

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DAIYUKI MAIA FUJIYOSHI

MODELAGEM ATRAVÉS DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO
DOMÍNIO DO TEMPO (FDTD) DE SOLOS DISPERSIVOS UTILIZANDO
APROXIMAÇÕES DE PADÉ VALIDADA COM EXPERIMENTOS EM CAMPO

DM 28 / 2015

UFPA / ITEC / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DAIYUKI MAIA FUJIYOSHI

MODELAGEM ATRAVÉS DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO
DOMÍNIO DO TEMPO (FDTD) DE SOLOS DISPERSIVOS UTILIZANDO
APROXIMAÇÕES DE PADÉ VALIDADA COM EXPERIMENTOS EM CAMPO

Dissertação submetida à
Banca Examinadora do Pro-
grama de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica da
UFPA para a obtenção do
Grau de Mestre em Enge-
nharia Elétrica na área de
Telecomunicações.

UFPA / ITEC / PPGE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Fujiyoshi, Daiyuki Maia, 1991-

Modelagem através do método das diferenças finitas no domínio do tempo (fdtd) de solos dispersivos utilizando aproximações de padé validada com experimentos em campo / Daiyuki Maia Fujiyoshi. - 2015.

Orientador: Rodrigo Melo e Silva de Oliveira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém, 2015.

1. Descargas elétricas - modelos matemáticos. 2. Linhas elétricas subterrâneas. 3. Condutividade elétrica. 4. Métodos de simulação. I. Título.

CDD 22. ed. 551.5632

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MODELAGEM ATRAVÉS DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO
DOMÍNIO DO TEMPO (FDTD) DE SOLOS DISPERSIVOS UTILIZANDO
APROXIMAÇÕES DE PADÉ VALIDADA COM EXPERIMENTOS EM CAMPO

AUTOR: DAIYUKI MAIA FUJIYOSHI

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA EXAMI-
NADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ E JUL-
GADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM 31/08/2015

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira
(ORIENTADOR - PPGEE/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. Victor Alexandrovich Dmitriev
(MEMBRO - PPGEE/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. João Paulo Abreu Vieira
(MEMBRO - PPGEE/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. Eduardo Tannus Tuma
(MEMBRO - ITEC/UFPA)

VISTO:

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes
(COORDENADOR DO PPGEE/ITEC/UFPA)

*"O verdadeiro tesouro da vida
Resplandece em meio à árdua batalha.
Evidencie uma condição de vida elevada
Por meio do incansável esforço e desafio."*

Daisaku Ikeda

Aos meus pais, Yukio e Naiaci, e meu irmão, Hideyuki.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Yukio e Naiaci, ao meu irmão, Hideyuki, e a toda minha família por sempre me apoiarem e incentivarem em todos os momentos de minha vida. Tenho profunda gratidão, também, ao meu mestre da vida, Dr. Daisaku Ikeda (filósofo, escritor e pacifista), por todos incentivos e direcionamentos recebidos. Um agradecimento especial à minha amada e companheira, Lorena Priscila, por todo amor, carinho, paciência e incentivo dado no decorrer deste empreendimento.

Agradeço imensamente ao meu orientador Prof. Dr. Rodrigo de Oliveira, por sua excelente orientação e, além disso, pela sua paciência e conselhos que vão além dos aspectos puramente acadêmicos.

Agradeço também aos meus amigos do LEMag (Laboratório de Eletromagnetismo): Nilton, Ramon, Washington, Lorena Carvalho, Jonathas, Weliton, Elisson, Pedro e demais integrantes. Especialmente, extendo minha gratidão ao Washington (pela sua essencial contribuição no desenvolvimento deste trabalho), ao Ramon e à Lorena (pela parceria nos experimentos realizados em campo) e ao Nilton (por, desde a graduação, sempre se dispor a me ajudar). Também, gostaria de agradecer ao Eng. Júlio Nascimento e Eng. Manuel Joaquim pelo total apoio e por fornecer as condições de realizar as medições na área da Eletronorte.

Gostaria de agradecer profundamente aos meus amigos da BSGI (Brasil *Soka Gakkai* Internacional) e do *Taiyo Ongakutai* do Pará, por todo incentivo dado à mim.

Por fim, agradeço ao LEMag, CAPES, UFPA, Eletronorte e FAPESPA, pela bolsa de iniciação científica e pela infraestrutura fornecida para desenvolver este trabalho.

Lista de Símbolos

\hat{x}, \hat{y} e \hat{z}	Vetores Unitários das Direções x , y e z
\vec{A}	Campo Vetorial
A_x, A_y e A_z	Componentes do Vetor \vec{A} para Coordenadas Retangulares
j	Unidade Imaginária
\tilde{A}	Escalar Complexo
$\tilde{\mathbf{A}}$	Vetor Complexo
$\nabla \times \vec{A}$	Operador Rotacional de \vec{A}
$\nabla \cdot \vec{A}$	Operador Divergente de \vec{A}
$\frac{\partial f}{\partial \alpha}$	Derivada Parcial de f em relação a α
μ	Permeabilidade Magnética
μ_0	Permeabilidade Magnética do Vácuo
ε	Permissividade Elétrica
ε' e ε''	Partes real e imaginária de ε
ε_r	Permissividade Elétrica Relativa
ε'_r e ε''_r	Partes real e imaginária de ε_r
ε_0	Permissividade Elétrica do Vácuo
σ	Condutividade Elétrica
σ_{DC}	Condutividade Elétrica para Baixas Frequências
$\tilde{\sigma}(f)$	Condutividade Elétrica Dependente da Frequência f
ρ	Resistividade Elétrica
ρ_{DC}	Resistividade Elétrica para Baixas Frequências
$\tilde{\rho}(f)$	Resistividade Elétrica Dependente da Frequência f
ω	Frequência Angular

Lista de Siglas

CPML	<i>Convolutional Perfectly Matched Layer</i>
FDTD	<i>Finite-Difference Time-Domain</i>
LSM	<i>Least Squares Method</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i>
SAGS	<i>Synthesis and Analysis of Grounding Systems</i>
TGR	<i>Transient Grounding Resistance</i>

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Conteúdo do Capítulo	1
1.2	Introdução Geral	1
1.3	Objetivos deste Trabalho	4
1.4	Organização deste Trabalho	5
2	Fundamentação Teórica	6
2.1	Conteúdo do Capítulo	6
2.2	Sistemas de Aterramento	6
2.2.1	Definição e Finalidade	6
2.2.2	Análise Transitória e de Regime Estacionário dos Sistemas de Aterramento	7
2.3	Dispersão do Solo	21
2.3.1	Materiais Dispersivos	21
2.3.2	Formulação Visacro-Alipio para Solos Dispersivos	27
3	Modelagem de Meios com Condutividade Elétrica Dependente da Frequência Através do Método FDTD	31
3.1	Conteúdo do Capítulo	31
3.2	Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD)	32
3.2.1	Aspectos Gerais sobre o Método FDTD	32

	XI
3.2.2	Formulação Matemática do método FDTD 3-D 33
3.2.3	Critérios de precisão e estabilidade 36
3.3	Modelagem de Materiais Dispersivos Arbitrários por FDTD Considerando-se $\sigma = \tilde{\sigma}(\omega)$ 37
3.3.1	Breve Discussão sobre Aproximação de Funções através do Polinômio de Padé 37
3.3.2	Modelagem de Materiais Dispersivos Arbitrários Aplicada ao Método FDTD 39
4	Considerações Sobre os Experimentos 46
4.1	Conteúdo do Capítulo 46
4.2	<i>Setup</i> experimental 46
4.3	Equipamentos Utilizados e Considerações 47
4.3.1	Sobre o Gerador de Surto de Tensão 48
4.3.2	Sobre a Ponte Resistiva Conectada à Saída do Gerador 50
4.3.3	Sobre o Osciloscópio 51
4.3.4	Sobre a Alimentação dos Equipamentos 52
5	Validação da Modelagem do Solo Dispersivo Aplicada ao Método FDTD 53
5.1	Conteúdo do Capítulo 53
5.2	Local da Realização dos Experimentos em Campo 54
5.3	Análise Transitória do Problema 1: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Vertical 55
5.3.1	Experimento em campo 55
5.3.2	Simulação numérica 57
5.3.3	Resultados 60
5.4	Análise Transitória dos Problemas 2 e 3 62

5.4.1	Problema 2: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Enterrada Verticalmente	62
5.4.2	Problema 3: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Enterrada Horizontalmente	66
5.5	Análise Transitória dos Problemas 4 e 5	73
5.5.1	Problema 4: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Enterrada Verticalmente	73
5.5.2	Problema 5: Sistema de Aterramento Composto por Duas Hastes Verticais Eletricamente Conectadas	77
5.6	Análise Quantitativa dos Resultados	82
5.6.1	<i>MSE (Mean Square Error)</i>	82
5.6.2	Tabelas comparativas	82
6	Considerações Finais	86

Lista de Ilustrações

2.1	Representação do cálculo da: (a) tensão induzida, (b) corrente injetada. . .	13
2.2	Exemplo de uma curva da TGR adquirida ao aplicar um sinal com forma de onda de uma descarga subsequente em um sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente. Esta curva foi obtida através de uma simulação utilizando o método FDTD.	15
2.3	Representação do <i>setup</i> de medição para determinar a condutividade, de acordo com (2.15).	16
2.4	Gráfico comparando os sinais de tensão induzida obtidos pelas simulações utilizando o método FDTD com diferentes valores de permissividade relativa do solo. Comparou-se os casos com $\varepsilon_r = 5, 10, 30$ e 50	20
2.5	Capacitor de placas paralelas sujeito a um campo elétrico estático \vec{E}_a . Adaptado de [32].	23
2.6	<i>Setup</i> experimental implementado por Visacro <i>et al.</i> para avaliar a dependência da resistividade com a frequência. Adaptado de [17].	28
2.7	Diagrama de impedância obtido a partir do <i>setup</i> experimental implementado por Visacro <i>et al.</i> em um solo com $\rho_{DC} = 495 \Omega.m$. Adaptado de [17].	29
2.8	(a) Variação de ρ_r ao longo da faixa de 100 Hz a 4 MHz para os solos estudados em [17], (b) Comparação entre o sinal experimental e os sinais obtidos por simulações com parâmetros constantes e parâmetros dependentes da frequência. Adaptado de [17].	30

3.1	Representação da célula de Yee.	33
3.2	Gráfico comparando a aproximação da função e^{-x} por Série de Taylor e por polinômio de Padé. a) Comparação entre as duas aproximações e a função original, b) Gráfico do erro absoluto.	38
4.1	Configuração experimental proposta por Tanabe. Adaptado de [4].	47
4.2	Equipamentos utilizados nos experimentos em campo.	48
4.3	Painel frontal do gerador de surto utilizado nos experimentos.	49
4.4	Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.	50
4.5	Sinal obtido ao conectar os equipamentos à rede elétrica.	52
5.1	Vista aérea do Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte. Destaque na área onde foram realizados os experimentos em campo.	54
5.2	Representação esquemática do <i>setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.	56
5.3	Imagens do experimento realizado em campo. (a) Destaque nos pontos de medição e haste de injeção de corrente, (b) Destaque nos circuitos de tensão e corrente.	56
5.4	Representação no ambiente do <i>software</i> SAGS do <i>setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.	57
5.5	Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2054 \Omega$	58
5.6	Curva da TGR obtida no experimento de uma haste enterrada verticalmente. A linha tracejada indica o valor de $R = 45 \Omega$	58
5.7	Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,02052 \text{ S/m}$ obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.	59

5.8	Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.	60
5.9	Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.	61
5.10	Configuração do ensaio do sistema de aterramento de um haste verticalmente enterrada. Detalhe na haste de injeção de corrente e o circuito de corrente.	62
5.11	Curva obtida experimentalmente pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2020 \Omega$	63
5.12	(a) Curva do TGR obtida no experimento de uma haste vertical (a linha tracejada indica o valor de $44,5 \Omega$), (b) Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,02134 \text{ S/m}$ obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.	64
5.13	Sinal de corrente injetada medido no experimento em campo e obtido por simulação numérica.	65
5.14	Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtida por simulação numérica.	66
5.15	Representação esquemática do <i>setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por uma haste horizontalmente enterrada.	67
5.16	Imagens do sistema de aterramento formado por uma haste enterrada horizontalmente.	67
5.17	Representação no ambiente do <i>software</i> SAGS do <i>setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por um haste horizontalmente enterrada.	68
5.18	Curva obtida experimentalmente a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2060 \Omega$	69

5.19	Resultado preliminar: Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtida por simulação numérica utilizando $\sigma_{DC} = 0,02134$ S/m, que é o valor utilizado no caso de uma haste enterrada verticalmente (Subseção 5.4.1).	69
5.20	Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,01626$ S/m obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.	71
5.21	Sinais medidos nos experimentos em campo e obtidos por simulação numérica. (a) Corrente injetada, (b) Tensão induzida.	72
5.22	Curva obtida experimentalmente pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2070 \Omega$	74
5.23	Curva do TGR obtida no experimento de uma haste vertical. A linha tracejada indica o valor de $42,5 \Omega$	74
5.24	Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,02203$ S/m obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.	75
5.25	Sinal de corrente injetada medido no experimento em campo e obtido por simulação numérica.	76
5.26	Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtida por simulação numérica.	77
5.27	Representação esquemática do <i>setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por duas hastes verticalmente enterradas e eletricamente conectadas.	78
5.28	<i>Setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por duas hastes verticalmente enterradas. Detalhe no ponto de injeção do sinal do surto e na conexão das duas hastes que compõem o sistema de aterramento analisado.	78

5.29	Representação do <i>setup</i> experimental do sistema de aterramento composto por duas hastes verticalmente enterradas e eletricamente conectadas no ambiente do <i>software</i> SAGS.	79
5.30	Curva obtida experimentalmente pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2160 \Omega$	79
5.31	Sinais obtidos experimentalmente e por simulação numérica. (a) Corrente injetada, (b) Tensão induzida.	81

Lista de Tabelas

4.1	Valores dos parâmetros A_β , to_β e τ_β de (4.1)	49
5.1	Coefficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,02052$ S/m.	59
5.2	Coefficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,02134$ S/m.	64
5.3	Coefficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,01626$ S/m.	70
5.4	Coefficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,02203$ S/m.	75
5.5	Faixa de variação de $\sigma(f)$ na banda de frequência analisada.	83
5.6	Comparação dos valores de V_p e I_p entre os dados experimentais e os dados obtidos nas simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).	83
5.7	Análise do MSE calculado entre os dados experimentais e os dados obtidos a partir das simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).	84
5.8	Tempo de execução das simulações com o modelo de solo dispersivo (SD) e com o modelo de solo não dispersivo (SND).	85

Publicações relacionadas a este trabalho

R. M. S. de Oliveira, J. F.M. Modesto, M. R. V. Maia, D. M. Fujiyoshi, and A. Raizer, "Impulse coefficient for square grounding grids in low resistivity soils: Influence of injection electrode". *Elsevier – Journal of Electrostatics*, vol. 72, no. 5, pp. 372 – 380, 2014.

J. A. S. Nascimento, R. M. S. de Oliveira, D. M. Fujiyoshi, L. F. P. Carvalho, R. C. F. Araújo, and M. J. S. Oliveira, "Estudo numérico-experimental de surtos provocados por descargas atmosféricas em malhas de aterramento elétrico", aprovado para publicação no *XXIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, XXIII-SNPTEE, 18 a 21 de outubro, Foz do Iguaçu, 2015.

D. M. Fujiyoshi, and R. M. S. de Oliveira, "Um Método para Estimar a Permissividade Elétrica Relativa do Solo para Possível Aplicação em Campo", *16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica / 11º CBMag – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, MOMAG, Curitiba, 2014.

Outras publicações

A. M. Matsunaga, R. C. F. Araújo, D. M. Fujiyoshi, and R. M. S. de Oliveira, "Um Método Espectral para Localização de Intruso em Ambientes Indoor", *16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica / 11º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, MOMAG, Curitiba, 2014.

Resumo

Neste trabalho, o solo amazônico da região de Belém é modelado como um material dispersivo, no qual a condutividade elétrica varia com a frequência. Para isto, utiliza-se um aproximador de Padé no domínio da frequência, o qual é aplicado à equação de Ampère. Equações especiais para atualizar o campo elétrico no domínio do tempo são obtidas através médias temporais e da transformada inversa de Fourier. Os resultados obtidos através das simulações numéricas realizadas com o método FDTD são comparados com transitórios obtidos experimentalmente. Pulsos padronizados por normas para descargas atmosféricas são injetados em sistemas de aterramento clássicos. Excelente concordância foi observada, validando o método numérico desenvolvido.

Palavras-chave: Solos amazônicos dispersivos, pulsos de descargas atmosféricas, método FDTD, aproximador de Padé, experimentação em campo.

Abstract

The Amazonian soil of Belém is modeled as a dispersive material, of which the electrical conductivity is dependent on the frequency. For this aim, we use the Padé's approximation in frequency domain, which is applied to Ampère's law. Special update equations for electric field in time domain are obtained by applying time averaging and the inverse Fourier transform. The results obtained by numerical simulations performed with the FDTD method are compared to transient responses measured in field. Lightning-patterned pulses are injected in classical grounding systems. Excellent agreement is observed, which validates the developed numerical method.

Keywords: Dispersive amazonian soils, lightning pulses, FDTD method, Padé's approximant, field experimental measurements.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Conteúdo do Capítulo

Neste Capítulo, faz-se uma breve introdução sobre os sistemas de aterramento e, também, é apresentada a motivação da aplicação da modelagem de solos dispersivos em simulações numéricas para analisar a resposta transitória e de regime permanente desses sistemas. Ainda, são apresentados os objetivos e a organização do presente trabalho.

1.2 Introdução Geral

Um sistema de aterramento tem como principal função proporcionar a condição mais favorável para que as correntes indesejadas (como as provenientes de contingências em sistemas elétricos ou descargas atmosféricas) fluam para o solo de maneira eficaz. Desta forma, a presença de um aterramento elétrico compondo um sistema de elétrico (ou eletrônico) é indispensável para a proteção e manutenção do funcionamento destes sistemas. Além disso, o aterramento elétrico é importante para a segurança das pessoas que operam ou interajam com os sistemas elétricos [1–3].

Para avaliar o desempenho do sistema de aterramento é necessário analisar seu comportamento eletromagnético, tanto para eventos de baixas frequências quanto para frequên-

cias elevadas [4–7]. Este último tipo de evento possui maior importância, pois, normalmente estão associados às correntes com amplitude elevada (como descargas atmosféricas) e, por isso, é necessário um escoamento eficiente dessas correntes transitórias para minimizar possíveis danos às pessoas e aos equipamentos. Dentre outros fatores, a resposta desses sistemas depende da configuração geométrica do aterramento, da forma de onda do pulso injetado e dos parâmetros eletromagnéticos do solo [5,6].

Com intuito de simular o comportamento transitório e de regime permanente de um dado sistema de aterramento sujeito a sinais de alta frequência, diversos modelos que solucionam numericamente as equações de Maxwell são utilizados na literatura [4,8–10]. Contudo, a exatidão dos resultados obtidos por meio de simulações numéricas depende, dentre outros fatores, da modelagem utilizada para caracterizar o solo. Em particular, a dependência dos seus parâmetros eletromagnéticos com a frequência pode afetar significativamente a resposta transitória do aterramento elétrico [11].

Normalmente, adotam-se valores constantes para a resistividade (inverso da condutividade) e permissividade relativa do solo. A resistividade é estimada através de medições utilizando instrumentos convencionais que empregam sinais de baixas frequências ou é obtida de forma indireta através da fórmula de Sunde [1]. Para a permissividade relativa, adota-se um valor entre 3 e 81, dependendo do teor de umidade do solo [5]. Embora a permeabilidade magnética possa ser considerada igual à permeabilidade do vácuo sem prejuízo para a modelagem do solo, nota-se que a condutividade e permissividade elétrica possuem uma notória dependência com a frequência [5,11–14], inclusive na banda de frequências representativas das descargas atmosféricas. Os primeiros trabalhos experimentais [12,15] que verificaram a dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência foram publicados no início do século XX. Atualmente, diversos pesquisadores analisam variação dos parâmetros eletromagnéticos do solo com a frequência, assim como o impacto deste efeito na resposta transitória dos sistemas de aterramento [16–21].

Em 1933, Smith-Rose [12,15] realizou estudos experimentais sobre a dependência da

condutividade e permissividade elétrica do solo com a frequência, no qual analisaram-se diversas amostras de solos com diferentes teores de umidade. Ainda, o autor apresentou uma tabela com os valores estimados dos parâmetros elétricos do solo para frequências específicas, na faixa de 1 kHz a 10 MHz.

Nos anos de 1966 e 1967, usando medidas laboratoriais, Scott [22, 23] analisou a variação dos parâmetros eletromagnéticos (condutividade e permissividade elétrica e permeabilidade magnética) com a frequência para rochas e amostras de diversos tipos de solos. Ainda, foram propostas expressões para descrever a dependência dos parâmetros eletromagnéticos do solo com a frequência.

Longmire *et al.* [14], em 1975, propuseram expressões semianalíticas para representar a variação dos parâmetros elétricos (condutividade e permissividade) do solo com a frequência. O modelo proposto foi obtido a partir da representação de uma porção do solo por uma impedância universal, composta por um circuito RC. As expressões propostas em [14] foram obtidas a partir dos dados experimentais apresentados por Scott [22, 23].

Posteriormente, em 1999, Portela [13] publicou estudos experimentais sobre o comportamento dispersivo do solo a partir da análise de amostras de 68 tipos de solos. Os parâmetros elétricos do solo foram analisados na faixa de frequência 100 Hz até 2 MHz.

Mais recentemente, Visacro e Alipio publicaram trabalhos [11, 17] sobre a análise da dependência dos parâmetros elétricos do solo com a frequência. Os resultados experimentais foram obtidos a partir de medições realizadas em campo em 31 tipos de solos. Utilizando os dados que obtiveram nesses trabalhos, os autores propuseram formulações matemáticas que descrevem a variação da resistividade elétrica (inverso da condutividade elétrica) e permissividade elétrica do solo com a frequência. Conforme será abordado a seguir, o presente trabalho utiliza a formulação de Visacro-Alipio para resistividade dependente da frequência para modelar o comportamento de solos dispersivos, nos quais a condutividade varia em função da frequência.

Na literatura [5, 16, 24], trabalhos numérico-experimentais que analisam o comporta-

mento transitório de aterramentos elétricos sujeitos a descargas atmosféricas demonstram que, quando se assume que os parâmetros do solo são constantes, os sinais obtidos numericamente apresentam desvios significativos em relação aos sinais medidos em campo.

Neste trabalho, é proposta uma modelagem para materiais dispersivos, através da dependência da condutividade elétrica com a frequência, $\tilde{\sigma}(f)$, para o método FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*) [25]. Utiliza-se a fórmula de Visacro-Alipio [17] para representar o comportamento de $\tilde{\sigma}(f)$. Conforme será discutido no Capítulo 3, a inclusão de $\tilde{\sigma}(f)$ nas equações de Maxwell é feita através da aproximação por polinômios de Padé [26], em termos de $j\omega$, da função matemática proposta por Visacro-Alipio. Desta forma, foi possível simplificar a manipulação da transformada inversa de Fourier das equações de Maxwell, sendo desnecessário aplicar a definição de convolução que está implícita nas manipulações matemáticas realizadas. Destaca-se que, nas simulações numéricas, o domínio computacional é truncado através da técnica CPML [27]. Além disso, utiliza-se a técnica de fio-fino [28] para modelar adequadamente as hastes e eletrodos de modo a evitar maior nível de discretização do domínio computacional.

A modelagem proposta neste trabalho é validada através de testes experimentais, nos quais foram aplicados pulsos de tensão (padronizados com a forma de onda de descargas atmosféricas) em diversos sistemas de aterramentos. O *setup* experimental utilizado neste trabalho é baseado na configuração proposta por Tanabe em [4].

Ressalta-se que os experimentos implementados neste trabalho foram realizados na cidade de Belém e, na literatura, não foram encontrados estudos aprofundados que analisam o comportamento eletromagnético de solos dispersivos nesta região amazônica.

1.3 Objetivos deste Trabalho

Considerando o contexto apresentado acima, no qual percebe-se a relevância da modelagem do solo dispersivo aplicada à análise do sistema de aterramento, este trabalho objetiva:

- Desenvolver uma modelagem para meios com condutividade elétrica dependente da frequência (solo amazônico) para o método FDTD aplicado às equações de Maxwell em uma região tridimensional;
- Validar a modelagem proposta neste trabalho por meio de testes experimentais realizados em campo para sistemas de aterramento com diferentes configurações geométricas.

1.4 Organização deste Trabalho

Este trabalho está organizado em seis Capítulos (incluindo a Introdução), conforme descrito a seguir:

- Capítulo 1 – Introdução geral do trabalho;
- Capítulo 2 – Apresenta os conceitos básicos relativos aos sistemas de aterramento e aborda os aspectos físicos que concernem os materiais dispersivos;
- Capítulo 3 – Discute brevemente o método FDTD e apresenta a modelagem de meios com condutividade elétrica dependente da frequência para o método FDTD, que é a principal contribuição deste trabalho;
- Capítulo 4 – Apresenta o modelo de *setup* utilizado nos testes experimentais realizados em campo. Ainda, são apontadas as precauções que devem ser observadas para que os experimentos sejam realizados com a mínima interferência possível;
- Capítulo 5 – Apresentam-se os testes experimentais implementados para validar a modelagem proposta neste trabalho. Além disso, é feita a comparação dos sinais de tensão e corrente medidos e obtidos numericamente pelos modelos de solo dispersivo, proposto aqui, e não dispersivo;
- Capítulo 6 – Contém as considerações finais do presente trabalho.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Conteúdo do Capítulo

Neste capítulo, trata-se dos conceitos relacionados aos sistemas de aterramento, fazendo uma abordagem física da análise eletromagnética e dos aspectos que influenciam na resposta transitória e de regime DC desses sistemas. Ainda, é apresentada a definição de meios dispersivos e a aplicação deste conceito aos solos dispersivos.

2.2 Sistemas de Aterramento

2.2.1 Definição e Finalidade

Os sistemas de aterramento elétrico são estruturas conectadas a um sistema elétrico ou equipamento de potência ou dispositivo eletrônico. Em geral, são compostas por elementos metálicos enterrados, contudo, em algumas situações podem ser constituídas por outros materiais. As estruturas que compõem o sistema de aterramento podem ser apenas uma haste enterrada verticalmente ou uma complexa malha de aterramento na qual vários equipamentos são aterrados simultaneamente [2,3].

