

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JOSÉ ARISTIDES DOS SANTOS MACHADO

REDES NEURAIS DE MÚLTIPLAS CAMADAS PARA REDUÇÃO DO TEMPO
DE AQUISIÇÃO DE DADOS PARA TESTES MODAIS EM ESTRUTURAS
FLEXÍVEIS

DM 05 / 2007

UFPA / CT / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JOSÉ ARISTIDES DOS SANTOS MACHADO

REDES NEURAIS DE MÚLTIPLAS CAMADAS PARA REDUÇÃO DO TEMPO
DE AQUISIÇÃO DE DADOS PARA TESTES MODAIS EM ESTRUTURAS
FLEXÍVEIS

Dissertação submetida à
Banca Examinadora do
Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica da
UFPA para a obtenção do
Grau de Mestre em
Engenharia Elétrica

UFPA / CT / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2007

M149r Machado, José Aristides dos Santos
Redes Neurais de Múltiplas Camadas para Redução do
do Tempo de Aquisição de Dados para Testes Modais em
Estruturas Flexíveis / José Aristides dos Santos Machado;
orientador, Petrônio Vieira Jr.,-
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará,
Centro Tecnológico,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica,
Belém, 2007.

1. Redes neurais
2. Teoria da previsão.
3. Estimativa de parâmetros.

I. Título.

CDD – 22. ed. 006.32

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

REDES NEURAIS DE MÚLTIPLAS CAMADAS PARA REDUÇÃO DO TEMPO
DE AQUISIÇÃO DE DADOS PARA TESTES MODAIS EM ESTRUTURAS
FLEXÍVEIS

AUTOR: JOSÉ ARISTIDES DOS SANTOS MACHADO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA
EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL
DO PARÁ E JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE
ENERGIA.

APROVADA EM 14 / 05 / 2007

BANCA EXAMINADORA:




Prof. Dr. Petronio Vieira Júnior
(ORIENTADOR – UFPA)

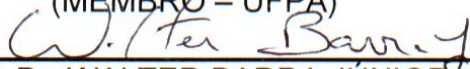


Prof. Dr. Hiran de Melo

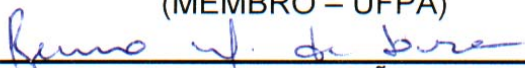
(CO-ORIENTADOR – UFCG)



Prof. Dr. ROBERTO CÉLIO LIMÃO DE OLIVEIRA
(MEMBRO – UFPA)



Prof. Dr. WALTER BARRA JÚNIOR
(MEMBRO – UFPA)



Prof. Dr. REMO MAGALHÃES DE SOUZA
(MEMBRO – PPGEC/UFPA)

VISTO:



Prof. Dr. EVALDO GONÇALVES PELAES
(COORDENADOR DO PPGEE/CT/UFPA)

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Benedito Pinheiro Machado e Ana Maria dos Santos Machado, pelo apoio incondicional, abrindo mão de muitas coisas em defesa de minha educação e ensinando valores pessoais imprescindíveis.

Também dedico este trabalho à memória de Raimundo Nazareno Cunha Alves.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por guiar meus caminhos e julgar-me merecedor desta realização;

Aos orientadores, professores Hiran de Melo e Petrônio Vieira Jr., pelo apoio, orientação, deste trabalho;

Em especial: Ao professor Hiran de Melo por todo seu incentivo, contribuição, qualidade, ajuda no desenvolvimento deste trabalho, do conhecimento adquirido e por sua amizade;

Aos professores Raimundo Nazareno Cunha Alves (Im memorial) e Petrônio Vieira Jr, pela oportunidade oferecida de cursar o mestrado, por acreditar no meu potencial e pela amizade;

Ao Professor Raimundo Carlos Silvério Freire pelo apoio como tutor em disciplinas ministradas em Campina Grande e pelas oportunidades que oferece;

À Maria Magdalena pelo carinho e dedicação nos momentos de desenvolvimento desta dissertação e na revisão ortográfica;

Aos meus amigos: Paula, Mônica, Cyntia, Ricardo, Serrão e Francisco pela contribuição com seus conhecimentos, auxílio e amizade que me deram em Campina Grande;

Ao programa PROCAD/CAPES pelo apoio financeiro durante as disciplinas e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA e Coordenadoria de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFCG por sua colaboração;

À FANC - Fundação André Nunes Coelho, ao seu Presidente, Claudio Chaves Coelho, pelo apoio financeiro durante a conclusão deste trabalho e ao pesquisador José Carlos Reston Filho, pelo suporte dado;

À todos que de alguma forma contribuíram para esta realização.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	XII
LISTA DE QUADROS	XIII
LISTA DE SÍMBOLOS	XIV
LISTA DE ABREVIações E SIGLAS	XVI
RESUMO	XVII
ABSTRACT	XVIII
CAPÍTULO 1	
INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Estado da Arte	2
1.3 Objetivos da Dissertação	4
1.4 Metodologia	5
1.5 Organização da Dissertação	6
CAPÍTULO 2	
MODELO DA PLANTA	7
2.1 Introdução	7
2.2 Sistema de Um Grau de Liberdade - S1GL	7
2.2.1 Vibração Livre e Frequência Natural de Vibração	9
2.2.2 Fator de Amortecimento	10
2.2.3 Representação no Domínio da Frequência	13
2.2.4 Função Resposta em Frequência do Modelo S1GL	15
2.2.5 Resposta ao Impulso Unitário	17
2.3 Sistema de Dois Graus de Liberdade – S2GL	19
2.3.1 Frequências Naturais e Modos de Vibração	21
2.3.2 Diagonalização das Matrizes	25
2.3.3 Representação em Variáveis de Estado	26
2.3.4 Representação no Domínio da Frequência	27
2.3.5 Resposta ao Impulso Unitário	29
2.4 Conclusões	31

CAPÍTULO 3**ESTIMATIVA DA FRF UTILIZANDO PREVISOR LINEAR 32**

3.1	Introdução	32
3.2	Simulação do Sinal de Vibração	33
3.3	Estimativa da Função Resposta em Freqüência	34
3.4	Previsores Lineares	37
3.4.1	Previsão S1GL com Modelo ARX	40
3.4.2	Previsão S2GL com Modelo ARX	43
3.5	Simulação de Medições com Ruído	45
3.5.1	Previsão S1GL com Modelo ARMAX	46
3.5.2	Previsão S2GL com Modelo ARMAX	47
3.6	Obtenção dos Previsores Lineares via MATLAB	48
3.7	Conclusões	49

CAPÍTULO 4**REDES NEURAS DE MÚLTIPLAS CAMADAS 50**

4.1	Introdução	50
4.2	Redes Neurais	50
4.2.1	Tipos de Treinamento	53
4.3	Fundamentos de Redes Neurais de Múltiplas Camadas	55
4.3.1	Exemplo de Arquitetura de uma RNMC	55
4.3.2	Fatores Determinantes para o desempenho da RNMC	57
4.4	O Algoritmo de Retropropagação do Erro	57
4.4.1	O Algoritmo Levenberg Marquardt	61
4.5	Conclusões	64

CAPÍTULO 5

ESTIMATIVA DA FRF UTILIZANDO PREVISOR NEURAL	65
5.1 Introdução	65
5.2 Estimativa da FRF para Estrutura com Um Grau de Liberdade	65
5.2.1 Previsor Neural S1GL	68
5.2.2 Previsor Neural S1GLR	71
5.3 Estimativa da FRF para Estrutura com 2 Graus de Liberdade	74
5.3.1 Previsor Neural S2GL	75
5.3.2 Previsor Neural S2GLR	78
5.4. Conclusões	81

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS	82
6.1 Análise Comparativa Final dos Resultados	82
6.2 Conclusões	83
6.3 Sugestões Para Trabalhos Futuros	84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Modelo S1GL de uma Estrutura Flexível	7
Figura 2.2: FRF Relativa ao Deslocamento do Sistema S1GL	16
Figura 2.3: FRF com $\zeta \in [0,01 \ 0,02 \ 0,04]$.	17
Figura 2.4: Modelo S2GL de uma Estrutura Flexível	19
Figura 2.5: Função Resposta em Frequência $H_1(j2\pi f)$	29
Figura 3.1: Simulação da Aquisição da Resposta ao Impulso Unitário	34
Figura 3.2: Estimativa I da FRF	35
Figura 3.3: Estimativa II da FRF	36
Figura 3.4: Comparativo entre a FRF estimada e a ideal	36
Figura 3.5: Sinal Ampliado via Previsor ARX S1GL	41
Figura 3.6: Desempenho do Previsor ARX S1GL	42
Figura 3.7: Comparativo da estimativa usando Previsor ARX S1GL	42
Figura 3.8: Sinal Ampliado via Previsor ARX S2GL	44
Figura 3.9: Desempenho do Previsor ARX S2GL	44
Figura 3.10: Comparativo da estimativa usando Previsor ARX S2GL	45
Figura 3.11: Simulação de Medições com Ruído	46
Figura 4.1: Modelo de Um Neurônio Artificial	52
Figura 4.2: Exemplo de uma RNMC (3,4,2)	56
Figura 4.3: RNMC com Algoritmo de Retropropagação do Erro	58
Figura 5.1: RNMC (1,8) utilizada para o caso S1GL	67
Figura 5.2: Treinamento do Previsor Neural S1GL	69
Figura 5.3: Resultado do Treinamento do Previsor Neural S1GL	69
Figura 5.4: Sinal Ampliado via Previsor Neural S1GL.	70
Figura 5.5: Desempenho do Previsor Neural S1GL	70
Figura 5.6: Comparação das Estimativas da FRF – S1GL	71
Figura 5.7: Treinamento do Previsor Neural S1GLR	72
Figura 5.8: Resultado do Treinamento do Previsor Neural S1GLR	72
Figura 5.9: Sinal Ampliado via Previsor Neural S1GLR	73
Figura 5.10: Desempenho do Previsor Neural S1GLR	73
Figura 5.11: Comparação das Estimativas da FRF – S1GLR	74
Figura 5.12: RNMC (3,8) utilizada para o caso S2GL	75
Figura 5.13: Treinamento do Previsor Neural S2GL	76
Figura 5.14: Resultado do Treinamento do Previsor Neural S2GL	76

Figura 5.15: Sinal Ampliado via Previsor Neural S2GL	77
Figura 5.16: Desempenho do Previsor Neural S2GL	77
Figura 5.17: Comparação das Estimativas da FRF – S2GL	78
Figura 5.18: Treinamento do Previsor Neural S2GLR	78
Figura 5.19. Resultado do Treinamento do Previsor Neural S2GLR	79
Figura 5.20. Sinal Ampliado via Previsor Neural S2GLR	79
Figura 5.21. Desempenho do Previsor Neural S2GLR	80
Figura 5.22. Comparação das Estimativas da FRF – S2GLR	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - I	42
Tabela 3.2. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - II	45
Tabela 3.3. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - III	47
Tabela 3.4. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - IV	48
Tabela 5.1. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - I	71
Tabela 5.2. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - II	74
Tabela 5.3. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - III	78
Tabela 5.4. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - IV	80
Tabela 6.1. Comparativo Entre as Estimativas da FRF	82

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1. Segmento de um Roteiro Para Obtenção do Previsor ARX	48
Quadro 5.1. Janelamento do Sinal Discreto para a RNMC	66
Quadro 5.2. Conjunto de Janelas de Treinamento para a RNMC	67
Quadro 5.3. Geração do Conjunto de Janelas de Treinamento	68

LISTA DE SÍMBOLOS

m	Massa Relativa ao Modelo Mecânico
k	Constante de Rigidez da Mola do Modelo Mecânico
c	Constante de Amortecimento do Modelo Mecânico
c_{cr}	Constante de Amortecimento Crítico
$u(t)$	Força Externa Aplicada ao Sistema
$x(t)$	Deslocamento do Sistema Mecânico
$\dot{x}(t)$	Velocidade do Sistema Mecânico
$\ddot{x}(t)$	Aceleração do Sistema Mecânico
x_0	Deslocamento Inicial
\dot{x}_0	Velocidade Inicial
f_k	Força de oposição da mola (Lei de Hooke)
f_c	Força de oposição do Amortecedor
$\delta(t)$	Impulso Unitário
ω_n	Frequência Natural de Vibração
ζ	Fator de Amortecimento
ω_d	Frequência Natural Amortecida
$G(s)$	Função de Transferência
$G_1(s)$	Função de Transferência para o deslocamento
$G_2(s)$	Função de Transferência para a Velocidade
$x(t)$	Vetor Variável de Estado
$y(t)$	Vetor Sinal de Saída
A	Matriz de Estado
B	Matriz de Entrada
C	Matriz de Saída
D	Matriz de Transição Direta
X(s)	Transformada de Laplace do Deslocamento
Y(s)	Transformada de Laplace da Saída do Sistema
U(s)	Transformada de Laplace da Força Externa Aplicada ao Sistema
I	Matriz Identidade
f_n	Frequência do Sinal de Entrada do Sistema
f_a	Frequência de Amostragem
T_a	Período de Amostragem

n	Número de Amostras
θ_1	Ângulo de Fase da Função de Transferência
r_1, r_2	Resíduos da Resposta ao Impulso Unitário
M	Matriz de Massa
K	Matriz de Rigidez
C	Matriz de Amortecimento
R	Matriz Modal
$H(s)$	Função de Transferência do Modelo S2GL
f_s	Primeira Frequência Natural do Modelo S2GL
N	Número de Medições por Amostragem Uniforme
Δf	Resolução em Frequência
Δt	Intervalo de Tempo entre Duas Amostras Sucessivas
$A(q)$	Polinômio Referente à Parte Auto-Regressiva dos Modelos ARX e ARMAX
$B(q)$	Polinômio Referente aos Sinais Excitantes dos Modelos ARX e ARMAX
$C(q)$	Polinômio Referente à Média Móvel do Ruído Branco
$G(q)$	Descrição da Fonte de Sinal dos Modelos ARX e ARMAX
$H(q)$	Descrição da Fonte de Distúrbio dos Modelos ARX e ARMAX
a	Vetor de Saída da RNMC
w_j	Peso da RNMC
p	Vetor de Entrada da RNMC
t	Vetor de Alvos da RNMC
$\hat{F}(x)$	Índice de Desempenho da RNMC
δ^k	Sensibilidade do Índice de Desempenho da RNMC
e_k	Vetor erro da RNMC
$J(x)$	Matriz Jacobiana
$S(\mathbf{x})$	Matriz Sensibilidade
$\Delta \mathbf{x}$	Variação dos Parâmetros do Algoritmo Levenberg Marquardt
μ	Fator de Estabilização de Treinamento - Algoritmo Levenberg Marquardt

LISTA DE ABREVIações E SIGLAS

RNA	Redes Neurais Artificiais
FFT	Transformada Rápida de Fourier
FRF	Função Resposta em Frequência
RNMC	Rede Neural de Múltiplas Camadas
S1GL	Sistema de Um Grau de Liberdade
S2GL	Sistema de Dois Graus de Liberdade
ARX	Modelo Linear Auto-Regressivo com Entrada Extra
ARMAX	Modelo Linear Auto-Regressivo com Média Móvel e Entrada Extra
SM	Simulador de Medições
TDF	Transformada Discreta de Fourier
RABB	Ruído Aditivo Branco Gaussiano
CJT	Conjunto de Janelas de Treinamento da RNMC
CJE	Conjunto de Janelas de Entradas da RNMC
CJA	Conjunto de Janelas Alvo da RNMC
EMQ	Erro Médio Quadrático

RESUMO

Neste trabalho discutem-se técnicas de aperfeiçoamento das estimativas dos parâmetros dinâmicos de modelos representativos de Sistemas de Um Grau de Liberdade (S1GL) e Sistema de Múltiplos Graus de Liberdade (SMGL) de estruturas flexíveis. As avaliações referem-se aos métodos que utilizam a Função Resposta em Freqüência (FRF) obtida mediante medições da resposta ao impulso de uma estrutura flexível. Utiliza-se como hipótese de trabalho o pressuposto de que o modelo subjacente possui adequação para uma descrição precisa do sistema. Portanto, um bom método de obtenção experimental da FRF deve levar a uma concordância significativa entre a FRF prevista pela teoria e a FRF obtida experimentalmente. No presente trabalho investiga-se o ganho em qualidade obtido com o aumento virtual do tempo de aquisição (previsão de valores futuros). Na realização desta estratégia faz-se uso de Previsores Não Lineares baseados em Redes Neurais de Múltiplas Camadas (RNMC). Para comparação de desempenho do Previsor Neural, utilizam-se Previsores Lineares (modelos ARX e ARMAX). Os resultados obtidos neste estudo sugerem a viabilidade do uso de redes RNMC para melhoria da estimativa de parâmetros de estruturas flexíveis.

PALAVRAS-CHAVES: Vibrações, Estimativa de Parâmetros, Previsão, Redes Neurais de Múltiplas Camadas.

ABSTRACT

This work presents techniques to improve the dynamics parameters estimation of Single Degree of Freedom (SDOF) and Multiple Degree of Freedom (MDOF) models characteristic from flexible structures. The analyses are referred to the method that uses the Frequency Response Function (FRF) obtained from the impulse response of the flexible structure. We use for assumption that the considered models are convenient for a suitable description of the system. Thus, an experimental good method of obtaining the FRF should produce a significant accordance between the theoretical and the experimental FRF. The improvement in increasing the acquisition time artificially (forecasting) is analyzed by using a Multilayer Neural Network (MNN) model. The performance of neural forecaster is compared with results obtained using ARX and ARMAX models. The obtained results in this research, suggest the viability to use the MNN.

KEYWORDS: Vibration, Parameter Estimation, Forecasting, Multilayer Neural Network.

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As estruturas e equipamentos geralmente estão sujeitos às ações de esforços das mais variadas formas. Dentre as conseqüências de tais esforços, está a vibração. As Estruturas em vibração fazem parte de um grupo de estruturas denominadas de estruturas flexíveis. Vários métodos de monitoração têm sido implementados com sucesso em identificação de parâmetros do modelo de estrutura flexível.

Segundo Freire et al. (1994), diz-se que uma estrutura está íntegra quando atende às funções para as quais foi projetada ou redirecionada, suporta os carregamentos máximos de teste e de trabalho, e apresenta um comportamento confiável, previsível e repetitivo por tantos ciclos quanto forem necessários para sua vida em serviço. Com base nestes critérios, pode-se estabelecer o conceito de Integridade Estrutural.

A avaliação de Integridade Estrutural resume-se na aplicação de técnicas e procedimentos para estabelecer a situação de dano em que uma estrutura se encontra, com a finalidade de prever seu comportamento futuro e indicar suas necessidades de monitoração, inspeção ou recuperação, visando prolongar sua vida útil e conseqüentemente evitar sua perda de funcionalidade (Freire et al., 1994). Para que se execute a avaliação da integridade das estruturas, em geral é necessário que se realizem vários testes e medições de parâmetros e do comportamento dos materiais que compõe a estrutura. Em conseqüência de tais testes, considerando-se locais de uso contínuo, resulta a interrupção da utilização rotineira da estrutura em questão por algum tempo.

Vem aumentando consideravelmente a necessidade de se economizar tempo para realização de medições visando a monitoração e manutenção preventiva de

estruturas tais como pontes de tráfego de veículos, passarelas, barragens, plataformas de petróleo, fábricas, indústrias, estruturas expostas a chuvas, como linhas de transmissão entre outras. Paradas muito longas para realização de testes estruturais nestes locais, podem provocar transtornos consideráveis (Ex.: descontentamento de pessoas, risco de acidentes quando deixa-se de utilizar passarelas), bem como perdas econômicas (Ex.: Diminuição de lucros devido à queda na produção). Muitas destas estruturas têm comportamento complexo, estão instaladas em condições ímpares e muitas vezes encontram-se quase que inacessíveis para a implementação de equipamentos com objetivo de adquirir dados para avaliação, (Pimentel, 1997), (Gadéa, 2005).

Portanto, em relação à vibração das estruturas, necessita-se que se utilizem novas técnicas visando a redução do tempo de parada para a aquisição de dados.

1.2. ESTADO DA ARTE

O campo de estudo da área de avaliação da integridade estrutural tem crescido à medida que aumenta a necessidade de se implementar projetos de estruturas cada vez mais duradouros, e a exigência dos órgãos que analisam a segurança dos mais variados locais. Este campo de pesquisa aplica-se a diversos tipos de ensaios e análises relacionados com avaliações do comportamento estrutural de equipamentos e estruturas (Freire et al., 1994).

A investigação de que trata o presente trabalho consiste em associar a potencialidade das Redes Neurais de Múltiplas Camadas (RNMC) com a Análise Modal, que é uma ferramenta muito utilizada para a determinação das características dinâmicas de uma dada estrutura, e pode ser realizada através de dois processos denominados de Análise Modal Teórica e de Análise Modal Experimental (Ewins, 2000). Embora distintos enquanto método eles são complementares quanto à finalidade.

Na Análise Modal Experimental busca-se determinar as frequências naturais, fatores de amortecimento modais e modos de vibrar. Por outro lado, o modelo modal teórico pode ser utilizado na obtenção de níveis de resposta a carregamentos dinâmicos conhecidos, na determinação de características de resposta em frequência e impulsiva, e na correlação com dados experimentais.

Dentre as aplicações da análise modal experimental, a mais comum é a validação de um modelo teórico para uma dada estrutura. Através de ensaios experimentais são obtidas as características da resposta do sistema, que são geralmente dadas por meio de Funções Resposta em Freqüência (FRF) ou resposta impulsiva, (Maia, 1997).

Richardson e Potter (1974) apresentaram uma técnica para identificação das propriedades modais de uma estrutura flexível baseada em processamento digital e no algoritmo “Fast Fourier Transform” (FFT) para estimar a FRF da estrutura.

Komrower e Pakstys (1984) estimaram as freqüências naturais e as taxas de amortecimento, para os dois primeiros modos de uma viga engastada e livre, submetida a uma excitação por impacto. Foram estimadas FRF de deformações e de acelerações, encontrando-se valores bem próximos para os parâmetros modais estimados. Isto evidencia que as duas abordagens podem ser aplicadas para caracterização modal das estruturas.

Os métodos que utilizam a FRF relacionam a resposta do sistema geralmente expressa por deslocamentos, velocidades ou acelerações com as entradas aplicadas ao mesmo, que usualmente são dadas por forças impulsivas (MCConnell, 1995).

No trabalho de Pimentel et al. (2001), a aplicação da técnica da resposta ao impulso que usa um martelo instrumentado verificou-se que algumas estruturas como suportes de vigas, lajes e passarelas geralmente possuem freqüências naturais abaixo de 5 Hertz.

As redes neurais artificiais (RNA) têm sido usadas em várias áreas de conhecimento, com emprego em diferentes campos (Veelenturf, 1995). Dentre algumas aplicações recentes de RNA, destacam-se as tarefas em reconhecimento de padrões e aprendizado de máquina, identificação e assimilação das características mais marcantes das séries temporais (Kolarik & Rudorfer, 1994), (Abelém, 1994).

O emprego das RNA na análise de dados de FRF tem sido feito em vários trabalhos (WU et al., 1992), (Melo, 2002).

Em WU et al. (1992) foi feita a identificação de danos em um modelo de uma construção de três andares selecionando-se os primeiros 200 pontos da FRF como entrada para uma RNMC.

Refenes (1992) e Zandonade (1993) comprovaram que as RNMC podem realizar previsões mais precisas que o modelo estatístico ARIMA (Box & Jenkins, 1976).

Chaudury e Ganino (1994), utilizaram dados medidos da FRF dentro de uma faixa de frequência especificada como entrada para uma RNMC, visando identificar a presença e severidade da deslaminação em vigas com perda de aderência.

Considerando-se a Utilização de RNA para previsão de valores futuros de uma seqüência de amostras, é necessário estabelecer-se um referencial (adoção de um índice de desempenho) que possibilite a avaliação da qualidade dos dados obtidos para uma possível comparação com outros métodos existentes (Abelém et al, 1995).

Melo e Cavalcanti (1996) e Geva (1998) utilizaram o conceito de janela (“*window*”) objetivando simplificar a tarefa de previsão, fazendo a aplicação de quantidades reduzidas de dados em cada um dos testes com RNA.

No trabalho de Melo (2002), a estimativa da função resposta em frequência do sistema resultou num melhor resultado apresentado pela RNMC, do que se utilizando de previsores lineares, quando se considera simulações com dados experimentais, sem a necessidade de um modelo prévio da estrutura.

Fang et al. (2005) incorporaram um algoritmo de descida ajustável no treinamento da rede neural que utilizou como entrada dados de FRF. A rede neural pôde detectar com eficiência trincas simples e múltiplas em vigas.

1.3. OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

Nesta dissertação apresentam-se os resultados da investigação sobre a aplicação das RNMC na estimação da FRF de uma estrutura flexível mediante uma estratégia de redução de tempo de aquisição de dados.

Este trabalho investiga as potenciais melhorias nas estimativas das FRF de estruturas flexíveis em vibração, proporcionadas pela ampliação virtual do tempo de aquisição das amostras da Resposta ao Impulso Unitário. A investigação se limita às estruturas modeladas por Sistema de Um Grau de Liberdade (S1GL) e por Sistema de Dois Graus de Liberdade (S2GL).

A estratégia da melhoria da estimativa da FRF aplica-se nas situações em que se dispões de séries curtas de dados (Melo, 2002).

O objetivo da investigação consiste em melhorar a resolução da FRF, obtida a partir de dados adquiridos em uma quantidade menor do que a necessária para que se tenha uma boa estimativa, utilizando previsores.

A idéia principal da pesquisa consiste em ampliar a série de amostras representativa da aquisição sem utilizar novas simulações (ou, no caso de dados experimentais, sem realizar novas medições).

Investiga-se o emprego de Previsores Lineares e de Redes Neurais de Múltiplas Camadas.

1.4. METODOLOGIA

Em substituição aos experimentos geradores de sinais de vibração, adota-se a metodologia de simular a aquisição de dados tendo como base o modelo da estrutura flexível. A “aquisição” do sinal de vibração é feita mediante amostragem do sinal resposta ao impulso unitário do Sistema, na taxa de 16 amostras/segundo, durante 4 s de aquisição (resultando em 64 amostras para o Sistema S1GL e 128 amostras para o Sistema S2GL). Para simular possíveis erros de medição adiciona-se ao sinal gerado pelo modelo, amostras de sinal aleatório denominado de Ruído Aditivo Branco Gaussiano (RABB).

