UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO PEDAGÓGICO DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

NIVIA MARIA VIEIRA COSTA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS E SUA COMPLEXIDADE:

A previsão dos professores e a realidade dos alunos

BELEM
2007

NIVIA MARIA VIEIRA COSTA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS E SUA COMPLEXIDADE:
A previsão dos professores e a realidade dos alunos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.
Área de concentração: Educação Matemática
Orientador: Profº Dr. Francisco Hermes Santos da Silva

BELÉM
2007

NIVIA MARIA VIEIRA COSTA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ADITIVOS E SUA COMPLEXIDADE:
A previsão dos professores e a realidade dos alunos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.

Área de concentração: Educação Matemática.

Data de Aprovação: ___/___/___

Banca Examinadora

____
Presidente: Profº. Dr. Francisco Hermes S. da Silva
NPADC/ UFPA

____
Membro Interno: Profº. Dr. Renato Borges Guerra
NPADC/ UFPA

____
Membro Externo: Profº. Dr. Iran Abreu Mendes
UFRN

A meus pais, Claudemiro dos Reis Costa e Maria de Nazaré Vieira Costa, meus melhores amigos, por serem presença viva e constante em minha vida. Dedico-lhes esta produção científica.

AGRADECIMENTOS

Como sou parte de muitos e tenho muito de todas as pessoas que passaram por minha vida ou viveram ao meu lado, não poderia deixar de agradecer a todos os pela conclusão deste curso de pós-graduação strictu-sensu. Agradeço, em especial, aos mestres que tive desde a pré-escola, que deixaram muito de si e ajudaram a construir minha história acadêmica.

Agradeço aos que contribuíram para a realização desta pesquisa, especialmente aos professores e alunos da 4ª série (das escolas investigadas) dos municípios de Capanema, Bragança e Belém que, também preocupados com o processo ensino-aprendizagem, abriram as portas da escola e se tornaram os coadjuvantes deste trabalho.

Agradeço as significativas colaborações dos professores examinadores, Profº Dr. Iran Mendes e Profº Dr.Renato Borges, com os quais também divido esta versão final.

Ao querido Profº Dr. Francisco Hermes, meu orientador, homem incansável, de bom caráter, que contribui significativamente à produção científica e faz sua parcela pela construção de um mundo igualitário.

Aos funcionários, professores e amigos queridos do NPADC, agradeço-lhes o sorriso sempre presente e o apoio constante.

À família Pereira que durante o transcorrer deste curso recebeu-me como parte integrante de sua família.

Aos meus pais, por serem amigos fiéis e grandes responsáveis pela formação de meu caráter.

Aos meus irmãos Norma Cristina, Neidson Cláudio e Nilton César e sobrinhos Ryan Mateus e Flávia Nicole, por serem minha alegria e razão de minha paz.

Ao meu querido esposo Djalma Maciel, homem do bem, que soube ser paciente e esteve sempre ao meu lado dando-me apoio e carinho.

Aos filhos que terei, por serem também responsáveis por minhas conquistas no presente, visto que tudo o que faço já é em função do amor e do bom exemplo que quero ensinar-lhes.

Por fim, agradeço ao querido e bom amigo Deus por me cobrir de presentes todos os dias, por ser luz em meu caminho e fonte de toda sabedoria.

Ninguém pode ensinar o que não aprendeu. Nenhum professor pode comunicar a experiência da descoberta, se ele próprio não a adquiriu.

George Polya

SUMÁRIO

RESUMO 08

ABSTRACT 09

LISTA DE TABELAS E QUADROS 10

LISTA DE FIGURAS.. 11

INTRODUÇÃO 12

CAPITULO I
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NAS SÉRIES INICIAIS....... 14
1.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA.................................. 14
1.2 ALGUMAS PESQUISAS PUBLICADAS SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.. 23
1.3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS SÉRIES INICIAIS........................... 27
1.4 PROBLEMAS COM ESTRUTURA ADITIVA: TIPOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS... 32

CAPITULO II
TECENDO OS CAMINHOS DA PESQUISA... 35
2.1 O PROBLEMA: POR QUE AS SÉRIES INICIAIS ?....................................... 35
2.2 SUJEITOS DA PESQUISA... 37
2.3 CARACTERIZAÇÃO DAS ESCOLAS PESQUISADAS.................................. 37
2.4 OS PROBLEMAS SELECIONADOS E SUA APLICAÇÃO............................ 40
2.5 A PREVISÃO DOS PROFESSORES QUANTO AOS PROBLEMAS APLICADOS 43

CAPITULO III
A DISTÂNCIA ENTRE A PREVISÃO DOS PROFESSORES E O RENDIMENTO REAL DOS ALUNOS.. 44
3.1 ANALISANDO OS PROBLEMAS 47
3.2 AGRUPANDO OS PROBLEMAS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE CLUSTER.... 59
3.3 CONCORDÂNCIA ENTRE A PREVISÂO DAS PROFESSORAS E A COMPLEXIDADE OBSERVADA 60
3.4 FREQUÊNCIA DE APLICAÇÃO DOS PROBLEMAS E COMPLEXIDADE OBSERVADA 65
3.5 AS SOLUÇÕES DOS ALUNOS.. 67
3.6 A COMPLEXIDADE EM FUNÇÃO DA CLASSIFICAÇÃO DE HUETE E BRAVO (2006) 76

REFLEXÕES CONCLUSIVAS 78

REFERÊNCIAS 83

ANEXOS 89

RESUMO

Esta pesquisa dedicou-se a investigar a resolução de problemas aditivos nas séries iniciais e, em especial, se a concepção dos professores sobre a complexidade de um problema aditivo é determinante no rendimento dos alunos. Para alcançar esse objetivo foi desenvolvida uma pesquisa exploratória sobre as estratégias de resolução de problemas com alunos dos municípios de Belém, Capanema e Bragança, em 08 turmas de 4ª série, sendo sete delas de escolas públicas e uma de iniciativa privada, totalizando 205 alunos participantes da pesquisa. Com base nos estudos de Huete e Bravo (2006) aplicou-se, através de um questionário, 17 problemas aditivos aos alunos e, de acordo com seus rendimentos, os problemas foram divididos em problemas de baixa, média ou alta complexidade. Investigou-se também a avaliação dos professores quanto aos problemas aplicados aos alunos. Os resultados indicam que quanto maior é a complexidade de um problema para os alunos, mais dificuldade os professores têm de prever essa complexidade, especialmente porque algumas variáveis se fazem presentes na constituição de um problema complexo. Concluiu-se que é necessário dar maior atenção à formação docente, uma vez que o sucesso nas previsões de um problema aditivo está relacionado aos professores com maior formação acadêmica e aos professores com formação específica em matemática, além do que se faz urgente que se realize atividades voltadas à linguagem matemática nas salas de aulas, pois se percebeu pelos resultados dos alunos, uma real dificuldade nesse segmento.

Palavras – chave: Problemas Aditivos. Séries Iniciais. Complexidade. Formação Docente

ABSTRACT

This research dedicated to investigate the resolution of additive problems in initial grades and, especially if the conception of the teachers on the complexity of an additive problem is determinative in the progress of the pupils. To reach this objective, it was developed an exploratory research on the strategies of resolution of problems with students of the cities of Belém, Capanema and Bragança, in 08 4^{th} grade groups, being seven of them from public schools and one from a private school, totalizing 205 students participating of the research. Based on the studies of Huete and Bravo (2006), it was applied, through a questionnaire, 17 additive problems to the students and, according to their progress, the problems were divided as problems of low, medium or high complexity. The evaluation of the teachers about the problems applied to the students was also investigated. The results indicated that, the higher the complexity of a problem for the students, more difficulties the professors have to foresee this complexity, especially because some variables are part of the making of a complex problem. It was concluded that it is necessary to give higher attention to the teaching formation, since the success in the forecasts of an additive problem is related to the teachers with higher academic formation and to the teachers with specific formation in mathematics, and it is urgently necessary to create activities directed to the mathematical language in the classrooms, because, due to the results of the students, it was found a real difficulty in this segment.

Keywords: Additive problems. Initial grades. Complexity. Teaching formation

LISTA DE TABELAS E QUADROS

Tabela 1: Percentual de Acertos para os Problemas Aditivos por Turma e por Problema / Concepção dos Professores sobre a Complexidade dos Problemas e a Freqüência com que o Professor os aplica.. 45

Tabela 2: Média de acertos (%) dos alunos para os problemas, dispostos em ordem crescente... 46

Tabela 3: Freqüência das previsões quanto à complexidade do problema...... 60

Tabela 4: Escores para as Previsões dos professores quanto aos problemas. 61

Tabela 5: Previsão dos professores e rendimento dos alunos......................... 62

Tabela 6: Freqüência dos escores em relação à previsão das professoras quanto a complexidade do problema... 63

Tabela 7: Freqüência dos escores para as previsões por turma..................... 64

Tabela 8: Freqüência de Aplicação por Problema... 66

Tabela 9: Freqüência de aplicação por grau de complexidade........................ 66

Quadro1: Processo de ensino/aprendizagem da matemática elementar.......... 17

Quadro2: Significado dos Escores: A previsão dos professores...................... 61

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Percentual de acerto dos alunos para os problemas 46

Figura 2: Percentual de acerto das turmas para os problemas....................... 47

Figura 3: Dendograma do método *complete linkage* ou ligação por vizinho mais distante... 60

INTRODUÇÃO

A partir da década de 1980 a resolução de problemas, no Brasil, tornou-se prioridade no ensino de matemática (PONTE, MATOS E ABRANTES, 1998). Muitos professores adotaram a resolução de problemas como metodologia para suas aulas. Todavia, resolver problemas é um ato abrangente e, dependendo de como se concebe, pode ser uma meta, um processo ou uma habilidade básica. (BRANCA, 1997). Como meta, a resolução de problemas é vista como uma razão do ensino de matemática. Como processo torna-se o meio ou caminho onde se valoriza a utilização dos procedimentos, estratégias e heurísticas. Como habilidade básica, relaciona-se a resolução de problemas ao saber fazer, a ação física ou mental que indica a capacidade adquirida. Em alguns lugares do Brasil, esta metodologia faz parte do currículo escolar e está inserida no desenvolvimento das competências que os alunos necessitam desenvolver ao longo de sua vida acadêmica, afetiva e social. De acordo com Branca (1997),

> (...) considerar a resolução de problemas como uma habilidade básica pode nos ajudar a organizar as especificações para o dia-a-dia de nosso ensino de habilidades, conceitos e resolução de problemas. Considerar a resolução de problemas como um processo pode nos ajudar a perceber como lidamos com as habilidades e conceitos, como eles se relacionam entre si e que papel ocupam na resolução de vários problemas. Finalmente, considerar a resolução de problemas como uma meta pode influenciar tudo o que fazemos no ensino da matemática, mostrando-nos uma outra proposta para o ensino. (p.10)

Um conceito não se sobrepõe ao outro e a resolução de problemas na matemática pode ter a tripla função de meta, processo e habilidade básica. Para Marincek (2001), a resolução de problemas está diretamente associada à atividade matemática e, segundo a autora, *resolver problemas é o meio para a construção dos conhecimentos matemáticos, é a essência da atividade matemática*. (p.14)

Nas séries iniciais, especificamente, a resolução de problemas também necessita constituir-se meta, processo e habilidade básica. O ensino através do uso de problemas reais ou fictícios, além do vínculo construído pelos professores entre o conteúdo e suas inúmeras significações no cotidiano dos alunos, faz com que o ensino da matemática torne-se um campo de conhecimento lógico, real e significativo para o aluno. O professor, nesse sentido, torna-se o agente fundamental para a constituição da relação entre o aluno e o conhecimento, pois *o professor é o responsável por organizar as situações de maneira a garantir que cada aluno avance na construção do saber e que possa acessar esse saber nos diversos momentos em que necessite utilizá-lo.* (MARINCEK,2001, p.16)

Nas séries iniciais do ensino fundamental a resolução de problemas baseia-se na utilização das operações básicas e podem ser caracterizados como problemas aditivos - solucionados utilizando-se as operações de adição e subtração - e em problemas multiplicativos, solucionados através do uso da multiplicação e divisão.

Na intenção de averiguar a capacidade dos professores em prever a complexidade dos problemas aditivos para seus alunos é que esta pesquisa trouxe a seguinte problemática: **A concepção dos professores sobre a complexidade de um problema é determinante na previsão do rendimento dos alunos?** Para se responder ao questionamento, foram analisados os rendimentos de 205 alunos de 4ª série de escolas públicas e privadas dos municípios de Capanema, Bragança e Belém, além da avaliação de seus professores quanto à complexidade de cada um dos problemas para os seus alunos.

Este trabalho é constituído de três capítulos. No Capítulo I abre-se um espaço para diálogos e discussões acerca da resolução de problemas e suas múltiplas facetas, com um olhar especial às séries iniciais. O Capítulo II apresenta as metodologias utilizadas, as estratégias de intervenção além das observações realizadas no decorrer da pesquisa. O Capítulo III traz as análises dos rendimentos dos alunos através de gráficos estatísticos que contribuíram para um melhor entendimento dos resultados, além da análise da previsão dos professores quanto à complexidade dos problemas aditivos aplicados aos seus alunos. Busca-se ainda confrontar a relação entre os dados coletados dos alunos com os dados obtidos dos professores, promovendo uma discussão teórica referente à análise dos resultados.

Nas considerações finais abordam-se as questões pertinentes às possíveis mudanças no que se refere à formação docente e à qualidade de ensino nas primeiras séries.

Quanto à resolução de problemas, especialmente nas séries iniciais, muito se tem a conhecer, produzir e divulgar. Acredita-se que esta pesquisa esteja contribuindo para uma possível reflexão sobre o tema em questão.

CAPITULO I

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NAS SÉRIES INICIAIS

Na tentativa de responder o questionamento proposto para esta pesquisa, isto é, se a concepção dos professores sobre a complexidade de um problema é determinante no rendimento dos seus alunos, buscou-se nos referenciais teóricos sobre o tema — artigos, livros, teses, dissertações, revistas científicas, entre outros — analisar a visão de diversos autores. Este capítulo inicial será de grande relevância para o entendimento dos resultados obtidos, uma vez que através dele serão discutido questões, tais como: A resolução de problemas na matemática contribui para o processo ensino-aprendizagem? Que pesquisas estão sendo produzidas sobre resolução de problemas nas séries iniciais? O que são problemas com estrutura aditiva e como se caracterizam?

Estas questões propostas nortearão a análise dos resultados bem como sua interpretação. Convido-lhes a embarcar no fascinante mundo da resolução de problemas.

1.1 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA

A evolução e o desenvolvimento científico-tecnológico devem-se, significativamente, à capacidade humana de resolver problemas. Outros animais também resolvem problemas, mas assim o fazem utilizando somente sua inteligência prática, pois a reflexão e o planejamento são características unicamente do ser humano. Para Polya (1997), resolver problemas é da própria natureza humana e podemos caracterizar o homem como *animal que resolve problema*. De acordo com Bock (2002),

> alguns animais, talvez a maioria deles, executam atividades que se assemelham ao trabalho humano: a aranha que tece a teia, a abelha que fabrica a colméia e as formigas que incessantemente carregam folhas e restos de animais para sua ‘cidadela’. E poderíamos dizer

> que as operações desses animais se assemelham às dos trabalhadores humanos — tecelões, arquitetos e operários. Mas o mais inábil trabalhador humano difere do mais ‘habilidoso’ animal, pois, antes de iniciar seu trabalho, já o planeja em sua cabeça. (p.173)

Todavia, nem toda situação desafiadora caracteriza-se como uma situação-problema, pois quando o homem se encontra diante de uma situação problemática e já conhece as estratégias e soluções de como resolvê-la isto não se caracteriza como um problema, pois ele já possui os elementos necessários para sua resolução. Assim, compreende-se uma situação como sendo uma situação-problema quando a pessoa ou o grupo assimila a situação, mas não encontra uma solução óbvia imediata; reconhece que ela exige uma ação e quer ou precisa agir sobre ela (GAZIRE, 1988). A necessidade e a urgência de transpor obstáculos conduzem o indivíduo a criar e a inventar estratégias. Para Popper (1978, p.14), *o conhecimento não começa de percepções ou observações, ou de coleção de fatos ou números, porém começa propriamente de problemas.*

No ambiente escolar, nas atividades que envolvem problemas, o que para o professor pode ser um problema relevante e significativo, para o aluno pode ser trivial ou carecer de sentido. Os problemas postos aos alunos em sala de aula podem se diferenciar consideravelmente dos que eles próprios se propõem fora dela. Uma das principais propostas da escola deve ser a de fazer com que os alunos não somente coloquem para si determinados problemas, mas que cheguem a adquirir os meios para resolvê-los. Ela também deve possibilitar a elaboração e o desenvolvimento de estratégias de identificação e resolução de problemas utilizando o raciocínio objetivo, sistemático e rigoroso para aplicar às situações da vida cotidiana, pois

> (...) ensinar a resolver problemas não consiste em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. (POZO, 1998, p.14)

O objetivo do ensino por meio de problemas é o de possibilitar ao aluno o hábito de criar problemas e solucioná-los como forma de aprender. Todavia, se os problemas não forem compreendidos pelos alunos tornar-se-ão apenas meros exercícios de aplicação e, muito possivelmente, os alunos não conseguirão transferilos para situações fora do ambiente escolar ou mesmo dentro dele. Quando fazemos um exercício, dispomos de mecanismos que nos conduzem imediatamente à solução do mesmo, ou seja, se já conhecemos os procedimentos para a sua resolução, temos um exercício; se desconhecemos um problema. Dessa forma, o que para alguns é um simples exercício, para outros é um problema. Por exemplo, para a instalação de um novo programa de computador, um técnico da área computacional não terá dificuldade, pois já conhece todos os procedimentos necessários. Contudo, será um problema instalar um novo programa se alguém desconhece os meios para se chegar ao resultado final.

A diferença entre um problema e um exercício é que este último requer mecanismos que nos conduzem de forma imediata à sua solução. Por outro lado, uma mesma situação pode ser um problema para algumas pessoas e um exercício para outras. De qualquer forma, tanto exercícios como problemas requerem dos alunos a ativação de diversos tipos de conhecimento, de procedimentos, de atitudes e motivações.

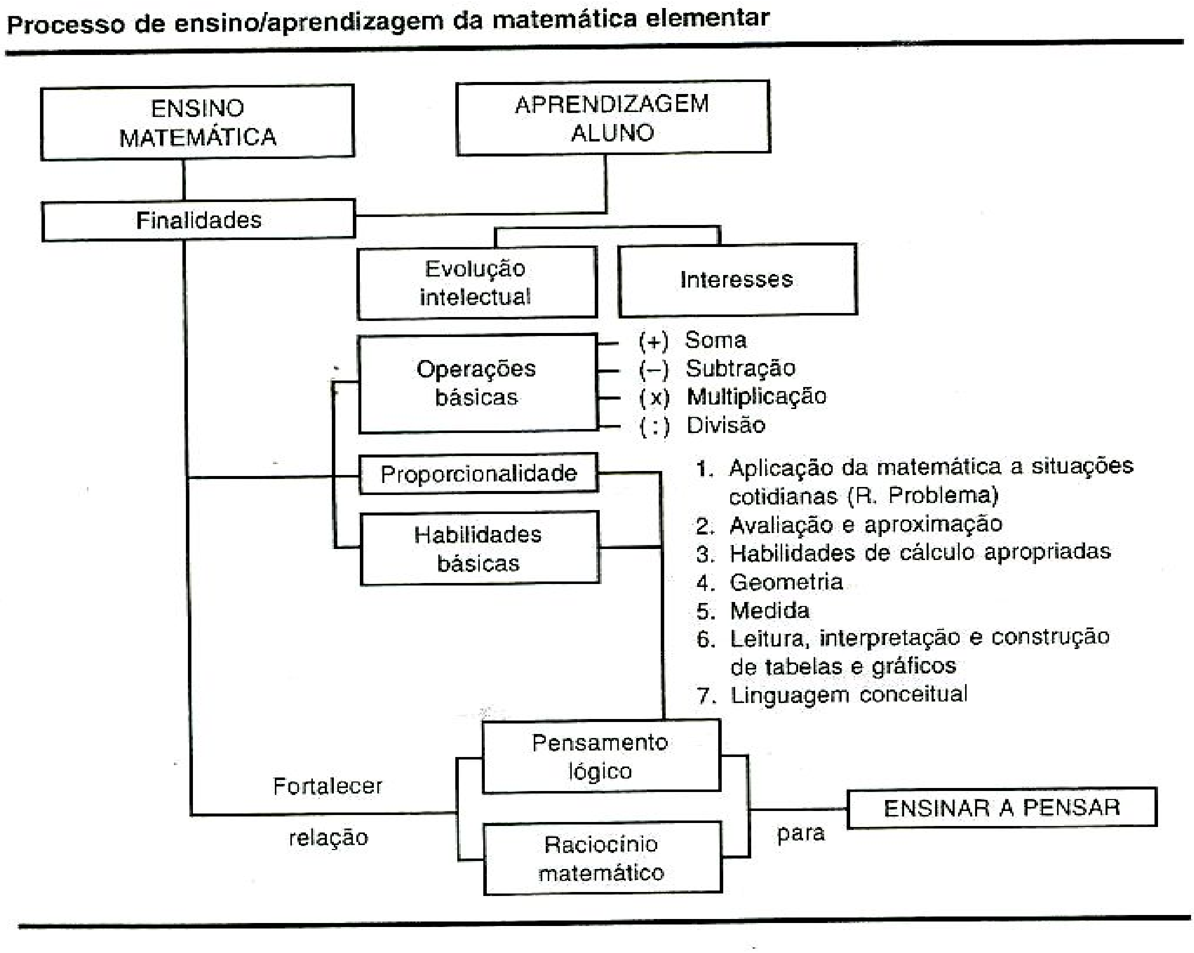
Um problema é, então, uma situação nova ou diferenciada do que já foi aprendido e necessita do uso de técnicas e instrumentos já conhecidos. Assim, um problema inúmeras vezes solucionado torna-se um exercício, e para a solução de um novo problema são necessários os conhecimentos *a priori* gerados nos e dos exercícios anteriores.

