

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO PEDAGÓGICO DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS.

WERVENTON DOS SANTOS MIRANDA

Erros e Obstáculos: Os conteúdos Matemáticos do Ensino
Fundamental no Processo de Avaliação

BELÉM
2007

WERVENTON DOS SANTOS MIRANDA

Erros e Obstáculos: Os conteúdos Matemáticos do Ensino Fundamental no Processo de Avaliação

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico – NPADC da Universidade Federal do Pará - UFPA.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva.

BELÉM

2007

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP),
Biblioteca Setorial do NPADC, UFPA

Miranda, Werverton dos Santos

Erro e obstáculos: os conteúdos matemáticos do ensino fundamental no processo de avaliação / Werverton dos Santos Miranda; Orientador, Francisco Hermes da Silva. __ Belém, 2007.

122 f.

Dissertação (Mestrado) -- Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

1. MATEMÁTICA – Estudo e ensino. 2. DIDÁTICA. 3. ENSINO FUNDAMENTAL. II. TÍTULO.

CDD 22.ed. 510.7

Werventon dos Santos Miranda

Erros e Obstáculos: Os conteúdos Matemáticos do Ensino Fundamental no Processo de Avaliação

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Ciências e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará.

Data de aprovação: 28.02.2007

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
NPADC/UFPA – Orientador

Prof. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira
NPADC/UFPA – Membro Interno

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais
UFMS – Membro Externo

Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves
NPADC/UFPA – Membro Interno

AGRADECIMENTOS

Quero registrar minha gratidão a Deus por todas as pessoas postas ao meu lado, uma vez que sem elas certamente eu não conseguiria ter realizado tão longa caminhada. Dentre essas pessoas, destaco

- os meus familiares que sempre acreditaram na minha capacidade mesmo diante de pareceres contrários,
- a minha turma do mestrado/2005 cujos integrantes me auxiliaram em cada passo, e
- todos os profissionais do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas - Mestrado que foram meus professores.

Não posso deixar de mencionar de maneira especial

- a colega e amiga Beneilde Teixeira (Benê) que me integrou não apenas em seu ciclo de amizade, mas em sua família,
- o carinho e a paciência dos funcionários do Programa na pessoa da secretária Luciana Cascaes, bem como
- o incentivo constante de todos os professores-doutores com os quais convivi e que identifico nas pessoas do Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves, da Prof^a. Dr^a. Rosália Maria Ribeiro de Aragão e do Prof. Dr. Francisco Hermes da Silva, meu orientador e parceiro.

RESUMO

A presente pesquisa apresenta um sucinto levantamento histórico sobre 'avaliação', 'obstáculos' - epistemológicos e didáticos - e 'erros', com o objetivo de fazer um estudo analítico do desempenho dos estudantes de 5ª a 8ª séries em Matemática, utilizando as respostas dadas em avaliações feitas por quatro grupos de estudantes de uma escola pública de Ensino Fundamental em testes específicos de matemática. A investigação foi desenvolvida em várias fases: na primeira, as respostas foram agrupadas em categorias de questões (a) sem respostas, (b) incompletas, além de (c) certas e (d) erradas, como sugere o tema. Na segunda fase, o objetivo foi (e) tentar desvendar as relações entre conceitos contidos nos erros expressos pelos estudantes. Os resultados da pesquisa apontam para um grande percentual de 'erros' relativos aos conceitos presentes em assuntos estudados em séries anteriores, mais acentuados do que os assuntos previstos para a série em que se encontrava o aluno, evidenciando que um conteúdo que não tenha sido bem assimilado pode se constituir em um 'obstáculo didático' de caráter coletivo e que se propaga pelas séries posteriores. Deste resultado, é possível afirmar que um 'obstáculo didático coletivo', uma vez estabelecido, dificilmente será superado pelos discentes sem uma intervenção docente sistemática que considere tal obstáculo e sua possível superação. Isso faz com que pese sobre os professores de matemática a responsabilidade de assumirem e verem com um olhar diferenciado os erros dos estudantes como aprendizes, com a finalidade de discernir entre o 'erro eventual' e o 'obstáculo didático' (individual ou coletivo), favorecendo a superação das dificuldades advindas dos "conteúdos passados burocraticamente" que obstaculizam a aprendizagem dos assuntos e temas matemáticos que são objeto de estudo nas séries do ensino fundamental.

Palavras-chave: Avaliação - Obstáculos Didáticos - Erros Conceituais – Ensino-aprendizagem de Matemática.

ABSTRACT

This study presents a brief historical survey on the evaluation definition, teaching and learning obstacles - epistemological and didactic ones – as well as on the students' errors. The three functions of the evaluation - diagnosis, formative and classificatory - are used in order to distinguish some negative and positive teaching practices in Mathematics. Concerning to the obstacles, specific literature points agreements related with their origin such as: epistemological, linguistics, emotional and didactics. From a historical point of view, the student errors leave a stigma of his/her ineptitude and incapacity. So, it is argued for a didactic instrument of assessment that can assist the students' learning, in specially considering mathematical issues. The relations between error, evaluation or assessment and didactics obstacle is established to favor the possible contributions that the didactic identification of the errors and obstacles can offer to the improvement of the teaching-learning practice in Mathematics. On the other hand, a scientific study on the performance of the students at 5th to 8th grades was carried out, in Math. So an investigation was done to take in account some data collected from the answers given by four groups of students coming from Basic Education at a public school in Belem City/Para State/Brazil. To facilitate the fulfillment of the task proposal, it was defined as criteria for the analysis of the answers given by the students in some phased tests as the following: in the first one, the answers had been grouped in categories such as: questions without answers, incomplete, right and wrong and the way the subject suggests. In the second phase, the objective was to put in evidence the relations of concepts that contain expressed errors by the students and cause obstacles to learning or didactics obstacles. The results of this research point much more to the great percentage of error in the supposed concepts learned by those students in previous grades accented with what the subjects foreseen for the grade in which he/she is at present. It can be also noticed the great number of questions without answers, raising the suspicion of being one another indication of emerging didactics obstacles to be clarified and studied afterwards.

Key words: Evaluation, Didactic Obstacles, Errors, Mathematics Teaching, Mathematics Learning.

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| INTRODUÇÃO: CONTEXTUALIZANDO A QUESTÃO DO ‘ERRO’ EM AVALIAÇÕES DA APRENDIZAGEM | 10 |
| CAPITULO I – EXPLICITANDO CONCEITOS E RELAÇÕES CONCEITUAIS | 14 |
| – Uma corda de três fios: ‘ <i>avaliação</i> ’, ‘ <i>obstáculos</i> ’ e ‘ <i>erros</i> ’ | 14 |
| 1 – Avaliação | 14 |
| 2 – Obstáculo | 19 |
| 3 – Erro | 21 |
| – Entrelaçando os fios | 27 |
| – Relação entre ‘ <i>erro e avaliação</i> ’ | 27 |
| – Relação entre ‘ <i>erro e obstáculo didático</i> ’ | 29 |
| – Relação entre ‘ <i>obstáculo didático e avaliação</i> ’ | 32 |
| CAPITULO II – DELIMITANDO O ESPAÇO DA METODOLOGIA DA PESQUISA | 34 |
| CAPITULO III – APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA: Configurando erros como obstáculos didáticos à aprendizagem da matemática | 38 |
| 1 – Evidenciando os <i>erros</i> observados nas últimas quatro séries do Ensino Fundamental | 38 |
| 1.1. Os <i>erros</i> observados na 5ª série | 40 |
| 1.2. Os <i>erros</i> observados na 6ª série | 46 |
| 1.3. Os <i>erros</i> observados na 7ª série | 54 |
| 1.4. Os <i>erros</i> observados na 8ª série | 65 |
| 2 – Explicitando os <i>obstáculos didáticos</i> observados em função dos <i>erros</i> | 85 |
| 2.1. Obstáculos didáticos observados na <i>perspectiva coletiva</i> | 85 |
| 2.2. Os <i>obstáculos didáticos</i> observados na 5ª série | 86 |
| 2.3. Os <i>obstáculos didáticos</i> observados na 6ª série | 91 |
| 2.4. Os <i>obstáculos didáticos</i> observados na 7ª série | 98 |

| | |
|--|-----|
| 2.5. Os <i>obstáculos didáticos</i> observados na 8ª série | 102 |
| Considerações Finais | 107 |
| Referências Bibliográficas | 112 |
| Anexos | 115 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| Quadro 1: Quantitativo de erros dos educandos por série e por questões resolvidas | 39 |
| Quadro 2: Panorama do desempenho dos educandos na 1ª questão da 5ª série | 40 |
| Quadro 3: Panorama do desempenho dos educandos na 2ª questão da 5ª série | 41 |
| Quadro 4: Panorama do desempenho dos educandos na 3ª questão da 5ª série | 42 |
| Quadro 5: Panorama do desempenho dos educandos na 4ª questão da 5ª série | 44 |
| Quadro 6: Panorama do desempenho dos educandos na 5ª questão da 5ª série | 45 |
| Quadro 7: Panorama do desempenho dos educandos na 1ª questão da 6ª série | 46 |
| Quadro 8: Panorama do desempenho dos educandos na 2ª questão da 6ª série | 47 |
| Quadro 9: Panorama do desempenho dos educandos na 3ª questão da 6ª série | 48 |
| Quadro 10: Panorama do desempenho dos educandos na 4ª questão da 6ª série | 49 |
| Quadro 11: Panorama do desempenho dos educandos na 5ª questão da 6ª série | 51 |
| Quadro 12: Panorama do desempenho dos educandos na 6ª questão da 6ª série | 52 |
| Quadro 13: Panorama do desempenho dos educandos na 7ª questão da 6ª série | 54 |
| Quadro 14: Panorama do desempenho dos educandos na 1ª questão da 7ª série | 54 |
| Quadro 15: Panorama do desempenho dos educandos na 2ª questão da 7ª série | 56 |
| Quadro 16: Panorama do desempenho dos educandos na 3ª questão da 7ª série | 56 |

| | |
|--|----|
| Quadro 17: Panorama do desempenho dos educandos na 4ª questão da 7ª série | 57 |
| Quadro 18: Panorama do desempenho dos educandos na 5ª questão da 7ª série | 60 |
| Quadro 19: Panorama do desempenho dos educandos na 6ª questão da 7ª série | 61 |
| Quadro 20: Panorama do desempenho dos educandos na 7ª questão da 7ª série | 62 |
| Quadro 21: Panorama do desempenho dos educandos na 8ª questão da 7ª série | 63 |
| Quadro 22: Panorama do desempenho dos educandos na 9ª questão da 7ª série | 63 |
| Quadro 23: Panorama do desempenho dos educandos na 10ª questão da 7ª série | 64 |
| Quadro 24: Panorama do desempenho dos educandos na 11ª questão da 7ª série | 65 |
| Quadro 25: Panorama do desempenho dos educandos na 1ª questão da 8ª série | 65 |
| Quadro 26: Panorama do desempenho dos educandos na 2ª questão da 8ª série | 66 |
| Quadro 27: Panorama do desempenho dos educandos na 3ª questão da 8ª série | 68 |
| Quadro 28: Panorama do desempenho dos educandos na 4ª questão da 8ª série | 70 |
| Quadro 29: Panorama do desempenho dos educandos na 5ª questão da 8ª série | 72 |
| Quadro 30: Panorama do desempenho dos educandos na 6ª questão da 8ª série | 72 |
| Quadro 31: Panorama do desempenho dos educandos na 7ª questão da 8ª série | 73 |
| Quadro 32: Panorama do desempenho dos educandos na 8ª questão da 8ª série | 74 |
| Quadro 33: Panorama do desempenho dos educandos na 9ª questão da 8ª série | 75 |
| Quadro 34: Panorama do desempenho dos educandos na 10ª questão da 8ª série | 75 |
| Quadro 35: Panorama do desempenho dos educandos na 11ª questão da 8ª série | 76 |

| | |
|--|----|
| Quadro 36: Panorama do desempenho dos educandos na 12ª questão da 8ª série | 76 |
| Quadro 37: Panorama do desempenho dos educandos na 13ª questão da 8ª série | 77 |
| Quadro 38: Panorama do desempenho dos educandos na 14ª questão da 8ª série | 78 |
| Quadro 39: Panorama do desempenho dos educandos na 15ª questão da 8ª série | 79 |
| Quadro 40: Panorama do desempenho dos educandos na 16ª questão da 8ª série | 80 |
| Quadro 41: Panorama do desempenho dos educandos na 17ª questão da 8ª série | 80 |

INTRODUÇÃO: CONTEXTUALIZANDO A QUESTÃO DO ‘ERRO’ NA AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

A prática da avaliação sempre esteve presente no cotidiano humano e tem por finalidade comparar os objetivos estabelecidos em um plano de ação e os efetivamente alcançados.

Fazendo um sucinto levantamento histórico sobre o assunto, Depresbiteres (1989; p 05 - 14) apoiada em Ebel (1960) destaca momentos importantes da trajetória da avaliação, que considero importante ressaltar, principalmente em termos de algumas de suas questões e formas. Nessa perspectiva, a autora informa de início que “as primeiras idéias de avaliação de aprendizagem estavam ligadas à idéia de medir” e datam de 2205 a.C.

Já no século XIX, é criado - nos Estados Unidos da América (EUA) - *um sistema de testagem do ensino* que, posteriormente, ocasionou a substituição dos testes orais pelos escritos, tendo em vista a utilização de um número maior de questões específicas do que as poucas questões gerais geralmente apresentadas à guisa de avaliação do conhecimento do aprendiz. Estava-se à busca da *objetividade* do alcance escolar.

Nos fins dos anos 40, Tyler (1949, *apud* DEPRESBITERES, 1989) propõe, também nos EUA, a utilização de vários procedimentos avaliativos tais como: *testes, questionários, fichas de registro de comportamento*, etc., tidos como alternativas à idéia única de *medição* até então vigente. A autora menciona que, nessa época, na França e em Portugal, se desenvolvia uma ciência chamada **Docimologia** para tratar e estudar sistematicamente de ‘atribuição de notas aos aprendizes’ e ‘o comportamento de avaliadores e avaliados’ em contexto escolar.

No âmbito deste breve histórico, quero ressaltar a definição atual de ‘avaliação’ elaborada por Vasconcellos (1998; p 44) nos seguintes termos:

A avaliação é um processo abrangente da existência humana, que implica uma reflexão crítica sobre a prática, no sentido de captar seus avanços, suas resistências, suas dificuldades e possibilitar uma tomada de decisão sobre o que fazer para superar os obstáculos.

Ao ensejo da palavra ‘obstáculo’, parece oportuno observar uma nota¹ de Almouloud (2006) quando chama Brousseau (1983) para definir este termo, assim:

... É algo que se caracteriza por conhecimento, uma concepção, e não uma dificuldade ou falta de conhecimento, que produz respostas adaptadas num certo contexto e, fora dele, produz respostas falsas.

O autor classifica tais obstáculos em: (1) obstáculos de origem epistemológica, (2) obstáculos de origem didática e (3) obstáculos de origem lingüística.

Por estar interessado em compreender para esclarecer a idéia de ‘obstáculo didático’, volto a me valer do artigo citado que traz em sua nota, ainda, o seguinte:

...Os obstáculos didáticos nascem da escolha das estratégias do ensino, deixando se formar, no momento da aprendizagem, conhecimentos errôneos ou incompletos que se revelarão mais tarde como obstáculo ao desenvolvimento da conceituação.

Cury (1995, p. 5), fazendo uma retrospectiva histórica sobre erros em matemática, diz que, segundo Brousseau, “a noção de obstáculo está em via de se constituir e se diversificar, posto que não é fácil dizer generalidades sobre esse assunto”. Mais adiante, porém, enfatiza que ***um obstáculo se manifesta por erros.***

Mas o que são ‘erros’?

Pode-se dizer que ‘erro’ é *um desvio em relação ao padrão ou ideal pré-estabelecido*. Nesse mesmo sentido, Gotino, Batanero y Font (*In POCHULU*, 2005) dizem que, em matemática, “falamos de erro quando o aluno realiza uma prática (ação, argumentação, etc.) que não é válida do ponto de vista da instrução da matemática escolar”.² Além disso, o erro se constitui em parte integrante do resultado de uma avaliação em qualquer área, e principalmente no processo de ensino e aprendizagem de matemática, sendo o primeiro indício da existência de possíveis obstáculos.

No presente estudo me apoio em Pochulu (2005) que indica erros evidenciados na aprendizagem de matemática, *na perspectiva dos professores do*

¹ Nota de rodapé aposta em seu artigo intitulado ‘*A Geometria na escola básica: que espaços e formas têm hoje?*’ (2006).

² Grifo e tradução meus.

ensino básico, médio e universitário. Neste âmbito, a autora referida (2005, p. 5 – 7) afirma serem comuns nas séries finais do ensino fundamental os erros abaixo relacionados:

1. Aplicação das regras de sinais da multiplicação ao efetuar soma com números inteiros;
2. Somam números racionais efetuando a adição de numeradores de um lado e denominadores por outro;
3. Dividem números racionais aplicando o algoritmo da multiplicação;
4. Resolvem divisão onde o dividendo é um zero, pensando como 1, ou ignorando sua presença;
5. Simplificam frações dividindo numerador e denominador por números diferentes;
6. Associam que um decimal periódico se obtém, em todos os casos, como uma fração cujo numerador é igual a seu período truncado, expressando a parte inteira como numerador e o período como denominador;
7. Consideram que tem um número negativo elevado a certo expoente quando o sinal de menos antecede a potência;
8. Recupera o esquema de multiplicação reiterada, com fatores negativos, quando o expoente da potência é um número negativo;
9. Assumem que toda potência de expoente nulo dá por resultado certo a base da mesma;
10. Aplicam a propriedade distributiva da radiciação em operações de soma e/ou subtração;
11. Estimam que a raiz com radicando negativo e índice ímpar, têm duplo resultado, ou que não possui solução no conjunto dos reais;
12. Decodificam incorretamente os valores representados por letras em uma reta numérica;
13. Não conseguem determinar hierarquias nem tipos de operações que intervêm nos termos de uma equação;
14. Consideram que um fator negativo se transpõe dividido e combinando o sinal; ou que forma parte de um resto, por isso passa-o somando para o outro membro;
15. Transpõem fatores como dividendo e não como divisores;
16. Não identificam as figuras geométricas elementares quando em posição “não estudada”;
17. Supõem que a altura de um triângulo é sempre um segmento interior à figura;
18. Truncam respostas que prescindem das unidades de medida em problemas que envolvem magnitudes.³

Sob inspiração do artigo citado e de sua autora, na presente pesquisa proponho-me a investigar o seguinte:

- (a) que tipo de erros vêm ocorrendo entre nossos estudantes⁴;

³ Tradução minha.

⁴ O uso da palavra *estudante* deve ser entendida nesta pesquisa para designar a quem aprende, sem diferença de gênero; o mesmo acontece com palavras correlatas como *aluno, professor, educador*, etc.

- (b) quais dos erros cometidos pelos alunos de matemática podem se constituir como 'obstáculos didáticos e
- (c) se há coincidência entre os tipos de erros por mim encontrados e os erros encontrados por Pochulu (2005).

Para tanto, utilizo os dados coletados em um levantamento feito com estudantes de 5^a a 8^a séries de uma escola pública da cidade de Belém do Pará, cujas respostas serão consideradas para análise dos erros por eles cometidos.

CAPITULO I - EXPLICITANDO CONCEITOS E RELAÇÕES CONCEITUAIS: Uma corda de três fios - 'avaliação' - 'obstáculo' - 'erro'

De início, parece-me importante explicitar os conceitos fundamentais desta investigação, bem como esclarecer as relações que podem ser estabelecidas entre eles. Isto advém principalmente da necessidade que manifesto de compreender o sentido de mútua inclusividade dos termos e conceitos-chave, utilizados neste estudo, que reconheço e nomino analogicamente, para realçá-los, de “*três fios de uma mesma corda*”. Esses termos/conceitos e suas relações são apresentados a seguir.

1. Avaliação

Avaliação – 1. Ato ou efeito de avaliar. 2. Apreciação, análise. 3. Valor determinado pelos avaliadores. AURÉLIO, 1975.

No texto anteriormente apresentado à guisa de introdução, eu assinali que a avaliação sempre fez parte da atividade humana. *Avaliar é comparar o início com o fim de uma ação, tenha ela sido planejada ou não.*

Se numa abordagem geral já é difícil discorrer sobre a avaliação, muito mais o é quando esta se situa no âmbito de processos de ensino e de aprendizagem, tendo em vista que a ação pedagógica é uma atividade planejada, que insere caracteres individuais e coletivos. Nesse âmbito próprio, a avaliação se faz presente de forma imperativa por se constituir um elemento multifuncional, desde o planejamento até a sua caracterização como encerramento do ato educativo.

É exatamente por sua multifuncionalidade que inúmeros autores se dedicam (a) a estudar e escrever sobre esse tema, (b) a descrever como a avaliação tem sido usada e, principalmente, sobre (c) como entendem que esta deveria ser praticada. Usualmente, se enfatiza que as formas e os critérios de avaliação assumidos por nós demonstram nossa concepção de ensino, nossa visão de mundo e nosso comprometimento social. Sendo assim, a avaliação é, em última análise, um instrumento de manifestação político-ideológica do fazer pedagógico de cada um de nós, professores-educadores. Muito embora possa haver inúmeras divergências, cada vez mais se tende a chegar ao consenso de que *a avaliação é indispensável no processo educativo* e, talvez por isso, é o aspecto/tema mais difícil de tratar e de

realizar de forma adequada e justa em relação a todos os envolvidos no processo avaliativo, avaliados e avaliadores.

Diante da diversidade de pensamento sobre a avaliação, de sua problemática e de suas conseqüências, bem como diante das diversas sugestões continuamente apresentadas para assegurar-se superação de insucessos ou de fracassos escolares, é necessário que se tenha em mente uma certa noção ou respostas várias que possam ser atinentes a algumas questões consideradas cruciais, quais sejam: **O que é avaliar? Por que avaliar? Para quê/quem serve a avaliação da aprendizagem escolar?**

A fim de auxiliar na tentativa de responder o que vem a ser uma avaliação, Romão (1998: p. 56 e p. 57) traz comentários sobre uma série de definições cunhadas por renomados autores que tratam do assunto em pauta. Segundo este autor, há autores e definições como a de Bradfield & Moredock (1963,1: 16), que assim se expressam: “Avaliação é o processo de atribuição de símbolos a fenômenos com o objetivo de caracterizar o valor do fenômeno, geralmente com referência a algum padrão de natureza social, cultural ou científica”.

Por sua vez, Haydt (1988, p.10) define avaliação assim:

Avaliar é julgar ou fazer a apreciação de alguém ou alguma coisa, tendo como base uma escala de valores para interpretar dados quantitativos e qualitativos para obter um parecer ou julgamento de valor, tendo por base padrões ou critérios.

Por outro lado, Sousa (1993, p. 46) expressa-se sobre a ‘avaliação’ nos seguintes termos:

O conceito de avaliação da aprendizagem que tradicionalmente tem como alvo o julgamento e a classificação do aluno necessita ser redirecionado, posto que desponta como finalidade da avaliação o fornecer sobre o processo pedagógico informações que permitam aos agentes escolares decidir sobre intervenções e redirecionamentos que se fizerem necessários em face do projeto educativo, definido coletivamente, e comprometido com a garantia da aprendizagem do aluno.

Em outros termos, Sant’anna (1995: pp.23-4) assinala que :

A avaliação consistirá em estabelecer *uma comparação do que foi com o que se pretende atingir*. Estaremos avaliando quando estivermos examinando o que queremos, o que estamos construindo e o que conseguimos, analisando sua validade e eficácia (= máxima produção com um mínimo de esforço).[Os grifos são meus]

Ao seu turno, Luckesi (2002: nota 6, p. 9), de forma eloqüente, resume que “a avaliação é um juízo de qualidade sobre dados relevantes para uma tomada de decisão”.

Fazendo uma síntese das idéias expressas pelos autores referidos, atrevo-me a dizer que *a avaliação escolar é um instrumento de levantamento de dados quantitativos e qualitativos do processo de aquisição e de manifestação de conhecimento no âmbito escolar.*

Entendo que a avaliação da aprendizagem do aluno tem sua razão de ser como fonte de informação não só para os professores e os estudantes, mas também para os pais e os dirigentes educacionais. Isto por que a avaliação, como juízo de valor, expressa o andamento dos processos de ensino e de aprendizagem, o desempenho individual e coletivo do alunado e principalmente a necessidade ou não de mudar ou de alterar e ajustar as políticas e estratégias de ensino/educação.

São inúmeras as denominações que os diversos autores utilizam para expressar suas críticas e situar as perspectivas em relação à função e à forma de realização da avaliação dos processos de ensino e de aprendizagem, porém, nas entrelinhas, sempre se encontram as formas usuais de avaliação, tais como: (1) a *avaliação diagnóstica*, (2) a *avaliação formativa* e (3) a *avaliação classificatória*.

A **avaliação diagnóstica** é aquela que se destina a levantar informações sobre os conhecimentos que os estudantes já possuem sobre determinado assunto ou sobre um conjunto de conhecimentos, os quais são considerados indispensáveis para a adequada aprendizagem de outros. Geralmente, os termos avaliativos são tidos como fundamentais para a tomada de decisão em relação a *por onde* e *como* iniciar um curso, uma unidade ou a abordagem de um tema específico de ensino.

Esta forma de avaliação fornece uma visão do que se alcançou com a pesquisa realizada, sobre o efetivo aproveitamento do grupo para desenvolver, subseqüentemente, uma nova etapa do processo escolar, bem como orienta a escolha das estratégias metodológicas que possam favorecer o alcance dos novos objetivos.

Por isso, Luckesi (2002, pp. 81-82), discorrendo sobre a avaliação diagnóstica, afirma o seguinte:

...A avaliação deverá ser assumida como um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem. (...) Essa forma de entender, propor e realizar

a avaliação da aprendizagem exige que ela seja um instrumento auxiliar da aprendizagem e não um instrumento de aprovação/reprovação dos alunos.

Pelo estudo da obra deste autor, pode entender que a avaliação diagnóstica tem uma tríplice função compreensiva, a saber:

(i) a **auto-compreensão do sistema** - uma vez que possibilita ao sistema de ensino verificar como está atingindo seus objetivos;

(II) a **auto-compreensão do professor** – pois pela observação sistemática de seus aprendizes este pode verificar o quanto seu trabalho está sendo eficiente e que desafios está tendo;

(III) a **auto-compreensão do aluno** – já que tem a chance de estar permanentemente descobrindo em que nível de aprendizagem cada um se encontra, dentro de sua atividade escolar, adquirindo consciência do seu limite e das suas necessidades de avanço.

A **auto-compreensão** pode muito bem servir como forma de **auto-motivação** dos estudantes por parte do professor, justamente pelo fato de servir para informá-los dos níveis de aprendizagem obtidos. Este modo de ver e de pensar é comungado também por Franco (1995, p.37), quando destaca como uma das funções da avaliação a de '*favorecer o desenvolvimento individual*', evidenciando tal função à medida que se torna um fator que estimula o crescimento dos alunos, contribuindo para o fortalecimento da motivação intrínseca das atividades escolares. Tal motivação é definida por Guimarães (*Apud* BORUDROVITCH & BZUNECK, 2001, p.37 e p. 46) como "escolha e realização de determinada atividade por sua própria causa, por ser interessante, atraente, ou de alguma forma geradora de satisfação". No entanto, a avaliação também pode ser um instrumento de motivação extrínseca, que, de acordo com a mesma autora, pode ser entendida assim:

...Motivação para trabalhar em resposta a algo externo à tarefa ou atividade, como para obtenção de recompensas materiais ou sociais, de reconhecimento, objetivando atender aos comandos ou pressões de outras pessoas para demonstrar competências ou habilidades.

Em relação à escola, essas recompensas são as boas notas, as aprovações, os elogios, as premiações, etc., deslocando o prazer da aprendizagem em si.

Há de se considerar, contudo, que a avaliação pode ser fonte de desestímulo àqueles que têm sucessivas experiências e interpretações de fracasso em seu processo avaliativo representado por **notas baixas** e **reprovações**, que Guimarães

(Apud BORUDROVITCH & BZUNECK, 2001, p.37) classifica - de acordo com a Teoria da Avaliação Cognitiva de Ryan, Connel & Deci (1995) - como '*feedback negativo*' que causa prejuízo à motivação intrínseca porque supõe e indica incompetência desses indivíduos no processo de aprendizagem.

A **avaliação formativa** objetiva o levantamento de informações sobre o desempenho de cada um dos estudantes e da classe, simultaneamente, durante o processo de ensino-aprendizagem, tendo em vista o acompanhamento contínuo da aquisição de conhecimento por parte desses aprendizes.

Em termos didáticos, a avaliação em sua função formativa implica o acompanhamento de grupos de aprendizes em uma dinâmica individualizada, ou seja, o acompanhamento do desempenho de todos acontece com base no ponto de partida de cada um. A referência de julgamento da ocorrência ou não de avanço na aprendizagem e as limitações a serem superadas é o próprio estudante e não o grupo em que está inserido. Em conclusão, *a avaliação formativa diz respeito ao sujeito comparado com ele mesmo.*

Para muitos autores e professores, a avaliação formativa se funde com a diagnóstica. Isto pode ser, de certa forma, comprovado, observando-se que geralmente são feitas menções, na literatura disponível, apenas às funções *diagnóstica* e *classificatória da avaliação*. Entretanto, as definições que são relativas a avaliação diagnóstica abrangem, certamente, a avaliação formativa.

