

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Raimunda da Silva e Silva

**PROPOSTA DE OTIMIZAÇÃO DE MODELO DE  
REGIONALIZAÇÃO DE CURVAS DE  
PERMANÊNCIA DE VAZÕES**

Orientador: Claudio José Cavalcante Blanco, Ph.D.

Belém/PA  
2014

Raimunda da Silva e Silva

**PROPOSTA DE OTIMIZAÇÃO DE MODELO DE  
REGIONALIZAÇÃO DE CURVAS DE  
PERMANÊNCIA DE VAZÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, para obtenção do Título de Mestra em Engenharia Civil, na área de Concentração em Engenharia Hídrica linha de pesquisa em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

Orientador: Prof. Claudio José Cavalcante Blanco

Belém/PA  
2014

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

---

Silva, Raimunda da Silva, 1984-  
Proposta de otimização de modelo de  
regionalização de curvas de permanência de  
vazões / Raimunda da Silva Silva. - 2014.

Orientador: Claudio José Cavalcante Blanco.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal  
do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2014.

1. Engenharia hidráulica. 2. Recursos  
hídricos. 3. Estações fluviométricas. 4.  
Medidores de fluxo - modelos matemáticos. 5.  
Otimização matemática. I. Título.

CDD 23. ed. 627

---



**PROPOSTA DE OTIMIZAÇÃO DE MODELO DE REGIONALIZAÇÃO  
DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE VAZÕES**

AUTOR:

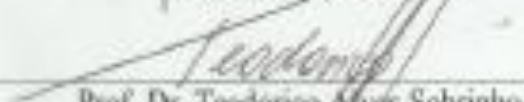
**RAIMUNDA DA SILVA E SILVA**

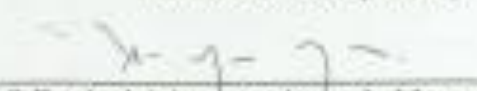
DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA,  
APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTI-  
TUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL  
DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA  
DE CONCENTRAÇÃO EM ENGENHARIA HÍDRICA.

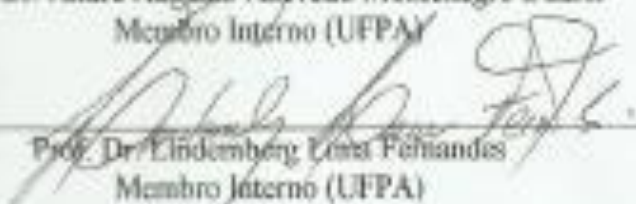
APROVADO EM: 16/05/2014

BANCA EXAMINADORA:

  
Prof. Claudio José Cavalcante Blanco, Ph.D.  
Orientador (UFPA)

  
Prof. Dr. Teodorico Alves Sobrinho  
Membro Externo (UFMS)

  
Prof. Dr. André Augusto Azavedo Montenegro Duarte  
Membro Interno (UFPA)

  
Prof. Dr. Elindenberg Lima Fernandes  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. CLAUDIO JOSÉ CAVALCANTE BLANCO, Ph.D.  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

A minha mãe Neusa por ter me apoiado em todas as minhas escolhas, pelo amor, cuidado e educação, que sempre me proporcionou. Eis meu exemplo de vida.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me deu saúde e sabedoria para chegar até aqui e me permitiu mais esta oportunidade de crescimento.

A minha mãe Neusa, minha maior incentivadora e a quem dedico mais esta vitória. Ao meu Pai Antônio em memória.

Agradeço ao meu orientador Prof. Claudio José Cavalcante Blanco pela orientação e por confiar na minha capacidade.

Aos meus irmãos pelo apoio e respeito, por suas companhias nas horas boas e ruins, sempre me dando força nas minhas decisões.

Ao meu companheiro Alex pela paciência, apoio e compreensão nos momentos difíceis.

A todos os meus amigos e colegas da pós-graduação e do GAES que sempre estiveram comigo, nos estudos e nas brincadeiras, os meus sinceros agradecimentos pelo companheirismo e amizade.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Aos meus amigos e familiares que sempre torceram pela minha vitória.

## RESUMO

Devido à carência de dados de vazão no Estado do Pará, a regionalização de curvas de permanência de vazões, apresenta-se como uma técnica importante, permitindo a estimativa de vazões em locais com dados insuficientes ou inexistentes. Assim, o presente trabalho visa propor a otimização de um modelo de regionalização de curvas de permanência de vazões para a região paraense. O modelo teve como base de dados 43 estações fluviométricas distribuídas no Estado do Pará. As curvas de permanência foram calibradas utilizando-se 5 modelos matemáticos de regressão: potência, exponencial, logarítmico, quadrático e cúbico. O modelo de regionalização foi estabelecido, usando-se a técnica de regressão múltipla. A variação espacial dos parâmetros dos modelos foi explicada em termos de área de drenagem, precipitação média anual, comprimento e desnível do rio principal. O modelo foi validado através do procedimento de Jack-knife. O melhor ajuste do modelo cúbico foi representado matematicamente pelos erros quadráticos relativos médios percentuais ( $\epsilon\%$ ), coeficientes de Nash-Sutcliffe (Nash) e pelos ajustes gráficos das vazões simuladas e observadas. A otimização do modelo, seguindo o método da tentativa e erro, deu-se pelo agrupamento das estações por área de drenagem e pela inserção de estações sintéticas. O número de estações sintéticas inseridas no modelo foi avaliado pelo *Root Mean Square Error* (RMSE), coeficiente de Nash e pelo  $\epsilon\%$ . Para os grupos I e II o número ótimo de estações sintéticas, que se juntaram às já consideradas nos grupos, foi 6 e 3, respectivamente. No grupo III somente o método de agrupamento em relação às áreas de drenagem foi suficiente para um bom desempenho do modelo de regionalização. O bom desempenho do modelo calibrado, validado e otimizado demonstrou o potencial deste na estimativa das curvas de permanência dos rios que cortam o Pará. As coordenadas geográficas das estações sintéticas, que otimizaram o modelo, podem servir como sugestão para o poder público de onde instalar novas estações. O número de novas estações seria limitado aos resultados da otimização, racionalizando-se recursos e aproveitando o modelo desenvolvido para determinar curvas de permanência de vazão para todo o estado do Pará. Nesse caso, as novas estações instaladas, também ajudariam, futuramente, a melhorar o desempenho do modelo.

Palavras-Chave: Estações Fluviométricas, Regionalização, Modelo Cúbico, Regressão Múltipla, Otimização.

## ABSTRACT

Due to lack of data flow in the State of Pará, the regionalization of streamflow duration curves, presents itself as an important technique, allowing the estimation of flow in sites with insufficient or no data. Thus, this paper aims to propose the optimization of a model of regionalization of streamflow retention curves for the Para region. The model was based on data at 43 gauged stations distributed in the state of Pará. The flow duration curves were calibrated using 5 regression models: power, exponential, logarithmic, quadratic and cubic. Regionalization model was established using the multiple regression technique. The spatial variation of each parameter was explained in terms of the drainage area, mean annual precipitation, length and slope of the main river. The model was validated using the Jack - knife procedure. The best fit of the cubic model was mathematically represented by the quadratic mean relative errors ( $\epsilon\%$ ), coefficients of Nash-Sutcliffe (Nash) and the graphics settings the simulated and observed streamflow. The optimization model was achieved by insertion of synthetic stations and cluster stations by drainage area. The number of synthetic stations included in the model were evaluated by *Root Mean Square Error* (RMSE), the coefficient of Nash and the  $\epsilon\%$ . For groups I and II the optimal number of synthetic stations, who joined those already considered in the groups, it was 6 and 3, respectively. In group III only the clustering method in relation to drainage areas was sufficient for good performance of the regionalization model. The good performance of the calibrated, validated and optimized model demonstrated the potential of this in the estimation of retention curves of the rivers that cross the Para. The geographic coordinates of synthetic stations, which optimized the model can serve as a suggestion to the government where to install new stations. The number of new stations would be limited to the results of optimization, streamlining resources and building up the model developed to determine retention curves flow for the entire state of Para. In this case, the new installed stations, would also help in the future to improve the model performance.

**Keywords** – Fluviometric Stations, Cubic Models, Multiple Regression, Cubic Model, Multiple Regression, Optimization.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Divisão do Estado do Pará em regiões hidrográficas .....	25
Figura 2 - Distribuição espacial das estações fluviométricas e pluviométricas consideradas no estudo.....	28
Figura 3 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações Garganta, Caramujo, Aldeia Wai-Wai, Fortaleza, Acará do Tapajós, Jamanxim, Apalai, Boa Sorte, Fazenda Rio Dourado, São Félix do Xingu, Itupiranga e Tucuruí, .....	46
Figura 4 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações Estirão da Angélica, Creporizão, Jardim do Ouro, Barragem – Conj. 4, Arapari, Boa Esperança, UHE Pombal, Belo Horizonte, Manoel Jorge, Laranjeiras, Cajueiro, UHE Altamira, Pacajás, Conceição do Araguaia e Marabá. ....	47
Figura 5 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações, Fazenda Alegria, Cachoeira Tracambeua, Bom Jardim, Fazenda Maringá, Badajós, Nova Mocajuba, Cafezal, Tirios, Boca do Inferno, Base do cachimbo, Uruará e Pedra do Ó.	48
Figura 6 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações Altamira, Fazenda Cipaubá, Sete Ilhas e Tararua-Ponte.....	49
Figura 7 - Distribuição espacial das estações fluviométricas dos grupos I, II e III.....	50
Figura 8 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo .....	54
Figura 9 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo do grupo II	58
Figura 10 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo do grupo III .....	61
Figura 11 - Curvas de permanência de vazões simuladas pelo modelo regional das bacias do grupo III.....	63
Figura 12 - Desempenho de métodos de estimativa em função do número de locais de origem .....	65
Figura 13 - Desempenho do método de estimativa em função do número de estações sintéticas .....	66
Figura 14 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo do grupo I considerando seis estações sintéticas.....	70

Figura 15 - Curvas de permanência de vazões simuladas pelo modelo regional para as bacias do grupo I .....	71
Figura 16 - Desempenho do método de estimativa em função do número de estações sintéticas .....	72
Figura 17 - Curvas de permanência de vazões simuladas pela validação do modelo do grupo II considerando três estações sintéticas .....	76
Figura 18 - Curvas de permanência de vazões simuladas pelo modelo regional para as bacias do grupo II .....	77

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Estações fluviométricas utilizadas no estudo .....	27
Tabela 2 – Estações pluviométricas utilizadas no estudo.....	29
Tabela 3 – Informações morfoclimáticas das estações fluviométricas usadas na calibração das curvas de permanência.....	30
Tabela 4 – Tabela ANOVA da regressão múltipla.....	38
Tabela 5 – Média dos erros percentuais ( $\epsilon\%$ ) e do Coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_a$ ) de cada modelo na calibração.....	41
Tabela 6 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes.....	41
Tabela 7 – Parâmetros e coeficientes de determinação ajustado das equações de regressão do modelo cúbico .....	42
Tabela 8 – Valores do Erro relativo médio e coeficiente de Nash de cada bacia-alvo .....	44
Tabela 9 – Resumo da Média dos Erros (%) e $R^2_a$ ajustado ( $R^2_a$ ).....	51
Tabela 10 – Características morfoclimáticas das estações fluviométricas do grupo I .....	52
Tabela 11 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo I.....	52
Tabela 12 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash das bacias-alvo do grupo I .....	53
Tabela 13 – Características morfoclimáticas das estações fluviométricas do grupo II.....	55
Tabela 14 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo II.....	56
Tabela 15 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash para as bacias-alvo do grupo II .....	57
Tabela 16 – Características morfoclimáticas das estações fluviométricas do grupo III.....	59
Tabela 17 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo III .....	60
Tabela 18 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash para cada bacia-alvo do grupo III.....	61
Tabela 19 – Coordenadas geográfica das estações sintéticas .....	67
Tabela 20 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo I.....	68

