

UFPA

Superficies eletromagnéticas de microondas com controle do regime de *trapped-mode*

TD - 01/2012

Marcelo Nobuyuki Kawakatsu

1° Semestre - 2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Belém - Pará

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Marcelo Nobuyuki Kawakatsu

Superfícies eletromagnéticas de microondas com controle do regime de trapped-mode

> TRABALHO SUBMETIDO À BANCA EXAMINADORA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UFPA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Belém – Pará 2012

K22s Kawakatsu, Marcelo Nobuyuki

Superficies eletromagnéticas de microondas com controle do regime de trapped-mode / Marcelo Nobuyuki Kawakatsu; orientador, Victor Dmitriev. -2012.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém, 2012.

1. Superfícies seletivas de freqüência. 2. Dispositivos de microondas. I. Orientador. II. Título.

CDD 22. ed. 621.381324

Superfícies eletromagnéticas de microondas com controle do regime de trapped-mode

Dr. Victor Dmitriev Orientador

Dr. Gervásio P. dos Santos Cavalcante Membro da Banca Examinadora

Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira

Membro da Banca Examinadora

Dr. Silvio Ernesto Barbin Membro da Banca Examinadora

Dr. José Felipe Souza de Almeida Membro da Banca Examinadora

Dr. Marcus Vinícius Alves Nunes Coordenador do Programa de Pós-graduação Ao nosso Pai;

Ao meu orientador Professor Victor Dmitriev, principal responsável pela concepção e desenvolvimento deste trabalho;

Aos meus pais, pelo apoio incondicional em todos os momentos de minha vida;

Aos demais familiares, que também não negam ajuda;

A todos os meus professores e amigos que fizeram parte desta caminhada;

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de doutorado.

RESUMO

Neste trabalho foram investigadas superfícies seletivas de frequência (FSSs) com ressonância de alto fator de qualidade (fator Q) e independência da polarização para uma onda plana com incidência normal. Estas FSSs são baseadas em um arranjo planar de metalizações sobre um substrato. Um alto fator Q é obtido por meio da excitação do *trapped-mode* e a independência da polarização, por meio da alta simetria rotacional dos elementos que compõe o arranjo. Para o projeto de FSSs com controle do regime de *trapped-mode*, foram utilizados substratos feitos de materiais com possibilidade de controle de suas propriedades elétricas ou magnéticas (ferrite magnetizada ou silício ativado oticamente). O arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato dielétrico analisado neste trabalho apresenta uma ressonância de *trapped-mode* com fator Q em torno de 12 e transmitância máxima de 70 %. Com a utilização de um substrato de ferrite magnetizada nesse arranjo, é mostrado que é possível deslocar a frequência de ressonância do trappedmode em torno de 20 %, sem degradação significativa da ressonância de transmisão. Com o emprego de um substrato de silício ativado opticamente, é demonstrado que é possível realizar um chaveamento praticamente completo da banda de transmissão desse arranjo. Para realização das simulações computacionais foram utilizados o método dos momentos no domínio espectral (SDMM) e os programas comerciais Ansoft Designer 5 Planar EM e *CST* 2009.

PALAVRAS-CHAVE: Superfície seletiva de frequência, ressonância de *trapped-mode*, ressonância de alto fator de qualidade, teoria de grupos, método dos momentos, substrato de ferrite magnetizada, substrato de silício ativado opticamente, *Ansoft Designer 5 Planar EM*, *Computer Simulation Technology* 2009.

ABSTRACT

In this work frequency selective surfaces (FSSs) with high quality factor (Q-factor) resonance and polarization independence for a normally incident plane wave were investigated. These FSSs are based on a planar array of metallization on a substrate. A high Q-factor is obtained by excitation of trapped-mode and polarization independence by means of high rotational symmetry of the elements that compose the array. For the design of FSSs with trapped-mode regime control, substrates made of materials with the possibility of controlling their electric or magnetic properties (magnetized ferrite or optically activated silicon) were used. The two concentric rings array on a dielectric substrate analyzed in this work presents a trapped-mode resonance with a Q-factor around 12 and maximum transmittance of 70 %. With the utilization of a magnetized ferrite substrate in this array, it is shown that we can shift the resonance frequency of the trappedmode around 20 % without significant degradation of the transmission resonance. With the use of an optically activated silicon substrate, it is demonstrated the possibility of an almost complete switching of the transmission band in that array. To perform the computer simulations the spectral domain moment method (SDMM) and the commercial programs Ansoft Designer 5 PlanarEM and CST 2009 were used.

KEYWORDS: Frequency selective surface, trapped-mode resonance, high quality factor resonance, group theory, method of moments, magnetized ferrite substrate, optically activated silicon substrate, Ansoft Designer 5 Planar EM, Computer Simulation Technology 2009.

SUMÁRIO

Lista de figuras	Ш
Lista de tabelas	VI
INTRODUÇÃO	07
i.1. Ressonância de <i>trapped-mode</i>	09
i.2. Resumo dos capítulos	11
i.3. Referências	13
CAPÍTULO I: Metodologia	15
1.1. Descrição do problema	15
1.2. Aplicação da teoria de grupos na simplificação da matriz de espalhamento	
e análise da dependência da polarização de arranjos com alta simetria rotacional	17
1.2.1. Simplificação da matriz de espalhamento	18
1.2.2. Prova da independência da polarização de arranjos com alta	
simetria rotacional	24
1.3. Equação integral do campo elétrico no domínio espectral resolvida com o	
método dos momentos	25
1.4. O programa comercial Ansoft Designer 5 Planar EM	26
1.5. O programa comercial CST 2009	26
1.6. Propriedade de escalonamento das equações de Maxwell	26
1.6. Referências	28
CAPÍTULO II: Superfície seletiva de frequência com alto fator de qualidade	
e independência da polarização em um substrato isotrópico	29
2.1. Arranjo de dois anéis concêntricos	30
2.2. Arranjo de um anel e um anel ondulado interno concêntricos na célula	
unitária	35
2.3. Arranjo de três anéis concêntricos	39
2.4. Análise do arranjo de dois anéis concêntricos para uma onda plana com	
incidência oblíqua	41
2.4.1. Polarização com campo elétrico transversal ou polarização horizontal	42
2.4.2. Polarização com campo magnético transversal ou polarização vertical	44

2.5. Conclusão	47
2.6. Referências	48
CAPÍTULO III: Superfície seletiva de frequência com independência da	
polarização e controle da ressonância de transmissão de alto fator de qualidade	49
3.1. Descrição da estrutura	50
3.2. Resultados	51
3.3. Conclusão	59
3.4. Referências	60
CAPÍTULO IV: Superfície seletiva de frequência com alto fator de qualidade,	
independência da polarização e chaveamento da banda de transmissão	61
4.1. Descrição da estrutura	61
4.2. Resultados	62
4.3. Conclusão	65
4.4. Referências	66
CONCLUSÃO DO TRABALHO	67
c.1. Propostas de trabalhos futuros	68
c.2. Publicações na linha de pesquisa deste trabalho	68
APÊNDICE	69
a.1. Equação do operador para um arranjo periódico planar de metalizações	
sobre um substrato isotrópico	69
a.1.1. Cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão	71
a.2. Equação do operador para um arranjo periódico planar de metalizações	
sobre um substrato girotrópico	73
a.2.1. Cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão	78
a.3. Solução da equação do operador com o uso do método dos momentos	79
a.4. Referências	82

LISTA DE FIGURAS

Figura i.1. Arranjos de anéis metálicos segmentados e suas células unitárias	
com diferentes tipos de assimetria.	10
Figura i.2. Coeficiente de transmissão, absorção de potência normalizada e	
distribuições de corrente correspondentes às ressonâncias indicadas do arranjo A	
e do arranjo B.	10
Figura i.3. Células unitárias de FSSs com simetria rotacional de quarto-partes	
ou 90°.	12
Figura 1.1. Arranjo de metalizações sobre um substrato isotrópico, sistema de	
coordenadas de referência e vetores de onda incidentes e refletidos.	15
Figura 1.2. Células unitárias dos arranjos investigados neste trabalho.	18
Figura 1.3. Exemplos de célula unitária de arranjos com diferentes simetrias	
da fronteira da célula unitária e da metalização.	19
Figura 1.4. Esquemas do problema de espalhamento em um arranjo de célula	
unitária com simetria rotacional resultante de quatro-partes para o caso de	
incidência normal e oblíqua, indicando os elementos de simetria presentes.	21
Figura 2.1. Células unitárias do arranjo de dois anéis concêntricos (Caso a),	
do arranjo de um anel simples e um anel interno ondulado concêntricos (Caso b)	
e do arranjo de três anéis concêntricos (Caso c).	29
Figura 2.2. Coeficientes de reflexão e transmissão do <i>Caso a</i> para $g = 0,2$ mm,	
$w = 0,2 \text{ mm e } \varepsilon_r = 4,5.$	31
Figura 2.3. Coeficientes de reflexão e transmissão, e absorção de potência	
normalizada do <i>Caso a</i> para $g = 0,2$ mm, $w = 0,2$ mm e $\varepsilon_r = 4,5$ -i0,05.	32
Figura 2.4. Fase dos coeficientes de reflexão e transmissão do Caso a para	
$g = 0,2$ mm, $w = 0,2$ mm e $\varepsilon_r = 4,5$.	33
Figura 2.5. Fase dos coeficientes de reflexão e transmissão do Caso a para	
$g = 0.2 \text{ mm}, w = 0.2 \text{ mm} \text{ e } \varepsilon_r = 4.5 \text{-i} 0.05.$	34
Figura 2.6. Frequência de ressonância do arranjo de um anel ondulado isolado	
em função de <i>n</i> para $B = 0.8$ mm e em função de <i>B</i> para $n = 7$.	36
Figura 2.7. Coeficientes de reflexão e transmissão do <i>Caso b</i> para $n = 7$,	

$B = 0.8 \text{ mm e } \varepsilon_r = 4,5\text{-i}0,05.$	38
Figura 2.8. Coeficientes de reflexão e transmissão do <i>Caso b</i> para $n = 8$,	
$B = 0,7$ mm e $\varepsilon_r = 4,5-i0,05$.	39
Figura 2.9. Coeficientes de reflexão e transmissão, e absorção de potência	
normalizada do <i>Caso c</i> para $w = 0,2$ mm, $g = 0,2$ mm e $\varepsilon_r = 4,5$ -i0,05.	40
Figura 2.10. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos para incidência oblíqua, polarização horizontal, $\phi = 0^{\circ}$ e diferentes	
valores de θ .	43
Figura 2.11. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos para incidência oblíqua, polarização horizontal, $\phi = 45^{\circ}$ e diferentes	
valores de θ .	44
Figura 2.12. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos para incidência oblíqua, polarização vertical, $\phi = 0^{\circ}$ e diferentes	
valores de θ .	45
Figura 2.13. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos para incidência oblíqua, polarização vertical, $\phi = 45^{\circ}$ e diferentes	
valores de θ .	46
Figura 3.1. Arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de ferrite e a	
sua célula unitária.	50
Figura 3.2. Parâmetros do tensor permeabilidade da ferrite magnetizada para	
$\omega_0/2\pi = 3.5 \text{ GHz em função da frequência.}$	52
Figura 3.3. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada na direção z para	
$\omega_0/2\pi = 3.5$ GHz, calculados usando o <i>SDMM</i> e o <i>CST</i> .	53
Figura 3.4. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada nas direções x e y para	
$\omega_0/2\pi = 3.5 \text{ GHz.}$	54
Figura 3.5. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada na direção z para	
$\omega_0/2\pi = 3.5 \text{ GHz.}$	55
Figura 3.6. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada na direção z para	
$\omega_0/2\pi = 3.5 \text{ GHz.}$	56

IV

Figura 3.7. Ângulos de azimute (θ) e elipicidade (η) da placa de ferrite	
magnetizada para $\alpha = 0.05$ e $\omega_0/2\pi = 3.5$ GHz.	57
Figura 3.8. Ângulos de azimute (θ) e elipicidade (η) do arranjo de dois anéis	
concêntricos sobre um substrato de ferrite magnetizada para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz.	58
Figura 3.9. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis	
concêntricos em um substrato de ferrite TT2-125 magnetizada para $\omega_0/2\pi = 2,5$ GHz.	59
Figura 4.1. Arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de silício	
ativado oticamente e uma célula unitária do arranjo.	63
Figura 4.2. Índice de refração do silício <i>n</i> em função da densidade de plasma	
induzido N.	64
Figura 4.3. Coeficientes de reflexão e transmissão, e absorção de potência	
normalizada para $N = 10^{14}$ cm ⁻³ , calculados usando o <i>SDMM</i> e o <i>CST</i> .	65
Figura 4.4. Coeficientes de reflexão e transmissão da FSS em função da	
densidade de plasma induzido.	66
Figura a.1. Esquema do problema de espalhamento em um arranjo de elementos	
sobre um substrato.	70
Figura a.2. Ilustração das funções de base triangular em uma malha uniforme.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1. Grupos de simetria, geradores e relações de comutação do arranjo	
com substrato não-magnetizado para incidência normal e oblíqua.	22
Tabela 1.2. Matriz de espalhamento do arranjo com substrato não-magnetizado	
para incidência normal e oblíqua.	22
Tabela 1.3. Grupos de simetria, geradores e relações de comutação do arranjo	
com substrato magnetizado para incidência normal e oblíqua.	23
Tabela 1.4. Matriz de espalhamento do arranjo com substrato magnetizado	
para incidência normal e oblíqua.	23
Tabela 2.1. Frequência de ressonância, valor absoluto máximo do coeficiente	
de transmissão e fator Q para o <i>Caso a</i> com $w = 0,2$ mm e diferentes valores de g.	34
Tabela 2.2. Frequência de ressonância, valor absoluto máximo do coeficiente	
de transmissão e fator Q para o <i>Caso a</i> com $g = 0,2$ mm e diferentes valores de <i>w</i> .	34
Tabela 2.3. Frequência de ressonância, valor absoluto máximo do coeficiente	
de transmissão e fator Q para o <i>Caso a</i> com $g = 0,2$ mm, $w = 0,2$ mm e diferentes	
valores de ε_r ".	35
Tabela 2.4. Características de resposta do <i>Caso b</i> para $B = 0.8$ mm e diferentes	
valores de <i>n</i> .	36
Tabela 2.5. Características de resposta para o <i>Caso b</i> com $n = 7$ e diferentes	
valores de <i>B</i> .	37
Tabela 2.6. Características de resposta para o <i>Caso b</i> com $n = 8$ e diferentes	
valores de <i>B</i> .	37
Tabela 2.7. Características de resposta do <i>Caso b</i> para $n = 7$, $B = 0.8$ mm e	
diferentes valores de ε_r ".	37
Tabela 2.8. Características de resposta do <i>Caso b</i> para $n = 8$, $B = 0,7$ mm e	
diferentes valores de ε_r ".	38
Tabela 2.9. Características de resposta do <i>Caso c</i> para diferentes de g.	40
Tabela 2.10. Características de resposta do <i>Caso c</i> para $g = 0,2$ mm e	
diferentes valores de ε_r ".	40

INTRODUÇÃO

O controle da propagação de ondas eletromagnéticas através de superficies ou camadas de fronteira é um assunto de intensa investigação no eletromagnetismo aplicado. Arranjos com elementos metálicos (*patch array*) ou fendas em um filme metálico (*slot array*), periodicamente arranjados e geralmente suportados por um substrato dielétrico, têm sido amplamente utilizados, devido à possibilidade de projetar uma ampla variedade de respostas eletromagnéticas de acordo com a geometria de seus elementos. Estes arranjos são comumente chamados de superfícies seletivas de frequência (*FSSs*), devido a sua capacidade de controlar características como intensidade, polarização e fase em certas faixas de frequência. Na literatura encontra-se uma grande variedade de *FSSs*, sendo encontrada uma descrição detalhada dos tipos mais comuns em [1].

As aplicações das *FSSs* são muitas e variadas, englobando grande parte do espectro eletromagnético. Na faixa de microondas, *FSSs* podem ser utilizadas para tornar o uso da antena refletora mais eficiente, permitindo o uso simultâneo de mais de uma fonte na mesma refletora. São usadas como cobertura protetora de antenas (*radomes*), como antenas de satélite, etc. Na região do infravermelho distante (*far-infrared region*), *FSSs* são usadas como polarizadores, divisores de feixe, espelhos para melhorar a eficiência na amplificação dos lasers, sensores infravermelho, etc. Na região do infravermelho próximo (*near-infrared region*) e porções do visível, estas estruturas têm sido utilizadas para aumentar a eficiência dos coletores de energia solar [2-3].

