



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

JONATHAS DA SILVA MACIEL

**MEDIDAS DE COERÊNCIA PARA ANÁLISE DE
VELOCIDADE NA MIGRAÇÃO EM TEMPO**

BELÉM
2011

JONATHAS DA SILVA MACIEL

**MEDIDAS DE COERÊNCIA PARA ANÁLISE DE
VELOCIDADE NA MIGRAÇÃO EM TEMPO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de mestre em Ciências na área de Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Sísmicos

Orientador: Jessé Carvalho Costa

BELÉM
2011

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação(CIP)
Biblioteca Geólogo Raimundo Montenegro Garcia de Montalvão

M125m Maciel, Jonathas da Silva

Medidas de coerência para análise de velocidade na migração em tempo / Jonathas da Silva Maciel; Orientador: Jessé Carvalho Costa - 2011.

102 f.: il.

Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

1. Geofísica. 2. Análise de velocidade. 3. Medidas de coerência. 4. Modelos de velocidade. 5. Famílias de ponto imagem comum. I. Costa, Jessé Carvalho, *orient.* II. Universidade Federal do Pará III. Título.

CDD 22° ed.: 551

JONATHAS DA SILVA MACIEL

**MEDIDAS DE COERÊNCIA PARA ANÁLISE DE
VELOCIDADE NA MIGRAÇÃO EM TEMPO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de mestre em Ciências na área de Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Sísmicos

Data de Aprovação: ____/____/____

Banca Examinadora:

Prof. Jessé Carvalho Costa - Orientador

Doutor em Geofísica

Universidade Federal do Pará - UFPA

Prof. Amin Bassrei

Doutor em Geofísica

Universidade Federal da Bahia - UFBA

Prof. Joerg Dietrich Wilhelm Schleicher

Doutor em Geofísica

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

À minha mãe Amália Maciel

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao curso de Pós-graduação em geofísica da UFPa, que me deu o suporte acadêmico necessário para elaboração deste trabalho.

Agradeço à minha mãe Amália Maciel e aos meus irmãos Eliseu e Késide Maciel pela ajuda e apoio nos grandes e maus momentos com palavras certas nas horas certas.

Agradeço ao professor Jessé Costa pela orientação e compreensão e a todos os professores que contribuíram com minha contínua formação.

A todos os amigos de curso, principalmente à Daniela Amazonas e ao Francisco Neto nos desafios computacionais que enfrentei. Aos membros da secretaria por sua facilitação nas questões burocráticas.

Agradeço o apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo - ANP, através do seu programa de recursos humanos - PRH-06. Agradeço também o apoio financeiro da PETROBRAS, FINEP e CNPq.

Agradeço a Pascal Podvin pela disponibilização dos dados Marmousoft.

“Aprendi que não se deve medir o sucesso pela posição que a pessoa alcançou na vida, mas pelos obstáculos que ela teve de superar enquanto tentava ser bem-sucedida.”

(Booker T. Washington)

RESUMO

Métodos iterativos para a análise de velocidade com migração dependem das funções objetivo medirem a horizontalização dos eventos de reflexão em famílias de ponto imagem comum (CIG). A migração em tempo é um método simples de imageamento para avaliar essas funções objetivo. Usando migração em tempo, estudamos a influência da função objetivo nos resultados da análise de velocidade com migração. Propomos duas novas funções objetivo para a análise velocidade com migração: Semblance Diferencial Estendido e o produto do Semblance Clássico com o Semblance Diferencial Estendido. Experimentos numéricos, utilizando os dados Marmousoft, mostram a eficácia das novas funções objetivo em estimar modelos velocidade produzindo eventos horizontalmente alinhados nas famílias de ponto imagem comum.

Palavras-Chave: Geofísica. Análise de velocidade. Medidas de coerência. Modelos de velocidade. Famílias de ponto imagem comum.

ABSTRACT

Iterative methods for migration velocity analysis depend on objective functions to measure the flatness of reflection events in common image gathers (CIG). Time migration is a simple imaging method to evaluate these objective functions. Using time migration we studied the influence of objective functions on the results of migration velocity analysis. We propose two new objective functions for migration velocity analysis: Extended Differential Semblance and the product of Classical Semblance times the Extended Differential Semblance. Numerical experiments using the Marmousoft data show the effectiveness of the new objective functions to estimate velocity models producing flat events in common image gathers.

keywords: Geophysics. Velocity analysis. Measurements of coherence. Velocity models. Common image gather.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Figura 2.1 Representação da migração de uma seção de afastamento comum. A linha vermelha interpola um evento de reflexão. A linha azul indica a curva de difração associada ao ponto difrator indicado pelo ponto na seção imagem. Apenas a região em que a curva de difração tangência o evento de reflexão contribui para imagem migrada.	22
Figura 2.2 Aproximação para curva de difração em meio homogêneo efetivo. Observe que quanto maior for a mudança na velocidade lateral maior será a diferença entre a aproximação do tempo de trânsito (linha contínua) da curva de tempo de trânsito mais real (linha tracejada).	22
Figura 2.3 Cubo de migração pré-empilhamento obtido pela migração de cada seção de afastamento comum. Uma seção de ponto imagem comum corresponde a um plano $I(x = constante, \tau, h)$.	23
Figura 4.1 (a) Modelo de velocidade intervalar otimizado, com a função objetivo Semblance Diferencial, a partir do modelo de gradiente vertical 1500 m/s a 2000 m/s. (b) Modelo de velocidade RMS correspondente.	42
Figura 4.2 (a) Modelo de velocidade intervalar otimizado, com a função objetivo Semblance Diferencial, a partir do modelo de gradiente vertical 1500 m/s a 4000 m/s. (b) Modelo de velocidade RMS correspondente.	43
Figura 4.3 As Figuras de (a) a (d) apresentam as seções de ponto imagem comum nas posições $x = 4000$ m e $x = 5000$ m, antes e depois da MVA, com modelo inicial do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 2000 m/s. As Figuras de (e) a (h) apresentam as seções de ponto imagem comum nas posições $x = 4000$ m e $x = 5000$ m, antes e depois da MVA, com modelo inicial do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 4000 m/s.	44
Figura 4.4 Modelo de velocidade com malha 4×5 .	46
Figura 4.5 Modelo de velocidade com malha 8×9 .	46
Figura 4.6 Modelo de velocidade com malha 10×12 .	47

Figura 4.7 Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 4000$ m.	47
Figura 4.8 Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 5000$ m.	48
Figura 4.9 Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 6000$ m.	48
Figura 4.10 Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 6500$ m.	49
Figura 4.11 Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 7000$ m.	49
Figura 4.12 Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 7500$ m.	50
Figura 4.13 Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 8000$ m.	50
Figura 4.14 Imagem migrada com o modelo de velocidade do tipo gradiente vertical. Velocidades variando entre 1200 m/s a 4200 m/s.	51
Figura 4.15 Seções de ponto imagem comum obtidas pela migração com o modelo de velocidade do tipo gradiente vertical. Velocidades variando entre 1200 m/s a 4200 m/s.	52
Figura 4.16 Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Clássico.	56
Figura 4.17 Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Clássico.	56
Figura 4.18 Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Diferencial.	57
Figura 4.19 Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Diferencial.	57
Figura 4.20 Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Diferencial Estendido.	58
Figura 4.21 Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Diferencial Estendido.	58

Figura 4.22 Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.	59
Figura 4.23 Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.	59
Figura 4.24 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 4000$ m.	60
Figura 4.25 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 5000$ m.	61
Figura 4.26 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 6000$ m.	62
Figura 4.27 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 6500$ m.	63
Figura 4.28 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 7000$ m.	64
Figura 4.29 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 7500$ m.	65
Figura 4.30 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras	

de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 8000$ m.	66
Figura 4.31 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 8500$ m.	67
Figura 4.32 Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SC.	68
Figura 4.33 Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SC.	68
Figura 4.34 Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SD.	69
Figura 4.35 Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SD.	69
Figura 4.36 Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SDE.	70
Figura 4.37 Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SDE.	70
Figura 4.38 Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SDES.	71
Figura 4.39 Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SDES.	71
Figura 4.40 Número de iterações e tempo de otimização para o modelo RMS.	72
Figura 4.41 Número de iterações e tempo de otimização para o modelo intervalar.	72
Figura 4.42 Modelo de velocidade RMS com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Clássico.	75
Figura 4.43 Modelo de velocidade intervalar com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Clássico.	75
Figura 4.44 Modelo de velocidade RMS com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.	76
Figura 4.45 Modelo de velocidade intervalar com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.	76

Figura 4.46 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 4000$ m e (c) e (d) na posição $x = 5000$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 4000$ m e (g) e (h) na posição $x = 5000$ m.	77
Figura 4.47 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 6000$ m e (c) e (d) na posição $x = 6500$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 6000$ m e (g) e (h) na posição $x = 6500$ m.	78
Figura 4.48 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 7000$ m e (c) e (d) na posição $x = 7500$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 7000$ m e (g) e (h) na posição $x = 7500$ m.	79
Figura 4.49 Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 8400$ m e (c) e (d) na posição $x = 8500$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 8400$ m e (g) e (h) na posição $x = 8500$ m.	80
Figura 4.50 Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS-Semblance Clássico com regularização.	81
Figura 4.51 Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar-Semblance Clássico com regularização.	81
Figura 4.52 Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS-Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance, com regularização.	82
Figura 4.53 Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar-Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance, com regularização.	82
Figura 4.54 Número de iterações e tempo de otimização para o modelo RMS.	83

Figura 4.55 Número de iterações e tempo de otimização para o modelo intervalar. 83

Figura A.1 Superfície da função $J(I, V)$. Observe que o valor de mínimo contido na restrição (curva em vermelho) geralmente não corresponde ao máximo global da superfície $J(I, V)$ 91

Figura A.2 Mapa de curvas de nível da figura A.1 (linhas em azul). A linha vermelha mostra a curva de restrição $G(I, V) = 0$. Os vetores representam a direção e magnitude do gradiente de cada curva. 91

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	MIGRAÇÃO E ANÁLISE DE VELOCIDADE	20
2.1	MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM TEMPO	20
2.2	ANÁLISE DE VELOCIDADE ATRAVÉS DA MIGRAÇÃO	23
2.3	FUNÇÕES OBJETIVO	24
2.3.1	Semblance Clássico - SC	24
2.3.2	Semblance Diferencial - SD	25
2.3.3	Semblance Diferencial Estendido - SDE	26
2.3.4	Produto do Semblance Clássico pelo Semblance Diferencial Estendido - SDES	26
2.4	CÁLCULO DO GRADIENTE ATRAVÉS DO MÉTODO DE ESTADO ADJUNTO	27
2.5	GRADIENTES DAS FUNÇÕES OBJETIVO	29
2.6	PARAMETRIZAÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE	30
3	ASPECTOS PRÁTICOS	33
3.1	REPRESENTAÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE	33
3.2	MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO QUASE-NEWTON	35
4	IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO ALGORITMO	39
4.1	DESCRIÇÃO DO PROGRAMA	39
4.2	DADO SINTÉTICO UTILIZADO	40
4.3	DEPENDÊNCIA DO MODELO INICIAL DE VELOCIDADE	40
4.4	DEPENDÊNCIA DA ESTIMATIVA DA MALHA	45

4.5	MODELO INICIAL DE VELOCIDADE UTILIZADO	51
4.6	ANÁLISE DAS FUNÇÕES OBJETIVO	53
4.6.1	Custo computacional das funções objetivo	72
4.7	REGULARIZAÇÃO	73
4.7.1	Custo computacional das funções objetivo regularizadas	83
5	CONCLUSÃO	84
	REFERÊNCIAS	86
	APÊNDICES	89
	APÊNDICE A – Método de estados adjuntos	90
	APÊNDICE B – Cálculo do estado adjunto da função objetivo Sem- blance Clássico	93
	APÊNDICE C – Cálculo do estado adjunto da função objetivo Sem- blance Diferencial	95
	APÊNDICE D – Cálculo do estado adjunto da função objetivo Sem- blance Diferencial Estendido	97
	APÊNDICE E – Cálculo do estado adjunto do produto do Semblance Clássico pelo Semblance Diferencial Estendido	100
	APÊNDICE F – Inversão da velocidade intervalar	102

1 INTRODUÇÃO

A qualidade das imagens sísmicas depende do modelo de velocidade utilizado para a migração. A estimativa de modelos de velocidade para a migração pode ser formulada como um problema de otimização não linear (GAUTHIER; VIRIEUX; TARANTOLA, 1986). Esta abordagem dispensa a correção de Dip Moveout pois a velocidade de migração não depende do mergulho dos refletores (LAMBARÉ et al., 2008). A função objetivo de otimização mede o alinhamento de eventos em famílias de ponto imagem comum (CIG¹) como critério para estimar o modelo de velocidade ótimo. Os autores Symes e Carazzone (1991) propuseram o Semblance Diferencial como medida de coerência para análise de velocidade. Posteriormente Mulder e ten Kroode (2002) utilizaram o Semblance Diferencial como medida de coerência a ser minimizada na migração Kirchhoff em profundidade. O Semblance Diferencial foi utilizado também na estimativa automática de modelos de velocidade para a migração em profundidade usando a equação de onda (SHEN; SYMES; STOLK, 2003; SHEN; SYMES, 2010; FOSS; URSIN; deHOOP, 2005; ALBERTIN et al., 2006; KHOURY et al., 2006).

Recentemente, Abbad, Ursin e Rappin (2009) avaliaram a aplicação do Semblance Diferencial na análise de velocidade em dados reais de grande afastamento. Estes autores observaram que o Semblance Diferencial pode apresentar valores muito baixos mesmo quando os eventos ainda apresentam alguma curvatura. Para corrigir esta limitação propõem uma permutação aleatória dos traços nas famílias CIG antes de avaliar o Semblance Diferencial. Estes autores também observaram que o Semblance Clássico discrimina melhor eventos com pequena curvatura nos CIGs. Baseado nestas observações, apresentam uma nova função objetivo para medir o alinhamento de eventos em dados de grande afastamento que é o produto do Semblance Diferencial pelo Semblance Clássico avaliado em CIG com traços permutados aleatoriamente. Esta nova função objetivo é apresentada como uma estratégia de refinamento de modelos de velocidade estimados através da otimização do Semblance Diferencial. Entretanto, a permutação aleatória dos traços quebra a suavidade da função objetivo impedindo a utilização de métodos de otimização eficientes do tipo quase-Newton e gradiente conjugado (NOCEDAL; WRITE, 1999; ZHU et al., 1994; BYRD et al., 1993).

Na busca de funções objetivo que tenham as características da função proposta por Abbad, Ursin e Rappin (2009), mas que possam ser otimizados usando métodos quase-Newton,

¹Common Image Gather

avaliamos duas funções alternativas, baseados na extensão do Semblance Diferencial e no produto desta medida de coerência com o Semblance Clássico, para análise de velocidade automática. Utilizamos a migração em tempo, por ser um método de imageamento mais simples, para avaliar o desempenho destas funções objetivo e para validar o algoritmo. Apresentamos a dedução do gradiente de cada uma das funções através do método de estados adjuntos (CHAVENT, 1974; PLESSIX, 2006). Estimamos tanto o modelo de velocidade RMS quanto o modelo de velocidade intervalar em 2D para possível aplicação na conversão tempo-profundidade. Os modelos de velocidade são representados usando B-splines e a implementação do algoritmo foi feita na linguagem FORTRAN 90, paralelizado com biblioteca MPI. O programa implementado aceita dados sísmicos em formato Seismic Un*x e sua validação foi feita usando dados sintéticos Marmousoft.

2 MIGRAÇÃO E ANÁLISE DE VELOCIDADE

A formação de uma imagem sísmica essencialmente baseia-se em dois passos: a estimação do modelo de velocidade e a migração dos dados. O resultado desejado é o *correto* posicionamento dos eventos sísmicos na imagem. Por *correto* entende-se que os posicionamentos dos eventos estão perfeitamente compatíveis com o modelo de velocidade usado na migração e geologicamente plausível. Para tal é importante que o modelo de velocidade seja próximo do real. Teoricamente o processo de migração é fundamentado na teoria de propagação da onda. Os diferentes tipos de migração usam diferentes caminhos para resolver a equação da onda. Destes métodos, a migração Kirchhoff em tempo é a mais utilizada devido ao seu baixo custo computacional.

2.1 MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM TEMPO

A migração Kirchhoff em tempo é baseado na teoria da função de Green e numa solução integral da equação da onda. O resultado final é bastante simples (SCHNEIDER, 1978). A formação da imagem migrada em tempo de uma seção sísmica de afastamento comum pode ser obtida através da equação conhecida como integral de Kirchhoff (SCHLEICHER; TYGEL; HUBRAL, 2007; BIONDI, 2006)

$$I(x, \tau, h; V_{mig}) = \int d\xi W(\xi, x, \tau, h; V_{mig}) \mathcal{D}[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; V_{mig})] , \quad (2.1)$$

em que ξ indica a coordenada do ponto médio comum entre fonte e receptor, h o semi-afastamento entre fonte e receptor, x a coordenada horizontal do ponto imagem, τ o tempo de trânsito ao longo da vertical da superfície ao ponto difrator; $V_{mig}(x, \tau)$ é a velocidade de migração associada ao ponto difrator (x, τ) ; \mathcal{D} indica dados sísmicos em famílias de afastamento comum; W indica uma ponderação dos traços com o objetivo de melhor recuperar a amplitude dos eventos migrados e

$$\begin{aligned}
t_D(\xi, h, x, \tau; V_{mig}) &= t_s + t_r \\
&= \sqrt{\frac{(\xi - h - x)^2}{V_{mig}^2(x, \tau)} + \frac{\tau^2}{4}} + \sqrt{\frac{(\xi + h - x)^2}{V_{mig}^2(x, \tau)} + \frac{\tau^2}{4}}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

é o tempo de trânsito para um evento de difração em um meio homogêneo efetivo de velocidade $V_{mig}(x, \tau)$ (YILMAZ, 2001). Para um meio verticalmente heterogêneo e pequenos afastamentos ($h \ll V_{mig}\tau$) a velocidade de migração corresponde a velocidade média quadrática (CAMERON; FOMEL; SETHIAN, 2008)

$$V^2(x, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau v^2(x, \zeta) d\zeta. \tag{2.3}$$

em que V é a velocidade RMS¹ e v representa a velocidade intervalar em tempo.

Conforme indica a equação (2.1) e a Figura 2.1, a curva de tempo de trânsito caminha pela seção de afastamento comum através da varredura do parâmetro ξ . Somente a interseção da curva do tempo de trânsito na amplitude do traço, $\mathcal{D}[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; V_{mig})]$, contribui para migração. Assim através da simetria de t_D o ponto difrator (x, τ) , no plano imagem, pode ser indicado pelo ápice da curva de tempo de trânsito.

As amplitudes dos traços ainda podem ser ponderados para corrigir o espalhamento geométrico. Restringiremos-nos a correção do espalhamento geométrico com a ponderação proposta por Peles et al. (2001),

$$W(\xi, x, \tau, h; V) = \frac{1}{2} V(x, \tau) \tau \left(\frac{t_s}{t_r} + \frac{t_r}{t_s} \right) \sqrt{\frac{1}{t_s} + \frac{1}{t_r}}. \tag{2.4}$$

As equações (2.2) e (2.4) são aproximações para solução da equação da onda no limite de altas frequências. Conforme observar-se na Figura 2.2 a aproximação da curva de tempo de trânsito (linha contínua) para um meio homogêneo efetivo é ainda mais simples do que uma aproximação usando teoria do raio (linha tracejada) para um meio com heterogeneidade moderada, isto sugere que dentro do lança sísmico o modelo de velocidade em sub-superfície deva ter uma suavidade lateral ainda maior da que é usada com teoria do raio para que a migração seja valida. Estas aproximações são a base da migração Kirchhoff e constitui a limitação fundamental do método.

¹Root Mean Square

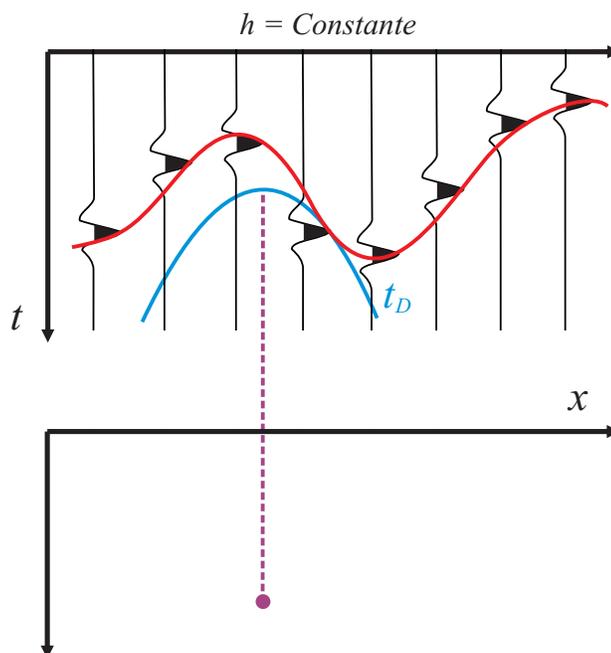


Figura 2.1: Representação da migração de uma seção de afastamento comum. A linha vermelha interpola um evento de reflexão. A linha azul indica a curva de difração associada ao ponto difrator indicado pelo ponto na seção imagem. Apenas a região em que a curva de difração tangência o evento de reflexão contribui para imagem migrada.

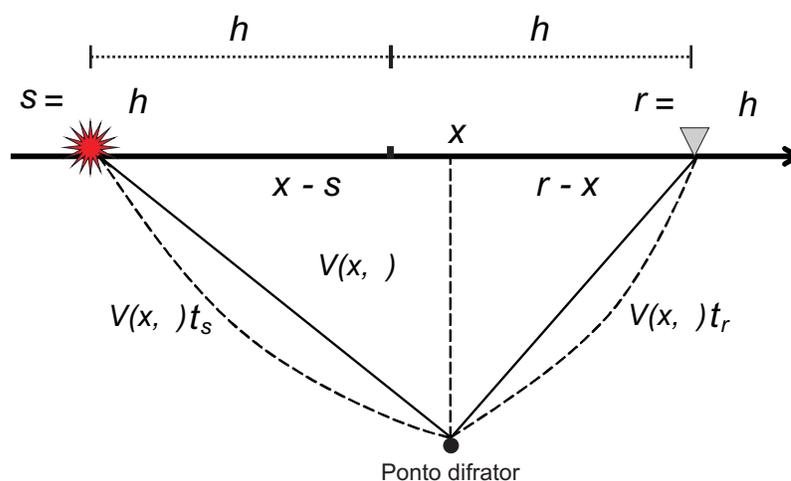


Figura 2.2: Aproximação para curva de difração em meio homogêneo efetivo. Observe que quanto maior for a mudança na velocidade lateral maior será a diferença entre a aproximação do tempo de trânsito (linha contínua) da curva de tempo de trânsito mais real (linha tracejada).

2.2 ANÁLISE DE VELOCIDADE ATRAVÉS DA MIGRAÇÃO

A migração de dados de múltiplo afastamento pode ser utilizada para verificar a consistência do modelo de velocidade utilizado para migração. Se cada seção de afastamento comum é migrada independentemente com o modelo de velocidade correto, a imagem migrada deve ser a mesma para qualquer seção. Esta observação permite discriminar se o modelo de velocidade $V(x, \tau)$ é consistente com os dados e é a base para construção de algoritmos automáticos para análise de velocidade (MVA²).

Famílias de ponto imagem comum, CIG, são mais adequadas para avaliar consistência de modelos de velocidade para a migração. Estas famílias são obtidas selecionando-se os traços migrados associados uma mesma coordenada x , $I_{CIG}(\tau, h_i; x, V)$, para $i = 1, \dots, N_h$. Se o modelo de velocidade é adequado todos os eventos migrados devem estar alinhados horizontalmente em famílias de ponto imagem comum, conforme indica a Figura 2.3.

Utilizando medidas de coerência para avaliar se os eventos em famílias CIGs estão horizontalizados, a estima do modelo de velocidade pode ser formulada como um problema de otimização não linear ou seja, a inversão do modelo de velocidade é obtida numericamente através de processos iterativos otimizando o valor de uma função objetivo. Este processo necessita de uma medida de coerência como função objetivo e seu gradiente que irá direcionar o processo a partir de um modelo inicialmente atribuído pelo usuário para um modelo otimizado.

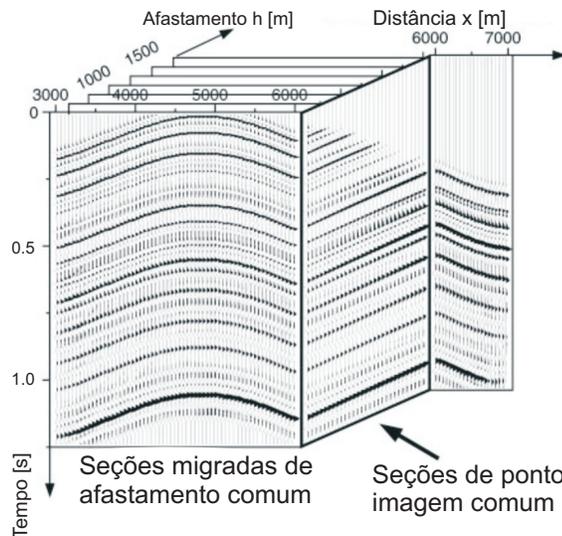


Figura 2.3: Cubo de migração pré-empilhamento obtido pela migração de cada seção de afastamento comum. Uma seção de ponto imagem comum corresponde a um plano $I(x = \text{constante}, \tau, h)$. Adaptada de (CHAURIS; NOBLE, 2001)

²Migration Velocity Analysis

2.3 FUNÇÕES OBJETIVO

As funções objetivo visam medir a qualidade do modelo de velocidade utilizando o critério de horizontalização dos eventos nas seções de ponto imagem comum. Estas funções possuem características próprias na estimativa do alinhamento dos eventos no CIG e conseqüentemente na análise de velocidade. Podemos destacar entre elas o Semblance Clássico (CHAURIS; NOBLE, 2001), que mede a coerência através de uma média quadrática sobre as imagens migradas, e o Semblance Diferencial (SYMES; CARAZZONE, 1991) que utiliza a operação de derivada para medir variações locais ao longo do CIG.

Além de utilizarmos estas medidas de coerência, propomos nesta dissertação o uso de novas funções objetivo com a finalidade de melhorar a sensibilidade da medida de coerência a perturbações no modelo de velocidade. Uma proposta é estender o conceito de Semblance Diferencial para uma análise com espectro maior de traços. O objetivo desta extensão está no fato que o Semblance Diferencial mesmo possuindo baixos valores pode ainda apresentar uma curvatura residual devido sua análise local e portanto a extensão viria corrigir isto. A esta nova função objetivo denominamos de Semblance Diferencial Estendido. Baseados na idéia de Abbad, Ursin e Rappin (2009) propomos uma segunda nova função objetivo que combine as propriedades convectivas do Semblance Diferencial Estendido com o refinamento característico do Semblance Clássico através do produto entre eles.

Uma análise empírica de todas as funções objetivos será discutida no capítulo 4, no momento, apresentaremos todas as funções objetivo implementadas, normalizadas sobre a energia total dos traços:

$$\mathcal{N}(x) = N_x N_h \int d\tau' \int dh' I^2(x, \tau', h'), \quad (2.5)$$

no qual N_x e N_h são as dimensões totais em cada coordenada, $I(x, \tau, h; V)$ é o cubo de imagens migradas com x sendo a coordenada horizontal do ponto imagem, τ o tempo migrado, h o semi-afastamento entre fontes e receptores e $V(x, \tau)$ o modelo de velocidade usado na migração.

2.3.1 Semblance Clássico - SC

O Semblance Clássico provê uma relação entre a energia empilhada dos traços ao longo das seções de imagem comum e a energia total de todos os traços (2.5) matematicamente expressa por

$$J(I, V) = 1 - \int dx \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau \left[\int dh I(x, \tau, h) \right]^2. \quad (2.6)$$

Observa-se que no termo a direita, se os eventos apresentarem-se horizontalmente alinhados a energia dos traços empilhados no numerador deve ser próxima da energia total no denominador, ou seja a relação entre o numerador e denominador é igual a um para máxima coerência. Como em todos as funções objetivo optamos pelo critério de minimização, a função objetivo $J(I, V)$ utiliza o Semblance Clássico subtraído de uma constante unitária mantendo os valores de $J(I, V)$ no intervalo $0 \leq J(I, V) \leq 1$.

É importante ressaltar que o Semblance Clássico deve ser evitado como medida de coerência em dados que possuam afastamentos muito longos. O empilhamento de traços com afastamentos muitos grandes pode gerar erros no empilhamento, devido a considerável discrepância dos eventos em seu posicionamento vertical. Estes erros atribuem no processo de análise automática de velocidade a presença de vários mínimos locais pondo em risco que o processo iterativo caia em uma solução distante da ideal.

2.3.2 Semblance Diferencial - SD

A proposta de uma função objetivo que possui-se melhores propriedades convectivas que o Semblance Clássico veio em 1991 com Symes e Carazzone quando propuseram o Semblance Diferencial como medida de coerência para análise de velocidade. Este funcional, baseado na derivada dos eventos ao longo das seções de imagem comum, leva em conta o fato que fisicamente um evento no CIG possui alguma continuidade e variação suave. Evita também a comparação direta entre afastamentos longos e curtos (análise local), proporcionando menor risco ao processo iterativo cair em algum mínimo local. O Semblance Diferencial é definido por:

$$J(I, V) = \frac{1}{2} \int dx \int d\tau \int dh \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left[\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \right]^2. \quad (2.7)$$

A horizontalização dos eventos produz uma derivada nula ou próxima de zero. Se o modelo de velocidade estiver próximo ao ideal, a soma das derivadas de todos os eventos no cubo de imagens deve ser mínima.

2.3.3 Semblance Diferencial Estendido - SDE

A análise local do Semblance Diferencial pode produzir no intervalo entre o afastamento mínimo e afastamento máximo a presença de curvaturas residuais. Isso nos motiva a construção de uma função objetivo que aumente a sensibilidade a eventos com pequena curvatura. A idéia portanto é estender o conceito de Semblance Diferencial para traços não adjacentes, em torno de uma janela de comprimento L , mantendo as propriedades convectivas e a diferenciabilidade. A esta função objetivo chamamos de Semblance Diferencial Estendido e definimos como:

$$J(I, V) = \frac{1}{2} \int dx \int d\tau \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \int_\gamma^{H-\gamma} dh \frac{W_h(h)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I(x, \tau, h, \gamma)]^2, \quad (2.8)$$

onde W_τ e W_h permitem especificar funções peso e $\Delta I(x, \tau, h, \gamma)$ indica a diferença

$$\Delta I(x, \tau, h, \gamma) = I(x, \tau, h + \gamma) - I(x, \tau, h - \gamma). \quad (2.9)$$

2.3.4 Produto do Semblance Clássico pelo Semblance Diferencial Estendido - SDES

As investigações feitas no trabalho (ABBAD; URSIN; RAPPIN, 2009) mostraram que a combinação do Semblance Diferencial com Semblance Clássico com uso de traços permutados aleatoriamente, antes de avaliação do funcional, resultou num ganho na discriminação de eventos com pequena curvatura nos CIGs. Seguindo esta linha de investigação propomos a construção de uma novo função objetivo que correlacione as propriedades do Semblance Diferencial Estendido com o Semblance Clássico. Entretanto evitaremos a permutação aleatória dos traços pois impediria a utilização de métodos de otimização eficientes do tipo quase-Newton (NOCEDAL; WRITE, 1999). Propomos então que

$$\begin{aligned} J(I, V) &= \frac{1}{2} \int dx \int d\tau \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \int_\gamma^{N_h-\gamma} dh \frac{W_h(h)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I(x, \tau, h, \gamma)]^2 \\ &\times \left[1 - \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.4 CÁLCULO DO GRADIENTE ATRAVÉS DO MÉTODO DE ESTADO ADJUNTO

A importância do cálculo do gradiente da função objetivo advém da necessidade de algoritmos iterativos do tipo quase-Newton ou gradientes conjugados requerem o valor do gradiente e da função objetivo. O gradiente pode ser calculado através do método de estado adjunto conforme mostrado no apêndice (A). O tratamento feito no apêndice (A) com variáveis pode ser aplicado com (I, V) representando os campos de imagens e modelos de velocidade. Nesta representação a função $J(I, V)$ corresponderá a função objetivo. O vínculo $G(I, V)$ entre a imagem e o modelo de velocidade é estabelecido pelo operador da migração Kirchhoff em tempo

$$G[I(x, \tau, h), V(x, \tau)] = I(x, \tau, h; V) - \int d\xi W(\xi, x, \tau, h; V) \mathcal{D}[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; V)] = 0. \quad (2.11)$$

Conforme indica a equação (A.2) é conveniente em problemas de otimização deste tipo trabalhar com uma equação auxiliar do tipo

$$L(I, V, \lambda) = J(I, V) + \int dx \int d\tau \int dh \lambda(x, \tau, h) G[I(x, \tau, h), V(x, \tau)], \quad (2.12)$$

em que $\lambda(x, \tau, h)$ representa o estado adjunto. Também é conveniente definir a função objetivo $J(I, V)$ na forma

$$J(I, V) = \int dx \int d\tau \int dh \mathcal{J}[I(x, \tau, h), V(x, \tau)] \quad (2.13)$$

em que \mathcal{J} representa a densidade da função objetivo no cubo de imagens.

