



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTUDO DA SECAGEM POR MICROONDAS E EÓLICA-SOLAR TÉRMICA

AUTOR: REGINALDO SABÓIA DE PAIVA

TD - 06 - 2003

UFPA/CT/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
BELÉM - PARÁ - BRASIL  
ABRIL DE 2003

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTUDO DA SECAGEM POR MICRONDAS E EÓLICA-SOLAR TÉRMICA

TESE SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DO CENTRO TECNOLÓGICO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE ENERGIA.

AUTOR: REGINALDO SABÓIA DE PAIVA

UFPA/CT/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
BELÉM - PARÁ - BRASIL  
ABRIL DE 2003

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTUDO DA SECAGEM POR MICRONDAS E EÓLICA-SOLAR TÉRMICA

TESE SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DO CENTRO TECNOLÓGICO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE ENERGIA.

APROVADA EM: 29-04-2003.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. -Ing. João Tavares Pinho (DEEC/UFPA)  
Orientador

---

Prof. Dr. Emanuel Negrão Macedo (DEQ/UFPA)  
Co-Orientador

---

Prof. Dr. Antônio Octavio Martins de Andrade (IMT/SP)  
Membro

---

Prof. Dr. Hugo E. Hernández Figueroa (FEEC/UNICAMP)  
Membro

---

Prof. Dr. Rubem Gonçalves Farias (DEEC/UFPA)  
Membro

---

Prof. Dr. Severiano Silva da Lima Filho (DEM/UFPA)  
Membro

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por tudo.

Ao Prof. Dr.-Ing João Tavares Pinho, pelos preciosos ensinamentos, assim como sugestões, conselhos e paciência durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Emanuel Negrão Macedo, pelas valiosas sugestões para a concretização deste trabalho.

Ao PPGEE/UFPA, pela oportunidade da efetivação deste trabalho.

Aos membros do GEDAE, especialmente ao Silvio, Marcos, Edinaldo, Alaan, Luis, Wilson, Jesiel e Kellen, pela ajuda, amizade e conselhos.

À CAPES/MEC, pelo apoio financeiro.

Aos amigos Kaijiro, Ubirací, Sebastiana, Ângela, Milene, Ana, Nélio, João, Ivaldo e Marlene, pelo incentivo.

A meu pai, Antônio, minha mãe, Eunice, e aos meus irmãos, Max, Marcos, Salete e Gorete.

À minha esposa Benedita, e às minhas filhas e filho, Carol, Gabriela, Isabela e Felipe, por tudo que representam em minha vida.

A todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

## RESUMO

Com o principal objetivo de estudar e desenvolver metodologias de controle e simulação dos processos de secagem por microondas, utiliza-se como ferramenta a modelagem físico-matemática dos efeitos térmicos e de transferência de massa causados pela irradiação das microondas em materiais sólidos porosos, levando-se em conta as variáveis relevantes para cada caso em questão.

Apresentam-se vários resultados de simulações de perfis de campo elétrico, densidade de potência, temperatura e umidade no interior dos materiais de características homogêneas e com geometrias simples, nos regimes de excitação uni, bi e tridimensionais.

Como estudo complementar, é modelado o processo térmico para o dimensionamento de secadores solares e eólicos, exibindo-se resultados de simulações realizadas.

## **ABSTRACT**

With the main objective of studying and developing methodologies of control and simulation of microwave drying processes, this work uses as tool the physical-mathematical modelling of the thermal effects and mass transfer caused by microwave radiation in porous solid materials, taking into account the important variables for each case.

Several results are presented, such as simulations of electric field profiles, power density, temperature and humidity inside materials with homogeneous characteristics and with simple geometry for the one, two and three-dimensional excitations.

As a complementary study, the thermal process for the sizing of solar and wind dryers is modeled including the presentation of the results of the simulations developed.

## SUMÁRIO

<b>Resumo</b> .....	v
<b>Abstract</b> .....	vi
<b>Sumário</b> .....	vii
<b>Lista de Figuras</b> .....	ix
<b>Lista de Tabelas</b> .....	xiv
<b>Introdução</b> .....	1
<b>Capítulo 1 – Aquecimento por Microondas e por Radiação Solar</b> .....	5
1.1 – Introdução .....	5
1.2 - Aquecimento por Microondas .....	6
1.2.1 - Profundidade de Penetração .....	8
1.2.2 - Propriedades Dielétricas dos Materiais .....	9
1.2.3 - Aplicadores de Microondas .....	12
1.3 - Secagem por Microondas .....	14
1.3.1 - Vantagens e Desvantagem da Secagem por Microondas .....	19
1.4 - Aquecimento por Radiação Solar .....	22
1.5 - Considerações Finais .....	24
<b>Capítulo 2 – O Método De Diferenças Finitas</b> .....	26
2.1 - Princípios Básicos .....	26
2.2 - Representações de Diferenças de Derivadas Parciais .....	28
2.3 - Representação de Equações Diferenciais Parciais (EDPs) em Diferenças Finitas .....	29
2.4 - Propriedades das Técnicas de Diferenças Finitas .....	30
2.5 - Erros Envolvidos em Soluções Numéricas de Equações Diferenciais Parciais .....	31

2.6 - Análise de Estabilidade de Fourier ou de von Neumann .....	31
2.7 - Técnicas de Diferenças Finitas Aplicadas à Soluções de EDPs.....	34
2.7.1 - Equações Hiperbólicas .....	34
a - Equação de Onda de Primeira Ordem.....	34
a.1 - Métodos Explícitos de Euler.....	35
a.2 - Método de Diferenças Finitas Upstream (Windward).....	35
a.3 - Métodos de Lax.....	35
a.4 - Método Implícito de Euler .....	36
a.5 - Métodos de Lax-Wendroff.....	36
a.6 - Métodos de Lax-Wendroff em Dois Passos.....	37
a.7 - Método de MacCormack.....	37
a.8 - Métodos de Upwind (de Beam-Warming).....	37
a.9 - Método Implícito Centrado no Tempo .....	38
a.10 - Método de Rusanov (Bustein-Mirin).....	39
2.7.2 – Equações Parabólicas.....	39
a - Equação da Condução de Calor .....	39
a.1 - Método Simples Explícito.....	39
a.2 –Método de Richardson .....	40
a.3 - Método Simples Implícito (Laasonen).....	40
a.4 - Método de Crank-Nicholson.....	40
a.5 - Método Combinado A.....	40
a.6 - Método Combinado B.....	41
b – Equação da Condução de Calor em duas Dimensões .....	42
b.1 - Método Simples Explícito .....	42
b.2 - Método de Crank-Nicholson.....	42
b.3 - Método ADI (Direção Implícita Alternada) .....	43
2.8 – Corpos Sólidos de Geometria Simétrica.....	43
2.9 - Considerações Finais.....	46
<b>Capítulo 3 - Aplicação de FDTD no Aquecimento Solar e por Microondas.....</b>	<b>47</b>
3.1 – Modelagem do Campo Elétrico por FDTD .....	47
3.1.1 - Descrição do Problema.....	47
3.1.2 – Obtenção do Campo Elétrico e da Potência Dissipada em Calor.....	49
3.1.2.1 - Condições iniciais.....	51



3.1.2.2 - Técnica Numérica para a Solução da Equação Diferencial Parcial ( <i>EDP</i> ) .....	54
3.1.2.3 - Análise de Estabilidade do Sistema .....	57
3.2 - O Problema Térmico .....	62
3.2.1 - Modelo Matemático para o Problema Térmico .....	62
3.2.2 - Estabilidade do Método .....	66
3.3 - Modelagem do Processo de Secagem Utilizando as Equações de Luikov .....	67
3.3.1 - Modelagem da Temperatura e da Umidade .....	67
3.3.2 - Estabilidade do Método .....	71
3.4 - Sistema de Secagem por Energia Solar .....	75
3.4.1 - Descrição do Problema .....	75
3.4.2 - Balanço de Energia .....	76
3.4.3 - Modelagem do Problema .....	77
3.4.3.1 - Características da Radiação Solar .....	77
3.4.3.2 - Calor Transportado por Convecção da Superfície Externa do Secador para o Meio Externo .....	83
3.4.3.3 - Calor Transportado por Convecção da Superfície Interna do Secador para o Material a ser Secado .....	84
3.4.3.4 - Calor Dissipado por Radiação da Superfície Externa do Secador .....	84
3.4.3.5 - Calor Dissipado por Radiação da Superfície Interna do Secador .....	84
3.4.3.6 - Taxa de Acúmulo de Energia por Unidade de Volume na Parede do Secador ....	85
3.4.4 - Discretização do Modelo .....	86
3.4.5 - Cálculo do Coletor e do Diâmetro do Exaustor .....	88
3.4.6 - Considerações Finais .....	90
<b>Capítulo 4 - Resultados e Discussões .....</b>	<b>91</b>
4.1 - Resultados do Regime de Excitação Unidimensional .....	91
4.1.1 - Simulação da Amplitude do Campo Elétrico .....	92
4.1.2 - Materiais de Formato Cúbico .....	94
4.1.3 - Temperatura no Interior do Material .....	99
4.1.4 - Materiais de Formato Cilíndrico .....	105
4.1.5 - Materiais de Formato Esférico .....	110
4.2 - Resultados para Excitação Bidimensional .....	112
4.2.1 - Campo Elétrico no Interior de Materiais de Formato Cúbico .....	113

4.2.2 - Temperatura no Interior de Materiais de Formato Cúbico.....	116
4.3 - Resultados Experimentais para Excitação Bidimensional para Cilindros e Tridimensionais para Cubos.....	121
4.3.1 - Aquecimento por Microondas .....	121
4.4 - Simulações do Modelo de Transferência de Calor e Massa.....	127
4.5 - Resultados das Simulações no Secador Eólico-Solar .....	135
4.6 - Considerações finais.....	143
<b>CONCLUSÃO</b> .....	144
<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	146
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	150

## LISTA DE FIGURAS

### Capítulo 1

Figura 1.1 – Rotação dipolar ocasionada pelo campo elétrico alternado .....	8
Figura 1.2 – Aplicador Multimodo de processamento por batelada.....	13
Figura 1.3 - Esquema de um secador contínuo com esteira transportadora .....	13
Figura 1.4 - Curva de taxa de secagem típica em condições constantes de secagem.....	15
Figura 1.5 - Secador solar retangular, feito de madeira com coletores metálicos.....	23

### Capítulo 2

Figura 2.1 - Representação de uma malha retangular típica em diferenças finitas .....	26
Figura 2.2 - Representação da malha para cilindros e esferas.....	44
Figura 2.3 - Representação da malha na superfície de cilindros e esferas .....	45

### Capítulo 3

Figura 3.1 - Sistema material-aplicador .....	47
Figura 3.2 - Incidência da onda eletromagnética.....	49
Figura 3.3 - Configuração para a determinação das condições iniciais em um material dielétrico .....	52

Figura 3.4 - Representação da incidência da onda .....	54
Figura 3.5 - Exemplo da configuração da malha utilizada na solução .....	55
Figura 3.6 - Exemplo do esquema da malha na superfície.....	57
Figura 3.7 - Configuração da malha utilizada na solução do problema térmico .....	63
Figura 3.8 - Esquema da malha na superfície.....	65
Figura 3.9 - Representação da malha para determinação da umidade.....	69
Figura 3.10 - Esquema da malha na superfície para a determinação do perfil de umidade .....	70
Figura 3.11 - Configuração do secador eólico-solar.....	76
Figura 3.12 - Balanço de energia térmica na parede do secador. ....	76
Figura 3.13 - Órbita da Terra em torno do Sol, com seu eixo N-S inclinado de um ângulo de $23,5^{\circ}$ . ....	78
Figura 3.14 - Ilustração do ângulo horário relativo ao raio incidente solar com o plano do coletor .....	78
Figura 3.15 - Ilustração da nomenclatura para as relações geométricas da posição relativa do Sol com o plano do coletor. ....	80
Figura 3.16 a, b - Vistas dos cortes longitudinal e transversal, direção e sentido do fluxo de calor nas paredes de um secador cilíndrico.....	83
Figura 3.17 - Vista em detalhes de um rotor savonius. ....	90
 <b>Capítulo 4</b>	
Figura 4.1 - Esquema de incidência da onda no material.....	91
Figura 4.2 - Comparação entre os métodos analítico e numéricos para o cálculo do campo elétrico (CE).....	93
Figura 4.3 - Configuração da posição do eixo no material.....	95
Figura 4.4 - Comportamento do campo elétrico no interior do material (banana), em regime de excitação unidimensional.....	96
Figura 4.5 - Comportamento do campo elétrico (CE) dentro do cubo de banana.....	97
Figura 4.6 - Comportamento do campo elétrico dentro do cubo de batata .....	98
Figura 4.7 - Comportamento do campo elétrico em função do tempo (banana).....	99
Figura 4.8 - Comportamento da temperatura em função da posição no interior do material. ....	100
Figura 4.9 - Comportamento da temperatura no interior do cubo (batata) em função do tempo de operação .....	101
Figura 4.10 - Comportamento da temperatura em função da posição no interior	

do cubo (banana) .....	102
Figura 4.11 - Comportamento da temperatura no interior do cubo (banana) em função do tempo de operação .....	103
Figura 4.12 – Vista em 3-D do comportamento da temperatura no interior do cubo de batata no regime de excitação unidimensional .....	104
Figura 4.13 - Vista em 3-D do comportamento da temperatura no interior do cubo de banana no regime de excitação unidimensional .....	104
Figura 4.14 - Representação da incidência das ondas eletromagnéticas no material cilíndrico .....	105
Figura 4.15 - Posição do eixo .....	105
Figura 4.16 - Comportamento do campo elétrico dentro do cilindro de batata.....	105
Figura 4.17 - Comportamento do campo elétrico dentro do cilindro de banana.....	106
Figura 4.18 - Comportamento da temperatura em função da posição dentro da batata em forma cilíndrica .....	107
Figura 4.19 - Comportamento da temperatura em função da posição dentro da banana em forma cilíndrica .....	108
Figura 4.20 - Comportamento da temperatura em função do tempo dentro da batata em forma cilíndrica .....	109
Figura 4.21 - Comportamento da temperatura em função do tempo dentro da banana em forma cilíndrica .....	109
Figura 4.22 - Comportamento do campo elétrico dentro da batata em forma esférica. ....	110
Figura 4.23 - Comportamento da Temperatura dentro da batata em forma esférica.....	111
Figura 4.24 - Comportamento da Temperatura dentro da batata em forma esférica.....	111
Figura 4.25 - Configuração simulada da excitação e posicionamento do eixo. ....	112
Figura 4.26 - Comparação entre o analítico e o simulado para excitação bidimensional .....	112
Figura 4.27 - Comportamento do campo elétrico dentro da batata em forma cúbica. ....	113
Figura 4.28 - Comportamento do campo elétrico dentro da batata em formato de cubo .....	114
Figura 4.29 - Comportamento do campo elétrico em função do tempo de excitação. ....	115
Figura 4.30 - Comportamento do campo elétrico dentro da banana na forma cúbica.....	115
Figura 4.31 - Comportamento do campo elétrico em função do tempo de excitação. ....	116
Figura 4.32 - Comportamento da temperatura dentro da batata na forma cúbica. ....	117
Figura 4.33 - Comportamento da temperatura em função do tempo de excitação.....	117
Figura 4.34 - Comportamento da temperatura dentro da banana na forma cúbica .....	118

Figura 4.35 - Comportamento da temperatura dentro do cubo de banana em função do tempo .....	119
Figura 4.36 - Campo de temperatura em função do tempo e da posição para a batata .....	119
Figura 4.37 - Campo de temperatura em função do tempo e da posição para a banana .....	120
Figura 4.38 - Amostra cúbica de batata.....	121
Figura 4.39 - Detalhe da medição no interior da batata.....	122
Figura 4.40 – Amostra cilíndrica da batata.....	122
Figura 4.41 - Detalhe sobre a medição da temperatura no interior da amostra.....	123
Figura 4.42 - Demonstração da medição da temperatura .....	123
Figura 4.43 – Configuração da excitação da onda, utilizada para a realização da simulação com as amostras cilíndricas. ....	124
Figura 4.44 - Configuração da excitação usada para simular o aquecimento nas amostras cúbicas. ....	124
Figura 4.45 – Comparação entre a temperatura experimental e a simulada na superfície da batata na forma cúbica.....	125
Figura 4.46 - Comparação entre a temperatura experimental e simulada no centro da batata na forma cilíndrica.....	126
Figura 4.47 - Comparação entre a temperatura experimental e simulada na superfície da banana na forma cilíndrica. ....	126
Figura 4.48 - Esquema experimental da secagem por microondas. ....	127
Figura 4.49 - Comparação entre os valores experimentais e teóricos da umidade na base úmida para a banana. ....	128
Figura 4.50 - Comportamento do campo elétrico no interior da banana.....	130
Figura 4.51 - Comportamento da temperatura com o tempo, conforme a posição no cilindro. ....	131
Figura 4.52 - Comportamento da temperatura em função do tempo, conforme a posição no cilindro .....	132
Figura 4.53 - Comportamento da umidade com o tempo, conforme a posição no cilindro ...	133
Figura 4.54- Comportamento da umidade com o tempo conforme a posição no cilindro ....	134
Figura 4.55 - Secador solar-eólico na área de testes da FCAP.....	135
Figura 4.56 - Secador solar-eólico com rotor Savonius .....	136
Figura 4.57 - Temperatura média simulada na parede do secador durante um dia típico.....	137
Figura 4.58 - Variação da temperatura na parede do secador .....	137
Figura 4.59 - Variação simulada da temperatura na parede do secador.....	139

Figura 4.60 - Taxa de calor inserido para dentro do secador .....	139
Figura 4.61 - Temperatura do ar no interior do secador em função do tempo de aquecimento .....	140
Figura 4.62 - Secador com coletor solar acoplado .....	141
<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	
Figura 4.63 - Esquema proposto de um secador solar utilizando um painel fotovoltaico para alimentar um ventilador de corrente contínua (DC) .....	148

## LISTA DE TABELAS

### Capítulo 3

Tabela 3.1 – Radiação média mensal sobre a cidade de Belém do Pará .....	82
--	----

### Capítulo 4

Tabela 4.1 – Dados de entrada para a simulação da banana.....	92
Tabela 4.2 – Propriedades físicas da banana .....	92
Tabela 4.3 – Dados de entrada para a simulação da batata .....	95
Tabela 4.4 – Propriedades físicas da batata.....	95

## INTRODUÇÃO

O processo da secagem é uma das mais importantes operações unitárias; nele ocorrem simultaneamente as transferências de calor e de massa, pois consiste na redução do conteúdo de umidade de um produto [1]. No processo ocorre a passagem de parte do líquido que está na fase sólida úmida para uma fase gasosa não saturada [1], [2]. Um dos mais importantes objetivos da aplicação dessa operação é a conservação do produto para proteção contra a ação degenerativa dos fungos, germes e bactérias. Os produtos desidratados podem ser transportados e estocados por períodos mais longos; além disso, são mais concentrados, o que reduz os custos com embalagem, transporte e armazenamento [3].

Devido à grande importância da secagem, é extremamente conveniente desenvolver procedimentos com objetivo de melhorar o desempenho da operação de secagem e dos secadores, adaptando esses métodos às condições locais [1], [3].

O método tradicional consiste em expor os produtos ao sol estendendo-os ao ar livre. Entretanto, as normas modernas de higiene, relativas aos produtos alimentares, excluem a secagem solar tradicional, e os países tropicais e subtropicais devem recorrer a outros métodos, destinados não só a melhorar os padrões locais de higiene, mas também a criar novos mercados [3]. Métodos aperfeiçoados de secagem apresentam também interesse no tratamento de produtos diferentes dos alimentos, como madeira ou tijolos.

Na secagem com aproveitamento da energia solar, o fenômeno de transporte de calor que predomina no interior do secador é a convecção, sendo o calor posteriormente transportado por condução de fora para dentro do material, diferentemente do aquecimento por meio de microondas, onde o processo de secagem ocorre por aquecimento dielétrico através do campo eletromagnético. Neste tipo de secagem, a geração de calor acontece em uma camada espessa do próprio produto, facilitando o transporte da energia térmica até o centro e também para fora do material, promovendo, assim, uma secagem rápida e homogênea [4].

O aquecimento por microondas é bastante diferente dos métodos convencionais; por isso, os pesquisadores têm encontrado vários problemas, especialmente aqueles das áreas de Engenharia Química, de Alimentos, de Agronomia e outras correlatas, que não são suficientemente familiarizados com o processo de microondas. A comparação com

processos muito bem conhecidos e exaustivamente estudados leva muitas vezes a conclusões errôneas e desfavoráveis às microondas [4].

Os países em via de desenvolvimento já se utilizam grandemente da energia solar para secar várias colheitas e para conservar alimentos perecíveis como o peixe e a carne [5]. No ambiente rural do terceiro mundo, onde a secagem solar é particularmente interessante, coloca-se freqüentemente o problema de encontrar eletricidade para acionar os exaustores, o que, contudo, pode ser resolvido com o auxílio de um rotor eólico de eixo vertical, do tipo savonius, interligado a um ventilador por um eixo comum, ou com a utilização da energia solar, produzida por células fotovoltaicas, as quais oferecem solução simples e competitiva. Ensaio realizado no “Centre Technique du Bois” [6], na França, constataram que a energia elétrica necessária para os ventiladores é geralmente no mínimo duas vezes inferior à energia de aquecimento consumida por uma bomba de calor nas mesmas condições, e pelo menos quatro vezes inferior à de um secador de ar quente.

Considerando-se o aperfeiçoamento da secagem, com o objetivo de promover melhorias no produto final quanto ao aspecto de rendimento, da higiene, da qualidade e da economia de energia, é que surgiu a proposta da realização do estudo a respeito da secagem por microondas, simulando, como estudo complementar, a secagem por energias solar térmica e eólica, bem como a solar fotovoltaica.

A consciência da importância de se realizarem estudos desses processos, em vista da potencialidade da aplicação industrial de cada um, é que motiva a análise dos fenômenos térmicos envolvidos nos processos, fundamentando-se nas leis físicas de transferência de energia eletromagnética e térmica, com o objetivo de auxiliar diretamente no projeto, no dimensionamento dos equipamentos e na aplicação otimizada dessas duas modalidades de secagem.

O interesse na aplicação industrial do aquecimento por radiação de microondas tem levado a muitas pesquisas no direcionamento da formulação matemática de modelos capazes de representar o fenômeno. Em geral, esses estudos envolvem as soluções das equações de Maxwell do eletromagnetismo e as equações de transferência de calor e massa, onde as propriedades térmicas, elétricas e magnéticas dos materiais são de grande importância.



Sabe-se que os materiais podem ser lineares ou não lineares, isotrópicos ou anisotrópicos, homogêneos ou não homogêneos e suas propriedades físicas dependem do estado físico e da estrutura molecular do material; logo, dependem da temperatura e da umidade, entre outros fatores, tudo isto fazendo aumentar a complexidade da modelagem. Por isso, para a solução das equações de Maxwell acopladas à equação da transferência de calor, é necessário conhecer as características físicas do material em questão, como por exemplo: massa específica, calor específico, difusividade térmica, condutibilidade térmica, absorvidade térmica, permeabilidade magnética, permissividade elétrica e condutividade elétrica. Uma aproximação mais precisa depende muito da exatidão experimental da determinação dessas propriedades. Uma pequena transformação na distribuição da potência pode causar um impacto substancial na distribuição da temperatura [7], [8].

A análise dos efeitos térmicos provocados pelas microondas requer o interrelacionamento de vários modelos: teoria de ondas eletromagnéticas, para absorção de potência, teoria da transferência de calor e transporte de massa, para movimento de partículas, e análise material nas transformações de estado físico.

Tanto na secagem por microondas quanto na solar térmica, é de grande importância o conhecimento das variáveis: tempo de operação da secagem, potência aplicada e temperatura de secagem, para o sucesso da operação, seja ela a nível industrial ou não, por batelada ou contínua.

No capítulo 1 é feita uma revisão bibliográfica sobre a operação de secagem, destacando-se a utilização das microondas e da radiação solar térmica, a qual tem o propósito de apresentar os trabalhos de mais importância com relação à modelagem matemática e física dos processos em ambos os assuntos, desenvolvidos e divulgados nos últimos anos, colocando em destaque a solução por Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD).

O capítulo 2 discorre sobre o método de FDTD, que foi a técnica comum a todos os modelos utilizados para solucionar os problemas de secagem e aquecimento por microondas e solar. O objetivo maior é proporcionar os conhecimentos básicos e teóricos dos procedimentos matemáticos usuais e suas variedades de métodos usados nas soluções

das Equações Diferenciais Parciais (*EPD's*) hiperbólicas (equação da onda) e parabólicas (equação da condução de calor).

O capítulo 3 descreve as metodologias propostas e discorre sobre as várias filosofias e ferramentas utilizadas para desenvolvimento e compreensão dos princípios básicos dos fenômenos e efeitos ocasionados pelas operações unitárias abordadas neste trabalho.

O capítulo 4 apresenta os resultados e discussões a respeito dos perfis de campo elétrico, temperatura e potência dissipada, obtidas com os modelos criados a partir das leis físicas correspondentes aos processos nos regimes de excitação uni, bi e tridimensional, para corpos de geometrias simples, como cubos, cilindros e esferas. Além disso, aborda ainda os cálculos para o dimensionamento de secadores solares e eólicos e perfis de temperatura nas suas paredes e no seu interior.

Ao final são apresentadas as conclusões obtidas após os trabalhos de simulações e experimentos, e também são dadas algumas sugestões relacionadas com os assuntos abordados, para incentivar trabalhos futuros, tanto teóricos quanto experimentais.

# *CAPÍTULO 1*

## **AQUECIMENTO POR MICROONDAS E POR RADIAÇÃO SOLAR**

### **1.1 – Introdução**

Sempre que um corpo está a uma temperatura maior que a de outro, ou quando no mesmo corpo existem temperaturas diferentes, ocorre uma transferência de energia da região de temperatura mais elevada para a de mais baixa e a esse fenômeno dá-se o nome de transmissão de calor [9].

Segundo Arpaci et al [10], só existem duas formas de transporte de energia térmica: condução e radiação, sendo a convecção formada por uma soma entre os fenômenos da condução, da radiação e do movimento.

A condução ocorre devido ao aumento de energia cinética, proporcionado por uma excitação térmica qualquer, em determinada região de um corpo; os elétrons com maior energia, tornando-se mais velozes e com órbitas mais exteriores, chocam-se com os elétrons vizinhos, resultando daí um ganho de energia térmica pelo elétron que recebeu o choque. Este passa a proceder de maneira idêntica àquele que colidiu com ele; daí, reações em cadeia vão ocorrendo no interior do corpo e o estado térmico, distante da região que recebeu a excitação, vai-se conduzindo através do corpo considerado. Há, portanto, na condução, um autêntico transporte de calor [11].

A convecção natural acontece quando uma partícula de um fluido entra em contato com uma superfície aquecida; ela dilata-se, isto é, aumenta seu volume mantendo o peso, tornando-se menos densa. Dessa forma, afasta-se da superfície quente, fazendo com que uma partícula mais densa, porque está fria, aproxime-se da superfície, propiciando, portanto, um autêntico movimento de partículas, umas se afastando e outras se aproximando da fonte quente; esses movimentos são chamados correntes de convecção. Quando o movimento dessas partículas é causado por algum agente externo, tais como ventiladores ou misturadores, a convecção é dita forçada. Como se observa, ocorre aqui, de fato, um transporte de massa, mas, como a massa transportada altera o estado térmico, não se pode também deixar de caracterizar um transporte de calor [12].

Quando o calor se transmite de uma região a outra, sem que o meio intermediário se aqueça, tem-se uma outra forma de transmissão de calor, conhecida como radiação. Na

realidade, são ondas eletromagnéticas de determinada faixa de comprimento de onda que, emitidas por um corpo, se caracterizam por atravessar um meio transparente e, ao encontrarem um meio que lhes seja opaco, são absorvidas, ocorrendo conseqüentemente uma transformação de energia radiante em energia térmica. A radiação térmica é a forma de transmissão de calor pela qual o Sol aquece a Terra, e o calor, uma vez absorvido, pode ser transmitido, seja por condução, convecção ou radiação [12].

Existem também os processos de aquecimento por indução e de aquecimento dielétrico, que caracterizam a transmissão de calor por campos eletromagnéticos. Na última modalidade está incluído o aquecimento por microondas.

O primeiro processo baseia-se na indução de correntes parasitas no material por meio de uma corrente alternada circulando por um enrolamento que envolve o material, tal como o funcionamento de um transformador, onde a corrente do primário induz uma corrente no secundário. O acoplamento da energia é através do campo magnético e não através de contato elétrico ou mecânico. A eficiência desse aquecimento está relacionada à corrente total induzida no material. Por esta razão, obtém-se desempenho satisfatório no aquecimento de materiais com altas condutividades elétricas e térmicas [4].

O aquecimento dielétrico, ou por rádio frequência, por outro lado, envolve o aquecimento de materiais dielétricos, que são geralmente maus condutores elétricos e térmicos. Nesse processo não há necessidade de contato elétrico ou mecânico do material com o aplicador. O material a ser aquecido é colocado em um aplicador que pode apresentar diferentes formas, dependendo do tipo de material a ser aquecido [13].

## **1.2 - Aquecimento por Microondas**

Quando uma onda eletromagnética em frequências de microondas é interceptada por um material dielétrico, como por exemplo, os alimentos, ela interage com esse material, transmitindo-lhe energia, que resulta em um aumento de temperatura no interior do material, que depende basicamente da frequência empregada, da fonte de potência e da maneira pela qual a energia é transferida para o material, geralmente utilizando-se aplicadores do tipo cavidade ressonante ou guia de ondas [4], [13].

Nos processos convencionais de aquecimento, a transferência de calor é feita de forma indireta, sendo o calor gerado externamente ao produto, entrando em contato com ele por condução e/ou convecção, e indo de fora para dentro do mesmo através do processo de

condução térmica. Assim sendo, são aquecidos o ar, o recipiente que contém o material, e as paredes internas do aplicador, o que ocasiona perdas adicionais de energia.

No processo por microondas, o aquecimento é direto, sendo o calor gerado no interior do produto, não havendo, portanto, aquecimento direto do ar e dos outros objetos, o que torna o processo econômico e eficiente [4], [13].

A conversão da energia de microondas em energia térmica ocorre por um conjunto de mecanismos em escala atômica e molecular, onde os mais significativos são a condução iônica e a rotação dipolar.

A condução iônica acontece quando íons em solução entram em movimento em resposta a um campo elétrico. Íons possuem carga elétrica e são acelerados pelos campos elétricos. O aquecimento é determinado pelos íons que colidem com outros íons e convertem a energia cinética em calor. Quanto mais concentrada, ou mais densa, a solução, maior a frequência de colisões, e maior a energia cinética que é convertida. Quando o campo elétrico é alternando em frequências de microondas ( $2,45 \times 10^9$  Hz, por exemplo), numerosas colisões acontecem, e muito calor é gerado. Apesar da condução iônica poder ocorrer no aquecimento de alimentos, ela é geralmente um mecanismo menos importante que a rotação dipolar [13].

A rotação dipolar é dependente da existência de moléculas polares. Sob condições normais, moléculas polares são aleatoriamente orientadas, mas na presença de um campo elétrico elas se alinham com o mesmo. Como um campo alternado é aplicado, a polaridade do mesmo varia de acordo com a frequência de microondas, e as moléculas tentam se alinhar com o campo variável, gerando calor como resultado da sua rotação. Quando o campo é removido, as moléculas retornam à sua orientação aleatória. O tempo necessário para realização do processo depende do tamanho da molécula [13]. Para materiais com altos conteúdos de umidade, o principal fenômeno responsável pela geração de calor é a rotação dipolar, por ser a água o material polar mais comum em alimentos e sua molécula apresentar-se como um dipolo elétrico (molécula polar). A figura 1.1 ilustra a rotação de uma molécula dipolar sob efeito de um campo elétrico alternado.

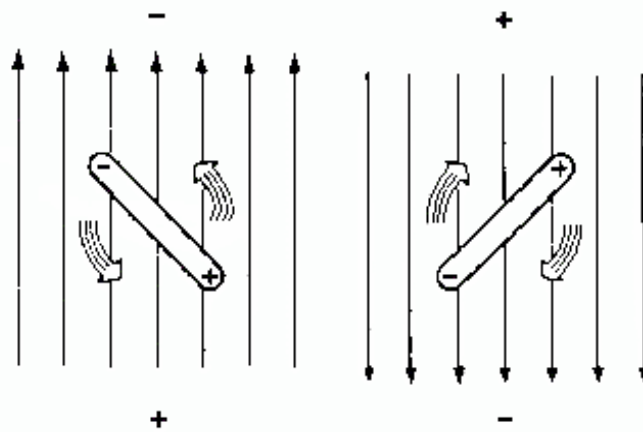


Figura 1.1 - Rotação dipolar ocasionada pelo campo elétrico alternado [13].

As microondas possuem três características básicas:

1. Passam direto por alguns materiais - materiais como vidro, papel e plástico são transparentes e geralmente inalterados pelas microondas;
2. São refletidas pelas superfícies de metais - em outras palavras, o forno com as paredes de metal é projetado para ressoar as microondas quando elas são irradiadas para o seu interior;
3. Penetram e são absorvidas por algumas substâncias, dentre as quais os produtos alimentares.

### 1.2.1 – Profundidade de Penetração

Os campos de microondas podem penetrar uma considerável distância nos materiais, dependendo das suas características. Esses campos influenciam a movimentação dos elétrons quando interagem com seu ambiente nos níveis atômico e molecular, enquanto que os íons mais pesados não são capazes de reagir tão facilmente com os campos de alta frequência. Os elétrons movem-se mais ou menos livremente no material, dependendo da constante dielétrica e da tangente de perdas. O movimento dos elétrons que se relaciona à constante dielétrica é elástico e resulta essencialmente em energia armazenada. O movimento eletrônico que excede os limites de elasticidade resulta em conversão da energia de microondas em calor. Em alguns casos, por exemplo nas soluções salinas, os elétrons rompem suas ligações atômicas moleculares com relativa facilidade e movem-se mais ou menos livremente através do corpo, e as perdas devidas são mais facilmente consideradas como imperfeições na condução [13].

Quando o número de elétrons em movimento é tão grande que os campos induzidos

pelo seu movimento aproximam-se dos campos externos, o campo líquido torna-se zero e a energia de microondas não pode mais penetrar no corpo. Esse efeito pelicular varia com os materiais, a temperatura e a frequência [13].

A profundidade de penetração é definida como a distância da superfície de um material dielétrico na qual a intensidade do campo incidente decai para  $1/e$  (aproximadamente 37%) de seu valor na superfície do material. A equação para a atenuação da potência [14] é:

$$P = P_0 e^{-2\alpha d}, \quad (1.1)$$

onde  $P_0$  é a potência incidente,  $P$  é a potência na profundidade de penetração,  $\alpha$  é a constante de atenuação,  $d$  é a distância no meio, e  $e = 2,718282$ .

A profundidade de penetração para qualquer material corresponde a  $1/\alpha$ , sendo  $\alpha$  dado por [14]:

$$\alpha = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} \left[ \frac{\varepsilon}{2} \left( 1 + \left( \frac{\sigma}{\mu \varepsilon} \right)^2 \right)^{1/2} - 1 \right]^{1/2} \left( \frac{\text{Nepers}}{m} \right). \quad (1.2)$$

onde

$\mu$  = permeabilidade magnética do meio  $\left( \frac{H}{m} \right)$ ,

$\varepsilon$  = permissividade elétrica do meio  $\left( \frac{F}{m} \right)$ ,

$\omega$  = frequência angular ( $= 2\pi f$ )  $\left( \frac{rad}{s} \right)$ ,

$\sigma$  = condutividade elétrica do meio  $\left( \frac{\text{Siemens}}{m} \right)$ .

### 1.2.2 - Propriedades Dielétricas dos Materiais

O aquecimento por microondas também é dependente do estado físico do material. As propriedades elétricas dos materiais são de grande interesse para a engenharia de microondas, porque delas dependem a distribuição e o acoplamento da energia e, conseqüentemente, as características de aquecimento do material em processos envolvendo transferência de energia por um campo eletromagnético [14]-[16].

Uma das propriedades mais importantes na secagem por microondas é a permissividade elétrica do material em questão. Ela caracteriza a capacidade do material de armazenar e dissipar energia eletromagnética e é expressa por [14]-[16]:

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' , \quad (1.3)$$

onde  $\varepsilon''$  é o fator de perdas efetivo, que é um parâmetro que depende da frequência e das propriedades do meio e é relacionado com a constante dielétrica,  $\varepsilon'$ , pela tangente de perdas,  $tg\delta$ ,

$$tg\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} . \quad (1.4)$$

Em termos da permissividade relativa pode escrever-se:

$$\varepsilon_r = \varepsilon'_r - j\varepsilon''_r , \quad (1.5)$$

sendo

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} , \quad (1.6)$$

onde  $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m é a permissividade do vácuo.

As características magnéticas dos materiais estão ligadas com a resistência e a indutância do material e são definidas por um conjunto de propriedades, que podem ser expressas em termos da permeabilidade magnética complexa [14]-[16],

$$\mu = \mu' - j\mu'' , \quad (1.7)$$

ou, em termos da permeabilidade complexa relativa,

$$\mu_r = \mu'_r - j\mu''_r , \quad (1.8)$$

onde

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} , \quad (1.9)$$

com  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m sendo a permeabilidade magnética no vácuo.



A parte imaginária de  $\mu$  está relacionada à sua resistência e capacidade de dissipar energia magnética, enquanto que a parte real está relacionada com a indutância e a capacidade de armazenar energia magnética. Entretanto, no aquecimento por microondas é geralmente desnecessário considerar os efeitos magnéticos, principalmente em materiais biológicos, pois suas permeabilidades magnéticas relativas são próximas da do vácuo, e suas perdas magnéticas são praticamente nulas [16].

A extensão na qual um material pode absorver energia eletromagnética em uma dada faixa de frequências é determinada pela magnitude do fator de perdas  $\varepsilon''$ . A presença de líquido polar em um sólido sob aquecimento geralmente aumenta o valor do fator de perdas, de até poucas ordens de grandeza. Assim, o calor é principalmente gerado nas partes mais úmidas do material e a intensidade de calor gerado cai com a redução do conteúdo de umidade. Em geral, o fator de perdas do material é função do conteúdo de umidade, da temperatura, da frequência do campo aplicado, da densidade, da estrutura e da composição química deste [16].

A escolha da frequência mais alta possível e também da maior intensidade de campo, leva à maior conversão de energia. A intensidade do campo, em função da dependência quadrática, é o fator mais apropriado para aumentar a conversão de energia. Em alguns materiais e alguns aplicadores de microondas, porém, a intensidade de campo pode ser limitada pela tensão de ruptura. A constante dielétrica relativa e a tangente de perdas não podem ser aumentadas sem alterar o material [17].

A potência gerada por unidade de volume do material dielétrico depende das propriedades dielétricas do mesmo e das características do campo eletromagnético, ou seja, frequência,  $f$ , e intensidade do campo,  $E$  [16]-[18].

Uma aproximação da densidade de potência de microondas convertida para aquecer um material dielétrico é dada pela equação [13]:

$$P_D = 55,61 E^2 f \varepsilon_r' \tan \delta \times 10^{-14} \text{ (Watts/cm}^3\text{)}, \quad (1.10)$$

onde  $P_D$  é a densidade de potência,  $E$  é a intensidade do campo elétrico em volts/cm,  $f$  é a frequência em Hz,  $\varepsilon_r'$  é a permissividade dielétrica relativa e  $\tan \delta$  é a tangente de perdas.

Dois destes parâmetros, intensidade de campo e frequência, são propriedades da fonte de energia. A constante dielétrica relativa e a tangente de perdas são propriedades do material a ser aquecido.

### 1.2.3 - Aplicadores de Microondas

O aplicador de microondas é o componente do sistema de processamento por microondas no qual a energia é aplicada ao produto. É o componente onde ocorre a interação da energia eletromagnética com o material em processamento. O projeto desse componente objetiva que a interação da energia com o material seja a mais eficiente possível.

A potência de microondas, gerada normalmente por válvulas dos tipos Magnetron ou Klystron, é alimentada ao aplicador através de um acoplamento por ponta de prova (antena), por laço ou espira, ou por orifício em um guia de ondas [13].

As características de penetração, em conjunto com as de absorção, transmissão e reflexão, permitem que seja projetado o aplicador para se obter a energia necessária para o processamento desejado.

Os diversos tipos de aplicadores podem ser classificados quanto à continuidade do processamento, em contínuos ou por batelada; quanto aos modos de propagação ou ressonância, em monomodo ou multimodo. Nos aplicadores por batelada, uma certa quantidade do produto é introduzida no aplicador através de uma porta, processada durante um tempo pré-determinado e, em seguida, retirada do aplicador [13].

Quanto aos modos de propagação, os aplicadores mais comuns são os de cavidade ressonante monomodo, os de cavidade multimodo e os de ondas progressivas. Os aplicadores de ondas progressivas são em geral usados para processamento de folhas, filmes, materiais laminados e outros produtos de pequenas dimensões. As cavidades ressonantes são projetadas para processamento de sólidos volumosos, objetos grandes e particulados, tanto em leitos fixos quanto em leitos fluidizados.

A figura 1.2 apresenta uma das configurações de aplicadores encontradas no mercado, sendo o suporte onde o material repousa geralmente um prato giratório, para dar mais homogeneidade ao aquecimento. Nessa figura a denominação “vent” refere-se ao ventilador ou exaustor que ajuda a retirar ar quente e úmido do aplicador, “VM” significa Válvula Magnetron, a qual está acoplada a um guia de ondas retangular.

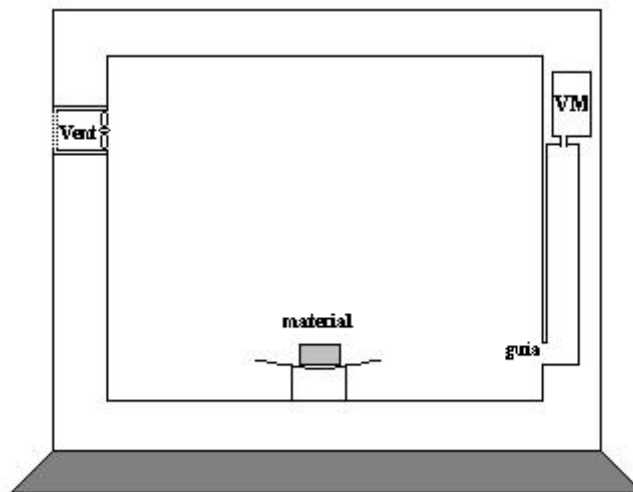


Figura 1.2 – Aplicador multimodo de processamento por batelada.

Nos aplicadores contínuos, o produto em questão é introduzido no aplicador de forma ininterrupta através de uma abertura, sendo retirado, também de forma contínua, por outro acesso ao aplicador.

A figura 1.3 mostra um desenho com um corte de um aplicador contínuo tipo esteira.

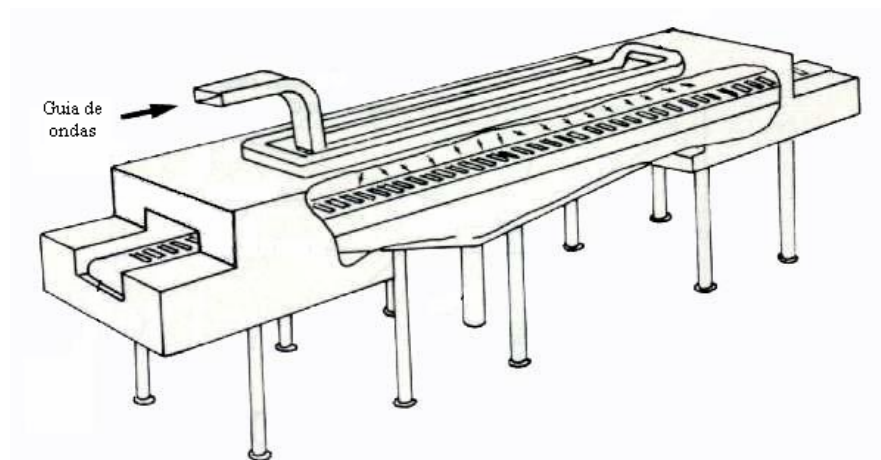


Figura 1.3 – Esquema de um secador contínuo com esteira transportadora [13].

Os aplicadores monomodo consistem basicamente de cavidades (ou guias de ondas) onde apenas um modo é ressonante (ou propagante). Esses tipos de aplicadores são apropriados para o processamento de produtos de formatos bem definidos e, em geral, pouco espessos em uma ou mais dimensões. Essa característica faz com que o material interaja de forma mais eficiente com a onda eletromagnética, desde que colocado em sua região de campo máximo. Exemplos de produtos apropriados para aplicadores monomodo são folhas e lâminas em geral, tecidos e fios. Entretanto, se os materiais a serem processados forem volumosos, o aquecimento se dará de forma muito pouco homogênea, prejudicando o

processo. Nesse caso, os aplicadores multimodo devem ser utilizados [13].

O aplicador do tipo multimodo consiste de uma cavidade metálica à qual a energia de microondas é acoplada. Uma vez introduzida a energia no interior da cavidade, as condições de oscilação são estabelecidas para vários modos. A obtenção da uniformidade da distribuição do campo eletromagnético segue basicamente, uma regra, ou seja, as dimensões da cavidade devem ser grandes quando comparadas ao comprimento de onda. Quando vários modos de ressonância estão presentes no aplicador existe uma tendência natural da energia se distribuir de forma mais homogênea, facilitando o processamento de produtos das mais variadas formas e tamanhos. Um exemplo típico de aplicador multimodo é o forno de microondas doméstico. De maneira a fazer com que todas as partes do produto sejam o mais igualmente possível expostas às microondas, utilizam-se dispositivos como refletores e pratos giratórios [13].

Os aplicadores do tipo cavidade ressonante, em processos contínuos, são, fundamentalmente, utilizados da mesma maneira como em processos descontínuos. A única diferença reside no controle da fuga de energia para o exterior. Os processos contínuos referem-se ao movimento relativo entre o material e o aplicador. A entrada do material no aplicador é feita através de aberturas e exatamente através dessas é que se deve evitar o escoamento ou fuga de energia, bem como de qualquer outro acesso ao interior do aplicador. Geralmente essas fugas são evitadas por filtros projetados em guias de ondas, com dimensões adequadas para eliminar os modos propagantes, através da inserção de tocos e/ou cargas (geralmente de água) que absorvem com grande facilidade a energia eletromagnética [13].

### **1.3 – Secagem por Microondas**

O processo de secagem por microondas é intrinsecamente diferente de processos tradicionais de secagem, como os convectivos, os pneumáticos, etc. Nestes processos, particularmente nos convectivos, a umidade superficial é inicialmente eliminada e a água restante difunde vagarosamente para a superfície. A transferência de calor para o interior do material é devida a um gradiente de temperatura e a transferência de massa é devida ao gradiente de concentração entre o interior úmido e a superfície seca. Esses gradientes são direcionados opostamente, resultando em um efeito de amortecimento na transferência de massa. Com isso, o processo é freqüentemente lento, com taxas de difusão limitadas, e necessita de altas temperaturas externas, que podem causar efeitos indesejáveis no material, tais como endurecimento do invólucro, decomposição, mudança de cor, etc [17].

Nos sistemas de secagem por microondas, a geração volumétrica de calor resulta em uma temperatura interna mais alta, cujo gradiente é orientado no sentido da superfície [20]. A transferência de massa é devida inicialmente a um gradiente de pressão causado pela geração de vapor dentro do material. Grande parte da umidade é vaporizada antes da saída do interior do material. Se o material estiver inicialmente com um grande conteúdo de umidade, sua pressão interna aumentará rapidamente e a parte líquida será removida sob influência de um gradiente de pressão total. Então, quanto maior o conteúdo de umidade inicial, maior será a influência do gradiente de pressão na remoção da massa total. Isso pode ser observado como um efeito de bombeamento, que força o líquido para a superfície, frequentemente como vapor, proporcionando secagens muito rápidas, sem necessidade do aquecimento do ar que envolve o material [17],..

A figura 1.4 mostra o comportamento típico da taxa de secagem em função do teor de umidade, e deste em função do tempo, respectivamente.