Recentemente, com a pesquisa de novas configurações de arranjos periódicos empregando elementos com configurações não usuais, visando alcançar novas características eletromagnéticas, têm sido publicadas na literatura aplicações inovadoras dessas estruturas. Na faixa de microondas temos, como por exemplos, o metal invisível [4], espelho magnético [5] e o magnetismo óptico [6]. Na região de terahertz, aplicações relacionadas com a manipulação de ondas e sensoriamento foram publicadas em [7-10]. Como, em alguns casos, estes materiais apresentam propriedades eletromagnéticas que não

se encontram nos materiais disponíveis na natureza, estes são comumente chamados na literatura de metamateriais.

O objeto de estudo deste trabalho são *FSSs* com alto fator de qualidade (fator Q: é uma relação entre a frequência de ressonância e largura da ressonância), sendo esta uma característica não usual em camadas com espessuras de subcomprimento de onda. De maneira geral, um alto fator Q e uma camada com espessura fina são requerimentos contraditórios. Arranjos consistindo de elementos ressonantes simples como dipolo elétrico ou magnético, possuem como característica intrínseca uma ressonância com baixo fator Q. A razão é que uma estrutura fina aberta não pode apresentar volumes internos ressonantes, como uma cavidade ressonante, e os elementos ressonantes são fortemente acoplados com o espaço livre, resultando em uma ressonância com baixo fator Q.

Em várias aplicações existe um interesse crescente em obter uma ressonância com alto fator Q, ou seja, uma filtragem de banda muita estreita do tipo passa-banda ou rejeitabanda, em camadas finas. Por exemplo, no contexto da tendência atual de intensa ocupação e realocação do espectro de rádio, canais de comunicação adjacentes em redes de área local e metropolitana (*WLAN* e *WMAN*) devem ser separados de maneira eficiente [11]. A filtragem de sinais desejados e indesejados (principalmente quando os últimos são muito mais fortes que os primeiros) é um desafio, sendo necessários filtros espaciais com larguras de banda muito estreitas para alcançar a seletividade requerida.

O padrão *IEEE* 802.11b [12] especifica uma variação entre -3 e -40 dB através de apenas 1 MHz centrado em 2,5 GHz e uma largura de banda de rejeição para estes níveis de apenas 22 MHz (0,9 %). Isto impõe um requerimento muito rigoroso em um filtro com *FSS* de único estágio, pois as larguras de banda típicas para *FSSs* convencionais são da ordem de 10 %. Com a utilização de duas ou múltiplas camadas de filtragem espacial é possível satisfazer estes requerimentos, projetando cada camada com uma região de corte estreita e deslocada na frequência, implicando, porém, em filtros com volumes e custos maiores.

Uma maneira de obter *FSSs* de camada simples e pequena espessura com alto fator Q é através do uso de um regime de ressonância chamado de *trapped-mode*, como descrito na próxima seção.

i.1. Ressonância de trapped-mode

O *trapped-mode* corresponde a um modo de corrente assimétrico ou em antifase nos elementos do arranjo e pode ser excitado somente se estes elementos possuem um certo tipo de assimetria estrutural pequena, como mostrado a seguir. Devido ao modo de corrente assimétrico, os campos espalhados são muito fracos, uma vez que o momento de dipolo elétrico de cada célula unitária é pequeno. Logo, este modo é fracamente acoplado ao espaço livre, portanto, a perda de radiação é muito baixa e o fator Q é muito elevado quando comparado a um modo de ressonância convencional.

Na referência [13] é descrita a excitação do *trapped-mode* em arranjos consistindo de anéis segmentados. Este arranjo está esquematizado na Fig. i.1, sendo designados de arranjos A e B de acordo com o tipo de assimetria presente nos anéis. Neste tipo de arranjo é possível obter uma ressonância de transmissão ou reflexão, dependendo do tipo de assimetria introduzida, com altíssimo fator Q (da ordem de 20). No arranjo A os anéis segmentados possuem assimetria com relação ao eixo x (a reflexão do segmento inferior em relação ao eixo x não resulta no segmento superior), enquanto que em B os anéis segmentados possuem assimetria com relação ao eixo y.

O *trapped-mode* só é excitado quando a onda incidente possui polarização na direção relacionada à assimetria dos anéis segmentados, logo, no arranjo A o *trapped-mode* é excitado para polarização na direção x, apresentado uma ressonância de transmissão estreita, como mostrado na Fig. i.2a. Já no arranjo B, o *trapped-mode* só é excitado para polarização na direção y, exibindo, por sua vez, uma ressonância de reflexão estreita, como mostrado na Fig. i.2b.



Figura i.1. Arranjos de anéis metálicos segmentados (esquerda) e suas células unitárias (direita) com diferentes tipos de assimetria. Em (A) os anéis possuem assimetria ao longo do eixo x, enquanto em (B), ao longo do eixo y. Figura copiada da referência [13] com autorização do S. L. Prosvirnin.



Figura i.2. Coeficiente de transmissão, absorção de potência normalizada e distribuições de corrente correspondentes às ressonâncias indicadas do arranjo A (a) e do arranjo B (b). No arranjo A a excitação é aplicada na direção x, enquanto no arranjo B, na direção y. As linhas sólidas são resultados experimentais, enquanto os circulos preenxidos são teóricos. Os círculos vazios são resultados teóricos de um arranjo de referência com anéis segmentados simétricos. Figura copiada da referência [13].

No regime de *trapped-mode*, observa-se, além da característica de corrente assimétrica nos elementos, uma intensidade de corrente que supera grandemente a distribuição no modo de ressonância usual, como pode ser observado na Fig. i.2, fazendo com que a resposta do arranjo neste modo seja extremamente sensível às propriedades do substrato ou superstrato devido à grande concentração de campos ao redor dos elementos do arranjo.

Uma característica das *FSSs* com excitação do *trapped-mode* descritas anteriormente é a sua sensibilidade à polarização da onda incidente. No entanto, para algumas aplicações é necessário o uso de *FSSs* que operem com qualquer polarização da onda incidente. O desenvolvimento deste tipo de *FSSs* deu origem a novas aplicações em fotônica, como relatado em [14]. Em [15, 16], foram apresentadas estruturas independentes da polarização formada por células unitárias com simetria rotacional resultante (explicado no capítulo 1, seção 1.2) de quarto-partes ou rotação por 90°, como ilustrado na Fig. i.3. No entanto, o fator Q da ressonância de *trapped-mode* para essas estruturas não é tão alto como observado nos casos dependentes da polarização. Neste sentido, os objetivos deste trabalho foram:

- Desenvolvimento de FSSs com alto fator Q e independência da polarização (capítulo 2);
- Desenvolvimento de uma FSS com as características citadas anteriormente, acrescentando controles ativos de suas características eletromagnéticas, como deslocamento da frequência do *trapped-mode* ou chaveamento de sua banda de transmissão, ou seja, mudança do modo de transmissão para um modo de reflexão ou absorção (capítulos 3 e 4).

i.2. Resumos dos capítulos

No capítlulo 1 são descritos os métodos numéricos que foram utilizados na análise das *FSSs* com substrato isotrópico (capitulos 2 e 4) e com substrato girotrópico (capitulos 3): o método da equação integral do campo elétrico resolvida com o método dos momentos no domínio espectral, e os programas comerciais *Ansoft Designer* 5 e *CST* 2009.

No capítulo 2 são apresentadas variantes de *FSSs* com insensibilidade à polarização da onda plana incidente com o objetivo de obter um alto fator Q de ressonância de *trapped-mode*.

No capítulo 3 é apresenta uma *FSS* com ressonância de transmissão de alto fator Q e capacidades de reconfiguração eletromagnética, como deslocamento da frequência de ressonância e chaveamento da banda de transmissão, utilizando um substrato de ferrite magnetizada.

E, por fim, no capítulo 4 é apresentada uma *FSS* com capacidade de chaveamento praticamente completo da sua banda de transmissão, passando a refletir e absorver a onda incidente, empregando um substrato de silício ativado oticamente.



Figura i.3. Células unitárias de FSSs com simetria rotacional de quarto-partes ou 90°.

i.3. Referências

- B. A. Munk, Frequency Selective Surfaces: Theory and Design, US: John Wiley & Sons, 2000.
- [2] R. Mittra, C. H. Tsao, and W. L. Ko, "Frequency Selective Surfaces with Applications in Microwave and Optics", 1980 *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 447–449, 1980.
- [3] R. Mittra, C. H. Chan, and T. Cwik, "Techniques for Analyzing Frequency Selective Surfaces – A Review", *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, pp. 1593–1615, 1988.
- [4] V. A. Fedotov, P. L. Mladyonov, S. L. Prosvirnin, and N. I. Zheludev, "Planar electromagnetic metamaterial with a fish scale structure", *Phys. Rev. E*, vol. 72, 2005.
- [5] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. J. Broas, N. G. Alexopolous, and E. Yablonovitch, "High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band", *IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, issue 11, pp. 2059–2074, November 1999.
- [6] S. Linden, C. Enkrich, G. Dolling, M. W. Klein, J. Zhou, T. Koschny, C. M. Soukoulis, S. Burger, F. Schmidt, and M. Wegener, "Photonic Metamaterials: Magnetism at Optical Frequencies", *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, no. 12, 2006.
- [7] H. -T. Chen, W. J. Padilla, J. M. O. Zide, A. C. Gossard, A. J. Taylor, and R. D. Averitt, "Active terahertz metamaterial devices", *Nature*, vol. 444, pp. 597–600, November 2006.
- [8] R. Singh, E. Smirnova, A. J. Taylor, J. F. O'Hara, and W. Zhang, "Optically thin terahertz metamaterials", *Opt. Express*, vol. 16, issue 9, 2008.
- [9] R. Singh, A. K. Azad, J. F. O'Hara, A. J. Taylor e W. Zhang, "Asymmetric planar terahertz metamaterials", *Opt. Express*, vol. 16, 1506, 2008.
- [10] J. F. O'Hara, R. Ringh, I. Brener, E. Smirnova, J. Han, A. J. Taylor, and W. Zhang, "Thin-film sensing with planar terahertz metamaterils: sensing and limitations", *Opt. Express*, vol. 16, issue 3, pp. 1786-1795, 2008.

- [11] L. R. Arnaut, "High-Q Planar Chiral Metafilms for Improved Spectral and Spatial Filtering", Bianisotropics 2004 - 10th International Conference on Electromagnetics of Complex Media, pp. 185–187, 2004.
- [12] IEEE Standards Association, "IEEE 802.11 Standard for Wireless Local and Metropolitan Area Networks", *http://standards.ieee.org/getieee802/*, Figs. 119, 120, 143 and 145, 2003.
- [13] V. A. Fedotov, M. Rose, S. L. Prosvirnin, N. Papasimakis, and N. I. Zheludev, "Sharp Trapped-Mode Resonance in Planar Metamaterials with a Broken Structural Symmetry", *Physical Review Letters*, vol. 99, issue 14, October 2007.
- [14] N. Papasimakis, Y. H. Fu, V. A. Fedotov, S. L. Prosvirnin, D. P. Tsai, and N. I. Zheludev, "Metamaterial with polarization and direction insensitive resonant transmission response mimicking electromagnetically induced transparency", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 94, issue 21, 2009.
- [15] C. Debus and P. H. Bolivar, "Frequency selective surfaces for high sensitivity terahertz sensing", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 91, issue 18, 2007.
- [16] S. L. Prosvirnin, N. Papasimakis, V. A. Fedotov, S. Zouhdi, and N. I. Zheludev, "Trapped-mode resonances in planar metamaterials with high structural symmetry", *Metamaterials and Plasmonics: Fundamentals, Modelling, Applications*, pp. 201–208, 2009.

1.1. Descrição do problema

O problema considerado consiste em uma onda plana eletromagnética monocromática incidindo em um arranjo planar de metalizações (*patch array*) sobre um substrato, estando esta estrutura imersa no espaço livre. Um esquema do problema é mostrado na Fig. 1.1. Em geral, as metalizações têm condutividade finita e o substrato possui perdas, além de poder ser anisotrópico. Apesar da possibilidade de arranjos multicamadas, neste trabalho foram considerados apenas arranjos de uma camada e metalização apenas na superfície de incidência da onda.



Figura 1.1. Arranjo de metalizações sobre um substrato isotrópico, sistema de coordenadas de referência e os vetores de onda de entrada e saída. A linha tracejada demarca uma célula unitária do arranjo.

Neste problema pode-se considerar a aproximação de onda longa, ou seja, o comprimento da onda incidente λ é muito maior do que o período do arranjo D (nos resultados mostrados nos capítulos seguintes, verifica-se que λ/D é em torno de 8 na ressonância do *trapped-mode*), por isso, o arranjo é visto pela onda como um meio homogêneo e a espessura do metal pode ser desprezada.

Devido à homogeneidade da estrutura no plano x-y, as componentes x e y do vetor de onda são conservadas, ou seja, a lei de Snell-Descartes é satisfeita. As ondas eletromagnéticas incidentes do espaço livre com vetor de onda **k** podem ter polarização arbitrária.

Do ponto de vista de circuitos de microondas, o problema em questão pode ser considerado em geral como um dispositivo de oito portas com quatro canais. Em cada canal, duas ondas próprias com polarizações ortogonais podem se propagar em uma direção. As orientações das portas e dos vetores de onda correspondentes em cada canal são ortogonais. Na Fig. 1.1 cada porta é representada por uma flexa que representa a polarização (orientação do campo elétrico) das ondas de chegada pela esquerda e das ondas de saída pela direita no semi-espaço superior (z > 0) e no semi-espaço inferior (z < 0).

As orientações das portas são escolhidas de tal maneira que, para o caso de incidência normal ($\theta = 0$, Fig. 1.1b), as portas de entrada concidem com as portas de saída. Sem perda de generalidade, pode-se assumir um plano de incidência paralelo ao plano *x*-*z* ($\phi = 0$, Fig. 1.1b).

Em cada porta as ondas de entrada (incidentes) são descritas pelos vetores de onda \mathbf{k}_n^e (n = 1, 2, 3, 4), enquanto as ondas de saída (refletidas, refratadas ou transmitidas) são caracterizadas pelos vetores de onda \mathbf{k}_n^s (n = 1, 2, 3, 4). Estas ondas podem ser representadas como uma combinação das componentes com polarização perpendicular e paralela ao plano de incidência, ou seja, $\mathbf{E}^e = (E_1^e, E_2^e, E_3^e, E_4^e)^t$ e $\mathbf{E}^s = (E_1^s, E_2^s, E_3^s, E_4^s)^t$, respectivamente, onde *t* denota transposição.

Algumas considerações devem ser feitas antes de escolher a relação entre as ondas de entrada e saída na estrutura. Considerando que a reflexão na estrutura é especular ($\theta_i = \theta_r$), os canais são unidirecionais, como mostradas na Fig. 1.1b. Neste caso as ondas de entrada e saída podem ser relacionadas por meio de uma matriz de transferência 4x4. Entretanto, para o caso de reflexão não especular, os canais passam a ser bidirecionais, devido à presença de campos refletidos na direção de incidência. Neste caso seriam necessárias oito componentes de campo elétrico para descrever o problema e as ondas de entrada e saída teriam que ser relacionadas através de uma matriz de espalhamento 8x8. A matriz de transferência possui propriedades de transformação Espaço – Tempo reverso diferentes da matriz de espalhamento [1].

Nas análises seguintes, considera-se que a reflexão na estrutura é especular (aproximação de onda longa). Observa-se que, no caso particular de incidência normal, tem-se apenas dois canais, porém, bidirecionais. Neste caso as ondas teriam que ser relacionadas através de uma matriz de espalhamento 4x4. Para evitar confusão, em

todos os casos a seguir as ondas de entrada e saída serão relacionadas através da matriz de espalhamento \overline{S} 4x4 como $\mathbf{E}^{s} = \overline{S} \cdot \mathbf{E}^{e}$.

Na Fig. 1.1b é representado o caso da onda sendo transferida da esquerda para a direita, sendo descrito pela matriz de espalhamento $\overline{\mathbf{S}}_{e\to d}$. No caso da onda ser transferida da direita para a esquerda, deve-se considerar uma matriz $\overline{\mathbf{S}}_{e\leftarrow d}$. Quando o sistema é recíproco, obviamente $\overline{\mathbf{S}}_{e\to d} = \overline{\mathbf{S}}_{e\leftarrow d}$, caso contrário, temos que $\overline{\mathbf{S}}_{e\to d} = \overline{\mathbf{S}}_{e\leftarrow d}^{t}$, portanto, basta analisar uma dessas matrizes [1].

Os problemas de espalhamento em arranjos planares normalmente possuem algum tipo de simetria. Uma estrutura possui simetria se todas as condições mantêm-se as mesmas após uma transformação espacial ou temporal (elemento de simetria). Além da natural simetria translacional da célula unitária, esta pode apresentar simetrias de rotação e reflexão. Através somente da análise destas simetrias é possível extrair informações sobre algumas propriedades gerais das ondas refletidas e transmitidas pelo arranjo.