A **avaliação classificatória** possibilita a emissão de *juízos de valor* sobre o processo ocorrido, materializando-se via de regra, no processo escolar, pelo **resultado final** de um período de aprendizagem, na forma binária – **aprovação** ou **reprovação**. A forma binária é sobremaneira utilizada em processos de seleção extra-escolar.

Essa forma de classificação do desempenho, também conhecida como *avaliação somativa*, é a que tem maior visibilidade em todo o processo avaliativo do sistema de ensino, por se materializar através de **notas**, **conceitos** e **resultados finais**. Por isso, é utilizada não apenas nas instituições educacionais, mas em todos os setores da sociedade, como instrumento político de seleção e controle da mobilidade de classes sociais, conforme a visão crítica de Vasconcellos (1998).

Nesse âmbito, os autores costumam levantar dúvidas se o que se pratica nas escolas é um tipo de avaliação que tem por finalidade auxiliar estudantes e educadores na tomada de consciência sobre o percurso já realizado, sobre a

distância que necessita ser percorrida para atingir os objetivos, sobre os impedimentos existentes e sobre as melhores formas de superá-los, ou se, de outra forma, são apenas *medições* arbitrárias em função das quais se atribui *uma nota* que atende à burocracia de classificação dos alunos, sem ensejar qualquer reflexão sobre o processo de aprendizagem por eles desenvolvidos.

2. Obstáculo

Obstáculo – [Do latim *obstaculu*] S. M. 1. Embaraço, dificuldade, estorvo, empecilho; barreira. 2. Tudo que dispõe numa pista para dificultar as competições atléticas; barreira: corrida de obstáculo. AURÉLIO, 1975.

Partindo do conceito comum de ‘obstáculo’ como *impedimento* e *obstrução*, é possível entender a definição de ‘*obstáculo epistemológico*’ elaborada por Bachelard (1996, p. 17)⁵, para se referir às dificuldades da Ciência ao longo da História. Para este filósofo, o ‘obstáculo epistemológico’ é constituído de um conhecimento que faz resistência a um conhecimento novo; advém do conhecimento existente que contém erros tais que impedem conhecer o real, pois, para ele, “o real nunca é ‘o que se poderia achar’ mas é o que se deveria ter pensado”. Diz, ainda, este autor o seguinte:

E não se trata de considerar obstáculo externo, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo formal, lentsidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de inércia as quais daremos o nome de obstáculo epistemológico.

Segundo o autor referido, as fontes dessas resistências são várias e se especificam ou subdividem em: *experiência primeira*, *conhecimento geral*, *obstáculo verbal*, *conhecimento pragmático*, *obstáculo substancialista*, *obstáculo animista* e *conhecimento quantitativo*.

Para se entender as idéias de sua tese e as relações nela implicadas, há que se olhar para alguns trechos de sua obra sobre a *Formação do Espírito Científico*, na qual Bachelard (1996, p.17) explicita o seguinte:

⁵ A primeira edição foi publicada em 1938.

No fundo, o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito é obstáculo à espiritualização.

Tendo por base, pois, a concepção geral suscitada pela expressão ‘obstáculo epistemológico’ de Bachelard, Brousseau (*Apud* BITTENCOURT, 1998) transcende a dimensão didática e lista **três categorias de obstáculos** em conformidade com a origem ou proveniência destes, a saber:

1. **Origem Ontogenética** – obstáculos referentes ao desenvolvimento cognitivo considerando os trabalhos de Piaget e outros;
2. **Origem Didática** – obstáculos que decorrem das escolhas de estratégias de ensino;
3. **Origem Epistemológica** – obstáculos que dizem respeito à resistência ao conhecimento propriamente dito, de acordo com a concepção bachelardiana.

Almouloud (2006), abordando o ensino de geometria na escola básica, aponta a existência de **obstáculos lingüísticos** – os quais se referem às barreiras que impedem a compreensão do conteúdo em função da não habilidade no uso da língua materna por parte de aprendizes e até professores que utilizam os mesmos significantes com significados diferentes. É possível afirmar que este fato não é exclusivo da geometria.

Por sua vez, Gusmão (2000, p. 63) traz ao nosso conhecimento os **obstáculos emocionais** cuja característica é a manifestação de alteração da nossa estabilidade emocional, expressa aos pares - *atenção/desatenção, prazer/desprazer, responsabilidade/necessidade de desenvolver corretamente uma questão* – que, diante de determinadas tarefas e disciplinas, pode induzir ao erro. Este autor afirma o seguinte:

...Um obstáculo emocional induz ao erro e, configurando-se o erro, este desencadeia emoções como: frustrações de expectativas, angústias, raiva, sentimento de inferioridade, entre outras...

De todos os obstáculos até aqui citados, é relevante discutir aqueles que ocorrem com mais visibilidade no meio educacional que, segundo Almouloud (2006), “decorrem em geral da escolha metodológica do professor ou de livros, para apresentação e discussão dos conteúdos, causando conhecimentos incompletos ou equivocados”.

Podemos, pois, inferir que os obstáculos didáticos surgem no âmbito (a) do planejamento ou na falta deste, bem como (b) do trabalho a ser realizado em sala de aula. O planejamento é um espaço privilegiado para a busca de superação de obstáculos. Nesse sentido, podem ser feitas algumas observações para ressaltar as diferenças de concepções entre os estudantes e entre estes e os professores ou autores dos livros didáticos, entre as atividades propostas e suas abrangências, uma vez que os obstáculos didáticos congregam em seu entorno todos os outros obstáculos anteriormente relacionados. Pois, como define Pais (2001), “os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar”.

Bittencourt (1998) assinala que *a falta de resposta também configura a existência de obstáculos didáticos*, visto que “o fato de ignorar um problema, a incapacidade de resolvê-lo, o ato de rejeitá-lo ou mesmo de não considerar o seu caráter problemático também são atitudes reveladores de obstáculo”.

Embora caminhemos para três décadas do surgimento da expressão ‘obstáculo didático’, ainda é escassa a literatura referente a este tema e, como não poderia ser diferente, não se encontram disponíveis, na literatura pesquisada, registros sobre o que caracteriza um obstáculo didático e como estudá-lo. O que há, e nisso se baseiam todos os autores, é um certo consenso entre os interessados em estudar tais obstáculos sobre a íntima relação entre a *existência de erros* e os *obstáculos*, em particular o *obstáculo didático*.

Considerando essa relação, é possível inferir que estudar ‘obstáculos didáticos’ é estudar ‘a existência quantitativa e qualitativa dos erros observáveis no desenvolvimento escolar dos estudantes’.

3. Erro

Erro – S. M. 1. Ato ou efeito de errar. 2. Juízo falso; engano. 3. Incorreção. Desvio do bom caminho. AURÉLIO, 1975.

Desde o início do século XX, o **erro** vem despertando o interesse dos pesquisadores da educação. Num primeiro momento, as pesquisas consideradas pedagógicas tinham uma orientação behaviorista prendendo-se na “conduta

observável”, ou seja, no *erro em si*. Posteriormente, a predominância de enfoque foi relativa ao processamento da informação que vigorou a partir da década de 50. Em ambas as abordagens, conforme nos informa Cury (1995), a análise do *erro de matemática* se restringia a diagnóstico e reparo, caracterizando, assim, uma visão absolutista da matemática.

Foi possível descobrir também, em decorrência de um trabalho de Pinto (2000) - autor que há muito desenvolve estudos sobre erro em Educação Matemática – que os estudos do erro de matemática recebeu influências da psicologia e da pedagogia na orientação da análise do tema. Podemos ainda conjecturar que a temática do erro tem estado também sujeita ao que se estabelece como objetivos e às formas de organização dos sistemas educacionais. Constata-se na narrativa da autora referida que os estudos sobre o erro estão predominantemente relacionados com as quatro operações fundamentais tanto nos Estados Unidos quanto na Alemanha e na União Soviética.

Esta mesma autora informa que, no Brasil, até 1990, era praticamente inexistente a preocupação com o erro em Educação Matemática, para tanto, faz referência aos dados e informações coletados por Fiorentini, em 1994. São deste autor referido por ela as seguintes informações:

Dentre as 204 dissertações e teses analisadas, relativas à educação matemática e produzidas nos cursos de pós-graduação, apenas 9 apresentaram, segundo as palavras do autor, “alguma preocupação relacionada aos erros, problemas e dificuldades presentes no processo ensino-aprendizagem da matemática”. (PINTO *apud* FIORENTINI; 2000).

As contribuições de Pinto (2000) trazem três alternativas teóricas aplicáveis ao estudo do erro no processo de ensino-aprendizagem, que podem auxiliar na compreensão das relações de sua natureza.

A **perspectiva psicogenética**, na forma tratada por Pinto (2000, p. 37), baseia-se nas contribuições dos estudos de Piaget ao longo de 70 anos de pesquisa sobre o desenvolvimento e a complexidade das estruturas de nosso pensamento, e de sua estreita relação com o “amadurecimento” genético. Na dimensão educacional do ensino de matemática, tais idéias são assim consideradas:

...Aprender matemática não consiste, como tradicionalmente se pensava, em incorporar informações já construídas, mas em redescobri-las e reinventá-las mediante a própria atividade do sujeito. A teoria piagetiana

confere ao erro uma função inovadora, pela ênfase que dá à sua importância no desenvolvimento da inteligência humana.

A **perspectiva epistemológica**, advinda das idéias de Bachelard sobre o desenvolvimento da ciência, e trabalhada por Brousseau no contexto do ensino da matemática, pode ser tida como *um efeito limitativo de um sistema de conceitos sobre o desenvolvimento do pensamento*. É no percurso do processo de apropriação de um novo conhecimento, que esses novos conceitos se tornam dissonantes dos já existentes, contribuindo para o aparecimento do erro, em termos didáticos.

A **perspectiva sociológica**, de acordo com Pinto (2000), traz em si o antagonismo de 'classes' representado no binômio *sucesso/fracasso escolar*. Na tentativa de diminuir os antagonismos sociais, ou pelo menos não reproduzi-los no âmbito escolar, assumindo essa perspectiva, "o erro do aluno deve possibilitar a eliminação de toda ordem de coerção e desvalia pelo fracasso em matemática". Contudo, não se faz *apologia do erro* como diz Luckesi (2002).

A partir dos trabalhos de Piaget tem-se uma nova visão do erro, pois este passa a ser considerado *parte integrante do processo ensino-aprendizagem e elemento de construção dessa aprendizagem*.

Esta posição é expressa por Pinto (2000, p.35) assim:

Estudar os erros tendo em vista o êxito escolar requer, prioritariamente, uma análise mais fina de sua produção, a partir de uma reflexão que os considere como parte integrante do processo de ensino-aprendizagem.

Historicamente, o erro é estigmatizado como *indicador de imperícia e incapacidade*. No âmbito escolar o erro é sempre o elemento decisivo para verificação e constatação de um *déficit de aprendizagem*, sendo visto "como 'um vírus a ser eliminado' e, desse modo, sempre indesejado" (PINTO, 2000, p. 20) e que precisa ser eliminado. Para tal eliminação, os castigos físicos atrelados à exposição pública foram, por muito tempo, o mecanismo mais utilizado (LUCKESI, p. 48: 2002).

Nessa perspectiva de consideração, Vasconcellos (1998) indica que o erro, captado através de um instrumento avaliativo, é utilizado, sobretudo, como instrumento de seleção social, mantendo com isso a primazia dos dominantes sobre os dominados, posto que *a ascensão social via escola é, ao mesmo tempo, estimulada a todos e negada à imensa maioria pela super valorização do acerto e*

depreciação do erro, sem considerar o processo de aprendizagem. Sendo assim, como reflexo da sociedade, a escola usa, pois, erros e acertos como parâmetros que justificam a punição ou premiação dos seus membros.

Outra questão importante a destacar na abordagem sobre erros é a mudança de foco que vem se afirmando nos últimos anos, qual seja, a de *utilizar o erro como instrumento didático que auxilia na aprendizagem dos alunos*, principalmente na aprendizagem dos conteúdos de matemática. Isto é possível de ocorrer, no processo pedagógico, caso a reflexão sobre o erro não se dê exclusivamente por parte do professor, como mera demonstração à classe, e somente nos momentos da avaliação de caráter somativo.

A literatura disponível sobre erros, na atualidade, expressa a indissociabilidade da *concepção de erro e de avaliação*, ficando evidente que, se o caráter da avaliação for classificatório, o erro será considerado de forma negativa, tendo peso apenas no aspecto quantitativo. Neste caso, a tomada de decisão implica a promoção escolar. De outra forma, se o aspecto mais importante da avaliação for a formação cognitiva do educando, sua independência intelectual que implica em efetiva aprendizagem, a existência do erro em si faz com que o professor se questione sobre suas causas e essa atitude contribui para que os estudantes também façam esse exercício de questionamento. Isso passa, certamente, como ressalta Pinto (2000, p. 11), pela concepção que o professor tem da disciplina que leciona. Vejamos as palavras da autora referida:

...Toda concepção de erro encontra-se atrelada à concepção do próprio professor sobre sua disciplina. Isso implica a forma de conceber o processo de ensino-aprendizagem e, conseqüentemente, os modos de praticar a avaliação.

Para concluir esta síntese conceitual, há uma relevante contribuição de Pinto (2000), que utiliza as palavras de De La Torre (1994), para afirmar uma seqüência de relações cognitivas importantes, qual seja: “o estudo do erro surge, primeiramente, como teoria físico-matemática, depois, como princípio construtivista e, posteriormente, como estratégia didática”.

Diversos autores - que se propõem a tratar da existência do erro no âmbito do processo de aprendizagem - deixam transparecer em seus textos que o erro é algo tão presente no cotidiano humano, independente de idade, atividade e posição social, que sua definição torna-se desnecessária.

Falar de erro, pois, é expressar-se sobre *algo universal e ao mesmo tempo impregnado de subjetividade*, cuja definição fica a cargo de nossa memória afetiva formada ao longo de nossa vivência. Neste sentido, os autores impõem a sensação de que saber o que é erro é saber o que é **certo/errado**, uma vez que o erro expressa sua auto-definição por antagonismo e, curiosamente, o mesmo acontece com o seu antagônico – acerto/certo - constituindo-se nas duas faces de uma mesma moeda - o fazer humano - e, mui especialmente, no ato de aprender e ensinar ao qual se denomina **processo de ensino-aprendizagem**.

Torna-se usual, portanto, na literatura sobre avaliação, os autores abordarem e tratarem da existência do erro como recurso para introduzir críticas à visão e à prática avaliativa que existe em todos os sistemas e níveis de ensino. No Brasil, predomina o julgamento binário **certo/errado**, recorrendo-se via de regra a um padrão preestabelecido como explicita Luckesi (2002, p.54):

A solução insatisfatória de um problema só pode ser considerada errada a partir do momento em que se tem uma forma considerada correta de resolvê-lo; uma conduta é considerada errada na medida em que se tem uma definição de como seria considerada correta, e assim por diante. **Sem padrão, não há erro**. O que pode existir (e existe) é uma ação insatisfatória, no sentido de que ela não atinge um determinado objetivo que se está buscando. [O grifo é meu]

Depresbiteres (1995, p. 65), quando aborda questões fundamentais sobre os erros, assinala que estes podem ser favorecidos pela escola, pois há estudantes que “apresentam competência lingüística ou matemática no seu dia-a-dia fora da escola e mesmo assim apresentam fracasso”. Esta mesma autora comenta as idéias de Davis (1990) sobre erros quando este apresenta as seguintes considerações e categorias:

- a. Erros cometidos pela criança porque esta apesar de possuir a estrutura de pensamento necessária à solução da tarefa, seleciona procedimentos inadequados para a resolução; esse tipo de erro refere-se não à construção de conhecimento mas simplesmente ao emprego ou aprimoramento dos conhecimentos já construídos; um exemplo são os erros de ortografia, quando a criança já elaborou a construção da língua escrita; são erros de sistematização do código escrito, de distração, de falta de treino ou de repetição necessária à fixação da arbitrariedade da ortografia;
- b. Erros cometidos pela criança porque esta não possui a estrutura de pensamento necessária à solução da tarefa, do que decorre uma impossibilidade de compreender o que lhe é solicitado; a criança não é

capaz de assimilar o problema como perturbador, seja porque seu sistema cognitivo não se encontra suficientemente desenvolvido, seja porque a tarefa não se lhe apresenta como perturbadora;

c. Erros cometidos pela criança porque a estrutura de pensamento que possui não é suficiente para solucionar a tarefa, a criança não dispõe ainda de todos os esquemas de ação requeridos para tal, ou seja, existem lacunas em sua estrutura de pensamento que dificultam a assimilação dos dados; a criança procede por tentativa e erro, fazendo correções em suas estratégias, em virtude dos sucessos ou fracassos da ação efetivamente realizada.

Assim, a autora referida lembra que é tarefa do professor, “numa perspectiva piagetiana”, distinguir os erros dos alunos e torná-los observáveis àqueles para que tomem consciência deles, contribuindo para que o erro seja superado sem punições.

Da forma semelhante, Pinto (2000) refere-se ao erro como um “*divisor de águas de duas tendências fortes em educação*”, quando faz alusão às questões postas pela Pedagogia Tradicional e pela Pedagogia Nova. Ressalta que, nesta última vertente teórica, a preocupação é *saber como o estudante aprende*, e isto possibilita afirmar – como faz a autora – que **o erro é um conhecimento; ele mostra o caminho do acerto que já está ali implícito.**

Nesses termos, posso dizer que *ERRO é um desvio em relação ao padrão ou ideal pré-estabelecido*. Em outras palavras, Gotino, Batanero & Font (*In POCHULU, 2005*) dizem que, “em matemática, falamos de erro quando o aluno realiza uma prática (ação, argumentação, etc.) que não é válida do ponto de vista da instrução da matemática escolar”. Por isso, o erro constitui-se parte integrante do resultado de uma avaliação em qualquer área do conhecimento e principalmente em matemática.

Na história da humanidade, como eu já me referi, o erro sempre esteve presente na caminhada em direção àquilo ou aonde se queria chegar. Na produção científica, o “erro” é um conhecimento que, mesmo inadequado, abre portas para um novo conhecimento ou dá oportunidade à revisão e ao aperfeiçoamento daquilo que já é conhecido.

Sendo a matemática uma ciência, esta não poderia fugir dessa peculiaridade e o seu ensino pode se beneficiar da existência do erro no processo de aprendizagem tanto como incentivo para re-visitar e consolidar conhecimentos teóricos e práticos adquiridos pelos aprendizes, quanto pela sua vivência e pela

intervenção institucional através da sistematização e da disponibilização feitas pela escola.

– Entrelaçando os três fios para tecer a corda

O objetivo desta seção é buscar uma aproximação teórica entre os três grandes temas sob consideração neste estudo. Por isso, o tratamento seguinte das idéias de ‘avaliação’, ‘erro’ e ‘obstáculo’ se constitui numa ousada tentativa de contribuir com uma nova forma de abordagem de questões relevantes para professores e educadores matemáticos.

1 – Relação entre ‘erro’ e ‘avaliação’

Vale reiterar que a concepção de erro está diretamente ligada à concepção de avaliação. Assim, o estudo do erro em qualquer disciplina - e especialmente em matemática - pode contribuir para tornar a avaliação mais produtiva em sua função diagnóstica e formativa no processo de aprendizagem. Isto, certamente, traz como consequência a facilitação da aquisição dos conhecimentos matemáticos e desmistificação de seu ensino.

O erro é sempre revelador do que está ocorrendo em qualquer processo. Neste sentido, considero que o estudo sobre *erros de matemática* contribui, decididamente, para:

- Diagnosticar dificuldades de aprendizagem, em termos quantitativos, na relação entre o domínio de conhecimento objetivado pelo professor e o domínio demonstrado pelos alunos, sublinhando em cada erro o que já sabem e o que “falta” em relação ao pré-estabelecido;
- Mostrar o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, tendo em vista que cada conteúdo e grau de dificuldade a este relacionado têm ligação com as estruturas psicológicas de cada indivíduo;
- Evidenciar o desenvolvimento da aprendizagem individual do aluno;

- Indicar como está ocorrendo o processo de ensino-aprendizagem na classe/turma;
- Apontar indícios de obstáculos ao processo e auxiliar na tomada de decisão sobre a escolha metodológica;
- Revelar indícios de obstáculos didáticos já estabelecidos ao evidenciar que determinados procedimentos ou resultados são comuns em uma ou mais turmas, embora não seja o esperado, o tido como certo;
- Abrir espaço para a reflexão de cada professor quanto aos próprios erros e obstáculos advindos de sua ação docente – sem perder de vista que os obstáculos didáticos têm várias origens, entre elas, a lingüística, a emocional e a metodológica -, bem como sobre a influência de sua ação docente na formação e emergência dos erros dos estudantes e o estabelecimento de obstáculos didáticos à aprendizagem de matemática.

Tais contribuições do estudo do erro - em matemática ou em outra disciplina - podem favorecer o resgate do ideário da relação professor-aluno como parceiros do e no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, incidem para facilitar o papel institucional da escola, qual seja, o de promover o *acesso ao conhecimento* e a *efetiva aquisição do conhecimento* historicamente produzido através da sistematização didática.

A meu ver, há sentido em estudar os erros dos aprendizes, numa perspectiva pedagógica, de forma qualitativa, ou seja, tendo o erro como manifestação de conhecimento e não da ausência deste. É esta a contribuição que desejo ressaltar para melhoria do ensino de matemática e diminuição do fracasso escolar, entendendo como Pinto (2000, p. 35) que “estudar o erro tendo em vista o êxito escolar requer, prioritariamente, uma análise mais fina de sua produção, a partir de uma reflexão que os considere como parte integrante do processo ensino-aprendizagem”.

Assim, o estudo do erro não deve se limitar apenas a identificá-lo através da comparação de respostas dadas com o padrão esperado, mas buscar as suas possíveis causas. Para isso, vale considerar os conhecimentos que cada erro

manifesta e o tipo de “distorção” em relação ao conhecimento esperado, sendo estes vistos como elementos que indicam os fatores que impõem obstáculos ao aprendizado da matemática. Nesses termos, procura-se perceber a maneira pela qual cada educando constrói sua linha de raciocínio, buscando pistas nas suas respostas e nos seus rascunhos. No curso de processo de identificação, se busca evidenciar semelhanças entre os erros detectados. Isto, certamente, causa uma sensação de “viajar no espaço e no tempo” para *tentar entrar na mente dos alunos*, no momento da elaboração de suas respostas. Sem dúvida, isto reformula o papel docente, nos termos afirmados por Pinto (2000, p. 35) a seguir:

Neste novo papel, o professor não deverá apenas fazer suposições sobre a lógica dos alunos, mas, para que possa guiar o desenvolvimento de suas idéias, é importante que saiba o que os alunos pensam no momento da aprendizagem.

Concordo com a autora ao tempo em que considero o desenvolvimento do estudo dos erros dos estudantes em dois níveis:

- a) **Nível individual** – no qual a atenção sobre os erros manifestos por um aprendiz deve buscar relação de conhecimentos manifestos e ausentes entre dois ou mais erros detectados, o que dará subsídio para auxiliar na superação das dificuldades;
- b) **Nível coletivo** – no qual se mapeiam os conhecimentos manifestos e os ausentes em cada erro identificado.

Contudo, o estudo qualitativo do erro não descarta a quantificação, porém esta é vista como indicador de obstáculos didáticos, já que uma de suas características é a manifestação de um mesmo erro por considerável número de estudantes - **obstáculo coletivo** -, ou a repetição sistemática de um erro pelo mesmo aprendiz em diferentes ocasiões - **obstáculo individual**.

2 – Relação entre ‘erro’ e ‘obstáculo didático’

São escassos na literatura da educação brasileira os estudos sobre erros e formas de abordagem de erros cometidos pelos estudantes durante o processo de ensino-aprendizagem. Muito menos disponíveis são as publicações sobre obstáculos didáticos, bem como a relação entre eles, os erros e os obstáculos. Contudo, parece existir um certo consenso entre os autores, que tratam destes temas em diversos

países, de que *o erro é um indicador de existência de obstáculos didáticos*, pois aqueles são muitas vezes “frutos” destes, como ressalta Bittencurt (1998) trazendo à consideração o trabalho de Brousseau: “Em sua pesquisa relativa ao ensino dos números decimais, este autor analisa diversos obstáculos tanto didáticos quanto epistemológicos, considerando-os as fontes de erros futuros do aluno”. Cury (1995), também credita a Brousseau a afirmação de que ***um obstáculo se manifesta por erros.***

Há autores, como El Bouazzoui (*Apud* CURY, 1995), que alertam para a necessidade de diferenciar ‘erros’ de ‘dificuldades’ e ‘obstáculos’, mas é Bittencurt (1998, p. 15) quem mais contribui com informações para evidenciar a pretendida relação entre ‘erros’ e ‘obstáculos didáticos’, quando afirma:

...A noção de obstáculo epistemológico concede ao erro um papel importante enquanto revelador de dificuldades a serem seriamente consideradas por aquele que pretende compreender melhor o processo cognitivo. (...) O erro do aluno revela a maneira como este organiza seus conhecimentos, geralmente agrupados em torno de concepções e valores formando uma rede de significados que muitas vezes torna-se um obstáculo à aquisição de novos conceitos.

Pelas contribuições dos autores referidos, a relação entre ‘erro’ e ‘obstáculo didático’ parece, portanto, ser intrínseca, sendo difícil determinar, entre os dois, qual origina o outro, pois *tanto o erro faz surgir o obstáculo didático, quanto o obstáculo didático causa o erro.*

Muitas vezes um erro é cometido dada a influência de personagens - que no imaginário social têm *status* de “autoridade inquestionável” - tais como renomados cientistas ou representantes da Igreja Católica. Esta última, por exemplo, por muito tempo, se opôs a teoria heliocêntrica do universo e impediu a sua consideração favorecendo erros. Casos como este estão registrados na história e, mesmo depois de “corrigidos”, de terem seus conceitos anteriormente rejeitados considerados válidos, mesmo assim, aqueles ainda podem constituir obstáculos ao ensino, denominados obstáculos didáticos.

Por outro lado, ***obstáculos didáticos remetem a erros.*** Um exemplo deste caso é relativo à concepção de *sinai*, quando é unicamente tida e havida como símbolo de operação matemática. Quando estamos envolvidos no processo de

ensino-aprendizagem de assuntos como ‘equações’, a maioria dos professores – na qual me incluo -, na tentativa de facilitar a compreensão dos educandos, se expressa da seguinte forma: – *quando um termo é passado para o outro membro (outro lado da igualdade) ele troca de “sinal”*. E se completa assim: – *se é “mais” (+) passa para “menos” (-), se é “multiplicar” (X) passa para “dividir” (:)* e vice-versa.

Este discurso contribui para estabelecer alguns obstáculos didáticos, tais como:

(a) ter respectivamente os sinais “+” e “-” apenas como indicadores de soma e subtração, e não como indicadores de posição relativa na representação geométrica da reta numérica;

(b) o “X” não é visto como incógnita da equação e sim como indicador de produto, em termos restritos, não se reconhecendo *outras formas de indicar as operações de produto* (•, ou ausência de sinal entre o número e a variável, ou entre variáveis, etc.) e divisão (:, o traço de fração, etc.).

Tais obstáculos conduzem os estudantes a erros do tipo: $2x = 6 \Rightarrow x = 6 - 2$ ou $x = \frac{6}{-2}$, comprovando as palavras de Almouloud (2006) que aponta o *obstáculo lingüístico* como um dos fatores que contribui para o surgimento de obstáculos didáticos.

Portanto, a ação dos professores de matemática deve ser, em última instância, oportunizar aos educandos a aquisição de conhecimentos passando pela superação dos erros por eles cometidos durante o processo de aprendizagem. Isto significa assumir o desafio de mudar a postura docente que usualmente é adotada diante do erro, passando a vê-lo como manifestação de conhecimento e distinguindo-o enquanto fruto de dificuldades momentâneas – tais como esquecimento ou desatenção - bem como da resistência de um conhecimento já estabelecido ao conhecimento novo, estabelecendo um obstáculo didático que precisa ser superado para que estudantes possam aprender matemática.

3 – Relação entre ‘obstáculo didático’ e ‘avaliação’

Retomando as definições e classificações formuladas por diversos autores sobre ‘avaliação’ e ‘obstáculo’, é possível vislumbrar a aproximação existente entre ‘obstáculo didático’ e ‘avaliação da aprendizagem’, pois é *através do ato avaliativo* que se identificam as respostas insatisfatórias que chamamos de *erros*, classificados entre “*erros passageiros*”⁶ e “*obstáculos*”, bem como aqueles obstáculos categorizados como de origem epistemológica, ontogenética e didática. Neste sentido, torna-se imprescindível reconhecer e compreender a interface entre ‘obstáculo didático’ e ‘avaliação’, quando esta passa a ser um efetivo instrumento de investigação educacional, mantendo o equilíbrio desejável entre suas funções diagnóstica, formativa e classificatória, de forma a traduzir-se como relevante para maior eficiência do processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos.

