

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEOFÍSICAS E GEOLÓGICAS

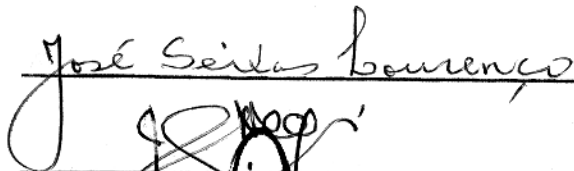
INTERPRETAÇÃO DE ANOMALIAS MAGNÉTICAS USANDO INTEGRAIS
FINITAS DOS MOMENTOS DAS COMPONENTES

por :

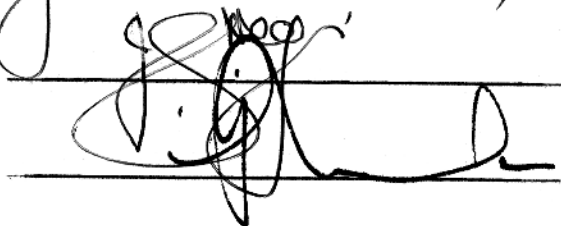
Jorge Wilson Delgado Leão

Tese de Mestrado em Geofísica

Aprovação da Banca Examinadora :



(José Seixas Lourenço)
Orientador



(Janardan G. Negi)



(Guilherme Marcos de La Penha)

Belém, Agosto de 1976

AGRADECIMENTOS

- Ao Dr. José Seixas Lourenço pela orientação deste trabalho.
- Aos membros da comissão examinadora de tese: Dr. Janardan G. Negi e Dr. Guilherme Maurício De La Penha pelas críticas e sugestões.
- À Financiadora de Estudos e Projetos(FINEP) pelo apoio financeiro à pesquisa.
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio dado, na forma de bolsas de estudo.
- Ao Programa de Pesquisa e Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, em especial ao desenhista Paulo Sérgio Cecim Abraão, pelo trabalho de gráficos e figuras.
- Ao Prof. Jurandyr Nascimento Garcez por suas sugestões que muito contribuíram para a elaboração deste trabalho.
- Ao Setor de Computação (SECOM) da Universidade Federal do Pará que nos facilitou a utilização dos seus equipamentos de processamento de dados.

R E S U M O

O objetivo do trabalho consiste em desenvolver uma metodologia para determinar os parâmetros de um corpo causador de uma anomalia magnética. Essa metodologia baseia-se na utilização de expressões analíticas, deduzidas para as integrais finitas dos momentos da anomalia de intensidade total e das componentes H_x , H_y e H_z ao longo dos tres eixos de um sistema de coordenadas cartesianas. Por meio do ajuste entre essas expressões analíticas e as integrais numéricas finitas dos momentos das componentes magnéticas obtidas a partir de um levantamento geofísico, pode-se computar, através de um processo iterativo, os parâmetros de magnetização, posição, profundidade e dimensões de um corpo anômalo.

No caso em que são conhecidas as medidas de somente uma componente magnética, ainda é possível aplicar o método pois as demais componentes podem ser obtidas por um esquema de filtragem matemática.

A metodologia foi testada com sucesso para modelos dipolo pontual e linha de dipolos os quais são muito utilizados em Geofísica para interpretar anomalias magnéticas produzidas por corpos geológicos que possuem uma ou duas dimensões horizontais muito menores do que a profundidade.

A B S T R A C T

The objective of this work is to develop a methodology to determine the parameters of a body causing a magnetic anomaly. This methodology is based on the use of analytic expressions, derived for the finite integrals of the moments of the anomaly of total intensity and of the H_x , H_y and H_z components, according to the cartesian coordinate system. By fitting these analytic expressions and the numerical integrals of the moments of the magnetic components obtained from a geophysical survey, the parameters of magnetization, position, depth and dimensions of the anomalous body can be obtained through an iterative process.

When only one magnetic component is known, the method is still applicable, since the other components may be obtained by means of a mathematical filtering scheme.

This methodology was successfully tested for point dipole and line of dipoles models, which are widely used in Geophysics to interpret magnetic anomalies caused by geologic bodies which have one or two horizontal dimensions much less than the depth.

Í N D I C E

1. INTRODUÇÃO.	1
2. CAPÍTULO 1 - PARÂMETROS DO CORPO MAGNETIZADO OBTIDOS ATRAVÉS DAS INTEGRAIS FINITAS DOS MOMENTOS DAS COMPONENTES.	7
1,1- Revisão de conceitos.	7
1,2- Metodologia utilizada para obtenção dos parâmetros.	18
3. CAPÍTULO 2 - APLICAÇÃO DO MÉTODO USANDO ANOMALIAS TEÓRICAS.	24
2,1- Introdução.	24
2,2- Determinação dos parâmetros conhecidas as componentes magnéticas.	25
(a) Dipolo pontual.	27
(b) Linha de dipolos.	37
(c) Discussões e conclusões.	45
2,3- Determinação dos parâmetros conhecida somente uma componente.	47
(a) Dipolo pontual.	53
(b) Linha de dipolos.	63
(c) Discussões e conclusões.	58
4. DISCUSSÕES FINAIS.	69
5. APÊNDICE A - COMPONENTES DO CAMPO MAGNÉTICO PRODUZIDO POR DIPOLOS E LINHA DE DIPOLOS.	73
(a) Dipolo pontual.	76
(b) Linha de dipolos.	78

6. APÊNDICE B - INTEGRAIS FINITAS DOS MOMENTOS DAS COM	
PONENTES.	81
(a) Dipolo pontual.	81
(b) Linha de dipolos.	88
7. APÊNDICE C - MÉTODO DOS POLIEDROS FLEXÍVEIS (SIMPLEXO)	99
8. APÊNDICE D - PROGRAMAS DE COMPUTADOR.	102
(a) Computação das componentes exatas.	102
(b) Integrais numéricas dos momentos das componentes.	103
(c) Obtenção das componentes H_x , H_y e H_z através do	
método de filtragem, a partir da componente H_t .	104
9. REFERÊNCIAS.	115

INTRODUÇÃO

Um contraste de magnetização em sub-superfície, produz um campo magnético anômalo que se superpõe ao campo normal da Terra. Geralmente esse contraste de magnetização está associado com estruturas geológicas e o estudo do campo anômalo pode fornecer informações sobre os parâmetros característicos dessa estrutura, tais como: dimensões, profundidade e susceptibilidade magnética.

Em levantamentos aeromagnéticos geralmente determinam-se as medidas da intensidade do vetor campo magnético total resultante da superposição do campo anômalo com o campo normal da Terra, obtendo-se registros contínuos ao longo de cada uma das linhas de vôo (as quais são espaçadas em intervalos aproximadamente iguais). Subtraindo o campo normal tem-se a "anomalia de campo total", que é utilizada para representar o campo magnético produzido por corpos anômalos em sub-superfície. A partir dessas diferenças constroem-se os chamados "mapas de contorno" que são curvas de isovalores da anomalia de campo total.

Através da observação dos mapas de contorno, procura-se identificar anomalias isoladas; em geral, a interpretação dos dados magnéticos é baseada na hipótese de que essas anomalias são causadas por corpos isolados de rocha, uniformemente magnetizados.

Os métodos utilizados para interpretação podem ser divididos em tres grupos básicos: interpretação qualitativa ;

interpretação quantitativa, utilizando perfis selecionados dos ma
pas de contorno, e interpretação quantitativa bidimensional dos
dados.

Os métodos qualitativos consistem em estudar os ma
pas de contorno, com a finalidade de comparar a forma da anomalia
isolada com a forma de uma anomalia que seria obtida teoricamente
para modelos físicos de configuração geométrica bem definida.

O aspecto da anomalia magnética depende da inclina
ção do campo magnético normal da Terra, da direção (Strike) e
da forma da estrutura geológica causadora dessa anomalia. Assim,
é muito importante nesse tipo de interpretação, dispor de conjun
tos de curvas de contorno obtidas teoricamente para modelos diver
sos em várias latitudes magnéticas e com diferentes "Strikes". Pro
cedendo dessa maneira, é possível selecionar modelos específicos
para posterior interpretação quantitativa.

Tem sido construídos atlas de mapas de contorno
de anomalia total para diversos modelos. Vacquier et al. (1951)
apresentam um conjunto de mapas de contorno para anomalias de cam
po total, produzidas por prismas verticais uniformemente magneti
zados na direção do campo normal da Terra (magnetização induzi
da). Bhattacharyya (1964) deduziu expressões para anomalia de
campo total produzida por prismas verticais com magnetização em
direção arbitrária (magnetização remanente). Expressões ou per
fis da anomalia de campo total produzida por corpos bidimensio
nais (uma das dimensões horizontais tem extensão infinita), são
comuns na literatura geofísica, por exemplo: lâminas finas infini
tamente longas (Reford, 1964); linhas de polos e linhas de dipo
los (Smellie, 1956); corpos tabulares de extensão infinita em

profundidade (Gay, 1963).

Dentre os métodos de interpretação quantitativa utilizando perfis, tem-se aqueles que empregam alguns pontos notáveis do perfil, tais como: ponto de inflexão, ponto de máximo ou mínimo da anomalia e pontos onde a anomalia atinge a metade do seu valor máximo; tais pontos são empregados para medir distâncias, como por exemplo: a distância horizontal entre os pontos de máximo e meio máximo da anomalia, extensão horizontal da parte essencialmente reta do perfil, distância entre os pontos onde a anomalia tem a metade do seu valor máximo (half-width). A combinação dessas distâncias permite obter quantidades adimensionais, denominadas " parâmetros característicos ", e construir curvas características desses parâmetros para o modelo escolhido. Calculando-se o valor de parâmetros característicos, a partir dos perfis selecionados, extraídos do mapa de contorno e consultando-se as curvas características, é possível obter estimativas das dimensões horizontais e principalmente profundidade do corpo magnetizado. Como referência para esse método de interpretação utilizando pontos notáveis citam-se: Peters (1949), Smellie (1956), Grant e Martin (1966), Hall (1959). A grande limitação desse método é que erros podem ser introduzidos facilmente, se alguns dos pontos notáveis escolhidos estiverem deslocados em decorrência de interferências produzidas por anomalias vizinhas à anomalia em estudo, ou por ruídos nas medidas.

Um método mais preciso para a interpretação em perfis é o método de ajuste de curvas (curve-matching). Ele consiste em obter curvas normalizadas independentes de escala, a partir de um perfil observado situado perpendicularmente ao eixo principal

da anomalia e superpor essas curvas com famílias de curvas teóricas obtidas para modelos. Essas curvas teóricas fornecem valores de parâmetros índices, que permitem estimar profundidade, dimensões horizontais, mergulho (dip) e magnetização do corpo anômalo caracterizado pelo modelo escolhido. Como referência pode-se citar Hutchinson (1958) e Gay (1963), que desenvolveram métodos de interpretação por ajuste de curvas para anomalias produzidas por corpos tabulares infinitamente longos e de extensão infinita em profundidade. Os métodos de ajuste de curvas descritos acima, estão sujeitos à capacidade manual e visual do interpretador em escolher a curva teórica de melhor ajuste.

Recentemente, foram desenvolvidos métodos de interpretação em perfis utilizando procedimentos iterativos, baseados em mínimos quadrados, que fazem ajuste automático, por intermédio de computadores digitais, entre o perfil observado e perfis computados para os parâmetros do modelo escolhido (Johnson, 1969, McGrath e Hood, 1970). A maioria dos métodos de interpretação quantitativa descritos acima são projetados para interpretação de corpos bidimensionais.

Bhattacharyya (1966) desenvolveu um método de interpretação quantitativa para um modelo de prisma tridimensional com faces verticais, o qual utiliza as características bidimensionais da porção central da anomalia. A precisão desse método é fortemente influenciada pela posição do centro do corpo anômalo, a qual é de difícil determinação principalmente em baixas latitudes.

Whitehill (1973) desenvolveu um método de interpretação, para anomalias caracterizadas por um prisma tridimen

sional, que utiliza uma quantidade arbitrária de pontos selecionados num mapa de contorno. Esse método determina automaticamente as dimensões, susceptibilidade magnética e posição do centro do prisma, através da técnica dos mínimos quadrados. Uma restrição do método é a suposição de que o corpo está magnetizado somente por indução pois é bastante conhecido que a existência de magnetização remanente pode alterar completamente a forma da anomalia observada.

Helbig (1963), Bhattacharyya (1967) mostraram teoricamente que as componentes do campo magnético, ao longo dos três eixos coordenados, podem ser utilizadas para determinar o vetor magnetização total do corpo. Eles mostraram que empregando as integrais dos momentos de primeira ordem das tres componentes magnéticas sobre o plano horizontal infinito, obtem-se diretamente as tres componentes do vetor magnetização, sem necessidade de estabelecer quaisquer hipóteses sobre a forma ou profundidade do corpo anômalo.

Lourenço (1972) analisou a possibilidade de aplicação prática dessas integrais, quando elas são avaliadas sobre áreas finitas. Foi observado que para obter bons resultados é necessário que o centro do corpo anômalo esteja diretamente abaixo do centro da área de medida. Além dessa dificuldade, verifica-se que o único parâmetro determinado por esse método é o vetor magnetização.

O presente trabalho consiste em desenvolver uma metodologia, que permite determinar não somente os parâmetros do vetor magnetização como também as dimensões e profundidade do topo do corpo anômalo, supondo que ele pode ser caracterizado por

um modelo adequadamente escolhido. Esse método baseia-se em expressões analíticas das integrais dos momentos de ordem zero e primeira ordem das tres componentes magnéticas sobre áreas finitas e utiliza um método iterativo para determinação automática dos parâmetros do corpo anômalo.

A metodologia desenvolvida neste trabalho foi testada com sucesso para anomalias simuladas a partir de modelos dipolo pontual e linha de dipolos.

CAPÍTULO 1 - PARÂMETROS DO CORPO MAGNETIZADO OBTIDOS ATRAVÉS DAS
INTEGRAIS FINITAS DOS MOMENTOS DAS COMPONENTES MAG-
NÉTICAS

1.1 - Revisão de Conceitos

A existência de um contraste de magnetização em sub-superfície, produz um campo magnético anômalo que se superpõe ao campo magnético normal da Terra. O estudo desse campo magnético anômalo pode fornecer informações sobre estruturas geológicas ou corpos mineralizados, situados em sub-superfície.

Os magnetômetros de campo total e campo horizontal medem, respectivamente, as intensidades dos vetores:

$$\vec{T} = \vec{T}_o + \vec{T}_a \quad \text{e} \quad \vec{H} = \vec{H}_o + \vec{H}_a$$

onde:

\vec{T}_o é o vetor campo geomagnético normal

\vec{H}_o é a projeção horizontal de \vec{T}_o

\vec{T}_a é o vetor campo magnético anômalo

\vec{H}_a é a projeção horizontal de \vec{T}_a

Geralmente são desconhecidas as direções de \vec{T}_a e \vec{H}_a de modo que as grandezas utilizadas para representar as medidas do campo anômalo total e horizontal são:

$$\text{anomalia de intensidade total: } \Delta T = |\vec{T}| - |\vec{T}_o|$$

$$\text{anomalia de intensidade horizontal: } \Delta H = |\vec{H}| - |\vec{H}_o|$$

Comumente, em levantamentos magnéticos, tem-se:

$$|\vec{T}_a| \ll |\vec{T}_0| \quad \text{e} \quad |\vec{H}_a| \ll |\vec{H}_0|$$

Portanto são válidas as aproximações:

$$\Delta H \approx \vec{H}_a \cdot \vec{n}_0 = H_x \cos D_0 + H_y \sin D_0 \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned} \Delta T \approx \vec{T}_a \cdot \vec{t}_0 &= \alpha_0 H_x + \beta_0 H_y + \gamma_0 H_z \\ &= (H_x \cos D_0 + H_y \sin D_0) \cos I_0 + H_z \sin I_0 \end{aligned} \tag{1.2}$$

onde:

\vec{n}_0 é um versor no sentido Sul-Norte magnético

\vec{t}_0 é um versor no sentido do campo \vec{T}_0

I_0 e D_0 são, respectivamente, inclinação e declinação magnética de \vec{T}_0

H_x , H_y e H_z são, respectivamente, as componentes de \vec{T}_a ao longo dos eixos Sul-Norte, Oeste-Leste e vertical para baixo, como i lustra a figura 1.1.

Na figura 1.2 estão representadas algumas das grandezas acima referidas.

Helbig (1963) e Bhattacharyya (1967) mostraram teoricamente que as componentes do vetor magnetização total de um corpo uniformemente magnetizado podem ser calculadas a partir dos valores da componente vertical e uma das componentes H_x , ou H_y , do vetor campo magnético anômalo, em todos os pontos de um plano

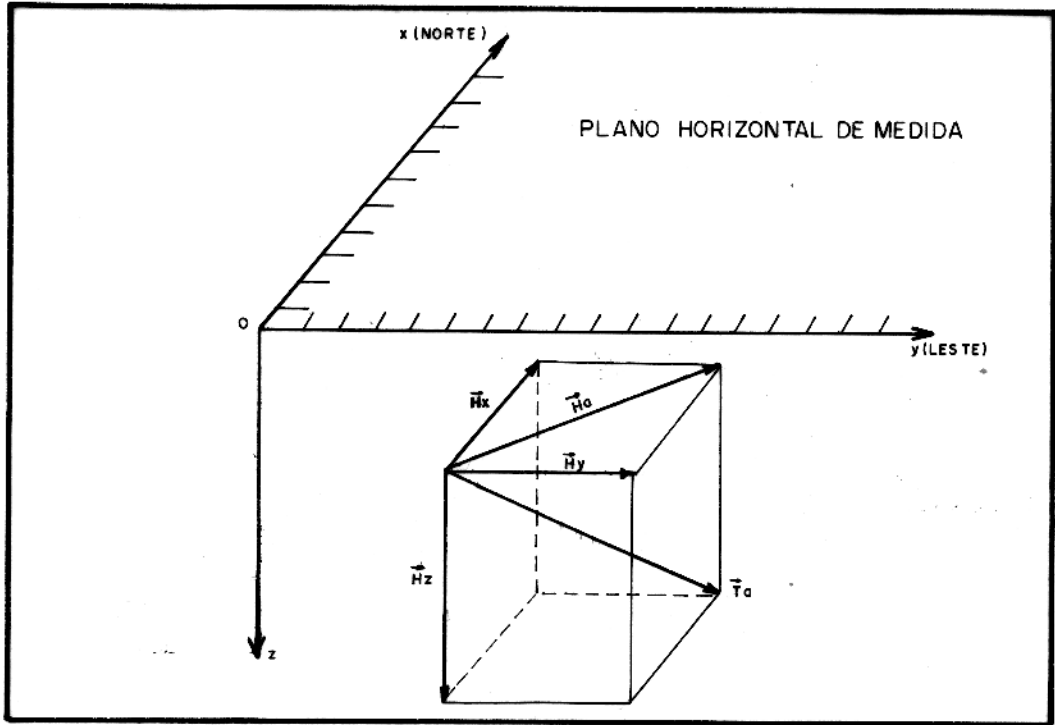


FIGURA 1.1 - Sistema de coordenadas cartesianas retangulares

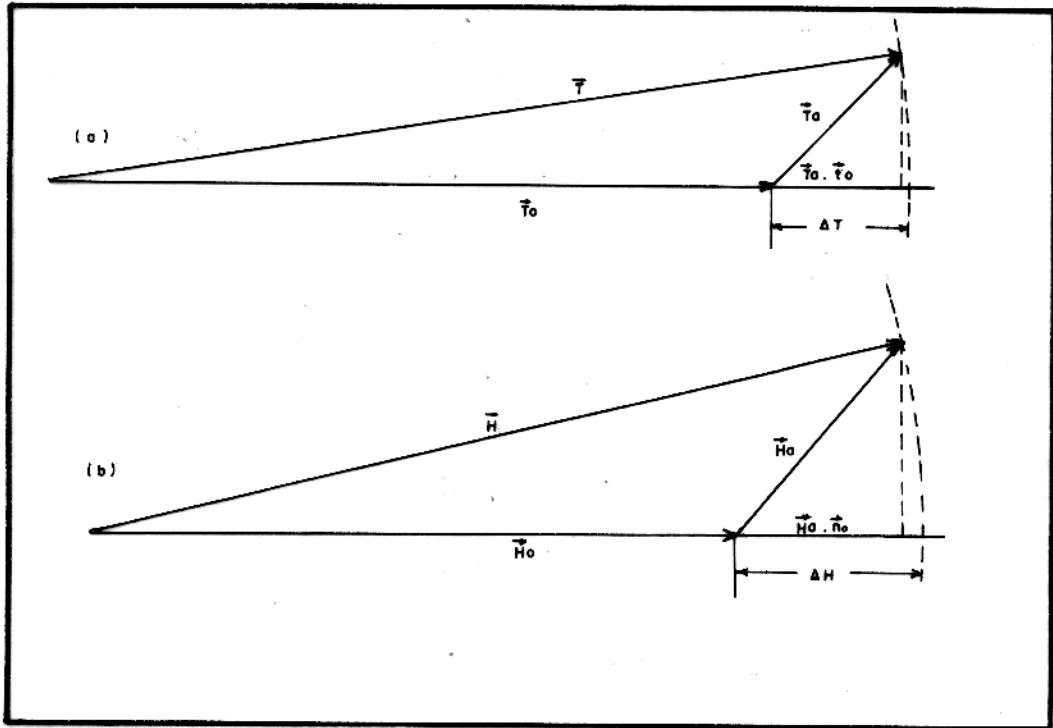


FIGURA 1.2 - (a) comparação entre a anomalia de campo total ΔT e a componente \vec{T}_0, \vec{T}_0

(b) comparação entre a anomalia de intensidade horizontal ΔH e a componente \vec{H}_0, \vec{H}_0

horizontal infinito, utilizando as relações:

$$M_z^x = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x H_z dx dy = -2\pi P_x = -2\pi\alpha P \quad (1.3)$$

$$M_z^y = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y H_z dx dy = -2\pi P_y = -2\pi\beta P \quad (1.4)$$

$$M_x^x = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x H_x dx dy = -2\pi P_z = -2\pi\gamma P \quad (1.5)$$

$$M_y^y = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y H_y dx dy = M_x^x \quad (1.6)$$

onde:

α , β , γ , são os cossenos diretores do vetor momento magnético total \vec{P} cuja intensidade é:

$$P = \int_V |\vec{J}| dv$$

sendo \vec{J} o vetor momento de dipolo magnético por unidade de volume.

Por outro lado:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_x dx dy = 0 \quad (1.7)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_y dx dy = 0 \quad (1.8)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_z dx dy = 0 \quad (1.9)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x H_y dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y H_x dx dy = 0 \quad (1.10)$$

Usando as equações (1.1) a (1.10), resultam:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta H \, dx dy \approx 0 \quad (1.11)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta T \, dx dy \approx 0 \quad (1.12)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \Delta H \, dx dy \approx - 2\pi \gamma \cos D_0 \cdot P \quad (1.13)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y \Delta H \, dx dy \approx - 2\pi \gamma \sin D_0 \cdot P \quad (1.14)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \Delta T \, dx dy \approx - 2\pi (\gamma \cos D_0 \cos I_0 + \alpha \sin I_0) \cdot P \quad (1.15)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y \Delta T \, dx dy \approx - 2\pi (\gamma \sin D_0 \cos I_0 + \beta \sin I_0) \cdot P \quad (1.16)$$

Portanto, qualquer das tres combinações: H_z e ΔH , H_z e ΔT , ΔH e ΔT também possibilitam a determinação do vetor magnetização total desde que sejam conhecidas a inclinação e a declinação do campo magnético normal da Terra.

Lourenço (1972) mostrou que existem dificuldades práticas para a utilização das integrais acima. Desde que as medidas de campo magnético são especificadas como um arranjo de valores discretos sobre uma área finita, então as equações (1.13) e (1.16) tornam-se imprecisas porque, na prática, os limites de integração devem ser finitos.

Esse mesmo autor analisou o erro cometido no cálculo dos parâmetros de magnetização total através das equações acima, empregando modelos dipolo pontual, linha de dipolos e prisma reto de base quadrangular, para os quais deduziu expressões analíticas para H_x , H_y e H_z . A partir dessas componentes, especificadas como valores discretos nos pontos de uma malha quadrada

de espaçamento uniforme e largura total $2a$, foram calculadas as integrais de (1.3), (1.4) e (1.5) para as áreas finitas de larguras 16, 32 e 64 unidades de espaçamento. A origem do sistema de coordenadas foi posicionada diretamente acima do centro do corpo anômalo.

Se I e D são respectivamente, a inclinação e a declinação do vetor magnetização total então:

$$\alpha = \cos I \cos D$$

$$\beta = \cos I \sin D$$

$$\gamma = \sin I$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

(1.17)

Utilizando (1.3), (1.4), (1.5) e (1.17) resultam:

$$\alpha = \frac{M_z^x}{S_M}$$

$$\beta = \frac{M_z^y}{S_M}$$

$$\gamma = \frac{M_x^x}{S_M}$$

$$P = \frac{S_M}{2\pi}$$

$$D = \arctg (\beta / \alpha)$$

$$I = \arctg(\gamma/\sqrt{1-\gamma^2})$$

onde:

$$S_M = \{ (M_Z^X)^2 + (M_Z^Y)^2 + (M_X^X)^2 \}^{1/2}$$

Usando-se procedimento análogo, foram computados os resultados apresentados no quadro 1 para dipolo pontual e linha de dipolos orientada paralelamente ao eixo Ox. Observa-se que a precisão do cálculo de I e D é pouco influenciada pela diminuição das dimensões da área de medida. A intensidade de magnetização necessita ser calculada usando uma área relativamente grande para se obter resultados satisfatórios.

Quando a origem do sistema de coordenadas não está diretamente acima do centro do corpo anômalo, é grande o erro cometido no cálculo dos parâmetros de magnetização, usando as equações acima. Esse fato foi apenas mencionado por Lourenço(1972) e é aqui discutido em detalhe para se ter uma visão das dificuldades que existem na aplicação prática das equações (1.3),(1.4) e (1.5), obtidas a partir das integrais infinitas dos momentos das componentes. Para mostrar isso, foram calculados os parâmetros do vetor magnetização para modelos dipolo pontual com centro deslocado em relação à origem do sistema de coordenadas e os resultados obtidos, apresentados no quadro 2, diferem consideravelmente dos valores exatos utilizados para gerar as tres componentes nos pontos nodais da malha. Desse modo comprova-se que o centro do corpo anômalo deve ter projeção horizontal o mais próximo possível do centro da área de medida para que sejam

Quadro 1 - Direção e intensidade do vetor momento magnético total a partir das componentes exatas. I = inclinação, D = declinação, P = intensidade de magnetização total, H = profundidade do topo, L = comprimento da linha de dipolos.

MODELO	parâmetros exatos			parâmetros obtidos			Dimensões da área
	I	D	P	I	D	P	
Dipolo H = 3	18 ⁰	0 ⁰	3	18,00	-0,00	0,747	8 x 8
	18 ⁰	0 ⁰	3	18,00	0,00	1,609	16 x 16
	18 ⁰	0 ⁰	3	17,99	0,00	2,211	30 x 30
	60 ⁰	6 ⁰	3	60,00	6,00	0,747	8 x 8
	60 ⁰	6 ⁰	3	60,00	6,00	1,609	16 x 16
	60 ⁰	6 ⁰	3	60,00	6,00	2,211	30 x 30
Linha de dipolos H = 3 L = 8	18 ⁰	0 ⁰	8	18,00	0,00	0,933	8 x 8
	18 ⁰	0 ⁰	8	18,00	0,00	3,822	16 x 16
	18 ⁰	0 ⁰	8	17,99	0,00	5,809	30 x 30
	60 ⁰	6 ⁰	8	59,69	10,87	0,936	8 x 8
	60 ⁰	6 ⁰	8	59,97	6,60	3,823	16 x 16
	60 ⁰	6 ⁰	8	59,99	6,07	5,809	30 x 30

6-6-0
150

Quadro 2 - Direção e intensidade do vetor magnetização total para modelo dipolo pontual calculados sobre áreas finitas, a partir das componentes exatas. Posição do dipolo: centro (X_0, Y_0) , $H = 3$. Dimensões da área = 30×30 .

$(X_0; Y_0)$	parâmetros exatos			parâmetros obtidos		
	I	D	P	I	D	P
(0,5;0,5)	18°	6°	1	20,81	5,03	0,734
(0,5; 1)	18°	6°	1	20,89	3,94	0,733
(1 ; 1)	18°	6°	1	23,65	3,99	0,732
(1 ; 2)	18°	6°	1	23,78	1,67	0,730
(0,5;0,5)	60°	6°	1	63,25	0,42	0,733
(0,5; 1)	60°	6°	1	63,15	-5,85	0,735
(1 ; 1)	60°	6°	1	66,27	-6,62	0,733
(1 ; 2)	60°	6°	1	65,09	-20,20	0,740

obtidos bons resultados a partir das integrais infinitas dos momentos das componentes.

Na prática é difícil determinar a posição do ponto diretamente acima do centro do corpo anômalo. Essa dificuldade é tanto maior quanto mais afastada for a direção de magnetização em relação à vertical. As figuras 1.3(a) e 1.3(b) mostram a anomalia de campo total produzida por um dipolo pontual situado a 3(tres) unidades de profundidade. Supõe-se magnetização induzi-da e momento de dipolo unitário. A posição do dipolo é assinala-da com uma cruz(+). Na figura 1.3(a) a inclinação e declinação do dipolo são respectivamente 18° e 0° , enquanto na figura 1.3(b) os valores respectivos são 75° e 0° . Observa-se que em altas latitudes tem-se um máximo proeminente e um mínimo relativamente pequeno. Nesse caso o centro do corpo anômalo está localizado próximo do ponto de máximo da anomalia. Em baixas e médias latitudes observam-se um mínimo e um máximo com amplitudes de mes-ma ordem de grandeza, tornando-se difícil localizar o centro do corpo anômalo por inspeção do ponto de máximo(ou mínimo) da anomalia. Nesse último caso, o centro do corpo estará em uma posi-ção intermediária.

