



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**WELLINGTON DA SILVA FONSECA**

**ANÁLISE DE ESFORÇOS ELETROMAGNETO-MECÂNICOS**  
**NOS ENROLAMENTOS DE UM TRANSFORMADOR SOB**  
**CONDIÇÕES DE CORRENTES DE *INRUSH***

**TD 15/2016**

**UFPA / ITEC / PPGEE**  
**Campus Universitário do Guamá**  
**Belém-Pará-Brasil**  
**2016**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ**  
**INSTITUTO DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**WELLINGTON DA SILVA FONSECA**

**ANÁLISE DE ESFORÇOS ELETROMAGNETO-MECÂNICOS**  
**NOS ENROLAMENTOS DE UM TRANSFORMADOR SOB**  
**CONDIÇÕES DE CORRENTES DE *INRUSH***

Tese de Doutorado submetido à coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor, no domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof.Dr. Marcus Vinicius Alves Nunes

Co-orientador: Prof. Dr. Newton Sure Soeiro

**UFPA / ITEC / PPGEE**  
**Campus Universitário do Guamá**  
**Belém-Pará-Brasil**  
**2016**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFPA

---

Fonseca, Wellington da Silva, 1983-

Análise de esforços eletromagneto-mecânicos nos enrolamentos de um transformador sob condições de correntes de inrush / Wellington da Silva Fonseca. - 2016.

Orientadora: Marcus Vinicius Alves Nunes;  
Coorientador: Newton Sure Soeiro.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém, 2016.

1. Transformadores elétricos - falhas. 2. Campos eletromagnéticos - modelos matemáticos.  
3. Método dos elementos finitos. I. Título.

CDD 23. ed. 621.314

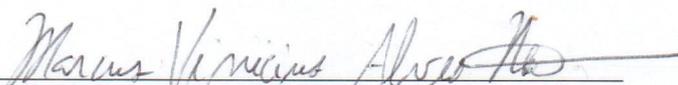
---

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

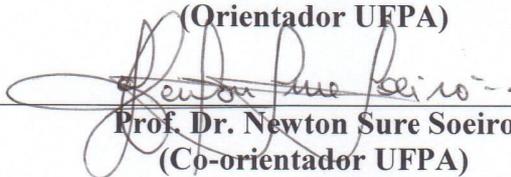
ANÁLISE DE ESFORÇOS ELETROMAGNETO-MECÂNICOS NOS  
ENROLAMENTOS DE UM TRANSFORMADOR SOB CORRENTES DE  
*INRUSH*

Autor: WELLINGTON DA SILVA FONSECA

BANCA EXAMINADORA



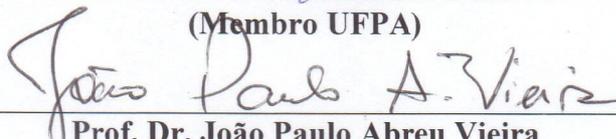
Prof. Dr. Marcus Vinicius Alves Nunes  
(Orientador UFPA)



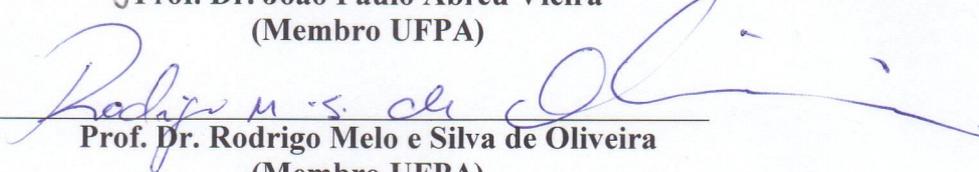
Prof. Dr. Newton Sure Soeiro  
(Co-orientador UFPA)



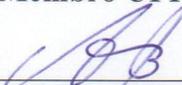
Prof. Dr. Ubiratan Holanda Bezerra  
(Membro UFPA)



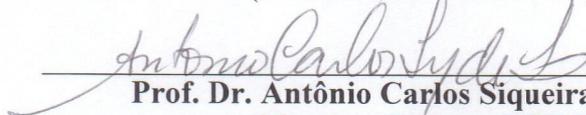
Prof. Dr. João Paulo Abreu Vieira  
(Membro UFPA)



Prof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira  
(Membro UFPA)



Prof. Dr. João Pedro Assumpção Bastos  
(Membro Externo UFSC)



Prof. Dr. Antônio Carlos Siqueira de Lima  
(Membro Externo UFRJ)

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes  
Coordenador do PPGEE / UFPA

## **DEDICATÓRIA**

---

À minha família, minha mãe Nancy do Socorro Fernandes da Silva, pela paciência e pelo amor incondicional que me dão a cada dia.

Também dedico este trabalho a todos meus amigos que acreditaram em meu potencial e me apoiaram de alguma forma.

## **AGRADECIMENTOS**

---

À Deus, por guiar meus caminhos e julgar-me merecedor desta realização;

Ao meu orientador, Professor Dr. Marcus Vinicius Alves Nunes, pelo apoio, orientação deste trabalho, por acreditar no meu potencial e pela amizade;

Ao meu co-orientador, Professor Dr. Newton Sure Soeiro por todo o conhecimento que me passou com tanta clareza, pelas grandes contribuições, pois sem ele eu talvez não tivesse conseguido concluir esse trabalho;

Ao Professor Dr. João Pedro Assumpção Bastos que mesmo antes de me conhecer pessoalmente sempre respondeu meus emails me dando grandes contribuições para construção desta tese e por repassar dados muito importantes para o êxito na conclusão deste trabalho;

Ao Professor Dr. Ubiratan Holanda Bezerra por todo o conhecimento que me passou nas disciplinas que tive a honra de assistir e pelos conselhos que me fizeram sempre seguir em frente;

Ao meu amigo, Professor Dr. João Paulo Abreu Vieira, pela amizade, pela paciência, pelos importantes conselhos;

Aos meus amigos, Professores Diorge de Souza Lima e Adry Kleber Ferreira de Lima por me ajudar em vários momentos que precisei;

Ao meu amigo Professor Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira pelo apoio e por participar da banca examinadora;

Ao meu amigo Professor Fabricio Jose Brito Barros, pela contribuição neste trabalho;

À todos meus amigos do CEAMAZON, em especial ao M.Sc. Eng. Thiago Mota Soares, pelo apoio para minhas atividades dentro daquele espaço;

Ao Ph.D. David Meeker por disponibilizar o software FEMM para o uso livre;

A todos que, de alguma forma, contribuíram para esta realização.

# **SUMÁRIO**

---

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	X
<b>LISTA DE TABELAS</b>	XII
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	XIII
<b>LISTA DE ABREVIACÕES E SIGLAS</b>	XV
<b>RESUMO</b>	XVI
<b>ABSTRACT</b>	XVII

## **CAPÍTULO 1**

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Estado da Arte e Revisão Bibliográfica	2
1.2.1 O Método de Elementos Finitos	3
1.2.2 Correntes de Energização ( <i>inrush</i> )	4
1.2.3 Comportamento Dinâmico dos Enrolamentos	6
1.3 Objetivo Geral	8
1.4 Objetivos Específicos	8
1.5 Organização da Tese	9

## **CAPÍTULO 2**

<b>ESTATÍSTICA DE FALHAS EM TRANSFORMADORES</b>	<b>10</b>
2.1 Considerações Iniciais	10
2.2 Principais Tipos de Transformadores de Potência	11
2.3 Análise de Falhas em Transformadores	11
2.3 Conclusões do Capítulo	17

## **CAPÍTULO 3**

<b>O MEF APLICADO A CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS</b>	<b>19</b>
---	-----------

3.1	Considerações Iniciais	19
3.2	O Método de Elementos Finitos	19
3.3	O Elemento Triangular de Primeira Ordem	22
3.4	O Campo Magnético – Potencial Escalar	24
3.5	O Campo Magnético – Potencial Vetor	27
3.6	Forças de Lorentz no Transformador	32
3.7	Conclusões do Capítulo	34

## CAPÍTULO 4

	<b>FORÇAS ELETROMAGNETO-MECÂNICAS NOS ENROLAMENTOS DE TRANSFORMADORES DURANTE CORRENTES DE <i>INRUSH</i></b>	<b>35</b>
4.1	Considerações Iniciais	35
4.2	Correntes de <i>Inrush</i>	35
	4.2.1. Estimativa da Atenuação da Amplitude da Corrente de <i>Inrush</i>	38
4.3	Forças Eletromagnéticas Dentro do Transformador	40
	4.3.1. Forças Radiais nos Enrolamentos	40
	4.3.2 Forças Axiais nos Enrolamentos	43
	4.3.2.1 Condição Ideal	44
	4.3.2.2 Condição Não-Ideal	46
4.4	Comportamento Dinâmico dos Enrolamentos de Transformadores	50
	4.4.1 Modelo Dinâmico Axial	50
	4.4.2 Modelo Dinâmico Radial	52
4.5	Comportamento Mecânico dos Materiais	54
4.6	Esforços Eletromecânicos e Tipos de Falhas em Transformadores	57
	4.6.1 Falhas Provocadas por Forças Radiais	58
	4.6.1.1 Enrolamentos Sujeitos a Estresse de Tração	58
	4.6.1.2 Enrolamentos Sujeitos a Estresse de Compressão	58
	4.6.2 Falhas Provocadas por Forças Axiais	61
	4.6.2.1 Inclinação de Condutores entre Espaçadores Radiais	62
	4.6.2.2 Inclinação de Condutores Produzida pela Carga Axial	63
4.7	Conclusões do Capítulo	64

## **CAPÍTULO 5**

### **ANÁLISE DOS EFEITOS ELETROME CÂNICOS NOS ENROLAMENTOS DE UM TRANSFORMADOR 65**

5.1	Considerações Iniciais	65
5.2	Estrutura e Funcionamento dos Softwares FEMM E ANSYS	65
5.3	Análise do Comportamento Eletromagneto-Mecânico Proposta para um Transformador	67
5.4	Análises da Integridade Estrutural do Enrolamento do Transformador	69
5.4.1	Características do Transformador	69
5.4.2	Resultado das Simulações Eletromagnéticas	71
5.4.3	Resultados das Simulações Mecânicas	76
5.4.3.1	Carregamento com Forças Radiais	77
5.4.3.2	Carregamento com Forças Axiais	80
5.4.3.2	Carregamento Combinado (Forças Radiais e Axiais)	83
5.5	Conclusões do Capítulo	89

## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSÕES DA TESE 90**

6.1	Conclusões	90
6.2	Cronograma de Execução	91

### **REFERÊNCIAS 92**

## **LISTA DE FIGURAS**

---

Figura 1: Estatística de componentes defeituosos em transformadores de potência de acordo com o CIGRE.	13
Figura 2: Curva de falhas (ou curva de banheira) em transformadores.	14
Figura 3: (a) Exemplo de Malha com elementos finitos e nós (b) Elemento Finito	20
Figura 4: Transformação de coordenadas locais em globais	22
Figura 5: Representação de um problema de potencial escalar magnético	25
Figura 6: Representação de um problema de potencial vetor magnético	27
Figura 7: Forma de onda para $\theta = 0$ e fluxo residual de $+\Phi_r$ .	37
Figura 8: Forma de onda típica da corrente transitória de energização (corrente de <i>inrush</i> )	37
Figura 9: Direção das forças nos enrolamentos.	40
Figura 10: Seção transversal de um lado do transformador mostrando as forças radiais nos enrolamentos e a distribuição da densidade de fluxo axial.	41
Figura 11: Método para cálculo de tensão de tração média.	42
Figura 12: Distribuição do fluxo radial e de força axial em enrolamentos concêntricos iguais.	44
Figura 13: Forças axiais nos enrolamentos magneticamente balanceados: $F_1=F_2$ .	45
Figura 14: Forças axiais nos enrolamentos com deslocamento axial: $F_1<F_2$ .	46
Figura 15: Seção transversal de um lado do transformador mostrando as forças axiais nos enrolamentos e a distribuição de densidade de fluxo de dispersão radial.	48
Figura 16: Determinação do diagrama de ampère-espiras residuais para enrolamento com derivação em uma extremidade.	48
Figura 17: (a) Ilustração dos enrolamentos, do núcleo e dos espaçadores de um transformador. (b) Modelo de massa concentrada do enrolamento AT de um transformador.	51
Figura 18: Vista superior de uma coluna com o Núcleo e os Enrolamentos	52
Figura 19: Enrolamentos Externo e Interno representado como anéis elásticos acoplados com molas e amortecedores	53
Figura 20: Diagrama tensão-deformação em um ensaio de tração.	54
Figura 21: Carga de prova do cobre para vários níveis de “dureza”	57
Figura 22: Deformação forçada (“ <i>forced buckling</i> ”) no enrolamento interno.	59

Figura 23: Deformação “livre” no enrolamento interno: <i>Free buckling</i> .	59
Figura 24: Inclinação dos condutores entre espaçadores radiais - vista lateral ( <i>Bending</i> ).	62
Figura 25: Inclinação de condutores pela ação de forças axiais - seção transversal.	63
Figura 26: Fluxograma para Análise da Condição de Energização do Transformador	68
Figura 27: Disposição e Dimensão dos Enrolamentos em Vistas (a) Superior e (b) Frontal da janela.	70
Figura 28: Curva de magnetização do núcleo do transformador de 50 MVA.	71
Figura 29: Geometria 2D do transformador com malha de elemento triangular de 1ª ordem	72
Figura 30: Enrolamento de Alta Tensão Energizado	73
Figura 31: Densidade de Fluxo Magnético no Transformador	74
Figura 32: Distribuição do Campo (a) Axial e (b) Radial ao longo do enrolamento de AT	75
Figura 33: (a) Força Radial e (b) Força Axial nos discos do transformador de 50 MVA	76
Figura 34: (a) Modelo Simplificado 3D dos enrolamentos de AT, BT, TERC e RAT (b) Modelo de Enrolamento de AT do transformador com malha.	77
Figura 35: (a) Ilustração do carregamento radial no enrolamento de AT (b) Vista Isométrica do enrolamento AT	78
Figura 36: Simulação da deformação total no enrolamento de AT com carregamento radial.	78
Figura 37: Simulação da tensão mecânica no enrolamento de AT com carregamento radial	79
Figura 38: Simulação do fator de segurança no enrolamento de AT com carregamento radial.	80
Figura 39: (a) Ilustração do carregamento axial no enrolamento de AT (b) Vista Isométrica do enrolamento AT.	81
Figura 40: Simulação da deformação total no enrolamento de AT com carregamento axial.	81
Figura 41: Simulação da tensão mecânica no enrolamento de AT com carregamento axial.	82
Figura 42: Simulação do fator de segurança no enrolamento de AT com carregamento axial.	83
Figura 43: (a) Ilustração do carregamento radial e axial no enrolamento de AT (b) Vista Isométrica do enrolamento AT.	84

Figura 44: Simulação da deformação total no enrolamento de AT com carregamento combinado.	84
Figura 45: Simulação das tensões mecânicas no enrolamento de AT com carregamento combinado.	85
Figura 46: Simulação do fator de segurança no enrolamento de AT com carregamento combinado.	86
Figura 47: (a) Deformação Total e (b) Estresse ao longo do enrolamento AT.	87
Figura 48: (a) Estresse Axial e (b) Fator de Segurança ao longo do enrolamento AT.	88

## **LISTA DE TABELAS**

---

Tabela 1: Concentração do mercado global de transformadores em 2002, 2007 e 2012	12
Tabela 2: Causas Típicas de falhas em transformadores	12
Tabela 3: Número de casos e perdas capitalizadas no ano.	15
Tabela 4: Perdas capitalizadas por aplicação.	15
Tabela 5: Custos de falhas.	15
Tabela 6: Falha nos transformadores por idade.	16
Tabela 7: Percentual de faltas para falhas em transformadores de potência.	16
Tabela 8: Características geométricas dos enrolamentos.	70
Tabela 9: Características geométricas dos enrolamentos.	86

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$I_{0maxc}$	Corrente de <i>Inrush</i>
$f$	Densidade volumétrica de força magnética
$J$	Densidade superficial de corrente
$B$	Densidade de campo magnético de dispersão
$B_a$	Densidade de fluxo de dispersão axial
$N$	Número de espiras do enrolamento
$I_r$	Corrente nominal do enrolamento
$h_w$	Altura do enrolamento
$F_r$	Força radial total no enrolamento
$D_m$	Diâmetro médio do enrolamento
$\sigma_{medio}$	Estresse de tração médio
$S$	Seção transversal
$R_{cc}$	Resistência em corrente contínua do condutor
$\rho$	Resistividade do condutor
$d_0$	Espaço entre os enrolamentos
$d_1$	Espessura radial do enrolamento externo
$d_2$	Espessura radial do enrolamento interno
$B_r$	Densidade de fluxo de dispersão radial
$h_{eff}$	Comprimento efetivo do caminho do fluxo radial
$a$	Comprimento do Tap
$\sigma_{crit}$	Valor do estresse crítico
$E$	Módulo de elasticidade do material
$e$	Espessura do condutor
$R, r$	Raio do enrolamento
$E(\delta)$	Módulo de elasticidade incremental no valor crítico
$k$	Constante para espessura equivalente
$N_s$	Número de suportes axiais
$F_{rmed}$	Força radial
$l$	Distância entre os suportes
$h$	Altura do condutor
$F_a$	Força axial

$L$	Distância entre os espaçadores axiais
$m$	Número dos espaçadores
$s$	Comprimento dos espaçadores
$c$	Módulo equivalente de elasticidade do papel
$H$	Intensidade de campo magnético
$\mu$	Permeabilidade magnética
$E$	Vetor campo elétrico
$dV$	Elemento diferencial de volume
$dF$	Elemento diferencial de força
$u, v$	Deslocamentos
$Al$	Unidade de Alongamento
$\delta w$	Trabalho Virtual
$[M]$	Matrix de Massa
$[C]$	Matrix de Amortecimento
$[K]$	Matrix de Rigidez
$\ddot{x}$	Vetor Aceleração
$\dot{x}$	Vetor Velocidade
$x$	Vetor Deslocamento
$F(t)$	Força variando no Tempo
$g$	Aceleração da Gravidade
$V_p$	Valor de pico da tensão aplicada
$\theta$	Ângulo de fase da tensão quando ligada
$i_0$	Valor instantâneo da corrente de magnetização
$\Phi_m$	Valor instantâneo do fluxo no tempo $t$
$R_l$	Resistência do enrolamento primário
$N_l$	Numero de espiras do enrolamento primário
$\Phi_a$	Fluxo magnético de dispersão no ar
$\Phi_{mp}$	Fluxo magnético máximo
$\Phi_r$	Fluxo residual
$A_c$	Área da seção transversal do núcleo
$A_w$	Área média de uma espira do enrolamento
$B_r$	Densidade de fluxo residual
$B_{mp}$	Indução magnética nominal de pico no núcleo

$X_s$	Reatância do ar
$R_s$	Soma da resistência dos enrolamentos e resistência do sistema
$K_3$	Fator de correção para o decaimento da corrente de <i>inrush</i>
$J_T$	Matriz jacobiana
$D$	Duas vezes a área do triângulo
$\varepsilon$	Deformação sofrida
$\Delta l$	Alongamento ocorrido
$l_f$	comprimento final
$l_0$	comprimento inicial
$\sigma$	Tensão mecânica aplicada
$E$	Módulo de elasticidade do material
$\sigma_r$	Estresses radial
$FS$	Fator de segurança
$\sigma_{máx}$	Limite de proporcionalidade
$\sigma_{adm}$	Tensão admitida

## **LISTA DE ABREVIACÕES E SIGLAS**

---

FEA	<i>Finite Elements Analysis</i>
MEF	Método de Elementos Finitos
FEMM	<i>Finite element method magnetic</i>
CIGRE	<i>International Council on Large Electric Systems</i>
CEA	<i>Canadian Electricity Association</i>
ZTZ	<i>Scientific and Engineering Centre</i>
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
OLTC	<i>OnLoad Tap Changer</i>

## RESUMO

Esta tese apresenta uma análise do efeito das forças devido ao campo eletromagnético na deformação estrutural, estresses e fator de segurança em transformadores de potência quando estes são submetidos às correntes de energização ou correntes de *inrush*. A metodologia adotada baseia-se em uma avaliação magneto-mecânica do transformador através do método dos elementos finitos (MEF). Nesta perspectiva, a condição operacional de energização do transformador é considerada para estimar com precisão a densidade de campo magnético na estrutura ferromagnética deste e para encontrar na sequência os valores das tensões mecânicas ou forças nas direções axiais e radiais resultantes sobre os enrolamentos. Com este objetivo é implementado uma modelagem Bidimensional (2D) e tridimensional (3D) das estruturas discretizadas do transformador, em softwares consolidados em meios técnicos e acadêmicos, sendo estes baseados no Método de Elementos finitos, visando assim, a obtenção de resultados mais precisos no cálculo das variáveis descritas. São realizadas comparações entre os resultados provenientes do método numérico com aqueles obtidos via métodos analíticos, demonstrando que o MEF pode prever com mais precisão a distribuição dos estresses ao longo dos enrolamentos dos transformadores quando submetidos a condições limites de operação como as que ocorrem durante as correntes de *inrush*. São apresentados ainda resultados da densidade de fluxo magnético no transformador, mostrando que quando correntes elevadas circulam nos seus enrolamentos concêntricos, estas alteram o caminho do fluxo, provocando um acréscimo significativo do campo de dispersão e conseqüentemente das forças radiais e axiais. Com os resultados obtidos para o comportamento estrutural dos enrolamentos durante as correntes de *inrush* observou-se também que nos extremos dos enrolamentos, pontos onde se localizam os espaçadores, apresentam uma fragilidade estrutural maior devido às forças eletromagnéticas axiais. Este fato também implica em uma redução do fator de segurança nos extremos dos enrolamentos, o que deve ser considerado no projeto dos transformadores de potência.

**Palavras Chaves:** Método de Elementos Finitos, Transformadores, Eletromagnetismo, Correntes de *Inrush*, Estresses, Análise Estrutural, Fator de Segurança.

## **ABSTRACT**

This thesis presents an analysis of the effect of electromagnetic origin forces on structural deformation, stress and safety factor in power transformers when they are subjected to inrush currents. The methodology adopted is based on a magneto-mechanical assessment of the transformer using the finite element method (FEM). In this sense, the operating condition of its transformer energization is considered to accurately estimate the magnetic field density in the ferromagnetic structure and to find the values of mechanical stresses or forces in the axial and radial directions on the windings. These components are distributed over energized the high-voltage windings for observing the mechanical loading, which are more susceptible to such current actions. With this goal, it is implemented two- dimensional (2D) and three-dimensional (3D) modeling of the discretized transformer structures in consolidated software, which are based on the Finite Elements Method, intended so to obtain more precise results in calculating the variables described. Comparisons between the results from the numerical method with those obtained by analytical methods are made, demonstrating that the FEM provides more precise distribution of stresses along the windings of the transformers when subjected to operating limits conditions as under currents inrush. It is also presented the magnetic flux distribution in the transformer, with high currents circulating in concentric winding of this. It modifies the flux path, causing in a significant increase in the leakage field and consequently on radial and axial forces. The results obtained for the structural behavior of the windings during inrush currents were also seen that the ends of the windings, where the spacers are located, producing high structural weakness due to the axial electromagnetic forces. This also implies a reduction in the safety factor at the ends windings ends and should be considered on the design of power transformers.

**Key Words:** Finite Element Method, Transformers, Electromagnetic, Inrush Current, Lorentz Forces, Structural analysis, Safety Factor.

## INTRODUÇÃO

### 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os transformadores são componentes indispensáveis de muitos sistemas de conversão de energia elétrica (BARZEGARAN *et al*, 2010), sendo seu projeto de fundamental importância para o funcionamento adequado dos sistemas elétricos de potência. Dois fatores fundamentais no projeto de um transformador são a sua vida útil e o seu custo. Alguns dos motivos que podem diminuir a vida útil deste equipamento é o seu uso excessivo sem a manutenção adequada, gerando desgastes como fadiga térmica e mecânica, sobreaquecimento, altas tensões mecânicas e vibrações, ocasionando perdas e, conseqüentemente, danos ao equipamento, gerando assim um aumento de custos para todo o sistema.

Grande parte dos defeitos em transformadores são provocados por esforços mecânicos, devido às condições de energização, às quais, frequentemente os mesmos são expostos quando integrados às redes elétricas (FONSECA *et al*, 2010).

Os procedimentos para a sua substituição ou reparo são igualmente onerosos para a empresa proprietária, podendo comprometer a receita. Quando há um dano em um desses equipamentos, as concessionárias podem ter perdas financeiras, pois deixam de vender seu produto. Outro efeito negativo com a “parada” de um transformador, seja para manutenção ou substituição, é em relação aos clientes das concessionárias, sejam estes do ramo empresarial (indústrias, prédios comerciais, entre outros) ou o próprio consumidor residencial, que sofrem com a perda de qualidade no fornecimento da energia elétrica e/ou o desconforto em sua residência.

As correntes de *inrush* são correntes de grande magnitude, que acometem os transformadores, são componentes harmônicas geradas quando o núcleo do dispositivo é exposto à saturação durante a energização (BRUNKE e FRÖHLICH 2001) e geram impactos significativos sobre a estrutura dos enrolamentos dos transformadores devido aos esforços mecânicos gerados (STEURER e FRÖHLICH 2002).

Assim, o estudo do custo/benefício, em termos técnicos de desempenho e robustez, deve ser considerado quando se deseja projetar transformadores. Estatísticas mostram que danos em transformadores ocorrem, principalmente, quando seus enrolamentos estão expostos às correntes de *inrush*, pois os mesmos ficam submetidos, nestas condições, aos esforços mecânicos produzidos por forças de Lorentz (AZEVEDO, 2007), fato a ser avaliado nesta tese. As forças de Lorentz em alguns casos de transitórios eletromagnéticos podem até esmagar as bobinas atingidas, comprometendo assim o funcionamento e a vida útil do transformador (BARZEGARAN *et al*, 2010; FONSECA *et al*, 2014).

Em muitas situações, a solução analítica referente aos transitórios eletromagnéticos em transformadores é difícil de ser encontrada ou mesmo impossível de ser determinada (AMOIRALIS *et al*, 2009). Assim, os métodos numéricos surgem como uma ferramenta indispensável à modelagem dos mais diversos problemas de eletromagnetismo. Dentre os métodos numéricos utilizados para modelar transformadores pode-se destacar o Método dos Elementos Finitos (MEF).

A partir desta perspectiva, a presente tese tem como principal contribuição a utilização de uma metodologia baseada no MEF para representar os estresses eletromagneto-mecânicos e análise estrutural dos enrolamentos de transformadores quando estão sujeitos às correntes de *inrush*, considerando a simulação 3D para análise da integridade estrutural, baseado na deformação, nos estresses e no fator de segurança que atuam nos enrolamentos desses transformadores. Tal análise é de grande importância, pois estes equipamentos são expostos a estas condições de operação (correntes de *inrush*) ao longo de toda sua vida útil. Para isso, será realizado o estudo de um transformador de potência que está conectado a um banco trifásico.

## 1.2. ESTADO DA ARTE e REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Transformadores são componentes importantes na transmissão e distribuição de energia para empresas do setor elétrico. Em vista da crescente demanda por fornecimento de energia de qualidade, concessionárias do setor elétrico estão interessadas em evitar falhas de transformadores. Quaisquer que sejam as consequências das falhas, tais eventos são indesejáveis, uma vez que provocam uma redução da confiabilidade geral do sistema, além de impor demanda adicional de mão-de-obra, recursos financeiros, tempo, para corrigir o problema e perdas no fornecimento de energia (BEHJAT e VAHEDI, 2011).

Os transformadores de potência estão submetidos constantemente a grandes esforços mecânicos, originados principalmente pela interação dos campos magnéticos de seus enrolamentos (WINDERS, 2002). Esses defeitos ocorrem principalmente nas partes ativas do equipamento (enrolamentos, Tap's e buchas) e constituem-se da deformação e/ou desalinhamento dos enrolamentos (AGUIAR, 2007).

Na sequência desta tese é apresentada uma síntese das publicações consideradas de grande relevância para a análise de esforços em transformadores advindos de campos eletromagnéticos e que servirão para consubstanciar a realização desta pesquisa. Para tornar mais didática a apresentação dos resultados das pesquisas desenvolvidas, procurou-se agrupar as referências por assunto pesquisado.

### **1.2.1. O Método de Elementos Finitos**

O MEF foi primeiramente proposto em 1940 para a análise de diversos fenômenos físicos que ocorrem em meios contínuos e que são descritos através de equações diferenciais parciais, com determinadas condições de contorno. O princípio do método consiste em dividir o domínio (meio contínuo) do problema em sub-regiões de geometria simples (BIANCHI, 2005). Nesta formulação, a resolução de problemas de saturação em materiais ferromagnéticos não podiam ser obtidos até que Silvester e Chari (1970) publicaram um artigo que propôs a utilização de uma variação deste método em problemas não lineares adequados a análises eletromagnéticas. Com o passar dos anos, o método de elementos finitos foi largamente adotado para solução de problemas físicos e matemáticos. A metodologia de cálculos do método de elementos finitos está estruturada em três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento (MEEKER, 2010).

O Método dos Elementos Finitos foi considerado para direcionar muitas pesquisas pelo fato do mesmo ser adequado para geometrias complexas e apresentar maior concordância com os resultados experimentais (BARZEGARAN et al, 2010). Um bom exemplo está no trabalho de Eslamian e Vahidi (2012), onde um novo método analítico para o cálculo da matriz de indutâncias do enrolamento do transformador, com frequências muito elevadas foi comparado com simulações do MEF, usando o software FEMM (MEEKER, 2010), para provar a alta precisão da nova técnica por eles apresentada. Assim como no trabalho de Kefalas e Kladas (2012), que desenvolveram uma ferramenta computacional de elementos

finitos para auxiliar fabricantes na concepção de transformadores de distribuição, especificamente para o mercado de energia elétrica.

Silva e Bastos (2015) afirmam que a eficiência do MEF para a concepção e melhoria dos dispositivos eletromagnéticos já é estabelecida há várias décadas, o que o torna uma poderosa ferramenta utilizada para a melhoria de modelos de transformadores de potência devido à complexidade deste dispositivo. Em seu trabalho eles discutem a influência das simplificações feitas nas geometrias de transformadores de potência para a realização de simulações eletromagnéticas e termodinâmicas com diminuição do tempo computacional, obtenção de campos elétricos e magnéticos, temperaturas e fluxo de calor no interior do transformador.

### 1.2.2. Correntes de Energização (*inrush*)

As correntes de *inrush* podem apresentar uma amplitude de 6 a 8 vezes o valor da corrente nominal do transformador de acordo com Kulkarni e Khaparde (2004).

Steurer e Fröhlich (2002) em seu trabalho apresentam o resultado de investigações sobre a forma com a qual as forças eletromecânicas produzidas pelas correntes de energização do transformador se distribuem no interior dos enrolamentos. Estes resultados demonstram que, mesmo com picos 30% menores que os provocados pelas correntes de curto-circuito, as correntes de *inrush* podem produzir forças com amplitudes semelhantes às provocadas pela corrente de curto-circuito. Deve-se levar em conta que o tempo de duração das correntes de energização é, em geral, consideravelmente maior que o das correntes de curto-circuito. Outro fato a ser considerado é que as correntes de *inrush* podem ocorrer com mais frequência do que as correntes de curto-circuito, uma vez que a energização de transformadores faz parte da operação normal de serviço.

Outros modelos levam em conta o efeito da energização do transformador para outros transformadores ligados em paralelo (BRONZEADO e YACAMIMI, 1995). Técnicas de solução de domínios foram também propostas para simulação de variação na corrente de entrada a fim de superar problemas numéricos devido à natureza transitória do fenômeno (RICO *et al*, 2001).

Addly (2001) destaca que na ocorrência de altas correntes de *inrush* o núcleo satura e sua permeabilidade é reduzida. Assim, as componentes produzidas pelo fluxo de dispersão podem ser negligenciadas, bem como as correntes no secundário, caso existam. Na

investigação das forças sob condições de *inrush*, apenas as componentes de campo produzidas pelas correntes nos condutores dos enrolamentos primários são consideradas.

Técnicas numéricas para previsão das correntes de *inrush* estão presentes nos trabalhos desenvolvidos por Steurer e Fröhlich (2002) e Faiz *et al* (2008), onde o MEF é aplicado nas versões 2D e 3D a transformadores de potência para avaliação das forças eletromagnéticas nos enrolamentos devido ao aparecimento da corrente de *inrush* e sua comparação com as forças de curto-circuito, respectivamente.

No entanto, a maior parte dos métodos utilizados para simulações atualmente baseiam-se na determinação de circuitos equivalentes apropriados, levando em conta a geometria do núcleo (SÁINZ *et al*, 2007), as características estruturais (CHEN *et al*, 2005), e o material do núcleo não linear (ABDULSALAM *et al*, 2005; (VANTI *et al*, 2008), ou ainda usando medições em tempo real (LIN *et al*, 1993 parte I e II) bem como a adoção de parâmetros adequados para o núcleo magnético do modelo de histerese Jiles-Atherton (WANG *et al*, 2008), e finalmente por simulação adequada dos afundamentos de tensão causados por correntes de *inrush* (NAGPAL *et al*, 2006).

Em Azevedo (2007) são apresentados os defeitos provocados pelos esforços mecânicos decorrentes de correntes de *inrush* e curtos-circuitos “passantes”, mostrando como esses fenômenos se constituem em importantes causadores de falhas em transformadores. Em seu trabalho é realizada uma investigação dos efeitos danosos causados pelas correntes de *inrush* e curto-circuito. Emprega-se uma modelagem computacional baseada em MEF, utilizando o software FEMM para aferir as forças a que ficam submetidos os enrolamentos dos transformadores durante a ocorrência de correntes *inrush* e curto-circuito.

Wiszniewski *et al* (2008) mostram também que, sob condições especiais de funcionamento, as correntes observadas após a ligação do transformador à rede elétrica não contêm informações de restrição suficiente (por exemplo, segundo harmônico), resultando em um mau funcionamento dos relés de proteção e causando um grande problema para sua proteção em transformadores de potência. Assim sendo, transformadores devem ser projetados para suportar transitórios ocasionados por correntes de *inrush*, pois tais correntes podem comprometer o funcionamento e a vida útil dos transformadores.

