



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE DOUTORADO

**INVERSÃO VINCULADA DE DADOS DE EMAP E MT-1D
ANISOTRÓPICO**

CÍCERO ROBERTO TEIXEIRA RÉGIS

Belém

2000

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
GEOFÍSICA

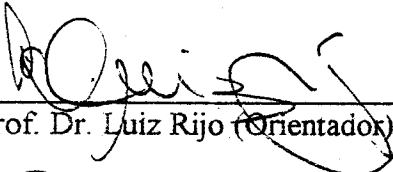
INVERSÃO VINCULADA DE DADOS DE EMAP E MT 1-D ANISOTRÓPICO

TESE APRESENTADA POR
CÍCERO ROBERTO TEIXEIRA RÉGIS

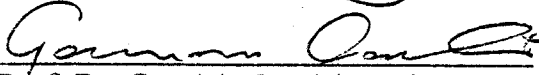
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação: 26/ 11 / 1999

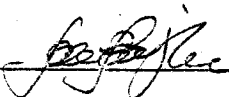
COMITÊ DE TESE:



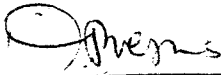
Prof. Dr. Luiz Rijo (Orientador)



Prof. Dr. Gervásio Protásio S. Cavalcante



Prof. Dr. João Batista Corrêa da Silva



Prof. Dr. Om Prakash Verma



Prof. Dr. Sérgio Luiz Fontes

BELEM

1999

A Solange.

AGRADECIMENTOS

Ao Curso de Pós-graduação em Geofísica e a todo corpo docente, técnico e administrativo por terem propiciado os meios para a realização deste trabalho.

Ao Dr. Luiz Rijo, pela orientação e paciência que teve comigo durante todos estes anos.

Aos amigos Paulo Carvalho e Ronaldo Mendes por tantas horas de bate-papo sem as quais o trabalho na geofísica daria muito menos prazer.

Ao meu irmão Claudio, que me presenteou com a máquina na qual desenvolvi e executei os programas de inversão.

Aos membros da banca examinadora, em especial ao Prof. Dr. João Batista Corrêia da Silva, cujos comentários e sugestões contribuíram em muito para melhorar esta tese.

Ao Núcleo Pedagógico Integrado, que me concedeu a licença para a realização deste trabalho, sem a qual esta tese não existiria.

SUMÁRIO

	p.
DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1 - INTRODUÇÃO	3
2 - FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DA INVERSÃO	7
2.1 O PROBLEMA INVERSO	7
2.2 O MODELO INTERPRETATIVO	12
2.3 ESCOLHA DOS PARÂMETROS A SER VINCULADOS	13
2.4 CÁLCULO DA MATRIZ DE SENSIBILIDADE	14
3 - INVERSÃO DE DADOS 1-D ANISOTRÓPICOS	16
3.1 ESCOLHA DAS OBSERVAÇÕES	17
3.2 INVERSÃO	18
3.2.1 Modelo 1-a	21
3.2.2 Modelo 1-b	24
3.2.3 Inversão com vínculo incorreto	36
3.2.4 Modelo 2	36
4 - INVERSÃO DE DADOS 2-D DO EMAP	48
4.1 O MÉTODO EMAP	48
4.2 METODOLOGIA DA INVERSÃO	56
4.2.1 Escolha do modelo interpretativo.	56
4.2.2 A camada de static shift.	57
4.2.3 Vínculos de igualdade aproximados.	57
4.2.4 Escolha das observações e parâmetros.	58
4.3 INVERSÃO DE DADOS SINTÉTICOS	59

4.4 INVERSÃO DE DADOS REAIS	71
5 - CONCLUSÃO	78
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	80
A - TABELAS COM OS RESULTADOS DA INVERSÃO 2D	82

RESUMO

Uma técnica para a inversão de dados magnetotelúricos é apresentada neste trabalho. Dois tipos de dados são tratados aqui, dados gerados por modelos unidimensionais com anisotropia na condutividade das camadas e dados bi-dimensionais de levantamentos do método EMAP (ElectroMagnetic Array Profiling). Em ambos os casos fazemos a inversão usando vínculos aproximados de igualdade para estabilizar as soluções. Mostramos as vantagens e as limitações do uso destes vínculos nos processos de inversão. Mesmo vinculada a inversão ainda pode se tornar instável.

Para inverter os dados 2-D do EMAP, apresentamos um processo que consiste de três partes: 1- A construção de um modelo interpretativo e da aproximação inicial para a inversão a partir dos dados de seções de resistividade aparente filtradas pelo processo de filtragem do EMAP; 2- a inclusão de uma camada de corpos pequenos aflorantes, chamada de *camada de static shift*, aos modelos interpretativos para resolver as fontes de distorções estáticas que contaminam os dados; 3- o uso dos vínculos aproximados de igualdade absoluta para estabilizar as soluções. Os dois primeiros passos nos permitem extrair o máximo de informação possível dos dados, enquanto que o uso dos vínculos de igualdade nos permite incluir informação a priori que possua significado físico e geológico. Com estes passos, obtemos uma solução estável e significativa.

Estudaremos o método em dados sintéticos de modelos bi-dimensionais e em dados reais de uma linha de EMAP feita na Bacia do Paraná.

ABSTRACT

We present a technique to invert magnetotelluric data. Two kinds of MT data are treated: data generated by anisotropic one-dimensional models and two-dimensional data from EMAP (ElectroMagnetic Array Profiling) surveys. In both cases we perform the inversions using approximate equality constraints to stabilize the solutions. We show the advantages and the limitations of those constraints in the inversion process. Even when the inversion is constrained, it can still be unstable.

To invert the two-dimensional EMAP data we present a process that consists of three steps: 1- The interpretation model and the initial guess for each case are derived from the filtered apparent resistivity sections which are the result of the filtering process of the EMAP method; 2- One layer formed by small outcropping bodies (termed *static shift layer*) is added to the interpretation model in order to resolve the sources of static distortions that contaminate the data; 3- The inversion is constrained by approximate equality constraints. The first two steps enable us to extract the largest possible amount of information from the data, while the use of the approximate equality constraints allow us to incorporate a priori information which has true physical or geological meaning. With these steps we obtain solutions that are stable and meaningful.

We study the method in two-dimensional models as well as in real data from an EMAP line surveyed at the Paraná Basin.

1 - INTRODUÇÃO

No método magnetotelúrico, medidas dos campos elétricos e magnéticos naturais são feitas na superfície e os valores obtidos são usados para estimar a distribuição de condutividades no interior da terra. O método tem sido estudado desde a década de 1950 e tem sido muito aplicado até hoje.

O estudo teórico do método magnetotelúrico pode ser separado em dois problemas distintos, o problema de simular as medições dos campos através de modelos matemáticos, chamado problema direto, e o problema de tentar calcular as estruturas geoeletricas que geram determinados dados, chamado de problema inverso ou inversão.

Neste trabalho fazemos a inversão de dados magnetotelúricos gerados por dois tipos diferentes de modelos geo-elétricos: inicialmente estudamos modelos uni-dimensionais com anisotropia na resistividade elétrica das camadas, incluindo anisotropia inclinada; na segunda parte do trabalho apresentamos um método para a inversão de dados bi-dimensionais do método EMAP.

Apesar de existir um grande número de trabalhos na literatura sobre a modelagem de dados magnetotelúricos para modelos uni-, bi- e tri-dimensionais isotrópicos, há relativamente poucos trabalhos que incluem estudo de modelos com anisotropia. O'BRIEN & MORRISON (1967) estudaram modelos anisotrópicos formados por camadas homogêneas isotrópicas e uma camada, também homogênea, com anisotropia horizontal. Tais modelos, assim como modelos com várias camadas com anisotropia horizontal, têm características semelhantes ao caso bidimensional isotrópico se as direções principais da anisotropia em todas as camadas forem as mesmas. Neste caso, assim como no caso 2-D, podemos separar os modos TE e TM de propagação.

Para um caso um pouco mais realista geologicamente, REDDY & RANKIN (1971) calcularam o efeito de camadas com anisotropias inclinadas. A metodologia para modelagem da anisotropia utilizada neste trabalho é baseada naquela apresentada por esses autores e detalhada em Rijo (1991).

O problema de inverter dados magnetotelúricos também tem sido tratado de diferentes maneiras. ABRAMOVICI & SHOHAM (1977) estudam a inversão de dados MT 1-D anisotrópicos, modelando anisotropia horizontal, e usam truncamento dos valores singulares

(*singular value truncation*) como tentativa de estabilizar as iterações. Os autores constroem um modelo inicial anisotrópico para o processo de inversão a partir de dois modelos isotrópicos correspondentes às componentes da diagonal secundária do tensor de impedância.

Na primeira parte deste trabalho estudaremos a inversão de dados produzidos por modelos que incluem anisotropia inclinada nas camadas. A anisotropia inclinada aumenta ainda mais o grau de ambiguidade do problema, tornando a inversão um problema mais instável. Para estabilizar as soluções empregaremos vínculos de igualdade aproximados.

A inversão de dados MT em ambientes bi-dimensionais também não tem sido muito explorada na literatura geofísica. Um exemplo de inversão bi-dimensional foi apresentado por DEGROOT-HEDLIN & CONSTABLE (1990), sendo que estes autores empregam o método mostrado em CONSTABLE et. al. (1987), em que vínculos de igualdade são usados entre todos os parâmetros na inversão de modelos 1-D anisotrópicos, tentando chegar a modelos os mais suaves possíveis. Os autores comparam os modelos resultantes desse método com os conseguidos sem vínculos e mostram que conseguem modelos mais suaves. Eles afirmam que esse método estabelece um limite máximo para a suavidade dos modelos alcançados.

Quando tratamos de dados reais, temos uma situação mais complicada pela presença de ruído, tanto ruído aleatório inerente às técnicas de medidas como ruído geológico, provocado por feições geológicas não levadas em conta nos modelos usados na inversão.

Um tipo de ruído geológico que afeta muito os levantamentos magnetotelúricos é a chamada distorção estática ou "static shift". Variações da condutividade próximas à superfície provocam acúmulos de cargas que geram campos que distorcem os dados coletados em todas as frequências, fazendo com que as curvas de resistividade aparente sejam deslocadas uniformemente para cima ou para baixo, mascarando os valores reais.

Um método criado para reduzir essas distorções causadas por ruído geológico é o EMAP (ElectroMagnetic Array Profiling), apresentado por BOSTICK (1986). Neste método as medidas dos campos elétricos são feitas em uma linha contínua de dipolos de modo que elas sejam igualmente espaçadas para permitir a aplicação de um filtro espacial passa baixa que tenta eliminar ou diminuir os efeitos das distorções estáticas. Um processo iterativo é usado para escolher um valor ótimo da janela do filtro para cada posição na linha de dipolos e para cada frequência. Esse processo é baseado na análise da profundidade de penetração calculada para cada valor medido da impedância da onda. O resultado do EMAP é uma imagem bi-dimensional da estrutura de condutividades sob a linha de dipolos, que pode ser usada para a interpretação geofísica.

O EMAP é descrito em detalhes em dois artigos de TORRES-VERDÍN & BOSTICK

(1992, a e b), em que os autores apresentam e aplicam o método em modelos bi-dimensionais, assim como em dados reais. Estudos da aplicação do EMAP em modelos bi e tri-dimensionais são apresentados em RÉGIS (1994) e REGIS & RIJO (1995 e 1996).

Na segunda parte deste trabalho é apresentada uma metodologia para a inversão de dados bidimensionais do método EMAP, o que até aqui ainda não havia sido feito, estando os estudos de EMAP publicados limitados ao uso da chamada transformada de Bostick para representar os dados em pseudo-seções de resistividade aparente versus profundidade.

A sequência da apresentação desta tese foi organizada da maneira a seguir.

No capítulo 2 apresentamos os fundamentos matemáticos do processo de inversão com vínculos de igualdade aproximados.

Como uma primeira aplicação do uso da inversão com vínculos aproximados estudamos, no capítulo 3, modelos unidimensionais, formados por camadas anisotrópicas. O problema direto para este tipo de modelo é consideravelmente mais simples do que para o caso 2-D, porém, a inclusão da anisotropia o coloca numa posição intermediária, em termos de complexidade para a inversão, entre este último e o caso 1-D isotrópico. A anisotropia aumenta o nível de dificuldade para a inversão dos dados em relação ao problema 1-D isotrópico porque leva a um aumento na quantidade de informações que desejamos extrair dos dados e um aumento no grau de ambiguidade do problema.

Para esses modelos, procuraremos determinar, para cada camada, as espessuras, os valores das resistividades e as direções principais da anisotropia. Usaremos diretamente os elementos do tensor de impedância como observações no processo de inversão com o objetivo de utilizar toda a informação contida nos dados.

Este estudo de modelos 1-D anisotrópicos apresenta uma solução estável e geologicamente significativa para a inversão, o que não se havia conseguido até então, e serviu de modelo para o desenvolvimento dos programas para a inversão dos dados 2-D do EMAP.

O capítulo 4 apresenta uma metodologia para inversão dos dados de EMAP que consiste em, primeiro estabelecer, a partir do resultado da filtragem do método, o modelo interpretativo a ser empregado na inversão e, em seguida, aplicar a técnica de inversão vinculada apresentada nos capítulos 2 e 3 para a busca de uma solução estável.

Ao modelo interpretativo derivado da seção filtrada de EMAP acrescentamos sempre uma camada de corpos pequenos aflorantes, de tamanho fixo e cujas resistividades serão parâmetros a ser invertidos. Esta camada, que chamaremos "camada de distorção estática", será usada para dar conta das fontes de distorção estática nos dados, as quais aparecem de

maneira aleatória sob a linha de dipolos. Nesse capítulo estudaremos modelos bi-dimensionais formados por camadas homogêneas horizontais que contém corpos retangulares os quais podem ser encarados como os corpos-alvo do estudo.

Por fim, aplicamos o método de inversão em um conjunto de dados reais de EMAP, coletados na Bacia do Paraná, que apresentam distorções estáticas. Usaremos informações da gravimetria da área como informação a priori para gerar os vínculos.

2 - FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DA INVERSÃO

Neste capítulo mostramos a técnica de inversão vinculada que usaremos em nosso estudo. Nos capítulos seguintes empregaremos a mesma técnica para dois tipos de dados magnetotélúricos, o primeiro tipo gerado por modelos uni-dimensionais com camadas anisotrópicas (capítulo 3) e o segundo gerado por modelos bidimensionais isotrópicos, sendo simulados levantamentos do método EMAP, como é explicado no capítulo 4.

A inversão de dados magnetotélúricos é um problema não linear e mal-posto, o que significa que não possui solução única ou estável, ou seja, existem inúmeras soluções diferentes que conseguem reproduzir as observações com um mesmo nível de aproximação.

Para resolver este problema, somamos ao funcional que representa os dados observados um funcional estabilizante para introduzir informação a priori. Para minimizar o funcional formado por esta soma empregaremos o método de Gauss-Newton, que procura a solução iterativamente.

2.1 O PROBLEMA INVERSO

Representamos as observações geofísicas (\mathbf{y}) como uma função da frequência (ω) e dos parâmetros (\mathbf{p}) que formam o chamado modelo interpretativo, que consideramos como sendo aquele que gera os dados observados. Se tivermos N observações:

$$y_i = f(\mathbf{p}, \omega_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (2.1)$$

Neste trabalho, as observações do método magnetotélúrico serão as componentes reais e imaginárias dos elementos do tensor de impedância (capítulo 3) ou os valores de resistividade aparente e fase (capítulo 4). Os parâmetros de cada modelo serão definidos para cada situação diferente que for estudada.

O funcional que representa o ajuste entre os dados observados (y^o) e os valores calculados pela função $f(\mathbf{p}_k, \omega)$ para um dado conjunto de parâmetros \mathbf{p}_k é dado por:

$$\phi^o(\mathbf{p}_k) = \|\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)\|^2, \quad (2.2)$$

ou

$$\phi^o(\mathbf{p}_k) = [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)]^t [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)]. \quad (2.3)$$

Como o problema de minimizar ϕ^o é mal posto construímos um problema bem posto acrescentando informação a priori sobre os parâmetros, na forma de vínculos aproximados de igualdade absoluta (MEDEIROS & SILVA, 1996). Estes vínculos fazem com que a solução final tenda para valores de parâmetros para os quais temos informação geológica ou proveniente de outros métodos geofísicos. Isso é feito através de equações de vínculos da forma $p_j = v_j$, que escrevemos em notação matricial:

$$\mathbf{M}\mathbf{p} = \mathbf{v}. \quad (2.4)$$

\mathbf{v} são os valores aos quais vincularemos os parâmetros e \mathbf{M} é uma matriz cujas linhas são formadas por zeros exceto na posição do parâmetro que queremos vincular, onde o elemento será 1:

$$\begin{bmatrix} \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ p_i \\ \vdots \\ p_j \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ t_i \\ \vdots \\ t_j \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Vamos acrescentar esta informação ao processo de inversão, através do funcional

$$\phi^v = \|\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{v}\|^2, \quad (2.5)$$

ou

$$\phi^v = (\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{v})^t (\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{v}). \quad (2.6)$$

Resolvemos, então, o problema de minimizar o funcional não linear formado por:

$$\phi = \phi^o + \mu\phi^v. \quad (2.7)$$

Na equação 2.7 μ é um multiplicador que controla a importância relativa da informação a priori em relação à informação contida nas observações. Em todos os casos estudados aqui faremos as inversões com o valor $\mu = 1$.

Podemos esperar que a função $\phi(\mathbf{p})$, no entorno de seu mínimo possa ser aproximada por uma função quadrática. Então trabalharemos com a aproximação $\hat{\phi}$, que é a expansão da função $\phi(\mathbf{p})$ em série de Taylor em torno de uma aproximação p_k até o termo de segunda ordem:

$$\hat{\phi}(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}_k) + (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)^t \{\nabla_p \phi\}|_{p_k} + \frac{1}{2} (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)^t \nabla_p \{\nabla_p^t \phi\}|_{p_k} (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k). \quad (2.8)$$

ou, fazendo $\delta \mathbf{p} = (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)$,

$$\hat{\phi}(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}_k) + \delta \mathbf{p}^t \nabla_p \phi|_{\mathbf{p}_k} + \frac{1}{2} \delta \mathbf{p}^t \nabla_p \{ \nabla_p^t \phi \} |_{\mathbf{p}_k} \delta \mathbf{p}. \quad (2.9)$$

Escrevemos o gradiente $\nabla_p \phi$ e o hessiano $\nabla_p \nabla_p^t \phi^t$ como as somas dos gradientes (\mathbf{g}) e hessianos (\mathbf{H}) dos funcionais das observações (ϕ^o) e dos vínculos (ϕ^v):

$$\mathbf{g}_k^o = \nabla_p \phi^o |_{\mathbf{p}_k}, \quad \mathbf{H}_k^o = \nabla_p \nabla_p^t \phi^o |_{\mathbf{p}_k}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{g}_k^v = \nabla_p \phi^v |_{\mathbf{p}_k}, \quad \mathbf{H}_k^v = \nabla_p \nabla_p^t \phi^v |_{\mathbf{p}_k}. \quad (2.11)$$

Então:

$$\hat{\phi}(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}_k) + \delta \mathbf{p}^t (\mathbf{g}_k^o + \mu \mathbf{g}_k^v) + \frac{1}{2} \delta \mathbf{p}^t (\mathbf{H}_k^o + \mu \mathbf{H}_k^v) \delta \mathbf{p}. \quad (2.12)$$

Para encontrar o passo $\delta \mathbf{p}_k^*$ necessário para atingir o mínimo desta função, calculamos o gradiente em relação a δp e o igualamos ao vetor nulo:

$$\nabla_{\delta p} \{ \phi(\mathbf{p}_{k+1}) \} = \vec{0}. \quad (2.13)$$

Então:

$$(\mathbf{g}_k^o + \mu \mathbf{g}_k^v) + (\mathbf{H}_k^o + \mu \mathbf{H}_k^v) \delta \mathbf{p}_k^* = \vec{0} \quad (2.14)$$

$$\delta \mathbf{p}_k^* = -(\mathbf{H}_k^o + \mu \mathbf{H}_k^v)^{-1} (\mathbf{g}_k^o + \mu \mathbf{g}_k^v) \quad (2.15)$$

O gradiente e o hessiano do funcional dos vínculos são dados por:

$$\mathbf{g}_k^v = \nabla_p \{ (\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{t})^t (\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{t}) \} |_{\mathbf{p}_k}, \quad (2.16)$$

ou

$$\mathbf{g}_k^v = 2\mathbf{M}^t (\mathbf{M}\mathbf{p}_k - \mathbf{t}), \quad (2.17)$$

e

$$\mathbf{H}_k^v = \nabla_p \{ \mathbf{g}_k^{vt} \}, \quad (2.18)$$

ou

$$\mathbf{H}_k^v = 2\mathbf{M}^t \mathbf{M}. \quad (2.19)$$

O gradiente do funcional das observações é:

$$\mathbf{g}_k^o = \nabla_p \{ [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p})]^t [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p})] \} |_{\mathbf{p}_k}, \quad (2.20)$$

ou

$$\mathbf{g}_k^o = -2\nabla_p f^t(p) |_{\mathbf{p}_k} [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)], \quad (2.21)$$

ou, finalmente

$$\mathbf{g}_k^o = -2\mathbf{A}_k^t[\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)], \quad (2.22)$$

em que \mathbf{A}_k é a matriz de sensibilidade, cujos elementos são as derivadas parciais da função $\mathbf{f}(\mathbf{p})$ em relação aos parâmetros, avaliadas na aproximação \mathbf{p}_k :

$$A_{ij}|_k = \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right|_{\mathbf{p}_k}. \quad (2.23)$$

O hessiano \mathbf{H}_k^o é a derivada segunda de ϕ^o . Reescrevemos ϕ^o na forma:

$$\phi^o(\mathbf{p}_k) = [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)]^t [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)]; \quad (2.24)$$

$$\phi^o(\mathbf{p}_k) = \sum_{i=1}^N [y_i^o - f_i(p_k)]^2. \quad (2.25)$$

A primeira derivada será

$$\frac{\partial \phi^o}{\partial p_j} = -2 \sum_{i=1}^N \left\{ [y_i^o - f_i(p_k)] \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_j} \right\}. \quad (2.26)$$

A segunda derivada terá a forma:

$$\frac{\partial^2 \phi^o}{\partial p_l \partial p_j} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_l} \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_j} \right\} + 2 \sum_{i=1}^N \left\{ [f_i(p_k) - y_i^o] \frac{\partial^2 f_i(p_k)}{\partial p_l \partial p_j} \right\} \quad (2.27)$$

A aproximação de Gauss-Newton consiste em usar uma aproximação do hessiano na qual desprezamos os termos com as derivadas de segunda ordem. Observe que estes termos aparecem no somatório multiplicados por $[f_i(p_k) - y_i^o]$, e que estes termos tem valores menores quanto mais próximos estivermos do ajuste das observações, além de apresentarem valores positivos e negativos que tendem a se cancelar e diminuir a influência das segundas derivadas no somatório. Então, consideramos

$$\frac{\partial^2 \phi^o}{\partial p_l \partial p_j} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_l} \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_j} \right\} \quad (2.28)$$

Note que os termos multiplicados no somatório são as colunas l e j da matriz de sensibilidade, ou seja:

$$\mathbf{H}_k^o = \nabla_{\mathbf{p}} \{ \nabla_{\mathbf{p}}^t \phi^o \} |_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} = 2\mathbf{A}_k^t \mathbf{A}_k \quad (2.29)$$

Finalmente, o passo do método de Newton para minimizar o funcional ϕ será:

$$\delta \mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k^t \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}^t \mathbf{M})^{-1} \left\{ \mathbf{A}_k^t [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{M}^t (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \right\} \quad (2.30)$$

Se o funcional ϕ puder ser bem aproximado por uma forma quadrática o passo $\delta\mathbf{p}_k^*$ nos leva para o ponto de mínimo buscado, mas quando esta aproximação não for adequada o método de Gauss-Newton pode divergir, gerando um passo $\delta\mathbf{p}_k^*$ que faz com que o valor de ϕ cresça ao invés de diminuir.

Um método pelo qual podemos controlar o passo em um processo iterativo, garantindo a convergência, é o chamado método de Marquardt, que se baseia na seguinte análise: se em determinado momento o vetor de parâmetros \mathbf{p}_k estiver próximo ao mínimo, ϕ pode ser bem aproximada por uma forma quadrática e o vetor $\hat{\mathbf{p}}$ que minimiza a função $\hat{\phi}$ é encontrado através da equação 2.30:

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_k + (\mathbf{A}_k^t \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}^t \mathbf{M})^{-1} \{ \mathbf{A}_k^t [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{M}^t (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \}. \quad (2.31)$$

Por outro lado, se \mathbf{p}_k não estiver em uma região de convergência quadrática, podemos, pelo menos, dar um passo descendente na direção do gradiente da função naquele ponto:

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_k - c \nabla \phi(\mathbf{p}_k), \quad (2.32)$$

fazendo a constante c pequena o bastante para não ultrapassarmos o ponto de mínimo naquela direção. Então, calculando o gradiente na equação 2.32:

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_k + 2c \{ \mathbf{A}_k^t [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mathbf{M}^t (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \} \quad (2.33)$$

A equação 2.32 representa o método da máxima declividade, para se encontrar o mínimo de uma função.

Podemos combinar esses dois resultados em uma única equação adicionando um termo (λ) à diagonal da matriz dos hessianos na equação 2.30 da seguinte maneira:

$$\delta\mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k^t \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}^t \mathbf{M} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \{ \mathbf{A}_k^t [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{M}^t (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \}. \quad (2.34)$$

Teremos, então, em uma iteração qualquer, a seguinte situação: se o valor do parâmetro λ for grande em relação aos elementos da matriz dos hessianos, de maneira que a matriz $(\mathbf{A}_k^t \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}^t \mathbf{M} + \lambda \mathbf{I})$ seja de diagonal dominante, o método se aproximará do método da máxima declividade (eq. 2.32) e o valor de λ controlará o tamanho do passo dado na direção do gradiente; se o valor do parâmetro λ for muito pequeno comparado aos elementos da matriz, nos aproximamos da solução de mínimos quadrados do método de Newton. Então devemos usar um valor pequeno para λ quando estivermos em uma região de convergência quadrática, próximo de um mínimo, e um valor grande para λ quando não for este o caso.

O escalar λ é chamado de parâmetro de Marquardt e o método consiste em começar o processo com um vetor de parâmetros inicial \mathbf{p}_0 e um valor de λ pequeno, calcular a primeira aproximação e comparar o valor de $\hat{\phi}$ nessa aproximação com aquele calculado com os parâmetros iniciais. Sempre que $\hat{\phi}$ aumentar em relação à iteração anterior, multiplica-se o valor de λ por 10 e se calcula novamente a estimativa dos parâmetros naquela iteração, agora dando um passo menor na direção descendente do gradiente; quando o $\hat{\phi}$ diminuir em relação à iteração anterior, dividimos o valor de λ por 10, aumentando o tamanho do passo e substituímos \mathbf{p}_k por $\hat{\mathbf{p}}$. Repetimos esse processo até satisfazer o critério de convergência.

O critério de convergência que vamos usar aqui é definido em termos da função $\hat{\phi}$ e de um parâmetro de controle (ϵ), que deve ter um valor pequeno:

$$\left| \frac{\hat{\phi}_k - \hat{\phi}_{k+1}}{\hat{\phi}_k} \right| < \epsilon \quad (2.35)$$

Quando a equação 2.35 é satisfeita para $\epsilon < 0,1$ consideramos que foi atingido um ponto em que a variação de $\hat{\phi}$ é muito pequena e o método pára as iterações neste ponto.

Ao estimador dado pela equação 2.34 poderíamos acrescentar informação sobre suavidade dos modelos na forma de vínculos de igualdade relativa (CONSTABLE et. al., 1987; DEGRÖÖT & CONSTABLE, 1990). Entretanto, nas inversões que apresentaremos neste trabalho, não usaremos vínculos de suavidade, nos restringindo aos vínculos de igualdade absoluta. Na inversão de dados uni-dimensionais buscaremos detectar contrastes nas interfaces entre as camadas em modelos que são construídos com poucos parâmetros. As discontinuidades nas interfaces, muitas vezes com altos contrastes entre as camadas, são um dos objetivos da inversão e o uso de vínculos de suavidade nos afastaria deste objetivo.

2.2 O MODELO INTERPRETATIVO

O primeiro passo para o processo de inversão é a definição do modelo interpretativo, o qual será ajustado às observações durante a inversão. Neste caso, a primeira informação a priori que entra no processo é justamente a escolha deste modelo. A definição, por exemplo, do número de camadas geo-elétricas é feita antes de começar a inversão propriamente dita e este número não se modificará durante as iterações. Este tipo de inversão é restritivo com relação ao modelo interpretativo, mas tem a vantagem de permitir trabalhar com um número pequeno de parâmetros.

Para o caso das estruturas 1-D anisotrópicas, construímos os modelos interpretativos para a inversão a partir dos valores que aparecem nas curvas de resistividade aparente.

Para o caso 2-D, mostraremos mais adiante que os dados de EMAP, após a aplicação do processo de filtragem do método, nos permitem definir modelos interpretativos confiáveis para a inversão.

2.3 ESCOLHA DOS PARÂMETROS A SER VINCULADOS

A escolha de quais parâmetros serão vinculados deve ser feita em função da influência que cada parâmetro tem sobre a instabilidade nas soluções. Um método objetivo que usamos para medir esta influência dos parâmetros, ou de combinações de parâmetros, é através da análise da decomposição em valores singulares da matriz de sensibilidade ($A = USV^t$): fazemos a inversão não vinculada (que produz, portanto, uma solução instável) e encontramos como solução um vetor preliminar de parâmetros; calculamos a matriz de sensibilidade A , avaliada neste vetor, e o vetor δy . A solução de mínimos quadrados para a expressão $A\delta p = \delta y$ é dada pela equação 2.34 com $\mu = 0$. O estudo da decomposição em valores singulares desta matriz A pode nos revelar quais os parâmetros que podem ser identificado a partir das observações e quais os que não podem. As colunas da matriz V correspondentes aos valores singulares próximos de zero são os autovetores que geram o espaço nulo dos parâmetros. Estas colunas são combinações lineares de vetores δp que são insensíveis aos dados (PRESS et al, 1989). Os parâmetros que precisam ser vinculados são aqueles que apresentam as maiores projeções nas colunas da matriz V associadas aos menores valores singulares.

Esta análise precisa ser feita em várias soluções diferentes, obtidas com diferentes realizações de ruído e a partir de aproximações iniciais diferentes. Então, o conjunto dos parâmetros ou combinações de parâmetros que estão associados à instabilidade é a união dos parâmetros obtidos da análise da decomposição em valores singulares feita em cada solução.

Se este procedimento nos indica que temos uma relação de dependência linear entre n parâmetros, precisamos empregar um total de $(n - 1)$ vínculos para estabilizar a solução.

Um problema com este procedimento é que podemos precisar de muitas soluções instáveis diferentes antes de termos o conjunto de parâmetros que gera a instabilidade. Podemos obter várias soluções que nos indiquem o mesmo conjunto de parâmetros e podemos, após analisar um número de soluções diferentes, não ter o conjunto completo dos parâmetros associados à instabilidade, embora a identificação de alguns parâmetros já seja uma informação muito útil. Para o caso da inversão 2D, este procedimento representa um aumento considerável no tempo gasto para o processo de inversão como um todo, já que cada solução instável encontrada requer um tempo de computação muito longo, comparado ao caso unidimensional.

Outra observação é que mesmo tendo uma boa indicação de quais parâmetros precisam

ser vinculados nem sempre dispomos da informação a priori sobre todos eles. Por vezes a informação a priori disponível não é suficiente para conseguirmos estabilizar a solução.

2.4 CÁLCULO DA MATRIZ DE SENSIBILIDADE

Um ponto crucial do processo de inversão empregado neste trabalho é o cálculo das derivadas parciais que formam a matriz de sensibilidade (equação 2.23). Avaliamos numericamente estas derivadas executando as rotinas de modelagem para o cálculo da função $f(\mathbf{p}, \omega)$ duas vezes para cada parâmetro, variando o valor do parâmetro em 1% para mais e 1% para menos do valor corrente em cada iteração:

$$\Delta p_j = 0,01p_j \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial y(\mathbf{p}, \omega_i)}{\partial p_j} = \frac{y(\mathbf{p}_{(p_j+\Delta p_j)}, \omega_i) - y(\mathbf{p}_{(p_j-\Delta p_j)}, \omega_i)}{2\Delta p_j} \quad (2.37)$$

O cálculo dos elementos da matriz de sensibilidade é o procedimento que gasta o maior tempo de computação em todo o processo de inversão. Para o caso dos modelos unidimensionais, mesmo com a anisotropia, temos soluções semi-analíticas para o problema direto e as nossas rotinas para o cálculo das respostas geofísicas destes modelos são executadas em tempos muito curtos; para este caso, o tempo de computação não é um fator importante no problema.

