## SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# JOÃO FURTADO DE SOUZA

# "MODELAMENTO DE SISTEMAS MÓVEIS CELULARES EM AMBIENTE SEMI-CONFINADO E MISTO USANDO EQUAÇÕES PARABÓLICAS"

TD 03/2009

UFPA/IT/PPGE CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ BELÉM-PARÁ-BRASIL 2009

## SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# JOÃO FURTADO DE SOUZA

# "MODELAMENTO DE SISTEMAS MÓVEIS CELULARES EM AMBIENTE SEMI-CONFINADO E MISTO USANDO EQUAÇÕES PARABÓLICAS"

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Telecomunicações Orientador: Prof. Dr. Gervasio Cavalcante Co-orientador: Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa

## UFPA/IT/PPGE CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ BELÉM-PARÁ-BRASIL 2009

#### S729m Souza, João Furtado de

Modelamento de sistemas móveis celulares em ambiente semiconfinado e misto usando equações parabólicas / João Furtado de Souza; orientador , Gervásio Protásio dos Santos Cavalcante. -2009.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Belém, 2009.

1. Sistemas de comunicação móvel. 2. Equações diferenciais parabólicas. 3. Ondas de rádio – propagação. I. Título

CDD 22. ed. 621.38456

### SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

### "MODELAMENTO DE SISTEMAS MÓVEIS CELULARES EM AMBIENTE SEMI-CONFINADO E MISTO USANDO EQUAÇÕES PARABÓLICAS"

### AUTOR: JOÃO FURTADO DE SOUZA

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ.

### APROVADA EM 08/05/2009

### **BANCA EXAMINADORA:**

Centra D
ervasio Protásio dos Santos Cavalcanto - LIERA
Orientador
Lesse
Prof. Dr. Jozać Carvelha Coata UEDA
Prol. Dr. Jesse Carvaino Costa - UFPA
Co-Orientador
Prof. Dr. Victor Dmitriev - UFPA
Membro
Aumonos Isuina
Prof. Dr. Fernando José da Silva Moreira - UFMG
adailel Domis d'assurice
Prof. Dr. Adaildo Gomes D'Assunção - UFRN
Membro
Prof. Dr. José Maria Filardo Bassalo - UFPA
Membro , /
Visto: Marcus Viricins Als the
Prof. Dr. Marcus Vinicius Alves Nunes - UFPA
(Coordenador do PPGEE/IT/UFPA)
(

## **UFPA/IT/PPGE**

Aos meus pais Pedro e Raimunda (in memoriam), pois sem seu apoio, eu não teria este momento de realização profissional e pessoal.

### AGRADECIMENTOS

A Deus, pela sua infinita misericórdia para comigo.

Aos meus pais, Pedro e Raimunda (in memoriam), pelo incentivo e pelo apoio que me deram, mesmo sem terem tido a oportunidade de freqüentar por um único dia uma escola.

A minha família, Ester, Anderson, Kelvin, Diogo e Jamille pelo apoio, companheirismo dedicação e paciência.

Ao meu orientador, professor Dr. Gervásio Protásio dos Santos Cavalcante da Universidade Federal do Pará, por ter-me aceito como seu orientando, o que possibilitou a concretização deste trabalho.

Ao meu Co-orientador, professor Dr. Jessé Carvalho Costa da Universidade Federal do Pará, por ter-me aceito como seu Co-orientando, o que possibilitou a concretização deste trabalho.

Ao Professor José Maria Filardo Bassalo, pelo incentivo e por acreditar que eu seria capaz de tal realização.

Aos meus colegas de Universidade, Fátima, José Luiz, Victor, Klaus, Manoel Neto e Zínia, pelo incentivo.

A todos os meus professores da alfabetização, primário, ginásio, técnico, graduação e pós-graduação, pois sem seus ensinamentos este momento nunca chegaria.

A todos que de alguma forma contribuíram para que esse momento fosse possível, saibam que lhes serei sempre grato.

vi

### RESUMO

Nas últimas décadas, o uso da telefonia móvel tem se tornado de grande importância devido ao crescente aumento em seu uso, o que torna o seu estudo de grande relevância para resolver os problemas vindos deste aumento de demanda. Nesta Tese, é desenvolvido um modelo para o estudo da perda de propagação das ondas eletromagnéticas, usando o formalismo das equações parabólicas com aplicação em comunicação móvel em um ambiente semi-confinado e misto. O esquema de diferenças finitas de Crank-Nicolson é aplicado para resolver numericamente a equação parabólica. Foram consideradas, respectivamente, a propagação na direção paraxial de 15° e o índice de refração complexo. Para validar o método, foram feitas campanhas de medições na Avenida Braz de Aguiar, na cidade de Belém e nos municípios de Benfica e Marituba, na freqüência de 900 MHz, e em Barcarena e Abaetetuba na freqüência de 1,8 GHz. Os resultados foram validados com a comparação entre as simulações via Equações Parabólicas e as medidas obtidas nestes ambientes. Além do mais o modelo proposto foi comparado com outros da literatura e apresentou um bom desempenho. Uma extensão ao modelo foi a consideração para ângulos na direção paraxial até 90°. Neste caso foi usado a transformada de Fourier para a solução da Equação Parabólica (EP). Os resultados obtidos apresentaram um bom desempenho com melhoria nos resultados para grandes ângulos até 90°. O tempo de processamento computacional usando o formalismo da EP é bastante reduzido.

vii

### ABSTRACT

In the last decades, the use of mobile telephone have become of great importance because of the growing on the use, this become its study very relevant to solve the problems brought from the increase of demand. In this Thesis, it is developed a model for the study of electromagnetic waves propagation loss, using the formalism of parabolic equation applied to mobile communication in an semi-confined and mixed environment. Crank-Nicolson's finite differences schema is applied to calculate the parabolic equation (PE) solution. The fifteen degrees in the direction paraxial propagation and the complex refractive index were considered respectively. In other to validate the method a campaign of measurement was carried out in different cities in Para state. In Belém, at Braz de Aguiar Avenue, and in Benfica and Marituba, the frequency used was 900 MHz, and in Barcarena and Abaetetuba the frequency was 1,8 GHz. The results were validated by comparison between the simulations via Parabolic Equations and the measurements obtained at those environments. Besides that, the proposed model was compared with others models in the literature, and presented a good performance. An extension to the model was the consideration for angles in the paraxial direction up to 90°. In this case, was used the Fourier transform to solve the parabolic equation. The obtained results presented a good performance with improvement in the results for big angles up to 90°. The computational processing time using the formalism of EP is rather small.

# SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 – Motivação	2
1.2 - Trabalhos Relacionados	4
1.3 - Objetivo	9
1.4- Principais Contribuições	9
1.5 – Estrutura do Trabalho	10
CAPÍTULO 2 –METODOLOGIA	11
2 - A equação parabólica	11
2.1Resolução da equação parabólica escalar bi-dimensional	14
2.2 - Aproximação do operador raiz quadrada	16
2.3 - Propagação no vácuo	19
2.4 - O método de diferenças finitas	23
2.5 - Aproximação por diferenças finitas	24
2.6 - Algoritmo da equação parabólica	28
2.7 - Algoritmos para pequenos ângulos	31
2.8- Transformada de Fourier	35
2.8.1- Transformada de Fourier em seno e co-seno	36
2.9- Algoritmos para grandes ângulos.( Algoritmo <i>split-step</i> )	37
CAPÍTULO 3 – RESULTADOS	42
3 - Descrição do cenário	42
3.1 - Medição na Freqüência de 900 MHz	43
3.1.1- Descrição Geométrica do Ambiente – ambiente semi-confinado	43
3.2 - Descrição morfológica	52
3.3 - Equações utilizadas	53
3.4 - Resultados e discussão	54
3.5- Medição na Freqüência de 900 MHz e 1,8 GHz	67
3.5.1- Descrição do ambiente	67
3.5.2- Aparato de medições	70

3.6-	Características Eletromagnéticas	72
3.6.1-	Medição na Freqüência de 900 MHz e 1,8 GHz em ambiente misto	72
3.7-	Resultados para Freqüência de 900 MHz e 1,8 GHz em ambiente misto	72
3.7.1-	Medições na freqüência de 900 MHz e 1,8 GHz para grandes ângulos	72
3.7.2-	Resultados para grandes ângulos	80
3.7.3-	Simulação para freqüências de 900 MHz, 1,8 GHz e 2,4 GHz para	
	grandes e pequenos ângulos	81
CON	CLUSÃO	85
REFE	RÊNCIAS	88

# LISTA DAS FIGURAS

Figura 2.1- Propagação na direção paraxial para pequenos ângulos com a horizontal	13
Figura 2.2- Grade de diferenças finitas para o esquema de Crank-Nicolson	30
Figura 3.1 - Vista quarteirão Generalíssimo Deodoro Quintino Bocaiúva	46
Figura 3.2 - Vista quarteirão Quintino Bocaiúva Rui Barbosa	48
Figura 3.3 - Vista quarteirão Rui Barbosa Benjamin Constant	49
Figura 3.4 - Vista quarteirão Benjamin Constant Dr. Moraes	51
Figura 3.5 - Vista quarteirão Dr. Moraes Serzedelo Correa	52
Figura 3.6 - Perda de propagação X distância para o quarteirão Generalíssimo	
Quintino via EP e dados experimentais	56
Figura 3.7 - Superposição da perda de propagação X distância para o	
quarteirão Generalíssimo Quintino via EP e dados	57
experimentais	
Figura 3.8 - Perda de propagação X distância para o quarteirão Quintino Rui	
Barbosa via EP e dados experimentais	58
Figura 3.9 - Superposição da perda de propagação X distância para o	
quarteirão Quintino Rui Barbosa via EP e dados experimentais.	59
Figura 3.10 - Perda de propagação X distância para o quarteirão Rui Barbosa	
Benjamin via EP e dados experimentais	60
Figura 3.11 - Superposição da perda de propagação X distância para o	
quarteirão Rui Barbosa - Benjamin via EP e dados	61
experimentais	
Figura 3.12 - Perda de propagação X distância para o quarteirão Benjamin Dr.	
Moraes via EP e dados experimentais	62
Figura 3.13 - Superposição da perda de propagação X distância para o	~~~
quarteirão Benjamin - Dr. Moraes via EP e dados experimentais.	63
Figura 3.14 - Perda de propagação X distância para o quarteirão Dr. Moraes	
Serzedelo via EP e dados experimentais	64
Figura 3.15 - Superposição da perda de propagação X distância para o	05
quarteirão Dr. Moraes - Serzedelo via EP e dados experimentais.	65
Figura 3.16 - Vista do município de Barcarena	68
Figura 3.17 - Vista do município de Marituba	68
Figura 3.18 - Vista do município de Benfica	69

Figura 3.19 - Vista do município de Abaetetuba	69
Figura 3.20 - Vista aérea do ambiente de medição, município de Barcarena	70
Figura 3.21 - Vista aérea do ambiente de medição, município Benfica	71
Figura 3.22 - Curvas para Marituba, para as alturas de antenas de 14, 44 e 70	
m, obtidas dos dados experimentais, e a de 60 m, resultante da	
interpolação	75
Figura 3.23 - Perda de propagação versus distância no município de Barcarena	
calculada via EP, EP+variável aleatória e experimentalmente	76
Figura 3.24 - Perda de propagação versus distância para o município de	
Marituba calculada via EP, EP+variável aleatória e dados	
simulados através de interpolação	77
Figura 3.25 - Perda de Propagação com distância dos resultados teóricos e	70
experimentais	19
Figura 3.26 - Perda de Propagação X dos resultados teóricos para	
grandes e pequenos ângulos e experimentais Benfica	80
Figura 3.27 - Perda de Propagação X dos resultados teóricos para	
grandes e pequenos ângulos e experimentais Marituba	81
Figura 3.28 - Perda de Propagação X dos resultados teóricos para	
grandes e pequenos ângulos e experimentais Barcarena	81
Figura 3.29 - Perda de Propagação X dos resultados teóricos para	
grandes e pequenos ângulos e experimentais Abaetetuba	82
Figura 3.30 - Simulação da perda de Propagação com a distância para várias	
freqüências e grandes ângulos, para o município de Marituba	83
Figura 3.31 - Simulação da perda de Propagação com a distância para várias	
freqüências e pequenos ângulos, para o município de Marituba.	84

# LISTA DAS TABELAS

Tabela 2.1- Desenvolvimento dos operadores Q para obtenção da	
solução da PE para diferentes ângulos	19
Tabela 3.1 - Dimensões dos quarteirões	44
Tabela 3.2 - Número de árvores por quarteirão	44
Tabela 3.3 - Dimensões das árvores - Quarteirão Generalíssimo Quintino	45
Tabela 3.4 - Dimensões das árvores - Quarteirão Quintino Rui Barbosa	47
Tabela 3.5 - Dimensões das árvores – Quarteirão Rui Barbosa Benjamin.	48
Tabela 3.6 - Dimensões das árvores – Quarteirão Benjamin Dr. Moraes	50
Tabela 3.7 - Dimensões das árvores – Quarteirão Dr. Moraes Serzedelo	51
Tabela 3.8 - Propriedades elétricas dos meios	53
Tabela 3.9- Dados estastisticos usando a função Data Statistics do	
MatLab 7	66
Tabela 3.10 - Erro médio, desvio padrão e erro rms em relação aos	
dados experimentais	67
Tabela 3.11 - Permissividade relativa e condutividade	72
Tabela 3.12 - Cálculo do Erro Médio, Desvio Padrão e Erro rms	78
Tabela 3.13 - Parâmetros usados	78
Tabela 3.14 - Cálculo do Erro Médio, Desvio Padrão e Erro rms	80
Tabela 3.15 - Cálculo do Erro Médio, Desvio Padrão e Erro rms	82

# CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

O primeiro sucesso que se tem notícias da utilização de rádio em comunicações móveis, data do final do século XIX, quando M.G. Marconi estabeleceu um rádio enlace entre uma estação na terra e um barco no mar, separados por uma distância de 18 (dezoito) milhas. Desde então, o interesse pelas comunicações móveis só tem aumentado consideravelmente.