### 1.2.3. Comportamento Mecânico dos Enrolamentos

As tensões mecânicas causadas pelas correntes de energização sobre os enrolamentos devem ser levadas em consideração na fase de concepção do transformador. O comportamento de transformadores, seja sob correntes de energização ou curto-circuito, deve ser umas das principais preocupações durante a sua concepção, pois a capacidade de superar tais tensões mecânicas, sem consequências significativas sobre o seu funcionamento, é uma exigência presente nas normas técnicas internacionais (AMOIRALIS *et al*, 2009).

A resposta dinâmica dos transformadores submetidos às forças axiais de curto-circuito é analisada em Patel (1973), parte I e II. Na parte I do estudo, discute-se o efeito sobre os enrolamentos e sobre as estruturas de fixação (*Clampings*) de forma individual. Na parte II, a avaliação é realizada considerando ambas as partes de maneira combinada. As forças dinâmicas encontradas, a partir das forças eletromagnéticas, mostram-se completamente diferentes para as duas situações analisadas.

As vibrações axiais dos enrolamentos dos transformadores em curto-circuito são consideradas em Liang *et al* (2003) e Wang *et al* (2002). Em Liang *et al* (2003) é apresentado um modelo para estudar as vibrações axiais baseado no sistema massa-mola. A referência Wang *et al* (2002) propõe um modelo não-linear que varia com o deslocamento dos enrolamentos. As equações de vibração não-lineares são solucionadas fazendo uso de um método numérico. A resposta ao deslocamento foi obtida para o transformador sob condições de forças eletromagnéticas devidas a curtos-circuitos, concluindo-se que condições de elevadas correntes provocam uma vibração instável dos enrolamentos.

Shao *et al* (2012) apresentam uma análise de vibração eletromagnética de um novo supressor harmônico auto-indutivo (AIHS - *Autoinductive Harmonic Suppression*) nos enrolamentos do transformador conversor, sendo que as forças eletromagnéticas nas direções radial e axial dos enrolamentos são calculadas usando o teorema de Lagrange, onde três disposições do enrolamento são construídos por modelo 3D-MEF e simulados utilizando análise transiente. Na análise de vibração realizada em Shao *et al* (2012), alguns fatores foram omitidos para simplificar o cálculo e os resultados da simulação de vibração não são verificados por resultados de medições experimentais.

Hsu *et al* (2012), em seu artigo discutem o efeito da vibração magneto-mecânica e o esforço de flexão em transformadores de três colunas, com núcleo de liga amorfa, utilizando

um modelo de simulação via MEF. Seus resultados são comparados com as medições para verificação de desempenho em termos de perda de núcleo, ruído audível e vibração.

Forças eletromagnéticas transitórias nas direções radiais e axiais produzem tensões mecânicas nos enrolamentos dos transformadores. Em Ahn *et al* (2011) e Ahn *et al* (2012) são analisadas, através do MEF, as forças eletromagnéticas produzidas por curto-circuitos, acoplando os fenômenos de natureza eletromagnética e mecânica. Em Ahn *et al* (2011) um modelo 3D de transformador é considerado para calcular as forças eletromagnéticas transitórias. O vector potencial magnético, a densidade do fluxo magnético e as forças eletromagnéticas são analisadas pelo MEF devido às correntes de curto-circuito transientes aplicadas ao transformador de potência. Os resultados obtidos são comparados com os resultados analíticos e mostram boa concordância. Em Ahn *et al* 2012, através da simulação via MEF, além da análise do comportamento eletromecânico, também é realizada uma análise mecânica estrutural nos enrolamentos, obtêm-se os dados da distribuição da tensão mecânica e da deformação com precisão e as forças mecânicas resultantes no enrolamento de alta tensão, que são comparados com os valores experimentais obtidos.

Bakshi e Kulkarni (2014) fazem análises dos efeitos mecânicos devidos às correntes de elevada amplitude, no caso de curto-circuito, em dois trabalhos. No primeiro é feita uma análise 3D MEF de um transformador de potência de 130 MVA, com o enrolamento interno sendo do tipo helicoidal. Forças eletromagnéticas de torção são calculadas nos pontos superiores e inferiores deste enrolamento. Na análise MEF estrutural, as forças obtidas são aplicadas às respectivas extremidades dos terminais do enrolamento sendo determinados os deslocamentos circunferenciais e as tensões mecânicas destas regiões. Os resultados obtidos são comparados com resultados analíticos. Neste trabalho, vários componentes de tensão mecânica são calculados para determinar o fator de segurança em função das forças no enrolamento. No segundo trabalho de Bakshi e Kulkarni (2014) é analisada a flambagem do enrolamento em um setor entre dois espaçadores axiais. Ambos os trabalhos foram desenvolvidos no *software* comercial de elementos finitos ANSYS.

Zhang *et al* (2014) fazem uma análise 2D MEF e 3D MEF para avaliar os comportamentos eletromagnético e mecânico, respectivamente, em enrolamentos tipo disco de um transformador de 220kV durante a corrente de curto-circuito. É obtido a força eletromagnética, a resposta dinâmica transitória de deformação dos enrolamentos e a tensão mecânica. Utilizam 2D-MEF para obter a força eletromagnética e suas características dinâmicas nas direções axial e radial e para calcular a deformação dos enrolamentos com

precisão. Zhang *et al* (2014) mediram a característica não-linear de elasticidade do espaçador e construíram um modelo 3D-MEF cinético para analisar a deformação dinâmica axial.

Através da pesquisa bibliográfica realizada nesta fase do trabalho, foi possível constatar na literatura a existência de uma série de publicações que contemplam, de forma direta ou indireta, os estudos de correntes de *inrush* em transformadores através do MEF. Porém, pouco é explorado em relação à avaliação da integridade estrutural dos enrolamentos oriundos deste estado de operação sendo que as poucas referências que as exploram, se valem de métodos analíticos ou somente apresentam a simulação numérica.

Nesta tese é apresentada uma análise do comportamento eletromagneto-mecânico nos enrolamentos dos transformadores sob o enfoque do 3D-MEF para determinação de efeitos mecânicos nos enrolamentos tais como deformações, estresses e fator de segurança sob condições de correntes de *inrush* com o intuito de avaliar a integridade estrutural dos enrolamentos de alta tensão do transformador para contribuir com o projeto e predição de falhas nos enrolamentos.

### 1.3. OBJETIVO GERAL

Conforme abordado no estado da arte e revisão bibliográfica sobre a importância do assunto fica evidenciado as necessidades do estudo dos efeitos decorrentes das correntes de *inrush* para o projeto de transformadores. O objetivo geral da tese é contribuir para a investigação de forças eletromagnéticas, deformação estrutural, estresses e fator de segurança em transformadores durante sua energização através do MEF para avaliar seus impactos na integridade estrutural do dispositivo.

### 1.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Em termos específicos espera-se:

- Construir modelos geométricos 2D e 3D de transformadores;
- Criar um modelo 2D MEF de um transformador para análise das Forças de Lorentz nas componentes radiais e axiais durante a energização do transformador;
- Utilizar os dados provenientes das simulações realizadas em MEF 2D (Forças Radiais e Axiais) como entrada do software *ANSYS Workbench* para análise 3D – MEF estrutural do equipamento;
- Realizar simulações 3D – MEF da deformação, estresses mecânicos e fator de segurança sob condições de correntes de *inrush*;

- Verificar o modelo, analisar e avaliar a integridade estrutural dos enrolamentos do transformador sob condições de corrente de *inrush*.

## 1.5. ORGANIZAÇÃO DA TESE

Concluído, a contextualização do problema e a revisão bibliográfica referente à tese, segue a sua apresentação em mais cinco capítulos.

O capítulo 2 tem por objetivo principal estabelecer marcos teóricos a respeito dos efeitos das correntes de energização sobre a integridade dos transformadores. Nesse sentido, são apresentados os tipos e origem das falhas a que são comumente submetidos estes dispositivos e os dados estatísticos da desativação de equipamentos em decorrência dos efeitos de fenômenos transitórios, bem como sua correlação com as causas.

No capítulo 3 é realizada uma breve explanação a respeito do método de elementos finitos aplicado ao eletromagnetismo de baixas frequências a partir das equações de Maxwell para o cálculo de forças eletromecânicas.

O capítulo 4 visa à definição teórica e caracterização da resposta estrutural das componentes das forças eletromagnéticas gearadas nos enrolamentos do transformador em condições de transitórios de energização, com apresentação das formulações para os cálculos dos fenômenos abordados neste trabalho.

No capítulo 5 é realizada a modelagem do transformador, a análise das forças eletromagneto-mecânicas devido às correntes de *inrush*, análise do fluxo de dispersão no transformador e a análise mecânica com destaque para deformação, estresses e fator de segurança. Avalia-se a integridade estrutural do enrolamento de alta tensão do transformador.

Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões deste trabalho de tese e sugestões para trabalhos futuros.

# ESTATÍSTICA DE FALHAS EM TRANSFORMADORES

## 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Transformadores de potência estão entre os componentes mais caros e estratégicos de qualquer sistema de potência (METWALLY, 2011). O seu projeto é uma tarefa complexa, à medida que engenheiros devem sempre garantir seu funcionamento correto, seguindo as especificações e normas e minimizando custos de produção (AMOIRALIS *et al*, 2009).

Os reparos em transformadores são difíceis de realizar e os custos de interrupção no sistema elétrico são muito elevados tanto para as concessionárias, quanto para os clientes que deixam de receber energia elétrica.

O método de projeto de transformadores pode variar significativamente em função da aplicação do mesmo ou do tipo e da sua frequência de funcionamento. Há muitas alterações de acordo com as características construtivas do núcleo, do método de resfriamento, ou do tipo do material magnético (DEL VECCHIO *et al*, 2001; KULKARNI e KHAPARDE, 2004). Assim, sua substituição no sistema é extremamente onerosa, ou seja, qualquer substituição tem de ser técnica e economicamente justificada.

As falhas dos subcomponentes de transformadores podem ter diferentes naturezas, tais como, o envelhecimento de isolamento, falhas em projeto, logística inadequada ou falhas aleatórias (CHMURA *et al*, 2011). A Associação Internacional de Seguradoras de Riscos de Engenharia (IMIA) disponibiliza em seu *site* diversos trabalhos e relatórios de análise de sinistros em transformadores, e observa-se que grande parte das ocorrências investigadas estão relacionadas às falhas de projeto como é descrito em Corbin (2009), Garcia *et al* (2011) e Lesh (2011).

Este capítulo tem como objetivo descrever, resumidamente, a classificação e características de transformadores e seus componentes, os aspectos gerais, financeiros e gerenciais que envolvem as falhas mecânicas dos transformadores. Apresentam-se aqui dados estatísticos sobre a ocorrência de eventos de falhas associados às tensões mecânicas sobre o transformador, a avaliação global do comércio e estatísticas de projeções futuras de falhas em transformadores.

## 2.2 PRINCIPAIS TIPOS DE TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA

A classificação entre diferentes tipos de transformadores é realizada em termos de potência e de tensão. Transformadores com uma potência nominal de até 2,5 MVA e uma tensão de até 36 kV são referidos como transformadores de distribuição, enquanto todos os transformadores de tensões mais elevadas são considerados transformadores de potência (AMOIRALIS *et al*, 2009). Existem três tipos principais de transformadores de potência, ou seja, em banho de óleo, gás isolado, e transformador tipo seco com ou sem sistema de isolamento da bobina (METWALLY, 2011).

Transformadores imersos em óleo são economicamente viáveis para uma ampla gama de tensões de alimentação. Estes transformadores usam enrolamentos envolvidos em papel que estão imersos em óleo mineral, que por sua vez serve tanto para isolamento, quanto como para de arrefecimento.

Transformadores com isolamento de gás utilizam filme de polietileno tereftalato (PET) para o isolamento das bobinas. São colocados em um tanque selado preenchido por gás SF<sub>6</sub> (hexafluoreto de enxofre), que arrefece os enrolamentos e os protege da umidade e do pó. (METWALLY, 2011).

Transformadores do tipo seco podem ter os seus enrolamentos isolados de várias maneiras. Um método básico é pré-aquecer as bobinas e, em seguida, mergulhá-las em verniz, a uma temperatura elevada. Posteriormente, as bobinas são secadas para curar o verniz (METWALLY, 2011).

## 2.3 ANÁLISE DE FALHAS EM TRANSFORMADORES

Segundo Metwally (2011), a demanda de energia elétrica no mundo está prevista para ser duplicada entre 2000 e 2030 a uma taxa de crescimento anual de 2,4%. A participação da eletricidade no consumo final total de energia elétrica vai crescer de 18% em 2000 para 22% em 2030 e o crescimento da demanda de energia elétrica tem tendências maiores nos países em desenvolvimento, onde a demanda vai subir mais de 4% por ano durante o período de projeção, ou seja, mais do que triplicando em 2030. Consequentemente, a participação dos países em desenvolvimento na demanda global de eletricidade deve saltar de 27% em 2000 para 43% em 2030. Apresenta-se a alta concentração do comércio global de transformadores em 2002 e 2007 na China e na Índia na Tabela 1, que não previu mudanças no mercado global até 2012.

**Tabela 1:** Concentração do mercado global de transformadores em 2002, 2007 e 2012

<b>País/Ano</b>	<b>2002</b>	<b>2007</b>	<b>2012</b>
China	21,82%	26,22%	26,20%
Estados Unidos	32,02%	18,47%	16,51%
Índia	6,29%	7,65%	8,69%
Japão	5,45%	5,41%	4,95%
Rússia	2,43%	4,99%	5,41%
Canadá	1,71%	2,04%	1,80%
Alemanha	2,28%	1,91%	2,14%
Coreia do Sul	1,18%	1,66%	2,04%
Brasil	1,40%	1,49%	1,29%
Reino Unido	1,74%	1,46%	1,28%
Restante do mundo	23,68%	28,70%	29,69%
TOTAL	100,00%	100,00%	100,00%

FONTE: METWALLY, 2011, p. 38.

Por ser o transformador um dispositivo muito oneroso e estratégico em sistemas de potência, análises relativas à ocorrência de falhas são necessárias. Por outro lado, um determinante na ocorrência de falhas diz respeito à deterioração, ao longo de sua vida útil, das características mecânicas e elétricas dos materiais utilizados na sua fabricação. De um modo geral, tais falhas podem ser classificadas como sendo de origens elétricas, mecânicas e térmicas (WANG *et al*, 2002).

Falhas em transformadores podem ocorrer como resultado de diferentes causas e condições. Geralmente, as falhas podem ser definidas como na tabela 2 (WANG *et al*, 2002), onde estão relacionadas causas típicas de falhas em transformadores, utilizando como forma de classificação a sua natureza, ou seja, causas internas ou externas ao equipamento.

**Tabela 2:** Causas típicas de falhas em transformadores.

<b>Interna</b>	<b>Externa</b>
Deterioração do sistema isolante	Descargas atmosféricas
Perda da pressão dos enrolamentos	Operação de chaveamentos
Sobreaquecimento	Sobrecarga
Umidade	Faltas no sistema (curto-circuito)
Contaminação do óleo isolante	-----
Descargas parciais	-----
Defeitos de projeto e fabricação	-----
Ressonância dos enrolamentos	-----

FONTE: WANG *et al*, 2002, p. 13.

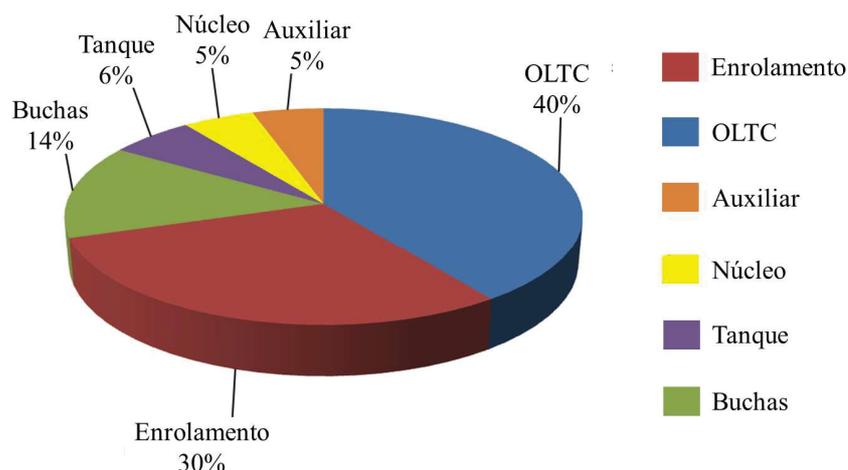
Adicionalmente às falhas relacionadas na tabela anterior, também podem ocorrer falhas nas buchas, nos tap's e em outros acessórios dos transformadores. Assim, as falhas em componentes podem ser agrupadas em conjunto a fim de observar quais são as mais críticas,

de acordo com tais ocorrências. Tal categorização é realizada pelo Cigré (BOSSI *et al*, 1983) e os seguintes grupos de falhas podem ser destacados:

- Tap's (*on-load e off-load tap changer*)
- Buchas
- Enrolamentos (Correntes de *inrush* e curto-circuito)
- Vazamentos (Problemas com o tanque)
- Núcleo (Problemas com circuito magnético)
- Partes Auxiliares

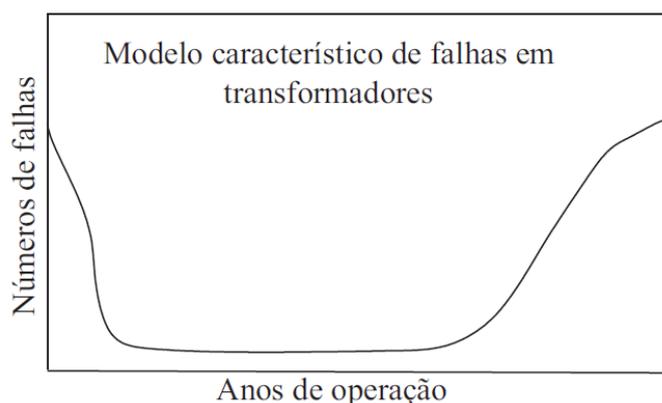
A contribuição relativa das falhas de diferentes subcomponentes é relatada pelo Cigré, sendo apresentadas na forma gráfica na Figura1 (METWALLY, 2011), mostrando que as falhas nos enrolamentos correspondem a 30% das ocorrências em transformadores.

**Figura 1:** Estatística de componentes defeituosos em transformadores de potência de acordo com o CIGRE.



FONTE: METWALLY, 2011, p. 38.

Na figura 2 têm-se a curva de falhas em transformadores, conhecida como curva de “banheira”, que apresenta as características do comportamento da taxa de falhas em função do tempo de vida em transformadores de potência. De acordo com este gráfico, a ocorrência de falhas nesses dispositivos é maior durante seus primeiros anos de uso, decrescendo exponencialmente no decorrer dos anos até ficar constante, fase esta que é conhecida como vida útil, a qual aumenta novamente, de acordo com a obsolescência do mesmo, representada pela fase de fadiga. Com isso, fica evidente que o período mais crítico, em termos de probabilidade de falha de um transformador, ocorre no início de sua operação e depois de muitos anos de funcionamento do equipamento.

**Figura 2:** Curva de falhas (ou curva de banheira) em transformadores.

FONTE: AZEVEDO, 2007, p. 18.

Wang *et al* (2002) descreve a curva de “banheira” da seguinte forma: a primeira parte refere-se às desativações que sucedem nos primeiros anos de vida (os primeiros 5 anos, aproximadamente) e que podem estar relacionadas com qualquer tipo de falha de natureza interna (como por exemplo, defeitos causados por falhas de projeto ou de construção), ou de natureza externa e que pode estar relacionada às correntes de *inrush*.

Nesse sentido, focando-se os primeiros anos de operação como uns dos mais críticos de falhas em transformadores, conforme já mencionado, têm-se que dentre os diversos fatores que levam a falha do equipamento, pode-se citar o momento de energização do dispositivo destacando as elevadas correntes de *inrush* a que está exposto.

A segunda parte da curva (entre 5 e 20 anos, aproximadamente) apresenta uma taxa de ocorrência baixa de falhas e, praticamente constante, que também pode estar associada a qualquer outro tipo de falta no sistema elétrico; e a última parte (acima dos 20 anos) corresponde às falhas devidas ao envelhecimento dos dispositivos. Nesta fase, os defeitos podem estar relacionados, principalmente, com a perda da resistência mecânica do sistema de isolamento dos enrolamentos que tendem a degradar-se com o envelhecimento. (WANG *et al*, 2002)

Nas falhas em transformadores envelhecidos, normalmente o isolamento do condutor está enfraquecido ao ponto de não poder sustentar o estresse mecânico de uma falta. O isolamento entre voltas sofre uma falha dielétrica ou uma falha que causa folga da pressão de amarração dos enrolamentos, reduzindo a capacidade do transformador de suportar forças devidas às correntes de energização e curto-circuito (METWALLY, 2011). Assim, com a idade, o transformador fica mais sujeito a faltas que resultam em altas forças radiais e de compressão (axiais).

Os custos relacionados com os reparos e/ou substituições das unidades transformadoras avariadas, principalmente as de potência, são muito altos. Para ilustrar essa questão, foi realizado um levantamento entre os anos de 1997 e 2001 com o objetivo de obter informações sobre desativações de transformadores de potência, associando-as a causas e custos. Concessionários de diversos países participaram dessa pesquisa enviando as informações requeridas. Do total de casos obtidos junto às empresas colaboradoras, 94 continham informações conclusivas que propiciaram a criação de um banco de dados. Os registros de desativações foram então convertidos em gastos anuais. Os resultados desta pesquisa foram sintetizados por Bartley (2003), na forma de gráficos e tabelas. Nas tabelas 3, 4, 5 e 6 são apresentados alguns dados apresentados nessa pesquisa.

**Tabela 3:** Número de casos e perdas capitalizadas no ano

Ano	Nº Casos	Gastos Totais (US)	Danos à Propriedade (US)	Interrupção de Negócios (US)
1997	19	40.779.507	25.036.673	15.742.834
1998	25	24.932.235	24.897.114	35.121
1999	15	37.391.591	36.994.202	397.389
2000	20	150.181.779	56.858.084	93.323.695
2001	15	33.343.700	19.453.016	13.890.684
<b>Total</b>	<b>94</b>	<b>286.628.811</b>	<b>163.239.089</b>	<b>123.389.722</b>

FONTE: BARTLEY, 2003, p. 2.

**Tabela 4:** Perdas capitalizadas por aplicação

Ano	Transformador Elevador (US)		Transformador Industrial (US)		Transformador de Distribuição (US)		Desconhecida*		Total Anual	
1997	29.201.329	3	2.239.393	4	5.243.075	11	4.095.710	1	40.779.507	19
1998	15.800.148	8	3.995.229	6	5.136.858	11			24.932.235	25
1999	3.031.433	4	24.922.958	4	6.116.535	6	3.320.665	1	37.391.591	15
2000	123.417.788	10	24.724.182	4	2.039.810	6			150.181.779	20
2001	32.082.501	11			1.261.199	4			33.343.700	15
<b>Total</b>	<b>203.533.199</b>	<b>36</b>	<b>55.881.762</b>	<b>18</b>	<b>19.797.476</b>	<b>38</b>	<b>7.416.375</b>	<b>2</b>	<b>286.628.811</b>	<b>94</b>

\*A aplicação do transformador não foi informada.

FONTE: BARTLEY, 2003, p. 3.

**Tabela 5:** Custos de falhas

Causas das Falhas	Número	Dólares pagos (US)
Falhas na isolação	24	149.967.277
Projeto / material	22	64.696.051
Desconhecido	15	29.776.245
Contaminação do óleo	4	11.836.367
Sobrecarga	5	8.568.768
Fogo / explosão	3	8.045.771
Sobretensão	4	4.959.691
Manutenção/Operação	5	3.518.783
Inundação	2	2.240.198
Perdas em conexões	3	2.186.725
Descargas atmosféricas	3	657.935
Umidade	1	175.000

Total	94	286.628.811
-------	----	-------------

FONTE: BARTLEY, 2003, p. 3.

**Tabela 6:** Falhas nos transformadores por Idade

Idade de Falha (Anos)	Número de Falhas	Custo de Falha (US\$)
0 – 5	9	11.246.360
6 – 10	6	22.465.881
11 – 15	9	3.179.291
16 – 20	9	10.518.283
21 – 25	10	16.441.930
Acima de 25	16	15.042.751
Idade Desconhecida	35	207.734.306

FONTE: BARTLEY, 2003, p. 6.

Em uma pesquisa internacional, realizada pelo CIGRE WG 12.19 (2002) sobre grandes transformadores de potência, é apresentada uma taxa de falhas de 1-2% por ano. Este valor pode parecer pequeno, mas como já declarado, uma única falha em um grande transformador, normalmente resulta em vultosas despesas para a concessionária de energia elétrica.

Por outro lado, na tabela 7 são apresentados dados obtidos em uma pesquisa de Bjerkan (2005) *apud* Azevedo (2007) envolvendo transformadores de potência, que foi realizada com o objetivo de estabelecer estatísticas de falhas de transformadores de potência relacionando-as com os componentes eletromecânicos atingidos.

**Tabela 7:** Percentual de faltas para falhas em transformadores de potência.

Componente	CIGRE*	CEA*	Doble Engineering	ZTZ – Service clientes*	África do Sul
Buchas/acessórios	29	29	35	45	14
Tap – changer	15	39	16	9	24
Isolação principal	12	16	9	17	30
Enrolamento (envelhecimento)	31	16	16	12	17
Enrolamento (deformação)	31	16	12	10	17
Núcleo Ferromagnético	2	10	7	7	15

\*CIGRE: *International Council on Large Electric Systems*; CEA: *Canadian Electricity Association*; ZTZ – *Service: Scientific and Engineering Centre* (Ucrânia)

FONTE: AZEVEDO, 2007, p. 20.

A tabela 7 permite constatar que, além dos componentes, que a princípio seriam mais passíveis de falhas, como Buchas, Enrolamentos e Taps, outros, a exemplo do núcleo magnético, também apresentam um índice significativo de defeitos. Quanto às falhas dielétricas, considera-se que algumas delas iniciam-se devido os movimentos mecânicos dos enrolamentos que, segundo a referência, poderiam ser evitados por meio do monitoramento das condições de mecânicas destes e do núcleo.

Dessa forma, os transformadores de potência, por serem equipamentos de maiores dimensões, com várias partes ativas conectadas diretamente à rede elétrica, requerem

cuidados apropriados para seu transporte, instalação, operação, manutenção. Isto justifica investimentos em sistemas de monitoramento, além de esforços no desenvolvimento e implementações de modelos computacionais mais sofisticados que representem os diversos fenômenos físicos relacionados com as suas partes eletromagnéticas e mecânicas e a interação destas grandezas.

### 2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Transformadores de potência são normalmente classificados como componentes de alto risco e impacto crítico nos sistemas elétricos de potência. A falha de transformadores é ainda agravada pelos fatos relacionados com os custos de substituição altos e prazos de entrega normalmente longos. Com os avanços tecnológicos das últimas décadas, existem hoje soluções disponíveis para evitar e prever a maioria das falhas. Pode-se proceder com monitoramento e /ou na utilização de modelos computacionais que consigam representar com boa precisão grande parte dos fenômenos associados a tais equipamentos.

Neste capítulo foram apresentados diversos dados estatísticos sobre as principais causas de falhas em transformadores de distribuição e de potência, oriundos de pesquisas realizadas em empresas do setor elétrico de diversos países, abordando principalmente dados quantitativos e financeiros. Foi também destacada a alta taxa de falhas nos enrolamentos como sendo um dos componentes que mais apresentam defeitos em transformadores segundo o CIGRÉ. Muito desses defeitos ocorrem devido às correntes de *inrush* durante a energização a que são submetidos. Grandes esforços podem danificar os transformadores devido às Forças de Lorentz originadas, conforme será apresentado nos próximos capítulos.

# O MEF APLICADO A CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS

## 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O método de elementos finitos (MEF) começou a ser desenvolvido na década de 50 com aplicação em engenharia mecânica como uma nova possibilidade para resolver problemas da teoria da elasticidade, superando as dificuldades e os problemas inerentes aos métodos de Rayleigh-Ritz, Galerkin, diferenças finitas, resíduos ponderados e outros. Em 1970 P. P. SILVESTER e M. V. K. CHARI publicaram o artigo “*Finite Elements Solution of Saturable Magnetic Fields Problems*” (BASTOS, 1996), que propôs a utilização deste método em problemas de eletromagnetismo, incluindo, na sua formulação, a resolução de problemas não lineares.

O MEF é utilizado para resolver os problemas envolvendo campos eletromagnéticos através das Equações de Maxwell em uma região finita do espaço com condições de contorno adequadas e, quando necessário, com condições iniciais especificadas pelo usuário, a fim de obter uma determinada solução numérica. (BARZEGARAN *et al*, 2010)

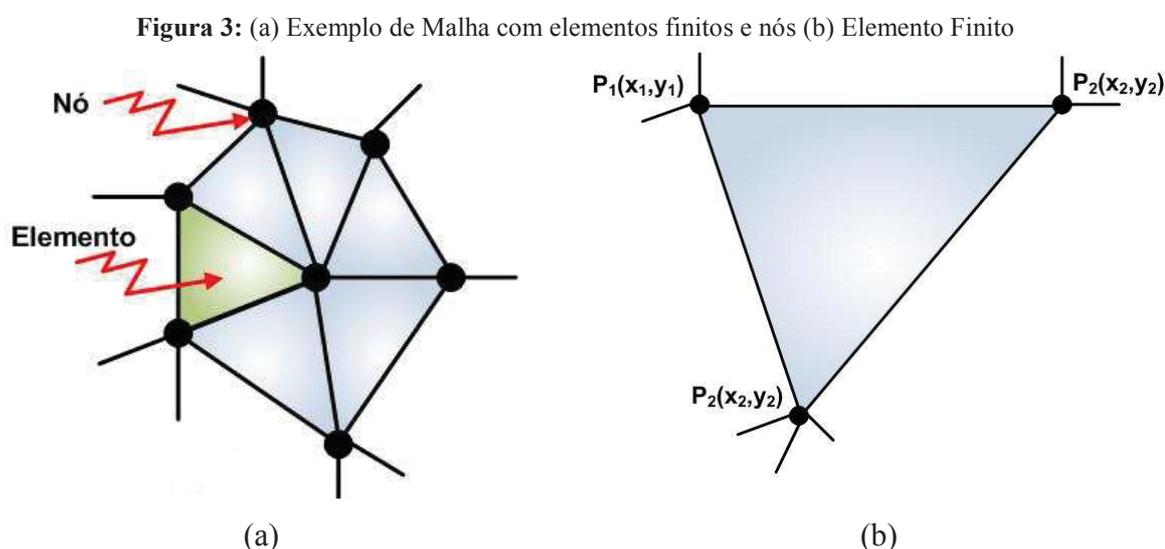
Assim, neste capítulo será realizada a apresentação sucinta do método de elementos finitos aplicado ao eletromagnetismo em baixas frequências, a descrição de problemas físicos bidimensionais relacionados ao campo magnético, ao potencial escalar e vetor, e o cálculo da força eletromagnética gerada a partir das equações de Maxwell.

## 3.2 O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos baseia-se na obtenção de uma formulação que permite a análise de sistemas complexos e/ou geometricamente irregulares, por intermédio da discretização dos meios em estudo e implementação destes em programas computacionais. Para atingir tal objetivo, o método considera o sistema global como sendo equivalente a um agrupamento de elementos finitos, no qual cada um destes é uma estrutura contínua mais simples.

Apesar do método de elementos finitos considerar os elementos individuais como contínuos o mesmo é, na sua essência, um procedimento de discretização que visa transformar um problema contínuo em outro discretizado, ou seja, em um sistema com um número finito de incógnitas.

A resolução numérica do problema consiste em discretizar ou decompor o domínio sob estudo em pequenos sub-domínios chamados de “elementos finitos” que são conectados entre si por meio de pontos discretos, denominados de “nós” (BASTOS e SADOWSKI, 2003). O conjunto de elementos utilizados na discretização é denominado malha, conforme a seguir na figura 3, sendo  $x$  e  $y$  as coordenadas cartesianas de cada nó apresentadas, neste exemplo, para um elemento triangular.



FONTE: Adaptado de BASTOS (1996), p.264.

Uma vez que a malha e seus respectivos nós são obtidos, soluções aproximadas podem ser introduzidas para as variáveis de campo no interior de cada elemento. Essas variáveis são expressas como funções arbitrárias dos valores que as incógnitas assumem nos nós, e são chamadas de funções de interpolação.

Também são impostas condições para garantir a continuidade da solução nos nós compartilhados por vários elementos. As incógnitas do problema, que são denominadas graus de liberdade, passam a serem os valores das variáveis de campo nos pontos nodais, sendo que o número de graus de liberdade (agora finito) é dependente da ordem, do número de elementos e também do número de variáveis dependentes (BIANCHI, 2005).

Dependendo da natureza do problema, após a discretização, o modelo matemático regente é representado por um número finito de equações diferenciais ordinárias ou de equações algébricas, cuja resolução numérica conduz aos valores das incógnitas nodais. Uma vez determinadas estas incógnitas, os valores das variáveis de campo no interior dos elementos podem ser avaliados empregando-se funções de interpolação.

O método dos elementos finitos não fornece, em princípio, soluções exatas. No entanto, admite-se que à medida que um número maior de elementos são usados na modelagem, a solução obtida para o problema discretizado tende à solução precisa do problema contínuo.

A principal exigência para se modelar geometrias mais complexas é manter a dimensão da malha em um nível razoável, de modo que o problema possa ser resolvido. A utilização de uma simetria axial em 2D é dependente unicamente de uma variável correspondente ao potencial vetor magnético  $\vec{A}$ , que será definido neste capítulo, enquanto que, soluções em 3D requerem variáveis vetoriais nas três direções.

A implementação da técnica de elementos finitos é, em geral, realizada através da utilização do método variacional ou do método de Galerkin (uma variação do método de resíduos ponderados). O método variacional fundamenta-se no princípio da minimização da energia associada ao campo elétrico presente no domínio de cálculo (BIANCHI, 2005).

As vantagens principais associadas à utilização do MEF em relação às outras técnicas numéricas descritas em Kulkarni e Khaparde (2004) estão definidas a seguir:

a) Elementos de diferentes formas e tamanhos podem ser associados para discretizar domínios de geometria complexa, uma vez que a sua formulação depende somente do problema e é independente de geometria;

b) A divisão do domínio em regiões onde as propriedades físicas variam em função das coordenadas espaciais facilita a modelagem de problemas envolvendo domínios não homogêneos. O MEF também pode levar em conta, facilmente, a descontinuidade do material;

c) O método de elementos finitos pode ser formulado matricialmente, facilitando a sua implementação computacional.