Na geração dos sinais de vibração utiliza-se de dois modelos de plantas: S1GL e S2GL. Este método de geração resulta em quatro tipos de sinais:

- i) sinal do modelo S1GL;
- ii) sinal do modelo S1GL + ruído branco;
- iii) sinal do modelo S2GL;
- iv) sinal do modelo S2GL + ruído branco.

A aquisição durante 4 s corresponde a uma resolução em frequência igual a 0,25 Hz. A relação existente entre tempo de aquisição e resolução em frequência é inversamente proporcional. Assim para obter-se uma resolução em frequência 8 vezes menor é necessário aumentar o tempo de aquisição para 32 s.

Investiga-se a ampliação mediante dois métodos: previsor linear e previsor neural. No caso do sinal não estar contaminado por ruído o previsor linear é do tipo ARX (Autoregressivo). Quando há presença de ruído o previsor linear é do tipo ARMAX (Autoregressivo com média móvel).

Utilizando-se previsor neural não há diferenciação na arquitetura da RNMC.

Depois de obtidas as ampliações, são feitas as estimativas das FRF. A comparação do desempenho é feita utilizando-se gráficos e um critério numérico.

1.5. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Concluída nesta introdução a revisão bibliográfica do estado da arte referente à solução do problema proposto, segue-se a apresentação da dissertação em mais cinco capítulos.

No capítulo 2 é apresentado, de maneira sucinta, um estudo sobre modelos de estruturas flexíveis, apresentando-se descrições alternativas dos modelos S1GL e S2GL cujos conceitos são utilizados nos capítulos seguintes.

No capítulo 3, são descritos a teoria da amostragem com dados de FRF e a abordagem da estimativa de parâmetros mediante a utilização de modelos lineares, mais precisamente modelos ARX e ARMAX, bem como são mostradas as características de previsão desses modelos.

No capítulo 4, apresentam-se os conceitos de Redes Neurais de Múltiplas Camadas, abordando-se os fundamentos e as características das RNMC, e priorizando o algoritmo de retropropagação do erro (backpropagation) e uma de suas variantes.

No Capítulo 5, são apresentados os conjuntos de treinamento para as RNMC utilizadas bem como as medidas de avaliação de resultados mediante a comparação de desempenho.

No capítulo 6, apresentam-se comentários e conclusões dos resultados obtidos nesta pesquisa e as perspectivas de trabalhos futuros derivados dos temas estudados.

MODELO DA PLANTA

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se conceitos relativos às descrições de modelos de estruturas flexíveis em vibração, genericamente denominada de Mecânica Vibratória, (Groehs, 1999). Nele é dado enfoque aos assuntos de maior interesse para este trabalho, apresentando-se no seu decorrer descrições alternativas dos modelos massa – mola – amortecedor com um e dois graus de liberdade. Quando conveniente, apresenta-se a generalização para modelos de múltiplos graus de liberdade.

2.2 SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE

Na Figura 2.1 apresenta-se o desenho do modelo de uma estrutura sobre uma superfície livre de atrito denominado de Sistema de Um Grau de Liberdade (S1GL). Considera-se que os roletes eliminam o atrito entre a massa e a plataforma.

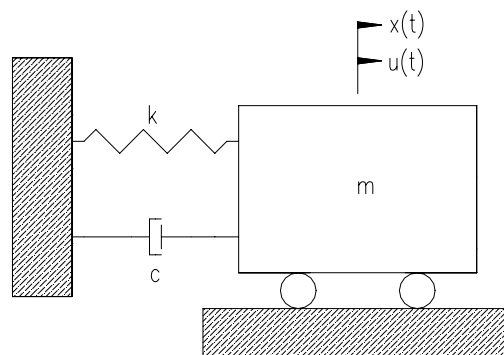


Figura 2.1: Modelo S1GL de uma Estrutura Flexível

O modelo constitui-se dos seguintes elementos: massa representada por m , uma mola representada por sua constante de rigidez k e um amortecedor representado

por sua constante de amortecimento c . A partir da Figura 2.1 podem-se escrever expressões analíticas que descrevem o modelo S1GL considerando-se que:

- i. Os elementos mola e amortecedor são representados por forças que se opõem a uma força externa aplicada sobre o centro de massa do sistema e na direção horizontal, $u(t)$ (Meirovitch, 1989);
- ii. A força de oposição da mola obedece a Lei de Hooke. Isto é, sua intensidade é diretamente proporcional ao deslocamento sofrido pela massa ($f_k = kx(t)$);
- iii. A força de oposição do amortecedor é proporcional à velocidade (taxa de variação deste deslocamento) ($f_c = cdx/dt = c\dot{x}(t)$).
- iv. Trabalha-se com a hipótese de Sistema Invariante no Tempo, no sentido de que os parâmetros dinâmicos do sistema são independentes do tempo.
- v. Outra hipótese de trabalho é que o sistema é linear e causal. Portanto, trabalha-se com sistema conhecido como Linear e Invariante no Tempo (LIT) (Oppenheim & Willsky, 1997).

Aplicando-se uma força externa de excitação $u(t)$ e considerando-se a Segunda Lei de Newton, obtém-se a equação de equilíbrio dinâmico das forças:

$$u(t) - f_k(t) - f_c(t) = m\ddot{x}(t) \quad (2.1)$$

Substituindo-se na Equação (2.1) as expressões para as forças internas de oposição, $f_k = kx(t)$ e $f_c = c\dot{x}(t)$ obtém-se a descrição analítica do modelo S1GL:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = u(t) \quad (2.2)$$

A solução da Equação (2.2) exige, além do conhecimento da força de excitação, a explicitação das condições iniciais, denotadas por $x_0 = x(0)$, deslocamento inicial, e $v_0 = \dot{x}(0)$, velocidade inicial.

Caso a força de excitação seja de natureza periódica, por exemplo, ($u(t) = a \cdot \cos \omega t$), ou nula ($u(t) = 0$), ou na forma de um impulso unitário,

$\left(u(t) = \delta(t), \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \right)$, a Equação (2.2) representa o modelo geral S1GL de

vibração harmônica de uma estrutura flexível.

O caso geral de vibração harmônica de um grau de liberdade, Equação (2.2), admite dois casos particulares de especial importância: o caso de **vibração livre** sem amortecimento e o caso de **vibração livre com amortecimento**. Estes são os casos geralmente utilizados para a obtenção do modelo.

2.2.1 Vibração Livre e Frequência Natural de Vibração

Para se obter o modelo S1GL, utilizou-se o conceito de vibração livre (força externa, $u(t) = 0$) sem amortecimento, ou seja, $c = 0$ (Prodonoff, 1990). Nestas condições a Equação (2.2) se reduz a:

$$\ddot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad (2.3)$$

Como a Equação (2.3) é uma equação diferencial ordinária de coeficientes constantes (m, k) , pode-se examinar uma solução exponencial complexa da forma mostrada na Equação (2.4).

$$x(t) = a.e^{j\lambda t} \quad (2.4)$$

em que a e λ são constantes não nulas a serem determinadas. Derivando a Equação (2.4) sucessivamente, obtém-se a aceleração da massa:

$$\ddot{x}(t) = -\lambda^2 a.e^{j\lambda t} \quad (2.5)$$

Substituindo-se a expressão de $x(t)$ e da sua derivada na Equação (2.3) obtém-se:

$$(-\lambda^2 + k/m)ae^{j\lambda t} = 0 \quad (2.6)$$

Considerando $t \geq 0$ e $a \neq 0$, tem-se que $a.e^{j\lambda t} \neq 0$. Portanto, dividindo ambos os membros da Equação (2.6) por $a.e^{j\lambda t}$ obtém-se a equação algébrica denominada de Equação Característica:

$$-\lambda^2 + k/m = 0 \quad (2.7)$$

Cujas raízes são:

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} = \pm \omega_n \quad (2.8)$$

Havendo dois valores distintos para λ a solução da Equação (2.3) se constitui em uma combinação linear de duas exponenciais complexas, dadas à seguir..

$$x(t) = a_1 e^{j\omega_n t} + a_2 e^{-j\omega_n t} \quad (2.9)$$

A solução dada na Equação (2.9) também pode ser expressa em uma versão trigonométrica, conforme se mostra na Equação (2.10), na qual já foram consideradas as condições iniciais $x_0 = x(0)$ e $v_0 = \dot{x}(0)$.

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{v_0}{\omega_n} \text{sen}(\omega_n t) \quad (2.10)$$

A Equação (2.10) representa a descrição da vibração livre e desde que iniciado o movimento, ele se repete indefinidamente. Nesta equação o parâmetro $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ é um valor característico da estrutura e não depende de como foi iniciado o movimento. Este parâmetro dinâmico da estrutura é denominado de **freqüência natural de vibração**. Já a amplitude de vibração depende da condição inicial, de modo que diferentes condições iniciais resultam em diferentes amplitudes de vibrações, mas numa mesma freqüência definida pelos elementos massa e rigidez da estrutura. Assim a vibração natural ocorre em uma freqüência específica da estrutura e em um modo que depende das condições que provocaram o movimento vibratório. Observa-se, ainda, que a Equação (2.3) pode ser escrita na forma da Equação (2.11).

$$\ddot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = 0 \quad (2.11)$$

2.2.2 Fator de Amortecimento

Embora o estudo da vibração livre seja muito importante para o entendimento do conceito de freqüência natural de vibração, na natureza não existe uma vibração sem nenhum amortecimento. Este amortecimento é responsável pela atenuação do movimento, tendendo a diminuir a sua amplitude com o tempo. Observa-se que a vibração se desenvolve na ausência de força externa ($u(t) = 0$), mas na presença de amortecimento, $c \neq 0$. Nestas condições a Equação Geral, Equação (2.2), se reduz a Equação (2.12).

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m} \dot{x}(t) + \frac{k}{m} x(t) = 0 \quad (2.12)$$

Na determinação da solução da Equação (2.12), considera-se que ela seja da forma exponencial:

$$x(t) = a.e^{rt} \quad (2.13)$$

em que a e r são constantes não nulas a serem determinadas. Acrescentando-se a parcela do amortecimento, a Equação (2.7) transforma-se na Equação (2.14), cujas raízes estão explicitadas na Equação (2.15).

$$r^2 + \frac{c}{m} r + \frac{k}{m} = 0 \quad (2.14)$$

$$r_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.15)$$

Observa-se que o comportamento de $x(t)$ depende do valor do radicando da Equação (2.15). Assim existem três casos a considerar:

$$1^{\text{o}} \text{ caso : } \left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$$

As duas raízes são reais e negativas. O movimento descrito pela massa m é a soma de duas exponenciais decrescentes negativas. Portanto não haverá movimento vibratório.

$$2^{\text{o}} \text{ caso: } \left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

Esta é a situação limite e de transição. Desse modo, existe um amortecimento crítico de valor igual a:

$$c_{cr} = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n \quad (2.16)$$

Para valores de $c > c_{cr}$ não existe vibração (1^o caso) e para $c < c_{cr}$ existe vibração (3^o caso). Estas afirmativas podem ser estabelecidas em termo do parâmetro dinâmico denominado de **fator de amortecimento**, definido como a razão entre o amortecimento de uma estrutura e o amortecimento crítico da mesma: $\zeta = \frac{c}{c_{cr}}$

(Thomson, 1998). Assim, pode-se estabelecer: para valores de $\zeta > 1$ não existe vibração e para $\zeta < 1$ existe vibração.

$$3^{\text{o}} \text{ caso : } \left(\frac{c}{2m} \right)^2 < \frac{k}{m}$$

Neste caso existem duas raízes complexas que podem ser expressas como:

$$r_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m} \right)^2 - \frac{k}{m}} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d \quad (2.17)$$

Em que $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ é denominada de frequência natural de vibração amortecida ou simplesmente de *frequência natural amortecida* (Thomson, 1998).

Para muitas estruturas reais, a menos que amortecimentos ativos estejam presentes, o fator de amortecimento não é superior a dez por cento (Rao, 1995). Por esta razão o presente estudo se restringirá a faixa $0 < \zeta < 1$. Nesta condição o sistema oscila, mas decairá exponencialmente para zero. Considerando esta restrição, a descrição do movimento vibratório é dada por:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (a_1 e^{j\omega_d t} + a_2 e^{-j\omega_d t}) \quad (2.18)$$

em que os valores das constantes a_1 e a_2 são determinados a partir das condições iniciais.

Observa-se ainda que a Equação (2.2), também pode ser expressa em termo dos parâmetros dinâmicos do modelo. Quais sejam: frequência natural de vibração, $\omega_n = \sqrt{k/m}$ e fator de amortecimento, $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$. Para tanto, basta seguir os procedimentos:

Escreve-se a Equação (2.2) na forma equivalente obtida pela divisão de ambos os lados da equação pelo valor da massa, tem-se:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m} \dot{x}(t) + \frac{k}{m} x(t) = \frac{1}{m} u(t) \quad (2.19)$$

Observando-se que $2\zeta\omega_n = \frac{c}{m}$ e $\omega_n^2 = \frac{k}{m}$, obtém-se a descrição em termos dos parâmetros dinâmicos do modelo, Equação (2.20).

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = m^{-1}u(t) \quad (2.20)$$

2.2.3 Representação no Domínio da Frequência

Uma forma alternativa de se expressar uma equação diferencial é na forma de variáveis de estados (Ogata, 1998). Por exemplo, considera-se a Equação (2.20), que descreve o modelo S1GL apresentado na Figura 2.1. Considera-se que a estrutura está na posição de equilíbrio estático no instante da aplicação da força externa $u(t)$, isto é: $x_0 = v_0 = 0$ e escolhendo-se o deslocamento e a velocidade da massa como variáveis de estados e denotando-as por $x_1(t)$ e $x_2(t)$, obtém-se:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x(t) \\ x_2(t) &= \dot{x}(t) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Observa-se que a partir do sistema de equações definido na Equação (2.21) obtém-se um outro sistema de equações relacionado com a derivada primeira, descrito na Equação (2.22).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \ddot{x}(t) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Manipulando-se a Equação (2.20) pode-se determinar uma expressão para a derivada segunda, $\ddot{x}(t) = -\omega_n^2x_1(t) - 2\zeta\omega_nx_2(t) + m^{-1}u(t)$, a qual substituindo na Equação (2.22) resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 0x_1(t) + 1x_2(t) + 0u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\omega_n^2x_1(t) - 2\zeta\omega_nx_2(t) + m^{-1}u(t) \end{aligned} \quad (2.23)$$

A representação matricial da Equação (2.23) é dada na Equação (2.24).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ m^{-1} \end{bmatrix} u(t) \quad (2.24)$$

Com o objetivo de calcular a função de transferência representativa do modelo S1GL, faz-se o seguinte: representa-se o sistema por Transformada de Laplace, utilizando-se as seguintes relações (Ogata, 1998):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

em que considerando-se as condições iniciais nulas, tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ m^{-1} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Aplicando-se a Transformada de Laplace na Equação (2.25) obtém-se um sistema de equações algébricas cuja solução pode ser obtida pelo método de substituição:

$$\begin{aligned} s\mathbf{X}(s) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}U(s) \\ \mathbf{Y}(s) &= \mathbf{C}\mathbf{X}(s) + \mathbf{D}U(s) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Para calcular a *matriz função de transferência* representativa do modelo, utiliza-se a seguinte equação:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_1(s) \\ G_2(s) \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{Y}(s)}{U(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (2.28)$$

Portanto, a matriz função de transferência é dada pela Equação (2.29), considerando-se $\mathbf{D} = 0$.

$$\begin{bmatrix} G_1(s) \\ G_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \begin{bmatrix} m^{-1} \\ m^{-1}s \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

A Equação (2.29) fornece a *Função de Transferência para o Deslocamento* ou **Receptância**, Equação (2.30), e a *Função de Transferência para a Velocidade* ou **Mobilidade**, Equação (2.31), (Inman, 2000).

$$G_1(s) = \frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{m^{-1}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.30)$$

$$G_2(s) = \frac{X_2(s)}{U(s)} = \frac{sm^{-1}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.31)$$

O denominador das Equações (2.30) e (2.31) são iguais ao determinante da matriz $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$, da Equação (2.28). Portanto, o denominador das Equações (2.30) e (2.31) são iguais ao polinômio característico da matriz \mathbf{A} . Em conseqüência os autovalores da matriz \mathbf{A} são iguais aos pólos de $G(s)$ (raízes do denominador). Este resultado aplica-se a qualquer grau de liberdade (Ogata, 1998).

2.2.4 Função Resposta em Frequência do Modelo S1GL

Considerem-se os seguintes valores para os elementos de um modelo de uma estrutura S1GL: $m = 1\text{kg}$, $c = 0,2513\text{ Ns/m}$ e $k = 39,4784\text{ N/m}$, que equivalem aos parâmetros dinâmicos: $\omega_n = 2\pi f_n = 2\pi\text{ rad/s}$ ($f_n = 1,0\text{ Hz}$), $\zeta = 0,02$.

Aplicando-se os valores da massa e dos parâmetros dinâmicos na Equação (2.30) obtém-se uma expressão para a receptância, Equação (2.32). Aplicando-os na Equação (2.31) se obtém uma expressão para a mobilidade, Equação (2.33).

$$G_1(s) = \frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + 0,2513s + 39,4784} \quad (2.32)$$

$$G_2(s) = \frac{X_2(s)}{U(s)} = \frac{s}{s^2 + 0,2513s + 39,4784} \quad (2.33)$$

Conhecendo-se as funções de transferência se determina o comportamento da estrutura S1GL no domínio da frequência. Substituindo-se, tanto na Equação (2.32) como na Equação (2.33), a variável s por $j\omega$ se obtém a Função Resposta em Frequência (FRF) associada a cada variável de estado do modelo S1GL.

$$G_1(\omega) = \frac{1}{(39,4784 - \omega^2) + j0,2513\omega} \quad (2.34)$$

$$G_2(\omega) = \frac{j\omega}{(39,4784 - \omega^2) + j0,2513\omega} \quad (2.35)$$

Para ilustrar de forma gráfica a natureza complexa das FRF traça-se um gráfico para a FRF $G_1(\omega)$. A seguir se apresenta o procedimento para traçar este gráfico.

Considera-se uma FRF expressa em coordenadas cartesianas $G(\omega) = X(\omega) + jY(\omega)$, de modo que ela possa se expressar na forma:

$$\begin{aligned} G(\omega) &= |G(\omega)| \cos \theta(\omega) + j |G(\omega)| \text{sen} \theta(\omega) \\ G(\omega) &= |G(\omega)| \exp(j\theta(\omega)) \end{aligned} \quad (2.36)$$

em que $|G(\omega)| = \sqrt{X(\omega)^2 + Y(\omega)^2}$ e $\theta(\omega) = \arctg(Y(\omega)/X(\omega))$.

A Equação (2.36) permite traçar um gráfico para a parte real ($|G(\omega)| \cos(\theta(\omega))$) e um outro para a parte imaginária ($|G(\omega)| \text{sen}(\theta(\omega))$). Ou ainda

pode-se traçar um gráfico para a amplitude ($|G(\omega)|$) e outro para a fase ($\theta(\omega)$). Ao longo deste trabalho, utiliza-se apenas os gráficos de amplitude para a representação da FRF. Consideram-se também doravante apenas as equações referentes à receptância (deslocamento) do modelo S1GL que são utilizados para simulação. Não são utilizadas escalas logarítmicas comuns aos Diagramas de Bode. Decidiu-se representar as FRF em relação à frequência em Hz, isto é $f = \frac{\omega}{2\pi}$ (Hz). Esta última opção permite escrever a função $G_1(\omega)$ na forma:

$$G_1(f) = \frac{1}{39,4784(1-f^2) + j.1,5790f} \quad (2.37)$$

Na Figura 2.2, mostra-se o gráfico da resposta em amplitude da FRF de $G_1(f)$.

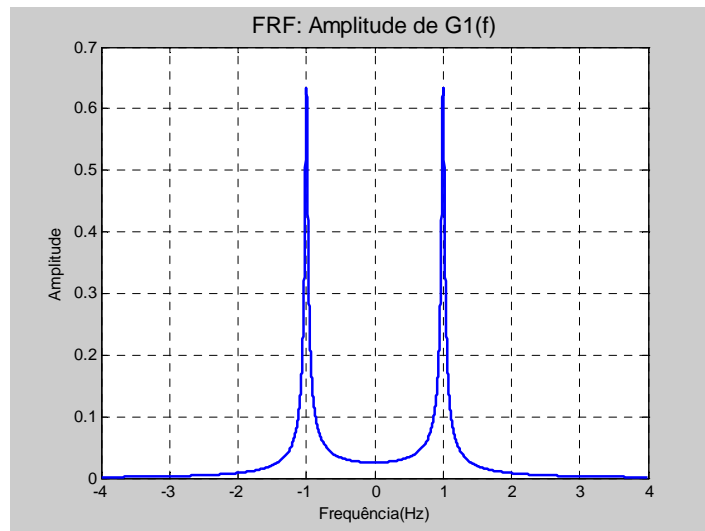


Figura 2.2: FRF Relativa ao Deslocamento do Sistema S1GL.

Na Figura 2.2, apresenta-se um gráfico que foi traçado com o valor da abscissa $f \in [-4,4]$ e da ordenada dada pela amplitude de $G_1(f)$, ($|G_1(f)|$). A curva da amplitude possui dois máximos ($|G_1(1)| = |G_1(-1)| \cong 0,6333$) que indicam a frequência natural do S1GL de 1,0 Hz (ou 2π rad/s).

A existência do “espalhamento” na Figura 2.2, em torno da frequência natural, é relacionada com o fator de amortecimento: quanto maior for o fator de amortecimento maior é o “espalhamento”. Este fato é ilustrado na Figura 2.3, onde estão traçados três gráficos da FRF (normalizada) e de fatores de amortecimentos iguais a 0,01 (linha preta), 0,02 (linha azul) e 0,04 (linha vermelha), respectivamente.

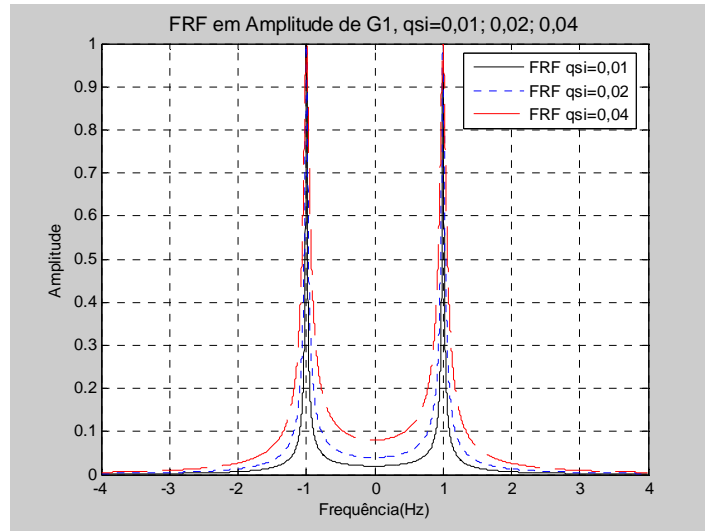


Figura 2.3: FRF com $\zeta \in [0,01 \ 0,02 \ 0,04]$.

2.2.5 Resposta ao Impulso Unitário

Considera-se uma força externa de natureza similar ao Impulso Delta de Dirac, $u(t) = \delta(t)$. Sabe-se que a transformada de Laplace desta força é igual 1, $L(\delta(t)) = U(s) = 1$, para $\delta(t)$ em $t = 0$. Substituindo-se $U(s) = 1$ na Equação (2.30), reproduzida na Equação (2.38), obtém-se a Transformada de Laplace da Resposta ao Impulso em Deslocamento:

$$\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{m^{-1}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.38)$$

$$X_1(s) = \frac{m^{-1}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.39)$$

A Transformada de Laplace da Resposta ao Impulso $X_1(s)$ possui os seguintes pólos (raízes do denominador de $X_1(s)$): $s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$. Em que $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ e $\zeta < 1$.

A expansão em frações parciais de $X_1(s)$ resulta em:

$$X_1(s) = \frac{r_1}{s + \zeta\omega_n - j\omega_d} + \frac{r_2}{s + \zeta\omega_n + j\omega_d} \quad (2.40)$$

Em que r_1 e r_2 são denominados de resíduos. Fazendo-se uso da Transformada Inversa de Laplace, Equação (2.41), permite-se escrever a expressão para a resposta ao impulso em deslocamento, Equação (2.42).

$$\frac{r_{1,2}}{s + \zeta\omega_n \pm j\omega_d} \Leftrightarrow r_{1,2} \exp(\mp j\omega_d t) \exp(-\zeta\omega_n t) \quad (2.41)$$

$$x_1(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (r_1 e^{+j\omega_d t} + r_2 e^{-j\omega_d t}) \quad (2.42)$$

A seguir é feito um exemplo ilustrativo da resposta em deslocamento e em velocidade ao impulso aplicado a uma estrutura S1GL. Utilizam-se os dados da estrutura S1GL definidos na seção 2.2.4 e a metodologia seguinte:

- i) Na Equação 2.39 atribuem-se à massa o valor igual a unidade ($m = 1kg$) e os seguintes valores aos parâmetros dinâmicos: $\omega_n = 2\pi f_n = 2\pi \text{ rad/s}$ ($f_n = 1\text{Hz}$), $\zeta = 0,02$, obtendo-se:

$$X_1(s) = \frac{1}{s^2 + 0,2513s + 39,4784} \quad (2.43)$$

- ii) Determina-se as raízes do denominador de $X_1(s)$, denominadas de pólos,

$$p_1 = -0,1257 + 6,2819j \quad e \quad p_2 = -0,1257 - 6,2819j;$$

de modo que pode-se escrever

$$(s^2 + 0,2513s + 39,4784) = (s + 0,1257 - 6,2819j)(s + 0,1257 + 6,2819j)$$

- iii) Determina-se o coeficiente associado a cada pólo, denominado de resíduo, mediante a fórmula seguinte (Oppenheim & Willsky, 1997):

$$r_k = [(s - p_k)X(s)]_{s=p_k} \quad (2.44)$$

$$r_1 = -0,0796j \quad e \quad r_2 = +0,0796j$$

- iv) Obtidos os pólos e os resíduos pode-se escrever a Equação (2.43) na forma:

$$X_1(s) = \frac{-0,07961j}{s + 0,1257 - 6,2819j} + \frac{0,07961j}{s + 0,1257 + 6,2819j} \quad (2.45)$$

- v) Utilizando-se a Transformada Inversa de Laplace, Equação (2.41), e desenvolvendo-se na forma trigonométrica mediante a Equação De Moivre

(Ogata, 1998), obtém-se a equação da resposta em deslocamento ao impulso unitário:

$$x(t) = 0,1592\text{sen}(6,2819t)\exp(-0,1257t) \quad (2.46)$$

A Equação (2.46) é utilizada para simular a aquisição dos dados referentes à resposta ao impulso de uma estrutura flexível de um grau de liberdade.