A principal finalidade de um sistema de aterramento é transferir da forma mais efi-

ciente possível a corrente transitória para a terra durante a ocorrência de uma descarga atmosférica ou outro surto (regime transitório). Em condições normais de operação (regime de 50 ou 60 Hz) o sistema de aterramento deve equalizar o potencial entre os diversos instrumentos a ele conectados, de forma a criar uma referência única de voltagem. Por isso, o sistema de aterramento deve ser projetado para ter uma impedância muito menor do que a impedância do circuito no qual está conectado. Desta forma, as correntes produzidas pelo surto, ou pelo fluxo de cargas armazenadas eletrostaticamente, devem ser escoadas para o solo da maneira mais eficiente possível, e adicionalmente proporcionar maior segurança às pessoas que estiverem sobre a malha de terra através da equipotencialização da superfície do solo e proteger os equipamentos.

2.2.2 Análise Transitória e de Regime Estacionário dos Sistemas de Aterramento

O comportamento transitório de um sistema de aterramento depende basicamente de três fatores: geometria do sistema de aterramento; propriedades eletromagnéticas do solo; forma de onda dos sinais injetados [6].

Outros fatores que podem afetar a resposta transitória dos sistemas de aterramento são características físicas especiais que são intrínsecas aos solos. Dentre eles, destacam-se a dispersão [11] e a ionização do solo [29].

Quando um aterramento elétrico é sujeito a correntes com amplitudes elevadas ($I_P \geq 10 \text{ kA}$), os campos eletromagnéticos na região do solo próxima aos elementos do aterramento promovem um comportamento não linear para a terra através da dependência dos parâmetros eletromagnéticos do solo (usualmente a condutividade elétrica) com a amplitude do campo elétrico. Esta condição caracteriza o efeito de ionização do solo, no qual observa-se que, quando a intensidade do campo elétrico nesta região excede um limite crítico, chamado de campo elétrico crítico E_{CR} , a não linearidade é observada. A faixa usual para valores de E_{CR} é de 0,2 a 1,7 MV/m, dependendo do teor de umidade do

solo [29]. Diversos trabalhos propõem modelos para descrever a ionização do solo [29–31]. Contudo, neste trabalho, o efeito de ionização do solo é desprezado, pois as amplitudes das correntes injetadas nos testes experimentais foram abaixo de 0,5 A.

O solo é considerado um meio dispersivo quando pelo menos um dos parâmetros eletromagnéticos (σ , ε ou μ) é função da frequência [32]. Na literatura, muitos trabalhos sugerem que a dependência destes parâmetros com a frequência é significativa, sobretudo para resposta a sinais de altas frequências (como descargas atmosféricas), e deve ser considerada na análise do comportamento eletromagnético dos sistemas de aterramento [5, 11–14, 16, 17, 22, 33]. Na Seção 2.3, este fenômeno será abordado com mais detalhes a fim de fundamentar a modelagem de meios com condutividade elétrica dependente da frequência (meios dispersivos) aplicada ao método FDTD, que é a principal contribuição do presente trabalho.

Como base da análise eletromagnética realizada neste trabalho, o tópico a seguir aborda brevemente as equações de Maxwell na forma diferencial. Em seguida, serão discutidos tópicos relacionados ao comportamento eletrodinâmico para os sistemas de aterramento.

2.2.2.1 Equações de Maxwell na forma diferencial no domínio do tempo

As equações de Maxwell modelam o comportamento físico de antenas, circuitos elétricos, óptica, aplicações biométricas, filtros eletromagnéticos e outros problemas que envolvem propagação de ondas eletromagnéticas, tanto para baixa como para altas frequências [32]. Na literatura, diversos trabalhos comparam testes experimentais a soluções numéricas e semi-analíticas dessas equações, nos quais observaram-se excelentes concordâncias entre esses resultados [4, 10, 34, 35]. Ainda, a partir dessas equações, pode-se analisar a resposta dos sistemas de aterramento a excitações eletromagnéticas, incluindo sinais com altas frequências, tais como descargas atmosféricas.

Na forma diferencial, a lei de Faraday é dada por

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

e a lei de Ampère-Maxwell é definida pela equação

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.2)$$

Nas expressões (2.1) e (2.2), \vec{E} é o vetor intensidade de campo elétrico (V/m) e \vec{H} é o vetor intensidade de campo magnético (A/m). Considerando meios isotrópicos e não dispersivos, sabe-se que, em (2.1), a densidade de fluxo magnético é definida por $\vec{B} = \mu \vec{H}$ (Wb/m²), onde μ é a permeabilidade magnética (H/m). Na equação (2.2), a densidade de corrente de condução é dada por $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (A/m²), onde σ é a condutividade elétrica (S/m), e a densidade de fluxo elétrico é dada por $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ (C/m²), na qual ε é a permissividade elétrica (F/m).

A lei de Faraday define que a variação temporal de \vec{B} provoca o surgimento de campo elétrico circulante em torno do próprio vetor \vec{B} . Analogamente, a lei de Ampère diz que a variação temporal de \vec{D} faz surgir uma circulação do campo magnético em torno do vetor \vec{D} . As duas leis juntas mostram que, a partir da excitação de uma fonte de tensão, o campo elétrico excitado em um ponto promove a variação temporal das componentes do campo magnético adjacentes e estas promovem variação temporal do campo elétrico em pontos próximos e, com isso, inicia-se um processo de propagação da onda eletromagnética, caracterizado por uma onda.

Pode ser provado que, se o sistema Cartesiano de coordenadas for utilizado, com a aplicação do operador divergente nas equações (2.1) e (2.2) é possível obter as seguintes expressões para os campos densidade de fluxo magnético e densidade de fluxo elétrico

(Leis de Gauss):

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

e

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v, \quad (2.4)$$

onde ρ_v é a densidade volumétrica de cargas elétricas (C/m³).

A equação (2.4) diz que a presença de uma carga elétrica ρ_v provoca o surgimento de linhas abertas do campo elétrico \vec{E} . A partir desta observação, nota-se que as equações de Maxwell satisfazem o comportamento descrito pela lei de Coulomb, que está inclusa implicitamente no sistema de equações definido por Maxwell. Pela equação (2.3), pode-se inferir que as linhas do campo vetorial \vec{H} são sempre fechadas e descreve a ausência de monopólos magnéticos na natureza.

Ainda, Maxwell definiu em seu trabalho [36] um campo vetorial \vec{A} e o denominou de impulso angular, que é conhecido atualmente por vetor potencial magnético. Este campo vetorial é definido da seguinte forma

$$\nabla \times \vec{A} = \mu \vec{H}. \quad (2.5)$$

Se (2.5) for substituída em (2.1), tem-se

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{A}). \quad (2.6)$$

Reescrevendo (2.6), é obtida a seguinte expressão

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0. \quad (2.7)$$

Como o rotacional de um gradiente de um campo escalar qualquer é identicamente nulo, pode-se definir um escalar ϕ , denominado de potencial escalar elétrico, de tal forma que

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla\phi. \quad (2.8)$$

Então, pode-se inferir que

$$\vec{E} = -\left(\nabla\phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right). \quad (2.9)$$

Logo, o campo elétrico pode ser expresso em função de um campo escalar ϕ e de um campo vetorial \vec{A} . A expressão (2.9) pode ser interpretada como uma decomposição de Helmholtz.

Considerando o comportamento eletrodinâmico, o campo elétrico \vec{E} , dado por (2.9), não é conservativo, conforme pode-se inferir pela expressão (2.5). Contudo, para o caso eletrostático ($\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$), observa-se através de (2.1) ou (2.7) que $\nabla \times \vec{E} = 0$, expressão que equivale a $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ e, portanto, neste caso \vec{E} é um campo vetorial conservativo.

2.2.2.2 Eletrodinâmica em sistemas de aterramento

O comportamento eletrodinâmico de um sistema de aterramento pode ser avaliado a partir dos seguintes parâmetros eletromagnéticos: tensão induzida $v(t)$, corrente injetada $i(t)$, resistência de aterramento R e TGR (*Transient Grounding Resistance*). De posse destas grandezas, pode-se analisar a eficiência do sistema de aterramento e, também, é possível estimar as características eletromagnéticas do solo.

- Tensão induzida

A tensão entre dois pontos a e b , v_{ab} , é definida pela integral de linha do campo elétrico \vec{E} por um caminho arbitrário, ou seja,

$$v_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{V}). \quad (2.10)$$

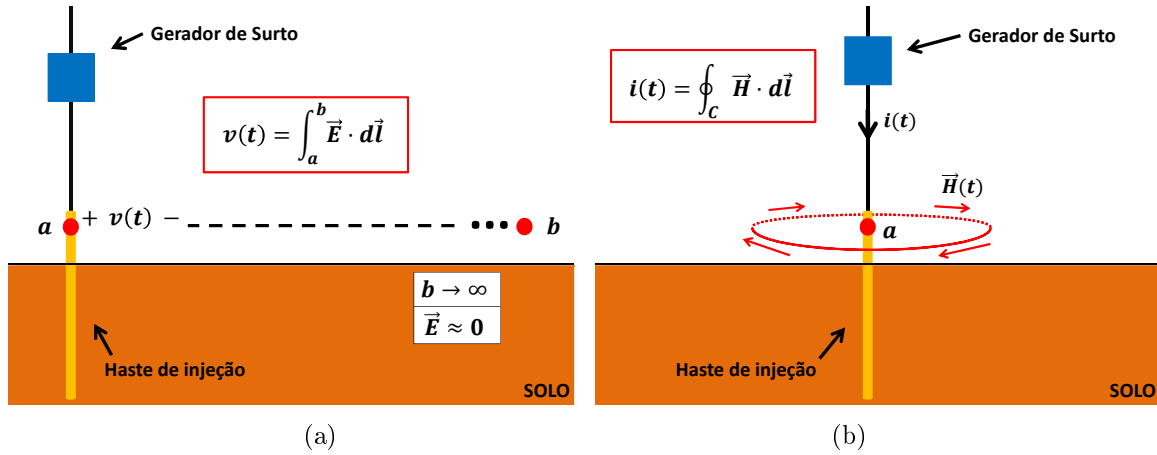
Conforme foi dito anteriormente, em um fenômeno eletrostático, o campo elétrico é conservativo, portanto, v_{ab} é obtido independente do caminho de integração escolhido e pode ser calculado pela diferença do potencial elétrico entre os dois pontos ($v_{ab} = \phi_b - \phi_a$). Contudo, devido às características transitórias do fenômeno eletromagnético provocado por um sinal de curta duração, o valor de $v_{ab}(t)$ depende do caminho de integração avaliado. Em outras palavras, a resposta transitória de um sistema de aterramento depende de como a tensão elétrica é medida (ou calculada) e, com isso, um único sistema de aterramento pode ter infinitas possibilidades de formas de onda da resposta transitória.

Uma forma de avaliar a performance do aterramento é através da tensão induzida. Este parâmetro é obtido quando o ponto b , referência de tensão, é avaliado em um ponto infinitamente distante de a (Fig. 2.2(a)), no qual $\vec{E} \approx 0$. Dessa forma, a tensão induzida $v(t)$ pode ser calculada por

$$v(t) = v_a(t) = \int_a^\infty \vec{E}(t) \cdot d\vec{l} \quad (\text{V}). \quad (2.11)$$

Ainda assim, dependendo do caminho escolhido, obtém-se diferentes formas de onda do sinal $v(t)$. Porém, quando o pulso injetado entra em regime estacionário, todas as formas de $v(t)$ devem convergir para o mesmo valor, dada a natureza conservativa do campo \vec{E} nos casos eletrostáticos.

Figura 2.1: Representação do cálculo da: (a) tensão induzida, (b) corrente injetada.



- Corrente injetada

O segundo parâmetro necessário para analisar o comportamento do sistema de aterramento é a corrente injetada $i(t)$. Este parâmetro é avaliado no ponto de injeção de corrente, próximo à superfície do solo (ponto a na Fig. 2.2(b)), e pode ser determinado pela integral de superfície da densidade de corrente de condução \vec{J} que flui através da seção transversal do cabo. Na prática, as sondas de medição obtêm o valor da corrente elétrica a partir das componentes do campo magnético \vec{H} , que circula em torno do cabo elétrico (Fig. 2.2(b)). Partindo da lei de Ampère na forma integral, pode-se expressar a corrente que flui no cabo da seguinte forma

$$i(t) = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (\text{A}). \quad (2.12)$$

Sabe-se que, nos materiais condutores, o termo $\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$ da lei de Ampère é igual a zero, pois, nos materiais condutores a densidade da corrente de deslocamento é nula ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$).

- Resistência de aterramento

A resistência de aterramento R é um parâmetro que quantifica a dificuldade imposta pelo sistema de aterramento para que a corrente elétrica escoe para o solo, considerando

sinais DC ou de baixíssimas frequências. O cálculo de R é dado pela expressão

$$R = \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \quad (\Omega), \quad (2.13)$$

onde V_{DC} e I_{DC} são os valores constantes (ou quase constantes) da tensão induzida e corrente injetada, respectivamente. Conforme será visto a seguir, a resistência de aterramento pode ser inferida observando o valor DC (regime estacionário) da TGR.

A resistência de aterramento R é inversamente proporcional à condutividade elétrica (conforme será visto por (2.22), para o caso de uma haste). Devido a isso, os sistemas de aterramento em solos com baixa condutividade apresentam R elevados e, portanto, requerem configurações mais complexas (maior número de eletrodos, projeto de malhas de aterramento, etc.) para obter R suficientemente baixo.

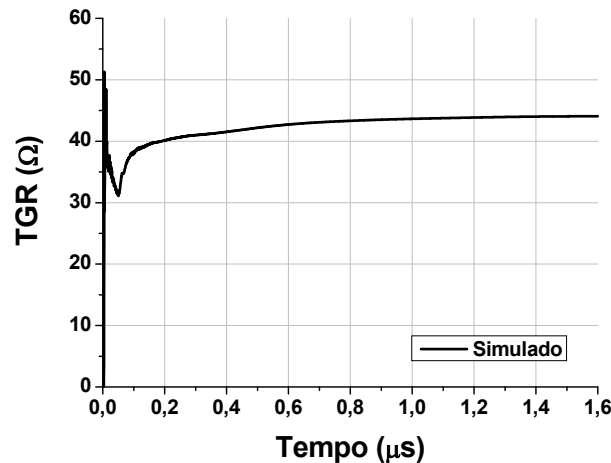
- *Transient Grounding Resistance*

A *Transient Grounding Resistance* (TGR), ou relação tensão/corrente, é dada pela razão, ponto a ponto no tempo, entre a tensão induzida $v(t)$ e corrente injetada $i(t)$, ou seja,

$$TGR(t) = \frac{v(t)}{i(t)} \quad (\Omega). \quad (2.14)$$

A partir deste parâmetro, é possível realizar análises no período transitório e no regime estacionário. Com isso, é possível identificar os instantes nos quais o sistema de aterramento provoca maior dificuldade para que a corrente possa fluir para o solo. Na Fig. 2.2, é apresentado um exemplo de curva da TGR obtida numericamente, através do método FDTD, ao aplicar um pulso atmosférico em um sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente.

Figura 2.2: Exemplo de uma curva da TGR adquirida ao aplicar um sinal com forma de onda de uma descarga subsequente em um sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente. Esta curva foi obtida através de uma simulação utilizando o método FDTD.



Através da Fig. 2.2, nota-se que nos instantes iniciais há uma forte variação na curva da TGR provocada pelo baixo valor da corrente e, também, pelas componentes de altas frequências presentes no período de tempo de subida do pulso atmosférico injetado. Após o período transitório do sinal, a curva de TGR tende para um valor de regime, que corresponde à resistência de aterramento R .

Observando que os sinais possuem energia significativa em componentes de frequências mais altas, é notável que o comportamento eletromagnético de um sistema de aterramento não pode ser representado apenas por parâmetros de baixa frequência, como a resistência de aterramento. Ou seja, a TGR é um parâmetro importante, pois, quantifica, ao longo do tempo, a dificuldade imposta pelo sistema de aterramento ao fluxo de corrente.

2.2.2.3 Parâmetros eletromagnéticos do solo

O comportamento eletrodinâmico do sistema de aterramento está diretamente ligado às propriedades eletromagnéticas do solo. Estas propriedades, por sua vez, dependem de vários fatores, tais como o tipo de solo, o teor de umidade, composição química, presença de multicamadas, temperatura e a forma de onda, amplitude (não-linearidades) e a faixa

de frequência (dispersão) do sinal injetado.

Os parâmetros usualmente utilizados para representá-lo são a condutividade elétrica σ , a permissividade elétrica ε e a permeabilidade magnética μ . Normalmente, o solo não é um meio magnético e, portanto, a permeabilidade é considerada igual à do vácuo ($\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m) [5]. Contudo, a condutividade e a permissividade elétrica do solo variam em uma grande faixa de valores [3, 5, 32, 37–41] e a forma de onda dos sinais medidos (ou calculados numericamente) é sensivelmente afetada por estes parâmetros.

- Condutividade elétrica

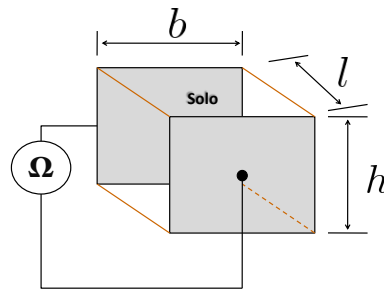
A condutividade elétrica de um material é um parâmetro que caracteriza a facilidade dos elétrons se moverem em um determinado material. Com o aumento da temperatura, a vibração dos elétrons aumenta e provoca maior impedimento ao deslocamento dos elétrons e, com isso, a condutividade elétrica do material diminui [32].

A condutividade elétrica do solo para baixas frequências σ_{DC} pode ser definida como o inverso da resistência elétrica R_{solo} medida entre as faces opostas de um paralelepípedo de dimensões $b \times h \times l$ (m³) preenchido com uma amostra do solo analisado (Fig. 2.3). Sua unidade é dada por S/m. A expressão que define a condutividade é dada por

$$\sigma_{DC} = \frac{l}{R_{solo}A}, \quad (2.15)$$

onde $A = b \times h$ (m²).

Figura 2.3: Representação do *setup* de medição para determinar a condutividade, de acordo com (2.15).



O solo, em seu estado natural e seco, é considerado, em geral, um mal condutor de eletricidade. Na literatura [3, 32, 37, 38], os valores de σ_{DC} adotados para o solo variam entre 10^{-5} e 10^{-1} S/m.

Em [1], Sunde propõe uma equação para analisar a resistência de aterramento R através das configurações geométricas do aterramento e da resistividade do solo (definida como o inverso da condutividade elétrica). Neste trabalho, a fórmula de Sunde [1] foi utilizada para estimar a condutividade elétrica do solo para baixas frequências σ_{DC} .

Para iniciar o tratamento matemático, Sunde [1] considera um condutor cilíndrico posicionado ao longo do eixo x e com comprimento de $x = -l/2$ a $x = l/2$. Assume-se que, ao injetar uma corrente I_0 no ponto médio do condutor, é obtida uma corrente de escoamento de $2I(0)/l$ ao longo do condutor. Desta forma, o potencial elétrico é avaliado da seguinte forma [1]

$$V(x, y) = \frac{2I(0)\rho}{2\pi l} \ln \alpha(x, y), \quad (2.16)$$

onde

$$\alpha(x, y) = \frac{\sqrt{(x + l/2)^2 + y^2} + (x + l/2)}{\sqrt{(x - l/2)^2 + y^2} + (x - l/2)}. \quad (2.17)$$

Quando o comprimento do condutor é muito maior do que o seu diâmetro, o potencial no ponto médio e na extremidade do condutor é (considerando $y = a$ e $[(l/2)^2 + a^2]^{1/2} - l/2 \approx a^2/l$) [1]

$$\begin{aligned} V(0, a) &= \frac{2I(0)\rho}{2\pi l} \ln \left(\frac{l}{a} \right) \\ V(l/2, a) &= \frac{2I(0)\rho}{4\pi l} \ln \left(\frac{2l}{a} \right). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Então, considerando uma corrente de escoamento uniforme, o potencial no ponto médio, no qual I_0 é injetado, é aproximadamente duas vezes maior do que na extremidade do

condutor.

Quando o potencial médio calculado pela integração de (2.16) entre $x = 0$ e $x = l/2$ é dividido por $2I(0)$, obtêm-se a seguinte expressão para a resistência de aterramento R do condutor em um meio de extensão infinita em todas direções:

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \left[\frac{l}{a} \left(1 + \sqrt{1 + (a/l)^2} \right) \right] + \frac{a}{l} - \sqrt{1 + (a/l)^2} \right). \quad (2.19)$$

Assumindo que $l \gg a$, temos

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \frac{2l}{a} - 1 \right]. \quad (2.20)$$

Isolando a resistividade em (2.20), obtêm-se

$$\rho = \frac{2\pi l R}{\left[\ln \frac{2l}{a} - 1 \right]}. \quad (2.21)$$

Sabendo-se que a condutividade elétrica é o inverso da resistividade, segue que

$$\sigma_{DC} = \frac{\left[\ln \frac{2l}{a} - 1 \right]}{2\pi l R}, \quad (2.22)$$

onde σ_{DC} é a condutividade elétrica para baixas frequências (S/m), l é o comprimento (m) do eletrodo (haste) de aterramento enterrado verticalmente, a é o diâmetro (m) do eletrodo de aterramento e R é a resistência de aterramento (Ω).

Observa-se que a expressão acima considera apenas parâmetros estáticos para calcular a condutividade, por isso, o valor de σ_{DC} é válido apenas para baixas frequências. Na Subseção 2.3.2, será apresentada a equação de Visacro-Alipio [17] que descreve a variação da resistividade (inverso da condutividade) em relação à frequência e é a equação utilizada na validação da modelagem do solo dispersivo proposta neste trabalho.

- Permissividade elétrica

A permissividade elétrica é um parâmetro que está associado à capacidade de armazenamento de energia elétrica em um determinado material. O armazenamento de energia está associado ao deslocamento de cargas positivas e negativas dos átomos que compõem o material, de forma que a aplicação do campo produz uma grande quantidade de dipolos elétricos. Com isso, a energia é armazenada na forma de energia potencial elétrica (de forma similar ao que acontece ao se esticar uma corda) [32]. A permissividade de um dado material é relacionada à permissividade do espaço livre por

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0, \quad (2.23)$$

onde ε_0 é a permissividade elétrica do vácuo, dada pelo valor de $\frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ F/m, e ε_r é a permissividade elétrica relativa do meio ou material considerado.

A influência deste parâmetro é observada no período transitório do sinal. Isto pode ser verificado a partir das equações de Maxwell. Considerando o solo dispersivo em termos da condutividade dependente da frequência ($\vec{J} = \sigma(t) * \vec{E}$), a lei de Ampère no domínio do tempo é dada por

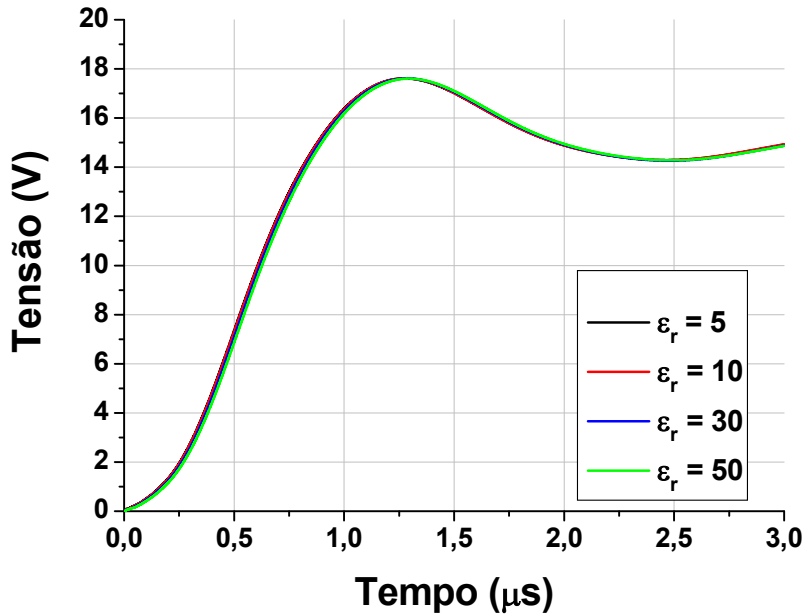
$$\nabla \times \vec{H} = \sigma(t) * \vec{E} + \frac{\partial(\varepsilon \vec{E})}{\partial t}. \quad (2.24)$$

Reescrevendo (2.24) no domínio da frequência e colocando em evidência a intensidade de campo elétrico, obtêm-se

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = (\tilde{\sigma}(\omega) + j\omega\varepsilon)\tilde{\mathbf{E}}. \quad (2.25)$$

Na equação (2.25), observa-se que a condutividade elétrica $\tilde{\sigma}(\omega)$ é predominante para sinais de baixas frequências ($\omega_{\max}\varepsilon \leq \tilde{\sigma}(\omega)_{\max}/10$). Na literatura [5, 32, 39–41], os valores adotados para permissividade relativa do solo estão na faixa entre 3 e 80, dependendo do teor de umidade do solo.

Figura 2.4: Gráfico comparando os sinais de tensão induzida obtidos pelas simulações utilizando o método FDTD com diferentes valores de permissividade relativa do solo. Comparou-se os casos com $\varepsilon_r = 5, 10, 30$ e 50 .



Para verificar a influência da permissividade elétrica do solo, fez-se um conjunto de simulações do sistema de aterramento de uma haste enterrada verticalmente alterando apenas o valor de ε_r do solo e fixando o valor de $\sigma_{DC} = 0,02052$ S/m. Ressalta-se que este valor de condutividade foi obtido a partir dos testes experimentais realizados neste trabalho. Na Fig. 2.4, apresenta-se a comparação dos sinais de tensão induzida obtidos por meio de simulações numéricas utilizando o método FDTD com ε_r do solo igual a 5, 10, 30 e 50. Os casos simulados foram relativos a injeção de um pulso atmosférico em um sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente.

A partir da Fig. 2.4, verifica-se a permissividade elétrica relativa não provoca influência significativa nas formas de onda da tensão induzida, mesmo modificando seu valor em uma grande faixa. Observou-se que o solo utilizado nos testes experimentais possui alta condutividade elétrica ($0,016 < \sigma_{DC} < 0,021$ S/m) [3, 37, 38, 42] e, com isso, é esperado que a permissividade não afete significativamente a forma de onda dos sinais obtidos, tal como pode ser inferindo através de (2.25).

2.3 Dispersão do Solo

Geralmente, em análises de sistemas de aterramento sujeitos a descargas atmosféricas, os parâmetros eletromagnéticos (σ , ε e μ) do solo são considerados constantes. Contudo, trabalhos presentes na literatura [11, 12, 16, 17, 20, 33, 43] demonstram uma variação significativa dos parâmetros elétricos (σ e ε) do solo com a frequência, principalmente na banda de frequência das descargas atmosféricas. Ainda, é verificado um grande desvio na resposta transitória dos aterramentos entre os sinais obtidos experimentalmente e os sinais obtidos através de simulações numéricas que não consideram a variação dos parâmetros do solo com a frequência [11, 16, 17, 20, 21].

Desta forma, faz-se necessário aplicar modelos de predição da dependência dos parâmetros do solo com a frequência para que as simulações numéricas apresentem respostas próximas ao comportamento eletromagnético real e, com isso, permitam avaliar o desempenho dos sistemas de aterramentos com maior precisão.

