UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

Alan Gonçalves Lacerda

A INTERPRETAÇÃO E A COMUNICAÇÃO DAS REGRAS MATEMÁTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE DIVISÃO POR ALUNOS DA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Belém – PA
2010

Alan Gonçalves Lacerda

A INTERPRETAÇÃO E A COMUNICAÇÃO DAS REGRAS MATEMÁTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE DIVISÃO POR ALUNOS DA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, sob a orientação da Profª. Drª. Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

Belém – PA

2010

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) – Biblioteca do IEMCI, UFPA

.

Lacerda, Alan Gonçalves.
A Interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental / Alan Gonçalves Lacerda, orientador Profa. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira. – 2010.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Belém, 2010.

1. Matemática – Ensino fundamental. 2. Matemática – Problemas, exercício, etc. 3. Comunicação & linguagem. 4. Fala. 5. Escrita. 6. Interpretação. I. Silveira, Marisa Rosâni de Abreu, orient. II. Título.

Alan Gonçalves Lacerda

A INTERPRETAÇÃO E A COMUNICAÇÃO DAS REGRAS MATEMÁTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE DIVISÃO POR ALUNOS DA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, sob a orientação da Profª. Drª. Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Drª. Marisa Rosâni Abreu da Silveira

ORIENTADORA

____

Profª. Drª. Ocsana Sonia Danyluk

MEMBRO EXTERNO

____

Prof. Dr. José Moysés Alves

MEMBRO INTERNO

____

Prof. Dr. Erasmo Borges de Souza Filho

MEMBRO SUPLENTE

Defendido em: 26/03/2010

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela capacidade e iluminação do pensamento;

À Profª. Drª. Marisa Rosâni Abreu da Silveira pela paciência e incentivo com que orientou esta pesquisa;

Com muito carinho, admiração e respeito, agradeço à minha família: à minha mãe Eremita, ao meu pai Edilton - e aos meus irmãos: Antonio e Jean; e a minha irmã: Aretusa, pela paciência e presença constante, mesmo na distância;

Aos meus amigos João Cezar e Paulo Sérgio que me proporcionaram momentos inesquecíveis de união e perseverança;

À Profª. Drª. Marinalva Silva Oliveira, por me proporcionar momentos de pesquisa junto ao Núcleo de Educação e Cultura da Universidade Federal do Amapá;

Ao meu tio Edval e família que me acolheram em sua residência e me oportunizaram os momentos de reflexão para a concretização desta pesquisa;

Aos amigos que fiz no mestrado 2008, em especial aos integrantes do Grupo de Estudos de Linguagem Matemática, que sempre me incentivou constantemente para a realização da pesquisa;

Aos diretores, coordenadores e professores das escolas públicas em que a pesquisa foi realizada, pela receptividade e disponibilidade, tornando possível a coleta de dados;

Às crianças das escolas, pela participação, paciência, atenção e, principalmente, carinho dedicado ao trabalho;

Ao Instituto de Educação Matemática e Científica IEMCI/UFPA,

À CAPES, pelo apoio financeiro à pesquisa.

Ao PIBIC Jr. por me oportunizar os caminhos a orientação.

Dedico a Deus pela saúde e força que me concedeu em todos os momentos na realização desta pesquisa aos familiares e amigos;

Os limites de minha linguagem
denotam os limites de meu mundo.

Ludwing Wittgenstein

Está em jogo a linguagem - seu poder de conhecimento, de comunicação e de convencimento - e, com ela, debatem-se a existência humana e os laços sociais.

Clarice Lispector

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo compreender os dizeres e as produções escritas no processo de interpretação das regras matemáticas pelos alunos na resolução de problemas individuais e em díades. Valorizando o diálogo, como fonte de proporcionar a comunicação entre os alunos e o texto. A comunicação exerce um importante papel na construção do conhecimento matemático, pois é por meio do *jogo de linguagem*, - teoria fundamentada por Ludwig Wittgenstein - que os sentidos são atribuídos pelos alunos. Nesta direção, as regras matemáticas evidenciam diferentes formas de vida no seu uso, associadas às diferentes experiências vivenciadas pelo aluno na leitura e na escrita. A comunicação surge, para que os alunos estabeleçam os direcionamentos nas atividades de leitura e escrita nos problemas matemáticos, como também na aplicação da regra matemática. Nesta pesquisa participaram 8 alunos de 5ª série de uma escola pública de Belém, onde executaram, individualmente e em díades, tarefas de resolução de problemas de divisão de números naturais. As respostas, dada pelos alunos nos encontros individuais e em díades, foram filmadas, e posteriormente analisadas. Com base na análise dos dados, observei: (a) a lógica do aluno nem sempre está em conformidade com a regra matemática; (b) a importância da leitura do enunciado do problema é destacada, pois os alunos se projetam nas possibilidades de interpretação das regras matemáticas, e podem re-significar suas ações; (c) a importância da comunicação na interpretação da regra matemática, mediante a negociação de significados, podendo ainda, esclarecer por meio da fala, as ações dos alunos de como as regras estão sendo aplicadas. Neste sentido, a comunicação tem sido princípio básico para se evitar mal-entendidos no processo de construção de conceitos matemáticos, como também estabelece condições favoráveis para a produção textual.

Palavras-chave: Regras Matemáticas; Leitura; Escrita; Comunicação; Jogos de Linguagem.

RESUME

Notre étude se propose de comprendre les dires et les productions écrites des élèves dans le processus d'interprétation des règles mathématiques lors de la résolution de problèmes individuels et en dyades. Ceci en valorisant les dialogues, dans le but de développer la communication entre les apprenants et le texte. Il faut savoir que la communication joue un rôle important dans la construction des connaissances mathématiques, car c'est à travers *le jeu de langage* - théorie énoncée par Ludwig Wittgenstein – que le sens se construit chez l'élève. Dans ce sens, les règles mathématiques possèdent différents usages, selon les expériences diverses de lecture et d'écrite vécues par chaque étudiant. Ainsi, dans notre recherche, la communication devient essentielle pour la mise en place de stratégies de lecture et d'écrite susceptibles de l'aider autant dans la résolution des problèmes mathématiques que dans l'application de leurs règles. Nous avons mené notre recherche dans un collège public de Belém, auprès de huit élèves de sixième. Ces derniers ont exécuté, individuellement ou un binôme, des exercices mathématiques, plus précisément des problèmes de division de nombres naturels. L'activité de classe a été filmée et analysée. De notre analyse ressort tout d'abord que la logique de l'élève ne correspond pas souvent à la règle mathématique; nous avons remarqué aussi la place importante que tient la lecture de l'énoncé du problème, ce qui favorise différentes interprétations pouvant aider l'étudiant dans l'exécution de la tâche; et en dernier, il en ressort le rôle important joué par la communication dans l'interprétation des règles mathématiques, à travers l'explicitation, par les étudiants, du type d'application employée dans la résolution du problème. De ce fait, la communication est non seulement un principe de base primordial qui évite les malentendus dans le processus de construction des concepts mathématiques mais aussi contribue à la mise en place des conditions favorables à la production textuelle.

Mots-clés: Règles mathématiques; Lecture; Ecrit; Communication; Jeux de langage.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.. 10

CAPÍTULO I: CAMINHO À PESQUISA

1 A CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA.. 13

2 JUSTIFICATIVA... 16

CAPÍTULO II: SITUANDO O REFERENCIAL TEÓRICO

1 A LEITURA E A ESCRITA: POSSIBILIDADES DE INTERPRETAÇÃO DOS ENUNCIADOS DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS........................ 19

2 A ESCRITA E A COMUNICAÇÃO: AS REGRAS MATEMÁTICAS E SEUS CONTEXTOS... 26

CAPÍTULO III: CAMINHO METODOLÓGICO

1 CONSTRUÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO.. 34

2 CAMPO DE ESTUDO.. 37

3 SUJEITOS PARTICIPANTES.. 37

4 PROCEDIMENTOS DE OBTENÇÃO DE INFORMAÇÕES EMPÍRICAS 37

5 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO: ENCONTROS 1 E 2 38

6 PROCEDIMENTO DAS ANÁLISES... 39

CAPÍTULO IV: APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

1 DESCRIÇÃO DAS CATEGORIAS... 40

1.1 A leitura e o diálogo: o caminho para a compreensão da regra matemática.. 41

1.2 A escrita e a comunicação na matemática: o dizer e o dito das produções escritas dos alunos.. 51

1.3 As regras matemáticas e seus contextos: os sentidos explicitados pelos alunos... 62

2 ANÁLISE CONJUNTA DOS “ENCONTROS 1 E 2”................................ 70

CAPÍTULO V: CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ANÁLISES...................... 73

REFERÊNCIAS... 77

APÊNDICE

1 APÊNDICE A: ENCONTRO 1 – QUADRO DAS ESTRATÉGIAS IDENTIFICADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS -1ª SESSÃO (INDIVIDUAL)

1.1 Quadro do aluno participante Lucas.. 81

1.2 Quadro do aluno participante Marcelo... 82

1.3 Quadro do aluno participante João... 83

1.4 Quadro do aluno participante Marcos.. 84

1.5 Quadro da aluna participante Fernanda.... 86

1.6 Quadro da aluna participante Lúcia.. 87

1.7 Quadro da aluna participante Carol.. 88

1.8 Quadro da aluna participante Márcia.. 90

2 APÊNDICE B: ENCONTRO 2 - QUADRO DAS ESTRATÉGIAS IDENTIFICADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - 2ª SESSÃO (DÍADE)

2.1 Quadro dos alunos participantes Lucas e Marcelo.......................... 92

2.2 Quadro dos alunos participantes Marcos e João............................ 93

2.3 Quadro das alunas participantes Fernanda e Lúcia........................ 95

2.4 Quadro das alunas participantes Carol e Márcia............................. 96

ANEXOS

1 ANEXO A: TERMO DE CONCORDÂNCIA DOS PAIS OU RESPONSÁVEIS.. 100

2 ANEXO B: OFÍCIO ENCAMINHADO À ESCOLA................................... 101

INTRODUÇÃO

A origem da matemática tem sido associada às inúmeras formas de representar os números e saber como operá-los. Um bom exemplo disso são os algoritmos escritos. Estes foram criados com o intuito de facilitar os cálculos. Entretanto para resolução de um problema não basta que o aluno identifique o algoritmo, é necessário que o aplique corretamente. Em sala de aula, é possível a aplicação de algoritmos que nem sempre satisfazem as resoluções dos problemas, pois os diferentes sentidos e significados atribuídos ao enunciado pelos alunos podem se tornar um empecilho na busca da solução para o problema.

As dificuldades dos alunos oriundas da produção escrita e da leitura do enunciado podem estar associadas a práticas de outros contextos de aplicações de regras que não satisfazem à lógica da matemática, pois a linguagem matemática nem sempre compartilha dos mesmos significados utilizados na linguagem natural. A palavra divisão, por exemplo, é comumente associada à tarefa de partilhar partes iguais, embora esse princípio seja aplicável aos problemas de divisão. A operação de divisão envolve outras relações que precisam ser entendidas (dividendo, divisor, quociente e o resto) para que os alunos compreendam o conceito de divisão, como por exemplo, a divisão por cotas, em que é dada a quantidade inicial que deve ser dividida em valores preestabelecidos. Sendo assim, as relações estabelecidas entre os problemas matemáticos e as linguagens (linguagem natural e a linguagem matemática), ajudam-nos a compreender a natureza da dificuldade da leitura, da escrita e da interpretação da regra matemática, na resolução de um problema matemático. A regra matemática pode reger tanto um texto escrito em linguagem matemática, como aquele em linguagem natural requerendo do seu leitor os procedimentos necessários para a sua resolução, desde que em conformidade com a lógica da matemática.

Assim, resolver um problema é bem mais que aplicar regras arbitrárias na folha de papel, é antes de tudo compreender os signos escritos que foram objetivados por meio da escrita, para que assim o aluno possa entender as estratégias e os procedimentos utilizados na resolução dos problemas. A produção escrita dos alunos nem sempre está em conformidade com o uso de regras matemáticas adequadas ao contexto discursivo (a aula de matemática). Assim, a comunicação tem sido apontada para explicitar as regras matemáticas aos interlocutores, a fim de que eles possam compreender e interpretar o enunciado do problema e buscar a regra adequada para resolvê-lo. Assinala o filósofo Ludwig Wittgenstein (1999) que a compreensão da linguagem está condicionada aos seus diversos usos e estes usos são determinados no contexto de aplicação. É nessa perspectiva, que na presente investigação abordei os processos comunicativos de interpretação das regras matemáticas.

Inserido no contexto da comunicação, no estudo aqui exposto, investiguei como os alunos interpretam os enunciados dos problemas de divisão. Tendo como problema de pesquisa: como os alunos interpretam as regras matemáticas e as comunicam por meio da escrita e da oralidade? Mediante isso, a dissertação foi estruturada em cinco capítulos. No capítulo I, são descritas as atividades que trilharam meus rumos à construção do problema de pesquisa e a minha inserção no mundo da pesquisa.

No capítulo II, são tratados os aspectos inerentes à revisão bibliográfica, que dizem respeito à leitura, à escrita e à comunicação em matemática. Ressalto as dificuldades na interpretação dos textos de matemática e os sentidos e os significados explicitados pelos alunos às regras matemáticas. Nesta perspectiva, as produções escritas dos alunos podem apontar os equívocos no uso e na aplicação das regras matemáticas, pois quando os mesmos são oportunizados a falar sobre suas produções escritas, estes podem identificar o equívoco na recorrência da escrita, como também, pode aprimorar e exceder o signo escrito.

Para compreender as produções escritas dos alunos e como fazem uso das regras matemáticas, recorro aos jogos de linguagem de Ludwig Wittgenstein. Os jogos de linguagem podem auxiliar-me a compreender como a regra matemática está sendo aplicada como também evidenciar que, no momento de recorrência às regras matemáticas, isto é, no uso em que os participantes podem esclarecer o que e como interpretam os enunciados dos problemas matemáticos. Nos jogos de linguagem, o aluno pode compreender e descrever o uso de estratégias utilizadas, pois é em face ao jogo, ou melhor, na aplicação de regras matemáticas que o aluno expressa o que entendeu do que foi lido. Neste sentido, as regras não se referem somente ao procedimento adotado pelo aluno, mas também ao o uso do algoritmo.

Neste capítulo II, apresento ainda as ideias de Wittgenstein (1999) e Austin (1990) sobre a linguagem enquanto instrumento de ação. Enquanto ação, o ato de fala se realiza num contexto de valores e normas; regras que são estabelecidas socialmente, sendo indispensável à referência da regra matemática, ao contexto de aplicação. É a análise dos atos de fala que permitirá revelar o peso na formulação das estratégias e dos procedimentos dos alunos para se poder determinar seus efeitos e suas consequências.

No capítulo III, é apresentada a abordagem metodológica, na qual relato o procedimento adotado na análise.

No capítulo IV, apresento e analiso os dados coletados durante a pesquisa de campo.

Por fim, no Capítulo V, apresento as considerações sobre as análises.

CAPÍTULO I: CAMINHO À PESQUISA

1 A CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA

O processo de ensino e aprendizagem na matemática é um tema que me desperta grande interesse e sobre o qual já venho estudando há algum tempo. Participei do Programa de Iniciação Científica do Núcleo de Educação e Cultura da Universidade Federal do Amapá (NEC/UNIFAP), que tinha como linha de pesquisa a Interação Verbal e a Construção de Conhecimento Matemático.

Naquela ocasião, participei da Iniciação Científica desenvolvendo dois projetos de pesquisa: no primeiro, comparei as estratégias que as crianças desenvolviam em seus ambientes de trabalho com as utilizadas na escola ao resolverem problemas aritméticos (LACERDA & OLIVEIRA, 2006). Os resultados dessa pesquisa mostraram que as crianças utilizavam estratégias algorítmicas e não algorítmicas. As estratégias não algorítmicas não faziam parte dos procedimentos formais de cálculo ensinados pela escola. O uso destas regras revelava a compreensão do problema pelo aluno que o resolvia, evidenciando que a preocupação não estava sob o uso de signos escritos. Estes muitas vezes se revelavam um empecilho para encontrar a solução.

No segundo projeto de pesquisa que investiguei, as estratégias utilizadas na resolução de problemas de divisão pelas crianças em interação (LACERDA *et al*, 2007), os resultados evidenciaram que, ao terem a possibilidade de interagir com o colega, os alunos tinham a possibilidade de evidenciar novas estratégias. Como consequência, o trabalho colaborativo permitiu desenvolver as habilidades argumentativas e a importância do outro para a atividade de resolução de problemas. A interação com o colega pôde promover a mudança no uso de estratégias na resolução de problemas.

Percebi ainda, que ao interagirem e apontarem sobre suas produções escritas, os alunos comunicavam aspectos não visíveis aos olhos daqueles que só enxergavam os signos escritos, explicitando ao seu par da interação, as ideias e os conceitos referidos na folha de papel. Aspectos esses até então, revelados somente ao pensamento daquele que comunicava sob tais registros. Assim, a fala passava a esclarecer o uso da escrita nos textos de matemática, assegurada na voz do aluno que comunicava sobre suas produções escritas.

Diante dessas evidências, essa nova maneira de focalizar as produções escritas dos alunos ganhou nova luz após as leituras de Ludwig Wittgenstein, que passei a realizar na ocasião do mestrado. A partir de então, busquei nos jogos de linguagem de Wittgenstein, a compreensão dos diálogos instaurados entre os alunos para a interpretação de regras matemáticas a partir dos enunciados dos problemas. Os dizeres dos alunos podiam não estar em consonância com suas produções escritas, na possibilidade de evidenciar em suas falas dependências de regras externas aos contextos que não se aplicariam à resolução do problema.

O primeiro traço dessas interpretações poderia estar associado a possibilidades de leitura do enunciado. Na leitura de um enunciado, as ideias suscitadas podem ser múltiplas, pois o processo de leitura vai ampliando-se na medida em que se atribuem ao texto as experiências de práticas de outros contextos.

Decorre do primeiro traço, que os contextos são relevantes para que os professores possam situar suas ações no aqui e agora, isto é, no momento de seus atos é que podem esclarecer o uso da escrita em matemática aos alunos, sendo esta escrita essencial para assegurar as formas de vida da linguagem matemática. Desse fato, a possibilidade de diálogo entre os alunos sobre suas estratégias de resoluções pode aprimorar o uso de regras, como também, pode revelar ao professor quais os passos dados na interpretação de regras matemáticas pelos alunos.

A importância da comunicação nas aulas de matemática parece estar bem clara. Graças às ações de falas dos interlocutores, na explicitação do que está implícito nos signos escritos, aprimoram-se e evidenciam-se novas formas de dizer o que a escrita ‘aprisionou’. No ensino de matemática, acontecem situações em que os alunos nas atividades de resolução de problemas aplicam regras não condizentes com a lógica da matemática, ou seja, acreditam estar seguindo a regra adequada, mas aplicam outras que dependem de sua lógica/imaginação.

Nesta perspectiva, considero relevantes reflexões sobre práticas cada vez mais compromissadas com a comunicação nas aulas de matemática, para que o professor e os alunos possam esclarecer os mal-entendidos no uso da linguagem neste contexto discursivo.

2 JUSTIFICATIVA

Atualmente, diversos são os desafios que competem à sala de aula de matemática. A ela cabe, uma parcela razoável de atribuições de fracasso dos alunos que dizem não compreender a linguagem matemática. Não posso deixar de correlacionar o problema da escrita em matemática ao meu objeto de interesse, que são as dificuldades dos alunos na interpretação de regras matemáticas. A explicação encontrada para o problema da linguagem matemática, é que ela se regulamenta sobre as próprias regras de aplicação, residindo sobre o uso de uma linguagem que não tem oralidade própria, vivendo em simbiose com a linguagem natural para lhe assegurar uma forma de vida. A dependência de regras externas ao universo comunicativo da matemática pode ser a maior fonte de obstáculos encontrados pelo aluno em ler e escrever em matemática.

A leitura tem sido apontada como atividade essencial à interpretação de qualquer texto. É bastante difundida a ideia de que só compete ao professor de Língua Portuguesa trabalhar a leitura. Como também é comumente associado que para ler é necessário silêncio, como se o silêncio fosse elevar os níveis de compreensão do aluno. Evidentemente para compreender é preciso atenção e esta é favorecida no silêncio - entendam aqui o silêncio num texto matemático -, embora o aluno possa codificar os signos que apareçam em linguagem natural, é a compreensão da linguagem matemática que vai se estender virtualmente apenas ao leitor, aquele é claro que saiba ler o texto matemático. Como por exemplo, o produto cartesiano:

$$AXB = \{(x, y) \mid x \in A \ e \ y \in B\}$$

A leitura do produto cartesiano só é entendida após a explicação de seus códigos AXB, em que se lê: “A cartesiano B”. Observa-se que a linguagem natural serve a linguagem matemática, sendo que sua leitura é resultado de um processo de hibridismo. Várias situações em sala de aula dão a entender que a matemática propicia a leitura de uma linguagem peculiar que se reveste em símbolos que só tem significados dentro da matemática. O formalismo aliado à dificuldade de abstrair do aluno pode impedi-lo de suscitar ideias que lhe permita compreender os conceitos matemáticos apresentados. No entanto, o professor e o aluno necessitam do formalismo para expressar a matemática. Certamente, o aluno tem que perceber nos textos de problemas matemáticos sua força de significação, para que eleja informações pertinentes e relacione seus saberes às suas experiências. Não compreender o simbolismo matemático, causa problemas no entendimento dos conteúdos estudados.

No entanto, o trabalho do professor de matemática é propor a leitura para que a comunicação aconteça. Na tentativa de explicitar a linguagem matemática, o professor pode levar o aluno à polissemia de significados decorrentes da linguagem natural, podendo influenciar os processos de significação da linguagem matemática. Levando em conta que a linguagem matemática e a linguagem natural estão ligadas entre si, como apontado por alguns autores (MACHADO, 1990; MENEZES, 1999). Saber ligar essas linguagens torna possível ao aluno o ato de ler, levando-o a refletir como aplica e como utiliza a matemática. A preocupação em explicitar a linguagem matemática durante o processo de apropriação da escrita permite ao aluno em interação com o colega e/ou professor a construção do conceito matemático, a organização do pensamento pelo outro que passa a apontar a interpretação da regra matemática.

Observar como os alunos entendem as regras matemáticas, e como compreendem o problema e sob quais usos de regras se valem para a sua interpretação, é importante para o professor de matemática. Assim, os participantes (professor e alunos) atribuem ao espaço onde decorre a ação as faculdades para compreender um ao outro quanto ao uso de regras matemáticas. Os jogos de linguagem vinculam as interações que permeiam os contextos às diferentes funções delegadas no uso. Esses enfoques, no sentido de esclarecer aos envolvidos o uso adequado da linguagem, são importantíssimos para compreendermos que se faz necessária a comunicação nas aulas de matemática, na medida em que o aluno precisará articular sua leitura à produção textual.

Daí a necessidade da comunicação nas aulas de matemática, para que os alunos possam superar suas dificuldades em lidar com os conceitos matemáticos no uso da linguagem. Também é na comunicação, que professor e alunos têm a possibilidade de dialogar sobre as interpretações que se objetivam na escrita. A fala, então, surge para esclarecer as possibilidades de interpretações ao uso da escrita que foi objetivada, a fim de que os mal-entendidos sejam minimizados na resolução de problemas pelos alunos.