### 3.3 O ELEMENTO TRIANGULAR DE PRIMEIRA ORDEM

No MEF, para a obtenção da solução de domínio é necessário discretizar o meio, ou seja, subdividi-lo em regiões pequenas chamadas *elemento finito*. Um elemento finito de grande aplicação em análises 2D é o triangular de primeira ordem. Este elemento possui três nós e apresenta variação linear entre esses nós, que pode ser representada como na equação (3.1) mostrada.

$$V(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y. \quad (3.1)$$

A partir das coordenadas de cada nó,  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  e  $(x_3, y_3)$ , o potencial também pode ser escrito no formato da equação (3.2).

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{D} (p_i + q_i x + r_i y) V_i \quad (3.2)$$

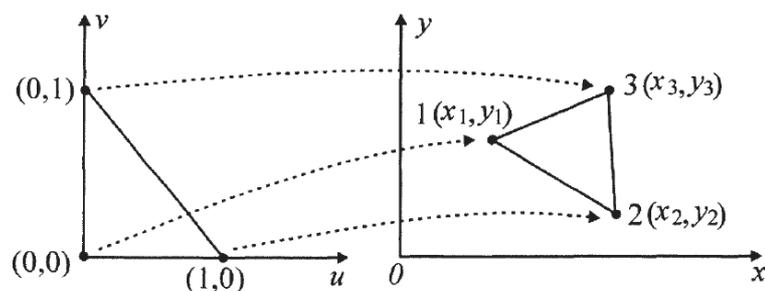
onde:

$$\begin{aligned} p_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2; & p_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3; & p_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1; \\ q_1 &= y_2 - y_3; & q_2 &= y_3 - y_1; & q_3 &= y_1 - y_2; \\ r_1 &= x_3 - x_2; & r_2 &= x_1 - x_3; & r_3 &= x_2 - x_1. \end{aligned}$$

Para certos casos, a formulação numérica que deve ser obtida para chegar-se à solução do problema físico apresenta algumas dificuldades. Estas são provenientes do fato de que as integrações que devem ser efetuadas dependem do sistema de coordenadas utilizado (BASTOS e SADOWSKI, 2003).

Para transpor essas dificuldades, ao invés de se trabalhar com os elementos nas coordenadas globais  $Oxy$ , será utilizado o plano de coordenadas locais  $Ouv$  relacionadas ao triângulo ou elemento de referência, onde as operações algébricas podem ser mais facilmente abordadas. Essa transformação de coordenadas é ilustrada na figura 4.

**Figura 4:** Transformação de coordenadas locais em globais



FONTE: BASTOS e SADOWSKI, 2003, p. 150.

Para relacionar um triângulo com o outro, utiliza-se uma função de transformação geométrica de passagem  $N(u,v)$ . No caso do elemento de 1ª ordem, essa função é apresentada nas equações (3.3) a seguir, para os três nós do elemento.

$$N(u,v) = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} N_1(u,v) &= 1 - u - v \\ N_2(u,v) &= u \\ N_3(u,v) &= v \end{aligned} \quad (3.3)$$

Utilizando as funções de passagem, a abscissa  $x$  e a ordenada  $y$ , no plano das coordenadas locais, serão:

$$x(u,v) = Nx = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad y(u,v) = Ny = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

A mesma função de transformação geométrica será utilizada como função de interpolação dos potenciais vetores  $\vec{A}$ , a serem definidos mais a frente, dos nós do triângulo, razão pela qual estes elementos são chamados de elementos isoparamétricos.

$$A(u,v) = NA = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}$$

Logo, nota-se que as funções dadas pelas equações (3.3) representam funções de ponderação lineares, tanto para as coordenadas, quanto para o potencial vetor.

Para realizar a integração de uma função  $f(x,y)$  no elemento real, efetua-se essa integração no elemento de referência segundo a transformação mostrada na equação (3.4).

$$\iint_S f(x,y) dx dy = \iint_{S_r} f(x(u,v), y(u,v)) \det(J_r) du dv \quad (3.4)$$

onde  $S_r$  representa a superfície do triângulo de referência;  $J_r$  é a matriz jacobiana relativa à transformação das coordenadas; e  $\det(J_r)$  é o determinante da matriz  $J_r$  e vale o dobro da área do triângulo.

A matriz  $J_r$  é mostrada na equação (3.5).

$$J_r = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Para o elemento triangular de 1ª ordem, os termos da jacobiana serão:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial u} &= [1-u-v \quad u \quad v] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = [-1 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_2 - x_1 = r_3 \\ \frac{\partial x}{\partial v} &= [1-u-v \quad u \quad v] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = [-1 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 - x_1 = -r_2 \\ \frac{\partial y}{\partial u} &= [1-u-v \quad u \quad v] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = [-1 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = y_2 - y_1 = -q_3 \\ \frac{\partial y}{\partial v} &= [1-u-v \quad u \quad v] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = [-1 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = y_3 - y_1 = q_2 \end{aligned}$$

logo, a jacobiana para um elemento triangular de 1ª ordem será dada pela equação (3.6).

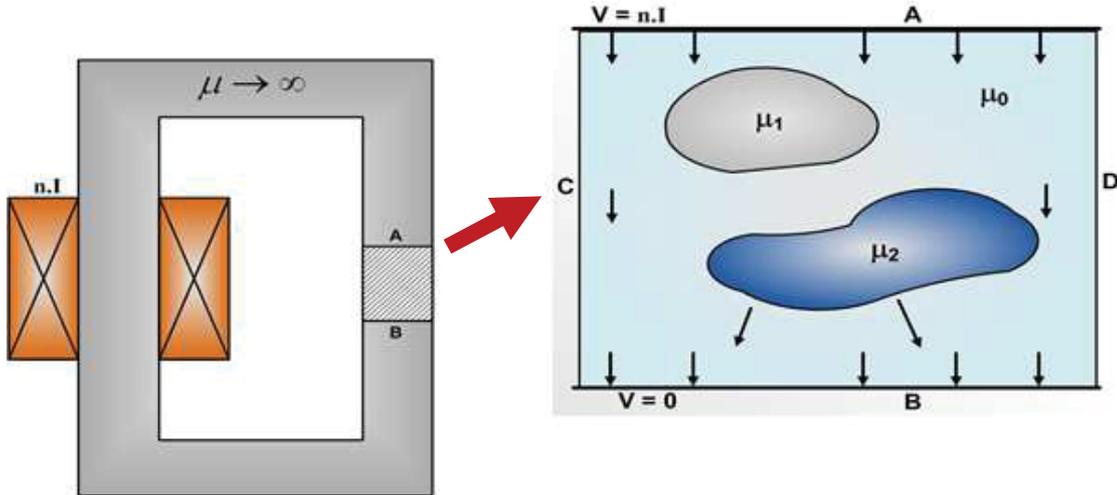
$$J_r = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_3 & -q_3 \\ -r_2 & q_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Estes conceitos serão aplicados ao potencial escalar e potencial vetor magnético, descritos a seguir.

### 3.4 O CAMPO MAGNÉTICO – POTENCIAL ESCALAR

Para definir um problema escalar magnético pode-se fazer uso do campo e do potencial escalar, onde se supõe que toda a força magneto-motriz da bobina é estabelecida entre as linhas A e B. Em um problema de potencial escalar magnético, ocorre a imposição de potenciais magnéticos nas fronteiras. No interior da estrutura existem meios ferromagnéticos, representados por suas permeabilidades magnéticas  $\mu$ , como mostrado na figura 5:

**Figura 5:** Representação de um problema de potencial escalar magnético



FONTE: Adaptado de BASTOS (1996), p.237.

Como não existe circulação de correntes elétricas na estrutura, temos que  $rot \vec{H} = 0$ . Dessa forma, pode-se definir um potencial  $\Psi$ , dado em *Ampère-espiras*, derivado do campo magnético  $\vec{H}$ , a partir da seguinte relação:

$$\vec{H} = -grad \Psi \tag{3.7}$$

Utilizando as equações da magnetostática  $div \vec{B} = 0$  e  $\vec{B} = \mu \vec{H}$ , em conjunto com a equação (3.7), tem-se:

$$\begin{aligned} div \vec{B} &= 0 \\ div(\mu \vec{H}) &= 0 \\ div \mu (-grad \Psi) &= 0 \\ div \mu grad \Psi &= 0 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Aplicando o método de Galerkin em (3.8), obtém-se:

$$\iint_S N^t [div \mu grad \Psi] ds = 0 \tag{3.9}$$

onde:

$$\iint_S N^t div \mu grad \Psi \cdot ds = \oint_{L(S)} N^t \mu grad \Psi \cdot dl - \iint_S \mu grad \Psi grad N^t \cdot ds \tag{3.10}$$

A primeira integral do lado direito da equação (3.10) corresponde às condições de contorno do problema.

para a segunda integral, tem-se:

$$-\iint_S \mu \text{grad } \Psi \text{grad } N^t \cdot ds = 0$$

$$-\iint_S \mu \text{grad } N \Psi \text{grad } N^t \cdot dxdy = 0$$

calculando os termos para o domínio discretizado:

$$-\int_0^1 \int_0^{1-v} \mu \text{grad } N \Psi \text{grad } N^t \det(J_r) dudv = 0 \Rightarrow -\int_0^1 \int_0^{1-v} \text{grad } N^t \cdot \mu \text{grad } N \Psi \det(J_r) dudv$$

$$-\int_0^1 \int_0^{1-v} \frac{1}{D} \begin{bmatrix} q_1 & r_1 \\ q_2 & r_2 \\ q_3 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \mu \frac{1}{D} \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} \cdot D \cdot dudv$$

$$-\frac{\mu}{D} \begin{bmatrix} q_1 & r_1 \\ q_2 & r_2 \\ q_3 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} \cdot \int_0^1 \int_0^{1-v} dudv$$

$$-\frac{\mu}{2D} \begin{bmatrix} q_1 & r_1 \\ q_2 & r_2 \\ q_3 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix}$$

resultando em:

$$-\frac{\mu}{2D} \begin{bmatrix} q_1 q_1 + r_1 r_1 & q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_1 q_3 + r_1 r_3 \\ q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_2 q_2 + r_2 r_2 & q_2 q_3 + r_2 r_3 \\ q_1 q_3 + r_1 r_3 & q_2 q_3 + r_2 r_3 & q_3 q_3 + r_3 r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

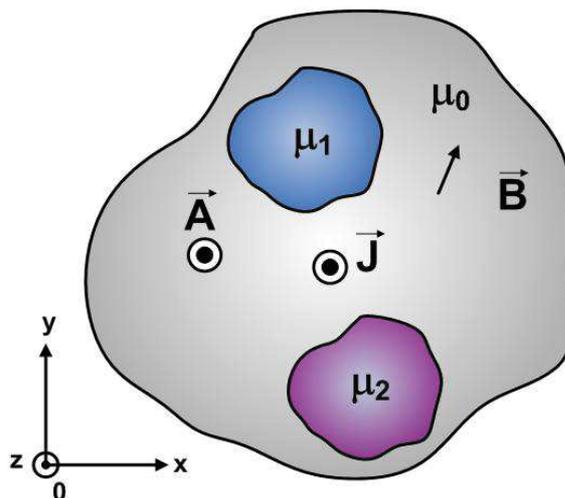
Dessa forma, a partir de (3.11) encontra-se a formulação matricial para o problema do potencial escalar magnético para um elemento finito:

$$-\frac{\mu}{2D} \begin{bmatrix} q_1 q_1 + r_1 r_1 & q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_1 q_3 + r_1 r_3 \\ q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_2 q_2 + r_2 r_2 & q_2 q_3 + r_2 r_3 \\ q_1 q_3 + r_1 r_3 & q_2 q_3 + r_2 r_3 & q_3 q_3 + r_3 r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.12)$$

### 3.5 O CAMPO MAGNÉTICO – POTENCIAL VETOR

A formulação do potencial vetor magnético é utilizada quando se deseja calcular o campo magnético de um circuito onde há a presença de correntes elétricas, como mostrado na figura 6 a seguir e que serve de base para o presente trabalho.

**Figura 6:** Representação de um problema de potencial vetor magnético



FONTE: Adaptado de BASTOS (1996), p.239.

Dessa forma, utiliza-se o potencial vetor  $\vec{A}$ , relacionado à densidade de campo magnético como:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (3.13)$$

Assim como o vetor densidade de corrente  $\vec{J}$ , o vetor  $\vec{A}$  só tem componentes na direção  $Oz$ , perpendicular ao plano  $Oxy$ , onde se encontram as componentes de  $\vec{B}$ .

Utilizando as equações da magnetostática  $\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$ ,  $\vec{H} = \nu \vec{B}$  e a equação (3.13), onde  $\nu = 1/\mu$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \vec{J} \\ \text{rot } (\nu \vec{B}) &= \vec{J} \\ \text{rot } \nu \text{ rot } \vec{A} &= \vec{J} \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde  $A$  e  $J$  são as componentes de  $\vec{A}$  e  $\vec{J}$  na direção  $Oz$ . Esses vetores só possuem componentes nessa direção, ou seja, os mesmos são perpendiculares ao plano  $Oxy$ .

Fisicamente, em problemas bidimensionais, tem-se que a diferença entre duas linhas equipotenciais de  $\vec{A}$  é igual ao fluxo magnético dividido pela profundidade  $P$  (dimensão na direção  $Oz$ ) da peça, como mostrado na equação a seguir (BASTOS, 1996):

$$A_1 - A_2 = \frac{\phi}{P} \quad (3.15)$$

Inicialmente assume-se que  $\vec{J} = \vec{J}_e + \vec{J}_i$ , onde a densidade de corrente  $\vec{J}_e$  é relativa à corrente imposta; e  $\vec{J}_i$  é relativa à corrente induzida. Dessa forma se obtém que (BASTOS e SADOWSKI, 2003):

$$\text{rot } \nu \text{ rot } \vec{A} = \vec{J}_e + \vec{J}_i \quad (3.16)$$

Sendo  $\vec{J}_i = \sigma \vec{E}$ , onde  $\vec{E}$  é o campo elétrico induzido e  $\sigma$  a condutividade elétrica, então:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{A}) \quad \text{ou} \quad \text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \text{grad } V$$

Considerando que  $\vec{E}$  é gerado apenas pela variação temporal de  $\vec{B}$ , tem-se que  $\text{grad } V = 0$ , o que leva as seguintes relações:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{e} \quad \vec{J}_i = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

onde todos os vetores estão na direção  $Oz$ .

Assim, a equação (3.16) assume a seguinte forma.

$$\text{rot } \nu \text{ rot } \vec{A} + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{J}_e = 0 \quad (3.17)$$

sendo que a primeira parte da equação (3.17) pode ser escrita como:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \nu \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \nu \frac{\partial A}{\partial y} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial x} \nu \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \nu \frac{\partial A}{\partial y} = \text{div } \nu \text{ grad } A$$

O escalar  $A$  é o componente de  $\vec{A}$  na direção  $Oz$ .

Logo, a equação (3.17) na direção  $Oz$  será escrita como:

$$\text{div} \nu \text{grad} A - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + J_e = 0 \quad (3.18)$$

A derivação temporal será definida como:

$$\frac{\partial A}{\partial t} \cong \frac{A^i - A^{i-1}}{\Delta t} \quad (3.19)$$

onde  $\Delta t$  é um passo de tempo,  $A^i$  é o valor de  $A$  no instante  $i$  e  $A^{i-1}$  é o valor de  $A$  no instante  $i-1$ .

Finalmente, a equação física que rege o problema será:

$$\text{div} \nu \text{grad} A - \frac{\sigma A^i}{\Delta t} + \frac{\sigma A^{i-1}}{\Delta t} + J_e = 0 \quad (3.20)$$

Aplicando o método de Galerkin em (3.20) para o elemento de área  $S_i$ :

$$\iint_{S_i} N^t \cdot \left[ \text{div} \nu \text{grad} A - \frac{\sigma A^i}{\Delta t} + \frac{\sigma A^{i-1}}{\Delta t} + J_e \right] \cdot ds \quad (3.21)$$

O domínio dessa equação corresponde à área  $S_i$  do elemento. Avaliando os termos da mesma verifica-se que:

- O primeiro termo corresponde a:

$$\iiint_{S_i} N^t \cdot [\text{div} \nu \text{grad} A] \cdot ds \quad (3.22)$$

onde:

$$\iint_{S_i} N^t \text{div} \nu \text{grad} A \cdot ds = \oint_{L(S_i)} N^t \nu \text{grad} A \cdot dl - \iint_{S_i} \nu \text{grad} A \text{grad} N^t \cdot ds \quad (3.23)$$

A primeira integral da equação (3.23) corresponde às condições de contorno do problema. Para a segunda integral, temos:

$$\begin{aligned} & - \iint_{S_i} \nu \text{grad} A \text{grad} N^t \cdot ds \\ & - \iint_{S_i} \nu \text{grad} N A \text{grad} N^t \cdot dx dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\int_0^1 \int_0^{1-v} v \text{grad } N A \text{grad } N^t \det(J_r) \cdot dudv \Rightarrow -\int_0^1 \int_0^{1-v} \text{grad } N^t \cdot v \text{grad } A \cdot V \cdot \det(J_r) \cdot dudv \\
 & -\int_0^1 \int_0^{1-v} \frac{1}{D} \begin{bmatrix} q_1 & r_1 \\ q_2 & r_2 \\ q_3 & r_3 \end{bmatrix} \cdot v \frac{1}{D} \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \cdot D \cdot dudv \\
 & -\frac{v}{D} \begin{bmatrix} q_1 & r_1 \\ q_2 & r_2 \\ q_3 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \cdot \int_0^1 \int_0^{1-v} dudv \\
 & -\frac{v}{2D} \begin{bmatrix} q_1 & r_1 \\ q_2 & r_2 \\ q_3 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

obtendo assim:

$$-\frac{v}{2D} \begin{bmatrix} q_1 q_1 + r_1 r_1 & q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_1 q_3 + r_1 r_3 \\ q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_2 q_2 + r_2 r_2 & q_2 q_3 + r_2 r_3 \\ q_1 q_3 + r_1 r_3 & q_2 q_3 + r_2 r_3 & q_3 q_3 + r_3 r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

- O segundo termo da equação (3.21) é:

$$\iint_{S_i} N^t \cdot \left[ -\frac{\sigma A^i}{\Delta t} \right] \cdot ds \quad (3.25)$$

assim:

$$\begin{aligned}
 & \iint_{S_i} N^t \cdot \left[ -\frac{\sigma A^i}{\Delta t} \right] \cdot dxdy \\
 & -\frac{\sigma}{\Delta t} \iint_{S_i} N^t A^i \cdot dxdy \\
 & -\frac{\sigma}{\Delta t} \int_0^1 \int_0^{1-v} N^t N A^i \cdot \det(J_r) \cdot dudv \\
 & -\frac{\sigma}{\Delta t} \int_0^1 \int_0^{1-v} \begin{bmatrix} 1-u-v \\ u \\ v \end{bmatrix} \cdot [1-u-v \quad u \quad v] \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}^i \cdot D \cdot dudv \\
 & -\frac{\sigma D}{\Delta t} \int_0^1 \int_0^{1-v} \begin{bmatrix} (1-u-v)^2 & (1-u-v)u & (1-u-v)v \\ u(1-u-v) & u^2 & uv \\ v(1-u-v) & uv & v^2 \end{bmatrix} \cdot dudv \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}^i
 \end{aligned}$$

$$-\frac{\sigma D}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{1}{12} & \frac{1}{24} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{24} & \frac{1}{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}^i$$

O que resulta em:

$$-\frac{\sigma D}{12\Delta t} \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}^i \quad (3.26)$$

- O terceiro termo da equação (3.21):

$$\iint_{S_i} N^t \cdot \left[ \frac{\sigma A^{i-1}}{\Delta t} \right] \cdot ds \quad (3.27)$$

Este termo é resolvido de forma análoga ao termo anterior, só que na iteração  $i-1$ . Os resultados são análogos, e a diferença se encontra somente na iteração de  $A$ :

$$-\frac{\sigma D}{12\Delta t} \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}^{i-1} \quad (3.28)$$

- O quarto termo da equação (3.21) é:

$$\iint_{S_i} N^t \cdot [J_e] \cdot ds \quad (3.29)$$

Assim:

$$\begin{aligned} & \iint_{S_i} N^t J_e \cdot dx dy \\ & \int_0^1 \int_0^{1-v} N^t J_e \det(J_r) \cdot dudv \\ & \int_0^1 \int_0^{1-v} \begin{bmatrix} 1-u-v \\ u \\ v \end{bmatrix} J_e D \cdot dudv \end{aligned}$$

Resultando em:

$$\frac{J_e D}{6} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Dessa forma, a partir de (3.24), (3.26), (3.28) e (3.30), encontra-se a formulação matricial para o problema do potencial vetor magnético que será utilizada na presente tese:

$$\left\{ -\frac{v}{2D} \begin{bmatrix} q_1 q_1 + r_1 r_1 & q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_1 q_3 + r_1 r_3 \\ q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_2 q_2 + r_2 r_2 & q_2 q_3 + r_2 r_3 \\ q_1 q_3 + r_1 r_3 & q_2 q_3 + r_2 r_3 & q_3 q_3 + r_3 r_3 \end{bmatrix} - \frac{\sigma D}{12\Delta t} \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}^i \quad (3.31)$$

$$= -\frac{\sigma D}{12\Delta t} \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}^{i-1} + \frac{J_e D}{6} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Alguns dos conceitos gerais descritos até agora serão utilizados no tópico seguinte, relativo à descrição das Forças de Lorentz em um transformador.

### 3.6 FORÇAS DE LORENTZ NO TRANSFORMADOR

Antes de instalar um transformador em um sistema elétrico de potência, as forças eletromagnéticas devido às correntes de *inrush* devem ser previstas para a operação segura do equipamento, em função da grande ocorrência das mesmas durante sua vida útil, conforme descrito previamente. No entanto, não é fácil prever as forças eletromagnéticas com precisão, devido à estrutura complexa dos enrolamentos (PETER, 2011).

O acoplamento magnético das bobinas em um transformador real é imperfeito. Assim, um campo de fluxo de dispersão magnética surge entre os enrolamentos concêntricos se o transformador estiver em carga, (ERTL e VOSS, 2014). De acordo com a Lei de Ampère, no caso quase-estático, a corrente nos enrolamentos do transformador gera um campo magnético relacionado à densidade de corrente (ERTL e VOSS, 2014):

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (3.32)$$

onde:  $\vec{H}$ : Vetor Campo Magnético;  $\vec{J}$ : Vetor densidade de corrente elétrica.

Como os enrolamentos de transformadores de potência estão, geralmente, imersos em óleo, a permeabilidade magnética relativa é constante  $\mu_r=1$ . Assim, o vetor da densidade de fluxo magnético,  $\vec{B}$ , é proporcional ao vetor do campo magnético (BASTOS, 1996):

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.33)$$

A Força de Lorentz é a força por unidade de volume que um campo eletromagnético exerce sobre uma densidade volumétrica de carga e uma densidade superficial de corrente, sendo dada pela equação (3.34).

$$\vec{f} = \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (3.34)$$

$\vec{f}$ : densidade volumétrica de força (N/m<sup>3</sup>);  $\rho$ : densidade volumétrica de carga (C/m<sup>3</sup>);  $\vec{E}$ : vetor campo elétrico (V/m);  $\vec{J}$ : densidade superficial de corrente (A/m<sup>2</sup>);

A primeira parcela do lado direito da equação (3.34) é chamada de densidade volumétrica de força elétrica e a segunda é a densidade volumétrica de força magnética. Assim, a força magnética que corresponde à grandeza de interesse é um caso particular da força de Lorentz, sendo definida como a força por unidade de volume que o campo eletromagnético exerce sobre uma densidade superficial de corrente (MEEKER, 2009).

As forças eletromagnéticas nos enrolamentos de um transformador são geradas pela interação entre a densidade de corrente e a densidade do fluxo magnético. Estas forças podem ser calculadas de acordo com a equação a seguir (IEC60076-5, 2006; BERTAGNOLLI, 1998; ERTL e VOSS, 2014):

$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (3.35)$$

$\vec{B}$ : densidade de fluxo magnético de dispersão (T).

O fluxo magnético transitório é o fluxo concatenado e o fluxo de dispersão depende da característica de magnetização do núcleo (SCHULZ *et al*, 2010). Em um transformador de potência a densidade de fluxo de dispersão, devido à corrente de *inrush* aumenta várias vezes, em comparação com o estado de funcionamento nominal.

O fluxo de dispersão possui componentes nas direções radiais e axiais. Os componentes do fluxo de dispersão são expressos utilizando o conceito do potencial vetor tal como em (BIANCHI, 2005).

$$B_r = -\frac{\partial A_\phi}{\partial z}; \quad B_\phi = 0; \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial r A_\phi}{\partial r} \quad (3.36)$$

onde,  $B_r$  e  $B_z$  são as componentes radiais e axiais da densidade de fluxo de dispersão, respectivamente.

As componentes axiais e radiais da força por unidade de volume são calculados usando os componentes correspondentes das densidades de fluxo e as densidades de corrente, como a seguir:

$$F_r = J \times B_z \quad \text{e} \quad F_z = J \times B_r. \quad (3.37)$$

As forças entre espiras de um mesmo enrolamento (primário ou secundário) de um transformador são de atração se as correntes que circulam no transformador tiverem o mesmo sentido. Por outro lado, se as correntes que circulam em ambos os enrolamentos tiverem sentidos opostos, as forças entre as espiras de enrolamentos distintos são de repulsão. Estes efeitos estarão sempre presentes quando um transformador estiver em operação, independentemente do regime de funcionamento (GIBBS, 1950).

### 3.7 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo foi dedicado a uma apresentação sucinta do método numérico de elementos finitos, baseado no Método de Galerkin. Já há algumas décadas, o mesmo vem se mostrando uma ferramenta robusta na análise de campos eletromagnéticos. Diversos trabalhos científicos de referência na área foram citados.

Também foi apresentada a modelagem de campo magnético, potencial escalar e potencial vetor, para baixas frequências através das equações de Maxwell. Será utilizada para a modelagem dos transformadores quando submetido às correntes de *inrush*.

Por fim, foi apresentada a formulação geral baseada nas informações de densidade de corrente elétrica e fluxo magnético, a fim de calcular as grandezas mecânicas e eletromagnéticas que atuam nos enrolamentos dos transformadores, no caso as *Forças de Lorentz*. No próximo capítulo, será dada ênfase ao procedimento de cálculo das correntes de energização para a determinação das forças eletromagnéticas axiais e radiais presentes nos enrolamentos dos transformadores.

## CAPÍTULO 4

---

# FORÇAS ELETROMAGNETO-MECÂNICAS NOS ENROLAMENTOS DURANTE CORRENTES DE *INRUSH*

### 4.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As correntes de magnitudes elevadas que ocorrem durante a energização dos transformadores são causadas pela saturação do seu núcleo ferromagnético. Esta corrente de amplitude elevada, chamada de corrente de energização (ou *inrush*), pode causar uma variedade de efeitos adversos no sistema elétrico, bem como ao próprio transformador. Entre os efeitos prejudiciais afetam a qualidade da energia elétrica fornecida pelo sistema, e assim reduzem a vida útil do transformador, destacam-se: os afundamentos momentâneos de tensão, harmônicos, estresses eletromecânicos nos enrolamentos dos transformadores que podem ocasionar a deformação dos mesmos, a deterioração incorreta do isolamento dos condutores, operações de relés diferenciais e sobrecorrente, entre outros (BRUNKE e FRÖHLICH, 2001; BRONZEADO *et al*, 2006; EBNER *et al*, 2008; NEVES *et al*, 2011).

Desta forma, com o objetivo de apresentar um melhor entendimento sobre correntes de *inrush*, neste capítulo apresenta-se a formulação analítica para a fundamentação teórica destas correntes e das interações eletromecânicas a que os transformadores são submetidos na ocorrência deste fenômeno. É apresentada também uma metodologia analítica para o cálculo das componentes de forças axiais e radiais, e dos esforços originados pelas forças eletromagnéticas definidas previamente, além da descrição dos diferentes tipos de esforços eletromecânicos passíveis de ocorrência em transformadores. É considerada ainda a identificação dos principais tipos de falhas provocadas por tensões de origem mecânicas nos enrolamentos concêntricos dos transformadores.

### 4.2. CORRENTES DE *INRUSH*

Estudos revelam que esforços mecânicos máximos verificados nas estruturas do transformador ocorrem durante o primeiro pico de corrente (KULKARNI e KHAPARDE, 2004) e, ao contrário do que acontece com as correntes de curto-circuito, em que o tempo de exposição à falta pode ser eliminado em dezenas de milissegundos (ms), para as correntes de

*inrush* este pode ter duração de dezenas de segundos (STEURER e FROHLICH, 2002). É interessante salientar que, para transformadores, o primeiro pico da corrente de *inrush* é direcionado apenas para o enrolamento energizado, no caso dos transformadores de potência abaixadores, o enrolamento de alta tensão (AT).

As correntes de *inrush*, mesmo com picos de 30% mais baixos do que aqueles alcançados por correntes de curto-circuito podem produzir forças eletromagnéticas com amplitudes semelhantes às de curto-circuito. Isto é devido ao tempo de exposição às correntes de energização que são consideravelmente mais elevados do que a corrente de curto-circuito. Outro fato a considerar é que a presença das correntes de *inrush* são muito mais frequentes, por isso podem ser consideradas como uma operação normal de serviço (STEURER e FROHLICH, 2002), o que pode ocorrer por diversos motivos incluindo paradas para manutenções preditivas, e preventivas em equipamentos das subestações com posterior religamento do sistema.

Em um transformador o valor do primeiro pico de corrente de *inrush* pode ser calculado matematicamente. Para tal, parte-se de uma tensão senoidal aplicada, onde se tem a densidade de fluxo senoidal e a corrente de magnetização que apresenta vários picos em sua forma de onda. Kulkarni e Khaparde (2004) apresentam este cálculo partindo da resolução da equação (4.1) a seguir:

$$V_p \text{sen}(\omega t + \theta) = i_0 R_1 + N_1 \frac{d\phi_m(t)}{dt} \quad (4.1)$$

onde:

$V_p$  = Valor de pico da tensão aplicada;

$\theta$  = ângulo de fase da tensão;

$i_0$  = Valor instantâneo da corrente de magnetização;

$\phi_m$  = Valor instantâneo do fluxo no tempo  $t$ ;

$R_1$  = resistência do enrolamento primário;

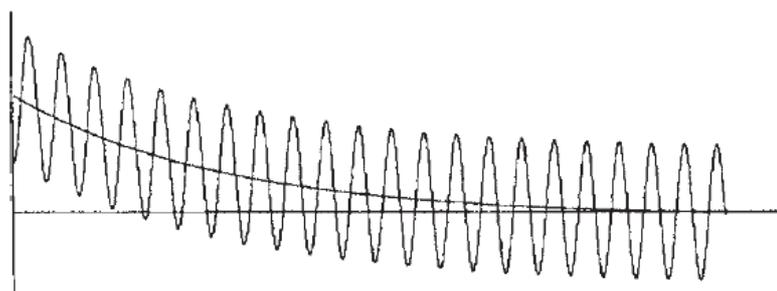
$N_1$  = número de espiras do enrolamento primário.

A solução é obtida usando as condições iniciais  $t = 0$  e  $\phi_m = \pm \phi_r$ , este último correspondendo ao fluxo magnético residual. Assim, obtém-se a equação (4.2):

$$\phi_m = (\phi_{mp} \cos \theta \pm \phi_r) e^{\frac{-R_1 t}{L_1}} - \phi_{mp} \cos(\omega t + \theta) \quad (4.2)$$

Para  $\theta = 0$  e o fluxo residual de  $+\phi_r$ , a forma de onda da densidade de fluxo é apresentada na figura 7. Observa-se, a partir da equação 4.2 e da forma de onda do fluxo, que a onda de fluxo tem uma componente CC transitória, que se decompõe a uma taxa determinada pela razão da resistência em relação à indutância do enrolamento ( $R_1/L_1$ ), e uma componente CA no estado estacionário correspondendo a  $(-\phi_{mp} \cos(\omega t + \theta))$ .

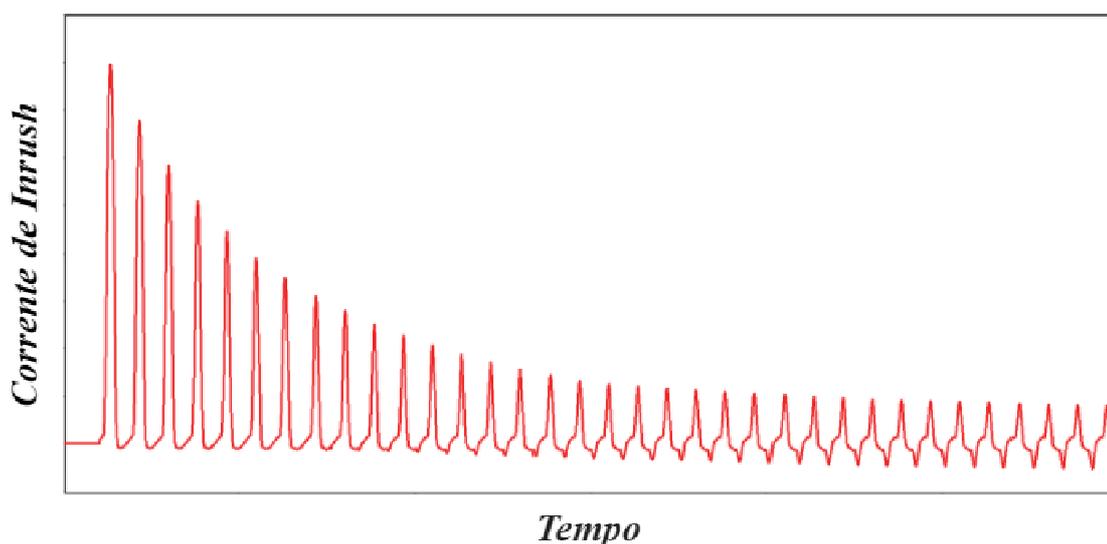
**Figura 7:** Forma de onda para  $\theta = 0$  e fluxo residual de  $+\Phi_r$ .