No estudo das simetrias de uma estrutura qualquer, pode-se utilizar a teoria de grupos [2], sendo esta a principal ferramenta matemática para estudo das simetrias. Na próxima seção, será discutida a aplicação desta teoria na análise de aspectos de simetria das ondas refletidas e transmitidas (simplificação da matriz de espalhamento e dependência da polarização) em arranjos planares periódicos, incluindo aqueles formados por meios magnetizados.

1.2. Aplicação da teoria de grupos na simplificação da matriz de espalhamento e análise da dependência da polarização de arranjos com alta simetria rotacional

Neste trabalho foram investigados arranjos com alta simetria rotacional sobre um substrato isotrópico (capítulos 2 e 4) e um substrato girotrópico (capítulo 3). As células unitárias destes arranjos estão esquematizadas na Fig. 1.2. Na Fig. 1.2a é mostrada a célula unitária do arranjo de dois anéis concêntricos (*caso a*), na Fig. 1.2b do arranjo de um anel com um anel interno ondulado concêntricos (*caso b*) e na Fig. 1.2c do arranjo de três anéis concêntricos. O anel interno ondulado foi descrito como uma tira senóidal fechada, podendo ser variado o seu período e sua amplitude. Do ponto de vista dos grupos teóricos, o problema em questão pode ser investigado usando os chamados grupos diperiódicos, os quais descrevem camadas e multicamadas com periodicidade em duas dimensões [3]. Estas estruturas não são periódicas na direção normal às camadas (direção normal ao plano da Fig. 1.2). O número desses grupos é 80, sendo que 17 deles definem estruturas 2D puras, sendo subgrupos dos grupos de espaço 3D.



Figura 1.2. Células unitárias dos arranjos investigados neste trabalho. Em (a) e (c) a metalização possui simetria rotacional C_{∞} e em (b) C_n , onde *n* é o número de períodos do anel ondulado.

A simetria do problema de espalhamento pode em geral depender dos seguintes elementos constituintes: simetria do material do substrato (por exemplo, um anisotrópico); simetria da fronteira da célula unitária; simetria da geometria da metalização na célula unitária; simetria das pertubações externas (por exemplo, campo elétrico ou magnético estático externo); e simetria dos vetores de onda que descrevem o problema.

Na aproximação de onda longa, a periodicidade do arranjo pode ser desprezada, restringindo a análise da simetria aos grupos pontuais apenas, ou seja, à uma célula unitária. Para definir a simetria da célula unitária do arranjo, deve-se usar o princípio de Curie da superposição de simetria [2], o qual afirma que a simetria do sistema completo é definida pelo maior subgrupo comum dos grupos que descrevem os elementos constituintes.

Sabe-se da cristalografía que as simetrias rotacionais de eixo (eixo perpendicular ao plano do arranjo) possíveis para as células em um arranjo planar são de duas-, três-, quatro- e seis-partes, ou C_2 , C_3 , C_4 e C_6 (utilizando a notação de Schoenflies [4]), portanto, a froteira da célula unitária do arranjo só pode apresentar estas simetrias. Entretanto, a metalização no interior da célula unitária pode ter em princípio qualquer simetria rotacional C_m , com m = 1, 2, ...

Considerando arranjos em que os eixos da célula unitária e da metalização coincidem, tem-se que quando os grupos dos dois constituintes são iguais (ver Fig. 1.3a), a simetria resultante é naturalmente igual à simetria de ambos. Quando a célula unitária e a metalização possuem subgrupos comuns (ver Fig. 1.3b), o elemento comum de mais alta simetria define a simetria resultante. Por exemplo, se a célula é quadrada, com simetria C_4 , entretanto, o elemento metálico é retangular, C_2 , o princípio de Curie fornece o seguinte resultado: $C_4 \cap C_2 = C_2$. No caso da fronteira da célula unitária ser quadrada e a metalização ser um triângulo (ver Fig. 1.3c), o grupo resultante é: $C_4 \cap C_3$ $= C_1$.



Figura 1.3. Exemplos de célula unitária de arranjos com diferentes simetrias da fronteira da célula unitária e da metalização.

No caso dos arranjos considerados neste trabalho (ver Fig. 1.2), a geometria da celula unitária inclui as seguintes figuras: o quadrado da célula unitária e os elementos metálicos (anel e anel ondulado). Para simplificar a análise, será considerada apenas a simetria rotacional dos elementos. O quadrado da célula unitária possui simetria rotacional de quatro-partes, o anel, de ∞ -partes e o anel ondulado, de *n*-partes, onde *n* é o número de períodos da tira senoidal.

De acordo com a análise teórica feita em [5], os coeficientes de transmissão/reflexão de arranjos com simetria rotacional do problema de *m*-partes são independentes da polarização para m > 2, da mesma forma que um anel circular, o qual possui simetria rotacional de ∞ -partes.

A seguir será mostrada a aplicação da teoria de grupos na simplificação das matrizes de espalhamento (\overline{S}) dos arranjos considerados neste trabalho e provar matematicamente a indepencência da polarização de arranjos com simetria rotacional resultante da célula unitária de *m*-partes, com *m* > 2.

1.2.1. Simplificação da matriz de espalhamento

Na simplificação da matriz de espalhamento para o problema em questão, será considerado o caso geral de ondas incidindo tanto pelo semi-espaço z > 0 como pelo semi-espaço z < 0, portanto, são necessárias representações matriciais 4x4 das simetrias do problema. Elas podem ser escritas facilmente por inspeção da Fig. 1.1.

Por exemplo, considerando o caso geral de incidência oblíqua, o operador correspondente à rotação da estrutura em torno do eixo z por π (matriz de rotação $\overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}$) é deduzido como segue. O campo E_1^i depois desta rotação é substituído pelo campo $-E_1^r$. Isto significa que o elemento M_{11} de $\overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}$ deve ser igual a -1 e todos os demais elementos da linha 1 e da coluna 1 da matriz são zero. Esta rotação também leva o campo E_2^i para o campo $-E_2^r$, portanto, $M_{22} = -1$ e todos os demais elementos da linha 2 e coluna 2 devem ser iguais a zero. Esta mesma idéia é aplicada na determinação dos demais elementos de $\overline{\mathbf{M}}_{C_2}$.

Na referência [1] é apresentado um algoritmo para simplificação da matriz de espalhamento para o problema em questão, como descrito a seguir:

- Definição da simetria de todos os constituintes do problema: simetria do material do substrato, simetria da célula unitária, da metalização, pertubações externas e vetores de onda;
- Usando o princípio de Curie, definir o grupo magnético resultante de simetria do problema;
- Escolher os geradores do grupo resultante (geradores é um pequeno número de elementos de simetria que permitem obter todos os elementos do grupo);
- 4) Escrever as representações matriciais dos geradores;
- Usar as relações de comutação para os geradores e calcular a matriz de espalhamento simplificada.

A seguir é mostrada a aplicação do algoritmo na simplificação da matriz de espalhamento dos arranjos deste trabalho, considerando arranjos não-magnetizados e magnetizados por um campo magnético estático externo, o qual pode apresentar diferentes orientações. Neste trabalho foram considerados arranjos magnetizados nas direções x, y e z.

Nas análises seguintes será considerado que no *caso b* (Fig. 2b) o anel interno ondulado possui um número de períodos múltiplo de 4, logo, do ponto de vista de grupos de simetria todas as células unitárias mostradas na Fig. 1.2 apresentam a mesma simetria rotacional, considerando apenas a célula unitária e a metalização.

Para determinar a simetria resultante do problema, como descrito anteriormente, deve-se levar em consideração também as restrições impostas pelas simetrias dos vetores de onda que descrevem o problema e das pertubações externas. Um vetor de onda isolado possui simetria $D_{\infty h}$ ($C_{\infty v}$) e um campo magnético estático uniforme possui simetria $D_{\infty v}$ ($C_{\infty h}$) [1]. Será considerado primeiramente o caso de arranjos nãomagnetizados, ou seja, sem pertubarções externas.

Os esquemas dos problemas para o caso de incidência normal e oblíqua são mostrados na Fig. 1.4.



Figura 1.4. Esquemas do problema de espalhamento em um arranjo de célula com simetria rotacional resultante de quatro-partes para o caso de incidência normal (a) e oblíqua (b), indicando os elementos de simetria presentes.

Utilizando o princípio de Curie, o grupo de simetria resultante do problema para incidência normal é $C_{4\nu}$, contendo o elemento unitário *e* (presente em todos os grupos), o eixo de rotação C_{2z} e quatro planos de simetria verticais σ_x , σ_y , σ'_d e σ''_d como mostrados na Fig. 1.4a. Além disso, observa-se que a combinação de todos os elementos deste grupo com *T* também são elementos de simetria, portanto o grupo completo para este caso é $C_{4\nu}$ + $TC_{4\nu}$ (grupo magnético de primeira categoria) [1]. No caso de incidência oblíqua, a simetria resultante do problema é $C_{2\nu}$ (C_s) (grupo magnético de terceira categoria), consistindo de um plano de simetria σ_y paralelo aos vetores, um eixo de rotação de duas-partes TC_{2z} (combinado com *T*) e um anti-plano de simetria $T\sigma_x$, como mostrados na Fig. 1.4b.

Na Tab. 1.1 são mostrados os grupos magnéticos, os geradores e as relações de comutação para o caso de arranjos não-magnetizados com incidência normal e oblíqua, e na Tab. 1.2 as matrizes de espalhamento simplificadas correspondentes.

	Constant and the second	Constance	Dalas a da segunda a a
Incidencia	Grupo magnetico	Geradores	Relações de comutação
Normal	$C_{4\nu} + TC_{4\nu}$	C_{4z}, σ_x	$\overline{\mathbf{M}}_{C_{4z}}\overline{\mathbf{S}} = \overline{\mathbf{S}}\overline{\mathbf{M}}_{C_{4z}}$ $\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_x}\overline{\mathbf{S}} = \overline{\mathbf{S}}\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_x}$
Oblíqua	$C_{2\nu}\left(C_{\mathrm{s}} ight)$	TC_{2z}, σ_y	$\overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}\overline{\mathbf{S}}^{t} = \overline{\mathbf{S}} \overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}$ $\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_{y}}\overline{\mathbf{S}} = \overline{\mathbf{S}} \overline{\mathbf{M}}_{\sigma_{y}}$

Tabela 1.1. Grupos de simetria, geradores e relações de comutação do arranjo com substrato nãomagnetizado para incidência normal e oblíqua.

Tabela 1.2. Matrizes de espalhamento simplificadas do arranjo com substrato não-magnetizado para incidência normal e oblíqua.

Incidência	Matriz de espalhamento e número de parâmetros			
Normal	$ \begin{pmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & 0 \\ 0 & S_{11} & 0 & S_{13} \\ S_{13} & 0 & S_{33} & 0 \\ 0 & S_{13} & 0 & S_{33} \end{pmatrix} $ 3 parâmetros			

	$(S_{11}$	0	S_{13}	0)
	0	S_{22}	0	S ₂₄
Oblíqua	<i>S</i> ₁₃	0	S_{33}	0
	0	S_{24}	0	S_{44}
		6 parâ	metros	5

Para o caso de arranjos magnetizados, devem-se considerar as restrições impostas na simetria pelo campo magnético de aplicado H_0 , o qual pode apresentar diferentes orientações.

Na Tab. 1.3 são mostrados os grupos magnéticos, os geradores e as relações de comutação para o caso de arranjos magnetizados, considerando as diferentes orientações de H_0 , para incidência normal e oblíqua, e na Tab. 1.4 as matrizes de transferência simplificadas correspondentes.

Tabela 1.3. Grupos de simetria, geradores e relações de comutação do arranjo com substrato magnetizado para incidência normal e oblíqua.

Orientação de H_0	Incidência	Grupo magnético	Geradores	Relações de comutação
\mathbf{H}_{0x} \mathbf{H}_{0y}	Normal Normal e oblíqua	$C_{2\nu}(C_s)$	TC_{2z}, σ_y	$\overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}\overline{\mathbf{S}}^{t} = \overline{\mathbf{S}}\overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}$ $\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_{y}}\overline{\mathbf{S}} = \overline{\mathbf{S}}\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_{y}}$
\mathbf{H}_{0x}	Oblíqua	$C_{2\nu}(C_1)$	TC_{2z}	$\overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}\overline{\mathbf{S}}^{t} = \overline{\mathbf{S}}\overline{\mathbf{M}}_{C_{2z}}$
\mathbf{H}_{0z}	Normal	$C_{4 u}\left(C_{4} ight)$	$C_4, T\sigma_x$	$\overline{\mathbf{M}}_{C_4} \overline{\mathbf{S}} = \overline{\mathbf{S}} \overline{\mathbf{M}}_{C_4}$ $\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_x} \overline{\mathbf{S}}^t = \overline{\mathbf{S}} \overline{\mathbf{M}}_{\sigma_x}$
	Oblíqua	$C_{s}\left(C_{1} ight)$	$T\sigma_x$	$\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_x}\overline{\mathbf{S}}^{\prime}=\overline{\mathbf{S}}\overline{\mathbf{M}}_{\sigma_x}$

Tabela 1.4. Matrizes de espalhamento do arranjo com substrato magnetizado para incidência normal e oblíqua.

Orientação de H_0	Incidência	Matriz de espalhamento e número de parâmetros
\mathbf{H}_{0x} \mathbf{H}_{0y}	Normal Normal e oblíqua	$\begin{pmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & 0 \\ 0 & S_{22} & 0 & S_{14} \\ S_{13} & 0 & S_{33} & 0 \\ 0 & S_{14} & 0 & S_{44} \\ & 6 \text{ parâmetros} \end{pmatrix}$

H _{0x}	Oblíqua	$ \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{pmatrix} $ 10 parâmetros
H.	Normal	$ \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ -S_{12} & S_{11} & -S_{14} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & S_{33} & S_{34} \\ -S_{14} & S_{13} & -S_{34} & S_{33} \end{pmatrix} $ 6 parâmetros
\mathbf{H}_{0z} _	Oblíqua	$ \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ -S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & -S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ -S_{14} & S_{24} & -S_{34} & S_{44} \end{pmatrix} $ 10 parâmetros

Examinando a Tab. 1.2, verifica-se que a matriz para o caso magnetizado na direção z é não recíproca, isto é, $[S] \neq [S]^t$. Dois efeitos físicos não-recíprocos são possíveis neste arranjo: Faraday ($S_{41} = -S_{14}$) e Kerr ($S_{21} = -S_{12}$). Como relatado anteriormente, os arranjos com simetria rotacional do problema de quatro-partes (arranjo não-magnetizado e arranjo magnetizado na direção z, para incidência normal) são independentes da polarização ($S_{22} = S_{11}, S_{44} = S_{33}, S_{42} = S_{31}, S_{24} = S_{13}$). Os resultados obtidos com esta teoria são exatos e independentes da frequência.

1.2.2. Prova da independência da polarização de arranjos com alta simetria rotacional

Sabe-se que os arranjos apresentam dependência da polarização para incidência oblíqua, e maior é esta dependência quanto maior for o ângulo de incidência. O objetivo aqui é analisar a dependência da polarização de arranjos com alta simetria rotacional para incidência normal. Para fazer esta análise, será considerada apenas uma onda incidindo a partir do semi-espaço z > 0, portanto, a matriz de espalhamento \overline{S} 4x4 que representa o caso geral mostrado na Fig. 1.1 é reduzida a 2x2. Dessa forma, $\mathbf{E}^e = (E_1^e, E_2^e)^t$ e $\mathbf{E}^s = (E_1^s, E_2^s)^t$, sendo estes campos relacionados como $\mathbf{E}^s = \overline{S} \cdot \mathbf{E}^e$. A matriz que representa a rotação em torno de um eixo, sendo este o eixo-z na Fig. 1.1, por um ângulo ϕ é dada por

$$\overline{\mathbf{R}}_{\phi z} = \begin{bmatrix} \cos\phi & sen\phi \\ -sen\phi & \cos\phi \end{bmatrix}.$$
(1)

Considerando que a célula unitária apresenta simetria rotacional C_m , com m = 1, 2, 3, ..., esta é invariante sob a rotação por $\phi = 360^{\circ}/m$. Aplicando a relação de comutação $\overline{\mathbf{R}}_{\phi z} \overline{\mathbf{S}} = \overline{\mathbf{SR}}_{\phi z}$ (relação obtida a partir da aplicação do operador de simetria no problema), tem-se que

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & sen\phi \\ -sen\phi & \cos\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & sen\phi \\ -sen\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}.$$
 (2)

A partir de (2) obtém-se as seguintes identidades

$$-S_{12}sen\phi = S_{21}sen\phi \ e \ S_{11}sen\phi = S_{22}sen\phi.$$
(3)

Para que $-S_{12} = S_{21}$ e $S_{11} = S_{22}$, $sen\phi \neq 0$, logo, o arranjo é independente da polarização para C_m , com m > 2.