Na Subseção 2.3.1, será feita uma breve abordagem sobre os materiais dielétricos e, ao final, serão apresentados os aspectos físicos relativos aos materiais dispersivos. Em seguida, na Subseção 2.3.2, apresenta-se a fórmula de Visacro-Alipio que descreve a variação da resistividade (definida como o inverso da condutividade) do solo com a frequência.

2.3.1 Materiais Dispersivos

2.3.1.1 Abordagem física dos materiais dielétricos

Antes de discutir a modelagem física dos meios dispersivos, é necessário revisar os fundamentos dos materiais dielétricos.

Os materiais dielétricos ideais não contêm cargas elétricas livres (tal como é observado nos condutores) e, por isso, seus átomos e moléculas constituintes são eletricamente neutros — considerando uma análise macroscópica. Quando estes materiais são submetidos a campos eletromagnéticos externos, as cargas positivas e negativas localizadas na superfície

do material não são removidas (como ocorre nos condutores), mas, os respectivos centróides dos átomos ou moléculas podem ser deslocados de sua posição original (assume-se um deslocamento infinitesimal) [32]. Este fenômeno faz surgir inúmeros dipolos elétricos que podem ser expressos através do vetor momento de dipolo $d\vec{p}$, dado por

$$d\vec{p} = Q\vec{\ell}, \quad (2.26)$$

onde Q é magnitude de cada carga positiva e negativa (C) de átomos ou moléculas cujos centróides foram deslocados vetorialmente em $\vec{\ell}$ (m). O vetor momento de dipolo total \vec{p}_t de um material é obtido pela somatória de todos momentos de dipolos $d\vec{p}_i$. Para um volume Δv , onde existem N_e dipolos elétricos por unidade de volume, \vec{p}_t pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\vec{p}_t = \sum_{i=1}^{N_e\Delta v} d\vec{p}_i. \quad (2.27)$$

Em uma escala macroscópica, o comportamento de milhares de dipolos elétricos formados podem ser contabilizados através do vetor de polarização elétrica \vec{P} . Este vetor é definido pela seguinte expressão

$$\vec{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\Delta v} \vec{p}_t \right] = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\Delta v} \sum_{i=1}^{N_e\Delta v} d\vec{p}_i \right] \quad (\text{C/m}^2). \quad (2.28)$$

Considerando um vetor momento de dipolo médio dado por

$$d\vec{p}_{\text{médio}} = Q\vec{\ell}_{\text{médio}} \quad (2.29)$$

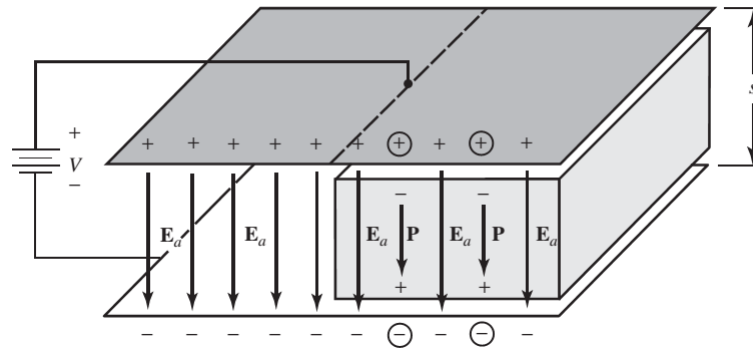
por molécula, o vetor de polarização elétrica pode ser reescrito, quando N_e dipolos estiverem alinhados na mesma direção (como ocorre no caso de um material sujeito a um

campo elétrico externo), da seguinte forma

$$\vec{P} = N_e d \vec{p}_{\text{médio}} = N_e Q \vec{\ell}_{\text{médio}}. \quad (2.30)$$

Agora, considera-se uma fonte de tensão contínua excitando um capacitor de placas paralelas. Este capacitor tem metade da sua porção entre as placas preenchida com vácuo e o preenchimento da outra metade é feito por um material dielétrico arbitrário (Fig. 2.5).

Figura 2.5: Capacitor de placas paralelas sujeito a um campo elétrico estático \vec{E}_a . Adaptado de [32].



Nesta situação, enquanto o campo elétrico constante aplicado \vec{E}_a incidir sobre o capacitor, a densidade de fluxo elétrico \vec{D}_0 na porção preenchida pelo vácuo é dada por

$$\vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_a. \quad (2.31)$$

Na porção preenchida pelo material dielétrico, os dipolos elétricos que surgem devido ao campo elétrico externo fazem aumentar a densidade de fluxo elétrico \vec{D} . Isto pode ser expresso por

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_a + \vec{P}. \quad (2.32)$$

A densidade de fluxo elétrico no dielétrico pode também ser relacionada com \vec{E}_a pela

permissividade elétrica estática ε_s (F/m), na qual tem-se

$$\vec{D} = \varepsilon_s \vec{E}_a. \quad (2.33)$$

Comparando (2.32) e (2.33), infere-se que \vec{P} possui uma dependência com o campo elétrico aplicado \vec{E}_a . Esta dependência é expressa por [32]

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}_a, \quad (2.34)$$

onde χ_e é um parâmetro adimensional chamado de susceptibilidade elétrica, que depende da frequência f .

Substituindo (2.34) em (2.32) e comparando com (2.33), obtêm-se que

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_a + \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}_a = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}_a = \varepsilon_s \vec{E}_a. \quad (2.35)$$

Analisando (2.35), a seguinte relação é observada:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_0 (1 + \chi_e). \quad (2.36)$$

Ainda, é possível definir a permissividade estática relativa ε_{sr} :

$$\varepsilon_{sr} = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_e, \quad (2.37)$$

que normalmente é referida simplesmente como permissividade relativa ε_r ou constante dielétrica para uma dada frequência f . Ressalta-se que as expressões (2.36) e (2.37) são válidas para campos estáticos ou condições de baixas frequências.

2.3.1.2 Modelagem física para os materiais dielétricos dispersivos para altas frequências

Sem perda de generalidade, considera-se o campo elétrico com polarização x . Quando os materiais dielétricos são submetidos a campos eletromagnéticos com espectro caracterizado por uma banda de frequências, a permissividade elétrica e o vetor polarização elétrica $\vec{P}(t) = \text{Re}[\tilde{P}_x e^{j\omega t} \hat{x}]$ têm contribuições diferentes para cada frequência no pulso, caracterizando o comportamento de um material dispersivo. Além disso, a incidência de campos de altas frequências impõe mudanças significativas no comportamento da condutividade elétrica do material.

Em [32], é feita uma analogia com o mecanismo corpo-mola para realizar um desenvolvimento matemático para modelar o comportamento do vetor polarização elétrica devido a oscilação dos dipolos elétricos causadas pelos campos eletromagnéticos harmônicos no tempo com frequência angular ω . A componente \tilde{P}_x obtida ao aplicar um campo elétrico $\vec{E}(t) = \text{Re}[\tilde{E}_x e^{j\omega t} \hat{x}] = \text{Re}[\tilde{E} e^{j\omega t} \hat{x}]$, na forma harmônica temporal, é dada por

$$\tilde{P}_x(t) = \tilde{P}(t) = N_e Q \tilde{\ell}(t) = \frac{N_e \left(\frac{Q^2}{m}\right) \tilde{E}(t)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega \left(\frac{d}{m}\right)}, \quad (2.38)$$

onde m é a massa relativa a um núcleo atômico estacionário, d é o coeficiente de amortecimento e $\omega_0 = \sqrt{s/m}$, onde s é o coeficiente de tensão. Dividindo ambos os lados da expressão (2.38) por $\tilde{E}(t)$, obtêm-se

$$\frac{\tilde{P}(t)}{\tilde{E}(t)} = \frac{N_e \left(\frac{Q^2}{m}\right)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega \left(\frac{d}{m}\right)}, \quad (2.39)$$

A partir de (2.35), pode-se inferir que

$$\tilde{\varepsilon} \tilde{E}(t) = \varepsilon_0 \tilde{E}(t) + \tilde{P}(t), \quad (2.40)$$

onde $\tilde{\varepsilon}$ é a permissividade do meio (número complexo). Dividindo ambos os lados de (2.40) por $\tilde{E}(t)$ e comparando com (2.39), obtêm-se

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_0 + \frac{\tilde{P}(t)}{\tilde{E}(t)} = \varepsilon_0 + \frac{N_e \left(\frac{Q^2}{m} \right)}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega \left(\frac{d}{m} \right)} = \varepsilon' - j\varepsilon'', \quad (2.41)$$

onde ε' e ε'' são, respectivamente, as partes reais e imaginárias da permissividade elétrica $\tilde{\varepsilon}$. Ainda, dividindo (2.41) por ε_0 , é possível definir a permissividade relativa $\tilde{\varepsilon}_r$, na qual tem-se que

$$\tilde{\varepsilon}_r = \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} = \varepsilon'_r - j\varepsilon''_r = 1 + \frac{\frac{N_e Q^2}{\varepsilon_0 m}}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega \left(\frac{d}{m} \right)}. \quad (2.42)$$

Por comparação, ε'_r e ε''_r podem ser reescritas da seguinte maneira

$$\varepsilon'_r = 1 + \frac{\frac{N_e Q^2}{\varepsilon_0 m} (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\omega \frac{d}{m} \right)^2} \quad (2.43)$$

e

$$\varepsilon''_r = \frac{N_e Q^2}{\varepsilon_0 m} \left[\frac{\omega \frac{d}{m}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\omega \frac{d}{m} \right)^2} \right]. \quad (2.44)$$

Após observar que a permissividade elétrica de um meio é de natureza complexa, dado por (2.41), a lei de Ampère no domínio da frequência pode ser expressa por

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \sigma_{DC} \tilde{\mathbf{E}} + j\omega \tilde{\varepsilon} \tilde{\mathbf{E}} = (\sigma_{DC} + \omega \varepsilon'') \tilde{\mathbf{E}} + j\omega \varepsilon' \tilde{\mathbf{E}}. \quad (2.45)$$

Definindo uma condutividade total, que é dependente da frequência, $\tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_{DC} + \omega \varepsilon''$, a expressão (2.45) pode ser reescrita da seguinte maneira

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\sigma}(\omega) \tilde{\mathbf{E}} + j\omega \varepsilon' \tilde{\mathbf{E}}. \quad (2.46)$$

Em (2.46), $\tilde{\sigma}(\omega)$ representa a condutividade total composta pela soma da condutividade estática (ou de regime estacionário) σ_{DC} e com a parcela que varia em função da frequência, $\omega\varepsilon''$, causada pela oscilação dos dipolos elétricos que tendem a se alinhar com o campo elétrico \vec{E} variante no tempo.

Ainda na expressão (2.46), nota-se que o caráter dispersivo de um meio (dependência de um parâmetro eletromagnético com a frequência) é observado tanto em termos da condutividade elétrica $\tilde{\sigma}(\omega)$ quanto em termos da permissividade elétrica ε' . Contudo, estudos presentes na literatura [18] descrevem que a influência da permissividade no comportamento eletromagnético de um sistema de aterramento é menor do que a condutividade, principalmente quando o solo possui alta condutividade, que é o caso do solo amazônico analisado neste trabalho. Devido a isso, este trabalho considera o efeito dispersivo apenas em termos da condutividade elétrica. Desta forma, reduz-se significativamente o número de cálculos envolvidos na modelagem proposta neste trabalho. Ainda, o custo computacional do programa desenvolvido também é reduzido consideravelmente.

Em alguns trabalhos [44,45], os meios dispersivos são modelados utilizando a susceptibilidade elétrica $\tilde{\chi}_e(\omega)$. A dependência deste parâmetro com a frequência angular ω pode ser inferida a partir de (2.34), na qual tem-se que

$$\tilde{P}(\omega) = \varepsilon_0 \tilde{\chi}_e(\omega) \tilde{E}(\omega). \quad (2.47)$$

2.3.2 Formulação Visacro-Alipio para Solos Dispersivos

Diversos trabalhos [13, 14, 17, 22, 33, 46] utilizam dados experimentais para avaliar a dependência dos parâmetros eletromagnéticos do solo com a frequência. A partir destas análises, são usados diversos métodos de aproximação de curvas por funções para propor uma fórmula que descreva o comportamento desses parâmetros em função da frequência.

A modelagem de meios com condutividade elétrica dependente da frequência para o método numérico proposto neste trabalho utiliza a equação desenvolvida por Visacro *et*

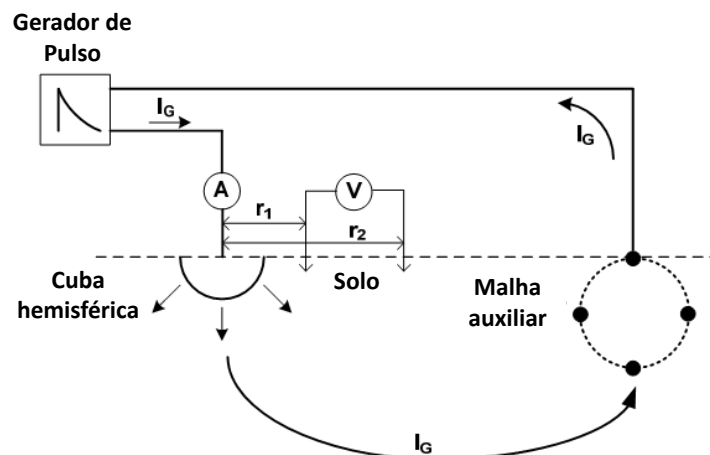
al. em [17] para modelar a variação da resistividade $\tilde{\rho}(f)$ (inverso da condutividade $\tilde{\sigma}(f)$).

Ressalta-se que, em [17], os autores propõem uma expressão para $\tilde{\rho}(f)$ e outra para $\tilde{\varepsilon}(f)$. Contudo, tendo em vista que a influência da condutividade é dominante em relação à permissividade nos solos utilizados neste trabalho, tal como ilustrado pela Fig. 2.4, este tópico apresenta a metodologia empregada focando o desenvolvimento da equação para $\tilde{\rho}(f)$.

Em [17], é aplicada uma metodologia experimental para determinar a dependência da resistividade do solo com a frequência nas condições encontradas em campo. Os autores analisaram 31 tipos de solos com resistividade para baixas frequências ρ_{DC} entre 50 e 9100 $\Omega.m$, nos quais foi analisada a variação desse parâmetro dentro da banda de 10^2 e 4×10^6 Hz. A partir dos dados obtidos nos experimentos realizados, foi proposta uma equação que descreve a dependência da resistividade com a frequência.

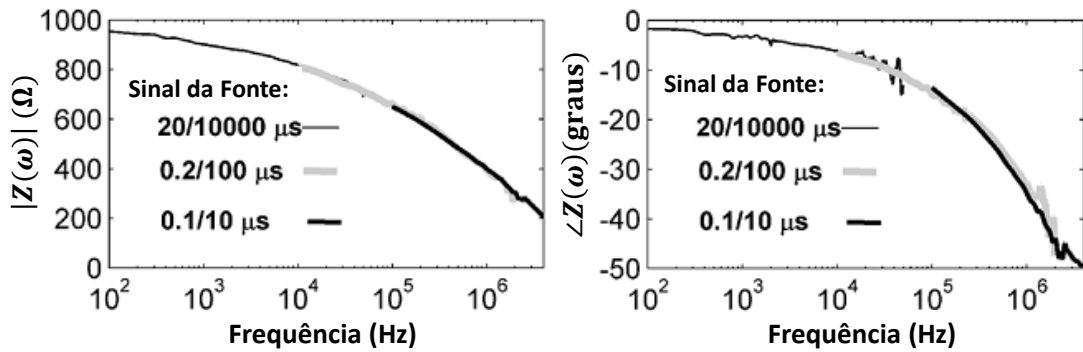
O *setup* experimental implementado em [17] é apresentado na Fig. 2.6. Os sinais utilizados para injetar no sistema de aterramento utilizado foram de 0,1/10, 0,2/100 e 20/10000 μs , onde o primeiro número se refere ao tempo de subida (ou de frente) e o segundo número é o tempo de cauda, ambos em microssegundos.

Figura 2.6: *Setup* experimental implementado por Visacro *et al.* para avaliar a dependência da resistividade com a frequência. Adaptado de [17].



A partir da transformada de Fourier dos sinais de tensão e corrente, foi calculada a impedância de aterramento $Z(\omega) = V(\omega)/I(\omega)$ do sistema. Na Fig. 2.7, apresenta-se o diagrama de impedância obtida a partir do *setup* experimental utilizado em um solo com $\rho_{DC} = 495 \Omega.m$.

Figura 2.7: Diagrama de impedância obtido a partir do *setup* experimental implementado por Visacro *et al.* em um solo com $\rho_{DC} = 495 \Omega.m$. Adaptado de [17].

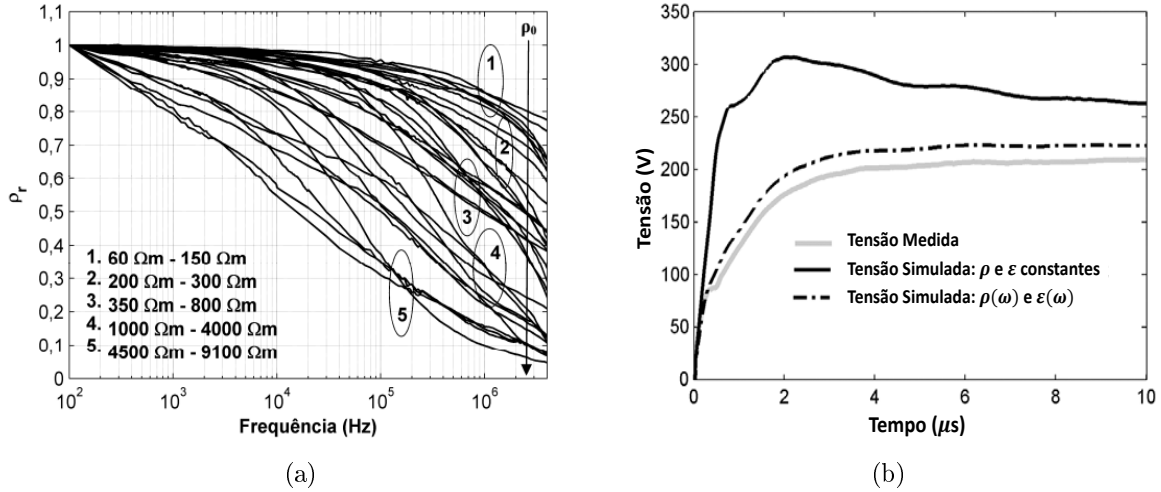


Em [17], o sistema semiesférico foi comparado a um circuito RC paralelo com admitância $G + j\omega C$, obtendo a seguinte expressão

$$G + j\omega C = \frac{1}{\tilde{Z}} = \frac{2\pi \left(\frac{1}{\rho} + j\omega\varepsilon \right)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}. \quad (2.48)$$

A partir de (2.48), é possível analisar o comportamento da resistividade em função da frequência. Na Fig. 2.9(a), observa-se as curvas de $\rho_r(f) = \rho(f)/\rho_{DC}$. Verifica-se uma grande variação da resistividade $\rho_r(f)$ dentro da faixa de frequência analisada. Ainda, observa-se que, quanto maior ρ_{DC} (menor σ_{DC}), maior será a variação de ρ_r com a frequência.

Figura 2.8: (a) Variação de ρ_r ao longo da faixa de 100 Hz a 4 MHz para os solos estudados em [17], (b) Comparação entre o sinal experimental e os sinais obtidos por simulações com parâmetros constantes e parâmetros dependentes da frequência. Adaptado de [17].



Através da análise das curvas apresentadas na Fig. 2.9(a), os autores de [17] propuseram a seguinte expressão que determina a variação de $\tilde{\rho}(f)$ com a frequência:

$$\tilde{\rho}(f) = \rho_{DC} \left\{ 1 + [1,2 \times 10^{-6} \cdot \rho_{DC}^{0,73}] \times [(f - 100)^{0,65}] \right\}^{-1}, \quad (2.49)$$

onde ρ_{DC} é a resistividade ($\Omega.m$) e f é a frequência analisada (Hz). Na Fig. 2.9(b), apresenta-se a comparação do sinal medido com os sinais obtidos numericamente com ρ e ϵ constantes e com os sinais obtidos com $\rho(f)$ (expressão (2.49)) e $\epsilon(f)$ [17]. Observa-se excelente concordância entre os sinais de tensão medido e obtido por simulação utilizando (2.49).

Capítulo 3

Modelagem de Meios com Condutividade Elétrica Dependente da Frequência Através do Método FDTD

3.1 Conteúdo do Capítulo

Neste Capítulo, apresenta-se uma formulação numérica desenvolvida neste trabalho para a modelagem de materiais dispersivos através do método FDTD. Considera-se a condutividade elétrica como uma função da frequência. Ainda, serão abordados o método FDTD tradicional e a aproximação por polinômio de Padé, uma técnica matemática para interpolar funções arbitrárias. Esta técnica de aproximação é utilizada na modelagem de $\tilde{\sigma}(\omega)$, e é a base da formulação matemática que é a principal contribuição deste trabalho.

3.2 Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD)

3.2.1 Aspectos Gerais sobre o Método FDTD

O método FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*) é uma técnica numérica utilizada para solucionar de forma aproximada as equações de Maxwell no domínio do tempo que foi desenvolvida por Kane Yee em 1966 [25].

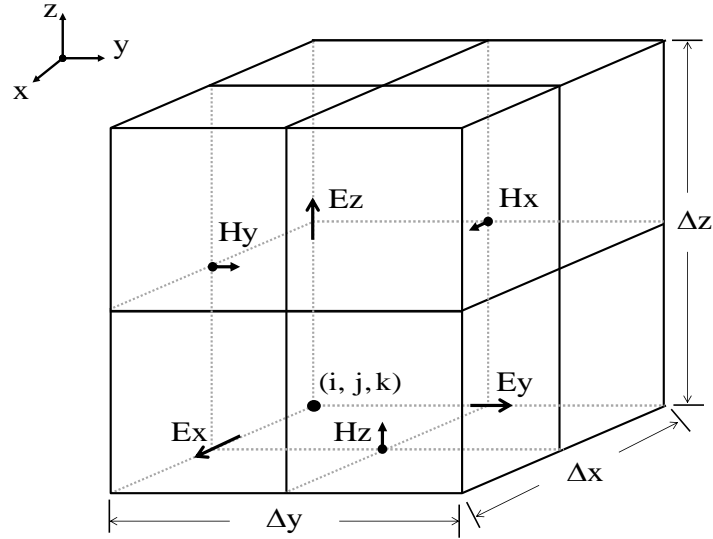
Este método consiste na discretização temporal e espacial (domínio de análise) dos campos elétrico e magnético e utiliza a aproximação de diferenças finitas centradas para representar as derivadas presentes nas equações de Maxwell na forma diferencial. Para representar o domínio de análise, define-se uma malha computacional e sua unidade base é chamada de célula de Yee (Fig. 3.1). Considerando um domínio de análise 3-D, as dimensões das arestas das células são Δ_x , Δ_y e Δ_z e, em diversas situações, as células possuem formato cúbico, ou seja, $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z$. As posições espaciais no domínio computacional são definidas em termos dos índices discretos das células denotados por i , j e k , conforme pode ser observado na Fig. 3.1. A posição física do canto de uma dada célula, usada como referência espacial da mesma (Fig. 3.1), é dada por $x = i\Delta_x$, $y = j\Delta_y$ e $z = k\Delta_z$.

O passo temporal é contabilizado pelo índice n e o incremento temporal é definido por Δ_t de tal forma que o instante físico no qual os campos elétrico e magnético são calculados é dado por $t = n\Delta_t$. O incremento temporal Δ_t é definido pela condição de Courant, que será discutida na Subseção 3.2.3.

Dessa maneira, uma função f que dependa do espaço (x , y e z) e do tempo (t) é representado da seguinte forma discreta

$$f(x, y, z, t) \approx f_d^n(i, j, k). \quad (3.1)$$

Figura 3.1: Representação da célula de Yee.



Conforme está ilustrado na Fig. 3.1, as componentes do campo elétrico são deslocadas em meia aresta de célula em relação às componentes do campo magnético. Esta configuração permite aplicar as leis de Faraday e Ampère nas formas diferencial e integral no espaço discreto. Além disso, há um deslocamento de meio passo temporal entre os campos elétrico e magnético provocado pela aproximação por diferenças finitas das derivadas temporais.

3.2.2 Formulação Matemática do método FDTD 3-D

Expandindo a lei de Faraday em coordenadas retangulares, obtêm-se as seguintes equações escalares

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right), \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right). \quad (3.4)$$

Da mesma, forma para a lei de Ampère, temos

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right), \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right), \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (3.7)$$

Conforme foi discutido anteriormente, aplica-se o conceito de diferenças finitas centradas para aproximar as derivadas. Uma possível aproximação centrada para derivadas por diferenças finitas é definida por

$$\frac{df(\alpha)}{d\alpha} \approx \frac{f(\alpha + \Delta_\alpha) - f(\alpha - \Delta_\alpha)}{2\Delta_\alpha}. \quad (3.8)$$

A expressão (3.8) é aplicada nas equações de (3.2) a (3.7). Tomando como exemplo a derivada temporal $\frac{\partial E(x,y,z,t)}{\partial t}$, a aproximação por derivada centrada é dada por

$$\frac{\partial E(x, y, z, t)}{\partial t} \approx \frac{E_{(i,j,k)}^{n+1} - E_{(i,j,k)}^n}{\Delta_t}. \quad (3.9)$$

Considerando a derivada espacial $\frac{\partial H(x,y,z,t)}{\partial z}$, tem-se que

$$\frac{\partial H(x, y, z, t)}{\partial z} \approx \frac{H_{(i,j,k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_{(i,j,k-\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta_z}. \quad (3.10)$$

Aplicando nas expressões (3.2) a (3.7) os conceitos observados em (3.9) e (3.10), obtêm-se as seguintes equações de atualização

$$H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} = H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta_t}{\mu} \left[\frac{E_{y(i,j+\frac{1}{2},k+1)}^n - E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^n}{\Delta_z} - \frac{E_{z(i,j+1,k+\frac{1}{2})}^n - E_{z(i,j,k+\frac{1}{2})}^n}{\Delta_y} \right], \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
& H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\mu} \left[\frac{E_z^n(i+1,j,k+\frac{1}{2}) - E_z^n(i,j,k+\frac{1}{2})}{\Delta_x} - \frac{E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k+1) - E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k)}{\Delta_z} \right], \quad (3.12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\mu} \left[\frac{E_x^n(i+\frac{1}{2},j+1,k) - E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k)}{\Delta_y} - \frac{E_y^n(i+1,j+\frac{1}{2},k) - E_y^n(i,j+\frac{1}{2},k)}{\Delta_x} \right], \quad (3.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_x^{n+1}(i+\frac{1}{2},j,k) = E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k) \left(\frac{1 - \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}} \right) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \left(1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon} \right)} \left[\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k)}{\Delta_y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})}{\Delta_z} \right], \quad (3.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_y^{n+1}(i,j+\frac{1}{2},k) = E_y^n(i,j+\frac{1}{2},k) \left(\frac{1 - \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}} \right) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \left(1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon} \right)} \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2})}{\Delta_z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)}{\Delta_x} \right], \quad (3.15)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
& E_z^{n+1}(i,j,k+\frac{1}{2}) = E_z^n(i,j,k+\frac{1}{2}) \left(\frac{1 - \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon}} \right) + \\
& + \frac{\Delta_t}{\varepsilon \left(1 + \frac{\sigma\Delta_t}{2\varepsilon} \right)} \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2})}{\Delta_x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}{\Delta_y} \right]. \quad (3.16)
\end{aligned}$$

3.2.3 Critérios de precisão e estabilidade

Os métodos numéricos são definidos a partir de aproximações e, portanto, geram erros numéricos que são acumulativos e precisam ser minimizados. Dessa forma, é necessário satisfazer condições para garantir que o método numérico apresente soluções que venham convergir ao resultado físico. Estes critérios estão relacionados aos incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z e ao incremento temporal Δ_t .

