

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE MESTRADO

**INVERSÃO GRAVIMÉTRICA ESTÁVEL DO RELEVO DA BASE E DA
VARIAÇÃO DA DENSIDADE COM A PROFUNDIDADE EM ATERROS
SANITÁRIOS**

WLAMIR ABREU TEIXEIRA



BELÉM - PARÁ
2003



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**INVERSÃO GRAVIMÉTRICA ESTÁVEL DO RELEVO DA BASE E DA
VARIAÇÃO DA DENSIDADE COM A PROFUNDIDADE EM ATERROS
SANITÁRIOS**

TESE APRESENTADA POR

WLAMIR ABREU TEIXEIRA

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

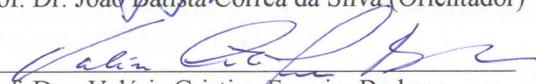
Data da aprovação: 21/10/2003

Nota: 97% (EXCELENTE)

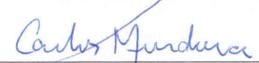
COMITÊ DE TESE:



Prof. Dr. João Batista Corrêa da Silva (Orientador)



Prof. Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa



Prof. Dr. Carlos Alberto Mendonça

BELÉM

2003



Prof. Dr. Milton José Porsani

Belém – Pará
2004

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal do Pará, através da Coordenação do Curso de Geofísica por oportunizar, até os dias de hoje, cursos de significativa importância para o desenvolvimento da pesquisa científica em nosso país.

Ao professor Dr. João Batista Corrêa da Silva por incentivar seus alunos a terem compromisso e dedicação na elaboração de trabalhos e, principalmente, no modo de conduzir a aprendizagem, incentivando o pensar para gerar um ensino de qualidade.

Aos membros da banca, Professora Dra. Valéria Cristina F. Barbosa e ao Professor Dr. Carlos Alberto Mendonça, não só pelo exame minucioso neste trabalho, como também pelas sugestões apresentadas.

Ao meu amigo Denis, pela cumplicidade nos estudos.

À minha família, que soube compreender os momentos de minha ausência.

SUMÁRIO

	p.
AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1 INTRODUÇÃO	3
2 METODOLOGIA	5
2.1 ABORDAGEM A: DETERMINAÇÃO DO RELEVO DA BASE DO ATERRO CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, O CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E O FATOR DE DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE.	5
2.2 ABORDAGEM B: DETERMINAÇÃO DO CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E DO FATOR DE DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, E O RELEVO DA BASE DO ATERRO.	7
3 TESTES COM DADOS SINTÉTICOS	9
3.1 AMBIENTE 1 (LIXÃO COM FLANCOS SUAVES, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 10 METROS E ANOMALIA MENOR QUE -0,8 MILIGAL).	9
3.1.1 Delineamento da base do lixão conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.	9
3.1.2 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.	10
3.1.2.1 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1.	14
3.2 AMBIENTE 2 (LIXÃO COM FLANCOS ABRUPTOS, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 10 METROS E ANOMALIA MENOR QUE -0,8 MILIGAL).	15
3.2.1 Delineamento da base do lixão conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.	15
3.2.2 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.	16
3.2.2.1 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1.	20

3.3	AMBIENTE 3 (LIXÃO COM FLANCOS SUAVES, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 15 METROS E ANOMALIA MENOR QUE -1 MILIGAL).	21
3.3.1	Delineamento da base do lixão conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.	21
3.3.2	Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.	22
3.3.2.1	Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1.	25
3.4	AMBIENTE 4 (LIXÃO COM FLANCOS SUAVES, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 5 METROS E ANOMALIA MENOR QUE -0,4 MILIGAL).	26
3.4.1	Delineamento da base do lixão de flanco suave conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.	26
3.4.2	Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.	27
3.4.2.1	Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1.	29
4	APLICAÇÃO A DADOS REAIS	30
4.1	O ATERRO SANITÁRIO DA FAZENDA THOMAS	30
4.2	DETERMINAÇÃO DO CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E DO DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, E O RELEVO DA BASE DO ATERRO.	31
4.2.1	Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1.	36
4.3	DELINEAMENTO DA BASE DO ATERRO SANITÁRIO DA FAZENDA THOMAS CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, O CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E O DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE.	39
5	CONCLUSÕES	40
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42

RESUMO

O presente trabalho apresenta um método que utiliza uma função hiperbólica para descrever o decaimento do contraste de densidade com a profundidade em aterros sanitários e lixões, e consiste de duas abordagens: (1) o mapeamento da base de um lixão ou de um aterro sanitário conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o fator de decaimento do contraste de densidade com a profundidade; (2) estimação do contraste de densidade na superfície e o fator de decaimento do contraste de densidade com a profundidade a partir do conhecimento da anomalia gravimétrica e do relevo da base do lixão ou do aterro sanitário; uma variante desta última abordagem utiliza os valores conhecidos de profundidade desses ambientes para gerar a anomalia ajustada e estimar o valor do contraste de densidade na superfície e o fator de decaimento do contraste com a profundidade através da minimização da norma Euclidiana do vetor de resíduos entre as observações e o ajuste. Em ambas abordagens o modelo interpretativo é representado por um conjunto de prismas retangulares justapostos, cujas espessuras são os parâmetros a serem determinados. As soluções encontradas através das duas abordagens são estáveis devido à incorporação de informação sobre a suavidade do relevo estimado. O método foi aplicado a dados sintéticos produzidos pela simulação de aterros sanitários e lixões com até 15 m de profundidades e de relevos suaves. Os resultados das interpretações gravimétricas foram consistentes e revelaram a eficácia do método tanto na abordagem (1) como na abordagem (2). O método também foi aplicado à anomalia Bouguer residual do aterro sanitário da Fazenda Thomas, Indiana, USA, indicando que o contraste de densidade do aterro pode ou ser constante ou apresentar variação máxima de $0,09 \text{ g/cm}^3$.

ABSTRACT

The present method assumes a decrease in the density contrast of a sedimentary basin according to a hyperbolic law in a waste landfill and uses two approaches: (1) the estimation of the bottom of a waste landfill assuming that the gravity anomaly, the density contrast at the surface and the decaying factor of the density contrast with depth are known; (2) the estimation of the density contrast at the surface and of the decaying factor of the density contrast with depth, assuming that the gravity anomaly and the relief of the waste landfill bottom are known. A variation of the latter approach consists in using the known depth values to the landfill bottom to produce a fitted gravity anomaly and estimate the density contrast at the surface and the decaying factor of the density contrast with depth via minimization of the Euclidean norm of the residual vector between the observed and fitted anomalies. In both cases the interpretation model is a set of vertical rectangular 2D prisms whose thicknesses are parameters to be estimated and represent the depth to the interface separating sediments and basement. The solutions of both problems are stable because of the incorporation of additional a priori information about the smoothness of the estimated relief. The presented method was applied to synthetic data produced by simulated waste landfills having maximum depth to the bottom smaller than 15 m and presenting smooth relief. The results were consistent and demonstrated the effectiveness of the method in both approaches. The method was also applied to the residual Bouguer anomaly from the Thomas Farm, Indiana, USA, leading to the conclusion that the density contrast of the landfill is either constant or present a maximum variation of about 0.09 g/cm^3 .

1 INTRODUÇÃO

O mapeamento do relevo de uma interface, separando dois meios a partir da anomalia gravimétrica pode ser aplicado ao delineamento da base da crosta terrestre (Beltrão et al., 1997), da base de uma bacia sedimentar (Barbosa et al., 1997) ou da base de um lixão ou aterro sanitário (Roberts et al., 1991). O contraste de densidade entre os dois meios pode ser considerado constante ou variável com a profundidade.

No caso de bacias sedimentares, tanto contrastes de densidade constantes como dependentes da profundidade têm sido postulados. Neste último caso, diversas leis de variação da densidade com a profundidade têm sido utilizadas para o mapeamento do relevo do embasamento. Cordell (1973) e Chai & Hinze (1988) presumiram que o contraste de densidade varia exponencialmente com a profundidade dos sedimentos, enquanto que Murthy & Rao (1979) admitiram que o contraste de densidade diminui linearmente com a profundidade. Bhaskara Rao (1986) usou uma função quadrática e Litinsky (1989) utilizou uma função hiperbólica, enquanto que Rao et al., (1993) utilizaram uma função parabólica.

O método gravimétrico tem amplas aplicações no estudo de engenharia e meio ambiente (Hinze, 1990). Ele é potencialmente útil no estudo de aterros sanitários e lixões devido ao depósito de lixo ter densidade substancialmente menor que a rocha encaixante. Entretanto, o método gravimétrico tem sido usado na investigação de lixões, principalmente para determinar a profundidade e a configuração do fundo dos lixões (Rodrigues, 1987; Kick, 1989) ou para determinar o contraste de densidade (presumido constante) a partir do conhecimento da topografia do fundo (Roberts et al., 1991). No caso de aterros sanitários, essa informação é mais fácil de ser obtida, já que tais locais são preparados para minimizar impactos ambientais, necessitando, portanto, de um levantamento topográfico plani-altimétrico objetivando a observância da norma ABNT NBR 8.419/1984, que estabelece uma distância mínima de 2 metros entre o fundo do aterro sanitário e o lençol freático.

Neste trabalho apresentamos um método de interpretação gravimétrica para caracterização de aterros sanitários e lixões. Presume-se que o contraste de densidade varia com a profundidade segundo uma lei hiperbólica. O método consiste de duas abordagens. A primeira é o mapeamento da base de um lixão ou de um aterro sanitário conhecendo-se a anomalia

gravimétrica, o contraste de densidade na superfície, $\Delta\rho_o$, e o fator de decaimento, β , do contraste de densidade com a profundidade. As soluções são estabilizadas minimizando-se a primeira derivada horizontal do relevo a ser estimado. A segunda abordagem consiste da estimação de $\Delta\rho_o$ e β a partir do conhecimento da anomalia gravimétrica e do relevo da base do lixão ou do aterro sanitário. Nesta abordagem, a estimação dos dois parâmetros descrevendo a variação da densidade com a profundidade é efetuada via mapeamento no plano $\Delta\rho_o \times \beta$ do mínimo da combinação positiva das normas de dois resíduos: o primeiro entre as observações e o ajuste produzido pelo relevo estimado e o segundo entre o relevo verdadeiro (presumivelmente conhecido) e o relevo estimado.

O método proposto foi aplicado a dados sintéticos produzidos por quatro ambientes simulados, mostrando que, para estimar os parâmetros $\Delta\rho_o$ e β de forma estável a precisão requerida no conhecimento a priori do relevo é de 0,018 m para aterros com espessuras em torno de 5 m e 0,03 m para espessuras no entorno de 10 m a 15 m. Se os parâmetros $\Delta\rho_o$ e β são conhecidos ou presumidos a priori, o relevo da base do aterro é estimado de modo estável mesmo com erros nas observações da ordem de 0,006 mGal para aterros com espessuras no entorno de 5 m e 0,01 mGal para espessuras no entorno de 10 m a 15 m.

O método também foi aplicado à anomalia Bouguer do aterro sanitário da Fazenda Thomas, localizado a oeste de West Lafayette, Indiana, USA. Os resultados obtidos apontam para um contraste de densidade ou virtualmente constante ou com variação máxima de 0,09 g/cm³.

2 METODOLOGIA

2.1 ABORDAGEM A: DETERMINAÇÃO DO RELEVO DA BASE DO ATERRO CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, O CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E O FATOR DE DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE.

Seja um aterro sanitário cujo contraste de densidade $\Delta\rho$ decresce com a profundidade de acordo com uma lei hiperbólica (Litinsky, 1989)

$$\Delta\rho(z) = \frac{\Delta\rho_0 \beta^2}{(\beta + z)^2}, \quad (1)$$

em que $\Delta\rho_0$ é o contraste de densidade na superfície e β é um fator relacionado à variação do contraste de densidade com a profundidade, expresso em unidade de comprimento. Presume-se que o aterro separa-se da rocha encaixante por uma superfície arbitrária S e que ele pode ser aproximado localmente por um conjunto de M prismas bidimensionais, verticais e justapostos, cujos topos coincidem com a superfície do terreno (Figura 1).

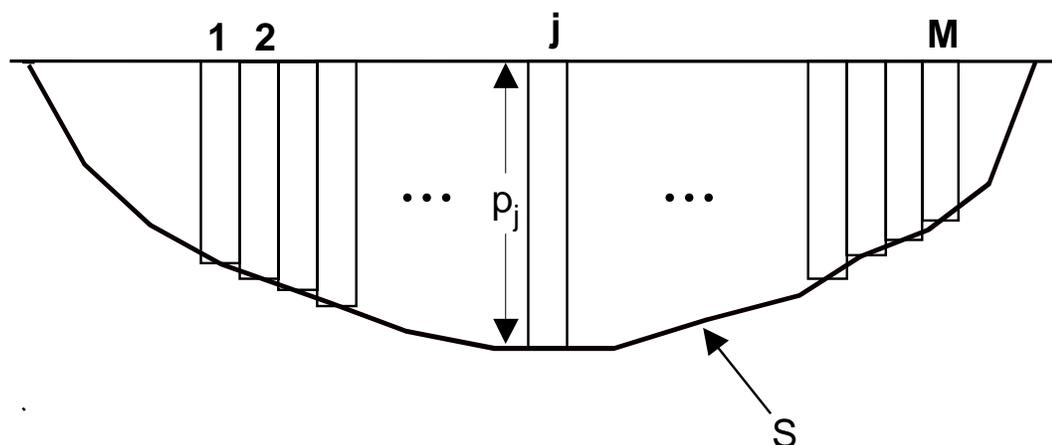


Fig.1. Conjunto de M prismas verticais justapostos utilizado para a interpretação da interface S entre o aterro sanitário e seu substrato.

As espessuras dos prismas são os parâmetros a serem determinados e estão relacionados à anomalia gravimétrica g_i através da relação não linear

$$g_i = \sum_{j=1}^M F(p_j, \Delta\rho_0, \beta, r_i), \quad i = 1, 2 \dots N, \quad (2)$$

em que $F(p_j, \Delta\rho_0, \beta, r_i)$ é uma função não linear que fornece a anomalia no ponto definido pelo vetor-posição r_i , produzida por um prisma com espessura p_j e contraste de densidade variando de acordo com a equação (1) (Visweswara-Rao et al., 1994). O termo g_i define o i -ésimo elemento do vetor $\mathbf{g} \equiv \mathbf{g}(\mathbf{p}) \equiv [g_1, g_2, \dots, g_N]^T$, contendo a anomalia computada através do modelo interpretativo definido de modo único pelo vetor de parâmetros $\mathbf{p} \equiv [p_1, p_2, \dots, p_M]^T$.

Uma solução estável do problema de estimar \mathbf{p} a partir do vetor $\mathbf{g}^o \equiv [g_1^o, g_2^o, \dots, g_N^o]^T$, contendo N observações da anomalia gravimétrica, pode ser obtida minimizando o funcional

$$\frac{1}{M-1} \|\mathbf{R}\mathbf{p}\| \quad (3)$$

sujeito a

$$\frac{1}{N} \|\mathbf{g}^o - \mathbf{g}(\mathbf{p})\|^2 = \delta, \quad (4)$$

em que \mathbf{R} é o operador discreto de primeiras derivadas horizontais e δ é o erro médio quadrático esperado para as realizações da variável aleatória que contaminam as observações. A solução desse problema é obtida via multiplicadores de Lagrange, definindo-se uma função $\tau(\mathbf{p})$ a ser minimizada incondicionalmente como

$$\tau(\mathbf{p}) = \frac{1}{N} \|\mathbf{g}^o - \mathbf{g}\| + \mu \frac{1}{M} \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|, \quad (5)$$

em que μ é o inverso do multiplicador de Lagrange. O mínimo $\hat{\mathbf{p}}$ do funcional (5) é obtido através do método de Marquardt, empregando-se a aproximação de Gauss-Newton para a matriz Hessiana do funcional (4) em cada iteração (Silva et al., 2001).

2.2 ABORDAGEM B: DETERMINAÇÃO DO CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E DO FATOR DE DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, E O RELEVO DA BASE DO ATERRO.

Mantendo a mesma nomenclatura e definições da seção anterior, suponhamos que a profundidade da base do aterro S seja conhecida em L pontos discretos, definindo o vetor

$$\mathbf{h}^o \equiv [h_1^o, h_2^o, \dots, h_L^o]^T.$$

Do conhecimento de \mathbf{h}^o e \mathbf{g}^o , queremos estimar $\Delta\rho_o$ e β . Para tanto, definimos a função

$$\Phi(\Delta\rho_o, \beta) = 100 \left[(1 - \lambda) \frac{1}{L} \|\mathbf{h}^o - \hat{\mathbf{p}}_L(\Delta\rho_o, \beta)\|^2 + \lambda \frac{1}{N} \|\mathbf{g}^o - \mathbf{g}(\Delta\rho_o, \beta)\|^2 \right] \quad (6)$$

em que $\hat{\mathbf{p}}_L$ é o vetor de estimativas das profundidades da interface S , obtido através da minimização do funcional (5) e λ é um parâmetro que controla a importância das observações geofísicas na determinação dos parâmetros $\Delta\rho_o$ e β em relação à informação geológica (conhecimento do relevo) através da combinação convexa definida na equação (6). Caso alguma das L posições, onde a profundidade da interface é conhecida, não coincida com nenhuma das posições dos centros dos prismas do modelo interpretativo, uma interpolação é feita entre as estimativas $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_M$ mais próximas ao ponto onde a profundidade é conhecida.

