

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO EM MODELOS
PLANO-ESTRATIFICADOS**

MÁRCIO MARCELO DA SILVA PESSOA



BELÉM – PARÁ
2004



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO EM MODELOS
PLANO-ESTRATIFICADOS**

DISSERTAÇÃO APRESENTADA POR

MÁRCIO MARCELO DA SILVA PESSOA

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data da aprovação: / / **2004**

Nota:

COMITÊ DE DISSERTAÇÃO:

Prof. Dr. Lourenildo Williame Barbosa Leite (Orientador)

Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz

Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos

BELÉM

2004

T PESSOA, Márcio Marcelo da Silva

P475e **Espalhamento geométrico em modelos plano-estratificados** /
Márcio Marcelo da Silva Pessoa; orientador, Lourenildo Willieme
Barbosa Leite. Belém: [s.n], 2004.

92f.; il.

Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Curso de Pós-Graduação em
Geofísica, CG, UFPA, 2004.

1.ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO. 2.DIVERGÊNCIA
ESFÉRICA. 3.MÉTODO DE REFLETIVIDADE. 4.SOLUÇÃO DA
EQUAÇÃO DE ONDA. 5.MATRIZ PROPAGADORA. I.LEITE,
Lourenildo Willieme Barbosa, Orient. II.Título.

CDD: 622.1592

A meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite pela confiança em mim creditada, pelo problema proposto, pela sua inequívoca competência profissional, constante paciência e irrestrita disponibilidade de tempo na orientação dessa Dissertação, e pela franca amizade ao longo do período de realização deste trabalho.

A todos os colegas do CPGf e em especial a Carlos Sarmiento pela relevante ajuda a este trabalho.

Aos professores do CPGf.

A todos meus familiares pela compreensão pelos dias, noites e fins de semana que não pude estar presente.

A minha namorada Danielle Castro pela força e apoio que me deu nas horas que precisei de sua companhia.

Aos membros da Banca examinadora pelas sugestões para a realização de um bom trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro investido através de bolsa escolar.

Ao Curso de Pós-Graduação de Geofísica da UFPa pelo suporte acadêmico para a elaboração deste trabalho.

A todas as pessoas que não foram citadas nominalmente, mas que tiveram uma contribuição de forma direta ou indireta durante o período que se seguiu à realização deste trabalho.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	p.
AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	1
1. INTRODUÇÃO	2
2. MODELO GEOLÓGICO	3
3. MODELO SÍSMICO DA REFLEXÃO	6
3.1. EQUAÇÕES TEMPO-PERCURSO	10
3.2. DIVERGÊNCIA ESFÉRICA NUM MEIO PLANO-ESTRATIFICADO	10
4. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA	17
4.1. POTENCIAIS DE DESLOCAMENTO E A INDEPENDÊNCIA DOS MOVIMENTOS P-SV E SH	19
4.2. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA ESCALAR	23
4.3. TRANSFORMAÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA ELÁSTICA	31
4.3.1. Método matricial	34
4.3.2. Matriz propagadora	43
5. RESULTADOS OBTIDOS	49
5.1. DESCRIÇÃO	55
5.2. CONCLUSÕES GERAIS	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
APÊNDICES	75
APÊNDICE A – FATOR DE DIVERGÊNCIA ESFÉRICA	76
APÊNDICE B – SIMBOLOGIA UTILIZADA	79
ANEXOS	81
ANEXO A – DOCUMENTAÇÃO DO PROGRAMA PSVSH.F	82
ANEXO B – CARTÃO DE ENTRADA PARA O MODELO TESTE CROSTAL	89
ANEXO C – ARQUIVO DE ENTRADA DO MODELO TESTE CROSTAL	90
ANEXO D – MAKEFILE	91

RESUMO

A medição de parâmetros físicos de reservatórios se constitui de grande importância para a detecção de hidrocarbonetos. A obtenção destes parâmetros é realizado através de análise de amplitude com a determinação dos coeficientes de reflexão. Para isto, faz-se necessário a aplicação de técnicas especiais de processamento capazes de corrigir efeitos de divergência esférica. Um problema pode ser estabelecido através da seguinte questão: Qual o efeito relativamente mais importante como responsável pela atenuação de amplitudes, o espalhamento geométrico ou a perda por transmissividade? A justificativa desta pergunta reside em que a correção dinâmica teórica aplicada a dados reais visa exclusivamente o espalhamento geométrico. No entanto, a análise física do problema por diferentes direções põe a resposta em condições de dúvida, o que é interessante e contraditório com a prática. Uma resposta embasada mais fisicamente pode dar melhor subsídio a outros trabalhos em andamento.

O presente trabalho visa o cálculo da divergência esférica segundo a teoria Newman-Gutenberg e corrigir sismogramas sintéticos calculados pelo método da refletividade. O modelo-teste é crostal para que se possa ter eventos de refração crítica além das reflexões e para, com isto, melhor orientar quanto à janela de aplicação da correção de divergência esférica o que resulta em obter o então denominado “verdadeiras amplitudes”. O meio simulado é formado por camadas plano-horizontais, homogêneas e isotrópicas. O método da refletividade é uma forma de solução da equação de onda para o referido modelo, o que torna possível um entendimento do problema em estudo. Para se chegar aos resultados obtidos foram calculados sismogramas sintéticos através do programa P-SV-SH desenvolvido por Sandmeier (1998), e curvas do espalhamento geométrico em função do tempo para o modelo estudado como descrito por Newman (1973).

Demonstramos como uma das conclusões que a partir dos dados do modelo (velocidades, espessuras, densidades e profundidades) uma equação para a correção de espalhamento geométrico visando às “verdadeiras amplitudes” não é de fácil obtenção. O objetivo maior então deveria ser obter um painel da função de divergência esférica para corrigir as verdadeiras amplitudes.

ABSTRACT

The measurement of physical parameters of reservoirs is of great importance to the detection of hydrocarbons. To obtain these parameters, an amplitude analysis is performed with the determination of the reflection coefficients. For this, it is necessary the application of special processing techniques able to correct the spherical divergence effects on seismic time sections. A problem can be established through the following question: What is the relatively more important effect responsible for the amplitude attenuation: geometrical spreading or the loss by transmissivity? A justification for this question resides in that the theoretical dynamic correction applied to real data aims exclusively to the geometrical spreading. On the other side, a physical analysis of the problem by different directions places the answer in conditions of doubt, what is interesting and contradictory with the practice. A more physically based answer to this question can give better grounds to other works in progress.

The present work aims at the calculus of the spherical divergence according to the Newman-Gutenberg theory, and to correct synthetic seismograms calculated by the reflectivity method. The test model considered is crustal in order to have critical refraction events besides reflection events, and to better position with respect to the time window for application of the spherical divergence correction, which results in obtaining the denoted "true amplitudes". The simulated medium is formed by plane-horizontal, homogeneous and isotropic layers. The reflectivity method is a form of solution of the elastic wave equation for this reference model, what makes possible an understanding of the structured problem. To arrive at the obtained results, synthetic seismogram were calculated by using the fortran program P-SV-SH written and supplied by Sandmeier (1998), and reflection geometrical spreading curves as function of time were calculated as described by Newman (1973).

As a conclusion, we have demonstrated that from the model information (velocities, thicknesses, densities and depths) it is not simple to obtain an equation for geometrical spreading correction aiming at the true amplitudes. The major aim would then be to obtain a panel of the spherical divergence function to correct for true amplitudes.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo específico o cálculo da divergência esférica segundo o modelo teórico aqui denominado Newman-Gutenberg para corrigir amplitudes de sismogramas sintéticos calculados pelo método da refletividade de Sandmeier (1984). Um sismograma com as amplitudes corrigidas serve para informar sobre os contrastes de impedância ao longo dos refletores marcados pelos eventos corrigidos; isto é, servem para a análise de variação de amplitude versus afastamento (medidas de coeficientes de reflexão). O modelo estudado é crostal para que refrações críticas estejam inclusas nas seções sísmicas, facilitando a interpretação.

Um próximo objetivo seria estender os presentes resultados a modelos de bacias sedimentares brasileiras de interesse a exploração de petróleo que se caracterizam pela presença de soleiras de diabásio. Nas bacias sedimentares da região Amazônica, os geólogos e geoquímicos consideram as soleiras como diretamente relacionadas à geração e ao acúmulo de hidrocarbonetos (Eiras, 2003). A complicação é aumentada porque as altas impedâncias sísmicas dos contatos (sedimento/intrusiva) causam grande espalhamento de energia do sinal sísmico, dividido entre transmissão e reflexão, e estas interfaces podem gerar múltiplas de grandes amplitudes o que podem obscurecer informações sísmicas desejadas e provenientes de estruturas que estão abaixo das soleiras.

A computação de sismogramas sintéticos, pela teoria do raio, para ondas compressoriais e convertidas, em um meio estratificado horizontalmente, produz resultados rápidos e precisos para modelos com velocidade dependente da profundidade composto de camadas espessas. A utilização da teoria do raio para um modelo de camadas finas, com múltiplas internas, produz resultados inadequados, sendo o método da refletividade preferível neste caso (Fertig e Psencik, 1985).

O processamento e o imageamento de seções sísmicas de reflexão enfrentam um problema fundamental que é a correção de amplitudes versus afastamento, visando medir parâmetros físicos de reservatórios.

O campo sísmico observado é descrito pelo modelo convolucional, e segue o princípio da decomposição numa componente determinística e em outra não-determinística. Na componente não-determinística, normalmente classificada como ruído, se situam os efeitos locais, e para ela são também transferidas as informações determinísticas não desejadas, ou de difícil interpretação, tendo como exemplo as múltiplas e as difrações. O processamento visando as tão desejadas

“verdadeiras amplitudes” necessitam que ruídos determinísticos sejam subtraídos do traço previamente às correções. No entanto, um problema importante é estabelecido através da seguinte questão: Qual o efeito relativamente mais importante como responsável pela atenuação de amplitudes, o espalhamento geométrico ou a perda por transmissividade? A justificativa desta pergunta reside em que a correção dinâmica teórica aplicada a dados reais visa exclusivamente o espalhamento geométrico. No entanto, a análise física do problema por diferentes direções põe a resposta em condições de dúvida, o que é interessante e contraditório com a prática. Uma resposta embasada mais fisicamente pode dar melhor subsídio aos trabalhos em andamento.

A forma geral na qual se encara o problema da atenuação por divergência esférica tem por primeiro conceito que os modelos teóricos contemplem separadamente os efeitos de espalhamento geométrico e o de transmissividade. O segundo é que as fontes sísmicas sejam limitadas a pontual simétrica, e a ondas planas impulsivas. O terceiro limita o meio a ser estratificado horizontalmente, e formado por camadas homogêneas e isotrópicas. O quarto admite aplicação da teoria do raio baseada nas equações iconal e de transporte, e a solução completa baseada na equação da onda. O quinto limita a análise à condição de ondas acústicas.

O corpo desta Dissertação é constituído por outros quatro capítulos descritos a seguir.

No Capítulo 2 apresentamos o modelo geológico, utilizando como exemplo a bacia sedimentar do Solimões, que serve de justificativa ao presente estudo de camadas plano-horizontais. As premissas básicas e fundamentais admitidas para os modelos geofísico-geológicos no presente trabalho são: (1) a fonte é 3D, pontual no espaço e distribuída no tempo; (2) o meio é 3D, heterogêneo verticalmente, formado por uma seqüência de camadas homogêneas e isotrópicas com interfaces plano-horizontais sobre um semi-espaço infinito; (3) não é admitido o fenômeno de absorção anelástica; (4) as seções sísmicas sintéticas são geradas segundo o método da refletividade, através do programa P-SV-SH (Sandmeier, 1990).

No Capítulo 3 apresentamos um resumo sobre a teoria do raio com as equações tempo-percurso para um modelo de camadas planas-horizontais, e também os princípios básicos e fundamentais da atenuações de amplitudes versus o afastamento devido ao espalhamento geométrico para um modelo formado de camadas plano-horizontais, homogêneas e isotrópicas.

No Capítulo 4 apresentamos resumidamente o método da refletividade como uma forma de solução da equação de onda para o modelo de camadas plano-estratificado, como também a

geometria para a simulação de dados. Do ponto de vista prático, o modelo de camadas planas é justificado por ser a base do método de correção de sobre-tempo normal (NMO).

No Capítulo 5 apresentamos os resultados e as conclusões com dados sintéticos do Modelo Teste Crostal através da utilização do programa P-SV-SH (Fortran 77) que calcula sismogramas sintético através do método da refletividade.

2. MODELO GEOLÓGICO

No compêndio apresentado por Bally (1983) são interpretadas o caso de muitas feições sísmicas sub-horizontais a horizontais importantes para o estudo da presença de trapas de hidrocarbonetos.

O preenchimento sedimentar das bacias intracratônicas da Amazônia Brasileira é composto por seqüências paleozóicas recobertas por seqüências mesozóica e cenozóica. As seqüências paleozóicas estão dobradas e falhadas, e intrudidas por diques e soleiras de diabásio (Eiras, 1996). Estas rochas intrusivas possuem velocidades sísmicas relativamente muito mais altas do que as rochas sedimentares encaixantes, e serve de complicador para o cálculo com modelos com refração crítica. As seqüências mesozóicas e cenozóicas apresentam poucas perturbações tectônicas e estão sub-horizontalizadas. As propriedades físicas e geométricas deste exemplo são transferidas para os modelos utilizados nas simulações. A bacia sedimentar do Solimões é um exemplo típico desta descrição esboçada na Figura 2.1. No presente trabalho exploramos a condição de horizontalidade das camadas analisadas. Como perspectiva, um próximo passo seria aplicar os resultados aqui obtidos em modelos de bacias sedimentares da região Amazônica, uma vez que estruturas horizontais ou sub-horizontais são comuns e geologicamente importantes na interpretação de reservatório de óleo e gás.

A geração e o acúmulo de hidrocarbonetos nas bacias sedimentares da região Amazônica estão diretamente relacionados com as soleiras de diabásio (Eiras, 2003). As altas impedâncias dos contatos sedimento/intrusiva causa de diminuição de amplitude no sinal sísmico transmitido, e as múltiplas desta interface possuem grandes amplitudes, e que pode obscurecer informações desejadas localizadas abaixo das soleiras. Este tem sido um motivo para estudos voltados ao estudo de múltiplas nestas Bacias com o objetivo de melhorar a imagem sísmica do subsolo, e dar melhor condição de interpretação das rochas geradoras e das estruturas armazenadoras de hidrocarbonetos (óleo e gás).

Uma descrição física real e detalhada de formações geológicas para exploração sísmica deve considerar várias situações, tais como: camadas finas, descontinuidades e curvatura de interfaces, porosidade, fluidos, geometrias complexas, dispersão, absorção interna e anisotropia. Para continuar, a descrição requer uma base física para a forma da equação de propagação da onda sísmica (exemplos: métodos da teoria do raio, o da refletividade, diferenças finitas,

elementos finitos), e bem como a participação da teoria da comunicação (filtros, descrição de ruídos, estatísticas) para completar e refinar a descrição do problema em estudo.

As premissas básicas e fundamentais admitidas para os modelos geofísico-geológicos no presente trabalho são: (1) a fonte é 3D, pontual no espaço e distribuída no tempo; (2) o meio é 3D, heterogêneo verticalmente, formado por uma seqüência de camadas homogêneas e isotrópicas com interfaces plano-horizontais sobre um semi-espaço infinito;

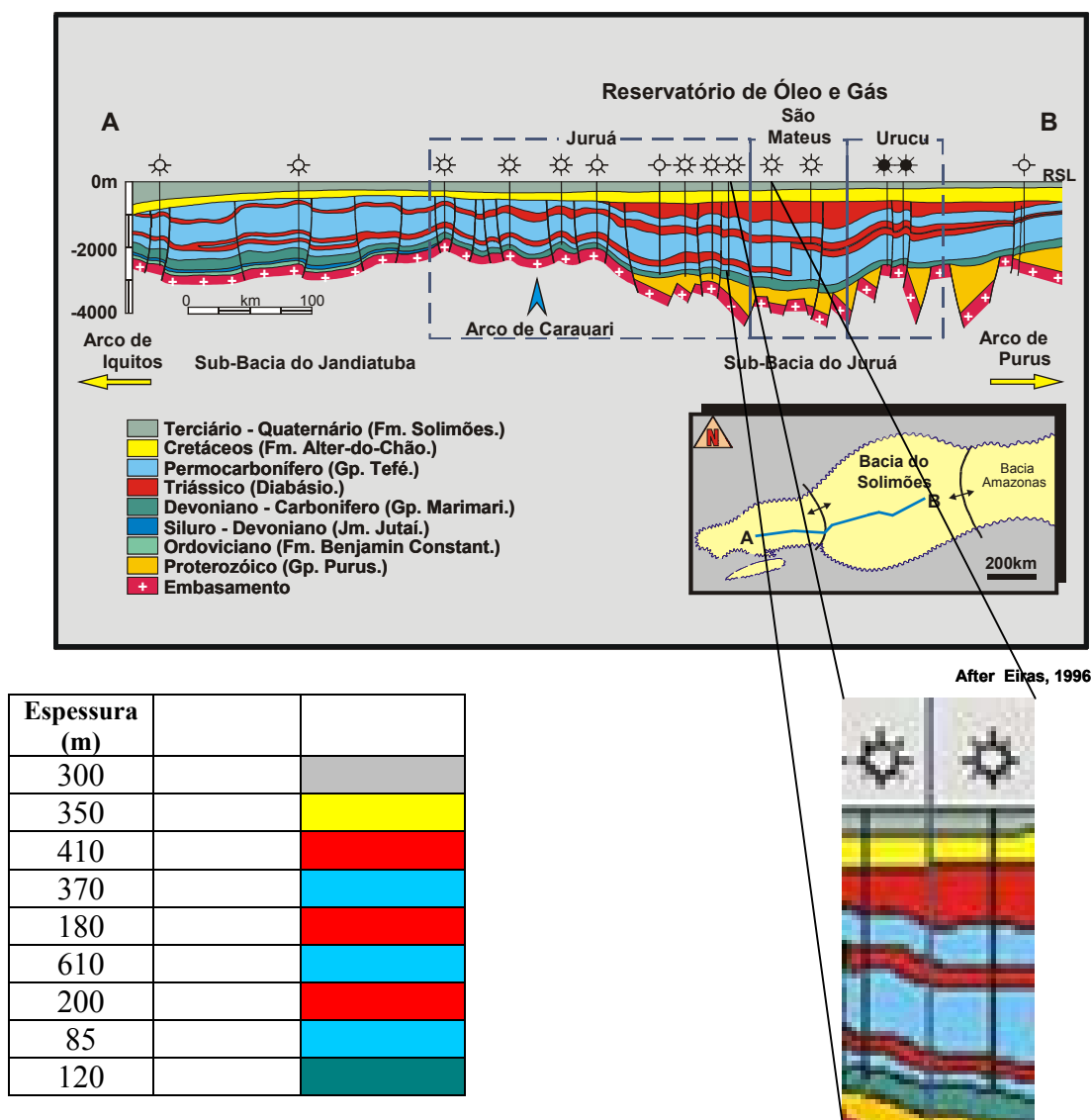


Figura 2.1. Seção geológica da Bacia do Solimões. Modelo de velocidade referente a um trecho da Bacia do Solimões. Detalhes da seção geológica para simulação da seção sísmica. (Eiras, 1996).

(3) não é admitido o fenômeno de absorção anelástica; (4) as seções sísmicas sintéticas são geradas segundo o método da refletividade, através do programa P-SV-SH (Sandmeier, 1984).

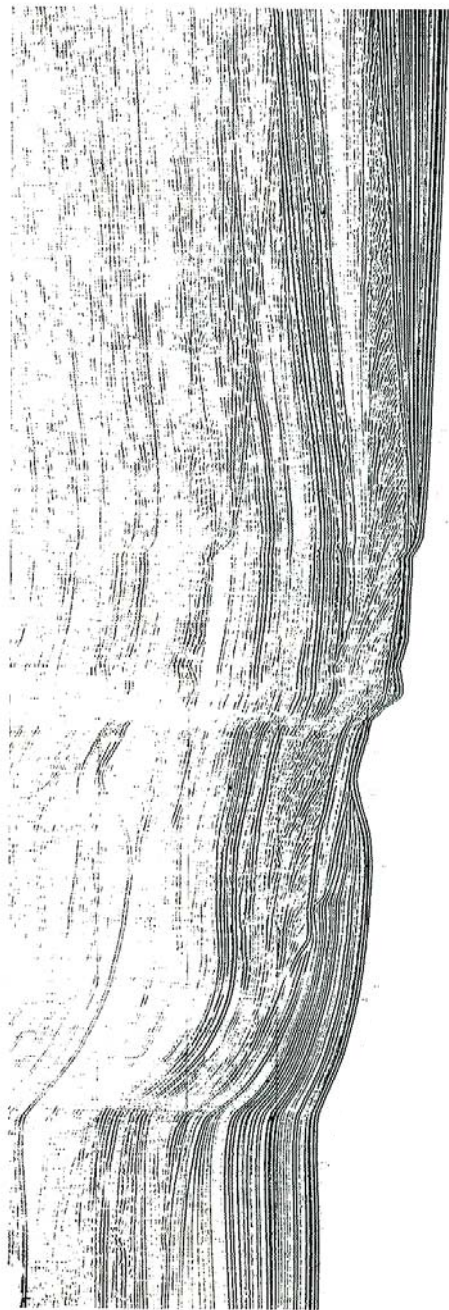


Figura 2.2. Exemplo de seção sísmica afastamento-nulo utilizada para mostrar a necessidade de estudar e entender a propagação em meios formados por camadas plano-horizontais com modelos de micro ou macro-velocidade. A interpretação é mostrada na Figura 2.3 a seguir. (Kearey & Brooks, 1984).

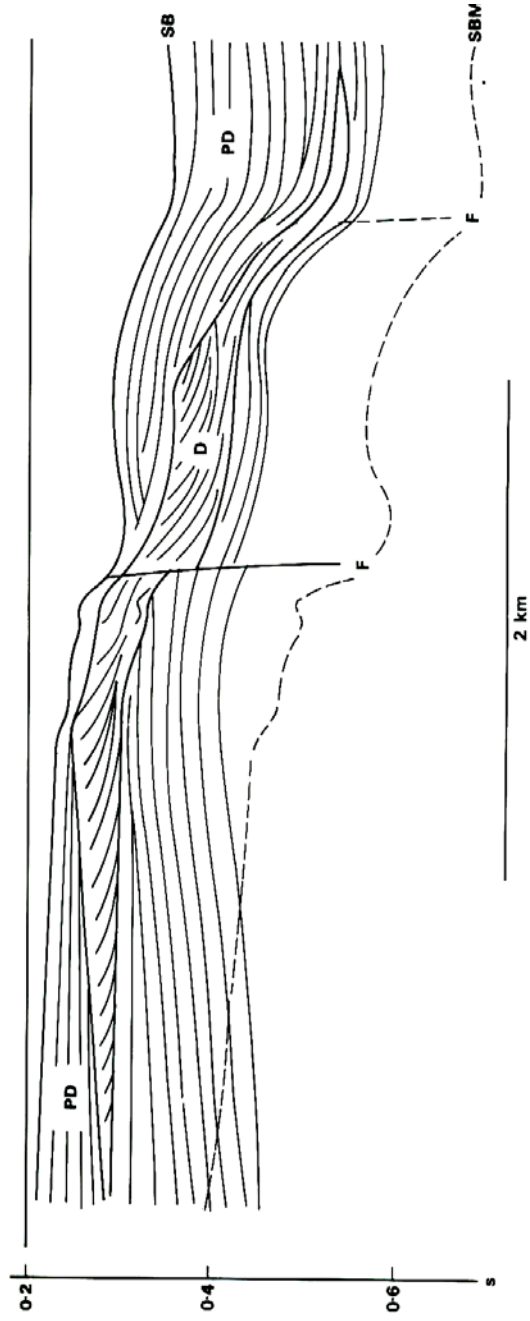


Figura 2.3. Interpretação estratigráfica da seção sísmica da Figura 2.2

3. MODELO SÍSMICO DA REFLEXÃO

3.1. EQUAÇÕES TEMPO-PERCURSO

Nesta seção apresentamos a expressão para o tempo de trânsito hiperbólico resultante da expansão em série de Taylor em potências do quadrado da distância fonte-receptor. Após o segundo termo da aproximação hiperbólica, as expressões para os coeficientes da série são cada vez mais complicados. Incluímos alguns passos para mostrar as circunstâncias nas quais a aproximação hiperbólica é inadequada. Na prática, se faz pouco uso de termos de ordem mais alta devido às complicações que surgem quando o modelo em subsuperfície consiste de camadas curvas. Além disso, ruídos que contaminam os ajustes de tempos de trânsito em dados reais estão relacionados aos termos de ordem mais alta.

Para uma fonte S e um receptor G (Figura 3.1) separadas pela distância x sobre a superfície do modelo, o tempo de trânsito de uma onda primária refletida da N -ésima interface é designada por $T(p)$ e expressa na seguinte forma paramétrica (o tempo em cada camada é contada duas vezes $v_k = v_{2N+1-k}$ e $\Delta t_k = \Delta t_{2N+1-k}$):

$$x(p) = \sum_{k=1}^{2N} \frac{v_k^2 \Delta t_k p}{\sqrt{1 - v_k^2 p^2}} \quad (3.1)$$

e

$$T(p) = \sum_{k=1}^{2N} \frac{\Delta t_k}{\sqrt{1 - v_k^2 p^2}}. \quad (3.2)$$

O parâmetro horizontal do raio p é dado por $p = \sin \theta_k / v_k$, θ_k é o ângulo de incidência com a vertical, v_k é a velocidade e Δt_k é o tempo vertical simples na camada k (Slotnick, 1959). Estas equações não definem exatamente uma hipérbole ou uma parábola para T versus x , porém sim formas aproximadas a estas duas.

O que se deseja é uma expressão $T(p)$ em função da distância x , acoplando $T(p)$ e $x(p)$. Para o caso de reflexão da primeira interface horizontal, p é naturalmente eliminado, e a curva de tempo de trânsito é hiperbólica e dada por:

$$T^2(x) = T^2(0) + \frac{x^2}{v_1^2}. \quad (3.3)$$

onde

$$T(0) = 2 \frac{z_1}{v_1}.$$

A velocidade v_1 acima do refletor é computável a partir da hipérbole, uma vez que $1/v_1^2$ corresponde a inclinação da linha reta quando se plota T^2 versus x^2 .

A função $T(x)$ tem forma simétrica-par para o caso multi-camadas horizontais, e é escrita na seguinte forma (Hubral, 1980; Taner & Koehler, 1969; Marschall, 1975):

$$T^2(x) = C_0 + C_1x^2 + C_2x^4 + C_3x^6 + \dots \quad (3.4)$$

com $C_0 = T^2(0)$.

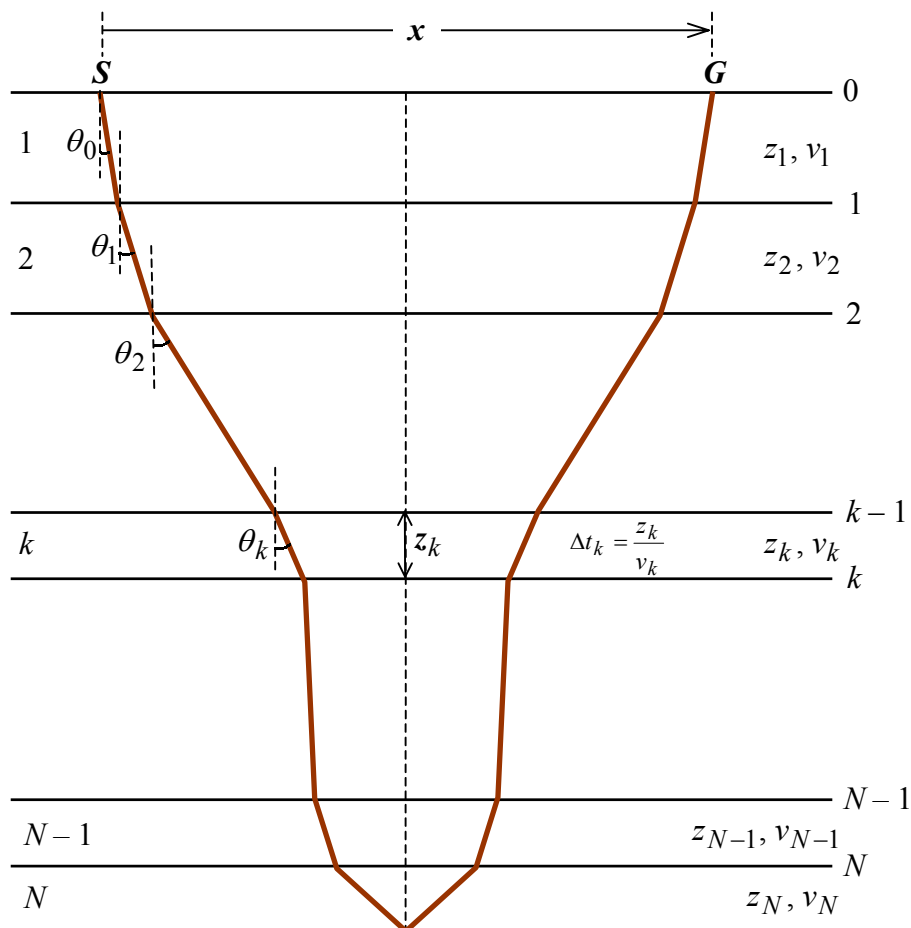


Figura 3.1. Modelo de camadas plano-horizontais, homogêneas, isotrópicas, onde estão indicadas: a fonte (S), o sensor (G), a velocidade (v_k), a espessura (z_k) o tempo de trânsito vertical (Δt_k) e o ângulo de incidência vertical (θ_k).