A ideia de pesquisar as dificuldades dos alunos na escolha e aplicação dos algoritmos de divisão nasceu ao perceber a importância da escrita para o pensamento, pois o que está objetivado por intermédio da escrita é fruto de uma organização de ideias. Embora a escrita proporcione uma maior elaboração sobre as ações, ela também revela um aspecto peculiar e restrito sobre a própria limitação na atividade, que se encontra na compreensão da linguagem matemática. Por esta razão, a leitura e a comunicação nas aulas de matemática podem oportunizar as vias de acesso à escrita em matemática.

CAPÍTULO II: SITUANDO O REFERENCIAL TEÓRICO

1 A LEITURA E A ESCRITA: POSSIBILIDADES DE INTERPRETAÇÃO DOS ENUNCIADOS DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

O papel da linguagem na aprendizagem de conceitos vem sendo objeto de estudos em Educação Matemática, especificamente, no trabalho de resolução de problemas. A preocupação com a linguagem, em particular com a aprendizagem da leitura e escrita de textos matemáticos, tem nos levado a pensar nas atividades propostas em sala de aula. Levando em conta que a construção de conceitos está vinculada em saber ler e escrever, por permitir as vias de acesso dos alunos nos processos de ensino e aprendizagem em sala de aula. Afirma Danyluk (2002, p.47) “os atos de compreender e de interpretar os sinais que a linguagem emite levam o homem ao trabalho de leitura. Ao ler, ele tem a possibilidade de expressar aquilo que compreendeu e interpretou do lido”.

Ler e escrever são processos mediados não apenas pelo contexto, mas também por todas as atividades relacionadas ao uso da linguagem. Emerge daí, as inúmeras possibilidades de interpretações do texto, as quais podem ser profundamente influenciadas pelos sentidos e significados atribuídos pelos alunos, que, por sua vez, podem não estar em conformidade com a regra matemática.

Em matemática, ler não se limita à tradução dos símbolos escritos para a linguagem natural, é necessário compreender e interpretar o que está além dessa tradução, de tal forma que não apenas se lê a linguagem que aparece nos discursos, mas também, abre possibilidade para a comunicação com o outro (DANYLUK, 2002). Entendo que o ato de ler tem que ser orientado para a busca de significados das regras matemáticas, para que o aluno possa compreender no texto matemático a sua linguagem. Para Silva (1981), compreender não é simplesmente relevar a descoberta de uma lei, ou um princípio que regulamenta determinada coisa, mas as características e peculiaridades daquilo que foi lido. Assim a comunicação está estritamente ligada à compreensão como aponta Silva, pois é na comunicação que o aluno tem possibilidade de expressar o que leu.

A comunicação nas aulas de matemática constitui um aspecto importante, por envolver professor e alunos via jogos de linguagem. Para Wittgenstein (1999), os jogos de linguagem apontam para o contexto do uso da linguagem, podendo esclarecer muito mais sobre as formas de vida da linguagem, pois ela passa a ser comunicadas dentro do contexto e das atividades a que estão ligadas, isto é, no uso que podemos interpretar o que foi lido e compreendido pelo aluno. Afirma Wittgenstein (1999, p.30) “chamarei também de “jogos de linguagem” o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada”.

Sendo assim, a linguagem matemática, se conectadas ao seu uso, isto é, dentro das próprias regras que as regulamentam podem esclarecer os conceitos matemáticos nas ações de falas do professor. Nesse sentido, o professor está em melhores condições de comunicar a linguagem matemática em sala de aula, se suas ações de falas levarem os alunos à compreensão das regras matemáticas implícitas nos enunciados dos problemas matemáticos. Afirma Menezes (1999, p. 6) “a linguagem da matemática é híbrida, pois resulta do cruzamento da linguagem da matemática com uma linguagem natural, no nosso caso, o português”.

O trabalho do professor de matemática na utilização da linguagem matemática mostra a relação de simbiose com a linguagem natural, pois consiste em oferecer significações para os símbolos matemáticos. Para tanto, a linguagem natural está diretamente ligada à linguagem matemática, pois propicia a leitura dos enunciados, evidencia-se o hibridismo. Para Santos (2005), a linguagem natural está estruturada principalmente na comunicação, enquanto que a linguagem matemática tem outras características, que não dizem respeito somente à comunicação, mas também à formalização. A matemática admite uma linguagem própria, com o uso de regras, que só têm sentido dentro do seu próprio universo.

A compreensão de um enunciado pelo aluno requer a interpretação das regras matemáticas implícitas no texto. Entretanto, o aluno pode na leitura do enunciado, suscitar práticas de outros jogos de linguagem, isto é, se valer de outros contextos para a compreensão de termos específicos que aparecem no enunciado do problema, que seria traduzido melhor dentro do próprio universo da matemática. Nesta direção, Ricoeur (1976) entende que o sentido atribuído ao texto pode se relacionar às possibilidades de aplicação de uma palavra. A polissemia da palavra pode se referir ao processo metafórico, pois o uso de uma palavra pode exceder o conceito destacando-se para fora dos limites de sua aplicação original (RICOEUR, 1989).

Em vista do que Ricoeur expôs, quero ressaltar que, para compreendermos o uso de regras matemáticas, não podemos transgredir os limites que as regulamentam, pois podemos nos valer de outros contextos em que não estão em melhores condições de interpretar a linguagem matemática. Esta linguagem inclui um formalismo, generalização e, leitura e tradução por uma linguagem ordinária. No momento da leitura/tradução a precisão formal é contaminada pela polissemia da linguagem ordinária, gerando mal-entendidos e perda de precisão. Afirma Menezes (1999, p. 5) “a linguagem matemática dispõe de um conjunto de símbolos próprios, codificados, e que se relacionam segundo determinadas regras, que supostamente são comuns a uma certa comunidade e que as utiliza para comunicar”.

Recorro ao exemplo a que Wittgenstein se reportou em seu livro *Investigações Filosóficas* com o intuito de melhor esclarecer os jogos de linguagem. No livro, Wittgenstein descreve a situação dos operários, um deles pronuncia ‘lajota’ como forma de solicitar ao outro que lhe traga uma lajota, mas a palavra em si, não traz a possibilidade de ordem ou pedido, como ‘traga a lajota’, o que acontece é que no contexto o uso é esclarecido entre os sujeitos envolvidos. O jogo de linguagem refere-se a um processo situado, priorizando a elaboração de modos articulados no uso da linguagem, que se influenciam e se constituem do acordo estabelecido pelos membros que compartilham a linguagem.

Austin (1990) coloca o problema da linguagem enquanto instrumento de ação, as circunstâncias em que as palavras são proferidas devem de algum modo ser apropriadas, como observou no exemplo da situação dos operários. No caso dos operários, aquele que pronunciou ‘lajota’ está capacitado a assim fazê-lo.

Nas aulas de qualquer disciplina, os alunos reconhecem nos professores um modo apropriado de dizer, como também, em colegas que estão em condições de argumentar e de expor suas ideias. Assim, na resolução de um problema em díades, os alunos encontram no interlocutor as possibilidades de compreender as regras matemáticas implícitas no texto. A cada ato de fala de seu parceiro, o ouvinte diz sim ou não em sua ação, podendo conjecturar outras informações percebidas e levantadas para a construção conjunta de sentidos. A ação de uma fala do aluno pode apontar na realização de um ato pelo seu par da interação, que permanece à escuta, de um novo procedimento que deverá realizar. Os jogos de linguagem nas aulas de matemática apontam nas interações comunicativas entre os alunos, as regras sugeridas por meio de suas falas. O falar pode esclarecer ao outro e a si, o uso das regras matemáticas. Assim, o jogo de linguagem pode se constituir através da participação do outro.

No que diz respeito ao texto, a escrita parece elevar os níveis de entendimento do aluno, pois o que foi informado ao texto é uma escrita que foi organizada e pensada para comunicá-lo. Afirma Heidegger (1989, p. 18) que “a compreensão só se instala no instante em que começa a brilhar em nós o que o texto não diz, mas quer dizer em tudo que nos diz”. A busca de regras matemáticas implícitas no texto pelos alunos é essencial para interpretar aquilo que foi lido e compreendido.

Cavalcanti (2001) entende que a compreensão do texto matemático é importante, pois a solução dos problemas evidenciada pelos alunos tem por base as experiências de outros contextos ou a estrutura do enunciado do texto. A compreensão do problema pode sofrer influência do uso léxico da palavra, como também pelo reconhecimento de regras matemáticas implícitas no texto.

Como aponta Echeverría (1998, p. 58):

> A compreensão de problemas matemáticos é claramente influenciado por fatores diversos, tanto matemáticos como não matemáticos. O conteúdo das tarefas, a sua relação com os conhecimentos armazenados pelo aluno, o contexto no qual ocorre, a forma e a linguagem que as expressões assumem fazem com que haja uma variação considerável na tradução das tarefas para representações matemáticas, influindo decisivamente na forma de resolvê-los.

É necessário ressaltar que os momentos de interpretação textual são poucos explorados nas aulas de matemática. Como resultado disso, o aluno que não sabe ler adequadamente, não consegue compreender os textos, como também, não sabe produzir textos. A leitura do texto leva a compreensão do leitor, que produz significações. É essencial o trabalho com os textos nas aulas de matemática, no qual se valorize o ensino da leitura.

Afirma Cavalcanti (2001, p. 121) “tão importante quanto o tipo de problema a ser trabalhado e a compreensão do texto é a atenção que devemos dar aos diferentes modos pelos quais as crianças podem resolver”. Já para Otte (1993, p. 14) “o conteúdo do texto se apresenta como multiplicidade de possíveis aplicações”. A ideia veiculada pelo texto é uma representação do pensamento, apresentada em meio à formulação linguística e aquilo que está implícito em um texto pode se mostrar na compreensão como possibilidade de múltiplos sentidos. A dificuldade dos alunos na aplicação de regras matemáticas implícitas no texto pode ser atribuída ao que Otte anteriormente afirmou, pois os diferentes modos de uso da linguagem podem evidenciar aos alunos uma multiplicidade de sentidos na aplicação de regras.

Na resolução de problemas, há necessidade de aplicar regras matemáticas, pois o uso destas, podem reduzir as etapas no uso do algoritmo, como também viabilizar a leitura e a compreensão do texto. No trabalho com textos de problemas, as possibilidades de interpretação da regra matemática são múltiplas e variadas, de modo que encontrar uma regra matemática que satisfaça a resolução do problema pode demandar tempo e esforço pelo aluno, que acaba recorrendo à invenção de uma regra sua como possibilidade de oferecer a resposta ao problema. Isso vai ao encontro da seguinte afirmação de Ricoeur (1986, p. 123) “o texto é a mediação pela qual nós nos compreendemos a nós mesmos”. As leituras acerca do texto estão carregadas de conceitos que nem sempre condizem com o próprio texto, pois é comum nas aulas o uso na linguagem do professor e do aluno que recorrem a analogias, metáforas e imagens para garantir os sentidos.

Pensemos, por exemplo, na figura de um triângulo retângulo mostrada no quadro pelo professor. A simples representação traz significados outros, tais como: se trata de um triângulo com um dos ângulos reto, a hipotenusa é o maior lado do triângulo e os outros lados são os catetos, ao maior lado se opõem o maior ângulo e outros conceitos articulados que podem não ser ditos pelo professor; apenas apontados com giz ou pincel quando fala sobre o objeto matemático ou ainda o aluno pode pensar em rampas, esquadros e etc. Afirma Wittgenstein (1999, p. 172) “observar não produz o observado... Ou: não ‘observo’ aquilo que surge apenas através do ato de observar. O objeto da observação é outro”.

Embora o professor possa representar um triângulo que pertence à construção de uma imagem, sua representação está ligada à compreensão do signo. Em relação ao signo afirma Wittgenstein (1999, p. 176) “o signo ‘eu creio’ não pode fazê-lo; no máximo pode indicá-lo”; ou melhor, o signo escrito não esclarece sob quais as ações devem ser feitas, embora aponte para alguma coisa. Ademais, o visível não se limita apenas ao que aparece na representação, pois há um leque de informações no todo invisível. A ação pode orientar o professor ao modo de fazer e comunicar uma linguagem que não tem oralidade, como também chamar a atenção do observador (o aluno) no apontar, constituindo-se assim, uma das formas de vida para garantir os sentidos da linguagem matemática, vislumbrada no ensino ostensivo.

> O simples ato de olhar já está carregado de interpretação, visto que é sempre o resultado de uma elaboração cognitiva, fruto de uma mediação sígnica que possibilita nossa orientação no espaço por um reconhecimento e assentimento diante das coisas que só o signo permite (SANTAELLA, 1983, p. 51).

Assim, entender as produções escritas do aluno é de suma importância para compreender o que foi perdido ou acrescentado no seu processo de objetivação, pois quando o aluno não conseguir apontar nas regras matemáticas os equívocos, deverá o seu signo escrito apontar aquele que saiba ler o texto. A justificativa em se trabalhar em díade está neste ponto, pois um aluno pode oferecer ao outro, por meio de sua leitura, a compreensão do signo escrito. E aquele que está capacitado a ler o texto estenderá virtualmente ao outro sua compreensão. O jogo de linguagem que configura a interação entre pares busca no texto as possibilidades enquanto uso de regras matemáticas.

Nas aulas de matemática, a explicitação das regras matemáticas pelo professor aos alunos, mostrará nos jogos de linguagem onde decorre a ação a tentativa de assegurar aos signos escritos a possibilidade de comunicá-los. O jogo de linguagem esclarece que o significado é dado pelo uso, ou que jogando aprendemos a jogar e que só jogamos os jogos se tivermos a oportunidade de praticar.

Nas aulas de matemática, devemos, então, tomar cuidado com as ações de falas na explicitação de regras matemáticas, pois na tentativa de atribuir as suas formas de vida podemos nos valer de regras fora do contexto, e gerar dificuldades na compreensão do aluno, pois a linguagem usual nem sempre atende às necessidades da linguagem matemática. Entende Ricoeur (1989) que, sendo as palavras polissêmicas e os discursos podendo gerar algum grau de plurivocidade, devemos nos perguntar sobre os contextos de onde escolhemos as palavras.

O jogo de linguagem de Wittgenstein, afirma Silveira (2008, p. 3), “consiste de linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada”. A matemática escolar está em melhores condições de responder às formas de vida da linguagem matemática. Assim, entendo que a matemática escolar não difere da matemática do feirante, o contexto que é diferente, não as regras matemáticas. A matemática tem que ser ensinada com o intuito de esclarecermos as regras de sua linguagem. Afirma Silveira (2006, p. 4) “seguir a regra é um jogo de linguagem determinado, e joga, quem compreende a descrição da regra”.

Reconheço que a matemática está presente bem antes de se entrar na escola, entretanto é a escolarização que vai proporcionar as formas de vida da linguagem matemática.

2 A ESCRITA E A COMUNICAÇÃO: AS REGRAS MATEMÁTICAS E SEUS CONTEXTOS

Umas das principais abordagens no ensino e aprendizagem nas aulas de matemática é a resolução de problemas. A preocupação, então, foi a de determinar quais atividades a serem exploradas, de modo a atenuar as dificuldades dos alunos. O que nos enunciados dos problemas dificulta a interpretação dos alunos? Tal preocupação põe em destaque ainda o uso dos signos escritos, ou melhor, as produções escritas dos alunos para solucionar o problema. Além da natureza dos signos, destaco a natureza constitutiva da linguagem na interpretação dos jogos de linguagem que surgem no espaço de sala de aula. Nas atividades de compreensão dos problemas, alunos e professores podem evidenciar, na interpretação da regra matemática, práticas de outros contextos discursivos, advindos da linguagem do cotidiano. A formalização proporciona a limitação da linguagem matemática, e o universo de significações da linguagem do cotidiano podem evidenciar as regras adotadas pelo aluno as interpretações para o enunciado do problema.

Embora a matemática seja uma atividade cultural, esta nem sempre será passível de aplicação de problemas que refletem a realidade. Entendo que o contexto do cotidiano é um e o contexto escolar é outro, além disso, os fins não são necessariamente os mesmos. Evidentemente, são formas de vida diversas garantidas ao uso da linguagem nas aulas de matemática e o uso da linguagem no cotidiano. Assim, se o contexto é o da vida diária de um vendedor, este estará mais envolvido com o seu contexto, ou seja, sob as regras que regulamentam suas ações, mas, sobretudo, de responder melhor as questões que emergem no contexto, pois ao contexto são atribuídas suas práticas. Enquanto na escola, aquelas formas de vida não pertencem ao seu dia-a-dia, pois existem procedimentos e técnicas que regulamentam uma linguagem que não é sua. Uma linguagem que está inserida sob regras que precisam ser entendidas dentro das próprias regras que as regulamentam, isto é, a linguagem matemática (formalizada). A dificuldade de interpretação no uso da regra matemática, como afirma Silveira (2005, p. 23), “pode ser atribuída à mudança de contexto. O conceito muda, na perspectiva do aluno, mas continua o mesmo na perspectiva da lógica matemática”.

Para compreender o uso da linguagem é preciso inseri-la em algum modo de vida, através de regras que satisfaçam o seu uso, para que assim, os sujeitos possam esclarecer sob suas tomadas de ações. Nesse sentido, a dificuldade do aluno na compreensão da linguagem matemática pode estar associada ao uso de regras, que não satisfaz o contexto de sala de aula. Por exemplo, quando o aluno recorre à linguagem ordinária, para entender as regras da linguagem matemática.

O aluno que faz uso do algoritmo formal da multiplicação para aplicar no produto de logaritmos, não está em conformidade com a regra. Nesta perspectiva, a linguagem não pode ser justificada sob outras regras de aplicação, baseados em outros contextos, sob outras formas de vida. Como afirma Torrezan (1998, p. 79), “num sentido wittgensteiniano, a linguagem apreendida na escola parece estar impregnada de regras externas aos seus usos, ocorrendo na maioria das vezes entraves quanto a sua compreensão”.

Reitera ainda a autora (TORREZAN, 1998, p. 79):

> as regras externas apenas descrevem fatos que, muitas vezes, são alheios à realidade daqueles alunos, ao passo que se estas regras fizessem parte da constituição interna da linguagem utilizada naquele caso, elas teriam uma função mais específica ou melhor descreveriam os fatos reais.

Os jogos de linguagem poderão elucidar as interpretações que envolvem as regras matemáticas nas aulas dessa disciplina, pois não faz sentido tentar explicar as regras fora dos contextos de aplicações. Ressalto a importância da linguagem num contexto determinado, onde seus usos sejam explicados dentro de suas próprias formas de vida. A linguagem se mostrará no seu funcionamento, ou seja, no momento de enunciações, formas de dizer e comunicar sobre o signo escrito, e precisará ser esclarecida dentro dos próprios limites que é o espaço da sala de aula, mas especificamente, na linguagem matemática.

Wittgenstein (1999) argumenta que é nas formas de vida que o sujeito estabelece os sentidos de uma compreensão, graças ao contexto onde as falas são tomadas e esclarecidas entre os participantes dos jogos de linguagem. A comunicação pode ser um importante recurso para compreendermos nossas ações no espaço de interação que é a sala de aula. É neste lócus de pesquisa que, cada vez mais, têm-se ressaltado as interações verbais como fonte para a construção do conhecimento matemático, pois elas abrem a possibilidade para a co-construção de ideias estabelecidas pelo diálogo, sendo de fundamental importância para a construção do conhecimento pelo aluno, que passa a incorporar novos conhecimentos mediados pela intervenção do outro. No diálogo instaurado entre o professor e o aluno, a fala pode possibilitar aos participantes dos jogos de linguagem os esclarecimentos da escrita que foi objetivada e podem ainda, estes que participam dos jogos de linguagem ressignificar suas próprias ações acerca da atividade de compreensão do problema.

Segundo Torrezan (1998), se referindo a Wittgenstein, a criança deve refletir sobre o que levou a configurar tal registro no papel, e não simplesmente ser adestrada a repetir aquilo que lhe impõem como ‘verdade’. Afinal aquele que se apropria da regra saberá jogar compreendendo o seu uso. A ação de seguir a regra não é ‘moldar’ o sujeito que participa, mas evidenciar as regras dos contextos para elucidação de seus modos de jogar, através da prática.

Em sala de aula, as produções escritas dos alunos podem apontar o que foi perdido no processo de objetivação e do rigor da linguagem matemática. Deveríamos questionar aos alunos sobre suas próprias produções escritas, pois eles estarão em melhores condições de informar o seu pensamento. Nossos atos e/ou o que foi dito na escrita e que não foram explicitados, podem ser os maiores causadores das interpretações equivocadas que se evidenciam na sala de aula. Afirma Araújo (2004, p. 10) “o ato de referir à realidade depende de um contexto, seus efeitos são práticos, pois são os efeitos discursivos que produzem”. Se percebermos na linguagem matemática que suas regras não são ambíguas, pois elas se fundamentam sobre a própria regra de aplicação, poderemos esclarecer que os equívocos no uso da linguagem, são, contudo, decorrentes dos jogos de linguagem, de práticas suscitadas de outros contextos que não se aplicam a regra matemática.

Nessa perspectiva, em termos da linguagem, o problema da plurivocidade constitui o horizonte de todo o discurso (RICOEUR, 1976). Neste aspecto, a linguagem busca por intermédio do discurso uma forma para esclarecer enquanto sistema que configura os sinais que se presentificam na escrita. Assim, a fala abre-se na possibilidade de ampliação da comunicação, como também de entender os signos escritos que se mantiveram implícitos aos textos de matemática.

A comunicação verbal passa a informar nas ações de falas aquilo que foi objetivado na escrita em matemática. Estas certezas podem ser asseguradas na voz de outrem, expressando em ideias as explicações para identificar os conceitos, e aprimorá-los na medida em que vai comunicando o que foi lido no texto de matemática. A ação de uma fala serve ao entendimento das regras matemáticas, pois aquele que age segundo a fala do outro, estabelece com o outro um processo comunicativo, informando nos seus atos os efeitos provocados pelas falas de seus interlocutores.

Na medida em que o aluno expressa o que compreendeu e interpretou aos outros (alunos e professor), estes passam a interpretar aquilo que foi enunciado, como também manifestam a realização de uma ação, como afirma Austin (1990) em sua teoria dos atos de fala. Emerge aqui a questão: vivemos em uma sociedade regida por regras, estabelecemos critérios para a sua validação que é de domínio público e regulamos nosso agir de acordo com estas. Para Wittgenstein (1999, p. 12), “não posso subjugar os acontecimentos do mundo à minha vontade”. Assim não posso atribuir à linguagem matemática minha lógica/imaginação, pois não estarei em conformidade com as regras, e estas são importantes para que possamos estabelecer os limites do que pode ou não, daquilo que é adequado ou não ser seguido.

Percebo aí que as escolhas neste percurso, seja na incorporação de falas que são comunicadas por seu par da interação, seja na escrita em matemática que lhe será mostrada, evidenciam e ecoam nas trocas de informações as multiplicidades de compreensão e interpretação frente à atividade de resolução de problemas. “É o mostrar para outro aquilo que foi desvendado pela compreensão e pela interpretação” (DANYLUK, 2002, p. 50). O falar é um ato pelo qual o sujeito se supera e excede sobre o signo que este comunica (RICOEUR, 1989).

A fala comunica e explicita o que não foi mostrado na escrita, evidenciando no seu dizer as ações realizadas nos atos de fala do seu locutor que se transformará frente as suas ações comunicadas, até então não esclarecidos e mostrados nos signos escritos, entretanto não ditos, ou não compreendidos.