O modelo estacionário de velocidade é obtido através de processos iterativos partindo de um modelo de velocidade especificado em cada iteração. O que significa que desejamos encontrar como $J(I, V)$ varia com o modelo de velocidade. Portanto diferenciamos a equação (2.12) usando (2.13) de forma que

$$\begin{aligned} \delta L(I, V, \lambda) &= \delta J(I, V) = \int dx \int d\tau \int dh \delta I(x, \tau, h) \left[\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I} + \lambda \frac{\partial G}{\partial I} \right] (x, \tau, h) \\ &+ \int dx \int d\tau \delta V(x, \tau) \int dh \left[\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial V} + \lambda \frac{\partial G}{\partial V} \right] (x, \tau, h) \\ &+ \int dx \int d\tau \int dh \delta \lambda(x, \tau, h) G[I(x, \tau, h), V(x, \tau)]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Observa-se em (A.3) que um dos critérios para que o modelo de velocidade seja estacionário é que os coeficientes de δI e $\delta \lambda$ sejam nulos. A aplicação da restrição imposta pelo operador de migração (2.11) leva de imediato ao anulamento do coeficiente de $\delta \lambda$. A nulidade de δI e a aplicação de (2.11) informa-nos o valor do estado adjunto

$$\lambda(x, \tau, h) = -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h). \quad (2.15)$$

Observando ainda que podemos desprezar o termo de derivada do peso com relação a velocidade pelo fato de ser de ordem assintoticamente inferior na frequência (MULDER; ten KROODE, 2002) que a derivada da fase dos eventos ($\frac{\partial t_d}{\partial V}$). A equação (2.14) resulta em

$$\begin{aligned} \delta L(I, V, \lambda) &= \delta J(I, V) = \int dx \int d\tau \delta V(x, \tau) \int dh \left[\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial V}(x, \tau, h) \right. \\ &+ \left. \lambda(x, \tau, h) \int d\xi W(\xi, h, x, \tau; V) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; V)] \frac{\partial t_D}{\partial V} \right]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Funções objetivo com dependência explícita em V podem ser úteis para regularizar a estimativa do modelo de velocidade introduzindo propriedades desejáveis para solução, por exemplo suavidades pode ser exigida através da função objetivo

$$J(I, V) = J_{imag}(I) + \int dx \int d\tau \left\{ \Lambda_x \left[\frac{\partial^n V}{\partial x^n}(x, \tau) \right]^2 + \Lambda_\tau \left[\frac{\partial^n V}{\partial \tau^n}(x, \tau) \right]^2 \right\}, \quad (2.17)$$

em que $J_{imag}(I)$ é a função objetivo dependendo somente do campo de imagens migradas e $\Lambda_{x,\tau}$ um fator de normalização da regularização para as coordenadas x e τ e n é a ordem da derivada. Se J não depende explicitamente do modelo de velocidade como ocorre na maioria das situações relatadas na literatura e nas aplicações deste trabalho, então

$$\begin{aligned} \delta L(I, V, \lambda) &= \delta J(I, V) = \int dx \int d\tau \delta V(x, \tau) \int dh \lambda(x, \tau, h) \\ &\times \int d\xi W(\xi, h, x, \tau; V) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; V)] \frac{\partial t_D}{\partial V}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.5 GRADIENTES DAS FUNÇÕES OBJETIVO

Os cálculos dos gradientes das funções objetivo resumem-se aos cálculos dos estados adjuntos (2.15) cuja expressões devem ser substituídas na equação do gradiente (2.18). Os detalhes dos cálculos são descritos nos apêndices B, C, D e E. Abaixo apresentamos as expressões dos estados adjuntos de cada função objetivo:

- *Semblance Clássico*

$$\begin{aligned}\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\ &= \frac{2}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int dh' I(x, \tau, h') + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right\};\end{aligned}\quad (2.19)$$

- *Semblance Diferencial*

$$\begin{aligned}\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \frac{\partial^2 I}{\partial h^2}(x, \tau, h) + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \int dh' \left[\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau', h') \right]^2 \right\};\end{aligned}\quad (2.20)$$

- *Semblance Diferencial Estendido*

$$\begin{aligned}\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int d\zeta S_\tau(\zeta - \tau) \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\mathcal{Y}(x, \zeta, h + \gamma, \gamma) - \mathcal{Y}(x, \zeta, h - \gamma, \gamma)] \right. \\ &\quad \left. + N_x N_h \frac{I_*(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\zeta \int_0^L d\gamma W_\zeta(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} d\sigma W_h(\sigma) [\Delta I_*(x, \zeta, \sigma, \gamma)]^2 \right\},\end{aligned}\quad (2.21)$$

no qual o índice * representa suavizações em τ e h conforme indicado pela equação (D.1) e \mathcal{Y} é definido pela equação (D.9);

• *Produto do Semblance Clássico pelo Semblance Diferencial Estendido*

$$\begin{aligned}
\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\
&= \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int d\zeta S_\tau(\zeta - \tau) \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\mathcal{Y}(x, \zeta, h + \gamma, \gamma) - \mathcal{Y}(x, \zeta, h - \gamma, \gamma)] \right. \\
&+ N_x N_h \frac{I_*(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\zeta \int_0^L d\gamma W_\zeta(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} d\sigma W_h(\sigma) [\Delta I_*(x, \zeta, \sigma, \gamma)]^2 \left. \right\} \\
&\times \left[1 - \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right] \\
&+ \int d\tau'' \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} dh'' \frac{W_h(h'')}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \tau'', h'', \gamma)]^2 \\
&\times \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int dh' I(x, \tau, h') + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right\}. \quad (2.22)
\end{aligned}$$

2.6 PARAMETRIZAÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE

O modelo de velocidade pode ser parametrizado em função da velocidade intervalar. Esta generalização é conveniente pois um modelo de velocidade intervalar pode ser utilizado diretamente na conversão tempo-profundidade (CAMERON; FOMEL; SETHIAN, 2008). Dix (1955) estabeleceu a relação discreta entre a velocidade RMS com a velocidade intervalar em meios 2D com variação lateral da velocidade. O equivalente da equação de Dix no domínio contínuo é expressa por

$$V^2(x, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau d\zeta v^2(x, \zeta), \quad (2.23)$$

com $V(x, \tau)$ sendo a velocidade RMS e $v(x, \tau)$ a velocidade intervalar. Segue desta definição que

$$\delta V(x, \tau) = \frac{1}{\tau V(x, \tau)} \int_0^\tau d\zeta v(x, \zeta) \delta v(x, \zeta). \quad (2.24)$$

Substituindo (2.24) na equação (2.18), temos:

$$\begin{aligned} \delta L(I, v, \lambda) &= \int dx \int d\tau \frac{1}{\tau V(x, \tau)} \int_0^\tau d\zeta v(x, \zeta) \delta v(x, \zeta) \frac{\partial v}{\partial V}(x, \tau) \\ &\times \int dh \lambda(x, \tau, h) \int d\xi W(\xi, h, x, \tau; v) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; v)] \frac{\partial t_D}{\partial v}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

com

$$\frac{\partial v}{\partial V}(x, \tau) = \frac{\frac{d}{d\tau}[\tau V(x, \tau)]}{v(x, \tau)} \quad (2.26)$$

onde o cálculo de $v(x, \tau)$ é explicitado no apêndice (F). Para posicionarmos δv de forma que o gradiente parametrizado com velocidade intervalar fique similar ao gradiente da equação (2.18) é necessário permutarmos as integrais em ζ e em τ . Os limites não explicitados das integrais em x , τ e h estão sobre todo o domínio do cubo de imagens, explicitando somente o limite da integral em τ , ou seja $[0, \tau_{max}]$ com τ_{max} sendo o tempo migrado máximo, e atribuindo o mesmo intervalo de integração na integral em ζ através de uma função degrau $\Theta(\tau)$ definida como

$$\Theta(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{se } \tau > 0, \\ \frac{1}{2}, & \text{se } \tau = 0, \\ 0, & \text{se } \tau < 0, \end{cases} \quad (2.27)$$

o gradiente torna-se

$$\begin{aligned} \delta L(I, v, \lambda) &= \int dx \int_0^{\tau_{max}} d\tau \frac{1}{\tau V(x, \tau)} \int_0^{\tau_{max}} d\zeta \Theta(\tau - \zeta) v(x, \zeta) \delta v(x, \zeta) \frac{\partial v}{\partial V}(x, \tau) \\ &\times \int dh \lambda(x, \tau, h) \int d\xi W(\xi, h, x, \tau; v) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; v)] \frac{\partial t_D}{\partial v}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Assim podemos permutar as integrais em τ e ζ tal que

$$\begin{aligned} \delta L(I, v, \lambda) &= \int dx \int_0^{\tau_{max}} d\tau v(x, \tau) \delta v(x, \tau) \int_0^{\tau_{max}} d\zeta \Theta(\zeta - \tau) \frac{1}{\zeta V(x, \zeta)} \frac{\partial v}{\partial V}(x, \zeta) \\ &\times \int dh \lambda(x, \zeta, h) \int d\xi W(\xi, h, x, \zeta; v) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \zeta, h; v)] \frac{\partial t_D}{\partial v}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

ou ainda modificando o limite de integral em ζ com o uso da função degrau, o gradiente torna-se

$$\begin{aligned}
\delta L(I, v, \lambda) &= \int dx \int_0^{\tau_{max}} d\tau \delta v(x, \tau) \int_{\tau}^{\tau_{max}} d\zeta P(x, \tau, \zeta) \\
&\times \int dh \lambda(x, \zeta, h) \int d\xi W(\xi, h, x, \zeta; v) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \zeta, h; v)] \frac{\partial t_D}{\partial v} \quad (2.30)
\end{aligned}$$

com

$$P(x, \tau, \zeta) = \frac{v(x, \tau)}{\zeta V(x, \zeta)} \frac{\partial v}{\partial V}(x, \zeta). \quad (2.31)$$

A implementação do cálculo direto da velocidade intervalar no gradiente modifica o algoritmo acrescentando um novo *loop* e uma nova ponderação (2.31), representando apenas um ligeiro aumento no custo computacional para o cálculo do gradiente. Os efeitos desta reponderação podem ser mais complicados para convergência do modelo de velocidade intervalar do que no modelo com velocidade RMS, uma vez que a velocidade intervalar possui uma descrição mais precisa do meio em sub-superfície do que modelo RMS.

3 ASPECTOS PRÁTICOS

3.1 REPRESENTAÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE

A implementação do algoritmo de análise de velocidade requer a extensão do modelo contínuo $[V(x, \tau)]$ para modelo discreto $[V^{ij}]$ de velocidade sobre o critério de interpolação. Algumas superfícies interpoladas dificilmente podem ser descritas por expressões analíticas em toda sua extensão, sendo necessário realizar a união de pequenas superfícies com continuidade desejada que seccionalmente são formadas por curvas conhecidas como *splines*¹ (AZEVEDO; CONCI, 2003). As superfícies mais conhecidas são as superfícies de Hermite, Bézier e B-Splines.

Por apresentar melhores propriedades que as demais, a superfície em B-Splines é amplamente utilizada nos métodos computacionais (UNSER; ALDROUBI; EDEN, 1993). Matematicamente a interpolação com funções bases B-splines é expressa por

$$V(x, \tau) = \sum_{i=0}^{N_x} \sum_{j=0}^{N_\tau} V^{ij} B_i^n(x) B_j^n(\tau), \quad (3.1)$$

em que N_x e N_τ são o total de ponto de controles (nós) nas coordenadas horizontal e vertical respectivamente; e $B_i^n(x)$ é a função B-splines de ordem n . As superfícies B-Splines não necessariamente passam por algum ponto de controle. A superfície pode ser gerada com qualquer grau de polinômio independente do número de pontos de controle. Além disso, possuem controle local, ou seja, as alterações em um ponto afetam apenas os vizinhos mais próximos. A geração da superfície B-splines é bem semelhante à superfície de Bézier; um conjunto de funções combinam os pontos de controle para gerar a superfície (3.1). Porém, no caso B-Splines, a função de combinação dos pontos,

$$B_i^n(x) = \left(\frac{x - x_i}{x_{i+n} - x_i} \right) B_i^{n-1}(x) + \left(\frac{x_{i+n+1} - x}{x_{i+n+1} - x_{i+1}} \right) B_{i+1}^{n-1}(x), \quad (3.2)$$

¹O nome spline faz alusão ao termo da língua inglesa utilizado para denominar régua flexível usada em desenhos para gerar curvas suaves, de classe C^2 .

é recursiva, ou seja, $B_i^n(x)$ é obtido de sua forma irreduzível: a função pulso retangular

$$B_i^0(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x_i < x < x_{i+1}, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.3)$$

Na prática, o algoritmo interpolador em B-splines é obtido na substituição da equação (3.1) em (2.18), ou seja,

$$\begin{aligned} \delta L(I, V, \lambda) &= \sum_{i=0}^{N_x} \sum_{j=0}^{N_\tau} \delta V^{ij} \int dx \int d\tau \int dh B_i^n(x) B_j^n(\tau) \\ &\times \lambda(x, \tau, h) \int d\xi W(\xi, h, x, \tau; V) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; V)] \frac{\partial t_D}{\partial V}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

o que nos indica que

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta V^{ij}}(I, V, \lambda) &= \int dx \int d\tau \int dh B_i^n(x) B_j^n(\tau) \\ &\times \lambda(x, \tau, h) \int d\xi W(\xi, h, x, \tau; V) \mathcal{D}'[\xi, h, t = t_D(\xi, x, \tau, h; V)] \frac{\partial t_D}{\partial V}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

O segundo aspecto prático é a especificação do algoritmo do gradiente. A princípio vamos utilizar funções B-splines cúbicas ($n = 3$). Além disso, suavizações e *mutings* podem ser aplicados, de forma que

$$I(x, \tau, h) = \int d\zeta S_\tau(\tau - \zeta) \int d\sigma S_h(h - \sigma) \Gamma(x, \zeta, \sigma) \mathcal{I}(x, \zeta, \sigma) \quad (3.6)$$

represente o cubo de imagens com tratamento, onde S_i é o operador de suavização na coordenada i , $\Gamma(x, \tau, h)$ é o operador de silenciamento (*muting*) e $\mathcal{I}(x, \tau, h)$ é o cubo de imagens sem tratamento.

O terceiro aspecto prático para avaliação numérica deste gradiente é observar que a derivada da imagem em relação à V ,

$$\frac{\partial I}{\partial V}(x, \tau, h) = \int d\xi W(\xi, x, \tau, h; V) \mathcal{D}'[\xi, h, t = \tau_D(\xi, x, \tau, h; V)] \frac{\partial t_D}{\partial V}, \quad (3.7)$$

pode ser calculado no processo de migração. O processo de migração portanto produz dois grupos de famílias imagem, os CIGs convencionais e os CIGs associados a $\partial I/\partial V$. Isso corresponde a aproximadamente duas vezes o custo de uma migração pré-empilhamento em tempo.

O cálculo do gradiente se reduz em projetar o produto de duas imagens, $\lambda(x, \tau, h)$ e $\partial I(x, \tau, h)/\partial V$, nas bases B-splines que representam o modelo conforme

$$\frac{\delta L}{\delta V^{ij}}(I, V, \lambda) = - \int dx \int d\tau B_i^3(x) B_j^3(\tau) \left[\int dh \lambda(x, \tau, h) \frac{\partial I}{\partial V}(x, \tau, h) \right]. \quad (3.8)$$

As famílias de imagem $\lambda(x, \tau, h)$ estão associadas aos CIGs convencionais e representam o núcleo que diferencia os gradientes. O núcleo do gradiente não sofre mudança na aplicação da velocidade intervalar. O *loop* extra e a ponderação (2.30) podem ser aplicados na expressão entre colchetes para em seguida ser projetada nas bases B-splines.

O gradiente $\frac{\delta L}{\delta V^{ij}}$ será utilizado em métodos de otimização do tipo gradiente conjugado ou quase-Newton para atualizar o modelo de velocidade e minimizar a medida de coerência dos CIGs. Este tipo de algoritmo, por exemplo, também pode ser utilizado para refinar um modelo de velocidade inicial obtido a partir de algoritmos de tomografia para migração em profundidade, ou estimar a partir de integrais de trajetória para migração em tempo.

3.2 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO QUASE-NEWTON

Os métodos de otimização do tipo quase-Newton são algoritmos, baseado no método de Newton, que procuram pontos estacionários locais de funções. Tanto no método de Newton como no método quase-Newton pressupõe-se que funções não lineares podem ser aproximadas localmente por curvas quadráticas. Esta aproximação pode ser representada através da expansão em série de Taylor até segunda ordem em torno do ponto x_m ,

$$f(x) = f(x_m) + f'(x_m)(x - x_m) + \frac{1}{2}(x - x_m)f''(x_m)(x - x_m). \quad (3.9)$$

Um ponto estacionário é solução da equação

$$f'(x) = f'(x_m) + f''(x_m)(x - x_m) = 0 \quad (3.10)$$

tal que $x = x_m - [f''(x_m)]^{-1}f'(x_m)$. Se a função $f(x)$ fosse quadrática encontraríamos o extremo através de um simples passo, isto é x é a solução. Contudo se a função não é

quadrática devemos encontrar a solução iterativamente, o que significa atribuir a x o valor x_m e calcular um novo valor

$$x_{m+1} = x_m - \delta_m \quad (3.11)$$

com m representando a iteração atual e

$$\delta_m = [f''(x_m)]^{-1} f'(x_m). \quad (3.12)$$

Contudo, a grande maioria dos problemas possui mais de uma variável, neste caso x_m representa o vetor $\mathbf{x}_m = (x_m^1, x_m^2, \dots, x_m^n)$ com n variáveis, $f'(x_m)$ o vetor gradiente

$$\mathbf{g}_m = \left(\frac{\partial f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^1}, \frac{\partial f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^n} \right) \quad (3.13)$$

e $f''(x_m)$ a matriz Hessiana

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^1} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^2 \partial x_m^1} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^n \partial x_m^1} \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^1 \partial x_m^2} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^2} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^n \partial x_m^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^1 \partial x_m^n} & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^2 \partial x_m^n} & \dots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x}_m)}{\partial x_m^n} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

simétrica e definida positiva.

Muitas vezes a função a ser otimizada não possuiu bom comportamento na região de \mathbf{x}_m . Este ponto pode estar muito longe do ponto ótimo ou a superfície naquela região pode estar muito mal aproximada por uma função quadrática. Um passo adicional é introduzido nas iterações para corrigir isto com a redefinição de (3.11):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{m+1} &= \mathbf{x}_m - \alpha_m \boldsymbol{\delta}_m \\ &= \mathbf{x}_m - \alpha_m \mathbf{H}_m^{-1} \mathbf{g}_m, \end{aligned} \quad (3.15)$$

com a função escalar α_m satisfazendo as condições de Wolfe (1967).

O cálculo da Hessiana é muito caro computacionalmente, contudo esforços foram feitos

para minimizar este problema. A idéia principal que diferencia o método de Newton do quase-Newton foi introduzida por Broyden (1969): O Hessiano pode ser calculado indiretamente através da análise dos sucessivos vetores gradiente, ou seja, a idéia é usar a informação da iteração atual e das anteriores para calcular o novo Hessiano. Assim, definindo as quantidades

$$\mathbf{s}_m = \mathbf{x}_{m+1} - \mathbf{x}_m \quad (3.16)$$

e

$$\boldsymbol{\eta}_m = \mathbf{g}_{m+1} - \mathbf{g}_m, \quad (3.17)$$

temos que a estimativa natural para o Hessiano na próxima iteração \mathbf{H}_{m+1} deve ser a solução do sistema linear

$$\mathbf{H}_{m+1}\mathbf{s}_m = \boldsymbol{\eta}_m. \quad (3.18)$$

A equação (3.18) é conhecida como condição do quase-Newton (ou condição secante). Existem muitas soluções para este conjunto de equações. A sugestão mais conveniente para garantir que o Hessiano seja simétrico e positivo definido é a fórmula de atualização de categoria dois

$$\mathbf{H}_{m+1} = \mathbf{H}_m + a\mathbf{u}\mathbf{u}^t + b\mathbf{v}\mathbf{v}^t, \quad a, b \in \mathbb{R}, \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n. \quad (3.19)$$

Substituindo a equação (3.19) em (3.18) encontramos

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_m\mathbf{s}_m + a\mathbf{u}\mathbf{u}^t\mathbf{s}_m + b\mathbf{v}\mathbf{v}^t\mathbf{s}_m &= \boldsymbol{\eta}_m \\ \mathbf{u}(a\mathbf{u}^t\mathbf{s}_m) + \mathbf{v}(b\mathbf{v}^t\mathbf{s}_m) &= \boldsymbol{\eta}_m - \mathbf{H}_m\mathbf{s}_m. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Os vetores \mathbf{u} e \mathbf{v} não são determinados de maneira única mas conforme a equação (3.20) sugere, uma escolha adequada seria

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\eta}_m \quad e \quad \mathbf{v} = \mathbf{H}_m\mathbf{s}_m, \quad (3.21)$$

neste caso os termos entre parênteses devem ser $(a\mathbf{u}^t\mathbf{s}_m) = 1$ e $(b\mathbf{v}^t\mathbf{s}_m) = -1$ o que implica de imediato no ajuste dos coeficientes

$$a = \frac{1}{\boldsymbol{\eta}_m^t\mathbf{s}_m} \quad e \quad b = \frac{-1}{\mathbf{s}_m^t\mathbf{H}_m\mathbf{s}_m}. \quad (3.22)$$

A substituição de (3.21) e (3.22) em (3.19) produz a regra de atualização

$$\mathbf{H}_{m+1} = \mathbf{H}_m + \frac{\boldsymbol{\eta}_m \boldsymbol{\eta}_m^t}{\boldsymbol{\eta}_m^t \mathbf{s}_m} - \frac{\mathbf{H}_m \mathbf{s}_m (\mathbf{H}_m \mathbf{s}_m)^t}{\mathbf{s}_m^t \mathbf{H}_m \mathbf{s}_m} \quad (3.23)$$

conhecida como fórmula de atualização BFGS (BROYDEN, 1969; FLETCHER, 1970; GOLDFARB, 1970; SHANNO, 1970). Vale ressaltar que existem outras fórmulas de atualização, um exemplo é a conhecida fórmula DFP (DAVIDON, 1991; FLETCHER; POWELL, 1963) que é considerada a representação dual da fórmula BFGS.

A fórmula de atualização BFGS é geralmente avaliada como a mais eficiente equação de atualização. Entretanto o algoritmo BFGS possui a desvantagem de armazenar na memória todos os valores do Hessiano. Um algoritmo que contorna este problema é conhecido como BFGS de memória limitada ou L-BFGS. Este algoritmo armazena apenas uma quantidade i dos valores recentes das equações (3.16) e (3.17) e avalia recursivamente $\boldsymbol{\delta}_m = \alpha_m \mathbf{H}_m^{-1} \mathbf{g}_m$ usando

$$\mathbf{H}_m^{-1} = \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{s}_m \boldsymbol{\eta}_m^t}{\boldsymbol{\eta}_m^t \mathbf{s}_m} \right) \mathbf{H}_{m-1}^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{\boldsymbol{\eta}_m \mathbf{s}_m^t}{\boldsymbol{\eta}_m^t \mathbf{s}_m} \right) + \frac{\mathbf{s}_m \mathbf{s}_m^t}{\boldsymbol{\eta}_m^t \mathbf{s}_m}. \quad (3.24)$$

Uma modificação mais recente para o algoritmo L-BFGS, conhecida como L-BFGS-B (NOCEDAL; WRITE, 1999; BYRD et al., 1993; ZHU et al., 1994), estende a aplicação a vínculos de canalização. O L-BFGS-B será utilizado neste trabalho mas não utilizamos vínculos de canalização.

4 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO ALGORITMO

4.1 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

O algoritmo implementado para migração com análise automática de velocidade estima modelos de velocidade RMS ou intervalar em 2D e em tempo a partir de um conjunto de dados sísmicos organizados em seções de afastamento comum. A estima dos modelos de velocidade pode ser feita usando diferentes funções objetivo que medem a coerência do alinhamento horizontal dos eventos em famílias de ponto imagem comum. O algoritmo dispõe das funções objetivo: Semblance Clássico, Semblance Diferencial, Semblance Diferencial Estendido e a multiplicação do Semblance Clássico com o Semblance Diferencial Estendido. O algoritmo ainda flexibiliza a adoção de novas funções objetivo que posteriormente podem ser implementadas.

O programa trabalha com modelos de velocidade representados através de interpolação de funções B-splines cúbicas. Para a otimização dos modelos de velocidade utilizamos o algoritmo de otimização do tipo quase-Newton com memória limitada L-BFGS-B (ZHU et al., 1994). Em cada iteração o algoritmo escreve em disco o modelo de velocidade atual, as famílias de ponto imagem comum correspondentes e a seção com a imagem migrada. A etapa de migração Kirchhoff em tempo está paralelizado com a biblioteca MPI usando o paradigma da programação mestre-escravo. O nó mestre distribui o modelo de velocidade para cada nó escravo. Cada seção de afastamento comum é migrada, distribuindo os traços entre os nós. A seguir, o nó mestre coleta as imagens migradas e organiza os traços migrados em famílias de ponto imagem comum, avalia a função objetivo e o seu gradiente e atualiza o modelo de velocidade. O nó mestre também avalia o critério de parada que consiste em verificar se variação fracional da função objetivo está abaixo de um valor de tolerância prescrito pelo usuário ou se o número de iterações máximo prescrito foi atingindo.

Antes de rodar o programa, o usuário deve estar atento as seguintes considerações: Os dados devem estar em formato Seismic Un*x; o modelo de velocidade deve ser definido como uma malha regular através de dois arquivos, um arquivo texto (*header*) com informações sobre a geometria da malha e um arquivo binário contendo o valor dos coeficientes B-splines; na execução do programa também será exigido a especificação do intervalo entre os pontos de imagem comum utilizados para avaliar a função objetivo; o tipo de função objetivo a ser

utilizado e o tipo de modelo de velocidade a ser estimado, RMS ou intervalar.

4.2 DADO SINTÉTICO UTILIZADO

Para validar o algoritmo e avaliar o desempenho das funções objetivo implementadas na análise de velocidade para migração em tempo utilizamos o conjunto de dados sintéticos Marmousoft (BILLETTE et al., 2003). O modelo de velocidade Marmousoft é a versão suavizada do modelo de velocidade Marmousi (VERSTEEG, 1993). O modelo de refletividade é obtido da diferenças entre o modelo Marmousi original e o modelo Marmousoft. Este conjunto de dados foi modelado através de teoria do raio e aproximação de Born e, portanto, não apresenta múltiplas. Os dados Marmousoft simulam um levantamento sísmico marinho constituído de 261 tiros gravados em 96 receptores e espaçados em 25 m. Os afastamentos variam de 100 m a 2450 m e o tempo de amostragem é de 4 ms. Apesar de suave este modelo apresenta variações laterais de velocidade, no intervalo de $x = 4500$ m a $x = 7500$ m aproximadamente, que violam as hipóteses necessárias para o sucesso do imageamento em tempo.

4.3 DEPENDÊNCIA DO MODELO INICIAL DE VELOCIDADE

A convergência do algoritmo depende fortemente do modelo inicial de velocidade. As otimizações feitas com modelos de velocidade RMS tendem a serem mais robustas que as otimizações com velocidade intervalar, possibilitando o usuário utilizar modelos de velocidade muito longe do ideal, a exemplo do modelo homogêneo. Alternativamente ao modelo homogêneo, um modelo do tipo gradiente vertical pode significar uma boa opção para modelo inicial. Neste trabalho observou-se exatamente isso, foi-se capaz de estimar modelos de velocidade RMS partindo tanto do homogêneo quanto do intervalar, contudo para modelos de velocidade intervalar o algoritmo somente convergiu a partir de um modelo do tipo gradiente vertical.

Diferentes modelos iniciais de velocidade do tipo gradiente vertical podem alcançar uma consistente horizontalização nos eventos das seções de ponto imagem comum, contudo isto não significa que a solução para o modelo de velocidade é única. Este é um problema esperado que pode ser reavaliado com o uso de funções de regularização que permitem que o problema seja bem posto. A não unicidade do algoritmo de otimização em produzir modelos de velocidade pode ser observada através dois experimentos, aqui propostos, com modelos iniciais de velocidade do tipo gradiente vertical, ambos estimados com a função objetivo

Semblance Diferencial usando inicialmente a velocidade intervalar com uma malha regular de 8 nós ao longo do tempo, 9 nós na coordenada horizontal, espaçados com intervalos de 0.2 s e 1000 m respectivamente. A coordenada vertical das imagens produzidas representa o tempo simples migrado e a coordenada horizontal dos CIGs a posição dos semi-afastamentos; nas demais figuras a coordenada horizontal representa a posição em superfície dos pontos difratores. O primeiro modelo inicial de velocidade usado possui velocidades variando entre 1500 m/s a 2000 m/s (Figura 4.1) e o segundo possui velocidades variando entre 1500 m/s a 4000 m/s (Figura 4.2). Nos resultados dos experimentos podemos observar que os modelos de velocidade intervalar são diferentes, contudo ainda apresentam similaridades quando são transformados para velocidade RMS. Além disso a confirmação da convergência pode então ser vista na Figura 4.3, no qual é apresentado os CIGs, especificamente na posição 4000 m e 5000 m. Os CIGs que apresentam forte curvatura foram migrados apenas uma vez sem a MVA. Os que apresentam curvatura positiva indicam que o modelo de velocidade nesta região foi sub-estimado e os que apresentam curvatura negativa o modelo de velocidade foi sobre-estimado conforme mostram as Figuras 4.3(a), 4.3(c), 4.3(e) e 4.3(g). Os CIGs pós MVA são mostrados nas Figuras 4.3(b), 4.3(d), 4.3(f) e 4.3(h). A similaridade dos CIGs pós MVA é o indicativo que o algoritmo converge mas não produz solução única para o modelo de velocidade.

As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram os valores das funções objetivo antes da análise de velocidade dos gradientes 1500 m/s a 2000 m/s e 1500 m/s a 4000 m/s respectivamente. Após a análise de velocidade as medidas de coerência nas Tabelas 4.3 e 4.4, respectivamente aos gradientes 1500 m/s a 2000 m/s e 1500 m/s a 4000 m/s, confirmam a similaridade dos CIGs produzindo pequenas diferenças em torno de 1,581 para SC, 0,007 para SD, 0,107 para SDE e 0,091 para SDES.

SC	SD	SDE	SDES
51,232	1,070	8,584	4,329

Tabela 4.1: Medidas de coerência, vezes 10^{-3} não otimizadas, dos CIGs migrados com modelo do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 2000 m/s.

	SC	SD	SDE	SDES
SD	36,403	0,312	5,043	1,996

Tabela 4.3: Medidas de coerência, vezes 10^{-3} , otimizadas com Semblance Diferencial a partir do modelo do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 2000 m/s.

SC	SD	SDE	SDES
44,487	0,973	10,049	4,954

Tabela 4.2: Medidas de coerência, vezes 10^{-3} não otimizadas, dos CIGs migrados com modelo do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 4000 m/s.

	SC	SD	SDE	SDES
SD	34,822	0,319	5,150	2,087

Tabela 4.4: Medidas de coerência, vezes 10^{-3} , otimizadas com Semblance Diferencial a partir do modelo do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 4000 m/s.

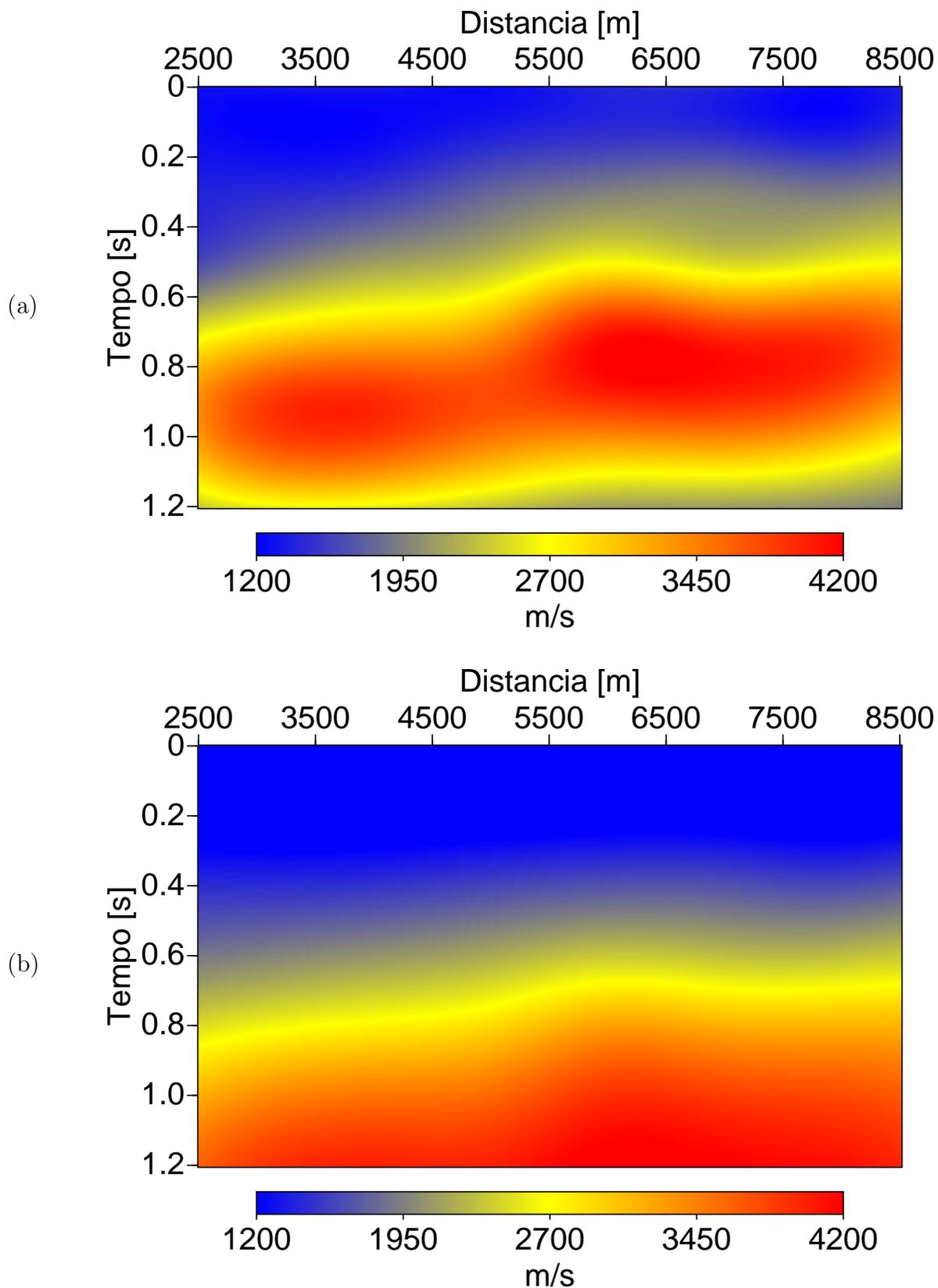


Figura 4.1: (a) Modelo de velocidade intervalar otimizado, com a função objetivo Semblance Diferencial, a partir do modelo de gradiente vertical 1500 m/s a 2000 m/s. (b) Modelo de velocidade RMS correspondente.