É através da avaliação que se pode distinguir as diversas facetas do obstáculo didático que, segundo Almouloud (2006), já referido, tem em suas variáveis a *linguagem* e a *metodologia*, sem descartar a influência dos demais obstáculos já considerados.

Depresbiteres (1995) mostra com clareza que “a avaliação da aprendizagem deve auxiliar na busca de respostas para essas questões, visando à análise não só do produto da aprendizagem, mas, sobretudo do seu processo”. Levando isso em conta, posso dizer que a relação entre ‘obstáculo didático’ e ‘avaliação’ está no fato desta se constituir em um instrumento teórico-prático que possibilita a identificação de obstáculos didáticos e as relações de conhecimentos que o constituem. Dessa forma, abre-se um espaço de reflexão sobre o processo de aprendizagem, em termos da origem dos erros e dos obstáculos didáticos, e também sobre a elaboração de um tipo de planejamento de ensino que auxilie os alunos tanto a superarem os seus erros quanto a transporem os obstáculos, traduzindo-se isso na melhoria do processo ensino-aprendizagem de matemática.

Por essa ótica, posso afirmar que a avaliação pode auxiliar o professor e os demais agentes educacionais a:

⁶ Uso a expressão “erros passageiros” para denotar as respostas insatisfatórias fruto de pressa, desatenção, etc. que se o aluno revisasse sua resposta certamente detectaria a falha.

- i) diferenciar “erros passageiros” de obstáculos didáticos;
- ii) identificar os obstáculos didáticos e mapeá-los em relação a cada assunto;
- iii) buscar a superação dos obstáculos didáticos, dando maior atenção ao processo de ensino dos assuntos que obstaculizam a aprendizagem de outros assuntos da disciplina.

Em qualquer processo de ensino e de aprendizagem, o aprendizado de assuntos anteriores é relevante para o aprendizado do assunto eleito para aquele determinado momento do processo de aprendizagem.

Na educação matemática, isso parece ainda mais destacado, principalmente por que professores e estudantes dizem que, em matemática, “*são as águas passadas que movem os moinhos*”. Assim sendo, posso metaforicamente dizer que os “erros sistemáticos” – individuais ou coletivos – emperram o *moinho* da aprendizagem que impulsiona os *ventos* do conhecimento, uma vez que se constituem obstáculos didáticos.

CAPITULO II – PARA DELIMITAR O ESPAÇO DA METODOLOGIA DA PESQUISA: Explicitando caminhos e trilhas da investigação

As pesquisas estatísticas da educação apontam que a disciplina ‘Matemática’ é tida como um dos fatores que mais contribui para a composição dos índices de evasão e repetência do ensino fundamental e médio no Brasil (Cf. SAEB/2001).

Nesse contexto, emerge uma contradição crucial visto que as teorias sobre ensino e aprendizagem, com destaque para as pesquisas de Piaget, afirmam que os conceitos matemáticos, **quando bem utilizados**, favorecem o *diagnóstico do nível de desenvolvimento cognitivo do sujeito que aprende*, o qual é fundamental no processo de aquisição de conhecimento.

Configurada essa contradição, a presente pesquisa tem por objetivo investigar o desempenho de estudantes de 5ª a 8ª série na disciplina ‘Matemática’, utilizando as respostas dadas por alunos de uma escola pública de Ensino Fundamental em Belém do Pará. Esses alunos tornaram-se sujeitos desta pesquisa porque participaram de um projeto-piloto que visava fornecer auxílio a estudantes com dificuldades de aprendizagem em matemática, desenvolvendo um tipo de recuperação paralela diferenciada. Além disso, objetiva-se elaborar uma *lista de conteúdos* para explicitar quais são aqueles que trazem maiores dificuldades de assimilação por parte dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem.

Os dados coletados para esta investigação advêm de um teste aplicado nas turmas de 5ª a 8ª séries das escolas definidas, abordando o conteúdo da série atual concomitantemente com alguns conteúdos específicos das séries anteriores. Assim, *algumas questões são comuns a todas as séries*, possibilitando fazer um quadro geral de relações compreensivas sobre o desempenho dos educandos em relação à forma de mobilizar os conhecimentos dos conteúdos “aprendidos” ao longo de sua escolaridade, principalmente nas quatro séries do segundo ciclo do ensino fundamental.

Nesse âmbito, as análises procedidas têm o intuito de:

- Identificar erros que se manifestam sistematicamente em cada série;
- Observar a trajetória de incidência dos erros nas quatro séries do segundo ciclo do ensino fundamental e a possível superação desses erros; e

- Tentar buscar pela análise dos erros dos estudantes elementos que indiquem os fatores que obstaculizam o aprendizado da matemática no ensino fundamental maior.

A metodologia da pesquisa foi se constituindo ao longo do caminho por mim escolhido para atingir os objetivos propostos, numa trilha composta por análises, quantitativas e qualitativas.

A análise quantitativa se desenvolveu em duas fases:

- (i) Na primeira, minha preocupação era quantificar os erros e acertos dos estudantes no desenvolvimento das atividades, levando em conta o que uma rápida observação geral do material a ser analisado havia revelado, qual seja a necessidade de se considerar neste levantamento estatístico as **questões sem respostas** e as **questões incompletas** como categorias de agrupamento. Isto se deu, além das categorias de respostas consideradas “óbvias”, constituídas de **respostas certas** e **respostas erradas** como sugere o tema. Em decorrência do uso destes critérios, do universo de quatro turmas de 5ª série, quatro turmas de 6ª série, três turmas de 7ª série e duas turmas de 8ª série que participaram da geração dos dados, para viabilizar a pesquisa, tomei a decisão de selecionar, aleatoriamente, *uma turma de cada série*, perfazendo o quantitativo de *94 sujeitos de pesquisa*, dos quais *21 são da 5ª série, 25 da 6ª série, 24 da 7ª série e 24 da 8ª série*, que foram considerados sujeitos da pesquisa, para efeito da tabulação e da análise dos dados coletados.
- (ii) Na segunda fase, o objetivo foi tentar desvendar as relações conceituais e entre conceitos contidos nos erros expressos pelos estudantes. Na tentativa de identificar as causas desses erros como elementos que indiquem os fatores que obstaculizam o aprendizado da matemática no ensino fundamental maior, procurei perceber a maneira pela qual cada estudante havia construído sua linha de raciocínio, buscando pistas nas suas respostas e nos seus rascunhos, e também, evidenciando semelhanças entre os erros detectados. Isso me deu

uma sensação de “viajar no espaço e no tempo” ao “tentar entrar na mente dos educandos” no momento da elaboração de suas respostas.

Certamente, um dos grandes desafios para educadores matemáticos é identificar a tênue linha que delimita a faixa de intersecção entre os erros e os obstáculos didáticos, diferenciando o que denominei de “erros passageiros”, motivados por desatenção, por exemplo, dos “erros sistemáticos”, manifestos freqüentemente por um estudante ou um grupo de estudantes, através da deformação de um conceito ou de sua aplicabilidade, das generalizações abusivas, etc. São essas distorções ou esses desvios que transformam um erro em obstáculo didático.

Com esse entendimento, considero como parâmetro para análise de diferenciação entre o erro em si ou “erro passageiro” e o erro que indica um obstáculo didático, as questões que apresentam um quantitativo de erros semelhantes com índice de 20% ou mais em relação ao total de estudantes da turma.

Embora esta seja uma escolha de certa forma arbitrária, o percentual de 20% se justifica, pelas seguintes razões:

- ✓ Sempre que nos referimos a rendimento escolar, consideramos satisfatório o aproveitamento igual ou superior a 80%, geralmente associado a notas de 8,00 (oito inteiros) e acima, dando uma margem de no máximo 20% para as manifestações das imperfeições naturais da capacidade humana, já que “errar é humano”;
- ✓ Devemos ter em consideração que o ideário educativo é “zerar a incidência de erro”, por isso não se pode aceitar passivamente que metade de uma turma (ou uma percentagem próxima disto) não corresponda ao desempenho esperado como “algo normal”;
- ✓ Em outras ciências ou outros tipos de pesquisas raramente se admite uma margem de erros/perdas dessa magnitude.

Tais argumentos podem ser usados para justificar as razões pelas quais a porcentagem por mim definida representa “o máximo de tolerância” que podemos ter diante dos erros de uma turma de estudantes, sem desconfiar que “algo” esteja inviabilizando o processo.

Nesse contexto, a pesquisa possibilita construir uma lista de erros de todas as questões - comuns ou não - em cada uma das quatro séries, que se origina da observação dos erros de manifestação coletiva, considerados como indícios de obstáculo didáticos, bem como das semelhanças entre os erros dos educandos cujo índice, vale ressaltar, seja igual ou superior a 20% em relação ao total da turma.

CAPITULO III - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA: Configurando erros como *obstáculos didáticos* à aprendizagem da matemática

Neste capítulo, apresento o resultado da pesquisa realizada, nos seus aspectos e relações quantitativos e qualitativos.

Os aspectos quantitativos são apresentados em subseções específicas, nas quais estão discriminados todos os erros observados em cada questão de cada uma das séries pesquisadas. Ao final das análises por mim procedidas, busco fazer uma análise comparativa entre os resultados da pesquisa de Pochulu (2005) e os resultados por mim apresentados.

As relações e análises qualitativas são feitas em outras seções com algumas subdivisões, nas quais são destacados - dentre os erros listados nas subseções anteriores - os erros que se caracterizam como obstáculos didáticos coletivos.

1 – Evidenciando os erros observados nas últimas quatro séries do Ensino Fundamental

É meu intuito propiciar uma visão geral do desempenho dos estudantes nas quatro séries e em cada uma delas, especificamente, mostrando as questões comuns e incomuns às séries. Nestes termos, apresento os quadros subseqüentes.

Tendo em vista que as questões comuns não seguem a mesma ordenação em todas as séries - por exemplo, a 5ª questão na 5ª série passa a ser a 4ª questão na 6ª e 7ª série e a 3ª questão na 8ª série -, a construção dos quadros para possibilitar a visualização desejada foi realizada suprimindo a ordem das questões e agregando-se todos os seus itens, sendo indicado com hífen (–) o item que não está presente na série. Também foi necessário abreviar a palavra ‘Acerto’ e a expressão ‘Sem Resposta’ para **Ac.** e **S.R.**, respectivamente. Além disso, suprimi a coluna de ‘porcentagens’ e de ‘observações’, como forma de redução dos dados para facilitação da inteligibilidade ou compreensão dos dados relacionados.

Quadro 1: Quantitativo de erros dos estudantes por série e por questões resolvidas

| Tabulação de dados da pesquisa sobre ERROS em Matemática | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------------------------------------|----------|------|-------|----------|------|-------|----------|------|-------|----------|------|-------|
| Perspectiva quantitativa – quadro geral | | | | | | | | | | | | | |
| | | 5ª Série | | | 6ª Série | | | 7ª Série | | | 8ª Série | | |
| | | Ac. | Erro | S. R. | Ac. | Erro | S. R. | Ac. | Erro | S. R. | Ac. | Erro | S. R. |
| Operações envolvendo números Naturais | Divisão | 09 | 07 | 05 | 10 | 14 | 01 | 10 | 10 | 04 | - | - | - |
| | Multiplicação | 12 | 07* | 02 | 12 | 11 | 02 | 11 | 09 | 04 | - | - | - |
| | Soma | 03 | 07* | 11 | 02 | 14 | 09 | 03 | 10 | 11 | - | - | - |
| Problemas envolvendo números Naturais | Soma/subtração | 04* | 04 | 00 | 04 | 01 | 00 | 01 | 00 | 00 | 07 | 01* | 00 |
| | Subtração | 10 | 03 | 00 | 10 | 03 | 00 | 12 | 03 | 00 | 09 | 03 | 00 |
| | Só Resposta | 00 | 00 | 00 | 05 | 02 | 00 | 05 | 02 | 01 | 04 | 00 | 00 |
| Operações envolvendo números decimais | Multiplicação | 05 | 16 | 00 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| | Adição | 04 | 17 | 00 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| | Subtração | 02 | 19 | 00 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| | Divisão | 12* | 09 | 00 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Operações envolvendo frações (número misto) | Mult./adição/subtr. | 00 | 16 | 05 | 07 | 18 | 00 | 14 | 10 | 00 | 01 | 19 | 02 |
| | Multiplicação | 04 | 11 | 06 | 07 | 18 | 00 | 20* | 04 | 00 | 10 | 12 | 02 |
| | Divisão | 05 | 08 | 08 | 09* | 15 | 01 | 22* | 02 | 00 | 15 | 06 | 03 |
| Operações e Conceitos | Multiplicação com inteiros (calc.) | 09 | 11 | 01 | 11 | 14 | 00 | 08 | 16 | 01 | - | - | - |
| | Operação | 01 | 03* | 17 | 12 | 01 | 12 | 09 | 00 | 15 | - | - | - |
| | Termos | 00 | 08 | 13 | 01 | 10 | 14 | 00 | 02 | 20 | - | - | - |
| | Divisão com inteiros (cálculo) | 10 | 07 | 04* | 14* | 08 | 03** | 06 | 10 | 08 | 11 | 10 | 02 |
| | Operação | 01 | 02 | 18 | 09 | 01 | 15 | 07 | 00 | 17 | 13 | 00 | 11 |
| | Termos | 08* | 02 | 11 | 04 | 07 | 14 | 00 | 01 | 21 | 07 | 02 | 15 |
| | Multiplicação com decimal (calc.) | - | - | - | 07 | 01 | 17 | 04 | 12 | 08 | 12 | 12 | 00 |
| | Operação | - | - | - | 08 | 02 | 15 | 05 | 00 | 19 | 13 | 00 | 11 |
| | Termos | - | - | - | 00 | 08 | 17 | 00 | 01 | 21 | 00 | 04 | 20 |
| | Subtração com decimais (cálculo) | - | - | - | 08 | 17 | 00 | 02 | 15 | 07 | 06 | 16 | 02 |
| | Operação | - | - | - | 07 | 03 | 15 | 05 | 00 | 19 | 10 | 01 | 13 |
| | Termos | - | - | - | 04 | 05 | 16 | 00 | 00 | 23 | 00 | 03 | 21 |
| Expressões Numéricas | Com números inteiros | - | - | - | 17 | 08 | 00 | 13 | 08 | 03 | 14 | 09 | 01 |
| | Com números decimais | - | - | - | 00 | 24 | 01 | 04 | 14 | 05 | 00 | 21 | 03 |
| | Com frações | - | - | - | - | - | - | 02 | 14 | 07 | - | - | - |
| Problemas (Sistema Monetário) | Subtração | - | - | - | 18 | 07 | 00 | 09 | 10 | 05 | - | - | - |
| | Mult. com fração | - | - | - | 17 | 08 | 00 | 10 | 05 | 10 | 15 | 08 | 01 |
| | Frações–parte/todo | - | - | - | 15 | 10 | 00 | 11 | 02 | 11 | 18 | 04 | 02 |
| Problemas Com frações | Frações equivalentes | - | - | - | 06 | 17 | 02 | 01 | 09 | 14 | 08 | 05 | 11 |
| | Explicitar uma fração | - | - | - | 08 | 16 | 01 | 09 | 08 | 07 | 10 | 08 | 06 |
| Relação de ordem | Núm. Relativo (Z) | - | - | - | - | - | - | 18 | 04 | 02 | 19 | 03 | 02 |
| Produto com jogo de sinais | $(-1) (-1) (-1)$ | - | - | - | - | - | - | 17 | 04 | 03 | 17 | 07 | 00 |
| | $(-1) (-1) (-1) (-1)$ | - | - | - | - | - | - | 15 | 04 | 05 | 20 | 04 | 00 |
| | $[(-1) (-1)] (-1)$ | - | - | - | - | - | - | 18 | 03 | 05 | 21 | 03 | 00 |
| | $[(-1) (-1) (-1)]:[(-1) (-1) (-1)]$ | - | - | - | - | - | - | 09 | 09 | 06 | 20 | 04 | 00 |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Utilização de sinais para simbolizar posições | Gols a favor | - | - | - | - | - | - | - | 11 | 05 | 08 | 24 | 00 | 00 |
| | Abaixo do nível do mar | - | - | - | - | - | - | - | 15 | 01 | 08 | 22 | 02 | 00 |
| | Acima do nível do mar | - | - | - | - | - | - | - | 16 | 00 | 08 | 21 | 03 | 00 |
| | Abaixo de zero | - | - | - | - | - | - | - | 15 | 01 | 08 | 22 | 02 | 00 |
| Problema | Montar equação | - | - | - | - | - | - | - | 00 | 11 | 13 | 02 | 15 | 06 |
| | Cálculo | - | - | - | - | - | - | - | 00 | 00 | 24 | 00 | 00 | 24 |
| Valor Numérico da expressão | | $20 - x^2 - y^3$, para $x = 4$ e $y = -1$. | | | | | | | | | | 00 | 16 | 08 |
| Expressões algébricas – termos semelhantes | $3a + 5a - 2b$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 15 | 09 | 00 |
| | $4ax^2 - 3ax^2 + 2a^2x$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 05 | 14 | 05 |
| | $4ax(2x^2 + 3x + 4a)$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 05 | 13 | 06 |
| Simplificação de expressões algébricas | $\frac{3a + 3b}{6}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 04 | 17 | 03 |
| | $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 00 | 17 | 07 |
| | $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 00 | 16 | 08 |
| Equações | Com números inteiros | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 08 | 14 | 01 |
| | Com frações | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 04 | 15 | 05 |
| Sistema de equações | $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 01 | 11 | 08 |
| Cálculo de percentagem | 100% de 400 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 14 | 05 | 04 |
| | 10% de 330 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 14 | 04 | 05 |
| | 15% de 80 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 10 | 07 | 06 |
| Produto notável | $(x - 1)(x + 1)$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 14 | 05 | 04 |
| | $(x - 3)^2$ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 14 | 04 | 05 |

1.1. Os erros observados na 5ª série

Dos 21 estudantes que responderam ao teste proposto, pode encontrar os resultados que são apresentados no quadro seguinte:

Quadro 2: Panorama do desempenho dos estudantes na 1ª questão da 5ª série

| 1ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Resp. | % de S. R. | Observação |
|---------------------------------------|---------------|---------|-------|------------|-----------|------------|--|
| Operações envolvendo números Naturais | Divisão | 09 | 07 | 33,33 | 05 | 23,81 | |
| | Multiplicação | 12* | 07 | 33,33 | 02 | 9,52 | * 01 fez 842×67 e não 942×67 . |
| | Soma | 03 | 07* | 33,33 | 11 | 52,38 | * 05 por erros anteriores. |

O quadro acima mostra que nesta primeira questão (Cf.Anexo) os estudantes erram as operações básicas. Analisando detidamente, pode detectar o seguinte:

1) Na divisão, os erros, em sua maioria, se originam na determinação do resto que junto com o algarismo a ser baixado formará a próxima ordem a ser dividida; raramente os estudantes estabelecem quociente inadequado (além ou aquém), principalmente no início.

2) Na multiplicação, o resultado da operação 942×67 apresenta erros conseqüentes de:

- Errou na multiplicação pela unidade (7) (um caso);
- Errou na multiplicação pela dezena (6) (dois casos);
- Errou na multiplicação por ambos (dois casos);
- Falta da multiplicação pela dezena (6) (dois casos); aqui podemos levantar a hipótese de que a falta desta multiplicação pode ser fruto de esquecimento ou incompreensão do processo.

Note-se que, no caso em que se multiplicou 842×67 , a causa do erro é devida à impressão textual, que induziu o estudante a ver um 8 no lugar do 9, e para fazer justiça ao aprendiz, o produto foi feito corretamente. Porém é curioso que as demais impressões poderiam dar essa interpretação, mas só apareceu distorção neste caso.

Na soma, dos sete erros encontrados, em termos de resultados, cinco são conseqüências dos erros anteriores e não da soma em si: um estudante acrescenta uma parcela à soma (produto de 15×67) e um outro, além de erros em operações anteriores, errou o cálculo de $8 + 1$ respondendo 0, indicando que achou 10 como resultado.

Vale ressaltar que a não realização da soma caracteriza um erro de compreensão de comando, pois de um grupo de 11 estudantes apenas dois não fizeram qualquer das operações e, outros dois só fizeram uma delas. Outro ponto a destacar é que todas as questões e itens em que ocorre “inexistência de respostas” podem ser considerados *erros de compreensão*.

Quadro 3: Panorama do desempenho dos estudantes na 2ª questão da 5ª série

| 2ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Resp | Observação |
|---------------------------------------|----------------|---------|-------|------------|----------|--------------------|
| Problemas envolvendo números Naturais | Soma/subtração | 04 * | 04 | 19,05 | 00 | * 02, só resposta. |
| | Subtração | 10 | 03 | 14,29 | 00 | |

A segunda questão envolve um problema (Cf. Anexo) que poderia ser solucionado por dois caminhos: usando a soma e a subtração ou somente a subtração, visto que o enunciado informa que de duas dúzias de lápis, três foram perdidos e cinco doados, requerendo-se dos estudantes o quantitativo restante. Nesta questão, podemos observar pelo quadro, a existência de sete erros detectados, a saber:

- Revelam a hipótese de se ter pensado em 12 como uma dúzia e não dobrado o valor, chegando a 04 como resposta (três casos);
- Divide 24 por 3 e do resultado subtrai 5 (um caso);
- Subtrai 3 de 24 e depois divide o resto por 5 (um caso);
- Subtrai 3 de 5 (um caso);
- Subtrai 3 de 24 e depois soma com 5 (um caso).

Tais números mostram que mesmo admitindo a hipótese da falta de atenção ou confusão na representação de uma dúzia no lugar de duas (três casos), não podemos ignorar que quatro casos demonstram incompreensão do problema e de seu processo de resolução.

Esta questão foi subdividida arbitrariamente pelo pesquisador para facilitar o agrupamento dos erros segundo as estratégias de resolução predominantes. Assim, para se observar o quantitativo de 21 respostas é preciso somar todo o quadro, ao invés de apenas o item como nas demais questões. O mesmo acontece com a 7ª questão da 6ª série e com outras nas séries em que estas questões se fazem presentes.

Quadro 4: Panorama do desempenho dos estudantes na 3ª questão da 5ª série

| 3ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Resp | Observação |
|---------------------------------------|---------------|---------|-------|------------|----------|-------------------|
| Operações envolvendo números decimais | Multiplicação | 05 | 16 | 76,19 | 00 | |
| | Adição | 04 | 17 | 80,95 | 00 | |
| | Subtração | 02 | 19 | 90,48 | 00 | |
| | Divisão | 12* | 09 | 42,86 | 00 | * deixando resto. |

Dos erros detectados na questão que envolve as quatro operações com números decimais, temos que

- Na multiplicação de 20,17 por 10 (Cf. Anexo), os 16 erros encontrados se diferenciam em dois tipos, quais sejam:

- Obtêm-se duas ou mais parcelas não nulas (dez casos);
 - Não deslocam a vírgula, colocando-a na mesma posição, ou suprimindo-a (seis casos).
- Na adição de $2,41 + 23,2 + 7,89$ (ver anexo), temos o total de 17 erros, cuja principal origem está na não observância da ordem das casas – tanto decimais quanto inteiras.
- Em relação à subtração de $2,7 - 1,28$ (Cf. Anexo) e aliados à questão da ordem das casas temos outros 19 erros:
 - Somam ao invés de diminuir, (dois casos);
 - Subtraem, porém repetem o 8 que ficou “só”, como na adição, (cinco casos);
 - Deslocam o algarismo 7 para alinhar-se ao 8 (três casos);
 - Invertem os termos: $1,28 - 2,7$ (nove casos).
- A divisão 234 por 100 (Cf. Anexo) apresenta nove erros, nos quais se observa o seguinte:
 - Quociente maior do que o dividendo e inteiro (três casos);
 - Omitem a vírgula tendo como resposta um quociente igual ao dividendo (cinco casos);
 - Apresenta como resposta o quociente igual a 20 e 4 de resto, (um caso).
- Todos os estudantes ignoraram a representação de um número com casas decimais, já que entre as doze respostas certas, em todas se colocaram 2 no quociente e 34 como resto. Este foi um fato curioso, embora não se constitua um erro por ser uma alternativa de solução, visto que a questão sugere, de forma implícita no seu enunciado, um quociente decimal.
- O resultado da tabulação dos dados me suscitou o questionamento seguinte: a resposta com resto demonstra autonomia na resolução de

divisão em que o divisor é múltiplo de dez ou demonstra incompreensão dos números decimais?

Quadro 5: Panorama do desempenho dos estudantes na 4ª questão da 5ª série

| 4ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de Sem Respostas |
|---|---------------------|---------|-------|------------|---------------|--------------------|
| Operações envolvendo frações (número misto) | Mult./adição/subtr. | 00 | 16 | 76,19 | 05 | 23,81 |
| | Multiplicação | 04 | 11 | 52,38 | 06 | 28,57 |
| | Divisão | 05 | 08 | 38,09 | 08 | 38,09 |

Ao tentarem resolver a expressão $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$ (ver anexo), 16 estudantes erram

da seguinte forma:

- Somam os numeradores e repetem o denominador desconsiderando a parte inteira da primeira fração – número misto, e também o sinal negativo da terceira fração – que indica uma subtração (seis casos);
- Somam os numeradores e denominadores, respectivamente, e, da mesma forma, desconsideram a parte inteira da primeira fração e o sinal negativo da terceira fração (dois casos);
- Considera o 2 ao somar os numeradores e soma os denominadores (um caso);
- Utilizam “caminhos” incompatíveis com a noção de fração.

Para responderem a expressão $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2}$ (ver anexo), 11 estudantes erraram,

sendo que:

- Falta domínio da tabuada (três casos);
- Multiplicam o numerador por seu denominador (dois casos);
- Multiplicam a primeira fração pelo inverso da segunda, repetindo o procedimento entre o resultado e a terceira fração – isso lembra a aplicação da propriedade da proporção (dois casos);
- Multiplicam a primeira fração pelo inverso da segunda, depois multiplicam a primeira fração pelo inverso da terceira e finalmente repete o procedimento entre os resultados (um caso);
- Multiplicam dois a dois os numeradores e denominadores respectivamente, somando-os da mesma forma (um caso);

- Apresentam respostas aleatórias (dois casos).

Para o item $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$ (Cf. Anexo), 8 estudantes não chegaram ao resultado esperado e os motivos são os seguintes:

- Dividem o numerador pelo próprio denominador (dois casos);
- Divide o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração (um caso);
- Apresentam respostas aleatórias, às vezes repetindo algum algoritmo das frações dadas (cinco casos).

Quadro 6: Panorama do desempenho dos estudantes na 5ª questão da 5ª série

| 5ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Resp. | Observação |
|-----------------------|-----------------------|---------|-------|------------|-----------|--------------------------------------|
| Operações e Conceitos | Multiplicação (calc.) | 09 | 11 | 52,38 | 01 | |
| | Operação | 01 | 03* | 14,29 | 17 | * 01 se referiu a divisão. |
| | Termos | 00 | 08 | 38,09 | 13 | |
| | Divisão (cálculo) | 10 | 07 | 33,33 | 04* | * 01 só armou. |
| | Operação | 01 | 02 | 9,52 | 18 | |
| | Termos | 08* | 02 | 9,52 | 11 | * 01 Trocou quociente por resultado. |

Solicitados a armar, efetuar e dar os nomes das operações e seus termos (Cf. Anexo), o desempenho dos estudantes foi analisado nos três itens separadamente.

- No cálculo da multiplicação 32751×75 apresentaram os seguintes erros:
 - Efetua uma divisão (um caso);
 - Não multiplica pela dezena (7) (dois casos);
 - Erram a multiplicação pela unidade (5) (dois casos);
 - Erram a multiplicação pela dezena (7) (dois casos);
 - Erram a multiplicação por ambos (dois casos).
- Na identificação da operação, apresentaram os seguintes erros:
 - Chama de divisão – por ter dividido, (um caso);
 - Chamam de vezes (dois casos).
- Na nomeação dos termos da operação apresentaram os seguintes erros:
 - Usa os termos da divisão – por ter dividido (um caso);
 - Usa os termos da adição (um caso);

- Nomeiam os termos adaptando os termos da divisão – Ex: multiplicando, multiplicador (seis casos).
- No cálculo da divisão de 389372 por 12 apresentaram os seguintes erros:
 - Inicia a divisão com um quociente menor – Ex: 38 por 12, registrando 2 (um caso);
 - Iniciam a divisão com um quociente maior – Ex: 38 por 12, registrando 4 ou 5 (três casos);
 - Abaixa o algarismo 2 duas vezes (um caso);
 - Erra alguma subtração (um caso);
 - Erra a determinação do quociente de 53 por 12, registrando 6 (um caso).
- Na identificação da operação apresentaram os seguintes erros:
 - Troca o dividendo por divisor e vice-versa (um caso);
 - Chama o divisor de dividendo (um caso).
- Na nomeação dos termos da operação foi apresentado o seguinte erro:
 - Efetua uma divisão (um caso).