Tabela 21 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash para cada bacia-alvo do grupo I .....	69
Tabela 22 – Coordenadas geográfica das estações sintéticas do grupo II.....	74
Tabela 23 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo II.....	74
Tabela 24 – Valores do Erro médio percentual e do coeficiente de Nash das bacias-alvo do grupo II.....	75

**LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Graus de correlação entre variáveis.....	34
Quadro 2 – Matriz de correlação .....	34

**LISTA DE SIGLAS**

ANA	Agência Nacional de Água
OMM	Organização Meteorológica Mundial
SEMMA	Secretaria de Estado de Meio Ambiente
SIG	Sistema de Informação Geográfica
SNIRG	Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos

## LISTA DE SÍMBOLOS E ILUSTRAÇÕES

A	Área de drenagem (km <sup>2</sup> )
H	Desnível do rio principal (m)
L	Comprimento do rio principal (km)
P	Precipitação média (mm)
D	Percentual de tempo igualado ou excedido (%)
<i>a</i>	Parâmetro dos modelos matemáticos
<i>b</i>	Parâmetro dos modelos matemáticos
<i>c</i>	Parâmetro dos modelos matemáticos
<i>d</i>	Parâmetro dos modelos matemáticos
$F_{total}$	Teste $F_{total}$ de Fisher-Snedecor
<i>r</i>	Coefficiente de correlação simples
$R^2$	Coefficiente de determinação
$R^2_a$	Coefficiente de determinação ajustado
Nash	Coefficiente de Nash-Sutcliffe
RMSE	Raiz quadrada do erro quadrático médio
$\epsilon(\%)$	Erro quadrático relativo médio percentual
$\alpha$	Nível de significância
$QM_{Reg}$	Quadrado médio da regressão
$QM_{Res}$	Quadrado médio dos resíduos
$SQ_{Reg}$	Somatório dos quadrados da regressão
$SQ_{Res}$	Somatório dos quadrados dos resíduos
$SQT$	Somatório dos quadrados total
Q	Vazão (m <sup>3</sup> /s)
Y	Variável dependente
$Q_i$	Vazão observada
$\hat{Q}_i$	Vazão estimada pelo modelo de regionalização
$\bar{Q}_m$	Média das vazões observadas
N	Número total de vazão observada
$\rho$	Número de variáveis independentes
Y	Variável dependente
$X_i (i=1, 2, \dots)$	Variáveis independentes ou explicativas

$\beta_i (i=1,2,\dots)$	Coeficientes de regressão
$Q_{obs.}$	Vazão observada
$Q_{sim.}$	Vazão Simulada
$\epsilon$	Erro da regressão



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>18</b>
2.1	GERAL.....	18
2.2	ESPECÍFICOS.....	18
<b>3</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>19</b>
3.1	REGIONALIZAÇÃO HIDROLÓGICA .....	19
3.2	CURVA DE PERMANÊNCIA .....	20
3.3	REGIONALIZAÇÃO DE CURVA DE PERMANÊNCIA DE VAZÃO.....	20
3.4	CARACTERÍSTICAS FÍSICAS ESTUDADAS NA REGIONALIZAÇÃO DE VAZÃO .....	21
3.5	OTIMIZAÇÃO DE MODELOS DE REGIONALIZAÇÃO .....	22
<b>4</b>	<b>ÁREA DE ESTUDO .....</b>	<b>24</b>
<b>5</b>	<b>MATERIAS E MÉTODOS.....</b>	<b>26</b>
5.1	DADOS UTILIZADOS.....	26
5.2	CALIBRAÇÃO DAS CURVAS DE PERMANÊNCIAS DE VAZÃO .....	31
5.3	CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DOS MODELOS .....	32
5.4	ANÁLISE DE MULTICOLINEARIDADE.....	33
5.5	APLICAÇÃO DA REGRESSÃO MÚLTIPLA .....	35
5.5.1	<i>Modelos de Regionalização .....</i>	<i>36</i>
5.5.2	<i>Método dos mínimos quadrados.....</i>	<i>36</i>
5.6	TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DA EQUAÇÃO DE REGRESSÃO MÚLTIPLA .....	38
5.7	VALIDAÇÃO DO MODELO.....	39
<b>6</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>41</b>
6.1	CALIBRAÇÃO .....	41
6.2	ANÁLISE DE MULTICOLINEARIDADE.....	41
6.3	MODELO DE REGRESSÃO UTILIZADO NA REGIONALIZAÇÃO.....	42
6.4	TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DAS EQUAÇÕES DE REGRESSÃO .....	44
6.5	VALIDAÇÃO.....	44
<b>7</b>	<b>PROPOSTA DE OTIMIZAÇÃO DO MODELO.....</b>	<b>50</b>

7.1	AGRUPAMENTO DAS ESTAÇÕES EM RELAÇÃO ÀS ÁREAS DE DRENAGEM	50
7.1.1	<i>Grupo I</i>	51
7.1.2	<i>Grupo II</i>	55
7.1.3	<i>Grupo III</i>	59
7.2	INSERÇÃO DE ESTAÇÕES SINTÉTICAS	64
7.2.1	<i>Grupo I</i>	66
7.2.2	<i>Grupo II</i>	72
8	CONCLUSÃO	79
9	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	81
	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	82
	APÊNDICE A – CURVAS DE PERMANÊNCIA CALIBRADAS PARA OS MODELOS CÚBICO, LOGARÍTMICO, QUADRÁTICO, EXPONENCIAL E POTÊNCIA	85
	ANEXO A – TABELA DE DISTRIBUIÇÃO F DE SNEDECOR	97

## 1 INTRODUÇÃO

Em uma bacia hidrográfica é fundamental conhecer o regime de vazões principalmente quando utilizado em estudos hidrológicos, pois serve como base para efetivo acesso e controle dos múltiplos usos da água, seja para geração de energia elétrica, agricultura, sistema de abastecimento de água, esgotamento sanitário, navegação etc. Desta forma, para um bom gerenciamento dos recursos hídricos de uma determinada região, as condições climáticas e o regime hidrológico devem ser analisados.

Segundo Gontijo Jr. (2007), para que uma rede de monitoramento fluviométrica seja eficiente, as estações devem ser instaladas de forma que sua densidade e distribuição espacial em uma região permita que se determine com precisão para fins práticos, as características básicas dos elementos hidrológicos de qualquer parte dessa região.

O Estado do Pará, localizado na Amazônia Brasileira, é constituído por uma vasta rede hidrográfica, porém ainda possui regiões onde os dados hidrológicos básicos são inexistentes ou reduzidos. Isso se deve principalmente aos elevados custos de implantação, operação e manutenção dessa rede de monitoramento hidrológico. Devido à carência de dados de vazão na região paraense, a regionalização de curva de permanência de vazões apresenta-se como uma técnica importante, e que consiste em explorar ao máximo as informações existentes, permitindo a estimativa de vazões em locais com dados insuficientes ou inexistentes.

De acordo com o Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos (SNIRH) (2013) da Agência Nacional de Águas (ANA), o estado do Pará possui em sua rede de monitoramento hidrológico 102 estações fluviométricas e 264 estações pluviométricas, algumas dessas estações estão inoperantes ou possuem poucos dados. Fato este, que dificulta ainda mais a obtenção de séries históricas em determinadas bacias do estado.

Devido à carência de dados hidrológicos na região paraense, estudos de modelagem hidrológica caracterizam uma opção para estimativas de variáveis hidrológicas, tais como a vazão. Assim, o presente trabalho visa propor a otimização de um modelo de regionalização de curvas de permanência de vazões. A otimização poderá prever o menor número possível de estações fluviométricas sintéticas inseridas no modelo, minimizando os erros entre as curvas de permanência observadas e simuladas. As coordenadas das estações sintéticas seriam os melhores locais para implantação de novas estações fluviométricas, visando alimentar o modelo e expandir de forma ótima a rede hidrométrica no Pará, buscando a racionalização de recursos financeiros e das equipes de monitoramento.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 GERAL

O objetivo deste trabalho é propor a otimização de um modelo de regionalização de curvas de permanência de vazões aplicado ao Estado do Pará.

### 2.2 ESPECÍFICOS

- Calibrar curvas de permanência de vazões para todas as estações fluviométricas do Estado do Pará consideradas no estudo;
- Estabelecer, por meio de regressões múltiplas, o melhor modelo de regionalização;
- Aplicar e analisar modelo de regionalização de curvas de permanência de vazões adaptado às bacias hidrográficas do Estado do Pará;
- Agrupar por área de drenagem as bacias consideradas no estudo para melhor calibração e validação do modelo de regionalização;
- Definir o número ótimo de estações, minimizando os erros relativos percentuais entre as curvas de permanência observadas e simuladas de todas as bacias consideradas no estudo.

### 3 REVISÃO DA LITERATURA

#### 3.1 REGIONALIZAÇÃO HIDROLÓGICA

Nos estudos de aproveitamento dos recursos hídricos das bacias hidrográficas, na maioria das vezes os hidrólogos são convocados para avaliar a disponibilidade hídrica em áreas onde não existe série de dados hidrológicos ou, se existe a extensão da série observada é insuficiente. Nesses casos, requer-se a aplicação de técnicas de transferência de informações de outros locais climaticamente semelhantes para a bacia hidrográfica em questão. Ao procedimento de transferência de informações, denomina-se regionalização (BARBOSA *et al.*, 2005).

O termo regionalização é utilizado na hidrologia para determinar a transferência de informações de um local para outro com características hidrológicas semelhantes. Essa informação pode ocorrer na forma de uma variável, função ou parâmetro. Logo, o princípio da regionalização baseia-se na similaridade espacial destas informações que permitem essa transferência (TUCCI, 2002).

Para Peralta (2003), uma das finalidades da regionalização hidrológica é a determinação de regiões que apresentem comportamento semelhante em relação à distribuição da frequência e na correlação das vazões, resultante da combinação de um grande número de fatores físicos e climáticos, denominada regiões homogêneas.

Segundo Tucci (2002) ainda que haja uma alta densidade de estações, uma rede hidrológica não é capaz de cobrir todos os locais de interesse necessários ao gerenciamento dos recursos hídricos de uma região, de forma que sempre existem lacunas temporais e espaciais que necessitam ser preenchidas com base em metodologias que busquem uma melhor estimativa dos dados em seções que não possuem medições.

A regionalização hidrológica, em geral, caracteriza-se por uma variedade de métodos que utilizam informações regionais para sintetizar dados de vazão. Estas informações podem ser características fisiográficas de bacias hidrográficas, informações hidrometeorológicas e parâmetros estatísticos calculados a partir das séries de vazões de postos da região (SILVEIRA *et al.*, 1998).

### 3.2 CURVA DE PERMANÊNCIA

A curva de permanência, definida por VOGEL e FENNESSEY (1990), representa a relação entre a magnitude e a frequência de vazões diárias, semanais, mensais (ou de qualquer outra duração) de uma determinada bacia hidrográfica, fornecendo a porcentagem de tempo que uma dada vazão é igualada ou superada num período histórico.

Obregon *et al.* (1999), define curva de permanência sendo a curva que relaciona a vazão ou nível de um rio com a porcentagem de tempo em que ocorrem vazões, ou níveis maiores ou iguais a uma vazão, ou nível qualquer. Segundo Tucci (2002), a curva de permanência retrata a parcela de tempo em que uma determinada vazão é igualada ou superada durante o período analisado. Para uma melhor visualização do grau de permanência no tempo de determinados valores de vazão, a curva pode ser organizada em intervalos de classe com suas respectivas frequências e com o tempo em porcentagem.

Searcy *apud* Pinto (2006) recomenda a separação das vazões em 20 a 30 intervalos de classe, bem distribuídos, e define a curva de permanência como um histograma cumulativo de vazões, com base nos intervalos de classe. As ordenadas de uma curva de permanência são obtidas pela acumulação das frequências classificadas em ordem decrescente. A abscissa da curva fica definida pela vazão do limite inferior do intervalo.