Os coeficientes C_1, C_2, \dots podem ser determinados expressando-se $T^2, x^2, x^4, x^6, \dots$, em séries de potências a partir das equações (3.1) e (3.2), e comparando com os termos de potências iguais para $|p| < \min k\{v_k^{-1}\}$. A expansão para $x(p)$, equação (3.1), em série absolutamente convergente para $(1 - v_k^2 p^2)^{-1/2}$ é dada por:

$$x(p) = \sum_{k=1}^{2N} v_k^2 \Delta t_k p \left(1 + \frac{1}{2} p^2 v_k^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} p^4 v_k^4 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} p^6 v_k^6 + \dots \right) \quad (3.5)$$

ou, concisamente:

$$x(p) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^{(1)} p^{2j-1}, \quad (3.6)$$

onde

$$A_j^{(1)} \equiv \sum_{k=1}^{2N} v_k^{2j} \Delta t_k \left(\frac{2j}{2j-1} \frac{(2j)!}{4^j j! j!} \right) = J_j V_{(2j)} T(0), \quad (3.7)$$

$$J_j \equiv \frac{2j}{2j-1} \frac{(2j)!}{4^j j! j!}; \quad \left(J_1 = 1, J_2 = \frac{1}{2}, J_3 = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}, \dots \right), \quad (3.8a,b)$$

$$\frac{1}{2} V_{(2j)} T(0) \equiv \sum_{k=1}^N v_k^{2j} \Delta t_k, \quad (3.9a)$$

e

$$V_{(2j)} = \frac{2}{T(0)} \sum_{k=1}^N v_k^{2j} \Delta t_k. \quad (3.9b)$$

A partir da equação (3.6) são obtidas séries absolutamente convergentes para $x^2, x^4, x^6, x^8, \dots$. Para x^2 , temos:

$$x^2(p) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^{(2)} p^{2j}, \quad (3.10)$$

onde

$$A_j^{(2)} = \sum_{i=1}^j A_i^{(1)} A_{j-i+1}^{(1)}, \quad (3.11)$$

com

$$A_1^{(2)} = A_1^{(1)} A_1^{(1)},$$

$$A_2^{(2)} = A_1^{(1)} A_2^{(1)} + A_2^{(1)} A_1^{(1)},$$

De forma geral, a expressão para x^{2n} é dada por:

$$x^{2n}(p) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^{(2n)} p^{2j+2n-2}, \quad (3.12)$$

onde

$$A_j^{(2n)} = \sum_{i=1}^j A_i^{(2n-2)} A_{j-i+1}^{(2)}. \quad (3.13)$$

De maneira similar a x^2 , x^4 , etc., encontram-se expansões em séries de potências para T (parabólico) e T^2 (parabólico):

$$T(p) = \sum_{j=0}^{\infty} B_j^{(1)} p^{2j}, \quad (3.14)$$

onde

$$B_0^{(1)} = T(0), \quad (3.15)$$

e

$$B_j^{(1)} = J_{j+1} V_{(2j)} T(0).$$

J_{j+1} e $V_{(2j)}$ são os mesmos das equações (3.8) e (3.9). Da equação (3.14) segue-se que:

$$T^2(p) = \sum_{j=0}^{\infty} p^{2j} B_j^{(2)}, \quad (3.16)$$

com

$$B_j^{(2)} = \sum_{i=0}^j B_i^{(1)} B_{j-i}^{(1)}. \quad (3.17)$$

Os coeficientes C_i ($i=1, 2, \dots$) em (3.4) são calculados a partir das equações (3.12) e (3.16) para $n=1, 2, 3$. Comparando os coeficientes para as mesmas potências de p resulta em:

$$C_0 = B_0^{(2)},$$

$$C_1 = B_1^{(2)} / A_1^{(2)},$$

e

$$C_2 = [B_2^{(2)} - C_1 A_2^{(2)}] / A_1^{(4)},$$

ou, em geral,

$$C_n = \left[B_n^{(2)} - \sum_{j=1}^{n-1} C_{n-j} A_{j+1}^{2(n-j)} \right] / A_1^{(2n)}; \quad n = 2, 3, \dots \quad (3.18)$$

A partir das equações acima, encontram-se para C_0 até C_2 os valores:

$$C_0 = T_0^2 = T^2(0),$$

$$C_1 = \frac{1}{V_{(2)}},$$

$$C_2 = \frac{V_{(2)}^2 - V_{(4)}}{4V_{(2)}^4 T_0^2},$$

Os coeficientes, C_i , da série (3.4) são discutidos por Marschall (1975), e as quantidades $V_{(m)}^{1/m}$ designam médias ponderadas das velocidades segundo a forma:

$$V_{(m)}^{1/m} = \left[\frac{2}{T(0)} \sum_{i=1}^N v_i^m \Delta t_i \right]^{1/m}.$$

Em particular, para $m=2$, tem-se que:

$$V_{(2)}^{1/2} = \left[\frac{2}{T(0)} \sum_{i=1}^N v_i^2 \Delta t_i \right]^{1/2} = V_{RMS}. \quad (3.19)$$

O parâmetro V_{RMS} é geralmente referido como velocidade RMS (raiz-média-quadrática) e $1/V_{RMS}^2$ é a inclinação da curva $T^2 - x^2$. A aproximação mais utilizada para (3.4) é dada por:

$$T^2(x) \cong C_0 + C_1 x^2, \quad (3.20)$$

uma vez que a precisão é considerada suficiente para os trabalhos práticos.

Da equação (3.19) observa-se que a V_{RMS} difere da velocidade média V_A dada por:

$$V_A = \frac{2}{T(0)} \sum_{i=1}^N v_i \Delta t_i = \frac{2}{T(0)} \sum_{i=1}^N z_i = \frac{2z}{T(0)},$$

que relaciona o tempo do percurso vertical para um refletor na profundidade z em um meio horizontalmente estratificado. Da derivação acima, o tempo ao quadrado, $T^2(x)$, é expandido com

base em velocidades média-ponderada tomada ao longo do percurso vertical dado para $x=0$ (Krey, 1951; Dix, 1955). O que se busca é transformar $T(p)$ e $x(p)$ para se obter uma expressão conjunta e natural na forma $T(x)$. Para isto, considerou-se a forma hiperbólica para expressar (3.4) na forma mais simples:

$$T(x) = \sqrt{T^2(0) + \frac{x^2}{V_{RMS}^2}}. \quad (3.21)$$

A inclinação da função $T(x)$, é a vagarosidade horizontal $p = p(x)$, e dada por:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{x}{V_{RMS}^2 T(x)}. \quad (3.22)$$

O ângulo de incidência (θ_1), a partir da lei de Snellius ($p = \sin \theta/v$) é dado por:

$$\sin \theta_1 = v_1 \frac{dT}{dx} = \frac{v_1 x}{V_{RMS}^2 T(x)}, \quad (3.23)$$

usando (3.22).

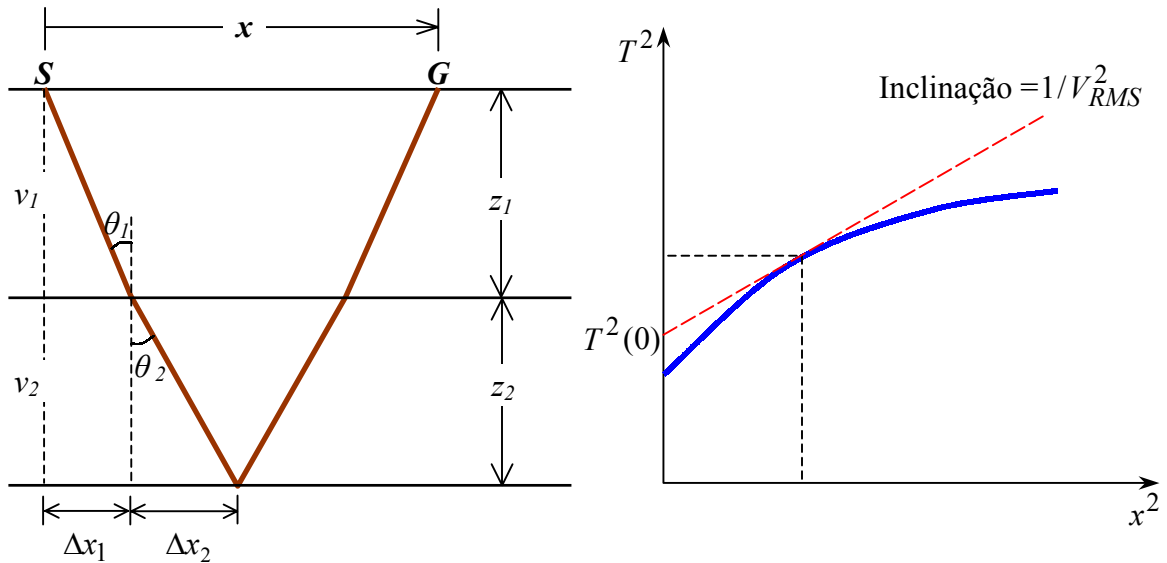


Figura 3.2. Detalhes geométricos para obtenção da fórmula da velocidade RMS V_{RMS} para o caso de duas camadas. (a) Trajetória do raio de reflexão. (b) Curva $T^2 - x^2$.

Sendo ΔT_i considerado um intervalo de tempo e aproximadamente o tempo vertical simples através da i -ésima camada por manter x pequeno, tem-se que:

$$\frac{1}{2}x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = z_1 \tan \theta_1 + z_2 \tan \theta_2$$

$$\begin{aligned}
&\approx v_1 \Delta T_1 \sin \theta_1 + v_2 \Delta T_2 \sin \theta_2 \\
&\approx (v_1^2 \Delta T_1 + v_2^2 \Delta T_2) \sin \theta_1 / v_1 \\
&\approx (v_1^2 \Delta T_1 + v_2^2 \Delta T_2) (x / V_{RMS}^2 T(x)).
\end{aligned}$$

Uma vez que $T(x) \approx 2(\Delta T_1 + \Delta T_2)$, tem-se o resultado:

$$V_{RMS}^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^2 v_i^2 \Delta T_i}{\sum_{i=1}^2 \Delta T_i}. \quad (3.24)$$

Essa equação pode ser generalizada para n camadas plano-horizontais resultando na equação clássica:

$$T^2(x) \approx T^2(0) + x^2 / V_{RMS}^2, \quad (3.25)$$

onde V_{RMS}^2 é dada pela equação anterior (3.24).

3.2. DIVERGÊNCIA ESFÉRICA NUM MEIO PLANO-ESTRATIFICADO.

Nesta seção apresentamos princípios básicos e fundamentais relacionados a medidas práticas de atenuação de amplitude versus afastamento, efeito este devido ao espalhamento geométrico baseado na teoria do raio. O modelo é formado por uma seqüência de camadas plano-horizontais, homogêneas e isotrópicas. As curvas de atenuação versus afastamento resultantes para o presente modelo é para serem aplicadas aos sismogramas sintéticos calculados pelo método da refletividade.

Para descrição do efeito da divergência em afastamento arbitrário, seguimos o desenvolvimento de Gutenberg (1936) como apresentado no Apêndice 1 para o modelo de camadas horizontais. A função atenuação $D(x, \theta)$, denominada também de fator de divergência esférica (unidades em km), é dada pela seguinte expressão:

$$D(x, \theta) = \frac{1}{\tan \theta_1} \left(x^2 + 2x \sum_{i=1}^n z_i \tan^3 \theta_i \right)^{1/2}, \quad (3.26)$$

estando as quantidades envolvidas ilustradas na Figura 3.3. Temos que a equação $x = 2 \sum_{i=1}^n z_i \tan \theta_i$ expressa o afastamento fonte-receptor; θ_i o ângulo de incidência na i -ésima camada e z_i é a camada cuja interface inferior é a i -ésima.

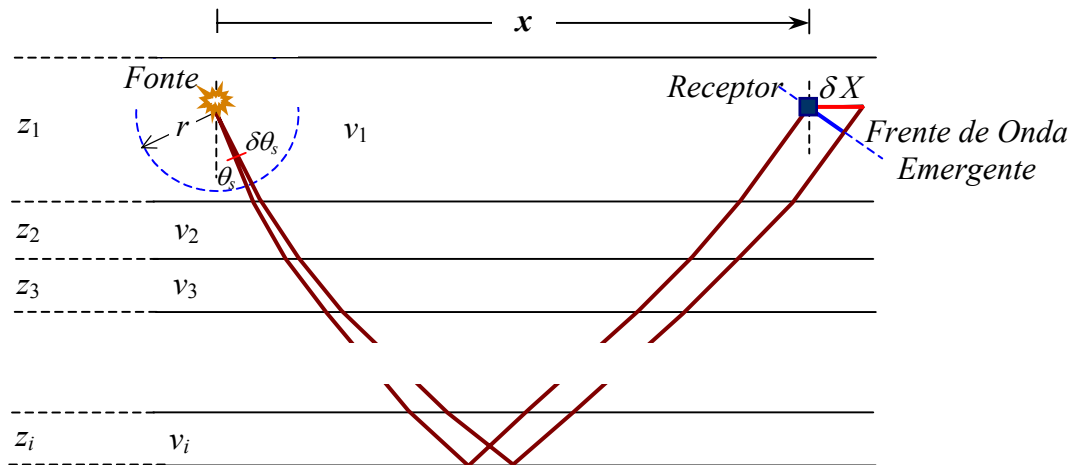


Figura 3.3 Geometria da trajetória do raio para a determinação do fator de divergência. θ_s é o ângulo de partida do feixe de raios contidos em $\delta\theta_s$ (Gutenberg, 1936).

Nesta equação, o afastamento x e os ângulos θ_i estão relacionados através da lei de Snellius e dos parâmetros físicos do modelo. Para qualquer modelo particular, a especificação do ângulo inicial de incidência com a vertical determina x e os ângulos de incidência nas camadas intermediárias. A determinação para o afastamento x em $D(x, \theta)$, para qualquer distância específica, pode ser obtida através da técnica de traçamento de raio, tais como as comumente usadas nos métodos de modelagem numérica da sísmica.

Neste trabalho, concentramos nossa atenção na estratificação plano-horizontal uma vez que este caso leva a soluções analíticas simples para os fatores de divergência e por ser a base do método de correção de sobre-tempo-normal (NMO). Tal modelo é provavelmente adequado por razões de rotina de trabalho, tendo em vista considerações econômicas. Uma vez que saíamos dessa simplicidade básica, por introduzir mergulho e curvatura para as interfaces, as vantagens da simetria cilíndrica são perdidas. No entanto, os fatores de divergência podem ainda serem calculadas pelo método de traçamento de raio, e por considerações da razão entre as áreas das superfícies das frentes de onda incidente e emergente, e isto pode ser calculado para um modelo 2D ou 3D.

4. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA

O modelo para a solução é formado por um sistema de camadas plano-horizontais, e a técnica é através da aplicação da transformada dupla de Fourier sobre a equação da elastodinâmica para o domínio frequência espacial-temporal (k, ω) . Para esta descrição seguimos didaticamente Aki e Richards (1980).

A Figura 4.1 exemplifica o modelo em sub-superfície, e a Figura 4.2 enfatiza a simetria radial para se obter a solução da equação de onda.

A solução da equação de onda segundo o método da refletividade enfatiza a análise da solução no plano complexo- k (ou plano- p , com $k = \omega p$) para avaliar a transformada inversa, e obter a solução como uma função de (r, z, ω) . O método de aproximação avalia esta transformada inversa numericamente pela integração ao longo de valores reais de k e ω para obter a solução desejada em função de (r, z, t) . O exemplo mais simples desta estratégia é o cálculo das ondas SH, devido ao desacoplamento P-SV de SH, computadas usando o propagador para um modelo de multi-camadas homogêneas e isotrópicas. A integral ao longo de k -real é realizada para uma seqüência de frequências espaciais, e segundo uma forma discretizada de:

$$s(r, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(r, z, \omega) e^{+i\omega t} d\omega \quad (4.1)$$

usada para obter o sismograma sintético $s(m\Delta r, n\Delta t)$.

Uma dificuldade da solução acima é causada pelos pólos da solução multi-transformada correspondente aos harmônicos das ondas de superfície. Estes harmônicos se situam ao longo do eixo real- k e, portanto, estão no caminho da integração. Esta dificuldade é normalmente removida adicionando uma pequena parte complexa à velocidade em cada camada, provocando uma não-elasticidade, o que move os pólos das ondas de superfície para o lado positivo real do eixo- k e levanta os pólos para o primeiro quadrante do plano- k . Entretanto, a aproximação dada para o método foi proposta principalmente para aplicação nos estudos voltados às ondas de volume, objetivando obter a resposta na superfície livre superior de um pacote de camadas planas e homogêneas, devido a uma fonte interna pontual no espaço e ativa no tempo. Se o interesse se restringir às ondas de volume, então a integração ao longo do eixo- k pode ser limitada a uma parte real do eixo- k que não apresenta pólos de ondas de superfície. Estamos interessados no

exemplo particular dessa abordagem numérica, que ficou conhecida como o método da refletividade.

Objetivamos um resumo do denominado “método da refletividade” como forma de solução da equação de onda, necessário para o entendimento do problema em estudo. No entanto, muitos detalhes são dados numa seqüência de publicações e de Dissertações e Teses da Universidade Fridericiana de Karlsruhe, Alemanha, que iniciam com Fuchs e Müller (1971), e continua principalmente com os trabalhos de Sandmeir (1990) através do programa de computador P-SV-SH documentado no Anexo I.

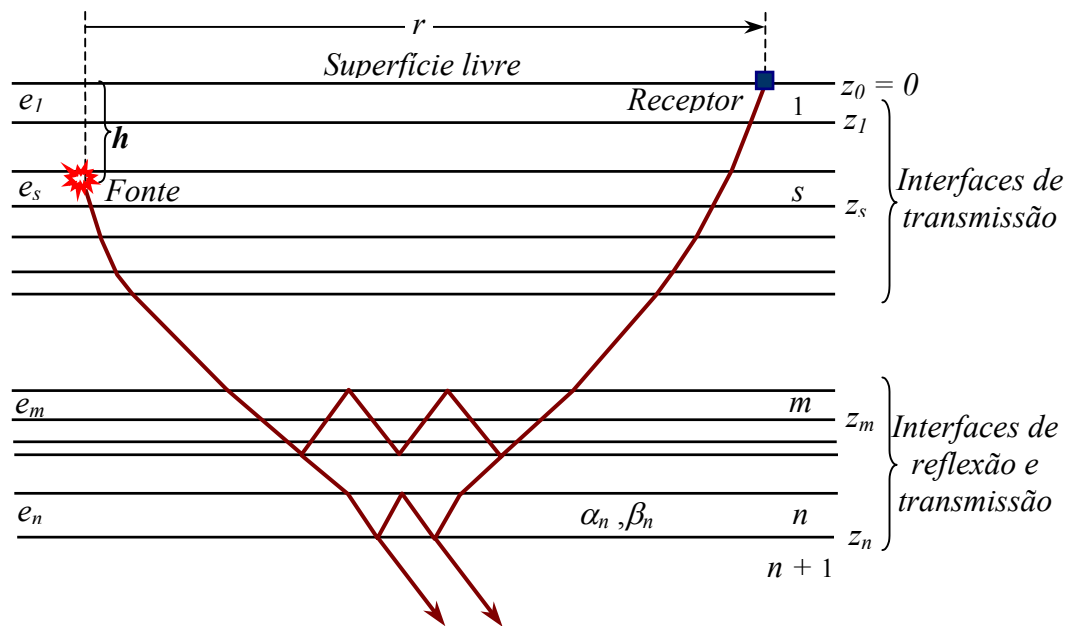


Figura 4.1. Modelo para o método da refletividade. A figura esboça uma fonte pontual localizada na profundidade h e na camada s . O que se tem em vista é a síntese do campo de deslocamento na distância radial r sobre a superfície livre para ondas de volume que tenham interagido com a estrutura do meio entre as profundidades de z_m a z_n indicados através da operação simbolizada por $\{PP\}_n^m$. Uma vez que a matriz propagadora é usada entre estas duas profundidades, todas as múltiplas que ocorrem dentro da estrutura de interesse são contabilizadas. Por exemplo, uma onda P e uma onda S são ilustradas na camada n . O efeito da estrutura acima da fonte é incluído no código de programa de computador.

Em relação à Figura 4.1, uma fonte pontual é colocada na profundidade h , e ondas que no receptor são consideradas como refletidas a partir da estrutura entre as profundidades z_m e z_n . Por exemplo, nas bacias sedimentares isto pode ser uma região de alto gradiente de velocidade que pode ser modelada por muitas camadas homogêneas.

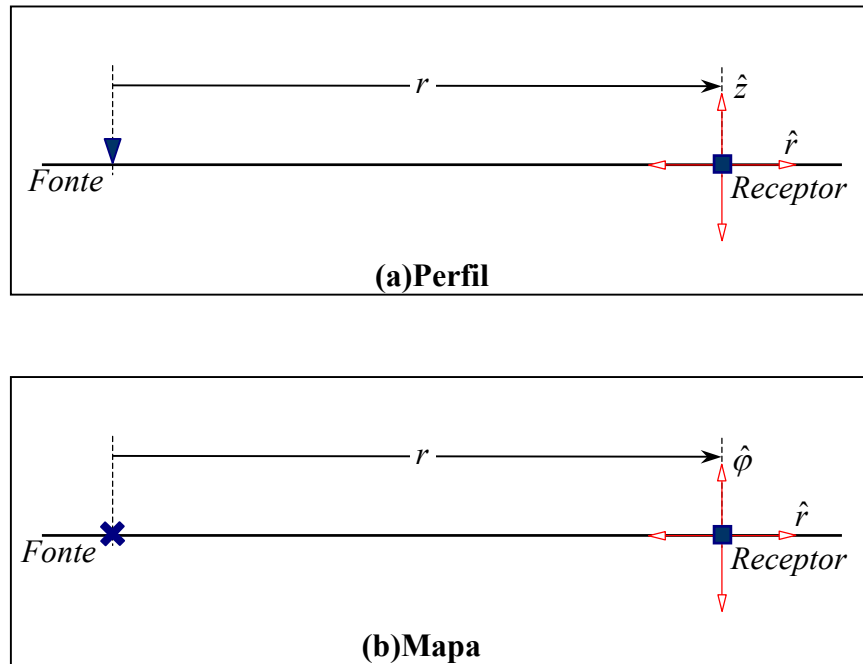


Figura 4.2. Posição da fonte, do receptor e da orientação do sistema de coordenadas (radial, transversal e vertical) em perfil e em mapa. A distância radial fonte-receptor é r . \hat{r} , \hat{z} e $\hat{\phi}$ são vetores unitários relativos às direções r , z e ϕ .

A solução no domínio da frequência temporal corresponde a integral sobre a frequência espacial. A expressão para as componentes radial, u_r , e vertical, u_z , são dadas por:

$$\mathbf{u}_r(r, \varphi, z = 0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} k u_r(k, m, 0, \omega) \mathbf{S}_k^m dk \quad (4.2a)$$

e

$$\mathbf{u}_z(r, \varphi, z = 0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} [-i k u_z(k, m, 0, \omega) \mathbf{R}_k^m] dk. \quad (4.2b)$$

As funções vetoriais ortogonais \mathbf{S}_k^m e \mathbf{R}_k^m são dadas na seção 4.2 através das equações (4.52b) e (4.52c) respectivamente. Para valores de k para as ondas de volume e uma separação horizontal mínima fonte-receptor, admitindo apenas o campo distante, a componente transversal $\hat{\phi}$ de \mathbf{S}_k^m , vistas a diante, é considerada desprezível. Adicionalmente, a integral (4.2) pode ser mudada para uma integração ao longo do parâmetro horizontal do raio, e passam a ter as formas:

$$\mathbf{u}_r(r, \varphi, 0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \omega^2 p \left[u_r \frac{d}{d(\omega pr)} J_m(\omega pr) \right] e^{im\varphi} dp, \quad (4.3a)$$

$$\mathbf{u}_z(r, \varphi, 0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \omega^2 p [i u_z J_m(\omega pr)] e^{im\varphi} dp, \quad (4.3b)$$

onde $J_m(\omega pr)$, é a função de Bessel de ordem m , e a expressão é seguida de integração em ω para obter o vetor deslocamento $\mathbf{u}(r, \varphi, 0, t)$, que é composto das componentes radial u_r e vertical u_z do movimento do solo medida na superfície do modelo ($z=0$).

As funções u_r e u_z do integrando na forma multi-transformada para a propagação P-SV, componentes radial e vertical, na forma vetorial, são dadas por:

$$\begin{pmatrix} u_r(k, m, 0, \omega) \\ u_z(k, m, 0, \omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\alpha_1 \beta_1^2 p \xi_1 \eta_1 \\ -2\alpha_1 \xi_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) \end{pmatrix} \times \frac{P_m \times e^{[i\omega \Phi_m]} \times \{P'P'\}_n^m \times P^{inc}}{(1 - 2\beta_1^2 p^2)^2 + 4\beta_1^4 p^2 \xi_1 \eta_1}. \quad (4.4)$$

Nesta forma implica com somatório sobre m , as quantidades envolvidas são o produto resultante:

$$P_m = \left(\prod_{j=s}^{m-1} P'P'_j \right) \times \left(\prod_{j=1}^{m-1} P'P'_j \right), \quad (4.5)$$

onde PP_j são os coeficientes de reflexão para as interfaces j . E Φ_m o espalhamento de fase dado por:

$$\Phi_m = \left(\sum_{j=s+1}^m \xi_j e_j \right) + \left(\sum_{j=1}^m \xi_j e_j \right) + \xi_s (z_s - h). \quad (4.6)$$

P^{inc} é o fator escalar para representar a amplitude da onda incidente. A integração (numérica) é em k e em ω , e $\{P'P'\}_n^m$ é a representação dos coeficientes de reflexão das onda P (incidente) e P (refletida) para o conjunto de camadas no intervalo entre m e n .

Na prática, o intervalo de integração de (4.3) é naturalmente finito, e Fuchs e Müller (1971) recomendam $0 \leq p \leq 1/\alpha_{\max}$, onde α_{\max} é a maior velocidade da onda P nas camadas acima da região de reflexão. A quantidade Φ_m é sempre real, e as ondas inhomogêneas são evitadas acima da região de reflexão.

Para completar o estudo, agora precisamos entender a seqüência do desenvolvimento teórico, e do algoritmo para o cálculo dos sismogramas.

4.1. POTENCIAIS DE DESLOCAMENTO E A INDEPENDÊNCIA DOS MOVIMENTOS P-SV E SH

Um dos problemas mais interessantes na elastodinâmica é o cálculo do vetor deslocamento $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ devido a uma força pontual aplicada (unidirecional e multidirecional) num ponto fixo de um volume, porém com a intensidade da força variando com o tempo. Para esta descrição seguimos principalmente Aki e Richards (1980).

A equação a ser resolvida para \mathbf{u} , na forma de componentes, é dada por:

$$\rho \ddot{u}_i = g_i + (\lambda + \mu) u_{j,j_i} + \mu u_{i,jj}$$

e na forma vetorial por:

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{g} + (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}), \quad (4.7)$$

onde \mathbf{g} representa as forças internas presente no corpo, sendo a gravitacional a mais real que podemos exemplificar.