O desenvolvimento das comunicações móveis teve um considerável aumento a partir da Segunda Guerra Mundial, onde, na época, este tipo de comunicação era considerado por muitos, como exclusividade militar. Nos dias de hoje, particularmente nas sociedades mais industrializadas, estes sistemas estão presentes nos diversos setores, desde a segurança e saúde pública, comunicações com barcos e aeronaves até a comunicação individual através de equipamentos instalados em veículos ou mesmo portáteis.

Na década de oitenta, o mundo observou a implantação da comunicação móvel celular, baseadas em tecnologias analógicas para o tráfego de voz. Estes sistemas são conhecidos como Sistemas Móveis Celulares de Primeira Geração (1G) e utilizavam modulação de freqüência nos canais de telefonia e modulação digital nos canais de sinalização.

No Brasil, o primeiro sistema celular implementado foi o analógico (1G), que seguia o padrão norte-americano AMPS (Advanced Mobile Phone System), com operação na faixa de 800 MHz.

A evolução da microeletrônica e dos semicondutores permitiu, na década de noventa, o surgimento de sistemas digitais mais eficientes, com uma

gama variada de novos serviços e a habilidade para a transmissão de dados, mesmo que a uma baixa taxa de transmissão. Foram batizados de Sistemas Móveis Celulares de Segunda Geração (2G), caracterizados pela utilização de técnicas de codificação e modulação digitais mais poderosas nos canais de telefonia e sinalização.

O aumento crescente no número de usuários móveis celulares, principalmente nos grandes centros urbanos, expôs a baixa capacidade do sistema (1G), e levou ao desenvolvimento de tecnologias digitais (2G), que pudessem suprir as necessidades de operadoras e usuários. E o aumento da demanda por novos serviços trouxe a necessidade de se implementar sistemas de terceira geração (3G). Em todos esses casos há a necessidade de manter uma boa área de cobertura nos ambientes com qualidade de serviço (QoS).

Por estas razões têm se tornado de grande importância o estudo de modelos de propagação de ondas eletromagnéticas nos diversos tipos de ambientes, *outdoor*, *indoor*, florestas e semi-confinado, pois cada um desses ambientes tem características físicas próprias, pois são constituídos de meios matérias diferentes que influenciam na propagação de maneiras diferentes e por conseguinte, interferem na área de cobertura dos sistemas.

#### 1.1- Motivação

O estudo da propagação de ondas de rádio em ambientes semiconfinado (ambiente constituído de alvenaria nos lados, asfalto no piso e a copa das árvores na parte superior) e misto (ambiente constituído de floresta cortada por ruas) tem sido feito ao longo do tempo, porém, com a implementação da comunicação móvel este tem se intensificado. O estudo da propagação da energia eletromagnética em ambiente semi-confinado e misto

pode ser feito analiticamente, experimentalmente e computacionalmente. Muito embora a solução analítica seja a solução exata, nem sempre este estudo pode ser feito, já que a geometria do ambiente e outros parâmetros levam a equações complicadas e muitas vezes sem solução. O estudo experimental torna-se muito oneroso, pois implica no uso de um elevado número de equipamentos fazendo com que o custo seja muito alto, além do que deve ser feito um estudo para cada ambiente; o método computacional tem se apresentado como uma boa alternativa, pois com ele pode-se avaliar numericamente os diversos parâmetros relevantes ao problema.

Uma forma de se fazer este estudo é usando o formalismo de equações parabólicas introduzido em 1946 por Leontovich e Fock [01], sendo a vantagem deste formalismo que o esforço computacional é bastante reduzido. Esta vantagem motiva a utilização deste formalismo no estudo da propagação nestes ambientes.

A Equação Parabólica (EP) é uma aproximação da equação de onda para o estudo do modelo de propagação da energia eletromagnética em um cone centrado em uma direção de propagação preferencial, a direção paraxial.

No estudo da propagação de ondas eletromagnéticas, modelos que usam técnicas numéricas usualmente ficam restritos a um determinado ambiente, usam um esforço computacional muito elevado exigindo assim uma grande quantidade de memória e até processamento paralelo.

Portanto nesta Tese propõe-se um modelo baseado no formalismo de equação parabólica para calcular a perda de propagação das ondas eletromagnéticas em um ambiente semi-confinado ou misto como serão vistos posteriormente.

#### 1.2- Trabalhos Relacionados

Em pesquisa efetuada em revistas nacionais não foram encontrados trabalhos relacionados ao estudo proposto usando as equações parabólicas e em revistas internacionais da área foram encontrados alguns trabalhos relacionados com o assunto desta tese e apresentados aqui.

Dentre os trabalhos em ambientes semi-confinado destacam-se:

Em 1975, Jorge Bach Andersen, Svend Berntsen and Paul Dalsgaard, em um artigo denominado "Propagation in Rectangular Waveguides with Arbitrary Internal and External Media" apresentaram [02] um modelo para um guia de ondas retangular onde os meios interno e externo são arbitrários. Os resultados apresentados são para um guia de ondas dielétrico, um guia de ondas metálico e para propagação em túnel sendo este uma mina de carvão. Para o caso do túnel os resultados são comparados com os valores experimentais medidos por Goddard [03], onde se observa pequenas atenuações; a faixa de freqüência usada é de 30 a 1000 MHz, sendo que na faixa de 100 a 300 MHz existe uma atenuação que decai exponencialmente enquanto nos demais intervalos a atenuação varia assintoticamente.

Em 2001, Y.P. Zhang, G.X. Zheng e J.H. Sheng, em um artigo denominado "Radio Propagation at 900 MHz in Underground Coal Mines", apresentaram [04] um estudo dos resultados experimentais da propagação de ondas de rádio na faixa de 900 MHz, com polarização horizontal e vertical, dentro de uma mina de carvão. O modelo de propagação apresentado é híbrido e considera a propagação no espaço livre e a propagação em guia de ondas modificado, sendo usado para explicar alguns resultados medidos. O ambiente da mina foi dividido em dois, área de mineração e corredores, e os resultados

apresentados mostram o comportamento da perda de propagação com as distâncias.

Em 2004, Hongil Kwon, Youngmoon Kim e Bormson Lee em um artigo denominado "Characteristics of Radio Propagation Channels in tunnel environments: A Statistical Analysis" [05] apresentaram um estudo estatístico para o ambiente de túneis. Modelos estatísticos para determinar a intensidade do desvanecimento foram desenvolvidos usando função distribuição de probabilidade. O sinal recebido por um canal de propagação de comunicação móvel foi modelado pelo canal de Rayleigh sem componente de visada direta, e o canal Rician com componente de visada direta. A freqüência usada foi de 884 MHz. Devido o canal Rician ter a forma limitada e incluir os canais de Rayleigh e do espaço livre, foi assumido que ele é o apropriado para os vários modelos de ambiente de propagação. O estudo foi feito em um túnel de 360 metros de comprimento e ficou comprovada a necessidade do uso dos canais de Rayleigh e Rician, sendo para pequenas distâncias (0 a 80 m) usado o canal de Rician e para grandes distâncias (80 a 360 m) o canal de Rayleigh.

Em 2005, Donald G. Dudley e Hsueh-Yuan Pao em um artigo denominado "System Identification for Wireless Propagation Channels in Tunnels" [06] apresentaram um estudo de canal de propagação de comunicação sem fio na faixa de microondas envolvendo um grande número de modos de ondas guiadas obtendo a propagação do campo em função da distância axial. Basicamente o estudo é feito dividindo o túnel em duas zonas: perto da fonte transmissora onde o campo sofre forte variação e decai rapidamente devido ao grande número de modos de propagação; e para grandes distâncias onde o campo se propaga somente no modo principal com

rápidos decaimentos e pequenas variações. Foram aplicados métodos na identificação do sistema aos parâmetros da estimativa em um modelo que inclui estas características nas duas regiões. O modelo usado é paramétrico e considera-se que o túnel tem uma seção transversal uniforme e circular.

E para ambientes mistos destacam-se.

Em 1986 segundo Cavalcante, no artigo "A Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Florestas" [07], o estudo da propagação em floresta deve levar em consideração a densidade da mata, freqüência, distância entre transmissor e receptor, altura das antenas em relação ao solo, propriedades elétricas dos meios envolvidos, condições atmosféricas, não homogeneidade da vegetação e o movimento das árvores devido a velocidade do vento. O autor aborda o mecanismo de propagação em floresta, determina expressões para a determinação dos campos eletromagnéticos usando a função de Green diádica, estrutura de quatro camadas, trabalha com ganho-altura, com onda lateral e considera dipolos elétricos elementares nas polarizações vertical e horizontal. É, então, apresentado um modelo para estimar os parâmetros elétricos da floresta e do solo, com objetivo de ajustar o modelo analítico a dados experimentais de propagação. Foram feitas também, contribuições a projetos de sistemas de rádio-comunicação.

Em 2003,Peter Holm e Asa Waern apresentam no trabalho "Wave Propagation a Forest Edge – Parabolic Equation Modelling VS. GTD Modelling" [08], a comparação entre dois modelos de propagação. Um modelo baseado na técnica de Equação Parabólica (EP), o qual modela a floresta com variação do índice de refração e o segundo modelo baseado na técnica da Teoria Geométrica da Difração (GTD). Para esta comparação usaram medidas

realizadas em ambiente florestal de pinheiros com altura máxima de aproximadamente 22 m.

O modelo listado objetivou calcular a atenuação da propagação, usando a técnica de EP com a aproximação de Padé para calcular a propagação em ângulo acima de 45° com a direção paraxial. Para a solução da EP usaram o método de diferenças finitas.

Pelos trabalhos apresentados observa-se que as maiorias dos estudos feitos são baseadas nas hipóteses que o túnel é homogêneo e que apresenta sempre uma propriedade de simetria, o que simplifica bastante a solução. Em alguns deles o tratamento da consideração da aproximação do túnel a um guia de ondas retangular ou circular foi feita, o que permite usar as equações dos já conhecidos formalismo para guia de ondas. Observa-se, também, que as propriedades de reflexão e refração das paredes do túnel são consideradas por outros trabalhos, mostrando que os formalismos usados são os formalismos de Maxwell, que requer um grande esforço computacional, assim como computadores com boa capacidade de memória e grande velocidade. A óptica geométrica, que é o modelo baseado em lançamento de raios, também depende da geometria do túnel, o que implicará em um esforço computacional razoável. A equação parabólica, de todos os modelos, é o que requer menor esforço computacional, muito embora seja um modelo aproximado. Em quase todos os modelos estatísticos apresentados foram consideradas as propriedades eletromagnéticas do túnel. As características de algumas cidades da região norte em que tem suas ruas arborizadas com árvores frondosas fazendo verdadeiros túneis e trazendo de alguma forma problemas para a telefonia celular, trazem uma grande importância ao estudo de propagação de

ondas eletromagnéticas nesses ambientes. Também tem-se outras características das cidades localizadas em áreas de floresta o que tornam importante os estudos da propagação em floresta devido as suas peculiaridades.

Nos trabalhos apresentados observa-se a preocupação quanto ao estudo de fatores que caracterizam as perdas de propagação em floresta como: alturas das antenas (campo varia com o inverso do quadrado da distância); o efeito fator vegetação (devido a perda na vegetação que independe da distância entre transmissor e receptor); efeito ganho-altura (relacionado a redução da perda de transmissão com o aumento da altura de uma das antenas no interior da floresta). Estes efeitos são dependentes da natureza dissipativa do meio. O efeito da proximidade do solo na impedância das antenas em conseqüência da placa dissipativa, principalmente devido a proximidade do solo e o efeito causado pelo espalhamento das ondas que é decorrência das variações dos constituintes do meio. A técnica de equação parabólica EP, pode ser aplicada para terreno irregular; em modelos que consideram os efeitos da vegetação; modelos em camadas com índice de refração e ou permissividade e condutividade variável.

Os estudos analisados mostram que o método EP leva a resultados com boa precisão para índice de refração próximo da unidade. Analisam a perda de propagação com a distância e mostram a eficiência do método para o estudo da propagação de ondas em ambiente florestal, quando comparados a outros métodos. A difusão do uso de método EP ocorre em virtude de requerer pouco recurso computacional e a redução do tempo para execução dos códigos.

#### 1.3 - Objetivo

O objetivo desta Tese é a proposta de um novo modelo para ambientes semi-confinados e densamente arborizadas onde seja considerada a anisotropia característica destes ambientes e que opere na banda de freqüência dos sistemas celulares. Nesta Tese a forma de se fazer este estudo é usando o formalismo de equações parabólicas introduzido em 1946 por Leontovich e Fock [01], sendo a vantagem deste formalismo que o esforço computacional é bastante reduzido em relação a outras técnicas numéricas disponíveis na literatura.

#### 1.4 - Principais Contribuições

O modelo desenvolvido nesta Tese apresenta como contribuições tais como: a) o uso do formalismo de equações parabólicas para o calculo da perda de propagação de ondas eletromagnéticas e sua validação nas freqüência de 900 MHz, 1,8 GHz e 2,4 GHz, em ambientes semi-confinados e mistos e sua extrapolação para outras freqüências; b) o calculo da perda de propagação de ondas eletromagnéticas para ângulos de 0° a 90° com a direção paraxial; c) a redução significativa do esforço computacional para o calculo da perda de propagação de ondas eletromagnéticas quando comparado com outros modelos tais como *ray tracing*, método FDTD, que resolvem com precisão as equações de Maxwell, e outros; d) o uso de recursos computacionais disponíveis em um PC de 2,2 GHZ de *clook* e 1,5 GB de memória para o processamento do modelo; e) melhora os resultados da modelagem usando equações parabólicas e estão dentro da faixa de erro de outros modelos analisados e já testados nestes ambientes tais como: multiraios, método de Blomquist-Ladell e modelo de Okumura-Hata.