A resolução de problemas em Matemática surge da necessidade da formação intelectual do aluno para a elaboração de técnicas que possam ser aplicadas em situações-problema, além do desenvolvimento de estratégias mentais que possibilitarão aos mesmos uma maior aproximação aos campos amplos do pensamento e da vida.

O ensino da Matemática deve ser um ensino que forme para a vida — e deve estar centrado basicamente nas quatro operações e na proporcionalidade (técnica que auxilia na resolução de problemas) — e para o pensamento lógico e o raciocínio matemático. Huete e Bravo (2006) garantem que os dois objetivos são complementares e propõem, como veremos no quadro I, uma proposta para o ensino da Matemática para alunos entre 8 e 12 anos.

Para os referidos autores aprender matemática é um procedimento extraordinário para se adquirir e desenvolver capacidades cognitivas gerais, e acreditam que

> a matemática é uma ciência em que prevalece o método sobre o conteúdo, daí a tendência generalizada de sublinhar a importância de basear o ensino nos processos de pensamento matemáticos subjacentes à resolução de problemas, mais que na simples transferência de conteúdos. (HUETE E BRAVO, 2006, p.21).



Quadro 1: Fonte: Huete e Bravo (2006, p.20)

Um dos principais objetivos do ensino da matemática é dotar os alunos de um saber que tenha significado, sentido para ele. O significado do saber matemático se define não só pelas inúmeras possibilidades de situações em que o conhecimento é realizado como teoria matemática, mas pelas concepções que rejeita, pelos erros que evita, pelas formulações que retoma (BROUSSEAU, 1983).

Os problemas matemáticos devem ter como principal objetivo ensinar os alunos — e o professor, por que não? — a refletirem, a desenvolverem o raciocínio lógico, para que não somente na escola sejam capazes de resolver problemas simples e complexos, mas também em casa, na rua e nos demais ambientes do qual fazem parte. Ensinar o aluno a pensar por si só, com coerência, prudência, sabedoria e coragem deve ser a função máxima da escola e, além de contribuir para a sua autonomia, a escola estará contribuindo para a formação de um cidadão consciente e capaz de assumir suas próprias atitudes e decisões.

> Se a matemática é uma coleção de relações formais e estabelecidas, não há lugar para discutir (...) Mas se matemáticas são também as idéias e produções dos alunos, geradas a partir de um problema, então pode haver lugar para o debate e a demonstração. Nesse debate, nas tentativas de provar ou refutar, os alunos aprendem a explicitar suas idéias, socializam-nas e se formam, pouco a pouco, na arte de demonstrar. (BLOCK E DÁVILA, 1993).

Do ponto de vista do aluno, os problemas matemáticos precisam ter um propósito, um significado que o faça se sentir motivado, impulsionado para a ação. Charles e Lester (1984, em BORRALHO, 1995) apresentam três tipos de variáveis presentes nos processos mentais de resolução de problemas de matemática: (1) *Fatores Afetivos* referentes à pressão, motivação, interesse, perseverança, estresse...; (2) *Fatores relacionados com a experiência*, como familiaridade com o conteúdo e o contexto do problema, além de sua estratégia de resolução, idade...; (3) *Fatores cognitivos* que tratam da capacidade lógica e de leitura, capacidades computacional e espacial etc.

Ainda para Lester (1980, em BORRALHO, 1995), quatro categorias precisam ser consideradas na resolução de problemas, são elas: o problema, o sujeito (aquele que resolve o problema), o processo e o ambiente de resolução de problemas. Problemas descontextualizados, distantes do real, fora do ambiente que eles conhecem e vivenciam, tornam-se, muitas vezes, problemas desgastantes não somente para o aluno como também para o professor. De acordo com ONUCHIC (1999, p.207),

> ao se ensinar Matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. O ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis. Um objetivo de se aprender matemática é o de poder ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos)

A resolução de problemas compreende uma estreita relação entre o aluno e o problema como algo complexo, no qual o aluno desenvolve transformações não somente no plano material externo, mas também no aspecto mental, interno. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL,2000) sugerem que os professores ensinem os alunos fazendo-os questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Polya (1977), nesta linha de pensamento, propõe algumas orientações significativas para o ensino-aprendizagem da resolução de problemas no ensino da matemática. Apresenta alguns passos que podem facilitar a compreensão e resolução do problema:

- *Compreender o problema*: os alunos deverão ler o problema e interpretar o que está sendo proposto e pedido.
- *Estabelecer um plano:* após a interpretação, os alunos estabelecerão um plano de ação para resolver a situação proposta. Tentarão lembrar se já resolveram algum problema semelhante; estabelecerão formas de organizar os dados; verificarão se é necessário resolver o problema por partes e proporão uma ou várias maneiras de encontrar a solução.
- *Executar o plano*: os alunos deverão colocar o plano em ação, organizando os dados, implementando as alternativas para encontrar a solução e realizando os cálculos necessários.
- *Retrospectiva*: os alunos analisarão se a resposta encontrada satisfaz o que o problema estava pedindo. Revisam o que haviam pensado no início, como executaram o planejado, passando novamente pelo caminho que haviam esboçado, obtendo assim o controle da resposta.

Seguir essas etapas na Resolução de um Problema possibilita ao aluno ter um novo olhar para a solução, compreensão e interpretação das questões propostas.

Pozo (1998) explica com clareza a importância da resolução de problemas no ensino da matemática afirmando que, como a matemática é o “idioma” da ciência e da tecnologia, aprender a resolver problemas matemáticos pode contribuir para um aumento do conhecimento científico e tecnológico, além de melhor lidar com a complexidade do mundo atual.

Todavia, alguns mitos ou crenças dos estudantes sobre a Matemática interferem em um resultado satisfatório quanto a esta ciência. Em uma pesquisa realizada nos Estados Unidos - E.U. A - tendo à frente diversos pesquisadores, entre os quais Lampert (1990) e Schoenfeld (1985), foram apresentadas as opiniões dos estudantes quanto à matemática e a resolução de problemas. Os resultados foram os seguintes:

- *Os problemas matemáticos têm uma e somente uma resposta correta*.

É comum observarmos alunos que acreditam que um problema possui apenas uma resposta correta. Esta crença reflete muitas vezes a postura de seus professores que, por falta de formação ou conhecimento matemático, acreditam que a matemática é uma ciência “exata” e não haveria possibilidade de se alcançar mais de uma resposta para um único problema.

- *Existe somente uma forma correta de resolver um problema matemático e, normalmente, o correto é seguir a última regra demonstrada em aula pelo professor.*

Esse mito ocorre, na maioria das vezes, pelo fato de que alguns professores ensinam os conteúdos e posteriormente aplicam problemas somente referentes aos conteúdos dados. Os problemas, nesse caso, são sempre relacionados aos conteúdos recentes, tornando-se exercícios de aplicação, não problemas uma vez que os problemas não precisam estar relacionados com os conteúdos dados.

- *Os estudantes “normais” não são capazes de entender Matemática; somente podem esperar memorizá-la e aplicar mecanicamente aquilo que aprenderam sem entender.*

Aprender os conteúdos matemáticos durante muito tempo esteve relacionado à capacidade intelectual. Somente os mais dotados cognitivamente teriam condições de aprender matemática. Sabemos que essa idéia não é verdadeira, visto que qualquer pessoa que se proponha a estudar matemática terá condições de desenvolver seus conhecimentos nesse segmento.

- *Os estudantes que entenderam Matemática devem ser capazes de resolver um problema em cinco minutos ou menos.*

O tempo gasto na resolução de um problema não determina a qualidade da resolução. As pessoas possuem ritmos e tempos diferentes, e afirmar que somente aqueles que resolvem mais rapidamente alcançarão melhores resultados é desconsiderar a diversidade e a subjetividade humana.

- *A Matemática ensinada na escola não possui relação direta com o mundo real.*

Os estudantes acreditam na ausência de relação entre a matemática da escola e a do mundo real, pois não vêem um vínculo direto entre os dois segmentos. Os professores, muitas vezes, não buscam a construção dessa relação e a matemática é vista nas escolas como algo distante do mundo real. A ausência de contextualização nas salas de aula torna tal questão um problema preocupante em escolas brasileiras.

- *As regras formais da Matemática são irrelevantes para os processos de descobrimento e da invenção.*

O processo de invenção e descobrimento é resultado de mentes criativas que desenvolveram a capacidade imaginativa. Contudo, não há como negar a necessidade das regras matemáticas nos processos de descobrimento e invenção, uma vez que a matemática torna-se uma ferramenta fundamental para a validação de idéias e projetos.

Essas idéias equivocadas quanto à Matemática e aos problemas matemáticos impedem o desenvolvimento cognitivo e impossibilitam um olhar diferenciado para outras possibilidades do aprendizado da matemática. Indiretamente a escola, na maioria das vezes, reforça esses mitos através da atitude de seus professores de matemática, que necessitam em sua grande maioria, de formação continuada a fim de refletir a própria prática e seus resultados. Detectar esses tabus da resolução de problemas não é difícil, nem complicado. Derrubá-lo, porém, exige planejamento e persistência, especialmente por parte dos que atuam na construção de uma nova visão matemática.

Wheatley (1984) afirma que a escola pode alcançar bons resultados com os alunos na resolução de problemas sugerindo as seguintes recomendações:

- *Criar uma atmosfera propícia para a exploração*. A sala de aula precisa se tornar um espaço agradável onde o aluno se sinta bem para propor, questionar, criar e refutar idéias e possibilidades na resolução dos problemas. Os professores, dentro dessa prática criadora, tornam-se orientadores e colaboradores na construção do conhecimento.

- *Fomentar posturas de interesse e desafio para a exploração de problemas orais.* É notório que inúmeros alunos apresentam dificuldade na interpretação dos problemas, e é papel da escola criar espaços para que sejam desenvolvidas atividades voltadas para a prática da leitura e interpretação dos problemas antes de sua solução.

- *Apresentar situações problemáticas variadas que dêem à criança possibilidade de observar, descrever, classificar, ordenar, comparar e conjecturar, possibilitando um bom desenvolvimento mental.* Quanto mais tipos de problemas diferentes o aluno tiver contato, problemas abertos/fechados, aditivos/multiplicativos, de raciocínio lógico, entre outros, melhor será sua habilidade cognitiva na resolução de problemas. A variedade de problemas possibilita ao aluno perceber que os problemas se apresentam de várias formas e, desse modo, no mundo real ele verá que a matemática está presente nas mais diversas situações vividas.
- *Incentivar as crianças a desenvolverem estratégias de resolução de problemas.* As crianças são matemáticas por natureza, pois criam espontaneamente diferentes formas para se chegar a um resultado. No entanto, sem incentivo e estímulo, as crianças dificilmente se sentirão à vontade para desenvolver estratégias na resolução de problemas.
- *Dar importância à atividade de contar e à formação de padrões.* A atividade de contar é a primeira atividade matemática desenvolvida pelo ser humano. Na escola essa atividade não pode ser ignorada, pois este conhecimento a criança já traz ao vir à escola e, a partir dele, outros conhecimentos matemáticos serão desenvolvidos.
- *Facilitar às crianças materiais manipuláveis.* Inúmeras pesquisas apontam a importância de se utilizar materiais manipuláveis com as primeiras séries do ensino fundamental. Permitir que o aluno manuseie esses materiais na resolução dos problemas pode ser um meio auxiliar para o sucesso da resolução. Veremos mais adiante que apenas os materiais manipuláveis, sem o auxílio de outros instrumentos e do professor, podem não ser tão estimulantes e eficazes no ensino da matemática.
- *Fomentar a interação entre as crianças.* O trabalho coletivo contribui significativamente para o desenvolvimento intelectual, social e emocional do aluno. Desenvolver a capacidade de ouvir a opinião do outro, contribuir na construção de novas idéias e saber que se pode abrir mão de uma solução individual para que esta solução se torne do grupo, bem mais elaborada, enriquece o indivíduo e desenvolve na criança a maturidade e a capacidade de construção coletiva.

Através dessas atitudes positivas e de inúmeras outras se desenvolve no ambiente escolar um espaço saudável em que a descoberta e o conhecimento caminham de mãos dadas, sem preocupação com o erro, a repressão ou o medo da tentativa. A Matemática, assim, deixa de ser uma ciência vista muitas vezes como acabada, pronta, e ganha uma nova roupagem de uma área na qual muito se tem a desenvolver e está constantemente se transformando e se reinventando.

1.2 - ALGUMAS PESQUISAS SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Muitas produções científicas são realizadas e publicadas no campo da matemática. A revista *Mathematical Reviews*, responsável por registrar e comentar os trabalhos matemáticos publicados que pretendem ser originais, já chegou, no ano de 1989, à marca de 01 milhão de trabalhos registrados. No Brasil podem-se encontrar muitas pesquisas nacionais e produções científicas em matemática publicadas em diversas revistas do segmento. Veremos algumas dessas pesquisas que tratam de resolução de problemas em matemática.

De acordo com Franchi (1994), são encontradas dificuldades relacionadas à resolução de problemas por parte dos alunos ligada à passagem dos textos dos problemas para a linguagem matemática. A autora afirma que a especificidade de cada uma das situações interpretativas de uma operação matemática nem sempre é considerada. Garante que descrições verbais padronizadas acentuam a influência das “dicas” verbais e do aspecto cronológico das informações do enunciado, ocorrendo erros e acertos devidos a uma leitura viciada do texto. Em suma, a autora destaca a importância de um trabalho nas escolas voltado para as representações intermediárias entre a linguagem do cotidiano e a linguagem matemática.

Rabelo (1995), ao perceber esta dificuldade de leitura da linguagem matemática por parte de seus alunos, realizou durante quatro anos um trabalho de produção e interpretação de textos matemáticos em turmas de 1ª a 4ª séries. Percebeu que, com o passar do tempo, a convivência dos alunos com esses textos se tornou tão natural quanto à construção e interpretação de contos de fadas. Conclui, ao final da pesquisa, que efetivamente seus alunos demonstraram uma grande competência em atividades de resolução de problemas após terem passado por esta experiência de interpretação e elaboração de textos matemáticos.

Para Lopes et al (1994), a resolução de problema deve ter por principal objetivo o desenvolvimento da capacidade cognitiva dos alunos, e para tal é necessária a elaboração de problemas que possibilitem aos mesmos pensar sobre o próprio pensamento. Segundo Schoenfeld (1985) e Fernandes (1988), o processo de resolução de problemas envolve quatro aspectos:

- Conhecimento de fatos, algoritmos e de dados matemáticos que cada indivíduo possui;
- Conhecimento de estratégias de resolução ou heurísticas;
- Conhecimento de estratégias de verificação;
- Sistemas de concepções/pré-conceitos que se relacionam com o modo como cada um vê a si próprio, a matemática, os problemas e o mundo em geral.

De acordo com Lopes (1994), o ensino tradicional considera basicamente o primeiro item, visto que os problemas possuem como objetivo único a verificação da aprendizagem e a aplicação de conceitos, algoritmos, propriedades e fatos da matemática.

Quanto a esta questão, Medeiros (2001, p.211) afirma que

> os estudos sobre resolução de problemas realizados nos anos 70 e 80 enfatizaram a questão das estratégias e dos procedimentos ainda visando uma resposta à questão sobre os estudantes poderem ser treinados com as estratégias que conduziram os matemáticos ao sucesso (...) nos anos 90, de uma forma ou de outra, uma grande parte dos pesquisadores continuaram a incorporar em seus estudos, a questão das estratégias e procedimentos.

Essa incorporação se deu de vários modos: através da capacitação docente para a ressignificação da resolução de problemas, focalizando a experiência pessoal dos professores; na busca de melhores resultados dos estudantes em resolver problemas matemáticos verbais[1], além da busca de possíveis fontes dos erros primários e secundários relacionados à resolução de problemas.

Iniciativas voltadas para a análise das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas são cada vez mais freqüentes. Contudo, estudos metacognitivos ainda são raros e precisam ser incentivados para que sejam utilizados no cotidiano escolar com maior freqüência. Dentro da Psicologia Cognitiva,

---

[1] Problemas Verbais, segundo Medeiros (2001), são aqueles problemas que possuem um predomínio de termos e expressões da língua materna e que se encontram ou não inseridas em contextos reais.

segundo pesquisas de Jalles (1999), o desenvolvimento de estratégias metacognitivas tem despertado interesse e gerado inúmeros estudos.

Quanto ao uso da calculadora na escola, na resolução de problemas abertos, Medeiros (1999) acredita que pode servir para agilizar e potencializar o cálculo mental. Problemas abertos são aqueles que permitem ao aluno o desenvolvimento de um processo científico, visto que a tentativa, a suposição e o ato de provar e testar estarão presentes na resolução do problema, o que implicará em uma oposição aos problemas fechados. Os problemas abertos não estão ligados diretamente aos últimos conteúdos dados e eles poderão ter uma ou mais soluções, além do que o enunciado do problema não apresenta as respostas como se vê, com freqüência, nos problemas fechados. Segundo a autora,

> (...) já não faz mais sentido afirmar que as calculadoras devem ser evitadas na sala de aula de matemática porque os alunos não iriam mais raciocinar nem se interessar em aprender a tabuada. Muitos deles têm acesso a essas máquinas desde muito cedo. (MEDEIROS, 1999, p.19).

O uso da calculadora nos problemas abertos pode facilitar a compreensão dos alunos no que concerne a um melhor entendimento dos problemas matemáticos, sem mencionar a economia de tempo com os cálculos repetitivos e a maior ênfase no processo de resolução em si. Para Medeiros (1999) o problema não é usar ou não a calculadora, mas trabalhar os cálculos sem compreensão, sem dar significados aos mesmos para o aluno.

Inúmeras pesquisas têm sido publicadas sobre resolução de problemas. Essas pesquisas têm contribuído significativamente para uma maior reflexão quanto ao processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Vale ressaltar que pouco se tem publicado na linha de resolução de problemas matemáticos nas séries iniciais, e se sabe que entender como se desenvolve o pensamento e a construção matemática nesse período é de extrema importância para que se entenda os obstáculos didáticos enfrentados pelos alunos. Brousseau (1976), em sua pesquisa relativa ao ensino dos números decimais, analisa diversos obstáculos didáticos, considerando-os fonte de erros futuros dos alunos. Para Fosnot (1998),

> os erros precisam ser percebidos como resultado das concepções do aprendiz e, portanto, não devem ser minimizados ou evitados. É preciso oferecer investigações abertamente desafiadoras em contextos significativos realistas, permitindo aos aprendizes explorar e gerar muitas possibilidades, tanto corroboradas como contraditórias. As contradições, em particular, precisam ser esclarecidas, exploradas e discutidas. (p. 46)

Não há processo de conhecimento sem erro. O erro é parte constitutiva da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo. Tentar impedir de todas as formas que o aluno erre equivale a obstruir o processo de sucessivas aprendizagens. É o mesmo que impedir que o aluno construa os instrumentos indispensáveis ao seu pensar.

Diversas pesquisas vêm identificando obstáculos em Matemática, tanto no processo histórico quanto em situações de aprendizagem, evidenciando em ambos os casos um processo descontínuo de construção do conhecimento.

Os obstáculos podem ser compreendidos através de sua dupla ação como freio e motor de progresso no desenvolvimento interno de uma ciência, como ocorreram, por exemplo, com as geometrias euclidianas. Nesse caso, segundo a análise feita por Bachelard (1993), o realismo prematuro que conferiu ao postulado das paralelas seu caráter de verdade necessário pode ser compreendido como freio, impedindo que se investigassem alternativas, o que ocorreu somente no século XIX, quando se cogitou negar o postulado, que acabou culminando num enorme avanço no pensamento geométrico. Bachelard (1993) considera a história da Matemática uma maravilha de regularidade e afirma que ela conhece períodos de parada, não conhece períodos de erros.

A superação do obstáculo também tem sido uma questão pouco cuidada diante da resistência que um obstáculo oferece à mudança bem como dificuldade de se estabelecer um controle do mesmo.

A matemática nas séries iniciais requer atenção apurada e investigação constante por parte dos professores, agentes fundamentais nesse processo. É necessário que novos olhares sejam voltados para esta problemática atual e presente na realidade escolar e brasileira.

1.3 - A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS SÉRIES INICIAIS

Crianças pequenas fazem matemática? Durante muito tempo acreditou-se que não, e a matemática na escola tornou-se mais um meio excludente que integrador. Ao desenvolver matemática na escola, não se leva em conta o desenvolvimento cognitivo e afetivo-social do sujeito.

Inúmeras crianças, algumas vezes estereotipadas por seus professores e colegas como incapazes de aprender, são condenadas à repetência ano após ano até que a própria escola os expulsa e nega-lhes o direito do pleno desenvolvimento cognitivo, social, moral e afetivo.

É bem verdade que nossa formação foi moldada a partir de verdades prontas e acabadas, porém, nos tempos modernos, a verdade precisa ser substituída pela relatividade e nossas concepções precisam ser relativas, viabilizando que a sala de aula seja um centro de observação e pesquisa onde os alunos sejam ouvidos e possam justificar seu pensamento e sua lógica.

O professor precisa estar aberto para os novos tempos e para os diferentes modos de ensino-aprendizagem. Segundo Piaget (1970), a atividade das crianças muito se assemelha à atividade do matemático, uma vez que a criança se permite pensar novo e mergulhar, sem medo, na imensidão de possibilidades e complexidades matemáticas.