O teorema de Lamé-Helmholtz é aplicado para decompor os campos \mathbf{u} e \mathbf{g} em componentes escalares e vetoriais denominados de potenciais de deslocamento. De uma forma geral, a força interna \mathbf{g} e os valores iniciais de velocidade $\dot{\mathbf{u}}$ e deslocamento \mathbf{u} são expressos em termos dos potenciais escalares (Φ, A, C) e vetoriais ($\Psi, \mathbf{B}, \mathbf{D}$) na forma:

$$\mathbf{g} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi; \quad \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, 0) = \nabla A + \nabla \times \mathbf{B}; \quad \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \nabla C + \nabla \times \mathbf{D}. \quad (4.8)$$

Os potenciais vetoriais são submetidos as condições de divergência nula para que a decomposição tenha unicidade:

$$\nabla \cdot \Psi = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0. \quad (4.9)$$

O teorema de Lamé-Helmholtz diz que existem potenciais ϕ e ψ para o vetor deslocamento \mathbf{u} com as quatro propriedades seguintes:

$$(i) \quad \mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times \psi, \quad (4.10a)$$

$$(ii) \quad \nabla \cdot \psi = 0, \quad (4.10b)$$

$$(iii) \quad \ddot{\phi} = \frac{\Phi}{\rho} + \alpha^2 \nabla^2 \phi \quad \text{com} \quad \alpha^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, \quad (4.10c)$$

$$(iv) \quad \ddot{\psi} = \frac{\Psi}{\rho} + \beta^2 \nabla^2 \psi \quad \text{com} \quad \beta^2 = \frac{\mu}{\rho}. \quad (4.10d)$$

$\nabla\phi$ e $\nabla\times\boldsymbol{\psi}$ são chamados de componentes da onda P e onda S de \boldsymbol{u} , respectivamente. Identidades vetoriais usadas para tal demonstração são as seguintes: o Laplaciano vetorial, o rotacional da divergência e a divergência do rotacional:

$$\nabla^2\boldsymbol{V} \equiv \nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{V}) - \nabla\times(\nabla\times\boldsymbol{V}), \quad \nabla\times(\nabla\Phi) \equiv \boldsymbol{0}, \quad \nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{V}) \equiv 0.$$

Partindo das relações anteriores, a equação (4.10a) é transformada para uma representação prática, com a decomposição do campo \boldsymbol{u} em termos dos potenciais escalares (ϕ , $\boldsymbol{\psi}$, $\boldsymbol{\chi}$) que representam separadamente as ondas P, SV e SH, respectivamente, nas formas:

$$\boldsymbol{g} = \nabla\Phi + \nabla\times\nabla\times(0,0,\boldsymbol{\Psi}) + \nabla\times(0,0,\boldsymbol{X}), \quad (4.11a)$$

$$\boldsymbol{u} = \nabla\phi + \nabla\times\nabla\times(0,0,\boldsymbol{\psi}) + \nabla\times(0,0,\boldsymbol{\chi}), \quad (4.11b)$$

onde houveram as modificações para:

$$\nabla\times\boldsymbol{\Psi} = \nabla\times\nabla\times(0,0,\boldsymbol{\Psi}) + \nabla\times(0,0,\boldsymbol{X}) \quad \text{e} \quad \nabla\times\boldsymbol{\psi} = \nabla\times\nabla\times(0,0,\boldsymbol{\psi}) + \nabla\times(0,0,\boldsymbol{\chi}),$$

convenientes para tratar separadamente as ondas P, SV e SH como obtido em (4.36) a diante, e simplificado à forma clássica $\ddot{\phi} = c^2\nabla^2\phi$.

Um meio homogêneo por partes é definido com aquele composto por diferentes regiões cada uma das quais é homogênea. Uma interface plano-horizontal entre dois meios homogêneos leva ao acoplamento das ondas planas P e SV, e a onda SH se propaga independentemente. Sendo assim, iniciando com o Teorema de Lamé, as equações de onda nas formas:

$$\ddot{\phi} = \Phi/\rho + \alpha^2\nabla^2\phi \quad (4.12a)$$

e

$$\ddot{\boldsymbol{\psi}} = \boldsymbol{\Psi}/\rho + \beta^2\nabla^2\boldsymbol{\psi}, \quad (4.12b)$$

são satisfeitas por potenciais relacionados ao deslocamento \boldsymbol{u} e as forças internas \boldsymbol{g} através de:

$$\boldsymbol{u} = \nabla\phi + \nabla\times\boldsymbol{\psi}, \quad \boldsymbol{g} = \nabla\Phi + \nabla\times\boldsymbol{\Psi}, \quad \text{com} \quad \nabla\cdot\boldsymbol{\psi} = 0, \quad \nabla\cdot\boldsymbol{\Psi} = 0. \quad (4.13a,b,c,d)$$

Decompondo o deslocamento vetorial $\boldsymbol{\psi}$ em SH e SV, as equações de onda (4.12a) e (4.12b) acima, são equivalentes a três equações escalares fisicamente interpretáveis pela polarização do movimento da partícula nos modelos plano-horizontais:

$$\boldsymbol{\psi} = \nabla\times\nabla\times(0,0,\boldsymbol{\psi}) + \nabla\times(0,0,\boldsymbol{\chi}), \quad (4.14)$$

$$\text{(onda P)} \quad \ddot{\phi} = \Phi/\rho + \alpha^2\nabla^2\phi, \quad (4.15a)$$

$$\text{(onda SV)} \quad \frac{d^2}{dt^2}(\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z = \frac{1}{\rho}(\nabla \times \boldsymbol{\Psi})_z + \nabla^2[(\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z], \quad (4.15b)$$

$$\text{(onda SH)} \quad \ddot{\psi}_z = \Psi_z / \rho + \nabla^2 \psi_z. \quad (4.15c)$$

Considerando ausência de forças internas ($\mathbf{g}=0$), a partir de (4.15) qualquer deslocamento pode ser decomposto em três tipos de deslocamentos; ou seja, aqueles nos quais duas das três funções ϕ , $(\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z$, ψ_z se anulam em qualquer parte, como descrito a seguir.

Para deslocamento puro correspondendo a polarização da onda P se escolhe $(\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z = 0$ e $\psi_z = 0$, e $\phi \neq 0$. Estas ondas são caracterizadas por $\nabla \cdot \mathbf{u} \neq 0$, porém $\nabla \times \mathbf{u} = 0$. O deslocamento da partícula é dada por:

$$\mathbf{u}^P = \nabla \phi. \quad (4.16)$$

Onde, em coordenadas Cartesianas,

$$\mathbf{u}^P = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \vec{k}, \quad (4.17)$$

e em coordenadas circular-cilíndricas,

$$\mathbf{u}^P = \nabla \phi = \left(\frac{\partial \phi_r}{\partial r} + \frac{\phi_r}{r} \right) \hat{r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_\theta}{\partial \theta} \right) \hat{\theta} + \left(\frac{\partial \phi_z}{\partial z} \right) \hat{z}. \quad (4.18)$$

A equação de onda permanece a de número (4.15a) porque nenhuma mudança foi realizada na definição do potencial de deslocamento ϕ .

Para deslocamento puro correspondente a polarização da onda SV, se escolhe $\phi = 0$, $\psi_z = 0$. Uma vez que $\nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0$, isto significa que $\partial \psi_x / \partial x + \partial \psi_y / \partial y = 0$, e sob esta condição pode-se considerar a existência de uma função M tal que $\psi_x = \partial M / \partial y$, $\psi_y = -\partial M / \partial x$, de modo que:

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial y} = 0, \quad (4.19)$$

ou seja,

$$\boldsymbol{\psi} = \nabla \times (0, 0, M). \quad (4.20)$$

Isto vem do fato de que para um vetor $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$, o rotacional é dado por:

$$\nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \vec{k} \quad (4.21)$$

que para o vetor $\vec{V} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + M\vec{k}$, o rotacional é dado por:

$$\nabla \times \vec{V} = \left(\frac{\partial M}{\partial y} \right) \vec{i} + \left(-\frac{\partial M}{\partial x} \right) \vec{j}. \quad (4.22)$$

É usual escrever M como simplesmente o escalar ψ . Desta forma, a equação (4.13a) é escrita como:

$$\mathbf{u}^{SV} = \nabla \phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi} = \nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi). \quad (4.23)$$

No sistema Cartesiano:

$$\mathbf{u}^{SV} = \nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi) = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial y} \right) \vec{j} + \left(-\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \vec{k}. \quad (4.24)$$

No sistema circular-cilíndrico:

$$\mathbf{u}^{SV} = \nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_z}{\partial r} - \frac{\partial \psi_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial \psi_r}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial r} + \frac{\phi_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta} \right) \hat{z} \quad (4.25)$$

Como para estes deslocamentos $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ e $(\nabla \times \mathbf{u})_z = 0$, as ondas SV caem nesta categoria. A equação de onda (4.15b) é para ser modificada, uma vez que a seguinte substituição deve ser feita:

$$(\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z = [\nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi)]_z = \mathbf{u}^{SV} \Big|_z. \quad (4.26)$$

Fazendo a inversão das operações $\nabla \times \nabla \times$, $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ e $\partial^2 / \partial t^2$ em (4.15b), resulta em:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z = \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi)]_z = [\nabla \times \nabla \times (0, 0, \ddot{\psi})]_z = \nabla^2 [(\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z], \quad (4.27)$$

o que simplifica para:

$$(\ddot{\psi})_z = (\nabla^2 \psi)_z, \quad (4.28)$$

equivalente a:

$$\ddot{\psi} = \beta^2 \nabla^2 \psi. \quad (4.29)$$

Para deslocamento puro correspondente a polarização da onda SH, envolve $\phi = 0$, $(\nabla \times \boldsymbol{\psi})_z = 0$. Portanto, $\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot (\nabla \phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}) = \nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\psi}) = 0$ e $\mathbf{u}_z = 0$, tal que o deslocamento

aqui é como ψ em (4.15). Uma vez que $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, significa que $\partial u_x / \partial x + \partial u_y / \partial y = 0$, e sob esta condição pode-se considerar a existência de uma função M tal que $u_x = \partial M / \partial y$, $u_y = -\partial M / \partial x$, de modo que:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial y} = 0. \quad (4.30)$$

É usual escrever M como simplesmente o escalar χ ; ou seja, existe uma função χ tal que $\mathbf{u} = \nabla \times (0, 0, \chi)$. Fazendo $u_1 = u_2 = 0$ e $u_3 = \chi$ no rotacional:

$$\nabla \times \bar{\mathbf{u}} = \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) \bar{i} + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \bar{j} + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \bar{k} = \left(\frac{\partial \chi}{\partial x_2} \right) \bar{i} + \left(-\frac{\partial \chi}{\partial x_1} \right) \bar{j} \quad (4.31)$$

$$\mathbf{u}^{SH} = \nabla \times (0, 0, \chi). \quad (4.32)$$

No sistema Cartesiano:

$$\mathbf{u}^{SH} = \nabla \times (0, 0, \chi) = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial x} \right) \bar{i} + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial y} \right) \bar{j} + \left(-\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \bar{k}. \quad (4.33)$$

No sistema circular-cilíndrico:

$$\mathbf{u}^{SH} = \nabla \times (0, 0, \chi) = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \chi_z}{\partial r} - \frac{\partial \chi_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial \chi_r}{\partial z} - \frac{\partial \chi_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \left(\frac{\partial \chi_\theta}{\partial r} + \frac{\chi_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \chi_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}. \quad (4.34)$$

Esse deslocamento é do tipo SH sendo caracterizado por $(\nabla \times \mathbf{u})_z = 0$, $\mathbf{u}_z = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$. A equação de onda (4.15c) é para ser pouco modificada, uma vez que a seguinte substituição deve ser feita $\psi_z = \chi$:

$$\ddot{\chi} = \beta^2 \nabla^2 \chi. \quad (4.35)$$

Resumindo, na ausência de forças internas, as equações das ondas P, SV e SH na forma de potenciais escalares são dadas por:

$$(P:) \quad \ddot{\phi} = \alpha^2 \nabla^2 \phi, \quad (4.36a)$$

$$(SV:) \quad \ddot{\psi} = \beta^2 \nabla^2 \psi, \quad (4.36b)$$

$$(SH:) \quad \ddot{\chi} = \beta^2 \nabla^2 \chi. \quad (4.36c)$$

Semelhantemente aos três tipos de onda em (4.15) descritas por potenciais escalares (ϕ, ψ, χ) , o vetor \mathbf{g} também pode ter uma decomposição em termos de potenciais escalares (Φ, Ψ, X) na forma:

$$\mathbf{g} = \nabla\Phi + \nabla \times \nabla \times (0, 0, \Psi) + \nabla \times (0, 0, X). \quad (4.37)$$

As equações de onda P, SV e SH com a contribuição das forças internas são dadas, respectivamente, por:

$$\ddot{\phi} = \Phi/\rho + \alpha^2 \nabla^2 \phi, \quad \ddot{\psi} = \Psi/\rho + \beta^2 \nabla^2 \psi, \quad \ddot{\chi} = X/\rho + \beta^2 \nabla^2 \chi \quad (4.38a,b,c)$$

Para descrever a tensão-deslocamento-rotação das partículas de um sólido é utilizada uma porção infinitesimal de matéria no interior de um tetraedro como na Figura 4.3

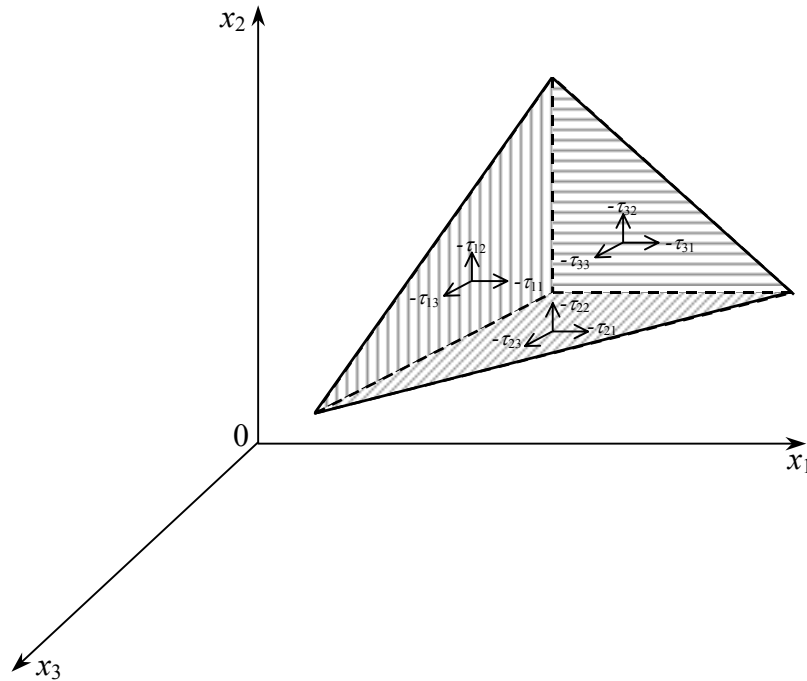


Figura 4.3. Figura de um tetraedro com a distribuição de componentes de tensão perpendicular (τ_{ii}) e transversal (τ_{ij}) às faces.

A descrição entre tensão-deformação linear para meios anisotrópicos é feita com base na lei de Hooke generalizada que corresponde à relação entre tensão (τ_{ij}) e deformação linear (e_{ij}) nos sólidos na forma:

$$\tau_{ij} = c_{ijpq} e_{pq}, \quad (4.39)$$

onde c_{ijpq} são os coeficientes independentes e anisotrópicos de linearidade, e permite a existência de 81 coeficientes. Esta relação matemática é descrita como uma transformação tensorial cartesiana do segundo tipo (Bullen, 1959). O tensor-tensão τ_{ij} (Figura 4.3) também obedece a uma transformação do segundo tipo na forma:

$$\tau_{pq} = a_{ip}a_{qi}\tau_{ij}. \quad (4.40)$$

A simetria do tensor-tensão é $\tau_{ji} = \tau_{ij}$, o que faz $c_{jipq} = c_{ijpq}$. A simetria do tensor-deformação é $e_{qp} = e_{pq}$, o que faz $c_{ijqp} = c_{ijpq}$. A simetria do coeficiente é $c_{pqij} = c_{ijpq}$ com base em argumentações da termodinâmica. Com estas simetrias os coeficientes c_{ijpq} são reduzidos de 81 para 21 coeficientes.

Considerando um meio isotrópico, é demonstrado que a relação tensão-deformação simplifica c_{ijpq} para:

$$c_{ijpq} = \lambda\delta_{ij}\delta_{pq} + \mu(\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp}), \quad (4.41)$$

o que envolve apenas duas constantes independentes λ e μ , conhecidos como constantes de Lamé. As quantidades δ_{ij} são os deltas de Kronecker. A relação tensão-deformação passa à forma conveniente:

$$\tau_{ij} = \lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}, \quad (4.42)$$

onde

$$\theta = \nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (4.43)$$

é denominado de divergência esférica.

O tensor-deformação é descrito em termos da tensão infinitesimal pelas componentes na forma:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.44)$$

O tensor-rotação é descrito semelhantemente pelas componentes do rotacional na forma:

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right). \quad (4.45)$$

A equação de onda na forma de componentes para tensão-deslocamento é dada por:

$$\rho \ddot{u}_i = g_i + \tau_{ij,j}, \quad (4.46)$$

que pode ser reescrita para a forma de deslocamento substituindo τ_{ij} por $c_{ijpq}e_{ij}$, onde aparece naturalmente a parte da rotação ξ_{ij} . Nesta nomenclatura de Levi-Cevitá, o índice que se repete, se soma.

4.2. SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA ESCALAR

O problema geofísico corresponde naturalmente ao caso tridimensional. A função de Green para uma fonte pontual é mais convenientemente descrita no sistema circular-cilíndrico (r, φ, z) ilustrado na Figura 4.4. Continuando com os três potenciais escalares (ϕ, ψ, χ) representando as ondas P, SV e SH, respectivamente, o deslocamento elástico ideal para um corpo homogêneo passa a ser expresso pelas equações diferenciais parciais dos seus potenciais. Segundo o método de separação de variáveis, as soluções gerais podem ser obtidas por uma superposição de soluções básicas na forma:

$$\ddot{\phi} = \alpha^2 \nabla^2 \phi; \quad \phi(\mathbf{r}, \omega) = J_m(kr) e^{im\varphi} (Ae^{-\gamma z} + Be^{\gamma z}) e^{-i\omega t}, \quad (4.47a)$$

$$\ddot{\psi} = \beta^2 \nabla^2 \psi; \quad \psi(\mathbf{r}, \omega) = J_m(kr) e^{im\varphi} (Ce^{-\nu z} + De^{\nu z}) e^{-i\omega t} \quad e \quad (4.47b)$$

$$\ddot{\chi} = \beta^2 \nabla^2 \chi; \quad \chi(\mathbf{r}, \omega) = J_m(kr) e^{im\varphi} (Ee^{-\nu z} + Fe^{\nu z}) e^{-i\omega t}. \quad (4.47c)$$

Nestas equações estão explícitas as dependências radial (r), azimutal (φ) e a profundidade (z). $J_m(kr)$ é a função de Bessel de ordem m , sendo m um número inteiro; A, B, C, D e F são constantes de integração; e $\gamma = (k^2 - \omega^2/\alpha^2)^{1/2}$, $\nu = (k^2 - \omega^2/\beta^2)^{1/2}$. O meio é único e homogêneo, sendo caracterizado por α e β .

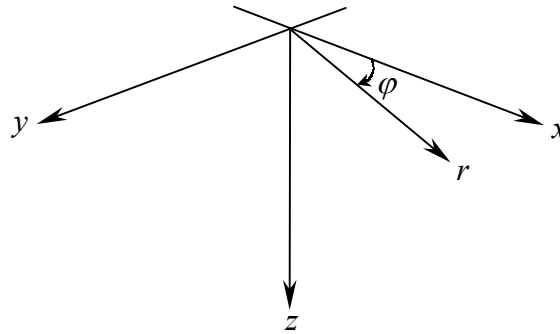


Figura 4.4. Sistema de coordenadas cartesianas e cilíndricas usado para solução da equação de onda para uma fonte pontual em um meio verticalmente heterogêneo, onde x é, por exemplo, a direção Norte-Sul.

É conveniente agrupar as dependências sobre (r, φ) numa única função para simplificação das equações, o que se escreve como:

$$Y_k^m(r, \varphi) = J_m(kr) e^{im\varphi}, \quad (4.48)$$

como uma expressão usualmente denominada de “função onda horizontal”, uma vez que sozinha ela caracteriza a propagação horizontal para os potenciais. Estas ondas permanecem invariáveis para os meios verticalmente heterogêneos, sendo as condições de contorno aplicadas com relação a componente vertical da onda em propagação.

Uma dificuldade aparente para continuar com a descrição dos potenciais de deslocamento repousa no fato de que o modelo é um meio verticalmente heterogêneo, enquanto que as soluções (4.47) requerem homogeneidade do meio. Potenciais de deslocamento permitem, no entanto, separar as funções de onda horizontal que satisfazem quantidades físicas distintas, uma vez que este aspecto do problema é invariável para uma heterogeneidade vertical. Continuando com um meio homogêneo, os vetores deslocamento (u_r, u_φ, u_z) são construídos a partir dos potenciais em (4.11b) para as ondas P, SV e SH na forma:

$$\mathbf{u}^P = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \hat{\mathbf{z}} + \frac{\partial \phi}{\partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad (4.49a)$$

$$\mathbf{u}^{SV} = \nabla \times \nabla \times (0, 0, \psi) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} \hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial \phi} \hat{\boldsymbol{\phi}} + \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right] \hat{\mathbf{z}} \quad (4.49b)$$

$$\mathbf{u}^{SH} = \nabla \times (0, 0, \chi) = \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \phi} \hat{\mathbf{r}} + \left(-\frac{\partial \chi}{\partial r} \right) \hat{\boldsymbol{\phi}} + (0) \hat{\mathbf{z}}. \quad (4.49c)$$

As quantidades físicas importantes para estabelecer as condições de contorno são as de continuidade de deslocamento e tensão. As relações entre tensão e deslocamento para um sistema de coordenadas cilíndricas, para transferir a tração através de planos horizontais que separam os meios, em termos de componentes de deslocamento são dadas por:

$$\tau_{zr} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \quad (4.50a)$$

$$\tau_{z\varphi} = \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} \right) \quad (4.50b)$$

$$\tau_{zz} = \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}. \quad (4.50c)$$

Substituindo os potenciais (4.47) em (4.49) e (4.50), os vetores deslocamento \mathbf{u} e tração \mathbf{T} (no plano horizontal) passam a ter as seguintes formas:

$$\mathbf{u} = [l_1(\omega, k, z)\mathbf{T}_k^m(r, \varphi) + r_1(\omega, k, z)\mathbf{S}_k^m(r, \varphi) + r_2(\omega, k, z)\mathbf{R}_k^m(r, \varphi)]e^{-i\omega t}, \quad (4.51a)$$

$$\mathbf{T} = [l_2(\omega, k, z)\mathbf{T}_k^m(r, \varphi) + r_3(\omega, k, z)\mathbf{S}_k^m(r, \varphi) + r_4(\omega, k, z)\mathbf{R}_k^m(r, \varphi)]e^{-i\omega t}, \quad (4.51b)$$

onde as funções vetoriais ortogonais \mathbf{T}_k^m , \mathbf{S}_k^m e \mathbf{R}_k^m são dadas por:

$$\mathbf{T}_k^m(r, \varphi) = \frac{1}{kr} \frac{\partial Y_k^m}{\partial \varphi} \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{k} \frac{\partial Y_k^m}{\partial r} \hat{\boldsymbol{\varphi}} \quad (4.52a)$$

$$\mathbf{S}_k^m(r, \varphi) = \frac{1}{k} \frac{\partial Y_k^m}{\partial r} \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{kr} \frac{\partial Y_k^m}{\partial \varphi} \hat{\boldsymbol{\varphi}} \quad (4.52b)$$

$$\mathbf{R}_k^m(r, \varphi) = -Y_k^m(r, \varphi) \hat{\mathbf{z}} \quad (4.52c)$$

em que $\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$ e $\hat{\mathbf{z}}$ são vetores unitários nas direções r, φ, z .

A dependência em z é descrita pelas 6 (seis) funções escalares l_1, l_2, r_1, r_2, r_3 e r_4 . Estas funções satisfazem uma dependência em z nos termos dos potenciais de equação (4.47) e satisfazem a importante equação:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial z} = \mathbf{A} \mathbf{f}. \quad (4.53)$$

No caso das ondas SH a estrutura é $\mathbf{f} = (l_1, l_2)^T$, e para o caso P-SV $\mathbf{f} = (r_1, r_2, r_3, r_4)^T$.

Essas considerações para um meio homogêneo motiva a iniciar com a forma (4.51) para um meio verticalmente heterogêneo, substituindo-as nas equações de movimento e nas relações de tensão-deformação. Por este caminho chega-se diretamente às equações diferenciais simultâneas (matriciais) de primeira ordem (4.66) e (4.74) vistas adiante, caracterizadas pela dependência em z para o vetor deslocamento-tensão em coordenadas cilíndricas, com a mesma dependência em z nos problemas de ondas planas.

4.3. TRANSFORMAÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA ELÁSTICA

4.3.1. Método matricial

Para o caso de ondas planas, as equações do movimento e as relações constitutivas podem ser combinadas de tal forma que é necessário apenas as derivadas de primeira ordem em relação à profundidade para a tensão e o deslocamento. Isto significa que a propagação de ondas planas pode ser estudada em termos de uma equação de onda transformada ao tipo:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial z} = \mathbf{A} \mathbf{f}, \quad (4.54)$$

na qual $\mathbf{f} = \mathbf{f}(z)$ é um vetor-coluna que fornece a dependência com a profundidade para o deslocamento e tensão da partícula. \mathbf{A} é uma matriz cujos elementos são compostos das constantes elásticas do meio (homogêneo), e depende do parâmetro da vagarosidade horizontal p e da frequência temporal ω . Essa forma é conveniente para colocar as condições de contorno, que descreve a transferência de energia sísmica entre as camadas. A dependência temporal faz parte dos dois lados e pode ser cancelada para simplificar o desenvolvimento das equações.

A transformação da equação de onda da forma deslocamento-tensão, $\rho \ddot{u}_i = g_i + \tau_{ji,j}$, para a forma de equação diferencial matricial, $d\mathbf{f}(z)/dz = \mathbf{A}(z)\mathbf{f}(z)$, permite o uso do operador matrizante, como também analisar ondas homogêneas e inhomogêneas por um mesmo formalismo, com o objetivo de considerar ondas planas de uso no método da refletividade (Aki e Richards, 1980).

O método matricial introduzido por Thomson (1950), e revisto por Haskell (1953), tem sido usado extensivamente na análise da propagação de ondas de superfície. Neste método, o meio verticalmente heterogêneo é substituído por um empilhamento de camadas homogêneas sob um semi-espço homogêneo, como ilustrado na Figura 4.7. O método denominado Haskell-Thomson é um caso especial do método da matriz propagadora introduzido na sismologia por Gilbert e Backus (1966).

Para entendimento do fenômeno de propagação e para complementação do texto, considera-se um meio elástico perfeito, formado por camadas plano-horizontais, homogêneas e isotrópicas, portanto verticalmente heterogêneo, compondo o semi-espço $z > 0$, no qual as constantes elásticas de Lamé $\lambda(z)$ e $\mu(z)$, e a densidade $\rho(z)$ são funções arbitrárias de z e multi-degraus. Inicialmente o sistema Cartesiano (x,y,z) é usado para as relações constitutivas invariantes com o sistema referencial, e depois se passa ao circular-cilíndrico para expressar a

propagação radial a partir de uma fonte pontual. Admite-se que estas ondas se propaguem no sentido $+x$. Estas ondas têm a mesma dependência em z que as ondas em coordenadas circular-cilíndricas que se originam a partir de uma condição de fonte pontual.

Para as ondas SH, procura-se a solução da equação do movimento na forma deslocamento-tensão:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j}, \quad (i,j = 1,2,3) \quad (4.55)$$

onde

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (i,j = 1,2,3), \quad (4.56)$$

e se considera deslocamentos na forma monofreqüência onde se busca a dependência vertical z , uma vez que a dependência horizontal é dada por $kx - \omega t$. As condições impostas são dadas a seguir:

$$(u_x = u_1 = u) \quad u = 0 \quad (4.57a)$$

$$(u_y = u_2 = v) \quad v = l_1(k, z, \omega) e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.57b)$$

$$(u_z = u_3 = w) \quad w = 0. \quad (4.57c)$$

As componentes de tensão associados com o deslocamento acima são:

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = \tau_{zx} = 0, \quad (\text{condição para P-SV}) \quad (4.58a)$$

$$\tau_{yz} = \mu \frac{dl_1}{dz} e^{i(kx - \omega t)}, \quad (4.58b)$$

$$\tau_{yx} = ik\mu l_1 e^{i(kx - \omega t)}. \quad (4.58c)$$

A substituição de (4.57), (4.58) em (4.55) obtém-se a equação diferencial relativa a $l_1(k, z, \omega)$:

$$-\omega^2 \rho(z) l_1 = \frac{d}{dz} \left[\mu(z) \frac{dl_1}{dz} \right] - k^2 \mu(z) l_1. \quad (4.59)$$

As ondas SH correspondem à solução da equação do movimento que satisfaz as seguintes condições: (1) fonte-livre em todo o volume (ausência de forças internas); (2) a tensão é nula na superfície livre ($z=0$); (3) não existe fonte no infinito; (4) o deslocamento e a tensão devem ser contínuos entre quaisquer interfaces (as interfaces são soldadas), onde as constantes elásticas apresentam um salto de descontinuidade; de outra forma, descontinuidade no deslocamento e na

tensão agiriam como uma fonte sísmica (teorema da representação da fonte sísmica). Uma vez que as descontinuidades do meio ocorrem somente em planos horizontais, a componente de tensão τ_{yz} é obrigada a ser contínua para as ondas SH. Sendo assim, é introduzido uma nova função l_2 na equação (4.58) para descrever as dependências temporal e vertical de τ_{yz} na forma:

$$\tau_{yz} = l_2(k, z, \omega)e^{[i(kx - \omega t)]}. \quad (4.60)$$

Então, (4.58) e (4.59) podem ser reescritas como um conjunto de equações diferenciais ordinárias acopladas de primeira ordem:

$$\frac{dl_1}{dz} = \frac{l_2}{\mu(z)}, \quad (4.61)$$

$$\frac{dl_2}{dz} = [k^2 \mu(z) - \omega^2 \rho(z)]l_1. \quad (4.62)$$

Na forma matricial se escreve:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mu(z)^{-1} \\ k^2 \mu(z) - \omega^2 \rho(z) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}. \quad (4.63)$$

O par (l_1, l_2) forma o vetor deslocamento-tensão para as ondas SH e a equação acima está na forma de transformada dupla $k - \omega$ para (u_y, τ_{yx}) , para o movimento geral da partícula SH na direção y .

