### UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Raphael Barros Teixeira

### ACIONAMENTO VETORIAL POR CONTROLADOR FUZZY MODO DESLIZANTE DE MOTOR DE INDUÇÃO

UFPA - ITEC - PPGEE Campus Universitário do Guamá Belém - Pará - Brasil 2010

### UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Raphael Barros Teixeira

### ACIONAMENTO VETORIAL POR CONTROLADOR FUZZY MODO DESLIZANTE DE MOTOR DE INDUÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. José Augusto Lima Barreiros Co-Orientador: Prof. Dr. Walter Barra Júnior

UFPA - ITEC - PPGEE Campus Universitário do Guamá Belém - Pará - Brasil 2010

### ACIONAMENTO VETORIAL POR CONTROLADOR FUZZY MODO DESLIZANTE DE MOTOR DE INDUÇÃO

Raphael Barros Teixeira

Dissertação de MESTRADO submetida à avaliação da banca examinadora do colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEE - da Universidade Federal do Pará - UFPA e julgada APROVADA para obtenção do título de MESTRE em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia Elétrica.

### Prof. Dr. José Augusto Lima Barreiros Orientador - Membro PPGEE

### Prof. Dr. Walter Barra Júnior Co - Orientador - Membro PPGEE

Prof. Dr. José Augusto Furtado Real Universidade da Amazônia - UNAMA

Prof. Dr. Orlando Fonseca Silva Faculdade de Engenharia Elétrica - UFPA

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes Coordenador do PPGEE - ITEC - UFPA

# Agradecimento

Agradeço à família Teixeira que com amor, união e confiança são parte indissociável desta conquista e da minha história: Meu pai Ribamar Teixeira, minha mãe Telma Teixeira e meu irmão Ranieri Teixeira.

Agradeço a minha parceira neste desafio, minha amiga Tainara da Costa Dias, que com o seu companheirismo, dedicação, entusiasmo e inteligência, me deram a energia necessária para atingir estes resultados.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Augusto Lima Barreiros, pela orientação e pelas oportunidades que me ofereceu ao longo da minha vida acadêmica, pelas quais sou imensamente grato. Ao Prof. Dr. Walter Barra Júnior pelas inúmeras contribuições em ideias que enriqueceram este trabalho e que tornaram rica a experiência na pós-graduação.

Aos colegas de laboratório de controle que em muito contribuíram, direto ou indiretamente, para a realização deste trabalho: Marcus Ciro Gomes, Paulo Nascimento Filho, Fabrício Gonzales, Anderson Moraes e Luiz David Aragon.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pela oportunidade e condições para que eu pudesse realizar este trabalho.

Mestre não é quem sempre ensina, mas quem de repente aprende...Eu não sei quase nada, mas desconfio de muita coisa...

*Riobaldo*, um jagunço sertanejo metido a filósofo. **Grande sertão: veredas.** - *João Guimarães Rosa* 

# Resumo

Este trabalho estuda a técnica de acionamento vetorial aplicado ao motor de indução trifásico (MIT), utilizando como estratégia de controle a combinação de controle fuzzy com controladores chaveados do tipo modo deslizante, em uma configuração aqui denominada de Controlador Fuzzy Modo Deslizante (FSMC – Do inglês: Fuzzy Sliding Mode Control). Um modelo dinâmico do MIT é desenvolvido em variáveis 'd-q' o que conduziu a um modelo eletromecânico em espaço de estados que exibe fortes não linearidades. A este modelo são aplicadas as condições de controle vetorial que permitem desacoplar o torque e o fluxo no MIT, de maneira que o seu comportamento dinâmico se assemelha àquele verificado em uma máquina de corrente contínua. Nesta condição, são implementados controladores do tipo proporcional e integral (PI) às malhas de controle de corrente e velocidade do motor, e são realizadas simulações computacionais para o rastreamento de velocidade e perturbação de carga, o que levam a resultados satisfatórios do ponto de vista dinâmico. Visando investigar o desempenho das estratégias não lineares nesta abordagem é apresentado o estudo da técnica de controle a estrutura chaveada do tipo modo deslizante. Um controlador modo deslizante convencional é implementado, onde se verifica que, a despeito do excelente desempenho dinâmico a ocorrência do fenômeno do "chettering" inviabiliza a aplicação desta estratégia em testes reais. Assim, é proposta a estratégia de controle FSMC, buscando associar o bom resultado dinâmico obtido com o controlador modo deslizante e a supressão do fenômeno do chettering, o que se atinge pela definição de uma camada de chaveamento do tipo Fuzzy. O controlador FSMC proposto é submetido aos mesmos testes computacionais que o controlador PI, conduzindo a resultados superiores a este último no transitório da resposta dinâmica, porém com a presença de erro em regime permanente. Para atacar este problema é implementada uma combinação Fuzzy das estratégias FSMC com a ação de controle PI, onde o primeiro busca atuar em regiões afastadas da superfície de chaveamento e o segundo busca introduzir o efeito da ação integral próximo à superfície. Os resultados obtidos mostram a viabilidade da estratégia em acionamento de velocidade variável que exigem elevado desempenho dinâmico.

# Abstract

This work studies the technique of vector drive applied to three-phase induction motor (IM), using as the control strategy fuzzy control and sliding mode control in a setting here called Fuzzy Sliding Mode Controller (FSMC). A dynamic model is developed at IM in variable 'd - q' which led to an electromechanical model state space that exhibits strong nonlinearities. In this model the conditions that allow vector control decouple the torque and flux at IM, so that their dynamic behavior is similar to that observed in a DC machine are applied. In this condition, the proportional and integral type (PI) controllers are implemented to control motor speed and current loops, and computational simulations for tracking speed and load disturbance are carried out, which lead to satisfactory results from the point of view dynamic. In order to investigate the performance of nonlinear strategies in this approach the study of control technique the switching structure of the sliding mode type is displayed. A conventional sliding mode controller is implemented, where it appears that, despite the excellent dynamic performance of the occurrence of the phenomenon of "chettering" precludes the application of this strategy in actual tests. Thus, FSMC control strategy is proposed, trying to associate the good result obtained with the dynamic sliding mode controller and the suppression of the chettering, which is achieved by defining a layer switching fuzzy type. The FSMC proposed controller is subjected to the same computational tests that the PI controller, leading to superior results to the latter the transient dynamic response, but with the presence of steady-state error. To attack this problem is implemented one of the strategies Fuzzy FSMC combination with the action of PI control, where the first seeks to operate in remote regions of the switching surface and the second seeks to introduce the effect of integral action near the surface. The results show the feasibility of the strategy in variable speed drive that demand high dynamic performance.

# Sumário

1	Intr	rodução	1
	1.1	Introdução	1
	1.2	Acionamento de Velocidade Variável	1
	1.3	O Controle Vetorial do Motor de Indução	3
		1.3.1 Sistema de Acionamento Tradicional	4
	1.4	Controle por Modos Deslizantes	4
	1.5	Objetivos	5
	1.6	Organização da Dissertação	5
<b>2</b>	Mo	delagem Dinâmica e Controle Vetorial	7
	2.1	Introdução	7
	2.2	Modelagem Dinâmica do Motor de Indução	7
		2.2.1 Equações de tensão	9
		2.2.2 Equações de fluxo magnético	10
	2.3	Transformações de Referenciais Elétricas	11
		2.3.1 Transformação para um Referencial Estacionário 1	11
		2.3.2 Transformação para um Referencial Girante	12
	2.4	Modelo Dinâmico em Referencial Girante	14
		2.4.1 Equação Mecânica e Torque Elétrico	17
		2.4.2 Modelo Dinâmico do Espaço de Estados	19
	2.5	O Controle Vetorial	21
		2.5.1 Controle vetorial direto e indireto	22
		2.5.2 O Princípio de Orientação do Campo	23
		2.5.3 O Enfraquecimento de Campo	27
	2.6	O Motor de Indução em Partida Direta	27
3	Cor	ntrolador PI 3	60
	3.1	Introdução	30
	3.2	Controlador PI	30
		3.2.1 Projeto de Controlador PI	31
	3.3	Controlador PI de Corrente	33

		3.3.1 A Malha de Corrente
		3.3.2 Projeto do Controlador PI de Corrente
	3.4	Controlador PI de Velocidade
		3.4.1 A Malha de Velocidade
		3.4.2 Projeto de Controle de Velocidade
	3.5	Simulações com Controladores PI
		3.5.1 Referência Degrau de Velocidade
		3.5.2 Perturbação de Carga 43
4	Cor	trole em Modo Deslizante 46
	4.1	Introducão
	4.2	Estrutura Variável e Modo Deslizante
	4.3	Sistema de Controle por Modo Deslizante
		4.3.1 Condição de Existência de modos deslizantes
		4.3.2 Um Exemplo Conceitual
	4.4	Descrição Matemática de Modo Deslizante
		4.4.1 O Método do Controle Equivalente
		4.4.2 O Método da Begularização
	4.5	O Problema do Chattering
	4.6	Controlador Modo Deslizante com Camada de Fronteira
	4.7	Controlador Fuzzy Modo Deslizante
	1.1	4.7.1 Sistema Fuzzy
		4.7.2       Fuzzyficação da Camada de Fronteira       58
5	Cor	ntrole Fuzzy Modo Deslizante do Motor de Inducão 60
0	5.1	Introdução
	5.2	Projeto de SMC para o Motor de Inducão
	0	5.2.1 Controlador SMC de Velocidade
		5.2.2 Controlador SMC de Corrente
		5.2.3 Sistema Fuzzy da Camada de Fronteira
	5.3	Estudos de Simulação Computacional do FSMC
		5.3.1 Simulação com SMC na Malha de Velocidade
		5.3.2 Resposta ao Degrau com FSMC
		5.3.3 Perturbação de Carga
		5.3.4 FSMC-PI
6	Cor	nclusão 85
	6.1	Trabalhos Futuros

Α	Prog	gramas de Simula Matlab	89
	A.1	Partros do Motor	89
	A.2	Rotina de simula do motor de indu	90
	A.3	Rotina de Projeto dos Controladores PI	92
	A.4	Rotina do FSMC	92

# Lista de Figuras

2.1	Motor de indução trifásico
2.2	Referencias <i>abc</i> , estacionário $(\alpha - \beta)$ e girante $(d - q)$
2.3	Fluxo do Rotor
2.4	Orientação de Campo do Rotor
2.5	Curva de enfraquecimento de campo do motor de 0.5 hp; 28
2.6	Velocidade do MI em partida direta
2.7	Corrente nos eixos $q \in d$ do estator em partida direta $\ldots \ldots 29$
2.8	Relação torque - velocidade em partida direta 29
3.1	Controlador PI Analógico
3.2	Malha de Corrente com Controlador PI
3.3	Malha de Velocidade com Controlador PI
3.4	Diagrama de Controle Vetorial do PI
3.5	Controlador PI - Resposta ao Degrau
3.6	Sinal de Controle de Velocidade
3.7	Corrente $i_{ds}$
3.8	Tensões $v_{ds}$ e $v_{qs}$ - Resposta ao Degrau $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 43$
3.9	Perturbação de Carga 43
3.10	Resposta de Velocidade com Perturbação de Carga 44
3.11	Resposta do Controlador PI à Perturbação de Carga 44
3.12	Tensão DQ a Perturbação de Carga
4.1	Sistemas
4.2	Sistema a Estrutura Variável em Modo Deslizante
4.3	Controle Equivalente
4.4	Chattering devido ao atraso de chaveamento
4.5	Chaveamento SMC
4.6	Chave BLSMC
4.7	Sistema Fuzzy
4.8	Controlador FSMC
5.1	Controlador FSMC de Velocidade

5.2	Controlador FSMC de Corrente	69
5.3	Ação de Controle do FSMC	70
5.4	Conjuntos Fuzzy de Entrada	70
5.5	Conjuntos Fuzzy de Saída	70
5.6	Controlador FSMC na Malha de Controle Vetorial	72
5.7	Perturbação de Carga	73
5.8	Resposta de Velocidade para o SMC com Perturbação de Carga	73
5.9	Sinal de Controle do SMC - Chattering	74
5.10	Presença do Chattering na Velocidade	75
5.11	Resposta ao Degrau de Velocidade para o FSMC	76
5.12	Sinal de Controle de Velocidade para a Resposta ao Degrau FSMC	77
5.13	Resposta de Velocidade para os Controladores PI e FSMC	81
5.14	Sinal de Controle FSMC x PI	81
5.15	Tensões $q - d$ FSMC	82
5.16	Velocidade com Perturbação de Carga - FSMC	82
5.17	Sinal de Controle FSMC com Perturbação de Carga	83
5.18	Ação dos Controladores FSMC e PI pelo valor de $s_w$	83
5.19	Controlador FSMC e Controlador PI	83
5.20	Perturbação de Carga FSMC-PI x FSMC	84
5.21	Sinal de Controle	84

# Capítulo 1 Introdução

# 1.1 Introdução

Este capítulo faz uma introdução geral ao tema e à proposta da dissertação. Considera-se o acionamento de motores elétricos de velocidade variável e abordase o controle vetorial como uma técnica que permite desenvolver estratégias de controle de velocidade para motores de corrente alternada (CA) com desempenho similar ao de motores de corrente contínua (CC).

Discute-se o acionamento do motor de indução com controladores do tipo proporcional integral (PI) e a necessidade do uso de técnicas robustas diante da degradação de desempenho que controladores clássicos estão sujeitos frente a eventos comuns em acionamento de motores elétricos.

São apresentadas as principais motivações para a investigação de controladores a estrutura variável, em modo deslizante, visando o controle do motor de indução. Trata-se do controlador fuzzy modo deslizante, uma estrutura de controle híbrida que visa aproveitar as propriedades dos sistemas fuzzy para conferir melhorias a controladores modos deslizantes.

Por fim são estabelecidos os objetivos gerais da dissertação e a apresentação da estrutura do texto.

# 1.2 Acionamento de Velocidade Variável

O acionamento de máquinas elétricas reúne um conjunto de técnicas aplicadas na conversão de energia elétrica em mecânica, empregado nos mais diversos ramos da atividade humana, tais como: indústria, transporte, geração de energia, entre outros, podendo desta forma ser considerado como a mais importante e promissora fonte de força motriz das sociedades modernas [1].

As máquinas elétricas, mecanismos complexos de conversão eletromecânica de

energia, são um produto tecnológico criado no século XIX, em razão do conhecimento adquirido de leis básicas das interações eletromagnéticas.

Faz parte destas a descoberta do efeito magnético de uma corrente elétrica, devido a Hans Cristian Oersted em 1820. Michael Faraday estabeleceu a lei de indução magnética, com a qual construiu as primeiras versões das máquinas elétricas. E foi devido às pesquisas do francês Nicola Tesla que em 1883 se criou a máquina de indução, um dispositivo de conversão eletromecânica de energia por excelência.

A principal característica desta máquina é a eliminação de qualquer contato mecânico na transferência de energia entre o estator e o rotor, que se faz por *indução* eletromagnética. Este diferencial significou um importante avanço em relação as máquinas de corrente contínua (CC), e é considerado como um dos fatores decisivos na adoção dos sistemas de geração e distribuição de energia elétrica em corrente alternada (CA).

Esta clássica disputa tecnológica do início da engenharia elétrica, travada entre Tesla e Thomas Edson, estabeleceu grande parte das características básicas dos sistemas de energia elétrica tal como conhecemos hoje [1]. Um exemplo emblemático desse fato é a da frequência padrão de 60 ou 50 Hz utilizados nos sistemas de energia CA, valores estabelecidos por Tesla ainda nos estudos da sua máquina de indução.

Apesar das vantagens físicas apresentadas para a conversão de energia, em termos de acionamento o motor de indução teve sua aplicação restrita a plantas de baixa complexidade dinâmica, particularmente àquelas em que a velocidade do motor é mantida constante. Pode-se mesmo dizer que, ao longo do século XX, os motores CC dominaram as aplicações de acionamento elétrico de velocidade variável. Quando muito, os motores CA eram utilizadas em aplicações de velocidade variável que primavam pela engenhosidade e pecavam pelo desempenho.

Esta preferência pelo motor CC deve-se basicamente a duas razões técnicas. A primeira diz respeito a sua estrutura física, onde se verifica o desacoplamento natural entre o fluxo e o torque, que são gerados por circuitos independentes. Este fator simplifica consideravelmente o projeto de controladores de velocidade. Em motores CA, por outro lado, fluxo e torque são variáveis fortemente acopladas, de forma que a complexidade dinâmica é um fator que dificulta a tentativa de se projetar controladores de velocidade e torque.

A segunda razão era a falta de uma tecnologia que viabilizasse a utilização de motores CA em situações dinâmicas sofisticadas, que exigem a regulação de várias variáveis como velocidade, posição, aceleração e torque. O projeto destes controladores, cujo desempenho atenda às especificações exigidas em várias aplicações de acionamento é uma tarefa desafiadora, cujos obstáculos vem sendo superados gradativamente, a medida que surgem novos recursos tecnológicos e propostas de estratégias de controle.

# 1.3 O Controle Vetorial do Motor de Indução

O "princípio de orientação de campo", ou controle vetorial, proposto por Blaschke [2] é certamente a mais destacada contribuição na busca tecnológica de se utilizar motores CA em acionamento de velocidade variável com desempenho dinâmico similar àquele conseguido com motores CC de mesma potência. Esta técnica faz um tratamento vetorial das variáveis elétricas de motores CA, estabelecendo condições para as componentes destes vetores, visando o desacoplamento entre o torque e o fluxo magnético. Nestas condições o controle vetorial estebelece uma malha de controle para motores CA que mimetiza o comportamento dinâmico de um motor CC.

Com o advento do controle vetorial o motor de indução passou a ser amplamente aplicado em acionamento de velocidade variável, e se tornou o mecanismo mais difundido para aplicações industrias de acionamento de carga [3]. Não por acaso a literatura técnica especializada o trata como o "cavalo de força"da indústria. Estas máquinas apresentam uma grande robustez, e um baixo custo de aquisição e manutenção se comparados com motores de corrente continua. A utilização destes motores em aplicações de acionamento de velocidade variável permite aproveitar estas vantagens comparativas frente aos motores CC.

Técnicas de controle em malha aberta, tal como as que empregam a razão tensão/ frequência (V/f) constantes, encontram aceitação na indústria, muito pelo fato de apresentarem desempenho satisfatório em regime permanente. Contudo, em situações onde o regime transitório se faz presente, como é o caso de acionamentos que exigem mudança de sentido de giro, associados a uma elevada aceleração ou desaceleração do motor, técnicas em malha aberta se mostram inadequadas, passando ser necessário a inclusão de uma malha de realimentação para se atingir um bom desempenho dinâmico.

A implementação da técnica de controle vetorial só se tornou possível com o avanço verificado na microeletrônica, por meio de sofisticados processadores digitais de sinais (DSPs), e na eletrônica de potência, devido ao desenvolvimento de conversores de energia elétrica baseados em chaveamento eletrônico, onde se destacam os dispositivos semicondutores de potência como transistores MOSFET e IGBT. Os DSPs permitem a execução de algoritmos de controle sofisticados necessários para a implementação das estratégias de controle vetorial, enquanto as chaves de potência, com propriedades elétricas e velocidades de chaveamento elevadas, permitiram o desenvolvimento de atuadores que geram tensões e correntes com amplitude e frequência controladas.

### 1.3.1 Sistema de Acionamento Tradicional

Um sistema de acionamento de velocidade variável típico para um motor de indução consiste, além do motor, de um inversor de frequência, que gera a tensão ou corrente de acionamento, da estrutura computacional para implementação dos algoritmos de controle e de sensores elétricos e mecânicos. O sistema é composto por duas malhas para implementar o controle por orientação de campo: uma que controla as correntes nos enrolamentos do motor, chamada de malha interna, e uma outra que controla a velocidade, a malha externa.

O controlador de corrente é importante para estabelecer as condições de torque e fluxo requeridas e o desacoplamento das correntes responsáveis por estas variáveis em controle vetorial. Já o controle de velocidade possui um impacto direto na performance do sistema, estabelecendo a referência de torque adequado para o motor acelerar ou desacelerar, devendo também ser robusto o suficiente para superar distúrbios e perturbações de carga além das variações paramétricas a que o motor está sujeito.

Tradicionalmente, controladores clássicos do tipo proporcional-integral (PI) são utilizados em acionamento de máquinas elétricas. Estes controladores apresentam um bom desempenho de resposta dinâmica em regime permanente, desde que sejam bem sintonizados. O projeto do controlador PI é baseado em um modelo dinâmico linear considerado para o motor, que é um modelo em valores nominais dos parâmetros elétricos.

Contudo as estratégias de controle vetorial apresentam sensibilidade a variação de parâmetros de motores de indução, notadamente a constante de tempo do rotor, um parâmetro que varia devido a temperatura nos enrrolamentos do motor. Estas variações paramétricas podem degradar as propriedades do controle vetorial e o desempenho dinâmico do motor dessintonizando o regulador PI de velocidade. Dessa forma, o desacoplamento entre torque e fluxo será sensivelmente afetado quando os parâmetros da máquina, durante a operação, se afastarem dos valores nominais.

# **1.4** Controle por Modos Deslizantes

Estes fatos tem motivado a investigação do uso de técnicas robustas para a aplicação no controle vetorial do motor de indução. Neste sentido o controle em modos deslizantes (*Sliding Mode Control*) tem ganhado grande destaque nos últimos anos, destacando-se pela sua elevada robustez à variação paramétrica e perturbação de carga.

# 1.5 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal investigar a técnica de controle por modos deslizantes em uma estrutura que agrega conceitos de sistemas fuzzy, formando o chamado controlador fuzzy modo deslizante (Fuzzy Sliding Mode Controller -FSMC), no acionamento vetorial do motor de indução.

Objetiva-se ainda estabelecer comparações de desempenho dinâmico quanto ao rastreamento de referências de velocidade e de robustez com respeito à perturbação de carga.

# 1.6 Organização da Dissertação

Esta dissertação está dividida em seis cápítulos, a contar deste em que se faz uma introdução geral a problemática do acionamento elétrico de velocidade variável do motor de indução, visando contextualizar o problema e lançar os objetivos do trabalho.

No capítulo 2 um modelo dinâmico do motor de indução é derivado, buscando estabelecer uma estrutura em espaço de estados, que permita o desenvolvimento das estratégias de controle vetorial. São ainda tratados os aspectos teóricos do controle vetorial. Ao final do capítulo faz-se uma simulação, em malha aberta, do motor de indução utilizado neste trabalho e a apresentação dos parâmetros.

