana}} = \frac{k_f}{(\rho C_p)_{np} D_B} \quad (5.6)$$

O parâmetro adimensional  $N_{BT}$  é definido como a razão entre difusividade Browniana ( $D_B$ ) e a difusividade termoforética ( $D_T$ ), em que o mesmo é responsável por avaliar a influência dos efeitos Browniano e termoforético em escoamentos de fluidos com transferência de calor e massa. Aqui o  $N_{BT}$  será empregado diretamente para avaliar a influência relativa dos mecanismos de transporte Browniano e termoforético:

$$N_{BT} = \frac{\text{Difusividade Browniana}}{\text{Difusividade Termoforética}} = \frac{D_B}{D_T} \quad (5.7)$$

O efeito do parâmetro da constante cinética de morte de nanopartículas pode ser avaliado através do parâmetro adimensional “K” o qual é diretamente proporcional a constante cinética de morte de nanopartículas ( $k'_m$ ), ou seja, quanto maior a taxa com que as NPs são eliminadas, maior será o valor deste parâmetro:

$$K = \frac{\rho_f r_0^2 k'_m}{\mu_f} \quad (5.8)$$

Em transferência de calor o número de Biot ( $Bi$ ) é um parâmetro adimensional que fornece a razão entre o coeficiente de transferência convectiva de calor na superfície do sólido e a condutância específica do sólido, ou seja, a razão das resistências “dentro de” e “na superfície” de um corpo. Neste contexto, em uma analogia com a transferência de massa, o número de Biot de massa ( $Bi_m$ ) pode ser definido como a razão entre a resistência a difusão mássica ( $1 / D_{np}$ ) e a resistência a convecção mássica ( $1 / k'_{np} r_0$ ):

$$Bi_m = \frac{\text{Resistência à Difusão Mássica}}{\text{Resistência à Convecção Mássica}} = \frac{k'_{np} r_0}{D_{np}} \quad (5.9)$$

A influência do parâmetro de viscosidade rotacional, também conhecido como “microviscosidade” pode ser verificada variando o parâmetro adimensional “ $\kappa_0$ ” que é diretamente proporcional a viscosidade rotacional  $\kappa$ . O parâmetro  $\kappa$  descreve a resistência ao movimento de rotação das microestruturas dentro de um fluido, e está relacionado ao torque necessário para induzir ou sustentar a rotação das partículas no fluido:

$$\kappa_0 = \frac{\kappa}{\mu_f} \quad (5.10)$$

O efeito do parâmetro de resistência ao gradiente microrrotacional ( $\gamma_0$ ) pode ser verificado variando o parâmetro adimensional “ $\gamma_0$ ”, que é diretamente proporcional a resistência ao gradiente microrrotacional  $\gamma$ . Este parâmetro é um coeficiente que captura a resistência mútua entre a deformação de cisalhamento e a rotação das partículas, relacionando os momentos linear e angular:

$$\gamma_0 = \frac{\gamma}{r_0^2 \mu_f} \quad (5.11)$$

O parâmetro de microinércia,  $J$ , está diretamente proporcional ao coeficiente de microinércia do fluido,  $j$ , e o mesmo representa a inércia rotacional das micropartículas presentes nos fluidos micropolares. É análogo ao momento de inércia em mecânica clássica, mas aplicado às partículas microrrotacionais.:

$$J = \frac{j}{r_0^2} \quad (5.12)$$

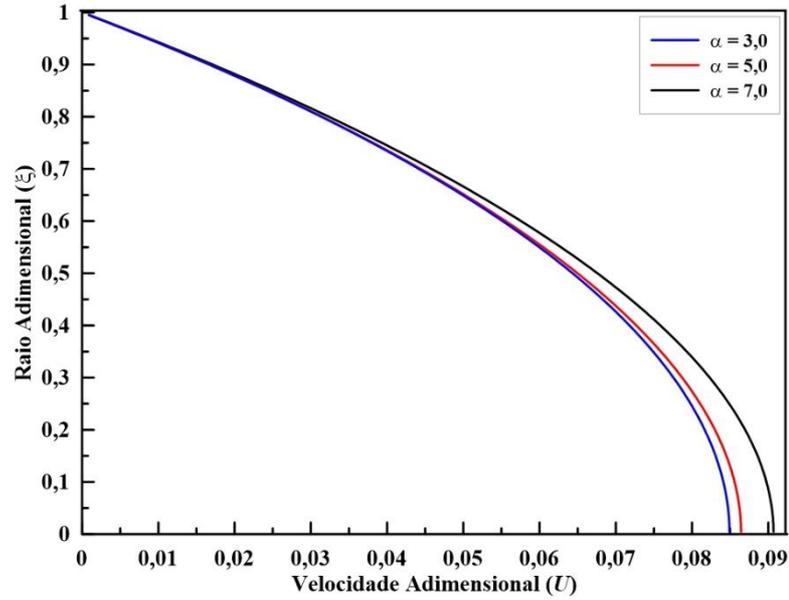
### 5.8.1. Efeito do Número de Womersley ( $\alpha$ )

As Figuras (5.25) a (5.28) demonstram o efeito do número de Womersley sobre as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração de NPs.

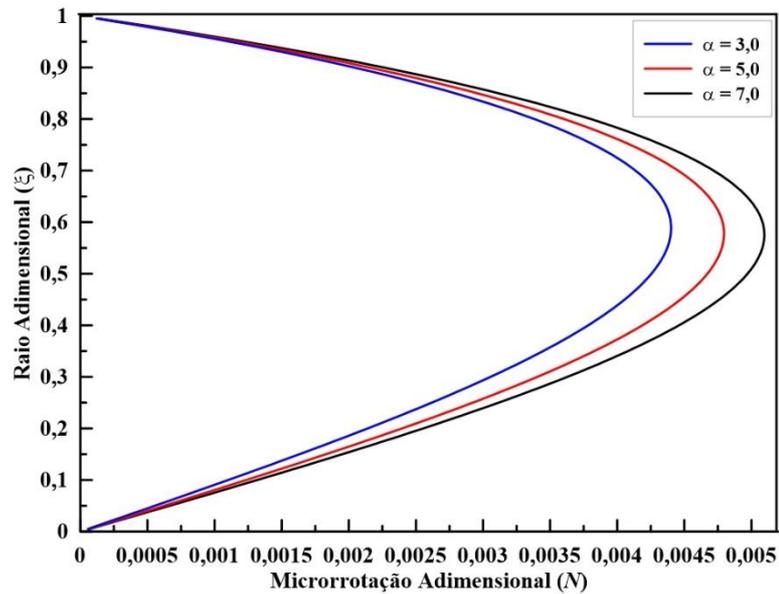
Na Figura (5.25) é possível observar que ao aumentar o número de Womersley de 3,0 para 5,0 e 7,0 os perfis radiais de velocidade tendem a sofrer elevação no centro do vaso ( $\xi = 0$ ). Para  $\alpha = 3,0$  o gradiente de velocidade entre a parede e o centro do vaso é menor, indicando predominância das forças viscosas, enquanto que para  $\alpha = 5,0$  o fluido se comporta de forma mais inercial, apresentando um decrescimento mais abrupto entre o centro e a parede da artéria. Esse comportamento indica que, com a elevação do N° de Womersley, o escoamento assume características mais convectivas e menos difusivas. Além disso, uma vez que o  $\alpha$  é resultado da elevação na frequência de oscilação do sangue, o que provoca variações mais repentinas na velocidade do fluido a cada ciclo, para  $\alpha$  elevados a inércia transiente do fluido se sobressai sobre as forças viscosas, dificultando uma resposta rápida do fluido às variações da pulsação.

Sobre os campos de microrrotação, mostrados na Figura (5.26), é possível notar que para  $\alpha = 3,0$  as partículas no fluido apresentam menor rotação, pois a viscosidade interna do fluido micropolar restringe a movimentação rotacional. Por outro lado, para  $\alpha = 5,0$  e 7,0 há um aumento da microrrotação ao longo do raio, indicando que os microelementos do fluido giram mais intensamente em resposta ao maior efeito inercial. O gradiente de microrrotação se acentua com o aumento de  $\alpha$ , indicando que a interação entre os microelementos do fluido e as forças inerciais é mais relevante para valores altos de Womersley.

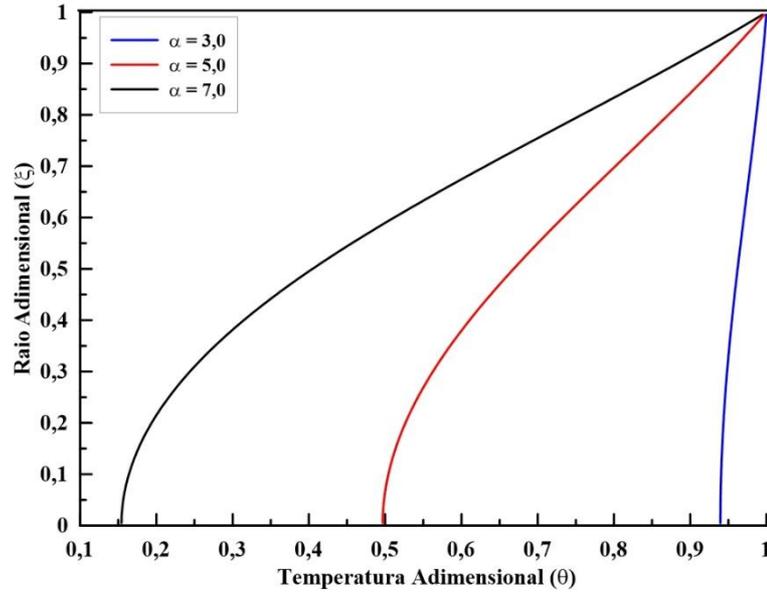
Para a temperatura (Figura 5.27), observa-se que o aumento de  $\alpha$  de 3,0 para 5,0 promove uma redução na temperatura de  $\theta = 0,95$  para algo em torno de  $\theta = 0,5$  no centro do vaso ( $\xi = 0$ ). Ao elevar  $\alpha$  para 7,0 ocorre uma diminuição muito maior na temperatura no centro (para aproximadamente  $\theta = 0,15$ ), além de um aumento considerável no gradiente de temperatura entre a parede e o centro da artéria. Variações elevadas na temperatura do fluxo sanguíneo podem potencialmente criar regiões de gradientes de temperatura mais pronunciados, e além disso, a camada limite térmica pode se tornar menos espessa à medida que  $\alpha$  aumenta, induzindo valores elevados de velocidade e aumentando a taxa de troca de calor convectiva, como observado para os casos em que  $\alpha = 5,0$  e 7,0.



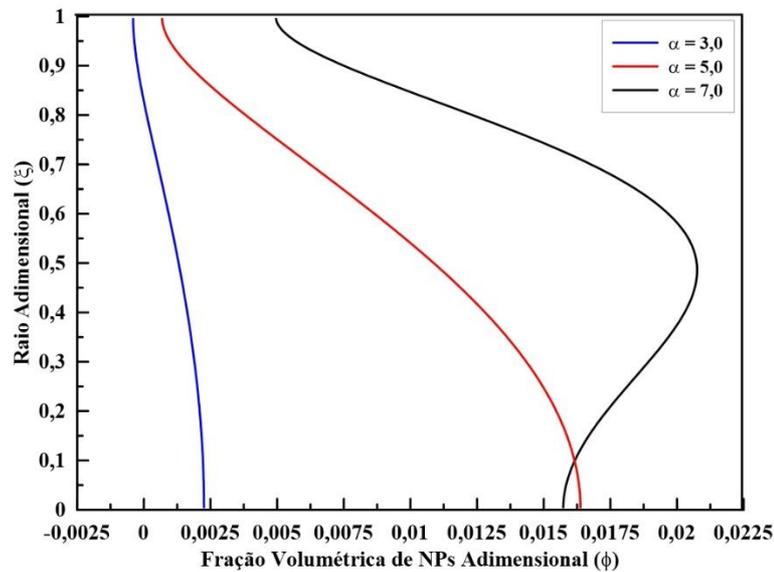
**Figura 5.25** - Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de velocidade.



**Figura 5.26** - Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de microrrotação.



**Figura 5.27** - Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de temperatura.



**Figura 5.28** - Influência do número de Womersley ( $\alpha = 3,0; 5,0$  e  $7,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; Ha = 1,0; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 2,5$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Analisando a Figura (5.28) observa-se que ao aumentar o  $\alpha$  de 3,0 para 5,0 verifica-se que a fração de NPs é aumentada de aproximadamente  $\phi = 0,0$  para  $\phi = 0,00125$  na parede do

vaso sanguíneo ( $\xi = 0 \rightarrow$  sobre a estenose), e para  $\alpha = 7,0$  registra-se que a fração de NPs sofre um aumento para algo em torno de 0,005. A elevação do número de Womersley pode favorecer a dispersão das nanopartículas devido às forças inerciais transientes mais pronunciadas, que pode resultar em uma distribuição de nanopartículas menos homogênea ao longo da seção transversal e a concentração das NPs nas regiões mais periféricas como a parede da artéria, dependendo da interação entre a inércia do escoamento e os movimentos Brownianos das partículas.

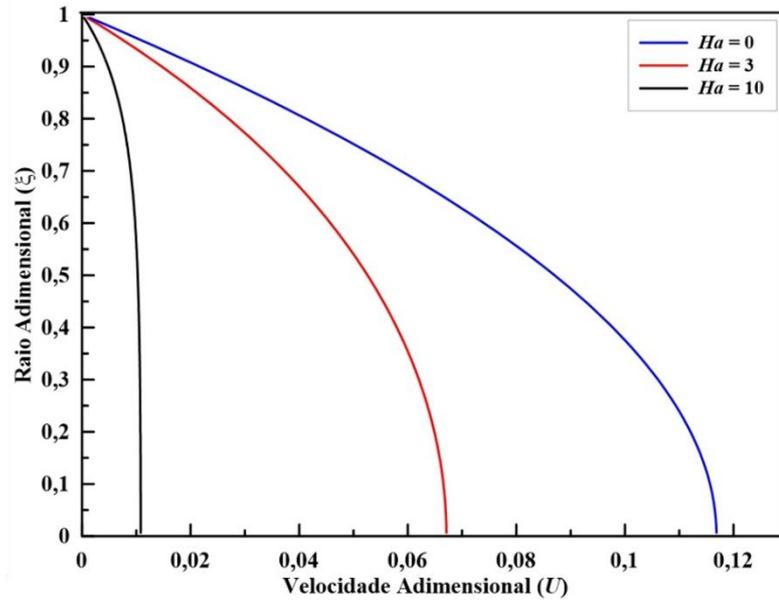
Vale salientar ainda que em um nanofluido micropolar, a rotação e o movimento translacional das nanopartículas são importantes, e assim, um  $\alpha$  elevado pode intensificar as interações microrrotacionais, alterando a distribuição local de concentração de nanopartículas devido à interação entre os campos de velocidade pulsátil e os momentos rotacionais das partículas. Adicionalmente, escoamentos com alto  $\alpha$  apresentam uma maior variabilidade temporal, o que pode levar a flutuações mais rápidas e menos previsíveis nos campos de temperatura e concentração de nanopartículas.

### **5.8.2. Efeito do Número de Hartmann ( $Ha$ )**

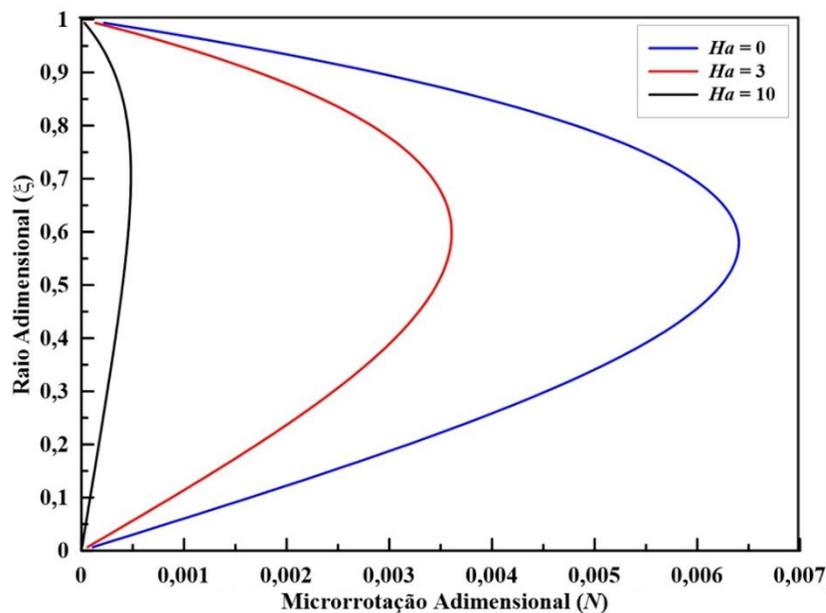
As Figuras (5.29) a (5.32) apresentam o efeito do número de Hartmann nos campos de velocidade, microrrotação e fração de NPs, respectivamente.

Os resultados da Figura (5.29) evidenciam que o aumento de  $Ha$  age de modo resistivo ao movimento do fluido e isso tende a reduzir a velocidade média do escoamento, uma vez que a força magnética se opõe ao movimento do fluido. Além disso, o perfil de velocidade tende a se tornar mais uniforme ou achatado na região central do vaso à medida que  $Ha$  aumenta (de 0 até 10), pois neste caso a elevação de Hartmann tende a suprimir os gradientes de velocidade, resultando em uma distribuição de velocidade mais plana.

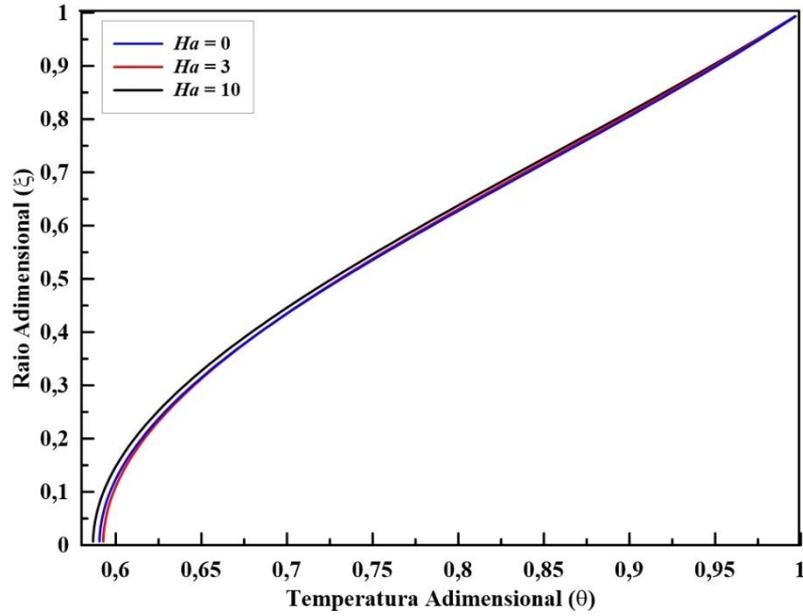
Em nanofluidos micropolares, onde as partículas têm movimentos microrrotacionais, o campo magnético pode influenciar não apenas a translação, mas também a rotação das partículas. Portanto, ao observar a Figura (5.30) conclui-se que um alto número de Hartmann pode estabilizar o escoamento, reduzindo a microrrotação das partículas, e conseqüentemente diminuindo os gradientes de velocidade angular ( $Ha = 10$ ).



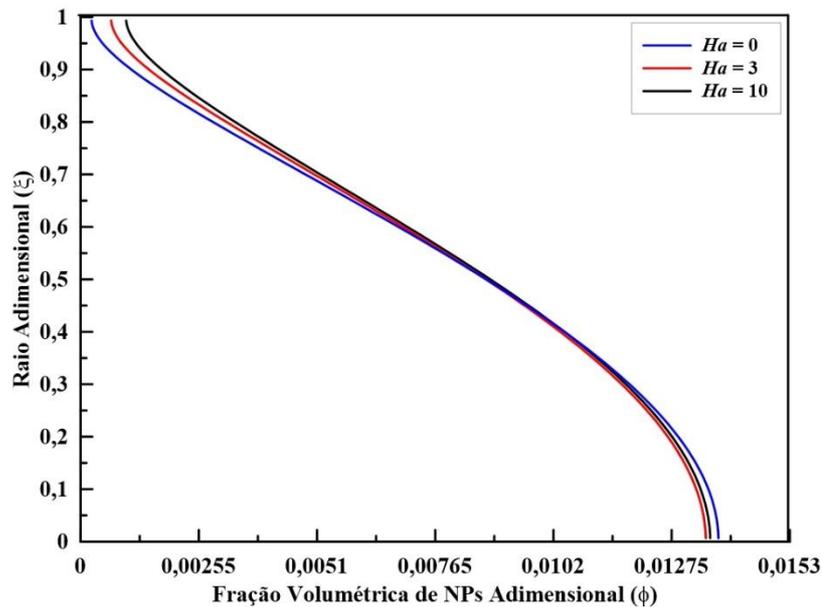
**Figura 5.29** - Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 5.30** - Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 5.31** - Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 5.32** - Influência do número de Hartmann ( $Ha = 0,0; 3,0$  e  $10,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Não foi possível perceber um efeito significativo do aumento do número de Hartmann sobre o campo de temperatura e de fração de NPs (Figuras 5.31 e 5.32). Conforme já foi mencionado, a fração de nanopartículas magnéticas (NPMs) injetada no vaso sanguíneo é muito baixa, e por conta disso o efeito observado de  $Ha$  sobre ambos os campos ( $\theta$  e  $\phi$ ) é pouco perceptível, o que está conforme o esperado, uma vez que os efeitos de troca térmica não são o objetivo nas terapias de *drug delivery*, e que independente da intensidade do campo magnético aplicado as NPs existentes no fluxo estão sendo direcionadas corretamente para a estenose.

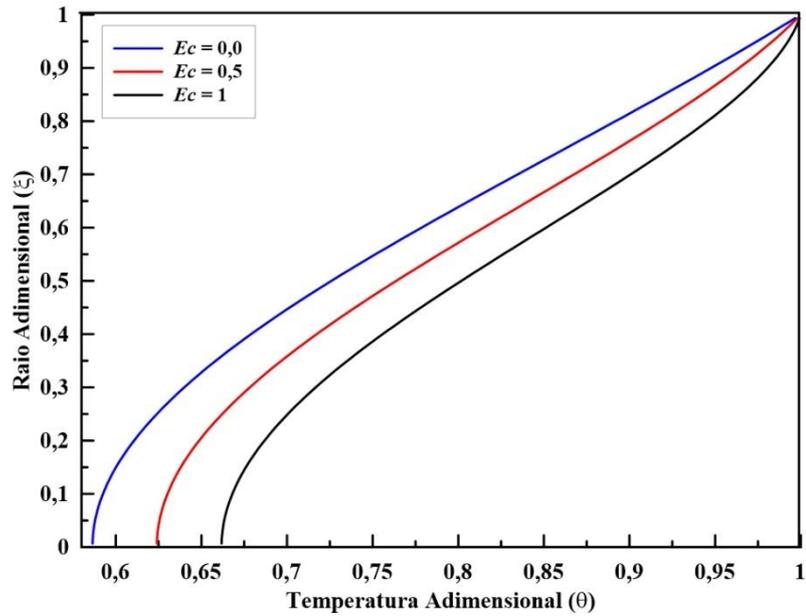
### 5.8.3. Efeito do Número de Eckert ( $Ec$ )

O efeito do número de Eckert sobre o campo de temperatura e de fração volumétrica de nanopartículas pode ser observado na Figura (5.33) a (5.34).

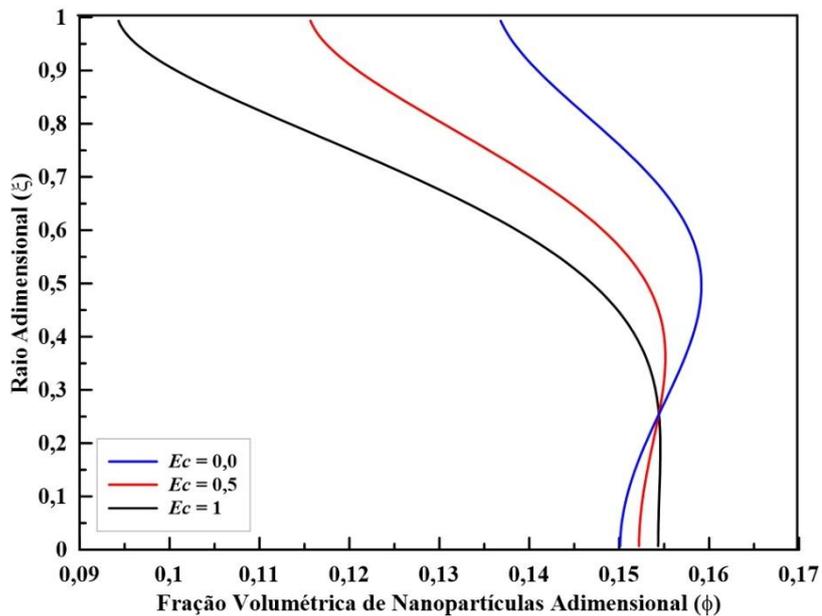
Um número de Eckert elevado indica que a energia cinética do escoamento é mais significativa em comparação com a capacidade térmica do fluido, o que resulta em uma maior dissipação viscosa (energia cinética do escoamento é convertida em calor). Assim, em função da dissipação viscosa intensificada, a temperatura média do fluido tende a aumentar. Esse aumento de temperatura é maior em regiões de alta velocidade, como no centro do vaso sanguíneo, onde a energia cinética é maior. Este comportamento é observado na Figura (5.33) em que  $\theta$  em  $\xi = 0$  (centro do vaso) é maior para  $Ec = 1,0$ . Além disso, para valores de  $Ec$  menores os gradientes de temperatura são um pouco mais pronunciados.

A influência de  $Ec$  sobre o campo de fração volumétrica de nanopartículas é mostrada na Figura (5.34), onde é possível perceber que um valor de  $Ec$  menor ( $Ec = 0,0$ ) favorece a concentração preferencial das NPs na superfície da estenose, enquanto que para  $Ec = 1,0$  a concentração de NPs na superfície será substancialmente menor. Uma dissipação viscosa maior (maior conversão de energia cinética em calor) também impacta em um maior gradiente de fração de NPs, uma vez que através da termoforese um gradiente de temperatura (mesmo que menor que os demais casos) provoca a difusão de nanopartículas, ou seja, para  $Ec = 1,0$  o gradiente de temperatura é suficiente para impactar positivamente no gradiente de fração de NPs.

Não foi notado efeito significativo nos campos de velocidade e microrrotação com o aumento do número de Eckert.