Contudo, é na fala que tenho a possibilidade de dizer o que não se mostra no signo escrito, pois esta informará e transbordará o mundo daquele que está comunicado quanto ao seu uso. Os sinais passam a dizer sobre aqueles que os reproduziram; uma história de vida, que traz conhecimentos específicos, que passam a ser conhecidos pelo sujeito que aprende. Embora os registros não comuniquem em som, eles mostram uma forma de elevar o pensamento. Não é mais o sentido do texto que nos ocupa, mas a direção e a elaboração de nosso pensamento. No caso dos sinais escritos, se reconhecermos que o seu emprego informa um espaço até então não habitado, poderíamos aproximar o aluno das suas formas de vida, assim, esclareceríamos sobre os jogos de linguagem, sobre o uso da linguagem matemática.

É necessário que professor e alunos se comuniquem no sentido de esclarecer os mal-entendidos em textos escritos em linguagem matemática ou no problema proposto em linguagem natural. Os sujeitos capazes de fala e de ação engajam-se no mundo como forma de vida e buscam mutuamente suprir suas necessidades individuais e coletivas, no entendimento mútuo. Para Habermas (1990), as ações orientadas para um fim, onde os membros intervêm no mundo, são ações em que desejam realizar meios adequados. Habermas define os proferimentos linguísticos como atos por meio dos quais um falante tenta chegar a um entendimento com o outro sobre algo do mundo.

Nessa perspectiva, é no uso da linguagem natural que comunicamos e estabelecemos nosso pensamento. Evidenciando assim, através de signos linguísticos as regras que compartilhamos e asseguramos ao conhecimento matemático como construção social. A filosofia da matemática de Wittgenstein também assegura a esta ciência como construção social, cujas bases repousam em regras e conhecimentos linguísticos (JESUS, 2002). As regras da linguagem natural é que dão vida aos elementos constituintes da linguagem matemática, pois é no uso da linguagem como discurso que o conhecimento é assegurado por aquele que comunica, e este está sempre sujeito à reformulação e à revisão de seus atos, onde a validade pretendida nos seus discursos depende da aceitação pública.

Afirma Jesus (2002, p. 6) que “um conhecimento só é considerado objetivo após a sua socialização (publicação) e aceitação pública”, ou seja, a língua possibilita aos falantes toda a socialização daquilo que é dito e compartilhado pela sociedade, onde cada falante ocupa um lugar bem definido e caracteriza a posição que o seu interlocutor deve assumir, buscando no uso de regras estabelecer com o outro a negociação e significados que só podem ser aceitos se forem de domínio público.

Para Dias (2000), a regra tem que ser não só assegurada no uso que fazemos dela, mas também, como a aplicamos, ou seja, a aplicação requer uma validação sobre sua ‘verdade’. “Quem não age de acordo com regras não nos fornece critério algum para discriminar um erro ou um acerto” (DIAS, 2000, p. 58). As regras vão nos fornecer algum critério para sua aplicação e validação no seu uso. Os conceitos matemáticos parecem estar relacionados com o uso de regras matemáticas que regulamentam nossas ações, atitudes e o domínio da própria regra.

No texto matemático, a objetividade é a articulação do objeto com conceito. Nesse contexto, o aluno tem que libertar-se de suas vontades na realização da tarefa, isto é, de regras externas sob as quais não evidenciam aos contextos de aplicação, para que assim os signos escritos que revestem o texto possam ser vínculo de comunicação. Neste sentido, afirma Dias (2000, p. 41), “para que possamos determinar nossas próprias experiências, devemos dispor de regras que exprimam objetividade”.

As regras matemáticas se orientadas para práticas dentro de um de seus contextos de aplicação, que é a sala de aula, podem estar em melhores condições de responder ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. A preocupação fundamental é atribuir uma forma de vida à linguagem matemática, quando a mesma não tem uma oralidade própria, como apontado por Granger (1974). Esta linguagem parece atribuir à escrita as suas formas de vida.

Como garantir vida a uma linguagem que não se submete à oralidade? Podemos *expressar oralmente a linguagem matemática?* Sim, como exemplo temos um problema matemático escrito em língua materna, podemos realizar a leitura oralmente, embora a compreensão dos códigos que aparecem no texto matemático requeira do leitor ser alfabetizado em matemática, isto é, compreender e interpretar a escrita em matemática. Como se escreve em matemática? Para Granger (1974), a língua natural serve quando muito a linguagem matemática, apenas de descrição de suas propriedades. Exemplifico:

$$\exists\, \mathbf{x} \in Z \mid x > 7$$

Assim como o aprendizado de nossa língua materna, a matemática também requer o aprendizado de seus símbolos, por exemplo $\exists$. Dizemos que esse símbolo existe! Mas existe o 'E' ao contrário' em língua natural? Outro exemplo é o símbolo $\forall$ que na língua materna pode quando muito representar o 'A invertido', já na linguagem matemática significa 'para todo'. Chamo atenção quanto a possibilidade de escrever em matemática, como também de não fazer-se entender, pela polissemia da palavra que pode levar a multiplicidade de sentidos explicitados. A escrita em matemática é revestida de símbolos restritos ao domínio de uma linguagem específica que se estrutura sobre as próprias regras.

No ensino e aprendizagem de matemática, os aspectos linguísticos têm que estar em sintonia com a linguagem dos alunos, para que as manifestações de diferentes formas de comunicação e de significados não conduzam a enunciações de ambiguidades. Situando a implicação no dizer, podemos induzir ao erro a linguagem matemática em seu uso. Assim, as ações serão regidas pela validade aceitável pelos membros da comunidade linguística. A linguagem, então, surge como um instrumento de ação e no momento em que realizamos a ação, mediante a intenção de comunicar, por um desejo manifestado de revelar ao outro aquilo que é compreendido e realizado pela fala. Como exemplo, na interação entre um locutor e um ouvinte na realização de uma tarefa, o proferimento de fala revela os procedimentos e as regras implícitas nos enunciados dos problemas.

> Quando o professor conduz o aluno a fazer conjeturas, a aula torna-se enriquecida, pois é no diálogo que se abre um horizonte de sentidos no qual o aluno pode construir o seu próprio conceito do objeto, com julgamentos justos, e o professor pode mostrar como sabe o que sabe. Assim, enquanto o aluno vai construindo seu conceito, o professor vai aprimorando a maneira de expor o seu (SILVEIRA, 2005, p. 16).

A atitude do professor no momento da exposição aos alunos sobre determinado conteúdo é de fundamental importância, pois estas ações de fala do professor possibilitarão ao aluno a lançar-se na compreensão dos espaços até então não elucidados sobre a linguagem matemática.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

A união de conjuntos acima definida pode levar o aluno que ainda não foi alfabetizado em matemática a pensar que o “A sorri para o B”. Na linguagem matemática, os alunos podem nem lhe responder com outro sorriso, porque nem ao menos a olham. Queremos dizer com isso que em diferentes contextos a experiência proporciona um leque de sentidos aos alunos, possibilitando fazer conjecturas entre o objeto percebido e seu conceito. O enunciado de problemas matemáticos escritos em linguagem natural traz implicitamente uma gama conceitual que, muitas vezes, o estudante não dispõe no momento da leitura, pois os enunciados requerem o entendimento da linguagem matemática que configuram o texto matemático (SILVEIRA, 2008).

As experiências dos alunos parecem evidenciar que deveríamos tratar os contextos como relevantes para articularmos a tarefa e a ação na resolução de problemas. A intenção central é possibilitar ao aluno a construção do conhecimento e deslumbrar uma matemática que atenda de algum modo a sua forma de vida. Ademais, é em meio aos processos comunicativos que os alunos percorrem os processos de significação, pois pensamos de distintas formas e descobrimos novas maneiras de ser e pensar.

CAPÍTULO III: CAMINHO METODOLÓGICO

1 CONSTRUÇÃO DO OBJETO DE ESTUDO

A escolha do tema foi construída a partir de evidências de outras pesquisas (LACERDA, 2008; LACERDA *et al*, 2007) e na ocasião de discussões proporcionadas pelo Grupo de Estudos de Linguagem Matemática (GELIM) que tem como foco de estudo a leitura e a escrita em matemática. Das leituras de Wittgenstein, compreendi que os equívocos no uso da linguagem refletiam nas ações dos sujeitos, as mudanças na aplicação das regras. Estas dificuldades na leitura e escrita na resolução de problemas podem estar associadas ao uso de regras, que não satisfazem ao jogo, isto é, a recorrência de regras fora dos contextos de sua aplicação muitas vezes não atendia à lógica da matemática.

Nesse sentido, qual a regra matemática utilizada pelos alunos, e sob qual contexto recorrer para interpretá-la? Além disso, a linguagem matemática não tem oralidade própria e/ou específica. Como afirma Ricoeur, o texto é mudo. Então, como comunicá-lo, uma vez que o texto é mudo?

> De fato, quando se faz matemática, a comunicação não ocorre certamente na linguagem matemática dos matemáticos, mas também não ocorre na linguagem comum; assume-se uma sintaxe específica (às vezes complicada), uma semântica considerada oportuna e nasce uma língua estranha (D'AMORE, 2007, p. 251).

Nesta perspectiva, os modos de explicitar a regra na escrita e/ou na fala podem esclarecer aos sujeitos os equívocos na aplicação das regras matemáticas. Pois, nas ações de falas, que posso dizer o que foi compreendido ou não pelo aluno. Assim, tenho como objeto de investigação o problema de pesquisa: **Como os alunos interpretam as regras matemáticas e as comunicam por meio da escrita e da oralidade?**

Destaco a importância deste estudo, a partir de três enfoques: a leitura, a escrita e a comunicação. Considerando que essas questões são recursos indispensáveis para a construção do conhecimento em qualquer área do saber. Sendo assim, podemos contribuir significativamente com o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

O professor ganha um papel de destaque neste processo, pois é a ele delegado o ensino da leitura e a escrita nas aulas de matemática. Neste aspecto, Galiazzi (2003, p. 95) afirma:

> Os professores, em geral, reclamam da má qualidade da leitura e da escrita dos estudantes, mas é preciso refletir: a quem compete mudar essa situação? A situação na escola básica piora quando os alunos alcançam a 5ª série e ficam submetidos a diferentes professores (Neves *et al*, 1999). Os professores de outras disciplinas, especialmente os das “exatas”, desmerecem em aula o ensinar a escrever e a ler, tarefa do professor de português. Bernardo (2000) faz um relato trágico de um professor das ciências chamadas “exatas” que no primeiro dia de aula colocou todos os acentos e sinais de pontuação no canto do quadro-negro, informando que na sua aula não seria dada importância ao uso correto de todos aqueles símbolos porque ele era professor de Ciências, não de Português.

O professor é o responsável pelo ensino e aprendizagem da leitura e da escrita em sua disciplina, possibilitando ao aluno ler o que ele pode não ser capaz de conjecturar sozinho. Na comunicação, sempre houve a necessidade de buscar meios para os esclarecimentos do uso da linguagem pelos seus interlocutores. Nas aulas de matemática, alguns dos relatos dos alunos ao professor são nesta direção: “precisamos nos comunicar na mesma linguagem”. Atribuindo à dificuldade de ler em matemática, isto é, ser alfabetizado em matemática. Entendo que a alfabetização está presente em qualquer período de escolarização, pois cada série requer a coordenação de metas específicas de interpretar e compreender a linguagem matemática, como também, antes mesmo de ingressar na escola as crianças já tem uma compreensão da matemática.

Os recursos da comunicação se mostram cada vez mais importante nas aulas de matemática, pois no momento de explicitar o uso de regras entre os seus interlocutores (aluno/aluno e professor/aluno) estes passam a informar o que interpretam e o que compreendem do que foi lido no enunciado do problema matemático. Nesta perspectiva, há a necessidade de um entendimento entre professor e alunos sobre a linguagem matemática utilizada durante o processo de ensino e aprendizagem, em especial, nos textos de matemática. Assim, a linguagem escrita e falada pode ser útil para a compreensão e interpretação dos diálogos instaurados entre os seus interlocutores.

Neste sentido, recorri à pesquisa qualitativa com o intuito de compreender o uso da linguagem, quando os alunos foram submetidos a resolver problema de divisão em díade. Nesta direção, afirma Bicudo (2006, p. 112-113):

> Solicitam abordagem qualitativa porque buscam manifestações na percepção, porque trabalham com a linguagem, com o discurso. Seus dados são sempre *subjetivos,* pois são percepções de um sujeito para quem o mundo faz sentido, mas também são intersubjetivos, porque são sempre objetos intencionais; portanto, são frutos do movimento de expansão da consciência dirigida para... o mundo... o outro. (grifo do autor)

A fase inicial da pesquisa se deu com o "Encontro 1" (Ver apêndice A). Nessa fase, os alunos resolviam dois problemas de divisão inexata. A escolha desta operação se deve aos trabalhos por mim pesquisados em que o foco de estudo era este tipo de operação (LACERDA, 2008; LACERDA *et al*, 2007). Os resultados desses estudos apontaram que muitas dificuldades encontradas pelos alunos estavam no seguimento das etapas dos algoritmos, que inviabilizam a solução do problema. Quando os alunos conseguiam aplicar a regra corretamente, era preciso ainda interpretar o resto da divisão.

Na fase seguinte (ver Apêndice B - Encontro 2), a resolução de problemas de divisão inexata ocorreu pela formação aleatória das díades de alunos, pois o meu intuito é o de estabelecer uma comunicação entre os sujeitos, para que eles pudessem falar sobre suas estratégias na resolução de problemas e esclarecer os recursos no uso da leitura e da escrita, imprescindíveis para a interpretação das regras matemáticas.

Para reafirmar esse ponto defendido no parágrafo anterior quanto ao uso da escrita e da fala, recorri a Wells (1999, *apud* GALIAZZI 2003, p. 97):

> A escrita é mais abstrata que a fala (...) em três sentidos: primeiro porque envolve um simbolismo do que foi escrito, que representa palavras que também são símbolos; segundo, porque o interlocutor está fisicamente ausente; terceiro, porque a transmissão da mensagem se faz através das palavras escolhidas pelo autor, mas gestos e entonações e possibilidades de checar compreensões são impossíveis de acontecer. Isso torna a escrita mais difícil do que a fala.

A seguir, descrevo mais detalhadamente os procedimentos adotados nos Encontros 1 e 2. Sendo que, nesses dois momentos, recorri à filmagem por permitir uma análise das falas e das ações dos participantes na apresentação de suas respostas ao pesquisador. Além de poder ter acesso à sua fala, o aluno entrevistado pelo pesquisador teria que apresentar sua folha de resposta para que os alunos pudessem explicitar as suas produções escritas e ser indagados sobre como obtiveram tal solução.

Outras vantagens também são observadas nos recursos de filmagem, tais como: a identificação dos locutores e a possibilidade de documentar elementos de comunicação não-verbal (gestos e ações corporais), como também as interações verbais (MARTINS, 2006).

Em seguida, descrevo cada uma das etapas, que realizei na presente investigação.

2 CAMPO DE ESTUDO

Escola pública de ensino fundamental da cidade de Belém.

3 SUJEITOS PARTICIPANTES

Participaram desta pesquisa 8 alunos de 5ª série do ensino fundamental, de uma escola pública da cidade de Belém. Em seguida, os alunos efetivavam sua participação trazendo a assinatura dos pais ou responsáveis para que pudessem participar da pesquisa (ver Anexo A).

4 PROCEDIMENTOS DE OBTENÇÃO DE INFORMAÇÕES EMPÍRICAS

Visitei a escola e solicitei a autorização para o desenvolvimento da pesquisa. Obtida a concordância, entrei em contato com o professor da 5ª série do ensino fundamental e solicitei autorização para que fosse realizado um sorteio na turma, a fim de escolher os alunos que participariam da pesquisa.

Escolhi esta série por acreditar que os alunos já tivessem aprendido sobre o algoritmo da divisão. Mesmo assim, perguntei ao professor sobre os conteúdos ministrados na turma, e se os alunos já haviam sido ensinados sobre aspectos relacionados a esta operação. Após a confirmação do professor sobre o ensino da divisão, entreguei o termo de concordância aos alunos sorteados para que estes colhessem a assinatura de seus responsáveis, visando autorizar a participação na pesquisa.

5 DESCRIÇÃO DOS PROCEDIMENTOS: ENCONTROS 1 E 2

Obtida a concordância, os 8 participantes foram conduzidos a um ambiente da própria escola, onde permanecemos apenas eu e os participantes, aos quais solicitei que resolvessem dois problemas matemáticos, individualmente, não explicando sob qual natureza, pois minha intenção era de identificar se os alunos seriam capazes de interpretar a regra matemática implícita no texto. Terminada a resolução dos problemas, os alunos explicariam como obtiveram o resultado. Neste primeiro encontro, era apresentada uma folha com os problemas e lápis para que o aluno pudesse registrar suas operações da maneira que quisesse.

Após todos os 8 participantes terem resolvido os problemas individualmente, realizei a formação das díades por meio do emparelhamento dos participantes conforme a ordem de resolução dos problemas, ou seja, o primeiro com o segundo, e assim por diante. Todos os alunos foram colocados em díades e solicitados a resolverem dois problemas, com o mesmo grau de dificuldade anteriormente apresentados na primeira sessão. Neste segundo encontro, coloquei a disposição de cada díade um único lápis e o papel com os problemas a serem resolvidos. Antes que iniciassem sua resolução, orientei aos alunos para que trabalhassem em parceria com os companheiros no decorrer da atividade. Após a resolução, questionei de que forma obtiveram o resultado. Sendo então, motivados a explicarem suas tomadas de ação frente ao problema, apontando ainda, sobre seus registros escritos que configuravam na folha de papel.

6 PROCEDIMENTO DAS ANÁLISES

No intuito de organizar os dados da pesquisa em categorias, elaborei um pequeno quadro dos “Encontros 1 e 2” que julguei relevante para as análises (Apêndice A e B). Estes quadros fornecem alguns dos procedimentos sobre a investigação, sendo também identificados: a sessão (individual ou em díade), o participante, o problema proposto, a explicação dada pelo aluno/participante para sua resposta e a estratégia utilizada durante a resolução dos problemas.

A partir das transcrições e das observações destes quadros, elaborei três categorias: (I) A leitura e o diálogo: o caminho para a compreensão da regra matemática; (II) A escrita e a comunicação na matemática: o dizer e o dito das produções escritas dos alunos; (III) As regras matemáticas e seus contextos: os sentidos explicitados pelos alunos. Tendo por base as explicações dadas pelos participantes e do material por eles escrito em suas folhas de respostas aos problemas propostos na 1ª e 2ª sessões.

Após identificar cada categoria, levantei argumentos relevantes nos “Encontros 1 e 2”, que demonstrassem as temáticas de cada uma delas. Sendo ao final, apresentada uma análise conjunta dos Encontros 1 e 2.

A seguir descrevo cada uma dessas categorias.

CAPÍTULO IV: APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

1 DESCRIÇÃO DAS CATEGORIAS

De posse dos dados coletados, identifiquei aspectos relevantes e imprescindíveis para a análise das categorias**.**

Na primeira (I), *A leitura e o diálogo: o caminho para a compreensão da regra matemática.* Descrevo aspectos referentes à leitura enquanto possibilidade de interpretação da regra matemática, mostrando que ao dialogar com o colega sobre suas estratégias de resoluções dos problemas propostos, o aluno re-significa seus procedimentos e compreendem o sentido do texto.

Na segunda (II), *A escrita e a comunicação na matemática: o dizer e o dito das produções escritas dos alunos.* Evidencio a recorrência ao uso da escrita pelo aluno como estratégia para atingir a solução do problema. Ressalto, ainda, que ao ser indagado sobre suas produções escritas o aluno passa a revisar suas estratégias.

Na terceira (III), *As regras matemáticas e seus contextos: os sentidos e significados explicitados pelos alunos.* Ressalto que os sentidos explicitados pelos alunos aos problemas nem sempre estão em consonância com a lógica da matemática, evidenciando que as regras podem não estar em regularidade, isto é, adequada ao contexto de sua aplicação (sala de aula). Também incluo uma análise de alguns problemas propostos.

Em todas as categorias estabeleço uma relação com a comunicação, pois nas diversas competências envolvidas no aprendizado de matemática ela é recorrente; seja no diálogo do aluno com o texto, do aluno com o professor ou do aluno com o colega.

Descritas cada uma das categorias, realizei uma análise conjunta dos Encontros 1 e 2. Definidas as etapas e os procedimentos, sigo com nossas análises.

1.1 A leitura e o diálogo: o caminho para a compreensão da regra matemática

Para melhorarmos a compreensão da linguagem do texto é recorrente nas aulas de matemática a prática da leitura, pois ela pode possibilitar ao aluno a interpretação do mesmo, no caso específico o texto matemático ou escrito em linguagem natural por meio do qual o aluno tem que interpretar a regra matemática implícita. Como consequência de tal interesse é possível observar os ganhos decorrentes do compromisso com uma leitura cautelosa e cada vez mais compromissada com a compreensão. Neste sentido, considero a leitura como caminho para se atingir a construção do conhecimento, pois constantemente precisamos recorrer à leitura para conjecturar informações novas em cada ato de interpretação. Como nos mostram as transcrições:

Exemplo 1: 1ª sessão - participante Márcia

Pesquisador: Quando resolves um problema, como sabes o que tens que fazer?
Márcia: (fica pensativa)
Pesquisador: Procuras entender o enunciado?
Márcia: Eu procuro entender... eu vou lendo, relendo, até entender.

Exemplo 2: 1ª sessão – participante Carol

Pesquisador: Tiveste alguma dificuldade em entender o enunciado?
Carol: Eu tive alguma dificuldade.
Pesquisador: Qual?
Carol: De entender assim.... como era pra eu fazer... o que eu ia fazer, aí eu li de novo. Aí entendi que era de dividir.

No que se refere aos exemplos 1 e 2, o sucesso na atividade de resolução de problemas fica evidente pelas tomadas de decisões frente ao problema, através da realização de sua leitura cautelosa e atenta. A ação reflexiva das participantes Márcia e Carol, diante do texto, configura um compromisso de sua leitura na organização de esquemas e análises de estratégias de modo a torná-los adequados à atividade proposta. Carol, afirma que passou a entender o problema após realizar novamente uma leitura. Quando indagada se teve alguma dificuldade, Carol aponta que sim, e em sua resposta já direciona que a dificuldade foi superada, graças à realização da leitura. A manifestação de Márcia foi semelhante à de Carol que, para compreender há de realizar leituras.

Segundo os exemplos citados as ações dos alunos, graças às possibilidades de reler o enunciado dos problemas, podem possibilitar uma revisão e o aprofundamento das conexões aos atos de ler. O aluno estabelece o encontro com texto por meio de sua leitura, lançando-se nas possibilidades de interpretação do texto.

No exemplo seguinte, observo que a falta de um compromisso com a leitura pode gerar dificuldades na compreensão do enunciado do problema.

Para organizar seus 54 CDs, Paula os distribuiu igualmente em caixas que comportavam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?

Exemplo 3: 1ª sessão - participante Lucas

Pesquisador: Você teve alguma dificuldade em entender o enunciado da questão?
Lucas: (Balança a cabeça dizendo que sim)
Pesquisador: Qual?
Lucas: Porque eu não li concentrado, eu li rápido... eu não entendi direito.

No *exemplo 3*, observei que o próprio aluno admitiu que suas dificuldades estiveram associadas à sua falta de atenção na leitura. Lucas, ao apontar isso, evidencia que para se compreender é preciso saber ler, isto é, é preciso que a leitura possibilite uma compreensão do problema, que aponte um caminho para sua solução. Logo, entendemos que as habilidades de uma boa leitura estão compromissadas com coordenações de ações que precisam ser articuladas, para que o texto comunique a regra matemática, como apareceu nos casos de Carol e Márcia (ver exemplos. 1 e 2). Nesta mesma direção, pensa o participante João: *Tem que ler pra entender... pra fazer a conta, porque a gente só consegue fazer se lê.* Na fala de João, está explícito que a leitura é quem vai conduzi-lo à solução do problema.