FONTE: KULKARNI e KHAPARDE, 2004, p. 57

A figura 8 a seguir ilustra a forma de onda típica dos primeiros picos para corrente de *inrush* (GUIMARÃES *et al*, 2010).

**Figura 8:** Forma de onda típica da corrente transitória de energização (corrente de *inrush*)



FONTE: O Autor

Observa-se a partir da figura 8 que a forma de onda da corrente é completamente deslocada nos primeiros ciclos eliminando os semi-ciclos alternados (semi-ciclo negativo), porque a densidade de fluxo é inferior ao valor de saturação para estes semi-ciclos. Assim, a corrente de *inrush* é altamente assimétrica.

Admite-se que os núcleos ferromagnéticos empregados em transformadores tendem a saturar quando a densidade de fluxo (B) assume o valor de aproximadamente 2,03 Teslas. Assim, o fluxo magnético de dispersão ( $\phi_a$ ) pode ser escrito de acordo com a equação (4.3) (KULKARNI e KHAPARDE, 2004).

$$\phi_a = 2\phi_{mp} + \phi_r - \phi_{sat} = 2\phi_{mp} + \phi_r - 2,03 A_c \quad (4.3)$$

onde:

$\phi_a$  é o fluxo magnético de dispersão no ar;

$\phi_{mp}$  é o fluxo magnético máximo;

$\phi_r$  é o fluxo residual;

$A_c$  é a área da seção transversal do núcleo.

Dentro desta perspectiva, pode-se então estimar o primeiro pico da corrente de *inrush* no enrolamento de um transformador, com  $N$  espiras e altura  $h_w$ . Matematicamente, esta situação operacional pode ser estimada pela equação 4.4, baseada na Lei Circuitual de Ampère através do seguinte equacionamento:

$$i_{0\max} = \frac{h_w H}{N} = \frac{(2\phi_{mp} + \phi_r - 2,03 A_c) h_w}{\mu_0 A_w N} = \frac{(2B_{mp} + B_r - 2,03) A_c h_w}{\mu_0 A_w N} \quad (4.4)$$

onde:

$A_c$  é área da seção transversal do núcleo;

$A_w$  é área média de uma espira do enrolamento;

$B_r$  é densidade de fluxo residual;

$B_{mp}$  é a indução magnética nominal de pico no núcleo.

Para bancos de transformadores constituídos por três unidades monofásicas, tendo o primário do banco conectado em estrela e o secundário em delta, a máxima corrente *inrush* é, aproximadamente, o equivalente a 2/3 da corrente  $i_{0\max}$  correspondente para um transformador monofásico.

#### 4.2.1. ESTIMATIVA DA ATENUAÇÃO DA AMPLITUDE DA CORRENTE DE *INRUSH*

A metodologia para estimar a atenuação da amplitude da corrente de *inrush* e obter analiticamente os picos dessa corrente para os primeiros ciclos são desenvolvidos em vários

trabalhos como de Kulkurni e Khaparde (2004) e GUIMARÃES *et al* (2010). Tais procedimentos são geralmente aplicáveis para os ciclos iniciais.

Dentro deste enfoque, apresenta-se a seguir uma síntese do método analítico para estimar a atenuação da corrente de energização (GUIMARÃES *et al*, 2010), onde após a saturação do núcleo, a corrente *inrush* é limitada pela reatância do ar,  $X_s$ , a qual pode ser calculada pela equação 4.5:

$$X_s = \frac{\mu_0 N^2 A_w}{h_w} \times 2\pi f \quad (4.5)$$

O ângulo  $\theta$  é calculado pela Equação 4.6 a seguir, correspondendo ao instante no qual o núcleo satura:

$$\theta = K_1 \cos^{-1} \left\{ \frac{B_s - B_{mp} - B_r}{B_{mp}} \right\} \quad (4.6)$$

onde:

$K_1$  representa o fator de correção do ângulo de saturação e é igual a 0,9;

$B_s$  é a densidade de fluxo de saturação;

O valor da indução magnética nominal de pico no núcleo do transformador é calculado tomando-se como base a equação 4.7:

$$B_{mp} = \frac{V}{4,44 f N A_c} \times 2\pi f \quad (4.7)$$

A partir dos parâmetros obtidos anteriormente, pode-se, através da equação 4.8 calcular os picos da corrente de *inrush*:

$$i_{0\max} = \frac{K_2 \cdot V \cdot \sqrt{2}}{X_s} (1 - \cos \theta) \quad (4.8)$$

onde  $V$  representa a tensão eficaz aplicada em [V];  $K_2$  representa o fator de correção do valor de pico que é igual a 1,15 (KULKARNI e KHAPARDE, 2004).

De posse do valor de pico da corrente *inrush* do primeiro ciclo, a densidade de fluxo residual ao final deste ciclo é avaliada. Portanto, o novo valor para a densidade de fluxo residual para o próximo pico é calculado pela expressão (4.9).

$$B_{r(novo)} = B_{r(antigo)} - B_{mp} \frac{K_3 R_s}{X_s} [2(\sin \theta - \theta \cos \theta)] \quad (4.9)$$

onde:

$R_s$  = Soma da resistência dos enrolamentos e resistência do sistema

$K_3$  = Fator de correção para o decaimento da corrente de *inrush*

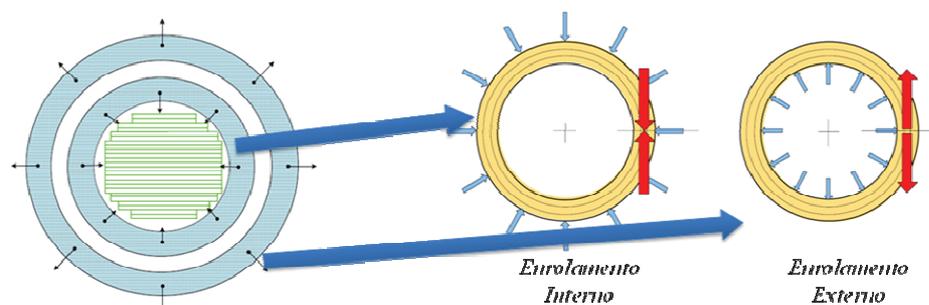
### 4.3. FORÇAS ELETROMAGNÉTICAS DENTRO DO TRANSFORMADOR

A seguir, nos próximos itens, são descritas as características de forças eletromagnéticas, axiais e radiais, algumas das quais estão presentes no transformador durante a ocorrência das correntes de energização.

#### 4.3.1. FORÇAS RADIAIS NOS ENROLAMENTOS

As componentes radiais das forças em um transformador com enrolamentos concêntricos podem ser calculadas com precisão através de um método analítico clássico descrito em Waters (1966). Na figura 9 é ilustrada as direções opostas entre as forças nos enrolamentos externo e interno. Nota-se também que no meio refrigerante entre os enrolamentos há um campo magnético, que proporciona a repulsão dos condutores por forças tangenciais direcionadas para a parte externa no condutor externo e para dentro no condutor interno. O enrolamento externo fica sujeito a uma força radial que age para fora e tende a esticar o condutor, produzindo uma tensão mecânica de tração nas espiras (*hoop stress*). Por outro lado, o enrolamento interno experimenta forças radiais similares, porém dirigidas na direção do núcleo e cuja ação é de comprimir ou esmagar as espiras. Este efeito é denominado tensão de compressão (*compressive stress*).

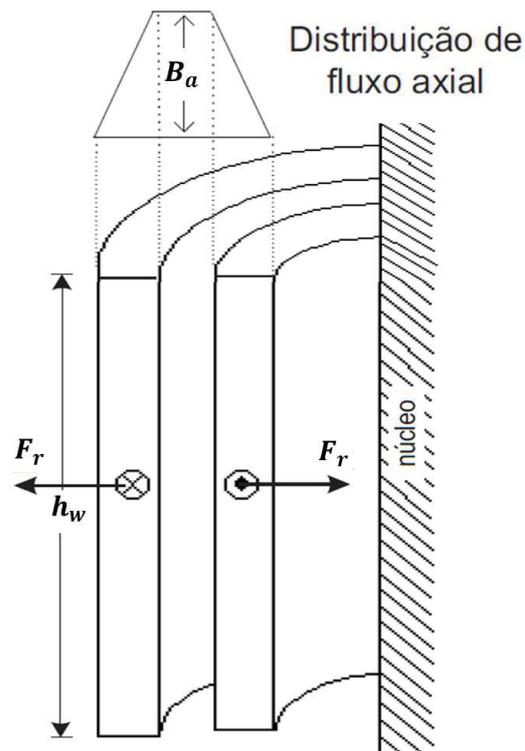
**Figura 9:** Direção das forças nos enrolamentos.



FONTE: AZEVEDO, 2007, p. 45 (adaptado).

Na Figura 10 são apresentadas as forças radiais resultantes nos enrolamentos internos e externos. O comportamento da densidade de fluxo axial é representado pelo diagrama em forma de trapézio no detalhe mostrado do lado direito do desenho. Observa-se que esta grandeza apresenta um valor máximo e constante na região entre os enrolamentos e decresce à medida que se aproxima da superfície externa do enrolamento externo e da superfície interna do enrolamento interno.

**Figura 10:** Seção transversal de um lado do transformador mostrando as forças radiais nos enrolamentos e a distribuição da densidade de fluxo axial.



FONTE: AZEVEDO, 2007, p. 43 (adaptado).

Desconsiderando o fluxo de dispersão nas extremidades, os ampère-espiras (NI) de cada enrolamento são responsáveis por produzir o campo axial  $B_a$ , que é máximo na zona do ar entre enrolamentos. A densidade de fluxo magnético de dispersão no ponto médio entre os enrolamentos pode ser determinada pela equação seguinte (AZEVEDO, 2007):

$$B_a = \frac{\sqrt{2} \mu_0 N I_r}{h_w} \quad [\text{T}] \quad (4.10)$$

$B_a$  : densidade de fluxo de dispersão axial (T); N: número de espiras do enrolamento;  $I_r$ : corrente nominal do enrolamento (A);  $h_w$ : altura do enrolamento (m);  $\mu_0$ : Permeabilidade do vácuo ( $4\pi 10^{-7}$ ).

As forças radiais atuando sobre um enrolamento de diâmetro  $D_m$  e altura  $h_w$  podem ser determinadas com auxílio da equação:

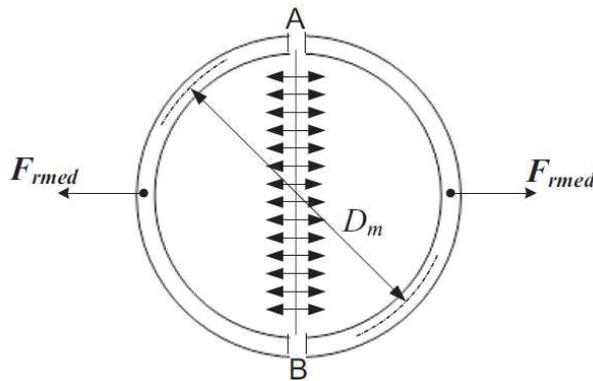
$$F_r = \frac{2\pi^2 (NI_r)^2 D_m}{h_w} 10^{-7} \text{ [N]} \quad (4.11)$$

$F_r$ : força radial total no enrolamento (N);

$D_m$ : diâmetro médio do enrolamento (m).

A tensão mecânica de tração média no enrolamento externo é calculada considerando-se uma camada cilíndrica, conforme mostra a figura 11, com a qual o enrolamento externo pode ser comparado. Embora a força não seja aplicada no interior do enrolamento, mas sim distribuída linearmente através de sua dimensão, a força equivalente pode ser obtida fazendo o produto da pressão exercida vezes à área da superfície interna total.

**Figura 11:** Método para cálculo de tensão de tração média.



**FONTE:** Azevedo, 2007, p. 45.

A força radial média  $F_{rmed}$ , mostrada na figura 11, que age nas duas metades do enrolamento é equivalente à pressão sobre o diâmetro, enquanto que a força total radial ( $F_r$  dada pela equação 4.11) é equivalente à pressão sobre a circunferência de comprimento  $\pi D_m$ . Assim, tem-se que  $F_{rmed} = F_r/\pi$  e é dada por:

$$F_{rmed} = \frac{2\pi(NI_{\max})^2 D_m}{h_w} 10^{-7} \text{ [N]} \quad (4.12)$$

Esta força age em ambas as extremidades do diâmetro  $AB$  da figura 11, isto é, na seção reta do condutor, igual a duas vezes aquela de todo o enrolamento.

Assim, se o enrolamento tem  $N$  espiras de seção transversal  $S$ , a tensão de tração média no enrolamento externo pode ser calculada pela equação (Azevedo, 2007):

$$\sigma_{\text{medio}} = \frac{(NI_{\text{max}})^2 \pi D_m}{h_w NS} 10^{-7} \left[ \frac{N}{m^2} \right], \quad (4.13)$$

ou,

$$\sigma_{\text{medio}} = \frac{I_{\text{max}}^2}{h_w} \cdot \frac{N \pi D_m}{S} 10^{-7} \left[ \frac{N}{m^2} \right], \quad (4.14)$$

sendo  $N \pi D_m$  o comprimento total do condutor no enrolamento.

Multiplicando-se o numerador e o denominador da equação (4.14) pela resistividade do condutor na temperatura de 75 °C, chega-se à equação (4.15):

$$\sigma_{\text{medio}} = \frac{I_{\text{max}}^2}{\rho h_w} \cdot \frac{R_{cc}}{10^{-7}} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (4.15)$$

onde:  $R_{cc}$ : resistência em corrente contínua do condutor ( $\Omega$ );  $\rho$ : resistividade do condutor na temperatura de 75° C ( $\Omega.m$ ).

Considerando um fator de assimetria igual a 1,8, a tensão de tração no primeiro pico da corrente é obtida substituindo  $I_{\text{max}} = 1,8 \sqrt{2} I_r / Z_{pu}$  na equação (4.10), onde  $I_r$  e  $Z(pu)$  correspondem à corrente nominal do enrolamento e à impedância percentual do equipamento, respectivamente. Assim tem-se (Azevedo, 2007):

$$\sigma_{\text{medio}} = \frac{(1,8\sqrt{2})^2 I_r^2 R_{cc}}{Z^2 \rho h_w 10^7} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (4.16)$$

### 4.3.2. FORÇAS AXIAIS NOS ENROLAMENTOS

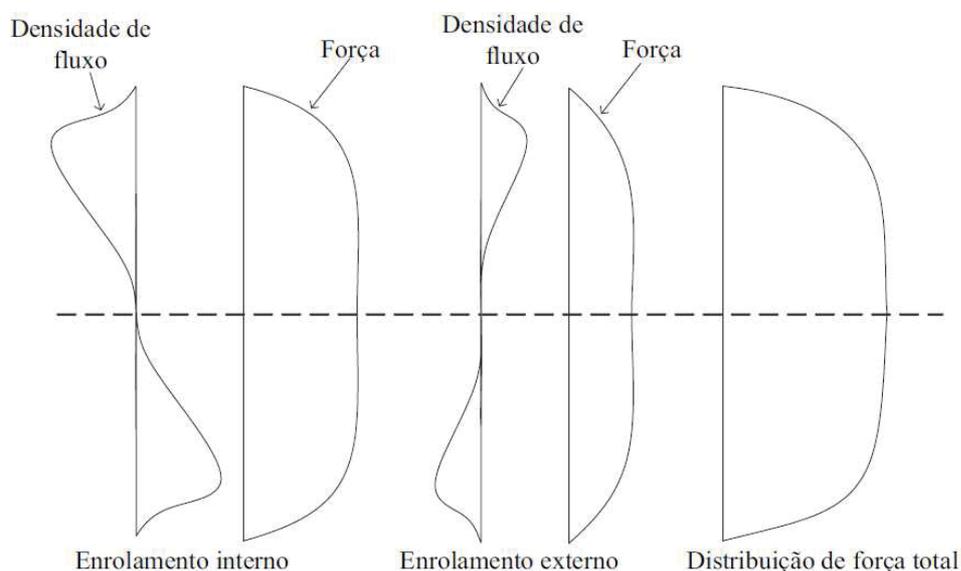
O cálculo analítico das componentes axiais da densidade de fluxo magnético de dispersão em um transformador com enrolamentos concêntricos não é tão simples e nem tão preciso quanto o cálculo da densidade de fluxo de dispersão na direção radial, visto na seção anterior. Contudo, alguns métodos existentes podem fornecer resultados aproximados para arranjos de enrolamentos menos complexos onde possam ser efetuadas simplificações, como por exemplo, a desconsideração da curvatura. As equações para cálculos de forças eletromagnéticas axiais e tensões mecânicas foram obtidas em Heathcote (1998) e Waters (1966).

As forças axiais devem ser analisadas sob duas condições distintas que geram componentes de forças também diferenciadas. Essas duas situações são designadas por condição ideal e não-ideal (HEATHCOTE, 1998).

#### 4.3.2.1. CONDIÇÃO IDEAL

Em transformadores com distribuição uniforme da força magneto motriz em bobinas concêntricas, com condição ideal, as forças axiais que ocorrem devido à densidade de fluxo radial produzem campos nas duas extremidades das bobinas e são direcionadas para o ponto médio dos enrolamentos. Essas forças surgem como resultado do fluxo produzido pelos condutores em paralelo no mesmo sentido. Na figura 12 são apresentadas ilustrações das densidades de fluxo magnético e as forças axiais em ambos os enrolamentos para a referida situação, conforme apresentado na figura 12, embora haja uma grande força por unidade de comprimento nas extremidades dos enrolamentos, a força cumulativa de compressão é maior na metade da altura das bobinas nos enrolamentos exteriores e interiores (para o caso onde não existem espaçadores radiais fixados).

**Figura 12:** Distribuição do fluxo radial e de força axial em enrolamentos concêntricos iguais.



**FONTE:** Azevedo, 2007, p. 48.

Para esta condição ideal a soma de compressão axial pode ser obtida diretamente perto do ponto médio para ambas as bobinas. O resultado final é dado pela equação (4.17) (Waters, 1966):

$$F_a = \frac{2\pi^2}{10^7} \frac{(NI_r)^2}{h_w^2} \pi D_m \left( d_0 + \frac{d_1 + d_2}{3} \right) \quad (4.17)$$

$NI_r$ : força magnetomotriz dos enrolamentos (A-espiras);

$D_m$ : diâmetro médio do transformador, considerando ambos enrolamentos (m);

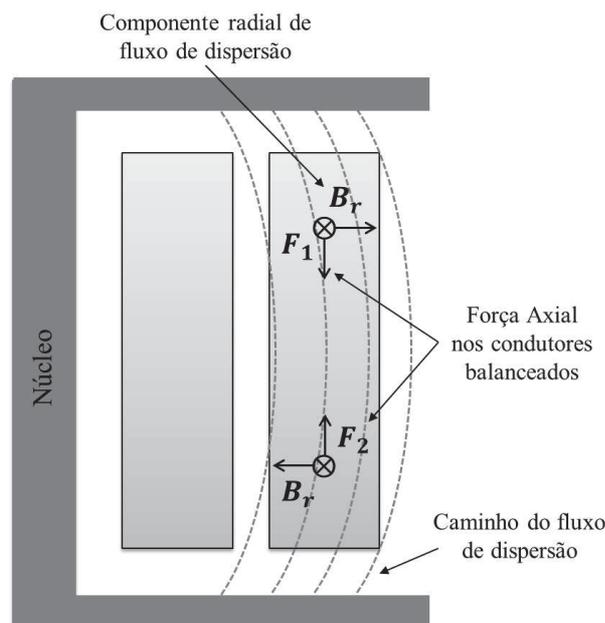
$h_w$ : altura dos enrolamentos (m);

$d_0$ : espaço entre os enrolamentos (m);

$d_1$  e  $d_2$ : espessura radial dos enrolamentos (m).

Heathcote (1998) define uma segunda componente da força axial também para a condição ideal. Esta componente surge como resultado da interação entre a corrente de um enrolamento e o fluxo de dispersão produzido pelo outro enrolamento que concatena o primeiro, e vice-versa. Na figura 13 é apresentada essa situação.

**Figura 13:** Forças axiais nos enrolamentos magneticamente balanceados:  $F_1=F_2$ .



FONTE: O Autor

Nota-se pela figura 13 que a inclinação do fluxo na região próxima às partes superior e inferior do enrolamento externo favorece o surgimento de uma componente da densidade de fluxo de dispersão radial e, em consequência da interação deste campo com a corrente surge uma componente axial da força eletromagnética. Observa-se também que as forças axiais nas duas metades da bobina estão em direções opostas, uma vez que a corrente está na mesma

direção. Tendo em vista a suposição de condições ideais o fluxo de dispersão mantém simetria, essas forças serão iguais e opostas.

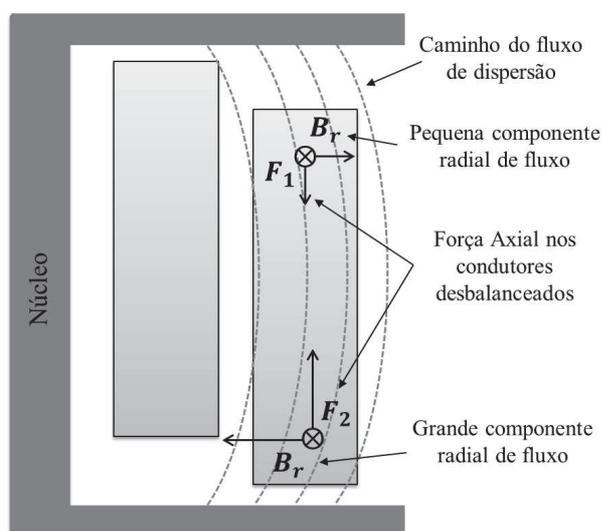
#### 4.3.2.2. CONDIÇÃO NÃO-IDEAL

Situações distintas das condições ideais, que proporcionam acréscimo significativo na força axial, são aqui consideradas condições não-ideais. Nestas circunstâncias, as forças axiais são difíceis de serem calculadas através de métodos analíticos. Isso ocorre, principalmente, pela dificuldade de se levar em conta a curvatura dos enrolamentos e a presença do núcleo ferromagnético, o que é possível desde que se faça uso de soluções complexas derivadas de modelos computacionais (WATERS, 1966).

As condições não-ideais que contribuem para o aumento das forças axiais nos enrolamentos são diversas, dentre elas pode-se citar: o desbalanceamento dos ampère-espiras dos enrolamentos concêntricos; o deslocamento axial dos enrolamentos; o encolhimento axial do papel isolante (pode ocorrer durante a secagem e montagem dos enrolamentos) e o uso de derivação (tap's).

O deslocamento axial entre os enrolamentos concêntricos se constitui em um aspecto construtivo que dificulta o pleno balanceamento das forças magnetomotrizes dos enrolamentos, alterando a distribuição do fluxo de dispersão no interior do transformador e produzindo forças axiais desiguais e opostas, atuando em cada metade do enrolamento. Na figura 14 é ilustrada essa situação não-ideal.

**Figura 14:** Forças axiais nos enrolamentos com deslocamento axial:  $F_1 < F_2$ .



FONTE: O Autor.

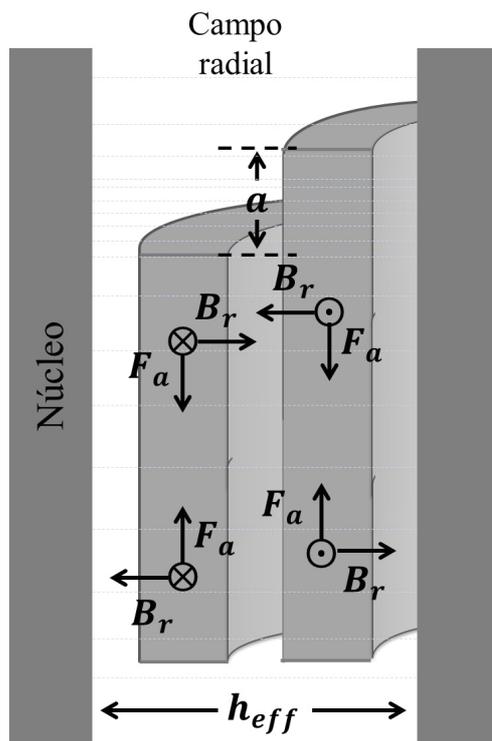
Como pode ser observado na Figura 14, para essa condição tem-se que  $F_1 < F_2$  e, portanto, existirá uma força líquida no enrolamento que tenderá a aumentar o deslocamento ainda mais.

Situação similar é observada quando existe a presença de tap's utilizados na regulação da tensão. O uso de tap's altera a distribuição de fluxo magnético no interior do transformador. Essa situação também pode ocasionar o aparecimento de forças axiais desiguais nas metades superior e inferior das bobinas, causando uma força resultante capaz de danificar as estruturas de suporte dos enrolamentos como descrito em Azevedo (2007).

Apesar das dificuldades e imprecisões que os métodos analíticos impõem aos cálculos das forças axiais para as condições não ideais, alguns métodos aproximados são úteis na fase de projeto do transformador, pois permitem ao projetista determinar, prontamente, se um dado arranjo de enrolamentos resultará ou não em altas forças axiais.

O método dos ampère-espiras residuais disponibiliza fórmulas de razoável precisão e que conduzem a resultados confiáveis. Este se fundamenta no princípio de que qualquer arranjo de enrolamentos concêntricos, no qual a soma das forças magnetomotrizes é nula, divide-se em dois grupos, cada um tendo ampère-espiras balanceados, um produzindo um campo axial e o outro um campo radial (HEATHCORE, 1998). Os ampère-espiras radiais originam os fluxos radiais e, por conseguinte, as forças axiais entre os enrolamentos. Este método é usado para estimar as forças axiais em arranjos com enrolamentos assimétricos, como ilustrado pela figura 15, que mostra uma configuração onde o enrolamento externo possui derivação em uma extremidade. Pode-se notar que a assimetria causa uma concentração de fluxo na região em que ocorre o desequilíbrio de ampère-espiras e, portanto, nesse local, as forças serão mais intensas.

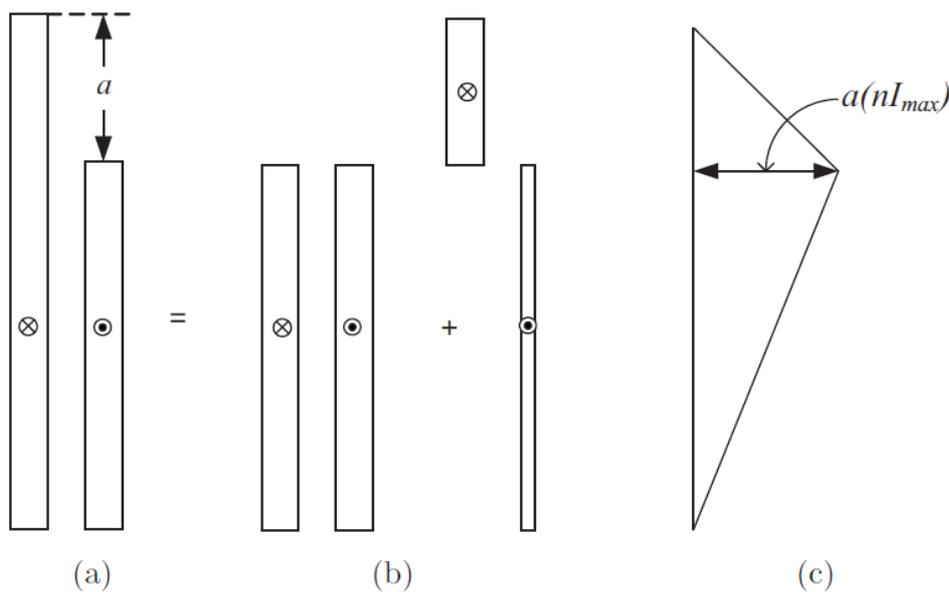
**Figura 15:** Seção transversal de um lado do transformador mostrando as forças axiais nos enrolamentos e a distribuição de densidade de fluxo de dispersão radial.



FONTE: Azevedo, 2007, p. 52 (Adaptada).

O método para determinação da distribuição de ampère-espiras radiais é ilustrado na figura 16.

**Figura 16:** Determinação do diagrama de ampère-espiras residuais para enrolamento com derivação em uma extremidade.



FONTE: Heathcote, 1998, p. 243.

Na figura 16 (a) é apresentado um enrolamento concêntrico com uma derivação em uma das extremidades do enrolamento externo, de comprimento  $a$ , relativa ao comprimento total sem derivação. Os dois arranjos da figura 16 (b) representam grupos de ampère-espiras balanceados que, quando superpostos, reproduzem a configuração original de ampère-espiras. O diagrama das forças-magnetomotrizes radiais, plotado em função da altura do enrolamento, está ilustrado na figura 16 (c), apresentando um formato triangular. O valor máximo alcançado é de  $a(NI_{\max})$ , em que  $(NI_{\max})$  representa a força-magnetomotriz do enrolamento interno ou do externo.

Para o cálculo das forças axiais é necessária a determinação da densidade de fluxo radial produzido pelos ampère-espiras radiais. Em outras palavras, deve-se conhecer o comprimento efetivo do caminho para a densidade de fluxo radial em todos os pontos ao longo do enrolamento. Com essa finalidade, considera-se que esse comprimento é constante e que não varia com a posição axial do enrolamento (WATERS, 1966). Mesmo com essa simplificação obtém-se resultados com precisão satisfatória.

Assim, pode-se efetuar o cálculo das forças de compressão axial pelo método mencionado, sendo necessário para tanto o conhecimento das seguintes grandezas:

- O comprimento efetivo do caminho do fluxo radial (ver figura 14), que é diferente para cada arranjo de tap;
- A densidade do fluxo radial médio no diâmetro médio do transformador ( $B_r$ ), dado pela equação 3.11, mostrada anteriormente;
- O valor médio dos ampère-espiras é igual a  $(1/2)a(NI_{\max})$ , sendo  $a$  o comprimento do tap (ou derivação), expresso como uma fração do comprimento total do enrolamento sem derivação.

A densidade de fluxo médio no diâmetro médio do transformador é dada pela equação 4.18.

$$B_r = \frac{4\pi}{10^4} \cdot \frac{a(NI_{\max})}{2h_{\text{eff}}} [T] \quad (4.18)$$

A força axial no outro enrolamento do transformador de  $(NI_{\max})$  ampère-espiras máximos pode ser determinada através da equação (4.19), a seguir, (AZEVEDO, 2007).

$$F_a = \frac{2\pi a(NI_{\max})^2}{10^7} \cdot \frac{\pi D_m}{h_{\text{eff}}} [N] \quad (4.19)$$

O tipo de derivação mostrado anteriormente tem a finalidade tão somente de evidenciar a influência da inserção de tap's no desempenho dos campos de dispersão e forças eletromagnéticas em transformadores. Outros arranjos de tap's podem ser utilizados, inclusive possibilitando um melhor balanceamento das forças magnetomotrizes ao longo da coluna e, conseqüentemente, originando forças de menor intensidade (HEATHCORE, 1998).

#### **4.4. COMPORTAMENTO DINÂMICO DOS ENROLAMENTOS DE TRANSFORMADORES**

Os modelos matemáticos para estudar o comportamento dinâmico axial de grandes transformadores de potência estão disponíveis desde o final de 1950 e início de 1960. Os modelos eram simplificados para reduzir a complexidade e tempo de computação, assumindo que na direção radial os enrolamentos eram capazes de resistir às tensões radiais devido à maior rigidez (MINHAS, 2007).

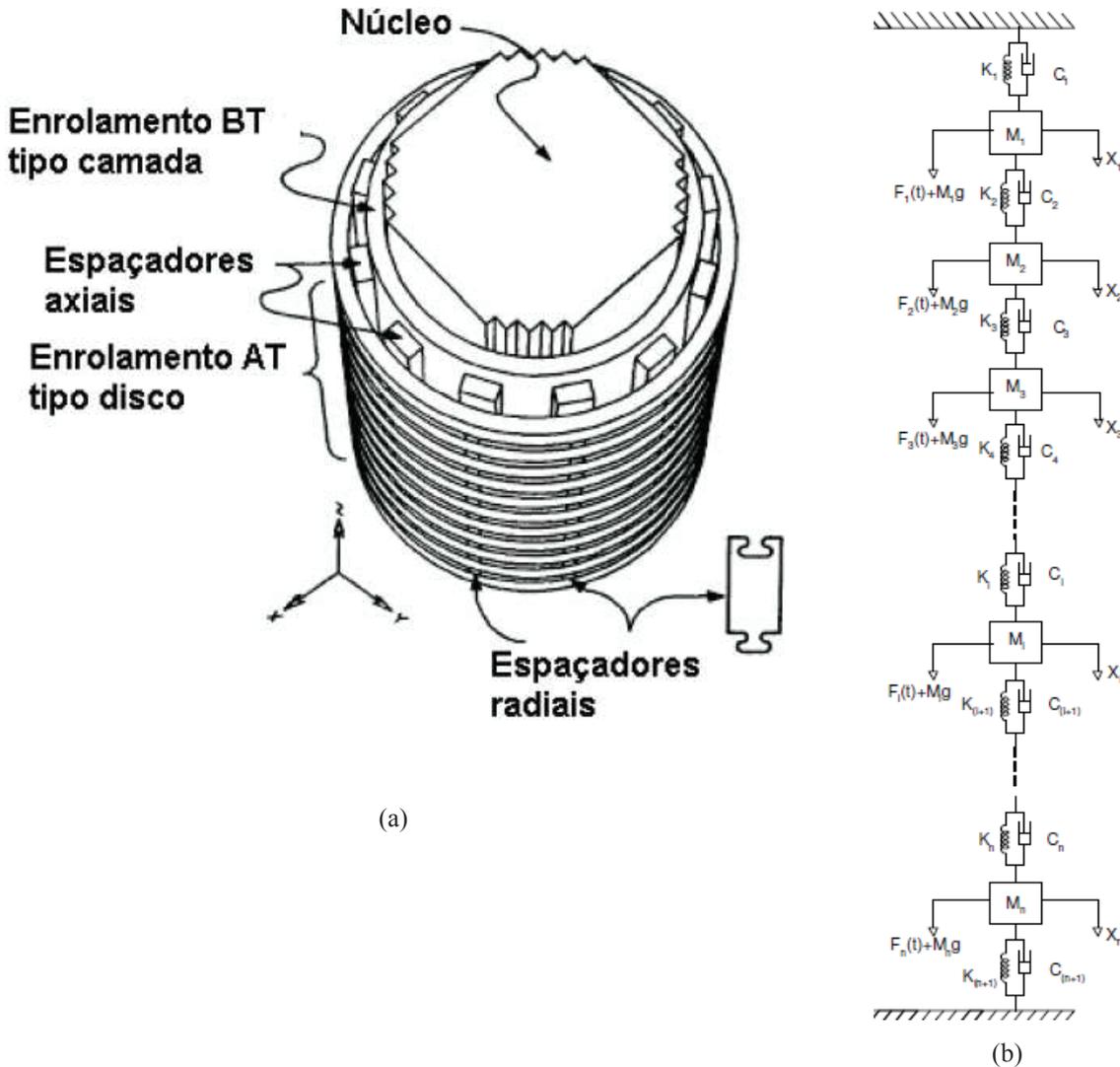
No entanto, foi observado que a flambagem no enrolamento interno passava despercebida devido à falta de meios de inspeção visual. Muitos métodos indiretos (como por exemplo, de Resposta em Frequência) têm sido desenvolvidos para avaliar a deformação por medição, mas nenhum deles tem sido coerente ou preciso (MINHAS, 2007).