### 3.3 REGIONALIZAÇÃO DE CURVA DE PERMANÊNCIA DE VAZÃO

Na literatura podem ser encontrados vários estudos sobre a regionalização de vazão em diferentes locais do mundo, onde podemos destacar: Singh (1971) para o Meio Oeste dos Estados Unidos, Mimikou e Kaemaki (1985) nas regiões oeste e noroeste da Grécia, Vogel e Fennessey (1990) em Massachusetts, Yu *et al.* (2002) em Taiwan, Mazvimavi (2003) em Zimbabwe, Li *et al.* (2010) no sudeste da Austrália., Costa *et al.* (2012) para os rios das regiões hidrográficas da Calha Norte e do Xingu no Estado do Pará.

Singh (1971) modelou as curvas de permanência de vazões para o Meio Oeste dos Estados Unidos, considerando que as vazões de permanência podiam ser funções do tipo potência da área de drenagem.

Vogel e Fennessey (1990) utilizaram, em um estudo regional em Massachusetts, curvas de permanência no intervalo  $0,50 \leq p \leq 0,99$ , em que  $p$  é a probabilidade de excedência. Foi utilizada a distribuição log-normal a dois parâmetros, a qual forneceu uma aproximação satisfatória para o ramo inferior da curva.

Yu *et al.* (2002) ajustaram um modelo de regionalização através de uma equação polinomial para dezenove bacias em Taiwan. Mazvimavi (2003) realizou um estudo de análise regional em cinquenta e três bacias no Zimbabwe para a estimativa de curvas de permanência, usando uma equação exponencial.

Li *et al.* (2010) propuseram um novo método de regionalização, chamado modelo de índice. Os modelos especificam relações entre as variáveis hidrológicas utilizadas na previsão de vazões, melhorando a própria previsão das vazões. O modelo foi aplicado para simular curvas de permanência de vazões em 227 microbacias no sudeste da Austrália.

Mimikou e Kaemaki (1985) desenvolveram um estudo de regionalização nas regiões oeste e noroeste da Grécia. Nesse caso, foram usados, 5 modelos matemáticos, potência, exponencial, logarítmico, quadrático e cúbico para a calibração das curvas de permanência de vazões. As autoras também utilizaram características morfoclimáticas das bacias como: precipitação média anual (mm), área de drenagem (km<sup>2</sup>), declividade (m) e comprimento do rio (km), na regionalização dos parâmetros da curva.

Costa *et al.* (2012) aplicaram o modelo de Mimikou e Kaemaki (1985), para os rios das regiões hidrográficas da Calha Norte e do Xingu no Estado do Pará. Os modelos tiveram como base de dados 25 estações fluviométricas localizadas nas respectivas regiões, sendo 9 na Calha Norte e 16 no Xingu. No processo de calibração, os modelos cúbico e exponencial ajustaram-se melhor aos dados observados das estações da Calha Norte e Xingu, respectivamente. A variação espacial dos parâmetros dos modelos foi explicada em termos de área de drenagem, precipitação média anual, comprimento e desnível do rio. As análises dos coeficientes de Nash-Sutcliffe e dos erros percentuais revelaram que, os modelos de regionalização apresentaram resultados satisfatórios com erros inferiores a 10%, coeficientes de Nash-Sutcliffe superiores a 0,85 e bons ajustes gráficos das curvas de permanência de vazões simuladas e observadas. Desta forma, os autores concluíram que o bom desempenho do modelo calibrado e validado demonstra o potencial desta modalidade de regionalização na estimativa das vazões de permanência das regiões de estudo.

#### 3.4 CARACTERÍSTICAS FÍSICAS ESTUDADAS NA REGIONALIZAÇÃO DE VAZÃO

As características físicas e climáticas das bacias hidrográficas são utilizadas como variáveis explicativas na regionalização hidrológica e são importantes para melhor determinar as especificidades da região estudada. Segundo Tucci (2002), as variáveis explicativas devem

ser de fácil obtenção ou extração pelo usuário da regionalização, do contrário, a metodologia dificilmente será utilizada. De acordo com o mesmo autor, muitas variáveis explicativas possuem forte correlação entre si, i.e., ao se introduzir uma nova variável poderá não haver aumento de informação. Porém, esta correlação nem sempre responde pelo universo de situações, não sendo uma regra para algumas bacias singulares. Desta forma, deve ser realizado um exame cuidadoso das correlações.

As características físicas e climáticas mais utilizadas na regionalização são: área de drenagem da bacia (A), declividade do rio (H), comprimento do rio principal (L) e precipitação (P). Segundo Tucci (2002), a precipitação média anual tem sido a mais utilizada no estudo de regionalização. A precipitação média anual para um posto pluviométrico pode ser obtida extraindo-se a média das precipitações totais anuais. Esta última é obtida a partir da soma dos valores das precipitações mensais do referido ano.

Segundo Almeida (2010), nos estudos de regionalização faz-se necessário determinar a precipitação média sobre uma dada área e, para isso, podem ser utilizados diferentes métodos, como o dos polígonos de Thiessen e o das isoietas. O primeiro leva em conta a não uniformidade da distribuição espacial da chuva na bacia, atribuindo a cada posto pluviométrico pesos proporcionais à sua área de influência. Contudo, este mesmo método desconsidera o relevo da bacia. No método das isoietas é levada em consideração a interferência do relevo na formação das chuvas e a mobilidade do comportamento das chuvas ao longo do tempo.

### 3.5 OTIMIZAÇÃO DE MODELOS DE REGIONALIZAÇÃO

De acordo com Mollinedo (2000), a otimização de uma rede hidrométrica que reflete a eficácia do seu funcionamento acaba por ser uma tarefa urgente, principalmente devido às restrições econômicas dos orçamentos nacionais na maioria dos países, em outros pelo princípio de austeridade, o terceiro pelas mesmas condições físicas e sociais que exigem investimentos diários eficazes.

Segundo a Organização Meteorológica Mundial - OMM (WMO, 1994):

“... o objetivo de uma rede de dados hidrológicos é permitir que, por interpolação entre séries de dados de diferentes estações, torne-se possível determinar com suficiente precisão, para fins práticos, as características básicas dos elementos hidrológicos e meteorológicos em qualquer ponto desta região”.

Segundo Gontijo Junior e Koide (2012), a falta de manutenção e recuperação dos postos fluviométricos devido à indisponibilidade financeira necessária para problemas



operacionais, agrava o processo de coleta de dados. Desta forma, a seleção de uma rede ótima de estações de monitoramento é importante para a qualidade da predição nos locais onde esses dados são insuficientes ou inexistentes. Uma rede ótima é definida pela a OMM (WMO, 1994), como:

“Um adequado sistema de monitoramento de dados hidrometeorológicos é planejado de forma que, dentro de certos níveis de precisão pré-estabelecidos, os parâmetros de projetos utilizados no planejamento, controle e gerenciamento dos recursos hídricos, possam ser perfeitamente caracterizados e definidos, de forma direta, em qualquer ponto da bacia hidrográfica. Nessas condições, seria possível afirmar que existe uma rede ótima de estações de monitoramento”.

Na literatura, estudos que usam o método baseado na curva de permanência de vazões utilizam mais de uma estação como origem para prever vazões diárias em locais sem dados.

Os estudos de Hughes e Smakhtin (1996) e Smakhtin (1999) recomendam que até cinco locais com dados possam ser utilizadas como locais de origem, e sugeri que essas estações estejam localizadas sobre o mesmo rio, seus afluentes ou riachos adjacentes.

Shu e Ouarda (2012) selecionaram os locais de origem com base em sua distância geográfica dos locais de destino. Para não utilizar um número arbitrário de estações de origem, os autores utilizaram em seu estudo o procedimento de reamostragem de Jack-knife para determinar objetivamente o número ótimo de locais que serviria como base para prever vazões nos locais de destino. O desempenho do método foi baseado em função do coeficiente de Nash e do RMSE (*Root Mean Square Error*), em português, raiz quadrada do erro quadrático médio, os autores concluíram que houve um aumento acentuado quando o número de locais de origem aumentou de um a quatro, e não houve alteração significativa desses índices quando mais locais de origem foram incluídos.

#### 4      **ÁREA DE ESTUDO**

A área de estudo, onde será aplicado o modelo de regionalização, limita-se ao Estado do Pará localizado na região norte do Brasil, e tem como limites o Suriname e o Amapá a norte, o oceano Atlântico a nordeste, o Maranhão a leste, Tocantins a sudeste, Mato Grosso a sul, o Amazonas a oeste e Roraima e a Guiana a noroeste. Segundo o Governo do Estado do Pará (2013), o estado abrange uma área de 1.248.042,515 km<sup>2</sup>, dividido em 144 municípios.

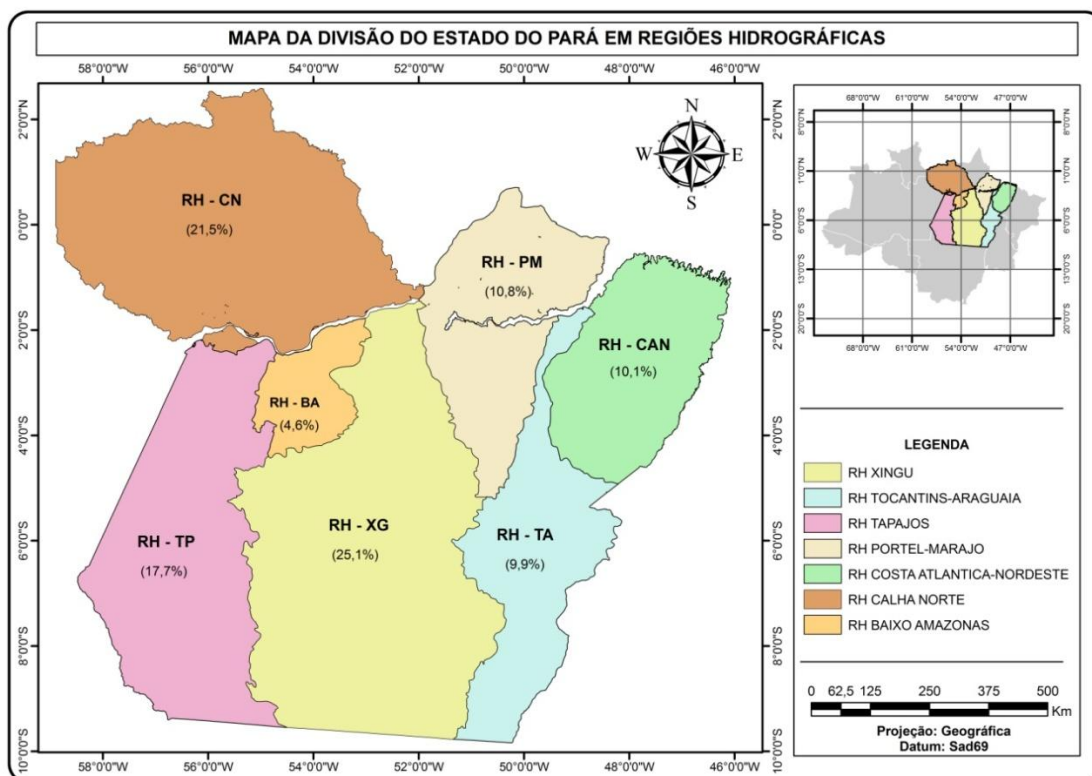
O estado é o mais populoso da região norte, contando com uma população de 7.321.493 habitantes. Sua capital, Belém, reúne em sua região metropolitana cerca de 2,1 milhões habitantes, sendo a maior população metropolitana da região Norte. O relevo é baixo e plano; 58% do território se encontra abaixo dos 200 metros.

O Estado é formado por mais de 20 mil quilômetros de rios como o Amazonas, que corta o estado no sentido oeste/leste e deságua no grande delta marajoara, ou os rios Tocantins e Guamá que formam bacias independentes. Estão também no Pará, alguns dos mais importantes afluentes do Amazonas como Tapajós e Xingu, pela margem direita, Trombetas, Nhamundá, Maicuru e Jari pela margem esquerda. Os rios principais são: rio Amazonas, rio Tapajós, rio Tocantins, rio Xingu e rio Jari.