1.2. Os erros observados na 6ª série

Dos 25 estudantes que responderam o teste proposto temos os seguintes resultados:

Quadro 7: Panorama do desempenho dos estudantes na 1ª questão da 6ª série

| 1ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|---------------------------------------|---------------|---------|-------|------------|---------------|------------|
| Operações envolvendo números Naturais | Divisão | 10 | 14 | 56,00 | 01* | * Só armou |
| | Multiplicação | 12 | 11 | 44,00 | 02 | |
| | Soma | 02 | 14 | 56,00 | 09 | |

A questão acima é comum à série anterior (Cf.Anexo) e, novamente, os estudantes erram as operações básicas, sendo interessante destacar que:

- Em relação à divisão de 43140 por 15, os erros estão assim distribuídos:

- Não tem registro conclusivo, apenas arma a conta (um caso);
 - Apresentam respostas muito distantes do correto (cinco casos);
 - Apresentam falhas no procedimento do algoritmo, uma vez que alguns rascunhos mostram indícios de que os educandos pensaram uma coisa e responderam outra (oito casos);
- Em relação à multiplicação de 942 por 67 os erros são os seguintes:
- Erro na multiplicação pela dezena (6) (seis casos);
 - Erro na multiplicação por ambos (um caso);
 - Falta da multiplicação pela dezena (6) (quatro casos).
 - Como isso também aconteceu na 5ª série, já podemos questionar se *há esquecimento ou incompreensão do processo.*
- Em relação à soma dos resultados das operações anteriores tem-se o seguinte:
- Errou o cálculo – mas armou corretamente (um caso);
 - Errou por armar incorretamente – não obedecendo à ordem (um caso);
 - Chegam a resultados insatisfatórios em decorrência de erros anteriores, já que a maioria das somas obtida foi efetuada corretamente (12 casos).

Quadro 8: Panorama do desempenho dos estudantes na 2ª questão da 6ª série

| 2ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas |
|---------------------------------------|----------------|---------|-------|------------|---------------|
| Problemas envolvendo números Naturais | Soma/subtração | 04 | 01 | 4,00 | 00 |
| | Subtração | 10 | 03 | 12,00 | 00 |
| | Só Resposta | 05 | 02 | 8,00 | 00 |

A segunda questão (Cf. Anexo) envolve um problema que poderia ser solucionado por dois caminhos: usando a soma e a subtração, ou somente a subtração, visto que o enunciado informa que de duas dúzias de lápis, três foram perdidos e cinco doados, requerendo-se dos estudantes o quantitativo restante. Nesta questão, podemos observar, pelo quadro, a existência de seis erros, a saber:

- Não evidenciam os cálculos, registrando resultados insatisfatórios – 04 e 17 lápis (dois casos);
- Arma a conta 24 - 8 e responde 4 (um caso);
- Arma a conta 12 - 8 e responde 4 (um caso);
- Arma a conta 24 - 3, acha 23, faz 23 - 5 e responde 18 (um caso);
- Não concluiu a conta armada 21 - 5 e responde 6 (um caso). Aqui podemos inferir que houve esquecimento ao grafar o 1 de 16.

Quadro 9: Panorama do desempenho dos estudantes na 3ª questão da 6ª série

| 3ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|---|-----------------------------|---------|-------|------------|---------------|--------------------------|
| Operações envolvendo frações (número misto) | Mult./adição/subtr (item a) | 07 | 18 | 72,00 | 00 | |
| | Multiplicação (item b) | 07 | 18 | 72,00 | 00 | |
| | Divisão (item c) | 09* | 15 | 60,00 | 01 | * Acerto de procedimento |

Na 3ª questão, o primeiro item: $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$ (item a) apresenta, em linhas gerais, os erros decorrentes do não reconhecimento do número misto e da não consideração do sinal de subtração entre a segunda e a terceira fração.

No item b) $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2}$, os 18 erros cometidos pelos estudantes estão assim distribuídos:

- Generalizam para a multiplicação a regra da adição e subtração com denominadores diferentes (quatro casos);
- Tiram o M.M.C. dos denominadores e multiplicam os numeradores (três casos);
- Tiram o M.M.C. dos denominadores e somam os numeradores (três casos);
- Açam o produto dos denominadores e multiplicam os numeradores em forma de “zig - zag” lembrando a divisão (três casos);
- Apresentam M.M.C. aleatório e somam os numeradores sem considerar a subtração (dois casos);
- Inverte a segunda fração e soma os numeradores e denominadores respectivamente, (um caso);
- Somam os numeradores e denominadores respectivamente (dois casos).

No item c) $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$, tem-se os seguintes erros:

- Simplesmente multiplicam (três casos).
- Tiram o M.M.C. dos denominadores e operam os numeradores de várias formas – somam, subtraem, multiplicam ou dividem (nove casos);
- Apresentam respostas aleatórias (três casos).

Quadro 10: Panorama do desempenho dos estudantes na 4ª questão da 6ª série

| 4ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Resp. | Observação |
|-----------------------|-----------------------------------|---------|-------|------------|-----------|--|
| Operações e Conceitos | Multiplicação c/ inteiros (calc.) | 11 | 14 | 56,00 | 00 | |
| | Operação | 12 | 01 | 4,00 | 12 | |
| | Termos | 01 | 10 | 40,00 | 14 | |
| | Divisão com inteiros (cálculo) | 14 * | 08 | 36,00 | 03 ** | * Só armou ** Copiou o dividendo errado |
| | Operação | 09 | 01 | 4,00 | 15 | |
| | Termos | 04 | 07 | 28,00 | 14 | |
| | Multiplicação c/ decimal (calc.) | 07 | 01 | 4,00 | 17 | |
| | Operação | 08 | 02 | 8,00 | 15 | |
| | Termos | 00 | 08 | 32,00 | 17 | |
| | Subtração c/ decimais (cálculo) | 08 | 17 | 68,00 | 00 | |
| | Operação | 07 | 03 | 12,00 | 15 | |
| | Termos | 04 * | 05 | 20,00 | 16 | * 01 não colocou o subtraendo |

Esta questão exige que os estudantes armem, efetuem e nomeiem as operações e seus termos. Em função disto, obteve-se o seguinte desempenho:

- No cálculo da multiplicação 32751×75 , os estudantes apresentaram os seguintes erros:
 - Erram a multiplicação pela unidade (5) (oito casos);
 - Erram a multiplicação pela dezena (7) (quatro casos);
 - Multiplica por 5 e o resultado multiplica por 7 (um caso);
 - Erra a soma (um caso).
- Na identificação da operação, foi apresentado o seguinte erro:
 - Chama de subtração (um caso);
- Na nomeação dos termos da operação apresentaram os seguintes erros:

- Nomeiam os termos adaptando os termos da divisão – Ex: multiplicando, multiplicador (sete casos);
 - Escrevem os números por extenso (três casos).
- No cálculo da divisão de 389372 por 12 apresentaram os seguintes erros:
- Erram a multiplicação do divisor pelo quociente para determinar o resto no dividendo (dois casos);
 - Determinam um quociente maior no início do processo da divisão (dois casos);
 - Determina um quociente maior no decorrer do processo da divisão, (um caso);
 - Apresenta um número qualquer como resposta (um caso);
 - Erra alguma subtração, (um caso);
 - Coloca um algarismo a mais no quociente – erro de subtração, (um caso).
- Na identificação da operação foi apresentado o seguinte erro:
- Chama de subtração, (um caso).
- Na nomeação dos termos da operação apresentaram os seguintes erros:
- Escrevem os números por extenso (três casos);
 - Permutam o dividendo com o divisor e substituem o quociente pelo resto,(dois casos);
 - Não nomeiam o quociente e o resto (dois casos).
- Na multiplicação de 20,17 por 10 temos os seguintes erros:
- Não deslocam a vírgula, colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a (sete casos);
 - Fazem a multiplicação comum – pela unidade e pela dezena – somam as parcelas e “eliminam” a vírgula (cinco casos);
 - Acham duas parcelas diferentes de zero e as somam (seis casos);
 - Arma a conta e responde 2080 (um caso).
- Na identificação da operação foi apresentado o seguinte erro:

- Responde ‘subtrai’ (um caso).
- Na nomeação dos termos da operação apresentaram os seguintes erros:
 - Escrevem os números por extenso (dois casos);
 - Nomeiam os termos adaptando os termos da divisão – Ex: multiplicando, multiplicador (cinco casos);
 - Responde 1º e 2º fator, (um caso).
- Na subtração de 2,7 por 1,28 temos os seguintes erros:
 - Arma a conta desconsiderando a ordem decimal (um caso);
 - Esqueceu que o número 7 passou a valer 6, embora tenha registrado isso (um caso);
 - Efetua a subtração abaixando o 8 do minuendo por não haver casa correspondente no subtraendo, (nove casos);
 - Colocam o 1,28 como subtraendo e 2,7 como minuendo, tendo por critério que $8 > 7$ e armam a conta sem considerar o número de casas decimais (quatro casos);
 - Toma 1,8 como subtraendo – parece que “esqueceu” do 2 (um caso);
 - Efetua corretamente a subtração da parte decimal, porém converte 2 em 1, achando zero como resto na parte inteira (um caso).
- Na identificação da operação apresentaram os seguintes erros:
 - Chamam de adição (dois casos);
 - Chama de divisão (um caso).
- Na nomeação dos termos da operação apresentaram os seguintes erros:
 - Escrevem o número por extenso (dois casos);
 - Inventam nomes para os termos a partir do nome da operação. Exemplo: subtraindo, subtrador, numerador, diminuindo (três casos).

Quadro 11: Panorama do desempenho dos estudantes na 5ª questão da 6ª série

| 5ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|------------|----------------------|---------|-------|------------|---------------|------------|
| Expressões | Com números inteiros | 17 | 08 | 32,00 | 00 | |
| Numéricas | Com números decimais | 00 | 24 | 96,00 | 01 | |

A 5ª questão refere-se a expressões numéricas, as quais são diferenciadas por uma delas envolver somente números inteiros e a outra operar com decimais. Sendo assim, temos o seguinte desempenho:

- No cálculo da expressão $16 \times 3 + (20 - 8) + 6$ os erros foram os seguintes:
 - Apresenta 49 como resposta (um caso);
 - Erram o resultado da subtração dentro dos parênteses (dois casos);
 - Não obedecem a hierarquia – ordem – das operações (dois casos);
 - Erra a multiplicação (um caso);
 - Transforma a multiplicação em subtração (um caso)
 - Erra a soma de 48 com 18 (um caso).

- No cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$ os erros foram os seguintes:
 - Não obedecem à hierarquia, à ordem das operações (quatro casos);
 - Não apresentam um desenvolvimento lógico (dois casos);
 - Não desenvolve o raciocínio e apresenta um valor aleatório como resposta (um caso);
 - Ignora o 10 da expressão (um caso);
 - Erra o resultado da subtração dentro dos parênteses, achando 9 e diminui 1,5 para depois somar o 10 (um caso);
 - Transformam a multiplicação entre 1,2 e 0,5 em adição (quatro casos);
 - Acham 6,0 como resultado do produto de 1,2 por 0,5 (oito casos);
 - Acham 60 como resultado do produto de 1,2 por 0,5 e transformam os números decimais em inteiros (três casos).

A maioria das respostas classificadas acima tem duas ou mais irregularidades.

Quadro 12: Panorama do desempenho dos estudantes na 6ª questão da 6ª série

| 6ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas |
|-------------------------------------|----------------------|---------|-------|------------|---------------|
| Problemas (Sistema Monetário) | Subtração | 18 | 08 | 32,00 | 00 |
| | Mult. com fração | 17 | 10 | 40,00 | 00 |
| | Frações – parte/todo | 19 | 06 | 24,00 | 00 |

A 6ª questão traz dois problemas com dados monetários, quais sejam:

➤ No primeiro momento é exigido que os estudantes compreendam a necessidade de subtrair R\$ 347,00 de R\$ 890,00 para chegarem à solução.

Sendo assim, as respostas erradas foram as seguintes:

- Acha o dobro de cada quantia (um caso);
- Somam as quantias (dois casos);
- Erram a subtração (cinco casos, dos quais, dois simplesmente abaixam o 7).

➤ No segundo momento, os estudantes devem evidenciar seu conhecimento de frações através da diferenciação de parte e todo. As respostas são apresentadas a seguir.

- Calcular o valor obtido com a venda de 3 das 5 partes do doce:
 - Apresentam como resposta o valor do todo dividido por 10 (três casos);
 - Calcula o dobro do valor de uma parte (um caso);
 - Divide 2,5 – o valor de venda de uma parte, por 5 – quantidade de partes do todo (um caso);
 - Dividem 2,5 o valor de uma parte, por 3 – quantidade de partes tomadas do todo achando 0,62 como resultado (dois casos);
 - Tenta somar as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{250}{100}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{1}$ (um caso);
 - Responde R\$ 1,00 (um caso);
 - Responde R\$ 5,50 (um caso).

- Calcular o valor obtido com a venda de todo o doce.
 - Apresenta como resposta – R\$ 12,05 (um caso);
 - Apresenta como resposta – R\$ 10,00 (um caso);
 - Apresenta como resposta – R\$ 5,00 (um caso);
 - Apresenta como resposta – R\$ 3,50 (um caso);
 - Apresenta como resposta – R\$ 0,50 (um caso);
 - Apresenta como resposta – R\$ 22,50 (um caso).

Observe que $22,50 = 3 \times 7,5 = 9 \times 2,5$.

Quadro 13: Panorama do desempenho dos estudantes na 7ª questão da 6ª série

| 7ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de S. R. |
|--------------------------|-----------------------|---------|-------|------------|---------------|------------|
| Problemas Com frações | Frações equivalentes | 06 | 17 | 68,00 | 02 | 8,00 |
| | Explicitar uma fração | 08 | 16 | 64,00 | 01 | 1,00 |

A última questão traz à tona conhecimentos conceituais sobre frações.

No primeiro caso é exigido dos estudantes os seus conhecimentos conceituais sobre equivalência de frações ao compararem $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$ para dizer se a primeira fração é maior ou menor que a segunda. As respostas foram as seguintes:

- Responderam que $\frac{3}{4}$ é *maior* do que $\frac{9}{12}$, usam como critério os valores absolutos (cinco casos);
- Responderam que $\frac{3}{4}$ é *menor* do que $\frac{9}{12}$, e justificam fazendo referência aos meses do ano – o mês 9 é depois do mês 3 (12 casos).

No segundo caso, os educandos devem representar por fração quanto vale 13 horas do dia. As respostas foram as seguintes:

- Responderam $\frac{24}{13}$ (cinco casos);
- Responderam $24 - 13$ (dois casos);
- Responderam 1 hora – fez uma conversão (três casos);
- Respostas diversas – Ex: $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{24}$; $\frac{3}{13}$ e outras (seis casos).

1.3. Os erros observados na 7ª série

Dos 24 educandos que responderam o teste proposto, foram obtidos os resultados apresentados no quadro seguinte:

Quadro 14: Panorama do desempenho dos estudantes na 1ª questão da 7ª série

| 1ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas |
|---|---------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Operações envolvendo números Naturais | Divisão | 10 | 10 | 41,67 | 04 | 16,67 |
| | Multiplicação | 11 | 09 | 37,50 | 04 | 16,67 |
| | Soma | 03 | 10 | 41,67 | 11 | 45,83 |

A questão acima é comum às séries anteriores, mesmo assim, ainda é expressivo o número de estudantes que erram as operações básicas, sendo interessante destacar algumas observações:

- Observa-se que em relação à divisão de 43140 por 15 os erros estão assim distribuídos:
 - Responde 20876 ao invés de 2876, mas o registro do algoritmo demonstra que o zero foi ignorado, não influenciando no restante do processo (um caso);
 - Determinam um quociente inicial alto — Exemplo: 43 por 15, registram 3 – sendo que dois não continuam o processo (três casos);
 - Demonstram dificuldade em determinar o resto, evidentes no registro, comprometendo o processo em virtude de isto influenciar o estabelecimento do valor dos algarismos do quociente, principalmente do terceiro em diante (cinco casos);
 - Divide por 5 e não por 15: sendo que não conclui a divisão, pois a resposta seria 8628, mas responde 862 (um caso).

- Já em relação à multiplicação de 942 por 67, os erros são os seguintes:
 - Apresenta como resposta um número aleatório – 62514 – sem registro do cálculo (um caso);
 - Erram a multiplicação pela dezena (6) (quatro casos);
 - Erra a soma (um caso);
 - Não realizam a multiplicação pela dezena (6) (três casos).

Isto também foi observado no desempenho dos alunos da 5ª e da 6ª séries.

- Finalmente, em relação à soma dos resultados das operações anteriores, os resultados foram os seguintes:
 - Erra o cálculo, arma corretamente (um caso);
 - Erra por armar incorretamente não obedecendo à ordem (um caso);
 - Chegam a resultados insatisfatórios em decorrência de erros anteriores, já que a maioria das somas obtida foi efetuada corretamente (oito casos).

Quadro 15: Panorama do desempenho dos estudantes na 2ª questão da 7ª série

| 2ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas |
|---------------------------------------|----------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Problemas envolvendo números Naturais | Soma/subtração | 01 | 00 | 00 | 00 | 00 |
| | Subtração | 12 | 03 | 12,50 | 00 | 00 |
| | Só Resposta | 05 | 02 | 8,33 | 01 | 4,17 |

A segunda questão envolve um problema que poderia ser solucionado por dois caminhos: usando a soma e a subtração ou somente a subtração, visto que o enunciado informa que de duas dúzias de lápis, três foram perdidos e cinco doados, requerendo-se dos estudantes o quantitativo restante. Nesta questão, pode-se observar, pelo quadro, a existência de cinco erros, a saber:

- Utiliza-se dos números 3 e 5 para compor o número 35, arma a conta $24 - 33$ e registra 11 como resposta, (um caso);
- Armam a conta $12 - 3 - 5$ e respondem 4. É possível que o número 12 seja uma representação equivocada de duas dúzias refere-se a uma dúzia: pode ter pensado na quantidade referente a uma dúzia (dois casos);
- Não registram o caminho utilizado para chegar ao resultado, apenas responde 4 (dois casos). Aqui podemos inferir que também houve uma representação equivocada de duas dúzias.

Quadro 16: Panorama do desempenho dos estudantes na 3ª questão da 7ª série

| 3ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|---|--------------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------------------|
| Operações envolvendo frações (número misto) | Mult./adição/subtr | 14 | 10 | 37,50 | 00 | |
| | Multiplicação | 20* | 04 | 16,67 | 00 | * 01 erro de simplificação |
| | Divisão | 22* | 02 | 8,33 | 00 | * 02 erros de simplificação |

Ao tentarem resolver a expressão $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$, os estudantes erram, nos mesmos termos anteriores, da seguinte forma:

- Transformam o número misto $2\frac{1}{5}$ em $\frac{10}{5}$ ($2 \times 5 = 10$), achando respectivamente $\frac{-4}{5}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{5}$ como resposta (três casos);
- Acertam a transformação, mas erram as operações, principalmente pelo sinal negativo da terceira fração (quatro casos);

- Acertam a transformação, porém somam os denominadores (dois casos);
- Acerta a transformação, porém tira o M.M.C. (= 25) dos denominadores e erra as operações (um caso).

Para responderem a expressão $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2}$ quatro estudantes erraram, sendo

que:

- Apresentam respostas aleatórias que oferecem dificuldades para serem analisadas (três casos);
- Apresenta indício de simplificação, quebra o raciocínio no processo e registra como resposta $\frac{4}{3}$ (um caso).

Para o item $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$, dois estudantes não chegaram ao resultado esperado e os

motivos são os seguintes:

- Faz a inversão da segunda fração e erra a simplificação (um caso);
- Tira o M.M.C e divide os numeradores resultantes (um caso).

Quadro 17: Panorama do desempenho dos estudantes na 4ª questão da 7ª série

| 4ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas | Observação |
|-----------------------|--------------------------------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|----------------|
| Operações e Conceitos | Multiplicação com inteiros (cálculo) | 08 | 15 | 62,50 | 01 | 4,17 | |
| | Operação | 09 | 00 | 0,00 | 15 | 62,50 | |
| | Termos | 00 | 02 | 8,33 | 20 | 83,33 | 02 Incompletos |
| | Divisão com inteiros (cálculo) | 06 | 10 | 41,67 | 08 | 33,33 | |
| | Operação | 07 | 00 | 0,00 | 17 | 70,83 | |
| | Termos | 00 | 01 | 4,17 | 21 | 87,50 | 02 Incompletos |
| | Multiplicação com decimal (cálculo) | 04 | 12 | 50,00 | 08 | 33,33 | |
| | Operação | 05 | 00 | 0,00 | 19 | 79,17 | |
| | Termos | 00 | 01 | 4,17 | 21 | 87,50 | 02 Incompletos |
| | Subtração com decimais (cálculo) | 02 | 15 | 62,50 | 07 | 29,17 | |
| | Operação | 05 | 00 | 0,00 | 19 | 79,17 | |
| | Termos | 00 | 00 | 0,00 | 23 | 95,83 | 01 Incompleto |

Esta questão exige que os estudantes armem, efetuem e nomeiem as operações e seus termos. Nestes termos, seu desempenho foi o seguinte:

- No cálculo da multiplicação 32751×75 apresentaram os seguintes erros:
 - Erram a multiplicação pela unidade (5) (três casos);

- Erram a multiplicação pela dezena (7) (três casos);
 - Erra ambos (um caso);
 - Não multiplicam pela dezena (7) (três casos);
 - Copia 3275 e erra o produto (um caso);
 - Multiplica por 15 – “acerta” – ao invés de multiplicar por 75 (um caso);
 - Erram a soma (dois casos);
 - Não efetua a soma (um caso).
- Na identificação da operação, o resultado apresentado foi o seguinte:
- Não houve erros diretos, mas 19 estudantes não responderam, dando indício de não saberem os nomes da operação.
- Na nomeação dos termos da operação apresentaram os seguintes erros:
- Nomeiam os termos adaptando os termos da divisão. Exemplo: multiplicando, multiplicador (dois casos).
- No cálculo da divisão de 389372 por 12 apresentaram os seguintes erros:
- Erram a determinação dos algarismos do quociente, principalmente, a partir do 2º (sete casos) - três estudantes erram o último;
 - Erram a determinação do 2º algarismo do quociente (dois casos);
 - Só arma a conta (um caso).
- Na identificação da operação não houve erros diretos, mas 17 estudantes não responderam, dando indício de não saberem os nomes da operação.
- Na nomeação dos termos da operação, o resultado da divisão é nomeado de “quociente ou resto” (um caso).
- Na multiplicação de 20,17 por 10, os erros foram os seguintes:
- Não deslocam a vírgula, colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a (seis casos);
 - Transformam em fração, mas não operam (dois casos);
 - Erram a multiplicação (três casos);

- Transforma 20,17 em $\frac{20}{17}$ e 10 em $\frac{10}{1}$ multiplicando “certo” mas respondendo $\frac{200}{17}$ (um caso).
- Na identificação da operação não houve erros diretos, mas 19 estudantes não responderam dando indício de não saberem os nomes da operação.
- Na nomeação dos termos da operação, foi apresentado um erro:
 - ▶ Chama os fatores de “multiplicando” e “multiplicado” (um caso).
- Na subtração de 2,7 por 1,28 os erros foram os seguintes:
 - Transforma em fração, mas não opera (um caso);
 - Soma ao invés de subtrair (um caso);
 - Desconsideram a vírgula e invertem o minuendo para subtraendo (dois casos);
 - Invertem o minuendo para subtraendo e tentam subtrair, tendo por critério que $8 > 7$ (três casos);
 - Armam corretamente, mas abaixam o 8 e só depois fazem o procedimento da subtração com os demais algarismos (quatro casos);
 - Transformam em fração, mas não conseguem determinar o M.M.C. para efetuar a subtração (dois casos);
 - Registra $2,7 - 12,8 = 12,9$ (um caso);
 - Arma a conta sem considerar a vírgula e acrescenta um zero antes do 2,7 (um caso).
- Na identificação da operação não houve erros diretos, mas 19 estudantes não responderam dando indício de não saberem os nomes da operação.
- Na nomeação dos termos da operação, não houve erros diretos, mas 23 estudantes não responderam dando indício de não saberem os nomes da operação.

Quadro 18: Panorama do desempenho dos estudantes na 5ª questão da 7ª série

| 5ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas | Observação |
|----------------------|----------------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|----------------|
| Expressões Numéricas | Com números inteiros | 13 | 08 | 33,33 | 03 | 12,50 | |
| | Com números decimais | 04 | 14 | 58,33 | 05 | 20,83 | 01 Incompleto. |
| | Com frações | 02 | 14 | 58,33 | 07 | 29,17 | 01 Incompleto |

A 5ª questão refere-se a expressões numéricas diferentes pelo fato de uma delas envolver somente números inteiros, uma outra envolver decimais, e uma terceira envolver frações. O desempenho obtido foi o seguinte:

- No cálculo da expressão $16 \times 3 + (20 - 8) + 6$ foram cometidos os seguintes erros:
 - Interpretam o sinal de multiplicação (X) como incógnita (quatro casos);
 - Transforma a soma em subtração (um caso);
 - Erra a subtração dentro dos parênteses (um caso);
 - Erra a multiplicação 16 por 3 (um caso);
 - Erra a soma de 48 com 18 (um caso).

- No cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$ foram cometidos os seguintes erros:
 - Transforma 1,5 em $\frac{1}{5}$, 1,2 em $\frac{1}{2}$ e 10 em $\frac{10}{1}$ (um caso);
 - Erram o resultado da multiplicação de 1,2 por 0,5 registrando 60 ou 6 (oito casos);
 - Interpreta o sinal de multiplicação (X) como incógnita (um caso);
 - Soma $2+1,2 = \frac{14}{10}$, depois soma este resultado com 1,5 achando $\frac{29}{10}$ e finaliza registrando $\frac{29}{10} + \frac{10}{1}$ (um caso);
 - Apresenta $\frac{40}{100}$ como resultado dos parênteses, pois não obedece a hierarquia das operações fazendo $\frac{20 - 12}{10} \times \frac{5}{10}$ (um caso);

- Transforma a expressão dentro dos parênteses em frações de mesmo denominador $\frac{2}{10} - \frac{12}{10} \times \frac{0,5}{10}$ e “elimina-os” respondendo 10 X 0,5 (um caso);
 - Não houve possibilidade de análise de um caso.
- No cálculo da expressão $\frac{-3}{2} + \frac{(-1)}{4} - (-5)$ foram cometido os seguintes erros:
- Determinam o M.M.C., operam a multiplicação e somam sem observarem os sinais dos números (seis casos);
 - Somam os dois primeiros numeradores e denominadores e depois dividem pelos denominadores originais (três casos);
 - Tiram o M.M.C., mas erram as multiplicações (dois casos);
 - Erram todo o processo – determinação do M.M.C. e ignoram a fração (três casos).

Quadro 19: Panorama do desempenho dos estudantes na 6ª questão da 7ª série

| 6ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Resp. | % Sem Resp. | Observação |
|-------------------------------|--------------------|---------|-------|------------|-----------|-------------|-----------------------------|
| Problemas (Sistema Monetário) | Subtração | 09 | 10 | 41,67 | 05 | 20,83 | |
| | Mult. com fração | 10* | 05 | 20,83 | 10 | 41,67 | * 01 representa por decimal |
| | Frações–parte/todo | 11 | 02 | 8,33 | 11 | 45,83 | |

A 6ª questão traz três problemas com dados monetários, a saber:

- ❖ No primeiro é exigido que os estudantes compreendam a necessidade de subtrair R\$ 347,00 de R\$ 890,00 para chegarem à solução e as respostas erradas foram as seguintes:
 - Somam as quantias (dois casos);
 - Erram a subtração (oito casos); quatro casos simplesmente abaixam o 7.
- ❖ No segundo problema, os estudantes devem evidenciar seu conhecimento de frações, através da proposição: Um doce foi dividido em 5 partes iguais para ser vendido por R\$ 2,50 cada uma. Nos dois problemas com dados

monetários para análise dos estudantes e demonstração de conhecimento sobre a diferenciação de parte e todo, as respostas foram as seguintes:

- Calcular o valor obtido com a venda de 3 das 5 partes do doce.
- Dividem 2,5 – o valor de venda de uma parte por 5 – quantidade de partes do todo (três casos);
- Divide 2,5 – o valor de venda de uma parte por 5 – quantidade de partes do todo e multiplica por 3 – quantidade de partes “tomadas” (um caso);
- Tenta responder fazendo a expressão $5 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{3} \times 5 = \frac{125}{3}$ (um caso).
- Calcular o valor obtido com a venda de todo o doce.
- ▶ Apresentam respostas como 30 e $\frac{125}{3}$ (dois casos).

Quadro 20: Panorama do desempenho dos estudantes na 7ª questão da 7ª série

| 7ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas |
|-------------|-----------------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Problemas | Frações equivalentes | 01 | 09 | 37,50 | 14 | 58,33 |
| Com frações | Explicitar uma fração | 09 | 08 | 33,33 | 07 | 29,17 |

Esta questão traz à tona conhecimentos conceituais sobre frações.