**Figura 5.33** - Influência do número de Eckert ( $Ec = 0,0; 0,5$  e  $1,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 5.34** - Influência do número de Eckert ( $Ec = 0,0; 0,5$  e  $1,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

#### 5.8.4. Efeito do Número de Lewis ( $Le$ )

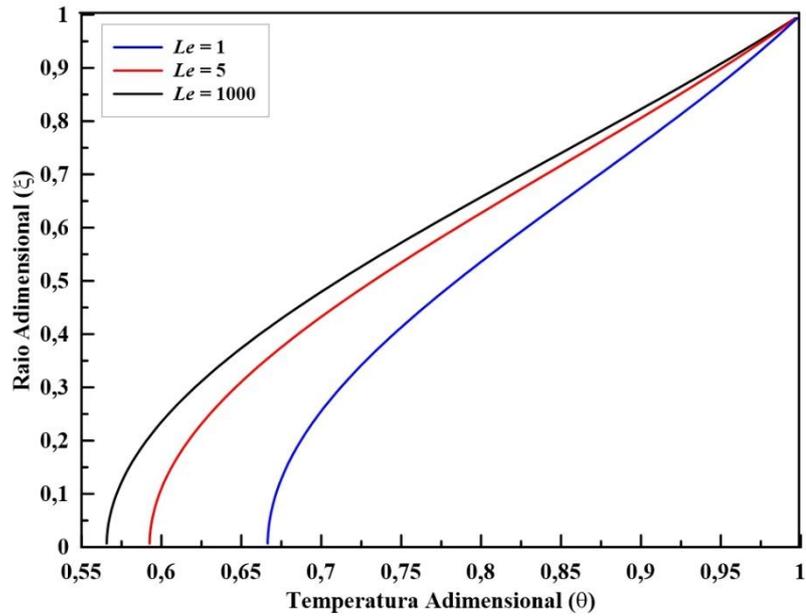
A influência de  $Le$  nas distribuições de temperatura e de fração de nanopartículas pode ser observado nas Figuras (5.35) e (5.36).

É importante explicar que a difusão Browniana se refere ao movimento aleatório das nanopartículas devido à agitação térmica e esse fenômeno tende a uniformizar a concentração de nanopartículas no fluido, reduzindo gradientes de concentração elevados no vaso sanguíneo.

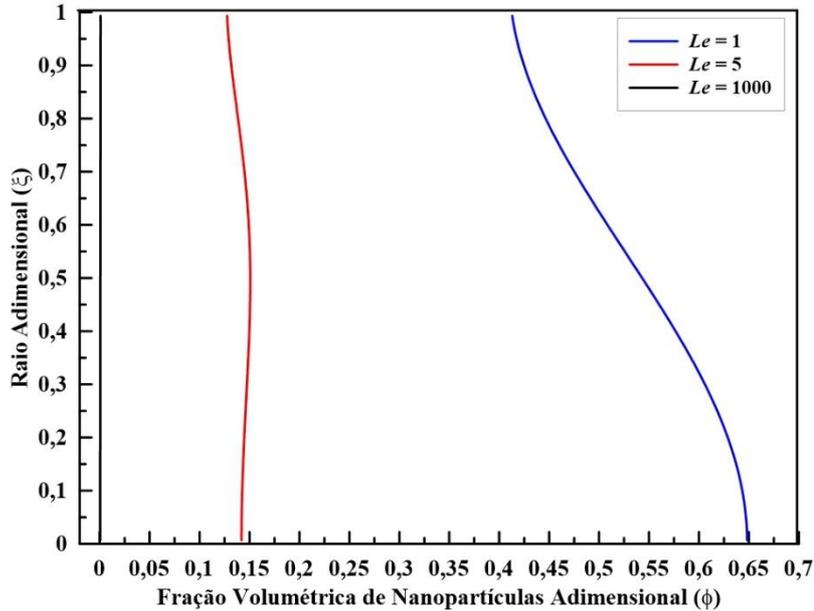
Analisando a Figura (5.35), um número de Lewis elevado ( $Le = 1000$ ) representa que a difusividade térmica ( $k$ ) é expressivamente maior do que a difusividade de massa ( $D_B$ ). Isso significa que a transferência de calor ocorre mais rapidamente que a difusão das nanopartículas. Além disso, para valores de  $k$  elevados a transferência de calor por condução pode ser mais significativa que as forças viscosas ( $Pr = (\mu_f C_{p,f}) / k_f$ ), ou seja, os gradientes de temperatura são mais pronunciados para números de Lewis mais altos.

Para números de Lewis altos ( $Le = 5,0$  e  $1000$  da Figura 5.36) o mecanismo predominante é a difusividade térmica (ou termoforética), ao invés da difusividade Browniana. A consequência é que nestes casos pouca ou nenhuma das NPMs injetadas no centro do vaso são imediatamente transportadas para a superfície pela ação do campo magnético e em função dos gradientes de temperatura elevados, e as poucas que se concentram na estenose não representam uma quantidade tão considerável (quando comparado com o caso em que  $Le = 1,0$ ), prejudicando o tratamento. Pelo contrário, quando  $Le$  é baixo ( $Le = 1,0$ ) o mecanismo de difusão Browniana é mais significativo e os gradientes de concentração de NPs entre o centro e a parede são bem maiores, tornando o perfil mais curvado, o que quer dizer que existe uma diferença maior entre a quantidade de partículas no centro do vaso sanguíneo e a superfície da estenose. Assim, as NPMs são concentradas na estenose favorecendo a ação das mesmas na região alvo e melhorando o efeito terapêutico.

O aumento do número de Lewis não apresentou efeito significativo nos perfis de velocidade e de microrrotação.



**Figura 5.35** - Influência do número de Lewis ( $Le = 1,0; 5,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 5.36** - Influência do número de Lewis ( $Le = 1,0; 5,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

### 5.8.5. Efeito do Parâmetro $N_{BT}$

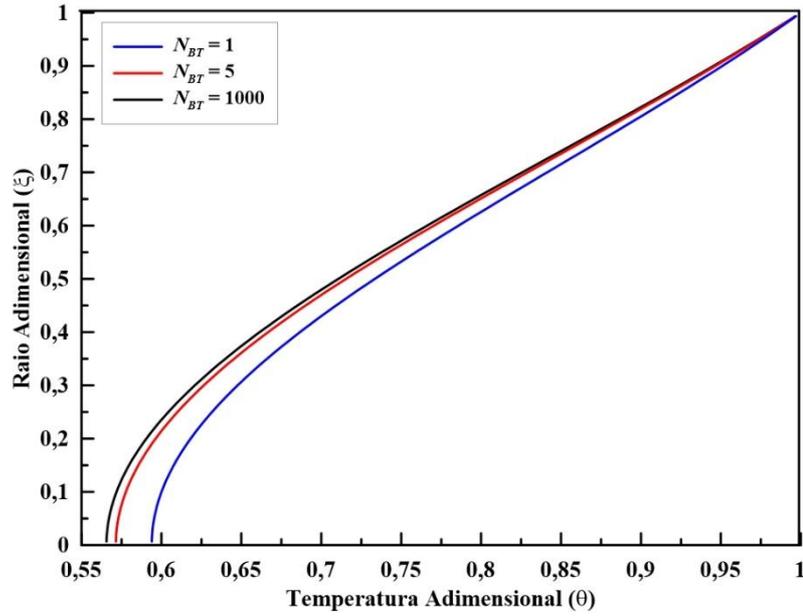
As Figuras (5.37) e (5.38) apresentam a influência do parâmetro  $N_{BT}$  sobre os perfis de temperatura e de fração de nanopartículas.

A difusão Browniana é o movimento aleatório das NPs que tende a distribuir de forma uniforme as partículas, ocasionando a formação de um gradiente de temperatura e sendo mais eficiente em regiões de concentrações de NPs mais elevadas. Por outro lado, a termoforese provoca o transporte das partículas ao longo de gradientes de temperatura, movimentando-as de regiões mais quentes para mais frias. Neste contexto, os efeitos da difusão Browniana são mais acentuados com o aumento do parâmetro  $N_{BT}$ , predominando em relação a termoforese.

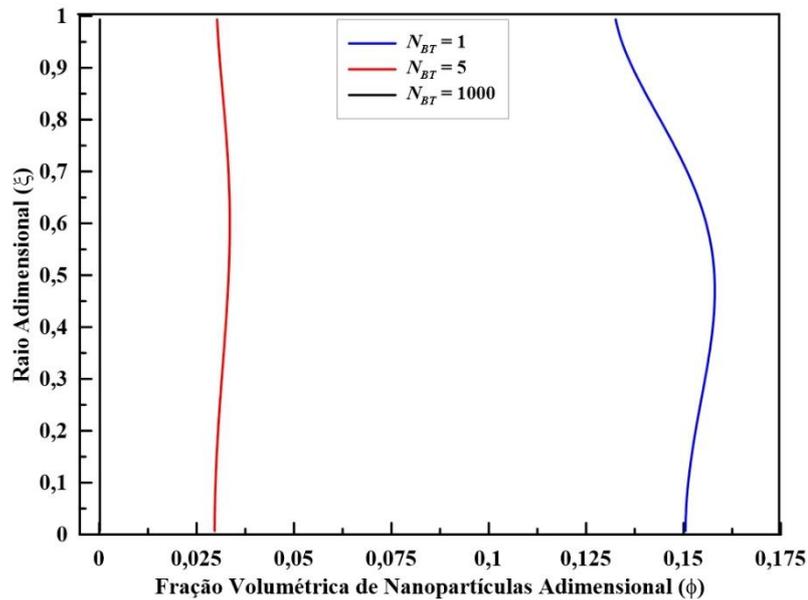
Ao analisar a Figura (5.37) é possível perceber que quando  $N_{BT} = 1,0$  a difusividade Browniana é comparável à difusividade termoforética, e assim a temperatura do sangue cresce mais rapidamente à medida que se afasta do centro do vaso. Para valores maiores de  $N_{BT} = 1000$  (quando  $D_B \gg D_T$ ), ocorre a diminuição da temperatura no interior do vaso sanguíneo devido ao transporte aleatório das nanopartículas mais proeminente nesta região em função do movimento Browniano acentuado.

Na Figura (5.38) é possível observar que o aumento de  $N_{BT}$  de 1,0 para 5,0, e após isso para 1000, faz com que a fração de NPs registrada na parede do vaso saia de aproximadamente  $\phi = 0,14$  para algo em torno de 0,03, e por último, ocorre uma redução ainda maior na fração de NPs que atinge  $\phi = 0,0$  na superfície do vaso sanguíneo. Com  $N_{BT} = 1,0$ , as nanopartículas se distribuem de forma mais homogênea, pois a influência do movimento Browniano e da termoforese são equilibradas. À medida que  $N_{BT}$  aumenta, a difusão Browniana se torna dominante, e as partículas tendem a se dispersar mais no fluido, reduzindo sua concentração nas proximidades das paredes do vaso. Para valores extremamente altos de  $N_{BT}$  (por exemplo,  $N_{BT} = 1000$ ), a fração volumétrica de NPs é substancialmente menor na região próxima às paredes, pois a força termoforética não é suficiente para empurrar as partículas nessa direção.

O parâmetro  $N_{BT}$  não altera de forma significativa os campos de velocidade e de microrrotação.



**Figura 5.37** - Influência de  $N_{BT}$  ( $N_{BT} = 0,5; 1,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



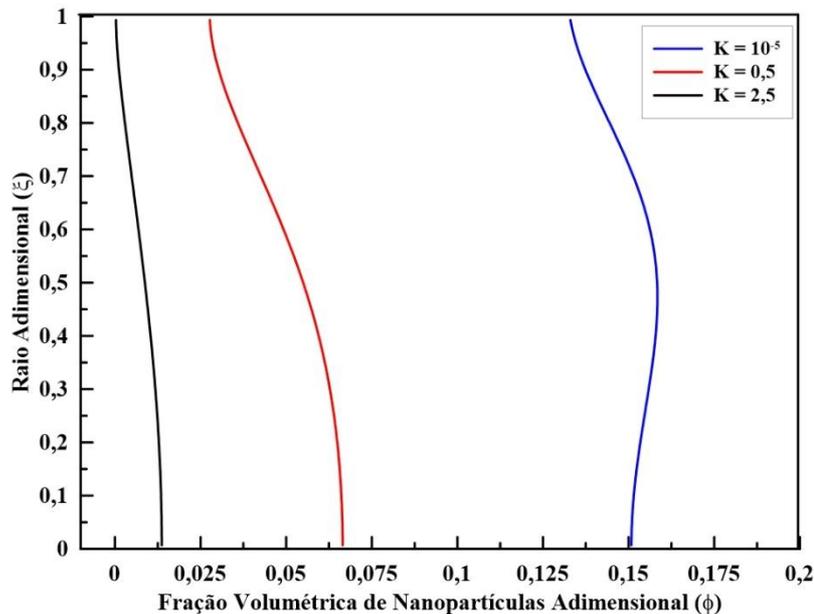
**Figura 5.38** - Influência de  $N_{BT}$  ( $N_{BT} = 0,5; 1,0$  e  $1000$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

### 5.8.6. Efeito da Constante Cinética de Morte de NPs (K)

É possível observar na Figura (5.39) o efeito do parâmetro da constante cinética de morte de nanopartículas (K) sobre o campo de fração de nanopartículas.

Uma vez que o parâmetro adimensional “K” é diretamente proporcional a constante cinética de morte de nanopartículas ( $k'_m$ ), quanto maior o valor de K, maior será a taxa com que as NPs são eliminadas do organismo (e por consequência o fármaco será liberado do interior das NPs).

Na Figura (5.39) fica evidente que os valores médios de concentração de NPs ficam menores com o aumento de K. Este comportamento é observado pois com um aumento na taxa de morte (de  $K = 10^{-5}$  até 2,5), a distribuição de NPs é rapidamente alterada pela remoção contínua das mesmas na superfície da estenose, de modo que os mecanismos de transporte de massa atuantes neste escoamento predominam sobre a cinética de morte de NPs apenas para os casos em que  $K = 10^{-5}$  e 0,5 em que as frações volumétricas de nanopartículas registradas na parede do vaso são ligeiramente maiores.



**Figura 5.39** - Influência de K ( $K = 10^{-5}$ ; 0,5 e 2,5) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$  e  $\kappa_0 = 1$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

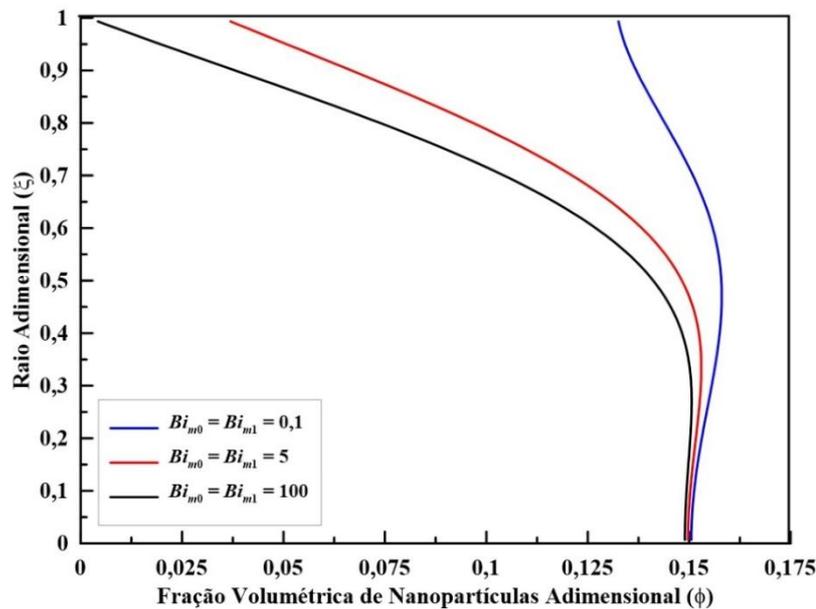
Para valores baixos de taxa de morte ( $K$ ) a natureza pulsátil do escoamento pode ajudar a redistribuir as nanopartículas ao longo do vaso sanguíneo, permitindo que haja tempo para a redistribuição e concentração das NPMs na direção da estenose antes da morte das mesmas, inclusive atingindo uma fração volumétrica de nanopartículas maior na estenose em  $\xi = 1$  (observe a curva para  $K = 10^{-5}$ ).

É importante mencionar que no contexto do MDT (direcionamento magnético de fármacos), uma constante cinética de morte deliberadamente alta pode comprometer a eficácia do processo. As nanopartículas removidas rapidamente podem não alcançar as regiões-alvo ou não permanecer tempo suficiente para liberar o fármaco de forma eficaz. Uma menor concentração de nanopartículas ao longo do tempo pode significar uma menor dose de fármaco entregue às células alvo, reduzindo a eficácia do tratamento.

Observa-se que a constante cinética de morte de nanopartículas não apresenta efeito expressivo sobre as distribuições de velocidade, de microrrotação e de temperatura.

### 5.8.7. Efeito do Número de Biot de Massa ( $Bi_m$ )

O efeito do Biot de massa na distribuição de fração de nanopartículas é mostrado na Figura (5.40).



**Figura 5.40** - Influência de  $Bi_m$  ( $Bi_{m0} = Bi_{m1} = 0,1; 5$  e  $100$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Com base na análise da Figura (5.40) é possível observar que o  $Bi_m$  afeta de forma importante o perfil de fração de NPs. O Biot de massa é a razão entre a resistência a difusão mássica ( $1 / D_{np}$ ) e a resistência a convecção mássica ( $1 / k'_{np} r_0$ ), portanto para  $Bi_m = 0,1$  (transporte difusivo de massa domina) os gradientes de fração de NPs são bem menores, o que indica que as concentrações observadas na parede do vaso (na direção da estenose) são praticamente iguais às do centro do escoamento em  $\zeta = 0$ . Por outro lado, para  $Bi_{m0} = Bi_{m1} = 5,0$  e  $100$  o transporte convectivo de massa é predominante em relação a difusão, logo o gradiente de fração de nanopartículas é bem maior e a fração registrada na estenose (região onde o campo magnético deve concentrar as NPs preferencialmente) é bem inferior à do centro do vaso, e portanto, para  $Bi_{m0} = Bi_{m1} = 0,1$  a concentração preferencial das NPs na superfície da estenose é favorecida.

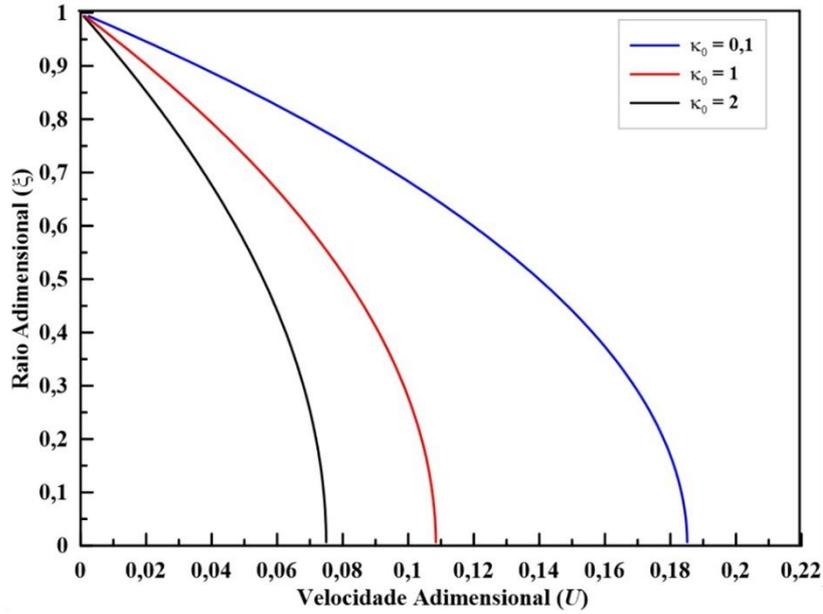
Ressalta-se que o parâmetro Biot de Massa não afeta significativamente os perfis de velocidade, microrrotação e temperatura.

#### **5.8.8. Efeito da Viscosidade Rotacional ( $\kappa_0$ )**

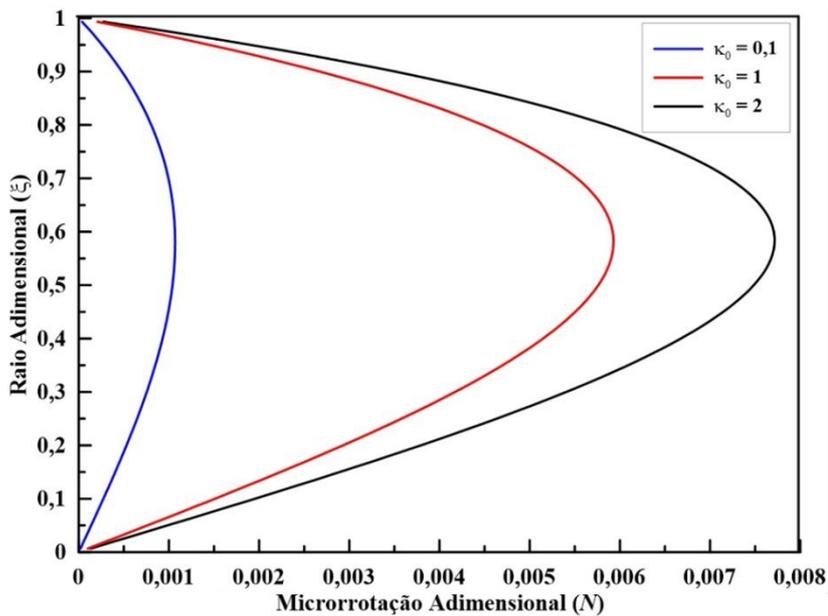
O efeito do parâmetro de viscosidade rotacional “ $\kappa_0$ ” pode ser visualizado nas Figuras (5.41) e (5.42).

O parâmetro  $\kappa_0$  mede a resistência interna do fluido às mudanças na velocidade de rotação das partículas e quanto maior a viscosidade rotacional, mais difícil é para as partículas girarem em resposta a torques externos.

Na Figura (5.41) é possível verificar que o aumento de  $\kappa_0$  provoca a diminuição dos perfis de velocidade ao longo do raio. Observe que em fluidos micropolares, a rotação das microestruturas influencia o campo de velocidade do fluido, uma vez que a equação de movimento do fluido inclui termos que acoplam o campo de velocidade com o campo de microrrotação. Deste modo, quando  $\kappa_0$  aumenta, a resistência à rotação das partículas também aumenta, o que resulta numa diminuição da velocidade de translação do fluido, ou seja, as microestruturas resistem mais a girar, o que aumenta a viscosidade efetiva do fluido.



**Figura 5.41** - Influência do parâmetro de viscosidade rotacional ( $\kappa_0 = 0,1; 1,0$  e  $2,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



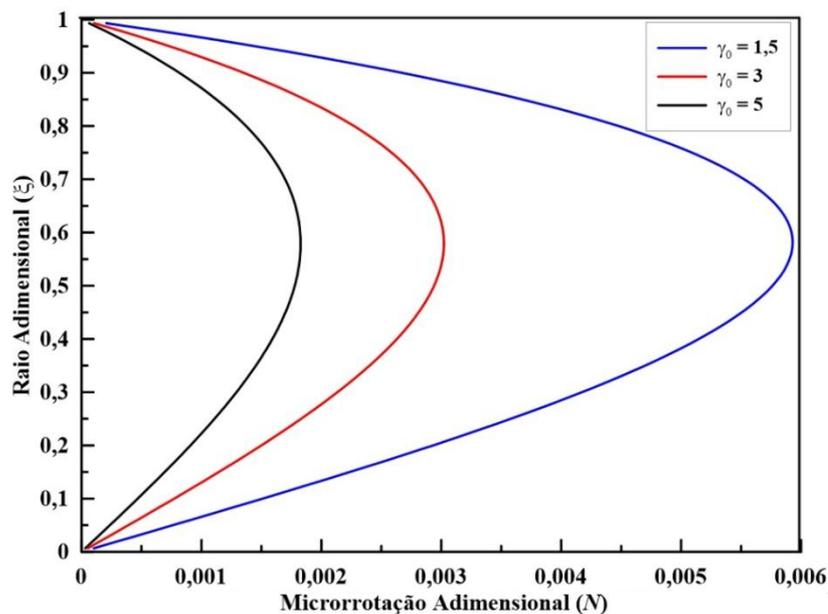
**Figura 5.42** - Influência do parâmetro de viscosidade rotacional ( $\kappa_0 = 0,1; 1,0$  e  $2,0$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.

Uma vez que  $\kappa_0$  aumenta, a resistência à rotação das partículas também aumenta, e apesar disso a microrrotação das partículas tende a aumentar (Figura 5.42), e isto ocorre porque para os fluidos micropolares existe um acoplamento entre as leis de conservação do momento linear e angular, o que resulta que um equilíbrio dinâmico deve ser mantido entre a velocidade (translacional) do fluido e a microrrotação das partículas, ou seja, o fluido tenta compensar a maior resistência interna ao movimento rotacional com um aumento na microrrotação para manter o equilíbrio dinâmico entre os dois momentos.

Não foi observada influência expressiva nos perfis de temperatura e de fração volumétrica de nanopartículas com o aumento da viscosidade rotacional.

### 5.8.9. Efeito do Parâmetro de Resistência ao Gradiente Microrrotacional ( $\gamma_0$ )

O efeito do parâmetro de resistência ao gradiente microrrotacional ( $\gamma_0$ ) sobre o campo de microrrotação pode ser verificado na Figura (5.43).



**Figura 5.43** - Influência do parâmetro de resistência ao gradiente microrrotacional ( $\gamma_0 = 1,5$ ; 3,0 e 5,0) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,3$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 1,0$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 4,762$ ;  $N_{BT} = 1,0$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.

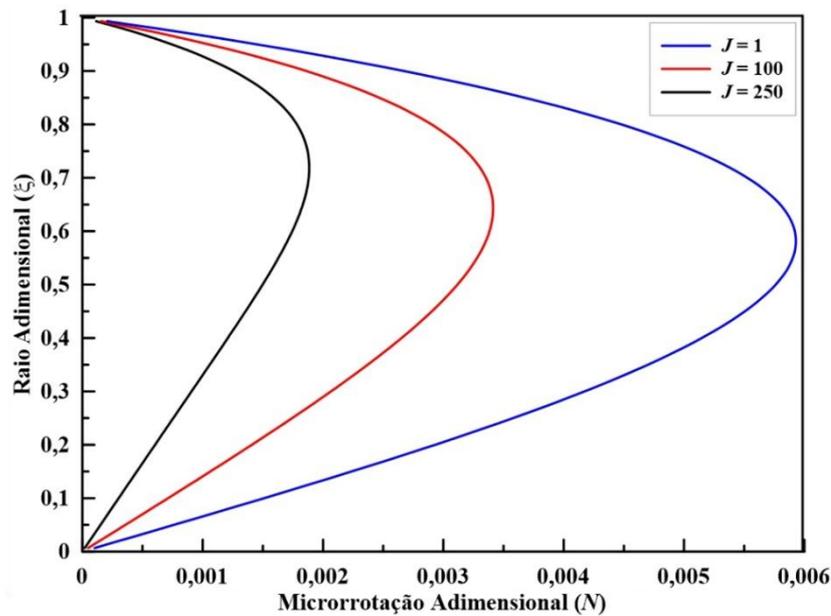
Um valor elevado do parâmetro  $\gamma$  indica uma forte interação entre os movimentos de cisalhamento (momento linear) e de rotação (momento angular) das partículas, afetando como esses movimentos são transmitidos através do fluido. Ao observar a Figura (5.43) é possível

afirmar que o aumento em  $\gamma_0$  provoca uma diminuição na microrrotação, o que pode ser explicado, pois um aumento do parâmetro de resistência ao gradiente microrrotacional tende a suavizar as variações neste campo. Conforme a resistência a mudanças na microrrotação aumenta, o campo de microrrotação se torna mais uniforme (com menores gradientes) e a resistência interna ao desenvolvimento de gradientes de microrrotação aumenta. Isso significa que as variações na velocidade de rotação (velocidade angular) das partículas ao longo do escoamento serão mais restringidas.