O Estado do Pará em virtude da sua vasta rede hidrográfica está dividido em 7 (sete) regiões hidrográficas segundo a Secretaria de Estado de meio Ambiente (SEMA, 2001), que são: Calha Norte (21,5%); Tapajós (17,7%), Xingu (25,1%), Tocantins-Araguaia (9,9%), Baixo Amazonas (4,6%), Portel Marajó (10,8%) e Costa Atlântica-Nordeste (10,1%) (Figura 1). Esta divisão visa facilitar o planejamento e gestão dos recursos hídricos no estado.

Localizado na Amazônia oriental, o Estado está situado no maior corredor de florestas protegidas do mundo, com mais de 717 mil km<sup>2</sup> (cerca de 71 milhões de hectares) divididos em áreas de proteção integral, de uso sustentável e terras indígenas (GOVERNO DO ESTADO DO PARÁ, 2013).

Figura 1 - Divisão do Estado do Pará em regiões hidrográficas



Fonte: Adaptado de SEMA, 2001.

Destacando-se no âmbito nacional, no que se refere à riqueza hidrográfica, os recursos hídricos do estado exercem fundamental importância no equilíbrio paisagístico da floresta amazônica, no âmbito de projetos de desenvolvimento nas áreas da indústria, comércio e mineração, planos de conservação ambiental, bem como na pecuária e nas técnicas estratégicas de irrigação no ramo da agricultura e do turismo. Esta rede hidrográfica garante algumas vantagens econômicas para o estado, como por exemplo: facilidade de navegação fluvial e grande potencial hidroenergético.

De acordo com o Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos (SNIRH) da Agência Nacional de Água (ANA), existem hoje no Estado do Pará 102 estações fluviométricas, das quais 59 operam normalmente e 43 se encontram fora de operação, e 264 estações pluviométricas, das quais 201 estão operando normalmente e 63 estão inoperantes. Observa-se, com a análise da situação operacional em que se encontram estas estações, que uma grande quantidade não dispõe de informações, dificultando ainda mais a obtenção de séries históricas em determinadas bacias do estado.

## 5 MATERIAS E MÉTODOS

A metodologia do presente trabalho baseia-se nas obras de Mimikou e Kaemaki (1985) - Regionalização; presente trabalho – Agrupamento de estações fluviométricas por área de drenagem; Shu e Ouarda (2012) – Otimização do modelo. A metodologia será aplicada às Regiões Hidrográficas do estado do Pará, visando abranger todo o território Paraense.

A metodologia utilizada neste trabalho consiste nos seguintes passos:

- Passo 1: Calibração das curvas de permanência de vazões por meio dos seguintes modelos matemáticos: potência, exponencial, logarítmico, quadrático e cúbico;
- Passo 2: Análise de multicolinearidade entre as variáveis independentes;
- Passo 3: Modelo regional definido através de testes de equações de regressão, utilizando o método dos mínimos quadrados;
- Passo 4: Teste  $F_{total}$  usado para conhecer o nível de significância das equações de regressão;
- Passo 5: Validação: aplicação e verificação do modelo regional para a construção das curvas de permanência de vazões das bacias-alvo com o melhor dos 5 modelos analisados;
- Passo 6: Otimização através da minimização do número de estações sintéticas adicionadas para maximizar o desempenho do modelo.

### 5.1 DADOS UTILIZADOS

Para a realização do estudo foram utilizados dados fluviométricos pertencentes à rede hidrometeorológica da ANA. As estações fluviométricas efetivamente utilizadas basearam-se na amplitude das suas séries históricas, considerando-se para o estudo, as estações com pelo menos cinco anos de registros. Ainda que algumas estações apresentassem muitas falhas foram consideradas no estudo, buscando-se com isso, abranger a maior extensão territorial possível para a região analisada.

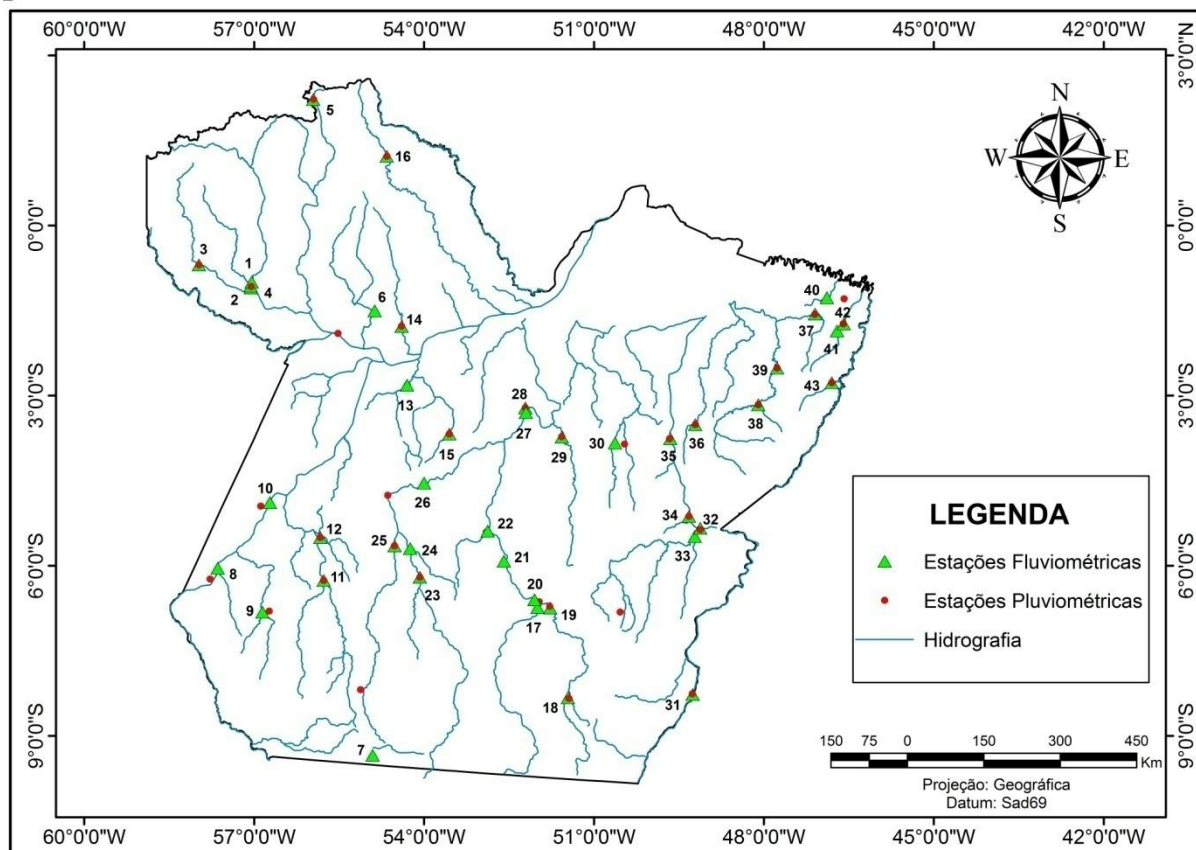
Foram selecionadas 43 estações fluviométricas e 36 pluviométricas localizadas em todo o Estado do Pará. As principais informações descritivas destas estações, bem como sua localização espacial, estão apresentadas na Tabela 1 e Figura 2. Para a elaboração da Figura 2 foram utilizados dados vetoriais do banco de dados do Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis (IBAMA) disponível em <https://www.ibama.gov.br>.

Tabela 1 – Estações fluviométricas utilizadas no estudo

Nº	Código	Rio	Nome	Latitude	Longitude	Extensão da Série em Anos
1	16430000	Trombetas	Garganta	-0:59:52	-57:2:35	18
2	16460000	Trombetas	Caramujo	-1:3:54	-57:3:41	18
3	16480000	Mapuera	Aldeia Wai-Wai	-0:41:41	-57:58:29	20
4	16500000	Mapuera	Estirão da Angélica	-1:6:2	-57:3:25	23
5	16700000	Cumina-uiri	Tirios	02:13:26	-55:57:23	29
6	17090000	Curuá	Boca do Inferno	-1:30:11	-54:52:22	28
7	17345000	Braco norte	Base do Cachimbo	-9:20:32	-54:54:29	24
8	17500000	Tapajós	Fortaleza	-6:2:43	-57:38:34	20
9	17610000	Crepori	Creporizão (Ex - Mundico Coelho)	-6:49:11	-56:51:6	11
10	17650002	Tapajós	Acará do Tapajós	-4:53:11	-56:43:23	12
11	17675000	Jamanxim	Jardim do Ouro	-6:15:27	-55:46:21	13
12	17680000	Jamanxim	Jamanxim	-5:30:0	-55:50:0	07
13	18121006	Curuá-uma	Barragem - Conj.4	-2:48:56	-54:18:6	29
14	18200000	Maicuru	Arapari	-1:46:44	-54:23:50	28
15	18250000	Uruará	Uruará	-3:40:38	-53:33:15	29
16	18280000	Paru de este	Apalai	01:13:15	-54:39:25	28
17	18460000	Xingu	Boa Sorte	-6:44:9	-51:59:43	26
18	18480000	Fresco	Fazenda Rio Dourado	-8:19:37	-51:27:37	05
19	18500000	Fresco	Boa Esperança	-6:44:43	-51:46:25	28
20	18510000	Xingu	São Félix do Xingu	-6:36:0	-52:3:0	24
21	18514000	Xingu	UHE Pombal	-5:55:4	-52:35:27	28
22	18520000	Xingu	Belo Horizonte	-5:23:34	-52:52:38	22
23	18590000	Iri	Manoel Jorge (Terra Preta)	-6:11:14	-54:5:1	08
24	18600000	Iri	Laranjeiras	-5:41:48	-54:14:44	14
25	18650000	Curuá	Cajueiro	-5:39:0	-54:31:15	28
26	18700000	Iri	Pedra do Ó	-4:31:40	-54:0:45	22
27	18849100	Xingu	UHE Altamira	-3:17:55	-52:12:7	28
28	18850000	Xingu	Altamira	-3:12:53	-52:12:44	28
29	18880000	Bacajá	Fazenda Cipaubá	-3:43:53	-51:34:3	14
30	19985000	Pacajás	Pacajás	-3:51:14	-50:38:10	28
31	27500000	Araguaia	Conceição do Araguaia	-8:16:10	-49:15:34	28
32	29050000	Tocantins	Marabá	-5:20:19	-49:7:28	28
33	29100000	Itacaiúnas	Fazenda Alegria	-5:29:12	-49:13:17	28
34	29200000	Tocantins	Itupiranga	-5:7:41	-49:19:27	29
35	29700000	Tocantins	Tucuruí	-3:45:28	-49:39:12	28
36	31020000	Moju	Cachoeira Tracambeua	-3:30:46	-49:12:48	23
37	31520000	Guamá	Bom Jardim	-1:32:26	-47:3:56	28
38	31680000	Capim	Fazenda Maringá	-3:8:14	-48:5:5	28
39	31700000	Capim	Badajós	-2:30:46	-47:46:5	30

40	32350000	Caeté	Nova Mocajuba	-1:16:22	-46:53:22	20
41	32400000	Piria	Sete Ilhas	-1:51:29	-46:42:32	28
42	32450002	Piria	Tararua - Ponte	-1:44:7	-46:35:29	28
43	32550000	Uraim	Cafezal	-2:46:18	-46:48:10	23

Figura 2 - Distribuição espacial das estações fluviométricas e pluviométricas consideradas no estudo



Para cada estação fluviométrica, foi atribuído um valor de precipitação média anual obtida de uma das 36 estações pluviométricas selecionadas na área de estudo (Tabela 2). Devido algumas bacias não possuírem postos pluviométricos, algumas estações pluviométricas foram utilizadas para mais de uma estação fluviométrica, levando-se em consideração a posição geográfica (Latitude e Longitude) das estações e a consistência dos dados.