2.3 SISTEMA DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE

Na Figura 2.4 apresenta-se o desenho do modelo da uma Estrutura Flexível com 2 Graus de Liberdade (S2GL) sobre uma superfície livre de atrito com os seguintes elementos: massas representadas por m_1 e m_2 , molas representadas por k_1 , k_2 e k_3 , e amortecedores representados por c_1 , c_2 e c_3 . Considera-se que a cada massa é aplicada uma força no seu centro de massa e que não existe atrito entre as massas e a plataforma (considera-se que os roletes eliminam o atrito entre a massa e a plataforma). O sistema pode se deslocar em duas direções, x_1 e x_2 . A cada direção é associado um grau de liberdade. À semelhança do modelo S1GL, os elementos mola e amortecedor são representados por forças que se opõem a força externa aplicada sobre a massa.

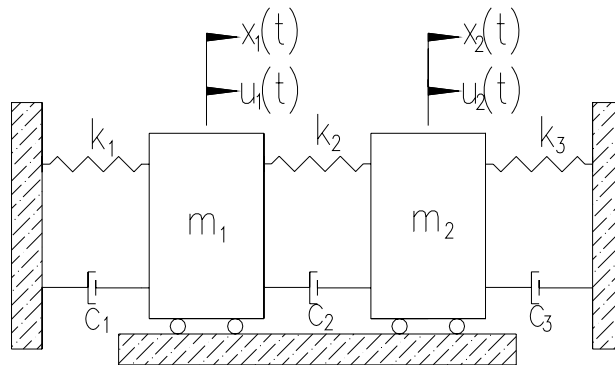


Figura 2.4: Modelo S2GL de uma Estrutura Flexível.

Aplicando-se uma força externa $f_e(t) = u_1(t)$ e considerando-se a Segunda Lei de Newton, obtém-se a equação das forças apresentada na Equação (2.47) para a massa m_1 .

$$m_1 \ddot{x}_1(t) = u_1(t) - c_1 \dot{x}_1(t) - c_2 (\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - k_1 x_1(t) - k_2 (x_1(t) - x_2(t)) \quad (2.47)$$

De maneira semelhante, aplicando-se uma outra força externa $f_e(t) = u_2(t)$ na massa m_2 , obtém-se a equação das forças apresentada na Equação (2.48) para a massa m_2 .

$$m_2\ddot{x}_2(t) = u_2(t) - c_3\dot{x}_2(t) + c_2(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - k_3x_2(t) + k_2(x_1(t) - x_2(t)) \quad (2.48)$$

Observa-se que devido às existências de x_2 na Equação (2.47) e de x_1 na Equação (2.48), elas constituem um sistema de equações acopladas (o movimento da massa m_1 afeta o movimento da massa m_2 e vice-versa), cuja solução na representação exponencial exige uma metodologia diferenciada da estudada para o caso do modelo S1GL. Observa-se, também, que a descrição completa do modelo S2GL exige a explicitação das condições iniciais, $x_1(0)$, $\dot{x}_1(0)$, $x_2(0)$ e $\dot{x}_2(0)$.

O primeiro passo para a solução do sistema constituído pela Equação (2.47) e Equação (2.48) é representá-lo na forma matricial. Para tanto se considera a dependência ao tempo subentendida, e, a seguinte manipulação algébrica:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + 0\ddot{x}_2 + (c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 &= u_1 \\ 0\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 - c_2\dot{x}_1 + (c_2 + c_3)\dot{x}_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 &= u_2 \end{aligned} \quad (2.49)$$

Observa-se que essa forma de escrever o sistema de equações diferenciais, Equação (2.49), permite a representação matricial seguinte:

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_c \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{K}_k \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Em que:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 \\ -c_2 & (c_2 + c_3) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_k = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Ou ainda, em uma formulação mais compacta apresentada na equação matricial seguinte:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_c\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_k\mathbf{x} = \mathbf{u} \quad (2.52)$$

Observa-se que a Equação 2.52, embora obtida para um sistema de 2 graus de liberdade, se constitui a descrição geral do modelo Sistema Múltiplos Graus de Liberdade (SMGL).

2.3.1 Freqüências Naturais e Modos de Vibração

Inicialmente considera-se o caso de vibração livre ou natural, com $\mathbf{C}_c = 0$ e $\mathbf{u} = 0$, para solução do sistema definido na Equação (2.52). Para efeito de simplificação das manipulações algébricas considera-se que as massas possuem o mesmo valor ($m_1 = m_2 = m$). Considera-se, também, que as constantes de rigidez possuem o mesmo valor ($k_1 = k_2 = k_3 = k$). Com isto obtém-se um sistema de equações representado na equação matricial seguinte:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Na solução da Equação (2.53) efetua-se, inicialmente, a normalização da mesma mediante o procedimento seguinte:

i) Considera-se

$$\mathbf{x} = \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{y} \quad (2.54)$$

Em que $\mathbf{M}^{-1/2}$ é uma matriz diagonal, que para o modelo S2GL possui forma da Equação (2.55).

$$\mathbf{M}^{-1/2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{m}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{m}} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

ii) Fazendo-se a substituição de \mathbf{x} , aplicando a Equação (2.54) na Equação (2.53) e efetuando as simplificações necessárias, se obtém:

$$\begin{bmatrix} \frac{m}{\sqrt{m}} & 0 \\ 0 & \frac{m}{\sqrt{m}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2k}{\sqrt{m}} & \frac{-k}{\sqrt{m}} \\ \frac{-k}{\sqrt{m}} & \frac{2k}{\sqrt{m}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

iii) A seguir, multiplicando ambos os membros da Equação (2.56) por $\mathbf{M}^{-1/2}$, se obtém o sistema normalizado apresentado na Equação (2.57).

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2k}{m} & \frac{-k}{m} \\ \frac{-k}{m} & \frac{2k}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

O passo seguinte da solução da Equação (2.57) é análogo ao procedimento do caso S1GL. Considera-se, por exemplo, que a solução é da forma exponencial complexa:

$$\mathbf{y} = \mathbf{r}e^{j\lambda t} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} e^{j\lambda t} \quad (2.58)$$

Em que \mathbf{r} é uma matriz coluna (vetor) e λ é um escalar. Observa-se que a hipótese da solução exponencial complexa, é equivalente a supor que as massas executam um movimento harmônico na mesma frequência, mas com amplitudes, r_1 e r_2 , não necessariamente iguais. Substituindo-se a solução exponencial na Equação (2.57) e procedendo-se as simplificações pertinentes se obtém a equação matricial:

$$\left(-\lambda^2 \mathbf{I} + \begin{bmatrix} \frac{2k}{m} & \frac{-k}{m} \\ \frac{-k}{m} & \frac{2k}{m} \end{bmatrix} \right) \mathbf{r}e^{j\lambda t} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Considerando-se que $e^{j\lambda t} \neq 0$ e efetuando-se as simplificações se obtém a Equação (2.60), que é a equação clássica de autovalor, λ^2 , e autovetor, \mathbf{r} , de uma matriz \mathbf{K}_N .

$$\mathbf{K}_N \mathbf{r} = \lambda^2 \mathbf{r} \quad (2.60)$$

Em que $\mathbf{K}_N = \begin{bmatrix} \frac{2k}{m} & \frac{-k}{m} \\ \frac{-k}{m} & \frac{2k}{m} \end{bmatrix}$ é denominada de Matriz Normalizada de Rigidez. A

Equação (2.60) pode ser reproduzida na forma da Equação (2.61).

$$\begin{bmatrix} \frac{2k}{m} - \lambda^2 & \frac{-k}{m} \\ \frac{-k}{m} & \frac{2k}{m} - \lambda^2 \end{bmatrix} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Em que a solução não trivial, $\mathbf{r} \neq 0$, implica em (sistema de equações homogêneas).

$$\det \begin{bmatrix} \frac{2k}{m} - \lambda^2 & \frac{-k}{m} \\ \frac{-k}{m} & \frac{2k}{m} - \lambda^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Desenvolvendo-se o determinante, Equação (2.62), se obtém a Equação (2.63) denominada de equação característica ou equação de freqüência.

$$(\lambda^2)^2 - 4 \cdot \frac{k}{m} \lambda^2 + 3 \frac{k^2}{m^2} = 0 \quad (2.63)$$

Cuja solução é dada pela Equação (2.64).

$$\lambda^2 = \frac{2k \pm k}{m} \quad (2.64)$$

Observa-se que só há movimento harmônico descrito pela Equação (2.58) para as freqüências que satisfazem a Equação (2.64). As freqüências que satisfazem a Equação (2.64) são denominadas de freqüência naturais, denotadas por ω_{n1} e ω_{n2} , e são obtidas da Equação (2.64) observando-se os desenvolvimentos seguintes:

$$\lambda^2 = \frac{2k - k}{m} \Leftrightarrow \lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{k}{m}} = \pm \omega_{n1} \quad (2.65)$$

$$\lambda^2 = \frac{2k + k}{m} \Leftrightarrow \lambda_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{3k}{m}} = \pm \omega_{n2} \quad (2.66)$$

Observa-se também que a cada autovalor, λ^2 , corresponde a um autovetor genérico que satisfaz a Equação (2.60) ou, equivalentemente, que satisfaz a Equação (2.61). Por exemplo, substituindo-se $\lambda^2 = \frac{k}{m}$ na Equação (2.61) e procedendo-se as simplificações apropriadas, se obtém a Equação (2.67).

$$\begin{bmatrix} +1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

A solução não trivial da Equação (2.67) é $r_1 = r_2 = \alpha$, $\alpha \neq 0$. Isto é:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Procedendo-se de modo semelhante para $\lambda^2 = \frac{3k}{m}$ e considerando-se $\beta \neq 0$ se obtém o segundo autovetor genérico:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Aos autovetores genéricos, Equação (2.68) e Equação (2.69), associam-se as amplitudes das vibrações harmônicas das massas. A Equação (2.68) contém a informação de que na frequência natural ω_{n1} as massas vibram com a mesma amplitude e no mesmo sentido. A Equação (2.69) contém a informação de que na frequência natural ω_{n2} as massas vibram com a mesma amplitude e em sentidos contrários. Em vista dessas considerações diz-se que há dois **modos naturais de vibração**, cada um com a correspondente frequência natural.

Observa-se que, como as constantes α e β são arbitrárias (obtidas da solução de sistemas de equações homogêneas), se tem para cada autovalor não um autovetor, mas um conjunto de vetores linearmente dependentes. Por esta razão, se denominam as equações anteriores, Equação (2.68) e Equação (2.69), de autovetores genéricos.

Denomina-se de **matriz dos modos de vibração** ou **matriz modal** a matriz formada por estes dois autovetores genéricos, Equação (2.70).

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \alpha & \beta \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Por esta razão é comum denominar-se o conjunto de procedimentos utilizados na solução de um modelo de SMGL de **análise modal**.

A escolha dos valores das constantes α e β deve ser feita obedecendo a um dado critério. No presente trabalho adota-se o critério seguinte:

$$\mathbf{R}'\mathbf{R} = \mathbf{I} \quad (2.71)$$

$$\text{Para o caso de vibração livre, tem-se: } \begin{bmatrix} \alpha & \alpha \\ -\beta & \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \alpha & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Portanto, obtém-se que $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071$. O que permite escrever:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,7071 & -0,7071 \\ 0,7071 & 0,7071 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

2.3.2 Diagonalização das Matrizes

A solução do sistema normalizado, Equação (2.57), reproduzido abaixo na Equação (2.73), pode ser obtida mediante um procedimento que permite a diagonalização da matriz dos coeficientes. Portanto, permite o desacoplamento do sistema.

$$\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}_N \mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (2.73)$$

Observa-se o resultado obtido pela operação $\mathbf{R}'\mathbf{K}_N\mathbf{R}$ descrita na Equação (2.74):

$$\mathbf{R}'\mathbf{K}_N\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,7071 & 0,7071 \\ -0,7071 & 0,7071 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2k}{m} & \frac{-k}{m} \\ \frac{-k}{m} & \frac{2k}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,7071 & -0,7071 \\ 0,7071 & 0,7071 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k}{m} & 0 \\ 0 & \frac{3k}{m} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

resulta em uma matriz diagonal. Demonstra-se que o resultado da Equação (2.73) é geral (Meirovitch, 1989), e é utilizado no algoritmo de diagonalização seguinte.

i) Considera-se:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Rz} \quad (2.75)$$

ii) Substituindo-se a Equação (2.75) na Equação (2.73) se obtém:

$$\mathbf{R}\ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}_N\mathbf{Rz} = \mathbf{0} \quad (2.76)$$

iii) Multiplicando-se ambos os membros da Equação (2.76) pela transposta da matriz \mathbf{R} , denotada por \mathbf{R}' , se obtém:

$$\mathbf{R}'\mathbf{R} \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{R}' \begin{bmatrix} \frac{2k}{m} & \frac{-k}{m} \\ \frac{-k}{m} & \frac{2k}{m} \end{bmatrix} \mathbf{R} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

- iv) Utilizando-se do critério estabelecido na Equação (2.77) e do resultado descrito na Equação (2.74), pode-se escrever a Equação (2.77) na forma diagonal:

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{n1}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{n2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Observa-se que este sistema é constituído de dois modelos S1GL cuja solução já foi estabelecida neste capítulo.

2.3.3 Representação em Variáveis de Estado

Considera-se, inicialmente, que o sistema está na posição de equilíbrio no instante da aplicação das forças externas, isto é, com condições iniciais nulas. Escolhendo-se o deslocamento e a velocidade da massa m_1 como variáveis de estado e denotando-as por v_1 e v_2 ; escolhendo-se o deslocamento e a velocidade da massa m_2 como variáveis de estado e denotando-as por v_3 e v_4 , tem-se:

$$\begin{aligned} v_1 &= \dot{x}_1 \Leftrightarrow \dot{v}_1 = v_2 \\ v_2 &= \dot{x}_1 \Leftrightarrow \dot{v}_2 = \ddot{x}_1 = -\frac{(c_1 + c_2)}{m_1} v_2 + \frac{c_2}{m_1} v_4 - \frac{(k_1 + k_2)}{m_1} v_1 + \frac{k_2}{m_1} v_3 + \frac{1}{m_1} u_1 \\ v_3 &= \dot{x}_2 \Leftrightarrow \dot{v}_3 = v_4 \\ v_4 &= \dot{x}_2 \Leftrightarrow \dot{v}_4 = \ddot{x}_2 = \frac{c_2}{m_2} v_2 - \frac{(c_2 + c_3)}{m_2} v_4 + \frac{k_2}{m_2} v_1 - \frac{(k_2 + k_3)}{m_2} v_3 + \frac{1}{m_2} u_2 \end{aligned} \quad (2.79)$$

A Equação (2.79) pode ser representada na forma matricial clássica:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.80)$$

em que

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{(k_1 + k_2)}{m_1} & -\frac{(c_1 + c_2)}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{(k_2 + k_3)}{m_2} & -\frac{(c_2 + c_3)}{m_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

A solução do sistema de equação diferencial é dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{v} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (2.82)$$

$$\text{em que } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2.3.4 Representação no Domínio da Frequência

Para calcular a função de transferência, ao aplicar-se a Transformada de Laplace em ambos os membros da Equação (2.80) e da Equação (2.82), substitui-se a variável \mathbf{v} por \mathbf{x} e seguiu-se um procedimento semelhante ao aplicado no caso do modelo S1GL, determinou-se a matriz Função de Transferência:

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (2.83)$$

O cálculo da função de transferência a partir da Equação (2.83) é possível porque o vetor $\mathbf{U}(s)$ é considerado um escalar unitário. A determinação analítica explícita é obtida pela substituição na Equação (2.83) das expressões das matrizes de estado, as quais envolvem muitos monômios algébricos, de modo que a expressão final é muito extensa. Assim, o método é ilustrado atribuindo-se valores aos parâmetros do modelo.

Considera-se um sistema modelado pela Figura 2.5 com os seguintes valores para os elementos: $m_1 = m_2 = 10\text{kg}$, $k_1 = k_2 = k_3 = 1600\text{N/m}$ e $c_1 = c_2 = c_3 = 3\text{Ns/m}$. Aplica-se a cada massa um impulso unitário como força externa de excitação e consideram-se as condições iniciais nulas. Utilizando estes dados obtêm-se as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{D} seguintes:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -320 & -0,6 & 160 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 160 & 0,3 & -320 & -0,6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0,1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

i) A função de transferência $\mathbf{H}(S)$ resultante para forças impulsivas é a seguinte:

$$\mathbf{H}(s) = \frac{0,1 \cdot \begin{bmatrix} s^2 + 0,6s + 320 & 0,3s + 160 \\ s^3 + 0,6s^2 + 320s & 0,3s^2 + 160s \\ 0,3s + 160 & s^2 + 0,6s + 320 \\ 0,3s^2 + 160s & s^3 + 0,6s^2 + 320s \end{bmatrix}}{s^4 + 1,2s^3 + 640,27s^2 + 288s + 76800} \quad (2.84)$$

As quatro funções de transferência relativas ao impulso aplicado na massa m_1 possuem o mesmo polinômio denominador da Equação (2.84), o qual corresponde ao determinante da matriz $\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ enquanto que os polinômios numeradores são listados na coluna 1 da matriz. Para o impulso aplicado na massa m_2 , conservam-se os polinômios denominadores e os polinômios numeradores são listados na coluna 2 da matriz, Equação (2.84).

As Equações (2.85) e (2.86) representam as funções de transferência relativa ao deslocamento e velocidade do sistema, respectivamente, provocados pelo impulso aplicado na massa m_1 :

$$H_1(s) = \frac{X_1(s)}{U_1(s)} = \frac{0,1s^2 + 0,06s + 32}{s^4 + 1,2s^3 + 640,27s^2 + 288s + 76800} \quad (2.85)$$

$$H_2(s) = \frac{\dot{X}_1(s)}{U_1(s)} = \frac{0,1s^3 + 0,06s^2 + 32s}{s^4 + 1,2s^3 + 640,27s^2 + 288s + 76800} \quad (2.86)$$

Neste trabalho, considera-se apenas a função de transferência relativa ao deslocamento do sistema provocado pelo impulso aplicado na massa m_1 , dada pela Equação 2.85:

Considerando que a força externa de excitação é de natureza igual ao impulso unitário, e substituindo-se nas funções de transferência acima obtidas a variável s por $j\omega$ tem-se a FRF associada ao deslocamento do modelo S2GL, relativo ao impulso aplicado à massa m_1 .

$$H_1(j\omega) = \frac{0,10(j\omega)^2 + 0,06(j\omega) + 32}{(j\omega)^4 + 1,2(j\omega)^3 + 640,27(j\omega)^2 + 288(j\omega) + 76800} \quad (2.87)$$

Na Figura 2.5, mostra-se o gráfico da FRF relativa ao deslocamento, $H_1(j\omega)$, da massa m_1 provocado pelo impulso aplicado em m_1 .

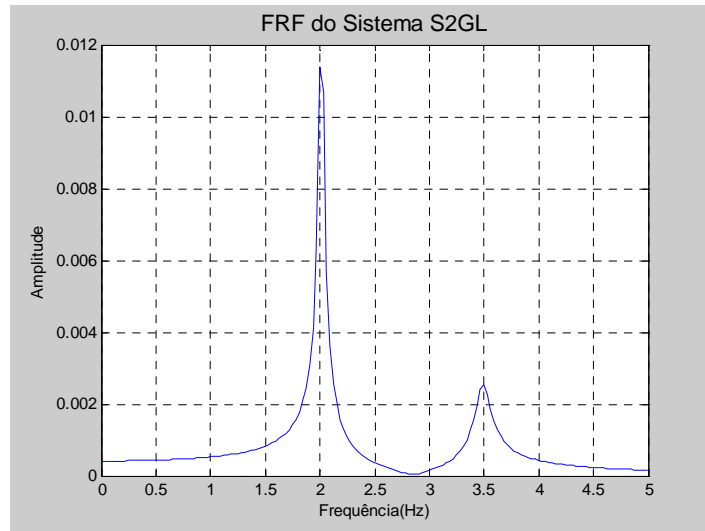


Figura 2.5: Função Resposta em Freqüência $H_1(j2\pi f)$.

Observa-se a existência de dois pontos de máximo relativos às freqüências de vibração e aos modos de vibração. Observa-se também que a freqüência ($\omega = 2\pi f$) está convertida para Hz.

O gráfico da FRF relativa ao deslocamento da massa m_2 provocado pelo impulso aplicado em m_1 , possui o mesmo formato devido ao desacoplamento das equações (Inman, 2000).

2.3.5 Resposta ao Impulso Unitário

Na obtenção da resposta ao impulso, $h(t)$, faz-se uso da expansão de $\mathbf{H}(s)$ em termos de frações parciais e escreve-se daí a expressão analítica de $h(t)$, de modo semelhante ao realizado para o sistema S1GL:

Considera-se a Função de Transferência, $H_1(s)$, relativa ao deslocamento da massa m_1 :

$$H_1(s) = \frac{0,1s^2 + 0,06s + 32}{s^4 + 1,2s^3 + 640,27s^2 + 288s + 76800} \quad (2.88)$$

Procedendo-se de maneira análoga ao calculado para o sistema S1GL e fazendo uso do seguinte par de transformada de Laplace, Equação (2.89), se pode escrever a expressão da função resposta ao impulso unitário, Equação (2.90).

$$\frac{r_{1,2}}{s + \sigma \pm j\omega_d} \Leftrightarrow r_{1,2} \exp(\mp j\omega_d t) \exp(-\sigma t) \quad (2.89)$$

em que $\sigma = \xi\omega_n$.

$$x_1(t) = 0,0022 \text{sen}(21,9043t) \exp(-0,45t) + 0,0040 \text{sen}(12,6482t) \exp(-0,15t) \quad (2.90)$$

A Equação (2.90) é utilizada para simular a aquisição dos dados referentes à resposta ao impulso de uma estrutura flexível de dois graus de liberdade.

2.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados alguns conceitos básicos na área de Mecânica Vibratória, tais como frequências naturais e modos naturais de vibração. Estudou-se também metodologias para a descrição de estrutura em vibração, tais como a Análise Modal e a abordagem por Variáveis de Estados. Estudaram-se aspectos importantes dos casos de vibração livre e vibração com amortecimento para estruturas apropriadamente descritas por modelos S1GL e S2GL.

Além da descrição no domínio do tempo, foi exposta a descrição no domínio da frequência realizada mediante a FRF. Apresentou-se também, a determinação da FRF mediante a aplicação da Transformada de Laplace ao sistema de equações diferenciais ordinárias, de primeiro grau, obtido via a metodologia de Variáveis de Estados. Foram exibidos exemplos numéricos e gráficos objetivando ilustrar os conceitos e o uso das metodologias estudadas.

Concluído o estudo relativo aos modelos das plantas dos sistemas mecânicos, nos próximos capítulos se apresenta alguns conceitos e as metodologias utilizadas para a ampliação de amostras do sinal resposta ao impulso e conseqüentemente a melhoria da estimativa da FRF.

ESTIMATIVA DA FRF UTILIZANDO PREVISOR LINEAR

3.1. INTRODUÇÃO

Neste Capítulo mostra-se como é feita a “aquisição” dos dados para modelos Sistema de Um Grau de Liberdade (S1GL) e Sistema de Dois Graus de Liberdade (S2GL) de uma estrutura em vibração, bem como a apresentação de técnicas de melhoria da estimativa da Função Resposta em Freqüência com redução do tempo de aquisição do sinal resposta ao impulso. Para compensar a redução do tempo de aquisição investiga-se a eficácia do uso de previsores lineares.

Na aquisição dos dados utiliza-se de “medições” geradas por um Simulador de Medições (SM) baseado nos modelos S1GL (Equação 2.46) e S2GL (Equação 2.90) descritos no capítulo 2.

A estratégia de redução consiste em fazer aquisições de amostras do sinal em uma quantidade menor do que a necessária para se obter uma estimativa adequada da Função Resposta em Freqüência (FRF) do sistema. A estimativa não é adequada porque apresenta uma fraca resolução em freqüência.

A série de valores correspondente à resposta da planta ao impulso unitário é ampliada (previsão de valores futuros) mediante a aplicação de Previsores Lineares (algoritmos baseados nos modelos ARX e ARMAX) e conseqüentemente a resolução em freqüência da estimativa da FRF é melhorada.

Utiliza-se como hipótese de trabalho o pressuposto de que o modelo subjacente (modelo mecânico) é apropriado para uma descrição adequada do sistema. Com isso, resulta que um método apropriado para a obtenção experimental da FRF deve levar a uma semelhança significativa entre a estimativa da FRF e a FRF teórica. Conseqüentemente a eficiência da capacidade de previsão pode ser avaliada comparando-se a estimativa da FRF mediante o sinal ampliado com a FRF teórica.

Uma alternativa consiste em comparar a FRF estimada por meio da série de valores ampliada pelos Previsores Lineares com uma outra estimativa da FRF obtida mediante o sinal ampliado pelo SM.

3.2. SIMULAÇÃO DO SINAL DE VIBRAÇÃO

No estudo da dinâmica de uma estrutura flexível, após a obtenção e registros dos dados experimentais da resposta ao impulso, com auxílio da utilização de sensores de vibração, é importante estimar os parâmetros dinâmicos do modelo correspondente à estrutura em análise, isto é, identificar um modelo apropriado para a descrição do comportamento observado da estrutura em vibração e em seguida estimar os valores das constantes (parâmetros) do modelo.