Como a função $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ depende apenas de dois parâmetros, a estimação desses parâmetros é feita através do mapeamento discreto de $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ no plano $\Delta\rho_o \times \beta$ para intervalos de $\Delta\rho_o$ e β pré-estabelecidos pelo usuário. Essa abordagem apresenta a vantagem de permitir a obtenção não só de estimativas para $\Delta\rho_o$ e β , como também de uma visualização de possíveis regiões de ambigüidade através da plotagem das curvas de isovalores de Φ . Mostramos abaixo os passos deste algoritmo:

- 1) Dado um par de variáveis β e $\Delta\rho_o$ conhecidos a priori, estimam-se as M profundidades via o funcional (5) determinando-se o valor ótimo da variável μ (inverso do multiplicador de Lagrange). Conseqüentemente temos também estimativas das profundidades nas posições correspondentes as L profundidades conhecidas a priori

- 2) Em seguida, calcula-se o funcional (6) e
- 3) Plota-se este valor no gráfico $\beta \times \Delta\rho_o$

Caso haja suspeita que os intervalos de $\Delta\rho_o$ e β estabelecidos sejam muito grandes, podendo causar mínimos espúrios, o método de Marquardt é usado para encontrar o par $(\Delta\rho_o, \beta)$ que minimiza o funcional (6), adotando-se como aproximações iniciais os valores ótimos de $\Delta\rho_o$ e β obtidos no mapeamento discreto.

No caso da superfície S ser muito bem conhecida em toda sua extensão, uma variante dessa abordagem, aqui denominada variante B1, consiste em usar os valores conhecidos \mathbf{h}^o para gerar a anomalia ajustada $\mathbf{g}(\Delta\rho_o, \beta, \mathbf{h}^o)$ e estimar os valores de $\Delta\rho_o$ e β como os minimantes da função.

$$\Phi(\Delta\rho_o, \beta) = \frac{1}{N} \left\| \mathbf{g}^o - \mathbf{g}(\Delta\rho_o, \beta, \mathbf{h}^o) \right\|^2. \quad (7)$$

Essa variante foi empregada por Roberts et al. (1991) presumindo densidade constante (equivalente a β infinito) para a determinação da densidade de um aterro sanitário.

3 TESTES COM DADOS SINTÉTICOS

Em todos os testes descritos nessa seção, soluções estáveis, para o caso da abordagem A , foram obtidas do seguinte modo. Inicialmente, a anomalia teórica foi contaminada com J diferentes seqüências de ruído pseudo-aleatório. A seguir, cada anomalia foi invertida com o mesmo inverso do multiplicador de Lagrange, μ , produzindo diferentes soluções $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_J$. O processo foi então repetido para μ variando desde valores muito pequenos até o menor valor que produz discrepâncias entre as soluções $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_J$ compatíveis com a precisão desejada pelo intérprete para a determinação das profundidades.

Para os casos da abordagem B e da variante B1, o procedimento para determinação de soluções estáveis é semelhante ao descrito acima, contaminando-se além das anomalias, as profundidades conhecidas da base do aterro.

No caso da abordagem B e para $L = N$, apesar do conhecimento de todo o relevo, usamos o funcional (6) para analisar a contribuição deste conhecimento (primeiro termo do funcional (6)) relativamente ao conhecimento da anomalia (segundo termo do funcional (6)) na determinação dos parâmetros $\Delta\rho_0$ e β . Para tanto, o parâmetro λ foi variado de zero até um valor que ainda produzisse soluções estáveis.

Para investigar se é necessário o conhecimento de todo o relevo do lixão para se estimar a lei de decaimento da propriedade física de modo estável, duas situações serão simuladas no caso da abordagem B : na primeira o relevo é presumivelmente conhecido em um número L de pontos igual ao número de observações ($L=N$); na segunda, $L < N$. No caso da variante B1, apenas $L=N$ é considerado.

Os testes sintéticos foram aplicados a quatro ambientes denominados: Ambiente 1, Ambiente 2, Ambiente 3 e Ambiente 4, os quais descrevemos a seguir.

3.1 AMBIENTE 1 (LIXÃO COM FLANCOS SUAVES, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 10 METROS E ANOMALIA MENOR QUE -0,8 MILIGAL).

3.1.1 Delineamento da base do lixão conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.

A Figura 2a mostra 31 observações da anomalia gravimétrica (cruzes) produzidas por um aterro simulado (linha contínua na Figura 2b) com contraste de densidade na superfície, $\Delta\rho_0$, de

$-1,95 \text{ g/cm}^3$ e fator de decaimento da densidade com a profundidade, β , de 100 m. As observações foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,01 mGal. O modelo interpretativo consiste de 31 prismas justapostos, todos possuindo a mesma largura de 8,1 m e situados no intervalo $x \in [0 \text{ m}, 250 \text{ m}]$. As coordenadas horizontais dos centros de cada prisma coincidem com as coordenadas das observações.

O relevo invertido com $\mu = 35$ e valores corretos de $\Delta\rho_o$ e β , é mostrado na Figura 2b em linha quebrada, indicando que o método produz bons resultados.

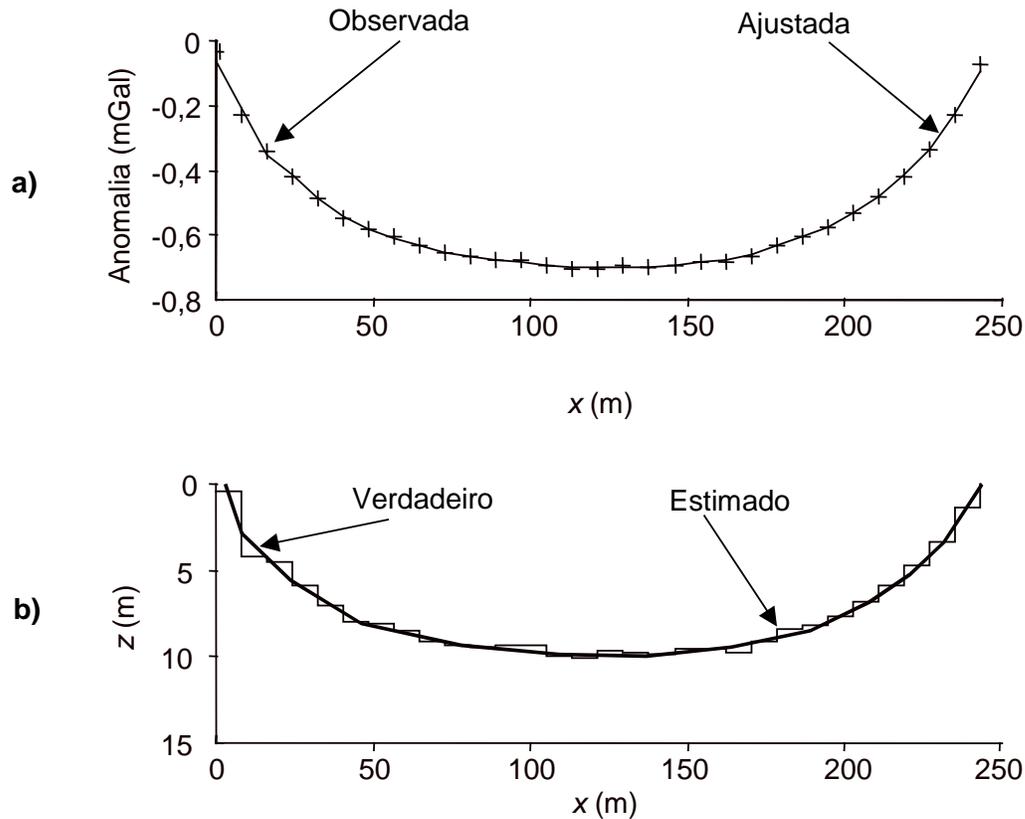


Fig. 2. Ambiente 1. Anomalia gravimétrica (a) produzida pelo aterro (b) mostrado em linha contínua. O relevo estimado via minimização do funcional (5) é mostrado pela linha quebrada.

3.1.2 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.

Nessa abordagem foram empregados: o mesmo modelo de aterro, a mesma anomalia, o mesmo modelo interpretativo e a mesma perturbação das observações empregados na abordagem anterior. Adicionalmente, o relevo foi perturbado com ruído pseudo aleatório Gaussiano com

média nula e desvio padrão de 3 cm. Para produzir o mapeamento discreto da função $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (6)), esta foi avaliada numa malha definida pelos intervalos de $\Delta\rho_o \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$ com espaçamento de $0,05 \text{ g/cm}^3$ e $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$ com espaçamento de 40 m. Os valores verdadeiros de $\Delta\rho_o$ e β são, respectivamente, $-1,95 \text{ g/cm}^3$ e 100 m. Para o processo de inversão, duas situações foram simuladas: na primeira ($L=N$); na segunda, $L < N$. Em ambos os casos analisamos o efeito de presumir para o parâmetro λ (equação (6)) valores nulos ou valores máximos que ainda produzam soluções estáveis.

Caso $L=N$.- Partindo de $\lambda = 0$, obtivemos uma solução estável com $\mu = 35$. Em seguida, aumentamos λ gradativamente e obtivemos $\lambda = 0,13$ como o máximo valor que ainda produz soluções estáveis para $\Delta\rho_o$ e β (Figura 3). Note que além de estável, a solução obtida coincide com a verdadeira.

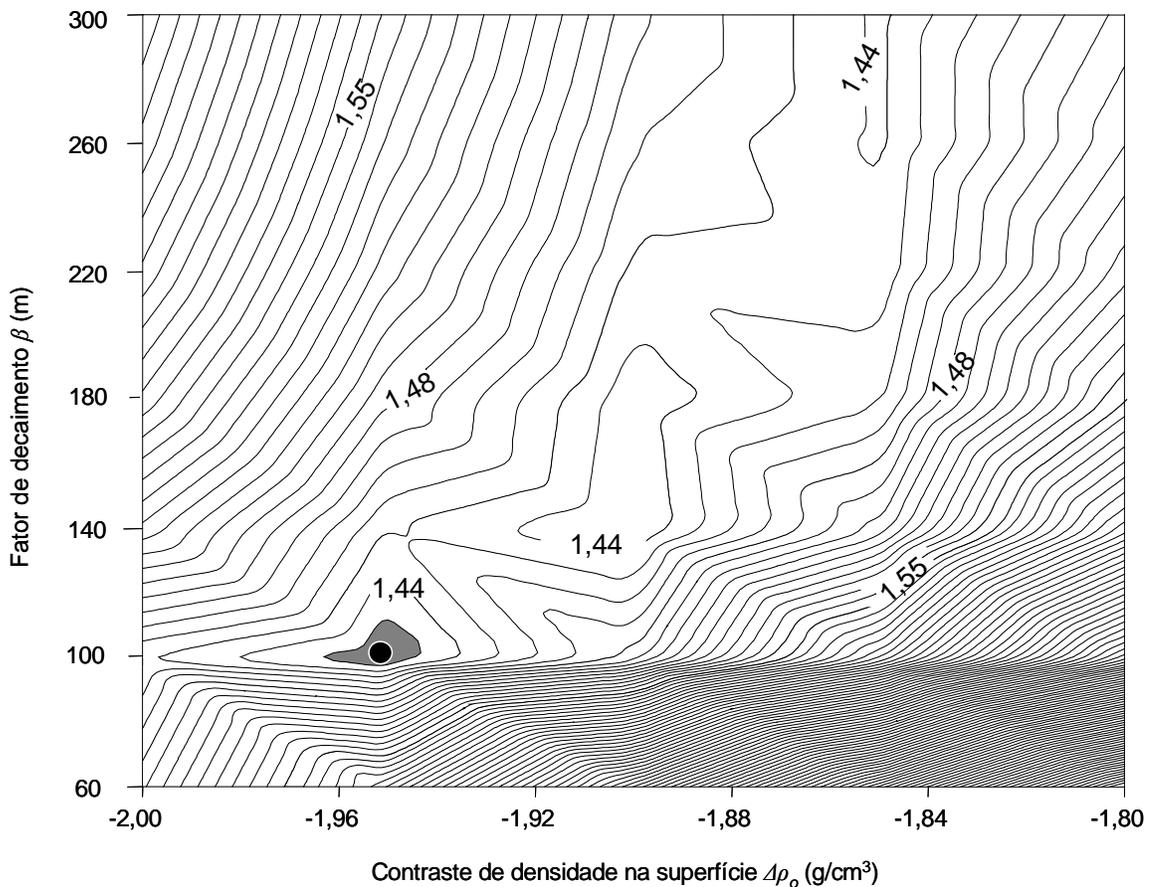


Fig.3. Ambiente 1. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu = 35$, $\lambda = 0,13$ e $L = 31$, $\Delta\rho_o \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$.

Caso $L < N$.- Presumindo $\lambda = 0$, foi necessária informação somente sobre a profundidade em 16 posições da base do aterro, ocupando a parte central da anomalia, para estabilizar a solução. No entanto, a solução encontrada não coincide com a verdadeira. Os valores encontrados para o par $(\Delta\rho_o, \beta)$ foram $-1,85 \text{ g/cm}^3$ e 220 m respectivamente. Para $L < 16$ a solução apresentou-se instável. Por outro lado, com $\mu = 35$, $\lambda = 0,13$, $16 \leq L < 31$, e observações em posições centrais e com espaçamento de 8,1 m as soluções são estáveis e iguais à verdadeira. Quando $12 \leq L < 16$ (observações em posições centrais e com espaçamento de 8,1m), obtivemos soluções estáveis, mas diferentes da verdadeira. A Figura 4 mostra essa situação quando $L = 12$. A estimativa dos parâmetros $\Delta\rho_o, \beta$ foram as mesmas obtidas na situação $\lambda = 0$ e $L = 16$. Para $L < 12$, as soluções são instáveis.

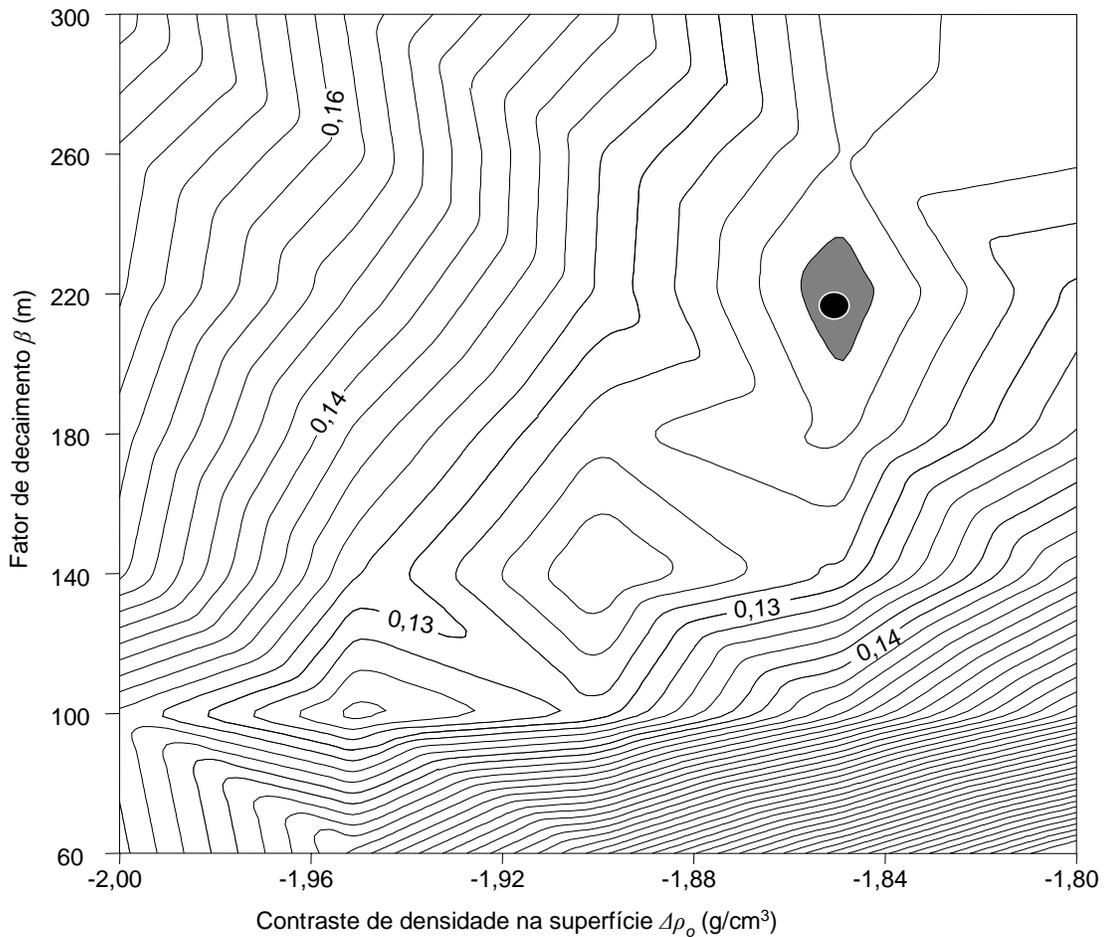


Fig.4. Ambiente 1. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu = 35$, $\lambda = 0,13$, $L = 12$, $\Delta\rho_o \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$

Trabalhando com um número L de pontos do relevo conhecido menor que o número de observações ($L < N$) e com a informação somente do relevo ($\lambda = 0$), conseguimos estabilizar a solução utilizando um número L de pontos desse relevo (em posições centrais e espaçados de 8,1 m) equivalente a 51% do número de observações. Por outro lado, se a informação do campo for incorporada ($\lambda = 0,13$), a estabilização da solução é conseguida utilizando um número L de pontos desse relevo (em posições centrais e espaçados de 8,1 m) equivalente a 40% do número de observações. Valores de λ maiores que 0,13 produzem soluções instáveis. Os resultados acima mostram que a determinação estável de $\Delta\rho_o$ e β necessita tanto das observações gravimétricas como da informação a priori sobre o relevo.

A Figura 5 mostra a variação do contraste de densidade com a profundidade para $\Delta\rho_o = -1,95 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 100 \text{ m}$.