Tabela 2 – Estações pluviométricas utilizadas no estudo

<b>Código</b>	<b>Estações Pluviométricas</b>	<b>Latitude</b>	<b>Longitude</b>	<b>Extensão da Série em Anos</b>
57000	Aldeia Wai-Wai	-0:41:43	-57:58:27	18
146005	Tararua - Ponte	-1:43:59	-46:35:56	35
146010	Emborai	-1:17:30	-46:35:1	28
147006	Bom Jardim	-1:34:0	-47:6:0	16
154000	Arapari	-1:46:25	-54:23:50	36
155001	Óbidos	-1:54:5	-55:31:7	59
157000	Cach da Porteira - Conj. 1	-1:5:15	-57:2:49	31
247000	Badajós	-2:30:46	-47:46:5	36
247005	Cafezal	-2:46:18	-46:48:9	24
254005	Barragem – Conj. 4	-2:48:54	-54:17:52	25
348001	Fazenda Maringá	-3:9:16	-48:5:9	28
349000	Tucuruí	-3:45:37	-49:40:0	37
349001	Cachoeira Tracambeua	-3:30:51	-49:13:21	23
350000	Fazenda Estrela do Norte	-3:52:14	-50:27:46	33
351002	Fazenda Cipauba	-3:43:23	-51:34:5	25
352001	Altamira	-3:12:51	-52:12:47	47
353000	Uruará	-3:40:40	-53:33:16	26
454002	Iriri I-7	-4:45:31	-54:38:22	13
456001	KM 1342 Transamazônica	-4:56:49	-56:52:56	19
549002	Marabá	-5:21:56	-49:7:30	25
549008	Itupiranga	-5:7:44	-49:19:27	18
552000	Belo Horizonte	-5:24:29	-52:54:7	20
554000	Cajueiro	-5:39:1	-54:31:15	32
651000	São Félix do Xingu	-6:38:0	-51:58:0	24
651001	Boa Esperança	-6:42:9	-51:47:55	25
651002	Projeto Tucumã	-6:44:40	-51:8:57	28
654000	Manoel Jorge (Terra Preta)	-6:12:8	-54:4:22	11
655003	Jamanxim	-5:30:0	-55:50:0	14
655004	Jardim do Ouro	-6:15:27	-55:46:24	11
656003	Creporizão (Ex- Mundico Coelho)	-6:48:0	-56:44:0	10
657000	Jacareacanga	-6:14:9	-57:46:32	30
849000	Conceição do Araguaia	-8:15:36	-49:15:47	31
851000	Fazenda Rio Dourado	-8:20:47	-51:26:34	10
855000	KM 947 BR-163	-8:11:14	-55:7:10	32
8154000	Apalai	01:13:13	-54:39:22	30
8255000	Tirios	02:13:31	-55:56:57	24

Os dados de precipitação da estação pluviométrica Cach. da Porteira – Conj. 1, foram utilizados para três estações pluviométricas: Garganta, Caramujo e Estirão da Angélica. As estações Altamira, Cajueiro, Marabá, São Félix do Xingu e Tararua-Ponte tiveram seus dados

de chuva utilizados para duas estações fluviométricas cada: UHE Altamira e Altamira; Laranjeiras e Cajueiro; Marabá e Fazenda Alegria; São Félix do Xingu e UHE Pombal; Sete Ilhas e Tararua Ponte, respectivamente.

Além dos dados de vazões diárias e precipitações médias anuais, também foram usadas características fisiográficas, como: área de drenagem, comprimento e desnível do rio (Tabela 3).

Tabela 3 – Informações morfoclimáticas das estações fluviométricas usadas na calibração das curvas de permanência

<b>Código</b>	<b>Rio</b>	<b>Nome</b>	<b>A (km<sup>2</sup>)</b>	<b>P (mm)</b>	<b>L (km)</b>	<b>H (m)</b>
16430000	Trombetas	Garganta	39000	2768,00	506,00	335
16460000	Trombetas	Caramujo	51700	2630,70	295,00	140
16480000	Mapuera	Aldeia Wai-Wai	21600	2241,00	396,00	417,41
16500000	Mapuera	Estirão da Angélica	25800	2631,70	444,00	660
16700000	Cumina-uiri	Tirios	819	2081,00	41,00	65
17090000	Curuá	Boca do Inferno	19800	2050,00	309,00	439
17345000	Braço norte	Base do Cachimbo	465	2018,50	25,00	30
17500000	Tapajós	Fortaleza	363000	2129,66	539,00	25
17610000	Crepори	Creporizão (Ex – Mundico Coelho)	6240	1780,00	133,00	270
17650002	Tapajós	Acara do Tapajós	390000	2076,74	366,00	15
17675000	Jamanxim	Jardim do Ouro	37400	1745,44	282,00	320
17680000	Jamanxim	Jamanxim	40200	2335,17	408,00	420
18121006	Curuá-una	Barragem - Conj.4	16200	1711,56	221,00	390
18200000	Maicuru	Arapari	12400	1704,00	299,00	450
18250000	Uruará	Uruará	2960	1769,73	83,00	320
18280000	Paru de este	Apalai	7230	1886,30	223,00	175
18460000	Xingu	Boa Sorte	210000	1919,65	508,00	195
18480000	Fresco	Fazenda Rio Dourado	6860	1826,77	241,00	250
18500000	Fresco	Boa Esperança	42400	1881,58	535,00	275
18510000	Xingu	São Félix do Xingu	255000	1999,24	562,00	205
18514000	Xingu	UHE Pombal	266000	1999,24	696,00	245
18520000	Xingu	Belo Horizonte	281000	1748,04	748,00	260
18590000	Iriri	Manoel Jorge (Terra Preta)	56900	1861,27	616,00	230
18600000	Iriri	Laranjeiras	58700	1333,73	679,00	250



18650000	Curuá	Cajueiro	35600	1743,33	532,00	280
18700000	Iriri	Pedra do Ó	122000	1677,62	870,00	270
18849100	Xingu	UHE Altamira	447000	2015,13	1079,00	300
18850000	Xingu	Altamira	448000	2015,13	1000,00	300
18880000	Bacajá	Fazenda Cipauba	24700	1964,28	346,00	130
19985000	Pacajás	Pacajás	2682	1963,54	332,00	200
27500000	Araguaia	Conceição do Araguaia	332000	1285,82	501,00	710
29050000	Tocantins	Marabá	703000	1879,00	443,00	185
29100000	Itacaiúnas	Fazenda Alegria	37500	1879,00	473,00	470
29200000	Tocantins	Itupiranga	746000	1678,22	412,00	180
29700000	Tocantins	Tucuruí	764000	2400,01	198,00	270
31020000	Moju	Cachoeira Tracambeua	5000	1971,03	210,00	190
31520000	Guamá	Bom jardim	5220	2431,09	172,00	55
31680000	Capim	Fazenda Maringá	25900	1809,57	438,00	25
31700000	Capim	Badajós	32200	2403,27	257,00	50
32350000	Caeté	Nova Mocajuba	1130	2298,49	61,00	52
32400000	Piria	Sete Ilhas	1800	2139,65	99,00	97
32450002	Piria	Tararua - Ponte	2630	2139,65	134,00	128
32550000	Uraim	Cafezal	4690	1914,80	121,00	140

A área de drenagem foi obtida na rede hidrometeorológica do Sistema de Informações Hidrológicas (<http://hidroweb.ana.gov.br/>) da Agência Nacional de Águas (ANA). As variáveis comprimento e desnível do rio foram obtidas por intermédio de softwares do tipo SIG. Para obter o comprimento do rio, foram somados os comprimentos dos trechos segmentados da hidrografia, a partir da cabeceira do rio principal até a localização da estação fluviométrica. O desnível do rio foi determinado a partir da altitude do ponto onde se encontrava a estação fluviométrica e a altitude da nascente do rio. Com essas informações, foi possível encontrar o desnível do rio subtraindo-se os valores das altitudes.

## 5.2 CALIBRAÇÃO DAS CURVAS DE PERMANÊNCIAS DE VAZÃO

A calibração das curvas de permanência foi efetuada, seguindo a obra de Mimikou e Kaemaki (1985). Nesse caso, foram usados, 5 modelos matemáticos, potência, exponencial,

logarítmico, quadrático e cúbico para a calibração das curvas de permanência de vazões. Esses modelos são descritos nas equações (1 – 5).

$$Q = a.D^{-b} \quad (1)$$

$$Q = a.exp.(-b.D) \quad (2)$$

$$Q = a - b.ln D \quad (3)$$

$$Q = a - b.D + c.D^2 \quad (4)$$

$$Q = a - b.D + c.D^2 - d.D^3 \quad (5)$$

Onde  $Q$  (m<sup>3</sup>/s) é a vazão tratada em suas unidades originais, ou seja, sem dividir a vazão por unidade de área da bacia; os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes positivas que serão determinadas pelo método dos mínimos quadrados, e  $D$  é a permanência em %.

Dos dados das 43 estações utilizadas na calibração, foram selecionados 25 pares de  $Q$  (m<sup>3</sup>/s) x  $D$  (Permanência %). A permanência foi dividida em intervalos de 4% até alcançar os 100%. A partir desses pares, foram produzidas as curvas de permanência. Para efetivar a calibração dos cinco modelos, foi utilizada uma planilha eletrônica, esta, por sua vez, através do método dos mínimos quadrados, gerou os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , para cada modelo matemático testado.

### 5.3 CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DOS MODELOS

Visando analisar o desempenho do modelo na calibração, foram considerados o erro quadrado relativo médio percentual,  $\epsilon\%$  (equação (6)); e o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_a$ ) dado pela equação (7).

$$\epsilon = N^{-1} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{Q_i - \hat{Q}_i}{Q_i} \right)^2 \right]^{1/2} . 100 \quad (6)$$

Sendo:

$Q_i$  = vazão observada (m<sup>3</sup>/s);

$\hat{Q}_i$  = vazão estimada pelo modelo de regionalização (m<sup>3</sup>/s); e

$N$  = número total de vazões observadas.

$$R^2_a = 1 - \frac{n-1}{n-p-1} \cdot (1 - R^2) \quad (7)$$

Sendo:

$R^2_a$  = coeficiente de determinação ajustado.

$n$  = número de valores observados;

$p$  = número de variáveis independentes;

$R^2$  = coeficiente de determinação.

Na etapa de validação, foram utilizados os valores do erro quadrático relativo médio percentual ( $\epsilon\%$ ) e os coeficientes de Nash-Sutcliffe (Nash) (equação (8)), para se avaliar o desempenho do modelo. Nash & Sutcliffe (1970) propuseram uma equação que compara a redução do desvio quadrático do erro do modelo com o desvio quadrático do modelo alternativo de prever sempre a média dos valores.

O coeficiente de Nash pode variar a partir de  $-\infty$  a 1,0. Quanto mais próximo de 1, mais exato será o modelo. O valor de Nash é fortemente influenciado por erros nas vazões máximas, por isto, quando Nash é próximo de 1, o modelo está obtendo um bom ajuste para as cheias. O desempenho de um modelo é considerado adequado e bom se o valor de Nash supera 0,75, e é considerado aceitável se o valor de Nash ficar entre 0,36 e 0,75 (COLLISCHONN, 2001).

$$Nash = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q}_m)^2} \quad (8)$$

Sendo,

Nash o coeficiente de Nash-Sutcliffe;

$Q_i$  a vazão observada;

$\hat{Q}_i$  a vazão simulada pelo modelo;

$\bar{Q}_m$  a média das vazões observadas.

#### 5.4 ANÁLISE DE MULTICOLINEARIDADE

Caracteriza-se a multicolinearidade como uma alta correlação entre duas ou mais variáveis independentes em um modelo de regressão linear múltipla. Isto deve ser evitado,

pois acarreta em perturbações ao modelo, resultando em valores imprecisos. Esta condição pode ser feita determinando-se os coeficientes de correlação simples entre as variáveis independentes. Caso sejam encontrados valores absolutos próximos de 1 na correlação entre qualquer par de variáveis, certamente haverá multicolinearidade (SARTORIS, 2003).