No capítulo 3 é apresentado o projeto de controladores clássicos, do tipo PI, para o motor de indução em controle vetorial. São abordadas as especificações das plantas lineares, digitais, tanto para a malha de velocidade quanto de corrente bem como o projeto dos controladores para estas malhas. São ainda realizadas simulações que apresentam o desempenho do controlador PI no controle vetorial do motor de indução, sujeito a perturbações de carga e a variação paramétrica.

No capítulo 4 são apresentados os aspectos teóricos e metodológicos de projetos de controladores em modos deslizantes, as propriedades e particularidades desta técnica de controle a estrutura variável. Trata-se ainda do problema do *chattering* e das principais abordagens no seu enfretamento, em particular as técnicas que combinam modos deslizantes e sistemas fuzzy, os assim chamados, controle fuzzy em modos deslizantes (*Fuzzy Sliding Mode Control - FSMC*).

No capítulo 5 são projetados controladores em modos deslizantes para as malhas de corrente e velocidade. São apresentados ainda resultados de simulação e a comparação destes com aqueles obtidos via controladores PI no capítulo 3. Busca-se avaliar tanto o desempenho do modo deslizante clássico quanto o FSMC.

O capítulo 6 faz uma conclusão geral da dissertação, apresentando o desempenho de controladores FSMC comparativamente aos controladores PI. Busca-se ainda estabelecer avanços a serem alcançados no tema em trabalhos futuros, sobretudo no que diz respeito a testes experimentais.

# Capítulo 2

# Modelagem Dinâmica e Controle Vetorial

### 2.1 Introdução

Este capítulo apresenta a modelagem dinâmica do motor de indução e a técnica de controle vetorial. Inicialmente são considerados aspectos físicos do motor e algumas condições simplificadoras visando o desenvolvimento do modelo em variáveis de máquinas.

Este modelo mostra-se inadequado para o desenvolvimento de estratégias de controle, por conta de variações paramétricas inerentes, o que torna necessário o uso de transformações de variáveis elétricas para um referencial girante d - q de onde se estabelece o modelo dinâmico em espaço de estados do motor de indução a parâmetros fixos.

A teoria do controle vetorial é apresentada, sendo expressa como consequência de se estabelecer o modelo girante sobre um referencial d-q que gira com o campo magnético do rotor. As condições de orientação de campo do rotor impostas ao modelo dinâmico do motor recaem no equacionamento necessário para a derivação do controle vetorial indireto.

Por fim, é apresentada a simulação do motor em partida direta, em malha aberta, onde são mostrados os valores dos parâmetros do motor adotado além do perfil das respostas de velocidade, corrente, tensão e torque.

# 2.2 Modelagem Dinâmica do Motor de Indução

O motor de indução é um mecanismo eletromecânico complexo de conversão de energia. Neste sentido, a sua modelagem é o primeiro e fundamental passo na busca de uma representação matemática que forneça a essência do seu compor-

tamento dinâmico, tanto no transitório quanto em regime permanente, dentro de uma estrutura adequada para a implementação de algoritmos de controle.

No desenvolvimento do modelo deve-se inicialmente considerar a estrutura do motor. Do ponto de vista construtivo o motor de indução se diferencia do motor de corrente contínua (CC) pela ausência de escovas na transferência de potência elétrica entre o estator e o rotor. Esta transferência energética se dá por *indução* eletromagnética.

Um outro aspecto que pode ser considerado na modelagem destas máquinas é seu circuito de rotor que pode ser composto por enrolamentos similares aos do estator, ou por um conjunto de barras condutoras paralelas e curto-circuitadas na extremidade, em uma estrutura que faz lembrar uma gaiola de esquilo, nome popularmente utilizado, sendo este o tipo que será adotado neste trabalho.



Figura 2.1: Motor de indução trifásico

O motor de indução considerado será de uma estrutura genérica, similar à apresentada na figura 2.1, onde tem-se um motor trifásico, com um par de pólos, do tipo gaiola de esquilo, para o qual pode-se considerar os circuitos do rotor como sendo curto-circuitados.

É importante ainda considerar que no desenvolvimento do modelo dinâmico para o motor de indução trifásico são feitas as seguintes hipóteses simplificadoras: Os três enrrolamentos do estator são iguais entre sí e estão senoidalmente distribuidos ao longo do entreferro com um defasamento de 120 graus. O circuito magnético é considerado linear, sem saturação. O circuito do rotor pode ser representado por um bobinado trifásico similar ao do estator. Todas as variáveis e parâmetros do rotor estão referidas ao estator.

### 2.2.1 Equações de tensão

O motor de indução trifásico pode ser modelado derivando as equações de tensão para cada um dos enrrolamentos do estator e do rotor. Neste caso, a análise é feita utilizando a lei de Kirchoff das tensões. Considerando os efeitos resistivos e indutivos dos enrrolamentos, determinam-se as equações de tensão para o estator:

$$v_{as} = r_s i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt}$$
(2.1)

$$v_{bs} = r_s i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt} \tag{2.2}$$

$$v_{cs} = r_s i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt}$$
(2.3)

E as equações de tensão para o circuito do rotor.

$$v_{ar} = r_r i_{ar} + \frac{d\lambda_{ar}}{dt}$$

$$v_{br} = r_r i_{br} + \frac{d\lambda_{br}}{dt}$$

$$v_{cr} = r_r i_{cr} + \frac{d\lambda_{cr}}{dt}$$
(2.4)

Os subíndices  $\cdot_a, \cdot_b \in \cdot_c$  referem-se aos enrrolamentos de cada uma das fases, enquanto  $\cdot_s \in \cdot_r$  indicam que se trata de variáveis elétricas do estator ou do rotor, respectivamente. No caso,  $v, i \in \lambda$  referem-se a tensão, corrente e fluxo magnético e r à resistência do enrrolamento.

É comum na modelagem de sistemas eletromecânicos utilizar a notação vetorial matricial para a representação tanto das variáveis quanto dos parâmetros, o que permite apresentá-las de maneira compactada. Desta forma, fazendo uso desta notação, as equações dinâmicas de tensão passam a ser expressas por 2.5 e 2.6:

$$\mathbf{v}_{abc,s} = \mathbf{r}_{abc,s} \mathbf{i}_{abc,s} + \frac{d\lambda_{abc,s}}{dt}$$
(2.5)

$$\mathbf{v}_{abc,r} = \mathbf{r}_{abc,r} \mathbf{i}_{abc,r} + \frac{d\lambda_{abc,r}}{dt}$$
(2.6)

Onde:

$$\mathbf{v}_{abc,s} = (v_{as}, v_{bs}, v_{cs})^T$$
$$\mathbf{v}_{abc,r} = (v_{ar}, v_{br}, v_{cr})^T$$
$$\mathbf{i}_{abc,s} = (i_{as}, i_{bs}, i_{cs})^T$$
$$\mathbf{i}_{abc,r} = (i_{ar}, i_{br}, i_{cr})^T$$
$$\lambda_{abc,s} = (\lambda_{as}, \lambda_{bs}, \lambda_{cs})^T$$
$$\lambda_{abc,r} = (\lambda_{ar}, \lambda_{br}, \lambda_{cr})^T$$

### 2.2.2 Equações de fluxo magnético

A teoria de circuitos mostra que o fluxo magnético pode ser expresso pelo produto da indutância pela corrente de um enrrolamento, supondo que o circuito seja linear. No caso das máquinas elétricas deve-se levar em conta ainda as indutâncias mútuas, presentes entre os enrrolamentos do estator e do rotor. Assim, desconsidera-se os efeitos da saturação nos circuitos magnéticos. As equações do fluxo megnético nos enrrolamentos do estator e do rotor de indução podem ser expressos de maneira compactada, em notação vetorial matricial, em termos das indutâncias e correntes nos respectivos enrrolamentos, como 2.7:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc,s} \\ \lambda_{abc,r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc,s} \\ \mathbf{i}_{abc,r} \end{bmatrix}$$
(2.7)

Onde as matrizes L agrupam as indutâncias entre os enrrolamentos do estator e do rotor, conforme o caso. Estas matrizes são expressas por:

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} \end{bmatrix}$$
(2.8)

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} \end{bmatrix}$$
(2.9)

As matrizes de indutância estator-rotor são dependentes do ângulo de defasamento entre o estator e o rotor  $\theta_r$ , sendo expressas por:

$$\mathbf{L}_{sr} = \mathbf{L}_{rs} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r & \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$
(2.10)

Em todas estas matrizes o subíndice  $\cdot_l$  refere-se a indutâncias de dispersão, enquanto o subíndice  $\cdot_m$  refere-se à indutâncias de magnetização.  $L_{sr}$  é a amplitude da indutância mútua entre os enrrolamentos do rotor e do estator. Todos os valores das indutâncias, e outras grandezas do rotor, são referidas ao estator.

Estas equações dão conta do modelo da parte elétrica do motor. Nota-se que substituindo as equações de fluxo nas equações de tensão, pode-se chegar a um modelo dinâmico que estabelece uma relação entre tensões nos terminais do estator, como entradas, e as correntes do estator e do rotor, como saída.

Contudo, este modelo do motor de indução não é adequado para o projeto de algoritmos de controle tendo em vista a dificuldade em se tratar um modelo matemático cujos parâmetros, no caso as indutâncias, variam com o movimento relativo do rotor com o estator. Essa variação eleva a complexidade de análise e dificulta projeto de controladores. Uma estratégia comum ao se tratar os modelos de motores elétricas que apresentam estas complexidades é por meio de transformação das variáveis elétricas para diferentes referenciais, o que conduz o modelo dinâmico a uma representação com grandezas fictícias a parâmetros fixos.

# 2.3 Transformações de Referenciais Elétricas

Uma mudança de variável é uma estratégia comumente adotada visando reduzir a complexidade do modelo dinâmico de sistemas elétricos, em particular de máquinas de corrente alternada (CA). Estas mudanças são feitas projetando as variáveis elétricas para diferentes referenciais, sob os quais se definem variáveis fictícias, de onde se pode determinar modelos dinâmicos a parâmetros fixos.

Estas transformações de variáveis, e entre referenciais, foram sendo propostas ao longo do tempo. Considerava-se em princípio que se tratavam de transformações diferentes, contudo pode-se verificar que na verdade se trata de uma mesma transformação, que pode ser realizada considerando um referencial em uma velocidade arbitrária, inclusive nula [4].

Apesar de se tratar de uma mesma transformação, é pertinente considerar um caso particular de interesse, a chamada transformação para um referencial estacionário  $\alpha - \beta$  além da transformação para um referencial girante d - q em relação ao referencial  $\alpha - \beta$ , a qual generaliza as transformações.

### 2.3.1 Transformação para um Referencial Estacionário

A transformação para um referencial estacionário é aplicada sobre variáveis elétricas trifásicas *abc* projetando as componentes em um par de eixos perpendiculares  $\alpha - \beta$ , estacionários com relação ao estator. Considera-se que as variáveis da fase *a* estão alinhadas ao eixo  $\alpha$ . Esta transformação é também conhecida por transformação

de Clarke. A relação entre o conjunto trifásifo *abc* e os eixos  $\alpha - \beta$  é dada por 2.11, onde a componente  $\cdot_0$  é chamada de homopolar. Neste caso considera-se uma variável f que pode ser qualquer variável elétrica de interesse (tensão, fluxo e corrente).

$$f_{\alpha\beta0} = T_{\alpha\beta0} f_{abc} \tag{2.11}$$

A matriz de transformação de *abc* para  $\alpha - \beta$  é dada por:

$$T_{\alpha\beta0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.12)

De maneira inversa, a transformação de variáveis do eixo estacionário  $\alpha - \beta$  para *abc* é dada pela relação 2.13:

$$f_{abc} = T_{\alpha\beta0}^{-1} f_{\alpha\beta0} \tag{2.13}$$

Onde a matriz de transformação de  $\alpha - \beta$  para *abc* será representada por  $T_{\alpha\beta0}^{-1}$  é dada por:

$$T_{\alpha\beta0}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
(2.14)

Quando expressas no referencial  $\alpha - \beta$  as variáveis elétricas são ditas *estacionárias*. Esta transformação é importante particularmente pela representação simplificada que confere ao modelo dinâmico, sendo utilizada na malha de controle para converter as variáveis de uma representação em referenciais para valores *abc*, ou vice-versa, conforme será visto.

#### 2.3.2 Transformação para um Referencial Girante

Uma outra possibilidade de transformação de variáveis é a que considera o referencial girante. É o caso, por exemplo, da transformação de Park, muito utilizada para referir variáveis elétricas de máquinas sincronas, a qual estabelece uma transformação entre as variáveis de máquinas abc e um referencial d - q que gira com o rotor. Uma generalização das idéias de Park é considerar que o referencial d - q gire com uma velocidade arbitrária w. Procedendo assim, verifica-se que a transformação resultante permite representar as variáveis elétricas para qualquer referencial girante que se queira, bastando atribuir um valor apropriado para a velocidade. No caso, para a transformação de Park, atribui-se a velocidade do rotor  $w_r$ , e para o referencial estacionário atribui-se w = 0.



Figura 2.2: Referencias *abc*, estacionário  $(\alpha - \beta)$  e girante (d - q).

A figura 2.2 apresenta o diagrama fasorial para as transformações  $\alpha - \beta \in d - q$ representadas sobre as variáveis de máquina do estator e do rotor do motor de indução. Nota-se para o referencial estacionário  $\alpha - \beta$  que o eixo  $\alpha$  está alinhado com a fase a do estator, e que para o referencial girante d-q a velocidade arbitrária w estabelece um ângulo  $\theta$  entre o eixo d-q girante e o eixo  $\alpha$  estacionário. Sendo  $w = \frac{d\theta}{dt}$ .

De maneira similar à transformação  $\alpha - \beta$ , define-se a relação de transformação entre as variáveis de máquina *abc* e as variáveis girantes dq0, assim sendo tem-se 2.15:

$$f_{dq0} = T_{dq0} f_{abc} (2.15)$$

Sendo a matriz de transformação dada por:

$$T_{dq0}(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
(2.16)

Faz-se uso ainda da transformação inversa para se obter as variáveis de máquina a partir das variáveis em um referencial girante d - q, onde se tem 2.17:

$$f_{abc} = T_{dq0}^{-1} f_{dq0} \tag{2.17}$$

Onde a matriz de transformação inversa é dada por:

$$T_{dq0}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1\\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1\\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}$$
(2.18)

Uma importante consequência do uso do referencial girante é que as variáveis nele expressas passam a ser vistas como grandezas constantes, ao invés de senoidais. Desta maneira, torna-se mais apropriado utilizar as variáveis nesta notação para a implementação de algoritmos de controle.

# 2.4 Modelo Dinâmico em Referencial Girante

As transformações de referenciais sobre as variáveis das equações dinâmicas do motor de indução são uma poderosa ferramenta para a modelagem, análise e mesmo implementação de algoritmos de controle. Com respeito à modelagem, as transformações podem ser aplicadas diretamente ao modelo derivado para variáveis de máquina *abc*, de onde resulta um modelo dinâmico para equações equivalentes nos diferentes referenciais. No que segue, será aplicada a transformação das variáveis *abc* para variáveis em um referencial d-q que gira com uma velocidade w arbitrária, inclusive nula.

A partir da aplicação desta trasformação serão derivadas, as equações dinâmicas para o modelo em um referencial girante d-q, para o referencial estacionário  $\alpha - \beta$  e as próprias equações para o controle vetorial.

Embora as variáveis das equações transformadas possuam três componentes (dq0), a consideração de que os enrrolamentos do motor são idênticos em variáveis *abc*, a menos do defasamento de 120°, e do consequente equilíbrio entre as correntes nos enrrolamentos  $(i_a + i_b + i_c = 0)$  torna desnecessária a utilização da chamada componente homopolar 0 [1].

Pode-se considerar então  $i_0 = 0$  e  $\lambda_0 = 0$ , bastando apenas as equações para as coordenadas  $d \in q$  para descrever a dinâmica do motor. Todavia, a matriz de transformação  $T_{dq0}(\theta)$  será aplicada com os três termos para que haja compatibilidade com as dimensões matriciais nas operações de multiplicação e adição.

Assim sendo, como visto em 2.5 as equações para as tensões no estator do motor de indução, em notação vetorial matricial são dadas por:

$$\mathbf{v}_{abc,s} = \mathbf{r}_{abc,s} \mathbf{i}_{abc,s} + p\lambda_{abc,s} \tag{2.19}$$

Aplicando a transformação  $T_{dq0}(\theta)$  aos vetores de tensão, corrente e fluxo temse 2.20 [5]:

$$\mathbf{v}_{dq0,s} = T_{dq0}(\theta) r_{abc,s} T_{dq0}(\theta)^{-1} \mathbf{i}_{dq0,s} + T_{dq0}(\theta) p T_{dq0}(\theta)^{-1} \lambda_{dq0,s}$$
(2.20)

O termo que apresenta a derivada temporal pode ser expresso como:

$$pT_{dq0}(\theta)^{-1}\lambda_{dq0,s} = T_{dq0}(\theta)^{-1}\frac{d\theta}{dt}\lambda_{dq0,s} + T_{dq0}(\theta)^{-1}p\lambda_{dq0,s}$$
(2.21)

Substituindo em 2.20 e rearranjando e tem-se as equações de tensão  $v_{ds}$  e  $v_{qv}$ :

$$\mathbf{v}_{qs} = p\lambda_{ds} + w\lambda_{ds} + r_s i_{qs} \tag{2.22}$$

$$\mathbf{v}_{ds} = p\lambda_{qs} - w\lambda_{qs} + r_s i_{ds} \tag{2.23}$$

As equações de tensão do rotor podem ser transformadas no mesmo referencial dq0, sendo que o ângulo de transformação para o rotor é  $(\theta - \theta_r)$ , o que compensa o deslocamento do referencial com o motor girando. Neste caso, considera-se que, sendo o motor de indução do tipo gaiola de esquilo, em que o circuito do rotor é curto-circuitado, as tensões  $v_{qr}$  e  $v_{dr}$  são nulas. Assim, a mesma sequência de passos para a determinação das equações de tensão do estator podem ser aplicadas às equações do rotor com a transformação  $T_{dq0}(\theta - \theta_r)$ , de onde se obtêm:

$$0 = p\lambda_{qr} + (w - w_r)\lambda_{dr} + r_r i_{qr}$$

$$(2.24)$$

$$0 = p\lambda_{dr} - (w - w_r)\lambda_{qr} + r_r i_{qr}$$

$$(2.25)$$

#### Equações de Fluxo em Referencial Girante

As equações de fluxo em um referencial dq0 podem ser obtidas de maneira similar às de tensão aplicando a transformação  $T_{dq0}(\theta)$  às equações de fluxo para o motor em variáveis *abc*. Conforme visto em 2.7, considerando que o circuito magnético do motor seja linear pode-se estabelecer a seguinte relação entre fluxos e correntes do rotor e do estator:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abc,s} \\ \lambda_{abc,r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abc,s} \\ \mathbf{i}_{abc,r} \end{bmatrix}$$
(2.26)

Aplicando a transformação às equações de fluxo do estator tem-se:

$$\lambda_{dq0,s} = T_{dq0}(\theta) (\mathbf{L}_{ss} \mathbf{i}_{abcs} + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{i}_{abc,r})$$
(2.27)

Usando adequadamente a transformação inversa  $T_{dq0}(\theta)^{-1}$  para substituir as correntes *abc* do estator e do rotor por suas correspondentes dq0 e os ângulos de transformação  $\theta \in (\theta - \theta_r)$  conforme as variáveis transformadas forem respectivamente do estator e do rotor tem-se 2.28:

$$\lambda_{dq0,s} = T_{dq0}(\theta) \mathbf{L}_{ss} T_{dq0}^{-1}(\theta) \mathbf{i}_{dq0,s} + T_{dq0}(\theta) \mathbf{L}_{sr} T_{dq0}^{-1}(\theta - \theta_r) \mathbf{i}_{dq0,r}$$
(2.28)

Onde se verifica que [4]:

$$T_{dq0}(\theta)\mathbf{L}_{ss}T_{dq0}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0\\ 0 & L_s & 0\\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix}$$
(2.29)

$$T_{dq0}(\theta)\mathbf{L}_{sr}T_{dq0}^{-1}(\theta-\theta_{r}) = \begin{bmatrix} L_{m} & 0 & 0\\ 0 & L_{m} & 0\\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix}$$
(2.30)

Onde [5] [4]:

$$L_m = \frac{3}{2}L_{ss} = \frac{3}{2}L_{sr} = \frac{3}{2}L_{rr}$$
$$L_s = L_{ls} + L_m$$
$$L_r = L_{lr} + L_m$$

Definindo-se assim as equações de fluxo do estator para o referencial d - q:

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \tag{2.31}$$

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \tag{2.32}$$

Da mesma maneira, as equações de fluxo do rotor, em um referencial d-qsão dadas por 2.33:

$$\lambda_{dq0,r} = T_{dq0}(\theta - \theta_r) \mathbf{L}_{rs} T_{dq0}(\theta)^{-1} \mathbf{i}_{dq0,s} + \cdots$$
(2.33)

$$T_{dq0}(\theta - \theta_r) \mathbf{L}_{rr} T_{dq0}(\theta - \theta_r)^{-1} \mathbf{i}_{dq0,r}$$
(2.34)

Onde se verifica que [5]:

$$T_{dq0}(\theta - \theta_r) \mathbf{L}_{rs} T_{dq0}(\theta)^{-1} = \begin{bmatrix} L_m & 0 & 0\\ 0 & L_m & 0\\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix}$$
(2.35)

$$T_{dq0}(\theta - \theta_r) \mathbf{L}_{rr} T_{dq0}(\theta - \theta_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0\\ 0 & L_r & 0\\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix}$$
(2.36)

Assim, pode-se estabelecer as equações de fluxo do rotor em um referencial d-q.

$$\lambda_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \tag{2.37}$$

$$\lambda_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \tag{2.38}$$

Assim, pode-se agrupar as equações de tensão e de fluxo em um referencial girante d - q, dispondo as equações de tensão de forma canônica, em uma representação em espaço de estados. Determina-se, desta forma, o modelo girante do motor de indução em um referencial d - q:

$$p\lambda_{qs} = -r_s i_{qs} - w\lambda_{ds} + v_{qs} \tag{2.39}$$

$$p\lambda_{ds} = -r_s i_{ds} + w\lambda_{ds} + vds \tag{2.40}$$

$$p\lambda_{qr} = -r_r i_{qr} - (w - w_r)\lambda_{dr} \tag{2.41}$$

$$p\lambda_{dr} = -r_r i_{dr} + (w - w_r)\lambda_{qr} \tag{2.42}$$

Sendo as equações de fluxo dadas por 2.43:

$$\lambda_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \tag{2.43}$$

$$\lambda_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \tag{2.44}$$

$$\lambda_{qr} = L_m i_{qs} + L_r i_{qr} \tag{2.45}$$

$$\lambda_{dr} = L_m i_{ds} + L_r i_{dr} \tag{2.46}$$

### 2.4.1 Equação Mecânica e Torque Elétrico

Para completar o modelo dinâmico do motor de indução é neecessário deterimnar a equação mecânica, que estabelece a dinâmica de velocidade para o motor

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{1}{J}(T_e - Bw_r - T_l)$$

A equação dinâmica da parte mecânica mostra que a variação de velocidade depende diretamente do torque elétrico  $T_e$  produzido pela máquina. Assim, devese conhecer a formatação da equação de torque de maneira a completar o modelo dinâmico para o motor de indução. É importante notar que, uma vez que as equações dinâmicas da parte elétrica estejam descritas com suas variáveis em um referencial d - q, a equação de torque que depende das variáveis elétricas da máquina, deve também ser descrita em um mesmo referencial.