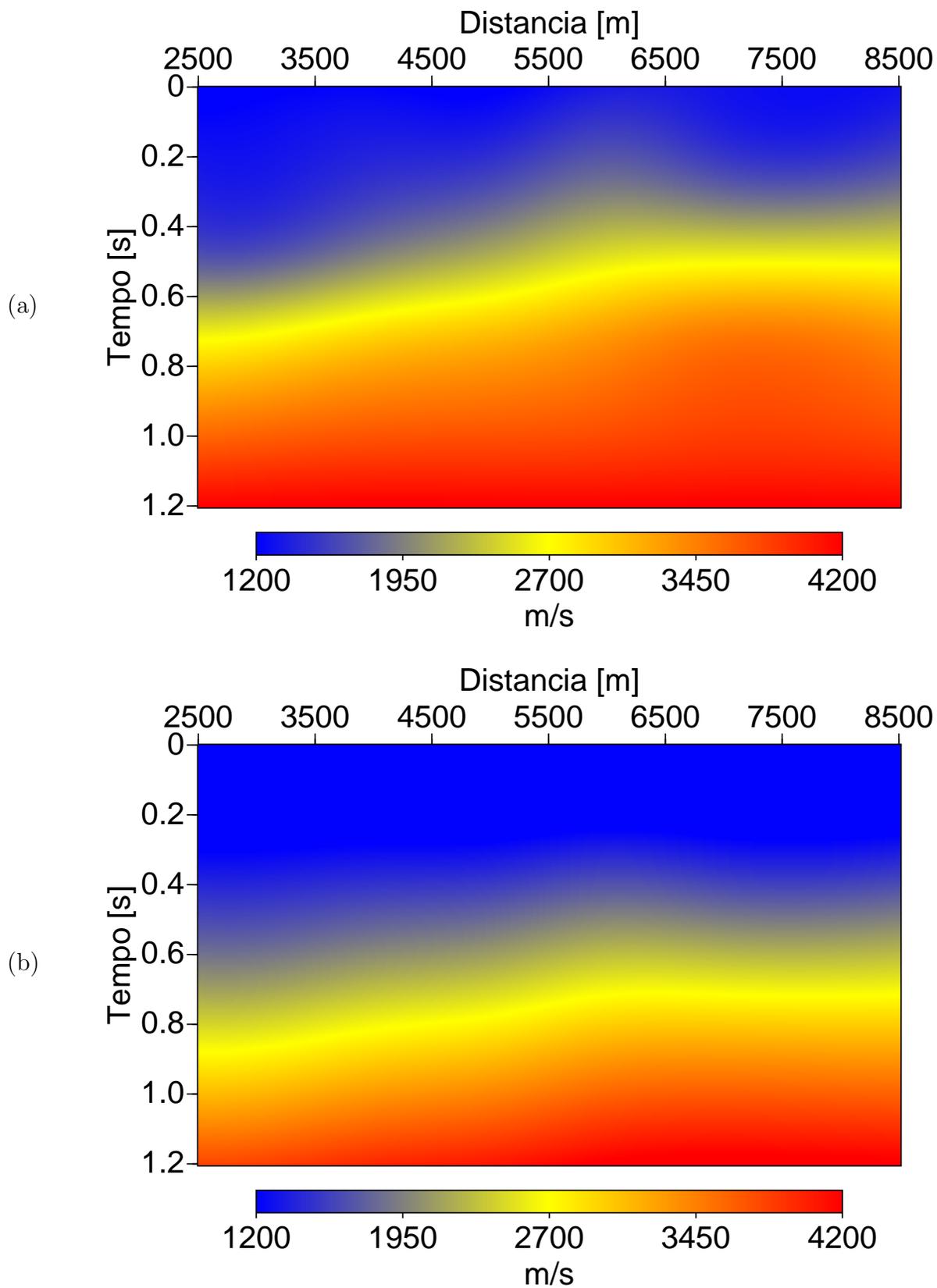
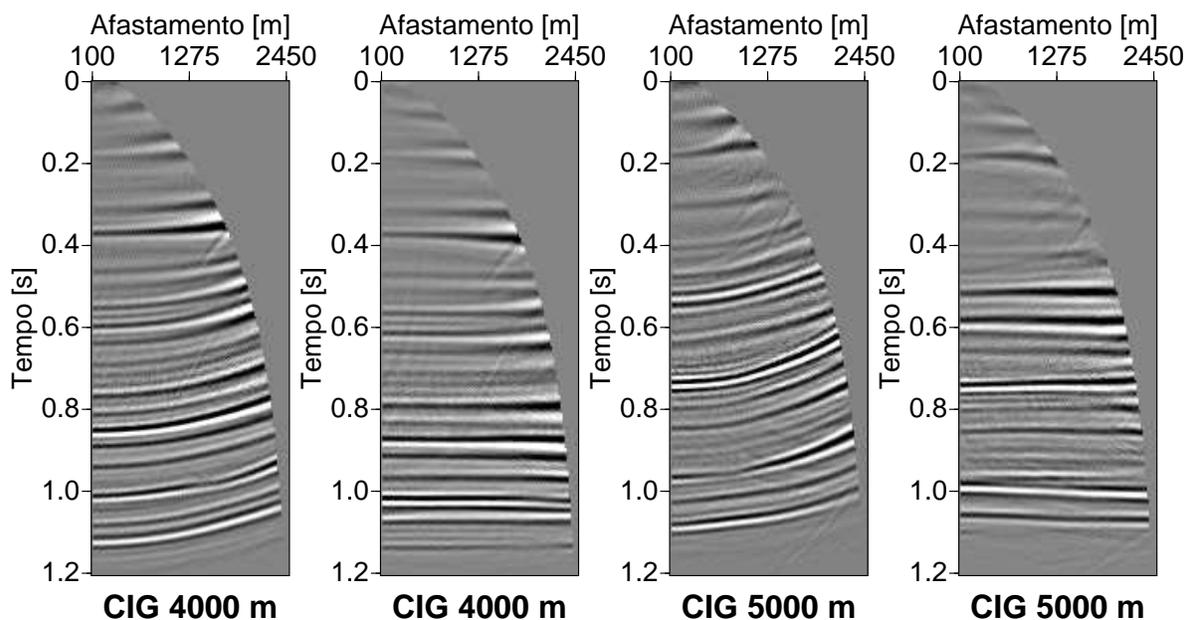


Figura 4.2: (a) Modelo de velocidade intervalar otimizado, com a função objetivo Semblance Diferencial, a partir do modelo de gradiente vertical 1500 m/s a 4000 m/s. (b) Modelo de velocidade RMS correspondente.

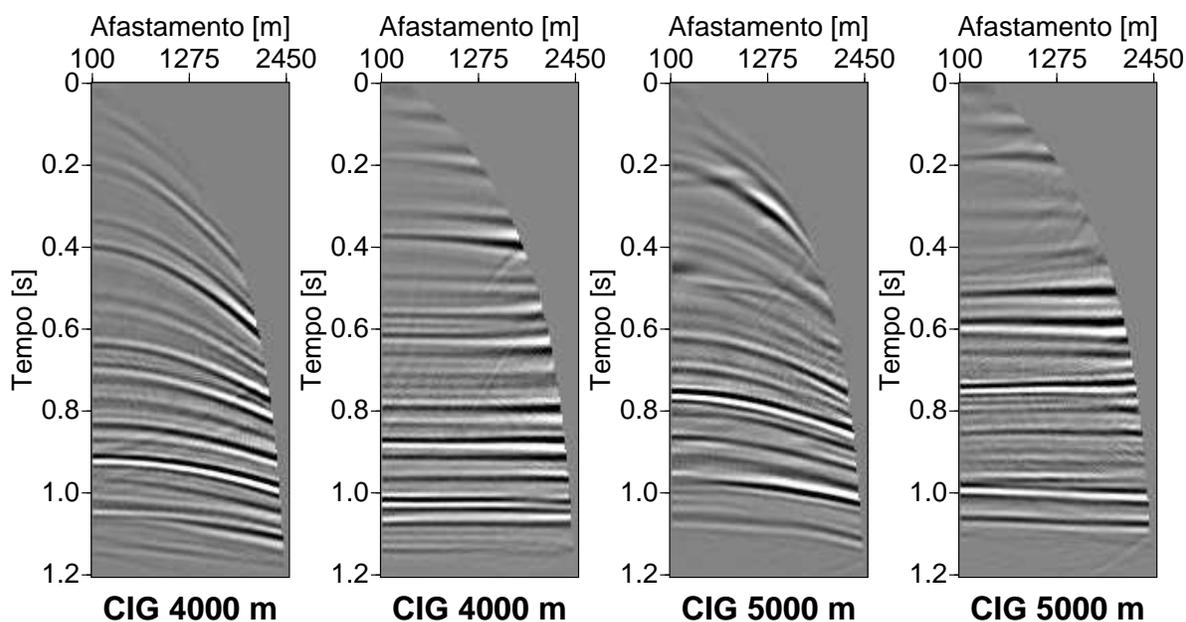


(a) Antes.

(b) Depois.

(c) Antes.

(d) Depois.



(e) Antes.

(f) Depois.

(g) Antes.

(h) Depois.

Figura 4.3: As Figuras de (a) a (d) apresentam as seções de ponto imagem comum nas posições $x = 4000$ m e $x = 5000$ m, antes e depois da MVA, com modelo inicial do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 2000 m/s. As Figuras de (e) a (h) apresentam as seções de ponto imagem comum nas posições $x = 4000$ m e $x = 5000$ m, antes e depois da MVA, com modelo inicial do tipo gradiente vertical, 1500 m/s a 4000 m/s.

4.4 DEPENDÊNCIA DA ESTIMATIVA DA MALHA

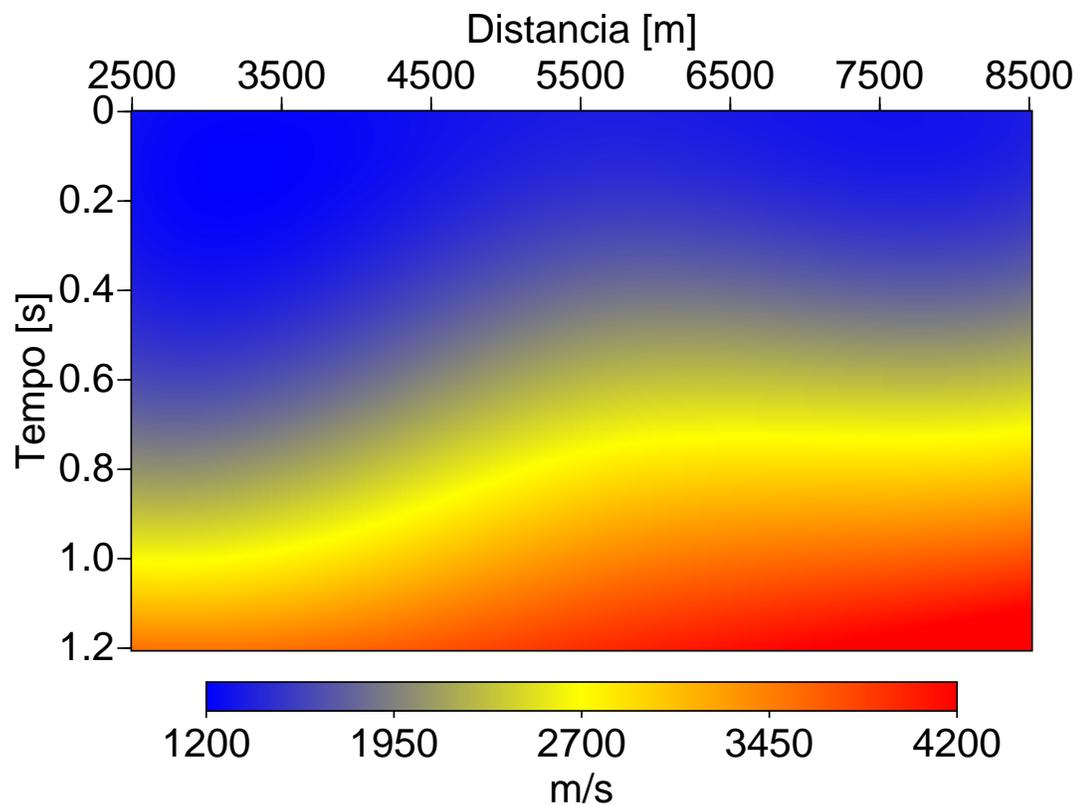
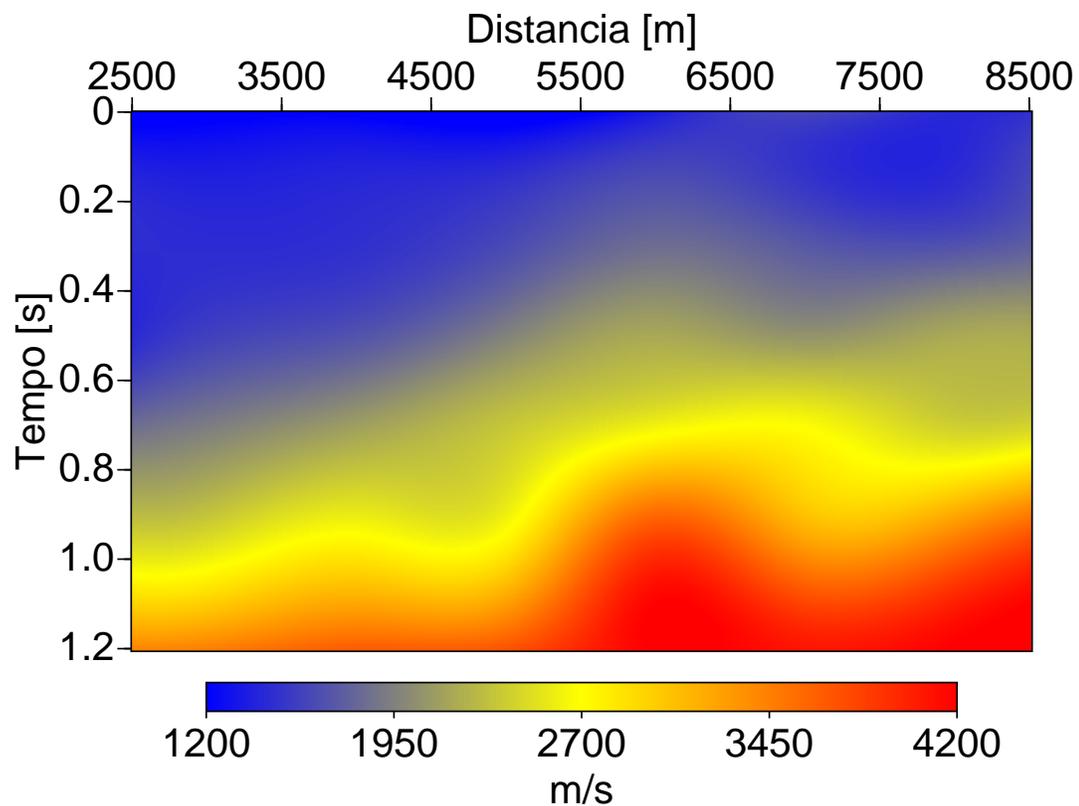
Uma outra dependência para o sucesso da migração com análise automática de velocidade consiste na quantidade de nós que a malha possui. A discretização da malha deve ser regida por um bom senso numérico. Deve-se evitar a adoção de poucos nós que produziram resultados muito suavizados como também a adoção de muitos nós, pois produziram fortes variações laterais de velocidade invalidando assim a hipótese da migração em tempo.

Diversos experimentos com diferentes configurações de malhas regulares foram feitos. A título de comparação apresentamos três destas configurações: A primeira malha com 4 nós ao longo do tempo, 5 nós na coordenada horizontal espaçados com intervalos de 0.4 s e 1800 m respectivamente. A segunda malha com 8 nós ao longo do tempo, 9 nós na coordenada horizontal espaçados com intervalos de 0.2 s e 1000 m respectivamente e a terceira malha com 10 nós ao longo do tempo, 12 nós na coordenada horizontal espaçados com intervalos de 0.16 s e 750 m respectivamente. Os modelos de velocidade que ilustram cada um destes teste foram obtidos da migração com análise automática de velocidade da função objetivo Semblance Diferencial usando a velocidade RMS e são apresentados nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 respectivamente.

As Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 exemplificam bem a dependência do resultado final com a malha adotada. Pode-se notar a mudança na configuração dos modelos de velocidade a medida que aumentamos a densidade de nós. Contudo a notável mudança nos modelos de velocidade não reflete em mudanças significativas nos valores de coerência. A Tabela 4.5 nos mostra que a mudança da malha 4×5 para malha 8×9 representou apenas um ganho de 0,015 na medida de coerência equanto a mudança da malha 8×9 para malha 10×12 representou um ganho ainda menor, cerca de 0,010. A sutil mudança nas medidas de coerência reflete na difícil diferenciação dos *plots* dos CIGs (Figuras 4.7 a 4.13) que qualitativamente são idênticos.

Malha	4×5	8×9	10×12
SD	0,324	0,309	0,299

Tabela 4.5: Medidas de coerência, da função objetivo Semblance Diferencial vezes 10^{-3} , nos resultados para as malhas regulares 4×5 , 8×9 e 10×12 .

Figura 4.4: Modelo de velocidade com malha 4×5 .Figura 4.5: Modelo de velocidade com malha 8×9 .

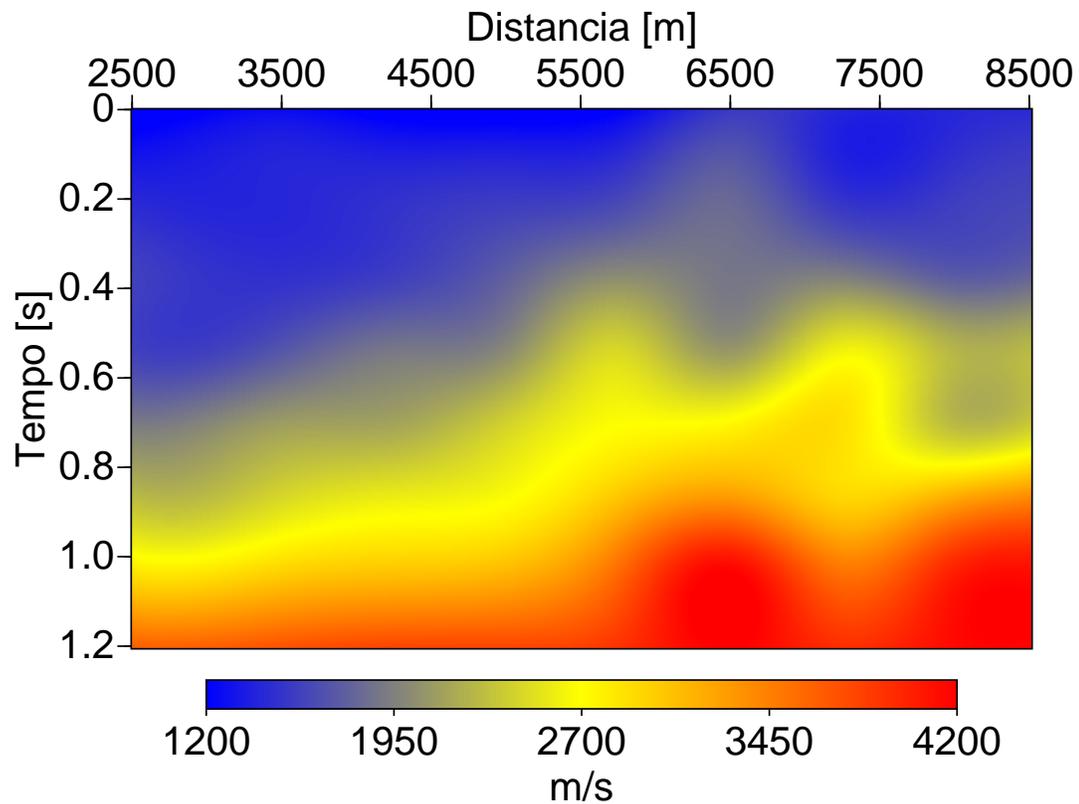


Figura 4.6: Modelo de velocidade com malha 10×12 .

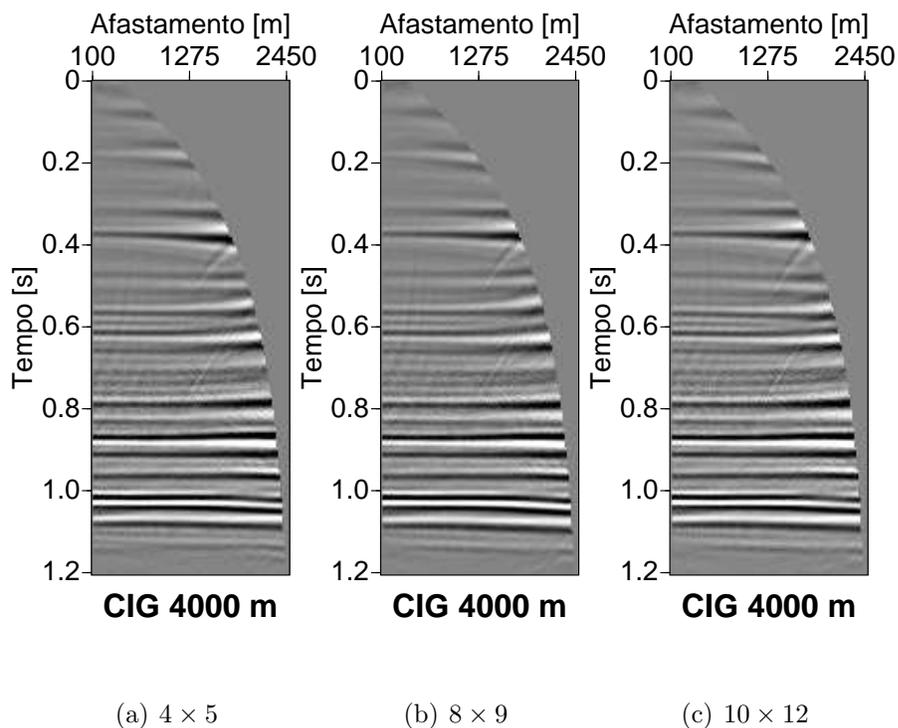


Figura 4.7: Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 4000$ m.

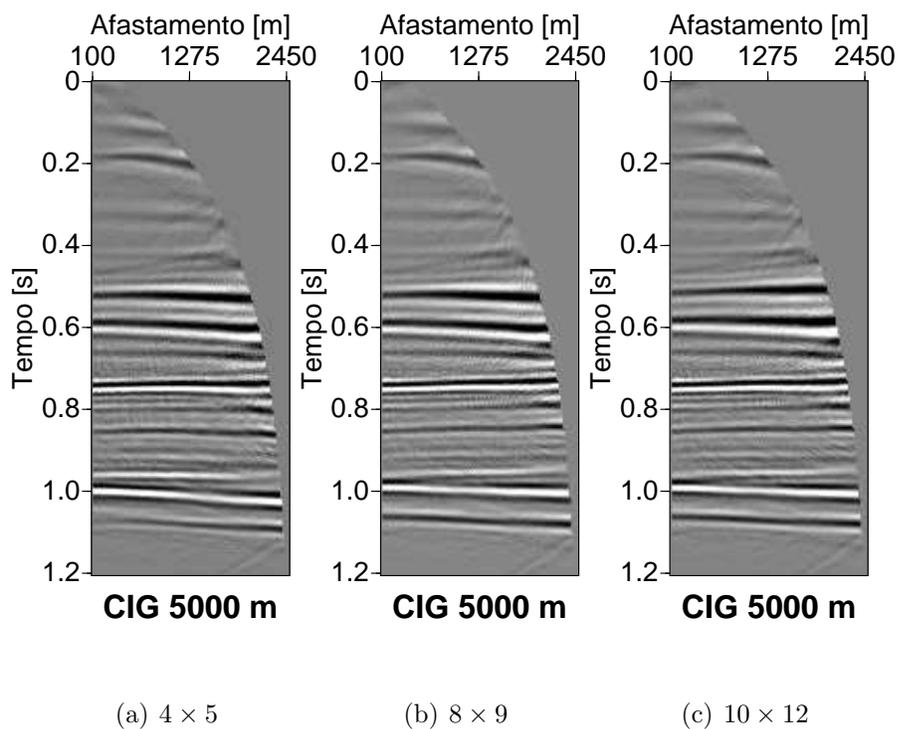


Figura 4.8: Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 5000$ m.

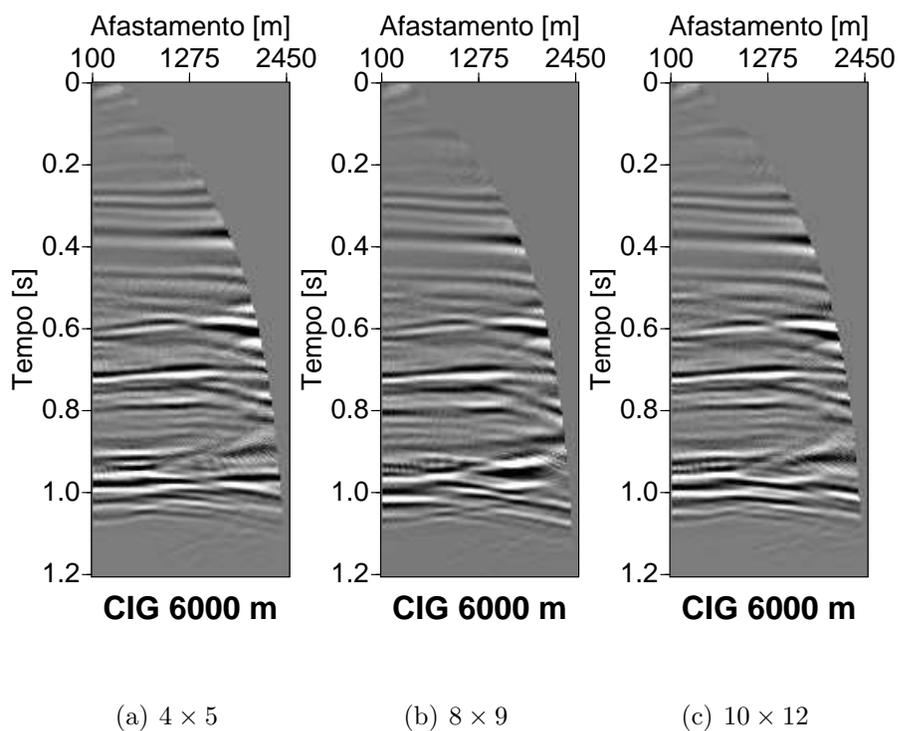


Figura 4.9: Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 6000$ m.

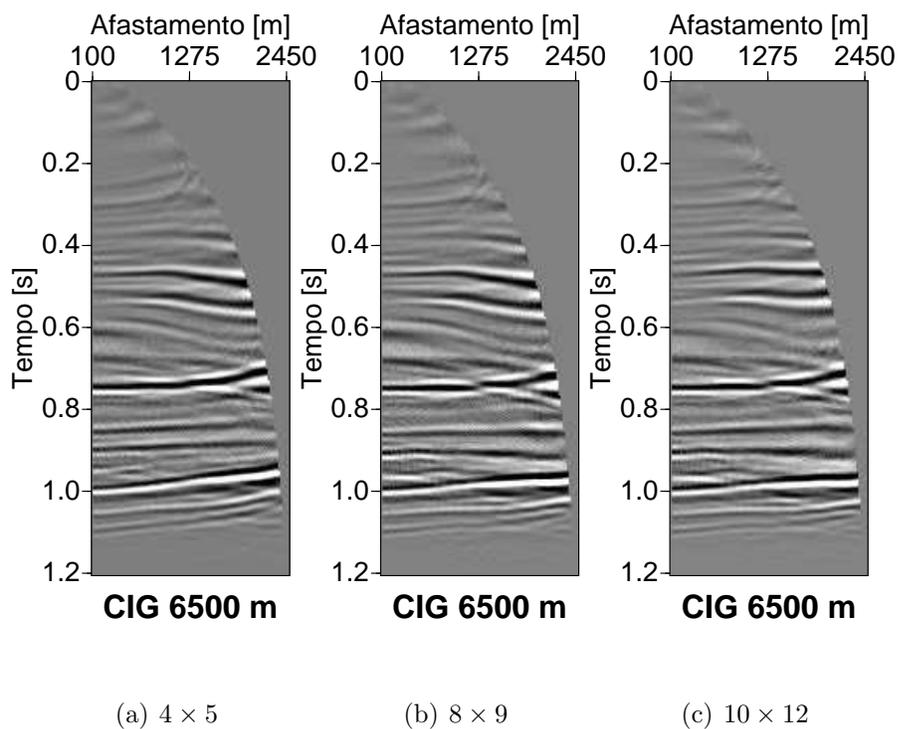


Figura 4.10: Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 6500$ m.

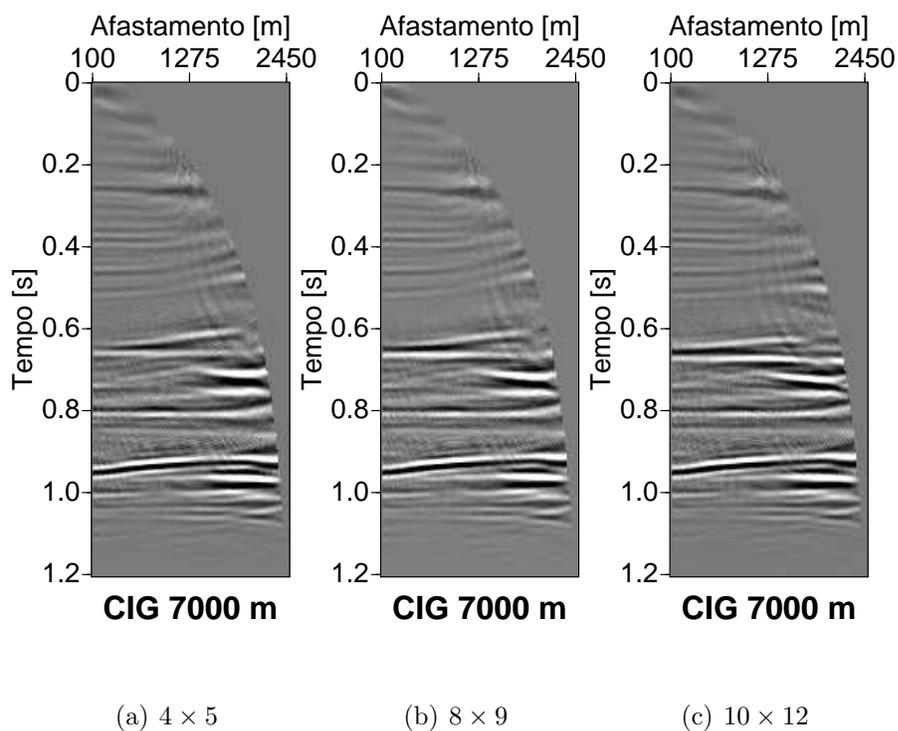


Figura 4.11: Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 7000$ m.

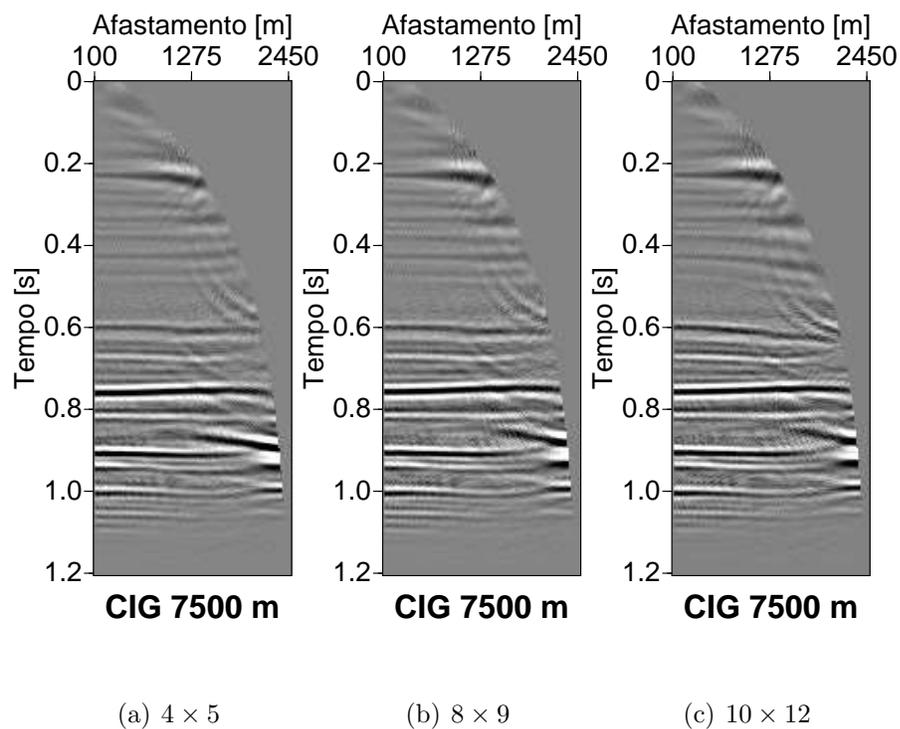


Figura 4.12: Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 7500$ m.

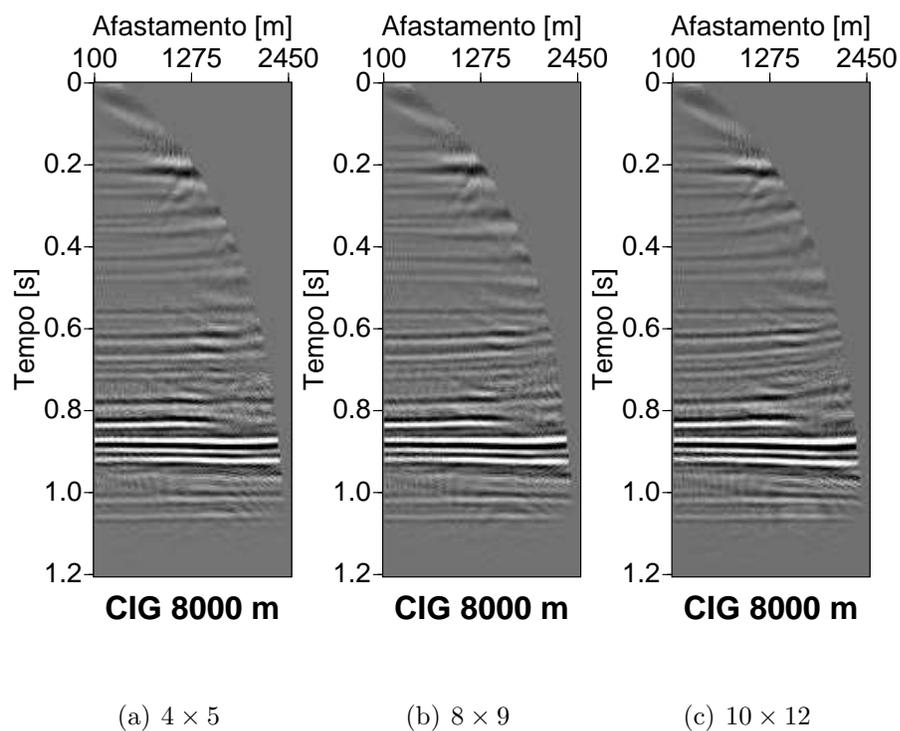


Figura 4.13: Seções CIG para as malhas 4×5 (a), 8×9 (b) e 10×12 (c) avaliadas na posição $x = 8000$ m.

4.5 MODELO INICIAL DE VELOCIDADE UTILIZADO

A escolha de um bom modelo inicial de velocidade é o ponto crítico para o sucesso da horizontalização dos eventos nas seções de ponto imagem comum, e é o alvo de algoritmos automáticos de análise de velocidade. Porém simples experimentos considerando diferentes malhas e configurações de gradientes vertical podem indicar um razoável modelo inicial. Uma boa sugestão de modelo inicial de velocidade para os dados Marmousoft é do tipo gradiente vertical com velocidades variando entre 1200 m/s a 4200 m/s entre o topo e a base do modelo, com malha de 8 nós ao longo do tempo, 9 nós na coordenada horizontal espaçados com intervalos de 0.2 s e 1000 m respectivamente. Este será o modelo inicial para análise das funções objetivo que será discutido na seção 4.6. A título de comparação com os resultados otimizados na seção 4.6 apresentamos a imagem migrada sem MVA com esse modelo (Figura 4.14), as medidas de coerência nos CIGs (Tabela 4.6) e as seções CIG nas posições 4000 m, 5000 m, 6000 m, 6500 m, 7500 m, 8000 m e 8500 m (Figura 4.15).

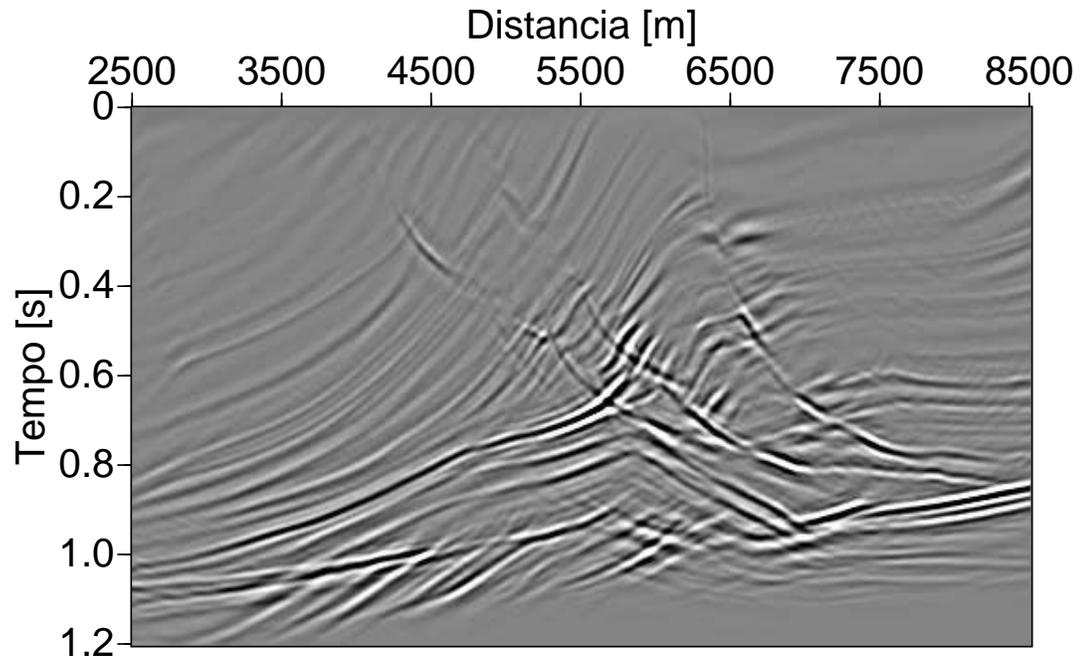


Figura 4.14: Imagem migrada com o modelo de velocidade do tipo gradiente vertical. Velocidades variando entre 1200 m/s a 4200 m/s.