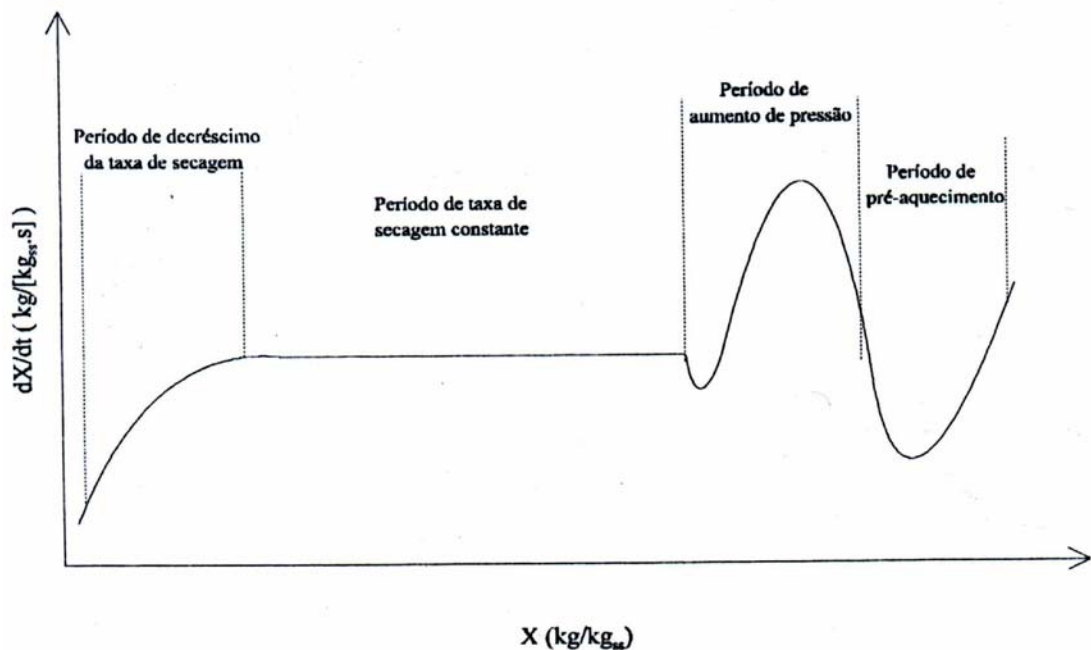


Figura 1.4 - Curva de taxa de secagem típica em condições constantes de secagem [4].

Como já mencionado, a secagem dielétrica utiliza a capacidade dos líquidos polares de converter a energia eletromagnética de alta frequência em calor, devido principalmente à oscilação dos dipolos moleculares de acordo com as variações na direção do campo elétrico aplicado. Para espécies iônicas, os efeitos causados pelo movimento dos íons também contribuem para a geração de calor [4].

A geração interna de calor invoca alguns fenômenos, que não ocorrem em processos convencionais e menos intensivos. Em particular, é possível aumentar a temperatura do material até o ponto de ebulição do líquido. A evaporação intensa do líquido dentro do material pode causar uma pressão interna que afeta a sucessiva transferência de massa devido à ação mecânica (fluxo convectivo de líquido e vapor). Assim, em geral, a secagem dielétrica pode ser dividida em quatro períodos [4].

1. Aquecimento preliminar, quando a temperatura do material aumenta até o ponto de ebulição e não é observada uma perda significativa de umidade;
2. Aumento de pressão até o valor máximo determinado pela resistência ao fluxo de umidade. A remoção de umidade devida à diferença de pressão pode ocorrer;
3. Período de taxa de secagem constante (para potência de entrada constante), quando a taxa de evaporação dentro do material é determinada pela potência absorvida e pela resistência interna à transferência de vapor;
4. Período de decréscimo da taxa de secagem, quando a redução no conteúdo de umidade resulta no decréscimo da potência absorvida e da capacidade de transferência de umidade. A temperatura do corpo pode aumentar se o sólido seco for o principal receptor de energia para baixos conteúdos de umidade.

Este padrão idealizado de cinética de secagem só pode ser alcançado sob condições especiais, como, por exemplo, para corpos porosos capilares com altos conteúdos de umidade inicial, sendo secados sob densidades de potência suficientes; para grãos, por exemplo, somente o período de decaimento da taxa de secagem é observado, precedido por curtos períodos iniciais de pré-aquecimento, de aumento de pressão, e de taxa de secagem constante, dependendo das condições para secagem puramente dielétrica ou combinada convectiva-dielétrica [4].

Nos cálculos que envolvem a secagem, a curva de velocidade da secagem deve ser analisada em cada uma das suas seções principais, pois os fatores de controle são diferentes em cada uma das diferentes partes da curva. A velocidade de secagem é definida por [5]:

$$R = \frac{-W_s}{A} \frac{d\bar{X}}{dt} = \frac{N_a M_a}{A}, \quad (1.11)$$

onde

$R$  = velocidade ou taxa de secagem (kg de água evaporada por unidade de área e por unidade de tempo),

$W_S$  = massa do sólido seco (kg),

$\bar{X}'$  = teor de umidade no sólido (massa de água pela massa de sólido seco),

$N_a$  = taxa de concentração molar do componente “a” da mistura  $\left(\frac{kg\ moles}{s}\right)$ ,

$M_a$  = massa molecular do componente “a” da mistura  $\left(\frac{kg}{kg\ mol}\right)$ ,

$A$  = área de contato líquido-gás ( $m^2$ ).

Para o período de velocidade constante  $R_C$ , a equação (1.11) resulta em:

$$t_C = \frac{-W_S}{A R_C} (\bar{X}'_C - \bar{X}'_1), \quad (1.12)$$

onde

$\bar{X}'_C$  = teor de umidade ao término do período de velocidade constante  $\left(\frac{kg\ água}{kg\ sólido\ seco}\right)$ ,

$\bar{X}'_1$  = teor de umidade no início do processo da secagem  $\left(\frac{kg\ água}{kg\ sólido\ seco}\right)$ ,

$t_C$  = duração da secagem a taxa constante (s).

O parâmetro  $R_C$  depende dos coeficientes de transferência de calor e de massa entre o meio secante e a superfície do sólido, pois

$$R_C = \frac{h_V}{\lambda_V} (T_V - T_i), \quad (1.13)$$

onde

$h$  = coeficiente convectivo da interface evaporante para a fase gasosa  $\left(\frac{W}{m^2\ K}\right)$ ,

$\lambda_V$  = calor latente de vaporização da água  $\frac{W.s}{kg}$ .

Uma vez que a quantidade total de calor é transferida pelos mecanismos de condução

através do sólido, de convecção para o meio e de radiação provinda do ambiente, tudo dirigido para a superfície evaporante, a taxa total de transferência de calor,  $q_T$ , é

$$q_T = h_C A (T_V - T_i) + h_r(T) A (T_W - T_i) + U_k A (T_V - T_i), \quad (1.14)$$

onde

$h_C$  = coeficiente de transmissão de calor pela convecção do meio para a superfície sólida,

$h_r$  = coeficiente de transmissão de calor radiante entre a superfície do material e as paredes da câmara de secagem,

$U_k$  = coeficiente global de transmissão de calor para a superfície de secagem pela convecção e pela condução através do leito até a superfície de evaporação,

$T_W$  = temperatura das paredes do espaço de secagem,

$T_V, T_i$  são as temperaturas do meio e da interface produto-meio, respectivamente.

No período de taxa decrescente, o tempo de secagem é dado por:

$$(t - t_C) = \frac{-W_S}{A} \frac{\bar{X}_C}{R_C} \ln \frac{\bar{X}}{\bar{X}_C}. \quad (1.15)$$

Estudos teóricos e experimentais dos mecanismos de transferência de calor e massa mostram que o processo de secagem depende essencialmente dos fatores internos. Os elementos externos, como a umidade e a velocidade do ar de exaustão, contribuem pouco para a velocidade de secagem [33], [34].

A inter-relação entre transferência de calor e massa em corpos porosos foi primeiramente estabelecida por Luikov [35]-[38], que propôs duas relações para difusão e termo-difusão para material úmido. Depois, com o uso da termodinâmica dos processos irreversíveis, ele definiu um sistema acoplado de equações diferenciais parciais para transferência de calor e massa e distribuição em corpos porosos [39]. Aplicações nestes e em outros campos, como na teoria da secagem, construção de termo-físicos, em calor e na difusão de misturas em sólidos, podem ser encontradas em [40]. De forma independente, Kricher [41] e De Vries [42] também propuseram um sistema de equações diferenciais do tipo de Luikov para a distribuição de temperatura e umidade em corpos porosos.



### 1.3.1 - Vantagens e Desvantagens da Secagem por Microondas [17]

Algumas vantagens da secagem por microondas em relação aos métodos convencionais são:

1. Rapidez - em virtude da geração de calor ocorrer diretamente no interior do material, é possível reduzir-se substancialmente o tempo de processamento em comparação com processos convencionais;
2. Limpeza - não há geração de produtos de combustão nem calor repassado para o ambiente de trabalho através de convecção, além de ser minimizada a probabilidade de contaminação;
3. Segurança - permite o desligamento instantâneo em caso de necessidade ou de emergência, não deixando paredes ou superfícies quentes;
4. Necessidade de menores áreas - as instalações de aquecimento por microondas dispensam a utilização de isoladores térmicos, dutos e exaustores para captação de produtos de combustão;
5. Compatibilidade com outros processos de aquecimento - havendo conveniência, pode-se combinar a utilização de microondas com processos tais como vapor, ar quente, infravermelho, etc.;
6. Uniformidade dos produtos - devido à transformação da energia de microondas em energia térmica depender basicamente das características elétricas do material, o calor é mais concentrado nos pontos onde a concentração de substâncias com íons ou moléculas polares é elevada. Dependendo da intensidade dessa concentração de calor, esta vantagem pode se transformar em desvantagem, como citado abaixo.

Eventuais desvantagens são o superaquecimento localizado, a degradação de produtos sensíveis às ondas eletromagnéticas, a dificuldade de aquecimento de materiais transparentes às microondas ou daqueles com alta condutividade elétrica, e a ocorrência de avalanche térmica, que pode ser observada em alguns materiais, através da variação acentuada da sua tangente de perdas com a temperatura.

Em relação a custos, nada se pode afirmar sem que se verifique a viabilidade econômica da aplicação da energia de microondas para cada caso em particular. Essa viabilidade pode ser determinada por fatores tais como o preço por quilo do produto final, a existência de

preferências especiais, tais como programação de aquecimento instantâneo, a economia em espaço de armazenamento ou de processamento, que resulta da significativa redução do ciclo de aquecimento ou secagem, e a eventual superioridade do produto final.

A seguir citam-se alguns trabalhos realizados sobre aquecimento por microondas.

OHISSON e RISMAN [8] estudaram a distribuição de temperatura no aquecimento por microondas em corpos esféricos e cilíndricos. Os experimentos foram executados com a aplicação de técnicas termográficas, simulações computacionais de distribuição de temperatura e com a utilização de microondas na frequência de 2.450 MHz, e foi observado que, para os materiais utilizados, o aquecimento ocorreu com maior concentração a 20 e 60 mm de diâmetro em corpos esféricos, e 18 a 35 mm em corpos cilíndricos.

CROSS et al. [18] determinaram um modelo teórico empírico para o cálculo de potência dissipada em campos de rádio-frequência, o qual demonstrou boa aceitação. Com esse modelo, os autores estudaram a transferência simultânea de calor e de massa dentro de materiais dielétricos, aplicando balanços materiais e energéticos. O modelo não levou em conta alterações de algumas propriedades físicas da matéria-prima, nem a orientação e distribuição não homogênea do campo.

COTTIS et al. [19] apresentaram uma solução rigorosa, baseada na teoria da função de Green, usando técnicas de radiometria em microondas para medir a distribuição de temperatura tridimensional dentro de objetos dielétricos. Nessa pesquisa, os autores observaram que a temperatura dentro de objetos cilíndricos não é homogênea ao longo do perímetro radial.

ZHU e DAVES [20], em 1991, propuseram um modelo numérico não linear para analisar problemas de aquecimento por microondas no regime de excitação bidimensional, baseado nas soluções das equações de Maxwell e na equação da condução de calor. Eles validaram seu modelo comparando resultados numéricos e analíticos.

Em 1993, JIA [21] realizou estudos experimentais e fez comparações com resultados teóricos, obtidos numericamente, da distribuição da potência de microondas, dissipada durante um processo de aquecimento, aplicando como ferramenta o método de elementos finitos com técnicas de discretização usando malhas de geometria hexaédrica. A pesquisa mostrou, para os casos estudados, que a potência de microondas dissipada não tinha comportamento uniforme e era também dependente da posição do dielétrico em relação ao aplicador.

MA, et al [22] investigaram a absorção de potência na água, quando esta era sujeita à irradiação das microondas de frequências diferentes, e verificaram a variação sofrida para diferentes massas, formato e localização do corpo, utilizando como ferramenta o método explícito de FDTD. Eles concluíram que a absorção de potência é muito sensível à frequência e a uniformidade da temperatura depende dos fatores mencionados acima.

FLOCKHART, et al [23] descreveram um modelo do ponto de vista do Método de Linha de Transmissão (TLM) para aplicação no processo de aquecimento por microondas. Nesse trabalho foram apresentados resultados de algumas simulações.

MA et al [24] apresentaram um modelo combinado de FDTD para os processos eletromagnéticos e de transferência de calor, incluindo a influência da temperatura nas propriedades elétricas e térmicas de alimentos. Os resultados do modelo numérico foram comparados com resultados experimentais.

HILL e MARCHANT [25] também chegaram a apresentar alguns modelos não lineares desenvolvidos na área da modelagem matemática de aquecimento por microondas, onde foram utilizadas equações diferenciais quadráticas e exponenciais empíricas e aproximadas, como solução para determinação do perfil de campo elétrico e de temperatura.

CLEMENS e SALTIEL [26] apresentaram um modelo numérico detalhado para a predição de campos em guias de ondas e cavidades, e da distribuição de temperatura, utilizando um esquema de diferenças finitas simples explícito para solucionar o acoplamento entre as equações de Maxwell e a equação da energia. Nesse trabalho, simulações com amostra de alumina, analisada para uma excitação bidimensional em uma cavidade operando em modo  $TE_{33}$  e frequência de 2,45 GHz, ilustram a influência do tamanho do corpo e das propriedades dielétricas no aquecimento por microondas.

TORRES e JECKO [27], combinando procedimentos para ambos os fenômenos, eletromagnético e térmico, elevando em consideração a influência da temperatura sob as propriedades elétricas do material, desenvolveram um algoritmo em FDTD que reduziu significativamente o tempo nas interações, utilizando a equação de relaxação de Debye para calcular a permissividade complexa.

BRAUNSTEIN et al. [28] estudaram o processo de aquecimento por microondas, levando em consideração a variação da permissividade com a temperatura. Foi utilizado como matéria-prima um composto cerâmico de carbono e sílica, de geometria cilíndrica, com as seguintes propriedades físicas a 25 °C:  $\epsilon_r = 3,9 - j0,06$ ,  $k = 0,00012 \text{ W/m.K}$  e  $h = 5 \text{ W/m}^2.\text{K}$ .

onde  $\varepsilon_r$ ,  $k$  e  $h$  são, respectivamente, a permissividade relativa, o coeficiente de condutibilidade térmica e o coeficiente de transferência de calor por convecção. Os autores aplicaram técnicas numéricas de elementos finitos no domínio da frequência para determinação da potência absorvida nas regiões de aplicação, elementos finitos no domínio do tempo, para solucionar e incluir a variação da permissividade do material com a temperatura durante o ciclo de aquecimento, e diferenças finitas no domínio do tempo para a determinação do perfil de temperatura no interior do corpo variando no tempo.

ALPERT e JERBY [29] apresentaram um modelo unidimensional analítico para os processos eletromagnético e térmico acoplados, para meios dielétricos dependentes da temperatura, várias simulações para diferentes materiais foram realizadas e os resultados foram comparados com outras literaturas.

ZHAO e TURNER [30] apresentaram um modelo computacional tridimensional para aquecimento por microondas de madeiras com baixo teor de umidade. O modelo acoplado é um algoritmo no domínio do tempo considerando-se um volume finito para resolver as equações de Maxwell. O modelo desenvolvido foi validado com o uso de um aplicador industrial, onde a distribuição de temperatura foi comparada com resultados experimentais.

LIU et al. [31] mostraram uma análise técnica TLM-Térmica no domínio do tempo acopladas. Nesse trabalho é realizada uma combinação de algoritmos TLM com algoritmos FDTD e raios óticos, para avaliar o comportamento térmico no transiente de objetos dentro de guias de ondas ou cavidades.

#### **1.4 – Aquecimento por Radiação Solar**

Quando se fala em energia, deve-se lembrar que o Sol é o responsável pela origem de praticamente todas as outras fontes de energia na Terra. Em outras palavras, as fontes de energia são, em última instância, derivadas da energia do Sol [45].

É a partir da energia do Sol que se dá a evaporação, origem do ciclo das águas, que possibilita o represamento e a conseqüente geração de eletricidade (hidroeletricidade). A radiação solar também induz a circulação atmosférica em larga escala, causando os ventos. Petróleo, carvão e gás natural foram gerados a partir de resíduos de plantas e animais que, originalmente, obtiveram a energia necessária ao seu desenvolvimento da radiação solar. As reações químicas às quais a matéria orgânica foi submetida, a altas temperaturas e pressões, por longos períodos de tempo, também utilizaram o Sol como fonte de energia. É também por

causa da energia do Sol que a matéria orgânica, como a cana-de-açúcar, é capaz de se desenvolver, realizar a fotossíntese para, posteriormente, ser transformada em álcool nas usinas [45].

A utilização da energia solar implica saber captá-la e armazená-la. Os equipamentos mais difundidos com o objetivo específico de se utilizar a energia solar térmica são conhecidos como coletores solares [46].

Os coletores solares são aquecedores de fluidos (líquidos ou gasosos) e são classificados em coletores concentradores e coletores planos, em função da existência ou não de dispositivos de concentração da radiação solar. O fluido aquecido é mantido em reservatórios termicamente isolados até o seu uso final (água aquecida para banho, ar quente para secagem de grãos e alguns tipos de alimentos, gases para acionamento de turbinas, etc.) [46].

A figura 1.5 mostra um secador solar, destacando o coletor acoplado à câmara de secagem.

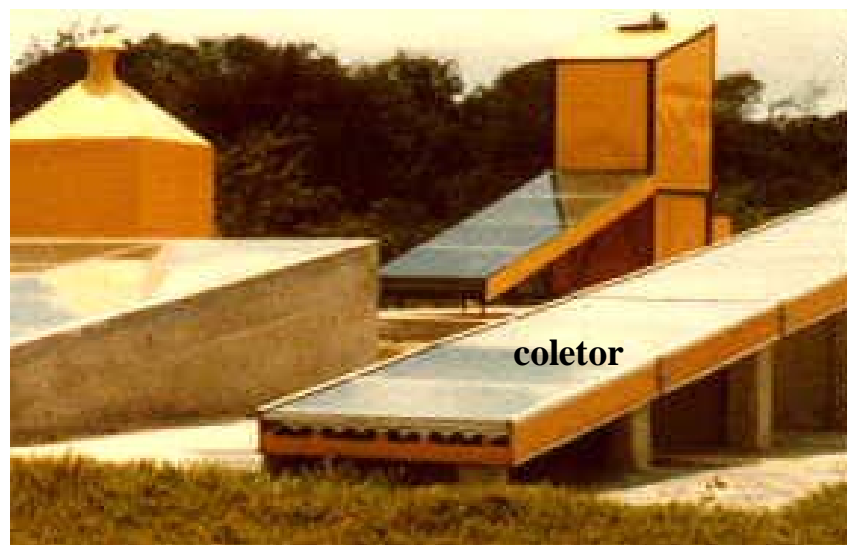


Figura 1.5 - Secador solar retangular, feito de madeira com coletores metálicos.

A maioria dos estudos tem sido sempre de caráter experimental. Para o dimensionamento e construção de secadores solares, são sempre realizados ensaios prévios para que não sejam ultrapassados os limites de velocidade e temperatura desejados.

ALTEMANI [46] realizou testes de desempenho com o coletor solar plano de superfície de absorção coberta por lâmina transparente (vidro), sendo a movimentação do ar feita por convecção natural (efeito termo-sifão) e observou que sua aplicação é de uso limitado, devido a ter-se conseguido uma temperatura de trabalho relativamente baixa.

MATION e ROA [6], também constataram baixa eficiência térmica, realizando estudos em secadores solares planos de superfície de absorção descoberta.

Em MADRI [47], analisou-se o tempo de secagem com exposição direta ao Sol e a secagem solar com secadores planos. Os resultados obtidos concluem que há uma grande vantagem para a secagem com coletores solares; chegou-se a obter o mesmo teor de umidade em quase a metade do tempo. Outra observação é sobre a espessura do material metálico utilizado na secagem, que quanto mais fino era, maiores a eficiência e a taxa de secagem.

DIAS [48] realizou estudos de aplicação de secadores solares na secagem de pescado, obtendo bons resultados com a aplicação de módulos retangulares construídos de madeira e com coletores solares de metal e vidro.

FERNANDES [49] realizou pesquisas de secagem de pescado com secador solar plano, construído na Faculdade de Ciências Agrárias do Pará (FCAP), com meta na otimização da operação. Ele chegou a concluir que o período mais eficiente de secagem é entre 9 e 17 horas.

Inúmeros tipos de coletores solares têm sido desenvolvidos por iniciativa de instituições de pesquisa e empresas públicas e privadas, destacando-se dentre eles alguns com baixo investimento, utilizando tijolos, filmes plásticos, telhas, etc., para secagem de café, frutos, soja, charque, mandioca, carne bovina, entre outras matérias-primas [46]-[49]. Esses trabalhos concluíram que o sistema de secagem solar é tecnicamente viável e apresenta algumas vantagens quando comparado ao sistema convencional (secador elétrico, tipo estufa, estáticos), principalmente por apresentar um investimento significativamente menor.

A desvantagem da secagem solar está na limitação do seu emprego, devido às baixas temperaturas alcançadas em locais de pouca radiação solar e em alguns dias do ano, nos quais se dá maior ocorrência de chuvas.

Deve ser observado que, geralmente, os secadores solares são feitos de materiais metálicos de boa condutividade térmica e paredes de espessura finas, com intenção de otimizar a transferência de energia térmica e por questões econômicas.

### **1.5 - Considerações Finais**

Os tópicos abordados neste capítulo, os fenômenos de aquecimento por microondas, aquecimento solar e o processo de secagem utilizando a energia eletromagnética, tiveram como objetivo introduzir, no contexto, alguns conceitos teóricos básicos, que ajudarão na compreensão das metodologias empregadas no desenvolvimento do presente trabalho.

Procurou-se dar enfoque à aplicação da radiação das microondas objetivando o aquecimento de materiais dielétricos, sendo este o tema principal deste trabalho.

## ***CAPÍTULO 2***

### **MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS**

#### **2.1 – Princípios Básicos**

A idéia geral do método de diferenças finitas é a discretização do domínio e a substituição das derivadas presentes na equação diferencial por aproximações envolvendo somente valores numéricos da função.

Um dos primeiros passos para o estabelecimento de um esquema de diferenças finitas para solucionar uma *EDP* é substituir o domínio contínuo do problema por uma malha de diferenças finitas. Para estabelecer as representações de derivadas, utilizam-se basicamente expansões em séries de Taylor.

A figura 2.1 representa um sistema de malhas cúbicas, que é comumente utilizado em diferenças finitas.

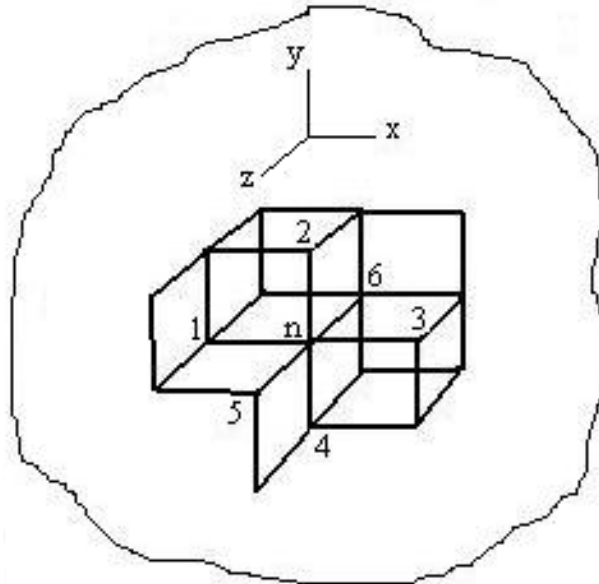


Figura 2.1 – Representação de uma malha retangular típica em diferenças finitas.

Sejam  $x_0$  um número real no domínio em questão e  $h$  um número positivo. Define-se uma malha de passo  $h$  associado a  $x_0$  como o conjunto de pontos [52]

$$x_i = x_0 \pm ih, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$



Nos pontos dessa malha são calculadas aproximações de uma função  $u(x)$  e suas derivadas.

A ferramenta básica a ser utilizada é a série de Taylor. Se  $u(x)$  tem derivadas até a ordem  $n + 1$  em  $x$ , então:

$$u(x+h) = u(x) + hu'(x) + \frac{h^2}{2!}u''(x) + \dots + \frac{h^n}{n!}u^{(n)}(x) + \frac{h^{n+1}}{(n+1)!}u^{(n+1)}(\xi); \quad x > \xi > (x+h). \quad (2.1)$$

O último termo da expressão acima representa o erro da aproximação de  $u(x+h)$  pelo polinômio (na variável  $h$ ) de grau  $n$ .

Se  $n=1$  em (2.1), tem-se a fórmula de diferença adiantada, que utiliza a diferença progressiva  $\Delta u(x)$  e seu erro, ou seja:

$$u'(x) = \frac{u(x+h) - u(x)}{h} - \frac{h}{2}u''(\xi) = \frac{1}{h}\Delta u(x) - \frac{h}{2}u''(\xi). \quad (2.2)$$

De modo semelhante, tomando-se  $h$  negativo em (2.1), ainda com  $n = 1$ , obtém-se a fórmula regressiva, que utiliza a diferença atrasada  $\Delta u(x)$  e seu erro, ou seja:

$$u'(x) = \frac{u(x) - u(x-h)}{h} - \frac{h}{2}u''(\xi) = \frac{1}{h}\Delta u(x) + \frac{h}{2}u''(\xi). \quad (2.3)$$

Fazendo-se agora,  $n=2$  em (2.1) com  $h$  positivo e negativo, respectivamente, obtém-se

$$u(x+h) = u(x) + hu'(x) + \frac{h^2}{2!}u''(x) + \frac{h^3}{3!}u'''(\xi_2), \quad (2.4)$$

e

$$u(x-h) = u(x) - hu'(x) + \frac{h^2}{2!}u''(x) - \frac{h^3}{3!}u'''(\xi_1). \quad (2.5)$$

Subtraindo a última expressão da penúltima obtém-se a fórmula centrada, que utiliza a *diferença central* " $\delta_h u(x)$ " e seu erro, ou seja:

$$u'(x) = \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h} - \frac{h^2}{3!}u'''(\xi) = \frac{1}{2h}\delta_h u(x) + \frac{h^2}{3!}u'''(\xi), \quad (2.6)$$

onde  $\xi \in (x-h, x+h)$ .

## 2.2 – Representação de Diferenças de Derivadas Parciais [51], [52]

Estabelecendo-se uma malha no domínio, adotando as seguintes notações:

$$u_{i+1,j} = u(x_0 + \Delta x, y_0), \quad (2.7.a)$$

$$u_{i,j+1} = u(x_0, y_0 + \Delta y), \quad (2.7.b)$$

$$u_{i-1,j} = u(x_0 - \Delta x, y_0), \quad (2.7.c)$$

$$u_{i+1,j+1} = u(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y), \quad (2.7.d)$$

e usando expansões em séries de Taylor, tem-se as seguintes aproximações de diferenças para derivadas parciais:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (2.8.a)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (2.8.b)$$

$$\left. \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right|_{i,j} = \frac{u_{i+2,j} - 2u_{i+1,j} + 2u_{i-1,j} - u_{i-2,j}}{2\Delta x^3} + O(\Delta x^2) \quad (2.8.c)$$

$$\left. \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right|_{i,j} = \frac{u_{i+2,j} - 4u_{i+1,j} + 6u_{i,j} - 4u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{\Delta x^4} + O(\Delta x^2) \quad (2.8.d)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{i,j} = \frac{-u_{i+3,j} - 2u_{i+2,j} - 5u_{i+1,j} + 2u_{i,j}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad (2.8.e)$$

$$\left. \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right|_{i,j} = \frac{-3u_{i+4,j} + 14u_{i+3,j} - 24u_{i+2,j} + 18u_{i+1,j} - 5u_{i,j}}{2\Delta x^3} + O(\Delta x^2) \quad (2.8.f)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{i,j} = \frac{2u_{i,j} - 5u_{i-1,j} + 4u_{i-2,j} - u_{i-3,j}}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2) \quad (2.8.g)$$

$$\left. \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right|_{i,j} = \frac{5u_{i,j} - 18u_{i-1,j} + 24u_{i-2,j} - 14u_{i-3,j} + 3u_{i-4,j}}{2\Delta x^3} + O(\Delta x^2) \quad (2.8.h)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{i,j} = \frac{-u_{i+2,j} + 8u_{i+1,j} - 8u_{i-1,j} + u_{i-2,j}}{12\Delta x} + O(\Delta x^4) \quad (2.8.i)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{i,j} = \frac{-u_{i+2,j} + 16u_{i+1,j} - 30u_{i,j} + 16u_{i-1,j} - u_{i-2,j}}{12\Delta x^2} + O(\Delta x^4) \quad (2.8.j)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{u_{i+1,j} - u_{i+1,j-1}}{\Delta y} - \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta y} \right) + O(\Delta x, \Delta y) \quad (2.8.k)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta y} - \frac{u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j}}{\Delta y} \right) + O(\Delta x, \Delta y) \quad (2.8.l)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta y} - \frac{u_{i-1,j} - u_{i-1,j-1}}{\Delta y} \right) + O(\Delta x, \Delta y) \quad (2.8.m)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j}}{\Delta y} - \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta y} \right) + O(\Delta x, \Delta y) \quad (2.8.n)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1}}{2\Delta y} - \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} \right) + O[\Delta x, (\Delta y)^2] \quad (2.8.o)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta y} - \frac{u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j-1}}{2\Delta y} \right) + O[\Delta x, (\Delta y)^2] \quad (2.8.p)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{2\Delta x} \left( \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1}}{2\Delta y} - \frac{u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j-1}}{2\Delta y} \right) + O[(\Delta x)^2, (\Delta y)^2] \quad (2.8.q)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{2\Delta x} \left( \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j}}{\Delta y} - \frac{u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j}}{\Delta y} \right) + O[(\Delta x)^2, \Delta y] \quad (2.8.r)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{i,j} = \frac{1}{2\Delta x} \left( \frac{u_{i+1,j} - u_{i+1,j-}}{\Delta y} - \frac{u_{i-1,j} - u_{i-1,j-1}}{\Delta y} \right) + O[(\Delta x)^2, \Delta y] \quad (2.8.s)$$

### 2.3 – Representação de Equações Diferenciais Parciais (EDP) em Diferenças Finitas

Para exemplificar o método, toma-se a equação de condução de calor unidimensional transiente,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (2.9)$$

e aproxima-se a derivada temporal pela fórmula de diferença avançada e a derivada espacial pela fórmula de diferença central,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}. \quad (2.10)$$

Assim, a equação (2.9) pode ser expressa por

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}}{\Delta t} - \frac{\alpha}{(\Delta x)^2} (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n) + \left[ - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_{n,j} \frac{\Delta t}{2} + \alpha \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \Big|_{n,j} \frac{(\Delta x)^2}{12} \right]. \quad (2.11)$$

Este esquema é chamado de simples explícito, e o erro de truncamento (*ET*) é dado por:

$$ET = EDP - EDF \cong (O(\Delta t) + O[(\Delta x)^2]) \quad (2.12)$$

onde *EDP* é a equação diferencial parcial e *EDF* é a equação de diferenças finitas.

## 2.4 – Propriedades das Técnicas de Diferenças Finitas

Uma determinada técnica de diferenças finitas, para levar a uma solução aproximada confiável, deve obedecer três propriedades básicas: consistência, estabilidade e convergência.

### 1. Consistência

Para um esquema de diferenças finitas ser consistente, a representação da equação de diferenças finitas (*EDF*) da *EDP* deve tender para a *EDP* quando se refina a malha, i. e.,

$$\lim_{\# \rightarrow 0} (EDP - EDF) = \lim_{\# \rightarrow 0} ET = 0; \quad (2.13)$$

em outras palavras, o erro de truncamento deve tender para zero.

### 2. Estabilidade

A estabilidade está associada a problemas de valor inicial (hiperbólicos e parabólicos). Em soluções numéricas por diferenças finitas, erros são acumulados durante os cálculos. Então, a solução é estável se os erros não são amplificados durante os cálculos numéricos de um passo para outro.

### 3. Convergência

Um método é convergente se sua solução numérica tende para a solução analítica (i.e., convergência: Solução Numérica  $\rightarrow$  Solução Analítica). De maneira geral, para problemas lineares, todo sistema de diferenças finitas consistente e estável é convergente; este é o teorema da equivalência de Lax [52].

## 2.5 – Erros Envolvidos em Soluções Numéricas de Equações Diferenciais Parciais

Basicamente, os erros envolvidos na solução numérica de uma *EDP* são: de Arredondamento (*Round-off-error*), de Discretização e de Truncamento.

O erro de arredondamento deve-se ao fato de que os cálculos raramente são feitos com aritmética exata (acurácia finita). O erro de discretização é o erro na solução de uma *EDP* causado pela mudança de um problema contínuo por um discreto.

Seja  $D$  a solução exata da *EDP* (isto seria possível em um computador com acurácia infinita), na solução numérica com acurácia finita, e  $A$  a sua respectiva solução analítica, então, podem-se definir os erros de arredondamento ( $E_A$ ) e de discretização ( $E_D$ ) como:

$$E_A = N - D, \quad (2.14)$$

$$E_D = A - D. \quad (2.15)$$

O erro de truncamento deve-se ao truncamento da série, e sua ordem de grandeza depende do tamanho da malha; de maneira geral, quanto menor o tamanho da malha, menor é o erro de truncamento (*ET*).

## 2.6 – Análise da Estabilidade de Fourier ou de von Neumann [51]

Uma determinada aproximação de uma *EDP* por diferenças finitas pode ser consistente, porém a solução não necessariamente convergirá para a solução da *EDP*. Pelo teorema da equivalência de Lax, tem-se que um esquema numérico estável pode ser usado.

Para exemplificar o problema da estabilidade considere-se a equação de difusão,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (2.16)$$

Aplicando um método simples explícito na *EDP* acima resulta

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha}{(\Delta x)^2} (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n). \quad (2.17)$$

Se se admitir que  $\xi$  seja o erro na solução numérica devido a arredondamentos ( $E_A = \xi$ ), a solução numérica pode ser dada por:

$$N = D + \xi, \quad u_N = u_D + \xi. \quad (2.18)$$

Se a equação (2.18) satisfaz o sistema (2.17), logo:

$$\frac{D_i^{n+1} - D_i^n}{\Delta t} + \frac{\xi_i^{n+1} - \xi_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha}{(\Delta x)^2} (D_{i+1}^n - 2D_i^n + D_{i-1}^n) + \frac{\alpha}{(\Delta x)^2} (\xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n). \quad (2.19)$$

Visto que D deve satisfazer a EDP, da mesma forma é verdade para o erro, i. e.,

$$\frac{\xi_i^{n+1} - \xi_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha}{(\Delta x)^2} (\xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n), \quad (2.20)$$

ou

$$\xi_i^{n+1} - \xi_i^n = \nu (\xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n), \quad (2.21)$$

onde  $\nu = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}$  é o número de Fourier de malha.

Supõe-se que o erro  $\xi(x, t)$  possa ser escrito na forma de uma série,

$$\xi(x, t) = \sum_m b_m(t) e^{ik_m x}, \quad (2.22)$$

onde  $k_m = \frac{m\pi}{L}$  é o número de onda para  $m = 0, 1, 2, \dots, M$ , e  $M$  é o número de intervalos  $\Delta x$  em L.

Para examinar a propagação dos erros com o aumento do tempo basta considerar um simples termo na série, devido à equação de diferenças ser linear. Com estas considerações, para examinar a propagação do erro tem-se:

$$\xi_m(x, t) = e^{a\Delta t} e^{ik_m x} = e^{at} e^{ik_m x}. \quad (2.23)$$

Substituindo (2.23) em (2.21) obtém-se:

$$e^{a\Delta t} - 1 = \nu (e^{ik_m \Delta x} - 2 + e^{-ik_m \Delta x}), \quad (2.24)$$

e utilizando a relação a seguir em (2.24),

$$\cos \beta = \frac{e^{i\beta} + e^{-i\beta}}{2}; \quad \beta = k_m \Delta x \quad (2.25)$$

resulta

$$e^{a\Delta t} = 1 + \nu(2 \cos \beta - 2), \quad (2.26)$$

e com

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos \beta) \quad (2.27)$$

tem-se:

$$e^{a\Delta t} = 1 - 4\nu \operatorname{sen}^2\left(\frac{\beta}{2}\right). \quad (2.28)$$

Definindo-se o fator de amplificação do erro ( $P$ ) da forma

$$P = \frac{\xi_i^{n+1}}{\xi_i^n} = \frac{e^{a(t+\Delta t)} e^{ik_m x}}{e^{at} e^{ik_m x}} = e^{a\Delta t}, \quad (2.29)$$

para que o esquema seja estável o fator de amplificação deve ser menor que a unidade; logo, utilizando a equação (2.28) tem-se:

$$P < 1 \Rightarrow 1 - 4\nu \operatorname{sen}^2(\beta/2) < 1 \quad (\text{Estável}), \quad (2.30)$$

$$P > 1 \Rightarrow 1 - 4\nu \operatorname{sen}^2(\beta/2) > 1 \quad (\text{Instável}). \quad (2.31)$$

Usando a equação (2.30), é possível determinar para que faixa do parâmetro  $\nu$  o esquema simples explícito da equação da difusão é estável.

Condições de Estabilidade:

$$\nu \leq \frac{1}{2}, \quad \text{para o caso unidimensional}; \quad (2.32)$$

$$\nu \leq \frac{1}{4}, \quad \text{para o caso bidimensional}; \quad (2.33)$$

$$\nu \leq \frac{1}{6}, \quad \text{para o caso tridimensional}. \quad (2.34)$$

Faz-se agora a análise de estabilidade para a equação de onda de primeira ordem no tempo [52],

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -c \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.35)$$

usando o esquema de Lax, mostrado abaixo,

$$u_i^{n+1} = \frac{u_{i+1}^n + u_{i-1}^n}{2} - \frac{\nu}{2}(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) \quad (2.36)$$

onde  $\nu = c \frac{\Delta t}{\Delta x}$  é o número de Courant de malha.

Procedendo de maneira semelhante à anterior, tem-se que o esquema de Lax é estável se:

$$|\nu| \leq 1, \quad (2.37)$$

sendo que para o caso bidimensional [53],

$$\nu = \sqrt{2} c \frac{\Delta t}{\Delta x}, \quad (2.38)$$

e para o tridimensional [52],

$$\nu = \sqrt{3} c \frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (2.39)$$

## 2.7 - Técnicas de Diferenças Finitas Aplicadas à Solução de EDPs [51]-[53]

Ao longo das três últimas décadas, muitas técnicas numéricas para a busca de soluções de diversos problemas de engenharia modelados por *EDPs* foram desenvolvidas. No entanto, o usuário deve ter o bom senso de escolher uma determinada técnica. Para que se tenha uma visão geral dos métodos pioneiros e eficazes na solução de *EDPs* é apresentada a seguir uma compilação dos principais métodos para *EDPs* hiperbólicas e parabólicas.

### 2.7.1 - Equações Hiperbólicas

Para a apresentação dos métodos de soluções das *EDPs* para as equações hiperbólicas, toma-se a equação de onda de primeira ordem como exemplo:

#### a) Equação de Onda de Primeira Ordem

A equação de onda de primeira ordem pode ser dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad c > 0 \quad (2.40)$$

$$u(x,0) = F(x) \quad -\infty < x < \infty \quad (2.41)$$

onde a solução exata de (2.41) é dada por

$$u(x,t) = F(x - ct) \quad (2.42)$$



### a.1) Métodos Explícitos de Euler

Os métodos explícitos de Euler para discretização podem ser apresentados das seguintes formas:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + c \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{\Delta x} = 0, \quad O(\Delta t, \Delta x) \quad (2.43)$$

e

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + c \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0, \quad O(\Delta t, \Delta x^2) \quad (2.44)$$

Aplicando a análise da estabilidade de Fourier (von Neumann), conclui-se que estes métodos são incondicionalmente instáveis. Logo estes métodos não servem para a solução da equação de onda.

### a.2) Método de Diferenças Finitas Upstream (Windward)

A equação (2.44) torna-se estável se a diferença avançada de  $\frac{\partial u}{\partial x}$  for trocada por uma diferença atrasada; logo,

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + c \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x} = 0, \quad O(\Delta t, \Delta x), \quad (2.45)$$

e este esquema é estável para  $0 \leq \nu \leq 1$ ;  $\nu = c\Delta t / \Delta x$ .

### a.3) Método de Lax

A equação (2.44) do método de Euler pode ser estável se  $u_i^n$  for trocado por uma média  $u_i^n = \frac{(u_{i+1}^n + u_{i-1}^n)}{2}$ . Então, tem-se:

$$\frac{u_i^{n+1} - (u_{i+1}^n + u_{i-1}^n)/2}{\Delta t} + c \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0, \quad O(\Delta t, \Delta x^2 / \Delta t), \quad (2.46)$$

e este esquema é estável para  $|\nu| \leq 1$ .

#### a.4) Método Implícito de Euler

O método implícito de Euler para a discretização da equação de onda de primeira ordem segue a seguinte técnica:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + \frac{c}{2\Delta x}(u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}) = 0, \quad O(\Delta t, \Delta x^2) \quad (2.47)$$

Este equacionamento é incondicionalmente estável para qualquer passo de tempo, e pode ser escrito em uma forma mais compacta como

$$\frac{\nu}{2}u_{i+1}^{n+1} + u_i^{n+1} - \frac{\nu}{2}u_{i-1}^{n+1} = u_i^n \quad (2.48)$$

ou

$$\begin{bmatrix} d_1 & a_1 & 0 & L & 0 \\ b_2 & d_2 & a_2 & & M \\ 0 & b_3 & d_3 & a_3 & 0 \\ M & 0 & b_{M-1} & d_{M-1} & a_{M-1} \\ 0 & L & 0 & b_M & d_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^{n+1} \\ \\ \\ \\ u_M^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \\ \\ \\ C_M \end{bmatrix}. \quad (2.49)$$

#### a.5) Método de Lax-Wendroff

Este método pode ser derivado através de uma expansão em série de Taylor da seguinte forma,

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \Delta t u_{\tau} + \frac{1}{2}(\Delta t)^2 u_{\tau\tau} + O(\Delta t^3). \quad (2.50)$$

Usando-se a equação de onda

$$u_{\tau} = -cu_{xx} \quad \text{e} \quad u_{\tau\tau} = c^2 u_{xx} \quad (2.51)$$

tem-se

$$u_i^{n+1} = u_i^n - c\Delta t u_x + \frac{1}{2}c^2(\Delta t)^2 u_{xx} + O(\Delta t^3). \quad (2.52)$$

Usando-se as seguintes aproximações de diferenças finitas para as derivadas no espaço,

$$u_x \cong \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x}, \quad u_{xx} \cong \frac{(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)}{\Delta x^2}, \quad (2.53)$$

resulta a seguinte equação:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{2\Delta x}(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) + \frac{c^2\Delta t^2}{2\Delta x^2}(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n). \quad (2.54)$$

Este método explícito possui acurácia de 2ª ordem e ET de  $O(\Delta x^2, (\Delta t)^2)$  e é estável sempre que  $|v| \leq 1$ .

### a.6) Método de Lax-Wendroff em Dois Passos

As equações (2.55) e (2.56) representam o método de Lax-Wendroff em dois passos para aplicação à resolução da equação de onda.

$$1^{\circ} \text{ Passo: } \frac{u_{i+1/2}^{n+1/2} - (u_{i+1}^n + u_i^n)/2}{\Delta t / 2} + c \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{\Delta x} = 0 \quad (2.55)$$

$$2^{\circ} \text{ Passo: } \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + c \frac{u_{i+1/2}^{n+1/2} - u_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} = 0 \quad (2.56)$$

Esta técnica possui aproximação de 2ª ordem e ET de  $O[\Delta x^2, \Delta t^2]$  e é estável sempre que  $|v| \leq 1$ . Quando aplicado à equação de onda (linear), este método é equivalente à formulação original de Lax-Wendroff.

### a.7) Método de MacCormack

Este método é uma variação do método de Lax-Wendroff em dois passos; ele elimina a necessidade de cálculo nos pontos  $i + 1/2$  e  $i - 1/2$ . Este método é muito útil para resolver EDPs não-lineares. Quando aplicado à equação de onda linear, tem-se o método explícito predictor-corrector.

$$\text{Predictor: } u_{p_i}^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_i^n). \quad (2.57)$$

$$\text{Corrector: } u_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left\{ u_i^n + u_{p_i}^{n+1} - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} (u_{p_i}^{n+1} - u_{p_{i-1}}^{n+1}) \right\}. \quad (2.58)$$

Este método é similar ao de Lax-Wendroff para a equação de onda linear.

### a.8) Método de Upwind (de Bean-Warming)

Este esquema é uma variação do esquema de MacCormack onde é usada a fórmula de diferenças atrasada no predictor - corrector.

$$\text{Predictor: } u_{p_i}^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} (u_i^n - u_{i-1}^n). \quad (2.59)$$

$$\text{Corrector: } u_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ u_i^n + u_{p_i}^{n+1} - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} (u_{p_i}^{n+1} - u_{p_{i-1}}^{n+1}) - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} (u_i^n - 2u_{i-1}^n + u_{i-2}^n) \right]. \quad (2.60)$$

Este esquema é de 2<sup>a</sup> ordem com  $ET$  de  $O[\Delta x^2, \Delta t \Delta x, \Delta x^2]$ . Se (2.59) for substituída em (2.60) tem-se:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \nu(u_i^n - u_{i-1}^n) + \frac{1}{2} \nu(\nu-1)(u_i^n - 2u_{i-1}^n + u_{i-2}^n). \quad (2.61)$$

Este método é estável para  $0 \leq \nu \leq 2$ .

### a.9) Método Implícito Centrado no Tempo

Este método é obtido por duas expansões em série de Taylor

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \Delta t(u_t)_i^n + \frac{\Delta t^2}{2}(u_{tt})_i^n + \frac{\Delta t^3}{6}(u_{ttt})_i^n + \dots, \quad (2.62)$$

$$u_i^n = u_i^{n+1} - \Delta t(u_t)_i^{n+1} + \frac{\Delta t^2}{2}(u_{tt})_i^{n+1} - \frac{\Delta t^3}{6}(u_{ttt})_i^{n+1} + \dots. \quad (2.63)$$

Subtraindo estas equações, e usando

$$(u_{tt})_i^{n+1} = (u_{tt})_i^n + \Delta t(u_{ttt})_i^n + \dots \quad (2.64)$$

resulta

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left[ (u_t)_i^n + (u_t)_i^{n+1} \right] + O(\Delta t^3), \quad (2.65)$$

e da equação de onda,  $u_t = -cu_x$  e da fórmula de diferença central,  $u_x = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x}$ , tem-se o

seguinte equacionamento:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^{n+1} + u_{i+1}^n - u_{i-1}^{n+1} - u_{i-1}^n). \quad (2.66)$$

Este método é de 2<sup>a</sup> ordem possui ET de  $O[\Delta x^2, \Delta t^2]$  e é incondicionalmente estável para qualquer  $\Delta t$ .