Uma forma simples e direta de apresentação da derivação da equação de torque elétrico em um referencial d - q é aquela apresentada por [5]. Nesta abordagem,

parte-se do fato de que a soma das potências elétricas instantâneas em todos os enrrolamentos do motor de indução é dada pela equação 2.47:

$$p_{in} = v_{as}i_{as} + v_{bs}i_{bs} + v_{cs}i_{cs} + v'_{ar}i'_{ar} + v'_{br}i'_{br} + v'_{cr}i'_{cr}$$
(2.47)

Aplicando as transformações de variáveis de máquina para componentes em um referencial d - q girante tem-se 2.48:

$$p_{in} = \frac{3}{2} \left( v_{qs} i_{qs} + v_{ds} i_{ds} + 2v_{0s} i_{0s} + v_{qr} i_{qr} + v_{dr} i_{dr} + 2v_{0r} i_{0r} \right)$$
(2.48)

Substituindo as equações de tensão neste referencial d - q para o estator e rotor em 2.48 a equação de potência passa a ser composta por três grupos de parcelas semelhantes : os termos  $ir^2$  referentes à perdas resistivas de potência nos enrrolamentos, o termo  $i\frac{d\lambda}{dt}$  referentes as potências que mensuram a taxa de troca de energia magnética entre os enrrolamentos do motor, e por fim os termos  $w\lambda i$  referentes a taxa de energia efetivamente convertida em trabalho mecânico.

O torque eletrico, desenvolvido pelo motor, é dado pela soma dos termos  $w\lambda i$ , com as grandezas no referencial girante dq, dividido pela velocidade mecânica, sendo expresso por 2.49:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{1}{w_r} \left[ w \left( \lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds} \right) + \left( w - w_r \right) \left( \lambda_{dr} i_{qr} - \lambda_{qr} i_{dr} \right) \right]$$
(2.49)

Pelas relações de fluxo, dadas em 2.43, é possível verificar as seguintes relações:

$$(\lambda_{ds}i_{qs} - \lambda_{qs}i_{ds}) = -(\lambda_{dr}i_{qr} - \lambda_{qr}i_{dr}) = L_m (i_{dr}i_{qs} - \lambda_{qr}i_{ds})$$
 (2.50)

Substituindo estas relações em 2.49 é possível determinar as seguintes equações para o torque elétrico produzido pelo o motor:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \left( \lambda_{qr} i_{dr} - \lambda_{dr} i_{qr} \right)$$
(2.51)

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \left( \lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds} \right) \tag{2.52}$$

$$T_e = \frac{3P}{2} \frac{P}{2} L_m \left( i_{dr} i_{qs} - i_{qr} i_{ds} \right)$$
(2.53)

### 2.4.2 Modelo Dinâmico do Espaço de Estados

As equações elétricas do motor de indução, conforme apresentadas, utilizam o fluxo do rotor e do estator como variáveis dinâmicas. Além disso, o modelo depende explicitamente das correntes do estator e do rotor, o que torna necessário um grande número de variáveis elétricas para determiná-lo.

Para efeito de simulação dinâmica e projeto de controladores é pertinente que se manipule estas equações de forma que elas sejam dispostas como um modelo em espaço de estados. Neste caso, deve-se definir um conjunto mínimo de variáveis que possam determinar a dinâmica do motor. Pode-se escolher arbitrariamente entre qualquer combinação de fluxo e corrente do estator e do rotor [1].

Neste trabalho seram adotadas como variáveis de estado as correntes do estator e os fluxos do rotor. Esta escolha oferece melhores condições para o desenvolvimento prático de algoritmos de controle, tendo em vista que correntes elétricas do estator podem ser medidas mais facilmente que fluxo, e ainda, que a presença das componentes de fluxo do rotor como variáveis de estado auxilia o desenvolvimento da estratégia de controle vetorial, conforme será visto.

Desta forma, é pertinente substituir, uma mudança nas variáveis do vetor de estados, que passará a ser expresso pelas correntes no estator e as componentes de fluxo do rotor, além da velocidade mecânica do rotor, sendo dado dado por:

$$x = \begin{bmatrix} i_{qs} & i_{ds} & \lambda_{qr} & \lambda_{dr} & w_r \end{bmatrix}^T$$
(2.54)

Qualquer que seja a componente do fluxo do rotor, pode-se isolar a componente correspondente da corrente do rotor fazendo:

$$\lambda_r = L_m i_s + L_r i_r$$
  

$$i_r = \frac{\lambda_r - L_m i_s}{L_r}$$
(2.55)

Da mesma maneira, pode-se partir da equação de fluxo no estator e torná-la função da corrente do estator e fluxo no rotor, conforme segue:

$$\lambda_{s} = L_{s}i_{s} + L_{m}i_{r}$$

$$\lambda_{s} = L_{s}i_{s} + L_{m}\left(\frac{\lambda_{r} - L_{m}i_{s}}{L_{r}}\right)$$

$$\lambda_{s} = \left(L_{s} - \frac{L_{m}^{2}}{L_{r}}\right)i_{s} + \frac{L_{m}}{L_{r}}\lambda_{r}$$

$$\lambda_{s} = \sigma L_{s}i_{s} + \frac{L_{m}}{L_{r}}\lambda_{r}$$
(2.56)

Onde:

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$

Substituindo estas duas relações 2.55 e 2.56 apropriadamente para as suas devidas componentes q - d, rearranjando na forma canônica do vetor de estados, chega-se ao modelo dinâmico em espaço de estados do motor de indução em um referencial girante q - d 2.57:

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} - wi_{ds} + \frac{L_m\lambda_{qr}}{\tau_r\sigma L_rL_s} - \frac{L_mw_r\lambda_{dr}}{\sigma L_rL_s} + \frac{v_{qs}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{di_{ds}}{dt} = wi_{qs} - \left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{ds} + \frac{L_mw_r\lambda_{qr}}{\sigma L_rL_s} + \frac{L_m\lambda_{dr}}{\tau_r\sigma L_rL_s} + \frac{v_{ds}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{d\lambda_{qr}}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r}i_{qs} - \frac{1}{\tau_r}\lambda_{qr} - (w - w_r)\lambda_{dr}$$

$$\frac{d\lambda_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r}i_{ds} + (w - w_r)\lambda_{qr} - \frac{1}{\tau_r}\lambda_{qr}$$

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{1}{J}(T_e - Bw_r - T_l)$$
(2.57)

#### Modelo em Referencial Estacionário

O modelo do motor de indução pode ainda ser expresso em um referencial estacionário em termos das variáveis  $\alpha - \beta$ . O modelo em referencial estacionário é importante particularmente na implementação de algoritmos de simulação ou de estimadores de estado, tendo em vista a sua relativa simplificação em relação ao modelo girante, por não depender da velocidade do referencial.

A transformação entre o modelo girante e o modelo estacionário é efetuada atribuindo w = 0 no modelo girante, zerando assim a velocidade do referencial. Procedendo assim sobre o conjunto de equações 2.57 do modelo girante e renomeando as variáveis d de  $\alpha$  e q de  $\beta$ , chega-se ao modelo do motor de indução em referencial estacionário 2.58.

$$\frac{di_{\alpha s}}{dt} = -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{\alpha s} + \frac{L_m w_r}{\sigma L_r L_s}\lambda_{\beta r} + \frac{L_m}{\tau_r\sigma L_r L_s}\lambda_{\alpha r} + \frac{v_{\alpha s}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{di_{\beta s}}{dt} = -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{\beta s} + \frac{L_m}{\tau_r\sigma L_r L_s}\lambda_{\beta r} - \frac{L_m w_r}{\sigma L_r L_s}\lambda_{\alpha r} + \frac{v_{\beta s}}{\sigma L_s}$$

$$\frac{d\lambda_{\alpha r}}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r}i_{\alpha s} - w_r\lambda_{\beta r} - \frac{1}{\tau_r}\lambda_{\beta r}$$

$$\frac{d\lambda_{\beta r}}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r}i_{\beta s} - \frac{1}{\tau_r}\lambda_{\beta r} + w_r\lambda_{\alpha r}$$

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{1}{J}(T_e - T_l - Bw_r)$$
(2.58)

Estes modelos em espaço de estados expressam a dinâmica eletromecânica do motor de indução.

# 2.5 O Controle Vetorial

O motor elétrico, como mecanismo de conversão de energia, é uma fonte de torque mecânico que pode ser controlado. O torque produzido por um motor é essencialmente uma interação entre a corrente e fluxo.

Nas máquinas de corrente contínua, o torque é dado pelo produto entre a corrente de armadura e o fluxo de magnetização, estabelecido pela corrente de campo. Assim, o controle destas máquinas é facilitado ao se manter o fluxo constante, de forma que o torque possa ser controlado por uma única variável, a corrente de armadura. Esta configuração permite ainda que se tenha o melhor desempenho de torque tanto no transitório quando em regime permanente de velocidade, o que também é assegurado pela disposição das escovas no comutador.

Por este motivo, a máquina de corrente contínua dominou, ao longo do século XX, as aplicações de acionamento elétrico de desempenho elevado, valendo-se basicamente do desacoplamento natural existente entre as componentes de corrente de campo e de armadura, o que permite o controle independente de torque.

Em motores de indução, as componentes de corrente de campo e de armadura são dadas a partir das correntes nas fases dos enrrolamentos do estator. Assim, obter um regime dinâmico em que as condições adequadas de torque sejam estabelecidas não é trivial, dado este acoplamento entre as variáveis correspondentes.

Esta dificuldade na execução do controle independente de torque e fluxo para o motor de indução é a grande razão pela qual as suas vantagens eletromecânicas não foram plenamente aproveitadas em acionamento de velocidade variável com desempenho elevado durante um longo período. A busca pelo controle de velocidade e torque em motores de indução conduziu a aplicações engenhosas, onde merece destaque as técnicas de controle escalar, na qual apenas a magnitude das grandezas elétricas ou magnéticas é manipulada. Estas técnicas são baseadas no modelo do motor em regime permanente, que a experiência tem mostrado, nem sempre conduz a resultados satisfatórios em situações exigentes de desempenho dinâmico em velocidade variável. Uma formulação da estratégia de controle baseada no modelo dinâmico não-linear do motor parace ser, em princípio, a via mais adequada para o projeto de estratégias de controle, tendo em vista que contempla os regimes transitório e estacionário a que o motor pode estar submetido.

O controle vetorial por orientação de campo, proposta por Hasse e Blashke em 1972, é uma das mais significativas contribuições já apresentadas para o controle de máquinas elétricas CA. Esta técnica permite emular, em máquinas elétricas CA, as condições que permitem à máquina de corrente contínua apresentar um grande desempenho em acionamento de velocidade variável, qual seja, o desacoplamento entre as componentes de campo e de armadura.

A formulação do controle vetorial tem por base o modelo dinâmico do motor de indução, o qual comporta tanto os regimes transitório quanto permanente, além de considerar não linearidades presentes no motor. O controle vetorial pode ser compreendido como uma estratégia multivariável, na qual tanto a magnitude quanto a posição angular das variáveis de controle são controladas.

A idéia consiste em fixar no *eixo direto* do sistema de coordanadas síncrono o vetor de fluxo do motor. Verifica-se que esta orientação do vetor de fluxo desacopla as componentes de corrente responsáveis pelo fluxo e pelo torque no motor de indução, o que torna o desempenho dinâmico do motor de indução comparável ao de motores de corrente contínua em acionamento de velocidade variável.

O controle vetorial compreende assim uma classe de métodos que se baseiam no modelo do motor de indução a partir de condições impostas ao seu referencial de fluxo girante.

### 2.5.1 Controle vetorial direto e indireto

Existem basicamente duas abordagens para a implementação das técnicas de controle vetorial: O controle vetorial por orientação direta do campo (*Direct Field Oriented Control - DFOC*)e o controle vetorial por orientação indireta do campo (*Indirect Field Oriented Control - IFOC*).

O DFOC faz uso direto da informação da magnitude e posição, ou das componentes, do vetor de fluxo para estabelever a orientação do campo. Estas variáveis são medidas ou estimadas. A dificuldade de se medir as componentes de fluxo, particularmente em motores com rotor do tipo gaiola de esquilo, tem favorecido a opção pela implementação de técnicas de estimação para a determinação das componentes desta variável. O DFOC é considerado uma estratégia robusta tendo em vista que faz a orientação baseado em informações medidas *diretamente* que independem dos parâmetros do motor.

O IFOC, por sua vez, faz uso do modelo dinâmico da malha de controle, quando consideradas as condições do controle vetorial, para inferir *indiretamente* a informação da posição do vetor fluxo e assim orientá-lo. Esta metodologia determina a posição do vetor de fluxo a partir da dinâmica do motor em um referencial girante que acompanha o fluxo rotórico. Por fazer uso do modelo esta técnica é considerada menos robusta que a DFOC, na medida em que está sujeita aos efeitos da variação paramétrica. Contudo, a orientação indireta de campo simplifica o desenvolvimento da estratégia de controle ao dispensar informações diretas do vetor fluxo para a sua realização. Além disso, a utilização de técnicas de controle robustas nas malhas de controle do motor de indução tem promovido esta estratégia, na medida em que a torna menos sucetível à problemas de desempenho devido à variação paramétrica. Neste trabalho será adotada a estratégia IFOC.

### 2.5.2 O Princípio de Orientação do Campo

Conforme exposto, a orientação de campo na estratégia de controle vetorial consiste em fixar no eixo direto, do sistema de coordenadas síncrono, um dos três fluxos magnéticos do motor de indução, a saber: estator, entreferro ou rotor.

Pode-se mostrar que qualquer vetor de fluxo escolhido para o controle vetorial conduz aos mesmos resultados dinâmicos [6]. Neste trabalho, foi adotado o vetor de fluxo do rotor, em razão do modelo dinâmico em espaço de estados desenvolvido, o qual considerou, entre as suas variáveis de estado, as componentes de fluxo do rotor.

#### Orientação do Campo do Rotor

O vetor de fluxo do rotor, descrito nas coordenadas estacionárias  $\alpha - \beta$ , onde o eixo  $\alpha$  coincide com o eixo magnético da fase *a*, composto pelas componentes  $\lambda_{\alpha,r}$  e  $\lambda_{\beta,r}$ , pode ser expresso pela sua representação polar por 2.59:

$$\vec{\lambda}_{\alpha\beta,r} = \lambda_r e^{j\theta_e} \tag{2.59}$$

A figura 2.3 mostra estes detalhes, onde  $\lambda_r$  é a magnitude do vetor de fluxo do rotor e  $\theta_e$  é a posição instantânea do fluxo de rotor em relação ao eixo  $\alpha$  do sistema estacionário, de onde se deriva 2.60:

$$\frac{d\theta_e}{dt} = w_e \tag{2.60}$$



Figura 2.3: Fluxo do Rotor

O que indica que o vetor fluxo gira a uma velocidade  $w_e$ . Pode-se considerar então que, um referencial girante d-q de fluxo rotórico, com velocidade  $w_e$ , acompanha o vetor fluxo. Neste referencial o vetor de fluxo está totalmente alinhado ao eixo direto d a qualquer instante. Assim, todo o fluxo está direcionado sobre o eixo d de forma que a componente sobre o eixo q é anulada ( $\lambda_{qr} = 0$ ) e, portanto, o fluxo no eixo d é o próprio fluxo do rotor  $\lambda_r$ . Estas condições são sumarizadas por:

$$\vec{\lambda}_{ad,r} = \lambda_{dr} = \lambda_r \tag{2.61}$$

$$\lambda_{qr} = 0 \tag{2.62}$$



Figura 2.4: Orientação de Campo do Rotor

Se estas condições forem garantidas diz-se que o motor de indução está operando com *orientação do fluxo do rotor*. A figura 2.4 apresenta a orientação do fruxo do rotor sobre o diagrama fasorial do motor.

Conforme foi visto, a equação do torque desenvolvido pelo motor de indução em função do fluxo do rotor é dado por:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} \left( i_{qs} \lambda_{dr} - i_{ds} \lambda_{qr} \right)$$
(2.63)
Ao orientar o fluxo do rotor sobre o eixo d e a consequente anulação da componente q leva a uma simplificação imediata da equação do torque desenvolvido, que passa a ser expresso pela equação 2.64:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} i_{qs} \lambda_{dr}$$
(2.64)

O torque do motor de indução, sobre orientação do campo do rotor, torna-se proporcional ao produto entre o fluxo do rotor e a componente em quadratura da corrente do estator. Esta condição, assemelha-se enormemente àquela encontrada na produção do torque em uma máquina de corrente contínua. Como dito, a orientação de campo mimetiza, na estrutura dinâmica da máquina CA, as condições que facilitam a implementação de controle encontradas na máquina CC.

Dadas estas condições sobre as componentes do vetor de fluxo do rotor, é pertinente reconsiderar também as equações destas variáveis no modelo dinâmico da máquina de indução, expressas em um sistema de coordenadas girantes d - q. Conforme visto, as equaçãos dinâmicas para as componentes  $\lambda_{dr}$  e  $\lambda_{qr}$  são dadas por:

$$\frac{d\lambda_{qr}}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{qs} - \frac{1}{\tau_r} \lambda_{qr} - (w_e - w_r) \lambda_{dr}$$
(2.65)

$$\frac{d\lambda_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} + (w_e - w_r)\lambda_{qr} - \frac{1}{\tau_r}\lambda_{qr}$$
(2.66)

Onde considera-se o fato de que o referencial q-d gira a na velocidade sincrona do fluxo rotórico  $w_e$ .

Ao impor as condições da orientação de campo do rotor a estas equações dinâmicas, ou seja, ao considerar  $\lambda_{dr}$  como o próprio fluxo do rotor  $\lambda_r$  e ao anular a componente  $\lambda_{qr}$  tem-se, para a equação 2.65:

$$0 = \frac{L_m}{\tau_r} i_{qs} - (w_e - w_r)\lambda_r \tag{2.67}$$

$$w_e = w_r + \frac{L_m}{\tau_r} \frac{i_{qs}}{\lambda_r} \tag{2.68}$$

De forma equivalente para 2.66, tem-se:

$$\frac{d\lambda_r}{dt} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \lambda_r \tag{2.69}$$

Verifica-se que apenas a corrente  $i_{ds}$  contribui para estabelecer a amplitude do fluxo  $\lambda_r$ . Em regime permanente, considera-se o fluxo contante, de onde tem-se:

$$0 = \frac{L_m}{\tau_r} i_{ds} - \frac{1}{\tau_r} \lambda_r \tag{2.70}$$

$$i_{ds} = \frac{\lambda_r}{L_m} \tag{2.71}$$

Neste caso, mantendo  $i_{ds}$  constante, o fluxo do rotor também permanece constante. Sendo assim, o torque pode ser controlado apenas a partir da componente em quadratura da corrente do estator  $i_{qs}$ . De fato, uma condição similar àquela da máquina CC. Pode-se mesmo dizer que, em controle vetorial, as componentes da corrente do estator do motor de indução são compostos por uma corrente de campo  $i_{ds}$  e por uma corrente de armadura  $i_{qs}$ . As equações abaixo sumarizam as condições para estas duas componentes da corrente do estator quando se estabelece uma referência de fluxo  $\lambda_r^*$  e uma de torque  $T_e^*$ .

$$i_{qs}^{*} = \frac{2}{3} \frac{2}{P} \frac{L_r}{L_m} \frac{T_e^{*}}{\lambda_r^{*}}$$
 (2.72)

$$i_{ds}^* = \frac{1}{L_m} \lambda_r^* \tag{2.73}$$

#### Posição Espacial do Fluxo do Rotor

Para que a orientação de campo se estabeleça adequadamente há a necessidade de se conhecer, a todo insante, a posição espacial do fluxo do rotor  $\theta_e$ , em relação ao eixo da fase *a* do estator. Esta posição é derivada diretamente da equação 2.68 que estabelece a velocidade do referencial girante de fluxo rotórico. De fato, a posição angular do referencial girante de fluxo  $\theta_e$  é dado pela posição angular do rotor  $\theta_r$  mais uma compensação devido ao escorregamento entre os dois referenciais. Assim, integrando-se a equação 2.68 define-se o ângulo de orientação do fluxo do rotor.

$$\theta_e = \theta_r + \theta_s \tag{2.74}$$

Onde o ângulo de escorregamento  $\theta_s$  é dado pela frequência de escorregamento  $w_s$ . A frequência de escorregamento, por sua vez, é calculada a partir dos valores de referência das correntes  $i_{ds}^*$  e  $i_{qs}^*$  2.75:

$$w_s = \frac{1}{\tau_r} \frac{i_{qs}^*}{i_{ds}^*}$$
(2.75)

Em função das velocidades, o ângulo de orientação é dado por:

$$\theta_e = \int (w_r + w_s) dt \qquad (2.76)$$

Nesta abordagem IFOC, o ângulo de orientação do fluxo é estimado baseado nas equações dinâmicas do sistema, e por conseguinte depende de alguns parâmetros físicos do motor, destacadamente a resistência e a indutância do rotor.

Sabe-se que as máquinas elétricas, quando em operação, estão sujeitas a fortes variações paramétricas. Notadamente, nos motores de indução esta variação está presente na constante de tempo do rotor  $\tau_r$ , o que influencia as equações de determinação do ângulo de orientação  $\theta_e$ . Este é um dos fatos fundamentais que exigem a utilização de estratégias robustas de controle na implementação da malha de controle vetorial para o motor de indução.