Para ondas acústicas descrita pela pressão P , cujo deslocamento vertical da partícula é u_z , temos a relação:

$$\mathbf{f}(z)e^{[i\omega(px-t)]} = \begin{pmatrix} u_z \\ P \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{A}(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{p^2}{\rho} - \frac{1}{\rho\alpha^2} \\ \rho\omega^2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.64)$$

O vetor deslocamento-tensão para as ondas P-SV é obtido de forma semelhante. O método inicia com a seguinte forma para deslocamento-tensão da partícula:

$$\rho \ddot{u}_i = \tau_{ji,j}, \quad (i,j=1,3) \quad (4.65)$$

onde

$$\tau_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (i,j=1,2,3) \quad (4.66)$$

para estabelecer os deslocamentos das ondas P-SV na forma:

$$(u_x = u_1 = u) \quad u = r_1(k, z, \omega) e^{i(kx - \omega t)} \quad (4.67a)$$

$$(u_y = u_2 = v) \quad v = 0 \quad (4.67b)$$

$$(u_z = u_3 = w) \quad w = ir_2(k, z, \omega) e^{i(kx - \omega t)}. \quad (4.67c)$$

Para valores reais e positivos de r_1 e r_2 , as combinações acima para u e w representam um movimento de propagação prógrada das ondas de superfície. As componentes de tensão correspondentes são dadas por:

$$\tau_{yz} = \tau_{xy} = 0, \quad (\text{condição para } SH) \quad (4.68a)$$

$$\tau_{xx} = i \left[\frac{\lambda dr_2}{dz} + k(\lambda + 2\mu)r_1 \right] e^{i(kx - \omega t)}, \quad (4.68b)$$

$$\tau_{yy} = i \left(\lambda \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right) e^{i(kx - \omega t)}, \quad (4.68c)$$

$$\tau_{zz} = i \left[(\lambda + 2\mu) \frac{dr_2}{dz} + k\lambda r_1 \right] e^{i(kx - \omega t)}, \quad (4.68d)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{dr_1}{dz} - kr_2 \right) e^{i(kx - \omega t)}. \quad (4.68e)$$

As componentes de tensão τ_{zz} e τ_{zx} são contínuas em z , e escritas na forma monofrequência. Semelhantemente como no caso das ondas SH, as condições de contorno são impostas sobre as tensões τ_{zz} e τ_{zx} , e elas necessitam de continuidade através das interfaces marcadas pela ordenada z . Sendo assim, são introduzidas as funções r_3 e r_4 na forma:

$$\tau_{zx} = r_3(k, z, \omega) e^{i(kx - \omega t)}, \quad (4.69a)$$

$$\tau_{zz} = ir_4(k, z, \omega) e^{i(kx - \omega t)}. \quad (4.69b)$$

Com esta reorganização, as equações diferenciais para o vetor deslocamento-tensão (r_1, r_2, r_3, r_4) são obtidas de (4.68) e (4.55), e são organizadas na seguinte estrutura matricial:

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & k & \mu^{-1}(z) & 0 \\ -k\lambda(z)[\lambda(z)+2\mu(z)]^{-1} & 0 & 0 & [\lambda(z)+2\mu(z)]^{-1} \\ k^2\zeta(z)-\omega^2\rho(z) & 0 & 0 & k\lambda(z)[\lambda(z)+2\mu(z)]^{-1} \\ 0 & -\omega^2\rho(z) & -k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

onde $\zeta(z) = 4\mu(z)[\lambda(z) + \mu(z)]/[\lambda(z) + 2\mu(z)]$. As equações matriciais em (4.63) e (4.70) parecem bastante simples e, em essência, são as mesmas para as ondas de volume e de superfície. Elas não contêm gradientes espaciais dos parâmetros do meio de forma explícita, embora $\lambda(z)$, $\mu(z)$ e $\rho(z)$ sejam funções de z .

As equações diferenciais matriciais (4.63) e (4.70) para o vetor deslocamento-tensão são agora resumidas à forma desejada:

$$\frac{d\mathbf{f}(z)}{dz} = \mathbf{A}(z)\mathbf{f}(z), \quad (4.71)$$

onde $\mathbf{f}(z)$ é um vetor coluna $n \times 1$ e $\mathbf{A}(z)$ é uma matriz $n \times n$, com $n = 2$ para as ondas SH e $n = 4$ para ondas P-SV.

Para dar continuidade ao entendimento de como a equação transformada rege a propagação, é importante conhecer soluções de equações diferenciais de primeira ordem acopladas do tipo $\partial\mathbf{f}/\partial z = \mathbf{A}\mathbf{f}$, onde \mathbf{A} é independente de z . A primeira propriedade é que, se \mathbf{v}_α é um autovetor de \mathbf{A} e λ_α o seu autovalor associado, uma solução para $\partial\mathbf{f}/\partial z = \mathbf{A}\mathbf{f}$ é do tipo

$$\mathbf{f} = \mathbf{v}_i e^{[\lambda^i(z-z_{ref})]}, \quad (4.72)$$

(sem soma sobre o sobrescrito) onde z_{ref} é um nível de referência dado (exemplo: a fonte).

Constrói-se \mathbf{F} como uma matriz cujas colunas consistem das soluções do tipo (4.72), uma vez que a matriz \mathbf{A} ($n \times n$) tem n autovalores e n autovetores linearmente independente ($i=1, \dots, n$), sendo \mathbf{F} uma matriz $n \times n$ com a i -ésima coluna dada por $\mathbf{v}_i e^{[\lambda^i(z-z_{ref})]}$. A solução mais geral para \mathbf{f} da equação $\partial\mathbf{f}/\partial z = \mathbf{A}\mathbf{f}$ é uma combinação linear das colunas de \mathbf{F} , ou seja,

$$\mathbf{f} = \mathbf{F}\mathbf{w}, \quad (4.73)$$

onde \mathbf{w} (exemplo: coeficientes de reflexão-transmissão) é um vetor de constantes ponderando as colunas de \mathbf{F} que aparecem como solução de \mathbf{f} .

A razão pela qual uma análise de ondas planas em termos de tais autovalores e autovetores pode ser valiosa está na interpretação física das equações (4.72) e (4.73). Sendo assim, para o caso de ondas SH para o qual $\partial \mathbf{f} / \partial z = \mathbf{A} \mathbf{f}$, com:

$$\mathbf{f}(z) e^{[i\omega(px-t)]} = \begin{pmatrix} v \\ \tau_{yz} \end{pmatrix}$$

e

$$\mathbf{A}(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & \mu^{-1} \\ \omega^2(\mu p^2 - \rho) & 0 \end{pmatrix}$$

sendo os dois autovalores de \mathbf{A} :

$$\lambda_{(i=1,2)} = \pm i\omega \sqrt{1/\beta^2 - p^2} = \pm i\omega \beta^{-1} \cos \theta,$$

que são os números de onda vertical para ondas SH ascendentes e descendentes. A vagarosidade vertical para ondas S é definida por:

$$\eta = \frac{\cos \theta}{\beta} = \left(\frac{1}{\beta^2} - p^2 \right)^{1/2}, \quad (4.74)$$

correspondendo aos autovalores $\lambda_{1,2} = \pm i\omega \eta$, com autovetores respectivos:

$$\mathbf{v}_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i\omega \mu \eta \end{pmatrix} \quad (4.75)$$

As soluções básicas para o movimento SH são escritas como:

$$\mathbf{f}_1 = v_1 e^{\lambda_1^{(1)}(z-z_{ref})} = \begin{pmatrix} 1 \\ i\omega \mu \eta \end{pmatrix} e^{[i\omega \eta(z-z_{ref})]}, \quad (\text{descendente}), \quad (4.76)$$

e

$$\mathbf{f}_2 = v_2 e^{\lambda_2^{(2)}(z-z_{ref})} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i\omega \mu \eta \end{pmatrix} e^{[-i\omega \eta(z-z_{ref})]}, \quad (\text{ascendente}). \quad (4.77)$$

O primeiro elemento do vetor representa o deslocamento da partícula, $v_{(1,2)} = 1$, e o segundo a tensão para uma onda SH descendente e a uma ascendente em uma coluna. A propagação mais geral de ondas SH plana é a combinação linear destas duas através do vetor \mathbf{w} (aparecendo em (4.73)) onde a primeira componente representa a quantidade de onda descendente e a segunda a quantidade de onda ascendente presente no sistema total de onda $\mathbf{f} = \mathbf{F} \mathbf{w}$.

A matriz \mathbf{F} é explicitamente escrita na forma:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i\omega\mu\eta & -i\omega\mu\eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{[i\omega\eta(z-z_{ref})]} & 0 \\ 0 & e^{[-i\omega\eta(z-z_{ref})]} \end{pmatrix} = \mathbf{E}\mathbf{\Lambda} \quad (4.78)$$

fatorada em uma matriz \mathbf{E} , composta pelos autovetores de \mathbf{A} , e uma matriz diagonal $\mathbf{\Lambda}$ de autovalores que representam os fatores de fase verticais, referidos ao nível z_{ref} . \mathbf{F} é denominada de “matriz de camada”.

Os autovalores de \mathbf{A} para ondas P-SV são $\pm i\omega\xi$ e $\pm i\omega\eta$ (onde $\xi = \alpha^{-1} \cos\theta$ é a vagarosidade vertical da onda P). A solução geral para $\partial\mathbf{f}/\partial z = \mathbf{A}\mathbf{f}$ sendo \mathbf{A} em (4.70) reescrita como:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -i\omega\rho & \frac{1}{\mu} & 0 \\ \frac{-i\omega\rho\lambda}{\lambda+2\mu} & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda+2\mu} \\ \frac{4\omega^2 p^2 \mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} - \rho\omega^2 & 0 & 0 & \frac{-i\omega\rho\lambda}{\lambda+2\mu} \\ 0 & -\rho\omega^2 & -i\omega\rho & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.79)$$

e novamente da forma $\mathbf{f} = \mathbf{F}\mathbf{w}$, sendo \mathbf{F} fatorado, como $\mathbf{E}\mathbf{\Lambda}$, dadas por:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \alpha\rho & \beta\eta & \alpha\rho & \beta\eta \\ \alpha\xi & -\beta\rho & -\alpha\xi & \beta\rho \\ 2i\omega\rho\alpha\beta^2 p\xi & i\omega\rho\beta(1-2\beta^2 p^2) & -2i\omega\rho\alpha\beta^2 p\xi & -i\omega\rho\beta(1-2\beta^2 p^2) \\ i\omega\rho\alpha(1-2\beta^2 p^2) & -2i\omega\rho\beta^3 p\eta & i\omega\rho\alpha(1-2\beta^2 p^2) & -2i\omega\rho\beta^3 p\eta \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

e

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} e^{[i\omega\xi(z-z_{ref})]} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{[i\omega\eta(z-z_{ref})]} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{[-i\omega\xi(z-z_{ref})]} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{[-i\omega\eta(z-z_{ref})]} \end{pmatrix} \quad (4.81)$$

As componentes de $\mathbf{f} = [u_r, u_z, \tau_{zr}, \tau_{zz}]$ são quantidades físicas contínuas através das interfaces. Para problemas P-SV, $u_x, u_z, \tau_{zx}, \tau_{zz}$ são também contínuos através do limite horizontal ($z=0$) entre dois semi-espacos diferentes. Fisicamente a função \mathbf{f} é contínua, embora \mathbf{A} não seja.

O método matricial tem papel importante no estudo de propriedades de ondas planas em um pacote de camadas homogêneas. Como um exemplo simples, descrevemos as equações para obter

os coeficientes de reflexão/transmissão para ondas SH incidentes sobre a fronteira de dois semi-espacos.

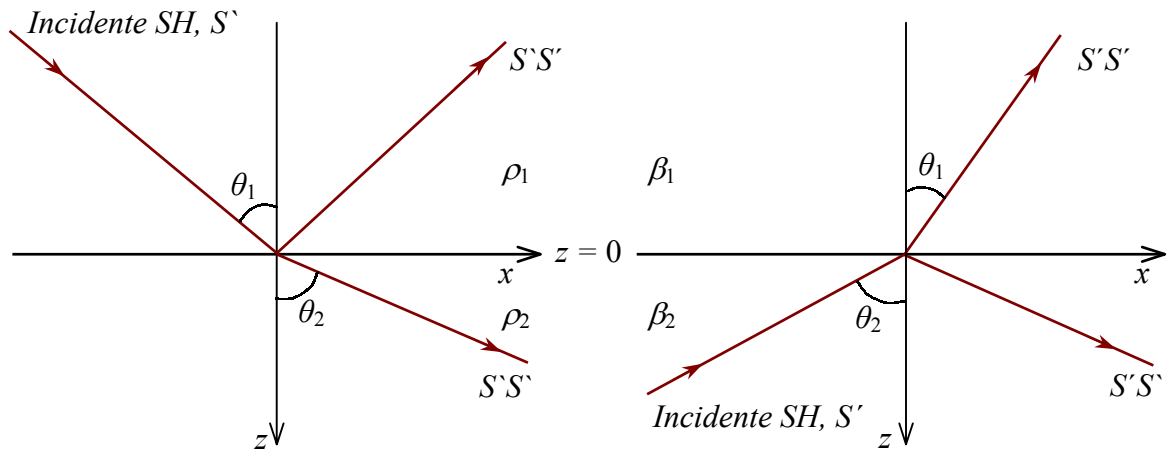


Figura 4.5. Notação para as quatro possibilidades de reflexão/transmissão para o problema da incidência de ondas SH.

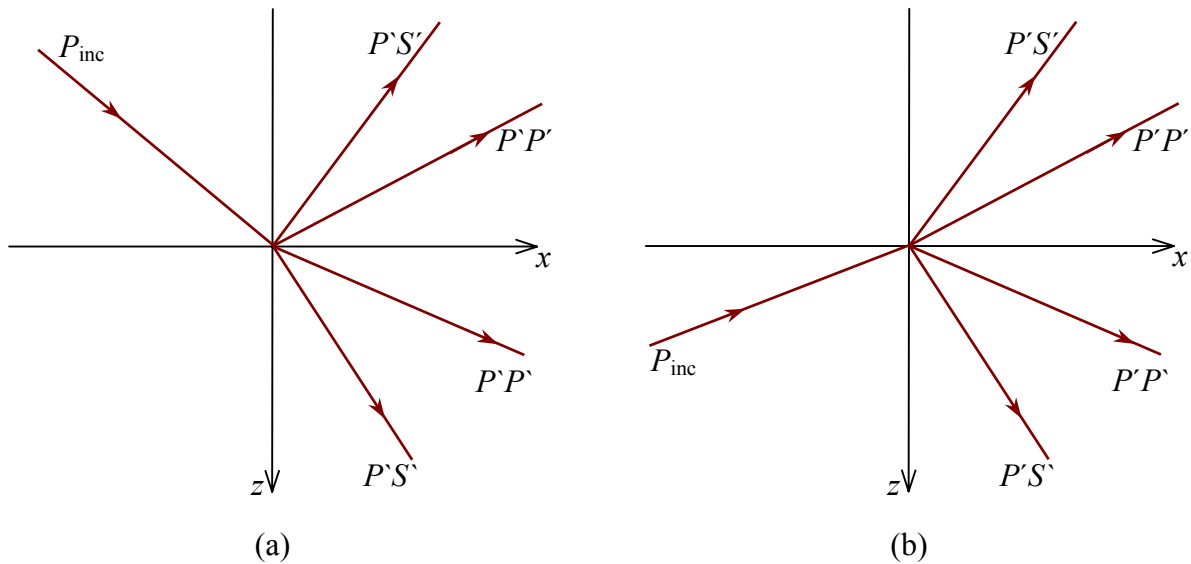


Figura 4.6. Notação para o espalhamento das ondas P-SV para uma onda incidente P_{inc} : (a) por cima e (b) por baixo.

No meio superior ($z < 0$, na Figura 4.5), temos que $\mathbf{f} = \mathbf{F}_1(z)\mathbf{w}_1$, onde \mathbf{F}_1 é dado por (4.78) com valores de ρ , β , j apropriados, e \mathbf{w}_1 é um vetor que representa as quantidades de ondas

ascendentes e descendentes no meio superior. Similarmente, no meio inferior ($z < 0$), $f = F_2(z)w_2$. Uma vez que f é contínuo através de $z=0$, a condição de contorno implica em:

$$F_1(0)w_1 = F_2(0)w_2. \quad (4.82)$$

As ondas incidentes ascendente e descendente entre dois meios quaisquer, como organizado através da Figura 4.5, é representado por $S=1$ (amplitude normalizada a 1). Para ondas SH incidentes por cima, e tem-se que:

$$w_1 = \begin{pmatrix} S=1 \\ S'S' \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad w_2 = \begin{pmatrix} S'S' \\ S'S'=0 \end{pmatrix}. \quad (4.83)$$

Substituindo estas relações em (4.82) resulta em duas equações com as duas incógnitas $S'S'$ e $S'S'$. Para SH incidente por cima, tem-se que:

$$w_1 = \begin{pmatrix} S'S'=0 \\ S'S' \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad w_2 = \begin{pmatrix} S'S' \\ S'=1 \end{pmatrix} \quad (4.84)$$

para substituir em (4.82) e obter duas equações para $S'S'$ e $S'S'$.

4.3.2. Matriz propagadora

Vimos na seção anterior que a solução para a equação de onda na forma específica para ondas planas, monofrequência, dada por:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial z} = \mathbf{A} \mathbf{f},$$

onde \mathbf{f} é o vetor deslocamento-tensão e \mathbf{A} a matriz do meio. O vetor \mathbf{f} é parcialmente dada por:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{v}_i e^{[\lambda_i(z-z_{ref})]},$$

e de forma completa por uma combinação linear na forma:

$$\mathbf{f} = \mathbf{F} \mathbf{w} = \mathbf{E} \mathbf{\Lambda} \mathbf{w},$$

\mathbf{F} é formada pelo produto da matriz de autovetores (\mathbf{E}) pela de autovalores ($\mathbf{\Lambda}$), e \mathbf{w} é um vetor de pesos que pondera o espalhamento das ondas na reflexão e refração através de uma interface. Nesta seção, é apresentado o método da matriz propagadora para resolver $\partial \mathbf{f} / \partial z = \mathbf{A} \mathbf{f}$.

A solução da equação de onda para ondas planas foi transformada de tal forma que somente as derivadas de primeira ordem da tensão e do deslocamento em relação a profundidade são necessárias. Isto significa que as ondas planas podem ser estudadas em termos da equação do tipo:

$$\frac{\partial \mathbf{f}(z)}{\partial z} = \mathbf{A}(z) \mathbf{f}(z), \quad (4.85)$$

na qual $\mathbf{f} = \mathbf{f}(z)$ é um vetor coluna que fornece a dependência do deslocamento e da tensão da partícula com relação à profundidade. $\mathbf{A}(z)$ é uma matriz cujos elementos contêm as propriedades elásticas do meio (homogêneo e isotrópico), e é função do parâmetro da vagarosidade horizontal p e da frequência ω .

A matriz propagadora é definida pela seguinte propriedade:

$$\mathbf{P}(z, z_0) = \mathbf{I} + \int_{z_0}^z \mathbf{A}(\zeta_1) d\zeta_1 + \int_{z_0}^z \mathbf{A}(\zeta_1) \int_{z_0}^{\zeta_1} \mathbf{A}(\zeta_2) d\zeta_2 d\zeta_1 + \dots \quad (4.86)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem n . $\mathbf{P}(z, z_0)$ satisfaz a equação diferencial (4.85), uma vez que:

$$\frac{d}{dz} \mathbf{P}(z, z_0) = \mathbf{A}(z) \mathbf{P}(z, z_0). \quad (4.87)$$

Além disso, a partir de (4.86) $\mathbf{P}(z_0, z_0) = \mathbf{I}$. Esta propriedade da matriz propagadora é importante porque leva à relação:

$$\mathbf{f}(z) = \mathbf{P}(z, z_0)\mathbf{f}(z_0), \quad (4.88)$$

onde o lado direito satisfaz a equação diferencial (4.85), e resulta em $\mathbf{f}(z_0)$ para $z = z_0$. Daí, $\mathbf{P}(z, z_0)$ gera o vetor deslocamento-tensão em z , operando sobre um vetor inicial dado em z_0 .

Outra propriedade de $\mathbf{P}(z, z_0)$ é encontrada a partir da observação da regra da cadeia:

$$\mathbf{f}(z_2) = \mathbf{P}(z_2, z_1)\mathbf{f}(z_1) = \mathbf{P}(z_2, z_1)\mathbf{P}(z_1, z_0)\mathbf{f}(z_0). \quad (4.89)$$

Escolhendo $z_2 = z_0$, e aplicando a regra da cadeia para qualquer $\mathbf{f}(z_0)$, segue-se que:

$$\mathbf{I} = \mathbf{P}(z_0, z_1)\mathbf{P}(z_1, z_0), \quad (4.90)$$

de maneira que a inversa de $\mathbf{P}(z_1, z_0)$ é $\mathbf{P}(z_0, z_1)$.

A partir de (4.86) para o caso $A(z)$ constante e independente de z [$A \neq A(z)$], como considerado por Thomson (1950) e Haskell (1953), a matriz propagadora toma uma forma simples:

$$\mathbf{P}(z, z_0) = \mathbf{I} + (z - z_0)\mathbf{A} + \frac{1}{2}(z - z_0)^2 \mathbf{A}\mathbf{A} + \dots = e^{(z - z_0)\mathbf{A}} \quad (4.91)$$

A fórmula de Sylvester serve para expandir uma função de uma matriz quadrada A em termos de seus autovalores distintos λ_k ($k = 1, 2, \dots, n$) na forma:

$$F(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n F(\lambda_k) \frac{\prod_{r \neq k} (\mathbf{A} - \lambda_r \mathbf{I})}{\prod_{r \neq k} (\lambda_k - \lambda_r)} = e^{(z - z_0)\mathbf{A}}, \quad (4.92a)$$

$$F(\mathbf{A}) = e^{(z - z_0)\mathbf{A}} = \mathbf{P}(z, z_0) \quad (4.92b)$$

$$F(\lambda_n) = e^{(z - z_0)\lambda_n} \quad (4.92c)$$

Esta relação é usada para avaliar a última parte da equação (4.91) acima.

Para as ondas SH e Love temos a partir de (4.63) que

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \mu^{-1} \\ k^2 \mu - \omega^2 \rho & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.93)$$

Os dois autovalores ($\lambda_{1,2}$) são encontrados a partir da equação:

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = \begin{vmatrix} -\lambda & \mu^{-1} \\ k^2 \mu - \omega^2 \rho & -\lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (4.94)$$

e se obtém que:

$$\lambda_{1,2} = \pm(k^2 - \omega^2 / \beta^2)^{1/2} = \pm \nu. \quad (4.95)$$

A condição das ondas SH de superfície requer que $\lambda_{1,2}$ sejam reais; isto é, $k^2 > \omega^2 / \beta^2$. Para as ondas SH de volume a condição é que $\lambda_{1,2}$ seja complexo; isto é, $k^2 < \omega^2 / \beta^2$, o que acarreta em escrever:

$$\lambda_{1,2} = \pm(k^2 - \omega^2 / \beta^2)^{1/2} = \pm i \nu. \quad (4.96)$$

Para as ondas SH de superfície, substituindo (4.95) em (4.92) encontra-se que:

$$\mathbf{P}(z, z_0) = e^{(z-z_0)\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \cosh \nu(z-z_0) & (\nu\mu)^{-1} \sinh \nu(z-z_0) \\ \nu\mu \sinh \nu(z-z_0) & \cosh \nu(z-z_0) \end{pmatrix}. \quad (\nu \text{ real}) \quad (4.97)$$

Para as ondas SH de volume, substituindo (4.96) em (4.92), encontra-se que:

$$\mathbf{P}(z, z_0) = \mathbf{F}(z)\mathbf{F}^{-1}(z_0) = \begin{pmatrix} \cos[\omega\eta(z-z_0)] & \frac{1}{\omega\mu\eta} \sin[\omega\eta(z-z_0)] \\ -\omega\mu\eta \sin[\omega\eta(z-z_0)] & \cos[\omega\eta(z-z_0)] \end{pmatrix}. \quad (4.89)$$

A matriz $\mathbf{P}(z, z_0)$ serve para propagar o vetor deslocamento-tensão $\mathbf{f}(z)$ a partir de $\mathbf{f}(z_0)$, quando ambos z e z_0 encontram-se numa mesma camada, como no topo e na base. Para um meio estratificado, como mostra a Figura 4.7, a matriz propagadora $\mathbf{P}(z, z_0)$ e o vetor $\mathbf{f}(z)$, para $z_{k-1} < z < z_k$, se relacionam na forma:

$$\mathbf{f}(z) = \mathbf{P}(z, z_{k-1})\mathbf{P}(z_{k-1}, z_{k-2}) \cdots \mathbf{P}(z_1, z_0)\mathbf{f}(z_0) = \mathbf{P}(z, z_0)\mathbf{f}(z_0), \quad (4.99)$$

sendo que,

$$\mathbf{P}(z, z_0) = \mathbf{P}(z, z_{k-1})\mathbf{P}(z_{k-1}, z_{k-2}) \cdots \mathbf{P}(z_1, z_0) \quad (4.100)$$

ou seja

$$\mathbf{P}(z, z_0) = e^{[(z-z_{k-1})\mathbf{A}_k]} \prod_{l=1}^{k-1} e^{[(z_l - z_{l-1})\mathbf{A}_l]}. \quad (4.101)$$

De forma semelhante, a matriz das camadas para as ondas P-SV (volume e superfície) pode ser obtida substituindo \mathbf{A} dado em (4.70) em (4.91), uma vez que os autovalores de \mathbf{A} resultam em:

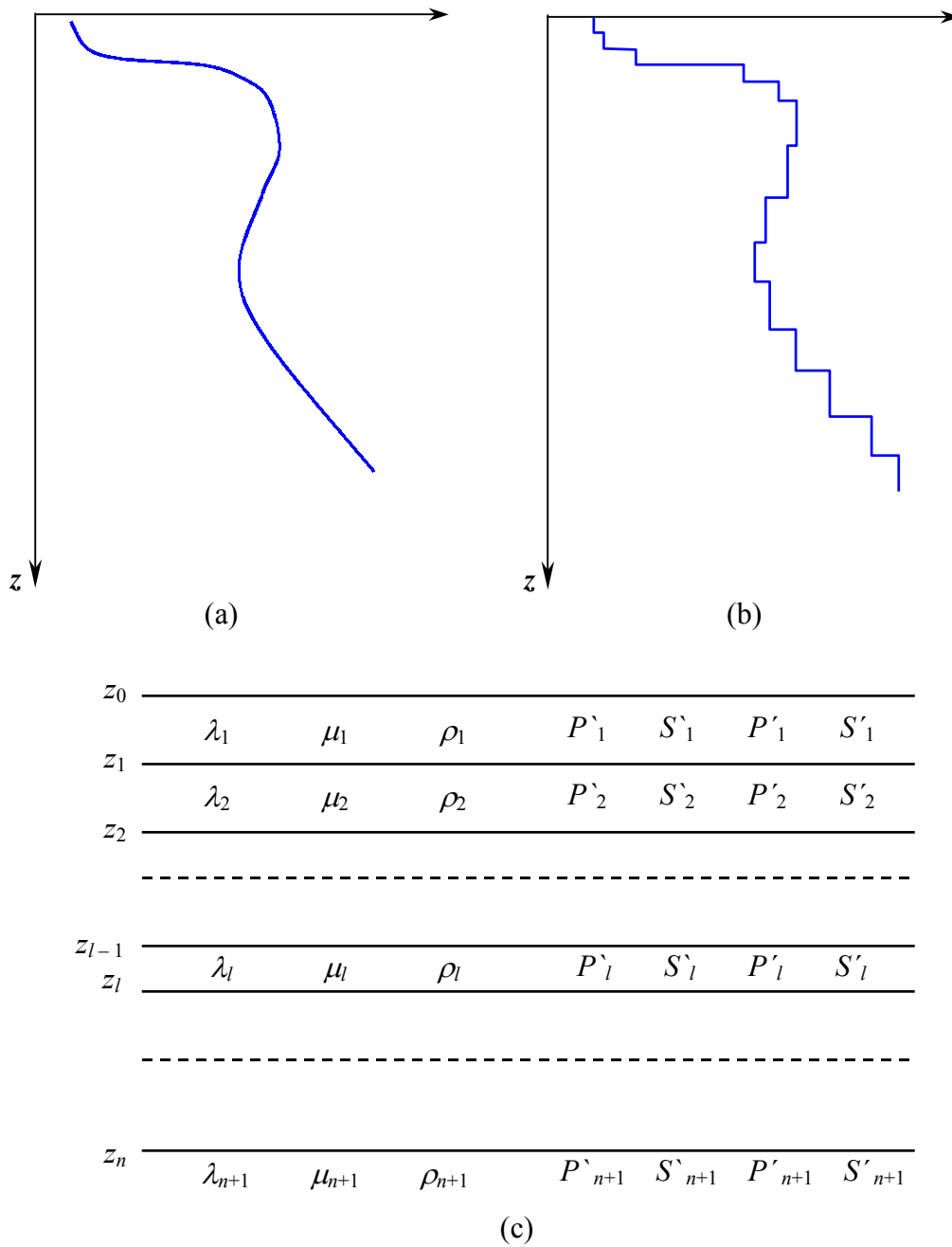


Figura 4.7. (Em cima) (a) Variação contínua das propriedades ρ , λ , μ , α ou β com a profundidade. (Em baixo) (b) Aproximação por uma seqüência de degraus com valores constantes, e que pode ser considerada como uma seqüência de camadas homogêneas. Ordenação do sistema de camadas com a numeração das constantes elásticas e das ondas ascendentes e descendentes.