Os aspectos envolvidos na leitura dizem respeito à interpretação, não como mera decodificação ou à procura de palavras-chave, mas sim, que os alunos possam compreender nos enunciados dos problemas os caminhos necessários à sua resolução. A leitura, assim entendida, abre ao leitor novas possibilidades de compreensão do texto, auxiliando-o a selecionar sobre o que ler e como interpretar o que leram no texto escrito.

Nesta direção Smole & Diniz (2001, p. 69) afirmam:

> A leitura reflexiva exige que o leitor posicione-se e situe-se diante de novas informações, que busque no texto novas compreensões, podendo fazer fluir muitas experiências, novos desafios, e desenvolver abertura para compreender melhor outros textos.

Essa característica atribuída à leitura evidencia os sentidos dados pelos alunos, permitindo-os atingir novas possibilidades de interpretar e obter uma nova informação acerca do texto. Observo que o ato de ler parece apontar para a busca nas possibilidades de compreender a regra matemática, que foi interpretada, na medida em que o aluno foi lendo e relendo as informações percebidas no texto.

Também considero necessário o trabalho em parceria, quando os alunos são colocados em díades a resolverem problemas, discutindo os procedimentos necessários para resolução. Como nos mostra o exemplo 4:

Uma fábrica de fogões transporta seus produtos para as lojas em caminhões. Em cada viagem são levados 18 fogões. Para entregar 225 fogões quantas viagens são necessárias?

Exemplo 4: 2ª Sessão – participantes: Marcelo e Lucas

Marcelo e Lucas: (realizam a leitura em conjunto).
Marcelo: Tu vai pegar 18 e vai dividir por 225
Lucas: 22 dá 1...sobram 4...aí...
Marcelo: 22 dividido por 18 que vai dá 1...
Lucas: sobram 4...
Lucas: 36...36...36...
Marcelo: ....36, 37, 38, 39...dá nove.

Observei no *exemplo 4,* que a leitura foi essencial para comunicar as instruções que os sujeitos envolvidos deveriam proceder se quisessem atingir a solução do problema. Na díade Marcelo e Lucas, a possibilidade de verbalizar o que leem, mostram ao outro os caminhos a serem trilhados e seguidos, onde juntos se lançaram nas possibilidades de interpretação e poderão se valer de mais compreensão acerca do texto.

De acordo com Heidegger (1989, p. 222):

> Escutar é o estar aberto existencial da pré-sença enquanto ser-com os outros. Enquanto escuta a voz do amigo que toda pré-sença traz consigo, o escutar constitui até mesmo a abertura primordial e própria da pré-sença

> para o seu poder-ser mais próprio. Como ser-no-mundo articulado em compreensões com os outros, a pré-sença obedece na escuta à coexistência e a si própria, “pertencente” (N53) a essa obediência. O escutar recíproco de um e outro, onde se forma e elabora o ser-com, possui os modos possíveis de seguir, acompanhar e os modos privativos de não ouvir, resistir, defender-se e fazer frente a.

A realização da leitura com o intuito de comunicar ao outro as estratégias de resoluções de problemas, envolve aspectos do escutar, como bem colocou Heidegger. A proposta do trabalho em díade pode proporcionar através das trocas comunicativas, os esclarecimentos as ações dos interlocutores, isto é, torna explícito à fala, qual a regra matemática que foi pretendida por meio da escrita.

Uma fábrica de fogões transporta seus produtos para as lojas em caminhões. Em cada viagem são levados 18 fogões. Para entregar 225 fogões quantas viagens são necessárias?

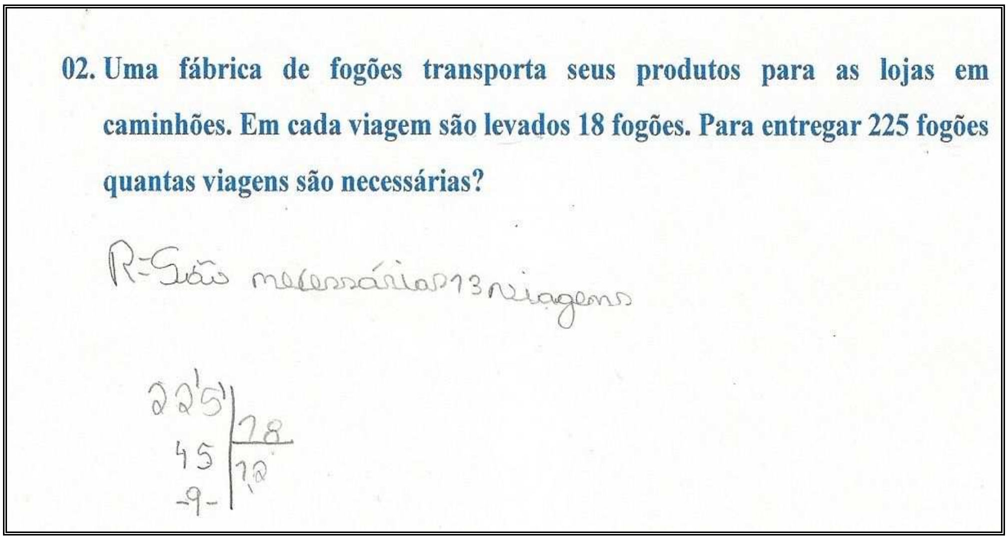
Exemplo 5: 2ª Sessão – participantes: Marcelo e Lucas

Marcelo: Vão fazer 12 viagens... e vai sobrar um só.
Lucas: Então, coloca 13 viagens.
Marcelo: (escreve a resposta)
Pesquisador: Como vocês fizeram?
Lucas: Dividir também...
Marcelo: Porque aqui...em cada viagem dá pra levar 18...(apontando com o lápis)...são 225...deu 12...que dividindo 22 primeiro...que deu 1, sobrou 4...abaixamos...deu 2 sobrou 9.
Pesquisador: Quantas viagens serão necessárias?
Marcelo: Treze.
Pesquisador: Por que treze?
Marcelo: Porque tem que levar todos...
Lucas: Porque tem que levar todos os fogões pra fábrica

Na díade, Marcelo e Lucas, não somente aplicam o algoritmo da divisão corretamente, como também entendem no enunciado que precisam levar todos os fogões. Nessa díade, observei além do comprometimento com o uso do algoritmo, a interpretação e a compreensão do enunciado do problema. Essa compreensão é claramente observada nas transcrições das falas de Marcelo e Lucas quando indagados por mim.

Outro aspecto importante observado diz respeito à comunicação, pois as ações dos participantes Marcelo/Lucas foram no sentido de esclarecer ao outro o que foi lido e interpretado. De acordo com Wittgenstein o uso da linguagem é estabelecido como forma de vida em meio às interações nos contextos. Como observo no diálogo acima, a fala de Lucas exerce uma ordem em Marcelo, pois as ações de falas são levadas em considerações às atividades a elas ligadas.

A pretensão na fala efetiva de Lucas orienta a realização da ação por Marcelo, que registra a resposta em língua materna (Ver Fig. 01), pois Lucas ao estabelecer o diálogo com Marcelo tem a pretensão de um argumento verdadeiro.



02. Uma fábrica de fogões transporta seus produtos para as lojas em caminhões. Em cada viagem são levados 18 fogões. Para entregar 225 fogões quantas viagens são necessárias?

R=São necessárias 13 viagens

225 | 18
45 | 12
-9-

Figura 01: Problema 02, aplicado na 2ª sessão aos participantes Lucas e Marcelo.

Neste sentido, o entendimento possui um aspecto normativo, excedendo o nível da compreensão de uma expressão gramatical, em que os falantes se entendem sobre alguma coisa por acreditarem que os proferimentos exprimem uma validade, ou seja, estando em sintonia com o uso de regras adequadas (HABERMAS, 1990).

A atividade de solução de problemas pode evidenciar por meio da escrita os usos das regras matemáticas. Como nos mostra a folha de resposta da díade, Márcia e Carol.

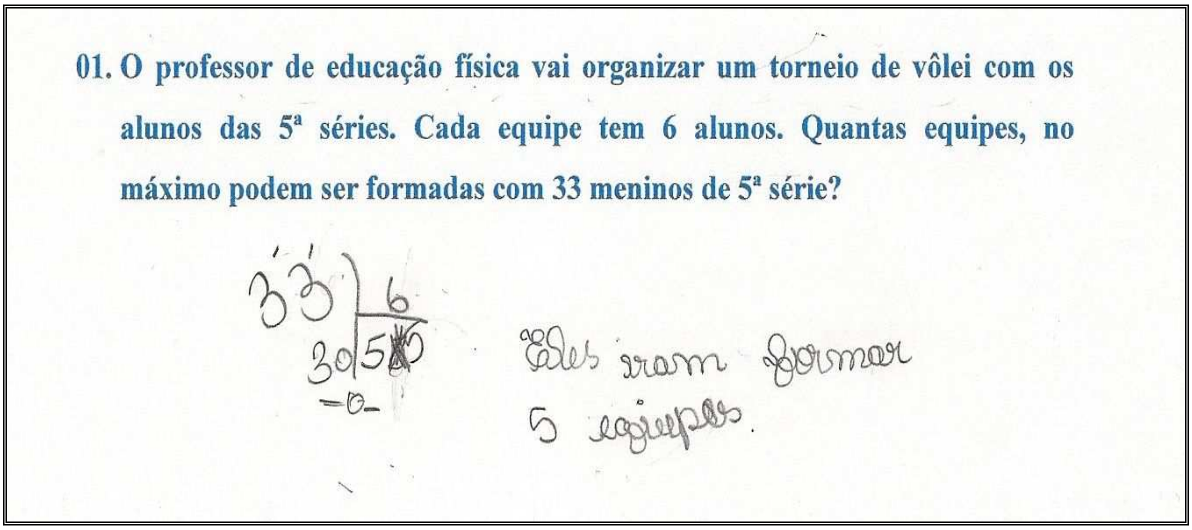


Figura 02: Problema 01, aplicado na 2ª sessão aos participantes Márcia e Carol.

Na díade Márcia e Carol, apesar do registro escrito apontar para a resposta 55 pelo algoritmo da divisão, quando indagadas apresentaram 5 como resposta, pois elas observaram que 55 eram muitas equipes para serem formadas por apenas 33 meninos, a dificuldade foi em tentar justificar pelo algoritmo escrito da divisão. Entretanto, a escrita ajuda os alunos a aprimorarem seus conhecimentos e articular novos saberes, entretanto quando os alunos são oportunizados a falar sobre como obtiveram tal solução, esclarecem quais as dificuldades no uso da escrita e evidenciam outros empregos de estratégias.

Como se observa na afirmação de Carol: *Porque a gente calculou na cabeça... deu cinco.* Aqui também, cabe a reflexão de Heidegger anteriormente apresentada, que diz que o pensamento nunca responde por já ter sido escutado. Carol nem chegou a recorrer ao uso da escrita por já ter encontrado a solução que desejava, calculando mentalmente. O cálculo mental é uma estratégia em que os participantes apresentam a resposta sem a necessidade do uso da escrita. O seu uso talvez, neste problema, possa estar associado aos valores utilizados no problema, pois se tratam de valores pequenos a serem trabalhados, viabilizando ao cálculo mental.

No que diz respeito à oralidade, afirma Cândido (2001, p.17):

> Na escola, a oralidade é o recurso da comunicação mais acessível, que todos os alunos podem utilizar, seja em matemática ou em qualquer outra área do conhecimento. Ela é um recurso de comunicação simples, ágil e direto que permite revisões praticamente instantâneas, podendo ser truncada e reiniciada assim que percebe uma falha ou inadequação.

A oralidade pode ser estimulada nas mais variadas propostas de resolução de problemas em sala de aula, tais como na exposição dos procedimentos e estratégias de resolução, ampliando a compreensão do problema e oportunizando o acesso a outros jogos.

Sabemos que muitas dificuldades enfrentadas pelos alunos com a leitura e a escrita em matemática poderiam ser atenuadas com os recursos da comunicação; permitindo por meio do diálogo a explicitação do texto matemático. Neste sentido, são observados os ganhos nas interações entre pares, pois permitem aos envolvidos, instruções e procedimentos para se atingir a interpretação adequada aos enunciados. Como aparece nos exemplos seguintes:

O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5as séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?

Exemplo 6: 2ª Sessão – participantes: Marcelo e Lucas

Lucas: É de dividir essa conta!
Marcelo: por 6!

(...)

Marcelo: São cinco equipes...
Lucas: E esses 3 que sobraram?
Marcelo: Só são 5 equipes de alunos e 1 equipe com 3... porque olha só no máximo 5 equipes e sobram 3.

Exemplo 7: 2ª Sessão – participantes: Fernanda e Lúcia

Fernanda e Lúcia: (realizam a leitura)
Lúcia: Dividi 3 por 6... tem que dividir 33 direto. (armando 33 dividido por 6)
Fernanda: 6 vezes 4....24
Lúcia: Então, é 30...
Fernanda: É.
Lúcia: Quanto é que deu?
Fernanda: Cinco zero...
Lúcia: Sobrou 3... abaixa o zero... vai dar uma vírgula aqui... 5 e zero aqui.
Lúcia: Rapidinho essa aqui...
Fernanda: Quantas equipes no máximo podem ser formadas... cinco.... mas vai sobrar mais cinco.
Pesquisador: Quantas equipes vão?
Fernanda: Cinco.
Lúcia: Eu acho que sobra 3... porque só são 3 garotos.
Lúcia: 6...12...24... não dá...
Fernanda: Olha, se é 6 alunos vai dar cinco equipes.... vai sobrar cinco.
Lúcia: Vai sobrar cinco ou vai sobrar três?
Fernanda: Cinco
Pesquisador: Cinco ou três?
Lúcia: 6, 12... (a cada dedo levantado corresponde a um grupo de seis em seis)

Fernanda: 32...
Lúcia: 30!
Fernanda: 32!
Lúcia: 30!
Fernanda: (realiza uma contagem nos dedos, certificando a resposta da colega)
Lúcia: Então, vai sobrar 3.... esses 3 vão ter que se virar... ou vão ficar sozinhos...
Fernanda: Então vai ser 6 equipes...
Pesquisador: Vai ser formada uma equipe com 3?
Fernanda: Não.
Lúcia: Vão ficar de fora.

Ao considerar-se a comunicação como pressuposto para o estabelecimento da compreensão, o diálogo é instaurado enquanto forma de verificação e validação do conhecimento.

Na formação da díade Fernanda e Lúcia, observei a negociação de significados. Fernanda evidencia um equívoco na interpretação obtida da resposta 5,5, pois atribui ao valor após a vírgula (5), como sendo o resto para a divisão, quando deveria sobrar 3 como resto. Lúcia, no entanto, aponta o resto 3 para a divisão. Como aparece em sua fala: *Eu acho que sobra 3... porque só são 3 garotos.* Lúcia, passando a buscar meios para convencer a colega, efetua uma contagem nos dedos. Fernanda que a observa, utiliza-se de uma estratégia semelhante à que Lúcia realizou, se certificando, então, da resposta. Wittgenstein nos fala que os participantes dos jogos de linguagem aprendem suas regras observando os outros jogarem, como foi descrito em nossas análises da díade Fernanda/Lúcia.

Tendo em vista que a comunicação permite aos interlocutores as análises de seus procedimentos e o surgimento de novas estratégias de resoluções de problemas, podemos admitir que tanto os alunos que passam a ser instruídos acerca de novas estratégias; como os alunos que tentam explicar a sua estratégia ampliam suas habilidades e competências, pois na tentativa de explicar e convencer o outro, aponto na fala e/ou na escrita aquilo que foi compreendido e interpretado.

Danyluk (2002, p. 50) se reportando a Ricoeur (1989) aponta qual a relação existente entre a fala e a escrita. Para esta autora:

> De acordo com Ricoeur, há uma autonomia do texto e, graças à escrita, o mundo do texto pode desagregar o mundo do autor. Quer dizer, na situação da fala e do diálogo, o emissor e o receptor da mensagem encontram-se frente a frente. Já, no discurso escrito, há a necessidade de saber ler, porque é o trabalho de compreensão e interpretação que é solicitado. Nesse ato de leitura, a escrita tem efeito de transformação pessoal; a

> contextualização e a recontextualização fazem com que o leitor busque novas leituras, novos textos.

Os processos interativos é que dão significados às ações frente à atividade, por causa do prolongamento da fala, não somente do que foi atribuído à escrita, mas sobretudo, do que foi compreendido a partir dela, ou melhor, dos jogos de linguagem. Os participantes compreendem os jogos para os esclarecimentos de suas ações de falas.

Neste sentido, Danyluk (2002, p. 51) afirma:

> No discurso oral, a referência pode mostrar uma realidade comum aos interlocutores e também a possibilidade de, quando não se puder mostrar o que se fala, possa situar o que se diz em um espaço-tempo em relação ao qual pertencem os interlocutores no aqui e agora.

O ato de comunicar envolve os interlocutores e podem esclarecer as ações que são realizadas em cada ato, pois as ações se presentificam no espaço e no tempo. Neste sentido, o outro que interage pode ser sempre consultado e pode demonstrar a sua compreensão para aquele que tem dificuldade de ler o texto. As dificuldades provenientes da escrita, ainda que não esclarecidas entre os interlocutores, apontam os equívocos decorrentes no uso da comunicação.

Neste aspecto, o objeto não está colado a uma etiqueta, no sentido da auto-referência, mas se relaciona ao contexto em que foi determinado, ganhando na sucessão de eventos os sentidos atribuídos aos jogos de linguagem. A linguagem não só evidencia o objeto, mas, sobretudo, funciona como mediação, é o veículo que mostra o sujeito e o seu mundo (RICOEUR, 1989).

Para Wittgenstein (1999), não nos faz sentido perguntar sobre a palavra, mas sim, sobre o uso que fazemos dela, devemos nos ocupar do contexto onde o uso é determinado. Na ação de uma fala que podemos apontar o que foi comunicado pela linguagem e o que foi aprendido enquanto regra. Como demonstrados no caso da díade, Fernanda e Lúcia.

Nessa díade, parece claro que, quando o sujeito tem a possibilidade de verbalizar suas ações, há um reexame e o surgimento de outras competências sempre mais amplas e variadas. A forma de conceber e tratar o conhecimento matemático pode ser orientado para o desenvolvimento de práticas educativas que possam viabilizar àquele a quem se comunica para a elucidação de seus termos.

Outro aspecto observado é que no trabalho em díade, a comunicação é bem mais intensa como aparece nos momentos de resolução de problemas individuais e em díades. Em vista da duração do tempo utilizado no Encontro 2, o que pode ser primordial para que os sujeitos envolvidos possam interagir e comunicar a regra matemática implícita no texto, pois, na procura de realizar a leitura em conjunto, os alunos direcionam a leitura e encaminham os processos de negociações redesenhadas e reconfiguradas em termos do entendimento.

A leitura passa a ajudá-los no trabalho de interpretação do texto de matemática, pois sendo a leitura a primeira atividade quando nos deparamos com o texto, é ela a responsável pela organização do que será objetivado por meio da escrita.

Assim, o ato de ler o texto pode ser dimensionado para a co-construção de ideias, por meio do qual o aluno pode eleger o que há de essencial para articular os seus saberes à atividade de resolução. Dessa forma, os alunos acrescentam as suas próprias experiências sob o ato de ler, não somente revelando suas habilidades no sentido de codificar os signos escritos, em língua materna, mas, sobretudo, de possibilitar ao interlocutor o que ele não era capaz de conjecturar sozinho.

Neste sentido, a compreensão está no campo das possibilidades enquanto poder-ser (HEIDEGGER, 1989). Para este autor, o poder-ser já não ocupa mais a compreensão, mas sim, as possibilidades da compreensão. Os sujeitos leem, compreendem e interpretam sempre em um projetar nas possibilidades, levantando, neste ato de ler, aspectos indicadores do processo de construção do conhecimento, tanto de si, quanto de seu parceiro.

Algo que se constroi na leitura, poderá ceder lugar a outra construção, isto é, na medida em que os alunos vão lendo e interpretando, novas possibilidades de compreensão do texto vão se revelar a eles.

1.2 A escrita e a comunicação na matemática: o dizer e o dito das produções escritas dos alunos.

Frequentemente os alunos se deparam com a situação em sala de aula de interpretar os emaranhados de enunciados dos problemas (signos escritos). Na leitura, lançam mão de procedimentos que nem sempre são condizentes com a interpretação adequada. Por exemplo, numa coexistência de múltiplas falas que são comunicadas, que não se fecha, que não se completa, como se vários pontos de vistas fossem postos na folha de papel.

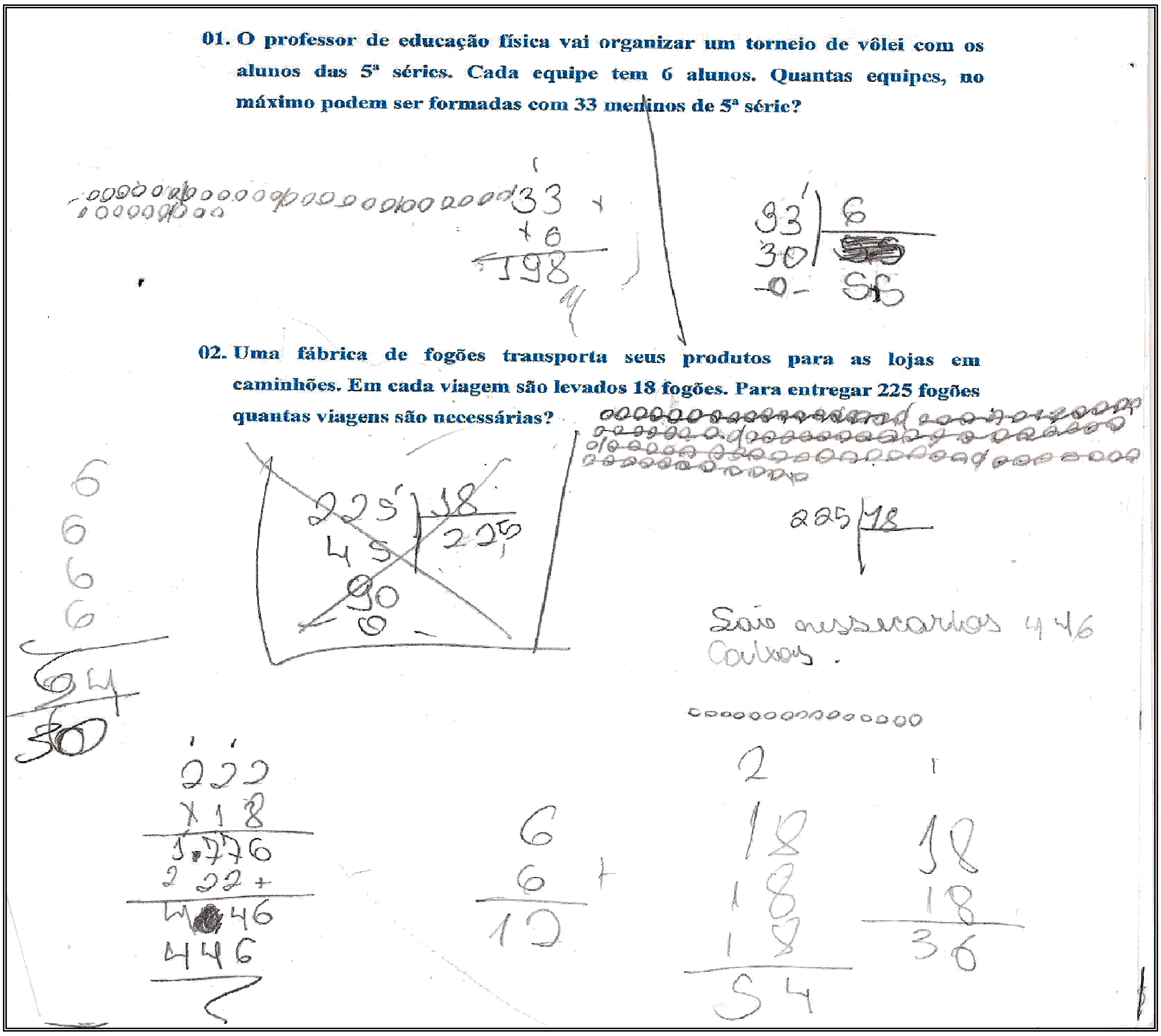


Figura 03: Problemas 01 e 02 aplicados na 2ª sessão aos participantes Marcos e João.