#### 2.5.3 O Enfraquecimento de Campo

No controle vetorial, o torque do motor de indução pode ser controlado apenas pela componente da corrente  $i_{qs}$ , desde que seja mantida constante a corrente que estabelece o fluxo  $i_{ds}$ . Como visto, em regime permanente estas variáveis são relacionadas por:

$$i_{ds}^* = \frac{\lambda_r^*}{L_m} \tag{2.77}$$

Assim, para se estabelecer uma referência para a corrente  $i_{ds}$  deve-se conhecer a referência do fluxo  $\lambda_r^*$  a ser estabelecida no motor.

A estratégia comumente adotada é a do enfraquecimento de campo, que estabelece que a máquina deve operar no fluxo nominal se a velocidade estiver dentro da faixa de velocidade nominal, o que será sempre o caso neste trabalho [3]. A figura 2.5 mostra a curva de enfraquecimento de campo para o motor adotado neste trabalho.

## 2.6 O Motor de Indução em Partida Direta

Os parâmetros da máquina utilizados neste trabalho referem-se a um motor de indução de 0.5 hp, cujos parâmetros foram levantados por testes experimentais em laboratório. A tabela 2.6 mostra o valor de cada um dos parâmetros.



Figura 2.5: Curva de enfraquecimento de campo do motor de 0.5 hp;

Tabela 1. Tarametros do Mi	
Parâmetro	valor
Potência nominal - $S_n$	0.5hp
Velocidade nominal - $w_n$	3370 rpm
Tensão nominal - $V_n$	220V
Resistência do estator - $r_s$	$21,6\Omega$
Resistência do rotor - $r_r$	$11,03\Omega$
Indutância do estator - $L_s$	399, 3mH
Indutância do rotor - $L_r$	399, 3mH
Constante de inércia - $J$	$0,00012 Kgm^2$
Coeficiente de atrito - $B$	$0,0009N\cdot ms/rad$
Par de pólos - $P$	2

Tabela 1: Parâmetros do MI

Com base nestes parâmetros e no modelo desenvolvido para o motor de indução, desenvolveu-se um algoritmo de simulação da máquina de indução, baseada nas *s-functions* do software de simulação dinâmica *Simulink*, a qual permite simular sistemas dinâmicas a partir do seu modelo em espaço de estados.

A figura 2.6 apresenta a resposta em velocidade do motor, expressa em rpm, na qual se verifica que este atinge a velocidade nominal em aproximadamente 0.8 s.

A figura 2.7 apresenta as curvas das componentes de corrente q - d do estator. Nota-se que no transitório as componentes da corrente assumem valores elevados, reduzindo de acordo com que a velocidade atinge a velocidade nominal.

A figura 2.8 apresenta a curva típica do torque em função da velocidade para o motor em partida direta. Mostra-se a forte não-linearidade associada na relação entre torque e velocidade, de onde resulta a complexidade para o controle da velocidade.



Figura 2.6: Velocidade do MI em partida direta



Figura 2.7: Corrente nos eixos  $q \in d$ do estator em partida direta



Figura 2.8: Relação torque - velocidade em partida direta

# Capítulo 3 Controlador PI

## 3.1 Introdução

Este capítulo apresenta a aplicação da estrutura de controle clássico do tipo proporcional integral (PI) para a regulação de variáveis que estabeleçam o controle vetorial de velocidade do motor de indução.

São apresentados aspectos teóricos da estrutura deste controlador bem como uma metodologia de projeto para sistemas de primeira ordem. Mostra-se que os ganhos do controlador podem ser determinados a partir da especificação do tempo de acomodação desejado para o sistema em malha fechada.

Definem-se as plantas das malhas de corrente e de velocidade a partir das equações dinâmicas do modelo do motor de indução em um referencial girante, onde se verifica que ambas podem ser expressas por um modelo de primeira ordem.

São projetados os controladores PI de corrente e de velocidade a partir dos quais é estabelecida a malha de controle vetorial para o motor de indução.

A estratégia de controle vetorial com controladores PI é avaliada a partir de rotinas de simulação que descrevem o rastreamento de referencias de velocidade do tipo degrau e a resposta do controlador a perturbação de carga.

## 3.2 Controlador PI

A estrutura de um controlador PI é composta por uma componente proporcional e uma integral, que processam o erro de rastreamento. Em sua forma analógica, o controlador PI pode ser expresso conforme 3.1, onde  $k_p$  é o ganho proporcional,  $k_i$ o ganho integral, e(t) é o erro dado pela diferença entre a referência r(t) e a saída da planta y(t), u(t) é o sinal de controle.

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int e(t)dt$$
(3.1)

A sua representação em diagrama de blocos é dada na figura 3.1:



Figura 3.1: Controlador PI Analógico

#### 3.2.1 Projeto de Controlador PI

Nesta seção desenvolve-se o projeto de um controlador PI para uma planta de primeira ordem. Conforme será verificado nas seções seguintes, as malhas de controle vetorial do motor de indução podem ser aproximadas por uma função de transferência de primeira ordem. A metodologia desenvolvida a seguir permite projetar o controlador PI para as malhas de velocidade e corrente do motor de indução a partir da especificação do tempo de acomodação desejado em cada caso.

Considera-se então, uma função de transferência de malha aberta para um sistema de primeira ordem da forma 3.2:

$$H(s) = \frac{k}{\tau s + 1} = \frac{k/\tau}{s + \frac{1}{\tau}}$$
(3.2)

Onde k e  $\tau$  são respectivamente o ganho e a constante de tempo de malha aberta do sistema.

Considera-se ainda a função de transferência do controlador PI dada por 3.3:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p(s + k_i/k_p)}{s}$$
(3.3)

Determina-se então a função de transferência de malha fechada, com realimentação negativa unitária, onde na malha direta tem-se  $C(s) \in H(s)$  em cascata, dada por 3.4.

$$H_{cl}(s) = \frac{C(s)H(s)}{1 + C(s)H(s)}$$
(3.4)

De onde se tem:

$$H_{cl}(s) = \frac{\left(\frac{k_p(s+k_i/k_p)}{s}\right)\left(\frac{k/\tau}{s+\frac{1}{\tau}}\right)}{1+\left(\frac{k_p(s+k_i/k_p)}{s}\right)\left(\frac{k/\tau}{s+\frac{1}{\tau}}\right)}$$
(3.5)

Manipulando algebricamente tem-se:

$$H_{cl}(s) = \frac{\frac{kk_p}{\tau}s + \frac{kk_i}{\tau}}{s^2 + \left(\frac{1+kk_p}{\tau}\right)s + \frac{kk_i}{\tau}}$$
(3.6)

Pode-se então comparar o polinômio característico de  $H_{cl}(s)$  ao de um sistema de segunda ordem em sua forma convencional:

$$P(s) = s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2 \tag{3.7}$$

Onde  $\xi$  é o coeficiente de amortecimento e  $w_n$  a frequência natural de oscilação.

Comparando ambos os polinômios em s chega-se as seguintes relações entre os seus coeficientes:

$$2\xi w_n = \frac{1+kk_p}{\tau} \tag{3.8}$$

$$w_n^2 = \frac{kk_i}{\tau} \tag{3.9}$$

Isolando  $k_p \in k_i$ , tem-se:

$$k_p = \frac{2\xi w_n \tau - 1}{k}$$
(3.10)

$$k_i = \frac{\tau w_n^2}{k} \tag{3.11}$$

Assim, os ganhos do controlador PI são determinados por uma escolha adequada do coeficiente de amortecimento  $\xi$  e da frequência natural  $w_n$  para o sistema em malha fechada.

Em [7] mostra-se que, para um critério de erro de 5%, e para um tempo de acomodação  $t_s$  desejado em malha fechada,  $\xi \in w_n$  relacionam-se por:

$$t_s = \frac{3}{\xi w_n} \tag{3.12}$$

De onde se tem  $w_n$ :

$$w_n = \frac{3}{t_s \xi} \tag{3.13}$$

Desta forma, ao se especificar  $\xi$  e o tempo de acomodação  $t_s$  desejado para o sistema em malha fechada, definem-se os ganhos do controlador PI por 3.10 e 3.11.

## 3.3 Controlador PI de Corrente

Na malha de controle de uma motor elétrico estão presentes o controlador de velocidade e os de corrente, estes devem estabelecer as correntes nos eixos q - d do motor de forma que as variáveis torque e fluxo sejam adequadamente ajustadas dentro da estratégia de controle vetorial.

Sendo assim, é desejável que os controladores de corrente tenham uma resposta rápida o suficiente para que o controlador de velocidade possa ter o efeito de sua ação de controle percebida diretamente pela parte mecânica do motor ou que eventuais perturbações de carga sejam corrigidas a fim de não degradar a orientação do campo e o bom desempenho dinâmico do sistema.

#### **3.3.1** A Malha de Corrente

Para o projeto do controlador de corrente deve-se inicialmente considerar o modelo dinâmico entre tensão e corrente. Mostra-se a seguir que a malha de corrente pode ser dada por uma dinâmica de primeira ordem, cujo modelo é equivalente tanto para o eixo d quanto para o eixo q.

O modelo dinâmico da malha de corrente pode ser determinado analisando a equação dinâmica das correntes de eixo  $q \in d$ , conforme apresentadas no capítulo de modelagem da máquina de indução.

Conforme visto, as equações dinâmicas para as correntes nos eixos  $q \in d$  são dadas por 2.61:

$$\begin{array}{lll} \frac{di_{qs}}{dt} & = & -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} - wi_{ds} + \frac{L_m}{\tau_r\sigma L_r L_s}\lambda_{qr} - \frac{L_m w_r}{\sigma L_r L_s}\lambda_{dr} + \frac{1}{\sigma L_s}v_{qs} \\ \frac{di_{ds}}{dt} & = & wi_{qs} - \left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{ds} + \frac{L_m w_r\lambda_{qr}}{\sigma L_r L_s} + \frac{L_m\lambda_{dr}}{\tau_r\sigma L_r L_s} + \frac{v_{ds}}{\sigma L_s} \end{array}$$

Sabe-se, a partir das condições do controle vetorial, que se o fluxo do rotor estiver orientado apropriadamente a componente de fluxo no eixo q deve ser nula  $\lambda_{qr} = 0$ , e o fluxo do rotor recai sobre o eixo d, de forma que  $\lambda_{dr} = \lambda_r$ . Assim, aplicando estas condições às equações de corrente têm-se:

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} - wi_{ds} - \frac{L_mw_r}{\sigma L_r L_s}\lambda_r + \frac{1}{\sigma L_s}v_{qs} \qquad (3.14)$$

$$\frac{di_{ds}}{dt} = wi_{qs} - \left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{ds} + \frac{L_m\lambda_r}{\tau_r\sigma L_rL_s} + \frac{v_{ds}}{\sigma L_s}$$
(3.15)

Pelas equações percebe-se que a dinâmica das correntes em embos os eixos podem ser reguladas pela consideração de duas parcelas, uma gerada pela tensão aplicada no respectivo eixo e uma outra dada pela compensação de uma força eletromotriz (fem) [1]. Neste caso, a força eletromotriz de ambos os enrrolamentos é dada por [8] [9] :

$$v_{qs}' = -wi_{ds} - \frac{L_m w_r}{\sigma L_r L_s} \lambda_r \tag{3.16}$$

$$v'_{ds} = w i_{qs} + \frac{L_m}{\tau_r \sigma L_r L_s} \lambda_r \tag{3.17}$$

Esta parcela da tensão pode ser compensada na saída do controlador ou simplesmente ignorada. De fato, conforme é observado em [1], as duas estratégias levam a resultados similares, com eventuais erros sendo corrigidos quando os controladores de corrente estão bem sintonizados por conta da ação integral. Assim, para efeito de projeto, se desconsiderarmos as *fem* em ambos os enrrolamentos a dinâmica das correntes passa a ser dada por 3.18:

$$\frac{di_{qds}}{dt} = -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qds} + \frac{1}{\sigma L_s}v_{qds}$$
(3.18)

Fazendo:

$$\begin{array}{rcl} k_1 & = & \left( \frac{r_s}{L_s \sigma} + \frac{1 - \sigma}{\tau_r \sigma} \right) \\ k_2 & = & \frac{1}{\sigma L_s} \end{array}$$

E aplicando a transformada de Laplace na equação 3.18, chega-se à função de transferência da malha de corrente 3.19:

$$sI_{qds}(s) = -k_1 I_{qs}(s) + k_2 V_{qds}(s)$$
  
$$\frac{I_{qds}(s)}{V_{qds}(s)} = \frac{k_2}{s+k_1}$$
(3.19)

Dividindo o numerador e o denominador da equação 3.19, por  $k_1$ tem-se:

$$\frac{I_{qds}(s)}{V_{qds}(s)} = \frac{k_2/k_1}{1/k_1s + 1} = \frac{K_c}{\tau_c s + 1}$$

Onde  $K_c \in \tau_c$  são o ganho e a constante de tempo da malha de corrente respectivamente.

Para os valores dos parâmetros elétricos do motor de indução utilizado neste trabalho o ganho e a constante de tempo das malhas de corrente são respectivamente:

$$\begin{aligned} K_c &= 0.0335\\ \tau_c & 0.0034 \end{aligned}$$

De onde se tem:

$$\frac{I_{qds}(s)}{V_{qds}(s)} = \frac{0.0335}{0.0034s + 1} \tag{3.20}$$

Mostra-se assim que a dinâmica da corrente do motor de indução, com orientação de campo, em ambos os eixos pode ser expressa por um sistema de primeira ordem.

#### 3.3.2 Projeto do Controlador PI de Corrente

Uma vez estabelecida a malha de corrente pode-se então projetar o controlador PI valendo-se da metodologia desenvolvida na seção 3.2.1. A figura 3.2 mostra a malha de corrente considerada, com o controlador PI.

Como visto, a constante de tempo da malha de corrente é  $\tau_c = 3.4ms$  e o ganho de malha aberta  $K_c = 0.0335$ . Pela metodologia adotada para o projeto do controlador, os ganhos  $k_p$  e  $k_i$  podem ser escolhidos estabelecendo um tempo de acomodação  $t_{sc}$  desejado para o sistema em malha fechada de corrente e fazendo uso das relações:



Figura 3.2: Malha de Corrente com Controlador PI

$$k_{pc} = \frac{2\xi_c w_{nc}\tau - 1}{k_c}$$
(3.21)

$$k_{ic} = \frac{\tau_c w_{nc}^2}{k_c} \tag{3.22}$$

$$w_{nc} = \frac{3}{t_{sc}\xi_c} \tag{3.23}$$

O subíndice  $\cdot_c$  nos parâmetros refere-se à corrente.

Pode-se então especificar o tempo de acomodação desejado para a malha de corrente como parâmetro do projeto do controlador PI. A constante de tempo em malha aberta de corrente de  $\tau_c = 3.4ms$  já é pequeno o suficiente, de forma que um tempo de acomodação em torno de 5 constantes de tempo de malha aberta mostra-se adequado. Assim, escolhendo  $\xi_c = 0.7$ , tem-se:

$$t_{sc} = 5\tau_c = 5 \cdot 3.4 t_{sc} = 16.8 ms$$

De onde se tem:

$$w_{nc} = \frac{3}{t_{sc}\xi_c} = 255.2867 rad/s \tag{3.24}$$

Definem-se então os ganhos do controlador:

$$k_{pc} = \frac{2\xi_c w_{nc}\tau - 1}{k_c} = 5.9719$$
  
$$k_{ic} = \frac{\tau_c w_{nc}^2}{k_c} = 6533.7$$

Em malha fechada, o sistema passa então a a apresentar o seguinte polinômio característico:

$$P_w(s) = s^2 + 357s + 65171$$

Sendo os pólos de malha fechada dados por:

$$s_1 = -178.70 + 182.31i$$
  
 $s_2 = -178.70 - 182.31i$ 

## 3.4 Controlador PI de Velocidade

O controlador de velocidade é inserido na malha mecânica do controle vetorial do motor de indução para garantir estabilidade e desempenho dinâmico no reastreamento da referência de velocidade ou às perturbações as quais o sistema de acionamento pode estar sujeito.

Dentre as diversas possibilidades para o controlador de velocidade, um controlador PI tem sido a escolha natural e em muitos sistemas atende às especificações de desempenho.

Tal como para o controlador de corrente será estabelecida a dinâmica da malha de velocidade e em seguida o projeto do controlador PI para o motor de indução em controle vetorial.

#### 3.4.1 A Malha de Velocidade

Conforme visto, a dinâmica de velocidade do motor de indução é dada por 3.25:

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{1}{J}(T_e - Bw_r - T_l) \tag{3.25}$$

Para efeito de projeto de controlador é pertinente considerar apenas a dinâmica do motor, desconsiderando a perturbação externa de torque de carga  $T_l$ . Assim, a dinâmica passa a ser dada por:

$$\frac{dw_r}{dt} = \frac{1}{J}(T_e - Bw_r) \tag{3.26}$$

Aplicando a transformada de Laplace, tem-se:

$$sW_s(s) = \frac{1}{J}T_e(s) - BW_s(s)$$
 (3.27)

(3.28)

Por definição, a função de transferência é dada por  $H_w(s) = \frac{W_s(s)}{T_e(s)}$ , assim tem-se a dinâmica da malha de velocidade:

$$H_w(s) = \frac{1/B}{\frac{J}{B}s+1} = \frac{K_w}{\tau_w s+1}$$
(3.29)

De onde se pode definir um ganho  $K_w = 1/B$  e a constante de tempo  $\tau_w = J/B$  como o ganho e a constante de tempo, respectivamente. Conforme visto, a constante de inércia do motor e o coeficiente de atrito viscoso valem, respectivamente:

$$J = 0.0012Kg \cdot m^2$$
$$B = 0.0009$$

Assim, o ganho e a constante de tempo para a malha de velocidade valem, respectivamente:

$$K_w = \frac{1}{B} = \frac{1}{0.0009} = 1111.1$$
  
$$\tau_w = \frac{J}{B} = \frac{0.0012}{0.0009} = 1.333s$$

De onde se tem a função de transferência da malha de velocidade:

$$H_w(s) = \frac{1111.1}{1.333s + 1} \tag{3.30}$$

#### 3.4.2 Projeto de Controle de Velocidade

Por se tratar de uma planta de primeira ordem, o projeto do controlador PI para a malha de velocidade segue a metodologia já adotada. A figura 3.3 apresenta o diagrama de blocos da malha fechada considerada para o projeto do controlador de velocidade, apresentando o controlador PI e a perturbação do torque de carga  $T_l$ .

A partir do ganho e da constante de tempo de malha aberta, especificando-se  $\xi_w$  e  $t_{sw}$ , pode-se determinar os ganhos do controlador PI de velocidade por:



Figura 3.3: Malha de Velocidade com Controlador PI

$$k_{pw} = \frac{2\xi_w w_{nw} \tau_w - 1}{k_c w}$$
(3.31)

$$k_{iw} = \frac{\tau_w w_{nw}^2}{k_w} \tag{3.32}$$

O subíndice  $\cdot_w$  nos parâmetros refere-se à velocidade.

Pode-se então escolher o tempo de acomodação desejado. Neste caso, a constante de tempo de malha aberta vale  $\tau_w = 1.333s$ . O sistema em malha aberta leva em torno de 5 constantes de tempo para atingir se acomodar, de forma que pode-se escolher, para o sistema em malha fechada que ele se acomode em duas constantes de tempo, tornando a resposta de velocidade duas vezes e meia mais rápida, o que é uma melhoria considerável em termos de resposta dinâmica.

Adotando  $\xi_w=0.7$ e fazendo  $t_{sw}=2*\tau_w=2.6667s,$  determina-se a frequência natural:

$$w_{nw} = \frac{3}{t_{sw}\xi_w} = 1.6071 rad/s \tag{3.33}$$

Definem-se assim os ganhos do controlador:

$$k_{pw} = \frac{2\xi_w w_{nw}\tau - 1}{k_w} = 0.0031$$
  
$$k_{iw} = \frac{\tau_w w_{nw}^2}{k_w} = 0.0018$$

Com estes ganhos o polinômio característico em malha fechada é dado por:

$$P_w(s) = s^2 + 2.25s + 2.5829$$

Cujas raízes são os pólos:

$$s_1 = -1.1250 + 1.1477i$$
  

$$s_2 = -1.1250 - 1.1477i$$
(3.34)

## 3.5 Simulações com Controladores PI

Os controladores PI de corrente e de velocidade projetados podem ser inseridos na malha de controle vetorial do motor de indução. A figura 3.4 mostra a malha de controle vetorial com a presença dos três controladores. O bloco IFOC (Do inglês - *Indirect Field Oriented Control*) realiza as equações de controle vetorial, recebendo a referência de torque, estabelecida pelo controlador de velocidade, a referência de fluxo, estabelecida pela curva de enfraquecimento de campo e a velocidade do rotor.

A partir das equações de controle vetorial o bloco estabelece as referências de corrente  $i_{qs}^* e i_{ds}^*$  a serem rastreadas pelos controladores. A saída dos controladores de corrente fornece as tensões  $v_{qs} e v_{ds}$ , que com o ângulo de orientação e uma sequência de transformação de referenciais girantes para variáveis de máquina são convertidas nas tensões de fase  $v_{as} v_{bs} e v_{cs}$  a serem aplicadas no estator do motor. As malhas são fechadas pelas realimentações das correntes e da velocidade para os respectivos controladores.



Figura 3.4: Diagrama de Controle Vetorial do PI

Para analisar o desempenho dos controladores PI projetados serão realizadas rotinas de simulações em que busca-se avaliar o desempenho dinâmico e a robus-



Figura 3.5: Controlador PI - Resposta ao Degrau

tez à perturbação de carga. São então desenvolvidas simulações para um degrau aplicado na referência de velocidade e uma outra em que se aplica um torque de carga como uma perturbação na malha de velocidade. Os resultados e avaliações são apresentados nas seções a seguir.

Um aspecto importante a se observar nas simulações é a necessidade de um tempo inicial para que se estabeleça o fluxo no motor antes de se aplicar qualquer entrada. Este tempo, que será chamado tempo de magnetização, vale 0.2s para o controlador PI de corrente projetado. Esta consideração é necessária tendo em vista que as condições de controle vetorial só são válidas se o motor estiver magnetizado, no caso, com o fluxo do rotor já estabelecido em seu valor de referência. Com isso nos primeiros 0.2s será observada a resposta da corrente no eixo d, responsável por estabelecer o fluxo de magnetização do motor.

#### 3.5.1 Referência Degrau de Velocidade

Esta simulação visa analisar a capacidade da malha de controle em acompanhar sinais de referência de velocidade. A referência de velocidade recebe uma variação do tipo degrau no instante de 0.2s (após a magnetização), com o valor saindo de 0 para 1000 rpm. A referência permanece com este valor até 6.2s quando então recebe uma nova variação em degrau, saindo de 1000 rpm para -1000 rpm, permanecendo neste valor até 12 s. No segundo degrau simula-se, portanto, uma mudança no sentido de giro do motor.