Já no caso bi-dimensional, temos soluções numéricas para o problema direto, calculadas com o método dos elementos finitos (RIJO, 1977). A discretização das malhas de elementos finitos que usamos não pode ser muito grosseira, pois precisamos de resultados confiáveis para o cálculo das derivadas parciais. Neste caso, o tempo de computação passa a ser uma preocupação se não dispomos de computadores mais velozes.

Nos nossos exemplos de modelos 2-D, trabalhamos com uma linha de 20 dipolos elétricos, tomando medidas em 25 frequências, sendo que os modelos são formados por cerca de 30 parâmetros, em média. Como devemos resolver o sistema de equações resultante dos elementos finitos uma vez para cada frequência, cada vez que variamos o valor de um parâmetro, sendo duas variações destes valores para cada elemento da matriz de sensibilidade, para cada iteração, temos $2 \times 30 \times 25 = 1500$ sistemas de equações por cada iteração, cada um da ordem de cerca de 2500 a 3000 equações.

Todos os nossos exemplos foram gerados em um micro-computador pessoal equipado com processador Pentium II de 350 MHz, com tempos de computação, para a inversão vinculada,

variando de menos de 1 segundo, para os dados 1-D até cerca de 1 hora, para os dados bi-dimensionais, dependendo do número de iterações. No caso dos dados reais que mostraremos no capítulo 5, temos uma linha de 30 dipolos, sendo amostradas 44 frequências. Assim, o tempo de computação cresce para uma média de 2 horas.

3 - INVERSÃO DE DADOS 1-D ANISOTRÓPICOS

Como uma primeira aplicação da inversão vinculada que estudamos neste trabalho, faremos inversão de dados MT anisotrópicos uni-dimensionais. Durante a fase de pesquisa desta tese este problema foi usado para desenvolver os programas para a inversão, que seriam os mesmos usados no caso 2-D. A modelagem numérica neste caso é muito mais simples do que no caso de modelos bi-dimensionais. Isto permitiu acelerar o processo de desenvolvimento dos programas. Além disso, uma solução estável do problema 1-D anisotrópico não havia ainda sido apresentada e este é um problema que permanece praticamente ausente na literatura geofísica desde a década de 1970.

Anisotropia na resistividade elétrica da terra pode ser resultado de diferentes características das rochas e dos minerais que as constituem, como por exemplo: alguns minerais, como a grafita, são intrinsecamente anisotrópicos (PARKHOMENKO, 1967); zonas de fraturamentos podem criar direções preferenciais para o fluxo de correntes elétricas nas rochas; a deposição alternada camadas finas de areia e argila pode criar forte anisotropia, em uma situação em que temos alta condutividade em qualquer direção nos planos das camadas e baixa condutividade na perpendicular a esses planos. Este tipo de anisotropia tem influência sobre levantamentos MT apenas quando as camadas, que de outra forma seriam horizontais, são distorcidas por algum evento geológico, de modo que medimos condutividades diferentes no plano horizontal na superfície.

Dessa forma, invertendo dados anisotrópicos podemos, em princípio, auxiliar na determinação de direções de zonas de fraturamento ou nas direções das deformações das camadas geológicas, informação que é importante para o estudo do fluxo de fluidos no interior da terra.

Os modelos estudados aqui serão formados por camadas horizontais homogêneas com anisotropia na resistividade. As direções principais do tensor de resistividade, para cada camada, são obtidas da seguinte maneira: partindo do sistema de eixos ortogonais (x, y, z) , que são as direções em que são feitas as medidas, um segundo sistema (x', y', z') é formado por uma rotação de um ângulo θ em torno do eixo z , seguida de uma segunda rotação, de um ângulo α , em torno do eixo y' , que permanece horizontal (Figura 3.1).

3.1 ESCOLHA DAS OBSERVAÇÕES

Para a inversão dos dados podemos usar como observações os valores de resistividade aparente e fase ou podemos usar diretamente as componentes reais e imaginárias dos elementos do tensor de impedância. Para casos como a inversão de dados uni-dimensionais isotrópicos não há, realmente, diferença, em termos do resultado final da inversão, entre uma ou outra escolha. Porém, no caso anisotrópico o comportamento do tensor de impedância define a melhor escolha para as observações, como se observa a partir da análise a seguir.

Tomemos como exemplo um modelo (que chamaremos de modelo 1), formado por duas camadas horizontais homogêneas que se sobrepõem a um embasamento de espessura infinita, como mostrado na Figura 3.2. A camada central apresenta anisotropia na resistividade, sendo que neste caso o ângulo α é igual a zero, ou seja, existe apenas anisotropia horizontal.

Calculamos os valores dos elementos do tensor de impedância para este modelo, variando-se o valor do ângulo θ . Para uma dada frequência, exibimos os dados obtidos na forma de curvas plotadas contra os valores de θ . Temos, então, curvas de resistividade aparente e fase ou curvas com as componentes reais e imaginárias dos elementos do tensor. As curvas se comportam como funções periódicas de θ . As formas das curvas dependem das características do modelo em estudo. Para o modelo 1 (Figura 3.2) obtemos os resultados mostrados nas Figuras 3.3 e 3.4. Aqui temos os resultados da simulação na frequência de 0,1 Hz. Exibimos os dados calculados para o ângulo θ variando entre -90° e 90° .

Para os elementos Z_{xy} e Z_{yx} os resultados são mostrados na Figura 3.3. Podemos observar que, para estes elementos, as curvas de resistividade aparente e fase possuem a mesma simetria que aquelas para as componentes reais e imaginárias das impedâncias. As curvas para as duas formas de representação são simétricas em relação ao ângulo zero.

A Figura 3.4 mostra os resultados para o elemento Z_{xx} . Aqui, o período da curva de resistividade aparente é metade daquele da curva das componentes da impedância. O grau de ambiguidade da representação em termos de resistividade aparente e fase é maior do que o da representação em termos das componentes da impedância. Note que a curva de resistividade aparente é simétrica em relação ao ângulo zero, enquanto que a curva para a impedância não mantém esta simetria. Existem quatro ângulos diferentes que podem gerar cada valor de resistividade aparente, enquanto que essa relação para as componentes da impedância é de dois ângulos para cada valor.

Assim, vemos que em situações em que as duas formas de representação dos dados não são equivalentes, é preferível usar como observações as componentes reais e imaginárias das

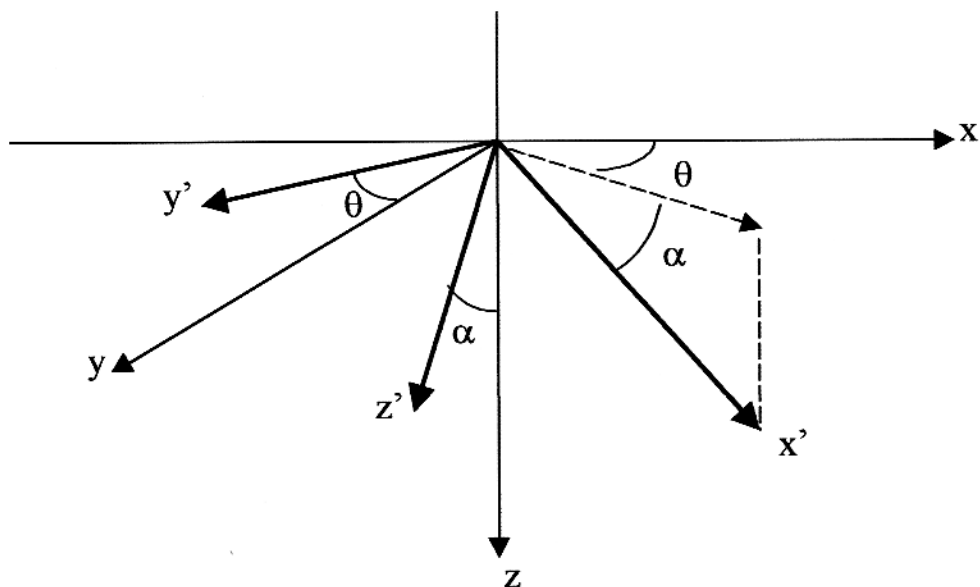


Figura 3.1 - Direções principais de anisotropia (x' , y' , z') em relação às direções nas quais são feitas as medidas.

impedâncias, que são os dados na forma bruta, sem o processamento que é feito quando calculamos as resistividades aparentes e fases.

3.2 INVERSÃO

Representamos as observações (\mathbf{y}) como uma função da frequência (ω) e dos parâmetros (\mathbf{p}) do modelo, que são as resistividades, espessuras das camadas e os ângulos de anisotropia de cada camada.

Então, teremos, no caso mais geral, 6 parâmetros para cada camada e 5 para o embasamento, considerado com espessura infinita. Para construir o vetor de parâmetros usamos os logaritmos das resistividades (ρ_j^x , ρ_j^y e ρ_j^z) e espessuras (h_j) de cada camada ao invés de usar seus valores diretamente. Isto nos garante não atingirmos valores negativos para as

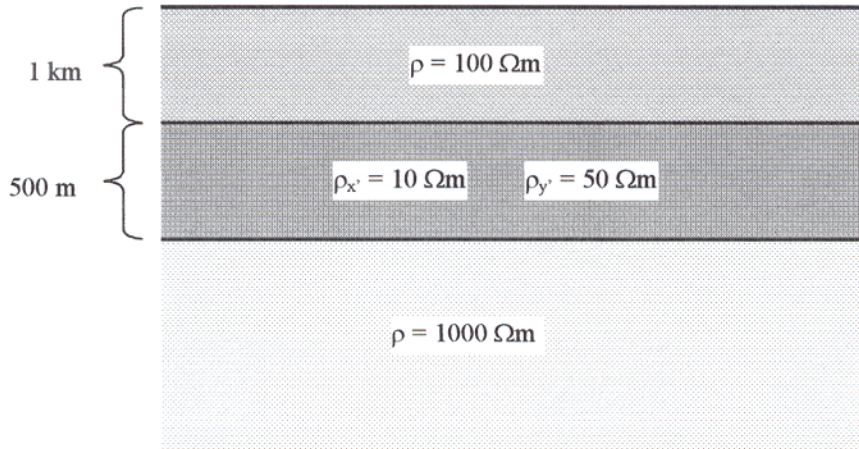


Figura 3.2 - Modelo usado para gerar os dados mostrados nas figuras 3.3 e 3.4.

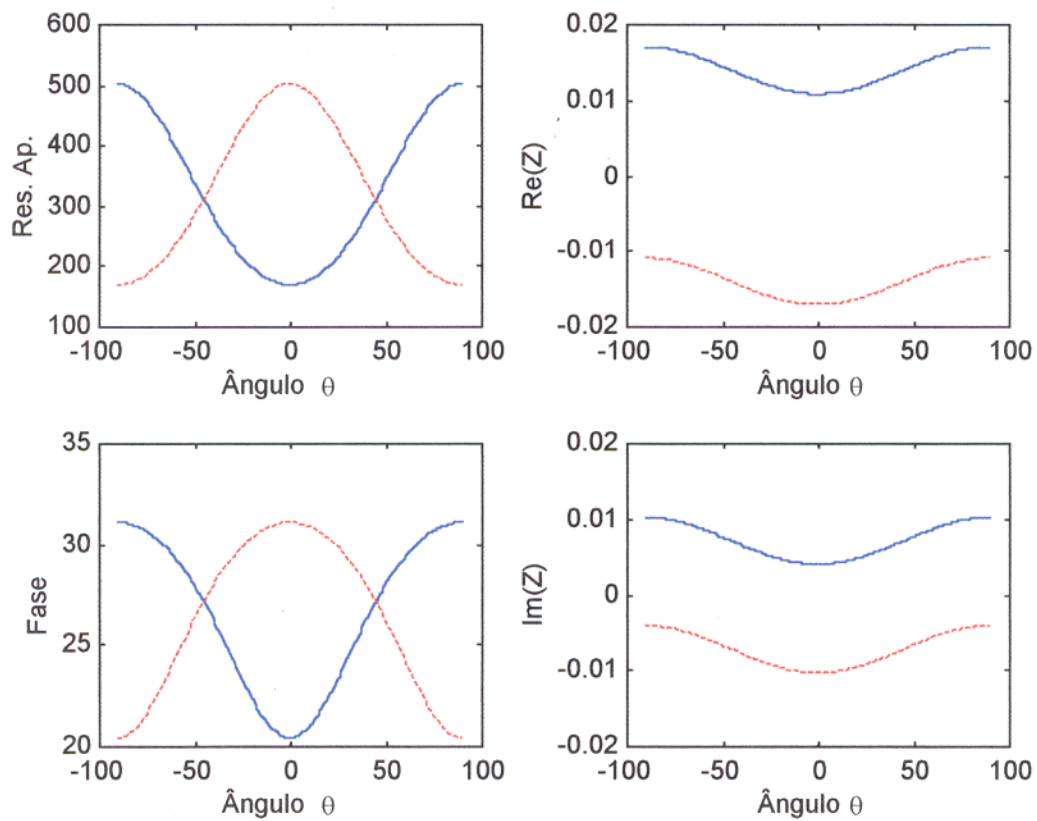


Figura 3.3 - Resultados da simulação feita a partir do modelo da figura 3.2, para os elementos Z_{xy} (azul) e Z_{yx} (vermelho) do tensor de impedância.

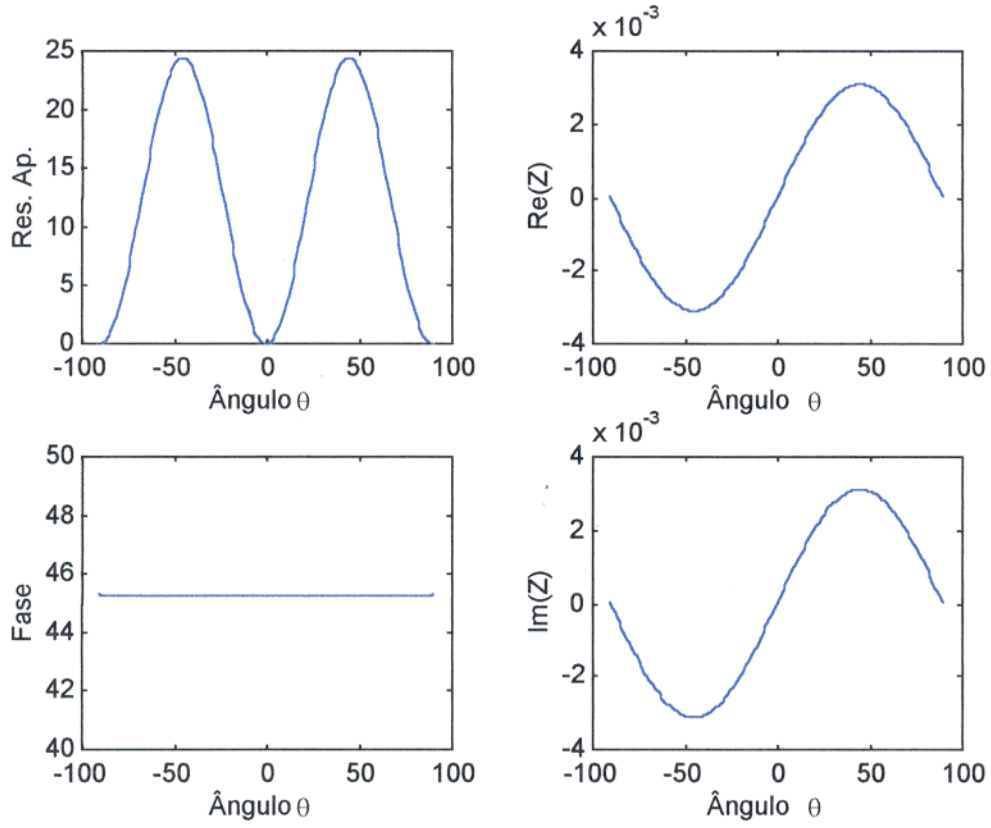


Figura 3.4 - Resultados da simulação feita a partir do modelo da figura 3.2, para o elemento Z_{xx} do tensor de impedância.

resistividades. Para um modelo de N camadas teremos, no máximo:

$$\begin{array}{lll}
 p_1 = \log(\rho_1^x) & & \\
 p_2 = \log(\rho_1^y) & & \\
 p_3 = \log(\rho_1^z) & & \\
 p_4 = \log(\rho_2^x) & & \\
 p_5 = \log(\rho_2^y) & & \\
 p_6 = \log(\rho_2^z) & & \\
 \vdots & & \\
 p_{3N} = \log(\rho_N^z) & & \\
 & p_{3N+1} = \alpha_1 & \\
 & p_{3N+2} = \alpha_2 & \\
 & \vdots & \\
 & p_{4N} = \alpha_N & \\
 & p_{4N+1} = \theta_1 & \\
 & \vdots & \\
 & p_{5N} = \theta_N & \\
 & & p_{5N+1} = \log(h_1) \\
 & & p_{5N+2} = \log(h_2) \\
 & & \vdots \\
 & & p_{6N-1} = \log(h_{N-1})
 \end{array}$$

Para gerar os modelos iniciais usados nas inversões neste capítulo procederemos da seguinte maneira: todas as espessuras de camadas sempre começarão com 1 km; os valores de ângulos sempre começarão com 45° ; e os valores das resistividades das camadas serão tirados diretamente das curvas de resistividade aparente. Em alguns exemplos, nos desviaremos dessas diretrizes, para demonstrar a estabilidade das soluções com dois modelos iniciais bastante diferentes.

Para testar a estabilidade de nossas soluções, nos diversos modelos, faremos a inversão duas vezes para cada aproximação inicial, incluindo nos valores obtidos da modelagem direta (y) duas sequências de ruído aleatório diferentes. Em cada caso geramos um vetor (r) de ruído gaussiano de média zero e desvio padrão igual a 0,1. Os valores das observações usadas na inversão são dados por $y_i(1 + r_i)$.

Nas figuras com as curvas de resistividade aparente, mostraremos as curvas suaves que representam os dados sem ruído e os valores calculados já com a inclusão do ruído.

Para identificar quais os parâmetros que não podem ser determinados a partir das observações, que são aqueles que devem ser vinculados pela informação a priori, procedemos a análise dos valores singulares da matriz de sensibilidade na última iteração da inversão sem vínculos.

3.2.1 Modelo 1-a

Inicialmente vamos analisar o modelo formado por 3 camadas apresentado na Figura 3.2. Neste caso, como só existe anisotropia horizontal, na segunda camada, podemos eliminar do processo de inversão os parâmetros referentes à anisotropia na primeira camada e no embasamento, assim como aqueles referentes à inclinação na anisotropia da segunda camada.

Tabela 3.1 - Modelo 1-a

Camada	$\rho_{x'}(\Omega m)$	$\rho_{y'}(\Omega m)$	θ	h (km)
1	100	100	0	1
2	10	50	60°	0,5
3	1000	1000	0	-

Tabela 3.2 - Primeira aproximação inicial para o modelo 1-a.

Camada	$\rho_{x'}(\Omega m)$	$\rho_{y'}(\Omega m)$	θ	h (km)
1	80	80	0	1.
2	50	70	45°	1.
3	1000	1000	0	-

Teremos então apenas 7 parâmetros a determinar.

$$p_1 = \log(\rho_1)$$

$$p_2 = \log(\rho_2^x)$$

$$p_3 = \log(\rho_2^y)$$

$$p_4 = \log(\rho_3)$$

$$p_5 = \theta_2$$

$$p_6 = \log(h_1)$$

$$p_7 = \log(h_2)$$

Este modelo nos permite observar algumas características da inversão que são as mesmas para modelos mais complexos, com um número grande de parâmetros.

A partir deste modelo veremos duas situações distintas, variando a espessura da camada central anisotrópica. Com o modelo exatamente como mostrado na Figura 3.2 (com os valores

Tabela 3.3 - Segunda aproximação inicial para o modelo 1-a.

Camada	$\rho_{x'}(\Omega m)$	$\rho_{y'}(\Omega m)$	θ	h (km)
1	50	50	0	1
2	100	200	45°	1
3	500	500	0	-

detalhados na Tabela 3.1), com a camada central com 500 metros de espessura (que chamaremos de modelo 1-a), geramos as curvas de resistividade aparente mostradas na Figura 3.5. Se fizermos a inversão dos dados gerados por este modelo sem vínculos de igualdade, a solução será instável. Na Tabela 3.2 temos a primeira aproximação inicial a partir da qual faremos a inversão. Para essa primeira aproximação escolhemos valores próximos aos encontrados nas curvas de resistividade aparente. Os resultados da inversão para este caso, sem o uso de nenhum vínculo, para dois vetores de ruído diferentes são mostrados nas Figuras 3.6 e 3.7. Podemos notar que o processo convergiu nos dois casos para soluções diferentes, indicando que para este modelo a solução é instável.

Na Figura 3.8 temos os valores singulares da matriz de sensibilidade obtida na última iteração em duas inversões diferentes dos mesmos dados. A análise da decomposição em valores singulares neste caso é inconclusiva, já que para estes dados todos os valores singulares estão em uma faixa relativamente estreita de valores, na ordem de 10^{-1} a 10^{-2} . Valores desta ordem são encontrados para todos os modelos anisotrópicos que testamos, mesmo nos casos em que a inversão é estável.

Nos modelos que estudamos neste trabalho existe uma forte ambiguidade entre os parâmetros referentes à geometria e aqueles referentes aos valores de resistividades. Uma situação freqüente nestes casos acontece quando impomos vínculos para um tipo destes parâmetros para tentarmos obter os demais através da inversão: vinculamos a geometria para obter as resistividades ou vice-versa. No caso do nosso modelo 1-a, observamos que vinculando apenas a espessura da segunda camada já conseguimos estabilizar a solução. Supondo que dispomos de informação a priori, obtida da perfilagem de um poço, por exemplo, faremos a matriz de vínculos com apenas o valor $h_2 = 500m$, ou seja, resolvemos o problema acrescentando a

equação $P_7 = \log(500)$.

Os resultados, para a mesma aproximação inicial mostrada na Tabela 3.2, estão mostrados nas Figuras 3.9 e 3.10. Notamos que a introdução do vínculo conseguiu estabilizar a solução, resultado que é confirmado quando fazemos a mesma análise para uma segunda aproximação inicial, propositalmente mais distante dos valores do modelo do que a primeira. Esta aproximação inicial é mostrada na Tabela 3.3 e os resultados da inversão nas Figuras 3.11 e 3.12.

Neste caso vemos que a adição do vínculo em apenas um parâmetro foi suficiente para gerar uma solução estável.

3.2.2 Modelo 1-b

Vamos agora analisar um segundo modelo (modelo 1-b) que é uma modificação do modelo 1-a. Repetimos todos os valores dos parâmetros e mudamos apenas a espessura da segunda camada, fazendo $h_2 = 100\text{m}$. As curvas de resistividade aparente para este caso são mostradas na Figura 3.13.

Observamos que neste caso a solução permanece instável, mesmo com a inclusão do vínculo de igualdade à espessura da camada central, como podemos observar nas Figuras 3.14 e 3.15. Estas figuras mostram os resultados da inversão, partindo do modelo inicial da Tabela 3.2, com a aplicação do vínculo de igualdade ($P_7 = \log 100$). Para este caso o efeito da anisotropia na segunda camada provoca uma influência bem menor sobre as observações, como podemos observar nas curvas de resistividade aparente (Figura 3.13).

Para este modelo mesmo com a aplicação do vínculo de igualdade à espessura daquela camada, não conseguimos uma solução estável. Note que a exigência de se ajustar o valor do parâmetro ao vínculo foi satisfeita. Mesmo assim, a quantidade de informação a priori necessária para conseguirmos uma solução estável, neste caso, é claramente maior do que simplesmente o valor da espessura da camada anisotrópica. Na verdade, só conseguimos uma solução estável para este modelo se usarmos vínculos em todos os parâmetros da camada anisotrópica, mas nesse caso não teríamos nenhum ganho com a inversão. O objetivo da inversão é extrair dos dados mais informação além daquela que incluímos a priori. No caso do modelo 1-b, as observações simplesmente não nos permitem extrair informações suficientes sobre a camada anisotrópica.

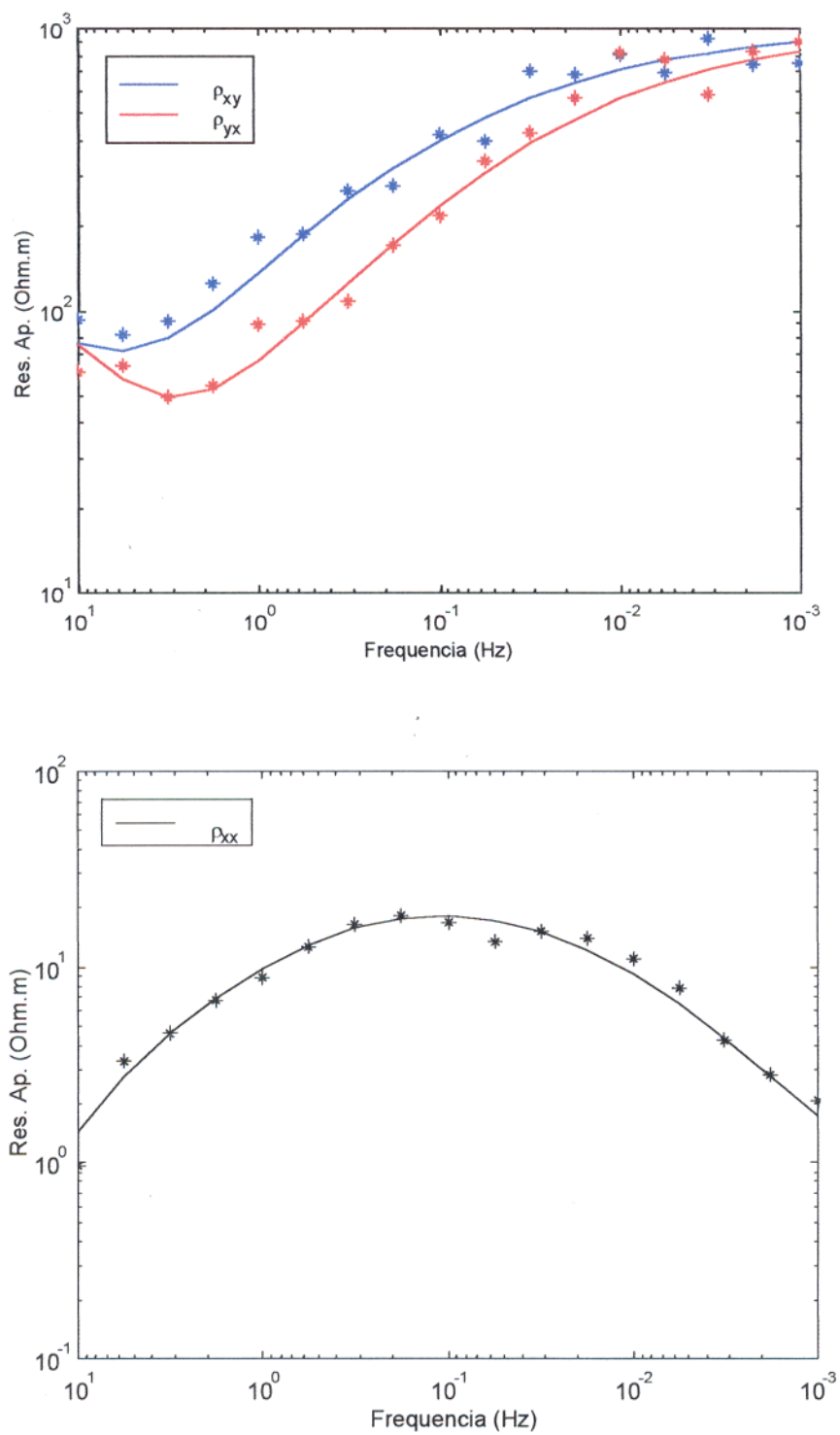
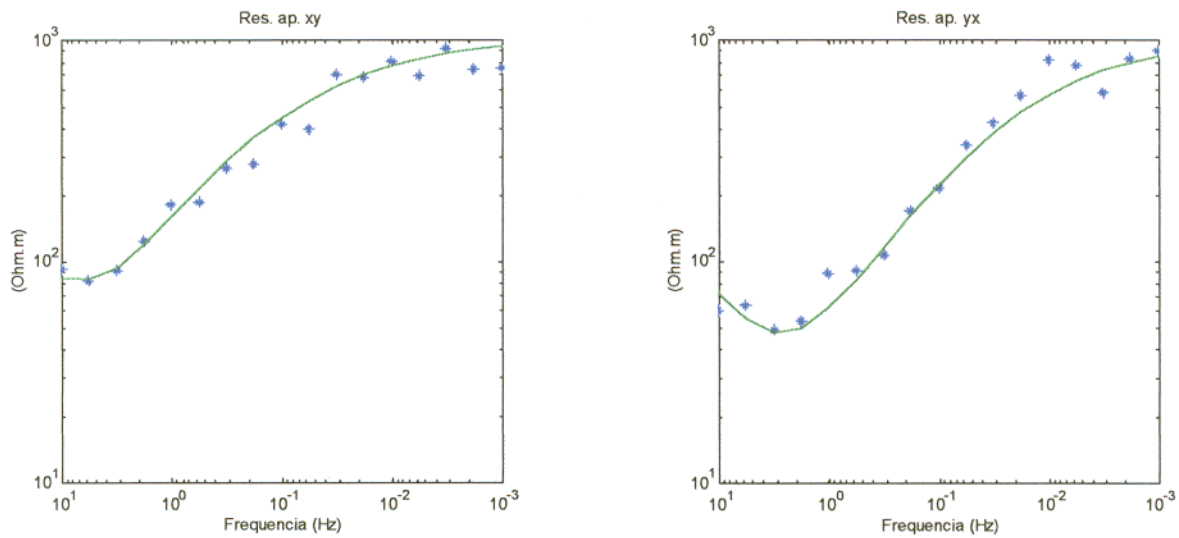
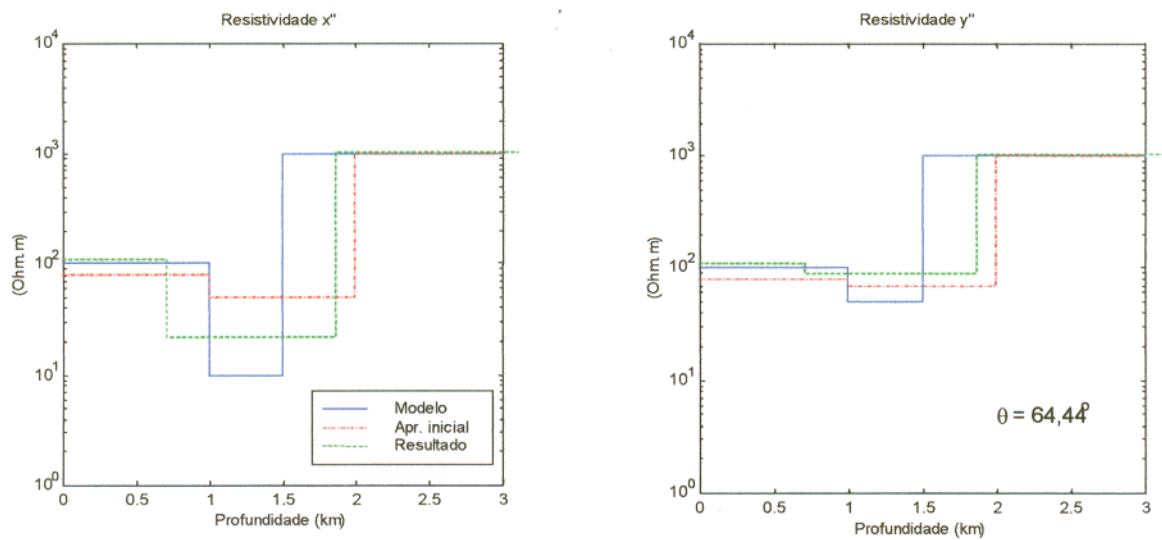


Figura 3.5 – Curvas de resistividade aparente geradas a partir do modelo 1a.

Primeiro vetor de ruído.