$$\gamma_{1,2} = \pm(k^2 - \omega^2/\alpha^2)^{1/2} \quad \text{e} \quad \nu_{1,2} = \pm(k^2 - \omega^2/\beta^2)^{1/2}. \quad (4.102)$$

A condição de onda de superfície requer que $\gamma_{1,2}$ e $\nu_{1,2}$ acima sejam reais; isto é, $k^2 > \omega^2/\alpha^2$, $k^2 > \omega^2/\beta^2$. Para as ondas de volume a condição é que $\gamma_{1,2}$ e $\nu_{1,2}$ acima sejam complexos; isto é, $k^2 < \omega^2/\alpha^2$, $k^2 < \omega^2/\beta^2$, o que acarreta em escrever:

$$\gamma_{1,2} = \pm(k^2 - \omega^2/\alpha^2)^{1/2} = \pm i\gamma \quad \text{e} \quad \nu_{1,2} = \pm(k^2 - \omega^2/\beta^2)^{1/2} = \pm i\nu. \quad (4.103)$$

Os elementos de $\mathbf{P}(z, z_0)$ para as ondas da superfície (com z e z_0 na mesma camada) são dadas por:

$$P_{11} = P_{33} = 1 + \frac{2\mu}{\omega^2 \rho} \left[2k^2 \sinh^2 \frac{\gamma(z-z_0)}{2} - (k^2 + \nu^2) \sinh^2 \frac{\nu(z-z_0)}{2} \right] \quad (4.104a)$$

$$P_{12} = -P_{43} = \frac{k\mu}{\omega^2 \rho} \left[(k^2 + \nu^2) \frac{\sinh \gamma(z-z_0)}{\gamma} - 2\nu \sinh \nu(z-z_0) \right] \quad (4.104b)$$

$$P_{13} = \frac{1}{\omega^2 \rho} \left[k^2 \frac{\sinh \gamma(z-z_0)}{\gamma} - \nu \sinh \nu(z-z_0) \right] \quad (4.104c)$$

$$P_{14} = -P_{23} = \frac{2k}{\omega^2 \rho} \left[\sinh^2 \frac{\gamma(z-z_0)}{2} - \sinh^2 \frac{\nu(z-z_0)}{2} \right] \quad (4.104d)$$

$$P_{21} = -P_{34} = \frac{k\mu}{\omega^2 \rho} \left[(k^2 + \nu^2) \frac{\sinh \gamma(z-z_0)}{\gamma} - 2\gamma \sinh \gamma(z-z_0) \right] \quad (4.104e)$$

$$P_{22} = P_{44} = 1 + \frac{2\mu}{\omega^2 \rho} \left[2k^2 \sinh^2 \frac{\nu(z-z_0)}{2} - (k^2 + \nu^2) \sinh^2 \frac{\gamma(z-z_0)}{2} \right] \quad (4.104f)$$

$$P_{24} = \frac{1}{\omega^2 \rho} \left[k^2 \frac{\sinh \nu(z-z_0)}{\nu} - \gamma \sinh \gamma(z-z_0) \right] \quad (4.104g)$$

$$P_{31} = \frac{\mu^2}{\omega^2 \rho} \left[4k^2 \gamma \sinh \gamma(z-z_0) - (k^2 + \nu^2)^2 \frac{\sinh \nu(z-z_0)}{\nu} \right] \quad (4.104h)$$

$$P_{32} = -P_{41} = 2\mu^2 (k^2 + \nu^2) P_{14} \quad (4.104i)$$

$$P_{42} = \frac{\mu^2}{\omega^2 \rho} \left[4k^2 \nu \sinh \nu(z-z_0) - (k^2 + \nu^2)^2 \frac{\sinh \gamma(z-z_0)}{\gamma} \right] \quad (4.104j)$$

Os elementos de $\mathbf{P}(z, z_0)$ para as ondas de volume (com z e z_0 na mesma camada) são dadas por:

$$P_{11} = P_{33} = 2\beta^2 p^2 C_\xi + (1 - 2\beta^2 p^2) C_\eta \quad (4.105a)$$

$$P_{12} = P_{43} = \frac{ip}{\xi} (1 - 2\beta^2 p^2) S_\xi - 2i\beta^2 p \eta S_\eta \quad (4.105b)$$

$$P_{13} = \frac{p^2}{\omega\rho\xi} S_\xi + \frac{\eta}{\omega\rho} S_\eta \quad (4.105c)$$

$$P_{14} = P_{23} = -\frac{ip}{\omega\rho} [C_\xi - C_\eta] \quad (4.105d)$$

$$P_{21} = P_{34} = 2i\beta^2 p \xi S_\xi - \frac{ip}{\eta} (1 - 2\beta^2 p^2) S_\eta \quad (4.105e)$$

$$P_{22} = P_{44} = (1 - 2\beta^2 p^2) C_\xi + 2\beta^2 p^2 C_\eta \quad (4.105f)$$

$$P_{24} = \frac{\xi}{\omega\rho} S_\xi + \frac{p^2}{\omega\rho\eta} S_\eta \quad (4.105g)$$

$$P_{31} = -4\omega\rho\beta^4 p^2 \xi S_\xi - \frac{\omega\rho}{\eta} (1 - 2\beta^2 p^2)^2 S_\eta \quad (4.105h)$$

$$P_{32} = P_{41} = 2i\omega\rho\beta^2 p (1 - 2\beta^2 p^2) [C_\xi - C_\eta] \quad (4.105j)$$

$$P_{42} = -\frac{\omega\rho}{\xi} (1 - 2\beta^2 p^2)^2 S_\xi - 4\omega\rho\beta^4 p^2 \eta S_\eta \quad (4.105k)$$

Sendo, $C_\xi = \cos[\omega\xi(z - z_0)]$, $C_\eta = \cos[\omega\eta(z - z_0)]$, $S_\xi = \sin[\omega\xi(z - z_0)]$ e

$S_\eta = \sin[\omega\eta(z - z_0)]$.

As equações (4.98), (4.99) e (4.101) fazem parte da matriz propagadora do método Haskell-Thomson (Aki & Richards, 1980).

5. RESULTADOS OBTIDOS

Os dados sintéticos para se chegar aos resultados e conclusões aqui apresentados foram calculados através do programa P-SV-SH (Fortran 77) desenvolvido por Sandmeier (1990). Este programa calcula sismogramas sintéticos completos pelo do método da refletividade e foi desenvolvido para a plataforma Linux. No entanto, devido às conveniências laboratoriais, as atividades do presente trabalho foram realizadas na plataforma Windows, tendo sido necessário fazer adaptações de leitura no arquivo de saída (psvsh.out) para que o mesmo pudesse ser plotado através das facilidades do MATLAB.

O arquivo de saída (psvsh.out) gerado contém as componentes vertical e radial dos sismogramas. Foi desenvolvido um programa em FORTRAN para separar estas componentes, transformando o arquivo de saída em dois, sendo um para a componente vertical e o outro para a componente radial.

Os sismogramas obtidos como programa P-SV-SH foram comparados com as curvas de tempo de trânsito para a reflexão (aproximação hiperbólica) e refração segundo a teoria cinemática do raio para facilitar na identificação das reflexões e refrações presentes nos sismogramas sintéticos.

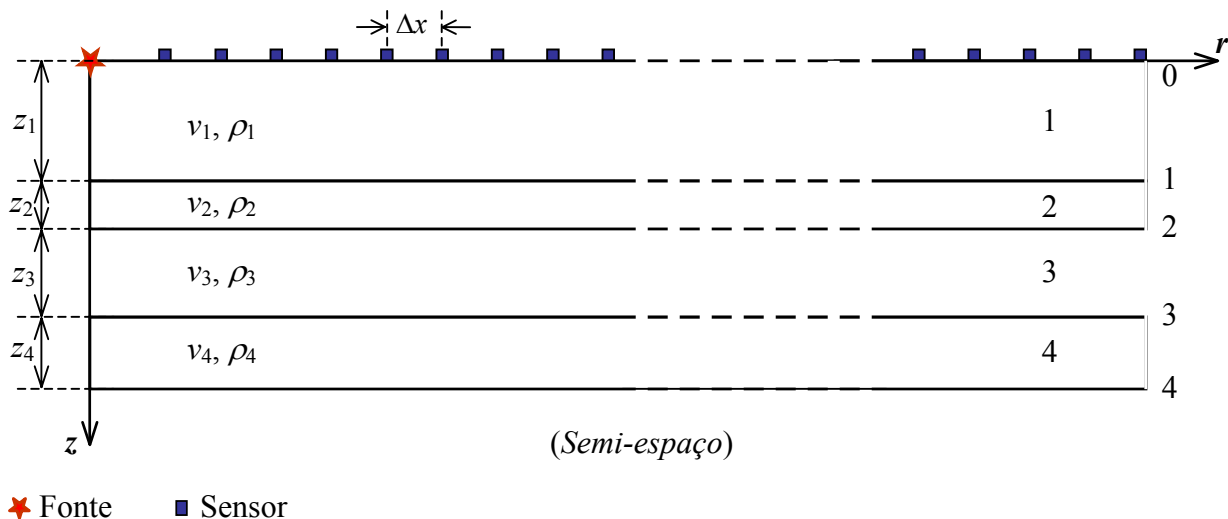


Figura 5.1. Representação do modelo geofísico da subsuperfície utilizado para calcular os sismogramas sintéticos pelo método da refletividade. Para o modelo Teste Crostal são utilizados 100 sensores com afastamento $\Delta x=2000$ m, intervalo $\Delta t=0,04$ s e 512 pontos de amostragem.

Sismogramas sintéticos foram calculados para o modelo da Figura 5.1 constituído de quatro camadas homogêneas plano-horizontais com velocidades constantes. O arranjo é do tipo fonte-comum com a linha sísmica configurada com sensores distribuídos à direita da fonte.

Os valores utilizados para velocidade, espessura e densidade de cada camada são dados na Tabela 5.1 para o modelo Teste Crostal.

Tabela 5.1

Camada	Velocidade(α) (km/s)	Espessura (km)	Densidade (g/cm ³)
1	6.0	15.0	2,52
2	6.5	10.0	2,71
3	8.0	10.0	3,28
4	8.2	5.0	3,35

Tabela 5.1 Valores para o modelo geofísico da subsuperfície utilizado para calcular os sismogramas sintéticos pelo método da refletividade. Para o modelo Teste Crostal são utilizados 100 sensores com afastamento $\Delta x=2000$ m, intervalo $\Delta t=0,04$ s e 512 pontos de amostragem.

Os sismogramas sintéticos obtidos (Modelo Teste Crostal) são mostrados nas Figuras 5.2 e 5.3 a seguir. Os traços sísmicos foram calculados com a forma de onda completa, contendo transmissão com conversão para as componentes vertical e radial P-SV, como também a onda direta. A componente SH não foi computada. A fonte considerada foi a explosiva e localizada a 50 metros de profundidade dentro da primeira camada. O sinal de entrada usado foi do tipo Fuchs-Mueller de comprimento igual a 0,3 segundos com frequência dominante de 3,33 Hz. O primeiro receptor está localizado a 1 km da fonte e o último a 200 km, sendo o afastamento entre receptores igual a 2 km, totalizando 100 receptores. A velocidade de redução usada no cálculo dos sismogramas foi de 8,0 km/s.

Nas figuras que se seguem o tempo de trânsito é o reduzido segundo a forma linear:

$$T_{\text{red}}(x) = T(x) - \frac{x}{v_{\text{red}}},$$

onde x é a distância fonte-receptor, v_{red} é a velocidade de redução e $T(x)$ é o tempo de propagação.

Com isto, uma refração cuja velocidade seja v_{red} aparecerá horizontal na seção sísmica. Em consequência, refrações com velocidades menores do que v_{red} terão inclinações para a esquerda, e

refrações com velocidades maiores do que v_{red} terão inclinações para a direita. A conveniência de se utilizar uma velocidade de redução é que a janela temporal permitirá que os traços referentes aos sensores mais distantes da fonte sejam devidamente acomodados dentro da janela; de outra forma eles aparecerão deslocados uma vez que a transformada de Fourier discretizada considera as séries como periódicas (Leite, 1998).

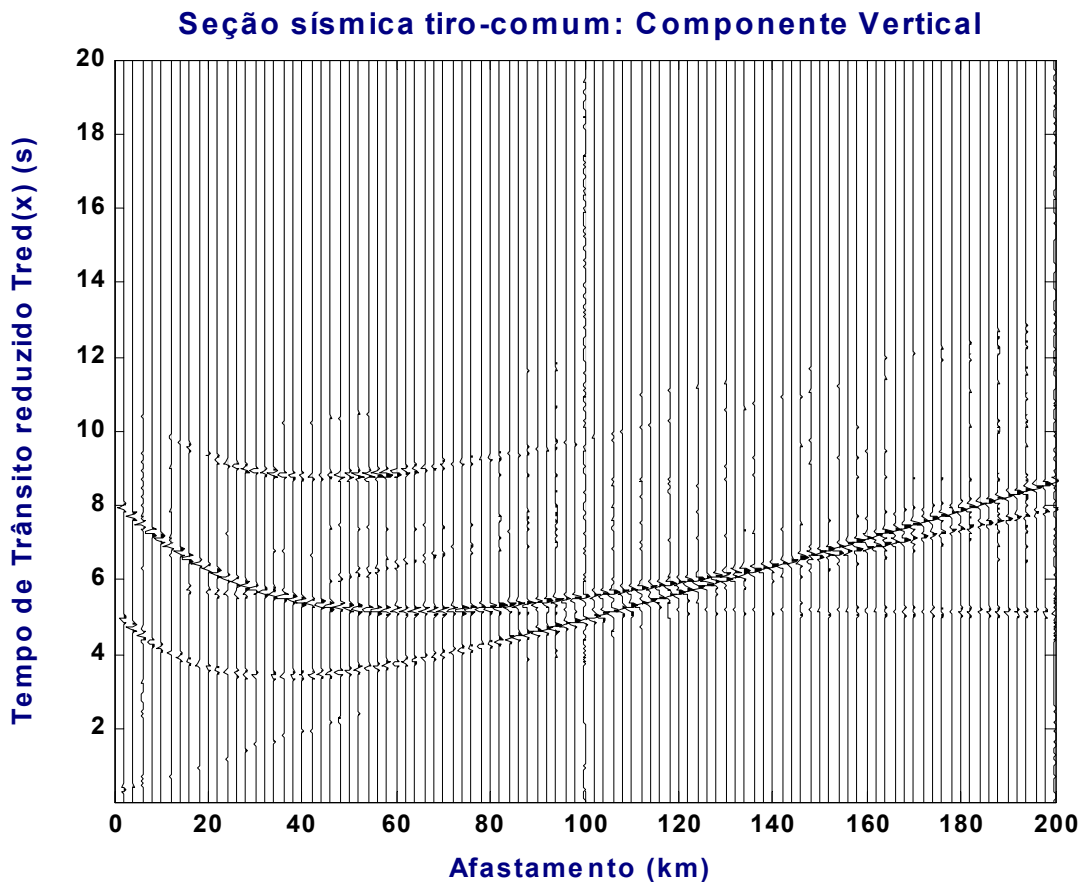


Figura 5.2. Modelo Teste Crostal. Seção tiro-comum, componente vertical P-SV, calculada pelo método da refletividade, contendo ondas refratadas cônicas, múltiplas, reflexões e convertidas P-SV. Velocidade de redução 8,0 km/s. Freqüência dominante da fonte 3,33 Hz. Podemos interpretar visualmente a onda direta, refrações, três reflexões e conversões.

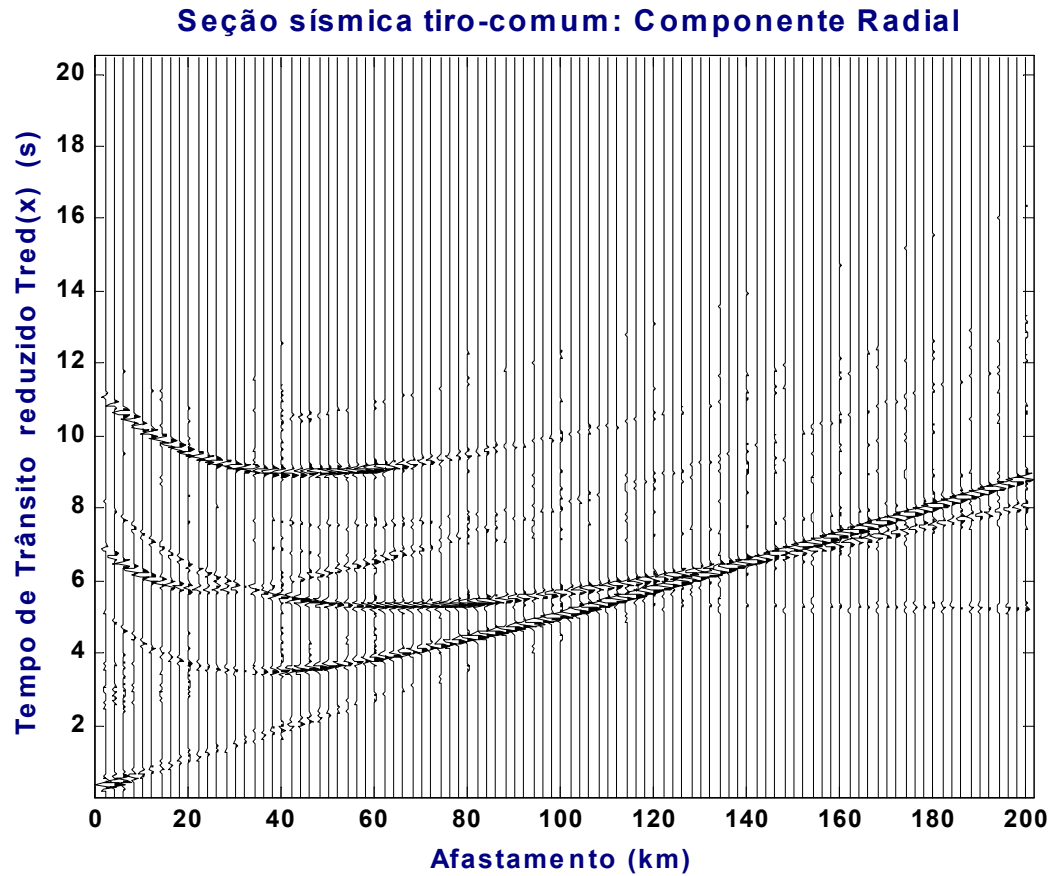


Figura 5.3. Modelo Teste Crostal. Seção tiro-comum, componente radial P-SV, calculada pelo método da refletividade, contendo ondas refratadas cônicas, múltiplas, reflexões e convertidas P-SV. Velocidade de redução 8,0 km/s. Frequência dominante da fonte é 3,33 Hz. Podemos interpretar visualmente a onda direta, refrações, três reflexões e conversões.

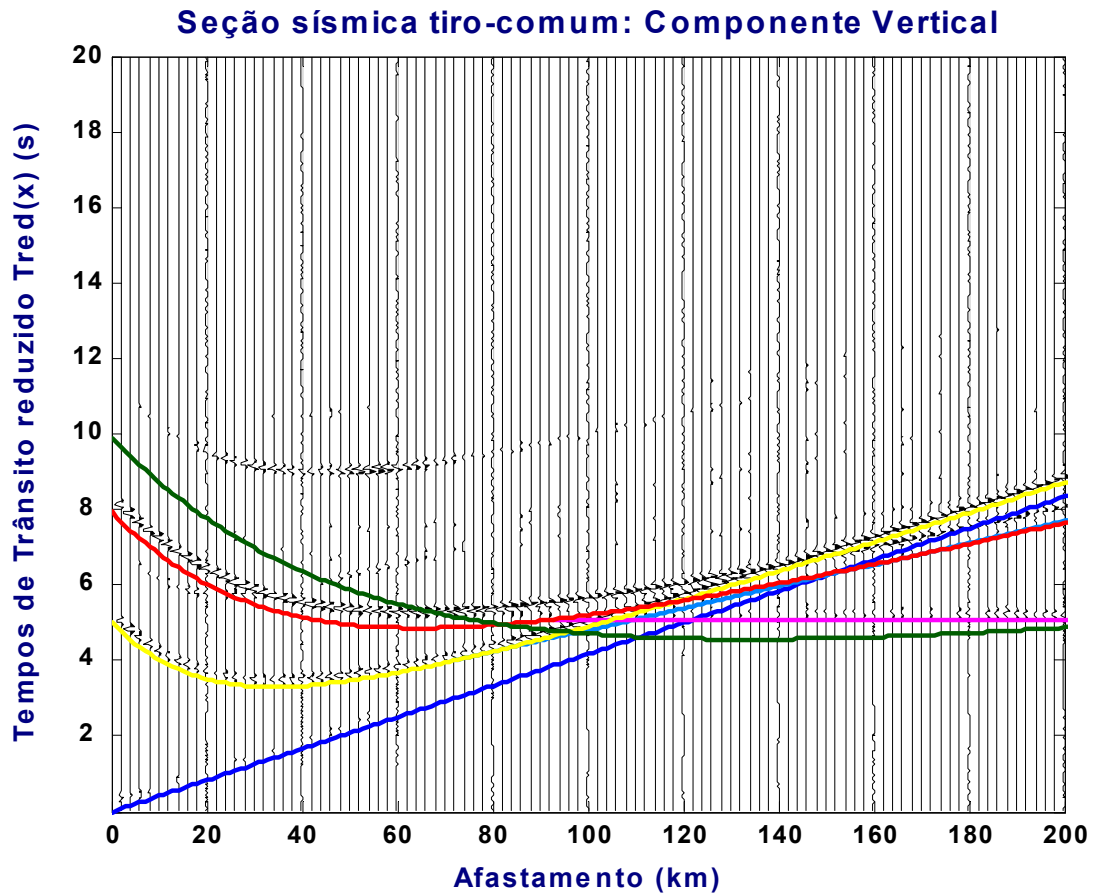


Figura 5.4. Modelo Teste Crostal. Seção tiro-comum para o modelo da Tabela 5.1. Componente vertical P-SV. Superposição das curvas de tempo de trânsito de reflexão-refração calculadas pela teoria cinemática do raio para servir de ajuda na interpretação dos sismogramas. Velocidade de redução 8,0 km/s. Interpretação das linhas contínuas coloridas na seção: azul escuro: onda direta; amarela: reflexão na primeira interface; vermelha: reflexão na segunda interface; verde reflexão na terceira interface; azul claro: refração crítica na primeira interface; magenta: refração crítica na segunda interface, a refração crítica na terceira interface ficou fora da janela de amostragem.

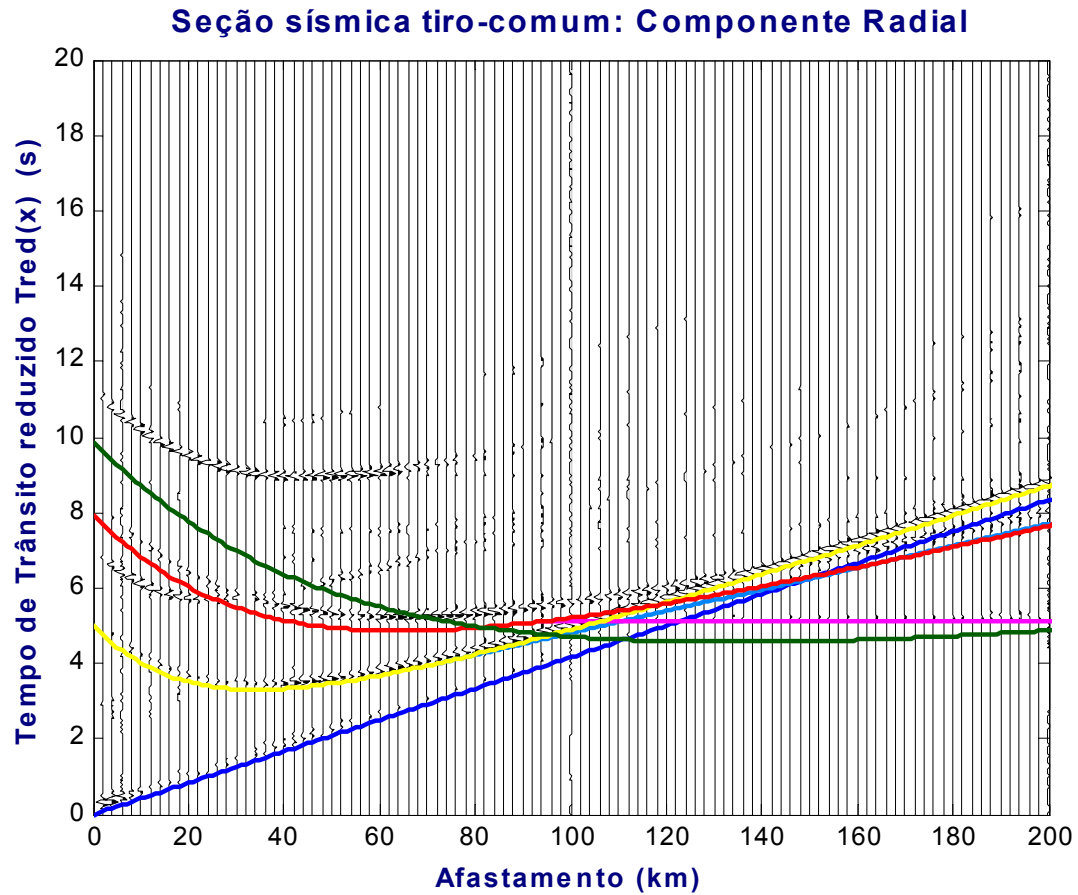


Figura 5.5. Modelo Teste Crostal. Seção tiro-comum para o modelo da Tabela 5.1. Componente radial P-SV. Superposição das curvas de tempo de trânsito de reflexão-refração calculadas pela teoria cinemática do raio para servir de ajuda na interpretação dos sismogramas. Velocidade de redução 8,0 km/s. Interpretação das linhas contínuas coloridas na seção: azul escuro: onda direta; amarela: reflexão na primeira interface; vermelha: reflexão na segunda interface; verde reflexão na terceira interface; azul claro: refração crítica na primeira interface e magenta: refração crítica na segunda interface, a refração crítica na terceira interface ficou fora da janela de amostragem.

5.1. DESCRIÇÃO

A seguir tratamos da correção de amplitudes com base exclusivamente na divergência esférica, o que denominamos de "verdadeiras amplitudes". No entanto, outros fenômenos, como absorção inelástica, dispersão, espalhamento e porosidade, são também responsáveis pela atenuação de amplitudes.

Os gráficos da divergência esférica em função da profundidade são baseados na equação (3.26). Na Figura 5.6 temos o comportamento da divergência esférica para afastamento nulo do modelo estudado. Nas Figuras 5.7 e 5.8 temos, respectivamente, as curvas da divergência esférica de vinte sensores selecionados (do 1º ao 96º com intervalo de 5 sensores), e a superposição destas com a curva para afastamento nulo. O objetivo de se selecionar vinte sensores é para facilitar a análise do comportamento destas curvas em função da profundidade (interface).

Temos na Figura 5.9 o comportamento da divergência esférica em função do afastamento, segundo a Equação 3.26, para cada uma das reflexões a partir das quatro interfaces.

A Figura 5.10 nos mostra o comportamento da divergência esférica para cada um dos vinte sensores pré-selecionados em função do tempo reduzido com o objetivo de se analisar a variação desta para o modelo estudado.

Na Figura de 5.11 temos as curvas de ajuste de primeira, segunda e terceira ordem da função divergência esférica para os sensores 01, 21, 46, 71 e 96. Estes sensores foram escolhidos para se estudar o comportamento da função divergência esférica, e posteriormente se corrigir os traços sísmicos correspondentes a estes sensores presentes na seção sísmica da Figura 5.3. A janela de correção corresponde ao intervalo dado pelos pontos plotados.