O método descrito anteriormente para determinação do vetor magnetização, tem a vantagem de não estabelecer quaisquer hipóteses sobre a geometria e posição do corpo causador da ano-malia. No entanto, além das dificuldades mencionadas acima, ele não permite obter outros parâmetros além da inclinação, decli-nação e intensidade do vetor magnetização total.

Tendo em vista as dificuldades mencionadas anterior-

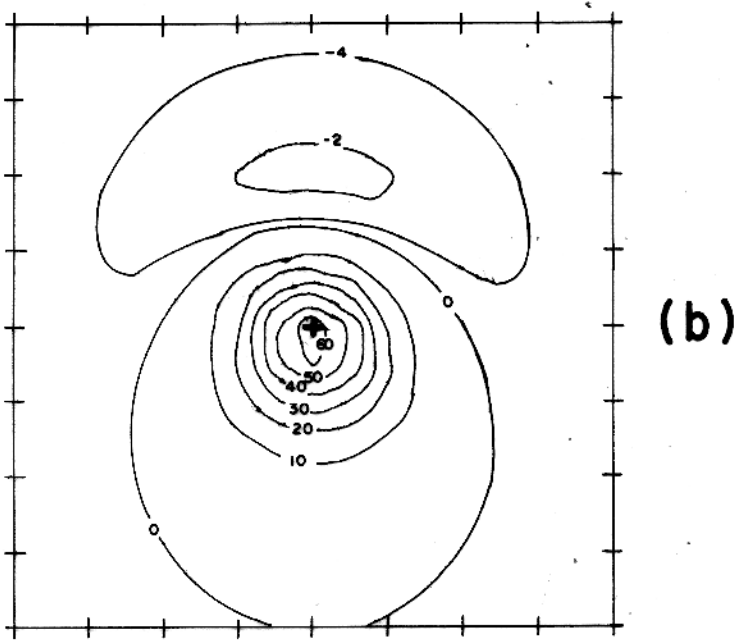
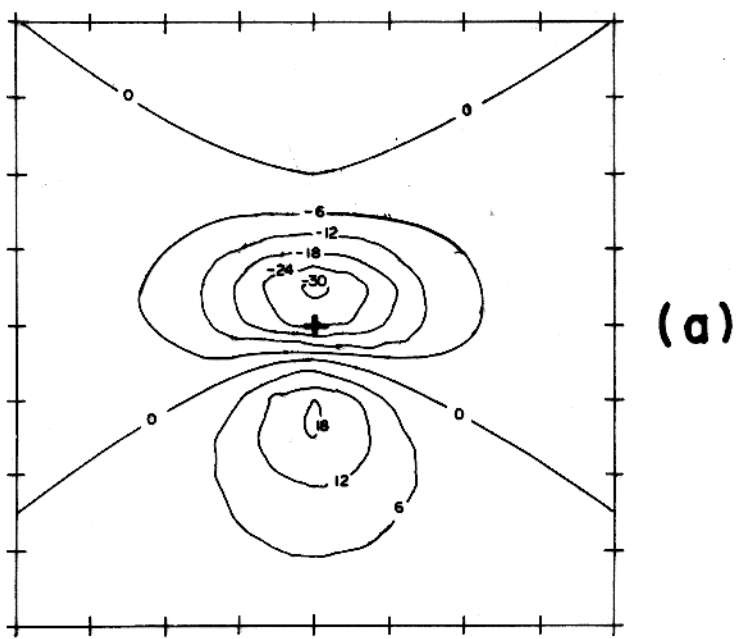


FIGURA 1.3 - Anomalia total produzida por dipolo com centro na origem, magnetização induzida e $h=3$
A cruz assinala a posição do dipolo. A área tem 16x16 unidades
(a) $I = 10^\circ$, $D = 0^\circ$
(b) $I = 75^\circ$, $D = 0^\circ$

mente, na seção seguinte será desenvolvida uma nova metodologia que permitirá determinar não somente os parâmetros de magnetização como também a posição do centro, profundidade do topo e dimensões do corpo causador da anomalia magnética. Esse método consistirá na resolução de um sistema de equações envolvendo integrais numéricas finitas dos momentos de ordem zero e primeira ordem das componentes do campo magnético anômalo e as integrais finitas exatas dos momentos das componentes do campo magnético produzido por um modelo.

1.2 - Metodologia utilizada para obtenção dos parâmetros

Nessa seção será formulada uma nova metodologia para determinar os parâmetros de um corpo causador de uma anomalia magnética. Para isso serão utilizadas as integrais, sobre uma área finita, dos momentos das componentes do campo magnético.

É possível estudar o campo magnético produzido por um corpo uniformemente magnetizado analisando-o como uma distribuição contínua de dipolos magnéticos em um volume V . O vetor campo magnético produzido em um ponto (x,y,z) , exterior ao volume V , é deduzido no apêndice A como:

$$\vec{T}_a(x, y, z) = \int_V \left\{ \frac{3 [\vec{J}(\vec{\rho}) \cdot \vec{r}] \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{J}(\vec{\rho})}{r^3} \right\} dv'$$

onde:

$\vec{\rho}$ é o vetor posição do elemento de volume dv'

$\vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ é o vetor posição do ponto (x, y, z) , sendo \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} os versores dos eixos O_x , O_y e O_z , respectivamente

$$\vec{r} = \vec{R} - \vec{\rho}, \quad |\vec{r}| = r$$

$\vec{J}(\vec{\rho}) = J(\alpha\vec{i} + \beta\vec{j} + \gamma\vec{k})$ é o momento de dipolo magnético por unidade de volume, sendo J sua intensidade e α , β , γ seus cossenos diretores.

A partir de \vec{T}_a , obtido acima, pode-se escrever as componentes H_x, H_y, H_z e ΔT , medidas no plano $Z = 0$, como:

$$\left. \begin{aligned} H_x &= \vec{i} \cdot \vec{T}_a = H_x(x, y, x_0, y_0, I, D, J, h, \vec{f}) \\ H_y &= \vec{j} \cdot \vec{T}_a = H_y(x, y, x_0, y_0, I, D, J, h, \vec{f}) \\ H_z &= \vec{k} \cdot \vec{T}_a = H_z(x, y, x_0, y_0, I, D, J, h, \vec{f}) \\ \Delta T &= \vec{t}_0 \cdot \vec{T}_a = H_t(x, y, x_0, y_0, I, D, J, h, \vec{f}) \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

onde:

(x_0, y_0) são as coordenadas da projeção do centro do corpo anômalo sobre o plano de medida xOy

I e D são, respectivamente, a inclinação e declinação do vetor \vec{J}
 h é a profundidade do topo do corpo anômalo

\vec{f} é um vetor cujas componentes são as dimensões e orientação do corpo.

Seja A uma área retangular, situada no plano $z = 0$, com lados paralelos aos eixos O_x e O_y de dimensões $2a$ e $2b$ respectivamente e centro na origem. Utilizando as componentes obtidas em (1.18), pode-se calcular expressões analíticas para as integrais finitas dos momentos de ordem zero e de primeira ordem das componentes H_x, H_y, H_z e H_t , sobre a área A e escrever um sistema de 12 equações abaixo relacionadas:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a H_m dx dy &= F_i(x_o, y_o, I, D, J, h, \vec{f}, a, b) , \quad (i=1, 2, 3, 4) \\ \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a x H_m dx dy &= F_i(x_o, y_o, I, D, J, h, \vec{f}, a, b) , \quad (i=5, 6, 7, 8) \\ \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a y H_m dx dy &= F_i(x_o, y_o, I, D, J, h, \vec{f}, a, b) , \quad (i=9, 10, 11, 12) \end{aligned} \right\} (1.19)$$

onde:

F_i são funções que expressam as integrais finitas dos momentos das componentes

$$m = 1, 2, 3, 4$$

$$H_1 \equiv H_x , H_2 \equiv H_y , H_3 \equiv H_z , H_4 \equiv H_t$$

Convém esclarecer que para determinação analítica das funções F_i faz-se necessário supor um modelo para o corpo anômalo, visto que a obtenção das componentes por (1.18) requer o conhecimento das dimensões e disposição espacial do volume V. Os valores das integrais dos primeiros membros em (1.19) podem ser obtidos a partir de dados geofísicos. A resolução do sistema (1.19)

permitirá encontrar dimensões, posição e magnetização do corpo.

Na prática as componentes do campo magnético anômalo são representadas por um arranjo de valores discretos, tomados nos pontos de uma malha retangular de área $2a \times 2b$ e espaçamento uniforme S . Então: $H_m(x,y,0) \equiv H_m(jS,kS) \equiv H_m(j,k)$

$$j = -M/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, M/2$$

$$k = -N/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, N/2$$

$M = 2a/S$, $N = 2b/S$ são números inteiros.

Os primeiros membros das equações (1.19), podem ser computadas numericamente por:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a H_m dx dy &\approx S^2 \sum_{j=-M/2}^{M/2} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \{H_m(j,k) + H_m(j+1,k) + H_m(j,k+1) + \\ &+ H_m(j+1,k+1)\} / 4 = S_i, \quad (i=1,2,3,4) \\ \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a x H_m dx dy &\approx S^2 \sum_{j=-M/2}^{M/2} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \{j H_m(j,k) + (j+1) H_m(j+1,k) + \\ &+ (j+1) H_m(j+1,k+1) + j H_m(j,k+1)\} / 4 = S_i, \quad (i=5,6,7,8) \\ \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a y H_m dx dy &\approx S^2 \sum_{j=-M/2}^{M/2} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \{k H_m(j,k) + (k+1) H_m(j+1,k+1) + \\ &+ k H_m(j+1,k) + (k+1) H_m(j,k+1)\} / 4 = S_i, \quad (i=9,10,11,12) \end{aligned} \right\} (1.20)$$

Especificados os valores de a e b, o sistema de equações (1.19) será resolvido utilizando métodos de minimização que consistem procurar determinar os parâmetros do modelo que possibilitem o melhor ajuste, no sentido dos mínimos quadrados, entre as funções F_i de (1.19) - calculados analiticamente para as componentes exatas do modelo - e os valores S_i computados por (1.20) usando as componentes que seriam obtidas através de um levantamento geofísico. Para isso, deve-se encontrar os parâmetros $x_0, y_0, I, D, J, h, \vec{f}$ que minimizem a função

$$\sigma = \sigma(x_0, y_0, I, D, J, h, \vec{f}) = \sum_{i=1}^n \{F_i - S_i\} W_i^2$$

onde:

n é o número de integrais dos momentos das componentes que serão utilizados para definir σ

W_i são pesos constantes escolhidos arbitrariamente

σ será denominada "função objetivo".

O método utilizado para minimizar a função objetivo é o "método dos poliedros flexíveis", devido a Nelder e Mead (1964) e uma descrição do algoritmo do mesmo é apresentada no apêndice C.

Note-se que o valor mínimo de n deve coincidir com o número de parâmetros a determinar para o modelo escolhido. Portanto não é obrigatório utilizar todas as 12 integrais dos momentos para definir a função objetivo. Em geral, quanto maior o número de integrais utilizadas, melhor será a precisão obtida nos parâme-

tros calculados pelo método.

Convém ressaltar que o método proposto não corresponde ao ajuste visual entre a anomalia observada e anomalias geradas por modelos. Esse método necessita somente de duas condições:

- (a) Devem ser conhecidos os valores das componentes do campo magnético anômalo nos pontos de uma malha retangular, e
- (b) a anomalia observada deve ter uma forma que possa ser caracterizada pelo modelo escolhido para a interpretação.

Portanto, não há necessidade de dispor de curvas teóricas para auxiliar na interpretação quantitativa.

Além disso, esse método elimina uma das tarefas que consomem grande tempo de computação, a saber, o cálculo da anomalia de campo total gerada pelo modelo, em todos os pontos da malha retangular escolhida para representar os dados do campo magnético anômalo.

CAPÍTULO 2 - APLICAÇÃO DO MÉTODO USANDO ANOMALIAS TEÓRICAS

2.1 - Introdução

A metodologia descrita no capítulo anterior será aplicada para modelos dipolo pontual e linha de dipolos. O modelo dipolo pontual é muito utilizado em geofísica, para interpretar anomalias magnéticas produzidas por corpos geológicos cujas dimensões horizontais são muito menores que a profundidade. O modelo linha de dipolos é empregado na interpretação de anomalias produzidas por corpos alongados de pequena espessura em relação a profundidade.

Para simplificar os cálculos, daqui por diante considerará-se-á que a área de medida é representada por uma malha quadrada $2a \times 2a$, com centro na origem do sistema de coordenadas, lados horizontais e paralelos aos eixos Ox e Oy e espaçamento $S = 1$. Além disso, todas as dimensões lineares serão expressas em termos da unidade de espaçamento.

Convém enfatizar que a formulação das integrais finitas exatas dos momentos envolve m ($m \leq 4$) componentes do campo magnético produzido pelo modelo. Portanto, supõe-se que os valores das m componentes do campo magnético produzido pelo corpo anômalo podem ser obtidos de alguma maneira. A seguir, se aplicará a metodologia supondo que as componentes podem ser obtidas:

- (a) por medidas geofísicas diretas das componentes ou,
- (b) indiretamente, a partir das medidas de uma componente qualquer, utilizando um esquema de filtragem matemática desenvolvido por Lourenço (1972).

2.2 - Determinação dos parâmetros conhecidas as componentes magnéticas.

Atribuindo-se valores arbitrários aos parâmetros do modelo escolhido, obtem-se teoricamente as medidas das componentes H_x , H_y , H_z e H_t nos pontos de uma malha quadrada, utilizando as fórmulas deduzidas no Apêndice A. Os valores assim encontrados irão ser utilizados para simular uma anomalia real que seria obtida diretamente por medidas geofísicas. Essas componentes serão denominadas " componentes observadas ".

Utilizando as equações (1.20) computam-se os valores das integrais numéricas finitas dos momentos das componentes observadas, S_i , os quais serão constantes durante o procedimento de minimização. A seguir, computam-se as funções F_i em (1.19) para um conjunto arbitrário de valores iniciais dos parâmetros do modelo - denominado " aproximação inicial " - empregando as expressões deduzidas analiticamente no apêndice B. Finalmente, a função objetivo σ será calculada para essa aproximação inicial e se processará automaticamente, no computador, a busca dos parâmetros do modelo que tornam cada vez menor o valor de σ . Essa busca será interrompida quando $\sigma < \delta$, onde δ é um número fixo arbitrário que especifica qual a ordem de grandeza de σ que pode ser considerada como um valor mínimo. Nessas condições, os valores correspondentes dos parâmetros do modelo serão os " parâmetros otimizantes ", ou seja, aqueles que fornecerão um modelo o qual produzirá a anomalia que melhor se ajustará à anomalia observada. O diagrama de blocos da figura 2.1 mostra a interliga

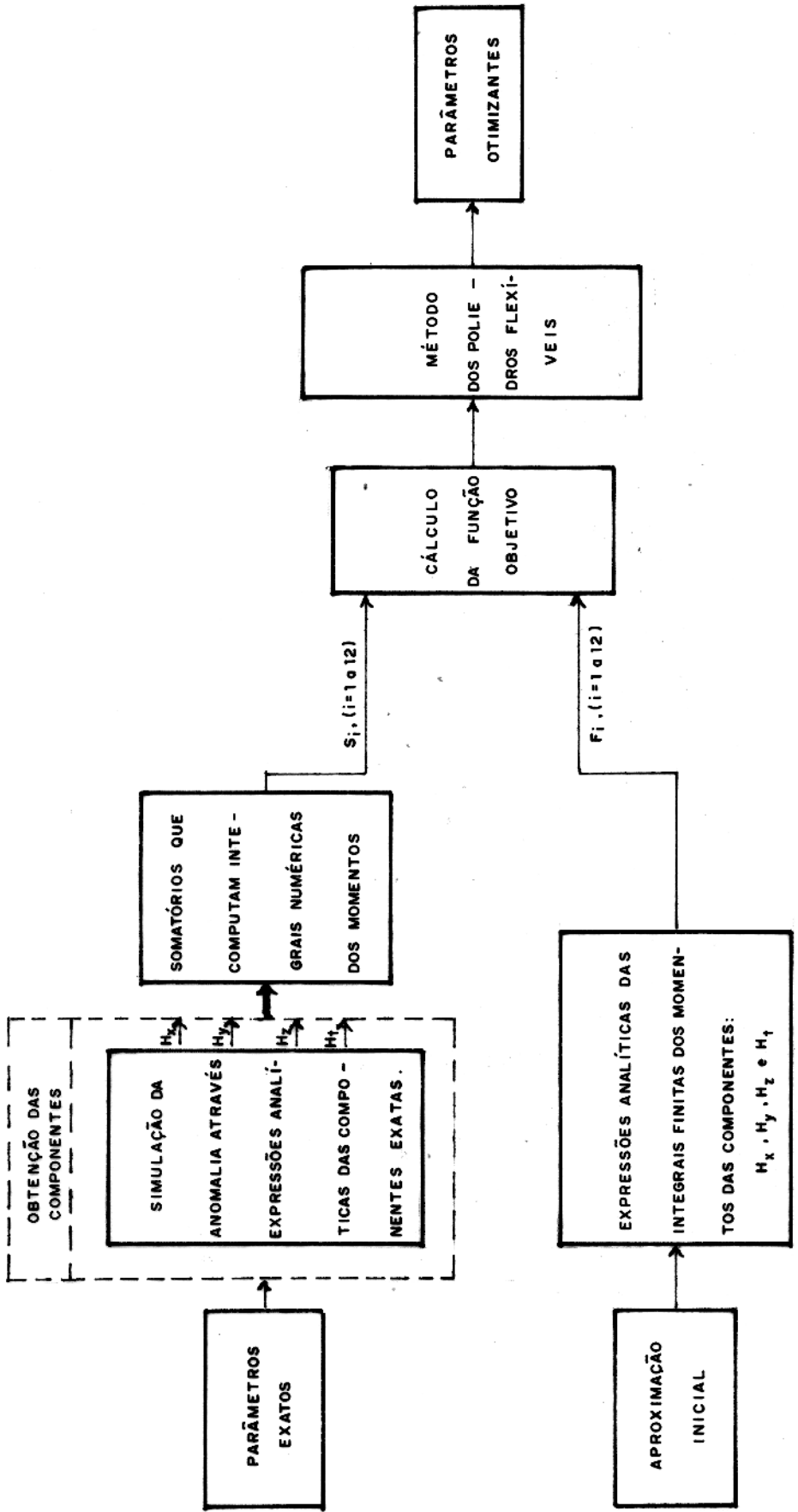


FIGURA 2-1 - Diagrama de blocos que descreve a metodologia empregada para determinação dos parâmetros do corpo anômalo a partir das integrais finitas dos momentos das componentes.

ção das várias etapas descritas acima.

Em seguida se aplicará o método para anomalias simuladas a partir de modelos dipolo pontual e linha de dipolos.

(a) Dipolo pontual

O processo de determinação dos parâmetros que minimizam a função objetivo, foi testado para diferentes aproximações iniciais usando como parâmetros do dipolo: a declinação D , a inclinação I e a intensidade P do momento magnético dipolar, a posição do centro (X_0, Y_0) e a profundidade H .

Para simular as componentes observadas H_x, H_y, H_z e H_t , foram utilizadas as fórmulas seguintes, deduzidas no Apêndice A:

$$\left. \begin{aligned} H_x(x, y, 0) &= \frac{P}{r^5} \{3u(\alpha u + \beta v - \gamma H) - \alpha r^2\} \\ H_y(x, y, 0) &= \frac{P}{r^5} \{3v(\alpha u + \beta v - \gamma H) - \beta r^2\} \\ H_z(x, y, 0) &= \frac{P}{r^5} \{-3H(\alpha u + \beta v - \gamma H) - \gamma r^2\} \\ H_t(x, y, 0) &= \alpha_0 H_x + \beta_0 H_y + \gamma_0 H_z \end{aligned} \right\} (2.1)$$

onde:

α, β, γ são os cossenos diretores do vetor magnetização

$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ são os cossenos diretores do campo normal da Terra.

$$u = x - X_0$$

$$v = y - Y_0$$

$$r = (u^2 + v^2 + H^2)^{1/2}$$

$$\alpha = \cos I \cdot \cos D$$

$$\beta = \cos I \cdot \sin D$$

$$\gamma = \sin I$$

Os quadros 3 e 4 mostram: os parâmetros exatos empregados para simular uma anomalia real, os valores dos parâmetros otimizantes, as várias aproximações iniciais utilizadas e o número N de iterações requeridas para computação dos parâmetros otimizantes. Para obter os resultados do quadro 3, as integrais dos momentos foram avaliadas em uma área: de 32 x 32 unidades nos testes N° 1 a 4, de 16 x 16 nos testes N° 5 e 6 e de 8 x 8 no teste N° 7. No teste N° 5, a malha 16 x 16 foi refinada de modo que os pontos da malha mais fina estão afastados de 0,5 unidades. Para obter os resultados do quadro 4 utilizou-se, em todos os testes, uma área de 32 x 32 no cálculo das integrais dos momentos.

As figuras 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6 mostram os gráficos do número de iterações versus o erro percentual relativo de cada parâmetro, para os testes N° 3, 4 e 6 do quadro 3 e testes N° 1 e 3 do quadro 4, respectivamente. Os pontos foram plotados de 5 em 5 iterações e os gráficos foram suavizados utilizando-se uma média móvel com 5 pontos. As curvas apresentam lacunas quando os erros percentuais estão fora dos limites utilizados para traçar os gráficos.

Em qualquer dos casos estudados, tanto para altas como baixas inclinações do vetor magnetização, verifica-se que os parâmetros otimizantes encontrados convergem para os parâmetros utilizados para simular a anomalia real. Note-se que no último teste do quadro 3, uma parte significativa da anomalia está fora da área utilizada para o cálculo das integrais dos momentos (figura 2.7) e mesmo assim foram obtidos bons resultados.

Quadro 3 - Teste da metodologia para modelo DIPOLo PONTUAL com baixa inclinação do vetor magnetização, utilizando as componentes exatas.

TESTE Nº	PARÂMETROS	$(X_0 ; Y_0)$	H	I	D	P	N
1	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	
	otimizantes	(0,99;2,00)	3,01	18,00	-5,99	3,00	180
	iniciais	(1,5 ;2,5)	3,5	20	- 6	3,5	
2	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	
	otimizantes	(0,99;2,00)	3,01	18,00	-5,99	3,00	980
	iniciais	(2 ; 1)	2	20	- 20	4	
3	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	
	otimizantes	(0,99;2,00)	3,01	18,00	-5,99	3,00	570
	iniciais	(3 ; 5)	0,5	40	- 20	6	
4	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	
	otimizantes	(0,99;2,00)	3,01	18,00	-5,99	3,00	1420
	iniciais	(2 ; 3)	4	20	- 20	3,5	
5	exatos	(1 ; 2)	1	18	- 6	3	
	otimizantes	(1,00;2,00)	1,01	17,98	-5,98	3,00	510
	iniciais	(2 ; 3)	4	30	- 20	4	
6	exatos	(1 ; 2)	2	18	- 6	3	
	otimizantes	(1,00;2,00)	2,03	17,99	-5,96	3,01	570
	iniciais	(2 ; 3)	4	30	- 20	4	
7	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	
	otimizantes	(0,98;2,00)	3,01	18,31	-5,77	2,98	610
	iniciais	(2 ; 3)	4	20	- 20	4	

Quadro 4 - Teste da metodologia para modelo DIPOLO PONTUAL com alta inclinação do vetor magnetização, utilizando as componentes exatas.

TESTE Nº	PARÂMETROS	$(X_0 ; Y_0)$	H	I	D	P	N
1	exatos	(1 ; 2)	3	60	30	3	
	otimizantes	(1,00;2,00)	3,01	59,98	30,00	3,00	400
	iniciais	(2 ; 3)	4	58	28	4	
2	exatos	(1 ; 2)	3	60	30	3	
	otimizantes	(1,00;2,00)	3,01	59,98	30,00	3,00	1400
	iniciais	(3 ; 6)	9	70	20	5	
3	exatos	(1 ; 2)	3	60	30	3	
	otimizantes	(1,00;2,00)	3,01	59,98	30,00	3,00	2300
	iniciais	(-5 ; -8)	0,5	10	80	10	

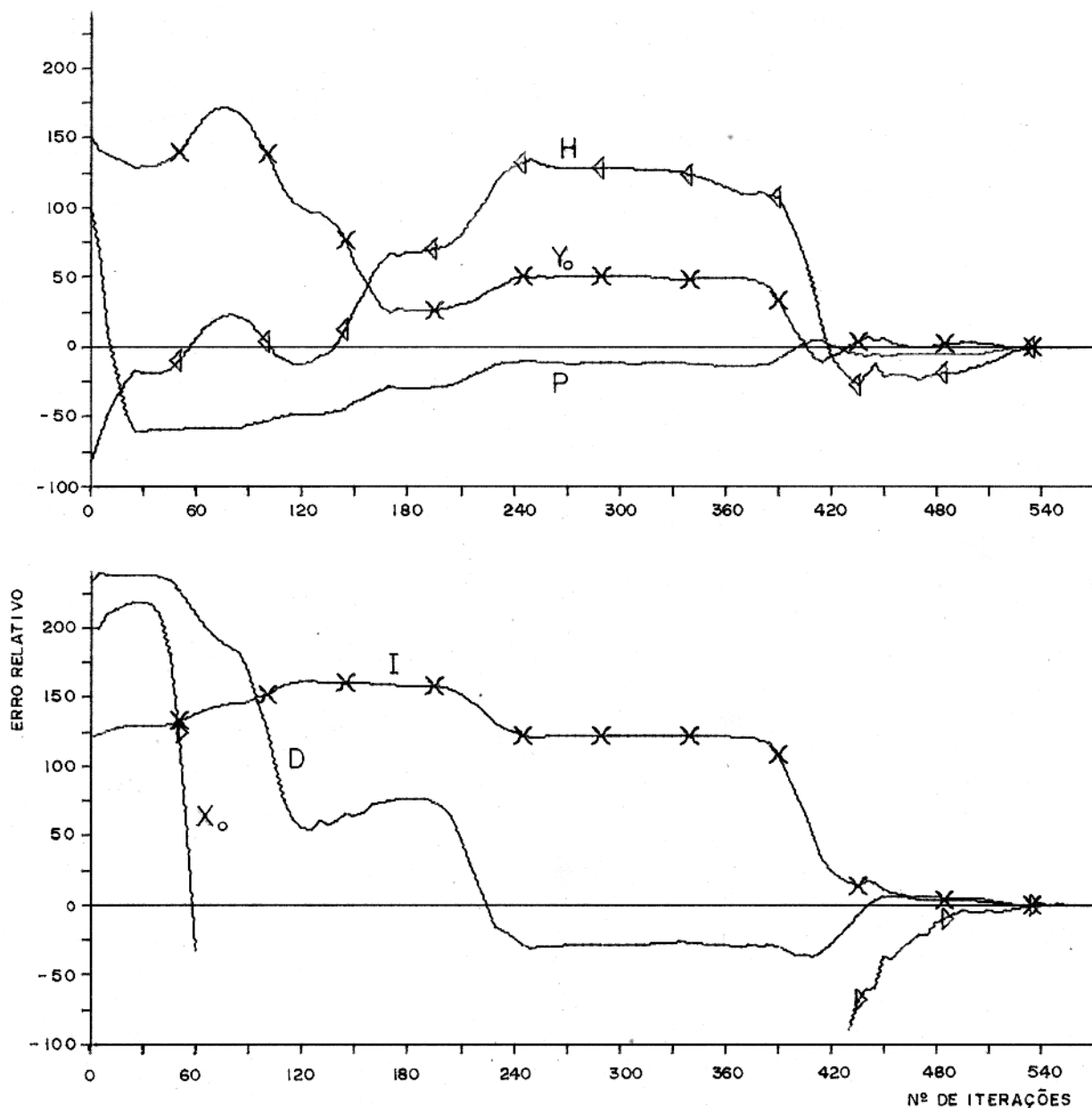


FIGURA 2.2 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo DIPOLO PONTUAL

Parâmetros exatos : $I = 18^\circ, D = -6^\circ, P = 3, (X_0; Y_0) = (1; 2), H = 3$

Parâmetros otimizados : $I = 18,00^\circ, D = -5,99^\circ, P = 3,00, (X_0; Y_0) = (0,99; 2,00), H = 3,01$

Aproximação inicial : $I = 40^\circ, D = -20^\circ, P = 6, (X_0; Y_0) = (3; 5), H = 0,5$