Algumas idéias sobre o ensino da matemática para as séries iniciais são postas de tal modo que se tornam verdades absolutas para alguns professores e conduzem sua atividade na prática pedagógica. Pavanello (2004) aponta algumas dessas idéias e sugere que os professores repensem tais assertivas. Entre elas menciona-se:

- Material concreto é fundamental para o ensino da matemática inicial;
- Contar não contribui à compreensão numérica;
- Os números ou o sistema numérico devem ser apresentados em parte, sempre a partir dos números menores;
- Tabuada é exclusivamente para memorizar a multiplicação;
- Os problemas são resolvidos por uma única operação;
- O uso de novas tecnologias é um modismo ou o caminho para a aprendizagem matemática.

Quanto ao uso do material concreto (pedrinhas, palitos, blocos de madeira, tampas de garrafas...) para o ensino da matemática o mesmo é algo bastante divulgado nos cursos e oficinas matemáticas aos docentes das séries iniciais. Entretanto é necessário considerar que somente esse tipo de material não é suficiente para desenvolver as habilidades matemáticas básicas do aluno no ensino fundamental. Muitas vezes, com o material concreto, as crianças procuram representar somente o que chamamos de “referentes” do problema e seus dados utilizando muito pouco a escrita na busca da formalização matemática - entende-se aqui como referentes os objetos ou sujeitos que acompanham os dados numéricos. No exemplo, eu tenho 8 maçãs , 8 é a quantidade e a maçã é o referente, pois se refere à quantidade.

É fato comum notar-se a busca da criança por palavras-chave na tentativa de identificar a que operação o problema se refere. O uso do material concreto, neste caso, não auxilia na identificação da operação e, muitas vezes, as palavras-chave, assim como podem conduzir ao acerto identificando a operação adequada, também pode levar ao erro.

Problemas como “Meu irmão tem 7 goiabas, se eu comer 3 das minhas goiabas terei tantas goiabas quanto meu irmão. Quantas goiabas eu tenho?”; “Aurora tem algumas figurinhas. Alice dá-lhe 3. Agora Aurora tem 10 figurinhas. Quantas tinha no começo?” poderão facilmente conduzir à operação inadequada, visto que a palavra *comer* para muitas crianças representa perder; ter a menos, diferente de *dá-lhe* que representaria ganhar, receber, mas que neste problemas o sentido é inverso. Segundo Marincek (2001), desde a 1ª série as crianças conhecem as operações de adição e subtração, relacionam a adição ao termo “ganhou” ou à palavra “mais”, e a subtração com “perdeu” e “menos”. Em algumas situações utilizam cálculo mental e a estimativa para alcançar determinado resultado. Respeitam regras estabelecidas e participam das atividades em grupo. Afirma que são apresentadas regularmente situações-problema e contas às crianças, e estas percebem que o algoritmo é a maneira mais sintética de se calcular uma operação.

O que se discute, de fato, é que o material concreto não é o único recurso para o ensino da matemática nas séries iniciais. Sua manipulação, isolada de outros recursos e mecanismos como a representação gráfica, o raciocínio lógico, o suporte lingüístico e interpretativo do problema, pode não garantir a compreensão matemática de fato.

No que se refere aos números, a como utilizá-los na escola, sabe-se que apenas contá-los ou recitá-los em nada acrescenta ao conhecimento matemático. É necessário que se desenvolva, a partir da contagem, a idéia de cardinalidade e representação de quantidade. Sabe-se que a contagem da criança é entendida mais como um comportamento imitativo ou lúdico do que propriamente consciente, com um propósito determinado. No entanto, o que inicialmente se apresenta apenas como uma característica imitativa deve-se, gradativamente, ir se transformando na necessidade de quantificar os objetos (ao se contar, conta-se algo ou alguma coisa) e de representar essa quantificação através da manipulação dos números e dos seus símbolos.

É imprescindível, portanto, que se considere a contagem como a primeira forma de ingresso da criança no mundo da matemática. Ignorando-se isto, impede-se a criança de fazer reflexões acerca do verdadeiro sentido do que seja contar e suas finalidades.

Esta afirmação é muito freqüente, em especial nas classes de educação infantil e séries iniciais, em que os professores apresentam aos alunos os primeiros números, em geral, somente de 1 a 10, por acreditarem ser complexo para as crianças entenderem os números posteriores, as dezenas. Desse modo, o ensino fragmentado viabilizaria a compreensão para, mais tarde, integrar todo o conjunto. Todavia, pesquisas recentes mostram que apresentando o sistema numérico de modo ampliado, facilita-se a compreensão do aluno na percepção das semelhanças entre dezenas e suas variações.

> O que garante a compreensão do sistema não é a quantidade de informação que é fornecida de uma única vez (dez números de cada vez) nem tampouco a quantidade representada pelo número ou quantos dígitos tem o número (menores que 10). O que garante a compreensão é apresentar e discutir com os alunos o sistema como um todo, tornando aparentes as regularidades, e não as irregularidades (PAVANELLO, 2004, p.15).

O ato de contar, na escola, precisa ser melhor conduzido, uma vez que pode trazer grandes benefícios à compreensão matemática dos alunos e ao significado que eles darão à matemática no momento vivenciado e posteriormente. E o que falar da tabuada? Seu uso está cada vez mais raro nas escolas brasileiras.

Durante bastante tempo, a tabuada foi o centro das aulas de matemática e a ela estavam relacionados sentimentos negativos como o medo de errar, de ser punido, de ser estereotipado como incompetente, além do calafrio na barriga e do suor nas mãos de inúmeras crianças quando eram chamadas à mesa da professora para responder a tabuada de multiplicar na ordem dos números e fora de ordem, em forma “salteada”, como era chamado. A tabuada foi o terror durante muito tempo na escola.

Hoje, novos olhares se voltaram à tabuada e, se utilizada de fato como recurso pedagógico, a tabuada pode tornar-se uma ferramenta muito útil nas aulas de matemática, pois através dela os alunos poderão perceber a relação entre as diversas operações. Isso possibilitará uma reflexão bastante saudável no ambiente escolar. A tabuada não mais deve ser vista como um elemento a ser memorizado, mas como algo a ser entendido a partir de experiências renovadas. Muito pode ser feito utilizando-se a tabuada em sala de aula. Pode-se apresentar aos alunos a estreita relação entre a adição e a subtração, divisão e multiplicação, além da compreensão da comutatividade e dos pares numéricos.

O professor, fazendo uso de sua criatividade, pode também utilizá-la transformando-a em jogos como dominó, baralho, quebra-cabeça, além de muitas outras atividades que podem ser desenvolvidas com o seu uso. Basta que se permita repensar a função e a utilidade do recurso. Abandoná-lo, retirá-lo da escola não resolve o problema, pois este não está centrado no recurso em si, mas nos que fazem uso deles e modo como é utilizado.

A idéia de que primeiro se ensina as operações aritméticas aos alunos e depois elas são aplicadas através de problemas que as envolvam é uma concepção muito forte do ensino tradicional. Sabe-se que quando as operações se constituem apenas de números sem referentes, situação, contexto, elas perdem o significado e o sentido para a criança.

Diante de um problema, a principal preocupação dos alunos é perceber a que operação se refere, pois durante bastante tempo ensinou-se que cada problema possui uma, e apenas uma operação adequada. Segundo Huete e Bravo (2006), a maioria dos sujeitos que comete erros na resolução de problemas matemáticos apresenta dificuldade na falta de compreensão do problema — ou não conhecem o vocabulário específico utilizado, ou a situação apresentada não lhes é familiar — e dificuldade na resolução - incompreensão da relação existente entre os dados e a pergunta. Aplicam operações ao acaso; o importante é chegar a um resultado, por mais absurdo que seja.

> Olha, papai, sou muito bom em aritmética na escola. Posso somar, diminuir, multiplicar e dividir. Posso fazer qualquer outra operação, a que você quiser, muito rapidamente, e sem erros. O problema é que, às vezes, não sei qual delas usar. (WERTHEIMER, 1959, p.125)

Contudo, ao se ler e interpretar os problemas percebe-se que estes, na maioria das vezes, podem ser solucionados com duas, três ou mais operações, dependendo do caminho que se escolha traçar. Para Kamii (1991), a atenção do professor deveria centrar-se no pensamento da criança, e não em sua capacidade para escrever respostas corretas. O pensamento das crianças desenrola-se a partir de sua intuição e sua lógica natural, e os educadores deveriam favorecer esse desenvolvimento, em vez de buscar as definições de objetivos alheios a tal maneira de pensar.

> O professor deve propor situações que estimulem o raciocínio e não a mera aplicação de uma operação; situações em que o emprego de uma operação seja o produto de uma reflexão sobre o significado do problema, sobre os valores nele envolvidos e os valores que se deseja obter (PAVANELLO, 2004, p.24).

É importante que o professor apresente diferentes tipos de problemas e maneiras de se chegar ao resultado — permitindo que o aluno se aventure sozinho para buscar novos modos de resolução — além de, em sala de aula, permitir que diferentes situações sejam apresentadas. É preciso que nossos alunos, diante de um problema, possam, antes de pensar com que operação o resolve, lê-lo, entendê-lo e interpretá-lo para então considerar os dados apresentados e aplicar a(s) operação (ções) mais adequada(s).

Veremos a seguir que os problemas podem ser classificados de várias maneiras, mas nos deteremos nos problemas com estrutura aditiva, segundo Huete e Bravo (2006), visto que estes se constituíram no ponto de partida da pesquisa aqui apresentada com os alunos das séries iniciais.

1.4 - PROBLEMAS COM ESTRUTUTA ADITIVA: Tipos de Problemas Matemáticos

De acordo com Huete e Bravo (2006) no livro *O Ensino da Matemática — Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas,* os problemas podem ser classificados inicialmente em bem-estruturados, aqueles que freqüentemente estão presentes nos livros didáticos — suas regras são claras e os elementos necessários para a solução estão no próprio enunciado — ou podem não apresentar uma estrutura bem definida, sendo assim mal-estruturados, não contendo informações essenciais para sua resolução ou demasiada informação, sendo necessário, muitas vezes, reorganizar o problema para então encontrar sua solução. Os problemas do dia-a-dia costumam ter essa característica mal-estruturada, necessitando que sejam reelaborados para melhor compreendê-los, perceber seus elementos e então pensar e encontrar sua solução.

Os problemas explorados nas séries iniciais, segundo os autores, podem ser aditivos ou multiplicativos. Os de estrutura aditiva podem ser solucionados fazendo uso de uma operação de soma ou subtração. Algumas vezes os alunos utilizam as duas operações para confirmar seu resultado. Ex: Ana tem 7 figurinhas e Roberta 3. Quantas figurinhas as duas têm? Resp. As duas têm 10 figurinhas. (7+3=10 / 10-3=7). Vemos que o aluno, neste exemplo, não se satisfez em encontrar o resultado apenas através da soma, mas necessitou confirmá-lo utilizando a operação inversa. Segundo Marincek (2001),

> trabalhar concomitantemente com a adição e a subtração é bastante favorável, visto que ambas compõem uma mesma família, ou seja, há estreitas conexões entre situações aditivas e subtrativas. (p.37)

Para Vergnaud (1990), com base na Teoria dos Campos Conceituais[2], podem ser obtidas seis relações a partir das estruturas aditivas, que serão apresentadas juntamente com os tipos de problemas aditivos descritos por Huete e Bravo, em número de 4.

1. **Problemas de Causa/Mudança** são os que apresentam uma ação que modifica a quantidade inicial. Ex. Aurora tem algumas figurinhas. Alice dá-lhe

---

[2] A Teoria dos Campos Conceituas é "uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista do seu conteúdo conceitual" (VERGNAUD, 1990,1).

3. Agora Aurora tem 10 figurinhas. Quantas tinha no começo? A incógnita neste exemplo situa-se na quantidade inicial, mas pode estar também no resultado ou entre a quantidade inicial e o resultado. Para Vergnaud (1997), este problema recebe o nome de PARTE-PARTE-TODO, em que duas medidas são compostas para dar lugar à outra medida.

2. **Problemas de Combinação** são os que apresentam uma situação em que os elementos estão separados e deverão ser unidos. Esta ação não provoca qualquer modificação na quantidade inicial. Ex. Cristina tem 7 bolas. Fátima também tem algumas. As duas têm 10 bolas. Quantas bolas tem Fátima? A situação desconhecida também poderia estar no resultado e, desse modo, a equação seria a+b=?. Vergnaud denomina este problema como sendo de TRANSFORMAÇÃO DE ESTADOS ou ESTADO-TRANSFORMAÇÃO-ESTADO, em que uma transformação opera sobre uma medida para dar lugar à outra medida.
3. **Problemas de Comparação** são os problemas que buscam obter a diferença existente entre os elementos apresentados. Ex. Pedro tem 10 carrinhos de brinquedo e Paulo tem 3. Quantos carrinhos de brinquedo Paulo tem a menos que Pedro? Também poderia ser *quantos tem a mais,* considerando que eu tenho *x* e você *y*. Para Vergnaud, a denominação para este tipo de problemas é COMPARAÇÃO DE ESTADOS, em que uma relação une duas medidas.
4. **Problemas de Igualdade** representam a mistura entre os problemas de comparação e mudança, visto que se nota a presença de uma ação que deve ser aplicada a um dos dois conjuntos, além da comparação entre os mesmos. Ex. Paulo tem 10 petecas e João tem 3. Quantas petecas João precisa ganhar para ter a mesma quantidade de Paulo? Nota-se a busca pela diferença entre a quantidade de elementos que os sujeitos possuem, além da mudança aplicada a um dos conjuntos. A pergunta da incógnita pode se apresentar de diversos modos, tais como: terá o mesmo que/ tantas quanto / mais que. Vergnaud denomina este problema como COMPOSIÇÃO DE DUAS TRANFORMAÇÕES, em que duas transformações são compostas para dar lugar a outra transformação.

Além das quatro estruturas aditivas apresentadas por Huete e Bravo (2006), Vergnaud (1990) apresenta outras duas: COMPOSIÇÕES DE RELAÇÕES, onde uma transformação opera sobre um estado relativo para dar lugar a outro estado relativo, e TRANSFORMAÇÃO DE UMA RELAÇÃO, onde dois estados relativos são compostos para dar lugar a um estado relativo. Devido à complexidade dos dois últimos problemas, Vergnaud sugere que sejam trabalhados a partir da 5ª série do Ensino Fundamental.

Huete e Bravo (2006) apontam que, de acordo com pesquisas realizadas (não citam quais, quando e nem onde), os problemas de mudança apresentam-se mais simples para as crianças e os de igualdade mais complexos que os de combinação. Não é mencionado o problema de comparação, mas afirmam que o sucesso na resolução dos problemas é maior quando a incógnita se encontra no resultado.

Ainda apresentam os problemas multiplicativos que, assim como os aditivos, podem ser solucionados utilizando duas operações, no caso, multiplicação e divisão, e classificados também em quatro tipos: problema de razão, problema de comparação, problema de combinação e problema de conversão.

Vemos que apesar de o ensino das quatro operações constar no currículo da escola desde as séries iniciais, muitos alunos ao final deste período ainda sentem dificuldade na aplicação da operação que devem usar diante de um problema. Os problemas aditivos, aparentemente mais simples que os multiplicativos, ainda causam desconforto em muitos alunos.

Este capítulo se propôs a apresentar uma síntese de algumas questões pertinentes ao campo da resolução de problemas aditivos nas series iniciais com o objetivo de facilitar a compreensão da pesquisa realizada e dos resultados obtidos. Vimos que a resolução de problemas está presente no ensino da matemática de tal modo que se torna, muitas vezes, um dos objetivos centrais desta ciência. Discutimos a respeito de alguns mitos e crenças que permeiam na mente dos professores e estudantes de matemática e vimos algumas alternativas para superação. Acompanhamos ainda algumas pesquisas sobre o ensino matemático e percebemos a necessidade de mais produções científicas voltadas às series iniciais. Por fim analisamos, na companhia de alguns autores, a resolução de problemas nas séries iniciais e nos detivemos, ao final do capítulo, nos problemas com estruturas aditivos, centro da referida pesquisa.

No capitulo III veremos como a pesquisa foi realizada, com que instrumentos, com quais sujeitos, e de que modo ocorreu a coleta do material que será analisada posteriormente.

CAPITULO II

TECENDO OS CAMINHOS DA PESQUISA

Talvez o primeiro fato que tenha impulsionado na realização desta pesquisa junto às séries iniciais se deu pelo motivo de que minha primeira experiência como professora tenha sido no ensino fundamental de 1ª a 4ª séries.

Nessas turmas tive a feliz oportunidade de lecionar todas as disciplinas básicas durante cinco anos e pude perceber que era a matemática uma das maiores dificuldades das turmas. Em minha experiência como docente, promovi inúmeras atividades práticas, nas quais a matemática era vivenciada nas compras que fazíamos, após a autorização dos pais, direção e longos planejamentos; nas atividades que envolviam a participação dos pais em casa, além das feiras de ciência onde sempre tínhamos algo sobre a matemática para apresentar. Não me recordo que alguém tenha ficado reprovado nesta disciplina. Contudo, alguns alunos, apesar do claro empenho, ainda assim não obtinham bons rendimentos nesta ciência, sobretudo com relação à resolução de problemas. Foi deste contexto pedagógico inquietador que surgiu a necessidade de investigação sobre o tema *resolução de problemas nas séries iniciais.*

O objetivo deste capítulo é justificar a problemática da pesquisa ora apresentada, identificando os sujeitos participantes, alunos e professores das séries iniciais, bem como verificar os meios e instrumentos utilizados para a coleta de dados.

2.1 - O PROBLEMA: POR QUE AS SÉRIES INICIAIS?

As séries iniciais, como a própria expressão explica, são aquelas séries cursadas por um indivíduo ao ingressar no universo escolar, ou seja, os primeiros anos de formação informativa e formativa. Também é nessas séries que as primeiras noções são construídas do ponto de vista da matemática escolar. São nestas séries que as bases cognitivas têm a possibilidade de solidificar o necessário para a formulação de idéias inflexíveis por toda a vida, ou elásticas, que poderão ser renovadas a cada nova descoberta.

A noção de matemática, de ciência, de língua portuguesa, da idéia de sociedade, de arte e de religião se manifesta e se estrutura muito antes do indivíduo ingressar no ambiente escolar, e quando este chega à escola traz toda uma vida consigo repleta de experiências vividas e sentidas. A escola, portanto, deveria ser responsável pela organização destas informações e pela “fermentação” das mesmas em níveis mais complexos, para não dizer abstratos. Desse modo, admitimos que tudo começa nas séries iniciais, daí a relevância de olhares atentos e preocupados com o que e como se ensina e com o que e como se aprende neste período de intensas atividades escolares.

Partindo desse ponto e considerando as dificuldades dos professores que não sabem mais o que fazer quanto ao processo ensino-aprendizagem dos seus alunos em matemática, que na 4ª série trazem grandes lacunas quanto ao conhecimento matemático e ficam reprovados ano após ano, é que se resolveu desenvolver esta pesquisa, mais especificamente com alunos da 4ª série, pois como já se encontram ao final do 1º ciclo do ensino fundamental, avaliar sua compreensão acerca de problemas aditivos, poderia nos abrir caminhos para ver como está se dando a formação dos mesmos quanto à resolução de problemas e quanto aos caminhos para se chegar aos resultados.

Interessou também observar a atitude das professoras participantes da pesquisa quanto à idéia do que seja para elas problema complexo e como estão conduzindo a educação matemática partindo do ponto de vista da resolução de problemas aditivos. Diante disso, é que se propõe a analisar o seguinte problema: **A concepção dos professores se a complexidade de um problema é determinante no rendimento dos alunos.**

Como objetivo específico se quis verificar se existem outros fatores que influenciam no rendimento dos alunos na resolução de problemas aditivos simples, segundo Huete e Bravo (2006), bem como identificar, a partir de critérios definidos pelos autores da pesquisa, quais os tipos de problemas que se apresentam mais complexos do ponto de vista da resolução dos alunos.

2.2 - SUJEITOS DA PESQUISA

Fizeram parte desta pesquisa um total de 205 alunos de 8 turmas de 4° série do Ensino Fundamental, e 7 professoras das turmas participantes. Os alunos são oriundos de escolas de Ensino Fundamental da rede federal, estadual, municipal e particular de Ensino da capital paraense, e de dois municípios do mesmo estado fincando assim distribuídos:

Belém I: *20 alunos* ....Escola A1
Belém II: *23 alunos*........................Escola A2
Belém III: *29 alunos*.......................Escola B1
Belém IV: *28 alunos*.......................Escola B2
Belém V: *32 alunos*....................... Escola C
Capanema : *26 alunos*...................Escola D
Bragança I: *13 alunos*....................Escola E
Bragança II: *34 alunos*...................Escola F

2.3 - CARACTERIZAÇÃO DAS ESCOLAS PESQUISADAS

A aplicação do questionário contendo os 17 problemas aditivos foi realizada em 06 escolas paraenses, em turmas de 4ª série, sendo 03 delas municipais, 01 federal, 01 estadual e 01 de iniciativa privada.

A pesquisa foi realizada em três municípios distintos:

Capanema-PA : situada a 160 km da capital do estado, com uma população de 60.000 habitantes;

Bragança-PA : localizada a 210 km da capital paraense e destacando-se no cenário estadual por seus 380 anos de fundação e seus 102.000 habitantes;

Belém – PA : capital do estado do Pará, situada ao norte do país com 1.186.926 habitantes.

Para resguardar a identidade das escolas pesquisadas, estas serão denominadas Escolas A, B, C, D, E, F.