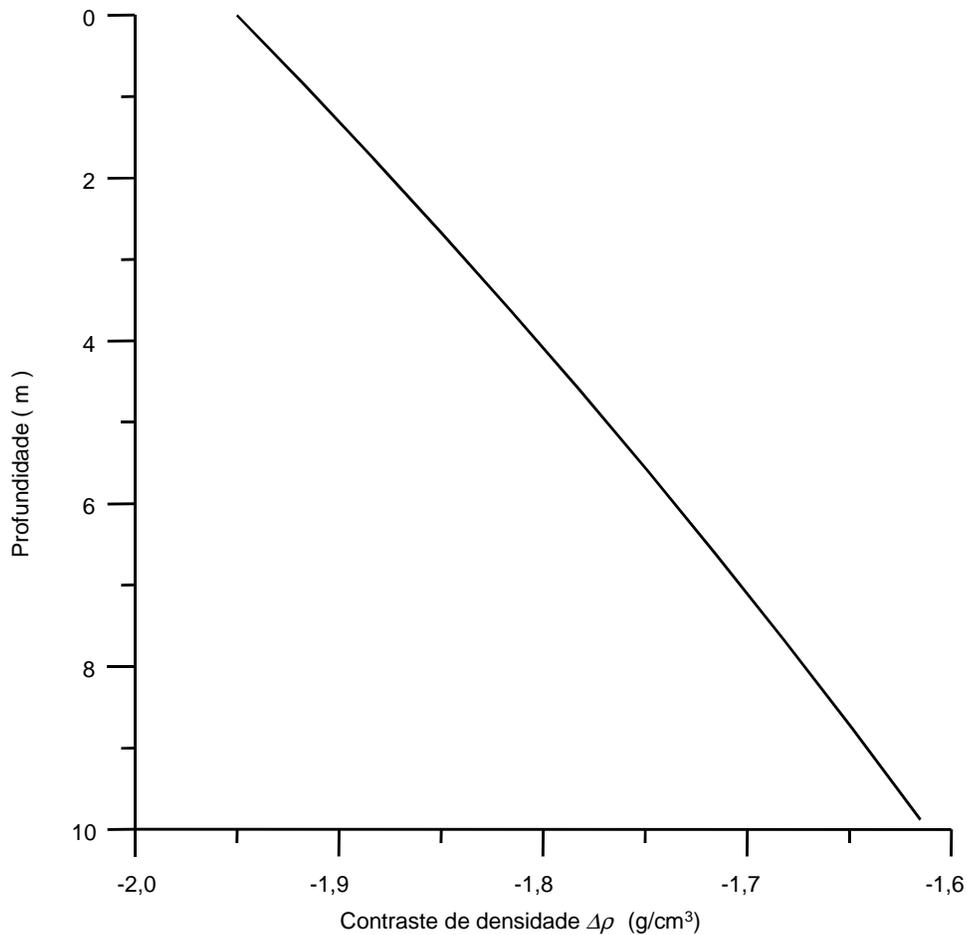


Fig.5. Ambiente 1. Contraste de densidade decaindo com a profundidade para $\Delta\rho_o = -1,95 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 100 \text{ m}$.

3.1.2.1 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1

O escalar $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (7)), foi mapeado em função de $\Delta\rho_o$ e β , usando-se para \mathbf{g}^0 a anomalia da Figura 2a e obtendo-se para cada valor de $\Delta\rho_o$ e β , a anomalia $\mathbf{g}(\Delta\rho_o, \beta, \mathbf{h}^0)$ com as profundidades conhecidas \mathbf{h}^0 do relevo verdadeiro do aterro (Figura 2b) e as observações perturbadas com ruídos pseudo aleatórios Gaussianos, com médias nulas e desvios padrões de 3 cm e 0.01 mGal, respectivamente. Aplicando à anomalia da Figura 2a a variante B1 descrita na metodologia, obtivemos os resultados mostrados na Figura 6 quando $L = N$. A solução obtida é estável e coincide com a verdadeira.

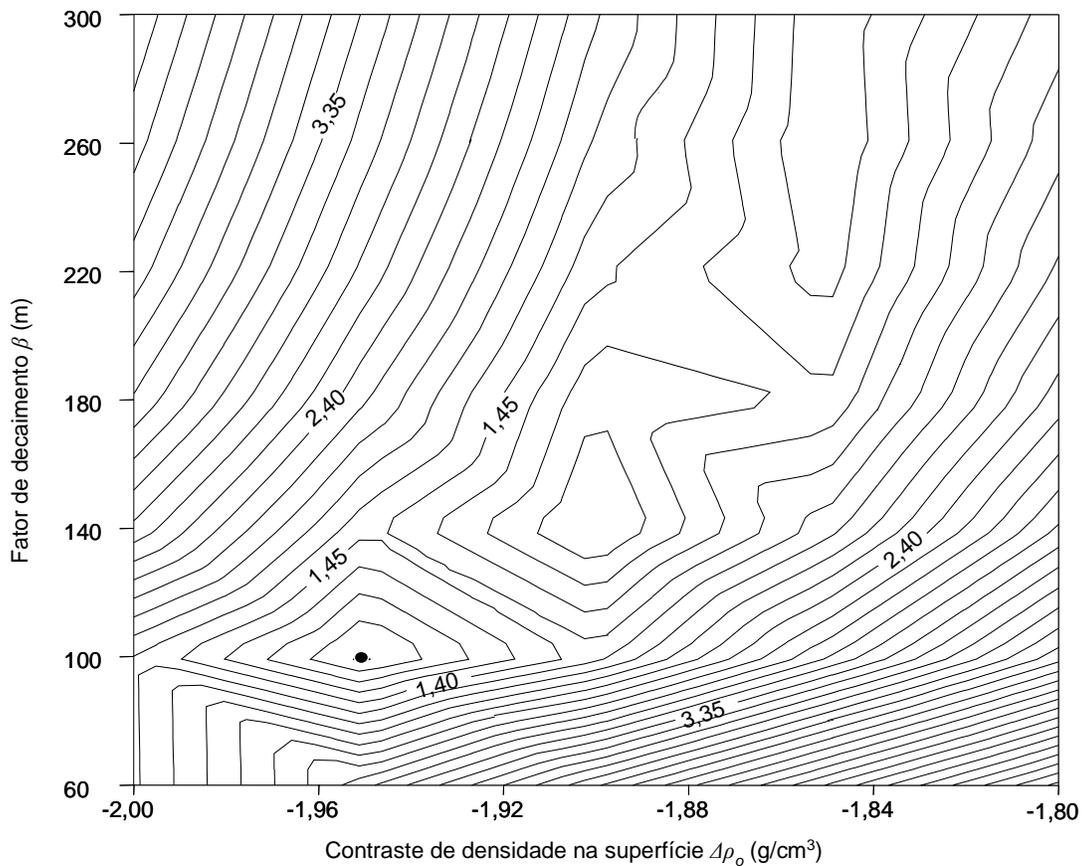


Fig.6. Ambiente 1. Curvas de isovalores do funcional (7) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $L = 31$, $\Delta\rho_o \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$

3.2 AMBIENTE 2 (LIXÃO COM FLANCOS ABRUPTOS, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 10 METROS E ANOMALIA MENOR QUE -0,8 MILIGAL).

3.2.1 Delineamento da base do lixão conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.

A Figura 7a mostra 31 observações da anomalia gravimétrica (cruzes) produzidas por um lixão (linha contínua na Figura 7b) com contraste de densidade na superfície ($\Delta\rho_o$) de $-1,95 \text{ g/cm}^3$ e razão de decaimento da densidade com a profundidade (β) de 80 m. As observações foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,01 mGal. O modelo interpretativo consiste de 31 prismas justapostos, com largura de 8,1 m cada, situados no intervalo de $x \in [0 \text{ m}, 250 \text{ m}]$. As coordenadas horizontais dos centros de cada prisma coincidem com as coordenadas das observações.

A Figura 7b mostra o relevo invertido (linha quebrada) com $\mu = 36$ e valores corretos de $\Delta\rho_o$ e β , indicando que o método produz resultados satisfatórios.

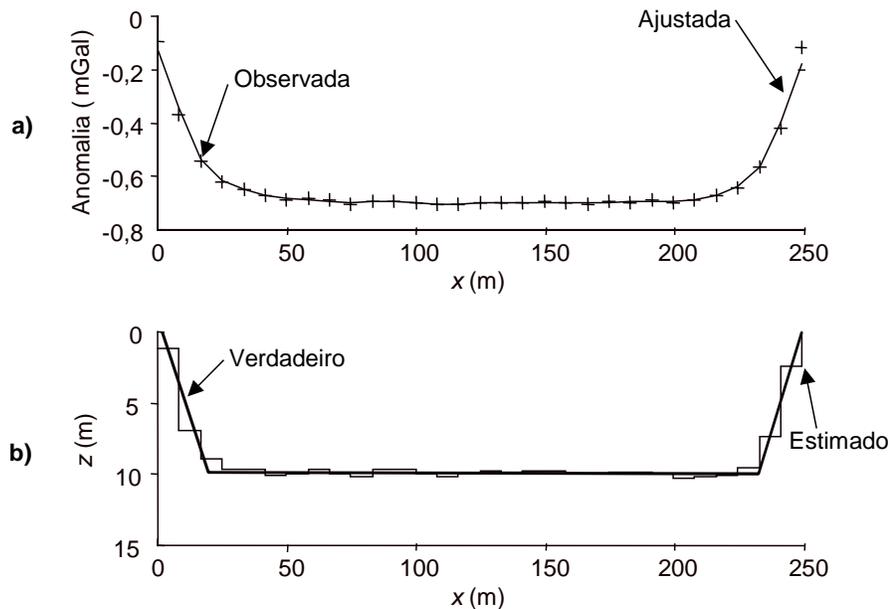


Fig. 7. Ambiente 2. Anomalia gravimétrica (*a*) produzida pelo aterro (*b*) mostrado em linha contínua. O relevo estimado via minimização do funcional (5) é mostrado pela linha quebrada.

3.2.2 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.

Nessa abordagem foram empregados: o mesmo modelo de aterro, a mesma anomalia, o mesmo modelo interpretativo e a mesma perturbação das observações empregados na abordagem anterior. Adicionalmente, o relevo foi perturbado com ruído pseudo aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 3 cm. O mapeamento discreto da função $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (6)), foi obtido para $\Delta\rho_o \in [-2,1 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$ com espaçamento de $0,05 \text{ g/cm}^3$ e $\beta \in [40 \text{ m}, 280 \text{ m}]$ com espaçamento de 40 m (os valores verdadeiros de $\Delta\rho_o$ e β são respectivamente $-1,95 \text{ g/cm}^3$ e 80 m).

Caso $L = N$. – Primeiramente atribuímos o valor zero a λ e obtivemos uma solução estável com $\mu = 36$. Em seguida, aumentamos λ gradativamente até atingir o valor 0,1, ainda produzindo soluções estáveis para $\Delta\rho_o$ e β . As soluções obtidas para essas situações coincidem com a verdadeira tanto para $\lambda = 0$ como $\lambda = 0,1$.

Caso $L < N$. – Para $\lambda = 0$, $11 \leq L < 31$ e as observações em posições centrais e com espaçamento de 8,3 m, as soluções são estáveis e iguais à verdadeira. A Figura 8 mostra que a solução é estável mesmo quando $L = 10$, com espaçamento de 8,3 m, e as informações sobre a profundidade da base do aterro ocupam a parte central da anomalia. No entanto, os valores encontrados para o par $\Delta\rho_o$ e β foram $-1,85 \text{ g/cm}^3$ e 120 m respectivamente. Esses mesmos valores foram encontrados quando as informações de profundidades da base do aterro ocuparam as posições ímpares (1, 3...29, 31). Para $L < 10$ as soluções são sempre instáveis.

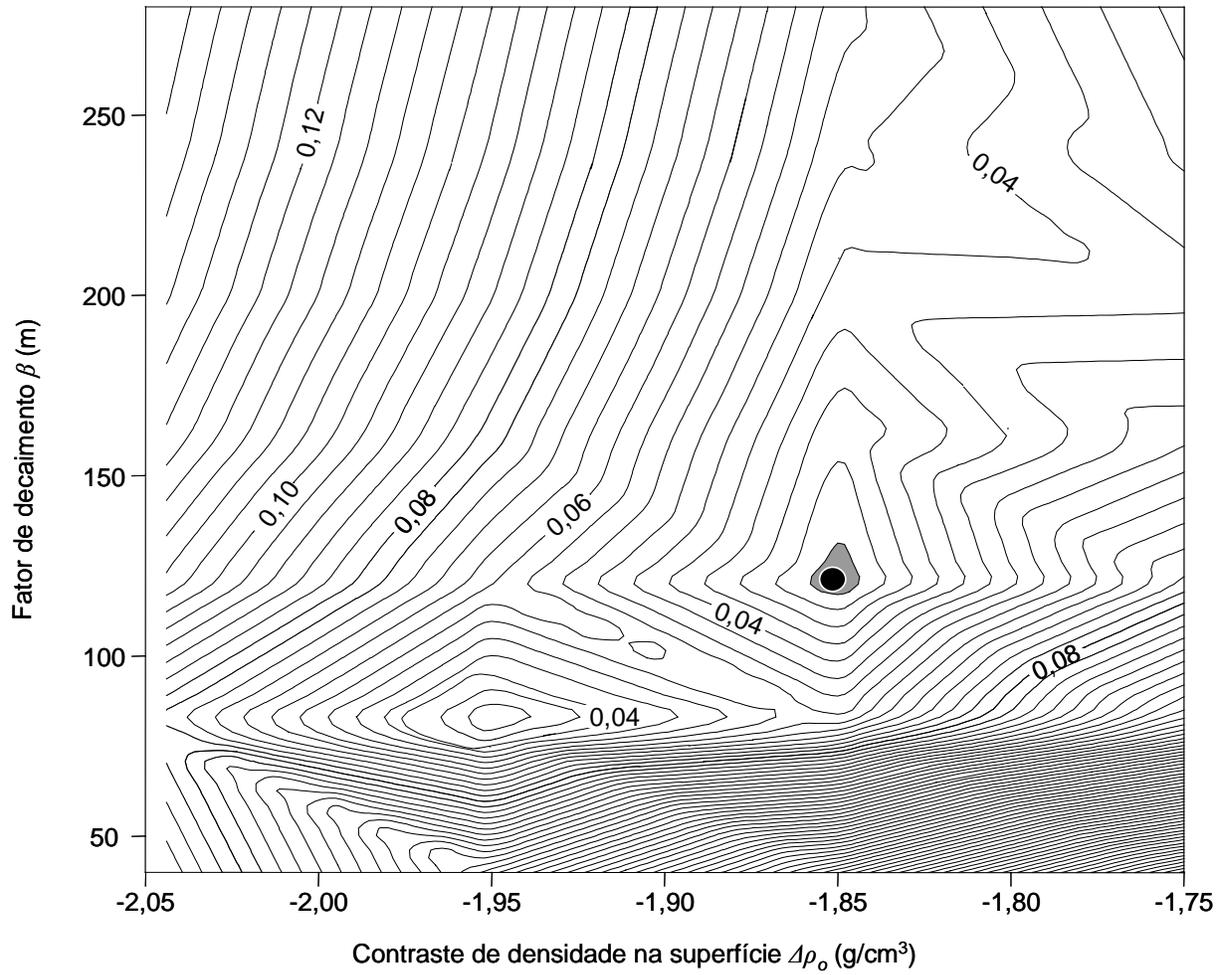


Fig.8. Ambiente 2. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu=36$, $\lambda=0$, $L=10$, $\Delta\rho_o \in [-2,05 \text{ g}/\text{cm}^3, -1,75 \text{ g}/\text{cm}^3]$, $\beta \in [40 \text{ m}, 280 \text{ m}]$

Por outro lado, com $\lambda = 0,1$, mesmo fazendo $6 \leq L < 31$ e observações em posições centrais com espaçamento de 8,3 m, obtêm-se soluções estáveis e iguais à verdadeira. A Figura 9 mostra essa situação quando $L = 6$. Para $L < 6$ as soluções são sempre instáveis

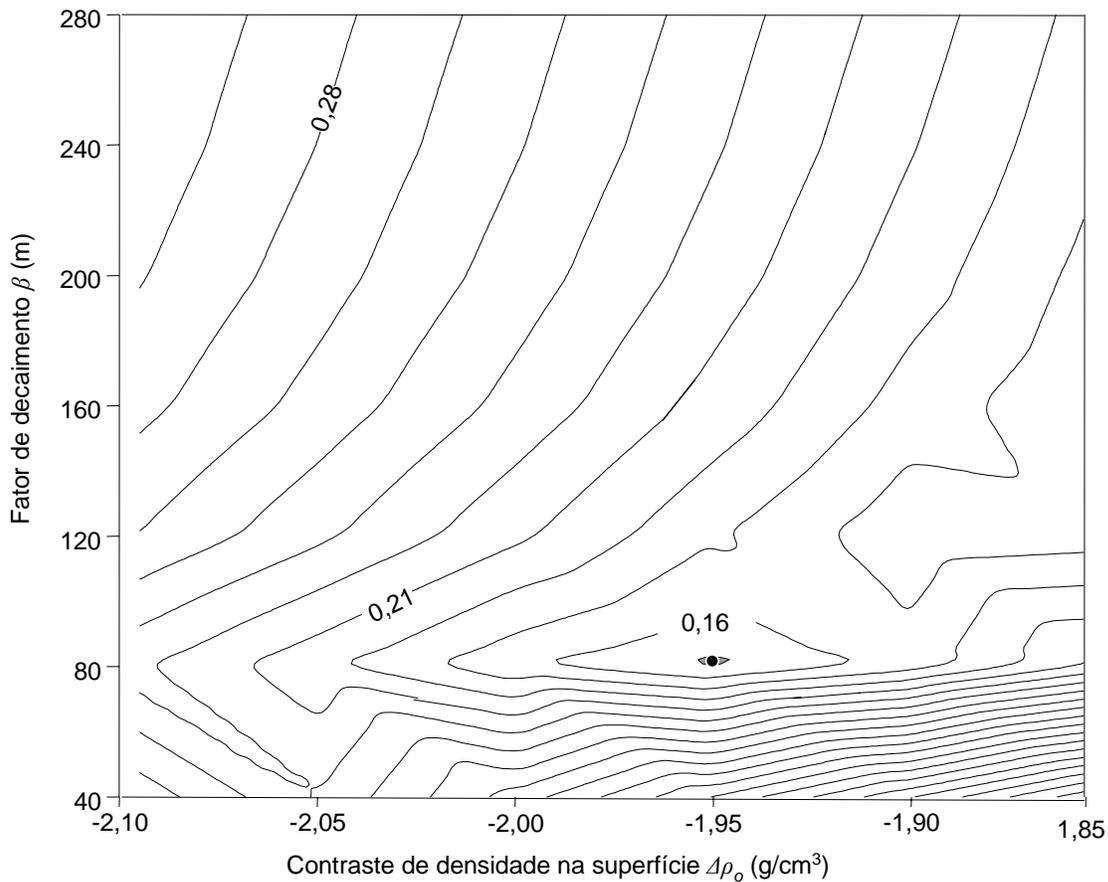


Fig.9. Ambiente 2. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu=36$, $\lambda = 0,1$, $L = 6$, $\Delta\rho_o \in [-2,1 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [40 \text{ m}, 280 \text{ m}]$

Quando o número L de pontos conhecidos do relevo é menor que o número de observações ($L < N$) e a informação que se tem é somente do relevo ($\lambda = 0$), foi necessário, para estabilizar a solução, um número L de pontos do relevo (em posições centrais e espaçados de 8,3 m) equivalente a 33% do número de observações. Por outro lado, se a informação do campo

for incorporada ($\lambda = 0,1$), a solução torna-se estável usando um número L de pontos (em posições centrais e espaçados de 8,3 m) equivalente a 20% do número de observações.