Em um experimento, a resposta ao impulso de uma estrutura flexível é obtida via sensor que converte vibração mecânica (energia mecânica) em um sinal elétrico (energia elétrica). Este sinal elétrico possui uma natureza contínua (analógica). Entretanto, devido às técnicas de processamento de sinais que fazem usos intensivos de computadores digitais, este sinal contínuo é substituído por um similar discreto.

Nesta pesquisa se trabalha com o sinal discreto obtido por simulação numérica. Para tanto, utiliza-se da Equação (2.46), reproduzida na Equação (3.1) e fazendo $t = nT_a$, para simular N medições por amostragem uniforme de um sinal analógico representativo do deslocamento de um modelo S1GL de uma estrutura flexível, como resposta à aplicação de uma força externa impulsiva, se tem:

$$x(nT_a) = 0,1592\text{sen}(6,2819nT_a)\exp(-0,1257nT_a), \quad n = 0, 1, 2, \dots, (N-1). \quad (3.1)$$

Assim, pode-se gerar uma série de “medições”, mediante a simulação de amostras igualmente espaçadas, por exemplo, a uma taxa de 16 amostras/segundo, a partir do sinal analógico. Neste exemplo ilustrativo, considera-se que os elementos do modelo S1GL possuem os seguintes valores: $m = 1,00\text{kg}$, $c = 0,25\text{Ns/m}$ e $k = 39,48\text{N/m}$, que equivalem aos parâmetros dinâmicos: $\omega_n = 2\pi f_n = 2\pi\text{rad/s}$ ($f_n = 1\text{Hz}$), $\zeta = 0,02$. Este modelo é descrito no domínio da frequência pela FRF, Equação (2.34), a qual é reproduzida na Equação (3.2).

$$G_1(\omega) = \frac{1}{(39,4784 - \omega^2) + j0,2513\omega} \quad (3.2)$$

Na Figura 3.1, apresenta-se a descrição gráfica do sinal discreto constituído de 64 amostras obtidas por meio da Equação (3.1).

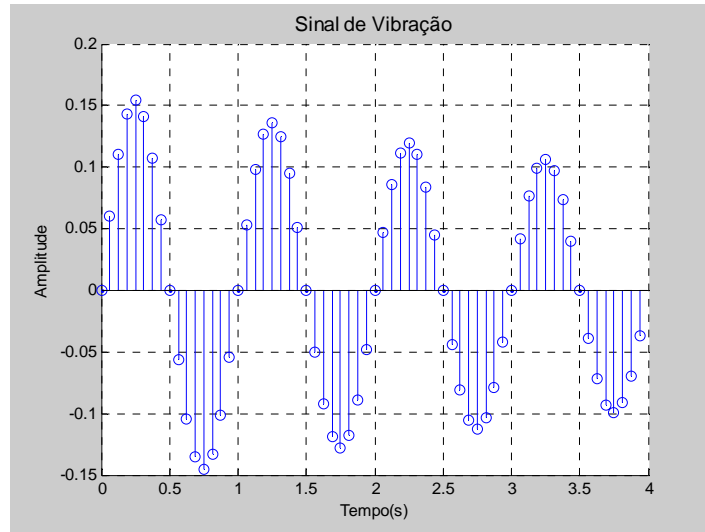


Figura 3.1: Simulação da Aquisição da Resposta ao Impulso Unitário.

3.3. ESTIMATIVA DA FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Após feita a aquisição do sinal resposta ao impulso unitário, utiliza-se o algoritmo FFT (“Fast Fourier Transform”) para estimar a Função Resposta em Frequência. O algoritmo FFT calcula a Transformada Discreta de Fourier (TDF) do sinal discreto. Todavia, ligando-se os pontos discretos da TDF do sinal resposta ao impulso unitário, obtém-se uma estimativa da FRF do sistema em estudo.

O algoritmo FFT é definido da seguinte forma: para um vetor x de N amostras obtidas durante T segundos, a TDF é um vetor de igual comprimento cujos elementos são obtidos pela seguinte fórmula (Brown, et al., 1997):

$$X(k) = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n) \exp\left(-j \frac{2\pi(k-1)(n-1)}{N}\right), \quad 1 \leq k \leq N \right] \quad (3.3)$$

Todavia, os cálculos descritos na Equação (3.3) não são realizados diretamente, mas sim por um processo denominado de decimação, o qual explorando as simetrias da TDF faz sucessivas reduções por dois, do número de operações necessárias para calcular a TDF. Este fato recomenda que sejam feitas aquisições de amostras do sinal sempre em número múltiplo de dois (a exemplo de 64, 128, 256,...).

Na Figura 3.2, mostra-se a representação gráfica do valor absoluto da TDF de um sinal resposta ao impulso unitário, com um tempo de “aquisição” igual a 4 s. Observa-se que os valores absolutos da TDF estão representados por linhas, denominadas de linhas espectrais. O espaçamento entre as linhas espectrais é denominado de **resolução em frequência**, cuja definição formal é dada na Equação (3.4), em que $f_a = 1/\Delta t$ é a frequência de amostragem (número de amostras tomadas a cada segundo), Δt é o intervalo de tempo entre duas amostras sucessivas, N é o número total de amostras. Como $N = f_a T$, em que T representa o tempo total de aquisição do sinal, então $\Delta f = 1/T$. Portanto para melhorar a resolução em frequência se deve aumentar o tempo total de aquisição do sinal.

$$\Delta f = \frac{f_a}{N} \quad (3.4)$$

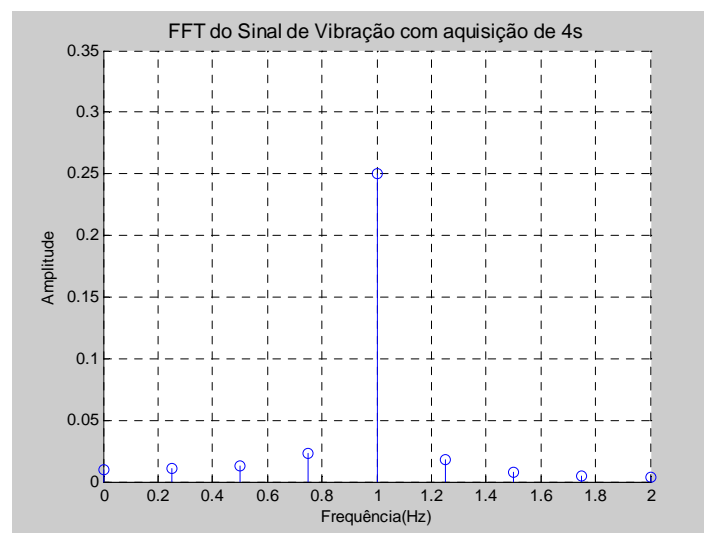


Figura 3.2: Estimativa I da FRF.

Os gráficos do valor absoluto da TDF foram traçados a partir de amostras adquiridas a uma taxa de amostragem igual a 16 amostras/segundo. No gráfico se tem uma estimativa da FRF obtida a partir de 64 amostras (4 s) resultando em uma resolução em frequência igual a 0,25 Hz.

Na Figura 3.3, mostra-se a representação gráfica do valor absoluto da TDF de um sinal resposta ao impulso unitário com um tempo de “aquisição” igual a 32 s. Observa-se a melhoria da qualidade da estimativa da FRF da estrutura flexível com o aumento do tempo de aquisição do sinal de vibração. No gráfico, tem-se uma

estimativa da FRF obtida a partir de 512 amostras (32 s) resultando em uma resolução em frequência igual a 0,0313 Hz.

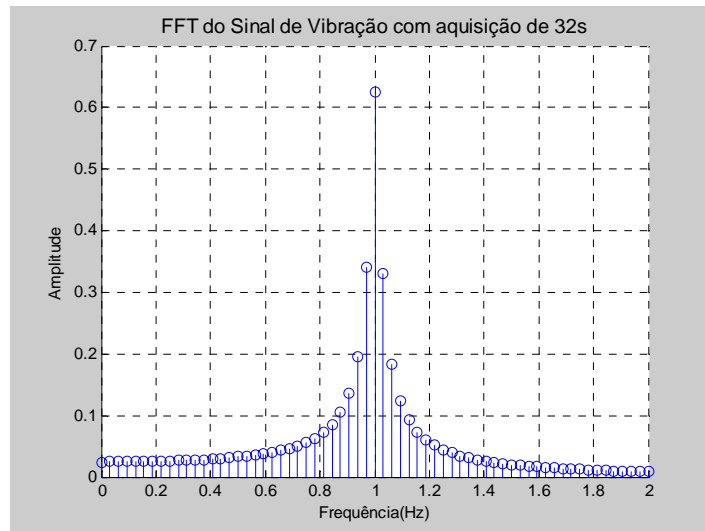


Figura 3.3: Estimativa II da FRF.

Finalmente na Figura 3.4, apresenta-se um comparativo entre a FRF ideal (Equação 3.2) e a FRF estimada a partir das 512 amostras do sinal de vibração.

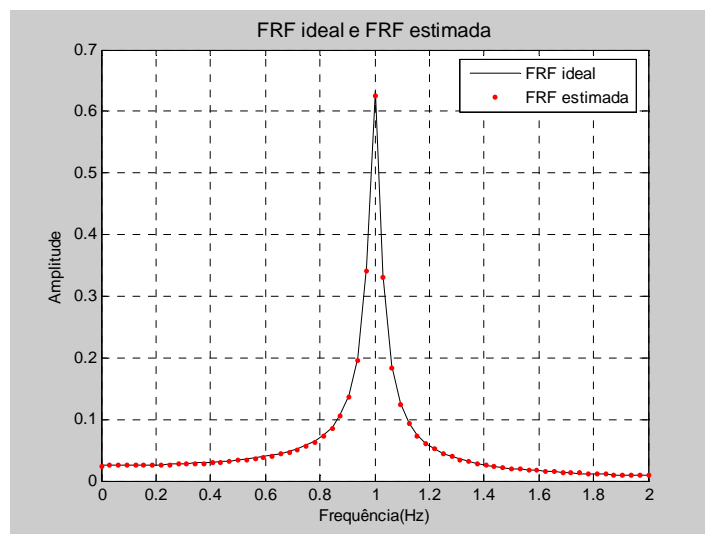


Figura 3.4: Comparativo entre a FRF estimada e a ideal.

Destas observações, pode-se concluir que:

- i) quanto menor o espaçamento entre as linhas espectrais da TDF melhor é a estimativa da FRF.
- ii) quanto maior o tempo de aquisição (maior o número de amostras obtidas com uma mesma frequência de amostragem) maior é o número de informações

que se tem acerca da FRF do modelo a determinar, e conseqüentemente, melhor a estimativa.

Destas observações surge uma questão importante que consiste em: como estimar de modo eficaz e efetivo a Função Resposta em Freqüência no caso em que o número de amostras do sinal seja insuficiente para uma estimativa apropriada?

A resposta óbvia é aumentar o tempo de aquisição do sinal. Mas, em situações em que esta solução demandaria inconvenientes variados, precisaria se encontrar alternativas.

Nesta dissertação, apresenta-se a alternativa de ampliar o número de amostras mediante o uso de previsores para aumentar o tempo de aquisição de modo virtual. Neste capítulo, investiga-se a viabilidade do uso de previsores lineares.

3.4. PREVISORES LINEARES

Quando se observa uma série de amostras da resposta ao impulso de uma dada estrutura flexível, e, pretende-se descrevê-la mediante uma expressão analítica, realiza-se o que se convencionou denominar de Identificação de Sistema (Ljung, 1987). Neste processo de identificação o primeiro passo é escolher uma família de modelos (neste Capítulo trabalha-se com duas delas: ARX e ARMAX), na qual a série de amostras do sinal melhor se ajusta. Em seguida, estimam-se os parâmetros do modelo escolhido para identificar qual dos membros da família é o mais apropriado para descrever os dados. Uma vez identificado este membro, se pode fazer previsões acerca dos valores futuros da série de amostras de um sinal. Quando o processo de estimativa dos parâmetros do modelo é linear, diz-se que a Previsão é linear.

Nas considerações que se seguem, aplica-se o seguinte modelo (Ljung, 1987):

$$x(n) = G(q)u(n) + H(q)e(n) \quad (3.5)$$

em que $G(q)$ e $H(q)$ são polinômios definidos como:

$$\begin{aligned} G(q) &= \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k} \\ H(q) &= \sum_{k=0}^{\infty} h(k)q^{-k} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Na Equação (3.6), $g(k)$ e $h(k)$ referem-se aos valores das amostras de ordem k . A idéia subjacente a esta abordagem, é que as diferenças existentes entre os valores das amostras do sinal observado e os respectivos valores gerados pelo modelo, são devido à interferência de outra fonte de sinal, de modo genérico denominada de distúrbio. Assim $G(q)$ descreve a fonte de sinal e $H(q)$ descreve a fonte de distúrbio. Observa-se que o distúrbio considerado como sendo aditivo, e, separável do sinal, é representado por uma versão filtrada do ruído branco ($e(n)$ representa o ruído branco) e o sinal excitante é livre de ruído e representado por $u(n)$.

Observa-se que na Equação (3.6) está implícita a hipótese de que são disponíveis registros completos de dados obtidos em um intervalo de tempo infinito $-\infty < m \leq n - 1$. Todavia, na prática, apenas registros limitados são disponíveis, adquiridos no intervalo de tempo $0 \leq m \leq n - 1$. Neste caso, o mais simples a fazer é substituir os dados desconhecidos por zeros. Com estas considerações, as Equações (3.6) podem ser simplificadas como:

$$\begin{aligned} G(q) &= \sum_{k=1}^{N-1} g(k)q^{-k} \\ H(q) &= \sum_{k=0}^{N-1} h(k)q^{-k} \end{aligned} \quad (3.7)$$

A seguir, apresenta-se a Família de Modelos **ARX**, definida pela Equação (3.8), em que $A(q)$ e $B(q)$ são operadores definidos na Equação (3.9).

$$A(q)x(n) = B(q)u(n - nk) + e(n) \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q) &= b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b+1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Observa-se que o AR ('autoregressive') da família ARX se refere à parte autoregressiva, $A(q)x(n)$. Enquanto o X se refere à parte do sinal excitante, $B(q)u(n)$ e nk representa o número de atrasos entre a entrada e a saída (Ljung, 1987).

Introduzindo-se o vetor paramétrico θ , definido na Equação (3.10), podem-se estabelecer as relações existentes entre a descrição geral, Equação (3.5), e a descrição do modelo ARX, Equação (3.8). Estas relações são apresentadas na Equação (3.11).

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_{n_a}, b_1, b_2, \dots, b_{n_b}]^T \quad (3.10)$$

$$G(q, \theta) = q^{-nk} \frac{B(q)}{A(q)}, \quad H(q, \theta) = \frac{1}{A(q)} \quad (3.11)$$

Os números na e nb representam a ordem dos respectivos polinômios.

Uma vez identificado um modelo ARX que seja apropriado à descrição das amostras do sinal, pode-se fazer previsões acerca dos valores futuros deste sinal. Neste sentido é que se refere ao modelo identificado como sendo um previsor ARX.

A seguir, apresenta-se a Família de Modelos ARMAX. A desvantagem básica do modelo ARX é a falta de liberdade para uma descrição adequada do distúrbio. Esta lacuna pode ser preenchida pelo acréscimo na equação do erro de uma média móvel, MA ('moving average'), do ruído branco: $A(q)x(n) = B(q)u(n - nk) + C(q)e(n)$. Conforme se mostra na Equação (3.12), a qual pode ser expressa em uma notação mais compacta, introduzindo o conceito de vetor paramétrico definido na Equação (3.13).

$$\begin{aligned} x(n) + a_1x(n-1) + \dots + a_{na}x(n-na) \\ = b_1u(n-nk) + \dots + b_{nb}u(n-nk-nb+1) + e(n) + c_1e(n-1) + \dots + c_{nc}e(n-nc) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\theta = [a_1, a_2, \dots, a_{na}, b_1, b_2, \dots, b_{nb}, c_1, c_2, \dots, c_{nc}]^T \quad (3.13)$$

Considerando-se um novo operador $C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc}$, podem-se estabelecer as relações existentes entre a descrição geral, Equação (3.5) e a descrição do modelo ARMAX, Equação (3.12). Estas relações são apresentadas na Equação (3.14).

$$G(q, \theta) = q^{-nk} \frac{B(q)}{A(q)}, \quad H(q, \theta) = \frac{C(q)}{A(q)} \quad (3.14)$$

Observa-se que em vista da presença de uma média móvel parte da modelagem do distúrbio, $C(q)e(n)$, o modelo descrito na Equação (3.12) é denominado de modelo ARMAX.

Uma vez identificado um modelo ARMAX, que seja apropriado à descrição das amostras do sinal, pode-se fazer previsões acerca dos valores futuros deste sinal. Neste sentido é que se refere ao modelo identificado como sendo um Previsor ARMAX.

3.4.1. Previsão S1GL com Modelo ARX

Objetivando exemplificar a aplicação de previsão linear, considere o sinal discreto mostrado na Figura 3.1 e gerado pela Equação (3.1) como uma série de amostras da resposta ao impulso de uma estrutura flexível. Aplicando-se o algoritmo FFT ao sinal discreto, pode-se estimar a FRF, a qual é mostrada na Figura 3.2. Como já foi visto anteriormente, esta estimativa possui uma resolução em frequência considerada baixa, o que equivale a dizer que se fez uma estimativa da FRF com pouca qualidade. Pode-se melhorar a qualidade desta estimativa aumentando o número de amostras. O problema é como aumentar o número de amostras sem fazer uso de novas aquisições do sinal de vibração.

A resposta em investigação é introduzir novas amostras mediante a aplicação de Previsores. Com este objetivo, identificou-se com auxílio de cálculo numérico utilizando-se o ambiente MATLAB, um modelo ARX compatível com os dados, Equação (3.15), e a partir deste modelo fez-se a previsão linear.

A identificação do modelo ARX foi feita a partir da divisão de 64 amostras em 8 subconjuntos de 8 amostras consecutivas cada, os quais se deram o nome de janelas, com um intervalo de amostragem igual há 0,0625 s. A representação no domínio discreto do tempo é:

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{0,02378q^{-1}}{1 - 1,8334q^{-1} + 0,09845q^{-2}} \quad (3.15)$$

A Equação (3.15) constitui um algoritmo para estimar (prever) os valores futuros do sinal. Para tanto basta escrever a Equação (3.15) na forma equivalente de equação de diferença, Equação (3.16), tendo como entrada o impulso unitário discreto, $u(n) = \delta(n)$. Na Equação (3.17), apresenta-se a definição da função impulso unitário discreto.

$$x(n+1) = 1,8334x(n) - 0,9845x(n-1) + 0,02378 \cdot \delta(n-1) \quad (3.16)$$

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0, \\ 1, & n = 1. \end{cases} \quad (3.17)$$

Utilizando a Equação (3.16), pode-se fazer previsões acerca das novas amostras do sinal. Basta para tanto substituir $n = 65, 66, \dots$, na Equação (3.16).

Todavia, para estes índices o sinal impulso discreto não tem influência nos resultados dos cálculos. Assim, pode-se simplificar o algoritmo da Equação (3.16) para a forma mostrada na Equação (3.18) destinada à ampliação da duração do sinal original, por exemplo, pelo fator 8. O que equivale a melhorar a resolução em frequência pelo mesmo fator.

$$x(n+1) = 1,8334x(n) - 0,9845x(n-1), \quad n = 65, \dots, 512 \quad (3.18)$$

Escrevendo a Equação (3.18) na forma da Equação (3.19), percebe-se outra informação muito importante acerca da natureza da previsão. Na Equação (3.19), o valor futuro do sinal (previsão) depende do valor atual e da diferença entre o valor atual e o valor anterior do sinal.

$$x(n+1) = 0,8489x(n) + 0,9845.(x(n) - x(n-1)), \quad n = 65, \dots, 512 \quad (3.19)$$

A Equação (3.19) é utilizada para simular a ampliação das amostras do Sistema S1GL utilizando o modelo de identificação ARX, doravante denominada de Previsor ARX S1GL.

Na Figura 3.5, é mostrado o resultado da ampliação pelo Previsor ARX S1GL, o qual representa a resposta ao impulso ampliado a partir de 64 amostras (equivalente a 4 s de aquisição) para 512 amostras (equivalente a 32 s de aquisição).

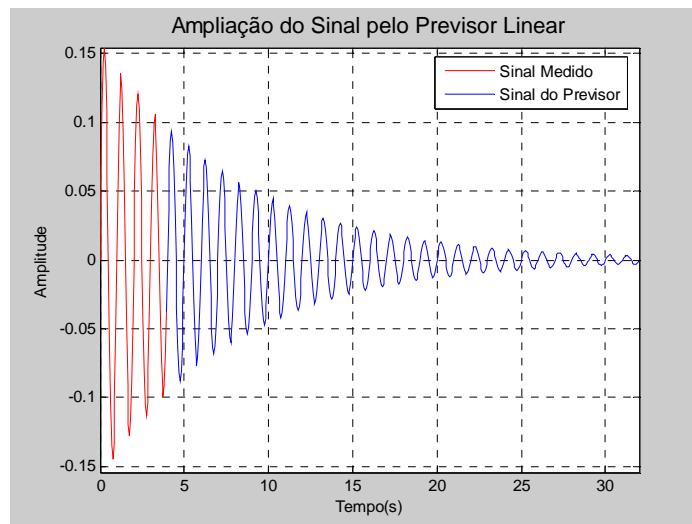


Figura 3.5: Sinal Ampliado via Previsor ARX S1GL

A evolução do erro de previsão é mostrada na Figura 3.6 agrupando as amostras em janelas de tamanho 8. No eixo das abscissas, apresenta-se as janelas referentes à parte de previsão (amostras de ordem 65, 66,, 512). No eixo das

ordenadas, apresenta-se os valores de Erro Médio Quadrático da previsão em relação aos valores das amostras do modelo S1GL. Este Erro Médio é calculado isoladamente janela por janela.

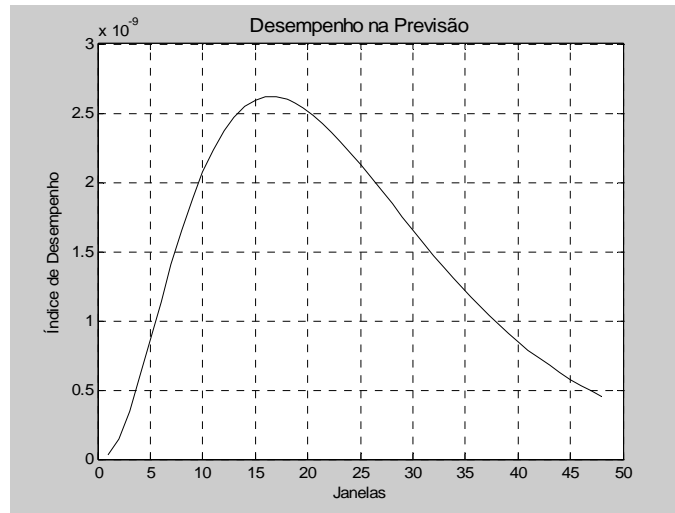


Figura 3.6: Desempenho do Previsor ARX S1GL

Na Figura 3.7, mostra-se uma parte ampliada (“zoom”) da estimativa da FRF obtida do sinal ampliado via Previsor ARX S1GL e da estimativa da FRF a partir do sinal discreto original. Observa-se o acréscimo na qualidade da estimativa da FRF resultante da melhoria da resolução em frequência.

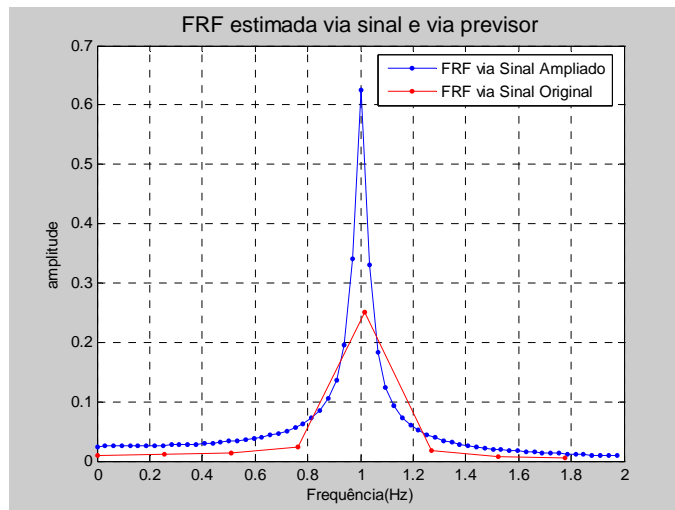


Figura 3.7: Comparativo da estimativa usando Previsor ARX S1GL

Na Tabela 3.1, utiliza-se o valor do Erro Médio Quadrático (EMQ) relativo à FRF ideal como medida de desempenho das estimativas discutidas, acrescentando-se a estimativa da FRF que faz o uso do SM referente ao modelo S1GL.

Tabela 3.1: Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - I

Estimativa	EMQ*10 ⁻⁴
Sinal Original (64 amostras)	302
Sinal Ampliado via Previsor Linear S1GL (512)	4,3
Sinal Ampliado via SM (512)	4,2

3.4.2. Previsão S2GL com Modelo ARX

Considera-se que os elementos do modelo S2GL, possuem os seguintes valores: $m_1 = m_2 = 10$ kg, $k_1 = k_2 = k_3 = 1600$ N/m, $c_1 = c_2 = c_3 = 3$ Ns/m. Utilizando o método de análise descrito no capítulo 2, Equação (2.90), obtém-se a Equação (3.20) descritiva do modelo S2GL. Utiliza-se da Equação (3.20) para simular 128 medições por amostragem uniforme, como resposta à aplicação de uma força externa impulsiva.

$$x(nT_a) = 0,0022sen(21,043nT_a).exp(-0,45nT_a) + 0,0040sen(12,6482nT_a).exp(-0,15nT_a) \quad (3.20)$$

De maneira análoga ao discutido para o modelo S1GL, identificou-se com auxílio de cálculo numérico, um modelo ARX compatível com os dados e a partir deste modelo fez-se a previsão linear.