Segundo Naghettini e Pinto (2007), para se evitar a multicolinearidade, elimina-se uma entre cada conjunto de duas variáveis independentes que apresentarem coeficiente de correlação superior a 0,85. As medidas de correlação, frequentemente são designadas por  $r$ , são adimensionais e variam entre -1 e +1. Quando  $r = 0$ , não existe correlação entre as duas variáveis. No caso de  $r > 0$ , a correlação é positiva e uma variável aumenta quando a outra cresce. Sendo  $r < 0$ , a correlação é negativa e as variáveis variam em direções opostas. No Quadro 1 estão apresentados os graus de correlação entre variáveis.

Quadro 1 – Graus de correlação entre variáveis

Coeficiente	Correlação
$ r  = 0$	Nula
$0 <  r  \leq 0,30$	Fraca
$0,30 <  r  \leq 0,70$	Média
$0,70 <  r  \leq 0,90$	Forte
$0,90 <  r  \leq 0,99$	Fortíssima
$ r  = 1$	Perfeita

Fonte: Dantas, 1998.

A matriz de correlação é construída a partir do cálculo dos coeficientes de correlação simples ( $r$ ) entre as variáveis do modelo, definido pela equação (9):

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_{1,i} \cdot X_{2,i} - \sum_{i=1}^n X_{1,i} \cdot \sum_{i=1}^n X_{2,i}}{\pm \sqrt{[n \sum_{i=1}^n X_{1,i}^2 - (\sum_{i=1}^n X_{1,i})^2] \cdot [n \sum_{i=1}^n X_{2,i}^2 - (\sum_{i=1}^n X_{2,i})^2]}} \quad (9)$$

Considerando  $Y$  a variável dependente;  $X_1$  e  $X_2$  as variáveis explicativas; e  $r$  o coeficiente de correlação simples entre as variáveis, a matriz de correlação pode ser escrita conforme o Quadro 2:

Quadro 2 – Matriz de correlação

	$Y$	$X_1$	$X_2$
--	-----	-------	-------

$Y$	1		
$X_1$	$r_{YX1}$	1	
$X_2$	$r_{YX2}$	$r_{X1X2}$	1

## 5.5 APLICAÇÃO DA REGRESSÃO MÚLTIPLA

A regressão múltipla é uma metodologia estatística cujo objetivo principal é obter uma relação matemática entre uma variável dependente com base num conjunto de outras variáveis (independentes ou explicativas). Esta metodologia pode ser usada com a finalidade de melhorar o modelo desenvolvido para explicar o comportamento das variáveis que estão sendo estudadas.

Quanto mais significativo for o peso de uma variável isolada, ou de um conjunto de variáveis explicativas, tanto mais se poderá afirmar que alguns fatores afetam mais o comportamento de uma variável de resposta especificamente procurada, do que outros.

Segundo Haan (1997), *apud* Pessoa (2011) a relação entre a variável dependente e as demais variáveis independentes pode ser formulada de acordo com um modelo linear dado pela equação (10):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 \dots + \beta_i \cdot X_i + \epsilon \quad (10)$$

Sendo:

$Y$  = variável dependente;

$\beta_0$  = constante de regressão;

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i$  = coeficientes de regressão;

$X_1 \dots X_i$  = variáveis independentes ou explicativas;

$\epsilon$  = erro da regressão.

Um modelo semelhante ao anterior, porém em forma não linear, é expresso pela equação (11). Esse modelo pode ser linearizado aplicando-se o logaritmo nos dois termos da equação, fazendo-se, então, a regressão linear múltipla entre os logaritmos das variáveis envolvidas.

$$Y = \beta_0 \cdot X_1^{\beta_1} \cdot X_2^{\beta_2} \dots X_i^{\beta_i} + \epsilon \quad (11)$$

Analogamente ao caso anterior,  $\beta_1, \beta_2 \dots \beta_i$  podem ser calculados pela minimização dos quadrados dos erros da regressão.

### 5.5.1 Modelos de Regionalização

A regionalização foi efetivada por meio da técnica da regressão múltipla. De posse dos valores dos parâmetros  $a, b, c$  e  $d$  do melhor modelo obtido na calibração e das características morfoclimáticas das estações analisadas (Tabela 3), foi aplicada a regressão múltipla, entre os parâmetros e as variáveis independentes, por meio das equações de regressão linear e não linear, descritas respectivamente pelas equações (12) e (13).

$$V = b_0 + b_1.A + b_2.P + b_3.L + b_4.H \quad (12)$$

$$V = b_0.A^{b_1}.P^{b_2}.L^{b_3}.H^{b_4} \quad (13)$$

Em que,

$V$  é a variável dependente que representa os parâmetros das curvas de permanência de vazão,  $b_0$  é uma constante da regressão,  $b_1, b_2, b_3$  e  $b_4$  são os coeficientes da regressão, tais coeficientes explicam a variação espacial das vazões por meio das características morfoclimáticas, e  $A, P, L$  e  $H$  são as variáveis independentes.

### 5.5.2 Método dos mínimos quadrados

Os modelos de regressão (equações (10) e (11)) são representados em notação matricial por (equação (14)):

$$[Y] = [X].[\beta] \quad (14)$$

Em que:

$[Y]$  é um vetor ( $n \times 1$ ) das observações da variável dependente;

$[X]$  é uma matriz ( $n \times P$ ) com as  $n$  observações de cada uma das  $P$  variáveis independentes; e

$[\beta]$  é um vetor ( $P \times 1$ ) com os parâmetros desconhecidos.

Em forma matricial é representada por (equação (15)):

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{1,1} & X_{1,2} & \dots & X_{1,p} \\ 1 & X_{2,1} & X_{2,2} & \dots & X_{2,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n,1} & X_{n,2} & \dots & X_{n,p} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} \quad (15)$$

As equações normais de regressão são representadas pelo seguinte sistema (equação (16)):

$$[X]^T \cdot [Y] = [X]^T \cdot [X \cdot \hat{\beta}] \quad (16)$$

As equações normais (equação (17)) podem ser obtidas, mediante multiplicação de ambos os membros da equação 10 por  $X_1, X_2 \dots X_i$ , sucessivamente, e a soma membro a membro das expressões resultantes.

$$\begin{cases} \sum Y = \beta_1 \cdot N + \beta_2 \cdot \sum X_2 + \dots + \beta_1 \cdot \sum X_i \\ \sum Y \cdot X_2 = \beta_1 \cdot \sum X_2 + \beta_2 \cdot \sum X_2^2 + \dots + \beta_1 \cdot \sum X_i X_2 \\ \sum Y \cdot X_i = \beta_1 \cdot \sum X_i + \beta_2 \cdot \sum X_2 \cdot X_i + \dots + \beta_1 \cdot \sum X_i^2 \end{cases} \quad (17)$$

Onde  $Y$  é a variável dependente,  $X_i$  são as variáveis independentes,  $N$  o tamanho da amostra e os  $\beta_i$  são os coeficientes de regressão.

As soluções da equação 16 são encontradas pela multiplicação dos termos da equação por  $([X]^T \cdot [X])^{-1}$ . Desse modo, a solução do vetor  $[\hat{\beta}]$ , corresponde ao estimador de mínimos quadrados de  $\beta$  dado pela equação (18):

$$[\hat{\beta}] = ([X]^T [X])^{-1} [X]^T [Y] \quad (18)$$

O somatório total dos quadrados pode ser representado pela (equação 19):

$$[Y]^T \cdot [Y] = n \cdot Y^{-2} + \left( [\hat{\beta}]^T [X]^T [Y] - n \cdot Y^{-2} \right) + \left( [Y]^T [Y] - [\hat{\beta}]^T [X]^T [Y] \right) \quad (19)$$

A Tabela 4 ilustra as parcelas dos somatórios dos quadrados que é calculada por planilha eletrônica na forma de uma tabela de análise de variância (ANOVA).

Tabela 4 – Tabela ANOVA da regressão múltipla

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma dos quadrados	Quadrado médio
Regressão	$P$	$SQReg = [\hat{\beta}]^T [X]^T [Y] - n\bar{Y}^2$	$QMReg = \frac{SQReg}{P}$
Resíduos	$n - P - 1$	$SQRes = [Y]^T [Y] - [\hat{\beta}]^T [X]^T [Y]$	$QMRes = \frac{SQRes}{n - P - 1}$
Total	$n - 1$	$SQT = [Y]^T [Y] - n\bar{Y}^2$	

Fonte: PESSOA (2011).

Onde,  $n$  é o tamanho da amostra;  $P$  é o número de variáveis independentes;  $SQReg$  o somatório dos quadrados da regressão;  $QMReg$  o quadrado médio da regressão;  $QMRes$  é o quadrado médio dos resíduos; e  $SQT$  o somatório dos quadrados total.

A metodologia dos mínimos quadrados será utilizada para obtermos os valores dos parâmetros  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  e  $b_4$  na equação de regressão. Desta forma, pode-se prever o comportamento da vazão, baseado nas características morfoclimáticas: área da bacia ( $b_1$ ), precipitação ( $b_2$ ), comprimento do rio principal ( $b_3$ ) e desnível do rio principal ( $b_4$ ).

## 5.6 TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DA EQUAÇÃO DE REGRESSÃO MÚLTIPLA

Segundo Naghettini e Pinto (2007), a existência de uma relação significativa entre a variável dependente e as variáveis independentes ou explicativas, pode ser avaliada pelo ‘teste  $F_{total}$ ’, o qual é utilizado para testar a razão entre duas variâncias. A estatística do teste é a relação entre a variância decorrente da regressão múltipla e a variância dos resíduos (equação (20)):

$$F_{total} = \frac{QMReg}{QMRes} \frac{\frac{[\hat{\beta}]^T [X]^T [Y] - n\bar{Y}^2}{P}}{\frac{[Y]^T [Y] - [\hat{\beta}]^T [X]^T [Y]}{n - p - 1}} \quad (20)$$

No qual,  $QMReg$  é o quadrado médio da regressão e  $QMRes$  é o quadrado médio dos resíduos,  $P$  e  $n - p - 1$  são os graus de liberdade (que é um valor calculado a partir do número total de observações menos o número de parâmetros estimados) da distribuição  $F$  de Fisher-Snedecor, sendo que  $P$  é o número de variáveis independentes.

A hipótese nula será aceita se (equação (21)):



$$F_{total} < F(\alpha, P, n - p - 1) \quad (21)$$

Em que,  $\alpha$  é o nível de significância.

Quando o valor calculado de  $F$  é maior que o valor tabelado ( $F$  de Snedecor) para uma significância de 5%, a hipótese de que os coeficientes da equação de regressão são nulos pode ser rejeitada e a regressão é aceita a este nível de significância. A tabela da distribuição  $F$  de Snedecor pode ser observada no Anexo A.

## 5.7 VALIDAÇÃO DO MODELO

Para a validação dos modelos de regressão, foram quantificados e analisados os erros contidos no modelo regional. Foi utilizado o método Jack-knife, o qual consiste em uma repetida análise espacial dos resultados excluindo-se uma das estações para a regressão com a finalidade de validar o modelo utilizando a mesma. Esse procedimento deve ser feito para todas as estações utilizadas na regionalização dos parâmetros do modelo, visando verificar se os erros contidos no modelo são aceitáveis.