SC	SD	SDE	SDES
36,950	0,580	7,825	3,556

Tabela 4.6: Medida de coerência das funções objetivo, vezes 10^{-3} , nas famílias de ponto imagem comum migradas com modelo de velocidade do tipo gradiente vertical.

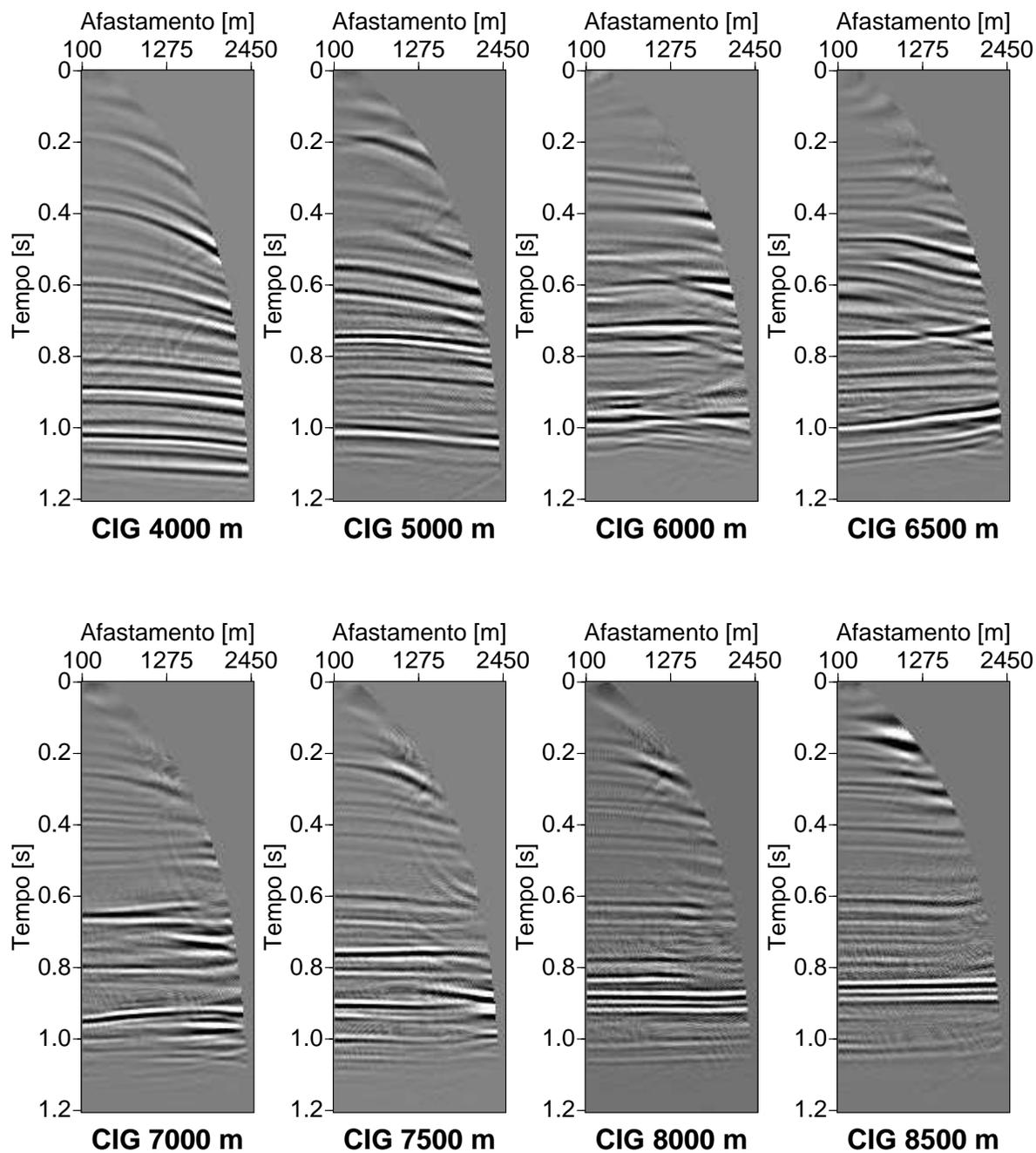


Figura 4.15: Seções de ponto imagem comum obtidas pela migração com o modelo de velocidade do tipo gradiente vertical. Velocidades variando entre 1200 m/s a 4200 m/s.

4.6 ANÁLISE DAS FUNÇÕES OBJETIVO

A análise comparativa das funções objetivo na construção de modelos de velocidade inicia com o uso dos resultados da migração com modelo de velocidade do tipo gradiente vertical descrito pelas Figuras 4.14 e 4.15; e através da Tabela 4.6. A seguir comparamos com os resultados obtidos pós MVA considerando tanto a velocidade RMS quanto a intervalar em cada função objetivo proposta. Os resultados são apresentados através das figuras dos modelos de velocidades, dos CIGs, das imagens migradas e através das medidas de coerência.

Os modelos de velocidade RMS e intervalar são apresentados nas Figuras 4.16 a 4.23. Todos estes foram otimizados até os critérios invariância na função objetivo ou tolerância, $(J^k - J^{k+1})/Max(|J^k|, |J^{k+1}|, 1) \leq 0$ com J^k sendo o valor da função objetivo na k -ésima iteração, serem satisfeitos.

Os CIGs nas posições 4000 m, 5000 m, 6000 m, 6500 m, 7500 m, 8000 m e 8500 m para todos os modelos de velocidade estimados estão representados nas Figuras 4.24 a 4.31. Os CIGs 4000 m, 5000 m, 8000 m e 8500 m estão em regiões do modelo de velocidade com moderada variação lateral de velocidade de acordo com as hipóteses da migração em tempo. Os CIGs 6000 m, 6500 m, 7000 m e 7500 m estão em regiões de maior variação lateral de velocidade que violam as hipóteses da migração em tempo. As famílias CIG foram avaliadas em intervalos regulares de 100 m. Em cada CIG, antes de avaliarmos a função objetivo, aplicamos um filtro triangular cinco vezes ao longo do semi-afastamento e cinco vezes ao longo tempo. Para a inversão com as funções objetivo SDE e SDES tomamos $L = 4$ e as imagens migradas são mostradas nas Figuras 4.32 a 4.39 respectivamente a cada modelo de velocidade otimizado.

As medidas de coerência dos CIGs migrados com velocidade RMS e intervalar são apresentados nas Tabelas 4.7 e 4.8 respectivamente. As linhas destas tabelas indicam os CIGs obtidos da migração com análise de velocidade com a respectiva função objetivo e as colunas (em negrito) representam as medidas de coerência de cada função objetivo sobre o CIG.

Ao observarmos os modelos de velocidade nota-se, em alguns modelos, a presença de anomalias circulares de velocidade ou princípios de formação destas dentro da região aonde a hipótese da migração em tempo falha. Os modelos obtidos com o Semblance Clássico, Figuras 4.16 e 4.17, são os que melhor evidenciam as anomalias. O princípio da formação das anomalias produz domos que podem ser evidenciados, nos resultados obtidos com a função objetivo SDES, nas Figuras 4.22 e 4.23 sendo menos evidente no modelo RMS. Os resultados obtidos com o Semblance Diferencial, Figuras 4.18 e 4.19 e Semblance Diferencial Estendido,

Figuras 4.20 e 4.21 são os que apresentam maior contraste entre o modelo de velocidade RMS e intervalar. Para estes modelos, a velocidade RMS estimou áreas maiores com baixas velocidades e para velocidade intervalar predominou a alta velocidade.

A análise comparativa dos modelos de velocidade não é a mais conveniente para discriminação das funções objetivo. O que pode definir com mais clareza é a análise comparativa dos CIGs. Inicialmente podemos afirmar que todas as funções objetivos cumpriram o papel de horizontalizar os eventos nos CIGs, conforme pode ser evidenciado na comparação direta dos CIGs pré MVA, Figura 4.15, com os CIGs pós MVA, Figuras 4.24 a 4.31. Em segundo, o processo de horizontalização não é ideal devido ao método depender de aproximações intrínsecas, do tipo de parametrização da velocidade e das particularidades das funções objetivo. O resultado, é a permanência de poucas regiões a onde os eventos não se alinharam horizontalmente ou são ligeiramente diferentes quando comparados com as duas parametrizações; dos quais podemos destacar: o contraste na focalização dos eventos próximo a $t = 1,1$ s nas Figuras 4.24(c) e 4.24(g); inclinação nos eventos próximos $t = 1,0$ s na Figura 4.25(c); contraste na discriminação dos eventos próximo a $t = 1,0$ s nas Figuras 4.26(b) e 4.26(f); e a presença de curvaturas na região próxima a $t = 0,1$ s na Figura 4.27.

A grande maioria dos resultados das seções de ponto imagem comum mostraram que as funções objetivo produziram resultados qualitativamente semelhantes e portanto de difícil discriminação visual conforme exemplificam as Figuras 4.28, 4.29, 4.30 e 4.31. Uma alternativa que colabore na discriminação das funções objetivo é comparar as medidas de coerência da funções objetivo em cada resultado. As Tabelas 4.7 e 4.8 mostram os valores das funções objetivo para os resultados com velocidade RMS e intervalar respectivamente. As tabelas apresentam valores relativamente próximos que confirmam a difícil discriminação visual. Na Tabela 4.7 observa-se que o resultado da MVA com SDES obteve menor medida de Semblance Clássico, em seguida os valores medidos com Semblance Diferencial indicaram praticamente o mesmo valor para os resultados da MVA com Semblance Clássico e com SDES. As medidas com as novas funções objetivo indicaram que o Semblance Clássico produziu resultados mais coerentes. Na Tabela 4.8 observa-se também que a MVA com Semblance Clássico produziu os resultados mais coerentes. Uma análise alternativa das tabelas, excluindo os resultados que produziram modelos de velocidade pouco prováveis para uma interpretação geológica, isto é os modelos advindos do Semblance Clássico, observamos para a Tabela 4.7 a função objetivo SDES como possuindo as melhores medidas de coerência seguido pelo Semblance Diferencial e Semblance Diferencial Estendido, neste caso o Semblance Diferencial Estendido só possui melhor medida de Semblance Clássico que o Semblance Diferencial. Na Tabela 4.8 o SDES obteve a melhor medida de coerência perdendo somente na medida do Semblance

Clássico para os resultados da MVA do Semblance Diferencial. A ordem continua seguindo pelo Semblance Diferencial e Semblance Diferencial Estendido.

Uma última análise pode ser feita com as imagens migradas para cada modelo de velocidade, Figuras 4.32 a 4.39. Elas correspondem o empilhamento final de todos os CIGs ao longo do afastamento representando portanto uma análise macro da que fora feito nas Figuras 4.24 a 4.31. A observação das imagens migradas confirma as semelhança dos resultados discutidos até o momento com poucas pontuações que diferencie um modelo do outro. Podemos destacar duas: as Figuras 4.32 e 4.33 apresentam na região $0,0 \text{ s} < t < 0,25 \text{ s}$ e $6500 \text{ m} < x < 8500 \text{ m}$ a não focalização de eventos; e o modelo RMS da função objetivo Semblance Diferencial Estendido, Figura 4.36 teve menos sucesso em focalizar os eventos na região próximo a $t = 1,1 \text{ s}$ e $x = 2500 \text{ m}$ do que modelo intervalar, Figura 4.37.

	SC	SD	SDE	SDES
SC	35,299	0,297	4,568	1,765
SD	35,389	0,309	5,091	2,007
SDE	29,990	0,344	5,731	2,235
SDES	29,317	0,300	4,787	1,809

Tabela 4.7: Medidas de coerência, vezes 10^{-3} , no modelo de velocidade RMS.

	SC	SD	SDE	SDES
SC	31,427	0,302	4,649	1,782
SD	31,843	0,309	5,005	1,971
SDE	34,449	0,330	5,288	2,107
SDES	33,244	0,301	4,795	1,873

Tabela 4.8: Medidas de coerência, vezes 10^{-3} , no modelo de velocidade intervalar.

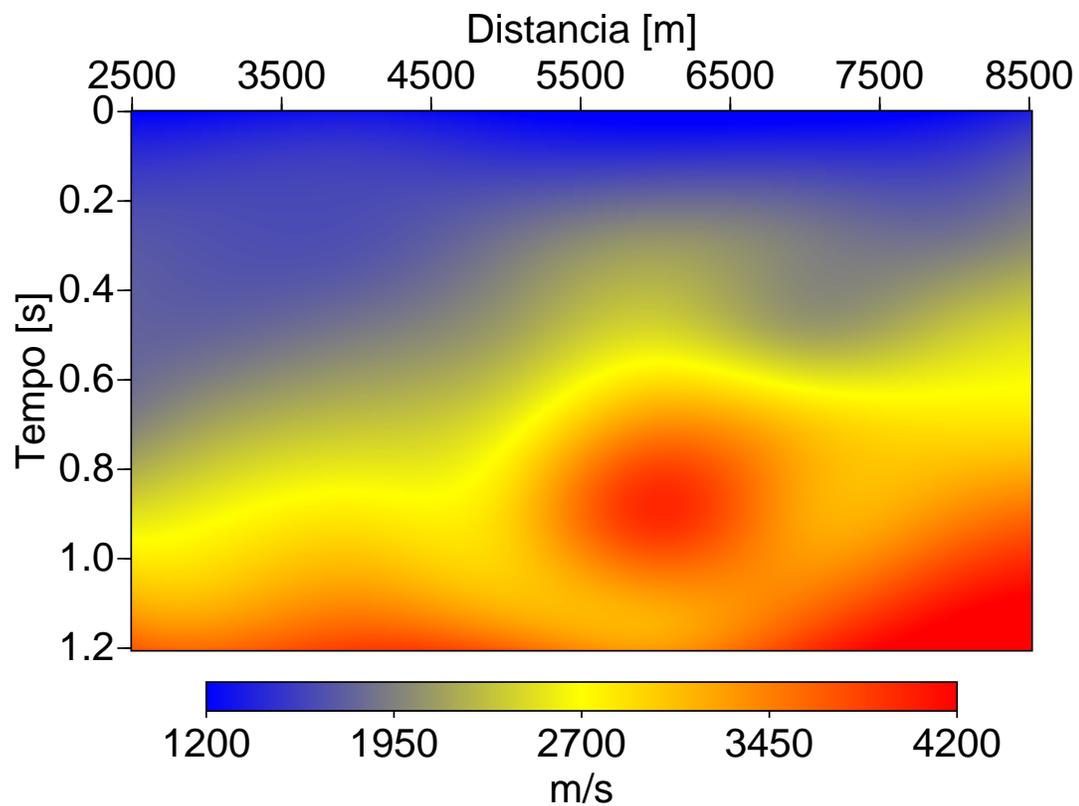


Figura 4.16: Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Clássico.

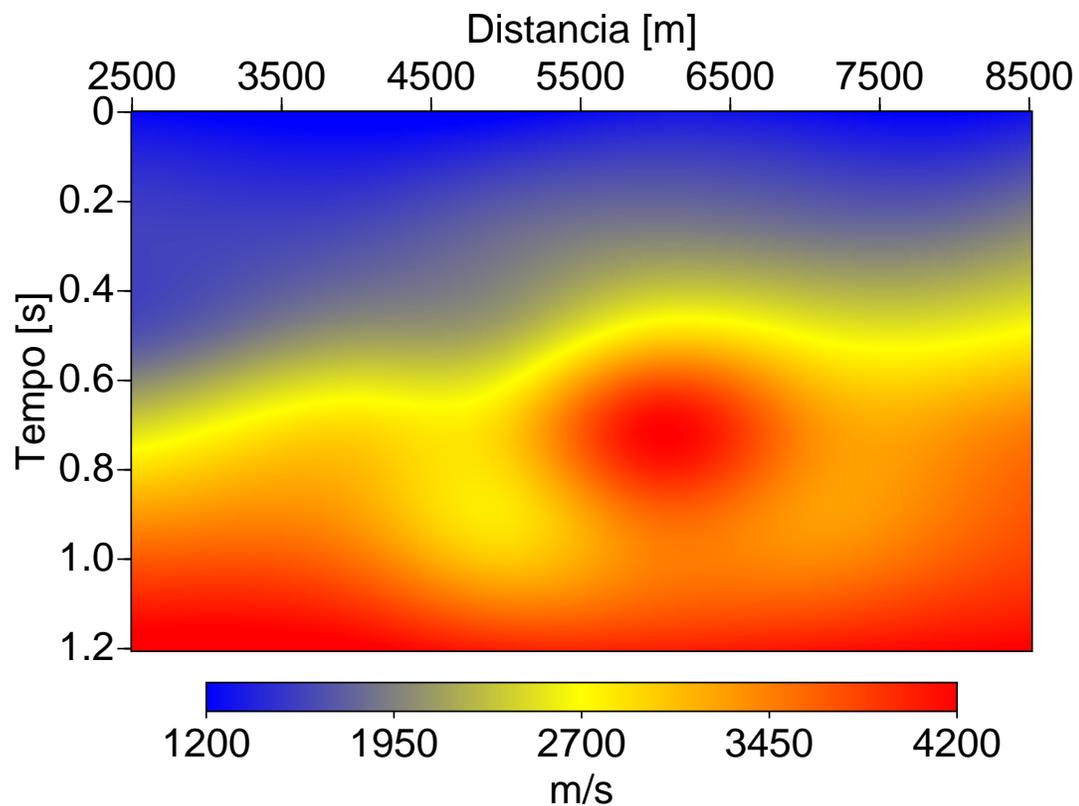


Figura 4.17: Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Clássico.

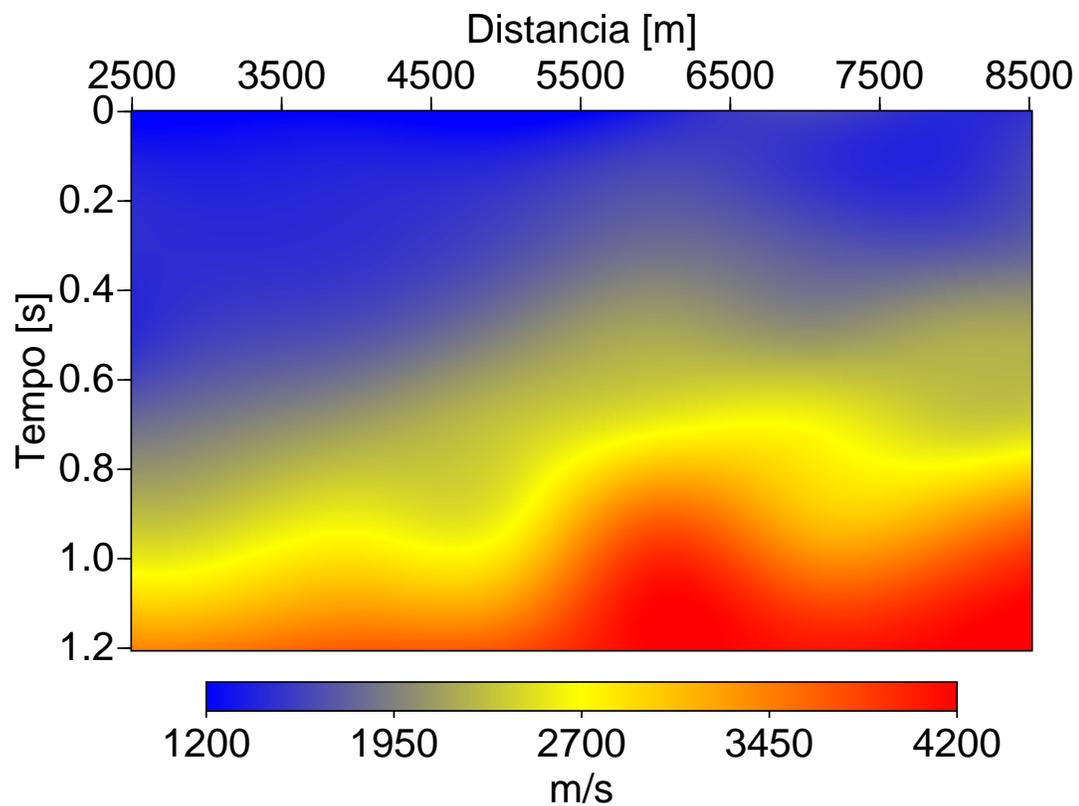


Figura 4.18: Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Diferencial.

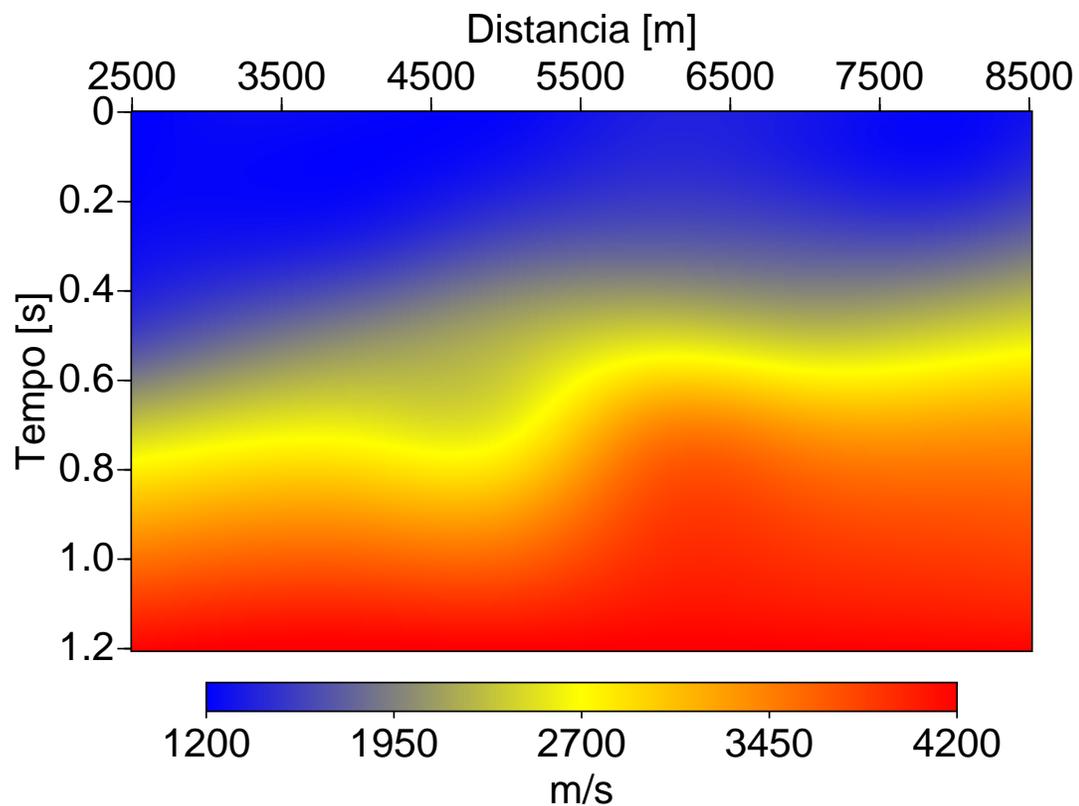


Figura 4.19: Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Diferencial.

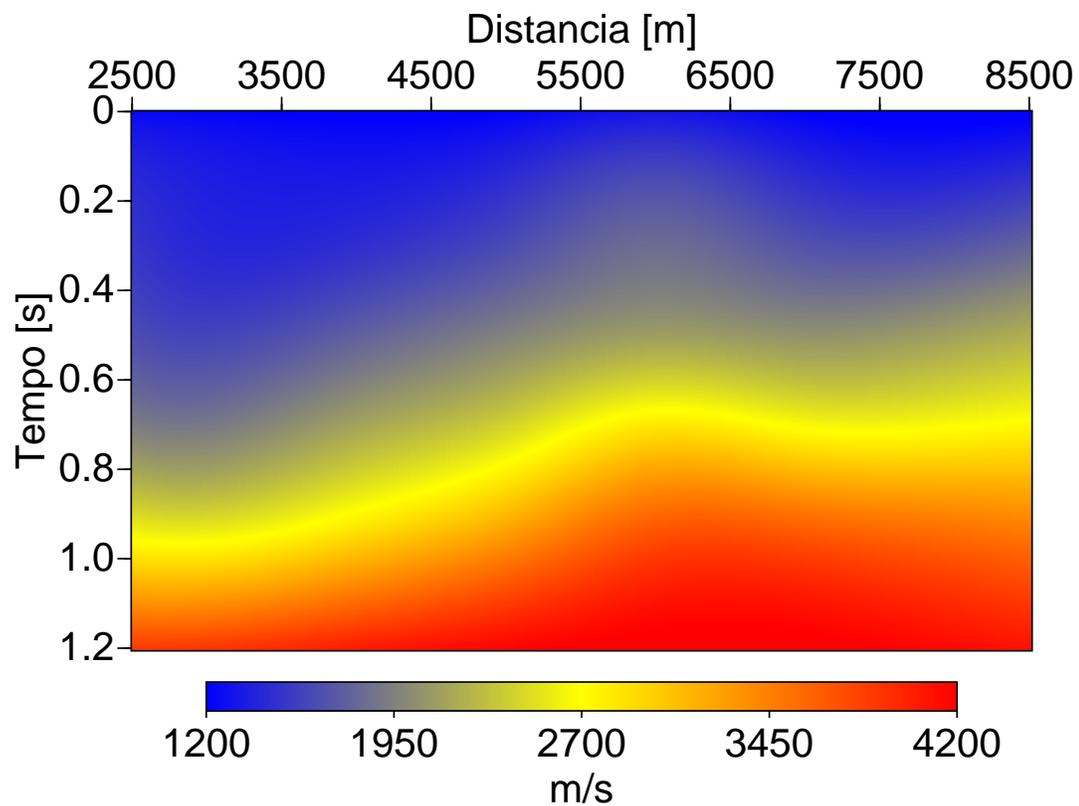


Figura 4.20: Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Diferencial Estendido.

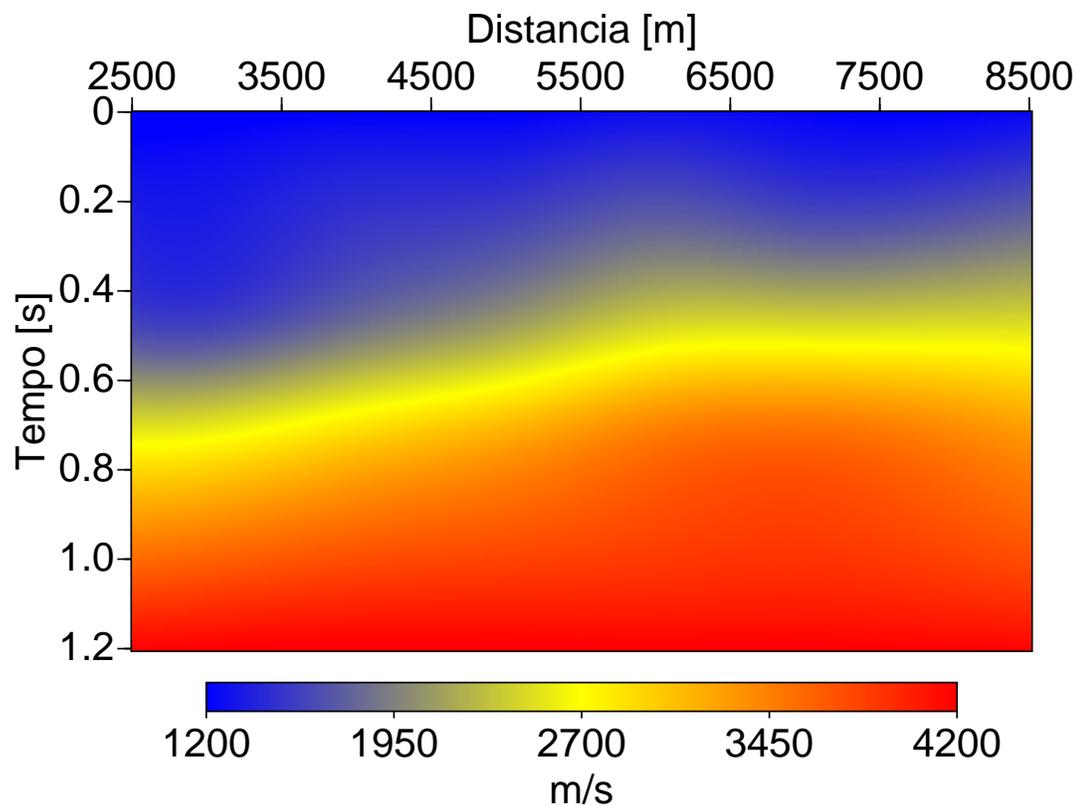


Figura 4.21: Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Diferencial Estendido.

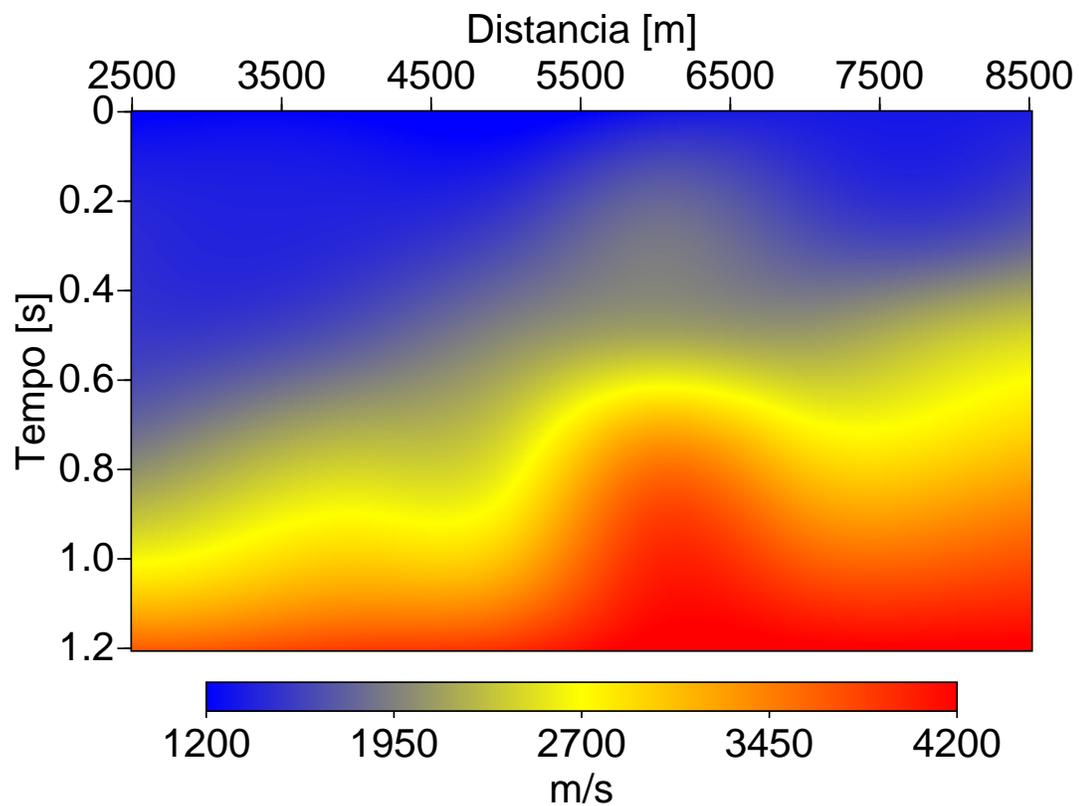


Figura 4.22: Modelo de velocidade RMS otimizados com Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.

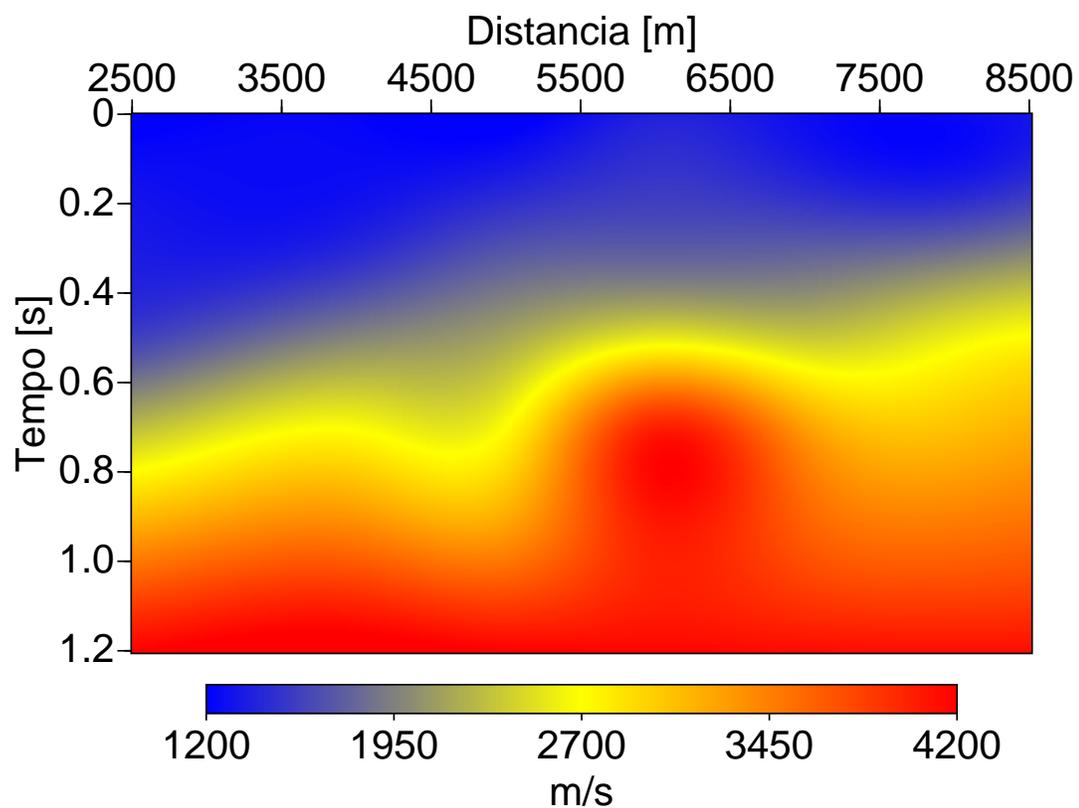
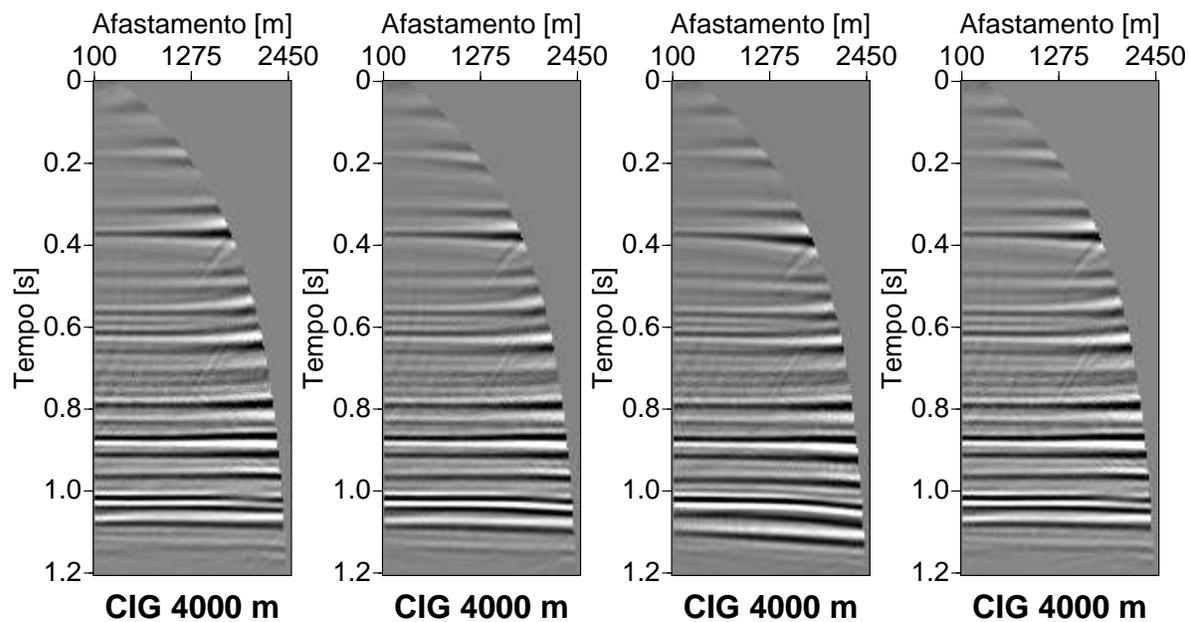


Figura 4.23: Modelo de velocidade intervalar otimizados com Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.