O modelo obtido do tipo ARX, identificado a partir de 128 amostras e um intervalo de amostragem igual a 0,031 s, com a representação no domínio discreto do tempo, dado na Equação (3.21).

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{0,0002481q^{-2} + 0,0002481q^{-3}}{1 - 3,3726q^{-1} + 4,7835q^{-2} - 3,3077q^{-3} + 0,9634q^{-4}} \quad (3.21)$$

Escrevendo-se a Equação (3.21) na forma equivalente de equação de diferença e considerando-se a não influência dos sinais impulsos discretos, chega-se à equação de simulação, Equação (3.22).

$$x(n+1) = 3,3726x(n) - 4,7835x(n-1) + 3,3077x(n-3) - 0,9634x(n-4), \quad (3.22) \\ n = 129, \dots, 1024$$

A Equação (3.22) é utilizada para simular a ampliação das amostras do Sistema S2GL utilizando-se o modelo de identificação ARX, doravante denominada Previsor ARX S2GL.

Na Figura 3.8 é mostrado o resultado da ampliação pelo Previsor ARX S2GL.

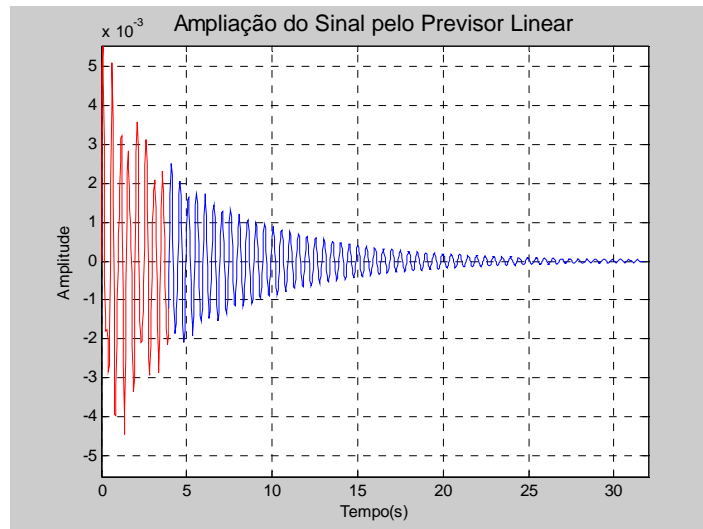


Figura 3.8: Sinal Ampliado via Previsor ARX S2GL.

A Figura apresenta a resposta ao impulso ampliado de 128 amostras (equivalente a 4 s de aquisição) para 1024 amostras (equivalente a 32 s de aquisição).

A evolução do erro de previsão é mostrado na Figura 3.9 agrupando as amostras em janelas de tamanho 8.

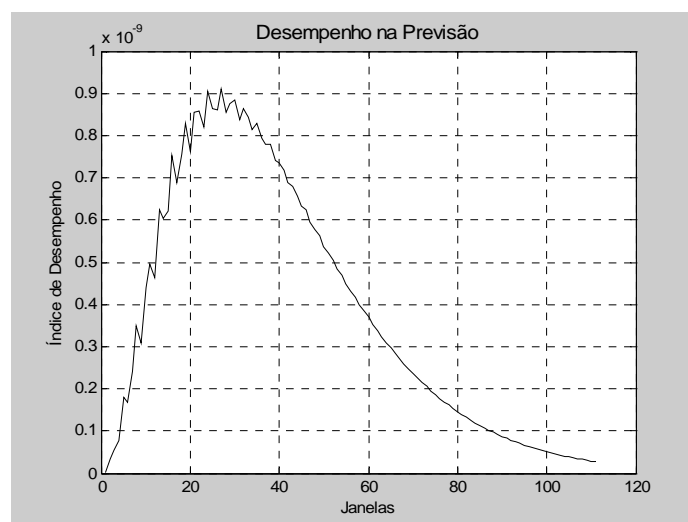


Figura 3.9: Desempenho do Previsor ARX S2GL

Na Figura 3.10, mostra-se a estimativa da FRF obtida do sinal ampliado para 1024 amostras via Previsor ARX S2GL, e um comparativo com a estimativa da FRF a partir do sinal discreto original (128 amostras). Observa-se o acréscimo na qualidade da estimativa da FRF resultante da melhoria da resolução em frequência.

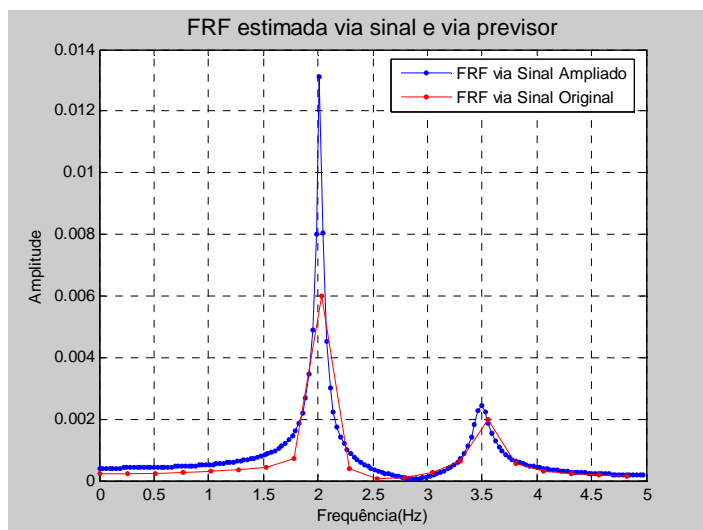


Figura 3.10: Comparativo da estimativa usando Previsor ARX S2GL

Na Tabela 3.2, utiliza-se o valor do Erro Médio Quadrático (EMQ) relativo a FRF ideal como medida de desempenho das estimativas discutidas, acrescentando-se a estimativa da FRF que faz o uso do SM.

Tabela 3.2: Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - II

Estimativa	EMQ*10 ⁻⁷
Sinal Original (128 amostras)	126
Sinal Ampliado via Previsor Linear S2GL (1024)	3,7
Sinal Ampliado via SM (1024)	2,1

3.5. SIMULAÇÃO DE MEDIÇÕES COM RUÍDO

Objetivando investigar a influência do erro de medição nas técnicas de melhoramento da estimativa da FRF mediante o uso de Previsores, decidiu-se somar à expressão do SM, Equação (3.1), uma parcela de Ruído Branco Gaussiano. Desta forma se acrescenta uma componente de distúrbio ao sinal observado, conforme mostra a Equação (3.23).

$$x(nT_a) = 0,1592\text{sen}(6,2819nT_a)\exp(-0,1257nT_a) + \eta(nT_a) \quad (3.23)$$

$$n = 0,1,2,\dots,(N - 1)$$

Na Figura 3.11, mostra-se dois gráficos: na parte superior apresenta-se as 64 amostras do Sinal contaminado por Ruído Aditivo Branco Gaussiano (RABB) e na parte inferior as 64 amostras deste ruído. Utiliza-se deste sinal ruidoso para investigar o efeito da presença de erros de medições no processo de estimativa da FRF da

estrutura flexível. Neste trabalho, adotou-se uma parcela de 2 % de ruído em relação à amplitude do sinal de vibração.

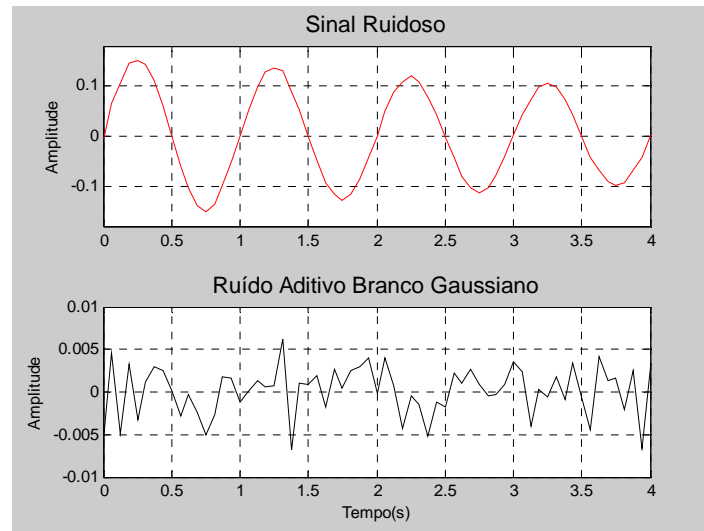


Figura 3.11: Simulação de Medições com Ruído.

3.5.1. Previsão S1GL com Modelo ARMAX

Na previsão linear a Família de ARX, não se mostrou compatível com a nova natureza do sinal simulado, ou seja, sinal contendo distúrbio. Portanto, escolheu-se trabalhar com a Família de Modelos ARMAX.

Executando a metodologia utilizada para o modelo S1GL com o sinal de vibração sem ruído, identificou-se com auxílio de cálculo numérico um modelo ARMAX compatível com os dados e a partir deste modelo fez-se a previsão linear.

O modelo obtido do tipo ARMAX, identificado a partir de 64 amostras e um intervalo de amostragem uniforme e igual a 0,0625 s, com a representação no domínio discreto do tempo, é dado na Equação (3.24).

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{0,02165q^{-1}}{1 - 1,8343q^{-1} + 0,9855q^{-2}} \quad (3.24)$$

Escrevendo a Equação (3.24) na sua equivalente equação de diferença, e considerando a não influência dos sinais impulsos discretos, chega-se à equação de simulação, Equação (3.25).

$$x(n+1) = 1,8343x(n) - 0,9855x(n-1), \quad n = 65, \dots, 512 \quad (3.25)$$

Utilizando a Equação (3.25), pode-se fazer previsões acerca das novas amostras do sinal. Basta para tanto substituir $n = 65, \dots, 512$ na Equação (3.25).

A Equação (3.25) é utilizada para simular a ampliação das amostras do Sistema S1GL utilizando o modelo de identificação ARMAX, doravante denominada Previsor ARMAX S1GL.

Na Tabela 3.3, utiliza-se o valor do Erro Médio Quadrático (EMQ) relativo à FRF ideal como medida de desempenho das estimativas discutidas, acrescentando a estimativa da FRF que faz o uso do SM.

Tabela 3.3: Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - III

Estimativa	EMQ*10 ⁻⁴
Sinal Original (64 amostras)	301
Sinal Ampliado via Previsor Linear ARMAX S1GL (512)	38
Sinal Ampliado via SM (512)	18

3.5.2. Previsão S2GL com Modelo ARMAX

Executando a metodologia utilizada para o modelo S2GL, com o sinal de vibração sem ruído, identificou-se com auxílio de cálculo numérico um modelo ARMAX compatível com os dados e a partir deste modelo se fez a previsão linear.

O modelo obtido do tipo ARMAX, identificado a partir de 128 amostras e um intervalo de amostragem uniforme e igual a 0,031 s, com a representação no domínio discreto do tempo, é dado na Equação (3.26).

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{0,0002126q^{-1} + 0,0001917q^{-2} + 0,0001579q^{-3}}{1 - 3,3062q^{-1} + 4,6082q^{-2} - 3,1452q^{-3} + 0,9116q^{-4}} \quad (3.26)$$

Escrevendo a Equação (3.26) na sua equivalente equação de diferença, e considerando a não influência dos sinais impulsos discretos, chega-se à equação de simulação, Equação (3.27).

$$x(n+1) = 3,3062x(n) - 4,6082x(n-1) + 3,1452x(n-3) - 0,9116x(n-4), \quad (3.27)$$

$$n = 129, \dots, 1024$$

A Equação (3.27) é utilizada para simular a ampliação das amostras do Sistema S2GL utilizando o modelo de identificação ARMAX, doravante denominada Previsor ARMAX S2GL.

Na Tabela 3.4 utiliza-se o valor do Erro Médio Quadrático (EMQ) relativo à FRF ideal como medida de desempenho das estimativas discutidas, acrescentando-se a estimativa da FRF que faz o uso do SM.

Tabela 3.4: Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - IV

Estimativa	EMQ*10 ⁻⁷
Sinal Original (128 amostras)	126
Sinal Ampliado via Previsor Linear ARMAX S2GL (1024)	32
Sinal Ampliado via SM (1024)	4,8

3.6. OBTENÇÃO DOS PREVISORES LINEARES VIA MATLAB

O MATLAB oferece facilidades para a obtenção dos previsores lineares, para tanto basta fazer uso das funções pré-definidas `arx.m`, `sett.m` e `th2ss.m` como parte integrante de um roteiro de comandos. Observa-se que na função `arx.m` realiza a identificação tipo Auto-Regressiva do Previsor Linear.

No Quadro 3.1 mostra-se, um segmento do roteiro utilizado para a obtenção da Função de Transferência no domínio z de um Previsor Linear.

```

z=[h1 u]; z=dtrend(z);
th=arx(z,[2 2 1],[],Ta)
th=sett(th,Ta);
[A1,B1,C1,D1,K,X0]=th2ss(th);
[nn,nd]=ss2tf(A1,B1,C1,D1);
G=tf(nn,nd,Ta)

```

Quadro 3.1: Segmento de um roteiro para obtenção do Previsor ARX

3.7. CONCLUSÕES

Neste capítulo, foram apresentados conceitos referentes à discretização de sinais analógicos provenientes das respostas ao impulso unitário, de plantas descritas pelos modelos S1GL e S2GL de uma estrutura flexível. Também se discutiu as técnicas de identificação de sistemas visando à redução do tempo de aquisição de dados referentes à resposta impulsiva, utilizando modelos lineares, baseados nos modelos ARX e ARMAX.

Estudou-se a simulação do sinal discreto, a teoria da estimativa da FRF. Apresentou-se a teoria dos modelos ARX e ARMAX, e, posteriormente, obtiveram-se os modelos identificados que são usados nos capítulos seguintes.

Na identificação por modelos lineares, além da ordem mínima para se representar adequadamente o sistema (número de parâmetros a determinar), é necessário que se utilize uma quantidade de informações (dados) suficiente para que a identificação seja confiável. Como o presente trabalho trata da necessidade da redução da aquisição de amostras, para a identificação se limitou a utilizar apenas 64 amostras para o caso S1GL e 128 amostras para o caso S2GL, o que corresponde a 12,5% do total de amostras para cada caso. Como efeito destas limitações, algumas vezes o programa desenvolvido em ambiente MATLAB quando executado, exibiu em partes da resposta as seguintes mensagens: “Os dados de entrada aparentemente não são suficientes para a ordem do modelo escolhida”; “O modelo resultante e sua matriz covariância podem não ser confiáveis”.

Um importante resultado desta investigação é que revela que para os casos em estudos uso de previsores lineares na ampliação de sinais de vibração de estruturas flexíveis provém um mecanismo de melhoria da FRF estimada.

Os próximos capítulos tratam da aplicação das Redes Neurais para a melhoria da estimativa de parâmetros de sistemas flexíveis.

REDES NEURAIIS DE MÚLTIPLAS CAMADAS

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresenta-se sucintamente conceitos relativos a Redes Neurais, mais precisamente os utilizados no trabalho, dando-se enfoque às Redes Neurais de Múltiplas Camadas (RNMC), treinadas com algoritmo de retropropagação do erro (“backpropagation”) e uma de suas variantes (algoritmo Levenberg Marquardt). Discute-se também, as estratégias de configuração das RNMC para ampliar a série de valores correspondente às respostas ao impulso unitário das plantas S1GL e S2GL de estruturas flexíveis, descritas no capítulo 2.

4.2 REDES NEURAIIS

As Redes Neurais Artificiais (RNA) são compostas de muitos elementos simples (neurônios), inspirados pelo sistema nervoso biológico, que operam em paralelo. A função da rede é determinada pelas conexões entre os seus elementos (Veelenturf, 1995).

Haykin (1999) define RNA como sendo um processador maciço e paralelamente distribuído, constituído de unidades de processamento simples, que têm a propensão natural para armazenar conhecimento experimental, e aplicá-lo para resolver problemas.

O estudo das Redes Neurais Artificiais tem alta relevância para os pesquisadores das mais diversas áreas de conhecimento, sendo objeto de crescentes pesquisas, e, servindo como valiosa ferramenta para diversas aplicações (Vieira & Roisenberg, 2003).

Segundo Haykin (1999), as primeiras aplicações de redes neurais foram no reconhecimento de padrões. O neurônio artificial foi concebido principalmente como instrumento capaz de reconhecer letras.

A agilização da análise e/ou projeto de processos relacionados à engenharia é uma das principais motivações em utilizar RNA. As habilidades de RNA em lidar com dados não lineares, as tornam uma abordagem atrativa, que pode ser utilizada em diversos tipos de problemas (Haykin, 1999).

Além disso, as RNAs são dispositivos que permitem tolerância a ruídos e falhas, o que advém da capacidade de generalização das redes, sendo capaz de suportar ruídos e imperfeições no ambiente, ainda mantendo um resultado desejado (Vieira & Roisenberg, 2003).

Lista-se abaixo algumas aplicações gerais de redes neurais, e, uma pequena descrição dos problemas de cada aplicação (Zuben, 2003):

- Aproximação de Funções → Existindo um padrão de treinamento (pares de entradas e saídas) gerado a partir de uma função desconhecida (sujeita a ruídos), a aproximação de funções consiste de encontrar uma estimativa da função desconhecida;
- Classificação de padrões → Com a existência de um padrão de treinamento, o problema consiste em classificar os padrões que, toda vez que novos vetores de entrada (novas listas de atributos numéricos ou novos padrões) forem apresentados, eles sejam automaticamente classificados em uma das classes disponíveis;
- Identificação de Sistemas Dinâmicos → A partir de amostras de entrada-saída contendo no vetor de entrada as entradas e o estado atual de um sistema dinâmico e no vetor de saída o novo estado do sistema dinâmico, deve-se obter um modelo para o sistema, capaz de reproduzir sua evolução no tempo do seu estado;
- Emulação de Atividades Humanas → Tomando como base amostras de treinamento contendo na entrada um conjunto de informações recebidas por um ser humano e na saída as respectivas ações tomadas pelo mesmo, deve-se obter um modelo para a atuação dele, capaz de reproduzir suas ações frente a variados conjuntos de informações recebidas como entrada;

- Previsão de Séries Temporais → A partir de amostras da evolução de uma série temporal, deve-se obter um previsor capaz de estimar valores futuros da própria série, a partir do conhecimento da série temporal até o presente momento.

O modelo de neurônio no qual se baseiam as redes neurais possui uma estrutura idêntica à da Figura 4.1, que mostra um modelo de um neurônio artificial, proposto por McCulloch e Pitts (1943), identificando os três elementos básicos para o projeto de redes neurais: um conjunto de sinapses (ligações), cada uma caracterizada por um peso ou força própria w_{ir} , um somador para somar os sinais de entrada, ponderado pelas respectivas sinapses do neurônio, constituindo uma combinação linear; e uma função de ativação f para restringir a amplitude de saída de um neurônio, ou seja, limitar o intervalo permissível de amplitude do sinal de saída do mesmo a um valor finito. Geralmente, utilizam-se intervalos como $[0,1]$ ou $[-1,1]$.

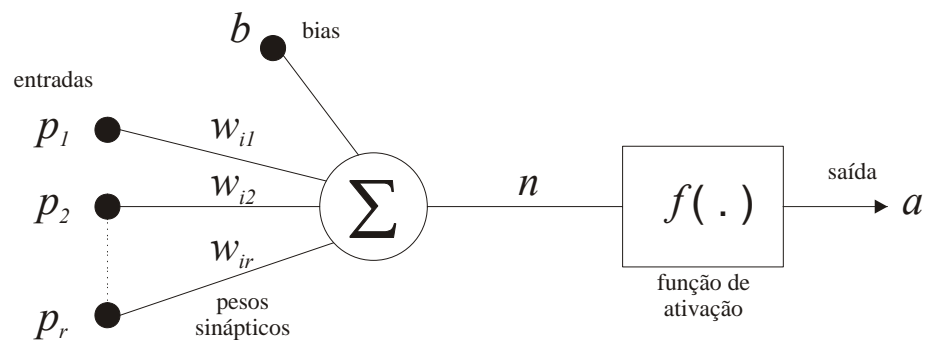


Figura 4.1: Modelo de um Neurônio Artificial

Pode ser observado na Figura 4.1, as entradas p_r do neurônio e o resultado do processamento neural, a saída a , bem como o sinal de *bias* b , que serve para aumentar os graus de liberdade, permitindo uma melhor adaptação, por parte da RNA, ao conhecimento a ela fornecido.

O neurônio artificial pode ser representado matematicamente pela Equação (4.1) e Equação (4.2):

$$n = \sum_{r=1}^m w_{ir} p_r + b_i \quad (4.1)$$

$$a(i) = f(n(i)) \quad (4.2)$$

A variável n representa o chamado “net” do neurônio, que é geralmente o somatório de todas as entradas multiplicadas pelos seus respectivos pesos. As funções de ativação de cada neurônio podem ser, dentre outros, do tipo degrau, linear ou sigmóide.

As RNA são organizadas por camadas de neurônios. Tais camadas são usualmente classificadas em três grupos:

- Camada de entrada: Onde os padrões são apresentados à rede;
- Camadas Escondidas ou Ocultas: Onde é feita a maior parte do processamento, por meio de conexões ponderadas. Podem ser consideradas como extratoras de características;
- Camada de Saída: Onde o resultado final é concluído e apresentado.

A propriedade mais importante das redes neurais é a habilidade de aprender de seu ambiente e com isso melhorar seu desempenho. Isso é feito por meio de um processo iterativo de ajustes aplicado a seus pesos, o treinamento.

O aprendizado ocorre quando a rede neural atinge uma solução generalizada para uma classe de problemas. Geralmente, define-se como algoritmo de treinamento um conjunto de regras bem definidas para a solução de um problema em questão.

Existem muitos tipos de algoritmos de treinamento específicos para determinados modelos de redes neurais, estes algoritmos diferem entre si principalmente pelo modo como os pesos são modificados.

4.2.1 Tipos de Treinamento

O aprendizado das RNA torna possível a modificação do comportamento da resposta no ambiente. Uma RNA é treinada de modo que a aplicação de um conjunto de vetores de entrada X produz um conjunto de vetores de saída Y desejado (ou no mínimo consistente), ou a rede aprende sobre as características internas e estruturas dos dados de um conjunto X . O conjunto X usado para treinar uma rede é chamado de conjunto de treinamento. Os elementos x deste conjunto X são chamados elementos de treinamento.

O processo de treinamento é resumido na troca dos pesos da rede. Durante o treinamento, os pesos da rede devem convergir gradualmente para valores os quais cada vetor de entrada x do conjunto de treinamento, resulte em um vetor y , que represente a saída desejada produzida pela rede. A aprendizagem ocorre se após a

aplicação de um exemplo de treinamento, não for necessária a troca do último peso sináptico (Kasabov, 1998).

Os procedimentos de treinamento que levam as RNAs a aprender determinadas tarefas podem ser classificados em duas classes:

- Supervisionado;
- Não Supervisionado.

O treinamento supervisionado necessita de um par de vetores composto do vetor de entrada e do vetor alvo que se deseja como saída. Juntos, estes vetores são chamados de “par de treinamento”, ou “vetor de treinamento”. Geralmente, as RNA são treinadas com vários vetores de treinamento.

O procedimento de treinamento funciona da seguinte forma: o vetor de entrada é aplicado; a saída da rede é calculada e comparada com o correspondente vetor alvo. O erro encontrado é então realimentado através da rede e os pesos são atualizados de acordo com um algoritmo determinado a fim de minimizar este erro. Este processo de treinamento é repetido até que o erro para os vetores de treinamento tenha alcançado níveis considerados aceitáveis para a aplicação em questão.

O treinamento não supervisionado, por sua vez, não requer vetor alvo para as saídas e, obviamente, não faz comparações para determinar a resposta ideal. O conjunto de treinamento modifica os pesos da rede de forma a produzir saídas que sejam consistentes, isto é, tanto a apresentação de um dos vetores de treinamento, como a apresentação de um vetor que é suficientemente similar, irão produzir o mesmo padrão nas saídas. O processo de treinamento extrai as propriedades estatísticas do conjunto de treinamento e agrupa os vetores similares em classes. A aplicação de um vetor de uma determinada classe à entrada da rede irá produzir um vetor de saída específico, mas não existe maneira de se determinar, antes do treinamento, qual o padrão que será produzido na saída para um vetor de entrada de uma determinada classe. Desta forma, a saída de algumas RNAs deve ser transformada em uma forma compreensiva após o processo de treinamento, o que é um simples problema de identificação da relações entrada-saída estabelecidas pela rede (Abelém, 1994).

4.3 FUNDAMENTOS DE REDES NEURAIIS DE MÚLTIPLAS CAMADAS

A capacidade limitada de representação das RNAs com uma única camada foi superada a partir do perfeito entendimento do problema da separabilidade linear (Minsky & Papert, 1988).

Embora existam inúmeras arquiteturas de redes neurais, a arquitetura das Redes Neurais de Múltiplas Camadas (RNMC) é a mais freqüentemente encontrada na literatura (Skapura, 1996). Entre as razões para a sua popularidade, cita-se a capacidade de aproximação universal e a flexibilidade para formar soluções de qualidade para uma ampla classe de problemas, a partir de um mesmo algoritmo de treinamento.

A RNMC foi concebida para resolver problemas mais complexos, os quais não poderiam ser resolvidos pelo modelo de rede de uma camada. A camada oculta possui uma importância grande na rede neural, pois se provou que sem esta camada se torna impossível a resolução de problemas linearmente não separáveis (Abelém, 1994).

A RNMC passa por um processo de treinamento mediante o conhecimento de dados reais, adquirindo a sistemática necessária para executar adequadamente o processo desejado dos dados fornecidos. Sendo assim, a rede é capaz de extrair regras básicas a partir de dados reais, diferindo da computação convencional, onde é necessário um conjunto de regras rígidas pré-fixadas e algoritmos.

O treinamento deve ser interrompido, quando a rede apresentar uma boa capacidade de generalização, isto é, quando a taxa de erro for menor que um erro admissível. Deve-se, também, encontrar um ponto ótimo de parada com erro mínimo e capacidade de generalização máxima (Hagan et al., 1996).