Ao elaborar a representação escrita para os problemas em busca de estratégias adequadas aplicáveis à solução, a díade Marcos e João perpassa pelo uso dos algoritmos da multiplicação, da divisão e da representação gráfica, evidenciando uma contagem escrita por meio de bolinhas e risquinhos; atividades essas realizadas, uma após a outra, demandando tempo e esforço.

Em consonância, a afirmação de Wittgenstein (1969, p. 31) de que ao mudarem os jogos de linguagem, ocorre “uma modificação nos conceitos e, com as mudanças nos conceitos, os significados das palavras mudam também”. Mostrarei na transcrição da díade, onde as mudanças nas estratégias ocasionaram mudança nos significados de aplicações da regra. A díade Marcos e João aplicou três procedimentos para chegar à resolução do problema:

O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5as séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?

Na aplicação do algoritmo da multiplicação:

Pesquisador: O que te levou a resolver por multiplicação?
Marcos: Multiplicando pro que ía dá.

Na aplicação do algoritmo da divisão:

Pesquisador: E aqui? (se referindo a resolução pela divisão)
Marcos: Eram 6 alunos em cada equipe aí eu ia tentar dividir pra vê quantas equipes ía dar...33 por 6...é 5...aí 5 por 33.

Na recorrência da representação gráfica:

João: (pega o lápis e inicia uma contagem através de bolinhas)
Pesquisador: E esses risquinhos?
João: É pra dividir...seis.

Silveira (2005, p.15) referindo-se a Wittgenstein, afirma que “aplicar uma regra corretamente é intuir o sentido da regra. O conceito é uma regra interpretada, existindo um abismo entre a regra e a sua aplicação”. Notei que a utilização pelo aluno de um registro para uma representação equivocada, pode orientá-lo para um caminho desconhecido e pleno de dificuldades, podendo impedir a construção do conhecimento matemático.

Na intenção de evidenciar as regras dos algoritmos, os alunos em suas produções escritas apontam no uso as ambiguidades provenientes dos contextos, pois o que está escrito só pode ser vínculo de comunicação da regra se o sujeito compreender o texto. No caso da díade Marcos e João, a recorrência ao uso do algoritmo da multiplicação mostra que os alunos agem segundo regras, embora a regra não satisfaça a resolução apropriada, mas o sujeito acredita estar seguindo a regra adequada.

Afirma Wittgenstein (1999, p. 93) “eis porque ‘seguir a regra’ é uma práxis. E acreditar seguir a regra não é seguir a regra”. Quando Marcos e João aplicam o algoritmo da multiplicação, estes não estão aplicando em conformidade com a regra, pois a regra que deveria ser aplicada era a do algoritmo da divisão. As composições de nossas ideias dependem de nossa representação e certamente de nosso conhecimento de descobrir no texto matemático sua força de significação. A organização da escrita funciona como vínculo para transmitir ideias, mesmo inusitadas, dependendo então da experiência, da distinção entre as palavras que configuram o texto.

A escrita compreende para Marcos e João as várias formas de representar o pensamento, permitindo criar e modificar as estratégias e os procedimentos de modo a adequá-los à situação. De acordo com Heidegger (1989), o pensamento é quem fala, e nunca responde por já ter sido escutado, isto é, o pensamento sempre vai se elevar as outras formas de dizer do ser.

No caso dessa díade, essas formas de representar o pensamento permitiram aos sujeitos outras formas de dizer do uso, remetendo ao diálogo além ou aquém do que foi apontado na escrita. Para exemplificar, temos:

O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5as séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?

Exemplo 9: 2ª Sessão – participantes: Marcos e João

Pesquisador: Qual a resposta?
João: 198...
Marcos: Multiplicar...
Pesquisador: Vocês entenderam o problema?
Marcos: (balança a cabeça dizendo que sim)
Marcos: Peraí...(fica pensativo, recorrendo a montagem da operação pelo algoritmo formal da divisão)
João: Agora....chefe...
Pesquisador: Como chegaste a esse resultado?
João: Dividindo...

Pesquisador: Por que vocês dividiram?
Marcos: Porque 198 ía dá muitos meninos... só 33...

Para Silveira (2005, p. 37), “temos dificuldades de exprimir nossos pensamentos, e aquilo que não pode ser dito tem que ser mostrado”. Como exemplo, temos as situações em que os alunos na atividade de resolução de problemas recorrem ao uso da representação gráfica, através de bolinhas e risquinhos. Silveira (2005, p. 37), se reportando a Wittgenstein completa:

> Quando Wittgenstein diz que a matemática não exprime pensamento, não estaria referindo-se a estrutura autônoma da linguagem formalizável desta disciplina? Esta “vida própria” da matemática que lhe garante uma certa auto-suficiência não exprime pensamento, justamente porque sobrevive com a experiência dos próprios símbolos.

Aqui entendo algumas das dificuldades encontradas pelos alunos em ler e escrever em matemática, pois o que é comunicado ao aluno é uma linguagem que nem sempre atenderá as formas de vida do aluno, ou melhor, nem sempre este estará em condições de observar na linguagem matemática, a linguagem do seu mundo. Neste sentido, a lógica do problema pode nem sempre estar em conformidade com a lógica do aluno (SILVEIRA, 2008), pois a linguagem matemática é resultado de uma linguagem que se fundamenta sob as próprias regras que a governam, acontece o mesmo na linguagem ordinária, cada jogo é um jogo. Então, como posso comunicá-la?

Em consequência, o que se estrutura é uma sensação de estranhamento, como se tivessem falando em outra língua, o que parece ser totalmente aceitável, se nos referimos aos objetos matemáticos. O texto matemático, a regra matemática está implícita, passando o aluno a buscar subsídios que o levem a compreender a linguagem natural em simbiose com a linguagem matemática (MACHADO, 1990).

Entende Danyluk (2002, p. 51) que “o texto, então, tem seu próprio mundo, que não é o do leitor e, também, quando registrado, não é mais do autor. É o mundo do texto, que é autônomo; um mundo próprio a esse texto, que é único”.

Do episódio abaixo (exemplo 10) pude notar que na resposta escrita apresentada pela aluna faltava ainda considerar mais uma viagem, embora a resposta dela estivesse correta, em uma questão de múltipla escolha, talvez a aluna apresentasse dúvidas em qual opção escolher. Destaco, também, o fato de a aluna ter chegado a considerar quinze viagens, graças às possibilidades de comunicação estabelecida com o pesquisador, quando passei a questioná-la.

André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?

Exemplo 10: 1ª Sessão – participante: Fernanda

Pesquisador: E aqui? (solicitando que leia a resposta em registro na linguagem natural)
Fernanda: O menor número de viagens que seu André vai fazer é 14 viagens. E ainda vai faltar levar 3 estudantes.
Pesquisador: Ele não quer levar todos os estudantes?
Fernanda: Ah... tá... então vai faltar mais uma viagem...15 viagens.

Os diálogos estabelecidos são imprescindíveis para oportunizar novas possibilidades de interpretações acerca do texto e ainda mostrar para o outro o que não foi observado. Entendo ainda, que aquele que sabe ler (o professor ou o par mais competente da díade) pode possibilitar àquele que tem dificuldade em fazer conjecturas, em alcançar a solução do problema. Neste sentido, “o discurso escrito chama a si um público que se estende virtualmente a quem quer que saiba ler” (RICOEUR, 1989, *apud* DANYLUK, 2002, p. 50). Mais uma vez é destacada a comunicação nas aulas de matemática, pois aquele que está em melhores condições poderá informar ao outro o caminho que deverá seguir.

Nesta perspectiva, as produções escritas dos alunos abrem possibilidade de comunicar por meio do discurso oral, outras estratégias. Ricoeur (1976) atribui à escrita uma característica peculiar, pois esta se mostra em um problema específico, uma vez que não só se revela enquanto a fixação de um discurso oral, ou seja, enquanto possibilidade de leitura de seus signos, mas também, circunscreve a linguagem falada, como possibilidade de comunicação.

As falas que são comunicadas explicam não somente o que está escrito, mas revelam as interpretações daquele que expressa o que leu. No texto, as falas estão vivas na sucessão de eventos, como também as variedades de interpretações que circunscrevem o texto enquanto possibilidade de compreensão. Entretanto, a escrita não se atualiza, ou seja, a linguagem escrita não pode informar sobre seus espaços não experienciados pelos sujeitos.

Falar é um acontecimento atual, transitório e temporal. O discurso está na instância da natureza do acontecimento, ao contrário do sistema, este é virtual e a-temporal (RICOEUR, 1989). Os sentidos atribuídos à escrita dependem do conhecimento do sujeito, para que possa desvendar os segredos do texto, pois a escrita, se apresenta no 'silêncio' ganhando vida na voz daquele que comunica, como afirma Silveira (2005, p. 17) "a intenção do sujeito é o querer-dizer, que se mostra na utilização de regras da gramática para ligar as palavras. A conexão entre as regras e a ação de dizer é expressa em conceitos".

Na resolução em díade do problema: *o professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5as séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?* João, quando indagado sobre a representação gráfica que utilizou, evidencia no querer-dizer os conceitos matemáticos, como nos mostra a passagem em sua fala: *Eu fui dividindo até chegar no resultado....sobrou 3 bolinhas*. Como quem nos queria dizer, realizei a decomposição e o agrupamento. Quando o discurso se inscreve na escrita, os sinais transbordam a mensagem, por outro lado a escrita pode salvar a instância do discurso, pois o que é fixado não é o evento da fala, mas sim, o que é dito da fala (RICOEUR, 1976). Vejamos o exemplo 11 do problema: *o professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5as séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?*

Exemplo 11: 2ª Sessão – participantes: Marcos e João

Pesquisador: Quantas bolinhas tu fizeste?
João: 33
Pesquisador: Como fizeste?
João: Eu fui dividindo até chegar no resultado....sobrou 3 bolinhas.
Pesquisador: E esses risquinhos?
João: É pra dividir...6.

Fica claro que as ações que os sujeitos realizam na atividade de resolver problemas, também estão impregnadas de conceitos e regras matemáticas. Como nos disse João: *É pra dividir... 6.* Resposta dada por ele ao ser indagado quanto ao uso de risquinhos. Neste excerto, chamo atenção às ações dos participantes que envolvem o uso de regras e conceitos matemáticos.

Wittgenstein (1999) argumenta o que não pode ser dito deve ser mostrado, expondo com isso que o ensino não se limita apenas aos dizeres, mas também do resíduo em torno do que foi objetivado por meio da escrita.

A escrita parece ‘morta’ como afirma Wittgenstein. Naturalmente, ao privilegiar a importância da fala em sala de aula, a escrita comunica ao professor e aos alunos o uso da linguagem; ao ouvinte, para aquele em que a mensagem é enviada, o falante não pretende uma articulação discursiva, senão pelo jogo de linguagem como via de acesso às suas formas de vida proporcionadas pelas suas experiências.

Com isso, ressalto que as falas como meio de proporcionar a explicitação dos procedimentos e as redes de significações que vão estabelecendo, podem impedir e/ou criar as armadilhas advindas nas suas produções escritas.

A importância da dimensão interativa parece estar bem clara, na medida em que resultam em saberes compartilhados. Como nos diz Danyluk (2002, p. 50) “é o partilhar com o outro o que ele ainda não viu por não estar próximo daquilo que é apontado”.

Como exemplo, temos a situação em que o uso de recursos escritos pelo aluno com o intuito de auxiliá-lo na atividade de resolução de problemas é esclarecido ao pesquisador, graças ao diálogo. Vejamos na folha de respostas (Figura 04) da aluna ao problema: *André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?*

Por isso a importância do discurso oral para a aprendizagem de conceitos matemáticos, a fim de que o professor e o aluno possam esclarecer a linguagem em seu uso.

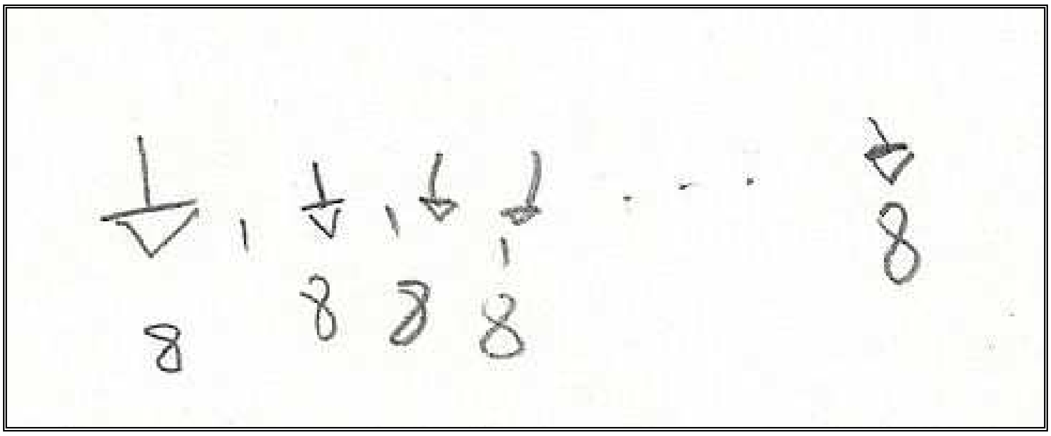


Figura 04: problema 01 aplicado na 1ª sessão à participante Fernanda.

Exemplo 12: 1ª sessão – participante: Fernanda

Pesquisador: E esse daqui? (representação de vários números 8, e a contagem dos grupos de ‘8’ era possivelmente estabelecida por uma representação de uma seta em cima de cada valor simbolizado, como o valor para se chegar era alto o uso deste recurso se tornou inviável).
Fernanda: Um negócio que o professor ensinou?
Pesquisador: Ensina-me?
Fernanda: Quando chegasse no último eu ia fazer a soma desse.
Pesquisador: Você ia fazer até quanto essa soma?
Fernanda: Eu ia fazer até cento e quinze... (sorri)
Fernanda: Por isso que eu fiz a multiplicação.

Na situação anteriormente exemplificada, fica clara a importância da comunicação para que os alunos possam articular suas compreensões sobre o resíduo envolvido nos signos escritos, ou seja, as informações implícitas neles, deve ser explicitadas nas falas dos participantes.

O discurso por meio da fala é uma maneira pela qual se articula a compreensão que o sujeito tem acerca do mundo com sua inteligibilidade (DANYLUK, 2002). Reitera ainda esta autora que “o homem se vale da linguagem falada, manifestando, assim, sua racionalidade, aqui também compreendida como inteligibilidade” (DANYLUK, 2002, p. 22).

As produções escritas dos alunos por meio de bolinhas e risquinhos parecem exercer um importante recurso, pois a representação refina os instrumentos, possibilitando a compreensão, enquanto opera com os números. Além da função da comunicação ao interlocutor, os registros escritos podem apontar para as dificuldades no uso da regra do algoritmo pelos alunos. O que ocorreu no caso de Fernanda, que em sua resolução através da representação gráfica, constata que o uso deste recurso se tornou inviável para a resolução do problema, pois a mesma teria que realizar várias contagens até chegar ao valor desejado.

Nesta perspectiva, a produção de sentidos atribuídos pelos alunos, às palavras e aos discursos tende a se carregar em novos valores de emprego, que encontre o seu lugar no interior do sistema dos signos (RICOEUR, 1989).

A seguir mostrarei outros casos, em que os participantes recorrem ao uso da representação gráfica:

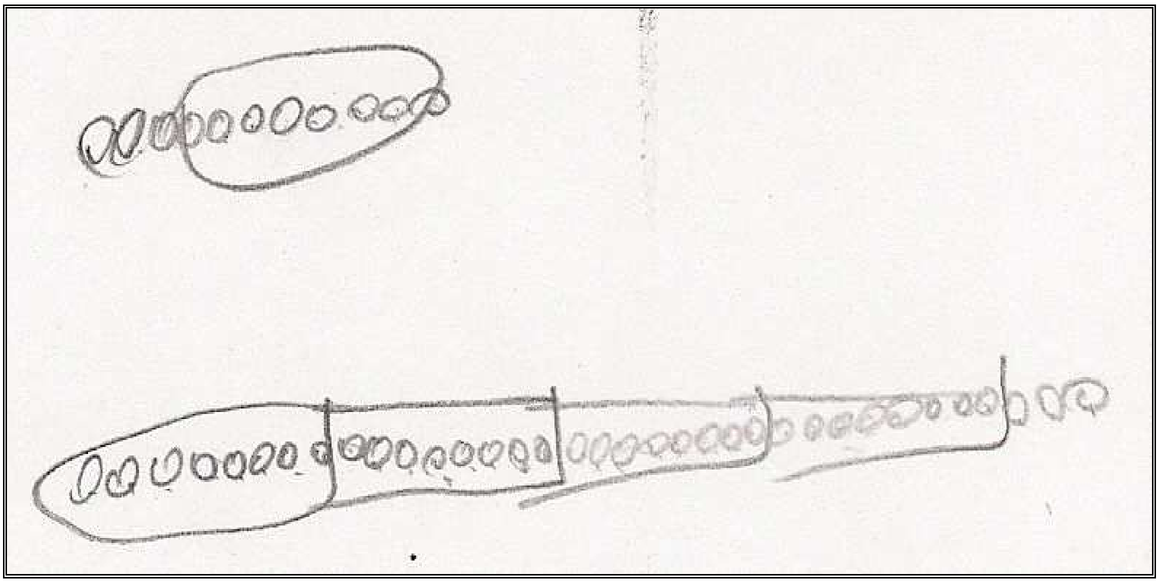


Figura 05*:* problema 01 aplicado na 1ª sessão ao participante Lucas

O uso da estratégia escrita por Lucas (representação gráfica) orienta a montagem da operação pelo algoritmo formal da divisão. O uso pelos alunos dos recursos é muitas vezes minimizado em sala de aula e podem esconder como os alunos utilizam a escrita para a interpretação do problema. O que aparece é o algoritmo da divisão, evidenciando assim, sob outras formas de vida, a dependência de outra regra não condizente com a linguagem nas aulas de matemática. A partir do jogo que o aluno consegue jogar para ensinar o algoritmo parece ser um bom caminho para oportunizar a compreensão de suas regras.

A seguir mostrarei o caso de Lúcia, em que a representação gráfica não foi bem sucedida para a resolução do problema, e logo a seguir mostrarei um caso em que o uso deste procedimento foi essencial para que ela encontrasse a resposta.

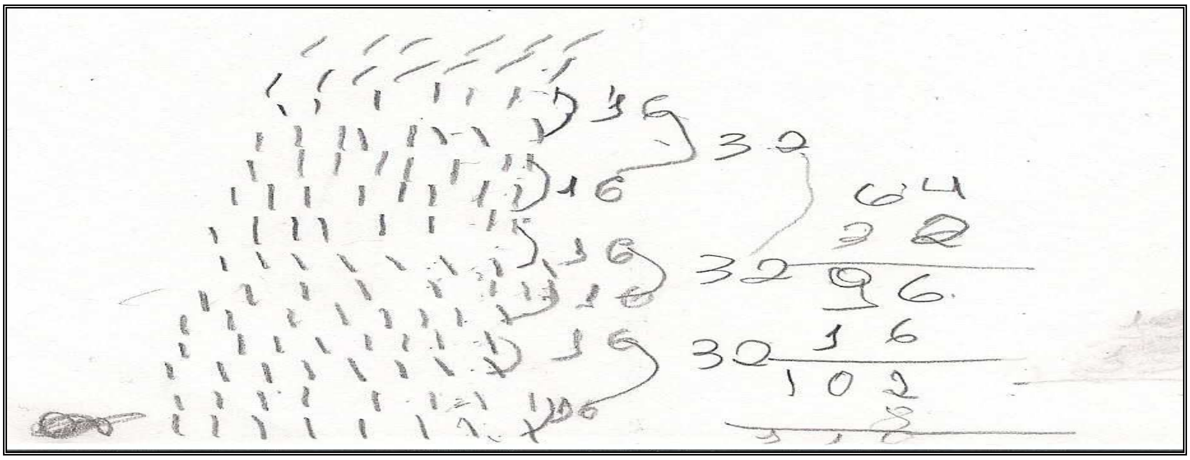


Figura 06: problema 01 aplicado na 1ª sessão à participante Lúcia

Ao recorrer ao uso da representação gráfica para o problema: *André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?* Lúcia, afirma: *Eu tentei dividir assim pra vê se ficava mais fácil.... por que é um número alto.* O abandono dessa estratégia se deve aos valores trabalhados nos enunciados como indica sua resposta, viabilizando o uso deste recurso para valores menores. Como aparece em sua folha de resposta ao problema: *Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?*

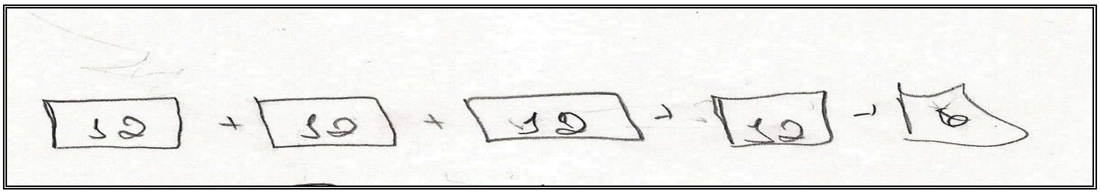


Figura 07: problema 02 aplicado na 1ª sessão à participante Lúcia

É interessante notar que a dificuldade na aplicação do algoritmo da divisão pelo aluno não reflete uma dificuldade em lidar com o conceito de divisão. Entretanto, a força da regra pode levar o aluno que não tem um domínio na aplicação da mesma, à invenção de uma necessidade que é criada pelo problema que se mostra na recorrência ao uso da representação gráfica, o meio disponível para solucioná-lo.

Neste sentido, afirma Danyluk (2002, p. 217):

> O agir dessa criança que pensa, que conhece, que registra o que conhece e que, ao registrar seus conhecimentos, encontra, no gesto, no desenho, no rabisco, na escrita convencional, a forma de comunicar sua compreensão.

Diante disso, os alunos Lucas, Lúcia e Fernanda mostram o que conhecem e como compreendem as regras matemáticas.