Na figura 3.5 mostra-se a resposta de velocidade para a simulação. Verifica-se a resposta do tipo subamortecida, com o sistema se acomodando (entrando na faixa de 5% de erro) no tempo projetado para o controlador em ambas as variações em degrau, sendo que o sobre sinal de velocidade é de aproximadamente 10% do valor de regime em cada situação.

A figura 3.6 apresenta o sinal de controle de velocidade para a resposta em degrau. Este sinal é a referência de torque a ser desenvolvida pelo motor. Nesta



Figura 3.6: Sinal de Controle de Velocidade

figura são plotados tanto a referência quanto o torque desenvolvido pelo motor. O sinal de controle é de baixa amplitude, permanecendo distante da saturação, dada pelo torque nominal do motor, em torno de 1,048N.m. A dinâmica deste sinal é equivalente à corrente  $i_{qs}$ , a menos de uma constante. A resposta casada de ambas as curvas reflete portando a performance do controlador de corrente no eixo q.



Figura 3.7: Corrente  $i_{ds}$ 

Na figura 3.7 mostra-se as curvas de referência e de resposta para a corrente  $i_{ds}$ . Verifica-se que esta grandeza permanece constante, conforme desejável para manter a amplitude do fluxo constante. Nota-se que no instante do segundo degrau há uma pequena perturbação na corrente, o que é corrigido pela ação de controle.

Por fim, tem-se na figura 3.8 as tensões  $v_{qs}$  e  $v_{ds}$ , que são convertidas para as tensões nas fases e aplicadas ao estator do motor. A tensão  $v_{ds}$  permanece praticamente constante, apresentando dinâmica apenas durante a magnetização do motor (t < 0.2s) e durante a aplicação do degrau, o que reflete o fato de este sinal de controle buscar regular a corrente  $i_{ds}$  em um valor constante. A tensão  $v_{qs}$ , por outro lado, acompanha a dinâmica de velocidade do motor, tendo que estabelecer o torque requerido a partir da corrente  $i_{qs}$ .



Figura 3.8: Tensões  $v_{ds}$  e  $v_{qs}$  - Resposta ao Degrau

#### 3.5.2 Perturbação de Carga

A segunda simulação trata da resposta do controlador à uma perturbação de carga. A referência de velocidade é subetida a um degrau de 1000 rpm apicado em 0.2 s, condições similares à simulação anterior. Após se acomodar, a malha de velocidade é perturbada por um torque de carga, em degrau, com amplitude de 10% do torque nominal do motor. A perturbação é aplicada no instante de 7 s, permanecendo no mesmo patamar até o final da simulação. A figura 3.9 mostra o perfil do torque de carga.



Figura 3.9: Perturbação de Carga

Na figura 3.10 é apresentada a resposta de velocidade com perturbação de carga. Após o sistema se acomodar em 1000 rpm há a aplicação do torque de carga, onde se verifica o efeito sobre a resposta de velocidade.

Nota-se uma súbita diminuição da velocidade em decorrência da perturbação que passa a apresentar um erro de mais de 20% do valor nominal. Contudo, pela ação do controlador PI, a velocidade retorna para a referência oscilando e se acomodando em 1000 *rpm*. O controlador consegue restituir o sistema para o equilíbrio, zerando o erro devido è perturbação, mesmo com a carga sendo mantida.

A resposta do controlador PI é apresentada na figura 3.11 onde se percebe que, a partir do instante do torque perturbador a ação de controle é incrementada para compensar a perturbação. O incremento tem o mesmo valor do torque de caga, sendo que o sinal de controle se estabiliza em um novo valor, dado que a carga



Figura 3.10: Resposta de Velocidade com Perturbação de Carga



Figura 3.11: Resposta do Controlador PI à Perturbação de Carga

permanece.

Na figura 3.12 são apresentadas as curvas para as tensões  $v_{ds} e v_{qs}$ , os sinais de controle para as correntes. A tensão no eixo q sofre um afundamento devido a ação da perturbação, sendo restituída a um valor superior ao valor de regime antes da perturbação. A tensão no eixo d também mostra-se pouco suscetível a perturbação, refletindo a ação do controlador de corrente em manter  $i_{ds}$  constante. Este fato é decorrente do desacoplamento do controle vetorial.

Verifica-se assim que o controlador PI oferece uma boa resposta dinâmica, de acordo com as especificações de projeto, tanto para a malha de velocidade quanto para as de corrente, dado que as condições de controle vetorial sejam garantidas. O controlador mostra-se porém suscetível à perturbação de carga, com o sistema oscilando em uma dinâmica sub-amortecida quando da ocorrência deste evento. Contudo a ação de controle corrige o erro de perturbação, restituindo o sistema as condições de regime.



Figura 3.12: Tensão DQ a Perturbação de Carga

# Capítulo 4 Controle em Modo Deslizante

## 4.1 Introdução

Este capítulo trata da teoria de sistemas em modo deslizante como uma condição dinâmica verificada em sistemas a estrutura variável. Particularmente, desenvolvemse as condições necessárias para a aplicação destes sistemas como algoritmos de controle, de onde se tem a técnica de controle em modo deslizante.

São analisadas as condições de existência e estabilidade de um sistema de controle em modo deslizante para uma dada superfície de chaveamento. Trata-se ainda de possíveis metodologias para a descrição matemática do modo deslizante, em particular o método de controle equivalente e o método da regularização.

Aborda-se o problema do *chattering* como a principal dificuldade enfrentada para aplicação prática SMC, de onde são discutidas estratégias que visam reduzir ou eliminar o *chattering* e preservar as propriedades dinâmicas de modo deslizante.

Neste sentido aponta-se o SMC com de fronteira e o controlador fuzzy modo deslizante (FSMC), um controlador híbrido a estrutura variável que implementa uma fuzzyficação da largura da camada de fronteira da função de chaveamento.

## 4.2 Estrutura Variável e Modo Deslizante

Ao longo da história da teoria de controle automático o interesse por sistemas com ação de controle descontínua tem se mantido em um nível elevado de investigação [10]. Esta motivação surge a partir da observação de que determinados sistemas dinâmicos apresentam, naturalmente, variações abruptas em sua estrutura, e ainda, que estas variações podem lhes conferir propriedades dinâmicas desejáveis. Notadamente, verifica-se nestes sistemas à estrutura variável *(Variable Structure Systems - VSS)*, como são conhecidos, a capacidade de rejeitar perturbações e variações paramétricas, o que lhes confere destacável robustez com respeito à estabilidade e desempenho dinâmico.

Estas propriedades foram verificadas pelos engenheiros da então União Soviética que projetaram algoritmos de controle via VSSs, tendo sido aplicados a diversos sistemas não-lineares. Sua introdução e aceitação no ocidente deve-se principalmente aos trabalhos de Vadim Utkin [10], que em 1977 apresentou seu artigo seminal [11], sistematizando e lançando as bases para o desenvolvimento vindouro do tema.

Neste caso, em que a lei de controle é projetada como uma função descontínua dos estados do sistema, sob determinadas condições pode-se observar a emergêcia de um movimento dinâmico peculiar, que passou a ser conhecido como modo deslizate (*Sliding Mode*). O controle em modo deslizante (*Sliding Mode Control - SMC*) é assim uma classe especial de sistemas a estrutura variável no qual a estrutura do sistema em malha fechada é modificada intencionalmente, visando atingir as propriedades de estabilidade, robustez a variações paramétricas e perturbações associado a um elevado desempenho dinâmico. Modos deslizantes é concebido como um movimento particular no espaço de estados de um sistema dinâmico em que a lei de controle chaveia o sistema entre estruturas dinâmicas distintas. O sistema chaveado pode apresentar propriedades que não são associadas a nenhuma estrutura de chaveamento individualmente.

Esta mudança abrupta na estrutura dinâmica se dá quando a trajetória dos estados do sistema cruza uma superfície s(x) = 0 no espaço de estados, chamada superfície de chaveamento. O projeto desta superfície é parte fundamental na teoria de controle por modo deslizante.

Desta forma, a estratégia SMC se baseia no fato de que, se a lei de controle for projetada de maneira que as trajetórias do sistema convirjam, ao menos assintoticamente, para a superfície de chaveamento, e que uma vez que tenham atingido s(x) = 0 os estados do sistema fiquem confinados à superfície, diz-se que a dinâmica do sistema em malha fechada entra em modo deslizante. Evidentemente, a superfície de chaveamento deve ser definida convenientemente de forma que as trajetórias dos estados dentro da mesma se dirijam para os valores desejados pela estratégia de controle.

Nesta fase do movimento, confinado a superfície, diz-se que o sistema está em regime (*mode*) de escorregamento (*sliding*). Nesta condição, o comportamento do sistema sofre menor influência por parte de alterações paramétricas ou distúrbios externos, de onde resulta a natureza robusta desta estratégia de controle, sob condições ideais o sistema pode mesmo apresentar total insensibilidade à estas perturbações [9] [10]. O custo de se garantir estas propriedades é um chaveamento do sinal de controle a uma frequência muito elevada, idealmente infinita.

Este chaveamento do sinal de controle o sistema passa a apresentar oscilações

de alta frequência indesejáveis chamadas de *chattering* que tem se mostrado como o principal complicador para a aplicação destes controladores em situações reais. A busca por uma lei de controle que preserve as propriedades do modo deslizante reduzindo ou eliminando o *chattering* tem despertado o interesse da comunidade de controle.

O projeto de um controle em modos deslizantes é composto portanto por duas etapas: (a) O projeto da superfície deslizante e (b) O desenvolvimento da lei de controle que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade do modo deslizante. A alcançabilidade refere-se ao chaveamento necessário para se atingir a superfície, enquando o modo deslizante passa a existir se o sistema convergir, na superfície, para as condições desejadas pela estratégia de controle.

Estes controladores tem sido aplicados com resultados expressivos em uma série de áreas e problemas clássicos de engenharia, tais como, robótica, veículos subaquáticos, sistemas de potência e em acionamento de alta performance de motores elétricos, de onde advem o interesse para investigação neste trabalho.

## 4.3 Sistema de Controle por Modo Deslizante

Seja um sistema cuja dinâmica é regida por 4.1:

$$\dot{x} = f(x,t) + b(x,t)u(t)$$
 (4.1)

onde  $x \in \Re^n$  é o vetor de estados, f(x,t) e b(x,t) são funções contínuas, e  $u \in \Re$  é gerado por uma lei de controle descontínua.

O sinal de controle descontínuo pode ser expresso por 4.2:

$$u(x) = \begin{cases} u^+(x) & se & s(x) > 0\\ u^-(x) & se & s(x) < 0 \end{cases}$$
(4.2)

onde  $u^+(x) \in u^-(x)$  são valores de chaveamento para o sinal de controle, e s(x)uma função dos estados, que condiciona a mudança entre os diferentes valores de u(x). Sendo que em s(x) = 0 tem-se a superfície de chaveamento.

Seja  $e = x - x_d$  o erro de rastreamento do vetor de estador x. Uma maneira pertinente de expressar uma superfície s(x), no espaço de estados para problemas de rastreamento é definí-la da forma:

$$s(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e \tag{4.3}$$

Onde  $\lambda$  é uma constante estritamente positiva. Sendo n a ordem da superfície. Se n = 2, então:

$$s(x) = \dot{e} + \lambda e \tag{4.4}$$

Ou seja, s é simplesmente uma soma ponderada do erro e da variação do erro. Assim, o problema de rastrear uma determinada referência converte-se no problema de manter as variáveis de estado sobre a superfícia s(x) = 0, para todo t > 0.

Há situações onde a superfície pode ser definida como uma combinação linear dos estados, ou mesmo como o próprio erro, de forma que:

$$s(x) = e = x - x_d \tag{4.5}$$

Desta forma, o problema de rastrear um vetor n-dimensional  $x_d$  (o problema original de *n-ésima* ordem), pode ser substituido por um problema de estabilizar uma variável escalar s(x), de primeira ordem.

#### 4.3.1 Condição de Existência de modos deslizantes

Pode-se inferir que a existência da dinâmica em modo deslizante esteja associada às propriedades das trajetórias no espaço de estado com respeito à superfície de chaveamento. É necessário que a superfície comporte-se, ao menos localmente, como um atrator para as trajetórias do vetor de estados. Esta propriedade pode ser sintetizada por duas condições, quais sejam:

- Qualquer trajetória sobre a superfície de chaveamento permanece sobre s(x) = 0;
- Qualquer trajetória iniciada fora da superfície de chaveamento converge para s(x) = 0, ao menos assintóticamente;

De forma que para a ocorrência da dinâmica em modo deslizante é necessário que, sendo s(x) a superfície de chaveamento, então:

$$\lim_{s \to 0^+} \dot{s}(x) < 0 \ e \ \lim_{s \to 0^-} \dot{s}(x) > 0 \tag{4.6}$$

Estas duas condições podem ser sistematizadas na seguinte condição fundamental para a existência de uma dinâmica em modo deslizante sobre s(x) [10]:

$$\dot{s}(x)s < 0 \tag{4.7}$$

Esta condição é conhecida como condição de alcançabilidade.

Esta condição oferece ainda uma maneira de se avaliar a estabilidade de um sistema em modo deslizante. De fato, seja V(s) uma função de energia da variável s(x), no espaço de estados, definida por:

$$V(s) = \frac{1}{2}s^2$$
 (4.8)

Esta função é sempre positiva para  $s(x) \neq 0$  e vale 0 para s(x) = 0. Sabe-se por Lyapunov que, o sistema é estável se  $\dot{V}(s) < 0$ . Assim:

$$\dot{V}(s) = \dot{s}s < 0 \tag{4.9}$$

Que é a própria condição de alcançabilidade.

Mostra-se que [10] [11] [12] uma lei de controle chaveada do tipo 4.10, garante esta condição.

$$u(x) = \begin{cases} u^+ & se & s(x) > 0\\ u^- & se & s(x) < 0 \end{cases}$$
(4.10)

Esta ação de controle pode ser sumarizada por:

$$u(x) = K_u \cdot sgn(s) \tag{4.11}$$

Onde a função  $sgn(\cdot)$  fornece o sinal da superfície e  $K_u$  é um ganho escolhido apropriadamente.

Pode-se ainda impor uma restrição a esta condição de forma que a superfície seja alcançada em um tempo finito e que assim se estabeleça a dinâmica em modo deslizante. A condição de alcançabilidade- $\eta$  é apresentada na literatura [11], e é dada por:

$$\dot{s}s \le -\eta |s| \tag{4.12}$$

Que pode ainda ser expressa por:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}s^2 \le -\eta|s| \tag{4.13}$$

Integrando no intervalo de 0 a  $t_s$ , tem-se:

$$|s(t_s)| - |s(0)| \le -\eta |s| \tag{4.14}$$

Assim, o tempo  $t_s$  necessário para atingir a superfície s = 0, satisfaz:

$$t_s \le \frac{|s(0)|}{\eta} \tag{4.15}$$

#### 4.3.2 Um Exemplo Conceitual

Visando contextualizar um sistema em modos deslizantes e apresentar algumas de suas particularidades será desenvolvido, nesta seção, um exemplo ilustrativo de um sistema a estrutura variável que exibe algumas das propriedades. O exemplo é o clássico apresentado em [10] e rediscutido em [12].

Seja o seguinte sistema dinâmico a estrutura variável:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$$
(4.16)

Define-se uma superfície de chaveamento s(x) = 0 dada por:

$$s = x_1 + x_2 \tag{4.17}$$

Considerando que a lei de controle u(x) é chaveada em s(x) = 0, pode-se estabelecer a seguinte lei de chaveamento:

$$u = -sgn(s) \tag{4.18}$$

(4.19)



Figura 4.1: Sistemas

Este sistema é portanto definido em duas regiões do plano de fases por dois modelos matemáticos distintos:

• Na região I onde s(x) > 0, o modelo é dado por:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2\\ \dot{x}_2 = -x_2 - 1 \end{cases}$$
(4.20)

• Na região II onde s(x) < 0, o modelo é dado por:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2\\ \dot{x}_2 = -x_2 + 1 \end{cases}$$
(4.21)

A figura 4.1 mostra o plano de fase de cada um dos sistemas distintamente onde se constata que ambas as estruturas são instáveis. Contudo, verifica-se que, ao utilizar a lei de controle de chaveamento o sistema passa a convergir para a superfície s(x) = 0, conforme mostrado na figura 4.2. O sistema passa então a exibir estabilidade quando se permite o chaveamento entre as estruturas distintas, o que mostra que à estrutura variàvel o sistema apresenta propriedades que não são próprias de nenhuma estrutura individualmente.

Nesta condição, o movimento dinâmico que o sistema passa a exibir após atingir a superfície é dito modo deslizante. Observa-se ainda que após atingir a superfície de chaveamento o sistema passa a exibir um movimento em *zig-zag*, o que carateriza o *chattering*, sendo causado pela alta frequência da ação de controle.



Figura 4.2: Sistema a Estrutura Variável em Modo Deslizante

## 4.4 Descrição Matemática de Modo Deslizante

A descrição matemática da dinâmica em modo deslizante exige o tratamento de equações diferenciais descontínuas, o que requer algumas ferramentas sofisticadas

e particulares de análise. Como se sabe, sistemas descontínuos não são objeto da teoria convencional de cálculo diferencial, que lida com equações diferenciais contínuas.

Porém, do ponto de vista metodológico é pertinente considerar procedimentos de análise para sistemas de controle a estrutura variável, com equações diferenciais descontínuas, em particular naqueles em que se estabelece a dinâmica em modo deslizante. Dentre o é o caso da chamada técnica de controle equivalente e da teoria da regularização.

#### 4.4.1 O Método do Controle Equivalente

O método do controle equivalente é um procedimento utilizado para determinar a dinâmica de um sistema em modo deslizante quando este encontra-se restrito à superfície de chaveamento s(x). Supondo que em um determinado instante  $t_0$ a trajetória de estados do sistema intercepte s(x) e que uma dinâmica em modo deslizante passe a ocorrer, então o controle equivalente  $u_{eq}$  para uma dada condição inicial sobre a superfície de chaveamento, a trajetória do sistema pode ser expressa por 4.22:

$$\dot{x} = f(x,t) + b(x,t)u_{eq}$$
(4.22)

O sinal de controle  $u_{eq}$  é um equivalente contínuo do sinal de controle chaveado, que mostra qual a ação de controle que mantém o sistema em modo deslizante. Esta trajetória coincide com a descrita pelo sistema a estrutura variável, governada por u(t) durante o deslizanmento. A figura 4.3 mostra uma interpretação física para o sinal de controle equivalente.



Figura 4.3: Controle Equivalente

Sabe-se que [10], quando em deslizamento, uma consição necessária e suficiente para que as trajetórias do sistema permaneçam na superfície de deslizamento s(x) = 0 é:

$$s(x) = 0 \tag{4.23}$$

Derivando s(x) com respeito ao tempo ao longo da trajetória governada por 4.22 obtém-se:

$$\dot{s(x)} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} \frac{dx}{dt}$$
(4.24)

$$\dot{s(x)} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} \left( f(x,t) + b(x,t)u_{eq} \right)$$
(4.25)

$$\dot{s(x)} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} f(x,t) + \frac{\partial s(x)}{\partial x} b(x,t) u_{eq}$$
(4.26)

Fazendo s(x) = 0 e isolando  $u_{eq}$  tem-se:

$$u_{eq} = -\left(\frac{\partial s(x)}{\partial x}b(x,t)\right)^{-1} + \frac{\partial s(x)}{\partial x}f(x,t)$$
(4.27)

Sendo que a existência de  $\left(\frac{\partial s(x)}{\partial x}b(x,t)\right)^{-1}$  é uma condição necessária.

#### 4.4.2 O Método da Regularização

Uma outra abordagem que permite encontrar uma representação matemática para o modo deslizante é o método da regularização. Este método introduz alterações na função de chaveamento de maneira que esta incorpore imperfeições físicas apresentadas em dispositivos reais de chaveamento, tais como atraso, zona morta e histerese. Desta forma o modo deslizante aparece sobre uma superfície que pode ser contínua por partes em lugar de uma superfície descontínua do caso ideal.

As dificuldades matemáticas encontradas para descrever o comportamento do sistema são removidos, sendo possível reconstituir as condições ideais de modo deslizante através de uma análise limite quando os paramétros que representam as imperfeições tendem a zero.

E fato, porém, que por necessidade de se conhecer as imperfeições do dispositivo de chaveamento, o método da regularização introduz dificuldades que nem sempre são de fácil solução. Um conceito amplamente utilizado para tratar este problema é o de "camada de fronteira" (*boundary layer*) [10], que permite obter as equações de deslizamento sem especificar a natureza das imperfeições.

A idéia da camada de fronteira é que, em uma dada vizenhança de s(x) = 0 a ação de controle chaveada pode ser aproximada por um sinal de controle u, que pode ser uma ação linear. A fronfeira pode ser especificada por:

$$|s(x)| \le \Phi \tag{4.28}$$

Onde  $\Phi$  é uma constante positiva pequena. O movimento do sistema dentro da camada de fronteira é dito deslizamento real. Se  $\Phi \to 0$  o deslizamento real tenderá para o deslizamento ideal e a frequência de chaveamento tenderá para o infinito.

## 4.5 O Problema do Chattering

As propriedades de robustez de controladores em modo deslizante são atingidas por uma ação de controle de frequência muito elevada. Este chaveamento ocorre quando o sistema entra em modo deslizante. Durante o processo de deslizamento um ruído é gerado no sistema em decorrencia do chaveamento, este fenômeno é conhecido como chattering.



Figura 4.4: Chattering devido ao atraso de chaveamento.

O termo *chattering* se refere especificamente ao fenômeno de oscilações de frequência e amplitude finita que são causadas por dinâmicas não modeladas que são excitadas em malha fechada. Essas dinâmicas se referem aos sensores e atuadores que são negligenciadas no processo de modelagem do sistema. Como o modo deslizante ideal possui chaveamento infinito todas as dinâmicas deverão ser consideradas.

O modelo ideal do chavealmento no sinal de controle ignora fatores encontrados nos dispositivos de chaveamento reais, tais como atrasos, histereses e pequenas constantes de tempo. Uma outra fonte comum de *chattering* é quando se deseja implementar algoritmos de controle em modo deslizante discreto. O tempo de amostragem introduz um atraso que faz com que a trajetória do sistema intercept s(x) = 0, chaveando a lei de controle e causando o *chattering*. A figura 4.4 exemplifica a formação do chattering devido a diferentes valores de atraso para o chaveamento do sinal de controle.