Este procedimento é resumido por Castellarin *et al.* (2007), e foi utilizado por Shu e Ouarda (2012), para avaliar o desempenho do método de estimativas de vazões diárias aplicados à rede de estações fluviométricas de Quebec, Canadá, e neste trabalho, o procedimento foi adaptado para as seguintes etapas:

- Etapa 1: selecionam-se as características morfoclimáticas e os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , obtidos na calibração para as  $N$  estações fluviométricas utilizadas no estudo;
- Etapa 2: uma das estações definida como bacia-alvo, é retirada do modelo ajustado; e então é aplicada a técnica de regressão múltipla para obter o modelo regional dos dados das  $N-1$  estações restantes;
- Etapa 3: o modelo regional produzido na etapa 2 é aplicado aos dados da bacia-alvo para calcular os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ ;
- Etapa 4: de posse dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  é feita a estimativa de vazões para a bacia-alvo;
- Etapa 5: as vazões estimadas na etapa 4 são comparadas com as vazões observadas da bacia-alvo, calculando-se o erro quadrático relativo médio percentual ( $\epsilon\%$ ) e o coeficiente de Nash-Sutcliffe (Nash), que são utilizados para avaliar o método;

- Etapa 6: as etapas 2 a 5 são repetidas  $N$  vezes, de forma que cada estação torne-se bacia-alvo, podendo-se ao final obter valores para analisar a eficiência do modelo.

A escolha desse procedimento deve-se à possibilidade de se fazer um número de regionalizações igual ao número de estações disponíveis em uma região, de forma que, para cada curva estimada, exista uma curva observada para comparação e análise, visando verificar se os erros contidos no modelo são aceitáveis.

## 6 RESULTADOS

### 6.1 CALIBRAÇÃO

As curvas de permanência calibradas para os modelos cúbicos, quadrático, logarítmico, exponencial e potência, podem ser observadas no Apêndice A.

Após a análise dos resultados, o modelo cúbico apresentou-se como o mais adequado para se efetivar a regionalização, pois apresentou os resultados mais satisfatórios, com menor  $\epsilon\%$ , maior  $R^2_a$  e melhor ajuste das curvas de permanência calibradas. As médias dos resultados obtidos para cada modelo estão apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Média dos erros percentuais ( $\epsilon\%$ ) e do Coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_a$ ) de cada modelo na calibração

	Modelo									
	Cúbico		Logarítmico		Potência		Exponencial		Quadrático	
	$\epsilon\%$	$R^2_a$	$\epsilon\%$	$R^2_a$	$\epsilon\%$	$R^2_a$	$\epsilon\%$	$R^2_a$	$\epsilon\%$	$R^2_a$
<b>Média</b>	<b>1,3140</b>	<b>0,9964</b>	<b>3,4407</b>	<b>0,9747</b>	<b>5,9228</b>	<b>0,8814</b>	<b>1,9167</b>	<b>0,9789</b>	<b>3,9693</b>	<b>0,9807</b>

### 6.2 ANÁLISE DE MULTICOLINEARIDADE

Quando duas variáveis independentes são colineares, isto é, altamente correlacionadas, tem-se o problema da multicolinearidade. De acordo com Naghettini e Pinto (2007), para se evitar a multicolinearidade, elimina-se uma entre cada conjunto de duas variáveis independentes que apresentarem coeficiente de correlação superior a 0,85. Observando-se a Tabela 6, não houve multicolinearidade, pois nenhum valor aproximou-se de 0,85. Assim, todas as variáveis independentes foram utilizadas na regionalização.

Tabela 6 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes

	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
A (km <sup>2</sup> )	1			
P (mm)	-0,086	1		
L (km)	0,403	-0,207	1	
H (m)	-0,007	-0,177	0,277	1

### 6.3 MODELO DE REGRESSÃO UTILIZADO NA REGIONALIZAÇÃO

Por meio do processo de calibração foram obtidos os valores dos parâmetros e o coeficiente de determinação ajustado do modelo cúbico (equação (5)) para as 43 bacias analisadas na calibração. A Tabela 7 resume os valores desses parâmetros, os quais foram obtidos das curvas calibradas (APÊNDICE A). Os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  podem ser interpretados como representativos das informações físicas e climáticas, que exercem influência nas vazões que ocorrem na área em estudo.

Tabela 7 – Parâmetros e coeficientes de determinação ajustado das equações de regressão do modelo cúbico

Código	Estação	Parâmetros				R <sup>2</sup> _a
		$a$	$b$	$c$	$d$	
16430000	Garganta	4993	13220	14436	5949,1	0,9995
16460000	Caramujo	6785,1	20187	26756	12956	0,9864
16480000	Aldeia Wai-Wai	2144	5797	6218,8	2470,6	0,9991
16500000	Estirão da Angélica	2498,9	7309	8822,9	3906,3	0,9954
16700000	Tirios	75,749	258,28	364,25	177,74	0,9872
17090000	Boca do Inferno	829,36	3186,7	4735,9	2333,8	0,9863
17345000	Base do Cachimbo	58,29	137,21	177,29	86,582	0,9933
17500000	Fortaleza	24190	43580	25853	2265,3	0,9981
17610000	Creporizão (Ex - Mundico Coelho)	776,13	1992,8	1913,1	648,86	0,9993
17650002	Acará do Tapajós	21904	39512	25416	4046,6	0,9985
17675000	Jardim do Ouro	3913,6	10020	9624,7	3365,5	0,9993
17680000	Jamxim	3551,8	7499	3839,3	352,93	0,9922
18121006	Barragem - Conj.4	512,84	1400,5	1912,4	976,21	0,9973
18200000	Arapari	591,58	2123,1	2978,1	1422,2	0,9862
18250000	Uruará	187,7	672	913,53	421,5	0,9959
18280000	Apalai	505,16	1465,4	1771,9	792,23	0,9959
18460000	Boa Sorte	10286	20592	13741	2209,8	0,9989
18480000	Fazenda Rio Dourado	497,69	1339,9	1309	430,49	0,9973
18500000	Boa Esperança	3305,6	9090,7	8831,3	2855,1	0,9994
18510000	São Félix Do Xingu	13377	25215	14086	725,61	0,9972
18514000	UHE Pombal	14007	28954	19483	2991,9	0,9969
18520000	Belo Horizonte	15720	33499	23681	4163,9	0,9959
18590000	Manoel Jorge (Terra Preta)	4536,3	14716	17923	7561,3	0,9962
18600000	Laranjeiras	4473,2	10058	6567,6	615,87	0,9952
18650000	Cajueiro	2995,9	7558,2	6662,3	1929,7	0,9985
18700000	Pedra do Ó	10078	24465	18393	3342,6	0,9961
18849100	UHE Altamira	26079	59027	41978	6945,4	0,9979
18850000	Altamira	27230	66797	56307	14957	0,9975
18880000	Fazenda Cipaubá	1656,8	6301,4	8632,2	3932,1	0,9952

19985000	Pacajás	609,24	2149,7	2804,1	1244,6	0,9987
27500000	Conceição do Araguaia	17839	45921	45331	15704	0,9989
29050000	Marabá	33497	83450	84307	31120	0,9981
29100000	Fazenda Alegria	2311,8	7373,2	9114,8	3932,2	0,9996
29200000	Itupiranga	33605	79079	85542	36598	0,9984
29700000	Tucuruí	37897	107587	124311	50139	0,9972
31020000	Cachoeira Tracambeua	546,33	1844	2458,1	1128,7	0,9997
31520000	Bom Jardim	469,39	1409,8	1795,7	827,13	0,9987
31680000	Fazenda Maringá	1237	3192	4205,5	2101,6	0,9997
31700000	Badajós	1433,7	3879,5	5630,4	3011,9	0,9903
32350000	Nova Mocajuba	115,59	177,02	44,971	27,512	0,9978
32400000	Sete Ilhas	235,27	837,04	1127,9	515,19	0,9973
32450002	Tararua - Ponte	344,1	1167,8	1467,9	631,48	0,9994
32550000	Cafezal	193,53	503,33	605,17	267,29	0,9993

Conhecendo-se os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  do modelo cúbico (Tabela 7) e as características morfoclimáticas (Tabela 3) das 43 bacias analisadas, foi aplicada a regressão múltipla, entre os parâmetros e as variáveis independentes, por meio das equações de regressão linear (equação (12)) e Não linear (equação (13)).

A partir da aplicação do processo de regressão foram obtidos os modelos de regionalização linear (equações (22-25)) e não linear (equações (26-29)). Esses modelos podem ser usados para estimar os valores dos parâmetros e, portanto, construir uma curva de permanência de vazões da forma cúbica (equação (5)) para qualquer outro local do Estado do Pará onde os dados são inexistentes ou insuficientes.

Modelo de Regionalização Linear	$R^2_a$	$F_{total}$	
$a = 3887,7205 + 0,0476.A + 1,6944.P + 5,2781.L - 1,1567.H$	0,99	695,31	(22)

$b = -13390,0807 + 0,1178.A + 5,7194.P + 5,6032.L + 9,063.H$	0,97	318,02	(23)
--	------	--------	------

$c = -14974,7623 + 0,1226.A + 7,4085.P - 12,3833.L + 22,0193.H$	0,91	93,62	(24)
---	------	-------	------

$d = -5485,5338 + 0,0468.A + 3,2648.P - 12,7455.L + 12,8487.H$	0,80	38,42	(25)
--	------	-------	------

Modelo de Regionalização Não linear	$R^2_a$	$F_{total}$	
$a = 1,4128 \cdot 10^{-5} \cdot A^{0,8673} \cdot P^{1,1365} \cdot L^{0,1333} \cdot H^{0,0967}$	0,96	299,94	(26)

$b = 2,2354 \cdot 10^{-5} \cdot A^{0,8113} \cdot P^{1,1924} \cdot L^{0,1693} \cdot H^{0,1871}$	0,96	252,76	(27)
--	------	--------	------

$c = 7,2876 \cdot 10^{-5} \cdot A^{0,7551} \cdot P^{1,1055} \cdot L^{0,1348} \cdot H^{0,2383}$	0,91	113,51	(28)
--	------	--------	------

$d = 2,1744 \cdot 10^{-5} \cdot A^{0,6598} \cdot P^{1,3079} \cdot L^{-0,0296} \cdot H^{0,3281}$	0,74	32,60	(29)
---	------	-------	------

#### 6.4 TESTE DE SIGNIFICÂNCIA DAS EQUAÇÕES DE REGRESSÃO

Para testar se as equações dos parâmetros (equações (22-29)) são consideradas significativas, foi utilizado o teste  $F_{total}$ , que tem por finalidade avaliar o efeito conjunto das variáveis explicativas sobre a variável dependente. Isso significa verificar se pelo menos uma das variáveis explicativas do modelo exerce efetivamente influência sobre a variável dependente. Através do teste, as equações dos parâmetros foram consideradas significativas, pois a estatística dos testes  $F_{total}$  foram maiores que os valores de referência para um nível de significância de 5% ( $F_{(0,05; 4; 38)}$  de Fisher-Snedecor = 2,61).

#### 6.5 VALIDAÇÃO

A validação foi realizada pelo método Jack-knife. Esse método visa verificar se o modelo encontrado é robusto, retirando-se estação por estação. Portanto, os modelos obtidos no item 6.3 foram ajustados novamente com uma estação a menos. Para cada estação retirada, denominada nesse trabalho de bacia-alvo, são calculados o erro quadrado relativo médio percentual e o coeficiente de Nash (Tabela 8). Enfatiza-se que na estimativa dos parâmetros de determinada estação retirada, os dados da mesma não foram em momento algum utilizados para a obtenção das equações regionais, essa premissa torna o método válido para a verificação dos modelos regionais.