N1 - 100 - 6,6,0

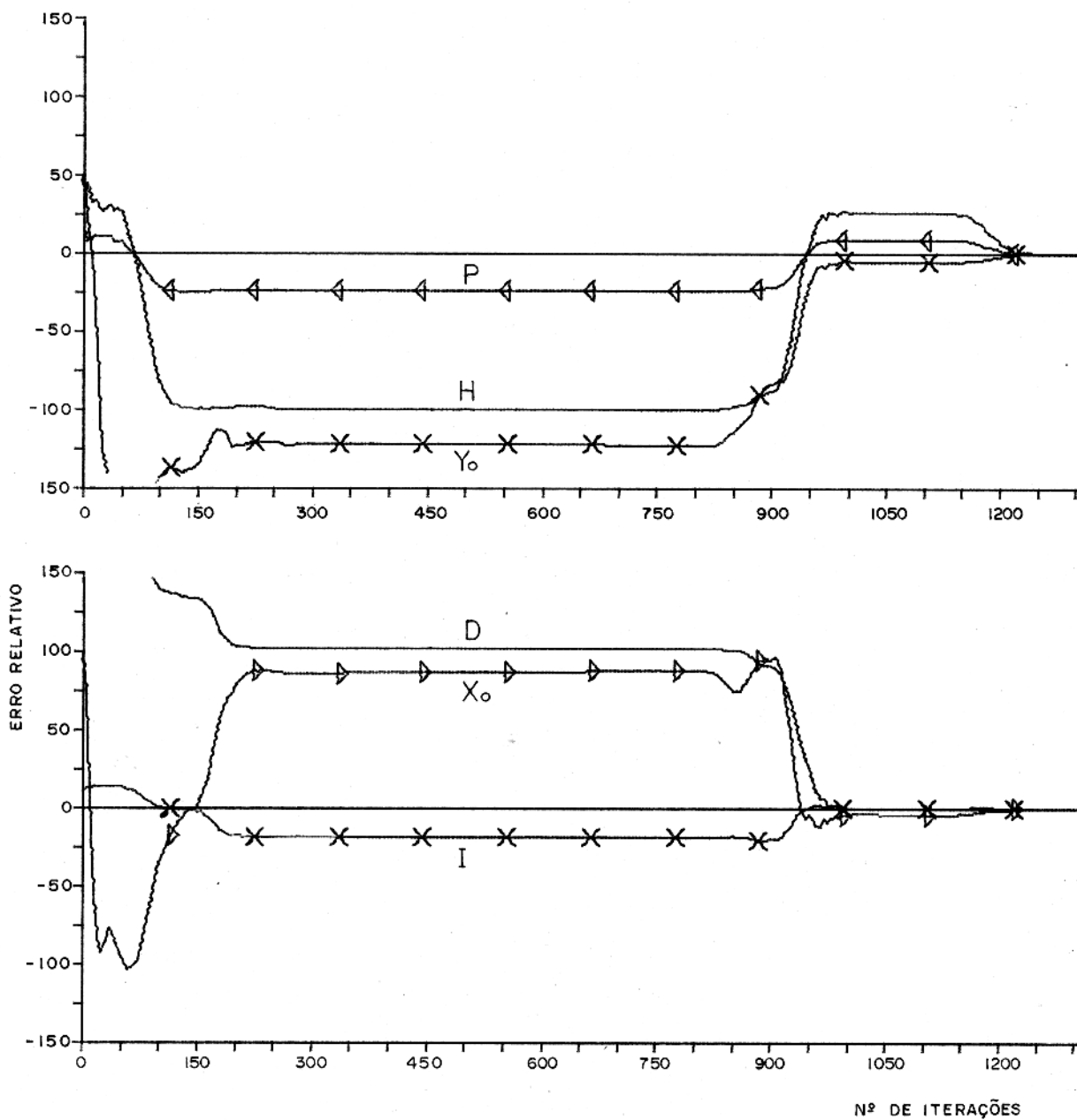


FIGURA 2.3 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo DIPOLO PÔNTUAL

Parâmetros exatos : $I = 18^\circ$, $D = -6^\circ$, $P = 3$, $(X_0; Y_0) = (1; 2)$, $H = 3$

Parâmetros otimizantes : $I = 18,00^\circ$, $D = -5,99^\circ$, $P = 3,00$, $(X_0; Y_0) = (0,99; 2,00)$, $H = 3,01$

Aproximação inicial : $I = 20^\circ$, $D = -20^\circ$, $P = 3,5$, $(X_0; Y_0) = (2; 3)$, $H = 4$

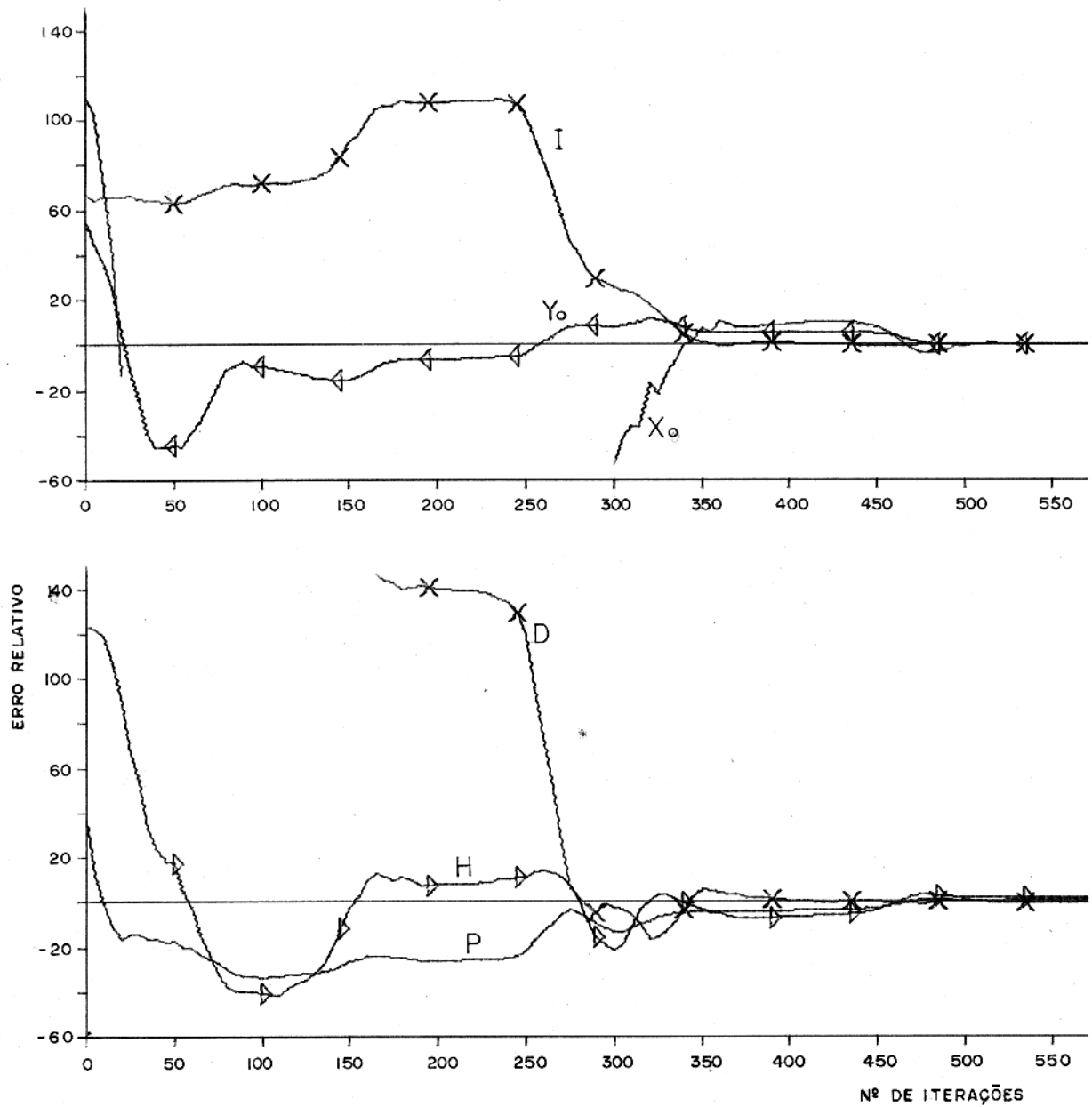


FIGURA 2.4 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo DIPOLO PONTUAL

Parâmetros exatos : $I = 18^\circ$, $D = -6^\circ$, $P = 3$, $(X_0; Y_0) = (1; 2)$, $H = 2$

Parâmetros otimizados : $I = 17,99^\circ$, $D = -5,96^\circ$, $P = 3,01$, $(X_0; Y_0) = (1,00; 2,00)$, $H = 2,03$

Aproximação inicial : $I = 30^\circ$, $D = -20^\circ$, $P = 4$, $(X_0; Y_0) = (2; 3)$, $H = 4$

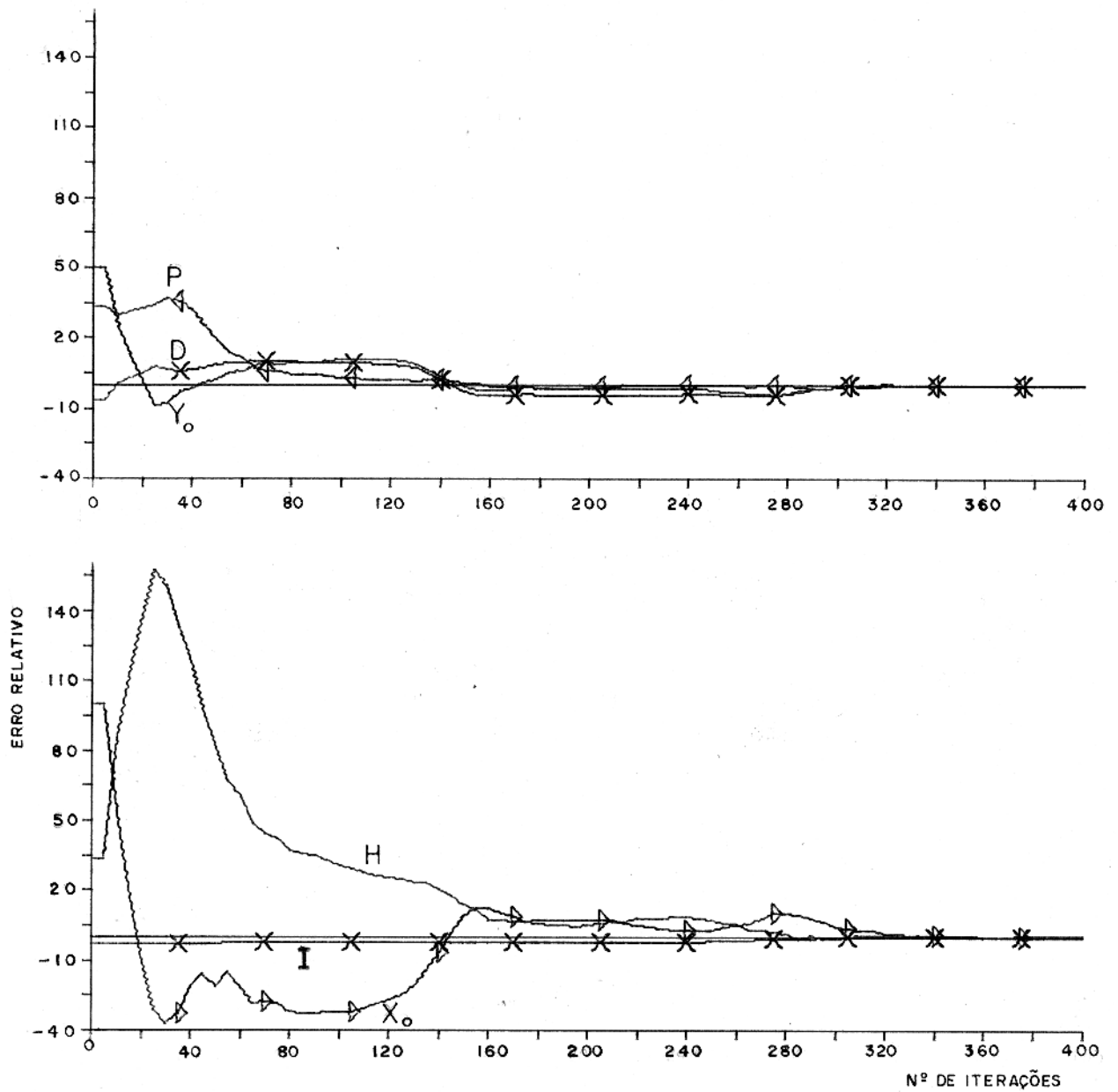


FIGURA 2.5 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo DIPOLO PONTUAL

Parâmetros exatos : I=60°, D= 30°, P=3, (X₀;Y₀)=(1;2), H=3

Parâmetros otimizantes : I= 59,98°, D= 30,00°, P= 3,00, (X₀;Y₀)=(1,00; 2,00), H= 3,01

Aproximação inicial : I= 58°, D= 28°, P= 4, (X₀;Y₀)= (2;3), H=4

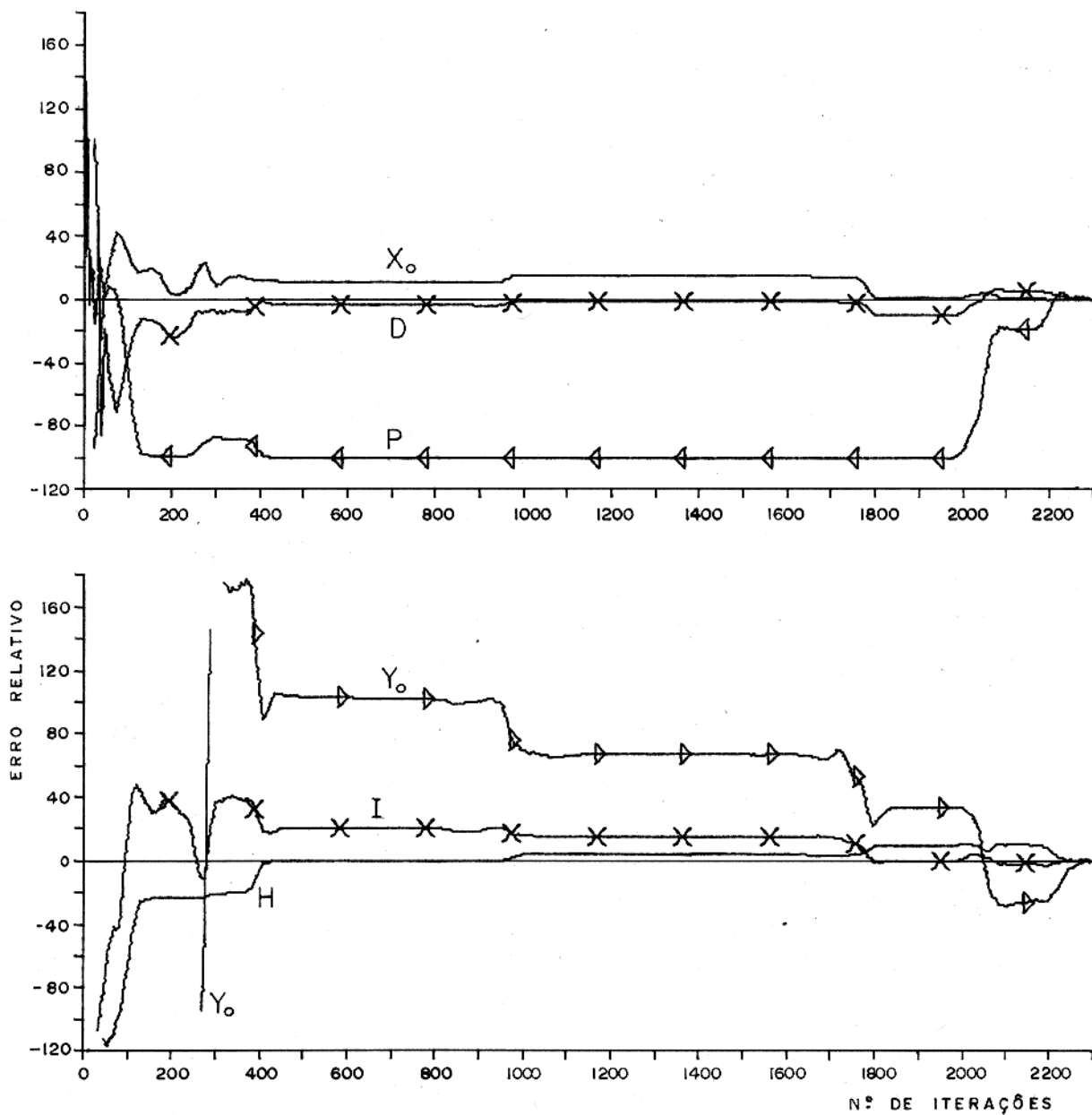


FIGURA 2.6 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo DIPOLO PONTUAL

Parâmetros exatos : $I=60^\circ$, $D=30^\circ$, $P=3$, $(X_0; Y_0)=(1; 2)$, $H=3$

Parâmetros otimizados : $I=59,98$, $D=30,00^\circ$, $P=3,00$, $(X_0; Y_0)=(1,00; 2,00)$, $H=3,01$

Aproximação inicial : $I=10^\circ$, $D=80^\circ$, $P=10$, $(X_0; Y_0)=(-5; -8)$, $H=0,5$

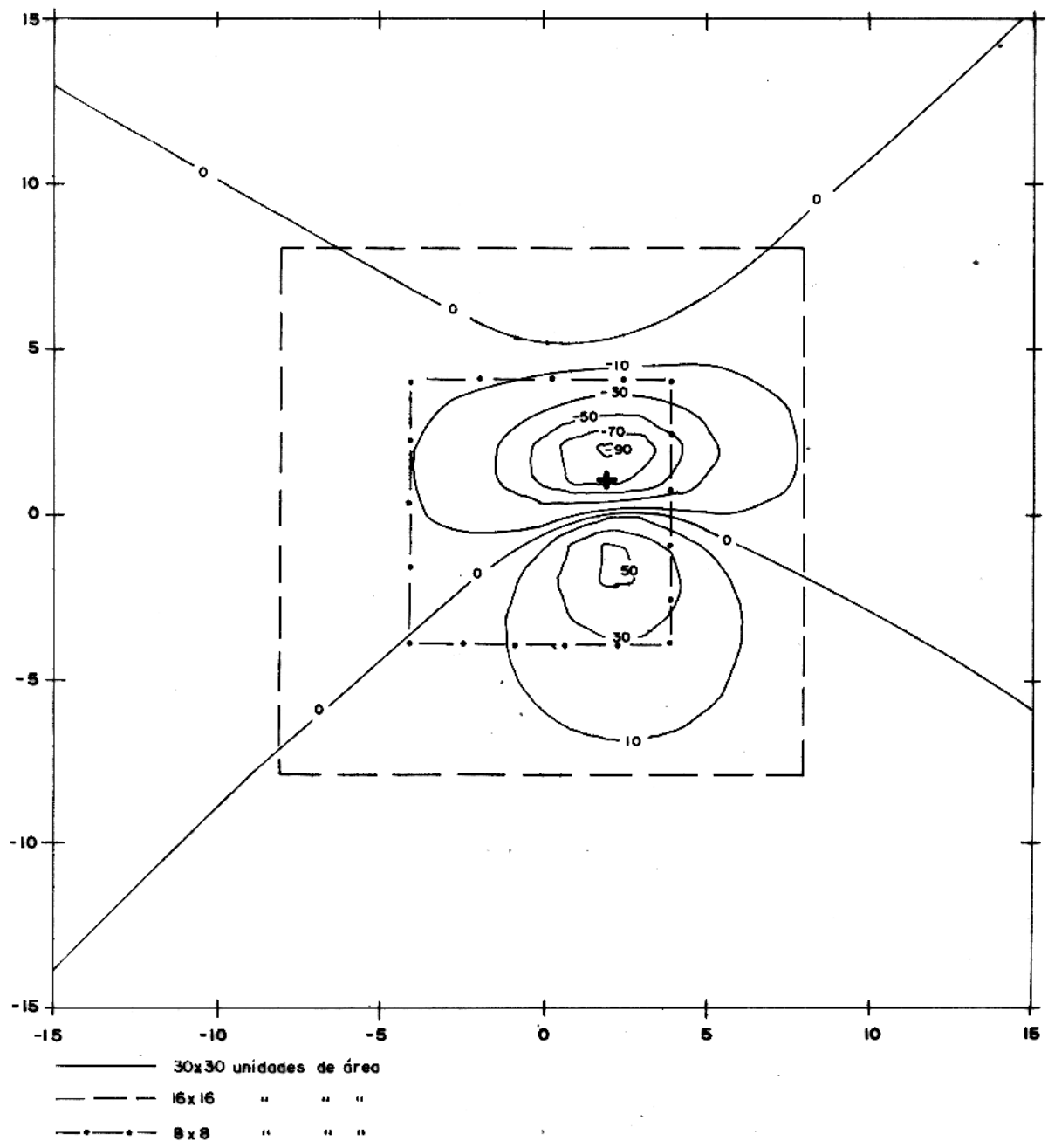


FIGURA 2.7 - Anomalia total produzida por um dipolo com parâmetros: $I=18^\circ$, $D=-6^\circ$, $P=3$, centro (1,2), $H=3$, supondo magnetização induzida. A cruz assimétrica a posição do dipolo

Para minimizar σ foi utilizado um programa de computador processado em um IBM - 1130 o qual realizou uma média de 14 iterações/minuto.

(b) Linha de dipolos

De modo similar ao caso de dipolo puntual, a metodologia também foi testada para linha horizontal de dipolos em posição paralela ao eixo Ox, utilizando como parâmetros do modelo ; a inclinação I, a declinação D e a intensidade P_L do vetor momento de dipolo por unidade de comprimento; a posição do centro da linha (X_0, Y_0) , a profundidade H e a metade do comprimento da linha L_x .

Para simular as componentes observadas H_x, H_y, H_z e H_t , foram utilizadas as fórmulas seguintes, deduzidas no apêndice A :

$$\left. \begin{aligned}
 H_x(x,y,0) &= P_L \left\{ \frac{\alpha u + \beta v - \gamma H}{r^3} \right\} \left. \begin{array}{l} u_2 \\ u=u_1 \end{array} \right\} \\
 H_y(x,y,0) &= \frac{P_L}{(v^2+H^2)r} \left\{ \frac{\alpha v(v^2+H^2)}{r^2} - \frac{(\beta v - \gamma H)}{r^2} uv + \right. \\
 &\quad \left. + \left(\beta - \frac{2v(\beta v - \gamma H)}{v^2 + H^2} \right) u \right\} \left. \begin{array}{l} u_2 \\ u=u_1 \end{array} \right\} \\
 H_z(x,y,0) &= \frac{P_L}{(v^2+H^2)r} \left\{ - \frac{\alpha H(v^2+H^2)}{r^2} + \frac{(\beta v - \gamma H)Hu}{r^2} + \right. \\
 &\quad \left. + \left(\gamma + \frac{2H(\beta v - \gamma H)}{v^2 + H^2} \right) u \right\} \left. \begin{array}{l} u_2 \\ u=u_1 \end{array} \right\} \\
 H_t(x,y,0) &= \alpha_0 H_x + \beta_0 H_y + \gamma_0 H_z
 \end{aligned} \right\} (2.2)$$

onde:

$$u_1 = x - X_0 + L_x$$

$$u_2 = x - X_0 - L_x$$

$$v = y - Y_0$$

$$r = (u^2 + v^2 + H^2)^{1/2}$$

α, β, γ são cossenos diretores do vetor \vec{P}_L

$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ são cossenos diretores do campo normal da Terra.

Utilizando-se diferentes aproximações iniciais testou-se a metodologia para linha de dipolos com ~~pequenas e grandes~~ inclinações de magnetização. O quadro 5 apresenta os resultados obtidos sendo que nos testes N° 1, 2, 3 as integrais finitas dos momentos foram calculadas em uma área de 32 x 32 unidades enquanto que nos testes N° 4 e N° 5 utilizou-se uma área de 30 x 30 e no teste N° 6 empregou-se uma área de 16 x 16.

As figuras 2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12 mostram os gráficos do número de iterações versus o erro percentual relativo de cada parâmetro para os testes n° 1, 3, 4, 5 e 6, respectivamente.

A partir do quadro 5 e das figuras 2.8 a 2.12 observa-se, em todos os casos estudados, que os parâmetros obtidos pelo método convergem para os parâmetros exatos, utilizados para simular a anomalia.

O processamento no computador foi, em média, de 8

Quadro 5 - Teste da metodologia para modelo LINHA DE DIPOLOS utilizando componentes exatas.

TESTE Nº	PARÂMETROS	(X ₀ ; Y ₀)	H	I	D	P _L	L _x	N
1	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	4	2060
	otimizantes	(0,99;2,00)	3,01	18,00	-5,99	3,00	4,00	
	iniciais	(2 ; 1)	2	20	-20	4	3,5	
2	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	4	1660
	otimizantes	(0,99;2,00)	3,01	18,00	-5,99	3,00	4,00	
	iniciais	(3 ; 6)	0,5	40	10	6	0	
3	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	4	1750
	otimizantes	(0,99;2,00)	3,01	18,00	-5,99	3,00	4,00	
	iniciais	(3 ; 6)	0,5	40	10	6	8	
4	exatos	(1 ; 2)	3	60	30	3	4	2500
	otimizantes	(1,02;1,99)	2,92	60,13	29,90	3,05	3,92	
	iniciais	(2 ; 3)	4	58	28	4	5	
5	exatos	(1 ; 2)	3	60	30	3	4	1810
	otimizantes	(1,00;2,00)	3,01	59,99	29,99	3,00	3,99	
	iniciais	(3 ; 6)	1	70	10	6	8	
6	exatos	(1 ; 2)	3	60	30	3	4	2500
	otimizantes	(1,00;2,00)	3,06	59,99	30,14	3,04	3,99	
	iniciais	(3 ; 6)	1	70	10	6	8	

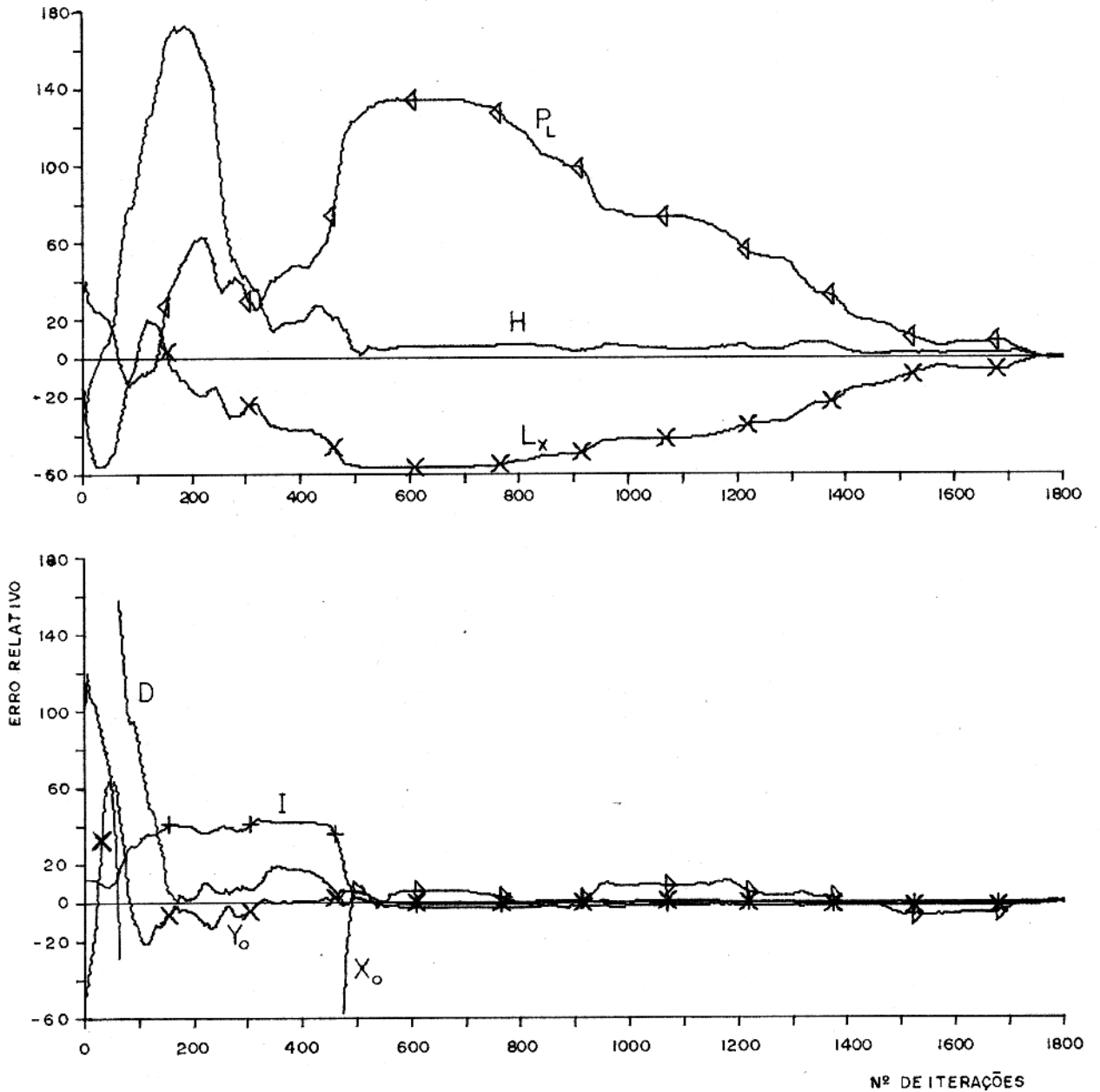


FIGURA 2.8 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo LINHA DE DIPOLOS

Parâmetros exatos : $I = 18^\circ$, $D = -6^\circ$, $P_L = 3$, $L_x = 4$, $(X_0; Y_0) = (1; 2)$, $H = 3$

Parâmetros otimizados : $I = 18,00^\circ$, $D = -5,99^\circ$, $P_L = 3,00$, $L_x = 4,00$, $(X_0; Y_0) = (0,99; 2,00)$, $H = 3,01$

Aproximação inicial : $I = 20^\circ$, $D = -20^\circ$, $P_L = 4$, $L_x = 3,5$, $(X_0; Y_0) = (2; 1)$, $H = 2$