No primeiro momento, é exigido dos estudantes os seus conhecimentos conceituais sobre equivalência de frações ao compararem $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$ para dizer se a primeira fração é maior ou menor que a segunda, sendo que as respostas foram as seguintes:

- Responderam que $\frac{3}{4}$ é *maior* do que $\frac{9}{12}$ e usam justificativas inconsistentes (dois casos);
- Responderam que $\frac{3}{4}$ é *menor* do que $\frac{9}{12}$ e justificam fazendo referência aos meses do ano – o mês 9 é *depois* do mês 3 (sete casos).

No segundo momento, os estudantes devem representar por fração quanto vale 13 horas do dia. Ao que responderam:

- Responde de forma indecisa $\frac{24}{13}$ ou $\frac{13}{24}$ (um caso);
- Responde $\frac{21}{13}$ (um caso);
- Responde $\frac{24}{15}$ (um caso);
- Respostas diversas – Exemplo: 1; $\frac{3}{5}$ e $\frac{24}{100}$ (três casos);
- Inverte $\frac{24}{13}$ (um caso).

Quadro 21: Panorama do desempenho dos estudantes na 8ª questão da 7ª série

| 8ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas |
|------------------|-------------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Relação de ordem | Núm. Relativo (Z) | 18 | 04 | 16,67 | 02 | 8,33 |

A oitava questão requer dos estudantes a noção de ordem dos números relativos (números inteiros - **Z**), vez que são solicitados a dizer *qual*, entre - 8 e 5 é o número maior.

- Quatro estudantes responderam – 8, centrando-se no valor absoluto e não na posição de ordem na reta numérica.

Quadro 22: Panorama do desempenho dos estudantes na 9ª questão da 7ª série

| 9ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas |
|----------------------------|--|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Produto com jogo de sinais | (-1) (-1) (-1) | 17 | 04 | 16,67 | 03 | 12,50 |
| | (-1) (-1) (-1) (-1) | 15 | 04 | 16,67 | 05 | 20,83 |
| | [(-1) (-1)] (-1) | 18 | 03 | 4,17 | 05 | 20,83 |
| | [(-1) (-1) (-1)]:[(-1) (-1) (-1)] | 09 | 09 | 37,50 | 06 | 25,00 |

Esta também é uma questão de exigência conceitual, pois o seu desenvolvimento requer que o aluno entenda o chamado “jogo de sinal”.

- ❖ No primeiro item **(-1) (-1) (-1)**, as respostas foram as seguintes:
 - Respondem sem considerar o sinal (dois casos);
 - Responde efetuando uma soma (um caso);
 - Responde -10 (um caso).

- ❖ No segundo item **(-1) (-1) (-1) (-1)**, as respostas foram as seguintes:
 - Registram respostas negativas **(-1)** (três casos);
 - Responde efetuando uma soma (um caso);
- ❖ No terceiro item **[(-1) (-1)] (-1)**, registram-se respostas positivas **(1)** (três casos).
- ❖ No quarto item **[(-1) (-1) (-1)]:[(-1) (-1) (-1)]** ocorreram as seguintes respostas:
 - Registram respostas negativas **(-1)** (oito casos);
 - Responde efetuando uma soma **(+ 6)** (um caso).

Quadro 23: Panorama do desempenho dos estudantes na 10ª questão da 7ª série

| 10ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas |
|---|------------------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Utilização de sinais para simbolizar posições | Gols a favor | 11 | 05 | 20,83 | 08 | 33,33 |
| | Abaixo do nível do mar | 15 | 01 | 4,17 | 08 | 33,33 |
| | Acima do nível do mar | 16 | 00 | 0,00 | 08 | 33,33 |
| | Abaixo de zero | 15 | 01 | 4,17 | 08 | 33,33 |

Assim como na questão anterior, os estudantes deveriam demonstrar seus conhecimentos conceituais para representar posições através de números relativos, sendo dadas as seguintes respostas para os itens especificados a seguir:

- ❖ Um saldo de 13 gols a favor.
 - Registram como resposta o sinal negativo (dois casos);
 - Registram como resposta o “x” (dois casos).
- ❖ 100m abaixo do nível do mar.
 - Registra como resposta “x - 100” (um caso).
- ❖ 700m acima do nível do mar.
 - Não há respostas diretamente erradas, mas 8 estudantes deixaram a questão sem resposta.
- ❖ A temperatura de 23°C abaixo de zero.
 - Registra como resposta 0/23 (um caso).

Quadro 24: Panorama do desempenho dos estudantes na 11ª questão da 7ª série

| 11ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % Sem Respostas |
|------------------------|-----------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Equacionar um problema | Expressão | 00 | 11 | 45,83 | 13 | 54,17 |
| | Cálculo | 00 | 00 | 0,00 | 24 | 100,00 |

Para a questão cujo enunciado era: *Pensei um número, dividi-o por dois, somei o resultado com meio e obtive dezessete meios. Que número pensei?*

Foram registradas as seguintes respostas:

- ❖ Expressar o problema
 - Tentam armar a expressão registrando $X : 2$ (oito casos);
 - Tentam dividir um número qualquer (dois casos);
 - Registra como resposta 8,5 (um caso).

- ❖ Calcular o valor da expressão
 - Por não terem conseguido armar a expressão não houve registro de cálculos.

1.4. Os erros observados na 8ª série

Dos 24 educandos que responderam o teste proposto foram registrados os resultados apresentados no quadro subsequente.

Quadro 25: Panorama do desempenho dos estudantes na 1ª questão da 8ª série

| 1ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|---------------------------------------|----------------|---------|-------|------------|---------------|---------------------------|
| Problemas envolvendo números Naturais | Soma/subtração | 07 | 01 | 4,17 | 00 | |
| | Subtração | 09 | 03* | 12,50 | 00 | *01 usou subtr. e divisão |
| | Só Resposta | 04 | 00 | 0,00 | 00 | |

A primeira questão envolve um problema que poderia ser solucionado por dois caminhos: usando a soma e a subtração ou somente a subtração, visto que o enunciado informa que de duas dúzias de lápis, três foram perdidos e cinco doados, requerendo-se dos estudantes o quantitativo restante.

Nesta questão, podemos observar, pelo quadro, a existência de cinco erros:

- Arma a conta $12 - 8$ e responde 4, uma vez que é possível que o número 12 seja uma representação equivocada de duas dúzias - o

estudante pode ter pensado na quantidade referente a uma dúzia (um caso);

- Arma a conta $21 - 5 = 15$ (um caso);
- Arma a conta $12 - 3 - 5$ e responde 4, parecendo ter considerado que o número 12 seja uma representação equivocada de duas dúzias - pode ter pensado na quantidade referente a uma dúzia (um caso);
- Diminui 3 de 24 e o resultado [21] divide por 5 (um caso).

Quadro 26: Panorama do desempenho dos estudantes na 2ª questão da 8ª série

| 2ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|---|------------------------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------|
| Operações envolvendo frações (número misto) | Mult./adição/subtr. (item a) | 01 | 19 | 79,17 | 02 | 02 incompletos. |
| | Multiplicação (item b) | 10 | 12 | 50,00 | 02 | |
| | Divisão (item c) | 15 | 06 | 25,00 | 03 | |

Ao tentarem resolver a expressão $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$ (item a), os estudantes erram

da seguinte forma:

- Conservam a parte inteira do número misto $2\frac{1}{5}$, somam os numeradores e repetem o denominador (quatro casos) – em um caso soma os denominadores e em três casos usam a parte inteira para multiplicar os numeradores;
- Conservam a parte inteira do número misto $2\frac{1}{5}$, somam algebricamente os numeradores e repetem o denominador (sete casos) – em um caso soma os denominadores e em três casos usam a parte inteira para multiplicar os numeradores e um faz $\frac{2+6}{5}$;
- Transformam o número misto $2\frac{1}{5}$ em $\frac{2}{5}$ e operam a soma algébrica sem expressar o sinal negativo na resposta (dois casos);
- Ignoram a parte inteira do número misto $2\frac{1}{5}$ e somam algebricamente os numeradores (dois casos);
- Transforma o número misto $2\frac{1}{5}$ em $\frac{11}{1}$, opera $\frac{2}{5} - \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$ e prossegue somando ambas as frações, achando o M.M.C. e dando como resposta $\frac{55+7}{5}=62$ (um caso);

- Corta os denominadores e opera os numeradores - generalização da igualdade de proporções (um caso);
- Multiplica os numeradores por 2 - generalização do fator comum (um caso);
- Multiplica os numeradores por 3 - hipótese 2+1 do número misto $2\frac{1}{5}$ (um caso).

Para responderem a expressão $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2}$ (item b), doze estudantes cometeram os seguintes erros:

- Determinam o M.M.C. e multiplicam os numeradores (cinco casos);
- Determinam o M.M.C. e fazem todo o procedimento da soma de frações com denominadores diferentes (três casos);
- Soma, respectivamente, numeradores e denominadores (um caso);
- Erra a simplificação entre 5 e 15 (um caso);
- Generalizam a propriedade da proporção (dois casos).

Para o item $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$ (item c), seis estudantes não chegaram ao resultado esperado e os motivos são os seguintes:

- Divide 10 por 5 e diminui 4 de 8, apresentando como resposta $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (um caso);
- Conserva a primeira fração e faz a inversão da segunda, porém generaliza a propriedade da proporção (um caso);
- Aparenta ter diminuído 5 de 10 e dividido 8 por 4, apresentando como resposta a fração $\frac{2}{5}$ (um caso);
- Diminuiu 5 de 10 e 4 de 8, apresentando como resposta a fração $\frac{4}{5}$ (um caso);
- Simplifica 4 com 10, depois simplifica o 2 com 8 - dessas simplificações acha $5 \div \frac{5}{4}$, prossegue o raciocínio dividindo 5 por 5 e apresentando como resposta a fração $\frac{1}{4}$ (um caso);

- Tira o M.M.C. e responde $\frac{5:10}{8} = \frac{3}{10}$ (um caso).

Quadro 27: Panorama do desempenho dos estudantes na 3ª questão da 8ª série

| 3ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|------------------------|-----------------------------------|---------|-------|------------|---------------|------------|
| Operações Conceitos | Divisão com inteiros (cálculo) | 11 | 10 | 41,67 | 02* | * só armou |
| | Operação | 13 | 00 | 0,00 | 11 | |
| | Termos | 07 | 02 | 8,33 | 15 | |
| | Multiplicação com decimal (calc.) | 12 | 12 | 50,00 | 00 | |
| | Operação | 13 | 00 | 0,00 | 11 | |
| | Termos | 00 | 04 | 16,67 | 20 | |
| | Subtração com decimais (calc.) | 06 | 16 | 66,67 | 02 | |
| | Operação | 10 | 01 | 4,17 | 13 | |
| | Termos | 00 | 03 | 12,50 | 21 | |

- ❖ No cálculo da divisão de 389372 por 12 foram apresentados os seguintes erros:
 - Erram a determinação do valor do 2º algarismo do quociente em diante (cinco casos);
 - Erram a determinação do valor do 3º algarismo do quociente em diante (cinco casos).

- Na identificação da operação não houve erros diretos, mas 11 estudantes não responderam dando indício de não saberem os nomes da operação.

- ❖ Na nomeação dos termos da operação foi apresentado o seguinte erro:
 - Não nomeiam o resto (dois casos).

- ❖ Na multiplicação de 20,17 por 10 foram encontrados os seguintes erros:
 - Deslocam corretamente a vírgula, mas erram o produto (dois casos);
 - Deslocam a vírgula para a esquerda - procedimento da divisão (três casos);
 - Não deslocam a vírgula, colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a (seis casos);
 - A vírgula desaparece - multiplicação por 100 (um caso).

- ❖ Na identificação da operação não houve erros diretos, mas 11 estudantes não responderam dando indício de não saberem os nomes da operação.

- ❖ Na nomeação dos termos da operação foram apresentados os seguintes erros:
 - Chamam os fatores de produto (dois casos);
 - Nomeiam os termos adaptando os termos da divisão. Exemplo: multiplicando, multiplicador (dois casos).

- ❖ Na subtração de 2,7 por 1,28 foram encontrados os seguintes erros:
 - Invertem o minuendo para subtraendo e tentam subtrair, tendo por critério que $8 > 7$ (oito casos);
 - Armam corretamente, mas abaixam o 8 - como na soma - e só depois fazem o procedimento da subtração com os demais algarismos (seis casos);
 - Erram o processo de subtração (dois casos).

- ❖ Na identificação da operação foi apresentado o seguinte erro:
 - Chamou de multiplicação (um caso).

- ❖ Na nomeação dos termos da operação foi apresentado o seguinte erro:
 - Nomeiam os termos adaptando aos termos da divisão. Exemplo: multiplicando, multiplicador (três casos).

- ❖ No cálculo da divisão de 389372 por 12 foram encontrados os seguintes erros:
 - Erram a determinação do valor do 2º algarismo do quociente em diante (cinco casos).

- ❖ Na identificação da operação não houve erros diretos, mas 11 estudantes não responderam dando indício de não saberem os nomes das operações e na nomeação dos termos da operação, não nomeiam o resto (dois casos).

- ❖ Na multiplicação de 20,17 por 10 foram encontrados os seguintes erros:
 - Deslocam corretamente a vírgula, mas erram o produto (dois casos);
 - Deslocam a vírgula para esquerda - procedimento da divisão (três casos);
 - Não deslocam a vírgula, colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a (seis casos);
 - A vírgula desaparece - multiplicação por 100 (um caso).

- ❖ Na identificação da operação não houve erros diretos, mas 11 estudantes não responderam dando indício de não saberem os nomes das operações.

- ❖ Na nomeação dos termos da operação apresentaram os seguintes erros:
 - Chamam os fatores de produto (dois casos);
 - Nomeiam os termos adaptando os termos da divisão. Exemplo: multiplicando, multiplicador (dois casos).

- ❖ Na subtração de 2,7 por 1,28 foram encontrados os seguintes erros:
 - Invertem o minuendo para subtraendo e tentam subtrair, tendo por critério que $8 > 7$ (oito casos);
 - Armam corretamente, mas abaixam o 8 - como na soma - e só depois fazem o procedimento da subtração com os demais algarismos (seis casos);
 - Erram o processo de subtração (dois casos).

- ❖ Na identificação da operação, um estudante chamou de multiplicação (um caso).

- ❖ Na nomeação dos termos da operação, nomeiam os termos adaptando aos termos da divisão. Exemplo: multiplicando, multiplicador (três casos).

Quadro 28: Panorama do desempenho dos estudantes na 4ª questão da 8ª série

| 4ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de Sem Respostas |
|------------|----------------------|---------|-------|------------|---------------|--------------------|
| Expressões | Com números inteiros | 14 | 09 | 37,50 | 01 | 4,17 |
| Numéricas | Com números decimais | 00 | 21 | 87,50 | 03 | 12,51 |

A quarta questão refere-se a expressões numéricas diferenciadas, dentre as quais, uma envolve somente números inteiros e a outra, decimais, tendo os estudantes o seguinte desempenho:

❖ No cálculo da expressão $16 \times 3 + (20 - 8) + 6$ foram registrados 8 erros da seguinte forma:

- Interpreta o sinal de multiplicação (X) como incógnita (um caso);
- Muda a expressão alterando a ordem dos números e sinais de operação, fazendo $16 \times 20 + 3 - 8 + 6$ (um caso);
- Erram a subtração dentro dos parênteses (dois casos);
- Erra a multiplicação 16 por 3 ao registrar 98 como resposta do produto (um caso);
- Arma $16 + 20 - 8 + 6$ e não registra a solução (um caso);
- Erra por fazer $48 - 12 - 6$ (um caso);
- Erra por fazer $48 - 12 + 6$ (um caso);
- Erra por somar $48 + 12 + 16$ (um caso).

❖ o cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$, os 21 erros detectados são os seguintes:

- Erram o resultado da multiplicação de 1,2 por 0,5 registrando 60 ou 6 como resposta (12 casos);
- Erra o resultado da multiplicação de 1,2 por 0,5 registrando 5 como resposta (um caso);
- Erra o resultado da multiplicação de 1,2 por 0,5 registrando 1,8 como resposta (um caso);
- Erra o resultado da multiplicação de 1,2 por 0,5 registrando 18 como resposta (um caso);
- Acertam o produto, mas erram os demais procedimentos (quatro casos);
- Registra uma subtração: $1,2 - 0,5 = 0,7$ (um caso);
- Quebra a hierarquia das operações efetuando primeiro a subtração: $2 - 1,2 = 0,8$ para depois realizar as demais (um caso).

Quadro 29: Panorama do desempenho dos estudantes na 5ª questão da 8ª série

| 5ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|----------------------------------|--------------------|---------|-------|------------|---------------|------------|
| Problemas (Sistema Monetário) | Mult. com fração | 17 | 05 | 20,83 | 02 | |
| | Frações–parte/todo | 18 | 04 | 16,67 | 02 | |

A quinta questão foi posta pela proposição – *Um doce foi dividido em 5 partes iguais para ser vendido por R\$ 2,50 cada uma.* – traz dois problemas com dados monetários; para análise dos estudantes, a saber:

- No primeiro, os estudantes devem evidenciar seu conhecimento de frações através da diferenciação de parte e todo. As respostas erradas foram as seguintes:
 - Calcular o valor obtido com a venda de 3 das 5 partes do doce.
 - Responde 2,5 – reproduz o valor de venda de uma parte (um caso);
 - Responde 1,25 – reproduz o valor de venda de uma parte (um caso);
 - Multiplica 2,5 – o valor de venda de uma parte, por 3 – quantidade de partes “tomadas”, depois divide por 5 – quantidade de partes do todo (um caso);
 - Divide 2,5 – o valor de venda de uma parte, por 5 – quantidade de partes do todo (um caso);
 - Responde 12,5 – hipótese ($12,5 = 2,5 \times 5$) (um caso).
 - Calcular o valor obtido com a venda de todo o doce.
 - Responde 7,50 (um caso);
 - Responde 35,00 (um caso);
 - Responde 5,00 (um caso);
 - Responde 3,00 (um caso).

Quadro 30: Panorama do desempenho dos estudantes na 6ª questão da 8ª série

| 6ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de Sem Respostas |
|-------------|-----------------------|---------|-------|------------|---------------|--------------------|
| Problemas | Frações equivalentes | 08 | 05 | 20,83 | 11 | 45,83 |
| Com frações | Explicitar uma fração | 10 | 08 | 33,33 | 06 | 25,00 |

Esta questão traz à tona conhecimentos conceituais sobre frações.

No primeiro momento, são exigidos dos estudantes o seu conhecimento conceitual sobre equivalência de frações ao compararem $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$ para dizer se a primeira fração é maior ou menor que a segunda, sendo que as respostas erradas foram as seguintes:

- Responde que $\frac{3}{4}$ é maior do que $\frac{9}{12}$, sem justificar sua resposta (um caso);
- Responde que $\frac{3}{4}$ é maior do que $\frac{9}{12}$, mas sua justificativa demonstra estar centrado na quantidade de meses: 3 - março (um caso);
- Responde que não tem sentido porque $\frac{3}{4}$ é muito tempo do ano (um caso);
- Respondem que $\frac{3}{4}$ é menor do que $\frac{9}{12}$, mas suas justificativas demonstram que estão centrados nos valores absolutos dos algarismos (dois casos).

No segundo momento, os estudantes devem representar por fração quanto vale 13 horas do dia. As respostas erradas foram as seguintes:

- Respondem $\frac{1}{3}$ [cuja hipótese é: $13 \rightarrow \frac{1}{3}$] (três casos);
- Respostas diversas – Ex.: $\frac{13}{13}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}$ e $\frac{2}{1}$ (cinco casos).

Quadro 31: Panorama do desempenho dos estudantes na 7ª questão da 8ª série

| 7ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de Sem Respostas |
|------------------|-------------------|---------|-------|------------|---------------|--------------------|
| Relação de ordem | Núm. Relativo (Z) | 19 | 03 | 12,50 | 02 | 8,33 |

A sétima questão requer dos estudantes a noção de ordem dos números relativos (números inteiros - **Z**), tendo em vista que eles são solicitados a dizer qual, entre (- 8) e (5), é o maior número. Três estudantes responderam - 8, centrando-se no valor absoluto e não na posição de ordem na reta numérica.

Quadro 32: Panorama do desempenho dos estudantes na 8ª questão da 8ª série

| 8ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|----------------------------|--|---------|-------|------------|---------------|------------|
| Produto com jogo de sinais | (-1) (-1) (-1) | 17 | 07 | 29,17 | 00 | |
| | (-1) (-1) (-1) (-1) | 20 | 04 | 16,67 | 00 | |
| | [(-1) (-1)] (-1) | 21 | 03 | 12,50 | 00 | |
| | [(-1) (-1) (-1)]:[(-1) (-1) (-1)] | 20 | 04 | 16,67 | 00 | |

Esta questão também é de exigência conceitual, pois o desenvolvimento da questão requer que o estudante entenda o chamado “jogo de sinal”.

- ❖ No primeiro item **(-1) (-1) (-1)**, foram registrados sete erros:
 - Responderam **(+ 1)** (três casos);
 - Responde registrando o sinal de “+” (um caso);
 - Responde efetuando uma soma **(+ 3)** (um caso);
 - Responde efetuando uma soma algébrica **(- 3)** (um caso);
 - Responde escrevendo a regra da soma algébrica (um caso).

- ❖ No segundo item **(-1) (-1) (-1) (-1)** foram registrados três erros:
 - Respondem registrando o sinal de “-” (dois casos);
 - Responde escrevendo a regra da soma algébrica **(-4)** (um caso).

- ❖ No terceiro item **[(-1) (-1)] (-1)**, foram registrados quatro erros:
 - Responde efetuando uma soma algébrica **(- 3)** (um caso);
 - Responde registrando o sinal de “+”(um caso);
 - Respondem escrevendo a regra da soma algébrica (dois casos).

- ❖ No quarto item **[(-1) (-1) (-1)]:[(-1) (-1) (-1)]** , foram registrados quatro erros:
 - Registra como resposta **(- 1)** (um caso);
 - Registra como resposta **(- 3)** (um caso);
 - Registra como resposta **- 3:- 3** (um caso);
 - Responde escrevendo a regra da soma algébrica (um caso).

Quadro 33: Panorama do desempenho dos estudantes na 9ª questão da 8ª série

| 9ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas |
|---|-------------------------------|---------|-------|------------|---------------|
| Utilização de sinais para simbolizar posições | 13 Gols a favor | 24 | 00 | 0,00 | 00 |
| | 100 m. Abaixo do nível do mar | 22 | 02 | 8,33 | 00 |
| | 700 m. Acima do nível do mar | 21 | 03 | 12,50 | 00 |
| | 23°C Abaixo de zero | 22 | 02 | 8,33 | 00 |

Assim como na questão anterior, os estudantes deveriam demonstrar seus conhecimentos conceituais para representar posições através de números relativos. Seguem as respostas erradas por item.

- ❖ Para um saldo de 13 gols a favor não houve erros registrados nem ausência de respostas.
- ❖ Para 100m abaixo do nível do mar, foram apresentados dois erros:
 - Registra como resposta “+ 100” (um caso);
 - Registra como resposta a fração $\frac{200}{100}m$ (um caso).
- ❖ Para 700m acima do nível do mar foram três os tipos de erro:
 - Registra como resposta a fração $\frac{700}{1600}$ (um caso);
 - Registra como resposta 70 m. (um caso);
 - Escreve “negativo” (um caso).
- ❖ Para uma temperatura de 23°C abaixo de zero, escrevem “positivo” (dois casos).

Quadro 34: Panorama do desempenho dos estudantes na 10ª questão da 8ª série

| 10ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|-------------|----------------|---------|-------|------------|---------------|-----------------------------------|
| Problema | Montar equação | 02 | 15 | 62,50 | 06 | 01 incompleta até a = |
| | Cálculo | 00 | 00 | 00 | 24 * | * Em virtude dos erros anteriores |

A décima questão foi proposta com o seguinte enunciado: *Pensei um número, dividi-o por dois, somei o resultado com meio e obtive dezessete meios. Que número pensei?*

- Para expressar o problema:
 - Registram números diferentes nas respostas sem formalizarem a expressão (seis casos);
 - Tentam armar a expressão, mas não conseguem (oito casos);
 - Tenta armar a expressão dividindo 9,5 por 2 (um caso).

- Ao calcularem o valor da expressão, por não terem conseguido armar a expressão não houve registro de cálculo.

Quadro 35: Panorama do desempenho dos estudantes na 11ª questão da 8ª série

| 11ª Questão | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de Sem Respostas |
|--|---------|-------|------------|---------------|--------------------|
| Valor Numérico da expressão $20 - x^2 - y^3$, para $x = 4$ e $y = -1$. | 00 | 16 | 66,67 | 08 | 33,33 |

Nesta questão foi solicitado aos estudantes que calculassem o valor da expressão $20 - x^2 - y^3$, quando $x = 4$ e $y = -1$. Houve 16 erros assim distribuídos:

- Erram na substituição y por -1 sem colocá-lo entre parênteses, contribuindo para que não fizessem o “jogo de sinais” e induzindo ao erro (cinco casos);
- Registram 8 como resultado da potência 4^2 (três casos);
- Registra $4^2 = 284$, mas $284 \Rightarrow 4^4$ (um caso);
- Não fazem a substituição (cinco casos).

Quadro 36: Panorama do desempenho dos estudantes na 12ª questão da 8ª série

| 12ª Questão | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de Sem Resp. |
|--|---------|-------|------------|---------------|----------------|
| Expressões algébricas – termos semelhantes | | | | | |
| $3^a + 5a - 2b$ | 15 | 09 | 37,50 | 00 | 0,00 |
| $4ax^2 - 3ax^2 + 2a^2x$ | 05 | 14 | 58,33 | 05 | 20,83 |
| $4ax(2x^2 + 3x + 4a)$ | 05 | 13 | 54,17 | 06 | 25,00 |

Esta questão colocou aos estudantes três expressões para que, se possível, reduzissem os termos semelhantes. Foram encontrados os seguintes erros:

❖ Para resolução da expressão $3a + 5a - 2b$ (Cf. Anexo) houve 9 respostas que registram $8a - 2b$ e transforma em $6ab$ (cinco casos).

❖ Na resolução da expressão $4ax^2 - 3ax^2 + 2a^2x$ (Cf. Anexo) os estudantes erram porque:

- Somam algebricamente e respondem $3a^2x^2$ (cinco casos);
- Somam algebricamente e respondem $2a^2x^2$ (dois casos);
- Somam algebricamente e responde $2a^3x^2$ (dois casos);
- Soma tudo e registra $9x^3a^3$ (um caso);
- Registra como resposta $7ax^2 + 2a^2x$ (um caso);
- Transformam os expoentes em coeficientes das variáveis (um caso);
- Desaparece com os expoentes elevando os coeficientes das variáveis (um caso);
- Registra como resposta $-ax^2 + 2a^2x$ (um caso).

❖ Para resolução da expressão $4ax(2x^2 + 3x + 4a)$ (Cf. Anexo) os estudantes não fazem distinção entre os termos (13 casos).

Quadro 37: Panorama do desempenho dos estudantes na 13ª questão da 8ª série

| 13ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|--|------------------------------|---------|-------|------------|---------------|------------|
| Simplificação de expressões algébricas | $\frac{3a + 3b}{6}$ | 04 | 17 | 80,73 | 03 | 12,50 |
| | $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$ | 00 | 17 | 80,73 | 07 | 29,17 |
| | $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$ | 00 | 16 | 66,67 | 08 | 33,33 |
| | | | | | | |

Esta questão colocou aos estudantes outras três expressões algébricas. Os erros foram os seguintes:

❖ Na resolução da expressão $\frac{3a + 3b}{6}$ (Cf. Anexo) foram detectados os 17 erros seguintes:

- Registram como resposta a fração $\frac{6ab}{6}$ (oito casos);
- Registram como resposta $2a + 2b$ (dois casos);
- Registram como resposta $\frac{ab}{6}$ (dois casos);

- Registra como resposta $\frac{3ab}{6}$ (um caso);
- Registra como resposta $\frac{1}{2}$ (um caso);
- Registra como resposta $6ab$ (um caso);
- Registram como resposta $\frac{9ab}{6}$ (dois casos).

❖ Na resolução da expressão $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$ (Cf. Anexo) foram detectados os 17

erros seguintes:

- Demonstram a intenção de simplificar “cortando” os expoentes das variáveis do numerador com a eliminação das variáveis do denominador (sete casos);
- Transforma os expoentes em coeficientes das variáveis e as divide (um caso);
- Transformam a expressão em $\frac{x y}{x y}$ (cinco casos);
- Registram como resposta $\frac{x}{y}$ (dois casos);
- Registra uma subtração de expoentes (um caso);
- Registra como resposta $1^2 + 1^2 = 1^2$ (um caso).

❖ Na resolução da expressão $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$ (Cf. Anexo) foram dadas 16

respostas diferentes cuja lógica é de difícil descrição.