#### **1.5- Estrutura do Trabalho**

Na introdução foi feita uma abordagem dos trabalhos mais relevantes existentes sobre propagação de onda de rádio, tendo como cenário um ambiente semi-confinado e misto de floresta e edificações. No segundo capítulo é feita uma explanação do referencial teórico para o modelo proposto, o qual tem como cenário uma região suburbana de cidades no estado do Pará. O modelo analítico apresenta como fundamentação teórica a equação parabólica (EP), e para a solução do problema foi usada uma discretização fundamentada no método de diferenças finitas através da utilização do esquema implícito de Crank-Nicolson. No terceiro capítulo é descrito o ambiente usado na campanha de medições, o modelamento teórico que considera as propriedades elétricas de cada meio envolvido levando em consideração o local de instalação da antena transmissora, e diferentes posições da antena receptora ao longo do percurso considerado.

No terceiro capítulo são apresentados ainda resultados, referentes as comparações entre os gráficos da perda de propagação versus distância experimentais usados em dissertação de mestrado [09] e gráficos resultantes do modelo via equação parabólica proposto. São feitas também simulações usando modelo proposto para o sinal passando através das edificações e troncos das árvores.

Finalmente, apresenta-se a conclusão e perspectivas de trabalhos futuros.

# CAPÍTULO 2 METODOLOGIA

## 2 – A EQUAÇÃO PARABÓLICA

A Equação Parabólica (EP) é uma aproximação da equação de onda que modela a energia propagada em um cone centrado em uma direção preferencial, a direção paraxial. A equação parabólica foi introduzida em 1946 por Leontovich e Fock em propagação de ondas de rádio. Esta teoria pouco contribuiu no desenvolvimento de modelos práticos de propagação de ondas eletromagnéticas, devido a carência de técnicas numéricas e computacionais disponíveis [01]. No ano de 1940, Malyuzhinets combinou o método de EP com óptica geométrica para desenvolver uma potente teoria de difração para obstáculos [01]. Russian trabalhou a idéia de simplificar a equação de onda para certos tipos de problemas de propagação de ondas de rádio e resolveu um número considerável desses problemas utilizando funções especiais [01].

Com o computador digital a idéia da aproximação parabólica continuou sendo levada adiante objetivando o encontro de soluções numéricas, de preferência para as expressões que tinham forma fechada. Handin e Tappert [01] introduziram uma eficiente solução "split-step"/Fourier para a PE aplicada a problemas acústicos acima do nível do mar, e Claerbout desenvolveu códigos de diferenças finitas para problemas geofísicos [01].

Em anos posteriores, o método da EP também foi utilizado para problemas de espalhamento em objetos, relacionando métodos como FDTD, que resolvem com precisão as equações de Maxwell, e métodos aproximados baseados no traçado de raios ("ray tracing") ou óptica física [01]-[10].

A EP produz uma eficiente solução numérica para vários problemas de propagação de ondas. A equação de ondas é fatorada em dois termos e sua resolução requer um menor esforço computacional que a equação elíptica original. Esta técnica pode ser aplicada em acústica, propagação de ondas de rádio na atmosfera, sísmicas espalhamento óptico e eletromagnético.

A limitação paraxial imposta pelo método de equações parabólicas, mencionada anteriormente, não impede seu uso para problemas de espalhamento, escolhendo a direção paraxial independentemente da direção incidente. Para muitas aplicações, o meio experimental é infinito e homogêneo, mas o método pode ser aplicado com propriedades mais complexas.

No que segue, considera-se que a dependência do campo com o tempo é da forma exp ( $-i\omega t$ ), onde  $\omega$  é a freqüência angular. Considera-se ainda o problema eletromagnético a duas dimensões, onde os campos são independentes da coordenada transversal *y*. Não há efeitos de despolarização, e todos os campos podem ser decompostos, independentemente, em componentes polarizadas horizontalmente e verticalmente.

Para a polarização horizontal, o campo elétrico  $\vec{E}$  tem apenas uma componente não-nula  $E_y$ , enquanto que para a polarização vertical, o campo magnético  $\vec{H}$  tem somente a componente  $H_y$  que é diferente de zero. A componente do campo  $\psi$  é assim definida

$$\psi(x,z) = E_{v}(x,z) \tag{2.1}$$

para a polarização horizontal, e

$$\psi(x,z) = H_{y}(x,z) \tag{2.2}$$

para a polarização vertical.

A resolução da equação parabólica será feita admitindo-se que o índice de refração n(x,z) sofre pequenas variações e considerando que as condições de contorno apropriadas podem ser definidas pelas condições de fronteira. O interesse principal é o de resolver problemas onde há propagação de energia para pequenos ângulos da direção escolhida, a direção paraxial. Seguindo a convenção de problemas de propagação em ondas de rádio, escolhe-se a direção *x* positiva para a direção paraxial.

Para pequenos ângulos, a Fig. 2.1 mostra a propagação na direção paraxial.



Fig. 2.1 - Propagação na direção paraxial para pequenos ângulos com a horizontal

Se o meio de propagação é homogêneo com índice de refração *n*, a componente  $\psi$  satisfaz a equação de onda homogênea

$$\left(\nabla^2 + k^2 n^2\right)\psi(x, y, z) = 0 \tag{2.3}$$

sendo k o número de onda no vácuo . A equação (2.3), em coordenadas cartesianas (*x*,*y*,*z*), transforma-se na equação de onda tri-dimensional

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 n^2 \psi = 0$$
(2.4)

Como o problema considerado é independente da coordenada y, a equação (2.4) transforma-se na equação de onda bi-dimensinal

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 n^2 \psi = 0$$
(2.5)

Em geral, o índice de refração varia com o comprimento x e com a altura z, fazendo com que a equação (2.5) não tenha solução analítica. Entretanto, ela fornece uma boa aproximação, desde que as variações de n sejam pequenas comparadas ao comprimento de onda [01].

### 2.1- Resolução da equação parabólica escalar bi-dimensional

A equação de onda paraxial

Como nosso interesse é na variação do campo relacionado com o comprimento de onda é interessante substituir a rápida variação de fase da expressão de  $\psi$  em termos do campo u(x,z)

$$u(x,z) = e^{-ikx}\psi(x,z)$$
(2.6)

Derivando  $\psi(x,z)$  da equação (2.6) duas vezes, em relação a x e z, e empregando na equação (2.5), obtém-se [11]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2ik\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k^2 \left(n^2 - 1\right)u = 0$$
(2.7)

Define-se o operador

$$Q = \sqrt{\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(x, z)}$$
(2.8)

Utilizando-se o operador Q, a equação (2.7) pode ser fatorada como

$$\left\{\frac{\partial}{\partial x} + ik\left(1-Q\right)\right\} \left\{\frac{\partial}{\partial x} + ik\left(1+Q\right)\right\} u = 0$$
(2.9)

sendo que os dois termos correspondem, respectivamente, a ondas progressivas e regressivas (a fatoração implica que algum termo de união das duas equações foi desprezado) [12]. Nesta fatoração, deve-se considerar que a variação do índice de refração *n* seja muito pequena na direção do comprimento *x*, de tal modo que a mesma possa ser desprezada para que o operador *Q* comute com a derivada *dx*, pois do contrario a fatoração acima se torna incorreta.

O próximo passo é dividir a equação de onda em dois termos definidos pela equação (2.9)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ik\left(1 - Q\right)u\tag{2.10}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ik\left(1+Q\right)u\tag{2.11}$$

As técnicas de EP preocupam-se em obter aproximações para Q que sejam válidas para vários ângulos.

Para obter-se a solução exata para a equação (2.7) deve-se resolver as equações (2.10) e (2.11) simultaneamente, em um sistema acoplado, pois a primeira despreza o espalhamento regressivo e a segunda despreza o progressivo.

As equações (2.10) e (2.11) são equações pseudodiferenciais de primeira ordem em *x*. Elas podem ser resolvidas, sendo dados o campo inicial na vertical e as condições de contorno no topo e na base da fronteira.

A equação de onda progressiva, equação (2.10), tem a solução formal

$$u(x + \Delta x, .) = e^{ik\Delta x(-1+Q)}u(x, .)$$
(2.12)

Para a obtenção deste resultado, o ganho computacional é considerável, comparado à equação de onda elíptica, que é de segunda ordem em x e z e seria resolvida simultaneamente para todos os pontos do domínio de integração.

### 2.2- Aproximações do operador raiz quadrada

A equação parabólica padrão

Para se encontrar a equação parabólica padrão (EPP) pode-se fazer uma expansão do termo exponencial e do operador raiz quadrada em série de

Taylor de primeira ordem, na equação (2.12), e calcular as derivadas solicitadas

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(x,z) + 2ik\frac{\partial u}{\partial x}(x,z) + k^2 \left(n^2(x,z) - 1\right)u(x,z) = 0$$
(2.13)

Esta forma simples da equação parabólica é muito utilizada para a resolução de problemas de propagação de ondas de rádio a longas distâncias na troposfera. O índice de refração do ar é muito próximo da unidade e não causa problemas significativos na precisão.

#### As diferentes equações parabólicas

A equação (2.10) é o ponto de partida para as diferentes equações parabólicas desenvolvidas para a propagação acústica. Cada variação é proveniente do número de termos do desenvolvimento em série de Taylor ou da forma geral de uma aproximação linear [13]:

$$Q = \sqrt{1+q} \cong \frac{a_0 + a_1 q}{b_0 + b_1 q}$$
(2.14)

com

$$q = n^{2} + \frac{1}{k^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} - 1$$
(2.15)

ou recorrer ao desenvolvimento em série de Padé de ordem *m* [13]:

$$Q = \sqrt{1+q} \sum_{r=1}^{n} \frac{a_{j,m}q}{1+b_{j,m}q}$$
(2.16)

sendo

$$a_{j,m} = \frac{2}{2m+1} sen^2 \left( \frac{j\pi}{2m+1} \right) e b_{j,m} = \cos^2 \left( \frac{j\pi}{2m+1} \right)$$
 (2.17)

A tabela 2.1 mostra as expressões do operador pseudo diferencial Q empregado para as equações parabólicas mais utilizadas, e também as limitações angulares associadas a estas, segundo [13],

Desenvolvimento de Q utilizado	Autor da aproximação da EP	Limitação angular
$Q = \sqrt{1+q} \cong 1+0, 5q$	Tappert [1977]	20 <sup>°</sup>
$\sqrt{1+q} \cong \frac{1+0,75q}{1+0,25q}$	Claerbout [1976] Ordem de Padé 1 Collins [1989]	35 <sup>°</sup>
$\sqrt{1+q} \cong \frac{0,99987+0,79624q}{1+0,30102q}$	Greene [1984]	45 <sup>°</sup>

Desenvolvimento de Q utilizado	Autor da aproximação da EP	Limitação angular
$\sqrt{1+q} \cong 1 + \frac{0,1382q}{1+0,65451q} + \frac{0,36180q}{1+0,09549q}$	Ordem de Padé 2 Collins [1989]	55 <sup>°</sup>
$Q \cong \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}} + n - 1$	Thomson e Chapman [1983]	90°

Tabela 2.1- Desenvolvimentos do operador Q para obtenção da solução da EP para diferentes ângulos [13]

Em [13] é mostrado que a decomposição de Thomson e Chapman conduz a uma EP dita de "grandes ângulos" com a direção paraxial, isto é, que reduz os erros para os ângulos de propagação superiores a 15° com a direção paraxial. É mostrado também que os melhoramentos trazidos à EP obedecem ao mesmo princípio: saber desenvolver o operador raiz quadrada de Q de modo a aproximar-se o mais possível da solução exata da equação de Helmholtz.

#### 2.3 - Propagação no vácuo

O estudo da propagação no vácuo usando o formalismo da EP e que possui solução analítica vem demonstrar que podemos usar o mesmo formalismo para o estudo de problemas em que não há solução analítica.

#### Espectro angular

Considera-se o caso especial da propagação no vácuo. A técnica da transformada de Fourier fornece uma poderosa ferramenta para a solução de certos tipos de equações diferenciais parciais. A idéia é transformar a equação

diferencial parcial, resolvê-la no domínio do espectral, e voltar para o domínio original com a transformada inversa.

Introduzindo-se a transformada de Fourier *F* de função u(x,z) com respeito a altura. Fazendo *U=Fu*, tem-se

$$U(x,p) = Fu(x,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,z) e^{-2i\pi pz} dz$$
 (2.18)

A transformada inversa de Fourier  $F^{-1}$  é dada por

$$u(x,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(x,p) e^{2i\pi pz} dp$$
 (2.19)

sendo  $u=F^{-1}U$ .