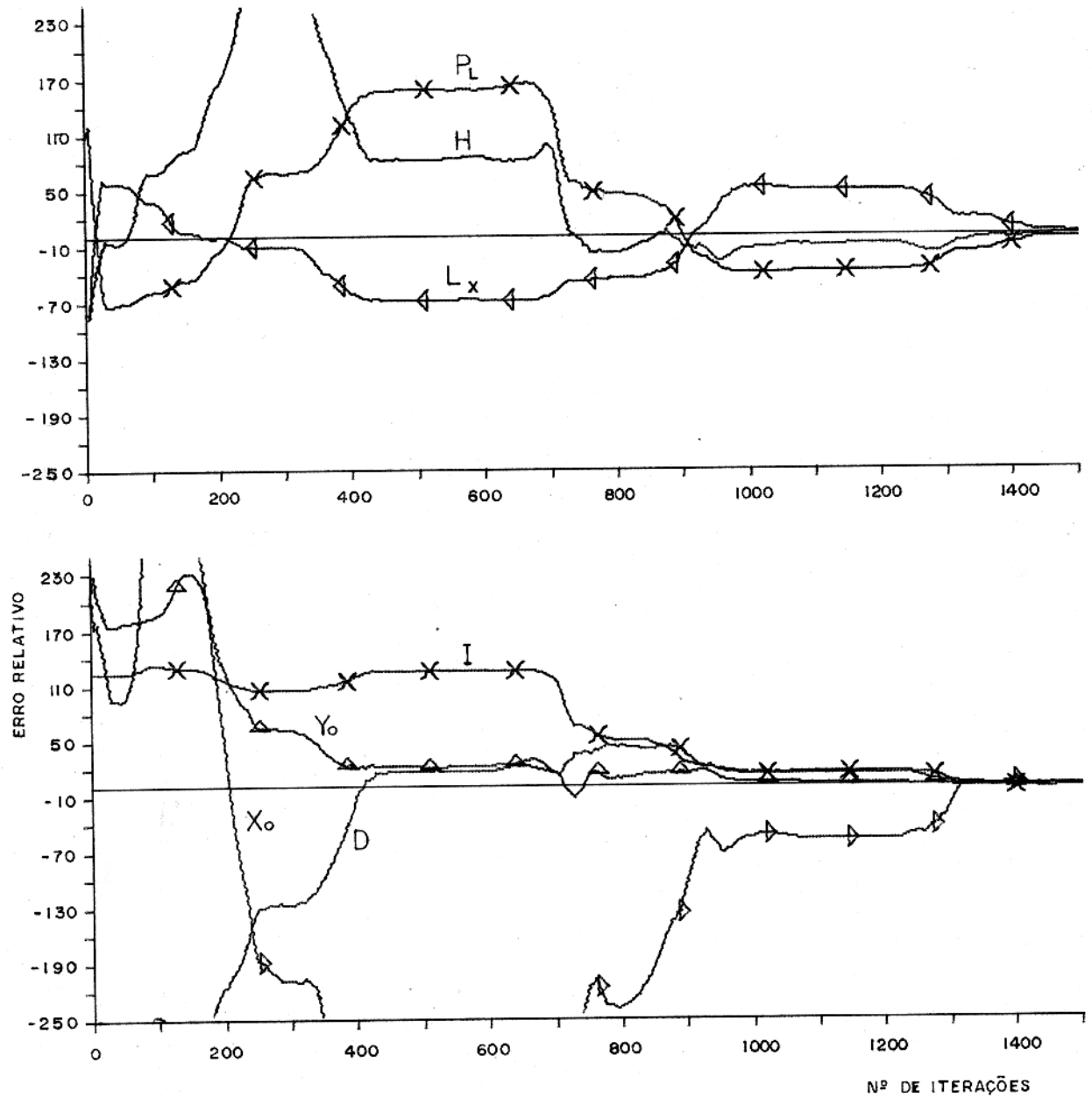


FIGURA 2.9 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo LINHA DE DIPOLOS

Parâmetros exatos : $I = 18^\circ$, $D = -6^\circ$, $P_L = 3$, $L_x = 4$, $(X_0; Y_0) = (1; 2)$, $H = 3$

Parâmetros otimizantes : $I = 18,00^\circ$, $D = -5,99^\circ$, $P_L = 3,00$, $L_x = 4,00$, $(X_0; Y_0) = (0,99; 2,00)$, $H = 3,01$

Aproximação inicial : $I = 40^\circ$, $D = 10^\circ$, $P = 6$, $L = 8$, $(X_0; Y_0) = (3; 6)$, $H = 0,5$

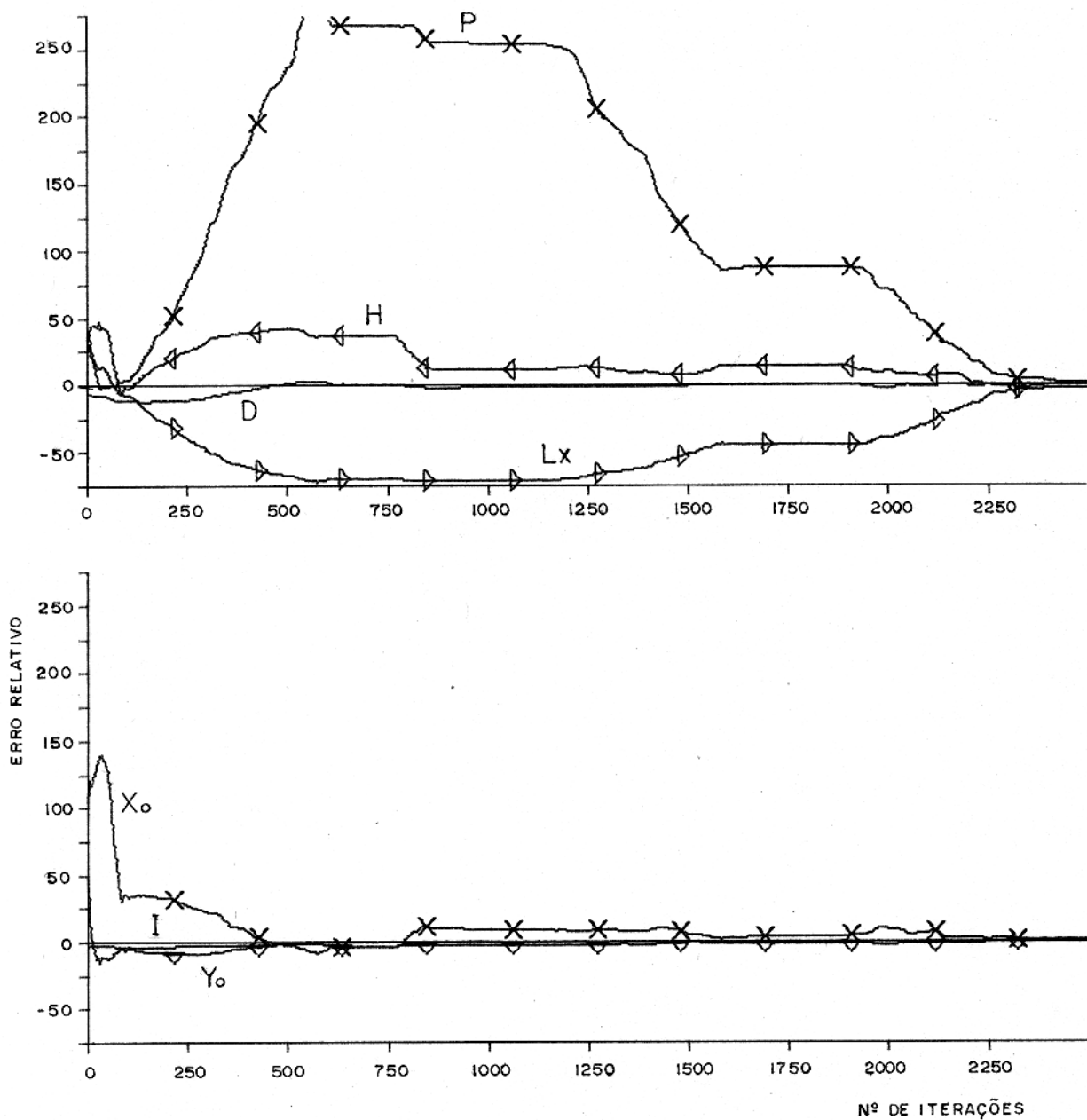


FIGURA 2.10 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo LINHA DE DIPOLOS

Parâmetros exatos : $I=60^\circ$, $D=30^\circ$, $P_L=3$, $L_x=4$, $(X_0; Y_0)=(1; 2)$, $H=3$

Parâmetros otimizados : $I=60,13^\circ$, $D=29,90^\circ$, $P_L=3,05$, $L_x=3,92$, $(X_0; Y_0)=(1,02; 1,99)$, $H=2,92$

Aproximação inicial : $I=58^\circ$, $D=28^\circ$, $P_L=4$, $L_x=5$, $(X_0; Y_0)=(2; 3)$, $H=4$

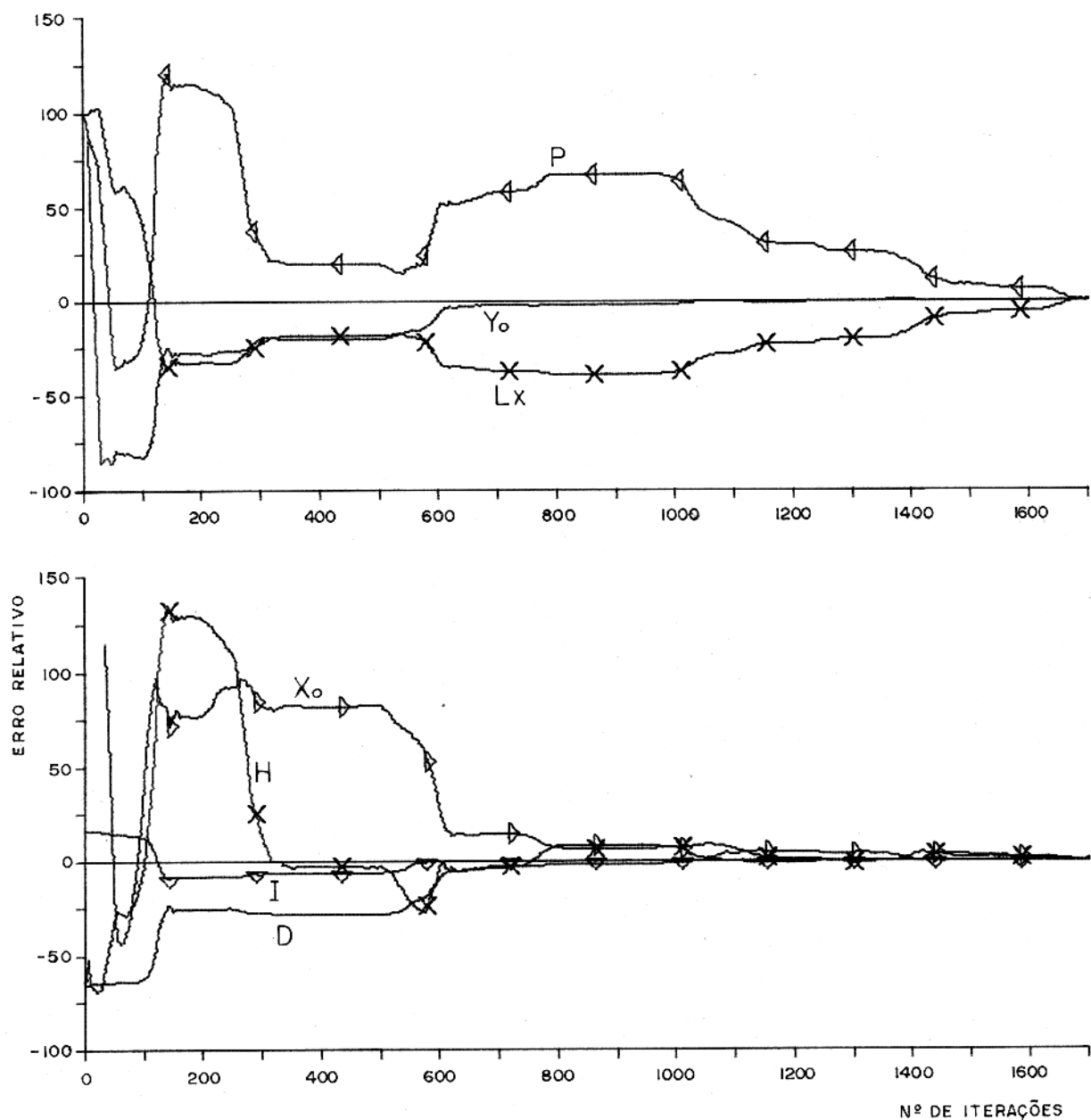


FIGURA 2.11 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo LINHA DE DIPOLOS

Parâmetros exatos : $I=60^\circ$, $D=30^\circ$, $P_L=3$, $L_x=4$, $(X_0; Y_0)=(1; 2)$, $H=3$

Parâmetros otimizantes : $I=59,99^\circ$, $D=29,99^\circ$, $P_L=3,01$, $L_x=3,99$, $(X_0; Y_0)=(1,00; 2,00)$, $H=3,01$

Aproximação inicial : $I=70^\circ$, $D=10^\circ$, $P_L=6$, $L_x=8$, $(X_0; Y_0)=(3; 6)$, $H=1$

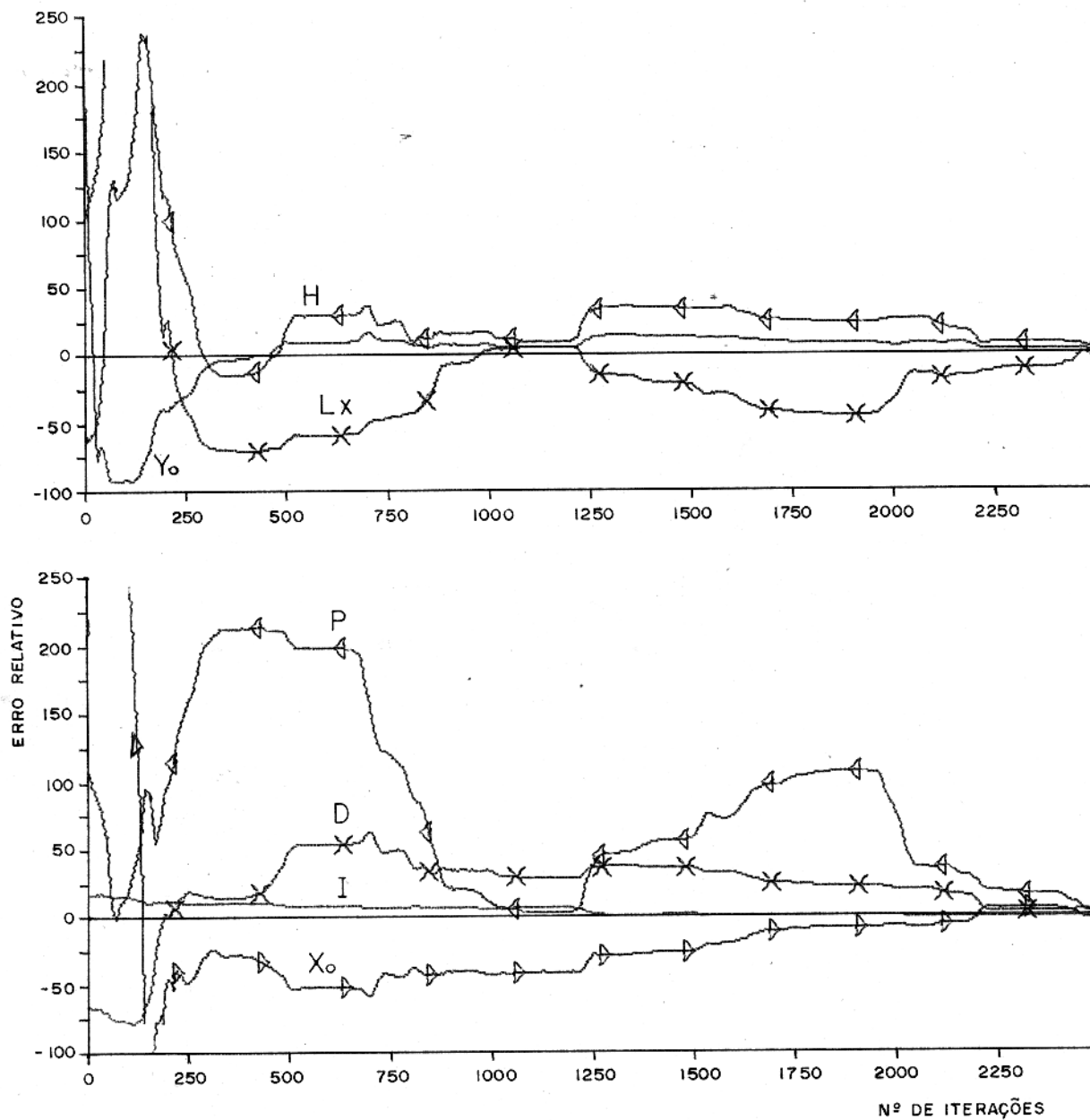


FIGURA 2.12 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo LINHA DE DIPOLOS

Parâmetros exatos : $I=60^\circ$, $D=30^\circ$, $P_L=3$, $L_x=4$, $(X_0; Y_0)=(1; 2)$, $H=3$

Parâmetros otimizantes : $I=59,99^\circ$, $D=30,14^\circ$, $P_L=3,04$, $L_x=3,99$, $(X_0; Y_0)=(1,00; 2,00)$, $H=3,06$

Aproximação inicial : $I=70^\circ$, $D=10^\circ$, $P_L=6$, $L_x=8$, $(X_0; Y_0)=(3; 6)$, $H=1$

iterações/minuto.

(c) Discussões e conclusões

Nesse ponto convém discutir o procedimento e os resultados obtidos na aplicação do método para modelos dipolo e linha de dipolos.

Como foi descrito na seção (1.2), a função objetivo σ é calculada por:

$$\sigma = \sum_{i=1}^n \{(F_i - S_i) W_i\}^2 \quad (n \leq 12) \quad (2.3)$$

onde:

W_i são pesos constantes escolhidos arbitrariamente

F_i são expressões analíticas das integrais finitas dos momentos

S_i são integrais numéricas finitas dos momentos.

Em um estágio inicial do trabalho tomou-se: $W_i = 1$, ($i=1, 2, 3, \dots, 12$). Isto equivale a definir σ como a soma dos quadrados dos erros absolutos entre as integrais finitas analíticas e as integrais numéricas dos momentos das componentes. Algumas das integrais numéricas dos momentos de primeira ordem podem ser de 10 a 100 vezes maiores do que as integrais numéricas dos momentos de ordem zero. Como consequência os erros absolutos nas primeiras podem ser bem maiores do que nas últimas, fazendo com que a função σ não seja uma boa representação do sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 - S_1 = 0 \\ F_2 - S_2 = 0 \\ \vdots \\ F_{12} - S_{12} = 0 \end{array} \right.$$

Em decorrência disso, procurou-se escolher W_i de modo que cada uma das parcelas em (2.3) tivesse a mesma ordem de grandeza. Tomou-se então:

$$W_i = C/S_i$$

onde C é uma constante fixa.

Dessa maneira cada parcela de (2.3) corresponderá ao quadrado de um múltiplo do erro relativo entre F_i e S_i , o qual tem a mesma ordem de grandeza em todas as parcelas. Em virtude disso, para todos os resultados apresentados nessa seção e nas seguintes utilizou-se $W_i = C/S_i$, salvo menção em contrário. Como a componente H_t não fornece informação adicional sobre o vetor campo anômalo, foram utilizadas somente as componentes, H_x , H_y e H_z para o cálculo das integrais dos momentos. Portanto, na equação (2.3) tomou-se $n = 9$.

É importante observar que algumas das integrais numéricas podem ser muito próximas de zero, como é o caso de:

$$\int_{-a}^a \int_{-a}^a x H_y dx dy \approx S_6 \quad \text{e} \quad \int_{-a}^a \int_{-a}^a y H_x dx dy \approx S_9$$

principalmente quando o centro do corpo anômalo coincide com a origem do sistema de coordenadas. Isso faz com que os erros percentuais relativos a S_6 e S_9 sejam muito altos. Nesses casos é conveniente substituí-las pelas integrais dos momentos da anomalia de intensidade total H_t na expressão da função objetivo σ .

Convém notar que as integrais finitas dos momentos das componentes exatas foram obtidas a partir dos valores discretos dessas componentes, em lugar dos valores contínuos. Isso introduz um erro numérico que poderia afetar a solução do sistema de equações. No entanto, foi observado que os parâmetros calcúlados pelo método convergem para os parâmetros exatos utilizados para simular a anomalia. Isso demonstra que a metodologia pode ser aplicada para o caso prático, onde as componentes do campo magnético são representadas por uma malha de valores discretos tomados na área de medida, desde que a anomalia observada possa ser caracterizada por um modelo adequadamente escolhido. Deste modo pode-se calcular todos os parâmetros do corpo magnetizado causador da anomalia.

2.3 - Determinação dos Parâmetros Conhecida Somente Uma Componente.

Usualmente, em um levantamento magnético, são efetuadas as medidas de somente uma componente do campo magnético. No caso de levantamentos aéreos geralmente determinam-se os valores da anomalia de intensidade total: $\Delta T = H_t$.

Como foi visto anteriormente, o conhecimento de apenas uma componente do campo magnético, não permite a determinação dos parâmetros de um corpo anômalo, utilizando a metodologia discutida neste trabalho. No entanto é possível determinar qualquer componente do campo magnético a partir do conhecimento de somente uma componente, utilizando um método de filtragem matemática desenvolvido por Lourenço (1972). A seguir será descrito o método para obtenção das componentes H_x , H_y e H_z a partir da anomalia total H_t .

Se ΔV é o potencial magnético anômalo produzido em um ponto $P(x,y,z)$, então:

$$H_t(x,y,z) = - \frac{\partial}{\partial t} (\Delta V) \quad (2.4)$$

$$H_x(x,y,z) = - \frac{\partial}{\partial x} (\Delta V) \quad (2.5)$$

$$H_y(x,y,z) = - \frac{\partial}{\partial y} (\Delta V) \quad (2.6)$$

$$H_z(x,y,z) = - \frac{\partial}{\partial z} (\Delta V) \quad (2.7)$$

onde \vec{t} é um vetor unitário paralelo ao campo normal da Terra o qual tem cossenos diretos α_0 , β_0 e γ_0 . Calculando as derivadas parciais de 1ª ordem de ambos os membros de (2.4), em relação a x ou y ou z e substituindo (2.5) ou (2.6) ou (2.7) respectivamente resultam:

$$\frac{\partial}{\partial x} H_t = \frac{\partial}{\partial t} H_x \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} H_t = \frac{\partial}{\partial t} H_y \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} H_t = \frac{\partial}{\partial t} H_z \quad (2.10)$$

Como ΔV satisfaz a equação de Laplace então, a partir de (2.4), (2.5), (2.6) e (2.7) resultam:

$$\nabla^2 H_t = \nabla^2 H_x = \nabla^2 H_y = \nabla^2 H_z = 0$$

onde $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ é o operador LAPLACIANO.

Desde que H_x , H_y , H_z e H_t satisfazem a equação de Laplace então essas componentes podem ser representadas pelas seguintes expansões em série de Fourier harmônica finita bidimensional:

$$\begin{Bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \\ H_t \end{Bmatrix} = \begin{matrix} N/2 \\ \swarrow \\ \searrow \\ n=-N/2 \end{matrix} \begin{matrix} M/2 \\ \swarrow \\ \searrow \\ m=-M/2 \end{matrix} \begin{Bmatrix} W_{xmn} \\ W_{ymn} \\ W_{zmn} \\ W_{tmn} \end{Bmatrix} \exp\left\{2\pi z \left(\frac{m^2}{\lambda_x^2} + \frac{n^2}{\lambda_y^2} \right)\right\} \cdot \exp\left\{2\pi i \left(\frac{mx}{\lambda_x} + \frac{ny}{\lambda_y} \right)\right\} \quad (2.11)$$

onde:

W_{xmn} , W_{ymn} , W_{zmn} e W_{tmn} são as transformadas de Fourier discretas de H_x , H_y , H_z e H_t , respectivamente.

$M/2$ e $N/2$ são as frequências de Nyquist.

λ_x e λ_y são os comprimentos de onda fundamentais nas direções x e y .

Substituindo as expansões (2.11) nas equações (2.8) (2.9), (2.10) e observando que

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv \alpha_0 \frac{\partial}{\partial x} + \beta_0 \frac{\partial}{\partial y} + \gamma_0 \frac{\partial}{\partial z}$$

resultam:

$$\left. \begin{aligned} W_{xmn} &= i \frac{K_m}{q_{mn}} W_{tmn} = G_x \cdot W_{tmn} \\ W_{ymn} &= i \frac{K_n}{q_{mn}} W_{tmn} = G_y \cdot W_{tmn} \\ W_{zmn} &= \frac{P_{mn}}{q_{mn}} W_{tmn} = G_z \cdot W_{tmn} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

onde:

$$K_m = \frac{2\pi m}{M} \quad \text{e} \quad K_n = \frac{2\pi n}{N} \quad \text{são as frequências angulares nas}$$

direções x e y

$$P_{mn} = (K_m^2 + K_n^2)^{1/2}$$

$$q_{mn} = \gamma_0 P_{mn} + i (\alpha_0 K_m + \beta_0 K_n)$$

$$m = - M/2, \dots, - 1, 0, 1, \dots, M/2$$

$$n = - N/2, \dots, - 1, 0, 1, \dots, N/2$$

Observando as equações (2.12) verifica-se que W_{x00} , W_{y00} e W_{z00} são indeterminados. Lembrando que a transformada de Fourier contínua $W(u,v)$, de uma função $f(x,y)$ é:

$$W(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) e^{-2\pi i(ux + vy)} dx dy \quad (2.13)$$

e que a integral sobre um plano horizontal infinito, de qualquer componente magnética é nula, deveria se esperar que:

$$W_x(0,0) = W_y(0,0) = W_z(0,0) = 0$$

No entanto, como as integrais do tipo (2.13), são calculadas sobre uma área finita, tomando os valores das componentes nos pontos de uma malha e computando somatórios, tem-se que W_{x00} , W_{y00} e W_{z00} não são nulos, em geral.

Considere-se a origem do sistema de coordenadas no vértice inferior esquerdo da malha e admita-se que as componentes H_x , H_y e H_z tendam a zero nas bordas da malha. A partir da equação (2.11) e considerando os valores nulos das componentes na origem do sistema de coordenadas, obtem-se:

$$W_{i00} = - \sum_{n=-N/2}^{N/2} \sum_{m=-M/2}^{M/2} W_{imn} \quad \text{exceto } m = n = 0$$

onde $W_{i00} = H_x, y, z, 0, 0, 0$

Portanto G_x , G_y e G_z são "filtros conversores" que permitem obter a resposta espectral de H_x , H_y e H_z a partir do espectro da anomalia total.

Na prática a anomalia total é especificada como um arranjo de valores discretos sobre uma malha retangular com $M \times N$ pontos, com espaçamento S e situada no plano $z = 0$. Então:

$$H_t(x,y,0) \equiv H_t(jS,kS) \equiv H_{tjk}$$

onde:

$$j = 0, 1, 2, \dots, M - 1$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

Com esse procedimento, os comprimentos de onda fundamentais são:

$$\lambda_x = M \cdot S$$

$$\lambda_y = N \cdot S$$

Supondo que a malha é suficientemente fina de modo que a amostragem possa representar adequadamente a função H_t e admitindo que os valores de H_t tendem suavemente a zero nas bordas da malha, então a transformada de Fourier discreta de H_t é:

$$W_{tmn} = \frac{1}{MN} \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} H_{tjk} e^{-2\pi i \left(\frac{jm}{M} + \frac{kn}{N} \right)}$$

Na prática, as transformadas de Fourier discretas e as expansões em série de Fourier, serão determinadas utilizando o algoritmo da "Transformada de Fourier Rápida" (FFT) desenvolvido por Cooley e Tukey (1965). O programa utilizado computacionalmente para efetuar as operações de FFT é a subrotina HARM, descrita na publicação IBM H20 - 0205 - 3: "System/360 scientific subroutine package". Para aplicação da HARM é necessário que o número de pontos em cada lado da malha, seja uma potência inteira de 2.

A partir dos valores de W_{tmn} e utilizando os filtros conversores, são determinados W_{xmn} , W_{ymn} , W_{zmn} . Finalmente empregando (2.11) calculam-se H_x, H_y e H_z nos pontos da malha.

A figura 2.13 mostra um fluxograma desse método de filtragem. Esse fluxograma pode ser aplicado tanto para anomalia de campo total simulada por modelos como para anomalias reais obtidas através de levantamentos geofísicos.

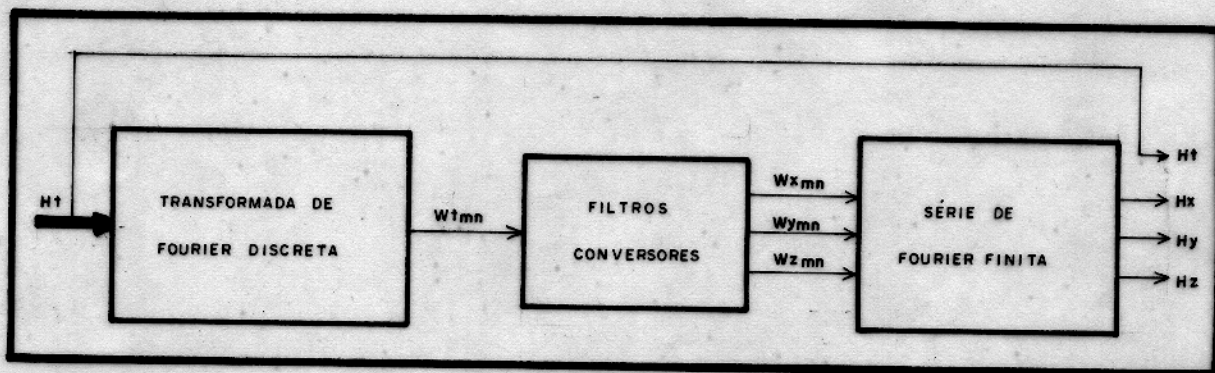


FIGURA 2.13 - Fluxograma do esquema de filtragem utilizado para calcular as componentes H_x, H_y, H_z do campo magnético anômalo, a partir da anomalia total H_t .

Usando o esquema descrito acima pode-se determinar as componentes H_x, H_y e H_z e conseqüentemente aplicar a metodologia descrita na Secção 2.2 para calcular os parâmetros do corpo anômalo. Nesse caso o bloco "OBTENÇÃO DAS COMPONENTES" da figura 2.1 será substituído pela figura 2.13 e os demais blocos permanecerão inalterados.

Em seguida aplicar-se-á o método para medidas da anomalia de intensidade total simuladas utilizando modelos dipolo pontual e linha de dipolos. Na aplicação do método de filtragem para obtenção das tres componentes, será utilizada uma malha de 32 x 32 pontos e considerar-se-á o campo normal da Terra com 18° de inclinação e -6° de declinação.