A Figura 10 mostra como o contraste de densidade decai com a profundidade para $\Delta\rho_o = -1,95 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 80 \text{ m}$.

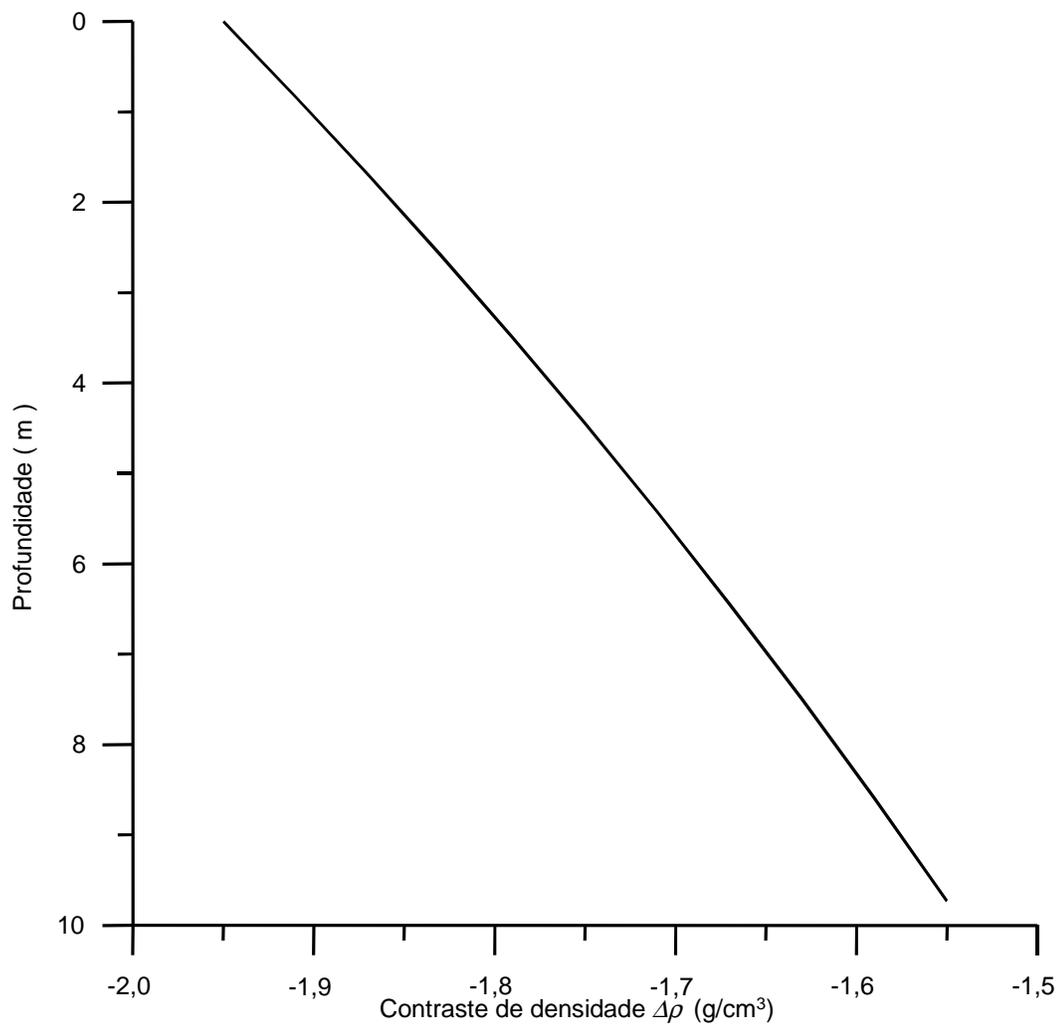


Fig.10. Ambiente 2. Contraste de densidade decaindo com a profundidade para $\Delta\rho_o = -1,95 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 80 \text{ m}$.

3.2.2.1 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1

O escalar $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (7)), foi mapeado em função de $\Delta\rho_o$ e β , usando-se para \mathbf{g}^0 a anomalia da Figura 7a e obtendo-se para cada valor de $\Delta\rho_o$ e β , a anomalia $\mathbf{g}(\Delta\rho_o, \beta, \mathbf{h}^0)$ com as profundidades \mathbf{h}^0 do relevo verdadeiro do aterro (Figura 7b) e as observações perturbadas com ruídos pseudo aleatórios Gaussianos, com médias nulas e desvios padrões de 3 cm e 0.01 mGal, respectivamente. Aplicando à anomalia da Figura 7a a variante B1 descrita na metodologia, obtivemos para $L = N$ solução estável e coincidindo com a verdadeira. A Figura 11 mostra essa situação.

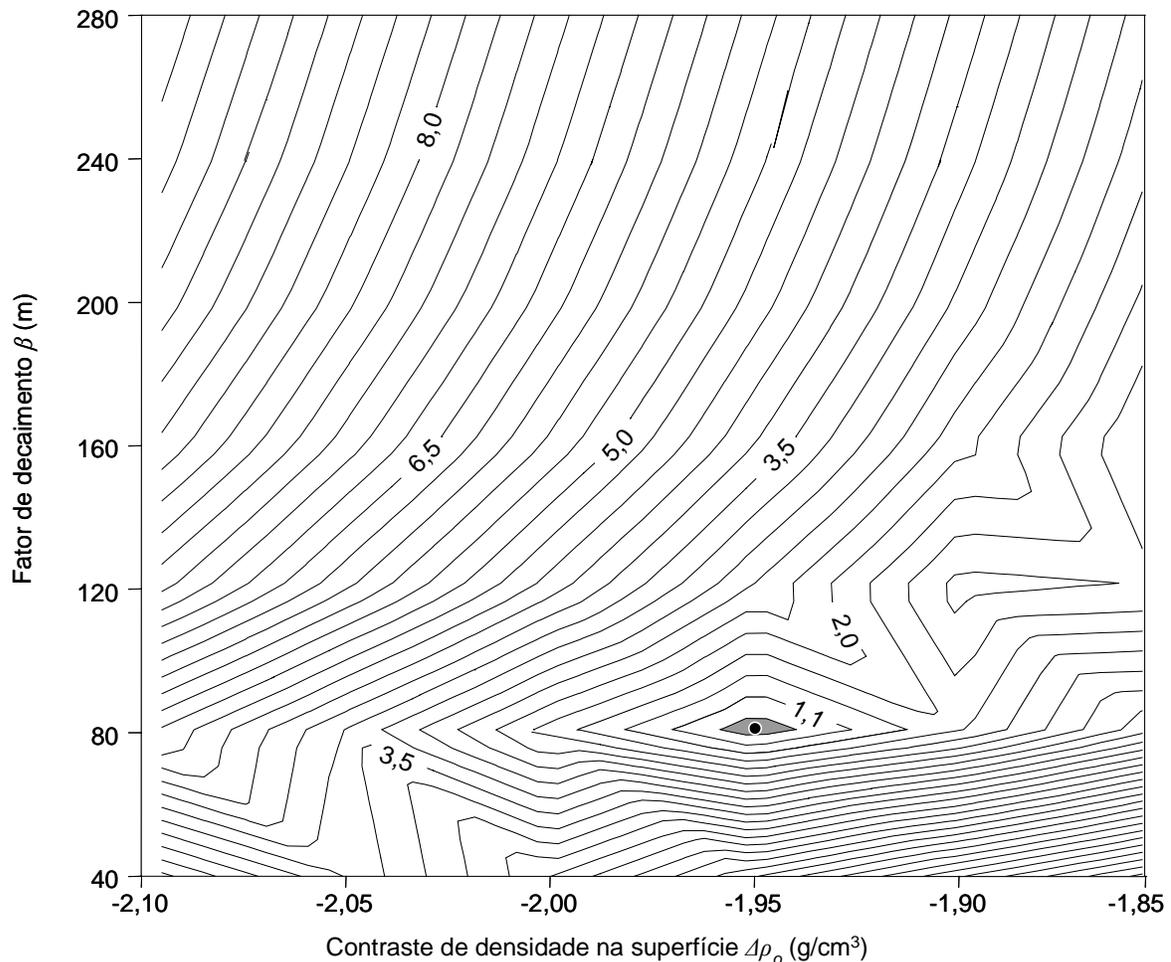


Fig.11. Ambiente 2. Curvas de isovalores do funcional (7) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $L = 31$, $\Delta\rho_o \in [-2,1 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [40 \text{ m}, 280 \text{ m}]$

3.3 AMBIENTE 3 (LIXÃO COM FLANCOS SUAVES, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 15 METROS E ANOMALIA MENOR QUE -1 MILIGAL).

3.3.1 Delineamento da base do lixão conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.

A Figura 12a mostra 26 observações da anomalia gravimétrica (cruzes) produzidas por um lixão (linha contínua na Figura 12b) com contraste de densidade na superfície $\Delta\rho_o$ de $-1,95 \text{ g/cm}^3$ e razão de decaimento da densidade com a profundidade β de 100 m. As observações foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,01 mGal. O modelo interpretativo consiste de 26 prismas justapostos, com largura de 8 m cada, situados no intervalo de $x \in [0 \text{ m}, 200 \text{ m}]$. As coordenadas horizontais dos centros de cada prisma coincidem com as coordenadas das observações.

A Figura 12b (linha quebrada) mostra o relevo invertido com $\mu = 72$ e valores corretos de $\Delta\rho_o$ e β , indicando que o método produz bons resultados.

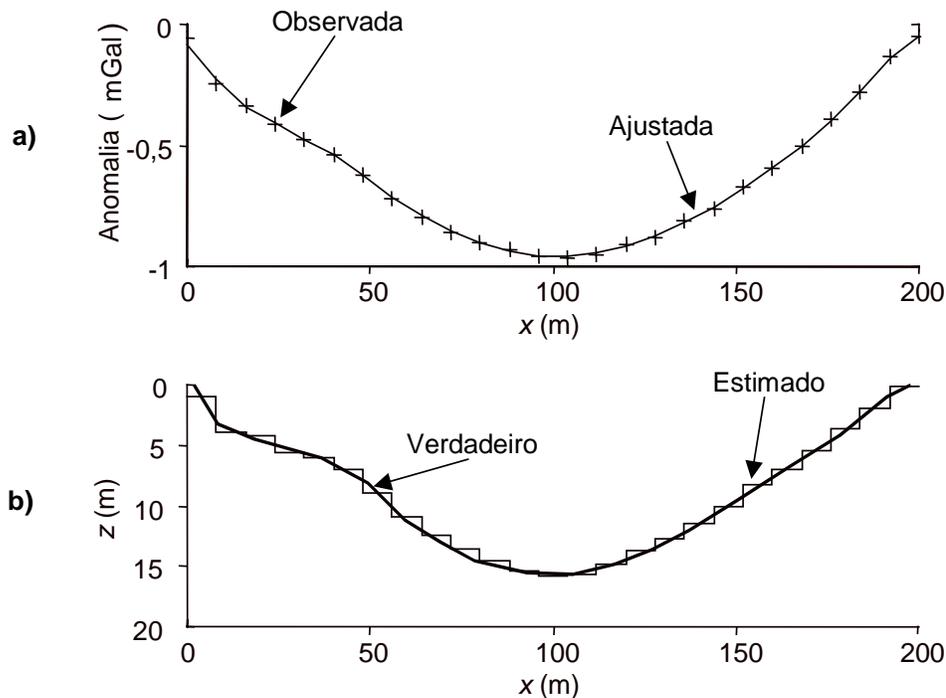


Fig. 12. Ambiente 3. Anomalia gravimétrica (a) produzida pelo aterro (b) mostrado em linha contínua. O relevo estimado via minimização do funcional (5) é mostrado pela linha quebrada.

3.3.2 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.

Nessa abordagem foram empregados: o mesmo modelo de aterro, a mesma anomalia, o mesmo modelo interpretativo e a mesma perturbação das observações empregados na abordagem anterior. Adicionalmente, o relevo foi perturbado com ruído pseudo aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 3 cm. Para obter o mapeamento discreto de $(\Delta\rho_o, \beta)$ a função $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (6)), foi avaliada nos intervalos de $\Delta\rho_o \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$ com espaçamento de $0,05 \text{ g/cm}^3$ e $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$ com espaçamento de 40 m (os valores verdadeiros de $\Delta\rho_o$ e β são respectivamente $-1,95 \text{ g/cm}^3$ e 100 m).

Caso $L = N$. – Trabalhando com $\lambda = 0$ obtivemos uma solução estável com $\mu = 72$. Em seguida, aumentamos λ gradativamente até atingir o máximo valor 0,28 que ainda produzisse soluções estáveis. Com relação às soluções obtidas, elas coincidiram com a verdadeira tanto para $\lambda = 0$ como $\lambda = 0,28$.

Caso $L < N$. – Com $\lambda = 0$, $8 \leq L < 26$ e as observações ocupando as posições centrais espaçadas de 8 m, obtivemos uma solução estável e coincidindo com a verdadeira. A Figura 13 mostra essa situação com $L = 8$. Para $L < 8$ as soluções são instáveis.

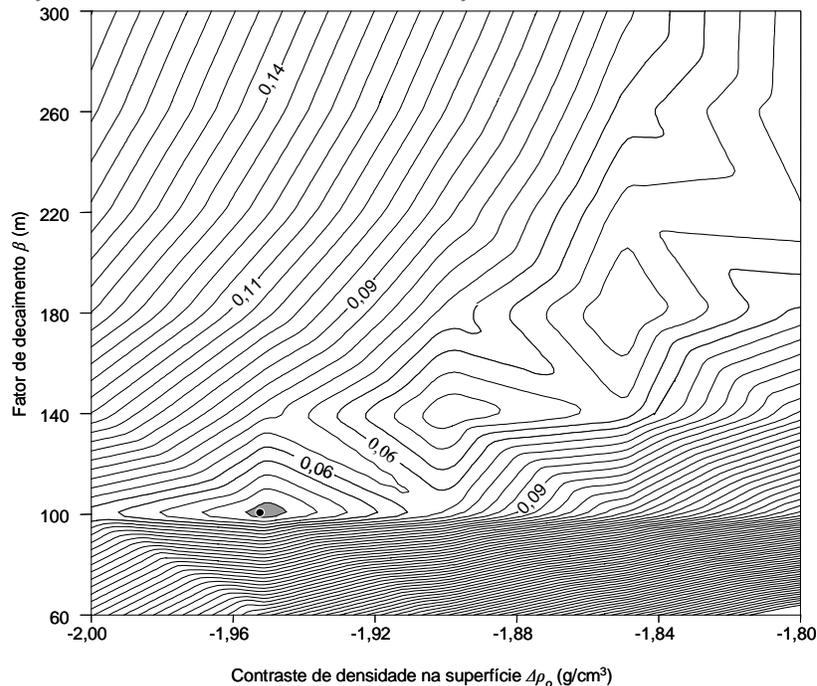


Fig.13. Ambiente 3. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu=72$, $\lambda = 0$, $L = 8$, $\Delta\rho_o \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$

Com $\lambda = 0,28$, $3 \leq L < 26$ e observações ocupando as posições centrais com espaçamento de 8 m, a solução também foi estável e coincidiu com a verdadeira. A Figura 14 ilustra essa situação quando $L = 3$. Para $L < 3$ as soluções são instáveis.