Se a função u(x,z) é regular, a transformada de Fourier parcial de segunda ordem em z é dada por

$$F\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = -4\pi^2 p^2 F u \tag{2.20}$$

considerando a transformada de Fourier da derivada parcial de *x* como

$$F\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \frac{\partial (Fu)}{\partial x}$$
(2.21)

• A Equação Parabólica Padrão no vácuo

Quando o meio de propagação é o vácuo, deve-se tomar a equação (2.13)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2ik\frac{\partial u}{\partial x} + k^2 (n^2 - 1)u = 0$$

e fazer o índice de refração n igual a 1, obtendo-se

$$\frac{\partial^2 u(x,z)}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial u(x,z)}{\partial x} = 0, \qquad (2.22)$$

que é denominada equação parabólica padrão no vácuo. Calculando a transformada de Fourier da equação (2.22)

$$F\left(\frac{\partial^2 u(x,z)}{\partial z^2}\right) + F\left(2ik\frac{\partial u(x,z)}{\partial x}\right) = 0.$$
 (2.23)

Utilizando as propriedades (2.20) e (2.21) e resolvendo a equação diferencial, obtém-se

$$U(x,p) = e^{-\frac{2i\pi^2 p^2 x}{k}} U(0,p)$$
(2.24)

Deseja-se, agora, voltar para o domínio original; para isto, deve-se calcular a transformada inversa da equação (2.24)

$$F^{-1}(U(x,p)) = F^{-1}\left(e^{-\frac{2i\pi^2 p^2 x}{k}}U(0,p)\right)$$
(2.25)

mas

$$F^{-1}\left\{e^{-\frac{2i\pi^{2}p^{2}x}{k}}\right\}(x,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{2i\pi^{2}p^{2}x}{k}} e^{2i\pi zp} dp$$
(2.26)

Calculando a integral e fazendo

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
 e  $i^{-(\frac{1}{2})} = e^{-i(\frac{\pi}{4})}$ 

obtém-se

$$F^{-1}\left\{e^{-\frac{2i\pi^{2}p^{2}x}{k}}\right\}(x,z) = \sqrt{\frac{1}{\lambda x}}e^{-i\pi/4}e^{ikz^{2}/2x}$$
(2.27)

sendo  $\lambda$  o comprimento de onda. Voltando para o domínio original, obtém-se a fórmula da convolução

$$u(x,z) = \sqrt{\frac{1}{\lambda x}} e^{\frac{i\pi}{4}} \int_{-\infty}^{+\infty} u(0,z') e^{\frac{ik(z-z')^2}{2x}} dz'$$
(2.28)

o que mostra que a solução será completamente determinada desde que se conheça o campo inicial u(0,z) [12].

### 2.4 – O Método de Diferenças Finitas

A formulação matemática da maioria dos problemas na ciência envolvendo taxa de troca relativa a duas ou mais variáveis independentes resulta nas chamadas equações diferenciais parciais (EDPs). O caso especial da equação de segunda ordem a duas dimensões

$$a\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + c\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + d\frac{\partial \phi}{\partial x} + e\frac{\partial \phi}{\partial z} + f\phi + g = 0$$
(2.29)

onde *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* e *g* podem ser funções das variáveis independentes *x* e *z* e da variável dependente  $\phi$ , ocorre freqüentemente nos principais princípios de conservação de física.
Esta equação é elíptica quando  $b^2$ -4*ac* < 0, parabólica quando  $b^2$ -4*ac* = 0, e hiperbólica quando  $b^2$ -4*ac* > 0 [14].

### 2.5 – Aproximação por diferenças finitas

A solução de uma EDP necessita de condições auxiliares adequadas. Muitas EDPs têm comportamento misto, isto é, são parabólicas em uma variável e elípticas em outra, complicando bastante a definição das condições auxiliares apropriadas.

Para que seja possível tratar numericamente as EDPs, elas devem ser expressas na forma de operações aritméticas que o computador possa executar. Essencialmente, deve-se representar os diferenciais da EDP por expressões algébricas, ou seja, discretizar a EDP. Portanto, antes de resolverse a EDP de forma numérica, precisa-se encontrar, para os termos que nela aparecem, as respectivas expressões escritas em função dos pontos da malha (conjunto de pontos discretos). Essas expressões são denominadas de aproximações por diferenças finitas. O resultado final desse processo é uma equação algébrica, denominada equação de diferenças finitas (EDF). A EDF é escrita para cada ponto da região discretizada em que se deseja calcular a solução do problema. Resolvendo-se as EDFs, encontra-se a solução aproximada do problema.

As aproximações de diferenças finitas podem ser obtidas de várias formas. As mais comuns são: expansão em série de Taylor e interpolação polinomial.

24

### Expansões em Série de Taylor

As aproximações de diferenças finitas têm como base a expansão em série de Taylor de uma função *f*. Supondo que *f* seja contínua no intervalo [a,b] de interesse e que possua derivadas até ordem *N* contínuas nesse intervalo, o Teorema de Taylor permite que se escreva, para todo ponto  $x \in [a,b]$ ,

$$f(x) = f(x_0) + (\Delta x) \frac{df}{dx}\Big|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{d^2 f}{dx^2}\Big|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{d^3 f}{dx^3}\Big|_{x_0} + \dots + R_N$$
(2.30)

em que  $\Delta x = x - x_0 e R_N é o resto.$ 

Quer-se determinar a primeira derivada de uma função *f* no ponto  $x_i = i\Delta x$ . Expandindo  $f(x_i + \Delta x)$  em torno do ponto  $x_i$  e isolando a primeira derivada, pode-se escrever

$$\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{i}\frac{f(x_{i}+\Delta x)-f(x_{i})}{\Delta x}+\left[-\frac{(\Delta x)}{2!}\frac{\partial^{2} f}{\partial x^{2}}\Big|_{i}-\frac{(\Delta x)^{2}}{3!}\frac{\partial^{3} f}{\partial x^{3}}\Big|_{i}-\dots\right]$$
(2.31)

Pode-se simplificar a notação escrevendo-se  $f_i$  para  $f(x_i)$  ou, em geral,  $f_i$  $\pm k$  para  $f(x_i \pm k \Delta x)$ . Com isso, a expressão (2.31) torna-se

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i} = \frac{f_{i+1} - f_{i}}{\Delta x} + O\left(\Delta x\right) \tag{2.32}$$

A expressão (2.32) é uma equação de diferenças finitas que representa uma aproximação de primeira ordem para a primeira derivada de *f*, utilizando diferenças progressivas.

Uma segunda aproximação de diferenças finitas pode ser obtida a partir da expansão de  $f(x_i - \Delta x)$  obtendo-se, para a primeira derivada,

$$\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{i} = \frac{f_{i} - f_{i-1}}{\Delta x} + O\left(\Delta x\right)$$
(2.33)

que é outra aproximação de primeira ordem para a primeira derivada de *f*, considerada uma aproximação por diferenças atrasadas.

Manipulando convenientemente as expansões em série de Taylor para  $f(x_i + \Delta x)$  e  $f(x_i - \Delta x)$  obtém-se a aproximação por diferenças centrais

$$\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{i} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + O\left(\Delta x\right)^{2}$$
(2.34)

Expressões para derivadas de ordem superior a 1 podem ser construídas da mesma maneira como foram obtidas as fórmulas para as primeiras derivadas, isto é, por meio de manipulações adequadas da série de Taylor. A expressão mais comum encontrada na literatura para derivadas de segunda ordem encontra-se na referência [15]

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\left(\Delta x\right)^2} + O\left(\Delta x\right)^2$$
(2.35)

Notação para funções de várias variáveis

Seja *f* uma função das variáveis independentes *x* e *z*. Então, o valor de *f* para o ponto de malha P ( $x_i$ ,  $z_i$ ) é

$$f_P = f(i\Delta x, j\Delta z) = f_{i,j}$$
(2.36)

Após algumas manipulações matemáticas, a aproximação por diferenças progressivas para a variável *x* é

$$\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta x}$$
(2.37)

para derivada de primeira ordem. Para derivadas de segunda ordem ela tornase

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Big|_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{\left(\Delta x\right)^2}$$
(2.38)

Similarmente, para a variável z

$$\frac{\partial f}{\partial z}\Big|_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta z} \quad e \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\Big|_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{(\Delta z)^2}$$
(2.39)

As equações (2.37), (2.38) e (2.39) são chamadas de discretização explícita.

Um outro esquema de discretização, chamado implícito, for proposto por Crank e Nicolson (1947)[01]. Eles propuseram e utilizaram um método de discretização que reduz o volume total de cálculos; sendo este método convergente e estável para todo valor finito de  $\Delta x / \Delta z$ . Eles consideraram a equação diferencial parcial sendo satisfeita por um ponto médio {*i*( $\Delta x$ ), (*j*+1/2)( $\Delta z$ )} e substituíram  $\partial^2 f / \partial x^2$  por uma aproximação de diferenças finitas para o *j*-ésimo e *j*+1-ésimo níveis da extensão. Então [14]

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\Big|_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{f_{i+1,j+1} - 2f_{i,j+1} + f_{i-1,j+1}}{\left(\Delta x\right)^2} + \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{\left(\Delta x\right)^2} \right\}$$
(2.40)

### 2.6 – Algoritmos da Equação Parabólica

A solução de uma equação parabólica em uma região implica na obtenção dos valores para a variável dependente em cada ponto da região. Computacionalmente, somente pode-se lidar com uma região contínua se for determinada uma forma analítica para a solução do problema. No caso de solução por métodos numéricos não é possível tratar a região como contínua, pois o método numérico apresenta a solução em pontos (x,z), por cálculos

como adição e multiplicação. Porém, nada impede de escolher pontos no interior da região para solucionar o problema, ou seja, deve-se discretizar a equação parabólica [15].

O esquema de diferenças finitas mais comumente empregado para discretizar a equação parabólica é o esquema implícito de Crank-Nicolson, que permite o modelamento dos contornos arbitrários, aplicado na equação parabólica padrão [01].

O mais baixo contorno horizontal está localizado em z=0. Para iniciar, deve-se definir a grade de integração Fig. 2.1, que é fixada na direção vertical, mas não no alcance, de forma que pode ser adaptada em um terreno plano. Seja

$$z_{j} = j\Delta z, \quad j = 0, N \tag{2.41}$$

os pontos da grade vertical e  $x_0,...,x_m,...$  são os sucessivos alcances da integração. Para auxiliar a solução de  $x_{m-1}$  para  $x_m$ , considera-se o ponto médio

$$\xi_m = \frac{x_{m-1} + x_m}{2}.$$
 (2.42)



Fig. 2.2 – Grade de diferenças finitas para o esquema de Crank-Nicolson

A aproximação de diferenças finitas centrais da derivada no alcance é

$$\frac{\partial u}{\partial x}\left(\xi_{m}, z_{j}\right) \sim \frac{u\left(x_{m}, z_{j}\right) - u\left(x_{m-1}, z_{j}\right)}{\Delta x_{m}}$$
(2.43)

sendo

$$\Delta x_m = x_m - x_{m-1} \tag{2.44}$$

Usando expansão de Taylor, pode-se verificar que o erro é da ordem de  $(\Delta x)^2$  (vide equação (2.34)).

A aproximação de diferenças finitas centrais para derivadas de segunda ordem na altura é

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \left( \xi_m, z_j \right) \sim \frac{u \left( \xi_m, z_{j+1} \right) - 2u \left( \xi_m, z_j \right) + u \left( \xi_m, z_{j-1} \right)}{\Delta z^2}$$
(2.45)

O erro aqui é da ordem de  $(\Delta z)^4$ . Na expressão (2.45) todos os pontos envolvidos estão dentro do domínio de integração, ou seja, *j* pode ser *0* ou *N* [01].

# 2.7 – Algoritmos para pequenos ângulos

Nesta secção serão apresentadas as ferramentas adicionais para resolver o problema de propagação de ondas de rádio através da EP para pequenos ângulos.

Tomando-se a equação parabólica padrão (2.13)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(x,z) + 2ik\frac{\partial u}{\partial x}(x,z) + k^2 (n^2(x,z) - 1)u(x,z) = 0$$

e combinando-se com (2.43) e (2.45) obtém-se

$$\frac{u(\xi_{m}, z_{j+1}) - 2u(\xi_{m}, z_{j}) + u(\xi_{m}, z_{j-1})}{\Delta z^{2}} + 2ik \frac{u(x_{m}, z_{j}) - u(x_{m-1}, z_{j})}{\Delta x_{m}} + k^{2} \left(n^{2}(\xi_{m}, z_{j}) - 1\right)u(\xi_{m}, z_{j}) = 0$$
(2.46)

O próximo passo é aproximar *u* para o alcance  $\xi_m$  através da média de valores de  $x_{m-1}$  e  $x_m$ . Fazendo-se

$$u_j^m = u\left(x_m, z_j\right) \tag{2.47}$$

$$b = 4ik\frac{\Delta z^2}{\Delta x}$$
(2.48)

$$a_{j}^{m} = k^{2} \left( n^{2} \left( \xi_{m}, z_{j} \right) - 1 \right) \Delta z^{2}$$
(2.49)

obtém-se

$$u_{j}^{m}\left(-2+b+a_{j}^{m}\right)+u_{j+1}^{m}+u_{j-1}^{m}=u_{j}^{m-1}\left(2+b-a_{j}^{m}\right)-u_{j+1}^{m-1}-u_{j-1}^{m-1}$$
(2.50)

para j = 1,..., N-1. São fornecidas N-1 equações. Para completar o sistema é necessário incluir equações para o topo e base do domínio. Aqui, considera-se que a região é perfeitamente condutora, então *u* deve ser zero para a base e  $u(x,z_N) = 0$ , pois utiliza-se camadas absorventes para evitar reflexões no topo do domínio.