Apesar de conferir propriedades altamente desejáveis à uma malha de controle, a ação descontínua do controlador em modo deslizante tem como conseguência a presença indesejável do *chattering*. Grande parte dos esforços em pesquisa na teoria de controle por modos deslizantes são direcionadas a reduzir ou eliminar este ruído dinâmico de alta frequência. Entre as propostas de maior destaque encontram-se o chamado controlador modo deslizante com camada de fronteira, baseado no método da regularização, e o controlador fuzzy modo deslizante (FSMC), baseado na combinação da ação de controle descontínua com sistemas fuzzy. As duas propostas são apresentadas a seguir.

## 4.6 Controlador Modo Deslizante com Camada de Fronteira

A ação de controle descontínua é intrínseca aos controladores em modo deslizante. Esta ação de controle é proveniente de um chaveamento conforme indicado na figura4.5. A lei de controle é dada por:

$$u_s = K_u \cdot s(x) \tag{4.29}$$



Figura 4.5: Chaveamento SMC

Conforme analisado este chaveamento de alta frequência conduz ao fenômeno do *chattering*.

Uma alternativa para a lei de controle é introduzir uma camada de fronteira em torno da superfície de chaveamento, o que leva ao chamado controlador modo deslizante com camada de fronteira (SMC-BL - Sliding Mode Control - Boundary Layer). O controlador faz uma aproximação linear na região do interior da camada de fronteira. Esta aproximação conduz à seguinte lei de chaveamento da ação de controle, definida pela função  $sat(\frac{s(x)}{\Phi})$ , onde  $\Phi$  é a largura da camada de fronteira:

$$u_s = K_s \cdot sat(\frac{s(x)}{\Phi}) \tag{4.30}$$

Sendo que

$$u_s = \frac{s(x)}{\Phi}, \quad se \quad \left|\frac{s(x)}{\Phi}\right| \le 1$$
$$u_s = sgn(\frac{s(x)}{\Phi}); \quad se \quad \left|\frac{s(x)}{\Phi}\right| > 1$$

O SMC-BL reduz o ganho no interior da camada de fronteira, relaxando as condições de chaveamento e produzindo um sinal suave. A escolha de um ganho  $K_s$  adequado conduz à ocorrência do modo deslizante, sendo que uma escolha usual é considerar  $K_s$  para que o sistema possa chavear entre os maiores valores de esforço de controle possíveis [13].



Figura 4.6: Chave BLSMC

A figura 4.6 mostra o chaveamento com a camada de fronteira. Esta nova função de chaveamento busca preservar as vantagens do controlador SMC clássico reduzindo o *chattering*. Contudo, mostra-se que a inclusão da camada de fronteira implica na introdução de um erro admissível para o controlador, tendo em vista que não há garantias de que a ação de controle chaveada conduza o sistema para s(x) = 0, a garantia é apenas de que s(x) estará confinado à camada de fronteira.

O valor da camada de fronteira passa a se constituir em um parâmetro de projeto importante para o controlador. Um valor grande de  $\Phi$  pode conduzir a erros elevados, desnecessários e indesejáveis na ação do controlador, ao passo que um valor muito pequeno pode, no limite, zerar a camada de fronteira e restabelecer o chaveamento instantâneo e por consequência o *chattering*.

## 4.7 Controlador Fuzzy Modo Deslizante

Um controlador fuzzy modo deslizante (*FSMC - Fuzzy Sliding Mode Control*) é uma classe de controladores que combina a ação de controle descontínua do tipo modo deslizante, com os sistemas fuzzy [14]. Busca-se utilizar o tratamento da

função de chaveamento por meio de termos linguísticas que um sistema fuzzy confere a uma variável para suavizar a ação de controle em modo deslizante de maneira a reduzir o chaveamento mantendo as propriedades inerentes aos controladores de estrutura variável.

Na literatura são encontradas majoritariamente duas estruturas distintas que combinam fuzzy e modos deslizantes. Uma em que o sistema fuzzy realiza a função de chaveamento diretamente e uma outra em que o sistema fuzzy é utilizado para determinar a largura da camada de fronteira [14]. Neste trabalho adota-se esta segunda opção.

#### 4.7.1 Sistema Fuzzy

Um sistema fuzzy compreende uma estrutura de processamento de informações imprecisas, estando inserido entre as técnicas de inteligência computacional. A estratégia de processamentoo visa emular estruturas lógicas do raciocínio humano através de uma base de regras do tipo *se* x *então* y.



Figura 4.7: Sistema Fuzzy

Neste caso pode-se utilizar um sistema fuzzy do tipo Mandani, cuja estrutura é apresentada na figura 4.7. Nesta estrutura pode-se processar valores reais (crisp), cujas interfaces com o sistema fuzzy propriamente dito se dá pelos blocos de fuzzyficação e defuzzificação. A base de regras constitui o conhecimento acumulado do sistema, enquanto a máquina de inferência realiza o processamento das informações fuzzyficadas na entrada, para a variável fuzzyficada de saída, de acordo com a base de regras estabelecida. Em [15] e [16] são apresentados aspectos teóricos e os detalhes de implementação de um sistema fuzzy.

#### 4.7.2 Fuzzyficação da Camada de Fronteira

O controlador fuzzy modo deslizante adotado busca alterar a função de chaveamento de um controlados SMC-BL por meio da variação da camada de fronteira, que é ajustada em tempo real por um sistema fuzzy [17]. Realiza-se assim uma fuzzyficação da camada de fronteira [18] [19].



Figura 4.8: Controlador FSMC

A figura 4.8 mostra a estrutura da função de chaveamento deste controlador onde nota-se que além de receber o valor da superfície de chaveamento a função também recebe o valor da largura da camade de fronteira determinada para o sistema fuzzy, de acordo com o valor de s(x).

O problema de escolher o valor da largura da camada de fronteira torna-se então o problema de ajustar a base de regras de um sistema fuzzy e ganhos de entrada e saída. A base de regras pode refletir então o comportamento desejável para um controlador modo deslizante sem *chattering*, tornando, por exemplo, a largura da camada de fronteira grande para situações em que a distância para a superfície s(x) seja grande ou pequena quando s(x) for pequena.

Este tratamento linguístico pode ser inserido em uma base de regras do tipo:

• Regra (i): Se s(x) é pequeno  $\rightarrow$  Então  $\rightarrow \Phi_f$  é pequeno

No capítulo seguinte será desenvolvido um controlador FSMC para aplicação no controle vetorial do motor de indução. Onde então serão detalhados os conjuntos de entrada e saída, a base de regras, os ganhos e outros detalhes do sistema fuzzy.

## Capítulo 5

## Controle Fuzzy Modo Deslizante do Motor de Indução

## 5.1 Introdução

Este capítulo apresenta o projeto e estudos de simulação computacional de controladores em modo deslizante no controle vetorial do motor de indução.

Inicialmente são feitas considerações acerca do projeto dos controladores SMC de onde se aplica as condições de atratividade e da dinâmica em modo deslizante para se projetar os controladores de velocidade e de corrente.

Apresenta-se um sistema fuzzy responsável por variar a camada de fronteira do SMC, formando o controlador fuzzy modo deslizante (FSMC).

São realizados testes de simulação, inicialmente com um controlador SMC tradicional, sem camada de fronteira para se verificar a ocorrência do *chattering* na malha de velocidade.

Realizam-se então simulações com o FSMC visando eliminar o *chattering* e manter as propriedades dinâmicas e de robustez associadas ao SMC, avaliadas a partir da resposta ao degrau e perturbação de carga.

Verifica-se que o controlador FSMC apresenta erro de regime com a aplicação da perturbação. Apresenta-se então uma estrutura de controle que associa o controlador FSMC a um controlador PI visando eliminar erros de regime pela ação integral.

## 5.2 Projeto de SMC para o Motor de Indução

Controladores modo deslizante tem se mostrado uma opção efetiva para a aplicação ao controle vetorial do motor de indução. A natureza não linear, robusta e o desempenho dinâmico que um controlador SMC tem apresentado no acionamento
de motores elétricos tem estimulado a investigação desta técnica de controle para aplicações em acionamento elétrico que exigem de desempenho elevado.

Conforme visto, na malha de controle vetorial de acionamento do motor de indução são necessários três controladores para a regulação do par de correntes  $i_{qs}$  e  $i_{ds}$  além da velocidade  $w_r$ . No capítulo 3 estes controladores foram projetados como controladores PI, para os quais foram feitas considerações simplificadoras a fim de se estabelecer um modelo dinâmico de primeira ordem para o projeto dos controladores.

Neste capítulo os três controladores PI são substituidos por controladores modo deslizante, visando avaliar o desempenho dinâmico e a robustez destes controladores na malha de controle vetorial do motor de indução. Neste caso, o projeto dos controladores faz uso do modelo não-linear com orientação de campo do sistema, sem a necessidade de se incluir condições simplificadoras.

O projeto de controladores modo deslizante envolve duas fazes fundamentais: (1) A escolha de uma superfície de chaveamento adequada para a estratégia de controle e (2) a determinação de uma lei de controle que garanta qua as trajetórias fora da superfície de chaveamento convirjam para s(x) e que nesta permaneçam.

Para o propósito de projeto de um SMC para o motor de indução pode-se definir inicialmente a superfície de chaveamento para cada uma das malhas de controle. Em sistemas não lineares a superfície é tradicionalmente escolhida levando em conta o erro de rastreamento e suas derivadas da seguinte forma [9]:

$$s(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{r-1} e \tag{5.1}$$

Onde:

- • $e = x^* x$  é o erro de rastreamento;
- $\lambda$  é um coeficiente positivo;
- r é o grau relativo da superfície;

Para o acionamento do motor de indução alguns trabalhos apresentam o projeto dos controladores para r = 2, que leva a uma superfície dependente do erro e da variação do erro. Porém, esta escolha conduz a uma grande complexidade para análise e projeto de um SMC, conforme pode ser verificado em [20]. A grande maioria dos trabalhos [8] [10] [9] adota uma superfície com r = 1, ou seja, a superfície é o próprio erro de rastreamento. Os resultados mostram que as consequências de desempenho do controlador são equivalentes, de forma que esta será a superfície adotada neste trabalho.

Sendo assim, definem-se a superfícies de chaveamento para as três malhas de controle por:

$$s_w = w_r^* - w_r \tag{5.2}$$

$$s_{iq} = i_{qs}^* - i_{qs}$$
 (5.3)

$$s_{id} = i_{ds}^* - i_{ds}$$
 (5.4)

Sendo  $s_w$ ,  $s_{iq}$  e  $s_{id}$  são a superfície para a velocidade e correntes  $i_{qs}$  e  $i_{ds}$  respectivamente.

Uma vez definidas a superfície de chaveamento para cada malha de controle é necessário então projetar a lei de controle que conduza o sistema ao modo deslizante. Isto implica que a lei de controle deve garantir que as variáveis convirjam para a superfície e que uma vez que a tenham atingido entrem em modo deslizante.

Este objetivo é atingido se se considerar que na ação de controle para um controlador modo deslizante estão presentes duas componentes distintas [21]. A primeira componente é devido à natureza descontínua e chaveada do sinal de controle, responsável por garantir a condição de atratividade dos estados para a superfície de chaveamento, esta componente de chaveamento será designada por  $u_s$ [9]. A segunda representa a resposta dinâmica do sistema sobre a superfície de chaveamento, correspondendo, portanto, ao controle equivalente visto no capítulo anterior, que será representado por  $u_{eq}$ . Esta segunda componente reflete a necessidade de se descrever o movimento dinâmico do sistema em modo deslizante. A ação de controle em modo deslizante é então dada por:

$$u = u_s + u_{eq} \tag{5.5}$$

Para a determinação das componentes de ação de controle aplica-se a condição fundamental para cada caso. A determinação de  $u_s$  parte da condição de atratividade, dada por:

$$s(x)\dot{s}(x) < 0 \tag{5.6}$$

Conforme visto, esta condição pode ser atingida ao se escolher uma lei de controle chaveada do tipo:

$$u_s = K_s \cdot sgn(s) \tag{5.7}$$

Ou ainda, fazendo uso da técnica da regularização, pode-se inserir uma camada de fronteira, através de uma função de saturação no lugar da função de chaveamento 5.7, onde  $u_s$  passa a ser definido por 5.8.

$$u_s = K_s \cdot sat(\frac{s(x)}{\Phi}) \tag{5.8}$$

Neste caso *Phi* é a largura da camada de fronteira, onde a função  $sat(\frac{s(x)}{\Phi})$  é definida por:

Sendo que

$$sat(\frac{s(x)}{\Phi}) = \frac{s(x)}{\Phi}, \quad se \quad \left|\frac{s(x)}{\Phi}\right| \le 1$$
$$sat(\frac{s(x)}{\Phi}) = sgn(\frac{s(x)}{\Phi}); \quad se \quad \left|\frac{s(x)}{\Phi}\right| > 1$$

Onde o ganho  $K_s$  é escolhido adequadamente de forma que a condição de atratividade seja atingida.

Uma vez que se tenha atingido a superfície de chaveamento o sistema entra em modo deslizante. Nesta fase é necessário estabelecer a ação de controle equivalente, que descreve a dinâmica do sistema em modo deslizante. O controle equivalente é determinado a partir da condição:

$$\dot{s}(x) = 0 \tag{5.9}$$

Ao se impor a dinâmica do sistema nesta condição a porção  $u_{eq}$  surge naturalmente. A seguir, são projetados os controladores de velocidade e corrente para o motor de indução a partir destas duas condições.

### 5.2.1 Controlador SMC de Velocidade

Sabe-se que o sinal de controle de velocidade do motor de indução é a referência do torque elétrico, que na malha de controle vetorial é expresso por  $T_e^*$ . Conforme visto, para satisfazer as condiçõe de controle do modo deslizante será considerado que este sinal seja composto por duas componentes designadas por  $T_{es}^*$ , que corresponde à parte chaveada do sinal de controle, e por  $T_{eq}^*$  que corresponde ao controle equivalente.  $T_e^*$  é então dado por:

$$T_e^* = T_{es}^* + T_{eq}^* \tag{5.10}$$

A componente de controle chaveada é determinada a partir da condição fundamental de modo deslizante, que garante o critério de atratividade do controlador, no caso da malha de velocidade é dada por:

$$s_w \dot{s}_w < 0 \tag{5.11}$$

Sendo:

$$\dot{s}_w = \dot{w}_r^* - \dot{w}_r \tag{5.12}$$

E a dinâmica de velocidade definida por:

$$\dot{w}_r = \frac{1}{J} \left( T_e - T_l - B w_r \right)$$
(5.13)

Substituindo 5.13 em 5.12 e esta em 5.11, tem-se:

$$s_w \left( \dot{w}_r^* + \frac{1}{J} T_l + \frac{B}{J} w_r \right) - \frac{1}{J} T_{es} \left| s_w \right| < 0$$
(5.14)

Neste caso  $T_{es}$  pode ser escolhida como uma ação de controle descontínua, chaveada podendo então ser expressa por:

$$T_{es} = K_w \cdot sgn(s_w) \tag{5.15}$$

Ou no caso da inserção de uma camada de fronteira pode-se fazer:

$$T_{es} = K_w \cdot sat(\frac{s_w}{\Phi_w}) \tag{5.16}$$

Assim, com a lei de controle chaveada o ganho  $K_w$  é escolhido de maneira que a magnitude do sinal de controle chaveado seja maior que uma eventual perturbação ou variação paramétrica a que o sistema esteja sujeito. Esta amplitude adequada juntamente com o chaveamento permitem que  $s_w$  e  $\dot{s}_w$  tenham sempre sinais opostos. Para garantir estas condições, a partir de 5.14 verifica-se que o ganho  $K_w$ deve ser limitado por:

$$K_w > |J\dot{w}_r^* T_l + Bw_r| \tag{5.17}$$

A ação de controle equivalente  $T_{eq}$  para a malha de velocidade pode ser determinado fazendo:

$$\dot{s}_w = 0 \tag{5.18}$$

Substituindo 5.13 em 5.18, tem-se:

$$\dot{w}_r^* - \frac{1}{J} \left( T_e - T_l - B w_r \right) = 0 \tag{5.19}$$

Nesta condição, a ação de controle equivalente é determinada isolando  $T_e$  em 5.19 e fazendo  $T_e = T_{eq}^*$ , de onde se tem:

$$T_{eq}^* = J\dot{w}_r^* + Bw_r + T_l \tag{5.20}$$

Como há um desconhecimento da perturbação de carga a que o motor está sujeito, então fazendo  $T_l = 0$ , tem-se:

$$T_{eq}^* = J\dot{w}_r^* + Bw_r \tag{5.21}$$

As duas componentes de torque assim definidas formam o controlador SMC de velocidade.

### 5.2.2 Controlador SMC de Corrente

Os controladores da malha de corrente devem fornecer a componentes da tensão do estator  $v_{qs}$ ,  $v_{ds}$  que geram as respectivas correntes  $i_{qs}$ ,  $i_{ds}$ . Para um controlador em modo deslizante estes sinais de controle são compostos por duas componentes, a componente chaveada da ação de controle  $u_s$  e a componente de controle equivalente  $u_{eq}$ . Desta forma,  $v_{qs} \in v_{ds}$  são dadas por:

$$v_{qs} = u_{qs} + u_{qeq} \tag{5.22}$$

$$v_{ds} = u_{ds} + u_{deq} \tag{5.23}$$

Estas tensões devem garantir que as superfícies de chaveamento para ambas as correntes sejam atingidas, devido a componente chaveada, e que as trajetórias fiquem confinadas a superfície em modo deslizante, com o movimento sendo descrito pela porção equivalente. Sendo as superfícies dadas por:

$$s_{iq} = i_{qs}^* - i_{qs}$$
 (5.24)

$$s_{id} = i_{ds}^* - i_{ds}$$
 (5.25)

Conforme visto, a dinâmica das componentes da corrente do estator, nos eixos q - d é expressa por:

$$\begin{array}{lll} \frac{di_{qs}}{dt} &=& -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} - wi_{ds} + \frac{L_m\lambda_{qr}}{\tau_r\sigma L_rL_s} - \frac{L_mw_r\lambda_{dr}}{\sigma L_rL_s} + \frac{v_{qs}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{ds}}{dt} &=& wi_{qs} - \left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{ds} + \frac{L_mw_r\lambda_{qr}}{\sigma L_rL_s} + \frac{L_m\lambda_{dr}}{\tau_r\sigma L_rL_s} + \frac{v_{ds}}{\sigma L_s} \end{array}$$

No que segue será desenvolvido o projeto do controlador SMC para a corrente  $i_{qs}$  sendo que a mesma sequência pode ser adotada para o projeto do controlador para  $i_{ds}$ .

Assim, pode-se desenvolver a componente chaveada da ação de controle para a corrente  $i_{qs}$ , dada por  $u_qs$ , esta componente pode ser determinada aplicando a condição fundamental de modo deslizante para a corrente no eixo q:

$$s_{iq}\dot{s}_{iq} < 0 \tag{5.26}$$

Se se considerar que o fluxo do rotor esteja orientado, com o motor magnetizado  $(\lambda_r = L_m i_{ds})$ , então:

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} - wi_{ds} - \frac{L_m^2 w_r i_{ds}}{\sigma L_r L_s} + \frac{v_{qs}}{\sigma L_s}$$
(5.27)

Sendo a derivada da superfície de chaveamento dada por:

$$\dot{s}_{iq} = \dot{i}^*_{qs} - \dot{i}_{qs}$$
 (5.28)

$$\dot{s}_{iq} = \dot{i}_{qs}^* - \left[ -\left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right) \dot{i}_{qs} - w\dot{i}_{ds} - \frac{L_m^2 w_r \dot{i}_{ds}}{\sigma L_r L_s} + \frac{u_{qs}}{\sigma L_s} \right]$$
(5.29)

De forma que

$$s_{iq}\dot{s}_{iq} = s_{iq}\left[\dot{i}_{qs}^* + \left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} + wi_{ds} + \frac{L_m^2 w_r i_{ds}}{\sigma L_r L_s}\right] - \frac{u_{qs}}{\sigma L_s}|s_{iq}|(5.30)$$

Onde  $u_{qs} = v_{qs}$  tendo em vista a condição de atratividade, que para ser satisfeita é necessário que a ação de controle  $u_{qs}$  seja chaveada:

$$u_{qs} = K_{iq} \cdot sgn(s_{iq}) \tag{5.31}$$

Ou para um controlador SMC com camada de fronteira:

$$u_{qs} = K_{iq} \cdot sat(\frac{s_{iq}}{\Phi_{iq}}) \tag{5.32}$$

Neste caso a escolha do ganho  $K_{iq}$  determina a amplitude desta ação de controle. Como no caso da velocidade é necessário e desejável, para as garantias das propriedades do SMC que o ganho seja grande o suficiente para que o sinal de controle  $u_{qs}$  consiga manter o sistema diante em  $s_{iq}$  diante de eventuais perturbações ou variações paramétricas [10]. Uma escolha apropriada para  $K_{iq}$  que garante esta condição, mantendo  $s_{iq} e \cdot s_{iq}$  com sinais opostos é:

$$K_{iq} > \sigma L_s \left| \dot{i}_{qs}^* + \left( \frac{r_s}{L_s \sigma} + \frac{1 - \sigma}{\tau_r \sigma} \right) i_{qs} + w i_{ds} + \frac{L_m^2 w_r i_{ds}}{\sigma L_r L_s} \right|$$
(5.33)

A componente de controle equivalente de ação de controle para a corrente  $i_{qs}$  é determinada aplicando a condição:

$$\dot{s}_{iq} = \dot{i}^*_{qs} - \dot{i}_{qs} = 0 \tag{5.34}$$

De onde se tem:

$$\dot{i}_{qs}^* + \left(\frac{r_s}{L_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{\tau_r\sigma}\right)i_{qs} + wi_{ds} + \frac{L_m^2 w_r i_{ds}}{\sigma L_r L_s} - \frac{v_{qs}}{\sigma L_s} = 0$$

Isolando  $v_{qs} = u_{qeq}$ :

$$u_{qeq} = \sigma L_s \left[ \dot{i}_{qs}^* + \left( \frac{r_s}{L_s \sigma} + \frac{1 - \sigma}{\tau_r \sigma} \right) \dot{i}_{qs} + w \dot{i}_{ds} + \frac{L_m^2 w_r \dot{i}_{ds}}{\sigma L_r L_s} \right]$$
(5.35)

Como dito, os mesmos passos podem ser seguidos para a determinação do controlador de corrente para o eixo d, assim fazendo chega-se aos seguintes resultados para o ganho da ação de controle descontínua  $K_{id}$  e para o controle equivalente  $u_{deq}$ :

$$K_{id} > \sigma L_s \left| \dot{i}_{ds}^* - w i_{qs} + \left( \frac{r_s}{L_s \sigma} + \frac{1 - \sigma}{\tau_r \sigma} \right) i_{ds} + -\frac{L_m^2 i_{ds}}{\sigma \tau_r L_r L_s} \right|$$
(5.36)

$$u_{deq} = \sigma L_s \left[ \dot{i}_{ds}^* - w i_{qs} + \left( \frac{r_s}{L_s \sigma} + \frac{1 - \sigma}{\tau_r \sigma} \right) i_{ds} - \frac{L_m^2 w_r i_{ds}}{\sigma L_r L_s} \right]$$
(5.37)

Sendo que a componente chaveada da ação de controle é dada por:

$$u_{ds} = K_{id} \cdot sgn(s_{id}) \tag{5.38}$$

Utilizando a camada de fronteira:

$$u_{ds} = K_{id} \cdot sat(\frac{s_{id}}{\Phi_{id}}) \tag{5.39}$$

O que define os controladores SMC para as malhas de corrente do controle vetorial do motor de indução.