O aumento do parâmetro  $\tilde{\gamma}$  não apresentou efeito substancial nas distribuições de velocidade, temperatura e de fração volumétrica de nanopartículas.

### 5.8.10. Efeito do Parâmetro de Microinércia ( $J$ )

O efeito do parâmetro de microinércia ( $J$ ) sobre os campos de microrrotação pode ser observado através da Figura (5.44).



**Figura 5.44** - Influência do parâmetro de microinércia ( $J = 1,0; 100$  e  $250$ ) nos potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  simulando uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,3; Re = 0,1; Ha = 1,0; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 4,762; N_{BT} = 1,0; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.

O coeficiente de microinércia ( $j$ ) representa a inércia rotacional das micropartículas presentes nos fluidos micropolares, o qual é análogo ao momento de inércia em mecânica clássica, mas aplicado às microestruturas dos fluidos micropolares. Neste tipo de fluidos, as

partículas têm graus de liberdade adicionais associados à rotação e o coeficiente de microinércia descreve a resistência dessas partículas às mudanças na velocidade de rotação.

A Figura (5.44) mostra que com o aumento de  $J$ , os perfis de microrrotação diminuem ao longo de  $\xi$ . Eles possuem este comportamento uma vez que as microestruturas no fluido apresentam maior inércia rotacional, ou seja, elas resistem mais às mudanças na sua microrrotação, provocando uma resposta mais lenta às forças externas que tentam alterar a rotação das partículas. Além disso, o aumento de  $J$  tende a suavizar os gradientes no campo de microrrotação, pois as partículas com maior inércia rotacional tendem a manter suas velocidades de rotação mais constantes, resultando em menores variações espaciais na microrrotação.

Os campos de velocidade, temperatura e de fração volumétrica de nanopartículas não foram afetados de forma significativa pelo parâmetro  $J$ .

## CAPÍTULO VI

### CRITÉRIOS FÍSICOS E BIOMÉDICOS PARA APLICAÇÃO SEGURA DA TERAPIA MAGNÉTICA

Este capítulo apresenta uma análise acerca dos parâmetros físicos e alguns critérios biomédicos do problema baseada nos aspectos necessários ao bem estar do organismo que será submetido a terapia magnética. São indicados os parâmetros que são considerados fixos, os que são variáveis e sob qual faixa de valores é seguro empregar a terapia magnética, além de determinar quais parâmetros podem maximizar o efeito terapêutico do tratamento.

#### 6.1. INTRODUÇÃO

Dentre os parâmetros físicos dimensionais alguns podem ser admitidos constantes ou variáveis conforme a análise baseada em critérios como: a possibilidade de controlar ou alterar externamente o parâmetro, se a alteração do parâmetro pode causar algum prejuízo ao organismo, trata-se de uma propriedade física do fluido (sangue) ou das NPs que não deve variar, dentre outros. Serão considerados as propriedades físicas da magnetita para as nanopartículas e do sangue para representar a fase fluido. Deste modo, os principais parâmetros físicos estudados no problema podem ser ilustrados na Tabela (6.1) juntamente com a conclusão da análise se o mesmo é contante ou variável, e a justificativa física para tal escolha.

A partir da avaliação da Tabela (6.1) pode-se concluir que dentre os parâmetros físicos estudados avaliou-se que apenas a frequência cardíaca, a intensidade do campo magnético, o tipo de nanopartícula, o diâmetro da nanopartícula e o coeficiente convectivo de transferência de massa apresentam influência considerável no processo de acordo com os critérios considerados para esta análise.

Admite-se como caso padrão para a análise o seguinte conjunto de parâmetros:  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ , que representam os parâmetros adimensionais baseados nos parâmetros mencionados acima (Tabela 6.1) nos quais as propriedades variáveis escolhidas foram:  $f_c = 80$  bpm (frequência cardíaca normal);  $B_0 = 0,85$  T (campo magnético suficiente para atuar sobre uma artéria com estenose leve);  $\rho_{np} = 5200$  kg/m<sup>3</sup> e  $C_{p,np} = 600$  J/(kg.K) (propriedades físicas da partícula nanométrica de magnetita - Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>) e  $d_{np} = 50$  nm (diâmetro de partícula considerado ideal para MDT).

**Tabela 6.1** – Principais parâmetros físicos empregados na modelagem matemática do problema.

<b>Parâmetro</b>	<b>Análise</b>	<b>Valor</b>	<b>Justificativa</b>
<b>Raio do vaso sanguíneo (<math>r_0</math>)</b>	Constante	0,0015 m	Artéria coronária com paredes rígidas
<b>Massa específica do sangue (<math>\rho_f</math>)</b>	Constante	1063 kg/m <sup>3</sup>	Propriedades do sangue não se alteram
<b>Viscosidade dinâmica do sangue (<math>\mu_f</math>)</b>	Constante	0,004 Pa.s	Propriedades do sangue não se alteram
<b>Capacidade calorífica do sangue (<math>C_{p,f}</math>)</b>	Constante	4180 J/(kg.K)	Propriedades do sangue não se alteram
<b>Condutividade térmica do sangue (<math>k_f</math>)</b>	Constante	0,492 W/(m.K)	Propriedades do sangue não se alteram
<b>Condutividade elétrica do sangue (<math>\sigma_f</math>)</b>	Constante	10 S/m	Propriedades do sangue não se alteram
<b>Velocidade média do escoamento sanguíneo (<math>u_i</math>)</b>	Constante	0,1 m/s	Considera-se que as condições hidrodinâmicas não sejam alteradas
<b>Difusividade mássica das NPs no sangue (<math>D_B</math>)</b>	Constante	10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> /s	Propriedades de transporte das NPs no sangue não se alteram
<b>Difusividade termoforética das NPs no sangue (<math>D_T</math>)</b>	Constante	10 <sup>-11</sup> m <sup>2</sup> /s	Propriedades de transporte das NPs no sangue não se alteram
<b>Difusividade mássica das NPs no endotélio (<math>D_{np}</math>)</b>	Constante	10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s	Propriedades de transporte das NPs no endotélio não se alteram
<b>Espessura do tecido endotelial (<math>\delta</math>)</b>	Constante	10 <sup>-3</sup> m	Propriedades do tecido endotelial não se alteram
<b>Microviscosidade do fluido (<math>\kappa</math>)</b>	Constante	0,004 Pa.s	Propriedades microestruturais do sangue não se alteram
<b>Resistência ao gradiente microrrotacional do fluido (<math>\tilde{\gamma}</math>)</b>	Constante	2,7.10 <sup>-8</sup> (kg.m)/s	Propriedades microestruturais do sangue não se alteram
<b>Coefficiente de microinércia do fluido (<math>j</math>)</b>	Constante	2,25.10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup>	Propriedades microestruturais do sangue não se alteram
<b>Frequência cardíaca (<math>f_c</math>)</b>	Variável	-	Pode sofrer alterações devido a distúrbios cardíacos podendo prejudicar o tratamento
<b>Intensidade do campo magnético (<math>B_0</math>)</b>	Variável	-	Depende de diversos fatores e pode ter efeitos nocivos sobre o organismo como a hipertermia
<b>Tipo de NP</b>	Variável	-	Tem influência direta sobre a transferência de massa das NPs
<b>Diâmetro da NP (<math>d_{np}</math>)</b>	Variável	-	Tem efeito direto sobre $D_B$ e consequentemente sobre a transferência de massa das NPs
<b>Coefficiente convectivo de transferência de massa (<math>k'_{np}</math>)</b>	Variável	-	A alteração do campo magnético pode ter influência direta sobre a transferência de massa das NPs

A partir da análise da Tabela (6.1) conclui-se que os parâmetros físicos e biomédicos que podem ter seu efeito sobre a segurança do tratamento estudados são a frequência cardíaca

( $f_c$ ), a intensidade do campo magnético ( $B_0$ ) e o diâmetro da NP ( $d_{np}$ ). Além disso, estes parâmetros podem ter influência mais considerável sobre o transporte de massa das NPs.

## 6.2. FREQUÊNCIA CARDÍACA ( $f_c$ )

O coração age como uma bomba pulsátil, gerando um fluxo rítmico para o escoamento de sangue pelas artérias, em que cada batimento cardíaco é associado a um ciclo de contração (sístole) e relaxamento (diástole), resultando em variações periódicas de pressão e velocidade no sangue.

A frequência cardíaca ( $f_c$ ), medida em batimentos por minuto (bpm), é o número de vezes que o coração se contrai ou “bate” em um minuto, determinando o padrão de fluxo pulsátil no sistema circulatório e influenciando de forma considerável a hemodinâmica e a transferência de calor e massa no sangue.

A frequência cardíaca controla a amplitude das variações da velocidade no ciclo cardíaco, por exemplo, em artérias coronárias, a velocidade do sangue pode variar significativamente com  $f_c$ . Deste modo, a  $f_c$  é diretamente proporcional à velocidade média do fluxo sanguíneo em uma artéria, definindo a frequência pulsátil,  $f_p$  (Equação 6.1), ou seja, a taxa com que as ondas de pressão e velocidade se propagam. É possível ainda, a partir de  $f_p$  determinar a frequência angular,  $\omega_p$  (Equação 6.2). Por fim, empregando a Equação (5.1) é possível determinar então o N° de Womersley:

$$f_p = \frac{f_c}{60} \quad (6.1)$$

$$\omega_p = 2\pi f_p \quad (6.2)$$

Os valores de  $f_c$  conhecidos respectivamente como bradicardia extrema ( $f_c = 30$  bpm) e taquicardia extrema ( $f_c = 180$  bpm) correspondem as frequências cardíacas mínima e máxima, e representam condições raras (eventos extraordinários), enquanto que o valor de  $f_c = 80$  bpm consiste na frequência cardíaca média para um ser humano adulto saudável, segundo o instituto *Heart and Stroke Foundation of Canada* (2024).

A Tabela (6.2) apresenta os valores de frequência cardíaca  $f_c$  correspondentes as condições de bradicardia e taquicardia extrema, e seus respectivos valores de  $f_p$ ,  $\omega_p$  e  $\alpha$  (Equação 5.1):

**Tabela 6.2** – Valores de frequência cardíaca, pulsátil e angular, além do N° de Womersley para as condições de bradicardia extrema, taquicardia extrema e frequência normal\*.

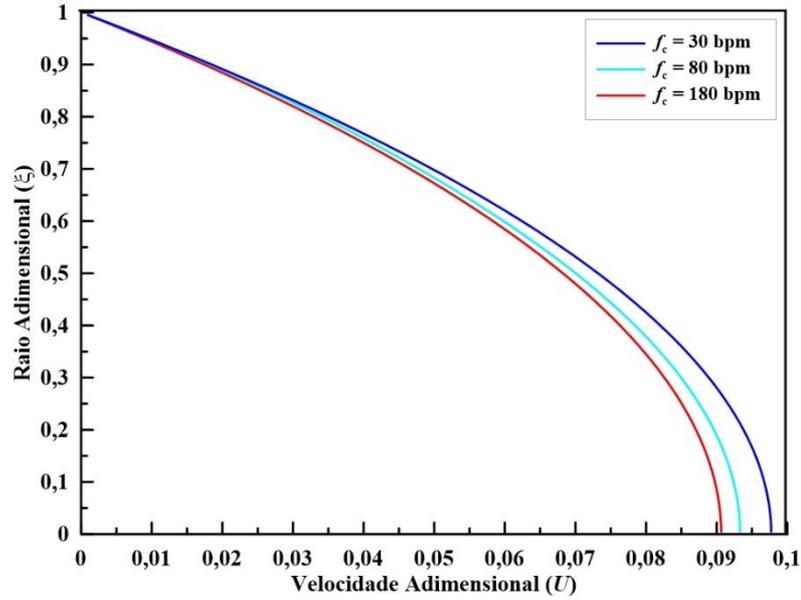
Condição	$f_c$ (bpm)	$f_p$ (Hz)	$\omega_p$ (rad/s)	$\alpha$
<b>Bradicardia Extrema</b>	30	0,5	3,142	1,371
<b>Frequência Normal</b>	80	1,333	8,378	2,238
<b>Taquicardia Extrema</b>	180	3,0	18,85	3,357

\* Fung (1990).

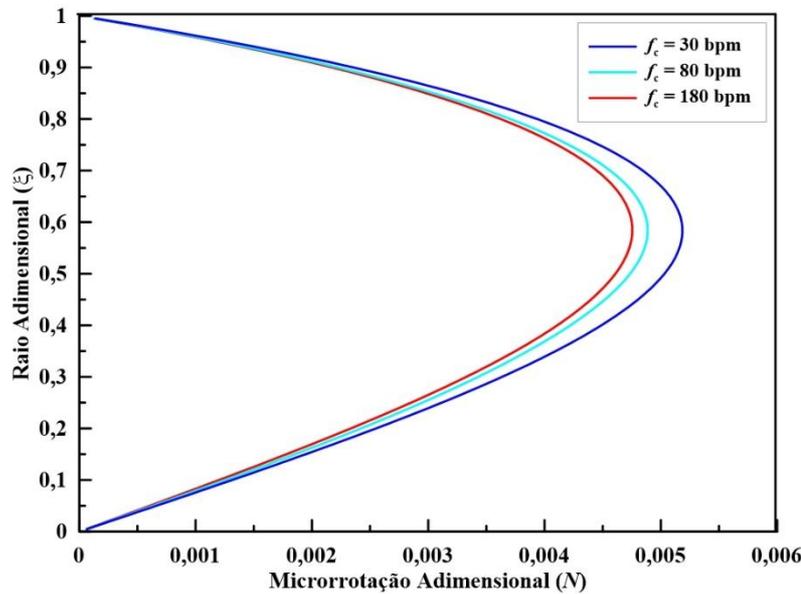
As Figuras (6.1) a (6.4) demonstram o efeito da frequência cardíaca sobre as distribuições de velocidade, microrrotação, temperatura e fração de NPs.

Na Figura (6.1) é possível observar que ao aumentar a frequência cardíaca de 30 bpm (bradicardia extrema) para 80 e 180 bpm (frequência normal e taquicardia extrema, respectivamente) os perfis radiais de velocidade tendem a sofrer uma diminuição no centro do vaso ( $\xi = 0$ ). Uma explicação pode ser que quando a  $f_c$  aumenta, a frequência com que o sangue oscila é elevada, levando a variações mais rápidas na velocidade do fluido dentro do ciclo cardíaco. Deste modo, um maior  $\alpha$  implica um aumento da inércia do fluido, dificultando a resposta instantânea do fluido às variações da pulsação, reduzindo a amplitude da velocidade do escoamento, uma vez que o fluido não tem tempo suficiente para desenvolver uma velocidade alta antes que a direção do fluxo mude novamente. Para baixos valores de  $\alpha$ , o escoamento é dominado pelas forças viscosas, que permite que o perfil de velocidade se desenvolva de forma mais completa ao longo da seção do vaso, no entanto, para altos valores de  $\alpha$ , a camada limite viscosa fica mais fina, e a inércia do fluido impede que o perfil de velocidade se ajuste completamente ao longo do ciclo pulsátil, resultando em velocidades menores.

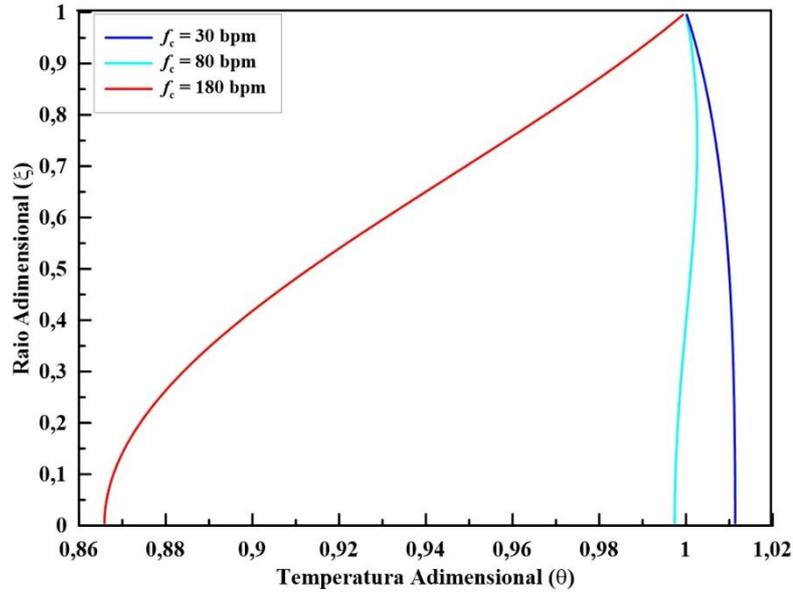
Sobre os campos de microrrotação mostrados na Figura (6.2) é possível notar que com a elevação da  $f_c$  de 30 bpm para 80 e 180 bpm, as distribuições de microrrotação radiais tendem a ser diminuídas pouco acima da metade do raio do vaso ( $\xi \approx 0,6$ ). Um aumento de  $\alpha$  pode aumentar os efeitos dissipativos na camada limite, reduzindo a magnitude da microrrotação. Além disso, o fluido micropolar apresenta uma dinâmica em que a microrrotação das partículas interage com o campo de velocidade, e como a velocidade diminui com o aumento da frequência cardíaca, a microrrotação também é afetada, tendo a sua amplitude reduzida.



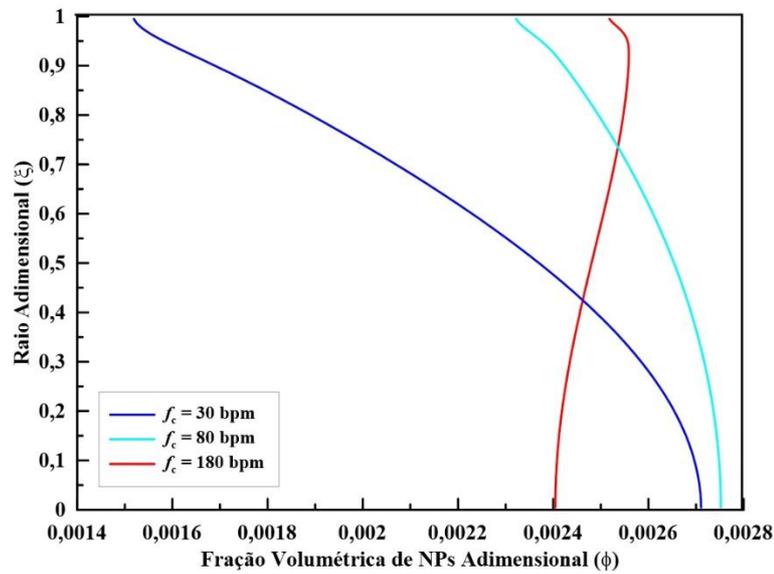
**Figura 6.1** - Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30$ ; 80 e 180 bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 6.2** - Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30$ ; 80 e 180 bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 6.3** - Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30$ ; 80 e 180 bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 6.4** - Efeito da frequência cardíaca ( $f_c = 30$ ; 80 e 180 bpm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Para a temperatura (Figura 6.3), observa-se que o aumento de  $f_c$  de 30 para 80 bpm promove uma redução na temperatura no centro do vaso ( $\xi = 0$ ). Ao elevar a frequência cardíaca para 180 bpm ocorre uma diminuição ainda maior na temperatura adimensional no centro (para aproximadamente  $\theta = 0,865$ ), além de um aumento considerável no gradiente de temperatura. A explicação para este fenômeno é que a equação de energia para um nanofluido micropolar considera os efeitos da difusão e convecção térmica, ou seja, com o aumento da frequência cardíaca (aumento de  $\alpha$ ), observa-se uma redução da espessura da camada limite térmica, uma vez que a influência da viscosidade no escoamento diminui, o que resulta também que menos calor é retido dentro do fluido, levando a uma redução da temperatura média do fluido ao longo do raio da artéria. Uma camada limite térmica mais fina significa que a variação de temperatura entre a parede do vaso (mantida à temperatura do organismo) e o fluido interno é maior, e isso implica que o gradiente de temperatura aumenta.

Na Figura (6.4) observa-se que ao aumentar  $f_c$  de 30 para 80 e 180 bpm verifica-se que a fração de NPs é ligeiramente aumentada no centro do vaso sanguíneo ( $\xi = 0$ ), porém este aumento é da ordem de magnitude bem pequena uma vez que a fração observada está entre 0,0024 e 0,0028 nesta posição. Registra-se também que para  $f_c = 30$  o gradiente de fração de NPs entre o centro e a parede do vaso é mais elevado quando comparado com  $f_c = 80$ , e este é bem menor para  $f_c = 180$ . A elevação da frequência cardíaca pode favorecer a dispersão das nanopartículas devido às forças inerciais mais pronunciadas, o que pode resultar em uma distribuição de nanopartículas menos homogênea ao longo da seção transversal, dependendo da interação entre a inércia do escoamento e os movimentos Brownianos das partículas.

Tanto o caso em que  $f_c = 30$  bpm (bradicardia extrema) quanto  $f_c = 180$  bpm (taquicardia extrema) são situações extraordinárias, condições nas quais a sobrevivência humana fica extremamente comprometida. Além disso, os gradientes de temperaturas maiores poderiam representar condições adversas, uma vez que as temperaturas registradas no interior do vaso sanguíneo diferem muito daquela da temperatura corporal (verificada na parede do vaso), sendo um risco ao organismo. Além disso, quanto maior for a fração volumétrica de nanopartículas magnéticas na superfície da estenose ( $\xi = 1$ ) maior deve ser o efeito terapêutico da injeção de NPs. Portanto deve ser analisado o equilíbrio entre todos estes fatores no planejamento da terapia hemodinâmica com nanofármacos.

### 6.3. INTENSIDADE DO CAMPO MAGNÉTICO ( $B_0$ )

Como mencionado anteriormente, a intensidade do campo magnético ( $B_0$ ) empregada pode depender de uma série de fatores, no entanto, aqui será considerado que apenas o grau da estenose arterial, que pode ser leve (estreitamento  $\leq 50\%$ ) ou severa (estreitamento  $> 50\%$ ) afeta a intensidade do campo magnético. A partir do estudo da Tabela (3.2) foi realizada uma média aritmética para a intensidade do campo magnético conforme o grau da estenose e, empregando a Equação (5.4) foi possível determinar o  $N^\circ$  de Hartmann, sendo estes dados apresentados na Tabela (6.3).

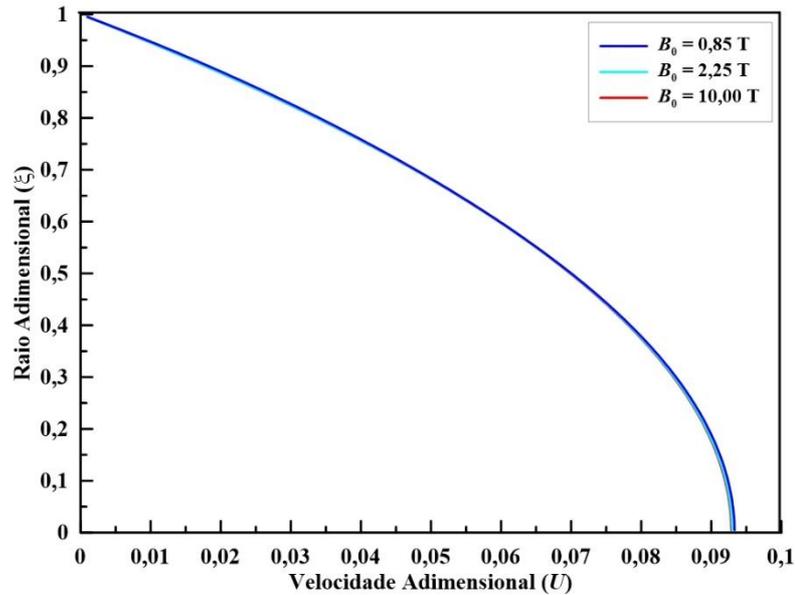
**Tabela 6.3** – Valores de intensidade do campo magnético empregados para as condições de artérias com estenoses leves, estenoses severas e hipertermia magnética\*.

<b>Aplicação</b>	<b>Intensidade</b>	<b><math>B_0</math> (T)</b>	<b><math>Ha</math></b>
<b>Artérias com Estenoses Leves</b>	Fraco / Moderado	0,85	0,01650
<b>Artérias com Estenoses Severas</b>	Forte	2,25	0,04368
<b>Hipertermia Magnética</b>	Superforte	10,00	0,1941

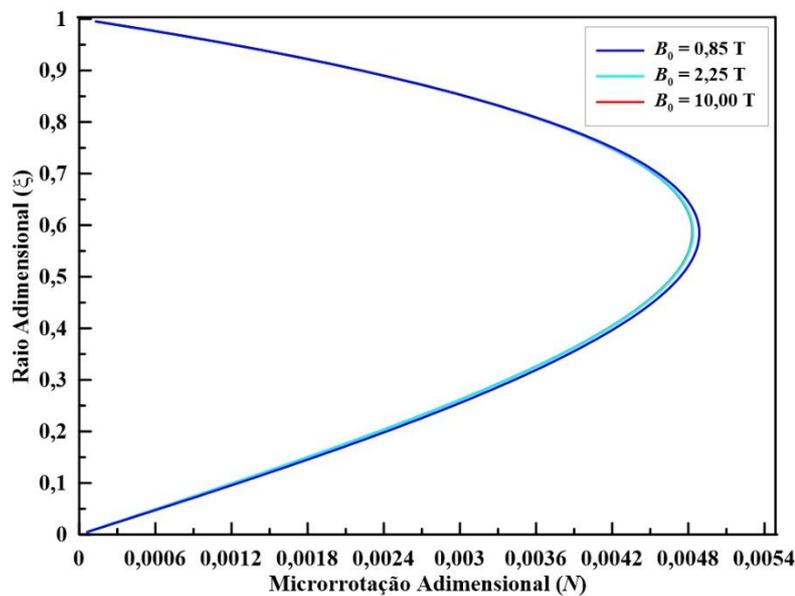
\* Joshy *et al.* (2021).