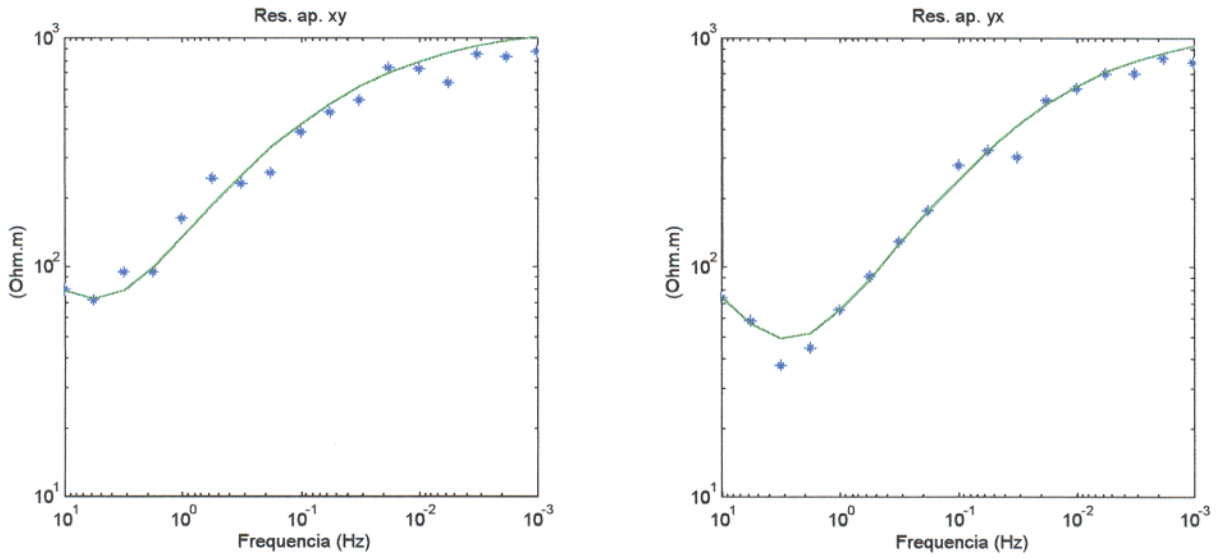
(a)



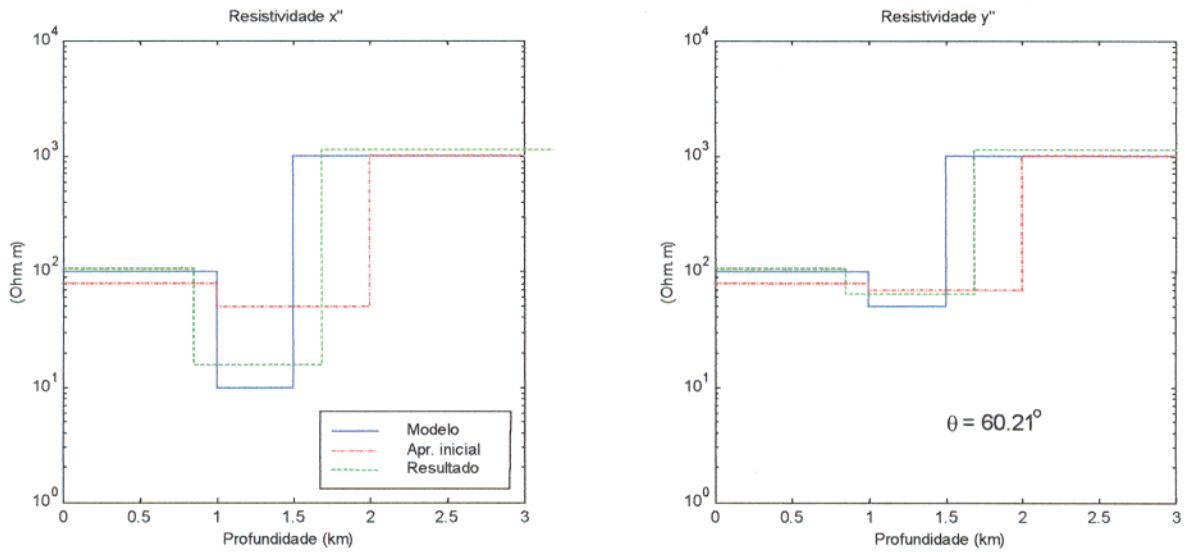
(b)

Figura 3.6 - Resultados para o modelo 1-a a partir da primeira aproximação inicial sem aplicação de vínculos, com dados contaminados com o primeiro vetor de ruído: (a) curvas de resistividade aparente e ajuste conseguido pela inversão; (b) aproximação inicial e resultado final, comparados com o modelo que gerou os dados.

Segundo vetor de ruído.



(a)



(b)

Figura 3.7 - Resultados para o modelo 1-a a partir da primeira aproximação inicial sem aplicação de vínculos, com os dados contaminados com o segundo vetor de ruído: (a) curvas de resistividade aparente e ajuste conseguido pela inversão; (b) aproximação inicial e resultado final, comparados com o modelo.

Análise dos valores singulares da matriz de sensibilidade no modelo 1-a.

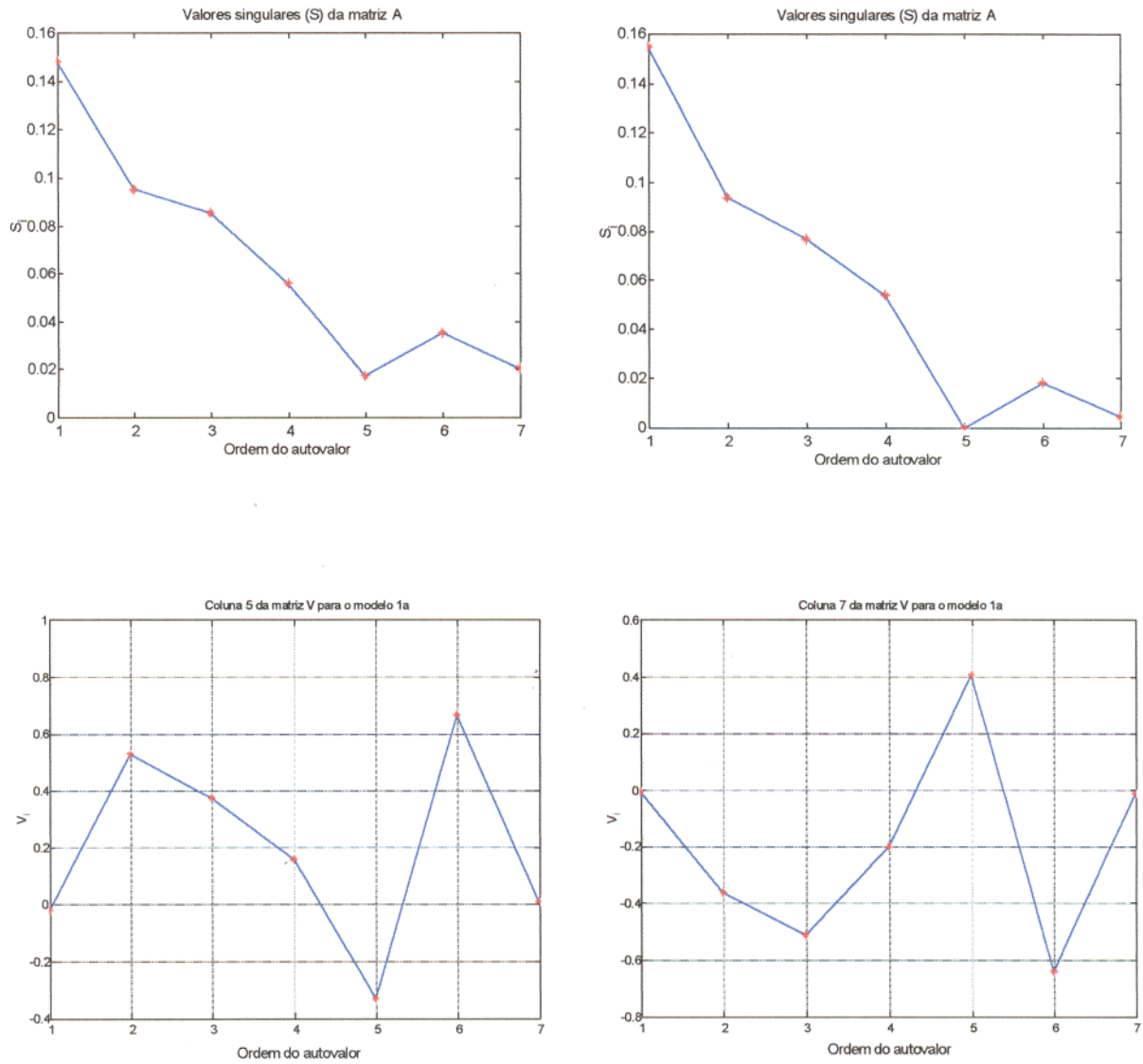


Figura 3.8 - Análise da decomposição em valores singulares da matriz de sensibilidade na última iteração da inversão não vinculada para o modelo 1-a.

Primeira aproximação inicial e primeiro vetor de ruído.

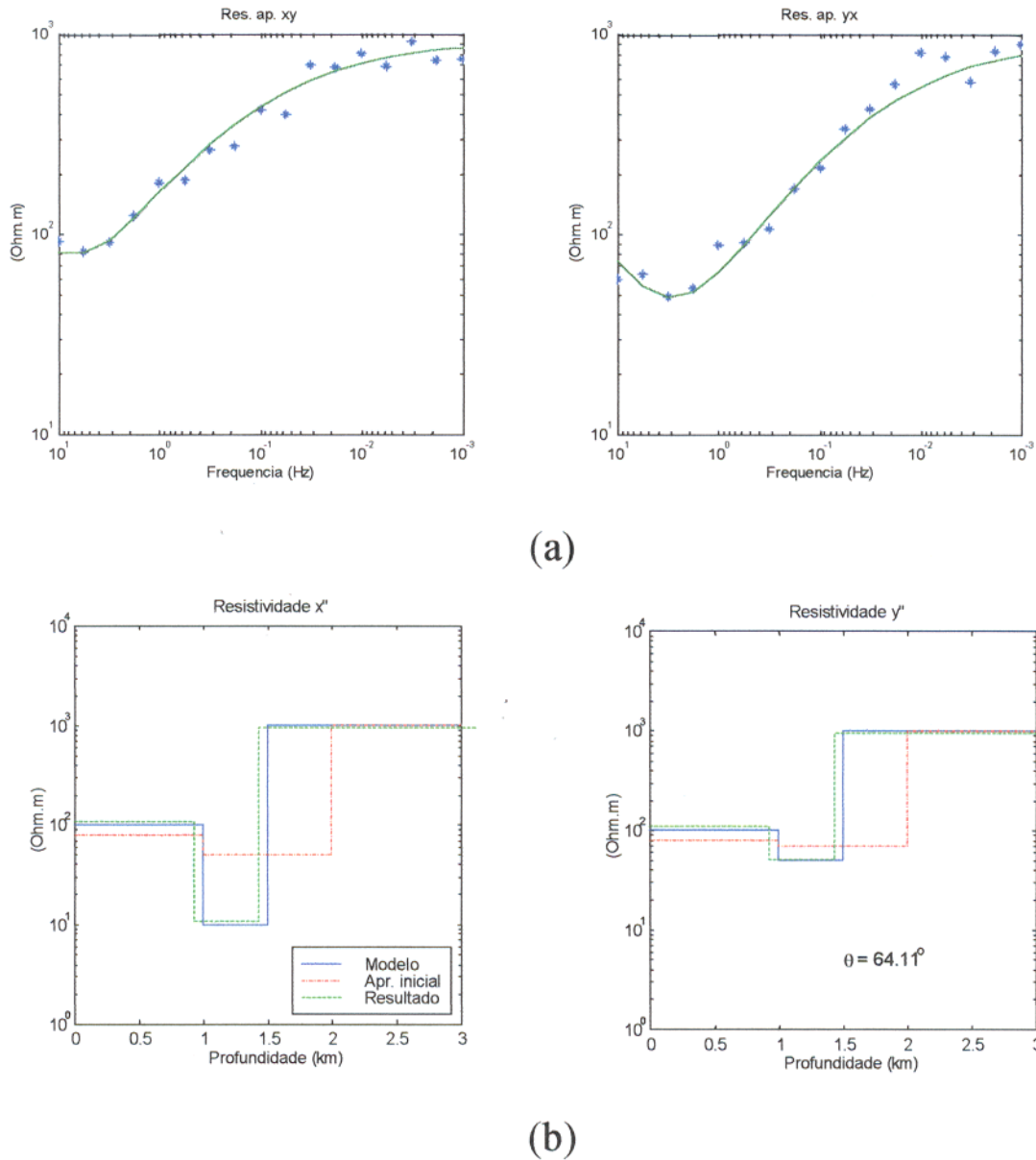
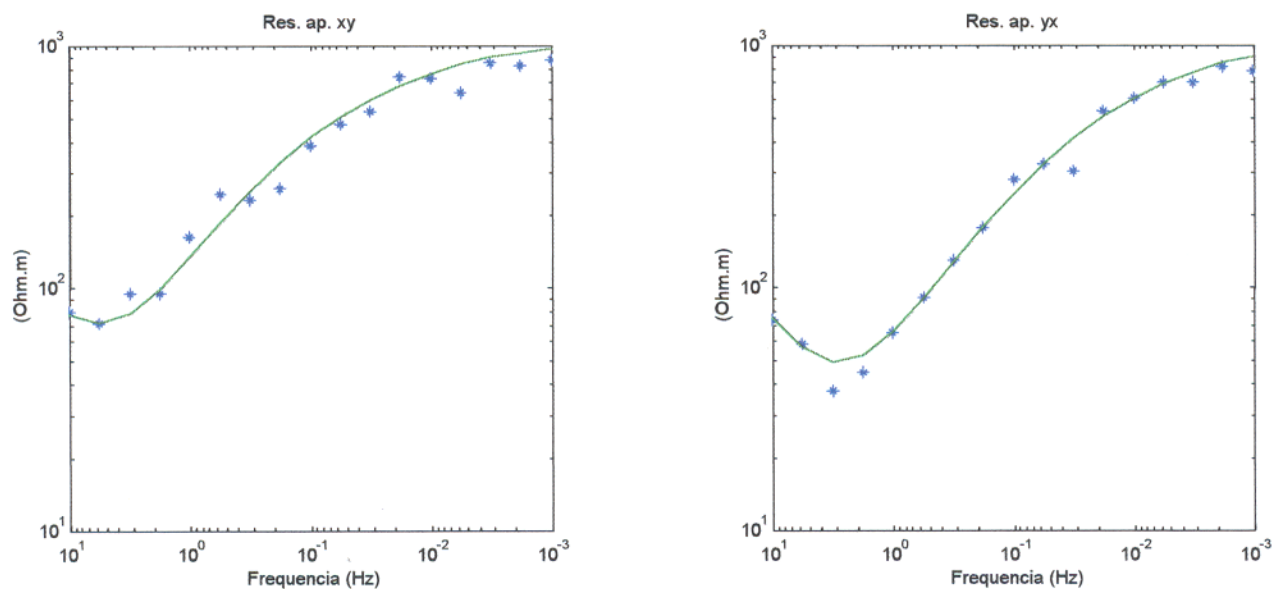
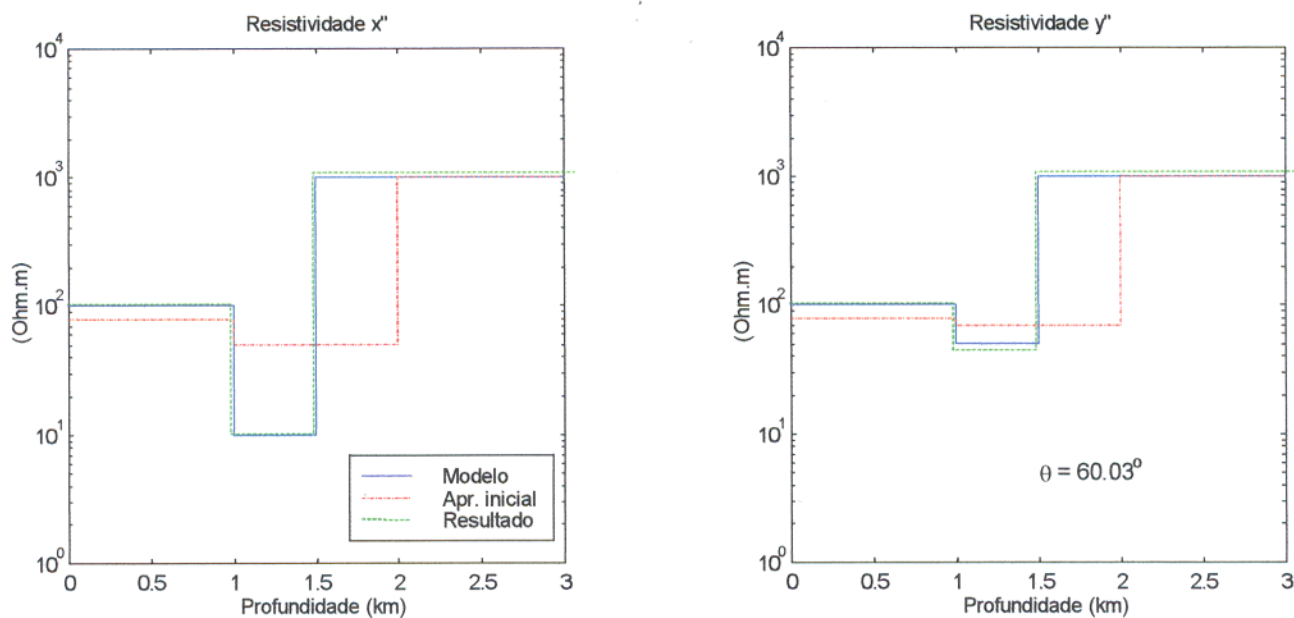


Figura 3.9 - Resultados para o modelo 1-a com vínculo na espessura da camada anisotrópica, partindo da aproximação inicial da Tabela 3.2. Dados contaminados com o primeiro vetor de ruído: (a) curvas de resistividade aparente e ajuste conseguido pela inversão; (b) aproximação inicial e resultado final, comparados com o modelo.

Primeira aproximação inicial e segundo vetor de ruído.



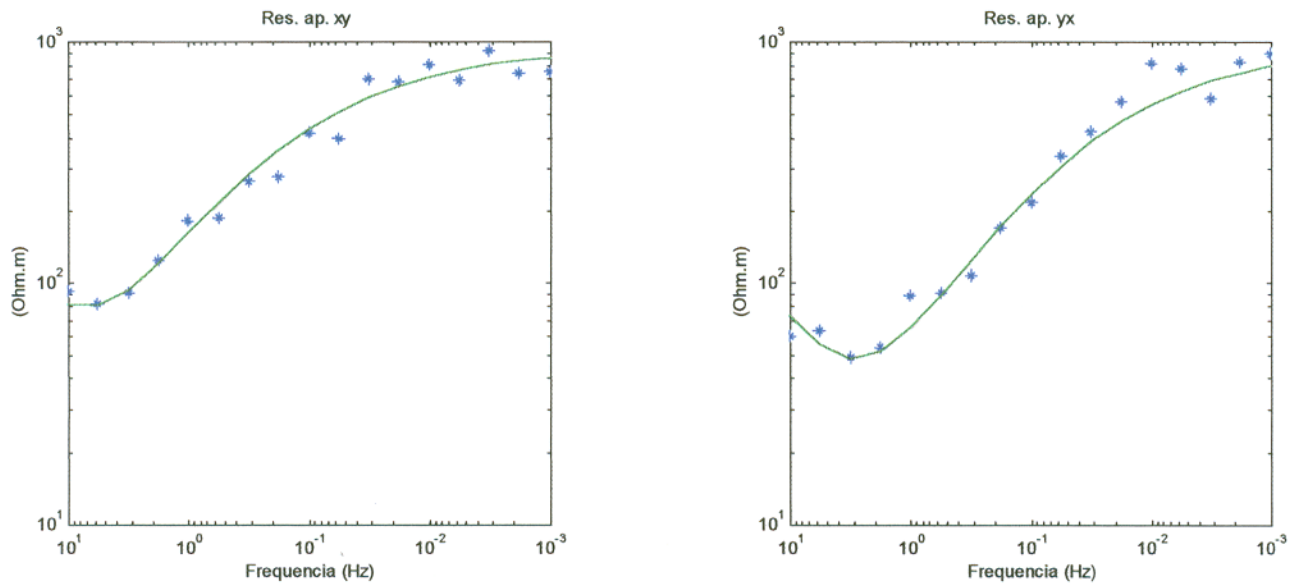
(a)



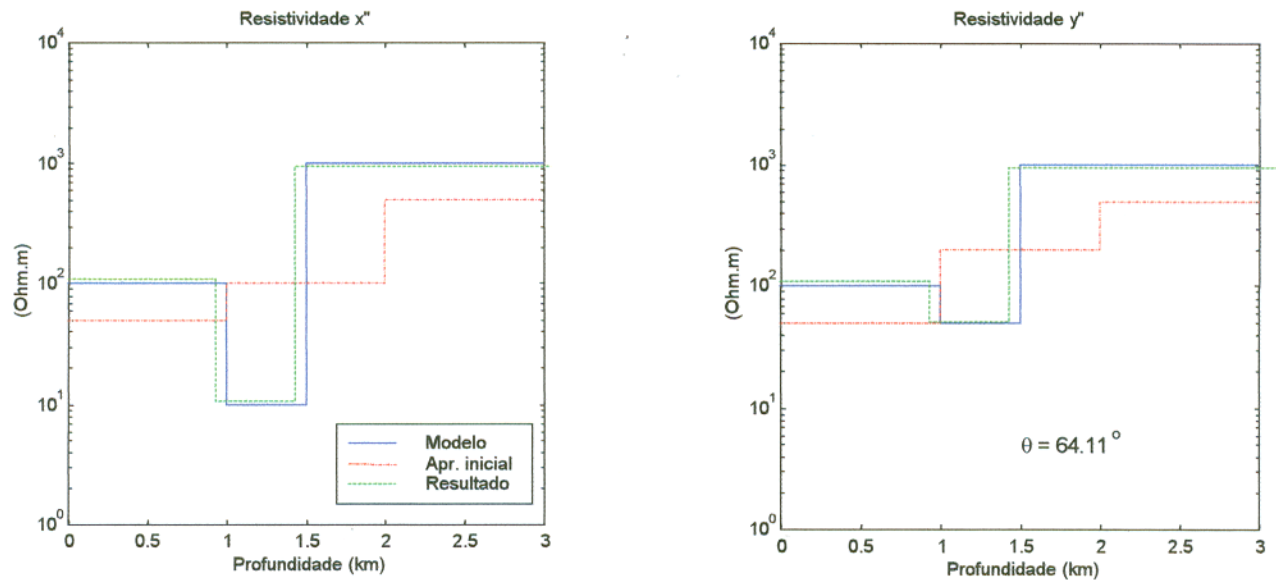
(b)

Figura 3.10 - Resultados para o modelo 1-a com vínculo na espessura da camada anisotrópica, partindo da aproximação inicial da Tabela 3.2 dados contaminados com o segundo vetor de ruído: (a) curvas de resistividade aparente e ajuste conseguido pela inversão; (b) aproximação inicial e resultado final, comparados com o modelo.

Segunda aproximação inicial e primeiro vetor de ruído.



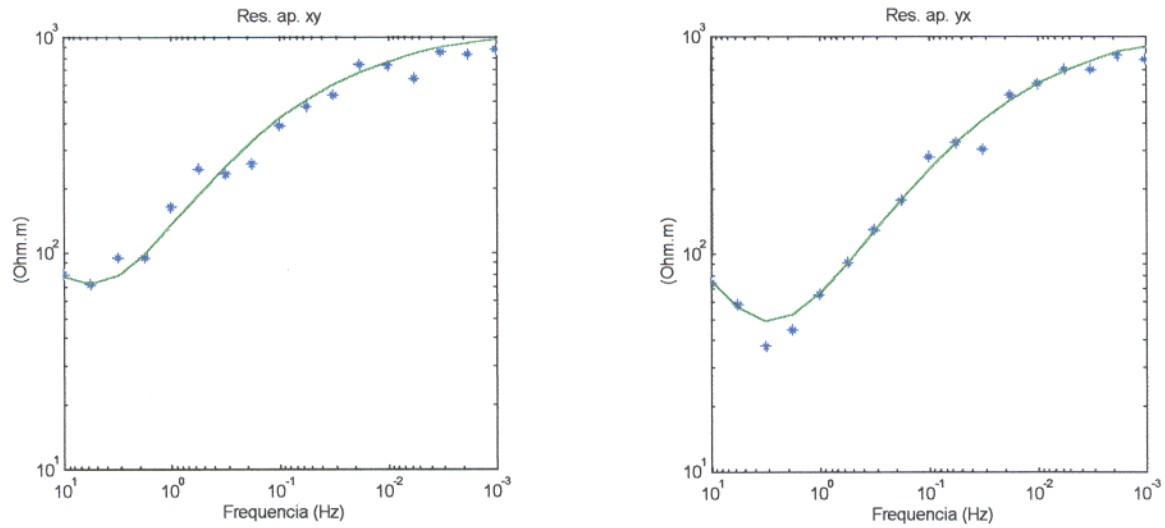
(a)



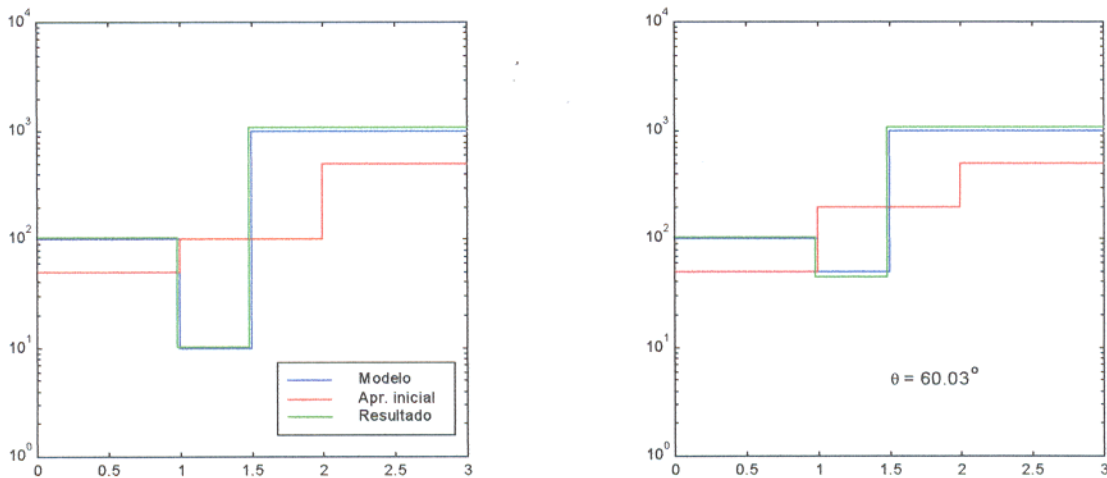
(b)

Figura 3.11 - Resultados para o modelo 1-a com vínculo na espessura da camada anisotrópica, a partir da segunda aproximação inicial (Tabela 3.3) e com os dados contaminados com o primeiro vetor de ruído: (a) curvas de resistividade aparente e ajuste conseguido pela inversão; (b) aproximação inicial e resultado final, comparados com o modelo.

Segunda aproximação inicial e segundo vetor de ruído.



(a)



(b)

Figura 3.12 - Resultados para o modelo 1-a com vínculo na espessura da camada anisotrópica, a partir da segunda aproximação inicial e com os dados contaminados com o segundo vetor de ruído: (a) curvas de resistividade aparente e ajuste conseguido pela inversão; (b) aproximação inicial e resultado final, comparados com o modelo.

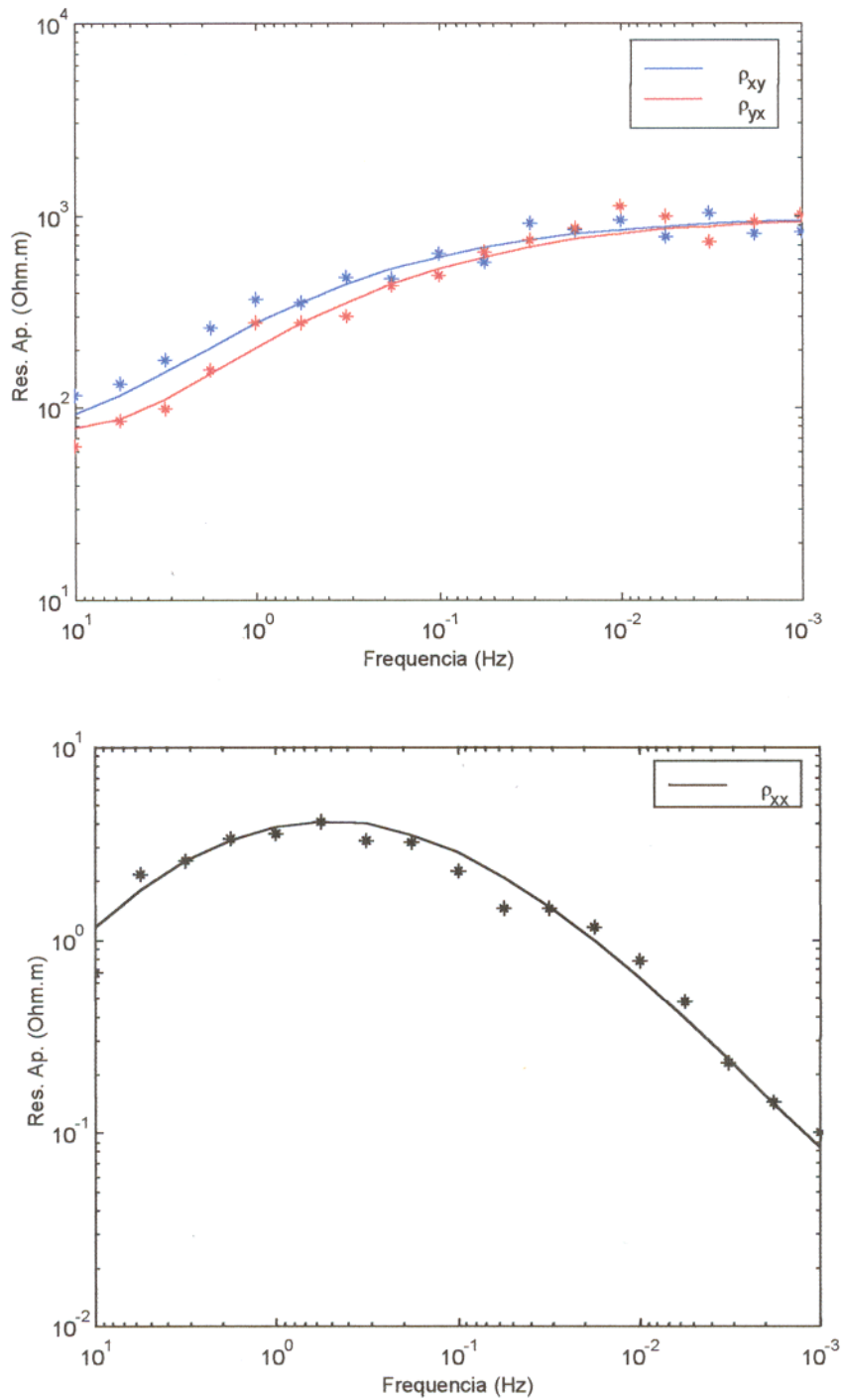
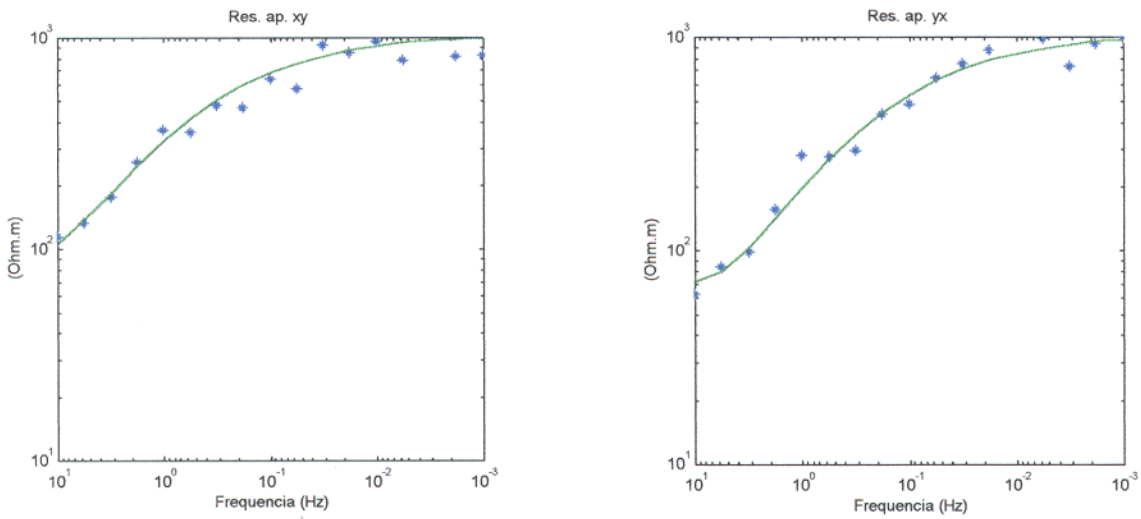
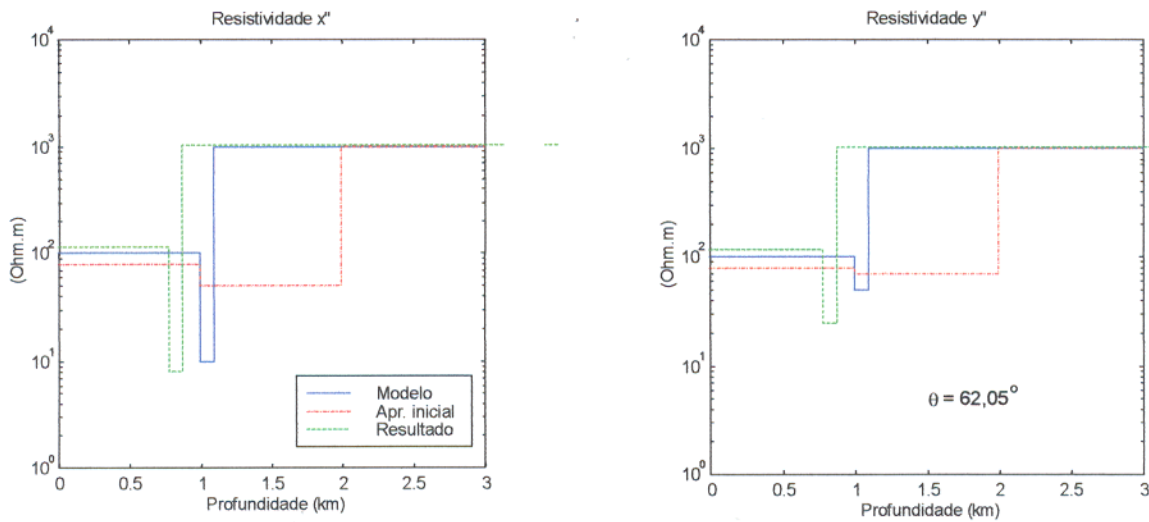


Figura 3.13 – Curvas de resistividade aparente geradas pelo modelo 1-b e valores gerados após a inclusão do ruído gaussiano.