É necessário expressar os valores de  $x_m$  como uma função de  $x_{m-1}$  na forma de um sistema linear. A solução não é obtida explicitamente, somente implicitamente, pois é necessário inverter a matriz para obter *u* para o alcance  $x_m$ . Este esquema implícito é do tipo Crank-Nicolson. Na forma matricial, o esquema é dado por [01]

$$A_m U_m = V_m \tag{2.51}$$

sendo  $U_m$  é um vetor que fornece o campo para o alcance  $x_m$ 

$$U_{m} = \begin{bmatrix} u_{0}^{m} \\ \vdots \\ u_{N}^{m} \end{bmatrix}$$
(2.52)

e  $A_m$  é a matriz tridiagonal

$$A_{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \alpha_{1}^{m} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha_{2}^{m} & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & & 0 & 1 & \alpha_{N-1}^{m} & 1 \\ 0 & \dots & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.53)

sendo

$$\alpha_j^m = -2 + b + a_j^m \tag{2.54}$$

O valor de  $V_m$  é obtido do campo  $U_{m-1}$  para o alcance anterior através da matriz

$$V_{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & \beta_{1}^{m} & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \beta_{2}^{m} & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & & 0 & -1 & \beta_{N-1}^{m} & -1 \\ 0 & \dots & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} U_{m-1}$$
(2.55)

sendo

$$\beta_j^m = 2 + b - a_j^m, \quad j = 1, \dots, N - 1$$
 (2.56)

Já que a matriz  $A_m$  é tridiagonal, a inversão com o esquema de eliminação de Gauss fornece diretamente  $A_m$  não-singular. A seguir, omite-se o índice *m* por simplicidade. Na primeira passada, a subdiagonal mais baixa é eliminada, com um laço para a frente [01]

$$\Gamma_{0} = \frac{v_{0}}{\alpha_{0}}$$

$$\Gamma_{j} = \frac{V_{j} - \Gamma_{j-1}}{\alpha_{j}}, \quad j = 1, \dots, N$$
(2.57)

A subdiagonal mais alta é então eliminada com um laço para trás, obtendo-se a solução como

$$U_{N} = \Gamma_{N}$$

$$U_{j} = \Gamma_{j} - \frac{U_{j+1}}{\alpha_{j}}, \quad j = N - 1, \dots, 0$$
(2.58)

O número de operações é da ordem de N [01].

### 2.8 – Transformada de Fourier

Transformação linear, especialmente a de Fourier e Laplace, é muito conhecida como uma poderosa técnica para resolver problemas de sistemas lineares. Caracteristicamente usa-se a transformação como uma ferramenta matemática ou física para resolver o problema em um espaço conveniente onde o sistema tem solução e em seguida aplica-se a transformada inversa.

O uso das transformadas de Fourier ocorre em áreas diversas como análise de sistemas, ótica, física quântica, teoria das probabilidades, etc. Na Eletrônica, a aplicação mais comum é o estudo de espectros de sinais, ou seja, a análise dos mesmos no domínio de freqüência e não de tempo[16].

A transformada de Fourier de f(x) é definida como

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i2\pi xp}dx$$
(2.59)

Esta integral que é uma função de p pode ser escrita F(p). Transformando na seguinte formula temos

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(p) e^{-i2\pi w p} dp$$
(2.60)

A maneira de se representar a transformada de Fourier é

$$F(p) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i2\pi xp}dx$$
(2.61)

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(p)e^{i2\pi xp}dp$$
(2.62)

A função F(p) é chamada transformada de Fourier de f(x) e se escreve às vezes  $F(p) = F{f(x)}$ . A função f(x) é a transformada inversa de Fourier de F(p) e se escreve  $f(x) = F^{1}{F(p)}$ .

### 2.8.1 - Transformadas de Fourier em seno e co-seno

Se  $F_c(s)$  representa a transformada co-seno, e  $F_s(s)$  representa a transformada em seno de f(x), então a transformada e a transformada inversa de f(x), em co-seno, são obtidas da maneira seguinte

$$F_{c}(s) = 2\int_{0}^{\infty} f(x)\cos 2\pi sx \, dx$$

$$f(x) = 2\int_{0}^{\infty} F_{c}(s)\cos 2\pi sx \, ds$$
(2.63)

E, de forma idêntica, a transformada e a transformada inversa de f(x)em seno

$$F_{s}(s) = 2\int_{0}^{\infty} f(x) sen2\pi sx \, dx$$

$$f(x) = 2\int_{0}^{\infty} F_{s}(s) sen2\pi sx \, ds$$
(2.64)

### 2.9 - Algoritmos para grandes ângulos (Algoritmo split-step)

Para resolver a equação parabólica para ângulos até 90° foi usada transformada de *Fourier* mista. A razão para esta escolha é que, se fosse usado o esquema de diferenças finitas, teria-se que trabalhar com matrizes pentadiagonais e não tridiagonais, o que aumentaria o esforço computacional [17].

O operador *splitting* proposto por Feit e Fleck será usado para resolver a equação de Helmholtz (2.3). Esta aproximação apresenta bons resultados para o estudo da propagação das ondas eletromagnéticas incluindo a propagação para grandes ângulos e, ainda, mantém o uso do algoritmo *split-step* para a obtenção da solução [22]. A aproximação utilizada é baseada em [01]

$$\sqrt{1+a+b} \sim \sqrt{1+a} + \sqrt{1+b} - 1$$
 (2.65)

O erro encontrado é da ordem de |ab|. Tomando-se o operador Q, pode-se escrever

$$Q = \sqrt{1 + A + B} \tag{2.66}$$

sendo A e B definidos como

$$A = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$B = n^2 (z) - 1$$
(2.67)

Feit e Fleck fizeram a aproximação [01]

$$Q \sim \sqrt{1+A} + \sqrt{1+B} - 1 \tag{2.68}$$

O erro encontrado pela utilização da expressão acima é da ordem de *AB*. No vácuo, a expressão (2.68) é exata. Pode-se calcular os vários operadores pseudo-diferenciais, com as transformadas de Fourier. Utilizando-se as notações dadas em [11 e 18]

$$Q_1 = 1 + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \tag{2.69}$$

$$Q_2 = \sqrt{1+A} + \sqrt{1+B} - 1 \tag{2.70}$$

A aproximação  $Q_1$ , que é utilizada na obtenção da equação parabólica padrão (pequenos ângulos), é obtida expandindo-se Q em uma série binomial e tomando-se apenas o primeiro termo. A equação (2.70) é o novo operador *split* para grandes ângulos, proposto por Feit e Fleck; esta equação é válida somente quando os operadores comutam. Através de análise dos erros é comprovado que a aproximação  $Q_2$ , proposta por Feit e Fleck, apresenta um melhor resultado no método numérico da solução da equação parabólica, baseada no algoritmo *split-step* [01].

Substituindo-se as equações (2.6) e (2.70) em (2.10) obtém-se

$$\frac{\partial u}{\partial x} = ik \left( Q_2 - 1 \right) u \tag{2.71}$$

inserindo-se, agora, o valor de  $Q_2$ ,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = ik \left\{ \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}} + \left[ \sqrt{1 + n^2 - 1} - 1 \right] - 1 \right\} u$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = i \left\{ \sqrt{k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}} + k \left( n - 2 \right) \right\} u$$
(2.72)

obtendo-se, então, [18]

$$\frac{\partial u}{\partial x} - i\sqrt{k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}}u - ik(n-2)u = 0$$
(2.73)

que é a equação parabólica utilizada para propagações em grandes ângulos com a direção paraxial.

Para resolver a equação (2.73) pode-se usar a transformada de Fourier mista implementada com as condições de contorno de impedância.

O par de transformadas de Fourier mistas é definido da seguinte maneira

$$F(p) = \int_{0}^{\infty} f(z) \left[ \alpha \operatorname{sen}(pz) - p \cos(pz) \right] dz$$
(2.74)

para a transformada direta e

$$f(z) = Ke^{-\alpha z} + \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} F(p) \frac{\alpha \operatorname{sen}(pz) - p \cos(pz)}{\alpha^{2} + p^{2}} dp$$
(2.75)

Sendo

$$K(x) = \begin{cases} 2\alpha \int_{0}^{\infty} f(z)e^{-\alpha z} dz; & \text{pol. vertical} \\ 0; & \text{pol. horizontal} \end{cases}$$
(2.76)

para a transformada inversa. A solução encontrada para o campo *u*, considerando a equação parabólica para propagação em grandes ângulos, é [20]

$$u(x + \Delta x, z) = e^{ik(n-1)\Delta x/2} \left[ \frac{2}{\pi} F_s \left\{ \frac{\alpha}{\alpha^2 + p^2} e^{i\Delta x \left(\sqrt{k^2 - p^2} - k\right)} U(x, p) \right\} + \frac{2}{\pi} F_c \left\{ \frac{p}{\alpha^2 + p^2} e^{i\Delta x \left(\sqrt{k^2 - p^2} - k\right)} U(x, p) \right\} + e^{i\Delta x \left(\sqrt{k^2 - \alpha^2} - k\right)} e^{-\alpha z} K(x) \right]$$
(2.77)

Sendo

$$U(x, p) = \alpha F_s \left\{ e^{ik(n-1)\Delta x/2} u(x, z) \right\} - p F_c \left\{ e^{ik(n-1)\Delta x/2} u(x, z) \right\}$$
(2.78)

 $F_s$  e  $F_c$  são as transformadas em seno e co-seno, respectivamente, definidas como

$$F_{s}\left[f(x,z)\right] \equiv \int_{0}^{\infty} f(x,z) \operatorname{sen}(pz) dz$$

$$F_{c}\left[f(x,z)\right] \equiv \int_{0}^{\infty} f(x,z) \cos(pz) dz$$
(2.79)

е

$$\begin{cases} \alpha = \frac{ik}{\sqrt{\eta}} & \text{pol. vertical} \\ \alpha = ik\sqrt{\eta} & \text{pol. horizontal} \end{cases}$$
(2.80)

No próximo capítulo será apresentada a descrição dos cenários para a aplicação da técnica proposta nesta Tese bem como a validação dos resultados comparando com os dados experimentais e outros modelos da literatura.

# CAPÍTULO 3 RESULTADOS

# 3 – DESCRIÇÃO DO CENÁRIO

Neste capitulo serão apresentados dois cenários diferentes e a aplicação do método proposto, o primeiro trata-se de um ambiente semi-confinado representado por uma avenida no centro da cidade de Belém com grande arborização, com características similares a um túnel. O outro cenário apresentado trata de um ambiente suburbano caracterizado por ruas atravessando a floresta.

Não há uma forma definitiva que descreva como é gerado um cenário. A princípio, o cenário deve ser o mais próximo possível do ambiente por ele representado. Porém, ambientes reais são complexos, com obstáculos das mais variadas formas e construídos com diversos tipos de materiais, cada qual com suas próprias características elétricas. Deve-se buscar, ao construir o cenário, atender a um compromisso entre fidelidade na descrição do ambiente e praticidade de implementação do cenário e aplicação da técnica escolhida (envolvendo também as teorias utilizadas para o cálculo de campos). São duas as formas básicas de se descrever um cenário: descrição geométrica e descrição morfológica.

42

### 3.1- Medições na freqüência de 900 MHz

# 3.1.1- Descrição Geométrica do Ambiente – ambiente semiconfinado

A forma usual de se criar um cenário é através da representação dos componentes do ambiente através de figuras. Esse tipo de representação, apesar de simplista, é conveniente para a maioria dos ambientes. A descrição geométrica consiste em compor o cenário através de sólidos multifacetados e de seções de planos. Dessa forma, todos os obstáculos relevantes do ambiente são transformados em polígonos (as faces dos poliedros). Os obstáculos relevantes são:

- plano inferior (chão)
- plano lateral (paredes externas)
- plano superior (copa das arvores).

Este ambiente é o primeiro cenário analisado, a Av. Braz de Aguiar, denominado de semi-confinado formado lateralmente pela alvenaria das construções, na parte inferior pelo asfalto e na parte superior pelas copas das árvores. Nas laterais têm-se, ainda, o tronco das árvores posicionados em ambos os lados da avenida. Em uma das laterais há 45 árvores e na outra, 54 árvores. A Av. Braz de Aguiar tem, aproximadamente, um quilômetro de comprimento e quatorze metros de largura. Ela inicia na Av. Generalíssimo Deodoro e termina na Av. Serzedelo Correa, sendo cruzada pelas seguintes avenidas: Quintino Bocaiúva, Rui Barbosa, Benjamin Constant e Dr. Moraes.

A distância média entre a alvenaria dos prédios e o tronco das árvores é em torno de quatro metros. Neste trabalho serão consideradas as dimensões do comprimento e largura do túnel; posteriormente considera-se também a sua altura.