### a.10) Método de Rusanov (Burstein-Mirin)

Este método de discretização é aplicado em três passos, que são:

$$1^\circ \text{ Passo: } u_{i+1/2}^{(1)} = \frac{1}{2}(u_{i+1}^n + u_i^n) - \frac{1}{3}\nu(u_{i+1}^n + u_i^n) \quad (2.67)$$

$$2^{\circ} \text{ Passo: } u_i^{(2)} = u_i^n - \frac{2}{3} \nu (u_{i+1/2}^{(1)} - u_{i-1/2}^{(1)}) \quad (2.68)$$

$$3^{\circ} \text{ Passo: } u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{1}{24} \nu (-2u_{i+2}^n + 7u_{i+1}^n - 7u_{i-1}^n + 2u_{i-2}^n) - \frac{3}{8} \nu (u_{i+1}^{(2)} - u_{i-1}^{(2)}) + \\ - \frac{\omega}{24} (u_{i+2}^n - 4u_{i+1}^n + 6u_i^n - 4u_{i-1}^n + u_{i-2}^n). \quad (2.69)$$

O critério de estabilidade deste esquema é dado por:  $|\nu| \leq 1$  e  $4\nu^2 - \nu^4 \leq \omega \leq 3$ .

## 2.7.2 - Equações Parabólicas

### a) Equação da Condução de Calor

O problema de transferência de calor, dado pelas equações abaixo

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 0 < x < 1 \\ T(x,0) = f(x) \quad 0 \leq x \leq 1, \\ T(0,t) = T(1,t) = 0 \quad (2.70)$$

tem solução exata dada por:

$$T(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \text{sen}(n\pi x) e^{-\alpha n^2 \pi^2 t}, \quad (2.71)$$

com

$$A_i = 2 \int_0^1 f(x) \text{sen}(n\pi x) dx. \quad (2.72)$$

### a.1) Método Simples Explícito

Este é o método de discretização mais utilizado em diferenças finitas, e é dado por:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}; \quad O[\Delta t, \Delta x^2] \quad (2.73)$$

Este método é estável para  $0 \leq \nu \leq \frac{1}{2}$ , com  $\nu = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$ .

### a.2) Método de Richardson

Este método é uma das variações do método simples explícito, e é dado por:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^{n-1}}{2\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2}; \quad O[\Delta t^2, \Delta x^2] \quad (2.74)$$

Este método é incondicionalmente instável; logo, não serve para resolver a equação de condução de calor.

### a.3) Método Simples Implícito (Laasonen)

O método simples implícito é representado pela seguinte técnica de discretização:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2}, O[\Delta t, \Delta x^2]. \quad (2.75)$$

Fazendo-se  $\delta_x^2 T_i^n = T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n$ , a equação (2.75) pode ser escrita como:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha}{\Delta x^2} \delta T_i^{n+1}. \quad (2.76)$$

Este método é incondicionalmente estável.

### a.4) Método de Crank-Nicholson

Neste método discretiza-se a equação para uma média entre o valor no tempo posterior e o atual. É dado por:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{\alpha}{2} \frac{\delta_x T_i^n + \delta_x T_i^{n+1}}{\Delta x^2}; \quad O[\Delta t^2, \Delta x^2]. \quad (2.77)$$

Este método é incondicionalmente instável.

### a.5) Método Combinado A

Este método baseia-se na combinação dos métodos simples explícito, simples implícito e de Crank-Nicholson, e é representado por:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{f\delta_x^2 T_i^{n+1} + (1-f)\delta_x^2 T_i^n}{\Delta x^2}, \quad (2.78)$$

onde  $f$  é uma constante;  $0 \leq f \leq 1$ . Se

e.1)  $f = 0 \quad \Rightarrow \quad$  Método Simples Explícito,

e.2)  $f = 1 \quad \Rightarrow \quad$  Método Simples Implícito,

$$\text{e.3) } f = 1/2 \quad \Rightarrow \quad \text{Método de Crank-Nicholson,}$$

$$\text{e.4) } f = \frac{1}{2} - \frac{\Delta x^2}{12\alpha\Delta t} \quad \Rightarrow \quad ET = O[\Delta t^2, \Delta x^4],$$

$$\text{e.5) } f = \frac{1}{2} - \frac{\Delta x^2}{12\alpha\Delta t} \text{ e } \frac{\Delta x^2}{\alpha\Delta t} = \sqrt{20} \quad \Rightarrow \quad ET = O[\Delta t^2, \Delta x^6].$$

O presente método é incondicionalmente estável se  $1/2 \leq f \leq 1$ . No entanto, quando  $0 \leq f \leq 1/2$ , o método é estável somente se  $0 \leq \nu \leq \frac{1}{2-4f}$ .

### a.6) Método Combinado B

Esta técnica é uma variação do simples implícito, e é representada por:

$$(1+f) \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} - f \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\Delta t} = \alpha \frac{\delta_x^2 T_i^{n+1}}{(\Delta x)^2}, \quad (2.79)$$

onde  $f$  é uma constante com o valor no intervalo;  $0 \leq f \leq 1$ . Sendo que se

$$\text{f.1) } f = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Método Simples Implícito,}$$

$$\text{f.2) } f = 1/2 \quad \Rightarrow \quad ET = O[\Delta t^2, \Delta x^2],$$

$$\text{f.3) } f = \frac{1}{2} + \frac{\Delta x^2}{12\alpha\Delta t} \quad \Rightarrow \quad ET = O[\Delta t^2, \Delta x^4].$$

### b) Equação da Condução de Calor em Duas Dimensões

Apresentam-se a seguir alguns métodos de discretização da equação de calor no regime bidimensional.

A condução de calor em duas dimensões é dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (2.80)$$

e pode ter solução numérica segundo:

### b.1) Método Simples Explícito

Aplicando o método simples explícito tem-se:

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \alpha \left[ \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right], \quad (2.81)$$

onde a condição de estabilidade é [52]:

$$\alpha \Delta t \left[ \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right] \leq \frac{1}{2}, \quad (2.82)$$

e se  $\Delta x = \Delta y \Rightarrow \nu \leq \frac{1}{4}$ .

Pode-se observar que o critério de estabilidade restringe-se à metade para um problema em duas dimensões.

### b.2) Método de Crank-Nicholson

Quando se aplica o método de Crank-Nicholson obtém-se:

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \frac{\alpha}{2} (\hat{\delta}_x^2 + \hat{\delta}_y^2) (T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j}^n), \quad (2.83)$$

onde

$$\hat{\delta}_x^2 T_x^n = \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{(\Delta x)^2}, \quad \hat{\delta}_y^2 T_y^n = \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{(\Delta y)^2}. \quad (2.84)$$

Este sistema é incondicionalmente estável.

Rescrevendo o sistema tem-se:

$$aT_{i,j-1}^{n+1} + bT_{i-1,j}^{n+1} + cT_{i,j}^{n+1} + bT_{i+1,j}^{n+1} + aT_{i,j+1}^{n+1} = d_{i,j}^n, \quad (2.85)$$

onde,  $a = -\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} = -\frac{1}{2} \nu_y$ ,  $b = -\frac{\alpha \Delta t}{2(\Delta y)^2} = -\frac{1}{2} \nu_x$ ,  $c = 1 + \nu_x + \nu_y$ ; e

$$d_{i,j}^n = T_{i,j}^n + \frac{\alpha \Delta t}{2} (\hat{\delta}_x^2 + \hat{\delta}_y^2) T_{i,j}^n.$$

Para uma malha de 6 x 6 pontos, o sistema de 16 equações algébricas pode ser resolvido para cada tempo. O sistema (2.85) requer um grande tempo de CPU, pois não é tridiagonal.



### b.3) Método ADI (Direção Implícita Alternada)

Alternando-se as direções onde se aplica o esquema implícito pode-se escrever,

$$\text{b.3.1) } \frac{u_{i,j}^{n+1/2} - u_{i,j}^n}{\Delta t/2} = \alpha(\hat{\delta}_x^2 u_{i,j}^{n+1/2} + \hat{\delta}_y^2 u_{i,j}^n), \quad (2.86)$$

$$\text{b.3.2) } \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta t/2} = \alpha(\hat{\delta}_x^2 u_{i,j}^{n+1/2} + \hat{\delta}_y^2 u_{i,j}^{n+1}). \quad (2.87)$$

Este método é incondicionalmente estável com aproximação  $O[(\Delta t)^2, (\Delta x)^2, (\Delta y)^2]$ .

## 2.8 – Corpos Sólidos de Geometria Simétrica [51], [52]

Para exemplificar a aplicação do método de diferenças finitas em corpos sólidos de geometria simétrica, considere-se um problema de difusão de calor no caso unidimensional, nas geometrias plana, cilíndrica e esférica simétricas, cuja equação é dada por:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{p}{x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{k} g(x,t); \quad \text{para } x \neq 0, \quad (2.88)$$

onde

$$p = \begin{cases} 0 & \text{para o caso retangular,} \\ 1 & \text{para o caso cilíndrico, sendo } x = r, \\ 2 & \text{para o caso esférico, sendo } x = r. \end{cases}$$

No caso de corpos cilíndricos e esféricos sólidos, o ponto singular,  $r = 0$ , pode ser equacionado por:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = (1+p) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{k} g(r,t); \quad \text{para } r = 0. \quad (2.89)$$

A equação (2.88), desenvolvida por discretização em diferenças finitas para os nós internos, no caso de cilindros ou esferas, conforme a figura 2.2, pode ser escrita como:

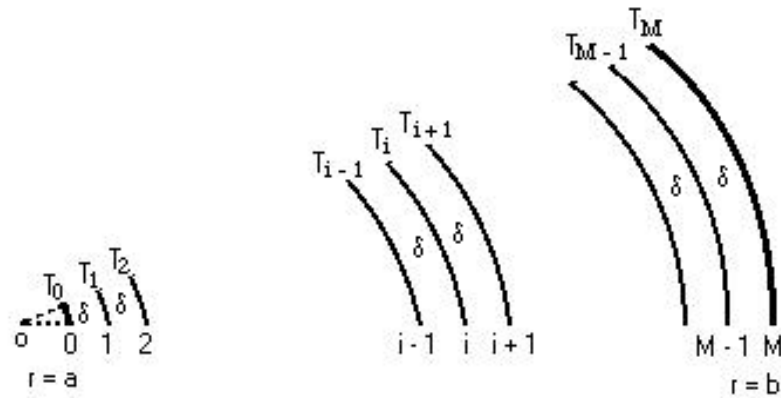


Figura 2.2 – Representação da malha para cilindros e esferas.

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\alpha \Delta t} = \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\delta^2} + \frac{p}{i\delta} \frac{T_{i+1}^n + T_{i-1}^n}{2\delta} + \frac{g_i^n}{k}; \quad (2.90)$$

para  $i = 1, 2, \dots, M - 1$ ,

e

$$\frac{T_0^{n+1} - T_0^n}{\alpha \Delta t} = \frac{1}{\delta^2} \left[ 2(1+p)(T_1^n - T_0^n) + \frac{\delta^2 g_0^n}{k} \right]; \quad \text{para } i = 0. \quad (2.91)$$

onde, em  $r = 0$ ,  $\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$  é dado por

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right|_{r=0} \cong \frac{2(T_1 - T_0)}{\delta^2}, \quad (2.92)$$

e reescrevendo as equações (2.90) e (2.91), chega-se respectivamente a

$$T_i^{n+1} = r' \left( 1 - \frac{p}{2i} \right) T_{i-1}^n + (1 - 2r') T_i^n + r' \left( 1 + \frac{p}{2i} \right) T_{i+1}^n + r' \frac{\delta^2 g_i^n}{k}; \quad (2.93)$$

para  $i = 1, 2, \dots, M - 1$ ,

$$T_0^{n+1} = [1 - 2r'(1+p)] T_0^n + 2r'(1-p) T_1^n + r' \frac{\delta^2 g_0^n}{k}; \quad \text{para } i = 0, \quad (2.94)$$

onde

$$r = \frac{\alpha \Delta t}{\delta^2}, \quad \delta = \frac{b}{M} \quad p = \begin{cases} 1 & \text{para cilindro} \\ 2 & \text{para esfera} \end{cases} \quad (2.95)$$

com a aproximação  $O[\delta^2, \Delta t]$ , e b sendo o raio do corpo.

As equações apresentadas fornecem relações apenas para o interior do corpo, sendo então necessário adicionar uma nova relação para a superfície.

Se na superfície for considerada apenas a troca de calor por convecção, em  $r = b$ , tem-se:

$$k \frac{\partial T}{\partial r} + h_b T = h_b T_{\infty, b} \equiv \text{valor conhecido em } r = b, \quad (2.96)$$

onde  $T_{\infty, b}$  é a temperatura ambiente e  $h_b$  é o coeficiente de transferência de calor do meio fluido.

Considerando-se um nó fictício e uma temperatura fictícia,  $T_{M+1}$ , localizada a uma distância  $\delta$  (fora do domínio físico), conforme o esboço da figura 2.3,

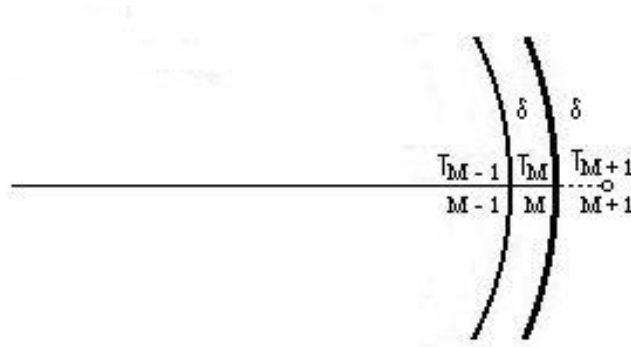


Figura 2.3 – Representação da malha na superfície de cilindros e esferas.

a equação (2.96) pode ser discretizada do seguinte modo:

$$k \frac{T_{M+1}^n - T_{M-1}^n}{2\delta} + h_b T_M^n = h_b T_{\infty, b}, \quad (2.97)$$

e pode ser substituída na equação (2.93) para obter-se uma relação para o nó  $M$ .

$$T_M^{n+1} = 2rT_{M-1}^n + (1 - 2r\beta_M)T_M^n + 2r\gamma_M + rG_M^n; \quad \text{para } i = M, \quad (2.98)$$

onde

$$\beta_M = 1 + \left(1 + \frac{p}{2M}\right) \frac{\delta h_b}{k} \quad \gamma_M = \left(1 + \frac{p}{2M}\right) \frac{\delta}{k} h_b T_{\infty, b}$$

$$G_M = \frac{\delta^2 g_M^n}{k} \quad p = \begin{cases} 1 & \text{para o cilindro} \\ 2 & \text{para a esfera} \end{cases}$$

No caso de considerar-se apenas a convecção, pode-se seguir o seguinte critério de estabilidade para os sistemas unidimensionais:

$$r \equiv \frac{\alpha \Delta t}{\delta^2} \leq \frac{1}{2\beta_m}, \quad (2.99)$$

$$\beta_m = 1 + \left(1 + \frac{p}{2M}\right) \frac{\delta h_b}{k}, \quad (2.100)$$

$$p = \begin{cases} 1 & \text{para o cilindro} \\ 2 & \text{para a esfera} \end{cases}$$

Os cálculos de FDTD aplicados a sistemas bidimensionais e tridimensionais, para corpos de geometria simétrica e simples como cubos, cilindros e esferas, são análogos aos apresentados neste capítulo.

## 2.9 – Considerações Finais

O objetivo principal deste capítulo foi apresentar os conhecimentos e procedimentos matemáticos mais usados no método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) para obtenção de soluções das equações diferenciais parciais (*EDPs*) hiperbólicas (equação de onda) e parabólicas (equação da condução de calor). Essa técnica é a ferramenta matemática usada neste trabalho para solucionar problemas envolvendo aquecimento e secagem de materiais por energia de microondas.

As técnicas apresentadas devem ser escolhidas de acordo com a situação. Para sistemas em que é necessário um intervalo de tempo muito pequeno, os métodos incondicionalmente estáveis apresentam notáveis vantagens sobre os outros, por dar condições de se trabalhar com intervalos de tempo maiores, reduzindo o tempo de execução do programa.

## ***CAPÍTULO 3***

### **APLICAÇÃO DE FDTD NO AQUECIMENTO SOLAR E POR MICROONDAS**

Apresenta-se neste capítulo a técnica empregada para solucionar o modelo matemático usado para a secagem em cavidades multimodo. Aplica-se o Método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) às equações de onda, de transferência de calor e de massa acopladas para simular perfis de campo elétrico, temperatura e umidade no interior de corpos com geometrias cúbica, cilíndrica e esférica, nos regimes de excitação em uma, duas e três dimensões.

#### **3.1 – Modelagem do Campo Elétrico por FDTD**

O objetivo deste item é aplicar a técnica de FDTD à determinação de perfis de campo elétrico no interior de materiais dielétricos variando em função do tempo e do espaço.

##### **3.1.1 – Descrição do Problema**

Considera-se uma operação onde em um aplicador de microondas multimodo tem-se um material sujeito a irradiação aproximadamente uniforme por toda sua superfície. As moléculas no interior do material são excitadas por um determinado período, produzindo energia térmica e criando um perfil de temperatura no interior do mesmo, causando a difusão de água para o meio externo e promovendo, assim, a secagem. A figura 3.1 ilustra um aplicador de microondas do tipo utilizado para as simulações de aquecimento e na parte experimental deste trabalho. O prato que contém o material na figura 3.1 está sempre em constante movimento rotatório, quando a operação está sendo executada.

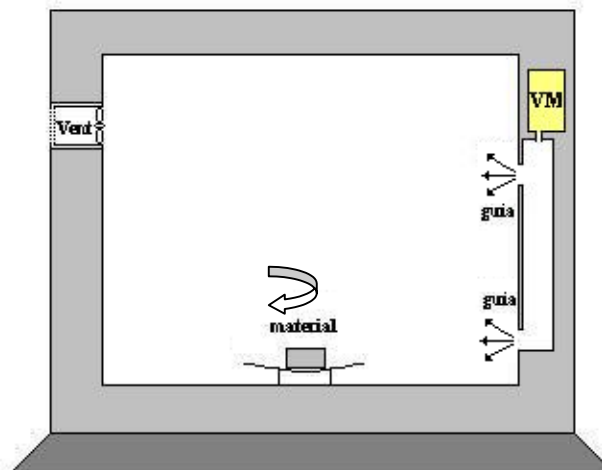


Figura 3.1 – Sistema material-aplicador.

A determinação da distribuição do campo elétrico e da temperatura dentro de materiais homogêneos e não homogêneos, nos quais as propriedades físicas variam com a temperatura e a umidade, e dependem do estado molecular, é um problema muito complexo. Porém, podem-se aplicar algumas simplificações para facilitar a resolução do problema, sem que a precisão dos resultados seja severamente comprometida [25], [30].

Para facilitar a solução do problema analisado, são consideradas as seguintes restrições:

1. O material é homogêneo, linear, isotrópico e invariante;
2. A magnitude do campo elétrico é considerada igual em toda a superfície do material;
3. A potência útil enviada pela válvula de microondas é toda absorvida pelo material;
4. Os efeitos de borda são desprezados.

Utilizou-se para simulação um modelo de irradiação com um número de frentes de ondas planas segundo a formulação abaixo:

1. No caso dos cubos ou paralelepípedos com arestas  $a$ ,  $b$  e  $c$ ,

$$N = \frac{2ab + 2ac + 2bc}{\Delta x^2} . \quad (3.1)$$

onde,  $\Delta x$  é o intervalo da malha, com o conjunto de pontos.

$$x_i = x_0 \pm i \Delta x, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

2. No caso de cilindros com diâmetro  $d$  e comprimento  $l$ ,

- parede lateral

$$N = \frac{\pi d l}{\Delta x^2}; \quad (3.2)$$

- bases

$$N = \frac{\pi d^2}{2\Delta x^2}; \quad (3.3)$$

- todo o cilindro

$$N = \frac{\pi d}{2\Delta x^2} (2l + d). \quad (3.4)$$

3. Para o caso de esferas com diâmetro  $d$ ,

$$N = \frac{\pi d^2}{\Delta x^2} . \quad (3.5)$$

Para exemplificar, apresenta-se o caso de um cilindro para a hipótese da radiação de microondas no regime de excitação bidimensional, ou seja, penetração do campo nas superfícies laterais e basais do corpo, conforme mostra a figura 3.2.

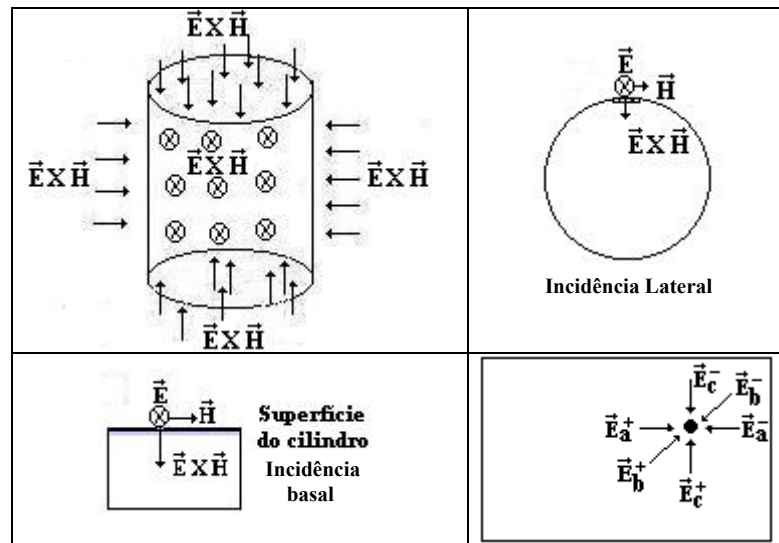


Figura 3.2 – Incidência da onda eletromagnética.

### 3.1.2 - Obtenção do Campo Elétrico e da Potência Dissipada em Calor

Para obtenção da potência dissipada em calor, pode ser utilizada a metodologia descrita a seguir.

Utilizando-se as Equações de Maxwell, pode-se obter a equação do Teorema de Poynting[54],

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = -\vec{J} \cdot \vec{E} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{E} - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{H} \quad (3.6)$$

onde,

$\vec{E}$  = vetor intensidade de campo elétrico,

$\vec{H}$  = vetor intensidade de campo magnético,

$\vec{D}$  = vetor densidade de fluxo elétrico,

$\vec{B}$  = vetor densidade de fluxo magnético.

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$  é a densidade da corrente de condução no material, sendo  $\sigma$  a condutividade elétrica do mesmo.

$w_m = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{H}$  é a densidade de energia magnética armazenada,

$w_e = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{E}$  é a densidade de energia elétrica média armazenada,

$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H})$  é a densidade de potência transmitida a partir da região.

Na forma integral:

$P_d = \int_V \bar{J} \cdot \bar{E} \, dV$  é a potência dissipada por efeito Joule dentro da região,

$W_m - W_e = \int_V (w_m - w_e) \, dv$  é o balanço entre as energias elétrica e magnética armazenadas

dentro da região,

$P_{tr} = \oint_S (\bar{E} \times \bar{H}) \cdot d\bar{s}$  é a potência transmitida a partir da região para fora.

A equação (3.6) pode ser reescrita como:

$$-P_{tr} = P_d + \frac{\partial}{\partial t} [W_m - W_e], \quad (3.7)$$

o que significa que a potência líquida que flui através de um volume é igual à soma algébrica da potência dissipada na forma de calor e da potência reativa, proporcional à diferença entre as energias magnética e elétrica médias armazenadas no volume [54].

Define-se a matriz  $T(Nespaço, Mtempo)$ , como:

$$Nespaço = \frac{\text{Dimensão do corpo}}{\Delta x} \quad \text{e} \quad Mtempo = \frac{\text{tempo}}{\Delta t}$$

onde  $Nespaço$  e  $Mtempo$  são os números de divisões espaciais e temporais, respectivamente.

Considerando-se um meio de condutividade finita,  $\sigma$ , existirá uma corrente de condução  $\bar{J} = \sigma \bar{E}$ , sendo o resultado disto a perda de energia devido ao aquecimento pelo efeito Joule. A equação da onda para um meio desse tipo tem um termo de amortecimento proporcional a  $\sigma$  e à primeira derivada do campo em relação ao tempo.

Das duas equações de Maxwell que interrelacionam os campos,

$$\nabla \times \bar{H} = \sigma \bar{E} + \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \quad (3.8)$$

e

$$\nabla \times \bar{E} = -\mu_o \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \quad (3.9)$$

obtém-se a equação da onda,

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial u^2} + \frac{p}{u} \frac{\partial \bar{E}}{\partial u} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial v^2} - \mu_o \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} - \mu_o \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = 0 \quad (3.10)$$



no caso da penetração do campo elétrico no regime de excitação bidimensional.

$$p = \begin{cases} 0 & \text{para coordenadas retangulares, sendo que } u = x \text{ e } v = y, \\ 1 & \text{para coordenadas cilíndricas, sendo que } u = r \text{ e } v = z, \\ 2 & \text{para coordenadas esféricas, sendo que } u = r \text{ e } \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial v^2} = 0. \end{cases}$$

A equação (3.10) é considerada matematicamente do tipo hiperbólica e só tem solução caso as condições de contorno estejam bem definidas para as coordenadas espaciais e  $t$ . No presente caso, considera-se o fenômeno atuando em regime permanente e realiza-se o cálculo para pequenos intervalos de tempo em que o material possa ser considerado linear.

### 3.1.2.1 – Condições iniciais

Uma das restrições impostas no início deste capítulo é que o campo elétrico em toda a superfície do material é uniforme e devido à potência que é produzida pela válvula na saída de sua ponta de prova, desprezam-se as perdas nas paredes do guia de ondas e do aplicador. Logo, a primeira condição de contorno é que na superfície do material, ou seja, em  $x = x_{\text{SUPERF}}$ , e ainda para qualquer tempo  $t$ , tem-se,

$$E_n^{r-1} = E_n^r(x_{\text{SUPERF.}}, t) = |E_0|, \quad (3.11)$$

onde  $E_0$  é a magnitude do campo elétrico produzido pela potência irradiada da válvula.

Já no interior do material, após o instante  $t = 0$ , em que é ligada a válvula, desprezando-se o transitório, tem-se o modelamento mostrado a seguir.

A figura 3.3 retrata um campo elétrico de magnitude  $|E_0|$  incidindo em um material dielétrico, sofrendo perdas no meio e evidenciando a reflexão da onda quando esta passa de um meio para o outro.

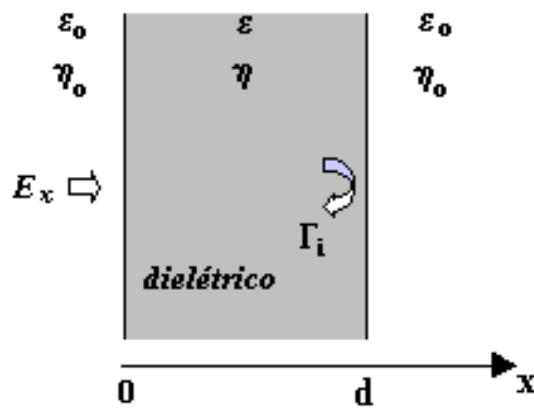


Figura 3.3 – Configuração para a determinação das condições iniciais em um material dielétrico, supondo incidência normal do campo elétrico.

O comportamento do campo elétrico em regime permanente pode ser dado por:

$$\bar{E}_x = \bar{E}_0 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}, \quad (3.12)$$

onde

$\alpha$  é a constante de atenuação ( $\text{Np.m}^{-1}$ ),

$\beta$  é a constante de fase ( $\text{rad. m}^{-1}$ ).

$\alpha$  é dado por:

$$\alpha = 2\pi f \left[ \mu\epsilon\epsilon_0 \left( \frac{1}{2} \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{2\pi f\epsilon\epsilon_0} \right)^2} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.13)$$

e  $\beta$  por:

$$\beta = 2\pi f \left[ \mu\epsilon\epsilon_0 \left( \frac{1}{2} \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{2\pi f\epsilon\epsilon_0} \right)^2} + 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.14)$$

$\Gamma$  refere-se ao coeficiente de reflexão e depende dos meios materiais, sendo dado por:

$$\Gamma = \frac{\eta - \eta_0}{\eta + \eta_0} \quad (3.15)$$

onde:

$\eta$  é a impedância do meio dielétrico,

$\eta_0$  é a impedância do ar,

Considerando-se que o campo elétrico incidente tem a mesma magnitude em qualquer ponto da superfície do corpo, pode-se escrever:

$$x = 0 \Leftrightarrow E = |E_0| \quad (3.16)$$

$$x = x \Leftrightarrow |E_t| = |E_0| e^{-\alpha x} |S_n| \quad (3.17)$$

$$t = 0 \Leftrightarrow E(x, 0) = 0; \quad (3.18)$$

Onde  $S_n$  é um termo dependente da ordem de reflexão que, por conseguinte, depende das características dielétricas do meio. Tomando-se como base a figura 3.3, o campo elétrico em um ponto  $x$  qualquer do dielétrico para  $n$  reflexões pode ser dado por:

$$\begin{aligned} |E_t| = |E_0| e^{-\alpha x} \cdot \{ & 1 + |\Gamma_i| e^{2\alpha(x-d)} e^{j[2\beta(x-d)+\phi]} + |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha d} e^{j[2(\phi-\beta d)]} + |\Gamma_i|^3 e^{-2\alpha x} e^{4\alpha(x-d)} \\ & e^{j(-2\beta x)} e^{j[4\beta(x-d)+3\phi]} + |\Gamma_i|^4 e^{-4\alpha d} e^{j[4(\phi-\beta d)]} + \dots + |\Gamma_i|^n e^{-(n-1)\alpha x} e^{(n+1)\alpha(x-d)} \\ & e^{j(-(n-1)\beta x)} e^{j[(n+1)\beta(x-d)+n\phi]} + |\Gamma_i|^{(n+1)} e^{-(n+1)\alpha d} e^{j[(n+1)(\phi-\beta d)]} \} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Sendo  $|\Gamma_i|$  o módulo do coeficiente de reflexão e  $\phi$  a sua fase, pode-se representar,

$$\Gamma_i = |\Gamma_i| \angle \phi_i, \quad (3.20)$$

a equação (3.19) também pode ser apresentada em função de seno e cosseno:

$$\begin{aligned} |E_t| = |E_0| e^{-\alpha x} \cdot \{ & 1 + |\Gamma_i| e^{2\alpha(x-d)} \cos[2\beta(x-d) + \phi] + |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha d} \cos[2(\phi - \beta d)] + |\Gamma_i|^3 e^{-2\alpha x} e^{4\alpha(x-d)} \\ & \cos[2\beta(x-2d) + 3\phi] + |\Gamma_i|^4 e^{-4\alpha d} \cos[4(\phi - \beta d)] + \dots + |\Gamma_i|^n e^{-(n-1)\alpha x} e^{(n+1)\alpha(x-d)} \\ & \cos[\beta(2x - (n+1)d) + n\phi] + |\Gamma_i|^{(n+1)} e^{-(n+1)\alpha d} \cos[(n+1)(\phi - \beta d)] \}^2 + \\ & \{ |\Gamma_i| e^{2\alpha(x-d)} \sin[2\beta(x-d) + \phi] + |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha d} \sin[2(\phi - \beta d)] + |\Gamma_i|^3 e^{-2\alpha x} e^{4\alpha(x-d)} \\ & \sin[2\beta(x-2d) + 3\phi] + |\Gamma_i|^4 e^{-4\alpha d} \sin[4(\phi - \beta d)] + \dots + |\Gamma_i|^n e^{-(n-1)\alpha x} e^{(n+1)\alpha(x-d)} \\ & \sin[\beta(2x - (n+1)d) + n\phi] + |\Gamma_i|^{(n+1)} e^{-(n+1)\alpha d} \sin[(n+1)(\phi - \beta d)] \}^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Observando-se a equação (3.21), nota-se que é uma série em progressão geométrica intercalada e pode ser representada do seguinte modo:

A soma de uma progressão geométrica (PG) é dada por:

$$S_n = a_1 \frac{(q^n - 1)}{q - 1} \quad (3.22)$$

onde:

$S_n$  é o somatório do primeiro ao enésimo termo de uma PG,

$a_1$  é primeiro termo da série,

$q$  é a razão da série,

$n$  é o enésimo termo da série e da ordem de reflexão.

Da equação (3.21) extrai-se a seguinte razão da série:

$$q = |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha x} e^{2\alpha(x-d)} e^{j(-2\beta x)} e^{j2[\beta(x-d)+\phi]} \quad (3.23)$$

ou

$$q = |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha x} e^{2\alpha(x-d)} (\cos 2[\phi - \beta d] + \text{sen } 2[\phi - \beta d]) \quad (3.24)$$

para os termos da série:

$$\begin{aligned} & |\Gamma_i| e^{2\alpha(x-d)} \cos[2\beta(x-d)+\phi] + |\Gamma_i|^3 e^{-2\alpha x} e^{4\alpha(x-d)} \cos[2\beta(x-2d)+3\phi] + \dots \\ & + |\Gamma_i|^n e^{-(n-1)\alpha x} e^{(n+1)\alpha(x-d)} \cos[\beta(2x-(n+1)d)+n\phi] \\ & e \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} & + |\Gamma_i| e^{2\alpha(x-d)} \text{sen}[2\beta(x-d)+\phi] + |\Gamma_i|^3 e^{-2\alpha x} e^{4\alpha(x-d)} \text{sen}[2\beta(x-2d)+3\phi] + \dots \\ & + |\Gamma_i|^n e^{-(n-1)\alpha x} e^{(n+1)\alpha(x-d)} \text{sen}[\beta(2x-(n+1)d)+n\phi] \end{aligned} \quad (3.26)$$

substituindo os termos correspondentes a  $a_1$  e  $q$  em podemos obter:

$$\begin{aligned} S_{n1} = & \frac{\{|\Gamma_i|^{2n} e^{-2\alpha dn} (\cos 2n[\phi - \beta d] + \text{sen } 2n[\phi - \beta d]) - 1\}}{\{|\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha d} (\cos 2[\phi - \beta d] + \text{sen } 2[\phi - \beta d]) - 1\}} \{|\Gamma_i| e^{2\alpha(x-d)} \{ \cos[2\beta(x-d)+\phi] + \\ & + \text{sen}[2\beta(x-d)+\phi] \} \} \end{aligned} \quad (3.27)$$

do mesmo modo, os termos da série:

$$\begin{aligned} & 1 + |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha d} \cos[2(\phi - \beta d)] + |\Gamma_i|^4 e^{-4\alpha d} \cos[4(\phi - \beta d)] + \dots \\ & + |\Gamma_i|^{(n+1)} e^{-(n+1)\alpha d} \cos[(n+1)(\phi - \beta d)] \end{aligned} \quad (3.28)$$

e

$$\begin{aligned} & |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha d} \text{sen}[2(\phi - \beta d)] + |\Gamma_i|^4 e^{-4\alpha d} \text{sen}[4(\phi - \beta d)] + \dots \\ & + |\Gamma_i|^{(n+1)} e^{-(n+1)\alpha d} \text{sen}[(n+1)(\phi - \beta d)] \end{aligned} \quad (3.29)$$

podem ser representada como:

$$S_{n2} = \frac{\{|\Gamma_i|^{2n} e^{-2\alpha xn} e^{2\alpha(x-d)n} (\cos 2n[\phi - \beta d] + \text{sen } 2n[\phi - \beta d]) - 1\}}{\{|\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha x} e^{2\alpha(x-d)} (\cos 2[\phi - \beta d] + \text{sen } 2[\phi - \beta d]) - 1\}} \quad (3.30)$$

então pode-se dizer que:

$$S_n = S_{n1} + S_{n2} \quad (3.31)$$

logo,

$$S_n = \frac{\left\{ |\Gamma_i|^{2n} e^{-2\alpha dn} (\cos 2n[\phi - \beta d] + \sen 2n[\phi - \beta d]) - 1 \right\}}{\left\{ |\Gamma_i|^2 e^{-2\alpha d} (\cos 2[\phi - \beta d] + \sen 2[\phi - \beta d]) - 1 \right\}} \left\{ 1 + |\Gamma_i| e^{2\alpha(x-d)} \right. \\ \left. \left\{ \cos[2\beta(x-d) + \phi] + \sen[2\beta(x-d) + \phi] \right\} \right\} \quad (3.32)$$

Neste caso a amplitude do campo elétrico no interior do material para n reflexões poderá ser dada por:

$$|E_t| = |E_0| e^{-\alpha x} |S_n| \quad (3.33)$$

A metodologia para calcular a amplitude do campo elétrico é interativa, estabelece-se um valor mínimo para a diferença “DIF”, sendo que:

$$DIF = E_t(O_{n+1}) - E_t(O_n), \quad (3.34)$$

ou seja, calcula-se um valor do campo para a primeira e para a segunda ordem de reflexão e calcula-se “DIF”, se o valor deste for menor ou igual a diferença estabelecido dá-se o valor do campo encontrado como resultado, senão calcula-se o campo para a terceira ordem e faz-se nova comparação.

O fenômeno é unidimensional, mas o fluxo do campo em uma mesma direção ocorre em sentidos contrários, conforme a figura 3.4.

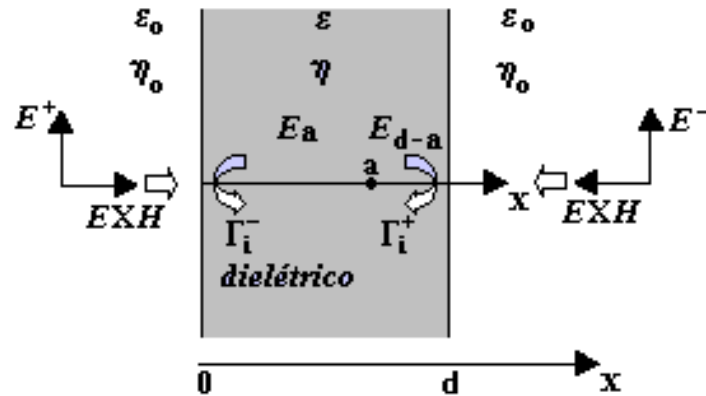


Figura 3.4 – Representação da incidência da onda.

Portanto, o campo elétrico é dado pela soma vetorial:

$$\vec{E}_a = \vec{E}_x + \vec{E}_{d-x} \quad (3.35)$$

### 3.1.2.2 – Técnica Numérica para a Solução da Equação Diferencial Parcial (EDP)

Considerando-se um cilindro sólido e simétrico, de raio  $r = b$ , onde o domínio  $0 \leq r \leq b$  é dividido por  $M$  partes, cada uma com

$$\Delta r = \frac{b}{M}, \quad (3.36)$$

pode-se obter a representação ilustrada na figura 3.5.

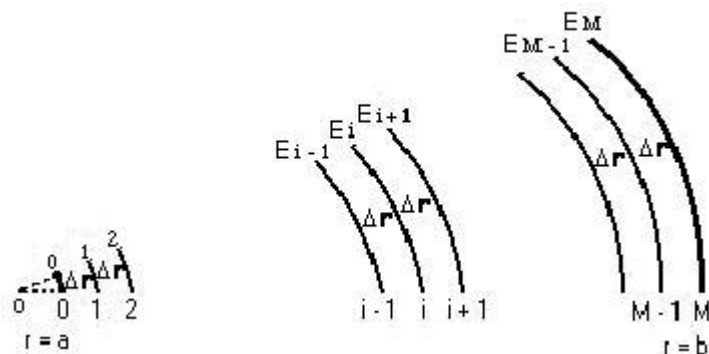


Figura 3.5 – Exemplo da configuração da malha utilizada na solução.

As equações em diferenças finitas são desenvolvidas para os nós internos,  $i = 1, 2, \dots, M - 1$ , e para o nó central.

No caso da equação da onda apenas para a direção radial,

$$\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} + \sigma \mu \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial r^2} + \frac{p}{r} \frac{\partial \bar{E}}{\partial r}, \quad (3.37)$$

com

$$p = \begin{cases} 0 & \text{para coordenadas retangulares, sendo que } r = x, \\ 1 & \text{para coordenadas cilíndricas,} \\ 2 & \text{para coordenadas esféricas.} \end{cases}$$

pode-se aplicar a técnica de resolução para equações diferenciais parciais hiperbólicas por transformação de variáveis [52], do seguinte modo.

Fazendo-se

$$u = \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}. \quad (3.38)$$

e substituindo-se em (3.32) tem-se:

$$\varepsilon \mu \frac{\partial u}{\partial t} + \sigma \mu u = \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial r^2} + \frac{p}{r} \frac{\partial \bar{E}}{\partial r}. \quad (3.39)$$

O termo dependente da primeira derivada em relação ao tempo pode ser aproximado como

$$\frac{\partial u_t}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t}. \quad (3.40)$$

No caso do termo dependente do espaço, além da série de Taylor, aplica-se o teorema do valor médio. A aproximação destes termos pode ser representada do seguinte modo

$$\frac{\partial^2 E_r}{\partial r^2} = \frac{E_{i+1}^n + E_{i-1}^n - 2E_i^n}{(\Delta r^2)}. \quad (3.41)$$

$$\frac{p}{r} \frac{\partial \bar{E}_r}{\partial r} = \frac{p}{2 \cdot i} \frac{E_{i+1}^n - E_{i-1}^n}{(\Delta r^2)}. \quad (3.42)$$

Assim, substituindo as equações de (3.40), (3.41) e (3.42) na equação (3.39), tem-se

$$u_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\mu \varepsilon \Delta r^2} (E_{i+1}^n + E_{i-1}^n - 2E_i^n) + \frac{p}{2.i} \frac{\Delta t}{\mu \varepsilon \Delta r^2} (E_{i+1}^n - E_{i-1}^n) + \left[ 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right] u_i^n \quad (3.43)$$

e

$$E_i^{n+1} = \Delta t u_i^n + E_i^n \quad (3.44)$$

onde o número de Courant,  $\nu$ , é dado por:

$$\nu = \frac{\Delta t}{\mu \varepsilon \Delta r^2} \quad (3.45)$$

Seguindo-se o mesmo algoritmo proposto em [52], aplica-se o método de MacCormack, já mencionado no item 2.7.1(a.7).

O método de MacCormack pode ser utilizado nas soluções de equações diferenciais parciais não lineares. A técnica emprega uma resolução em dois passos usando o método explícito do preditor e corretor. Aplicando-se essa técnica para (3.43) e (3.44) tem-se:

Preditores:

$$1. u_i^{\overline{n+1}} = \nu (E_{i+1}^n + E_{i-1}^n - 2E_i^n) + \nu \frac{p}{2.i} (E_{i+1}^n - E_{i-1}^n) + \left[ 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right] u_i^n \quad (3.46)$$

$$2. E_i^{\overline{n+1}} = \Delta t u_i^{\overline{n+1}} + E_i^n \quad (3.47)$$

Corretores:

$$1. u_i^{n+1} = \nu (E_{i+1}^{\overline{n+1}} + E_{i-1}^{\overline{n+1}} - 2E_i^{\overline{n+1}}) + \nu \frac{p}{2.i} (E_{i+1}^{\overline{n+1}} - E_{i-1}^{\overline{n+1}}) + \left[ 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right] \frac{1}{2} (u_i^n + u_i^{\overline{n+1}}) \quad (3.48)$$

$$2. E_i^{n+1} = \Delta t u_i^{n+1} + E_i^n \quad (3.49)$$



Para a superfície, ou seja, no ponto  $M$ , aplica-se a configuração da figura 3.6.

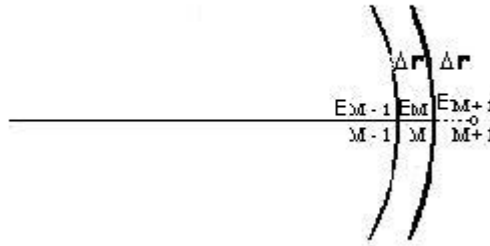


Figura 3.6 – Exemplo do esquema da malha na superfície.

Em uma região fora da superfície, tem-se:

$$E_{M+1}^n = |\bar{E}_0| e^{j\phi}. \quad (3.50)$$

Para que o processo iterativo seja executado da superfície do material para o interior, calcula-se em cada célula o valor predito da magnitude do campo elétrico e, posteriormente, corrige-se, conforme mostrado nas equações de (3.46) a (3.49). Em seguida, faz-se uma análise de estabilidade na equação da onda para se estudar a influência dos valores dos intervalos de tempo ( $\Delta t$ ) e de malha ( $\Delta x$ ) na aplicação do método de solução escolhido.

### 3.1.2.3 – Análise de Estabilidade do Sistema

Para obter a informação sobre a estabilidade do método, é necessário que seja realizada a análise de estabilidade numérica de Fourier.

A equação da onda,

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial r^2} + \frac{p}{r} \frac{\partial \bar{E}}{\partial r} = \mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} + \mu \cdot \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \quad (3.51)$$

pode ser representada por,

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial r^2} + \frac{p}{r} \frac{\partial \bar{E}}{\partial r} = \mu \cdot \varepsilon \frac{\partial \Lambda}{\partial t} + \mu \cdot \sigma \Lambda, \quad (3.52)$$

se a derivada primeira no tempo for representada por

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \Lambda. \quad (3.53)$$

Discretizando as equações (3.52) e (3.53) tem-se:

$$\Lambda_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{\mu \varepsilon \Delta r^2} (E_{i+1}^n - 2E_i^n + E_{i-1}^n) + \frac{p}{2i} \frac{\Delta t}{\mu \varepsilon \Delta r^2} (E_{i+1}^n - E_{i-1}^n) + \left(1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon}\right) \Lambda_i^n \quad (3.54)$$

$$E_i^{n+1} = E_i^n + \Delta t \Lambda_i^{n+1}. \quad (3.55)$$

Chamando de  $\xi$  o erro de cada passo na interação,

$$\Lambda_i^n = D + \xi_\Lambda \quad (3.56)$$

$$E_i^n = D + \xi_E, \quad (3.57)$$

onde D é a solução exata.

Pode-se definir a propagação  $|P|$  do erro (fator de amplificação) como:

$$|P| = \frac{\xi_i^{n+1}}{\xi_i^n}. \quad (3.58)$$

Utilizando-se as equações (3.57) e (3.58), substituindo os valores de campo elétrico por seus respectivos erros numéricos, e fazendo  $\Delta x = \Delta r$  tem-se:

$$\xi_{\Lambda i}^{n+1} = v \left( \xi_{E i+1}^n - 2\xi_{E i}^n + \xi_{E i-1}^n \right) + \frac{p}{2i} v \left( \xi_{E i+1}^n - \xi_{E i-1}^n \right) + \left(1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon}\right) \xi_{\Lambda i}^n \quad (3.59)$$

e

$$\xi_{E i}^{n+1} = \xi_{E i}^n + \Delta t \xi_{\Lambda i}^{n+1}, \quad (3.60)$$

onde

$$v = \frac{\Delta t}{\mu \varepsilon \Delta x^2}. \quad (3.61)$$

Os erros numéricos podem ser definidos do seguinte modo:

$$\xi_i^n = \xi(r, t) = e^{at} e^{jk_m r}; \quad (3.62)$$

$$\xi_i^{n+1} = \xi(r, t + \Delta t) = e^{a(t+\Delta t)} e^{jk_m r}; \quad (3.63)$$

$$\xi_i^{n-1} = \xi(r, t - \Delta t) = e^{a(t-\Delta t)} e^{jk_m r}; \quad (3.64)$$

$$\xi_{i+1}^n = \xi(r + \Delta r, t) = e^{at} e^{jk_m (r+\Delta r)}. \quad (3.65)$$

Considerando que  $\varepsilon_{r_i}^n$  e  $\varepsilon_{Ei}^n$  são da mesma ordem de grandeza e substituindo (3.62) a

(3.65) em (3.59) e posteriormente dividindo tudo por  $e^{at} e^{jk_m r}$  tem-se:

$$e^{a\Delta t} = v \left[ e^{jk_m \Delta r} + e^{-jk_m \Delta r} - 2 + \frac{p}{2i} (e^{jk_m \Delta r} - e^{-jk_m \Delta r}) \right] + \left( 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right). \quad (3.66)$$

Denominando-se,

$$\varphi = k_m \Delta r, \quad (3.67)$$

e substituindo-se as identidades trigonométricas

$$2 \cos \varphi = e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}, \quad (3.68)$$

$$2j \operatorname{sen} \varphi = e^{j\varphi} - e^{-j\varphi} \quad (3.69)$$

na equação (3.66) resulta:

$$e^{a\Delta t} = v \left[ 2 \cos(\varphi) - 2 + \frac{p}{2i} [2j \operatorname{sen}(\varphi)] \right] + \left( 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right). \quad (3.70)$$

Novamente substituindo-se outra identidade trigonométrica

$$-2 \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) = \cos(\varphi) - 1, \quad (3.71)$$

tem-se então:

$$e^{a\Delta t} = 2v \left[ \frac{p}{2i} [j \operatorname{sen}(\varphi)] - 2 \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \right] + \left( 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right), \quad (3.72)$$

que é o fator de amplificação para o sistema com solução estável

$$|P| = e^{a\Delta t} < 1 \quad (3.73)$$

$$\left| 2v \left\{ \frac{p}{2i} [j \operatorname{sen}(\varphi)] - 2 \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) \right\} + \left( 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right) \right| \leq 1. \quad (3.74)$$

Faz-se agora a seguinte análise se  $\frac{\varphi}{2} = 90^\circ$ , por ser quando a equação (3.74) atinge um

valor numérico mínimo de propagação do erro, pois  $\operatorname{sen}^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) = 1$  e  $\operatorname{sen} \varphi = 0$ . Logo tem-se:

$$\left| -4v + \left( 1 - \frac{\sigma \Delta t}{\varepsilon} \right) \right| \leq 1, \quad (3.75)$$

obtendo-se,

$$v \leq \frac{1}{2} - \frac{\sigma \Delta t}{4\varepsilon}. \quad (3.76)$$

Aplicando-se o mesmo método na equação (3.55), chega-se a:

$$e^{a\Delta t} = \frac{1}{(1 - \Delta t)} \quad (3.77)$$

ou

$$\left| e^{a\Delta t} \right| = \left| \frac{1}{(1 - \Delta t)} \right| < 1. \quad (3.78)$$

Logo,

$$- \frac{1}{(1 - \Delta t)} < 1 \quad (3.79)$$

e então,

$$\Delta t < 2$$

Para que a técnica seja estável, é necessária a escolha de  $\Delta t < 2$  e  $v \leq \frac{1}{2} - \frac{\sigma \Delta t}{4\epsilon}$  e, com

$$v = \frac{\Delta t}{\Delta x^2 \mu \epsilon}, \Delta x \text{ pode ser calculado.}$$

A partir daí, pode-se calcular o número limite de células com o qual se pode trabalhar com este método, sem comprometer a estabilidade dos resultados.

$$N_{grade} = \frac{(\text{Raio do corpo})}{\Delta x} \quad (3.80)$$

ou, do mesmo modo,

$$N_{grade} > \frac{(\text{largura do corpo})}{\Delta x} \quad (3.81)$$

Na escolha de  $N_{grade}$  deve ser observado que a  $\epsilon$  e  $\sigma$ , modificam-se com a temperatura.