Primeiro vetor de ruído.



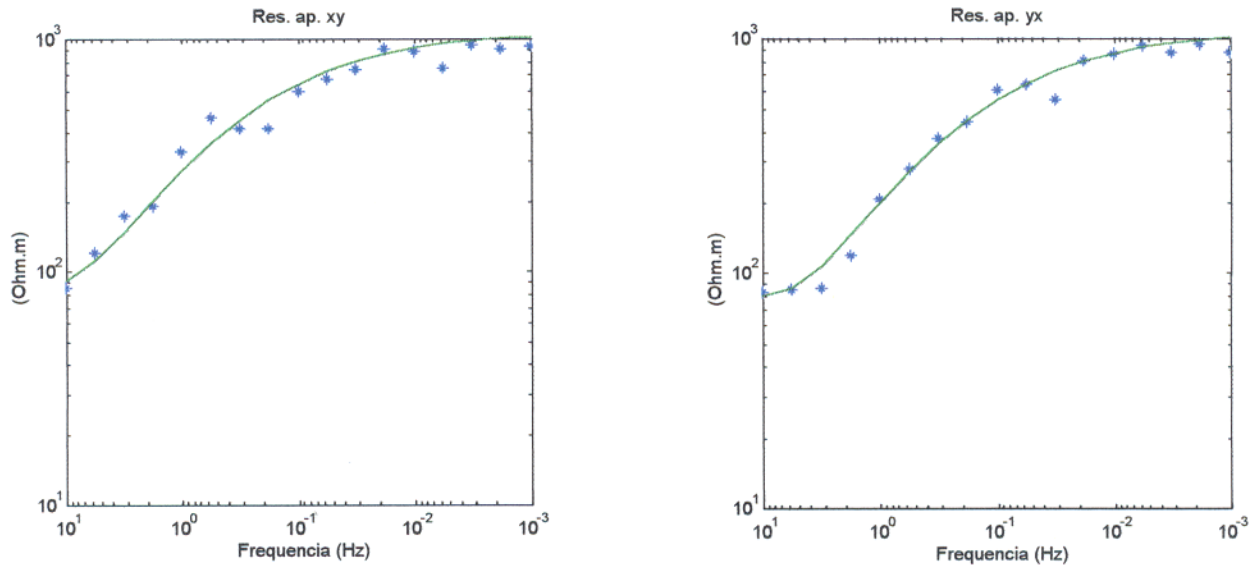
(a)



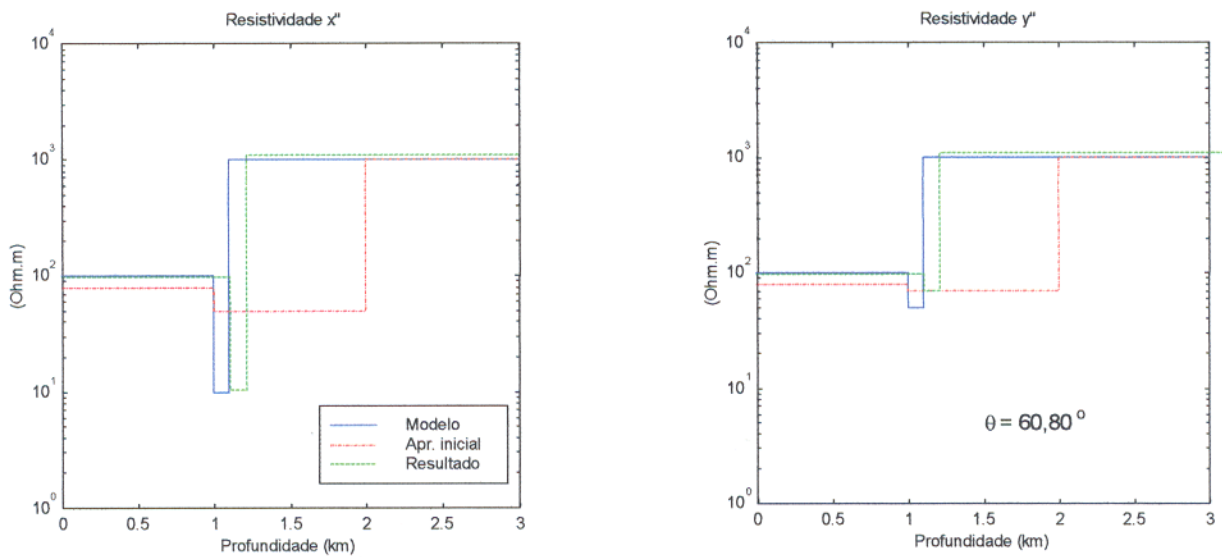
(b)

Figura 3.14 - Resultados para o modelo 1-b partindo da aproximação inicial mostrada na Tabela 3.2, com vínculo na espessura da camada anisotrópica. Dados contaminados com o primeiro vetor de ruído.

Segundo vetor de ruído.



(a)



(b)

Figura 3.15 - Resultados para o modelo 1-b partindo da aproximação inicial mostrada na Tabela 3.2, com vínculo na espessura da camada anisotrópica. Dados contaminados com o segundo vetor de ruído.

3.2.3 Inversão com vínculo incorreto

Uma outra situação, que nos mostra a importância de se ter valores realmente confiáveis para os vínculos de igualdade absoluta, acontece quando tentamos inverter os nossos dados fornecendo um valor para o vínculo que não seja próximo do valor correto para o parâmetro.

Analisemos o modelo 1-a, agora adicionando um valor de vínculo de 1000 metros para a espessura da camada anisotrópica ($P_7 = \log 1000$). Na Figura 3.16 temos os resultados da inversão para este caso, a partir da aproximação inicial da Tabela 3.2, e na Figura 3.17, os resultados da inversão para o mesmo modelo, partindo da aproximação inicial da Tabela 3.3. Vemos que conseguimos uma solução estável para o problema, porém os valores encontrados não correspondem aos valores corretos que geram os dados.

Esse resultado nos mostra que o uso de vínculos de igualdade pode levar a resultados enganosos se os valores dos vínculos não forem escolhidos com cuidado. Na busca da estabilidade não devemos deixar de levar em conta o significado físico e geológico de nossas soluções.

3.2.4 Modelo 2

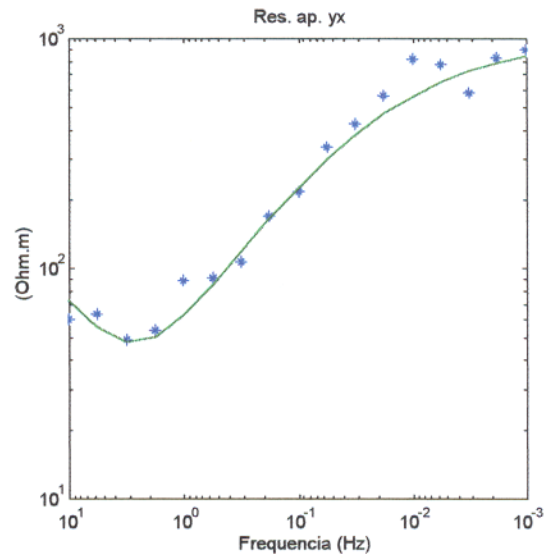
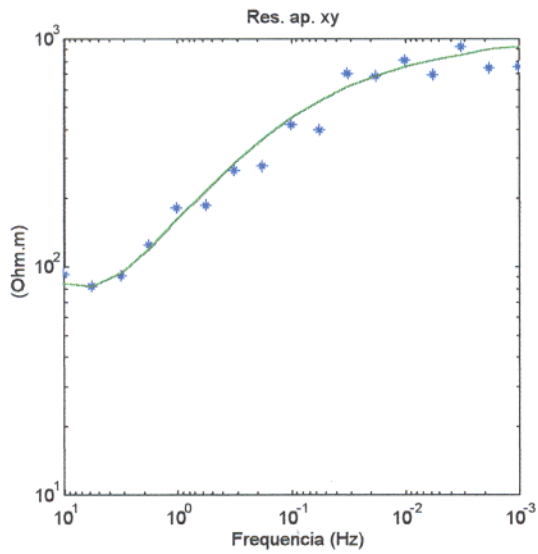
Por fim temos um exemplo de um modelo que inclui anisotropia inclinada, ou seja, que possui o ângulo α diferente de zero. Os valores do nosso *modelo 2* estão mostrados na Tabela 3.4. A inclusão da anisotropia inclinada aumenta o nível de ambiguidade do problema. No caso em questão temos uma camada anisotrópica de 1,5 km de espessura com o topo localizado a 1 km abaixo da superfície. Tentamos modelar aqui o caso de anisotropia gerada pela deformação de uma camada formada por seqüências de microcamadas condutivas e resistivas intercaladas. Nesta situação temos valores baixos de resistividade nas direções do plano de acamamento, sendo iguais nas direções x e y , e resistividade alta na direção perpendicular ao acamamento (z). Este modelo corresponde ao que em geologia se denomina de estratificação cruzada.

Neste caso temos 9 parâmetros que formam o modelo:

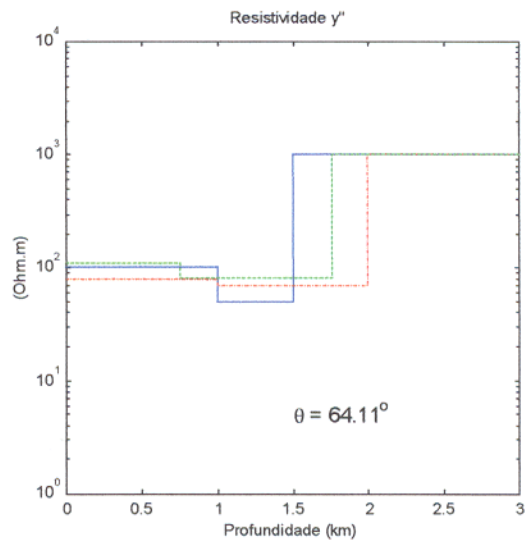
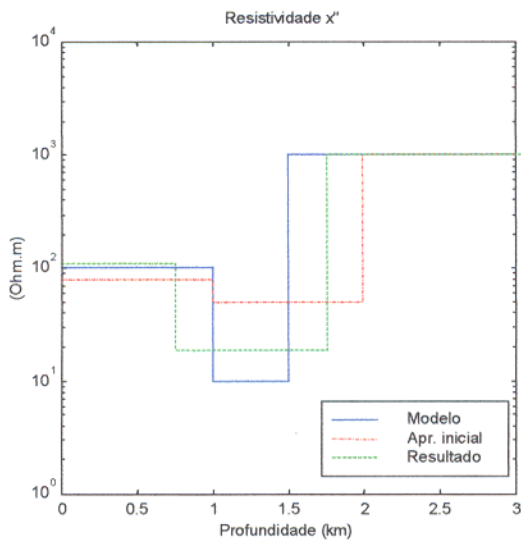
$$\begin{array}{lll}
 p_1 = \log(\rho_1) & & \\
 p_2 = \log(\rho_2^x) & & \\
 p_3 = \log(\rho_2^y) & p_6 = \alpha_2 & p_8 = \log(h_1) \\
 p_4 = \log(\rho_2^z) & p_7 = \theta_2 & p_9 = \log(h_2) \\
 p_5 = \log(\rho_3) & &
 \end{array}$$

A análise da decomposição em valores singulares da matriz de sensibilidade para este caso

Primeira aproximação inicial.



(a)



(b)

Figura 3.16 - Resultados para o modelo 1-a com aplicação de vínculo com valor incorreto à espessura da camada anisotrópica, a partir da aproximação inicial da Tabela 3.2.

Segunda aproximação inicial.

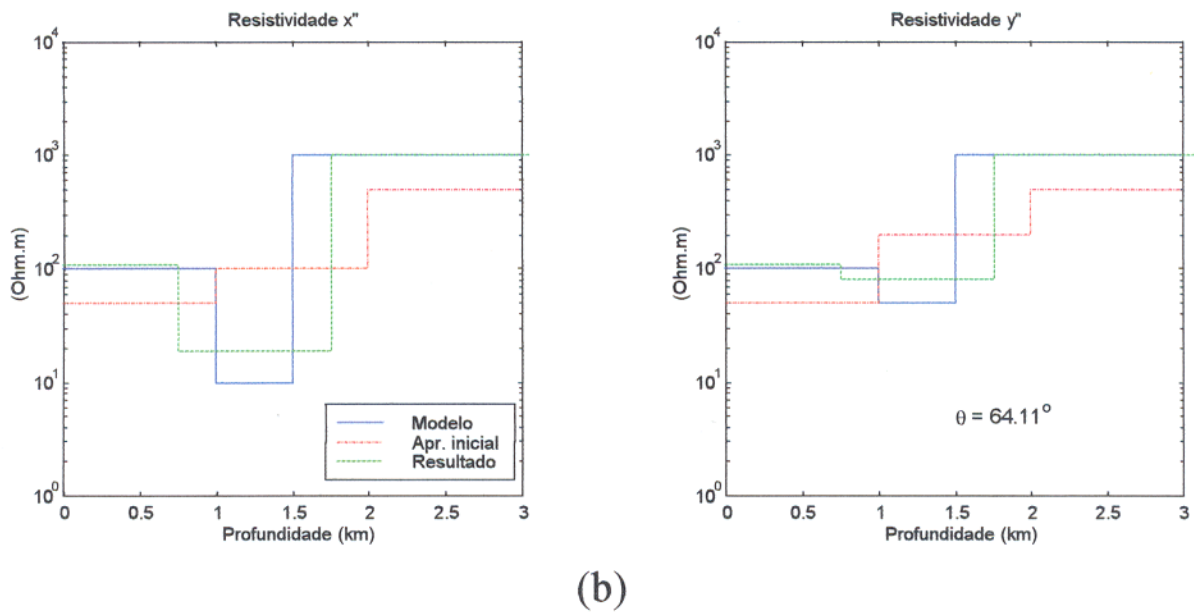
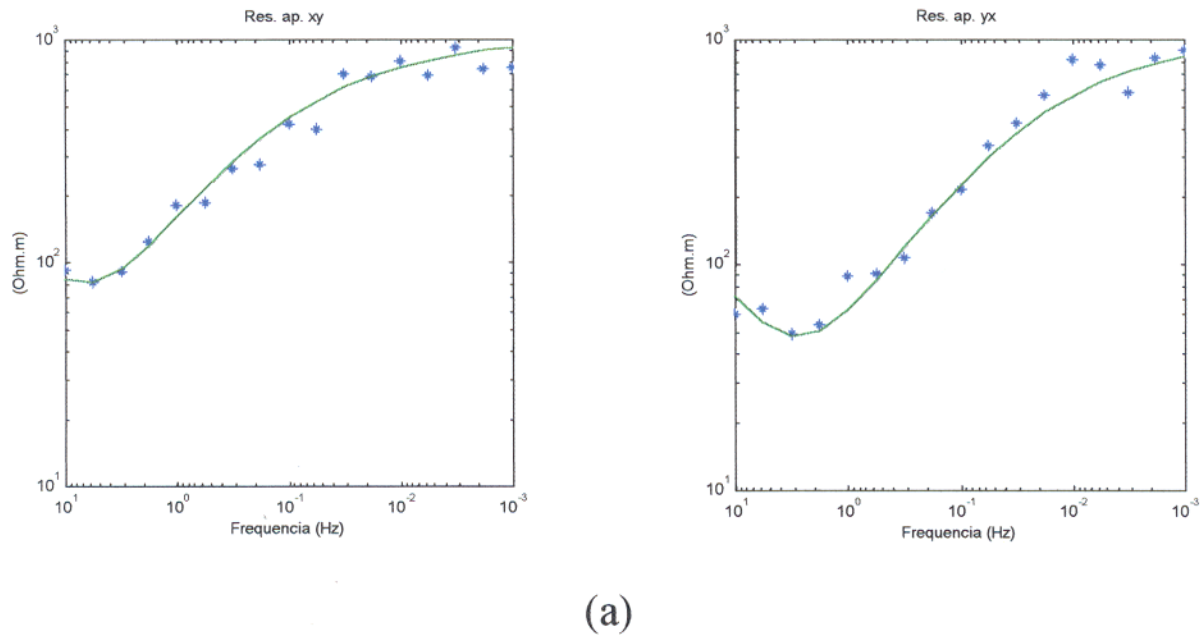


Figura 3.17 - Resultados para o modelo 1-a com aplicação de vínculo com valor incorreto à espessura da camada anisotrópica, a partir da aproximação inicial da Tabela 3.3.

Tabela 3.4 - Modelo 2

Camada	$\rho_{x'}(\Omega m)$	$\rho_{y'}(\Omega m)$	$\rho_{z'}(\Omega m)$	α	θ	h (km)
1	100	100	100	0	0	1
2	10	10	80	30°	60°	1,5
3	1000	1000	1000	0	0	-

(Figura 3.19) nos dá uma idéia mais clara sobre os parâmetros que geram a instabilidade. Observamos que quase todos os parâmetros geram valores singulares (S) menores que 0,1, sendo que os menores, S_8 e S_9 , estão várias ordens de grandeza mais baixos, atingindo valores na ordem de 10^{-6} . Ao observarmos as colunas 8 e 9 da matriz V (Figura 3.20) temos uma definição clara de que combinação de parâmetros gera a instabilidade. Os parâmetros que tem as maiores projeções sobre estas colunas são P_2 , P_4 e P_6 , que correspondem, respectivamente, aos valores das resistividades ρ_{xx} e ρ_{zz} no tensor de resistividade e ao ângulo (α) de inclinação da anisotropia. Percebemos que estes são justamente os parâmetros relacionados à anisotropia inclinada. Note que a espessura da camada anisotrópica é grande o suficiente para que ela seja bem definida pelos dados se houvesse apenas a anisotropia horizontal.

Apesar de ser fisicamente difícil dispormos destes valores em uma situação real, mostramos aqui, como exemplo da inversão, os resultados incluindo vínculos para os valores das três resistividades da camada anisotrópica tentando obter os valores dos ângulos de anisotropia. Novamente partimos de duas aproximações iniciais diferentes, mostradas nas Tabelas 3.5 e 3.6. Os resultados para este modelo estão nas Figuras 3.21 e 3.22, para a primeira aproximação inicial (Tabela 3.5). Para a segunda aproximação inicial (Tabela 3.6), temos os resultados mostrados nas Figuras 3.23 e 3.24.

Conseguimos determinar os ângulos da anisotropia e as profundidades do topo e da base da camada anisotrópica com uma boa aproximação. A análise da decomposição em valores singulares neste caso nos deu um diagnóstico preciso sobre a instabilidade. De fato, mesmo vinculando todos os demais parâmetros, quando não usamos vínculos nos parâmetros que foram indicados, não conseguimos estabilizar a solução.

Tabela 3.5 - Primeira aproximação inicial para a inversão dos dados gerados pelo modelo 2.

Camada	$\rho_{x'}(\Omega m)$	$\rho_{y'}(\Omega m)$	$\rho_{z'}(\Omega m)$	α	θ	h (km)
1	100	100	100	0	0	1
2	10	10	80	45°	45°	1
3	500	500	500	0	0	-

Tabela 3.6 - Segunda aproximação inicial para a inversão dos dados gerados pelo modelo 2.

Camada	$\rho_{x'}(\Omega m)$	$\rho_{y'}(\Omega m)$	$\rho_{z'}(\Omega m)$	α	θ	h (km)
1	50	50	50	0	0	0,5
2	10	10	80	45°	45°	0,5
3	100	100	100	0	0	-

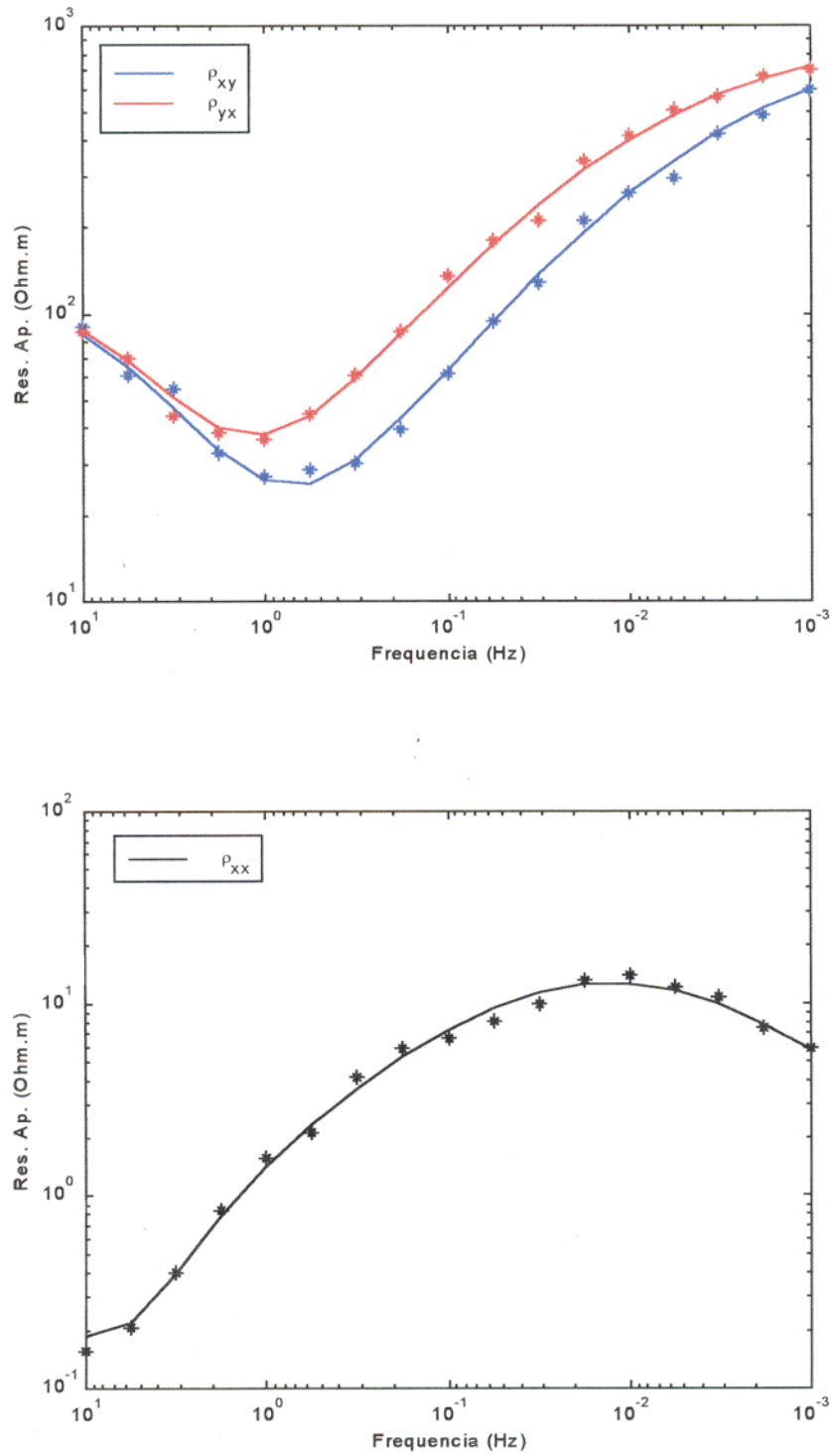


Figura 3.18 – Curvas de resistividade aparente geradas a partir do modelo 2.

Análise dos valores singulares da matriz de sensibilidade para o modelo 2.

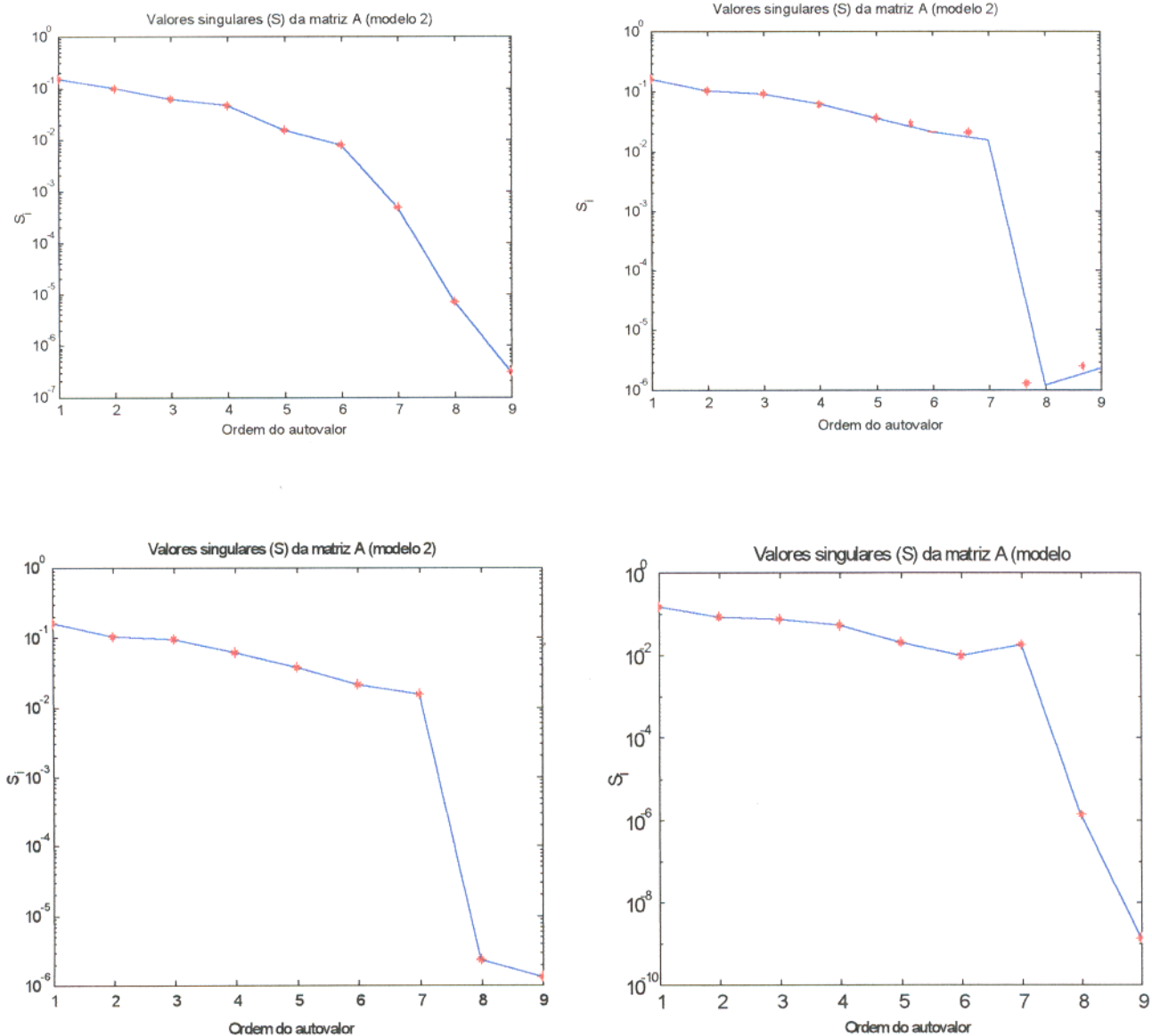


Figura 3.19 - Valores singulares da matriz de sensibilidade na última iteração da inversão não vinculada para o modelo 2, em quatro procedimentos de inversão diferentes. Em todos os casos, os menores valores singulares são S_8 e S_9 .