AVENIDA	LARGURA (m)
Generalíssimo Deodoro	10
Quintino Bocaiúva	20
Rui Barbosa	14
Benjamin Constant	16
Dr. Moraes	20
Serzedelo Correa	10

A Tabela 3.1 fornece a largura aproximada destas avenidas:

Tabela 3.1 – Dimensões dos quarteirões

A Tabela 3.2 dá o número de árvores existentes em cada quarteirão, lado direito e esquerdo, sentido Generalíssimo Deodoro – Serzedelo Correa:

	NÚMERO D	E ÁRVORES
QUARTEIRÃO	LADO	LADO
	DIREITO	ESQUERDO
Generalíssimo Deodoro – Quintino	20	17
Bocaiúva		
Quintino Bocaiúva – Rui Barbosa	7	7
Rui Barbosa – Benjamin Constant	8	3
Benjamin Constant – Dr. Moraes	8	9
Dr. Moraes – Serzedelo Correa	11	9

#### Tabela 3.2 – Número de árvores por quarteirão

A Tabela 3.3 fornece alguns dados a respeito da distância entre as árvores, diâmetro dos troncos e altura estimada das mesmas, tendo sido as medidas tomadas no mesmo sentido anterior:

LADO DIREITO				LADO	ESQUERD	0		
N <sup>⁰</sup>	Distância	Diâmetro	Altura	N <u>⁰</u>	Distância	Diâmetro	Altura	
	(m)	(m)	(m)		(m)	(m)	(m)	
01	13,10	0,50	4,30	01	14,00	2,80	20,00	
02	14,10	2,70	15,00	02	14,00	2,80	20,00	
03	14,00	3,00	15,00	03	14,00	2,80	20,00	
04	14,30	2,90	15,00	04	14,00	2,80	20,00	
05	14,40	2,80	15,00	05	14,00	2,80	20,00	
06	14,60	2,80	15,00	06	14,00	2,80	20,00	
07	15,20	0,40	6,00	07	14,00	2,80	20,00	
08	14,20	0,20	5,00	08	14,00	2,80	15,00	
09	14,20	2,60	20,00	09	14,00	0,40	3,00	
10	14,50	2,60	20,00	10	14,00	3,20	20,00	
11	42,00	2,60	20,00	11	14,00	3,00	20,00	
12	14,00	2,60	20,00	12	14,00	2,60	20,00	
13	14,00	2,70	20,00	13	28,00	3,00	25,00	
14	14,00	2,70	20,00	14	14,00	2,80	30,00	
15	29,00	2,70	24,00	15	14,00	2,80	30,00	
	LAD	O DIREITO		LADO ESQUERDO				
N <sup>⁰</sup>	Distância	Diâmetro	Altura	N⁰	Distância	Diâmetro	Altura	
	(m)	(m)	(m)		(m)	(m)	(m)	
16	14,00	2,70	24,00	16	14,00	3,00	30,00	
17	14,00	0,15	2,00	17		1,50	15,00	
18	14,00	2,70	20,00					
19	14,00	2,60	20,00					
20		2,60	20,00					

Tabela 3.3 - Dimensões das árvores - Quarteirão Generalíssimo Deodoro - Quintino Bocaiúva

A Fig. 3.1 mostra uma vista do primeiro quarteirão analisado (Av. Braz de Aguiar entre Generalíssimo Deodoro e Quintino Bocaiúva).



Fig.3.1 – Vista quarteirão Generalíssimo Deodoro - Quintino Bocaiúva

A Tabela 3.4 apresenta dados relativos ao segundo quarteirão analisado entre Trav. Quintino Bocaiúva e Rui Barbosa relativo as dimensões das árvores e a Fig. 3.2 mostra fotos do ambiente.

LADO DIREITO				LADO ESQUERDO			
N <sup>0</sup>	Distância	Diâmetro	Altura	N <u>⁰</u>	Distância	Diâmetro	Altura
	(m)	(m)	(m)		(m)	(m)	(m)
01	16,00	1,60	10,00	01	14,00	2,60	20,00
02	14,50	2,60	20,00	02	14,00	2,60	20,00
03	14,50	1,10	15,00	03	14,00	3,00	25,00
04	14,50	2,70	20,00	04	28,00	2,80	30,00
05	14,50	2,70	20,00	05	14,00	2,80	30,00
06	28,00	2,70	20,00	06	14,00	3,00	30,00
07		2,70	20,00	07		1,50	15,00

Tabela 3.4- Dimensões das árvores - Quarteirão Quintino Bocaiúva - Rui Barbosa





Fig.3.2 - Vista quarteirão Quintino Bocaiúva - Rui Barbosa

A Tabela 3.5 apresenta os dados do terceiro quarteirão (entre a Trav. Rui Barbosa e Benjamin Constant). A Fig. 3.3 ilustra com fotos este ambiente

	LADO DIREITO				LADO	ESQUERD	0
N⁰	Distância	Diâmetro	Altura	N⁰	Distância	Diâmetro	Altura
	(m)	(m)	(m)		(m)	(m)	(m)
01	28,00	1,60	20,00	01	14,00	2,40	20,00
02	45,00	2,80	20,00	02	32,00	2,80	20,00
03	28,00	3,00	20,00	03		2,60	20,00
04	28,00	3,00	20,00				
05	28,00	3,00	20,00				
06	28,00	3,00	20,00				
07	28,00	3,00	20,00				
08		3,00	20,00				

Tabela 3.5- Dimensões das árvores – Quarteirão Rui Barbosa – Benjamin Constant



Fig.3.3 – Vista quarteirão Rui Barbosa - Benjamin Constant

A Tabela 3.6 e a Fig. 3.4 apresentam dados e fotos do quarto quarteirão (Trav. Benjamin Constant e Dr. Moraes) respectivamente.

	LADO DIREITO				LADO	ESQUERD	0
N⁰	Distância	Diâmetro	Altura	N⁰	Distância	Diâmetro	Altura
	(m)	(m)	(m)		(m)	(m)	(m)
01	14,00	0,10	3,00	01	14,00	2,80	20,00
02	16,00	1,30	7,00	02	14,00	0,20	4,00
03	14,50	2,00	15,00	03	14,00	2,80	15,00
04	14,50	2,00	18,00	04	14,00	3,00	15,00
05	14,50	2,00	18,00	05	14,00	2,80	15,00
06	14,50	2,00	18,00	06	14,00	2,60	15,00
07	50,00	2,80	20,00	07	14,00	2,60	15,00
08		2,50	20,00	08	14,00	1,30	10,00
				09		28,00	20,00

Tabela 3.6 – Dimensões das árvores – Quarteirão Benjamin Constant – Dr. Moraes





Fig.3.4 - Vista quarteirão Benjamin Constant - Dr. Moraes

A Tabela 3.7 e a Fig. 3.5 apresentam os dados e fotos para o quinto e último quarteirão do ambiente considerado (Trav. Dr. Moraes e Serzedelo Correa) respectivamente.

LADO DIREITO				LADO	ESQUERD	0	
N <sup>0</sup>	Distância	Diâmetro	Altura	N <u>⁰</u>	Distância	Diâmetro	Altura
	(m)	(m)	(m)		(m)	(m)	(m)
01	14,00	2,80	25,00	01	9,50	2,30	20,00
02	16,00	2,00	20,00	02	24,00	2,30	20,00
03	14,50	1,80	18,00	03	24,00	2,60	25,00
04	14,00	2,00	20,00	04	30,00	0,90	5,00
05	14,00	2,00	20,00	05	14,00	2,70	15,00
06	14,00	2,00	20,00	06	13,00	2,40	20,00
07	14,00	2,00	20,00	07	6,30	0,50	6,00
08	14,50	2,00	20,00	08	13,50	1,30	10,00
09	14,50	2,00	20,00	09		2,40	20,00
10	14,00	2,00	20,00				
11		2,80	25,00				

Tabela 3.7 – Dimensões das árvores – Quarteirão Dr. Moraes – Serzedelo Correa



Fig.3.5 - Vista quarteirão Dr. Moraes - Serzedelo Correa

# 3.2- Descrição morfológica

A descrição geométrica trata da localização e dimensão dos obstáculos. É necessário, ainda, para se definir completamente o cenário, introduzir as características elétricas (permissividade elétrica e condutividade) de cada face do cenário.

A Tabela 3.8 apresenta algumas propriedades dos materiais constituintes do ambiente, sendo utilizados o valor médio da permissividade relativa na simulação via EP.

<b>№</b>	MATERIAL	PERMISSIVIDADE RELATIVA	CONDUTIVIDADE (mS/m)
01	Alvenaria [ 20 ]	1,95 – 6,95	0,1
02	Madeira [20]	2,75 – 3,8	0,1

Tabela 3.8 – Propriedades elétricas dos meios

## 3.3- Equações utilizadas

Para a implementação do programa computacional, para o problema proposto, foi utilizada a equação parabólica padrão (2.13)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(x,z) + 2ik\frac{\partial u}{\partial x}(x,z) + k^2 (n^2(x,z) - 1)u(x,z) = 0$$

discretizada (2.46)

$$\frac{u(\xi_{m}, z_{j+1}) - 2u(\xi_{m}, z_{j}) + u(\xi_{m}, z_{j-1})}{\Delta z^{2}} + 2ik \frac{u(x_{m}, z_{j}) - u(x_{m-1}, z_{j})}{\Delta x_{m}} + k^{2} \left(n^{2}(\xi_{m}, z_{j}) - 1\right)u(\xi_{m}, z_{j}) = 0$$

resultando em (2.50)

$$u_{j}^{m}\left(-2+b+a_{j}^{m}\right)+u_{j+1}^{m}+u_{j-1}^{m}=u_{j}^{m-1}\left(2+b-a_{j}^{m}\right)-u_{j+1}^{m-1}-u_{j-1}^{m-1},$$

com o índice de refração calculado a partir de [23]

$$n = \left[\mu_r \left(\varepsilon_r + \frac{j\sigma}{2\pi f \varepsilon_0}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

(3.1)

onde  $\mu_r$  é a permeabilidade magnética,  $\varepsilon_r$  a permissividade relativa,  $\sigma$  a condutividade (S/m), *f* a freqüência (Hz) e  $\varepsilon_0$  é a permissividade no vácuo(F/m). Para meios não magnéticos, como é o caso,  $\mu_r = 1$ .

A equação utilizada para o cálculo da perda de propagação é [23]

$$L(dB) = 36,57 + 20\log_{10} f + 20\log_{10} |u_0| - 20\log_{10} |u| - G_T - G_R, \qquad (3.2)$$

sendo  $u_0$  o campo na distância de referência ( $d_0$ ), u o campo recebido, f a freqüência expressa em GHz e G<sub>T</sub>, G<sub>R</sub> o ganho das antenas transmissora e receptora (dB), respectivamente.

### 3.4 – Resultados e discussão

A análise comparativa deste trabalho foi feita com os resultados experimentais obtidos na Avenida Braz de Aguiar, para o projeto UFPA – Ericsson [19]. Na medição foi utilizado um sistema transmissor – receptor. O sistema transmissor é constituído de uma antena com ganho de 15 dBi na polarização vertical, altura de 4,5 m e potência efetiva transmitida de 20 dBm, o sinal transmitido de 890,4 MHz. O sistema receptor constituído de uma antena monopolo com ganho de 3 dBi e altura de 1,6 m. Para a medição da distância foi usado um cronômetro para medir o tempo que o veículo percorria um determinado percurso, com velocidade constante de 20 km/h, ao longo de toda a extensão da rua estudada. Um tratamento subseqüente foi usado, utilizando o Matlab 7, para converter estes dados em distância.

Usando o método dos mínimos quadrados da função *Basic Fitting* pode ser fazer o ajuste linear tanto dos dados experimentais quanto do calculo feito via equação parabólica. A seguir apresentam-se os resultados obtidos.



Fig.3.6 – Perda de propagação X distância para o quarteirão Generalíssimo Quintino via EP e dados experimentais.



Fig.3.7 – Superposição da perda de propagação X distância para o quarteirão Generalíssimo Quintino via EP e dados experimentais.

Analisando a Fig. 3.6, referente ao trecho Generalíssimo Quintino, observa-se que nos primeiros 150 metros, onde a densidade de árvores é pequena, conforme se observa na Fig. 3.1 a inclinação média, associada ao expoente de perda de propagação do sinal é pequena enquanto no resto do trecho o inclinação média é mais acentuada. No percurso total obteve-se uma inclinação média, associada ao expoente de perda de propagação da ordem de 0,066 dB/m [23].



Fig.3.8 – Perda de propagação X distância para o quarteirão Quintino Rui Barbosa via EP e dados experimentais.



Fig.3.9 – Superposição da perda de propagação X distância para o quarteirão Quintino Rui Barbosa via EP e dados experimentais.

No trecho Quintino - Rui Barbosa, onde a densidade de árvores é menor que no trecho anterior analisando, a Fig. 3.8 pode-se notar que a inclinação média, associada ao expoente de perda de propagação do sinal é bem menor, da ordem de 0.0075 dB/m.


Fig.3.10 – Perda de propagação X distância para o quarteirão Rui Barbosa - Benjamin via EP e dados experimentais.



Fig.3.11 – Superposição da perda de propagação X distância para o quarteirão Rui Barbosa -Benjamin via EP e dados experimentais.

Para o trecho Rui Barbosa - Benjamin, nos 40 metros iniciais a inclinação média, é bem pequena, havendo um aumento nesta inclinação a partir deste ponto, conforme se pode observar analisando a Fig. 3.10. Neste trecho a densidade de árvores é um pouco menor que no trecho anterior; a inclinação média deste trecho é da ordem de 0,043 dB/m.



Fig.3.12 – Perda de propagação X distância para o quarteirão Benjamin - Dr. Moraes via EP e dados experimentais.



Fig.3.13 – Superposição da perda de propagação X distância para o quarteirão Benjamin - Dr. Moraes via EP e dados experimentais.

No trecho Benjamin - Dr. Moraes observa-se a partir da Fig. 3.12 uma certa regularidade no desvanecimento do sinal e a inclinação média, associada ao expoente de perda de propagação é da ordem de 0,033 dB/m.



Fig.3.14 – Perda de propagação X distância para o quarteirão Dr. Moraes - Serzedelo via EP e dados experimentais.



Fig.3.15 – Superposição da perda de propagação X distância para o quarteirão Dr. Moraes -Serzedelo via EP e dados experimentais.

Para o trecho final correspondente ao perímetro Dr. Moraes - Serzedelo Correa, analisando a Fig. 3.14 observa-se que a inclinação média é da ordem de 0,018 dB/m, e que também o mesmo apresenta uma certa regularidade, neste trecho a densidade de árvores é pequena.

Analisando as Figs. 3.7, 3.9, 3.11, 3.13 e 3.15 pode-se verificar a boa concordância entre os dados experimentais e a simulação, sendo a diferença verificada entre estes, provavelmente, pelo fato de ter sido considerado o valor médio da permissividade e não ter sido levado em consideração o efeito das copas das árvores, devido o modelo ser em duas dimensões.