Dentre os erros numéricos, o método FDTD provoca distorções na fase do sinal propagante, fato este causado pela aproximação das derivadas, que gera também distorção na velocidade de propagação da onda. Este fenômeno não físico é denominado dispersão numérica [47].

Para reduzir o efeito deste fenômeno numérico, o incremento espacial deve ser muito menor (no máximo 10 vezes menor) do que o comprimento de onda mínimo do sinal propagante [47]. Dessa forma, o critério para definir o valor dos incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z é dado por

$$\Delta_{x,y,z} \leq \frac{\lambda_{min}}{10} \quad (3.17)$$

onde λ_{min} é o mínimo comprimento de onda associado à frequência máxima f_{max} do sinal de excitação (pulso). A frequência máxima é determinada pela maior frequência do sinal que possui energia significativa. Observe que (3.17) implica no fato de o método FDTD não ser capaz de simular impulsos. Isto requereria que o incremento espacial fosse zero, já que a frequência máxima de um impulso é infinita e $\lambda_{min} = 0$.

A estabilidade numérica é garantida definindo o incremento temporal Δ_t a partir da condição de Courant [47]. Este critério, obtido através do método de Von-Neumann, é expresso por

$$\Delta_t < \frac{1}{v_{max} \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta_z}\right)^2}} \quad (3.18)$$

onde v_{max} é a velocidade máxima de propagação da onda. Normalmente, utiliza-se 99% do limite especificado em (3.18).

No *software* desenvolvido neste trabalho, utiliza-se o modelo do fio fino [28] para representar adequadamente os elementos metálicos cilíndricos com raio menor que a aresta da célula de Yee.

O objetivo deste trabalho é analisar os sistemas de aterramento em ambientes abertos, portanto, seria necessário implementar um domínio computacional infinito. Entretanto, as máquinas possuem limitação de memória e processamento. Dessa forma, é necessário truncar o domínio computacional de tal forma que se possa representar a onda eletromagnética propagando-se para fora do espaço de análise, com mínimo de reflexões. Neste trabalho, a truncagem do domínio computacional é feita utilizando a técnica CPML (*Convolutional Perfectly Matched Layer*) [27].

3.3 Modelagem de Materiais Dispersivos Arbitrários por FDTD Considerando-se $\sigma = \tilde{\sigma}(\omega)$.

3.3.1 Breve Discussão sobre Aproximação de Funções através do Polinômio de Padé

Neste trabalho, realiza-se a aproximação da função matemática que modela a dispersão do solo descrita no Capítulo 2. A aproximação é feita utilizando o polinômio de Padé [26] que será descrito nesta subseção.

A aproximação de Padé é definida pela razão entre dois polinômios para modelar uma função matemática arbitrária. Esta aproximação é baseada na seguinte expressão:

$$f(x) \approx \frac{\sum_i^n a_i x^i}{\sum_j^m b_j x^j}. \quad (3.19)$$

Em sua tese de Doutorado [26], Padé mostra que é necessário definir $b_0 = 1$.

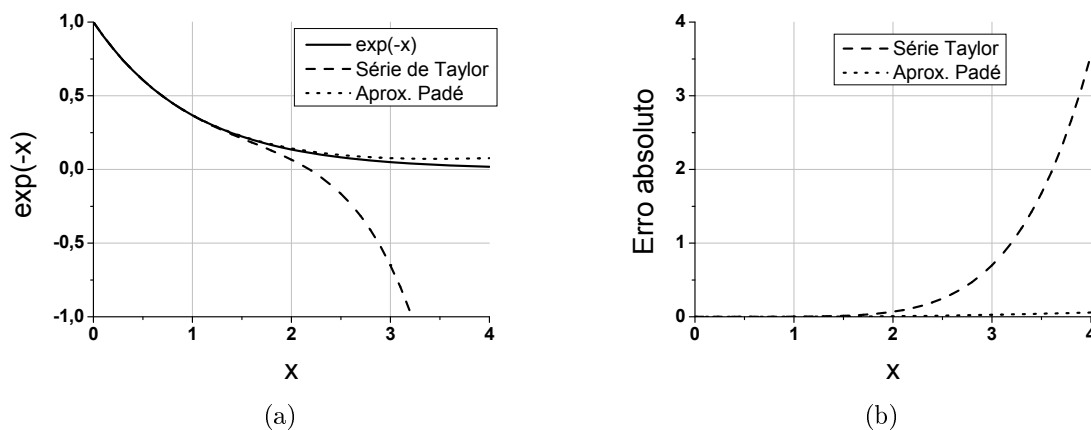
O método de aproximação de Padé permite uma representação alternativa para funções complicadas normalmente com menos termos que a série de Taylor. A razão de dois polinômios aumenta o grau de liberdade da aproximação de Padé. Com isso, observa-se também que a faixa de convergência do polinômio de Padé é muito mais larga do que a faixa de convergência da série de Taylor com vários termos. Na Fig. 3.2, apresenta-se um gráfico ilustrativo, comparando a aproximação de uma função exponencial $f(x) = e^{-x}$ utilizando a série de Taylor e o polinômio de Padé. Nesta figura, apresenta-se uma aproximação pela série de Taylor utilizando seis termos, sendo definida por

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^5 \frac{f^{(k)}(0)}{k!} x^k = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{5!}. \quad (3.20)$$

O polinômio de Padé utilizado nesta comparação é definido por uma razão entre dois polinômios de 2º grau e sua função matemática é dada por

$$f(x) \approx \frac{1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}x^2}{1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}x^2}. \quad (3.21)$$

Figura 3.2: Gráfico comparando a aproximação da função e^{-x} por Série de Taylor e por polinômio de Padé. a) Comparação entre as duas aproximações e a função original, b) Gráfico do erro absoluto.



Observando os gráficos na Fig. 3.2, verifica-se que o polinômio de Padé consegue

representar melhor a função $f(x) = e^{-x}$ utilizando uma razão de polinômios com menos termos. Ainda, a partir da Fig. 3.3(b), nota-se que o erro absoluto da aproximação pela série de Taylor cresce rapidamente enquanto que o erro absoluto da aproximação feita através do polinômio de Padé é praticamente zero em quase toda faixa considerada.

Neste trabalho, utiliza-se a aproximação de Padé para representar a função matemática (2.49) que modela o comportamento da condutividade do solo como um meio dispersivo. Além da maior faixa de convergência, o formato do polinômio de Padé é mais adequado para incluir o modelo para meios dispersivos no conjunto de equações do método FDTD, conforme será discutido a seguir. Ressalta-se que é aplicada a técnica de mínimos quadrados para estimar o grupo de coeficientes da expressão de Padé para o problema aqui modelado.

3.3.2 Modelagem de Materiais Dispersivos Arbitrários Aplicada ao Método FDTD

Para os meios dispersivos, têm-se as seguintes relações constitutivas:

$$\vec{D}(t) = \varepsilon \vec{E}(t), \quad (3.22)$$

$$\vec{J}(t) = \sigma(t) * \vec{E}(t) = \int_0^t \vec{E}(t - \tau) \sigma(\tau) d\tau \quad (3.23)$$

e

$$\vec{B}(t) = \mu \vec{H}(t). \quad (3.24)$$

Neste trabalho, o comportamento dispersivo do meio será provocado pela variação da condutividade elétrica com a frequência angular, ou seja, $\sigma = \tilde{\sigma}(\omega)$. Portanto, a lei de Ampère modificada considerando o meio dispersivo (já que $\vec{J}(t) = \sigma(t) * \vec{E}(t) =$

$\int_0^t \vec{E}(t - \tau)\sigma(\tau) d\tau$ é definida por

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \left(\int_0^t \vec{E}(t - \tau)\sigma(\tau) d\tau \right) = \nabla \times \vec{H}. \quad (3.25)$$

A lei de Faraday permanece inalterada, conforme pode ser visto a seguir:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E}. \quad (3.26)$$

Conforme foi dito anteriormente, expressão (2.49) descreve a variação da condutividade elétrica com a frequência [17], representando o comportamento de um solo dispersivo. Para modelar este comportamento no método FDTD, neste trabalho utilizou-se uma aproximação complexa por polinômio de Padé para $\tilde{\sigma}(\omega)$, dada por

$$\tilde{\sigma}(\omega) \approx \frac{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + \dots + a_n(j\omega)^n}{1 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + \dots + a_m(j\omega)^m}. \quad (3.27)$$

Sabendo que $f = \frac{\omega}{2\pi}$, a expressão (2.49) proposta por Visacro *et al.* [17] é reescrita da seguinte forma

$$\tilde{\rho}(\omega) = \rho_{DC} \left\{ 1 + [1,2 \times 10^{-6} \cdot \rho_{DC}^{0,73}] \times \left[\left(\frac{\omega}{2\pi} - 100 \right)^{0,65} \right] \right\}^{-1}, \quad (3.28)$$

onde,

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \tilde{\rho}(\omega)^{-1}, \quad (3.29)$$

a partir da qual realiza-se a interpolação da função $\tilde{\sigma}(\omega)$ pela aproximação por polinômio de Padé com $n = m = 2$, obtendo

$$\tilde{\sigma}(\omega) \approx \frac{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2}{1 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2} \quad (3.30)$$

As constantes a_0 , a_1 , a_2 , b_1 e b_2 podem ser obtidas resolvendo-se um sistema de equações lineares. Ressalta-se que este conjunto de constantes é função da frequência e do valor de $\sigma_{DC} = 1/\rho_{DC}$. Neste trabalho utilizou-se a técnica de interpolação por mínimos quadrados [48] para solucionar o sistema de linear e encontrar os coeficientes do polinômio de Padé.

Utilizando a lei de Ohm no domínio da frequência, tem-se

$$\tilde{J}_y(\omega) = \tilde{\sigma}(\omega)\tilde{E}_y(\omega) \approx \frac{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2}{1 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2}\tilde{E}_y(\omega), \quad (3.31)$$

ou seja,

$$(1 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2) \tilde{J}_y(\omega) = (a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2) \tilde{E}_y(\omega) \quad (3.32)$$

Ressalta-se que o polinômio de Padé foi definido em termos de $j\omega$ propositalmente para que a manipulação da transformada inversa de Fourier seja menos complicada. Aplicando a transformada inversa de Fourier em (3.32), obtêm-se a seguinte expressão no domínio do tempo:

$$J_y(t) + b_1 J'_y(t) + b_2 J''_y(t) = a_0 E_y(t) + a_1 E'_y(t) + a_2 E''_y(t). \quad (3.33)$$

Reescrevendo na forma de diferenças finitas, (3.33) se torna

$$\begin{aligned} J_y^n + b_1 \frac{J_y^{n+1} - J_y^{n-1}}{2\Delta t} + b_2 \frac{J_y^{n+1} - 2J_y^n + J_y^{n-1}}{\Delta t^2} = \\ = a_0 E_y^n + a_1 \frac{E_y^{n+1} - E_y^{n-1}}{2\Delta t} + a_2 \frac{E_y^{n+1} - 2E_y^n + E_y^{n-1}}{\Delta t^2}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Analisando as equações de Maxwell, tem-se que

$$\frac{\partial D_y}{\partial t} + J_y \approx \varepsilon \left(\frac{E_y^{n+1} - E_y^n}{\Delta t} \right) + \left(J_y^{n+\frac{1}{2}} \right) = \left(\nabla \times \vec{H} \right)_y^{n+\frac{1}{2}}. \quad (3.35)$$

Observa-se que J_y deve ser avaliado no instante físico-computacional $n + 1/2$. Então,

$$\begin{aligned} J_y^{n-\frac{1}{2}} + b_1 \frac{J_y^{n+\frac{1}{2}} - J_y^{n-\frac{3}{2}}}{2\Delta t} + b_2 \frac{J_y^{n+\frac{1}{2}} - 2J_y^{n-\frac{1}{2}} + J_y^{n-\frac{3}{2}}}{\Delta t^2} = \\ = a_0 E_y^{n-\frac{1}{2}} + a_1 \frac{E_y^{n+\frac{1}{2}} - E_y^{n-\frac{3}{2}}}{2\Delta t} + a_2 \frac{E_y^{n+\frac{1}{2}} - 2E_y^{n-\frac{1}{2}} + E_y^{n-\frac{3}{2}}}{\Delta t^2}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Colocando os termos J_y avaliados no mesmo instante em evidência, tem-se

$$\begin{aligned} \left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) J_y^{n+\frac{1}{2}} = \left(2 \frac{b_2}{\Delta t^2} - 1 \right) J_y^{n-\frac{1}{2}} + \left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) J_y^{n-\frac{3}{2}} + \\ + a_0 E_y^{n-\frac{1}{2}} + a_1 \frac{E_y^{n+\frac{1}{2}} - E_y^{n-\frac{3}{2}}}{2\Delta t} + a_2 \frac{E_y^{n+\frac{1}{2}} - 2E_y^{n-\frac{1}{2}} + E_y^{n-\frac{3}{2}}}{\Delta t^2}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Ou seja,

$$\begin{aligned} J_y^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2 \frac{b_2}{\Delta t^2} - 1 \right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{3}{2}} + \\ + \frac{a_0}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} E_y^{n-\frac{1}{2}} + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} \frac{E_y^{n+\frac{1}{2}} - E_y^{n-\frac{3}{2}}}{2\Delta t} + \\ + \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} \frac{E_y^{n+\frac{1}{2}} - 2E_y^{n-\frac{1}{2}} + E_y^{n-\frac{3}{2}}}{\Delta t^2}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Aplicando as médias temporais para os termos E_y , obtêm-se

$$\begin{aligned} J_y^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\left(2 \frac{b_2}{\Delta t^2} - 1 \right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{3}{2}} + \\ + \frac{a_0}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} \left(\frac{E_y^n + E_y^{n-1}}{2} \right) + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} \frac{\left(\frac{E_y^{n+1} + E_y^n}{2} \right) - \left(\frac{E_y^{n-1} + E_y^{n-2}}{2} \right)}{2\Delta t} + \\ + \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} \frac{\left(\frac{E_y^{n+1} + E_y^n}{2} \right) - 2 \left(\frac{E_y^n + E_y^{n-1}}{2} \right) + \left(\frac{E_y^{n-1} + E_y^{n-2}}{2} \right)}{\Delta t^2}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
J_y^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{\left(2\frac{b_2}{\Delta t^2} - 1\right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} J_y^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} J_y^{n-\frac{3}{2}} + \\
&+ \frac{a_0}{2\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} \left(E_y^n + E_y^{n-1}\right) + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} \frac{\left(E_y^{n+1} + E_y^n\right) - \left(E_y^{n-1} + E_y^{n-2}\right)}{4\Delta t} + \quad (3.40) \\
&+ \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} \frac{\left(E_y^{n+1} + E_y^n\right) - 2\left(E_y^n + E_y^{n-1}\right) + \left(E_y^{n-1} + E_y^{n-2}\right)}{2\Delta t^2}.
\end{aligned}$$

Colocando o termo E_y em evidência (para cada instante de tempo), tem-se

$$\begin{aligned}
J_y^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{\left(2\frac{b_2}{\Delta t^2} - 1\right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} J_y^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} J_y^{n-\frac{3}{2}} + \\
&+ \left(\frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t} + \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2}\right) E_y^{n+1} + \\
&+ \left(\frac{a_0}{2\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2}\right) E_y^n + \quad (3.41) \\
&+ \left(\frac{a_0}{2\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2}\right) E_y^{n-1} + \\
&+ \left(\frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t}\right) E_y^{n-2}.
\end{aligned}$$

Substituindo (3.41) em (3.35), obtêm-se

$$\begin{aligned}
\varepsilon \left(\frac{E_y^{n+1} - E_y^n}{\Delta t} \right) + \left(J_y^{n+\frac{1}{2}} \right) &= \left(\nabla \times \vec{H} \right)_y = \\
&\left(\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} + \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} \right) E_y^{n+1} + \\
&\left(-\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{a_0}{2 \left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} \right) E_y^n + \\
&\left(\frac{a_0}{2 \left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} \right) E_y^{n-1} + \\
&+ \left(\frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} \right) E_y^{n-2} + \frac{(2\frac{b_2}{\Delta t^2} - 1)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{3}{2}}.
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Para efeito de simplificação de (3.42) e aumento da eficiência computacional, define-se a seguinte equação auxiliar:

$$\Psi_0 = \left(\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} + \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} \right). \tag{3.43}$$

Por fim, a equação de atualização para E_y^{n+1} é dada por

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1} &= \frac{\left(\nabla \times \vec{H} \right)_y}{\Psi_0} - \frac{1}{\Psi_0} \left(\frac{a_0}{2 \left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} - \frac{\varepsilon}{\Delta t} \right) E_y^n + \\
&- \frac{1}{\Psi_0} \left(\frac{a_0}{2 \left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} \right) E_y^{n-1} + \\
&- \frac{1}{\Psi_0} \left(\frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 2\Delta t^2} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right) 4\Delta t} \right) E_y^{n-2} - \frac{1}{\Psi_0} \frac{(2\frac{b_2}{\Delta t^2} - 1)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{1}{2}} + \\
&- \frac{1}{\Psi_0} \frac{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2} \right)} J_y^{n-\frac{3}{2}}.
\end{aligned} \tag{3.44}$$

onde $J_y^{n-\frac{1}{2}}$ (calculado antes de E_y^{n+1}) é dado por

$$\begin{aligned}
J_y^{n-\frac{1}{2}} &= \frac{\left(2\frac{b_2}{\Delta t^2} - 1\right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} J_y^{n-\frac{3}{2}} + \frac{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} - \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} J_y^{n-\frac{5}{2}} + \\
&+ \left(\frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t} + \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2} \right) E_y^n + \\
&+ \left(\frac{a_0}{2\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} + \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2} \right) E_y^{n-1} + \quad (3.45) \\
&+ \left(\frac{a_0}{2\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right)} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t} - \frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2} \right) E_y^{n-2} + \\
&+ \left(\frac{a_2}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 2\Delta t^2} - \frac{a_1}{\left(\frac{b_1}{2\Delta t} + \frac{b_2}{\Delta t^2}\right) 4\Delta t} \right) E_y^{n-3}.
\end{aligned}$$

A mesma ideia é aplicada para encontrar as equações de atualização para as demais componentes do campo elétrico. As equações de atualização para o campo magnético definidas por (3.11) a (3.13) não são modificadas.

É importante notar que a implementação de (3.44) e (3.45) requer o uso de variáveis de alta precisão numérica, caso contrário a divergência do método proposto é observada. Para resolver tal questão, foi utilizada neste trabalho a biblioteca GNU MPFR (*Multiple-Precision Floating-point computations with correct Rounding*) [49].

Capítulo 4

Considerações Sobre os Experimentos

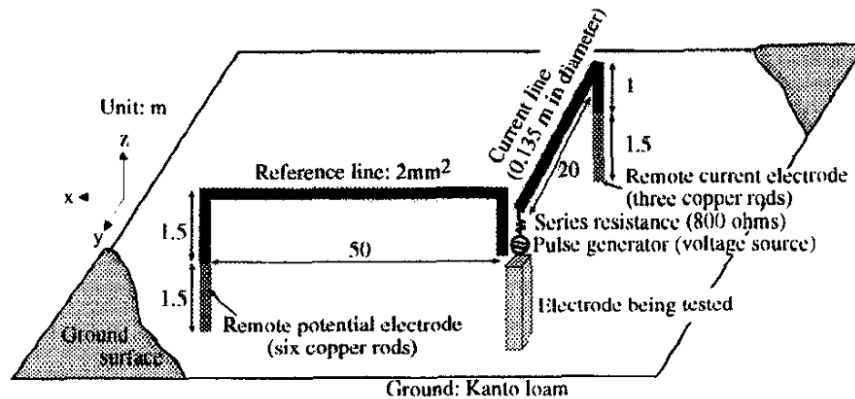
4.1 Conteúdo do Capítulo

A metodologia de medição empregada e o setup experimental foram baseados no trabalho de Tanabe [4]. Portanto, inicialmente será feita uma breve apresentação da metodologia proposta por ele. Em seguida, são apresentados os equipamentos utilizados nos experimentos em campo. Além disso, são feitas algumas considerações sobre os equipamentos para minimizar interferências, ruídos e outros fatores que prejudiquem a concordância dos resultados experimentais com os obtidos nas simulações numéricas. As precauções discutidas aqui são baseadas em [50].

4.2 *Setup* experimental

Em seu trabalho, Tanabe [4] propõe uma metodologia para analisar o comportamento transitório de sistemas de aterramento comparando resultados experimentais e simulados através do método FDTD, para pulsos de descargas atmosféricas. Na Fig. 4.1, apresenta-se a configuração experimental proposta em [4] composta por um gerador de surto de tensão, resistência na saída do gerador (ponte resistiva), circuito de corrente e circuito de tensão.

Figura 4.1: Configuração experimental proposta por Tanabe. Adaptado de [4].



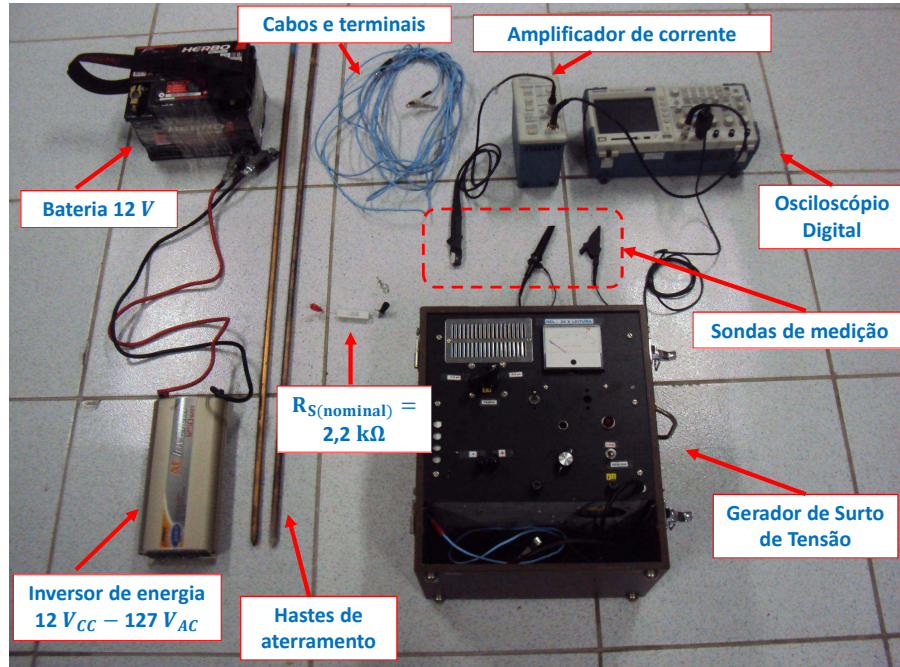
O circuito de corrente é utilizado de forma a definir o ponto de referência do gerador de surto, de tal maneira que o circuito de corrente é fechado pela terra entre o eletrodo de injeção e o eletrodo de referência do circuito de corrente. O circuito de tensão tem um de seus extremos (terminais) posicionado a uma pequena distância da haste de injeção de corrente, formando um "gap", com o objetivo de avaliar o sinal transitório de tensão do sistema de aterramento. O outro extremo do circuito de tensão é o eletrodo remoto de tensão. Os eletrodos de referência dos circuitos de corrente e tensão devem estar suficientemente distantes do ponto de injeção de tal forma que $\vec{E} \approx 0$.

A corrente injetada $i(t)$ é medida (ou calculada) na haste de injeção em um ponto próximo à superfície do solo. A tensão induzida $v(t)$ é medida (ou calculada) no gap entre a haste de injeção e o extremo mais próximo do cabo do circuito de tensão. A partir destes parâmetros, é possível calcular a TGR e a resistência de aterramento R para complementar a análise do comportamento transitório dos sistemas de aterramento.

4.3 Equipamentos Utilizados e Considerações

Os equipamentos necessários para implementar o *setup* experimental empregado neste trabalho são: hastes de aterramento, cabos elétricos, resistor, osciloscópio com sondas de medição de corrente e tensão, inversor de energia, bateria e gerador de surto de tensão. Na Fig. 4.2, apresenta-se uma imagem dos equipamentos utilizados neste trabalho.

Figura 4.2: Equipamentos utilizados nos experimentos em campo.



4.3.1 Sobre o Gerador de Surto de Tensão

No desenvolvimento deste trabalho, foi utilizado um gerador de surto (Figs. 4.2 e 4.3), desenvolvido em [51], o qual atende às normas IEC 60060-1 [52] e *IEEE Standard Techniques for High-Voltage Testing* [53] para testes com pulsos de alta tensão que reproduzam as formas de onda das descargas atmosféricas. Para representar as descargas subsequentes, as normas [52] e [53] determinam que os tempos de subida e de cauda da tensão com os terminais em circuito aberto devem ser iguais a $0,8 \mu\text{s}$ e $50 \mu\text{s}$, respectivamente. Esta situação é mais crítica do ponto de vista da performance de transferência de corrente para a terra devido ao pequeno tempo de subida do pulso.

Além disso, nesta situação o pulso atmosférico possui energia significativa nas frequências mais altas (de 1 KHz a aproximadamente 2 MHz). Esta observação justifica a contribuição principal deste trabalho, pois, nessa banda de frequência o comportamento dispersivo do solo torna-se evidente (conforme foi visto na Seção 2.3) e deve ser considerado na análise dos sistemas de aterramento.

Figura 4.3: Painel frontal do gerador de surto utilizado nos experimentos.