(a) Dipolo puntual

Utilizando as equações (2.1) obtem-se a "anomalia observada" H_t produzida por um dipolo com parâmetros: Declinação D , Inclinação I e intensidade P do momento magnético dipolar, posição do centro (X_0, Y_0) e profundidade H . Executando o diagrama de blocos da figura 2.1, com a modificação mencionada anteriormente, obteve-se o quadro 6 o qual tem a mesma estrutura do quadro 3 da seção anterior deste capítulo. Para o cálculo das integrais dos momentos utilizaram-se áreas de 8×8 unidades nos testes N° 1 e 2 e 16×16 unidades nos testes seguintes.

As figuras 2.14 e 2.15 mostram os gráficos do número de iterações versus o erro percentual relativo em cada parâmetro, para os testes N° 3 e 4 respectivamente.

O sucesso do método pode ser comprovado em todos os casos, comparando os parâmetros otimizantes com os parâmetros exatos.

A figura 2.16 mostra o mapa de contorno da anomalia de campo total obtida a partir de parâmetros exatos do modelo dipolo puntual e o mapa de contorno da anomalia total obtida a partir dos parâmetros otimizantes encontrados no teste N° 4 do quadro 6. Pode-se observar que esses dois mapas se ajustam muito bem comprovando o sucesso da metodologia desenvolvida neste trabalho.

(b) Linha de dipolos

Usando procedimento análogo aquele descrito no item (a) desta seção obteve-se, através das equações (2.2), a "anomalia observada" H_t produzida por uma linha de dipolos horizon

Quadro 6 - Teste da metodologia para modelo DIPOLo PONTUAL, utilizando as componentes obtidas por esquema de filtragem.

TESTE Nº	PARÂMETROS	(X_0 ; Y_0)	H	I	D	P	N
1	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	
	otimizantes	(0,99;1,99)	2,83	17,99	-6,24	2,71	980
	iniciais	(3 ; 6)	9	40	20	6	
2	exatos	(1 ; 2)	3	60	6	3	
	otimizantes	(0,97;1,98)	3,01	60,69	5,01	2,97	1680
	iniciais	(3 ; 5)	0,5	40	- 20	6	
3	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	
	otimizantes	(1,33;2,03)	2,98	15,13	-7,49	2,94	270
	iniciais	(2 ; 1)	6	30	- 17	1,5	
4	exatos	(1 ; 2)	3	60	6	3	
	otimizantes	(1,05;1,96)	2,91	59,84	4,51	2,91	1020
	iniciais	(2 ; 1)	6	30	- 17	1,5	

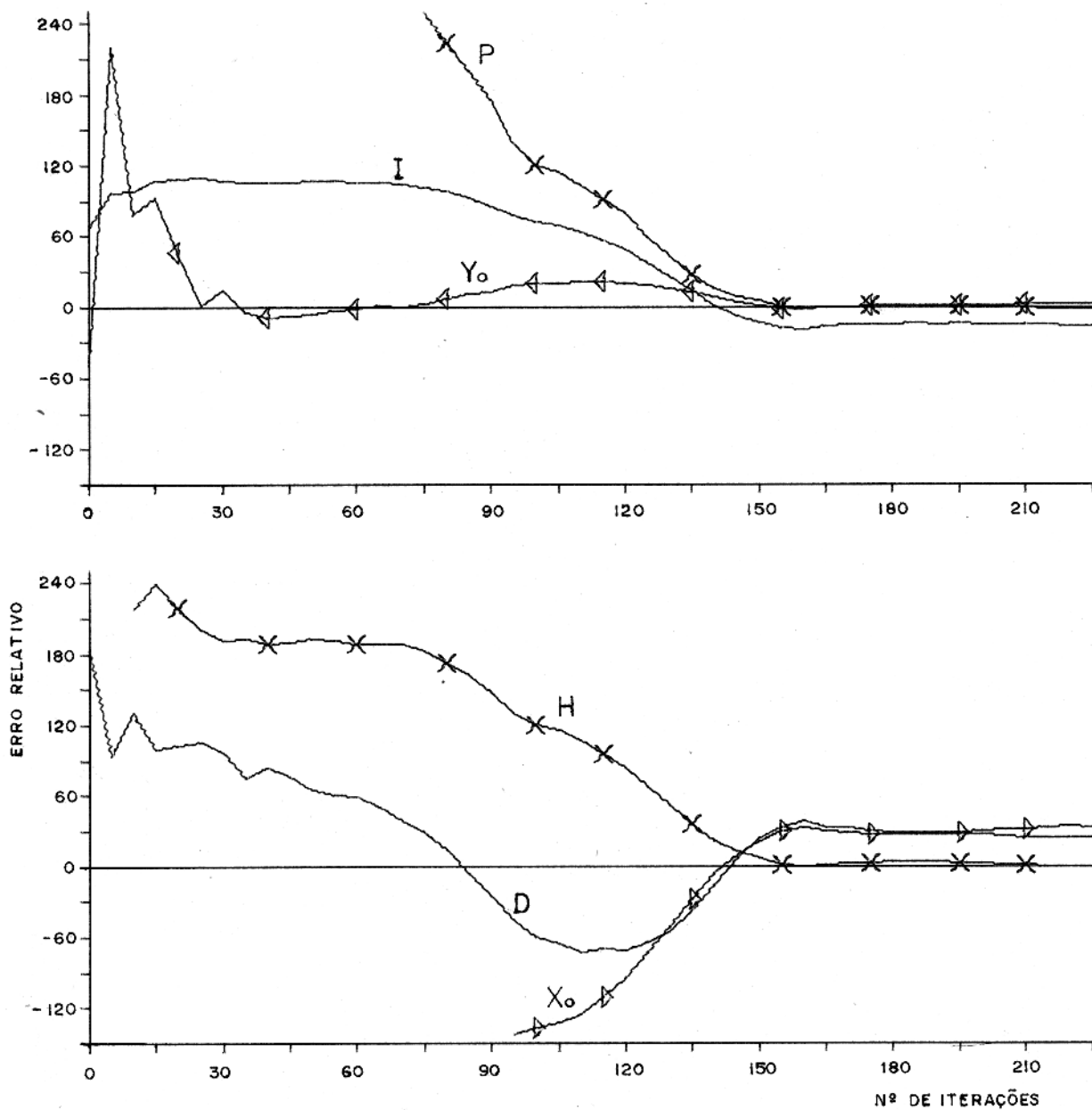


FIGURA 2.14 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo DIPOLO PÔNTUAL
 Parâmetros exatos : $I=18^\circ$, $D=-6^\circ$, $P=3$, $(X_0; Y_0)=(1; 2)$, $H=3$
 Parâmetros otimizados : $I=15,13^\circ$, $D=-7,49^\circ$, $P=2,94$, $(X_0; Y_0)=(1,33; 2,03)$, $H=2,98$
 Aproximação inicial : $I=30^\circ$, $D=-17^\circ$, $P=1,5$, $(X_0; Y_0)=(2; 1)$, $H=6$

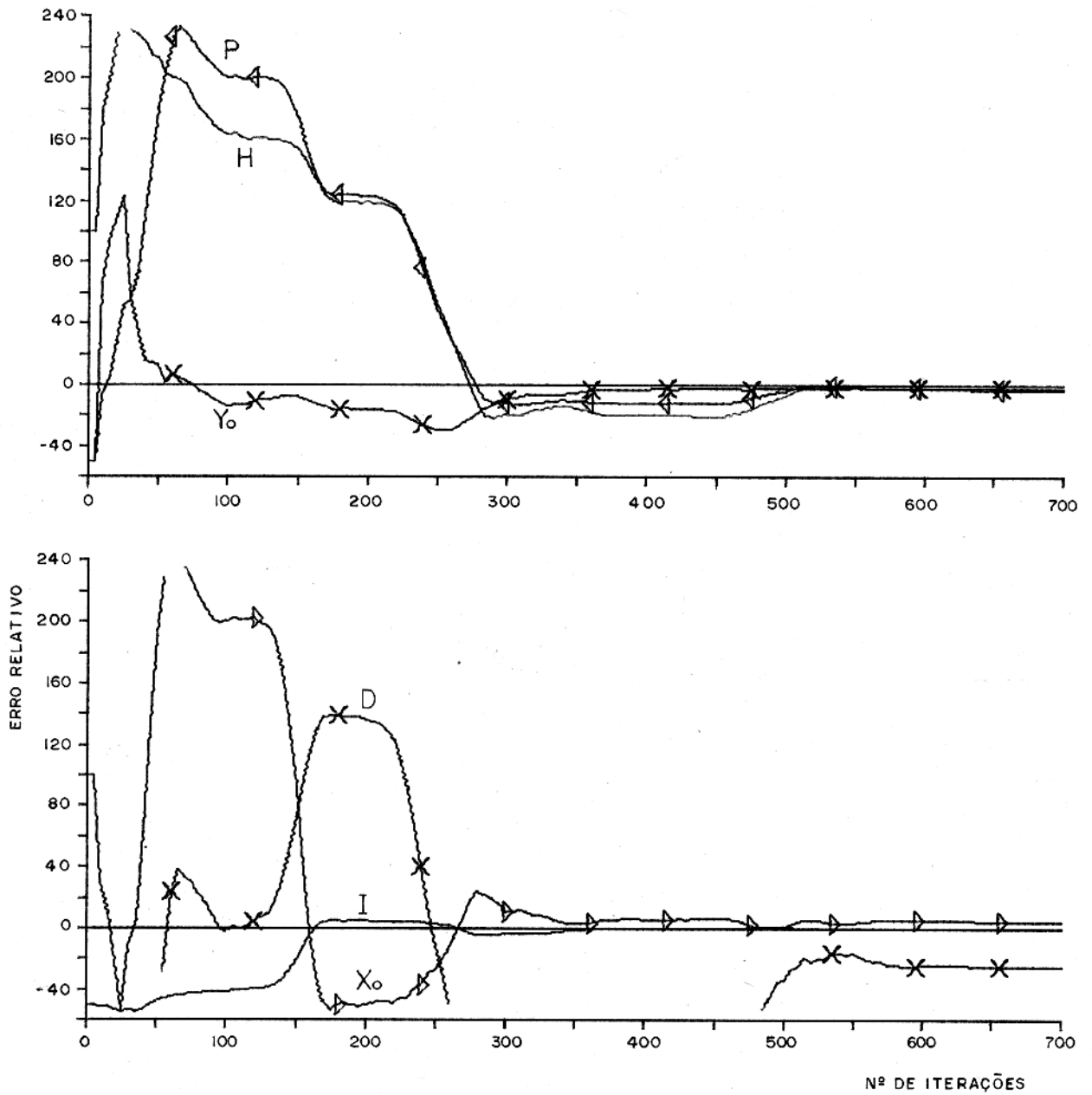


FIGURA 2.15 - Número de iterações vs. erros percentuais relativos para modelo DIPOLÓ PONTUAL

Parâmetros exatos : $I=60^\circ$, $D=6^\circ$, $P=3$, $(X_0; Y_0) = (1; 2)$, $H=3$

Parâmetros otimizados : $I=59,84^\circ$, $D=4,51^\circ$, $P=2,91$, $(X_0; Y_0) = (1,05; 1,96)$, $H=2,91$

Aproximação inicial : $I=30^\circ$, $D=-17^\circ$, $P=1,5$, $(X_0; Y_0) = (2; 1)$, $H=6$

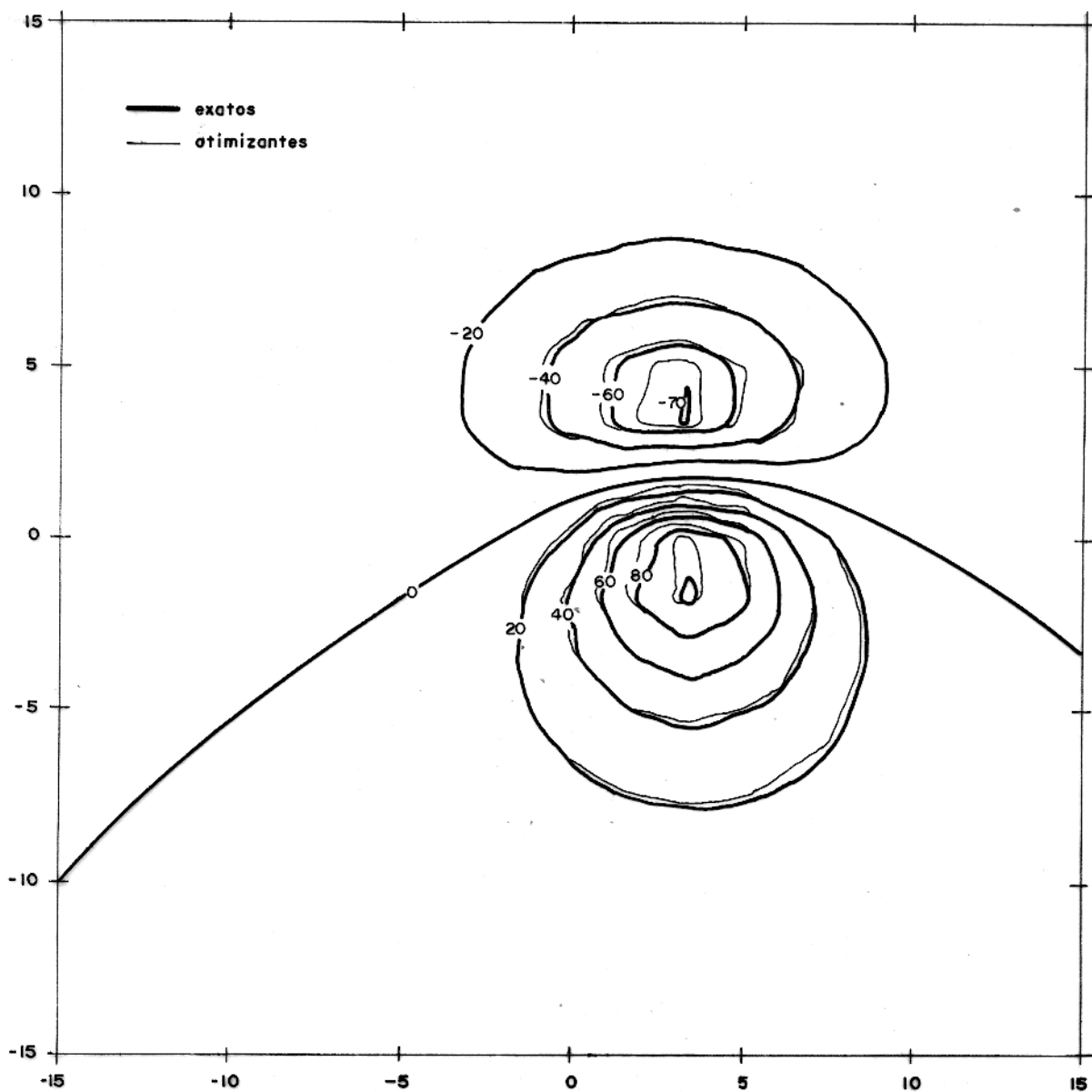


FIGURA 2.16 - Comparação entre as anomalias de intensidade total obtidas a partir dos parâmetros:

exatos: $I = 60^\circ$, $D = 6^\circ$, $P = 3$, $(X_0, Y_0) = (1, 2)$, $H = 3$

otimizantes: $I = 59.84^\circ$, $D = 4.51^\circ$, $P = 2.91$, $(X_0, Y_0) = (1.05, 1.96)$, $H = 2.91$

tal e paralela ao eixo x. Os testes realizados produziram os resultados apresentados no quadro 7. Pode-se observar que em todos os casos estudados os parâmetros otimizantes convergem para os parâmetros exatos utilizados para simular a anomalia observada.

(c) Discussões e conclusões

Quando as componentes H_x , H_y e H_z são obtidas a partir de H_t , usando o método de filtragem, observa-se que seus valores não coincidem com os valores das componentes exatas em toda a área de 32×32 pontos. As figuras 2.17, 2.18 e 2.19, mostram as curvas de contorno das componentes exatas superpostas às componentes obtidas pelo método de filtragem. Pode-se observar que existe um bom ajuste na região central enquanto que ocorrem discrepâncias maiores nas bordas dos mapas, onde as amplitudes de cada componente exata são bem menores do que suas amplitudes máximas. Lourenço (1972) ressaltou que esta distorção deve ser consequência do tamanho limitado do mapa da anomalia de campo total e da escolha inadequada do intervalo de amostragem. Em virtude disso, o espectro computado $W_{t_{mn}}$ difere do espectro exato nas regiões das altas frequências e de frequências próximas de zero.

Esses problemas justificam a escolha de uma área menor para o cálculo das integrais dos momentos das componentes, do que a área utilizada para gerar as componentes a partir de H_t .

Na maioria dos casos estudados foi escolhida uma área de 16×16 . Para o modelo dipolo puntual também obteve-se sucesso com uma área de 8×8 unidades, como ilustram os testes N°1 e 2 do quadro 6. No entanto, para linha de dipolos o último tamanho de área é inconveniente porque os picos da anomalia total não

Quadro 7 - Teste da metodologia para modelo LINHA DE DIPOLOS utilizando componentes obtidas a partir de H_t , por esquema de filtragem.

TESTE Nº	PARÂMETROS	$(X_0 ; Y_0)$	H	I	D	P _L	L _x	N
1	exatos	(1 ; 2)	3	18	- 6	3	4	3260
	otimizantes	(0,99;2,01)	3,04	18,05	-5,94	3,02	3,99	
	iniciais	(3 ; 6)	0,5	40	10	6	8	
2	exatos	(1 ; 2)	3	60	30	3	4	1000
	otimizantes	(1,03;1,82)	3,03	60,13	26,44	2,76	4,49	
	iniciais	(2 ; 3)	4	50	20	2	5	

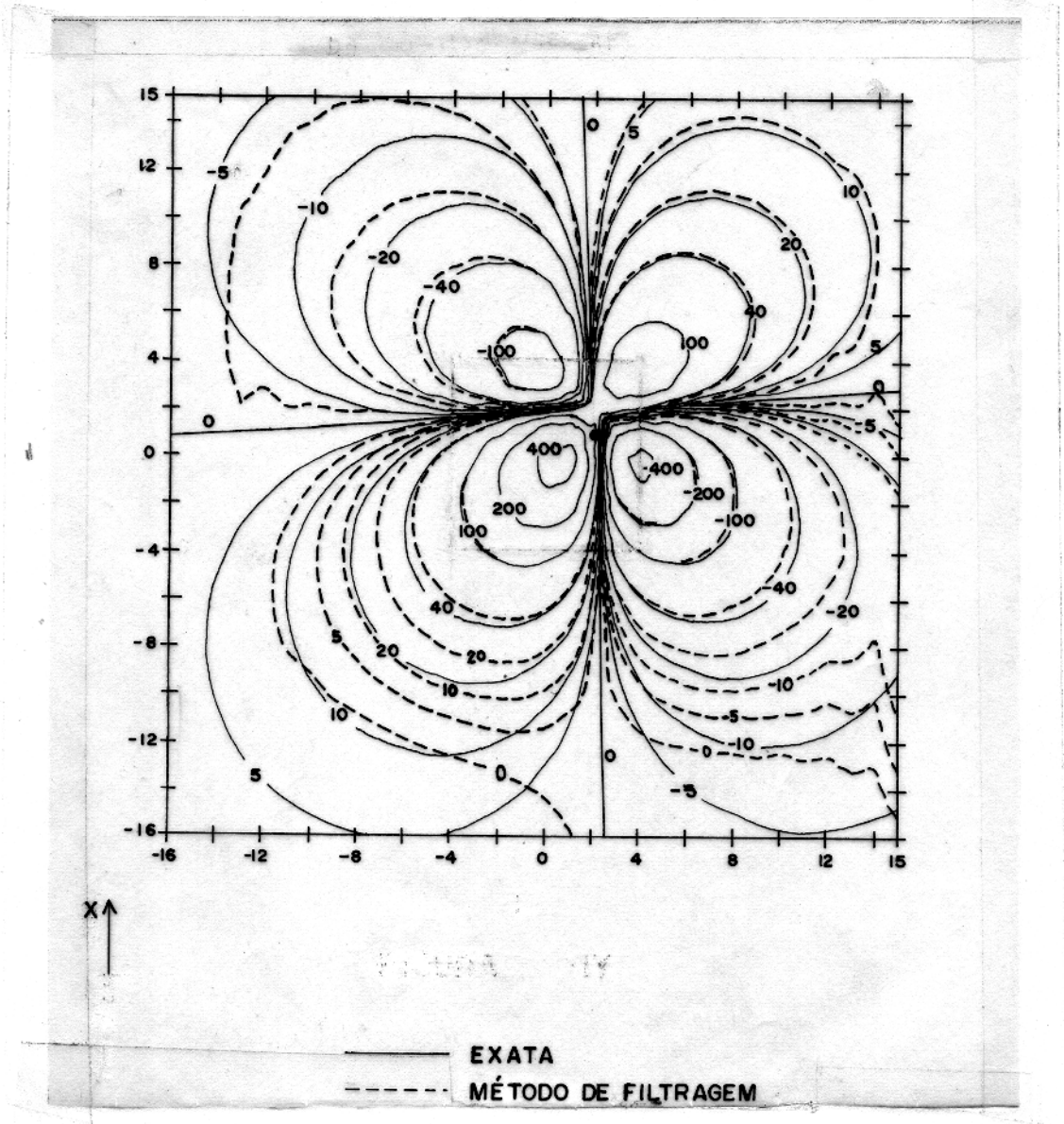


FIGURA 2.18 - Componente H_y do campo magnético produzido por um dipolo com magnetização induzida. Parâmetros do dipolo: $I=18^\circ$, $D=6$, $P=3$, centro $(1;2)$, $H=3$.

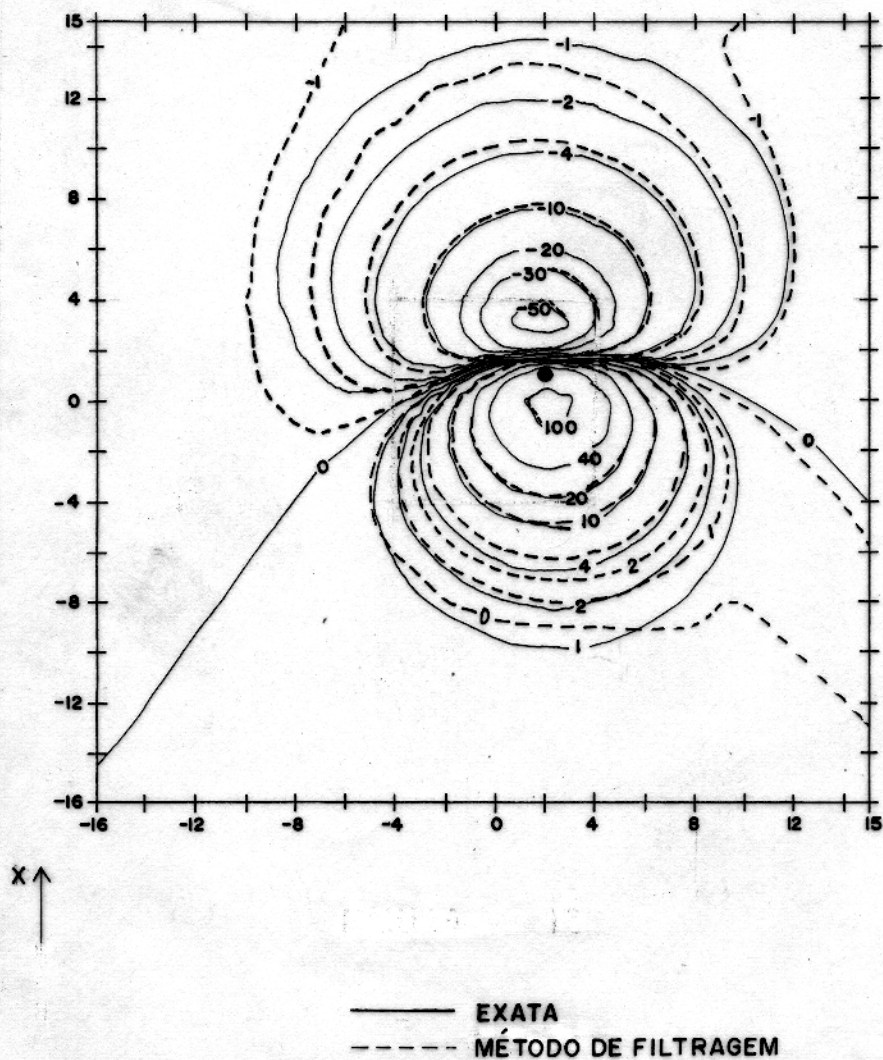


FIGURA 2.19 - Componente H_z do campo magnético produzido por um dipolo com magnetização induzida. Parâmetros do dipolo: $I = 18^\circ$, $D = -6^\circ$, $P = 3$, centro (1;2), $H = 3$.

estão incluídos totalmente nessa área (figura 2.20) e como consequência, possivelmente a função objetiva σ não convergirá para um mínimo ou então serão obtidos resultados ambíguos.

Para se ter uma idéia dos erros cometidos na obtenção das componentes por método de filtragem e no cálculo das integrais numéricas dos momentos, computaram-se os resultados apresentados nos quadros 8 e 9, para uma linha de dipolos de 8 unidades de comprimento, centro no ponto (1,2), profundidade de 3 unidades e intensidade do vetor momento dipolar por unidade de comprimento igual a 3. No quadro 8 o vetor magnetização total tem 18° de inclinação e -6° de declinação (magnetização induzida) enquanto no quadro 9 a inclinação e declinação valem 60° e 30° , respectivamente. Utilizou-se, em ambos os casos, uma área de 16×16 unidades para o cálculo dos momentos. Observando-se esses quadros verifica-se que é muito pequeno o erro percentual relativo entre as integrais obtidas pelas expressões analíticas (F_1) e as integrais numéricas dos momentos das componentes exatas (E_1). Isso evidencia que o erro decorrente de integração numérica não constitui um problema sério para aplicação da metodologia descrita neste trabalho, desde que seja realizada uma amostragem adequada da anomalia magnética. Por outro lado alguns dos erros relativos, entre as integrais analíticas (F_1) e as integrais numéricas dos momentos das componentes obtidas por método de filtragem (T_1), são elevados, quando a inclinação do vetor magnetização é baixa. Isso evidencia que não é possível ignorar o erro decorrente da obtenção das componentes através do método de filtragem quando o vetor magnetização tem inclinação baixa. Nesse caso, o maior problema é na integral da componente H_z que apresenta erro superior a 30%. Como

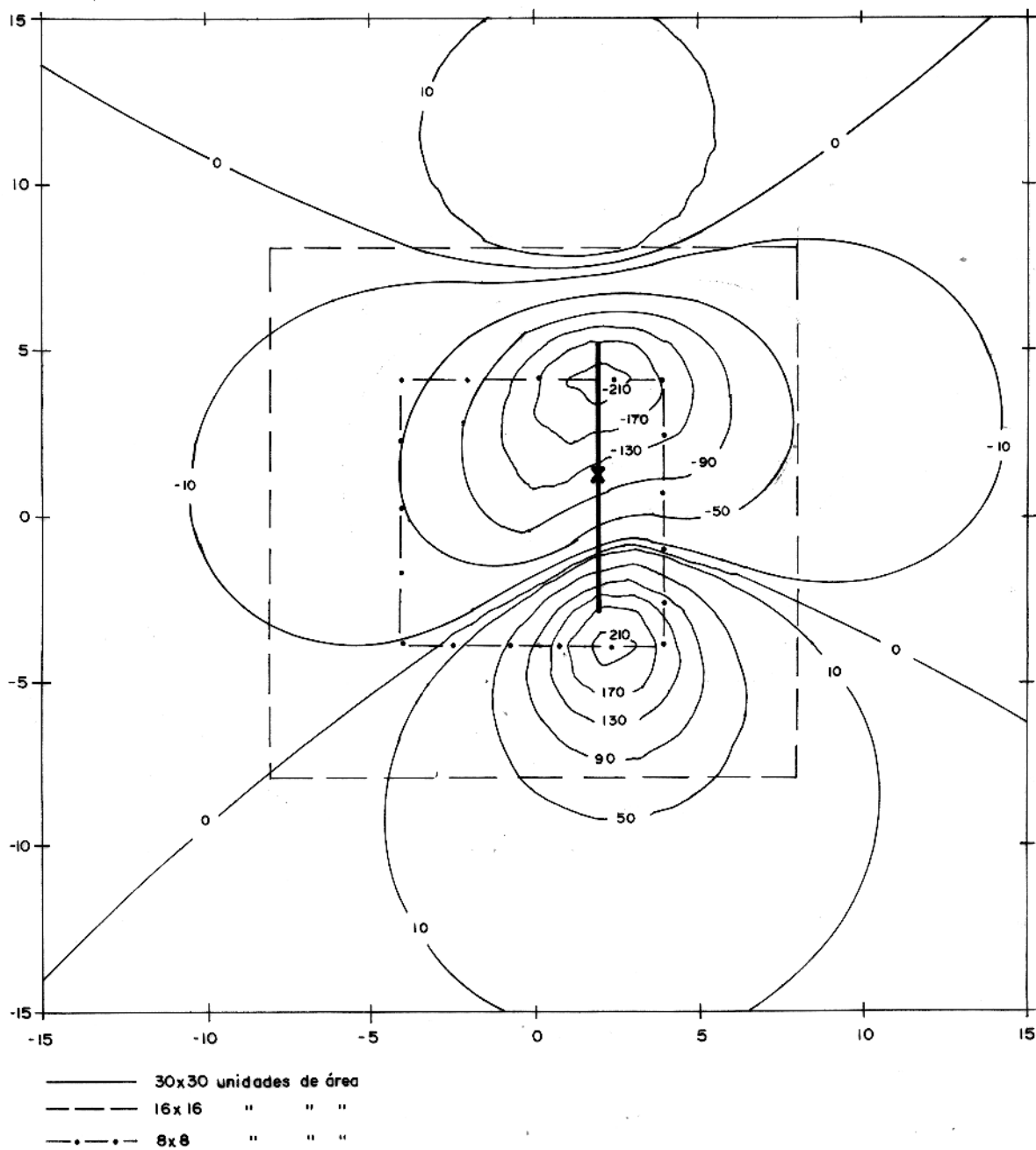


FIGURA 2.20 - Anomalia total produzida por uma LINHA DE DIPOLOS com parâmetros $I=18^\circ, D=6^\circ, PL=3,$
 $Lx=4,$ centro (1,2), $H=3,$ supondo magnetização induzida.