Quadro 38: Panorama do desempenho dos estudantes na 14ª questão da 8ª série

| 14ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | % de Sem Respostas | Observação |
|-------------|----------------------|---------|-------|------------|---------------|--------------------|-------------------|
| Equações | Com números inteiros | 08 | 13 | 54,16 | 01 | 4,17 | 02 incompletas |
| | Com frações | 04* | 15 | 62,50 | 05 | 20,85 | *03 Erram o sinal |

Esta questão solicita que os estudantes resolvam duas equações tendo como conjunto universo os Números Inteiros. As respostas erradas foram as seguintes:

- ❖ Na resolução da expressão $2x + 4 = 4x - 5$ (Cf. Anexo) foram detectados os 13 erros seguintes:
 - Erram a soma algébrica dos coeficientes (dois casos);

- Passam o coeficiente 2 para o 2º membro diminuindo (dois casos);
- Somam os coeficientes de X (quatro casos);
- Erram a soma algébrica das constantes do 2º membro (cinco casos).

❖ Na resolução da expressão $\frac{3x}{2} + 5 = \frac{2x}{3} - 5$ (Cf. Anexo) foram detectados os

15 erros seguintes:

- Determinam o M.M.C., mas só acham as frações equivalentes para os termos com variáveis e depois eliminam os denominadores “cortando-os” - usando a generalização da propriedade da proporção (quatro casos);
- Determinam o M.M.C., somando os denominadores (dois casos);
- Erram a soma dos algarismos em ambos os membros (dois casos);
- Apresentam erros variados (quatro casos);
- Chama a atenção que se mudou a ordem dos termos para $4x - 2x$ e registra $X = 12$ (um caso);
- Determinam o M.M.C. sem determinar as frações equivalentes (dois casos).

Quadro 39: Panorama do desempenho dos estudantes na 15ª questão da 8ª série

| 15ª Questão | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|---|---------|-------|------------|---------------|----------------|
| Sistema de equações $\begin{cases} X + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ | 01 | 11 | 45,83 | 08 | 04 incompletas |

Esta questão (Cf. Anexo) solicita que os estudantes resolvam um sistema de equações. Na resolução se detectam os 11 erros seguintes:

- Isola o “x” e faz a substituição de forma incorreta na 2ª equação, elevando-a a uma equação do 2º grau, mas curiosamente chega ao conjunto solução verdadeiro: $x = 2$ e $y = 3$] (um caso);
- Transformam as somas de variáveis em produtos de variáveis (três casos);
- Registram respostas variadas de difícil descrição (sete casos).

Quadro 40: Panorama do desempenho dos estudantes na 16ª questão da 8ª série

| 16ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|------------------------|-------------|---------|-------|------------|---------------|---------------|
| Cálculo de porcentagem | 100% de 400 | 14 | 05 | 20,83 | 04 | 01 incompleta |
| | 10% de 330 | 14 | 04 | 16,67 | 05 | 01 incompleta |
| | 15% de 80 | 10 | 07 | 29,17 | 06 | 01 incompleta |

Esta questão (Cf. Anexo) solicitou que os estudantes calculassem três porcentagens diferentes, assim:

❖ No cálculo de 100% de 400 foram detectados os 5 erros seguintes:

- Registra a seguinte resposta: $\frac{400}{100} \times \frac{330}{100} = 40\%$ (um caso);
- Respondem: 300 [hipótese $300 = 400 - 100$] (dois casos);
- Registra como resposta: 1% (um caso);
- Registra como resposta a soma: $500 + 10$ (um caso).

❖ No cálculo de 10% de 330 foram detectados os 4 erros seguintes:

- Registra como resposta: 31 (um caso);
- Registra como resposta: $330 - 10$ (um caso);
- Registra como resposta: 300 (um caso);
- Registra como resposta a soma: $510 + 330$ (um caso).

❖ No cálculo de 15% de 80 foram detectados os 7 erros seguintes:

- Registram como resposta 35 (três casos);
- Registra como resposta a expressão $80 \times \frac{15}{100} = \frac{480}{100} = 48$ (um caso);
- Registra como resposta 9 (um caso);
- Registra como resposta a soma de $840 + 15 = 855$, $855 + 80 = 935$ (um caso);
- Registra como resposta a subtração $80 - 15$ (um caso).

Quadro 41: Panorama do desempenho dos estudantes na 17ª questão da 8ª série

| 17ª Questão | | Acertos | Erros | % de Erros | Sem Respostas | Observação |
|-----------------|------------------|---------|-------|------------|---------------|---------------|
| Produto notável | $(x - 1)(x + 1)$ | 05 | 16 | 66,67 | 03 | |
| | $(x - 3)^2$ | 01 | 18 | 75,00 | 04 | 01 incompleta |

Nesta questão, solicita-se que os estudantes desenvolvam duas expressões binomiais.

❖ No desenvolvimento da expressão $(x - 1)(x + 1)$ (Cf. Anexo) foram detectados os 16 erros seguintes:

- Demonstram que transformaram os expoentes das variáveis em seus coeficientes (cinco casos);
- Registram como resposta "X" (três casos);
- Indicam que fazem a multiplicação, mas não expressam o resultado corretamente (três casos);
- Não fazem multiplicação termo a termo (três casos);
- Indica que os parênteses se anulam (um caso);
- Erra a indicação do sinal (um caso).

❖ No desenvolvimento da expressão $(x - 3)^2$ (Cf. Anexo) foram detectados os 18 erros seguintes:

- Apresentam respostas que lembram o produto da soma pela diferença (13 casos);
- Registram como resposta a multiplicação do parêntese por dois (dois casos);
- Multiplicam a variável pelo três, elevando-a ao dois [$3x^2$] (dois casos);
- Registra como resposta $4x^2 = x = 1024$ (um caso).

Fazendo uma análise geral dos erros relacionados nas quatro últimas séries do ensino fundamental, chego à constatação de que há uma variedade de erros maior entre nossos estudantes do que aquela descrita por Pochulu (2005). Isso talvez ocorra porque o autor relacionou os erros pela perspectiva dos professores que sintetizaram distorções semelhantes, enquanto a presente pesquisa teve como fontes as respostas cunhadas pelos estudantes. Mesmo assim, ONZE dos DEZOITO erros por ele relacionados como característicos das séries finais do ensino fundamental coincidem com os erros por mim encontrados. São eles os seguintes:

- Erro 2. Somam números racionais efetuando a adição de numeradores de um lado e denominadores por outro;
- Erro 3. Dividem números racionais aplicando o algoritmo da multiplicação;
- Erro 4. Resolvem divisão onde o dividendo é um zero, pensando como 1, ou ignorando sua presença;
- Erro 5. Simplificam frações dividindo numerador e denominador por números diferentes;
- Erro 6. Associam que um decimal periódico se obtém, em todos os casos, como uma fração cujo numerador é igual a seu período truncado, expressando a parte inteira como numerador e o período como denominador;
- Erro 7. Consideram que há um número negativo elevado a certo expoente quando o sinal de menos antecede à potência;
- Erro 8. Recuperam o esquema de multiplicação reiterada, com fatores negativos, quando o expoente da potência é um número negativo;
- Erro 9. Assumem que toda potência de expoente nulo dá por resultado certo, a base da mesma;
- Erro 13. Não conseguem determinar hierarquias nem tipos de operações que intervêm nos termos de uma equação;
- Erro 14. Consideram que um fator negativo se transpõe dividido e combinando o sinal ou que forma parte de um resto, por isso passa-o somando para o outro membro;
- Erro 15. Transpõem fatores como dividendo e não como divisores. (POCHULU, 2005, pp. 5-7)

Destaco, ainda, que todos os erros referentes aos Números Racionais são comuns na lista citada (2 a 6 nas páginas 07 a 09) e a amostra pesquisada, o que pode significar que um forte obstáculo didático em nível coletivo se estabeleceu, conforme foi ressaltado na metodologia, com um índice de erro igual ou superior a 20%. Esta hipótese vai ser estudada subseqüentemente.

Alguns dos erros listados por Pochulu (2005) não figuram entre os erros dos estudantes sujeitos desta pesquisa. É necessário destacar, contudo, que os testes utilizados nesta pesquisa não abordaram os assuntos a que este autor faz referência. Os erros que não integram a relação elaborada por mim são, por sua vez, relacionados a seguir:

- Erro 1. Aplicação das regras de sinais da multiplicação ao efetuar soma com números inteiros;
- Erro 10. Aplicam a propriedade distributiva da radiciação em operações de soma e/ou subtração;
- Erro 11. Estimam que a raiz com radicando negativo e índice ímpar, têm duplo resultado, ou que não possui solução no conjunto dos reais;
- Erro 12. Decodificam incorretamente os valores representados por letras em uma reta numérica;
- Erro 16. Não identificam as figuras geométricas elementares quando em posição “não estudada”;
- Erro 17. Supõem que a altura de um triângulo é sempre um segmento interior à figura;

Erro 18. Truncam respostas que precedem das unidades de medida em problemas que envolvem magnitudes. (POCHULU, 2005, pp. 5-7)

Além disso, fazendo uma síntese das variações de respostas dos estudantes que participaram da pesquisa – de 5^a a 8^a séries - pude encontrar 41 erros diferentes dos listados por Pochulu (2005). São eles os seguintes:

- 1- Ao multiplicarem números com dois ou mais algarismos, geralmente só efetuam a multiplicação pelo valor que está na ordem da unidade;
- 2- Ao multiplicarem um número por dez (10), acham duas parcelas não zeradas;
- 3- Transformam um número decimal em fração, tomando a parte inteira como numerador, e a decimal como denominador;
- 3- Não observam o deslocamento da vírgula ao multiplicar um número com casas decimais por um número maior que 9;
- 4- Não observam que o número com casas decimais do produto de números que possuem casas decimais é a soma da quantidade de casas décimas dos fatores operacionados;
- 5- Não observam a ordem das casas – tanto decimais quanto inteiras - ao fazer a adição ou subtração;
- 6- Deslocam os algarismos para alinhá-los, ao fazer uma subtração;
- 7- Somam ao invés de diminuir;
- 8- Invertem os termos da subtração quando consideram que o minuendo é menor que o subtraendo;
- 9- Subtraem aplicando a regra da adição, quando o minuendo tem menos casas decimais do que o subtraendo;
- 10- Ao dividirem, determinam um quociente maior do que o dividendo;
- 11- Não reconhecem a existência de um número misto;
- 13- Ao terem que efetuar o produto entre frações, multiplicam o numerador por seu denominador;
- 14- Efetuam o produto entre frações aplicando a propriedade da proporção;
- 15- Ao efetuarem a divisão entre frações, dividem o numerador pelo próprio denominador;

- 16-Na soma de frações com número misto, desconsideram a parte inteira da fração;
- 17-Na soma algébrica com mais de duas frações, ignoram o sinal negativo, transformando tudo em soma;
- 18-Consideram a parte inteira do número misto como um fator comum em evidência;
- 19-Ao multiplicarem frações, dividem o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração;
- 20-Ao multiplicarem frações, acham o produto dos denominadores e multiplicam os numeradores em forma de “zig-zag” lembrando a divisão;
- 21-Ao multiplicarem frações, generalizam para a multiplicação a regra da adição e subtração com denominadores diferentes;
- 22-Ao multiplicarem frações, tiram o M.M.C. dos denominadores e somam os numeradores;
- 23-Ao multiplicarem frações, apresentam M.M.C. aleatório e somam os numeradores;
- 24-Ao dividirem frações, transformam a operação em multiplicação;
- 25-Ao dividirem frações, tiram o M.M.C. dos denominadores e operam os numeradores de várias formas – somam, subtraem, multiplicam ou dividem;
- 26-Ao dividirem frações, fazem a inversão da segunda fração e erram a simplificação;
- 27-No cálculo de uma expressão, interpretam o sinal de multiplicação (X) como incógnita;
- 28-Não conseguem comparar frações equivalentes;
- 29-Não conseguem representar por fração quanto valem 13 horas do dia;
- 30-Não estabelecem a relação de ordem entre números inteiros considerando seu posicionamento na reta numérica. Exemplo: -8 e 5;
- 31-Não efetuam o “jogo de sinais” ao multiplicar ou dividir números relativos;

- 32-Não conseguem utilizar os sinais “+” e “-” para representar as expressões: um saldo de 13 gols a favor, 100m abaixo do nível do mar, 700m acima do nível do mar e uma temperatura de 23°C abaixo de zero;
- 33-Não conseguem transformar o enunciado de um problema em linguagem algébrica;
- 34-Não conseguem substituir a variável por seu valor numérico numa expressão;
- 35-Não reconhecem termos semelhantes em um polinômio;
- 36-Não aplicam a propriedade distributiva na multiplicação de um monômio por um polinômio;
- 37-Não reconhecem a existência de um produto notável;
- 38-Iniciam a divisão com um quociente menor ou maior do que o adequado;
- 39-Não conseguem calcular porcentagens;
- 40-Utilizam o número 12 para representar duas dúzias;
- 41-Não sabem nomear as operações e seus termos.

2 – Explicitando os **obstáculos didáticos** observados em função dos **erros**

Depois de identificados *erros* cometidos pelos estudantes sujeitos desta pesquisa, busco apresentar os resultados do que me propus a fazer especificamente: *examinar os erros dos estudantes e destacar, dentre estes, aqueles que vêm se constituindo **obstáculos didáticos na perspectiva coletiva***. Vale reiterar que tomei como critério para esta definição, a manifestação de um mesmo erro por considerável número de estudantes, arbitrada em 20%.

Adicionalmente, pelas análises a serem por mim realizadas, me proponho a diferenciar **obstáculos didáticos coletivos** de **obstáculos individuais**. Estes últimos são caracterizados, principalmente, pela repetição sistemática de um erro pelo mesmo estudante em diferentes ocasiões nas quais um conceito ou procedimento é requerido.

2.1. Obstáculos didáticos observados na *perspectiva coletiva*

Vale enfatizar o meu objetivo que é realizar um mapeamento quantitativo dos sujeitos da pesquisa que manifestem erros semelhantes em índice igual ou superior a 20%, já que, arbitrariamente, essa porcentagem foi estabelecida como critério de diferenciação entre *erro em si* e *obstáculo didático coletivo*.

O percentual mínimo estabelecido de 20% se faz necessário para garantir que a semelhança entre os erros dos estudantes não se caracterize como “fruto do acaso”, ou possa ser relacionada com a “probabilidade de acerto em testes de múltipla escolha com cinco alternativas”.

Posso afirmar que este índice tem como critério o pensamento inverso do usado como fator de validade em pesquisas estatísticas de comparação, no qual o índice de significância é de no máximo 5%. Nesta investigação, os erros que interessam são os que têm freqüência significativa em sala de aula e, por isso, não podem passar despercebidos pelos professores.

2.2. Os obstáculos didáticos observados na 5ª série

Serão apresentadas a seguir as análises por mim procedidas em função dos *erros cometidos pelos estudantes da 5ª série para identificar os obstáculos didáticos que decorrem ou podem ser associados tais erros*. Para tanto, tomo como parâmetro as questões propostas no teste realizado que foram razão da emergência dos erros cometidos e que possibilitaram que eu os confrontasse.

A **primeira questão** desta série teve o seguinte enunciado:

- “Somando os resultados de $43140 : 15$ e 942×67 , que resultado se obtém?”

Na divisão de $43140 : 15$ os erros, em sua maioria, se originam na determinação do resto, que junto com o algarismo a ser baixado formará a próxima ordem a ser dividida, estabelecendo um quociente inadequado (além ou aquém).

O índice obtido neste tipo de erro foi de 33% do total dos estudantes sujeitos da pesquisa nesta série.

O procedimento adotado pelos estudantes pode ter se originado do fato de estes estudantes considerarem apenas uma ordem do divisor (15), no momento que tentam estabelecer o quociente.

Isto também pode ser decorrente do fato de muitos professores das séries iniciais não trabalharem ou trabalharem pouco o algoritmo da divisão com divisores com mais de um algarismo. Geralmente, os professores alegam que o *processo de divisão* é muito complexo para os estudantes e que estes *não conseguem dividir por mais de um algarismo*. Nessas condições, *o estudante, ao deparar-se com uma divisão por dois ou mais dígitos, procede como se tivesse somente um*.

A soma entre o resultado da divisão e multiplicação apresenta um índice de erros de 33,33%, como consequência direta dos erros anteriores e não da soma em si. Por isso, mesmo ultrapassando o percentual mínimo de 20%, não se deve considerar este erro como um obstáculo didático.

A **terceira questão** teve o comando “Efetue” contendo quatro itens:

- a) $20,17 \times 10$,
- b) $1,41 + 23,2 + 7,89$,
- c) $2,7 - 1,28$
- d) $234 : 100$.

► Na multiplicação de 20,17 por 10 (item a), o erro encontrado - e que pode ser caracterizado como *obstáculo didático* - é a obtenção de duas ou mais parcelas não nulas, pois, ao multiplicar por zero, expressam uma parcela igual ou muito parecida com o resultado da multiplicação por um.

Este é um erro repetido de forma tal pelos estudantes que constitui um índice de 47,62%.

O não deslocamento da vírgula, colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a, representa um índice de erro de 28,57%.

Quanto ao *primeiro obstáculo*, a hipótese é que realizam a multiplicação por zero como se fosse o “*elemento neutro*” da multiplicação, demonstrando não dominar o conceito de multiplicação por dez (10), pois, se consideram 20,17 como um número natural, o resultado do produto deveria ter uma ordem a mais.

Quanto ao *segundo obstáculo*, a hipótese é que esses estudantes, por estarem familiarizados com os números naturais, objeto de maciço treinamento nas

séries iniciais, ignoram a existência da vírgula como elemento de diferenciação entre a divisão inteira e a divisão decimal.

Se assim é, esta não seria uma demonstração de que os conhecimentos prévios de um estudante, mesmo que corretos, podem induzir a obstáculos didáticos para outros conhecimentos, quando não trabalhados adequadamente pelo professor?

► Na adição de $2,41 + 23,2 + 7,89$ (item b), tem-se um percentual de erros da ordem de 80,95%, cuja origem certamente se encontra na não observância da ordem das casas tanto decimais quanto inteiras. É, assim, um obstáculo didático que tem como explicação a rigidez de pensamento do estudante acerca da disposição dos algarismos ao armar a conta. Os estudantes ou somam como se fossem três centenas naturais - corroborando com a explicação acima sobre a não observância das vírgulas - ou, mesmo obedecendo a regra de dispor vírgula embaixo de vírgula, deslocam o 2 decimal para a ordem dos centésimos e somam $1,41$ com $23,()^72$ achando 24,43.

Minha explicação é que, novamente, o conhecimento prévio das operações com naturais tenha inviabilizado a operação com decimais, pois parece existir uma necessidade de que os números sejam dispostos ‘ordem debaixo de ordem’ a partir da direita para a esquerda, não considerados o número de ordens decimais e sim de ordens inteiras.

► Em relação à subtração de $2,7 - 1,28$ (item c), os estudantes, num total de 23,81%, subtraem generalizando uma regra da adição, já que repetem o 8 que ficou “só”. Pisto rfazem um índice de 42,85% os que invertem os termos fazendo: $1,28 - 2,7$.

Em linhas gerais, o obstáculo didático que daí decorre é semelhante ao anterior. Respeitada a operação, prevalece, a rigidez de pensamento acerca da disposição dos algarismos ao armar a conta. Isto revela, também, uma concepção decorrente de uma nova “necessidade” dada pelas operações com números naturais, de que “não se pode diminuir o maior do menor”.

⁷ Estes parênteses foram utilizados para indicar o deslocamento da ordem decimal para ordem centesimal, permitindo a soma de 1 com dois dando 3. Já o 4 foi “baixado” como se tivesse sido somado com zero.

De fato, os professores das séries iniciais reforçam em seus estudantes a impossibilidade de subtração quando o subtraendo é maior que o minuendo. Isto acontece, principalmente, quando abordam as propriedades das operações, em especial quando da abordagem da propriedade comutativa, que não existe na subtração de números naturais, em decorrência da propriedade de fechamento.

Indago se não há necessidade de os professores tratarem das propriedades das operações em **N** nas séries iniciais, para evitar a corroboração com o aparecimento de obstáculos desta natureza, tal como evidenciado pelos dados da pesquisa.

► Na divisão de 234 por 100 (item d), o obstáculo didático é relativo à omissão da vírgula no resultado, tendo como resposta um quociente igual ao dividendo. Este erro alcançou um índice de 23,81% entre os estudantes.

Tenho como hipótese que os estudantes desprezaram os zeros, realizando uma transferência pelo fato de que o zero à esquerda de um número natural não tem valor absoluto para o zero a direita, fazendo a divisão pela unidade.

Outra explicação é que os estudantes desconhecem a função da vírgula por estarem centrados no procedimento das operações com números naturais, tal como aconteceu com as demais operações já analisadas.

- Resolução da expressão $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$

► Ao tentarem resolver a expressão $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$, pude identificar como obstáculo didático a prática comum dos estudantes somarem os numeradores e repetirem o denominador, desconsiderando a parte inteira da primeira fração – número misto - e também o sinal negativo da terceira fração – que indica uma subtração.

Nesta proposição, foi obtido um índice de 28,57% de respostas erradas dos que utilizaram este recurso.

Quanto ao desconhecimento do número 2 na expressão, pode-se explicar que da mesma forma que o estudante não conhece a função da vírgula, também não reconhece o número misto, já que este tipo de número quase não aparece nos exercícios propostos pelos professores e mesmo nos livros didáticos. Sendo assim,

como a prática é operar com frações escritas na forma a/b , o número misto não é considerado.

Encontramos na pesquisa de Dias (2004), uma possível explicação para o fato de os educandos desconsiderarem a parte inteira do número misto, pois ao analisar as respostas dadas à expressão $2(1 + 4)$, a autora afirma que os resultados a que chegou “são sugestivos de que haja um obstáculo didático envolvendo a multiplicação antes do parêntese sem sinal explícito”.

Tal explicação torna-se contundente pelo fato de os mesmos sujeitos conseguirem resolver o problema a seguir, cujo enunciado envolve a mesma estrutura de pensamento.

- Lucas entrega “quentinhas” a duas famílias aos domingos, para ajudar nas despesas domésticas. Para cada família ele entrega um isopor contendo 1 “quentinha” com salada de camarão e 4 “quentinhas” com macarronada. Quantas “quentinhas” ao todo Lucas entrega aos domingos? (DIAS, p. 127 : 2004).

► Em que pese os estudantes não terem solucionado a expressão $2(1 + 4)$, conseguiram resolver o problema acima, cuja solução implica a mesma expressão citada. Porém, como os estudantes não tinham que encontrar tal expressão, recorreram a estratégias que contêm a expressão, mas apresentada de outra forma:

1ª família ----- 1 camarão e 4 macarronadas

2ª família ----- 1 camarão e 4 macarronadas

Total ----- 2 camarões e 8 macarronadas = 10 quentinhas.

Isto evidencia que os estudantes, muitas vezes, apenas memorizam procedimentos sem reflexão sobre os mesmos. Mas, quando lhes é solicitado resolver problemas significativos para eles, conseguem superar tais dificuldades, que são oriundas do processo ensino-aprendizagem escolar ou produzidas neste âmbito.

O segundo obstáculo, que versa sobre as operações com números inteiros, é compreensível que os estudantes da quinta série se comportem assim. Via de regra, a esta altura da escolaridade eles não têm, ainda, contato com esse conjunto numérico e utilizam os esquemas de que dispõem, nos quais as regras de operação com números naturais e, entre elas, consideram o fato de que “não se pode diminuir o maior do menor”, pois se teria $3 - 9$. Isto não faz sentido para estudantes nesta

série por razões já descritas anteriormente, implicando o uso das vírgulas e das frações.

- Resolução do item $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$

▶ Neste item, $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$, os estudantes - em um percentual de 23,81% - apresentam respostas aleatórias, às vezes repetindo algum algoritmo das frações dadas.

Devido à diversidade de respostas emitidas, não foi possível identificar os obstáculos didáticos emergentes, o que me faz concluir que não houve compreensão do conceito de divisão de frações, nem domínio, mesmo que mecânico, para aplicação da regra comumente difundida pelos professores: conservar a primeira fração e multiplicá-la pelo inverso da segunda. A meu ver, ***grosso modo***, o obstáculo seria justamente a *técnica de ensino por regra de aplicação*, na qual o algoritmo implícito na regra é considerado de difícil internalização.

Na nomeação dos termos da operação de multiplicação, 28,57% das respostas erradas dos estudantes nomeiam os termos porque associam e adaptam os termos da divisão, por exemplo: multiplicando, multiplicador. Neste caso os estudantes fazem um paralelo com o que já é conhecido por eles. Também é preciso considerar que o conceito exigido faz parte do **conhecimento social**⁸ que é mais suscetível ao erro por ser convencional.

2.3. Os obstáculos didáticos observados na 6ª série

A **primeira questão** desta série - assim como da 5ª série - teve como enunciado o seguinte:

- “Somando os resultados de $43140 : 15$ e 942×67 , que resultado se obtém?”

⁸ De acordo com Kamii (1990: p. 24), o **conhecimento social** é definido como “convenções construídas pelas pessoas”.

► Em relação à divisão de 43140 por 15, os erros cometidos pelos estudantes se apresentam muito distantes do correto, por iniciarem determinando um quociente além ou aquém do que deveria. O índice deste tipo de erro chegou a 20%.

Os estudantes apresentam falhas no procedimento do algoritmo. Pelo exame de alguns rascunhos, se têm indícios de que os estudantes pensaram uma coisa e responderam outras, perfazendo 32% nestes casos.

Este procedimento pode ter sido originado pelo fato de o estudante considerar apenas uma ordem do divisor (15) no momento em que tenta estabelecer o quociente

Nota-se, no entanto, que o obstáculo didático encontrado na 5ª série, mantém-se na 6ª série, diminuindo, contudo, sua intensidade em relação ao obstáculo apresentado pela primeira vez e se estabilizando em relação à segunda, visto que parece ter havido um decréscimo de apenas 1%.

► No que diz respeito à multiplicação de 942 por 67, os erros que constituem obstáculos didáticos são referentes à falta de domínio da tabuada, pois os estudantes erram na multiplicação pela dezena (6).

Isso ocorre em 24% dos estudantes.

Isto também ocorreu na 5ª série, embora não tenha atingido o percentual de 20%, como referido anteriormente.⁹

► Na soma dos resultados das operações de divisão e multiplicação, 48% dos resultados são insatisfatórios em decorrência dos erros discutidos acima. Pela mesma ponderação feita em relação a tal situação quando presente na série anterior, estes erros não devem ser considerados como obstáculos didáticos.

Nota-se, no entanto, um aumento considerável no percentual de erros na soma dos resultados anteriores, apesar da diminuição de um dos obstáculos referentes à divisão e a estabilidade do outro. Uma explicação para este fato é que na 6ª série, 36% dos estudantes deixaram de realizar a soma, enquanto que na 5ª série, o índice foi de 56%.

⁹ Como pode ser visto na página 37.

A terceira questão da 6ª série, cujo comando era: “Efetue as operações abaixo”, foi composta de três itens, dos quais se destacam os seguintes:

- a) resolução da expressão: $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$
- c) cálculo de $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$

► Na resolução da expressão: $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$ (item a), os estudantes apresentam 72% de erros semelhantes.

Em linhas gerais, esses erros são decorrentes do não reconhecimento do número misto e da não consideração do sinal de subtração entre a segunda e a terceira fração.

Este obstáculo é semelhante ao apresentado pelos estudantes da 5ª série, à exceção do aumento de intensidade, pois naquela série foi observada uma incidência de 28,57%, enquanto que nesta série isso ocorreu em percentual mais significativo de 72%.

A explicação possível para esse aumento é que os estudantes, na 6ª série, iniciam seus estudos no conjunto **Z**, sendo assim, pode estar acontecendo uma certa desestabilização entre o conhecimento prévio desses estudantes sobre as operações em **N** com o novo conhecimento - as operações em **Z** -, que promovem uma certa reestruturação necessária nos conceitos relativos a essas operações, provocando ou possibilitando a eliminação do obstáculo originado de “não se pode tirar um número maior de um menor”.

De acordo com Magina (2006), citando Vernoud, os estudantes “quando defrontados com uma nova situação usam o conhecimento desenvolvido através de experiência em situações anteriores, e tentam adaptá-lo a essa nova situação”.

- c) cálculo de $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$

► No cálculo de $\frac{5}{4} : \frac{10}{8}$ (item c), foi encontrado como obstáculo didático o fato de os estudantes tirarem o M.M.C. dos denominadores e operarem os numeradores

de várias formas: somam, subtraem, multiplicam ou dividem, num percentual que chega a 36%.

A explicação possível implica a incompreensão (não-compreensão) do processo de divisão de frações, tendo em vista que os estudantes generalizam o procedimento da adição de fração com denominadores diferentes.

Nota-se que este tipo de obstáculo, surgido na 6ª série, parece confirmar minha explicação anterior que envolvia os estudantes da 5ª série, qual seja, a de que *é o ensino por regras de solução algorítmica sem compreensão que parece levá-los a essa confusão, misturando as regras de aplicação de uma operação para a outra.*

Pude notar que houve aumento no percentual de estudantes expressando serem vítimas deste tipo de obstáculo didático, o índice de 28,81% da 5ª série passou a 36% na 6ª série, corroborando para a interpretação assumida - com base em Vernoud e nos comentários de Magina (2006) -, qual seja: “um campo conceitual é um conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, procedimentos e representação simbólica em estreita conexão”. Apoiado nos autores referidos, posso concordar com a afirmação de que “as competências e concepções dos estudantes vão se desenvolvendo ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações, tanto dentro como fora da escola”. (ibid).