#### 5.2.3 Sistema Fuzzy da Camada de Fronteira

O uso de controladores SMC com ação descontínua é desejável tendo em vista as propriedades dinâmicas e de robustez introduzidas pelo controlador. Contudo, conforme discutido, a ação descontínua apresenta o problema do *chattering* devido a ação de controle que passa a necessitar de frequências irrealizáveis do ponto de vista prática. Neste sentido, grande parte dos esforços de pesquisa para projetos de controladores em modo deslizante tem se empenhado em desenvolver estratégias que minimizem ou eliminem o *chattering* e preservem as propriedades desejáveis deste controlador.

A proposta mais difundida é a introdução de uma camada de fronteira, conforme discutido, que insere, como contrapartida para a eliminação do *chattering*, um erro adimissível a que o sistema fica sujeito tendo em vista que a ação de controle tem como objetivo não mais atingir a superfície de chaveamento, mas tão somente manter o sistema confinado em torno de uma vizinhança, dada pela camada de fronteira.

O ajuste de um valor adequado para a largura da camada de fronteira passa a ser uma etapa importante do projeto de um SMC. Em geral o ajuste inadequado conduz a duas situações indesejáveis: Se a camada de fronteira tiver um valor elevado o erro causado na resposta dinâmica também será elevado, por outro lado, se este valor for muito pequeno a ação de controle pode, no limite, passar a apresentar o chaveamento de elevada frequência e como consequência, o *chattering*. Nesse sentido o ajuste de um valor adequado para a camada de fronteira é importante e nele deve haver uma relação de compromisso entre o menor erro adimissível e a eliminação do chattering.

Nesta seção é apresentado o desenvolvimento do sistema fuzzy para o ajuste da camada de fronteira do controlador FSMC de um controlador SMC, formando uma categoria do que a literatura chama de controlador fuzzy modo deslizante (FSMC - Fuzzy Sliding Mode Control). Esta abordagem visa eliminar o chattering, o principal impedimento para a utilização de controladores SMC, mantendo as propriedades de robustez e resposta dinâmica associados a esta técnica não-linear. O controlador implementa a variação da camada de fronteira por um sistema fuzzy, permitindo que esta seja grande para valores grandes de erro e que seja pequena, quando o a variável controlada se aproximar da função de chaveamento.

Assim, pode-se fazer o tratamento, por meio de variáveis linguísticas deste parâmetro de modo a se desenvolver uma base de conhecimento que permita ajustar o valor da camada de fronteira mais adequado para um dado valor de  $s_x$ . As figuras 5.1 e 5.2 ilustram a concepção do controlador FSMC para a velocidade e corrente, respectimente.



Figura 5.1: Controlador FSMC de Velocidade



Figura 5.2: Controlador FSMC de Corrente

Nota-se o sistema fuzzy responsável por ajustar recebe como valor o módulo de  $s_x$  e determina um valor adequado para a largura da camada de fronteira  $\Phi_f$ .  $s_x$  também atua como entrada na função de chaveamento  $u_s = K_s \cdot sat(s_x/\Phi_f)$ , disparando a ação de controle chaveada. Na saída do controlador,  $u_s$  é somado a ação de controle equivalente formando a ação de controle para o FSMC tanto para a malha de velocidade quanto para as malhas de corrente.

O sistema fuzzy é constituído portanto por uma entrada e uma saída, respectivamente  $|s_x| \in \Phi_f$ , que será chamada de camada de fronteira fuzzificada. A figura 5.3 ilustra uma concepção para esta função chaveamento com o ajuste de  $\Phi_f$ , que passa a ser representado por variáveis linguísticas. Foram escolhidos quatro variáveis representativas para o valor de  $\Phi_f$ : Z - Zero; P - Pequeno; M - Médio e G - Grande, os quais estão representados na figura.

Estes conjuntos formam o universo de discurso do sistema fuzzy, tanto para a entrada quanto para a saída. Constituem portanto os conjuntos de entrada e saída do sistema. Os conjuntos de entrada são representados por funções triangulares,



Figura 5.3: Ação de Controle do FSMC

tendo como entrada o módulo de  $s_x$  e como saída a pertinência para cada conjunto, o que constitui a etapa de fuzzyficação.

Esta pertinência é designada como  $\mu_w$  para o FSMC de velocidade e de  $\mu_c$  para os FSMC de corrente. A figura 5.4 apresenta os conjuntos fuzzy de entrada distribuidos regularmente no intervalo de 0 a 1, sendo que o valor de  $s_x$  é multiplicado por um ganho  $K_{sw}$  para a velocidade ou  $K_{sc}$  para a corrente, de maneira a ajustar o valor de entrada de  $s_x$  ao intervalo dos conjuntos, a escolha deste ganho foi feita de maneira empírica por tentativas ao longo do processo de simulação.



Figura 5.4: Conjuntos Fuzzy de Entrada

Quatro conjuntos equivalentes também formam o universo de discurso da saída do sistema fuzzy. Os conjuntos estabelecem a pertinência da largura da camada de fronteira fuzzyficada  $\Phi_{fw}$ , para a velocidade e  $\Phi_{fc}$  para a saída. Tendo em vista que o método de defuzzyficação adotado é o média de centros, basta representar o centro destes conjuntos de saída por meio de funções do tipo *singleton*.



Figura 5.5: Conjuntos Fuzzy de Saída

Esta distribuição fornece a pertinência da largura da camada de fronteira a cada conjunto,  $\mu_{\Phi w}$  para a velocidade e  $\mu_{\Phi c}$  para a corrente. Os conjuntos foram

distribuídos no intervalo de 0 a 1, de maneira equivalente aos de entrada, conforme apresentado na figura 5.5. O valor *crisp* resultante do processo de defuzzyficação é reescalonado através de um ganho,  $K_{\Phi w}$  para a velocidade e  $K_{\Phi c}$  para a corrente, de maneira a refletir a faixa que se deseja para a variação da camada de fronteira. Estes ganhos são ajustados empiricamente.

Nota-se que o conjunto Zero é centrado próximo a zero, porém tendo em vista a definição da função de saturação com a camada de fronteira ??, em que  $s_x$ é dividida por  $\Phi_w$ , o que impede um valor nulo da camada de fronteira. Essa condição também equivaleria a reestabelecer uma ação de controle chaveada e com ela a presença do *chattering*.

Com estas definições pode-se compor uma base de regras para o sistema fuzzy. Conforme discutido, o sistema deve ajustar a largura da camada de fronteira de maneira que quando s(x) apresentar valores elevados a camada possa se expandir, e quando s(x) tiver valores reduzidos  $Phi_f$  deve ser reduzido de forma equivalente. Assim é possível especificar uma base de regras, do tipo se - então, que é dada por:

- Regra (1): Se  $s(x) \in Z \to \text{Ent} \tilde{a} o \to \Phi_f \in Z$
- Regra (2): Se  $s(x) \notin P \to \text{Ent} \tilde{a} o \to \Phi_f \notin P$
- Regra (3): Se  $s(x) \notin M \to \text{Então} \to \Phi_f \notin M$
- Regra (4): Se  $s(x) \notin G \to \text{Ent} \tilde{a} o \to \Phi_f \notin G$

Pode-se então estabelecer o método de defuzzyficação do sistema fuzzy, conforme dito, dado pela média dos centros, de onde se determina  $\Phi_{fw}$  e  $\Phi_{fc}$  pelas seguintes relações:

$$\Phi_{fw} = K_{\Phi w} \frac{\sum_{i=1}^{4} \mu_w^i \mu_{\Phi w}^i}{\sum_{i=1}^{4} \mu_{\Phi w}^i}$$
(5.40)

$$\Phi_{fc} = K_{\Phi c} \frac{\sum_{i=1}^{4} \mu_c^i \mu_{\Phi c}^i}{\sum_{i=1}^{4} \mu_{\Phi c}^i}$$
(5.41)

Define-se assim, o systema fuzzy para ajuste da camada de fronteira em um controlador FSMC.

### 5.3 Estudos de Simulação Computacional do FSMC

Esta seção apresenta os resultados de estudos de simulação computacional com os controladores FSMC utilizados na malha de acionamento de controle vetorial do motor de indução. As rotinas de simulação investigadas seguem a mesma sistemática adotada para o caso de controladores PI apresentada no capítulo 3, onde será analisada a resposta dinâmica para o degrau na referência de velocidade e para a perturbação de carga.

A figura 5.6 mostra o diagrama de blocos para acionamento vetorial do motor de indução com controladores FSCM. Este diagrama de blocos é o mesmo apresentado para o caso de controladores PI, a menos da velocidade de orientação  $w_e$  que passa a ser necessária também na estrutura dos controladores de corrente. Neste caso, os dois controladores PIs de corrente foram substituidos por controladores FSMC, o mesmo ocorrendo para o controlador de velocidade



Figura 5.6: Controlador FSMC na Malha de Controle Vetorial

Foram realizadas rotinas de simulação buscando ajustar os ganhos do sistema fuzzy de maneira que este uma resposta adequada para a eliminação do *chattering* e para um bom desempenho dinâmico, de onde se chegou aos valores apresentados na tabela 5.3.

Tabela 2: Ganhos dos Controladores	5 FSMC
Ganho	valor
$K_w$ Saturação de velocidade	0.15
$K_{iq}$ Saturação de corrente	20
$K_{ws}$ Fuzzyficação de velocidade	1/120
$K_{cs}$ Fuzzyficação de corrente	1/100
$K_{\Phi w}$ Defuzzyficação de velocidade	30
$K_{\Phi c}$ Defuzzyficação de corrente	60

### 5.3.1 Simulação com SMC na Malha de Velocidade

E pertinente considerar inicialmente, o caso em que um controlador SMC é atua na malha de velocidade com função de chaveamento descontínua com  $u_s = K_w \cdot sgn(s_w)$ . Neste caso foram mantidos os controladores de corrente como FSMC, visando evitar o efeito em cascata de sinais chaveados com componentes de alta frequência. Busca-se assim analisar o desempenho do SMC clássico, tanto a resposta ao degrau quanto a perturbação de carga.

Assim sendo considera-se que a componente de chaveamento do controlador de velocidade é dada por ??, sendo que o ganho  $K_w$  foi escolhido como 60% do torque nominal.



Figura 5.7: Perturbação de Carga

A rotina de simulação foi estabelecida considerando o tempo de magnetização de 0.2 s, quando então é aplicado um degrau de 1000 rpm na referência de velocidade. Um segundo degrau é aplicado em 2 s passando a referência para -1000 rmp ocorrendo a inversão do sentido de giro do motor. Uma perturbação de 10% do torque nominal é aplicada entre 1 e 1.5s, conforme mostrado na figura 5.7, visando analisar a resposta do controlador na presença de um torque de carga.



Figura 5.8: Resposta de Velocidade para o SMC com Perturbação de Carga

A figura 5.8 apresenta a resposta de velocidade para esta rotina de simulação. Nota-se que o motor é acelerado, até 1000, a uma taxa contante, não apresentando sobressinal, acomodando-se instantâneamente à referência em um intervalo de 0.2 segundos. Ocorre uma dinâmica similar para o segundo degrau, sendo que, por conta da amplitude ser maior, o sistema leva um tempo maior para atingir a superfície de chaveamento, dado que a taxa de aceleração é constante.



Figura 5.9: Sinal de Controle do SMC - Chattering

Um outro aspecto a se considerar é que há uma total insensibilidade à perturbação de carga, no intervalo entre 1 e 1.5 s, confirmando o que atesta a literatura [10] sobre a imunidade a perturbação apresentada por controladores SMC.

Contudo, a despeito deste desempenho dinâmico, a figura 5.9 mostra a contrapartida apresentada na ação de controle. Uma componente de frequência elevada é estabelecida no sinal de controle quando o sistema atinge a superfície de chaveamento. Em azul é apresentado a referência de torque enquanto em vermelho aparece a resposta do torque elétrico apresentado pelo motor. Nota-se uma elevação do torque desenvolvido pelo motor no intervalo em que há a perturbação de carga. Este aspecto de alta frequência constitui um fator irrealizável do ponto de vista prático.

Um outro fator a ser observado é a consequência desta ação de controle sobre a superfície de chaveamento. A figura 5.10 mostra uma aproximação curva de velocidade onde se verifica a presença de um ruído de alta frequência poluindo a resposta do sistema como decorrência da ação de controle, o que atesta a presença do *chattering* sobre a superfície de chaveamento.

Esta situação ilustra a necessidade de incluir a camada de fronteira em uma estrutura do tipo FSMC, visando reduzir ou eliminar os efeitos de alta frequência no chaveamento do SMC.



Figura 5.10: Presença do Chattering na Velocidade

### 5.3.2 Resposta ao Degrau com FSMC

Procede-se então reestabelecendo o controlador FSMC de velocidade, com os ganhos apresentados na tabela 5.3 formando o diagrama da figura 5.6. Executa-se uma rotina de simulação com resposta ao degrau similar ao caso anterior, com a diferença no instante do segundo degrau na referência de velocidade que passa a ocorrer em  $6.2 \ s.$ 

A figura 5.11 apresenta a resposta ao degrau de velocidade para o controlador FSMC, na malha vetorial do motor de indução. O sistema apresenta uma trajetória similar à situação anterior, com uma taxa de aceleração menor devido ao valor do ganho  $K_w$  adotado. Nota-se novamente uma dinâmica rápida, sem sobressinal, com o sistema acomodando-se ao atingir a superfície de chaveamento, em torno de 1.0 s para o primeiro degrau e de 1.8 segundos para o segundo degrau de velocidade.

Porém, o resultado mais interessante fica por conta da ação de controle verificada para o controlador FSMC, conforme apresentada na figura 5.12. Apesar de apresentar descontinuidades, que são inerentes à natureza chaveada de um controlador SMC, a ação não apresenta o chaveamento mostrado para o caso anterior. Como consequência, o controlador elimina o *chattering* da resposta de velocidade. Este resultado é atingido sem que se especifique um valor para a camada de fronteira da porção chaveada do controlador, que é determinada pelo sistema fuzzy. Nota-se ainda que o sinal apresenta um crescimento proporcional a velocidade, o qual se deve a componente de controle equivalente do controlador.

A figura 5.13 apresenta no detalhe a resposta no intervalo entre 0 e 6 s, de maneira que se possa estabelecer uma comparação com a resposta do controlador PI, para condições de simulações idênticas, conforme apresentada no capítulo 3. O



Figura 5.11: Resposta ao Degrau de Velocidade para o FSMC

valor do ganho  $K_w$  escolhido para a malha de velocidade foi adotado de maneira que a resposta do FSMC fosse similar, em termos de tempo de subida, a do controlador PI. Contudo a dinâmica subamortecida do sistema com controlador PI confere melhor desempenho dinâmico ao FSMC por se acomodar diretamente sobre a superfície de chaveamento.

Pela figura 5.14 nota-se a diferença entre as ações de controle dos dois controladores, PI e FSMC. Onde o primeiro apresenta a sua ação típica com uma dinâmica suavizada resultante do processamento do erro e da integral do erro, enquanto o segundo exibe uma ação descontínua, sem chaveamento de alta frequência. As duas curvas de ação de controle tendem para o mesmo valor quando o sistema atinge o equilíbrio dinâmico.

E pertinente ainda verificar os sinais de tensão para as coordenadas d - qdo estator do motor de indução. A figura 5.15 apresenta estes sinais que são gerados a partir dos controladores de corrente dos respectivos eixos, também do tipo FSMC. A ação de controle não apresenta componentes de frequência elevada, o que denota a ausência de *chattering* nas malhas de corrente. A tensão  $v_{qs}$  atua acompanhando a dinâmica da velocidade, regulando a corrente  $i_{qs}$  de forma a ajustar o torque requerido pela ação de controle de velocidade. A tensão  $v_{ds}$  atua buscando regular a corrente  $i_{ds}$  que deve manter o fluxo do rotor constante, de acordo com a estratégia de controle vetorial.

#### 5.3.3 Perturbação de Carga

Um segundo teste para o FSMC é considerar uma perturbação de carga atuando no motor, como realizado para o controlador PI. Neste caso, a perturbação tem



Figura 5.12: Sinal de Controle de Velocidade para a Resposta ao Degrau FSMC

amplitude de 10% do torque nominal do motor, sendo aplicada no instante de 2 s, com o motor em regime permanente de velocidade. A perturbação é mantida persistentemente até o fim da simulação.

A figura 5.16 apresenta a resposta velocidade do FSMC para perturbação de carga. Observa-se que, no instante da perturbação a resposta passa a apresentar um pequeno desvio em relação a referência, o que constitui erro de regime permanente, por se manter constante indefinidamente com a presença da carga. Verificou-se que este erro pode ser confinado a valores menores a medida em que se aumenta do ganho da ação de controle  $K_w$ , contudo, ainda que pequeno o controlador não garante a correção do erro em regime permanente.

O FSMC apresenta assim uma redução da robustez em relação ao SMC como condição para a eliminação do *chattering*, um erro de regime permanente à perturbações persistentes de carga. Na figura 5.17 é apresentado o sinal de controle para a perturbação de carga. Verifica-se que o controlador responde rapidamente, o que permite limitar o desvio a valores bem menores que àqueles verificados quando a perturbação é aplicada ao controlador PI contudo sem eliminar o erro de regime.

Um detalhe que deve ser observado é quanto a amplitude da perturbação de carga admissível para o FSMC. Pela condição de limitação do ganho mínimo para a ação chaveada, o ganho deve ser superior à máxima perturbação de carga, do contrário o controlador não garante estabilidade.

#### 5.3.4 FSMC-PI

Ainda que com o aumento do ganho na componente chaveada do controlador de velocidade se atinja erros menores para perturbações de carga, a persistência do

erro é sem dúvida uma propriedade inconveniente para a estratégia de controle FSMC. Uma razão para a permanência do erro de regime é a ausência de uma componente integral, haja vista que controladores a estrutura chaveada, conforme projetados, atuam apenas com uma componente proporcional com ganho elevado.

Assim pode-se estabelecer uma associação entre um controlador FSMC e um controlador PI buscando combinar as vantagens de ação de controle de cada um tendo em vista melhorias de desempenho em relação ao FSMC atuando isoladamente.

Uma maneira conveniente para combinar estas duas estruturas de controle é fazer com que o FSMC atue em regiões de erro elevado, ou de maneira equivalente, quando a resposta está afastada da superfície de chaveamento, enquanto o controlador PI pode atuar em regiões próximas a  $s_w$ , onde o erro é pequeno.

Esta combinação permite utilizar o controlador não linear nas regiões de maior não-linearidade do sistema e o controlador linear em uma região estreita, que pode ser considerada linear, onde seu desempenho deve ser superior ao controlador não linear.

Um fator importante nesta abordagem é a especificação de uma condição que estabeleça um critério de transição de um controlador para o outro. Pode-se em um primeiro momento buscar utilizar um chaveamento abrupto entre as duas estruturas, utilizando, por exemplo, um limiar de erro como critério de chaveamento. Contudo, a proposta apresentada em [22] mostra uma maneira conveniente de realizar esta transição de forma suave atravez do conceito de pertinência de um sistema fuzzy.

A figura 5.18 apresenta a proposta de combinação do FSMC com um controlador PI por meio de conjuntos fuzzy. Neste caso pode-se estabelecer uma base de regras simples do tipo: se  $s_w$  é grande, então a ação de controle é do tipo FSMC, se  $s_w$  é pequeno, então a ação de controle é dada pelo controlador PI.

Assim, pode-se definir que cada controlador terá a sua contribuição na ação total de controle. Esta contribuição é estabelecida pela pertinência de cada um para um dado valor de  $s_x$ . No caso, as pertinências são definidas por  $\mu_{FSMC}$  e  $\mu_{PI}$ , para os controladores FSMC e PI respectivamente.

A transição se dá entre os valores  $n \in m$  que estabelecem o limiar de ação de cada controlador. Para  $s_w > m$  a ação é exclusiva do FSMC ( $\mu_{FSMC} = 1$  e  $\mu_{PI} = 0$ ). Para  $s_w < n$  a ação é exclusiva do PI ( $\mu_{FSMC} = 0$  e  $\mu_{PI} = 1$ ). Na região de transição, onde ambos os controladores contribuem para a ação de controle vale a seguinte relação:  $\mu_{FSMC} + \mu_{PI} = 1$ . O controlador resultante será denominado FSMC-PI

Esta estrutura é substituída na malha de controle vetorial do motor de indução, apenas no lugar do controlador FSMC de velocidade, sendo que a figura 5.19 apresenta o diagrama de blocos dos dois controladores atuando conjuntamente a partir da combinação por meio da pertinência de cada um ao valor de  $s_w$ .

Com o controlador assim estabelecido os ganhos do controlador PI foram inicialmente projetados, baseados mesmos critérios adotados no capítulo 3. Contudo, tendo em vista que nesta nova condição o controlador passa a atuar em uma região de erro pequeno, mostrou-se necessário um ajuste nos ganhos  $k_{pw}$  e  $k_{iw}$  de maneira a obter resultados satisfatórios. Assim, o valor do ganho proporcional foi dobrado em relação àquele determinado anteriormente, enquanto que o valor do ganho integral foi aumentado em 6 vezes. Assim, os novos valores dos ganhos foram dados por:

$$k_{pw} = 2 * 0.0031 = 0.0061$$
  
 $k_{iw} = 6 * 0.0018 = 0.0108$ 

O valor dos parâmetros  $n \in m$  foram ajustados empiricamente, de onde se verificou que resultados satisfatórios foram atingidos para n = 3% e m = 5% do valor de regime, respectivamente.