A forma de onda do gerador de surto foi modelada matematicamente através da expressão

$$p(t) = A_1 e^{-\left(\frac{t-t_{o1}}{\tau_1}\right)^2} + A_2 e^{-\left(\frac{t-t_{o2}}{\tau_2}\right)^2} + A_3 e^{-\left(\frac{t-t_{o3}}{\tau_3}\right)^2} + A_4 e^{-\left(\frac{t-t_{o4}}{\tau_4}\right)^2} + A_5 e^{-\left(\frac{t-t_{o5}}{\tau_5}\right)^2} + B(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}) + K, \quad (4.1)$$

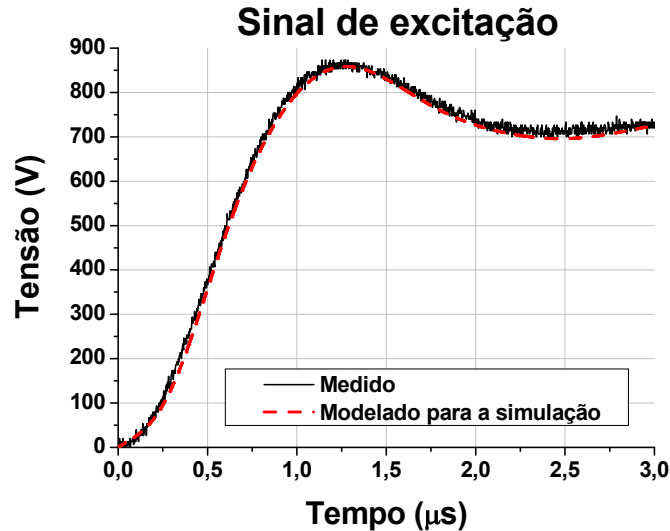
onde, $B = 6,338 \times 10^2$ V, $\alpha_1 = 1,5 \times 10^4$ s⁻¹, $\alpha_2 = 1,2 \times 10^6$ s⁻¹, $K = -1,16 \times 10^2$ V. Os parâmetros A_β , $t_{o\beta}$ e τ_β são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros A_β , $t_{o\beta}$ e τ_β de (4.1)

Parâmetros	Índice β				
	1	2	3	4	5
A_β (V)	$-2,112 \times 10^2$	$2,535 \times 10^2$	$2,535 \times 10^1$	$-1,479 \times 10^1$	$3,803 \times 10^1$
$t_{o\beta}$ (s)	$0,25 \times 10^{-6}$	$1,14 \times 10^{-6}$	$1,78 \times 10^{-6}$	$2,5 \times 10^{-6}$	$3,45 \times 10^{-6}$
τ_β (s)	$0,17 \times 10^{-6}$	$0,3 \times 10^{-6}$	$0,4 \times 10^{-6}$	$0,2 \times 10^{-6}$	$0,3 \times 10^{-6}$

Na Fig. 4.4, apresenta-se a comparação entre o sinal medido do gerador de surto utilizado nos testes experimentais e o sinal de excitação modelado nas simulações numéricas. Observa-se uma boa concordância entre estes dois sinais.

Figura 4.4: Sinal do gerador medido e o sinal modelado matematicamente para as simulações numéricas.



4.3.2 Sobre a Ponte Resistiva Conectada à Saída do Gerador

Como o gerador de surto possui baixa resistência interna, é necessário utilizar uma ponte resistiva entre o gerador e o sistema de aterramento sob teste, de forma que a amplitude e a forma do pulso de tensão injetado sejam preservados, independente da carga que é conectada ao gerador. Para isto, o valor da resistência R_S da ponte resistiva deve ser muito maior do que o módulo da impedância do conjunto formado por solo e sistema de aterramento. Neste trabalho, utilizou-se um resistor (ponte resistiva) com valor nominal de $R_{S(nominal)} = 2,2 \text{ k}\Omega$, que é muito maior do que a maior resistência interna do gerador ($\approx 33\Omega$) e do que a resistência de aterramento observada nos experimentos em campo ($\approx 44 \Omega$). Com este procedimento, a forma de onda do sinal injetado experimentalmente no solo é preservada.

Ainda, investigando a razão entre a tensão entre os terminais do resistor $v_R(t)$ e a corrente $i(t)$ que flui através dele e observando o valor de regime (valor quase DC da curva), notou-se que, nos experimentos, esta relação muda durante o tempo de aplicação do pulso, de forma que desvios significativos em relação ao valor nominal são observados. Devido a este fato, nas simulações numéricas utilizou-se um valor efetivo para a resistência

da ponte, ao qual denominou-se resistência efetiva $R_{S(efetiva)}$. Em um dos testes experimentais, foi verificada uma resistência efetiva de $R_{S(efetiva)} \approx 2,054 \text{ k}\Omega$, ou seja, o desvio percentual observado foi de aproximadamente 6,6 %, conforme será visto no Capítulo 5. O fato de $R_{S(efetiva)}$ apresentar uma diferença considerável de $R_{S(nominal)}$ é atribuído ao comportamento não linear do componente quando submetido ao pulso transitório aplicado. A avaliação da resistência efetiva $R_{S(efetiva)}$ é um fator determinante para haver concordância entre experimentos e simulações.

4.3.3 Sobre o Osciloscópio

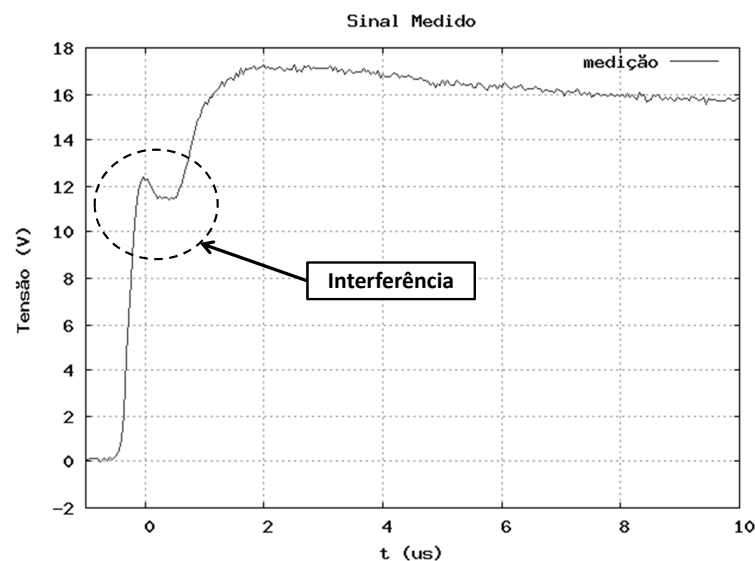
Neste trabalho, utilizou-se o osciloscópio digital Tektronix TPS 2024B (largura de banda de 200 MHz e taxa de amostragem de 2 GS/s), o qual possui quatro canais eletricamente isolados entre si, ou seja, o ponto de referência de cada canal é independente dos outros. Com isso, o acoplamento condutivo entre as referências dos canais foi eliminado e permitiu o uso de mais de um canal simultaneamente nas medições realizadas. Vale ressaltar que o uso de mais de um canal concomitantemente elimina a possibilidade de erro na medição da defasagem entre os sinais $v(t)$ e $i(t)$ obtidos nos experimentos em campo, elevando a confiabilidade das medições. Esta defasagem entre $v(t)$ e $i(t)$ ocorre devido a natureza complexa da impedância do sistema de aterramento e o solo.

Nos testes experimentais, as sondas de medições utilizadas foram: sonda para altas tensões (modelo Tektronix P5001A, $1000 V_{RMS}$, $2500 V_p$), para medir o pulso de tensão do gerador e a tensão nos terminais da ponte resistiva; sonda para baixas tensões (modelo Tektronix TPP0201, $300 V_{RMS}$), para medir a tensão induzida; e sonda do tipo alicata para medição da corrente injetada (modelo Tektronix TCP312A, $30 A_{DC}$, $50 A_p$). Além disso, foi utilizado um amplificador de corrente (modelo Tektronix TCPA300).

4.3.4 Sobre a Alimentação dos Equipamentos

Para eliminar os ruídos provenientes da rede elétrica, foi necessário utilizar uma bateria automotiva em conjunto com um inversor de energia (1250 W, 12 V_{DC} – 110 V_{AC}) para alimentar o gerador de surto. O osciloscópio, por sua vez, deve possuir uma alimentação independente da rede elétrica e, também, do gerador de surto. O osciloscópio utilizado neste trabalho possui uma bateria interna e elimina a possibilidade de contaminação das medições provocada pela rede elétrica e pelo gerador de surto através da alimentação. Na Fig. 4.5, pode-se observar, para efeito de ilustração, um sinal de tensão contaminado pelo ruído proveniente da rede elétrica, quando o osciloscópio é alimentado diretamente na rede.

Figura 4.5: Sinal obtido ao conectar os equipamentos à rede elétrica.



Os pontos discutidos neste capítulo são de importância fundamental para que os sinais medidos e obtidos pelas simulações numéricas apresentassem uma boa concordância. Um cuidado adicional deve ser tomado: o gerador de surto deve ser posicionado a pelo menos um metro e meio (1,5 m) do osciloscópio. Caso contrário, as correntes que fluem nos circuitos do gerador de surto induzirão sinais no osciloscópio, contaminando o registro dos sinais transitórios (especialmente a tensão induzida).

Capítulo 5

Validação da Modelagem do Solo

Dispersivo Aplicada ao Método FDTD

5.1 Conteúdo do Capítulo

Neste capítulo, são apresentadas as análises de cinco experimentos realizados em campo para validar a modelagem do solo dispersivo proposta no Capítulo 3. O primeiro teste experimental foi realizado no dia 27 de fevereiro de 2015. Nesta ocasião, fez-se a análise da resposta transitória do sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente. No dia 17 de junho de 2015, foram feitos os experimentos em campo do sistema de aterramento composto por uma haste verticalmente enterrada e o sistema composto por uma haste horizontalmente enterrada. No dia 27 de agosto de 2015, realizaram-se os testes experimentais para o aterramento elétrico com uma haste vertical e o aterramento com duas hastas verticais e eletricamente conectadas. Ressalta-se que, em todos testes experimentais, foram obtidas três amostras dos sinais de tensão e corrente. Desta forma, foi possível calcular os respectivos sinais médios. Este procedimento minimiza, estatisticamente, os ruídos nos sinais medidos. Conforme dito anteriormente, os experimentos foram realizados com base na metodologia desenvolvida por Tanabe [4].

Todos experimentos foram reproduzidos no *software* SAGS [54] que utiliza o método FDTD [25] para resolver numericamente as equações de Maxwell no domínio computacional 3-D. Ainda, é feita a truncagem do domínio computacional através da técnica CPML [27]. Desta forma, pode-se representar as ondas eletromagnéticas propagando para fora do espaço de análise. O SAGS foi validado em diversos trabalhos nos quais o meio analisado não era considerado dispersivo (σ , ε e μ constantes) [10,34,35]. Neste trabalho, este *software* foi modificado para incluir a modelagem de solos dispersivos apresentada no Capítulo 3. Comparou-se os sinais medidos e os sinais obtidos pelas simulações numéricas com solo sem dispersão (modelagem tradicional [25]) e com solo dispersivo (modelagem proposta neste trabalho). Observou-se que os sinais obtidos numericamente considerando a modelagem do solo dispersivo apresentam maior concordância com os sinais medidos em campo.

5.2 Local da Realização dos Experimentos em Campo

Neste trabalho, os experimentos foram realizados em uma área arborizada e isolada de aproximadamente 30 m \times 20 m, localizada no Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte no bairro de Miramar em Belém/PA. Na Fig. 5.1, é apresentada a vista aérea do local onde foram realizados os experimentos em campo. A área onde foram realizados os experimentos está destacada com um retângulo vermelho.

Figura 5.1: Vista aérea do Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte. Destaque na área onde foram realizados os experimentos em campo.



No ambiente em que foram implementados os experimentos, o nível máximo do ruído medido foi de apenas 100 mV, contribuindo para que os sinais medidos durante os experimentos apresentassem excelente concordância com os sinais simulados.

5.3 Análise Transitória do Problema 1: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Vertical

No dia 27 de fevereiro de 2015, entre 8h00 e 12h00, foi realizado o experimento para o sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente.

5.3.1 Experimento em campo

O *setup* experimental implementado para analisar o comportamento eletromagnético do sistema de aterramento composto por uma haste enterrada verticalmente é apresentado na Fig. 5.2. A haste de injeção e os eletrodos de referência dos circuitos de tensão e corrente têm 1,20 m de comprimento, 7,9 mm de raio e foram enterrados 0,90 m verticalmente. O comprimento do cabo elétrico usado no circuito de tensão é 22 m e o cabo empregado no circuito de corrente possui 10 m de comprimento (ambos têm 1,25 mm de raio e foram posicionados 10 cm acima da superfície do solo). Os pontos de medição da tensão induzida $v(t)$ e corrente injetada $i(t)$ estão destacados nas Figs. 5.2 e 5.3.

Na Fig. 5.3, são apresentadas duas imagens para ilustrar o *setup* empregado no experimento em campo. Observe as sondas de medição de tensão e corrente (Fig. 5.4(a)) e os circuitos de tensão e corrente (Fig. 5.4(b)).

Figura 5.2: Representação esquemática do *setup* experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.

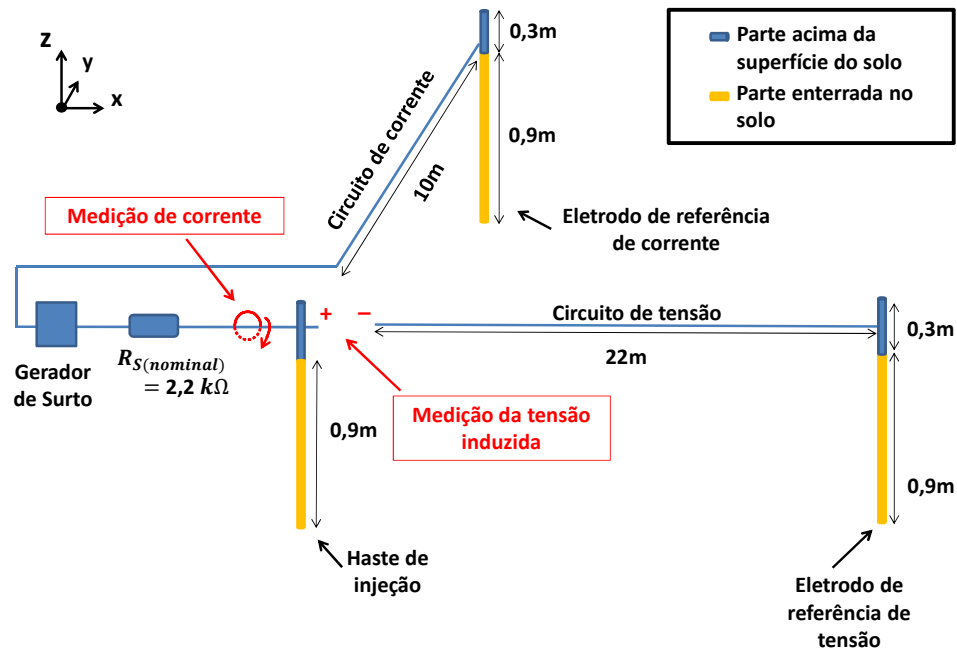
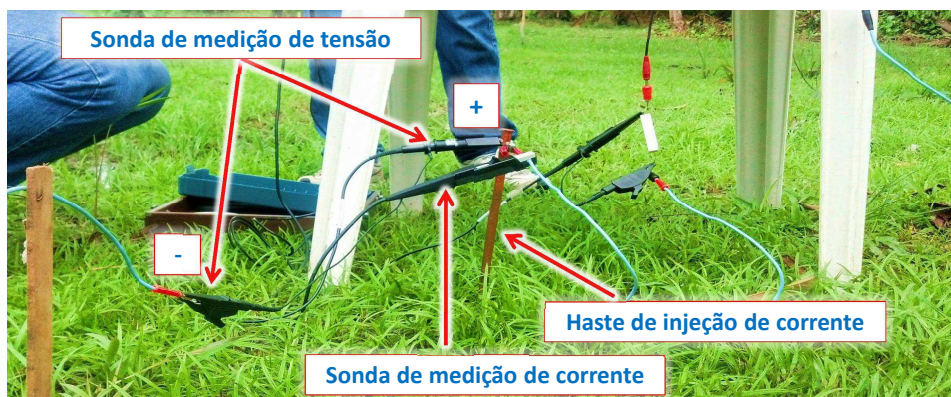


Figura 5.3: Imagens do experimento realizado em campo. (a) Destaque nos pontos de medição e haste de injeção de corrente, (b) Destaque nos circuitos de tensão e corrente.



(a)

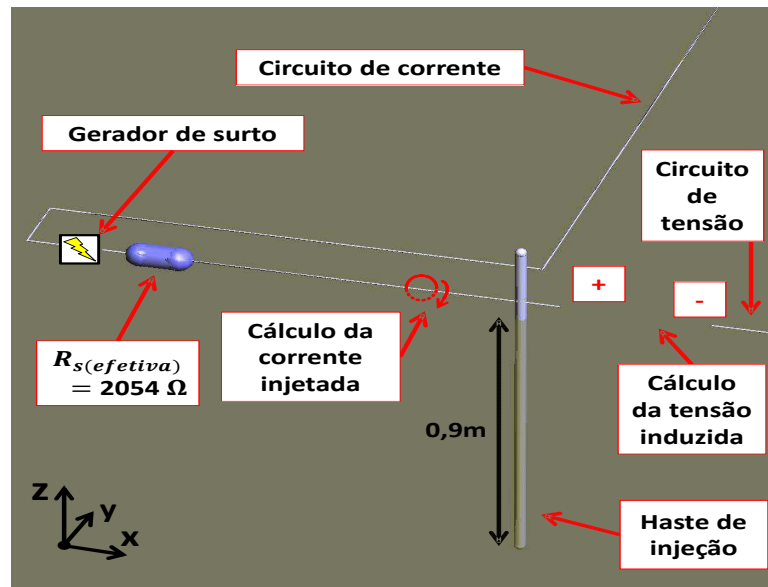


(b)

5.3.2 Simulação numérica

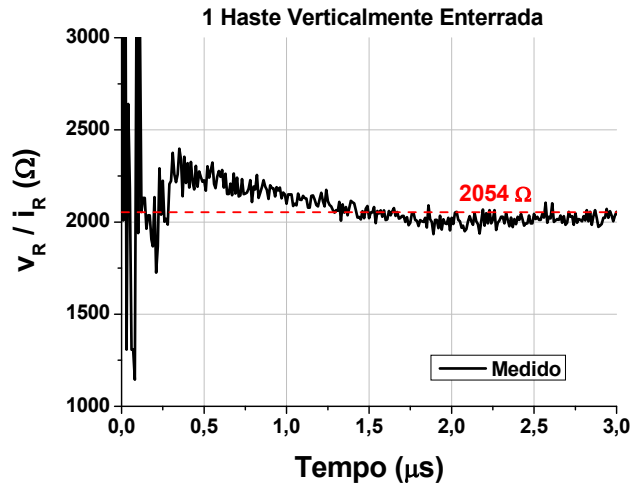
Na Fig. 5.4, é ilustrada a representação do sistema de aterramento de uma haste vertical no ambiente do *software* SAGS. O domínio computacional para representar este experimento foi de $300 \times 160 \times 60$ células cúbicas de Yee com arestas $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,10$ m. Os incrementos espaciais Δ_x , Δ_y e Δ_z e o incremento temporal Δ_t foram calculados de tal forma que atendam os critérios discutidos na Seção 3.2.

Figura 5.4: Representação no ambiente do *software* SAGS do *setup* experimental do sistema de aterramento composto por um única haste verticalmente enterrada.



Conforme foi discutido na Subseção 4.3.2, para incluir a resistência de saída nas simulações, deve-se avaliar a resistência de saída efetiva $R_{S(efetiva)}$ observada *in loco*, ou seja, no momento da medição. Este parâmetro é obtido a partir do valor DC da razão entre a tensão medida nos terminais do resistor $v_R(t)$ e a corrente $i_R(t)$ que flui através dele. Na Fig. 5.5, apresenta-se a forma de onda obtida pela relação $v_R(t)/i_R(t)$. Observa-se que a curva tende para um valor constante $R_{S(efetiva)} \approx 2054 \Omega$, apresentando um diferença de aproximadamente 6,6 % do valor nominal $R_{S(nominal)}$ de 2200Ω .

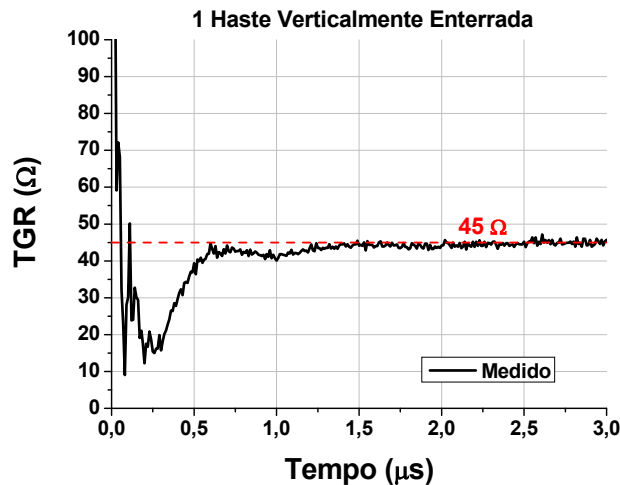
Figura 5.5: Curva obtida no experimento a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2054 \Omega$.



Conforme foi discutido na Subseção 2.2.2, a permissividade elétrica não afeta significativamente o sinal de tensão obtido. Neste trabalho, foi adotado $\epsilon_r = 50$, que está dentro da faixa usual de permissividade elétrica relativa para este tipo de solo [37,38].

A estimativa da condutividade do solo para baixas frequências σ_{DC} foi feita partir dos sinais medidos em campo. Conforme foi discutido na Seção 2.2, a resistência elétrica de aterramento $R \approx 45 \Omega$ é inferida observando a curva da TGR (Fig. 5.6) obtido a partir dos sinais de tensão e corrente medidos. Por fim, utilizando a fórmula de Sunde (2.22), obtém-se $\sigma_{DC} \approx 0,02009 \text{ S/m}$.

Figura 5.6: Curva da TGR obtida no experimento de uma haste enterrada verticalmente. A linha tracejada indica o valor de $R = 45 \Omega$.

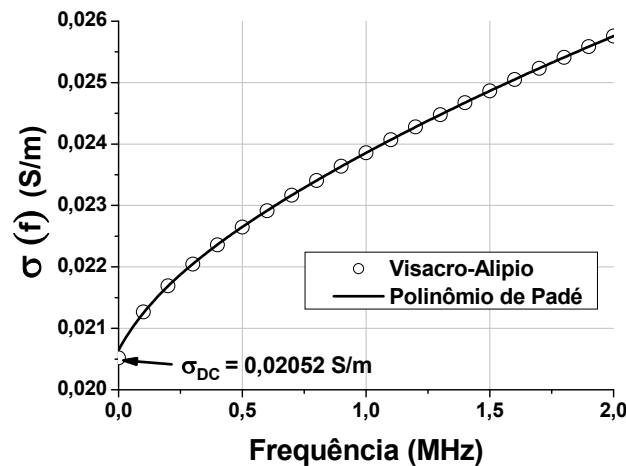


Os sinais de tensão e corrente obtidos pela simulação utilizando este valor de condutividade apresentaram um pequeno desvio em relação aos respectivos sinais medidos. Para que os sinais obtidos numericamente e medidos apresentassem maior concordância, fez-se um ajuste deste valor para $\sigma_{DC} = 0,02052$ S/m. Na Tabela 5.1, apresentam-se os coeficientes de (3.30) do aproximador de Padé para este caso, que foram obtidos conforme foi discutido no Capítulo 3. Na Fig. 5.7, apresenta-se o respectivo gráfico de $\sigma(f)$.

Tabela 5.1: Coeficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,02052$ S/m.

Coeficiente	Valor
a_0	$2,064594047525060 \times 10^{-2} + j0$
a_1	$0 - j1,423911859572707 \times 10^{-8}$
a_2	$-4,698356060540265 \times 10^{-16} + j0$
b_1	$0 - j6,321062023873333 \times 10^{-7}$
b_2	$-1,067817572300194 \times 10^{-14} + j0$

Figura 5.7: Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,02052$ S/m obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.



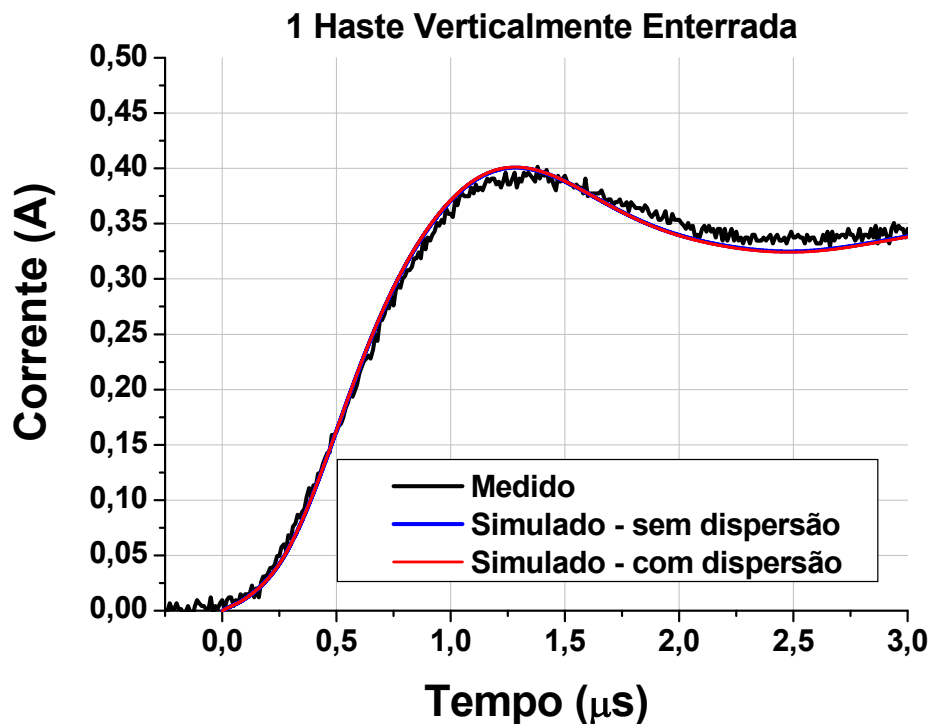
O ajuste de σ_{DC} é motivado pelos erros causados pelas aproximações feitas no desenvolvimento matemático da fórmula de Sunde e pela característica heterogênea do solo utilizado nos experimentos. Desta forma, o valor corrigido pode ser interpretado como uma condutividade elétrica efetiva que o circuito enxerga no momento da aplicação do surto.

5.3.3 Resultados

Nas Figs. 5.8 e 5.9, apresentam-se os gráficos comparativos dos sinais de corrente injetada e tensão induzida, respectivamente. Verifica-se maior concordância entre as curvas obtidas nos experimentos e simulações numéricas com solo dispersivo.

Conforme discutido na Subseção 4.3.2, o resistor de saída (ponte resistiva) garante que a forma de onda da tensão injetada seja independente da carga enxergada pelo sistema de injeção de pulso (gerador conectado à ponte resistiva). Na Fig. 5.8, temos sinais de corrente medido e simulado considerando-se σ constante e $\sigma(f)$. Nota-se que a forma de onda da corrente não apresentou diferença significativa entre o caso com solo dispersivo e o solo sem dispersão. Isto acontece devido ao fato de que a ponte resistiva tem impedância muito maior do que a impedância de terra (conectada em série). Os desvios observados nas formas de onda dos sinais simulados são provocados pela variação temporal da resistência R_s da ponte resistiva. Neste trabalho, considera-se R_s constante.