Quadro 8 - Integrales dos momentos das componentes do campo magnético produzido por uma linha de dipolos com pequena inclinação do vetor magnetização.

MOMENTOS	F_i	E_i	T_i	$\left \frac{F_i - E_i}{F_i} \right \times 100$	$\left \frac{F_i - T_i}{F_i} \right \times 100$
H_x	- 6,839	- 6,834	- 6,287	0,07	8,06
H_y	1,378	1,384	1,161	0,47	15,75
H_z	5,481	5,493	3,652	0,22	33,36
$x \cdot H_y$	- 4,891	- 4,918	- 4,692	0,53	4,07
$y \cdot H_x$	- 6,642	- 6,649	- 6,346	0,10	4,45
$y \cdot H_z$	20,960	20,952	21,347	0,03	1,85
$x \cdot H_z$	- 59,491	- 59,277	- 57,508	0,35	3,33
$x \cdot H_x$	- 36,117	- 35,963	- 36,517	0,42	1,10
$y \cdot H_y$	- 22,952	- 22,896	- 18,778	0,24	18,18

Quadro 9 - Integrales dos momentos das componentes do campo magnético produzido por uma linha de dipolos com grande inclinação do vetor magnetização.

MOMENTOS	F_i	E_i	T_i	$\left \frac{F_i - E_i}{F_i} \right \times 100$	$\left \frac{F_i - T_i}{F_i} \right \times 100$
H_x	- 2,2822	- 2,2700	- 2,522	0,52	10,50
H_y	- 0,380	- 0,366	- 0,307	3,82	19,38
H_z	13,758	13,773	14,066	0,10	2,23
$x \cdot H_y$	- 2,512	- 2,517	- 2,289	0,20	8,87
$y \cdot H_x$	- 2,889	- 2,877	- 2,604	0,40	9,83
$y \cdot H_z$	16,296	16,340	16,171	0,27	0,76
$x \cdot H_z$	-12,850	-12,791	-12,381	0,45	3,64
$x \cdot H_x$	-68,364	-68,124	-68,234	0,35	0,18
$y \cdot H_y$	-72,771	-72,564	-70,497	0,28	3,12

consequência o valor da função objetivo σ , definida em função dos erros relativos das integrais dos momentos através da equação (2.3) será elevado quando calculado com os valores exatos dos parâmetros do modelo. Geralmente isso fará com que não ocorra convergência no processo de minimização. Portanto deve ser retirada da equação (2.3), a parcela correspondente à integral da componente H_z , em casos de pequena inclinação do vetor magnetização. Além disso, seria conveniente modificar os pesos W_i na equação (2.3) visto que algumas das integrais podem apresentar erros maiores do que as outras como é o caso da integral da componente H_y , no quadro 8. Utilizando o conceito de "qualidade do ajuste" (goodness of fit) adotado por Harbaugh e Merriam (1968) tem-se:

$$Q = (1 - \sigma) \times 100 \quad \text{com:}$$

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - S_i)^2}{\sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2} \quad (2.14)$$

onde:

F_i são expressões analíticas das integrais dos momentos das componentes

S_i são as integrais numéricas dos momentos das componentes

n é o número de integrais

Q é a "qualidade do ajuste" em percentagem

σ é o "resíduo na qualidade do ajuste"

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{n}$$

Comparando-se (2.14) com (2.3) nota-se que σ , em (2.14), é a função objetivo a ser minimizada, onde:

$$W_i = 1 / \sum_{j=1}^n (S_j - \bar{S})^2, (i=1,2,\dots,n)$$

Os resultados apresentados no teste nº 3 do quadro 6 e no teste nº 1 do quadro 7, foram obtidos utilizando somente as integrais dos momentos das componentes H_x , H_y e H_z (com exceção da integral da componente H_z) e expressando σ pela equação (2.14). Nota-se que os parâmetros otimizantes convergem para os parâmetros exatos o que demonstra que a metodologia pode ser aplicada para dados geofísicos obtidos em um levantamento da anomalia de campo total.

DISCUSSÕES FINAIS

Neste trabalho é apresentada uma nova metodologia para determinação dos seguintes parâmetros de um corpo anômalo: a direção e a intensidade do vetor magnetização total, as dimensões, a posição do centro e a profundidade do topo. Este método supõe que a anomalia magnética produzida pelo corpo anômalo pode ser caracterizada por um modelo adequadamente escolhido e utiliza os dados do campo magnético anômalo sobre toda a área de medida. O desenvolvimento de métodos bidimensionais de interpretação é de grande importância em Geofísica visto que a maioria das técnicas de interpretação quantitativa existentes na literatura, utilizam dados de campo magnético em perfis e produzem resultados que podem diferir bastante dos valores exactos dos parâmetros do corpo anômalo, principalmente devido à interferência produzida por anomalias vizinhas à anomalia em estudo.

Para aplicar a metodologia proposta neste trabalho, primeiramente devem ser deduzidas analiticamente, expressões para as integrais sobre uma área retangular, dos momentos de ordem zero e de primeira ordem das componentes H_x , H_y , H_z e H_t do campo magnético produzido pelo modelo escolhido para caracterizar o corpo anômalo. O objetivo final do método, consiste na resolução de um sistema de equações algébricas, que estabelecem o ajuste entre as expressões analíticas das integrais dos momentos das componentes do campo magnético produzido pelo mo

delo e as integrais numéricas dos momentos das componentes do campo anômalo obtido a partir de levantamentos geofísicos. Este sistema de equações tem como incógnitas os parâmetros do modelo e a sua resolução permite obter a direção e a intensidade do vetor magnetização total, as dimensões, o centro e a profundidade do topo do corpo causador da anomalia magnética.

A metodologia foi testada com sucesso para modelos dipolo pontual e linha de dipolos magnéticos, os quais são usualmente empregados em interpretação geofísica para modelar vários corpos geológicos. Para estes modelos, foram deduzidas neste trabalho, as expressões analíticas das integrais finitas dos momentos das componentes do campo magnético produzido por cada um deles. Observando-se resultados obtidos para os parâmetros destes modelos, verifica-se que a direção de magnetização é determinada com boa precisão mesmo nos casos em que os demais parâmetros apresentam alguma discrepância em relação aos parâmetros exatos. Esse fato pode servir de grande auxílio na interpretação geofísica de anomalias magnéticas visto que, com o conhecimento preciso da direção do vetor magnetização total, é possível delinear o contorno da projeção horizontal do corpo anômalo, através da utilização do método de "redução ao polo", desenvolvido por Baranov (1957).

Convém ressaltar que a maioria dos métodos de interpretação quantitativa bidimensional, utilizando modelos com forma geométrica definida, não determinam todos os parâmetros do corpo causador da anomalia magnética e, geralmente, supõem que a magnetização é exclusivamente induzida ou então que é conhecido o centro do corpo. Para aplicação da metodologia desen -

volvuda neste trabalho, não há necessidade de fixar a direção do vetor magnetização ou o centro do corpo anômalo pois os valores desses parâmetros são calculados pelo método proposto.

Alguns métodos de interpretação bidimensional, publicados na literatura, são baseados em processos iterativos que utilizam o ajuste, no sentido dos mínimos quadrados, entre as medidas da anomalia de campo total observada e a anomalia de campo total computada para o modelo empregado na interpretação, sendo necessário calcular a cada iteração, a anomalia de campo total em todos os pontos da área de medida. Isso requer um tempo considerável de processamento em computador e, em geral, tais métodos procuram limitar o número total de iterações necessárias para obter resultados finais satisfatórios, através da diminuição do número de parâmetros incógnitas do modelo, por exemplo, estabelecendo a hipótese de que a magnetização é induzida. A metodologia apresentada neste trabalho, envolve um tempo relativamente menor de computação uma vez que as funções que expressam as integrais finitas dos momentos são calculadas somente uma vez, em cada iteração.

Visto que, no método aqui desenvolvido não é estabelecido qualquer hipótese com relação à direção do vetor magnetização total, pode-se visualizar uma importante aplicação deste trabalho em pesquisas de Paleomagnetismo, principalmente nos casos de anomalias isoladas, como por exemplo na determinação da direção do vetor magnetização de montes submarinos ("seamounts") os quais produzem anomalias magnéticas que geralmente podem ser caracterizadas pelo modelo dipolo pontual.

Outra aplicação prática importante está na pros

pecção geofísica para determinação da posição e da profundida de do topo de estruturas geológicas, principalmente de corpos intrusivos isolados.

Baseado no sucesso desta metodologia para mode los dipolo pontual e linha de dipolos, sugere-se que ela seja aplicada para outros modelos utilizados em geofísica e que po dem envolver um número maior de parâmetros, tais como: prisma reto com base quadrangular, falhas escalonadas e lâminas inclinadas em relação à horizontal.

Atualmente estão sendo desenvolvidas as expres sões analíticas das integrais dos momentos para o modelo prisma reto com base quadrangular o qual é muito utilizado em interpre tação geofísica para caracterizar uma grande variedade de anoma lias magnéticas, tais como anomalias produzidas por diques, cha minés vulcânicas, batólitos, anticlínios e sinclínios.

APÊNDICE A - COMPONENTES DO CAMPO MAGNÉTICO PRODUZIDO POR
DIPOLOS E LINHA DE DIPOLOS

Abaixo alistamos algumas fórmulas de integrais utilizadas neste trabalho, as quais podem ser encontradas em muitas tabelas matemáticas de integrais. Considerando:

$$r = (u^2 + v^2 + h^2)^{1/2}, \quad h \geq 0$$

então:

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{du \, dv}{r^3} = \frac{1}{h} \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.1})$$

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{du \, dv}{r^5} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{h^3} \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) + \frac{uv}{h^2(v^2+h^2)r} + \frac{uv}{h^2(u^2+h^2)r} \right\} \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.2})$$

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{u^2 du \, dv}{r^5} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{h} \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) - \frac{uv}{(u^2+h^2)r} \right\} \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.3})$$

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{u du \, dv}{r^3} = -\ln(v+r) \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.4})$$

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{u du dv}{r^5} = \frac{v}{3(u^2+h^2)r} \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.5})$$

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{uv du dv}{r^5} = \frac{1}{3r} \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.6})$$

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{uv^2 du dv}{r^5} = - \left\{ \frac{1}{3} \ln(v+r) - \frac{v}{r} \right\} \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.7})$$

$$\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{u^3 du dv}{r^5} = - \frac{1}{3} \left\{ 2 \cdot \ln(v+r) + \frac{u^2 v}{(u^2+h^2)r} \right\} \Big|_{u_1}^{u_2} \Big|_{v_1}^{v_2} \quad (\text{A.8})$$

$$\int \frac{du}{(u^2+h^2)r} = \frac{1}{hv} \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) \quad (\text{A.9})$$

$$\int \frac{u du}{(u^2+h^2)r} = \frac{1}{v} \ln\left(\frac{\sqrt{u^2+h^2}}{r+v}\right) = \frac{1}{2v} \ln\left(\frac{r-v}{r+v}\right) \quad (\text{A.10})$$

$$\int \frac{du}{r} = \ln(r+u) \quad (\text{A.11})$$

$$\int \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) du = u \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) - h \cdot \ln\left(\frac{\sqrt{u^2+h^2}}{r+v}\right) \quad (\text{A.12})$$

$$\int \ln(r \pm v) du = u \cdot \ln(r \pm v) \pm v \cdot \ln(r+u) + h \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{u}{h}\right) \mp h \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) - u \quad (\text{A.13})$$

$$\int \ln(r \pm u) du = u \cdot \ln(r \pm u) \mp r \quad (\text{A.14})$$

$$\int \frac{udu}{r} = r \tag{A.15}$$

$$\int \frac{u^2 du}{r} = \frac{ur}{2} - \left(\frac{v^2+h^2}{2}\right) \cdot \ln(r+u) \tag{A.16}$$

$$\int \frac{u^2 du}{(u^2+h^2)r} = \ln(r+u) - \frac{h}{v} \operatorname{arctg}\left(\frac{uv}{hr}\right) \tag{A.17}$$

$$\int \frac{u^2 du}{r^5} = \frac{u^3}{3(v^2+h^2)r^3} \tag{A.18}$$

$$\int \frac{udu}{r^5} = -\frac{1}{3r^3} \tag{A.19}$$

$$\int \frac{du}{r^3} = \frac{u}{(v^2+h^2)r} \tag{A.20}$$

$$\int \frac{du}{r^5} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{2u}{(v^2+h^2)^2 r} + \frac{u}{(v^2+h^2)r^3} \right\} \tag{A.21}$$

Considere-se uma distribuição contínua de dipolos magnéticos em um volume V, com magnetização $\vec{J}(\vec{\rho})$ sendo:

$\vec{\rho} = x' \vec{i} + y' \vec{j} + z' \vec{k}$ o vetor posição de um elemento de volume dv' .

O potencial magnético escalar produzido pela distribuição em um ponto (x,y,z) , exterior ao volume V, é:

$$\Delta V_a = \int_V \frac{\vec{J}(\vec{\rho}) \cdot \vec{r}}{r^3} dv'$$

onde:

$$\vec{R} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

$$\vec{r} = \vec{R} - \vec{\rho} = (x-x') \vec{i} + (y-y') \vec{j} + (z-z') \vec{k}$$

$$|\vec{r}| = r = \{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\}^{1/2}$$

A figura A.1 ilustra o sistema de coordenadas e a distribuição de volume V.

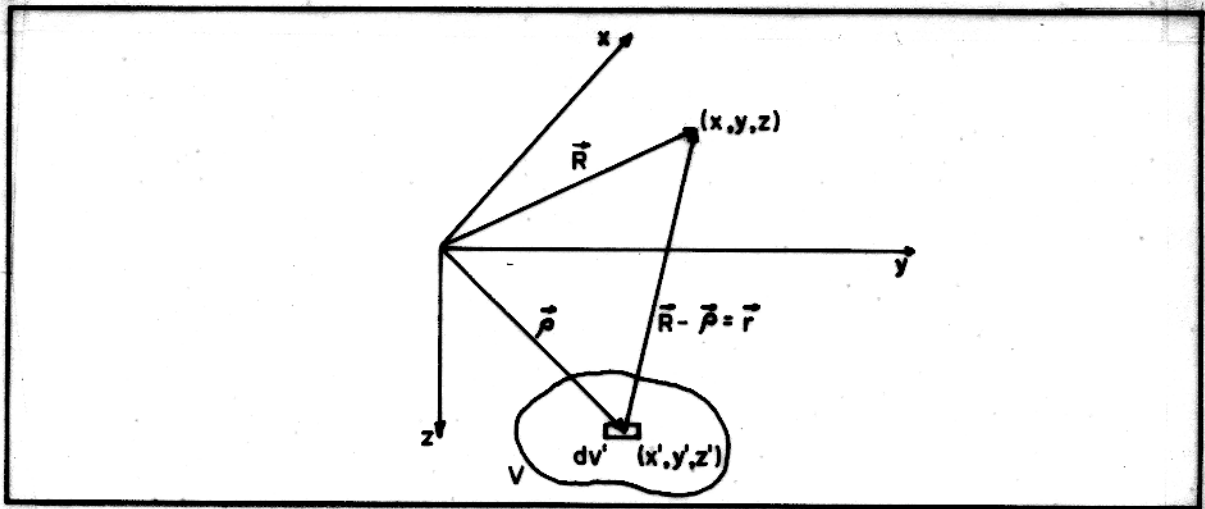


FIGURA A-1 - POSIÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO VOLUMÉTRICA DE DIPOLOS MAGNÉTICOS

O vetor campo magnético é dado por:

$$\vec{T}_a = - \text{grad}(\Delta V_a)$$

Então deduz-se:

$$\vec{T}_a = \int_V \left\{ \frac{3[\vec{J}(\vec{\rho}) \cdot \vec{r}]\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{J}(\vec{\rho})}{r^3} \right\} dv' \quad (A.22)$$

A seguir serão deduzidas expressões para as componentes do campo magnético produzido por dipolo pontual e linha de dipolos.

(a) Dipolo pontual

Considere-se um dipolo pontual localizado em \$(x_0, y_0, h)\$ e com momento dipolar \$\vec{p}\$ de intensidade \$p\$ e cossenos diretores \$(\alpha, \beta, \gamma)\$ como ilustra a figura A.2. A magnetização do dipolo pode ser representada por uma distribuição contínua,

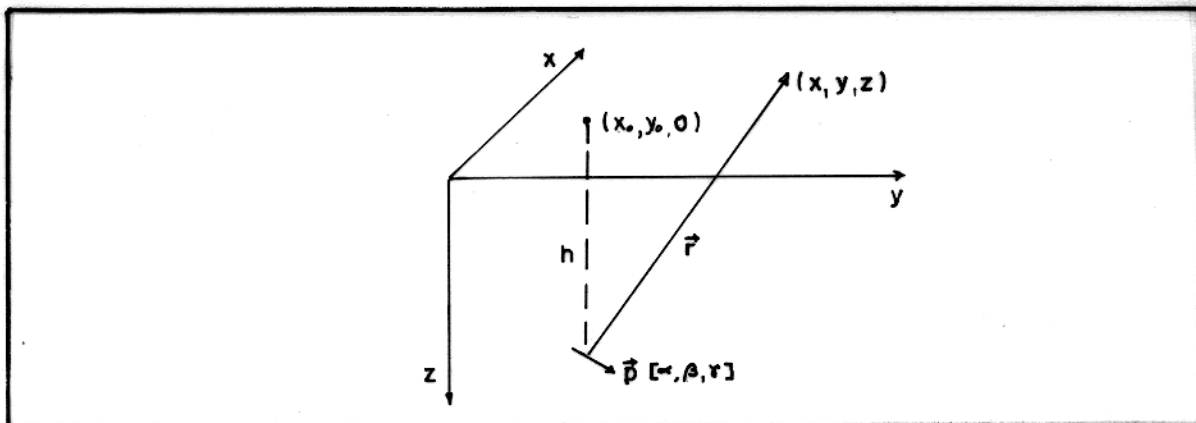


FIGURA A-2 - POSIÇÃO DO DIPOLO PONTUAL

utilizando a função delta de Dirac da maneira seguinte:

$$\vec{J}(\vec{\rho}) = \vec{p} \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0) \quad \text{onde:}$$

$$\vec{\rho}_0 = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + h \vec{k}$$

Empregando a equação (A.22) e lembrando que,

$$\int_V f(\vec{r}') \delta(\vec{r} - \vec{r}') dv' = \int_V f(\vec{r}') \delta(\vec{r}' - \vec{r}) dv' = f(\vec{r})$$

obtem-se:

$$\vec{T}_a = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \quad (\text{A.23})$$

onde:

$$r = \{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-h)^2\}^{1/2}$$

As componentes do campo magnético \vec{T}_a , nas direções dos tres eixos coordenados, são dadas por:

$$H_x = \vec{T}_a \cdot \vec{i}$$

$$H_y = \vec{T}_a \cdot \vec{j}$$

$$H_z = \vec{T}_a \cdot \vec{k}$$

Utilizando a equação (A.23) calculam-se as expressões das componentes H_x , H_y e H_z nos pontos do plano $z=0$, obtendo-se:

$$H_x(x,y,0) = \frac{P}{r^5} \{3u(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \alpha r^2\}$$

$$H_y(x,y,0) = \frac{P}{r^5} \{3v(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \beta r^2\}$$

$$H_z(x,y,0) = \frac{P}{r^5} \{-3h(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \gamma r^2\}$$

onde:

$$u = x - x_0$$

$$v = y - y_0, \quad r = (u^2 + v^2 + h^2)^{1/2}$$

(b) Linha de dipolos

Considere-se uma linha de dipolos com ponto médio (x_0, y_0, h) , paralela ao eixo x e de comprimento $2L_x$. Admita-se que essa linha está uniformemente magnetizada com momento dipolar por unidade de comprimento \vec{P}_L de intensidade P_L e cossenos diretores (α, β, γ) como ilustra a figura A.3. Em termos da função delta de Dirac, essa distribuição de dipolos pode ser expressa como:

$$\vec{J}(\vec{\rho}) = \begin{cases} \vec{P}_L \delta(y' - y_0) \cdot \delta(z' - h) & \text{se } x_0 - L_x \leq x' \leq x_0 + L_x \\ 0 & \text{se } x' > x_0 + L_x \text{ ou } x' < x_0 - L_x \end{cases}$$

Aplicando a equação (A.22) obtém-se:

$$T_a = \int_{x_0 - L_x}^{x_0 + L_x} \frac{1}{r^5} \{3(\vec{P}_L \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{P}_L\} dx' \quad (A.24)$$

onde: $r = \{(x-x')^2 + (y-y_0)^2 + (z-h)^2\}^{1/2}$

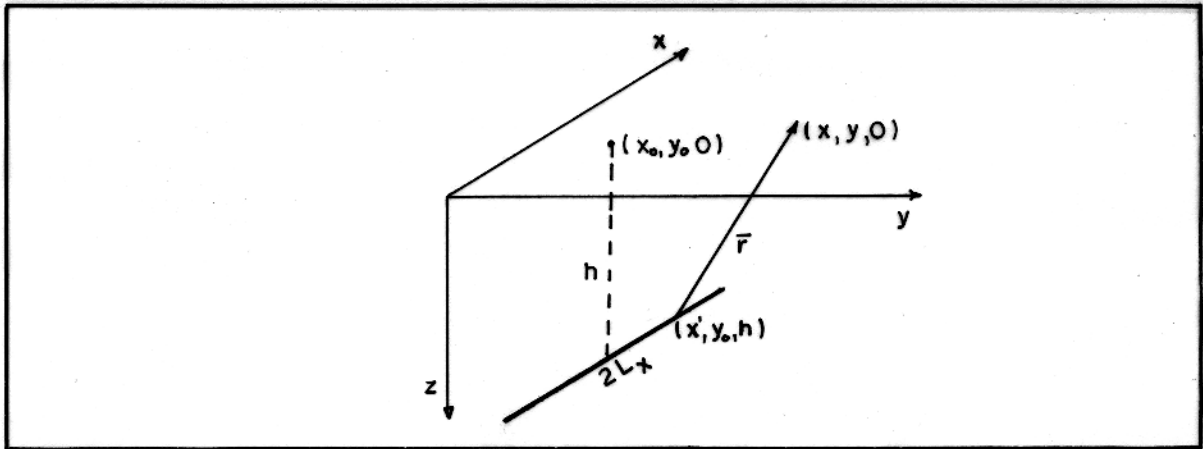


FIGURA A-3 - POSIÇÃO DA LINHA DE DIPOLOS

Como a componente na direção do eixo x é dada por: $H_x = \vec{T}_a \cdot \vec{i}$, deduz-se que, no plano $z=0$:

$$H_x(x, y, 0) = P_L \left\{ -3\alpha \int_{u_1}^{u_2} \frac{u^2 du}{r^5} - 3(\beta v - \gamma h) \int_{u_1}^{u_2} \frac{u du}{r^5} + \alpha \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{r^3} \right\}$$

onde:

$$u = x - x'$$

$$u_1 = x - x_0 + L_x$$

$$u_2 = x - x_0 - L_x$$

$$v = y - y_0$$

$$r = (u^2 + v^2 + h^2)^{1/2}$$

Substituindo as fórmulas (A.18), (A.19) e (A.20) obtém-se:

$$H_x(x, y, 0) = P_L \left\{ \frac{\alpha u + \beta v - \gamma h}{r^3} \right\} \Bigg|_{u=x-x_0+L_x}^{u=x-x_0-L_x}$$

Como $H_y = \vec{T}_a \cdot \vec{j}$ então, aplicando (A.24), tem-se que a componente H_y no plano $z=0$ é:

$$H_y(x,y,0) = P_L \left\{ -3\alpha v \int_{u_1}^{u_2} \frac{udu}{r^5} - 3v(\beta v - \gamma h) \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{r^5} + \beta \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{r^3} \right\}$$

Empregando (A.19), (A.21) e (A.20) deduz-se:

$$H_y(x,y,0) = \frac{P_L}{(v^2+h^2)r} \left\{ \frac{\alpha v(v^2+h^2)}{r^2} - \frac{(\beta v - \gamma h)uv}{r^2} + \left[\beta - \frac{2v(\beta v - \gamma h)}{v^2+h^2} \right] u \right\} \Bigg|_{u=x-x_0+L_x}^{x-x_0+L_x}$$

Desde que $H_z = \vec{T}_a \cdot \vec{k}$, então a componente H_z no plano $z=0$, pode ser determinada a partir de (A.24) resultando:

$$H_z(x,y,0) = P_L \left\{ 3\alpha h \int_{u_1}^{u_2} \frac{udu}{r^5} + 3h(\beta v - \gamma h) \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{r^5} + \gamma \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{r^3} \right\}$$

Aplicando as fórmulas (A.19), (A.21) e (A.20) deduz-se:

$$H_z(x,y,0) = \frac{P_L}{(v^2+h^2)r} \left\{ \frac{-\alpha h(v^2+h^2)}{r^2} + \frac{(\beta v - \gamma h)uh}{r^2} + \left[\gamma + \frac{2h(\beta v - \gamma h)}{v^2+h^2} \right] u \right\} \Bigg|_{u=x-x_0+L_x}^{x-x_0-L_x}$$

APÊNDICE B - INTEGRAIS FINITAS DOS MOMENTOS DAS COMPONENTES

Serão deduzidas expressões analíticas para integrais finitas dos momentos das componentes H_x , H_y , H_z e H_t (onde H_t é a componente na direção do campo normal da Terra) para modelos dipolo pontual e linha horizontal de dipolos. Tais expressões são funções dos parâmetros do modelo escolhido e das dimensões da área de medida. Essa área será suposta retangular, com $2a \times 2b$ unidades, centro na origem do sistema de coordenadas e lados paralelos aos eixos x e y . Para simplificar o texto, em algumas expressões serão omitidos os limites de integração.

(a) Dipolo pontual

Considere-se um dipolo pontual com os mesmos parâmetros adotados no apêndice A (ver figura A.2). Nesse apêndice foi deduzido que a componente H_x do campo magnético produzido por um dipolo é:

$$H_x = H_x(x, y, 0) = \frac{p}{r^5} \{ 3u(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \alpha r^2 \} \quad (\text{B.1})$$

onde:

$$u = x - x_0$$

$$v = y - y_0$$

$$r = (u^2 + v^2 + h^2)^{1/2}$$

α, β, γ são os cossenos diretores de \vec{p}

A partir de (B.1) tem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_x dx dy = p \left\{ 3\alpha \iint \frac{u^2 dudv}{r^5} + 3\beta \iint \frac{uv dudv}{r^5} - 3\alpha h \iint \frac{u dudv}{r^5} - \alpha \iint \frac{dudv}{r^3} \right\}$$

Utilizando as fórmulas (A.3), (A.6), (A.5) e (A.1) obtem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_x dx dy = p \left\{ \frac{(\gamma h - \alpha u)v}{(u^2 + h^2)r} + \frac{\beta}{r} \right\} \Bigg|_{u=-a-x_0}^{u=a-x_0} \Bigg|_{v=-b-y_0}^{v=b-y_0} \quad (B.2)$$

Através de (B.1) e notando que,

$$\left. \begin{aligned} x &= u + x_0 \\ y &= v + y_0 \\ dx &= du \\ dy &= dv \end{aligned} \right\} \quad (B.3)$$

calcula-se:

$$\begin{aligned} \int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_x dx dy &= p \left\{ 3\alpha \iint \frac{u^3 dudv}{r^5} + 3\beta \iint \frac{u^2 v dudv}{r^5} + 3(\alpha x_0 - \gamma h) \iint \frac{u^2 dudv}{r^5} + 3\beta x_0 \iint \frac{uv dudv}{r^5} - 3\gamma x_0 h \iint \frac{u dudv}{r^5} - \alpha \iint \frac{u dudv}{r^3} - \alpha x_0 \iint \frac{dudv}{r^3} \right\} \end{aligned}$$

Substituindo as fórmulas (A.8), (A.7), (A.3), (A.6), (A.5), (A.4) e (A.1) para as integrais do ~~segundo~~ ~~membro~~ na última equação, obtem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_x dx dy = p \left\{ -\gamma \cdot \arctg\left(\frac{uv}{hr}\right) - \alpha \cdot \ln(r+v) - \beta \cdot \ln(r+u) + \frac{\beta(u+x_0)}{r} - \frac{(\alpha u - \gamma h)(u+x_0)v}{(u^2+h^2)r} \right\}_{\substack{u=-a-x_0 \\ v=-b-y_0}}^{\substack{u=-a-x_0 \\ v=-b-y_0}} \quad (B.4)$$

Utilizando (B.1) e (B.3) conclue-se:

$$\begin{aligned} \int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_x dx dy = p \left\{ 3\alpha \int \int \frac{u^2 v dudv}{r^5} + 3\beta \int \int \frac{uv^2 dudv}{r^5} + \right. \\ \left. + 3(\beta y_0 - \gamma h) \int \int \frac{uv dudv}{r^5} + 3\alpha y_0 \int \int \frac{u^2 dudv}{r^5} - \right. \\ \left. - 3\gamma y_0 h \int \int \frac{u dudv}{r^5} - \alpha \int \int \frac{v dudv}{r^3} - \alpha y_0 \int \int \frac{dudv}{r^3} \right\} \end{aligned}$$

Utilizando (A.7), (A.6), (A.3), (A.5), (A.4) e (A.1) encontra-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_x dx dy = p \left\{ -\beta \cdot \ln(r+v) - \frac{(\alpha u - \gamma h) y_0 v}{(u^2 + h^2)r} + \right. \\ \left. + \frac{\beta(v+y_0) + \alpha u - \gamma h}{r} \right\} \begin{array}{c} a-x_0 \\ | \\ u=-a-x_0 \end{array} \begin{array}{c} b-y_0 \\ | \\ v=-b-y_0 \end{array} \quad (B.5)$$

No apêndice A foi deduzido que a componente H_y do campo magnético gerado por um dipolo pontual é dado por:

$$H_y = H_y(x, y, 0) = \frac{P}{r^5} \{ 3v(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \beta r^2 \} \quad (B.6)$$

Conseqüentemente:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_y dx dy = p \left\{ 3\alpha \iint \frac{uv dudv}{r^5} + 3\beta \iint \frac{v^2 dudv}{r^5} - \right. \\ \left. - 3\gamma h \iint \frac{v dudv}{r^5} - \beta \iint \frac{dudv}{r^3} \right\}$$

Usando as relações (A.6), (A.3), (A.5) e (A.1) resulta:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_y dx dy = p \left\{ \frac{(\gamma h - \beta v)u}{(v^2 + h^2)r} + \frac{\alpha}{r} \right\} \begin{array}{c} a-x_0 \\ | \\ u=-a-x_0 \end{array} \begin{array}{c} b-y_0 \\ | \\ v=-b-y_0 \end{array} \quad (B.7)$$

Aplicando (B.3) e (B.6) conclue-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_y dx dy = p \left\{ 3\alpha \iint \frac{u^2 v dudv}{r^5} + 3\beta \iint \frac{uv^2 dudv}{r^5} + \right. \\ \left. + 3(\alpha x_0 - \gamma h) \iint \frac{uv dudv}{r^5} + 3\beta x_0 \iint \frac{v^2 dudv}{r^5} - \right. \\ \left. - 3\gamma x_0 h \iint \frac{v dudv}{r^5} - \beta \iint \frac{u dudv}{r^3} - \beta x_0 \iint \frac{dudv}{r^3} \right\}$$

Empregando as fórmulas (A.7), (A.6), (A.3), (A.5), (A.4), (A.1) resulta:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_y dx dy = p \left\{ -\alpha \ln(r+u) - \frac{(\beta v - \gamma h) x_0 u}{(v^2 + h^2) r} + \right. \\ \left. + \frac{\alpha(u+x_0) + \beta v - \gamma h}{r} \right\} \begin{matrix} a-x_0 & b-y_0 \\ | & | \\ u=-a-x_0 & v=-b-y_0 \end{matrix} \quad (B.8)$$

A partir de (B.3) e (B.6) calcula-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_y dx dy = p \left\{ 3\alpha \iint \frac{uv^2 dudv}{r^5} + 3\beta \iint \frac{v^3 dudv}{r^5} + \right. \\ \left. + 3\alpha y_0 \iint \frac{uv dudv}{r^5} + 3(\beta y_0 - \gamma h) \iint \frac{v^2 dudv}{r^5} - \right. \\ \left. - 3\gamma y_0 \iint \frac{v dudv}{r^5} - \beta \iint \frac{v dudv}{r^3} - \beta y_0 \iint \frac{dudv}{r^3} \right\}$$

Substituindo as fórmulas (A.7), (A.8), (A.6), (A.3), (A.5).