Assim, foi executada a rotina de simulação para perturbação de carga em condições idênticas as aplicadas para o PI e para o FSMC isoladamente.

A figura 5.20 apresenta a resposta para o FSMC-PI junto com a resposta para o controlador PI, para a referência ao degrau com perturbação de carga. Mostra-se que a ação combinada dos dois controladores confere um desempenho superior ao PI em ambos os eventos.

Na resposta ao degrau verifica-se que a ação do FSMC conduz o sistema rapidamente para a vizinhança de  $s_w$ , de forma que o tempo de subida é equivalente ao do controlador PI isoladamente. A resposta então se acomoda momentaneamente em um valor, que corresponde a região de transição entre os dois controladores. Neste intervalo o a componente PI do controlador passa a acumular erro devido a sua ação de controle integral, de modo que a resposta dinâmica é conduzida para o regime oscilando e se acomodando sobre a referência. Nota-se que a frequência de oscilação é maior do que a do PI isoladamente, o que se deve ao ganho integral maior.

Na perturbação de carga o controlador FSMC-PI também apresenta desempenho superior ao PI isoladamente. Enquanto o PI oscila, chegando a desvios de até 20% do valor de regime, o desvio do FSMC-PI fica confinado à região em que o PI atua. A ação do FSMC garante que o desvio não será maior que o valor de m. Além disso, a ação integral presente no FSCM - PI faz com que o erro devido à perturbação seja eliminado, apresentando assim melhorias em relação ao FSMC isoladamente onde o erro permanece dada a permanência da perturbação de carga.

Na figura 5.21 é mostrado o sinal de controle de velocidade para o FSMC-PI para a situação apresentada. É notória a combinação da ação de controle dos

dois controladores, onde o sinal do FSMC é apresentado durante maior parte do transitório da resposta ao degrau, de onde se passa a verificar uma acomodação no valor deste sinal e em seguida uma componente oscilatória devido a ação PI, conduzindo o sistema para a superfície de chaveamento.

Uma dinâmica similar é verificada neste sinal de controle para a perturbação de carga. No instante de aplicação de carga há uma súbita elevação do sinal de controle, caracterizando a componente FSMC. Conforme se verificou esta componente é insuficiente para vencer o erro de regime sozinha. De maneira similar à resposta ao degrau a ação da componente PI do FSMC-PI é manifestada, levando o sistema para o valor de regime, zerando o erro, a despeito da permanência da perturbação de carga.

Verifica-se assim que a combinação do controlador FSMC com o controlador PI conduz a uma estrutura de controle que consegue agregar as vantagens de ambas ambas as técnicas. O controlador FSMC garante robustez e rápida resposta dinâmica com eliminação do *chattering* atuando nas regiões de maior nãolinearidade, enquanto o controlador PI se encarrega de zerar erros que apareçam devido à perturbação, conduzindo o sistema para a superfície de chaveamento.



Figura 5.13: Resposta de Velocidade para os Controladores PI e FSMC



Figura 5.14: Sinal de Controle FSMC x PI



Figura 5.15: Tensões q-dFSMC



Figura 5.16: Velocidade com Perturbação de Carga - FSMC



Figura 5.17: Sinal de Controle FSMC com Perturbação de Carga



Figura 5.18: Ação dos Controladores FSMC e PI pelo valor de  $s_w$ 



Figura 5.19: Controlador FSMC e Controlador PI



Figura 5.20: Perturbação de Carga FSMC-PI x FSMC



Figura 5.21: Sinal de Controle

# Capítulo 6

## Conclusão

Esta dissertação tratou do acionamento com velocidade variável pela técnica de controle vetorial do motor de indução. Investigou-se o desempenho de controladores do tipo modo deslizante, combinados com um sistema fuzzy em uma configuração do tipo fuzzy modo deslizante - FSMC.

Inicialmente foi desenvolvido um modelo dinâmico em coordenadas girantes d-q para o motor de indução, onde se buscou representar a dinâmica tanto no transitório quanto em regime permanente por um modelo em espaço de estados a parâmetros fixos do motor. Os testes em partida direta validaram um modelo de quinta ordem, cujas variáveis são as componentes de corrente d-q do estator e as respectivas componentes d-q de fluxo do rotor, além da velocidade mecânica do eixo do rotor.

A estratégia de controle vetorial foi desenvolvida impondo condições sobre as componentes de fluxo do rotor, nas equações dinâmicas do modelo desenvolvido, visando o desacoplamento entre o controle de fluxo e de torque.

A aplicação de controladores PI nas malhas de velocidade e de corrente permitiu comprovar a validade do controle vetorial como uma maneira efetiva de se controlar fluxo e torque separadamente, permitindo o controle de velocidade do motor. Para o projeto do controlador PI foram consideradas as equações dinâmicas de velocidade e corrente, conforme o caso, de onde se representou a dinâmica dessas variáveis a partir de um modelo de primeira ordem, sob o qual os controladores foram projetados.

Foram realizados estudos computacionais no acionamento do motor de indução com controladores PI, onde se investigou o desempenho dos controladores para a resposta dinâmica do tipo degrau para a velocidade e perturbação de carga. Os controladores apresentaram um bom desempenho dinâmico, tanto na malha de velocidade quanto nas malhas de corrente. Respondendo de acordo com o projeto para um sistema subamortecido. Na presença da perturbação de carga o controlador de velocidade apresentou um súbto afastamento da referência, sendo capaz, no entanto, de corrigir o erro e se acomodar sobre a referência mesmo com a persistência da perturbação.

Foram apresentados então conceitos básicos dos sistemas a estrutura variável, em particular aqueles que mostram o uso de variação da estrutura de sistemas dinâmicos visando a síntese de controladores. Assim foram apresentados os controladores modo deslizante como uma consequência de se garantir a atratividade e o regime de deslizamento sobre uma superfície de chaveamento. Discutiu-se as propriedades inerentes deste controlador, como estabilidade, resposta dinâmica, robustez com respeito a perturbações de carga e variações paramétricas além de se tratar da natureza descontínua de sua ação de controle.

Visando descrever matematicamente a dinâmica em modo deslizante desenvolveuse a técnica de controle equivalente, que descreve o movimento dinâmico sobre a superfície de chaveamento além da técnica da regularização, que permite relachar as condições de modo deslizante para descrever o movimento sobre a superfície de chaveamento por meio do conceito de camada de fronteira.

Foi discutido o problema do *chattering* como um efeito indesejável devido à ação de controle chaveada de alta frequência em um controlador SMC. Apresentase então o conceito de controlador modo deslizante com camada de fronteira como uma maneira efetiva de aliminar o *chattering* no modo deslizante ao custo de se introduzir um erro em regime permanente no sistema.

São apresentados os conceitos de um controlador fuzzy modo deslizante, que combina a ação descontínua de um controlador SMC com o tratamento por termos linquísticos próprio de um sistema fuzzy, de onde se lança a proposta de utilizar o sistema fuzzy para promover o ajuste da camada de fronteira em um controlador modo deslizante, formando o FSMC.

São projetados controladores modo deslizante para as malhas de velocidade e corrente, a partir da composição de uma ação de controle chaveada, que garante a condição de atratividade e do controle equivalente.

Foram então apresentados os controladores FSMC, e um sistema fuzzy foi desenvolvido para operar tanto no controlador de corrente quanto no de velocidade. Este sistema recebe como entrada o valor de  $s_x$  e dão como saída a respectiva largura da camada de fronteira.

Visando avaliar o desempenho do controlador FSMC no acionamento vetorial do motor de indução foram executadas rotinas de simulação computacional similares àquelas utilizadas na avaliação do controlador PI. Inicialmente foi executada a simulação com um controlador SMC com ação descontínua e ganho elevado apenas na malha de velocidade.

Verificou-se que o controlador garante uma resposta dinâmica rápida, sem sobressinal, com acomodação instantânea sobre a superfície de chaveamento. O controlador garante ainda uma total imunidade a perturbação de carga, comprovando as propriedades de robustez associadas aos controladores SMC.

Contudo, a ação de controle com chaveamento de elevada frequência verificado mostra-se irrealizável do ponto de vista prático, tendo em vista a velocidade limitada de chaveamento das chaves elétricas reais. Este chaveamento teve como consequência também o aparecimento do *chattering* sobre a superfície de chaveamento de velocidade, identificado como uma como uma componente de sinal de alta frequência verificada na resposta do sistema.

Foram então realizadas simulações para o controlador FSMC, para resposta ao degrau e para a perturbação de carga. Na resposta dinâmica ao degrau o controlador apresentou, com o ganho estabelecido, uma resposta dinâmica com aceleração constante, sem sobressinal, se acomodando diretamente sobre a superfície de chaveamento. Este resultado foi atingido sem que o controlador apresentasse uma ação de controle chaveada. A ação de controle do FSMC manifestou-se sem *chattering*, tanto para a malha de corrente quanto para a malha de velocidade. Mostrando que o sistema fuzzy é uma maneira efetiva para se ajustar a camada de fronteira sem que se projete um valor fixo para este parâmetro.

O controlador FSMC foi submetido então a uma perturbação de carga visando avaliar sua robustez para este tipo de evento. Verificou-se que a perturbação apresenta um efeito de erro de velocidade pequeno comparativamente ao observado no caso do controlador PI. Contudo, diferentemente deste último, o FSMC não garante a correção do erro, que se manifesta em regime permanente dada que a perturbação de carga é persistente.

Visando aproveitar as vantagens dinâmicas do controlador FSMC e garantirlhe a eliminação do erro de regime, foi adotada a estratégia de se combinar a ação deste controlador com um PI, buscando assim, dotar a ação de controle resultante de uma componente integral que possa processar e corrigir erros de rastreamento.

Buscou-se assim associar uma técnica não-linear a uma linear, valendo-se das vantagens relativas de uma e da outra em cada região de operação do sistema. A transição entre uma estrutura de controle foi dada a partir do conceito de pertinência aos conjuntos fuzzy. Esta estrutura foi chamada de FSMC-PI.

Foi executada a rotina de simulação de resposta ao degrau com perturbação de carga para o controlador FSMC-PI, tal como para as duas estruturas isoladamente. Verificou-se que este controlador híbrido combina satisfatoriamente as vantagens de ambas as estruturas de controle, conferindo uma rápida resposta dinâmica e pequena sensibilidade a perturbação de carga atribuida a componente do FSMC, e a correção de erro estático devido a ação integral da componente de controle PI. Comparativamente ao controlador PI isoladamente o FSMC-PI apresentou melhor resposta dinâmica e maior robustez à perturbação.

## 6.1 Trabalhos Futuros

Os resultados atingidos até o momento demonstram a necessidade de se continuar a investigar as estratégia de controle modo deslizante e a sua combinação com técnicas inteligentes ou mesmo lineares, como o caso do controlador FSMC-PI. Assim, são lançadas propostas a serem pesquisadas em etapas futuras deste trabalho a fim de prover melhorias de avaliação e de resultados para a estratégia de controle adotada. Assim, entre as propostas para trabalhos futuros destacam-se:

- Investigação de controlados modo deslizantes digitais, tendo em vista a necessidade de se executar estes algoritmos em dispositivos de processamento digital de sinais;
- Investigação de observadores modo deslizante para a inclusão na malha de controle, visando desenvolver o acionamento vetorial através de técnicas do tipo *sensorless*;
- Concluir a bancada experimental, que encontra-se em fase de desenvolvimento, visando implementar estratégias de controle não lineares, como o FSMC, no acionamento vetorial do motor de indução.

## Apêndice A

## Programas de Simula Matlab

## A.1 Partros do Motor

%% UFPA - ITEC - PPGEE %% Parametros do motor de indu % Raphael Barros Teixeira clear all clc %% Parametros da mina de 0.5 C.V.: hp = 1/2;% Potia (CV); Pn = 370;% Potencia (W); f = 60;% Frequia (Hz); we = 2\*pi\*60; % Velocidade (rad/s); P = 2;% Nmero de p; wsm = 2/P\*we;% Velocidade srona(rad/s); Nrm = 3370;% Velocidade mecca (rpm); % Velocidade mecca (rad/s); wrm = Nrm\*2\*pi/60; s = (wsm - wrm)/wsm; % Escorregamento; V1 = 220;% Tensde linha; Vf = V1/sqrt(3); % Tensde fase; fp = 0.6110;% Fator de potia; If = Pn/(sqrt(3)\*Vl\*fp); % Corrente de fase; Tn = Pn/wrm;% Torque nominal;

```
rs = 21.6;
                            % Resistia do estator;
rr = 11.028;
                            % Resistia do rotor;
Lls = 20.261/we;
                            % Indutia de disperss;
Lm = 130.282/we;
                            % Indutia de magnetiza;
Llr = 20.261/we;
                           % Indutia de dispersr;
Ls = Lls + Lm;
                            % Indutia do estator;
Lr = Llr + Lm;
                           % Indutia do rotor;
J = 0.0012;
                            % Momento de inia;
B = 0.0009;
                            % Coeficiente de atrito;
%% Vetor de estados:
x0 = [0 0 0 0 0]'; % Condis iniciais;
ParametrosMI = [rs rr Ls Lr Lm P J B we];
%% Enfraquecimento de campo;
phin = V1/we;
wrw = -1.5*Nrm:0.01:1.5*Nrm;
Nw = length(wrw);
phir = zeros(1,Nw);
for i = 1:Nw;
    if abs(wrw(i)) < Nrm;</pre>
        phir(i) = phin;
    else
        phir(i) = phin*Nrm/abs(wrw(i));
    end
end
```

## A.2 Rotina de simula do motor de indu

```
% S-Function motor indu:
% UFPA - PPGEE: Raphael B. Teixeira
function [sys,x0,str,ts]=Motor(t,x,u,flag,ParametrosMI,xi)
switch flag
case 0 [sys,x0,str,ts] = Inicio(xi);
case 1 sys = Estados(t,x,u,ParametrosMI);
case 3 sys = Saida(t,x,u);
case {2,9} sys = [];
otherwise error(['Flag invdo = ',num2str(flag)]);
```

end

```
function [sys,x0,str,ts] = Inicio(x0)
    sizes = simsizes;
    sizes.NumContStates = 5;
    sizes.NumDiscStates = 0;
    sizes.NumOutputs
                       = 3;
    sizes.NumInputs
                         = 4;
    sizes.DirFeedthrough = 0;
    sizes.NumSampleTimes = 1;
    sys = simsizes(sizes);
    str = []; ts = [0 0];
function sys = Estados(t,x,u,ParametrosMI)
%% Entradas e variis e partros:
    vds=u(1,1); vqs=u(2,1);
    Tl=u(3,1);
    iqs = x(1,1); ids = x(2,1);
    Phiqr = x(3,1); Phidr = x(4,1);
    wr = x(5,1);
    Phiqs = sig*Ls*iqs + (Lm/Lr)*Phiqr;
    Phids = sig*Ls*ids + (Lm/Lr)*Phidr;
    Te=(3/2)*(P/2)*(Phids*iqs - Phiqs*ids);
%% Equas de estado:
    piqs = -(rs/(Ls*sig)+(1-sig)/(sig*tr))*iqs + Lm/(sig*Ls*Lr*tr)*Phiqr...
    - Lm/(sig*Ls*Lr)*wr*Phidr + 1/(sig*Ls)*vqs;
    pids = -(rs/(Ls*sig)+(1-sig)/(sig*tr))*ids + Lm/(sig*Ls*Lr)*wr*Phiqr...
    + Lm/(sig*Ls*Lr*tr)*Phidr + 1/(sig*Ls)*vds;
    pPhiqr = Lm/tr*iqs - 1/tr*Phiqr + wr*Phidr;
    pPhidr = Lm/tr*ids - wr*Phiqr - 1/tr*Phidr;
    pwr = 1/J*(Te - Tl - B*wr);
sys=[piqs,pids,pPhiqr,pPhidr,pwr];
function sys = Saida(t,x,u)
    iqs = x(1);
    ids = x(2);
    wr=x(5);
sys = [wr;ids;iqs];
```

### A.3 Rotina de Projeto dos Controladores PI

## A.4 Rotina do FSMC

```
function u = fuzzysmcw(s)
    %% Ganhos de Entrada e Sa:
ks = 30;
    ku = 1;
    %% Entrada
    S = ks * s;
    %% Fuzzyfica
    % Conjuntos Fuzzy de Entrada;
    NG = 1;
                % Negativo Grande;
    NM = 2;
                % Negativo Mo;
            % Negativo Pequeno;
% Zero;
    NP = 3;
    Z = 4;
    PP = 5; % Positivo Pequeno;
PM = 6; % Positivo Mo;
    PG = 7; % Positivo Grande;
    % Determina da pertinia:
    MuS = zeros(1,7);
    MuS(NG) = mitrapezoidal(-10000.0, -10000.0, -1.0, 0, S);
    MuS(NM) = mitrapezoidal(-1.0, -2/3, -2/3, 0, S);
    MuS(NP) = mitrapezoidal(-2/3, -1/3, -1/3, 0.0, S);
    MuS(Z) = mitrapezoidal(-1, 0, 0, 1, S);
    MuS(PP) = mitrapezoidal(0.0, 1/3, 1/3, 2/3, S);
    MuS(PM) = mitrapezoidal(0, 2/3, 2/3, 1, S);
    MuS(PG) = mitrapezoidal(0, 1, 10000.0, 10001.0, S);
%
      % Determina da pertinia:
%
      MuS = zeros(1,7);
%
      MuS(NG) = mitrapezoidal(-10000.0, -10000.0, -1.0, -2/3, S);
%
      MuS(NM) = mitrapezoidal(-1.0, -2/3, -2/3, -1/3, S);
%
      MuS(NP) = mitrapezoidal(-2/3, -1/3, -1/3, 0.0, S);
%
      MuS(Z) = mitrapezoidal(-1/3, 0, 0, 1/3, S);
```

```
%
      MuS(PP) = mitrapezoidal(0.0, 1/3, 1/3, 2/3, S);
      MuS(PM) = mitrapezoidal(1/3, 2/3, 2/3, 1, S);
%
%
      MuS(PG) = mitrapezoidal(2/3, 1, 10000.0, 10001.0, S);
   %% Defuzzyfica
   % Centros dos Conjuntos de Sa;
   M = [-1 - 0.6 - 0.4 0 0.4 0.6 1];
   NumSu = sum(MuS.*M);
   DenSu = sum(MuS);
   % Sa:
   u = ku*(NumSu/DenSu);
end
%% Partros de Projeto
tauwd = 100e-3 % Contante de tempo velocidade;
taucd = 3e-3 % Constante de tempo corrente;
%% Projeto do Controlador de Corrente
k1 = (rs/(Ls*sig) + (1-sig)/(tr*sig))
k2 = (1/(sig*Ls))
Kc = k2/k1;
tauc = 1/k1;
numc = Kc;
denc = [tauc 1];
Hc=tf(numc,denc)
% Controlador:
Kpc = tauc/(taucd*Kc)
Kic = Kpc/tauc
Pc = [1 (1+Kpc*Kc)/tauc Kic*Kc/tauc]
sc = roots(Pc)
```

```
%% Projeto do Controlador de Velocidade:
J = 0.0012;
B = 0.0009;
Kw = 1/B;
tauw = J/B;
Hw = tf(Kw,[J/B 1]);
% Controlador
Kpw = tauw/(tauwd*Kw)
Kiw = Kpw/tauw
Pw = [1 (1+Kpw*Kw)/tauw Kiw*Kw/tauw];
sw = roots(Pw);
```

## **Referências Bibliográficas**

- [1] Joao C. Palma. Accionamentos Eletromecânicos de Velocidade Variável. Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- [2] Felix Blaschke. The principle of field orientation as applied to the new transvector closed-loop control system for rotating-field machines. *Siemens Review*, 39, 1972.
- [3] B. Bose. Modern Power Electronics and AC Drives. Prentice Hall, 2002.
- [4] P. Krause, O Wasynczuk, and S. Sudhoff. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. John Willey Sons, 2001.
- [5] Chee-Mun Ong. Dynamic Simulation of Eletric Machinery. Prentice Hall, 1998.
- [6] Edson Bim. *Minas Elicas e Acionamento*. Campus, 2009.
- [7] Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering. Prentice Hall, 2002.
- [8] L. Barazane, P. Sicard, and R. Ouiguini. Cascade fuzzy variable structure control of induction motor based on the approach of fuzzy modelling of benghalia. *International Journal of Systems Science*, 40, 2009.
- [9] Fateh Mahazzem, Abdellatif Reama, Yskandar Hamam, and Hocine Benalla. Cascade sliding mode control of a field oriented induction motors with varying parameters. International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices - IEEE, 2008.
- [10] V. Utkin, J. Guldner, and Jingxin Shi. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. CRC Press, 1999.
- [11] V. I. Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22:212 222, 1977.

- [12] Asif Sabanovic, Leonid Fridman, and Sarah Spurgeon. Variable Structure System, from Principles to Implementation. IET Control Engineering Series 66, 2004.
- [13] Kanungo Barada Mohanty. Sensorless sliding mode control of induction motor drives. *IEEE*, 2008.
- [14] Brian O'Dell. Fuzzy Sliding Mode Control: A Critical Review. Oklahoma State University, 1997.
- [15] Kevin Passino and Stephen Yurkovich. Fuzzy Control. Addison Wesley, 1998.
- [16] L. X. Wang. A Course in Fuzzy Systems and Control. Prentice Hall PTR, 1997.
- [17] Kemalettin Erbatur and Berc Calli. Fuzzy boundary layer tuning as applied to the control of a direct drive robot. *IEEE Industrial Electronic Society*, 2007.
- [18] Mustafa Resa Becan. Sliding mode control with fuzzy boundary layer to air-air interception problem. Word Academic Science, Engineering and Technology, 2005.
- [19] Mustafa Resa Becan. Fuzzy boundary layer solution to nonlinear hydraulic position control problem. Word Academic Science, Engineering and Technology, 2005.
- [20] Pragyanshree Parida. A Sliding Mode Controller for Induction Motor Drive. National Institute of Rourkela, 2009.
- [21] Hai-Ping Pang, Cheng-Ju Liu, and Wei Zhang. Sliding mode fuzzy control with application to eletrical servo drive. *International Conference on Intelli*gent Systems Design and Applications - IEEE, 2006.
- [22] Haider A. F. Mohamed, S. S. Yang, and M. Moghavvemi. Improving induction motors speed and flux control using fuzzy-smc-pi. *IEEE*, 2009.