1.3 As regras matemáticas e seus contextos: os sentidos explicitados pelos alunos

Verifiquei muitas vezes que certos termos da linguagem do cotidiano, quando utilizados nos textos matemáticos, sugerem ou induzem a outros significados que não condizem com a lógica da matemática, contribuindo na maioria das vezes para caminhos quase sempre mal sucedidos pelas crianças que tentam compreender o texto. Como no exemplo 13, temos o caso de João, evidenciado na 1ª sessão ao problema: *Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?*

Exemplo 13: 1ª sessão – participante João

Pesquisador: Como dividiste?
João: 12 por 54...54 por 12...dá 40....e...dá 60...sobra...6...aí abaixei o 6...aí bota o zero e a vírgula...aí 5 dividido por 12 dá 60, pra 60 nada.
Pesquisador: Deu quanto a resposta?
João: Quatro vírgula cinco.
Pesquisador: E o que significa esse 4,5? (quando indagado sobre o resultado 4,5 apresentado pelo aluno)
João: É 4 Reais e 50 centavos.
Pesquisador: É isso que equivale no problema?
João: Não.
Pesquisador: O que o problema está pedindo?
João: Quantas dessas caixas Paula precisou pra organizar seus disquetes.
Pesquisador: Quantas caixas?
João: Quatro caixas e meia.

A situação exemplificada anteriormente na fala de João apontou que a linguagem usual é atribuída a outra forma de vida, ou seja, o uso da “vírgula” em que aparece entre os números 4 e 5. Ressalta a ideia de que o uso a este recurso envolve dinheiro, em vista à sua resposta apresentada: *Quatro Reais e cinquenta centavos*. Embora, a possibilidade de explicitar por meio de sua fala, João mostra como e de que forma compreendeu o enunciado do problema. Como também, a fala abre a oportunidade de corrigir-se, como apareceu em sua transcrição.

A seguir mostro um caso muito interessante de Márcia e Carol, que aponta que a lógica da aluna parece influenciar na lógica do problema.

Em uma escola, 550 alunos vão de ônibus a uma excursão, junto com 25 professores. Em cada ônibus, podem ir até 50 passageiros. Quantos ônibus serão necessários?

Exemplo 14: 2ª sessão – participante Márcia e Carol

Carol: E os 25?
Márcia: Não sei...vão na van...
Pesquisador: Como ficaria a resposta?
Carol: 11 ônibus e meio...(sorri)
Márcia: meio ônibus! (sorri)
Pesquisador: Tem meio ônibus?
Carol: Não...tem microônibus...
Pesquisador: Então, como seria?
Márcia: Doze...

Nesta perspectiva, o sentido explicitado pelo aluno ao problema nem sempre coincide com a interpretação adequada e, na tentativa de encontrar uma solução ao texto do problema os alunos acabam seguindo outras regras que não satisfazem o uso. “Compreender-se é compreender-se em face do texto e receber dele as condições de um si diferente do eu que brota do texto” (RICOEUR, 1986, p. 43).

Na resolução de problemas, as inferências dos alunos podem conduzi-los aos equívocos provenientes da linguagem ordinária, afetando a interpretação do texto no cumprimento da regra matemática. Neste sentido, temos que nos desfazer de regras externas na realização da atividade, para que possamos comunicar a regra matemática a ser seguida em sala de aula.

“Como pode uma regra ensinar-me o que fazer neste momento?” Wittgenstein (1999 p.92) argumenta “seja o que for que faça, deverá estar em conformidade com a regra”. Ou seja, se a regra for seguida corretamente pelo aluno, este encontrará a solução do problema. Carol até seguiu a regra, mas não interpretou adequadamente o problema.

A regra pode abrir possibilidade para a comunicação entre o aluno e a matemática, passando o aluno a superar os mal-entendidos a fim de que se apliquem os procedimentos adequados, para que assim possa estar seguindo a regra matemática. Como exemplo, temos o caso de Marcelo que não apresentou dificuldade na aplicação do algoritmo.

André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?

Exemplo 15: 1ª sessão – participante Marcelo

Pesquisador: Como chegaste a esse resultado?
Marcelo: Dividi 11 por 8 que deu, sobrou 3. Abaixei o 5...aí 35 por 8 sobrou 3.

A habilidade de Marcelo com o algoritmo escrito foi determinante para que o mesmo acertasse os problemas propostos, como também a capacidade em identificar no problema as regras matemáticas subjacentes. Entretanto, não basta aplicar o algoritmo é preciso interpretar o resultado considerando a situação prática, ou seja, o jogo.

Como nos mostra a folha de resposta de Marcelo (Figura 08), ele entende que o problema se trata de uma divisão e dá inicio recorrendo ao algoritmo. Domina o algoritmo escrito, além de apresentar a resposta em linguagem natural, evidenciando num outro registro a apresentação da sua resposta, assegurando que a regra foi seguida corretamente. Como nos mostra a Figura 08 acima.

Afirma Silveira (2005, p. 90) “o texto matemático adquire sentido para o estudante quando todos os conceitos envolvidos são reconhecidos e convergem em sua totalidade para uma interpretação”. Diante do exposto, a existência de múltiplas interpretações foi sendo superada ao que tudo indica, na rapidez com que resolve os problemas, na organização de dados e informações, em uma ação intencional, tendo em vista a atingir objetivos previamente traçados e selecionados para a realização da tarefa.

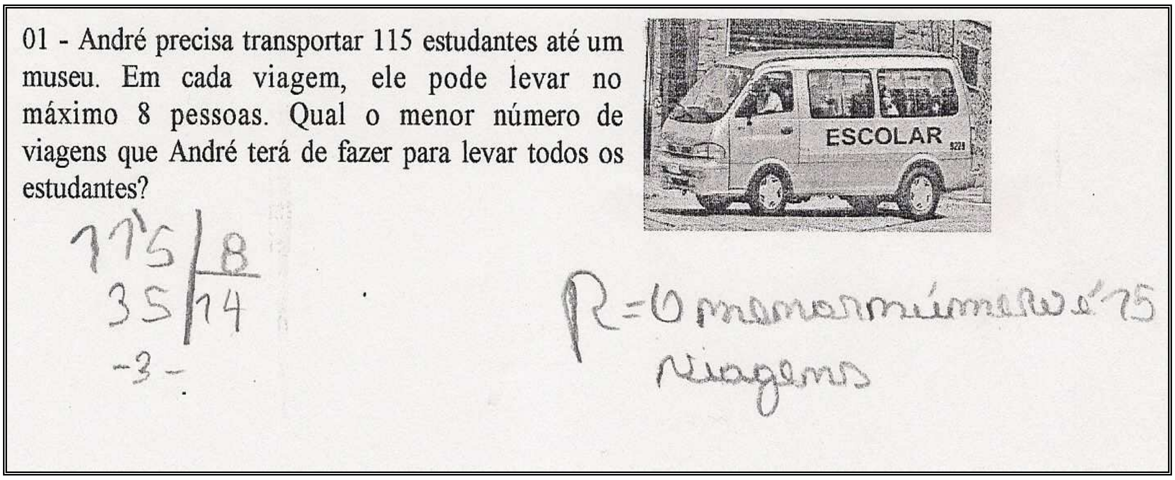

01 - André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?

Figura 08: problema 01 aplicado na 1ª sessão ao participante Marcelo

Aqui observo aspectos de competências, que certamente incluem a leitura e escrita numa organização formal, comprometidas com as regras do jogo. Sendo assim, a interpretação do enunciado do problema pelo aluno deve obedecer às regras matemáticas estando ela em sintonia com a lógica da matemática. Diante disso, muitos equívocos cometidos em sala de aula, são decorrentes de sentidos explicitados pelos alunos, que nem sempre obedecem ao uso (SILVEIRA, 2005).

Assim, se as regras forem cumpridas adequadamente, dificilmente o sujeito teria dúvidas sobre o que o levou a registrar no papel, pois a leitura abre possibilidade de compreensão e interpretação daquilo que foi objetivado por meio da escrita. As competências e habilidades explicitadas pelos alunos em suas ações, não dizem respeito somente ao grau de instrução que têm, mas, sobretudo, das ideias e das analogias criadas pela rede conceitual da linguagem, imagem e representação. É neste sentido que se revela o texto matemático, com suas multiplicidades de olhares.

Nas transcrições das falas da díade Lucas e Marcelo, observei que o texto foi compreendido e que não encontraram dificuldades na utilização do algoritmo, entretanto a discussão está na interpretação do resto da divisão. Ao ler o resto, Lucas indaga: *E esse 3 que sobraram?* Esse questionamento com o intuito de estabelecer uma comunicação com o parceiro ou procurar no outro que interage um meio para sanar sua dúvida, levou Marcelo a responder: *Só são 5 equipes de alunos e 1 equipe com 3... por que olha só no máximo 5 equipes e sobram 3.*

Ainda analisando esse episódio, anteriormente exposto, quando os sujeitos se engajam em uma atividade orientada para um fim, suas metas e planos de ação são voltados para um mesmo objetivo, isto é, o de resolver o problema. Sendo assim, os atos de fala indicam a ação a ser realizada, cuja realização é o alvo a ser perseguido pelo ouvinte. Austin (1990) esclarece que em relação aos atos performativos, a enunciação de uma frase a um ouvinte acaba por realizar a ação pretendida, como aparece na fala de Lucas: *E esse 3 que sobraram?* Esse questionamento de Lucas levou Marcelo a respondê-lo. O ouvinte necessita saber os motivos com as quais o falante tem a pretensão que possibilite aos conceitos matemáticos.

Compreendo a respeito de um enunciado afirmativo quando podemos evidenciar os motivos que levaram ao falante a expô-lo, com o intuito de convencer para quem se dirigiu a mensagem que a mesma tem alguma pretensão de verdade (HABERMAS, 1990). Na tentativa de estabelecer uma relação com o outro, o sujeito acaba por motivar o seu par da interação à realização de atos, pois as palavras que são proferidas pelo falante têm que estar em conformidade com a regra, a fim de que o ouvinte possa perceber a verdade pretendida no discurso daquele que comunica.

Exemplo 16: 2ª sessão – participante Fernanda e Lúcia

Fernanda: De dividir também...
Fernanda: 2 vezes 8... 16...
Lúcia: Será que é isso?
Fernanda: É (confirma sua resposta contando nos dedos)

Exemplo 17: 2ª sessão – participante Marcelo e Lucas

Marcelo: Tu vai pegar 18 e vai dividir por 225
Lucas: 22 dá 1...sobram 4...aí...
Marcelo: 22 dividido por 18 que vai dá 1...
Lucas: sobram 4...
Lucas: 36...36...36...
Marcelo: ....36, 37, 38, 39...dá nove...

Nesta perspectiva, quando os participantes são solicitados por seus pares a falarem sobre os seus procedimentos e as estratégias utilizadas, pode o aluno dar segurança ao outro de que as regras estão sendo cumpridas adequadamente.

Afirma Habermas (1990, p. 72):

> A oferta contida num ato de fala adquire força obrigatória quando o falante garante, através de sua pretensão de validez, que está em condições de resgatar essa pretensão, caso seja exigido, empregando o tipo correto de argumentos.

Como observo no exemplo 16, as ações de falas atendidas não só evidenciam as trocas comunicativas, mas também informam ao outro que as regras estão sendo seguidas.

Austin (1990) afirma que as circunstâncias em que as palavras são proferidas têm que ser, de alguma forma, adequadas, ou seja, usadas por sujeitos que sejam capacitados a fazê-los. No caso da díade, Lucas estava capacitado para estabelecer uma comunicação.

Embora não seja o agir, segundo a fala, que garanta que o sujeito compreendeu, é no agir que podemos apontar para a significação. Pois, aquele que age segundo regras que são comunicadas explicitará de que forma a linguagem está sendo compreendida.

As negociações dos pontos de vistas, na díade Lucas e Marcelo, proporcionaram o trabalho colaborativo. O sucesso na resolução dos problemas se deve a uma coordenação de atividades orientadas para um fim, onde o objetivo é comum na díade, o de resolver o problema.

Outro aspecto aqui levantado diz respeito às lógicas e aos contextos de aplicação da regra. A seguir, destaco em três problemas, algumas dificuldades na interpretação do resto da divisão pelos alunos, que julguei ser importante aqui comentar, alguns dos casos mais evidentes:

O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5as séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?

Exemplo 18: 2ª sessão – participantes:, Lucas e Marcelo

Pesquisador: Qual é a dúvida de vocês?
Lucas: É aqui esse 3, no máximo são 5 e sobram 3....esses 3 não vão jogar.

Além das dificuldades de interpretação do texto matemático, o aluno deveria ter que saber aplicar o algoritmo corretamente e estabelecer uma conexão entre o divisor, o dividendo, o quociente e o resto.

A resposta de Lucas: *esses 3 não vão jogar, então não querem jogar,* mostra que ele entende que os 33 alunos devem participar dos jogos, ou os três optaram por não jogar. Porém, são comuns nos jogos os reservas para as equipes, o que justifica *3 não vão jogar*. A lógica do problema parece não ser satisfeita quando os alunos evidenciam práticas de outros contextos.

Nas atividades de resolução de problemas, podem estar implícitos os procedimentos que os alunos devem seguir. Entretanto, a identificação da regra do algoritmo que está associado, não é uma tarefa fácil para os alunos, pois as palavras em linguagem natural podem ganhar outros sentidos, em virtude de questões suscitadas pela prática de outros jogos de linguagem. Sendo assim, os enunciados podem levar o aluno, a um caminho que não satisfaça aos conceitos matemáticos, pois a experiência do aluno pode apontar no cotidiano a não correspondência à regra matemática, mas passam a justificar o agir sobre as novas regras matemáticas evidenciadas.

Convém apontar que os alunos, de modo geral, apresentam dificuldades em interpretar o resto da divisão. Porém, a dificuldade em lidar com divisões que apresentem resto, talvez seja em decorrência da pouca familiaridade de um trabalho específico que envolva divisões inexatas em sala de aula, e que envolva contextualização de problemas matemáticos. Como nos mostra a transcrição:

Uma fábrica de fogões transporta seus produtos para as lojas em caminhões. Em cada viagem são levados 18 fogões. Para entregar 225 fogões quantas viagens são necessárias?

Exemplo 19: 2ª sessão – participante: Marcos e João

Pesquisador: Qual a resposta?
João: Vinte e dois vírgula cinco
Pesquisador: O que é essa resposta para o problema?
Marcos: Dá vinte e duas viagens e cinco...como é que se diz?
João: Quilômetros.
Marcos: Daria 22 viagens e sobraria 5 fogões.

O fato de João ter falado em quilômetro se deva talvez as distâncias percorridas em viagens e passeios, sendo comuns nas práticas do cotidiano desses alunos. Contudo, as regras matemáticas devem ser esclarecidas via jogo de linguagem, ou seja, no ambiente de sala de aula para que os alunos possam estar em conformidade com as regras no uso que fazem dela.

Sigo com as análises para ressaltar os sentidos explicitados pelos alunos às atividades. Como nos mostra (Fig. 09) o recorte na folha de atividades de Lúcia aplicadas na 1ª sessão: *Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?*

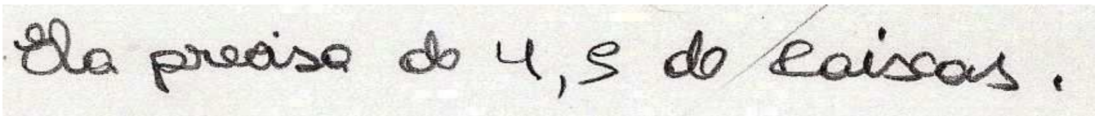


Figura 09: problema 02 aplicado na 1ª sessão à participante Lúcia

Neste caso, a participante ao recorrer ao uso do algoritmo apresentou a reposta 4,5 caixas. No entanto, a resposta apresentada no livro didático são 5 caixas. A resposta dela me levou a considerar também que *4,5 de caixas*, pode estar associada ao espaço que os CD's podem ocupar na caixa, pois os CD's não precisariam ocupar toda o espaço 0,5 da caixa, mas apenas uma parte dela.

Para concluir as análises, embora o livro didático seja uma ferramenta essencial para o trabalho do professor, este deve ser analisado, principalmente, no que diz respeito às atividades e aos conceitos matemáticos nele veiculados. A linguagem natural é polissêmica, por isso posso atribuir a ela outras formas de vida, ou melhor, outras maneiras de jogar, que pode ser esclarecidas graças aos recursos da comunicação. Cabe ao professor estabelecer pontes entre a linguagem matemática e o aluno, isto é, traduzi-la. Ponto que procuro ressaltar na pesquisa.

2. ANÁLISE CONJUNTA DOS "ENCONTROS: 1 E 2"

No primeiro encontro, os momentos com os textos escritos eram travados no interior dos sistemas de signos, ou melhor, os alunos tinham que articular com suas próprias experiências para desvendar os segredos do texto. Já no Encontro 2, além dos alunos estabelecerem com o texto as conexões necessárias, eles poderiam consultar o seu par sempre que quisessem, no sentido de esclarecer a escrita e quais encaminhamentos que deveriam dar para encontrar a solução do problema. Graças aos recursos da comunicação, as possibilidades de interpretação do texto eram ampliadas e modificadas tendo em vista o entendimento.

Assim, o diálogo estabelecido entre os participantes poderiam (re)significar suas estratégias empregadas. No Encontro 1, o diálogo estabelecido entre o aluno e o pesquisador, no sentido de apontar os equívocos na aplicação da regra matemática acabou por orientar a díade Marcelo/Marcos, na busca de esclarecimentos sob sua escrita. O que foi fundamental que o aluno revisasse sobre seus próprios esquemas, corrigindo-os sempre que indagados pelo pesquisador.

Neste sentido, o professor em sala de aula tem condições de aprofundar o diálogo com o aluno na busca para esclarecer as possibilidades que circunscrevem a escrita. Nesta direção, afirma Silveira (2005, p. 45):

> É no diálogo entre a matemática, o professor e o aluno que poderemos resgatar os sentidos ausentes, que fazem esta disciplina carregar o mito de dificuldade. Assim compreendendo a matemática, conhecendo suas limitações e exigências, podemos interpretar os erros dos alunos e, quem sabe, aprimorar o diálogo entre professor e aluno, já que usamos a linguagem matemática em "simbiose" com a linguagem materna.

Além da possibilidade da comunicação, os momentos de discussão proporcionados no Encontro 2, elucidam aos alunos e professores as interpretações equivocadas que se fazem presentes no uso da linguagem em sala de aula. E, no caso das explicações, estas podem orientar o ouvinte que necessita ser instruído acerca de novas estratégias, para que ele também "veja" o que o seu interlocutor quer apontar.

Percebo a relevância das falas dos alunos, por explicitar de que forma os conceitos estão sendo aprendidos e como estes regulam suas estratégias frente à resolução do problema, pois na tentativa de informar o que a escrita aponta, estes podem re-apontar os caminhos trilhados pela escrita. “Assim, o que é apontado na proposição pode ser recontado, re-apontado pelo ato comunicativo. Neste re-apontar, há possibilidade de uma ampliação do fato contado e visto pela primeira vez” (DANYLUK, 2002, p. 50).

Convém lembrar que a matemática na representação de seus objetos necessita de um mostrar, de um apontar, que associe o ensino ostensivo da palavra ao seu uso. De acordo com Wittgenstein (1999), o ensino ostensivo da palavra envolve o funcionamento da linguagem no seu uso, abrangendo no seu emprego o ato de observar e a finalidade que justifica o mostrar. Aqui fica evidente, então, a importância de um ensino ostensivo, onde o mostrar pode esclarecer os espaços até então não elucidados.

Os resultados observados nos Encontros 1 e 2 mostraram também que muitas dificuldades encontradas pelos alunos estiveram associadas à aplicação da regra matemática, isto é, com as etapas do algoritmo que conduzissem o aluno à solução do problema. Afirma Silveira (2005, p. 55), se reportando a Wittgenstein, que “o conceito é uma regra que se fundamenta no jogo de linguagem e se corresponde com o seu significado”; ou melhor, os sujeitos aprendem sobre as regras no uso que fazem delas. Por isso, a importância de se trabalhar a leitura e a escrita na resolução de problemas. Pois é no momento da aplicação das regras matemáticas pelos alunos nas atividades de interpretação do texto que ele expressa como compreendeu.

Para Wittgenstein (1999), é no uso que explicito as regras via jogos de linguagem. Neste sentido, Danyluk (2002), reitera que os significados do mundo não estão nos objetos, muito menos nos sujeitos, mas sim nas relações que podemos estabelecer entre eles. Contudo, são nas formas enunciativas que estabelecemos a intenção de comunicar ao outro, aquilo que foi desvendado pela linguagem. Afirma Granger (1974, p. 32) “a linguagem recorta o plano de referência que torna possível o aparecimento de informação”.

A preocupação com a linguagem, em particular com a aprendizagem da leitura e da escrita, tem levado a pensar nas atividades propostas em sala de aula.

Os resultados desta pesquisa apontam que os alunos ao demonstrarem ter um compromisso com a leitura passam a coordenar suas estratégias em termos da aprendizagem.

Nos Encontros 1 e 2, quando a leitura era cuidadosa e atenta, os alunos conseguiam compreender os enunciados e os procedimentos que deveriam ser tomados para resolver a atividade. Também, enfatizo que com a possibilidade do diálogo, os alunos se valiam de mais leitura acerca do texto. Neste ponto, as análises mostram que a comunicação entre os alunos ajudou a superar as dificuldades. Observo ainda, que a comunicação possibilitou ao aluno os momentos de discussão e a busca para a compreensão do enunciado do problema.

CAPÍTULO IV: CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ANÁLISES

De modo geral, os alunos participantes da pesquisa conseguiam identificar a regra matemática implícita no texto, que no caso especifico se tratava do algoritmo da divisão, porém alguns se equivocavam em sua aplicação. A dificuldade na aplicação do algoritmo levou os alunos à invenção de uma necessidade que se mostra na recorrência de estratégia como o uso de desenhos e rabiscos. Entretanto, o uso deste recurso pode demandar tempo e esforço do aluno. Além da dificuldade com o resto da divisão, podemos observar também que o uso de estratégias envolve o seguimento de regras e, quando os alunos não conseguem aplicar as regras matemáticas, poderão inventá-las, de modo a acreditarem estar seguindo a regra matemática adequada nas suas resoluções.

O misticismo presente na aplicação de regras pelos alunos nas aulas de matemática reflete as dificuldades no entendimento da linguagem matemática. Quero ressaltar em minhas análises que as formas de vida garantidas às regras matemáticas nem sempre estarão em consonância com a lógica do aluno, pois a sua imaginação poderá exceder os limites fora do rigor da matemática.

A dificuldade com a limitação da linguagem, no uso de regras, não impede os alunos de procurarem outras estratégias, como no caso da díade Fernanda/Lúcia, onde Lúcia explicita em sua ação a contagem nos dedos, que pode ter levado Fernanda a imitá-la. Austin (1990) relata que o dizer manifesta um desejo de realizar ação, como também nossas ações orientam a realização de um ato. Assim, o diálogo estabelecido entre a díade Fernanda/Lúcia informa-nos aspectos bem interessantes no que diz respeito à negociação de estratégias, pois a ação pretendida por Lúcia é no sentido de esclarecer a colega qual a regra que deverá ser seguida.

Na intenção de comunicar as regras matemáticas, Lúcia organiza e possibilita a compreensão de suas próprias regras à Fernanda, como também conjectura outra regra que poderá ser seguida pela colega. Diante disso, penso que o uso de regras matemáticas podem ser orientadas, não só pela interação verbal, mas também, por ações de observar o outro jogar, pois todas as ações que permeiam o espaço nas aulas de matemática podem ajudar a compreensão da linguagem matemática.