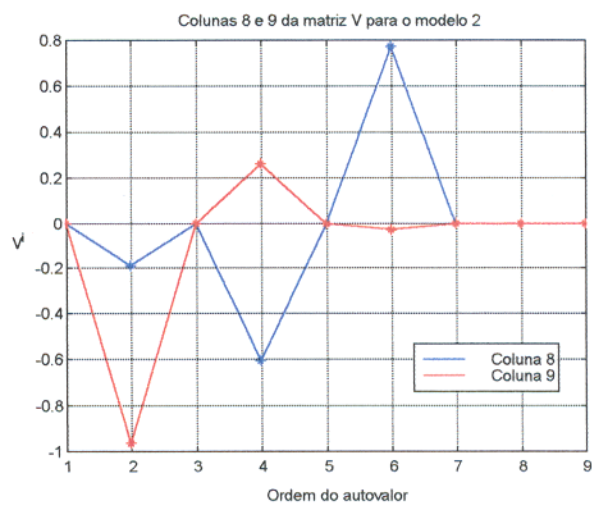
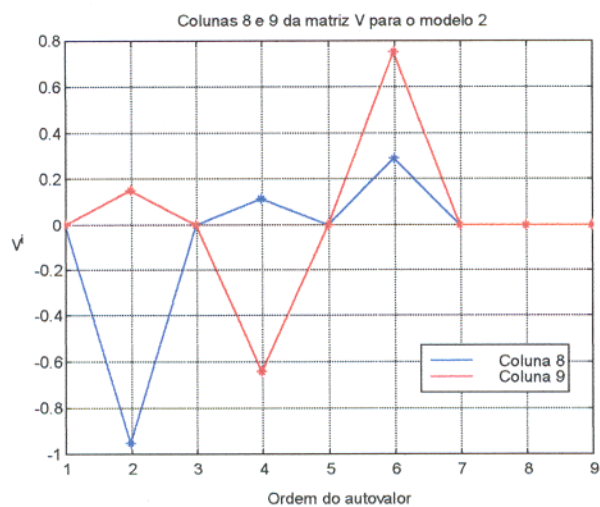
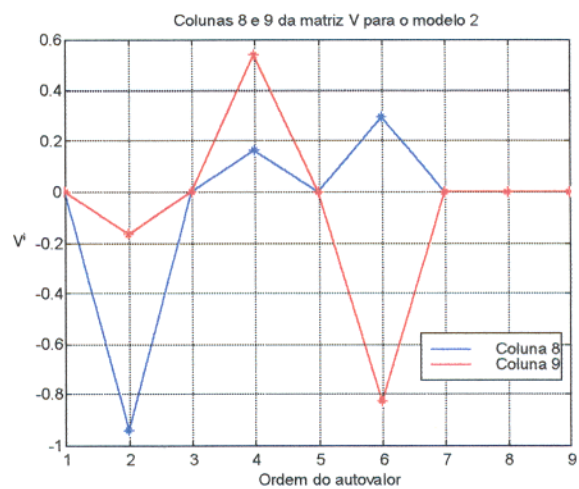
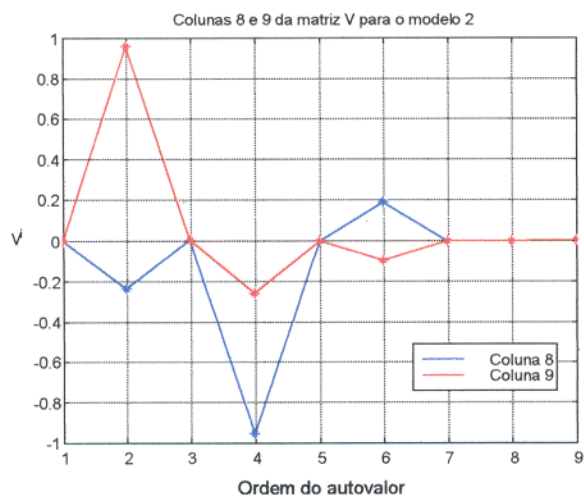
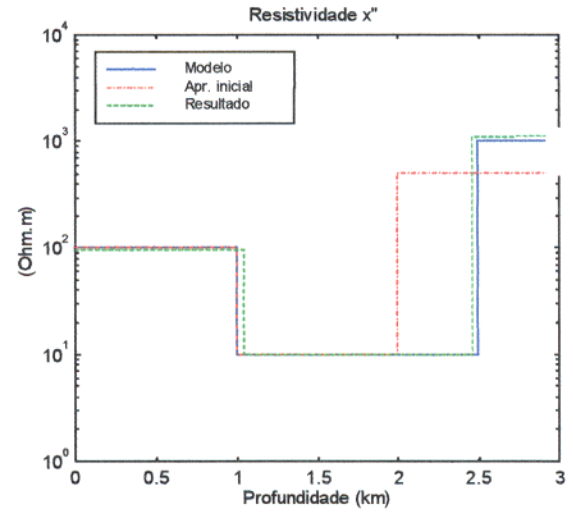
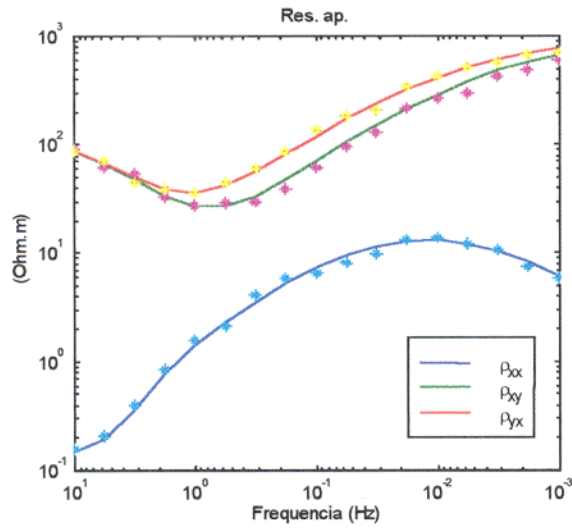
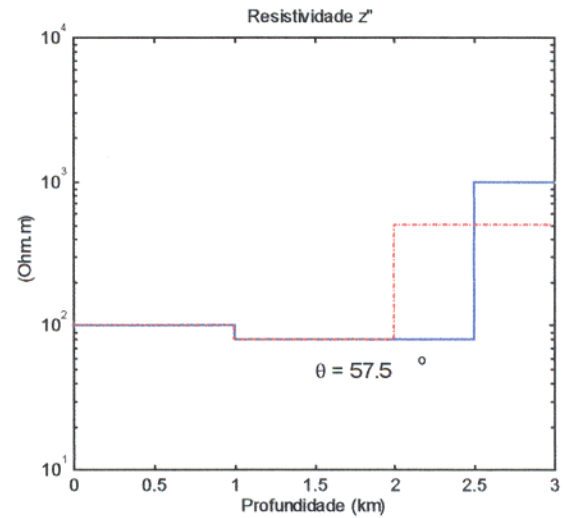
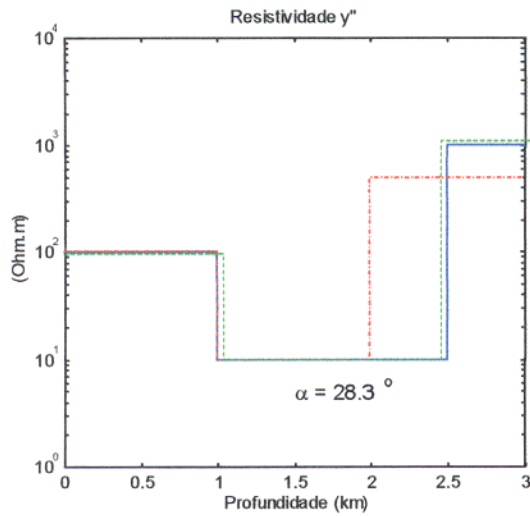


Figura 3.20 - Colunas 8 e 9 da matriz V da decomposição em valores singulares para o modelo 2. Cada gráfico corresponde aos valores singulares mostrados na figura 3.19, na mesma ordem.

Primeira aproximação inicial e primeiro vetor de ruído



(a)



(b)

Figura 3.21 – Resultados para o modelo 2, partindo da primeira aproximação inicial (Tabela 3.5). Dados contaminados com o primeiro vetor de ruído.

Primeira aproximação inicial e segundo vetor de ruído

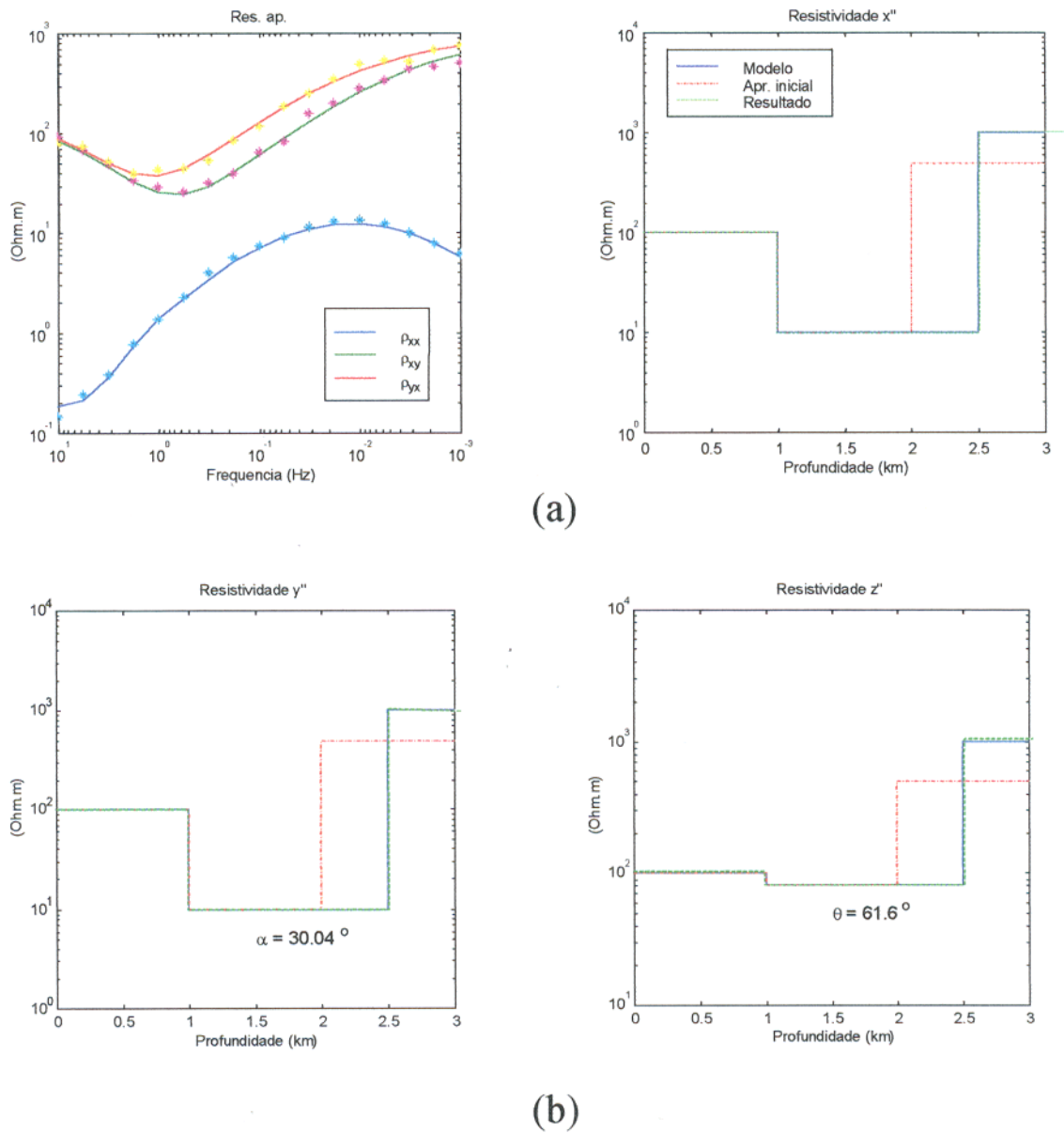
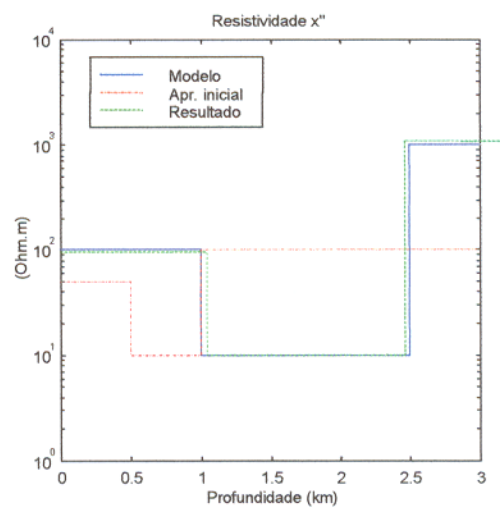
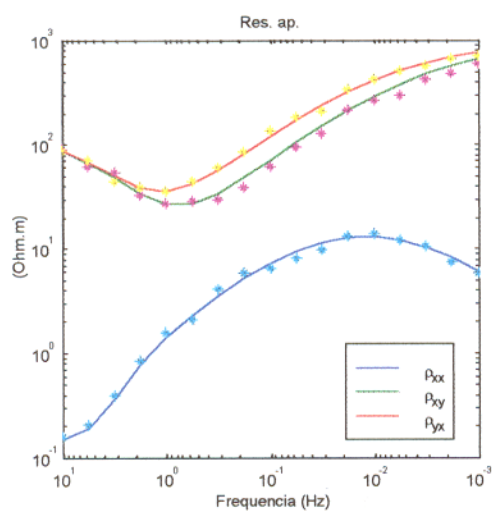
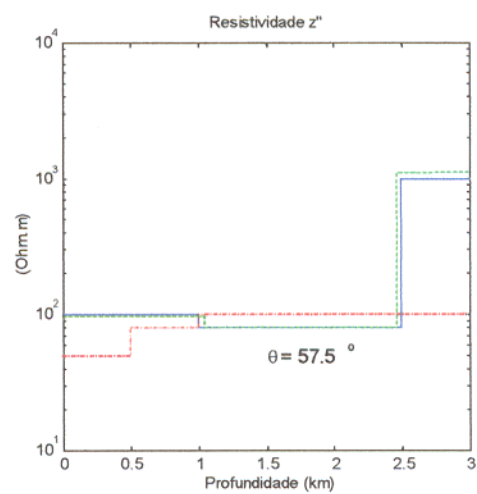
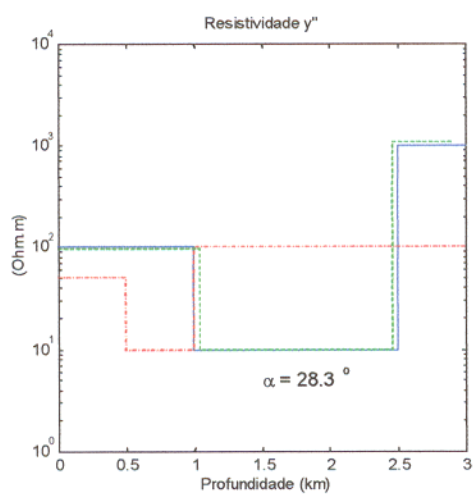


Figura 3.22 – Resultados para o modelo 2, partindo da primeira aproximação inicial (Tabela 3.5), com o segundo vetor de ruído.

Segunda aproximação inicial e primeiro vetor de ruído



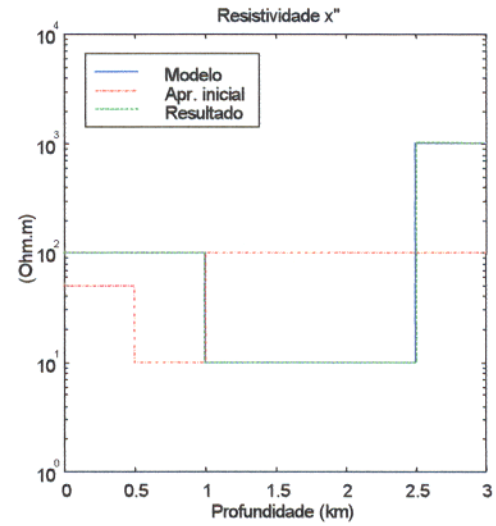
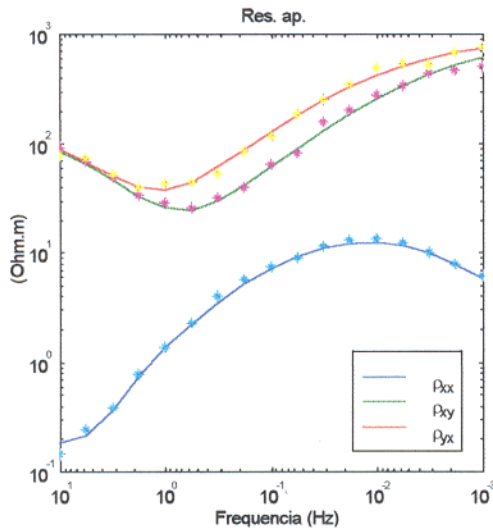
(a)



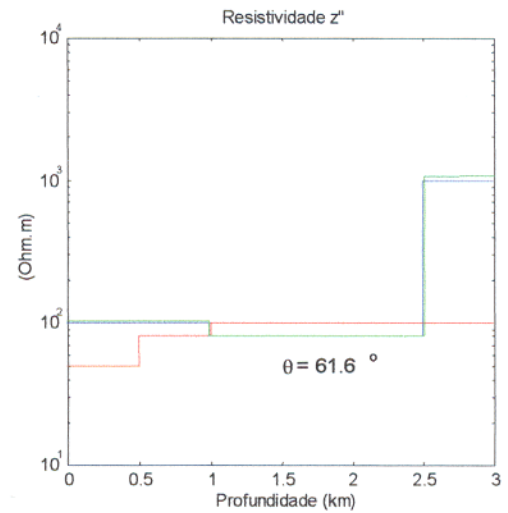
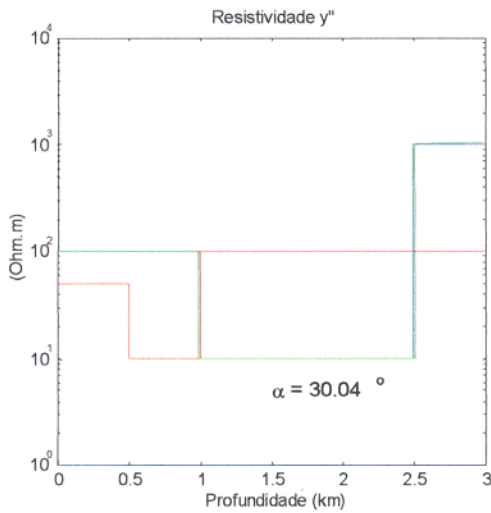
(b)

Figura 3.23 – Resultados para o modelo 2, partindo da segunda aproximação inicial (Tabela 3.6), com o primeiro vetor de ruído.

Segunda aproximação inicial e segundo vetor de ruído.



(a)



(b)

Figura 3.24 – Resultados para o modelo 2, partindo da segunda aproximação inicial (Tabela 3.6), com o segundo vetor de ruído.

4 - INVERSÃO DE DADOS 2-D DO EMAP

A inversão de dados bi-dimensionais é o próximo passo no nosso estudo do problema inverso. Estudaremos a inversão de dados do método EMAP. Aplicaremos os vínculos de igualdade aproximados a modelos formados por camadas homogêneas contendo heterogeneidades bi-dimensionais na forma de corpos retangulares. Finalmente, aplicaremos o método de inversão a dados reais obtidos na Bacia do Paraná.

4.1 O MÉTODO EMAP

O principal objetivo do método EMAP é a eliminação das chamadas distorções estáticas, que contaminam os levantamentos magnetotelúricos. Estas são variações nos valores medidos de resistividade aparente, causadas pela presença, na área em estudo, de corpos com altos contrastes de condutividade. Isto gera campos estáticos, devidos a acúmulos de cargas nas interfaces desses corpos, que distorcem os dados coletados, deslocando as curvas de resistividade aparente para cima ou para baixo, em todas as frequências que medem abaixo daquele corpo. Para corpos rasos, isto significa praticamente toda a curva. Em locais onde existem fortes fontes de distorção estática as seções de resistividade aparente mostram apenas uma imagem borrada em que é praticamente impossível se distinguir as feições verdadeiras da sub-superfície.

Para reduzir o efeito das distorções estáticas o EMAP utiliza uma técnica de levantamento diferente do método magnetotelúrico tradicional e um processo de filtragem dos dados. As medidas de campo elétrico são feitas em uma linha contínua de dipolos, como mostrado na Figura 4.1. Para cada dipolo da linha são feitas medidas em várias frequências e os resultados formam uma seção de resistividade aparente, que mostra os valores de resistividade em todas as frequências.

Para filtrar os dados o método usa um filtro espacial passa baixa cujo número de onda de corte seja tal que, para uma dada frequência, as componentes indutivas sejam preponderantes sobre as componentes estáticas do campo MT. Geralmente, o filtro usado é uma janela de Hanning digital, como ilustrada na Figura 4.2. Para uma terra cujas variações de resistividade sejam pequenas comparadas à resistividade do meio encaixante (TORRES-VERDÍN & BOSTICK, 1992b) este número de onda de corte é inversamente proporcional à profundidade

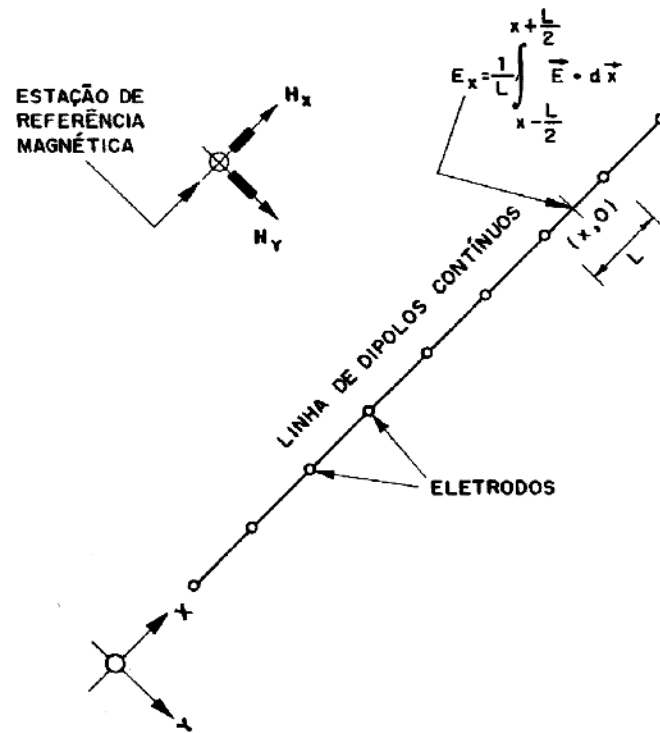


Figura 4.1 - Linha de dipolos elétricos do EMAP

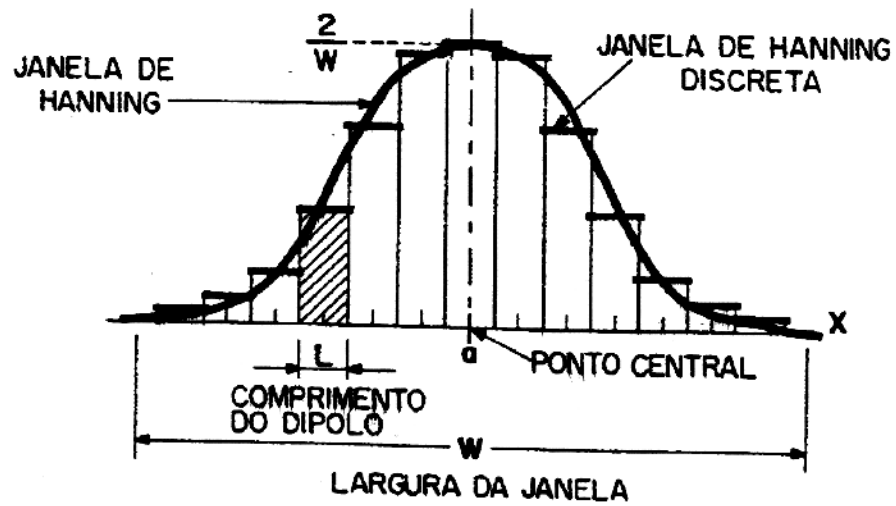


Figura 4.2 - Janela de Hanning digital, usada na filtragem das distorções estáticas.

de penetração de Bostick, que é definida como

$$z_B(x, \omega) = \frac{1}{\omega \mu_0} |Z_{xy}(x, \omega)|. \quad (4.1)$$

Em que Z_{xy} é a componente do tensor de impedância. Como a abertura da janela (W) do filtro é inversamente proporcional ao número de onda de corte, podemos escrever:

$$W(x, \omega) = cz_B(x, \omega) \quad (4.2)$$

Na equação acima c é uma constante adimensional, teoricamente arbitrária, que é usada para controlar um processo iterativo de escolha da janela adequada para cada frequência e cada posição na linha de dipolos. Este processo iterativo é necessário já que as impedâncias estão contaminadas pelo efeito estático e não podemos determinar W a partir da equação 4.2 apenas. O processo se dá da seguinte maneira: escolhe-se um valor inicial de W ; filtram-se as impedâncias com este valor inicial e, a partir dos valores filtrados, calcula-se o valor de z_B ; usando a equação 4.2, calcula-se um novo valor para W , repetindo estes passos até que haja convergência para um valor para a abertura da janela.

O valor da constante c é de extrema importância para o método, pois controla o processo iterativo e determina o nível de suavização que o filtro impõe aos dados. Valores pequenos de c fazem com que a janela de filtragem final para cada ponto tenda a ser pequena, o que aumenta a resolução lateral mas diminui o poder de filtragem; por outro lado, valores grandes de c fazem o processo tender para aberturas de janelas maiores, que suavizam bastante os dados, filtrando as distorções estáticas, mas, ao mesmo tempo, perdendo resolução lateral.

Na Figura 4.3 temos um primeiro modelo bi-dimensional usado para simular a resposta da linha de dipolos do EMAP. Geramos os dados do EMAP fazendo o cálculo dos valores dos campos usando o método dos elementos finitos. A seção de resistividade aparente resultante desse modelo é mostrada na Figura 4.4. Vemos que a presença do corpo condutivo afeta os dados, deformando a resposta da interface entre a camada e o substrato.

Na Figura 4.5 temos a seção filtrada com valor de $c = 1$ e na Figura 4.6, a seção filtrada com $c = 3$. Note a diferença entre as duas imagens. Em ambas foi possível remover o efeito estático provocado pelo corpo sobre os dados da interface entre as camadas, porém a presença do corpo é muito mais marcante na seção filtrada com o menor valor de c , indicando que quando usamos o valor maior houve uma suavização exagerada dos dados. Em um levantamento real do EMAP, a escolha do valor da constante c no filtro deve ser feita de maneira criteriosa, dependendo do objetivo do levantamento e levando em conta toda informação disponível sobre a área em estudo.

A partir do modelo da Figura 4.3 podemos simular os efeitos mais fortes das distorções estáticas provocadas por corpos rasos, que contaminam praticamente todas as frequências.

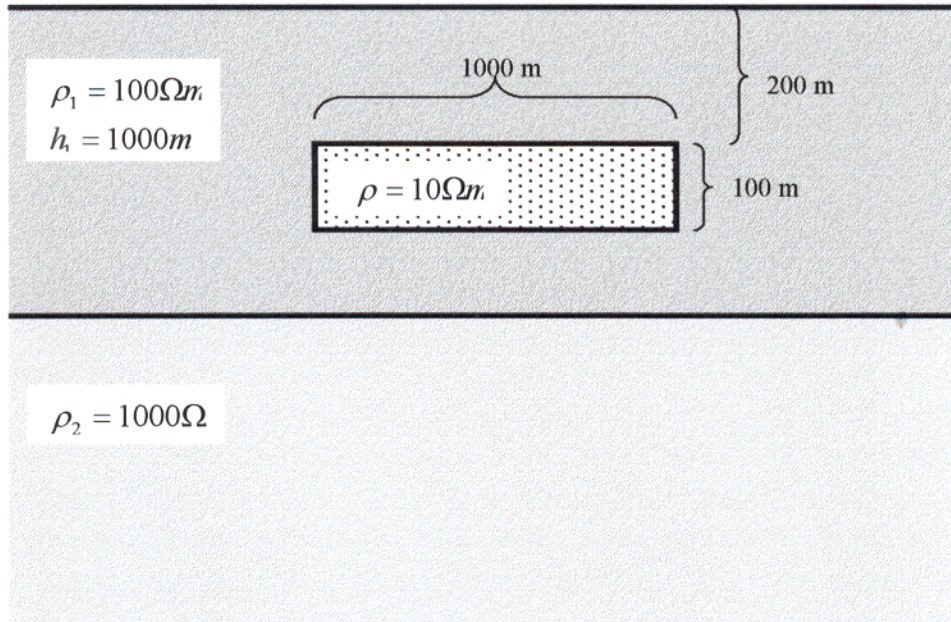


Figura 4.3 - Modelo 2-D usado para gerar os dados mostrados na Figura 4.4.

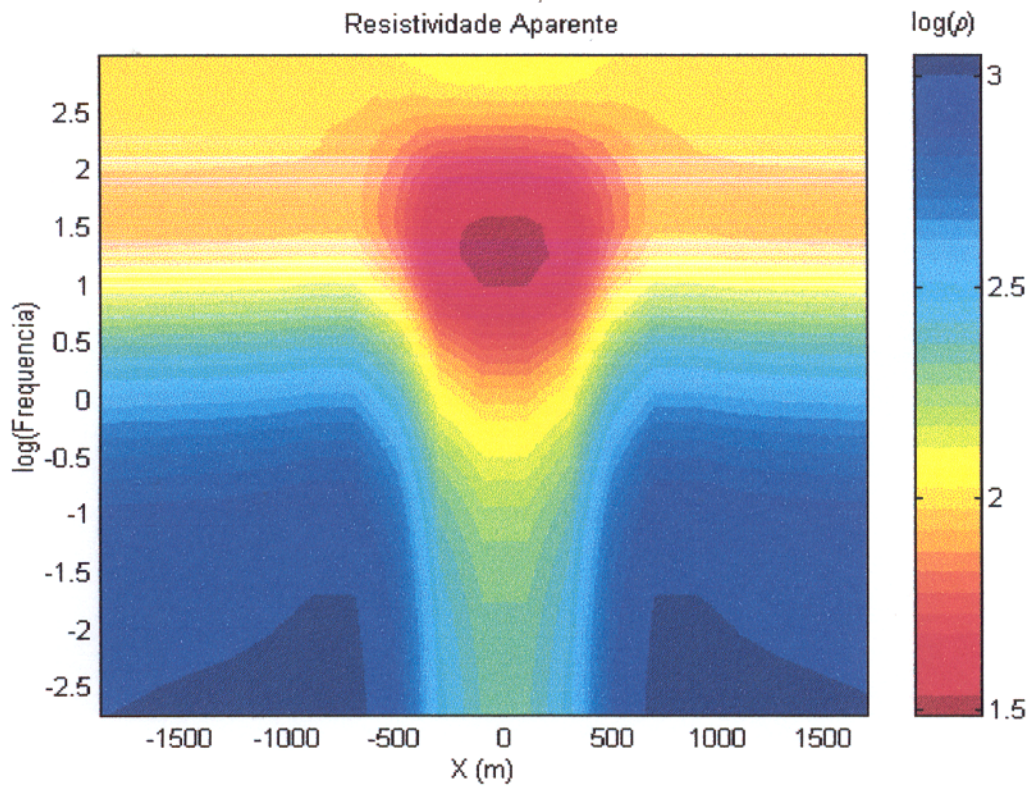


Figura 4.4 - Seção de resistividade aparente versus frequência gerada pelo modelo da Figura 4.3.

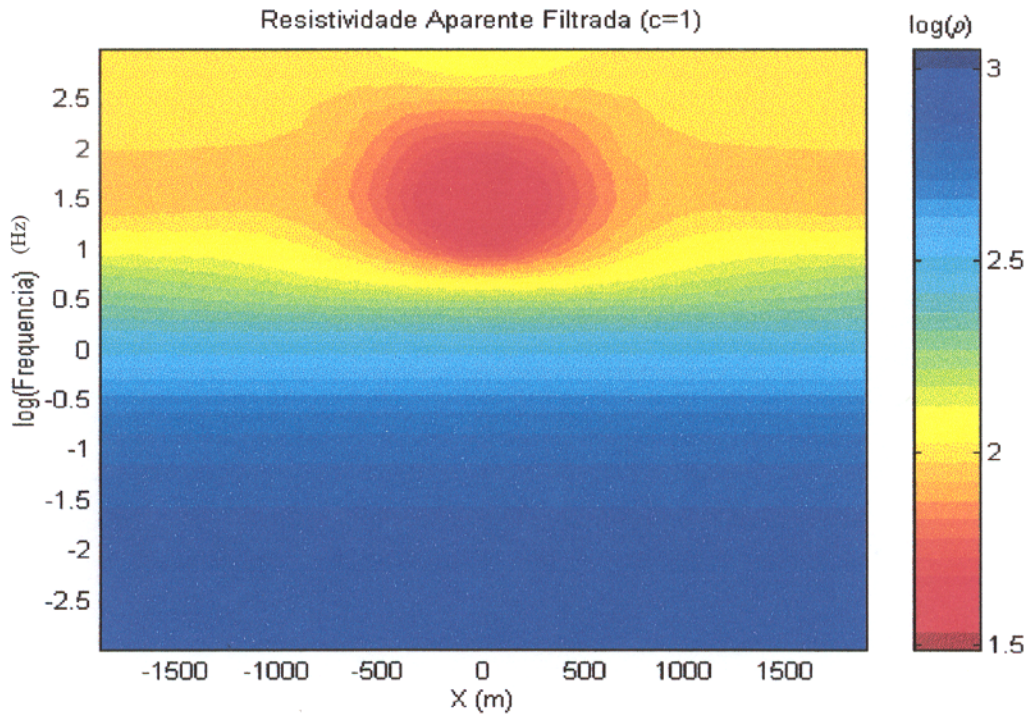


Figura 4.5 - Seção de resistividade aparente versus frequência para os dados do modelo da Figura 4.3, filtrados com $c=1$.