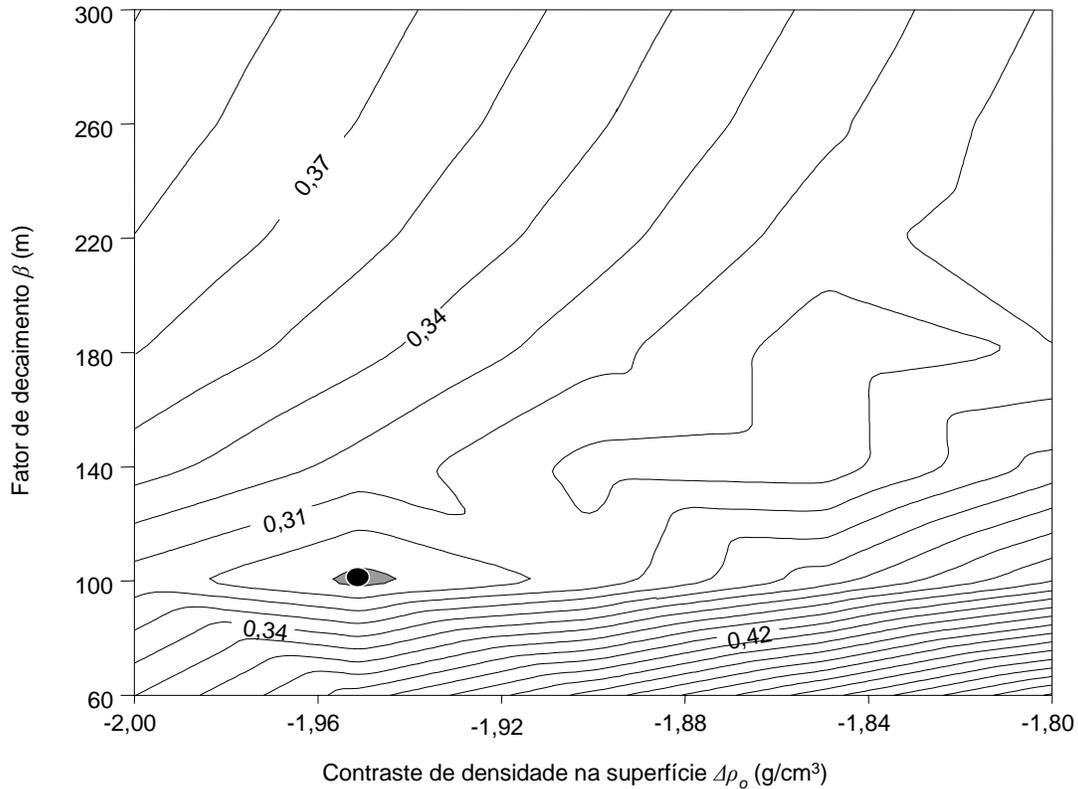


Fig.14. Ambiente 3. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu=72$, $\lambda = 0,28$, $L = 3$, $\Delta\rho_0 \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$

Para inverter os dados com solução estável quando o número L de pontos do relevo conhecido é menor que o número de observações ($L < N$) e com informação somente do relevo ($\lambda = 0$), foi necessário um número L de pontos desse relevo (em posições centrais e espaçados de 8 m) equivalente a 31% do número de observações. Mas, se a informação do campo for incorporada ($\lambda = 0,28$), a solução continua estável, necessitando de um número L de pontos do

relevo (em posições centrais e espaçados de 8 m) equivalente a apenas 12% do número de observações.

A Figura 15 mostra a variação do contraste de densidade com a profundidade para $\Delta\rho_o = -1,95 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 100 \text{ m}$.

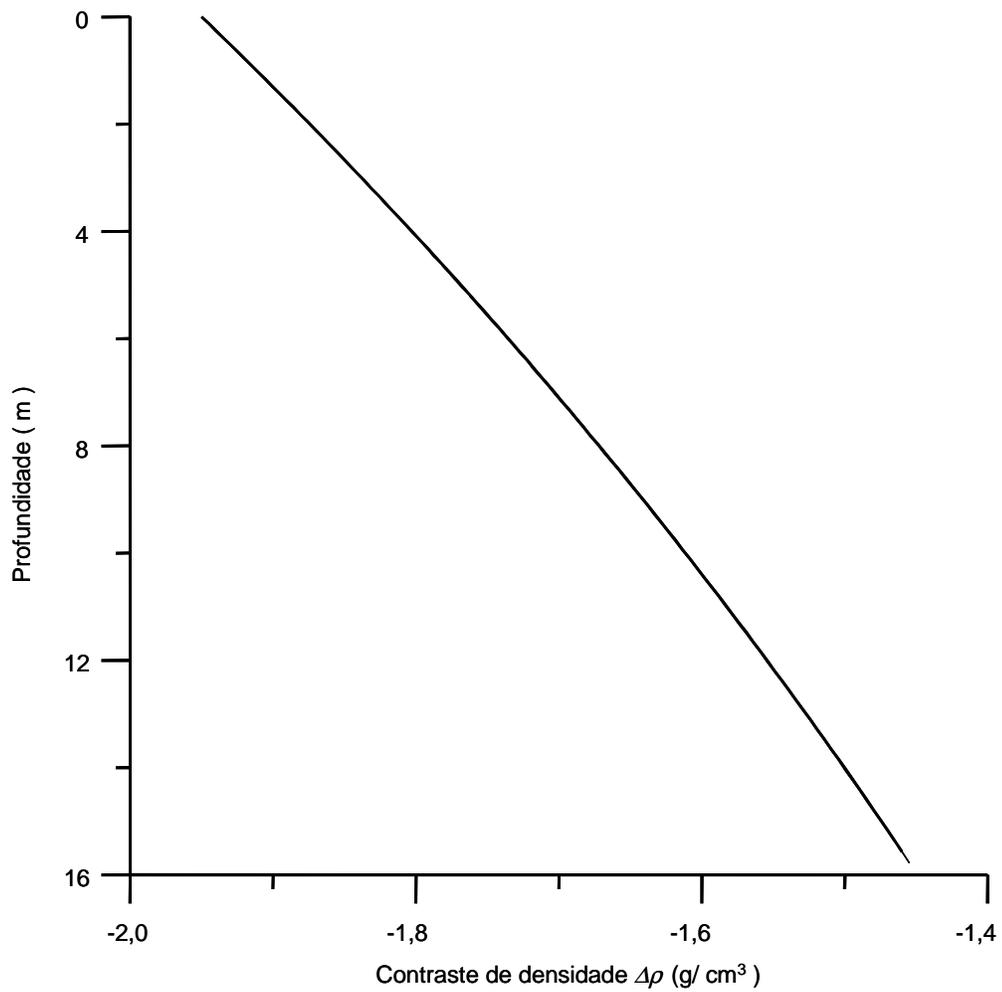


Fig.15. Ambiente 3. Contraste de densidade decaindo com a profundidade para $\Delta\rho_o = -1,95 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 100 \text{ m}$.

3.3.2.1 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1

O escalar $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (7)), foi mapeado em função de $\Delta\rho_o$ e β , usando-se para \mathbf{g}^0 a anomalia da Figura 12a e obtendo-se para cada valor de $\Delta\rho_o$ e β , a anomalia $\mathbf{g}(\Delta\rho_o, \beta, \mathbf{h}^0)$ com as profundidades \mathbf{h}^0 do relevo verdadeiro do aterro (Figura 12b) e as observações perturbadas com ruídos pseudo aleatórios Gaussianos, com médias nulas e desvios padrões de 3 cm e 0.01 mGal, respectivamente. Aplicando à anomalia da Figura 12a a variante B1 descrita na metodologia, obtivemos para $L = N$ solução estável e coincidindo com a verdadeira. A Figura 16 mostra essa situação.

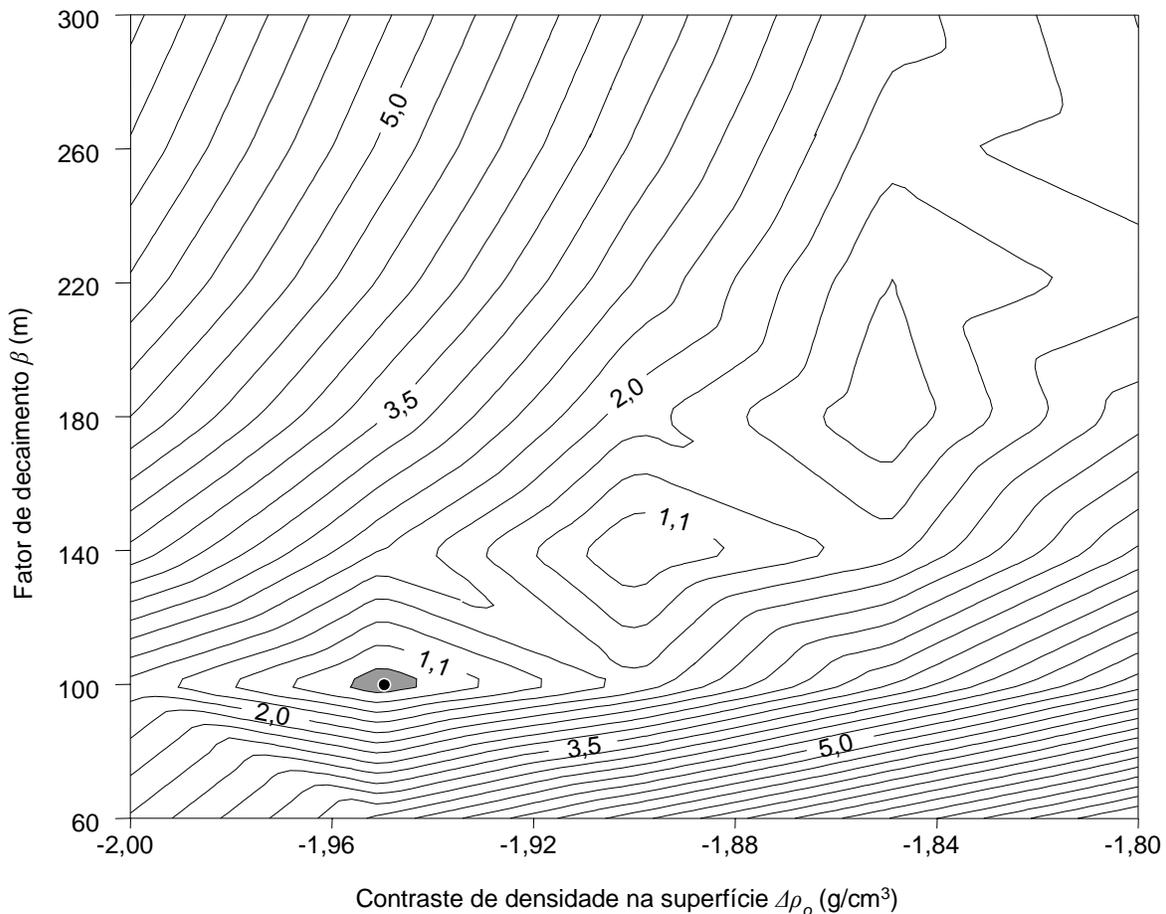


Fig.16. Ambiente 3. Curvas de isovalores do funcional (7) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $L = 26$, $\Delta\rho_o \in [-2,0 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 300 \text{ m}]$

3.4 AMBIENTE 4 (LIXÃO COM FLANCOS SUAVES, COM PROFUNDIDADE EM TORNO DE 5 METROS E ANOMALIA MENOR QUE $-0,4$ MILIGAL).

3.4.1 Delineamento da base do lixão conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície e o decaimento do contraste com a profundidade.

A Figura 17a mostra 21 observações da anomalia gravimétrica (cruzes) produzidas por um lixão (linha contínua na Figura 17b) com contraste de densidade na superfície $\Delta\rho_0$ de $-2,05$ g/cm^3 e razão de decaimento da densidade com a profundidade β de 100 m. As observações foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,006 mGal. O modelo interpretativo consiste de 21 prismas justapostos, com largura de 5 m cada, situados no intervalo de $x \in [0 \text{ m}, 100 \text{ m}]$. As coordenadas horizontais dos centros de cada prisma coincidem com as coordenadas das observações.

A Figura 17b (linha quebrada) mostra o relevo invertido com $\mu = 72,5$ e valores corretos de $\Delta\rho_0$ e β , indicando que o método produz bons resultados.

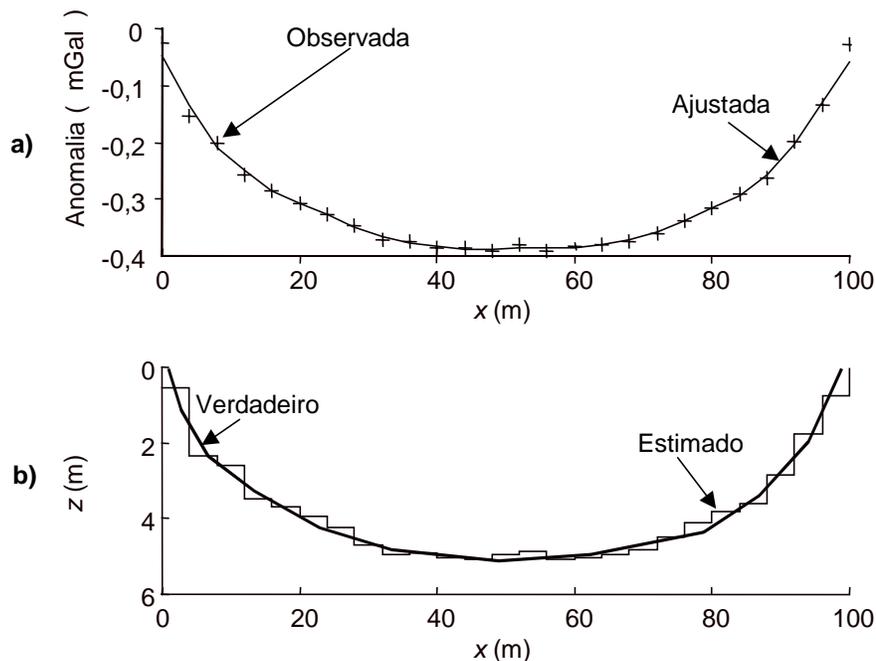


Fig. 17. Ambiente 4. Anomalia gravimétrica (a) produzida pelo aterro (b) mostrado em linha contínua. O relevo estimado via minimização do funcional (5) é mostrado pela linha quebrada.

3.4.2 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro.

Nessa abordagem foram empregados: o mesmo modelo de aterro, a mesma anomalia, o mesmo modelo interpretativo e a mesma perturbação das observações empregados na abordagem anterior. Adicionalmente, o relevo foi perturbado com ruído pseudo aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 1,8 cm. A função $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (6)), foi avaliada para $\Delta\rho_o \in [-2,1 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$ com espaçamento de $0,05 \text{ g/cm}^3$ e $\beta \in [60 \text{ m}, 280 \text{ m}]$ com espaçamento de 40 m. Os valores verdadeiros de $\Delta\rho_o$ e β são respectivamente $-2,05 \text{ g/cm}^3$ e 100m. O processo de inversão para estimar $\Delta\rho_o$ e β de forma estável só foi possível quando o nível de ruído para o relevo foi de 1,8 cm e 0,006 mGal para as observações, devido ao sinal extremamente baixo, uma vez que a profundidade máxima deste lixão é de apenas 5 m.

Caso $L = N$. - Nessa abordagem não foi possível obter soluções estáveis com informações somente do relevo ($\lambda = 0$). No entanto, obtivemos uma solução estável e igual à verdadeira para $\lambda = 0,01$ e $\mu = 72,5$.

Caso $L < N$. - Para $\lambda = 0,01$ e $L = 10$ (com as observações em posições centrais e espaçadas de 5 m), obtivemos uma solução estável mas diferente da verdadeira (Figura 18).

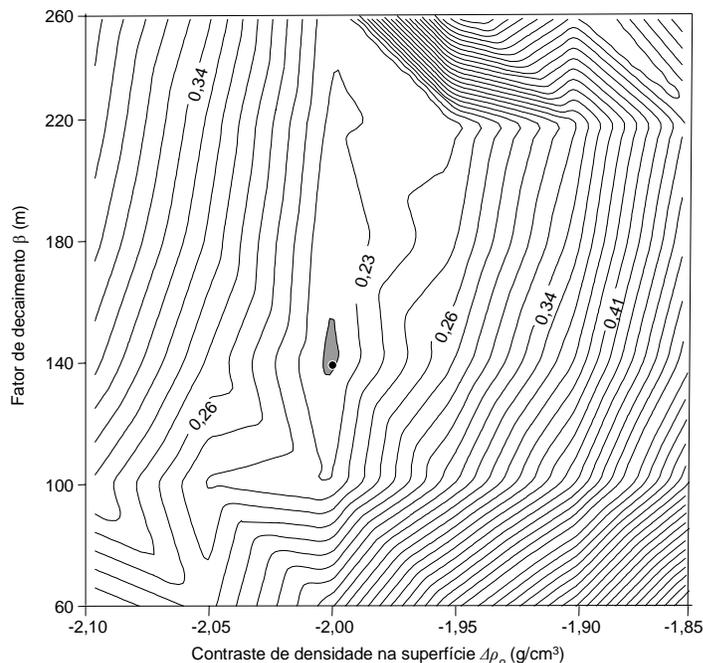


Fig.18. Ambiente 4. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu = 72,5$, $\lambda = 0,01$, $L = 10$, $\Delta\rho_o \in [-2,1 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 280 \text{ m}]$

Os valores encontrados para o par $(\Delta\rho_o, \beta)$ foram de -2 g/cm^3 e 140 m , respectivamente. Para $L < 10$ a solução foi instável.

Quando o número L de pontos do relevo conhecido é menor que o número de observações ($L < N$) conseguimos inverter os dados com solução estável com $\lambda = 0,01$, utilizando um número L de pontos do relevo (em posições centrais espaçados de 5 m) equivalente a 47% do número de observações.

A Figura 19 mostra a variação do contraste de densidade com a profundidade para $\Delta\rho_o = -2,05 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 100 \text{ m}$.