As Figuras (6.5) a (6.8) apresentam os resultados das simulações para as condições de artérias com estenoses leves ( $B_0 = 0,85$  T), artérias com estenoses severas ( $B_0 = 2,25$  T) e hipertermia magnética ( $B_0 = 10,00$  T) para os quatro campos avaliados.

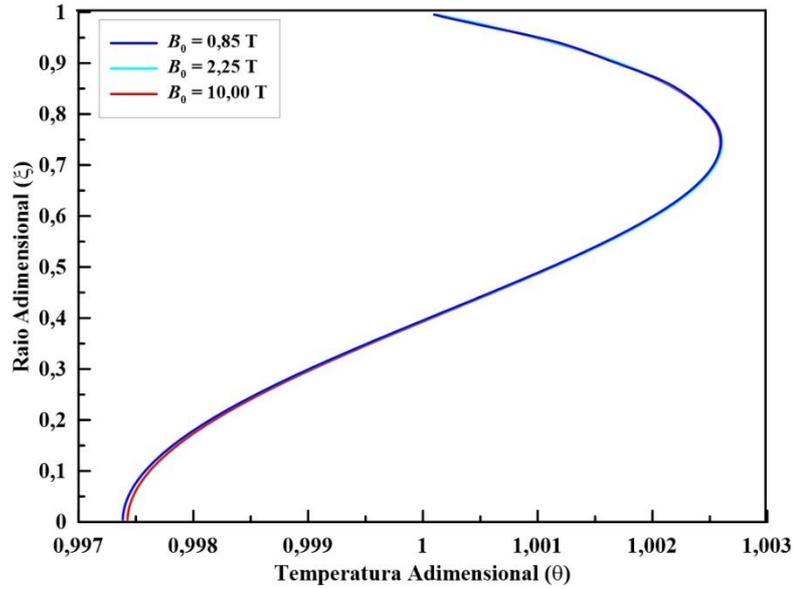
Observa-se que para a faixa de intensidade de campo magnético estudada nenhuma influência muito relevante de  $B_0$  nos campos de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de nanopartículas (Figuras 6.5 a 6.8) é observada ao longo do raio adimensional na posição da estenose e no tempo adimensional aplicado.



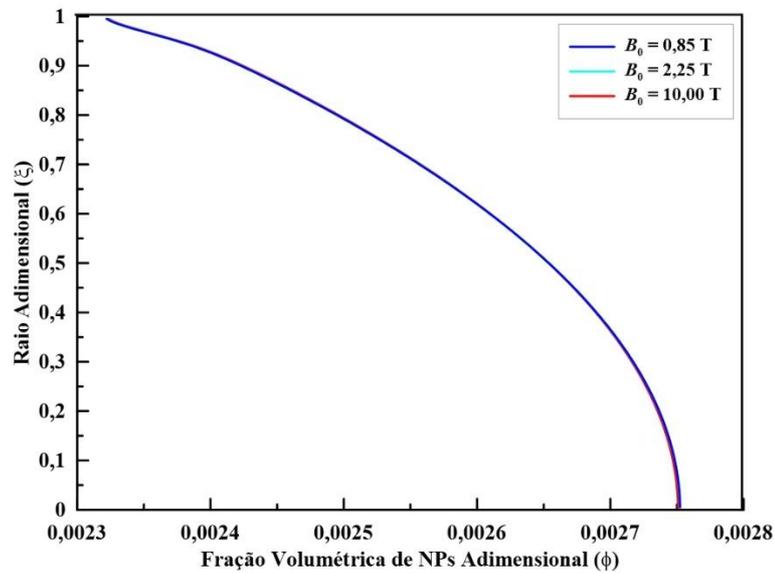
**Figura 6.5** - Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85; 2,25$  e  $10,00$  T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 6.6** - Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85; 2,25$  e  $10,00$  T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 6.7** - Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85; 2,25$  e  $10,00$  T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 6.8** - Efeito da intensidade do campo magnético ( $B_0 = 0,85; 2,25$  e  $10,00$  T) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Esse comportamento para os quatro potenciais pode ser atribuído ao fato que as faixas aplicáveis de intensidade de campo magnético ( $B_0$ ) calculadas para as simulações resultam em

números de Hartmann que não apresentam impacto expressivo sobre o fenômeno para este conjunto de parâmetros, sendo possível afirmar que uma ampla faixa de  $B_0$  ( $0,85 < B_0 < 10,00$ ) não representa riscos perceptíveis ao organismo quando aplicados na terapia magnética em artérias coronárias com injeção de NPMs de magnetita.

Vale ressaltar ainda que a intensidade do campo magnético ( $B_0$ ) depende ainda de fatores como localização da artéria, tipo, tamanho e propriedades físicas das NPs, geometria da estenose e vasos sanguíneos, velocidade e pulsação do sangue, riscos térmicos e biológicos e objetivo terapêutico, no entanto, estes fatores não foram considerados no presente trabalho.

#### 6.4. TIPO DE NANOPARTÍCULA ( $\rho_{np}$ )

A transferência de massa de NPs no escoamento sanguíneo depende fortemente das propriedades físico-químicas do material, ou seja, depende do tipo de material (espécie química do qual o mesmo é feito).

Mantendo fixas as demais propriedades do fluido (massa específica, condutividade, capacidade calorífica, dentre outras) e das NPs (diâmetro das NPs, difusividades Browniana e termoforética, dentre outras) o transporte de massa das partículas de diferentes tipos de NPs varia com dois fatores principais, a saber: massa específica e capacidade calorífica das NPs. É possível, então, comparar o efeito da mudança do tipo de NP sobre o transporte entre a hematita ( $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ ), a magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ), a ferrita de manganês ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ) e a ferrita de cobalto ( $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ).

O  $N^\circ$  de Lewis pode ser relacionado com a massa específica e a capacidade calorífica das nanopartículas e obtido por meio da aplicação da Equação (5.6), cujos resultados são ilustrados na Tabela (6.4):

**Tabela 6.4** – Valores de massa específica e capacidade calorífica das NPs e  $N^\circ$  de Lewis para as NPs mais empregadas em MDT.

Tipo de NP	$\rho_{np}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_{p,np}$ (J/kg.K)	$(\rho \cdot C_p)_{np} * 10^{-6}$	$Le$
<b>MnFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>	4900	800	3,92	1260
<b>CoFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub></b>	7600	500	3,64	1290
<b><math>\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3</math></b>	5200	700	3,12	1350
<b>Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub></b>	5200	600	3,80	1580

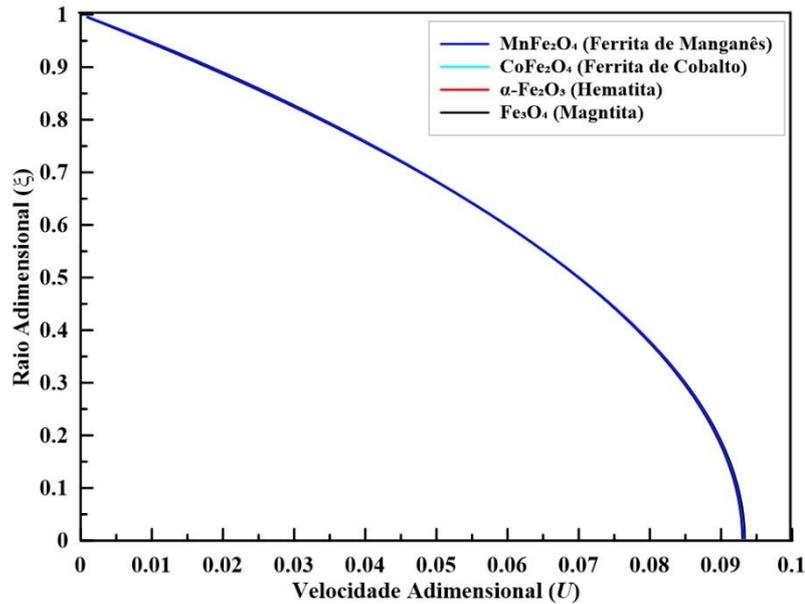
Nas Figuras (6.9) a (6.12) é possível observar a influência do tipo de NP sobre os campos estudados.

Analisando as Figuras de (6.9) a (6.11) é possível notar que a mudança da espécie química da NP (e conseqüente alteração do número de Lewis) não representa um efeito muito significativo sobre as distribuições de velocidade, microrrotação e temperatura. Já era esperado este comportamento em relação a  $U$  e  $N$ , no entanto, para a temperatura a explicação é que para as quatro espécies de NPs empregadas a difusividade termoforética domina em relação a difusividade Browniana, uma vez que as propriedades físicas ( $\rho_{np}$  e  $C_{p,np}$ ) entre os quatro tipos de NPs não apresentam variação tão grande a ponto de alterar de forma relevante a  $D_B$ , fazendo com que a  $D_T$  seja dominante.

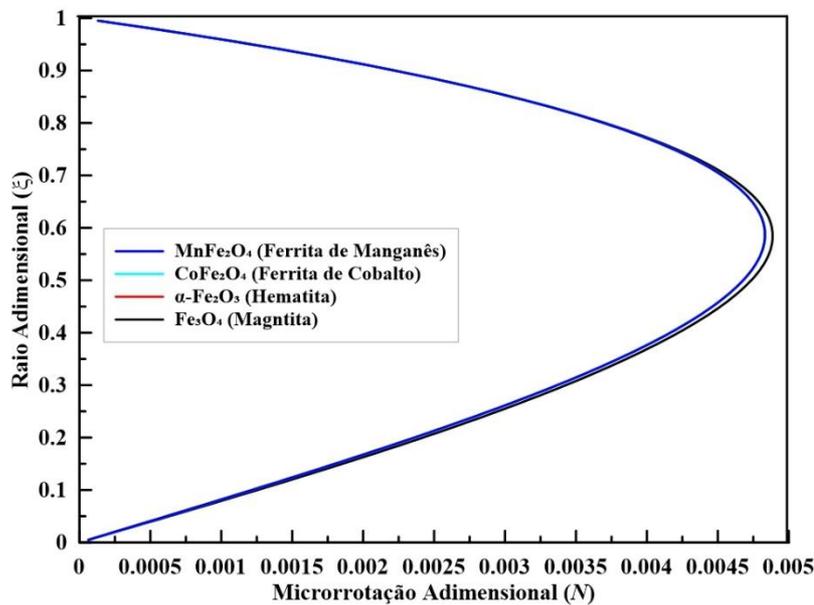
Acerca da fração volumétrica de NPs (Figura 6.12) a magnetita apresenta o menor campo de fração volumétrica ao longo do raio da artéria, quando comparado a hematita, ferrita de cobalto e ferrita de manganês, ambas com frações um pouco mais próximas do que a  $Fe_3O_4$ . Valores elevados de  $Le$  indicam que a difusão térmica é dominante sobre a difusão mássica, dificultando assim o transporte de massa das NPs dentro do fluido, e de acordo com a Tabela (6.4), o número de Lewis aumenta na seguinte ordem:  $MnFe_2O_4 < CoFe_2O_4 < \alpha-Fe_2O_3 < Fe_3O_4$ . Deste modo, a magnetita ( $Fe_3O_4$ ) apresenta o maior valor de  $Le$ , resultando em um menor transporte difusivo das suas nanopartículas.

A magnetita ( $Fe_3O_4$ ) possui alta densidade ( $5200 \text{ kg/m}^3$ ) e menor capacidade calorífica ( $600 \text{ J/kg.K}$ ) em comparação com a ferrita de manganês ( $MnFe_2O_4$ ), que possui menor densidade ( $4900 \text{ kg/m}^3$ ) e maior capacidade calorífica ( $800 \text{ J/kg.K}$ ). Como a difusividade térmica  $\alpha$  é dada por  $k_f / (\rho_{np}.C_{p,np})$ , e o produto  $\rho_{np}.C_{p,np}$  governa a capacidade térmica do nanofluido, a magnetita apresenta maior resistência à variação térmica, o que contribui para um aumento do número de Lewis.

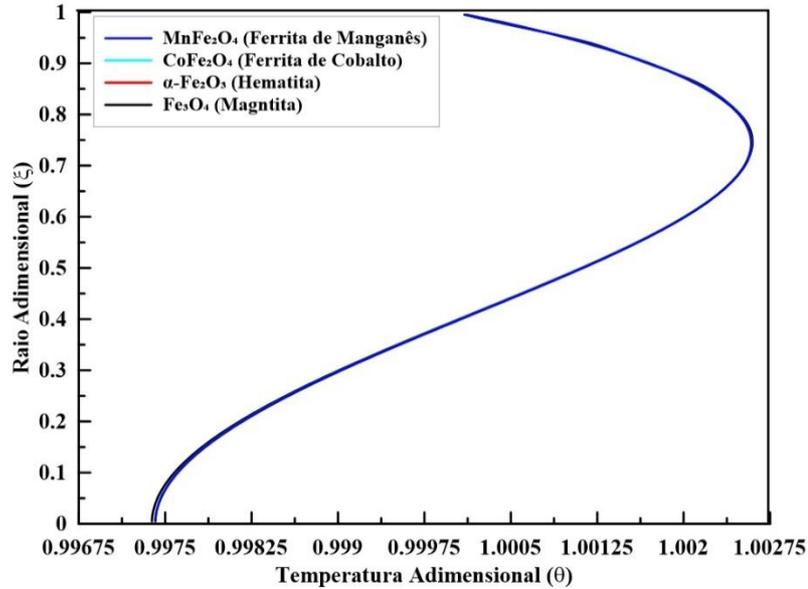
É importante frisar que, além dos aspectos mencionados, outros três fatores devem ser observados quanto a escolha do tipo de material para utilização em MDT. A suscetibilidade magnética ou ainda a resposta ao campo magnético (medidos por meio da magnetização de saturação,  $M_s$ ) depende diretamente da espécie química, uma vez que a magnetização das NPs impacta diretamente sua atração para regiões-alvo. Além disso, a difusividade Browniana sofre influência indireta da massa específica da NP, podendo alterar em magnitude maior ou menor o transporte de massa a depender da natureza dos materiais envolvidos. Por fim, materiais altamente biocompatíveis são mais indicados para aplicações médicas como as terapias MDT, portanto, busca-se que as NPs sejam produzidas tendo este critério em mente.



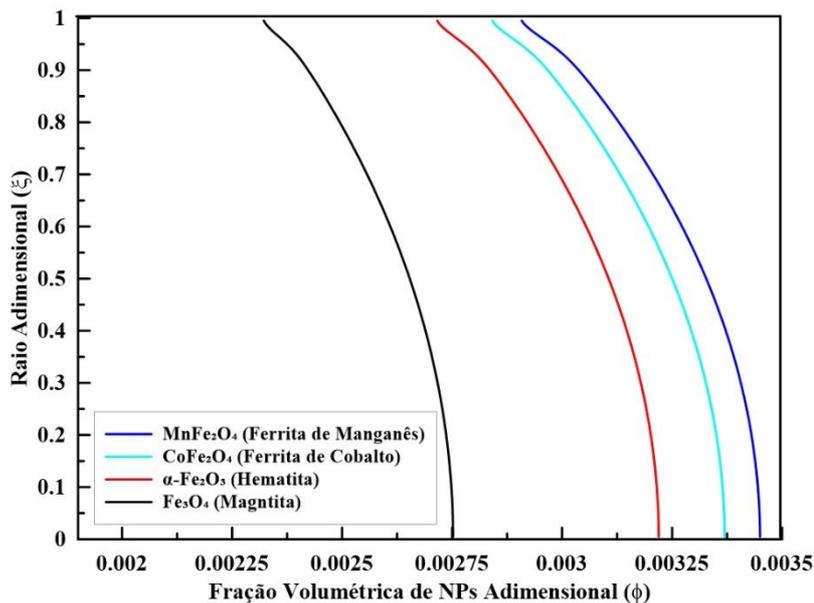
**Figura 6.9** - Efeito do tipo de nanopartícula ( $MnFe_2O_4$ ,  $CoFe_2O_4$ ,  $\alpha-Fe_2O_3$  e  $Fe_3O_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 6.10** - Efeito do tipo de nanopartícula ( $MnFe_2O_4$ ,  $CoFe_2O_4$ ,  $\alpha-Fe_2O_3$  e  $Fe_3O_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 6.11** - Efeito do tipo de nanopartícula ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ,  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ,  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 6.12** - Efeito do tipo de nanopartícula ( $\text{MnFe}_2\text{O}_4$ ,  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ,  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ha = 0,0165$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,1$ ;  $Bi_{m1} = 0,1$ ;  $J = 1$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Embora a magnetita possua elevada suscetibilidade magnética, o que significa que ela responde mais fortemente a campos magnéticos aplicados e no contexto de MDT seria esperado que dentre as quatro espécies ela apresentasse o melhor resultado, o modelo empregado não leva em conta a suscetibilidade magnética ( $M_s$ ), ou seja, o mesmo não apresenta um acoplamento direto entre a ação do campo magnético e o transporte de massa. O presente modelo considera a influência do campo magnético apenas nos termos referentes a força de Lorentz, e, portanto, o efeito do campo magnético é dado apenas em função da condutividade elétrica do sangue ( $\sigma_f$ ) e da intensidade do campo magnético ( $B_0$ ).

Neste contexto, a fração volumétrica das NPs de magnetita é menor ao longo do raio arterial devido aos três fatores mencionados a seguir:

- **Difusividade Browniana ( $D_B$ ):** a difusividade Browniana das NPs diminui conforme a massa específica da nanopartícula aumenta, e a magnetita tem uma massa específica maior do que a hematita, o que pode resultar em uma menor difusão das nanopartículas de magnetita no sangue.
- **Influência da Força de Lorentz:** a força de Lorentz atua perpendicularmente ao escoamento sanguíneo, alterando a trajetória das NPs e, como todas as NPs estão sujeitas à mesma força (pois o modelo não diferencia  $M_s$ ), a resposta de cada NP dependerá unicamente de  $D_B$  e da interação com o fluido. Deste modo, a magnetita pode ser menos afetada pela força de Lorentz e, conseqüentemente, acumular menos NPs ao longo do raio (por possuir menor  $D_B$  entre as NPs estudadas).
- **Transportes Difusivo e Convectivo:** o transporte convectivo do sangue tende a levar as NPs para regiões de menor resistência, e uma vez que as NPs de magnetita têm um transporte difusivo menos intenso, as mesmas podem estar sendo mais rapidamente removidas do fluido e aderindo à parede arterial, resultando em uma menor fração volumétrica na corrente sanguínea.

## 6.5. DIÂMETRO DA NANOPARTÍCULA ( $d_{np}$ )

O transporte de massa das nanopartículas magnéticas (NPMs) é governado fortemente por meio dos mecanismos de difusão browniana, termoforese, transporte convectivo, interação com o campo magnético e com o sangue, dentre outros, sendo que o diâmetro das NPMs ( $d_{np}$ ) desempenha papel crucial neste transporte em escoamentos sanguíneos no interior de artérias com estenose.

A difusividade Browniana ( $D_B$ ) é maior quanto menor for o tamanho das partículas, sendo governada pela relação de Einstein-Stokes (Equação 3.8). Deste modo, as NPMs menores ( $d_{np} < 20$  nm) possuem maior difusividade, favorecendo a dispersão rápida no sangue, enquanto que para as NPMs maiores ( $d_{np} > 100$  nm) a difusividade é menor, e as mesmas tendem a serem transportadas pela corrente sanguínea.

O tamanho das NPs deve ser cuidadosamente ajustado conforme o objetivo terapêutico, o campo magnético aplicado e a dinâmica do escoamento sanguíneo micropolar em estenoses arteriais. O efeito do  $d_{np}$  sobre a difusividade Browniana, e conseqüentemente sobre o parâmetro  $N_{BT}$  (Equação 5.7) pode ser visualizado na Tabela (6.5):

**Tabela 6.5** – Valores de diâmetro da NP empregados para as condições na quais a difusão Browniana predomina, a faixa ideal para a MDT e quando a termoforese domina\*.

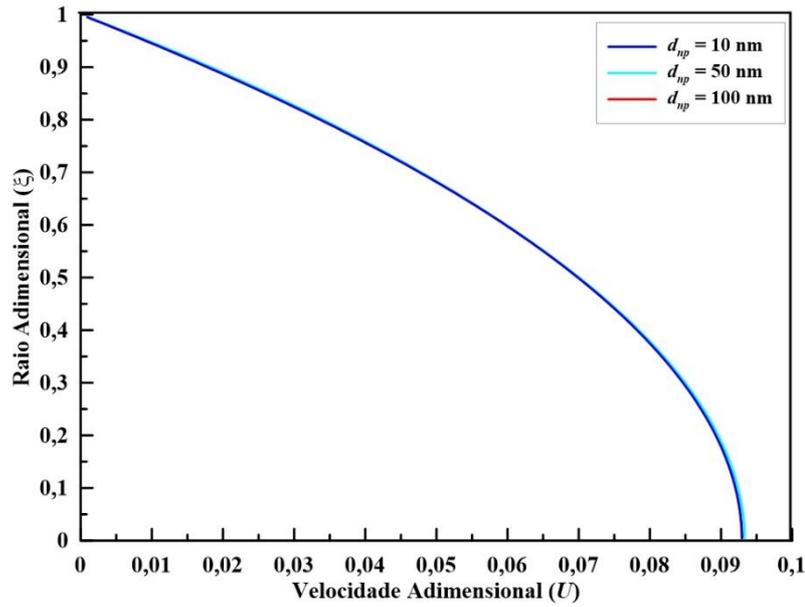
Aplicação	$d_{np}$ (nm)	$d_{np}$ (m)	$D_B$ (m <sup>2</sup> /s)	$N_{BT}$
<b>Difusão Browniana Domina</b>	10	$10^{-8}$	$1,136 \cdot 10^{-11}$	1,136
<b>Faixa Ideal para MDT</b>	50	$5 \cdot 10^{-8}$	$2,272 \cdot 10^{-12}$	0,2272
<b>Termoforese Domina</b>	100	$10^{-7}$	$1,136 \cdot 10^{-12}$	0,1136

\* Joshy *et al.* (2021).

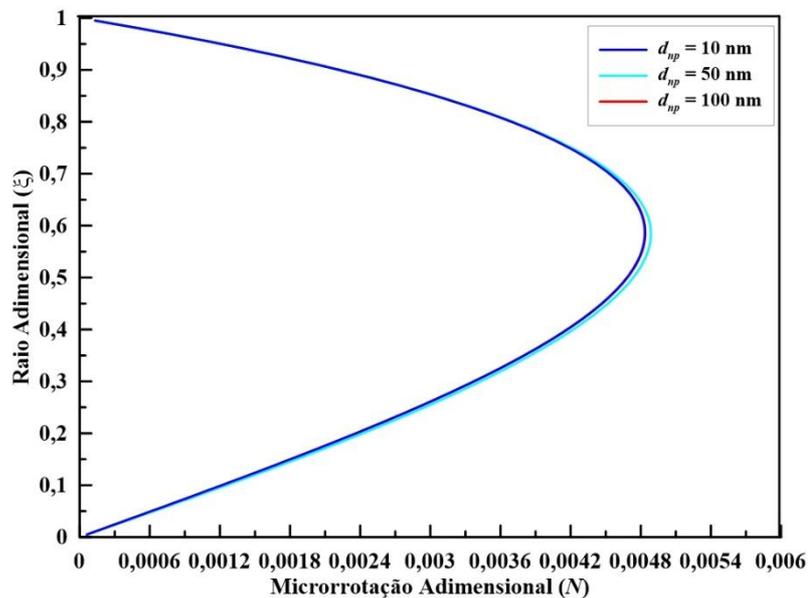
As Figuras (6.13) e (6.16) apresentam a influência do diâmetro da NP ( $d_{np}$ ) sobre os perfis de velocidade, microrrotação, temperatura e de fração de nanopartículas.

Os efeitos da termoforese são intensificados com a elevação do diâmetro da NP (diminuição do  $N_{BT}$ ), dominando sobre a difusão Browniana (movimento aleatório das NPs), a qual tende a distribuir uniformemente as nanopartículas, sendo mais eficaz em regiões de altas concentrações de NPs ou em ambientes com temperaturas elevadas. Já a termoforese induz o movimento das nanopartículas ao longo de gradientes de temperatura, normalmente transferindo-as de regiões mais quentes para mais frias.

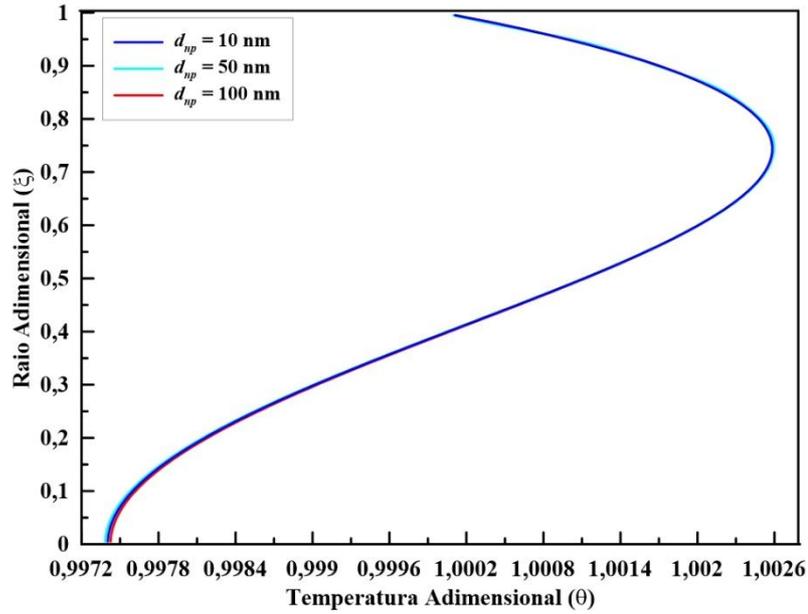
Ao analisar as Figuras (6.13) a (6.15) observa-se que o diâmetro da nanopartícula,  $d_{np}$ , não altera de forma apreciável os campos de velocidade, de microrrotação e de temperatura. Assim como para os resultados do tipo de nanopartículas, a temperatura depende não somente da difusividade Browniana ( $D_B$ ), mas também da difusividade termoforética ( $D_T$ ), além de ser fortemente dependente do fenômeno de convecção térmica, de modo que, podemos afirmar que para os três valores de  $d_{np}$  empregados a difusividade termoforética continua sendo favorecida em relação a Browniana.