4.3.1 Exemplo de Arquitetura de Uma RNMC

Na Figura 4.2, é mostrado o diagrama de uma RNMC de três camadas: a camada de entrada possui 3 neurônios, a camada escondida (oculta) possui 4 neurônios e a camada de saída possui 2 neurônios. Utiliza-se como referência para uma rede com n neurônios na camada de entrada, m neurônios na camada oculta e p neurônios na camada de saída a notação RNMC (n,m,p) . Por exemplo, caso a rede seja de duas camadas, utiliza-se a notação RNMC (n,m) . Portanto, denota-se a RNMC mostrada na Figura 4.2 como RNMC $(3,4,2)$.

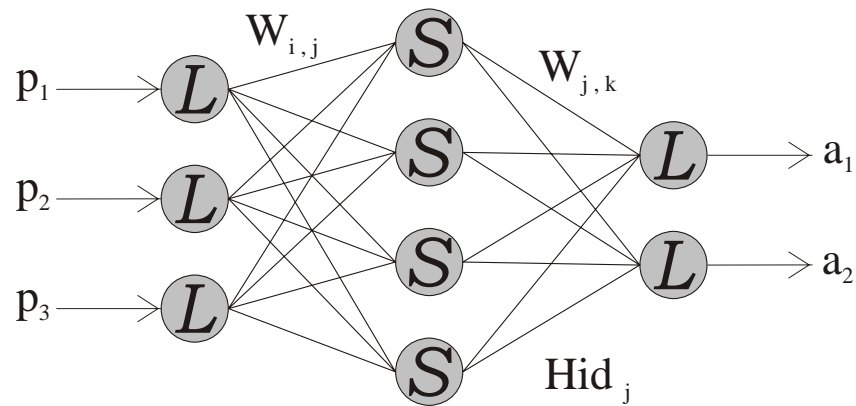


Figura 4.2: Exemplo de uma RNMC (3,4,2)

Para efeito de exemplificação, na camada de entrada, os elementos dos neurônios (pesos e *bias*) são representados pelo índice i . São mostrados três neurônios contendo função de ativação do tipo linear, cada neurônio com uma única entrada p_r . A camada oculta é representada pelo índice j , onde os neurônios possuem saídas Hid_j , os pesos entre a camada de entrada e a camada oculta são definidos como $Wp_{r,i,j}$ ($i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$). A camada de saída é representada pelo índice k e a saída da rede por a_k .

Considerando que existem m neurônios na camada oculta e p neurônios na camada de saída, os pesos entre as camadas, oculta e de saída, são definidos como $Wa_{j,k}$ ($j = 1, \dots, m$ e $k = 1, \dots, p$).

Observa-se que os neurônios da camada de entrada da RNMC da Figura 4.2 possuem função de ativação linear (L). A primeira camada da RNMC gera sinais normalizados entre -1 e +1 e é responsável basicamente num ponto de distribuição dos sinais de entrada para a camada oculta da RNMC. Essa normalização é necessária, já que os valores dos índices podem crescer continuamente, o que levaria a não convergência da rede quando se utiliza funções não-lineares. Os neurônios da camada oculta possuem função de ativação não linear do tipo sigmóide (S) e os da camada de saída possuem função de ativação do tipo linear (L).

4.3.2 Fatores Determinantes Para Desempenho da RNMC

As inter-relações complexas existentes entre os parâmetros que influenciam o desempenho da rede, como função de ativação, função erro, parâmetros de controle do gradiente descendente e do tempo de treinamento e arquitetura da rede, permite uma liberdade extra no projeto de RNMC. Esta liberdade na escolha dos parâmetros adequados, assim como nos modelos lineares, torna as aplicações altamente dependentes da familiaridade do projetista para que se obtenha sucesso.

O desempenho das RNMC em geral, é avaliado em função de três fatores:

- Convergência;
- Generalização;
- Escalabilidade.

A Convergência, atribui-se à capacidade das RNMC de aprender um determinado conjunto de dados definido no procedimento de treinamento, ou seja, é o que indica quando o procedimento de treinamento é capaz de aprender a classificação definida nos padrões apresentados.

A Generalização, refere-se à habilidade das RNMC de reconhecer padrões fora do conjunto de treinamento e é a principal propriedade que deve ser exigida de uma RNMC. Ela determina a quantidade de dados necessários para treinar o sistema, a fim de que este responda corretamente para padrões fora do conjunto de treinamento.

A Escalabilidade, que diz respeito a ambos, convergência e generalização, é relativa ao procedimento de ajustar os parâmetros das RNMC, para que elas consigam convergir e generalizar bem. Sabe-se que para uma RNMC ter um bom desempenho, ela deve ser grande o suficiente para aprender o problema (convergir), mas também pequena o bastante para generalizar bem. Baseado nestes conceitos, discute-se as melhores arquiteturas para as RNMC utilizadas neste trabalho.

4.4 ALGORITMO DE RETROPROPAGAÇÃO DO ERRO

Segundo Zainuddin et al. (2004) o algoritmo de retropropagação do erro é o algoritmo de treinamento melhor conhecido e o mais extensamente usado em treinamentos de Redes Neurais de Múltiplas Camadas (RNMC).

O algoritmo de retropropagação do erro utiliza pares (entrada, alvos) para, por meio de um mecanismo de correção de erros, ajustar os pesos da RNMC. O

treinamento ocorre em duas fases, em que cada fase percorre a rede em um sentido. Estas duas fases são chamadas de fase de avanço e fase de retropropagação. A fase de avanço é utilizada para definir a saída da rede para um dado padrão de entrada. A fase de retropropagação utiliza a saída desejada e a saída fornecida pela rede para atualizar os pesos de suas conexões. Na Figura 4.3, são ilustradas estas duas fases.

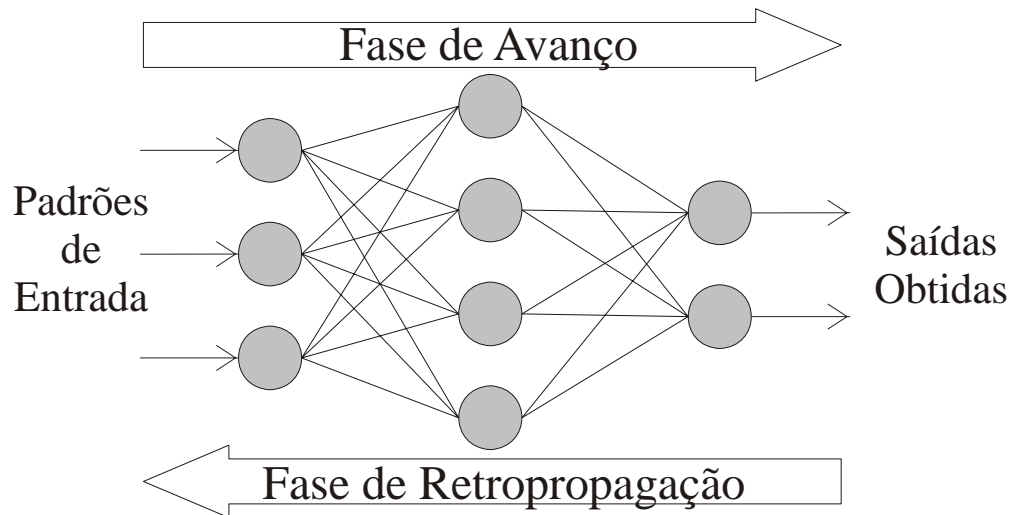


Figura 4.3: RNMC com algoritmo de retropropagação do erro

O algoritmo de retropropagação do erro se baseia no método do gradiente descendente (Hagan et al., 1996), o qual dada uma medida de erro procura melhorar o conjunto de pesos w_{ir} , objetivando a diminuição desse erro até atingir valores aceitáveis para a aplicação em questão. Em outras palavras, o algoritmo do gradiente descendente sugere mudanças nos pesos w_{ir} por uma quantidade Δw_{ir} proporcional ao gradiente do erro. Para ilustrar o algoritmo de retropropagação, considere uma RNMC, a saída n seja da forma da Equação (4.3).

$$n^{k+1}(i) = \sum_{j=1}^{S^k} w^{k+1}(i, j) a^k(j) + b^{k+1}(i) \quad (4.3)$$

em que k representa a camada atual da rede, i representa os índices dos elementos de entrada em uma camada, j representa os índices dos elementos de saída em uma camada, w são os valores dos pesos, a é o valor da saída de uma camada e b são os *bias* da rede, e S^k representa a última camada.

A saída de qualquer camada da rede pode ser obtida pela Equação (4.4):

$$a^{k+1}(i) = f^{k+1}(n^{k+1}(i)) \quad (4.4)$$

Considerando uma RNMC contendo M camadas, o sistema de equações para o cálculo da saída de qualquer camada, dado na forma matricial, pode ser obtido por:

$$\mathbf{a}^0 = \mathbf{p} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{a}^{k+1}(i) = \mathbf{f}^{k+1}(\mathbf{W}^{k+1} \mathbf{a}^{k+1} + \mathbf{b}^{k+1}), \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4.6)$$

em que o índice 0 representa a primeira camada da RNMC.

O principal objetivo da RNMC é assimilar as associações existentes entre um conjunto de pares especificados de entrada-saída $\{\mathbf{p}_1, \mathbf{t}_1\}, \{\mathbf{p}_2, \mathbf{t}_2\}, \dots, \{\mathbf{p}_Q, \mathbf{t}_Q\}$.

Na Equação (4.7), mostra-se a expressão para o cálculo do índice de desempenho da RNMC, que pode representar um referencial para o término do treinamento.

$$F = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q (\mathbf{t}_q - \mathbf{a}_q^M)^T (\mathbf{t}_q - \mathbf{a}_q^M) = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \mathbf{e}_q^T \mathbf{e}_q \quad (4.7)$$

em que \mathbf{a}_q^M representa a saída da rede quando a q -ésima entrada (\mathbf{p}_q) é apresentada, e $\mathbf{e}_q = \mathbf{t}_q - \mathbf{a}_q^M$ é o erro para a q -ésima entrada. Segundo Hagan, et al. (1994), para o algoritmo de retropropagação padrão, utiliza-se uma regra de um algoritmo descendente aproximado. Para este caso, o índice de desempenho é aproximado para:

$$\hat{F} = \frac{1}{2} \mathbf{e}_q^T \mathbf{e}_q \quad (4.8)$$

Nesta aproximação, o total das somas dos quadrados é substituída pelos erros quadráticos de um único par entrada-saída. Portanto, o algoritmo descendente aproximado pode ser calculado por:

$$\Delta w^k(i, j) = -\alpha \frac{\partial \hat{F}}{\partial w^k(i, j)} \quad (4.9)$$

em que α é a taxa de aprendizagem, valor escolhido pelo projetista.

Define-se a Equação (4.10) como a sensibilidade do índice de desempenho quando são feitas alterações nas saídas das camadas individuais:

$$\delta^k(i) \equiv \frac{\partial \hat{F}}{\partial n^k(i)} \quad (4.10)$$

Então, utilizando-se as equações 4.3, 4.8 e 4.10, se obtém a Equação (4.11), que representa as sensibilidades através das camadas da RNMC.

$$\frac{\partial \hat{F}}{\partial w^k(i, j)} = \frac{\partial \hat{F}}{\partial n^k(i)} \frac{\partial n^k(i)}{\partial w^k(i, j)} = \delta^k(i) a^{k-1}(j) \quad (4.11)$$

Mostra-se também que as sensibilidades satisfazem a seguinte relação de recorrência:

$$\boldsymbol{\delta}^k = \dot{F}^k(\mathbf{n}^k) W^{k+1T} \boldsymbol{\delta}^{k+1} \quad (4.12)$$

em que $\dot{F}^k(\mathbf{n}^k)$ é calculado a partir da Equação (4.13) e $\dot{f}^k(n)$ calculado pela Equação (4.14).

$$\dot{F}^k(\mathbf{n}^k) = \begin{bmatrix} \dot{f}^k(n^k(1)) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dot{f}^k(n^k(2)) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dot{f}^k(n^k(Sk)) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\dot{f}^k(n) = \frac{\partial f^k(n)}{\partial n} \quad (4.14)$$

Neste algoritmo, esta relação de recorrência é inicializada na última camada da rede e vem se propagando até chegar à primeira camada, Equação (4.15).

$$\boldsymbol{\delta}^M = -\dot{F}^M(\mathbf{n}^M)(\mathbf{t}_q - \mathbf{a}_q) \quad (4.15)$$

O objetivo do treinamento da RNMC com retropropagação é realizar o ajuste dos pesos, tal que, a aplicação de um conjunto de entradas produza um conjunto de saídas, que se aproximem ao máximo dos alvos. Antes de iniciar o processo de treinamento, todos os pesos devem ser inicializados aleatoriamente com valores relativamente pequenos, garantindo deste modo que a rede não ficará saturada com grandes valores de pesos e se prevenindo contra as chamadas “patologias de treinamento”.

O treinamento pode ser dividido em passos da seguinte forma:

1. Selecionar o conjunto de treinamento e aplicar o vetor de entrada da rede;
2. Calcular a saída da rede;
3. Calcular o erro entre a saída da rede e a saída alvo;

4. Ajustar os pesos da rede de maneira a minimizar o erro;
5. Repetir do primeiro até o quarto passo para cada vetor do conjunto de treinamento, até o erro se tornar aceitável para o conjunto inteiro.

Apesar das aplicações com o algoritmo de retropropagação terem se difundido fortemente na sociedade científica, muitos problemas ainda o acompanham. Dentre eles, os que mais se destacam são:

- O longo período de treinamento, principalmente para problemas complexos, sendo que não há garantias que depois deste tempo o treinamento tenha sido feito com sucesso;
- Mínimos locais, já que para RNMC, a superfície do erro geralmente é cheia de vales e desníveis e o algoritmo emprega um tipo de gradiente descendente, existe sempre a possibilidade de ficar preso em um mínimo local;
- Paralisia da rede, pois os pesos podem ser ajustados para valores relativamente grandes durante o treinamento, os quais podem levar a derivada da função de ativação à zero (no caso de funções do tipo sigmóide ou similares), impedindo a rede de aprender o conjunto de treinamento.

Devido às deficiências do algoritmo de retropropagação, inúmeras variantes têm sido propostas nos últimos anos (Haykin, 1999 & Riedmiller et al., 1993). Uma alternativa para diminuir o tempo de treinamento, assegurando um maior grau de estabilidade para rede, chamada “momentum”, proposta por Rumelhart et al. (1986), se mostrou bastante eficiente em alguns casos. Outras alternativas, também foram propostas por Charalambous (1992), bem como o algoritmo Levenberg Marquardt (Hagan & Menhaj, 1994). Neste trabalho, é utilizado o algoritmo de treinamento Levenberg Marquardt.

4.4.1 O Algoritmo Levenberg-Marquardt

Enquanto o algoritmo de retropropagação do erro padrão utiliza o gradiente descendente como método de aproximação do mínimo da função erro, o algoritmo de Levenberg-Marquardt utiliza uma aproximação pelo método de Newton (Hagan & Menhaj, 1994). Considere uma função $F(\mathbf{x})$ a qual se deseja minimizar em relação ao

vetor de entradas \mathbf{x} ($\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}$), então o método de Newton é dado por:

$$\Delta \mathbf{x} = -[\nabla^2 F(\mathbf{x})]^{-1} \nabla F(\mathbf{x}) \quad (4.16)$$

em que $\nabla^2 F(\mathbf{x})$ é a matriz Hessiana e $\nabla F(\mathbf{x})$ é o gradiente. Se for assumido que $F(\mathbf{x})$ é a função soma dos erros médios quadrados, Equação (4.17).

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2(\mathbf{x}) \quad (4.17)$$

Então se pode escrever:

$$\nabla F(\mathbf{x}) = J^T(\mathbf{x})\mathbf{e}(\mathbf{x}) \quad (4.18)$$

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}) = J^T(\mathbf{x})J(\mathbf{x}) + S(\mathbf{x}) \quad (4.19)$$

em que $J(x)$ é a matriz Jacobiana:

$$J(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial e_1(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial e_1(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial e_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial e_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial e_2(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e_N(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial e_N(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial e_N(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

e $S(\mathbf{x})$ é a matriz sensibilidade, representada por:

$$S(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N e_i(\mathbf{x}) \nabla^2 e_i(\mathbf{x}) \quad (4.21)$$

Para o método Gauss-Newton, assume-se que $S(\mathbf{x}) \approx 0$. Então a Equação (4.16) transforma-se em:

$$\Delta \mathbf{x} = [J^T(\mathbf{x})J(\mathbf{x})]^{-1} J^T(\mathbf{x})\mathbf{e}(\mathbf{x}) \quad (4.22)$$

Para evitar que a matriz $J^T(\mathbf{x})J(\mathbf{x})$ seja singular, foi adicionado o parâmetro μ , resultando em:

$$\Delta \mathbf{x} = [J^T(\mathbf{x})J(\mathbf{x}) + \mu I]^{-1} J^T(\mathbf{x})\mathbf{e}(\mathbf{x}) \quad (4.23)$$

em que I é a matriz identidade, $\mathbf{e}(\mathbf{x})$ é o vetor erro e J é a matriz Jacobiana.

O parâmetro μ é multiplicado por um fator β toda vez que um passo resultar num aumento na função $F(\mathbf{x})$, que se deseja minimizar. Quando um passo resultar na

diminuição da função $F(\mathbf{x})$, μ é dividido pelo fator β . Isto significa dizer que quando o parâmetro μ aumenta, o algoritmo se aproxima do algoritmo descendente (com passo $1/\mu$), enquanto que para valores relativamente pequenos de μ , o algoritmo se aproxima do método de Gauss-Newton. O parâmetro μ funciona como um fator de estabilização do treinamento, ajustando a aproximação de forma a utilizar a convergência rápida do método de Newton e, evitando passos muito grandes que possam levar a um erro de convergência (Hagan & Menhaj, 1994).

O algoritmo Levenberg Marquardt se resume nos seguintes passos:

1. Apresenta-se todas as entradas para a rede e se calcula as saídas correspondentes, utilizando-se as equações (4.5) e (4.6), e os erros por $\mathbf{e}_k = \mathbf{t}_k - \mathbf{a}_k^M$. Calcula-se também a soma dos quadrados erros sobre todas as entradas (vetor $F(\mathbf{x})$, Equação (4.7));
2. Calcula-se a matriz Jacobiana, Equação (4.20);
3. Resolve-se a Equação (4.23) para se obter $\Delta\mathbf{x}$;
4. Recalcula-se a soma dos quadrados dos erros usando $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$. Se esta nova soma de quadrados for menor que a calculada no primeiro passo, então, se divide o valor de μ pelo fator β , faz $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$ e retorna para o primeiro passo. Se a soma dos quadrados não for menor, então, multiplica-se o valor de μ pelo fator β e retorna-se ao terceiro passo;
5. Considera-se que o algoritmo convergiu quando a norma do gradiente (Equação (4.18)) for menor que um valor pré-determinado, ou quando a soma dos quadrados for reduzida a algum valor alvo escolhido.

4.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados alguns conceitos de Redes Neurais Artificiais de Múltiplas Camadas e o algoritmo de retropropagação do erro, abordando os conceitos mais relevantes para esta dissertação. Iniciou-se discutindo sobre conceitos de redes neurais e descrevendo os problemas presentes em algumas aplicações com RNA. Posteriormente, discutiu-se as razões do surgimento de redes com mais de uma camada, depois se mostrou um exemplo de arquitetura de RNMC, tratou-se também dos fatores determinantes para o desempenho da rede.

Na segunda parte, discutiu-se o algoritmo para treinamento das RNMC, o algoritmo de retropropagação do erro e uma de suas variantes, o método Levenberg Marquardt, apresentando desenvolvimentos matemáticos importantes para seu entendimento.

O capítulo seguinte trata da discussão da arquitetura da RNMC utilizada para treinamento, bem como, mostra resultados de simulação referentes à ampliação de amostras do sinal resposta ao impulso, contendo comparações tanto qualitativas, quanto quantitativas em relação ao desempenho da RNMC.

ESTIMATIVA DA FRF UTILIZANDO PREVISOR NEURAL

5.1 INTRODUÇÃO

Aplicando as mesmas hipóteses e condições descritas no capítulo 3, entre elas a estratégia de redução do tempo de aquisição e o uso do Simulador de Medições (SM), apresentam-se neste capítulo as estratégias utilizadas para melhoria da qualidade das estimativas das FRF, mediante a ampliação das séries representativas da resposta ao impulso das plantas estudadas no Capítulo 2.

São descritas as estratégias para escolha do conjunto de dados para o treinamento da RNMC, a partir da divisão da série representativa da resposta ao impulso unitário, e também as arquiteturas das RNMC usadas para previsão.

São apresentados resultados de treinamento e generalização das RNMC, e o desempenho da RNMC para ampliação de amostras, melhorando as estimativas de FRF, que é comprovado pela análise de gráficos e tabelas.

5.2 ESTIMATIVA DA FRF PARA ESTRUTURA COM UM GRAU DE LIBERDADE

Nesta seção, discutem-se as estratégias de previsão não-linear, tratando-se da configuração da RNMC utilizada para ampliar a série de valores referentes à resposta ao impulso unitário de uma estrutura flexível modelada pelo Sistema de Um Grau de Liberdade (S1GL).

Segundo Braga et al. (1998), o número de neurônios em cada camada e/ou o número de conexões em cada neurônio da rede depende da natureza do sinal e de quantos valores por iteração se deseja prever. Para efeito do treinamento da RNMC, deve-se definir o número de valores futuros que se deseja prever em cada iteração. Este por consequência, é o número de neurônios na camada de saída.

Na heurística escolhida para o treinamento das RNMC, utiliza-se a apresentação sucessiva de subconjunto do Conjunto de Amostras da série de valores da resposta ao impulso. Cada subconjunto denomina-se de Janela e um grupo de janelas utilizado no treinamento é denominado de Conjunto de Janelas de Treinamento (CJT) (Melo, 2002). Assim a previsão não se dá no sentido de um simples passo à frente, mas no sentido de uma janela à frente.

Visando encontrar a melhor configuração para a RNMC, iniciou-se a análise considerando o sistema S1GL. Após vários testes de configuração se decidiu utilizar uma série do sinal da resposta ao impulso contendo 64 amostras, adquirida com frequência de amostragem igual a 16 vezes a frequência natural de vibração da estrutura flexível em estudo, isto é, $f_a = 16f_n$, sendo que no caso em estudo $f_n = 1$ Hz. O que corresponde a um tempo de aquisição de aproximadamente 4 s. As 64 amostras foram classificadas em subconjuntos de 8 amostras sucessivas, totalizando assim 8 subconjuntos (denominados de janelas), como ilustrado no Quadro 5.1.

Observa-se que o valor exato correspondente a 4 s de aquisição seria de 65 amostras, todavia este não é um número múltiplo de 8.

Janelas do Conjunto de Treinamento – CJT	Amostras do Sinal de Vibração
Jan1	$x_1 x_2 \dots x_8$
Jan2	$x_9 x_{10} \dots x_{16}$
\vdots	\vdots
Jan8	$x_{57} x_{58} \dots x_{64}$

Quadro 5.1: Janelamento do Sinal Discreto para a RNMC.

A etapa seguinte é identificar no CJT, dois subconjuntos denominados de Conjunto de Janelas de Entrada (CJE) e o Conjunto de Janelas Alvo (CJA) para a RNMC. Estes conjuntos são definidos de modo que a cada apresentação ao treinamento da RNMC tenha como entrada uma janela do CJE e como alvo uma janela do CJA. Na próxima apresentação para treinamento a janela que atuou como janela alvo passa a atuar como janela de Entrada e assim sucessivamente. Desta forma se constitui o CJT mostrado no Quadro 5.2.

Conjunto de Janelas de Entrada – CJE	{Jan1, Jan2, ... Jan7}
Conjunto de Janelas Alvo – CJA	{Jan2, Jan3, ... Jan8}

Quadro 5.2: Conjunto de Janelas de Treinamento para RNMC.

O próximo passo é se definir o tamanho da RNMC. Como não existe uma regra para escolha do tamanho da mesma, primeiramente se definiu o número de amostras previstas em cada iteração. Este número é igual ao número de amostras de uma Janela do CJA, portanto, definiu-se como 8 o número de neurônios da camada de saída da rede. Como discutido anteriormente, é necessário ter um compromisso entre generalização e convergência na RNMC. Após vários testes, se decidiu utilizar uma RNMC com 2 camadas, contendo 1 neurônio na camada de entrada, que por sua vez contém 8 entradas, correspondente a uma Janela do CJT. Portanto, adotou-se uma RNMC (1,8), com representação mostrada da Figura 5.1, contendo função de ativação do tipo sigmóide na primeira camada e linear na segunda camada. A RNMC foi treinada pelo algoritmo Levenberg-Marquardt por ter se apropriado à arquitetura da rede e se apresentar como o mais rápido para a arquitetura escolhida.

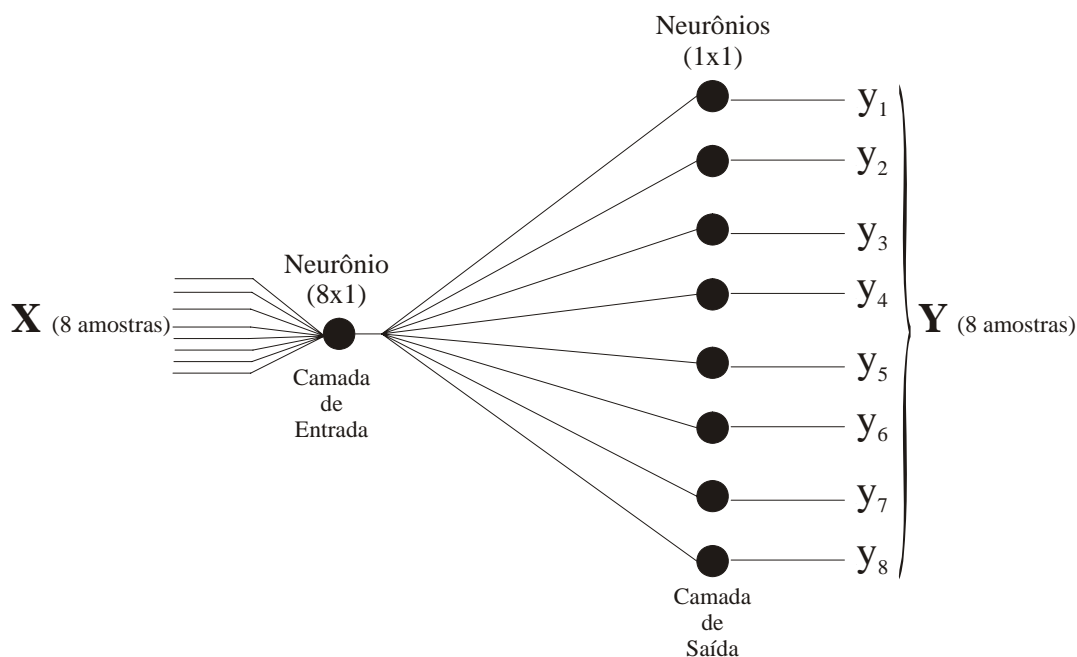


Figura 5.1: RNMC (1,8) utilizada para o caso S1GL

A RNMC é treinada tendo como entrada uma matriz CJE e tendo como alvo uma matriz CJA, tipo 8 linhas e 7 colunas, gerada pelo segmento de roteiro Matlab mostrado no Quadro 5.3. No roteiro, X representa o vetor da resposta ao impulso unitário da estrutura flexível.