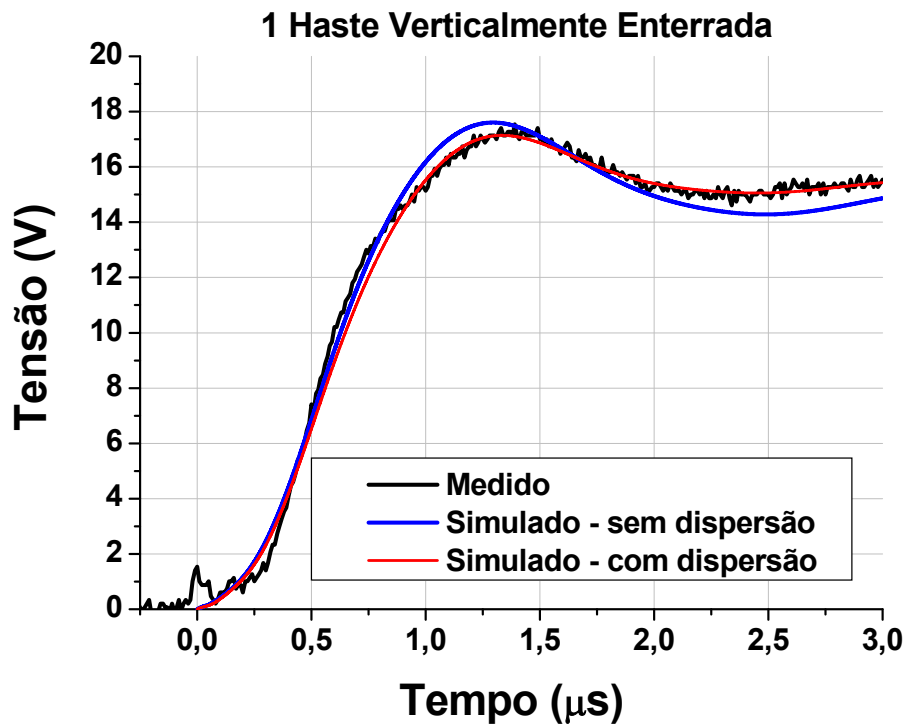
Figura 5.8: Sinal de corrente injetada medido no experimentos em campo e obtida por simulação numérica.



O pico do sinal de corrente medido foi $I_{p,exp} \approx 0,393$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,401$ A. Assim, simulação e experimento apresentaram desvio no pico de aproximadamente 2,04%.

Porém, a partir da Fig. 5.9, observa-se que o pico do sinal de tensão induzida medido foi $V_{p,exp} \approx 17,169$ V. Os valores de tensão de pico para os casos simulados com os modelos de solo dispersivo (SD) e solo não dispersivo (SND) foram, respectivamente, $V_{p,simu(SD)} \approx 17,152$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 17,613$ V. Portanto, o desvio apresentado para o caso simulado com dispersão foi de aproximadamente $-0,1\%$, enquanto que o desvio para o caso simulado sem dispersão foi de 2,59%. Além disso, vale a pena ressaltar que tanto o formato quanto a fase do sinal de tensão induzida simulado considerando-se a dispersão (Fig. 5.9) foram substancialmente melhorados com o novo modelo numérico proposto neste trabalho.

Figura 5.9: Sinal de tensão induzida medido no experimentos em campo e obtido por simulação numérica.



5.4 Análise Transitória dos Problemas 2 e 3

Um segundo conjunto de experimentos foi realizado no dia 17 de junho de 2015, entre 10h00 e 12h30. Os sistemas de aterramento analisados foram: uma haste verticalmente enterrada; e uma haste enterrada horizontalmente.

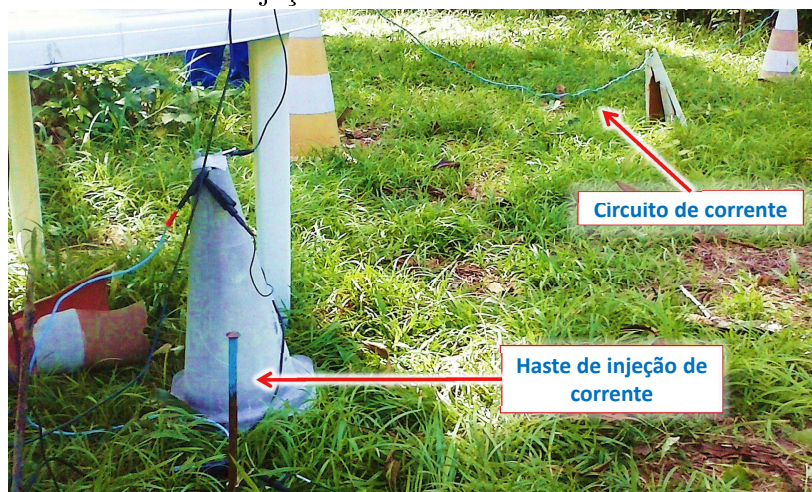
O ensaio relativo ao sistema de aterramento de um haste vertical foi repetido por dois motivos: validar o método para solos com diferentes condições de temperatura, umidade e compactação; e realizar a estimativa do σ_{DC} do solo a ser adotada nas demais simulações numéricas.

5.4.1 Problema 2: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Enterrada Verticalmente

5.4.1.1 Experimento em campo

Na Fig. 5.10, apresenta-se uma imagem deste experimento. O *setup* experimental empregado para analisar o sistema composto por uma haste vertical é idêntico ao ensaio realizado no dia 27 de fevereiro (Seção 5.3).

Figura 5.10: Configuração do ensaio do sistema de aterramento de um haste verticalmente enterrada. Detalhe na haste de injeção de corrente e o circuito de corrente.

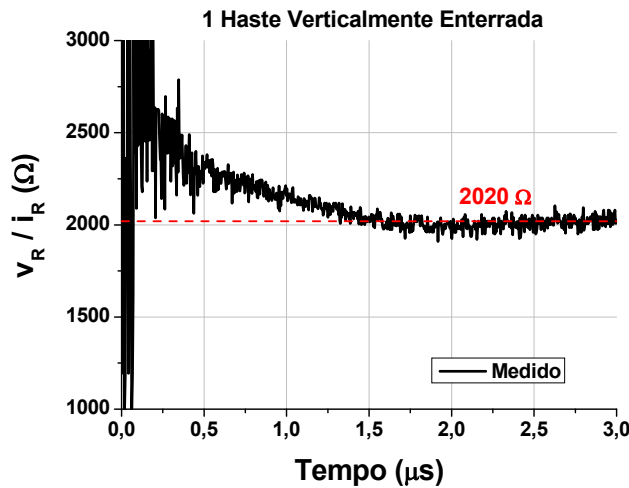


5.4.1.2 Simulação numérica

Tendo em vista que o *setup* experimental é o mesmo da Seção 5.3, as dimensões do ambiente computacional e a representação geométrica do circuito não foram alteradas para simulação numérica deste caso. Foram necessários modificar os seguintes parâmetros: resistência de saída efetiva $R_{s(efetiva)}$ e condutividade para baixas frequências σ_{DC} .

Analisando a curva obtida pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ medidos neste experimento (Fig. 5.11), verifica-se que a resistência efetiva é $R_{S(efetiva)} \approx 2020 \Omega$. Com isso, o desvio em relação ao valor nominal $R_{S(nominal)} = 2200 \Omega$ foi de aproximadamente 8,18 %.

Figura 5.11: Curva obtida experimentalmente pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2020 \Omega$.

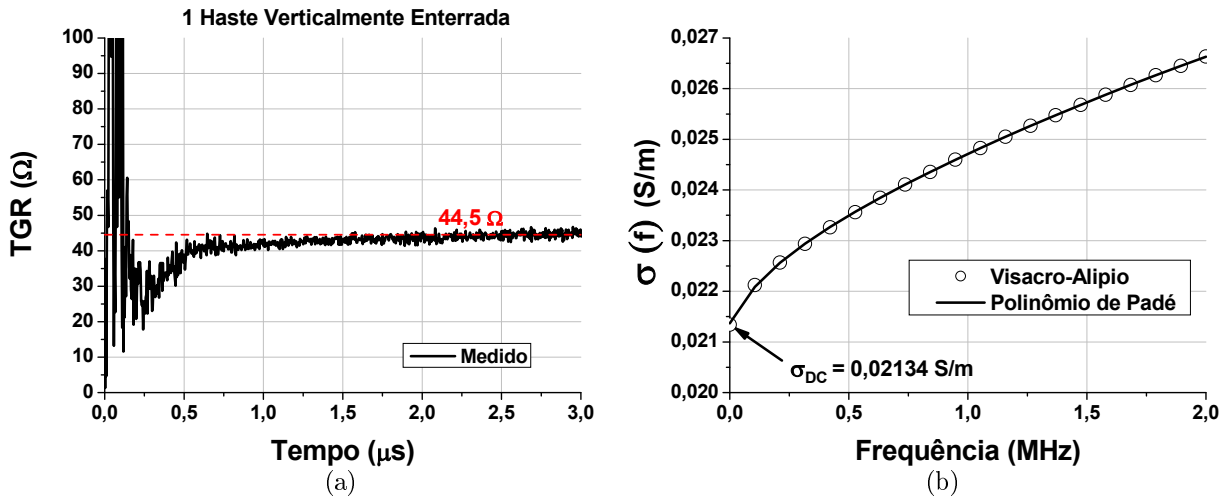


Para estimar σ_{DC} , foi verificado o valor médio da resistência de aterramento R na curva de TGR (Fig. 5.13(a)) obtida a partir dos sinais medidos em campo. Observando a Fig. 5.13(a), verifica-se que $R \approx 44,5 \Omega$. Utilizando a equação (2.22), obteve-se $\sigma_{DC} = 0,02134$ S/m. Na Tabela 5.2, apresentam-se os coeficientes de (3.30) para este caso. Na Fig. 5.13(b), apresenta-se o respectivo gráfico de $\sigma(f)$.

Tabela 5.2: Coeficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,02134$ S/m.

Coeficiente	Valor
a_0	$2,136577121966814 \times 10^{-2} + j0$
a_1	$0 - j1,925334004054197 \times 10^{-8}$
a_2	$-6,678713048129872 \times 10^{-16} + j0$
b_1	$0 - j8,324729493118694 \times 10^{-7}$
b_2	$-1,510953471874635 \times 10^{-14} + j0$

Figura 5.12: (a) Curva do TGR obtida no experimento de uma haste vertical (a linha tracejada indica o valor de $44,5 \Omega$), (b) Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,02134$ S/m obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.

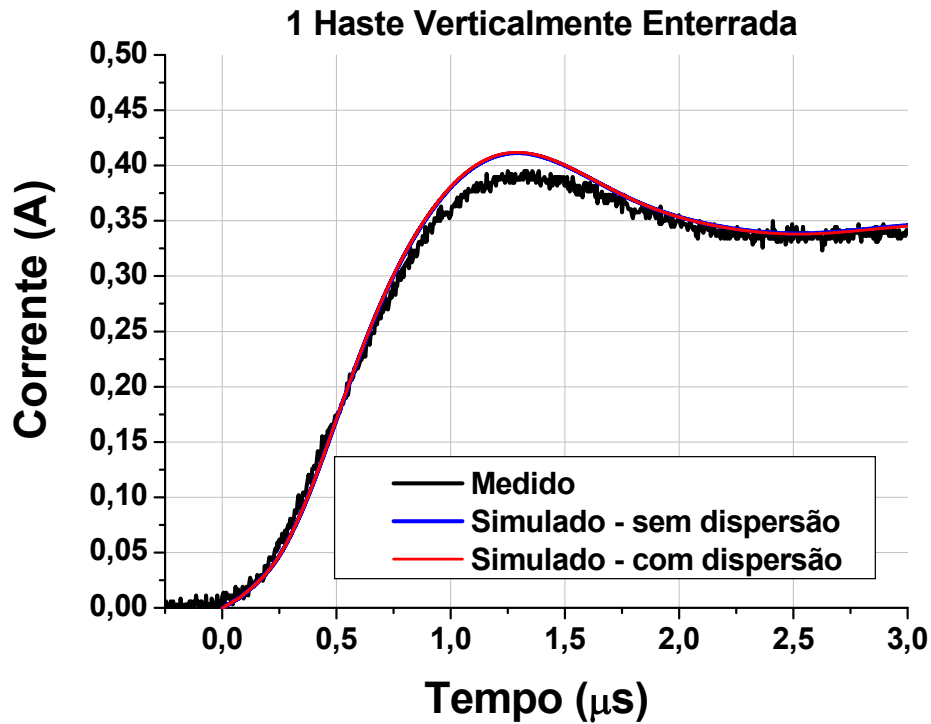


5.4.1.3 Resultados

Nas Figs. 5.13 e 5.14, são apresentados os gráficos comparativos dos sinais de corrente e tensão induzida. Mesmo após quatro meses do primeiro experimento (Seção 5.3), ainda é verificada maior concordância entre as curvas obtidas nos experimentos e simulações numéricas com a modelagem do solo dispersivo.

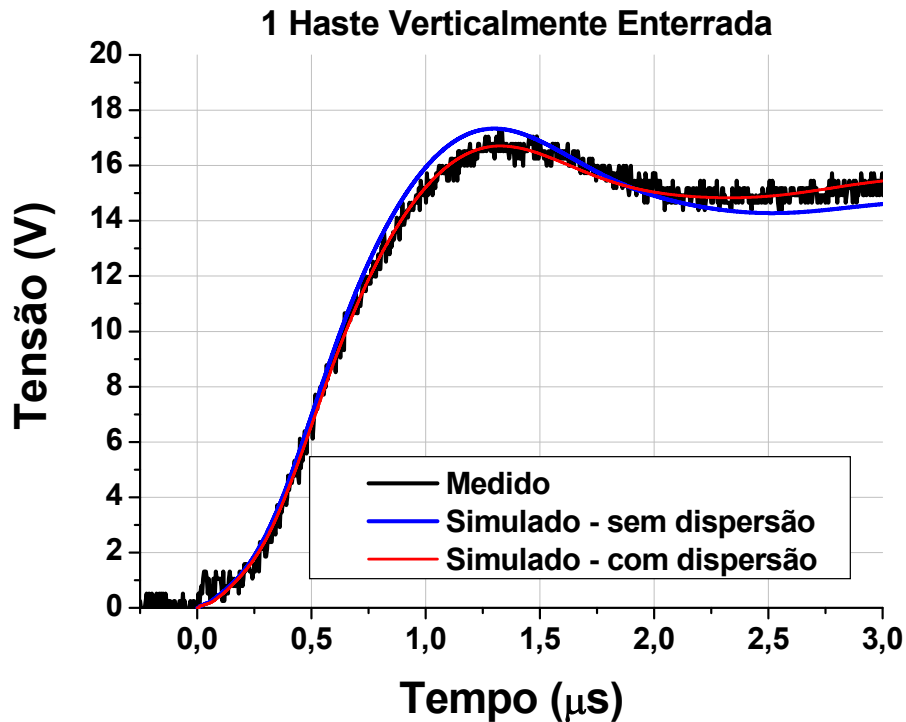
Analisando a Fig. 5.13, nota-se que $I_{p,exp} \approx 0,389$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,412$ A. O desvio no valor de pico entre o sinal medido e o sinal obtido numericamente é de aproximadamente 5,80%.

Figura 5.13: Sinal de corrente injetada medido no experimento em campo e obtido por simulação numérica.



Analogamente, a partir da Fig. 5.14, verifica-se que $V_{p,exp} \approx 16,540$ V, $V_{p,simu(SD)} \approx 16,669$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 17,368$ V. Portanto, o desvio apresentado para o caso com dispersão foi de aproximadamente 0,78%, enquanto que o desvio para o caso sem dispersão foi de 5,01%. Novamente de uma forma global, a introdução do modelo dispersivo nas simulações provoca uma melhoria significativa entre os sinais de tensão medido e simulado, em termos de *shape*, ao longo do intervalo de tempo analisado para o problema.

Figura 5.14: Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtida por simulação numérica.



5.4.2 Problema 3: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Enterrada Horizontalmente

5.4.2.1 Experimento em campo

Na Fig. 5.15, é ilustrado o *setup* experimental implementado para avaliar o comportamento eletromagnético do sistema de aterramento composto por uma haste enterrada horizontalmente.

Assim como nos demais casos, a haste de injeção e os eletrodos de referência dos circuitos de tensão e corrente medem 1,20 m de comprimento e 7,9 mm de raio. A haste de injeção de corrente foi enterrada horizontalmente a uma profundidade de 0,10 m e os eletrodos de referência permaneceram enterrados 0,90 m verticalmente. O cabo que conecta a haste de injeção ao resistor de saída R_s é desencapado apenas na porção que está enterrada, de tal forma que fique em contato com o solo. As dimensões dos circuitos

de tensão e corrente são idênticas aos demais casos. Os pontos de medição da tensão induzida $v(t)$ e corrente injetada $i(t)$ estão destacados na Fig. 5.15.

Figura 5.15: Representação esquemática do *setup* experimental do sistema de aterramento composto por uma haste horizontalmente enterrada.

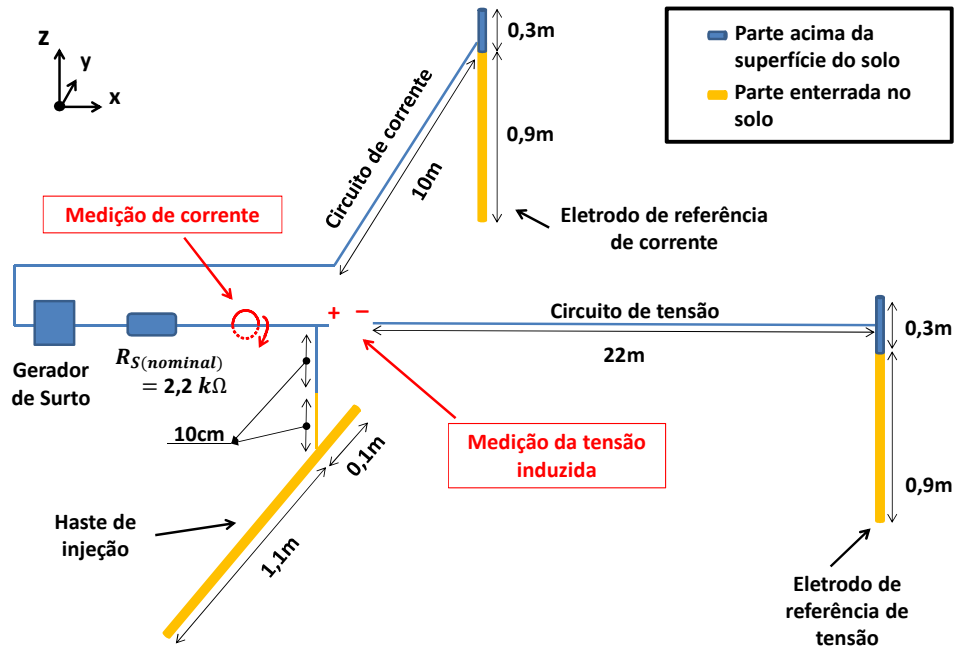


Figura 5.16: Imagens do sistema de aterramento formado por uma haste enterrada horizontalmente.



Valeta criada para enterrar a haste de injeção de corrente



Valeta + haste de injeção de corrente



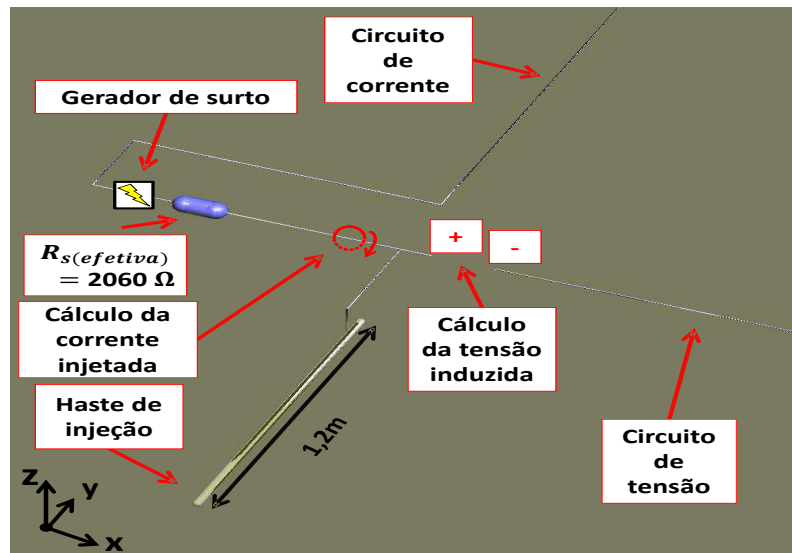
Haste de injeção de corrente enterrada

Ressalta-se que, para enterrar a haste na horizontal, foi necessário criar uma valeta no solo com as dimensões $0,15\text{ m} \times 1,40\text{ m} \times 0,10\text{ m}$ (Fig. 5.16). Este procedimento alterou as características do solo na porção que envolve a haste de injeção de corrente, principalmente a compactação dessa porção do solo. Em reflexo a esta alteração, verificou-se a necessidade de modificar o valor de σ_{DC} do solo utilizado na simulação, de tal forma que represente uma condutividade efetiva que o sistema de aterramento enxerga.

5.4.2.2 Simulação numérica

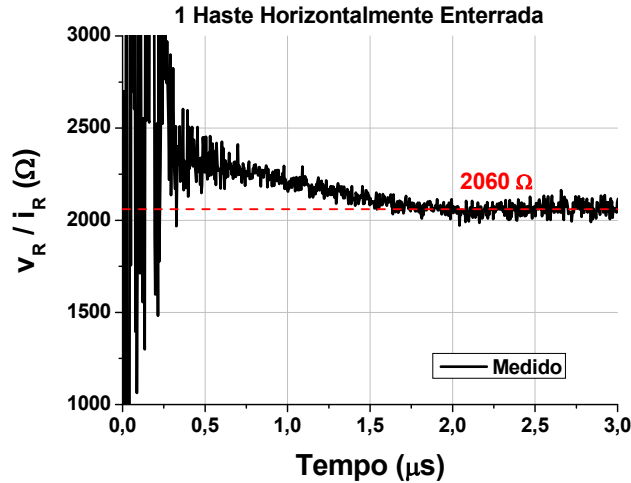
Na Fig. 5.17, apresenta-se a representação deste caso no ambiente do *software* SAGS. O domínio computacional para representar o ensaio do sistema de aterramento analisado nesta subseção foi de $300 \times 280 \times 60$ células. A dimensão das arestas permaneceram inalteradas, ou seja, $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,10\text{ m}$.

Figura 5.17: Representação no ambiente do *software* SAGS do *setup* experimental do sistema de aterramento composto por um haste horizontalmente enterrada.



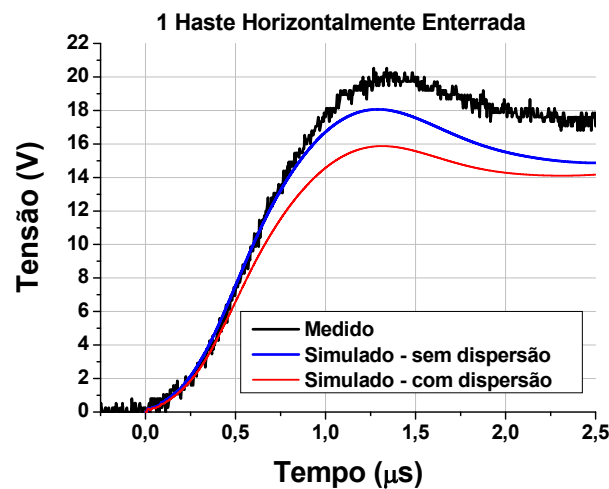
Observando a curva obtida pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ (Fig. 5.18), infere-se que a resistência efetiva é $R_{S(efetiva)} \approx 2060\ \Omega$. Com isso, o desvio em relação ao valor nominal $R_{S(nominal)} = 2200\ \Omega$ foi de aproximadamente 6,36 %.

Figura 5.18: Curva obtida experimentalmente a partir da razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2060 \Omega$.



Conforme foi discutido anteriormente, neste caso, houve a necessidade de alterar o valor de σ_{DC} do solo devido a alteração das características do solo que envolve a haste de injeção. A necessidade de ajuste do σ_{DC} é confirmada ao comparar o sinal de tensão medido com os respectivos sinais obtidos pelas simulações que mantém $\sigma_{DC} = 0,02134$ S/m (valor utilizado no caso anterior). Esta comparação é apresentada na Fig. 5.19.

Figura 5.19: **Resultado preliminar:** Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtida por simulação numérica utilizando $\sigma_{DC} = 0,02134$ S/m, que é o valor utilizado no caso de uma haste enterrada verticalmente (Subseção 5.4.1).



Observa-se que, os sinais obtidos pelas simulações não estão representando corretamente o sinal medido, tanto em termos de amplitude como a forma de onda. A partir da Fig. 5.19, observa-se que $V_{p,exp} \approx 19,998$ V, $V_{p,simu(SD)} \approx 16,569$ V (para a modelagem com solo dispersivo) e $V_{p,simu(SND)} \approx 18,855$ V (para a modelagem com solo não dispersivo). Nesta situação, o desvio apresentado no caso com dispersão foi de aproximadamente 17,14%, enquanto que o desvio para o caso sem dispersão foi de 5,71%. Embora o sinal obtido pelo modelo do solo não dispersivo apresente um desvio menor, a forma de onda não representa adequadamente o sinal medido. Por outro lado, o sinal obtido pela simulação com o modelo de solo dispersivo possui uma forma de onda que se assemelha ao formato do sinal medido, porém, com uma amplitude menor.

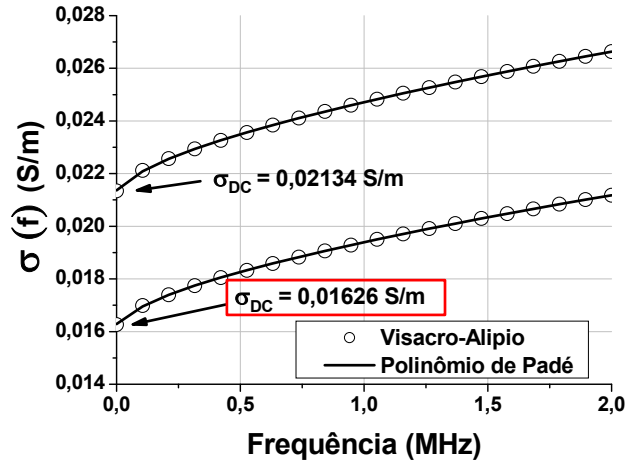
Desta forma, fez-se o ajuste do valor de σ_{DC} para 0,01626 S/m para que os sinais de tensão apresentem boa concordância, conforme será ilustrado mais adiante. Na Tabela 5.3, apresentam-se os coeficientes de (3.30) para este caso. Na Fig. 5.20, apresenta-se o respectivo gráfico de $\sigma(f)$.