Na Tabela 5.2 temos os coeficientes das curvas polinomiais de ajuste plotados na Figura 5.11. Esta tabela mostra os valores dos coeficientes para as aproximações polinomiais de primeira, segunda e terceira ordem para os sensores 01, 21, 46, 71 e 96. O polinômio de ajuste, no sentido dos quadrados-mínimos foi limitado ao grau 3, e tem a forma geral dada por:

$$y(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3.$$

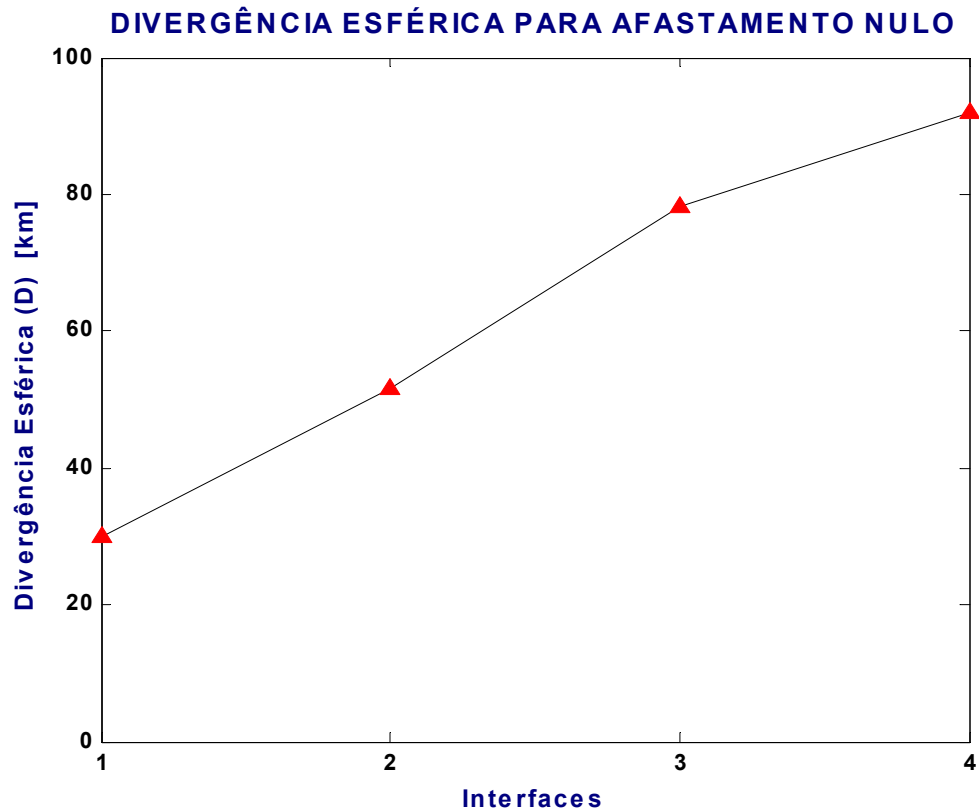


Figura 5.6. Modelo Teste Crostal. Divergência esférica ($D_{x=0,\theta=0}$; [km]) versus interface (profundidade) para afastamento nulo para o modelo da Tabela 5.1. Observa-se o crescimento de forma aparentemente linear. A primeira interface está posicionada a 15 km, a segunda a 25 km, a terceira a 35 km e a quarta a 40 km.

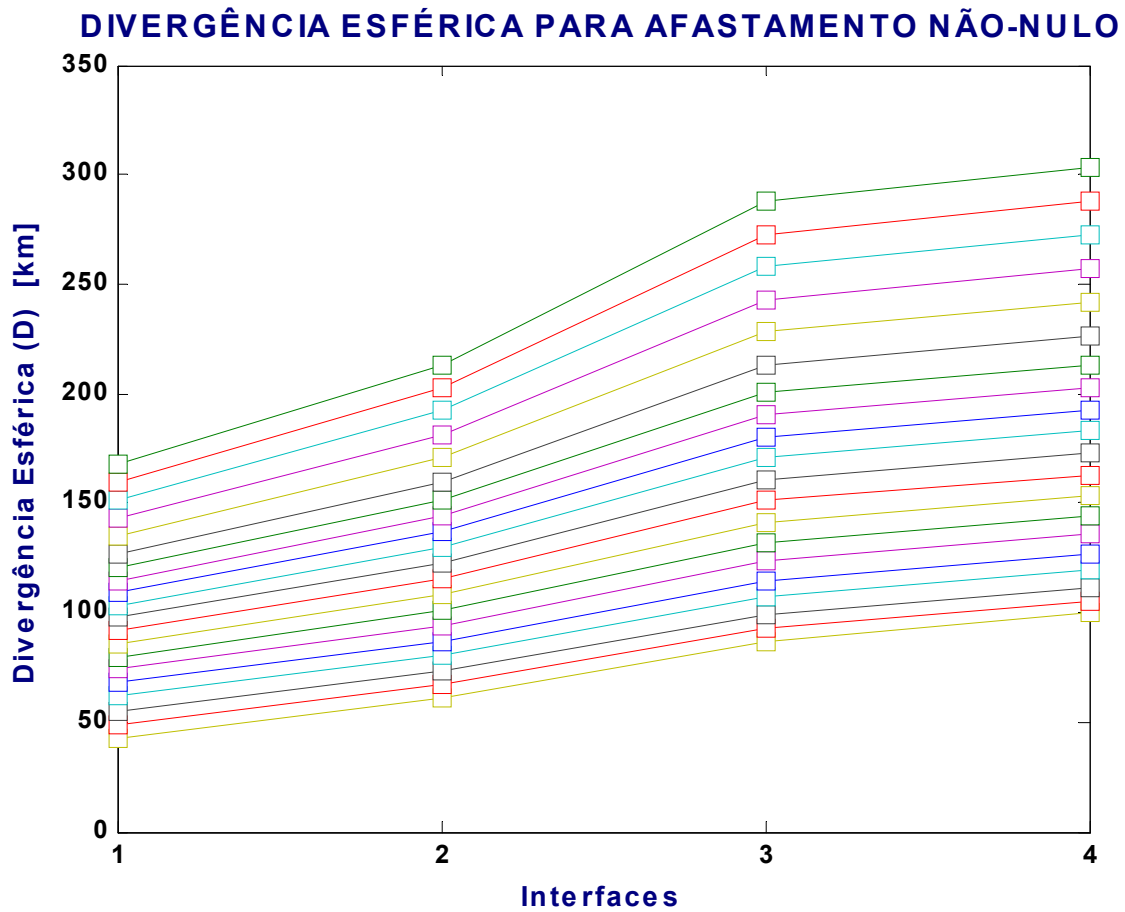


Figura 5.7. Modelo Teste Crostal. Gráfico mostrando a forma não-linear da divergência esférica ($D_{x,\theta}$ [km]) versus interface (profundidade) para afastamento qualquer. Cada linha representa a variação da divergência esférica de 20 sensores selecionados. Observa-se que o comportamento ilusório quase linear da divergência esférica se conserva para as posições mais próximas da fonte, porém apresentando variações para os afastamentos mais afastados. Observa-se também que o quociente da divergência esférica do primeiro para o último sensor, com relação a uma certa interface, aumenta com relação a profundidade. A primeira interface está localizada a 15 km, a segunda a 25 km, a terceira a 35 km e a quarta a 40 km.

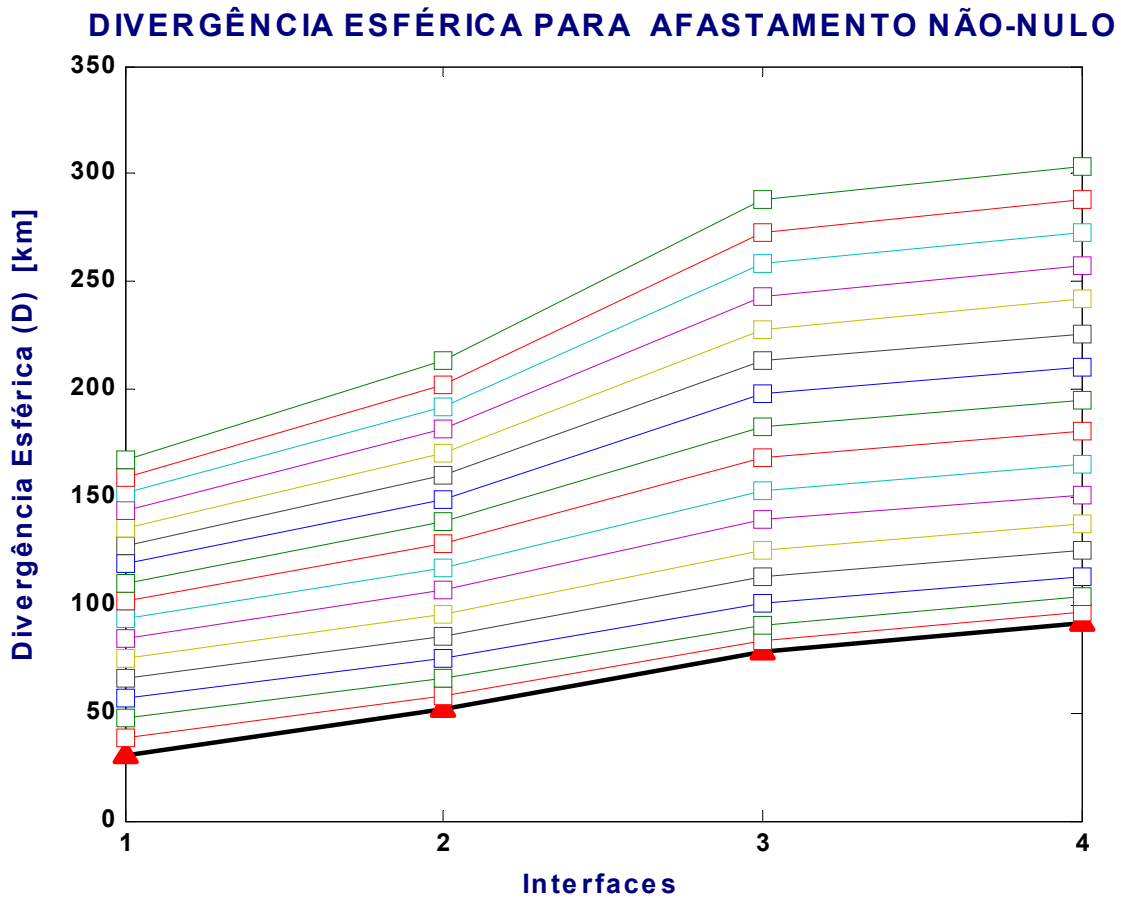


Figura 5.8. Modelo Teste Crostal. Divergência esférica ($D_{x,\theta}$; [km]) versus interface (profundidade) para afastamento qualquer. Cada linha individual representa a variação da divergência esférica para cada sensor, tendo sido adicionado a curva da divergência para afastamento nulo para comparação. A informação é coerentemente uma vez que o primeiro sensor tem quase a informação de divergência quanto para o afastamento nulo.

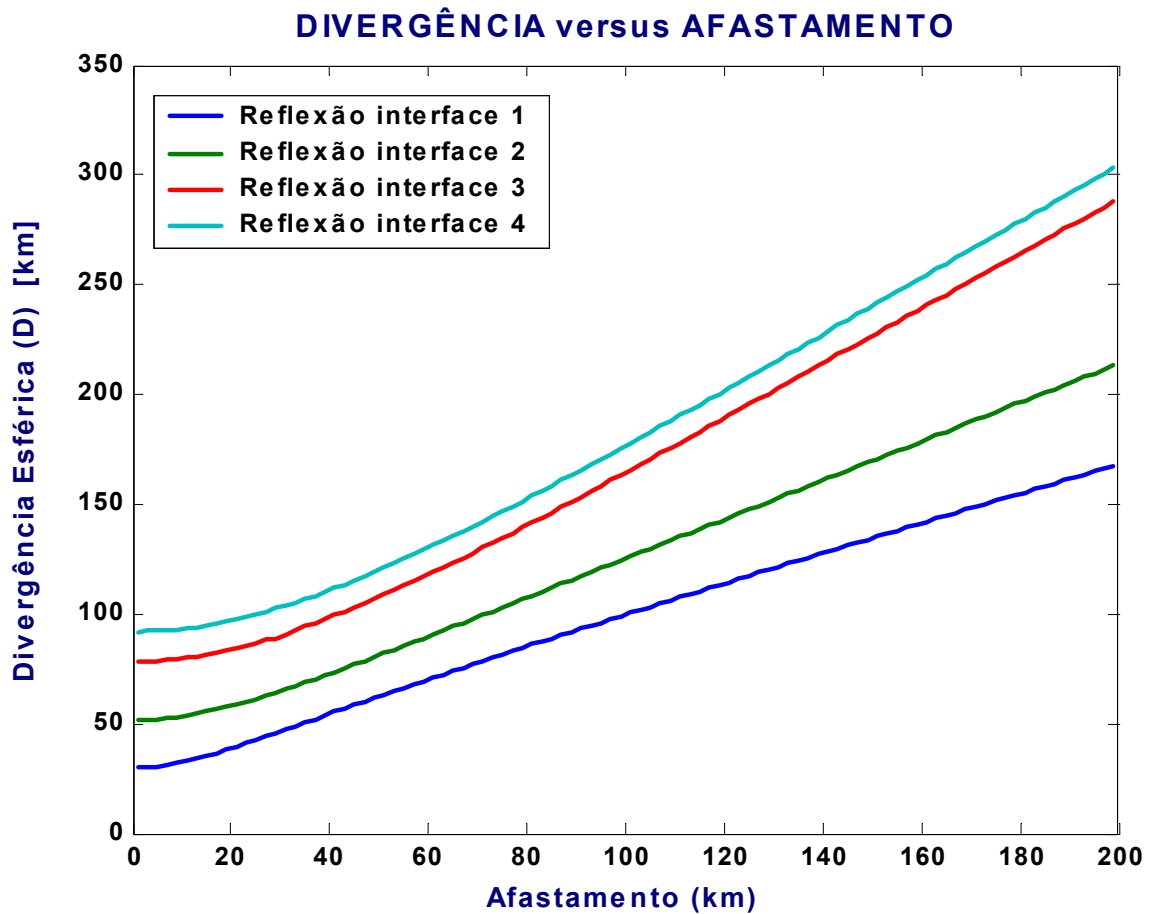


Figura 5.9. Modelo Teste Crostal. Gráfico linear da função contínua para a divergência esférica ($D_{x,\theta}$; [km]) versus afastamento segundo a Equação 3.26. A curva azul representa a divergência esférica para a reflexão da primeira interface, a curva verde para a segunda interface, a curva vermelha para a terceira interface e a verde clara para a quarta interface. Observa-se a característica linear da divergência a partir de um certo afastamento, o que poderia ser uma característica útil para a correção de amplitudes.

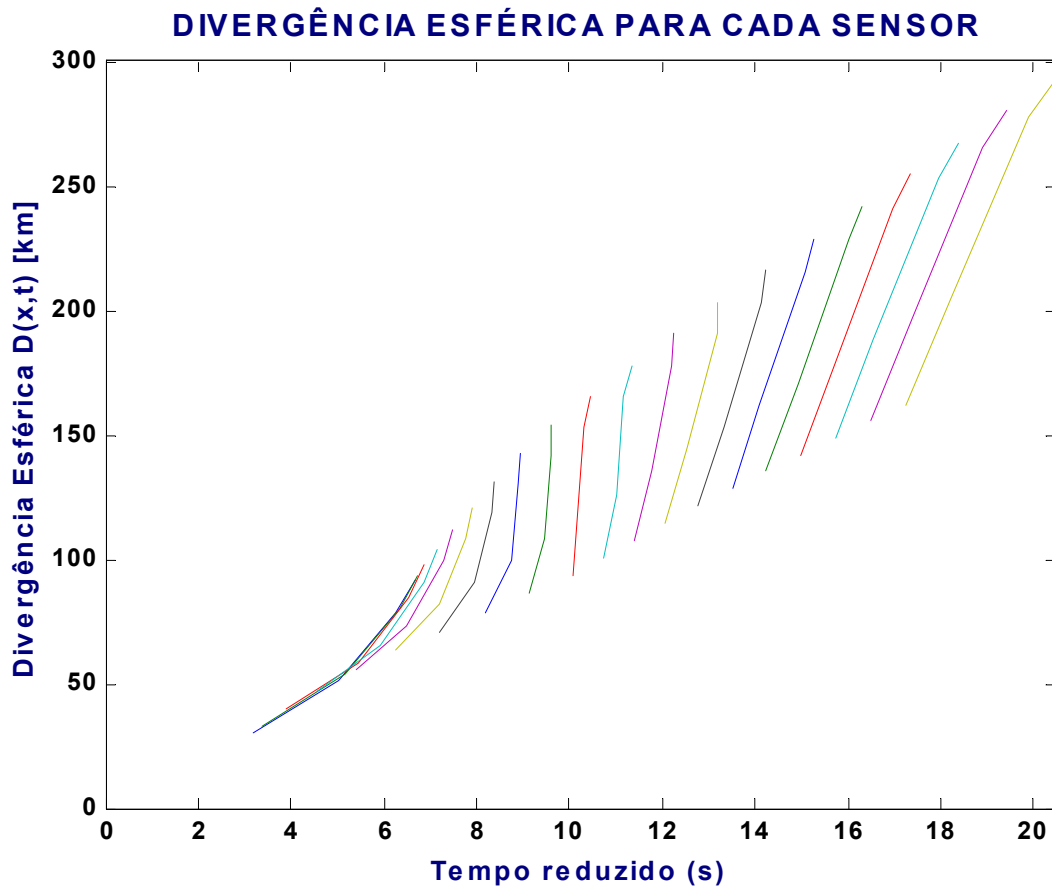


Figura 5.10. Modelo Teste Crostal. Gráfico da divergência esférica ($D_{x,\theta}$; [km]) em função do tempo reduzido para cada um dos vinte sensores selecionados (do 1° ao 96° com intervalo de 5 sensores – 10 km). Observa-se um comportamento crescente da divergência esférica para cada sensor. As curvas correspondentes aos primeiros sensores (à esquerda) têm a forma não-linear, e os demais (à direita) têm a forma aproximadamente linear. Esta figura serve para visualizar a forma da variação da divergência esférica ($D_{x,\theta}$) para o respectivo modelo, onde se busca poder caracterizar formas gerais para $D_{x,\theta}$. Pela análise das formas das diferentes curvas não parece possível uma previsão simples quanto à forma de correção de amplitudes devido à divergência esférica.

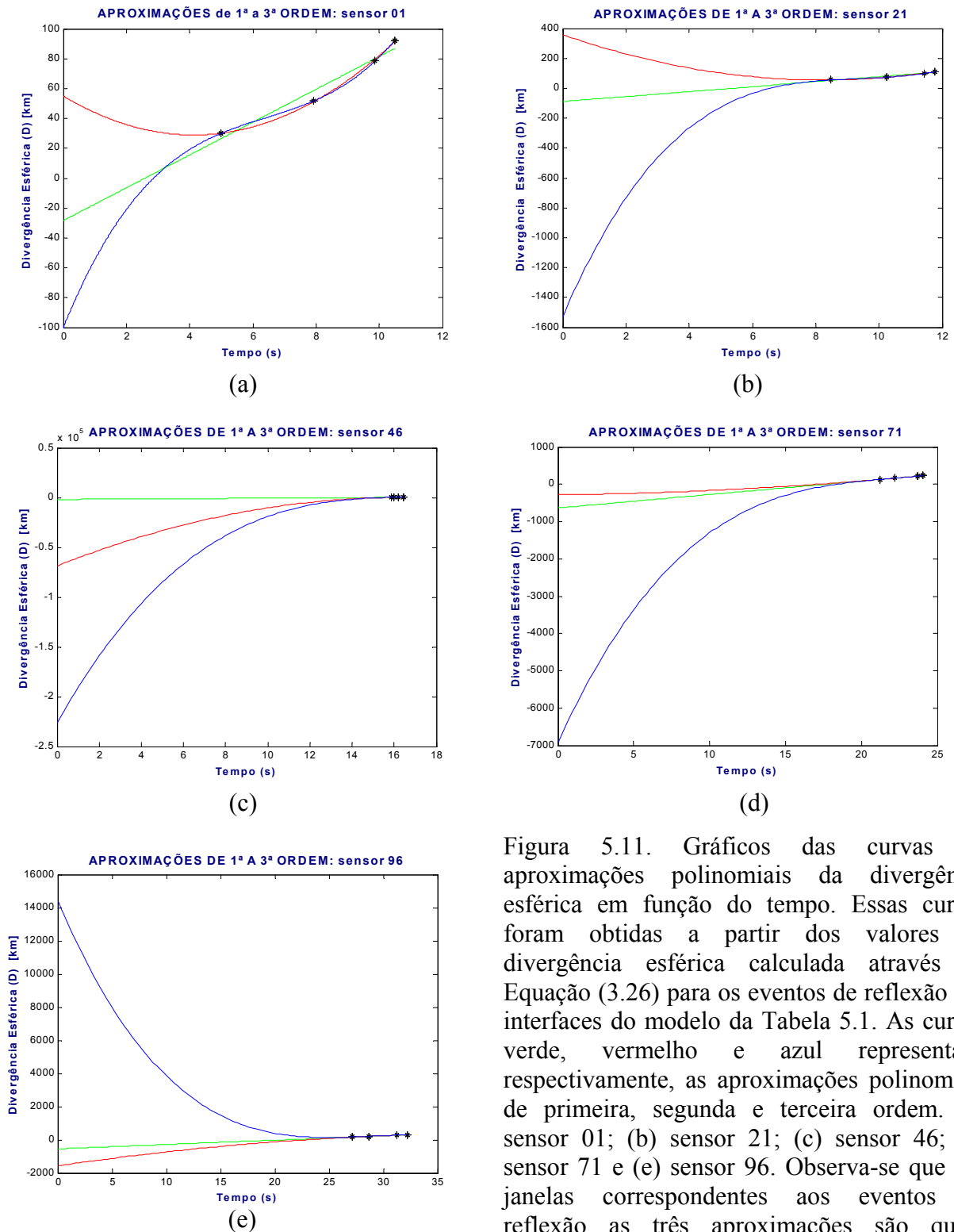


Figura 5.11. Gráficos das curvas de aproximações polinomiais da divergência esférica em função do tempo. Essas curvas foram obtidas a partir dos valores da divergência esférica calculada através da Equação (3.26) para os eventos de reflexão nas interfaces do modelo da Tabela 5.1. As curvas verde, vermelho e azul representam, respectivamente, as aproximações polinomiais de primeira, segunda e terceira ordem. (a) sensor 01; (b) sensor 21; (c) sensor 46; (d) sensor 71 e (e) sensor 96. Observa-se que nas janelas correspondentes aos eventos de reflexão as três aproximações são quase equivalentes.

Tabela 5.2

Sensor	Aproximação/Coefficientes								
	1ª ordem		2ª ordem			3ª ordem			
	a_0	a_1	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_2	a_3
01	-28,39	10,98	55,04	-12,66	1,53	-100,15	52,42	-7,12	0,36
21	-88,32	16,53	357,97	-73,45	4,45	-1526,5	492,5	-51,7	1,8
46	-1879,6	124,8	-68501	8370	-255	-225550	37530	-2060	40
71	-634,61	35,90	-283,85	4,87	0,68	-6924,3	891,0	-38,7	0,6
96	-547,38	26,22	-1572,2	95	-1,2	14371	-1528	54	-1

Tabela 5.2. Valores dos coeficientes dos polinômios de ajuste para representação da função de divergência esférica. Observa-se claramente que os valores dos coeficientes caem rapidamente com o grau do termo do polinômio.

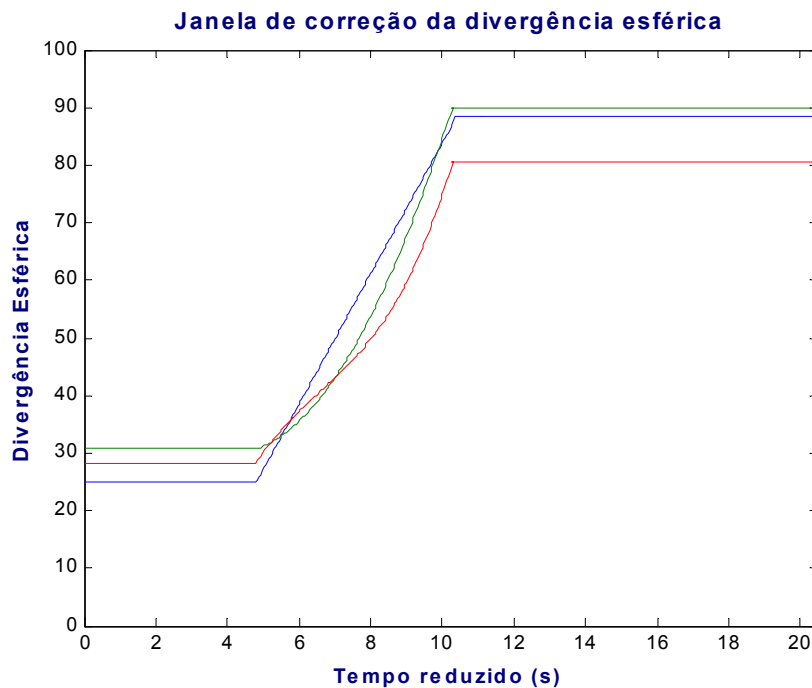


Figura 5.12. Gráfico calculado da função divergência esférica ($D_{x,\theta}$; [km]) em função do tempo reduzido mostrando a forma adotada para todos os casos, tomando como exemplo a função do sensor 01. Como se pode ver, a forma foi definida com um patamar constante à esquerda (nível inferior) e um patamar constante à direita (nível superior). Entre estes dois patamares tem-se a função divergência esférica calculada na janela definida pelo primeiro e pelo último evento de reflexão de forma tendenciosa. Os patamares foram adotados para melhor visualização relativa dos eventos. No entanto, apenas a correção correspondente ao intervalo de interesse é a correta para o modelo em uso.

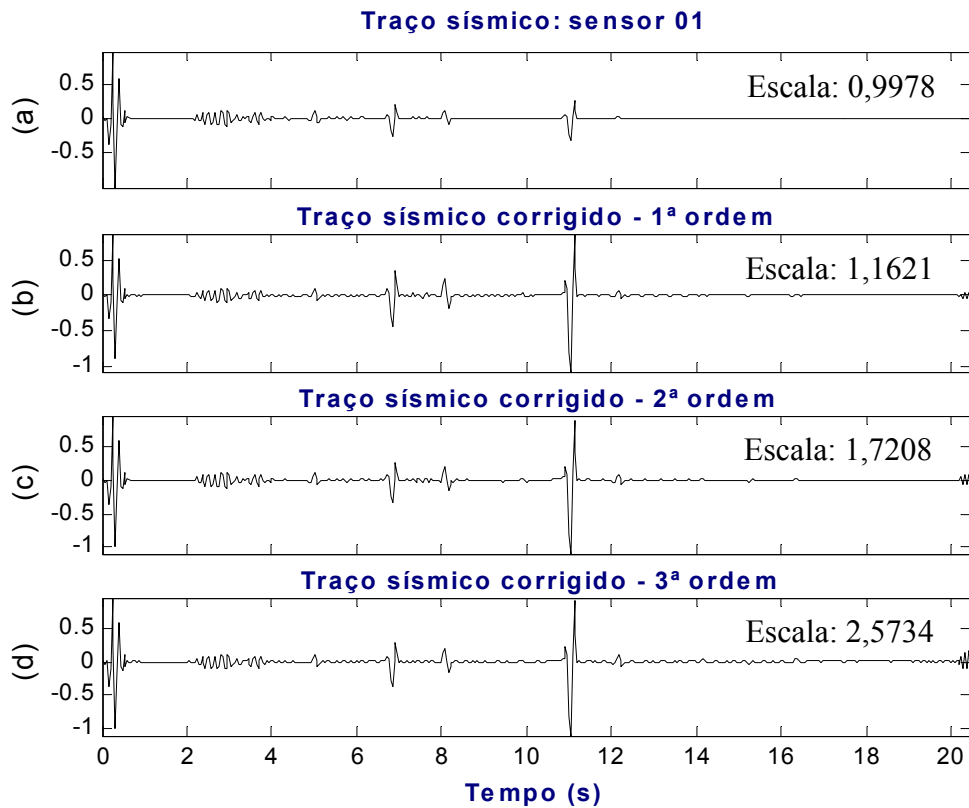


Figura 5.13. Aplicação da correção da divergência esférica. (a) Traço sísmico original do sensor 01 da seção sísmica da Figura 5.3. (b) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de primeira ordem. (c) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de segunda ordem. (d) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de terceira ordem. A janela para correção de amplitude pela divergência esférica variável se posiciona entre 4,87 e 10,35 segundos. Fora da janela de correção, segundo a Figura 5.12, a correção é tendenciosa. Observa-se que o efeito de amplificação do traço foi maior no último evento. Pela análise, incluindo os dados do modelo (velocidades, densidades e profundidades), concluímos que não é possível uma previsão simples quanto à forma de correção dos traços visando às verdadeiras amplitudes.