Observe que a análise feita para a dependência da polarização é válida tanto para estruturas recíprocas ($S_{12} = S_{21} = 0$) como para não recíprocas ($S_{12} = -S_{21} \neq 0$), como é caso dos arranjos com substrato magnetizado (meio girotrópico) por um campo magnético externo.

1.3. Equação integral do campo elétrico no domínio espectral resolvida com o método dos momentos

Nesta formulação os campos espalhados são relacionados com a corrente superficial induzida nas metalizações pelo campo incidente através da equação integral do campo elétrico (equação do operador) no domínio espectral ou da transformada de Fourier. Esta formulação simplifica grandemente os cálculos envolvendo superfícies planares, uma vez que a singularidade da função de Green no domínio espacial é removida. Além disso, a convolução espacial entre a corrente superficial e a função de Green é reduzida a uma multiplicação algébrica simples. No caso dos arranjos periódicos planares considerados neste trabalho, este método é bastante adequado, visto que as condições periódicas de uma célula unitária retangular são consideradas através da simples discretização das variáveis espectrais ou das componentes do vetor de onda de maneira similar a transformada de Fourier de sinais periódicos no tempo.

O desenvolvimento da equação do operador para um arranjo planar de metalizações em um substrato isotrópico e girotrópico, a dedução das expressões para o cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão em cada caso, e a solução da equação do operador via método dos momentos estão descritos resumidamente no apêndice.

1.4. Programa comercial Ansoft Designer 5 PlanarEM

O *Ansoft Designer* 5 *PlanarEM* é um pacote de simulação de campo eletromagnético desenvolvido pela empresa ANSYS. Este pacote inclui um CAD, um simulador de campo eletromagnético baseado no método dos momentos (*MM*) e um simulador de circuito linear. Maiores informações podem ser encontradas no endereço eletrônico: <u>http://www.ansoft.com/products/rf/designerrf/planarem.cfm</u>.

1.5. Programa comercial CST 2009

O *Computer Simulation Technology* (*CST*) é um programa que inclui um conjunto de pacotes para simulação de uma ampla variedade de problemas eletromagnéticos. Neste trabalho foi utilizado o pacote *CST MWS* para simulação de componentes em frequência de microondas. Este pacote inclui um simulador no domínio da frequência baseado na técnica da integração finita (*FIT*). Maiores informações podem ser encontradas no endereço eletrônico: http://www.cst.com/Content/Products/MWS/Overview.aspx.

1.6. Propriedade de escalonamento das equações de Maxwell

Nos capítulos seguintes, as *FSSs* foram analisadas em determinadas faixas de frequência, mas, das propriedades de escalonamento das equações de Maxwell em meios macroscópicos, sabe-se que é possível deslocar a faixa de frequência de trabalho através da simples contração ou expansão de todas as distâncias ou variação dos

parâmetros elétrico e magnético do meio sem alteração das propriedades físicas observadas [6]. Para mostrar matematicamente tais propriedades, considera-se, por exemplo, a equação de onda para o campo magnético, considerando a permeabilidade relativa $\mu_r = 1$,

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})\right) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}).$$
(4)

Supondo que o meio é comprimido ou expandido por um fator de escala *s*, logo, o novo meio é descrito por $\varepsilon_{r'}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{r}(\mathbf{r}/s)$, e fazendo as mudanças de variáveis $\mathbf{r}' = s\mathbf{r}$ e $\nabla' = \nabla/s$, tem-se

$$s\nabla' \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r(\mathbf{r}'/s)}s\nabla' \times \mathbf{H}(\mathbf{r}'/s)\right) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}'/s).$$
(5)

Como $\varepsilon_r(\mathbf{r'}/s) = \varepsilon_r'(\mathbf{r'})$, dividindo a (5) por *s*, chega-se em

$$\nabla' \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r'(\mathbf{r}')} \nabla' \times \mathbf{H}(\mathbf{r}'/s)\right) = \left(\frac{\omega}{cs}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}'/s).$$
(6)

Comparando (5) e (6), verifica-se que o escalonamento do espaço resulta em uma versão escalonada do perfil dos modos $\mathbf{H'}(\mathbf{r'}) = \mathbf{H}(\mathbf{r'/s})$ e da frequência $\omega' = \omega/s$, ou seja, a solução do problema em uma escala de comprimento determina as soluções para todas as escalas de comprimento.

Assim como não existe escala de comprimento fundamental, também não existe valor fundamental da constante dielétrica. Para verificar tal propriedade, considera-se uma variação da constante dielétrica por um fator s^2 , ou seja, $\varepsilon_r'(\mathbf{r}) = \varepsilon_r(\mathbf{r})/s^2$, com isso, obtém-se de (4)

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_r'(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})\right) = \left(\frac{s\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}).$$
(7)

Portanto, os modos harmônicos $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ do novo sistema não são alterados, entretanto as frequências são escaladas pelo fator s: $\omega' = s\omega$. Logo, se a constante dielétrica for multiplicada em todo o meio por um fator de 1/4, o perfil dos modos não é alterado, mas a frequência é duplicada.

Combinando as relações anteriores, conclui-se que se o espaço é escalonado por s e ε_r por s^2 , a frequência não é alterada. Relações similares de escalonamento podem ser obtidas para μ_r .

1.7. Referências

- V. Dmitriev, "Symmetry Properties of Electromagnetic Planar Arrays in Transfer Matrix Description", artigo em avaliação.
- [2] A. A. Barybin, V. A. Dmitriev, Modern Electrodynamics and Coupled-mode Theory: Application to Guided-Wave Optics, New Jersey: Rinton Press, Princeton, 2002.
- [3] E. A. Wood, "80 Diperiodic Groups in Three Dimensions", Bell System Monograph No. 4680, Diperiodic groups, 1964.
- [4] C. J. Bradley, A. P. Cracknell, The Mathematical Theory of Symmetry in Solids, Clarendon: Oxford, 1972.
- [5] G. Y. Li, Y. C. Chan, T. S. Mok, J. C. Vardaxoglou, Analysis of A. Mackay, "Proof of polarization independence and nonexistence of crosspolar terms for targets presenting n-fold (n > 2) rotational symmetry with special reference to frequency-selective surfaces", *Electron. Lett.*, vol. 25, issue 24, pp. 1624–1625, 1989.
- [6] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade, Photonic Crystals – Molding the Flow of Light, ed. 2, New Jersey: Princeton University Press, 2008.

CAPÍTULO II: Superfícies seletivas de frequência com alto fator de qualidade e independência da polarização em um substrato isotrópico

Na referência [1] foi apresentado um arranjo de dois anéis concêntricos (Fig. 2.1, *caso a*) com ressonância de *trapped-mode* e independência da polarização para uma onda plana com incidência normal. Neste capítulo são propostos dois novos arranjos com o objetivo obter uma ressonância de *trapped-mode* com maior fator Q do que o obtido na referência, mantendo a característica de independência da polarização. No primeiro arranjo proposto (Fig. 2.1, *caso b*) tem-se uma combinação de um anel simples com um anel interno ondulado concêntricos e no segundo, três anéis concêntricos (Fig. 2.1, *caso c*).

Como explicado no capítulo 1, para que o arranjo seja independente da polarização é necessário que a simetria rotacional do problema, obtida aplicando o critério de Curie nas simetrias de todos os elementos constituintes do problema (material do substrato, fronteira da célula unitária, geometria da metalização, pertubações externas e vetores de onda), seja C_m , com m > 2. Esta condição só é obtida para uma onda com incidência normal.

Para realizar as simulações computacionais, foram utilizados o programa comercial *Ansoft Designer* 5 e o *SDMM*, como descritos no capítulo 1.



Figura 2.1. Células unitárias do arranjo de dois anéis concêntricos (*Caso a*), do arranjo de um anel simples e um anel interno ondulado concêntricos (*Caso b*) e do arranjo de três anéis concêntricos (*Caso c*). Os arranjos planares são suportados por um substrato dielétrico isotrópico.
2.1. Arranjo de dois anéis concêntricos

Inicialmente foi feito um estudo do arranjo com a célula unitária composta por dois anéis concêntricos (*Caso a*), pois, pelo nosso conhecimento, não há nenhuma análise detalhada desta estrutura na literatura. Foi feito um estudo paramétrico desta estrutura variando-se os parâmetros gométricos e físicos dos anéis e do substrato.

A célula unitária do arranjo de dois anéis concêntricos (*Caso a*) é definido pelos parâmetros indicados na Fig. 2.1a. Em todos os casos da Fig. 2.1, as dimensões da célula unitária foram fixadas em $d_x = d_y = 15$ mm e o raio do anel externo foi também fixado em a = 5,45 mm. Além disso, todos os casos são suportados por um substrato dielétrico com espessura h = 1,6 mm e constante dielétrica complexa $\varepsilon_r = \varepsilon_r$ '-i ε_r ". Para o *caso a* em questão, a largura dos anéis de metal w e a distância entre estes g foram variados.

Os anéis foram considerados de cobre e espessura desprezível (aproximação de onda longa) no *Ansoft Designer* 5 e considerados como condutor elétrico perfeito (*PEC*) no *SDMM*.

Para validar os resultados de simulação, são mostrados na Fig. 2.2 os coeficientes de reflexão ($|\Gamma|$) e transmissão (|T|), e absorção de potência normalizada $(1-|\Gamma|^2-|T|^2)$ para g = 0,2 mm, w = 0,2 mm e $\varepsilon_r = 4,5$, e na Fig. 2.3, para $\varepsilon_r = 4,5$ -i0,05, calculados usando o *Ansoft Designer* 5 e o *SDMM*, consirando os anéis como sendo *PEC* em ambos os programas. Como pode ser observado, os resultados apresentaram uma corcordância boa. As discrepâncias observadas principalmente nas frequência mais altas podem ser atribuidas ao fato de que no *SDMM* a densidade de corrente ao longo dos anéis foi modelada apenas por funções de base ao longo dos anéis, desprezando a componete de corrente radial.

Como pode ser observado nas Figs. 2.2 e 2.3, o *trapped-mode* neste arranjo resulta em uma ressonância de transmissão estreita entre duas ressonâncias de reflexão largas, que correspondem às ressonâncias individuais dos anéis. Observa-se que a perda do substrato tem grande influência no valor da transmitância na ressonância do *trapped-mode*. Na Fig. 2.4, um pico de absorção é observado próximo à frequência de ressonância do *trapped-mode*. Na Fig. 2.4, um pico de absorção é observado próximo à frequência de ressonância do *trapped-mode*. Na Fig. 2.4, um pico de absorção é observado próximo à frequência de ressonância do *trapped-mode*. Na Fig. 2.4, um pico de absorção é observado próximo à frequência de ressonância do *trapped-mode*, devido a uma elevada intensidade de corrente elétrica nos dois anéis metálicos. Como explicado no tópico i.1, esta corrente está em antifase em cada anel e sua intensidade

(aproximadamente igual nos dois anéis) excede consideravelmente as das ressonâncias individuais dos anéis [2].



Figura 2.2. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do *Caso a* para g = 0,2 mm, w = 0,2 mm e $\varepsilon_r = 4,5$.



Figura 2.3. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b), e absorção de potência normalizada (a) do *Caso a* para g = 0,2 mm, w = 0,2 mm e $\varepsilon_r = 4,5-i0,05$.

Na Fig. 2.4 é mostrada a fase dos coeficientes de reflexão e transmissão para g = 0,2 mm, w = 0,2 mm e $\varepsilon_r = 4,5$ e na Fig. 2.5, para $\varepsilon_r = 4,5$ -i0,05. Na região da banda de transmissão estreita, observa-se uma dispersão normal (derivada da fase com relação à frequência é negativa), sendo que a introdução da perda do substrato torna a variação da fase com a frequência mais lenta.



Figura 2.4. Fase dos coeficientes de reflexão e transmissão do *Caso a* para g = 0,2 mm, w = 0,2 mm e $\varepsilon_r = 4,5$.

Devido a maior precisão nos resultados e facilidade na modelagem de geometrias mais complexas, foi utilizado apenas o *Ansoft Designer* 5 nas análises seguintes.

Na Tab. 2.1, a frequência de ressonância f_r , o valor absoluto máximo do coeficiente de transmissão $|T_{max}|$ e o fator Q da ressonância de *trapped-mode* são dadas para w = 0,2 mm e diferentes valores de g, e na Tab. 2.2, para g = 0,2 mm e diferentes valores de w. Estes resultados foram calculados para $\varepsilon_r = 4,5$. Aqui o fator Q é definido como frequência de ressonância dividida pela largura banda de -3 dB do $|T_{max}|$.

Observa-se nas Tabs. 2.1 e 2.2, que um maior fator Q é obtido para menores valores de $g \in w$, ou seja, para menores diferenças entre as frequências de ressonância dos anéis interno e externo.



Figura 2.5. Fase dos coeficientes de reflexão e transmissão do *Caso a* para g = 0,2 mm, w = 0,2 mm e $\varepsilon_r = 4,5-i0,05$.

Tabela 2.1. Frequência de ressonância, valor absoluto máximo do coeficiente de transmissão e fator Q para o Caso $a \operatorname{com} w = 0,2 \operatorname{mm} e$ diferentes valores de g.

<i>g</i> (mm)	0,2	0,3	0,4
f_r (GHz)	5,67	5,75	5,82
T _{max}	0,93	0,96	0,97
Qf	21,81	18,51	15,68

Tabela 2.2. Frequência de ressonância, valor absoluto máximo do coeficiente de transmissão e fator Q para o Caso $a \operatorname{com} g = 0,2 \operatorname{mm} e$ diferentes valores de w.

<i>w</i> (mm)	0,3	0,4	0,5
f_r (GHz)	5,83	5,85	5,92
T _{max}	0,90	0,93	0,95
Qf	19,50	16,19	14,10

Para o caso com maior fator Q obtido anteriormente, g = 0,2 mm e w = 0,2 mm, calculou-se as características de resposta para diferentes valores de ε_r " com ε_r " = 4,5, sendo mostrados na Tab. 2.3. Como era esperado, aumentando a perda do substrato, o valor máximo do coeficiente de transmissão e o fator Q são reduzidos.

Tabela 2.3. Frequência de ressonância, valor absoluto máximo do coeficiente de transmissão e fator Q para o *Caso a* com g = 0,2 mm, w = 0,2 mm e diferentes valores de ε_r ".

ε_r " (mm)	0,01	0,05	0,10
f_r (GHz)	5,67	5,70	5,73
T _{max}	0,80	0,71	0,64
Q_{f}	16,68	12,13	10,05

2.2. Arranjo de um anel simples e um anel ondulado interno concêntricos na célula unitária

No caso do arranjo de dois anéis concêntricos, um maior fator Q foi alcançado para menores diferenças nas frequências de ressonância dos anéis. Baseado nisso, o anel interno simples foi substituído por um anel ondulado a fim de aumentar o seu comprimento e, consequentemente, aproximar as frequências de ressonância dos elementos interno e externo.

Os parâmetros geométricos do anel ondulado, o qual pode ser visto como uma fita senoidal fechada, são o número de períodos *n* e a amplitude da "senóide" $B = (r_o - r_i)/2$ (ver Fig. 2.1b). Note que o *Caso a* é um limite do *Caso b* quando B = 0.

Na tentativa de projetar uma *FSS* com alto fator Q, foi utilizado o seguinte procedimento. Primeiramente, as frequências de ressonância dos arranjos com os elementos isolados foram calculadas, ou seja, o arranjo de um anel simples e o arranjo de um anel ondulado. Para o arranjo de um anel ondulado, foram feitos cálculos para diferentes valores do número de períodos *n* e amplitude da senóide *B*, considerando os parâmetros *w* e r_m fixados em w = 0,2 mm e $r_m = 3,85$ mm. Então, a condição para um maior fator Q do arranjo com os dois elementos juntos foi procurada. Na Fig. 2.6a, a frequência de ressonância do arranjo de um anél ondulado para B = 0.8 mm é plotada em função de *n*, e na Fig. 2.6b, em função de *B* para n = 7. Estes resultados foram calculados para $\varepsilon_r = 4.5$. Como esperado, aumentando *n* ou *B*, o comprimento total da fita aumenta, logo, a frequência de ressonância diminui.



Figura 2.6. Frequência de ressonância do arranjo de um anel ondulado em função de *n* para B = 0.8 mm (a) e em função de *B* para n = 7.

A frequência de ressonância do arranjo de um anel simples com raio a = 5,45 mm é em torno de 6,4 GHz, sendo aproximadamente igual a do arranjo de um anel ondulado com B = 0,8 mm e n = 8 (Fig. 2.6a), que tem raio médio $r_m = 3,85$ mm.