Tabela 5.3: Coeficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,01626$ S/m.

Coeficiente	Valor
a_0	$1,628394721574459 \times 10^{-2} + j0$
a_1	$0 - j1,491903561415482 \times 10^{-8}$
a_2	$-5,666661742587516 \times 10^{-16} + j0$
b_1	$0 - j8,324729493118694 \times 10^{-7}$
b_2	$-1,510953471874635 \times 10^{-14} + j0$

Comparando com a curva de $\sigma(f)$ obtida no caso do sistema de aterramento de uma haste vertical do Problema 2 (Fig. 5.13(b), da Subseção 5.4.1), observa-se que faixa de variação da condutividade sofreu uma alteração significativa. Intuitivamente, espera-se que a amplitude do sinal de tensão também sofra uma modificação expressiva. Esta suposição é confirmada no seguinte tópico de resultados.

Figura 5.20: Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,01626$ S/m obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.



5.4.2.3 Resultados

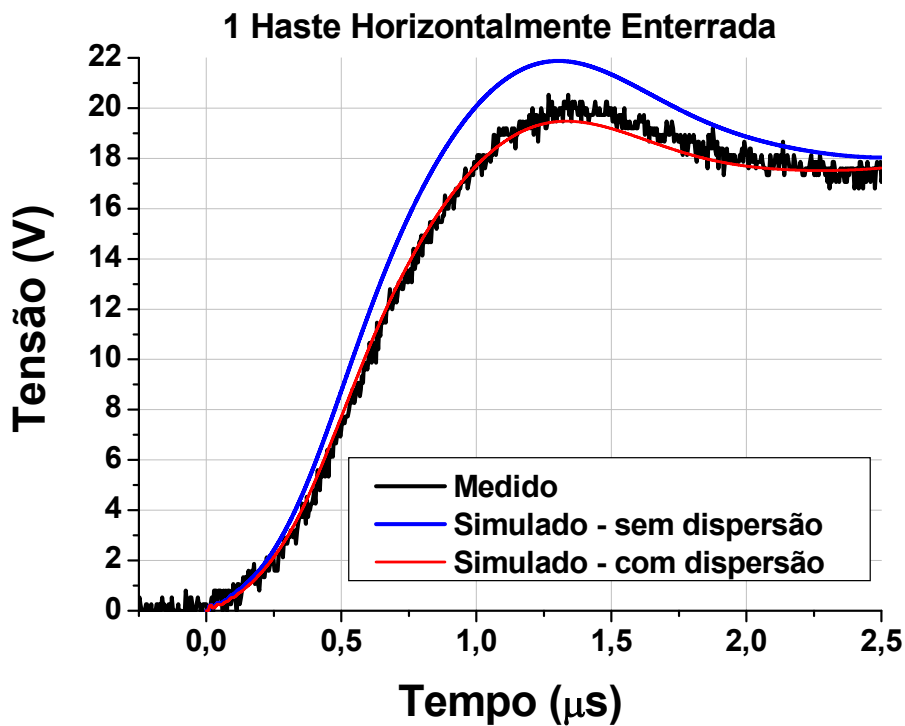
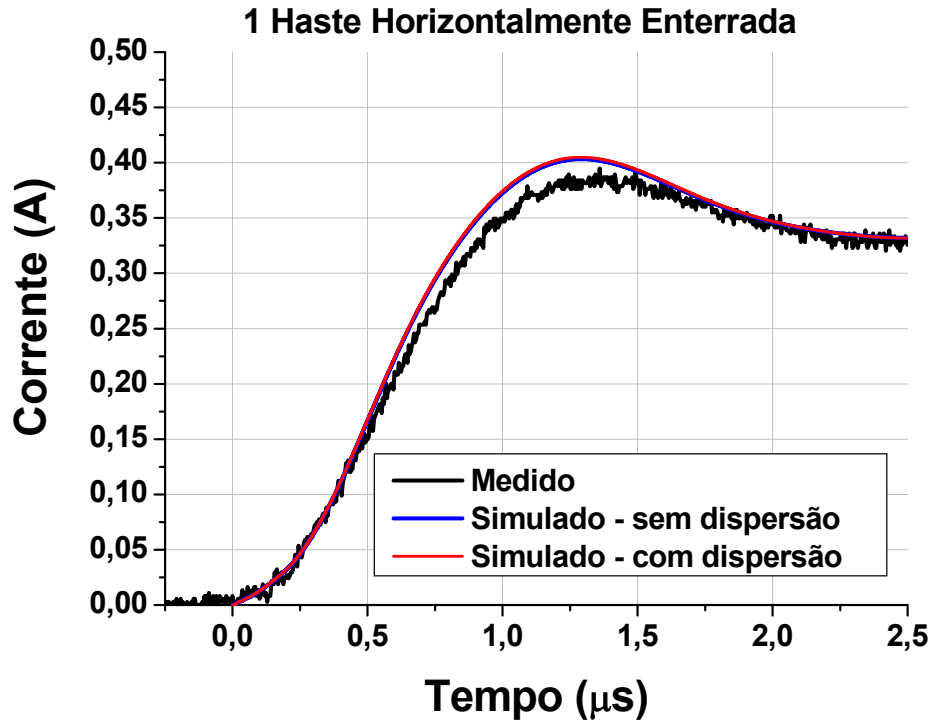
Na Fig. 5.21, são apresentados os gráficos comparativos dos sinais de corrente injetada e tensão induzida, após realizar o ajuste do σ_{DC} . Observa-se maior concordância entre os sinais medidos e os obtidos através da simulação que aplica a modelagem do solo dispersivo.

Analisando a Fig. 5.22(a), nota-se que $I_{p,exp} \approx 0,384$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,405$ A. O desvio no valor de pico entre o sinal medido e o sinal obtido numericamente é de aproximadamente 5,36%.

Na Fig. 5.22(b), observa-se que $V_{p,exp} \approx 19,998$ V, $V_{p,simu(SD)} \approx 19,489$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 21,946$ V. Portanto, o desvio apresentado pelo modelo com solo dispersivo foi de aproximadamente 2,55% e pelo modelo com solo não dispersivo foi de 9,74%.

Neste caso, tanto o valor de pico como a forma de onda do sinal de tensão para o caso sem dispersão apresentam um desvio elevado. Entretanto, o sinal de tensão obtido pela modelagem do solo dispersivo possui baixo desvio no pico e a forma de onda apresenta excelente concordância com o sinal medido.

Figura 5.21: Sinais medidos nos experimentos em campo e obtidos por simulação numérica. (a) Corrente injetada, (b) Tensão induzida.



5.5 Análise Transitória dos Problemas 4 e 5

No dia 27 de agosto de 2015, analisaram-se os sistemas de aterramento compostos por uma haste verticalmente enterrada e duas hastes enterrada verticalmente e eletricamente conectadas.

5.5.1 Problema 4: Sistema de Aterramento Composto por Uma Haste Enterrada Verticalmente

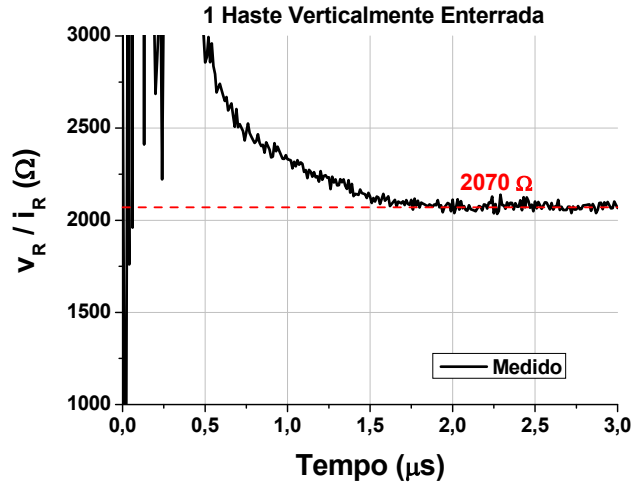
O *setup* experimental empregado para analisar o sistema composto por uma haste vertical é idêntico aos ensaios realizados nos dias 27 de fevereiro e 17 de junho, abordados na Seção 5.3 e na Subseção 5.4.1, respectivamente.

5.5.1.1 Simulação numérica

Tendo em vista que o *setup* experimental é o mesmo da Seção 5.3 e da Subseção 5.4.1, as dimensões do ambiente computacional e a representação geométrica do circuito não foram alteradas para simulação numérica deste caso. Foram necessários modificar os seguintes parâmetros: resistência de saída efetiva $R_{s(efetiva)}$ e condutividade para baixas frequências σ_{DC} .

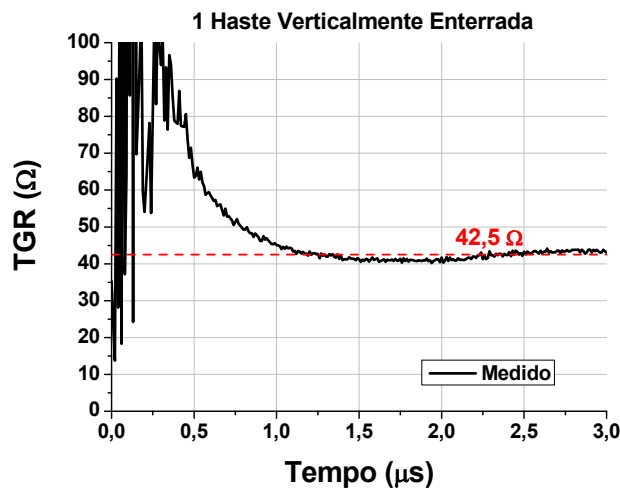
A partir da curva obtida pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ medidos neste experimento (Fig. 5.22), pode-se inferir que a resistência efetiva é $R_{S(efetiva)} \approx 2070 \Omega$. Desta forma, observa-se que o desvio em relação ao valor nominal $R_{S(nominal)} = 2200 \Omega$ foi de aproximadamente 5,91 %.

Figura 5.22: Curva obtida experimentalmente pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2070 \Omega$.



Na Fig. 5.23, observando a curva da TGR obtida experimentalmente, verifica-se que $R \approx 42,5 \Omega$. Utilizando a fórmula de Sunde (2.22), obtêm-se que $\sigma_{DC} = 0,02203 \text{ S/m}$.

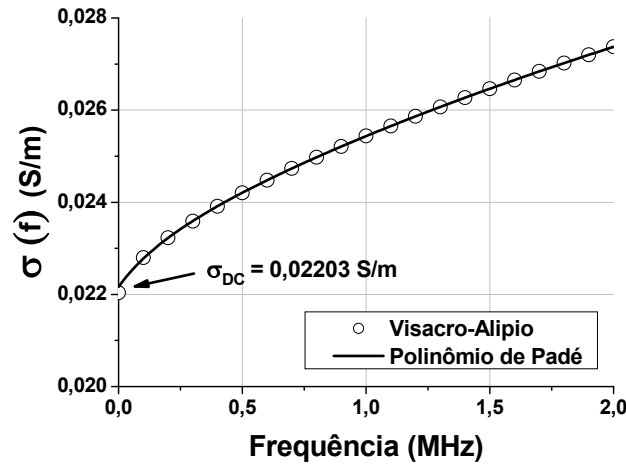
Figura 5.23: Curva do TGR obtida no experimento de uma haste vertical. A linha tracejada indica o valor de $42,5 \Omega$



Na Tabela 5.4, apresentam-se os coeficientes do aproximador de Padé, dado pela expressão (3.30), para este caso. Na Fig. 5.24, apresenta-se o respectivo gráfico de $\sigma(f)$.

Tabela 5.4: Coeficientes do aproximador de Padé (3.30) para $\sigma_{DC} = 0,02203$ S/m.

Coeficiente	Valor
a_0	$2,216338608816205 \times 10^{-2} + j0$
a_1	$0 - j1,522138834333961 \times 10^{-8}$
a_2	$-4,908817129612966 \times 10^{-16} + j0$
b_1	$0 - j6,321062023873333 \times 10^{-7}$
b_2	$-1,067817572300194 \times 10^{-14} + j0$

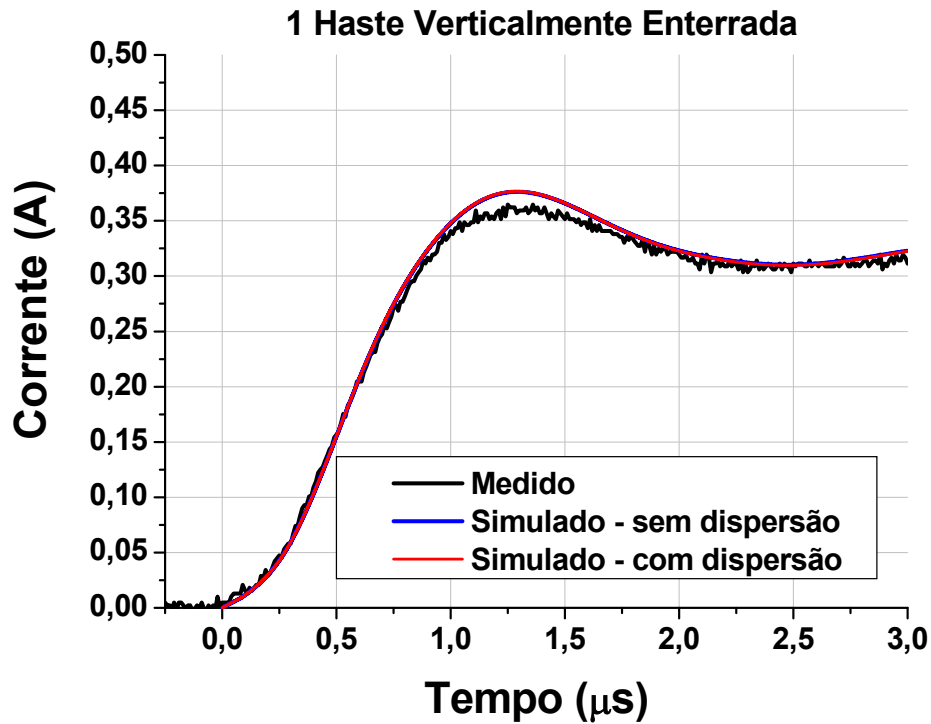
Figura 5.24: Curvas da função $\sigma(f)$ para $\sigma_{DC} = 0,02203$ S/m obtidas a partir da expressão (3.28) e a respectiva aproximação por polinômio de Padé.

5.5.1.2 Resultados

Nas Figs. 5.25 e 5.26, são apresentados os gráficos comparativos dos sinais de corrente e tensão induzida. Observe que, novamente é verificada maior concordância entre as curvas obtidas nos experimentos e simulações numéricas com a modelagem do solo dispersivo.

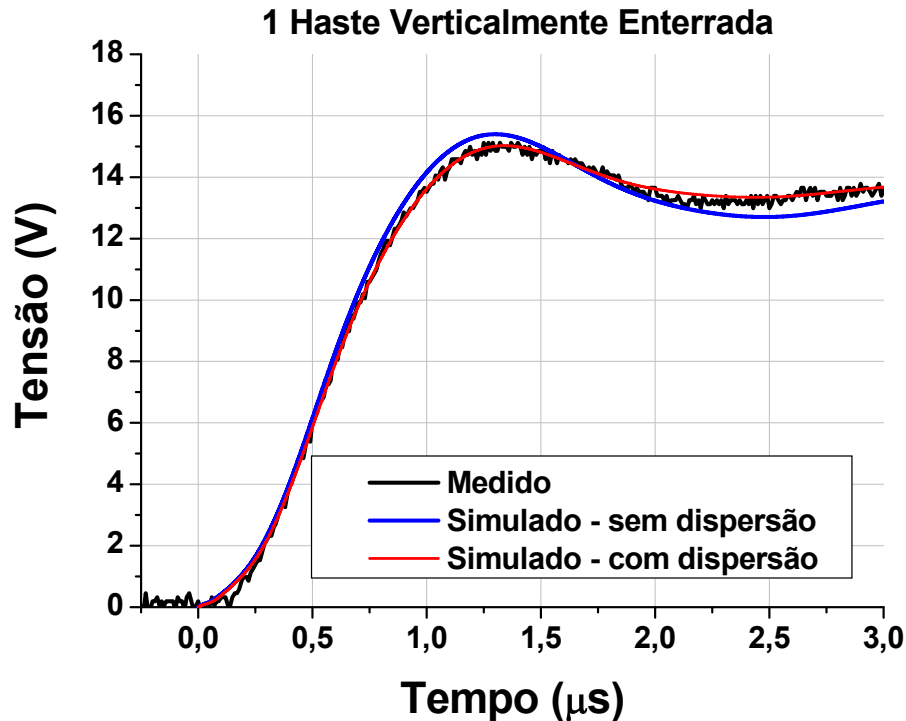
Analisando a Fig. 5.25, nota-se que $I_{p,exp} \approx 0,359$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,377$ A. O desvio no valor de pico entre o sinal medido e o sinal obtido via simulação numérica é de aproximadamente 4,80%.

Figura 5.25: Sinal de corrente injetada medido no experimento em campo e obtido por simulação numérica.



Na Fig. 5.26, verifica-se que $V_{p,exp} \approx 15,025$ V, $V_{p,simu(SD)} \approx 15,023$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 15,398$ V. O desvio apresentado para o caso com solo dispersivo foi de aproximadamente $-0,01\%$, enquanto que o desvio para o caso com solo não dispersivo foi de $2,48\%$. Avaliando os desvios obtidos neste caso, novamente é verificado que a simulação numérica com o modelo de solo dispersivo proposto neste trabalho descreve de forma adequada o comportamento eletromagnético do solo analisado.

Figura 5.26: Sinal de tensão induzida medido no experimento em campo e obtida por simulação numérica.



5.5.2 Problema 5: Sistema de Aterramento Composto por Duas Hastes Verticais Eletricamente Conectadas

5.5.2.1 Experimento em campo

O sistema de aterramento discutido nesta seção é composto por duas hastes paralelas verticalmente enterradas e eletricamente conectadas (Fig. 5.27). Ambas as hastes possuem 1,20 m de comprimento, dos quais 0,90 m são enterrados. O *setup* experimental é idêntico ao sistema de uma haste verticalmente enterrada, exceto por uma segunda haste que está afastada 0,90 m da primeira e disposta paralelamente à haste de injeção. Estas duas hastes estão eletricamente conectadas por um cabo elétrico, conforme pode ser observado na representação esquemática (Fig. 5.27).

Na Fig. 5.28, apresenta-se uma imagem da configuração do experimento do sistema de aterramento composto por duas hastes verticais. Observa-se o detalhe na conexão entre as duas hastes e o ponto de injeção de corrente.

Figura 5.27: Representação esquemática do *setup* experimental do sistema de aterramento composto por duas hastas verticalmente enterradas e eletricamente conectadas.

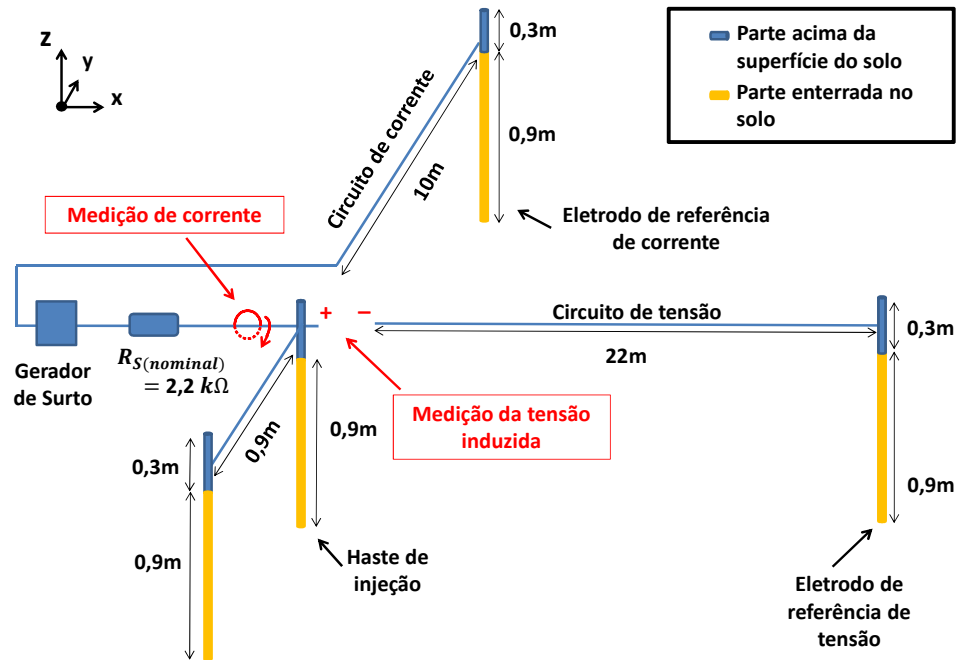
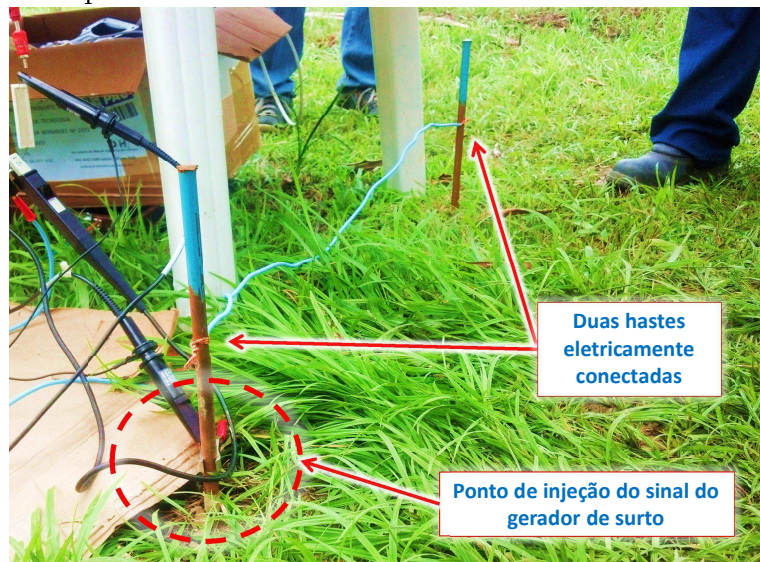


Figura 5.28: *Setup* experimental do sistema de aterramento composto por duas hastas verticalmente enterradas. Detalhe no ponto de injeção do sinal do surto e na conexão das duas hastas que compõem o sistema de aterramento analisado.



5.5.2.2 Simulação numérica

Na Fig. 5.29, apresenta-se o detalhe da configuração geométrica do experimento reproduzido no ambiente computacional do *software* SAGS, cujo domínio computacional foi

de $300 \times 250 \times 60$ células com arestas $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 0,10$ m. Para este caso, o valor da resistência efetiva é $R_{S(efetiva)} \approx 2160 \Omega$. Com isso, o desvio em relação ao valor nominal foi de aproximadamente 1,82 %.

Figura 5.29: Representação do *setup* experimental do sistema de aterramento composto por duas hastes verticalmente enterradas e eletricamente conectadas no ambiente do *software* SAGS.

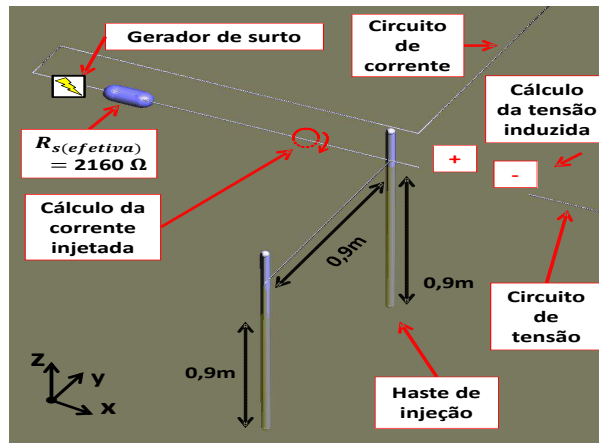
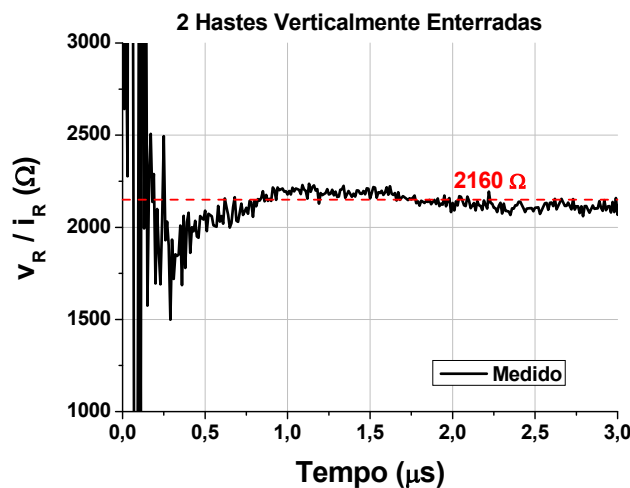


Figura 5.30: Curva obtida experimentalmente pela razão entre $v_R(t)$ e $i_R(t)$ para avaliar o valor de $R_{S(efetiva)}$. A linha tracejada indica o valor de $R_{S(efetiva)} = 2160 \Omega$.



Os parâmetros eletromagnéticos do solo para este caso foram considerados iguais ao caso do sistema de aterramento de uma haste verticalmente enterrada (Subseção 5.5.1), visto que os experimentos foram realizados no mesmo dia e, entre um experimento e

outro, as características do solo (umidade, compactação, temperatura, etc) não foram alteradas de forma significativa. Portanto, na simulação relativa ao sistema composto por duas hastes, foram adotados os seguintes parâmetros: $\sigma_{DC} = 0,02203$ S/m e $\varepsilon_r = 50$. Ressalta-se que os coeficientes do aproximador de Padé foram mantidos.