Utilizou-se da rede neural RNMC (1,8) na estratégia de treinamento para o sinal de aquisição simulado com e sem ruído de medição. A rede neural treinada com sinal sem erro de medição foi denominada de Previsor Neural S1GL, enquanto que a treinada com sinal com erro de medição (ruído) foi denominada de Previsor Neural S1GLR.

```

% formatação do conjunto de treinamento

nj = 8; % número de elementos em cada janela
njs = n/8; % número total de janelas
njt = 8; % número de janelas de treinamento
na = nj*njt; % número de amostras no treinamento

cjt = zeros(njs, nj); % conjunto de janelas de treinamento
kk=1;

% Converter os dados do Vetor x na Matriz cj

for ii = 1:njs
cjt(ii,1:nj) = x(1,kk:kk+nj-1);
kk=kk+nj;
end

cj=cjt';

cje=cjt(:,1:njt-1); % conjunto de janelas de entradas.
cja=cjt(:,2:njt); % conjunto de janelas alvos.

```

Quadro 5.3: Geração do Conjunto de Janelas de Treinamento.

5.2.1 Previsor Neural S1GL

Na figura 5.2, apresenta-se o desempenho de treinamento da RNMC. Observa-se que o treinamento cessou após 29 épocas, quando o erro médio quadrático foi menor do que 10^{-10} .

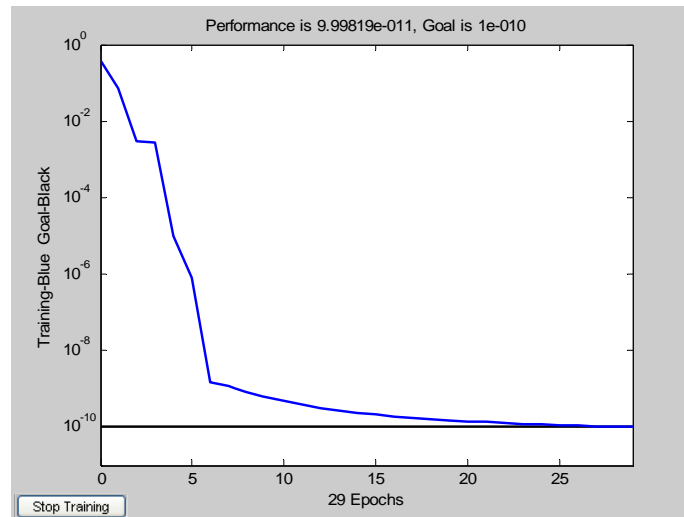


Figura 5.2: Treinamento do Previsor Neural S1GL

Na Figura 5.3, mostra-se o resultado de treinamento. Observa-se a concordância entre ao sinal alvo (quadrado na cor preta) e o sinal produzido pela RNMC (asterisco na cor vermelha).

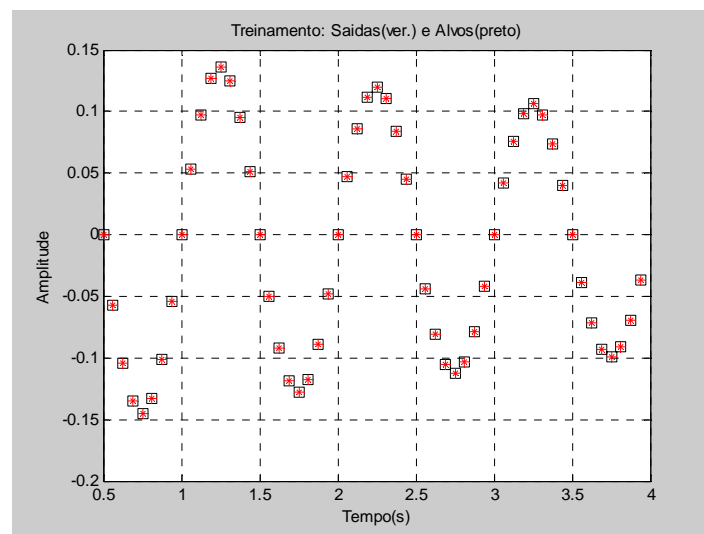


Figura 5.3: Resultado do Treinamento do Previsor Neural S1GL

Na Figura 5.4, mostra-se o sinal discreto ampliado (32 s) constituído do sinal original contendo 64 amostras (4 s, na cor vermelha), acrescido de 448 amostras (28 s, na cor azul) geradas pela RNMC (1,8).

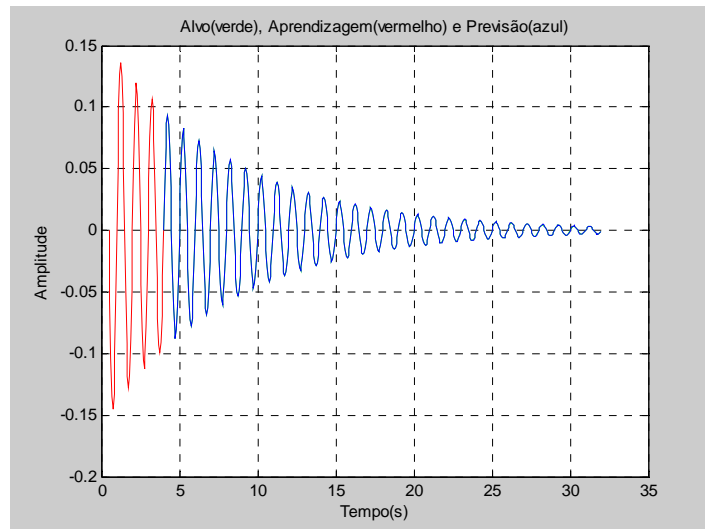


Figura 5.4: Sinal Ampliado via Previsor Neural S1GL

A evolução do erro de previsão é mostrado na Figura 5.5, agrupando as amostras em janelas de tamanho 8.

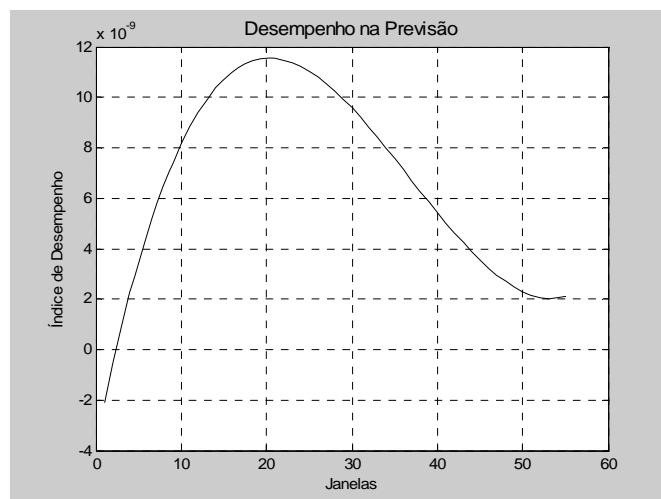


Figura 5.5: Desempenho do Previsor Neural S1GL

Na Figura 5.6, apresenta-se a comparação entre as estimativas da FRF da estrutura flexível. Na cor vermelha, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série contendo 64 amostras do sinal de vibração. Na cor azul, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série ampliada e contendo 512 amostras do sinal de vibração.

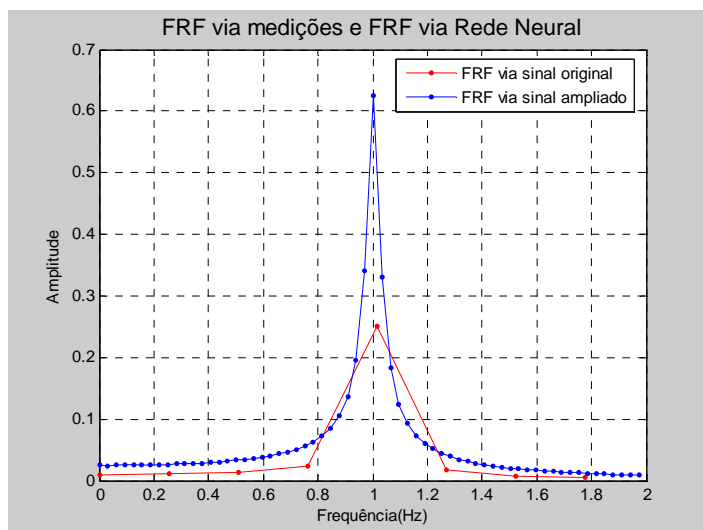


Figura 5.6: Comparação das Estimativas da FRF – S1GL

Pode-se, ainda dispor de uma comparação quantitativa para as estratégias de ampliação. Organizou-se a Tabela 5.1, utilizando-se para comparação de desempenho o valor do Erro Médio Quadrático (EMQ) relativo à FRF do modelo S1GL para as estimativas discutidas, acrescentando-se a estimativa da FRF que fez o uso do SM.

Tabela 5.1. Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - I

Estimativa	EMQ*10 ⁻⁴
Sinal Original (64 amostras)	302
Sinal Ampliado via Previsor Neural S1GL (512)	4,4
Sinal Ampliado via SM (512)	4,2

5.2.2 Previsor Neural S1GLR

Na presença de erro de medição não há necessidade de uma aprendizagem da RNMC com grande grau de exatidão, uma vez que isto só resultaria em acrescentar ruído. Após vários testes, escolheu-se como critério de parada o erro médio quadrático menor do que 10⁻⁵.

Na figura 5.7, apresenta-se o desempenho de treinamento da RNMC. Observa-se que o treinamento cessou após 6 épocas, quando erro médio quadrático foi menor do que 10⁻⁵.

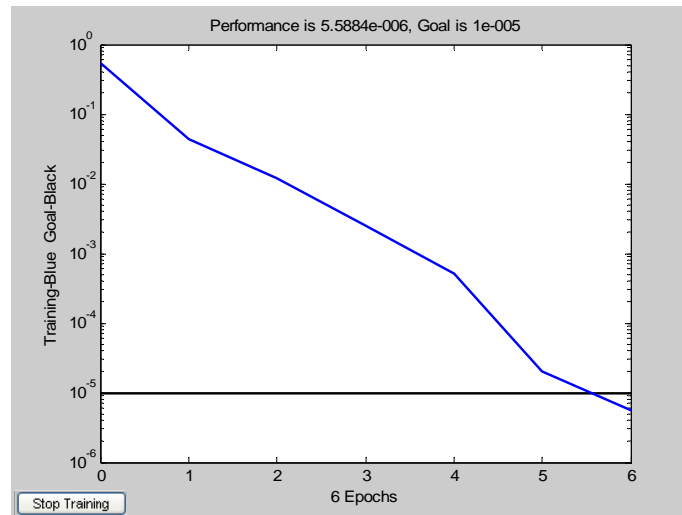


Figura 5.7: Treinamento do Previsor Neural S1GLR

Na Figura 5.8, mostra-se o resultado de treinamento. Observa-se que não há uma concordância exata entre ao sinal alvo (quadrado na cor preta) e o sinal produzido pela RNMC (asterisco na cor vermelha), mas existe uma aprendizagem da periodicidade do sinal e do amortecimento exponencial.

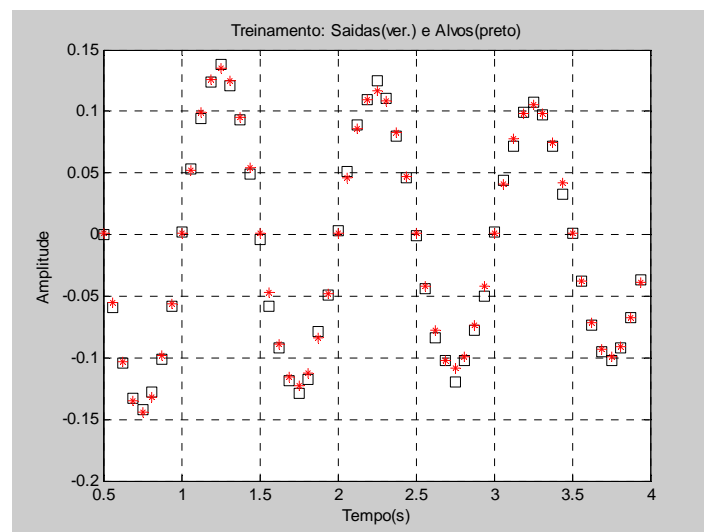


Figura 5.8: Resultado do Treinamento do Previsor Neural S1GLR

Na Figura 5.9, apresenta-se o sinal discreto ampliado (32 s) constituído do sinal original contendo 64 amostras (4 s, na cor vermelha), acrescido de 448 amostras (28 s, na cor azul) geradas pelo Previsor Neural S1GLR. Observa-se que o sinal produzido pelo previsor apresenta a periodicidade do sinal e do amortecimento exponencial, mas com um nível de ruído aparentemente menor. De fato quando comparado à estimativa da FRF obtida via ampliação da série de amostras com previsor neural e a obtida com

a ampliação via SM, observou-se que a estimativa do previsor neural é mais próxima da FRF ideal.

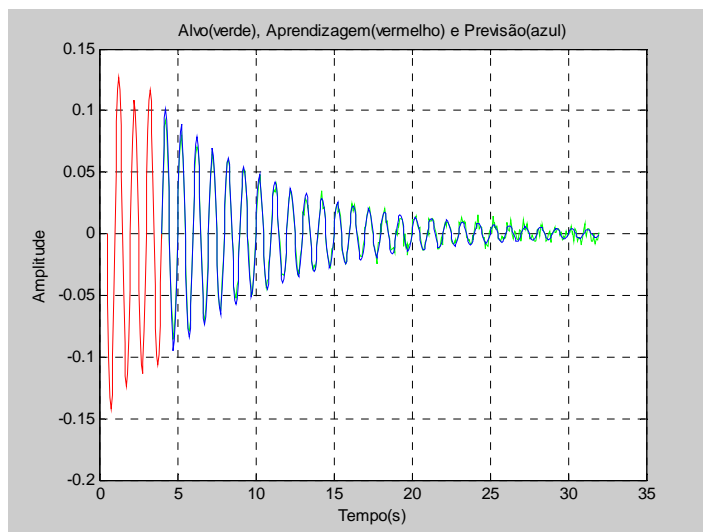


Figura 5.9: Sinal Ampliado via Previsor Neural S1GLR

A evolução do erro de previsão é mostrado na Figura 5.10, agrupando as amostras em janelas de tamanho 8.

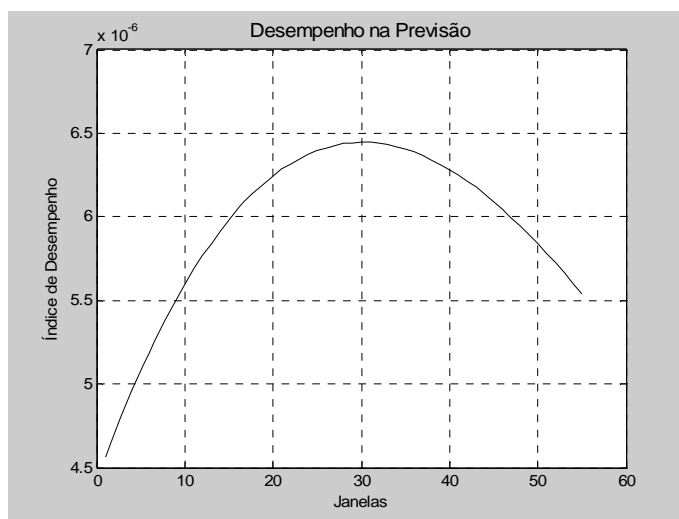


Figura 5.10: Desempenho do Previsor Neural S1GLR

Na Figura 5.11, apresenta-se a comparação entre as estimativas da FRF da estrutura flexível. Na cor vermelha, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série contendo 64 amostras do sinal de vibração. Na cor azul, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série ampliada e contendo 512 amostras do sinal de vibração.

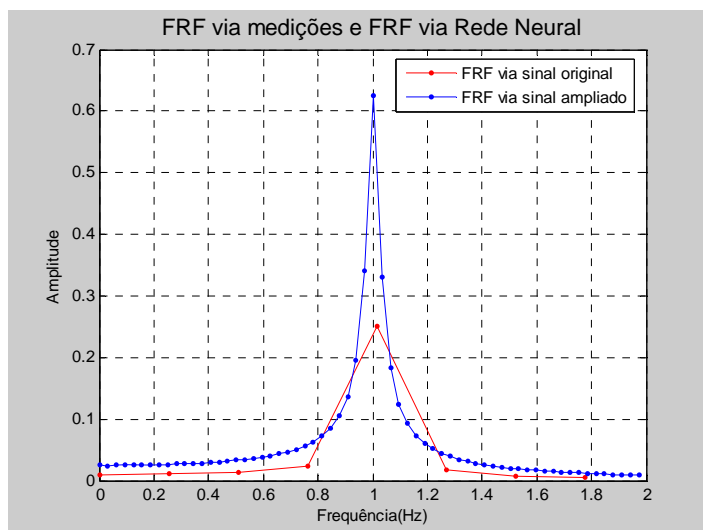


Figura 5.11: Comparação das Estimativas da FRF – S1GLR.

Na Tabela 5.2, apresenta-se um comparativo de desempenho entre as estimativas discutidas, acrescentando-se a estimativa da FRF que fez o uso do SM. Observa-se que a estimativa utilizando o previsor neural se apresenta mais semelhante à FRF ideal, do que a estimativa utilizando o SM. Neste sentido o Previsor Neural S1GL, comporta-se como um filtro passa baixas, conseqüentemente reduzindo o nível de ruído.

Tabela 5.2: Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - II

Estimativa	EMQ * 10 ⁻⁴
Sinal Original (64 amostras)	301
Sinal Ampliado via Previsor Neural S1GLR (512)	19
Sinal Ampliado via SM (512)	18

5.3 ESTIMATIVA DA FRF PARA ESTRUTURA COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE

Nesta seção, discutem-se as estratégias de previsão não-linear, tratando-se da configuração da RNMC, utilizada para ampliar a série de valores referentes à resposta ao impulso unitário de uma estrutura flexível modelada pelo Sistema de Dois Graus de Liberdade (S2GL).

A heurística escolhida para o treinamento da RNMC é semelhante à descrita na seção 5.2. Após alguns testes de configuração, decidiu-se utilizar uma série do sinal da resposta ao impulso contendo 128 amostras, adquirida com frequência de amostragem igual a 16 vezes a primeira frequência natural de vibração da estrutura flexível em estudo, isto é, $f_a = 16f_n$, sendo que, no caso em estudo $f_n = 2,0130$ Hz. O que

corresponde a um tempo de aquisição de aproximadamente 4 s. As 128 amostras foram classificadas em janelas de 8 amostras sucessivas, integralizando um conjunto de 16 de janelas para treinamento.

A RNMC é treinada tendo como entrada uma matriz CJE e tendo como alvo a matriz CJA, tipo 8 linhas e 15 colunas, gerada por um segmento de roteiro Matlab semelhante ao mostrado no Quadro 5.3.

Utilizou-se de uma rede neural RNMC (3,8) (Figura 5.12) e da estratégia de treinamento para o sinal de aquisição simulado com e sem ruído de medição. A rede neural treinada com sinal sem erro de medição foi denominada de Previsor Neural S2GL, enquanto que a treinada com sinal com erro de medição (ruído) foi denominada de Previsor Neural S2GLR.

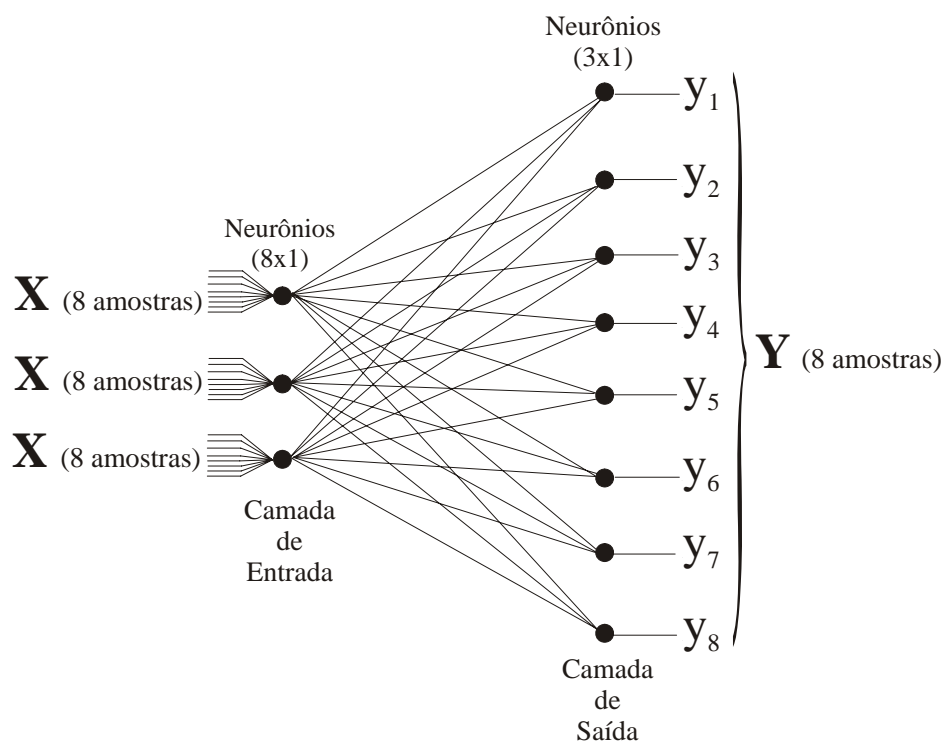


Figura 5.12: RNMC (3,8) utilizada para o caso S2GL

5.3.1 Previsor Neural S2GL

Na figura 5.13, mostra-se o desempenho de treinamento da RNMC. Observa-se que o treinamento cessou após 125 épocas, quando erro médio quadrático foi menor do que 10^{-10} .

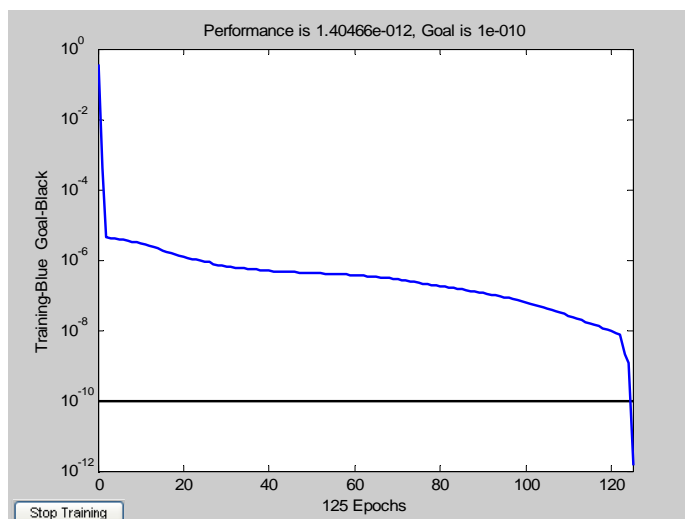


Figura 5.13: Treinamento do Previsor Neural S2GL

Na Figura 5.14, apresenta-se o resultado do treinamento. Observa-se a concordância entre ao sinal alvo (na cor preta) e o sinal produzido pela RNMC (na cor vermelha). A cor preta não é visível uma vez que a curva do sinal produzido pela RNMC se sobrepõe.

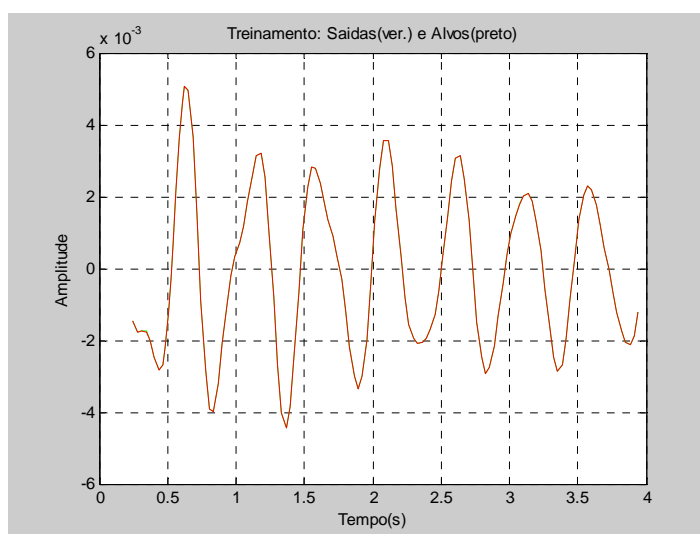


Figura 5.14: Resultado do Treinamento do Previsor Neural S2GL

Na Figura 5.15, mostra-se o sinal discreto ampliado (32 s) constituído do sinal original contendo 128 amostras (4 s, na cor vermelha), acrescido de 896 amostras (28 s, na cor azul) geradas pela RNMC (3,8).