Na Tab. 2.4, as características de resposta do arranjo de um anel com um anel ondulado interno concêntricos (*Caso b*) são dadas para B = 0.8 mm e diferentes valores de n. Como pode ser observado, os maiores fatores Q são obtidos para n = 7 e n = 8. Da análise da dependência da polarização feita no capítulo 1 (seção 1.2), sabe-se que o arranjo é dependente da polarização para n = 7 e independente para n = 8, para uma onda com incidência normal.

п	5	6	7	8	9
f_r (GHz)	5,82	5,66	5,42	5,27	5,04
T _{max}	0,96	0,95	0,92	0,86	0,79
Qf	10,03	12,58	13,55	12,85	7,87

Tabela 2.4. Características de resposta do *Caso b* para B = 0.8 mm e diferentes valores de *n*.

Na Tab. 2.5 são mostradas as características de resposta do arranjo para diferentes valores de $B \operatorname{com} n = 7$ e na Tab. 2.6, com n = 8.

В	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
f_r (GHz)	5,88	5,65	5,42	5,16	4,89
T _{max}	0,97	0,95	0,92	0,86	0,77
Q_{f}	9,97	12,02	13,89	11,22	6,35

Tabela 2.5. Características de resposta para o *Caso b* com n = 7 e diferentes valores de *B*.

Tabela 2.6. Características de resposta para o *Caso b* com n = 8 e diferentes valores de *B*.

В	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
f_r (GHz)	5,75	5,59	5,27	5,02	4,74
T _{max}	0,95	0,94	0,86	0,76	0,72
Q_{f}	11,73	13,31	12,85	7,07	6,88

Para n = 7 e B = 0.8 mm, calculou-se as características de resposta para diferentes valores de ε_r " com ε_r ' = 4,5, sendo mostradas na Tab. 2.7. A mesma coisa foi feita para n = 8 e B = 0.7 mm, sendo mostradas na Tab. 2.8. Como pode ser observado, quando é introduzida a perda do substrato o caso com n = 8 e B = 0.7 mm apresenta maior fator Q que o caso com n = 7 e B = 0.8 mm, ao contrário do obtido para um substrato sem perda.

Tabela 2.7. Características de resposta do *Caso b* para n = 7, B = 0.8 mm e diferentes valores de ε_r ".

ϵ_r " (mm)	0,01	0,05	0,10
f_r (GHz)	5,43	5,45	5,50
T _{max}	0,84	0,72	0,65
Qf	11,55	8,26	7,05

Tabela 2.8. Características de resposta do *Caso b* para n = 8, B = 0,7 mm e diferentes valores de ε_r ".

ε_r " (mm)	0,01	0,05	0,10
f_r (GHz)	5,60	5,63	5,67
T _{max}	0,90	0,80	0,74
Q_{f}	11,91	8,85	7,44

Na Fig. 2.7, $|\Gamma| \in |T|$ são mostrados para n = 7, B = 0.8 mm e $\varepsilon_r = 4.5$ -i0,05, e na Fig. 2.8, para n = 8, B = 0.7 mm e $\varepsilon_r = 4.5$ -i0,05. É importante observar que a frequência de ressonância do arranjo de um anel simples é cerca de 6,4 GHz, sendo que a sua frequência de ressonância é reduzida em mais de 1 GHz no arranjo com os dois elementos juntos. Por outro lado, a frequência de ressonância do anel ondulado aumenta em mais de 1 GHz quando se faz este mesmo tipo de análise.



Figura 2.7. Coeficientes de reflexão e transmissão do *caso b* para n = 7, B = 0.8 mm e $\varepsilon_r = 4.5$ -i0.05.



Figura 2.8. Coeficientes de reflexão e transmissão do *Caso b* para n = 8, B = 0,7 mm e $\varepsilon_r = 4,5-i0,05$.

2.3. Arranjo de três anéis concêntricos

No caso dos arranjos de dois elementos, a frequência de ressonância do elemento externo é deslocada para uma frequência menor na presença do elemento interno. Baseado nisto, um arranjo com três elementos foi sugerido com o objetivo de aproximar a segunda ressonância de reflexão com a primeira, obtendo assim uma ressonância de transmissão (ressonância de *trapped-mode*) mais estreita. A célula unitária do arranjo de três anéis concêntricos (*Caso c*) é descrita pelos parâmetros geométricos mostrados na Fig. 2.1c. A largura dos anéis foi fixada em w = 0,2 mm, enquanto o espaçamento entre eles g foi variado. Na Tab. 2.9, as características de resposta são dadas para diferentes valores de g com $\varepsilon_r = 4,5$.

Para o caso g = 0,2 mm, foram considerados diferentes valores de ε_r " com ε_r ' = 4,5, como mostrado na Tab. 2.10.

Na Fig. 2.9, $|\Gamma|$, |T| e 1- $|\Gamma|^2$ - $|T|^2$ são mostrados para g = 0,2 mm e $\varepsilon_r = 4,5$ -i0,05. Observa-se que a frequência de ressonância do anel intermediário (segunda ressonância de reflexão) é deslocada em direção à frequência do anel externo (primeira ressonância de reflexão), criando uma ressonância de transmissão mais estreita do que no caso do arranjo com dois elementos. Entretanto, a banda de transmissão estreita não fica mais compreendida entre duas bandas largas de reflexão, pois neste caso occorrem duas ressonâncias de *trapped-mode* adjacentes.

g	0,2	0,3	0,4
f_r (GHz)	5,65	5,73	5,80
T _{max}	0,87	0,91	0,93
Q_{f}	28,25	22,04	18,12

Tabela 2.9. Características de resposta do Caso c para diferentes valores de g.

Tabela 2.10. Características de resposta do *Caso c* para g = 0,2 mm e diferentes valores de ε_r ".

ε_r	0,01	0,05	0,10
f_r (GHz)	5,67	5,70	5,71
T _{max}	0,82	0,71	0,63
Q_{f}	24,65	21,11	18,42



Figura 2.9. Coeficientes de reflexão e transmissão, e absorção de potência normalizada do *Caso c* para $w = 0,2 \text{ mm}, g = 0,2 \text{ mm} e \varepsilon_r = 4,5-i0,05.$

2.4. Análise do arranjo de dois anéis concêntricos para uma onda plana com incidência oblíqua

Dos arranjos analisados anteriormente, verificou-se que o *Caso a* é o que apresenta as características mais interessantes, uma vez que possui maior fator Q do que o *Caso b*, além de apresentar uma banda de transmissão estreita compreendida entre duas bandas de reflexão largas, o que não foi observado no *Caso c*. Estes arranjos são indendentes da polarização para uma onda plana com incidência normal ao plano do arranjo (como explicado utilizando teoria de grupos, capítulo 1, e verificado através de nossas simulações), entretanto, esta propriedadade não permanece para uma onda plana com incidência oblíqua. Nesta seção, o arranjo de dois anéis concentricos será analisado para incidência oblíqua, mostrando que há algumas variações nas suas características.

De acordo com o estudo paramétrico realizado anteriormente, foi verificado que para um substrato com perdas existe um compromisso entre fator Q e máxima transmitância da ressonância de *trapped-mode*. Reduzindo-se a distância entre os anéis, o fator Q aumenta, mas a transmitância máxima diminui, pois a perda dielétrica aumenta. Por este motivo, foram escolhidos valores para os parâmetros do arranjo de dois anéis concêntricos com o objetivo de obter um alto fator Q e também uma alta transmitância: $d_x =$ $d_y = 13$, $r_o = 6$, r = 5, w = 0,2 e h = 1,6 (todos os parâmetros em mm), considerando um substrato com $\varepsilon_r = 4,5$ -i0,05. Observe que as dimensões da célula unitária foram reduzidas. No estudo paramétrico, não foi feita esta variação, entretanto, vericou-se uma maior transmitância com esses novos valores.

O arranjo foi analisado para polarizações com o campo elétrico transversal ao plano de incidência, também chamado de polarização horizontal, e para polarização com o campo magnético transversal ao plano de incidência ou polarização vertical. Para cada um dos casos anteriores foram considerados diferentes valores para o ângulo de elevação (θ) e azimutal (ϕ), como mostrado nas duas próximas seções.

2.4.1. Polarização com campo elétrico transversal ou polarização horizontal

Na Fig. 2.10 são mostradas as respostas da estrutura para uma onda incidente com polarização horizontal, $\phi = 0^{\circ}$ e diferentes valores de θ , e na Fig. 2.11, para $\phi = 45^{\circ}$ e diferentes valores de θ .

Quando o ângulo de incidência é aumentado, a largura de banda do *trapped-mode* é reduzida, assim como a transmitância máxima. Além disso, aumentando θ , picos no coeficiente de reflexão e vales no coeficiente de transmissão aparecem acima de 10 GHz devido à presença de lóbulos de grade ou lóbulos secundários.





Figura 2.10. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do arranjo de dois anéis concêntricos para incidência oblíqua, polarização horizontal, $\phi = 0^{\circ}$ e diferentes valores de θ .





Figura 2.11. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do arranjo de dois anéis concêntricos para incidência oblíqua, polarização horizontal, $\phi = 45^{\circ}$ e diferentes valores de θ .

2.4.2. Polarização com campo magnético transversal ou polarização vertical

Na Fig. 2.12 são mostradas as respostas da estrutura para uma onda incidente verticalmente polarizada, $\phi = 0$ ° e diferentes valores de θ , e na Fig. 2.13, para $\phi = 45$ °. Neste caso, observa-se o comportamento oposto do observado no caso da polarização horizontal. Aumentando-se θ , a largura de banda e a transmitância na ressonância de *trapped-mode* são ligeiramente aumentadas. Além disso, verifica-se que os picos no coeficiente de reflexão e vales no coeficiente de transmissão, os quais aumentam com θ , não são tão pronunciados como no caso da polarização horizontal.



Figura 2.12. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do arranjo de dois anéis concêntricos para incidência oblíqua, polarização vertical, $\phi = 0^{\circ}$ e diferentes valores de θ .



Figura 2.13. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do arranjo de dois anéis concêntricos para incidência oblíqua, polarização vertical, $\phi = 45^{\circ}$ e diferentes valores de θ .

2.5. Conclusão

Neste capítulo foram sugeridos e analisados dois novos arranjos, o primeiro consistindo de um anel e um anel interno ondulado concêntricos na célula unitária e o segundo consistindo de três anéis concêntricos na célula, com o objetivo de obter uma ressonância de *trapped-mode* com fator Q maior do que o observado no arranjo de dois anéis concêntricos existente na literatura (arranjo de referência). Dos três arranjos analisados, o arranjo de referência mostrou-se com características mais interessantes. Além de apresentar fator Q maior do que o primeiro arranjo sujerido, apresenta uma banda de transmissão estreita compreendida entre duas bandas de reflexão largas, o que não é observado no segundo arranjo sujerido.

Em seguida foi feita uma análise das características do arranjo de dois anéis concêntricos para uma onda plana com incidência oblíqua. Foi verificado que para uma onda com polarização horizontal, a largura de banda do *trapped-mode* e a transmitância máxima são ligeiramente reduzidas quando o ângulo de incidência é aumentado, sendo observado um comportamento oposto para o caso de polarização vertical.

2.6. Referências

- [1] S. Prosvirnin, N. Papasimakis, V. Fedotov, S. Zouhdi, and N. Zheludev, "Trapped-mode resonances in planar metamaterials with high structural symmetry", *Metamaterials and Plasmonics: Fundamentals, Modelling, Applications*, pp. 201–208, 2009.
- [2] N. Papasimakis, Y. H. Fu, V. A. Fedotov, S. L. Prosvirnin, D. P. Tsai, and N. I. Zheludev, "Metamaterial with polarization and direction insensitive resonant transmission response mimicking electromagnetically induced transparency," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 94, n. 21, 211902(3), 2009.

CAPÍTULO III: Superfície seletiva de frequência com controle da ressonância de transmissão de alto fator de qualidade

O desenvolvimento de métodos para o controle ativo das propriedades eletromagnéticas de *FSSs*, como deslocamento da frequência de ressonância ou chaveamento da sua banda, são muito úteis para o desenvolviemento de dispositivos eletromagnéticos com controle de suas respostas.

Alguns métodos para alcançar esses recursos em arranjos planares foram relatados na literatura. Em particular, foi mostrado que incorporando dispositivos ativos, como diodos PIN, nos elementos da *FSS* é possível mudar a resposta de frequência da estrutura de reflexão total para a transmissão total [1]. Através da troca de líquidos no substrato também é possível alterar a permissividade eficaz do substrato e, consequentemente, a frequência de ressonância da *FSS* [2]. Ainda, outro método consiste em empregar um substrato de ferrite magnetizada [3, 4], sendo este o método escolhido neste trabalho.

Neste capítulo é apresentada uma *FSS* com uma ressonância de transmissão de alto fator Q, independência da polarização e capacidades de reconfiguração eletromagnética que, pelo nosso conhecimento, ainda não havia sido publicada na literatura. O alto fator Q é obtido por meio da ressonância de *trapped-mode* em um arranjo planar de dois anéis concêntricos metálicos, como mostrado na Fig. 3.1.

Como explicado no capítulo 1, para obter independência da polarização a simetria rotacional do problema deve ser m > 2. No caso do arranjo de dois anéis sobre um substrato não-magnetizado e um magnetizado na direção normal ao plano do arranjo (direção *z* na Fig. 3.1), a simetria rotacional resultante é de quatro-partes, sendo portanto independente da polarização. Quando a incidência é oblíqua e a magnetização paralela ao plano, o arranjo possui dependência da polarização.

Nas análises seguintes foi considerado um arranjo sobre um substrato de ferrite magnetizada por um campo magnético de nas direções x, y e z. É mostrado que com a aplicação do campo magnético é possível alcançar um deslocamento em torno de 20 % da

frequência de ressonância do *trapped-mode* sem deterioração significativa das propriedades de transmissão do arranjo.

Para as simulações computacionais do arranjo relatado, foram utilizados dois métodos: o método dos momentos no domínio espectral (*SDMM*) e o programa comercial *CST* 2009, baseado na técnica de integração finita (descritos no capítulo 1).

3.1. Descrição da estrutura

O arranjo de dois anéis concêntricos metálicos sobre um substrato de ferrite está esquematizado na Fig. 3.1. Nas simulações foram considerados os seguintes valores para os parâmetros geométricos do arranjo: $D_x = D_y = 13$, $r_i = 5$, $r_o = 6$, w = 0,2 e h = 1,6 (todas as dimensões estão em mm). Os tamanhos dos anéis foram escolhidos de modo que a ressonância ferromagnética da ferrite possa ser facilmente ajustada por um campo magnético de para ficar perto da ressonância do *trapped-mode*.



Figura 3.1. Arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de ferrite (a) e a sua célula unitária (b).

Materiais de ferrite magnetizadas por um campo magnético de são descritos por um tensor permeabilidade e manifestam uma resposta de ressonância ferromagnética que depende do campo de polarização aplicado. Será mostrado que, ajustando devidamente este campo, é possível deslocar para frequências menores a ressonância do *trapped-mode*, sem

mudança significativa nas características desejadas de reflexão e transmissão. Outra funcionalidade que pode ser conseguida com a utilização do substrato de ferrite magnetizada é o chaveamento de um nível alto para um nível baixo da ressonância de transmissão.

3.2. Resultados

O substrato de ferrite magnetizada é assumido como sendo magneticamente saturado. A ferrite é descrita pelas seguintes expressões para a permissividade e permeabilidade

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \ \mathbf{e} \ \begin{bmatrix} \mu \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu & j\beta & 0 \\ -j\beta & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

onde

$$\begin{split} & \mu = 1 + \chi' - j\chi'', \ \beta = K' - jK'', \\ & \chi' = \omega_0 \omega_m \left[\omega_0^2 - \omega^2 (1 - \alpha^2) \right] D^{-1}, \ \chi'' = \omega \omega_m \alpha \left[\omega_0^2 + \omega^2 (1 + \alpha^2) \right] D^{-1}, \\ & K' = \omega \omega_m \left[\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2) \right] D^{-1}, \ K'' = 2 \omega^2 \omega_0 \omega_m \alpha D^{-1}, \\ & D = \left[\omega_0^2 - \omega^2 (1 + \alpha^2) \right] + 4 \omega_0^2 \omega^2 \alpha^2, \ \omega_0 = \mu_0 \gamma H_0, \ \omega_m = \mu_0 \gamma M_s, \end{split}$$

nas quais $\varepsilon_0 e \mu_0$ são a permissividade e a permeabilidade do espaço livre, ω_0 é a frequência de ressonância ferromagnética, α é a constante de amortecimento, γ é a razão giromagnética e M_s é a magnetização de saturação. A ferrite considerada foi TTI-3000, que se caracteriza por $4\pi M_s = 3000$ G, $\Delta H = 190$ Oe, $\varepsilon_r = 12,9$, tan $\delta = 5.10^{-4}$ e $\gamma = 1,759.10^{11}$ rad.s⁻¹.T⁻¹ [5]. A largura de linha ΔH foi aproximada pelo parâmetro $\alpha = 0,05$, usando a relação apresentada em [5]. Como a perda dielétrica é muita pequena em comparação com a magnética, esta foi desprezada nos cálculos. Na Fig. 3.2, os parâmetros do tensor permeabilidade da ferrite para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz são mostrados em função da frequência.