Assim, na sequência são apresentados os modelos analíticos do comportamento dinâmico axial e do comportamento dinâmico radial de dois enrolamentos concêntricos de um transformador.

##### **4.4.1. MODELO DINÂMICO AXIAL**

Na Figura 17 (a) é apresentada uma ilustração dos enrolamentos de AT e BT concêntricos, com o núcleo e os espaçadores. Por outro lado, para o cálculo analítico do comportamento dinâmico axial do enrolamento de alta tensão é utilizado o modelo baseado nos trabalhos de Liang *et al* (2003) e Minhas (2007), conforme apresentado na Figura 17 (b), seguinte.

Figura 17: (a) Ilustração dos enrolamentos, do núcleo e dos espaçadores de um transformador. (b) Modelo de massa concentrada do enrolamento AT de um transformador.



FONTE: (a) Azevedo, 2007, p.58; (b) Adaptado de Minhas, 2007, p. 44.

A equação do movimento do sistema de mola-massa da Figura 17 (b), aplicando a segunda lei de Newton, pode ser escrita na forma matricial (SHAO *et al*, 2012; ERTL e VOSS, 2014; GENG *et al*, 2014):

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{F(t)\} \tag{4.20}$$

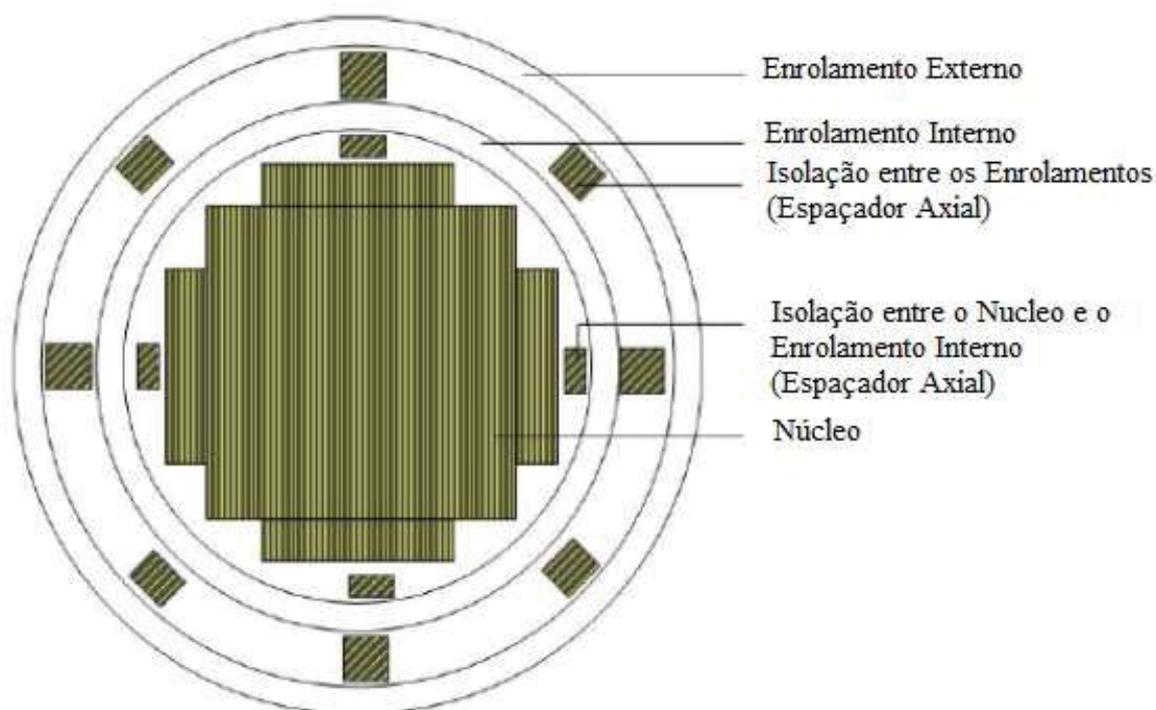
onde:  $[M]$  – Matrix de Massa para o comportamento radial;  $[C]$  – Matrix de Amortecimento dos Espaçadores Radiais;  $[K]$  – Matrix de Rigidez dos Espaçadores;  $\{\ddot{x}\}$  – Vetor Aceleração;  $\{\dot{x}\}$  – Vetor Velocidade;  $\{x\}$  – Vetor Deslocamento;  $\{F(t)\}$  – Força axial variando no tempo.

#### 4.4.2. MODELO DINÂMICO RADIAL

Para modelar o comportamento dinâmico radial considera-se um transformador com enrolamentos concêntricos, sendo um interno e outro externo, com a mesma tensão e corrente. A vista superior do núcleo, enrolamentos e espaçadores é mostrada na Figura 18, a seguir.

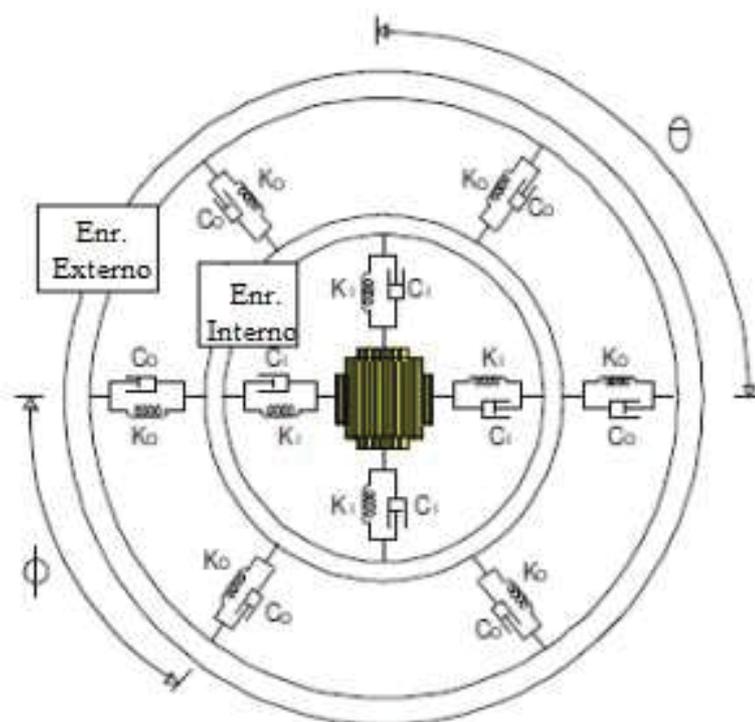
O comportamento radial dos enrolamentos pode ser investigado, considerando os enrolamentos concêntricos como anéis elásticos em conjunto com as molas e os amortecedores (espaçadores de isolamento - axiais), como mostrado na Figura 19. Embora o cobre não possua linearidade elástica, a suposição de que os anéis de cobre possui linearidade elástica para pequenos deslocamentos é válida. A suposição é mais aplicável para o cobre utilizado em enrolamentos modernos que são trabalhados a frio e podem ter uma elasticidade de valores superiores a  $1,4 \times 10^{10}$  Pa (MINHAS, 2007).

**Figura 18:** Vista superior de uma coluna com o Núcleo e os Enrolamentos



FONTE: Minhas, 2007, p. 51.

**Figura 19:** Enrolamentos Externo e Interno representado como anéis elásticos acoplados com molas e amortecedores



FONTE: Minhas, 2007, p. 53.

Segundo Timoshenko *et al* (1974) a vibração destes anéis sob uma força de excitação periódica podem ser dos tipos:

- Vibração tensional com a mudança periódica no raio do anel
- Vibração de flexão no plano do anel;
- Vibração de flexão envolvendo os deslocamentos em ângulos retos para fora do plano do anel;
- Torção.

Assim, similar ao comportamento axial, tem-se para o comportamento radial a equação do movimento (MINHAS, 2007):

$$[M_r]\{\ddot{x}\} + [C_r]\{\dot{x}\} + [K_r]\{x\} = \{F_r(t)\} \quad (4.21)$$

onde:

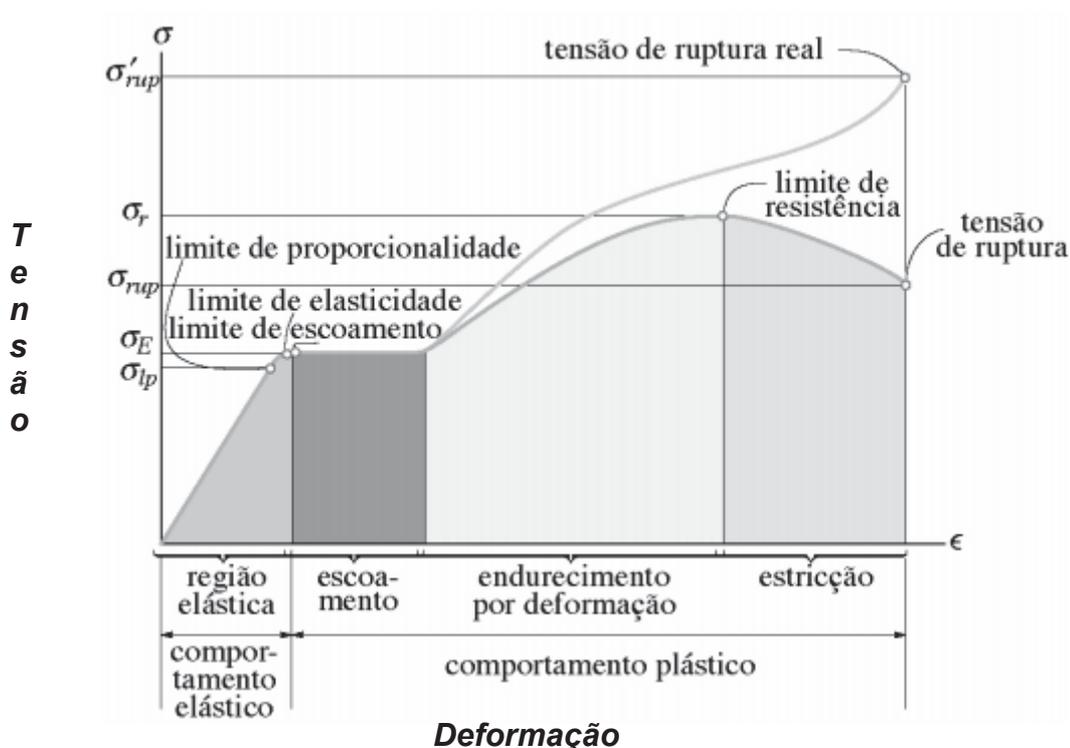
- $[M_r]$  – Matrix de Massa do Enrolamento de Cobre
- $[C_r]$  – Matrix de Amortecimento dos Espaçadores Axiais
- $[K_r]$  – Matrix de Rigidez dos Espaçadores
- $\{\ddot{x}\}$  – Vetor Aceleração
- $\{\dot{x}\}$  – Vetor Velocidade
- $\{x\}$  – Vetor Deslocamento
- $\{F_r(t)\}$  – Força radial em função do tempo

#### 4.5. COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS

Em um projeto de engenharia, seja ele de grande ou pequeno porte, é de suma importância o conhecimento do comportamento do material empregado no projeto, isto é, suas propriedades mecânicas, em diversas condições de uso. Estas condições de uso envolvem uma gama de variáveis, tais como a temperatura, tipo de carga aplicada e sua frequência de aplicação, desgaste, deformabilidade, atmosfera corrosiva, entre outros.

Na construção mecânica, as peças e componentes de uma determinada estrutura devem ter dimensões e proporções adequadas para suportarem esforços impostos sobre elas. Essas características são geralmente avaliadas por meios de ensaios em corpos de prova que indicam a capacidade do material de se deformar reversivelmente ou irreversivelmente, ou ainda de resistir à ruptura. A execução desse tipo de teste consiste em submeter uma amostra do material a um contínuo e unidimensional aumento de força de tração ou compressão. Os resultados desses ensaios executados no material são traduzidos em curvas em um digrama *tensão x deformação*, conforme figura 20 (considerando que os termos tensão na figura a seguir se referem à tensão mecânica).

Figura 20: Diagrama tensão-deformação em um ensaio de tração.



FONTE: HIBBELER, 2006, p.64.

Na Figura 20, tem-se o diagrama tensão-deformação de um corpo de prova submetido a ensaio de tração. Nota-se que é possível identificar regiões bem distintas de seu comportamento no gráfico. A primeira delas, a região elástica, onde ocorre o alongamento do material diretamente proporcional à tensão mecânica aplicada sem alterações nas propriedades mecânicas, ou seja, cessada a aplicação do esforço, o material volta a seu estado natural. Na segunda região, o material tem seu comportamento não linear e a carga de tração começa a exceder a um determinado limite (limite elástico ou de escoamento). Passado a região elástica, começa então a ocorrer deformação permanente (comportamento plástico), não mais recuperando as suas dimensões originais se a carga for retirada. Em muitos materiais, esse ponto não é bem definido e convencionou-se adotar um percentual de alongamento para sua determinação. Dessa forma, a relação matemática que nos permite determinar a deformação (ou percentual de alongamento) de um corpo no regime elástico é dada pela Equação (4.22) (HIBBELER, 2006).

$$\varepsilon = \frac{l_f - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (4.22)$$

onde:

$\varepsilon$  é a deformação sofrida;

$\Delta l$  é o alongamento ocorrido e;

$l_f$  e  $l_0$  são os comprimentos finais e iniciais respectivamente para o alongamento.

Se o material usado for ainda linear-elástico, ou seja, se a tensão for proporcional à deformação dentro da região elástica, a Lei de Hooke se aplica e o declive da curva é chamado de módulo de elasticidade  $E$  dado pela Equação (4.23) (HIBBELER, 2006).

$$\sigma = E \varepsilon \quad (4.23)$$

sendo:

$\sigma$  tensão mecânica aplicada;

$E$  o módulo de elasticidade do material e;

$\varepsilon$  a deformação resultante.

A componente do estresse radial pode ser determinada pela equação (4.24) (BAKSHI & KULKAMI, 2014):

$$\sigma_r = \frac{2\omega}{D} \sigma \quad (4.24)$$

onde  $\sigma_r$  é o estresse radial ( $\text{N/m}^2$ ),  $\omega$  é profundidade radial e  $D$  diâmetro interno do enrolamento.

Para determinar a resistência mecânica do enrolamento de um transformador, além do módulo de elasticidade já definido anteriormente, outra propriedade de importância direta do material condutor é o seu limite de escoamento ou limite elástico. Em outras palavras, é a tensão máxima (também chamada de tensão de escoamento) que o material suporta ainda no regime elástico de deformação. Se houver algum acréscimo de tensão o material não segue a Lei de Hooke e começa a sofrer a deformação plástica.

Assim, com base no limite de escoamento do material é possível restringir a tensão do material a um nível seguro. Nesse caso, portanto, é comum o uso de um fator de segurança. O fator de segurança, nada mais é do que a relação entre o último carregamento e o carregamento admissível (ou tensão de escoamento) dado pela Equação a seguir, (HIBBELER, 2006).

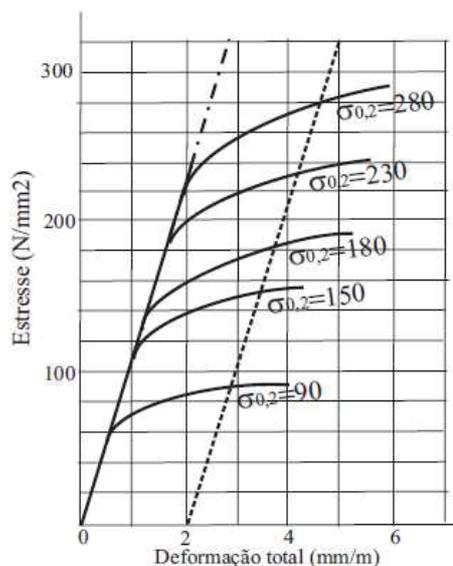
$$FS = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{adm}} \quad (4.25)$$

$FS$  : Fator de segurança;

$\sigma_{m\acute{a}x}$  : Limite de proporcionalidade;

$\sigma_{adm}$  : Tensão admitida como limite de solicitação da estrutura, de acordo com o fator de segurança.

Na Figura 21, têm-se o diagrama *estresse (tensão mecânica) x deformação* utilizando-se o cobre como corpo de prova para diferentes níveis de “dureza” do material condutor.

**Figura 21:** Carga de prova do cobre para vários níveis de “dureza”

FONTE: CIGRE WG 12.19, 2002.

Conforme mostrado na Figura 21, pode-se observar que, para cada amostra de cobre, há uma deformação 0,2% do material. Nesse sentido, a carga de prova pode ser entendida como o valor de esforço que produz uma deformação permanente no condutor de 0,2%.

Dessa forma, salienta-se que o nível crítico de deformação de um material é uma função da área da seção transversal, do tipo do material e do tipo do condutor utilizado na construção dos enrolamentos. As várias formas e tipos de condutores disponíveis comercialmente requerem também equações distintas para o cálculo dos esforços permissíveis correspondentes.

#### 4.6. ESFORÇOS ELETROME CÂNICOS E TIPOS DE FALHAS EM TRANSFORMADORES

Este item se propõe a abordar os aspectos relacionados com as tensões mecânicas originadas em decorrência das forças eletromagnéticas, bem como os tipos de falhas associados a essas tensões.

É importante destacar que os mecanismos de falhas em transformadores de núcleo envolvido diferem dos mecanismos de falhas em transformadores de núcleo envolvente. Tipos de falhas para ambos os tipos de configuração dos enrolamentos podem ser encontrados em Patel (2002). A referência analisa, também, a capacidade inerente de resistência ao movimento dos condutores dos enrolamentos para esses dois tipos de arranjo das bobinas.

Fatores como: rigidez mecânica do sistema de isolamento, firmeza dos sistemas de fixação das bobinas, resistência mecânica dos condutores e a elasticidade do corpo das bobinas são destacados como sendo fundamentais na determinação da resposta dos enrolamentos às forças eletromagnéticas.

#### **4.6.1. FALHAS PROVOCADAS POR FORÇAS RADIAIS**

Forças radiais produzem efeitos diferentes nos enrolamentos externo e interno de transformadores. As forças dirigidas para fora provocam tensões de tração no enrolamento externo, enquanto que tensões de compressão são desenvolvidas nos enrolamentos sujeitos às forças dirigidas para o centro da coluna. Para enrolamentos concêntricos, a suportabilidade mecânica do enrolamento externo depende da resistência da força de tração do condutor. Por outro lado, a resistência mecânica do enrolamento interno depende das estruturas de suporte providenciadas para os condutores. É comum a ocorrência da deformação radial do enrolamento interno, enquanto que o rompimento do enrolamento externo é mais difícil de ocorrer (Azevedo, 2007).

##### **4.6.1.1. ENROLAMENTOS SUJEITOS À TENSÃO DE TRAÇÃO**

Em decorrência de forças radiais, o enrolamento externo de um transformador fica sujeito à tensão de tração ou *hoop stress*. A intensidade da tensão pode ser estimada de acordo com equação 4.14.

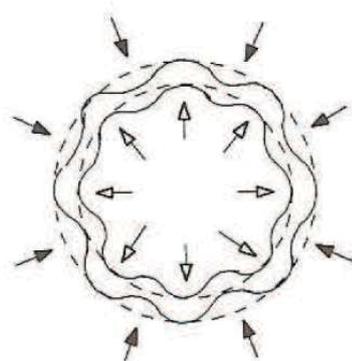
Nos condutores utilizados em enrolamentos compactos, tipo disco ou em qualquer uma das camadas de enrolamentos multi-camadas, verifica-se uma força de tração uniforme. Essa força, dependendo de seu valor, poderá causar danos à isolamento do condutor, caso a tensão de tração exceda o limite de escoamento do condutor. Contudo, a probabilidade de falha nos enrolamentos sujeitos a esse tipo de tensão é pequena, uma vez que normalmente são usados condutores dimensionados para um valor de carga de prova de 0,2 % (KULKARNI e KHAPARDE, 2004).

##### **4.6.1.2. ENROLAMENTOS SUJEITOS À TENSÃO DE COMPRESSÃO**

Este tipo de esforço é experimentado pelos enrolamentos internos de um transformador, em decorrência das cargas de compressões radiais as quais os mesmos podem

ficar expostos. A compressão pode manifestar-se de duas maneiras distintas. Uma delas ocorre quando o enrolamento interno está firmemente sustentado por espaçadores. Os espaçadores neste caso estão localizados axialmente, e a estrutura de suporte como um todo tem rigidez mecânica maior que a dos condutores (WATERS, 1966). Neste caso, os condutores podem apresentar uma deformação entre todos os suportes ao longo da circunferência do enrolamento, com a curvatura voltada para dentro, desde que o valor da tensão exceda o limite elástico do material condutor. Esse tipo de falha, denominado “deformação forçada” (*forced buckling*), está ilustrada na Figura 22, assemelhando-se a uma estrela de várias pontas.

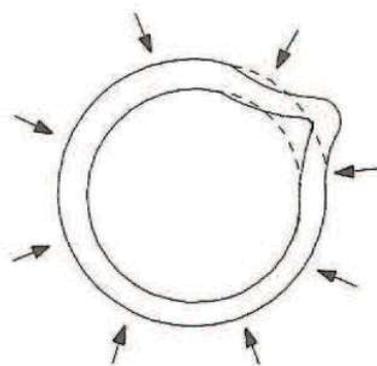
**Figura 22:** Deformação forçada (“*forced buckling*”) no enrolamento interno.



FONTE: Azevedo, 2007, p. 58.

A outra forma de deformação que afeta o enrolamento interno é chamada “deformação livre” (*free buckling*). Para este caso, diferentemente do primeiro, a inclinação dos condutores não está relacionada com os espaçadores axiais, sendo que a resistência mecânica dos condutores é maior do que aquela proporcionada pela estrutura de suporte (WATERS, 1966). Nessa condição, a projeção do condutor pode se dar tanto para dentro quanto para fora, em um ou mais pontos da circunferência, conforme ilustra a figura 23.

**Figura 23:** Deformação “livre” no enrolamento interno: *Free buckling*.



FONTE: Azevedo, 2007, p. 59.

Os dois tipos de deformações relatados podem ser vistos como um conjunto sequencial de falhas, que iniciam no condutor mais externo do enrolamento interno e seguem no sentido do condutor mais interno deste enrolamento (próximo ao núcleo) (KULKARNI e KHAPARDE, 2004). Existem muitos fatores que podem favorecer a ocorrência da deformação dos enrolamentos, dentre os quais pode-se citar: enrolamentos “frouxos”, uso de materiais com características inferiores às mínimas requeridas, excentricidade dos enrolamentos, baixa resistência das estruturas de suporte em relação ao condutor, etc.

A técnica utilizada para conferir aos enrolamentos uma suportabilidade mecânica suficiente para resistir às forças radiais é obtida pelo uso de um número adequado de suportes, que estejam em contato direto com o núcleo e uniformemente espaçados ao redor da circunferência (WATERS, 1966).

Um condutor sujeito às forças radiais normalmente é modelado como um anel circular, sujeito a uma carga radial uniformemente distribuída. Neste caso, o valor de estresse crítico é determinado com base na utilização ou não de suportes axiais (CIGRE, 2002). Para os casos de enrolamentos desprovidos de estruturas de sustentação axial, ou seja, que não possuem espaçadores axiais para aumentar a resistência aos esforços de compressão, o valor do estresse crítico pode ser calculado pela equação (4.26).

$$\sigma_{\text{crit}} = \frac{E e^2}{4R^2} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (4.26)$$

$\sigma_{\text{crit}}$ : valor do estresse crítico (N/m<sup>2</sup>);

$E$ : módulo de elasticidade do material (N/m<sup>2</sup>);

$e$ : espessura do condutor (m);

$R$ : raio do enrolamento (m).

De outro lado, a determinação do valor do estresse crítico em enrolamentos providos de suportes axiais, e que sejam causados por esforços de compressão, pode ser realizada pela equação (4.27).

$$\sigma_{\text{crit}} = \frac{E(\delta)(ke^2)N^2}{12D^2} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (4.27)$$

$E(\delta)$ : módulo de elasticidade incremental no valor crítico (N/m<sup>2</sup>);

$e$ : espessura do condutor (m);

$k$ : constante para espessura equivalente;

$D$ : diâmetro do enrolamento (m);

$N$ : número de suportes axiais.

Os enrolamentos internos que estejam sujeitos à forças radiais que possam provocar deformação do tipo “forçada” (ver figura 22) necessitam de suportes internos, de maneira a prevenir qualquer movimento do enrolamento para dentro. O estresse nesta situação é função da distância entre os suportes e da dimensão dos condutores, cujo valor é dado pela equação a seguir.

$$\sigma = \frac{F_{rmed} \cdot l^2}{2 \cdot h \cdot e^2} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (4.28)$$

$\sigma$ : estresse crítico do enrolamento (N/m<sup>2</sup>);

$F_{rmed}$ : força radial (N/m);

$l$ : distância entre os suportes (m);

$h$ : altura do condutor (m);

$e$ : espessura do condutor (m).

O projeto de enrolamentos, com resistência mecânica suficiente para suportar os estresses de tração, é relativamente mais fácil do que o projeto mecânico do estresse de compressão. Isto decorre do fato que o estresse de tração é mantido abaixo do limite do escoamento do material condutor (KULKARNI e KHAPARDE, 2004). Os enrolamentos internos, por outro lado, necessitam de estruturas de suporte internas para assegurar a sua resistência mecânica (como espaçadores axiais, por exemplo) e podem danificar-se também devido à inclinação dos condutores entre as estruturas de suporte. A técnica para estabelecimento de critérios de projeto para determinar a resistência mecânica dos enrolamentos internos sujeitos à compressão é complexa e pode variar de fabricante para fabricante.

#### 4.6.2. FALHAS PROVOCADAS POR FORÇAS AXIAIS

Um dos tipos de falhas decorrente da ação de forças axiais compressivas ocorre quando um enrolamento tipo camada não está firmemente enrolado e amarrado, facilitando a transposição do condutor adjacente. Esse efeito pode danificar a isolamento do condutor e, eventualmente, levar a um curto-circuito entre espiras. Outro tipo de falha ocorre quando um enrolamento vibra sob a ação de forças axiais. Nessa situação, a isolamento do condutor pode danificar-se, em decorrência do movimento relativo entre enrolamento e os espaçadores isolantes localizados axialmente.

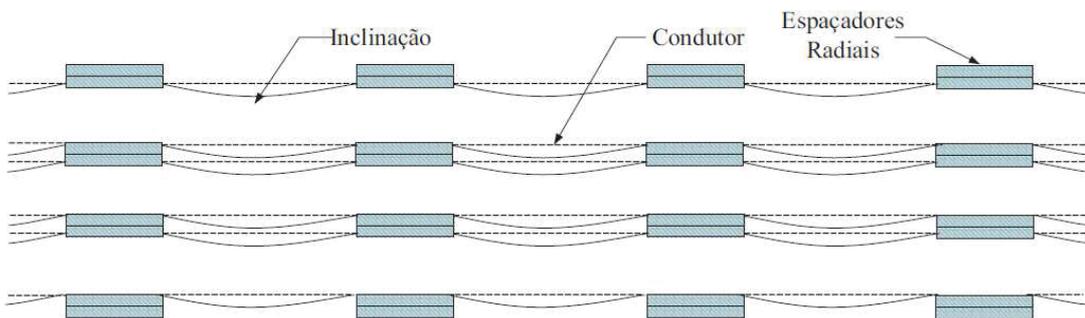
Altas forças de compressão axial nas extremidades das bobinas podem causar deformação nas estruturas de fixação (*clamping*) das extremidades dos enrolamentos. Os elementos de fixação têm como função exercer uma pressão efetiva sobre os enrolamentos durante os curtos-circuitos para garantir a resistência às forças axiais.

Existem outros dois importantes tipos de falhas: inclinação entre espaçadores radiais (*bending*) e a inclinação dos condutores (*tilting*), os quais são analisados a seguir.

#### 4.6.2.1. INCLINAÇÃO DE CONDUTORES ENTRE ESPAÇADORES RADIAIS

Sob a ação de forças axiais, o condutor de um enrolamento pode inclinar-se entre os espaçadores isolantes localizados radialmente, como é apresentado na figura 24. Essa inclinação do condutor pode também resultar em danos à sua isolação. Contrariamente ao que se verifica com os esforços decorrentes das forças radiais, neste caso, a curvatura da deformação se dá num plano vertical e não horizontal, como ocorre naquele caso.

**Figura 24:** Inclinação dos condutores entre espaçadores radiais - vista lateral (*Bending*).



FONTE: Azevedo, 2007, p. 61.

Os estresses relacionados com a inclinação, devido às forças axiais podem ser calculados utilizando a equação (4.29) (CIGRE, 2002).

$$\sigma = \frac{F_a L^2}{2 e h^2} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (4.29)$$

$F_a$ : força axial (N/m);

$L$ : distância entre espaçadores axiais (m);

$e$ : dimensão radial do condutor (m);

$h$ : dimensão axial do condutor (m).

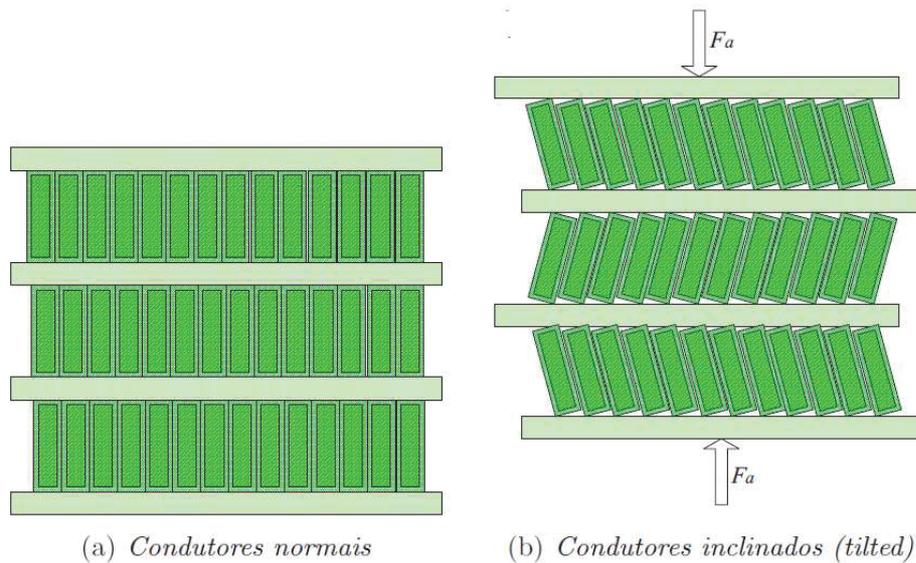
O máximo estresse que se verifica no condutor, devido à inclinação, ocorre nos cantos dos espaçadores radiais. O valor máximo do esforço nessa região deve ser menor que o

limite suportável pelo tipo de condutor utilizado (cerca de 1.200 kg/cm<sup>2</sup> para o cobre) (KULKARNI e KHAPARDE, 2004).

#### 4.6.2.2. INCLINAÇÃO DE CONDUTORES PRODUZIDA PELA CARGA AXIAL

Este tipo de falha, em função da ação de forças compressivas axiais (*tilting*) é um dos principais tipos de falhas em grandes transformadores. Quando essas forças são maiores que a carga limite suportável pelos enrolamentos do equipamento, uma falha pode ocorrer, caracterizando-se pela inclinação dos condutores em forma de “zig-zag”. A figura 25(a) mostra os condutores na posição normal e a figura 25(b) ilustra a inclinação dos mesmos condutores deformados pela ação de forças axiais críticas.

**Figura 25:** Inclinação de condutores pela ação de forças axiais - seção transversal.



**FONTE:** Azevedo, 2007, p. 62.

Em decorrência da força imposta, ocorre um deslocamento da seção transversal dos condutores em torno do eixo de simetria perpendicular.

Esse tipo de inclinação é causado pela compressão axial cumulativa, aplicada aos condutores que é transmitida através dos espaçadores e estruturas de fixação. A carga crítica que o enrolamento pode tolerar é, portanto, não somente função dos parâmetros do condutor, mas também, da construção do enrolamento, incluindo a isolamento entre condutores (CIGRE, 2002). Esta carga crítica pode ser determinada pela equação (4.30):

$$\sigma_{crit} = \frac{E h^2}{14R^2} + \frac{m s c e^2}{12 \pi R h^2} \left[ \frac{N}{m^2} \right] \quad (4.30)$$

- $E$ : módulo de elasticidade ( $\text{N/m}^2$ );
- $h$ : dimensão axial do condutor (m);
- $R$ : raio do enrolamento (m);
- $m$ : número de cunhas;
- $s$ : comprimento dos espaçadores;
- $c$ : módulo equivalente de elasticidade do papel isolante ( $\text{N/m}^2$ );
- $e$ : dimensão radial do condutor.

#### 4.7. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas as bases conceituais referentes aos esforços eletromecânicos em transformadores que podem ocorrer quando estes ficam submetidos às correntes de *inrush* e o comportamento dinâmico de enrolamentos concêntricos de transformadores. Além dos conceitos, foram abordados os cálculos relacionados com as correntes de *inrush*, forças eletromagnéticas e esforços mecânicos atuantes nos enrolamentos dos transformadores.