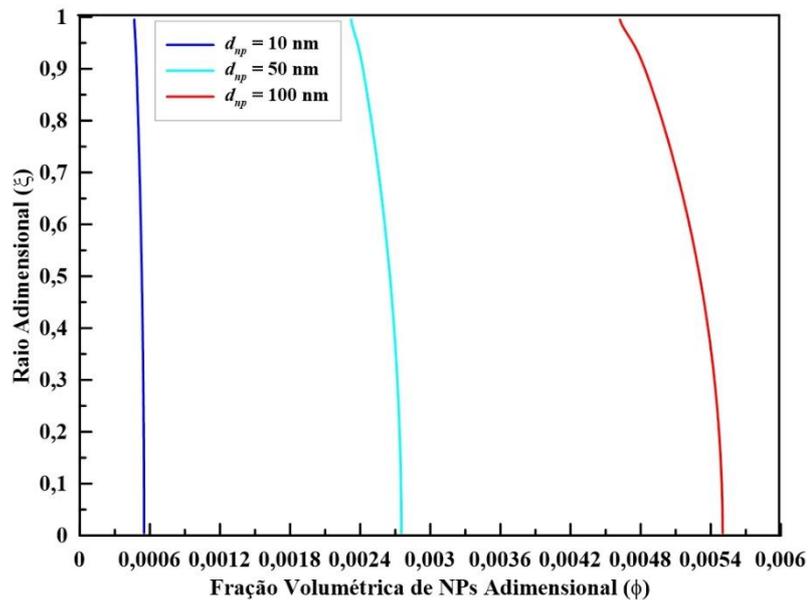
**Figura 6.13** - Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10; 50$  e  $100$  nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,238; Re = 0,1; Ha = 0,0165; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 1580; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 6.14** - Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10; 50$  e  $100$  nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,238; Re = 0,1; Ha = 0,0165; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 1580; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 6.15** - Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10; 50$  e  $100$  nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,238; Re = 0,1; Ha = 0,0165; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 1580; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,0011$ : campo de temperatura.



**Figura 6.16** - Efeito do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np} = 10; 50$  e  $100$  nm) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 20,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0; e = 0,2; \alpha = 2,238; Re = 0,1; Ha = 0,0165; Ec = 0,1; Pr = 21; Le = 1580; Bi_{m0} = 0,1; Bi_{m1} = 0,1; J = 1; \gamma_0 = 1,5; \kappa_0 = 1$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

Na Figura (6.16) pode-se observar que o aumento de  $d_{np}$  de 10 para 50 nm faz com que a fração de NPs seja elevada de 0,0006 para 0,0021 na superfície do vaso sanguíneo. Ao aumentar o tamanho da NP para 100 nm a fração na parede é de aproximadamente 0,0044, e como a termoforese é mais intensa neste caso, com o aumento de  $d_{np}$  (e conseqüente diminuição de  $N_{BT}$ ) as nanopartículas são empurradas em direção às regiões mais frias. Uma vez que a parede do vaso é mais quente, a termoforese tende a reduzir a concentração de NPs na estenose, inibindo o transporte aleatório das nanopartículas nesta região e transportando-as para o interior da artéria.

De acordo com os resultados obtidos para o estudo acerca da influência da frequência cardíaca, da intensidade de campo magnético, do tipo e diâmetro de nanopartícula, chega-se à conclusão que a os parâmetros:  $f_c = 80$  bpm,  $B_0 = 2,25$  T, nanopartículas de Ferrita de Manganês ( $MnFe_2O_4$ ) e  $d_{np} = 100$  nm podem ser considerados os mais seguros (em relação a manutenção da temperatura corporal em um patamar saudável) e mais favoráveis (do ponto de vista da transferência de massa de NPs) para a aplicação da terapia MDT.

## 6.6. COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA ( $k'_{np}$ )

É possível considerar que o coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np}$ ), e por conseqüência o N° de Biot de massa, pode ser afetado de forma mais explícita pelo N° de Hartmann,  $Ha$  (que é função da intensidade do campo magnético,  $B_0$ ), de modo que, a partir desta nova consideração, o transporte de massa das nanopartículas magnéticas também sofrerá um efeito da alteração do campo magnético. O passo a passo e a descrição da metodologia para a análise da influência de  $k'_{np}$  será apresentado nos tópicos que seguem:

### 6.6.1. Correlação para o Coeficiente Convectivo de Transferência de Massa ( $k''_{np}$ )

O N° de Nusselt ( $Nu$ ) é a grandeza adimensional que relaciona a magnitude das transferências de calor por convecção e condução, e normalmente é empregado para determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção. Para um escoamento laminar totalmente desenvolvido em um duto circular submetido a um fluxo de calor superficial constante, o número de Nusselt local é uma constante (= 4,36), não sendo dependente dos números de Reynolds ou de Prandtl (Equação 6.3) (ÇENGEL et al., 2017):

$$Nu|_{r=r_0} = \frac{hr_0}{k_f} = 4,36 \quad (6.3)$$

Em que  $h$  é o coeficiente convectivo de transferência de calor,  $r_0$  é o raio arterial e  $k_f$  é a condutividade térmica do sangue.

Fazendo-se uma analogia entre os fenômenos de transferência de calor e de massa para o mesmo processo, o N° de Sherwood ( $Sh$ ) representa a relação entre a intensidade das transferências de massa convectiva e difusiva (Equação 6.3a). Por similaridade, o  $Sh$  na parede do vaso sanguíneo também deve ser igual a mesma constante, 4,36 (Equação 6.4), sendo possível com isso determinar o coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k''_{np}$ ):

$$Sh|_{r=r_0} = \frac{k''_{np} r_0}{D_B} = 4,36 \quad (6.4)$$

Deste modo, rearranjando a Equação (6.4) é possível isolar e determinar o  $k''_{np}$ , resultando na Equação (6.5) a seguir:

$$k''_{np} = \frac{Sh|_{r=r_0} D_B}{r_0} = \frac{4,36 D_B}{r_0} \quad (6.5)$$

Em que  $k''_{np}$  é o coeficiente convectivo de transferência de massa das NPs no fluxo sanguíneo (o qual é desconhecido),  $r_0$  é o raio arterial (= 0,0015 m) e  $D_B$  é a difusividade Browniana que representa o coeficiente de difusão mássica das NPs no sangue (=  $10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s).

### 6.6.2. Espessura do Endotélio ( $\delta$ ) e Difusividade das NPs no Endotélio ( $D_{np}$ )

A espessura do tecido endotelial ( $\delta$ ) e o coeficiente de difusão mássica das NPs no endotélio ( $D_{np}$ ) podem ser determinados através de pesquisa na literatura existente, identificando que seus valores a serem considerados no presente trabalho são  $10^{-3}$  m e  $10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, respectivamente (MIURA e TANAKA, 2009).

### 6.6.3. Coeficiente Global de Transferência de Massa ( $k_G$ )

A fim de determinar o N° de Biot de massa, a presente metodologia visa quantificar as contribuições resistivas do transporte convectivo e difusivo, de modo que, se torna possível levar em conta todos os mecanismos existentes no processo de transferência de massa das NPs no escoamento sanguíneo. Para tanto, define-se o coeficiente global de transferência de massa

( $k_G$ ), o qual é calculado como sendo o inverso da resistência total ao processo de transferência de massa,  $R_{TOT}$  (Equação 6.6) (ÇENGEL et al., 2017):

$$k_G = \frac{1}{R_{TOT}} \quad (6.6)$$

A  $R_{TOT}$ , por sua vez, é dada por  $R_{TOT} = R_{CONV} + R_{DIF}$ , ou seja, representa a soma das contribuições convectiva ( $R_{CONV}$ ) e difusiva ( $R_{DIF}$ ) da resistência à transferência de massa, definidos a seguir (Equações 6.7a-b):

$$R_{CONV} = \frac{1}{k_{np}''}; \quad R_{DIF} = \frac{r_0}{D_{np}} \ln \left( \frac{r_0 + \delta}{r_0} \right) \quad (6.7a-b)$$

Deste modo, o coeficiente global de transferência de massa é dado pela Equação (6.8):

$$k_G = \frac{1}{\frac{1}{k_{np}''} + \frac{r_0}{D_{np}} \ln \left( \frac{r_0 + \delta}{r_0} \right)} \quad (6.8)$$

Em que  $k_{np}''$  é o coeficiente convectivo de transferência de massa das NPs,  $r_0$  é o raio arterial,  $D_{np}$  é coeficiente de difusão mássica das NPs no endotélio e  $\delta$  é a espessura do tecido endotelial.

#### 6.6.4. Número de Biot de Massa ( $Bi_m$ )

Uma modificação na expressão para a relação do Biot de massa é proposta, de modo que, a primeira e a segunda componente do N° de Biot de massa ( $Bi_{m0}$  e  $Bi_{m1}$ ) podem ser determinadas por meio das expressões a seguir:

$$Bi_{m0} = \frac{k_G r_0}{D_{np}} = \text{constante}; \quad Bi_{m1} = Bi_{m0} [1 + \nu_0 \beta(Ha)]; \quad \beta(Ha) = 1 - e^{-\nu_1 \cdot Ha} \quad (6.9a-c)$$

Nas Equações (6.9a-c) acima os parâmetros  $Bi_{m0}$  e  $Bi_{m1}$  são respectivamente a primeira e a segunda componentes do Biot de Massa,  $\nu_0$  é o parâmetro de intensificação do campo magnético (= 500),  $\beta(Ha)$  é a função de intensificação do campo magnético e  $\nu_1$  é a constante

que define a curvatura da função exponencial (= 20). Observe que o parâmetro  $Bi_{m0}$  é obtido ao substituir  $k_G$  no lugar de  $k'_{np}$  na Equação (4.12u), resultando na Equação (6.9a).

Após as referidas modificações a Equação (4.19) que representa  $Bi_m(\zeta)$ , passa a ser função de  $Ha$  e  $\zeta$ , tomando a forma:

$$Bi_m(Ha, \zeta) = Bi_{m0} + Bi_{m1}(Ha)G(\zeta) \quad (6.10)$$

E por fim, após os devidos cálculos, o N° de Sherwood, o coeficiente convectivo de transferência de massa, a difusividade das NPs no sangue, a espessura do tecido endotelial, difusividade das NPs no tecido, o coeficiente global de transferência de massa e o N° de Biot de massa podem ser reunidos em uma única Tabela (6.6) mostrada a seguir:

**Tabela 6.6** - Parâmetros utilizados na determinação do Número de Biot de massa.

Parâmetro	$Sh$	$k'_{np}$ (m/s)	$D_B$ (m <sup>2</sup> /s)	$\delta$ (m)	$D_{np}$ (m <sup>2</sup> /s)	$k_G$ (m/s)	$Bi_{m0}$
<b>Valor</b>	4,36	2,91.10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-9</sup> *	10 <sup>-3</sup> **	10 <sup>-6</sup> **	2,91.10 <sup>-6</sup>	0,00436

\* Yuan *et al.* (2022);

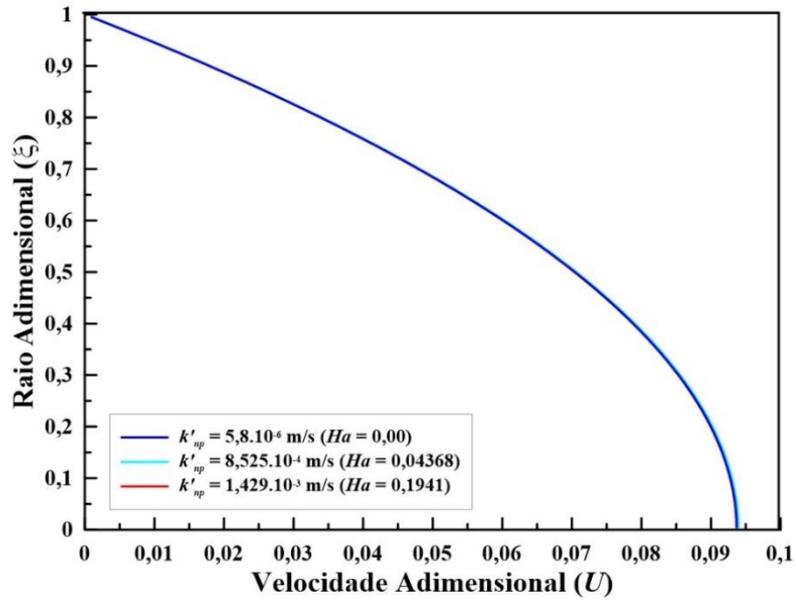
\*\* Miura e Tanaka (2009).

A Tabela (6.7) a seguir apresenta os valores de N° de Hartmann ( $Ha$ ) empregado para a determinação da função de intensificação do campo magnético ( $\beta$ ), a primeira e a segunda componentes do N° de Biot de Massa ( $Bi_{m0}$  e  $Bi_{m1}$ ), o coeficiente convectivo de transferência de massa e, por fim, o N° de Biot de Massa ( $Bi_m$ ) para cada condição estudada (sem campo magnético, campo magnético forte e superforte).

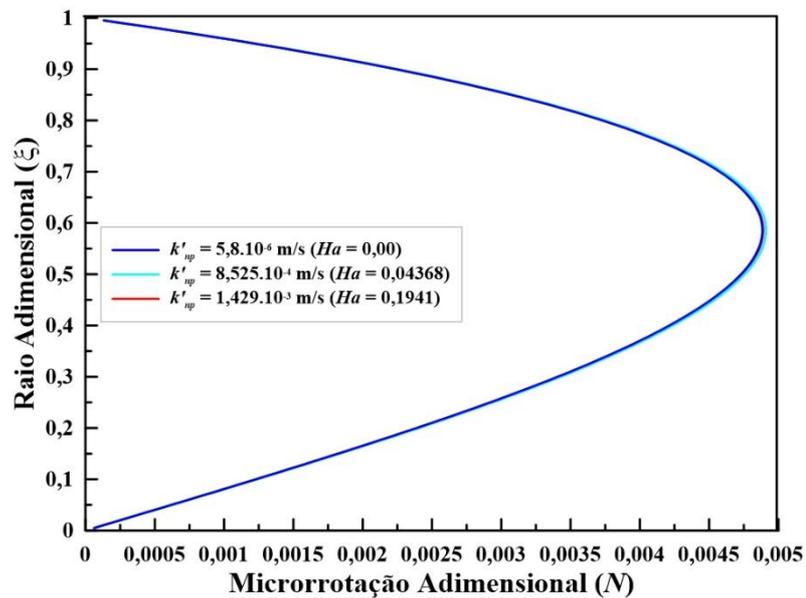
**Tabela 6.7** – Valores do coeficiente convectivo de transferência de massa e do N° de Biot de massa a partir do N° de Hartmann empregados nas simulações.

Aplicação	$Ha$	$\beta(Ha)$	$Bi_{m0}$	$Bi_{m1}$	$k'_{np}$ (m/s)	$Bi_m$
<b>Sem Campo Magnético</b>	0,00	0,00	0,00436	0,00436	0,0000058	0,00872
<b>Campo Magnético Forte</b>	0,04368	0,5826	0,00436	1,2743	0,0008525	1,2787
<b>Campo Magnético Superforte</b>	0,1941	0,9794	0,00436	2,1395	0,0014292	2,1438

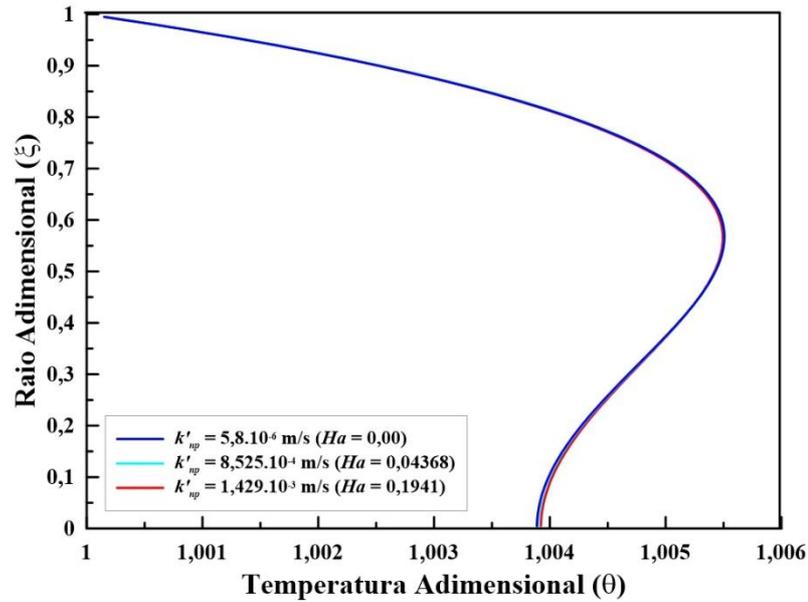
As Figuras (6.17) a (6.20) apresentam o efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np}$ ) sobre os campos de velocidade, microrrotação, temperatura e fração volumétrica de NPs.



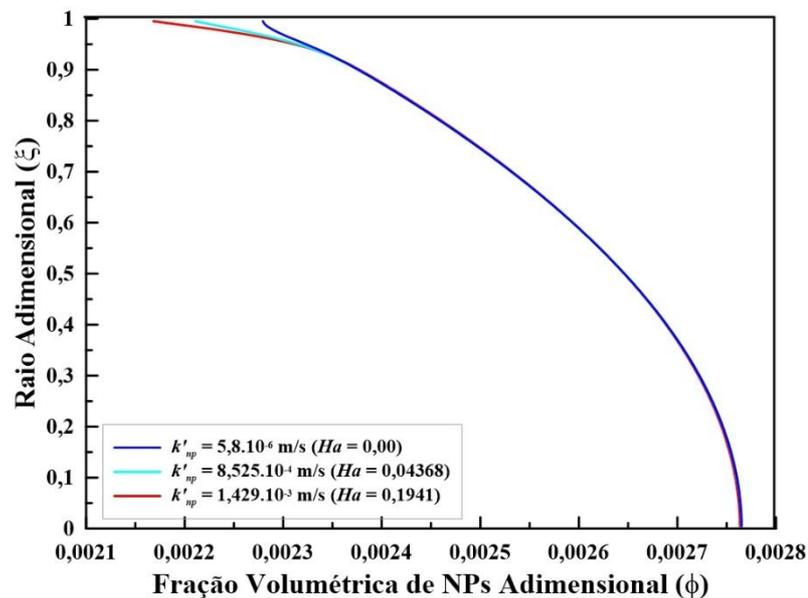
**Figura 6.17** - Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $8,525 \cdot 10^{-4}$  e  $1,429 \cdot 10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de velocidade.



**Figura 6.18** - Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8 \cdot 10^{-6}$ ;  $8,525 \cdot 10^{-4}$  e  $1,429 \cdot 10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de microrrotação.



**Figura 6.19** - Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8.10^{-6}$ ;  $8,525.10^{-4}$  e  $1,429.10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de temperatura.



**Figura 6.20** - Efeito do coeficiente convectivo de transferência de massa ( $k'_{np} = 5,8.10^{-6}$ ;  $8,525.10^{-4}$  e  $1,429.10^{-3}$  m/s) sobre os potenciais em  $\zeta = 2,5$  e para  $\tau = 80,0$  para uma artéria coronária ( $r_0 = 0,0015$  m), com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : campo de fração volumétrica de nanopartículas.

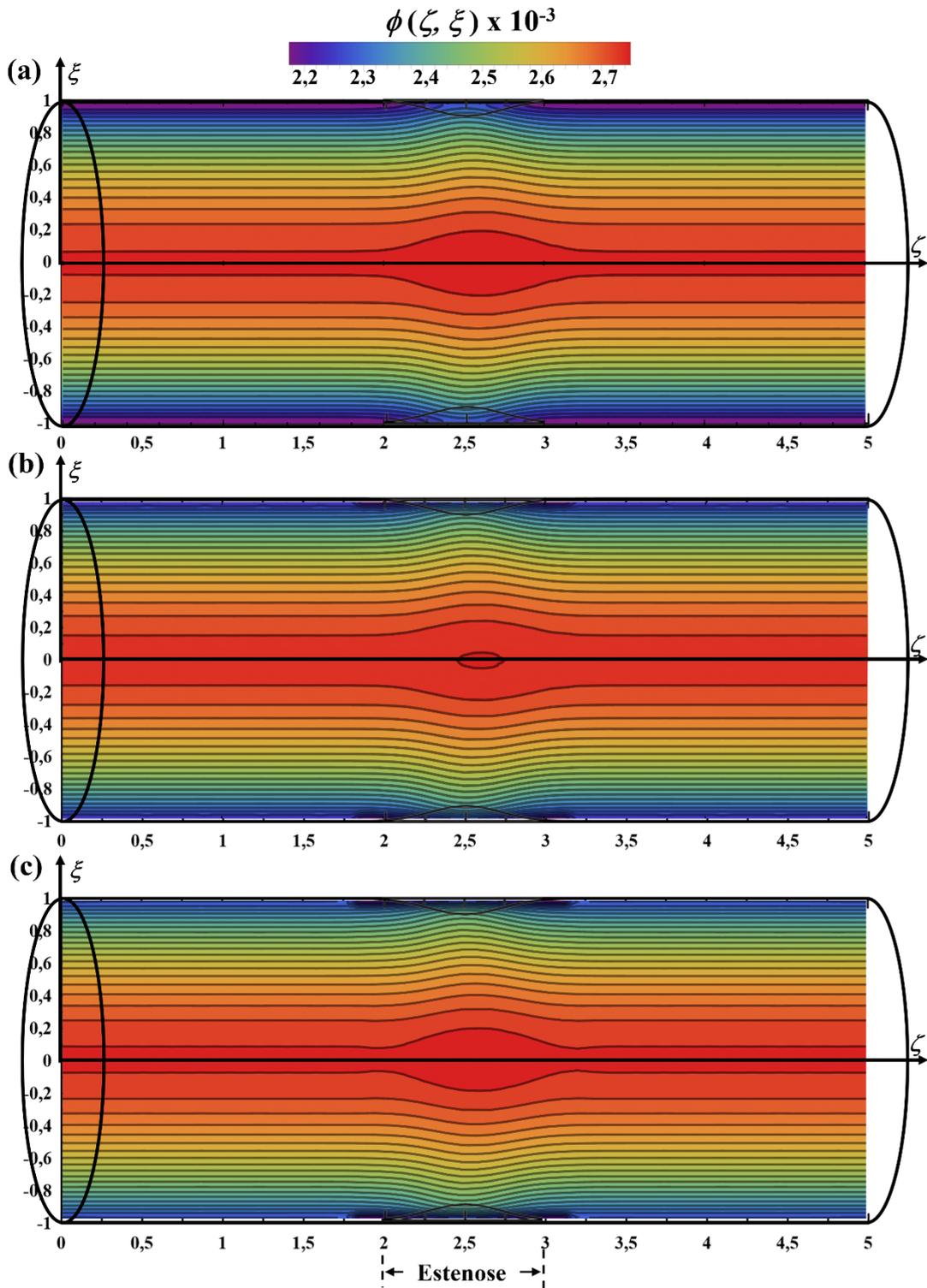
Pode-se observar nas Figuras (6.17) a (6.19) que os campos de velocidade, microrrotação e temperatura não apresentam mudanças significativas com o aumento do coeficiente convectivo de transferência de massa. Como já foi mencionado anteriormente a alteração da intensidade do campo magnético de  $B_0 = 0,00$  até  $10,00$  T não apresenta influência perceptível sobre tais campos devido ao fato que as faixas estudadas de  $B_0$  para este conjunto de parâmetros não apresentam alteração sobre estes potenciais.

Por outro lado, na Figura (6.20) fica evidente que o campo de fração volumétrica de NPs sofre efeito do aumento do coeficiente convectivo de transferência de massa de  $k'_{np}$  de  $0,0000058$  ( $Ha = 0,00$ ) até  $0,0014292$  ( $Ha = 10,00$ ), especialmente na fronteira do vaso sanguíneo. O gráfico da fração volumétrica de NPs ( $\phi$ ) mostra que, à medida que  $Ha$  aumenta, a fração volumétrica das NPs diminui na parede da artéria, indicando que as NPs estão sendo removidas mais rapidamente do sangue, possivelmente aderindo à estenose, o que é desejável para aplicações de MDT. Este comportamento pode ser explicado uma vez que a elevação de  $Ha$  resulta em  $Bi_m$  e  $k'_{np}$  mais elevados, ou seja, maior será o transporte de NPs. O aumento de Hartmann amplifica o efeito das Forças de Lorentz, que afetam diretamente a dinâmica das nanopartículas no escoamento, e além disso,  $k'_{np}$  cresce exponencialmente com  $Ha$ , logo, a remoção das NPs do fluido e sua deposição nas paredes arteriais ocorre de forma mais intensa.

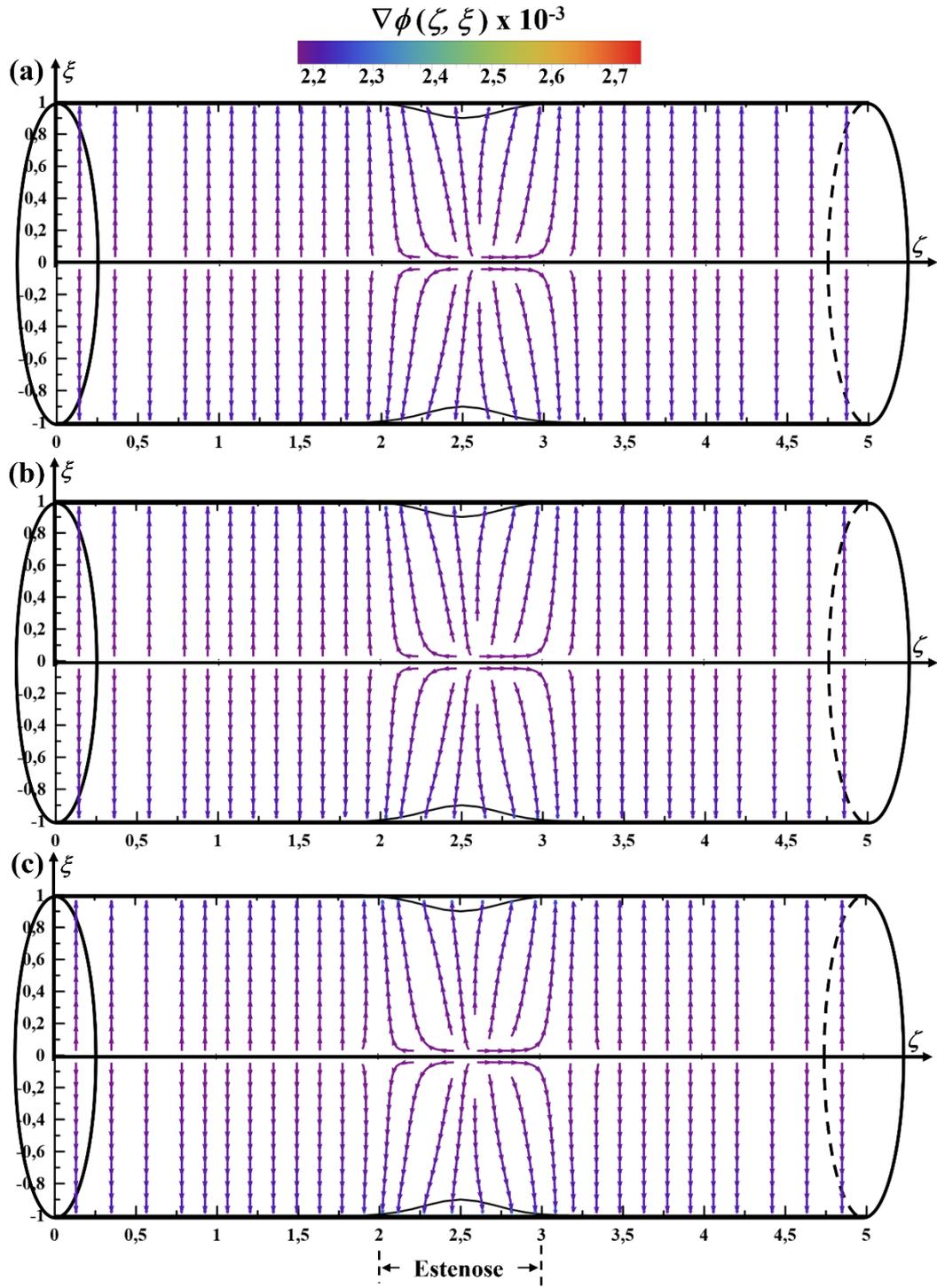
### 6.6.5. Linhas de Contorno e Linhas de Fluxo

Foram obtidos ainda os gráficos de linhas de contorno do campo de fração volumétrica de NPs (Figura 6.21), bem como as linhas de fluxo do gradiente de fração de NPs (Figura 6.22).