Figura 3.2. Parâmetros do tensor permeabilidade da ferrite magnetizada para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz em função da frequência.

A estrutura foi excitada por uma onda plana com incidencia normal vinda a partir do semi-espaço z > 0 com polarização linear ao longo da direção x. Foi considerado um substrato de ferrite magnetizada por um campo magnético de ao longo das direções $x, y \in z$.

Para validar os resultados numéricos, os coeficientes de reflexão e transmissão em função da frequência do arranjo em um substrato de ferrite magnetizada na direção *z* para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz foram calculados usando o *CST* e o *SDMM*, sendo mostrados na Fig. 3.3. Uma vez que os resultados obtidos com ambos os métodos apresentaram uma concordância muito boa, a seguir são mostrados apenas os resultados obtidos com o *CST*.

Na Fig. 3.4 são mostradas as respostas da estrutura para um substrato nãomagnetizado e para um magnetizado nas direções x e y (magnetização paralela ao plano do arranjo) para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz, e na Fig. 3.5 para magnetização na direção z (magnetização normal ao plano do arranjo). Como pode ser visto, um deslocamento significativo da frequência de ressonância para frequências menores é alcançada para qualquer orientação do campo de magnetização, cerca de 20 %. No entanto, para magnetização normal, a atenuação na transmitância máxima é maior do que nos casos paralelos. Na magnetização paralela, as características são dependentes da polarização, mas esta dependência é pequena na região do *trapped-mode*, como pode ser observado na Fig. 3.4.



Figura 3.3. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada na direção *z* para $\omega_0/2\pi = 3.5$ GHz, calculados usando o *CST* e o *SDMM*.

Na Fig. 3.6, são mostrados os resultados para a magnetização na direção z e diferentes valores de ω_0 . Observa-se que, reduzindo a frequência da ressonância ferromagnética, o deslocamento da frequência de ressonância do *trapped-mode* é aumentado, no entanto, a atenuação na transmitância máxima também é aumentada. Este comportamento é uma consequência natural das características da ressonância ferromagnética mostradas na Fig. 3.2, onde observa-se que perto da ressonância, tanto a parte real como a imaginária dos parâmetros do tensor permeabilidade são maiores e suas variações mais rápidas.



Figura 3.4. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada nas direções *x* e *y* para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz.



Figura 3.5. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada na direção *z* para $\omega_0/2\pi = 3.5$ GHz.



Figura 3.6. Coeficientes de reflexão (a) e transmissão (b) do arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de ferrite magnetizada na direção *z* para diferentes ω_0 .

Quando a magnetização é na direção *z*, ocorrem os efeitos de Faraday e Kerr no substrato de ferrite. O estado da polarização das ondas eletromagnéticas refletidas e transmitida através da estrutura podem ser analisadas usando os ângulos de azimute θ e de ellipticidade η , tal como ilustrado ao lado da Fig. 5b [1]. Estes ângulos foram calculados e são mostrados nas Figs. 3.7 e 3.8 para uma placa de ferrite magnetizada e o arranjo sobre o substrato de ferrite magnetizada para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz, respectivamente. Como pode ser observado, na banda do *trapped-mode* a rotação de Faraday na estrutura é cerca de duas vezes maior do que na placa de ferrite sem metalização.



Figura 3.7. Ângulos de azimute (θ) e elipicidade (η) da placa de ferrite magnetizada para $\alpha = 0.05$ e $\omega_0/2\pi = 3.5$ GHz.



Figura 3.8. Ângulos de azimute (θ) e elipicidade (η) do arranjo de dois anéis concêntricos sobre um substrato de ferrite magnetizada para $\omega_0/2\pi = 3,5$ GHz.

Outra funcionalidade interessante pode ser alcançada se as frequências de ressonância do *trapped-mode* e da ressonância ferromagnética estiverem muito próximas, neste caso é possível realizar um chaveamento da banda de transmissão. Para mostrar esta possibilidade, foi considerado como substrato a ferrite TT2-125, que se caracteriza por $4\pi M_s$ = 2100 G, ΔH = 460 Oe, ε_r = 12,6, tan δ = 10⁻³ e γ = 1,759.10¹¹ rad.s⁻¹.T⁻¹ [5]. A largura de linha ΔH foi aproximada pelo parâmetro α = 0,13, usando a relação apresentada em [5].

As respostas do arranjo sobre o substrato de ferrite magnetizada na direção *z* para ω_0 = 2,5 GHz são mostradas e comparadas com o caso de um substrato de ferrite nãomagnetizada na Fig. 3.8. O coeficiente de transmissão máximo pode ser chaveado de 1 para 0,3 na ressonância do *trapped-mode*. O chaveamento pode ser ser realizado de forma mais completa se for usado um substrato mais espesso, aumentando a perda na ressonância ferromagnética e reduzindo dessa forma o coeficiente de transmissão.



Figura 3.9. Coeficientes de reflexão e transmissão do arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de ferrite TT2-125 magnetizada para $\omega_0/2\pi = 2,5$ GHz.

3.3. Conclusão

Um arranjo planar de dois anéis concêntricos metálicos sobre um substrato de ferrite magnetizada por um campo magnético de com diferentes orientações foi investigado. Foi demonstrado teoricamente que ajustando adequadamente as frequências de ressonância do *trapped-mode* e da ressonância ferromagnética é possível ter um deslocamento significativo da frequência de ressonância do *trapped-mode*, em torno de 20 %, para frequências menores sem deterioração significativa da ressonância de transmissão. O deslocamento é similar para qualquer orientação do campo de magnetização, entretanto, a atenuação na transmitância máxima é maior quando a magnetização é normal ao plano do arranjo.

Quando a magnetização é normal ao plano do arranjo, ocorrem os efeito de Faraday e Kerr no substrato. Foi observado que na banda de *trapped-mode* o arranjo sobre o substrato de ferrite magnetizada apresenta rotação de Faraday cerca de duas vezes maior que no caso de uma placa de ferrite sem metalização.

Utilizando um substrato de ferrite magnetizada na direção z, foi demostrada a possibilidade de chavear a transmitância na ressonância de *trapped-mode* de 100 para 30 %, ajustando a ressonância ferromagnética da ferrite para ficar perto da ressonância do *trapped-mode*. Através da utilização de um substrato de ferrite de maior espessura seria possível fazer um chaveamento mais completo, uma vez que as perdas na ressonância ferromagnética aumentariam.

3.4. Referências

- [1] T. K. Chang, R. J. Langley and E. A. Parker, "An active square loop frequency selective surface", *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, pp. 387–388, 1993.
- [2] A. C. de C. Lima, E. A. Parker and R. J. Lagley, "Tunnable frequency selective surfaces using liquid substrate", *Electron Lett.*, pp. 281–282, 1994.
- [3] G. Y. Li, Y. C. Chan, T. S. Mok and J. C. Vardaxoglou, "Analysis of Frequency Selective Surfaces On Biased Ferrite Substrate", *Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 3, pp. 1636–1639, 1955.
- [4] T. K. Chang, R. J. Langley and E. A. Parker, "Frequency Selective Surfaces On Biased Ferrite Substrate", *Electron Lett.*, pp. 1193–1194, 1994.
- [5] D. M. Pozar, Microwave Engineering, New York: John Wiley and Sons, 1998.
- [6] S.L. Prosvirnin, V.A. Dmitriev, Electromagnetic wave diffraction by array of complex-shaped metal elements placed on ferromagnetic substrate, EPJ. Appl. Phys. 49 (2010) 33005.

CAPÍTULO IV: Superfície seletiva de frequência com alto fator de qualidade, independência da polarização e chaveamento da banda de transmissão

Na referência [1], é apresentada uma superfície seletiva de frequência consistindo de um arranjo de orifícios em um substrato de silício ativado oticamente. O índice de refração do substrato varia de acordo com a densidade de plasma induzido pela luz de ativação, sendo possível realizar um chaveamento quase completo da banda de passagem apresentado neste arranjo, passando a refletir e absorver a onda incidente.

Neste trabalho essa mesma técnica é utilizada para fazer o chaveamento de uma *FSS* com alto fator de qualidade e independência da polarização para uma onda plana com incidência normal, utilizando um arranjo de dois anéis concêntricos metálicos, como já discutido nos dois capítulos anteriores.

Para realizar as simulações computacionais, foram utilizados o *SDMM* e o *CST* 2009, como descritos no capítulo 1.

4.1. Descrição da estrutura

Um esquema dessa estrutura é mostrado na Fig. 4.1. Como pode ser observado, a luz de ativação é aplicada perpendicularmente ao substrato. Nas simulações, foram considerados os seguintes valores para os parâmetros geométricos da célula unitária: $D_x =$ $D_y = 1,3, r_i = 0,5, r_o = 0,6, w = 0,02$ e h = 0,05 (todos os parâmetros estão em mm).



Figura 4.1. Arranjo de dois anéis concêntricos em um substrato de silício ativado oticamente (a) e uma célula unitária do arranjo (b).

4.2. Resultados

De acordo com a referência [2], a permissividade relativa do substrato de silício ativado oticamente, um semicondutor contendo pares de elétron-buraco, pode ser expressa como a soma de dois termos, um dependente do elétron (e) e outro do buraco (h),

$$\varepsilon_r = \varepsilon_p - \sum_{i=e,h} \frac{\omega_{pi}^2}{(2\pi f)^2 + v_i^2} \left(1 + i \frac{v_i}{2\pi f} \right)$$
(1)

onde ε_p é a constante dielétrica do silício no estado passivo, $\omega_{pi}^2 = Ne^2 / \varepsilon_0 m^*$ é frequência de plasma, v_i é a frequência angular de colisão, N é a densidade do plasma induzido, e é a carga do elétron, m^* é a massa efetiva do portador de carga e ε_0 é a permissividade do espaço livre. Usando os mesmos valores numéricos dados em [2], o índice de refração complexo $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ foi calculado em função da densidade de plasma N para a frequência de 40 GHz, sendo mostrado na Fig. 4.2.



Figura 4.2. Índice de refração do silício n em função da densidade de plasma induzido N.

Na Fig. 4.3 são mostrados os coeficientes de reflexão ($|\Gamma|$) e transmissão (|T|), e absorção de potência normalizada ($1-|\Gamma|^2-|T|^2$) em função da frequência, calculados usando o *SDMM* e o *CST* para $N = 10^{14}$ cm⁻³. Os resultados obtidos com ambos os programas apresentaram uma excelente concordância, por este motivo, são apresentados apenas os resultados obtidos com o *SDMM* nas análises seguintes.



Figura 4.3. Coeficientes de reflexão e transmissão, e absorção de potência normalizada para $N = 10^{14}$ cm⁻³, calculados usando o *SDMM* e o *CST*.

Na Fig. 4.4 são mostradas os coeficientes de reflexão e transmissão em função da frequência, considerando uma onda plana com incidência normal e diferentes valores de *N*. Para $N = 10^{12}$ cm⁻³, a influência do plasma sobre o índice de refração do substrato de silício é insignificante e aparece uma ressonância de transmissão de alto fator Q, em torno de 8, com transmissão quase total em 40 GHz. Note que a ressonância do *trapped-mode* está entre duas ressonâncias de reflexão ampla, que são produzidos pelos anéis externo e interno. Aumentando *N* para 10¹⁸ cm⁻³, obtém-se um regime de reflexão quase completo da onda incidente, devido ao aumento significativo das partes real e imaginária do índice de refração do silício (ver Fig. 4.2).


Figura 4.4. Coeficientes de reflexão e transmissão da FSS em função da densidade de plasma induzido.

4.3. Conclusão

Neste capítulo foi sugerida e analisada uma *FSS* com ressonância de transmissão de alto fator Q e capacidade de chaveamento, consistindo de um arranjo de dois anéis concêntricos metálicos em célula unitária sobre um substrato de silício ativado oticamente. Foi demostrado teoricamente que este arranjo apresenta uma ressonância de transmissão com alto fator Q, em torno de 8, e com a ativação optica do seu substrato é possível fazer um chaveamento praticamente completo da sua banda.

4.4. Referências

- [1] J. C. Vardaxoglou, "Optical switching of frequency selective surface bandpass response", *Electronic Letters*, vol. 32, n. 25, December 1996.
- [2] C. H. Lee, P. S. Mak, and A. P. De Fonzo, "Optical Control of Millimeter-Wave Propagation in Dielectric Waveguides", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. E-16, n. 3, March 1980.

CONCLUSÃO

Neste trabalho foram investigados arranjos planares de metalizações com alta simetria rotacional sobre um substrato isotrópico (capítulos 2 e 4) e sobre um girotrópico (capítulo 3) com ressonância de alto fator de qualidade (fator Q). O alto fator Q é alcançado através da excitação do *trapped-mode* (capítulo 1). O problema de espalhamento nestes arranjos foi analisado do ponto de vista das simetrias por meio da teoria de grupos (capítulo 1). Foi verificado que estes arranjos são independentes da polarização para uma onda plana com incidência normal quando o substrato é isotrópico e quando a girotropia é normal ao plano do arranjo (ferrite magnetizada na direção normal ao plano do arranjo).

Dos arranjos sugeridos e investigados neste trabalho, o arranjo de dois anéis concêntricos apresentou as características mais interessantes. Além de possuir uma ressonância de transmissão com alto fator Q, em torno de 12, esse arranjo possui uma banda de transmissão compreendida entre duas bandas de reflexão largas.

Utilizando um substrato de ferrite magnetizada no arranjo planar de dois anéis concêntricos metálicos, foi demonstrado teoricamente que ajustando adequadamente as frequências de ressonância do *trapped-mode* exibido neste tipo de arranjo e da ressonância ferromagnética controlada pelo campo magnético de de polarização é possível deslocar a ressonância do *trapped-mode* para frequências menores em torno de 20 %, sem deterioração significativa da ressonância de transmissão. Além disso, foi mostrada a possibilidade de chavear a transmitância na ressonância de 100 para 30 %, ajustando a ressonância ferromagnética da ferrite para ficar perto da ressonância do *trapped-mode*.

Com a utilização de um um substrato de silício ativado oticamente no arranjo de dois anéis concêntricos metálicos, foi demostrado teoricamente que é possível fazer um chaveamento praticamente completo da sua banda de transmissão.

Os dispositivos propostos neste trabalho podem ter inúmeras aplicações nas faixas de microondas e óptica como chaves ou filtros controláveis, amplificação diferencial, limitadores de potência, formatadores de pulso e funções de processamento de dados digitais.

Como principais contribuições deste trabalho podemos destacar a utilização da teoria de grupos de forma sistemática para análise dos arranjos planares investigados e o projeto de uma superfície seletiva de frequência com alto fator Q, insensibilidade à polarização para uma onda com incidência normal e controle das suas características eletromagnéticas.

c.1. Propostas de trabalhos futuros

- Analisar a influência do truncamento do arranjo periódico nas suas características de resposta, pois neste trabalho os arranjos foram considerados infinitos;
- Pesquisar a possibilidade do aumento de efeitos não lineares através da combinação da ressonância de *trapped-mode* e substratos não lineares, visto que estes efeitos são promissores para o desenvolvimento de dispositivos com controle da propagação de ondas eletromagnéticas;
- Realização de experimentos das estruturas propostas.

c.2. Publicações na linha de pesquisa deste trabalho

- V. A. Dmitriev and M. N. Kawakatsu, "Microwave Frequency Selective Surface with Controllable High Q-Factor Transmission Resonance", artigo em avaliação de uma revista.
- V. Dmitriev and M. N. Kawakatsu, "A novel microwave switchable frequency selective surface with high quality factor transmission resonance and low polarization sensitivity", artigo em avaliação de uma revista.
- Victor Dmitriev and Marcelo N. Kawakatsu, "Reconfigurable Electromagnetic Frequency Selective Surface with High Q-Factor Transmission Resonance", *Internacional Microwave and Optoelectronic Conference –* IMOC 2011, Natal, Brazil, Proceedings of IMOC 2011, 2011.
- M. N. Kawakatsu and V. Dmitriev, "Trapped-Mode Resonance Regime of Thin Microwave Electromagnetic Arrays with Two Concentric Rings in Unit Cell", *International Journal of Microwave Science and Technology*, vol. 2011, 2011.
- Kawakatsu, M. N., Dmitriev, V. A., and Prosvirnin, S. L., "Microwave Frequency Selective Surfaces with High Q-Factor Resonance and Polarization Insensitivity", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, pp. 261-270, 2010.
- M. N. Kawakatsu and V. Dmitriev, "Trapped-Mode Resonance in Electromagnetic Arrays for Wireless Communication Systems", 9th International Information and Telecommunication Technologies Symposium - I2TS 2010, Rio de Janeiro, Proceedings of I2TS 2010, 2010.

a.1. Equação do operador para um arranjo periódico planar de metalizações sobre um substrato isotrópico

O problema de espalhamento em um arranjo periódico planar de metalizações sobre um substrato e imerso no espaço livre está esquematizado na Fig. a.1. Nesta figura, a linha tracejada representa as metalizações arranjadas periodicamente, o meio 1 é o espaço livre e o meio 2, o substrato.