Também foi descrita a abordagem analítica das forças, identificando as componentes da densidade de fluxo magnético de dispersão radial e densidade de fluxo magnético de dispersão axial, responsáveis pelas componentes das forças axiais e radiais, respectivamente. A apresentação desta metodologia para a realização dos cálculos analíticos destas grandezas serviu como base para o cálculo das forças eletromagnéticas. Abordando também os modelos analíticos do comportamento dinâmico axial e radial de transformadores de potência com enrolamentos concêntricos.

A importância do projeto na vida útil de um transformador foi explanada neste capítulo, uma vez que este deverá apresentar suportabilidade para os maiores esforços a que possa ser submetido ao longo de sua vida operativa.

Por fim, foi realizada a análise dos principais tipos de falhas que podem ocorrer nas partes estruturais e ativas dos transformadores decorrentes dos esforços mecânicos e do comportamento dinâmico dos enrolamentos.

## CAPÍTULO 5

---

# ANÁLISE DOS EFEITOS ELETROMECCÂNICOS NOS ENROLAMENTOS DE UM TRANSFORMADOR

### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo apresenta-se a metodologia utilizada para a avaliação dos efeitos eletromagneto-mecânicos nos enrolamentos de um transformador quando submetido às correntes de *inrush*. Serão apresentados os principais passos para estruturação da análise dos problemas eletromagneto-mecânicos relacionados às correntes de energização. Também serão descritas, de forma detalhada, algumas etapas necessárias para a montagem e resolução de um problema eletromagnético-mecânico para um transformador instalado na planta da ELETROBRAS-ELETRONORTE, utilizando os softwares *Finite Element Method Magnetics* (FEMM) e o ANSYS *Workbench*.

A corrente de entrada sobre os enrolamentos do transformador será calculada analiticamente, sendo esta utilizada pelo programa de Método de Elementos Finitos FEMM para fornecer o potencial vetor magnético, a densidade do fluxo magnético e a força eletromagnética no enrolamento de alta tensão do transformador.

Por fim, obtidas as forças eletromagneto-mecânicas, os resultados serão utilizados para a realização de análises 3D relacionadas com os enrolamentos do transformador, tais como deformações e tensões. Utiliza-se para isto o software ANSYS, ficando a análise de vibrações e a comparação com os resultados experimentais como proposta para futuros trabalhos.

### 5.2 ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DOS SOFTWARES FEMM E ANSYS

O Software FEMM ou Método de Elementos Finitos Magnéticos é um programa livre criado pelo pesquisador David Meeker que proporciona um completo conjunto de ferramentas para resolver problemas bidimensionais estáticos e de baixa frequência ou problemas axi-simétricos em eletrodinâmica e não tem limitações de número de nós. É um programa bastante útil porque trata internamente complexas equações diferenciais que necessitam ser resolvidas quando se trabalha com eletromagnetismo (MEEKER, 2010). Além

disso, se aplica plenamente ao problema planar (coordenadas cartesianas) em 2D do núcleo ferromagnético do transformador tratado na presente tese.

O ANSYS é um dos softwares comerciais mais usados na engenharia para resolução de problemas que envolvem o MEF. Atualmente o ANSYS vem sendo utilizado em muitos ramos da engenharia, abrangendo o aeroespacial, automotivo, eletrônica, eletromagnetismo e nuclear, entre outros.

A plataforma ANSYS Workbench é a estrutura sobre a qual o conjunto mais amplo e profundo da indústria de tecnologia avançada em engenharia de simulação é construído. Esta plataforma tem como finalidade interligar os diversos subprogramas da *Ansys Corporation* que atua em todas as áreas da engenharia, respaldado pela aplicação do método numérico de solução. Em outras palavras, o programa ANSYS Workbench consiste em um conjunto de sistemas computacionais cujos procedimentos de análises e cálculos se baseiam no MEF e também em outros métodos numéricos que não são abrangidos por esta tese.

Cada sistema computacional acoplado no programa se destina a um determinado tipo de análise. Os diversos tipos de análises que podem ser realizados, de modo a simular o comportamento de um conjunto real mediante a utilização do programa ANSYS Workbench, são dependentes da geometria do componente, das condições de contorno e hipóteses simplificadoras empregadas na modelagem. Portanto, dadas a importância e a versatilidade do uso da plataforma ANSYS Workbench, este foi o software escolhido neste trabalho para consubstanciar as análises dos esforços mecânicos nos enrolamentos de transformadores ocasionados pelas correntes de *inrush*.

Como qualquer Sistema computacional típico de Elementos Finitos, a resolução de problemas físicos utilizando tanto o FEMM quanto o ANSYS é dividida de forma geral nas três etapas descritas a seguir:

**Pré-processamento:** consiste na definição da estrutura que permite descrever a geometria do problema, as propriedades físicas dos materiais, a densidade das malhas e as condições de contorno. A malha de elementos finitos pode ser criada e visualizada nesta fase.

**Processamento:** esta etapa consiste na interpretação e cálculos envolvendo as informações definidas durante a etapa de pré-processamento e, neste caso, na aplicação das equações de Maxwell para o FEMM e das equações mecânicas do comportamento estático e

dinâmico para o ANSYS, pertinentes à resolução do problema, através da montagem de um sistema de equações diferenciais que descrevem o comportamento da estrutura que se encontra sob análise. Nesta fase também é levada em conta a existência ou não da saturação magnética no sistema.

**Pós-processamento:** Esta etapa disponibiliza os resultados sob a forma de contornos e densidades. O usuário pode inspecionar a solução pontualmente, calcular certas integrais, plotar resultados de variáveis de interesse como campos elétricos ou magnéticos, potenciais, correntes, torques e etc, sob a forma de gráficos ou numéricas.

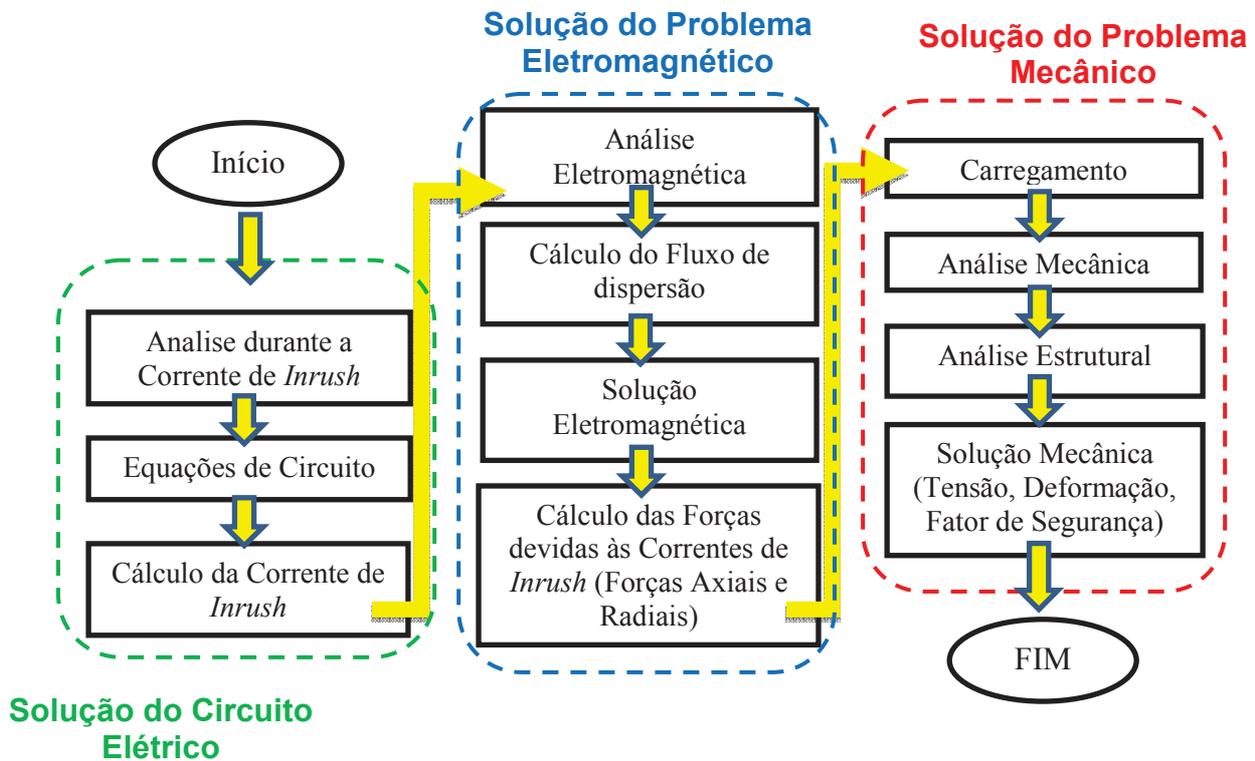
### 5.3 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ELETROMAGNETO-MECÂNICO PROPOSTA PARA UM TRANSFORMADOR

Os transformadores devem ser projetados para suportar as situações mais severas no local de instalação. Entre estas situações, destacam-se as correntes geradas nas condições de curto-circuito e de *inrush* no transformador, as quais podem causar diferentes efeitos como: os das vibrações magneto-mecânicos, tensões mecânicas e tensões nos enrolamentos. Tais efeitos levam em alguns casos ao rompimento de isolamentos, que dependendo da severidade, frequência e condições sistêmicas podem comprometer consideravelmente a vida útil do transformador.

Especificamente as correntes de *inrushs* em transformadores são de alta magnitude, ricas em conteúdos harmônicos, e podem conduzir a saturação do núcleo do transformador durante a energização. Estas correntes causam efeitos indesejáveis, incluindo danos ou perda de vida útil, além da redução na qualidade de energia fornecida ao sistema elétrico (BRUNKE e FROHLICH, 2001). Além disso, um impacto significativo na tensão de origem mecânica do enrolamento do transformador pode ser observado (STEURER e FROHLICH, 2002). Portanto, é necessário que um transformador seja projetado para suportar este tipo de corrente.

Para análise do estudo de caso do transformador feita nesta tese, foi desenvolvido o fluxograma da figura 26:

Figura 26: Fluxograma para Análise da Condição de Energização do Transformador



FONTE: O Autor

Primeiramente, é obtida a corrente de *inrush* através das especificações técnicas do transformador, obtém-se a distribuição do fluxo magnético em 2D-MEF. Desta simulação 2D são extraídos os dados relevantes para a análise dos fenômenos físicos, tais como a distribuição de fluxo magnético entre os enrolamentos internos e externos, a distribuição do fluxo axial e radial e as forças de Lorentz.

Depois inicia-se a simulação em 3D-MEF para análise mecânica no sentido de prever o comportamento dinâmico e estático na estrutura dos enrolamentos do transformador.

Assim, a partir dos softwares de cálculo de campos, o procedimento para o estudo do transformador consiste nas várias etapas seguintes:

- Criação da geometria (Pré-processamento);
- Geração das malhas (Pré-processamento);
- Propriedades dos materiais (Pré-processamento);
- Definição das fontes de corrente (Pré-processamento);
- Condições de contorno (Pré-processamento);
- Solução do Problema baseados no MEF (Processamento);

- g) Apresentação dos Resultados, Pós-processamento.

## 5.4 ANÁLISES DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL DO ENROLAMENTO DO TRANSFORMADOR

Este tópico destina-se a apresentar e discutir a integridade estrutural do enrolamento de um transformador a partir de simulações e análises computacionais realizadas para um trafo de 50 MVA de propriedade da Eletrobrás.

### 5.4.1 CARACTERÍSTICAS DO TRANSFORMADOR UTILIZADO

O Comportamento físico de um transformador de potência monofásico de 50 MVA com relações de tensão de 230/3 kV - 69/3 kV– 13,8 kV, proveniente do sistema Eletrobrás, foi implementado e simulado no FEMM para a análise do desempenho elétrico, magnético em uma base de modelagem planar para o núcleo magnético e posteriormente implementado no ANSYS para a avaliação do comportamento mecânico do dispositivo.

O transformador é do tipo núcleo envolvente. Dessa forma, para efetuar a modelagem utilizando o software FEMM, o equipamento foi dividido em quatro regiões, conforme descrito a seguir, em função de suas características elétricas e magnéticas (NAJDENSKOSKI e MANOV, 1998).

- (1) Núcleo ferromagnético ( $\mu \neq \text{constante}$  e  $J = 0$ );
- (2) Enrolamentos ( $\mu = \mu_0$  e  $J \neq 0$ );
- (3) Janela do transformador ( $\mu = \mu_0$  e  $J = 0$ ) e;
- (4) Tanque do transformador.

O transformador possui enrolamentos concêntricos sendo que os enrolamentos de Baixa Tensão (BT), de Alta Tensão (AT), e Regulador de Alta Tensão (RAT) são do tipo disco e o enrolamento Terciário (TERC) é do tipo hélice e está ligado em um banco trifásico.

Para a implementação computacional utilizando o MEF, exige-se o conhecimento da geometria, e das características eletromagnéticas e mecânicas do dispositivo, no sentido de termos a completa caracterização do equipamento. Assim apresentam-se na tabela 8 e na figura 27 as principais características geométricas, eletromagnéticas e mecânicas dos materiais do transformador em estudo.

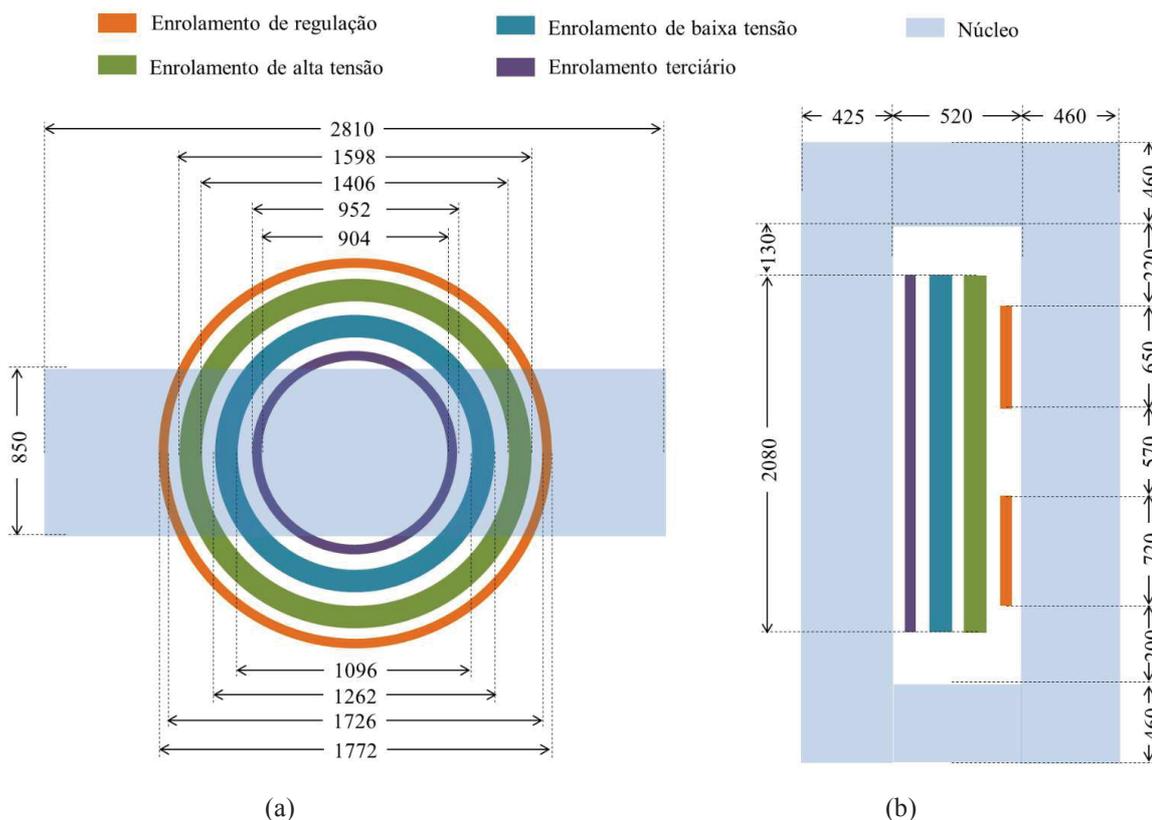
**Tabela 8:** Características geométricas dos enrolamentos.

Enrolamento	AT	BT	TERC
Ligação do Banco	Estrela	Estrela	Triângulo
Potência (MVA)	50	50	2
Tensão (kV)	230/3	69/3	13,8
Seção do cobre (mm <sup>2</sup> )	123,72	397,20	447,72
Frequência (Hz)	60		
Tensão de Escoamento do Cobre (Mpa)	130		
Tensão Última do Cobre (MPa)	280		
Densidade do Cobre (Kg/m <sup>3</sup> )	830		
Módulo de Young (MPa)	1.1 x 10 <sup>5</sup>		
Número de espiras	572	191	66
Diâmetro médio (mm)	1502	1179	928
Altura dos Enrolamentos (mm)	2080	2080	2080

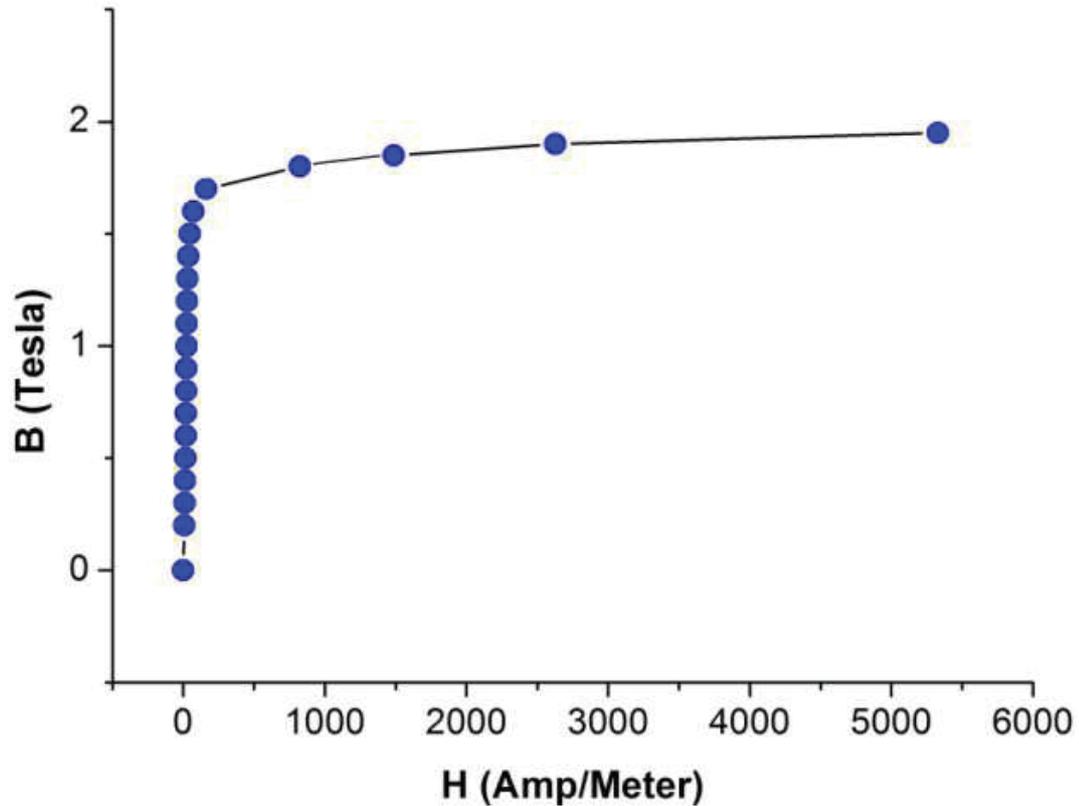
Fonte: O Autor

A disposição e dimensões dos enrolamentos em milímetros (mm) são mostradas na figura 27. A curva B-H do núcleo é apresentada a seguir na figura 28:

**Figura 27:** Disposição e dimensão dos enrolamentos em vistas (a) superior e (b) frontal da janela.



FONTE: O Autor

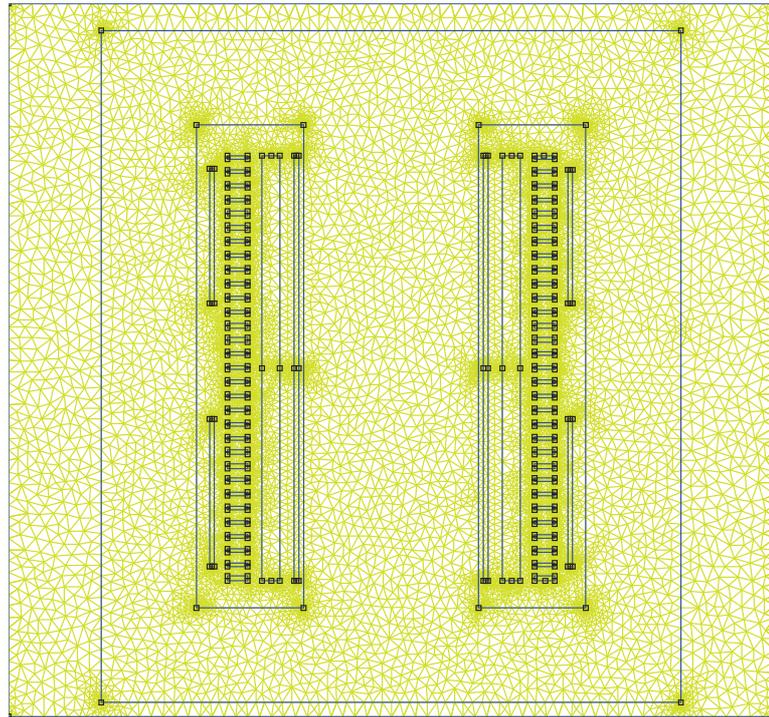
**Figura 28:** Curva de magnetização do núcleo do transformador de 50 MVA.

FONTE: O Autor

Uma vez identificado o transformador, serão descritos e discutidos os resultados obtidos através das simulações eletromagnéticas e mecânica. Ressalta-se que o problema eletromagnético é simulado em regime quase estacionário, ou seja, quando a corrente em uma das fases atinge o seu valor máximo.

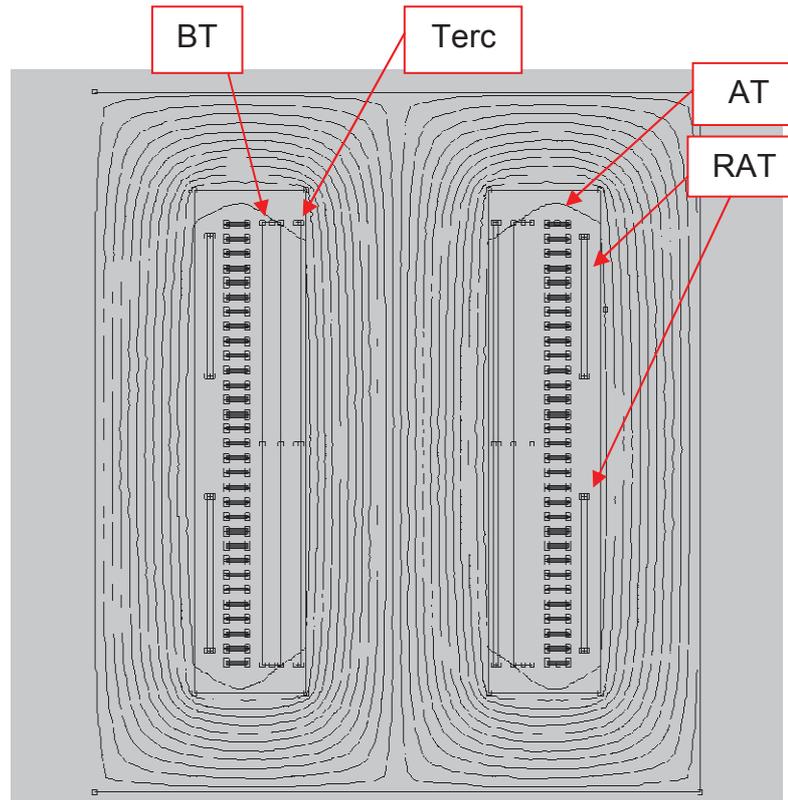
#### 5.4.2. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Para a simulação apresentada, a malha foi composta com 35.983 nós no FEMM (MEEKER, 2010), o qual utiliza apenas elementos de 1ª ordem triangular. Destaca-se que esses resultados foram produzidos a partir da solução física do sistema de equações descritos no capítulo 3, baseado no Método de Elementos Finitos. A malha do sistema pode ser observada na Fig. 29, a seguir.

**Figura 29:** Geometria 2D do transformador com malha de elemento triangular de 1ª ordem

FONTE: O Autor

Apenas as componentes de campo produzidas pelas correntes nos condutores dos enrolamentos primários são levadas em conta (ADDLY, 2001) e somente o enrolamento de AT (Alta Tensão) foi considerado sobre a forma de disco em modelo planar, sendo os demais representados com a forma simplificada na figura 30. Isto se justifica também pelo fato de que os discos do enrolamento de AT são os que apresentam maior densidade de corrente, com o valor do pico de 1733,1A.

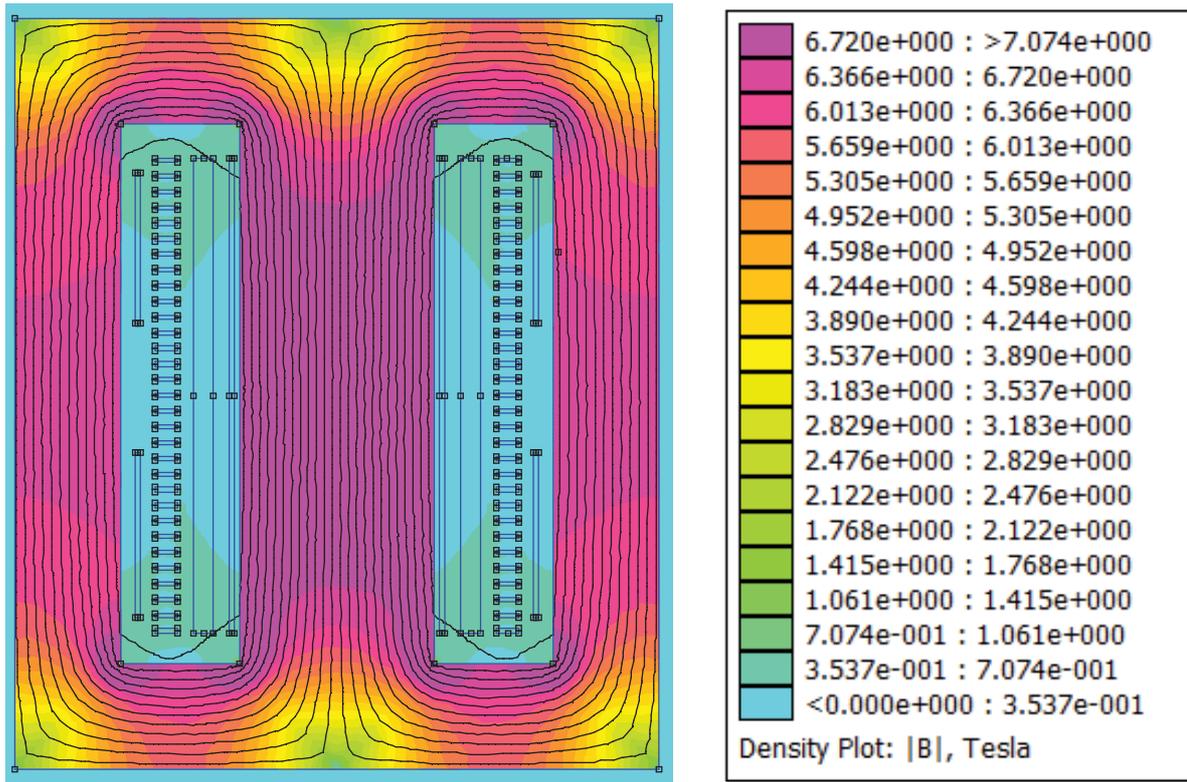
**Figura 30:** Enrolamento de Alta Tensão Energizado.

FONTE: O Autor

Na Figura 30, com o enrolamento de AT energizado, verifica-se que a distribuição de fluxo magnético no interior do transformador sofre alteração do seu caminho preferencial (núcleo magnético), passando a circular parcialmente pela janela.

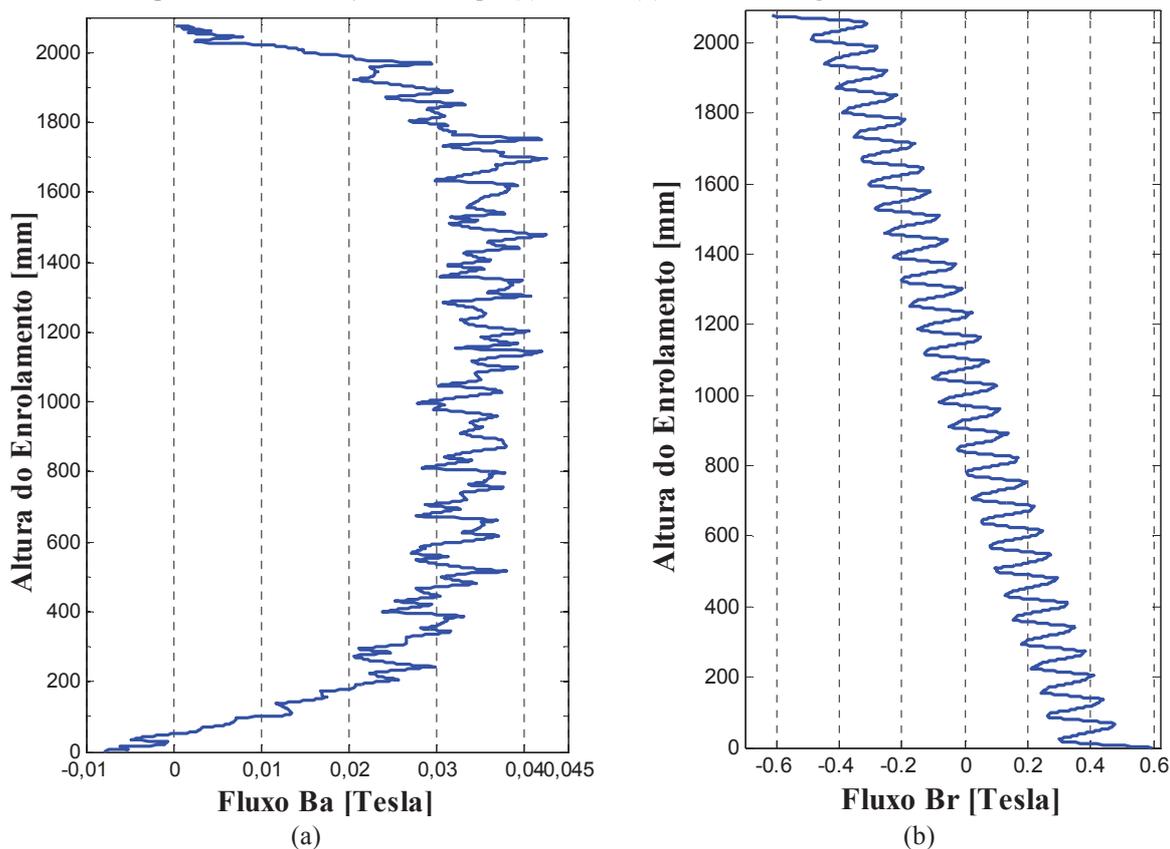
Partindo desta simulação, são extraídos dados pertinentes para a análise da distribuição do fluxo magnético no enrolamento de AT (fluxo axial, fluxo radial) e as Forças de Lorentz nos 31 discos do enrolamento de AT. Pode-se observar o espectro de cores da figura 31:

**Figura 31:** Densidade de Fluxo Magnético no Transformador



FONTE: O Autor

Nas figuras 32(a) e 32(b) são apresentados os gráficos das distribuições dos campos axial e radial, respectivamente, ao longo (altura) do enrolamento de AT. Os valores máximos do campo axial são encontrados próximos à metade da altura do enrolamento, enquanto os valores máximos do campo radial são encontrados nas suas extremidades, superior e inferior, como já esperado. O valor máximo da densidade axial calculado pelo sistema é  $B_a = 0.04256$  T, enquanto o valor máximo da densidade radial  $B_r$  foi de 0.6117 T.

**Figura 32:** Distribuição do Campo (a) Axial e (b) Radial ao longo do enrolamento de AT

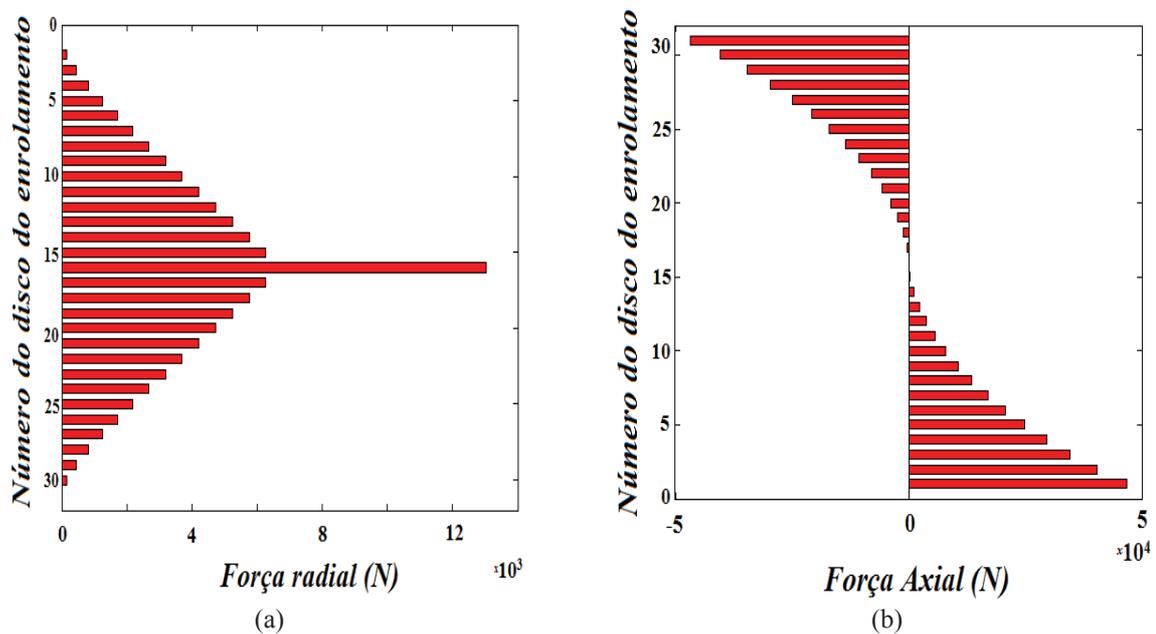
FONTE: O Autor

Sob condições normais de funcionamento, as forças e os campos de dispersão em transformadores são relativamente pequenos e, portanto, os estresses são perfeitamente toleráveis pelas estruturas de suporte dos enrolamentos. No entanto, sob a ação de fenômenos transitórios, considerando as correntes de *inrush*, os campos de dispersão devido às altas correntes podem atingir valores altos e, portanto, estresses devido a este fenômeno podem ser suficientes para destruir total ou parcialmente o transformador, caso os condutores não estejam devidamente apoiados por suportes e estruturas (AZEVEDO, 2007).