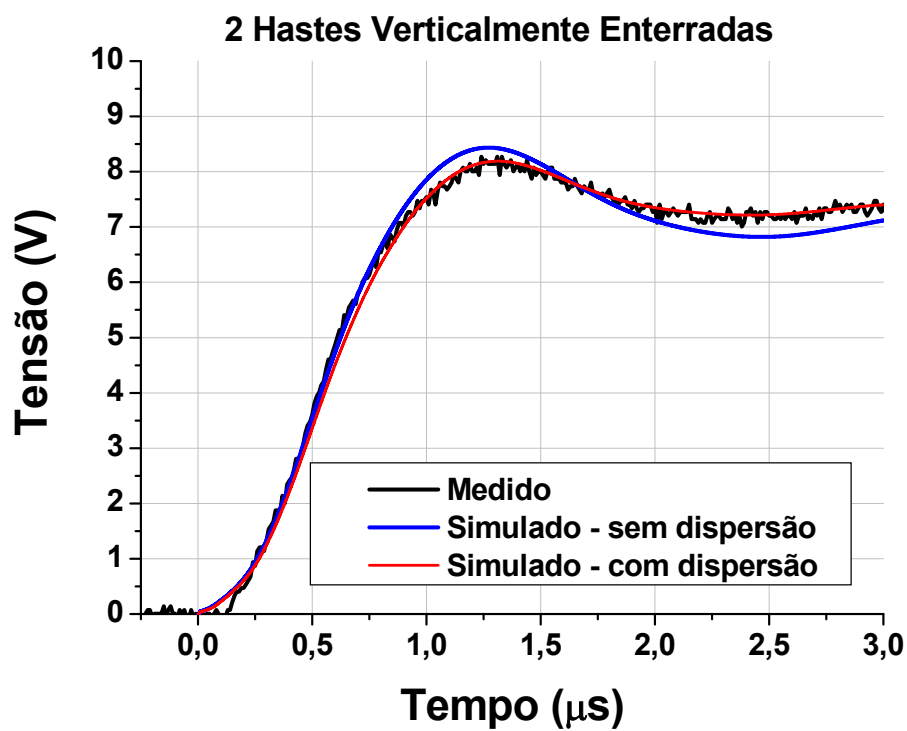
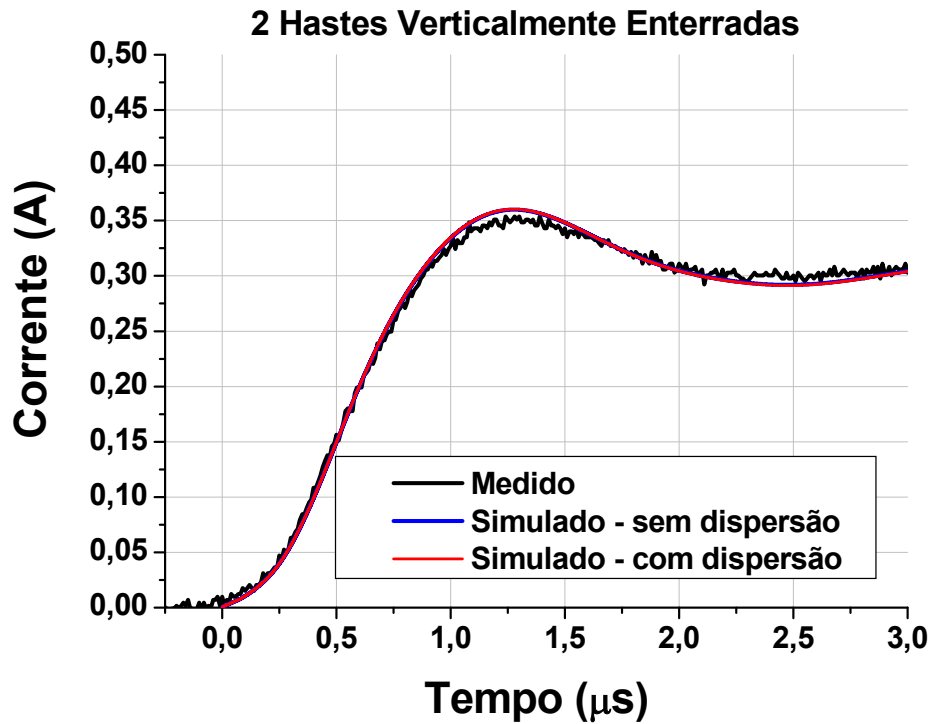
5.5.2.3 Resultados

Na Fig. 5.31, são apresentados os gráficos comparativos dos sinais de corrente injetada e tensão induzida. Neste caso, também, nota-se maior concordância entre as curvas de tensão obtidas nos experimentos e simulações numéricas considerando o solo dispersivo.

A partir da Fig. 5.32(a), observa-se que o pico do sinal de corrente medido foi $I_{p,exp} \approx 0,351$ A e o pico do sinal de corrente simulado foi $I_{p,simu} \approx 0,360$ A. Assim, o desvio no pico da corrente entre simulação e experimento foi aproximadamente 2,62%.

Na Fig. 5.32(b), verifica-se que o pico do sinal de tensão medido foi $V_{p,exp} \approx 8,184$ V. Os valores de tensão de pico para os casos simulados com solo dispersivo (SD) e não dispersivo (SND) foram, respectivamente, $V_{p,simu(SD)} \approx 8,190$ V e $V_{p,simu(SND)} \approx 8,436$ V. Portanto, o desvio de V_p na simulação com solo dispersivo foi de aproximadamente 0,07% e no caso com solo não dispersivo foi de 3,08%. Novamente, nota-se que, para o modelo dispersivo para o solo, houve importante melhoria na conformidade para o *shape* e para a fase entre os sinais medido e simulado para todo o intervalo de tempo analisado.

Figura 5.31: Sinais obtidos experimentalmente e por simulação numérica. (a) Corrente injetada, (b) Tensão induzida.



5.6 Análise Quantitativa dos Resultados

5.6.1 *MSE (Mean Square Error)*

A comparação entre os valores de pico dos sinais experimentais e simulados apresenta uma análise local (apenas no instante do pico). Contudo, observa-se que a modelagem de solo dispersivo influencia, também, na forma de onda do sinal de tensão, para a qual é verificada maior concordância com o sinal medido.

Para avaliar a concordância entre as curvas de tensão obtidas experimentalmente e via simulação numérica, será utilizado o indicador *Mean Square Error (MSE)* [55]. Este parâmetro é obtido pela média do desvio quadrático entre amostras de duas funções, obtidas para os mesmos instantes, ponto a ponto no tempo. O cálculo do *MSE* contabiliza o desvio apresentado pelos sinais numéricos (obtidos pela modelagem do solo dispersivo e não dispersivo) em todos instantes de tempo e, desta forma, permite realizar uma análise global da qualidade das funções obtidas numericamente. Este parâmetro é calculado pela seguinte expressão [55]

$$MSE = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{[v_{exp}(i) - v_{simu}(i)]^2}{N}, \quad (5.1)$$

onde i é o índice da amostra do sinal, N é o número total de pontos do sinal, $v_{exp}(i)$ é a i -ésima amostra da tensão obtida experimentalmente e $v_{simu}(i)$ é a i -ésima amostra da tensão obtida numericamente (utilizando o modelo de solo dispersivo ou não dispersivo).

5.6.2 Tabelas comparativas

Na Tabela 5.5, apresenta-se a faixa de variação da condutividade $\sigma(f)$ no espectro de frequência analisado. Nota-se que, a maior variação de $\sigma(f)$ é igual a 30,25 % e é observada para $\sigma(f = 0 \text{ Hz}) = 0,01626 \text{ S/m}$, que é a menor condutividade DC verificada neste trabalho. Conforme pode-se inferir da Fig. 2.9(a), este comportamento é esperado,

pois, quanto menor for σ_{DC} , a variação de $\sigma(f)$ é mais acentuada. Portanto, quanto menor a condutividade DC, maior torna-se a importância da modelagem do solo dispersivo para que haja concordância entre os sinais medido e o obtido numericamente.

Tabela 5.5: Faixa de variação de $\sigma(f)$ na banda de frequência analisada.

		$\sigma(f = 0 \text{ Hz})$	$\sigma(f = 2 \text{ MHz})$	$\Delta\sigma (\%)$
Problema 1	1 Haste Vert.	0,02052	0,02576	25,52
Problema 2	1 Haste Vert.	0,02134	0,02663	24,80
Problema 3	1 Haste Horiz.	0,01626	0,02118	30,25
Problema 4	1 Haste Vert.	0,02203	0,02737	24,26
Problema 5	2 Hastes Vert.	0,02203	0,02737	24,26

Na Tabela 5.6, apresenta-se a comparação entre os valores de pico de tensão V_p e corrente I_p obtidos no presente trabalho a partir dos experimentos realizados em campo e das simulações numéricas com os modelos de solo dispersivo (SD) e de solo não dispersivo (SND).

Tabela 5.6: Comparação dos valores de V_p e I_p entre os dados experimentais e os dados obtidos nas simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).

			Medição	SD	$Er_{SD} (\%)$	SND	$Er_{SND} (\%)$
Problema 1	1 Haste Vert.	V_p (V)	17,169	17,152	-0,10	17,613	2,59
		I_p (A)	0,393	0,401	2,04	0,401	2,04
Problema 2	1 Haste Vert.	V_p (V)	16,540	16,669	0,78	17,368	5,01
		I_p (A)	0,389	0,412	5,80	0,412	5,80
Problema 3	1 Haste Horiz.	V_p (V)	19,998	19,489	-2,55	21,946	9,74
		I_p (A)	0,384	0,405	5,36	0,405	5,36
Problema 4	1 Haste Vert.	V_p (V)	15,025	15,023	-0,01	15,398	2,48
		I_p (A)	0,359	0,377	4,80	0,377	4,80
Problema 5	2 Hastes Vert.	V_p (V)	8,184	8,190	0,07	8,436	3,08
		I_p (A)	0,351	0,360	2,62	0,360	2,62

Conforme pode ser visto na Tabela 5.6, em todos os casos analisados, os desvios nos valores de V_p obtidos a partir do modelo com solo dispersivo (SD) são menores do que os desvios dos sinais simulados com solo não dispersivo (SND). Ainda, observa-se que a amplitude dos sinais de tensão obtidos experimentalmente e pelas simulações que utilizam a modelagem de solo dispersivo é sempre menor do que a amplitude dos respectivos

sinais obtidos através das simulações com solo sem dispersão. Este comportamento é verificado também em outros trabalhos, para outros tipos de solo, presentes na literatura [11, 16–18, 20, 21], reforçando a coerência dos resultados obtidos pela modelagem proposta no presente trabalho.

Na Tabela 5.7, apresentam-se os valores de MSE calculados segundo (5.1). Observa-se que, em todos sinais de tensão analisados, os valores de MSE calculados para os casos SD (solos dispersivos) são menores do que os valores obtidos a partir dos casos SND (solos não dispersivos). O menor valor de MSE obtido foi 0,0142 para o caso com solo dispersivo do sistema de aterramento composto por duas hastes verticais e eletricamente conectadas (Problema 5). O valor de MSE para o respectivo caso sem dispersão foi 0,0786, que é aproximadamente 5 vezes maior do que o caso com dispersão. A maior diferença no valor de MSE entre a modelagem do solo dispersivo e a modelagem do solo não dispersivo é observada no caso de uma haste horizontal, no qual obteve-se $MSE_{SD} = 0,1809$ e $MSE_{SND} = 1,5201$, ou seja, o MSE da simulação com solo não dispersivo é aproximadamente 8 vezes maior e, portanto, apresenta um desvio muito maior do que a simulação com solo dispersivo.

Tabela 5.7: Análise do MSE calculado entre os dados experimentais e os dados obtidos a partir das simulações numéricas com solos dispersivos (SD) e não dispersivos (SND).

			MSE
Problema 1	1 Haste	SD	0,1519
	Vert.	SND	0,3200
Problema 2	1 Haste	SD	0,1122
	Vert.	SND	0,3675
Problema 3	1 Haste	SD	0,1809
	Horiz.	SND	1,5201
Problema 4	1 Haste	SD	0,0300
	Vert.	SND	0,1634
Problema 5	2 Hastes	SD	0,0142
	Vert.	SND	0,0786

Na Tabela 5.8, apresentam-se os tempos de execução das simulações numéricas com os modelos de solo dispersivo (SD) e de solo não dispersivo (SND) implementadas neste trabalho. Observa-se que as simulações com o modelo de solo dispersivo são, em média, 35 a 40 vezes mais demoradas do que as respectivas simulações com modelo de solo não dispersivo. Isto é devido a maior quantidade de cálculos realizados no modelo de solo dispersivo e, também, é causado pela utilização das variáveis de alta precisão numérica.

As simulações foram realizadas em um *cluster* composto por quatro computadores (um servidor e três escravos), nos quais o processador (Intel Core i5-3330 CPU @ 3,00 GHz) possui quatro núcleos de 64 bits e 8 GB de memória RAM. Nas simulações numéricas implementadas neste trabalho, foram necessários utilizar 15 dos 16 núcleos disponíveis no *cluster*. Ressalta-se que o sistema operacional utilizado é o Slackware Linux 14.0 para 64 bits.

Tabela 5.8: Tempo de execução das simulações com o modelo de solo dispersivo (SD) e com o modelo de solo não dispersivo (SND).

		$Tempo_{SD}$ (min)	$Tempo_{SND}$ (min)
Problema 1	1 Haste Vert.	383	10
Problema 2	1 Haste Vert.	383	10
Problema 3	1 Haste Horiz.	691	16
Problema 4	1 Haste Vert.	383	10
Problema 5	2 Hastes Vert.	531	13

Contudo, a partir das Tabelas 5.6 e 5.7, verifica-se que a modelagem proposta neste trabalho para solos dispersivos aplicado ao método FDTD descreve mais adequadamente os aspectos físicos relacionados aos sistemas de aterramento elétrico do que a modelagem que considera o solo não dispersivo. Ao ignorar o efeito dispersivo do solo nas simulações numéricas, observa-se desvios elevados (na ordem de 10%) quando compara-se o valor de pico da tensão medida e simulada. Na literatura, outros trabalhos sugerem que estes desvios podem ser ainda maiores [11, 17, 20, 56]. Além disso, verifica-se uma diferença significativa na forma de onda entre o sinal com modelo de solo não dispersivo e o sinal experimental.

Capítulo 6

Considerações Finais

Neste trabalho, foi desenvolvida uma modelagem para meios dispersivos, através da dependência da condutividade elétrica com a frequência, incluindo os efeitos da função $\sigma(f)$, no método FDTD [25]. A inclusão de $\sigma(f)$ nas equações de Maxwell foi feita aplicando a aproximação por polinômio de Padé de 2º grau, em termos de $j\omega$, para função matemática proposta por Visacro *et al.* [17]. Desta forma, foi possível simplificar a manipulação da transformada inversa de Fourier das equações de Maxwell. Nas simulações numéricas, o domínio computacional é truncado através da técnica CPML [27]. A modelagem das hastes e eletrodos foi realizada através da técnica de fio-fino [28] de modo a evitar maior nível de discretização do domínio computacional.

No Capítulo 4, foi apresentado o modelo de *setup* experimental proposto por Tanabe [4], que foi tomado como base para a implementação dos *setups* dos ensaios realizados em campo neste trabalho. Ainda, foram apontadas recomendações técnicas de fundamental importância para minimizar fatores que prejudiquem a concordância entre os resultados numéricos e experimentais.

A modelagem proposta aqui foi validada através de comparações numérico-experimentais da resposta transitória dos sistemas de aterramento compostos por: uma haste enterrada verticalmente (realizado em três ocasiões); uma haste enterrada horizontalmente; duas hastes enterradas verticalmente e eletricamente conectadas. Os testes experimen-

tais foram realizados na área arborizada localizada no Centro de Tecnologia da Eletrobrás/Eletronorte, em Belém do Pará, na qual foi observado que o solo apresentava alta condutividade.

A partir dos resultados apresentados no Capítulo 5, quando comparado ao modelo de solo não dispersivo, observa-se que os sinais obtidos pelo modelo desenvolvido neste trabalho apresentaram maior concordância com os sinais medidos. Ao comparar os valores de pico de tensão, o maior desvio absoluto do modelo de solos dispersivos (SD) foi igual a 2,55 %. Por outro lado, o maior desvio absoluto observado para modelo com solos não dispersivos (SND) foi de 9,74 %. Para a faixa de condutividade observada neste trabalho, esta diferença no valor de pico de tensão é esperada, tal como descrito em [19]. Quando analisa-se o MSE das curvas obtidas pelos dois modelos, nota-se uma disparidade no desvio máximo ainda maior: $MSE_{SD,max} = 0,1809$ e $MSE_{SND,max} = 1,5201$. Ou seja, o erro médio quadrático do solo dispersivo é mais de 8 vezes menor.

Portanto, conclui-se que através das simulações realizadas com o modelo de solo dispersivo, desenvolvido neste trabalho, ajustaram-se não só os picos de tensão induzida, mas também a forma de onda dos sinais, que ficou perfeitamente compatível com os sinais medidos em campo. Ainda, ressalta-se que os coeficientes do polinômio de Padé obtidos neste trabalho caracterizam o comportamento dispersivo do solo de Belém.

Visando o aprimoramento da modelagem proposta neste trabalho e novas contribuições, listam-se algumas propostas de trabalhos futuros:

- Incluir a dependência da permissividade elétrica com a frequência para que a modelagem proposta neste trabalho seja aplicável em solos menos condutivos;
- Modelar o efeito da ionização do solo juntamente com os efeitos dispersivos;
- Aplicar a modelagem de materiais dispersivos aos métodos *meshless*, como o RPIM (*Radial Point Interpolation Method*), de forma que sejam representadas adequadamente as geometrias não-retangulares dos sistemas de aterramento.

Referências Bibliográficas

- [1] E. D. Sunde, *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*. Dover Publications Inc., 1949.
- [2] S. V. Filho, *Aterramentos Elétricos: conceitos básicos, técnicas de medição e instrumentação e filosofias de aterramento*, 1st ed. Artliber, 2002.
- [3] G. Kindermann and J. M. Campagnolo, *Aterramento Elétrico*, 3rd ed. SAGRA-DC LUZZATTO, 1995.
- [4] K. Tanabe, “Novel method for analyzing the transient behavior of grounding systems based on the finite difference time-domain method,” *CRIEPI Report*, Tokio 2001.
- [5] S. Visacro, “A comprehensive approach to the grounding response to lightning currents,” *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 381–386, January, 2007.
- [6] L. Grcev, “Impulse efficiency of ground electrodes,” *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 24, no. 1, pp. 441–451, Jan. 2009.
- [7] L. Grcev, “Lightning surge efficiency of grounding grids,” *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 26, no. 3, pp. 1692–1699, July 2011.
- [8] L. Grcev and F. Dawalibi, “An electromagnetic model for transients in grounding systems,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 5, no. 4, pp. 1773–1781, Oct. 1990.

- [9] S. Visacro and J. A. Soares, “HEM: A model for simulation of lightning-related engineering problems,” *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1026–1028, Apr. 2005.
- [10] R. M. S. de Oliveira, J. F. M. Modesto, M. R. V. Maia, D. M. Fujiyoshi, and A. Raizer, “Impulse coefficient for square grounding grids in low resistivity soils: Influence of injection electrode,” *Journal of Electrostatics*, vol. 72, no. 5, pp. 372 – 380, 2014.
- [11] S. Visacro, R. Alipio, M. H. M. Vale, and C. Pereira, “The response of grounding electrodes to lightning currents: the effect of frequency-dependent soil resistivity and permittivity,” *IEEE Transactions on Elettromagnetic Compatibility*, vol. 53, no. 2, May 2011.
- [12] R. L. Smith-Rose, “Electrical measurements on soil with alternating currents,” *Proc. IEE*, vol. AP-75, pp. 221–237, Aug. 1934.
- [13] C. M. Portela, “Measurement and modeling of soil electromagnetic behavior,” in *Proc. IEEE Int. Sym. Electromagn. Compat.*, Seattle, WA 1999.
- [14] C. L. Longmire and K. S. Smith, “A Universal Impedance for Soils,” *Defense Nuclear Agency*, Santa Barbara, CA, Tropical Report for Period July 1 - September 30, DNA 3788T 1975.
- [15] R. L. Smith-Rose, “The electrical properties of soils for alternating currents at radio-frequencies,” *Proc. Royal Soc. London A*, vol. 140, no. 841A, pp. 359–377, 1933.
- [16] S. Visacro, M. H. M. Vale, M. B. Guimarães, R. L. Araújo, W. L. F. Pinto, and R. S. Alípio, “The response of grounding electrodes to lightning currents: the effect of frequency-dependent resistivity and permittivity of soil,” in *Proc. 30th Int. Conf. Lightning Protection*, Cagliari, Italy, Sept. 2010.

- [17] S. Visacro and R. Alipio, "Frequency dependence of soil parameters: experimental results, predicting formula and influence on the lightning response of grounding electrodes," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 27, no. 2, April 2012.
- [18] R. Alipio and S. Visacro, "Frequency dependence of soil parameters: effect on the lightning response of grounding electrodes," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 55, no. 1, February 2013.
- [19] R. S. Alipio, M. A. Schroeder, M. N. Afonso, T. A. S. Oliveira, and S. C. Assis, "Electric fields of grounding electrodes with frequency dependent soil parameters," *Electric Power Systems Research*, vol. 83, pp. 220–226, February 2012.
- [20] F. H. Silveira, S. Visacro, R. Alipio, and A. D. Conti, "Lightning-induced voltages over lossy ground: the effect of frequency dependence of electrical parameters of soil," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 5, October 2014.
- [21] K. Sheshyekani and M. Akbari, "Evaluation of Lightning-Induced Voltages on Multiconductor Overhead Lines Located Above A Lossy Dispersive Ground," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 29, no. 2, April 2014.
- [22] J. H. Scott, "Electrical and magnetic properties of rock and soil," *U. S. Geol. Surv., Dept. Interior*, Washington, DC 1966.
- [23] J. H. Scott, R. D. Carroll, and D. R. Cunningham, "Dielectric constant and electrical conductivity measurements of moist rock: a new laboratory method," *Journal of Geophysical Research*, vol. 72, no. 20, pp. 5101–5115, 1967.
- [24] S. Visacro and G. Rosado, "Response of grounding electrodes to impulsive currents: an experimental evaluation," *IEEE Trans. Electromagn. Compact.*, vol. 51, no. 1, pp. 161–164, Feb. 2009.

- [25] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 14, no. 3, pp. 302–307, May. 1966.
- [26] H. Padé, "Sur la représentation approchée d'une fonction par des fractions rationnelles," PhD Thesis, Ann. Ecole Nor., 1892.
- [27] J. A. Roden and S. D. Gedney, "Convolution PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 27, Issue 5, pp. 334–339, 2000.
- [28] Y. Taniguchi, Y. Baba, N. Nagaoka, and A. Ametani, "An Improved Thin Wire Representaion for FDTD Computations," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 10, pp. 3248–3252, Oct. 2008.
- [29] A. M. Mousa, "The Soil Ionization Gradient Associated with Discharge of High Currents into Concentrated Electrodes," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 3, 1994.
- [30] I. F. Gonos and I. A. Stathopoulos, "Soil ionization under lightning impulse voltages," *IEEE Proceedings*, vol. 151, no. 5, 2004.
- [31] J. He, Y. Gao, R. Zeng, J. Zou, X. Liang, B. Zhang, J. Lee, and S. Chang, "Effective Length of Counterpoise Wire Under Lightning Current," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 2, 2005.
- [32] C. A. Balanis, *Advanced engineering electromagnetics*, 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [33] S. Visacro and C. M. Portela, "Soil permittivity and conductivity behavior on frequency range of transient phenomena in electric power systems," presented at the Int. Symp. High Voltage Eng., Braunschweig, Germany 1987.

- [34] R. M. S. de Oliveira and C. L. S. S. Sobrinho, “Computational Environment for Simulating Lightning Strokes in a Power Substation by Finite-Difference Time-Domain Method,” *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 4, pp. 995–1000, Nov. 2009.
- [35] R. H. T. C. Filho, R. M. S. de Oliveira, C. L. S. S. Sobrinho, and A. M. de Almeida, “Parallel-FDTD and experimental results of SAR for flat and head phantoms 900MHz,” *Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), 2009 SBMO/IEEE MTT-S International*, pp. 373–378, Nov. 2009.
- [36] J. C. Maxwell, “A dynamical theory of the electromagnetic field,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 155, pp. 459–512, 1864.
- [37] G. S. Tagg, *Earth resistances*. George Newsnes Ltd., London, 1964.
- [38] C. H. M. Markvits and J. A. M. Leon, “Critérios de medições, aterramento e segurança em subestações,” *Anais do IV-SNPTE (Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica)*, Rio de Janeiro, 1977.
- [39] J. L. Davis and A. P. Annan, “Ground-penetrating radar for high resolution mapping of soil and rock stratigraphy,” *Geophys. Prosp.*, vol. 37, pp. 531–551, 1989.
- [40] R. W. Lenz, “Pavement Desing Guide,” *Texas Department of Transportation - Manual*, January, 2011.
- [41] M. A. F. Mattos, *Técnicas de aterramento*. Okime Eletromagnetismo Aplicado Ltda., Campinas, 2004.
- [42] E. T. Tuma, “Proposta de um Novo Modelo para Análise dos Comportamentos Transitório e Estacionário de Sistemas de Aterramento, usando-se o Método FDTD,” Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, ITEC - Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 2006.

- [43] B. R. Gupta and B. Thapar, "Impulse impedance of grounding grids," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-99, no. 6, pp. 2357–2362, Nov. 1980.
- [44] R. Luebbers, F. Hunsberger, K. S. Kunz, R. Standler, and M. Schneider, "A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for Dispersive Materials," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 32, no. 3, pp. 222–227, Aug 1990.
- [45] D. Kelley and R. Luebbers, "Piecewise linear recursive convolution for dispersive media using FDTD," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 6, pp. 792–797, Jun 1996.
- [46] M. A. Messier, "The propagation of an electromagnetic impulse through soil: influence of frequency dependent parameters," *Tech. Rep. MRC-N-415*, Mission Research Corporation, Santa Barbara, CA 1980.
- [47] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics, The Finite-Difference Time-Domain*, 3rd ed. Artech House Inc., 2005.
- [48] C. Lanczos, *Applied Analysis*. Prentice-Hall, 1988.
- [49] GNU MPFR website, "Multiple-Precision Floating-point computations with correct Rounding," <http://www.mpfr.org/>, acessado em Agosto de 2015.
- [50] J. A. S. Nascimento, R. M. S. de Oliveira, D. M. Fujiyoshi, L. F. P. Carvalho, R. C. F. Araújo, and M. J. S. Oliveira, "Estudo numérico-experimental de surtos provocados por descargas atmosféricas em malhas de aterramento elétrico," *XXIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, XXIII-SNPTEE, 18 a 21 de outubro, 2015, Foz do Iguaçu.
- [51] R. C. F. Araújo, "Desenvolvimento e Implementação de Gerador de Surto e sua Aplicação na Análise Numérico-Experimental do Comportamento Transitório de Sis-

- temas de Aterramento Elétrico,” Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, PPGEE, 2015.
- [52] *High-voltage test techniques - Part 1: General definitions and test requirements*. International Standard IEC 60060-1, 1989.
- [53] *IEEE Standard Techniques for High-Voltage Testing*. IEEE Std 4-1995, pp.1-135, 1995.
- [54] R. M. S. Oliveira, “Nova Metodologia para Análise e Síntese de Sistemas de Aterramento Complexos Utilizando o Método LN-FDTD, Computação Paralela Automática e Redes Neurais Artificiais,” Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 2008.
- [55] R. J. Hyndman and A. B. Koehler, “Another look at measures of forecast accuracy,” *International Journal of Forecasting*, vol. 22, no. 4, pp. 679 – 688, 2006.
- [56] D. Cavka, N. Mora, and F. Rachidi, “A comparison of frequency-dependent soil models: Application to the analysis of grounding systems,” *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 1, pp. 177–187, Feb 2014.