A possibilidade de explicar a estratégia para o seu parceiro na resolução de problemas pode ajudar aquele que fez uso da mesma a um reexame de seu próprio processo, além de informar ao outro o que leu. A auto-regulação na atividade orienta os processos de escrita e de fala do aluno, pois este passa avaliar-se e informar o que compreendeu. Entendo que a comunicação estabelecida entre os alunos sobre as regras matemáticas na resolução de problemas possa ajudá-los a mudança de pontos de vistas.

Assim, a oralidade assume um papel fundamental, pois é nela que podem ocorrer novas formas de dizer o que a escrita silenciou, como também pode comunicar na interação discursiva a construção de sentidos ao texto, coordenados às de fala que se articulam e se ampliam naquilo que foi dito. Ao falar, o aluno tem a possibilidade de explicitar ao professor e aos seus colegas quais os exemplos de resoluções bem sucedidas, como também daqueles que cometem equívocos em suas resoluções. Ressalto que quando o aluno é oportunizado a falar em sua resolução e sobre as estratégias objetivadas por meio da escrita, ele expressa o que leu e possibilita a comunicação de seu registro escrito, podendo ainda, aprimorar o que foi dito.

A crescente relevância que se tem atribuído à comunicação na aula de matemática se justifica nas análises, no reconhecimento do outro para a construção da leitura e da escrita, assegurando o conhecimento enquanto construção social. Assim, a linguagem e a comunicação no ensino e na aprendizagem de matemática estabelecem nas ações dos professores e alunos um meio para compreenderem em seu contexto, a sequência de passos de um procedimento. Compreendemos as regras matemáticas no uso que fazemos dela.

Também é necessário salientar que nos jogos de linguagem aquilo que foi comunicado poderá não estar em conformidade com o seu uso, informando a dependência de outro jogo de linguagem, articulado a outra maneira de jogar. Isso não implica que as variações no uso não permitam ao aluno interpretar e/ou compreender, pois na resolução de problemas posso ter distintos caminhos para encontrar a solução.

Diante disso, quanto maior variedade de problemas matemáticos propostos aos alunos em sala de aula, penso que pode ser melhor para o ensino e aprendizagem no contexto escolar, a fim de que os alunos possam encontrar, nos diferentes usos, aquele que será adequado à sua resolução, ou o conduzirá a um caminho mais rápido.

Sendo assim, a leitura possibilita a compreensão das regras matemáticas, graças à busca de significados e no reconhecimento do leitor de informações implícitas no texto, na identificação da operação a ser utilizada. Minhas análises me permitem afirmar que a falta de um trabalho de leitura e escrita pelos alunos, pode gerar dificuldades na tradução da linguagem matemática. A busca de significados na leitura do enunciado do problema matemático é relevante no sentido de mostrar o texto aos seus leitores, para que seja compreendido e interpretado.

Neste sentido, destaco na leitura um meio para se comunicar, não somente no reconhecimento de palavras que aparecem sob os olhos daqueles que se aventuram na tradução de seus signos escritos, mas, sobretudo, sob qual dependência se valem para interpretar estes signos. As análises me permitem ainda salientar que na leitura dos enunciados pelos alunos, estes podem expressar no lido a dependência de vários processos de significação no funcionamento da linguagem e no seu uso. Assim, os diálogos entre os interlocutores são imprescindíveis para a compreensão e interpretação do enunciado do problema matemático, estes não só permitem compartilhar o problema, mas, sobretudo, os significados de seu mundo por meio da linguagem.

Percebo a importância da linguagem para a construção do conhecimento, pois o gesto, a oralidade e a escrita dos alunos podem organizar a elaboração de seu pensamento. Na busca de explicitar a aplicação das regras matemáticas que foram objetivadas por meio da escrita, a comunicação se mostra aos alunos como meio para interpretar e compreender suas ações.

Na perspectiva da interação, a coordenação de ação do colega, que passa a agir como co-orientador de seu parceiro, abre a possibilidade de aplicação de regras matemáticas que o aluno podia não ter disponível em seu repertório. Os alunos podem se oferecer como guias ao seu par da interação, propondo discutir e explicitar as dificuldades encontradas na resolução dos problemas. Aquilo que é comunicado nas interações discursivas pode encorajar os alunos através do despertar para a resolução de problemas. O interesse por reconhecer nas interações comunicativas na prática da leitura nas aulas de matemática, se sustenta sob o ponto de vista de assegurar aos interlocutores a co-construção de saberes partilhados, como também é a prática/uso que mobiliza os saberes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Inês Lacerda. **Do signo ao discurso:** Introdução à filosofia da linguagem. São Paulo: Parábola, 2004.

AUSTIN, John Langshaw. **Quando dizer é fazer:** palavras e ação. Tradução: Danilo Marcondes de Souza Filho. Porto Alegre: Artmed, 1990.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho & ARAÚJO, Jussara Loiola (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2 ed. – Belo Horizonte: Autêntica: 2006, p. 101-114.

CAVALCANTI, Claúdia T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, Kátia Stoco & DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001, p.121-150.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática.** Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANYLUK, Ocsana. **Alfabetização matemática:** as primeiras manifestações da escrita infantil. 2 ed. Porto Alegre: Ediupf, 2002.

DIAS, Maria Clara. **Kant e Wittgenstein:** os limites da linguagem. Rio de Janeiro: Relume Dumará, 2000.

ECHEVERRÍA, Maria del Puz Pérez & POZO, Juan Ignácio. Aprender a resolver problemas e resolver para aprender. In: POZO, Juan Ignácio (Org). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998, p.13-41.

GALIAZZI, Maria do Carmo. **Educar pela pesquisa:** ambiente de formação de professores de ciências. Ijuí: Ed. Ijuí, 2003.

GRANGER, Gilles Gaston. **Filosofia do estilo.** Trad. Scarlet Zebetto Marton. São Paulo: Perspectiva, 1974.

HABERMAS, Jurgen. **Pensamento pós-metafísico:** estudos filosóficos. Tradução: Flávio Beno Siebeneichler. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1990.

HEIDEGGER, Martin. **Ser e Tempo.** Tradução: Márcia de Sá Cavalcante. 3 ed. Petrópolis: Vozes, 1989.

JESUS, Wilson Pereira de. **Educação matemática e filosofias sociais da matemática:** Um exame das perspectivas de Ludwig Wittgenstein, Imre Lakatos e Paul Ernest. (Tese de doutorado), Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. 2002.

LACERDA, Alan Gonçalves. Vamos Dividir Nossas Tarefas: Contributos do trabalho em Díade na Resolução de Problemas de Divisão. In: **2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2008, Recife.

LACERDA, Alan Gonçalves; RODRIGUES, João Cesar Ferreira; DIAS, Paulo Sérgio Costa Barbosa; OLIVEIRA, Marinalva Silva. Estratégias de Resolução de Problemas de Divisão Quotitiva: Um Estudo em Díade e Individual com Crianças do Ensino Fundamental. In: **IV Congresso Internacional de Ensino da Matemática**, 2007.

LACERDA, Alan Gonçalves & OLIVEIRA, Marinalva Silva. Estratégias Formais e Informais de Operação Matemática Utilizadas por Crianças no Trabalho e na Escola. In: **Anais do SIPEMAT**. Recife: Programa de Pós-Graduação em Educação – Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco/UFPE, 2006.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e língua materna:** análise de uma impregnação mútua. São Paulo, Cortez, 1990.

MARTINS, Isabel. Dados como diálogo – construindo dados a partir de registros de observação de interações discursivas em salas de aula de ciências. In: SANTOS, Flávia Maria Teixeira dos & GRECA, Ileana Maria (Orgs). **A pesquisa em ensino de ciências no Brasil e suas metodologias.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2006.

MENEZES, Luís. (1999). Matemática, linguagem e comunicação. In: **Encontro Nacional de Professores de Matemática, Portimão**: Atas do encontro, Portimão, 1999.

OTTE, Michael. **O formal, o social e o subjetivo:** uma introdução à filosofia e à didática da matemática. Tradução: Raul Fernando Neto. São Paulo: UNESP, 1993.

RICOEUR, Paul. **O conflito das interpretações:** ensaios de Hermenêutica. Tradução: M. F. Sá Correia. Porto: Rés, 1989.

______. **Do texto a acção:** ensaios de Hermenêutica II. Tradução: Alcino Cartaxo & Maria José Sarabando. Porto: Rés, 1986.

______. **Teoria da interpretação:** o discurso e o excesso de significação. Tradução: Artur Morão. Lisboa: Edições 70, 1976.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é semiótica.** 1ª ed. São Paulo: Brasiliense, 1983.

SANTOS, Vinício de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes & LOPES, Celi Espassandi (Orgs). **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p.117-126.

SILVA, Ezequiel Teodoro da. **O ato de ler:** fundamentos psicológicos para uma nova pedagogia da leitura. São Paulo: Cortez, 1981.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Interpretação e comunicação em matemática. In: **Anais do 2º SIPEMAT**. Recife: Programa de Pós-Graduação em Educação, 2008.

______. O conceito em matemática e seus contextos. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v.20/21, p. 47-58, 2006.

1.

______. **Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da matemática.** Porto Alegre: 2005. (Tese de Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

SMOLE, Kátia Stoco & DINIZ, Maria Ignez. Ler e aprender matemática. In: SMOLE, Kátia Stoco & DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2001, p.69-86.

TORREZAN, Marlene. **Wittgenstein:** a educação como um jogo de linguagem. (Dissertação de Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 1998.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. Tradução: José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

______. **Da certeza**. Tradução: Maria Elisa Costa. Lisboa: Edições 70, 1969.

APÊNDICE

APÊNDICE

1. Apêndice A Encontro 1 – Quadro das Estratégias Identificadas na resolução de problemas -1ª Sessão (individual)

1.1 Quadro do aluno participante Lucas

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 01
Participante Lucas	André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Representação gráfica, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Como tu chegaste ao resultado? Lucas: Peguei dividir 115 por 8 Pesquisador: Qual foi a resposta? Lucas: 14! Pesquisador: 14?!...14 o quê? Lucas: Viagens. Pesquisador: Como chegaste a esse 14? Lucas: Eu dividir 11...foi 8 dividido por 11...aí deu 1...sobrou...aí sobrou 3...abaixei o 5...aí fiz 35 e deu 4.	

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 02
Participante Lucas	Para organizar seus 48 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Decomposição, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Você teve alguma dificuldade em entender o enunciado da questão? Lucas: (Balança a cabeça dizendo que sim) Pesquisador: Qual? Lucas: Porque eu não li concentrado, eu li rápido....eu não entendi direito. Pesquisador: O que você não entendeu? Lucas: Como fica distribuído...porque eu li rapidola...aí depois eu fui lendo devagar...aí depois eu encontrei....54 dividido pra 12...aí deu 4, aí sobrou 6 e fecha. Pesquisador: Tá, 4 caixas e esse 6 que sobrou? Lucas: (Fica pensativo) Pesquisador: Eu vou precisar de mais uma caixa? Lucas: Sim, vai precisar de mais uma caixa, eu acho. Pesquisador: E aqui como fizeste? (observando que tem fatores de 12 em 12) Lucas: 12 mais 12 é 24...mais 12...36..mais 12... 48.	

1.2 Quadro do aluno participante Marcelo

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 01
Participante Marcelo	André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Pode lê o problema. Marcelo: (lê o problema) Pesquisador: Qual a resposta? Lucas: Deu 14 sobrou 3. Pesquisador: Esse 3? Marcelo: Estudantes. Pesquisador: Eles vão ficar fora da viagem. Marcelo: Não. Vai ter que fazer 15 viagens. Pesquisador: Como chegaste a esse resultado? Marcelo: Dividir 11 por 8 que deu, sobrou 3. Abaixei o 5...aí 35 por 8 sobrou 3.	

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 02
Participante Marcelo	Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural, Cálculo mental.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Quando resolves um problema, como sabes o que tens o que fazer? Marcelo: Eu leio...depois eu vejo se tem algum número. Eu peguei o número pra dividir a quantidades. Pesquisador: Como sabes que é pra realizar uma divisão? Marcelo: Porque eu leio duas vezes, senão entender, eu leio de novo. Pesquisador: Tem alguma coisa no problema que te indica? Marcelo: Tem. Porque eu tenho 54 pra colocar em uma caixa. Vai ter que dividir. Pesquisador: Qual foi a resposta? Lucas: Deu 4 sobrou 6. Pesquisador: Como fizeste? Marcelo: Eu multipliquei 4 vezes 12 deu 48...sobrou 6. Pesquisador: Tu pensaste neste valor 4, logo? Marcelo: Não. Eu fui multiplicando um por cada....e o que chegava mais perto. Pesquisador: De cabeça? (observando que não havia qualquer registro escrito que explicita-se qualquer realização da multiplicação)	

Marcelo: É. Pesquisador: Sobrou quanto? Marcelo: Seis. Pesquisador: Seis o que? Marcelo: Seis CDs. Pesquisador: Eles vão ficar de fora da caixa? Marcelo: Não. Eu botei quatro caixas e meia.

1.3 Quadro do aluno participante João

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 01
Participante João	André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão e Algoritmo formal da multiplicação
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Pode ler o problema João: Realiza a leitura. Pesquisador: Você teve alguma dificuldade em entender o enunciado? João: Entendi, eu entendi que a conta era de dividir. Pesquisador: Como é que tu identificaste que é pra dividir? João: Porque tem 115 estudantes, aí pode levar 8 no máximo... aí eu dividir 115 por 8. Pesquisador: Quando resolves um problema como sabes o que tem que solucionar? João: Tem que ler pra entender... pra fazer a conta, porque a gente só consegue fazer se lê. Pesquisador: Como fizeste essa divisão? João: 8 por 115, aí eu abaixei o 11..aí dividir por 1 por 8...é 8..aí sobrou 3, aí eu botei o 3, aí abaixei o 5...aí 35 por 8... aí botei o 4 por 8, deu 32...pra 35 sobra 3...aí abaixei o zero e sobra a virgula no quociente. Aí botei 30 por 8...3...24...aí deu 24 pra 30...24...25, 26, 27, 28...sobra 6 (a cada valor que realiza a contagem pra se chegar de 24 a 30 é um dedo que corresponde)...aí abaixei o zero. Aí como já tem a vírgula, não precisa botar outra vírgula....aí 7 por 8...é 55...aí abaixei o zero... aí 6 por 8...6 por 8...é 48...pra 50...2...aí abaixei o 2 sobrou o zero...aí botei 16...17, 18..20. Aí sobra 4...aí abaixei o 4...4 por 8 ...5...aí 5 dividido por 8... 40. Pesquisador: Qual foi a resposta? João: Nem sei...14 mil... (tentando lê o valor que encontrou) Pesquisador: O que ele quer levar? João: Os estudantes. Pesquisador: Quantas viagens? João: Umas 4 ou 6... Pesquisador: Qual foi a resposta? João: 14 viagens. Pesquisador: Não deu exata ou deu? João: Deu... (aponta pra o resto zero). Pesquisador: E esse valor pra cá (apontando para os demais números que estavam no quociente após a vírgula) o que significa? João: 37 mil..625. Pesquisador: Não vai influenciar no resultado? João: Eu acho que não. Pesquisador: Por que você acha que não? João: Porque é muito grande...aí não ía poder dar...	

Pesquisador: E aqui fizeste o que? (se referindo a multiplicação que aparecia do lado) João: Eu fiz a tabuada.

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 02
Participante João	Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Lê o problema João: (Realiza a leitura) Pesquisador: Você teve alguma dificuldade em entender o problema? João: Não Pesquisador: Qual a operação que tu fizeste? João: Divisão. Pesquisador: Por que tu fizeste divisão? João: Porque foi a única que deu exata... eu peguei de vezes...de mais...menos...nenhuma deu. Pesquisador: Como dividiste? João: 12 por 54...54 por 12...dá 40....e...dá 60...sobra...6...aí abaixei o 6...aí bota o zero e a vírgula...aí 5 dividido por 12 dá 60, pra 60 nada. Pesquisador: Deu quanto a resposta? João: Quatro vírgula cinco. Pesquisador: E o que significa esse 4,5? João: É 4 Reais e 50 centavos. Pesquisador: É isso que equivale no problema? João: Não. Pesquisador: O que o problema estar pedindo? João: Quantas dessas caixas Paula precisou pra organizar seus CDs. Pesquisador: Quantas caixas? João: Quatro caixas e meia.	

1.4 Quadro do aluno participante Marcos

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 01
Participante Marcos	André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão; Representação gráfica.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: (Percebendo que o aluno tem dificuldade em ler o problema, ler juntamente com o aluno) Pesquisador: Qual é o menor número de viagens?	

Marcos: 14 Pesquisador: Como chegaste a esse resultado? Marcos: Eu fui fazendo por aqui...11 aqui... depois eu dividir... e deu isso daqui (apontado para o valor) Pesquisador: Qual foi a resposta? Marcos: 14 viagens. Pesquisador: Por que essa resposta toda, se a resposta é só 14? (Se referindo ao valor obtido no quociente) Marcos: (Morde o lápis e balança a cabeça afirmando não saber)

<table>
<tr><td>1ª Sessão Individual- Turma 502</td><td>Problema 02</td></tr>
<tr><td>Participante Marcos</td><td>Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?</td></tr>
<tr><td>Estratégias utilizadas pelo aluno</td><td>Algoritmo formal da divisão, Representação gráfica.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Explicação dada pelo aluno</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pesquisador: leia o problema
Marcos: (Realiza a leitura com dificuldade)
Pesquisador: Você teve alguma dificuldade em entender o enunciado?
Marcos: Humhum...
Pesquisador: Qual?
Marcos: Aqui. (apontando pra montagem pelo algoritmo da divisão)
Pesquisador: Como chegaste a resposta?
Marcos: Tem que dividir... batendo o lápis sobre os cálculos realizados com as bolinhas e os risquinhos.
Pesquisador: Você sabe me dizer por aqui? (observando que o aluno fez a montagem da operação pelo algoritmo da divisão)
Marcos: Aqui foi o seis abaixa o zero e dividi aqui.
Pesquisador: Abaixa o zero...
Marcos: Quatro vírgula cinco...
Pesquisador: E o que significa isso?
Marcos: Eu não sei te explicar.
Pesquisador: O que o problema tá pedindo?
Marcos: Quanta dessa caixa Paula precisou.
Pesquisador: Quantas caixas?
Marcos: Quarenta e cinco.
Pesquisador: Como fizeste me explica essas bolinhas?
Marcos: Eu peguei as bolinhas e dividir
Pesquisador: Quantas bolinhas fizestes?
Marcos: 60 bolinhas.
Pesquisador: Por que fizeste 60 bolinhas? (com dúvida sob o número de bolinhas)
Marcos: (Fica pensativo durante algum tempo)
Pesquisador: Em que estais pensando?
Marcos: Eu peguei as bolinhas e dividi por 12.</td></tr>
</table>

1.5 Quadro da aluna participante Fernanda

<table>
<tr><td>1ª Sessão Individual- Turma 502</td><td>Problema 01</td></tr>
<tr><td>Participante Fernanda</td><td>André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?</td></tr>
<tr><td>Estratégia utilizada pela aluna</td><td>Algoritmo formal da divisão, algoritmo formal da multiplicação, Registro da resposta em linguagem natural. Representação Gráfica</td></tr>
<tr><td colspan="2">Explicação dada pela aluna</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pesquisador: Pode ler o problema
Fernanda: Realiza a leitura.
Pesquisador: Você teve alguma dificuldade em entender o enunciado?
Fernanda: Sim.
Pesquisador: Qual?
Fernanda: Eu não entendi...assim qual era a soma...se era de dividir, multiplicar...
Pesquisador: Como foi que chegaste a conclusão que era de dividir? (Observando em seus registros escritos).
Fernanda: Porque.... eu fiz a de multiplicar e a de dividir...aí deu...o resultado.
Pesquisador: Qual a resposta?
Fernanda: A solução?
Pesquisador: Isso.
Fernanda: Que ele vai ter quer fazer 14 viagens.
Pesquisador: Como chegaste a esse 14?
Fernanda: (fica pensativa)...eu fiz a conta de dividir.
Pesquisador: E aqui? (Solicitando que leia a resposta em registro natural)
Fernanda: O menor número de viagens que seu André vai fazer é 14 viagens....e ainda vai faltar levar três estudantes.
Pesquisador: Ele não quer levar todos os estudantes?
Fernanda: Ah...tá...então vai faltar mais uma viagem...15 viagens...né...
Pesquisador: E esse valor aqui, vai interessa? (se referindo aos valores após a vírgula que aparecem no quociente)
Fernanda: Acho que não interessa.
Pesquisador: E esses aqui? (Se referindo as operações de multiplicação que aparecem em sua folha).
Fernanda: Eu estava tentando até achar.
Pesquisador: E esse daqui? (Representação de vários números oito, e a contagem dos grupos de ‘8’ era possivelmente estabelecida por uma representação de uma seta em cima de cada valor simbolizado, como o valor para se chegar era alto o uso deste recurso se tornou inviável).
Fernanda: Um negócio que o professor ensinou?
Pesquisador: Ensina-me?
Fernanda: Quando chegasse no último eu ia fazer a soma desse.
Pesquisador: Você ia fazer até quanto essa soma?
Fernanda: Eu ia fazer até cento e quinze... (sorrir)
Fernanda: Por isso que eu fiz a multiplicação.</td></tr>
</table>

1ª Sessão Individual- Turma 502	Problema 02
Participante Fernanda	Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?
Estratégia utilizada pela aluna	Algoritmo formal da divisão, Algoritmo da multiplicação, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pela aluna	
Pesquisador: Lê o problema Fernanda: (Realiza a leitura) Pesquisador: De quantas caixas? Fernanda: De quatro... Pesquisador: Leia aqui? (solicitando que leia a resposta apresentada em registro escrito por meio da linguagem natural) Fernanda: Paula vai precisar de quatro vírgula cinco...caixas (sorri)...mais ainda vai faltar levar...6 CDs. Fernanda: Você quer que leve todos né? Pesquisador: Quer que guarde...em caixas. Fernanda: Então, vai dar cinco.	

1.6 Quadro da aluna participante Lúcia

1ª Sessão Individual- Turma 502	Problema 01
Participante Lúcia	André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?
Estratégia utilizada pela aluna	Algoritmo formal da divisão; Algoritmo da multiplicação; Representação Gráfica
Explicação dada pela aluna	
Pesquisador: Pode ler o problema Lúcia: Realiza a leitura. Pesquisador: Você teve alguma dificuldade em entender o enunciado? Lúcia: Eu tive alguma dificuldade. Pesquisador: Qual? Lúcia: De sair daqui (se referindo a montagem da operação pelo algoritmo formal da divisão)... da divisão Pesquisador: Identificaste que o problema se trata de uma divisão? Lúcia: Sim. Pesquisador: Qual foi a dificuldade? Lúcia: Pra achar se ia ter que multiplicar, foi essa. Pesquisador: Como chegaste ao resultado? Lúcia: Eu peguei... eu dividir...deu 24...	

Pesquisador: Vinte e quatro o quê? Lúcia: Eu não sei explicar (tímida) Pesquisador: Esse daqui? (se referindo aos risquinhos que estavam no canto da folha) Lúcia: Eu tentei dividir assim pra vê se ficava mais fácil.... porque é um número alto. Pesquisador: Qual a resposta então? Lúcia: Vinte e quatro vírgula trinta e cinco. Pesquisador: Explica aqui (a montagem da operação) como foi dividindo? Lúcia: Ficou faltando o três...o zero e coloquei a vírgula....depois eu dividir 30 por 2...essa é a resposta.