É possível observar na Figura (6.21) que a variação positiva de  $Ha$  promove uma intensificação da fração das NPs na região central do vaso sanguíneo próximo a estenose (evidenciada pela intensidade da coloração vermelha), e isto ocorre pois o fluxo convectivo da corrente sanguínea principal é maior nesta área, e vai diminuindo nas extremidades por efeito de parede. Por outro lado, o fluxo difusivo é induzido pelo campo magnético incidente, logo as NPs se concentram preferencialmente na região alvo (centro do vaso próximo a estenose). Esse comportamento da fração de NPs é desejável para a terapia MDT, uma vez que se as mesmas estiverem carregando um fármaco, este será liberado nesse local. As regiões mais próximas da parede do vaso ( $\xi$  próximo de  $1,0$ ) apresentam os gradientes de fração de NPs mais intensos, enquanto no centro do vaso ( $\xi$  próximo de  $0,0$ ) os mesmos são menores, embora neste último as frações em si sejam bem mais elevadas do que nas paredes.



**Figura 6.21** – Linhas de contorno para o campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : (a) Sem Campo Magnético ( $Ha = 0,0$ ); (b) Campo Magnético Forte ( $Ha = 0,04368$ ) e (c) Campo Magnético Superforte ( $Ha = 0,1941$ ).



**Figura 6.22** – Linhas de fluxo para o gradiente do campo de fração volumétrica de nanopartículas ( $\nabla\phi$ ) para  $\tau = 80,0$  ao longo do raio adimensional ( $\xi$ ) e do eixo axial ( $\zeta$ ) com  $B = 1,0$ ;  $e = 0,2$ ;  $\alpha = 2,238$ ;  $Re = 0,1$ ;  $Ec = 0,1$ ;  $Pr = 21$ ;  $Le = 1580$ ;  $N_{BT} = 0,2272$ ;  $Bi_{m0} = 0,00436$ ;  $J = 1,0$ ;  $\gamma_0 = 1,5$ ;  $\kappa_0 = 1,0$  e  $K = 0,001$ : (a) Sem Campo Magnético ( $Ha = 0,0$ ); (b) Campo Magnético Forte ( $Ha = 0,04368$ ) e (c) Campo Magnético Superforte ( $Ha = 0,1941$ ).

Nas proximidades da estenose (ainda na Figura 6.21) o comportamento das linhas de contorno é de se aproximarem, demonstrando uma forte variação da fração de NPs, o que é consistente com os efeitos de acúmulo de NPs devido a mudanças no fluxo em função do estreitamento do vaso sanguíneo. A estenose altera o perfil do escoamento, afetando também a distribuição de NPs, podendo ocasionar um acúmulo de partículas antes ou sobre a estenose. Além disso, devido a presença do campo magnético aplicado sobre a estenose, as NPMs são atraídas para esta região, distorcendo os contornos naturais das curvas de fração de partículas e criando zonas de alta concentração mais localizadas.

A Figura (6.22) mostra que a elevação do Número de Hartmann não provoca uma alteração considerável sobre as linhas de fluxo para o gradiente de fração volumétrica de NPs. Fica evidente ainda que na região antes da estenose ( $\zeta < 2,0$ ) o fluxo de NPs ocorre predominantemente na direção vertical (do centro do vaso para as paredes), o que indica que o maior gradiente de fração de NPs está na direção radial. Ao longo do eixo axial, na estenose ( $2,0 \leq \zeta \leq 3,0$ ) a combinação entre o efeito de aceleração do escoamento (resultado do estreitamento do vaso) e o campo magnético aplicado na mesma provoca uma elevação do valor da fração volumétrica de NPs ( $\phi$ ) nessa região e, como consequência estabelece-se um gradiente de fração que aponta no sentido oposto, do meio da estenose para as extremidades da mesma ao longo de  $\zeta$  em  $\xi = 0,0$ , e depois do centro do vaso em direção as paredes ( $\xi = 1,0$ ). Por mais que a fração de NPs seja maior no centro da estenose, o  $\nabla\phi$  se orienta radialmente para a parede do vaso, buscando restabelecer o equilíbrio de concentração através da difusão radial, enquanto o escoamento axial continua dominante. Após a estenose ( $\zeta > 3,0$ ) as linhas voltam gradativamente à orientação vertical, semelhante ao padrão inicial.

## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O presente trabalho analisou o escoamento sanguíneo pulsátil MHD transiente de um fluido micropolar com transferência de calor e massa na presença de nanopartículas magnéticas submetido a campo magnético externo no interior de vasos sanguíneos empregando uma metodologia numérica para o Modelo 1D-Transiente com discretização espacial do raio através do Método das Linhas (MOL) e outra para o Modelo Original 2D-Transiente sem discretização espacial prévia.

Foi realizada uma análise de convergência e os resultados do Método das Linhas obtiveram convergência satisfatória com quatro casas decimais concluindo que 200 pontos na malha são suficientes para que todos os campos estudados e nas diversas situações analisadas (variando o raio, o comprimento axial e o tempo adimensional) estejam convergidos.

Os resultados obtidos através da abordagem numérica com discretização radial com o MOL (Modelo 1D-Transiente) foram verificados satisfatoriamente com os resultados da solução analítica para o caso limite, e portanto, o código computacional desenvolvido neste estudo pode ser empregado para uma investigação aprofundada dos efeitos dos parâmetros governantes neste tipo de escoamento sanguíneo de nanofluido micropolar com transferência de calor e massa sob ação de campo magnético. Já os resultados numéricos obtidos sem discretização espacial prévia no raio (Modelo Original 2D-Transiente) apresentaram uma pequena discordância em relação aos da solução exata, bem como dos resultados com discretização radial via MOL, optando por seguir apenas com os resultados da primeira abordagem.

A partir dos resultados foi observado que na direção da estenose a velocidade diminui, efeito provocado tanto pela migração de nanopartículas para a parede do vaso, quanto pela redução na microrrotação nesta região (ambos os campos possuem acoplamento). Nesta região a temperatura e a fração de nanopartículas aumentam por conta da ação do campo magnético pelo efeito Joule e pelo direcionamento magnético que provoca a concentração preferencial de NPs na estenose.

Foi possível constatar que a velocidade média aumenta na região estenótica tanto em tempos menores quanto tempos elevados, para compensar o efeito de redução do lúmen arterial. A microrrotação média apresentou um incremento nesta região nos tempos menores, e para tempos maiores houve uma redução da mesma. A temperatura e fração de nanopartículas média

apresentaram comportamentos semelhantes, ocorrendo o aumento dos potenciais médios para todos os tempos adimensionais estudados.

O aumento da intensidade do campo magnético provoca a diminuição tanto da distribuição de velocidade, quanto da microrrotação, pois as forças de Lorentz agem de modo resistivo ao movimento do fluido, reduzindo também os gradientes de velocidade, no entanto, a mesma não apresenta efeito significativo sobre a temperatura e a fração de nanopartículas devido ao valor baixo de nanopartículas empregado. A dissipação viscosa diminui os gradientes de temperatura por conta da elevada energia cinética e, ao mesmo tempo que eleva os gradientes de fração de NPs associado ao fenômeno de termoforese.

Na estenose o aumento de  $N_{BT}$  provoca uma redução na temperatura no centro do vaso, uma vez que com a termoforese dominando sobre a difusão Browniana ocorre uma redução na transferência de calor em regiões próximas a parede além do aumento dos gradientes de temperatura, enquanto que as nanopartículas são empurradas em direção às regiões mais frias no interior do escoamento, e como a parede do vaso é mais quente, a termoforese tende a reduzir a concentração de NPs na estenose, inibindo o transporte aleatório das nanopartículas nesta região.

À medida que o parâmetro de microviscosidade aumenta, a velocidade diminui, e a microrrotação aumenta, uma vez que a microviscosidade influencia positivamente na viscosidade efetiva (resistência ao movimento) retardando o momento linear, porém em um efeito de equilíbrio, o momento angular é aumentado para compensar.

Em relação a frequência cardíaca ( $f_c$ ) o seu aumento pode favorecer a dispersão das NPs uma vez que as forças inerciais predominam. Já o aumento da intensidade de campo magnético ( $B_0$ ) não apresentou variação significativa sobre os campos estudados. A elevação do diâmetro da nanopartícula ( $d_{np}$ ) e com a diminuição de  $N_{BT}$ , as nanopartículas são empurradas em direção às regiões mais frias, neste caso, no interior da artéria.

O aumento de  $Ha$  provoca um efeito somente sobre o campo de fração volumétrica de NPs, mais evidente na fronteira do vaso sanguíneo. Próximo a estenose as linhas de contorno se aproximam, enquanto as linhas de fluxo primeiro se afastam e em seguida se direcionam as paredes do vaso, evidenciando os gradientes de fração de NPs em direção a estenose.

Ressalta-se que a maioria das pesquisas anteriores desprezam os efeitos microrrotacionais do escoamento sanguíneo, e nem todos levavam em conta os efeitos do movimento Browniano e termoforético do sangue nano-dopado. Deste modo, o presente trabalho representa uma formulação completamente inovadora, o que possibilitou a avaliação

de uma variedade de efeitos e fenômenos diferentes obtendo êxito em estudar o sangue como fluido micropolar no escoamento MHD dentro de vasos sanguíneos com injeção e direcionamento de nanopartículas magnéticas.

O artigo intitulado “*Analysis of Magnetohydrodynamic Micropolar Blood Flow and Nanoparticles Magnetic Targeting in Blood Vessels*” foi submetido na revista “*International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*” em 05/04/2025 e foi aceito para publicação com “*Major Revision*” em 13/04/2025.

As sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros são:

– A resolução do mesmo modelo apresentado aqui empregando a metodologia híbrida numérico-analítica da GITT (Técnica da Transformada Integral Generalizada).

– Estudar o melhor mecanismo de liberação de um fármaco com ação sobre a arteriosclerose do interior das NPMs e incluir no modelo a cinética de liberação do medicamento.

– Incluir a cinética de liberação do fármaco na modelagem junto com a cinética de desaparecimento das NPs, considerando aspectos como o tipo de cinética, a ordem de reação, o mecanismo de reação e o tipo de Fármaco.

– Transformar as variáveis geométricas (comprimento e altura da estenose) em variáveis de estudo.

– Incluir o movimento peristáltico no modelo afim de simular o comportamento elástico de alguns vasos sanguíneos, especialmente em regiões distantes do coração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDULLAH, I., AMIN, N., HAYAT, T. Magnetohydrodynamic effects on blood flow through an irregular stenosis. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 67, p. 1624–1636, 2010.
- AGRAWAL, V.; PAUL, C.; DAS, M.K.; MURALIDHAR, K. Effect of coil embolization on blood flow through a saccular cerebral aneurysm. *Sadhana* 40(3): 875–887, 2015.
- AHMED, A., NADEEM, S. Effects of magnetohydrodynamics and hybrid nanoparticles on a micropolar fluid with 6-types of stenosis. *Journal of Molecular Liquids*, v. 7, p. 4130-4139, 2017.
- AHMED, A., NADEEM, S. The study of (Cu, TiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) nanoparticles as antimicrobials of blood flow through diseased arteries. *Journal of Molecular Liquids*, v. 216, p. 615-623, 2016.
- AKBAR, N.S.; TRIPATHI, D.; BÉG, O.A. Variable-viscosity thermal hemodynamic slip flow conveying nanoparticles through a permeable-walled composite stenosed artery, *European Physical Journal Plus*, 132: 294 -305, 2017.
- AKBARZADEH, P. Pulsatile magneto-hydrodynamic blood flows through porous blood vessels using a third grade non-Newtonian fluids model. *Computer methods and programs in biomedicine*, v. 126, p. 3-19, 2016.
- ALI, N., ZAMAN, A., SAJID, M. Unsteady blood flow through a tapered stenotic artery using Sisko model. *Computers & Fluids*, v. 101, p. 42-49, 2014.
- ALI, N., ZAMAN, A.; SAJID, M.; BÉG, A.O.; SHAMSHUDDIN M.D.; ALI KADIR. Numerical simulation of time-dependent non-Newtonian nano-pharmacodynamic transport phenomena in a tapered overlapping stenosed artery, *Nanoscience and Technology: An International Journal*, 9, 247-282, 2018.
- AMALRAJ, I.J.; NARASIMMAN, S.; KANDASAMY, A. Rheodynamic Lubrication of an Externally Pressured Thrust Bearing using Herschel–Bulkley Fluid with Sinusoidal injection, *J. Appl. Fluid Mech.* 5(4), pp. 71–79, 2012.

AMIRI, M. H., KESHAVARZI, A., KARIMIPOUR, A., BAHIRAEI, M., GOODARZI, M., ESFAHANI, J. A. A 3-D numerical simulation of non-Newtonian blood flow through femoral artery bifurcation with a moderate arteriosclerosis: investigating Newtonian/non-Newtonian flow and its effects on elastic vessel walls. *Heat and Mass Transfer*, 55(7), 2037-2047, 2019.

ANAND, M., RAJAGOPAL, K.R. A shear-thinning viscoelastic fluid model for describing the flow of blood. *International Journal of Cardiovascular Medicine and Science*, v. 4, p 59-68, 2004.

ANDRA, W., NOWAK, H. *Magnetism in Medicine*. Wiley VCH, Berlin, 1998.

ARDAHAIE, S.S., AMIRI, A.J., AMOUEI, A., HOSSEINZADEH, K., GANJI, D.D. Investigating the effect of adding nanoparticles to the blood flow in presence of magnetic field in a porous blood arterial. *Informatics in Medicine Unlocked*, v. 10, p, 71-81, 2018.

ARIMAN, T. On the analysis of blood flow, *J. Biomechanics*, 4 (3) 185-192 (1971).

AROESTY, J, GROSS, JF: Pulsatile flow in small vessels – I Casson theory. *Biorheology*. 9, 33–42 (1972)

BASKURT, O.K.; HARDEMAN, M.R.; RAMPLING, M.W.; MEISELMAN, H.J. *Handbook of Hemorheology and Hemodynamics*, IOS Press, USA, 2007.

BATCHELOR, G.K. The stress system in a suspension of force-free particles, *J. Fluid Mechanics*, 41 (3), 545-570, 1970.

BÉG, O.A.; TAKHAR, H.S.; BHARGAVA, R.; SHARMA, S.; HUNG, T-K. Mathematical modeling of biomagnetic flow in a micropolar fluid-saturated Darcian porous medium, *Int. J. Fluid Mechanics Research*, 34, 5, 403-424, 2007.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport phenomena*. 2. ed. Winesconsin: John Wiley & Sons, Inc., 2007.

BLAIR, GWS, SPANNER, DC: *An Introduction to Biorheology*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam (1974)

- BUONGIORNO, J. Convective Transport in Nanofluids. *Journal of Heat Transfer*, v. 128, p. 240-250, 2006.
- CARO, C.G. Arterial fluid mechanics and atherogenesis, *Rec. Adv. Cardiovasc. Dis.* 2, pp. 6–11, 1981.
- CHAKRAVARTY, S.; MANDAL, P. K. Mathematical modelling of blood flow through an overlapping arterial stenosis. *Mathematical and Computer Modelling*, 19(1), 59-70, 1994.
- CHAKRAVARTY, S.; MANDAL, P.K. Numerical simulation of Casson fluid flow through differently shaped arterial stenoses. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik* 65, no. 4 (2014): 767-782, 2005.
- CHAKRAVARTY, S.; MANDAL, P.K. Two-dimensional blood flow through tapered arteries under stenotic conditions, *Int. J. Nonlin. Mech.* 35, pp. 779–793, 2000.
- CHARM, S.E.; KURLAND, G.S. Viscometry of human blood for shear rate of 100,000 sec<sup>-1</sup>, *Nature*, London 206, pp. 617–618, 1965.
- CHATURANI, P, PONNALAGAR SAMY, R: Pulsatile flow of a Casson fluid through stenosed arteries with application to blood flow. *Biorheology*. 23, 499–511, 1986.
- CHATURANI, P. PONNALAGARSAMY, R. A Study of non-Newtonian aspects of blood flow through stenosed arteries and its applications in arterial diseases, *Biorheology*. 22(6), pp. 521–531, 1985.
- CHATURANI, P.; PALANISAMY, V. Casson fluid model for pulsatile flow of blood under periodic body acceleration, *Biorheology*. 27(5), pp. 619–630, 1990.
- CHATURANI, P.; UPADHYA, V. S. On micropolar fluid model for blood flow through narrow tubes, *Biorheology* 16, 419–428, 1979.
- CHAVAN, N., DHARMARAJ, D., SARAP, S., SURVE, C. Magnetic nanoparticles – A new era in nanotechnology, *Journal of Drug Delivery Science and Technology*, v. 77, 2022.

CHOI, S.U.S., EASTMAN, J.A. Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles, *Developments and Application of Non-Newtonian Flows*. ASME Journal of Heat Transfer, v. 66, p. 99-105, 1995.

CHUNBAI, H., YIPING, H., LICHEN, Y., CUI, T., CHUNHUA Y. Effects of particle size and surface charge on cellular uptake and biodistribution of polymeric nanoparticles. *Biomaterials*. 31, 3657–3666, 2010.

COKELET G.R. The rheology of human blood. In: Fung Y.C. (ed) *Biomechanics- its foundations and objectives*, Prentice Hall, New York, 1972.

COWIN, S.C. On the polar fluid as a model for blood flow in tubes. *Biorheology*, 9, 23–25, 1972.

ÇENGEL, Y., CIMBALA, J., TURNER, R. *Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences*, 5a Edição, Mc-Graw-Hill, New York, 2017.

DANG, Y., GUAN, J. Nanoparticle-based drug delivery systems for cancer therapy. *Smart Materials in Medicine*. 1, 10-19, 2020.

DEVANATHAN, R.; PARVATHAMMA, S. Flow of micropolar fluid through a tube with stenosis, *Med. Biol. Eng. Comput.* 21, 438–445, 1983.

DUBEY, A., VASU, B., GORLA, R.S.R., JAWID, M., BÉG, O.A. Biomagnetic Nano-Rheo-Pharmaco-Dynamic Transport In A Stenotic Artery - Targeted Drug Delivery Simulation. IIER - 767th International Conference on Recent Innovations in Engineering and Technology ICRIET.

DUBEY, A.; VASU, B.; BÉG, O.A.; GORLA, R.S.; KADIR, A. Computational fluid dynamic simulation of two-fluid non-Newtonian nanohemodynamics through a diseased artery with a stenosis and aneurysm. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 1-27, 2020.

ELLAHI, R.; RAHMAN, S.U.; NADEEM, S.; AKBAR, N.S. Blood flow of nanofluid through an artery with composite stenosis and permeable walls, *Appl. Nanosci.* 4, pp. 919–926, 2014.

ELLAHI, R., RAHMAN, S.U., GULZAR, M., NADEEM, S., VAFAI, K. A mathematical study of non-Newtonian micropolar fluid in arterial blood flow through composite stenosis, *Applied Mathematics & Information Sciences*. 4. 1567–1573, 2014.

ELLAHI, R.; RAHMAN, S.U.; NADEEM, S.; AKBAR, N.S. Influence of Heat and Mass Transfer on Micropolar Fluid of Blood Flow Through a Tapered Stenosed Arteries with Permeable Walls, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, v. 11, p. 1156–1163, 2014.

ELNAQEEB, T.; SHAH, N.A.; MEKHEIMER, K.S. Hemodynamic characteristics of gold nanoparticle blood flow through a tapered stenosed vessel with variable nanofluid viscosity. *BioNanoScience*, 9(2), 245-255, 2019.

EL-SHEHAWAY, E.F.; EIBARBARY, E.M.E.; AFIFI, N.A.S.; El-Shahed, M. Pulsatile flow of blood through a porous medium under periodic body acceleration, *Int. J. Theoret. Phys.* 39, pp. 183–188, 2000.

Entrance Region of Tubes and Ducts, *The Physics of Fluids*, vol. 7, n° 3, pp. 338-347, 1964.

ERINGEN, A.C. *Mechanics of Micromorphic Continua, Mechanics of Generalized Continua* (Ed. E.Kröner), Springer-Verlag, Germany, pp. 18–35. 1967.

ERINGEN, A.C. *Microcontinuum Field Theories II: Fluent Media*, Springer, New York, 2001.

ERINGEN, A.C. Theory of micropolar fluids. *Journal of Mathematics and Mechanics*, v. 16, p. 1–18, 1966.

FERNANDEZ-FERNANDEZ, A., MANCHANDA, R., MCGORON, A.J. Theranostic applications of nanomaterials in cancer: drug delivery, image-guided therapy and multifunctional platforms. *Applied Biochemistry and Biotechnology*, v. 165, p. 1628–1651, 2011.

FERREIRA, J.R.; PONTES, F.A.; MIYAGAWA, H.K.; MACÊDO, E.N.; QUARESMA, J.N.N.; ESTUMANO, D.C.; RIBEIRO, N.F.P. Parameters Estimation using ABC Technique of MHD Pulsatile Flow of a Non-Newtonian Fluid in Porous Blood Vessels. *CILAMCE 2019*

- Proceedings of the XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC, Natal/RN, Brazil, November 11-14, 2019.

FOX, R. W., PRITCHARD, P. J., MCDONALD, A. T., *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, 8a Ed., LTC, 2014.

FUKADA, E., KAIBARA, M. Viscoelastic study of aggregation of red blood cells. *Biorheology*, v. 17, p. 177-182, 1980.

FUNG, Y.C. *Biomechanics: Motion, Flow, Stress and Growth*, Mc-Graw-Hill, New York, USA, 1990.

FURLANI, E.P. FURLANI, E.P. A model for predicting magnetic targeting of multifunctional particles in the microvasculature, *J. Magn. Magn. Mater.* 312, pp. 187–193, 2007.

GAROOSI, F., JAHANSHALOOB, L., RASHIDIC, M.M., BADAKHSHD, A., ALI, M.E. Numerical simulation of natural convection of the nanofluid in heat exchangers using a Buongiorno model. *Applied Mathematics and Computation*, v. 254, p. 183-203, 2015.

GENTILE, F.; FERRARI, M.; DECUZZI, P. The transport of nanoparticles in blood vessels, the effect of vessel permeability and blood rheology, *Ann. Biomed. Eng.* 36, pp. 254–261, 2007.

GUPTA, R.; INDU, M.; JAGAT, N. Trends in coronary heart disease epidemiology in India. *Annals of Global Health* 82, no. 2: 307-315, 2016.

HAGHIGHI, A. R., CHALAK, S. A., Mathematical modelling of blood flow through a stenosed artery under body acceleration. *J. Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 39(7), 2487-2494, 2017.

HAIK, Y.; PAI, V.; CHEN, C.J. *Biomagnetic Fluid Dynamics at Interfaces*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 439–452, 1999.

HAIK, Y.; PAI, V.; CHEN, C.J., Apparent viscosity of human blood in a high static magnetic field, *J. Magn. Magn. Mater.* 225, pp. 180–186, 2001.

HAPPEL, J.; BRENNER, H. *Low Reynolds Number Hydrodynamics*, Prentice-Hall, New York, USA, 1965.

HEART AND STROKE FOUNDATION OF CANADA. Heart & Stroke. c2024. Disponível em: <https://www.heartandstroke.ca/heart-disease/conditions/atherosclerosis#:~:text=The%20arteries%20in%20the%20heart,plaque%20can%20also%20break%20apart>. Acesso em: 11 de nov. de 2024.

HEART AND STROKE FOUNDATION OF CANADA. Heart & Stroke. c2024. Disponível em: <https://www.heartandstroke.ca/heart-disease/what-is-heart-disease/how-a-healthy-heart-works>. Acesso em: 17 de nov. de 2024.

HIDE, R., ROBERTS, P.H. Some Elementary Problems in Magnetohydrodynamics. *Advances in Applied Mechanics*, 1962.

HIGASHI, T., YAMAGISHI, A., TAKEUCHI, T., KAWAGUCHI, N. SAGAWA, S. ONISHI, S. DATE, M. Orientation of Erythrocytes in a Strong Static Magnetic Field. *Blood*, v.82, p.1328-1334, 1993.

HUSSAIN, M., SHABBIR, M.S. Analysis of entropy generation and Brownian motion for the pulsatile flow of Herschel–Bulkley fluid in a diseased curved artery. *Alexandria Engineering Journal*, v. 79, p. 644-656, 2023.

IJAZ, S.; NADEEM, S. Consequences of blood mediated nano transportation as drug agent to attenuate the atherosclerotic lesions with permeability impacts. *Journal of Molecular Liquids*, 262, 565-575, 2018.

IKBAL, M.A.; CHAKRAVARTY, S.; MANDAL, P.K. Two-layered micropolar fluid flow through stenosed artery: Effect of peripheral layer thickness, *Comput. Math. Appl.* 58, 1328–1339, 2009.

JOSHY, K. S., SABU, T., THAKUR, V. K. *Magnetic Nanoparticles: A New Platform for Drug Delivery*. Springer, Singapore, 2021.

KANG, C.K.; ERINGEN, A.C. The effect of microstructure on the rheological properties of blood. *Bulletin of Mathematical Biology*. v. 38 (2) 1976, p. 135-159, 1976.

KARIMIPOUR, A., TOGHRAIE, D., ABDULKAREEM, L. A., ALIZADEH, A. A., ZARRINGHALAM, M., KARIMIPOUR, A. Roll of stenosis severity, artery radius and blood

fluid behavior on the flow velocity in the arteries: Application in Biomedical Engineering. Medical Hypotheses, 109864, 2020.