(A.4) e (A.1) deduz-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_y dx dy = p \left\{ -\gamma \cdot \arctg\left(\frac{uv}{hr}\right) - \beta \cdot \ln(r+u) - \alpha \cdot \ln(r+v) + \frac{\alpha(v+y_0)}{r} - \frac{(\beta v - \gamma h)(v+y_0)u}{(v^2+h^2)r} \right\} \begin{matrix} a-x_0 \\ | \\ u=-a-x_0 \end{matrix} \begin{matrix} b-y_0 \\ | \\ v=-b-y_0 \end{matrix} \quad (B.9)$$

A componente H_z do campo magnético produzido por um dipolo pontual, de acordo com o apêndice A, é:

$$H_z = H_z(x, y, 0) = \frac{p}{r^5} \{ -3h(\alpha u + \beta v + \gamma h) - \gamma r^2 \} \quad (B.10)$$

Portanto:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_z dx dy = p \left\{ -3\alpha h \iint \frac{u dudv}{r^5} - 3\beta h \iint \frac{v dudv}{r^5} + 3\gamma h^2 \iint \frac{dudv}{r^5} - \gamma \iint \frac{dudv}{r^3} \right\}$$

Aplicando as fórmulas (A.5), (A.2) e (A.1) resulta:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_z dx dy = p \left\{ \frac{(\alpha h + \gamma u)v}{(u^2+h^2)r} + \frac{(\beta h + \gamma v)u}{(v^2+h^2)r} \right\} \begin{matrix} a-x_0 \\ | \\ u=-a-x_0 \end{matrix} \begin{matrix} b-y_0 \\ | \\ v=-b-y_0 \end{matrix} \quad (B.11)$$

Utilizando (B.3) e (B.10) encontra-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_z dx dy = p \left\{ -3\alpha h \iint \frac{u^2 dudv}{r^5} - 3\beta h \iint \frac{uv dudv}{r^5} + \right. \\ \left. + 3h(\gamma h - \alpha x_0) \iint \frac{u dudv}{r^5} - 3\beta x_0 h \iint \frac{v dudv}{r^5} + \right. \\ \left. + 3\gamma x_0 h^2 \iint \frac{dudv}{r^5} - \gamma \iint \frac{u dudv}{r^3} - \gamma x_0 \iint \frac{dudv}{r^3} \right\}$$

Substituindo (A.3), (A.6), (A.5), (A.2), (A.4), (A.1) tem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_z dx dy = p \left\{ -\alpha \cdot \arctg\left(\frac{uv}{hr}\right) + \gamma \cdot \ln(r+v) + \frac{(\beta h + \gamma v)x_0 u}{(v^2 + h^2)r} + \right. \\ \left. + \frac{\{\alpha h(u+x_0) + \gamma x_0 u - \gamma h^2\}v}{(u^2 + h^2)r} - \frac{\beta h}{r} \right\} \Bigg|_{u=-a-x_0}^{u=a-x_0} \Bigg|_{v=-b-y_0}^{v=b-y_0} \quad (B.12)$$

Utilizando (B.3) e (B.10) calcula-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_z dx dy = p \left\{ -3\alpha h \iint \frac{uv dudv}{r^5} - 3\beta h \iint \frac{v^2 dudv}{r^5} + \right. \\ \left. + 3h(\gamma h - \beta y_0) \iint \frac{v dudv}{r^5} + 3\alpha y_0 h \iint \frac{u dudv}{r^5} + \right. \\ \left. + 3\gamma y_0 h^2 \iint \frac{dudv}{r^5} - \gamma \iint \frac{v dudv}{r^3} - \gamma y_0 \iint \frac{dudv}{r^3} \right\}$$

Aplicando as fórmulas (A.6), (A.3), (A.5), (A.2), (A.4) e (A.1) tem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_z dx dy = p \left\{ -\beta \cdot \arctg\left(\frac{uv}{hr}\right) + \gamma \cdot \ln(r+u) + \frac{y_0 v (ah + \gamma u)}{(u^2 + h^2)r} + \frac{\{\beta h(v + y_0) + \gamma y_0 v - \gamma h^2\}u}{(v^2 + h^2)r} - \frac{ah}{r} \right\} \left. \begin{array}{l} a - x_0 \\ | \\ u = -a - x_0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} b - y_0 \\ | \\ v = -b - y_0 \end{array} \right\} \quad (B.13)$$

A anomalia de campo total H_t é calculada por:

$$H_t = \alpha_0 H_x + \beta_0 H_y + \gamma_0 H_z$$

onde:

$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ são os cossenos diretores do campo normal da Terra

Como α_0, β_0 e γ_0 são constantes, então as integrais dos momentos de ordem zero e primeira ordem da componente H_t , podem ser obtidas pela combinação linear das integrais dos momentos de ordem correspondente das componentes H_x, H_y e H_z .

(b) Linha de dipolos

Considere-se uma linha de dipolos horizontal com os mesmos parâmetros definidos no apêndice A. Nesse apêndice foi deduzido (equação (A.24)) que o vetor campo magnético produzido por uma linha de dipolos é dado por:

$$\vec{T}_a = \int_{x_0+L_x}^{x_0+L_x} \frac{1}{r^5} \{ 3(\vec{P}_L \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{P}_L \} dx'$$

Calculando as componentes H_x , H_y e H_z do vetor \vec{T}_a obtem-se:

$$H_x = H_x(x,y,0) = P_L \cdot \int_{x_0+L_x}^{x_0+L_x} \frac{1}{r^5} \{ 3u(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \alpha r^2 \} dx' \quad (B.14)$$

$$H_y = H_y(x,y,0) = P_L \cdot \int_{x_0+L_x}^{x_0+L_x} \frac{1}{r^5} \{ 3v(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \beta r^2 \} dx' \quad (B.15)$$

$$H_z = H_z(x,y,0) = P_L \cdot \int_{x_0+L_x}^{x_0+L_x} \frac{1}{r^5} \{ -3h(\alpha u + \beta v - \gamma h) - \gamma r^2 \} dx' \quad (B.16)$$

onde:

$$u = x-x'$$

$$v = y-y_0$$

$$r = (u^2 + v^2 + h^2)^{1/2}$$

Pode ser observado que os integrandos em (B.14), (B.15) e (B.16) são, respectivamente, as componentes nas direções x, y e z (a menos de um fator constante p) do campo magnético produzido por um dipolo puntual com centro (x', y_0) . Portanto, a partir de (B.2) e (B.14) obtem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_x dx dy = P_L \cdot \int_{x_0+L_x}^{x_0+L_x} \left\{ \left[\frac{(\gamma h - \alpha u)v}{(u^2+h^2)r} + \frac{\beta}{r} \right] \begin{matrix} a-x' \\ | \\ u=-a-x' \end{matrix} \begin{matrix} b-y_0 \\ | \\ v=-b-y_0 \end{matrix} \right\} dx'$$

Substituindo:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= a+x' \\ u_2 &= a-x' \\ du_1 &= dx' \\ du_2 &= -dx' \\ r_1 &= (u_1^2+v^2+h^2)^{1/2} \\ r_2 &= (u_2^2+v^2+h^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (B.17)$$

encontra-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_x \, dx dy = P_L \left\{ -\gamma h v \left[\int \frac{du_2}{(u_2^2+h^2)r_2} + \int \frac{du_1}{(u_1^2+h^2)r_1} \right] + \right. \\ \left. + \alpha v \left[\int \frac{u_2 \, du_2}{(u_2^2+h^2)r_2} - \int \frac{u_1 \, du_1}{(u_1^2+h^2)r_1} \right] - \right. \\ \left. - \beta \left[\int \frac{du_2}{r_2} + \int \frac{du_1}{r_1} \right] \right\} \Big|_{v=-b-y_0}^{b-y_0}$$

Empregando-se as fórmulas (A.9), (A.10) e (A.11) e observando, daqui por diante, que após a substituição dos limites de integração ocorrerá o cancelamento dos termos independentes de x' ou v , obtem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_x \, dx dy = P_L \cdot \left\{ -\gamma \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{hr_2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{hr_1}\right) \right] + \alpha \cdot \ln\left(\frac{r_1+v}{r_2+v}\right) - \right. \\ \left. - \beta \cdot \ln(r_2+u_2)(r_1+u_1) \right\} \left. \begin{array}{l} b-y_0 \quad x_0+L_x \\ | \quad | \\ v=-b-y_0 \quad x'=x_0-L_x \end{array} \right\} \quad (B.18)$$

Utilizando (B.4), (B.14), (B.17) conclue-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_x \, dx dy = P_L \cdot \left\{ \gamma \left[\int \operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{hr_2}\right) du_2 - \int \operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{hr_1}\right) du_1 \right] + \right. \\ + \alpha \left[\int \ln(r_2+v) du_2 + \int \ln(r_1+v) du_1 \right] + \\ + \beta \left[\int \ln(r_2+u_2) du_2 + \int \ln(r_1-u_1) du_1 \right] + \\ + av \left[\alpha \left(\int \frac{u_2 du_2}{(u_2^2+h^2)r_2} + \int \frac{u_1 du_1}{(u_1^2+h^2)r_1} \right) - \gamma h \left(\int \frac{du_2}{(u_2^2+h^2)r_2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \int \frac{du_1}{(u_1^2+h^2)r_1} \right) \right] - a\beta \left[\int \frac{du_2}{r_2} - \int \frac{du_1}{r_1} \right] \right\}$$

Substituindo as fórmulas (A.12), (A.13), (A.14), (A.10), (A.9) e (A.11) tem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_x \, dx dy = P_L \cdot \left\{ -(\alpha h + \gamma x') \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{hr_1}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{hr_2}\right) \right] + \right. \\ + (\gamma h - \alpha x') \cdot \ln\left(\frac{r_2+v}{r_1+v}\right) + \alpha v \cdot \ln(r_2+u_2)(r_1+u_1) + \beta u_1 \cdot \ln(v^2+h^2) + \\ \left. + \beta (r_1-r_2-x' \cdot \ln(r_2+u_2)(r_1+u_1)) \right\} \left. \begin{array}{l} b-y_0 \quad x_0+L_x \\ | \quad | \\ v=-b-y_0 \quad x'=x_0-L_x \end{array} \right\} \quad (B.19)$$

Aplicando (B.5), (B.14) e (B.17) encontra-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_x dx dy = P_L \cdot \left\{ \beta \left[\int \ln(r_2+v) du_2 + \int \ln(r_1+v) du_1 \right] + \right. \\ \left. + y_0 v \left[\alpha \left(\int \frac{u_2 du_2}{(u_2+h)^2 r_2} - \int \frac{u_1 du_1}{(u_1+h)^2 r_1} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \gamma h \left(\int \frac{du_2}{(u_2+h)^2 r_2} + \int \frac{du_1}{(u_1+h)^2 r_1} \right) \right] - \right. \\ \left. - [\beta(v+y_0) - \gamma h] \left[\int \frac{du_2}{r_2} + \int \frac{du_1}{r_1} \right] - \alpha \left[\int \frac{u_2 du_2}{r_2} - \int \frac{u_1 du_1}{r_1} \right] \right\}$$

Utilizando as fórmulas (A.13), (A.10), (A.9), (A.11) e (A.15) tem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_x dx dy = P_L \cdot \left\{ -(\beta h + \gamma y_0) \left[\arctg\left(\frac{u_2 v}{h r_2}\right) + \arctg\left(\frac{u_1 v}{h r_1}\right) \right] + \right. \\ \left. + \alpha \left[r_1 - r_2 - y_0 \cdot \ln\left(\frac{r_2+v}{r_1+v}\right) \right] + \right. \\ \left. + \beta \left[u_2 \cdot \ln(r_2+v) + u_1 \cdot \ln(r_1+v) - y_0 \cdot \ln(r_1+u_1)(r_2+u_2) \right] + \right. \\ \left. + \gamma h \cdot \ln(r_2+u_2)(r_1+u_1) \right\} \begin{matrix} b-y_0 & x_0+L_x \\ | & | \\ v=b-y_0 & x'=x_0-L_x \end{matrix} \quad (B.28)$$

Utilizando (B.7), (B.15) e (B.17) obtem-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_y \, dx dy = P_L \cdot \left\{ -\frac{(\gamma h - \beta v)}{(v^2 + h^2)} \left[\int \frac{u_2 du_2}{r_2} - \int \frac{u_1 du_1}{r_1} \right] - \alpha \left[\int \frac{du_2}{r_2} + \int \frac{du_1}{r_1} \right] \right\}$$

Substituindo as fórmulas (A.15) e (A.11) deduz-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a H_y \, dx dy = P_L \cdot \left\{ \frac{(\gamma h - \beta v)}{(v^2 + h^2)} (r_1 - r_2) - \alpha \cdot \ln(r_2 + u_2)(r_1 + u_1) \right\} \Bigg|_{v=-b-y_0}^{b-y_0} \Bigg|_{x'=x_0-L_x}^{x_0+L_x} \quad (B.21)$$

Empregando (B.8), (B.15) e (B.17) encontra-se:

$$\begin{aligned} \int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_y \, dx dy &= P_L \cdot \left\{ \alpha \left[\int \ln(r_2 + u_2) \, du_2 + \int \ln(r_1 - u_1) \, du_1 \right] + \right. \\ &+ \frac{(\beta v - \gamma h)}{(v^2 + h^2)} \left[a \int \frac{u_2 du_2}{r_2} - \int \frac{u_2^2 du_2}{r_2} \right] - \\ &- (\alpha a + \beta v - \gamma h) \int \frac{du_2}{r_2} - (-\alpha a + \beta v - \gamma h) \int \frac{du_1}{r_1} - \\ &\left. - \frac{(\beta v - \gamma h)}{(v^2 + h^2)} \left[\int \frac{u_1^2 du_1}{r_1} - a \int \frac{u_1 du_1}{r_1} \right] \right\} \end{aligned}$$

Através da substituição de (A.14), (A.15), (A.16) e (A.11) resulta:

$$\begin{aligned}
 \int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_y dx dy &= P_L \cdot \left\{ -\left(\alpha x' + \frac{\beta v}{2} - \frac{\gamma h}{2}\right) \cdot \ln(r_2 + u_2)(r_1 + u_1) + \right. \\
 &+ \alpha \left[u_1 \cdot \ln(v^2 + h^2) + r_1 - r_2 \right] + \\
 &+ \left. \left(\frac{\beta v - \gamma h}{2} \right) \left(\frac{u_1 r_2 + u_2 r_1}{v^2 + h^2} \right) \right\} \left. \begin{array}{l} b - y_0 \\ v = -b - y_0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x_0 + L_x \\ x' = x_0 - L_x \end{array} \right\} \quad (B.22)
 \end{aligned}$$

A partir de (B.9), (B.15) e (B.17) determina-se:

$$\begin{aligned}
 \int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_y dx dy &= P_L \cdot \left\{ \gamma \left[\int \operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{h r_2}\right) du_2 - \int \operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{h r_1}\right) du_1 \right] + \right. \\
 &+ \beta \left[\int \ln(r_2 + u_2) du_2 + \int \ln(r_1 - u_1) du_1 \right] + \\
 &+ \alpha \left[\int \ln(r_2 + v) du_2 + \int \ln(r_1 + v) du_1 \right] + \\
 &+ \frac{(\beta v - \gamma h)(v + y_0)}{v^2 + h^2} \left[\int \frac{u_2 du_2}{r_2} - \int \frac{u_1 du_1}{r_1} \right] - \\
 &+ \left. \alpha (v + y_0) \left[\int \frac{du_2}{r_2} + \int \frac{du_1}{r_1} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Para aplicação das fórmulas (A.12), (A.14), (A.13), (A.15) e (A.11) conclue-se:

$$\begin{aligned}
 \int_{-b}^b \int_{-a}^a y H_y dx dy = P_L \cdot & \left\{ (\gamma u_2 - \alpha h) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{hr_2}\right) - (\gamma u_1 + \alpha h) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{hr_1}\right) + \right. \\
 & + \frac{(\beta v - \gamma h)(v + y_0)}{v^2 + h^2} (r_2 - r_1) + (\alpha u_2 + \gamma h) \cdot \ln(r_2 + v) + \\
 & + (\alpha u_1 - \gamma h) \cdot \ln(r_1 + v) + (\beta u_2 - \alpha y_0) \cdot \ln(r_2 + u_2) - (\beta u_1 + \alpha y_0) \cdot \ln(r_1 + u_1) + \\
 & \left. + \beta [r_1 - r_2 + u_1 \cdot \ln(v^2 + h^2)] \right\} \left. \begin{array}{cc} b - y_0 & x_0 + L_x \\ | & | \\ v = -b - y_0 & x' = x_0 - L_x \end{array} \right\} \quad (B.23)
 \end{aligned}$$

Por intermédio das equações (B.11), (B.16) e (B.17)

obtem-se:

$$\begin{aligned}
 \int_{-b}^b \int_{-a}^a H_z dx dy = P_L \cdot & \left\{ -\alpha h v \left[\int \frac{du_2}{(u_2^2 + h^2)r_2} + \int \frac{du_1}{(u_1^2 + h^2)r_1} \right] - \right. \\
 & - \gamma v \left[\int \frac{u_2 du_2}{(u_2^2 + h^2)r_2} - \int \frac{u_1 du_1}{(u_1^2 + h^2)r_1} \right] - \\
 & \left. - \frac{(\beta h + \gamma v)}{(v^2 + h^2)} \left[\int \frac{u_2 du_2}{r_2} - \int \frac{u_1 du_1}{r_1} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Substituindo as fórmulas (A.9), (A.10) e (A.15) conclue-se:

$$\begin{aligned}
 \int_{-b}^b \int_{-a}^a H_z dx dy = P_L \cdot & \left\{ \gamma \cdot \ln\left(\frac{r_2 + v}{r_1 + v}\right) - \alpha \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{hr_2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{hr_1}\right) \right] - \right. \\
 & \left. - \frac{(\beta h + \gamma v)}{(v^2 + h^2)} (r_2 - r_1) \right\} \left. \begin{array}{cc} b - y_0 & x_0 + L_x \\ | & | \\ v = -b - y_0 & x' = x_0 - L_x \end{array} \right\} \quad (B.24)
 \end{aligned}$$

Utilizando as equações (B.12), (B.16) e (B.17)

resulta:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_z dx dy = P_L \cdot \left\{ \alpha \left[\int \operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{hr_2}\right) du_2 - \int \operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{hr_1}\right) du_1 \right] - \right.$$

$$- \gamma \left[\int \ln(r_2 + v) du_2 + \int \ln(r_1 + v) du_1 \right] -$$

$$- (\alpha ah - \gamma h^2) v \int \frac{du_2}{(u_2^2 + h^2) r_2} + (\alpha ah + \gamma h^2) v \int \frac{du_1}{(u_1^2 + h^2) r_1} +$$

$$+ \gamma v \left[-a \left(\int \frac{u_2 du_2}{(u_2^2 + h^2) r_2} + \int \frac{u_1 du_1}{(u_1^2 + h^2) r_1} \right) + \int \frac{u_2^2 du_2}{(u_2^2 + h^2) r_2} + \int \frac{u_1^2 du_1}{(u_1^2 + h^2) r_1} \right] +$$

$$+ \left(\frac{\beta h + \gamma v}{v^2 + h^2} \right) \left[-a \left(\int \frac{u_2 du_2}{r_2} + \int \frac{u_1 du_1}{r_1} \right) + \int \frac{u_2^2 du_2}{r_2} + \int \frac{u_1^2 du_1}{r_1} \right] +$$

$$+ \beta h \left[\int \frac{du_2}{r_2} + \int \frac{du_1}{r_1} \right] \left. \right\}$$

Utilizando as fórmulas (A.12), (A.13), (A.9), (A.10), (A.17), (A.15), (A.16) e (A.11) conclue-se:

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a x H_z dx dy = P_L \cdot \left\{ -(\alpha x' - \gamma h) \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{u_2 v}{hr_2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{u_1 v}{hr_1}\right) \right] - \right.$$

$$- (\gamma x' - \alpha h) \cdot \ln\left(\frac{r_2 + v}{r_1 + v}\right) - \left(\frac{\gamma v - \beta h}{2}\right) \cdot \ln(r_2 + u_2)(r_1 + u_1) -$$

$$\left. - \left(\frac{\gamma v - \beta h}{2(v^2 + h^2)}\right) (u_1 r_2 + u_2 r_1) \right\} \left. \begin{array}{cc} b - y_0 & x_0 + L_x \\ | & | \\ v = -b - y_0 & x' = x_0 - L_x \end{array} \right\} \quad (B.25)$$

Desde que:

$$H_t = \alpha_0 H_x + \beta_0 H_y + \gamma_0 H_z$$

então podem-se calcular as integrais dos momentos da componente H_t através de combinações lineares das integrais dos momentos das componentes H_x , H_y e H_z .

APÊNDICE C

MÉTODO DOS POLIEDROS FLÉXÍVEIS (SIMPLEXO)

O método dos poliedros flexíveis é uma técnica de otimização desenvolvida por Nelder e Mead (1964) a qual determina um mínimo local para função de n variáveis ($n \geq 2$). A função σ a ser minimizada pode ter dependência não linear em algumas ou todas as variáveis. Em relação a maioria dos métodos não lineares de otimização, o método dos poliedros flexíveis apresenta a grande vantagem de prescindir das derivadas da função a ser minimizada. Uma descrição resumida desse método, será apresentada a seguir.

Inicialmente é fixado um poliedro regular (SIMPLEXO) de $n + 1$ vértices no espaço de n dimensões. Os pontos \vec{P}_i desse espaço tem como coordenadas as variáveis da função σ . São calculados os valores dessa função nesses vértices e o poliedro será expandido ou contraído repetidamente, com a finalidade de substituir o ponto que produz o maior valor da função por outro ponto no qual a função apresente um valor menor.

Em uma iteração qualquer, sejam \vec{P}_M e \vec{P}_m os vetores posição dos vértices do poliedro nos quais a função σ apresenta o maior e menor valor, respectivamente. Seja \vec{P}_c o vetor posição do centróide de todos os vértices do poliedro, com exceção de \vec{P}_M . Tres operações podem ser realizadas com os vértices do poliedro:

(a) REFLEXÃO que consiste em obter um ponto \vec{P}_R definido por:

$$\vec{P}_R = (1 + \alpha) \vec{P}_C - \alpha \vec{P}_M$$

onde $\alpha > 0$ é o coeficiente de reflexão

(b) EXPANSÃO que determina um ponto \vec{P}_E através da equação:

$$\vec{P}_E = \gamma \vec{P}_R + (1 - \gamma) \vec{P}_C$$

onde $\gamma > 1$ é o coeficiente de expansão

(c) CONTRAÇÃO que define um ponto \vec{P}_K pela relação:

$$\vec{P}_K = \beta \vec{P}_R + (1 - \beta) \vec{P}_E$$

onde $0 < \beta < 1$ é o coeficiente de contração.

Nelder e Mead determinaram que os coeficientes que produzem melhores resultados são $\alpha = 1$, $\beta = 1/2$, $\gamma = 2$.

Quando todas as operações falham em encontrar um ponto no qual o valor da função seja menor do que o valor em \vec{P}_M , então é realizada a redução do poliedro, redefinindo todos os vértices através da substituição de \vec{P}_i por:

$$(\vec{P}_i + \vec{P}_M)/2, \quad i = 1, 2, \dots, n + 1$$

O processo de minimização é interrompido quando:

$$\left\{ \sum_{i=1}^{n+1} (\sigma(\vec{P}_i) - \sigma(\vec{P}_C))^2 / (n+1) \right\}^{1/2} < \epsilon$$

onde ϵ é um número real arbitrário e suficientemente pequeno de modo a evitar que seja obtido um "mínimo aparente" em uma região do espaço dos parâmetros onde a função σ tenha um gradiente pequeno. O diagrama de blocos da figura C.1 ilustra as várias etapas do método dos poliedros flexíveis.

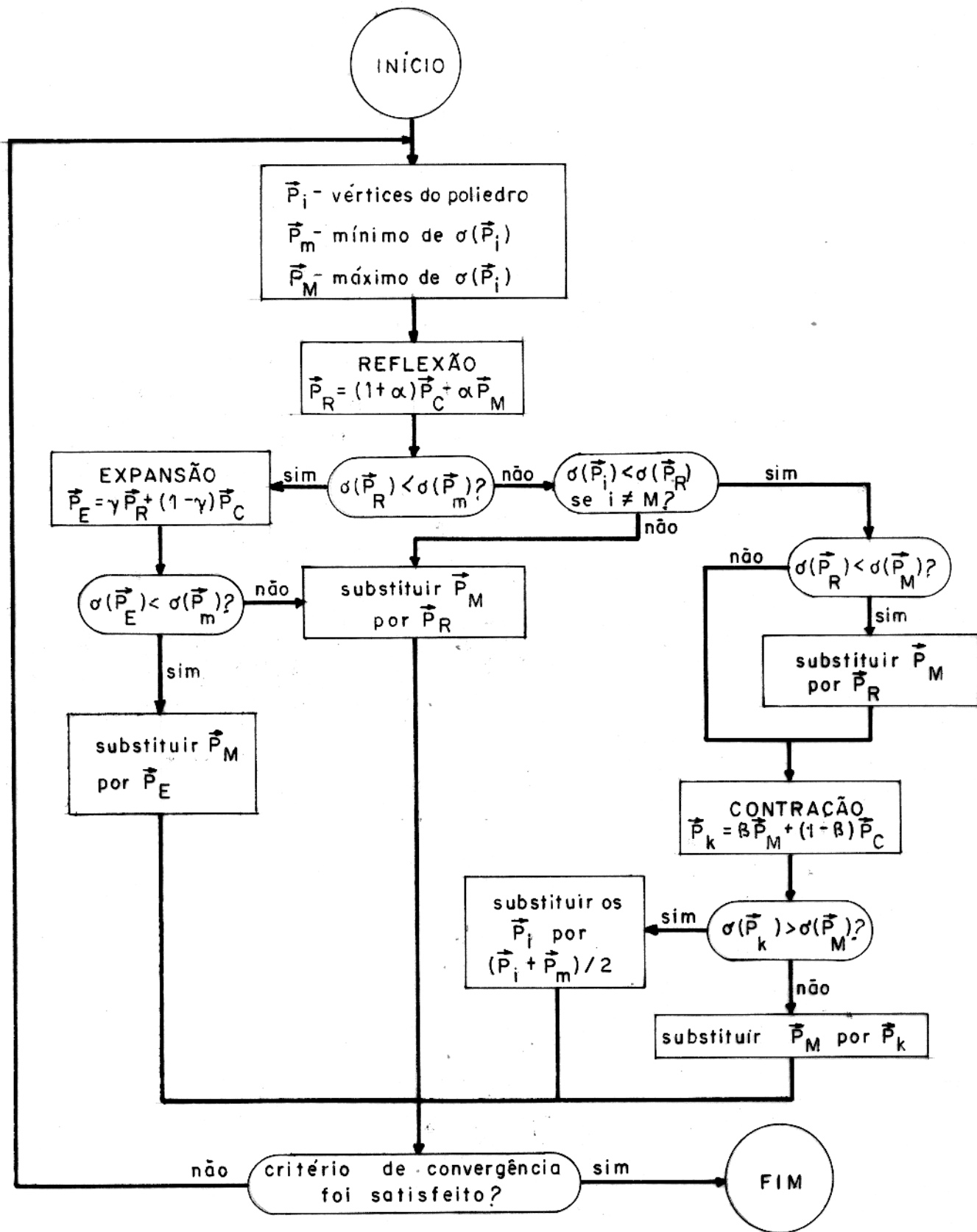


FIGURA C.1 - Diagramas de blocos do método dos poliedros flexíveis

APÊNDICE D - PROGRAMAS DE COMPUTADOR

A seguir serão apresentadas as listagens dos programas de computador utilizados para calcular: as componentes exatas do campo magnético produzido por modelos dipolo pontual e linha de dipolos, as integrais numéricas dos momentos das componentes e as componentes H_x , H_y e H_z obtidas a partir de H_t através do método de filtragem.