Escola A: Subdividida em **A1 e A2**, segundo a pesquisa realizada em duas turmas, com a mesma professora. É uma escola pública federal situada na capital paraense. Atende 1.864 alunos da Educação Infantil, Ensino Fundamental (1ª a 8ª série), Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos – EJA – e Magistério, possui 230 professores, dentre eles 12 doutores e 20 mestres, além de especialistas e graduados. Está localizada em um bairro periférico e sua clientela é formada por filhos de funcionários do governo federal e da comunidade circunvizinha. Sua estrutura física se constitui de 53 salas de aula, 01 complexo esportivo, 01 complexo de arte, 02 salas multimídia, 02 cantinas, 01 auditório, 01 biblioteca, 01 centro médico, 03 salas de professores, 02 laboratórios de informática, 01 brinquedoteca, 02 salões para eventos, estacionamento, 01 campo de futebol, 01 sala de dança, além de espaços específicos para educação infantil e espaços de lazer, como parquinho e área arborizada.

Escola B: Subdividida em **B1 e B2**, pelo mesmo motivo da escola anterior. É uma escola municipal de Belém do Pará e também está localizada em um bairro periférico da cidade. Foi fundada em 13 de setembro de 1996 e possui 1.130 alunos e 80 funcionários que trabalham diretamente na escola. Atende Educação Infantil, Ensino Fundamental, EJA e oferece educação profissional aos alunos do EJA e da comunidade através dos cursos de *Design*, Moda e Informática. Todos os professores possuem nível superior e, no que concerne à sua estrutura arquitetônica, possui: 12 salas de aula, 01 sala de leitura, 01 sala de informática, 01 sala de PPA — Projeto Pedagógico de Aprendizagem, 01 quadra de esporte sem cobertura, 01 almoxarifado, 01 sala de arte e expressão, 01 copa com refeitório, 01 parquinho, 01 sala de música (Projeto TIM), 01 sala para costura e moda, 04 salas para secretaria, direção, coordenação pedagógica e professores. Os alunos da escola são oriundos do próprio bairro ou de comunidades próximas.

Escola C: De iniciativa privada, está também localizada na capital do estado e atende Educação Infantil e Ensino Fundamental Menor(1ª a 4ª série). Possui 169 alunos matriculados e 08 salas de aula. Os professores somam o total de 15 e todos possuem nível superior. Foi fundada no ano de 2005 e em suas dependências observa-se: 01 quadra esportiva, 01 biblioteca, 01 área de lazer, 01 sala multimídia, 02 lanchonetes, 01 galeria, 01 restaurante, 01 laboratório de informática, diretoria e secretaria.

Escola D: Em Capanema-Pará, a pesquisa foi aplicada em uma Escola Municipal de Ensino Fundamental, a qual foi identificada como **Escola D.** Fundada no dia 13 de julho de 1969, a escola possui 750 alunos e 14 professores (desses, apenas 05 ainda possuem somente o 2º grau). É oferecida na escola Educação Infantil, Ensino Fundamental Menor e EJA (esta última no período noturno). Nas dependências da escola soma-se o total de 07 salas de aula, 01 biblioteca, 01 sala de apoio para classe especial, 01 refeitório, 01 copa, 03 depósitos, 01 quadra de esporte sem cobertura, além das salas da diretoria e secretaria.

Escolas E: É uma escola estadual situada no centro da cidade de Bragança-Pará. Foi fundada em 18 de março de 1986 e sua construção foi realizada por uma entidade filantrópica que participa diretamente das atividades da escola. Possui 07 salas de aula, 01 salão para eventos, 01 copa e 01 sala onde funciona a diretoria e a secretaria. Apesar de ser localizada no centro da cidade, seus alunos são oriundos de bairros periféricos. Atende somente o ensino fundamental menor. Estudam na escola 317 alunos e trabalham 11 professores, desses, apenas 4 possuem nível superior.

Escola F: É uma Escola Municipal de Ensino Fundamental, situada em Bragança-Pará, foi fundada em 08 de julho de 1999 e recebe o título de “escola modelo” em virtude de sua limpeza, estrutura física, formação docente e ensino qualificado. Possui, neste ano de 2007, o número de 1.239 alunos matriculados e 42 professores. A escola atende o Ensino Fundamental Menor, Educação Infantil e EJA. Sua estrutura física é composta por 15 salas de aula, 01 laboratório de informática com 20 microcomputadores, 01 biblioteca, 01 refeitório, 01 copa, 01 almoxarifado, 01 sala dos professores, diretoria e secretaria. Quanto aos professores da escola, todos possuem curso superior ou estão cursando.

Dos 205 alunos, 173 estudam em escolas públicas e 32 em escola privada.

2.4 - OS PROBLEMAS SELECIONADOS E SUA APLICAÇÃO

Segundo Huete e Bravo (2006), os problemas de estrutura aditiva são caracterizados em quatro categorias: causa/mudança, combinação, comparação e igualdade. Nestas categorias, os autores defendem variações ou tipos, perfazendo um total de 17 tipos de problemas aditivos. Construímos um exemplo de problema aditivo de cada um dos tipos definidos por Huete e Bravo (2006) dentro das quatro categorias descritas e detalhadas no capítulo anterior. Um primeiro texto foi desenvolvido com os 17 problemas definidos pelas quatro categorias, como se segue:

Causa/mudança _ 3 tipos
Combinação ____ 2 tipos
Comparação ____ 6 tipos
Igualdade ______ 6 tipos

O teste proposto, a nosso ver, tem como função identificar diferenças de dificuldades na resolução dos problemas. Para detectar essas diferenças, procedemos à montagem de problemas com os mesmos valores de dados, o que permite igualar a dificuldade em função dos valores. Sendo assim, os problemas foram montados com a estrutura proposta por Huete e Bravo (2006), mas considerando como dados os mesmos valores, que foram 3, 7 e 10. Desta forma, os problemas são os seguintes:

I. Problemas de Causa/Mudança

1.a. Aurora tem 7 figurinhas. Alice dá à Aurora, 3 figurinhas. Quantas figurinhas Aurora tem agora?

1.b. Aurora tem 7 figurinhas. Quantas necessita para ter 10 figurinhas?

1.c. Aurora tem algumas figurinhas. Alice dá-lhe 3. Agora Aurora tem 10 figurinhas. Quantas tinha no começo?

II. Problemas de Combinação

2.a. Ana tem 7 figurinhas e Roberta, 3. Quantas figurinhas as duas têm?

2.b. Cristina tem 7 bolas. Fátima também tem algumas. As duas têm 10 bolas. Quantas bolas tem Fátima?

III. Problemas de Comparação

3.a. Roberta tem 10 figurinhas e Cláudia tem 7. Quantas figurinhas Roberta tem a mais que Cláudia?

3.b. Pedro tem 10 carrinhos de brinquedo e Paulo tem 3. Quantos carrinhos de brinquedo Paulo tem a menos que Pedro?

3.c. João tem 3 papagaios (pipas) e Marcos tem 7 a mais que João. Quantos papagaios tem Marcos?

3.d. Carlos tem 10 papagaios (pipas) e João tem 3 a menos que Carlos. Quantos papagaios tem João?

3.e. Valter tem 10 pirulitos. Valter tem 3 pirulitos a mais que André. Quantos pirulitos tem André?

3.f. Benedito tem 7 picolés. Benedito tem 3 picolés a menos que Marta. Quantos picolés tem Marta?

IV. Problemas de Igualdade

4.a. Paulo tem 10 petecas e João tem 3. Quantas petecas João precisa ganhar para ter a mesma quantidade de Paulo?

4.b. Doralice tem 10 lápis e sua irmã tem 3. Quantos lápis Doralice tem que perder para ter a mesma quantidade de lápis que sua irmã?

4.c. Juca tem 3 goiabas. Se apanhar mais 7 goiabas, terá o mesmo que seu irmão. Quantas goiabas tem seu irmão?

4.d. Meu irmão tem 7 goiabas. Se eu comer 3 das minhas goiabas, terei tantas goiabas quanto meu irmão. Quantas goiabas eu tenho?

4.e. Eu tenho 10 bananas. Se dou 3 para o meu primo, eu terei a mesma quantidade de bananas que meu primo. Quantas bananas tem meu primo?

4.f. Meu irmão José tem 7 fitas de vídeo. Se meu irmão Raimundo perde 3, terá a mesma quantidade que José. Quantas fitas de vídeo Raimundo tem?

Para que não houvesse efeitos de estruturas semelhantes entre os tipos de problemas, procedemos a um sorteio dos vários tipos. Esse segundo texto, com os problemas distribuídos aleatoriamente, é que foi considerado o texto final para ser aplicado aos alunos. Esses problemas tiveram ainda a sua montagem segundo o que se propõe atualmente sobre contextualização no cotidiano dos alunos (SILVA E SANTO, 2004), propondo soluções que envolviam atividades regionais e cotidianas. O texto de aplicação ficou então constituído segundo ANEXO 1 (p.94).

Solicitamos a permissão da direção de cada escola para aplicar o teste e, em seguida, ao manter contacto com as professoras, todas confirmaram a autorização da direção e concordaram que suas turmas participassem da pesquisa.

Antes da aplicação dos problemas, foram dadas as seguintes instruções: *1.* Todos deveriam resolver todas as questões propostas; *2.* Se houvesse algum erro percebido pelos alunos, eles deveriam colocá-lo entre chaves e fazer ao lado a resposta que eles considerassem adequada; *3.* Não seria permitido utilizar material auxiliar, nem consultar os colegas para fazer a resolução das questões; *4.* Foi comunicado que os alunos não esquecessem de escrever seu nome na folha; *5.* Os códigos na lateral do papel seriam apenas para o uso da pesquisadora, sem haver relação com a resposta ou com as questões propostas. Foram lidos os problemas juntamente com os alunos que, diante de qualquer dúvida, eram esclarecidos. As professoras estavam sempre presentes durante a aplicação dos problemas.

O interesse por parte das professoras era notado claramente e havia certa preocupação que seus alunos se saíssem bem, visto que se tratavam de problemas aditivos e como eles já estavam na 4ª série o resultado negativo da turma seria um tanto decepcionante. Como os problemas não eram corrigidos nem avaliados junto à pesquisadora ainda em sala de aula com os alunos, as professoras sempre diziam que no dia seguinte iriam aplicá-los e ver como teria sido a média de acertos da turma.

Antes de todas as intervenções, sempre nos apresentávamos aos alunos, perguntávamos se gostavam de matemática e se eles gostariam de ser nossos colaboradores em uma pesquisa que estávamos realizando. A resposta foi sempre afirmativa às duas perguntas e todos, em todos os lugares, nos receberam muito bem e permitiram nosso livre acesso ao ambiente escolar. Quanto à resposta positiva sobre gostar de matemática, confessamos que foi uma surpresa bastante agradável.

A média de tempo de resolução dos problemas pelos alunos foi de 50 minutos. Na entrega do questionário, observou-se se todas as questões estavam resolvidas e identificadas com nome e idade, agradeceu-se a colaboração e garantiu-se que ao final da pesquisa seria dado um retorno.

2.5 - A VISÃO DAS PROFESSORAS QUANTO AOS PROBLEMAS APLICADOS

Após a aplicação dos problemas aditivos em sala de aula, aplicamos também um segundo questionário às professoras, no qual constava cada um dos 17 problemas aditivos. Foi solicitado que as mesmas avaliassem os problemas quanto à complexidade dos mesmos, segundo a perspectiva de seus alunos, assinalando se eram de baixa, média ou alta complexidade, além de justificar a resposta dada. Pediu-se também, no mesmo questionário, que assinalassem com que freqüência utilizavam esses problemas (nunca, poucas vezes ou freqüentemente) e, ao final, perguntou-se se fazem sempre uso do livro didático em suas aulas de matemática - CONFORME ANEXO 2 (p.96).

Todas as professoras foram muito receptivas e responderam ao questionário proposto. Através desse material coletado junto às docentes buscou-se melhor compreender as respostas dadas pelos alunos quanto aos problemas aplicados.

No capítulo seguinte serão analisados os dados coletados e se construirá uma conexão entre a previsão dos professores sobre cada um dos problemas aditivos aplicados e o rendimento dos seus alunos. Veremos quais turmas obtiveram rendimentos mais significativos e se esses rendimentos se devem à formação de seus professores ou a algum outro fator especifico. Os resultados serão analisados com auxilio de algumas tabelas e figuras além da discussão teórica que será conduzida a partir dos resultados expostos.

CAPITULO III

A DISTÂNCIA ENTRE A PREVISÃO DOS PROFESSORES E O RENDIMENTO REAL DOS ALUNOS

Pretende-se com este capítulo apresentar os resultados obtidos através da coleta de dados com os alunos e professores das séries iniciais, bem como analisar cada um dos problemas aplicados aos alunos, sua classificação segundo Huete e Bravo (2006) e seu rendimento coletivo e por turma. A análise estatística se fará presente na tentativa de facilitar o entendimento dos resultados.

Para a análise dos dados, montamos a Tabela 1 que indica a concepção das professoras sobre cada problema com relação à sua complexidade. De acordo com a complexidade dos problemas, a partir dos rendimentos dos alunos, classificou-se os problemas como de Baixa Complexidade (BC), Média Complexidade (MC) e Alta Complexidade (AC), bem como a prática dos professores em utilizá-los: Poucas Vezes (PV), Freqüentemente (F) ou Nunca (N). Consta também na tabela o percentual de acertos dos alunos em cada turma, seguido do percentual médio de todos os alunos em cada problema.

Para termos um parâmetro sobre a complexidade dos problemas propostos, assumimos que o intervalo de pontuação de rendimentos dos alunos seria entre a menor dessas pontuações, que foi de **34,63%** (Problema 1), e a maior dessas pontuações que foi de **89,76%** (Problema 4). Dessa forma, o tratamento estatístico deu os seguintes intervalos: O primeiro intervalo, considerado o que contém os problemas mais difíceis, isto é, de **Alta Complexidade**, por serem os problemas de menor rendimento dos alunos, ficou entre **34,63% e 53,66%**; O segundo, considerado o que contém os problemas de **Média Complexidade**, uma vez que foram resolvidos pelos alunos em valores médios, entre os de AC e os de BC, e definido entre **54,15% e 70,24%**; O terceiro, considerado de **Baixa Complexidade**, haja vista que, nesse intervalo, o índice de respostas corretas é muito alto, foi definido entre **76,10% e 89,76%**.

Tabela 1: Percentual de Acertos para os Problemas Aditivos de 1 a 17 por Turma e por Problema / Concepção dos Professores sobre a Complexidade dos Problemas e a Freqüência com que o Professor os aplica.

Probl	Concep. Freq.	Belém I A1	Concep. Freq.	Belém II A2	Concep. Freq.	Belém III B1	Concep. Freq.	Belém IV B2	Concep. Freq.	Belém V C	Concep. Freq.	Capan. D	Concep. Freq.	Brag. I E	Concep. Freq.	Brag. II F	Média
1	BC/F	50,00	BC/F	34,78	MC/PV	20,69	AC/N	7,14	BC/N	56,25	MC/PV	30,77	MC/PV	69,23	MC/PV	29,41	34,63
2	BC/N	95,00	BC/N	100,00	MC/PV	41,38	BC/N	42,86	BC/N	81,25	BC/PV	46,15	BC/F	38,46	BC/PV	85,29	67,32
3	BC/PV	80,00	BC/PV	78,26	MC/N	41,38	MC/N	53,57	BC/N	75,00	AC/N	38,46	AC/PV	23,08	BC/F	79,41	60,98
4	BC/N	100,00	BC/N	95,65	BC/F	72,41	BC/N	85,71	BC/N	96,88	BC/F	80,77	MC/PV	84,62	BC/F	100,00	89,76
5	BC/N	75,00	BC/N	95,65	MC/N	55,17	MC/N	46,43	BC/N	84,38	MC/F	53,85	BC/F	38,46	BC/F	94,12	70,24
6	BC/N	90,00	BC/N	91,30	MC/PV	41,38	BC/N	28,57	BC/N	96,88	BC/PV	34,62	BC/PV	100,00	BC/PV	82,35	68,29
7	BC/N	90,00	BC/N	86,96	AC/N	72,41	BC/N	78,57	BC/N	84,38	MC/PV	73,08	BC/F	69,23	BC	94,12	81,95
8	BC/N	55,00	BC/N	73,91	AC/N	37,93	AC/N	32,14	BC/N	78,13	BC/PV	42,31	BC/F	53,85	AC/PV	55,88	53,66
9	BC/N	85,00	BC/N	78,26	MC/PV	48,28	BC/N	46,43	BC/N	87,50	BC/PV	65,38	BC/PV	30,77	AC/PV	79,41	67,32
10	BC/N	85,00	BC/N	69,57	MC/PV	37,93	BC/N	35,71	BC/N	68,75	MC/PV	30,77	BC/F	15,38	BC/PV	76,47	54,63
11	BC/N	100,00	BC/N	100,00	AC/N	72,41	BC/N	78,57	BC/N	96,88	MC/PV	57,69	BC	84,62	BC/PV	97,06	85,85
12	BC/N	80,00	BC/N	86,96	MC/PV	58,62	BC/N	89,29	BC/N	84,38	BC/F	65,38	BC	38,46	AC/PV	85,29	76,10
13	BC/N	85,00	BC/N	86,96	BC/F	65,52	BC/N	89,29	BC/N	93,75	BC/PV	80,77	BC/PV	15,38	MC/PV	91,18	80,49
14	BC/N	100,00	BC/N	91,30	BC/F	79,31	BC/N	89,29	BC/N	93,75	BC/PV	61,54	BC/PV	92,31	BC/PV	85,29	85,85
15	BC/N	85,00	BC/N	78,26	MC/N	44,83	MC/N	57,14	BC/N	59,38	BC/PV	50,00	MC/F	53,85	BC/PV	88,24	64,88
16	BC/PV	50,00	BC/PV	56,52	AC/N	20,69	AC/N	17,86	BC/N	71,88	BC/PV	42,31	BC/F	53,85	MC/PV	55,88	45,85
17	BC/PV	70,00	BC/PV	65,22	MC/N	27,59	AC/N	39,29	BC/N	68,75	BC/PV	34,62	MC/F	30,77	MC/PV	82,35	54,15

A Tabela 2 e a Figura 1 mostram o desempenho dos 205 alunos nos problemas de 1 a 17, levando em consideração o percentual de acertos. Observa-se que no problema 4 as turmas tiveram o melhor desempenho, onde 89,76% dos alunos acertaram esse problema, seguido dos problemas 11 e 14. Já para o problema 1, os alunos mostraram o pior desempenho sendo que apenas 34,63%. .dos alunos conseguiram acertar essa questão.

Tabela 2: Média de acertos (%) dos alunos para os problemas de 1 a 17, dispostos em ordem crescente.

Problemas	Média de acertos (%)	Problemas	Média de acertos (%)
1	34,63	6	68,29
16	45,85	5	70,24
8	53,66	12	76,10
17	54,15	13	80,49
10	54,63	7	81,95
3	60,98	11	85,85
15	64,88	14	85,85
2	67,32	4	89,76
9	67,32		

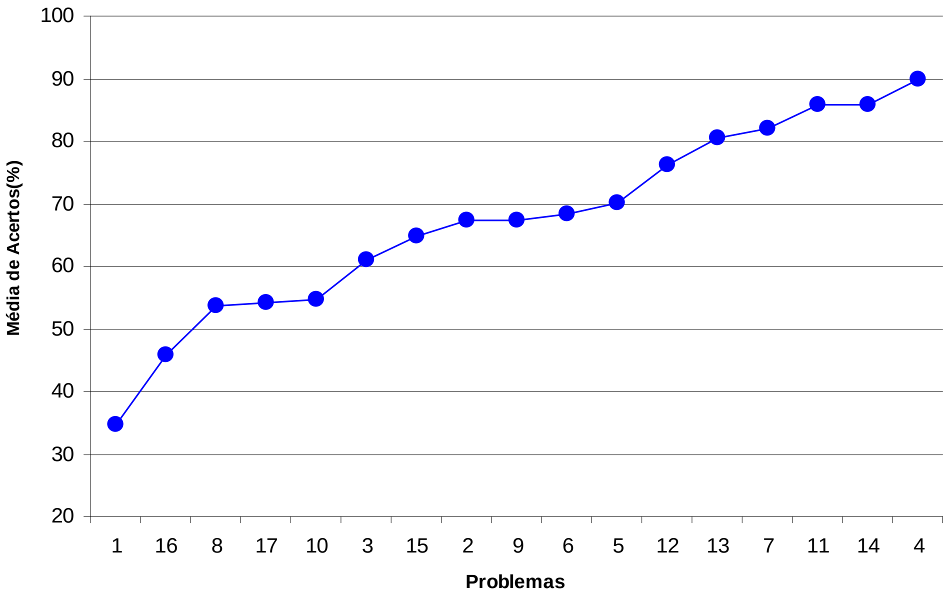


Figura 1: Percentual de acertos dos alunos para os problemas de 1 a 17

A Figura 2 mostra o desempenho por turma para os problemas aplicados. Percebe-se que as turmas Belém I, Belém II, Belém V e Bragança II tiveram um rendimento superior às demais turmas na maioria dos problemas. Podemos destacar ainda que todos os alunos da turma Belém II acertaram os problemas 2 e 11, assim como os alunos da turma Belém I em relação às questões 4 e 14.