Logo, deve-se obedecer a equação (3.76) deixando sempre uma margem de segurança.

Com os valores do campo elétrico a cada interação pode-se calcular a potência média dissipada na região de volume “dV”, pela equação

$$P_{di}^n = \frac{1}{2} \sigma \left| \bar{E}_i^n(r) \right|^2 dV. \quad (3.82)$$

A potência dissipada no meio é o calor gerado por unidade de volume dentro do material. Os resultados obtidos em  $P_{di}^n$  servem para o cálculo da temperatura, abordado no próximo item.

### 3.2 - O Problema Térmico

Com objetivo de conhecer o comportamento da temperatura no interior de materiais sujeitos à irradiação das microondas a partir das características do processo eletromagnético, acopla-se ao modelo matemático do campo elétrico a equação geral da condução de calor, levando em conta as perdas por convecção e por radiação.

#### 3.2.1 - Modelo Matemático para o Problema Térmico

A potência dissipada resulta no calor gerado no interior de um material cilíndrico dielétrico por unidade de volume, que é chamado de  $P_d$ . Assim sendo, a equação para a temperatura pode ser dada do seguinte modo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{p}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{P_d}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.78)$$

onde  $\alpha$  é a difusividade térmica, dada em  $\frac{m^2}{s}$ , e  $k$  a condutibilidade térmica, dada em  $\frac{W}{mK}$ .

Introduzem-se as seguintes condições de contorno[52]:

em  $t = 0 \Rightarrow T(r, 0) =$  temperatura inicial  $T_0$ ,

$$\text{em } r = d/2 \Rightarrow -k \frac{\partial T}{\partial r} = \left[ h(T_{SUPERF.} - T_\infty) + \gamma \zeta (T_{SUPERF.}^4 - T_\infty^4) \right], \quad (3.79)$$

$$\text{em } r = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (3.80)$$

onde,

$d$  é o diâmetro do corpo ( $m$ ),

$\gamma$  é a constante de Stefan-Boltzmann  $\left( \frac{W}{m^2 K^4} \right)$ ,

$\zeta$  é o coeficiente de emissividade,

$T_\infty$  é a temperatura do aplicador ( $K$ ),

$k$  é a condutibilidade térmica do meio material  $\left( \frac{W}{mK} \right)$ ,

$h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção  $\left(\frac{W}{m^2 K}\right)$ .

Como o cálculo do comportamento da temperatura tem que ser executado de maneira acoplada com o fenômeno eletromagnético, mesmo se todos os termos das equações tiverem condições de contorno bem definidas, haverá um termo dependente do espaço e do tempo:

$$P_d = P_d(x, y, z, t)$$

e a equação deverá ser solucionada também através de um método numérico.

Deste modo, obtém-se a matriz  $T(i_{\text{espaço}}, n_{\text{tempo}})$ , onde:

$$i_{\text{espaço}} = \frac{\text{dimensão do corpo}}{\Delta x} \text{ e } n_{\text{tempo}} = \frac{\text{tempo}}{\Delta t}.$$

$i_{\text{espaço}}$  e  $n_{\text{tempo}}$  são o número de divisões espaciais e temporais, respectivamente.

Aproveita-se a figura 2.1 que representa, em parte, uma malhagem retangular, para a solução da equação da onda por FDTD, e para simplificar, pode-se condicionar de acordo com as características físicas do material analisado.

Considere-se um cilindro sólido e simétrico de raio  $r = b$ . O domínio  $0 \leq r \leq b$  é dividido por  $M$  partes, cada uma com  $\Delta r$  como em (3.31).

Desta forma, obtém-se a representação conforme ilustra a figura 3.7.

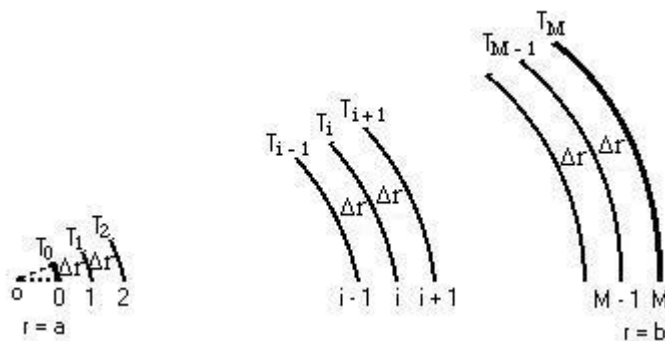


Figura 3.7 – Configuração da malha utilizada na solução do problema térmico.

Procede-se à discretização:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{T_{i+1}^n + T_{i-1}^n - 2T_i^n}{(\Delta r)^2}, \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{p}{2i\Delta r} \frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{\Delta r}, \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_r^{r+1} - T_n^r}{\Delta t}, \quad (3.83)$$

e substituem-se as equações (3.81), (3.82) e (3.83) na equação (3.78), obtendo-se:

$$\frac{T_{i+1}^n + T_{i-1}^n - 2T_i^n}{(\Delta r^2)} + \frac{p}{2i\Delta r} \frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{(\Delta r)} + \frac{(P_d)_i^n}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t}. \quad (3.84)$$

Logo, para  $i = 1, 2, 3, \dots, M-1$ , a equação (3.84) fica:

$$T_i^{n+1} = \Phi \frac{(\Delta r)^2 (P_d)_i^n}{k} + \Phi (T_{i+1}^n + T_{i-1}^n) + \Phi \frac{p}{2i} (T_{i+1}^n - T_{i-1}^n) + [1 - 2\Phi] T_i^n, \quad (3.85)$$

com

$$\Phi = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}, \quad (3.86)$$

$$e \quad p = \begin{cases} 0 & \text{para coordenadas retangulares, sendo } \Delta r = \Delta x, \\ 1 & \text{para coordenadas cilíndricas,} \\ 2 & \text{para coordenadas esféricas.} \end{cases}$$

Na superfície, é necessário o tratamento indicado na figura 3.8, onde se considera um nó fictício “ $M+1$ ” e uma temperatura fictícia  $T_{M+1}$ , localizadas a uma distância  $\Delta r$ .

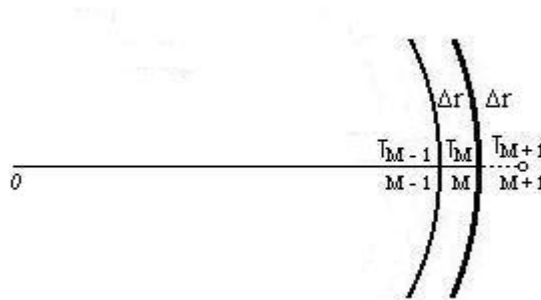


Figura 3.8 – Esquema da malha na superfície.

Então, tem-se no nó  $M$ :

$$T_M^{n+1} = \Phi \frac{(\Delta r)^2 (P_d)_M}{k} + \Phi (T_{M+1}^n + T_{M-1}^n) + \frac{P}{2M} \Phi (T_{M+1}^n - T_{M-1}^n) + [1 - 2\Phi] T_M^n. \quad (3.87)$$

A condição de contorno em  $M$  é:

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = [h(T_{SUPERF.} - T_\infty) + \gamma \zeta (T_{SUPERF.}^4 - T_\infty^4)], \quad (3.88)$$

$$-k \frac{T_{M+1}^n - T_{M-1}^n}{2\Delta r} = [h(T_{SUPERF.} - T_\infty) + \gamma \zeta (T_{SUPERF.}^4 - T_\infty^4)]. \quad (3.89)$$

Logo,

$$T_{M+1}^n = -2 \frac{\Delta r}{k} [h(T_{SUPERF.} - T_\infty) + \gamma \zeta (T_{SUPERF.}^4 - T_\infty^4)] + T_{M-1}^n, \quad (3.90)$$

onde  $T_{SUPERF.} = T_M^n$  e  $T_\infty = T_{APLICADOR}$ , sendo que  $T_{APLICADOR}$  é um dos dados de entrada.

Então, substituindo-se  $T_{M+1}^n$  obtém-se a temperatura em  $T_M^n$ .

O processo é iterativo, pois o problema é não-linear na condição de contorno.

Na operação de aquecimento por microondas existe sempre um exaustor que retira o ar quente e úmido; por isso o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção “h” foi efetuado segundo as correlações disponíveis em Özisik [55], dependendo da geometria e do regime de escoamento.



### 3.2.2 – Estabilidade do Método

Quanto à questão da estabilidade, o esquema fica estável, segundo [56], quando:

1. para o regime unidimensional

$$\Phi \left[ 1 + \frac{\Delta r (\gamma \zeta T_{SUPERF.}^3 + h)}{k} \right] < \frac{1}{2}; \quad (3.91)$$

2. para o regime bidimensional,

$$\Phi \left[ 1 + \frac{\Delta r (\gamma \zeta T_{SUPERF.}^3 + h)}{k} \right] < \frac{1}{4}; \quad (3.92)$$

3. para o regime tridimensional,

$$\Phi \left[ 1 + \frac{\Delta r (\gamma \zeta T_{SUPERF.}^3 + h)}{k} \right] < \frac{1}{6} \quad (3.93)$$

onde

$h$  é o coeficiente de troca térmica por convecção entre a superfície e o ar  $\left( \frac{W}{m^2 K} \right)$ ,

$\zeta$  é a emissividade da superfície do lado interno da parede,

$\gamma$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $4,92 \cdot 10^{-8} \text{ kcal m}^{-2} \text{ h}^{-1} \text{ K}^{-4}$ .

Este equacionamento fornece resultados mais exatos quando a permissividade elétrica é um dado de entrada obtido por ensaios experimentais, com o comportamento variando com a temperatura, ou seja,  $\varepsilon = \varepsilon(T)$ , quando este leva em conta a difusão de massa de água, em outras palavras, a perda de umidade. Por isso, o próximo item deste trabalho aborda as equações de transferência de calor e massa de Luikov [40], aplicando-as na determinação da temperatura e da umidade na superfície e dentro de sólidos dielétricos.

### 3.3– Modelagem do Processo de Secagem Utilizando as Equações de Luikov [40]

O processo físico de retirada de umidade do corpo pode ser estudado aplicando-se as equações de Luikov [40], que caracterizam o perfil da umidade em função da temperatura do meio e do tempo de exposição. Pode-se acoplar essas equações ao sistema e assim obter os valores de umidade do material a cada instante.

#### 3.3.1– Modelagem da Temperatura e da Umidade

As equações de Luikov [40] para a transferência de massa e calor são as seguintes:

1. Equação da transferência de calor

$$\left(1 + \zeta \psi \frac{k_m}{k} \delta\right) \nabla^2 T + \frac{P_d}{k} + \zeta \psi \frac{k_m}{k} \nabla^2 U = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}; \quad (3.94)$$

2. Equação da transferência de massa

$$k_m \delta \nabla^2 T + k_m \nabla^2 U = \rho c_m \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (3.95)$$

onde

$U$  é o potencial de umidade do meio material  $\left({}^{\circ}M\right)$ ,

$k_m$  é o coeficiente de condutibilidade térmica da mistura  $\left(\frac{kg_{mist.}}{m s {}^{\circ}M}\right)$ ,

$\delta$  é o coeficiente termogradiante do meio  $\left(\frac{{}^{\circ}M}{K}\right)$ ,

$\rho$  é a massa específica do material  $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$ ,

$\psi$  é o calor latente de vaporização da água  $\left(\frac{Ws}{kg}\right)$ ,

$C_m$  é capacidade de mistura  $\left(\frac{kg_{mist.}}{kg {}^{\circ}M}\right)$ ,

$\zeta$  é o fator de conversão de fase de líquido para vapor.

$k$  é o coeficiente de condutibilidade térmica do material  $\left( \frac{W}{m K} \right)$ .

Estas equações são acompanhadas das seguintes condições de contorno, para um corpo cilíndrico de diâmetro  $d$  e raio  $b$ :

$$\text{em } r = b; \quad k \frac{\partial T}{\partial r} + h_T T_1 + (1 - \zeta) \psi \alpha_m U_1 = 0, \quad (3.96)$$

$$\text{em } r = b; \quad k_m \frac{\partial U}{\partial r} + k_m \delta \frac{\partial T}{\partial r} + \alpha_m U_1 = 0, \quad (3.97)$$

$$\text{para } r = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (3.98)$$

$$\text{para } r = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 0, \quad (3.99)$$

onde

$$T_1 = T_{\text{Superfície}} - T_{\text{Aplicador}},$$

$$U_1 = U_{\text{Superfície}} - U_{\text{Aplicador}}$$

e

$$h_T = h + \frac{\gamma \zeta (T_s^4 - T_\infty^4)}{(T - T_\infty)}$$

com condições iniciais:

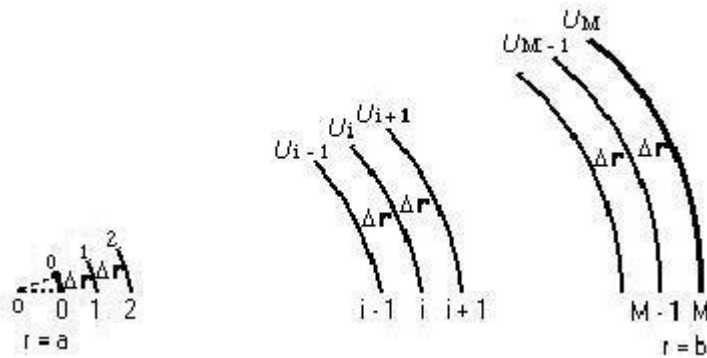
$$T_1(b, 0) = T_{\text{Aplicador}}, \quad (3.100)$$

$$U_1(b, 0) = U_0 - U_{\text{Aplicador}}. \quad (3.101)$$

Como exemplo, pode-se discretizar as equações (3.94) e (3.95) para corpos cilíndricos e excitação em uma dimensão, aproveitando a mesma configuração proposta na figura 3.7, objetivando-se utilizá-las acopladas com o caso eletromagnético, sendo que deste modo tem-se a formulação a seguir.

Considere-se um cilindro sólido e simétrico de raio  $r = b$ . O domínio  $0 \leq r \leq b$  é dividido por  $M$  partes, cada uma com  $\Delta r$  como em (3.31).

Desta forma, obtém-se a representação conforme ilustra a figura 3.9:



$$i = 1, 2, \dots, M-1.$$

Figura 3.9 - Representação da malha para determinação da umidade.

Procedendo-se à discretização:

a) para a equação de calor, equação (3.94)

$$T_n^{n+1} = \Phi \frac{(\Delta x)^2 (P_d)_i^n}{k} + \Phi (T_{i+1}^n + T_{i-1}^n) + \Phi \frac{p}{2i} (T_{i+1}^n + T_{i-1}^n) + \Phi \Delta r^2 \frac{\zeta \lambda \rho C_m}{k} \frac{(U_i^{n+1} - U_i^n)}{\Delta t} + [1 - 2\Phi] T_i^n, \quad (3.102)$$

com  $\Phi = \frac{\Delta t k}{\rho c_p \Delta r^2}$ , onde  $c_p$  é o calor específico do sólido a pressão constante e  $p$  novamente dado

por:

$$p = \begin{cases} 0 & \text{para coordenadas retangulares, sendo que } \Delta r = \Delta x, \\ 1 & \text{para coordenadas cilíndricas,} \\ 2 & \text{para coordenadas esféricas.} \end{cases}$$

b) para a equação de massa, equação (3.95)

$$U_n^{n+1} = \frac{\Delta t k_m \delta}{\rho c_m \Delta r^2} (T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n) + \frac{k \Delta t}{\rho c_m \Delta r^2} (U_{i+1}^n - 2U_i^n + U_{i-1}^n) + U_i^n \quad (3.103)$$

$$U_n^{n+1} = \Phi_m \delta (T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n) + \Phi_m (U_{i+1}^n - 2U_i^n + U_{i-1}^n) + (1 - 2\Phi_m) U_i^n \quad (3.104)$$

sendo que  $i = 1, 2, \dots, M-1$  e  $\Phi_m = \frac{\Delta t k_m}{\rho c_m \Delta r^2}$ .

Na superfície, ou seja, no ponto M, aplica-se a configuração da figura 3.10.

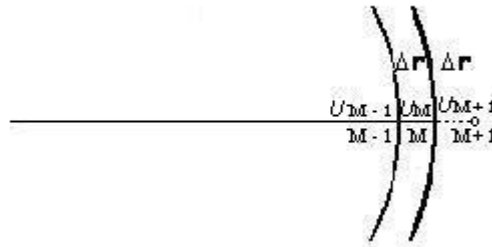


Figura 3.10 – Esquema da malha na superfície para a determinação do perfil de umidade.

Para a equação de transferência de massa:

$$U_M^{n+1} = (1 - \psi_m) U_M^n + \frac{\psi_m}{k_m} \Delta r U_\infty + \delta (T_M^n - T_{M+1}^n), \quad (3.105)$$

onde

$$T_{M+1}^n = T_{APLICADOR}. \quad (3.106)$$

Para a equação de transferência de calor:

$$T_M^{n+1} = \frac{\Delta x}{k} (1 - \vartheta) \lambda_V \psi_m (U_i^n - U_\infty) - \frac{\Delta x}{k} \left[ h (T_M^n - T_\infty) + \xi \gamma \left( (T_i^n)^4 - (T_\infty)^4 \right) \right] + T_M^n, \quad (3.107)$$

onde

$$T_\infty = T_{APLICADOR}. \quad (3.108)$$

As equações são resolvidas simultaneamente, formando um sistema de equações.  $T_M^{n+1}$  e  $U_M^{n+1}$  são substituídos na equação de calor e na equação de massa, respectivamente.

O cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção,  $h$ , foi também efetuado segundo as correlações em Özisik [55], dependendo da geometria e do regime de escoamento.

### 3.3.2 - Estabilidade do Método

Em FDTD os resultados atuais dependem dos valores anteriores. Estes resultados em métodos numéricos são aproximados dos valores reais e o distanciamento entre os valores aproximados e os reais são chamados de erros. Em cada passo tem-se um percentual de erro e, como são várias iterações, os erros se acumulam. Se eles estiverem fora de uma faixa de tolerância, é dito que o sistema está instável. A análise de estabilidade ajuda a identificar quando o método está gerando resultados dentro da faixa de tolerância. Desta forma, foram realizadas as análises de estabilidade para as equações discretizadas de calor e de massa de Luikov [40], com objetivo de se conhecer a faixa de tolerância, a fim de proporcionar a estabilidade na obtenção dos resultados.

#### a) Equação da energia

A equação segundo Luikov [40] da energia ou de calor, já discretizada e substituída por seus respectivos erros, conforme o método demonstrado anteriormente, é apresentada a seguir. Nesta análise é admitido que o erro na equação da energia é da mesma ordem de grandeza do erro na equação da difusão de massa.

$$\frac{\xi_i^{n+1} - \xi_i^n}{\Delta t} = \alpha_q \left[ p \frac{\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n}{2i\Delta r^2} + \frac{\xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n}{\Delta r^2} \right] + \beta\alpha_m \left[ p \frac{\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n}{2i\Delta r^2} + \frac{\xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n}{\Delta r^2} \right] + P_d(\xi_i^n) \quad (3.109)$$

Arrumando-se esta equação, tem-se

$$\xi_i^{n+1} - \xi_i^n = [\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m] + \left[ p \frac{\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n}{2i\Delta r^2} + \xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n \right] + P_d(\xi_i^n). \quad (3.110)$$

Os erros correspondentes a cada passo, também podem ser representados nas suas formas exponenciais.

$$\xi_i^n = \xi(r, t) = e^{at} e^{jk_m r} \quad (3.111)$$

$$\xi_i^n = \xi(r, t + \Delta t) = e^{a(t+\Delta t)} e^{jk_m r} \quad (3.112)$$

$$\xi_i^n = \xi(r, t - \Delta t) = e^{a(t-\Delta t)} e^{jk_m r} \quad (3.113)$$

$$\xi_i^n = \xi(r + \Delta r, t) = e^{at} e^{jk_m (r+\Delta r)} \quad (3.114)$$

Substituindo (3.111) a (3.114) em (3.110) e desprezando o termo  $P_d(\varepsilon_i^{ni})$  e posteriormente dividindo por  $e^{at} e^{jk_m r}$ , tem-se:

$$e^{a\Delta t} - 1 = [\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m] + \left[ p \frac{e^{jk_m \Delta r} - e^{-jk_m \Delta r}}{2i} + e^{jk_m \Delta r} - 2 + e^{-jk_m \Delta r} \right], \quad (3.115)$$

onde,

$$\Phi_q = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} \quad (3.116)$$

e

$$\Phi_m = \frac{\alpha_m \Delta t}{\Delta r^2}. \quad (3.117)$$

Substituído-se, as identidades trigonométricas

$$2 \cos \beta = e^{jk_m \Delta r} + e^{-jk_m \Delta r} \quad (3.118)$$

e

$$2j \operatorname{sen} \beta = e^{jk_m \Delta r} - e^{-jk_m \Delta r}, \quad (3.119)$$

obtem-se

$$e^{a\Delta t} - 1 = [\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m] \left[ p \frac{j \operatorname{sen}(k_m \Delta r)}{i} + 2 \cos(k_m \Delta r) - 2 \right], \quad (3.120)$$

$$e^{a\Delta t} = 1 + 2[\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m] \left[ p \frac{j \operatorname{sen}(k_m \Delta r)}{2i} + \cos(k_m \Delta r) - 1 \right] \quad (3.121)$$

Novamente substituindo-se outra identidade trigonométrica

$$-2 \operatorname{sen}^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) = \cos(\varphi) - 1, \quad (3.122)$$

tem-se então:

$$e^{a\Delta t} = 1 - 4[\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m] \left[ \text{sen}^2\left(\frac{k_m\Delta r}{2}\right) - p \frac{j \text{sen}(k_m\Delta r)}{4i} \right], \quad (3.123)$$

sendo o fator de amplificação para um sistema de solução estável

$$|\mathbf{P}| = e^{a\Delta t} < 1. \quad (3.124)$$

Faz-se a análise para obter-se o menor valor possível de amplificação;  $\frac{\varphi}{2} = 90^\circ$ , logo

$$\text{sen}^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 1 \text{ e } \text{sen } \varphi = 0, \text{ tem-se:}$$

1. Para o regime unidimensional,

$$\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m \leq \frac{1}{2}; \quad (3.125)$$

2. Para o regime bidimensional,

$$\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m \leq \frac{1}{4}; \quad (3.126)$$

3. Para o regime tridimensional,

$$\Phi_q + (1 + \delta)\beta\Phi_m \leq \frac{1}{6}. \quad (3.127)$$

b) Equação de massa

A equação, segundo Luikov, da transferência de massa, já discretizada e substituída por seus respectivos erros, conforme o método demonstrado anteriormente é a seguinte:

$$\frac{\xi_i^{n+1} - \xi_i^n}{\Delta t} = \Phi_m \left[ p \frac{\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n}{2i\Delta r^2} + \frac{\xi_{i+1}^n - 2\xi_{i+1}^n + \xi_{i-1}^n}{\Delta r^2} \right] (1 + \delta). \quad (3.128)$$

Trabalhando a equação na mesma seqüência utilizada para a equação de calor chega-se a:



$$\Phi_m \leq \frac{1}{2(1+\delta)}. \quad (3.129)$$

Logo,

1. Para o regime unidimensional,

$$\Phi_q \leq \frac{1}{2} - (1+\delta)\beta\Phi_m, \quad (3.130)$$

2. Para o regime bidimensional,

$$\Phi_q \leq \frac{1}{4} - (1+\delta)\beta\Phi_m; \quad (3.131)$$

3. Para o regime tridimensional,

$$\Phi_q \leq \frac{1}{6} - (1+\delta)\beta\Phi_m, \quad (3.132)$$

onde,

$$\Phi_q = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} \quad (3.133)$$

e

$$\Phi_m = \frac{\alpha_m \Delta t}{\Delta r^2}. \quad (3.134)$$

O valor de  $\Delta t$  deve ser tal que garanta a estabilidade do método em qualquer instante.

Deste modo, é possível obter-se em cada camada  $\Delta r$  e em cada instante os valores simulados da temperatura e da umidade de materiais dielétricos. A aplicação deste método e seus resultados são apresentados no capítulo 4.

### 3.4 – Sistema de Secagem por Energia Solar

Devido à grande importância da secagem, é conveniente desenvolver procedimentos com objetivos de melhorar o desempenho da operação de secagem solar e dos secadores solares, adaptando os métodos já existentes às condições locais.

Visando dar maior confiabilidade, organização e fácil execução dos cálculos para a secagem solar, desenvolveu-se uma modelagem matemática que expressa todas as etapas de funcionamento e operação do secador, partindo da radiação solar captada pelo mesmo e da energia cinética do vento captada pelo rotor *savonius* [62], passando pela transmissão de calor.

Os resultados auxiliam na observação da faixa em que a temperatura da parede varia durante um determinado intervalo de tempo em um dia típico, podendo-se, assim, projetar a faixa de tempo útil de secagem durante o dia.

#### 3.4.1 – Descrição do Problema

Toma-se como exemplo um secador constituído de um corpo cilíndrico de alumínio, posicionado na vertical, sendo o mesmo pintado na cor preto-fosco na sua parte exterior. Na parte superior é acoplado um exaustor, interligado através de um eixo vertical, a um rotor *savonius*. Na parte inferior, este é construído com um material isolante para diminuir as perdas líquidas de energia térmica para fora do secador.

A operação no secador é iniciada quando a radiação solar incide sobre o corpo do secador, que absorve essa radiação quase que na sua totalidade, pois a superfície é negra. Essa quantidade de energia, na forma de calor, é transmitida para o interior do secador. Nesse processo de transmissão são consideradas perdas para fora, como energia desperdiçada, e “perdas para dentro”, como energia aproveitada na secagem.

Com o aquecimento do ar no interior do secador, é necessário o controle da temperatura de acordo com o material a ser secado. Este controle é realizado através da retirada de ar quente, por meio do exaustor, na proporção correta, de forma a manter a temperatura desejada. Além disso, o exaustor proporciona a circulação de ar aquecido entre o material. Neste caso, a principal variável a ser modelada, é a temperatura das paredes variando com a incidência da energia solar.

A figura 3.11, ilustra o modelo de secador aqui estudado.

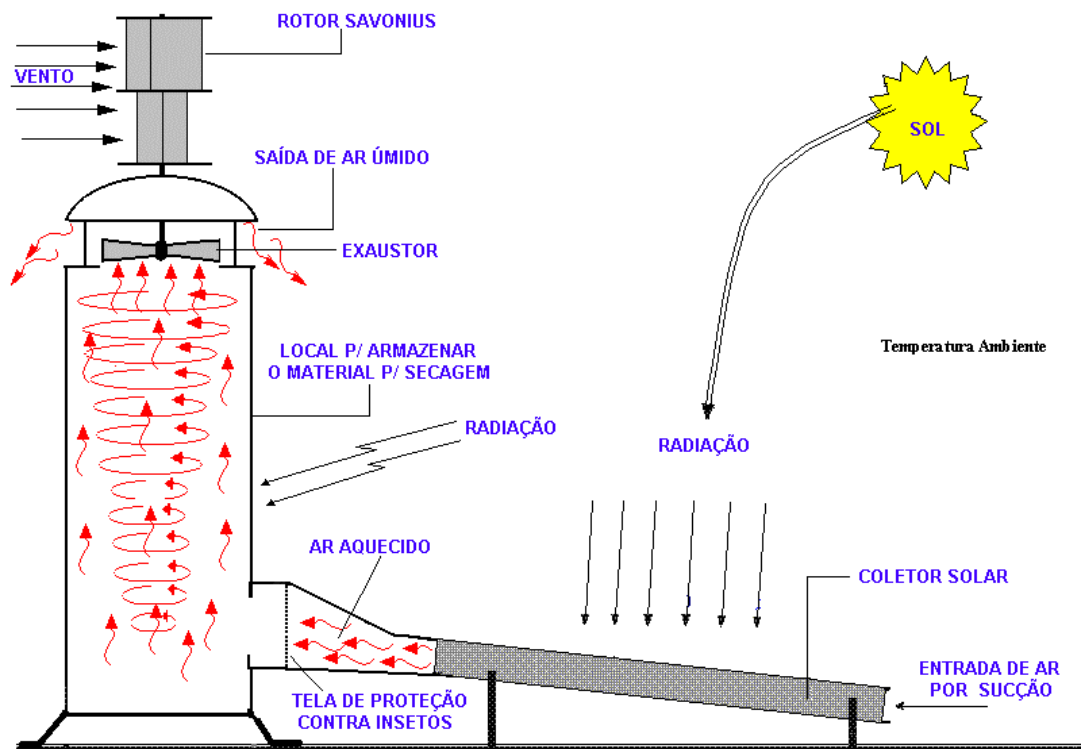


Figura 3.11 – Configuração do secador eólico-solar.

### 3.4.2 – Balanço de Energia

As equações apresentadas a seguir são específicas para secadores eólico-solares cilíndricos verticais, devendo-se apenas ajustar as variáveis dependentes da geometria do corpo para estender-se o cálculo para secadores planos.

O equilíbrio térmico no secador é representado segundo a forma na figura 3.12:

$$\boxed{\text{Taxa média de calor incidente na parede do secador}} - \boxed{\text{Somatório das perdas de calor na parede do secador}} = \boxed{\text{Taxa de calor acumulada nas paredes do secador}}$$

Figura 3.12 – Balanço de energia térmica na parede do secador

Para facilitar a resolução do problema analisado são feitas as seguintes considerações:

- 1 - Geralmente, uma placa que possui características de boa condutividade térmica e espessura relativamente fina tem o Número de *Biot* menor que 0,1, o que permite considerar a temperatura homogênea ao longo da placa;

- 2 - Se não forem conhecidas às temperaturas da superfície externa e interna, pode-se considerá-las iguais, devido à placa ser relativamente fina e o material ser de boa condutividade térmica;
- 3 - Meio em estudo sem fonte de calor interna;
- 4 - São desconsideradas as perdas para a parte superior, onde está acoplado o exaustor e na parte inferior do secador, onde há um isolamento térmico;
- 5 - As temperaturas iniciais das superfícies interna e externa, assim como a temperatura no interior do secador são iguais a temperatura do ambiente fora do secador, sendo a mesma consideração aplicada ao coletor solar;
- 6 - Desconsidera-se a variação das propriedades físicas do material de confecção do secador com a temperatura; massa específica, calor específico a pressão constante, e dilatação do sólido.
- 7 - Considera-se o secador ainda vazio, para facilitar a procura por dados de propriedades termo-físicas de materiais.

### **3.4.3 – Modelagem do Problema**

Apresentam-se a seguir os métodos de equacionamento e soluções dos problemas abordados, divididos em 3 partes: radiação solar em superfícies sólidas, balanço térmico em superfícies coletoras e exaustão. Para se obterem valores de radiação solar local, na superfície de corpos sólidos é necessário conhecer as características da radiação solar.

#### **3.4.3.1 – Características da Radiação Solar [57], [58]**

Existem duas variáveis solares de relevância para os modelos de simulação que descrevem a aplicação da energia solar, que são a declinação solar e o ângulo horário do Sol.

Durante o movimento anual em torno do Sol, a Terra descreve, em trajetória elíptica, um plano que é inclinado de aproximadamente  $23,5^\circ$  em relação ao seu Plano Equatorial. Esse ângulo é denominado de declinação solar ( $\delta$ ). Para um determinado local, esse ângulo varia de acordo com o dia do ano, conforme mostra a figura 3.13. A declinação solar é dada pela equação de Cooper [57] e [58].

$$\delta = 23,45 \cdot \text{sen} \left( 360 \cdot \frac{284 + n}{365} \right) \quad (3.135)$$

onde:

$\delta$  = declinação solar (graus)

$n$  = número de dias do ano (calendário juliano).

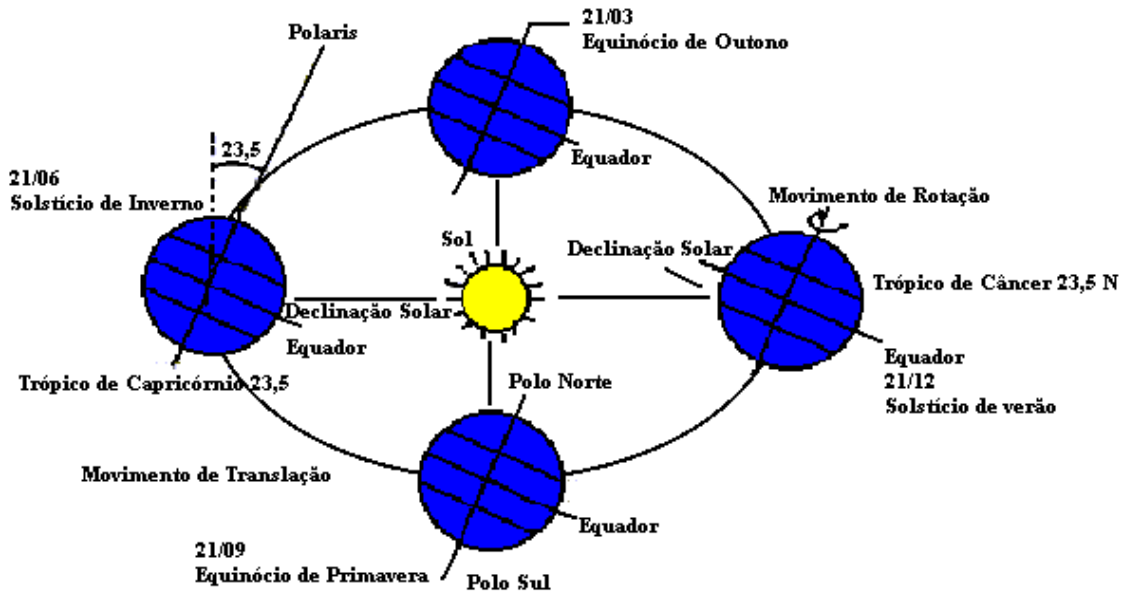


Figura 3.13 – Órbita da Terra em torno do Sol, com seu eixo N-S inclinado de um ângulo de 23,5° [58].

O ângulo horário do Sol ( $\omega_s$ ) é dado pelo seu deslocamento, no sentido leste-oeste a partir do meridiano local, devido ao movimento da Terra. Cada hora corresponde a um deslocamento de 15°, como pode ser visto na figura 3.14.

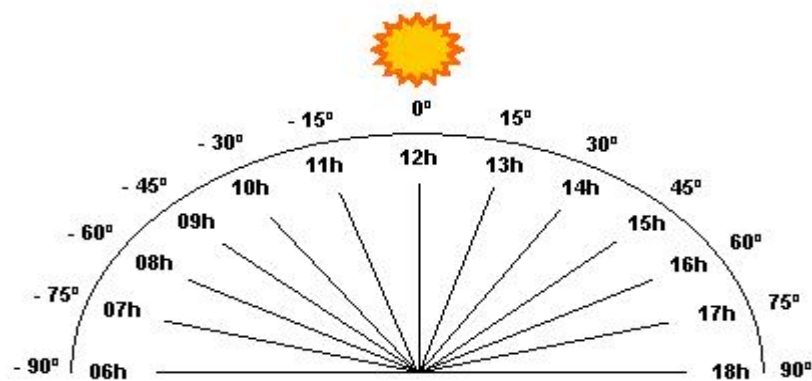


Figura 3.14 – Ilustração do ângulo horário relativo ao raio incidente solar com o plano do coletor.

A radiação emitida pelo Sol, junto com as condições geométricas da Terra, resultam na incidência de uma quantidade de radiação solar quase constante, que dá lugar à definição da chamada constante solar sobre a atmosfera.

A constante solar,  $G_{sc}$ , é o fluxo de energia proveniente do Sol, que incide sobre uma superfície perpendicular à direção de propagação da radiação solar. O valor médio comumente aceito para  $G_{sc}$  é de  $1.353 \text{ W/m}^2 \pm 3,33 \%$  [58].

Devido à variação da distância Terra-Sol, a radiação da superfície extraterrestre varia durante o ano segundo a expressão,

$$G = G_{sc} \left(1 + 0,033 \cos \frac{360.n}{365}\right), \quad (3.136)$$

onde,

$G$  = radiação extraterrestre medida sobre o plano normal para a radiação,

$n$  = dia do ano segundo o calendário juliano.

A radiação diária extraterrestre  $H_o$  em uma superfície horizontal pode ser expressa pela seguinte expressão:

$$H_o = \frac{24 \times 3600 G_{SC}}{\pi} \left(1 + 0,033 \cos \frac{360.n}{365}\right) \left(\cos \phi \cos \delta \sin \omega_S + \frac{\pi \cdot \omega_S}{180} \sin \phi \sin \delta\right) \quad (3.137)$$

A radiação pode atingir um corpo pelo menos de duas maneiras: por radiação direta ou indireta, sendo que a indireta, ou por meio de reflexão ou espalhamento, é denominada de radiação difusa. Quando a radiação difusa vem da reflexão dos raios solares no solo, ela é chamada de albedo. A radiação global é a soma da radiação direta e da radiação difusa. Com o tempo claro, as proporções relativas às radiações direta e difusa variam no decurso do dia, segundo a altura do Sol e as quantidades de  $\text{CO}_2$ , água e poeira contidas na atmosfera; há períodos em que a radiação difusa pode ser superior à direta e vice e versa. Segundo Duffie e Beckman [57], a potência da radiação difusa recebida por uma superfície inclinada pode ser expressa pela fórmula:

$$D = D_h \cdot \cos^2(i/2) + \alpha \cdot G_h \cdot \sin^2(i/2), \quad (3.138)$$

onde  $D$  representa a radiação difusa em uma superfície inclinada,  $i$  o ângulo de inclinação,  $D_h$  a radiação difusa sobre uma superfície horizontal,  $G_h$  a radiação global sobre uma superfície horizontal e  $\alpha$  o albedo do solo ambiente que reflete uma certa radiação sobre a superfície receptora e é geralmente tomado como 20% da radiação global recebida.

Outro parâmetro básico a ser encontrado é o ângulo de incidência ( $\theta_s$ ), formado entre os raios solares e a normal à superfície do coletor. Ele pode ser determinado por meio da trigonometria esférica em função da latitude do lugar ( $\lambda$ ), da declinação média do Sol ( $\delta$ ), do ângulo horário do Sol ( $\omega_s$ ), da inclinação do coletor ( $\beta$ ) e da orientação ( $\phi_s$ ) da superfície [57]. O ângulo  $\phi_s$  é a altura solar, ângulo compreendido entre o raio solar e a projeção do mesmo sobre um plano horizontal. Tem-se ainda, o ângulo zenital do Sol ( $\theta_{zs}$ ), que é o ângulo formado entre o raio solar e a normal a superfície do coletor, o ângulo azimutal do Sol ( $\psi_s$ ), que é o ângulo entre a projeção do raio solar no plano horizontal e a direção Norte-Sul. Obedece à mesma convenção do ângulo azimutal da superfície ( $\alpha_c$ ) que é ângulo que a projeção da normal à superfície no plano horizontal faz com a direção Norte-Sul (. É contado de  $0^\circ$  a  $\pm 180^\circ$  a partir do sul, positivo a Oeste e negativo a Leste.

A figura 3.15 ilustra os diversos ângulos, comentados acima, que são utilizados no cálculo do ângulo de incidência ( $\theta_s$ ).

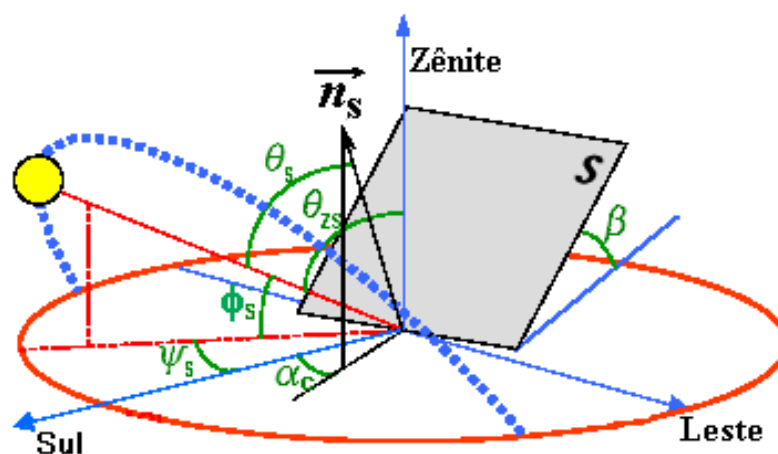


Figura 3.15 – Ilustração da nomenclatura para as relações geométricas da posição relativa do Sol com o plano do coletor.

A equação geral para o cálculo de  $\theta_s$  é:

$$\cos \theta_s = \sin \delta (\sin \lambda \cos \beta - \cos \lambda \sin \beta \cos \phi_s) + \cos \delta \cos \omega_s (\cos \lambda \cos \beta + \sin \lambda \sin \beta \cos \phi_s) + \cos \delta \sin \beta \sin \phi_s \sin \omega_s. \quad (3.139)$$

Conhecendo-se todos os termos da equação (3.139), assim como as temperaturas das paredes externa e interna e a temperatura de secagem, a qual depende das características da matéria-prima e do ambiente de secagem, é possível obter os valores da temperatura no interior da placa em um determinado instante, conhecendo-se os valores de radiação, velocidade de vento e temperatura ambiente nesse instante. Um dos métodos numéricos que pode ser aplicado na solução deste problema é o Método de Diferenças Finitas.

Devido à forma cilíndrica do secador, a radiação direta só incide sobre a metade da superfície lateral e depende do ângulo de incidência ( $\theta_s$ ). Já a radiação difusa e o albedo ( $\alpha$ ), incidem sobre toda a superfície. Portanto, a taxa média de calor que incide na parede do secador ( $Q$ ) é:

$$Q = Q_{Albedo} \cdot Al + Q_{Dir} \cdot F + Q_{Dif} \cdot Al \quad (3.140)$$

sendo

$$Q_{Albedo} = \alpha \cdot (Q_{Dir} + Q_{Dif}) = 0,2 \cdot (Q_{Dir} + Q_{Dif}), \quad (3.141)$$

e

$$F = (0,5 \cdot Al) \cdot \cos(\theta_s). \quad (3.142)$$

Assim, para a superfície que está recebendo a radiação direta, tem-se:

$$Q = 0,2 \cdot (Q_{Dir} + Q_{Dif}) \cdot Al + 0,5 \cdot Q_{Dir} \cdot Al \cdot \cos(\theta_s) + Q_{Dif} \cdot Al, \quad (3.143)$$

onde:

$Q_{Albedo}$  é o calor que é refletido pelo solo,

$Q_{Dir}$  é a taxa média de radiação solar direta incidente na parede do secador,

$Q_{Dif}$  é a taxa média de radiação solar difusa incidente na parede do secador,

$Al$  é a área da parede do secador na qual incide a radiação solar,

$F$  é o fator de forma,



$\theta_s$  é o ângulo de incidência,

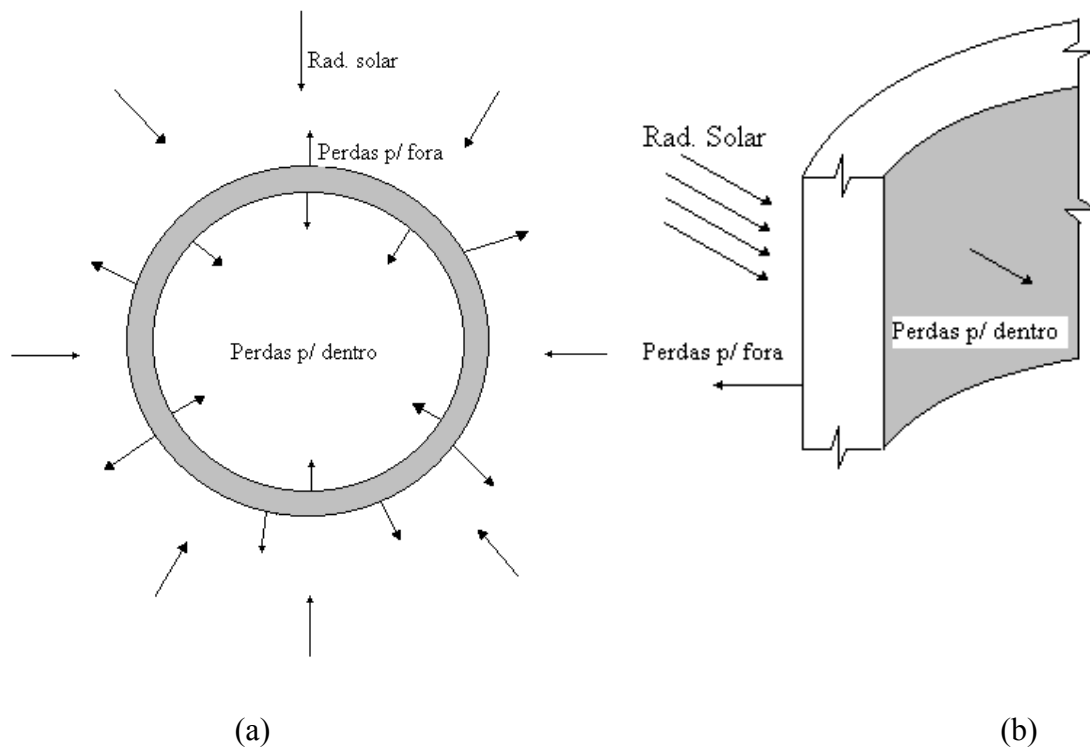
$\alpha$  é o albedo do solo que reflete uma certa radiação sobre a superfície receptora e é geralmente tomado como 20% da radiação global recebida, segundo DUFFIE E BECKMAN [57].

A radiação global é obtida de dados de estações meteorológicas. A tabela abaixo mostra a radiação média mensal por metro quadrado sobre a cidade de Belém do Pará, com latitude = - 1,1754° e longitude 48,054°, durante um ano; os dados são do programa *METEONORM V4.0*, tendo sido coletados no plano horizontal [59].