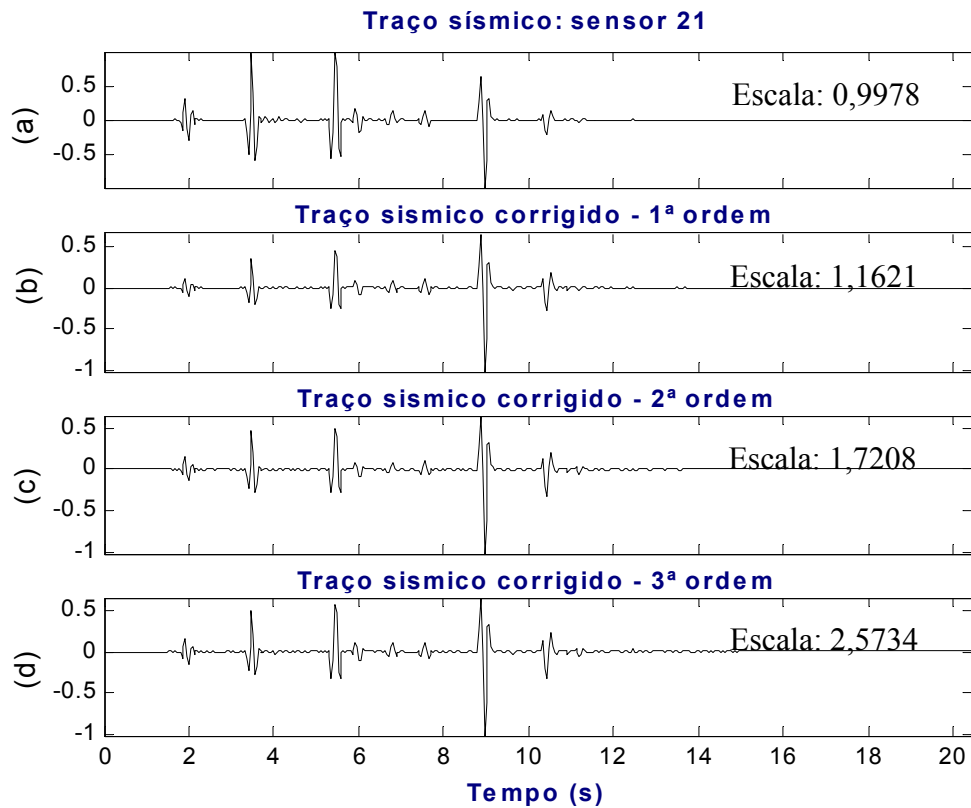


Figura 5.14. Aplicação da correção da divergência esférica. (a) Traço sísmico original do sensor 21 da seção sísmica da Figura 5.3. (b) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de primeira ordem. (c) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de segunda ordem. (d) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de terceira ordem. A janela de correção da divergência esférica variável é de 3,21 segundos a 6,52 segundos. Fora da janela de correção, segundo a Figura 5.12, a correção é tendenciosa. Observa-se que as amplitudes são corrigidas de forma uniforme. Pela análise, incluindo os dados do modelo (velocidades, densidades e profundidades), concluímos que não é possível uma previsão simples quanto à forma de correção dos traços visando às verdadeiras amplitudes.

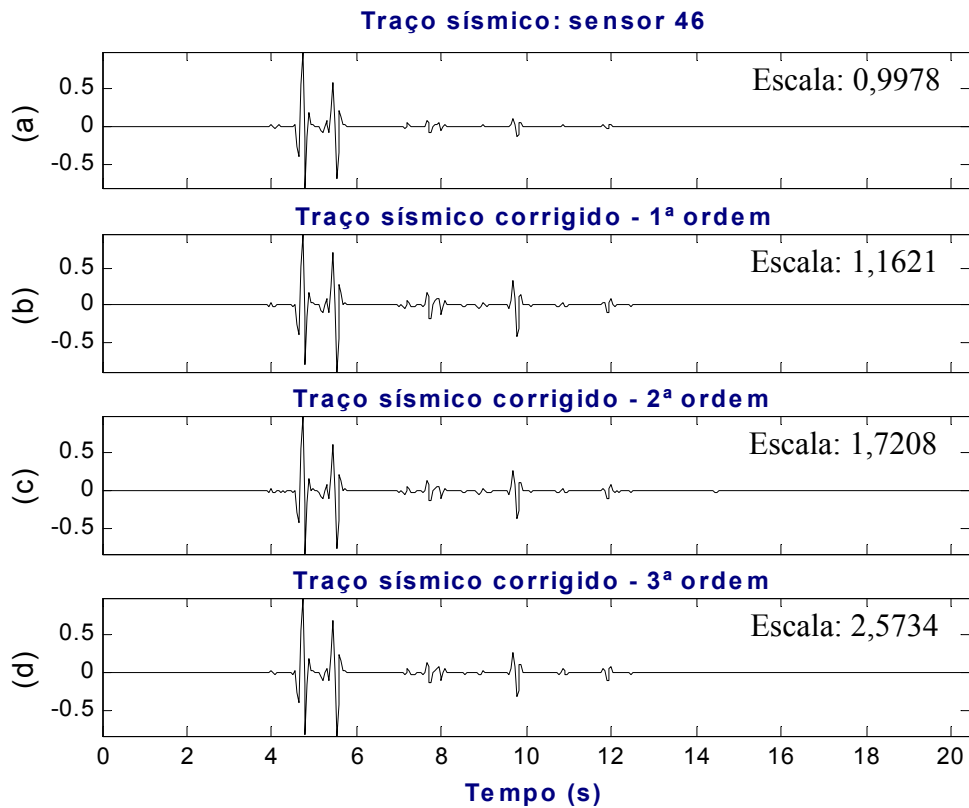


Figura 5.15. Aplicação da correção da divergência esférica. (a) Traço sísmico original do sensor 46 da seção sísmica da Figura 5.3. (b) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de primeira ordem. (c) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de segunda ordem. (d) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de terceira ordem. A janela de correção da divergência esférica variável é de 4,37 segundos a 4,94 segundos. Fora da janela de correção, segundo a Figura 5.12, a correção é tendenciosa. Observa-se que a janela é muito estreita, e que as amplitudes são corrigidas de forma uniforme. No entanto, esta janela tem fases convertidas. Pela análise, incluindo os dados do modelo (velocidades, densidades e profundidades), concluímos que não é possível uma previsão simples quanto à forma de correção dos traços visando às verdadeiras amplitudes.

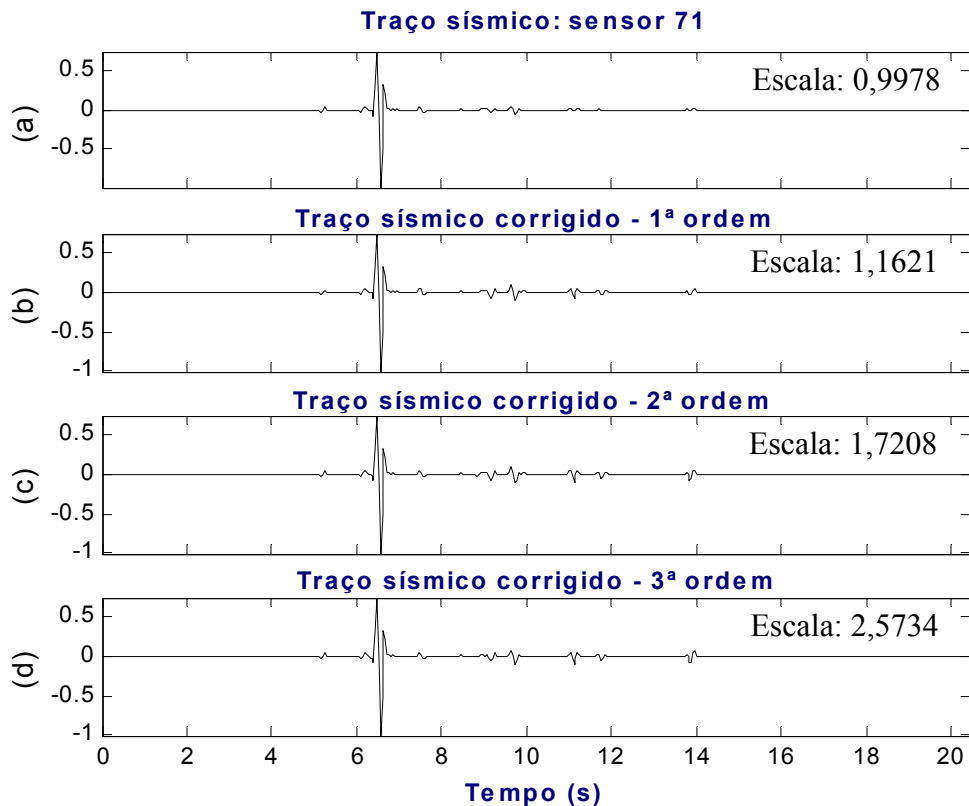


Figura 5.16. Aplicação da correção da divergência esférica. (a) Traço sísmico original do sensor 71 da seção sísmica da Figura 5.3. (b) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de primeira ordem. (c) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de segunda ordem. (d) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de terceira ordem. A janela de correção da divergência esférica variável é de 3,48 segundos a 6,27 segundos. Fora da janela de correção, segundo a Figura 5.12, a correção é tendenciosa. Observa-se que a janela é maior do que no caso anterior, e que as amplitudes são corrigidas de forma uniforme. No entanto, esta janela tem fases convertidas. Pela análise, incluindo os dados do modelo (velocidades, densidades e profundidades), concluímos que não é possível uma previsão simples quanto à forma de correção dos traços visando às verdadeiras amplitudes.

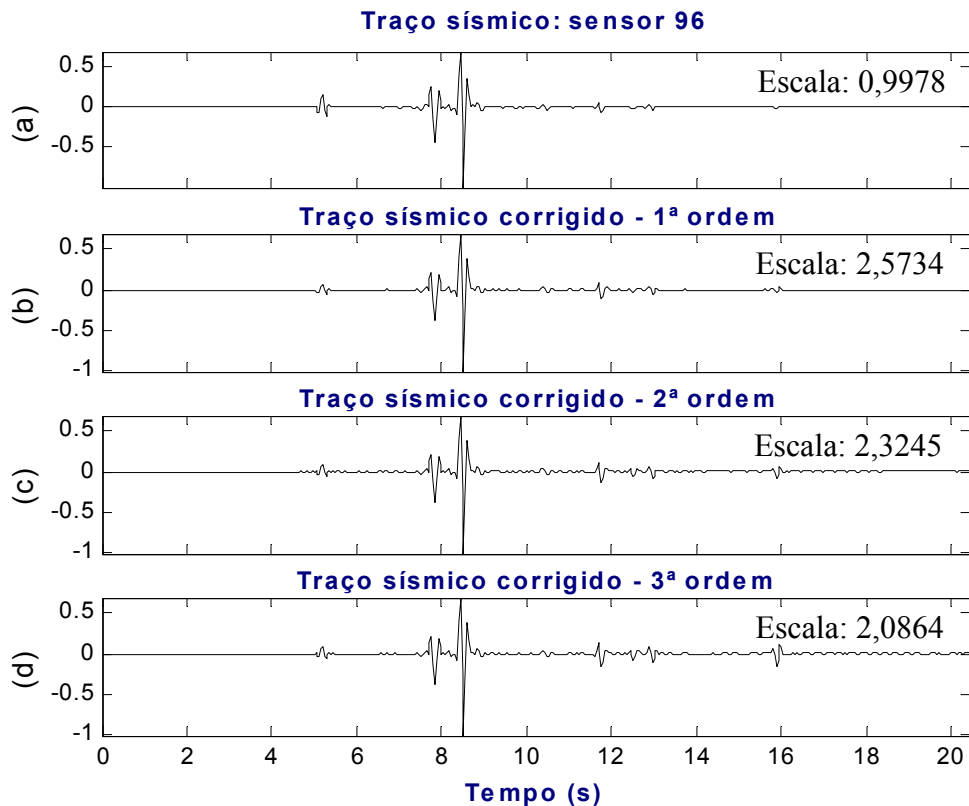


Figura 5.17. Aplicação da correção da divergência esférica. (a) Traço sísmico original do sensor 96 da seção sísmica da Figura 5.3. (b) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de primeira ordem. (c) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de segunda ordem. (d) Traço sísmico corrigido com a função divergência esférica de terceira ordem. A janela de correção da divergência esférica variável é de 3,12 segundos a 8,22 segundos. Fora da janela de correção, segundo a Figura 5.12, a correção é tendenciosa. Observa-se que a janela é maior do que nos casos anteriores, e que as amplitudes são corrigidas de forma uniforme. No entanto, esta janela tem fases convertidas. Pela análise, incluindo os dados do modelo (velocidades, densidades e profundidades), concluímos que não é possível uma previsão simples quanto à forma de correção dos traços visando às verdadeiras amplitudes.

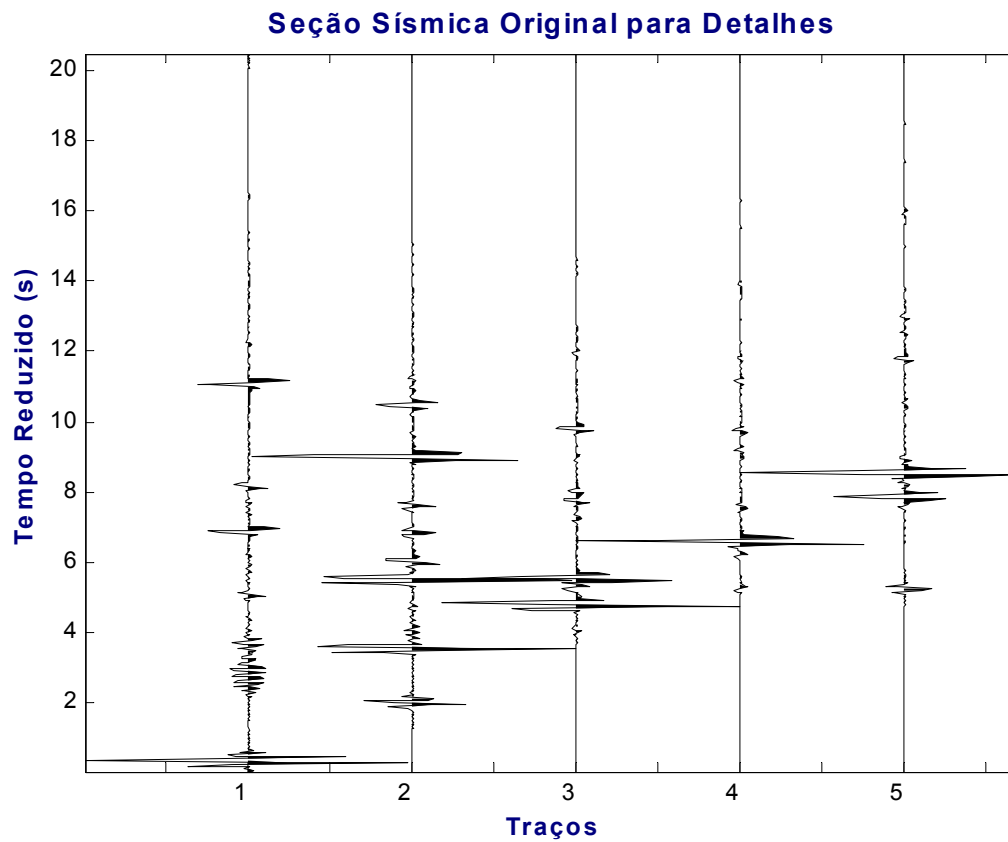


Figura 5.18. Seção sísmica tiro-comum original com apenas cinco traços selecionados (01, 21, 46, 71, 96) da seção sísmica da Figura 5.3 para se ver detalhes. Nesta seção observamos os eventos que compõem cada traço: onda direta, reflexões, convertidas e múltiplas.

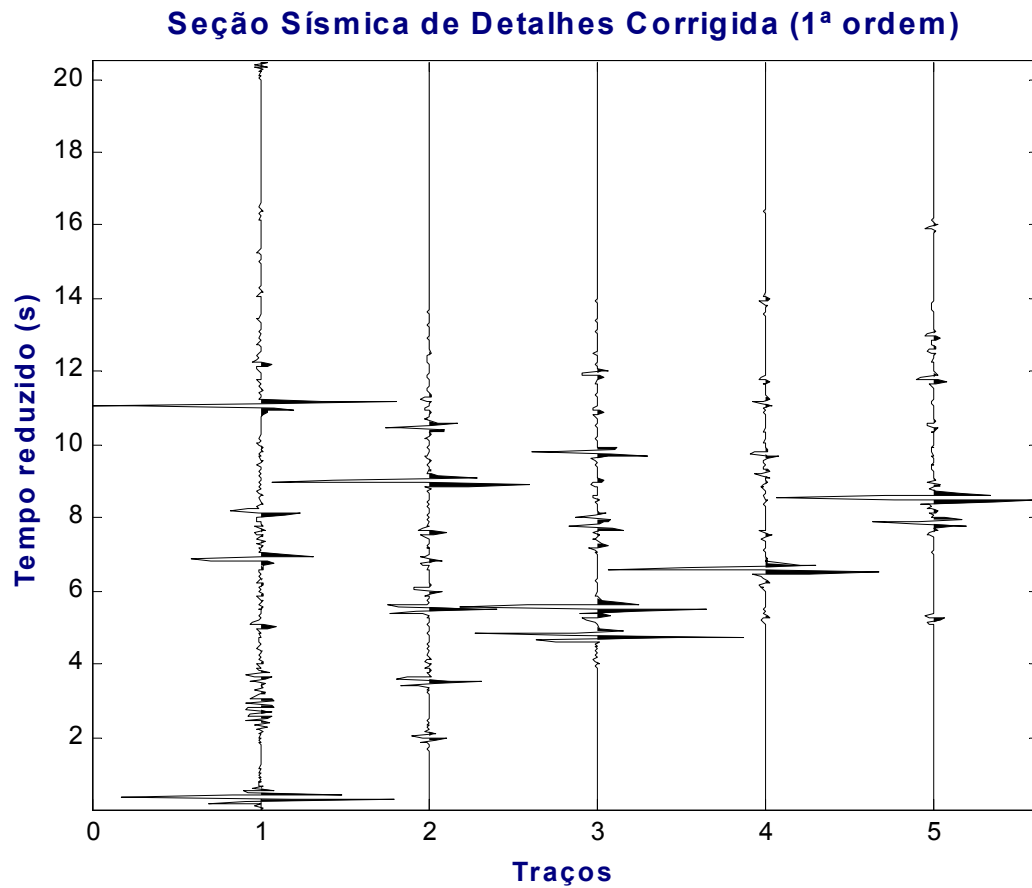


Figura 5.19. Seção sísmica tiro-comum de detalhes corrigida da divergência esférica (primeira ordem) da seção da Figura 5.18. Nesta seção observamos que todos os eventos compreendidos dentro da janela de correção foram amplificados. Desta forma podemos concluir que uma correção de primeira ordem tem efeitos relevantes para o estudo das correções de amplitudes.

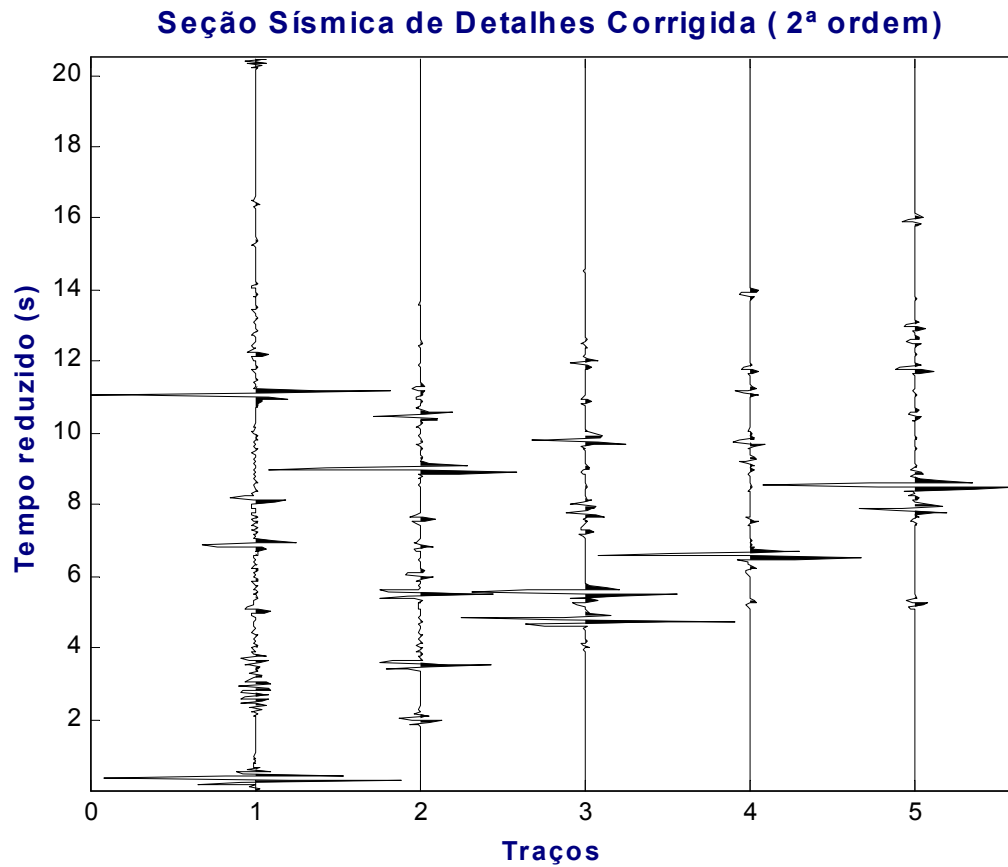


Figura 5.20. Seção sísmica tiro-comum de detalhes corrigida da divergência esférica (segunda ordem) da seção da Figura 5.18. Nesta seção observamos que os eventos compreendidos dentro da janela de correção também foram amplificados, porém um pouco mais acentuado do que nos de primeira ordem. Desta forma podemos concluir que uma correção de segunda ordem tem efeitos relevantes para o estudo das correções de amplitudes.

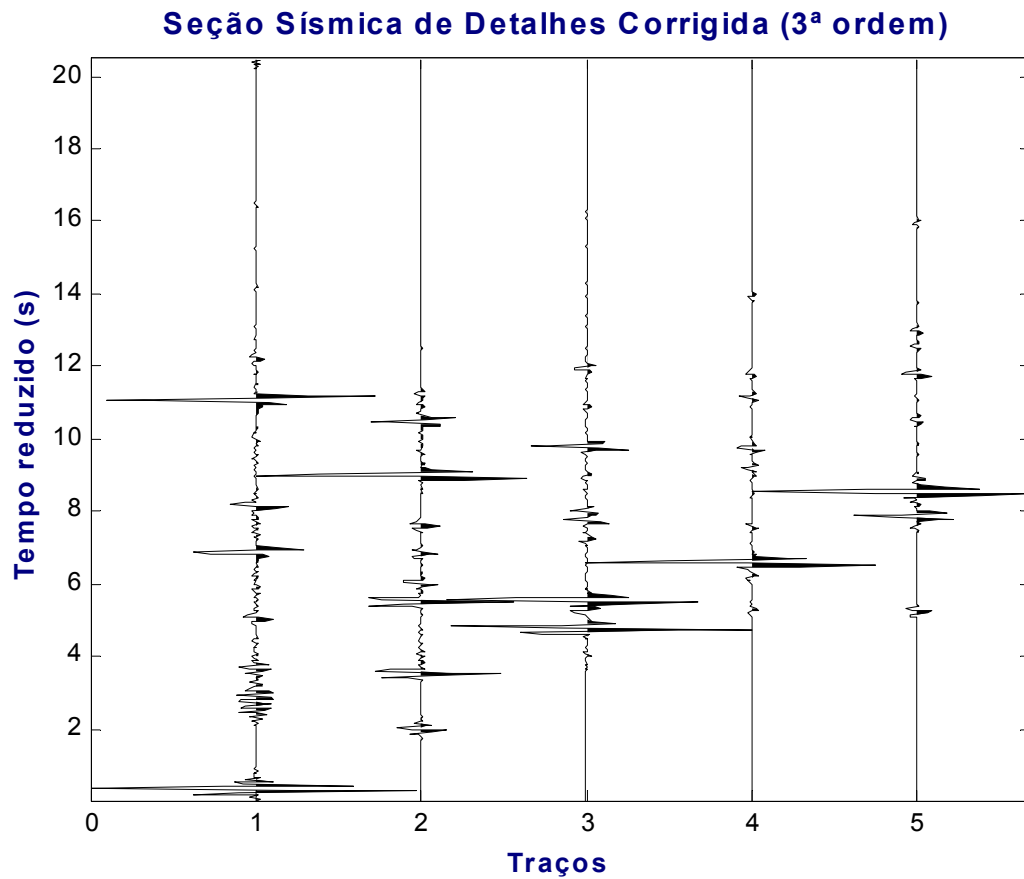


Figura 5.21. Seção sísmica tiro-comum de detalhes corrigida da divergência esférica (terceira ordem) da seção da Figura 5.18. Nesta seção observamos também que os eventos compreendidos dentro da janela de correção foram amplificados. Desta forma podemos concluir que uma correção de terceira ordem tem efeitos relevantes para o estudo das correções de amplitudes.

5.2. CONCLUSÕES GERAIS

O modelo teórico estudado não prevê o cálculo de divergência esférica para as assinaturas das ondas direta, refrações críticas e conversões.

Como observações finais com base no modelo estudado, concluímos inicialmente que a partir dos dados do modelo (velocidades, espessuras, densidades e profundidades) não é possível uma previsão quanto a uma forma para a curva de simples correção dos traços visando às verdadeiras amplitudes.

Em segundo lugar que o ajuste com aproximação linear de primeira ordem pode ser suficiente para representar parte da curva de divergência esférica. Os ajustes de segunda e terceira ordens também podem ser usados, porém teríamos resultados equivalentes com que obtivemos com o ajuste de primeira ordem, pois as janelas correspondentes aos eventos de reflexão para as três aproximações também são equivalentes, como visto na Figura 5.11.

Em terceiro lugar que o modelo representado para a divergência esférica é limitado ao caso de camadas plano-horizontais, serve como uma primeira aproximação aos casos práticos onde são previstas interfaces inclinadas e curvas, bem como pontos de difração. Dentro do nosso ponto de vista voltado aos projetos envolvendo o empilhamento CRS, baseado nas propriedades dos atributos da frente de onda, seria interessante obter um painel da função de divergência esférica para correção às verdadeiras amplitudes para modelos mais simplificados, da mesma forma que se ataca o problema da zona de Fresnel projetada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKI, K. & RICHARDS, P. G. 1980. *Quantitative Seismology, I*. New York, W.H. Freeman and Company.
- BALLY, A. W. 1983. *Seismic Expression of Structural Styles, I, II e III*. Tulsa, The American Association of Petroleum Geologists.
- BULLEN, K. E. 1959. *Theory of Seismology*. Inglaterra. Cambridge.
- DIX, C. H., 1955. Seismic Velocities from Surface Measurements. *Geophysics*, 20:68-86.
- EIRAS, J. F. 1996. Tectônica, Sedimentação e Sistemas Petrolíferos da Bacia do Solimões, Estado do Amazonas. In: SEARCHING FOR OIL AND GÁS IN THE LAND OF GIANTS. *The Search Magazine*, Edição Especial sobre o Brasil. Schlumberger, Argentina S. A.
- EIRAS, J. F. & RIBEIRO, J. W. F. 2003. Sistema Petrolífero Ígneos-Sedimentares. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE P & D EM PETRÓLEO & GÁS, Rio de Janeiro.
- FERTIG, J. & PSENCIK, I. 1985. Numerical Modelling of P- and S-Waves in Exploration Seismology. In: Handbook of Geophysical Exploration, *Geophysical Press*. K. Helbid and S. Treitel, 15(A):226-282.
- FUCKS, K. & MÜLLER, G. 1971. Computation of Synthetic Seismograms with the Reflectivity Method and Comparison of Observations. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 23:417-433.
- GILBERT, F. & BACKUS G. 1966. Propagator Matrices in Elastic Wave and Vibration Problems. *Geophysics*, 31:326-332.
- GUTENBERG, B. 1936. The Amplitudes of Waves to be Expected in Seismic prospecting. *Geophysics*, 1:252-256.
- HASKELL, N. A. 1953. The Dispersion of Surface Waves on Multilayered Media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 43:17-34.
- HUBRAL, P. H. W. 1980. *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. Houston, SEG Publishing.
- KEAREY, P. & BROOKS, M. 1984. *An Introduction to Geophysical Exploration*. London, Blackwell Scientific Publications.
- KREY, TH. 1951. An Approximate Correction Method for Refraction in Reflection Seismic Prospecting. *Geophysics*, 16:468-485.

- LEITE, L. W. B. 1998. *Introdução a Análise Espectral em Geofísica*. Belém. FADESP/CNPq.
- MARSCHALL, R. 1975. *Einige Probleme bei der Benutzung grosser Schuss-Geophon-Abstände und deren Anwendung auf Unterschiessungen*: Ph. D. Thesis, Leoben.
- NEWMAN, P. 1973. Divergence Effects in a Layered Earth. *Geophysics*, 38(3):481-488.
- SANDMEIER, K-J. 1984. *Veränderung und Erweiterung des Reflektivitätsprogrammes zur Berechnung Synthetischer Seismogramme*. Alemanha, Instituto de Geofísica da Universidade de Karlsruhe. (Dissertação de Mestrado).
- SANDMEIER, K.J. 1990. *Untersuchung der Ausbreitungseigenschaften Seismischer Wellen in Geschichteten und streuenden Medien*. Alemanha, Instituto de Geofísica da Universidade de Karlsruhe. (Tese de Doutorado).
- SLOTNICK. 1959. *Lessons in Seismic Computing*. Oklahoma, The Societ of Exporation Geophysicists.
- TANER, M. T. & KOEHLER, F. 1969. Velocity Spectra-Digital Computer Derivation and applications of Velocity Functions. *Geophysics*, 34(6):859-881.
- THOMSON, W. T. 1950. Transmission of Elastic Waves through a Stratified Solid medium. *Jour. Appl. Phys.*, 21- 89.