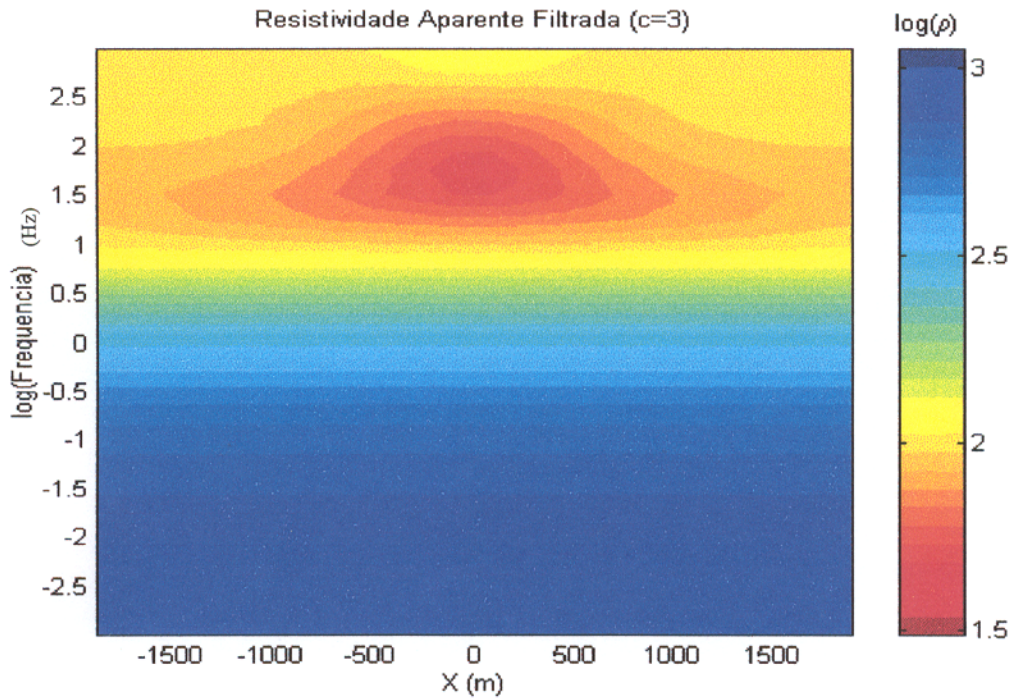


Figura 4.6 - Seção de resistividade aparente versus frequência para os dados do modelo da Figura 4.3, filtrados com $c=3$.

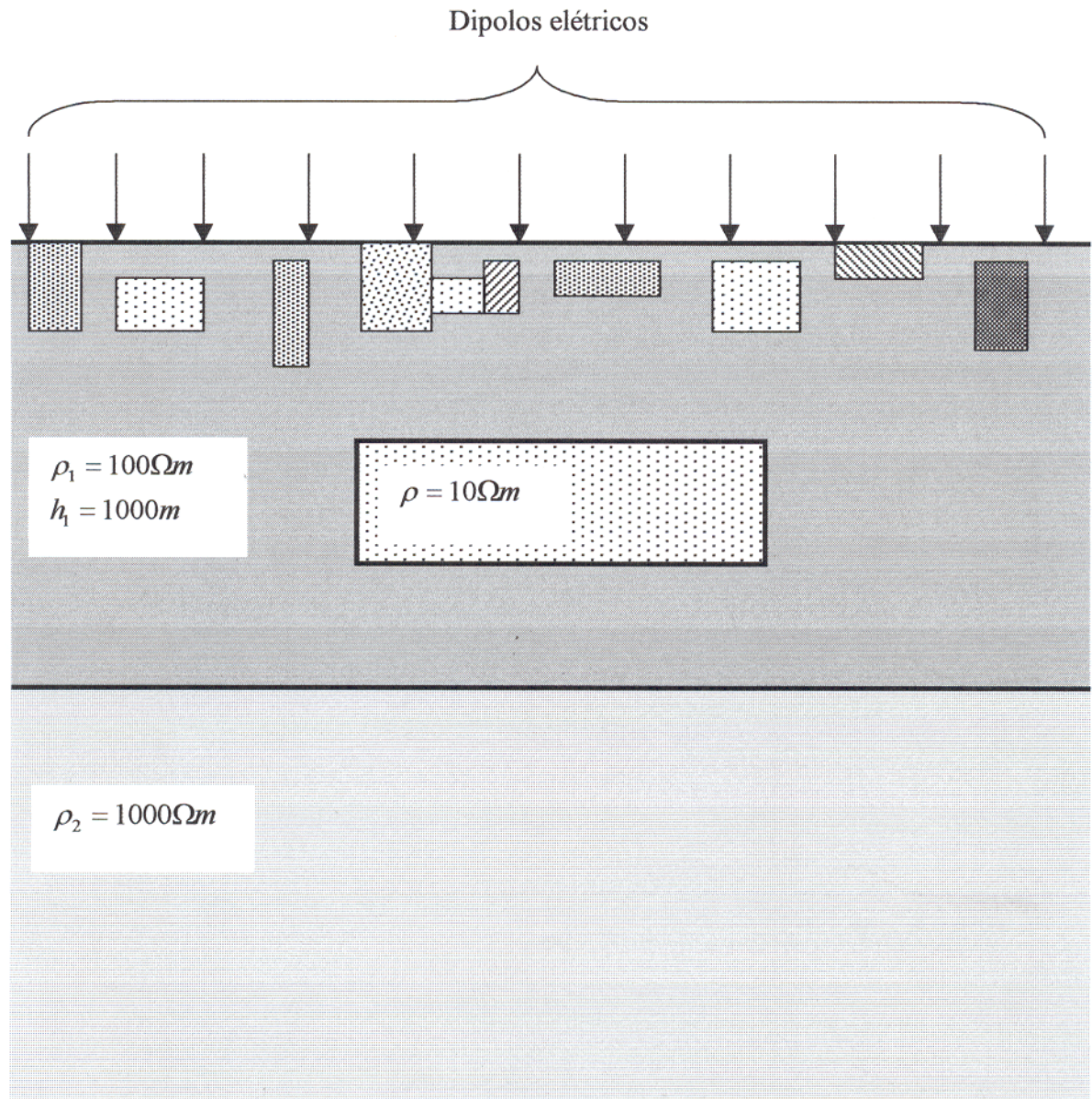


Figura 4.7 - Modelo esquemático usado para gerar os dados com distorções estáticas. Os corpos rasos são adicionados ao modelo da Figura 4.7.

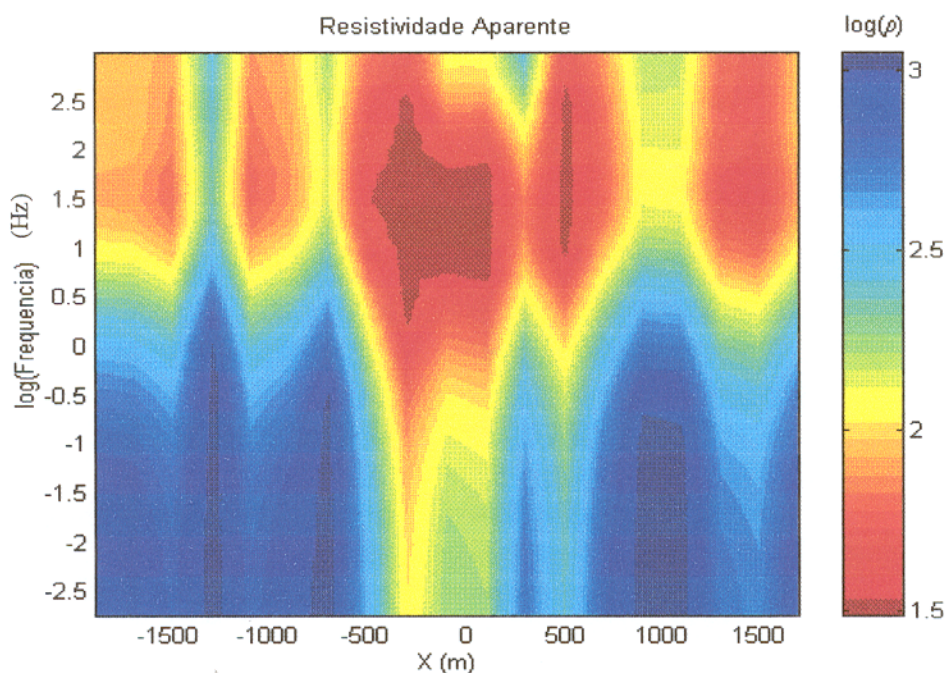


Figura 4.8 - Seção de resistividade aparente versus frequência para os dados gerados pelo modelo da Figura 4.3, contaminado pelo ruído geológico ilustrado na Figura 4.7.

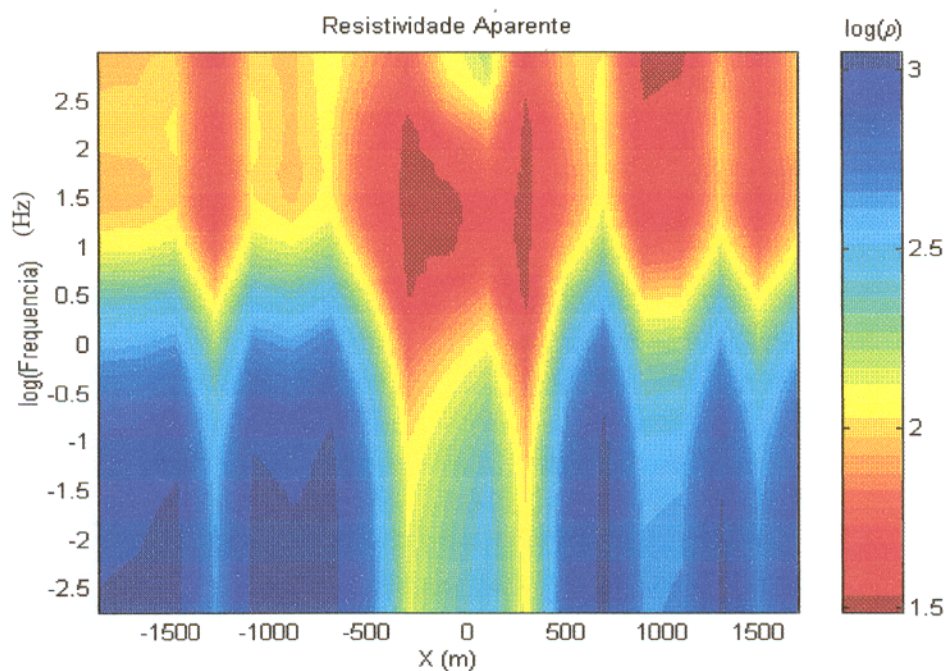


Figura 4.9 - Seção de resistividade aparente versus frequência para os dados gerados pelo modelo da Figura 4.3, contaminados por um segundo conjunto de corpos que geram distorções estáticas.

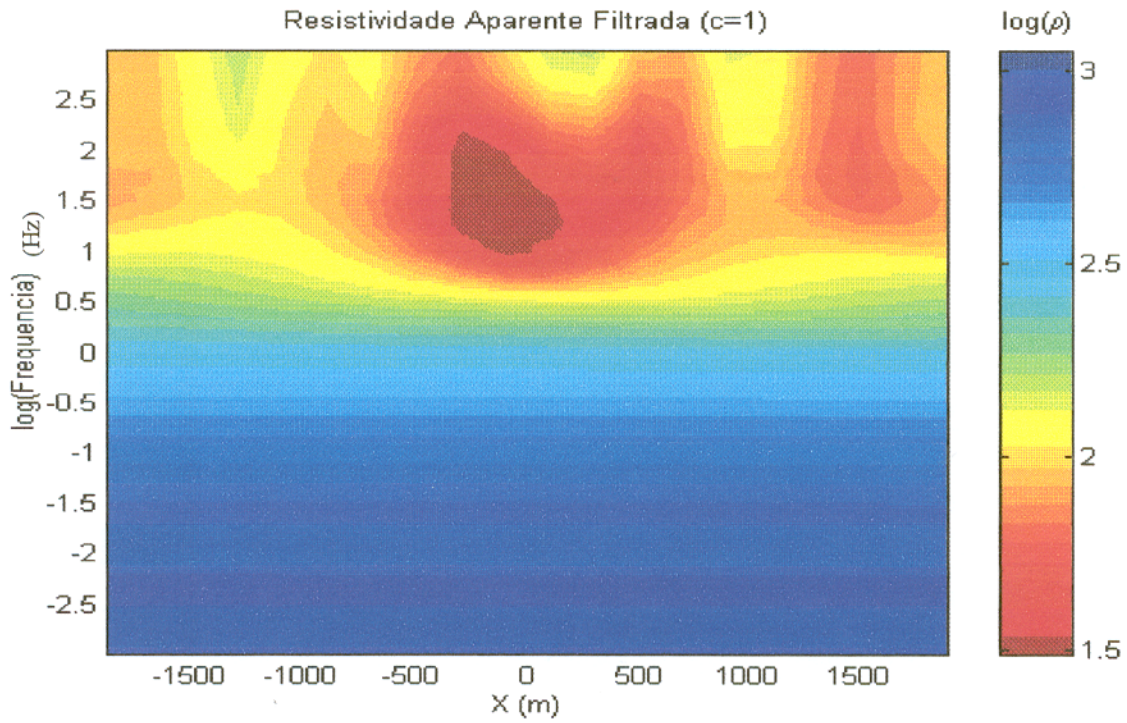


Figura 4.10 - Seção de resistividade aparente versus frequência para os dados da Figura 4.8 filtrados com $c=1$.

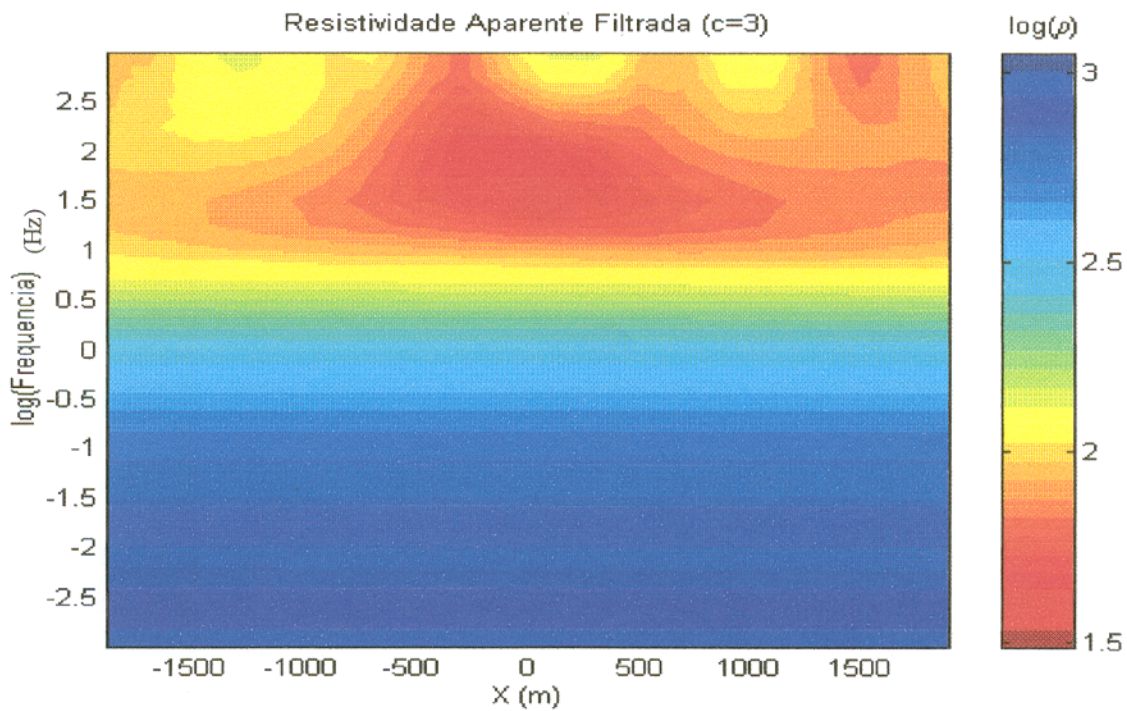


Figura 4.11 - Seção de resistividade aparente versus frequência para os dados da Figura 4.8 filtrados com $c=3$.

Adicionamos ao nosso modelo uma sequência de corpos de tamanhos, resistividades e profundidades diferentes para simular os efeitos de uma camada de manto de intemperismo, por exemplo, como ilustra a Figura 4.7. Estes corpos provocam distorções nas seções de resistividade que deformam completamente a imagem que se tinha anteriormente (Figuras 4.8 e 4.9).

Simulamos uma situação em que o próprio corpo condutor, além da interface entre as camadas é um alvo do levantamento. Na seção não filtrada não se consegue distinguir o corpo, nem se tem uma indicação clara sobre a interface. Após filtrarmos os dados com um valor de $c = 1$ temos a seção de resistividade aparente mostrada na Figura 4.10. Note o poder de filtragem do método, que foi capaz, neste caso, de eliminar grande parte das distorções presentes na imagem. Se filtramos estes dados com $c = 3$ temos o resultado mostrado na Figura 4.11.

4.2 METODOLOGIA DA INVERSÃO

O método que apresentamos para inverter os dados do EMAP consiste de 3 pontos fundamentais: a escolha do modelo interpretativo, o uso de uma camada de corpos pequenos aflorantes para controlar o ruído geológico e o uso de vínculos aproximados de igualdade para estabilizar as soluções. Detalhamos cada um destes itens a seguir.

4.2.1 Escolha do modelo interpretativo.

No nosso método, o modelo interpretativo e os valores para a aproximação inicial para cada caso serão criados a partir das seções de resistividade aparente filtradas, que nos fornecem uma imagem aproximada da estrutura geo-elétrica sob a linha de dipolos.

Informações para a construção do modelo interpretativo, tais como o número de camadas geológicas ou a presença de estruturas marcantes, como intrusões ou falhamentos, podem ser extraídas das seções filtradas do EMAP (TORRES-VERDÍN & BOSTICK, 1992-b). Entretanto, os valores para parâmetros como as resistividades ou profundidades dessas estruturas não são revelados com precisão nas seções filtradas. Estes valores podem ser bastante diferentes, para um mesmo modelo, dependendo do valor da constante c usada no filtro.

Pretendemos que os resultados da inversão sejam independentes daquela constante, pois *não faremos a inversão com os dados filtrados e sim com as seções não filtradas* e, além disso, se as soluções forem realmente estáveis elas devem ser independentes da aproximação inicial que usamos em cada caso.

4.2.2 A camada de static shift.

Para dar conta da inversão de uma seção contaminada com distorções estáticas fortes, como a da Figura 4.8, sem trabalhar com os dados filtrados, acrescentamos ao modelo interpretativo, derivado das seções filtradas, uma camada aflorante de corpos pequenos, um para cada dipolo da linha, de tamanho fixo e cujas resistividades serão parâmetros a ser invertidos, podendo assumir, em princípio, qualquer valor. Esta camada, que chamamos de "camada de static shift" tem por objetivo incluir na inversão os efeitos de fontes de distorções estáticas rasas, não necessariamente aflorantes, partindo do princípio de que no EMAP, assim como no método magnetotelúrico, os objetivos dos levantamentos são sempre alvos mais profundos e as estruturas de grande escala.

Os valores iniciais das resistividades dos corpos na camada de static shift são os próprios valores de resistividade aparente nas seções não filtradas, na frequência mais alta. Em partes da linha em que há fontes de distorções estáticas rasas os valores de resistividade da camada de static shift tenderão para as resistividades destas fontes. Onde não há corpos que gerem distorções, as resistividades da camada de static shift tenderão para a resistividade da primeira camada do modelo.

A largura de cada corpo da camada de static shift será igual à largura do dipolo elétrico e a espessura da camada não deve ser muito grande, para resolver o melhor possível corpos pequenos e deixar que as respostas de fontes de distorções maiores ou mais profundos sejam tratadas apenas com variações nos valores de resistividade. Em nossos modelos usaremos sempre o valor de 50 metros para a espessura da camada de static shift.

Fazendo a inversão desta forma, incluímos no processo os efeitos estáticos, juntamente com a resposta das estruturas que são os alvos dos levantamentos. Na prática isto age como um filtro sobre os dados, pois faz uma separação entre as distorções estáticas e as respostas dos alvos ao fazer com que um grupo de parâmetros dê conta das estruturas alvos, enquanto que um grupo diferente de parâmetros se ocupe apenas das distorções estáticas rasas.

Um exemplo de camada de static shift está mostrado na Figura 4.12, onde vemos essa camada sobreposta ao modelo da Figura 4.3.

4.2.3 Vínculos de igualdade aproximados.

Para estabilizar as soluções da inversão aplicaremos vínculos aproximados de igualdade absoluta, da mesma maneira descrita no capítulo 3. Nossos modelos interpretativos serão sempre formados por camadas planas e homogêneas, com interfaces bem definidas, nos quais

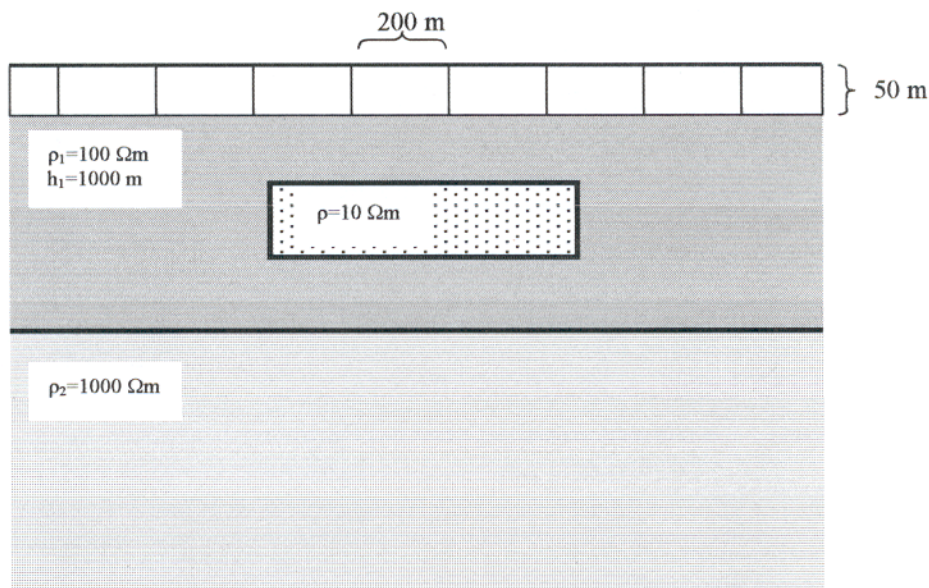


Figura 4.12 - Camada de static shift sobreposta ao modelo da Figura 4.3.

pode haver contrastes de resistividade marcantes. Não empregaremos vínculos de suavidade aos parâmetros destes modelos, pois nos interessam os contrastes entre as camadas e destas com os corpos em cada modelo.

Usamos aqui o mesmo método já apresentado para a escolha de quais parâmetros devem ser vinculados. Analisamos a decomposição em valores singulares da matriz de sensibilidade obtida na inversão não vinculada.

4.2.4 Escolha das observações e parâmetros.

Nossos modelos serão formados por camadas planas horizontais homogêneas e isotrópicas, às quais serão sobrepostos corpos retangulares com diferentes contrastes de resistividade, também homogêneos e isotrópicos. Estes corpos são de duas naturezas diferentes: temos corpos maiores que representarão parte do objetivo dos levantamentos e corpos menores que serão fontes indesejáveis de distorções estáticas. Estes, com tamanhos, profundidades e posicionamentos laterais variados, serão as fontes de ruído geológico em nossos modelos.

Os parâmetros representativos de cada modelo serão: para cada camada, o valor da resistividade e sua espessura; para o embasamento, apenas o valor de resistividade; para cada corpo alvo, a resistividade, espessura, largura, sua profundidade medida em relação ao centro geométrico e seu posicionamento lateral em relação à linha de dipolos, também medido em relação ao centro geométrico do corpo; para a camada de static shift, o valor de

resistividade de cada corpo, um para cada dipolo da linha.

Temos então 2 parâmetros para cada camada do modelo interpretativo, 1 para o embasamento, 5 para cada corpo alvo e um número igual ao de dipolos na linha para a camada de static shift, 1 para cada corpo na camada.

No método magnetotelúrico tradicional, são feitas medidas dos campos elétricos em duas direções perpendiculares e estas medidas são usadas para gerar os dados correspondentes aos modos de propagação TE e TM, como descrito no capítulo 1. Já no método EMAP em geral as medidas elétricas são feitas apenas em uma direção, seguindo a linha de dipolos. Os levantamentos de campo geralmente são planejados de modo que a linha corte as estruturas conhecidas perpendicularmente, para buscar mais detalhes. Então, no nosso estudo, trabalharemos sempre com a linha perpendicular ao *strike*, modelando o modo TM, que é aquele em que os efeitos estáticos são observados. Teremos, assim, apenas um valor (complexo) de impedância (Z_{yx}) para cada ponto de medida e para cada frequência.

Neste caso usaremos como observações na inversão os valores de resistividade aparente e fase e não mais as componentes da impedância, por que já não temos diferença, em termos da ambiguidade contida na impedância, entre a primeira e a segunda opções e usando a resistividade aparente, podemos trabalhar com o logaritmo dos valores, já que estes são sempre números positivos.

Como as observações usadas na inversão são resistividade aparente e fase para cada valor de impedância, teremos um total de observações em nosso vetor y igual a duas vezes o número de dipolos na linha multiplicado pelo número de frequências.

4.3 INVERSÃO DE DADOS SINTÉTICOS

O modelo a ser estudado é aquele mostrado na Figura 4.3 (que reproduzimos na Figura 4.13 já respeitando a escala de cores que usamos nas seções de resistividade aparente) acrescido dos corpos que geram o ruído. Os dados para este modelo são gerados com uma linha de 20 dipolos de 200 metros de comprimento cada. São simuladas medidas em 25 frequências, distribuídas uniformemente em uma escala logarítmica de 10^{-3} Hz até 10^3 Hz.

Na Tabela 4.1 temos listados os oito parâmetros que formam o modelo sem os blocos da camada de static shift. Nas figuras com os resultados da inversão mostraremos os modelos construídos com os valores destes parâmetros, deixando de fora a camada de static shift. No Apêndice A apresentamos todos estes resultados na forma de tabelas, explicitando os valores correspondentes a todos os parâmetros.

Vemos que seria muito difícil deduzir a estrutura geo-elétrica a partir dos dados não filtrados mostrados na Figura 4.8. Dos dados filtrados (Figuras 4.10 e 4.11) podemos deduzir a presença de duas camadas e de um corpo condutivo localizado na camada superior. Os valores de profundidades do corpo e da camada não podem ser tirados diretamente dos dados plotados na frequência, por isso começaremos a inversão com valores arbitrários de 500 metros para a espessura da camada e de 300 metros para a espessura do corpo, localizando o centro deste exatamente no meio da camada a 250 metros de profundidade. A largura do corpo escolhida foi de 500 m. Sua posição lateral é claramente visível na seção filtrada, sendo em torno da posição $x = 0$, que corresponde ao ponto central da linha. Finalmente, ao modelo descrito acima adicionamos os corpos da camada de static shift, cada um com 200 m de largura e espessura de 50 m. Esta será a primeira aproximação inicial que usaremos para inverter os dados do modelo. Uma segunda aproximação inicial será construída variando-se os valores destes parâmetros. Os valores para as duas aproximações iniciais estão mostrados na Tabela 4.2.

A forte distorção estática que aparece na seção de resistividade aparente (Figura 4.8) foi gerada por um conjunto de dez corpos de tamanhos, posições e resistividades diferentes, que são o nosso ruído geológico. Sempre que quisermos testar a estabilidade de nossas soluções faremos a inversão dos dados de cada modelo duas vezes para cada aproximação inicial, em cada vez com um conjunto de corpos que geram ruído geológico diferente. A seção de resistividade aparente com o modelo contaminado pelo segundo conjunto de ruído geológico é mostrada na Figura 4.9. A Tabela 4.3 mostra os valores relacionados aos corpos que geram as distorções estáticas nas duas simulações de ruído geológico apresentadas.

A Figura 4.14 mostra os resultados da inversão, sem o uso de nenhum vínculo de igualdade, partindo da primeira aproximação, descrita acima, com os dois conjuntos de ruído diferentes. Nota-se que não conseguimos uma solução estável. Apesar da boa aproximação para os parâmetros referentes às camadas, aqueles referentes ao corpo condutor sofreram variações muito grandes, quando usamos dois conjuntos de ruídos diferentes.

Na Figura 4.15 temos a análise da decomposição em valores singulares para este caso. Notamos que os dois menores valores singulares são os de números 22 e 23. Observando as colunas 22 e 23 da matriz V , vemos que as maiores contribuições para estas colunas são feitas pelos parâmetros P_6 e P_8 , que correspondem à largura e à espessura do corpo condutor. Este mesmo resultado foi encontrado diversas vezes em que fizemos a inversão sem vínculos partindo de aproximações iniciais diferentes e com corpos diferentes gerando o ruído.

Quando fazemos a inversão aplicando um vínculo aproximado de igualdade absoluta no parâmetro correspondente à espessura do corpo ($P_8 = 100m$), obtemos uma solução estável e

Tabela 4.1 - Parâmetros a ser invertidos para o modelo, sem aqueles da camada de static shift.

P_1	Resistividade da 1ª camada
P_2	Espessura da 1ª camada
P_3	Resistividade da 2ª camada
P_4	Resistividade do corpo alvo
P_5	Posição lateral do centro do corpo
P_6	Largura do corpo
P_7	Profundidade do centro do corpo
P_8	Espessura do corpo

Tabela 4.2 - Valores dos parâmetros nas duas aproximações iniciais usadas na inversão do modelo 2D.

Parâmetro	Primeira aprox. inicial	Segunda aprox. inicial
$P_1(\Omega m)$	100	300
$P_2(m)$	500	1000
$P_3(\Omega m)$	500	500
$P_4(\Omega m)$	50	20
$P_5(m)$	0	0
$P_6(m)$	500	500
$P_7(m)$	250	300
$P_8(m)$	300	500

Tabela 4.3 - Propriedades dos corpos retangulares que simulam as fontes de distorções estáticas nos dois conjuntos de ruído geológico. Os termos posição inicial e posição final se referem às posições dos limites dos blocos nas coordenadas horizontais da linha de dipolos.

Primeiro ruído	Resistividade (ohm.m)	Posição inicial (m)	Posição final (m)	Profundidade do topo (m)	Profundidade da base (m)
Bloco 1	320	-1400	-1200	0	100
Bloco 2	1000	-800	-1000	70	100
Bloco 3	1000	-750	-600	0	30
Bloco 4	3000	-400	-200	10	30
Bloco 5	300	-100	200	0	30
Bloco 6	1000	200	400	0	50
Bloco 7	700	400	600	10	50
Bloco 8	500	600	700	70	100
Bloco 9	300	800	1200	0	50
Bloco 10	500	1350	1550	10	20

Segundo ruído	Resistividade (ohm.m)	Posição inicial (m)	Posição final (m)	Profundidade do topo (m)	Profundidade da base (m)
Bloco 1	50	-1400	-1200	0	80
Bloco 2	500	-800	-1000	50	100
Bloco 3	200	-750	-600	0	30
Bloco 4	500	-400	-200	20	50
Bloco 5	300	-100	200	0	50
Bloco 6	50	200	400	0	30
Bloco 7	200	400	600	20	100
Bloco 8	1500	600	700	50	100
Bloco 9	30	800	1200	0	50
Bloco 10	1000	1350	1550	10	30

uma ótima aproximação da estrutura que gerou os dados. Na Figura 4.16 temos os resultados da inversão feita a partir da primeira aproximação inicial e com dois conjuntos de fontes de ruído diferentes. Na Figura 4.17 temos os resultados partindo da segunda aproximação inicial.

Em casos como o estudado aqui esperamos encontrar ambiguidade entre a geometria e a resistividade nos modelos. O fato de só termos conseguido identificar na análise da decomposição em valores singulares os parâmetros referentes a espessura e profundidade do corpo nos indica que precisaríamos repetir o procedimento mais vezes para conseguir identificar outros parâmetros envolvidos na instabilidade. Como uma evidência disto mostramos o resultado obtido na inversão dos mesmos dados impondo um vínculo somente ao parâmetro correspondente à resistividade do corpo ($P_4 = 10\Omega m$). Na Figura 4.18 temos os resultados para a primeira aproximação inicial e na Figura 4.19 temos os resultados partindo da segunda aproximação inicial. Conseguimos novamente a solução estável e representativa da configuração que gerou os dados.