1ª Sessão Individual- Turma 502	Problema 02
Participante Lúcia	Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?
Estratégia utilizada pela aluna	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural. Representação Gráfica
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Lê o problema Lúcia: (Realiza a leitura)....essa daqui foi mais fácil, mas eu me compliquei também. Pesquisador: Sim, me fala onde se complicaste? Lúcia: Na mesma coisa aqui (na montagem da operação pelo algoritmo da divisão) Lúcia: É que o professor as vezes faz assim coloca em caixas....mas só que sobrou 6. Pesquisador: E esse seis, eu vou colocar em mais uma caixa? Lúcia: Eu coloquei aqui... eu esqueci de colocar em mais uma caixa. (representa grupos de 12 CDs em caixas...e o 6 em mais uma caixa) Pesquisador: Quantas caixas vão dar no total? Lúcia: Vai dar cinco.	

1.7 Quadro da aluna participante Carol

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 01
Participante Carol	André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?
Estratégias utilizadas pela aluna	Algoritmo formal da divisão.
Explicação dada pela aluna	
Pesquisador: Lê o problema Carol: Faz a leitura do problema Pesquisador: Tiveste alguma dificuldade em entender o enunciado? Carol: Eu tive alguma dificuldade. Pesquisador: Qual?	

Carol: De entender assim. Como era pra eu fazer... o que eu ia fazer, aí eu li de novo. Aí entendi que era de dividir. Pesquisador: Como você sabia que era pra dividir? Carol: Porque eu reli o problema e entendi. Pesquisador: O que te diz no problema que é de dividir? Carol: Porque eu tinha que dividir quantas viagens ele ia levar no carro, ônibus, sei lá... Pesquisador: Quantas viagens? Carol: 15 viagens. Pesquisador: Como fizeste? Carol: Eu peguei 115 dividido por 8, aí eu dividir primeiro por 11, aí sobrou 3..aí abaixei o 5 dividir. Aí dividir 35 por 8...deu 5...sobrou 3. Pesquisador: Dá cinco... Carol: Cinco já... aí me esqueci....dá quatro.. Pesquisador: Quatro por oito dá quanto? Carol: (fica pensando)...dá 32 sobrou...3. Pesquisador: Qual é o número de viagens? Carol: 15 viagens. Pesquisador: Por 15? Carol: Porque eu fiz errada. Pesquisador: Ta dá 14...e sobra 3, e esse 3 vai ou não na viagem? Carol: Eu acho que não vai. Pesquisador: Não vai ter que levar todos? Carol: Ah..é, então errei (sorrir) Pesquisador: Quantas viagens? Carol: 15.

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 02
Participante Carol	Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?
Estratégias utilizadas pela aluna	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Lê o problema. Carol: Realiza a leitura do problema. Pesquisador: Quantas precisa? Carol: Ela precisa de 4 caixas Pesquisador: Como fizeste? Carol: 54 dividido por 12, deu 4...sobraram 6. Pesquisador: Esse 6 que sobraram o que significa? Carol: O que ela não vai levar, o que ela não irá colocar na caixa. Pesquisador: Ela quer colocar todos os CDs? Pesquisador: Esses 6 vão ou não? Carol: Vai. Pesquisador: E esse aqui? (se referindo as montagens de operações rasuradas) Carol: É que eu errei. Pesquisador: Você teve alguma dificuldade me entender a questão? Carol: Balança a cabeça dizendo que sim Pesquisador: Qual? Carol: De entender. Pesquisador: Qual de que se trata a operação?	

Carol: Não. De entender...como eu ia fazer, eu já sabia que era de dividir. Pesquisador: Como assim? Carol: Eu não sabia cê colocava o zero aqui, porque tem contas que o professor...as vezes coloca o zero....mas eu acho que não era de levar o zero. Pesquisador: Porque tu achou que não era de colocar o zero? Carol: Porque era 54 por 12 e dava pra dividir.

1.8 Quadro da aluna participante Márcia

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 01
Participante Márcia	André precisa transportar 115 estudantes até um museu. Em cada viagem, ele pode levar no máximo 8 pessoas. Qual o menor número de viagens que André terá de fazer para levar todos os estudantes?
Estratégias utilizadas pela aluna	Algoritmo formal da divisão.
Explicação dada pela aluna	
Pesquisador: Lê o problema Márcia: Faz a leitura Pesquisador: Como chegaste ao resultado? Márcia: Eu dividir 115 por 8, primeiro 11 por, deu 1 e sobrou 3, abaixei o 5. Fiz 35 por 8, que deu 5. Pesquisador: Dá 15? Márcia: (balança a cabeça confirmando) Pequisador: Tu fizeste 8 vezes..1...(observando que o problema apresentava um equívoco na divisão por 35 por 8, tentou levá-la a corrigir o equivoco cometido na operação) Márcia: Olha eu fiz assim, peguei esses 11 dividir por 8, que deu 1, sobrou 3... aí depois eu abaixei o 5, deu 35 por 8 deu 5.	

1ª Sessão Individual- Turma 501	Problema 02
Participante Márcia	Para organizar seus 54 CDs, Paula distribuiu-os igualmente em caixas que comportam, no máximo, 12 CDs. De quantas dessas caixas Paula precisou para organizar seus CDs?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Lê o problema Márcia: (Realiza a leitura) Pesquisador: Teve alguma dificuldade em entender o enunciado? Márcia: Não. Pesquisador: Como sabes que era pra efetuar uma divisão? Márcia: Porque tá aqui, Paula distribuiu-os igualmente...Eu entendi que era de divisão. (sorrir) Pesquisador: Daí, fizeste o quê? Márcia: Eu dividir 54 por 12, deu 4 sobrou 6. Pesquisador: E esse 6? Márcia: Foi o que sobrou. Pesquisador: E o 4?	

Márcia: É o número de caixas.
Pesquisador: E esse 6 que sobrou, significa o quê?
Márcia: Seis CDs.
Pesquisador: E esse 6 CD vai na caixa ou vai ficar de fora?
Márcia: Vai ficar de fora,
Pesquisador: Por quê?
Márcia: Porque já deu 4 caixas e os outros CDs.
Pesquisador: Quando resolves um problema, como sabes o que tens que fazer na leitura do problema?
Márcia: (fica pensativa)
Pesquisador: Procuras entender o enunciado?
Márcia: Eu procuro entender...eu vou lendo, relendo, até entender.

2. Apêndice B – Encontro 2: Quadro das Estratégias Identificadas na resolução de problemas -2ª Sessão (díade)

2.1 Quadro dos alunos participantes Lucas e Marcelo

2ª Sessão Díade- Turma 501	Problema 01
Participantes Lucas Marcelo	O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5ª séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Lucas: É de dividir essa conta! Marcelo: por 6. Marcelo: São cinco equipes... Lucas: E esses 3 que sobraram? Marcelo: Só são 5 equipes de alunos e 1 equipe com 3... porque olha só no máximo 5 equipes e sobram 3. Pesquisador: Qual é a dúvida de vocês? Lucas: É aqui esse 3, no máximo são 5 e sobram 3....esses 3 não vão jogar então...não querem jogar. Pesquisador: Qual é a resposta? Lucas: Dá cinco... Pesquisador: Como é que vocês chegaram? Lucas: Dividimos 33 por 6. Pesquisador: Deu quanto? Lucas: Deu 5 sobraram 3. Pesquisador: Vocês entenderam o problema? Lucas e Marcelo: Afirmam que sim Pesquisador: O que levou vocês a fazerem de divisão? Lucas: No máximo de equipes... é o que ele coloca aqui.... quantas equipes de 6 eles contém.	

2 ª sessão- Díade- Turma 501	Problema 02
Participantes Lucas Marcelo	Uma fábrica de fogões transporta seus produtos para as lojas em caminhões. Em cada viagem são levados 18 fogões. Para entregar 225 fogões quantas viagens são necessárias?
Estratégias utilizadas pelo aluno	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelo aluno	
Marcelo e Lucas: Realizam a leitura em conjunto. Marcelo: Tu vai pegar 18 e vai dividir por 225 Lucas: 22 dá 1...sobram 4...aí... Marcelo: 22 dividido por 18 que vai dá 1... Lucas: sobram 4... Lucas: 36...36...36... Marcelo: ....36, 37, 38, 39...dá nove... Marcelo: Vão fazer 12 viagens...e vai sobrar um só... Lucas: Então, colocar 13 viagens... Marcelo: (Escreve a resposta)	

Pesquisador: Como vocês fizeram? Lucas: Dividir também... Marcelo: Porque aqui...em cada viagem dá pra levar 18...(apontando com o lápis)...são 225...deu 12...que dividindo 22 primeiro...que deu 1, sobrou 4...abaixamos...deu 2 sobrou 9. Pesquisador: Quantas viagens serão necessárias? Marcelo: Treze. Pesquisador: Porque treze? Marcelo: Porque tem que levar todos... Lucas: Porque tem que levar todos os fogões pra fábrica

2.2 Quadro dos alunos participantes Marcos e João

2ª Sessão Díade- Turma 502	Problema 01
Participante Marcos João	O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5ª séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?
Estratégias utilizadas pelos alunos	Algoritmo formal da divisão, Algoritmo formal da multiplicação, Representação Gráfica
Explicação dada pelos alunos	
Pesquisador: Pode lê o problema João: Inicia a leitura com dificuldade Pesquisador: Vamos lê (convidando o colega para participar) Marcos e João: (Lêem juntos) Pesquisador: Qual a resposta? João: 198... Marcos: Multiplicar... Pesquisador: Vocês entenderam o problema? Marcos: (Balança a cabeça dizendo que sim) Marcos: Peraí...(fica pensativo, recorrendo a montagem da operação pelo algoritmo formal da divisão) João: Agora....chefe... Pesquisador: Como chegaste a esse resultado? João: Dividindo... Pesquisador: Por que vocês dividiram? Marcos: Porque 198 ía dá muitos meninos...só 33... Pesquisador: O que te levou a resolver por multiplicação? Marcos: Multiplicando pro que ía dá... Pesquisador: E aqui? (se referindo a resolução pela divisão) Marcos: Eram 6 alunos em cada equipe aí eu ia tentar dividir pra vê quantas equipes ía dar...33 por 6...é 5...aí 5 por 33... João: Não ia dar o resultado 3 por 6...aí abaixa o **0** Marcos: Tem que abaixar, porque não vai dar pra dividir. Pesquisador: Quando abaixa o zero não acrescenta nada? Marcos: Não. Marcos: Eu fiz uma vírgula, mas eu apaguei. Pesquisador: Por que? João: Pra ficar 55... (ficam em silêncio) Pesquisador: Quando abaixaste o zero, retiraste a vírgula? Marcos: Porque eu pensei que não ia dar....5 alunos...e mais 5 de lado de fora...	

Pesquisador: Por que 55 equipes? João: Porque se colocar a virgula vai ficar só 5 alunos... Marcos: Pra ficar 55 equipes. Pesquisador: São 55 equipes? Marcos: Sei lá... João: (Pega o lápis e inicia uma contagem através de bolinhas) João: Pior tava certo... vai sobrar 3 aqui. João: três abaixa o zero....vírgula cinco... aí é só fechar a conta. (explica a montagem pelo algoritmo da divisão) Pesquisador: Quantas bolinhas tu fizestes? João: 33 Pesquisador: Como fizeste? João: Eu fui dividindo até chegar no resultado....sobrou 3 bolinhas. Pesquisador: E esses risquinhos? João: É pra dividir...seis...

2ª Sessão Díade- Turma 502	Problema 02
Participantes Marcos João	Uma fábrica de fogões transporta seus produtos para as lojas em caminhões. Em cada viagem são levados 18 fogões. Para entregar 225 fogões quantas viagens são necessárias?
Estratégias utilizadas pelos alunos	Algoritmo formal da divisão, Representação Gráfica
Explicação dada pelo aluno	
Pesquisador: Pode lê o problema Marcos: Vai lê João: (Sorri) vai ler aí... Pesquisador: Vamos lê Marcos: (Faz a leitura acompanhando o colega) Pesquisador: Vocês entenderam o problema? Marcos: De vezes... João: Não Marcos: Não dar de dividir...olha o que saiu! João: Então é isso mesmo! Marcos: Então, dividi 18 por 90... João: Vai dar sim! Marcos: Faz aí...faz! João: Tu vai ver (neste momento abaixa a cabeça e começa a desenhar bolinhas) João: Pior, não vai dar... Marcos: Joga o 5 aqui e fecha a conta (se referindo ao quociente que aparece na divisão) Pesquisador: Qual é a resposta que deu? Marcos: Aqui dá 446... Pesquisador: Aqui na divisão. Marcos: Responde aí.... Pesquisador: Qual a resposta? João: Vinte e dois vírgula cinco Pesquisador: O que é essa resposta para o problema? Marcos: Dá Vinte e duas viagens e cinco...como é que se diz? João: Quilômetros. Marcos: Daria 22 viagens e sobraria 5 fogões.	

2.3 Quadro das alunas participantes Fernanda e Lúcia

2ª Sessão Díade - Turma 502	Problema 01
Participantes Fernanda Lúcia	O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5ª séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?
Estratégias utilizadas pelas alunas	Algoritmo formal da divisão, Representação Gráfica.
Explicação dada pelas alunas	
Fernanda e Lúcia: (Realizam a leitura) Lúcia: Dividi 3 por 6... tem que dividir 33 direto. (armando 33 dividido por 6) Fernanda: 6 vezes 4....24 Lúcia: Então, é 30... Fernanda: É. Lúcia: Quanto é que deu? Fernanda: Cinco zero... Lúcia: Sobrou 3... abaixa o zero... vai dar uma vírgula aqui... 5 e zero aqui. Lúcia: Rapidinho essa aqui... Fernanda: Quantas equipes no máximo podem ser formadas... cinco.... mas vai sobrar mais cinco. Pesquisador: Quantas equipes vão? Fernanda: Cinco. Lúcia: Eu acho que sobra 3... porque só são 3 garotos. Lúcia: 6...12...24... não dá... Fernanda: Olha, se é 6 alunos vai dar cinco equipes.... vai sobrar cinco. Lúcia: Vai sobrar cinco ou vai sobrar três? Fernanda: Cinco Pesquisador: Cinco ou três? Lúcia: 6, 12... (a cada dedo levantado corresponde a um grupo) Fernanda: 32... Lúcia: 30! Fernanda: 32! Lúcia: 30! Fernanda: (realiza uma contagem nos dedos, certificando da resposta da colega) Lúcia: Então, vai sobrar 3.... esses 3 vão ter que se virar... ou vão ficar sozinhos... Fernanda: Então vai ser 6 equipes... Pesquisador: Vai se formada uma equipe com 3? Fernanda: Não. Lúcia: Vão ficar de fora.	

2ª Sessão Díade- Turma 502	Problema 02
Participantes Fernanda Lúcia	Uma fábrica de fogões transporta seus produtos para as lojas em caminhões. Em cada viagem são levados 18 fogões. Para entregar 225 fogões quantas viagens são necessárias?
Estratégias utilizadas pelas alunas	Algoritmo formal da divisão, Algoritmo formal da multiplicação, Representação da resposta em língua natural, Contagem Oral e com o auxílio dos dedos.
Explicação dada pelas alunas	
Pesquisador: Pode lê o problema Fernanda: De dividir também... Fernanda: 2 vezes 8... 16... Lúcia: Será que é isso? Fernanda: É (confirma sua resposta contando nos dedos) Fernanda: 36 por 45... Lúcia: Ah... Lúcia: Não, to entendendo. Fernanda: 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45 (realizando uma contagem oral) Fernanda: Tira esse 3 daí. Lúcia: Tá pronto! Fernanda: Em cada viagem ele leva 18... Pesquisador: Sim? Fernanda: Não, a gente não sabe se continua ou para... Lúcia: Continua... Fernanda: Faz esse aqui... depois a gente faz pra parar. Fernanda: 5 vezes 8 é 40.... Lúcia: E um **0** aqui que acabou a conta**.** Fernanda: Ele vai fazer 12 viagens, mas vai sobrar esse 5 aqui pra levar, então vai fazer 13. Lúcia: Vai fazer 12 viagens... só que sobraram 5... então ele vai ter que fazer 13 viagens.... pra levar o 5.... entendeu... agora. Pesquisador: E esse valor aqui vai ser o que sobrou? (se referindo ao valor após a vírgula) Lúcia: É o que sobrou. Fernanda:Ele vai ter que levar esse 5.	

2.4 Quadro das alunas participantes Carol e Márcia

2ª Sessão Díade- Turma 501	Problema 01
Participante Carol Márcia	O professor de educação física vai organizar um torneio de vôlei com os alunos das 5ª séries. Cada equipe tem 6 alunos. Quantas equipes, no máximo podem ser formadas com 33 meninos de 5ª série?
Estratégias utilizadas pelas alunas	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural; Calculo Mental
Explicação dada pelas alunas	
Carol: É 33 divido por 6... Márcia: Isso... 33 divido por 6 Carol: 6...6...6...6...24...dá 5... Márcia: Sobra 3... Carol: Abaixa o zero... Márcia: Acrescenta a vírgula...	

Carol: Não precisa de vírgula... Márcia: Não sei... Carol: Só cinco equipes... escreve aí cinco equipes... Pesquisador: (observando que durante a resolução do problemas as alunas encontram dificuldade) Pesquisador: Entenderam o problema? Carol: Mais ou menos.... Pesquisador: Qual foi a dificuldade? Carol: A divisão... aqui (indicando com a ponta do lápis)...é porque é 55...mas só é 5 equipes... Pesquisador: Como vocês sabem que é de dividir? Carol: Foi o que a gente entendeu... Pesquisador: Qual a resposta de vocês? Carol e Márcia: Cinco equipes. Pesquisador: Como vocês fizeram? Carol: Dividiu por 6... Carol e Márcia: Tem 33 divido por 6...dá 5... Márcia: Sobrou 3.... Carol: ...Sobrou 3. Pesquisador: E porque vocês disseram que deu 55? Carol: Porque deu 55 na divisão... mas tava errado. Pesquisador: Se deu 55 na divisão como vocês encontraram 5? Carol: Porque a gente calculou na cabeça... deu cinco (sorrir) Pesquisador: Como vocês calcularam? Carol: Seis...seis... seis....5 vezes o 6 deu 30

2ª Sessão Díade- Turma 501	Problema 02
Participante Carol Márcia	Em uma escola, 550 alunos vão de ônibus a uma excursão, junto com 25 professores. Em cada ônibus, podem ir até 50 passageiros. Quantas ônibus serão necessários?
Estratégias utilizadas pelas alunas	Algoritmo formal da divisão, Registro da resposta em linguagem natural.
Explicação dada pelas alunas	
Pesquisador: Na segunda questão? Carol: 550 dividido por 50... Pequisador: solicita que lêem o problema. Márcia: (Lê o problema, enquanto sua colega observa). Carol: Tem 25 professores... Pesquisador: Vocês entenderam o problema? Carol: (Percebendo que na leitura da colega falta acrescentar a quantidade de professores). Carol: Nós não entendermos o problema. Carol: Esquecemos os professores... Pesquisador: Qual é a dificuldade de vocês? Márcia: A gente não tá entendendo como colocar os 25 professores. Carol: Não sabermos como os professores vão na viagem. Pesquisador: Aqui tem quantos? Carol: 550 alunos... Pesquisador: Com mais? Carol: 25...agora a gente pode fazer? Carol e Márcia: (realizam a montagem da operação pelo algoritmo da divisão armam 575 dividido por 50) Carol: Não pode sobrar nada não...pode sobrar alguma coisa? Pesquisador: Pode... Carol: Acho que vai dar 12 ônibus porque deu 11 aqui (se referindo ao procedimento anterior)...mais um ônibus... Márcia: Tem que dar 11 ônibus... porque 11 vezes 50...dá 550...tem que dar exato...	

Carol: 11 vezes 50...
Márcia: 550...
Carol: E os 25?
Márcia: Não sei...vão na van...
Carol: Eu também não sei...
Pesquisador: E sim?
Carol: A gente não sabe a divisão...a gente sabe o resultado...
Pesquisador: Qual é o resultado?
Carol: 12...
Márcia: 11...
Carol: 12!
Márcia: Eu acho que é 11...
Pesquisador: Como vocês chegaram?
Carol: Porque 550...dá 11...com mais 25 vai precisar de mais um ônibus.
Márcia: Mais cada professor vai em um ônibus...
Carol: Mas Márcia...tem 550 alunos...dá 11 certo...aí vai dar 12...com os professores.
Pesquisador: Como vocês armaram pela divisão?
Márcia: Eu faço você explica...575 divido por 50...deu 7...aí abaixou...5...sobrou...250...
Carol: Não... sobrou 25...
Márcia: Não que a gente abaixou o zero...
Márcia: Não tem como dividir 25 por 50...aí a gente abaixou o zero...
Pesquisador:Vocês não estão esquecendo, quando abaixa o zero?
Márcia: Não tem falei... acrescenta a virgula...te falei não te falei...
Carol: Esqueci...
Márcia: Eu também...mas ela falou que não era preciso...
Pesquisador: Por que tu achou que não era preciso?
Carol: Sei lá...
Pesquisador: E você porque falou que era preciso?
Márcia: Porque o professor pra gente que toda vez que a gente abaixar o zero...acrescenta o zero...
Carol: Pior...
Pesquisador: Como ficaria a resposta?
Carol: 11 onibus e meio...(sorrir)...
Márcia: meio ônibus (sorrir)
Pesquisador: Tem meio ônibus?
Carol: Não...tem microônibus...
Pesquisador: Então, como seria?
Márcia: Doze...

ANEXOS

1. Anexo A – Termo de Concordância dos Pais ou Responsáveis

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

AUTORIZAÇÃO:

O grupo de pesquisa *de Linguagem Matemática da Universidade Federal do Pará (GELIM/UFPA)* vem solicitar a autorização dos pais ou responsáveis do aluno(a)... para o desenvolvimento do projeto: **A INTERPRETAÇÃO DAS REGRAS MATEMÁTICAS NA LINGUAGEM, LEITURA E ESCRITA: Um estudo individual e em díade por crianças de 5ª série na resolução de problema de divisão**. Com a finalidade de investigar a interação dos alunos e os aspectos discursivos que surgem quando os alunos resolvem problemas conjuntamente, sabendo que essas questões são de fundamental importância para a Educação, especialmente para o ensino e aprendizagem de matemática. Logo, por intermédio desta, solicitamos sua autorização para a participação do referido aluno.

_____________ - PA, ____ de ____________ de 2009

....

Assinatura dos pais ou responsáveis

2. Anexo B – Ofício Encaminhado à Escola

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

À: Diretora da Escola

Prezada Diretora,

Solicito a Vossa Senhoria autorização para que o discente **Alan Gonçalves Lacerda** do PPGECM**,** regularmente matriculados sob 0 **n° de matrícula 2008129001,** possa realizar coleta de informações para uma pesquisa de campo do trabalho para o desenvolvimento do projeto: **A INTERPRETAÇÃO E A COMUNICAÇÃO DAS REGRAS MATEMÁTICAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE DIVISÃO POR ALUNOS DA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL.** Com a finalidade de investigar a interação dos alunos e os aspectos discursivos que surgem quando os alunos resolvem problemas conjuntamente, sabendo que essas questões são de fundamental importância para a Educação, especialmente para o ensino e aprendizagem de matemática. O referido trabalho objetiva conhecer a linguagem escrita e falada que os alunos utilizam na interpretação da regra matemática ao texto. Desde já agradeço.

____

Profª. Drª. Marisa Rosâni Abreu da Silveira

Belém, __ de _______________ de 2009