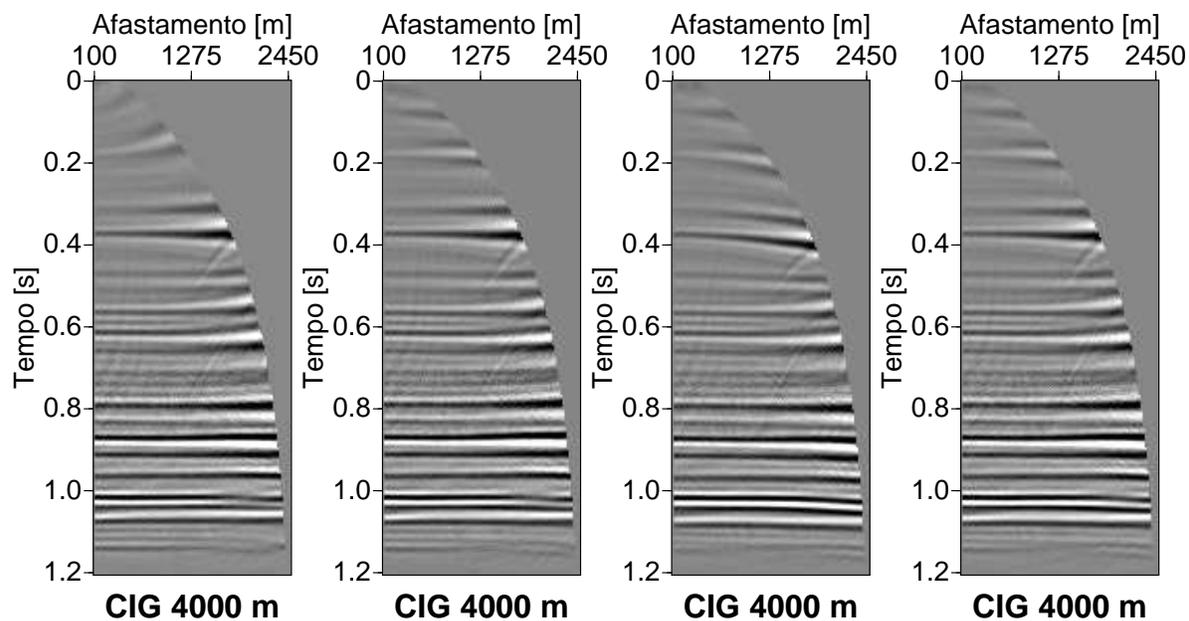


(a) SC-RMS

(b) SD-RMS

(c) SDE-RMS

(d) SDES-RMS



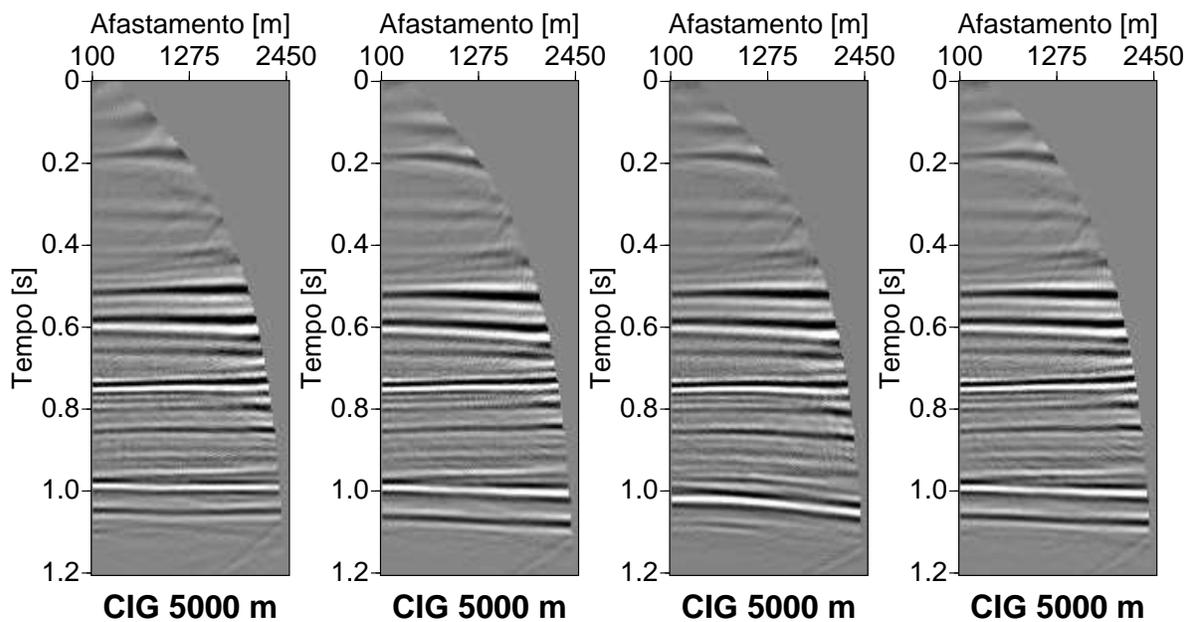
(e) SC-Intervalar

(f) SD-Intervalar

(g) SDE-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.24: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 4000$ m.

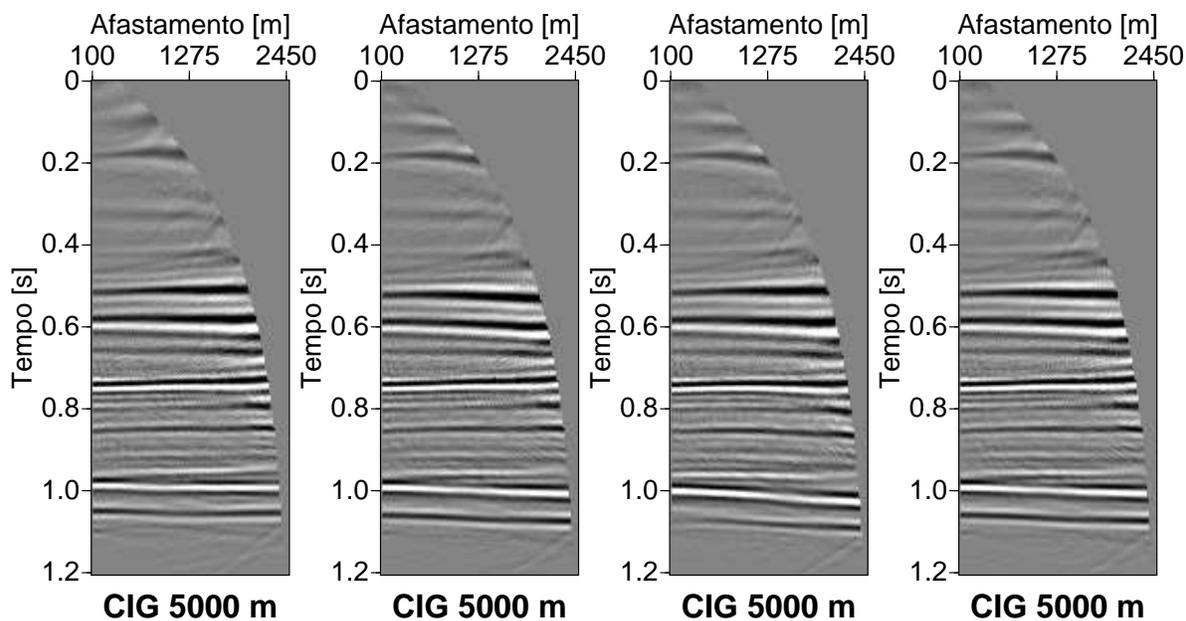


(a) SC-RMS

(b) SD-RMS

(c) SDE-RMS

(d) SDES-RMS



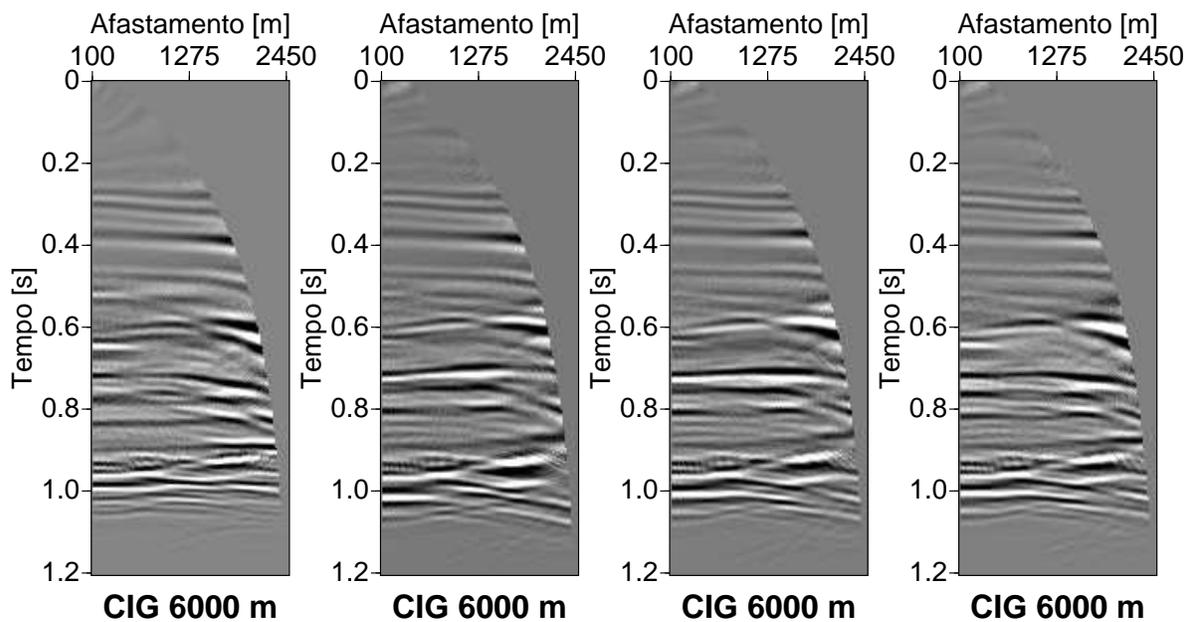
(e) SC-Intervalar

(f) SD-Intervalar

(g) SDE-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.25: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 5000$ m.

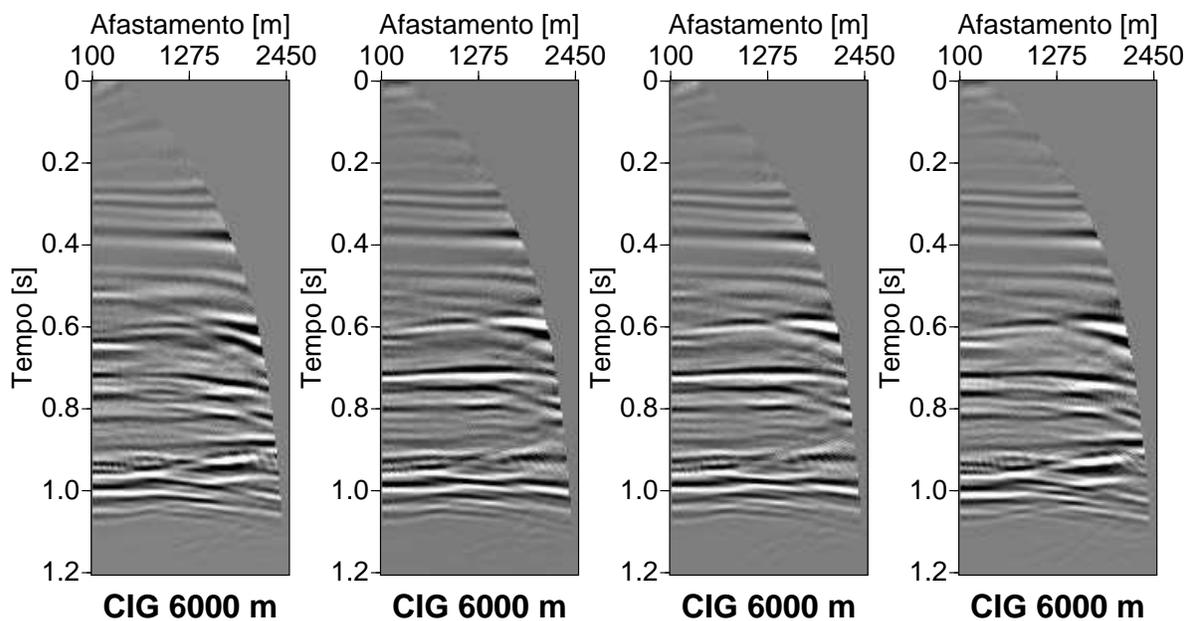


(a) SC-RMS

(b) SD-RMS

(c) SDE-RMS

(d) SDES-RMS



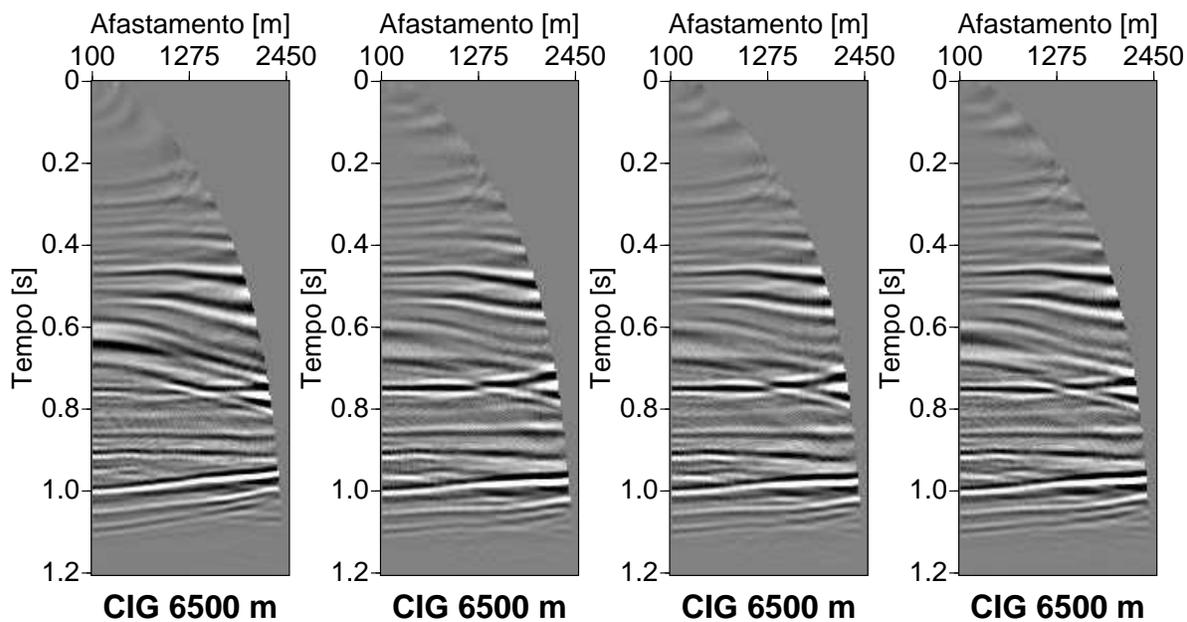
(e) SC-Intervalar

(f) SD-Intervalar

(g) SDE-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.26: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 6000$ m.

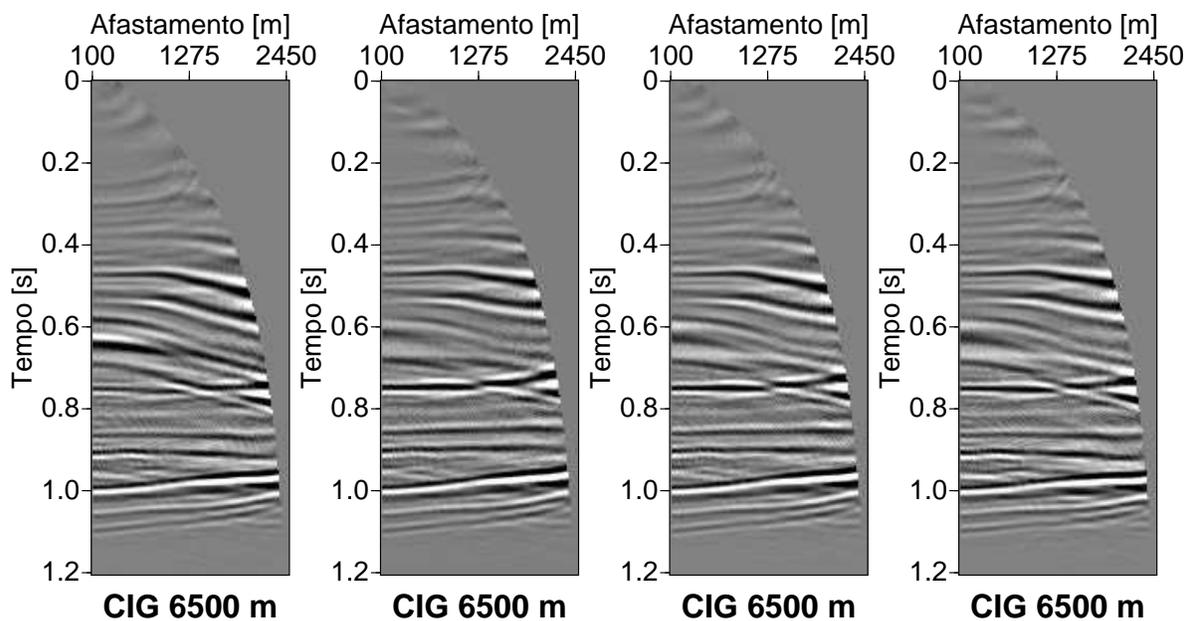


(a) SC-RMS

(b) SD-RMS

(c) SDE-RMS

(d) SDES-RMS



(e) SC-Intervalar

(f) SD-Intervalar

(g) SDE-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.27: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 6500$ m.

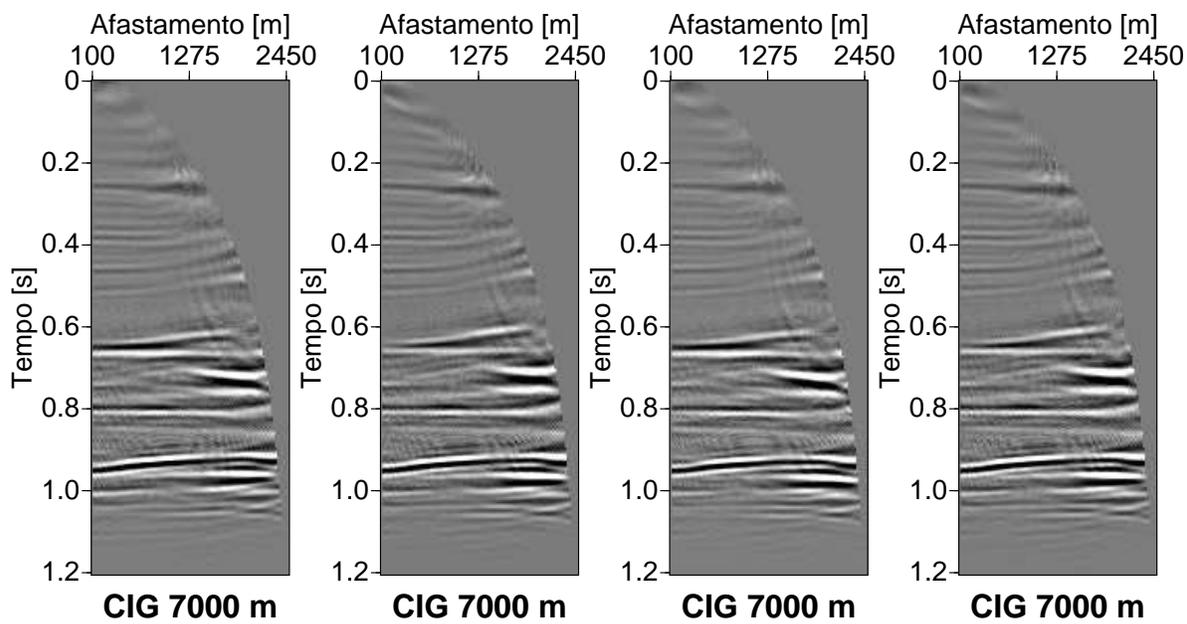
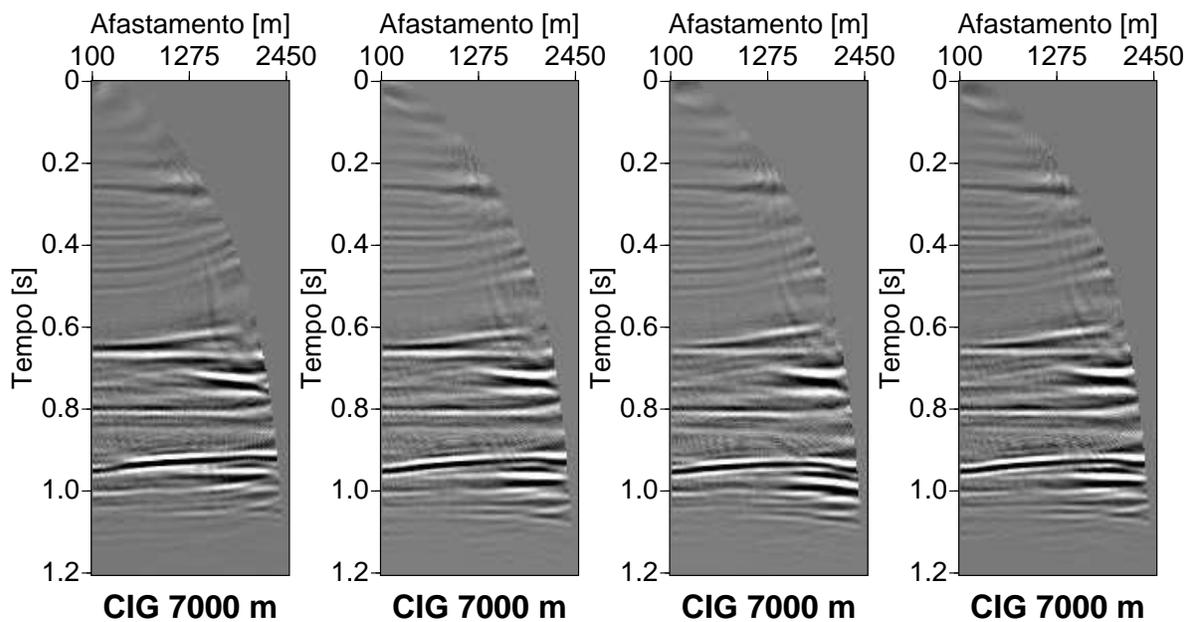
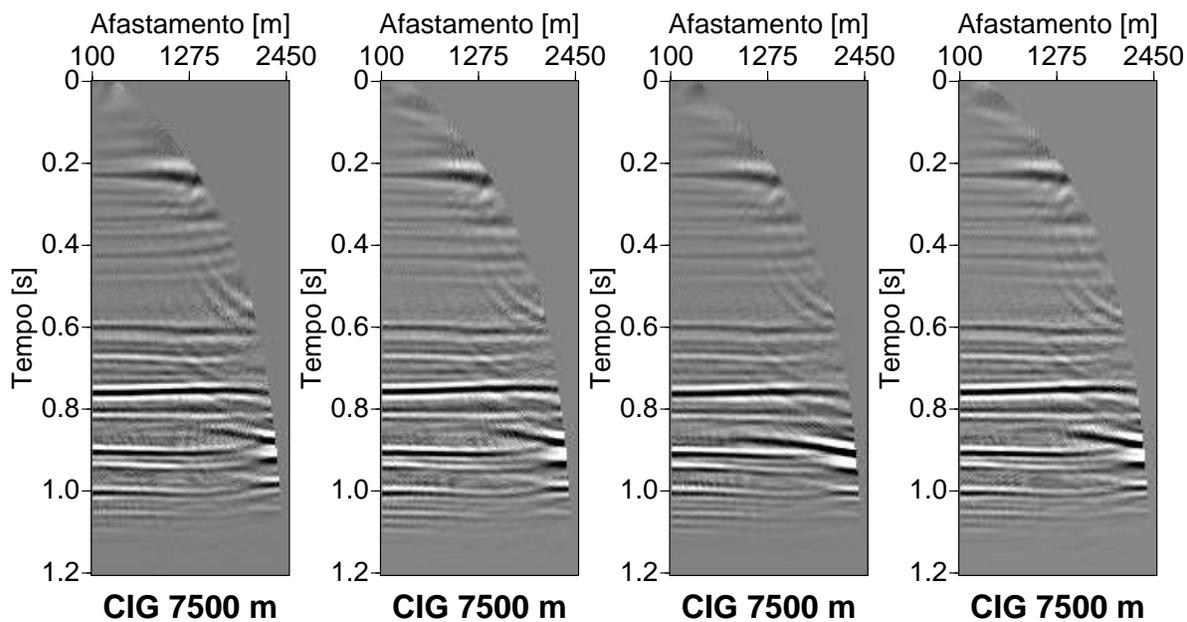


Figura 4.28: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 7000$ m.

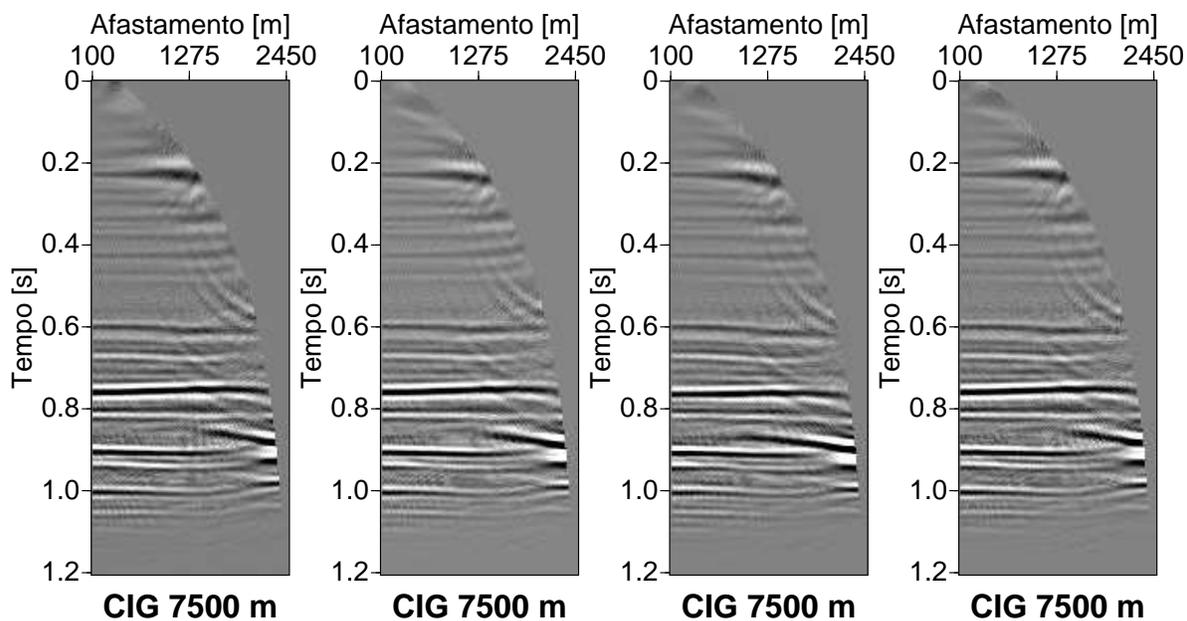


(a) SC-RMS

(b) SD-RMS

(c) SDE-RMS

(d) SDES-RMS



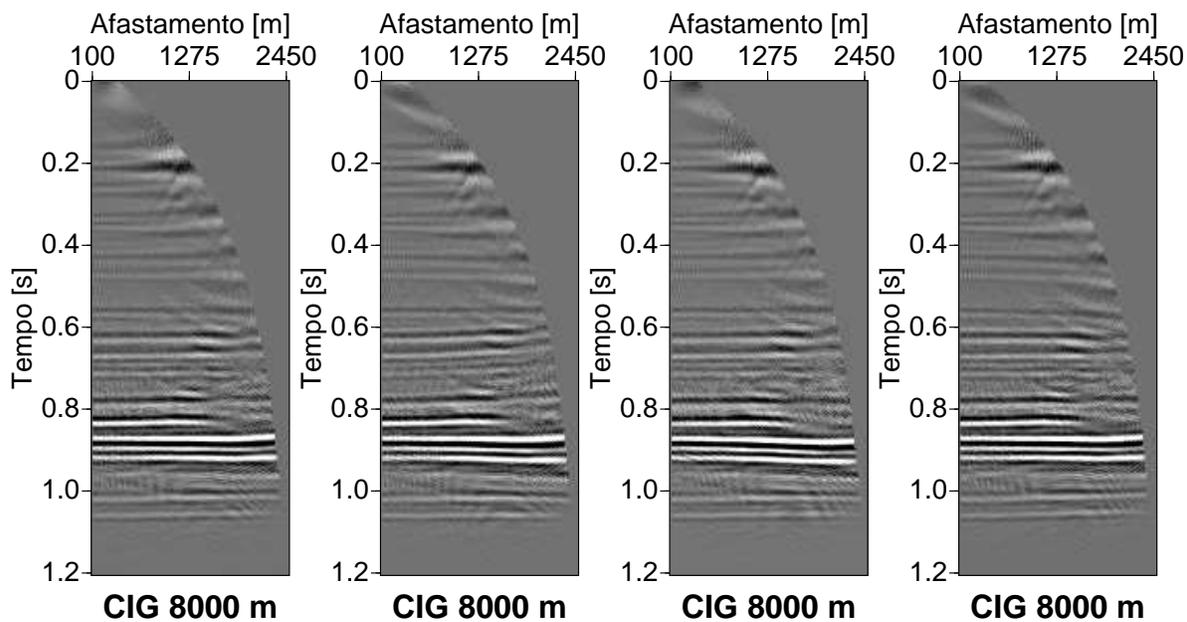
(e) SC-Intervalar

(f) SD-Intervalar

(g) SDE-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.29: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 7500$ m.

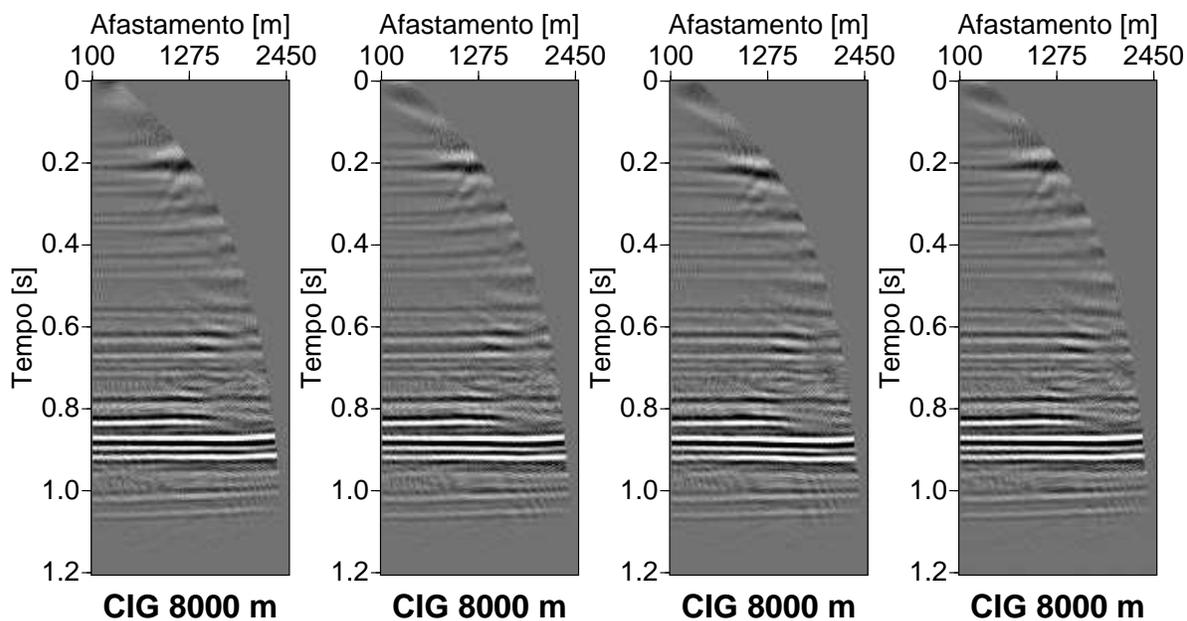


(a) SC-RMS

(b) SD-RMS

(c) SDE-RMS

(d) SDES-RMS



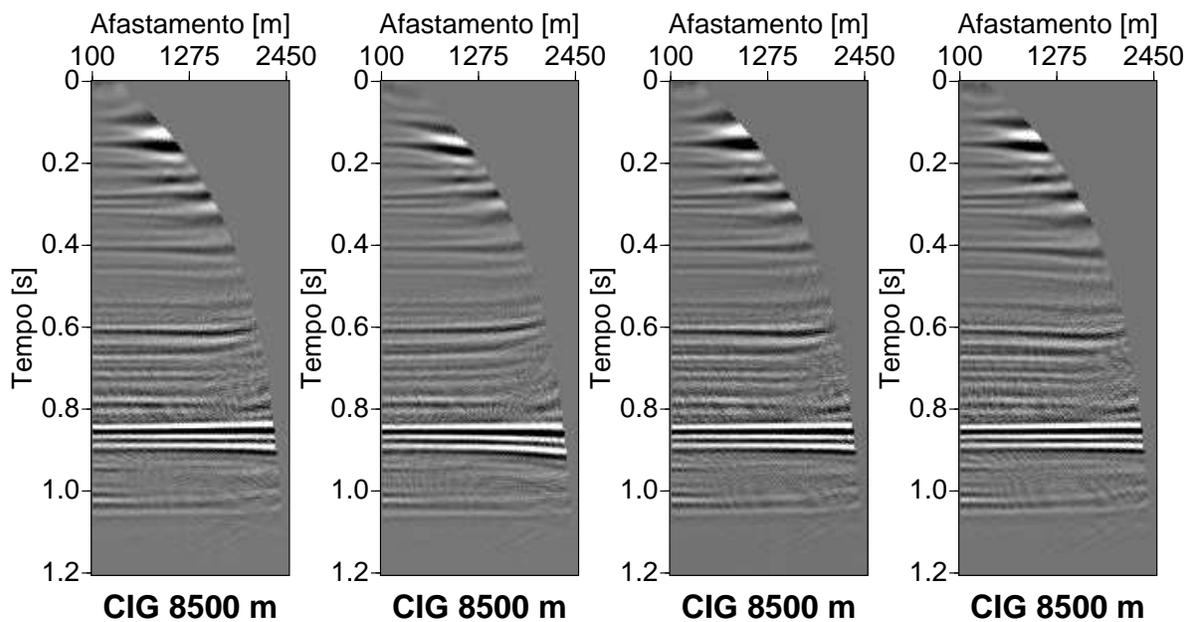
(e) SC-Intervalar

(f) SD-Intervalar

(g) SDE-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.30: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 8000$ m.