KEBLINSKI, P., EASTMAN, J.A., CAHILL, D.G. Nanofluids for thermal transport. Materials Today, v. 8, p. 36-44, 2005.

KEBLINSKI, P., PHILLPOT, S.R., CHOI, S.U.S., EASTMAN, J.A. Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids). International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 45, p. 855-863, 2002.

KENNEDY, P; ZHENG, R. Flow analysis of injection molds. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2013.

KIANFAR, E. Magnetic Nanoparticles in Targeted Drug Delivery: a Review, Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. v. 34, pp. 1709–1735, 2021.

KINOUCI, Y.; YAMAGUCHI, H.; TENFORDE, T.S. Theoretical analysis of magnetic field interactions with aortic blood flow, Bioelectromagnetics, v. 17, pp. 21–32, 1996.

KU, D.N. Blood flow in arteries, Annu. Rev. Fluid Mech. 29, pp. 399–434, 1997.

KUIPERS, N.T.; SAUDER, C.L.; RAY, C.A. Influence of static magnetic fields on pain perception and sympathetic nerve activity in humans, J. Appl. Physiol. 102, pp. 1410–1415, 2007.

KUMAR, B. V. R.; NAIDU, K. B. Finite element analysis of nonlinear pulsatile suspension flow dynamics in blood vessels with aneurysm, Comp. Biol. Med., vol. 25, pp 1- 20, 1995.

LAM, P-L.; WONG, W-Y; BIAN, Z; CHUI, C-H; GAMBARI, R. Recent advances in green nanoparticulate systems for drug delivery: efficient delivery and safety concern. Nanomedicine; 12:357–85, 2017.

LATIFF, N.A.; UDDIN, M.D.; BÉG, O.A.; ISMAIL, A.I.M. Unsteady forced bioconvection slip flow of a micropolar nanofluid from a stretching/ shrinking sheet, Proc. IMECHE- Part N: J. Nanoengineering and Nanosystems, 230 (4) pp. 177–187, 2016.

LIH, M.M. Transport Phenomena in Medicine and Biology, Wiley, New York, 1975.

- LIMA, J.A., RÊGO, M.G.O. On the integral transform solution of low-magnetic MHD flow and heat transfer in the entrance region of a channel. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 50, 25-39, 2013.
- LIU, G.-T.; WANG, X.-J.; AI, B.-Q.; LIY, L.-G. Numerical study of pulsating flow through a tapered artery with stenosis, *Chinese J. Phys.* 42(4-I), pp. 401–409, 2004.
- ŁUKASZEWICZ, G. *Micropolar Fluids: Theory and Applications*. Birkhauser: Boston, 1999.
- MAJEE, S., SHIT, G.C. Modeling and simulation of blood flow with magnetic nanoparticles as carrier for targeted drug delivery in the stenosed artery. *European Journal of Mechanics / B Fluids*, v.83, p. 42-57, 2020.
- MANDAL, P.K. An unsteady of non-Newtonian blood flow through tapered arteries with a stenosis, *Int. J. Nonlin. Mech.* 40, pp. 151–164, 2005.
- MANDAL, PK. An unsteady analysis of non-Newtonian blood flow through tapered arteries with a stenosis, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 40, p. 151-164, 2005.
- MARTÍN GIMÉNEZ, V. M., KASSUHA, D. E., MANUCHA, W. Nanomedicine applied to cardiovascular diseases: latest developments. *Therapeutic Advances in Cardiovascular Disease*, 11(4), 133-142, 2017.
- MASSOUDI, M., PHUOC, T.X. Pulsatile flow of blood using a modified second-grade fluid model. *Comput. Math. Appl.*, v. 56, p. 199–211, 2008.
- MASUDA, H., EBATA, A., TERAMAE, K., HISHINUMA, N. Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles. *Scientific Information Database* 227e233, 1993.
- MATERÓN, E. M., MIYAZAKI, C. M., CARR, O., JOSHI, N., PICCIANI, P. H.S., DALMASCHIO, C. J. DAVIS, F., SHIMIZU, F. M. Magnetic nanoparticles in biomedical applications: A review, *Applied Surface Science Advances*. v. 6, 2021.
- MCKAY, J.C.; PRATO, F.S.; THOMAS, A.W. A literature review: The effects of magnetic field exposure on blood flow and blood vessels in the microvasculature, *Bioelectromagnetics* 28, pp. 81–98, 2007.

MEKHEIMER, K.S., ELNAQEEB, T., EL KOT, M.A., ALGHAMDI, F. Simultaneous effect of magnetic field and metallic nanoparticles on a micropolar fluid through an overlapping stenotic artery: Blood flow model. *Physics Essays Publication*, v. 29, p. 272-283, 2016.

MEKHEIMER, K.S., EL KOT, M.A. Mathematical modelling of unsteady flow of a Sisko fluid through an anisotropically tapered elastic arteries with time-variant overlapping stenosis. *Applied Mathematical Modelling*. 36. 5393-5407, 2012.

MEKHEIMER, K.S., EL KOT, M.A. The micropolar fluid model for blood flow through a tapered artery with a stenosis, *Acta Mech. Sin*, v. 24, p. 637–644, 2008.

MEKHEIMER, K.S., EL KOT, M.A. Influence of magnetic field and hall currents on blood flow through a stenotic artery, *Appl. Math. Mech. Engl. Ed*, v. 29(8), p. 1093–1104, 2008.

MEKHEIMER, K.S., EL KOT, M.A: The micropolar fluid model for blood flow through a tapered artery with a stenosis. *Acta Mech Sin*, v. 24, p. 637–64, 2008.

MISRA, J. C., PAL, B. A mathematical model for the study of the pulsatile flow of blood under an externally imposed body acceleration. *Mathematical and Computer Modelling*, Elsevier BV, v. 29, p. 89–106, 1999.

MIURA, T., TANAKA, R. *In vitro* Vasculogenesis Models Revisited - Measurement of VEGF Diffusion in Matrigel. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, v. 4, no. 4, p. 118-130, 2009.

MIYAGAWA, H.K., PONTES, F.A., CURCINO, I.V., FERREIRA, J.R., PONTES, P.C., MACÊDO, E.N., QUARESMA, J.N.N. Integral transform of MHD flow with heat and mass transfer of a biofluid in a parallel plate channel. *Brazilian Journal of Development*, v. 5, p. 17851-17868, 2019.

MOITOI, A.J., SHAW, S. Magnetic drug targeting during Caputo fractionalized blood flow through permeable vessel. *Microvascular Research*, v. 148, 2023.

NADEEM, S.; AKBAR, N.S. Influence of heat transfer on peristaltic transport of Herschel–Bulkley fluid in a non-uniform inclined tube, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 14. 4100-4113, 2009.

NADEEM, S.; AKBAR, N.S.; HENDI, A.A.; HAYAT, T. Power law fluid model for blood flow through a tapered artery with stenosis, *Applied Mathematics and Computation*. 217. 7108-7116, 2011.

NADEEM, S.; IJAZ, S.; AKBAR, N.S. Nanoparticle analysis for blood flow of Prandtl fluid model with stenosis. *International Nano Letters*. v. 13, p. 1-13, 2013.

NDENDA, J.P., SHAW, S., NJAGARAH, J.B.H. Solute dispersion of drug carrier during magnetic drug targeting for blood flow through a microvessel. *Journal of Applied Physics*, v. 130, 2021.

PADMA, R., PONALAGUSAMY, R., TAMIL SELVI, R. Mathematical modelling of electro hydrodynamic non-Newtonian fluid flow through tapered arterial stenosis with periodic body acceleration and applied magnetic field. *Applied Mathematics and Computation*. v. 362, 2019.

PONALAGUSAMY, R. Biological study on pulsatile flow of Herschel–Bulkley fluid in tapered blood vessels, in *Emerging Trends in Computational Biology, Bioinformatics, and Systems Biology-Algorithms and Software Tools* (ISBN: 978-0-12-802508-6), Quocnam Tam Hamid Arbnia, eds., Elsevier Publishers, Boston, USA, pp. 39–51, 2015.

PONALAGUSAMY, R. Blood flow through Stenosed tube, Ph.D Thesis, IIT, Bombay, India, 1986.

PONALAGUSAMY, R., MANCHI, R. A four-layered model for flow of non-Newtonian fluid in an artery with mild stenosis. *Sādhanā*, 44(7), 158, 2019.

PONALAGUSAMY, R.; PRIYADHARSHINI, S. A numerical model on pulsatile flow of magnetic nanoparticles as drug carrier suspended in Herschel–Bulkley fluid through an arterial stenosis under external magnetic field and body force. *International Journal of Computer Mathematics*, v. 96, No. 9, p. 1763–1786, 2019.

PONALAGUSAMY, R.; PRIYADHARSHINI, S. Numerical modelling on pulsatile flow of Casson nanofluid through an inclined artery with stenosis and tapering under the influence of magnetic field and periodic body acceleration. *Korea-Australia Rheology Journal*, v. 29, No. 4, p. 303–316, 2017.

PONTES, F.A., MACÊDO, E.N., BATISTA, C.S., LIMA, J.A., QUARESMA, J.N.N. Hybrid solutions obtained via integral transforms for magnetohydrodynamic flow with heat transfer in parallel-plate channels. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, v. 28, p. 1474-1505, 2018.

PRASAD, V.R.; GAFFAR, S. A.; BÉG, O.A. Heat and mass transfer of a nanofluid from a horizontal cylinder to a micropolar fluid, *AIAA J. Thermophysics Heat Transfer*, 29, 1, 127-139, 2015.

PRIYADHARSHINI, S. PONALAGUSAMY, R. Biorheological model on flow of Herschel–Bulkley fluid through a tapered arterial stenosis with dilatation, *Appl. Bionics. Biomech.* (2015), doi:10.1155/2015/406195.

PRIYADHARSHINI, S.; PONALAGUSAMY, R. Computational model on pulsatile flow of blood through a tapered arterial stenosis with radially variable viscosity and magnetic field. *Sadhana*, 42(11): 1901–1913, 2017.

RAMAKRISHNA, M. PONALAGUSAMY, R. Pulsatile Flow of EMHD Micropolar Hybrid Nanofluid in a Porous Bifurcated Artery With an Overlapping Stenosis in the Presence of Body Acceleration and Joule Heating. *Brazilian Journal of Physics*, v. 52, 2022.

RAMKISSOON, H.; MAJUMDAR, S.R. Drag on an axially symmetric body in the Stokes flow of micropolar fluid, *Phys. Fluids* 19, 16–21, 1976.

RAO, M.A. *Rheology of fluid, semisolid, and solid foods: principles and applications*. Springer Science & Business Media, 2013.

RAVI KIRAN, G.; RADHAKRISHNAMACHARYA, G.; BÉG, O.A. Peristaltic flow and hydrodynamic dispersion of a reactive micropolar fluid: simulation of chemical effects in the digestive process, *J. Mechanics in Medicine and Biology*, 17, 1750013, 2017.

RITMAN, E.L. LERMAN, E.L. *Current Cardiology Reviews*, v. 3, 43, 2007.

SAGHIRA, M.Z., RAHMAN, M.M. Brownian motion and thermophoretic effects of flow in channels using nanofluid: A two-phase model. *International Journal of Thermofluids*, v. 10, 2021.

SAHOO, S. K., PARVEEN, S., PANDA, J. J. The present and future of nanotechnology in human health care. *Nanomedicine: Nanotechnology, Biology and Medicine*, 3(1), 20-31, 2007.

SAMAD, N.A. Numerical solution of mass transfer to micropolar fluid flow past a stenosed artery, PhD dissertation, Universiti Teknologi, Malaysia, 2013.

SCHIESSER, W.E., GRIFFITHS, G.W., A compendium of partial differential equation models: method of lines analysis with Matlab, Cambridge University Press, New York, 2009.

SHABBIR, M.S., ALI, N., ABBAS, Z. Unsteady blood flow of non-Newtonian fluid through a rigid artery in the presence of multi-irregular stenoses. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 40(9), 413, 2018.

SHARMA, S.; KATIYAR, V.K.; SINGH, U. Mathematical modelling for trajectories of magnetic nanoparticles in a blood vessel under magnetic field, *J. Magn. Magn. Mater.* 379, pp. 102–107, 2015.

SHERIN, S. SHEEJA, S., SUDHA DEVI, R., BALACHANDRAN, S., SOUMYA, R.S., ABRAHAM, A., In vitro and in vivo pharmacokinetics and toxicity evaluation of curcumin incorporated titanium dioxide nanoparticles for biomedical applications. *Chemico-Biological Interactions*, doi: 10.1016/j.cbi.2017.07.022, 2017.

SHIBESHI, S.S., COLLINS, W.E. The rheology of blood flow in a branched arterial system. *Applied Rheology*, v. 15(6), p. 398-405, 2005.

SHUKLA, J.B.; PARIHAR, R.S.; RAO, B.R.P. Effects of stenosis on non-Newtonian flow of blood in an artery, *Bull. Math. Biol.* 42, pp. 283–294, 1980.

SIDDIQUI, SU, VERMA, NK, MISHRA, S, GUPTA, RS: Mathematical modelling of pulsatile flow of Casson's fluid in arterial stenosis. *Appl. Math. Comput*, v. 210, p. 1–10, 2009.

SKALAK, R.; KELLER, S.R.; SECOMB, T.W. Mechanics of blood flow, *ASME J. Biomech Eng*, 103(2):102-15, 1981.

SPARROW, E.M., LIN, S.H., LUNDGREN, T.S. Flow Development in the Hydrodynamic Entrance Region of Tubes and Ducts, *The Physics of Fluids*, vol. 7, n° 3, pp. 338-347, 1964.

STOLTZ, J.F., LUCIUS, M. Viscoelasticity and thixotropy of human blood. *Biorheology*, v. 18, p. 453-473, 1981.

TAWADE, J.V., GULED, C.N., NOEIAGHDAM, S., GOVINDAN, V., BALAMURALITHARAN, S. Effects of thermophoresis and Brownian motion for thermal and chemically reacting Casson nanofluid flow over a linearly stretching sheet. *Results in Engineering*, v. 15, 2022.

TIWARI, A., SHAH, P. D., CHAUHAN, S. S. Analytical study of micropolar fluid flow through porous layered micro-vessels with heat transfer approach. *The European Physical Journal Plus*, 135(2), 209, 2020.

TIWARI, R.K.; DAS, M.K. Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *Int J Heat Mass Transfer* 50: 2002– 2018, 2007.

TRIPATHI, D.; BÉG, O.A. A study on peristaltic flow of nanofluids: application in drug delivery systems“, *Int. J. Heat Mass Transfer.*, vol. 70, pp. 61–70, 2014.

TRIPATHI, J., VASU, B., BEG, O.A., MOUNIKA, B.R., GORLA, R.S.R. Numerical simulation of the transport of nanoparticles as drug carriers in hydromagnetic blood flow through a diseased artery with vessel wall permeability and rheological effects. *Microvascular Research*, v. 142, 2022.

TRIPATHI, J., VASU, B., GORLA, R.S.R., CHAMKHA, A.J., MURTHY, P.V.S.N., BÉG, O.A. Blood Flow Mediated Hybrid Nanoparticles in Human Arterial System: Recent Research, Development and Applications. *Journal of Nanofluids*, v. 10, No. 1., p. 1-30, 2021.

TU, J.; INTHAVONG, K.; WONG, K.K.L. *Computational Hemodynamics – Theory, Modelling and Applications*, Springer, Netherlands, 2016.

VARSHNEY, G.; KATIYAR, V.K.; KUMAR, S. Effect of magnetic field on the blood flow in artery having multiple stenosis: A numerical study, *Int. J. Eng. Sci. Tech.* 2(2), pp. 67–82, 2010.

VASU, B., GORLA, R.S.R., MURTHY, P.V.S.N., PRASAD, V.R. Free Convection Flow of Non-Newtonian Power-law Liquid Film with Nanoparticles along an Inclined Plate. *20th Australasian Fluid Mechanics Conference*. 2016.

VASU, B.; DUBEY, A.; BÉG, O. A.; REDDY GORLA, R. S. Micropolar pulsatile blood flow conveying nanoparticles in a stenotic tapered artery: non-Newtonian pharmacodynamic simulation. *Computers in Biology and Medicine*. 2020. <https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2020.104025>.

VASU, B.; DUBEY, A.; BÉG, O.A. Finite element analysis of non-Newtonian magneto-hemodynamic flow conveying nanoparticles through a stenosed coronary artery. *Heat Transfer-Asian Research*, 49, 33-66, 2019.

VERMA, V.K.; SINGH, M.P.; KATIYAR, V.K. Analytical study of blood flow through an artery with mild stenosis, *Acta Cienc. Indica*. 2(281).pp. 281–284, 2004.

WAYLAND, H. Rheology and the Microcirculation, *Gastroenterology*, 52, 342–355, 1967.

WHITMORE, R.L. Rheology of the Circulation, Pergamon Press, Oxford, New York, 1968.

WOLFRAM, S. MATHEMATICA: A System for doing Mathematics by Computer, Addison Wesley, Reading, MA, 2005.

XUAN, Y., ROETZEL, W. Conceptions for Heat Transfer Correlation of Nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, p. 3701-3707, 2000.

YADETA, H.B., SHAW, S. Magnetic drug targeting during Casson blood flow in a microvessel: A Caputo fractional model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 568, 2023.

YOUNG, D.F. Effects of a time-dependent stenosis on flow through a tube, *J. Engg. Ind. Trans. ASME* 90, pp. 248–254, 1968.

YOUNG, D.F. Fluid mechanics of arterial stenoses, *J. Biomech. Engg. Trans. ASME*. 101, pp. 157–175, 1979.

YOUNG, D.F.; TSAI, F.Y. Flow Characteristic in models of arterial stenosis - I, Steady flow, *J. Biomech*. 6, pp. 395–410, 1973.

YUAN, T., GAO, L., ZHAN, W., DINI, D. Effect of Particle Size and Surface Charge on Nanoparticles Diffusion in the Brain White Matter. *Pharmaceutical Research*, v. 39, p. 767–781, 2022.

ZAMAN, A., ALI, N., BÉG, O. A. Numerical simulation of unsteady micropolar hemodynamics in a tapered catheterized artery with a combination of stenosis and aneurysm. *Medical & Biological Engineering & Computing*, v. 54(9), p. 1423-1436, 2016. B

ZAMAN, A.; ALI, N. Effects of peripheral layer thickness on pulsatile flow of Herschel–Bulkley fluid through a stenotic artery, *Canad. J. Phys.* 94(9), pp. 920–928, 2016.

ZAMAN, A.; ALI, N.; BEG, O.; SAJID, M. Heat and mass transfer to blood flowing through a tapered overlapping stenosed artery, *Int. J. Heat Mass Transf.* 95, pp. 1084–1095, 2016. A

ZAMAN, A.; ALI, N.; KHAN, A.A. Computational biomedical simulations of hybrid nanoparticles on unsteady blood hemodynamics in a stenotic artery. *Mathematics and Computers in Simulation*, 169, 117-132, 2020.

ZAMIR, Mair; RITMAN, E. L. *The physics of pulsatile flow*. New York: AIP Press, 2000.

ZHANG, X., LUO, M., WANG, E., ZHENG, L., SHU, C. Numerical simulation of magnetic nano drug targeting to atherosclerosis: Effect of plaque morphology (stenosis degree and shoulder length). *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, v. 195, 2020.

ZHENG, Y., LI, Z., CHEN, H., GAO, Y. Nanoparticle-based drug delivery systems for controllable photodynamic cancer therapy. *European Journal of Pharmaceutical Sciences*. 144, 105213, 2020.

ZINANI, F. S. F.; FREY, S. GALERKIN LEAST-SQUARES APPROXIMATIONS FOR FLOWS OF CASSON FLUIDS THROUGH AN EXPANSION. *Revista de Engenharia Térmica, Universidade Federal do Paraná*, v. 5, n. 2, p. 82, set. 2006.

## ANEXO A

### MODELO DE TRANSPORTE DE FLUIDOS MICROPOLARES DE ERINGEN (1966)

Eringen (1966) considerou as seguintes hipóteses para desenvolver o modelo de transporte para fluidos micropolares:

- **Hipótese 1 - Ausência de campo elétrico induzido.**
- **Hipótese 2 - O campo magnético induzido é desprezível em comparação com o campo magnético externo.**
- **Hipótese 3 - Escoamento bidimensional.**
- **Hipótese 4 - Escoamento axissimétrico.**
- **Hipótese 5 - Geometria do escoamento cilíndrica.**
- **Hipótese 6 - Escoamento Incompressível.**

Para representar o transporte de massa e de momento em fluidos micropolares, Eringen (1966) desenvolveu uma abordagem baseada em quatro equações (equação da continuidade e mais três equações de momento) para representar de forma genérica o transporte no escoamento de fluidos micropolares, conforme é mostrado a seguir:

#### (a) Equação de Continuidade para o Fluido Micropolar

A lei de conservação da massa pode ser apresentada a seguir (ABDULLAH et al, 2010):

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\nabla \cdot \mathbf{v} \quad \text{Lei de Conservação da Massa} \quad (\text{A.1})$$

Em que  $\rho$  é a massa específica,  $t$  é o tempo,  $\mathbf{v}$  é o vetor velocidade que se decompõe nos seguintes componentes  $\mathbf{v} = (w, 0, u)$  para o escoamento bidimensional axissimétrico (Hipótese 3 e 4) em geometria cilíndrica (Hipótese 5), em que  $w$ ,  $0$  e  $u$  são os componentes nas direções  $r$ ,  $\theta$  e  $z$ , respectivamente (ABDULLAH et al, 2010).

A derivada total no sistema acima e o gradiente “ $\nabla$ ” são dados, respectivamente por (ABDULLAH et al, 2010):

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \quad \text{e} \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \boldsymbol{\theta} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

É possível afirmar também que para um escoamento incompressível (Hipótese 6), com massa específica constante, o volume de cada partícula de fluido permanece constante com o tempo, ou seja,  $D\rho / Dt = 0$ , e deste modo a equação de continuidade (A.1) se reduz a (ABDULLAH et al, 2010):

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{Equação de Continuidade} \quad (\text{A.2})$$

Os campos de velocidade devem satisfazer a equação da continuidade acima.

A hipótese empregada na equação da continuidade também se aplica à microrrotação,  $\mathbf{N}$ , de modo que (ABDULLAH et al, 2010):

$$\nabla \cdot \mathbf{N} = 0 \quad \text{Equação de Continuidade} \quad (\text{A.3})$$

Considerando as Hipóteses 3, 4 e 5, as seguintes relações podem ser expressas (ABDULLAH et al, 2010):

$$\nabla \rho = \mathbf{r} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \mathbf{k} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (\text{A.4})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial (rw)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad (\text{A.5})$$

E ao substituir as Equações (A.4) e (A.5) na Equação (A.2), resulta na equação da continuidade (ABDULLAH et al, 2010):

$$\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.6})$$

### (b) Equação do Momento Linear Radial e Axial

A fim de desenvolver as equações do momento radial e axial, a lei de conservação do momento linear pode ser empregada (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \tilde{\mathbf{J}} \times \tilde{\mathbf{B}} \quad \text{Lei de Conservação do Momento Linear} \quad (\text{A.7})$$

Em que  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor de tensão,  $\tilde{\mathbf{J}}$  é a densidade de corrente dada por:  $\tilde{\mathbf{J}} = \sigma(\mathbf{E} \times \mathbf{V} \times \tilde{\mathbf{B}})$ ,  $\sigma$  é a condutividade elétrica,  $\mathbf{E}$  e  $\tilde{\mathbf{B}}$  são, respectivamente, o campo elétrico e o campo

magnético total (dado por  $\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$ , em que  $\mathbf{B}_0$  é o campo magnético uniforme e  $\mathbf{B}_1$  é o campo magnético induzido). Deste modo,  $\tilde{\mathbf{J}} \times \tilde{\mathbf{B}} = [\sigma(\mathbf{E} \times \mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \tilde{\mathbf{B}}]$  (ABDULLAH et al, 2010).

Considera-se a Hipótese 1 de que não há campo elétrico induzido,  $\mathbf{E} = 0$  e pela Hipótese 2 que diz que  $\mathbf{B}_1$  é desprezível em comparação com o campo magnético externo, portanto, e sabendo que  $(\mathbf{v} \cdot \tilde{\mathbf{B}}) = 0$ , resulta (ABDULLAH et al, 2010):

$$\tilde{\mathbf{J}} \times \tilde{\mathbf{B}} = \sigma [(\mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \tilde{\mathbf{B}}] = \sigma [(\mathbf{v} \cdot \tilde{\mathbf{B}}) - (\tilde{\mathbf{B}} \times \tilde{\mathbf{B}}) \times \mathbf{v}] = -\sigma \tilde{\mathbf{B}}^2 \mathbf{v} = -\sigma \mathbf{B}_0^2 \mathbf{v} \quad (\text{A.8})$$

Assim, ao aplicar a Equação (A.8) acima na Equação (A.7), obtém-se (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \sigma \mathbf{B}_0^2 \mathbf{v} \quad (\text{A.9})$$

Sabe-se que  $\boldsymbol{\tau}_x$  é o vetor  $\varepsilon_{ijk} \tau_{jk}$  e que  $\varepsilon_{ijk}$  é o tensor alternado de *Levi-Civita*. O vetor velocidade se decompõe nos seguintes componentes  $\mathbf{v} = (w, 0, u)$  para o escoamento bidimensional axissimétrico em geometria cilíndrica (Hipóteses 3, 4 e 5) (ABDULLAH et al, 2010).