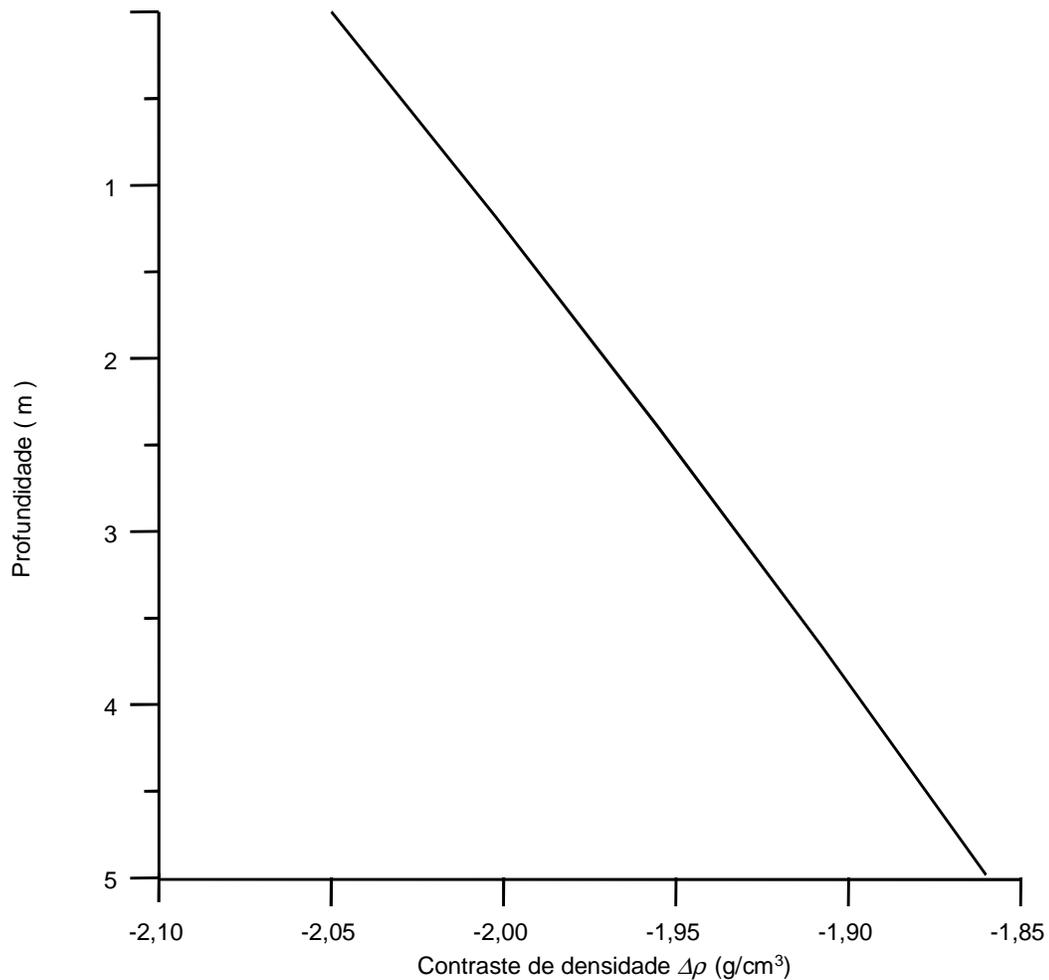


Fig.19. Ambiente 4. Contraste de densidade decaindo com a profundidade para $\Delta\rho_o = -2,05 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 100 \text{ m}$.

3.4.2.1 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1

O escalar $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (7)), foi mapeado em função de $\Delta\rho_o$ e β , usando-se para \mathbf{g}^o a anomalia da Figura 17a e obtendo-se para cada valor de $\Delta\rho_o$ e β , a anomalia $\mathbf{g}(\Delta\rho_o, \beta, \mathbf{h}^o)$ com as profundidades \mathbf{h}^o do relevo verdadeiro do aterro (Figura 17b) e as observações perturbadas com ruídos pseudo aleatórios Gaussianos, com médias nulas e desvios padrões de 1,8 cm e 0.006 mGal, respectivamente. Aplicando à anomalia da Figura 17a a variante B1 descrita na metodologia, obtivemos para $L = N$ solução estável e coincidindo com a verdadeira. A Figura 20 mostra essa situação.

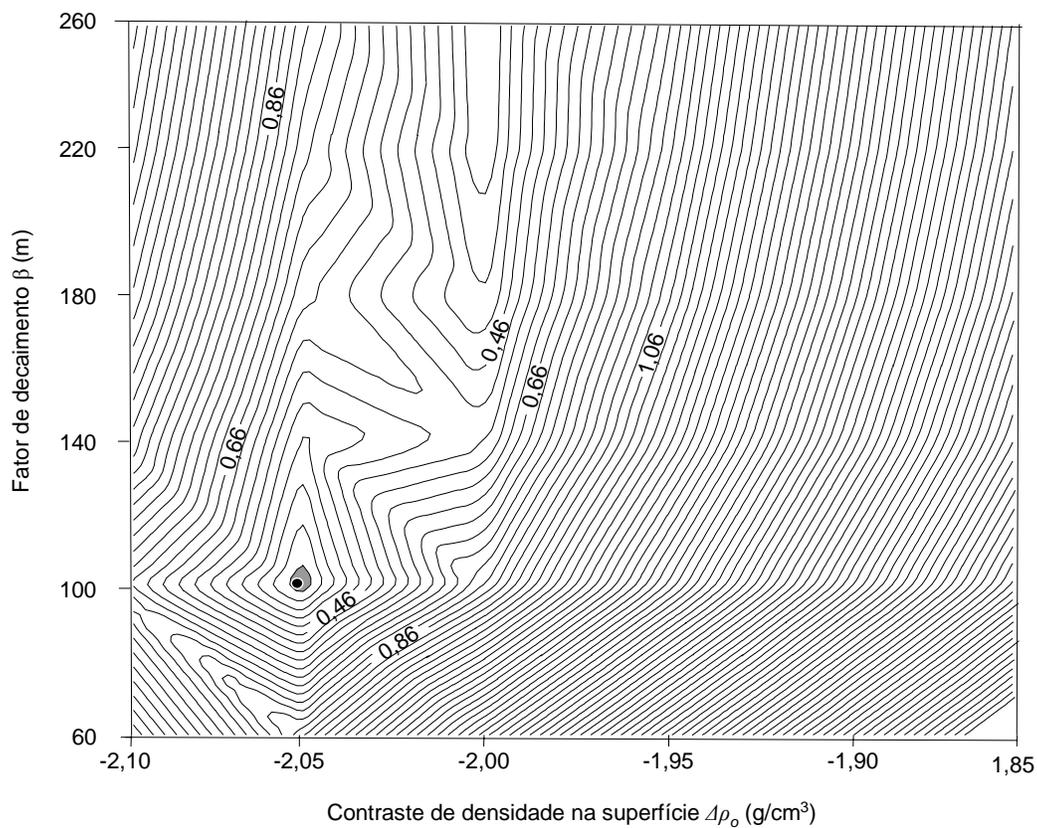


Fig.20. Ambiente 4. As curvas de isovalores do funcional (7) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $L = 21$, $\Delta\rho_o \in [-2,1 \text{ g/cm}^3, -1,8 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [60 \text{ m}, 280 \text{ m}]$

4 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

4.1 O ATERRO SANITÁRIO DA FAZENDA THOMAS.

O presente método foi aplicado à anomalia Bouguer do aterro sanitário da Fazenda Thomas, localizado a oeste da cidade de West Lafayette, no estado de Indiana. Esse aterro sanitário fica situado em um antigo desfiladeiro e mede 60 m por 150 m aproximadamente, tendo uma profundidade máxima de 13 m (Roberts et al., 1991). O lançamento de lixo naquele local iniciou entre 1939 e 1957 no sentido norte para o sul do desfiladeiro. A maioria do material depositado antes de 1973 era do tipo doméstico. Embora os registros do tipo de materiais lançados não tenham sido guardados, trabalhadores testemunharam que após o ano de 1973 os entulhos foram limitados a sobras de materiais de construção e, esses entulhos, ocuparam o terço sul do aterro sanitário.

A estratigrafia rasa local provém de processos glaciais Pleistocênicos e subseqüentes processos fluviais. Sondagens realizadas ao redor do aterro sanitário para estudos sobre água subterrânea indicaram que o fundo do aterro situa-se acima de uma camada de tilito de 12 m de espessura de idade Wisconsiniana. Abaixo desta camada, há faixas de areia, de até 1 m de espessura, irregularmente intercalada com tilito até uma profundidade de 20 m. Abaixo de 20 m, existe um depósito de cascalho e areia com aproximadamente 60 m de espessura, formando uma inconformidade com o folhelho New Albany (Devoniano – Mississippiano) que mergulha suavemente para o sul.

O mapa de isópacas do depósito foi preparado pela diferença de elevações dos mapas topográficos produzidos por dois tipos de levantamentos. O primeiro, quando o aterro estava no início de suas atividades em 1958, e foi realizado a partir de informações de fotos aéreas da região, enquanto que, o segundo foi obtido por levantamento plani-altimétrico em 1988.

O levantamento gravimétrico do aterro sanitário foi feito com aproximadamente 200 estações. As localizações das estações foram estabelecidas conforme acessibilidade topográfica, variando, o espaçamento entre elas, de 5 a 10 metros. A precisão do levantamento foi de 0,01 mGal para as observações gravimétricas e de 0,045 m para o relevo (Roberts et al., 1991). O regional foi definido ajustando à anomalia uma superfície polinomial do 3º grau em 90 estações exteriores ao aterro. O melhor ajuste foi subtraído dos dados da anomalia gravimétrica Bouguer

para produzir o mapa da anomalia gravimétrica Bouguer residual que é mostrado na Figura 21 juntamente com a localização do perfil AA' contendo as 23 observações utilizadas neste trabalho.

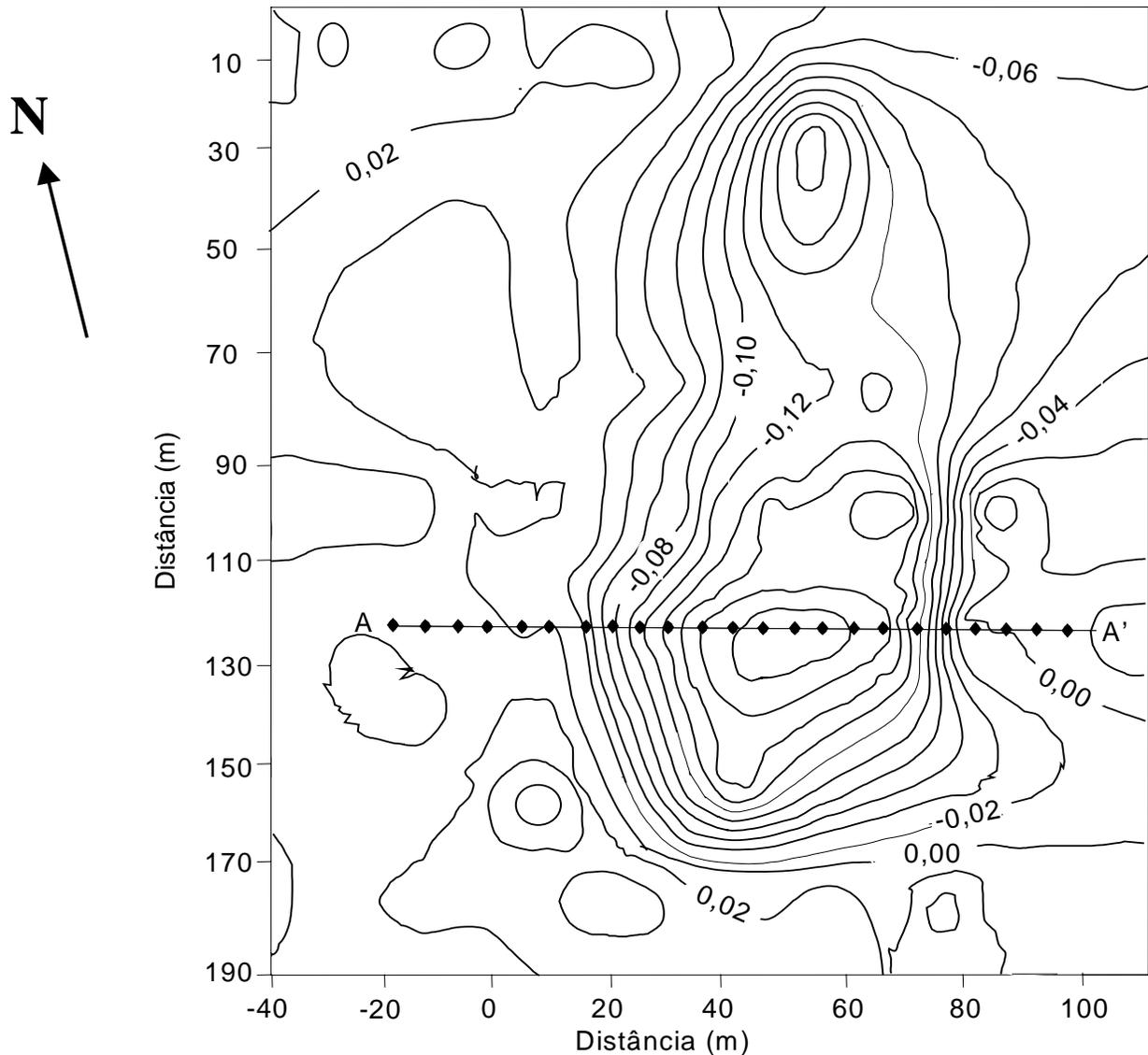


Fig. 21. Fazenda Thomas. Mapa de contorno da anomalia gravimétrica residual. Intervalo de contorno 0,02 mGal.

4.2 DETERMINAÇÃO DO CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E DO DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, E O RELEVO DA BASE DO ATERRO.

Nessa abordagem foram empregados o relevo verdadeiro do aterro (Figura 29b) e as 23 observações ao longo do perfil AA'. Para produzir o mapeamento discreto da função $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$

(equação (6)), esta foi avaliada numa malha definida pelos intervalos de $\Delta\rho_o \in [-0,65 \text{ g/cm}^3, -0,45 \text{ g/cm}^3]$ com espaçamento de $0,05 \text{ g/cm}^3$ e $\beta \in [100 \text{ m}, 600 \text{ m}]$ com espaçamento de 100 m . O processo de inversão para estimar $\Delta\rho_o$ e β foi feito levando-se em consideração dois casos:

Caso $L=N$. – Com $\mu = 50$ e $\lambda = 0,28$, e observações espaçadas de $3,5 \text{ m}$, a solução obtida foi estável para um nível de ruído (desvio padrão) de 3 cm adicionado ao relevo e $0,01 \text{ mGal}$ adicionado às observações. Note-se que esta adição de ruído foi efetuada apenas para a determinação do valor ótimo para μ e determinar se as estimativas são estáveis. Todas as estimativas apresentadas, no entanto foram feitas com as grandezas não contaminadas. Os valores encontrados para o par $(\Delta\rho_o, \beta)$ foram de $-0,6 \text{ g/cm}^3$ e 200 m , respectivamente. A Figura 22 mostra essa situação.

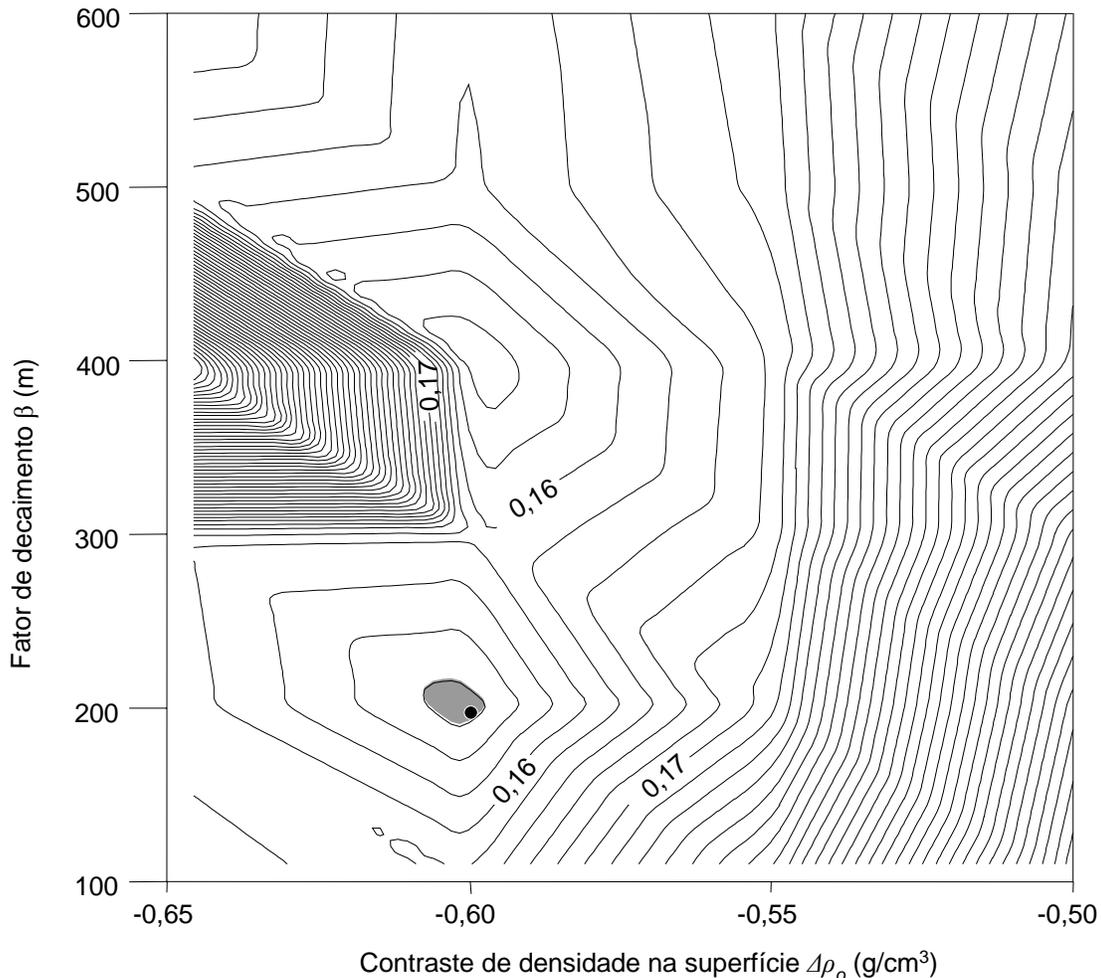


Fig.22.Fazenda Thomas. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu=50$, $\lambda = 0,28$, $L = 23$, $\Delta\rho_o \in [-0,65 \text{ g/cm}^3, -0,45 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [100 \text{ m}, 600 \text{ m}]$.