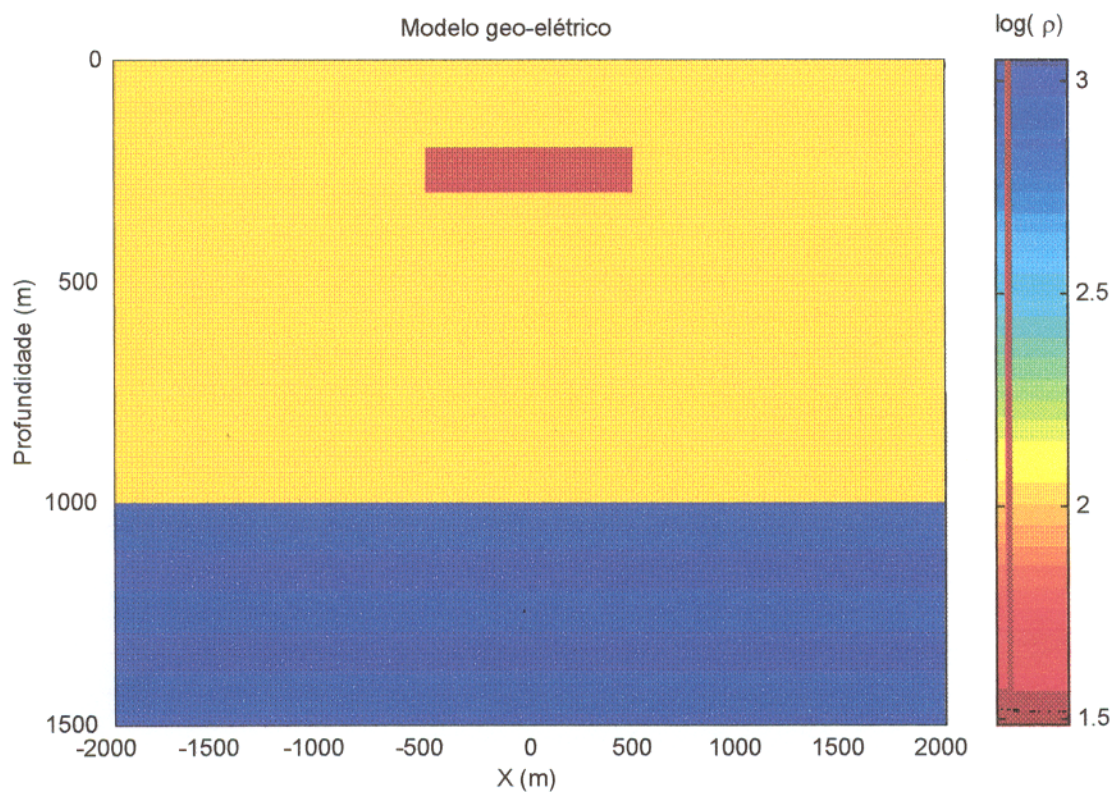


Figura 4.13 – Modelo que gera os dados a ser invertidos (o mesmo da figura 4.3), sem os corpos que geram as distorções estáticas, obedecendo a mesma escala de cores usada nas seções de resistividade aparente

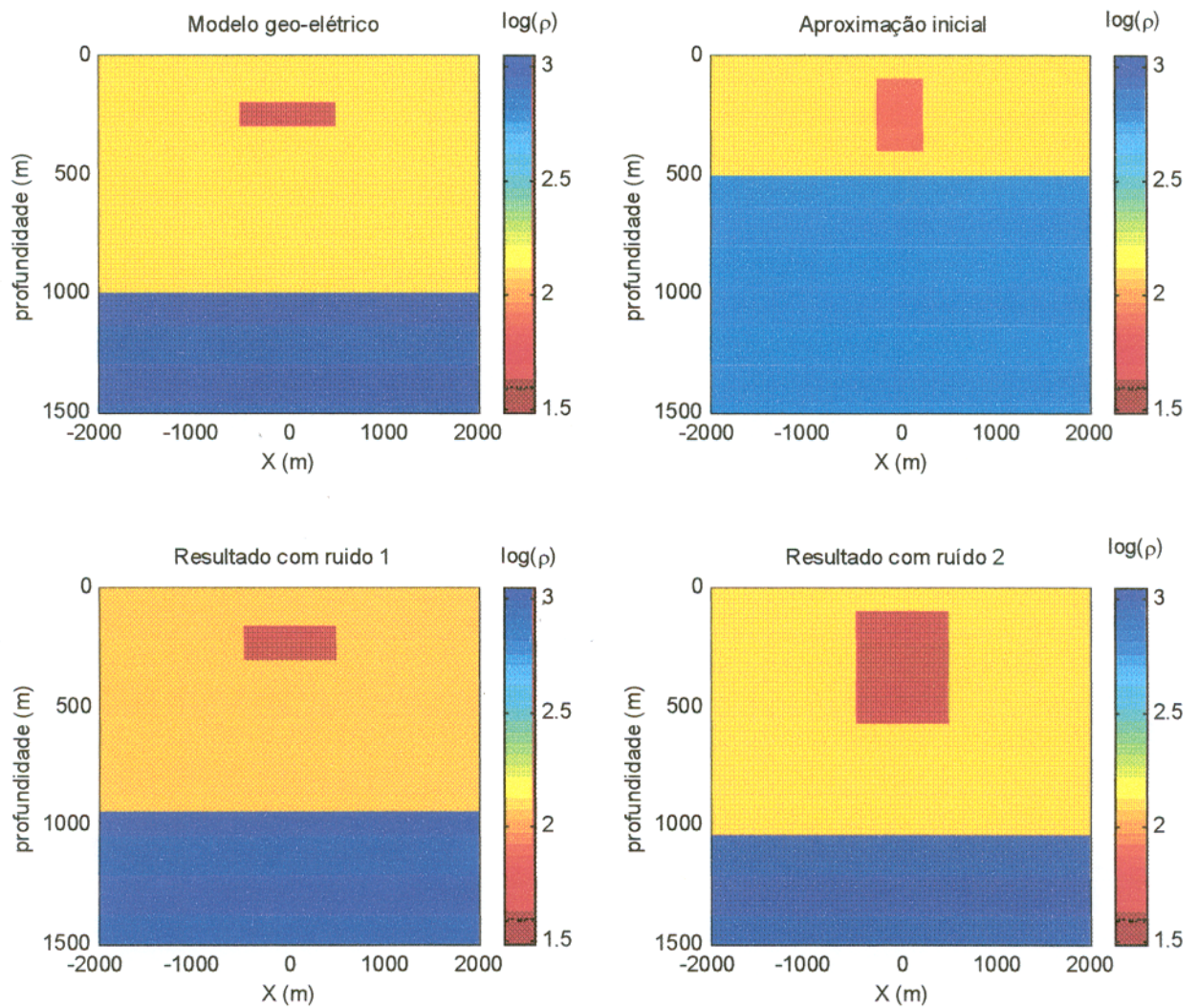


Figura 4.14 – Resultado da inversão sem vínculo de igualdade, partindo da primeira aproximação inicial, com os dados contaminados por dois conjuntos de ruído geológico.

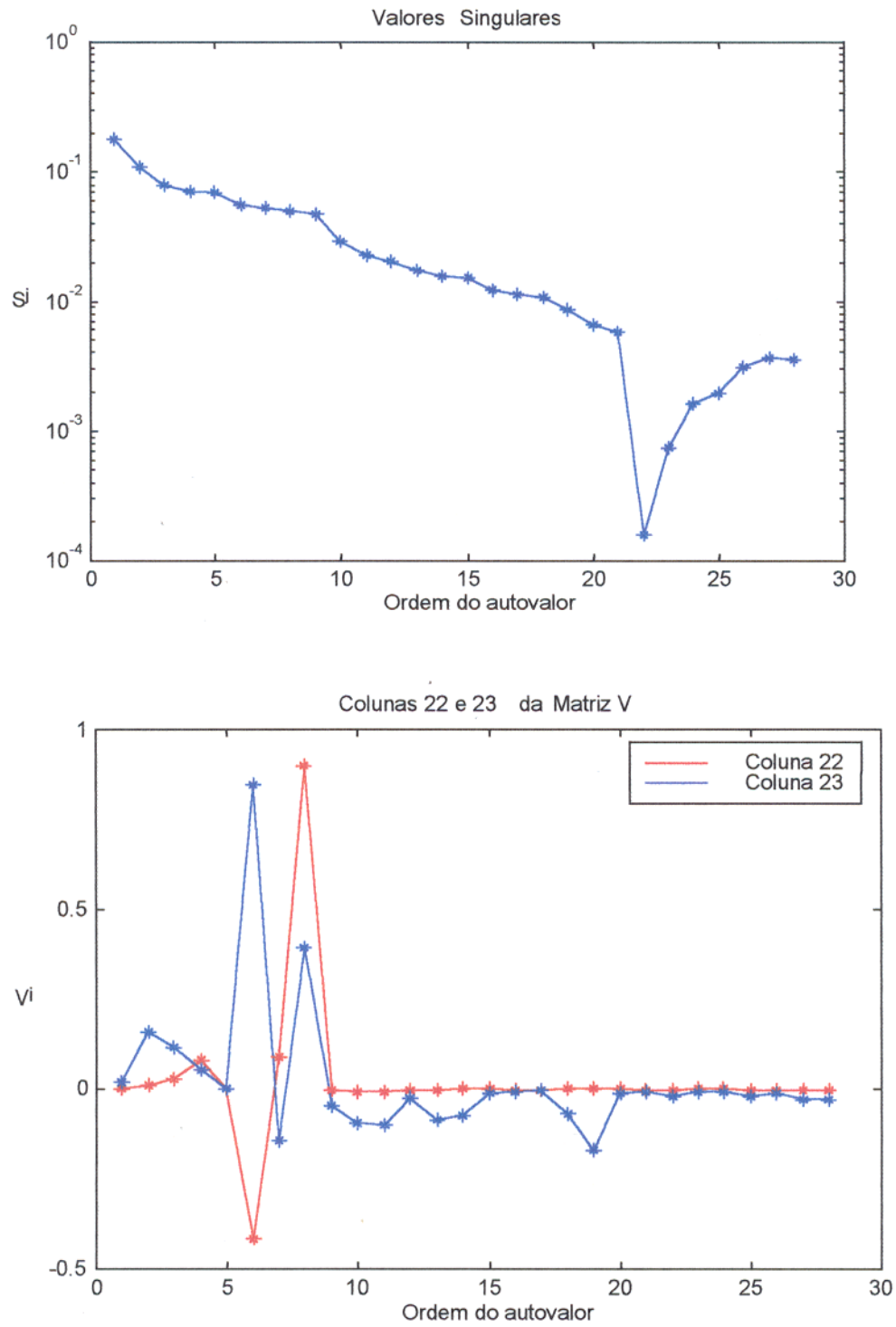


Figura 4.15 – Análise da decomposição em valores singulares da matriz de sensibilidade para a inversão dos dados do modelo 2D.

Vínculo na espessura do corpo condutor.

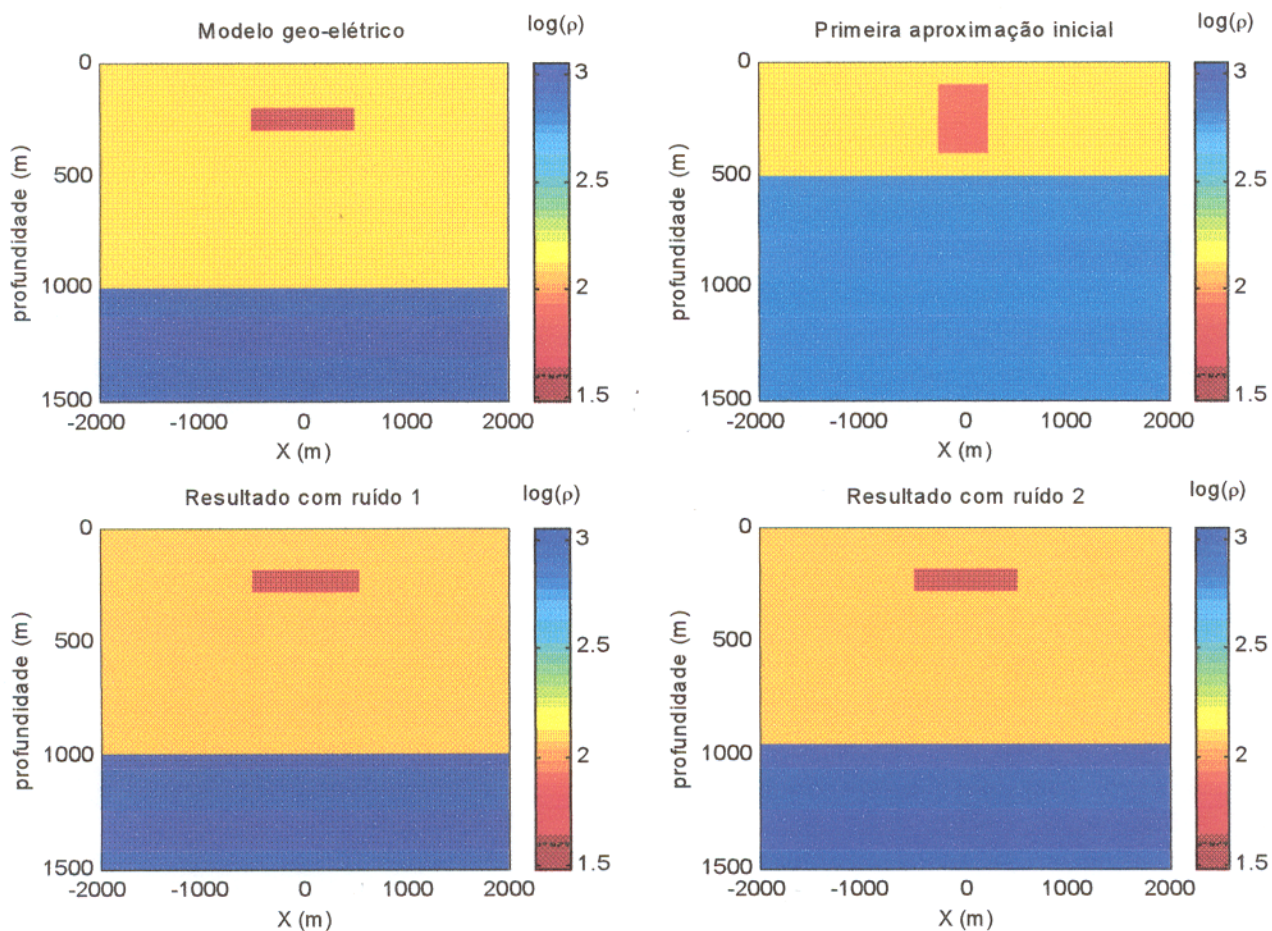


Figura 4.16 – Resultado da inversão com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_8 ($P_8 = 100$ m), partindo da primeira aproximação inicial, com os dados contaminados por dois conjuntos de ruído geológico.

Vínculo na espessura do corpo condutor.

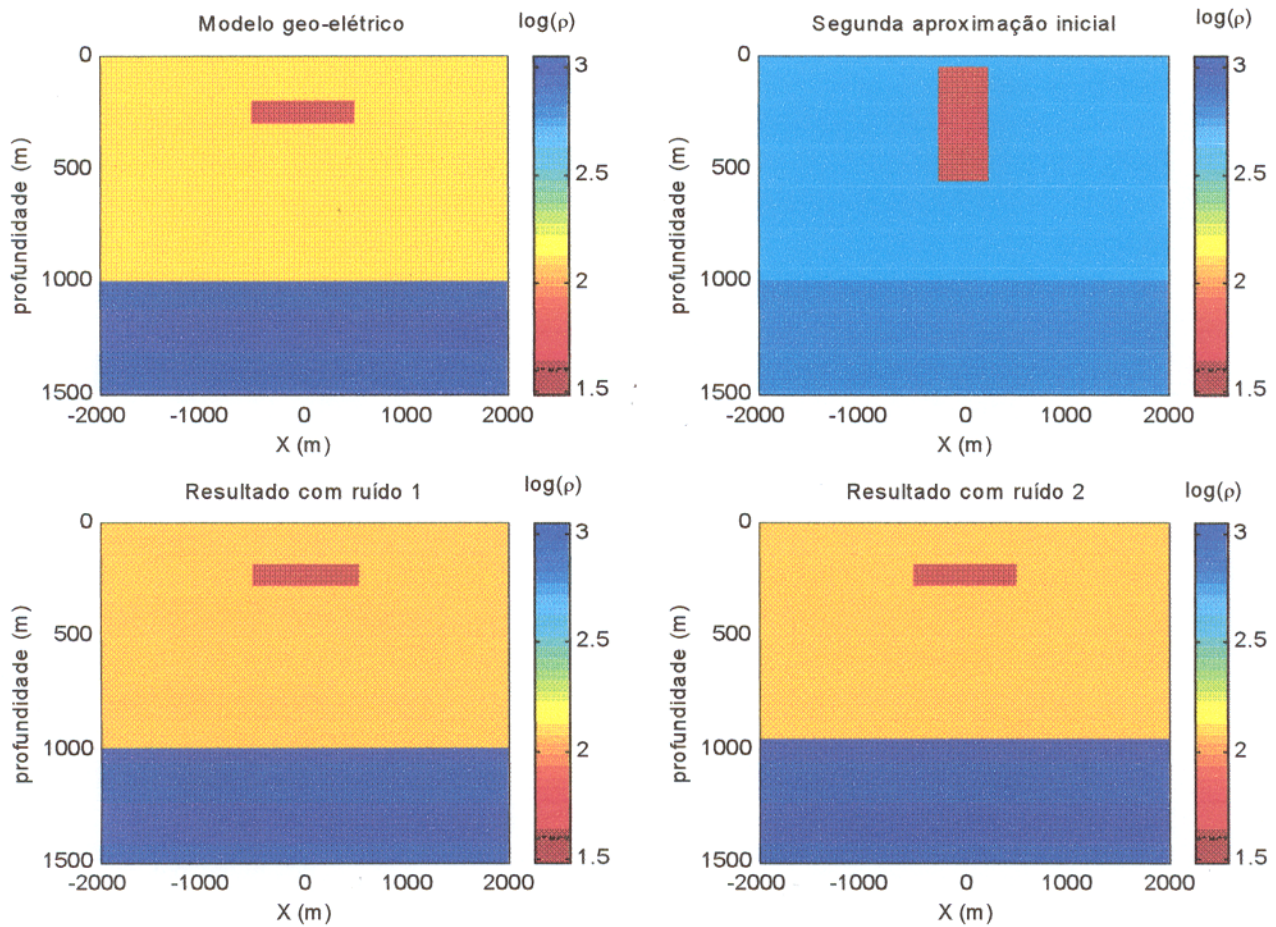


Figura 4.17 – Resultado da inversão com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_8 , ($P_8 = 100$ m), partindo da segunda aproximação inicial, com os dados contaminados por dois conjuntos de ruído geológico.

Vínculo na resistividade do corpo condutor.

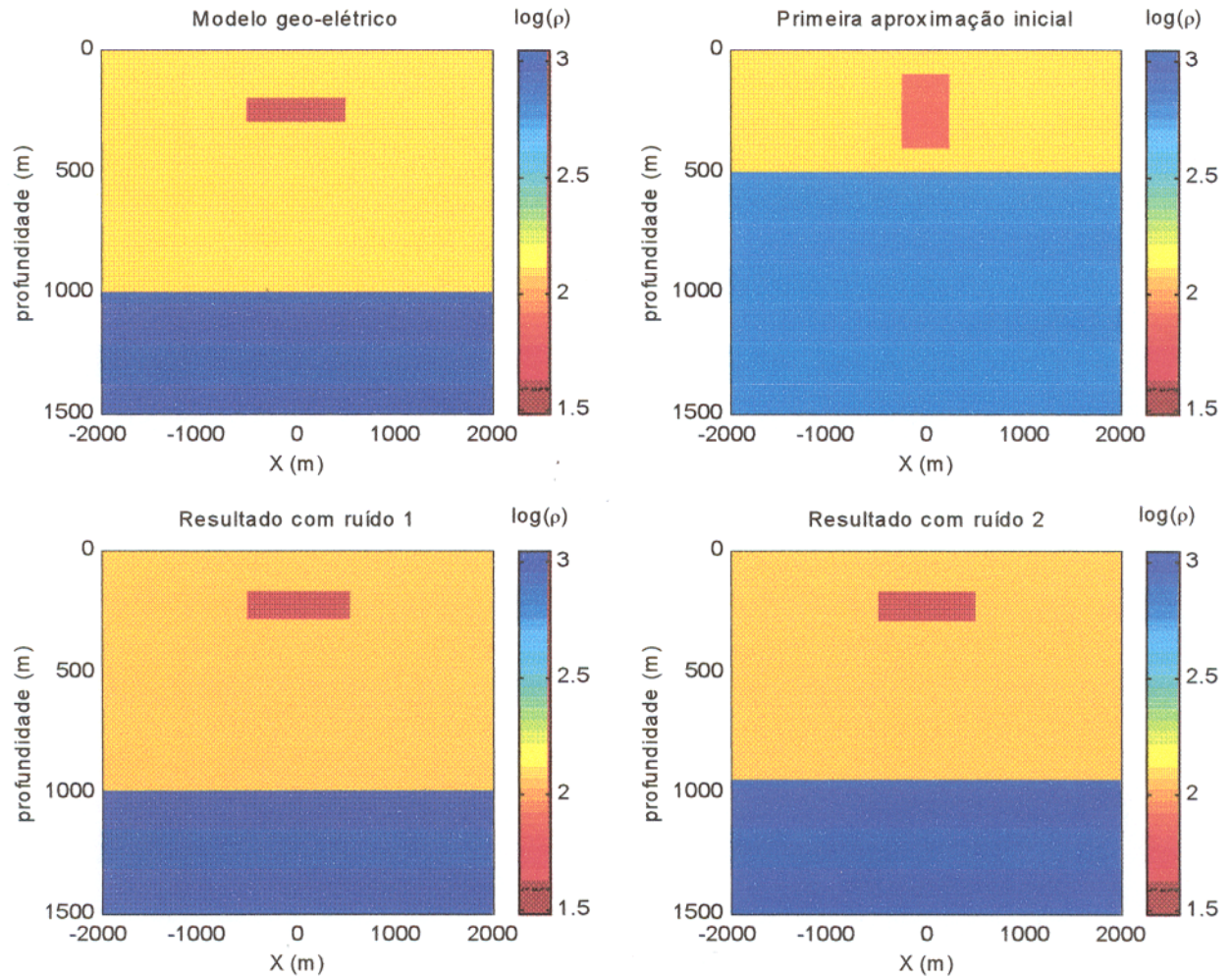


Figura 4.18 – Resultado da inversão com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_4 ($P_4 = 10 \Omega\text{m}$), partindo da primeira aproximação inicial, com os dados contaminados por dois conjuntos de ruído geológico.

Vínculo na resistividade do corpo condutor.

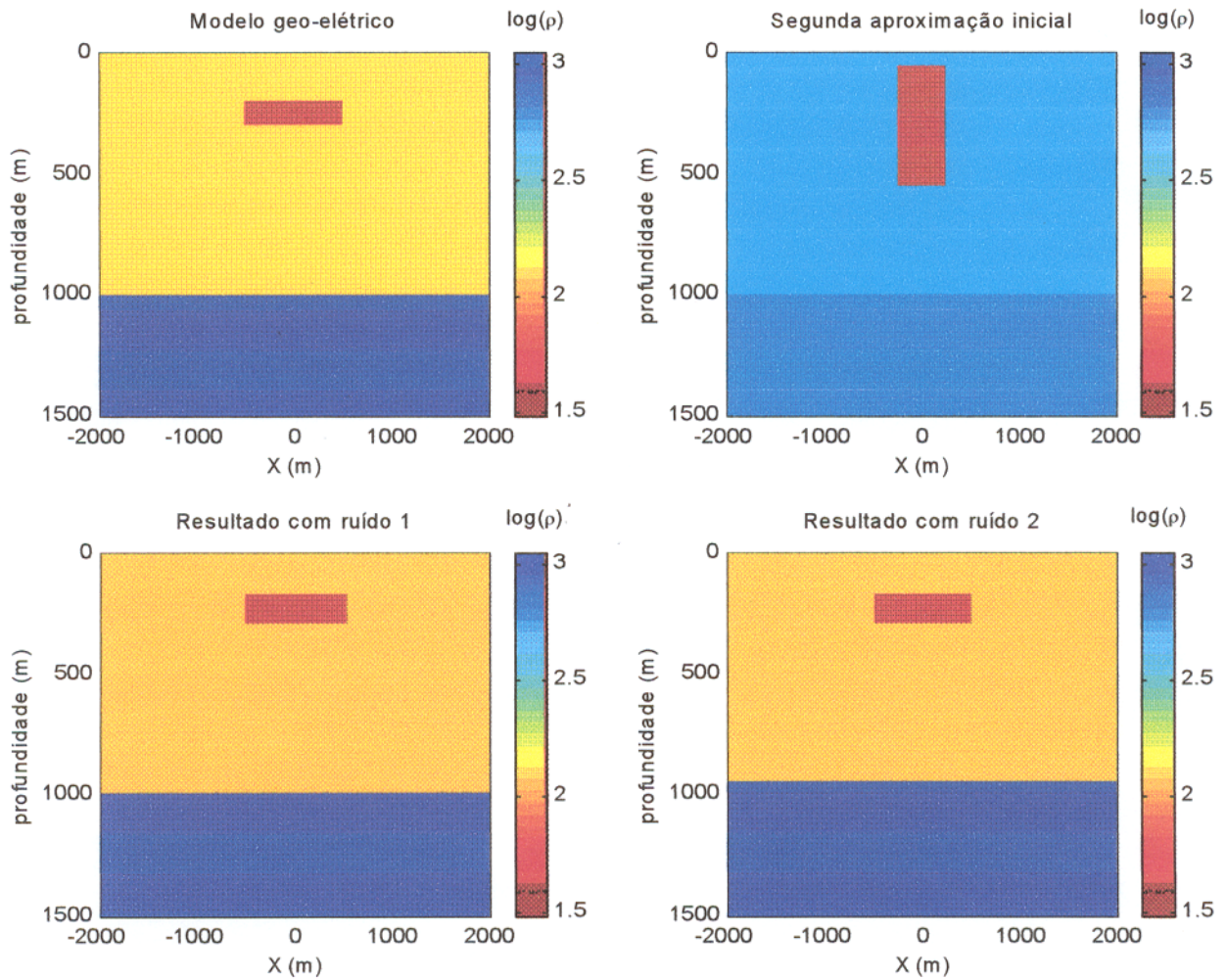


Figura 4.19 – Resultado da inversão com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_4 , ($P_4 = 10\Omega\text{m}$), partindo da segunda aproximação inicial, com os dados contaminados por dois conjuntos de ruído geológico.

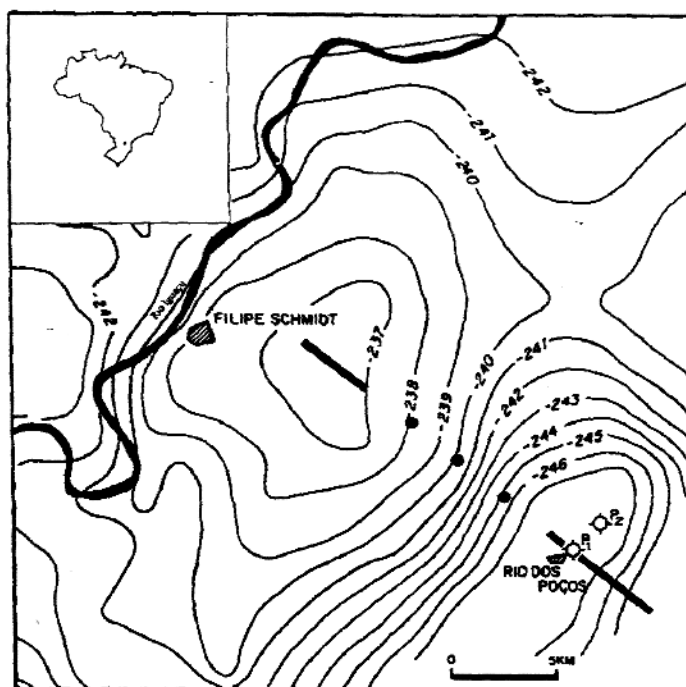


Figura 4.20 - Localização da linha de EMAP. As curvas são dados gravimétricos. Os pontos P1 e P2 indicam a localização de 2 poços estratigráficos. (CEIA, 1997)

4.4 INVERSÃO DE DADOS REAIS

Como aplicação do método a dados reais vamos fazer agora o estudo dos dados de uma linha de EMAP feita na localidade de Rio dos Poços, na região de Canoinhas, SC, na Bacia do Paraná (CEIA, 1997). Temos uma linha de 6 km, formada por 30 dipolos de 200 m de comprimento, que é parte de um perfil de cerca de 20 km, formado por três estações MT isoladas e outra linha EMAP. Este perfil corta perpendicularmente uma feição gravimétrica caracterizada por uma estrutura de alto a um baixo, como mostra a 4.20, estando bem caracterizada a bi-dimensionalidade dos dados. Próximo à linha de EMAP de Rio dos Poços existem dois poços estratigráficos, P1 e P2, mostrados na Figura 4.20.

Foram feitas medidas em uma faixa de 44 frequências de $8,5 \times 10^{-4} Hz$ até $33,3 Hz$. As seções de resistividade aparente e fase para a linha EMAP são mostradas nas Figuras 4.21. Nas posições correspondentes aos seis últimos dipolos da linha não temos os dados para as frequências acima de $4,3 Hz$.

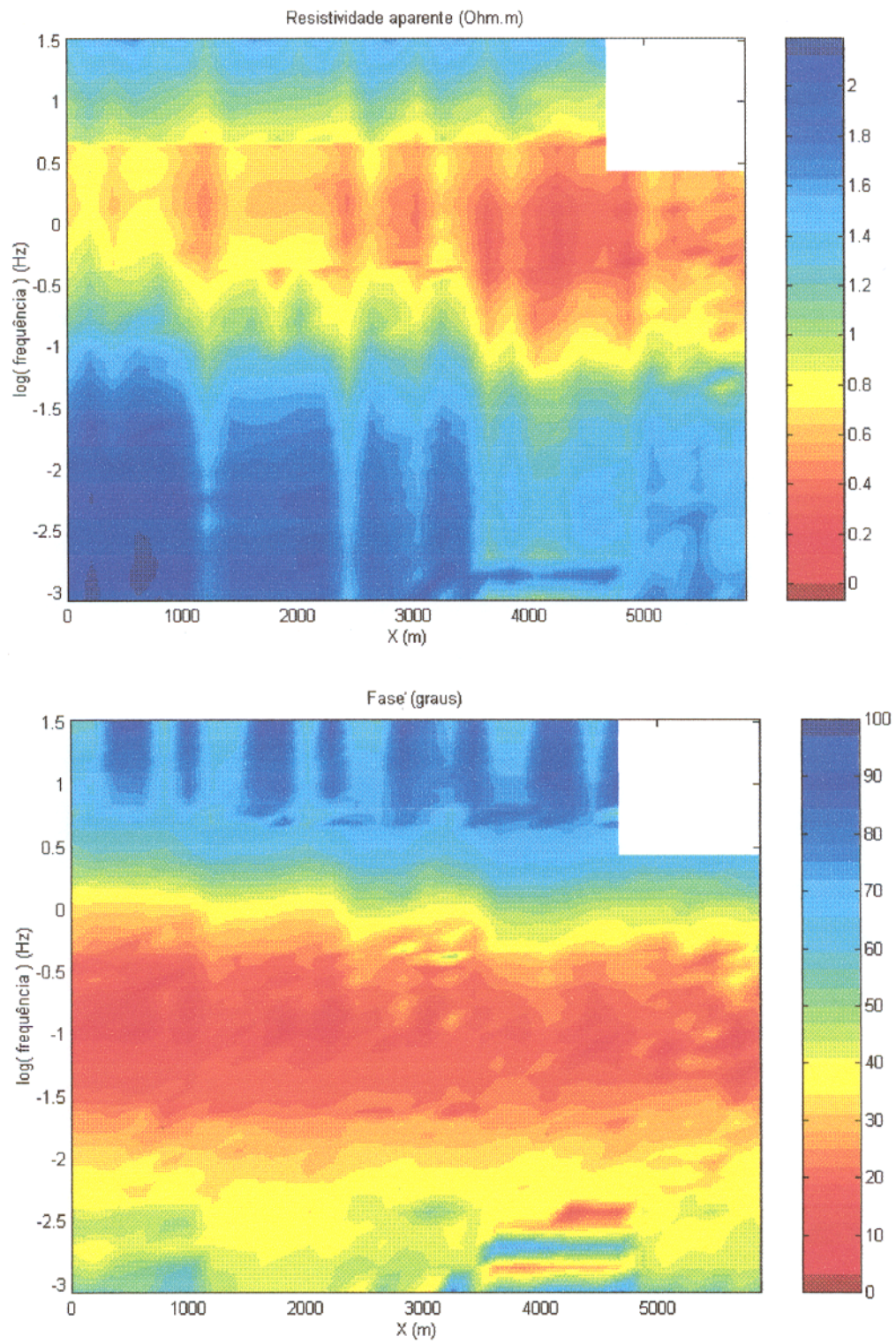


Figura 4.21 – Seções de resistividade aparente e fase da linha EMAP.