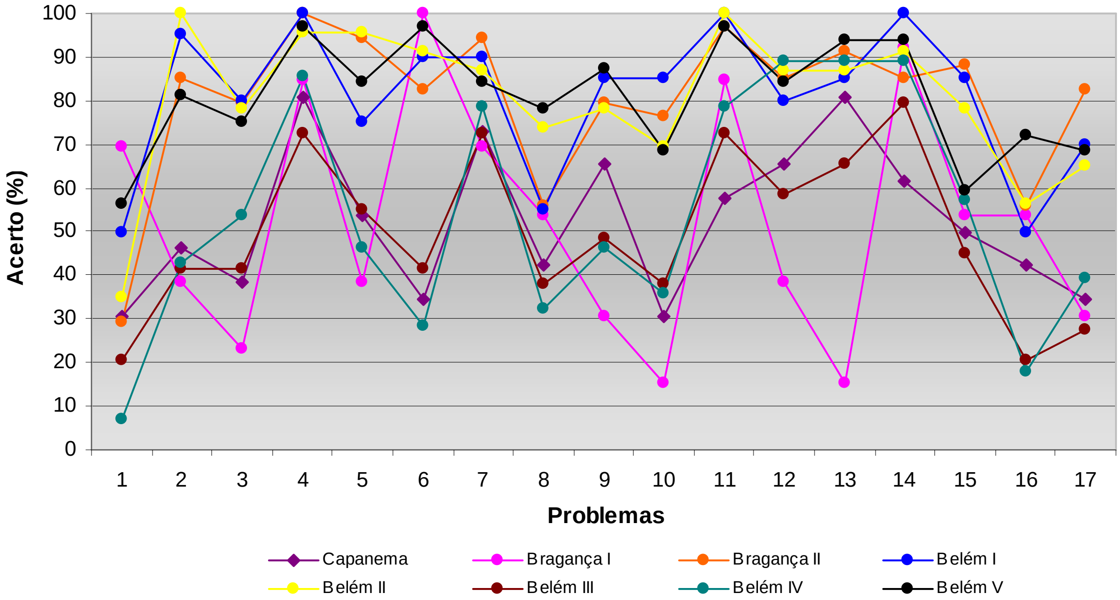


Figura 2: Percentual de acerto das turmas para os problemas de 1 a 17.

3.1 – ANALISANDO OS PROBLEMAS

Vamos então iniciar nossa análise, discorrendo sobre cada problema.

O Problema 1

P.1. Meu irmão tem 7 goiabas. Se eu comer 3 das minhas goiabas, terei tantas goiabas quanto meu irmão. Quantas goiabas eu tenho?

Segundo Huete e Bravo (2006) o problema 1 é do tipo problema de igualdade, e, pelo que foi definido anteriormente, está no intervalo dos problemas de **Alta Complexidade**, tendo como base o rendimento dos alunos, uma vez que foi este o problema que teve menor rendimento, na média dos alunos das oito turmas pesquisadas.

Considerando os rendimentos dos alunos em cada turma, apenas duas professoras previram com acerto o que aconteceria com seus alunos. A primeira foi a professora da turma Belém IV, que estimou para a sua turma que o problema seria de AC e, de fato, a turma rendeu apenas 7, 14%. A segunda professora que acertou seu diagnóstico foi a professora da turma Bragança I, pois previu que esse problema seria de Média Complexidade e sua turma rendeu 69,23%.

As outras cinco professoras não conseguiram prever com certeza em que categoria esse problema se encaixava para seus alunos.

A professora das turmas Belém I e II inferiu ser o problema de BC, mas os alunos renderam 50,0 % e 34,78% respectivamente, indicando ser de AC.

A professora da turma Belém V, previu que o problema 1 seria de Baixa Complexidade para seus alunos, mas este se revelou de Média Complexidade, com rendimento de 56,25%.

As professoras das turmas Capanema, Belém III e Bragança II inferiram que esse problema seria de Média Complexidade para seus alunos, porém este se revelou de Alta Complexidade, uma vez que fez os alunos renderem apenas 30,77%, 20,69% e 29,41%, respectivamente.

Podemos inferir que o problema 1 pode ser considerado de AC e que as professoras não foram felizes em avaliá-lo segundo a capacidade de seus alunos para resolvê-lo, pois três dessas professoras avaliaram-no como de BC, quando para seus alunos o problema foi de AC ou MC, enquanto que três outras professoras avaliaram-no como de MC e apenas uma acertou, enquanto que para os alunos das outras duas professoras o problema foi de AC. Apenas uma professora declarou o problema de AC e seus alunos de fato indicaram por seu rendimento que, de fato, esse problema é de AC para a amostra de alunos pesquisada.

O Problema 2

P.2. Carlos tem 10 papagaios (pipas) e João tem 3 a menos que Carlos. Quantos papagaios tem João?

O problema 2 é um problema classificado por Huete e Bravo (2006) como sendo de Comparação. Baseado no rendimento dos alunos, esse problema foi classificado de **Media Complexidade** (MC), dado o seu rendimento médio de 67,32%, contido no intervalo dos Problemas de MC.

Considerando o rendimento dos alunos em cada turma, quatro professoras declararam que seria um problema de BC e, de fato, seus alunos tiveram ótimos resultados. A professora das turmas Belém I e II declarou ser um problema de BC e seus alunos tiveram um rendimento de 95,0% e 100,0%, respectivamente. As professoras das turmas Belém V e Bragança II também declararam ser um problema de BC e seus alunos renderam 81,25% e 85,29%, respectivamente.

As professoras das turmas Belém IV, Capanema e Bragança I declararam ser um problema de BC, mas seus alunos renderam o correspondente a um problema de AC, com 42,86%, 46,15% e 38,46%, respectivamente. Somente a professora da turma Belém III declarou-o como de MC e seus alunos renderam o correspondente a um AC.

Esse problema apresenta-se no intervalo dos problemas MC por ter tido um alto índice de rendimento entre as turmas Belém I, II, V e Bragança II, o que permite a inferência de que as professoras desses alunos realmente souberam definir o tipo de problema para seus alunos. Já as outras quatro professoras foram infelizes em suas inferências, dado que o rendimento dos alunos revelou-se contrário às suas previsões. Novamente podemos inferir que, neste segundo problema, a maior parte das professoras não soube avaliar a complexidade dos problemas para seus alunos.

O Problema 3

P.3. Aurora tem algumas figurinhas. Alice dá-lhe 3. Agora Aurora tem 10 figurinhas. Quantas tinha no começo?

O problema 3, segundo Huete e Bravo (2006), é um problema de causa/mudança e foi classificado como sendo de **Média Complexidade** com rendimento médio de 60,98%.

Considerando esse rendimento médio dos alunos, as professoras das turmas Belém I e II, Belém V e Bragança II acertaram em sua inferência, haja vista que seus alunos tiveram rendimento de 80,0%, 78,26%, 75,0% e 79,41% respectivamente, coincidindo com suas previsões de que este problema seria de BC para seus alunos.

As professoras das turmas Belém IV e Belém III erraram em suas previsões, pois seus alunos renderam o correspondente a um problema de AC, com rendimento de 53,57% e 41,38%, enquanto que essas professoras previram ser um problema de MC. As professoras das turmas Capanema e Bragança I acertaram ao inferir ser este problema de AC, confirmado pelos rendimentos de 38,46% e 23,08% respectivamente.

Por este resultado, podemos inferir que este problema é o primeiro em que cinco professoras acertam suas previsões em relação ao rendimento de seus alunos.

O Problema 4

P.4. Ana tem 7 figurinhas e Roberta 3. Quantas figurinhas as duas têm?

O problema 4, segundo Huete e Bravo (2006), é um problema de Combinação e foi classificado, baseado no rendimento dos alunos, em um problema de **Baixa Complexidade**.

Com exceção de uma professora (Bragança I) que inferiu ser um problema de MC e seus alunos tiveram rendimentos correspondentes a um BC com 84,62%, todas as outras consideraram o problema 4 como um problema BC e o rendimento dos alunos correspondeu a essa avaliação pois seus rendimentos foram, na seqüência da tabela, 100,0%, 95,65%, 85,71%, 96,88%, 80,77%, 72,41% e 100,0%.

Podemos inferir que este problema é realmente de fácil solução, o que permitiu às professoras quase unanimemente acertarem suas previsões.

O Problema 5

P.5. Pedro tem 10 carrinhos de brinquedo e Paulo tem 3. Quantos carrinhos de brinquedo Paulo tem a menos que Pedro?

O problema 5 foi classificado por Huete e Bravo (2006) como um problema de comparação e classificado pelo rendimento dos alunos como um problema de **Média Complexidade.**

Pelo rendimento dos alunos, as professoras das turmas Belém I e II, Belém V e Bragança II classificaram corretamente esse problema como de BC, pois seus alunos tiveram rendimentos de 75,0%, 95,65%, 84,38% e 94,12% respectivamente. A professora da turma Belém III também acertou sua previsão, haja vista que seus alunos tiveram um rendimento de 55,17%, correspondendo a um problema previsto como de MC. As demais professoras das turmas Belém IV, Capanema, e Bragança I foram infelizes em sua previsão. A primeira declarou ser um problema de MC, mas seus alunos tiveram um rendimento indicando um problema de AC (46,43%). A segunda declarou ser um problema também de MC, entretanto seus alunos também renderam segundo um problema de AC (53,85%), e a terceira inferiu que esse problema seria de BC e seus alunos tiveram rendimento correspondente a um problema de AC (38,46%).

Pelo resultado apresentado, podemos dizer que este problema foi razoavelmente avaliado, pois das 8 turmas, 5 foram avaliados acertadamente pelas suas professoras.

O Problema 6

P.6. João tem 3 papagaios (pipas) e Marcos tem 7 a mais que João. Quantos papagaios tem Marcos?

O problema 6 foi classificado por Huete e Bravo (2006) como um problema de comparação e classificado, pelo rendimento dos alunos, como um problema de **Média Complexidade.**

Pelo rendimento dos alunos, as professoras das turmas Belém I e II, Belém V, Bragança I e Bragança II acertaram suas previsões, indicando esse problema como sendo de BC, e seus alunos apresentaram rendimentos compatíveis como 90,0%, 91,30%, 96,88%, 100,0% e 82,35%.

A professora da turma Belém IV acertou ao avaliar que, para seus alunos, esse problema seria de AC e o rendimento foi de 28,57%. A professora da turma Capanema declarou que seus alunos teriam facilidade de resolver tal problema, pois o avaliou como de BC, mas os rendimentos foram de um problema de AC (28,57%), e a professora da turma Belém III declarou ser um problema de MC, mas seus alunos renderam o correspondente a um problema de AC.

Pelos resultados analisados, podemos inferir que também esse problema foi bem avaliado, haja vista que das 8 turmas, apenas 2 não renderam o que suas professoras previram.

O Problema 7

P.7. Doralice tem 10 lápis e sua irmã tem 3. Quantos lápis Doralice têm que perder para ter a mesma quantidade de lápis que sua irmã?

Huete e Bravo (2006) classificaram o problema 7 como um problema de igualdade e este foi classificado, pelo rendimento dos alunos, como um problema de **Baixa Complexidade**.

Pelo rendimento dos alunos, as professoras das turmas Belém I e II, Belém IV, Belém V, e Bragança II acertaram suas previsões indicando que o problema 7 é de BC e seus alunos renderam correspondentemente com 90,0%, 86,96%, 78,57%, 84,38 e 94,12%. A professora da turma de Capanema afirmou que esse problema seria de MC, mas seus alunos renderam como sendo um problema BC. A professora da turma Bragança I declarou ser um problema de BC, mas o rendimento dos alunos indicou ser um problema MC (69,23%), e a professora da turma Belém III declarou ser um problema de AC e o rendimento dos alunos indicou ser um problema de BC (72,41%).

Pelos resultados apresentados, podemos inferir que houve uma relativa avaliação dos problemas, já que das 8 turmas, 5 foram avaliadas corretamente.

O Problema 8

P.8. Benedito tem 7 picolés. Benedito tem 3 picolés a menos que Marta. Quantos picolés tem Marta?

O problema 8 foi classificado como um problema de comparação por Huete e Bravo (2006), e classificado pelos autores da pesquisa como um problema de **Alta Complexidade** baseado no rendimento dos alunos.

Considerando tal rendimento, as professoras das turmas Belém II, Belém IV, Belém V e Belém III acertaram suas previsões. A primeira afirmou ser um problema de BC e os alunos de sua turma tiveram rendimento igual a 73,91%. A segunda afirmou ser um problema de AC e seus alunos renderam apenas 32,14%. A terceira professora afirmou ser um problema de BC e seus alunos tiveram rendimento igual a 78,13%, enquanto a quarta professora inferiu que esse problema seria de AC para seus alunos e, de fato, esses renderam apenas 37,93%.

A professora da turma Belém I errou ao afirmar que este seria de BC, pois seus alunos renderam o correspondente a um problema de MC com 55,0%. A professora da turma Capanema inferiu ser este problema de BC, porém seus alunos tiveram rendimento correspondente a um problema de AC, com rendimento igual a

42,31%. A professora da turma Bragança I também afirmou ser este um problema de BC, mas seus alunos também renderam o correspondente a um problema de AC, com 53,85%. Finalmente, a professora da turma Bragança II afirmou ser este um problema de AC e seus alunos renderam conforme a classificação de um problema MC, com 55,88%.

Esses resultados nos levam a inferir que este problema não foi bem avaliado pelas professoras, pois das 8 turmas pesquisadas, a metade foi bem avaliada e a outra metade não foi.

O Problema 9

P.9. Roberta tem 10 figurinhas e Cláudia tem 7. Quantas figurinhas Roberta tem a mais que Cláudia?

Huete e Bravo (2006) classificaram o problema 9 como sendo um problema de comparação e este foi classificado pelo rendimento dos alunos, como um problema de **Média Complexidade.**

O rendimento dos alunos nos permite observar que as professoras das turmas Belém I, Belém II e Belém V acertaram em suas previsões, pois declararam que esse problema era de BC e seus alunos renderam como tal, tendo como rendimento os percentuais 85,0%, 78,26% e 87,50%.

As professoras das turmas Belém IV e Bragança I declararam que esse problema seria de BC, mas seus alunos renderam o correspondente a um problema de AC, com rendimentos iguais a 46,43% e 30,77%, respectivamente. A professora da turma Capanema declarou que este problema seria de BC e seus alunos renderam o correspondente a um problema de MC. A professora da turma Belém III inferiu que este problema seria de MC, porém seus alunos renderam o correspondente a um problema de AC (48,28%), e a professora da turma Bragança II declarou ser este um problema de AC, e seus alunos renderam o correspondente a um problema de BC (79,41%).

Esse resultado indica ser este um problema muito mal avaliado pelas professoras, pois das 8 turmas, apenas 3 foram avaliadas com sucesso pelas suas professoras. Considerando as professoras, apenas duas tiveram sucesso, uma vez que as turmas Belém I e II são da mesma professora.

O Problema 10

P.10. Cristina tem 7 bolas. Fátima também tem algumas. As duas têm 10 bolas. Quantas bolas tem Fátima?

O problema 10 foi classificado como sendo um problema de combinação por Huete e Bravo (2006) e classificado como um problema de **Média Complexidade**, através do rendimento dos alunos, uma vez que apresentou um rendimento médio de 54,63%.

Observando esse rendimento e o de cada uma das turmas em separado, percebemos que apenas duas professoras foram capazes de prever corretamente o grau de complexidade deste problema em relação a seus alunos.

A professora das turmas Belém I e II previu ser este problema de BC, mas apenas os alunos da turma Belém I tiveram rendimento correspondente (85,0%). A turma Belém II apresentou rendimento compatível com a classificação de problema de MC (69,57%). A professora de Bragança II também previu ser um problema de BC para seus alunos, o que foi confirmado por seus rendimentos (76,47%).

As professoras das turmas Belém IV e Bragança I previram este problema como de BC, e seus alunos apresentaram rendimento compatível com um problema AC, com rendimentos de 35,71% e 15,38%. As professoras das turmas Capanema e Belém III inferiram ser este um problema de MC para seus alunos, mas o rendimento foi compatível com um problema de AC, conforme seus rendimentos de 30,77% e 37,93% respectivamente. Finalmente a professora da turma Belém V previu o problema como de BC, mas o rendimento dos alunos foi compatível com um problema de MC (68,75%).

Os resultados desta análise nos permitem a inferência de que este é um problema de MC para a maioria dos alunos, bem como foi de difícil previsão, uma vez que somente duas turmas tiveram rendimento compatível com a previsão de suas professoras.

O Problema 11

P.11. Juca tem 3 goiabas. Se apanhar mais 7 goiabas, terá o mesmo que seu irmão. Quantas goiabas têm seu irmão?

O problema 11, segundo Huete e Bravo (2006), é um problema de igualdade e foi classificado segundo o rendimento dos alunos como sendo um problema de **Baixa Complexidade**, com rendimento médio de 85,85%. Analisando o rendimento de cada turma isoladamente, observamos que é um problema de fácil previsão, pois apenas a professora da turma Belém III errou em sua previsão, afirmando ser um problema de AC para seus alunos, quando estes apresentaram um rendimento de BC. As demais professoras acertaram a previsão que fizeram sobre este problema. A professora das turmas Belém I e II afirmou ser um problema de BC e o rendimento dos alunos foi compatível (100,0% em ambas as turmas).

As professoras das turmas Belém IV, Belém V, Bragança I e Bragança II também previram ser este problema de BC, e o rendimento dos alunos correspondeu à previsão com 78,57%, 96,88%, 84,62%, 97,06%, e a professora da turma Capanema previu ser um problema de MC, o que foi confirmado pelos rendimentos dos alunos (57,69%).

O resultado permite a inferência de que este problema é de fácil previsão, pois apenas uma professora não acertou sua previsão quanto à complexidade do problema para seus alunos.

Problema 12

P.12. Paulo tem 10 petecas e João tem 3. Quantas petecas João precisa ganhar para ter a mesma quantidade de Paulo?

O problema 12 foi classificado por Huete e Bravo (2006) como um problema de igualdade e classificado, segundo o rendimento dos alunos, como um problema de **Baixa Complexidade** com rendimento médio de 76,10%.

Os rendimentos dos alunos nos permitem inferir que este problema é de razoável previsão, pois 5 turmas confirmaram a previsão de suas professoras. As professoras das turmas Belém I e II, Belém IV e Belém V previram ser este problema de BC para seus alunos, sendo confirmado por seus rendimentos com 80,0%, 86,96%, 89,29% e 84,38%. A professora da turma Belém III afirmou ser um problema de MC e o rendimento dos alunos confirmou-o com 58,62%.

Somente as professoras das turmas Capanema e Bragança II falharam em suas previsões. A primeira previu ser um problema de BC, mas o rendimento dos alunos confirmou ser um problema de MC com 65,38%. A segunda previu ser um problema de AC e o rendimento dos alunos mostrou ser um problema de BC com 85,29%.

O Problema 13

P.13. Aurora tem 7 figurinhas. Quantas necessita para ter 10 figurinhas?

O problema 13 foi classificado como um problema de causa/mudança (Huete e Bravo, 2006) e classificado pelo rendimento dos alunos como um problema de **Baixa Complexidade**, com rendimento médio de 80,49%.

O rendimento dos alunos nos permite observar que este problema é de razoável previsão, pois 5 das turmas confirmaram as previsões de suas professoras.

As professoras das turmas Belém I e II, Belém IV, Belém V e Capanema previram ser este problema de BC e o rendimento dos alunos confirmaram tal previsão com rendimentos de 85,0%, 86,96%, 89,29%, 93,75% e 80,77% respectivamente. As professoras de Bragança I e Belém III previram ser este problema de BC, mas os alunos da primeira mostraram rendimento compatível com um problema de AC (15,38%), e os alunos da segunda, um problema de MC (65,52%). Finalmente, a professora da turma Bragança II previu ser um problema de MC, mas o rendimento dos alunos mostrou ser um problema de BC para eles (91,18%).

O Problema 14

P.14. Aurora tem 7 figurinhas. Alice dá à Aurora 3 figurinhas. Quantas figurinhas Aurora tem agora?

O problema 14 foi classificado como um problema de causa/mudança por Huete e Bravo (2006) e classificado como de **Baixa Complexidade** pelo rendimento dos alunos, com média de 85,85%.

O rendimento dos alunos nos permite observar que a professora da turma Capanema foi a única que falhou em sua previsão, afirmando que este problema seria de BC para sua turma, enquanto que o rendimento de seus alunos indicou ser um problema de MC, com 61,53%.

As demais professoras previram corretamente a complexidade deste problema para suas turmas, indicando ser este um problema de fácil previsão. Todas previram ser um problema de BC, o que foi confirmado por seus alunos com rendimentos de 100,0%, 91,30%, 89,29%, 93,75%, 92,31%, 79,31%, e 85,29%, respectivamente na seqüência da tabela.

O Problema 15

P.15. Eu tenho 10 bananas. Se dou 3 para o meu primo, eu terei a mesma quantidade de bananas que meu primo. Quantas bananas tem meu primo?

O problema 15 foi classificado por Huete e Bravo (2006) como um problema de igualdade e classificado, através do rendimento dos alunos, como um problema de **Média Complexidade**, com rendimento médio de 64,88%.

Tal rendimento nos permite observar que as professoras das turmas Belém I e II, Belém IV e Bragança II acertaram suas previsões. As professoras das Turmas Belém I e II e Bragança II previram ser um problema de BC e o rendimento dos alunos confirmou com os percentuais de 85,0%, 78,26% e 88,24% respectivamente. A professora da turma Belém IV afirmou ser um problema de MC e o rendimento confirmou com 57,14%.

Contudo, as professoras das turmas Belém V e Capanema previram ser um problema de BC e o rendimento dos alunos confirmou ser um problema de MC (59,38% e 50,0% respectivamente), enquanto que as professoras das turmas Bragança I e Belém III inferiram ser um problema de MC e confirmou-se ser um problema de AC para seus alunos (53,85% e 44,83%, respectivamente). Isto demonstra que tal problema apresenta certa dificuldade de ser previsto pelas professoras, uma vez que apenas metade delas conseguiu seu intento.

O Problema 16

P.16. Meu irmão José tem 7 fitas de vídeo. Se meu irmão Raimundo perde 3, terá a mesma quantidade que José. Quantas fitas de vídeo Raimundo têm?