A quarta questão teve o seguinte enunciado:

- “Arme, calcule, dê o nome das operações e dos termos”, posto em função de quatro itens, dos quais se destacam os seguintes:
 - a) cálculo da multiplicação 32751×75
 - b) cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$
 - c) cálculo da multiplicação de 20,17 por 10
 - a) cálculo da multiplicação 32751×75

► No cálculo da multiplicação 32751×75 (item a), o grande obstáculo didático advém da falta de domínio dos fatos fundamentais, já que 32% dos estudantes erram a multiplicação pela unidade (5).

Na nomeação dos termos da operação de multiplicação, 28% nomeiam os termos adaptando-os pelos termos da divisão, por exemplo: multiplicando, multiplicador. Neste caso, os estudantes fazem um paralelo com o que já é

conhecido por eles. Também é preciso considerar, como eu já ressaltai, que o conceito exigido faz parte do conhecimento social que é mais suscetível ao erro por ser convencional.

Esses obstáculos se mantêm no mesmo patamar da 5ª série.

- c) cálculo da multiplicação de 20,17 por 10

► Na multiplicação de 20,17 por 10 (item c), como já analisado, foi possível identificar os seguintes erros dos estudantes:

(I) 28% dos estudantes admitem o não deslocamento da vírgula colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a. É possível que não tenham considerado o zero na hora de fazer o produto porque não tem valor absoluto.

(II) 20% dos estudantes fazem a multiplicação comum pela unidade e pela dezena, somam as parcelas - uma *zerada* talvez para garantir que não faltaria ordem no resultado - e “eliminam” a vírgula.

Para configuração dos obstáculos didáticos associados a tais erros - assim como na 5ª série - a hipótese é de que esses estudantes, por estarem familiarizados com os números naturais, ignoram a existência da vírgula como elemento de diferenciação. Além disso, demonstram não dominar o conceito de multiplicação por (10), pois, se consideram 20,17 como um número natural, o resultado do produto deveria ter uma ordem a mais.

(III) 24% acham duas parcelas diferentes de zero e as somam. Fica nítido que realizam a multiplicação por ‘0’ (zero) como se fosse o “*elemento neutro*” da multiplicação, já que registram, na resolução, duas parcelas iguais, somando-as e colocando a vírgula contando duas casas da esquerda para a direita.

É possível observar que - em relação à 5ª série - o não deslocamento da vírgula se mantêm e constitui um obstáculo didático, com uma variação de procedimento, como mostram a subdivisão I e II do para agrupamento de erros, tal como por mim apresentado. Tomando como parâmetro o fato comum em I e II, posso concluir que o não deslocamento da vírgula se mantêm com aumento percentual, pois na 5ª série o índice foi de 28,57% e na 6ª série a soma de I e II chega a 48%.

Uma possível explicação para esses fatos é de que, nesta última série, os **números racionais** são ferramentas para novos conceitos e muito mais trabalhados na forma a/b do que pela representação decimal.

Já em relação a acharem duas parcelas diferentes de zero e as somarem, o índice de erro entre os estudantes cai de 47,62% para 24%, demonstrando que, mesmo se constituindo ainda como obstáculos didáticos, os conceitos sobre multiplicação por zero estão se consolidando para um maior número de estudantes.

- Nomeação dos termos da operação de multiplicação.

► Na nomeação dos termos da operação de multiplicação, apresenta-se o seguinte erro como obstáculo didático: 20% dos estudantes nomeiam os termos adaptando-os, como eu já disse, aos termos da divisão, por exemplo: multiplicando, multiplicador. Sendo assim, os estudantes fazem um paralelo, já observado anteriormente, com o que já é conhecido por eles. Além disso, vale reiterar, é preciso considerar que o conceito exigido faz parte do conhecimento social que é mais suscetível ao erro por ser convencional.

- Cálculo da subtração de 2,7 por 1,28

► Na subtração de 2,7 por 1,28, 36% dos estudantes efetuam a subtração abaixando o 8 do minuendo por não haver casa correspondente no subtraendo. Novamente, parecem estabelecidos os obstáculos didáticos que decorrem da rigidez de pensamento – falta de compreensão - acerca da disposição dos algarismos ao armar a conta.

Chama a atenção o fato de que este tipo de obstáculo se manifestou em 23,81% dos estudantes da 5ª série e repetiu-se na 6ª série num montante percentual de 36%, observando-se, pois, um aumento de 12,19% da quinta para a sexta série.

Uma hipótese possível é de que, na 5ª série, o assunto referente às operações com números decimais é conteúdo abordado de forma direta, pois faz parte do programa desta série. Na 6ª, no entanto, o assunto só é abordado de forma indireta, como “ferramental” para a abordagem ou tratamento de outros conteúdos. Como a aprendizagem desses estudantes, na maioria das vezes, é mecânica¹⁰, a possibilidade de internalização é menor, possibilitando a alguns o “esquecimento” dos processos algorítmicos por “falha de memória”. Sendo assim, não parece difícil explicar por que houve aumento de erros da 5ª para a 6ª série.

¹⁰ Segundo MOREIRA & BUCHEWEITZ (1997, p. 18) a aprendizagem mecânica do ponto de vista Ausubeliano é a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma associação com conceitos relevantes existentes em sua estrutura cognitiva, contrapondo-se a aprendizagem significativa cujo fundamento é a interação com os conhecimentos já adquiridos pelo indivíduo.

- b) cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$

► No cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$, item b da quinta questão, foram obtidos dados de 32% dos estudantes respondendo 6,0 (seis) como resultado do produto de 1,2 por 0,5.

A hipótese que assumo para configuração dos obstáculos didáticos existentes é a não compreensão – ou falta de compreensão - de que a quantidade de casas decimais do produto é igual à soma da quantidade de casas decimais dos fatores operados. Observa-se entre os estudantes a tendência de considerar os números sempre como **números naturais**. Esta mesma ocorrência se observa na 5ª série, vez que, os estudantes, por estarem familiarizados com as operações com os números naturais - objeto de maciço treinamento nas séries iniciais -, ignoram a existência da vírgula como elemento de diferenciação entre a divisão inteira e a divisão decimal.

- Na proposição do problema da sexta questão incluem-se dados monetários (item a), em função dos quais é exigido que os estudantes compreendam a necessidade de subtrair R\$ 347,00 de R\$ 890,00 para chegarem à solução.

► Nas respostas erradas encontradas, 20% dos estudantes demonstram não dominar o algoritmo da subtração. A maior parte desses erros está ligada ao procedimento de transformação de base dez, que levam os estudantes a converterem dezena em unidade ou a transferirem para a subtração a regra da soma com zero, em que realizam a subtração, abaixando o 7 e subtraindo os demais algarismos.

Novamente, o que explica o estabelecimento do obstáculo é a aprendizagem mecânica dos estudantes, dada a exigência usual dos professores de uso da memória para realizar operações, mesmo sem que os estudantes compreendam as relações, que raramente lhes são explicadas.

- Solicitação de comparação entre $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$ para dizer se a primeira fração é maior ou menor que a segunda.

► Na comparação entre $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$, item a da sétima questão, para dizer se a primeira fração é maior ou menor que a segunda, 20% dos estudantes responderam que $\frac{3}{4}$ é *maior* do que $\frac{9}{12}$. Temos por inferência que eles podem ter considerado o fato de que a menor fração é a que tem maior denominador não atentando que isso só é válido para frações com numeradores iguais. De outra forma, 48% responderam que $\frac{3}{4}$ é *menor* do que $\frac{9}{12}$. Neste caso, usam como critério os valores absolutos dos numeradores, ou seja, $3 < 9$, ou justificam fazendo referência aos meses do ano – o mês 9 é *depois* do mês 3.

Os obstáculos observados em termos correspondentes se encontram na não compreensão do conceito de equivalência de fração. Os estudantes não reconhecem que os símbolos são diferentes, mas representam quantidades iguais.

- Para representar em fração quanto vale 13 horas do dia, 20% dos estudantes responderam $\frac{24}{13}$, caracterizando um obstáculo didático claro.

► Neste caso, a dificuldade é a diferenciação entre a posição representativa parte/todo.

2.4. Os obstáculos didáticos observados na 7ª série

A primeira questão desta série - assim como da 5ª série – teve o seguinte enunciado:

- “Somando os resultados de $43140 : 15$ e 942×67 , que resultado se obtém?”.

► Em relação à divisão de 43140 por 15, os estudantes em um montante percentual de 20,83% demonstram dificuldade em determinar o resto, comprometendo o processo em virtude de influenciar o estabelecimento do valor dos algarismos do quociente, principalmente do terceiro em diante.

Este procedimento pode ser originado do fato do estudante considerar apenas uma ordem no divisor (15), no momento em que tenta estabelecer o quociente, mesmo tendo sido feitas corretamente as divisões das primeiras ordens.

Estes obstáculos didáticos se fazem presentes desde a 5ª série. Verifica-se, no entanto, que, em ambas as séries – 5ª e 6ª - o índice se mantém em 33% e 32% respectivamente, com um decréscimo para 20,83% na 7ª série, apontando para uma possível superação dos obstáculos por parte de alguns estudantes.

Em relação à soma entre o resultado da multiplicação e divisão, em relação à qual foi obtido um índice de 38,10%, este não será considerado como constituindo obstáculos didáticos pelos motivos já expostos quando da análise dos erros da 5ª série.

- O comando da quarta questão foi “Arme, calcule, dê o nome das operações e dos termos”, sendo esta composta de quatro itens, dentre os quais se destacam os seguintes:
- b) cálculo da divisão de 389372 por 12
- c) cálculo da multiplicação de 20,17 por 10

► No cálculo da divisão de 389372 por 12 (item b) da quarta questão, 33,33% das respostas estão associadas a um obstáculo didático, qual seja o da determinação dos algarismos do quociente com valor superior ao que deveria, principalmente, a partir da 2ª ordem.

Novamente, a explicação pode está no fato de o estudante considerar apenas uma ordem no divisor (12), no momento que tenta estabelecer o quociente.

► Na multiplicação de 20,17 por 10 (item c) foi registrado que 28,57% dos estudantes não deslocam a vírgula, colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a, reforçando o que foi dito sobre tais erros na análise dos dados da 5ª série.

- No cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$ (item a da quinta questão), apresenta-se como obstáculo o fato de que 33,33% dos estudantes, ao fazerem a multiplicação de 1,2 por 0,5, registram 60 ou 6. O índice se mantém praticamente estável em comparação com a série anterior que foi de 32%. Isto contribui para reforçar a inferência

feita como justificativa para o estabelecimento de tal obstáculo na 6ª série, e sua permanência na 7ª série.

- No cálculo da expressão $\frac{-3}{2} + \frac{(-1)}{4} - (-5)$ (item c da quinta questão), tem-se que 25% dos estudantes determinam o M.M.C., operam a multiplicação e somam sem observarem os sinais dos números. A inferência neste caso é que primeiro só concebem os sinais “+” e “-“ como indicativo de operações aritméticas e não os reconhecem como referência do número na reta numérica e, em segundo lugar, ao fazerem a multiplicação para determinar as frações equivalentes, encontram $6 + 2 = 8$ de onde não poderiam diminuir 10, conservando a mesma concepção detectada desde a 5ª série, embora trabalhando com outras frações.

- Na proposição do problema com dados monetários, no qual é exigido que os educandos compreendam a necessidade de subtrair R\$ 347,00 de R\$ 890,00 para chegarem a solução, de todas as respostas erradas encontradas, 33,33% demonstram não dominar o algoritmo da subtração, sendo que, de um total de oito respostas erradas, quatro simplesmente abaixam o 7, fazendo uma generalização do procedimento da soma, onde se “repete” o valor somado com zero.

► Há nesta série um aumento significativo de 13,33 pontos percentuais em relação à 6ª série no que diz respeito ao não entendimento da transformação da base dez, convertendo dezena em unidades, ou da transferência para a subtração da regra da soma com zero - conteúdos estes exaustivamente abordados e exercitados até a 5ª série, mas cuja “revisão” fica a cargo dos próprios estudantes nas séries posteriores pois “já deveriam ter aprendido”, como alegam os professores.

Porém, os índices de erros semelhantes da 6ª e 7ª séries apontam que o professor de matemática precisa estar atento para as relações diretas e indiretas existentes entre os conteúdos que são ensinados e os que, supostamente, os estudantes já aprenderam.

Vale reiterar que um obstáculo, na maioria das vezes, está vinculado a conhecimentos que são objeto de estudo em séries anteriores.

- Na comparação entre $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$ (item a da sétima questão), para dizer se a primeira fração é maior ou menor que a segunda, 29,16% dos estudantes desta série responderam que $\frac{3}{4}$ é *maior* do que $\frac{9}{12}$. As justificativas mostram que associaram o valor dos numeradores à ordem dos meses do ano, 3 equivale a março e 9 equivale a setembro, portanto o mês que vem *antes* é menor porque representa menos tempo no ano.

Observa-se um avanço em relação à 6ª série que registrou duas variações de obstáculos para comparação de frações, enquanto que na 7ª série isto foi eliminado.

► Em termos de obstáculos, na concepção que $\frac{3}{4}$ é *menor* do que $\frac{9}{12}$ centrada na comparação de frações com numeradores iguais, há redução de 48% para 29,16%.

No índice dos que consideram que $\frac{3}{4}$ é *maior* do que $\frac{9}{12}$ constituem-se ainda obstáculos didáticos, mantendo-se a mesma explicação da série anterior que relaciona os numeradores com os meses do ano.

- No quarto item da nona questão (ver anexo), **[(-1) (-1) (-1)]:[(-1) (-1) (-1)]**, 33,33% das respostas registram **(-1)**, demonstrando que o “jogo de sinal” é um grande obstáculo didático.

A 11ª questão teve como enunciado o seguinte:

- *Pensei um número, dividi-o por dois, somei o resultado com meio e obtive dezessete meios. Que número pensei?*

► Para expressar o problema em linguagem algébrica, 33,33% dos estudantes tentam armar a expressão registrando $X : 2$ e, por não terem conseguido armar a expressão, não houve registro de cálculo.

Para explicação, é preciso levar em conta a grande dificuldade de abstração dos estudantes, que os impede de representar em linguagem algébrica – portanto *simbólica* - o enunciado na língua materna.

2.5. Os *obstáculos didáticos* observados na 8ª série

Foi proposto aos estudantes desta série que eles realizassem vários cálculos e respondessem a algumas questões, de forma semelhante ao que já havia sido feito para as outras séries. Alguns destaques que configuram obstáculos didáticos a partir dos erros manifestos pelos estudantes são apresentados a seguir:

- Para responderem à expressão $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2}$ (item b da segunda questão), 20,83% dos estudantes determinam o **M.M.C.** e multiplicam os numeradores.

► Este tipo de erro configura que o obstáculo didático advém de uma generalização da regra da adição de frações com denominadores diferentes.

Essa expressão é comum nas quatro séries e apenas nesta apresenta um índice de erros semelhantes, praticamente no limite estabelecido para caracterização do obstáculo. Isto permite, neste caso, a inferência do surgimento deste tipo de obstáculo em um estágio mais avançado da escolaridade, reforçando a suspeita de que os conteúdos abordados de forma indireta como suporte para a aprendizagem de outros conteúdos, combinada com a aprendizagem mecânica, possibilita o surgimento de obstáculos didáticos em torno de assuntos tidos como já aprendidos.

- A terceira questão trazia o comando “Arme, calcule, dê o nome da operação e dos termos”, sendo composta de três itens, a saber:
 - a) cálculo da divisão de 389372 por 12

- b) cálculo da multiplicação de 20,17 por 10
- c) cálculo da subtração de 2,7 por 1,28

► No cálculo da divisão de 389372 por 12 (item a), os estudantes apresentam erros que podem ser associados aos seguintes obstáculos didáticos: determinam o valor insatisfatório a partir da 2ª ordem do quociente em diante ou o valor insatisfatório a partir da 3ª ordem do quociente em diante.

O percentual de erros perfaz o índice de 20,83% em cada caso.

Por um lado, há a redução de 33,33% para 20,83% do mesmo tipo de erro nas duas séries - de 7ª para a 8ª série -, indicando uma possível caminhada rumo à superação.

Por outro lado, observa-se uma variação do mesmo erro que também se constitui como obstáculo didático no limite da caracterização, sugerindo que, se for dada a devida atenção em sala de aula, tal obstáculo será facilmente superado.

► Na multiplicação de 20,17 por 10 (item b), encontram-se os que não deslocam a vírgula, colocando-a na mesma posição ou suprimindo-a, perfazendo o percentual de 25% dos estudantes que demonstram ter de enfrentar este obstáculo didático.

Este é um obstáculo que vem se mantendo desde a 5ª série, com uma oscilação de 3% entre o menor e o maior índice obtido, tendo como principal explicação a *não compreensão da função da vírgula* para seu estabelecimento como obstáculo à aprendizagem.

- Na subtração de 2,7 por 1,28 (item c), configura-se como obstáculo didático o que decorre do fato de 33,33% dos estudantes inverterem o minuendo para subtraendo e tentarem subtrair, tendo por critério que $8 > 7$ e 25%; armam corretamente, mas abaixam o 8 - como na soma - e só depois fazem o procedimento da subtração com os demais algarismos.

► O primeiro tipo de erro, acima descrito, esteve presente advindo de obstáculo manifesto na 5ª série com índice de 42,85% , não se fazendo presente, contudo, nem na 6ª nem na 7ª séries. Nesta série, retorna com uma redução de 9,52 pontos percentuais.

Já o segundo tipo de erro, esteve presente como obstáculo na 5ª série com índice de 23,81% e na 6ª série com índice de 36%. Todavia, na 7ª série sua incidência não se configurou como obstáculo.

Novamente, a explicação advém do fato de o professor deixar a cargo dos estudantes o estabelecimento de relações entre o aprendizado atual e o que já foi visto em séries anteriores.

- No cálculo da expressão $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10$ (item b da quarta questão), 50% das resoluções da multiplicação de 1,2 por 0,5 registram 60 ou 6 como resposta.

► O aumento de 32%, no índice da 6ª série, para 50% dos estudantes na 8ª série que apresentam o mesmo erro reforça a hipótese de não compreensão da função da vírgula e a ausência de familiaridade com os **números naturais**, configuradas nesta análise desde a 5ª série.

Muito embora esse item não tenha se constituído como obstáculo na 7ª série, vale buscar uma outra explicação para tal fato, qual seja: *um obstáculo pode ser superado temporariamente, tendo possibilidade de se restabelecer caso não seja bem trabalhado logo após sua aparente superação.*

A décima questão foi formulada com o seguinte enunciado:

- *Pensei um número, dividi-o por dois, somei o resultado com meio e obtive dezessete meios. Que número pensei?*

► Para expressar o problema, 25% dos estudantes registram números diferentes nas suas respostas sem finalizarem a expressão, e 33,33% tentam armar a expressão, mas não conseguem. Por não terem conseguido armar a expressão não pode haver registros de cálculo.

Fazendo uma análise destes casos, em termos gerais, é possível afirmar que quase 60% dos estudantes têm dificuldade para representar algebricamente o enunciado do problema, isto é, para abstrair e usar símbolos presentes na representação do pensamento ou do raciocínio. Isto reforça a hipótese apresentada na abordagem do mesmo problema na 7ª série.

- No cálculo do valor da expressão $20 - x^2 - y$, quando $x = 4$ e $y = -1$, observa-se como obstáculo didático o que advém do erro de substituição de y por -1 , sem colocá-lo entre parênteses, contribuindo para que os estudantes não fizessem o “jogo de sinais”. Além disso, a não utilização do “jogo de sinais” induziu ao erro por acarretar a não substituição das variáveis por seu respectivo valor. Em cada caso, o índice de ocorrência do erro para suscitar a idéia de obstáculo é de 20,83%.
- A 12ª questão trouxe como enunciado: “Efetue” antes da proposição de expressões algébricas e cálculos.
- Para a expressão $3a + 5a - 2b$, 20,83% dos estudantes transformam em **6ab**.
- Para a expressão $4ax^2 - 3ax^2 + 2a^2x$, 20,83% dos estudantes somam algebricamente e respondem $3a^2x^2$.
- Para a expressão $4ax(2x^2 + 3x + 4a)$, 54,16% dos estudantes não fazem distinção entre os termos.
- Para a expressão $\frac{3a + 3b}{6}$, 33,33% transformam em $\frac{6ab}{6}$.

► Para todas as expressões anteriores, pode-se dizer que os obstáculos didáticos são os mesmos e se fundam na não distinção entre os termos que compõem o polinômio, evidenciada pela soma algébrica dos coeficientes, por isso, os estudantes colocam as variáveis em produto.

- Para a expressão $\frac{x^2 - y^2}{x - y}$, 29,16% dos estudantes indicam como obstáculo didático o fato de expressarem a intenção de simplificar “cortando” os expoentes das variáveis do numerador com a eliminação

das variáveis do denominador; e 20,83% transformam a expressão em $\frac{x-y}{x-y}$, mantendo grande proximidade e semelhança com o obstáculo analisado no parágrafo anterior. Isto reforça a minha explicação sobre a não distinção dos termos polinomiais pelos estudantes. Ainda, foi observado neste item o fato de os estudantes não reconhecerem a presença do resultado denominado de **produto notável**.

- Para a expressão $2x + 4 = 4x - 5$, emergiu como obstáculo didático associado aos erros de 20,83% dos estudantes a soma algébrica dos coeficientes do 1º membro, reforçando a hipótese da concepção posta desde a 5ª série de que “não se pode diminuir o maior do menor”, pois se deparam com $2x - 4x$.
- Para o desenvolvimento da expressão $(x - 1)(x + 1)$, um percentual de 20,83% dos estudantes demonstram que transformaram o expoente que a variável no produto $X.X$ teria em coeficiente. Assim, X^2 se transforma em $2X$ e acrescentam $+1$, dando como resultado a expressão $2x + 1$.

► Esses erros podem ser explicados da seguinte forma: por não dominar a operação de multiplicação de polinômios nem os processos de resolução de produtos notáveis, os estudantes produzem uma solução baseada nas operações básicas. No caso das variáveis x , apenas somam-nas, produzindo $2x$ e multiplicam os números -1 e $+1$, inteiros relativos como já comentado.

Pode-se reiterar que tal solução está de acordo com o já dito sobre o campo conceitual, apoiado em Magina (2006), a saber: *quando defrontados com uma nova situação os estudantes usam o conhecimento desenvolvido através de experiência em situações anteriores, e tentam adaptá-lo a essa nova situação*.

- No desenvolvimento da expressão $(x - 3)^2$, $X^2 + 9$ é apresentado como resultado e resposta “certa” para 54,16% dos estudantes. Tal erro se configura como obstáculo didático pelo fato de os estudantes apresentarem respostas que lembram o produto da soma pela diferença.

Considerações Finais

Na análise dos erros dos estudantes, tive de enfrentar algumas dificuldades por serem verificadas significativas diferenças ou “choque de valores” entre a minha e a outra correção, feita pelo professor de matemática dos vários grupos de estudantes tomados como sujeitos da pesquisa.

Durante a tabulação dos erros, percebi que algumas respostas, embora fossem idênticas ou apenas parecidas tinham correções prévias - de *certo/errado* – diferentes. Mais ainda, por se ter como base apenas a configuração final das respostas, nos mesmos contextos, umas tinham sido consideradas certas e outras não, desconsiderando os estudantes.

Vale a pena ressaltar o fato de eu ter tido sempre a preocupação de *olhar os testes como um professor*, com grande cuidado, tendo em vista o seguinte:

- Para minimizar as discrepâncias de julgamento do *certo/errado*,
- Para que houvesse a possibilidade de identificar o objeto de pesquisa – o **erro** – e, ao mesmo tempo, não reproduzir uma avaliação tradicional.

Se eu fosse realmente avaliar aqueles estudantes, certamente buscaria não ser conivente com os erros, tomando-os como se fossem acertos, ou buscaria não ser demasiadamente severo ao confrontar sua existência, contribuindo, negativamente, de uma forma ou de outra, para intensificar os desestímulos ao aprendizado da matemática. Isso seria igualmente verdade, mesmo que minha avaliação não tivesse consequência sobre os estudantes que contribuíram para esta pesquisa.

Foi, ainda, objeto de atenção de minha parte – fora do âmbito desta pesquisa -, a constatação de que, em todas as séries enfocadas nesta pesquisa, praticamente todas as questões têm percentuais de erro e de ausência de respostas muito elevados, a ponto de sua soma ser superior a 60%. Isto, certamente, evidencia o baixo rendimento dos estudantes de escolas públicas, nas séries finais do ensino fundamental, pelo menos no momento em que os testes lhes foram aplicados.

Sem dúvida, os resultados desta pesquisa nos mostram que se um conteúdo não for bem assimilado pelos estudantes, em qualquer altura de sua escolaridade, a incorporação distorcida deste conteúdo vem a se constituir e estabelecer como

obstáculo didático que se propaga pelas séries subseqüentes e assim permanecem até serem superados com ajuda externa, advinda do professor ou das oportunidades de aprendizagem dos próprios estudantes.

Esta conclusão me faz evocar a definição de ***obstáculo epistemológico*** de Bachelard (1996, p.17), quando este esclarece que este tipo de obstáculo à aprendizagem ou à aquisição de conhecimento “é constituído de um conhecimento que faz resistência a um conhecimento novo”. Levando em conta estes termos – e com a ajuda de Pais (2001) -, parece possível entender que os conhecimentos constituídos, na expressão bachelardiana, “são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar”. Por isso, posso afirmar que, uma vez estabelecido um obstáculo didático coletivo, dificilmente este será superado pelos discentes sem a intervenção docente de forma sistemática.

Nesta perspectiva, pesa sobre nós, professores de matemática, a responsabilidade de termos um olhar diferenciado em relação aos erros de nossos estudantes, com a finalidade de discernir entre o que é erro eventual e o que já se configura como obstáculo didático estabelecido, necessitando ser superado no menor tempo possível. Temos, sem dúvida, de envidar esforços didáticos para evitar a propagação dos erros na feição de obstáculos já estabelecidos para as séries subseqüentes, correndo o elevado risco de inviabilizar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, neste caso, seja na série que se encontra o estudante, seja em séries posteriores.

Os resultados apresentados em decorrência da investigação procedida vêm contribuir para reforçar as teorias da educação, principalmente, a teoria piagetiana, que tem como uma de suas proposições centrais a de que *cada indivíduo tem um ritmo próprio de aprendizagem*. A conseqüência prática deste princípio educativo é que não podemos ensinar tudo a todos no mesmo espaço de tempo. Isso nos impõe, como professores, o compromisso de buscar suprir as lacunas observadas no conhecimento escolar adquirido pelos estudantes, imprescindivelmente na série em que estes se encontram, ao invés de agir, como normalmente fazemos, ignorando essas lacunas e argumentando que “*são assuntos das séries anteriores que todos têm obrigação de saber*”.

Não podemos nos esquecer que em um processo avaliativo, tendemos a considerar um mínimo supostamente necessário de conhecimentos “comprovados em exercícios e testes para efeito de aprovação”, o qual, certamente, não garante efetiva aprendizagem.

À guisa de auto-avaliação, curiosamente, podemos constatar que - talvez até sem perceber - reproduzimos o discurso e as atitudes de nossos antigos professores em termos da desconsideração ou de subestimação dos erros e dos obstáculos que influenciam negativamente a formação dos nossos alunos, no contexto pedagógico do conteúdo matemático, dadas as situações de abandono dos aprendizes. Conscientes ou mesmo inconscientes, assumimos esta postura por não saber como fazer para realmente auxiliar nossos alunos.

Contudo, seja qual for a “justificativa” que venhamos a apresentar, o fato marcante é que, em nossa experiência, enquanto estudantes, e, especialmente, durante a nossa formação docente inicial, deixamos de adquirir os conhecimentos necessários para lidar com tais questões. Trata-se de *obstáculos institucionais* ou de um tipo de *obstáculo profissional*, ambos sobremaneira influentes no curso da formação de professores, com os quais temos de lidar, muitas vezes sozinhos, e tentar superá-los, assumindo o ponto de vista de buscar, continuamente, ***pôr em disponibilidade pedagógica o conteúdo matemático para favorecer a aprendizagem dos estudantes.***

No presente estudo *per se*, é importante ressaltar que os testes utilizados - embora tenham sido elaborados com finalidade estritamente diagnóstica - não foram usados com o propósito de desenvolvimento de estudos sobre a recorrência de uma determinada linha de raciocínio em diferentes manifestações de erros de um mesmo estudante. Por isso, não se incluíram exercícios com exigências parecidas em um mesmo teste, inviabilizando a realização da intenção inicial declarada de estudar *obstáculos didáticos de natureza individual*. Porém, a riqueza de informações que os testes continham, possibilitou que - no âmbito desta pesquisa - se evidenciasse o quanto a avaliação tem sido um instrumento sub-utilizado no sistema educacional e, principalmente, na educação matemática, em que o habitual é converter acerto em nota como índice de aproveitamento escolar.