(a) Computação das componentes exatas

Os programas a seguir calculam as componentes exatas H_x , H_y , H_z e H_t dos campos magnéticos produzidos por dipolo pontual e linha de dipolos, nos pontos de uma malha quadrada e gravam em arquivos de um disco magnético os conjuntos de valores de cada componente ("arrays"). As variáveis principais são:

TINC, TDEC - a inclinação e a declinação do campo geomagnético normal.

INC(ou XINC), DEC - a inclinação e a declinação do vetor magnetização total.

A - metade da largura da malha quadrada.

PASSO - o espaçamento da malha.

XD(ou XO), YD(ou YO) - centro do dipolo(ou da linha de dipolos).

H - a profundidade do topo.

PDIP - a intensidade de magnetização.

LX - a metade do comprimento da linha de dipolos.

P, Q e R - os cossenos diretores do vetor magnetização total.

PP, QQ e RR - os cossenos diretores do campo normal da Terra.
HX, HY e HZ - as componentes ao longo dos eixos coordenados
TT - a componente na direção do campo normal da Terra.

(b) Integrais numéricas dos momentos das componentes.

Este programa lê os valores discretos das componentes H_x , H_y , H_z e H_t , armazenados em um disco magnético e calcula as integrais numéricas dos momentos de ordem zero e primeira ordem dessas componentes, através da soma dos volumes de paralelepípedos os quais tem a base quadrada constituída pelas células da malha e a altura é a média aritmética dos valores dos momentos das componentes nos vértices da base. As variáveis mais importantes são:

N - o número de valores das componentes em um lado da malha original.

LARG - a largura da área utilizada para o cálculo das integrais.

P - a dimensão linear da célula em termos de unidades do espaçamento da malha original.

HX, HY e HZ - as componentes do campo magnético ao longo dos eixos do sistema de coordenadas cartesianas.

SX, SY, SZ, SXX, SXY, SXZ, SYX, SYZ, ST, SXT e SYT - as integrais dos momentos

RI e D - a inclinação e a declinação calculadas para o vetor magnetização total usando as equações para as integrais infinitas (ver secção 1.1 do capítulo 1).

MT - a magnetização total calculada pelo programa.

(c) Obtenção das componentes H_x , H_y e H_z através do método de filtragem, a partir da componente H_t

Este programa lê, de um disco, o conjunto de valores da anomalia total ("array") e utiliza o método de filtragem, discutido na seção 2.3, para obter "arrays" de valores das componentes H_x , H_y e H_z , os quais são armazenados em disco magnético. As transformadas de Fourier discretas são calculadas utilizando a subrotina HARM. Os parâmetros mais importantes são:

NP - número de pontos em cada lado da malha quadrada (deve ser potência inteira de 2).

TINC e TDEC - a inclinação e a declinação do campo normal da Terra.

PP, QQ e RR - os cossenos diretores do campo normal da Terra.

CAMP - o vetor que armazena as partes real e imaginária das transformadas de Fourier discretas e dos dados da anomalia de campo total.

Os parâmetros CAMP, MM, INV, S, IFSET e IFERR são argumentos da subrotina HARM e vem definidos nos manuais que descrevem essa subrotina.

PAGE 2

(a)

```

REAL INC
DIMENSION HT(32)
DIMENSION TX(32),TY(32),TZ(32)
DEFINE FILE 1(32,300,U,IAR)
DEFINE FILE 2(32,300,U,IARY)
DEFINE FILE 3(32,300,U,IARZ)
DEFINE FILE 4(32,300,U,IARX)
IARX=1
IARY=1
IARZ=1
IAR=1
READ(8,11)A,PASSC
N= IFIX(2.*A/PASSC)
READ(8,11) XD,YD,H,DEC,INC,TDEC,TINC,PDIP
11 FORMAT(8F10.5)
PI=3.1415927
DEC=DEC*PI/180.
INC=INC*PI/180.
TDEC=TDEC*PI/180.
TINC=TINC*PI/180.
P=CCS(INC)*CCS(DEC)
Q=CCS(INC)*SIN(DEC)
R=SIN(INC)
PP=CCS(TINC)*CCS(TDEC)
QQ=CCS(TINC)*SIN(TDEC)
RR=SIN(TINC)
Z=0.
ZH=Z-H
DO 22 J=1,N
Y= PASSC*(J-1) - A
YMYD=Y-YD
DO 23 K=1,N
X = PASSC*(K-1) - A
XMXD=X-XD
R2=XMXD**2+YMYD**2+ZH**2
R0=SQRT(R2)
R5=R0**5
XYZ=P*XMXD+Q*YMYD+R*ZH
HX= ((3.*XMXD*XYZ - P*R2)/R5)*PDIP
HY= ((3.*YMYD*XYZ - Q*R2)/R5)*PDIP
HZ= ((3.* ZH *XYZ - R*R2)/R5)*PDIP
TT=PP*HX+QQ*HY+RR*HZ
TX(K)=HX
TY(K)=HY
TZ(K)=HZ
HT(K)=TT
23 CONTINUE
WRITE(1'IAR')(HT(KI),KI=1,N)
WRITE(2'IARY')(TY(KI),KI=1,N)
WRITE(3'IARZ')(TZ(KI),KI=1,N)
WRITE(4'IARX')(TX(KI),KI=1,N)
22 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

PAGE 2

(a)

```

REAL LX
DIMENSION COMP(32)
DIMENSION TX(32),TY(32),TZ(32)
DEFINE FILE 1(32,300,U,IART)
DEFINE FILE 2(32,300,U,IARX)
DEFINE FILE 3(32,300,U,IARY)
DEFINE FILE 4(32,300,U,IARZ)
IART= 1
IARX=1
IARY=1
IARZ=1
READ(8,100)TDEC,TINC,A,PASSO
READ(8,100) DEC,XINC,XO,YO,H,PDIP,LX
100 FORMAT(8F10.5)
N=IFIX(2.*A/PASSO)
PI = 3.1415927
XINC = XINC*PI/180.
DEC = DEC*PI/180.
P = COS(XINC)*COS(DEC)
Q = COS(XINC)*SIN(DEC)
R = SIN(XINC)
TINC = TINC*PI/180.
TDEC = TDEC*PI/180.
PP = COS(TINC)*COS(TDEC)
QQ = COS(TINC)*SIN(TDEC)
RR = SIN(TINC)
ZIH = -H
DO 1 J=1,N
Y=PASSO*(J-1)-A
YIYD = Y - YO
DO 2 I=1,N
X = PASSO*(I-1) - A
XIXD = X - XO
ROS =SQRT(( XIXD-LX)**2+ YIYD**2+ZIH**2)
ROI =SQRT(( XIXD+LX)**2+ YIYD**2+ZIH**2)
HXS = (P*(XIXD -LX)+Q*YIYD +R*ZIH)/ROS**3
HXI = (P*(XIXD +LX)+Q*YIYD +R*ZIH)/ROI**3
HX = PDIP*(HXS - HXI)
HYS = P*YIYD /ROS**3 - (Q*YIYD +R*ZIH)*
1 YIYD*( XIXD-LX)/(( YIYD**2+ZIH**2)*ROS**3 )+
2 Q*(XIXD-LX)/((YIYD**2+ZIH**2)*ROS) -2.*YIYD*
3 (Q*YIYD+R*ZIH)*(XIXD-LX)/((YIYD**2+ZIH**2)**2
4 *ROS)
HYI = P*YIYD /ROI**3 - (Q*YIYD +R*ZIH)*
1 YIYD*( XIXD+LX)/(( YIYD**2+ZIH**2)*ROI**3 )+
2 Q*(XIXD+LX)/((YIYD**2+ZIH**2)*ROI) -2.*YIYD*
3 (Q*YIYD+R*ZIH)*(XIXD+LX)/((YIYD**2+ZIH**2)**2
4 *ROI)
HY = PDIP*(HYS - HYI)
HZS = P*ZIH /ROS**3 - (Q*YIYD +R*ZIH)*
1 ZIH*(XIXD-LX)/(( YIYD**2+ZIH**2)*ROS**3 )+
2 R*(XIXD-LX)/((YIYD**2+ZIH**2)*ROS)-2.*ZIH*(Q*
3 YIYD+R*ZIH)*(XIXD-LX)/((YIYD**2+ZIH**2)**2*ROS)
HZI = P*ZIH /ROI**3 - (Q*YIYD +R*ZIH)*

```


PAGE 3

```
1      ZIH*(XIXD+LX)/((YIYD**2+ZIH**2)*ROI**3)+  
2      R*(XIXD+LX)/((YIYD**2+ZIH**2)*ROI)-2.*ZIH*(Q*  
3      YIYD+R*ZIH)*(XIXD+LX)/((YIYD**2+ZIH**2)**2*ROI)
```

```
HZ = PDIP*(HXS-HZI)  
TT = PP*HX+QQ*HY+RR*HZ
```

```
TX(I)=HX
```

```
TY(I)=HY
```

```
TZ(I)=HZ
```

```
COMP(I) = TT
```

```
2 CONTINUE
```

```
WRITE(1'IART')(CCMP(IND),IND=1,N)
```

```
WRITE(2'IARX')(TX(IND),IND=1,N)
```

```
WRITE(3'IARY')(TY(IND),IND=1,N)
```

```
WRITE(4'IARZ')(TZ(IND),IND=1,N)
```

```
1 CONTINUE
```

```
CALL EXIT
```

```
END
```

PAGE

2

(b)

```

REAL MT
DIMENSION HX(32,32),HY(32,32),HZ(32,32)
DEFINE FILE 8(32,300,U,IARX)
DEFINE FILE 9(32,300,U,IARY)
DEFINE FILE 10(32,300,U,IARZ)
DEFINE FILE 11(32,300,U,IART)
READ(8,100) N,P
107 READ(8,100) LARG
100 FORMAT(I5,F10.5)
IF(LARG) 105,106,105
105 WRITE(5,109)P,LARG
IARX = 1
IARY = 1
IARZ = 1
DO 10 J=1,N
READ(8'IARX)(HX(I,J),I=1,N)
READ(9'IARY)(HY(I,J),I=1,N)
READ(10'IARZ)(HZ(I,J),I=1,N)
10 CONTINUE
PI = 3.1415927
SXX = 0.
SXY = 0.
SXZ = 0.
SYX = 0.
SYY = 0.
SYZ = 0.
SZ = 0.
SY = 0.
SX = 0.
IN= N/2+1- (IFIX(LARG/P)+1)/2
NFIM = IN + IFIX(LARG/P) - 1
JO=LARG/2+IN-1
DO 3 J=IN,JO
JJ=J-IN+1
Y= P*FLOAT(JJ-1) - LARG/2.
L=NFIM+IN-J
V=-Y-P
DO 3 K=IN,JO
KK = K-IN+1
X = P*FLOAT(KK-1) - LARG/2.
M=NFIM+IN-K
U=-X-P
XHX1=(X*HX(K,J)+(X+P)*HX(K+1,J)+(X+P)*HX(K+1,J+1)+X*
1 HX(K,J+1))/4.
XHY1= (X*HY(K,J)+(X+P)*HY(K+1,J)+(X+P)*HY(K+1,J+1)+X*
1 HY(K,J+1))/4.
XHZ1=(X*HZ(K,J)+(X+P)*HZ(K+1,J)+(X+P)*HZ(K+1,J+1)+X*
1 HZ(K,J+1))/4.
YHX1=(Y*HX(K,J)+Y*HX(K+1,J)+(Y+P)*HX(K+1,J+1)+(Y+P)*
1 HX(K,J+1))/4.
YHY1=(Y*HY(K,J)+Y*HY(K+1,J)+(Y+P)*HY(K+1,J+1)+(Y+P)*
1 HY(K,J+1))/4.
YHZ1=(Y*HZ(K,J)+Y*HZ(K+1,J)+(Y+P)*HZ(K+1,J+1)+(Y+P)*
1 HZ(K,J+1))/4.

```

PAGE 3

```

CX1= (HX(K,J)+HX(K+1,J)+HX(K+1,J+1)+HX(K,J+1))/4.
CY1= (HY(K,J)+HY(K+1,J)+HY(K+1,J+1)+HY(K,J+1))/4.
CZ1= (HZ(K,J)+HZ(K+1,J)+HZ(K+1,J+1)+HZ(K,J+1))/4.
XHX2=(U*HX(M,J)+(U+P)*HX(M+1,J)+(U+P)*HX(M+1,J+1)+U*
1  HX(M,J+1))/4.
XHY2= (U*HY(M,J)+(U+P)*HY(M+1,J)+(U+P)*HY(M+1,J+1)+U*
1  HY(M,J+1))/4.
XHZ2=(U*HZ(M,J)+(U+P)*HZ(M+1,J)+(U+P)*HZ(M+1,J+1)+U*
1  HZ(M,J+1))/4.
YHX2=(Y*HX(M,J)+Y*HX(M+1,J)+(Y+P)*HX(M+1,J+1)+(Y+P)*
1  HX(M,J+1))/4.
YHY2=(Y*HY(M,J)+Y*HY(M+1,J)+(Y+P)*HY(M+1,J+1)+(Y+P)*
1  HY(M,J+1))/4.
YHZ2=(Y*HZ(M,J)+Y*HZ(M+1,J)+(Y+P)*HZ(M+1,J+1)+(Y+P)*
1  HZ(M,J+1))/4.
CX2= (HX(M,J)+HX(M+1,J)+HX(M+1,J+1)+HX(M,J+1))/4.
CY2= (HY(M,J)+HY(M+1,J)+HY(M+1,J+1)+HY(M,J+1))/4.
CZ2= (HZ(M,J)+HZ(M+1,J)+HZ(M+1,J+1)+HZ(M,J+1))/4.
XHX3=(U*HX(M,L)+(U+P)*HX(M+1,L)+(U+P)*HX(M+1,L+1)+U*
1  HX(M,L+1))/4.
XHY3= (U*HY(M,L)+(U+P)*HY(M+1,L)+(U+P)*HY(M+1,L+1)+U*
1  HY(M,L+1))/4.
XHZ3=(U*HZ(M,L)+(U+P)*HZ(M+1,L)+(U+P)*HZ(M+1,L+1)+U*
1  HZ(M,L+1))/4.
YHX3=(V*HX(M,L)+V*HX(M+1,L)+(V+P)*HX(M+1,L+1)+(V+P)*
1  HX(M,L+1))/4.
YHY3=(V*HY(M,L)+V*HY(M+1,L)+(V+P)*HY(M+1,L+1)+(V+P)*
1  HY(M,L+1))/4.
YHZ3=(V*HZ(M,L)+V*HZ(M+1,L)+(V+P)*HZ(M+1,L+1)+(V+P)*
1  HZ(M,L+1))/4.
CX3= (HX(M,L)+HX(M+1,L)+HX(M+1,L+1)+HX(M,L+1))/4.
CY3= (HY(M,L)+HY(M+1,L)+HY(M+1,L+1)+HY(M,L+1))/4.
CZ3= (HZ(M,L)+HZ(M+1,L)+HZ(M+1,L+1)+HZ(M,L+1))/4.
XHX4=(X*HX(K,L)+(X+P)*HX(K+1,L)+(X+P)*HX(K+1,L+1)+X*
1  HX(K,L+1))/4.
XHY4= (X*HY(K,L)+(X+P)*HY(K+1,L)+(X+P)*HY(K+1,L+1)+X*
1  HY(K,L+1))/4.
XHZ4=(X*HZ(K,L)+(X+P)*HZ(K+1,L)+(X+P)*HZ(K+1,L+1)+X*
1  HZ(K,L+1))/4.
YHX4=(V*HX(K,L)+V*HX(K+1,L)+(V+P)*HX(K+1,L+1)+(V+P)*
1  HX(K,L+1))/4.
YHY4=(V*HY(K,L)+V*HY(K+1,L)+(V+P)*HY(K+1,L+1)+(V+P)*
1  HY(K,L+1))/4.
YHZ4=(V*HZ(K,L)+V*HZ(K+1,L)+(V+P)*HZ(K+1,L+1)+(V+P)*
1  HZ(K,L+1))/4.
CX4= (HX(K,L)+HX(K+1,L)+HX(K+1,L+1)+HX(K,L+1))/4.
CY4= (HY(K,L)+HY(K+1,L)+HY(K+1,L+1)+HY(K,L+1))/4.
CZ4= (HZ(K,L)+HZ(K+1,L)+HZ(K+1,L+1)+HZ(K,L+1))/4.
SXX = SXX + XHX1 + XHX2 + XHX3 + XHX4
SXY = SXY + XHY1 + XHY2 + XHY3 + XHY4
SXZ = SXZ + XHZ1 + XHZ2 + XHZ3 + XHZ4
SYX = SYX + YHX1 + YHX2 + YHX3 + YHX4
SYY = SYY + YHY1 + YHY2 + YHY3 + YHY4
SYZ = SYZ + YHZ1 + YHZ2 + YHZ3 + YHZ4

```

PAGE 4

```

SX = SX + CX1 + CX2 + CX3 + CX4
SY = SY + CY1 + CY2 + CY3 + CY4
SZ = SZ + CZ1 + CZ2 + CZ3 + CZ4
3 CONTINUE
SX = SX*P*P
SY = SY*P*P
SZ = SZ*P*P
SXY = SXY*P*P
SYX = SYX*P*P
SXX = SXX*P*P
SYY = SYY*P*P
SXZ = SXZ*P*P
SYZ = SYZ*P*P
IART=1
DO 20 J=1,N
20 READ(11'IART')(HZ(I,J),I=1,N)
ST= 0.
SXT=0.
SYT=0.
DO 21 J=IN,JO
JJ=J-IN+1
Y= P*FLOAT(JJ-1) - LARG/2.
L=NFIM+IN-J
V=-Y-P
DO 21 K=IN,JO
KK = K-IN+1
X = P*FLOAT(KK-1) - LARG/2.
M=NFIM+IN-K
U=-X-P
XHZ1=(X*HZ(K,J)+(X+P)*HZ(K+1,J)+(X+P)*HZ(K+1,J+1)+X*
1 HZ(K,J+1))/4.
YHZ1=(Y*HZ(K,J)+Y*HZ(K+1,J)+(Y+P)*HZ(K+1,J+1)+(Y+P)*
1 HZ(K,J+1))/4.
CZ1= (HZ(K,J)+HZ(K+1,J)+HZ(K+1,J+1)+HZ(K,J+1))/4.
XHZ2=(U*HZ(M,J)+(U+P)*HZ(M+1,J)+(U+P)*HZ(M+1,J+1)+U*
1 HZ(M,J+1))/4.
YHZ2=(Y*HZ(M,J)+Y*HZ(M+1,J)+(Y+P)*HZ(M+1,J+1)+(Y+P)*
1 HZ(M,J+1))/4.
CZ2= (HZ(M,J)+HZ(M+1,J)+HZ(M+1,J+1)+HZ(M,J+1))/4.
XHZ3=(U*HZ(M,L)+(U+P)*HZ(M+1,L)+(U+P)*HZ(M+1,L+1)+U*
1 HZ(M,L+1))/4.
YHZ3=(V*HZ(M,L)+V*HZ(M+1,L)+(V+P)*HZ(M+1,L+1)+(V+P)*
1 HZ(M,L+1))/4.
CZ3= (HZ(M,L)+HZ(M+1,L)+HZ(M+1,L+1)+HZ(M,L+1))/4.
XHZ4=(X*HZ(K,L)+(X+P)*HZ(K+1,L)+(X+P)*HZ(K+1,L+1)+X*
1 HZ(K,L+1))/4.
YHZ4=(V*HZ(K,L)+V*HZ(K+1,L)+(V+P)*HZ(K+1,L+1)+(V+P)*
1 HZ(K,L+1))/4.
CZ4= (HZ(K,L)+HZ(K+1,L)+HZ(K+1,L+1)+HZ(K,L+1))/4.
SXT = SXT + XHZ1 + XHZ2 + XHZ3 + XHZ4
SYT = SYT + YHZ1 + YHZ2 + YHZ3 + YHZ4
ST = ST + CZ1 + CZ2 + CZ3 + CZ4
21 CONTINUE
ST=ST*P*P

```

PAGE 5

```
SXT=SXT*P*P
SYT=SYT*P*P
WRITE(5,201) SXY,SYX,SXX,SYY,SXZ,SYZ,SX,SY,SZ,ST,SXT,SYT
SQM = SQRT(SXX**2 + SXZ**2 + SYZ**2)
PC = ABS(SXZ/SQM)
QC = ABS(SYZ/SQM)
RC = ABS(SXX/SQM)
COSRC=SQRT(1.-RC**2)
RI=ATAN(RC/COSRC)
RI= RI*180./PI
RD=ATAN(QC/PC)
D = RD*180./PI
MT = SQM/(2.*PI)
WRITE(5,200) D,RI,MT
GO TO 107
106 CALL EXIT
END
```

```

DIMENSION CAMP(2048),AUXX(64),AUXY(64),AUXZ(64)
DIMENSION INV(8),S(8),MM(3)
DEFINE FILE 1(32,300,U,IAR1)
DEFINE FILE 2(32,300,U,IAR2)
DEFINE FILE 3(32,300,U,IAR3)
DEFINE FILE 4(32,300,U,IART)
DEFINE FILE 5(32,300,U,IARX)
DEFINE FILE 6(32,300,U,IARY)
DEFINE FILE 7(32,300,U,IARZ)
IART = 1
IARX = 1
IARY = 1
IARZ = 1
IAR1 = 1
IAR2 = 1
IAR3 = 1
READ(8,401) NP
401 FORMAT(I2)
READ(8,400) TINC,TDEC
400 FORMAT(2F10.5)
WRITE(5,423) NP,TINC,TDEC
NPM = NP/2 + 1
NPD = 2*NP
PI = 3.1415927
TINC = TINC*PI/180.
TDEC = TDEC*PI/180.
PP = COS(TINC)*COS(TDEC)
QQ = COS(TINC)*SIN(TDEC)
RR = SIN(TINC)
DO 10 I=1,NPD
AUXX(I) = 0.
AUXY(I) = 0.
10 AUXZ(I) = 0.
DO 1 J=1,NP
L1 = (J-1)*NP + 1
L2 = J*NP
READ(4,IART)(CAMP(2*L-1),L=L1,L2)
DO 8 I=L1,L2
8 CAMP(2*I) = 0.
1 CONTINUE
MM(1) = 5
MM(2) = 5
MM(3) = 0
IFSET = -1
CALL HARM(CAMP,MM,INV,S,IFSET,IFERR)
UR= 0.
UI = 1.
SSXR = 0.
SSXI = 0.
SSYR = 0.
SSYI = 0.
SSZR = 0.
SSZI = 0.
K = 0

```

PAGE 3

```

      DO 500 N=1,NP
      DO 600 M=1,NP
      K = K+1
      IF(M-1) 2,3,2
3     IF(N-1) 2,600,2
2     RM = M-1
      RN=N-1
      IF(M-NPM)5,5,4
4     RM = -(NP+1 - M)
5     IF(N-NPM)7,7,6
6     RN = -(NP+1 - N)
7     PMN = SQRT(RM*RM+RN*RN)
      PQ = PP*RM+QC*RN
      DENR = PQ - UR*RR*PMN
      DENI = (-UI)*RR*PMN
      ADEN = DENR**2 + DENI**2
      AUXX(2*M-1) = (CAMP(2*K-1)*DENR + CAMP(2*K)*DENI)*RM/ADEN
      AUXX(2*M) = (-CAMP(2*K-1)*DENI + CAMP(2*K)*DENR)*RM/ADEN
      AUXY(2*M-1) = (CAMP(2*K-1)*DENR + CAMP(2*K)*DENI)*RN/ADEN
      AUXY(2*M) = (-CAMP(2*K-1)*DENI + CAMP(2*K)*DENR)*RN/ADEN
      AUXZ(2*M-1) = -(CAMP(2*K-1)*DENI - CAMP(2*K)*DENR)*PMN/ADEN
      AUXZ(2*M) = -(CAMP(2*K-1)*DENR + CAMP(2*K)*DENI)*PMN/ADEN
      SSXR = SSXR + AUXX(2*M-1)
      SSXI = SSXI + AUXX(2*M)
      SSYR = SSYR + AUXY(2*M-1)
      SSYI = SSYI + AUXY(2*M)
      SSZR = SSZR + AUXZ(2*M-1)
      SSZI = SSZI + AUXZ(2*M)
600  CONTINUE
      WRITE(5'IARX)(AUXX(IND),IND=1,NPD)
      WRITE(6'IARY)(AUXY(IND),IND=1,NPD)
      WRITE(7'IARZ)(AUXZ(IND),IND=1,NPD)
500  CONTINUE
      IARX = 1
      DO 15 J=1,NP
      L1 = (J-1)*NPD+ 1
      L2 = J*NPD
15   READ(5'IARX)(CAMP(L),L=L1,L2)
      CAMP(1) = -SSXR
      CAMP(2) = -SSXI
      IFSET=1
      CALL HARM(CAMP,MM,INV,S,IFSET,IFERR)
      DO 12 J=1,NP
      L1 = (J-1)*NP + 1
      L2 = J*NP
12   WRITE(1'IAR1) (CAMP(2*L-1),L=L1,L2)
      IARY = 1
      DO 16 J=1,NP
      L1 = (J-1)*NPD+ 1
      L2 = J*NPD
16   READ(6'IARY)(CAMP(L),L=L1,L2)
      CAMP(1) = -SSYR
      CAMP(2) = -SSYI
      CALL HARM(CAMP,MM,INV,S,IFSET,IFERR)

```

PAGE 4

```
DO 13 J=1,NP
L1 = (J-1)*NP + 1
L2 = J*NP
13 WRITE(2'IAR2')(CAMP(2*L-1),L=L1,L2)
IARZ = 1
DO 17 J=1,NP
L1 = (J-1)*NPD+ 1
L2 = J*NPD
17 READ(7'IARZ')(CAMP(L),L=L1,L2)
CAMP(1) = -SSZR
CAMP(2) = -SSZI
CALL HARM(CAMP,MM,INV,S,IFSET,IFERR)
DO 14 J=1,NP
L1 = (J-1)*NP + 1
L2 = J*NP
14 WRITE(3'IAR3')(CAMP(2*L-1),L=L1,L2)
CALL EXIT
END
```


REFERÊNCIAS

- BARANOV, B., 1957, A new method for interpretation of aeromagnetic maps: pseudo-gravimetric anomalies: Geophysics, v.22, n° 2, p. 359-383.
- BHATTACHARYYA, B.K., 1964, Magnetic anomalies due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization: Geophysics, v.29, n°4, p. 517-531.
- BHATTACHARYYA, B.K., 1966, A method for computing the total magnetization vector and the dimensions of a rectangular block-shaped body from magnetic anomalies: Geophysics, v.31, n°1, p. 74-96.
- BHATTACHARYYA, B.K., 1967, Some general properties of potential fields in space and frequency domains: a review: Geoexploration, v.5, p. 127-143.
- COOLEY, J.W. e TUKEY, J.W., 1965, An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series: Math. of computation, v.19, n°90, p. 297-301.
- GAY, S.P., 1963, Standard curves for interpretation of magnetic anomalies over long tabular bodies: Geophysics, v.28, n°2, p. 161-200.
- GRANT, F.S e MARTIN, L., 1966, Interpretation of aeromagnetic anomalies by the use of characteristic curves: Geophysics, v.21, n°1, p. 135-148.
- HALL, D.H., 1959, Direction of polarization determined from magnetic anomalies: Jour. Geoph. Research, v.64, p. 1945-1959.
- HARBAUGH, J.W. e MERRIAM, D.F., 1968, Computer applications in stratigraphic analysis: John Wiley & Sons, New York, 282 p.

- HELBIG, K., 1963, Some integrals of magnetic anomalies and their relation to the parameters of the disturbing body: Z. Geophysik, v.29, p. 83-96.
- HUTCHISON, R.D., 1958, Magnetic analysis by logarithmic curves : Geophysics, v.23, n°4, p. 749-769.
- JOHNSON, W.W., 1969, A least squares method of interpreting magnetic anomalies caused by two-dimensional structures: Geophysics, v.34, n°1, p. 65-74.
- LOURENÇO, J.S., 1972, Analysis of three-component magnetic data: Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley, USA.
- LOURENÇO, J.S. e MORRISON, H.F., 1973, Vector magnetic anomalies derived from measurements of a single component of the field: Geophysics, v.38, n°2, p. 359-368.
- McGRATH, P.H. e HOOD, P.J., 1970, The dipping dike case: a computer curve-matching method of magnetic interpretation: Geophysics, v.35, n°5, p. 831-848.
- NELDER, J.A. e MEAD, R., 1964, A simplex method for function minimization: Computer Journal, v.7, p. 308-313.
- PETERS, L.J., 1949, The direct approach to magnetic interpretation and its practical application: Geophysics, v.14, n°3, p. 308-313.
- REFORD, M.S., 1964, Magnetic anomalies over thin sheets: Geophysics, v.29, p. 532-536.
- SPELLIE, D.W., 1956, Elementary approximations in aeromagnetic interpretation: Geophysics, v.21, n°4, p. 1021-1040.
- VACQUIER, V., STEENLAND, N.C., HENDERSON, R.G. e ZIETZ, I., 1951, Interpretation of aeromagnetics maps: Geol. Soc. America Mem. 47, 151 p.
- WHITEHILL, D.E., 1973, Automated interpretation of magnetic anomalies using the vertical prism model: Geophysics, v.38, n°6, p. 1070-1087.