Caso $L < N$.- Presumindo $\lambda=0$, foi necessária informação somente sobre a profundidade em 12 posições da base do aterro, ocupando a parte central da anomalia com espaçamento de 3,5 m, para estabilizar a solução. Os valores encontrados para o par $(\Delta\rho_o, \beta)$ foram $-0,6 \text{ g/cm}^3$ e 200 m respectivamente. Para $L < 12$ a solução apresentou-se instável. Por outro lado, com $\lambda = 0,28$, $12 \leq L < 23$ e observações em posições centrais espaçadas de 3,5 m as soluções são estáveis. Os valores encontrados para o par $(\Delta\rho_o, \beta)$ também foram $-0,6 \text{ g/cm}^3$ e 200 m respectivamente. A Figura 23 mostra essa situação quando $L = 12$. Para $L < 12$ as soluções são instáveis.

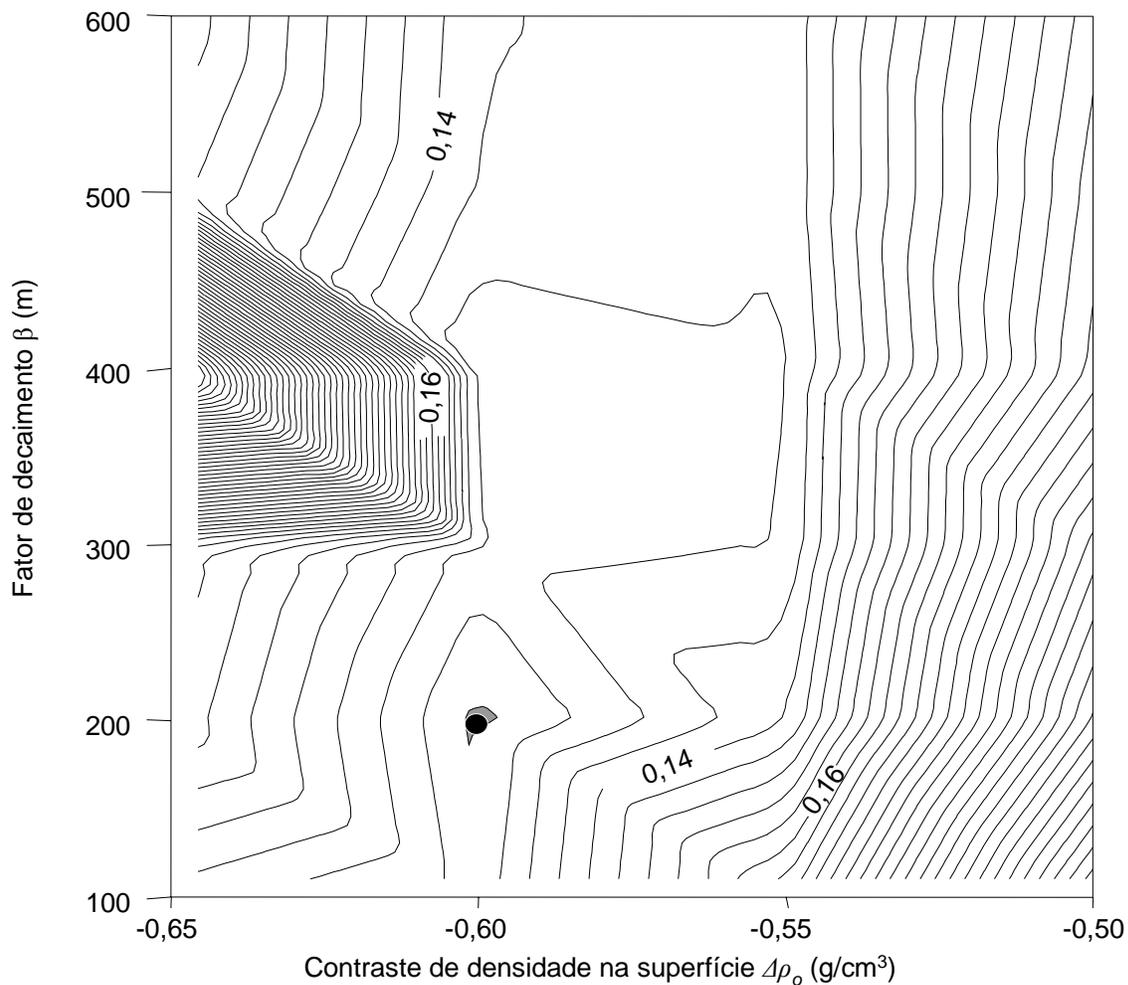


Fig.23.Fazenda Thomas. Curvas de isovalores do funcional (6) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $\mu=50$, $\lambda = 0,28$, $L = 12$, $\Delta\rho_o \in [-0,65 \text{ g/cm}^3, -0,45 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [100 \text{ m}, 600 \text{ m}]$.

A Figura 24 mostra a anomalia gravimétrica residual e a função ajustante (segundo termo do lado direito da equação (6)) produzida pelo relevo estimado do aterro sanitário da Fazenda Thomas quando $\Delta\rho_o = -0,6 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 200 \text{ m}$.

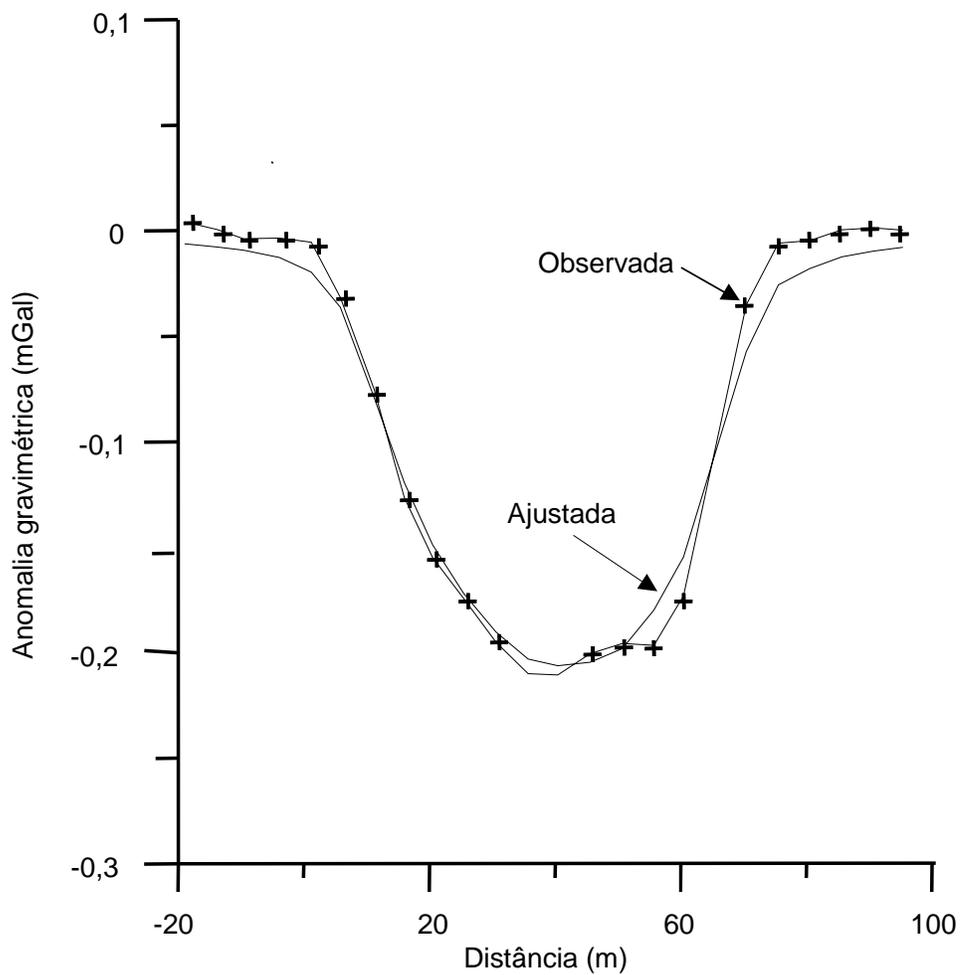


Fig.24. Fazenda Thomas. Anomalia gravimétrica residual e o ajuste usando $\Delta\rho_o = -0,6 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 200 \text{ m}$.

A Figura 25 mostra a variação do contraste de densidade com a profundidade do aterro sanitário da Fazenda Thomas para $\Delta\rho_o = -0,6 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 200 \text{ m}$

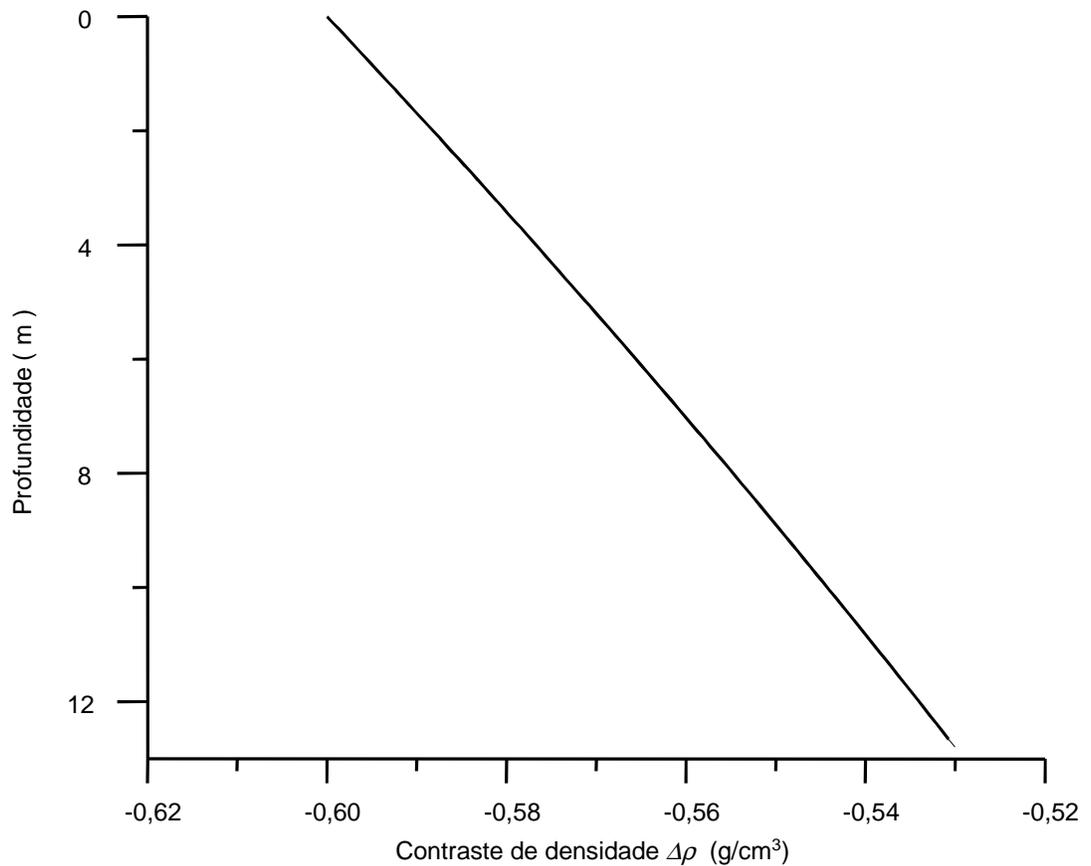


Fig.25. Fazenda Thomas. Contraste de densidade decaindo com a profundidade para $\Delta\rho_o = -0,6 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 200 \text{ m}$.

O contraste de densidade estimado na superfície do aterro sanitário da Fazenda Thomas, para essa abordagem, foi de $-0,6 \text{ g/cm}^3$ e na profundidade de 13 m atingiu $-0,528 \text{ g/cm}^3$. Esse resultado foi condizente ao resultado do contraste de densidade constante presumido por Roberts et al. (1991).

4.2.1 Determinação do contraste de densidade na superfície e do decaimento do contraste com a profundidade conhecendo-se a anomalia gravimétrica, e o relevo da base do aterro – Variante B1

O escalar $\Phi(\Delta\rho_o, \beta)$ (equação (7)) foi mapeado em função de $\Delta\rho_o$ e β , usando-se para g^o o perfil gravimétrico AA' mostrado na Figura 21 e obtendo-se para cada valor de $\Delta\rho_o$ e β , a anomalia $g(\Delta\rho_o, \beta, h^o)$. Aplicando à anomalia da figura 21 a variante B1 descrita na metodologia, obtivemos para $L = N$ e com espaçamento de 3,5 m, solução estável. Apenas para avaliar a estabilidade da solução as profundidades h^o do relevo verdadeiro do aterro (Figura 29b) e as observações foram perturbadas com ruídos pseudo aleatórios Gaussianos, com médias nulas e desvios padrões de 3 cm e 0.01 mGal, respectivamente. Todas as estimativas apresentadas, no entanto foram feitas com as grandezas não contaminadas. Os valores encontrados para o par $(\Delta\rho_o, \beta)$ foram de $-0,55 \text{ g/cm}^3$ e 300 m, respectivamente. A Figura 26 mostra essa situação.

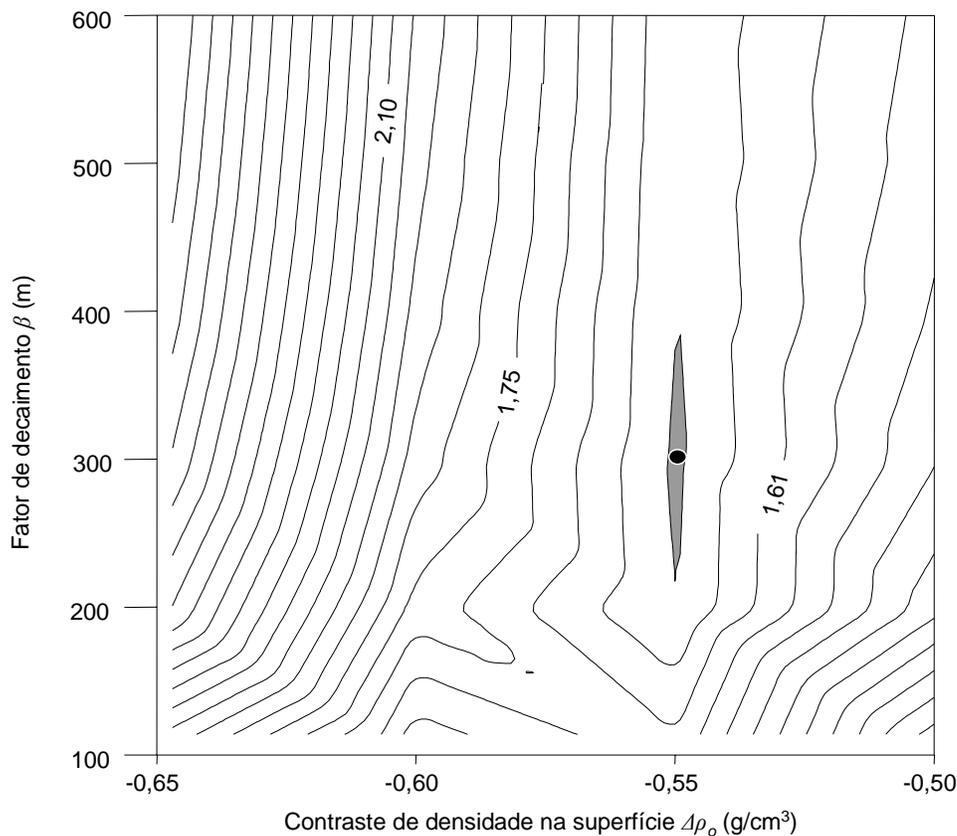


Fig.26. Fazenda Thomas. Curvas de isovalores do funcional (7) representando o mínimo da função (ponto preto). O sombreado realça a região de mínimos. Valores utilizados: $L = 23$, $\Delta\rho_o \in [-0,65 \text{ g/cm}^3, -0,45 \text{ g/cm}^3]$, $\beta \in [100 \text{ m}, 600 \text{ m}]$.

A Figura 27 mostra a anomalia gravimétrica residual e a função ajustante (segundo termo do lado direito da equação (6)) para o caso da variante B1 do aterro sanitário da Fazenda Thomas quando $\Delta\rho_o = -0,55 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 300 \text{ m}$.