Tabela 4.4 - Estratigrafia encontrada no poço P1.

Formação / grupo	Litologia
Fm. Teresina	Arenito
Fm. Serra Alta	Folhelho
Fm. Irati	Folhelho / siltito / diabásio
Fm. Palermo	Siltito
Fm. Rio Bonito	Arenito / siltito / folhelho
Gr. Itarar	Arenito / diabásio / folhelho
Fm. Ponta Grossa	Folhelho / arenito / diabásio
Fm. Furnas	Arenito
Gr. Itajai	Conglomerado / arcósio / arenito / Folhelho

Das seções podemos deduzir diretamente algumas feições geolétricas sob a linha. Podemos distinguir 4 faixas de resistividades: uma camada inicial com um valor médio de resistividade em torno de 20 Ohm.m, uma camada bastante condutiva, com valores abaixo de 2 ohm.m seguida por uma camada com resistividade superior à da primeira camada e o embasamento geolétrico mais resistivo. Uma zona com resistividade muito baixa está localizada na altura da camada condutiva, em uma posição um pouco além de 4 km do início da linha.

A coluna estratigráfica do poço P1 (cuja localização está indicada na Figura 4.20) mostra um pacote sedimentar composto por 9 formações e grupos, detalhados na Figura 4.4. Este poço indica o início da camada condutiva como o topo da formação Serra Alta. Esta baixa resistividade possivelmente está relacionada à presença de pirita nas formações Serra Alta e Palermo (CEIA, 1997). Supomos aqui que o corpo condutivo dentro da segunda camada seja uma zona de maior concentração da pirita dentro da formação. O poço P1 apresenta um perfil de resistividade (CEIA, 1997) com o qual podemos comparar os resultados da inversão.

Com base em todas estas informações, montamos o nosso modelo interpretativo para a inversão contendo 3 camadas sobrepostas ao embasamento geolétrico e um corpo condutivo localizado dentro da segunda camada e acrescentamos a camada de *static shift*. Ao fazermos a inversão sem vínculos, notamos que os dados conseguem distinguir bem o topo da camada condutiva, em torno de 300 m, em concordância com os dados do poço. No entanto, a camada abaixo da camada condutiva e o embasamento geolétrico apresentam uma alta ambiguidade, com as estimativas dos valores de resistividades e profundidades variando bastante quando fazemos a inversão partindo de aproximações iniciais diferentes. Isto nos dá uma indicação empírica sobre os parâmetros associados à instabilidade. Esta indicação foi confirmada com a análise da decomposição em valores singulares da matriz de sensibilidade (Figura 4.22), como nos casos anteriores.

Na Figura 4.22 temos a indicação dos parâmetros P_5 e P_6 como associados à instabilidade. Estes correspondem, respectivamente, à resistividade da terceira camada e à profundidade do embasamento. Embora a resistividade do embasamento não tenha sido apontada pela decomposição em valores singulares em nenhum dos testes que fizemos, suas estimativas também apresentam variações grandes quando fazemos a inversão a partir de aproximações iniciais diferentes.

O poço P1 desce até uma profundidade de 1,8 km, sem atingir o embasamento da bacia. Segundo CEIA (1997), a informação mais confiável para a profundidade do embasamento é dada pela gravimetria, que a coloca em 4 km abaixo do poço P1. O valor da resistividade do embasamento geoeletrico observado na seção de resistividade aparente do EMAP, fica em torno de 200 Ohm.m.

Para estabilizar a solução da inversão, adicionamos como vínculos de igualdade absoluta o valor de 200 Ohm.m para a resistividade do embasamento geo-elétrico e a profundidade que é dada pela gravimetria para o embasamento geológico sob o poço, que é de 4 km. Não usamos vínculos no parâmetro correspondente à resistividade da terceira camada. Para confirmar a estabilidade fizemos a inversão partindo de diferentes aproximações iniciais.

Os valores de resistividade para a aproximação inicial na inversão mostrada na Figura 4.23 foram tirados diretamente da seção de resistividade aparente. Iniciamos com um valor de 20 Ohm.m para a primeira camada, 5 Ohm.m para a segunda, novamente 20 Ohm.m para a terceira camada e 200 Ohm.m para o embasamento. A profundidade do topo da camada condutiva no modelo inicial fica em 300 m, a profundidade do topo do embasamento em 4 km, e a interface entre a segunda e a terceira camadas em um valor arbitrário de 1 km.

Com isso conseguimos o resultado mostrado na Figura 4.23. A base da camada condutiva foi estimada em 578 m, o que está em boa concordância com a profundidade da base da formação Palermo que, segundo o poço P1, é de 550 m. O valor encontrado da resistividade da terceira camada foi de 80 ohm.m. Esta camada correspondente ao pacote sedimentar que vai da formação Rio Bonito até o final do grupo Itajaí, que não é atingido pelo poço. Este valor de resistividade está acima dos valores encontrados por Ceia neste trecho em sua interpretação do perfil, mas é compatível com os valores encontrados pelo poço.

Na Figura 4.24 temos os dados gerados pelas estimativas dos parâmetros conseguidas pela inversão, mostrados com os corpos da camada de *static shift* e também retirando-se estes corpos. Note-se o ajuste conseguido pela inversão, mesmo com as distorções estáticas.

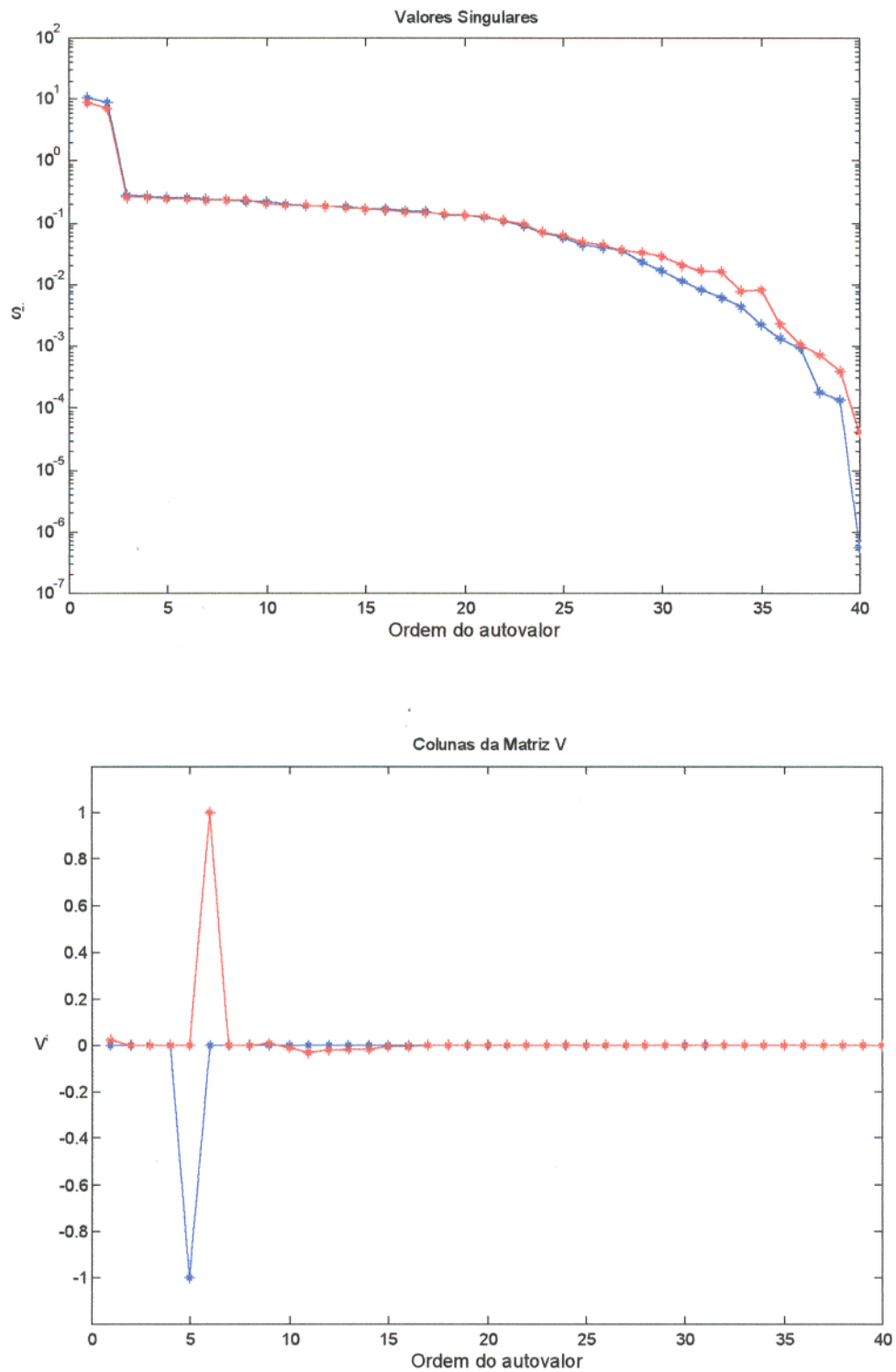


Figura 4.22 – Análise da decomposição em valores singulares da matriz de sensibilidade obtida na última iteração da inversão não vinculada para os dados reais em dois testes diferentes (linhas azul e vermelha).

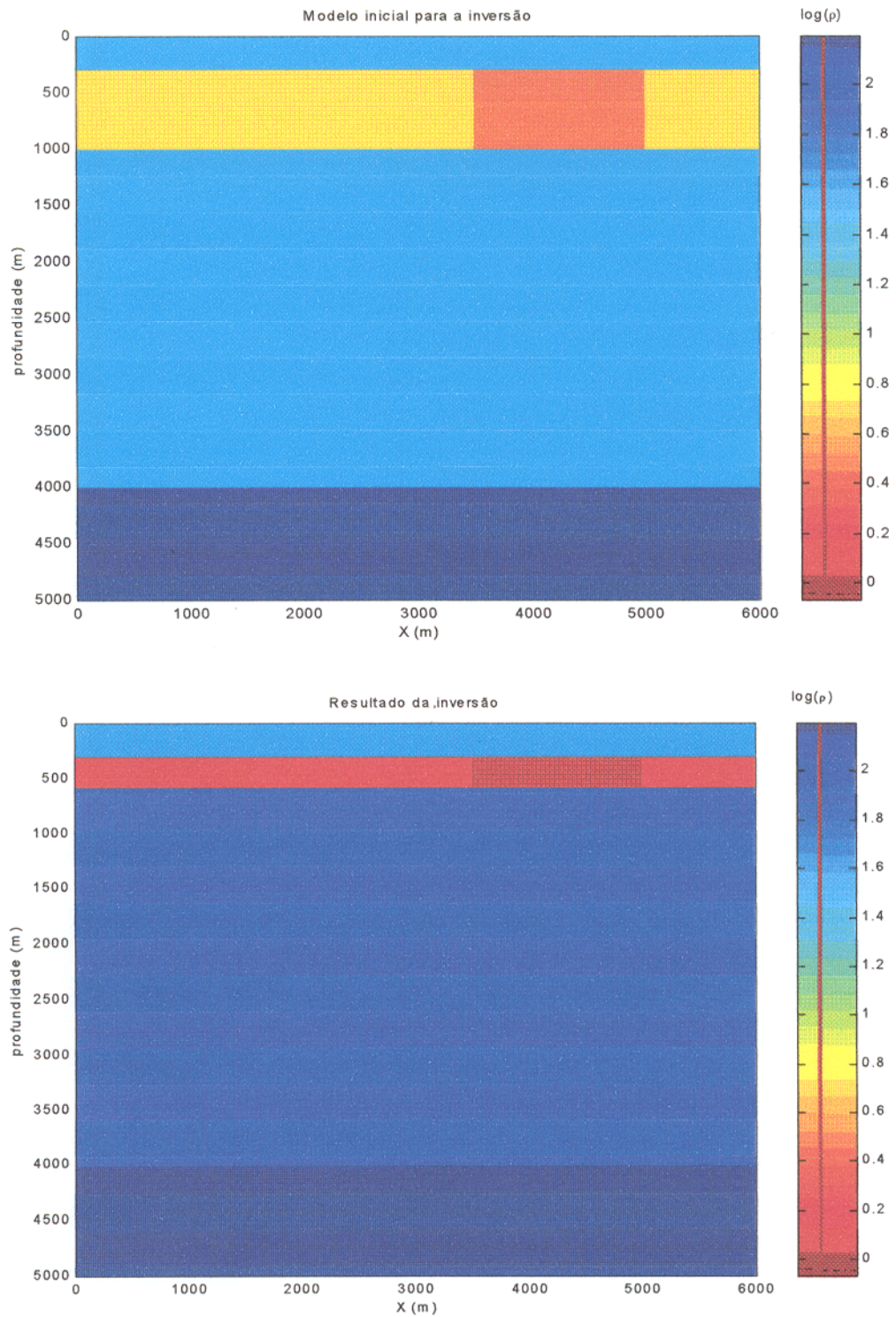


Figura 4.23 - Inversão dos dados reais com o uso de vínculos nos parâmetros correspondentes à profundidade do topo do embasamento e sua resistividade. Modelo inicial e resultado final conseguido pela inversão.

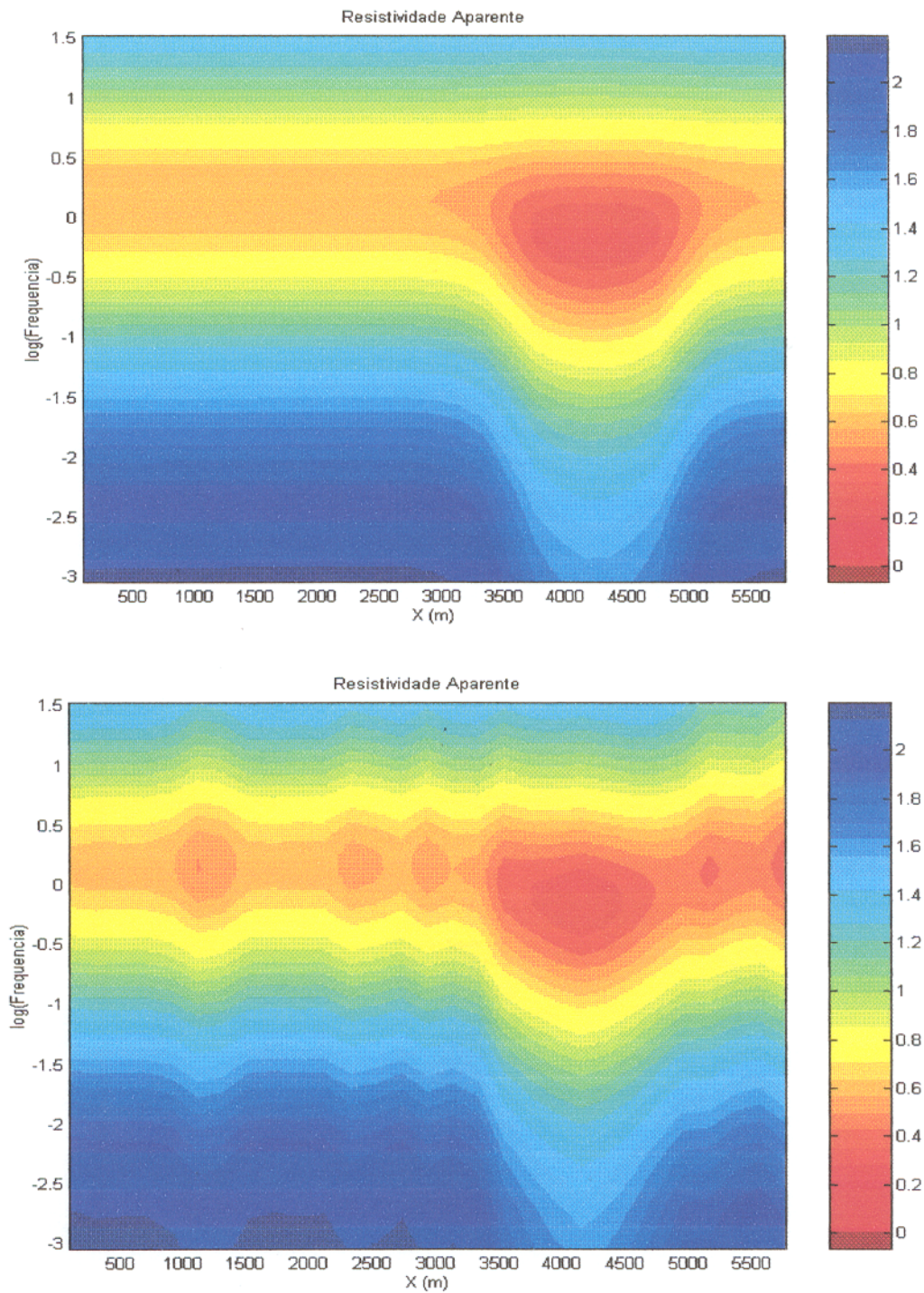


Figura 4.24 - Dados gerados pelo modelo final da inversão. Sem a inclusão da camada de static shift e com esta camada.

5 - CONCLUSÃO

O estudo do método magnetotelúrico tem se desenvolvido muito em todas as áreas de pesquisa citadas aqui, devido não só ao desenvolvimento de novas técnicas e algoritmos como também ao rápido desenvolvimento dos computadores, que permite que problemas cada vez mais complexos sejam estudados. Por conta desse desenvolvimento, hoje, problemas como o modelamento tridimensional e a inversão bi-dimensinal são estudados rotineiramente e mais detalhes são acrescentados aos modelos para torná-los mais realistas geologicamente.

À medida em que tornamos nossos modelos mais realistas, também tornamos o problema da inversão dos dados mais complexos, criando a necessidade de desenvolvermos novos métodos para buscar soluções que sejam, não só matematicamente estáveis, mas também geologicamente significativas.

A técnica de inversão de dados magnetotelúricos apresentada aqui representa um passo nessa direção. Fazemos a inversão usando modelos interpretativos com poucos parâmetros e empregamos vínculos de igualdade para estabilizar as soluções. No caso de dados bi-dimensionais do método EMAP chegamos a soluções estáveis, mesmo com os dados contaminados com distorções estáticas. Para isso temos dois procedimentos, antes da inversão propriamente dita: fazemos inicialmente a análise dos dados filtrados com o filtro do EMAP, que nos dá condições de construir modelos interpretativos representativos, o que muitas vezes não é possível com base apenas nos dados não filtrados; em seguida acrescentamos aos nossos modelos interpretativos uma camada formada por corpos de tamanho fixo, com largura igual ao comprimento dos dipolos da linha, e deixamos as resistividades destes corpos como parâmetros a ser invertidos. Chamamos esta camada de *camada de static shift* e ela tem a finalidade de resolver as fontes de distorções estáticas rasas, que deformam as curvas de resistividade aparente.

Através de nosso estudo de dados MT gerados por modelos unidimensionais anisotrópicos e bi-dimensionais do método EMAP, chegamos a algumas conclusões que podem ser úteis no desenvolvimento de outras aplicações da inversão geofísica:

- O uso de vínculos aproximados de igualdade absoluta como ferramenta para estabilizar o problema da inversão tem a vantagem de poder incorporar informações que possuem significado físico e geológico. Entretanto devemos estar atentos à qualidade

da informação que é introduzida através dos vínculos, pois esta pode levar a resultados enganosos se não for de fato representativa da realidade geológica.

- A quantidade de informação que devemos introduzir através de vínculos de igualdade absoluta é determinada pela informação que temos nas nossas observações. Vimos que há casos em que apenas um único vínculo em um dos parâmetros a ser invertidos é suficiente para estabilizar o processo. Porém, nem sempre dispomos exatamente da informação que seria mais crítica para a estabilidade da solução, ou muitas vezes, quando os dados não trazem informação suficiente sobre os parâmetros, a necessidade de informação a priori é maior do que a que dispomos. Nestes casos, podemos encontrar soluções estáveis através de vínculos puramente matemáticos, mas estas soluções devem ser encaradas de maneira crítica pelo geofísico que busca uma resposta que seja realista.
- Um passo extremamente importante para a inversão é a escolha do modelo interpretativo, que deve ser representativo da estrutura geo-elétrica que gera os dados. Em muitas situações podemos construir estes modelos diretamente a partir das observações, mas quando os dados apresentam distorções estáticas estas podem alterar os valores de resistividade aparente a tal ponto que tornam impossível vislumbrar uma estrutura apenas com as observações. Nestes casos, o processo de filtragem do método EMAP consegue melhorar a imagem das seções de resistividade aparente e revelar feições antes escondidas pelos efeitos estáticos.
- No método apresentado para inverter dados de EMAP, uma parte crucial foi o uso da camada de static shift para controlar as fontes de distorções estáticas. Na construção desta camada, levamos em conta as características das fontes dessas distorções, que são, em geral, corpos ou variações laterais de resistividade em baixas profundidades, que afetam os resultados em todas as frequências.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMOVICI, F. 1974. The forward magnetotelluric problem for an inhomogeneous and anisotropic structure. **Geophysics**, 39(1):56-68.
- ABRAMOVICI, F. & SHOHAM, Y. 1977. Inversion of anisotropic magnetotelluric data. **Geophys. J. R. Astr. Soc.**, 50:55-74.
- BOSTICK, F. X. 1986. Electromagnetic array profiling (EMAP). In: SOC. EXPL. GEOPHYS. ANN. INTERNAT. MTG., 56., Houston, 1986. **Expanded abstr.** Tulsa, SEG. p.60-61.
- CAGNIARD, L. 1953. Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting. **Geophysics**, 18(3):605-635.
- CEIA, M. A. R. 1997. **Modelo geológico da região próxima a Canoinhas, SC, bacia do Paraná.** Rio de Janeiro, RJ. Publicações do Observatório Nacional. Tese (Mestrado em Geofísica).
- CONSTABLE, S. C., PARKER, R. L., CONSTABLE, C. . 1987. Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from EM sounding data. **Geophysics**, 52(3):289-300.
- DEGROOT-HEDLIN, C. & CONSTABLE, S. 1990. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. **Geophysics**, 55(12):1613-624.
- JUPP, D. L. & VOZOFF, K. 1975. Stable iterative methods for the inversion of geophysical data. **Geophys. . R. Astr. Soc.**, 42:957-976.
- MEDEIROS, W. E. & SILVA, J. B. C. 1996. Geophysical inversion using approximate equality constraints. **Geophysics**, 61(6):1678-1688.
- O'BRIEN, D. P. & MORRISON, H. F. 1967. Electromagnetic fields in an n-layer anisotropic half-space. **Geophysics**, 32(4):668-677.
- PARKHOMENKO, E. I. 1967. **Electrical Properties of Rocks.** New York, Plenum Press.

- PEDERSEN, J. & HERMANCE, J. F. 1986. Least squares inversion of one-dimensional magnetotelluric data: an assessment of procedures employed by Brown university. **Surveys in Geophysics**, 8:187-231.
- PRESS, William H., FLANNERY, Brian P., TEUKOLSKY, Saul A., VETTERLING, William T. 1989. **Numerical Recipes: the arts of scientific computing** (FORTRAN version). New York, Cambridge University.
- REDDY, I. K. & RANKIN, D. 1971. Magnetotelluric effect of dipping anisotropies. **Geophysical prospecting**, 19:84-97.
- REGIS, C. R. T. 1994. **Modelagem e filtragem de distorções estática em levantamentos de dipolos contínuos**. Belém, Universidade Federal do Pará. Tese (Mestrado em Geofísica) - UFPA.
- REGIS, C. R. T. & Rijo, L. 1995. Three-dimensional EMAP modelling. In: CONGRESSO DA SBF. 4º. Rio de Janeiro. **Anais. SBF**, v. 2., p.
- REGIS, C. R. T. & Rijo, L. 1996. Análise de resolução de dados de EMAP em estruturas bi-dimensionais. **Rev. Bras. de Geofísica**, 14(1):
- RIJO, L. 1977. **Modeling of electric and electromagnetic data**. Salt Lake City, University of Utah. Tese (Doutorado em Geofísica).
- RIJO, L. 1991. Notas de aulas do curso "Teoria dos métodos elétricos e eletromagnéticos I e II". Belém, Brasil. Notas de aula.
- TIKHONOV, A. N. 1950. On determining electrical characteristics of the deep layers of the earth's crust. **Dokl. Akad. Nauk .S.S.R.**, 73:295-297.
- TORRES-VERDÍN, C. & BOSTICK. F. X. 1992a. Implications of the Born approximation for the magnetotelluric problem in three-dimensional environments. **Geophysics**, 57(4):587-602.
- TORRES-VERDÍN, C. & BOSTICK. F. X. 1992b. Principles of Spatial Surface electric field filtering in Magnetotellurics: electromagnetic Array Profiling (EMAP). **Geophysics**, 57(4):603-622.
- WARREN, R. K. 1996. A few case histories of subsurface imaging with emap as an aid to seismic prospecting and interpretation. **Geophysical Prospecting**, 44(6).
- WU, F. T. 1968. The inverse problem of magnetotelluric sounding. **Geophysics**, 33:972-979.

A - TABELAS COM OS RESULTADOS DA INVERSÃO 2D

Apresentamos neste apêndice os resultados para o modelo bi-dimensional apresentado no capítulo 4 na forma de tabelas com os valores para todos os parâmetros do modelo, menos os valores para a camada de distorção estática.

Na Tabela A.1 temos listados os parâmetros do modelo. Nas tabelas seguintes temos os valores de cada um destes parâmetros no modelo que gera os dados e nos modelos finais conseguidos pela inversão em cada caso. Mostramos também os valores de erros percentuais dos parâmetros invertidos em relação aos valores verdadeiros do modelo, calculados da seguinte forma:

$$Err = \frac{|P_{final} - P_{verdadeiro}|}{P_{verdadeiro}} \times 100 \quad (A.1)$$

Para o parâmetro correspondente à posição do centro do corpo o valor percentual apresentado representa a diferença entre o valor encontrado e o valor verdadeiro em relação à largura do corpo.

Tabela A.1 - Parâmetros a ser invertidos para o modelo.

P_1	Resistividade da 1ª camada
P_2	Espessura da 1ª camada
P_3	Resistividade da 2ª camada
P_4	Resistividade do corpo alvo
P_5	Posição lateral do centro do corpo
P_6	Largura do corpo
P_7	Profundidade do centro do corpo
P_8	Espessura do corpo

Tabela A.2 - Resultados para os dados mostrados na 4.8, sem vínculos de igualdade.
As observações geradas pelo modelo contaminado com o primeiro conjunto de ruído geológico.

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproximação inicial 1	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	100	97.6	2,4 %
P_2 (m)	1000	500	1039.4	3,9 %
P_3 (Ωm)	1000	500	976.9	2,3 %
P_4 (Ωm)	10	50	6.2	38,2 %
P_5 (m)	0	0	-28.8	2.9 %
P_6 (m)	1000	500	911.3	8,9 %
P_7 (m)	250	250	334.7	33,9 %
P_8 (m)	100	300	477.9	377,9 %

Tabela A.3 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.9, sem vínculos de igualdade. As observações geradas pelo modelo contaminado com o segundo conjunto de ruído geológico.

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproximação inicial 1	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	100	88,8	11,2 %
P_2 (m)	1000	500	943,5	5,6 %
P_3 (Ωm)	1000	500	884,1	11,6 %
P_4 (Ωm)	10	50	13,04	30,4 %
P_5 (m)	0	0	12,7	1,3 %
P_6 (m)	1000	500	967,4	3,3 %
P_7 (m)	250	250	232,0	7,2 %
P_8 (m)	100	300	147,7	47,7 %

Tabela A.4 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.8, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_8 ($P_8 = 100m$).

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproximação inicial 1	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	100	93,6	6,4 %
P_2 (m)	1000	500	989,6	1,04 %
P_3 (Ωm)	1000	500	907,4	9,3 %
P_4 (Ωm)	10	50	8,4	16,0 %
P_5 (m)	0	0	13,7	1,4 %
P_6 (m)	1000	500	1046,3	4,6 %
P_7 (m)	250	250	226,9	9,2 %
P_8 (m)	100	300	100,0	0,0 %

Tabela A.5 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.9, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_8 ($P_8 = 100m$).

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproxmação inicial 1	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	100	89,1	10,9 %
P_2 (m)	1000	500	948,3	5,2 %
P_3 (Ωm)	1000	500	882,5	11,7 %
P_4 (Ωm)	10	50	8,7	13,0 %
P_5 (m)	0	0	11,0	1,1 %
P_6 (m)	1000	500	996,7	0,3 %
P_7 (m)	250	250	227,1	9,2 %
P_8 (m)	100	300	100,0	0,0 %

Tabela A.6 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.8, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_8 ($P_8 = 100m$), partindo da segunda aproximação inicial.

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproximação inicial 2	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	300	93,5	6,5 %
P_2 (m)	1000	1000	988,9	1,1 %
P_3 (Ωm)	1000	500	906,6	9,3 %
P_4 (Ωm)	10	20	8,4	16,0 %
P_5 (m)	0	0	13,7	1,4 %
P_6 (m)	1000	500	1042,8	4,3 %
P_7 (m)	250	300	227,0	9,2 %
P_8 (m)	100	500	100,0	0,0 %

Tabela A.7 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.9, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_8 ($P_8 = 100m$), partindo da segunda aproximação inicial.

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproximação inicial 2	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	300	89,1	10,9 %
P_2 (m)	1000	1000	948,3	5,2 %
P_3 (Ωm)	1000	500	882,5	11,7 %
P_4 (Ωm)	10	20	8,7	13,0 %
P_5 (m)	0	0	11,1	1,1 %
P_6 (m)	1000	500	996,7	0,3 %
P_7 (m)	250	300	227,1	9,2 %
P_8 (m)	100	500	100,0	0,0 %

Tabela A.8 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.8, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_4 ($P_4 = 10\Omega m$).

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproximação inicial 1	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	100	93,4	6,5 %
P_2 (m)	1000	500	990,2	1 %
P_3 (Ωm)	1000	500	903,6	9,6 %
P_4 (Ωm)	10	50	10,0	0,05 %
P_5 (m)	0	0	15,0	1,5 %
P_6 (m)	1000	500	1042,1	4,2 %
P_7 (m)	250	250	226,3	9,5 %
P_8 (m)	100	300	111,6	11,6 %

Tabela A.9 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.9, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_4 ($P_4 = 10\Omega m$).

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproxmação inicial 1	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	100	89,0	11,02 %
P_2 (m)	1000	500	947,2	5,28 %
P_3 (Ωm)	1000	500	882,6	11,74 %
P_4 (Ωm)	10	50	10,0	0,00 %
P_5 (m)	0	0	11,2	1,1 %
P_6 (m)	1000	500	989,9	1,01 %
P_7 (m)	250	250	228,8	8,47 %
P_8 (m)	100	300	117,4	17,42 %

Tabela A.10 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.8, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_4 ($P_4 = 10\Omega m$), partindo da segunda aproximação inicial.

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproxmação inicial 2	Valores finais	Erro percentual
$P_1 (\Omega m)$	100	300	93,4	6,6 %
$P_2 (m)$	1000	1000	988,5	1,1 %
$P_3 (\Omega m)$	1000	500	905,5	9,4 %
$P_4 (\Omega m)$	10	20	10,0	0,00 %
$P_5 (m)$	0	0	14,9	1,5 %
$P_6 (m)$	1000	500	1037,7	3,8 %
$P_7 (m)$	250	300	228,6	8,6 %
$P_8 (m)$	100	500	111,8	11,8 %

Tabela A.11 - Resultados para os dados mostrados na Figura 4.9, com vínculo de igualdade absoluta no parâmetro P_4 ($P_4 = 10\Omega m$), partindo da segunda aproximação inicial.

Parâmetro	Valor verdadeiro	Aproxmação inicial 2	Valores finais	Erro percentual
P_1 (Ωm)	100	300	89,0	11 %
P_2 (m)	1000	1000	947,3	5,3 %
P_3 (Ωm)	1000	500	882,7	11,7 %
P_4 (Ωm)	10	20	10,0	0,00 %
P_5 (m)	0	0	11,2	1,1 %
P_6 (m)	1000	500	990,1	1 %
P_7 (m)	250	300	228,9	8,4 %
P_8 (m)	100	500	117,4	17,4 %