**Tabela 3.1** – Radiação média mensal sobre a cidade de Belém do Pará.

Mês	Radiação Solar (wh/m <sup>2</sup> .dia)	Sol Pleno (h/dia)
Janeiro	4.323	4,3
Fevereiro	4.107	4,1
Março	4.161	4,2
Abril	4.100	4,1
Maiο	4.903	4,9
Junho	5.067	5,1
Julho	5.677	5,7
Agosto	6.032	6,0
Setembro	5.600	5,6
Outubro	5.871	5,9
Novembro	5.600	5,6
Dezembro	5.097	5,1

As figuras 3.16(a) e 3.16(b) representam os fluxos de calor nas paredes de um secador solar cilíndrico. Elas mostram como ocorrem as perdas, sendo a parte que é transportada para dentro do secador, a energia que é aproveitada no processo da secagem.



Figuras 3.16 – Vistas dos cortes transversal e longitudinal, direção e sentido do fluxo de calor nas paredes de um secador cilíndrico.

### 3.4.3.2 – Calor Transportado por Convecção da Superfície Externa do Secador para o Meio Externo

A transferência de calor por convecção na superfície externa do secador é dada pela segunda lei de Newton do resfriamento:

$$Q_{CE} = h_{EXT}.A_l.(T_{EXT} - T_{Pf}), \quad (3.144)$$

onde,

$Q_{CE}$  é a taxa de transporte de calor por convecção que sai no lado externo da parede,

$h_{EXT}$  é o coeficiente de troca térmica por convecção entre a superfície e o ar

$T_{EXT}$  é a temperatura externa do ar (fora do secador),

$T_{Pf}$  é a temperatura da superfície externa da parede.

### 3.4.3.3 – Calor Transportado por Convecção da Superfície Interna do Secador para o Material a ser Secado.

A transferência de calor por convecção da superfície interna do secador é dada por:

$$Q_{CI} = h_{INT}.Al.(T_{Pd} - T_{INT}), \quad (3.145)$$

onde,

$Q_{CI}$  é a taxa de transporte de calor por convecção para o interior do secador,

$h_{INT}$  é o coeficiente de troca térmica por convecção entre a superfície interna e o ar de secagem

$T_{INT}$  é a temperatura interna do ar (dentro do secador),

$T_{Pd}$  é a temperatura do lado interno da parede.

### 3.4.3.4 – Calor Dissipado por Radiação da Superfície Externa do Secador

O calor dissipado por radiação da superfície externa do secador é dado pela equação de Stefan-Boltzmann:

$$Q_{RADf} = \xi_f \cdot \gamma \cdot Al. [(T_{EXT})^4 - (T_{Pf})^4], \quad (3.146)$$

sendo que

$Q_{RADf}$  é a taxa de calor dissipado por radiação que sai no lado externo da parede,

$\xi_f$  é a emissividade da superfície externa

$\gamma$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $4,92 \cdot 10^{-8} \text{ kcal m}^{-2} \text{ h}^{-1} \text{ K}^{-4}$ .

### 3.4.3.5 – Calor dissipado por Radiação da Superfície Interna do Secador

O calor trocado por radiação entre a superfície interna do secador e o meio interno é dado por:

$$Q_{RADi} = \xi_d \cdot \gamma \cdot Al. [(T_{Pd})^4 - (T_{INT})^4] \quad (3.147)$$

onde,

$Q_{RADi}$  é a taxa de transporte de calor por radiação que sai no lado interno da parede,

$\xi_d$  é a emissividade da superfície do lado interno da parede,

$\gamma$  é a constante de Stefan- Boltzmann.

### 3.4.3.6 - Taxa de Acúmulo de Energia por Unidade de Volume na Parede do Secador

A taxa de acúmulo de calor nas paredes do secador é dada pela equação:

$$dE = \rho.V.c_p.\frac{\delta T}{\delta t} dt. \quad (3.148)$$

Substituindo  $V$  por  $\Delta r.Al$ , onde  $\Delta r$  é a espessura da parede,

$$dE = \rho.(\Delta r).c_p.Al.\frac{\delta T}{\delta t} dt, \quad (3.149)$$

onde,  $\rho$  é a massa específica e  $c_p$  o calor específico do material a pressão constante.

Assim sendo, o balanço fica:

$$\begin{aligned} Q - \Sigma \text{Perdas para dentro e para fora do secador} &= Q_{ACUM} \\ 0,2.(Q_{Dir} + Q_{Dif}).Al + 0,5.Q_{Dir}.Al.\cos(\theta_S) + Q_{Dif}.Al \\ -(Q_{CE} + Q_{CI} + Q_{RADf} + Q_{RADd}) &= \rho(\Delta r)c_p.Al.\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (3.150)$$

Substituído-se (3.144) a (3.147) na equação (3.150) tem-se:

$$\begin{aligned} 0,2.(Q_{Dir} + Q_{Dif}).Al + 0,5.Q_{Dir}.Al.\cos(\theta_S) + Q_{Dif}.Al - \{h_{EXT}.Al.(T_{EXT} - T_{Pf}) + \\ \xi_f.\gamma.Al.[(T_{EXT})^4 - (T_{Pf})^4] + h_{INT}.Al.(T_{Pd} - T_{INT}) + \xi_d.\gamma.Al.[(T_{Pd})^4 - (T_{INT})^4]\} = \\ \rho.(\Delta r).c_p.Al.\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}, \end{aligned} \quad (3.151)$$

com condição de contorno:

$$\text{em } t = 0 \Rightarrow T(x, 0) = T_{AMBIENTE}. \quad (3.152)$$

Para o caso em estudo, a temperatura varia com o tempo e o espaço  $T_{Pf}(x, t)$ ,  $T_{Pd}(x, t)$ .

Logo tem-se:

$$\begin{aligned} dT(x,t) = \frac{dt}{\rho.(\Delta r).Al.c_p} \{0,2.(Q_{Dir} + Q_{Dif}).Al + 0,5.Q_{Dir}.Al.\cos(\theta_S) + Q_{Dif}.Al + \\ - h_{EXT}.Al.(T_{EXT} - T_{Pf}(x,t)) + \xi_f.Al.[(T_{EXT})^4 - (T_{Pf}(x,t))^4] + h_{INT}.Al.(T_{Pd}(x,t) - T_{INT}) + \\ + \xi_d.\gamma.Al.[(T_{Pd}(x,t))^4 - (T_{INT})^4]\}. \end{aligned} \quad (3.153)$$

A expressão anterior é uma equação diferencial parcial não linear de primeira ordem no tempo e não tem solução analítica. Neste caso, então, recorre-se a um dos métodos numéricos de solução de equações diferenciais.

Conhecendo-se os valores de radiação, velocidade de vento e temperatura ambiente, é possível obter-se os valores da temperatura no interior do secador em um determinado instante. Um dos métodos numéricos que pode ser aplicado na solução, é o de Diferenças Finitas.

### 3.4.4 - Discretização do Modelo

O balanço de energia térmica nas paredes do secador sujeito à irradiação solar é:

$$\begin{aligned}
 T_i^{n+1} = & \frac{\Delta t}{\rho \cdot (\Delta r) \cdot Al \cdot c_p} \{ 0,2 \cdot (Q_{iDir}^n + Q_{iDif}^n) \cdot Al + 0,5 \cdot (Q_{iDir}^n) \cdot Al \cdot \cos(\theta_s) + \\
 & (Q_{iDif}^n) \cdot Al - \{ h_{EXT} \cdot Al \cdot (T_{iINT}^n - T_i^n) + \zeta_f \cdot \tau \cdot Al \cdot [ (T_{iEXT}^n)^4 - (T_i^n)^4 ] + h_{INT} \cdot Al \cdot \\
 & (T_i^n - T_{iINT}^n) + \zeta_d \cdot \tau \cdot Al \cdot [ (T_i^n)^4 - (T_{iINT}^n)^4 ] \} \} + T_i^n
 \end{aligned} \quad (3.154)$$

com coeficiente convectivo segundo [55] para o meio externo ao secador dado por:

$$h_{EXT} = \frac{(k_f Nu_{EXT})}{D_{secador}},$$

onde (3.155)

$k_f$  é a condutividade térmica do ar,

$D_{secador}$  é o diâmetro do secador,

$Nu_{EXT}$  é o número de Nusselt para o meio externo ao secador,

com o número de Nusselt [55] para o meio externo ao secador sendo:

$$Nu_{EXT} = 0,3 + \frac{0,62 Re_{EXT}^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0,4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{Re_{EXT}}{282000} \right)^{1/2} \right]. \quad (3.156)$$

onde

$Pr$  é o número de Prandtl, definido pela relação

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (3.157)$$

$\nu$  é a viscosidade cinemática do ar,

$\alpha$  é a difusividade térmica do ar.

O número de Reynolds [55] para o ar no meio externo ao secador é dado por:

$$Re_{EXT} = \frac{(\rho_{ar} V_{vento} \cdot D_{secador})}{\mu_{ar}} \quad (3.158)$$

onde

$\rho_{ar}$  é a massa específica do ar,

$\mu_{ar}$  é a viscosidade do ar,

$V_{vento}$  é a velocidade do vento.

O coeficiente convectivo segundo [55] para o meio interno ao secador é obtido por:

$$h_{INT} = \frac{(k_f Nu_{INT})}{D_{secador}} \quad (3.159)$$

onde

$k_f$  é a condutividade térmica do ar,

$Nu_{INT}$  é o número de Nusselt para o meio interno ao secador.

Para o meio interno ao secador o número de Nusselt [55] é dado por:

$$Nu_{INT} = \frac{(f/8)(Re_{INT})Pr}{\left[1,07 + 12,7(f/8)^{1/2}\right] \left(Pr^{2/3} - 1\right)} \quad (3.160)$$

O número de Reynolds para o ar no meio interno ao secador é obtido de:

$$Re_{INT} = \frac{(\rho_{ar} V_{vento} \cdot D_{secador})}{\mu_{ar}} \quad (3.161)$$

onde

$f$  é o coeficiente de atrito para tubos lisos ou rugosos:

para  $Re_D$ , o número de Reynolds relativo ao diâmetro do secador  $Re_D > 10^4$

$$f = (1,82 \log Re_D - 1,64)^{-2}, \quad (3.162)$$

para  $Re_D > 2 \cdot 10^4$

$$f = 0,316 Re_{INT}^{-0,25}, \quad (3.163)$$

e para  $2 \cdot 10^4 < Re_{INT} < 3 \cdot 10^5$

$$f = 0,184 Re_{INT}^{-0,2}. \quad (3.164)$$

### 3.4.5 - Cálculo do Coletor e do Diâmetro do Exaustor

O comprimento do coletor plano, que tem a finalidade de pré-aquecer o ar para que este entre no secador já na temperatura de trabalho, pode ser calculado por [55]:

$$Q \int_0^L dh = \frac{\tilde{V}_m c_P}{A \Delta t} \int_{T_E}^{T_S} dT, \quad (3.165)$$

onde:

$Q$  é a taxa líquida de calor absorvida pelo coletor,

$L$  é comprimento do coletor,

$\tilde{V}_m$  é a vazão do fluido no interior do coletor,

$A$  é área do coletor em contato com a radiação solar direta,

$c_p$  é calor específico do fluido a pressão constante,

$T_E$  é temperatura de entrada do fluido ou temperatura ambiente

$T_S$  é temperatura de saída do fluido ou temperatura de secagem.

Após determinada a temperatura e a quantidade de calor conduzido no interior do secador, determinam-se as dimensões do rotor savonius e das pás do exaustor, de maneira a garantir a temperatura desejada.

A quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de uma certa massa de uma substância qualquer é dada pela equação:

$$\Delta Q = Q_M \cdot c_p \cdot \Delta T, \quad (3.166)$$

sendo que, no caso do secador,  $\Delta Q$  é igual ao calor conduzido ( $q_c$ ) para dentro deste, ou seja, às perdas de calor da parede para dentro do secador.

Da mesma forma, a massa de ar,  $Q_M$ , que ganhou calor e que deve ser retirada para que se obtenha a temperatura de trabalho desejada é:

$$Q_M = \frac{\Delta q}{c_p (T_{\text{int.}} - T_{\text{trabalho}})}, \quad (3.167)$$

onde:

$c_p$  é o calor específico do ar a pressão constante,

$T_{\text{trabalho}}$  é a temperatura de trabalho expressa em função do material que se deseja secar,

$T_{\text{int.}}$  é a temperatura dentro do secador,

$\Delta q$  é a taxa líquida de calor que deve ser retirada do interior do secador.

O cálculo do diâmetro do exaustor é baseado na equação de conservação de massa para regime permanente sem acúmulo de massa. Esta é dada por:

$$A_0 \cdot V_0 = A_1 \cdot V_1 = Q_M, \quad (3.168)$$

onde  $A$  é a área coberta pelas pás do exaustor e  $V$  é a velocidade com que o ar está sendo retirado de dentro do secador.

Deste modo, o diâmetro “ $D$ ” das pás do exaustor será:

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_M}{\varepsilon_f \cdot \pi \cdot V}}, \quad (3.169)$$

onde  $\varepsilon_f$  é a eficiência do processo de exaustão,

$Q_M$  é a quantidade de massa de ar por unidade de tempo (vazão mássica),

$V$  é a velocidade tangencial do exaustor.

Como o exaustor está acoplado ao rotor savonius através de um mesmo eixo central posicionado na vertical, conforme figura 3.17, a relação entre as velocidades do rotor e do exaustor fornece a seguinte expressão [60]-[62]:

$$V_{\text{SAV}} = 1,8 \cdot V_{\text{VEN}} \quad (3.170)$$



onde:

$V_{SAV}$  é a velocidade do rotor savonius,

$V_{VEN}$  é a velocidade média do vento

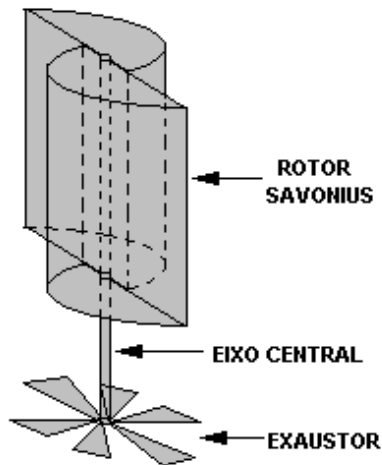


Figura 3.17 – Vista em detalhes de um rotor savonius

Foram considerados, entre outros, alguns fatores, como eficiência do exaustor e resistência do sistema eólico, devido ao atrito.

Deste modo é possível obter-se em cada instante a temperatura simulada no interior do secador, após o fluxo entrar em regime e fazer o controle através da operação da exaustão. A aplicação deste método e seus resultados são apresentados no capítulo 4, onde se apresentam os valores simulados das temperaturas na superfície e no interior de um secador.

### 3.4.6 - Considerações Finais

As metodologias abordadas neste trabalho foram aplicadas neste capítulo para obter soluções das equações diferenciais parciais que representam problemas físicos de secagem por microondas e solar.

Deu-se ênfase sobretudo à solução numérica por Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) e à questão da estabilidade das soluções devido ao problema de acoplamento entre as equações, pois o fenômeno de propagação das ondas eletromagnéticas dentro de um material, ocorre muito mais rápido que o fenômeno de geração e condução de calor, que por sua vez, ocorre bem mais rápido que a transferência de massa, mas ocorrem simultaneamente.

Para ter-se as validações dos métodos abordados é necessária a obtenção de valores de simulação e de ensaios experimentais para propósito de comparação, sendo por isso a aplicação dessas técnicas e seus resultados apresentados no próximo capítulo.

## **CAPÍTULO 4**

### **Resultados e Discussões**

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos por ensaios experimentais e por simulações dos modelos matemáticos, considerando-se excitações uni, bi e tridimensionais, para corpos com geometria simétrica e simples (cubo, cilindro e esfera). Os resultados experimentais são com relação à temperatura da superfície e umidade total da batata e da banana, sujeitas ao processo de aquecimento por microondas.

#### **4.1 – Resultados do Regime de Excitação Unidimensional**

São apresentados os resultados das simulações para o regime de excitação unidimensional, conforme apresentado na figura 4.1, que configura a onda penetrando no material pela face em  $x = 0$  e pela face oposta, simultaneamente.

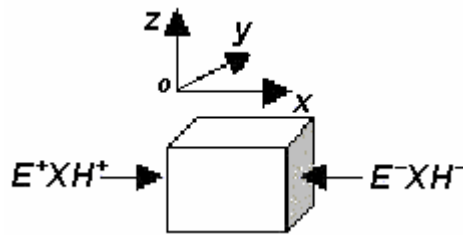


Figura 4.1 – Esquema de incidência da onda no material.

As simulações foram realizadas para a banana, nos formatos cúbico e cilíndrico, com as seguintes dimensões:

a) Cubo

lado = 0,02 m

b) Cilindro

altura = 0,02 m

diâmetro = 0,02 m

A seguir apresentam-se, nas tabelas 4.1 e 4.2, os dados da operação e algumas características físicas da banana.

Tabela 4.1 – Dados de entrada para a simulação da banana

<b>Dados de Operação</b>	
Potência útil (W)	880
Frequência (GHz)	2,45
Temperatura ambiente (°C)	25

A tabela 4.2 apresenta os dados das propriedades físicas da banana, que foram utilizados na simulação.

Tabela 4.2 – Propriedades físicas da banana [63]-[65].

<b>Propriedades Físicas a 27° C</b>	
Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )	980
Calor específico (W.s/kg. K)	4.159
Umidade (% massa)	76
Condutividade térmica (W/m.K)	0,481
Difusividade térmica (m <sup>2</sup> /s)	1,18 x 10 <sup>-7</sup>
Permissividade elétrica relativa	48 - j5,4

#### 4.1.1 – Simulação da Amplitude do Campo Elétrico

O resultado da simulação para o campo elétrico, obtido pelo método apresentado neste trabalho, foi comparado com a solução analítica obtida para um instante “t”.

A figura 4.2 apresenta os resultados das simulações teóricas de três metodologias de solução para o cálculo do campo elétrico em meios dielétricos.

As simulações foram realizadas com potência útil de 550 W para uma amostra de banana em forma de cubo, irradiada por microondas em duas faces opostas, como mostra a figura 4.1. Optou-se por simular com potências diferentes para que a influência desta seja observada durante as operações no curso do trabalho.

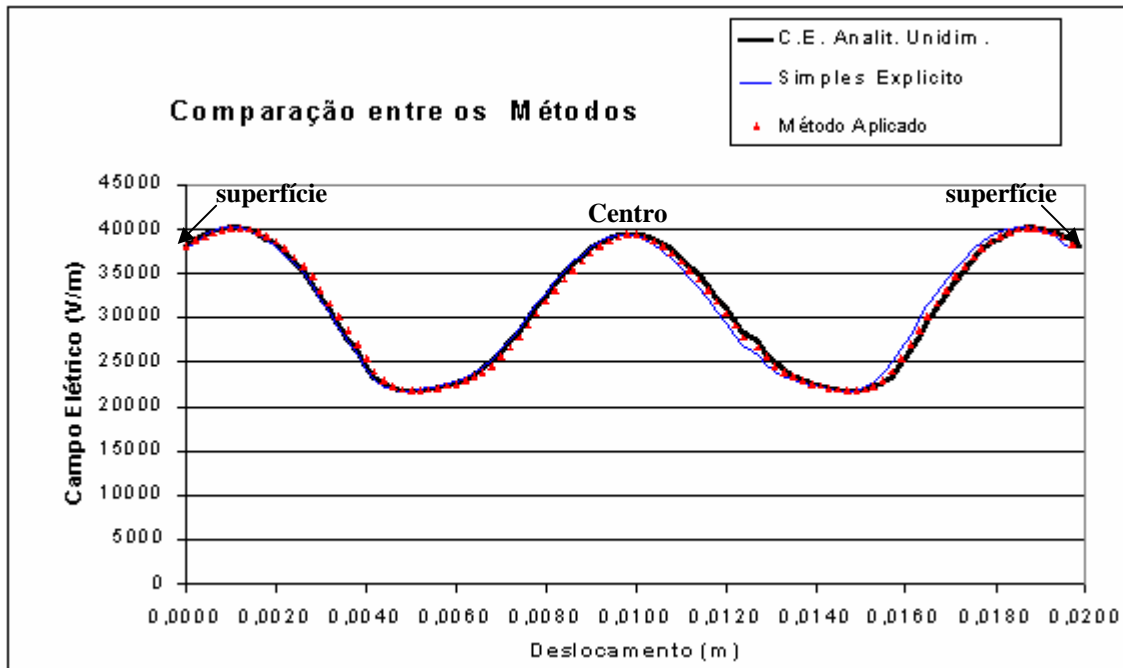


Figura 4.2 – Comparação entre os métodos analítico e numéricos para o cálculo do campo elétrico (CE).

#### a) Simulação analítica

Na simulação analítica foram utilizadas as equações (3.29). Como a irradiação é efetuada em duas faces opostas, aplicou-se a soma dos vetores, conforme a equação (3.30).

#### b) Simulações numéricas

A curva em cor azul da figura 4.2 foi produzida pelo Método Simplex Explícito de FDTD, levando em consideração o valor de  $\nu$ , que é chamado de número de Courant de malha, conforme a equação,

$$\nu = \frac{2\Delta t^2}{\mu(\varepsilon + 2\sigma\Delta t)\Delta r^2} > 1. \quad (4.1)$$

Os testes foram realizados em microcomputador Pentium IV de 1,6 GHz de frequência de “clock”, com 256 MB de memória RAM. A solução foi obtida em 16 horas de processamento, para 24 segundos de operação (processo), devido  $\Delta t$  ser muito pequeno, da ordem de  $10^{-11}$  s.

No Método de FDTD Simplex Explícito, empregado neste trabalho, fez-se uma pequena modificação no termo  $\bar{E}_i^n$  na equação (3.44), por uma média entre os valores preditos e o valor no tempo atual da seguinte forma:

$$E_i^n = \frac{1}{2} \left( \overline{E}_i^{n+1} + \overline{E}_i^n \right) \quad (4.2)$$

Da figura 4.2 pode-se notar a excelente concordância entre os resultados analíticos e numéricos dos Métodos Simples Explícito e Simples Explícito Modificado. Nos métodos numéricos foram usados 100 intervalos de subdivisões ( $\Delta x = 0,0002$  m).

No Método Simples Explícito o tempo de CPU foi de 16 horas, uma vez que  $\Delta t = 10^{-11}$ s. Vale salientar que um  $\Delta t$  pequeno proporciona um número muito grande de operações aritméticas e acarreta problemas na estabilidade do método.

Para o Método Simples Explícito Modificado, observou-se uma redução considerável no tempo de CPU, já que para 480 segundos de simulação operacional o tempo de processamento diminuiu para 13 segundos para o regime de excitação unidimensional. É importante comentar que o tempo de processamento varia segundo o tamanho do material e o regime de excitação. A modificação feita também proporcionou uma maior estabilidade no método.

A figura 4.2 mostra que os dois métodos produziram resultados próximos dos valores analíticos, comprovando (teoricamente) que o método modificado pode ser utilizado para o cálculo do comportamento do campo elétrico no interior de materiais dielétricos sujeitos a irradiação de microondas no regime unidimensional.

A permeabilidade magnética, como se está trabalhando com materiais biológicos, é considerada de valor igual ao do vácuo, logo o valor relativo considerado é igual a 1.

#### **4.1.2 – Materiais de Formato Cúbico**

Neste sub-item são apresentados os resultados das simulações utilizando o modelo desenvolvido neste trabalho. São simulados os comportamentos de magnitude do campo elétrico e perfis de temperatura para materiais de forma geométrica cúbica, cilíndrica e esférica, para os regimes de excitação uni, bi e tridimensional, sendo que, uma das suposições é de que o material é homogêneo. O regime unidimensional foi simulado para o cubo, cilindro e esfera, o bidimensional apenas para cubo e cilindros, enquanto que o tridimensional foi executado apenas para o cubo.

Nesta fase de experimentos incluiu-se a simulação com dois tipos de materiais orgânicos da classe dos alimentos: a batata e a banana, no objetivo de comparar os resultados de simulação.

As tabelas 4.3 e 4.4 apresentam dados da operação e algumas características físicas da batata.

Tabela 4.3 – Dados de entrada para a simulação da batata

<b>Dados de Operação</b>	
Potência útil (W)	880
Frequência (GHz)	2,45
Temperatura ambiente (°C)	25

Tabela 4.4 – Propriedades físicas da batata [63]-[65].

<b>Propriedade Física</b>	<b>a 27° C</b>
Calor específico (Ws/kg. K)	3.517
Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )	926,6
Umidade (% massa)	81,5
Condutividade térmica (W/m.K)	0,554
Difusividade térmica (m <sup>2</sup> /s)	1,7 x 10 <sup>-7</sup>
Permissiv. elétrica relativa	53 - j7,3

A seguir são apresentados alguns resultados de simulação do campo elétrico e de temperatura para os dois materiais, iniciando cada apresentação pela banana, sendo também tecidos alguns comentários.

A figura 4.3 configura a posição do eixo referencial que é utilizada para apresentação dos resultados.

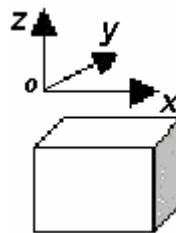


Figura 4.3 – Configuração da posição do eixo no material.

As figuras 4.4 e 4.5 mostram o comportamento simulado do perfil do campo elétrico para as excitações somente pelo lado direito (cor verde) e somente pelo lado esquerdo ( $x=0$ ), (cor vermelha) do cubo de banana.

As curvas foram simuladas para um intervalo de tempo,  $\Delta t$ , em que as alterações das propriedades físicas do material podem ser desconsideradas.

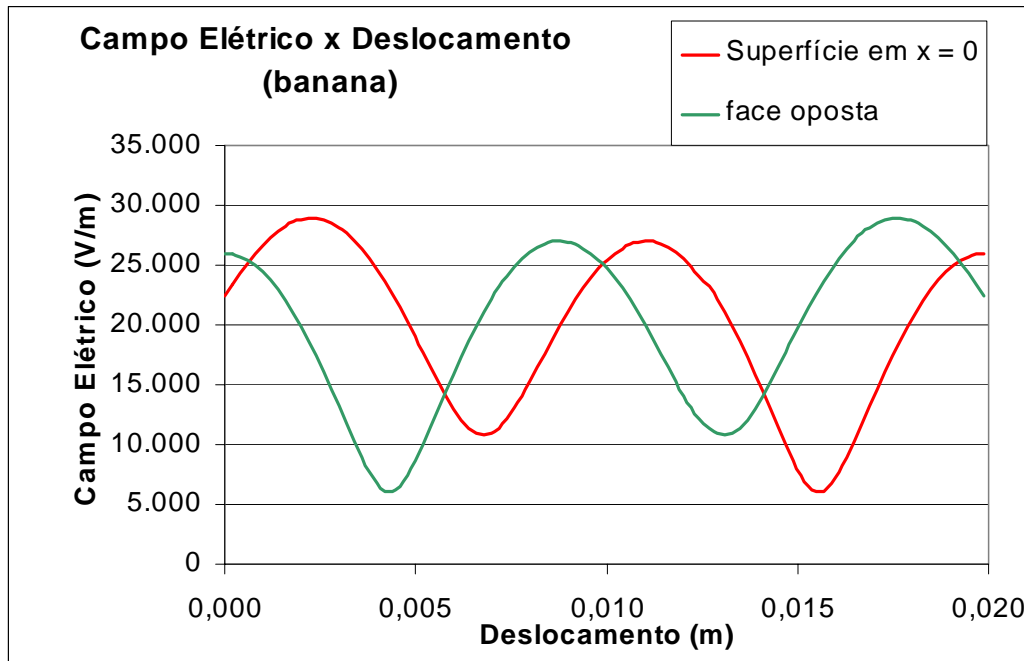


Figura 4.4 – Comportamento do campo elétrico no interior do material (banana), em regime de excitação unidimensional.

Os perfis obtidos da figura 4.4 mostram a amplitude do campo elétrico atenuando conforme a onda penetra no material.

Observou-se que, como o valor da profundidade de penetração da banana ( $\delta_b$ ), calculada segundo a equação 1.2, obtida para essas condições de trabalho, foi de  $\delta_b = 0,05$  m, portanto, a onda ultrapassa o corpo de 0,02 m, refletindo potência ao chegar na superfície oposta. Essa potência refletida irá somar-se à potência incidente ocasionando o padrão de interferência da figura.

O comprimento de onda ( $\lambda_b$ ) obtido na simulação foi de  $\lambda_b = 0,018$  m e, observando-se as curvas da figura 4.4, conclui-se que há coerência com o resultado.

A figura 4.5 compara as curvas da figura 4.4 com os dados simulados para uma excitação unidimensional, de acordo com os dados da tabela 4.1 e 4.2.

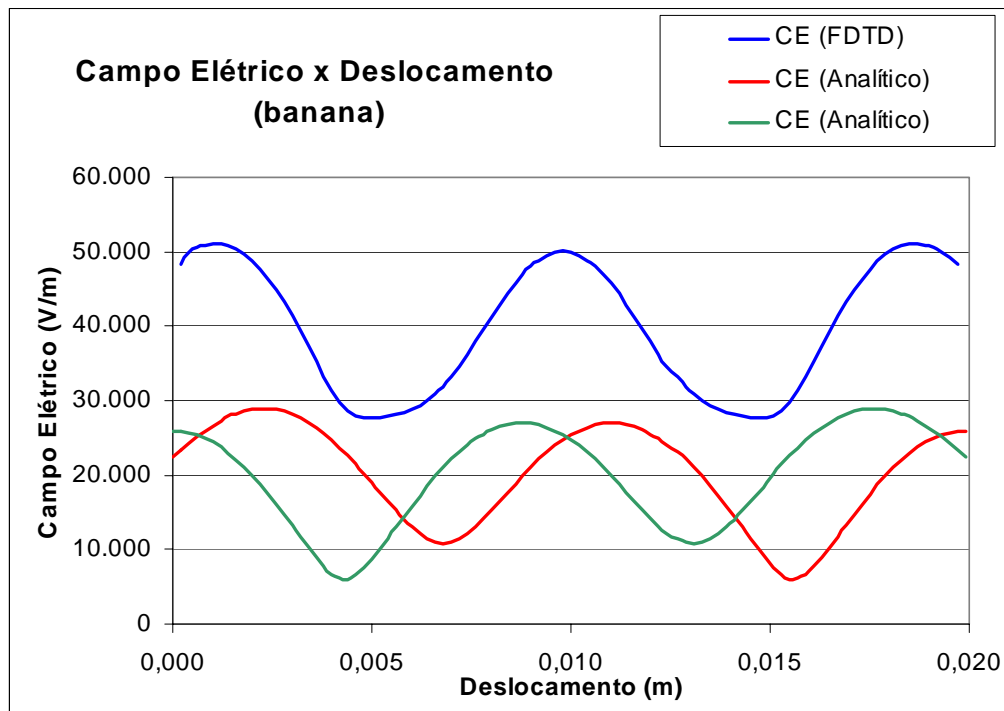


Figura 4.5 – Comportamento do campo elétrico (CE) dentro do cubo de banana.

As curvas em vermelho e verde representam o perfil do campo elétrico formado devido à excitação pelo lado esquerdo (curva em vermelho) e pelo lado direito (curva em verde) são calculadas analiticamente pelas equações (3.29) e (3.30). Observa-se que se forem somadas suas magnitudes, tem-se a curva superior em cor azul, representando o campo total no interior do material. Observa-se nas curvas inferiores o efeito da atenuação do campo elétrico quando sua amplitude decai conforme ele se desloca no material.

A figura 4.6 compara as curvas obtidas analiticamente para a excitação em uma face do cubo de cada vez, com os dados simulados para uma excitação unidimensional, de acordo com os dados das tabelas 4.1 e 4.2, sendo que essa mostra em diferentes cores, apenas a excitação para faces opostas do material.



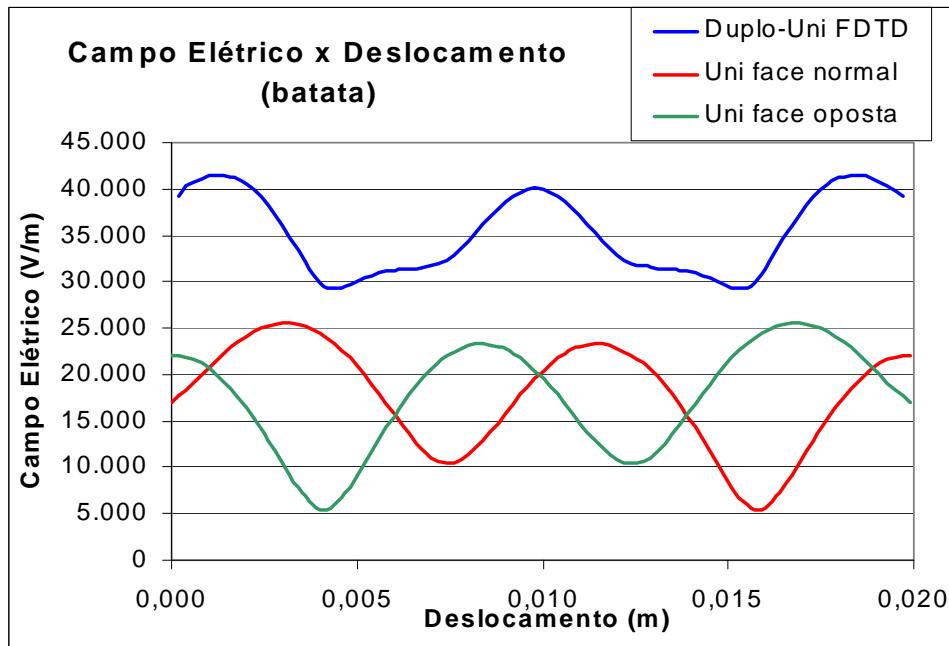


Figura 4.6 – Comportamento do campo elétrico dentro do cubo de batata.

Na figura 4.6, a legenda Duplo-Uni FDTD refere-se a uma excitação em duas faces opostas do cubo, com o perfil calculado em FDTD. O Uni face normal refere-se a uma excitação do lado direito e Uni face oposta, a excitação pelo lado esquerdo de um mesmo cubo, ambos calculados pelo método analítico.

Como a fator de perdas da batata é maior que o da banana (tabelas 4.2 e 4.4), a figura 4.6 mostra que há uma maior dissipação de energia na batata; por isso a amplitude do campo elétrico é sempre menor que no interior da batata. Além disso, tem-se que o coeficiente de reflexão, calculados segundo equação (3.15), nestas configurações de potência e frequência é, na batata  $\Gamma_{batata} = 0,76$  e na banana de  $\Gamma_{banana} = 0,75$ , logo há um acréscimo de magnitude no campo elétrico ao longo do corpo da batata um pouco mais acentuado que no da banana, lembrando que foi considerado apenas a reflexão de primeira ordem. A batata reflete mais potência, mas em compensação atenua mais ao longo do material, configurando um perfil de campo elétrico menor quando comparado com o perfil de campo elétrico da banana. Observando que os valores da tangente de perdas calculados conforme equação (1.4) para batata (0,1377), é maior que para a banana (0,1125), pode-se concluir que a batata absorve mais potência em seu interior.

A figura 4.7 representa o comportamento do campo elétrico no interior do material em função do tempo de excitação.

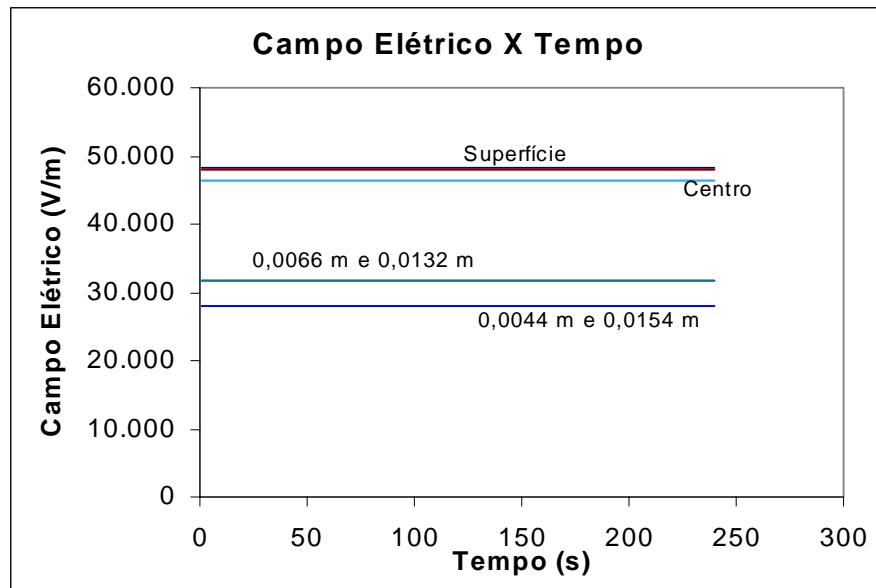


Figura 4.7 – Comportamento do campo elétrico em função do tempo (banana).

A figura 4.7 mostra que não houve alteração na magnitude do campo elétrico em função do tempo, pois o valor do campo elétrico na superfície, por suposição, não sofre alteração e a permissividade não foi considerada função da temperatura do meio. Para um resultado mais próximo da realidade as propriedades elétricas do meio devem ser consideradas funções da temperatura. O gráfico do comportamento do campo no interior da batata em função do tempo de excitação segue as mesmas características do perfil mostrado na figura 4.7.

#### 4.1.3 – Temperatura no Interior do Material

A temperatura no interior do material modifica-se conforme as propriedades físicas do mesmo e do tempo de atuação das microondas no corpo. Aqui apresentam-se alguns resultados obtidos da simulação para irradiação no regime de excitação unidimensional conforme a figura 4.1, para a banana e a batata.

A figura 4.8 representa a simulação do comportamento da temperatura no interior da batata:

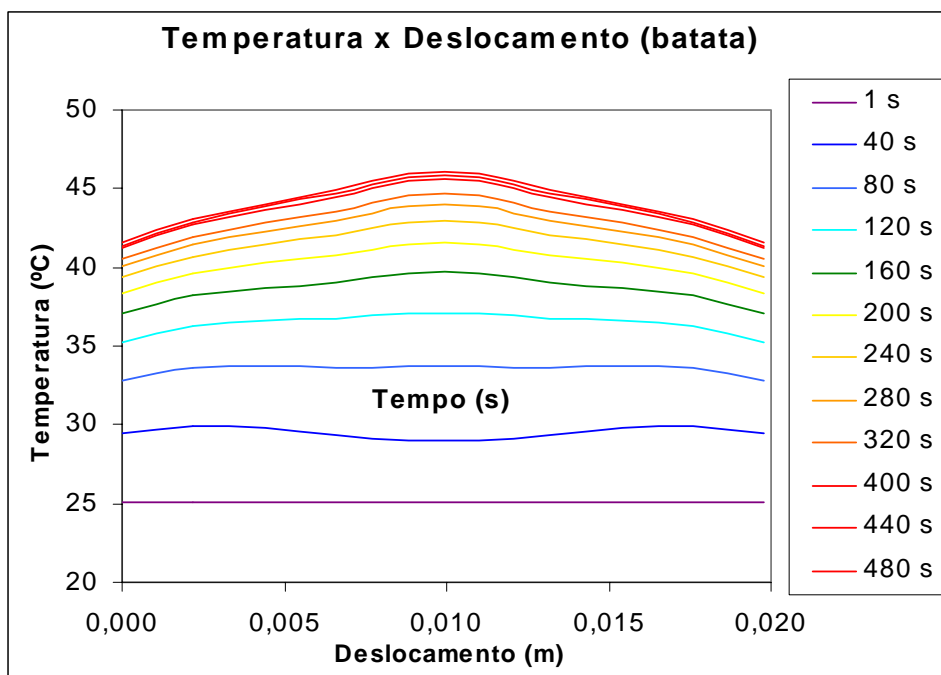


Figura 4.8 – Comportamento da temperatura em função da posição no interior do material.

De acordo com a simulação, observa-se pela figura 4.8 que o perfil de temperatura tende inicialmente a acompanhar o comportamento do campo elétrico, devido à potência dissipada no volume do material ser diretamente proporcional ao quadrado do campo elétrico. Nota-se também que a curva apresenta um aumento de temperatura próximo à interface matéria-ar, o que era esperado ocorrer, pois é onde ocorre a troca de calor com o meio externo.

Da figura 4.8 pode-se notar que nas regiões mais próximas da superfície existe uma maior dissipação de energia até  $t = 80$  s. Nessas regiões ( $0 < x < 0,05$  e  $0,015 < x < 0,02$ ) existe um fluxo de calor por condução tanto para o interior quanto para a superfície do corpo. A partir de aproximadamente  $t = 80$  s, a região  $0,005 < x < 0,015$  se apresenta com temperatura aproximadamente uniforme e o fluxo líquido de calor se dá para fora do corpo. É observado também que à medida que a energia eletromagnética vai se dissipando no interior do material, a temperatura do corpo vai aumentando devido a taxa de perda de energia (calor) para o meio externo ser menor que a energia gerada pelo efeito das microondas. Após um intervalo de tempo de atuação estas entram em equilíbrio térmico e a geração de calor iguala-se as perdas.

A figura 4.9 apresenta o comportamento da temperatura no interior da batata em função do tempo de excitação.

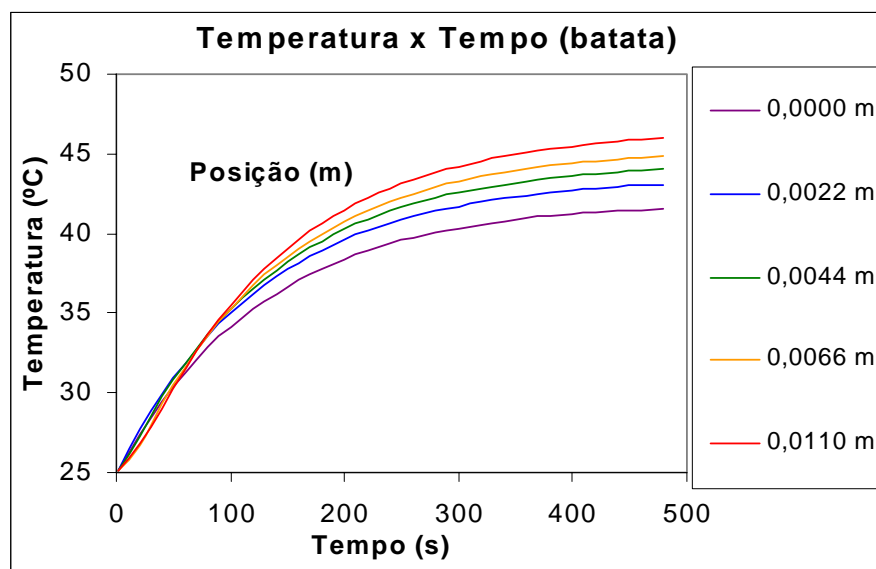


Figura 4.9 – Comportamento da temperatura no interior do cubo (batata) em função do tempo de operação.

A taxa líquida de irradiação ainda é pequena, devido à suposição da irradiação incidir somente em duas faces do cubo unidimensional. Nota-se, contudo, na figura 4.9, um crescimento da temperatura com o tempo, com tendência a entrar no regime de equilíbrio entre geração e perdas de calor. Observa-se também que não há grandes diferenças de temperatura entre pontos localizados no interior do material. Por exemplo, entre as curvas do centro e da superfície, a diferença é de 5 °C no final de  $t = 480$  s de simulação.

A figura 4.10 representa o comportamento da temperatura no interior da banana para uma simulação de 480 segundos.

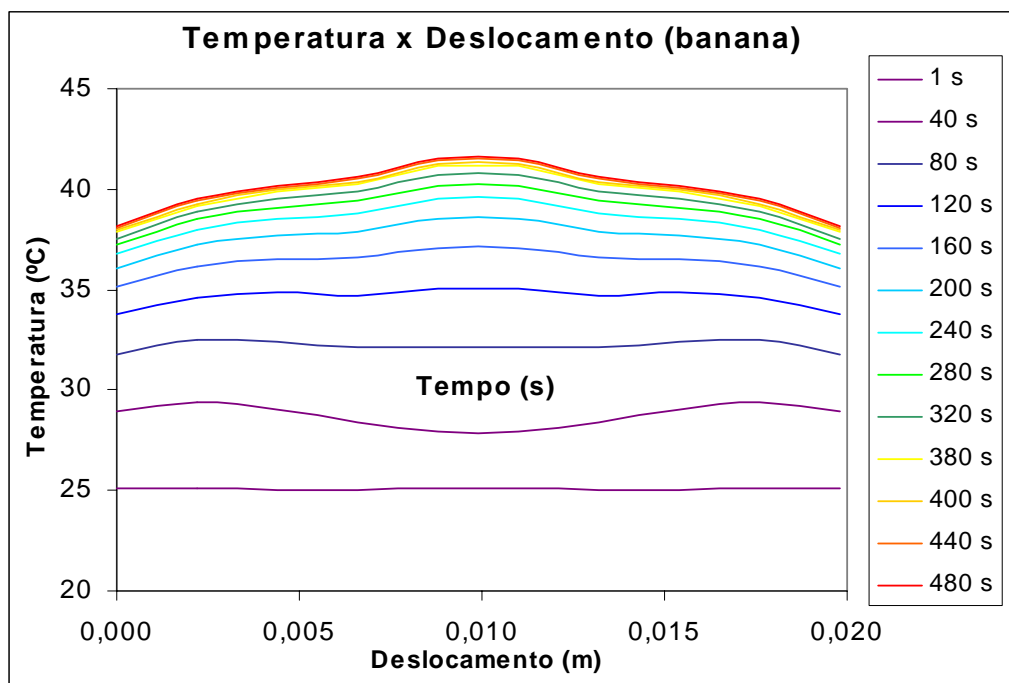


Figura 4.10 - Comportamento da temperatura em função da posição no interior do cubo (banana).

O comportamento da temperatura na figura 4.10 assemelha-se ao da figura 4.8, da batata, pois os dois produtos têm permissividades próximas e são de uma mesma classe de material, orgânico alimentar. Observa-se, porém, que a batata tem uma pequena diferença no perfil de aquecimento, um pouco mais acentuado, pois os valores de amplitude de campo elétrico são menores que os calculados para a banana; mas, como foi observado nas figuras 4.5 e 4.6, o campo é mais atenuado no interior da batata, que dissipa mais potência no seu interior quando comparado com a banana. Além disso, tanto o valor do termo dissipativo da permissividade da batata ( $j7,3$ ) quanto o fator de perdas calculado pela equação (1.4), 0,1377, são maiores que da permissividade da banana ( $j5,4$ ) e 0,1125 respectivamente, o que justifica a coerência dos resultados da simulação com a teoria.

A figura 4.11 mostra o comportamento da temperatura em função do tempo de excitação.

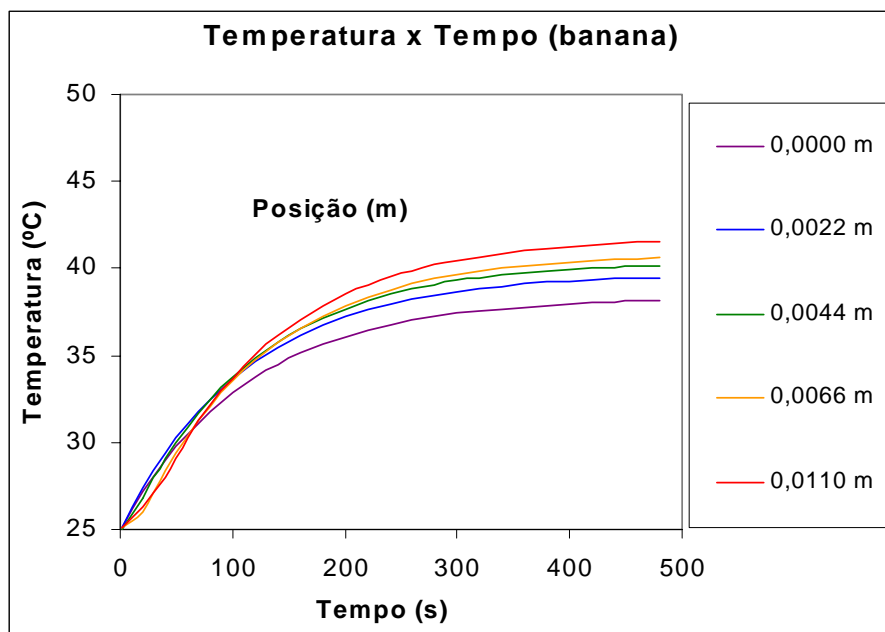


Figura 4.11 – Comportamento da temperatura no interior do cubo (banana) em função do tempo de operação.