APÊNDICES

A – FATOR DE DIVERGÊNCIA ESFÉRICA EM AFASTAMENTOS ARBITRÁRIOS

O modelo da subsuperfície, ilustrado na Figura A.1, é composto por camadas plano-horizontais, homogêneas isotrópicas, espessuras z_i e velocidades v_i . Uma fonte pontual harmônica de ondas acústicas é colocada na primeira camada e irradia com intensidade uniforme em todas as direções. A energia em um feixe cônico ao redor de um eixo central apartir da fonte flui inicialmente através de uma área A_r de uma superfície esférica de raio r . Isto é, esta energia flui através de uma área anelar A_r sobre a superfície da frente de onda. A intensidade acústica I é definida como o quociente entre o fluxo de energia acústica pela unidade área normal à direção do fluxo. Conseqüentemente, o quociente da intensidade acústica da onda refletida I_x pela intensidade acústica da incidente I_r é igual a razão inversa das suas áreas (Newman, 1973):

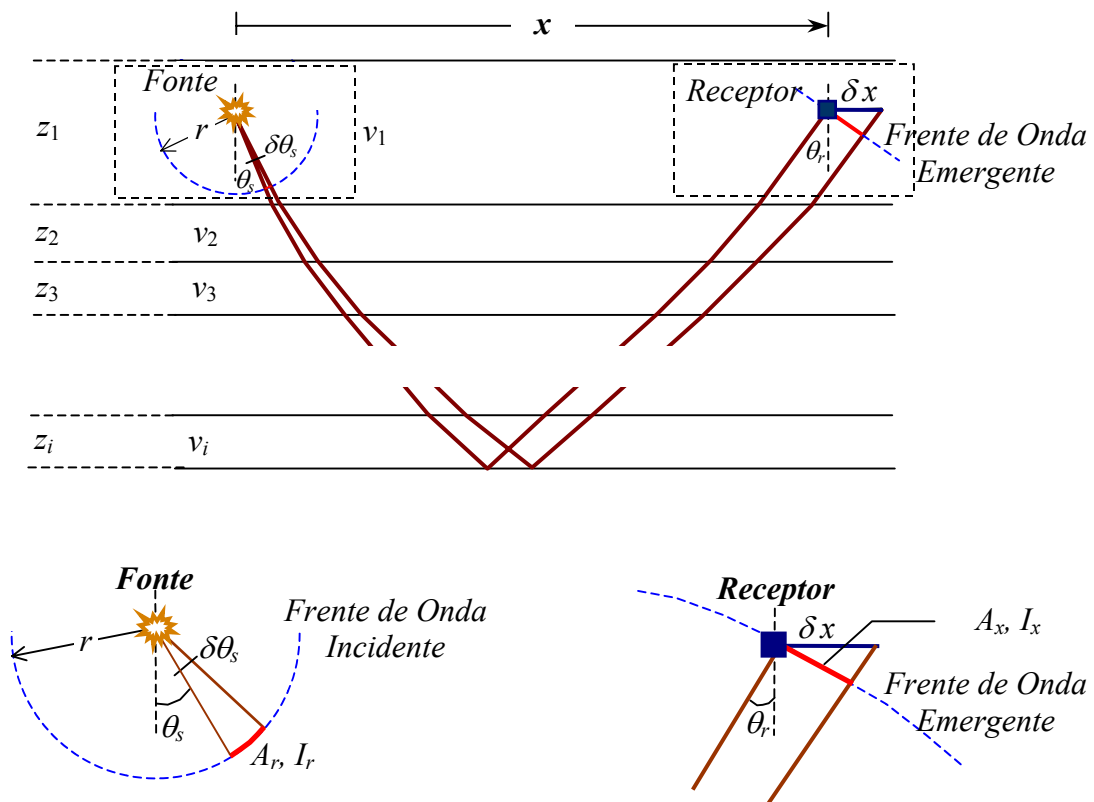


Figura A.1. Geometria do percurso do raio para a determinação do fator de divergência esférica. θ_s é o ângulo de partida, $\delta\theta_s$ é a abertura do tubo dos raios ao redor do ângulo de partida, x é a distância fonte-receptor e δx é a variação da distância fonte-receptor devido a $\delta\theta_s$.

$$\frac{I_x}{I_r} = \frac{A_r}{A_x}. \quad (1)$$

Referindo-se à Figura A.1, estas áreas são dadas por: $A_r = 2\pi r^2 \delta \theta_s \sin \theta_s$ e $A_x = 2\pi x \delta x \cos \theta_r$, e tem-se que:

$$\frac{I_x}{I_r} = \frac{r^2 \sin \theta_s}{x \cos \theta_r} \frac{\delta \theta_s}{\delta x}. \quad (2)$$

Nesta equação, r é o raio inicial considerado para a frente de onda em expansão ao redor da fonte e, sem perda de generalidade faz-se r unitário ($r = 1$). Para o caso especial da fonte e o receptor se encontrarem dentro da primeira camada, e todas as camadas sendo horizontais, então $\theta_s = \theta_r = \theta_1$. No limite quando $\delta x \rightarrow 0$ tem-se a relação:

$$\frac{I_x}{I_1} = \frac{\tan \theta_1}{x} \frac{d\theta_1}{dx}. \quad (3)$$

Se a fonte e o receptor estiverem em um mesmo nível, de um meio homogêneo e isotrópico, a razão entre as amplitudes de pressão corresponde à raiz quadrada da razão das intensidades. Além disso, o fator de divergência esférica, $D_{x,\theta}$, é dado pelo inverso da razão das amplitudes de pressão (deslocamento da partícula) em um mesmo tubo. O fator de divergência para este caso é dado por:

$$D_{x,\theta} = \left[\frac{x}{\tan \theta_1} \frac{dx}{d\theta_1} \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Para o caso geral de variação contínua de velocidade com a profundidade, $v=v(z)$, a distância fonte receptor é dada pela seguinte equação:

$$x(p) = 2p \int_0^z \frac{v(z) dz}{\{1 - [pv(z)]^2\}^{1/2}}, \quad (5)$$

onde, segundo a lei de Snellius, $p = \sin \theta_1 / v_1$. Tem-se que:

$$\frac{dx(p)}{dp} = 2 \int_0^z \frac{v(z) dz}{\{1 - [pv(z)]^2\}^{3/2}}.$$

E como

$$\frac{dp}{d\theta_1} = \frac{\cos \theta_1}{v_1},$$

então

$$\frac{dx}{d\theta_1} = \frac{2 \cos \theta_1}{v_1} \int_0^z \frac{v(z) dz}{\{1 - [pv(z)]^2\}^{3/2}}. \quad (6)$$

Substituindo este resultado na equação (4) acima, tem-se finalmente a divergência esférica para o modelo de velocidade contínua, $v(z)$, dada por:

$$D_{x,\theta} = \left[\frac{2x \cos \theta_1}{v_1 \tan \theta_1} \int_0^z \frac{v(z) dz}{\{1 - [pv(z)]^2\}^{3/2}} \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Para o caso especial do modelo ser composto por camadas plano-horizontais discretas de espessuras z_i , ($i = 1, \dots, n$), velocidades intervalares v_i , a integral da equação (7) assume a forma discretizada:

$$\int_0^z \frac{v(z) dz}{\{1 - [pv(z)]^2\}^{3/2}} \equiv \sum_{i=1}^n \frac{v_i z_i}{(1 - p^2 v_i^2)^{3/2}} = \frac{v_i}{\sin \theta_1} \sum_{i=1}^n \frac{z_i \sin \theta_i}{\cos^3 \theta_i}.$$

De onde segue o resultado:

$$D_{x,\theta} = \frac{1}{\tan^2 \theta_1} \left[2x \sum_{i=1}^n \frac{z_i \sin \theta_i}{\cos^3 \theta_i} \right]^{1/2},$$

que também é escrito como:

$$D_{x,\theta} = \frac{1}{\tan \theta_1} \left(x^2 + 2x \sum_{i=1}^n z_i \tan^3 \theta_i \right)^{1/2}. \quad [L] \quad (8)$$

A equação acima é a expressão usada para o fator de divergência esférica para uma reflexão da base da n -ésima camada observada na distância x a partir da fonte. A distância e o ângulo de incidência não são quantidades independentes, mas estão relacionadas através da lei de Snellius e das especificidades do meio estratificado.

B – SIMBOLOGIA UTILIZADA

Tabela dos símbolos matemáticos utilizados e suas descrições.

Símbolo	Descrição
A	Matriz com elementos compostos pelas constantes elásticas do meio.
$D(x, \theta)$	Divergência esférica.
e_j	Espessura das camadas.
e_s	Espessura da camada da fonte.
f	Vetor-coluna que fornece a dependência com a profundidade para o deslocamento e tensão da partícula.
g	Forças internas presentes no corpo (gravidade).
h	Profundidade da fonte.
I	Matriz identidade.
i, j, k, N	Índices contadores.
J_m	Função de Bessel de ordem m .
m, n	Índices para as camadas nas interfaces de transmissão.
p	Parâmetro horizontal do raio, $p = \sin \theta_k / v_k$.
P_m	Produto resultante entre os coeficientes de reflexão para as interfaces j .
P^{inc}	Fator escalar para representar a amplitude da onda incidente.
PP_j	Coefficientes de reflexão para as interfaces j .
$\{P^*P^*\}_n^m$	Representação dos coeficientes de reflexão das onda P (incidente) e P (refletida) para o conjunto de camadas no intervalo entre m e n .
$P(z, z_0)$	Matriz propagadora.
r	Distância radial fonte-receptor.
r, φ, z	Sistema de coordenadas circular cilíndricas.
$\hat{r}, \hat{\varphi}, \hat{z}$	Vetores unitários relativos às direções de orientação do sistema de coordenadas circular cilíndricas (radial, azimutal e vertical).
$\{S^*\}$	Representação das ondas incidentes ascendente e descendente entre dois meios quaisquer.
T	Vetor tração no plano horizontal.
$T(p)$	Tempos de trânsito em função do parâmetro horizontal do raio.
$T_{red}(x)$	Tempos de trânsito reduzido.
$T(x)$	Tempos de trânsito em função do afastamento fonte-receptor.
T_k^m, S_k^m, R_k^m	Funções vetoriais ortogonais dos vetores deslocamento u e tração T .
u	Vetor deslocamento da partícula. Componentes $u_x, u_y, u_z, u_1, u_2, u_3$.
\dot{u}	Velocidade da partícula.
\ddot{u}	Aceleração da partícula.
u^P, u^{SV}, u^{SH}	Vetores deslocamento para as ondas P, SV e SH.

v_k	Velocidade na camada k .
v_{red}	Velocidade reduzida.
V_{RMS}	Velocidade media quadrática.
x	Afastamento fonte-receptor.
x, y, z	Coordenadas do sistema cartesiano.
$x(p)$	Afastamento em função do parâmetro horizontal do raio.
z_k	Profundidade da camada k .
α	Velocidade das ondas P.
α_{max}	Velocidade máxima das ondas P.
β	Velocidade das ondas S.
ρ	Densidade das camadas.
ω	Frequência angular temporal.
η	Vagarosidade vertical das ondas S.
θ_k	Ângulo de incidência com a vertical na camada k .
Δt_k	Tempo vertical simples na camada k .
Δx	Afastamento entre sensores.
μ, λ	Constantes elásticas de Lamé.
Φ_m	Espalhamento de fase.
ϕ, ψ, χ	Potenciais escalares que representam as ondas P, SV e SH.
∇	Operador gradiente.
$\nabla \cdot$	Operador divergência.
$\nabla \times$	Operador rotacional.

ANEXOS

A – DOCUMENTAÇÃO DO PROGRAMA PSVSH.F

Calculation of synthetic seismograms with Reflectivity method using the f77-program psvsh.f

AUTHORS: Jupp Sandmeier
changes by Martin Flinspach and several unknown contributors

Package and documentation compiled by
Alexander Goertz (Alexander.Goertz@gpi.uni-karlsruhe.de)
March 2001

Copyright (c) 1998
Geophysical Institute
University of Karlsruhe
Hertzstr. 16
D-76187 Karlsruhe
Germany

All rights reserved.

Publications including results obtained by this program should include the references cited below

It is NOT allowed to distribute the program to 3rd parties. Permission is granted to modify the current version of the program, provided that all modifications are marked clearly, that the authors are notified about any modifications (including a copy of the new source code), and that the authors' names and titles are unchanged (though additional authors' names may be added).

DISCLAIMER:

No warranty or suitability for any particular purpose is given, neither expressed nor implied! This program is distributed in the hope that it will be useful, but without any warranty; without even the implied warranty of merchantability or fitness for a particular purpose. We assume no responsibility for, and make no warranties that, our program and the tools distributed with the program will be free of errors!

DOCUMENTATION

MAKEFILE:

The program psvsh.f and the included conversion routines can be compiled using the Makefile included. The Makefile has been tested using GNU's gmake. Typing gmake alone gives you an overview on how to use it:

```
gmake help - prints Help on the Makefile
gmake all  - compiles the reflectivity program psvsh.f and the two
              conversion routines ref2asc and ref2sep
gmake test - runs an example using the example parameter file test.rmr
```


and plots it using GMT. If you have GMT not installed, this will not work properly as the c-shell-script plot_psv is used

The distribution has been tested on HP-UX 10.2 (and below), linux 6.4 and SGI IRIX 6.3. The included example takes about 8 minutes on a 350 MHz dual-board pentium pro processor.

REFLECTIVITY PROGRAM psvsh:

Typing psvsh without any arguments starts the program.in order to run the program. It reads the relevant parameters from 2 files:
REFLECT.DAT (this name MUST stay the same) and an input parameter file (e.g. test.rmr) with the actual model parameters.

1. a file REFLECT.DAT which looks e.g. like this:

```

2           !the number of calculations
test.rmr    !input file containing the model specifications for 1st calculation
test.psv    !seismogram of P and Sv wavefield of 1st run (vert. and radial
comp.)
test.sh     !seismogram of Sh wavefield of 1st computation (transverse comp.)
test2.rmr   !input file containing the model specifications for 2nd calculation
test2.psv   !seismogram of P and Sv wavefield of 2nd run(vertical and rad.
comp.)
test2.sh    !seismogram of Sh wavefield of 2nd computation (transverse comp.)

```

for more calculations, more files can be added. The maximum possible number of calculations (shots) is restricted by the parameter NCOMP in the source code

2. the parameter file for calculations, e.g. test.rmr, contains the parameters for calculations and the seismic model. It looks e.g. like this:

Input example, point source, hom.

```

0 0 1 1 1 0 0 1 1 2 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
      1 0 1 0 1
      0.0500 0.0000 0.0000 0.0000
      0.0000 6.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0
      32.000 6.0 1
      32.000 8.0 0
      40.000 8.0 1
      2.0000 20.0000 0.50000
      8.0000 0.0
      3.0000 3.2000 950.0000 999.00 8000
      0.0000 0.5000 49.5000 50.0000 0.0000
      0.0055 4096 0 2 0.1000 0.0000

```

this file is read in formatted by the fortran program. It is therefore inevitable to exactly stick to the format in terms of rows and columns.Explanation of the input *.rmr-file:

1. line (format A80): commentary

2. line (format 4(5I2,2X)):

these 25 numbers are meant to be a list of switches, explained as follows:

```

switch 1 = 0: complete wavefield (full seismograms)
          = 1: only PP reflections
          = 2: only SS reflections
          = 3: only PP- and SS reflections
switch 2 = 0: transmission with conversion
          = 1: transmission w/o conversion (tps=tsp=0)
switch 3 = 0: seismogram for displacement
          = 1: seismogram for velocity
          = 2: seismogram for acceleration
switch 4 = 0: compute vertical and horizontal component
          = 1: only vertical component
          = 2: only horizontal component
          = 3: no vertical and horizontal component
switch 5 = 0: Sh component is computed
          = 1: no Sh component is computed
switch 6 = 0: no additional output files
          = 1: write out on files 21,22,23 the spectra of displacement
              (r, omega) (not implemented in this version)
switch 7 = 0: up- and downgoing waves from the source are considered
          = 1: no upgoing waves from the source are considered
switch 8 = 0: layer parameter read in
          = 1: inhomogeneous velocity-depth-distribution read in
              (subroutine INHOM)
switch 9 = 0: layer parameter THICKNESS
          P-, S-velocity, density (switch 8 must be 0)
          = 1: layer parameter DEPTH
          P-, S-velocity, density (switch 8 must be 0)
switch 10 = 0: no phase velocity window
           = 1,2... : two-sided cos**n window
switch 11 = 0: no frequency window
           = 1,2...: two-sided cos**n window
switch 12 = 0: no earth-flattening approximation
           = 1: earth-flattening approx. applied (switch 8 must be 1)
switch 13 : only for EXPLOSIVE source
           = 0: Bessel function calculated only by its far-field approx.
              (normal case)
           = 1: near-field approx. of bessel-fct. applied for small
              arguments (only needed for small offsets)
switch 14 : FREE
switch 15 = 0: list of seismograms is printed
           = 1: no list of seismograms
switch 16 = 0: calculation of direct wave
           = 1: direct wave not included in calculation
              (if no. of transmitting layers >= no. of source layer)
switch 17 = 0: explosive source
           = 1: double couple
           = 2: point source
           = 4: line source
switch 18 = 0: Fuchs-Mueller signal
           = 1: delta pulse
           = 2: Heaviside step function
           = 3: Momentfunction after Bruestle
           = 5: digitized source signal (as e.g. from real data)
              to be given at the end of *.rmr file
           = 6: Ricker wavelet
switch 19 : only if switch 17 = 1
           = 0: Read in Moment tensor

```

```

      = 1: Moment tensor after Aki
      = 2: Moment tensor after Mueller
switch 20    : only if switch 17 != 1
      = 0: give index of the source- and receiver layer
      = 1: give depth of source- and receiver layer (recommended!)
switch 21 = 0: no multiple reflections between source and receiver
      = 1: multiple reflections are considered between source and
           receiver

3. line (format 4I5)
   ISO IRE MDECK NRHO NH
   ISO: number of source layer (1 = first layer)
   IRE: number of receiver layer (0 = surface)
   MDECK: number of layers above the reflective zone (MDECK=0: full response)
   NRHO: for earth-flattening approximation
   NH: if switch 17 = 1: No. of sources

4. line (format 2F10.4): only if switch 20 = 1:
   depth of source and depth of receivers in km

5. line to N.th line: Model parameters (format 6F10.4,I10 for each line)
   DEPTH (km), P-vel. (km/s), Qp, S-vel. (km/s), Qs, density(kg/dm**3), NHS
   NHS = 0: discontinuity
   NHS = 1: homogeneous layer
   NHS = N: approximate gradient from velocity in previous line with N layers
   or likewise (if switch 9 = 0):
   THICKNESS(km), P-vel. (km/s), Qp, S-vel. (km/s), Qs, density(kg/dm**3), NHS

   if S-velocity negative, Vs=0 (liquid uppermost layer (Water))
   if P-vel. is given only (as above), S-vel. is set to Vp/sqrt(3) and density
   is set to 0.252+0.3788*Vp (Birch's law)
   Maximum number of layers is parameter NLA in the source code

N+1 to M. line:(not in example above) only for double couple(switch 17=1 or 5)
format F10.4 : depth of receiver
format 5f10.4:
X-loc of source i, Y-loc of source i, Z-loc i, source time, strength of
pointsource i
one line for each source i
format 6f10.4: orientation of double couple:
      if switch 19=0 give M11,M12,M13,M22,M23,M33
      if switch 19=1 give Strike, dip, slip(rake), phi, delta, lambda
      if switch 19=2 vectors f1,f2,f3,N1,N2,N3 normal to node planes

M+1st line: blank line!
M+2nd line: format 4f10.4,I10
      first receiver, last receiver, receiver increment, azimuth, no. of
receivers

M+3rd line: format 2F10.4
      reduction velocity in km/s, minimum time in seismogram

M+4th line: format 4f10.4,i10
      min phase velocity, lower corner, upper corner, max phase velocity, No. of
slownesses
      Maximum possible No. of slownesses is parameter NPA in source code

M+5th line: format 5f10.4

```

min. frequency, lower corner, upper corner, max. frequency, reference freq.
for Q

if reference frequency for Q=0, Q is frequency independent

The parameter NFR (maximum No. of frequencies) in the source

code should be bigger than sampling rate*No. of samples*frequency band

M+6th line: format f10.4,3I10,2f10.4

DT, NPTS, NA, N, T, TSIGMA

DT: sampling rate

NPTS: number of samples

NA: number of zeros before signal

N: number of extrema of signal

T: length of signal (in seconds): this gives the dominant frequency of
input signal

TSIGMA: time value for anti-aliasing filter (should be 20-50% of DT*NPTS)

M=7th line: format 8f10.4, only if switch 18 = 5

give digitized source signal with same sampling rate than given above (DT)

end input with value -9999

Limit of calculations:

Calculations are limited by some constants defined in the source code
change them if appropriate (make sure to use a big enough computer)

NFR = 1250 : maximum number of frequencies

(sampling rate * No. of samples * frequency band)

NLA = 400 : 2*maximum No. of layers (including layers with NHS>1)

NPA = 8000 : maximum No. of slownesses (see M+4th line)

NDIS = 200 : Maximum No. of Distances (receivers), see M+2nd line

NCOMP = 100 : Max. Number of computaions (first line in REFLECT.DAT)

How to choose some of the parameters:

Source- and receiver depth:

it is recommended to give the model in DEPTH coordinates, i.e.

switch 20 should be 1. The source should be not directly at the
surface (source layer = 1 in line 3, source depth > 0.0 in line 4)

below the deepest geophone has to be at least one reflecting layer.

phase velocity window (M+4th line):

the phase velocity can be estimated using the following formula:

$$c=V/\sin(\phi), \text{ with } \tan(\phi)=x/2*z$$

with V=velocity, x=offset, z=depth.

The minimum phase velocity is yielded by inserting the smallest
velocity and biggest offset, the maximum phase velocity by inserting
the biggest velocity and the smallest offset. For the correct
calculation of direct waves and head waves, the minimum phase
velocity should be smaller than the smallest velocity in the model.

The maximum number of slownesses is crucial for the accuracy as it gives the number of sampling points for the integration over slownesses (by method of stationary phase). it can be estimated as:

$$N > 4 * F_{max} * X_{max} * (1/c_{min} - 1/c_{max})$$

with

Fmax: maximum frequency of calculation

Xmax: maximum offset

cmin: minimum slowness

cmax: maximum slowness

frequency window:

the frequency window has, of course, to fit to the input signal whose dominant frequency is given by the number of extrema (N in M+6th line) divided by twice its duration (T in M+6th line) the max. frequency has to be smaller than the Nyquist frequency given by DT in M+6th line.

Number of samples:

The length of calculations (DT * NPTS) should be twice the maximum possible reduced two-way time (see reduction velocity below).

Reduction velocity (M+3rd line):

Typically used for large (crustal, > 100km) distances to keep amount calculation and amount of output data small.

If receiver increment is < 1 km, reduction velocity should be zero.

 FORMAT OF OUTPUT:

stderr is written to file PSVSH.OUT, it is a logfile giving detailed information about the calculation itself

the calculation time is logged by producing the files bl.dat and e1.dat. The difference in creation time of these files gives the time needed for calculation.

Of course, nohup and/or time can be used as well... the provided example (crustal refraction study) takes about 10 min on a HP9000 workstation.

The actual seismograms are written to files *.psv (for P- and Sv component; unit 2) and *.sh (for Sh component, if chosen; unit 3) the formatted output looks like this:

```

header                - 7A6
NLAY,MDECK,ISO,ISS4   - 4I5
Z(I),D(I),A(I),B(I),RHO(I) - 5F10.4 I=1,NLAY
NENT - No. of distances - I5
X(I)                  - 7F10.3 I=1,NENT
VRED,TMIN,DT          - 3F10.4
for KE=1,NENT {
    R(KE),ABSAZ,IKOMP  - 2F15.5,I5
    NPTS,BALMAX        - /I10,E15.4
    SEIS(I), I=1,NPTS  - 16F5.0
    R(KE)              - /I10
}
  
```

CONVERSION ROUTINES:

This distribution includes 2 conversion routines to convert the calculated synthetic seismograms into other formats suitable for further processing.

a) ref2asc:

ref2asc converts the output into 3-column ascii format suitable for GMT. Typing the program name without any options gives an online help on how to use it. Plotting can be done with the c-shell-script plot_psv (also included) which uses GMT's pswiggle to plot the seismograms. For this purpose, you need to have GMT installed (see <http://imina.soest.hawaii.edu/gmt/> for further information)

b) ref2sep:

ref2sep works similar to ref2asc, but converts to SEPlib seismic data format. See <http://sepwww.stanford.edu/software/seplib/> for further information

REFERENCES:

Fuchs, K., 1968b: Das Reflexions- und Transmissionsvermoegen eines geschichteten Mediums mit beliebiger Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte fuer schraegen Einfall ebener Wellen. Zeitschrift fuer Geophysik, Vol. 34, p.389-413

Fuchs, K. and Mueller, G., 1971: Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison to observations. Geophys. J. R. Astron. Soc. Vol. 23, p. 417-433

Fuchs, K., 1975: Synthetic Seismograms of PS reflections from a transition zone computed with the reflectivity method. J. Geophys, vol. 41, p. 445-462

Sandmeier, K-J. and Wenzel, F, 1986: Synthetic seismograms for a complex crustal model. Gephys. Res. Lett., vol. 14, p.22-25

B – CARTÃO DE ENTRADA PARA O MODELO TESTE CROSTAL

O cartão de entrada para rodar o programa psvsh.f é mostrado abaixo. Os dados desse arquivo são armazenados no arquivo test.rmr.

```

Crustal Model  Fsignal=3.33Hz
0 0 1 0 1    0 0 1 1 2    1 0 0 0 1    0 0 0 0 1    0 0 0 0 0
  1  0      1  0      1
 0.0500    0.0000    0.0000    0.0000
 0.0000    6.0000    0.0000    0.0000    0.0000    0.0000
15.000    6.0
15.000    6.5
25.000    6.5
25.000    8.0
35.000    8.2
35.000    8.2
40.000    8.2

 1.0000  200.0000    2.0000    0.0000
 8.0000    0.0
 3.0000    3.5000  575.0000  600.00    3200
 0.0000    0.5000  10.0000  12.0000    0.0000
 0.0400      512          0          2    0.3000    0.0000

```

C – ARQUIVO DE ENTRADA DO MODELO TESTE CROSTAL

O arquivo de entrada REFLECT.DAT chama o arquivo test.rmr (cartão de entrada) para gerar os arquivos de saída test.psv e test.sh.

```
1  
test.rmr  
test.psv  
test.sh
```


D – MAKEFILE

```

# Makefile for Reflectivity distribution

# machine architecture:
# linux, sgi, hpux
ARCH = $(shell ./util/macharch.sh)

.SUFFIXES:

.SUFFIXES: .f .c .o

FOBJECTS = psvsh.o
COBJECTS1 = ref2asc.o
COBJECTS2 = ref2sep.o

ifeq (linux,$(ARCH))
F77 = g77
CC = gcc
endif
ifeq (hpux,$(ARCH))
F77 = f77
CC = cc
CFLAGS = -Aa
endif

CLIBS = -lm

.f.o:
    ${F77} -c -o $@ $<
.c.o:
    ${CC} -c ${CFLAGS} -o $@ $<

help: ;
    @echo "Synthetic Seismograms using the Reflectivity program"
    @echo ""
    @echo "    gmake help: print this help"
    @echo "    "
    @echo "    gmake all: compile reflectivity program psvsh"
    @echo "                and conversion programs"
    @echo "    "
    @echo "    gmake ref2asc: compile conversion program ref2asc"
    @echo "    "
    @echo "    gmake ref2sep: compile conversion program ref2sep"
    @echo "    "
    @echo "    gmake test: run example model test.rmr"
    @echo "                and plot it using GMT and the "
    @echo "                c-shell script plot_psv"

all: psvsh ref2asc ref2sep;

psvsh: ${FOBJECTS}
    ${F77} -o psvsh ${FOBJECTS} ${CLIBS}

ref2asc: ${COBJECTS1}
    ${CC} ${CFLAGS} -o ref2asc ${COBJECTS1} ${CLIBS}

```

```
ref2sep: ${COBJECTS2}
        ${CC} ${CFLAGS} -o ref2sep ${COBJECTS2} ${CLIBS}

psvsh.o: psvsh.f
ref2asc.o: ref2asc.c
ref2sep.o: ref2sep.c

test: test.psv ref2asc;
      plot_psv test

test.psv: psvsh;
          time psvsh

.PHONY: clean distclean

clean:
        -rm -f *.o *.ps *.p *.sv *.sh *.vp *.vs *.rho *.H *.H@

distclean:
        -rm -f psvsh ref2asc ref2sep ${FOBJECTS} ${COBJECTS1} ${COBJECTS2} \
        PSVSH.OUT *.ps *.p *.sv *.sh *.vp *.vs *.rho *.H *.H@
```