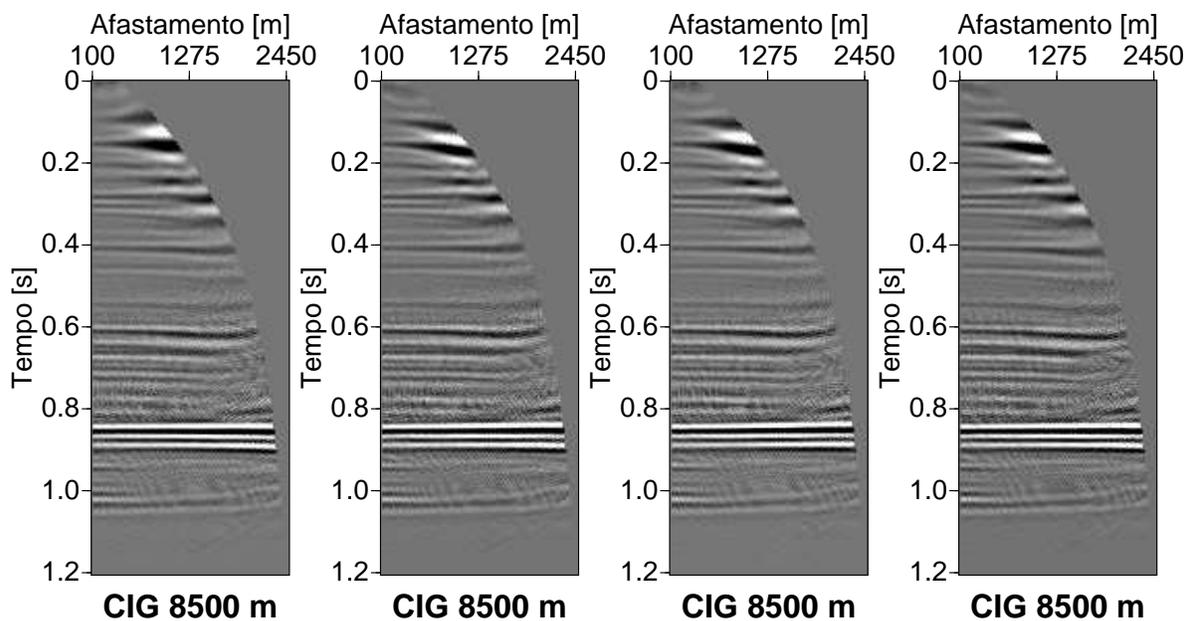


(a) SC-RMS

(b) SD-RMS

(c) SDE-RMS

(d) SDES-RMS



(e) SC-Intervalar

(f) SD-Intervalar

(g) SDE-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.31: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC, SD, SDE, e SDES. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas com velocidade RMS e as Figuras de (e) a (h) otimizadas com velocidade intervalar, ambos avaliados na posição $x = 8500$ m.

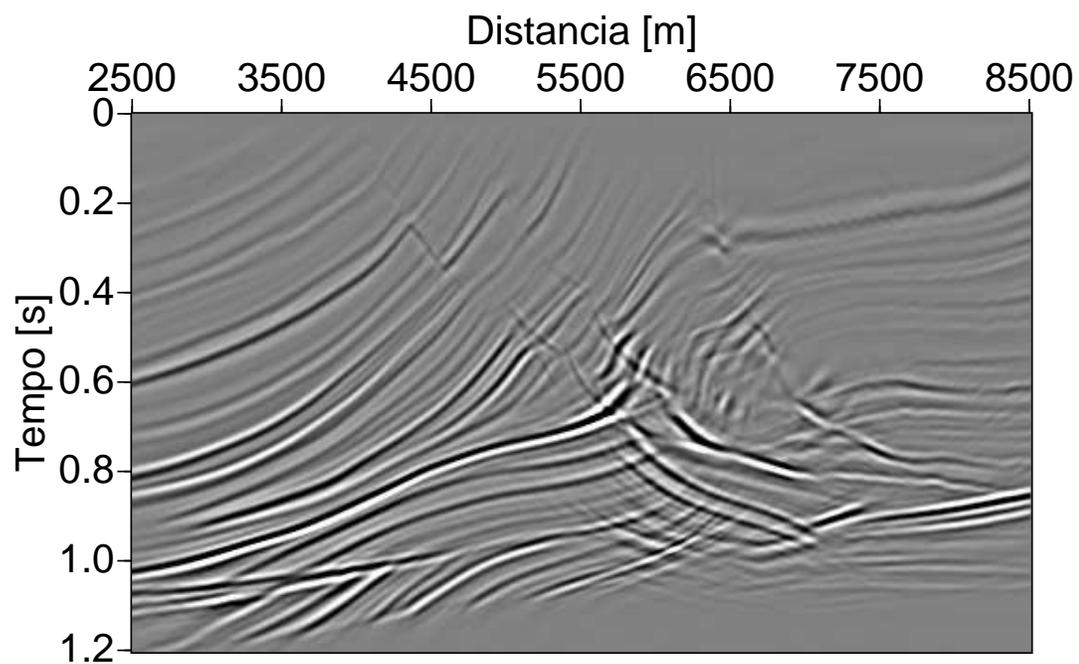


Figura 4.32: Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SC.

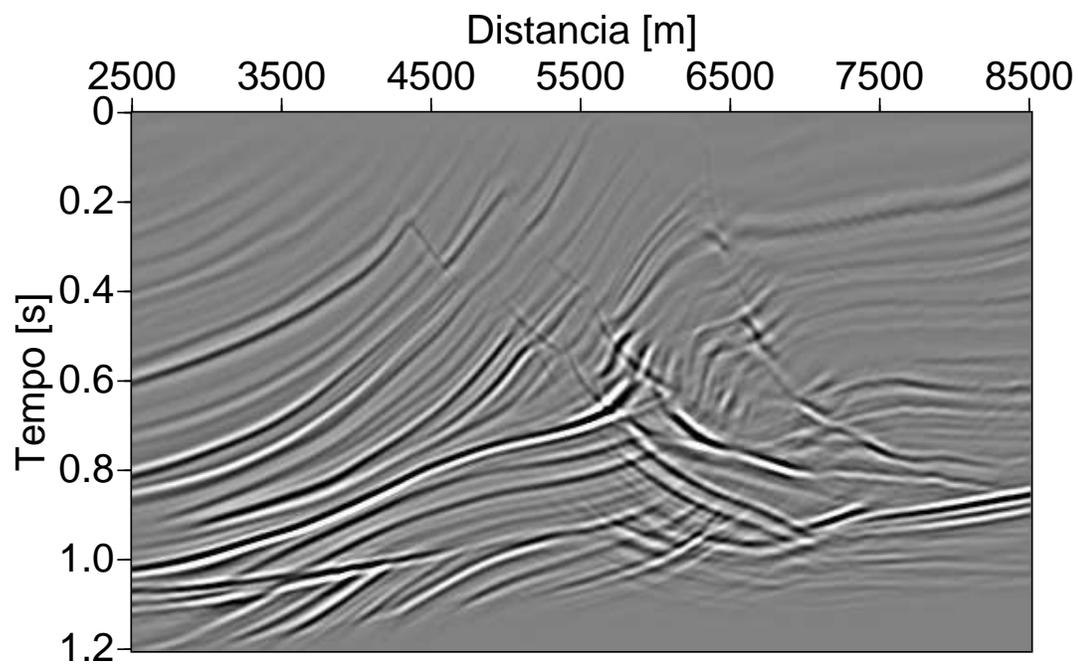


Figura 4.33: Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SC.

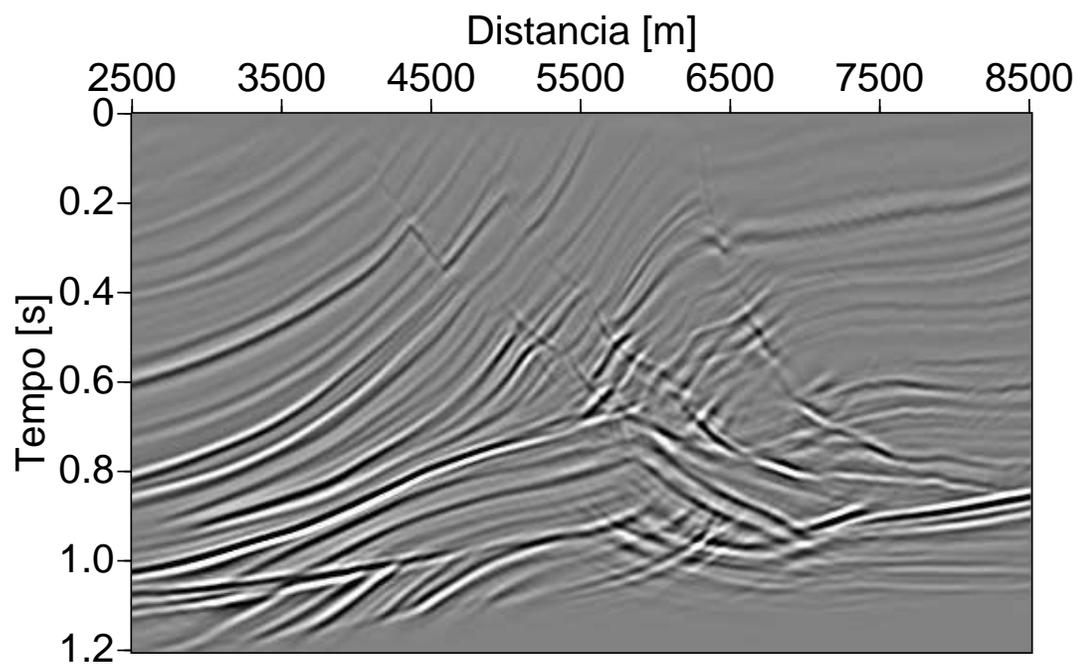


Figura 4.34: Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SD.

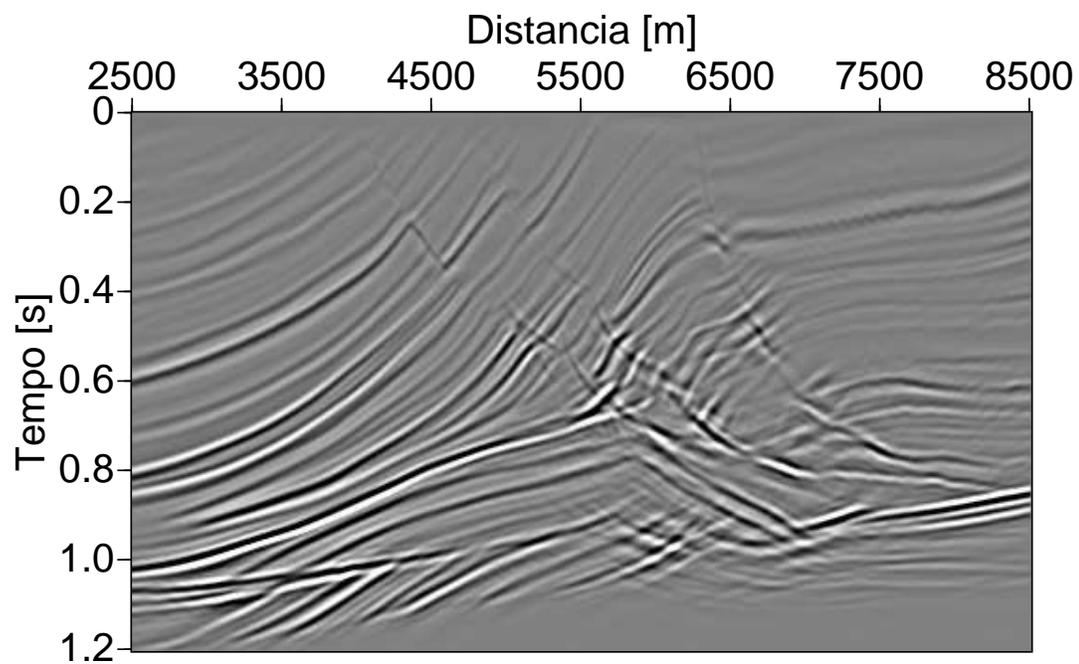


Figura 4.35: Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SD.

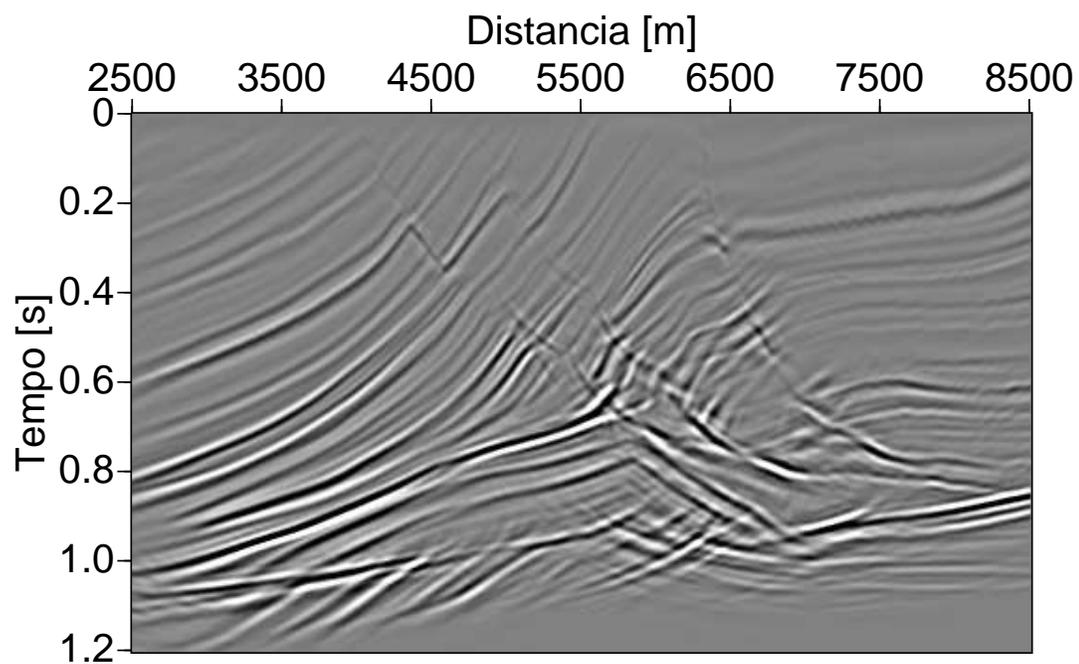


Figura 4.36: Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SDE.

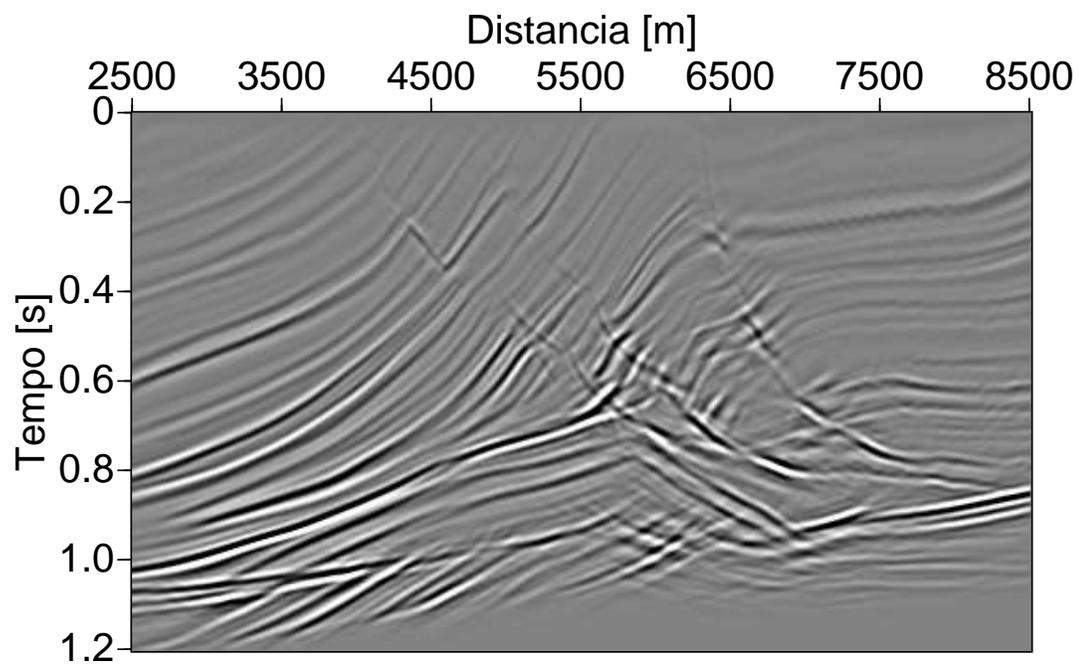


Figura 4.37: Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SDE.

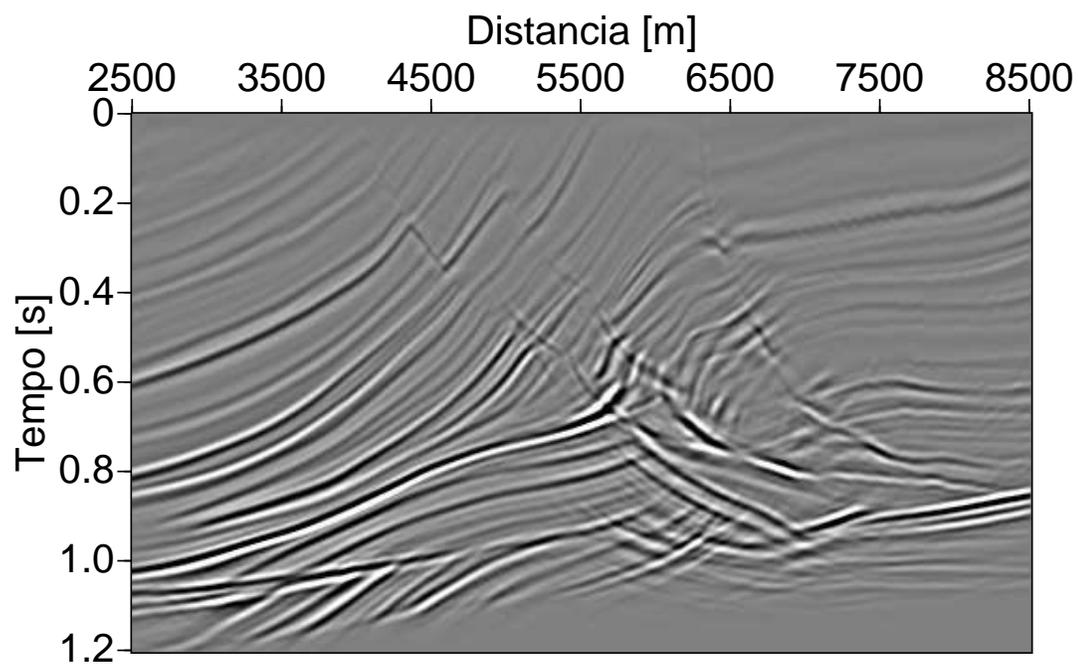


Figura 4.38: Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS - SDES.

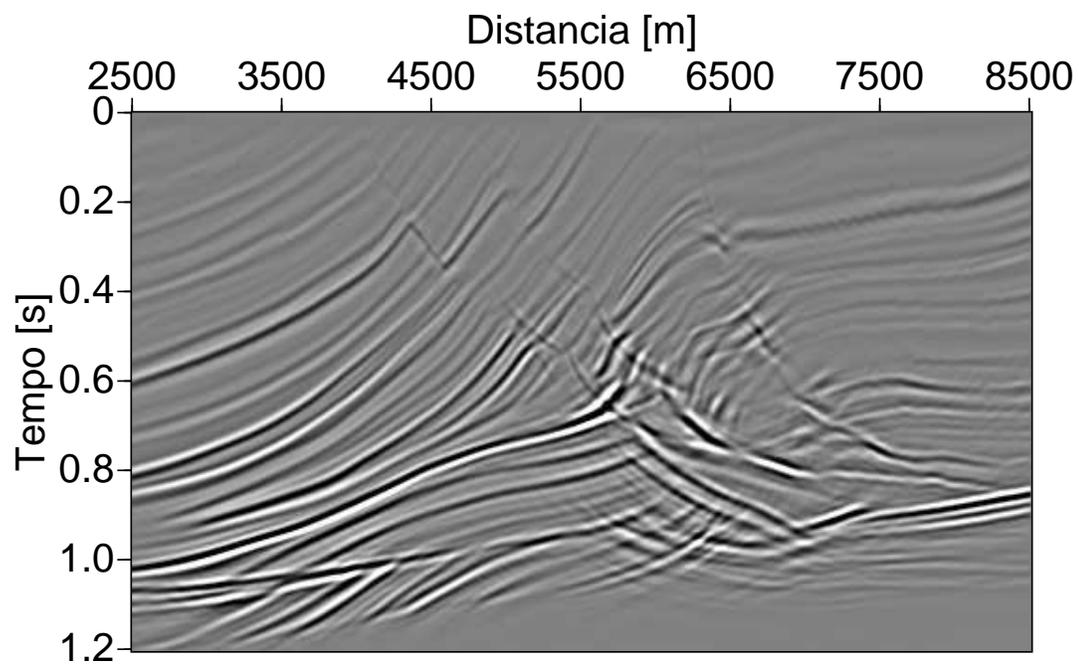


Figura 4.39: Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar - SDES.

4.6.1 Custo computacional das funções objetivo

As diferentes funções objetivos devem também ser avaliadas em relação ao custo computacional. Uma vez que os resultados são qualitativamente próximos, o estudo do custo computacional fornece um novo parâmetro para distinguir as funções objetivo. Existem diversas definições para se avaliar o custo computacional, uma definição conveniente para este trabalho deve depender diretamente do tempo de processamento e do número de iterações, pois o algoritmo de quase-Newton guarda as informações dos gradientes de cada iteração na memória. O que segue a definição da função custo computacional:

$$C = it, \quad (4.1)$$

no qual i o número de iterações e t o tempo de processamento.

A Figura 4.40 mostra a relação entre o tempo de processamento e o número de iterações de cada função objetivo usando o modelo de velocidade RMS, no qual observa-se que as funções objetivo SC, SD, SDE e SDES geraram os resultados com 56, 44, 8 e 22 iterações em 4, 5 h, 7,5 h, 2,5 h e 4,3 h respectivamente. O análogo para o modelo de velocidade intervalar é apresentado na Figura 4.41, aonde as funções objetivo SC, SD, SDE, SDES geraram os resultados com 38, 26, 15 e 26 iterações em 5,7 h, 3,1 h, 4,2 h e 3,3 h respectivamente.

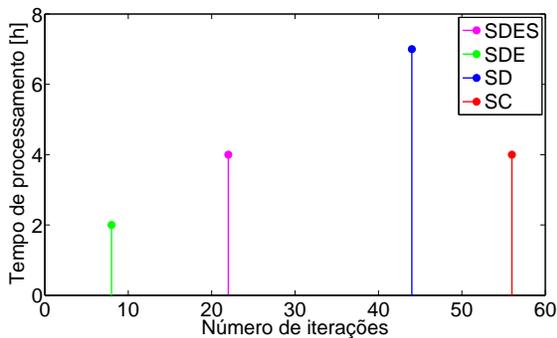


Figura 4.40: Número de iterações e tempo de otimização para o modelo RMS.

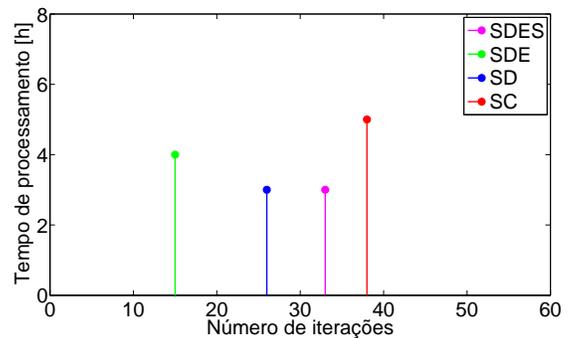


Figura 4.41: Número de iterações e tempo de otimização para o modelo intervalar.

O custo de cada otimização é apresentado nas Tabelas 4.9 e 4.10. Estas indicam, tanto para o modelo RMS quanto para o modelo intervalar, que a função SDE é a que menos exige da máquina. Este é um resultado bastante interessante, uma vez que mesma função objetivo obteve os piores valores de coerência mas produziu imagens migradas qualitativamente idênticas as imagens migradas com os melhores resultados de coerência, o que faz do SDE uma alternativa eficiente de se conseguir bons modelos de velocidade exigindo menos do computador.

	SC	SD	SDE	SDES
$C =$	252,93	332,93	20,27	94,60

Tabela 4.9: Custo computacional das funções objetivo SC, SD, SDE e SDES usando modelo de velocidade RMS.

	SC	SD	SDE	SDES
$C =$	216,60	81,03	63,00	110,00

Tabela 4.10: Custo computacional das funções objetivo SC, SD, SDE e SDES usando modelo de velocidade intervalar.

4.7 REGULARIZAÇÃO

Diferentes modelos de velocidade podem assegurar uma boa horizontalização dos eventos nos CIGs, contudo alguns destes modelos podem apresentar anomalias de velocidade que representam formações geológicas improváveis de ocorrer. Funções de regularização que limitam o conjunto de soluções em resultados restritos a algum critério geológico, podem ser implementadas para obtenção de soluções mais plausíveis. Nesta dissertação investigamos o funcional na equação (2.17), que permite impor aos modelos de velocidade suavização lateral ou vertical.

Os resultados da seção 4.6 que produziram alguma anomalia no modelo de velocidade, isto é os resultados do Semblance Clássico e do Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico, podem ser revistos com a presença da regularização da equação (2.17), com $n = 2$, $\Lambda_x = 0.25 \times 10^{-3}$ e $\Lambda_\tau = 0.5 \times 10^{-5}$ obtidos por tentativa e erro. Os novos resultados são mostrados nas Figuras 4.42 e 4.43 para os modelos de velocidade, RMS e intervalar, da função objetivo Semblance Clássico e nas Figuras 4.44 e 4.45 para os modelos de velocidade, RMS e intervalar da função objetivo SDES. A confirmação da convergência é apresentada pelos CIGs nas Figuras 4.46 a 4.49 e pelas imagens migradas nas Figuras 4.50 a 4.53. Adicional a isto também apresentamos nas Tabelas 4.11 e 4.12 as novas medidas das funções objetivo sobre os resultados com regularização.

Ao observamos os resultados com regularização, RMS e intervalar, otimizados com Semblance Clássico nas Figuras 4.42 e 4.43, notamos uma mudança significativa da suavização

(Compare com as Figuras 4.16 e 4.17 respectivamente). A otimização com regularização da função objetivo Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico não representou mudanças sensíveis para o modelo RMS (Figuras 4.22 e 4.44), já para o modelo velocidade intervalar, conforme comparamos as Figuras 4.23 e 4.45, o efeito da suavização é mais evidente.

Ao contrário das significativas mudanças nos modelos de velocidade que a regularização impôs, os novos CIGs migrados com regularização (Figuras 4.46 a 4.49) são qualitativamente idênticos aos resultados anteriores (Figuras 4.24(a), 4.24(d), 4.24(e) e 4.24(f) a 4.31(a), 4.31(d), 4.31(e) e 4.31(f)). O que significa uma qualidade na imagem migrada tão boa quanto as obtidas na seção 4.6 conforme mostra a comparação das Figuras 4.32, 4.33, 4.38 e 4.39 com as Figuras 4.50, 4.51, 4.52 e 4.53 respectivamente. Neste caso a única exceção encontra-se na não focalização dos eventos da região $0, 0 \text{ s} < t < 0, 4 \text{ s}$ e $2500 \text{ m} < x < 4000 \text{ m}$ na Figura 4.33.

A Tabela 4.11 mostra que os CIGs do SC e SDES regularizados, possuem valores de Semblance Clássico bem menores dos que medidos na Tabela 4.7, porém para as demais medidas a mudança não foi significativa. Também nota-se que para otimização com velocidade intervalar não ocorreu mudanças significativas nas medidas de coerência, é o que indica a comparação dos resultados sem regularização na Tabela 4.8 com os resultados com regularização na Tabela 4.12.

	SC	SD	SDE	SDES
SC	28,983	0,304	4,687	1,769
SDES	32,014	0,303	4,820	1,849

Tabela 4.11: Medidas de coerência nos resultados otimizados com regularização das funções objetivo SC e SDES usando velocidade RMS.

	SC	SD	SDE	SDES
SC	31,289	0,306	4,751	1,836
SDES	33,522	0,309	4,898	1,927

Tabela 4.12: Medidas de coerência nos resultados otimizados com regularização das funções objetivo SC e SDES usando velocidade intervalar.

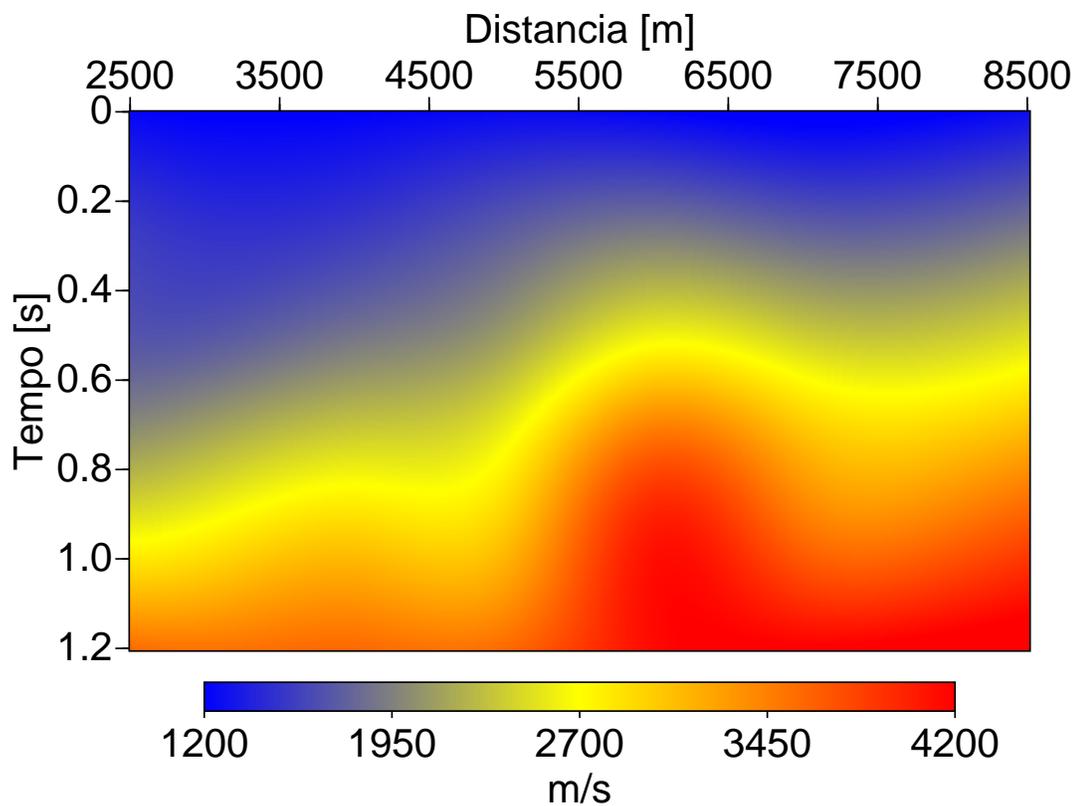


Figura 4.42: Modelo de velocidade RMS com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Clássico.

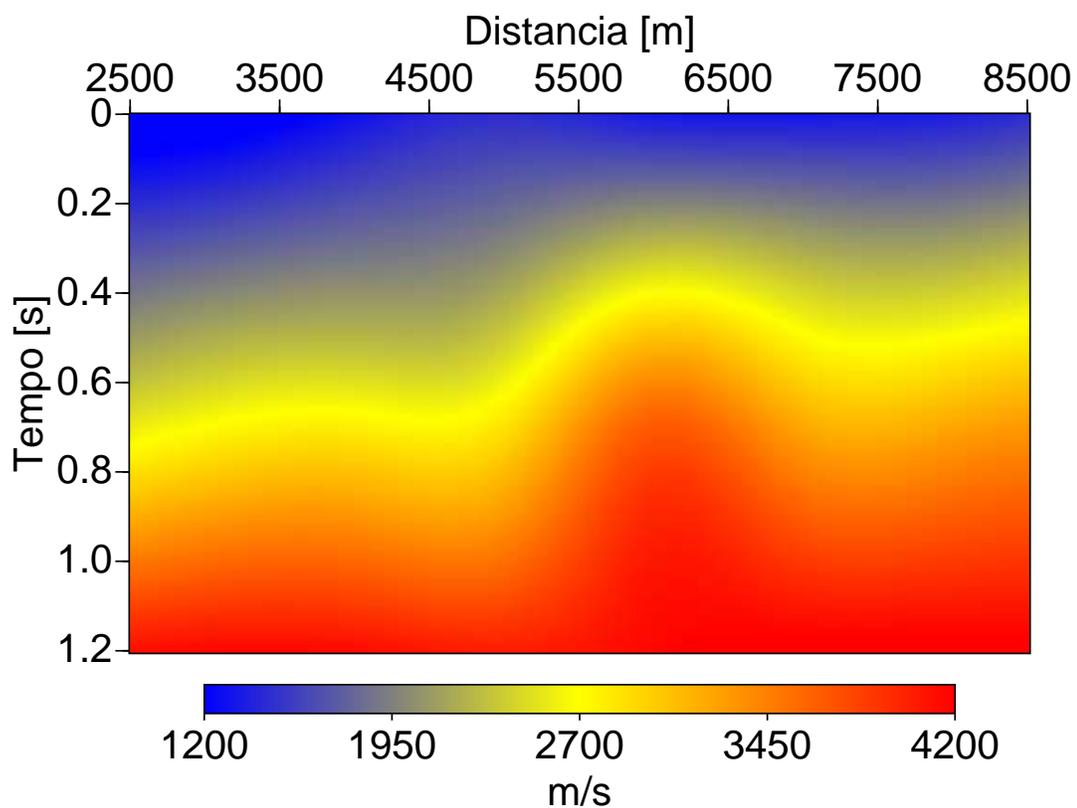


Figura 4.43: Modelo de velocidade intervalar com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Clássico.