O problema 16 foi classificado por Huete e Bravo (2006) como um problema de igualdade e classificado, pelo rendimento dos alunos, em um problema de **Alta Complexidade**, com um rendimento médio de 45,85%.

O rendimento dos alunos nos levou a perceber que 4 das professoras foram felizes em suas previsões. As professoras das turmas Belém IV e Belém III inferiram que este problema seria de AC e foi confirmado pelos rendimentos (17,86% e 20,69%, respectivamente). A professora da turma Belém V previu ser um problema de BC e foi confirmado por seus alunos com 71,88%, enquanto que a professora da turma Bragança II afirmou ser um problema de MC e confirmou-se pelo rendimento de seus alunos com 55,88%.

As professoras das turmas Belém I e II, Capanema e Bragança I declararam ser um problema de BC, mas os rendimentos dos alunos não confirmaram. Os alunos das turmas Belém I, Capanema e Bragança I tiveram rendimentos compatíveis com um problema de AC, com rendimentos de 50,0%, 42,31% e 53,85% respectivamente, e os alunos da turma Belém II tiveram rendimentos compatíveis com um problema de MC, com rendimento de 56,52%.

Esse resultado nos informa que este problema não foi de fácil previsão para as professoras, haja vista que apenas metade das turmas confirmou suas previsões.

O Problema 17

P.17. Valter tem 10 pirulitos. Valter tem 3 pirulitos a mais que André. Quantos pirulitos tem André?

O problema 17 foi classificado por Huete e Bravo (2006) como um problema de comparação e classificado, pelo rendimento dos alunos, como um problema de **Média Complexidade**, com rendimento de 54,15%.

Esses rendimentos nos informam que esse problema não foi de fácil previsão quanto à complexidade, pois apenas uma professora acertou essa previsão. A professora da turma Belém IV previu ser um problema de AC para seus alunos e estes confirmaram, pois apresentaram um rendimento de 39,29%.

As professoras das turmas Belém I e II e Belém V previram ser um problema de BC, porém os rendimentos dos alunos indicaram ser um problema de MC, com rendimentos de 70,0%, 65,22% e 68,75% respectivamente. A professora da turma

Capanema afirmou ser um problema de BC, mas o rendimento dos alunos mostrou ser um problema de AC (34,62%). As professoras das turmas Bragança I e Belém III inferiram que esse problema seria de MC, mas o rendimento dos alunos foi de AC (30,77% e 27,59%). Finalmente, a professora da turma Bragança II inferiu que o problema seria de MC para seus alunos, entretanto estes apresentaram alto índice de acerto, compatível com um problema BC (82,35%).

3. 2 - AGRUPANDO OS PROBLEMAS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE CLUSTER

Com o objetivo de formar grupos homogêneos de problemas em relação ao desempenho apresentado nas turmas, utilizou-se a análise de *cluster* que busca agrupar elementos baseando-se na similaridade entre eles. Os grupos são determinados de forma a obter-se homogeneidade dentro dos grupos e heterogeneidade entre eles. Os grupos, nos métodos hierárquicos, são geralmente representados por um diagrama bi-dimensional chamado de **dendograma** ou **diagrama de árvore**. Neste diagrama, cada ramo representa um elemento, enquanto a raiz representa o agrupamento de todos os elementos.

Entre os métodos hierárquicos está o método aglomerativo, em que cada elemento inicia-se representando um grupo e, a cada passo, um grupo ou elemento é ligado a outro de acordo com sua similaridade, até o último passo, quando é formado um grupo único com todos os elementos.

Existe uma variedade de métodos aglomerativos, caracterizados de acordo com o critério utilizado para definir as distâncias entre grupos, e o utilizado neste trabalho foi o Método *Complete Linkage*, ou ligação por vizinho mais distante. A Figura 3 apresenta o dendograma, indicando a formação dos grupos a partir dos percentuais de acerto dos alunos para os problemas de 1 a 17.

Adotando um nível de similaridade de 35% na Figura 3, podem-se formar três grupos e classificar os problemas, com a ajuda da Figura 1, da seguinte forma:

Alta Complexidade – Problemas 1, 8 e 16.
Média Complexidade – Problemas 2, 5, 9, 15, 3, 10, 17 e 6.
Baixa Complexidade – Problemas 4, 7, 11, 14, 12 e 13.

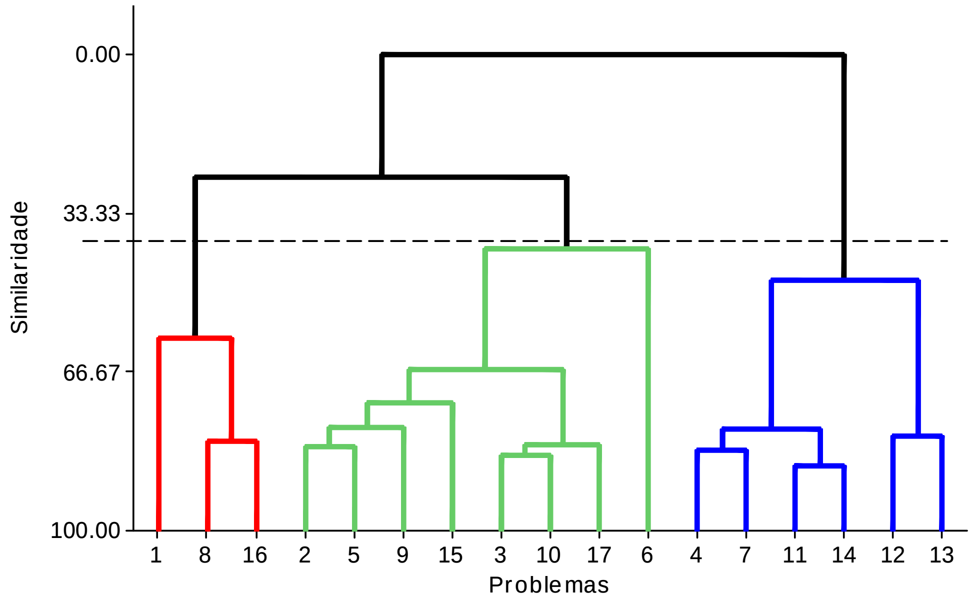


Figura 3: Dendograma do método *complete linkage* ou ligação por vizinho mais distante.

Pela análise feita até então, podemos inferir que as professoras não tiveram, no geral das 8 turmas, previsões satisfatórias quanto à complexidade dos problemas aditivos para seus alunos. Queremos agora afunilar nossa análise no sentido de verificar quem, das professoras, apresentou os maiores índices de previsão correta sobre tal complexidade.

3.3 - CONCORDÂNCIA ENTRE A PREVISÃO DAS PROFESSORAS E A COMPLEXIDADE OBSERVADA

A fim de se comparar a previsão das professoras das turmas com a classificação obtida na Seção 3, baseada no rendimento das turmas, foi utilizado teste estatístico qui-quadrado (χ^2), ao nível de 5%, para testar a hipótese de que a concordância ou não na previsão independe do grau de complexidade do problema.

Tabela 3 : Freqüência das previsões quanto à complexidade do problema.

	Previsão		
Complexidade	Concordantes	Discordantes	Total
AC	5	19	24
MC	15	49	64
BC	40	8	48
Total	60	76	136

A Tabela 3 apresenta a freqüência de previsões concordantes e discordantes por grau de complexidade.

O valor de χ^2 foi igual a 46,3, associado a um P-valor menor que 0,0001. Como esse valor foi menor que o nível de significância estabelecido, podemos concluir que a concordância ou não na previsão depende do grau de complexidade do problema.

Para fazer uma análise mais detalhada do erro na previsão dos professores em relação a cada problema, adotaram-se escores no conjunto {-2, -1, 0, 1, 2), cujos significados são apresentados a seguir:

Escores	Significado
-2	Previsão de que os problemas seriam de Baixa Complexidade, quando eram de Alta Complexidade.
-1	Previsão de que os problemas seriam de Baixa e Média Complexidade, quando eram de Média e Alta Complexidade, respectivamente.
0	Previsão certa.
1	Previsão de que os problemas seriam de Média e Alta Complexidade, quando era de Baixa e Média Complexidade, respectivamente.
2	Previsão de que os problemas seriam de Alta Complexidade, quando eram de Baixa Complexidade.

Quadro 2 : Significado dos Escores: A previsão dos professores.

Baseando-se nesta codificação, pode-se verificar de forma mais simples a previsão dos professores em relação à complexidade dos problemas, como mostra a Tabela 4.

Tabela 4: Escores para as previsões dos professores quanto aos problemas de 1 a 17.

Probl.	Belém I	Belém II	Belém III	Belém IV	Belém V	Capanema	Bragança I	Bragança II
1	-2	-2	-1	-2	-2	-1	-1	-1
8	-2	-2	0	0	-2	-2	-2	0
16	-2	-2	0	0	-2	-2	-2	-1
2	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	0	0	-1	-1	-1	-1
9	-1	-1	0	-1	-1	-1	-1	1
15	-1	-1	0	0	-1	-1	0	-1
3	-1	-1	0	0	-1	1	1	-1
10	-1	-1	0	-1	-1	0	-1	-1
17	-1	-1	0	1	-1	-1	0	0
6	-1	-1	0	1	-1	-1	-1	-1
4	0	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	2	0	0	1	0	0
11	0	0	2	0	0	1	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	1	0	0	0	0	2
13	0	0	0	0	0	0	0	1

Deve-se lembrar que cada professor fez 17 previsões, uma para cada problema, e como são 7 professores mas 8 turmas, no final teremos 136 previsões. Observa-se que, para os problemas de Alta Complexidade, poucos professores conseguiram prever a complexidade do problema, sendo que os problemas 8 e 16 foram previstos corretamente pelas professoras da turma Belém III e IV, e o problema 8 pela professora da turma Bragança II. De modo geral, podemos dizer que o rendimento da turma foi duas unidades abaixo do que a concepção dos professores.

Tabela 5 : Previsão dos professores e rendimento dos alunos

Problema	Belém I		Belém II		Belém III		Belém IV		Belém V		Capanema		Bragança I		Bragança II	
	Prev.	**Rend**	**Prev.**	**Rend**	**Prev.**	**Rend**	**Prev.**	**Rend**	**Prev.**	**Rend**	**Prev.**	**Rend**	**Prev.**	**Rend**	**Prev.**	**Rend**
4	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	MC	BC	BC	BC
7	BC	BC	BC	BC	AC	BC	BC	BC	BC	BC	MC	BC	BC	MC	BC	BC
11	BC	BC	BC	BC	AC	BC	BC	BC	BC	BC	MC	MC	BC	BC	BC	BC
12	BC	BC	BC	BC	MC	MC	BC	BC	BC	BC	BC	MC	BC	AC	AC	BC
13	BC	BC	BC	BC	BC	MC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	AC	MC	BC
14	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	MC	BC	BC	BC	BC
2	BC	BC	BC	BC	MC	AC	BC	AC	BC	BC	BC	AC	BC	AC	BC	BC
3	BC	BC	BC	BC	MC	AC	MC	MC	BC	BC	AC	AC	AC	AC	BC	BC
5	BC	BC	BC	BC	MC	MC	MC	AC	BC	BC	BC	AC	BC	AC	BC	BC
6	BC	BC	BC	BC	MC	AC	AC	AC	BC	BC	BC	AC	BC	MC	BC	BC
10	BC	BC	BC	MC	MC	AC	BC	AC	BC	MC	MC	AC	BC	AC	BC	BC
17	BC	MC	BC	MC	MC	AC	AC	AC	BC	MC	BC	AC	MC	AC	MC	BC
9	BC	BC	BC	BC	MC	AC	BC	AC	BC	BC	BC	MC	BC	AC	AC	BC
15	BC	BC	BC	BC	MC	AC	MC	MC	BC	MC	BC	AC	MC	MC	BC	BC
1	BC	AC	BC	AC	MC	AC	AC	AC	BC	MC	MC	AC	MC	MC	MC	AC
8	BC	MC	BC	BC	AC	AC	AC	AC	BC	BC	BC	AC	BC	AC	AC	MC
16	BC	AC	BC	MC	AC	AC	AC	AC	BC	BC	BC	AC	BC	AC	MC	MC

Para os problemas de Média Complexidade, apenas a professora da turma de Belém III conseguiu prever a complexidade destes problemas. No geral, o rendimento dos alunos ficou uma unidade abaixo da que os professores esperavam.

Já para os problemas de Baixa Complexidade, observa-se que grande parte das professoras conseguiu prever de forma correta a complexidade do problema. Os seis problemas considerados de Baixa Complexidade pelos rendimentos dos alunos foram previstos pelas professoras em um percentual elevado, com um montante de 75,0% de acerto.

Apresentando de outro modo a tabela, sendo a previsão da professora agora comparada ao rendimento de sua turma, a leitura ficaria da seguinte forma:

Das 48 previsões possíveis, foram acertadas 36. Isso mostra que **quanto maior for a complexidade do problema, menos os professores conseguirão prever de forma correta essa complexidade**, uma vez que a freqüência de zeros para essa categoria é relativamente maior em relação às demais.

A Tabela 6 mostra a distribuição das freqüências dos escores em relação à previsão dos professores para cada problema.

Tabela 6: Freqüência dos escores em relação à previsão das professoras quanto a complexidade do problema.

	Escores				
Problemas	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**
1	4	4	0	0	0
8	5	0	3	0	0
16	5	1	2	0	0
2	0	7	1	0	0
5	0	6	2	0	0
9	0	6	1	1	0
15	0	5	3	0	0
3	0	4	2	2	0
10	0	6	2	0	0
17	0	4	3	1	0
6	0	6	1	1	0
4	0	0	7	1	0
7	0	0	6	1	1
11	0	0	6	1	1
14	0	0	8	0	0
12	0	0	6	1	1
13	0	0	7	1	0

Observa-se na Tabela 7 que, nas turmas de Belém III e IV, as professoras mais conseguiram prever corretamente, sendo que, das 17 previsões possíveis, 13 foram corretas na turma Belém III e 11 na turma Belém IV. Foi na turma de Capanema que a professora menos previu corretamente, com apenas 5 acertos. As turmas Belém I, II, V e Bragança II fizeram 8 previsões abaixo da complexidade do problema evidenciado pelos rendimentos dos alunos. De modo geral, percebe-se que, das 138 previsões possíveis, apenas 60 foram acertadas, 49 ficaram uma unidade abaixo da classificação feita e 3 ficaram acima em 2 unidades.

Tabela 7: Freqüência dos escores para as previsões por turma.

	Escores					
Turmas	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**Total**
Belém I	3	8	**6**	0	0	17
Belém II	3	8	**6**	0	0	17
Belém III	0	1	**13**	1	2	17
Belém IV	1	3	**11**	2	0	17
Belém V	3	8	**6**	0	0	17
Capanema	2	6	**5**	4	0	17
Bragança I	2	7	**7**	1	0	17
Bragança II	0	8	**6**	2	1	17
Total	14	49	60	10	3	136

Outro dado significativo da tabela é que a previsão com sucesso parece estar ligada à posição geográfica dos alunos, isto é, há uma diferença significativa entre as previsões das professoras da capital e do interior do estado.

Observe que temos cinco turmas da capital (Belém I, II, III, IV e V) e três turmas do interior (Capanema, Bragança I e Bragança II). Comparando-se a taxa de sucesso de previsão dessas professoras segundo a condição Capital X Interior, temos a considerar:

- A quantidade de previsões possíveis pelas professoras da capital seria de 30 previsões para os problemas de Baixa Complexidade, e para as professoras do interior seria de 18 previsões. Pois bem, a taxa de previsão com sucesso das professoras da capital foi de 90,0%, enquanto que a mesma taxa das professoras do interior foi de 50,0%, o que dá uma diferença significativa, em favor da taxa de previsão com sucesso das professoras da capital, de 40,0%.

- A quantidade de previsões possíveis pelas professoras da capital seria de 40 previsões para os problemas de Média Complexidade, e para as professoras do interior seria de 24 previsões. A taxa de previsão com sucesso das professoras da capital foi de 57,5%**,** enquanto que a mesma taxa das professoras do interior foi de

37,5%, o que dá uma diferença significativa, em favor da taxa de previsão com sucesso das professoras da Capital, de 20,0%.

- Por fim, a quantidade de previsões possíveis pelas professoras da capital seria de 15 previsões para os problemas de Alta Complexidade, e para as professoras do interior seria de 9 previsões. A taxa de previsão com sucesso das professoras da capital foi de 46,7%, enquanto que a mesma taxa das professoras do interior foi de 22,2%, o que dá uma diferença significativa, em favor da taxa de previsão com sucesso das professoras da Capital, de 24,5%.

A conclusão a que se chega nestas análises é que as professoras apresentam maior dificuldade de prever a complexidade dos problemas aditivos de seus alunos quanto maior for o grau de dificuldades desses alunos para resolver esses problemas, e que essa dificuldade é maior por parte das professoras do interior do estado.

De fato, calculando-se a média de taxa de sucesso de previsão das professoras da capital e do interior, os valores médios são de 66,9% e 40,3%, respectivamente, o que dá uma diferença, em favor da taxa de sucesso de previsão das professoras da capital, de 26,6%.

3.4 - FREQÜÊNCIA DE APLICAÇÃO DOS PROBLEMAS E COMPLEXIDADE OBSERVADA

Para testar a hipótese de que a freqüência com que o problema é aplicado influencia na complexidade do problema, observada a partir do rendimento dos alunos, foi realizado um teste de Qui-quadrado (χ^2) para um nível de significância de 5%. A Tabela 8 apresenta a freqüência de aplicação por problema. Observa-se que a maioria dos problemas aqui estudados ou são apresentados poucas vezes ou nunca aos alunos, por suas professoras.

Calculando as médias dessa freqüência, observamos que as médias da freqüência *Nunca* (N) cresce de AC para BC (41,7%; 51,6% e 57,8%) na ordem da tabela, e a freqüência *Poucas Vezes* decresce de BC para AC (31,1%; 35,9% e 41, 7%) também na ordem da tabela.

Tabela 8: Freqüência de Aplicação por Problema.

	Problema	N	PV	F
AC	**1**	2	4	2
	8	5	2	1
	16	3	4	1
	Total	10	10	4
MC	**2**	4	3	1
	5	5	0	3
	9	4	4	0
	15	5	2	1
	3	4	3	1
	10	4	3	1
	17	3	4	1
	6	4	4	0
	Total	33	23	8
BC	**4**	4	3	1
	7	5	1	1
	11	5	2	0
	14	4	3	1
	12	4	2	1
	13	4	3	1
	Total	26.	14	5

Obs: Não foram assinaladas 3 aplicações, permitindo o cálculo com apenas 45 do total de 48.

Já a freqüência *Freqüentemente* se mantém relativamente estável, com ligeiro decrescimento de AC para BC (16,6%; 12,5% e 11,1%). Isto permite a inferência de que os problemas, quanto mais complexos, menos são aplicados aos alunos, e vice-versa. Seria esta uma das explicações plausíveis para a própria complexidade dos problemas evidenciadas nas soluções dos alunos? É o que procuramos comprovar na análise seguinte.

A Tabela 9 apresenta a freqüência de aplicação por grau de complexidade, e foi utilizada para a realização do teste qui-quadrado.

Tabela 9: Freqüência de aplicação por grau de complexidade

	N	PV	F	Total
AC	10	10	4	24
MC	33	23	8	64
BC	26	14	5	45
Total	69	47	17	133

O valor do χ^2 foi igual a 1,66 associado a um P-valor igual a 0,79. Com esse valor podemos concluir que a freqüência com que o professor aplica o problema não está relacionada ao grau de complexidade dos problemas, classificado a partir do rendimento observado nas turmas.

3. 5 - AS SOLUÇÕES DOS ALUNOS

Para esta análise, buscamos observar a tabela 2, desta vez filtrando as informações relativas aos problemas solucionados e suas estruturas dentro de cada classe, segundo o rendimento dos alunos.

Observando os problemas de Baixa Complexidade segundo o rendimento dos alunos, notamos que há três destes problemas cuja previsão correta feita pelos professores foi de 7 em 8, isto é, apenas uma previsão não foi correta (problemas 04, 11 e 14). Esses problemas encontram-se nas categorias Problema de Combinação (04), Problema de Igualdade (11), e Problema de Causa/mudança (14).

04. Ana tem 7 figurinhas e Roberta, 3. Quantas figurinhas as duas têm?

11. Juca tem 3 goiabas. Se apanhar mais 7 goiabas, terá o mesmo que seu irmão. Quantas goiabas tem seu irmão?

14. Aurora tem 7 figurinhas. Alice dá a Aurora, 3 figurinhas. Quantas figurinhas Aurora tem agora?

Observando esses problemas, percebe-se que sua solução exige a mesma estrutura a + b = ?, isto é, a estrutura mais simples de problemas aditivos, também chamados de problemas protótipos.

A literatura tem demonstrado que os problemas que se apresentam com uma estrutura na qual a incógnita ou termo desconhecido está no resultado, são os menos complexos para as crianças (HUETE E BRAVO, 2006), devido a seus altos índices de sucesso na resolução.

Considerando o resultado encontrado, em que estes problemas estão caracterizados pelo sucesso dos alunos como problemas de baixa complexidade, podemos inferir que as professoras que erraram suas previsões podem ter pouca habilidade em prever as dificuldades de seus alunos, como também têm dificuldade de identificar a capacidade de resolução de problemas destes.

Chama-nos a atenção, porém, que os três problemas apresentam uma estrutura de resolução relacionada à proposição direta da linguagem materna e exigindo a operação adição.

Os outros três problemas apresentam três previsões erradas, o que pode ser interpretado como de grau de dificuldade maior que os anteriores (problemas 07, 12 e 13). Esses problemas foram classificados como problemas de igualdade (07 e 12) e de causa/mudança (13).