Figura a.1. Esquema do problema de espalhamento em um arranjo de elementos sobre um substrato.

Utilizando a formulação de campos no domínio espectral apresentada em [1], os campos tangenciais incidentes em $z = d^+$ podem ser escritos como

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{i} = \widetilde{\mathbf{E}}^{i} (\boldsymbol{\alpha}_{0}, \boldsymbol{\beta}_{0}) \boldsymbol{e}^{j(\boldsymbol{\alpha}_{0}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\beta}_{0}\boldsymbol{y})}, \tag{1}$$

onde $\widetilde{\mathbf{E}}^{i} = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}^{i} & \widetilde{E}_{y}^{i} \end{bmatrix}^{t}$ e $\widetilde{\mathbf{E}}^{i}(\alpha_{0},\beta_{0}) = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}^{i}(\alpha_{0},\beta_{0}) & \widetilde{E}_{y}^{i}(\alpha_{0},\beta_{0}) \end{bmatrix}^{t}$, com *t* denotando transposição, α_{0} e β_{0} são as componentes *x* e *y* do vetor de onda incidente.

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{i} = \mathbf{K}_{1} \mathbf{X} \widetilde{\mathbf{E}}^{i} (\alpha_{0}, \beta_{0}) e^{j(\alpha_{0} x + \beta_{0} y)}.$$
⁽²⁾

Os campos refletidos em $z = d^+$ podem ser escritos como

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{r} = \sum_{m,n} \widetilde{\mathbf{E}}^{r} (\alpha_{m}, \beta_{n}) e^{j(\alpha_{m}x + \beta_{n}y)}, \qquad (3)$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{r} = -\sum_{m,n} \mathbf{K}_{1} \mathbf{X} \widetilde{\mathbf{E}}^{r} (\alpha_{m}, \beta_{n}) e^{j(\alpha_{m}x + \beta_{n}y)}, \qquad (4)$$

onde o par (α_m, β_n) são as harmônicas de Floquet definidas como

$$\alpha_m = \alpha_0 + m \frac{2\pi}{a}$$
 e $\alpha_n = \alpha_0 + n \frac{2\pi}{b}$, sendo *a* e *b* a periodicidade do arranjo nas

direções x e y, respectivamente.

E os campos em $z = d^{-}$ na região 2 podem ser descritos como

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{-} = \sum_{m,n} \widetilde{\mathbf{E}}^{-} (\alpha_{m}, \beta_{n}) e^{j(\alpha_{m}x + \beta_{n}y)}, \qquad (5)$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{-} = \sum_{m,n} \mathbf{K}_{2} \mathbf{X} \, \widetilde{\mathbf{E}}^{+} (\alpha_{m}, \beta_{n}) e^{j(\alpha_{m} x + \beta_{n} y)}, \qquad (6)$$

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{+} = \sum_{m,n} \widetilde{\mathbf{E}}^{+} (\alpha_{m}, \beta_{n}) e^{j(\alpha_{m}x + \beta_{n}y)}, \qquad (7)$$

$$\widetilde{\mathbf{H}}^{+} = -\sum_{m,n} \mathbf{K}_{2} \mathbf{X} \widetilde{\mathbf{E}}^{+} (\alpha_{m}, \beta_{n}) e^{j(\alpha_{m} x + \beta_{n} y)}, \qquad (8)$$

onde

$$\mathbf{K}_{i} = \frac{-1}{\omega \mu_{i}} \begin{bmatrix} \frac{k_{i}^{2} - \alpha_{m}^{2}}{\sqrt{k_{i}^{2} - \alpha_{m}^{2} - \beta_{m}^{2}}} & \frac{-\alpha_{m}\beta_{n}}{\sqrt{k_{i}^{2} - \alpha_{m}^{2} - \beta_{m}^{2}}} \\ \frac{-\alpha_{m}\beta_{n}}{\sqrt{k_{i}^{2} - \alpha_{m}^{2} - \beta_{m}^{2}}} & \frac{k_{i}^{2} - \beta_{m}^{2}}{\sqrt{k_{i}^{2} - \alpha_{m}^{2} - \beta_{m}^{2}}} \end{bmatrix} \mathbf{e} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Como o substrato é homogêneo, tem-se a seguinte relação

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{+}(\boldsymbol{\alpha}_{m},\boldsymbol{\beta}_{n}) = \mathbf{R}_{e}\widetilde{\mathbf{E}}^{-}(\boldsymbol{\alpha}_{m},\boldsymbol{\beta}_{n})\boldsymbol{\phi}^{2}, \qquad (9)$$

onde $\phi = e^{-j\sqrt{k_2^2 - \alpha_m^2 - \beta_m^2}d}$ e $\mathbf{R}_e = \mathbf{X}^{-1}(\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2)^{-1}(\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2)\mathbf{X}$. Onde \mathbf{R}_e é deduzido facilmente aplicando a condição de contorno de continuidade para os campos elétrico e magnético tangenciais na interface z = 0.

Para derivar a equação do operador para este problema, aplicam-se as seguintes condições de contorno em z = d: continuidade do campo elétrico tangencial; condição de salto do campo magnético tangencial (devido à densidade de corrente induzida nas metalizações); campo elétrico tangencial nulo no metal (quando aproximado como condutor elétrico perfeito). Após as devidas manipulações matemáticas, obtém-se

$$-2(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{e}\phi^{2})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{i}(\alpha_{0},\beta_{0})e^{j(\alpha_{0}x+\beta_{0}y)} = \sum_{m,n}(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{e}\phi^{2})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{J}}(\alpha_{m},\beta_{n})e^{j(\alpha_{m}x+\beta_{n}y)}, \qquad (10)$$

onde

$$\mathbf{M} = \mathbf{K}_2 \mathbf{X} \left(\mathbf{I} - \mathbf{R}_e \phi^2 \right) + \mathbf{K}_1 \mathbf{X} \left(\mathbf{I} + \mathbf{R}_e \phi^2 \right),$$

e $\widetilde{\mathbf{J}}$ é a densidade de corrente induzida nas metalizações do arranjo.

Para as futuras manipulações, (10) será escrita na forma compacta a seguir

$$-\begin{bmatrix} E_x^e\\ E_y^e \end{bmatrix} = \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \widetilde{G}_{xx} & \widetilde{G}_{xy}\\ \widetilde{G}_{yx} & \widetilde{G}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x(\alpha_m,\beta_n)\\ \widetilde{J}_y(\alpha_m,\beta_n) \end{bmatrix} e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)} = \sum_{m,n} \widetilde{\mathbf{G}} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x(\alpha_m,\beta_n)\\ \widetilde{J}_y(\alpha_m,\beta_n) \end{bmatrix} e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)} .$$
(11)

O lado esquerdo de (11) representa o campo de excitação (sendo uma função do campo incidente e do campo refletido) neste problema, e \tilde{G} é chamada de função diádica de Green, a qual relaciona o campo elétrico espalhado com a densidade de corrente nas metalizações.

a.1.1. Cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão

Neste trabalho os coeficientes de reflexão e transmissão da *FSS* foram definidos em termos da relação de campo,

$$\Gamma = \frac{\mathbf{E}_{\tan}^{r} \cdot \mathbf{E}_{\tan}^{i}}{\|\mathbf{E}_{\tan}^{i}\|} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{T} = \frac{\mathbf{E}_{\tan}^{t} \cdot \mathbf{E}_{\tan}^{i}}{\|\mathbf{E}_{\tan}^{i}\|} \quad , \tag{12}$$

onde $\mathbf{E}_{tan}^{i} = \begin{bmatrix} E_{x}^{i} & E_{y}^{i} \end{bmatrix}^{tranp}$, $\mathbf{E}_{tan}^{r} = \begin{bmatrix} E_{x}^{r} & E_{y}^{r} \end{bmatrix}^{transp}$ e $\mathbf{E}_{tan}^{t} = \begin{bmatrix} E_{x}^{t} & E_{y}^{t} \end{bmatrix}^{transp}$ são as componentes tangenciais dos campos elétricos propagantes incidente, refletido e transmitido,

respectivamente, $[\cdot]$ representa produto interno e || ||, o operador de norma. O campo propagante corresponde ao modo fundamental das harmônicas de Floquet, (α_0, β_0) , sendo os demais modos evanescentes quando não existem lóbulos laterais.

Para o cálculo dos coeficientes, é necessário definir os campos refletidos e transmitidos. O primeiro é obtido aplicando-se a condição de continuidade da componente tangencial de **E** na interface z = d,

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{i} + \widetilde{\mathbf{E}}^{r} = \widetilde{\mathbf{E}}^{+} + \widetilde{\mathbf{E}}^{-} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{e}\phi^{2}\right)\widetilde{\mathbf{E}}^{-}.$$
(13)

Utilizando a condição de salto da componente tangencial de \mathbf{H} em z = d,

$$\widetilde{\mathbf{H}}_{z=d^{-}} - \widetilde{\mathbf{H}}_{z=d^{+}} = \mathbf{X}\widetilde{\mathbf{J}}, \qquad (14)$$

a qual utilizando as relações (1)-(8) pode ser escrita como

$$\mathbf{K}_{2}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{+} - \mathbf{K}_{2}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{-} - \mathbf{K}_{1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{i} + \mathbf{K}_{1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{r} = \mathbf{X}\widetilde{\mathbf{J}}.$$
 (15)

Com o uso de (9), (15) pode ser escrita como

$$\mathbf{K}_{2}\mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{R}_{e}\phi^{2})\widetilde{\mathbf{E}}^{-} - \mathbf{K}_{1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{i} + \mathbf{K}_{1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{r} = \mathbf{X}\widetilde{\mathbf{J}}.$$
(16)

Substituindo (13) em (16), pode-se obter $\widetilde{\mathbf{E}}^-$ em função de $\widetilde{\mathbf{E}}^i$ e $\widetilde{\mathbf{J}}$ como

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{-} = 2\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{E}}^{i} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{X}\widetilde{\mathbf{J}}, \qquad (17)$$

onde $\mathbf{M} = \mathbf{K}_2 \mathbf{X} (\mathbf{I} - \mathbf{R}_e \phi^2) + \mathbf{K}_1 \mathbf{X} (\mathbf{I} + \mathbf{R}_e \phi^2).$

Substituindo esta relação em (13), obtém-se a expressão para $\widetilde{\mathbf{E}}^r$,

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{r} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{e}\phi^{2}\right)\widetilde{\mathbf{E}}^{-} - \widetilde{\mathbf{E}}^{i}.$$
(18)

O campo transmitido é obtido a partir da condição de continuidade da componente tangencial de H na interface z = 0,

$$\widetilde{\mathbf{E}}^{t} = \widetilde{\mathbf{E}}^{+} + \widetilde{\mathbf{E}}^{-} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{e}\phi^{2}\right)\widetilde{\mathbf{E}}^{-}, \qquad (19)$$

onde $\widetilde{\mathbf{E}}^-$ está definido em (17).

a.2. Equação do operador para um arranjo periódico planar de metalizações sobre um substrato girotrópico

Para este problema será utilizado também o esquema mostrado na Fig. a.1, com a diferença de que a permissividade e permeabilidade do meio 2 é descrito por tensores (meio girotrópico). A formulação utilizada neste trabalho é baseada na apresentada em [2]. Como no caso anterior, o objetivo aqui é encontrar a função diádica de Green que relaciona o campo incidente com a densidade de corrente nas metalizações.

Na formulação apresentada em [2], os tensores permissividade [ϵ] e permeabilidade [μ] são da forma

$$[\tau] = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & 0\\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \tau_{zz} \end{bmatrix},$$
 (20)

sendo esta forma requerida para modelar um meio girotrópico como é o caso da ferrite magnetizada (capítulo 3).

Para cada um dos modos de Floquet (α_m, β_n) , obtém-se a partir das equações de Maxwell dos rotacionais a seguinte equação de onda para o campo elétrico

$$\left[\widetilde{\nabla}\times\right]\!\left[\mu\right]^{-1}\!\left[\widetilde{\nabla}\times\right]\!\widetilde{\mathbf{E}}-k_0^2\left[\varepsilon\right]\!\widetilde{\mathbf{E}}=0\,,\tag{21}$$

onde o operador $\left[\widetilde{\nabla}\times\right]$ pode ser expresso na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \widetilde{\nabla} \times \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & j\beta_n \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -j\alpha_m \\ -j\beta_n & j\alpha_m & 0 \end{bmatrix}.$$
 (22)

A partir de (21), são obtidas duas equações diferenciais de segunda ordem acopladas

$$\begin{bmatrix} a_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + a_0 & b_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + b_0 \\ c_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + c_0 & d_2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} + d_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{E}_x \\ \widetilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$
(23)

onde os coeficientes são obtidos após extensas manipulações algébricas e dados por

$$a_{2} = -\beta_{n}^{2} \mu_{d} + k_{0}^{2} \varepsilon_{zz} \mu_{xx} \mu_{d}, a_{0} = \left(\frac{\beta_{n}^{2}}{\mu_{zz}} - k_{0}^{2} \varepsilon_{xx}\right) \mu_{d} S,$$

$$b_{2} = \alpha_{m} \beta_{n} \mu_{d} + k_{0}^{2} \varepsilon_{zz} \mu_{yx} \mu_{d}, b_{0} = \left(-\frac{\alpha_{m} \beta_{n}}{\mu_{zz}} - k_{0}^{2} \varepsilon_{xy}\right) \mu_{d} S,$$

$$c_{2} = \alpha_{m} \beta_{n} \mu_{d} + k_{0}^{2} \varepsilon_{zz} \mu_{xy} \mu_{d}, c_{0} = \left(-\frac{\alpha_{m} \beta_{n}}{\mu_{zz}} - k_{0}^{2} \varepsilon_{yx}\right) \mu_{d} S,$$

$$d_{2} = -\alpha_{m}^{2} \mu_{d} + k_{0}^{2} \varepsilon_{zz} \mu_{yy} \mu_{d}, d_{0} = \left(\frac{\alpha_{m}^{2}}{\mu_{zz}} - k_{0}^{2} \varepsilon_{yy}\right) \mu_{d} S,$$

 $\operatorname{com} \mu_d = \mu_{xx}\mu_{yy} - \mu_{xy}\mu_{yx} \ e \ S = \alpha_m^2\mu_{xx} + \beta_n^2\mu_{yy} + \alpha_m\beta_n(\mu_{xy} + \mu_{yx}) - k_0^2\varepsilon_{zz}\mu_d \ .$

Observe que na referência [2], existem erros de digitação nos coeficientes $c_0 e d_0$.