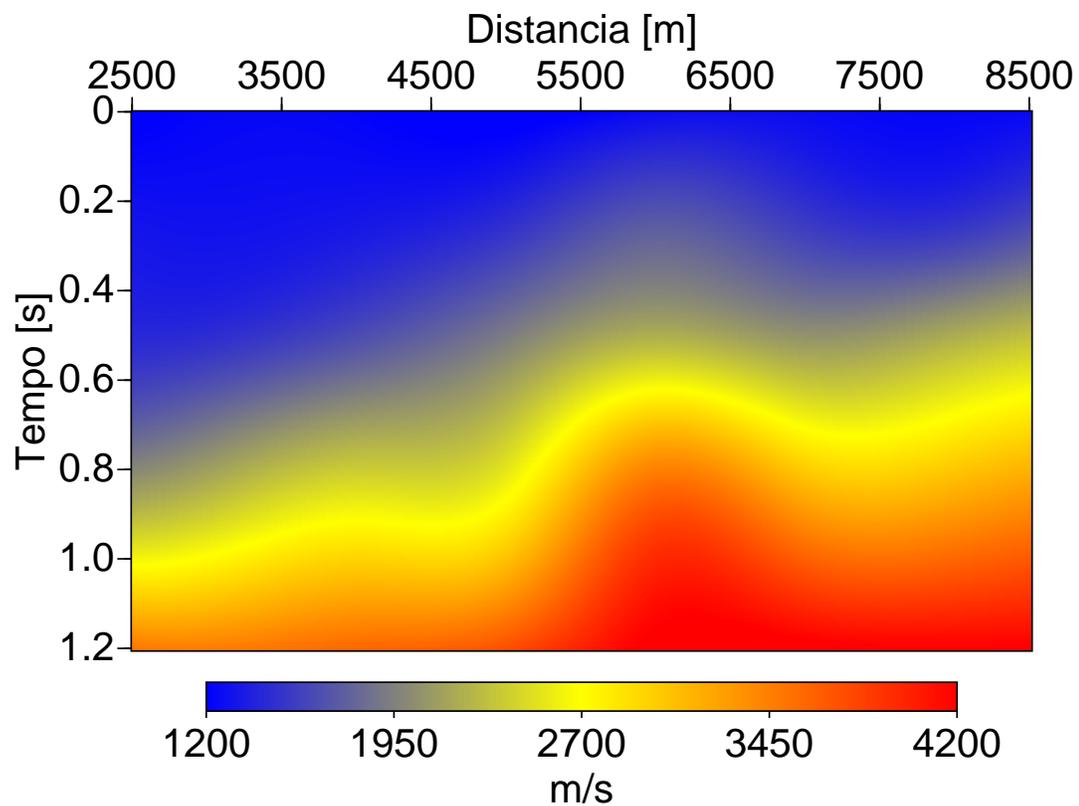


Figura 4.44: Modelo de velocidade RMS com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.

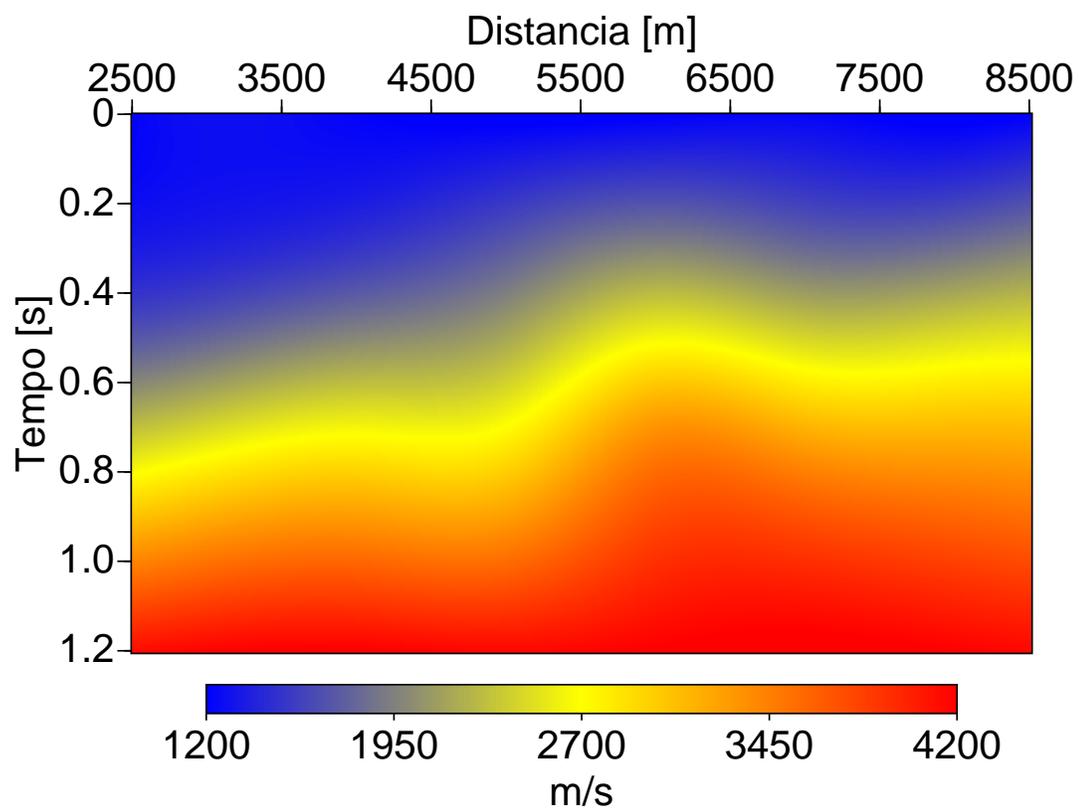
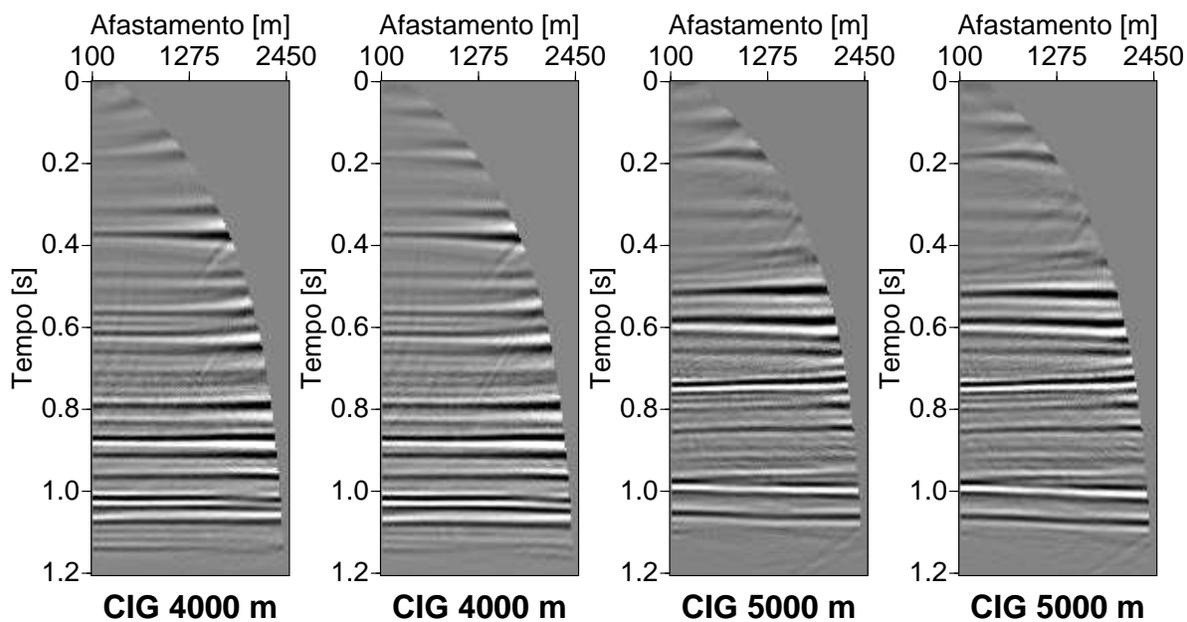


Figura 4.45: Modelo de velocidade intervalar com regularização obtido pela MVA da função objetivo Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico.

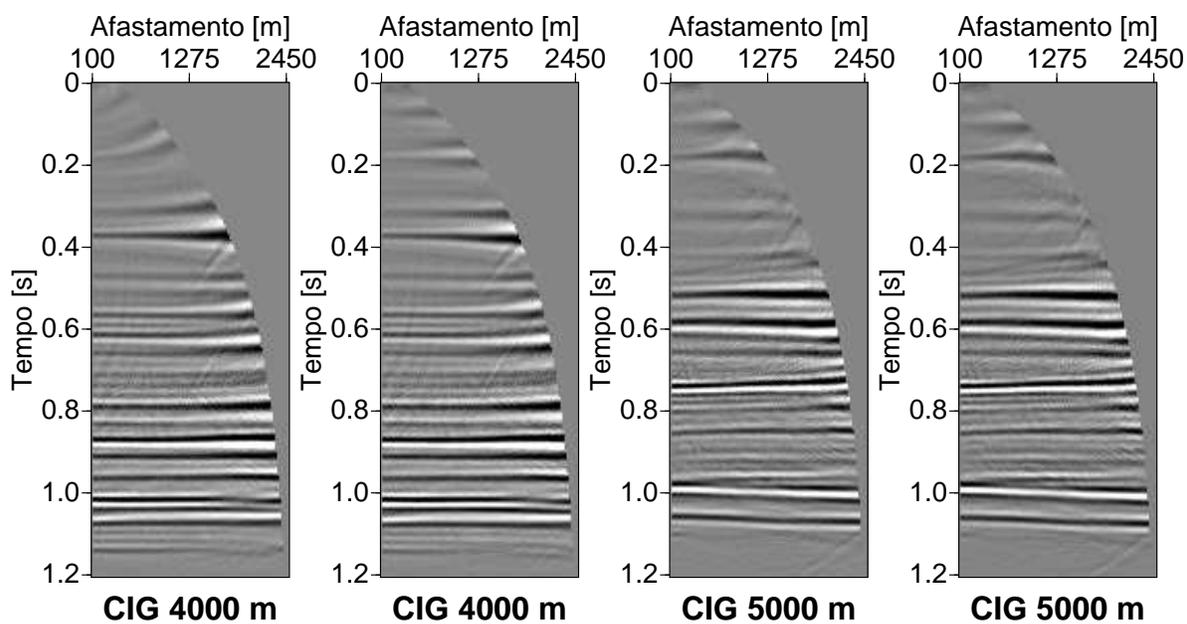


(a) SC-RMS

(b) SDES-RMS

(c) SC-RMS

(d) SDES-RMS



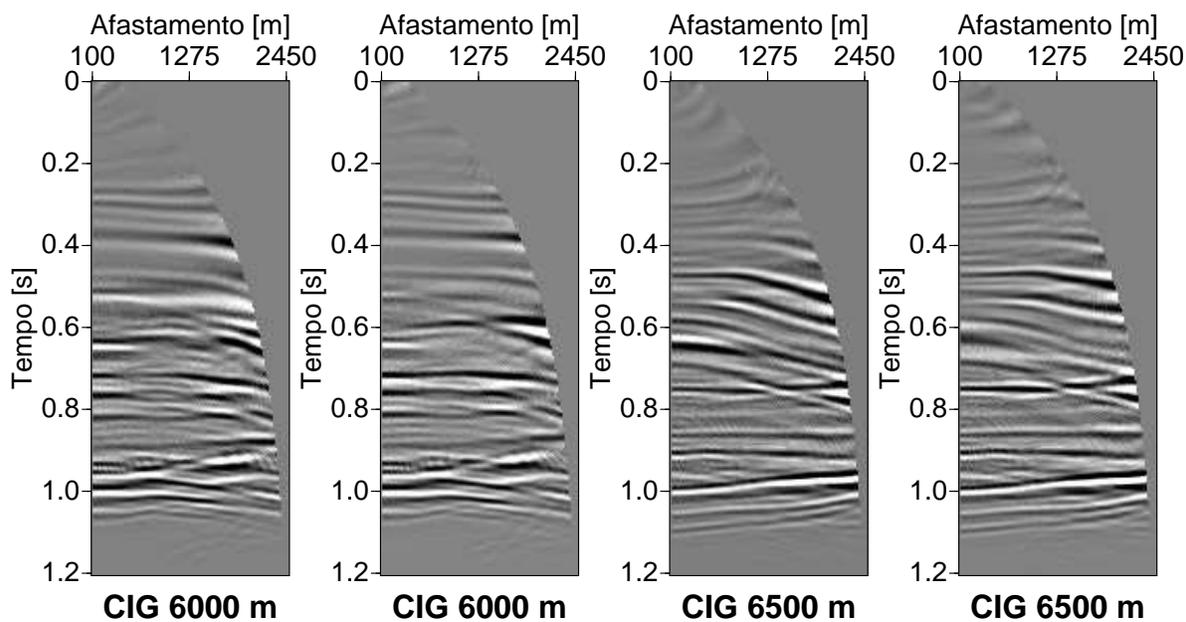
(e) SC-Intervalar

(f) SDES-Intervalar

(g) SC-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.46: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 4000$ m e (c) e (d) na posição $x = 5000$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 4000$ m e (g) e (h) na posição $x = 5000$ m.

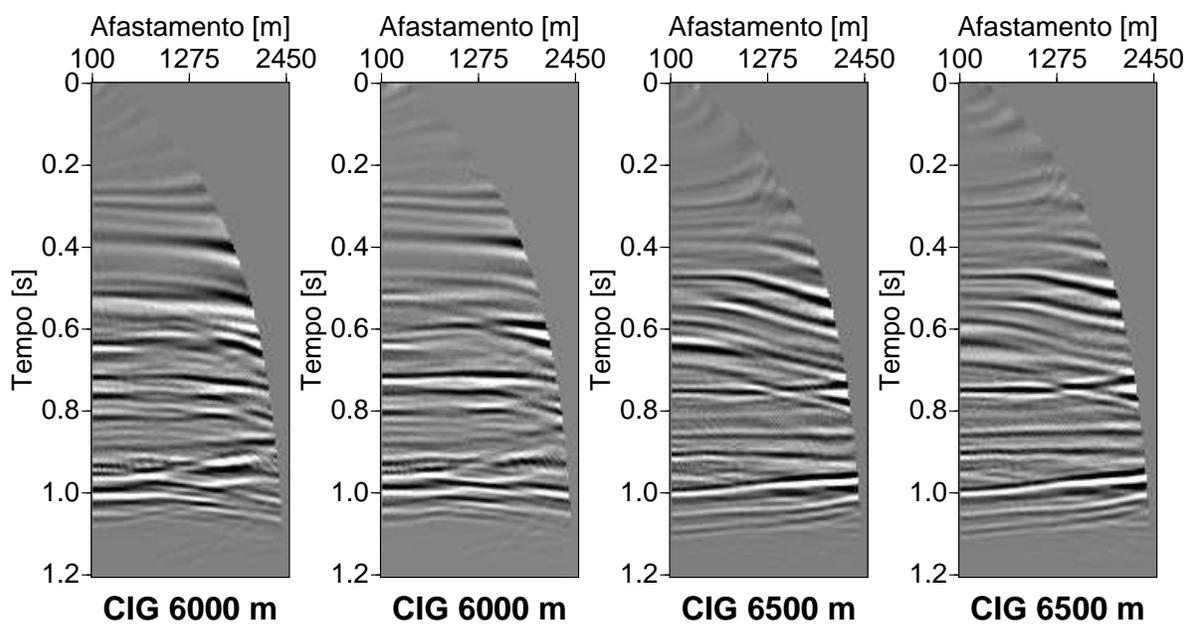


(a) SC-RMS

(b) SDES-RMS

(c) SC-RMS

(d) SDES-RMS



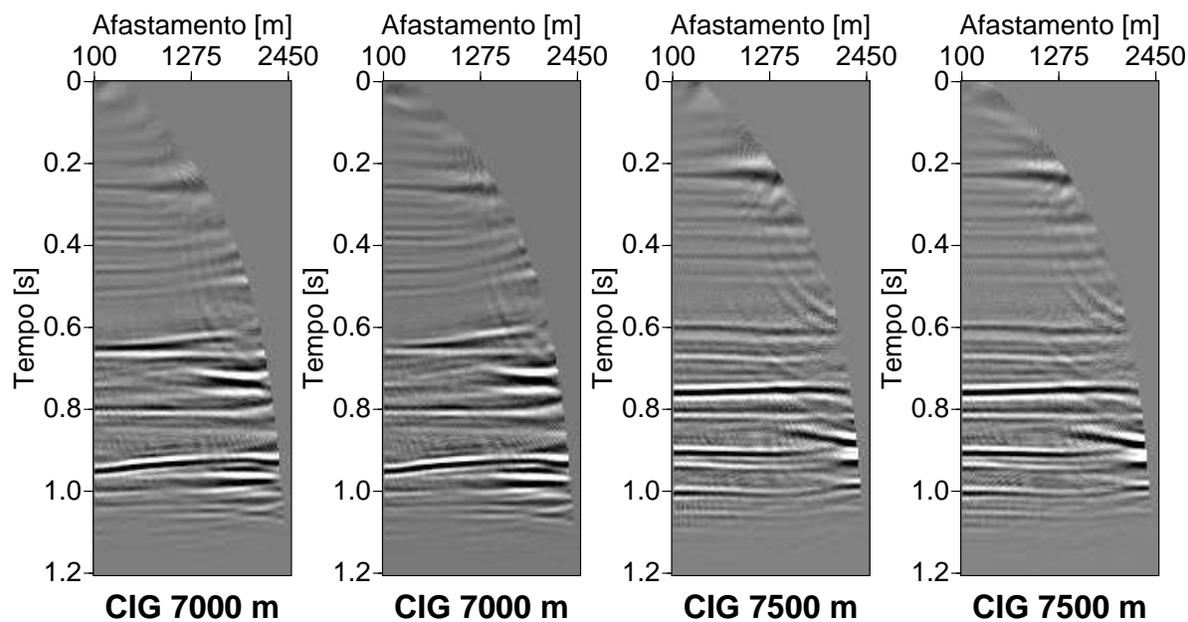
(e) SC-Intervalar

(f) SDES-Intervalar

(g) SC-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.47: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 6000$ m e (c) e (d) na posição $x = 6500$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 6000$ m e (g) e (h) na posição $x = 6500$ m.

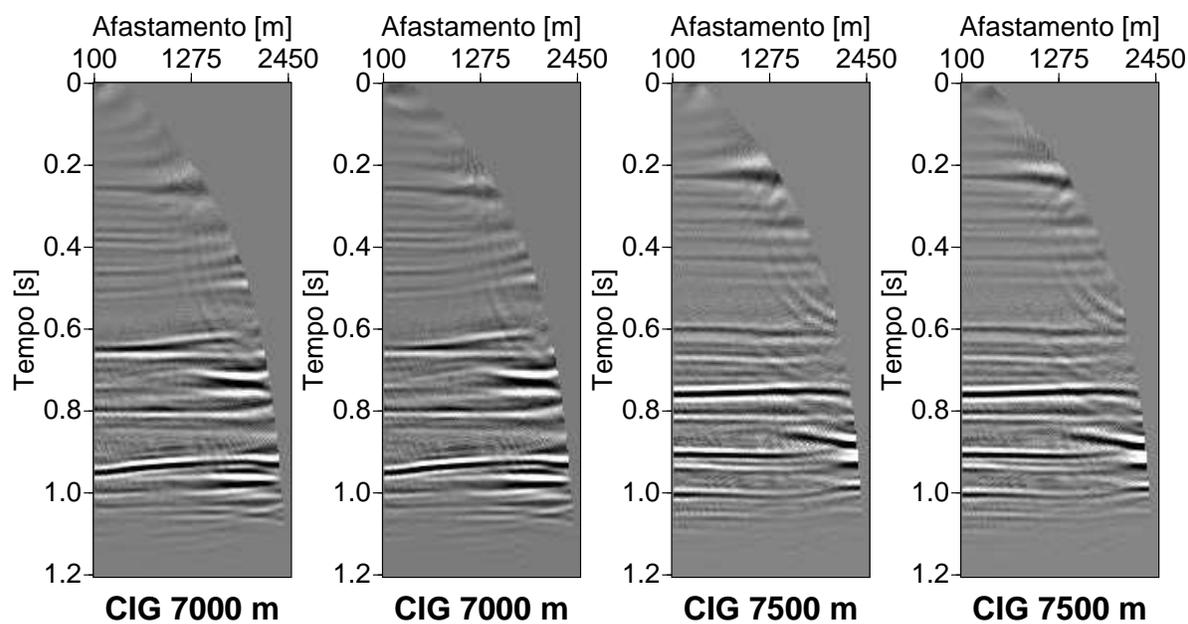


(a) SC-RMS

(b) SDES-RMS

(c) SC-RMS

(d) SDES-RMS



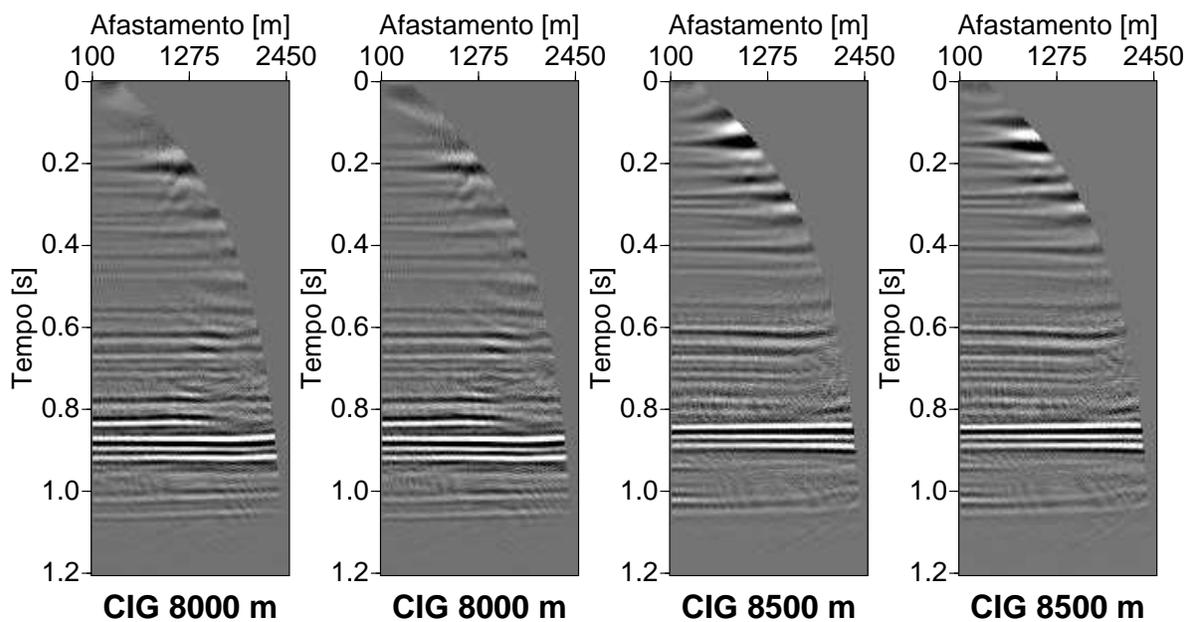
(e) SC-Intervalar

(f) SDES-Intervalar

(g) SC-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.48: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 7000$ m e (c) e (d) na posição $x = 7500$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 7000$ m e (g) e (h) na posição $x = 7500$ m.

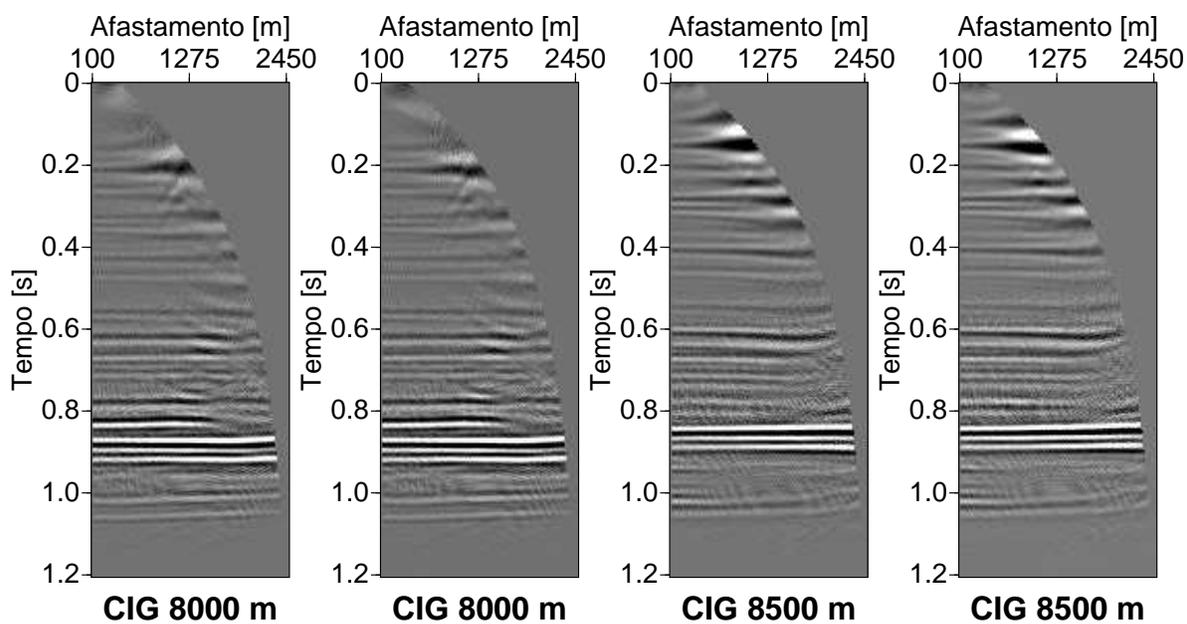


(a) SC-RMS

(b) SDES-RMS

(c) SC-RMS

(d) SDES-RMS



(e) SC-Intervalar

(f) SDES-Intervalar

(g) SC-Intervalar

(h) SDES-Intervalar

Figura 4.49: Comparação dos CIGs otimizados pelas funções objetivo SC e SDES com regularização. As Figuras de (a) a (d) foram otimizadas usando velocidade RMS com (a) e (b) avaliados na posição $x = 8400$ m e (c) e (d) na posição $x = 8500$ m. As Figuras de (e) a (h) foram otimizadas usando velocidade intervalar com (e) e (f) avaliados na posição $x = 8400$ m e (g) e (h) na posição $x = 8500$ m.

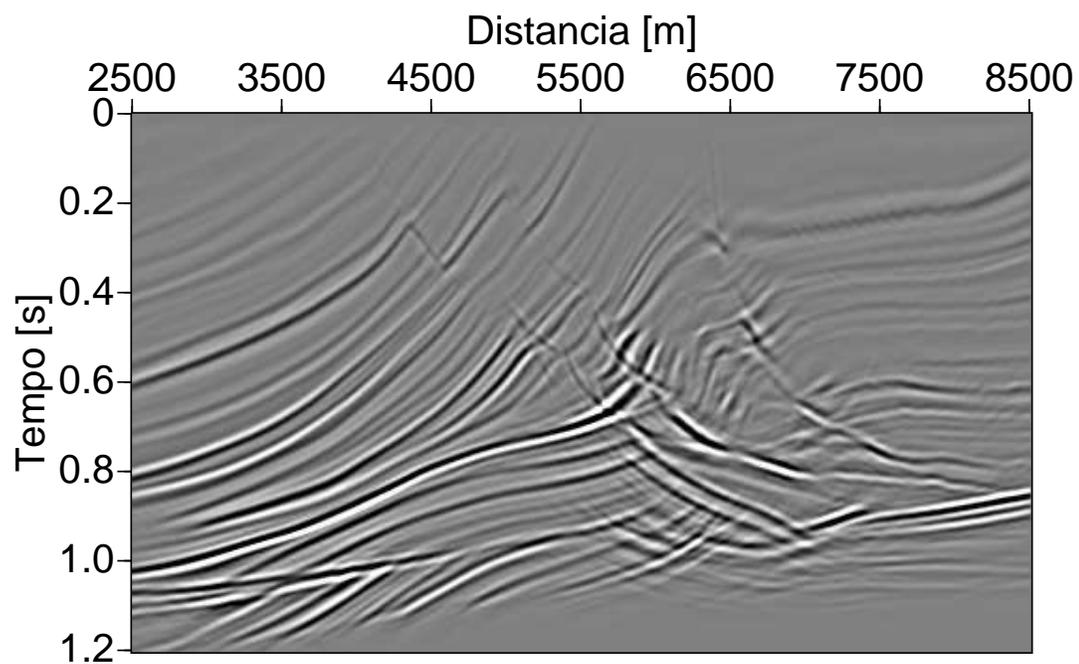


Figura 4.50: Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS-Semblance Clássico com regularização.

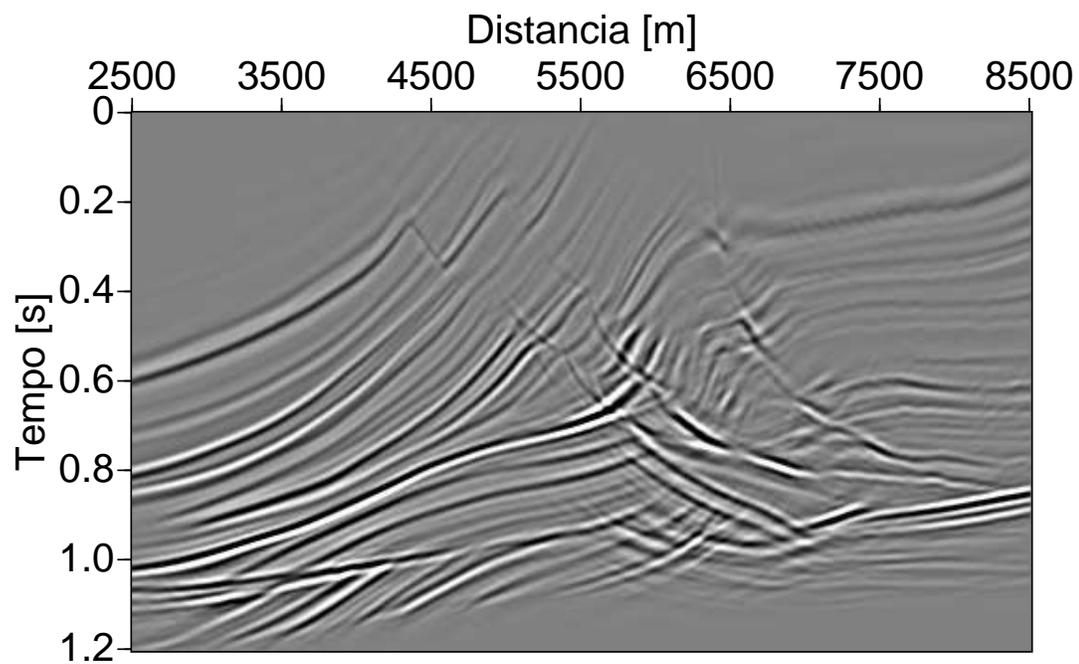


Figura 4.51: Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar-Semblance Clássico com regularização.

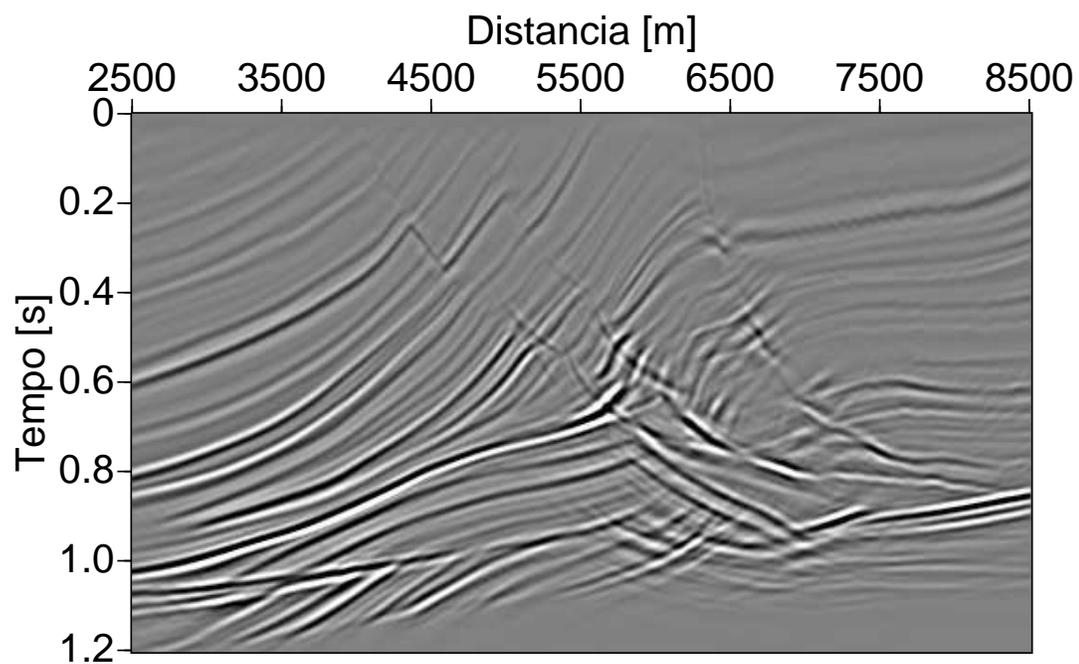


Figura 4.52: Imagem migrada com o modelo de velocidade RMS-Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance, com regularização.

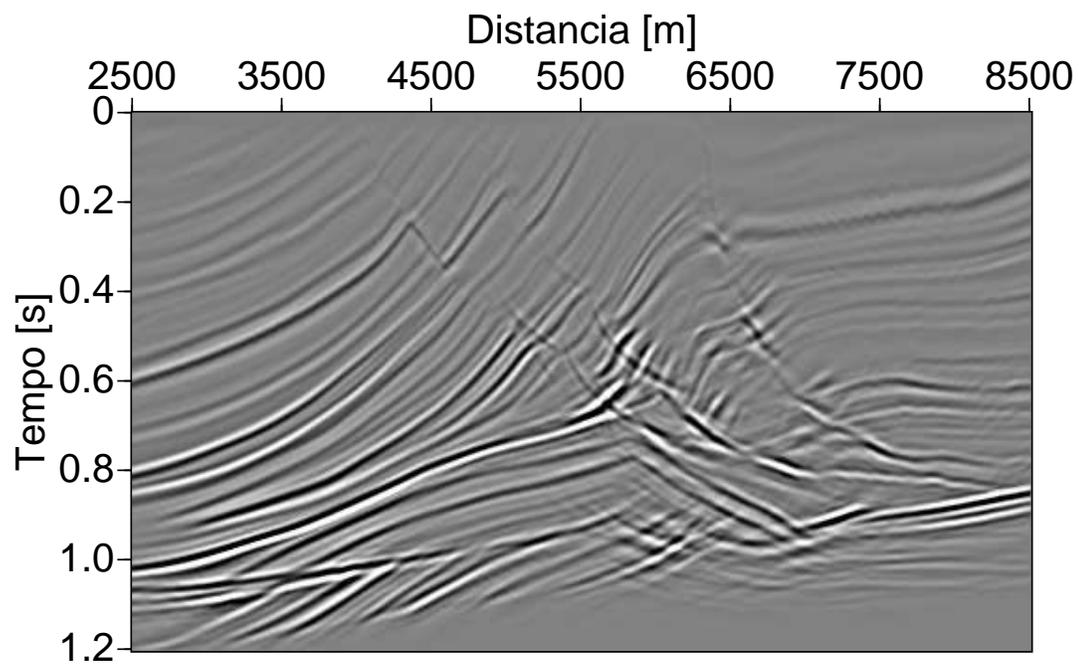


Figura 4.53: Imagem migrada com o modelo de velocidade intervalar-Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance, com regularização.