07. Doralice tem 10 lápis e sua irmã tem 3. Quantos lápis Doralice tem que perder para ter a mesma quantidade de lápis que sua irmã?

12. Paulo tem 10 petecas e João tem 3. Quantas petecas João precisa ganhar para ter a mesma quantidade de Paulo?

13. Aurora tem 7 figurinhas. Quantas necessita para ter 10 figurinhas?

Observando esses problemas, percebe-se que apresentam a mesma estrutura a +/- ? = b. Esta estrutura é mais complexa do que a anterior, pois não está diretamente relacionada com a proposição da linguagem materna, isto é: o problema 7 apresenta a palavra “perder” sugerindo uma subtração, e o problema 12 apresenta a palavra “ganhar”, sugerindo uma adição. São problemas de igualdade por apresentarem a expressão “mesma quantidade”. Já o problema 13 é de causa/mudança por apresentar a expressão “necessita para”, mas a incógnita está no primeiro termo da expressão matemática usual para sua solução. Isto significa que esses problemas, de certa forma, exigem uma operação inversa do que sugere o texto na língua materna.

Portanto, podemos inferir que tais problemas exigem do resolvedor a capacidade de considerar o que Piaget (1957) chama reversibilidade de pensamento.

> Chamaremos de reversibilidade à capacidade de executar uma mesma ação nos dois sentidos de percurso, mas tendo consciência de que se trata da mesma ação. (p. 44).

Estamos aqui considerando que o aluno pode até ser capaz de, utilizando materiais concretos, apresentar um pensamento reversível, mas como o problema se apresenta em linguagem materna, exigindo uma interpretação matemática, este pensamento reversível apresenta limitações relativas à transformação da linguagem materna para a linguagem matemática. Nossa hipótese vem do fato de que Nunes et al (2001), segundo Magina e Campos (2004),

> ao discutir resultados obtidos num estudo diagnóstico constituído de problemas no Campo Conceitual Aditivo, aplicado a 248 crianças com esse nível de escolarização, concluem que a dificuldade dos problemas depende da relação entre a situação descrita e os esquemas de ação que a criança pode utilizar para resolver o problema. Os autores defendem que **quanto mais direta for essa relação, mais fácil se torna o entendimento do problema**" (2001, p. 4, grifo nosso).

Ora, os três primeiros problemas analisados acima apresentam uma relação direta entre a situação descrita (língua materna) e a solução matemática apresentada, dita aqui de **ação que a criança utilizou para resolver o problema** (cf. Magina). Já nos problemas agora discutidos, essa relação entre a situação descrita e a ação a ser executada pelos alunos exige o pensamento reversível, isto é, considerar que na situação descrita o verbo sugere uma operação inversa daquela que é logicamente necessária para a solução do problema. Essa é, parece-nos, a situação ainda não dominada por muitos alunos de nossa amostra.

Essa dificuldade de se relacionar a situação descrita e a ação (esquema operatório) necessária para interpretar e solucionar o problema, expresso na linguagem materna, parece ser também uma dificuldade expressiva na previsão dos professores das séries iniciais sobre a complexidade dos problemas aditivos para seus alunos.

Observando os problemas de Média Complexidade, segundo o rendimento dos alunos, notamos que o problema 3 teve o maior índice de previsões corretas dentre esses problemas, tendo apenas uma previsão incorreta.

03. Aurora tem algumas figurinhas, Alice dá-lhe 3. Agora Aurora tem 10 figurinhas. Quantas tinha no começo?

Este problema foi classificado por Huete e Bravo (2006) como sendo um problema de causa/mudança. Considerando que existem nessa classificação apenas três tipos de problemas, verificamos que os outros dois (13 e 14) foram considerados como problemas de Baixa Complexidade, sendo que o problema 14 ficou entre os problemas mais fáceis de serem previstos, e o problema 13 entre os mais difíceis dentre os problemas de BC.

O problema 14 apresenta uma estrutura muito simples, exigindo do aluno apenas somar os dados para obter o valor procurado. Como já afirmado acima, Nunes et al (2001) podem ter razão ao afirmar que a dificuldade na solução de um problema é função da relação entre a situação descrita (linguagem materna) e os esquemas de ação (esquemas operatórios) que a criança pode utilizar para resolver o problema, e que quanto mais direta for essa relação, mais facilmente o problema será compreendido e com possibilidades de ser solucionado.

Porém, com os problemas 03 e 13 a situação exige um pouco mais de complexidade, pois a situação descrita permite a interpretação? + 3 = 10 no P.3, e 7 + ? = 10 no P.13. Mas a solução exige a operação inversa (ou o pensamento reversível cf. Piaget), isto é, ? = 10 – 3 para P.3, e ? = 10 – 7 para P.13, o que se revela uma complicação maior que o problema 14, confirmando, neste caso, a interpretação de Nunes et al (2001).

O que nos chama a atenção é que o problema 3 foi melhor avaliado pelos professores que o problema 13. O que estaria dificultando/facilitando essa avaliação?

A inferência possível no momento é que há diferenças semânticas nas situações descritas. No problema 03, a palavra “algumas” não parece ser do contexto dos problemas de sala de aula, o que pode ter contribuído para os professores considerarem esse problema de maior complexidade que o problema 13, coincidindo com a interpretação dos alunos. Dizemos isso porque o problema 13 teve sete previsões BC e foi previsto erradamente como de BC por dois professores, e os alunos indicaram ter AC e MC, enquanto que um professor previu o mesmo problema como de MC e seus alunos indicaram ser o problema de BC.

Já no problema 03 houve apenas quatro previsões BC, todas corretas, duas previsões AC também corretas e mais uma previsão MC também correta. Como os problemas 3 e 13 apresentam estruturas semelhantes, a diferença pode estar na semântica da palavra “algumas”, pouco compreensível pelos alunos, na visão dos professores.

Revisando a literatura, encontramos na Internet (http://www.eltiempo.com; acessado em 30/01/2007) um artigo sem outras referências afirmando que, para entender matemática, é necessário saber ler. Afirma o artigo que algumas investigações, como as lideradas por um cientista da University College de Londres (Inglaterra), chamado Brian Butterworth, tem confirmado que, assim como o cérebro humano tem zonas de processamento da linguagem, apresenta também zonas de processamento de cálculo, e que tais zonas apresentam intersecção de atuação para essas áreas de conhecimento. Sendo assim, conhecer o significado das palavras é de suma importância para se proceder à interpretação operatória de um problema.

Observando agora os problemas 05, 06 e 15, também classificados pelo rendimento dos alunos como sendo problemas de Média Complexidade, estes tiveram três previsões erradas. Os problemas 05 e 06 foram classificados como problemas de comparação, e o problema 15 como sendo um problema de igualdade.

05. Pedro tem 10 carrinhos de brinquedo e Paulo tem 3. Quantos carrinhos de brinquedo Paulo tem a menos que Pedro?

06. João tem 3 papagaios (pipas) e Marcos tem 7 a mais que João. Quantos papagaios têm Marcos?

15. Eu tenho 10 bananas. Se eu dou 3 para o meu primo, eu terei a mesma quantidade de bananas que meu primo. Quantas bananas têm meu primo?

Os três problemas apresentam expressões distintas nas situações descritas. O problema 05 utiliza a expressão “a menos”. O problema 06 utiliza a expressão “a mais” e o problema 15 utiliza a expressão “mesma quantidade”, que é o que os diferencia em problemas de comparação (05 e 06) e de igualdade (15). Apesar disso, as operações necessárias para a solução dos problemas seguem a mesma estrutura, isto é, a – b = ? (05 e 15) e a + b = ? (06).

Buscando a literatura sobre as concepções dos professores a respeito das dificuldades dos alunos na resolução de problemas, Martinez Silva (2003) elenca várias dessas concepções, entre elas a forma de redação do problema, pois os professores, segundo o autor, acreditam que algumas palavras importantes no texto provocam ou induzem os alunos ao erro, a ponto de considerarem

> a necessidade de introduzir no texto do problema palavras-chave que sejam utilizadas pelas crianças como indicadores do tipo de operação aritmética que necessitem utilizar para resolvê-lo (MARTINEZ SILVA, 2003, p. 323, tradução nossa)

Esses problemas, porém, não parecem indicar apenas que as expressões do texto sejam indicadoras de dificuldades para a solução dos alunos, mas também para a previsão dessa dificuldade por parte dos professores, haja vista que em cada um deles, três em sete professores não conseguiram previsão correta.

O autor acima citado declara que

> o fato de que apareçam palavras no texto que tenham significado ambíguo para a criança é considerado como uma anomalia do processo didático, em lugar de ser considerado como um objeto de aprendizagem (idem, p. 323, tradução nossa)

No que se refere aos problemas 5 e 6 (problemas de comparação), houve uma congruência entre as expressões “a menos” e “a mais” e as operações a serem realizadas, o que seria indicador de facilitação para a sua solução. No entanto isto não ocorreu, uma vez que esses problemas são de Média Complexidade. Isto é um indicador de que não pode ser somente uma questão de vocabulário dos alunos a influenciar na complexidade de um problema aditivo, levando à proposta dos professores citada acima, sobretudo quando temos a declaração de Vasconcelos (2003), citado por Minotto (2006), de que a busca pela palavra-chave é uma tentativa de se evitar a dúvida se o problema é de adição ou subtração. Todavia, quando os alunos partem desse princípio para a resolução de problemas, a análise e a compreensão dos mesmos são desconsideradas em função da “dica” da palavra-chave, tornando-se, portanto, um obstáculo para a habilidade de resolver problemas aditivos.

Isto, de fato, é preocupante, pois leva os professores à escolha de problemas que não exijam dos alunos preocupação em ativar seus esquemas mentais rumo à capacidade de resolver problemas aditivos ou de qualquer natureza.

Não estamos com isso afirmando que a forma redacional do problema não traga dificuldades aos alunos, considerando-se a faixa etária que está diversificando seu vocabulário na língua materna, o que corrobora com o já afirmado por nós em acordo com Nunes et al (2001), citado acima.

Observando o problema 2, este teve um total de quatro previsões erradas, com uma característica especial: somente uma não foi de BC. O problema foi classificado como um problema de comparação e é um problema de Média Complexidade pelo rendimento dos alunos.

02. Carlos tem 10 papagaios (pipas) e João tem 3 a menos que Carlos. Quantos papagaios tem João?

Observando o problema 09, este obteve um total de cinco previsões erradas. Esse problema foi classificado como um problema de comparação e de Média Complexidade pelo rendimento dos alunos.

09. Roberta tem 10 figurinhas e Cláudia tem 7. Quantas figurinha Roberta tem a mais que Cláudia?

Os problemas 02 e 09 parecem estar no mesmo grau de dificuldade para os alunos, mas foram os que menos previsões corretas tiveram por parte dos professores. A estrutura desses problemas requer uma solução do tipo a – b = ?

Novamente aqui parece ser o problema das expressões “a mais” e “a menos” que provocam a possível complexidade dos problemas. Entretanto a expressão “a menos” do problema 02 parece ter menor indicativo de complexidade por estar coincidindo com a estrutura de resolução do problema, enquanto que o problema 09 apresenta a estrutura básica a – b = ?, mas a situação descrita utiliza a expressão “a mais”, sugerindo soma.

Considerando o que foi analisado dos problemas 5 e 6 e o que temos sobre os problemas 2 e 9, é possível inferir que pode existir a interferência da incongruência entre a situação descrita e a linguagem matemática necessária para a resolução dos problemas, mas também pode estar havendo uma dificuldade de vocabulário dos alunos, pois é possível a inferência de que as expressões “a mais” e “a menos” não são expressões usuais na faixa etária dos alunos. Dessa forma, buscamos o que diz Lopes (2005):

> Com efeito, é comum encontrarmos depoimentos de professores sobre as dificuldades que seus alunos enfrentam na leitura de enunciados e de problemas de Matemática. Em geral, nós, os professores que ensinamos Matemática, dizemos que “os alunos não sabem interpretar *o que o problema pede*” e vislumbramos, como alternativa para a solução da dificuldade, pedir ao professor ou professora de Língua Portuguesa que realize e/ou reforce atividades de interpretação de textos com nossos alunos. (LOPES, 2005, p.64)

O problema levantado por Lopes (2005) tem explicação e solução dada por Smole e Diniz (2001), ao afirmarem que

> (...) a dificuldade que os alunos encontram em ler e compreender textos de problemas está, entre outros fatores, ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo no qual os problemas de matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos de matemática que, portanto, não fazem parte do cotidiano do aluno e até mesmo palavras que têm significados diferentes na matemática e fora dela – total, diferença, ímpar, média, volume, produto – podem constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão. (2005, p.64)

Os problemas 10 e 17, que pelos rendimentos dos alunos foram classificados como problemas de média complexidade, situaram-se no limite entre os problemas de média e alta complexidade uma vez que seus rendimentos foram muito baixos e as professoras tiveram muita dificuldade em prever a complexidade de ambos.

10. Cristina tem 7 bolas. Fátima também tem algumas. As duas têm 10 bolas. Quantas bolas tem Fátima?

17. Valter tem 10 pirulitos. Valter tem 3 pirulitos a mais que André. Quantos pirulitos tem André?

O problemas 10, problema de combinação, das oito previsões possíveis teve seis previsões erradas. Sua estrutura é 7 + ? = 10. Possui em seu enunciado uma expressão pouco usual *algumas,* o que provavelmente passou despercebido pelos professores, mas foi claramente notado no resultado dos alunos pelo reduzido rendimento.

O problema 17 foi o que menos previsões corretas apresentou entre todos os problemas investigados: apenas uma previsão correta. Este problema foi classificado como um problema de comparação. A estrutura deste problema é 10–3 =?

Observando agora este problema, percebe-se que há em sua situação descrita (linguagem materna) a expressão “a mais”, que sugere aos alunos uma adição, mas na estrutura matemática da solução a operação exigida é de subtração e os dados são relativos a Valter, enquanto que a pergunta se refere a André. Portanto, há três complicadores para a solução do problema, o que é muito para o sistema cognitivo dos alunos que, nesta faixa etária, estão começando a possibilidade de considerar mais que uma variável, haja vista que ainda se encontram no período operatório concreto, segundo Piaget (1976).

Observando agora os problemas de Alta Complexidade, percebemos que os problemas 08 e 16 tiveram os menores índices de previsões erradas por parte das professoras (apenas 4). O primeiro foi classificado como um problema de comparação, e o segundo como um problema de igualdade.

08. Benedito tem 7 picolés. Benedito tem 3 picolés a menos que Marta. Quantos picolés têm Marta?

16. Meu irmão José tem 7 fitas de vídeo. Se meu irmão Raimundo perder 3, terá a mesma quantidade que José. Quantas fitas de vídeo Raimundo têm?

É importante observar que, mesmo tendo apenas quatro previsões erradas, estes problemas apresentam mais previsões erradas que os problemas de Baixa Complexidade, pois estes tiveram no máximo três previsões erradas.

Observando agora o problema 01, percebe-se que, das oito previsões possíveis, seis foram erradas, o que dá uma dimensão bastante clara da complexidade desse problema, pois as professoras não foram capazes de prever que soluções seriam dadas pelos seus alunos.

01. Meu irmão tem 7 goiabas. Se eu comer 3 das minhas goiabas, terei tantas goiabas quanto meu irmão. Quantas goiabas eu tenho?

O problema 01 foi classificado como um problema de igualdade. A estrutura do problema 01 é ? - 3 = 7. Pela estrutura do problema, segundo a literatura, ele não é do tipo protótipo e apresenta expressão também pouco usual no vocabulário dos alunos. Seriam estas as variáveis intervenientes para o alto grau de complexidade desse problema?

3.6 - A COMPLEXIDADE EM FUNÇÃO DA CLASSIFICAÇÃO DE HUETE E BRAVO (2006)

Em toda a literatura pesquisada, apenas Huete e Bravo (2006) fazem uma consideração a respeito da complexidade dos problemas aditivos simples, afirmando que, de acordo com pesquisas realizadas (sem informações precisas), os problemas de mudança apresentam-se mais simples para as crianças e os de igualdade mais complexos que os de combinação. Não mencionam o problema de comparação. Afirmam que o sucesso na resolução dos problemas é maior quando a incógnita encontra-se no resultado. Diante destas considerações, vamos agora discorrer sobre esta temática.

A tabela 2 informa quais problemas são de Baixa complexidade, Média Complexidade e Alta Complexidade, segundo o rendimento dos alunos. Percebe-se que as considerações de Huete e Bravo (2006) não se confirmam, pois de acordo com a disposição dos dados, em função de nossa metodologia, encontramos o seguinte:

- Quanto aos problemas de Baixa complexidade, foi encontrado um problema de combinação (04), dois problemas de causa/mudança (13 e 14) e três problemas de igualdade (07 ,11 e 12). Não foi encontrado nenhum problema de comparação.

Por estes resultados, não é possível afirmar que os problemas de causa/mudança sejam mais ou menos complexos que os de igualdade ou vice-versa, nem que os problemas de combinação sejam mais complexos, sobretudo porque há exatamente um exemplar de cada um destes problemas com o mesmo índice de previsões corretas dos professores, isto é, sete previsões (04 – comb.; 11 – igual.; e 14 – causa/mud.) e os mais complexos nesta categoria são de igualdade e causa/mudança, com três previsões erradas (07 e 12 (igual.) e 13 (causa/mud.)).

- Quanto aos problemas de Média Complexidade, também observamos uma distribuição da classificação de Huete e Bravo (2006). Há uma concentração maior dos problemas de comparação, que não estiveram presentes nos problemas de Baixa complexidade, num total de 5 (02, 05, 06, 09 e 17). Mas houve a presença de um problema de causa/mudança (03), um problema de igualdade (15) e um problema de combinação (10).

No entanto, dentro deste grupo, o problema menos complexo, segundo a previsão das professoras, é o problema de causa/mudança, seguido de um de igualdade e um de comparação, e os mais complexos são três de comparação e um de combinação.

Finalmente, no grupo dos problemas de Alta Complexidade, segundo o rendimento dos alunos, também há uma distribuição da classificação de Huete e Bravo (2006). Temos dois problemas de igualdade (01 e 16) e um problema de comparação (08). Não houve representantes do tipo causa/mudança.

Neste grupo os problemas menos complexos, segundo a previsão das professoras, foram de comparação (08) e de igualdade (16), seguidos de outro de igualdade (01).

Em resumo, inferimos que os problemas de causa/mudança se distribuem entre os problemas de BC e MC; os problemas de combinação se distribuem entre os problemas de BC, MC e AC; os problemas de comparação distribuem-se entre os problemas de MC e AC; e os problemas de igualdade distribuem-se em todos os três grupos de problemas. Isto nos leva à conclusão de que, embora haja concentrações de alguns tipos de problemas nos grupos BC, MC e AC, não é este o indicador de complexidade mas, como já afirmado por Nunes et al (2001), segundo Magina e Campos (2004, p.4),

> que a dificuldade dos problemas depende da relação entre a situação descrita e os esquemas de ação que a criança pode utilizar para resolver o problema. Os autores defendem que **quanto mais direta for essa relação, mais fácil se torna o entendimento do problema**” (grifo nosso).

REFLEXÕES CONCLUSIVAS

O problema a ser investigado neste estudo foi "**A concepção dos professores sobre a complexidade de um problema, é determinante no rendimento dos alunos?".**

Para dar conta desta problemática, procuramos analisar se o que o professor pensa sobre a maior ou menor complexidade de um problema influencia no rendimento dos alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, e quais as possíveis causas desse pensar do professor.

Conseqüentemente buscamos determinar alguns fatores que influenciam no rendimento dos alunos na resolução de problemas aditivos simples segundo Huete e Bravo (2006), bem como identificar quais os tipos de problemas que se apresentam mais complexos do ponto de vista da resolução dos alunos.

Nossos resultados indicam que alcançamos nossos objetivos, pois conseguimos perceber por intermédio de nossas análises que os professores apresentam dificuldades de prever, com garantia de sucesso, qual o grau de dificuldade de um problema para os seus alunos.

Importa chamar atenção para o fato de que isto não é trivial, uma vez que a resolução de problemas depende de uma série de fatores que se interconectam, dificultando este tipo de previsão.

Nosso interesse nesta questão da complexidade dos problemas vem do fato de que isto é de vital importância do ponto de vista da avaliação, em especial da avaliação diagnóstica do processo ensino-aprendizagem.

Embora o processo de investigação tenha ocorrido nas séries iniciais, compreender como se dá a complexidade de um problema do ponto de vista de sua resolução diz respeito a todas as séries e níveis de ensino, pois é senso comum que os professores, no momento de planejamento de suas avaliações, costumam levar em conta o nível de dificuldade dos problemas a serem considerados, sobretudo para a avaliação somativa.

Infelizmente, decorrente de práticas docentes tradicionais, ainda há professores que tentam mesclar em suas avaliações problemas que consideram de fácil, média e grande dificuldade, discriminando-os por pontuações diferenciadas, dando menor valor para os problemas mais "fáceis" e crescendo a valorização segundo suas concepções sobre o grau de complexidade do problema.

Isto é um equívoco dos mais perniciosos do ponto de vista da aprendizagem, em especial para o processo da educação inclusiva pois, segundo nossos resultados, a complexidade dos problemas não é de fácil previsão.

Se nossa investigação tratou apenas de problemas aditivos simples e já identificamos a dificuldade dos professores de prever seu grau de complexidade, imagine como seria complicado prever a complexidade de um problema nos níveis mais avançados da escolaridade. Não é à toa que, à medida que avança o nível de escolaridade, aumenta a evasão e repetência dos alunos.