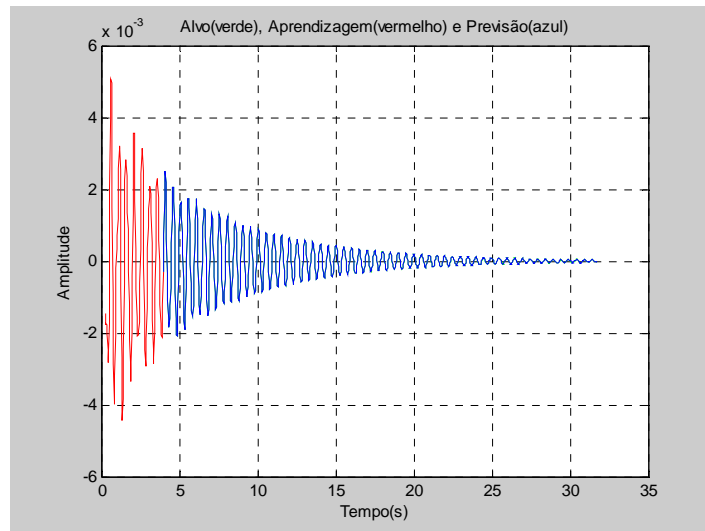


Figura 5.15: Sinal Ampliado via Previsor Neural S2GL

A evolução do erro de previsão é mostrado na Figura 5.16, agrupando as amostras em janelas de tamanho 8.

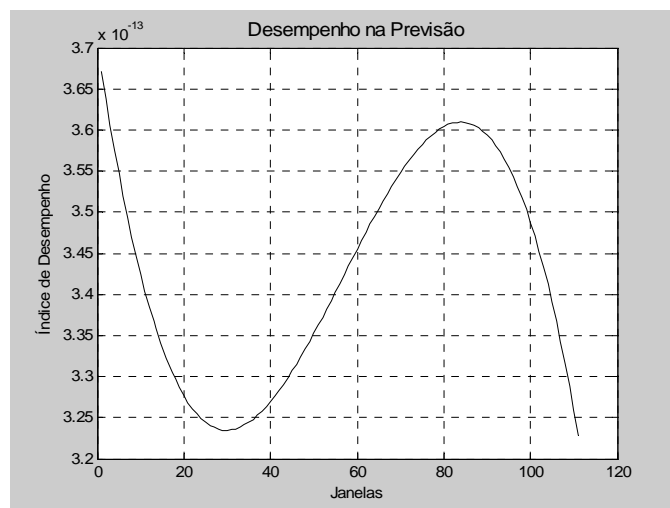


Figura 5.16. Desempenho do Previsor Neural S2GL

Na Figura 5.17, apresenta-se a comparação entre as estimativas da FRF da estrutura flexível. Na cor vermelha, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série contendo 128 amostras do sinal de vibração. Na cor azul, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série ampliada e contendo 1024 amostras do sinal de vibração.

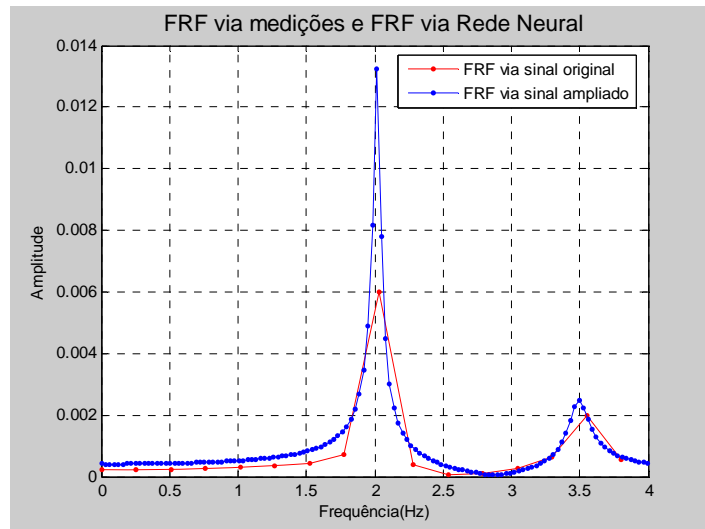


Figura 5.17: Comparação das Estimativas da FRF – S2GL.

Pode-se ainda dispor de uma comparação quantitativa para as estratégias de ampliação, a qual é mostrada na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático - III

Estimativa	EMQ*10 ⁻⁷
Sinal Original (128 amostras)	126
Sinal Ampliado via Previsor Neural S2GL (1024)	2,1
Sinal Ampliado via SM (1024)	2,0

5.3.2 Previsor Neural S2GLR

Na figura 5.18, apresenta-se o desempenho de treinamento da RNMC. Observa-se que o treinamento cessou após 47 épocas, quando erro médio quadrático foi menor do que 10⁻⁸.

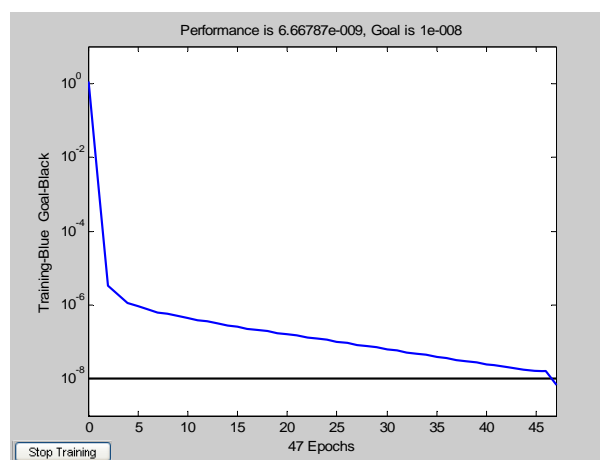


Figura 5.18: Treinamento do Previsor Neural S2GLR

Na Figura 5.19, mostra-se o resultado de treinamento. Observa-se que não há uma concordância exata entre ao sinal alvo (na cor verde) e o sinal produzido pela RNMC (na cor vermelha), mas existe uma aprendizagem da periodicidade do sinal e do amortecimento exponencial.

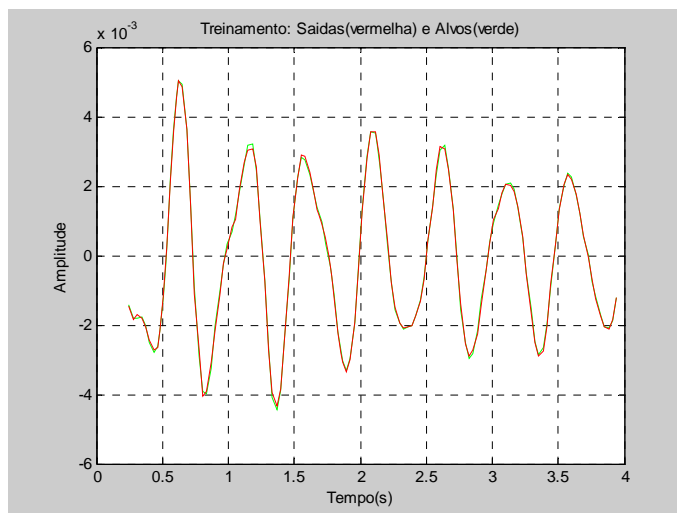


Figura 5.19: Resultado do Treinamento do Previsor Neural S2GLR

Na Figura 5.20, mostra-se o sinal discreto ampliado (32 s), constituído do sinal original contendo 128 amostras (4 s, na cor vermelha), acrescido de 896 amostras (28 s, na cor azul) geradas pelo Previsor Neural S2GLR. Observa-se que o sinal produzido pelo previsor apresenta a periodicidade do sinal e do amortecimento exponencial, mas com um nível de ruído aparentemente menor.

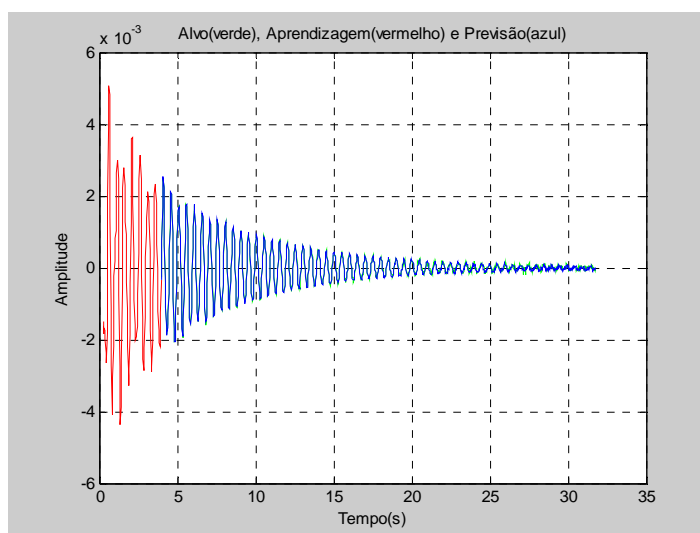


Figura 5.20: Sinal Ampliado via Previsor Neural S2GLR

A evolução do erro de previsão é mostrado na Figura 5.21, agrupando as amostras em janelas de tamanho 8.

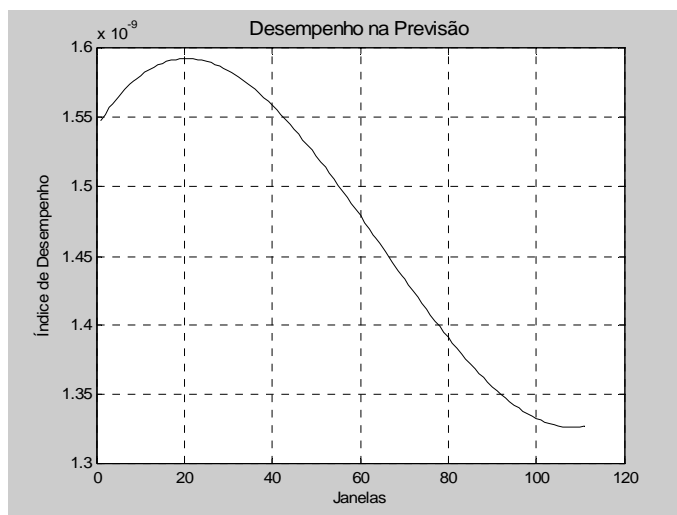


Figura 5.21: Desempenho do Previsor Neural S2GLR

Na Figura 5.22, apresenta-se a comparação entre as estimativas da FRF da estrutura flexível. Na cor vermelha, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série contendo 128 amostras do sinal de vibração. Na cor azul, mostra-se a estimativa da FRF a partir da série ampliada e contendo 1024 amostras do sinal de vibração.

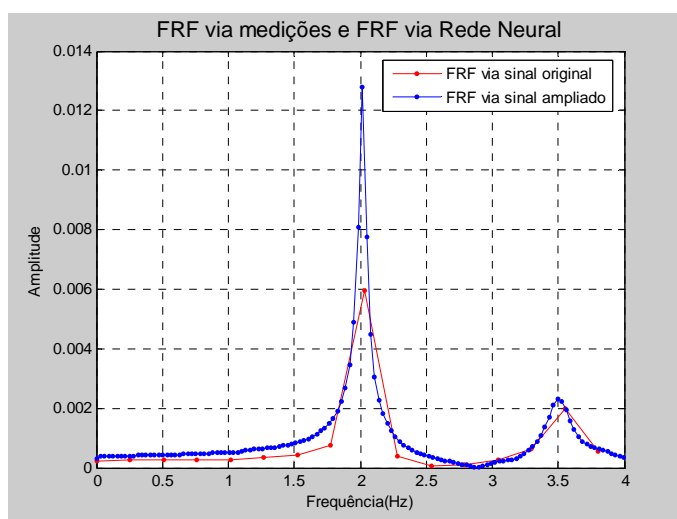


Figura 5.22: Comparação das Estimativas da FRF – S2GLR.

Na Tabela 5.4, apresenta-se um comparativo de desempenho entre as estimativas discutidas, acrescentando-se a estimativa da FRF que faz o uso do SM.

Tabela 5.4: Lista dos Valores do Erro Médio Quadrático – IV

Estimativa	EMQ * 10 ⁻⁷
Sinal Original (128 amostras)	126
Sinal Ampliado via Previsor Neural S2GLR (1024)	5,5
Sinal Ampliado via SM (1024)	4,7

5.4 CONCLUSÕES

Apresentou-se neste capítulo, resultados de simulação referente à ampliação do sinal resposta ao impulso de estruturas mecânicas. Mostrou-se as estratégias para se chegar a configurações e arquiteturas convenientes de RNMC, para cada situação analisada. Realizou-se comparações qualitativas e quantitativas entre estimativas de FRF para um e dois graus de liberdade, a partir da ampliação de amostras, utilizando Previsores Neurais (RNMC).

Observou-se que as RNMC utilizadas tiveram desempenho satisfatório, ao verificar que a duração do treinamento foi relativamente curta, ou seja, em poucas iterações. As análises feitas utilizando gráficos e tabelas (comparação qualitativa e quantitativa) comprovaram a eficácia da utilização das RNMC na ampliação de sinais de vibração de estruturas flexíveis objetivando prover mecanismos de melhoria da estimação de FRF.

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

6.1 ANÁLISE COMPARATIVA FINAL DOS RESULTADOS

Na tabela 6.1, apresenta-se a análise comparativa entre as estimativas da FRF dos Previsores Lineares e Previsores Neurais.

Tabela 6.1. Comparativo entre as Estimativas da FRF

VALORES DE EMQ				
ESTRUTURAS	S1GL	S1GLR	S2GL	S2GLR
PREVISORES				
LINEAR	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$38 \cdot 10^{-4}$	$3,7 \cdot 10^{-7}$	$32 \cdot 10^{-7}$
NEURAL	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$19 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-7}$	$5,5 \cdot 10^{-7}$

Os valores de Erro Médio Quadrático apresentados na Tabela 6.1 representam a qualidade das estimativas da FRF dos sistemas estudados e são relativos à FRF do modelo mecânico ideal.

Percebe-se que a ordem de grandeza do EMQ para o caso S1GL é de 10^{-4} , enquanto que para o sinal é da ordem de 10^{-1} . Já para o caso S2GL a ordem de grandeza do EMQ é de 10^{-7} , enquanto que para o sinal é de 10^{-3} .

Para cada tipo de estrutura, considerando, ou não, o sinal contendo ruídos, conclui-se a partir desta análise quantitativa que as RNMC possuem a capacidade de ampliar as seqüências de amostras adotadas com desempenho equivalente aos dos Previsores Lineares ARX e ARMAX.

6.2 CONCLUSÕES

A discussão nesta dissertação teve como principal objetivo apresentar técnicas de melhoria das estimativas de parâmetros de sistemas mecânicos flexíveis, representados por modelos S1GL e S2GL, visando à redução do tempo de aquisição de dados quando forem feitos testes em estruturas reais.

A partir da formulação matemática dos modelos teóricos das plantas, gerou-se equações representativas para simulação, ou seja, Simuladores de Medições (SM), que representam as séries discretas referentes à resposta ao impulso unitário das plantas.

Com relação à resolução do problema de ampliação no treinamento da RNMC, utilizou-se como entrada da rede a matriz CJE, que possuía 8 linhas e 7 colunas para o caso S1GL, e 15 colunas para o caso S2GL. Os dados desta matriz corresponderam às amostras iniciais da seqüência discreta, que representou a resposta ao impulso dos sistemas.

A arquitetura da RNMC utilizada dependeu do Conjunto de Janelas de Treinamento e do compromisso entre generalização e convergência. Com isso, usou-se uma RNMC (1,8) para o caso S1GL e uma RNMC (3,8) para o caso S2GL.

Com relação aos modelos lineares de previsão utilizados para comparação de desempenho, o identificador ARX apresentou resultado satisfatório quando se considerou o sinal livre de distúrbios, e para o sinal contendo uma parcela de distúrbio, os resultados aceitáveis foram os do identificador ARMAX.

A partir da análise dos resultados de generalização das RNMC, verificou-se que as mesmas possuem características de previsão semelhantes às dos previsores lineares baseados nos modelos ARX e ARMAX, tanto qualitativa, quanto quantitativamente.

As estratégias apresentadas e comentadas nesta dissertação sugerem a utilização de RNMC para melhoria da estimativa de parâmetros, quando são feitos testes em estruturas e equipamentos. Verificou-se esta afirmação a partir da análise dos resultados, que se contou com a visualização de gráficos e da observação dos valores do Índice de Desempenho (EMQ) das RNMC usadas.

Chega-se à conclusão de que os objetivos deste trabalho foram atingidos na medida em que se obteve uma melhoria significativa da estimativa da FRF, a partir da ampliação da série do sinal resposta ao impulso, que permite uma redução

significativa do tempo de aquisição de dados em testes estruturais, sendo bem vindo para locais onde uma parada pode significar transtornos consideráveis e perdas econômicas significativas.

Do estudo, análises e desenvolvimentos realizados nesta dissertação resultaram algumas contribuições, na medida em que se utilizou um simulador de medições baseado em um modelo SMGL de estrutura flexível. O que permite descrever com mais exatidão o comportamento de uma estrutura em vibração; considerou-se também o emprego de RNMC com arquiteturas relativamente pequenas e com períodos de treinamentos concernentemente pequenos, se mostrando efetivo de modo geral suas aplicações para estimativa de FRF; Estas abordagens promovem uma técnica diferente de se adquirir dados de estruturas.

Estas conclusões limitam-se ao fato de que os sinais foram simulados a partir de modelos mecânicos S1GL e S2GL. Destaca-se também o fato da consideração da força externa aplicada em apenas um ponto da massa dos modelos considerados e os elementos mola e amortecedores tiveram suas constantes usadas com valores iguais. E as limitações dos erros de medições se referem ao fato de que os erros foram simulados mediante o acréscimo do Ruído Aditivo Branco Gaussiano.

6.3 PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

- Estudar o comportamento das Redes Neurais considerando-se mais de uma força externa aplicada ao sistema S1GL e com forças externas aplicadas em vários pontos do sistema S2GL, bem como a utilização de diferentes valores para as constantes de amortecimento e rigidez.
- Ampliar as fronteiras de investigação utilizando Simuladores de Medições baseados em Sistemas de Graus superiores, 3,4, etc, visando a possibilidade de representar um maior número de estruturas reais.
- Promover ensaios em uma estrutura flexível e comparar a estimativa da FRF com dados reais e com auxílio da ampliação promovida pela RNMC.
- Verificar a viabilidade do uso da RNMC para testes estruturais com análise modal baseados apenas na saída (output only modal analysis).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abelém, A. J., Pacheco, M. A. C. e Vellasco, M. M. B., (1995). **Modelagem de Redes Neurais Artificiais para Previsão de Séries Temporais**. II Simpósio Brasileiro de Redes Neurais, Anais, pp. 107-112.
- Abelém, Antonio J. G., (1994), **Redes Neurais Artificiais na Previsão de Séries Temporais**. Dissertação de Mestrado. PUC-RJ.
- Box, G. E. P. & Jenkins, G. M., (1976). **Time Series Analysis, Forecasting and Control**. São Francisco: Holden-Day.– 2a Edição.
- Braga, A. P., Ludermir, T. B., Carvalho, A. C. P. L. F., (1998). **Fundamentos das Redes Neurais Artificiais**. Rio de Janeiro: 11a Escola de Computação. Universidade Federal do Rio de Janeiro. RJ, Brasil.
- Brown R. G., Hwang, P.Y.C., (1997), **Introduction to Randon Signals and Applied Kalman Filtering**. New York, Jonh Wiley & Sons, 3rd Ed.,
- Charalambous, C.,(1992) **Conjugate Gradient Algorithm for Efficient Training of Artificial Neural Networks**, IEE Proceedings, 139(3), 301.
- Chaudury, Z., Ganino. A.J., (1994), **Damage detection using neural networks an initial experimental study on debonded beams**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures 5, 585-589.
- Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prime, M. B., (1996). **Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in their Vibration Characteristics: a Litereture Review**. Los Alamos Report LA – 13070-MS. Doob, J., 1957. “Stochastic Processes”. Wiley, New York.
- Ewins, D.J., (2000), **Modal Testing—Theory, Practice and Application**. Research Studies Press Ltd., Somerset, England.
- Fang, X., Luo, H., Tang, J., (2005), **Structural damage detection using neural network with learning rate improvement**, Computers and Structures, V83(25-26), pp2150-2161, 2005.
- Freire, J.L., Castro, J. T. P., Otegui, J. L. e Manfredi, C., (1994). **Aspectos Gerais da Avaliação de Integridade e Extensão de Vida de Estruturas e Equipamentos Industriais**. Workshop 24-25/ novembro, Centro de Estudos em Integridade Estruturais, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-RIO.
- Gadéa, A. S. M., (2005), **Identificação de Danos Estruturais a Partir da Minimização dos Erros das Funções de Resposta em Frequência via Métodos de Otimização**, Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- Geva, A. B., (1998). **Scale Net – Multiscale Neural Netwok Architecture for Time Series Prediction**, IEEE Transactions on Neural Networks, Volume 9, n0 5, September, pp. 1471-1482.
- Groehs, A. G., (1999), **Mecânica Vibratória**. Editora Unisinos.
- Hagan, M. T., Demuth, H., B., Beale, M., (1996), **Neural Network Design**, PWS Publishing Company.

Hagan, M. T., Menhaj, M.B., (1994), **Training feedforward networks with the marquardt algorithm**. IEEE Transactions On Neural Networks, 5(6):989–993, November.

Haykin, S.,(1999), **Neural Networks: a Comprehensive Foundation**, New Jersey, Prentice Hall, 2nd Ed, 1999.

Inman, D., (2000), **Engineering Vibration**, Prentice Hall, New Jersey.

Kasabov, N. K., (1998), **Foundations of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Knowledge Engineering**, London, Second Printing..

Kolarik, T., Rudorfer G.,(1994), **Time Series Forecasting Using Neural Networks**. Conference Proceedings of the International Conference on APL, to appear in APL Quote Quad Sept.

Komrower, J. M., Pakstys, M. P., (1984), **Use of Strain Gauges in Force Determination and Frequency Response Function Measurements**, proc. 2th, IMAC.

Ljung, L., (1987). **System Identification, Theory for the User**, Prentice Hall Information and System Sciences Series.

Maia, S., (1997), **Theoretical & Experimental Modal Analysis**, Research Studies Press LTD.

MCconnell, K. G.,(1995), **Vibration Testing - Theory and Practice**, Wiley-Interscience Publication, Nova York.

McCulloch, W. S., Pitts, W., (1943), **A logical Calculus of ideias immanent in nervos activity**. Bulletin of Mathematical Biophysics., n. 5, p. 115-133.

Meirovitch, L., 1989. **Dynamics and Control of Structures**, John Wiley & Sons, New York, 434p.

Melo, H. de, (2002), **Sistema de Previsão Inteligente Aplicado à Identificação de Parâmetros em Estruturas Flexíveis**, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, UFPB. João Pessoa, PB.

Melo, H. de, Cavalcanti, J. H. F., (1996), **Filtro Previsor Neural**, Proceedings of the 12th Brazilian Automatic Control Conference, Vol. I, Uberlândia, pp. 319–324.

Melo, H. de, Cavalcanti, J. H. F., Silva, J. F., Pimentel, R. L. (2002), **Redução do tempo de aquisição de dados em testes modais, análise temporal**, II National Congress of Mechanical Engineering, João Pessoa, PB, 2002.

Mhaskar, H.N., (1993), **Neural Networks for Optimal Approximation of Smooth and Analytic Functions to appear in Neural Computation**.

Minsky, M. L. Papert, S. A., (1988), **Perceptrons: an introduction to computational geometry**. 3. ed. Massachusetts: M.I.T. Press.

Ogata, K., (1998), **Engenharia de controle moderno**. 3a Edição, Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro.

Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., (1997). **Signals & Systems**. 2nd Ed. Prentice Hall Signal Processing Series.

- Pimentel, R. L., (1997), **Vibrational Performance of Pedestrian Bridges due to Human-Induced Loads**, Ph.D. Thesis, University of Sheffield, U.K., 244 pp.
- Pimentel, R. L., Araújo, J. A., Melo, H., (2001), **Modal Tests Using Impact Excitation: Application to Low-Natural Frequency Structures**. In: XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia. Anais. p. 1-8.
- Prodonoff, V., (1990). **Vibrações Mecânicas**. Maity Comunicação e Editora Ltda. Rio de Janeiro, Brasil.
- Rao, S. S., (1995). **Mechanical Vibrations**, Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Refenes, A. N., (1992). **Construtive Learning and its Application to Currency Exchanges Rate Prediction**. Neural Networks Applications in Investment and Finance Service. E.U.A. : Probus Publishing, Cap. 27.
- Richardson, M. & Potter, R., (1974). **Identification of the Modal Properties of na Elastic Structure From Measured Transfer Function Data**. 20th International Instrumentation Symposium, ISA.
- Riedmiller, M., Braun, H., (1993), **A direct adaptive method for faster backpropagation learning: The RPROP algorithm**. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, San Francisco, 1993.
- Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., Williams, R. J., (1986), **Learning representations by back-propagation error**. Nature, n. 323, p. 533-536.
- Skapura, D., (1996), **Building Neural Networks**, Addison-Wesley Publishing, New York, NY.
- Thomson, W. T., (1998), **Theory of vibration with applications**, 5rd ed. Englewood Cliffs; Prentice-Hall.
- Veelenturf, L.P.J., (1995), **Analysis and Applications of Artificial Neural Networks**, Prentice Hall International, UK.
- Vieira, R. C., Roisenberg, M., (2003), **Redes Neurais Artificiais: Um breve tutorial**, UFSC/INE/L3C-01.
- Wu, X., Ghaboussi, J., Garret, J.H., (1992), **Use of neural network in detection of structural damage**. Computers and Structures Journal 42, 649-659.
- Zainuddin, Z. N. Mahat, N., Abu Hassan, Y., (2004), **Improving the Convergence of the Backpropagation Algorithm Using Local Adaptive Techniques**. International Journal of Computational Intelligence Volume 1 Number 3 2004 Issn:1304-4508.
- Zandonade, E., (1993). **Aplicação da Metodologia de Redes Neurais em Previsão de Séries Temporais**. Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-RJ - Rio de Janeiro - Dissertação de Mestrado.
- Zang, C., Imregun, M., (2001), **Structural damage detection using artificial neural networks and measured FRF data reduced via principal component projection**, Journal of Sound and Vibration 242, pp813-827.
- Zuben, F. J. V., (2003), **Uma Caricatura Funcional de Redes Neurais Artificiais**, Revista da SBRN: Learning and Nonlinear Models, Vol. 2, Fac. Art.4, pp.1-11, COPPE - UFRJ, RJ, Brasil.