Em transformadores com distribuições uniformes das forças magnetomotriz nos enrolamentos concêntricos de igual comprimento, as forças axiais que ocorrem devido aos campos magnéticos radiais em ambas as extremidades do enrolamento são dirigidas para o ponto médio destes. Estas forças surgem como um resultado do fluxo magnético produzido pelos próprios condutores paralelos que transportam corrente na mesma direção (KULKARNI & KHAPARDE, 2004). Enquanto para as forças radiais que são devidas aos campos magnéticos axiais (valores máximos ocorrem no ponto médio do enrolamento) estas tendem a esticar o condutor produzindo assim, uma tensão mecânica de tração nas espiras (*hoop stress*) do enrolamento de AT.

Na Figura 33 são apresentadas as (a) forças radiais e as (b) forças axiais, numericamente obtidas com o software FEMM em cada disco do enrolamento de alta tensão do transformador de 50 MVA modelado. Pode-se observar, a partir dessa figura, que a força radial a qual o disco central é submetido é muito maior do que a dos outros discos, como esperado, atingindo um valor máximo de 13,03 kN. Também é possível verificar que a amplitude da força axial diminui à medida que se aproxima do disco central do enrolamento. Nas extremidades do enrolamento, a força axial atinge seu valor máximo absoluto 46,72 kN.

**Figura 33:** (a) Força Radial e (b) Força Axial nos discos do transformador de 50 MVA



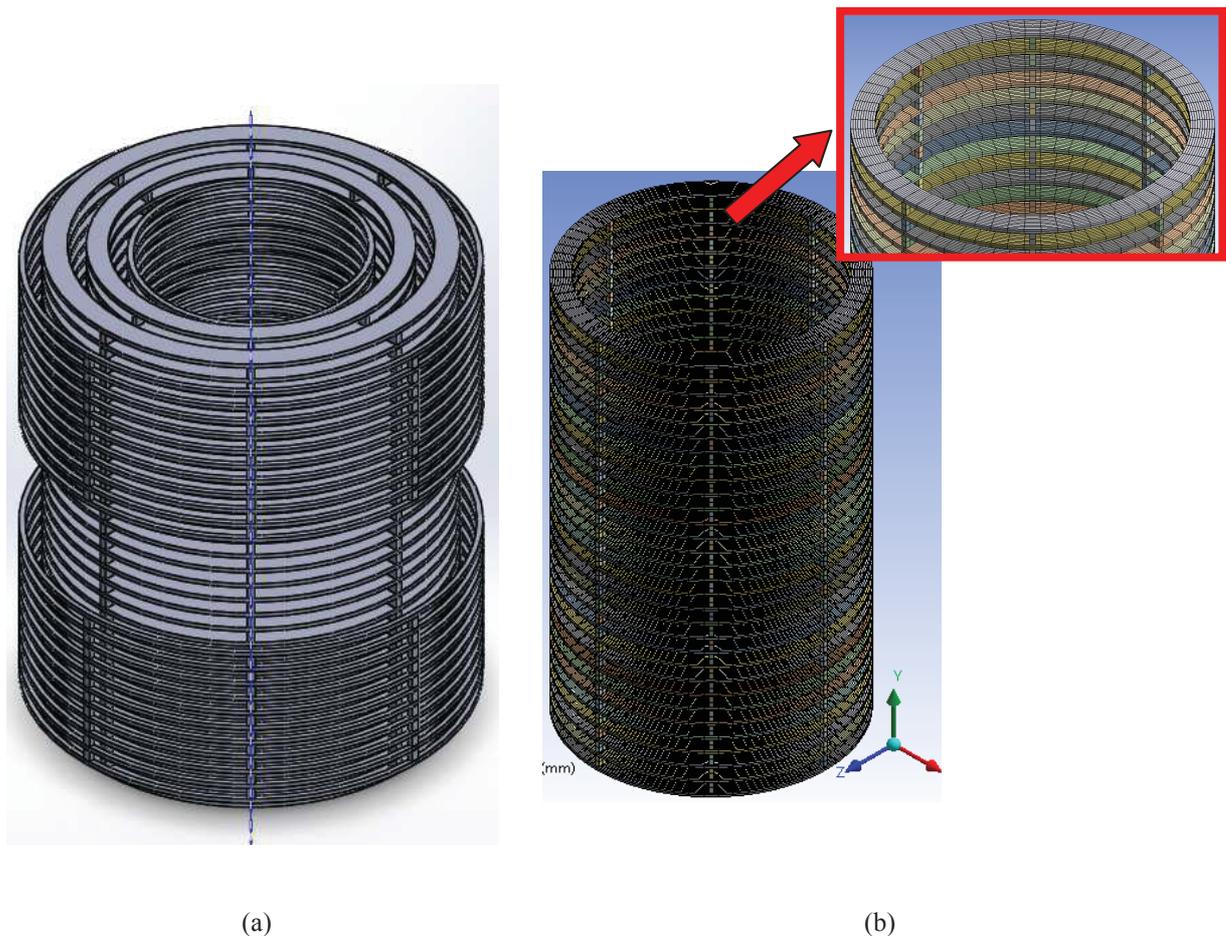
FONTE: Fonseca *et al.*, 2016, p. 519.

### 5.4.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO MECÂNICA

Concluída a análise do problema eletromagnético em 2D, inicia-se a análise do problema mecânico em 3D, utilizando-se os dados de saída do problema eletromagnético como dados de entrada para o problema mecânico para análise do comportamento estático dos enrolamentos quando submetidos às correntes de *inrush*.

O software comercial ANSYS Workbench foi utilizado com um modelo 3D simplificado, composto apenas pelos espaçadores e as bobinas que são o foco da análise deste trabalho, conforme a figura 34 (a). Como durante as correntes de *inrush* o enrolamento que fica submetido aos principais efeitos de tais correntes é o enrolamento AT o mesmo será evidenciado nas análises. Na figura 35 (b) é mostrada a configuração do modelo de elementos finitos do transformador com total 270.104 nós.

**Figura 34:** (a) Modelo Simplificado 3D dos enrolamentos de AT, BT, TERC e RAT (b) Modelo de Enrolamento de AT do transformador com malha.



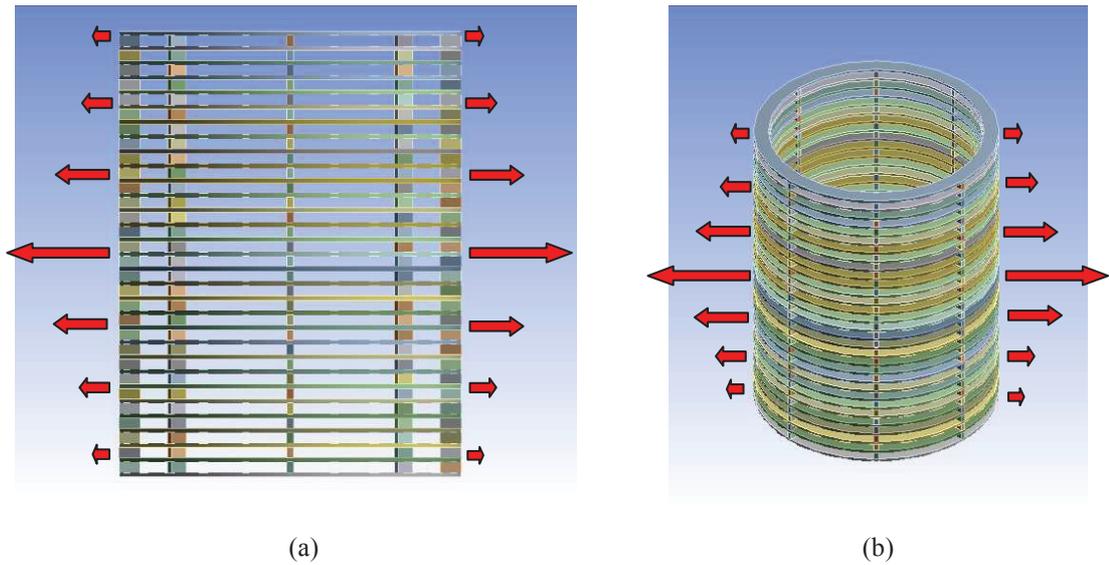
FONTE: O Autor

O modelo estrutural completo de um transformador, a rigor, deveria contemplar como solicitação proveniente do campo eletromagnético os esforços de orientação tanto radiais como axiais, além do carregamento padrão de campo gravitacional. Porém, em função da necessidade de compreensão detalhada do comportamento estrutural do transformador, decidiu-se realizar simulações em relação a cada tipo de carregamento, inicialmente, de forma isolada e somente posteriormente analisá-lo na circunstância das cargas combinadas. O objetivo é determinar quais os tipos de carregamentos e quais situações podem se mostrar mais danosas à integridade estrutural do equipamento.

#### 5.4.3.1. CARREGAMENTO COM FORÇAS RADIAIS

O modelo inicial do transformador, denominado de modelo radial é assim designado por levar em consideração apenas a atuação do carregamento radial das forças da figura 35 (a), a fim de verificar seu comportamento estrutural do mesmo sob essa circunstância. As setas figuras 35 (a) e 35 (b) ilustram o sentido das forças.

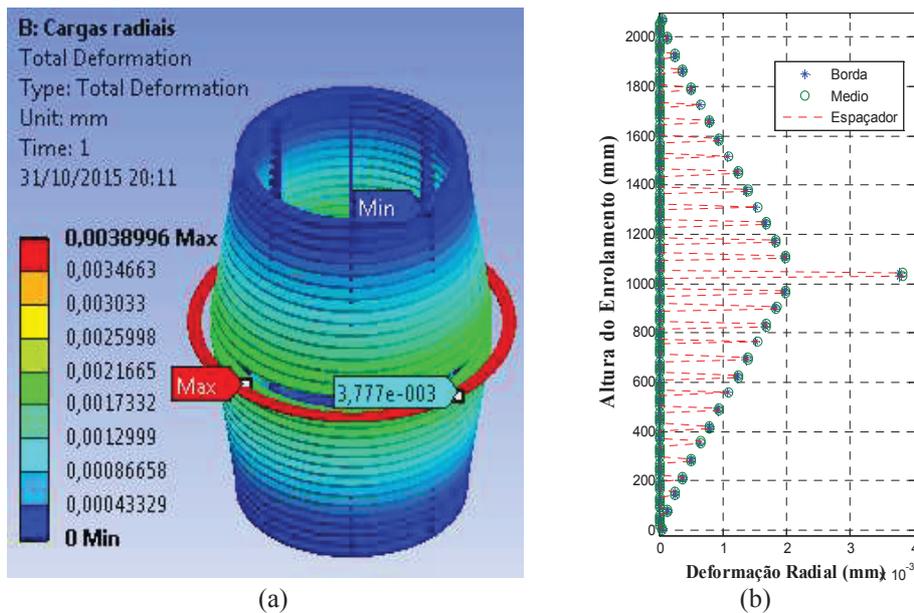
**Figura 35:** (a) Ilustração do carregamento radial no enrolamento de AT (b) Vista Isométrica do enrolamento AT



FONTE: O Autor

A partir da simulação estrutural com o carregamento radial têm-se o perfil de deformações do corpo, o estado das tensões mecânicas e a avaliação do fator de segurança para tensões normais em função da natureza do material ser dúctil. A figura 36 (a) e (b) evidencia o estado de deformação em função das cargas radiais, onde se verificou que a deformação máxima é de 0,0038 mm no disco central, que corresponde a um valor muito baixo.

**Figura 36:** Simulação da deformação total no enrolamento de AT com carregamento radial.

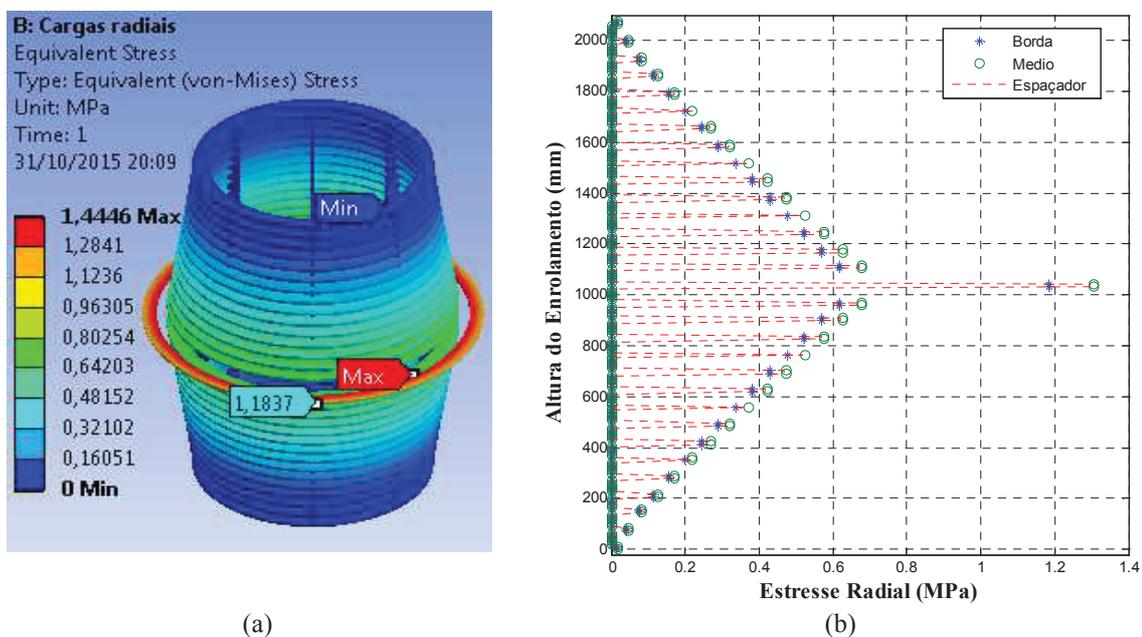


FONTE: O Autor

Na Figura 36 (b) avaliou-se o comportamento ao longo da altura do enrolamento na borda, no ponto médio entre o diâmetro interior e exterior do enrolamento (Médio) e nos pontos onde estão os espaçadores para verificar o estresse radial. Observa-se que não há diferença entre os pontos analisados.

A figura 37 evidencia o estado de tensão mecânica ao qual está submetido o transformador, sendo possível observar que o mesmo não se encontra em condição preocupante em relação à integridade estrutural, pois a maior magnitude de tensão mecânica calculada é de 1,44, muito inferior a 130 MPa, a tensão de escoamento do cobre (Tabela 8) utilizado para a simulação. Na Figura 37 (b), analisando os pontos da Borda, Médio e Espaçadores, observa-se que os dados são semelhantes.

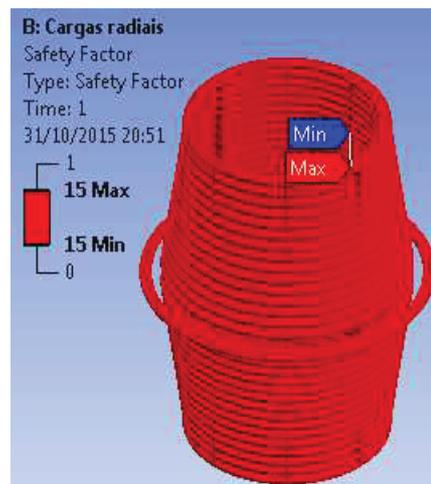
**Figura 37:** Simulação da tensão mecânica no enrolamento de AT com carregamento radial



FONTE: O Autor

Juntamente com as demais simulações, o software fornece a relação entre o carregamento útil e o carregamento admissível. Com isso, pode-se avaliar a condição de integridade da estrutura com o carregamento radial em função do fator de segurança, como evidenciado na Figura 38.

**Figura 38:** Simulação do fator de segurança no enrolamento de AT com carregamento radial.



FONTE: O Autor

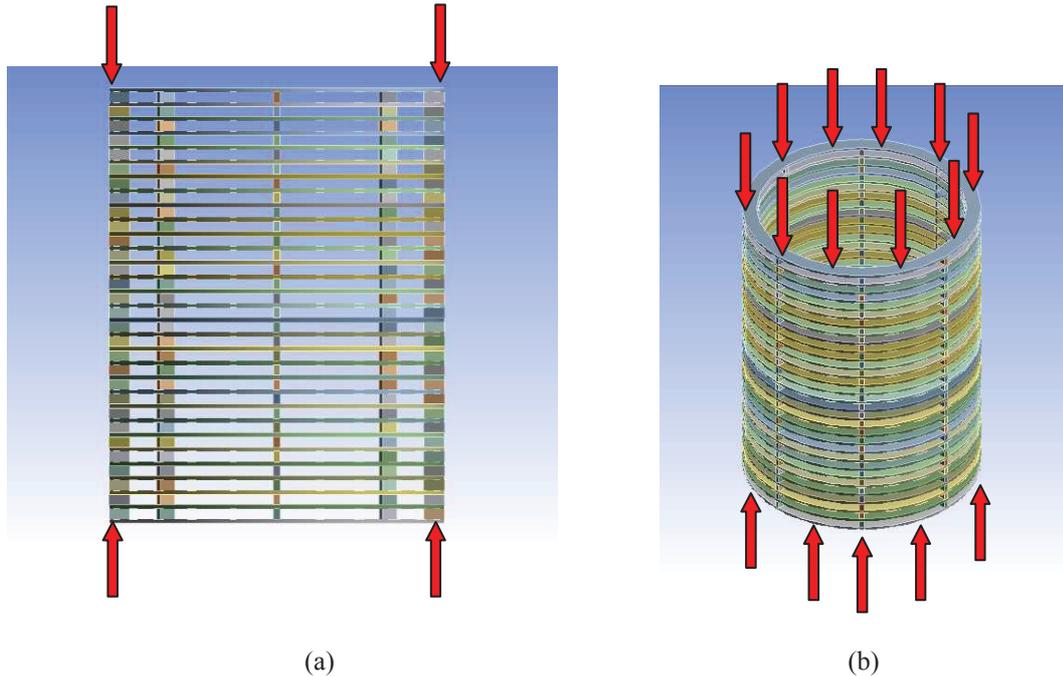
Observa-se nesta figura, como destacado, que o fator de segurança calculado é igual a 15, o que permite inferir um estado de integridade absoluta da estrutura. Portanto, a estrutura é plenamente segura para suportar o carregamento radial oriundo do campo eletromagnético devido às correntes de *inrush*.

#### 5.4.3.2. CARREGAMENTO COM FORÇAS AXIAIS

O modelo axial do transformador é constituído de forma muito semelhante ao radial, diferenciando-se apenas pela orientação do carregamento, como apresentado na figura 39 (a) e (b), a seguir.

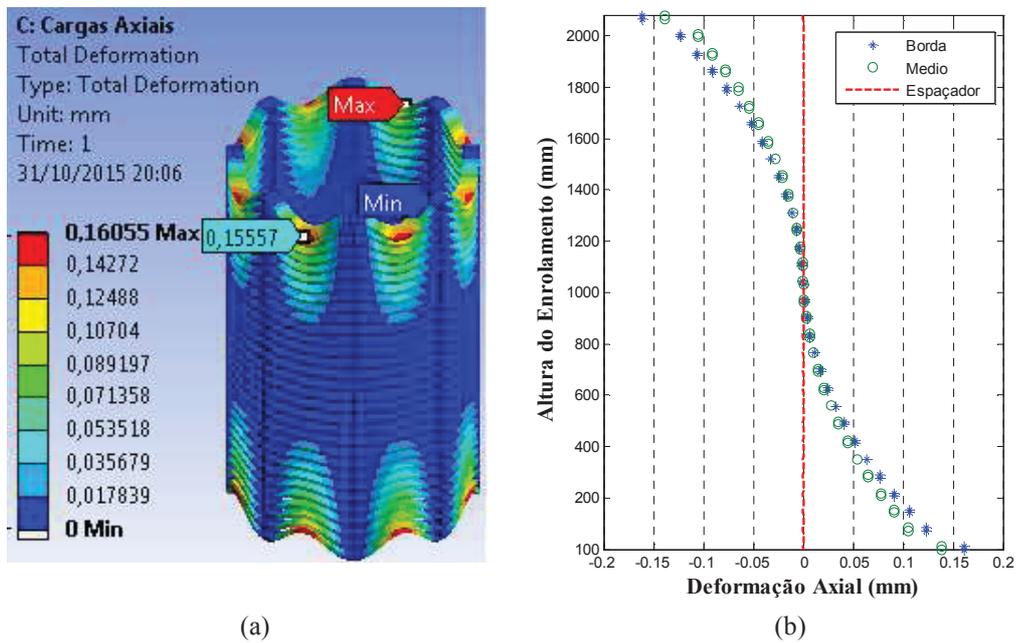
Analogamente ao modelo radial, os resultados extraídos do modelo axial são: perfil de deformações, tensão mecânica e fator de segurança. Porém observa-se nesses resultados as consequências do carregamento compressivo (carregamento axial).

**Figura 39:** (a) Ilustração do carregamento axial no enrolamento de AT (b) Vista Isométrica do enrolamento AT.



FONTE: O Autor

**Figura 40:** Simulação da deformação total no enrolamento de AT com carregamento axial.



FONTE: O Autor

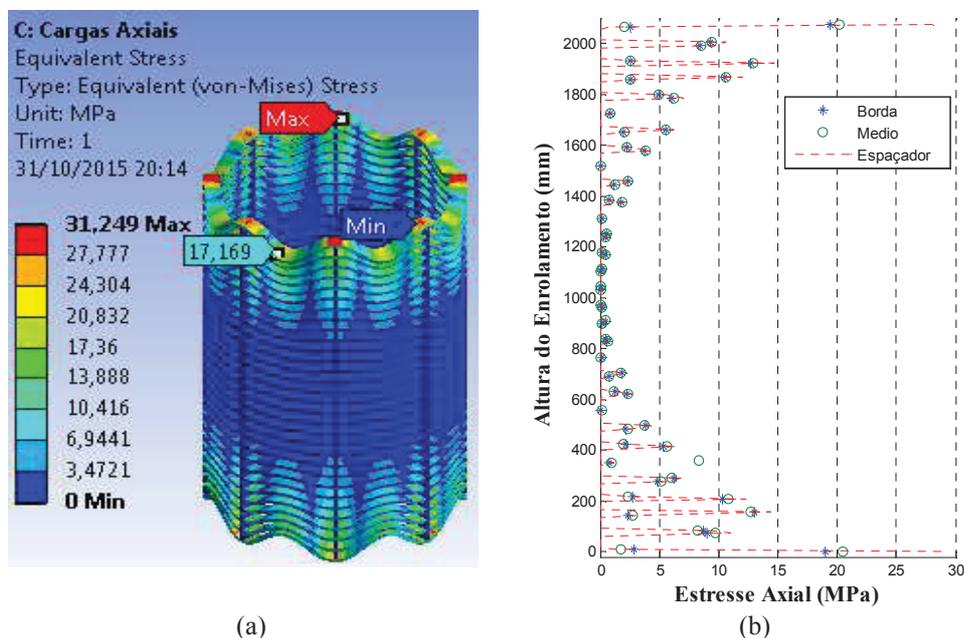
Como verificado na figura 40 as deformações não se mostram em níveis preocupantes, uma vez que o valor máximo de deformação calculado é de 0,16 mm.

A Figura 40 (b) mostra o estado de estresse ao qual o transformador está submetido quando sob a carga axial. Vale ressaltar que a condição de contorno no ANSYS foi definida

com "suportes fixos" para os espaçadores, de modo que não seria livre no espaço de simulação. Nestas condições, observa-se no ponto de maiores deslocamentos axiais do condutor que os estresses axiais estão diretamente relacionados com a inclinação dos enrolamentos. Verifica-se a partir da figura 40 que a ação destas forças existe no sentido de comprimir os enrolamentos. Portanto, elas são responsáveis pelos estresses axiais compressivos sobre os enrolamentos. Sob a ação desta carga, foi calculada para os condutores uma tensão axial de aproximadamente 17,16 Mpa como observado na figura 41 (a).

Uma vez que os espaçadores são configurados em condições de contorno de "suporte fixo", estes não sofrem qualquer deslocamento, havendo um campo de pressão com uma intensidade de 31,27 MPa como destacado na figura 41 (a). Na Figura 41 (b), onde é feita a análise nos pontos da borda, no ponto médio e espaçadores, pode-se observar que na borda e no ponto médio o estresse axial é de aproximadamente 19 Mpa. Porém nos pontos onde há espaçadores este valor é de aproximadamente 30 Mpa. Logo os pontos onde se localizam os espaçadores podem ser considerados como pontos de maior fragilidade estrutural do enrolamento do transformador.

Figura 41: Simulação da tensão mecânica no enrolamento de AT com carregamento axial.

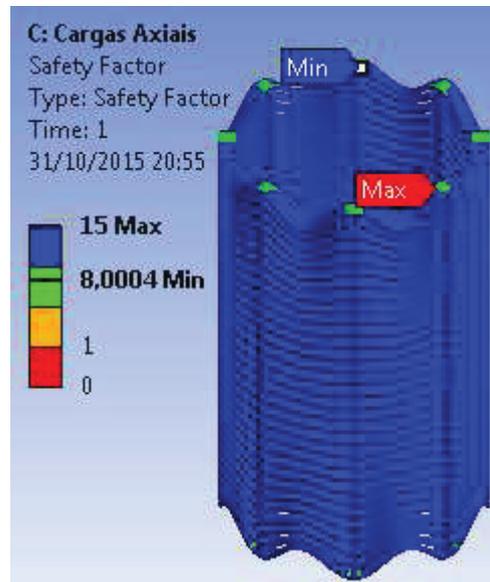


FONTE: O Autor

A figura 42 evidencia o fator de segurança da estrutura do transformador em função do carregamento axial. Observa-se que o carregamento axial também se encontra dentro da

faixa de segurança, uma vez que a região mais solicitada (região de contato com os espaçadores) possui fator de segurança em torno de 8 pelos cálculos realizados no software.

**Figura 42:** Simulação do fator de segurança no enrolamento de AT com carregamento axial.



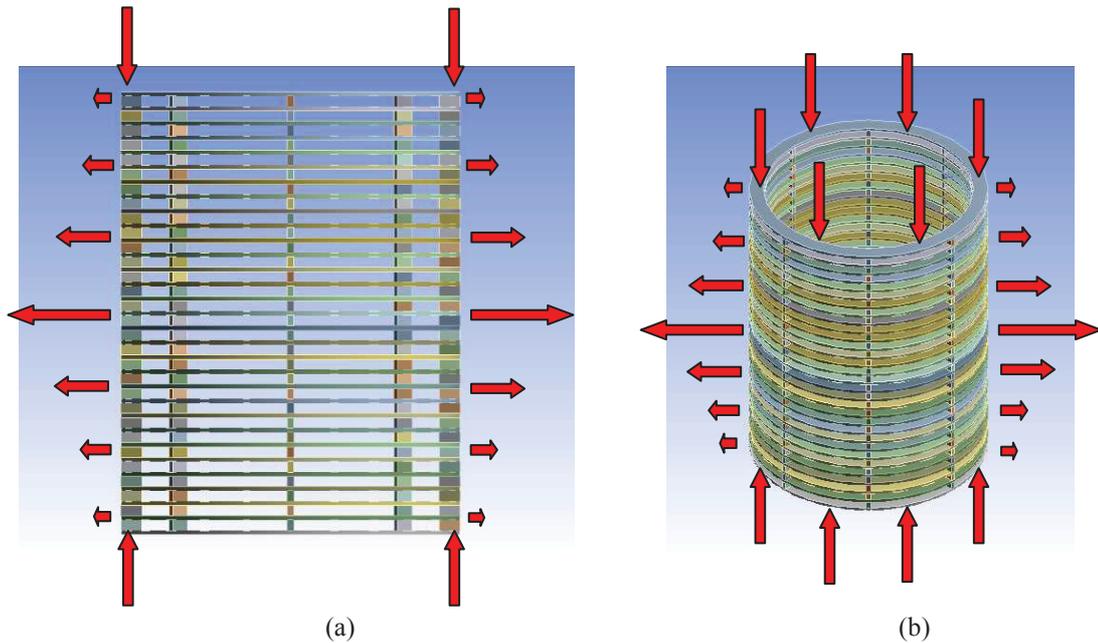
FONTE: O Autor

#### 5.4.3.2. CARREGAMENTO COMBINADO (FORÇAS RADIAIS E AXIAIS)

Finalmente no modelo de cargas combinadas, tem-se a configuração completa dos carregamentos. É considerada a influência dos carregamentos radiais e axiais, bem como a presença do campo gravitacional no intuito de observar o perfil das deformações, a tensão mecânica e o fator de segurança resultante da combinação de todos os carregamentos supracitados. Neste tópico, as análises ao longo dos enrolamentos nos pontos da borda, no ponto médio e na direção dos espaçadores será feita ao final, pois inicialmente será tratado a análise estrutural do enrolamento.

Na figura 43 a seguir, observa-se a configuração do modelo de cargas combinadas.

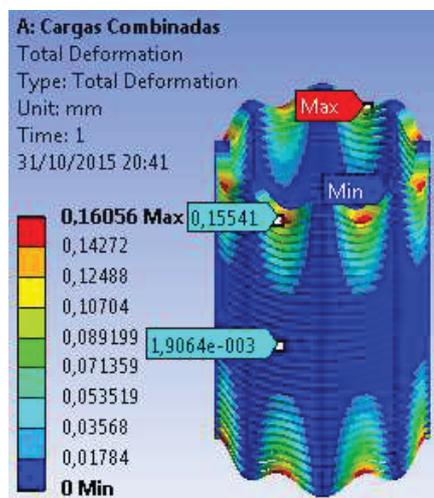
**Figura 43:** (a) Ilustração do carregamento radial e axial no enrolamento de AT (b) Vista Isométrica do enrolamento AT.



FONTE: O Autor

Na figura 44 observa-se o perfil de deformação total, bem como sua amplitude, resultante da solicitação proveniente dos esforços combinados. Infere-se assim que, bem como nos modelos anteriores, tanto a condição estrutural, quanto as deformações não promovem preocupação, pois a maior deformação, em módulo, é de 0,16mm na direção axial, similar a Figura 40. Ressalta-se que a análise, para esse caso, assim como no modelo axial, efetua-se a cerca do módulo das deformações, pois em função do carregamento compressivo há a presença de deformações simétricas, ou seja, iguais, porém em sentidos opostos.

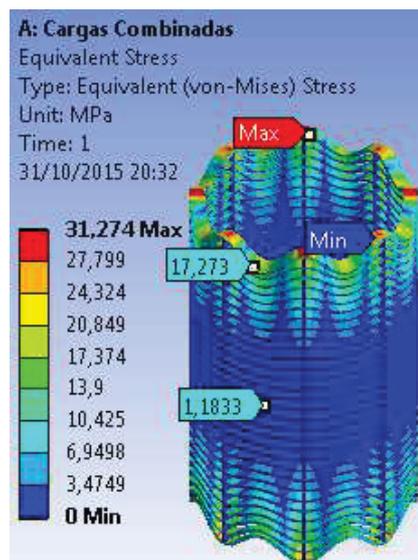
**Figura 44:** Simulação da deformação total no enrolamento de AT com carregamento combinado.



FONTE: O Autor

Na figura 45 observa-se o máximo estresse no enrolamento do transformador, neste caso correspondendo a 17,27 MPa quando submetido à combinação dos esforços anteriormente descritos. Pode-se ratificar a inferência anterior a partir da visualização das magnitudes das tensões mecânicas, uma vez que a tensão máxima permitida para a estrutura, por se tratar de um material dúctil, é de 280 Mpa (tensão máxima do cobre), conforme apresentado na tabela 4.1.

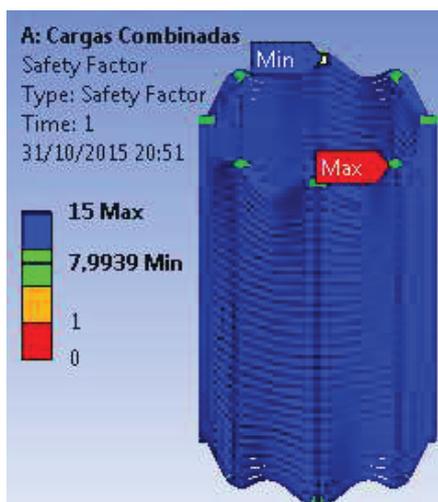
**Figura 45:** Simulação das tensões mecânicas no enrolamento de AT com carregamento combinado.



FONTE: O Autor

Finalmente analisa-se, na figura 46, a condição estrutural do transformador a partir da observação do fator de segurança, concluindo-se que a estrutura está sob condição plenamente segura, uma vez que a região de maior sollicitação apresenta fator de segurança em torno de 8. Portanto, o transformador não apresenta risco de colapso estrutural em função dos carregamentos aplicados.

**Figura 46:** Simulação do fator de segurança no enrolamento de AT com carregamento combinado.



FONTE: O Autor

Agora, na tabela 9 é possível ver a comparação dos resultados entre com o MEF e o cálculo analítico para a força radial, estresses radiais e axiais, aplicados para a análise mecânica.