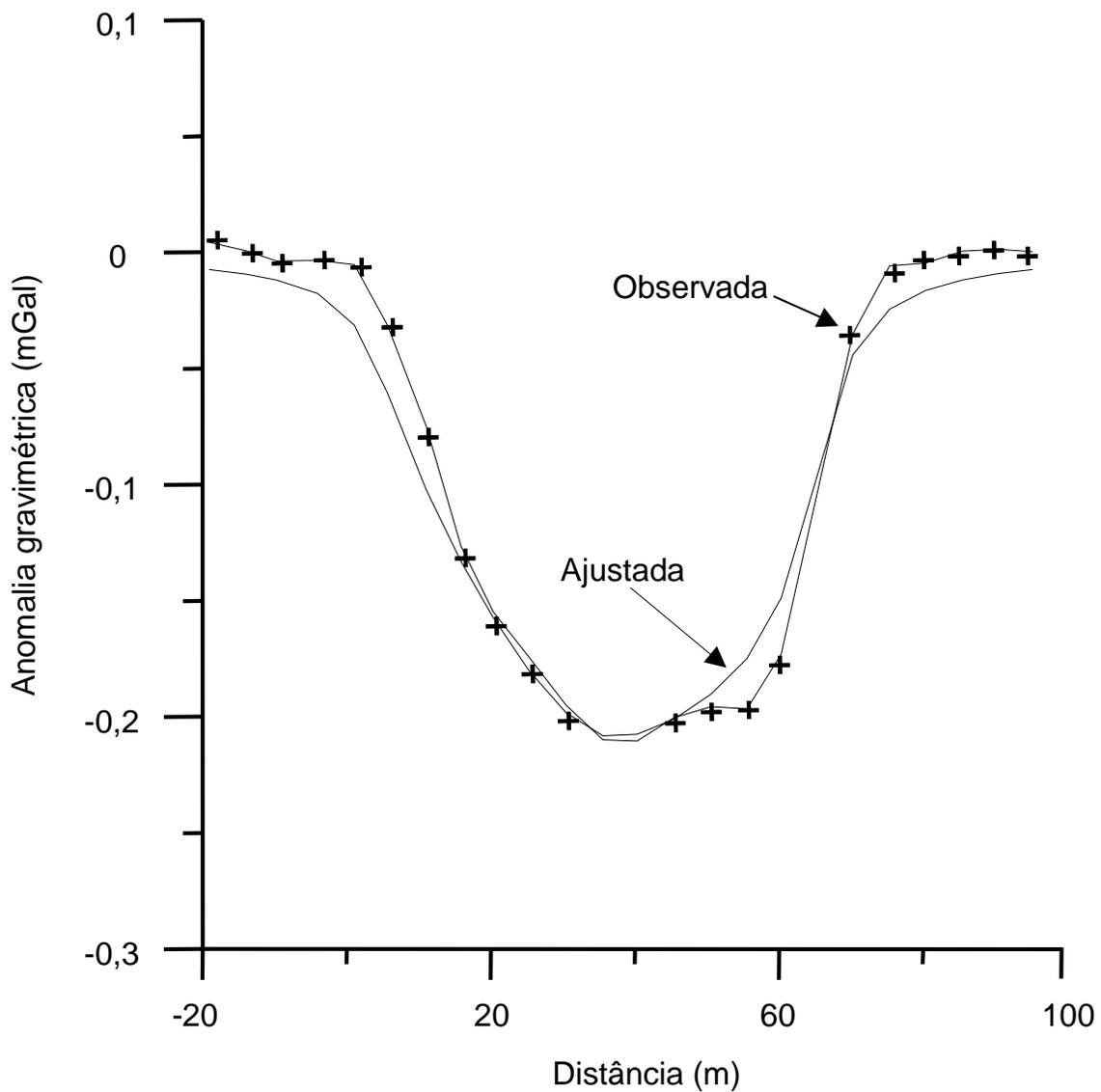


Fig.27. Fazenda Thomas. Anomalia gravimétrica residual e o ajuste usando $\Delta\rho_o = -0,55 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 300 \text{ m}$.

A Figura 28 mostra a variação do contraste de densidade com a profundidade do aterro sanitário da Fazenda Thomas para $\Delta\rho_0 = -0,55 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 300 \text{ m}$.

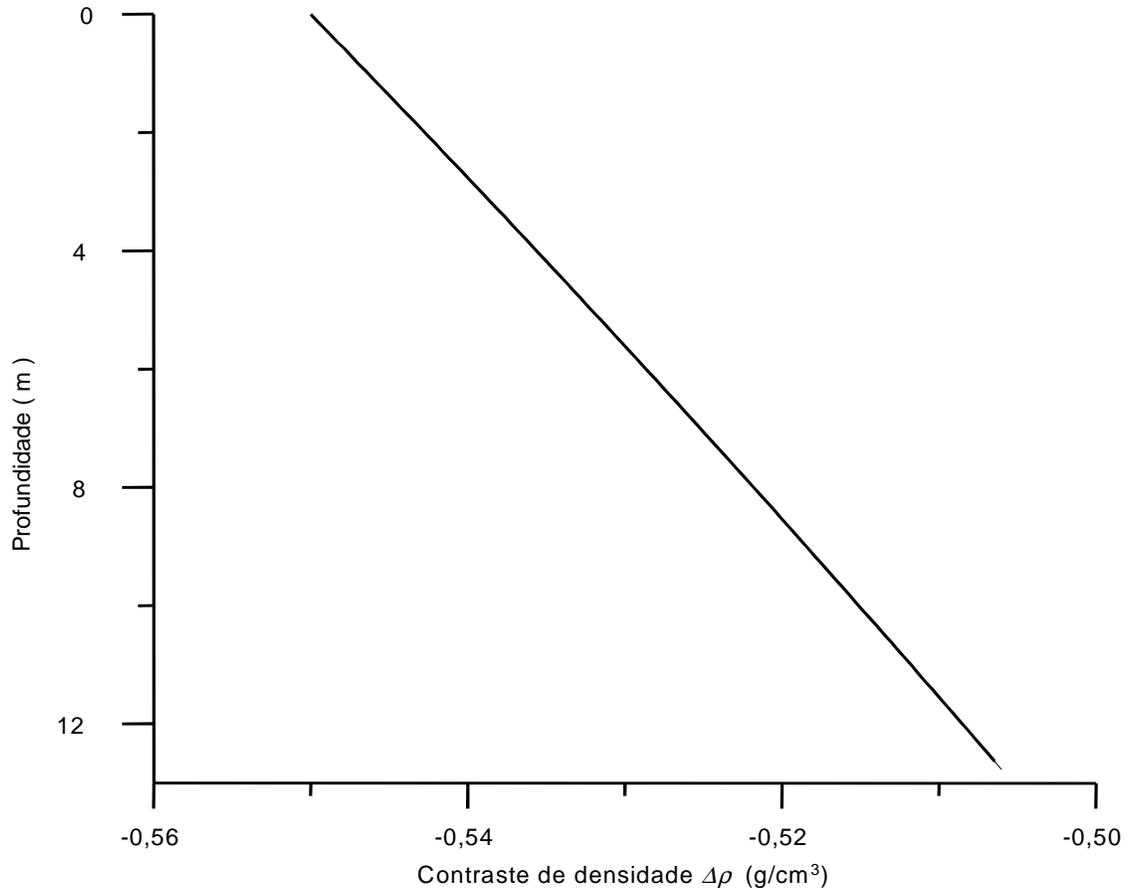


Fig.28. Fazenda Thomas. Contraste de densidade decaindo com a profundidade para $\Delta\rho_0 = -0,55 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 300 \text{ m}$.

O contraste de densidade estimado na superfície do aterro sanitário da Fazenda Thomas para essa abordagem foi de $-0,55 \text{ g/cm}^3$ e na profundidade de 13 m atingiu $-0,51 \text{ g/cm}^3$. Esse resultado foi consistente ao valor de $-0,53 \text{ g/cm}^3$ (considerado constante) encontrado por Roberts et al.(1991).

Tanto a abordagem *B* como a variante B1, utilizada neste trabalho, mostra que o contraste de densidade estimado para o lixo no aterro sanitário da Fazenda Thomas é pequeno em relação ao contraste de densidade que o lixo doméstico produz. Esse fato foi devido ao lançamento de restos de materiais de construção naquele depósito. Além disso, esse aterro é muito antigo, e isso, fez com que o material depositado naquele local se compactasse ao longo desses anos.

4.3 DELINEAMENTO DA BASE DO ATERRO SANITÁRIO DA FAZENDA THOMAS CONHECENDO-SE A ANOMALIA GRAVIMÉTRICA, O CONTRASTE DE DENSIDADE NA SUPERFÍCIE E O DECAIMENTO DO CONTRASTE COM A PROFUNDIDADE.

A Figura 29a mostra 23 observações da anomalia gravimétrica (cruzes) ao longo do perfil AA' produzidas pelo aterro sanitário da Fazenda Thomas, cujo perfil, reportado por Roberts et al. (1991), é mostrado em linha contínua na Figura 29b. Para fins de determinação do valor ótimo para μ , as observações foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano, com média nula e desvio padrão de 0,006 mGal, aplicando-se o mesmo processo descrito no início da seção 3 para a determinação do referido parâmetro. Todas as estimativas, no entanto, foram efetuadas com as observações não contaminadas. O modelo interpretativo consiste de 30 prismas justapostos, todos possuindo a mesma largura de 3 m e situados no intervalo $x \in [0 \text{ m}, 90 \text{ m}]$. As coordenadas horizontais dos centros de cada prisma coincidem com as coordenadas das observações.

O relevo invertido com $\mu = 50$, $\Delta\rho_o = -0,55 \text{ g/cm}^3$ e $\beta = 200 \text{ m}$, é mostrado na Figura 29b em linha quebrada, indicando que o método produz resultados satisfatórios. No entanto, o mesmo não mapeou com detalhes a parte do aterro sanitário que é caracterizada por mudanças abruptas no gradiente, haja vista, que o vínculo utilizado no processo de inversão foi de suavidade do relevo estimado.

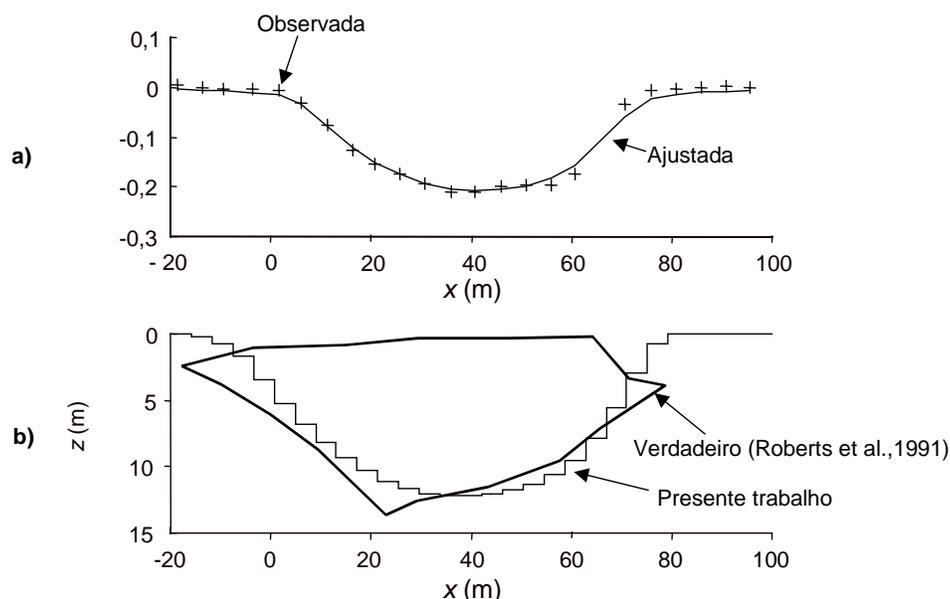


Fig. 29. Fazenda Thomas. (a) Anomalia gravimétrica. (b) Relevo do aterro sanitário (Roberts et al., 1991) e estimativa obtida no presente trabalho via a minimização do funcional (5).

5 CONCLUSÕES

A metodologia desenvolvida nesse trabalho tem dois objetivos: o primeiro foi o mapeamento da base de lixões ou aterros sanitários conhecendo-se a anomalia gravimétrica, o contraste de densidade na superfície, $\Delta\rho_o$, e o fator de decaimento, β , do contraste de densidade com a profundidade. O segundo objetivo consiste na estimação de $\Delta\rho_o$ e β a partir do conhecimento da anomalia gravimétrica e do relevo da base do lixão ou do aterro sanitário.

Os testes com dados sintéticos simulando lixões e aterros sanitários de relevo suave e de formato trapezoidal com até 15 metros de profundidades mostraram que o método produz resultados satisfatórios para mapear a base desses ambientes. Para estimar o relevo da base do aterro de modo estável presumimos erros nas observações na ordem de 0,006 mGal para aterros com 5 m de espessuras e 0,01 mGal para espessuras em torno de 10 m a 15 m. Por outro lado, para estimar $\Delta\rho_o$ e β , também de forma estável, a precisão no conhecimento do relevo foi de 0,018 m para aterros em torno de 5 m e 0,03 m para espessuras no entorno de 10 m a 15 m.

Os testes com os dados sintéticos ilustraram também as determinações do contraste de densidade na superfície dos aterros e do fator de decaimento do contraste com a profundidade. Nessa abordagem, o processo de inversão foi simulado de duas maneiras. Na primeira, com o conhecimento do número de pontos do relevo igual ao número de observações, a solução foi sempre estável e coincidiu com a verdadeira não só quando a informação usada na estimação era somente do relevo como também quando a informação do campo era incorporada. Por outro lado, quando o número de pontos do relevo conhecido é menor que o número de observações e a informação que se tem é somente do relevo a estabilização é conseguida com um número de observações (localizadas em posições centrais) equivalente em média a 39 % do número de observações. Mas, se a informação do campo for incorporada esse percentual diminui em média para 30 %. No entanto, não há garantia que a solução coincida com a verdadeira.

Finalmente, a análise em dados teóricos mostrou que a informação contida na anomalia gravimétrica observada não é redundante com a informação obtida através da estimativa do relevo, sendo que a combinação de ambas permite uma estimativa de $\Delta\rho_o$ e β estável e confiável com um menor número de pontos conhecidos do relevo, o que é de importância prática. Isso foi evidenciado tanto pela comparação de estimativas obtidas através de diferentes valores de λ ,

como comparando estimativas obtidas através do método proposto, com aquelas obtidas pelo procedimento de Roberts et al. (1991) (variante B1)

O método também apresentou-se de forma satisfatória no mapeamento da base do aterro sanitário da Fazenda Thomas, localizado na cidade de West Lafayette, Indiana. No entanto, vale ressaltar que o mesmo não teve resolução para mapear a parte do relevo desse aterro sanitário caracterizado por mudanças abruptas no gradiente, haja vista, que o vínculo empregado no processo de inversão foi de suavidade do relevo estimado. Da mesma forma, os resultados obtidos na estimação do contraste de densidade do aterro sanitário da Fazenda Thomas, tanto na abordagem *B* como na variante B1, foram consistentes aos resultados encontrados por Roberts et al.(1991).

A importância do método proposto reside na possibilidade de produzir estimativas da distância entre o fundo do lixão ou do aterro sanitário e o lençol freático, desde que este seja conhecido a partir de informações de sondagem ou de outros métodos geofísicos. Com isso, é possível verificar se esta distância é permitida pela norma brasileira, possibilitando a prevenção de impactos negativos ao meio ambiente. Além disso, a metodologia empregada nesse trabalho pode ser aplicada a qualquer ambiente geológico que possa ser descrito como uma interface limitando um meio superior cujo contraste de densidade varia com a profundidade como, por exemplo, no estudo do mapeamento do embasamento de uma bacia sedimentar. A lei de variação do contraste com a densidade empregada neste trabalho foi a hiperbólica mas extensões para qualquer outra lei são imediatas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOSA, V.C.F., SILVA, J.B.C., MEDEIROS, W.E. 1997. Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths. *Geophysics*, **62** (6) : 1745 – 1757.
- BELTRÃO, J. F., SILVA, J. B. C., HASUI, Y. E COSTA, J. B. S. 1997. Gravity data and crustal structure of north-central Brazil. *An. Acad. Bras. Ci.*, **69**: 479 – 493.
- BHASKARA RAO, D. B. 1986. Modelling of sedimentary basins from gravity anomalies with variable density contrast. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **84** : 207 – 212.
- CHAI, Y. & HINZE, W. J. 1988. Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. *Geophysics*, **53** : 837-845.
- CORDELL, L. 1973. Gravity analysis using an exponential density – depth function – San Jacinto Graben. California. *Geophysics*, **38** : 684 – 690.
- HINZE, W.I. 1990. The role of gravity and magnetic methods in engineering and environmental studies. In: WARD, S. H.(Ed). *Geotechnical and environmental Geophysics Soc. Expl. Geophys.* (Review and tutorial, 1)
- KICK, I.F. 1989. Landfill investigations in New England using gravity methods. *Sageep* : 339 – 353.

- LITINSKY, V. A. 1989. Concept of effective density: Key to gravity determinations for sedimentary basins. *Geophysics*, **54** : 1474 - 1482
- MURTHY, I.V.R., & RAO, D.B. 1979. Gravity anomalies of two dimensional bodies of irregular cross section with density contrast varying with depth. *Geophysics*, **44** (9) : 1525 –1530.
- RAO, C.V.; CHAKRAVARTHI, V.; RAJU, M.L. 1993. Parabolic density function in sedimentary basin modeling, *Pure and Applied Geophysics*, **140** (3) : 493-501.
- ROBERTS, R.L.; HINZE, W.J.; LEAP, D.I. 1991. Application of the Gravity Method to Investigation of a Landfill in the Glaciated Midcontinent, U.S.A.. *Investigations in Geophysics*, **5** : 253-259 .
- RODRIGUES, E. B. 1987. Application of gravity and seismic methods in hydrogeological mapping at a landfill site in Ontário. *NWWA* : 487 – 504.
- SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E.; BARBOSA, V. C. F. 2001. Pitfalls in nonlinear inversion. *Pure and Applied Geophysics*, **158** : 945-964.
- VISWESWARA RAO, C.; CHAKRAVARTHI, V.; RAJU, M.L. 1994. Forward modelling: Gravity anomalies of two- dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions. *Comp.&Geosci.*, **20** : 873-880.