Observam-se algumas diferenças de perfis ao longo do tempo para cada ponto. A curva em cor azul é o ponto mais próximo do centro e a curva em cor verde o ponto mais próximo da superfície. Elas mostram maiores diferenças entre os perfis, o que pode ser explicado pela figura 4.10, pois no início, até aproximadamente 33 segundos, a temperatura é menor no centro e ao final de 480 s é maior no centro do material.

Para melhor ilustrar os comportamentos da temperatura para a batata e a banana, variando no tempo e no espaço, produziu-se uma figura em 3D, com o objetivo de proporcionar uma melhor compreensão do fenômeno de aquecimento para os dois materiais em questão, (figuras 4. 12 e 4.13).

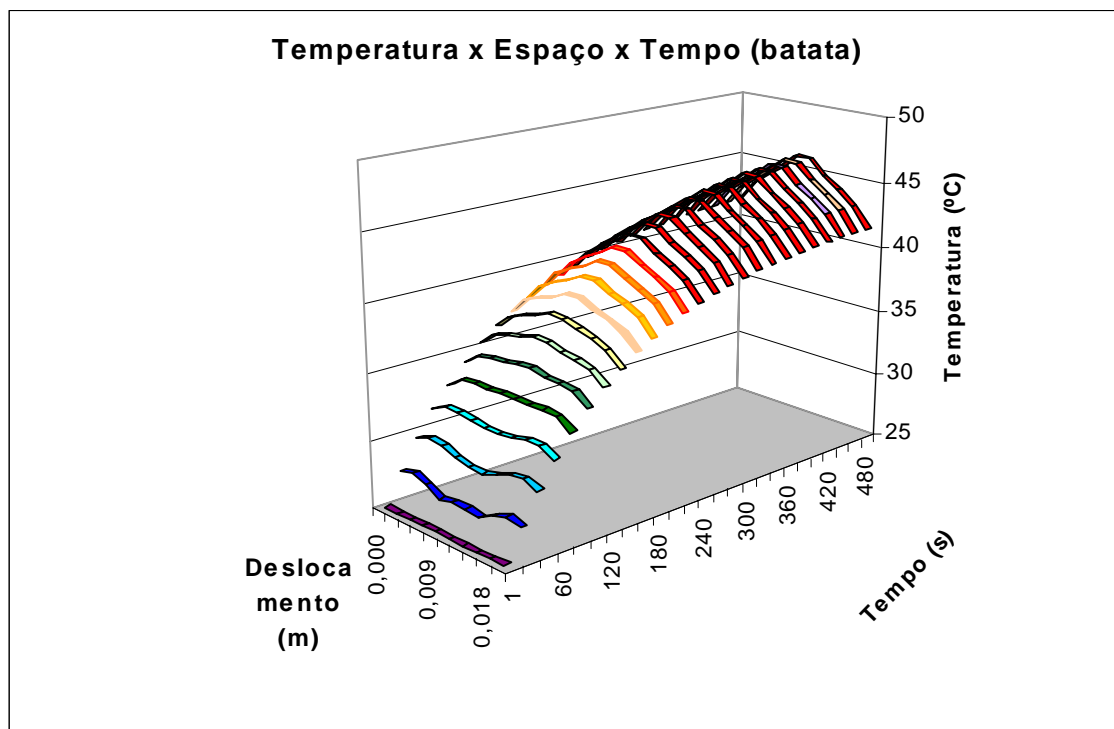


Figura 4.12 – Vista em 3-D do comportamento da temperatura no interior do cubo de batata no regime de excitação unidimensional.

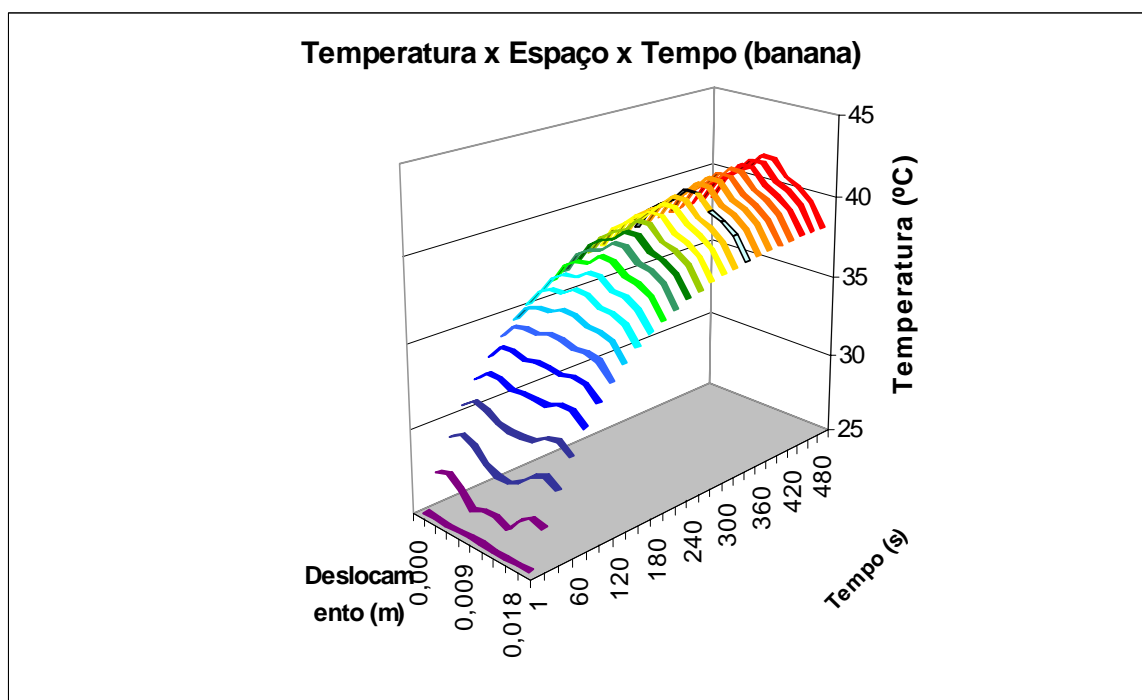


Figura 4.13 – Vista em 3-D do comportamento da temperatura no interior do cubo de banana no regime de excitação unidimensional.

#### 4.1.4 – Materiais de Formato Cilíndrico

Da mesma forma que no item anterior, são apresentados e analisados a seguir os resultados obtidos das simulações em corpos cilíndricos no regime de excitação unidimensional, conforme apresentado na figura 4.14, que ilustra a onda penetrando no material pela superfície lateral no sentido radial. A figura 4.15, mostra a posição, adotada, do eixo sobre o material cilíndrico que auxiliará na apresentação das figuras.

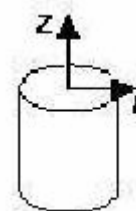
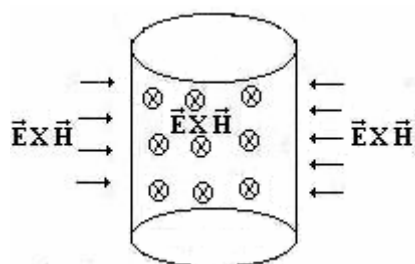


Figura 4.14 – Representação da incidência das ondas eletromagnéticas no material cilíndrico.

Figura 4.15 – Posição do eixo.

As figuras 4.16 e 4.17 mostram que o campo elétrico no centro depende da profundidade de penetração da onda eletromagnética.

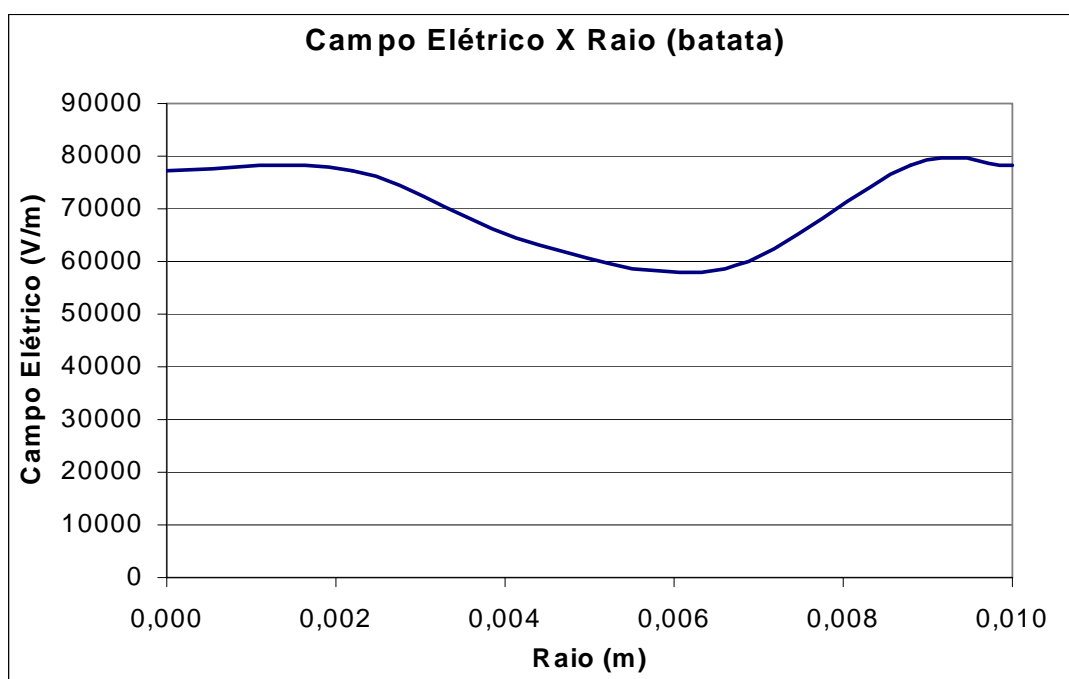


Figura 4.16 – Comportamento do campo elétrico dentro do cilindro de batata.



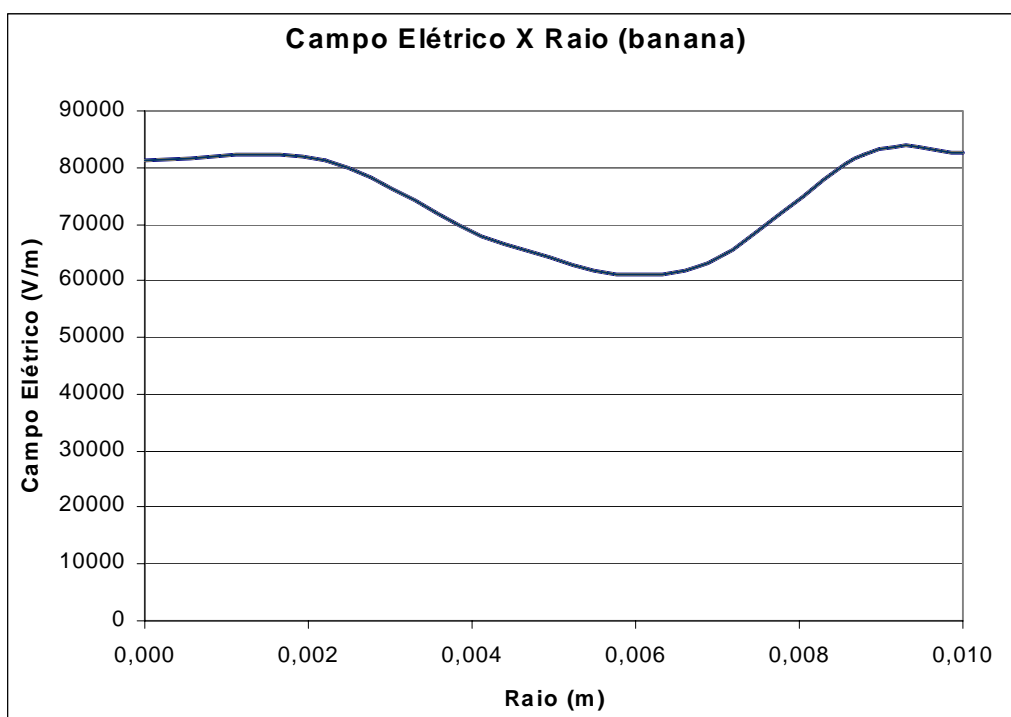


Figura 4.17 – Comportamento do campo elétrico dentro do cilindro de banana.

Neste caso, como o material tem diâmetro 0,02 m, menor que a profundidade de penetração da onda, 0,05 m, calculada a partir do inverso da equação (1.2), esta atravessa completamente o material e reflete para o interior parte da energia irradiada. No centro do material tem-se um ponto de simetria, pois uma das considerações iniciais é que a modelagem é voltada para materiais de formas geométricas simétricas. É importante salientar o efeito da reflexão, pois como a onda atravessa o material, o efeito da reflexão contribui bastante para o aumento de potência no meio material. No caso da banana o coeficiente de reflexão, calculado segundo a equação (3.15), é 0,75, .

As figuras 4.18 e 4.19, representam o comportamento da temperatura no interior da batata e no interior da banana, respectivamente. Esta simulação foi executada para 480 segundos de processamento.

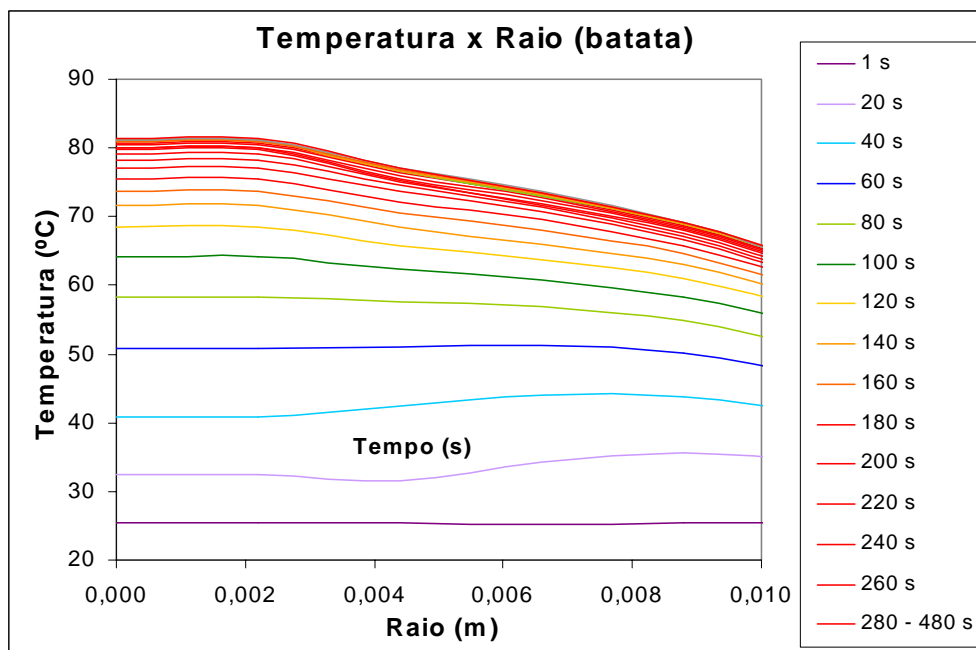


Figura 4.18 – Comportamento da temperatura em função da posição dentro da batata em forma cilíndrica.

Na figura 4.18 o formato do comportamento da temperatura ocorreu devido à largura do corpo. Quanto maior a largura, menor é a temperatura no centro, o que está relacionado com a profundidade de penetração da onda. A temperatura tende a diminuir no centro para uma mesma potência se for aumentada a largura do corpo. Se o raio do corpo for maior que a profundidade de penetração da onda não há geração de calor no centro, e irá ocorrer a transmissão de calor apenas por condução. Se se comparar a figura 4.18 com a figura 4.8, verifica-se que há uma diferença de temperatura de cerca de 14 °C entre a temperatura da superfície e do centro do material na figura 4.18, enquanto que na figura 4.8 essa diferença é apenas de cerca de 5 °C.

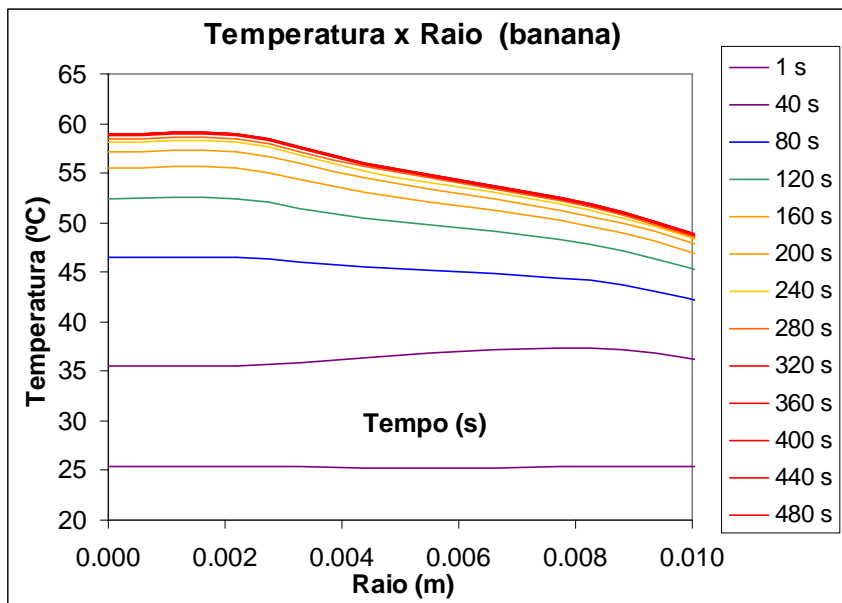


Figura 4.19 – Comportamento da temperatura em função da posição dentro da banana em forma cilíndrica.

Pode-se observar nas figuras 4.16 a 4.19, que, segundo os resultados de simulação, uma maior quantidade de potência líquida é absorvida na batata. Acompanhando-se o comportamento dos perfis de campo elétrico para os dois materiais, pode-se observar que a amplitude assume maiores valores para a amostra de banana, como já analisado anteriormente, mas as propriedades físicas, condutividade elétrica ( $\sigma = 2\pi f \epsilon_0 \epsilon''$ ), difusividade térmica ( $\alpha$ ) e a condutibilidade térmica ( $k$ ), que podem ser encontrados nas tabelas 4.2 e 4.4, que contribuem diretamente para a dissipação e difusão de energia são maiores para a batata ( $\sigma = 0,995$  s/m,  $\alpha = 1,7 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s e  $k = 0,554$  W/m K), a 25 °C, do que para a banana ( $\sigma = 0,736$  s/m,  $\alpha = 1,18 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s e  $k = 0,481$  W/m K), a 25 °C, ocasionando uma distribuição de temperatura maior no interior da batata quando comparada com a distribuição de temperatura no interior da banana, como mostram as figuras 4.18 e 4.19.

Nas figuras 4.20 e 4.21 pode-se observar os perfis de temperatura ponto a ponto no interior do material. Pode-se observar que há um momento em que irá acontecer o equilíbrio térmico, quando as perdas se igualam à geração. Na banana, a faixa de equilíbrio ocorre em um tempo menor, em comparação com a geração de calor no interior da batata, porque dissipa menos potência em seu meio.

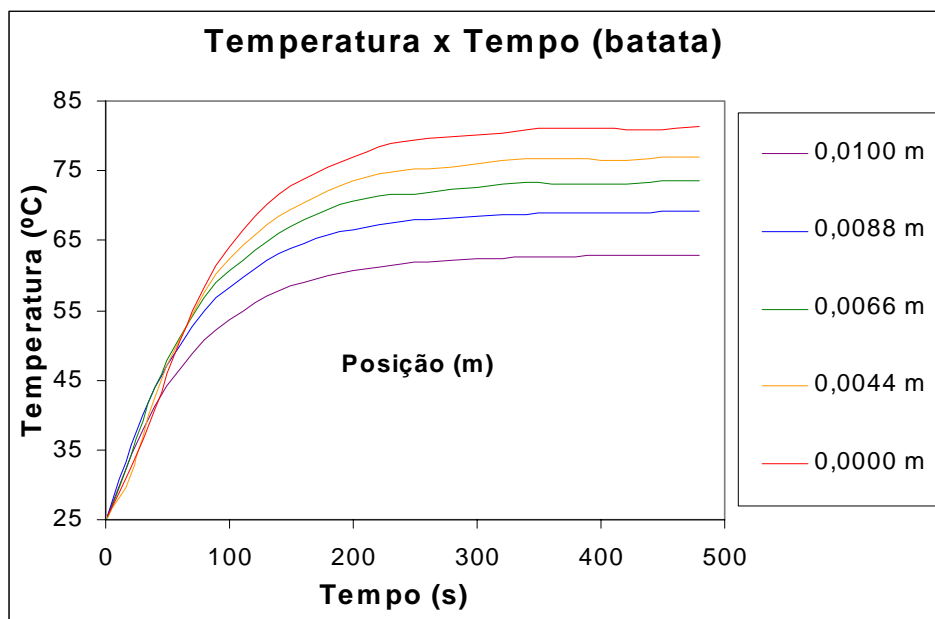


Figura 4.20 – Comportamento da temperatura em função do tempo dentro da batata em forma cilíndrica.

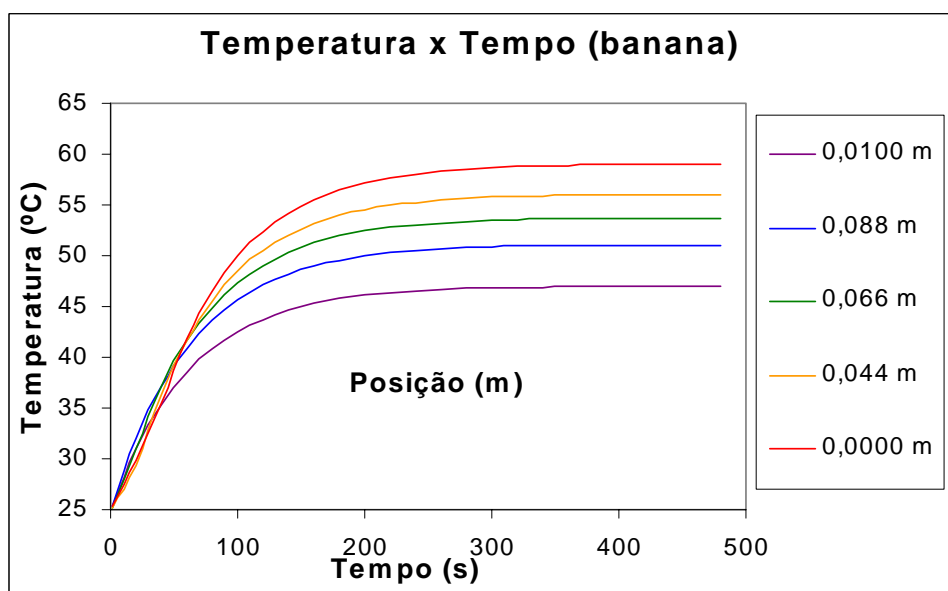


Figura 4.21 – Comportamento da temperatura em função do tempo dentro da banana em forma cilíndrica.

O comportamento da temperatura no centro do material é representado pela curva em cor azul.

#### 4.1.5 – Materiais de Formato Esférico

Para complementar, apresentam-se alguns resultados simulados, somente para a batata em formato esférico, mantendo-se as características quanto ao tamanho, potência da irradiação e frequência da onda.

Observa-se na curva da figura 4.22 um comportamento característico dos demais perfis apresentados anteriormente. A amplitude do campo elétrico na superfície aproxima-se do valor da amplitude no centro, isso é devido às características dielétricas do material e o tamanho deste ser menor que a profundidade de penetração. A potência líquida refletida é maior na superfície do material sendo atenuada no sentido do centro. Esta potência refletida é somada às potências incidentes, ocasionando um aumento considerável de potência nessa região, contribuindo para caracterizar o formato da curva.

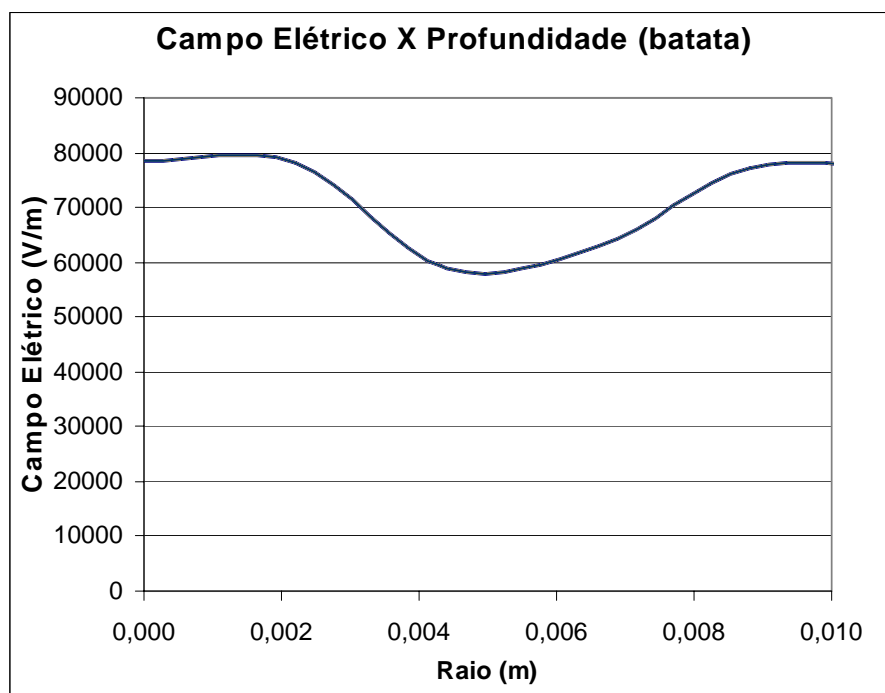


Figura 4.22 – Comportamento do campo elétrico dentro da batata em forma esférica.

Nas figuras 4.23 e 4.24 pode-se observar os perfis de temperatura ponto a ponto no interior do material.

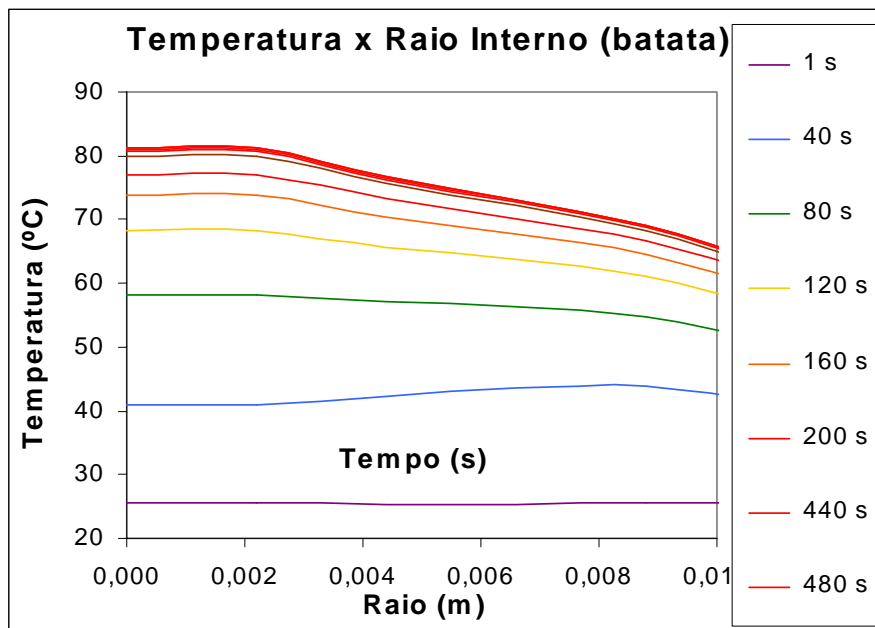


Figura 4.23 – Comportamento da Temperatura dentro da batata em forma esférica.

Na figura 4.23 nota-se, também o breve decaimento na temperatura da superfície, pois ali está ocorrendo uma troca de calor com o meio externo, assim como há influência do exaustor que ajuda na retirada de ar úmido e resfria a superfície.

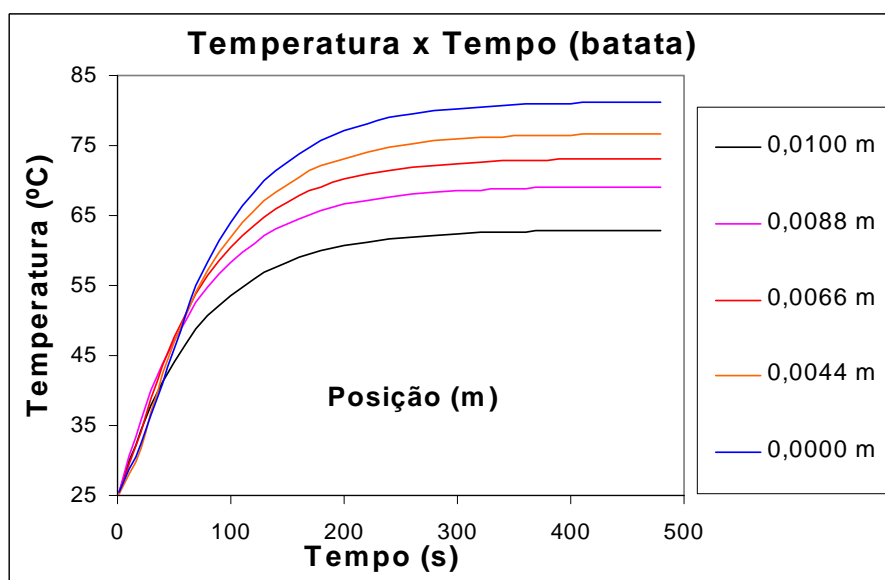


Figura 4.24 – Comportamento da Temperatura dentro da batata em forma esférica.

Observa-se um comportamento peculiar ao das curvas de aquecimento; no centro existe maior geração de calor devido ao ponto de simetria  $\left(\frac{dT}{dr} = 0\right)$  e há uma tendência ao regime de equilíbrio entre a geração e as perdas.

## 4.2 – Resultados para Excitação Bidimensional

Apresentam-se a seguir resultados simulados, agora para o caso de excitação bidimensional, continuando como dados de entrada as características físicas das mesmas matérias-primas, batata e banana. Da mesma forma que no item anterior, são apresentados e analisados os resultados obtidos das simulações em corpos cúbicos com excitação bidimensional, conforme apresentado na figura 4.25, que ilustra a onda penetrando no material por quatro faces do cubo. É mostrada, ainda, a posição adotada do eixo sobre o material cilíndrico que auxiliará na apresentação das figuras.

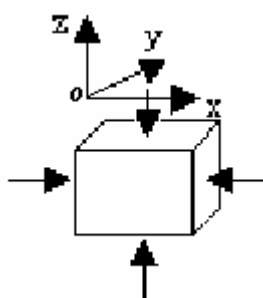


Figura 4.25 – Configuração simulada da excitação e posicionamento do eixo.

Da mesma forma que no caso unidimensional, apresenta-se a comparação entre resultados analíticos e numéricos para uma excitação bidimensional.

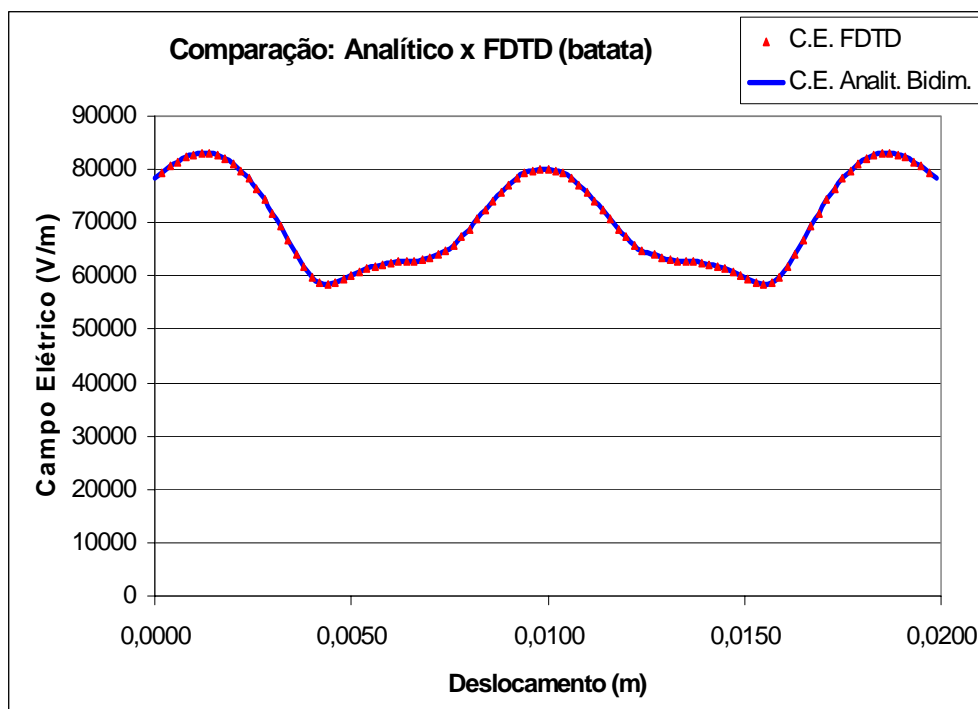


Figura 4.26 - Comparação entre os resultados analítico e numérico para excitação bidimensional.

Os resultados da simulação para o campo elétrico sem variação no tempo, obtido pelo método apresentado neste trabalho foram comparados com a solução analítica obtida para um instante “t”, gerando as curvas da figura 4.26 que mostram muito boa concordância. Sendo os resultados obtidos para corpos simétricos cúbicos, pode-se dizer que os valores de magnitudes são de mesmo valor nos outros pontos simétricos opostos do material. A curva para o caso analítico foi obtida de maneira semelhante ao caso unidimensional, considerando-se a superposição dos campos em ambas as direções.

#### 4.2.1 – Campo Elétrico no Interior de Materiais de Formato Cúbico

Apresentam-se a seguir resultados simulados para materiais cúbicos e cilíndricos no regime bidimensional, dando continuidade às simulações executadas para a banana e a batata.

A figura 4.27 apresenta o comportamento da amplitude do campo elétrico para 480 segundos de excitação bidimensional.

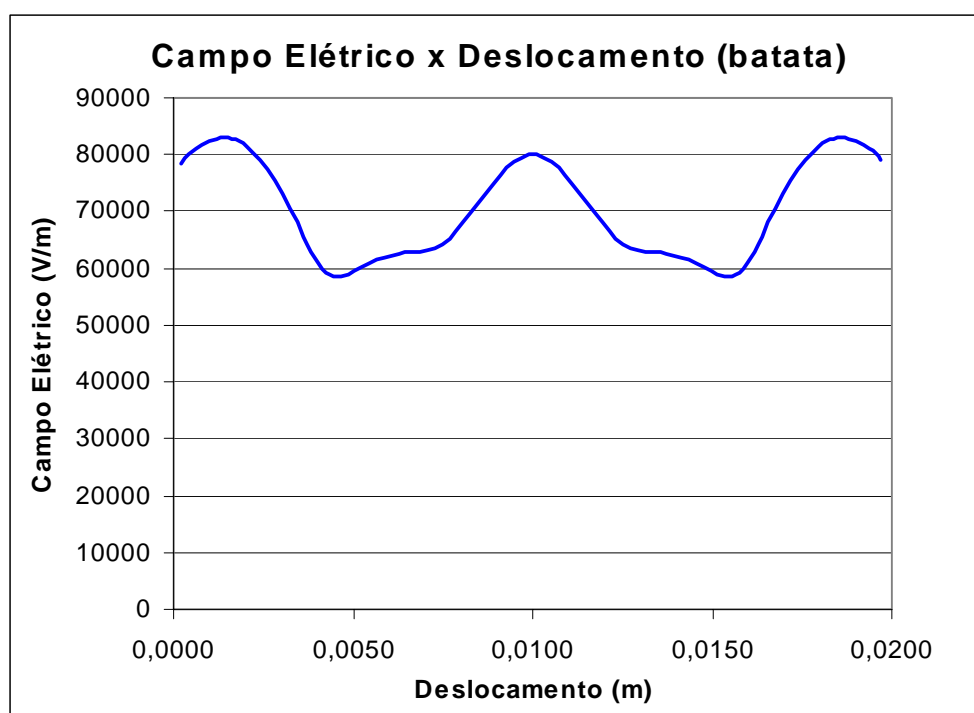


Figura 4.27 - Comportamento do campo elétrico dentro da batata em forma cúbica.

Na figura 4.27 observa-se a variação da magnitude do campo elétrico em cada posição do sólido. Não houve nenhuma variação do campo elétrico com o tempo de exposição à irradiação, pois se tem valores independentes da temperatura, para a permissividade elétrica



real e imaginária, assim como para as outras propriedades físicas do corpo. Logo, se essas grandezas não se alteram com a temperatura durante o aquecimento, é de se esperar que a magnitude do campo elétrico se mantenha constante com relação ao tempo de atuação das microondas. Se os valores das permissividades real e imaginária fossem medidas em função da temperatura, poderia ser observado o fenômeno da variação do comportamento do campo elétrico com o tempo em cada ponto do material.

A figura 4.28 apresenta o perfil da amplitude do campo elétrico gerada pelo método FDTD e as curvas geradas pelo método analítico.

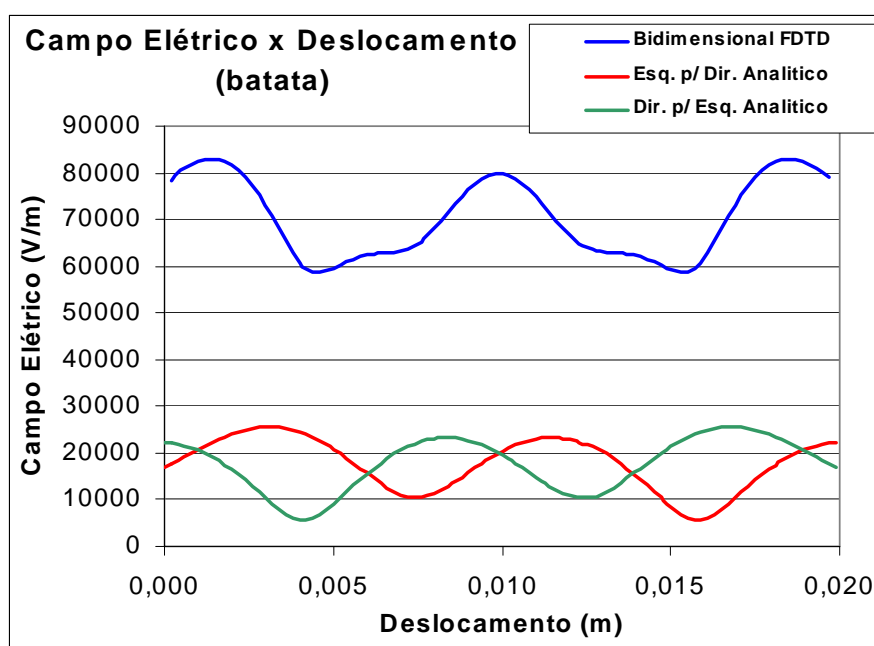


Figura 4.28 – Comportamento do campo elétrico dentro da batata em formato de cubo.

Na figura 4.28 a legenda Bidimensional FDTD refere-se a uma excitação nas faces opostas do cubo, com o perfil calculado em FDTD. O Esq. p/ Dir. Analítico (curva em cor vermelha) refere-se a uma excitação do lado esquerdo e Dir. p/ Esq. Analítico (curva em cor verde), à excitação pelo lado direito de um mesmo cubo, ambos calculados pelo método analítico.

Nota-se que a amplitude da curva por FDTD para excitação bidimensional é igual a duas vezes a soma da analítica em uma mesma posição do material.

$$E_{i(\text{numérico})} = 2 \left[ E_{i(\text{analítico})}^{+} + E_{i(\text{analítico})}^{-} \right]. \quad (4.3)$$

A seguir apresentam-se os mesmos valores de amplitudes de campo elétrico mostrado na figura 4.28, em função do tempo de excitação.

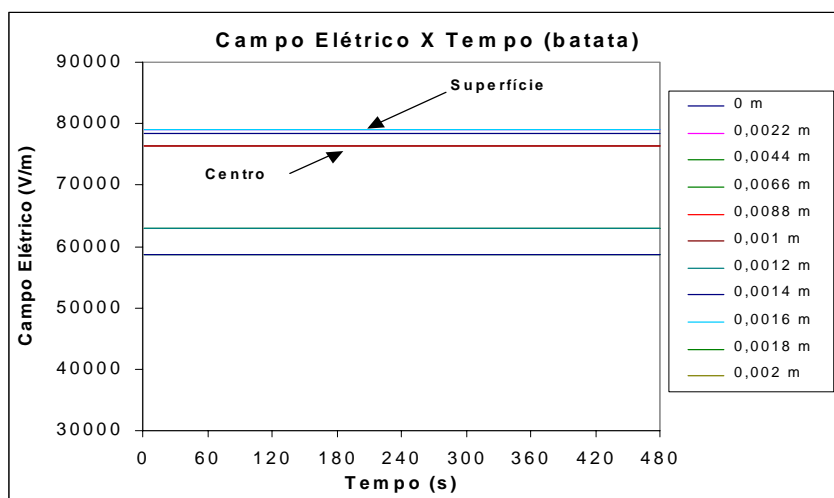


Figura 4.29 – Comportamento do campo elétrico em função do tempo de excitação.

Na figura 4.29 pode-se observar melhor o campo elétrico em função do tempo de operação de aquecimento. Observa-se que se têm valores simulados, de acordo com o comportamento físico esperado (sem variação do campo elétrico), evidenciando que o método de solução numérica empregado é estável quanto à variável temporal.

A figura 4.30 apresenta o comportamento simulado da amplitude do campo elétrico para 480 segundos de excitação bidimensional para uma amostra de banana.

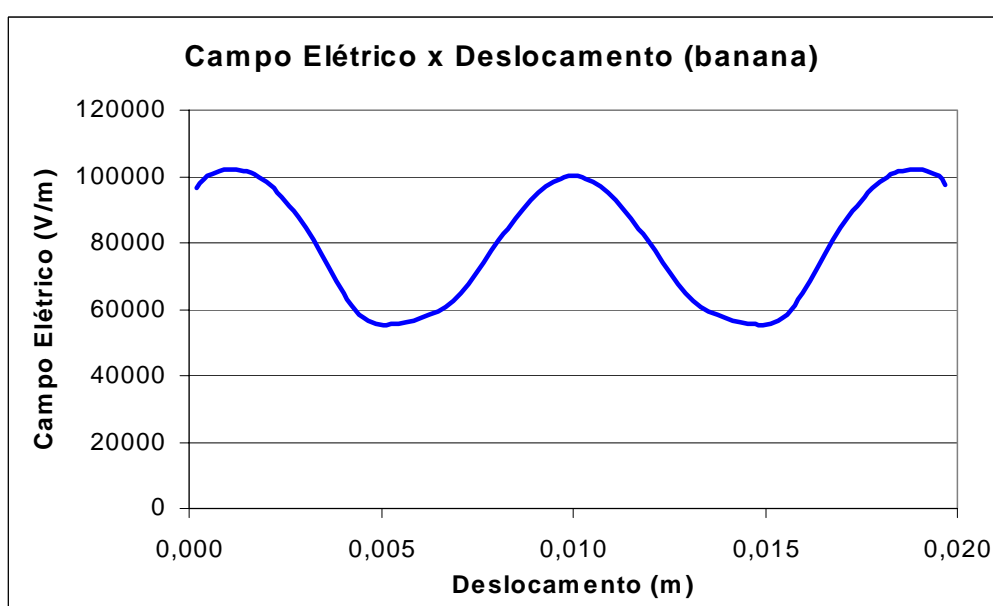


Figura 4.30 – Comportamento do campo elétrico dentro da banana na forma cúbica.

O mesmo comportamento quanto à variável tempo ocorreu com a banana; segue-se, então, a mesma análise para a Figura 4.31.

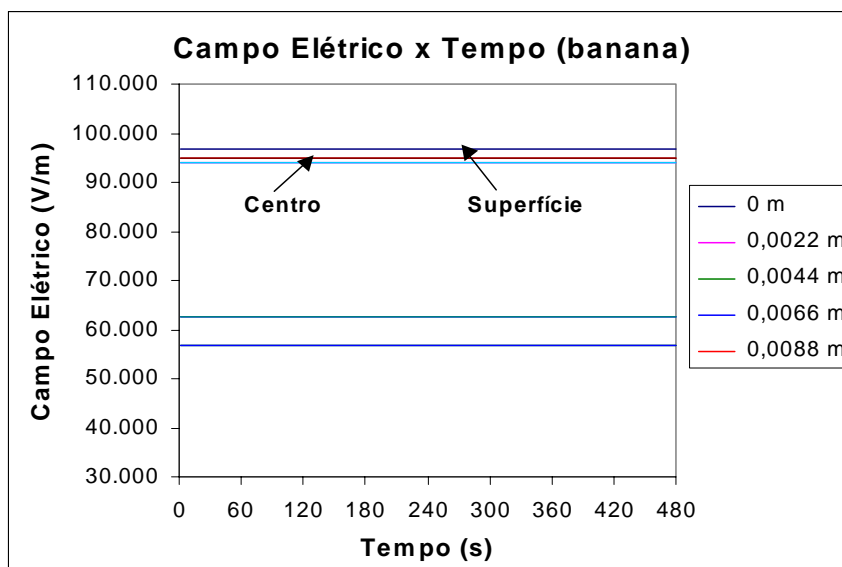


Figura 4.31 – Comportamento do campo elétrico em função do tempo de excitação.

A figura 4.31 mostra o mesmo comportamento físico entre a amostra de banana e a amostra de batata, observando-se que na banana a amplitude de campo elétrico é um pouco maior, isso devido à tangente de perdas desta ser menor em comparação com a da batata. Observa-se que potência refletida para o interior da banana é maior que no caso da batata devido à atenuação do campo elétrico ser menor, e devido a isso, o campo elétrico assume valores maiores de magnitudes.

#### 4.2.2 – Temperatura no Interior de Materiais de Formato Cúbico

A seguir apresentam-se alguns resultados da simulação para a temperatura. Observa-se um comportamento idêntico ao já notado no item anterior, com a diferença de que, como agora, a irradiação procede de quatro faces do material cúbico, a tendência é que as temperaturas apresentem maiores valores.

A figura 4.32 apresenta a variação da temperatura em função da posição na amostra de batata segundo esquema apresentado na figura 4.25.

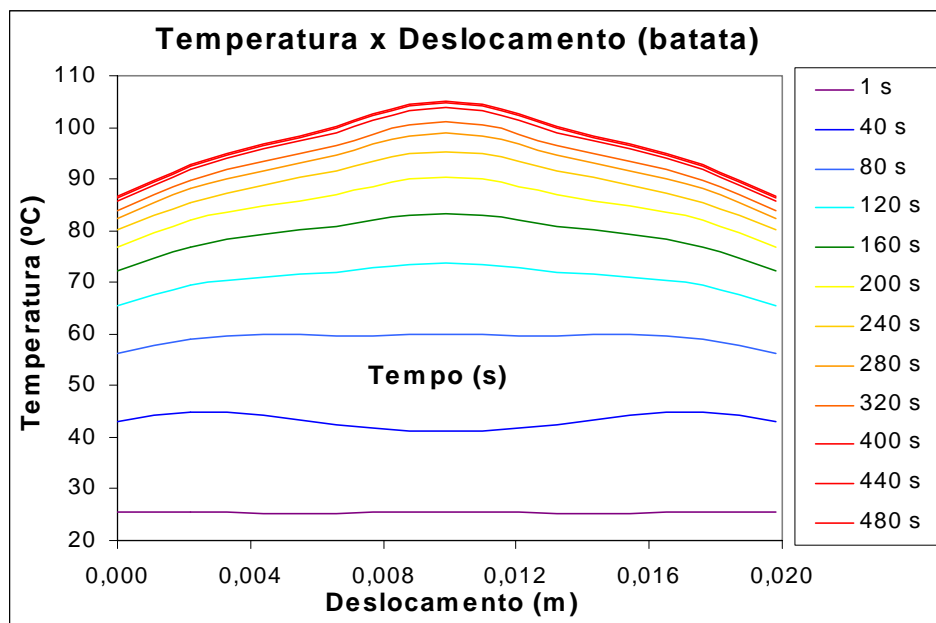


Figura 4.32 – Comportamento da temperatura dentro da batata na forma cúbica.

O perfil é modelado conforme as operações empregadas no processo de secagem. Como exemplo cita-se o breve decaimento na temperatura da superfície, onde há a troca de calor com o meio externo. O exaustor ajuda na retirada de ar úmido e resfria a superfície, influenciando na queda de temperatura na superfície material-ar.