4.7.1 Custo computacional das funções objetivo regularizadas

É fundamental conhecermos qual o custo computacional a regularização acrescenta na otimização de modelos de velocidade. Para isso apresentamos nas Figuras 4.54 e 4.55 a relação entre o número de iterações e o tempo de processamento usando velocidade RMS e intervalar. A regularização da funções objetivo SC e SDES com modelo de velocidade RMS geraram resultados com 25 e 20 iterações em 4,3 h e 7,2 h respectivamente. No contexto da velocidade intervalar os resultados do SC e SDES foram gerados com 32 e 27 iterações em 10,1 h e 9,5 h respectivamente. Também apresentamos os valores da função custo (4.1) nas Tabelas 4.13 e 4.14. Os valores da função custo na Tabela 4.13 mostra que otimização com regularização da função SC diminuiu o custo em 154,60 do valor do custo sem regularização, para a função SDES a regularização representou um aumento no valor do custo de 50,73. Na Tabela 4.14 observa-se que a regularização com velocidade intervalar representou aumento no custo computacional para ambas funções objetivo, sendo que a função SDES foi a que possuiu menor valor de custo, porém foi também a que teve maior aumento, cerca de 147,85.

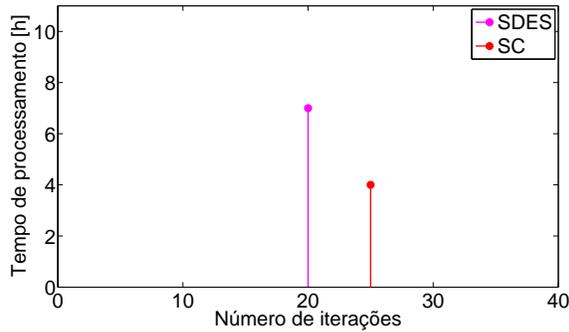


Figura 4.54: Número de iterações e tempo de otimização para o modelo RMS.

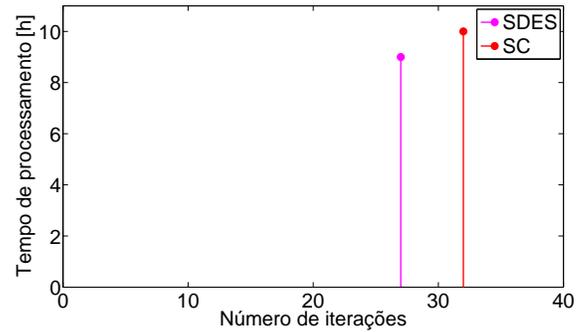


Figura 4.55: Número de iterações e tempo de otimização para o modelo intervalar.

	SC	SDES
$C =$	98,33	145,33

Tabela 4.13: Custo das funções objetivo SC e SDES com regularização usando modelo de velocidade RMS.

	SC	SDES
$C =$	324,27	257,85

Tabela 4.14: Custo das funções objetivo SC e SDES com regularização usando modelo de velocidade intervalar.

5 CONCLUSÃO

Formalizamos através do método dos estados adjuntos as equações dos gradientes das funções objetivo que são utilizadas na otimização não linear de modelos de velocidade usando a migração Kirchhoff em tempo. Apresentamos os modelos de velocidade otimizados, algumas seções de ponto imagem comum, as imagens migradas e os valores estimados para quatro funções objetivo: Semblance Clássico, Semblance Diferencial, Semblance Diferencial Estendido e o produto do Semblance Clássico pelo Semblance Diferencial Estendido. O Semblance Clássico provê uma relação entre a energia empilhada dos traços ao longo das seções de ponto imagem comum com a energia total dos traços. O Semblance Diferencial possui melhores propriedades convectivas que o Semblance Clássico devido à presença da derivada que evita a comparação direta entre afastamentos longos e curtos. O Semblance Diferencial Estendido generaliza o conceito do Semblance Diferencial podendo medir a diferença entre traços não adjacentes em famílias CIG e no intuito de aumentar a sensibilidade a eventos com pequena curvatura utilizamos a combinação do Semblance Diferencial Estendido com o Semblance Clássico.

Os experimentos numéricos nos dados sintéticos Marmousoft indicaram a confirmação da eficácia das tradicionais funções objetivo como Semblance Clássico e Semblance Diferencial, bem como a eficácia das duas novas funções objetivo propostas para estimativa de modelos de velocidade para migração em tempo. A análise dos CIGs e das imagens migradas indicaram uma difícil discriminação da MVA de cada função objetivo. As medidas de coerência mostraram valores muito próximos indicando que nenhuma função objetivo representou um ganho expressivo sobre as demais. Os resultados advindos do Semblance Clássico teve em média os menores valores das funções objetivos, contudo o modelo de velocidade estimado apresentou anomalias de velocidade que sugeriram a utilização de regularização. As demais funções objetivos produziram bons modelos de velocidade, sem regularização, que não apresentaram anomalias ou apresentaram o princípio de formação destas; das quais citamos o Semblance Diferencial Estendido combinado com o Semblance Clássico com a que teve melhores medidas de coerência seguida pelo Semblance Diferencial e o Semblance Diferencial Estendido.

A avaliação do custo computacional das funções objetivo indicaram a função Semblance Diferencial Estendido como a função que exigiu menos recursos computacionais para obter bons modelos de velocidade. A aplicação de regularização representou um acréscimo do custo

computacional em todas as funções reavaliadas (SC e SDES) com exceção da otimização do Semblance Clássico com modelo RMS que possuiu menor valor de custo que a otimização com Semblance Clássico sem regularização.

A regularização produziu mudanças evidentes nos modelos de velocidade RMS e intervalar. A minimização da segundas derivadas ao longo da horizontal e vertical foi o vínculo mais eficaz. Este vínculo de suavidade reduziu anomalias sem plausibilidade geológica nos modelos de velocidade estimados, por exemplo, anomalias circulares. O efeito da regularização na horizontalização dos eventos nas famílias CIG foi menos evidente.

A metodologia para estimativa de modelos de velocidade usando a migração em tempo pode ser estendida para modelos de velocidade mais complexos. Por exemplo, para estimar modelos de velocidade anisotrópicos ou modelos de velocidade isotrópicos incluindo gradiente de velocidade. O método de estados adjuntos, que fundamenta o algoritmo desenvolvido neste trabalho, pode ser aplicado para construir algoritmos para construção de modelos de velocidade em profundidade usando algoritmos de migração por continuação do campo de onda.

REFERÊNCIAS

- ABBAD, B.; URSIN, B.; RAPPIN, D. Automatic nonhyperbolic velocity analysis. *Geophysics*, v. 74, n. 2, p. U1–U12, 2009.
- ALBERTIN, U.; SAVA, P.; ETGEN, J.; MAHARRAMOV, M. Adjoint wave equation velocity analysis. In: *Annual International Meeting*. Houston, Texas: SEG, 76, 2006. p. 3345–3349.
- AZEVEDO, E.; CONCI, A. *Computação Gráfica: Teoria e prática*. 4. ed. Rio de Janeiro: Ed. Campus-Elsevier, 2003. 384 p.
- BILLETTE, F.; BÉGAT, S. L.; PODVIN, P.; LAMBARÉ, G. Practical aspects and applications of 2D stereotomography. *Geophysics*, v. 68, n. 3, p. 1008–1021, 2003.
- BIONDI, B. L. *3D Seismic Imaging (Investigations in Geophysics)*. Tulsa, Oklahoma, U.S.A.: Society of Exploration Geophysicists, 2006. 240 p.
- BROYDEN, C. G. A new double-rank minimization algorithm. *Notices of the American Mathematical Society*, v. 16, p. 670, 1969.
- BUTKOV, E. *Física Matemática*. 1. ed. Rio de Janeiro: Ed. LTC, 1988. 726 p.
- BYRD, R. H.; LU, P.; NOCEDAL, J.; ZHU, C. A limited memory algorithm for bound constrained optimization. Technical Report, EECS Department, Northwestern University. p. 24, 1993.
- CAMERON, M.; FOMEL, S.; SETHIAN, J. Time-to-depth conversion and seismic velocity estimation using time-migration velocity. *Geophysics*, v. 73, n. 5, p. VE205–VE210, 2008.
- CHAURIS, H.; NOBLE, M. Two-dimensional velocity macro model estimation from seismic reflection data by local differential semblance optimization: applications to synthetic and real data sets. *Geophysics Journal International*, v. 144, p. 14–26, 2001.
- CHAVENT, G. Identification of functional parameters in partial differential equations. In: R. E. Goodson and M. Polis (Ed.). *Identification of Parameters in Distributed Systems*. New York: ASME, 1974. p. 31–48.
- DAVIDON, W. C. Variable metric method for minimization. *SIAM Review*, v. 1, n. 1, p. 1–17, 1991.
- DIX, C. H. Seismic velocities from surface measurements. *Geophysics*, v. 20, p. 1662–1672, 1955.

- FLETCHER, R. A new approach to variable metric methods. *Computer Journal*, n. 13, p. 317–322, 1970.
- FLETCHER, R.; POWELL, M. J. D. A rapidly convergent descent method for minimization. *Computer Journal*, n. 7, p. 149–154, 1963.
- FOSS, S. K.; URSIN, B.; deHOOP, M. Depth-consistent reflection tomography using pp and ps seismic data. *Geophysics*, v. 70, n. 5, p. U51–U65, 2005.
- GAUTHIER, O.; VIRIEUX, J.; TARANTOLA, A. Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: numerical results. *Geophysics*, v. 51, p. 1387–1403, 1986.
- GOLDFARB, D. A family of variable metric methods derived by variational means. *Mathematics of Computation*, n. 24, p. 23–26, 1970.
- KHOURY, A.; SYMES, W. W.; WILLIAMSON, P.; SHEN, P. DSR migration velocity analysis by differential semblance optimization. In: *Annual International Meeting*. New Orleans: SEG, 76, 2006. p. 2450–2454.
- LAMBARÉ, G. et al. Velocity update for pre-stack time migration. In: *Annual Meeting*. Las Vegas: SEG, 78, 2008.
- MULDER, W.; ten KROODE, A. Automatic velocity analysis by differential semblance optimization. *Geophysics*, v. 67, p. 1184–1191, 2002.
- NOCEDAL, J.; WRITE, S. *Numerical Optimization*. New York: Springer-Verlag, 1999.
- PELES, O.; KOSLOFF, D.; KOREN, Z.; TYGEL, M. A practical approach to true-amplitude migration. *Journal of Seismic Exploration*, v. 10, p. 183–203, 2001.
- PLESSIX, R. E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, v. 167, p. 495–503, 2006.
- SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. *Seismic True-Amplitude Imaging*. Tulsa, Oklahoma, U.S.A.: Society of Exploration Geophysicists, 2007. 354 p. (Geophysical Developments).
- SCHNEIDER, W. A. Integral formulation for migration in two-dimensions and three-dimensions. *Geophysics*, v. 43, n. 1, p. 49-76, 1978.
- SHANNO, D. F. Conditioning of quasi-Newton methods for function minimization. *Mathematics of Computation*, n. 24, p. 145–160, 1970.
- SHEN, P.; SYMES, W. W. Automatic velocity analysis via shot profile migration. *Geophysics*, v. 73, n. 5, p. 49–59, 2010.
- SHEN, P.; SYMES, W. W.; STOLK, C. Differential semblance velocity analysis by wave-equation migration. In: *Annual International Meeting*. Dallas: SEG, 73, 2003. p. 2135–2139.

SYMES, W. W.; CARAZZONE, J. J. Velocity inversion by differential semblance optimization. *Geophysics*, v. 56, n. 5, p. 654–663, 1991.

UNSER, M.; ALDROUBI, A.; EDEN, M. B-Spline signal processing: Part I—Theory. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 41, n. 2, p. 821–833, 1993.

VERSTEEG, J. R. Sensitivity of prestack depth migration to the velocity model. *Geophysics*, v. 58, n. 6, p. 873–882, 1993.

WIKIPÉDIA. *Lagrange multipliers – Wikipédia, a enciclopédia livre*. 2008. Acesso em: 03 Dezembro. 2010. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Lagrange_multiplier>.

WOLFE, P. Convergence conditions for ascent methods. *SIAM Review*, v. 11, n. 2, p. 226–235, 1967.

YILMAZ, O. *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*. 2. ed. Tulsa, Oklahoma, U.S.A.: Society of Exploration Geophysicists, 2001.

ZHU, C.; BYRD, R. H.; LU, P.; NOCEDAL, J. L-BFGS-B - Fortran subroutines for large-scale bound constrained optimization. Technical Report, EECS Department, Northwestern University. p. 17, 1994.

APÊNDICES

APÊNDICE A – MÉTODO DE ESTADOS ADJUNTOS

O método de estados adjuntos permite determinar o gradiente da função objetivo em relação ao modelo de velocidade. Para se ter uma idéia do método vamos considerar um problema de minimização de uma função de duas variáveis $J(I, V)$ estando esta sujeita a curva de vínculo $G(I, V) = 0$. Suponhamos que caminhemos pela curva de restrição. A projeção desta na função J em geral intercepta as curvas de nível de J , ou seja enquanto nos movemos pela curva de restrição G os valores de J variam (Figura A.1). Quando a curva de restrição tangência a curva de nível $J(I, V) = d$, os valores de J não se alteram. O gradiente de uma função é perpendicular às curvas de nível de J e a curva G , observamos que no ponto estacionário, a direção destes gradientes são coincidentes. Ou seja, o ponto estacionário é aquele que obedece a equação

$$\nabla J(I, V) = -\lambda \nabla G(I, V) \Rightarrow \nabla [J(I, V) + \lambda G(I, V)] = 0, \quad (\text{A.1})$$

onde λ (conhecido como estado adjunto, ou multiplicador de Lagrange (BUTKOV, 1988)) é requerido pelo fato dos gradientes serem paralelos mas não possuírem a mesma magnitude (Figura A.2). Neste caso a minimização com restrição corresponde ao problema

$$\text{Min} \quad L(I, V, \lambda) = J(I, V) + \lambda G(I, V), \quad (\text{A.2})$$

o que segue

$$dL = \frac{\partial L}{\partial I} dI + \frac{\partial L}{\partial V} dV + \frac{\partial L}{\partial \lambda} d\lambda. \quad (\text{A.3})$$

Contudo $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = G(I, V) = 0$ resulta apenas

$$\frac{\partial L}{\partial I} = \frac{\partial J}{\partial I} + \lambda \frac{\partial G}{\partial I} \quad (\text{A.4})$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial V} = \frac{\partial J}{\partial V} + \lambda \frac{\partial G}{\partial V}; \quad (\text{A.5})$$

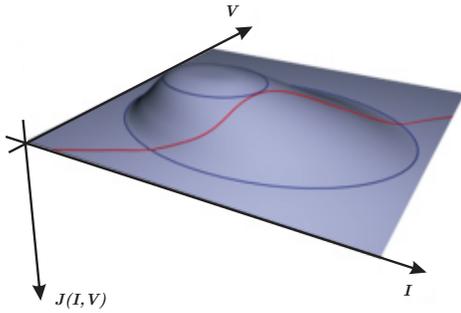


Figura A.1: Superfície da função $J(I, V)$. Observe que o valor de mínimo contido na restrição (curva em vermelho) geralmente não corresponde ao máximo global da superfície $J(I, V)$. Modificado de (WIKIPÉDIA, 2008).

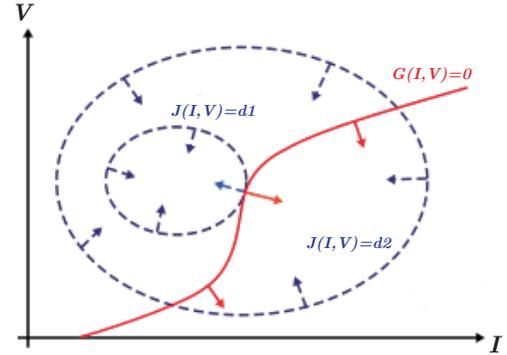


Figura A.2: Mapa de curvas de nível da figura A.1 (linhas em azul). A linha vermelha mostra a curva de restrição $G(I, V) = 0$. Os vetores representam a direção e magnitude do gradiente de cada curva. Modificado de (WIKIPÉDIA, 2008).

como o vínculo não muda,

$$dG = 0 \Rightarrow \frac{\partial G}{\partial I} dI + \frac{\partial G}{\partial V} dV = 0, \quad (\text{A.6})$$

podemos obter a taxa de variação de I com relação a V ao longo da curva de vínculo,

$$dI = - \left. \frac{\partial G / \partial V}{\partial G / \partial I} \right|_{G(I, V) = 0} dV, \quad (\text{A.7})$$

observando que

$$dJ = \frac{\partial J}{\partial I} dI + \frac{\partial J}{\partial V} dV \quad (\text{A.8})$$

e substituindo (A.8) em (A.7) obtemos

$$\frac{dJ}{dV} = \frac{\partial J}{\partial V} - \left[\left(\frac{\partial G}{\partial I} \right)^{-1} \frac{\partial J}{\partial I} \right] \frac{\partial G}{\partial V}. \quad (\text{A.9})$$

Como no ponto estacionário é exigido que $\frac{\partial L}{\partial I} = 0$, segue de (A.4)

$$\lambda = - \left(\frac{\partial G}{\partial I} \right)^{-1} \frac{\partial J}{\partial I}, \quad (\text{A.10})$$

resultando para (A.9)

$$\frac{\partial L}{\partial V} = \frac{dJ}{dV} = \frac{\partial J}{\partial V} + \lambda \frac{\partial G}{\partial V}. \quad (\text{A.11})$$

O gradiente (A.11) representa o algoritmo de busca do ponto estacionário. Os métodos iterativos visam encontrar o valor de V para que $\frac{dJ}{dV} = 0$ satisfazendo completamente a equação (A.1).

APÊNDICE B – CÁLCULO DO ESTADO ADJUNTO DA FUNÇÃO OBJETIVO SEMBLANCE CLÁSSICO

Neste apêndice vamos fazer o cálculo do estado adjunto da função objetivo Semblance Clássico (2.6). Inicialmente vamos explicitar a equação do Semblance Clássico

$$J(I, V) = 1 - \int dx \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau \left[\int dh I(x, \tau, h) \right]^2, \quad (\text{B.1})$$

com $\mathcal{N}(x)$ sendo a normalização (2.5). Em seguida reconhecemos $\mathcal{J}(I, V)$ (2.13) na equação (B.1) tal que

$$\mathcal{J}(I, V) = \left\{ \frac{1}{N_x N_\tau N_h} - \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \left[\int dh' I(x, \tau, h') \right] \right\}, \quad (\text{B.2})$$

em que N_x , N_τ e N_h são o total de pontos em cada coordenada do cubo imagem. Segue da equação (2.15) o estado adjunto

$$\begin{aligned} \lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) = \frac{-1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ -\frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \left[\int dh' I(x, \tau, h') \right] \right. \\ &\quad - I(x, \tau, h) \left[\int dh' \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h') \right] \\ &\quad - 2N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int dh' I(x, \tau, h') \\ &\quad \left. \times \int d\tau'' \left[\int dh'' I(x, \tau'', h'') \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau'', h'') \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Integrando em ambos os lados sobre todo o domínio do cubo de imagens e permutando as variáveis $h \leftrightarrow h'$ na segunda subtração do lado direito da equação como também permutando as variáveis $\tau \leftrightarrow \tau''$ e $h \leftrightarrow h''$ na terceira subtração, temos

$$\begin{aligned}
\int dx \int d\tau \int dh \lambda(x, \tau, h) &= \int dx \int d\tau \int dh \left[-\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \\
&= \int dx \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int d\tau \int dh \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \left[\int dh' I(x, \tau, h') \right] \right. \\
&\quad + \int d\tau \int dh' I(x, \tau, h') \left[\int dh \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \\
&\quad + \frac{2N_x N_h}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau'' \int dh'' I(x, \tau'', h'') \int dh' I(x, \tau'', h') \\
&\quad \left. \times \int d\tau \left[\int dh I(x, \tau, h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \right\}. \tag{B.4}
\end{aligned}$$

Agrupando as integrais em x , τ e h ; modificando as variáveis $\tau'' \rightarrow \tau'$ e $h'' \rightarrow h'$ e reconhecendo os termos semelhantes encontramos

$$\begin{aligned}
\int dx \int d\tau \int dh \lambda(x, \tau, h) &= \int dx \int d\tau \int dh \left[-\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \\
&= \int dx \int d\tau \int dh \frac{2}{\mathcal{N}(x)} \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \left\{ \int dh' I(x, \tau, h') \right. \\
&\quad \left. + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right\}. \tag{B.5}
\end{aligned}$$

Finalmente aplicando o limite $\tilde{I} \rightarrow I$ e explicitando $\lambda(x, \tau, h)$ sem as integrais do cubo de imagens, a expressão do estado adjunto torna-se

$$\begin{aligned}
\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\
&= \frac{2}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int dh' I(x, \tau, h') + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right\}. \tag{B.6}
\end{aligned}$$

APÊNDICE C – CÁLCULO DO ESTADO ADJUNTO DA FUNÇÃO OBJETIVO SEMBLANCE DIFERENCIAL

Neste apêndice vamos fazer o cálculo do estado adjunto da função objetivo Semblance Diferencial (2.7). Explicitando temos:

$$J(I, V) = \frac{1}{2} \int dx \int d\tau \int dh \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left[\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \right]^2, \quad (\text{C.1})$$

onde $\mathcal{N}(x)$ é a normalização (2.5). Reconhecendo $\mathcal{J}(I, V)$ (2.13) em (C.1) tal que

$$\mathcal{J}(I, V) = \frac{1}{2\mathcal{N}(x)} \left[\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \right]^2. \quad (\text{C.2})$$

O estado adjunto sob a condição de vínculo da migração Kirchhoff em tempo obedece a equação (2.15),

$$\begin{aligned} \lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) = \frac{-1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \frac{\partial}{\partial h} \left[\frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{N_x N_h}{\mathcal{N}(x)} \left[\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \right]^2 \int d\tau' \int dh' I(x, \tau', h') \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau', h') \right\}. \quad (\text{C.3}) \end{aligned}$$

Integrando por partes a primeira parcela, através de

$$\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \frac{\partial}{\partial h} \left[\frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] = \frac{\partial}{\partial h} \left[\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] - \frac{\partial^2 I}{\partial h^2}(x, \tau, h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h). \quad (\text{C.4})$$

Considerando que o primeiro termo da expressão entre colchetes se anula em h_{min} e h_{max} devido a presença do *muting*, $\Gamma(x, \tau, h)$, em $\partial I/\partial h$. Assim

$$\begin{aligned} \lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) = \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \frac{\partial^2 I}{\partial h^2}(x, \tau, h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right. \\ &\quad \left. + \frac{N_x N_h}{\mathcal{N}(x)} \left[\frac{\partial I}{\partial h}(x, \tau, h) \right]^2 \int d\tau' \int dh' I(x, \tau', h') \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau', h') \right\}. \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Integrando em ambos os lados em x , τ e h ; e permutando as variáveis $\tau \leftrightarrow \tau'$ $h \leftrightarrow h'$ no segundo termo da expressão entre chaves, obtemos

$$\begin{aligned} \int dx \int d\tau \int dh \lambda(x, \tau, h) &= \int dx \int d\tau \int dh \left[-\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \\ &= \int dx \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int d\tau \int dh \frac{\partial^2 I}{\partial h^2}(x, \tau, h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right. \\ &\quad \left. + \frac{N_x N_h}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \int dh' \left[\frac{\partial I}{\partial h'}(x, \tau', h') \right]^2 \right. \\ &\quad \left. \times \int d\tau \int dh I(x, \tau, h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Agrupando novamente as integrais em x , τ e h tal que

$$\begin{aligned} \int dx \int d\tau \int dh \lambda(x, \tau, h) &= \int dx \int d\tau \int dh \left[-\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \\ &= \int dx \int d\tau \int dh \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \left\{ \frac{\partial^2 I}{\partial h^2}(x, \tau, h) \right. \\ &\quad \left. + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \int dh' \left[\frac{\partial I}{\partial h'}(x, \tau', h') \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

e aplicando o limite $\tilde{I} \rightarrow I$ sem as integrais em x , τ e h encontramos a expressão final para o estado adjunto

$$\begin{aligned} \lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \frac{\partial^2 I}{\partial h^2}(x, \tau, h) + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \int dh' \left[\frac{\partial I}{\partial h'}(x, \tau', h') \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

APÊNDICE D – CÁLCULO DO ESTADO ADJUNTO DA FUNÇÃO OBJETIVO SEMBLANCE DIFERENCIAL ESTENDIDO

Neste apêndice vamos fazer o cálculo do estado adjunto da função objetivo Semblance Diferencial Estendido (2.8). Para o cálculo do estado adjunto é conveniente adicionarmos ao cubo de imagens suavizações em τ e h conforme a equação

$$I_*(x, \tau, h) = \int d\zeta S_\tau(\tau - \zeta) \int d\sigma S_h(h - \sigma) I(x, \zeta, \sigma), \quad (\text{D.1})$$

com S_τ e S_h sendo os operadores de suavização. Assim, explicitando a equação da função objetivo Semblance Diferencial Estendido, sob esta condição,

$$J(I, V) = \frac{1}{2} \int dx \int d\tau \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} dh \frac{W_h(h)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma)]^2, \quad (\text{D.2})$$

onde $\mathcal{N}(x)$ é a norma (2.5), W_τ e W_h são funções de ponderação, N_h é total de afastamentos, L é o janelamento dos traços e $\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma)$ é a diferença

$$\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma) = I_*(x, \tau, h + \gamma) - I_*(x, \tau, h - \gamma). \quad (\text{D.3})$$

Podemos reescrever os limites de integração em h sobre todo o domínio através de funções degrau (2.27) identificando assim $\mathcal{J}(I, V)$ (2.13) como

$$\mathcal{J}(x, \tau, h) = \frac{1}{2} \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\Theta(h - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - h)] \frac{W_h(h)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma)]^2. \quad (\text{D.4})$$

Segue da definição do estado adjunto (2.15) que

$$\begin{aligned}
\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) = \frac{-1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\Theta(h - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - h)] \right. \\
&\times W_h(h)\Delta I(x, \tau, h, \gamma) \left[\frac{\partial I_*}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h + \gamma) - \frac{\partial I_*}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h - \gamma) \right] \\
&- N_x N_h \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\Theta(h - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - h)] \frac{W_h(h)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma)]^2 \\
&\times \left. \int d\tau' \int dh' I(x, \tau', h') \frac{\partial I_*}{\partial \tilde{I}}(x, \tau', h') \right\}, \tag{D.5}
\end{aligned}$$

em que

$$\frac{\partial I_*}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) = \int d\zeta S_\tau(\tau - \zeta) \int d\sigma S_h(h - \sigma) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \zeta, \sigma). \tag{D.6}$$

Integrando em ambos os lados sobre todo o domínio do cubo de imagens e permutando as variáveis $\tau \leftrightarrow \zeta$ e $h \leftrightarrow \sigma$ usando a equação (D.6), encontramos

$$\begin{aligned}
\int dx \int d\tau \int dh \lambda(x, \tau, h) &= \int dx \int d\tau \int dh \left[-\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \\
&= \int dx \frac{-1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int d\zeta \int d\sigma \int_0^L d\gamma W_\zeta(\gamma) [\Theta(\sigma - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - \sigma)] \right. \\
&\times W_h(\sigma)\Delta I(x, \zeta, \sigma, \gamma) \left[\int d\tau S_\tau(\zeta - \tau) \int dh S_h(\sigma + \gamma - h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right. \\
&- \left. \left. \int d\tau S_\tau(\zeta - \tau) \int dh S_h(\sigma - \gamma - h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right] \right. \\
&- N_x N_h \int d\zeta \int d\sigma \int_0^L d\gamma W_\zeta(\gamma) [\Theta(\sigma - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - \sigma)] \frac{W_h(\sigma)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \zeta, \sigma, \gamma)]^2 \\
&\times \left. \left. \int d\tau' \int dh' I(x, \tau', h') \int d\tau S_\tau(\tau' - \tau) \int dh S_h(h' - h) \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \right\}, \tag{D.7}
\end{aligned}$$

Agrupando novamente as integrais em x , τ e h ; e explicitando o integrando $\lambda(x, \tau, h)$ somente, temos

$$\begin{aligned}
\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) = \frac{-1}{\mathcal{N}(x)} \frac{\partial I}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) \left\{ \int d\zeta S_\tau(\zeta - \tau) \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \right. \\
&\times \int d\sigma [\Theta(\sigma - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - \sigma)] W_h(\sigma) \Delta I(x, \zeta, \sigma, \gamma) \\
&\times [S_h(\sigma + \gamma - h) - S_h(\sigma - \gamma - h)] \\
&- N_x N_h \int d\zeta \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \int d\sigma [\Theta(\sigma - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - \sigma)] \frac{W_h(\sigma)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \zeta, \sigma, \gamma)]^2 \\
&\times \left. \int d\tau' S_\tau(\tau' - \tau) \int dh' S_h(h' - h) I(x, \tau', h') \right\}. \tag{D.8}
\end{aligned}$$

As funções degrau podem ser novamente aplicadas no limite de integração, em σ , com a qual definimos o termo

$$\mathcal{Y}(x, \tau, h \pm \gamma, \gamma) = \int_\gamma^{N_h - \gamma} d\sigma S_h(h \pm \gamma - \sigma) W_h(\sigma) \Delta I(x, \zeta, \sigma, \gamma). \tag{D.9}$$

Segue então que aplicando o limite $\tilde{I} \rightarrow I$ o estado adjunto finalmente torna-se

$$\begin{aligned}
\lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\
&= \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int d\zeta S_\tau(\zeta - \tau) \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\mathcal{Y}(x, \zeta, h + \gamma, \gamma) - \mathcal{Y}(x, \zeta, h - \gamma, \gamma)] \right. \\
&+ N_x N_h \frac{I_*(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\zeta \int_0^L d\gamma W_\zeta(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} d\sigma W_h(\sigma) [\Delta I_*(x, \zeta, \sigma, \gamma)]^2 \left. \right\}. \tag{D.10}
\end{aligned}$$

APÊNDICE E – CÁLCULO DO ESTADO ADJUNTO DO PRODUTO DO SEMBLANCE CLÁSSICO PELO SEMBLANCE DIFERENCIAL ESTENDIDO

Neste apêndice vamos fazer o cálculo do estado adjunto da função objetivo Semblance Diferencial Estendido vezes Semblance Clássico (2.10). Explicitando temos:

$$\begin{aligned}
 J(I, V) &= \frac{1}{2} \int dx \int d\tau \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} dh \frac{W_h(h)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma)]^2 \\
 &\times \left[1 - \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right], \tag{E.1}
 \end{aligned}$$

onde $\mathcal{N}(x)$ é a norma (2.5), W_τ e W_h são funções de ponderação, N_h é o total de afastamentos, L é o número de traços janelados e $\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma)$ é a diferença dada pela equação (D.3). O índice * representa a aplicação dos operadores de suavização (D.1).

Conforme foi feito em (D.2), reescrevemos o limite de integração em h sobre todo o domínio através de funções degrau (2.27) identificando assim $\mathcal{J}(I, V)$ como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J}(x, \tau, h) &= \frac{1}{2} \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\Theta(h - \gamma)\Theta(N_h - \gamma - h)] \frac{W_h(h)}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \tau, h, \gamma)]^2 \\
 &\times \left[1 - \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right]. \tag{E.2}
 \end{aligned}$$

é evidente que a expressão (E.2) é o produto da equação (D.4), $\mathcal{J}_{SDE}(x, \tau, h)$, com a medida de semblance na posição x ,

$$J_S(x) = 1 - \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2. \tag{E.3}$$

Uma vez que para o cálculo do estado adjunto necessitamos das derivadas de \mathcal{J}_{SDE} e J_S conforme a Lei de Leibniz

$$\lambda(x, \tau, h) = -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h) = -\frac{\partial \mathcal{J}_{SDE}}{\partial \tilde{I}}(x, \tau, h)J_S(x) - \mathcal{J}_{SDE}(x, \tau, h)\frac{\partial J_S}{\partial \tilde{I}}(x). \quad (\text{E.4})$$

Segue que o termo $\partial \mathcal{J}_{SDE}/\partial \tilde{I}$ é igual a equação (D.10) e o termo $\partial J_S/\partial \tilde{I}$ encontra similaridade com a dedução de (B.6). Em analogia com os demais apêndices usando as integrais x , τ e h ; e aplicando o limite $\tilde{I} \rightarrow I$ podemos demonstrar que o estado adjunto é igual a

$$\begin{aligned} \lambda(x, \tau, h) &= -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I}(x, \tau, h) \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int d\zeta S_\tau(\zeta - \tau) \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) [\mathcal{Y}(x, \zeta, h + \gamma, \gamma) - \mathcal{Y}(x, \zeta, h - \gamma, \gamma)] \right. \\ &+ N_x N_h \frac{I_*(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\zeta \int_0^L d\gamma W_\zeta(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} d\sigma W_h(\sigma) [\Delta I_*(x, \zeta, \sigma, \gamma)]^2 \left. \right\} \\ &\times \left[1 - \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right] \\ &+ \int d\tau'' \int_0^L d\gamma W_\tau(\gamma) \int_\gamma^{N_h - \gamma} dh'' \frac{W_h(h'')}{\mathcal{N}(x)} [\Delta I_*(x, \tau'', h'', \gamma)]^2 \\ &\times \frac{N_x}{\mathcal{N}(x)} \left\{ \int dh' I(x, \tau, h') + N_x N_h \frac{I(x, \tau, h)}{\mathcal{N}(x)} \int d\tau' \left[\int dh' I(x, \tau', h') \right]^2 \right\}. \quad (\text{E.5}) \end{aligned}$$

APÊNDICE F – INVERSÃO DA VELOCIDADE INTERVALAR

O cálculo da inversão da velocidade intervalar será feito a partir da definição apresentada na equação (2.23),

$$V^2(x, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau d\zeta v^2(x, \zeta). \quad (\text{F.1})$$

Os limites de integração podem ser reescritos sobre todo o domínio usando funções degrau (2.27) tal que

$$\tau V^2(x, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta \Theta(\zeta) \Theta(\tau - \zeta) v^2(x, \zeta). \quad (\text{F.2})$$

Derivando em ambos os lados na variável τ e lembrando que $\frac{d\Theta(\tau - \zeta)}{d\tau} = \delta(\tau - \zeta)$ (BUTKOV, 1988) obtemos

$$\frac{d}{d\tau} [\tau V^2(x, \tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta \Theta(\zeta) \delta(\tau - \zeta) v^2(x, \zeta). \quad (\text{F.3})$$

Através da propriedade de filtragem da delta Dirac (BUTKOV, 1988),

$$F(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx F(x) \delta(x - x_0), \quad (\text{F.4})$$

encontramos (para $\tau > 0$)

$$v(x, \tau) = \sqrt{\frac{d}{d\tau} [\tau V^2(x, \tau)]}. \quad (\text{F.5})$$