Esta pesquisa possibilitou a emergência - para conhecimento de professores de matemática - de uma variedade de erros que dificilmente serão relacionados

pelos professores, como foi mostrado na comparação entre a lista de erros descrita por Pochulu (2005), baseada na perspectiva dos professores e a relacionada na presente pesquisa que teve como fonte as respostas dos estudantes. Vale reiterar, nesses termos, que a metodologia de uma investigação pode – em muito - ampliar ou reduzir seu alcance investigativo e diferenciar seus resultados.

A proposta de buscar compreender os erros dos educandos através das possíveis conexões que fazem com outros conteúdos aprendidos anteriormente, em contexto escolar, não pode e nem deve ser vista como único caminho para o efetivo aprendizado - como observado por Luckesi (2002). Muito além disso, a proposta deve ser compreendida como um instrumento *a mais* que pode auxiliar o professor na difícil tarefa de apoiar o estudante na aquisição de conhecimento cujo processo implica, entre outras coisas, a superação de dificuldades e o preenchimento das lacunas cognitivas.

Nesta perspectiva, vale ressaltar com Romão (1998) que ***os ‘erros’ dos alunos constituem a matéria prima do replanejamento das atividades curriculares.***

Partindo da premissa que a finalidade do sistema educacional é – ou deve ser - o “bom” aprendizado do alunado, e sendo o professor o agente do sistema que lida mais diretamente com este “beneficiário final”, estudar os erros dos educandos enseja também estudar, indiretamente, alguns de nossos próprios erros como professores e os erros do próprio sistema de educação, tendo em vista a relação existente entre ***erros, obstáculos didáticos*** e a ***concepção de avaliação.***

Vale ressaltar, ao final que, mesmo havendo espaço e atenção para a subjetividade, a aprendizagem escolar gera expectativa de padronização de respostas e de comportamentos considerados úteis ou socialmente desejáveis. Se esses não se confirmam, certamente, é porque ocorreu “erro” ou distorção no processo de ensino-aprendizagem, cujo “ônus” deve ser compartilhado entre todos os envolvidos no processo: estudantes, professores e instituições educacionais. O *erro*, neste contexto, tem o sentido de conhecer os próprios “equivocos docentes” como possibilidade de crescimento e de aprimoramento do percurso que leva ao atingimento pleno dos objetivos previamente estabelecidos.

Em função do que foi proposto e realizado nesta pesquisa/neste estudo, algumas interrogações emergem, ao final, para considerar que o “trabalho” não está completo, mas apenas iniciado. Essas interrogações são as seguintes:

- Como emergem e se estabelecem - ao longo das séries do ensino fundamental e médio - os obstáculos didáticos de outras disciplinas?
- A porcentagem de 20% como valor arbitrado para diferenciar **erros** de **obstáculos** faz sentido?
- Que outras variáveis devem ser consideradas necessárias para a determinação deste percentual/índice?
- Nossas aulas de matemática e avaliações da aprendizagem contribuem para a superação ou o estabelecimento de obstáculos didáticos à aprendizagem?
- Que influência os obstáculos epistemológicos, metodológicos, lingüísticos e emocionais têm no estabelecimento dos obstáculos didáticos coletivos?
- Como estudar os obstáculos didáticos de matemática, estabelecidos em *nível individual*?

Reitero a expectativa de que os resultados por mim encontrados e apresentados nesta dissertação possam inspirar outras pesquisas nas mais variadas disciplinas, especialmente nas disciplinas de matemática, em qualquer nível da escolaridade, quer fundamental e médio quer superior.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Ag Saddo. **A Geometria na escola básica: que espaço e forma têm hoje?** <http://www.ufpel.tche.br/ufpel.Tche.br/clmd/bvm/detalhe_livro.php?Id_livro=395>. Acessado em 18 de jan.2006.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuições para a psicanálise do conhecimento.** Tradução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BITTENCOURT, Jane. *Obstáculos Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática.* **Revista Educação Matemática**, v.5, n.º 6, maio de 1998.

BROUSSEAU, G. *Fondements et al. methodoes de la didactique des mathématiques.* **In** BITTENCOURT, Jane. **Obstáculos Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática.** **Revista Educação Matemática**, v.6, ano 5, maio,1998.

_____. *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques.* **In** BITTENCOURT, Jane. **Obstáculos Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática.** **Revista Educação Matemática**, [S.L.], v. 6, ano 5, maio,1998.

BRADFIELD, James M. & MOREDOCK, H. Stewart. **Medidas e testes em educação.** Rio de Janeiro – R. J.: Fundo de Cultura, 1963 (2 V.).

CURY, Helena Noronha. *Retrospectiva Histórica e Perspectivas atuais da Análise de Erros em Educação Matemática.* **Zetetiké.** Campinas – S. P, v. 3, n.º 4, p 39 – 50, 1995.

DEPRESBITERES, Léa. **O desafio da avaliação da aprendizagem: dos fundamentos a uma proposta inovadora.** São Paulo: EPU, 1989.

DE LA TORRE, S. *Errores y currículo – Tratamiento didáctico de los errores en la enseñanza.* **In** PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar.** Campinas – SP: Papyrus, 2000.

EBEL, R. L. & DAMRIN, D. E. *Tests and examinations.* **In** DEPRESBITERES, Léa. **O desafio da avaliação da aprendizagem: dos fundamentos a uma proposta inovadora.** São Paulo: EPU, 1989.

EL BOUZZOUI, Habiba. *Conceptions des élèves et des professeurs à propos de la notion de continuité d'une funtion* (Tese Doutorado). **In** CURY, Helena Noronha. **Retrospectiva Histórica e Perspectivas atuais da Análise de Erros**

em Educação Matemática. Campinas – SP.: Zetetiké, n. 3, n.º 4; p 39 – 50, 1995.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa**, 1ª edição, 15ª impressão. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1975.

_____. **Minidicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1977.

FIORENTINI, D. *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: O caso da produção científica em cursos de pós – graduação* (Tese de doutorado). In PINTO, Neuza Berton. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar**. Campinas – SP.: Papirus, 2000.

FRANCO Maria Laura P. Barbosa. *Pressupostos epistemológicos da avaliação educacional*. In SOUSA, Clarilza Prado de (org). **Avaliação do rendimento escolar**. 2ª ed. Campinas - SP: Papirus, 1995. p. 13 – 50

GOTINO, Juan; Batanero Carmen y Font Vicenç. **Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática para maestro**. Universidad de Granada. Distribución en internet: [http:// www.ugr.es/local/jgotino/edumat-maestro/](http://www.ugr.es/local/jgotino/edumat-maestro/). 2003.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. *Do Erro Construtivismo ao Erro Epistemológico: um Espaço Para as Emoções*. **Bolema**, v. 13, n. 14, p. 51 - 65, 2000.

GUIMARÃES, Sueli Édi Rufini. *Motivação intrínseca, extrínseca e o uso de recompensas em sala de aula*. In BORUDROVITCH, Evdy & BZUNECK, José Aloyseo (orgs). **A motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea**. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2001.

HAYDT. Regina Cazaux. *Avaliação do processo ensino-aprendizagem*. In ROMÃO, José Eustáquio. **Avaliação dialógica: desafios e perspectivas**. São Paulo: Cortez, 1998.

INEP. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Brasília: [S.N.], 2001.

KAMII, Constante. **A Criança e o número: implicações da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos**. Campinas – S.P.: Papirus, 1994.

LUCKESI, Cipriano C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo: Cortez, 1995.

MAGINA, Sandra. **A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da psicologia para a prática docente.** <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf#> acessado em 10/04/2006.

MOREIRA, Marcos Antônio & BUCHEWEITZ, Bernado. **Mapas Conceituais: instrumentos didáticos, de avaliação e de análise de currículo.** São Paulo: Editora Moraes LTDA.1997.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma influência francesa.** 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar.** Campinas – SP.: Papirus, 2000.

POCHULU, Marcel David. **Análisis y Categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad.** Revista Iberoamericana de Educación, 2005. Disponível em <http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf>. acessado em 05/06/2006.

ROMÃO, José Eustáquio. **Avaliação dialógica: desafios e perspectivas.** São Paulo – S. P.: Cortez, 1998.

SANT'ANNA, Ilza M. *Por que avaliar? Como avaliar?* In ROMÃO, José Eustáquio. **Avaliação dialógica: desafios e perspectivas.** São Paulo: Cortez, 1998.

SOUSA, Clarilza Prado de (org). **Avaliação do rendimento escolar.** 2ª ed. Campinas: Papirus, 1993.

TYLER, R. W. 1949. *Basic principles of curriculum and instruction.* In DEPRESBITERES, Léa. **O desafio da avaliação da aprendizagem: dos fundamentos a uma proposta inovadora.** São Paulo: EPU, 1989.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. **Avaliação – Concepções Dialética-Libertadora do Processo de Avaliação Escolar.** São Paulo: Libertad – Centro de Formação e Assessoria Pedagógica, 1998.

Anexo

Instruções gerais

1. Este teste tem como objetivo avaliar seus conhecimentos matemáticos anteriores com vistas à seleção de conteúdos a serem ministrados na sua recuperação paralela.
2. Preste muita atenção nos comandos das questões e nos problemas propostos.
3. Procure resolver cada questão da forma como você a entendeu. Não é nosso objetivo detectar o que você sabe apenas, mas principalmente o que você não sabe, para podermos auxiliá-lo da melhor forma possível durante o ano letivo em curso.
4. Não deixe de resolver nenhum dos itens propostos. Não tentando resolver você estará prejudicando nossa avaliação e, conseqüentemente, dificultando o seu aprendizado mais efetivo o que levará fatalmente você a continuar com dificuldades em certos conteúdos.
5. **Importante!!!** → Ao resolver um problema, e você perceber que sua solução está errada, não a apague nem a rasure com riscos. Proceda da seguinte forma: Circule o cálculo que você considera errado e continue a nova solução adiante.

Questões

1. Somando os resultados de $43140 : 15$ e 942×67 , que resultado se obtém?

(2) (6)

$$\begin{array}{r} 942 \times \\ \times 67 \\ \hline 6594 \\ + 56520 \\ \hline 63774 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43140 : \\ \times 15 \\ \hline 258840 \\ \hline 63774 \end{array}$$

R: o resultado se obtém em 106254

2. Camila tinha duas dúzias de lápis de cor. Perdeu 3 e deu 5 para Carla. Com quantos lápis de cor Camila ficou?

(6)

$$\begin{array}{r} 24 \frac{3}{8} \\ - 0 \frac{1}{8} \\ \hline 23 \frac{2}{8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 3 \\ \hline 5 \\ - 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

Camila ficou com 3 lápis

3. Efetue:
 a. $20,17 \times 10$

a) $20,17 \times 10$

$$\begin{array}{r} 20,17 \times \\ \times 10 \\ \hline 201,7 \end{array}$$

- b. $1,41 + 23,2 + 7,89$

b) $1,41 + 23,2 + 7,89$

$$\begin{array}{r} 1,41 + \\ 23,20 + \\ 7,89 + \\ \hline 32,50 \end{array}$$

- c. $2,7 - 1,28$

c) $2,7 - 1,28$

$$\begin{array}{r} 2,70 \\ - 1,28 \\ \hline 1,42 \end{array}$$

d. $234 : 100$

$$\begin{array}{r|l} 234 & 700 \\ 340 & 20304 \\ 400 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

1

4. Efetue as operações abaixo:

a. $2\frac{1}{5} + 2\frac{2}{5}$

4

4

b. $5\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5}$

c. $5 \cdot 10$
 $4 \cdot 8$

5. Arme, calcule, dê o nome das operações e dos termos:

a. 32751×75

$$\begin{array}{r} 32751 \times 75 \\ \hline 163755 \\ 2292570 \\ \hline 24563775 \end{array}$$

1

9

Instruções gerais

1. Este teste tem como objetivo avaliar seus conhecimentos matemáticos anteriores com vistas à seleção de conteúdos a serem ministrados na sua recuperação paralela.
2. Preste **muita atenção** nos **comandos** das questões e nos **problemas propostos**.
3. Procure resolver cada questão da forma como você a entendeu. Não é nosso objetivo detectar o que você sabe apenas, mas principalmente o que você não sabe, para podermos auxiliá-lo da melhor forma possível durante o ano letivo em curso.
4. Não deixe de resolver nenhum dos itens propostos. Não tentando resolver você estará prejudicando nossa avaliação e, conseqüentemente, dificultando o seu aprendizado mais efetivo o que levará fatalmente você a continuar com dificuldades em certos conteúdos.
5. **Importante!!!** → Ao resolver um problema, e você perceber que sua solução está errada, não a apague nem a rasure com riscos. Proceda da seguinte forma: Circule o cálculo que você considera errado e continue a nova solução adiante.

Questões

1. Somando os resultados de $43140 : 15$ e 942×67 , que resultado se obtém?

Somando os resultados de $43140 : 15$ e 942×67 se obtém a 65.990

2. Camila tinha duas dúzias de lápis de cor. Perdeu 3 e deu 5 para Carla. Com quantos lápis de cor Camila ficou?

Camila ficou com 16 lápis de cor

3. Efetue as operações abaixo:

a. $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}$ $\frac{10}{5}$ E

b. $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2}$ $\frac{60}{90}$ C

c. $\frac{5}{4} \cdot \frac{10}{8} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16}$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 8 \\ \hline 4 & 8 \\ 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{array}$$

4. Arme, calcule, dê o nome das operações e dos termos:

a. 32751×75

$32751 \times$ — MULTIPLICANDO
75 — MULTIPLICADOR

$$\begin{array}{r} 163755 \\ + 229257 \\ \hline 2456325 \end{array}$$

PARCELA

b. $389372 : 12$

$$\begin{array}{r} 32447 \\ 12 \overline{) 389372} \\ \underline{36} \\ 29 \\ \underline{24} \\ 53 \\ \underline{48} \\ 57 \\ \underline{48} \\ 97 \\ \underline{84} \\ 13 \end{array}$$

389372 — DIVIDENDO
12 — DIVISOR
32447 — QUOCIENTE
13 — RESTO

c. $20,17 \times 10^2$

2

d. $2,7 - 1,28$

$$\begin{array}{r} 2017 \times \\ + 10 \\ \hline 2017 \\ + 2017 \\ \hline 22187 \end{array}$$

2017 — MULTIPLICANDO
10 — MULTIPLICADOR
22187 — PARCELA

$$\begin{array}{r} 2170 \\ - 128 \\ \hline 2042 \end{array}$$

2170 — MINUENDO
128 — SUBTRAHENDO
2042 — DIFERENÇA

5. Efetue:

a. $16 \times 3 + (20 - 8) + 6 = 66$

$$\begin{array}{l} 16 \times 3 + 12 + 6 \\ 48 + 12 + 6 \\ 48 + 18 \end{array}$$

b. $11,5 + (2 - 1,2 \times 0,5) + 10 =$

$$\begin{array}{l} [4,5 + 5,8] + 10 \\ 10,3 + 10 \\ 20,3 \end{array}$$

8,5

7

6. Resolva:

a. Duas irmãs têm uma caderneta de poupança cada uma. A mais velha tem R\$347,00 e a mais nova tem R\$890,00. Quanto a mais nova tem a mais que a mais velha?

$$\begin{array}{r} \text{R\$ } 890,00 \\ \text{R\$ } 347,00 \\ \hline \text{R\$ } 543,00 \end{array}$$

A mais nova tem R\$543,00 reais a mais que sua irmã.

b. Um doce foi dividido em 5 partes iguais para ser vendido por R\$2,50 cada uma.

b.1 Quanto vão custar $\frac{3}{5}$ desse doce?

4) Vai custar R\$ 0,50 este doce

b.2 Quanto custará o bolo todo?

4) Custará R\$ 5,00 o bolo todo. E

7. Responda:

a. $\frac{3}{4}$ do ano é mais ou menos tempo que $\frac{9}{12}$ do ano? Justifique sua resposta.

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{12}$$

Por que $3 \times \frac{3}{4}$ é $\frac{9}{12}$

b. 13 horas corresponde a que fração de um dia?

$$\frac{24}{13}$$

Universidade Federal do Pará

Núcleo Pedagógico Integrado – Ensino Fundamental

Teste Diagnóstico para Recuperação Paralela – Matemática - 7ª série

Aluno _____

Nº _____

Turma _____

Instruções gerais

1. Este teste tem como objetivo avaliar seus conhecimentos matemáticos anteriores com vistas à seleção de conteúdos a serem ministrados na sua recuperação paralela
2. Preste **muita atenção** nos comandos das questões e nos **problemas propostos**.
3. Procure resolver cada questão da forma como você a entendeu. Não é nosso objetivo detectar o que você sabe apenas, mas principalmente o que você não sabe, para podermos auxiliá-lo da melhor forma possível durante o ano letivo em curso.
4. Não deixe de resolver nenhum dos itens propostos. Não tentando resolver você estará prejudicando nossa avaliação e, conseqüentemente, dificultando o seu aprendizado mais efetivo o que levará fatalmente você a continuar com dificuldades em certos conteúdos.
5. **Importante!!!** → Ao resolver um problema, e você perceber que sua solução está errada, não a apague nem a rasure com riscos. Proceda da seguinte forma: Circule o cálculo que você considera errado e continue a nova solução adiante.

Questões

1. Somando os resultados de $43140 : 15$ e 842×67 , que resultado se obtém?

$$\begin{array}{r} 43140 : 15 \\ \underline{15} \\ 334 \\ \underline{334} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 842 \times \\ 67 \\ \underline{5894} \\ 6594 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2876 + \\ 6594 \\ \underline{} \\ 9470 \end{array} \quad (1)$$

2. Camila tinha duas dúzias de lápis de cor. Perdeu 3 e deu 5 para Caria. Com quantos lápis de cor Camila ficou?

$$\begin{array}{l} 24 - 3 - 5 = 16 \\ 24 - 3 - 5 = 24 - 8 = 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 - \\ 8 \\ \underline{} \\ 16 \end{array}$$

3. Efetue as operações abaixo:

a. $2\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5} = \frac{11}{5} + \frac{2}{5} - \frac{9}{5} = \frac{11+2-9}{5} = \frac{13-9}{5} = \frac{4}{5}$

b. $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{60}{90}$ (4)

c. $\frac{5}{4} \cdot \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{10} = \frac{40}{40}$

4. Arme, calcule, dê o nome das operações e dos termos.

a.
$$\begin{array}{r} 32753 \\ \times 5375 \\ \hline 163765 \\ 982590 \\ 1963675 \\ \hline 1748225 \end{array}$$

P. Produto ou não, seja dá nome as operações e aos termos e mesmo assim eu não se.

$$\begin{array}{r} 163755 \\ + 229457 \\ \hline 295212 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 389372 \\ \times 112 \\ \hline 778744 \\ 3893720 \\ \hline 4360956 \end{array}$$

Produto: 1

c. $20,17 \times 100 =$

$$\frac{2017}{100} \times \frac{100}{1} = \frac{20170}{100}$$
 Produto

$$\frac{2017}{10} = \frac{20170}{100}$$

d. $2,7 - 1,28 =$

$$\frac{27}{10} - \frac{128}{100} = \frac{270 - 128}{100} = \frac{142}{100} = 1,42$$
 Produto

M.P.C.
$$\begin{array}{r} 10,00 \\ \times 2 \\ \hline 20 \\ 200 \\ \hline 2000 \end{array}$$

5. Efetue:

a. $16 \times 3 + (20 - 8) + 6 =$
 $48 + 12 + 6 = 66$

Exp. num

b. $11,5 + (2 - 1,2 \times 0,5) + 10 =$
 $[1,5 + (2 - 0,6)] + 10 =$
 $[1,5 + 1,4] + 10 = 2,9 + 10 = 12,9$

Exp. num

d. $\frac{-3}{2} + (\frac{-1}{4}) - (-5) =$

$$\left[\frac{150 + 250}{100} \right] + \frac{400}{100} + \frac{10}{1} = \frac{400 + 1.000}{100} = \frac{1.400}{100}$$

$$-\frac{3}{2} + \frac{1}{4} + 5 = \frac{-6 + 1 + 20}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$$

Exp. num

6. Resolva:

a. Duas irmãs têm uma caderneta de poupança cada uma. A mais velha tem R\$347,00 e a mais nova tem R\$890,00. Quanto a mais nova tem a mais que a mais velha?

$$\begin{array}{r} 214 \\ R\$ 347,00 \\ R\$ 890,00 \\ \hline 657,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} R\$ 347,00 \\ R\$ 890,00 \\ \hline R\$ 1237,00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1113 \\ R\$ 1237,00 \\ R\$ 347,00 \\ \hline R\$ 890,00 \\ R\$ 347,00 \\ \hline R\$ 443,00 \end{array}$$

1) 16)

- b. Um doce foi dividido em 5 partes iguais para ser vendido por R\$2,50 cada uma.
 b.1 Quanto vão custar $\frac{3}{5}$ desse doce?

$$\frac{5}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{1} \cdot \frac{5}{5} = \frac{25}{3} \cdot \frac{5}{1} = \frac{125}{3}$$

- b.2 Quanto custará o bolo todo?

$$\frac{125}{3}$$

7. Responda:

- a. $\frac{3}{4}$ do ano é mais ou menos tempo que $\frac{9}{12}$ do ano? Justifique sua resposta.

$\frac{3}{4}$ é mais que $\frac{9}{12}$ porque $\frac{3}{4}$ é mais que $\frac{9}{12}$.

- b. 13 horas corresponde a que fração de um dia? $\frac{13}{24}$

8. Tem-se os números -8 e 5. Qual é o maior? 5

9. Tem-se uma seqüência de operações com o número um e seu sinal. Qual o resultado final de cada uma delas?

a. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

b. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +1$

c. $[(-1) \cdot (-1)] \cdot (-1) = -1$

d. $[(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)] \cdot [(-1) \cdot (-1)] \cdot (-1) = +1$

10. Usando números inteiros positivos e negativos, indique simbolicamente:

a. Um saldo de treze gols a favor. $+13$

b. 100 metros abaixo do nível do mar. -100

c. 700m acima do nível do mar. $+700$

d. Uma temperatura de 23°C abaixo de zero. -23

11. Pensei um número, dividi-o por dois, somei o resultado com meio e obtive dezessete meios. Que número pensei?

$$x : 2 + \frac{x}{2} = \frac{17}{2}$$

$$x \cdot 2 + x \cdot \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$

Instruções gerais

1. Este teste tem como objetivo avaliar seus conhecimentos matemáticos anteriores com vistas à seleção de conteúdos a serem ministrados na sua recuperação paralela.
2. Preste **muita atenção** nos **comandos** das questões e nos **problemas propostos**.
3. Procure resolver cada questão da forma como você a entendeu. Não é nosso objetivo detectar o que você sabe apenas, mas principalmente o que você não sabe, para podermos auxiliá-lo da melhor forma possível durante o ano letivo em curso.
4. Não deixe de resolver nenhum dos itens propostos. Não tentando resolver você estará prejudicando nossa avaliação e, conseqüentemente, dificultando o seu aprendizado mais efetivo o que levará fatalmente você a continuar com dificuldades em certos conteúdos.
5. **Importante!!!** → Ao resolver um problema, e você perceber que sua solução está errada, não a apague nem a rasure com riscos. Proceda da seguinte forma: Circule o cálculo que você considera errado e continue a nova solução adiante.

Questões

1. Camila tinha duas dúzias de lápis de cor. Perdeu 3 e deu 5 para Carla. Com quantos lápis de cor Camila ficou?

$24 - 3 = 21$
 $21 - 5 = 16$
 com 16 lápis

24
 $- 3$
 $-----$
 21
 $- 5$
 $-----$
 16

2. Efetue as operações abaixo:

a. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1+2-4}{5} = \frac{-1}{5}$ **4, 7**

b. $\frac{5}{3} \times \frac{4}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 15 \times 2} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$ **4**

c. $\frac{5}{4} : \frac{10}{8} = \frac{2}{8}$ **4**

3. Arme, calcule, dê o nome da operação e dos termos:

a. $389372 : 12$

$389372 \div 12 = 32453$ **1**
 $12 \times 32453 = 389436$
 $389372 - 389436 = -64$
 TERMOS: 32453

b. $20,17 \times 10$
 $(20,17)$

$$\begin{array}{r} 20,17 \times \\ 10 \\ \hline 20170 \end{array}$$

OPERAÇÃO
MULTIPLICAÇÃO

TERMOS
Multiplicando
Multiplicador
Multiplicação

d. $2,7 - 1,28$

$$\begin{array}{r} 2,7 - \\ 1,28 - \\ \hline 10,4 \end{array}$$

OPERAÇÃO = SUBTRAÇÃO
 TERMOS = DIMINUINDO
 SUBTRAINDO

4. Efetue:

a. $16 \times 3 + (20 - 8) + 6 =$
 $= 48 + (20 - 8) + 6$
 $= 48 + 12 + 6$
 $= 66$

$$\begin{array}{r} 160 \\ - 48 \\ \hline 112 \\ + 6 \\ \hline 118 \end{array}$$

b. $[1,5 + (2 - 1,2 \times 0,5)] + 10 =$
 $[1,5 + (2 - 0,6)] + 10$
 $[1,5 + 1,4] + 10$
 $2,9 + 10 = 12,9$

$0,7 \rightarrow$ Exp. num.
 $0,7 \times 2 = 1,4$
 $2 - 1,4 = 0,6$
 $1,5 + 0,6 = 2,1$
 $2,1 + 10 = 12,1$

5. Resolva:

a. Um doce foi dividido em 5 partes iguais para ser vendido por R\$2,50 cada uma.

a.1 Quanto vão custar $\frac{3}{5}$ desse doce?

$$\begin{array}{r} 2,50 \\ 2,50 \\ 2,50 \\ \hline 7,50 \end{array}$$

$\frac{3}{5}$ vão custar R\$7,50.

a.2 Quanto custará o bolo todo?

$(2,50)$ $(12,50)$

6. Responda.

a. $\frac{1}{4}$ do ano é mais ou menos tempo que $\frac{9}{12}$ do ano? Justifique sua resposta.

15 dias equiv.

b. 13 horas corresponde a que fração de um dia?

$(\frac{13}{24})$ como fração.

7. Tem-se os números -8 e 5. Qual é o maior?

(5)

8. Considerando apenas os sinais operatórios, você pode prever o sinal das operações abaixo. Tente.

a. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +$

(-)

$$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +1$$

c. $[(-1) \cdot (-1)] \cdot (-1) = (+1) \cdot (-1) = -1$

d. $[(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)] \cdot [(-1) \cdot (-1)] \cdot (-1) = (-1) \cdot (+1) \cdot (-1) = +1$

9. Usando números inteiros positivos e negativos, indique simbolicamente:

a. Um saldo de treze gols a favor $+13$

b. 100 metros abaixo do nível do mar -100

c. 700m acima do nível do mar $+700$

d. Uma temperatura de 23°C abaixo de zero -23°

10. Pensei um número, dividi-o por dois, somei o resultado com meio e obtive dezessete meios. Que número pensei?

$$x: 2 + \frac{1}{2} = 17$$

$$x = 7 - 17$$

$$x = -10$$

$$\frac{17}{2}$$

$$\frac{7}{10}$$

(16)

11. Calcule o valor numérico de $20 - x^2 - y^3$ quando $x=4$ e $y=-1$

$$20 - x^2 - y^3$$

(15)

valor num.

12. Efetue:

a. $3a + 5a - 2b = 8a - 2b$

b. $4ax^2 - 3ax^2 + 2a^2x = ax^2 + 2a^2x$

c. $4ax(2x^2 + 3x + 4a) =$

13. Simplifique:

a. $\frac{3a + 3b}{6} = \frac{3ab}{6}$

b. $\frac{x^2 - y^2}{x - y} =$

c. $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$

(10) (11)

14. Resolva as seguintes equações em $U=Z$:

a. $2x + 4 = 4x - 5$

$2x - 4x = -5 - 4$
 $-2x = -9 \cdot (-1)$
 $2x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{2}$
 $(x = 4,5)$

$\frac{9}{2}$
 $4,5$
 $-0-$

b. $\frac{3x}{2} + 5 = \frac{2x}{3} - 5$

$\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} = -5 - 5$
 $\frac{9x - 4x}{6} = -10$
 $\frac{5x}{6} = -10$
 $5x = -60$
 $x = -12$

$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & | & 2 \\ 1 & 3 & 1 & | & 3 \\ 1 & 1 & 1 & | & 6 \end{pmatrix}$

continuação
 $9x - 4x = -30 - 30$

$5x = -60$

$x = \frac{-60}{5}$

$x = -12$

$60/5$
 $10/12$
 $-0-$

15. Resolva o seguinte sistema de equações

$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

$x + y = 5$

(15) sist.

17. Determine 100% de 400; 10% de 330 e 15% de 80.

(14) (14) (14)

18. Desenvolver:

a. $(x-1)(x+1) = (x-1) \cdot (x+1)$

$= x + x - x + 1$

$= 2x - x$

$= x$

(12)

b. $(x-3)^2 =$

$(x-3) \cdot (x-3)$

$= x - 3x - 3x + 9$

$= x - 9x + 9$

$= x - 8x$

$= -7x$

(12)

$\frac{18-1}{17}$