A Tabela 3.9 apresenta os dados estatísticos obtidos para os vários quarteirões da Avenida Braz de Aguiar comparando os dados obtidos via EP e os dados experimentais.

Trecho	Parâmetros	Via EP(dB)	Dados Experim.(dB)
	Mínimo	14,10	14,32
Generalíssimo	Máximo	66,29	52,50
Quintino	Média 27,51		29,83
	Desvio padrão	8,69	7,83
	Mínimo	27,19	32,67
Quintino Rui	Máximo	74,79	52,03
Barbosa	Média	35,43	39,74
	Desvio padrão	3,69	3,26
	Mínimo	35,30	33,49
Rui Barbosa	Máximo	71,81	67,52
Benjamin	Média	46,52	47,62
	Desvio padrão	5,31	4,96
	Mínimo	37,10	37,38
Benjamin Dr.	Máximo	71,81	67,25
Moraes	Média	46,52	47,62
	Desvio padrão	5,31	4,96
	Mínimo	43,56	41,19
Dr. Moraes	Máximo	83,94	69,61
Serzedelo	Média	52,80	52,25
	Desvio padrão	4,54	5,44

Tabela.3.9 – Dados estastisticos usando a função Data Statistics do MatLab 7

A Tabela 3.9 apresenta os dados estastisticos usando a função *Data Statistics* do Matlab 7, analisando estes dados pode-se obeservar uma pequena variação entre o calculo das perdas usando equação parabólica e as perdas determinadas a partir das medidas obtidas no local. Esta variação pode ser devido ao fato de que no modelo de equação parabólica algumas aproximações foram feitas e este modelo é um modelo bi-dimensinal e devido a isto o efeito das copas das árvores não foi considerado.

A Tabela 3.10 apresenta o cálculo do erro médio, desvio padrão e erro rms entre o valor medido e o valor calculado via equação parabólica. A analise deste resultado mostra uma boa concordância entre o modelo teórico e os dados experimentais.

Trecho	Erro médio (dB)	Desvio padrão (dB)	Erro rms (dB)
Generalíssimo Quintino	5,08	3,75	6,31
Quintino Rui Barbosa	5,49	3,85	6,71
Rui Barbosa Benjamin	4,42	3,91	5,90
Benjamin Dr. Moraes	5,12	4,26	6,66
Dr. Moraes Serzedelo	5,08	3,75	6,31

Tabela.3.10 - Erro médio, desvio padrão e erro rms em relação aos dados experimentais

### 3.5 - Medições nas freqüências de 900 MHz e 1,8 GHz

#### 3.5.1- Descrição do Ambiente – ambiente outdoor suburbano

No Estado do Pará encontram-se locais com vegetações densas e ralas, ora entremeados por ruas, ora apenas a floresta. A campanha de medições ocorreu nos municípios de Barcarena, Marituba, Benfica e Abaetetuba, no Estado do Pará, onde, nestes três locais, encontram-se vegetações densas e, em algumas partes, estas são cortadas por ruas pavimentadas existindo, ainda, algumas edificações.

As Fig. 3.16, 3.17, 3.18 e 3.19 mostram os ambientes de medições dos municípios de Barcarena, Marituba, Benfica e Abaetetuba, respectivamente [24].



Figura 3.16 - Vista do município de Barcarena



Figura 3.17- Vista do município de Marituba.



Figura 3.18- Vista do município de Benfica.



Figura 3.19- Vista do município de Abaetetuba

#### 3.5.2 Aparato para as Medições

A campanha de medições aconteceu em uma área de cobertura onde o sinal de rádio foi transmitido, separadamente, por estações fixas, uma localizada no município de Barcarena, Marituba, Benfica e Abaetetuba.

Na campanha realizada em Marituba, a altura da antena transmissora foi fixada em 70m, 44m e 14m, sendo a última próxima à altura da copa das árvores. A antena utilizada foi uma omnidirecional com ganho de 2dBi irradiando um sinal CW em 900 MHz.

Em Barcarena o sinal transmitido foi uma portadora em 1,8 GHz, com uma antena tipo painel a 60m de altura, ganho de 17,5 dBi. Na Fig. 3.20 vê-se o mapa do ambiente de medição, onde se encontra indicada a posição do transmissor, e o trajeto da unidade receptora móvel na rua.



Figura 3.20- Vista aérea do ambiente de medição, município de Barcarena

Na campanha realizada em Benfica, as medidas foram feitas usando a cobertura do sinal de rádio transmitido pela estação fixa, a freqüência do sinal transmitido foi de 900 MHz, usando uma antena collinear em uma torre de 12 m de altura. O receptor móvel se deslocou ao longo de uma estrada de 5,6 quilômetros dentro de uma floresta em uma velocidade de aproximadamente 30 km/h. O mapa do ambiente da medida Fig. 3.21 indica a posição do transmissor, e o trajeto da unidade móvel do receptor na estrada.



Figura 3.21- Vista aérea do ambiente de medição, município de Benfica

Nos municípios o receptor móvel utilizou uma antena omnidirecional de ganho 3 dBi fixada sobre um carro que percorreu algumas ruas da área de cobertura da Estação Rádio Base a uma velocidade de aproximadamente 30 km/h. Os resultados das medições foram registrados e processados posteriormente[25].

### 3.6 - Características Eletromagnéticas

# 3.6.1- Medições nas freqüências de 900 MHz e 1,8 GHz para ambiente misto

Os parâmetros do meio apresentam características diferentes, sendo necessário que se utilizem os valores das várias constantes eletromagnéticas. O índice de refração foi considerado complexo. A Tabela 3.11 apresenta os valores da permissividade relativa e da condutividade empregadas na simulação do modelo proposto.

NI <sup>0</sup>	MATEDIAL	PERMISSIVIDADE	CONDUTIVIDADE
IN-		RELATIVA	(mS/m)
01	Floresta [27]	1,10	0,1
02	Rua [27]	2,70	90
03	Alvenaria das casas [21]	5,18	32 - 40
04	Madeira das casas [21]	3,00	10

Tabela 3.11 – Permissividade relativa e condutividade

# 3.7 - Resultados nas freqüências de 900 MHz e 1,8 GHz em ambiente misto

## 3.7.1 - Medições nas freqüências de 900 MHz e 1,8 GHz para grandes ângulos

O efeito mais importante ocasionado pela floresta é o excesso de atenuação no sinal transmitido (ou perda de propagação), adicionado à perda no espaço livre. Sombreamento, espalhamento e absorção por árvores são algumas das causas da perda de propagação do sinal emitido em florestas. Por este motivo, a propagação dentro de vegetação deve ser bem estudada. A perda de propagação é causada grandemente pelas folhas, troncos e galhos

existentes no ambiente. Com o objetivo de testar o modelo estudado, ele foi aplicado também para ambiente florestal.

Para ser feita a simulação através do método de equações parabólicas (EP), considerou-se o sinal sendo transmitido por uma onda plana polarizada verticalmente; foram consideradas dimensões de comprimento e largura da vegetação e da rua, nos ambientes estudados. Foi escolhida a direção paraxial, com aproximação para pequenos ângulos, até 15°. Após ser feita a simulação para este ângulo de propagação (até 15°) foi, então, simulada a propagação para ângulos até 90°, com o objetivo de dar maior precisão ao modelo proposto.

Existe um grande número de Funções Distribuição de Probabilidade (FDP), que descrevem as características do sinal se propagando em um ambiente de comunicação móvel celular, constituindo assim modelos, onde as expressões encontradas representam as características do sinal durante o percurso. Testaram-se as mais utilizadas na literatura para comunicações móveis, tais como, Rayleigh, Log-normal, Rice, Nakagami-m e Weibull. Através da análise estatística de erro a FDP de Rayleigh foi a que melhor se ajustou aos dados experimentais [27 – 28].

A perda de propagação foi calculada por (3.2) e será acrescida de uma variável aleatória para melhor ajustar o modelo às variações aleatórias do sinal

$$L(dB) = 36,57 + 20\log_{10} f + 20\log_{10} |u_0| - 20\log_{10} |u| - G_T - G_R + X$$
(3.11)

sendo

$$X = x\sigma \tag{3.12}$$

sendo que, para (3.11),  $u_0$  é o campo na distância de referência ( $d_0$ ), u o campo recebido, f a freqüência expressa em GHz ,  $G_T$  e  $G_R$  os ganhos das antenas transmissora e receptora em dB, respectivamente, e para (3.12), x são números aleatórios normalizados que caracterizam o comportamento da função distribuição encontrada em cada ambiente, e  $\sigma$  o desvio-padrão dos dados medidos.

Foi implementado um programa em FORTRAN, para resolução de (2.77), e para os gráficos foi utilizado o Matlab 7.

Na cidade de Marituba foram feitas medições usando antenas com três valores de alturas diferentes (14m, 44m, e 70m). Na cidade de Barcarena foram realizadas medições apenas em 60m de altura de antena. Para efeito de comparação do comportamento da perda de propagação, com relação à altura da antena transmissora nos dois locais, foi necessário fazer uma interpolação analítica nos dados de Marituba para simular a curva para uma antena de 60 m

As curvas, em Marituba, para as três alturas de antenas do transmissor, e a obtida pela interpolação são mostradas na Fig. 3.22, onde se pode comprovar que a perda de propagação varia com a altura da antena transmissora e se torna bastante grande para antenas muito baixas (neste caso a de 14m, mesma altura média da floresta).

74



Figura 3.22- Curvas para Marituba, para as alturas de antenas de 14, 44 e 70 m, obtidas dos dados experimentais, e a de 60 m, resultante da interpolação

A Fig. 3.23 mostra as curvas da perda de propagação, em decibéis, versus distância, em quilômetros, para o cálculo usando o método de equações parabólicas (EP) sem a variável aleatória e com esta variável, e os dados experimentais, no município de Barcarena.



Figura 3.23-. Perda de propagação versus distância no município de Barcarena calculada via EP, EP+variável aleatória e experimentalmente.

Na Fig. 3.24 vê-se a perda de propagação versus distância, para o município de Marituba, calculada via equações parabólicas (EP), equações parabólicas + variável aleatória, e dados simulados através de interpolação, para a antena com altura de 60 m.



Figura 3.24- Perda de propagação versus distância para o município de Marituba calculada via EP, EP+variável aleatória e dados simulados através de interpolação.

Analisando-se as curvas das Fig. 3.18 e 3.19, nota-se a boa concordância do método proposto, de equações parabólicas com a adição da variável aleatória, aos dados experimentais.

A Tabela 3.12 fornece o erro médio, desvio padrão e erro rms para os municípios de Barcarena e Marituba, calculados para o modelo de equações parabólicas e para o modelo de equações parabólicas + variável aleatória, em relação às medidas experimentais, e dados simulados através de interpolação. A diferença na estatística dos erros notada entre os municípios deve-se a não homogeneidade do local, a geometria do ambiente e a dificuldade em representar um modelo que se aproxime o máximo possível do ambiente real. É importante destacar que apesar da extrapolação utilizada para simular a altura de 60 metros para Marituba, os resultados foram coerentes. Observa-se

ainda que a adição da variável aleatória permite caracterizar melhor a variabilidade do ambiente em estudo.

LOCAL	MODELO	ERRO MÉDIO (dB)	DESVIO PADRÃO (dB)	ERRO RMS (dB)
BARCARENA	Via EP	2,04	2,03	3,06
	EP + Var. Aleat.	1,55	2,10	2,76
MARITUBA	Via EP	3,66	3,98	5,40
	EP + Var. Aleat.	3,01	4,66	5,56

Tabela 3.12- Cálculo do Erro Médio, Desvio Padrão e Erro rms

Foi analisada, também, a perda de propagação em um outro município existente no Estado do Pará, o município de Benfica, onde foram utilizados os parâmetros listados na Tabela 3.13, para a simulação feita.

Parâmetros	Símbolos	Valores
Freqüência	f	900 MHz
Altura media da floresta	h	12 m
Altura da antena transmissora	$h_T$	12 m
Altura da antena receptora	$h_R$	3 m
Ganho da antena transmissora	GT	2.14 dB
Ganho da antena recpetora	$G_R$	2.14 dB
Potência do transmissor	P <sub>T</sub>	30 dBm
Largura da rua	W	12 m
Posição do veiculo	W	7.75 m
Permissividade relative da floresta [10]	ε <sub>F</sub>	1.1
Condutividade da Floresta [10]	$\sigma_{F}$	0.1 mS/m
Permissividade relative da rua [10]	€ <sub>R</sub>	2.7
Condutividade da rua [10]	$\sigma_R$	40 mS/m
Largura da primeira floresta	<i>d</i> <sub>1</sub>	1500m
Largura da segunda floresta	$d_2$	2500m
Distância do transmissor	d	500 to 5600 m

A Fig. 3.25, referente ao município de Benfica, mostra a curva da simulação feita para o cálculo da perda de propagação, em decibéis, versus distância, em metros, via modelo de equações parabólicas, comparado aos dados experimentais e a quatro modelos existentes na literatura, a saber: modelo proposto por Cavalcante *et all*, chamado Multiraios, método de Blomquist-Ladell e modelo de Okumura-Hata. Nota-se a melhor adaptação dos dados experimentais com o modelo proposto.



Figura 3.25- Perda de Propagação com distância dos resultados teóricos e experimentais

A Tabela 3.14 mostra o erro médio, desvio padrão e erro rms para os vários modelos citados, incluindo o modelo proposto, comparados aos dados experimentais, para o ambiente de teste.