Apresenta-se, em seguida, a figura 4.33, que mostra a temperatura da amostra de batata em função do tempo, conforme a posição no seu interior;

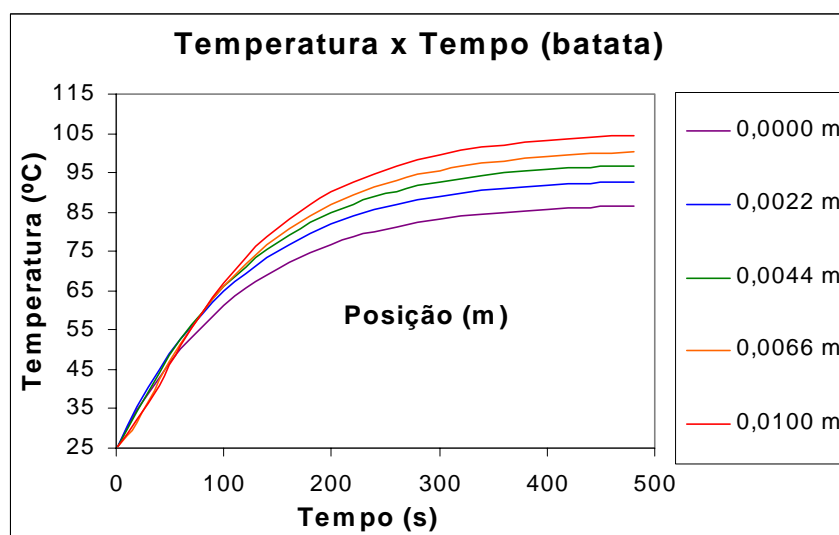


Figura 4.33 – Comportamento da temperatura em função do tempo de excitação.

Verifica-se o aumento de temperatura com relação aos valores no regime de excitação unidimensional, para uma mesma potência irradiada.

A figura 4.34 representa o comportamento da temperatura no interior da amostra da banana para a excitação bidimensional.

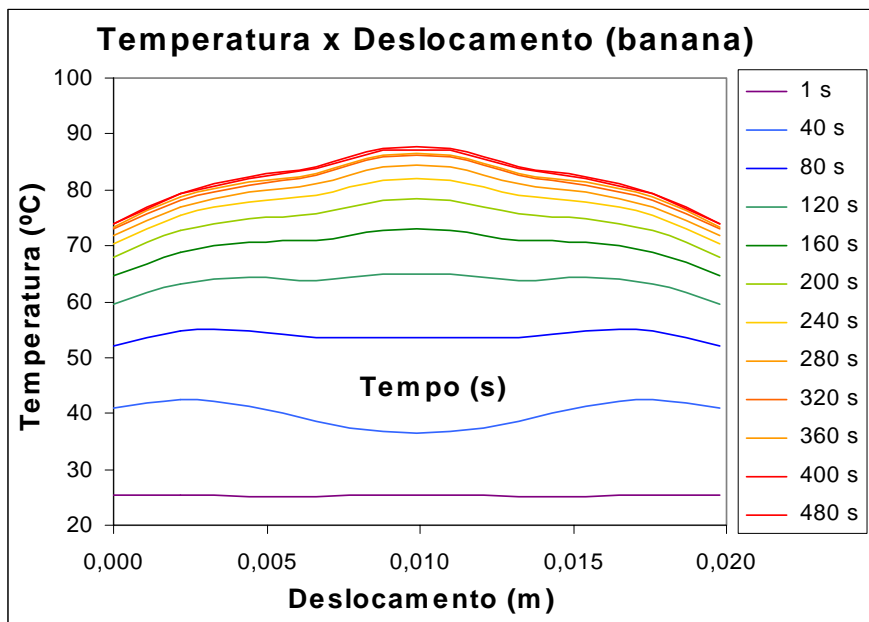


Figura 4.34 – Comportamento da temperatura dentro da banana na forma cúbica.

Nota-se, também, a influência da troca de calor convectiva na superfície do corpo que ocorre devido à troca de calor com o meio externo, e a exaustão que ajuda na retirada de ar úmido e resfria a superfície, influenciando na queda de temperatura e no equilíbrio térmico. No centro observa-se o mesmo comportamento, quando comparado à Figura 4.32.

A figura 4.35 esboça os perfis de temperatura simulados no interior da amostra de banana em cada posição.

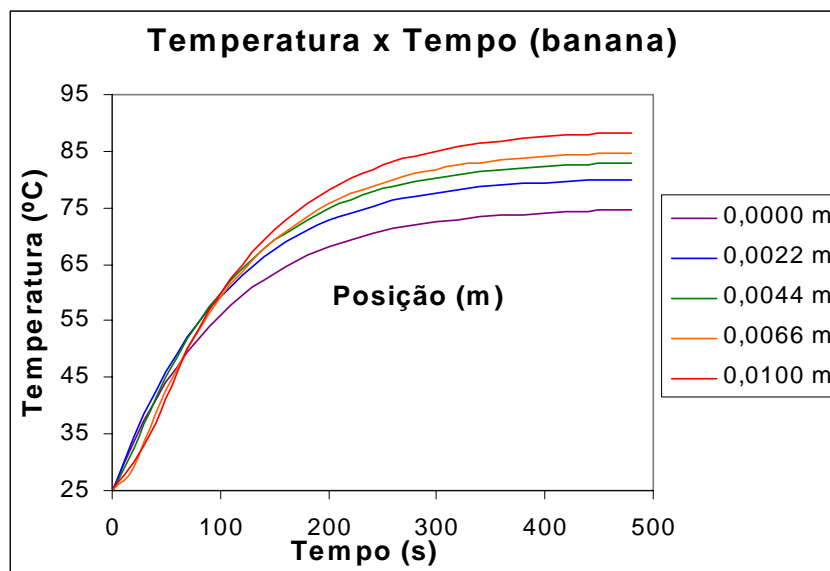


Figura 4.35 – Comportamento da temperatura dentro do cubo de banana em função do tempo.

Como era esperado, verifica-se, também, o aumento de temperatura com relação aos valores do caso da excitação unidimensional, para uma mesma potência irradiada.

As figuras 4.36 e 4.37 ilustram os resultados em 3-D, da temperatura em função do tempo e do espaço simultaneamente, para as amostras de batata e banana, respectivamente na forma cúbica.

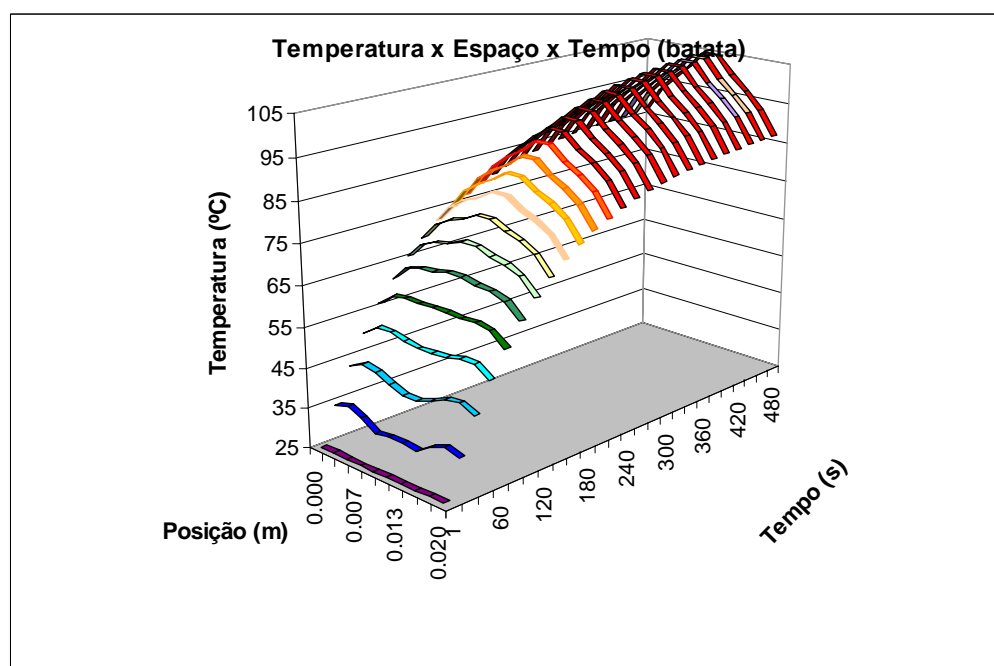


Figura 4.36 – Campo de temperatura em função do tempo e da posição para a batata.

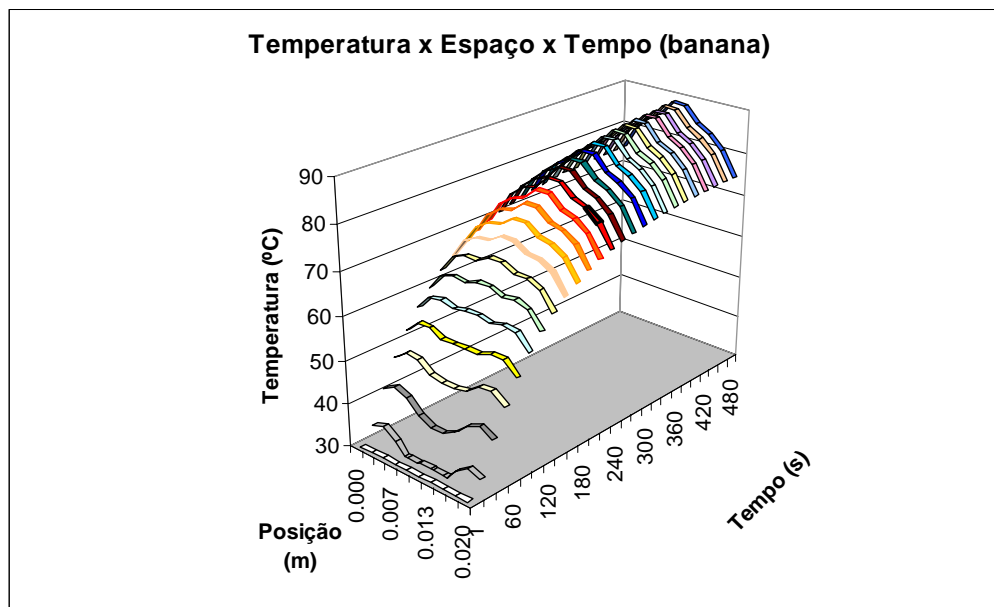


Figura 4.37 – Campo de temperatura em função do tempo e da posição para a banana.

### **4.3 – Resultados Experimentais para Excitação Bidimensional para Cilindros e Tridimensionais para Cubos**

Neste item são apresentados alguns resultados experimentais de aquecimento por microondas e também da operação de secagem por microondas. São comparados os dados medidos com os resultados simulados pelo método de FDTD.

#### **4.3.1 – Aquecimento por Microondas**

Foram realizados ensaios objetivando a coleta de dados de temperatura na superfície e no interior do material. Os experimentos foram realizados com a banana e a batata. As amostras foram moldadas nos formatos cúbicos e cilíndricos para a batata e somente cilíndricos para a banana, com os mesmos dados de entrada e dimensões usadas nas simulações anteriores para excitação unidimensional. Esses dados podem ser conferidos nas tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.

As figuras 4.38 a 4.42 apresentam exemplos de experimentos realizados.

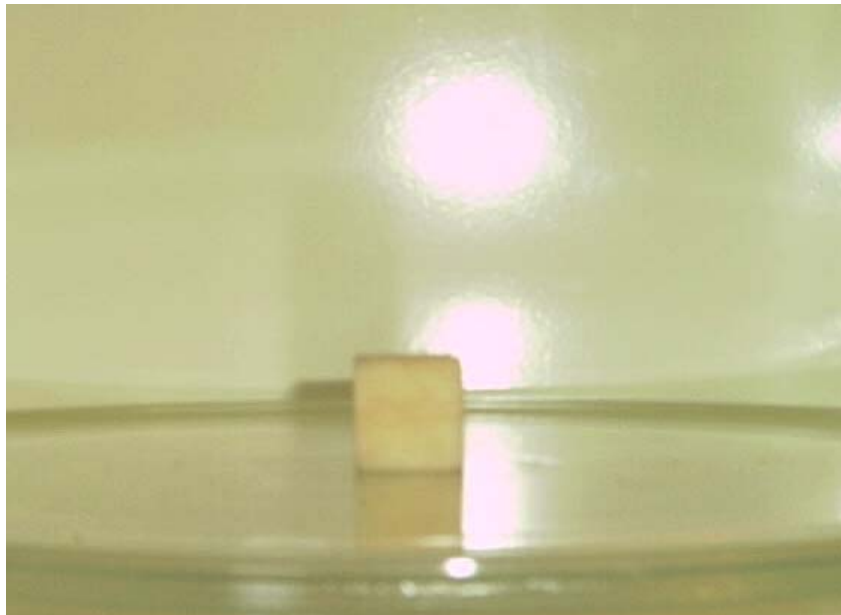


Figura 4.38 – Amostra cúbica de batata.





Figura 4.39 – Detalhe da medição no interior da batata.

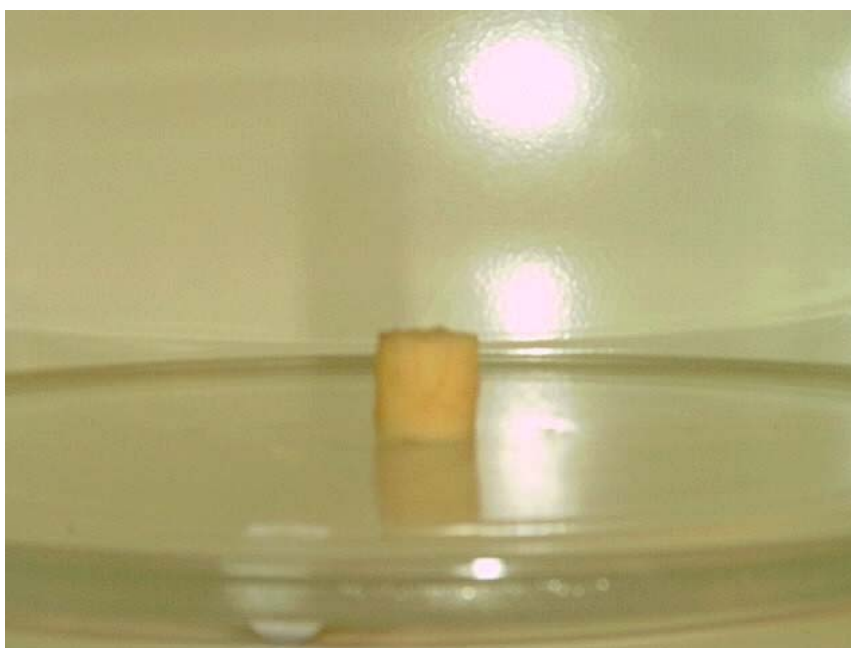


Figura 4.40 – Amostra cilíndrica da batata.

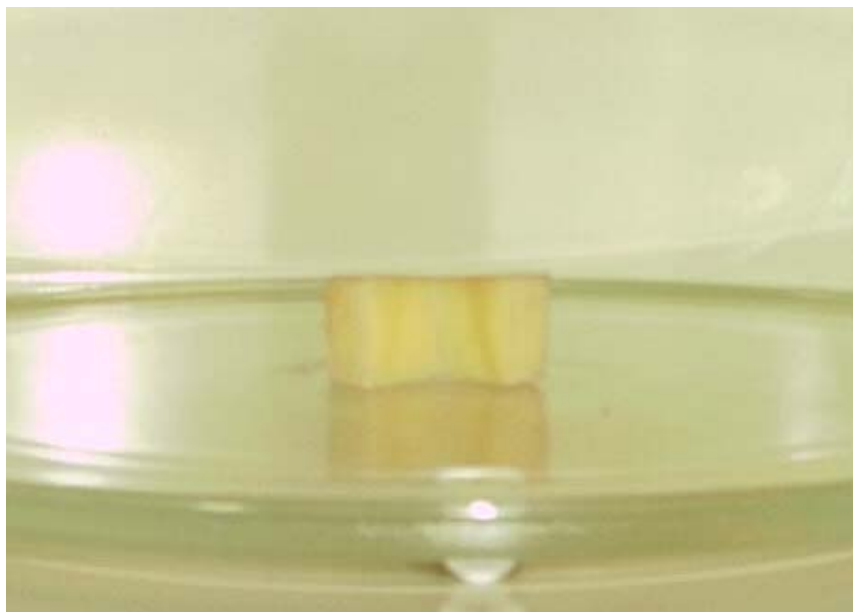


Figura 4.41 – Detalhe sobre a medição da temperatura no interior da amostra.

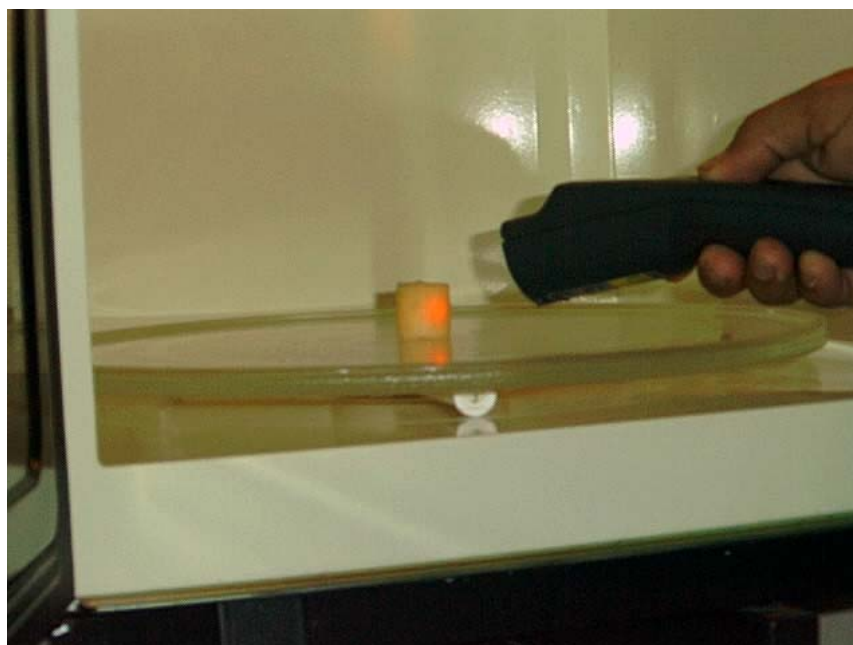


Figura 4.42 – Demonstração da medição da temperatura.

Utilizou-se nos ensaios um forno de microondas doméstico. A potência útil do forno foi medida experimentalmente aplicando-se a equação básica da calorimetria [55], resultando em 880 W. As medições de temperatura foram realizadas com um termômetro com sensor infravermelho, sendo as leituras feitas assim que cessava a operação de aquecimento por microondas; abria-se a porta do forno e posicionava-se o laser do termômetro sobre o

material; media-se a temperatura e descartava-se a amostra; esperava-se o interior do forno retornar à temperatura ambiente, e prosseguia-se o ensaio com outra amostra nova. Para cada material realizaram-se 4 ensaios, para se ter um valor médio de temperatura.

Havia um intervalo de tempo entre o término da operação e a tomada de temperatura, pois ao final da operação, esperava-se o aviso de que a operação tinha chegado ao fim e então abria-se a porta do forno para fazer a medição, até ser posicionado o termômetro e esperar um intervalo para a estabilização do valor de temperatura na tela do termômetro, perdia-se o valor da temperatura no tempo real, pois ocorria uma pequena perda de calor nesse intervalo, que não é linear, devido às perdas por irradiação serem proporcionais à quarta potência da temperatura. Esse intervalo foi levantado medindo-se um tempo médio entre o final de processamento e a tomada dos dados, o que serviu para ajustar, um pouco mais, os resultados do experimento utilizando-se para isso a mesmo equacionamento para o processo térmico sem o termo de geração de calor.

As figuras 4.43 e 4.44 representam a configuração da excitação em duas dimensões para o caso das amostras cilíndricas e em três dimensões para as cúbicas.

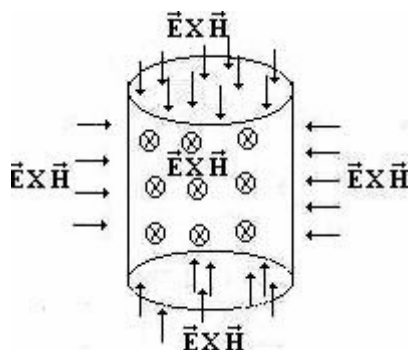


Figura 4.43 – Configuração da excitação da onda, utilizada para a realização da simulação com as amostras cilíndricas

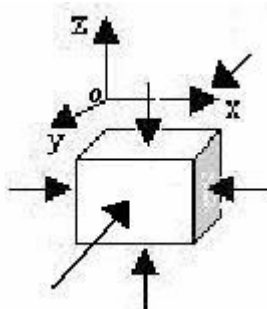


Figura 4.44 – Configuração da excitação usada para simular o aquecimento nas amostras cúbicas.

Os resultados de temperatura para a forma cilíndrica na irradiação bidimensional puderam ser comparados com a situação de aquecimento real, desprezando-se os gradientes de temperatura na direção axial. Os resultados obtidos foram comparados com os simulados pelo modelo para a batata moldada nos formatos cúbico e cilíndrico e banana na forma cilíndrica; cujos resultados são mostrados nas figuras 4.45 a 4.47.

A figura 4.45 mostra os resultados simulados para a superfície da amostra cúbica de batata, sendo irradiado por microondas em toda sua superfície, em comparação com os experimentais.

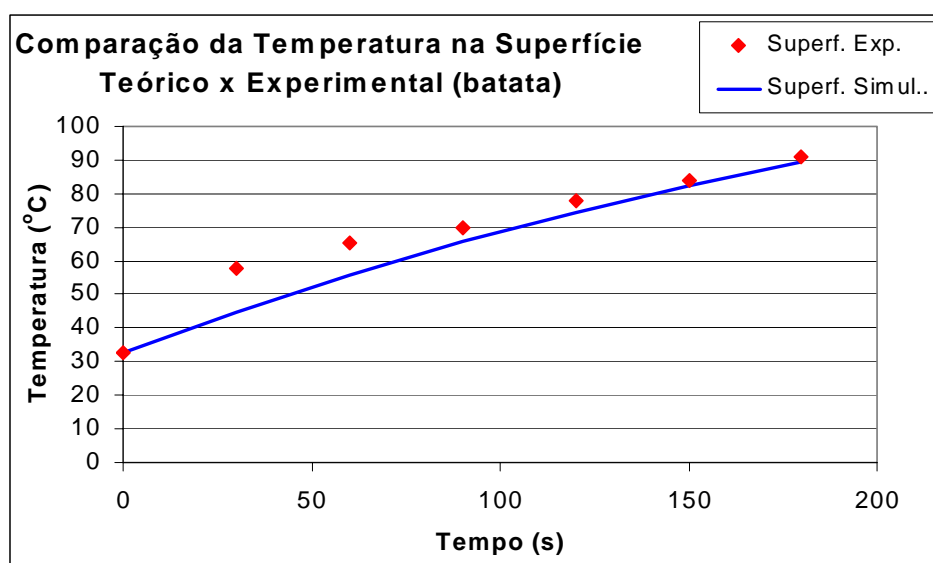


Figura 4.45 – Comparação entre a temperatura experimental e a simulada na superfície da batata na forma cilíndrica.

A figura 4.46 mostra os resultados simulados para o interior da amostra cilíndrica de batata em comparação com os dados experimentais. A irradiação de microondas incidente envolve toda sua superfície.

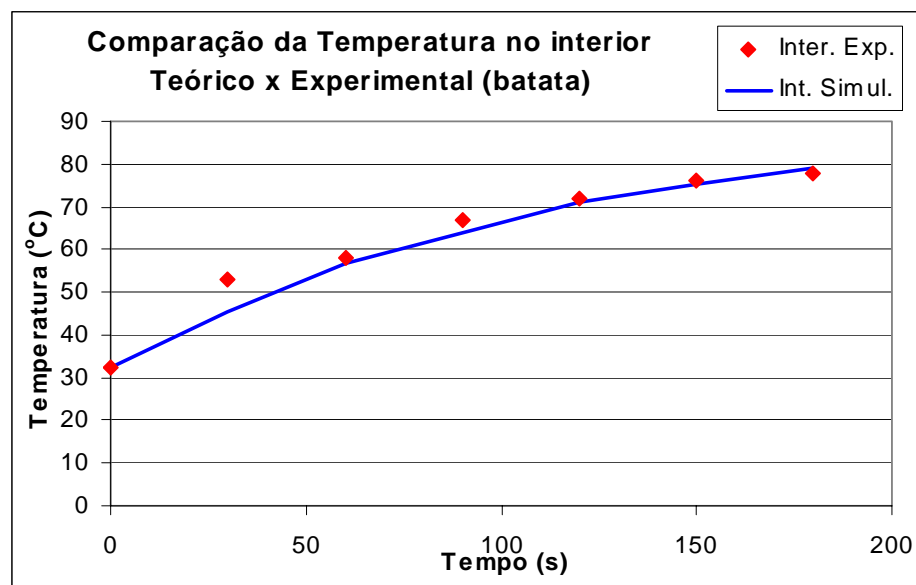


Figura 4.46 - Comparação entre a temperatura experimental e simulada no centro da batata na forma cilíndrica.

A figura 4.47 mostra os resultados simulados para a superfície do corpo cilíndrico de banana em comparação com os dados experimentais. A irradiação de microondas incidente envolve toda a sua superfície.

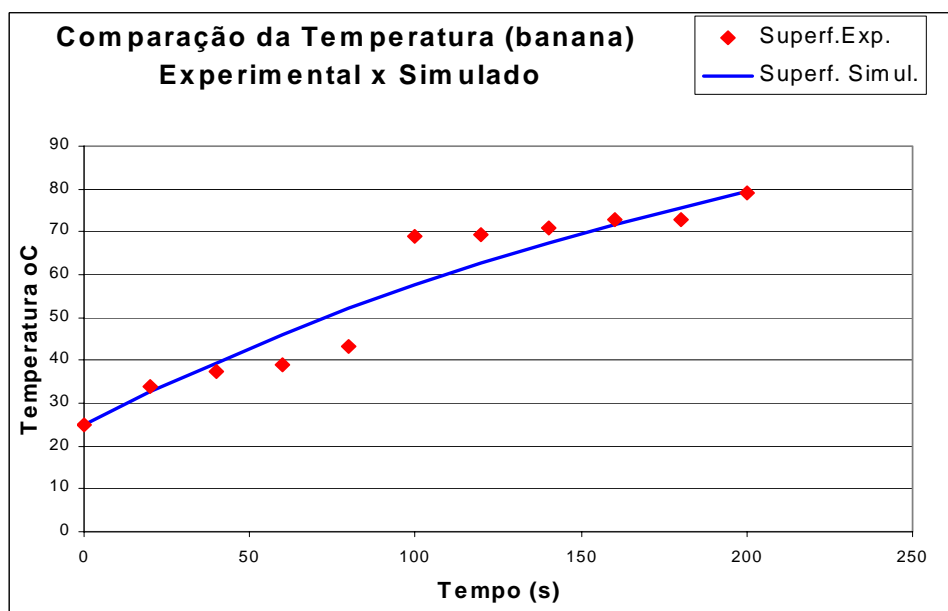


Figura 4.47 - Comparação entre a temperatura experimental e simulada na superfície da banana na forma cilíndrica.

Apesar das restrições do experimento, no que diz respeito às tomadas de temperatura, pode-se observar das figuras 4.45, 4.46 e 4.47 uma boa concordância entre os resultados

teóricos e experimentais. Desta forma, pode-se afirmar que o modelo matemático do problema físico e o esquema numérico adotado para a solução do modelo matemático são capazes de prever as influências do efeito das microondas no aquecimento de produtos.

#### 4.4 – Simulações do Modelo de Transferência de Calor e Massa (Eqs de Luikov [40])

As simulações foram realizadas conforme o modelo baseado nas equações de Luikov de transferência de massa e calor mostrado no Capítulo 3, item 3.3, onde foi introduzido o termo de geração interna volumar, ou seja, a potência dissipada.. O modelo físico-matemático utilizado para o cálculo da variação do campo elétrico e da potência dissipada foi o mesmo utilizado nas outras simulações.

Esta simulação foi realizada em um forno a microondas com um exaustor funcionando sem interrupção, a potência útil fornecida para secagem foi de 240 W (pois a válvula já estava bastante depreciada).

A figura 4.48 é o esboço do forno a microondas utilizado para o experimento da secagem.

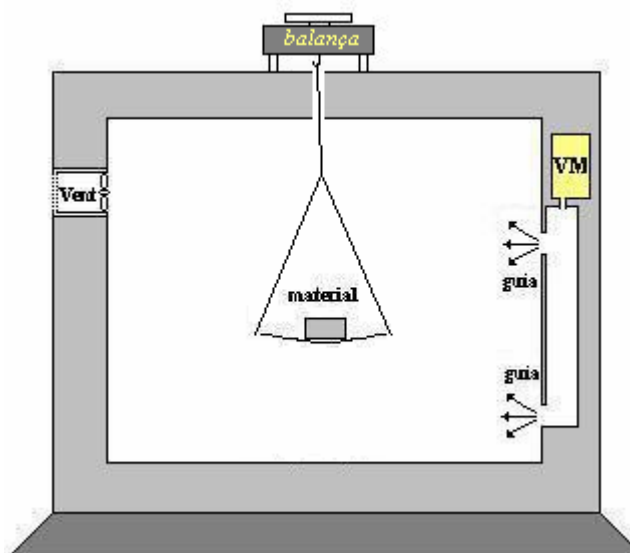


Figura 4.48 – Esquema experimental da secagem por microondas.

O material foi colocado em uma cesta acoplada a uma balança, onde se media a massa do material. Este ensaio foi realizado apenas para medir o comportamento da umidade do material (somente a banana), em função do tempo de exposição às microondas. A análise foi executada para amostras cilíndricas, com as mesmas dimensões já mencionadas anteriormente.

A seguir apresentam-se os resultados experimentais e teóricos extraídos do modelo físico-matemático para a determinação da umidade. Esses dados foram calculados da seguinte forma.

Partindo-se das equações de Luikov [40], definidas no Capítulo 3, foram determinados os campos de temperatura  $T(r, t)$  e umidade  $U(r, t)$ . Para comparação com os experimentos é necessário calcular a umidade média global da amostra, dada por,

$$U_m(t) = \frac{\int_0^{D/2} \int_0^{2\pi} r U(r) dr d\theta}{\int_0^{D/2} \int_0^{2\pi} r dr d\theta}, \quad (4.4)$$

que representa o somatório da umidade em cada secção do material por um determinado período ( $t$ ), originando os resultados da figura 4.49.

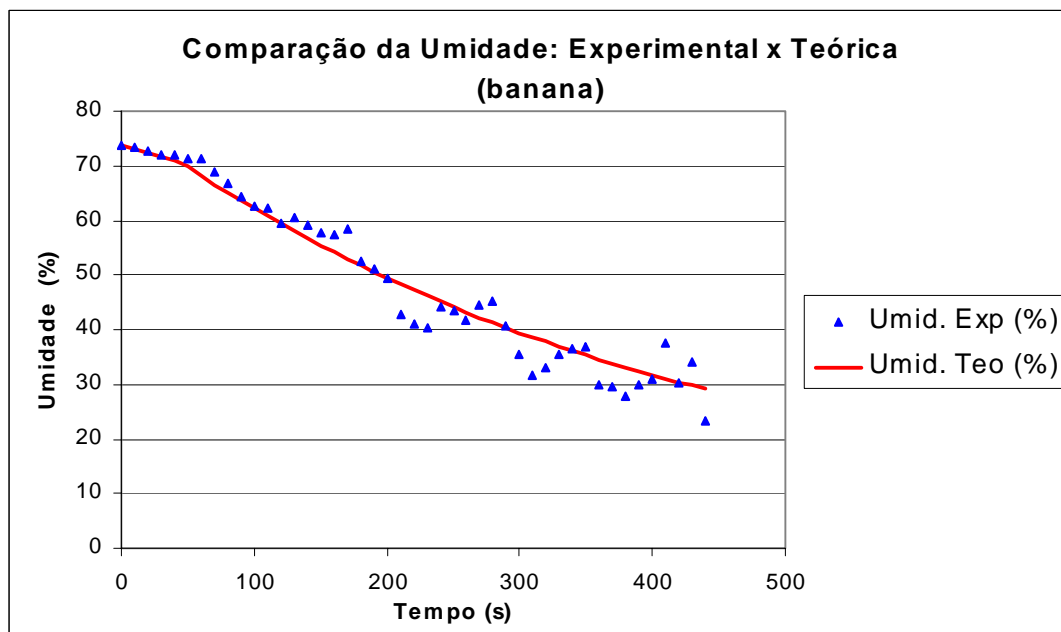


Figura 4.49 – Comparação entre os valores experimentais e teóricos da umidade na base úmida para a banana.

Observa-se que os resultados experimentais apresentaram, ainda, diferenças razoáveis em relação aos simulados, devido às dificuldades do experimento. Alguns deles podem ser citados:

- A balança era de precisão de até três casas decimais, mas a influência das correntes de ar contribuía para a oscilação das medidas.

- b) O sistema de exaustão, corrente gasosa, provocava instabilidades nas hastes e prato que estava acoplado a balança. Logo a leitura da massa era prejudicada.
- c) Os valores do coeficiente de transferência de calor por convecção foram calculados por relações empíricas encontradas em Özisik [55], que não era o mais apropriado para a situação da situação experimental. Pode-se salientar que dentro de um equipamento confinado, há influência das paredes do aplicador.

Deve-se observar também que os valores do coeficiente termogradiante, umidade de equilíbrio, dentre outros valores característicos utilizados não eram os valores reais da banana que não foram encontrados na literatura. Foram usados alguns parâmetros disponíveis em [44], para a madeira, pois são valores pequenos e de pouca diferença de um material para o outro. No entanto, eles devem ter influenciado um pouco nos resultados. Mesmo assim, nota-se uma característica peculiar na curva, qual seja a não linearidade, a existência de um período de velocidade constante e a tendência à obtenção da umidade de equilíbrio.

Os valores de umidade inicial e final foram obtidos também experimentalmente, deixando-se a banana secar até o final para medir a massa de sólido seco.

Apesar das incongruências do experimento e da falta de informações adequadas de parâmetros físicos do modelo, pode-se observar da figura 4.49 uma boa concordância numérica e qualitativa. Esta concordância abre caminho para se investir na solução do problema inverso de estimativa de parâmetros físicos.

A figura 4.50 representa o perfil do campo elétrico ao longo do material (banana). A visualização do gráfico segue a mesma configuração da figura 4.15, com o eixo posicionado no centro do cilindro.



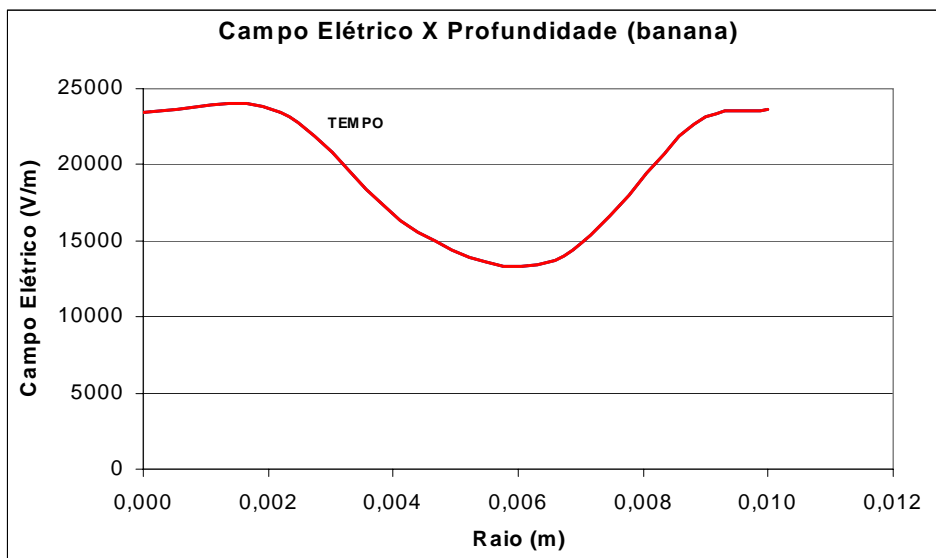


Figura 4.50 – Comportamento do campo elétrico no interior da banana.

O perfil da curva da figura 4.50 mostra um comportamento peculiar para a uma amostra cilíndrica de banana, apresentada no item anterior, sem variação no tempo, demonstrando a influência da reflexão da onda e uma crista de maior amplitude no centro.

Foi observado experimentalmente que existe um período de tempo, para que ocorra a inicialização da retirada de umidade do material, em que não há queda na umidade. Isto provavelmente ocorre porque o gradiente de umidade obedece ao sentido do gradiente de pressão, que por sua vez, no caso da secagem por microondas, obedece à diferença entre o gradiente de pressão devido a rotação dipolar e o gradiente de temperatura.

Observando-se que a magnitude do campo elétrico é maior ou igual próximo da superfície em comparação com o a do centro, inicialmente a pressão de vapor pode estar em equilíbrio ou com o vetor termo gradiente apontando para dentro do material. Logo, para ocorrer o transporte de massa no sentido de dentro para fora do material, é necessário que o gradiente de pressão devido à temperatura seja maior do esta gerada inicialmente pelas microondas. Após esse momento inicial, ele aumenta até que alcança a pressão de vapor do líquido e atinge a fase de velocidade constante de secagem. Esta fase inicial é difícil de incluir no equacionamento sem dividir o processo em duas etapas, mas como este período é bastante pequeno, em se tratando do processo de secagem por microondas, ele pode ser desprezado para facilitar a solução sem comprometimento dos resultados de temperatura e umidade.

Em seguida, mostram-se os resultados obtidos para a simulação do comportamento da temperatura e da umidade em função da posição no interior do material e sua variação com o tempo de exposição às microondas. A simulação foi executada para um período mais longo

devido ao fenômeno de secagem ser relativamente mais lento em comparação com o fenômeno do aquecimento.

A figura 4.51 mostra um comportamento já esperado, menor valor da temperatura na superfície do material no início da operação, devido tanto às perdas de calor e de umidade para o meio, como também à ação do exaustor, que resfria a superfície do material, colaborando para a diminuir o tempo de secagem. Após um tempo, há tendência a um leve crescimento da temperatura próximo da superfície, devido à água migrar para as camadas mais externas.

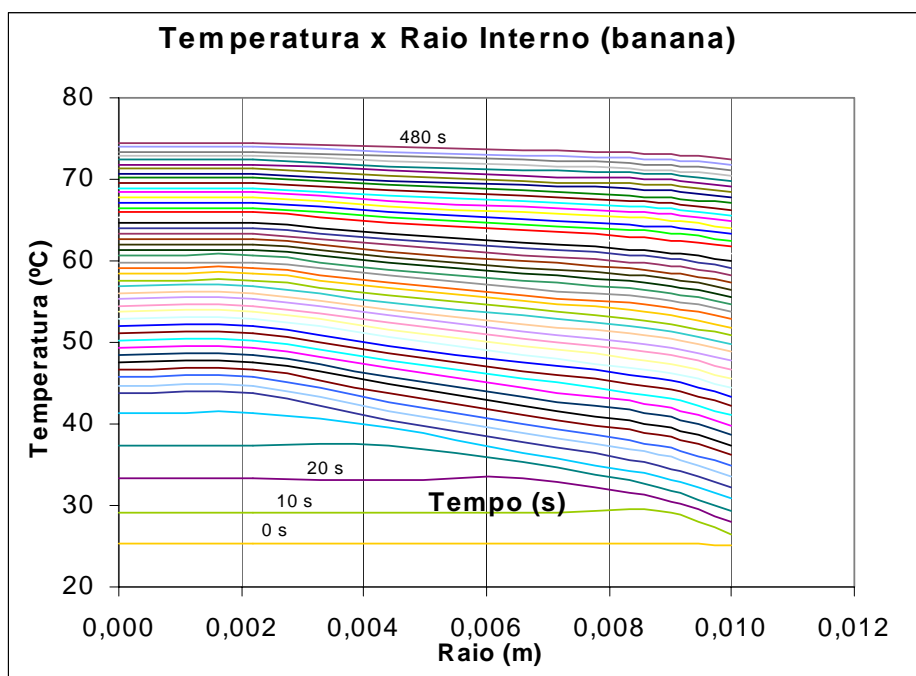


Figura 4.51 – Comportamento da temperatura com o tempo, conforme a posição no cilindro.

A figura 4.52 apresenta o comportamento da temperatura, simulado pelo modelo de transferência de calor e massa no interior do material em função do tempo de excitação.

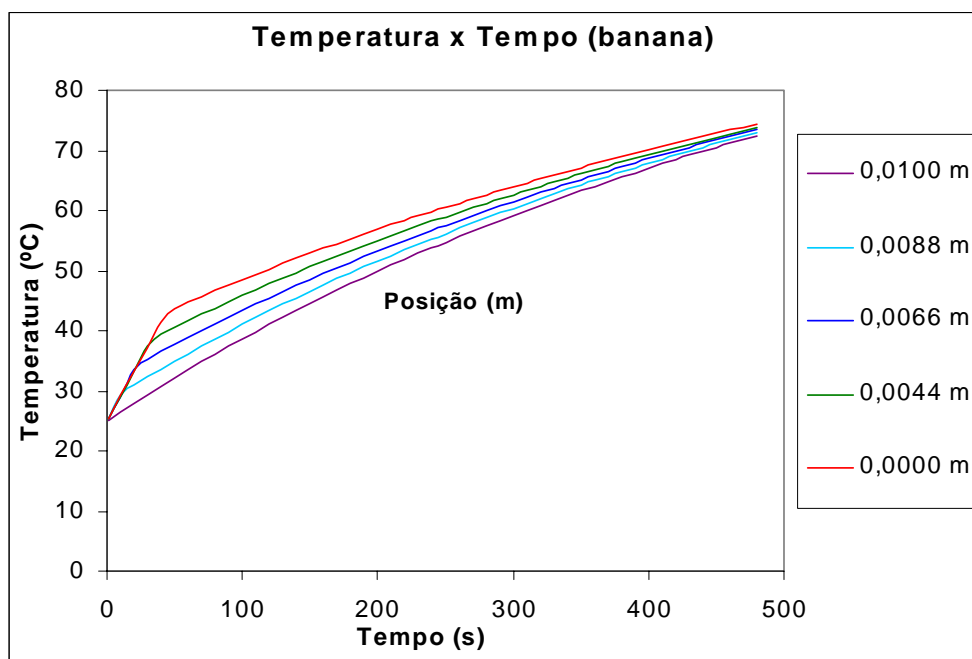


Figura 4.52 - Comportamento da temperatura em função do tempo, conforme a posição no cilindro.

A figura 4.52 mostra também a tendência do comportamento da temperatura em se estabilizar com o tempo para qualquer posição no interior do material, quando as perdas entram em equilíbrio com a geração de calor. Notou-se que a curva fica mais declinada à medida que a temperatura do processo se aproxima da temperatura de ebulição da água.

Observou-se, ainda, que apesar das temperaturas em função da posição no corpo serem diferentes, há uma tendência a ter-se uma distribuição de temperatura de secagem homogênea no interior do material. A homogeneidade da temperatura de secagem é uma característica típica da secagem por microondas otimizada.

Comparando-se a figura 4.52 com a figura 4.47, pode-se observar que os valores simulados, utilizando-se o modelo térmico da equação geral da condução de calor para o comportamento da temperatura na superfície do cilindro de banana, assemelha-se ao simulado pelo modelo de Luikov de transferência de calor e massa simultaneamente, observando-se que a simulação pelo modelo de Luikov demorou um tempo maior para demonstrar o mesmo comportamento, devido a trabalho estar sendo desenvolvido com uma potência menor (240W). Validando assim os dois métodos quando comparados com os resultados experimentais .

A figura 4.53 apresenta os perfis de umidade no interior da amostra de banana em função do tempo de operação.

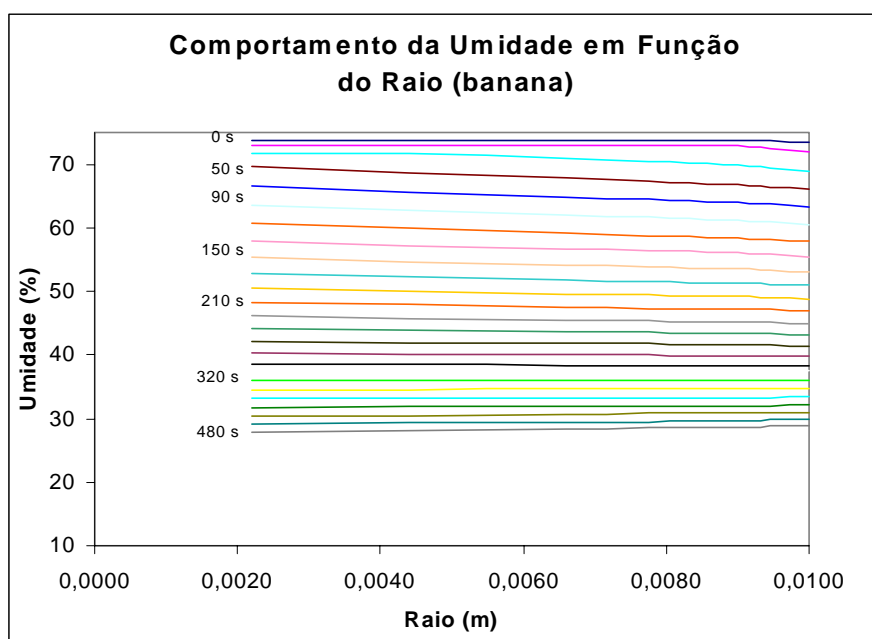


Figura 4.53 - Comportamento da umidade com o tempo, conforme a posição no cilindro.

A Figura 4.53 apresenta a umidade em várias posições do material em função do tempo de operação de secagem. Na secagem convencional, tem-se um fluxo de ar seco e quente, o qual é responsável pela retirada de umidade, sendo a umidade às proximidades da superfície do corpo menor que no interior. Na secagem por microondas ocorre o inverso, a umidade é expulsa do material pela difusão de massa e pela pressão de vapor, gerando uma secagem mais rápida, com a umidade migrando para as proximidades da superfície, tornando-a, nesse ponto, maior que no interior do corpo, como observado na figura 4.53. Também se nota que em um determinado momento começa a ficar mais difícil retirar umidade, a velocidade de secagem diminui exponencialmente; isso deu-se início em torno de 320 segundos de secagem segundo a figura 4.53, pois que até mesmo em 8 min pode-se observar que existe um pouco mais de umidade nas proximidades da superfície do material que no seu interior. Com dados deste tipo de simulação, pode-se prever até que ponto é viável economicamente a secagem por microondas para aquele determinado material.

Ainda da Figura 4.53 é observada uma secagem aproximadamente homogênea, ou seja  $U(r,t) \approx U(t)$ , e esta é uma das vantagens do processo da secagem por microondas em comparação com a secagem convencional.

A figura 4.51 apresenta o comportamento simulado da umidade em vários pontos do interior da amostra e na superfície.

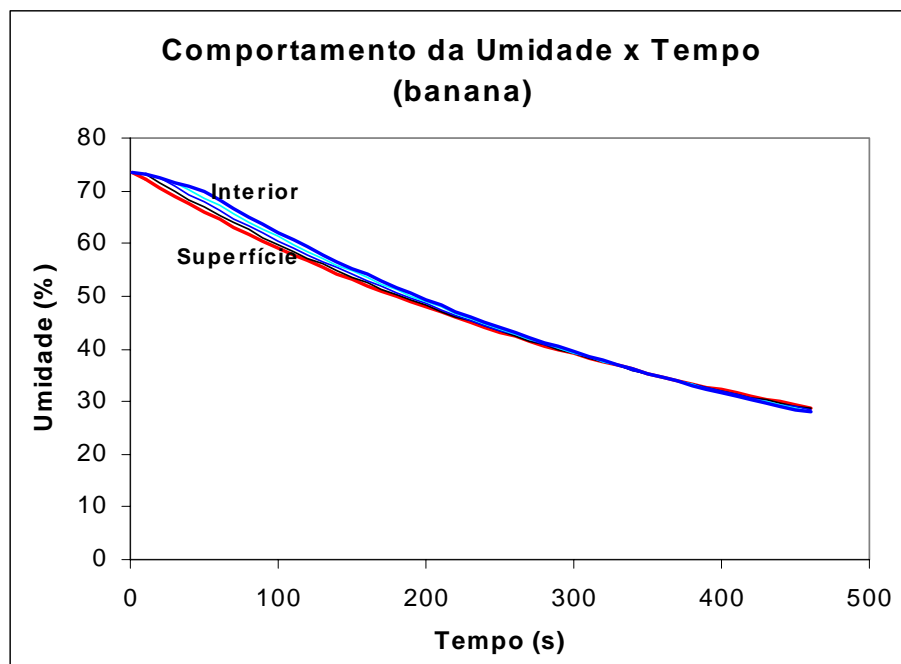


Figura 4.54 - Comportamento da umidade com o tempo conforme a posição no cilindro.