Pelos dados observados, podemos inferir que o sucesso na resolução de problemas depende da consideração pedagógica dos vários fatores que interferem na complexidade dos mesmos e que se revelam nas situações (sobretudo as situações descritas). Segundo Santana, Cazorla e Campos(2006),

> as situações é que dão sentido ao conceito, ou seja, é o referente do conceito; assim, as situações e não os conceitos se constituem no principal ponto de entrada para um dado campo conceitual (p. 4)

Complementam os autores que, na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), o conceito de situação

> não é aplicado no sentido de situação didática e sim no sentido de tarefa e, além disso, toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais se torna importante conhecer sua natureza e dificuldades peculiares (idem, p. 4)

Ora, considerando tais escritos e mais “o impacto do uso de outras situações, registros e representações dos componentes do problema na sua solução” (idem, p. 5), é pertinente considerar que qualquer problema, por mais simples que seja, suscita em diferentes sujeitos, tarefas diferentes com graus de dificuldades diferentes e soluções diferentes, independentemente de estarem certas ou erradas.

Por isso, Rêgo e Azeredo (2006), com base em Zabala (1998), afirmam ser necessário que

> (...) para contribuir para uma aprendizagem efetiva dos alunos os professores precisam levar em conta as contribuições destes tanto no início quanto durante o transcurso das atividades, as quais poderão direcionar o planejamento das seqüências didáticas, sinalizando sobre o que sabem e o que ainda precisam aprender, avaliando-os conforme suas potencialidades reais. (p. 9)

Quanto às variáveis intervenientes para a complexidade dos problemas por nós detectadas, podemos afirmar que apenas procuramos desenvolver metodologia que as comprovassem, uma vez que, como já anunciado anteriormente, estas variáveis são indicadas pela literatura. Talvez tenhamos avançado ao mostrar a complexidade resultante da imbricação dessas variáveis, não descartando que existem outras tanto ou mais importantes neste processo. Daí não concordarmos com Rêgo e Azeredo (2006) ao afirmarem que, do ponto de vista da linguagem formal,

> na medida em que evoluírem, em termos de domínio de conceitos e habilidades matemáticas, os alunos caminharão naturalmente na direção do uso da linguagem formal e dos algoritmos tradicionais, por meio de uma aprendizagem significativa, se seus processos de desenvolvimento forem valorizados e respeitados.(p. 11)

De fato, é necessário que respeitemos e valorizemos os processos de desenvolvimento dos alunos, mas a escola é mais que isso, é a instituição responsável pela difusão do conhecimento historicamente construído pela humanidade, e este não se desenvolve de forma natural, mas de uma transmissão social, por isto mesmo chamado conhecimento formal. Deixar que esta formalização se processe da mesma forma que o conhecimento natural é contribuir para o retardamento da aquisição, ou até mesmo para a inexistência da formalização do conhecimento. Nossa afirmação acima é consoante com as idéias de outros autores, entre eles Lopes (2005), sobre a função fundamental da escola no processo de formalização do conhecimento, sobretudo a respeito da linguagem matemática, como podemos perceber em suas próprias palavras:

> Essa linguagem tem registros orais e escritos e, como qualquer linguagem, apresenta diversos níveis de elaboração, consoante a competência dos interlocutores: a linguagem matemática pelos “matemáticos profissionais”, por traduzir idéias de alto nível, é mais exigente do que a linguagem utilizada para traduzir idéias em uma sala de aula. Da mesma forma, a linguagem natural assume registros de complexidade diferente, dependendo da competência dos falantes. **Há, porém, diferenças marcantes entre a linguagem natural e a linguagem da matemática; uma delas é que esta não se aprende em casa, desde pequeno, mas sim, na escola.** (LOPES, 2005, p.95, grifo nosso)

Grifamos parte dos escritos de Lopes com o intuito de destacar que concordamos em todos os sentidos com o autor, o que nos faz levantar outras inferências de cunho metodológico, como segue: o que nos parece é que o professor deve aproveitar o processo de desenvolvimento natural do aluno e, sistematicamente, ir aproximando esse conhecimento natural, dito informal, do conhecimento formal historicamente acumulado.

Reconhecemos que não é tarefa fácil, mas nossa investigação nos permite inferir que é necessário que o professor busque de forma adequada mesclar, em suas intervenções, atividades que permitam ao aluno dispor da possibilidade de desenvolver a linguagem formal da matemática de forma articulada com a linguagem materna, buscando aumentar o vocabulário dos alunos e a articulação entre registros pessoais e formais na tentativa de, aos poucos, porém de forma constante, provocar o alargamento do campo conceitual dos alunos.

Isto pode ser feito sempre com situações as mais variadas possíveis, e não como a literatura tem mostrado que, na tentativa de facilitar a vida escolar dos alunos, os professores dedicam-se a desenvolver a capacidade desses, de resolver apenas problemas protótipos e que, segundo a literatura, muitas vezes já é do conhecimento dos próprios alunos. Novamente Lopes (2005) nos reforça essas inferências, como segue:

> Se a matemática pode ser tomada como uma maneira particular de observar e interpretar aspectos da realidade, utilizando uma linguagem específica diferente da linguagem corrente, aprender matemática significa aprender a observar a realidade matematicamente, envolver-se com um tipo de pensamento e linguagem matemática, utilizando-se de formas e significados que lhe são próprios. (LOPES, 2005, p.118)

Finalmente, ao tentarmos clarear um pouco mais a questão “problema complexo”, muito citada na literatura, mas não evidenciada explicitamente sob que condições, nossos resultados, não confirmaram a superioridade de um tipo de problema sobre outro, conforme a classificação de Huete e Bravo (2006), mas da imbricação entre a situação descrita e sua forma de representação matemática juntamente com a posição da incógnita na sentença matemática associada às expressões (usual/não usual) principais da situação descrita.

Essa imbricação pode ser o principal fator que impede os professores de prever o grau de complexidade de um problema. Isto não quer dizer que os professores estão livres de procurar entender a complexidade de um problema. Pelo contrário, é esse grau de complexidade que interfere na solução dos alunos que deve ser o motor motivador da busca pela compreensão dessa complexidade, na tentativa de melhor avaliar os alunos e, mais ainda, avaliar a atividade docente em relação à superação de obstáculos.

> Smole e Diniz enumeram os obstáculos que podem surgir na interação dos alunos com os textos (de Matemática) que nós, professores de Matemática, propomos em nossos trabalhos de sala de aula: vocabulário exótico, ambigüidade de significados, desconhecimento funcional do conteúdo matemático. (LOPES, 2005, p.64)

Entendemos que a avaliação deve ser encarada hoje mais como procedimento indicador da atividade docente do que da atividade discente, pois do ponto de vista da avaliação profissional, é o rendimento do aluno que indica a competência do professor. Não estamos afirmando que aluno com baixo rendimento indica professor incompetente, mas que o baixo rendimento do aluno é indicador da necessidade de reorganização das situações didáticas com vistas à superação das dificuldades discentes, como afirma Lopes acima, na resolução dos problemas matemáticos de qualquer natureza.

Nesta direção, afirma ainda Lopes (2005), citando a A.P.M (1995)[3],

> (...) o fator que pode ser realmente decisivo na transformação positiva de Matemática escolar não é tanto a alteração dos conteúdos nem a introdução de novas tecnologias, mas, sim, a mudança profunda nos métodos de ensino, na natureza das atividades dos alunos. (LOPES, 2005, p.23)

Enfim, para concluir nossas considerações, apropriamo-nos de Freire (1993) a respeito da importância da escola para a sociedade humana, com o objetivo de uma possível transformação social de caráter significativo.

> Nenhuma grande transformação social acontecerá apenas a partir da escola. Porém, também é uma grande verdade afirmar que nenhuma mudança social se fará sem a escola. (p. 53)

Ora, seguramente, aprender a resolver problemas não é a solução mágica para a transformação social de que fala Freire, mas pode ser uma ferramenta importante neste processo, uma vez que pode contribuir sobremaneira para uma postura crítica e reflexiva, o que caracteriza uma formação humanística sólida.

---

[3] A.P.M. Associação dos Professores de Matemática portugueses.

REFERÊNCIAS

BACHELARD G. **La formation de l’ésprit scientifique** 15. Ed. Paris: Libraire J. Vrin, 1993.

BORRALHO, A. **Resolução de problemas: Uma perspectiva para abordar o ensino/aprendizagem da Matemática.** Évora: Universidade de Évora, 1995.

BOCK, Ana Mercês Bahia. **Psicologias: uma introdução ao estudo de psicologia.** 13 ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

BLOCK, D.; DÁVILA, M. **La matemática expulsada de la escuela.** Educación Matemática, México, v.5, nº3, 1993.

BRANCA, Nicholas A. **Resolução de Problemas como meta, processo e habilidade básica**. In: A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. São Paulo: Atual, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto / Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. V.3: Matemática**. Brasilia: MEC/ SEF, 2000.

BROUSSEAU G. **La problematique et l’énseignement des mathématiques**. XXVIII^{éme} Rencontre de la CIEAEM, Louvain la Neuve, 1976.

______________. **Tendances originales des recherches en didactique des mathematiques.** In Actas del Congresso de Ensino de Matemática, ano 80. Lisboa, 1983.

D’AMORE, Bruno. **Epistemologia e Didática da Matemática.** São Paulo: Escrituras, 2005.

FERNANDES, D. **Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática.** Educação Matemática, Lisboa: 1988.

FOSNOT, Catherine Twomey. **Construtivismo: teoria, perspectivas e prática.** ArtMed : Porto Alegre, 1998.

FRANCHI, Anna. **Onde está o problema.** A Educação Matemática em Revista. SBEM, nº 3, 1994.

FREIRE, Paulo. **Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar.** São Paulo: Olho d'Água, 1993.

GAZIRE, Eliane Scheid. **Perspectivas da Resolução de Problemas em Educação Matemática.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 1988.

GEBHARDT, M. **Die Geschichte der Mathematik in mathematischen Unterricht.** Teubner, 1912.

HIEBERT, J. **The position of the unknown set and children´s solution for verbal arithmetic problems.** Journal for Research in Mathematics Education, 23, 341-349.

HUETE E BRAVO, O **Ensino da Matemática: Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas.** Artmed : Porto Alegre, 2006.

JALLES, Cristina Márcia. **O efeito de instruções sobre estratégias metacognitivas de crianças pré-escolares em solução de problemas geométricos: um estudo exploratório.** Revista ZETETIKÉ, nº, 1999.

KAMII, Constance. **Jogos em grupo na educação infantil: implicações na teoria de Piaget.** São Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

LAMPERT, M. **When the problem is not the question and the solution is not the answer: mathematical knowing and teaching.** American Educational Research Journal, v.27,1990.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

LOPES et al. **Resolução de Problemas: observações a partir do desempenho dos alunos.** A Educação Matemática em Revista. SBEM, nº 3,1994.

MAGINA, Sandra e CAMPOS, Tânia. **As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico.** Educação Matemática Pesquisa. Educ. São Paulo. v. 6, n° 1, 2004.

MARINCEK, Vânia. **Aprender matemática resolvendo problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

MARTINEZ, E.C. **Niveles de compreensión en problemas verbales de comparación multiplicativa.** Granada: Editorial Comares, 1995.

MARTINEZ SILVA, Mario. **Concepciones sobre la ensenanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado.** Tesis Doutoral da Universidad Autónoma de Barcelona. 2003.

MEDEIROS, Cleide Farias de. **Modelos Mentais e Metáforas na Resolução de Problemas Matemáticos Verbais.** Revista Ciência e Educação, nº 2, 2001.

MEDEIROS, Kátia Maria de. **A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos.** Educação Matemática em Revista, nº 14, 1999.

MINOTTO, Rosana. **Compreensões de Professores das séries iniciais sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Educação UFPR, Curitiba, 2006.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; BRYANT, P. **Introdução à Educação Matemática:** Números e operações. São Paulo, 2001.

ONUCHIC, L. R. Ensino–aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas**.** In: BICUDO, M.A.V. **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas, São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PAVANELLO, Regina Maria. **Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental:** a pesquisa e a sala de aula**.** São Paulo, SBEM, 2004.

PIAGET, J; APOSTEL, l; MANDELBROT, B. **Logique et equilibre (Etudes d'epistémologie génétique II).** Paris, Presses Universitaires de France, 1957.

________________. **A equilibração das Estruturas Cognitivas:** questão central do desenvolvimento**.** Rio de Janeiro, Zahar, 1976.

________________. **A Epistemologia genética.** Paris, Press Universitaire de France, 1970.

PINTO, Joaquim Antonio. **Resolução de Problemas: Conceptualização, Concepções, Práticas e Avaliação.** Departamento de Matemática Pura da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Porto: 2003.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

________. **Sobre resolução de problemas de matemática na high school**. In: A Resolução de Problemas na Matemática Escolar. São Paulo: Atual, 1997.

PONTE, J. P., Matos, J. M. & Abrantes, P. (1998). **Investigação em educação matemática - Implicações curriculares**. Lisboa: IIE.

POPPER, Karl R. **A lógica das Ciências Sociais.** Rio de Janeiro, Biblioteca Tempo Universitário, 1978.

POZO, Juan Ignacio. **A Solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender**.** Porto Alegre, Artmed, 1998.

RABELO, Edmar Henrique. **Produção e interpretação de textos matemáticos:** um caminho para um melhor desempenho na resolução de problema. Revista ZETETIKÉ – CEMPEM, 1995.

REGES, M.A. G. e BARRETO, M.C. **Concepções e domínio conceitual de professoras do II CICLO do Ensino Fundamental referentes a estruturas aditivas**. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – III SIPEM. Águas de Lindóia – SP, 11 a 14 de out. de 2006.

RÊGO, R.G. e AZEREDO, M. A. **Estratégias gráficas na resolução de problemas aritméticos.** In: Anais do III Simpósio Internacional de Pesquisas em Educação Matemática. Pernambuco. 2006.

SANTANA, E.R.S.; CAZORLA, I.M. e CAMPOS, T.M.M. **Diagnóstico do desempenho de estudantes em diferentes situação no campo conceitual das estruturas aditivas**. In: Anais do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Águas de Lindóia, São Paulo, outubro de 2006.

SCHOENFELD,A.H. **Mathematical Problem Solving.** New York: Academic Press, 1985.

SILVA, F. H. S. & SANTO, A.O.E. **A Contextualização:** uma questão de contexto**.** VII Encontro Nacional de Educação Matemática. UFPE, Recife, julho de 2004.

SMOLE, K.S. & DINIZ, M.I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: SCHLIEMANN, A. e CARRAHER, D. (Orgs.) **A compreensão de conceitos aritméticos**: ensino e pesquisa.2.ed. Campinas, Papirus, 2003.

VENTURA, L. e SELVA, A.C.V. **Representações como fichas e reta numérica facilitam o processo de ensino dos problemas de estrutura aditiva?** In: III Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Recife, 2006.

VERGNAUD, G. **Teoria dos Campos Conceituais.** Trad.(?). Recherches en Didactique des Mathematiques, 1990

______________ . **Le Moniteur de Mathématique.** Paris: Éditions Nathan, 1997.

______________ . **Teoria dos Campos Conceituais.** In: Anais do III Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Recife, 2006.

WEATLEY, C. y G. WEATLEY. **Problem solving in the primary grades**. Arithmetics Teacher, 1984.

WERTHEIMER, M. **El pensamiento productivo.** Barcelona, Paidós, 1959.

ZUNINO, Delia Lerner de. **A matemática na escola: aqui e agora.** 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

Sites:

http://www.eltiempo.com — acessado em 30/01/2007.

http://www.centrorefeducacional.com.br/compehab.htm — acessado em 24/05/2007.

ANEXOS

ANEXO 1

PROBLEMAS APLICADOS AOS ALUNOS - 4ªSÉRIE

Orientações: Caro aluno, precisamos resolver esta lista de problemas. Você não precisa ficar preocupado se vai acertar ou não. Por isso, é importante que você procure dar uma resposta segundo o que você sabe. Isto não é uma avaliação para o seu bimestre.

Aluno:____

Data:_______________

1 Meu irmão tem 7 goiabas. Se eu comer 3 das minhas goiabas, terei tantas goiabas quanto meu irmão. Quantas goiabas eu tenho? [4d]

2 Carlos tem 10 papagaios (pipas) e João tem 3 a menos que Carlos. Quantos papagaios tem João? [3d]

3 Aurora tem algumas figurinhas. Alice dá-lhe 3. Agora Aurora tem 10 figurinhas. Quantas tinha no começo? [1c]

4 Ana tem 7 figurinhas e Roberta, 3. Quantas figurinhas as duas têm? [2a]

5 Pedro tem 10 carrinhos de brinquedo e Paulo tem 3. Quantos carrinhos de brinquedo Paulo tem a menos que Pedro? [3b]

6 João tem 3 papagaios (pipas) e Marcos tem 7 a mais que João. Quantos papagaios tem Marcos? [3c]

7 Doralice tem 10 lápis e sua irmã tem 3. Quantos lápis Doralice tem que perder para ter a mesma quantidade de lápis que sua irmã? [4b]

8 Benedito tem 7 picolés. Benedito tem 3 picolés a menos que Marta. Quantos picolés tem Marta? [3f]

9 Roberta tem 10 figurinhas e Cláudia tem 7. Quantas figurinhas Roberta tem a mais que Cláudia? [3a]

10 Cristina tem 7 bolas. Fátima também tem algumas. As duas têm 10 bolas. Quantas bolas tem Fátima? [2b]

11 Juca tem 3 goiabas. Se apanhar mais 7 goiabas, terá o mesmo que seu irmão. Quantas goiabas tem seu irmão? [4c]

12 Paulo tem 10 petecas e João tem 3. Quantas petecas João precisa ganhar para ter a mesma quantidade de Paulo? [4a]

13 Aurora tem 7 figurinhas. Quantas necessita para ter 10 figurinhas? [1b]

14 Aurora tem 7 figurinhas. Alice dá à Aurora 3 figurinhas. Quantas figurinhas Aurora tem agora? [1a]

15 Eu tenho 10 bananas. Se dou 3 para o meu primo, eu terei a mesma quantidade de bananas que meu primo. Quantas bananas tem meu primo? [4e]

16 Meu irmão José tem 7 fitas de vídeo. Se meu irmão Raimundo perde 3, terá a mesma quantidade que José. Quantas fitas de vídeo Raimundo tem? [4f]

17 Valter tem 10 pirulitos. Valter tem 3 pirulitos a mais que André. Quantos pirulitos tem André? [3e]

ANEXO 2

PROBLEMAS APLICADOS AOS PROFESSORES DAS TURMAS DE 4ª SÉRIE

Escola : ____
Nome: ____
Formação : ____
Tempo de atuação no ensino fundamental: ___________________

Caríssimo Professor,

Abaixo temos 17 problemas aditivos que, considerando o nível de sua turma, eles poderão ser de pouca, média ou alta complexidade. Pedimos-lhe que marque cada um deles quanto ao grau de dificuldade que sua turma teria para solucioná-los e justifique sua resposta. Também necessitamos que nos informe com que freqüência você trabalha com esses tipos de problemas em sala de aula.

P.1. Meu irmão tem 7 goiabas. Se eu comer 3 das minhas goiabas, terei tantas goiabas quanto meu irmão. Quantas goiabas eu tenho?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção “Nunca”)

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.2. Carlos tem 10 papagaios (pipas) e João tem 3 a menos que Carlos. Quantos papagaios tem João ?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção “Nunca”)

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.3. Aurora tem algumas figurinhas. Alice dá-lhe 3. Agora Aurora tem 10 figurinhas. Quantas tinha no começo?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.4. Ana tem 7 figurinhas e Roberta 3. Quantas figurinhas as duas têm?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.5. Pedro tem 10 carrinhos de brinquedo e Paulo tem 3. Quantos carrinhos de brinquedo Paulo tem a menos que Pedro?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.6. João tem 3 papagaios (pipas) e Marcos tem 7 a mais que João. Quantos papagaios tem Marcos?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.7. Doralice tem 10 lápis e sua irmã tem 3.Quantos lápis Doralice tem que perder para ter a mesma quantidade de lápis que sua irmã?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.8. Benedito tem 7 picolés. Benedito tem 3 picolés a menos que Marta. Quantos picolés tem Marta?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.9. Roberta tem 10 figurinhas e Cláudia tem 7. Quantas figurinhas Roberta tem a mais que Cláudia?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.10. Cristina tem 7 bolas. Fátima também tem algumas. As duas têm 10 bolas. Quantas bolas tem Fátima?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.11. Juca tem 3 goiabas. Se apanhar mais 7 goiabas, terá o mesmo que seu irmão. Quantas goiabas tem seu irmão?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.12. Paulo tem 10 petecas e João tem 3. Quantas petecas João precisa ganhar para ter a mesma quantidade de Paulo?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.13. Aurora tem 7 figurinhas. Quantas necessita para ter 10 figurinhas?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.14. Aurora tem 7 figurinhas. Alice dá à Aurora 3 figurinhas. Quantas figurinhas Aurora tem agora?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.15. Eu tenho 10 bananas. Se dou 3 para o meu primo, eu terei a mesma quantidade de bananas que meu primo. Quantas bananas tem meu primo?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.16. Meu irmão José tem 7 fitas de vídeo. Se meu irmão Raimundo perde 3, terá a mesma quantidade que José. Quantas fitas de vídeo Raimundo têm?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos

P.17. Valter tem 10 pirulitos. Valter tem 3 pirulitos a mais que André. Quantos pirulitos tem André?

( ) Baixa complexidade ( ) Média Complexidade ( ) Alta Complexidade

Freqüência: ( ) Nunca ( ) Poucas vezes ( ) Freqüentemente

Justificativa: ____

Você utiliza este tipo de problema: (Somente se não marcou a opção "Nunca")

( ) Durante as aulas ( ) Somente em avaliações ( ) Em ambos momentos