Modelo	Erro Médio (dB)	Desvio Padrão(dB)	Erro rms (dB)
EP	3.40	2.75	4.37
Blomquist-Ladell [29]	5.51	3.08	6.31
Multiraios [26]	3.86	2.17	4.43
Okumura-Hata [28]- [30]	5.71	4.15	7.06

Tabela 3.14- Cálculo do Erro Médio, Desvio Padrão e Erro rms

#### 3.7.2 - Resultados para grandes ângulos

As Fig. 3.26, 3.27, 3.28 e 3.29, referente aos municípios de Benfica, Marituba, Barcarena e Abaetetuba mostram as curvas da simulação feitas para o cálculo da perda de propagação, em decibéis, versus distância, em quilômetros, via modelo de equações parabólicas para pequenos ângulos (PA) e para grandes ângulos (GA), comparado aos dados experimentais. Nota-se a melhor adaptação dos dados experimentais com o modelo proposto.



Figura 3.26 - Perda de Propagação com distância dos resultados teóricos para grandes e pequenos ângulos e experimentais Benfica



Figura 3.27 - Perda de Propagação com distância dos resultados teóricos para grandes e pequenos ângulos e experimentais Marituba



Figura 3.28 - Perda de Propagação com distância dos resultados teóricos para grandes e pequenos ângulos e experimentais Barcarena



Figura 3.29 - Perda de Propagação com distância dos resultados teóricos para grandes e pequenos ângulos e experimentais Abaetetuba

A Tabela 3.15 mostra o erro médio, desvio padrão e erro rms para os vários modelos citados, incluindo o modelo proposto, comparados aos dados experimentais, para o ambiente de teste.

LOCAL	MODELO	ERRO MÉDIO (dB)	DESVIO PADRÃO (dB)	ERRO RMS (dB)
BENFICA	Via EP PA	3,78	3,72	5,30
	Via EP GA	1,95	1,54	2,49
MARITUBA	Via EP PA	4,03	3,02	5,04
	Via EP GA	4,90	3,40	5,97
BARCARENA	Via EP PA	3,26	2,28	3,98
	Via EP GA	2,42	2,01	3,15
ABAETETUBA	Via EP PA	4,80	3,42	5,90
	Via EP GA	4,20	3,79	5,66

Tabela 3.15- Cálculo do Erro Médio, Desvio Padrão e Erro rms

# 3.7.3 - Simulação para freqüências de 900 MHz, 1,8 GHz e 2,4 GHz para grandes e pequenos ângulos

Para analisar a capacidade do modelo proposto com relação ao aumento da freqüência foram feitas simulações para faixa de freqüência de 900 MHz, 1,8 GHz e 2,4 GHz, para grandes e pequenos ângulos de propagação, para o cenário descrito no município de Marituba, onde se pôde observar o aumento na perda de propagação com o aumento da freqüência. As Fig. 3.30 e 3.31 ilustram os resultados para grandes e pequenos ângulos na direção paraxial nessas freqüências e o aumento da perda com o aumento da freqüência como era esperado.



Figura 3.30- Simulação da perda de Propagação com a distância para várias freqüências e grandes ângulos, para o município de Marituba



Figura 3.31- Simulação da perda de Propagação com a distância para várias freqüências e pequenos ângulos, para o município de Marituba

Através dos artigos listados, [31] – [35], o modelo proposto aplicase também a outros tipos de ambientes, além dos ambientes semiconfinado e mistos.

## CONCLUSÃO

O formalismo de equação parabólica (EP) pode ser aplicado para o estudo da propagação de ondas eletromagnéticas em ambiente de semi confinado e misto. Aqui foi utilizada inicialmente a aproximação para pequenos ângulos, até 15° e posteriormente para grandes ângulos até 90°. Para pequenos ângulos observa-se que este modelo apresenta grande rapidez no processamento dos dados, o que isto permitirá futuramente realizar simulações em ambiente maiores.

Na maioria dos modelos determinísticos e numéricos apresentados na literatura o esforço computacional é grande e alguns até precisam de processamento paralelo para sua execução. A grande vantagem do modelo proposto é a redução do esforço computacional; isto se deve ao fato de que para pequenos ângulos o problema se reduz a um sistema tridiagonal e o método para resolver tal sistema é o de Crank Nicolson, sendo este um método incondicionalmente estável, o que permite a mudança dos parâmetros do meio sem que se perca a estabilidade.

Para a propagação em grandes ângulos na direção paraxial, a equação parabólica foi resolvida pela transformada de Fourier mista, observando-se ainda grande rapidez no processamento dos dados e aumentando a precisão do modelo proposto.

No modelo proposto, para pequenos e grandes ângulos de propagação, foi considerado o índice de refração complexo.

Para pequenos ângulos os gráficos mostram a perda de propagação com a distância para um ambiente semi-confinado na freqüência de 890,4 MHz. Acredita-se que situações práticas, com um ambiente de

85

grandes dimensões e conhecidas as propriedades elétricas correspondentes, poderão ser simuladas pelo modelo aqui proposto. Destaca-se que outras formas geométricas poderão ser acrescentadas ao modelo para representar outros elementos do ambiente. A metodologia adotada permite essa incorporação de novos elementos. Para o ambiente semi-confinado analisado o cálculo do erro médio, desvio padrão e erro rms entre o valor medido e o valor calculado via equação parabólica o que mostra uma boa concordância entre o modelo teórico e os dados experimentais, para o ambiente misto o erro médio, desvio padrão e erro rms para os modelos de Blomquist-Ladell, Okumura-Hata, Multiraios e o modelo proposto, comparados aos dados experimentais mostra a eficácia do modelo proposto.

Conforme mostrado nas simulações é possível aplicar este modelo para outras freqüências de sistemas móveis e para outros ambientes

Examinando a Tabela 3.15 que mostra o resultado dos estudos da perda de propagação para grandes ângulos e pequenos ângulos feitos para os municípios de Benfica e Marituba na freqüência de 900 MHz e Abaetetuba e Barcarena na freqüência de 1,8 GHz mostra que o erro para Benfica diminui de 1,83 dB, Marituba de 0,87 dB, Abaetetuba 0,6 dB e Barcarena 0,84 dB. Verifica-se os melhores resultados quando se considera a propagação para ângulos até 90°, comparado com pequenos ângulos de propagação, até 15°.

Sugestão de trabalhos futuros:

- Para meios semi-confinados fazer o estudo em três dimensões (3D), afim de que se possa levar em consideração todas as características do meio.

86

- Implementar simulações para diversas formas geométricas e para freqüências de 2,4, 3,4 e 5,4 GHz que são freqüências usadas em comunicação sem fio.

- Fazer o estudo da perda de propagação usando o modelo de grandes ângulos com a solução por diferenças finitas e o estudo para pequenos ângulos usando transformada de Fourier.

- Fazer o estudo da sensibilidade da permissividade do meio no modelo de equações parabólicas.

## REFERÊNCIAS

- [01] M. Levy, "Parabolic Equation Methods for Electromagnetics Wave Propagation", The Institution of Electrical Engineers, London, 2000.
- [02] J.B. Andersen, S..Berntsen E P. Dalsgaard, "Propagation in Rectangular Waveguides with Arbitrary Internal and External Media", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-23, No. 7, July 1975.
- [03] A.E. Goddard, "Radio propagation measurements in coal mines at UHF and VHF", in Proc, Thru-the-Earth Workshop, Golden, Colo., Aug. 1973.
- [04] Y.P. Zhang, G.X. Zheng e J.H. Sheng, "Radio Propagation at 900 MHz in Underground Coal Mines", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 49., No. 5, May 2001.
- [05] H. Kwon, Y. Xim e B. Lee, "Characteristics of Radio Propagation Channels in tunnel environments: A Statistical Analysis" IEEE, 2005.
- [06] D.G. DUDLEY; "System Identification for Wireless Propagation Channels in Tunnels", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, No. 8, August 2005.
- [07] G. P. S. Cavalcante, A Propagação de Ondas Eletromagnéticas em Florestas, Tese para Concurso de Professor Titular, UFPA, 1986.
- [08] Peter Holm, Asa Waern, Wave Propagation Over A Forest Edge Parabolic Equation Modelling Vs. GTD Modelling, IEEE – PIMRC, pp. 764-767, 2003.
- [09] Antonio Paulo Bruno de Britto Freire e Gervásio Protásio dos Santos Cavalcante, "Modelagem Híbrida de Canal para Sistemas Móveis em Área Suburbana Densamente Arborizada", XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações – SBT'05, 04-08 de Setembro de 2005, Campinas, SP.
- [10] D.G. DUDLEY; "System Identification for Wireless Propagation Channels in Tunnels", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 53, No. 8, August 2005.
- [11] K. H. Craig e M. F. Levy, "Parabolic Equation Modeling of the Effects of Multipath and Ducting on Radar Systems", IEE Proceedings-F, vol. 138, N<sup>0</sup>
   2, pp. 153-162, April 1991.

- [12] M. F. Levy, "Diffraction Studies in Urban Environment with Wide-angle Parabolic Equation Method", Electronics Letters, vol. 28, N<sup>0</sup> 16, pp. 1491-1492, July 1992.
- [13] E. Premat, "Prise en Compte d'effets Météorologiques dans une Méthode d'Eléments finis de Frontière", Thèse de docteur, France, pp. 259-261, 2000.
- [14] G. D. Smith, "Numerical Solution of Partial Differential Equations Finite Difference Methods", Oxford:Clarendon, 3<sup>rd</sup> edition, pp. 11-38, 1984.
- [15] A. de O. Fortuna, "Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos", Editora da Universidade de São Paulo, Brasil, pp. 73-83, 2000.
- [16] MURRAY R. SPIEGEL, "Analíse de Fourier", McGraw-Hill, São Paulo, pp 111 – 1974
- [17] P. D. Holm, Wide-Angle Shift-Map PE for a Piecewise Linear Terrain–A Finite-Difference Approach, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 55, No. 10, pp. 2773-2789, October 2007.
- [18] D. J. Thomson e N. R. Chapman, A wide-angle split-step algorithm for the parabolic equation, Journal Acoustic Society of America, Vol. 74, No. 6, pp.1848-1854, December 1983.
- [19] A. J. B. de Barros, "Análise Teórica de Canal UHF em uma Rua Urbana", Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica/UFPA, Tese de Mestrado, 2002
- [20] P. Valtr e P. Pechac, Domain Decomposition Algorithm for Complex Boundary Modeling using the Fourier Split-Step Parabolic Equation, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 6, pp. 152-155, 2007.
- [21] D.I. Axiotis, M.E. Theologou, " 2 GHz Outdoor to Indoor Propagation at high Elevation Angles", IEEE, PIMRC 2002.
- [22] R.K. Wangsness, "Electromagnetic Fields", John Wiley & Sons, United States of America, pp. 34 – appendices, 1979
- [23] Li, L. W., T. S. Yeo, P. S. Kooi, M. S. Leong, e J. H. Koh, Analysis of Electromagnetic Wave Propagation in Forest Environment along Multiple Paths, Progress In Electromagnetics Research, PIER 23, pp. 137-164, 1999.
- [24] J. F. Souza, Z. A. Valente, F. N.B. Magno, G. P.S.Cavalcante, J. C. Costa, Propagation Path Loss through the Urban Foliated Semi-confined

Environment Using Parabolic Equations, 2006 IEEE Ninth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, pp 356-360, Manaus – AM, 2006

- [25] J. F. Souza, F. N. B. Magno, K.Cozzolino, J. C. Costa, G. P. S. Cavalcante, Propagação de Rádio Móvel em Percursos Mistos de Florestas para 1,8 GHz usando Equações Parabólicas, MOMAG 2008, pp 1148-1152, Florianópolis – SC.
- [26] João F. de Souza, Fátima N. B. Magno, Zínia A. Valente, Jessé C. Costa, Gervásio P. S. Cavalcante, Mobile Radio Propagation along Mixed Paths in Forest Environment using Parabolic Equation, URSI 2007, PR4.1 1-7, Rio de Janeiro – RJ.
- [27] G.P.S. Cavalcante, M.A.R. Sanches e R.A.N. Oliveira, "Mobile Radio Propagation along Mixed Paths in Forest Environment", Proceedings of IMOC'99, pp. 320-324, SBMO/IEEE, 1999.
- [28] J. D. Parsons, "Mobile Radio Propagation Channel" New York: Wiley, 2000.
- [29] Yacoub, M. D., "Foundations of Mobile Radio Engineering", CRC Press, United States of America, pp. 92-95,1993.
- [30] Saunders, S. R., "Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems", John Wiley & Sons, England, December 1999.
- [31] F. N. B. Magno, Z. A. Valente, J. F. Souza, J. C. Costa e G. P. S. Cavalcante, A Model for Radio Propagation Loss Prediction in Buildings using Parabolic Equations, 2006 IEEE Ninth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, pp. 351-355, Manaus – AM, 2006.
- [32] F. N. B. Magno, J. F. Souza, Z. A. Valente, J. C. Costa e G. P. S. Cavalcante, *Study of the slow fading in indoor environment using parabolic equations*, Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 49, No. 7, pp. 1676-1679, July 2007.
- [33] F. N. B. Magno, J. F. Souza, Z. A. Valente, J. C. Costa e G. P. S. Cavalcante, Estudo do Desvanecimento Lento em Ambiente Indoor usando Equações Parabólicas, MOMAG 2006, Belo Horizonte - MG.
- [34] F. N. B. Magno, J. F. de Souza, K. Cozzolino, J. C. C., G. P. S. Cavalcante, Modelamento de Sistemas WLAN em 2,4 GHz para Ambiente *Indoor*

usando Equações Parabólicas, SBrT 2007, 03-06 de setembro de 2007, Recife - PE.

[35] J. F. Souza, F. N. B. Magno, Z. A. Valente, J. C. Costa e G. P. S. Cavalcante, *Mobile Radio Propagation along Mixed Paths in Forest Environment using Parabolic Equation*, Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 51, No. 4, pp. 1133-1136, April 2009.