Na figura 4.54, pode-se visualizar o decréscimo aproximadamente homogêneo da umidade com o tempo de operação da secagem. Observa-se que a umidade tende a ter um comportamento exponencial com tendência a se estabilizar após um tempo de secagem. Pode-se observar que a curva em cor azul que representa o perfil de umidade para o interior da amostra cruza-se com a de cor vermelha que representa o comportamento da umidade na superfície, devido a secagem por microondas ocorrer de dentro para fora, as moléculas de água migram para a superfície e lá encontram resistências a sua passagem, pois encontram-se com outras moléculas em temperaturas mais baixas que estão em contato com a superfície e sendo resfriadas pela exaustão, e que por sua vez, resfriam as que chegam do interior. Isso mostra que a pressão de vapor é a força motriz responsável pelo mecanismo de expulsão da umidade de dentro do corpo. Nota-se que a umidade  $U(r, t)$  é aproximadamente uma função apenas do tempo (secagem homogênea), e isto é o que se deseja na secagem. O conhecimento do tempo onde a umidade não varia mais permite dimensionar o tempo em que a fonte deve permanecer ligada. Como a operação de microondas exige um custo alto de energia, não se deve continuar a operação após essa observação, ou mesmo, após a meta da umidade que foi projetada para o material.

#### 4.5 – Resultados das Simulações no Secador Eólico-Solar

As simulações realizadas consistiram no dimensionamento do secador conectado a um exaustor, objetivando controlar a faixa de temperatura operacional do ar no interior do mesmo. Os testes de funcionamento do sistema, mediante variações na temperatura operacional e velocidade de vento, foram simulados com o auxílio de computador onde foram definidas as dimensões do secador e do exaustor a partir dos dados obtidos de uma estação meteorológica. O modelo desenvolvido foi aplicado para um secador eólico-solar de pequeno porte adaptado às condições da Região Amazônica.

Os valores de temperatura na parede e do ar dentro do secador, determinados na simulação, não diferiram consideravelmente dos valores obtidos na prática. Porém, é importante ressaltar que todos os cálculos efetuados foram realizados sem a presença de matéria-prima no interior do secador.

As figuras 4.55 e 4.56 são relativas aos secadores confeccionados de acordo com as dimensões produzidas pelo programa. Esses secadores se encontram em uma área de testes da Faculdade de Ciências Agrárias do Pará (FCAP), onde foram tomadas medidas de vento, temperaturas do ambiente, da superfície dentro e fora do secador e no interior do mesmo.



Figura 4.55 – Secador solar-eólico na área de testes da FCAP.



Figura 4.56 - Secador solar-eólico com rotor Savonius.

A utilização de exaustores, neste sistema se faz necessária devido à necessidade de se manter o ar aquecido circulando entre a matéria prima, proporcionando assim uma secagem homogênea. Além disso, o exaustor mantém a constante renovação do ar, de maneira que a temperatura nunca exceda o valor ideal para o produto no interior do secador.

O comportamento da temperatura na parede do secador ao longo do dia segue um perfil dependente da radiação solar, associada a cada hora, existindo o ângulo de incidência dos raios solares, que causa maior ou menor elevação no valor da temperatura.

Os resultados obtidos por simulação para temperatura na parede do secador durante o dia podem ser vistos no gráfico da figura 4.57.

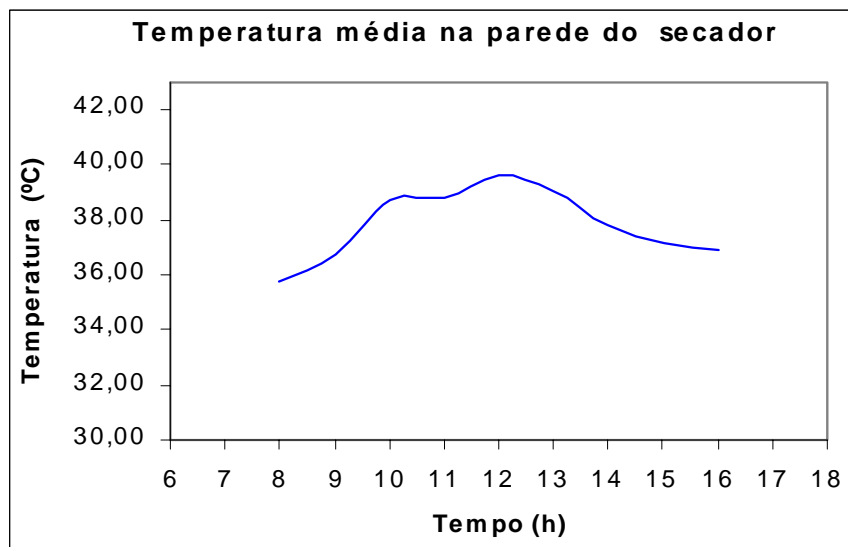


Figura 4.57 – Temperatura média simulada na parede do secador durante um dia típico.

Para explicar as considerações feitas anteriormente, pode-se tomar como referência a comparação entre as temperaturas de 8 e 10 horas da manhã. A radiação é menos intensa às 8 horas e o ângulo de incidência é quase que perpendicular à superfície da parede do secador. Por outro lado, às 10 horas, os raios solares encontram-se um pouco mais inclinados em relação à parede, e a radiação é bem mais intensa do que às 8 horas.

A figura 4.58 apresenta o comportamento simulado da temperatura na parede do secador durante cada hora do dia. A variação da temperatura foi determinada para cada segundo.



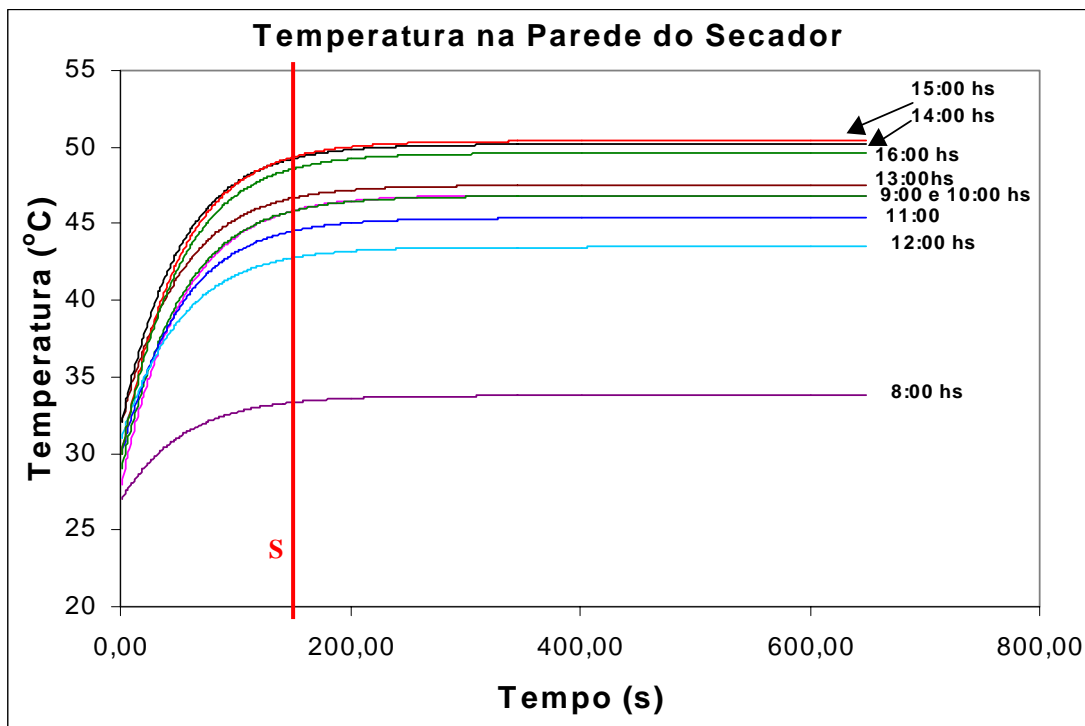


Figura 4.58 – Variação da temperatura na parede do secador.

Na figura 4.58 observa-se que sempre vai haver um momento em que a temperatura se estabiliza. É o momento em que o ganho de calor se iguala às perdas e varia de acordo com a radiação térmica do Sol. A simulação é executada sempre levando em conta a temperatura ambiente desde o início, porque esta também varia ao longo do tempo, mas na realidade o que é importante como informação de projeto, é a zona de estabilidade, contada a partir da linha **S**, quando todas as curvas atingem a temperatura constante. Quando a curva de valor mais baixo, que ocorre às 8 horas, atinge a zona de estabilidade, a tendência do valor da temperatura é ficar oscilando em uma faixa de temperatura que pode ser prevista pelo modelo. Pode ser que em algum instante do dia a temperatura caia abaixo do intervalo ou até fique acima da faixa, pois os resultados foram obtidos a partir de dados médios para um dia típico da região de Belém do Pará [59]. Daí pode-se calcular a temperatura dentro do secador e as dimensões deste a partir da definição da temperatura de secagem ou temperatura de operação, sabendo-se que, dependendo do material a secar, existe uma faixa de temperatura em que este não pode ficar por muito tempo, principalmente em se tratando de alimentos, pois podem perder suas propriedades típicas de interesse (cor, textura, sabor, cheiro e outras) em vez de apenas secar. Logo, o projeto deve ser realizado com margens de segurança, de maneira que seque a matéria prima sem mudar as propriedades organolépticas do material, isto no caso dos alimentos..

As referências [9], [11], [12] e [55] atestam que o perfil de temperatura em função do tempo em uma parede sujeita à radiação de calor segue o formato das curvas da figura 4.58 e a equação solução é do tipo:

$$T(t) = a + bt + ct^2 + dt^3 + et^4 + \dots \quad (4.5)$$

onde a, b, c, d, etc., são coeficientes que podem assumir valores inteiros, fracionários, positivos, negativos ou nulos, e a solução do sistema dá os seus valores para cada instante t.

Para exemplificar, a equação da curva para o meio dia é dada por:

$$T(t) = 2 \times 10^{-12} t^5 - 4 \times 10^{-9} t^4 + 3 \times 10^{-6} t^3 - 0,0011 t^2 + 0,1825 t + 31,517 \quad (4.6)$$

o que quer dizer que a modelagem matemática condiz com a realidade física do problema.

A variação de temperatura simulada na parede do secador a cada segundo está ilustrada na figura 4.59.

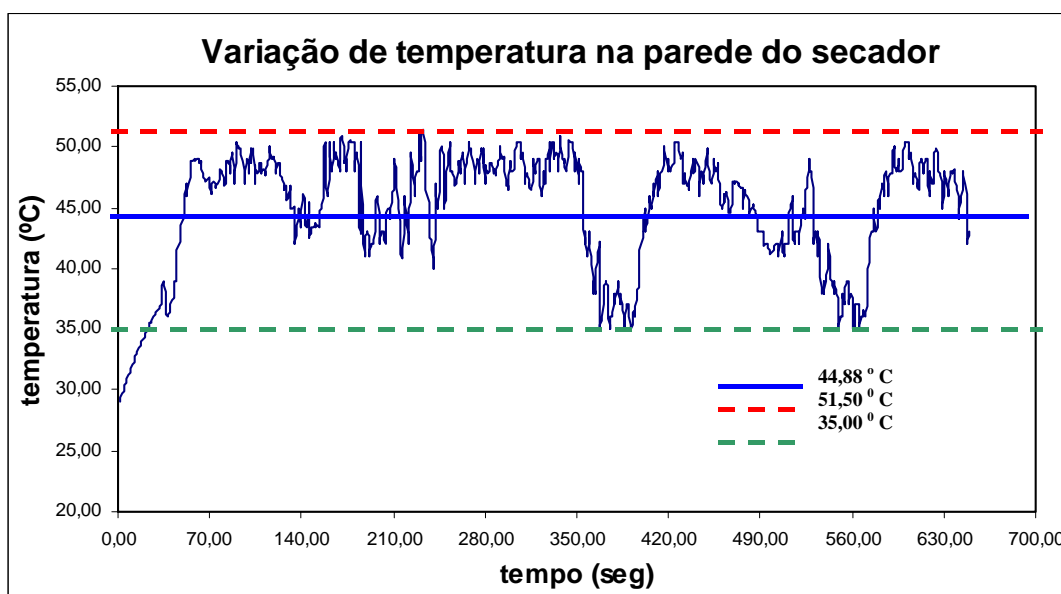


Figura 4.59 – Variação simulada da temperatura na parede do secador.

A figura 4.59 mostra a faixa de temperatura em que a parede do secador se mantém, diante de fatores como variações de velocidades de vento, nuvens sobre o local, entre outros. Pode-se perceber que em alguns instantes a temperatura na parede do secador assume valores um pouco abaixo ou acima da média. Esses resultados foram obtidos para um valor médio de vento local de 2 m/s. Os ventos com velocidade bem mais acima da média, causam o resfriamento da superfície e, em consequência, se for por muito tempo, resfria o interior do secador, prejudicando a secagem, no que diz respeito ao tempo de operação.

A quantidade de calor conduzido, mostrada no gráfico da figura 4.60, segue o mesmo perfil da temperatura na parede do secador. Esta afirmação é prevista devido ao fato da quantidade de calor conduzido manter uma relação direta com a temperatura.

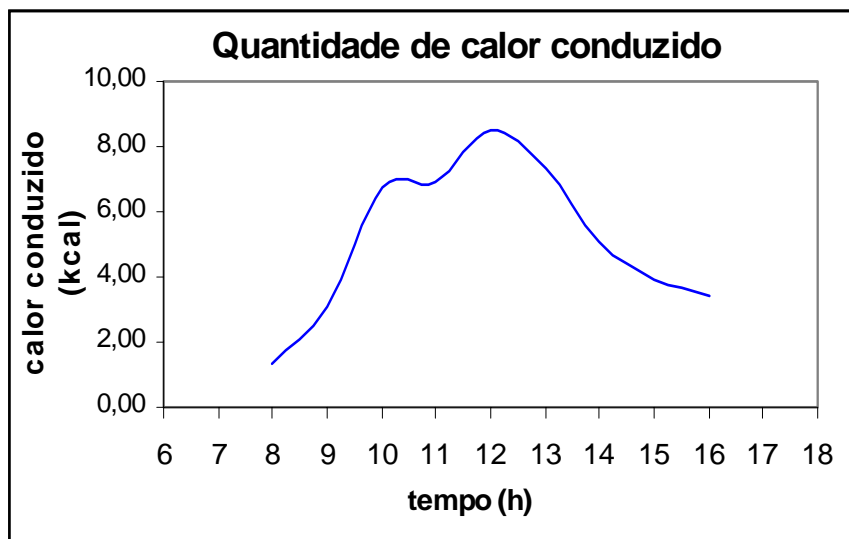


Figura 4.60 – Taxa de calor transferido para dentro do secador.

A temperatura do ar no interior do secador encontra-se, conforme obtido na simulação e mostrado no gráfico da figura 4.61, na faixa desejada.

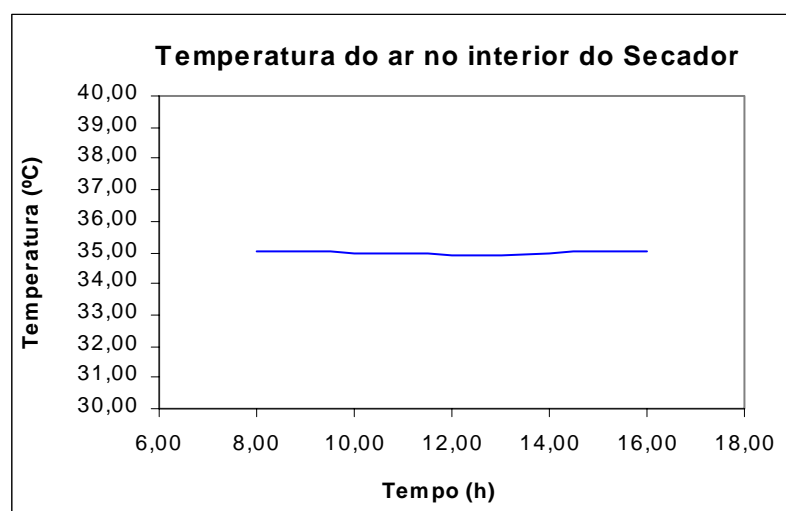


Figura 4.61 – Temperatura do ar no interior do secador em função do tempo de aquecimento.

Algumas imperfeições no projeto do secador e também do sistema eólico, ocasionaram pequenos problemas no funcionamento do mesmo. Esses problemas envolvem o isolamento e as perdas de potência do rotor, devido aos fatores de resistência, atrito e outros, bem como velocidades de vento abaixo da usada nos cálculos.

Os problemas de isolamento e transmissão de energia térmica, em certas horas do dia, ocasionam perdas não previstas. Dessa maneira, ocorrem no secador perdas um pouco maiores que as consideradas na simulação. Com isso, a temperatura do ar no interior do secador fica, em certos momentos, um pouco abaixo da prevista.

Outro fator que provoca uma queda da temperatura do ar no interior do secador, é a temperatura ambiente. Em certas épocas do ano, especificamente na época de chuvas, a temperatura ambiente encontra-se abaixo da média utilizada nos cálculos de projeto. A solução encontrada para esse problema foi a adição de coletores solares ao secador, que repõem a energia perdida devido aos fatores citados anteriormente.

O dimensionamento do coletor é feito conforme procedimentos do item 3.4.5, a partir dos dados oriundos do cálculo das temperaturas na parede do secador.

O secador, agora com o coletor, está ilustrado na figura 4.62.

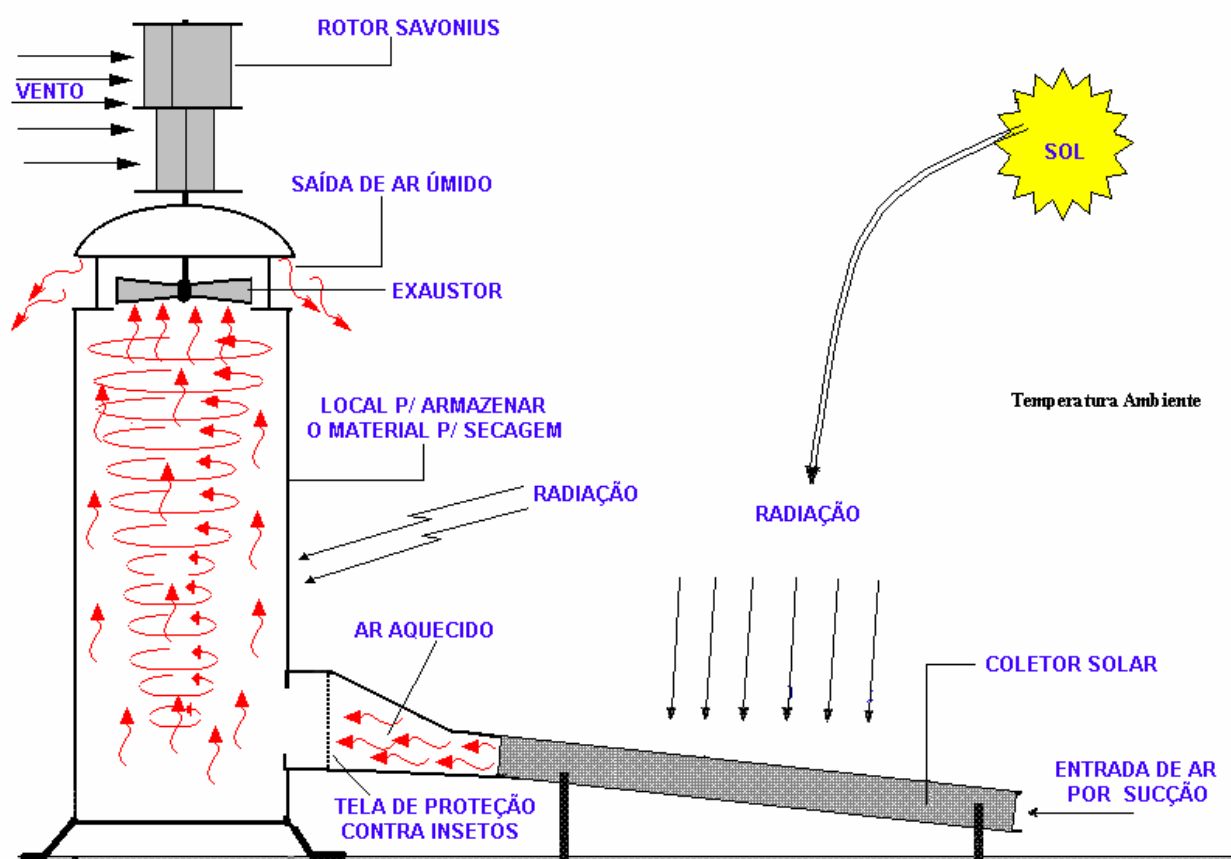


Figura 4.62 – Secador com coletor solar acoplado.

Quando o exaustor entra em movimento, ocasionando a circulação do ar (convecção forçada) no seu interior, ocorre um fluxo de ar do meio, através de uma abertura situada na parte inferior do secador. A esta abertura encontra-se acoplado o coletor solar, por onde o ar

do meio ambiente passa, retirando calor e, conseqüentemente, aquecendo-se. O ar pré-aquecido adiciona-se ao ar que se encontra no interior do secador e, com isso, ocorre uma estabilização na temperatura até a faixa desejada. O coletor estando inclinado, com a parte mais alta para o lado do secador, proporciona as correntes de convecção naturais para o interior do secador, mesmo quando não estiver ventando.

As dimensões calculadas pelo modelo para o exaustor e para o rotor savonius ficaram definidas como:

- Raio ( $R_{EXA}$ ) e diâmetro ( $D_{EXA}$ ) do exaustor

$$R_{EXA} = 17,5 \text{ cm} \quad D_{EXA} = 35,0 \text{ cm.}$$

- Raio ( $R_{SAV}$ ), diâmetro ( $D_{SAV}$ ) e altura ( $L_{SAV}$ ) do rotor savonius

$$R_{SAV} = 17,5 \text{ cm} \quad D_{SAV} = 35,0 \text{ cm} \quad L_{SAV} = 70,0 \text{ cm}$$

O secador eólico-solar é um equipamento que depende muito do estudo cuidadoso de diversas variáveis. Como algumas delas são variáveis sazonais, como a radiação solar local e a velocidade de vento, é necessário se fazer uma investigação minuciosa sobre essas variáveis, sobretudo estatisticamente, pois o conhecimento de suas variações tem importância acentuada no cálculo da velocidade e da radiação médias. Esse fato garante maior segurança e confiabilidade no projeto, visto que a secagem se realiza em uma determinada faixa de temperatura, principalmente no caso de alimentos.

A construção de um secador eólico-solar de alto desempenho depende muito do casamento rotor Savonius-exaustor e eixo de ligação, porque observa-se que a eficiência do rotor depende do efeito da resistência provocada pelo atrito e pela carga. Na construção do conjunto, é necessária uma otimização para diminuir esses efeitos e até mesmo baixar os custos de confecção, melhorar o desempenho do secador e facilitar o controle da operação de secagem.

Em uma região com as condições climáticas da Amazônia, com umidade e temperatura relativamente altas, o secador deve possuir características operacionais que se enquadrem nessas condições. No entanto, as simulações realizadas apresentaram bons resultados, devido ao uso de valores de variáveis climáticas de uma região bem próxima à linha do equador, ou seja  $-1,2845^\circ$  de latitude.

#### **4.6 – Considerações finais**

As aplicações de modelos teóricos que poderão servir para simular os efeitos térmicos de transferência de massa e calor, aplicados à secagem, quando corpos simétricos de geometria simples são irradiados por microondas em aplicadores domésticos, foram mostrados neste capítulo, com vista à aplicação desses modelos em situações reais, e a otimização da operação de secagem por microondas. Utilizou-se nas simulações corpos moldados da batata e da banana. A ferramenta utilizada para a resolução das equações diferenciais parciais (EDP) foi o Método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD). Também foi apresentada uma modelagem com resolução em (FDTD) para ser aplicada no dimensionamento de secadores eólico-solares, objetivando a otimização da sua utilização.

## CONCLUSÕES

Um programa computacional foi criado em *Visual Basic* com interface com o *Excel* da *Microsoft*, a partir de modelos físicos-matemáticos capazes de simularem os comportamentos do campo elétrico, da temperatura, da potência dissipada e da umidade, entre outros diversos fatores inerentes às operações de secagem e aquecimento por microondas.

Estudou-se o comportamento do campo elétrico, da temperatura, da potência dissipada e da umidade em sólidos com geometrias simétricas simples (tais como cubos, paralelepípedos, cilindros e esferas), quando estes são irradiados por microondas nos regimes unidimensional, bidimensional e tridimensional. Com isto foram obtidos, por modelos matemáticos, os perfis em função do tempo do campo elétrico e da temperatura, analisando-se estes em cada região do interior dos corpos.

Com a metodologia desenvolvida neste trabalho reduziu-se o tempo de CPU em relação à metodologia convencional. Esta metodologia de discretização, baseada no Método Simples Explícito de FDTD em sua forma original, necessitava de mais de 10 horas de tempo de CPU para obtenção da resposta para 30 segundos de excitação, enquanto que a metodologia modificada proporcionou as mesmas respostas em tempo de CPU de 15 segundos para 480 segundos de excitação.

Foram realizados ensaios experimentais de temperatura e umidade com a batata nas formas cúbica e cilíndrica e a banana na forma cilíndrica, testando-se a exatidão dos modelos. Foram obtidos valores bem próximos dos resultados reais e experimentais, validando os modelos adotados.

O modelo computacional pode ser utilizado para prever o tempo de secagem, temperatura de trabalho, simular o controle e a otimização de todo o processo pela potência útil de trabalho e controle pela exaustão de ar quente em aplicadores multimodo industriais e domésticos. Fazendo considerações comparativas no formato do material com cubos, cilindros ou esferas, o modelo poderá auxiliar na obtenção de parâmetros elétricos para diversos materiais ao se aplicar à solução inversa.

Fez-se a aplicação das equações de Luikov [40] de transferência de massa e calor para estudar o problema de secagem por microondas, obtendo-se resultados coerentes com a realidade, que despertam a curiosidade de dar continuidade às aplicações, implementando-se novos termos às equações. Comparações com dados experimentais mostraram boa concordância, abrindo uma vertente para se resolver o problema inverso.

Com os dados que podem ser obtidos com o programa de aquecimento e secagem, pode-se prever o tempo de secagem para um determinado material e, com isso, fazer o controle da temperatura no processo de aquecimento e de secagem. Pode-se também prever perfis de temperatura para materiais de variados tamanhos homogêneos e compostos, como no caso de frutos em que se tem a casca, a polpa, o caroço e a amêndoa, bastando considerar homogênea cada uma dessas camadas.

Também foi produzido um programa computacional em *Visual Basic* com interface com o *Excel* da *Microsoft* a partir de um modelo físico-matemático com solução numérica por diferenças finitas capaz de simular o comportamento da temperatura no interior de secadores solares.

O modelo pode ser utilizado para a pré-determinação do tempo de secagem por energia solar para vários tipos de materiais e também na otimização do processo pelo controle da velocidade e de temperatura de secagem.

Com os dados de simulação gerados pelo programa de secagem solar, pode ser efetuado o controle da temperatura e da velocidade do ar durante a secagem, além de se realizar o dimensionamento do secador, do coletor solar e das pás do exaustor a partir de dados climáticos de velocidade de vento, temperatura ambiente e radiação solar local.



## SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram realizadas, as modelagens e as simulações de aquecimento e secagem por microondas e por radiação solar para corpos com geometria simples e simétrica. A sugestão para trabalhos futuros é que sejam desenvolvidos estudos para outras formas geométricas ou outras formas quaisquer, aplicando a técnica de discretização por elementos finitos o que ampliaria o conhecimento do comportamento desses processos.

A transferência de calor e massa no processo de secagem por microondas sofre fortemente o efeito do campo de pressão. Sendo assim, será necessário incluir nas equações de Luikov, usadas aqui, um termo convectivo, onde a velocidade é função do campo de pressão, dado por:

$$c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + V \frac{\partial T}{\partial r} \right] = K_{11} \nabla^2 T + K_{12} \nabla^2 U + P_d \quad (6.1)$$

$$c_m \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + V \frac{\partial T}{\partial r} \right] = K_{21} \nabla^2 T + K_{22} \nabla^2 U, \quad (6.2)$$

onde

$c_p$ ,  $c_m$ ,  $K_{11}$ ,  $K_{12}$ ,  $K_{21}$  e  $K_{22}$  são coeficientes fenomenológicos do material,  $V$  é o campo de escoamento no interior do sólido poroso, e pode ser calculado pela equação de Darcy,

$$V = -\frac{\hat{K}}{\mu} \nabla P \quad (6.3)$$

onde

$\hat{K}$  é a permeabilidade do meio,

$\mu$  é a viscosidade do vapor d'água,

$\nabla P$  é o gradiente de pressão.

O gradiente de pressão pode ser dado em função da pressão de vapor na temperatura local por

$$\nabla P \cong \nabla P_{vap}(T) = \frac{\partial P_{VAP}}{\partial T} \nabla T. \quad (6.4)$$

A pressão de vapor  $P_{VAP}$  pode ser calculada por relações de equilíbrio, tais como:

$$P_{VAP} = Ae^{-E/RT}. \quad (6.5)$$

Derivando (6.5) em relação a T tem-se:

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{E}{RT^2} e^{-E/RT}, \quad (6.6)$$

onde

E é a energia de ativação,

R é a constante dos gases ideais.

É uma sugestão que precisa ser estudada e justificada experimentalmente e que fica para trabalhos futuros.

Uma outra sugestão para trabalhos futuros é estudar a secagem por microondas usando o modelo completo de Luikov [40] para meios porosos capilares, mostrado abaixo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \psi_{11}\nabla^2 T + \psi_{12}\nabla^2 u + \psi_{13}\nabla^2 P + P_d, \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \psi_{21}\nabla^2 T + \psi_{22}\nabla^2 u + \psi_{23}\nabla^2 P, \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \psi_{31}\nabla^2 T + \psi_{32}\nabla^2 u + \psi_{33}\nabla^2 P, \quad (6.9)$$

onde  $\psi_{ij}$  são os coeficientes fenomenológicos do modelo matemático.

Com os modelos usados neste trabalho, podem-se estudar maneiras de obter parâmetros elétricos a partir de soluções de problemas inversos de estimativa de parâmetros. Pode-se, assim, obtê-los com medidas experimentais e com a solução dos modelos adotados.

Na Região Amazônica, como a umidade e a temperatura são relativamente altas, o secador deve possuir boas qualidades operacionais. Durante os estudos verificou-se que em muitos locais as velocidades médias de vento são muito variadas, o que provocaria um dimensionamento do secador para cada situação de velocidade média de vento. Sabendo-se que para se obter uma secagem homogênea e conseguir um produto de qualidade é necessário que se tenham velocidades do ar aproximadamente constantes, o que seria muito difícil de controlar, na figura 4.63 é proposto um esquema de um secador solar-térmico-fotovoltaico para resolver esse problema.

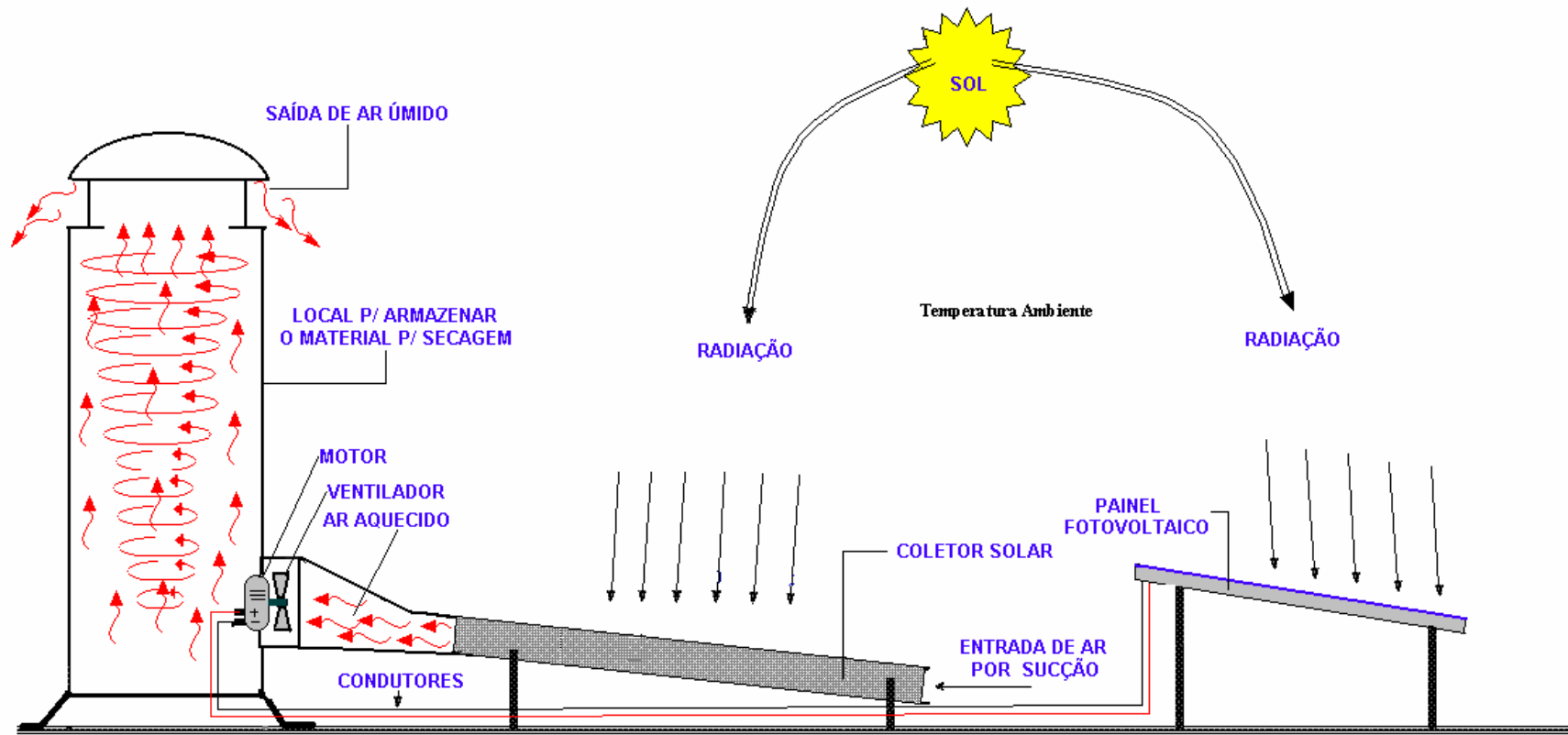


Figura 4.63 – Esquema proposto de um secador solar utilizando um painel fotovoltaico para alimentar um ventilador de corrente contínua (DC).

Como pode ser observado na figura, propõe-se que se acoplem ao rotor do exaustor um motor DC, com alimentação fotovoltaica; assim a velocidade do exaustor estaria ligada à área de captação da radiação solar. A velocidade do exaustor será diretamente proporcional à potência da radiação solar. Quando a radiação for alta a velocidade do exaustor aumentará proporcionalmente, exaurindo mais o ar quente e, se for baixa, exaurirá menos. Para cada velocidade de trabalho ter-se-ia uma determinada área de coleta de radiação e o sistema de secagem se estabilizaria, podendo, assim ser feito o controle da velocidade de secagem automaticamente e de acordo com a temperatura do local, promovendo um processo de secagem mais homogêneo. Vale ainda salientar que é muito importante estudar a relação entre os custos de instalação e operação e o retorno econômico, levando em consideração as melhorias na qualidade do produto.

## 7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] T. KUDRA e A. S. MUJUMDAR, “Advanced Drying Technologies”, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, October 2001.
- [2] R. E. TRAYBAL, “Operaciones de Transferencia de Massa”, McGraw-Hill Book, 2ª edição, USA, 1980.
- [3] W. B. VAN ARSDEL, M. J. COPLEY e A. I. JR. MORGAN, “Food Dehydration”, The Avi Publishing Company, inc – V. 1 e 2, Westport, Connecticut, 1973.
- [4] J. T. PINHO, “Utilização de Microondas no Processamento de Produtos Regionais da Amazônia”, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 1996.
- [5] A. S. MUJUMDAR, “Handbook of Industrial Drying”, Department of Chemical Engineering, McGill University, Marcel Dekker, Inc, second edition., Canada, 1995.
- [6] M. A. F. MATION e G. ROA, “Estudos Comparativos da Secagem de Sementes de Salga em Silos Verticais com Distribuição Radial de Ar Utilizando Aquecimento Solar e Ventilação Natural”, in CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ENGENHARIA AGRÍCOLA 7, Pelotas, 1977.
- [7] J. M. HILL, T. R. MARCHANT, “Modelling Microwaves Heating”, Department of Mathematics, University of Wollongong, Wollongong, New South Wales, Australia, march, 1994.
- [8] T. OHISSON e P. O. RISMAN, “Temperature Distribution of Microwave Heating - Spheres and Cylinders”, Journal of Microwaves Power, 13(4), Canadá, 1978.
- [9] F. P. INCROPERA e D. P. WITT, “Foundations for Heat Transfer and Mass”, John Wiley e Sons, Inc., 1990.
- [10] V. S. ARPACI, S. H. KAO e A. SELAMET, “ Introduction to Heat Transfer”, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.
- [11] C. ARAÚJO, “Transmissão de Calor”, Livro Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1978.

- [12] L. E. SISSOM e D. R. PITTS, “Elements of Transport Phenomena”, Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro-RJ, 1979.
- [13] R. V. DECAREAU e R. A. PETERSON, “Microwave Processing and Engineering”, Ellis Howood Ltd., Chichester (England), 1986.
- [14] A. W. KRASZEWSKI e S. O. NELSON, “ Application of Microwave Techniques in Agricultural Research”, SBMO/IEEE MTT-S IMOC Proceedings, 1995.
- [15] A. L. VAN KOUGHNETT, “Fundamentals of Microwave Heating”, Int Microwave Power Inst. Short Course and Workshop for users of Microwave power, Ottawa, Canadá KLA OR8 1972.
- [16] R. E. COLLIN, “Foundations for Microwave Engineering”, McGraw-Hill, Inc., Ed. Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro-RJ, 1979.
- [17] A. L. S. CASTRO, “ Desenvolvimento de um Protótipo de Secador por Microondas”, Tese de Mestrado, PPGEE/CT/UFPA, Belém – PA, Brasil, 1994.
- [18] A. D. CROSS, P. L. JONES, e J. LAWTON, “Simultaneous Energy and Mass Transfer in Radiofrequency Fields”, (Part I) – Trans Ichem E, Vol. 60, 1982.
- [19] P. G. COTTIS, N. E. UZUNOGLU e P. S. PAPAKONSTANTINO, “Measurement of Three-dimensional Temperature Distribution Inside Dielectric Objects Using Near-field Radiometry” Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 2 No. 7, 621 – 633, 1988.
- [20] S. ZHU e J. B. DAVIES, “Non Linear Modelling of Microwaves Heating Problems”, International Conference on Computation in Electromagnetism, London, U. K., Conference Publications nº 35, pp. 86 – 89, 25 – 27 November 1991.
- [21] X. JIA, “Experimental and Numerical Study of Microwave Power Distributions in a Microwave Heating Applicator”, Journal of Microwave Power and Eletromagnetic Energy, Vol. 28, No. 1, 1993.
- [22] L. MA, N. M. POTHECARY e C. J. RAILTON, “Application of the FDTD Technique on Microwave Heating”, Computation in Eletromagnetics, Second International Conference on 12 – 14 April 1994, pp. 103 – 106.

- [23] C. FLOCKHART, V. TRENKIC, e C. CHRISTOPOULOS, “The Simulation of Coupled Eletromagnetic and Thermal Problems in Microwave Heating”, University of Nottingham, England, IEEE Conf. Publ. 384, pp. 267 – 270, 12 – 14 April 1994.
- [24] L. MA, D. PAUL, N. POTHECARY, C. RAILTON, J. BOWS, L. BARRATT, J. MULLIN e D. SIMONS, “Experimental Validation of a Combined Eletromagnetic and Thermal FDTD Model of a Microwave Heating Process”, IEEE TRANSACTION ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES, vol. 43, n<sup>o</sup> 11, November 1995.
- [25] J. M. HILL, e T. R. MARCHANT, “Modelling Microwave Heating”, Appl. Math. Modelling 1996, Elsevier Science Ltda, vol. 20, january, 1996.
- [26] J. CLEMENS e C. SALTIEL, “Numerical Modelling of Materials Processing in Microwave Furnaces”, Int. J. Heat Mass Transfer, Elsevier Science Ltd, vol. 39, n<sup>o</sup> 8, pp. 1665 – 1975, 1996.
- [27] F. TORRES e B. JECKO, “Complete FDTD Analysis of Microwaves Heating Processes in Frequency-Dependent and Temperature-Dependent Media”, IEEE TRANSACTION ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES, vol. 45, n<sup>o</sup> 1, January 1997.
- [28] J. BRAUNSTEN, K. CONNOR, S. SALON e L. LIBELO, “Investigation of Microwave Heating with Time Varying Material Properties”, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol. 35, N<sup>o</sup> 3, Maio 1999.
- [29] Y. ALPERT e E. JERBY, “Coupled Thermal-Eletromagnetic Model for Microwave Heating of Temperature-Dependent Dielectric Media”, IEEE TRANSACTION ON PLASMA SCIENCE, vol. 27, n<sup>o</sup> 2, April 1999.
- [30] H. ZHAO e I. W. TURNER, “The use of a Coupled Computational Model for Studying the Microwave Heating of Wood”, Applied Mathematical Modelling, vol. 24, Elsevier Science Ltda, 183-187, 2000.
- [31] W. LIU, P. M. POMAN e J. R. H. WOLFGANG, “Coupled TLM-Thermal Analysis in the Time Domain”, IEEE TRANSACTION ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES, November 2001.

- [32] A. S. FOUST, L. A. WENZEL, C. W. CLUMP, L. MAUS e L. B. ANDERSEN, "Principles of Unit Operations", John Wiley e Sons, Inc., 1980.
- [33] W. J. FERGUNSON, R. W. LEWIS e TÖMÖSY, "A Finite Element Analysis of Freeze-Drying of a Coffee Sample", Departament of Civil Engineering, University College of Swansea. U. K., December, 1991.
- [34] M. ABID, H. GILBERT, C. LAGUERIE, "Analyse Expérimentale et Théorique des Mécanismes de Transferts de Matière et Chaleur au Cours du Séchage d'un Grain de maïs dans un Lit Fluidisé – Laboratoire de Génie Alimentaire, Institut du Génie Chimique, Chemin de la Loge, Entropie n° 139, 1988.
- [35] A. V. LUIKOV, "Heat and Mass Transfer", Institute of the BSSR, Academy of Sciences, BSSR, Minsk, U.S.S.R, December 1973.
- [36] A. V. LUIKOV, "On Thermal Diffusion of Moisture (in Russian)", Zh. Prikl. Khim. 8, 1354, 1935.
- [37] A. V. LUIKOV, "Moisture Gradients in the Drying Clay", Trans. Ceram. Soc. 35, 123-129, 1936.
- [38] A. V. LUIKOV, "Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies", Pergamon, Oxford, 1966.
- [39] A. V. LUIKOV, "System of Differential Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies (review)", Int. J. Heat Mass Transfer 18, 1-14, 1975.
- [40] G. D. FULFORD, "A Survey of Recent Soviet Research on the Drying of Solids", Can. J. Chem. Engng 47, 378-391, 1969.
- [41] O. KRISCHER, "Die Wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik", Springer, Berlin, 1963.
- [42] D.A. DE VRIES "Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media", Trans. Am. Geophys. Union 39, 909-916, 1958.



- [43] R. W. LEWIS, G. COMINI and C. HUMPHESON, “Finite Element Application to Heat and Mass Transfer Problems in Porous Bodies (in Russian)”, *Inzh Fiz Zh.* 29, 483-488, 1975.
- [44] J. Y. LIU and S. CHENG, “Solutionas of Luikov Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies”, *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 34, N<sup>o</sup> 7, pp. 1747-1754. Pergamon Press plc, 1991.
- [45] N. F. F. LYRA, “ENERGIA SOLAR – Fundamentos e Terminologia de Conversão Heliotermoelétrica e Fotovoltaica”, Recife-PE 1995.
- [46] C. A. C. ALTEMANI, “Estudos de Aquecedores Solares de Convecção Natural para Secagem”, Campinas, Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Campinas, UNICAMP. 1976..
- [47] M. R. MADRI, “O Uso do Coletor Solar com Complementação de Resistência Elétrica na Prática de Secagem de Cação”, Tese de Mestrado, Campinas, UNICAMP, 1982.
- [48] F. A. DIAS, “Salga e Secagem do Pirarucu, *Arapaima gigas* (CUVIER, 1829), com Aplicação de Coletores Solares”, Tese de Mestrado, FUA / INPA / CNPq, Manaus – Amazonas, 1983.
- [49] G. M. L. FERNANDES, “Salga e Secagem do Mapará (*Hypophthalmus Edentatus*, Spix 1829) e da Pescada (*Plagioscio squamosissimus*, HECKEL) em Secador Solar com Circulação de ar Forçado”, FCAP, Belém – Pará – Brasil, 1997.
- [50] M.A.G. RUGGIERO, V.L.R. LOPES, “Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais”, Makron Books, 2a Edição, 1997.
- [51] A. A. DALE, J. C. TANNEHILL e R. H. PLETCHER”, *Computacional Fluir Mechanics and Heat Transfer*”, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1995.
- [52] M. N. ÖZISIK, “Finite Difference Methods in Heat Transfer”, Norte Carolina State University. CRC Press, Boca Raton, 1994.
- [53] A. TAFLOVE, “Computational Eletrodynamics - The Finite Difference Time Domain Method”, Artech House. 1995.

- [54] C. T. A. JOHNS, “Engineering Electromagnetic Fields and Waves”, John Wiley & Sons, New York – USA, 1975.
- [55] M. N. ÖZISIK, “Heat Transfer”, McGraw-Hill, Inc., 1985.
- [56] J. TUCKER, R. SMITH, M. F. ISKANDER, O. M. ANDRADE “Dynamic Model for Calculating Heating Patterns During Microwave Sintering”, Materials Research Society, Mat. Res. Soc. Symp. Proc., Vol. 269, p. 61 – 67, 1992.
- [57] J. A. DUFFIE, e W. A. BECKMAN, “Solar Engineering of Thermal Processes”, John Wiley e Sons, Inc., New York, 1991.
- [58] GRUPO DE TRABALHO DE ENERGIA SOLAR FOTOVOLTAICA (GTEF), “Manual de Engenharia para Sistemas Fotovoltaicos”, CRESESB / CEPEL, 2000.
- [59] PROGRAMA METEONORM Versão 4.0, "Global Meteorological Database for Solar Energy and Applied Climatology", Edição 2000.
- [60] S. A. E. CANTO e A. C. B. MONTEIRO, “Análise de Viabilidade do Rotor Savonius Acionado por Curso D’Água”, UFPA, TCC Eng. Mecânica, 1985.
- [61] H. SCHULZ, “Der Savonius Rotor”, Ökobuch, 1989.
- [62] W. A. BAZZO, “Desempenho de Rotores de Eixo Vertical Tipo Savonius”, M.Sc. Thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 1980.
- [63] D. R., HELDMAN, R. P. SINGH, “ Food Process Engineering”, The AVI Publishing Company, Westport, Connecticut, Second Edition, 1981.
- [64] G. A. REIDY, “Methods for Determining Thermal Conductivity and Diffusivity of Foods”, Food Science Department, Michigan State University, East Lansing, Michigan, 1968.
- [65] J. A. OLIVEIRA, “Medição da Permissividade Elétrica de Produtos Naturais”, Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) - DEE/CT/UFPA - Belém-PA/2001.