As soluções gerais de $\tilde{E}_x \in \tilde{E}_y$ possuem dependência na direção *z* dada por $e^{\pm \gamma z}$, onde γ é a constante de propagação e é determinada a partir da equação característica obtida a partir de (23)

$$(a_2d_2 - b_2c_2)\gamma^4 + (a_2d_0 + a_0d_2 - b_2c_0 - b_0c_2)\gamma^2 + (a_0d_0 + b_0c_0) = 0.$$
(24)

Extraindo as soluções de (24), as soluções gerais de \tilde{E}_x e \tilde{E}_y são expressas em termos de quatro ondas elementares

$$\widetilde{E}_{x}(z) = A_{1}e^{\gamma_{1}z} + A_{2}e^{-\gamma_{1}z} + A_{3}e^{\gamma_{2}z} + A_{4}e^{-\gamma_{2}z}, \qquad (25a)$$

$$\widetilde{E}_{y}(z) = e_{1}A_{1}e^{\gamma_{1}z} + e_{1}A_{2}e^{-\gamma_{1}z} + e_{2}A_{3}e^{\gamma_{2}z} + e_{2}A_{4}e^{-\gamma_{2}z}, \qquad (25b)$$

onde A_1 e A_2 são coeficientes desconhecidos, e_1 e e_2 são determinados a partir de (23) e são dados por

$$e_{1} = -\frac{a_{2}\gamma_{1}^{2} + a_{0}}{b_{2}\gamma_{1}^{2} + b_{0}} e e_{2} = -\frac{a_{2}\gamma_{2}^{2} + a_{0}}{b_{2}\gamma_{2}^{2} + b_{0}}.$$
(26)

As componentes restantes de E e H na região anisotrópica podem ser obtidas diretamente a partir das equações de Maxwell. Da equação

$$\widetilde{\nabla}_{\cdot}[\varepsilon]\widetilde{\mathbf{E}} = 0, \qquad (27)$$

obtém-se a componente E_z . Tendo todas as componentes de **E**, as componentes de **H** podem ser calculadas a partir de

$$\widetilde{\mathbf{H}} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left[\mu \right]^{-1} \left[\widetilde{\nabla} \times \right] \widetilde{\mathbf{E}} \,. \tag{28}$$

As componentes tangenciais de E e H dentro do meio anisotrópico podem ser expressas na forma matricial como

$$\widetilde{\Psi}(z) = V U(z) \mathbf{A} , \qquad (29)$$

onde

$$\begin{split} \widetilde{\Psi}(z) &= \begin{bmatrix} \widetilde{E}_x(z) & \widetilde{E}_y(z) & -\widetilde{H}_y(z) & \widetilde{H}_x(z) \end{bmatrix}^t, \\ \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e_1 & e_1 & e_2 & e_2 \\ g_1 & g_2 & g_3 & g_4 \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix}^t, \ \mathbf{U}(z) &= \begin{bmatrix} e^{\gamma_1 z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_1 z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\gamma_2 z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\gamma_2 z} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \end{bmatrix}^t, \end{split}$$

com os coeficientes g_1 a g_4 e h_1 a h_4 dados por

$$g_{1,2} = \frac{j(\mp \gamma_1)(\mu_{xx} + \mu_{yx} e_1) + (\beta_n \mu_{yx} + \alpha_m \mu_{xx})f_{1,2}}{\omega \mu_0 \mu_d},$$

$$g_{3,4} = \frac{j(\mp \gamma_2)(\mu_{xx} + \mu_{yx} e_2) + (\beta_n \mu_{yx} + \alpha_m \mu_{xx})f_{3,4}}{\omega \mu_0 \mu_d},$$

$$h_{1,2} = \frac{j(\mp \gamma_1)(\mu_{xy} + \mu_{yy} e_1) + (\beta_n \mu_{yy} + \alpha_m \mu_{xy})f_{1,2}}{\omega \mu_0 \mu_d},$$

$$h_{3,4} = \frac{j(\mp \gamma_2)(\mu_{xy} + \mu_{yy} e_2) + (\beta_n \mu_{yy} + \alpha_m \mu_{xy})f_{3,4}}{\omega \mu_0 \mu_d},$$

$$f_{1,2} = \pm \frac{j\alpha_m (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xy} e_1) + j\beta_n (\varepsilon_{yx} + \varepsilon_{yy} e_1)}{\varepsilon_{zz} \gamma_1},$$

$$f_{3,4} = \pm \frac{j\alpha_m (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xy} e_2) + j\beta_n (\varepsilon_{yx} + \varepsilon_{yy} e_2)}{\varepsilon_{zz} \gamma_2}.$$

Na referência [2] os sinais de $f_{1,2}$ e $f_{3,4}$ estão trocados.

Observa-se facilmente que a matriz U(z) possui a seguinte propriedade

$$\mathbf{U}(z + \Delta z) = \mathbf{U}(z)\mathbf{U}(\Delta z). \tag{30}$$

Com o uso de (29) e (30), obtém-se a matriz de transferência que relacionam os campos tangenciais nas interfaces $z = 0^+$ e $z = d^-$ como

$$\widetilde{\Psi}(d^{-}) = \mathbf{T} \, \widetilde{\Psi}(0^{+}), \tag{31}$$

onde a matriz T é definida a seguir, sendo dividida em quatro sub-matrizes 2x2 para facilitar as manipulações que seguem

$$\mathbf{T} = \mathbf{V}\mathbf{U}(d)\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{Q}_3 & \mathbf{Q}_4 \end{bmatrix}.$$
 (32)

Utilizando a formulação da imitação no domínio espectral apresentado em [3], na qual o meio de propagação é representado por circuitos equivalentes TE e TM, obtém-se as seguintes relações entre as componentes tangenciais de E e H nas interfaces $z = 0^{-}$ e $z = d^{+}$

$$\begin{bmatrix} -\widetilde{H}_{y}(0^{-}) \\ \widetilde{H}_{x}(0^{-}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{0}^{11} & Y_{0}^{12} \\ Y_{0}^{21} & Y_{0}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}(0^{-}) \\ \widetilde{E}_{y}(0^{-}) \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{0} \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}(0^{-}) \\ \widetilde{E}_{y}(0^{-}) \end{bmatrix},$$
(33a)

$$\begin{bmatrix} -\widetilde{H}_{y}(d^{+}) \\ \widetilde{H}_{x}(d^{+}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{0}^{11} & Y_{0}^{12} \\ Y_{0}^{21} & Y_{0}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}(d^{+}) \\ \widetilde{E}_{y}(d^{+}) \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_{0} \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}(d^{+}) \\ \widetilde{E}_{y}(d^{+}) \end{bmatrix},$$
(33b)

onde

$$Y_0^{12} = Y_0^{21} = \frac{\alpha_m \beta_n}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} (Y^h - Y^e), \quad Y_0^{11} = -\frac{1}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} (\beta_n^2 Y^h + \alpha_m^2 Y^e),$$
$$Y_0^{22} = -\frac{1}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} (\alpha_m^2 Y^h + \beta_n^2 Y^e),$$

77

$$\operatorname{com} Y^{h} = -\frac{\sqrt{\alpha_{m}^{2} + \beta_{n}^{2} - \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0}}}{j \omega \mu_{0}}, \ Y^{e} = -\frac{j \omega \varepsilon_{0}}{\sqrt{\alpha_{m}^{2} + \beta_{n}^{2} - \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0}}}.$$

Na referência [2], a definição de Y^e e Y^h estão trocadas.

Com o uso de (34) e (36), a função de Green para este problema pode ser obtida forçando as seguintes condições de contorno na interface ar-metal-substrato

$$\begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}(d^{-}) \\ \widetilde{E}_{y}(d^{-}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x}(d^{+}) \\ \widetilde{E}_{y}(d^{+}) \end{bmatrix}, \qquad (34)$$
$$\begin{bmatrix} -\widetilde{H}_{y}(d^{-}) \\ \widetilde{H}_{x}(d^{-}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{y}(d^{+}) \\ -\widetilde{H}_{x}(d^{+}) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \widetilde{J}_{x} \\ \widetilde{J}_{y} \end{bmatrix}. \qquad (35)$$

Com isso, obtém-se a função diádica de Green que relaciona o campo elétrico espalhado E^s com J, dada por

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{G}_{xx} & \widetilde{G}_{xy} \\ \widetilde{G}_{yx} & \widetilde{G}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x \\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix} = \widetilde{\mathbf{G}} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x \\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix},$$
(36)

onde

$$\widetilde{\mathbf{G}} = -[\mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_0]^{-1},$$
$$\mathbf{Y}_d = (\mathbf{Q}_3 + \mathbf{Q}_4 \mathbf{Y}_0)(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 \mathbf{Y}_0)^{-1}.$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier, temos

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \sum_{m,n} \widetilde{\mathbf{G}} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x \\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix} e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)}.$$
(37)

Os campos de excitação nesta formulação são obtidos simplesmente como a soma dos campos incidente mais refletido pela estrutura na ausência de metalização

$$\mathbf{E}^{e} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{0}\right)\mathbf{E}^{i}, \qquad (38)$$

$$\mathbf{E}^{i} = \begin{bmatrix} E_{x}^{i} \\ E_{y}^{i} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{0} \begin{bmatrix} -sen(\phi) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix}, \text{ para o modo TE e}$$
$$\mathbf{E}^{i} = \begin{bmatrix} E_{x}^{i} \\ E_{y}^{i} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{0} \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\phi) \\ \cos(\theta)sen(\phi) \end{bmatrix}, \text{ para o modo TM}$$

e

$$\mathbf{R}_{0} = (\mathbf{Z}_{d} - \mathbf{Z}_{0})(\mathbf{Z}_{d} + \mathbf{Z}_{0})^{-1}, \ \mathbf{Z}_{d} = \mathbf{Y}_{d}(\alpha_{0}, \beta_{0})^{-1} \ \mathbf{e} \ \mathbf{Z}_{0} = \mathbf{Y}_{0}(\alpha_{0}, \beta_{0})^{-1}$$

Aplicando a condição de campo elétrico tangencial nulo nas metalizações na (37), obtém-se a equação do operador para este problema

$$-\begin{bmatrix} E_x^e\\ E_y^e \end{bmatrix} = \sum_{m,n} \widetilde{\mathbf{G}} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_x\\ \widetilde{J}_y \end{bmatrix} e^{j(\alpha_m x + \beta_n y)}.$$
(39)

a.2.1. Cálculo dos coeficientes de reflexão e transmissão

Assim como no caso anterior da *FSS* com substrato homogêneo, os coeficientes foram definidos em termos da relação de campo (12).

Como os coeficientes de reflexão do substrato na ausência de metalização para uma onda plana incidente são conhecidos, o campo total refletido pela *FSS* pode ser calculado como

$$\mathbf{E}^r = \mathbf{R}_0 \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s, \tag{40}$$

onde \mathbf{E}^{s} é o campo elétrico espalhado pelas metalizações, sendo este calculado a partir de (37).

Para calcular o campo elétrico transmitido na ausência de metalização, aplicamos a condição de continuidade da componente tangencial do campo elétrico na interface z = 0

$$\mathbf{E}_{z=0^{+}} = \mathbf{E}_{z=0^{-}}.$$
 (41)

Com o uso de (31), (33) e (41) podemos relacionar o campo transmitido em $z = 0^{-1}$ com o campo elétrico de excitação em $z = d^{+1}$ como

$$\mathbf{E}_{z=0^{-}} = \left(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 \mathbf{Y}_0\right)^{-1} \mathbf{E}^e \,. \tag{42}$$

Para considerar a contribuição do campo elétrico espalhado pelas metalizações, o campo elétrico total transmitido é dado por

$$\mathbf{E}^{t} = \left(\mathbf{Q}_{1} + \mathbf{Q}_{2}\mathbf{Y}_{0}\right)^{-1} \left(\mathbf{E}^{e} + \mathbf{E}^{s}\right).$$
(43)

a.3. Solução da equação do operador com o uso do método dos momentos

A equação (11) ou (39) pode ser representada simbolicamente por

$$\mathbf{E}^e = L\widetilde{\mathbf{J}},\tag{44}$$

onde J é densidade de corrente induzida desconhecida, E o campo de excitação do problema de espalhamento e L é o operador que relacionando E e J.

No método dos momentos (MM) a função desconhecida **J** é expressa como uma combinação linear de funções de base conhecidas \mathbf{f}_i com coeficientes desconhecidos c_i , ou seja,

$$\widetilde{\mathbf{J}} = \sum_{i} c_{i} \widetilde{\mathbf{f}}_{i} \,. \tag{45}$$

Empregando funções de teste \mathbf{f}_j iguais as funções de base (método de Galerkin) e utilizando a propriedade de linearidade do operador *L*, obtém-se o sistema de equações

$$\int_{S_j} \mathbf{f}_j^* \cdot \mathbf{E}^e ds = \sum_i c_i \int_{S_j} \mathbf{f}_j^* \cdot L \widetilde{\mathbf{f}}_i ds , \qquad j = 1, 2, \dots$$
(46)

onde S_j é o domínio em que \mathbf{f}_j é definido, [·] representa produto interno e [*], complexo conjudado.

A partir do sistema de equações (46), os coeficientes c_i podem ser determinados. Neste método, a função procurada pode ser definida com uma aproximação tão boa quanto se queira através do refinamento da discretização ou aumento do número de funções de base.

Para o problema em questão descrito pelas equações dos operadores (11) ou (39), envolvendo uma densidade de corrente superficial, é necessário utilizar funções de base nas direções x e y, obtém-se de (46)

$$-\begin{bmatrix} E_{x0}^{e} \widetilde{f}_{xj}^{*} \\ E_{y0}^{e} \widetilde{f}_{yj}^{*} \end{bmatrix} = \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \widetilde{f}_{xj}^{*} & 0 \\ 0 & \widetilde{f}_{yj}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{G}_{xx} & \widetilde{G}_{xy} \\ \widetilde{G}_{yx} & \widetilde{G}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{f}_{xi} & 0 \\ 0 & \widetilde{f}_{yi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{xi} \\ c_{yi} \end{bmatrix}.$$
(47)

Neste trabalho foram utilizadas funções de base triangular de subdomínio (*roof-top*), as quais possuem uma dependência linear por parte na direção da corrente e são constantes na direção ortogonal à corrente, como mostrado na Fig. a.2 para uma malha uniforme.



Figura a.2. Ilustração das funções de base triangular em uma malha uniforme.

Para uma malha uniforme (com espaçamentos constantes nas direções x e y) como na Fig. a.2, as funções de base triangular são definidas como

$$f_x(p,q) = \Lambda\left(p + \frac{1}{2}\right) \Pi(q), \tag{48a}$$

$$f_{y}(p,q) = \Lambda\left(q + \frac{1}{2}\right)\Pi(p), \qquad (48b)$$

$$\Lambda(p) = \begin{cases} 1 - \frac{|x - p\Delta x|}{\Delta x}, & |x - p\Delta x| < \frac{\Delta y}{2}, \\ 0, & fora \end{cases}$$
$$\Pi(q) = \begin{cases} 1, & |y - q\Delta y| < \frac{\Delta y}{2}, \\ 0, & fora \end{cases}$$

onde Δx e Δy são os espaçamentos nas direções x e y, respectivamente, e p e q indicam a posição da função de base nas direções x e y, respectivamente.

A transformada de Fourier das funções de base triangular pode ser facilmente calculada. Para p = q = 0, tem-se

$$\widetilde{f}_{x}(m,n) = \left[\frac{sen\left(\frac{\alpha_{m}\Delta x}{2}\right)}{\frac{\alpha_{m}\Delta x}{2}}\right]^{2} \frac{sen\left(\frac{\beta_{n}\Delta y}{2}\right)}{\frac{\beta_{n}\Delta y}{2}},$$

$$\widetilde{f}_{y}(m,n) = \frac{sen\left(\frac{\alpha_{m}\Delta y}{2}\right)}{\frac{\alpha_{m}\Delta y}{2}} \left[\frac{sen\left(\frac{\beta_{n}\Delta x}{2}\right)}{\frac{\beta_{n}\Delta x}{2}}\right]^{2}.$$
(49a)
(49b)

Representado as posições das funções de teste por p' e q', a (47) pode ser expressa como

$$-\begin{bmatrix}E_{x0}^{e}\widetilde{f}_{x}^{*}(0,0)P^{*}\left(p'+\frac{1}{2},q'\right)\\E_{y0}^{e}\widetilde{f}_{y}^{*}(0,0)P^{*}\left(p',q'+\frac{1}{2}\right)\end{bmatrix}=\sum_{p,q}\sum_{m,n}\begin{bmatrix}\widetilde{G}'_{xx}&\widetilde{G}'_{xy}\\\widetilde{G}'_{yx}&\widetilde{G}'_{yy}\end{bmatrix}e^{-j[\alpha_{m}(p'-p)dx+\beta_{n}(q'-q)dy]}\begin{bmatrix}c_{xi}\\c_{yi}\end{bmatrix},$$
(50)

$$P(p',q') = e^{-j(\alpha_m p'\Delta x - \beta_n q'\Delta y)},$$

$$\widetilde{G}'_{xx} = \widetilde{G}_{xx} \widetilde{f}^*_x(m,n) \widetilde{f}_x(m,n),$$

$$\widetilde{G}'_{xy} = \widetilde{G}_{xy}\widetilde{f}_{x}^{*}(m,n)\widetilde{f}_{y}(m,n)e^{-j(\alpha_{m}\Delta x/2-\beta_{n}\Delta y/2)},$$

$$\widetilde{G}'_{yx} = \widetilde{G}_{xy}\widetilde{f}_{y}^{*}(m,n)\widetilde{f}_{x}(m,n)e^{j(\alpha_{m}\Delta x/2-\beta_{n}\Delta y/2)},$$

$$\widetilde{G}'_{yy} = \widetilde{G}_{yy}\widetilde{f}_{y}^{*}(m,n)\widetilde{f}_{y}(m,n).$$

a.4. Referências

- [1] C. Scott, The Spectral Domain Method in Electromagnetics, US: Artech House, 1989.
- [2] B. Lin, S. Liu and N. Yuan, "Electrically and Magnetically Anisotropic Substrates", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 2, February 2006.
- [3] T. Itoh, "Spectral Domain Immitance Approach for Dispersion Characteristics of Generalized Printed Transmission Lines", *IEEE Transactions on Microwave Theory* and Techniques, vol. MIT-28, no. 7, July 1980.