**Tabela 9:** Características geométricas dos enrolamentos.

Componentes	MEF	Cálculo Analítico
Força Radial	13,03 kN	13.16 kN
Força Axial	46,72 kN	-
Estresse Radial (Carregamento Radial)	1,12 MPa	0.997 MPa
Estresse Radial (Carregamento Combinado)	1,18 MPa	
Estresse Axial (Carregamento Axial)	17,36 MPa	16.92 MPa
Estresse Axial (Carregamento Combinado)	17,27 MPa	

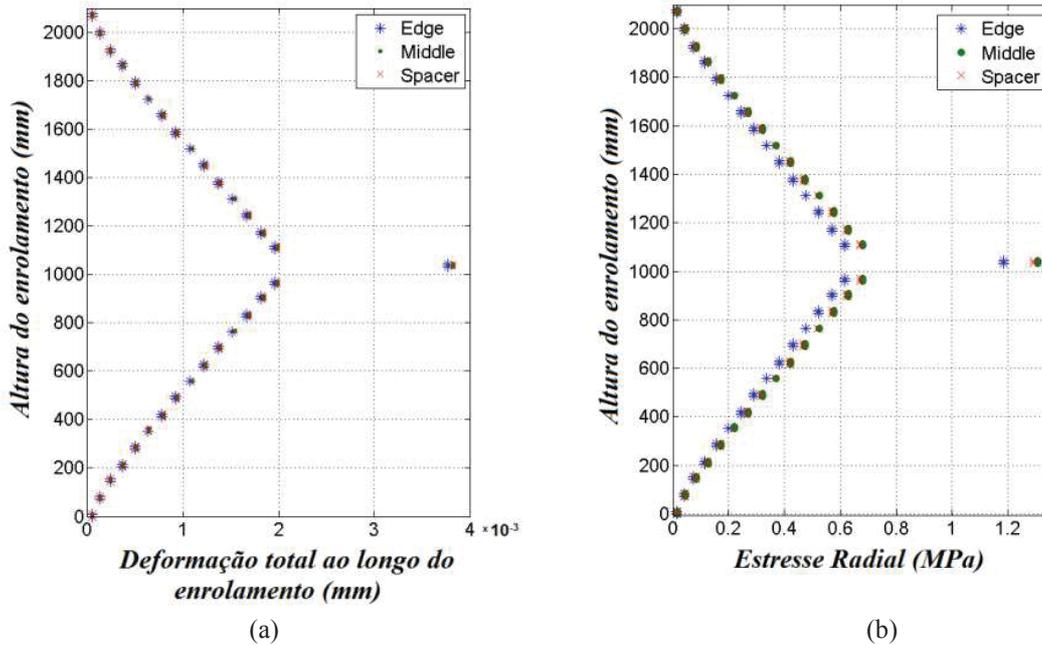
Fonte: Fonseca *et al*, 2016, p. 522.

Para obter a solução analítica das forças axiais, várias abordagens são necessárias, assim como para encontrar a solução através de métodos algébricos e diferenciais aplicados às geometrias e contornos. Em alguns casos, torna-se quase impossível obter soluções exatas utilizando métodos analíticos com diferentes geometrias e condições de contorno. Portanto, para estes casos, o MEF permanece como uma ferramenta poderosa para a obtenção de resultados mais precisos (FONSECA *et al*, 2010). Somente os resultados das forças eletromagnéticas na direção radial são comparados na Tabela 9.

Finalmente, para analisar a integridade estrutural do enrolamento a partir de três tipos de carregamentos (radial, axial combinado), avaliou-se o comportamento ao longo da altura

do enrolamento na borda (Edge), no ponto médio entre o diâmetro interior e exterior do enrolamento (Middle), e nos pontos onde estão os espaçadores (Spacer) para verificar o estresse radial (Figura 47). Neste caso não é observada deformação. O estresse radial é muito pequeno, por conseguinte, o fator de segurança em todos os casos, não apresenta riscos para a integridade estrutural do transformador (FONSECA *et al*, 2016).

**Figura 47:** (a) Deformação Total e (b) Estresse ao longo do enrolamento AT.



FONTE: Fonseca *et al*, 2016, p. 523.

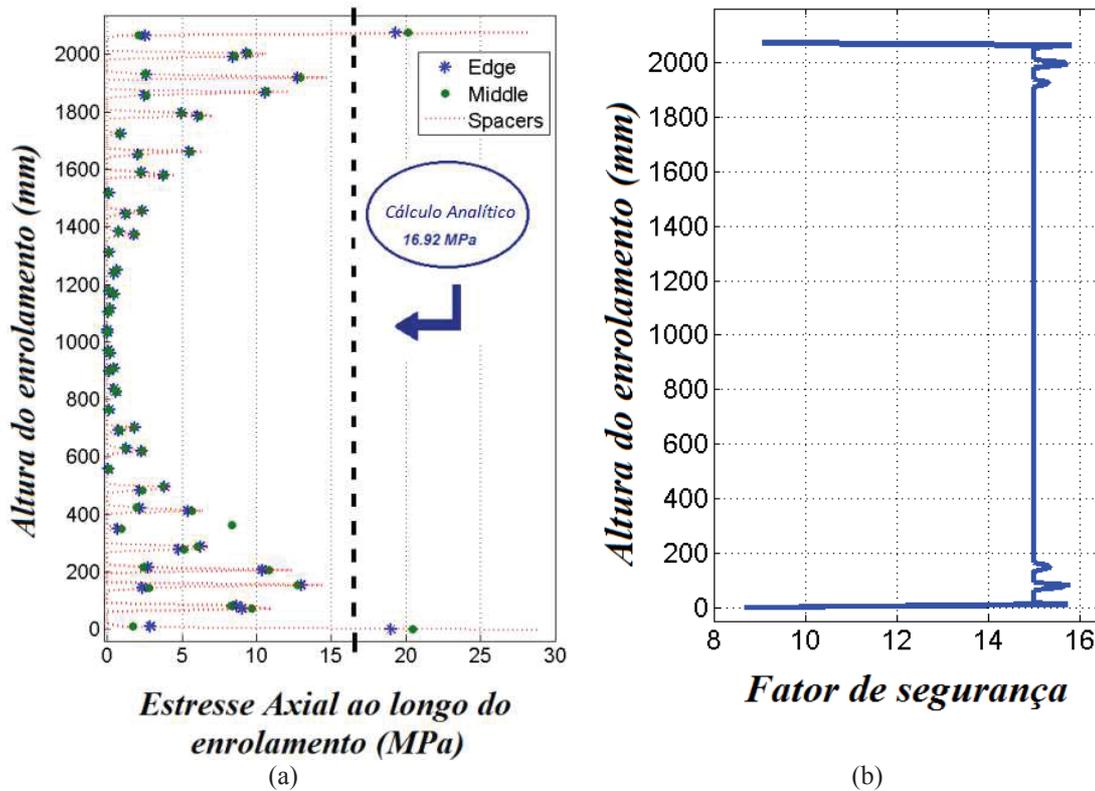
No entanto, quando se analisa a integridade estrutural do componente axial, verificam-se valores significativos conforme Figura 48 (a) onde é apresentada a distribuição do estresse axial ao longo da altura do enrolamento na borda. Esta figura apresenta também o valor médio do estresse axial em cada ponto onde há espaçadores, calculados pelo MEF.

A Figura 48 (b) apresenta o Fator de segurança ao longo do enrolamento do transformador. Quando comparado, o cálculo analítico com o MEF observa-se uma aproximação dos resultados, como na Tabela 9. Porém, quando se analisa os Estresses e o Fator de segurança ao longo do enrolamento no sentido axial (Figura 48b), observa-se um campo maior de pressão sobre o ponto superior e inferior do enrolamento nos espaçadores. Neste caso, a tensão calculada analiticamente atinge aproximadamente 80% da calculada numericamente. Dessa forma, é demonstrado que o cálculo analítico não representa perfeitamente o comportamento do estresse axial ao longo do enrolamento do transformador com espaçadores presentes. Isto pode comprometer o projeto do transformador, estabelecendo

assim a necessidade da aplicação do cálculo numérico aqui proposto. Observa-se que o estresse varia ao longo do enrolamento e atinge valores elevados na direção dos espaçadores, conforme figura 48 (FONSECA *et al*, 2016).

Nas extremidades, o ponto onde se localizam os espaçadores é um ponto de fragilidade estrutural no enrolamento devido às maiores forças eletromagnéticas axiais calculadas. Este fato também implica em uma redução do fator de segurança nos extremos do enrolamento, como mostrado na Figura 48 (b).

**Figura 48:** (a) Estresse Axial e (b) Fator de Segurança ao longo do enrolamento AT.



FONTE: Fonseca *et al*, 2016, p. 523

Como as correntes de *inrush* ocorrem sempre que o equipamento é energizado, ao longo do tempo as extremidades dos discos podem fadigar no ponto onde estão posicionados os espaçadores. Isto compromete a integridade estrutural do enrolamento e, conseqüentemente, causa danos e perdas econômicas para a empresa proprietária do equipamento.

## 5.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

A proposição deste capítulo foi apresentar as relações entre as variáveis eletromagnéticas e mecânicas durante a energização de transformadores. Para este trabalho foram utilizados dados reais de um transformador de 50MVA.

Foram descritos todos os passos para a realização da análise computacional baseada no MEF para o referido transformador quando submetido às correntes de *inrush*. Foi apresentada a metodologia para análise eletromagneto-mecânica do equipamento utilizando os softwares FEMM e ANSYS, sendo obtidos resultados dos modelos eletromagnéticos e mecânicos, 2D e 3D respectivamente.

Assim, obtiveram-se os gráficos de distribuição de campo magnético mostrando que quando correntes elevadas circulam nos enrolamentos concêntricos (como por exemplo durante a condição de energização do transformador) estas alteram o caminho do fluxo, provocando um acréscimo significativo do campo de dispersão e conseqüentemente das forças radiais e axiais. Também se obteve gráficos do comportamento estrutural dos enrolamentos durante a corrente de *inrush*.

A avaliação proveniente dos resultados desta tese pode contribuir no projeto e na previsão de falhas em transformadores. Neste sentido observou-se, através da análise mais detalhada dos resultados das simulações, possíveis pontos de falhas nos extremos do enrolamento do transformador estudado devido às forças eletromagnéticas axiais.

### CONCLUSÕES DA TESE

#### 6.1 CONCLUSÕES

O comportamento dos transformadores de potência sob condições de correntes de energização, ou correntes de *inrush* é umas das principais preocupações durante a sua concepção e projeto, pois a capacidade de superar tais tensões mecânicas sem consequências significativas sobre o seu funcionamento é uma exigência presente nas normas técnicas internacionais (AMOIRALIS *et al*, 2009). É uma necessidade na operação destes equipamentos, tendo em vista também que o equipamento vai estar sujeito a tais condições em diversos momentos durante sua vida útil.

Assim, foram realizadas avaliações baseadas nas modelagens descritas nos capítulos 3 e 4 e nos softwares de elementos finitos para verificação de seu comportamento durante a energização. Em um primeiro momento foi realizada a análise do problema eletromagnético 2D-MEF e foram calculadas as forças eletromagnéticas radiais e axiais que serviram de parâmetros de entrada para a análise do problema mecânico 3D-MEF. Este avaliou questões tais como a deformação e o estresse axial e radial, com o objetivo de observar o comportamento estrutural dos enrolamentos do transformador quando sujeitos a esforços.

Verificou-se, que para a força axial, a maior deformação nos enrolamentos ocorre nas suas extremidades, uma vez que é a parte mais afetada e que apresenta a maior densidade de fluxo magnético de dispersão radial. Devido às elevadas forças axiais de compressão que atingem as extremidades dos enrolamentos gerando deformação, estas podem danificar as estruturas de fixação. O contrário ocorre com os estresses devido às forças radiais, onde a deformação ocorre em um plano horizontal e as tensões mecânicas obtidas não ocasionam maiores danos aos enrolamentos do transformador.

Os resultados obtidos demonstraram ainda a necessidade da realização de estudos baseados em cálculos numéricos de campos magnéticos e estruturais que permitiram realmente avaliar com precisão a distribuição das forças ao longo da estrutura do transformador. Observou-se que as extremidades dos enrolamentos correspondem a parte

mais crítica, tornando-se necessário tomar medidas que minimizem ou anulem este problema durante a elaboração do projeto dos transformadores.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Futuros trabalhos podem ser desenvolvidos, como continuidade desta pesquisa, de forma a aplicar as investigações das correntes de *inrush* e do comportamento mecânico dos transformadores diante da presença destas.

Apesar deste trabalho ter atingido seus objetivos correspondendo principalmente a análise computacional do comportamento estrutural do enrolamento quando submetido as correntes de *inrush*, estudos experimentais do comportamento mecânico iriam corroborar as pesquisas neste tema.

E além da pesquisa experimental, dentre as várias perspectivas de desenvolvimento pode-se destacar:

- análise baseada no *time stepping finite element method* (TSFEM) para avaliação bidimensional e tridimensional das correntes de *inrush* em transformadores;
- desenvolvimento de uma metodologia para a análise Dinâmica-Mecânica dos enrolamentos de transformadores durante transitórios eletromagnéticos;
- análise de fadiga mecânica nos enrolamentos devidos as correntes de energização, pois a fadiga é um processo que causa falha prematura ou dano de componentes sujeitos à carregamentos repetitivos;
- análise da suportabilidade do cobre nos enrolamentos dos transformadores durante os diversos períodos de sua vida útil.

## REFERÊNCIAS

---

ABDULSALAM, S. G.; XU, W.; DINAHAHI, V. **Modelling and simulation of three-phase transformers for inrush current studies**, Proc. Inst. Elect. Eng., Gen. Transm. Distrib., vol. 152, no. 3, pp. 328–333, May 2005.

ABED N. Y.; MOHAMMED, O. A. **Modeling and characterization of transformers internal faults using finite element and discrete wavelet transforms**, IEEE Trans. Magn., vol. 43, no. 4, pp. 1425–1428, Apr. 2007.

ADDLY, A. A. **Computation of Inrush Current Forces on Transformer Windings**. IEEE Transactions on Magnetics, v. 37, n. 4, p. 2855 – 2857, July 2001.

AGUIAR, Ezequiel Rabelo. **Análise de Resposta em Frequência Aplicada em Transformadores de Potência**. Dissertação (Mestrado). Curso de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Março de 2007.

AHN, Hyun-Mo.; LEE, Ji-Yeon; KIM, Joong Kyong.; OH, Yeon-Ho.; JUNG, Sang-Yong e HAHN, Sung Chin. **Finite-Element Analysis of Short-Circuit Electromagnetic Force in Power Transformer**. IEEE Transactions on Industry Applications, v. 47, n. 3, p. 1267-1272, maio/junho 2011.

AHN, Hyun-Mo.; OH, Yeon-Ho.; KIM, Joong Kyong.; SONG, Jae Sung Son e HAHN, Sung Chin. **Experimental Verification and Finite Element Analysis of Short-Circuit Electromagnetic Force for Dry-Type Transformer**. IEEE Transactions on Magnetics, v.28, n. 2, p. 819-822, Fevereiro 2012.

AMOIRALIS, I. Eleftherios.; TSILI, A. Mariana.; KLADAS, G. Antonios. **Transformers Design and Optimization: A Literature Survey**. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 24, no. 4, October 2009.

AZEVEDO, A. C. **Estresse Eletromecânico em Transformadores causado por Curtos-Circuitos “Passantes” e Correntes de Energização**, (Tese de Doutorado), Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, 2007.

BAKSHI, A.; KULKARNI, S. V.; **Analysis of Buckling Strength of Inner Windings in Transformers Under Radial Short-Circuit Forces**. *IEEE Transactions On Power Delivery*, v. 29, n. 1, pp. 241-245, fevereiro 2014.

BAKSHI, A.; KULKARNI, S. V.; **Coupled Electromagnetic-Structural Analysis of the Spiraling Phenomenon in a Helical Winding of a Power Transformer**. *IEEE Transactions On Power Delivery*, v. 29, n. 1, pp. 235-240, fevereiro 2014.

BARTLEY, W. H. **Analysis of transformer failures**. 36th Annual Conference of IMIA - The International Association of Engineering Insurers, v. 1, n. 1, p. 1 – 12, September 2003.

BARZEGARAN, M.R.; MIRZAIE, M.; SHAYEGANI AKMAL, A. **Investigating Short-circuit in Power Transformer Winding with Quasi-static Finite Element Analysis and**

**Circuit-based Model.** IEEE PES, Conference and Exposition Transmission and Distribution, abril 2010.

BASTOS, J. P. A., **Eletromagnetismo e Cálculo de Campos.** 3. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 1996. 452 p.

BASTOS, J. P. A.; SADOWSKI N., **Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods.** New York: Marcel Dekker, 2003.

BEHJAT, V.; VAHEDI, A. **Numerical modelling of transformers interturn faults and characterising the faulty transformer behavior under various faults and operating conditions.** IET Electric Power Application, v. 5, n.5, p. 415-431, maio 2011 .

BERTAGNOLLI, G. **Short – Circuit Duty of Power Transformers** 2nd Edition, ABB Trasformatori, Milano, Italy, 1998.

BIANCHI, Nicola, 2005, **Electrical Machine Analysis Using Finite Elements: Basic Principles of Finite Element Methods.** Taylor & Francis Group, Nova York, EUA, pp. 25-28.

BJERKAN, E. **High frequency modeling of power transformers.** Tese (Doutorado), Norwegian university of Science and Technology, Maio 2005.

BOSSI, A.; DIND, J.E.; FRISSON, J.M.; KHOUDIAKOV, U.; LIGOT, H.F., et. al.; **An International Survey of Failures In Large Power Transformers In Service.** Final Report of the CIGRE Working Group 12.05 Electra, no. 88, pp. 21-48, 1983.

BRONZEADO, H.; YACAMINI, R. **Phenomenon of sympathetic interaction between transformers caused by inrush transients.** Proc. Inst. Elect. Eng., Sci. Meas. Technol., vol. 142, no. 4, pp. 323–329, Jul. 1995.

BRONZEADO, H.S.; PINTO, S.O.; JONSSON, P.; DE OLIVEIRA, J.C.; CHAVES, M.L.R.; **Transformer controlled switching to eliminate inrush current - part II: Field Tests on a 100MV A Three-phase Transformer.** Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2006. IDC '06. IEEEIPES , vol., no., pp.1-7, 15-18 Aug. 2006.

BRUNKE, J. H.; FROHLICH, K. J., **Elimination of transformer inrush currents by controlled switching – Part I: Theoretical considerations,** IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 16 no. 2, pp. 276-280, Apr. 2001.

CHEN, S. D.; LIN, R. L.; CHENG, C.-K.; **Magnetizing inrush model of transformers based on structure parameters.** IEEE Trans. Power Del., vol. 20, no. 3, pp. 1947–1954, Jul. 2005.

CHMURA, L.; MORSHUIS, P.H.F.; GULSKI, E., SMIT, J. J.; JANSSEN, A.; **Statistical analysis of subcomponent failures in power transformers.** Electrical Insulation Conference, Holanda, junho 2011.

CHRISTOFEEL, M.; KUSTER, A. **Calculation of short-circuit stress in transformers windings with the aid of digital computers.** *The Brown Boveri Review*, v. 47, n. 5/6, p. 3521-3523, May/June 1960.

CIGRE WG 12.19. **The Short Circuit Performance of Power Transformers.** [S.l.], 2002.

CORBIN, B.; **Details on a Real-World Fast-Track Transformer Solution.** IMIA – Equisales Associates, junho 2009.

DÍAZ, G.; ARBOLEYA, P.; GÓMEZ-ALEIXANDRE, J. ; **Analytical approach to internal fault simulation in power transformers based on fault-related incremental currents.** IEEE Trans. Power Del., vol. 21, no. 1, pp. 142–149, Jan. 2006.

EBNER, A.; BOSCH, M.; CORTESI, R.; , **Controlled switching of transformers - effects of closing time scatter and residual flux uncertainty.** Universities Power Engineering Conference, 2008. UPEC 2008. 43rd International, vol., no., pp.1-5, 1-4 Sept. 2008.

EBRAHIMI, B.M.; FEREDUNIAN, A.; SAFFARI, S.; FAIZ, J. **Analytical estimation of short circuit axial and radial forces on power transformers windings.** *IET Generation, Transmission & Distribution*, v. 8, n. 2, pp. 250–260, fevereiro 2014.

ERTL, M.; VOSS, S. **The role of load harmonics in audible noise of electrical transformers.** *Journal of Sound and Vibration*. v. 333, n. 8, pp. 2253-2270, abril 2014.

ESLAMIAN, M. e VAHIDI, B.; **New Methods for Computation of the Inductance Matrix of Transformer Windings for Very Fast Transients Studies.** IEEE Transaction on Power Delivery, v. 27, n. 4, p. 2326-2333, outubro 2012.

FAIZ, J.; EBRAHIMI, B. M. and NOORI, T. **Three- and two-dimensional finite-element computation of inrush current and short-circuit electromagnetic forces on windings of a three-phase core-type power transformer.** IEEE Trans. Magn., vol. 44, no. 5, pp. 590–597, May 2008.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY Jr, C.; KUSKO, A. - **Máquinas Elétricas-** Mc Graw Hill do Brasil, 1975.

FONSECA, W. S.; NUNES, M.V.A.; LOPES, A.C.; **Modelagem de Esforços Eletromecânicos de Transformador de Núcleo Amorfo através do Método de Elementos Finitos.** IEEE/PES 2012 Transmission & Distribution, Conference and Exposition Latin America, São Paulo, novembro 2010.

FONSECA, W. S.; LIMA, D. S.; LIMA, A. K. F.; SOEIRO, N. S.; NUNES, M.V.A.; **Análise de esforços eletromagneto-mecânicos no enrolamento de um transformador sob condições de correntes de *Inrush*.** 11° CBMag – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG 2014).

FONSECA, W. S.; LIMA, D. S.; LIMA, A. K. F.; SOEIRO, N. S.; NUNES, M.V.A.; **Analysis of electromagnetic-mechanical stresses on the winding of a transformer under inrush currents conditions.** International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, vol 50, nº 4, pp. 511–524, Mar 2016.

GARCIA, R.; MAHRLA, H.; GEBERT, T.; HAMMER, M.; **Guarantee on Repairing Works and Entrepreneurial Risk MB in IAR** – New for Old Instead of Actual Value. IMIA - Short Paper by Infrassuere, março 2011.

GENG, C.; WANG, F.; ZHANG, J.; JIN, Z.; **Modal parameters identification of power transformer winding based on improved Empirical Mode Decomposition method.** *Electric Power Systems Research*. v. 108, n. , pp. 331-339, março 2014.

GIBBS, J. B. **Transformer: Principles and Practice**. 2. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1950.

GUIMARÃES, R.; DELAIBA, A. C.; ROSENTINO, A. J. J. Pereira.; LYNCE, M.; BRONZEADO, H.S. e SIVAL, C. A. **Investigação sobre Estresses Eletromecânicos em Transformadores Causados pela Corrente de Energização (Inrush).** IEEE/PES 2012 Transmition & Distribution, Conference and Exposition Latin America, São Paulo, novembro 2010.

HARLOW, J. H. **Electric Power Transformer Engineering**. 2nd Ed. Boca Raton, CRC Press, 2004.

HEATHCOTE, J. M., **J&P Transformer Book**, 12th ed., Oxford, Elsevier Science Ltd, 1998.

HIBBELER, R.C. **Resistência dos Materiais**. 5.º Ed., Editora Livros Técnicos e Científicos, 2006

HO, S. L.; LI, Y. ; WONG, H. C.; WANG, S. H.; TANG, R. Y. **Numerical simulation of transient force and eddy current loss in a 720-MVA power transformer.** IEEE Trans. Magn., vol. 40, no. 2, pp. 687–690, Mar. 2004.

HSU, Chang-Hung; CHANG, Yeong-Hwa; LEE, Chun-Yao; YAO, Chia-Shiang; HE, Yan-Lou; CHU, Huei-Lung; CHANG, Chia-Wen; CHAN, Wei-Shou; **Effects of Magnetomechanical Vibrations and Bending Stresses on Three-Phase Three-Leg Transformers with Amorphous Cores.** Journal of Applied Physics, 111, 07E730 , março 2012.

**IEC 60076-5:2006** Ability to withstand short circuit.

JABLONSKI, M. e NAPIERALSKA-JUSZCZAK, E.; **Internal faults in power transformers.** Proc. Inst. Elect. Eng., Electr. Power Appl., vol. 1, no. 1, pp. 105–111, Jan. 2007.

KEFALAS, T.D. e KLADAS, A. G.; **Analysis of Transformers Working Under Heavily Saturated Conditions in Grid-Connected Renewable-Energy Systems.** IEEE Transactions on Industrial Electronics, v. 59, n 5, p. 2342-2350, maio 2012.

KLADAS, A. G.; PAPADOPOULOS, M. P.; TEGOPOULOS, J. A.; **Leakage Flux and Force Calculation on Power Transformer Windings under Short-circuit: 2D and 3D Models based on the Theory of Images and the Finite Element Method Compared to Measurements.** IEEE Transctions on Magnetics, V. 30, n. 5, p. 3487-3490, Setembro 1994.

KULKARNI, S. V., KHAPARDE, S. A., “**Transformer Engineering – Design and Practice**”, Marcel Dekker, Inc, New York, 2004.

KUMBHAR, G. B. e KULKARNI, S. V.; **Analysis of Short-Circuit Performance of Split-Winding Transformer Using Coupled Field-Circuit Approach**. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 22, n. 2, p. 936-943, abril 2007.

LESH, G.; **Report on the Step-Up Transformer Failure and Fire at Palomar Unit 1 – December 2010**. IMIA – Business Meeting Discussion, agosto 2011.

LIANG, Z.; LI, J.; TANG, R. **Axial vibrations of windings under short circuit conditions**. *Sixth International Conference on Electrical Machines and Systems*, v. 1, 2003.

LIN, C.E.; CHENG, C.L.; HUANG, C.L. e YEH, J.C., **Investigation of magnetizing inrush current in transformers**. Part I—Numerical simulation,” IEEE Trans. Power Del., vol. 8, no. 1, pp. 246–254, Jan. 1993.

LIN, C.E.; CHENG, C.L.; HUANG, C.L. e YEH, J.C., **Investigation of magnetizing inrush current in transformers**. Part II—Harmonic analysis,” IEEE Trans. Power Del., vol. 8, no. 1, pp. 255–263, Jan. 1993.

LIU, S.; LIU, Z.; e MOHAMMED, O. A.; **FE-Based Modeling of Single-Phase Distribution Transformers With Winding Short Circuit Faults**. IEEE Trans. Magnetics, v. 43, n. 4, pp. 1841-1844, Apr. 2007.

MCNUTT, W. J.; JONSON, W. M.; NELSON, R. A.; AYERS, R. E. **Power transformer short-circuit strength: Requirements, design and demonstration**. IEEE Transactions On Power Apparatus And Systems, PAS89, 1970.

MEEKER, D. **Finite Element Method Magnetics - User’s Manual Version 4.2** (Página da Web). 16 de outubro de 2010. <http://www.femm.info/Archives/doc/manual42.pdf>.

METWALLY, I. A.; **Failures, Monitoring, and New Trends of Power Transformers**. Journal IEEE Potentials, v. 30, n. 3, pp. 36-43, maio 2011.

MINHAS, M.S.A., **Dynamic Behaviour of Transformer Winding under Short-Circuits** (PhD. Thesis), Faculdade de Engenharia, Universidade de Witwatersrand, Johannesburg.

MURAKAMI, H.; HOSOKAWA, N.; NAKATSUKA, S.; BANJOYA, N.; HISHI, A.; TAKANO, M. **Short circuit strength of shell-form transformer**. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, v. 3, 2001.

NAGPAL, M.; MARTINICH, T. G.; MOSHREF, A.; MORISON, K. and KUNDUR, P. “Assessing and limiting impact of transformer inrush current on power quality,” IEEE Trans. Power Del., vol. 21, no. 2, pp. 890–896, Apr.2006.

NAJDENSKOSKI, K.; MANOV, D. **Electromagnetic forces calculation on power transformer windings under short circuits**. *The International Journal Computation Mathematics in Electrical and Electronics Engineering*, v. 17, n. 1/2/3, p. 374-377, May/June 1998.

NEVES, W.; FERNADES Jr, D.; BALTAR, F.J.A.; ROSENTINO Jr, A.J. P.; SARAIVA, E.; DELAIBA, A.C.; GUIMARÃES R.; LYNCE, M.; DE OLIVEIRA, J. C.; **A Comparative Investigation of Electromechanical Stresses on Transformers Caused by Inrush and Short-Circuit Currents**. *Electrical Power Quality and Utilisation*, 11<sup>th</sup> International Conference, outubro 2011.

OLIVEIRA, L.M.R., MARQUES CARDOSO, A.J.: **A permeance-based transformer model and its application to winding interturn arcing fault studies**. *IEEE Trans. Power Deliv.*, 25, (3), pp. 1589–1598, 2010.

OZGONENEL, O., THOMAS, D.W.P., CHRISTOPOULOS, C.: **TLM modeling of transformer with internal short circuit faults**. *COMPEL: Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.*, 26, (5), p. 1304–1323, 2006.

PATEL, M. R. **Dynamic response of power transformers under axial short circuit forces: Part 1 - winding and clamp as individual components**. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 92, 1973.

PATEL, M. R. **Dynamic response of power transformers under axial short circuit forces: Part 2 - winding and clamp as combined system**. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 92, 1973.

PATEL, M. R. **Instability of the continuously transposed cable under axial short-circuit forces in transformers**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 1, p. 149 – 154, January 2002.

PETER, G.P.; **Calculations for short circuit withstand capability of a distribution transformer**. *Int. J. Adv. Technol.*, vol. 2, no. 1, pp. 142–150, 2011.

RENYUAN, T.; DAKE, L.; LIJIAN, T.; **Numerical calculation of 3D transient eddy current field and short circuit electromagnetic force in large transformers**. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 28, n.2, p. 1418-1421, March 1992.

RICO, J. J.; ACHA, E.; MADRIGAL, M.; **The study of inrush current phenomenon using operational matrices**. *IEEE Trans. Power Del.*, vol.16, no. 2, pp. 231–237, Apr. 2001.

SÁINZ, L.; CÓRCOLES, F.; PEDRA, J. and GUASCH, L.; **Theoretical calculation of inrush currents in three- and five-legged core transformers**. *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 22, no. 2, pp. 986–995, Apr. 2007.

SALON, S.; LAMATTINA, B.; SIVASUBRAMANIAM, K. **Comparison of assumptions in computation of short circuit forces in transformers**. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 36, n. 5, p. 3523, September 2000.

Schulz, C.A.; Roger, D.; Duchesne, S.; Vincent, J.N.; **Experimental characterization of interlamination shorts in transformer cores**, *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 2, pp. 614–617, Feb. 2010.

SHAO, P.; LUO, L.; LI, Y.; REHTANZ, C.; **Electromagnetic Vibration Analysis of the Winding of a New HVDC Converter Transformer**. *IEEE Transactions On Power Delivery*, v. 27, n. 1, p. 123-130, janeiro 2012.

SHIN, P. S.; JUNG, J. L.; HA, W.; **A free vibration analysis of helical windings of power transformer by pseudospectral method**, IEEE Trans. Magn., vol. 43, no. 6, pp. 2657–2659, Jun. 2007.

SILVA, J. R.; BASTOS, J. P. A.; **Analysis of Power Transformer Geometry Simplifications on Electromagnetic and Thermodynamic Simulations**. IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 51, No. 3, March 2015.

SILVESTER, P.P.; CHARI, M. V. K.; **Finite elements Solution for Saturable Magnetic Fields Problems**, 1970, IEEE Trans. Power, USA.

STEURER, M.; FROHLICH, K. **The Impact of Inrush Currents on the Mechanical Stress of High Voltage Power Transformer Coils**. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 17, n. 1, p. 155-160, January 2002.

TIMOSHENKO S.; YOUNG, D.H.; WEAVER(JR), W. **Vibration Problems in Engineering**, John Wiley & Sons, Inc., 4th edition, 1974.

VANTI, M. G.; BERTOLI, S. L.; CABRAL, S. H. L.; GERENT, A. G. and KUO, P. P. **Semianalytic solution for a simple model of inrush currents in transformers**, IEEE Trans. Magn., vol. 44, no. 6, pp. 1270–1273, Jun.2008.

VECCHIO, R. M. D.; POULIN, B.; FEGHALI, P. T.; SHAH, D. M.; AHUJA, R.; **Transformer Design Principles-With Application to Core-Form Power Transformers**. New York: Gordon and Breach, CRC Press, 2002.

WANG X., THOMAS D. W. P., SUMNER M., PAUL J.; CABRAL S. H. L., **Characteristics of Jiles-Atherton model parameters and their application to transformer inrush current simulation**, IEEE Trans. Magn., vol. 44, no. 3, pp. 340–345, Mar. 2008.

WANG, H.; BUTLER, K. **Finite element analysis of internal winding faults in distribution transformers**. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 16, n. 3, p. 422-428, July 2001.

WANG, H.; BUTLER, K. **Modeling transformers with internal incipient faults**. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 2, p. 500-509, April 2002.

WANG, M.; VANDERMAAR, A.; SRIVASTAVA, K. **Review of condition assessment of power transformers in service**. Electrical Insulation Magazine, IEEE, v. 18, n. 6, p. 12–25, December 2002.

WANG, Z. Q.; WANG, M.; GE, Y. Q. **The axial vibrations of transformer winding under short circuit condition**. *International Conference on Power System Technology*, v. 3, 2002.

WATERS, M., “**The Short-Circuit Strength of Power Transformers**”, McDonald & Co. Ltd, London, 1966.

WINDERS, J. J., Jr. **Power Transformers - Principles and Applications**. Marcel Dekker, Inc., 2002.

WISZNIEWSKI, A.; REBIZANT, W.; BEJMERT, D.; and SCHIEL, L.; **Ultrasaturation phenomenon in power transformers—Myths and reality**. *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 23, no. 3, pp. 1327–1334, Jul. 2008.

YUN-QIU, T.; JING-QIU, Q.; ZI-HONG, X. **Numerical calculation of short circuit electromagnetic forces on the transformers winding**. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 26, n. 2, p. 1039-1041, March 1990.

ZAKRZEWSKI K., TOMCZUK B.; KOTERAS D., **Simulation of forces and 3-D field arising during power autotransformer fault due to electric arc in HV winding**. *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 1153–1156, Mar. 2002.

ZHANG, H.; YANG, B.; XU, W.; WANG, S.; WANG, G.; HUANGFU, Y.; ZHANG, J.; **Dynamic Deformation Analysis of Power Transformer Windings in Short-Circuit Fault by FEM**. *IEEE Transactions On Applied Superconductivity*, v. 24, n. 3, junho 2014.