Eringen (1966) estabeleceu que para os fluidos micropolares o tensor de tensão ( $\boldsymbol{\tau}$ ) pode ser definido como (ABDULLAH et al, 2010):

$$\boldsymbol{\tau}_{ij} = (-p + \lambda \mathbf{v}_{k,k}) \delta_{ij} + \mu (\mathbf{v}_{i,j} + \mathbf{v}_{j,i}) + \kappa (\mathbf{v}_{j,i} - \varepsilon_{ijm} \mathbf{N}_m) \quad \text{Tensor de Tensão} \quad (\text{A.10})$$

Em que  $p$  é a pressão,  $\lambda$  e  $\mu$  são os coeficientes de viscosidade (segundo coeficiente de viscosidade e viscosidade newtoniana dinâmica) e  $\kappa$  é a viscosidade rotacional ou viscosidade dinâmica de microrrotação,  $\delta_{ij}$  é a matriz unitária. Substituindo-se a Equação (A.10) nas Equações (A.9) na forma vetorial, resulta na equação (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + (\lambda + 2\mu + \kappa) \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mu + \kappa) \nabla \times \nabla \times \mathbf{v} + \kappa \nabla \times \mathbf{N} - \sigma \mathbf{B}_0^2 \mathbf{v} \quad (\text{A.11})$$

Aplicando as Equações (A.2) e (A.3) e a identidade  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{v}) = \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla^2 \mathbf{v}$ , a Equação (A.11) fica da forma (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + (\lambda + 2\mu + \kappa) \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mu + \kappa) (\nabla \nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla^2 \mathbf{v}) + \kappa \nabla \times \mathbf{N} - \sigma \mathbf{B}_0^2 \mathbf{v}$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + (\mu + \kappa) \nabla^2 \mathbf{v} + \kappa \nabla \times \mathbf{N} - \sigma \mathbf{B}_0^2 \mathbf{v} \quad (\text{A.12})$$

Mais uma vez considerando as Hipóteses 3, 4 e 5 pode-se afirmar que (ABDULLAH et al, 2010):

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{A.13})$$

$$\nabla \times \mathbf{v} = \frac{1}{\bar{r}} \begin{vmatrix} \mathbf{r} & r\mathbf{N} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial r} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ w & 0 & u \end{vmatrix} = \mathbf{N} \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$\nabla \times \mathbf{N} = \frac{1}{\bar{r}} \begin{vmatrix} \mathbf{r} & r\mathbf{N} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial r} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ w & rN & u \end{vmatrix} = \mathbf{r} \left( -\frac{\partial N}{\partial z} \right) + \mathbf{k} \left( \frac{\partial N}{\partial r} + \frac{N}{r} \right) \quad (\text{A.15})$$

Substituindo as Equações (A.13) a (A.15) na Equação (A.12) e substituindo  $\mathbf{B}_0 = B_0$ , resulta na equação do momento axial e na equação do momento radial (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + (\mu + \kappa) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \kappa \left( \frac{\partial N}{\partial r} + \frac{N}{r} \right) - \sigma B_0^2 u \quad (\text{A.16})$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} + u \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + (\mu + \kappa) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial N}{\partial z} \quad (\text{A.17})$$

### (c) Equação do Momento Angular

Utilizando a lei da conservação do momento angular é possível determinar o modelo que descreve o comportamento da microrrotação ou velocidade angular, conforme mostrado a seguir (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho J \frac{DN}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{C} + \tau_x \quad \text{Lei de Conservação da Momento Angular} \quad (\text{A.18})$$

Em que  $J$  é o coeficiente de microinércia por unidade de massa e  $\mathbf{C}$  é o tensor de tensão de momento (do inglês *couple stress tensor* ou tensor de torques internos) que apresenta o seguinte formato (ABDULLAH et al, 2010):

$$\mathbf{C}_{ij} = \tilde{\alpha}\mathbf{N}_{k,k}\delta_{ij} + \tilde{\beta}\mathbf{N}_{i,j} + \tilde{\gamma}\mathbf{N}_{j,i} \quad \text{Tensor de Tensão de Momento} \quad (\text{A.19})$$

Em que  $\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{\beta}$  e  $\tilde{\gamma}$  são as constantes do material para o fluido micropolar.

Outra representação do tensor de tensão de momento é:

$$\mathbf{C} = \alpha \nabla\mathbf{N} + \beta \nabla \cdot \mathbf{v} + \gamma \nabla \times \mathbf{v} \quad \text{Tensor de Tensão de Momento} \quad (\text{A.20})$$

Em que:  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são constantes materiais que dependem das propriedades do fluido micropolar;  $\nabla\mathbf{N}$  é o gradiente da microrrotação, representando a variação espacial da taxa de rotação das partículas;  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  é o divergente do campo de velocidade, que representa a compressibilidade do fluido e  $\nabla \times \mathbf{v}$  é o rotacional do campo de velocidade (vorticidade), que descreve o movimento rotacional do fluido.

Fazendo-se a substituição da Equação (A.19) na Equação (A.18) na forma vetorial, obtém-se (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho J \left[ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{N} \right] = (\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\gamma}) \nabla \nabla \cdot \mathbf{N} - \tilde{\gamma} \nabla \times \nabla \times \mathbf{N} + \kappa \nabla \times \mathbf{v} - 2\kappa \mathbf{N} \quad (\text{A.21})$$

Ao combinar as Equações (A.2) e (A.3) e a identidade  $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{N}) = \nabla \nabla \cdot \mathbf{N} - \nabla^2 \mathbf{N}$ , resulta que a Equação (A.20) toma o formato (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho J \left[ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{N} \right] = (\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\gamma}) \nabla \nabla \cdot \mathbf{N} - \tilde{\gamma} (\nabla \nabla \cdot \mathbf{N} - \nabla^2 \mathbf{N}) + \kappa \nabla \times \mathbf{v} - 2\kappa \mathbf{N}$$

$$\rho J \left[ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{N} \right] = \tilde{\gamma} \nabla^2 \mathbf{N} + \kappa \nabla \times \mathbf{v} - 2\kappa \mathbf{N} \quad (\text{A.22})$$

Por fim substituindo as Equações (A.13) a (A.15) na Equação (A.22) e substituindo  $\mathbf{B}_0 = B_0$ , obtemos a equação do momento angular (modelo para a microrrotação) (ABDULLAH et al, 2010):

$$\rho J \left( \frac{\partial N}{\partial t} + w \frac{\partial N}{\partial r} + u \frac{\partial N}{\partial z} \right) = \tilde{\gamma} \left( \frac{\partial^2 N}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial N}{\partial r} - \frac{N}{r^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \right) + \kappa \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r} \right) - 2\kappa N \quad (\text{A.23})$$

**(d) Resumo do Modelo de Transporte de Fluidos Micropolares**

O modelo de transporte de fluidos micropolares consiste em um sistema de equações para escoamento bidimensional axissimétrico em coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$  com a equação de continuidade e as equações do momento radial, axial e angular (microrrotação). Este modelo pode ser resumido a seguir (ABDULLAH et al, 2010):

$$\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + (\mu + \kappa) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \kappa \left( \frac{\partial N}{\partial r} + \frac{N}{r} \right) - \sigma B_0^2 u \quad (\text{A.16})$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial r} + u \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + (\mu + \kappa) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial N}{\partial z} \quad (\text{A.17})$$

$$\rho J \left( \frac{\partial N}{\partial t} + w \frac{\partial N}{\partial r} + u \frac{\partial N}{\partial z} \right) = \tilde{\gamma} \left( \frac{\partial^2 N}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial N}{\partial r} - \frac{N}{r^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \right) + \kappa \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r} \right) - 2\kappa N \quad (\text{A.23})$$

## ANEXO B

### MODELO DE TRANSPORTE DE NANOFLUIDOS DE BUONGIORNO (2006)

Buongiorno (2006) desenvolveu um modelo de transporte completo para nanofluidos, considerando o nanofluido como uma mistura de dois componentes (fluido base + nanopartículas) e admitindo o seguinte conjunto de hipóteses (BUONGIORNO, 2006):

- **Hipótese 1 - Escoamento Incompressível.**
- **Hipótese 2 - Ausência de Reações Químicas.**
- **Hipótese 3 - Forças Externas Desprezíveis.**
- **Hipótese 4 - Mistura Diluída ( $\phi \ll 1$ ).**
- **Hipótese 5 - Dissipação Viscosa Insignificante.**
- **Hipótese 6 - Transferência de Calor Radiativa Desprezível.**
- **Hipótese 7 - Nanopartículas e Fluido Base em equilíbrio térmico.**

A fim de descrever o efeito do deslizamento de nanopartículas/fluido base Buongiorno (2006) empregou uma abordagem de quatro equações (duas equações de massa, uma equação de momento e uma equação de energia) para representar de maneira completa o transporte no escoamento de nanofluidos conforme é mostrado a seguir (BUONGIORNO, 2006).

#### (a) Equação de Continuidade para o Nanofluido

A equação de continuidade para o nanofluido, após a aplicação da Hipótese 1, é dada por (BUONGIORNO, 2006):

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \qquad \text{Equação de Continuidade do NF} \qquad (\text{B.1})$$

Em que  $\mathbf{v}$  é a velocidade do nanofluido (BUONGIORNO, 2006).

#### (b) Equação de Continuidade para as Nanopartículas

A equação da continuidade para as nanopartículas na ausência de reações químicas (Hipótese 2) é mostrada a seguir (BUONGIORNO, 2006):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = - \frac{1}{\rho_p} \nabla \cdot \mathbf{j}_p \qquad \text{Equação de Continuidade das NPs} \qquad (\text{B.2})$$

Em que  $t$  é o tempo,  $\mathbf{j}_p$  é o fluxo de massa difusivo para as nanopartículas ( $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ ) e representa o fluxo de nanopartículas em relação a velocidade,  $\mathbf{v}$ , do nanofluido. Observe que se as forças externas podem ser desprezadas (Hipótese 3),  $\mathbf{j}_p$  pode ser escrito como a soma de apenas dois termos de difusão, a Difusão Browniana e a Termoforese (BUONGIORNO, 2006):

$$\mathbf{j}_p = \mathbf{j}_{p,B} + \mathbf{j}_{p,T} = -\rho_p D_B \nabla \phi - \rho_p D_T \frac{\nabla T}{T} \quad \text{Fluxo de Massa Difusivo de NPs} \quad (\text{B.3})$$

Os coeficientes de difusão  $D_B$  e  $D_T$  podem ser calculados a partir das Equações (6.7) e (6.9), respectivamente. Substituindo a Equação (B.3) na Equação (B.2) resulta (BUONGIORNO, 2006):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot \left[ D_B \nabla \phi + D_T \frac{\nabla T}{T} \right] \quad \text{Equação de Continuidade das NPs} \quad (\text{B.4})$$

A Equação (B.4) afirma que as nanopartículas podem se mover homogeneamente com o fluido (segundo termo do lado esquerdo da equação), mas eles também possuem uma velocidade de deslizamento em relação ao fluido (lado direito da equação), que é devido à Difusão Browniana e à Termoforese (BUONGIORNO, 2006).

### (c) Equação do Momento para o Nanofluido

A Equação do Momento para o Nanofluido com forças externas desprezíveis fica da seguinte forma (BUONGIORNO, 2006):

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right] = -\nabla P - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad \text{Equação do Momento do NF} \quad (\text{B.5})$$

Em que  $P$  é a pressão e o tensor de tensão,  $\boldsymbol{\tau}$ , pode ser expandido assumindo comportamento newtoniano e fluxo incompressível (BUONGIORNO, 2006):

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu \left[ \nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^t \right] \quad \text{Tensor de Tensão} \quad (\text{B.6})$$

Em que o sobrescrito “ $t$ ” indica a transposta de  $\mathbf{v}$ . Se a viscosidade for considerada constante, Equação (B.5) torna-se a já conhecida Equação de Navier-Stokes. No entanto,  $\mu$  depende fortemente de  $\phi$  para um nanofluido (BUONGIORNO, 2006).

**(d) Equação de Energia para o Nanofluido**

A Equação de Energia para o Nanofluido pode ser escrita como (Hipóteses 1, 2, 3, 4 e 5) (BUONGIORNO, 2006):

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right] = -\nabla \cdot \mathbf{q} + h_p \nabla \cdot \mathbf{j}_p \quad \text{Equação de Energia para o NF} \quad (\text{B.7})$$

Na Equação (B.7),  $C$  é a capacidade calorífica do nanofluido,  $T$  é a temperatura do nanofluido,  $h_p$  é a entalpia específica da nanopartícula (J/kg), e  $\mathbf{q}$  é o fluxo de energia relativo à velocidade do nanofluido  $\mathbf{v}$ . Negligenciando a transferência de calor radiativa (Hipótese 6),  $\mathbf{q}$  pode ser calculado como a soma do fluxo de calor de condução e do fluxo de calor devido a difusão de nanopartículas (BUONGIORNO, 2006):

$$\mathbf{q} = -k \nabla T + h_p \mathbf{j}_p \quad \text{Fluxo de Energia relativo à v para NF} \quad (\text{B.8})$$

Em que  $k$  é a condutividade térmica do nanofluido. Substituindo a Equação (B.8) na Equação (B.7), sabendo que  $\nabla \cdot (h_p \mathbf{j}_p) \equiv h_p \nabla \cdot \mathbf{j}_p + \mathbf{j}_p \cdot \nabla h_p$  e indicando a capacidade calorífica da nanopartícula como  $C_p$ , obtém-se (BUONGIORNO, 2006):

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right] = \nabla \cdot k \nabla T - C_p \mathbf{j}_p \cdot \nabla T \quad \text{Equação da Energia para o NF} \quad (\text{B.9})$$

Em que  $\nabla h_p$  foi definido igual a  $C_p \nabla T$ , o que segue da Hipótese 7. Observe que se  $\mathbf{j}_p$  for zero, a Equação (B.9) se torna o familiar equação de energia para um fluido puro. Substituindo a Equação (B.3) na Equação (B.9), a forma final da Equação de Energia para o Nanofluido é mostrada (BUONGIORNO, 2006):

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right] = \nabla \cdot k \nabla T + \rho_p C_p \left[ D_B \nabla \phi \cdot \nabla T + D_T \frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T} \right] \quad \text{Eq. Energia NF} \quad (\text{B.10})$$

A Equação (B.10) afirma que o calor pode ser transportado em um nanofluido por convecção (segundo termo no lado esquerdo da equação), por condução (primeiro termo do lado direito da equação), e também em virtude da difusão de nanopartícula (segundo e terceiro termos no lado direito da equação) (BUONGIORNO, 2006).

É importante enfatizar que  $\rho C$  é a capacidade calorífica do nanofluido, e, portanto, já leva em conta o calor sensível das nanopartículas à medida que se movem homoganeamente com o fluido. Portanto, os dois últimos termos do lado direito realmente explicam a contribuição adicional associada ao movimento das nanopartículas em relação ao fluido (BUONGIORNO, 2006).

### (e) Resumo do Modelo de Transporte em Nanofluidos

O modelo completo de Buongiorno (2006) para o transporte de nanofluidos dado pela combinação das Equações (B.1), (B.4), (B.5) e (B.10) constitui um sistema de Equações Diferenciais Parcial (EDPs), a partir do qual podem ser calculados  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ ,  $P(\mathbf{r}, t)$ ,  $\phi(\mathbf{r}, t)$  e  $T(\mathbf{r}, t)$ , uma vez que as condições de contorno e iniciais sejam conhecidas, e os coeficientes de transporte do nanofluido ( $\rho$ ,  $c$ ,  $\mu$ ,  $k$ ,  $D_B$ ,  $D_T$ ) sejam identificados como funções de  $\phi$  e da temperatura (BUONGIORNO, 2006).

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad \text{Equação de Continuidade do NF} \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot \left[ D_B \nabla \phi + D_T \frac{\nabla T}{T} \right] \quad \text{Equação de Continuidade das NPs} \quad (\text{B.4})$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right] = -\nabla P - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad \text{Equação do Momento do NF} \quad (\text{B.5})$$

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right] = \nabla \cdot k \nabla T + \rho_p C_p \left[ D_B \nabla \phi \cdot \nabla T + D_T \frac{\nabla T \cdot \nabla T}{T} \right] \quad \text{Eq. Energia NF} \quad (\text{B.10})$$

As equações de conservação acima estão fortemente acopladas uma vez que  $\mathbf{v}$  depende de  $\phi$  por meio da viscosidade;  $\phi$  depende de  $T$  principalmente por conta da Termoforese;  $T$  depende de  $\phi$  via condutividade térmica e também através dos termos Browniano e Termoforéticos na equação da energia;  $\phi$  e  $T$  obviamente dependem de  $\mathbf{v}$  por conta dos termos de convecção nas equações de continuidade de nanopartículas e da energia, respectivamente (BUONGIORNO, 2006).

## APÊNDICE A

### DESENVOLVIMENTO DA SOLUÇÃO ANALÍTICA DO MODELO DE ESCOAMENTO DE SANGUE MICROPOLAR COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA

Considerando o modelo de transporte adimensional (Equações 4.26a a 4.26e) que pode ser resumido a seguir:

$$\alpha^2 \frac{\partial U}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial U}{\partial \zeta} = -\frac{\partial P}{\partial \zeta} + (1 + \kappa_0) \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \kappa_0 \frac{1}{\eta} \frac{\partial(rN)}{\partial \eta} - G(\zeta) Ha^2 U \quad (4.26a)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial N}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial N}{\partial \zeta} = \frac{1}{J} \left[ -2\kappa_0 N - \kappa_0 \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \gamma_0 \left( \frac{\partial^2 N}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial N}{\partial \eta} - \frac{N}{\eta^2} \right) \right] \quad (4.26c)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{PrLeN_{BT}} \left( \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)^2 + (1 + \kappa_0) Ec \left( \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)^2 + G(\zeta) Ec Ha^2 U^2 \quad (4.26d)$$

$$\alpha^2 \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + Re U \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = \frac{1}{PrLe} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{PrLeN_{BT}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) - K \phi \quad (4.26e)$$

Uma solução analítica pode ser obtida de forma análoga a solução desenvolvida por Eringen (1966) e também por Ellahi *et al.* (2014)C a partir da adoção do seguinte conjunto de hipóteses:

- **Hipótese 1 - Tempo suficientemente grande:**  $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow 0$ .
- **Hipótese 2 - Efeito de Convecção pode ser negligenciado:**  $Re \rightarrow 0$ .
- **Hipótese 3 - Sem Campo Magnético:**  $Ha \rightarrow 0$ .
- **Hipótese 4 - Não Ocorre o Efeito Dufour.**
- **Hipótese 5 - Ausência de Reações Químicas:**  $K \rightarrow 0$ .
- **Hipótese 6 - Na superfície do vaso, em  $r = R(\zeta)$ , o parâmetro  $Bi_m(\zeta) \rightarrow \infty$ .**

Após aplicar as Hipóteses de 1 a 6, o modelo toma o seguinte formato:

$$-\frac{dP}{d\zeta} + (1 + \kappa_0) \left( \frac{d^2U}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{dU}{d\eta} \right) + \kappa_0 \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} (\eta N) = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$-\kappa_0 \left( 2N + \frac{du}{d\eta} \right) + \tilde{\gamma} \left( \frac{d^2N}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{dN}{d\eta} - \frac{N}{\eta^2} \right) = 0 \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{1}{Pr} \left( \frac{d^2\theta}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d\theta}{d\eta} \right) + (1 + \kappa_0) Ec \left( \frac{dU}{d\eta} \right)^2 = 0 \quad (\text{C.3})$$

$$\frac{1}{PrLe} \left( \frac{d^2\phi}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d\phi}{d\eta} \right) + \frac{1}{PrLeN_{BT}} \left( \frac{d^2\theta}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{d\theta}{d\eta} \right) = 0 \quad (\text{C.4})$$

$$\eta = 0 \rightarrow \quad dU/d\eta = 0; \quad N = 0; \quad d\theta/d\eta = 0; \quad d\phi/d\eta = 0 \quad (\text{C.5-8})$$

$$\eta = R(\zeta) \rightarrow \quad U = 0; \quad N = 0; \quad \theta = 1; \quad d\phi/d\eta = -Bi_m(\zeta)\phi \quad (\text{C.9-12})$$

O sistema de EDOs de segunda ordem resultante pode ser resolvido analiticamente.

#### (a) Solução Analítica dos Campos de Velocidade e de Microrrotação

A Equação (C.1) pode ser reescrita como:

$$\frac{d}{d\eta} \left[ (1 + \kappa_0) \eta \frac{dU}{d\eta} \kappa_0 \eta N - \frac{\eta^2}{2} \frac{dP}{d\zeta} \right] = 0 \quad (\text{C.13})$$

Integrando a Equação (C.13) em relação a “ $\eta$ ” e reescrevendo:

$$\frac{dU}{d\eta} = \frac{1}{(1 + \kappa_0)} \left( \frac{\eta}{2} \frac{dP}{d\zeta} + \frac{A_1}{\eta} \right) - \frac{\kappa_0}{(1 + \kappa_0)} N \quad (\text{C.14})$$

Em que  $A_1$  representa uma constante de integração. É possível relacionar a viscosidade microrrotacional ( $\kappa_0$ ) com o parâmetro de acoplamento ( $M$ ):

$$M = \frac{\kappa_0}{(1+\kappa_0)} \rightarrow (1-M) = \frac{1}{(1+\kappa_0)} \rightarrow \kappa_0 = \frac{M}{(1-M)} \quad (\text{C.15})$$

Deste modo, é possível reescrever a Eq. (C.14) incorporando a Eq. (C.15):

$$\frac{dU}{d\eta} = (1-M) \left( \frac{\eta}{2} \frac{dP}{d\zeta} + \frac{C_1}{\eta} \right) - MN \quad (\text{C.16})$$

Substituindo-se a Eq. (C.16) na Eq. (C.2) e realizando algumas manipulações algébricas resulta na seguinte EDO de 2ª Ordem Não Homogênea:

$$\frac{d^2N}{d\eta^2} + \frac{1}{r} \frac{dN}{d\eta} - \left[ m^2 + \frac{1}{\eta^2} \right] N = \frac{(1-M)}{(2-M)} m^2 \left( \frac{\eta}{2} \frac{dP}{d\zeta} + \frac{C_1}{\eta} \right) \quad (\text{C.20})$$

A solução geral para  $N(\eta)$  fica da seguinte forma:

$$N(\eta) = I_1(m\eta)C_2 + K_1(m\eta)C_3 - \frac{(1-M)}{(2-M)} \left[ \frac{C_1}{\eta} + \frac{\eta}{2} \frac{dP}{d\zeta} \right] \quad (\text{C.21})$$

Substituindo-se a Eq. (C.21) na Eq. (C.16), separando as variáveis e integrando a equação resultante fica:

$$u(\eta) = \frac{(1-M)}{(2-M)} \left[ \frac{\eta^2}{2} \frac{dP}{d\zeta} + C_1 \ln(\eta) \right] - \frac{M}{m} \left[ I_0(m\eta)C_2 + K_0(m\eta)C_3 \right] + C_4 \quad (\text{C.22})$$

Após aplicar as condições de contorno (Eq. C.5 a C.12) as constantes de integração,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$ , podem ser determinadas, como:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = \frac{k_1 R}{I_1(mR)}; \quad C_3 = 0; \quad C_4 = k_1 \left[ k_2 I_0(mR) - R(\zeta)^2 \right] \quad (\text{C.23-26})$$

Onde  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  são constantes iguais, respectivamente, a:

$$k_1 = \frac{(1-M)}{2(2-M)} \frac{dP}{d\zeta}; \quad k_2 = \frac{MR(\zeta)}{mI_1(mR(\zeta))}; \quad k_3 = I_0(mR(\zeta)) \quad (\text{C.27-29})$$

E por fim, a solução para os campos de velocidade e de microrrotação pode ser mostrada a seguir:

$$u(\eta) = k_1 \left[ \eta^2 - R(\zeta)^2 + k_2 \left[ k_3 - I_0(m\eta) \right] \right] \quad (\text{C.30})$$

$$N(\eta) = \frac{k_1}{I_1(mR(\zeta))} \left[ R(\zeta) I_1(m\eta) - r I_1(mR(\zeta)) \right] \quad (\text{C.31})$$

Em que  $I_0(m\eta)$  e  $I_1(m\eta)$  são as funções de Bessel modificadas de 1ª tipo e ordem 0 e 1, respectivamente. Além disso,  $K_0(m\eta)$  e  $K_1(m\eta)$  são, respectivamente, as funções de Bessel modificadas de 2ª tipo e ordem 0 e 1, respectivamente.

### (b) Solução Analítica do Campo de Temperatura

De posse da solução para o campo  $u(\eta)$  (Eq. C.30) na Eq. (C.3) é possível determinar a solução para o campo de temperatura  $\theta(\eta)$ , de modo que:

$$\begin{aligned} \theta(\eta) = & 1 + \frac{k_1^2 k_4 Br}{4} \left[ R(\zeta)^4 - \eta^4 \right] + \frac{Br k_1^2 k_2^2}{2} \left\{ (m^2 \eta^2 - 1) I_0(mr) + \left[ m^2 R(\zeta)^2 - 1 \right] I_0(mR(\zeta)) \right\} + \\ & - \frac{k_1^2 k_2 k_4 Br}{2m} \left[ r I_1(m\eta) + R(\zeta) I_1(mR(\zeta)) \right] \left\{ -8 + k_2 m^3 \left[ \eta I_1(m\eta) - R(\zeta) I_1(mR(\zeta)) \right] \right\} + \\ & + \frac{k_1^2 k_2 k_4 Br}{2m^2} \left\{ I_0(mR(\zeta)) \left[ 16 + k^2 m^3 R(\zeta) I_1(mR(\zeta)) \right] - I_0(m\eta) \left[ 16 + k m^3 \eta I_1(m\eta) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

### (c) Solução Analítica do Campo de Fração Volumétrica

E finalmente conhecendo a solução de  $\theta(\eta)$  (Eq. C.32) na Eq. (C.4) é possível determinar a solução do campo de concentração  $\phi(\eta)$ :

$$\begin{aligned}
 \phi(\eta) = & \frac{k_1^2 k_4 Br Le Pr}{4 B_{im}(\zeta)} \left\{ B_{im}(\zeta) [R(\zeta)^4 - \eta^4] - 4R(\zeta)^3 \right\} + m^2 R(\zeta) \left\{ [1 - B_{im}(\zeta) R(\zeta)] I_1^2(mR(\zeta)) \right\} + \\
 & + \frac{k_1^2 k_2^2 k_4 Br Le Pr}{2 B_{im}(\zeta)} \left\{ [B_{im}(\zeta) [m^2 R(\zeta)^2] - 1] - m^2 R(\zeta) \right\} I_0^2(mR(\zeta)) + \\
 & + \frac{k_1^2 k_2^2 k_4 Br}{2} \left\{ (1 - m^2 \eta^2) I_0(m\eta) + m^2 r^2 I_1^2(m\eta) \right\} + \\
 & + \frac{4 k_1^2 k_2 k_4 Br Le Pr}{B_{im}(\zeta) m^2} \left\{ -B_{im}(\zeta) r I_1(m\eta) + [2 + B_{im}(\zeta) R(\zeta)] I_1(mR(\zeta)) \right\} + \\
 & + \frac{k_1^2 k_2 k_4 Br Le Pr}{2 B_{im}(\zeta) m^2} \left\{ B_{im}(\zeta) I_0(m\eta) [16 + k_2 m^2 \eta I_1(m\eta)] I_1(mR(\zeta)) + \right. \\
 & \left. + I_0(mR(\zeta)) [k_2 m^3 I_1(mR(\zeta)) [2 - B_{im}(\zeta) R(\zeta)] - 8 [2 B_{im}(\zeta) + m^2 R(\zeta)]] \right\}
 \end{aligned} \tag{C.33}$$

Em que  $k_4$  é uma constante e  $Br$  corresponde ao parâmetro adimensional número de Brinkman, definidos por:

$$k_4 = \frac{1}{(1-M)}; \quad Br = Ec Pr \tag{C.34-35}$$