Tabela 8 – Valores do Erro relativo médio e coeficiente de Nash de cada bacia-alvo

Código	Bacia-alvo	Linear		Não linear	
		Erro (%)	Nash	Erro (%)	Nash
16430000	Garganta	8,39	0,93	9,62	0,65
16460000	Caramujo	7,33	0,58	9,90	0,44
16480000	Aldeia Wai-Wai	13,47	0,87	6,11	0,91
16500000	Estirão da Angélica	34,04	-0,08	13,22	0,87
16700000	Tirios	500,20	-274,28	65,99	-1,32
17090000	Boca do Inferno	20,36	-1,49	21,45	-3,04
17345000	Base do Cachimbo	315,71	-768,13	35,39	-6,15
17500000	Fortaleza	7,46	0,63	3,15	0,86
17610000	Creporizão (Ex - Mundico Coelho)	23,41	-4,63	17,89	0,39
17650002	Acará do Tapajós	5,53	0,81	2,76	0,95
17675000	Jardim do Ouro	9,67	0,29	10,03	0,57
17680000	Jamxim	3,40	0,95	3,48	0,93

18121006	Barragem – Conj. 4	27,03	-2,27	14,12	-3,56
18200000	Arapari	54,82	-1,48	17,12	-0,55
18250000	Uruará	148,31	-132,31	66,60	-0,34
18280000	Apalai	32,70	-0,60	2,92	0,89
18460000	Boa Sorte	1,51	0,96	9,51	0,90
18480000	Fazenda Rio Dourado	9,17	0,94	1,90	0,96
18500000	Boa Esperança	7,12	0,79	19,76	0,94
18510000	São Félix do Xingu	1,34	0,99	8,39	0,95
18514000	UHE Pombal	1,64	0,98	11,71	0,90
18520000	Belo Horizonte	1,37	1,00	10,30	0,94
18590000	Manoel Jorge (Terra Preta)	9,42	0,66	19,28	0,92
18600000	Laranjeiras	8,10	0,96	16,06	0,71
18650000	Cajueiro	7,40	0,92	18,70	0,89
18700000	Pedra do Ó	3,42	0,98	21,51	0,81
18849100	UHE Altamira	5,13	0,99	19,96	0,90
18850000	Altamira	6,43	0,98	22,50	0,91
18880000	Fazenda Cipaubá	42,21	-1,58	27,67	0,41
19985000	Pacajás	35,08	-3,47	11,66	0,40
27500000	Conceição do Araguaia	3,20	0,91	11,45	0,68
29050000	Marabá	4,02	0,97	10,19	0,95
29100000	Fazenda Alegria	14,96	0,61	17,07	0,75
29200000	Itupiranga	1,90	0,97	4,81	0,94
29700000	Tucuruí	3,80	0,95	4,10	0,95
31020000	Cachoeira Tracambeua	25,10	0,16	10,45	0,91
31520000	Bom Jardim	97,31	-27,11	10,66	0,85
31680000	Fazenda Maringá	27,77	-12,08	12,28	-2,02
31700000	Badajós	22,09	-7,62	12,18	-2,68
32350000	Nova Mocajuba	322,73	-119,43	14,10	0,77
32400000	Sete Ilhas	193,15	-19,66	30,27	0,67
32450002	Tararua - Ponte	141,14	-6,05	27,19	0,81
32550000	Cafezal	65,54	-12,40	20,05	-2,39
<b>Média</b>		<b>52,88</b>	<b>-31,95</b>	<b>16,36</b>	<b>0,12</b>

Através da análise e comparação entre os erros quadrático relativo médio percentual ( $\epsilon\%$ ) e os coeficientes de Nash dos modelos de regionalização das bacias-alvo, o modelo que apresentou resultados mais satisfatórios foi o não linear (equação (13)), visto que apresentou melhor ajuste das curvas simuladas e observadas (Figuras 3, 4, 5 e 6), o erro relativo médio

percentual obtido foi igual a 16,36% e coeficiente de Nash negativo em 9 bacia-alvo, enquanto que o modelo linear apresentou um erro relativo médio percentual igual 52,88%; e coeficientes de Nash negativos em 18 bacias-alvo. Valores de Nash negativos ocorreram porque o modelo produziu uma translação da curva estimada em relação à observada.

Figura 3 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações Garganta, Caramujo, Aldeia Wai-Wai, Fortaleza, Acará do Tapajós, Jamanxim, Apalai, Boa Sorte, Fazenda Rio Dourado, São Félix do Xingu, Itupiranga e Tucuruí,

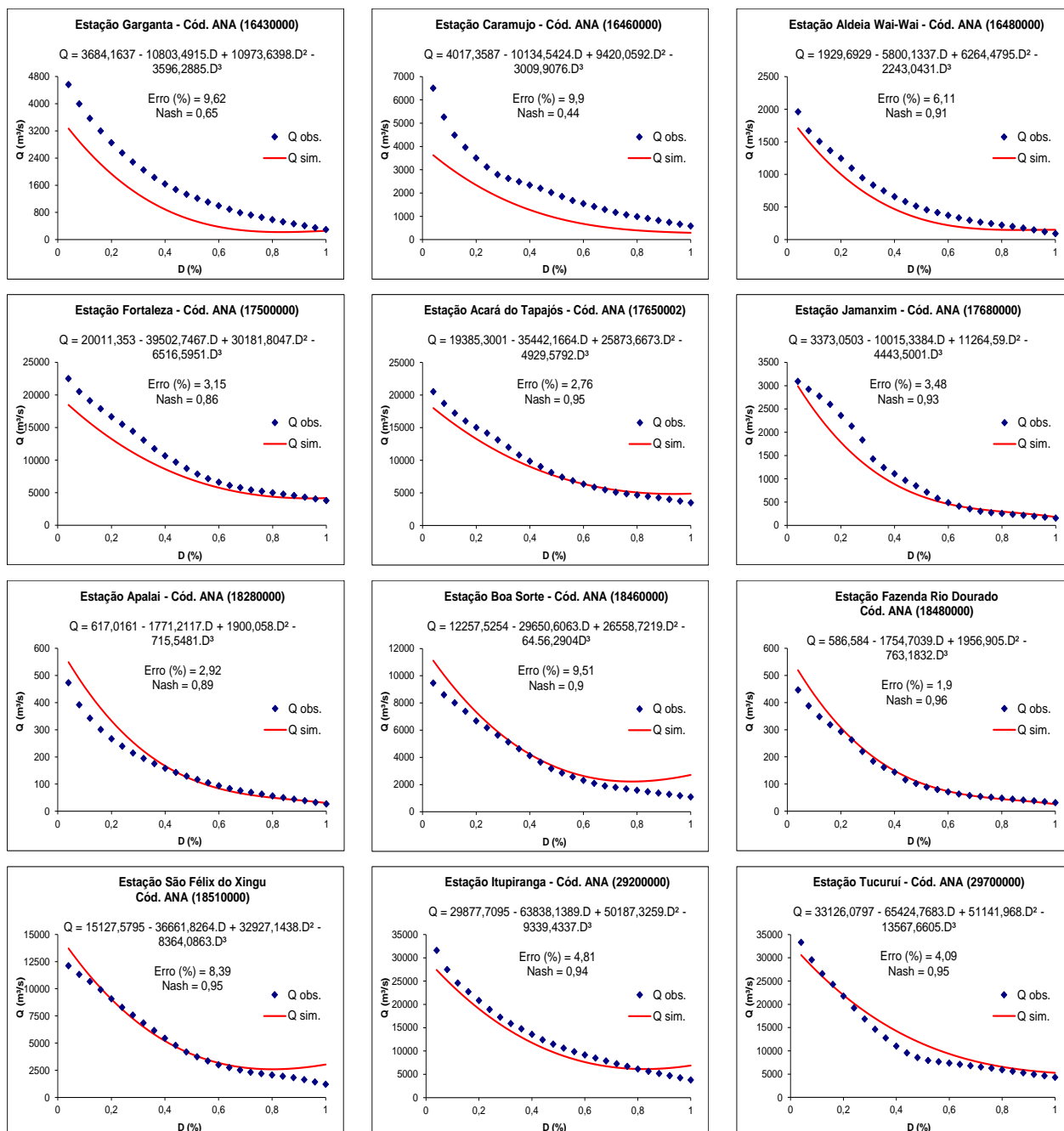




Figura 4 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações Estirão da Angélica, Creporizão, Jardim do Ouro, Barragem – Conj. 4, Arapari, Boa Esperança, UHE Pombal, Belo Horizonte, Manoel Jorge, Laranjeiras, Cajueiro, UHE Altamira, Pacajás, Conceição do Araguaia e Marabá.

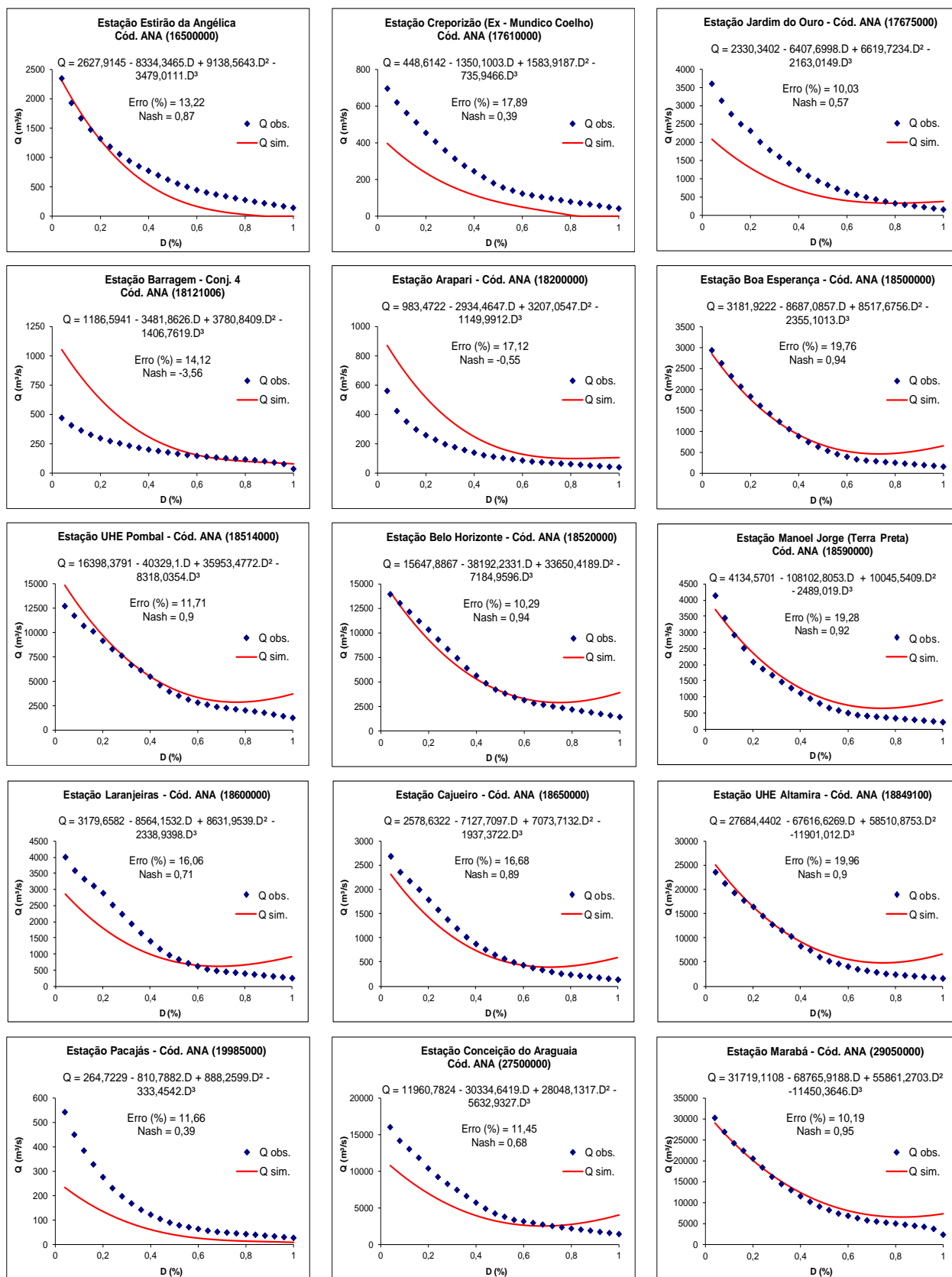


Figura 5 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações, Fazenda Alegria, Cachoeira Tracambeua, Bom Jardim, Fazenda Maringá, Badajós, Nova Mocajuba, Cafezal, Tirios, Boca do Inferno, Base do cachimbo, Uruará e Pedra do Ó

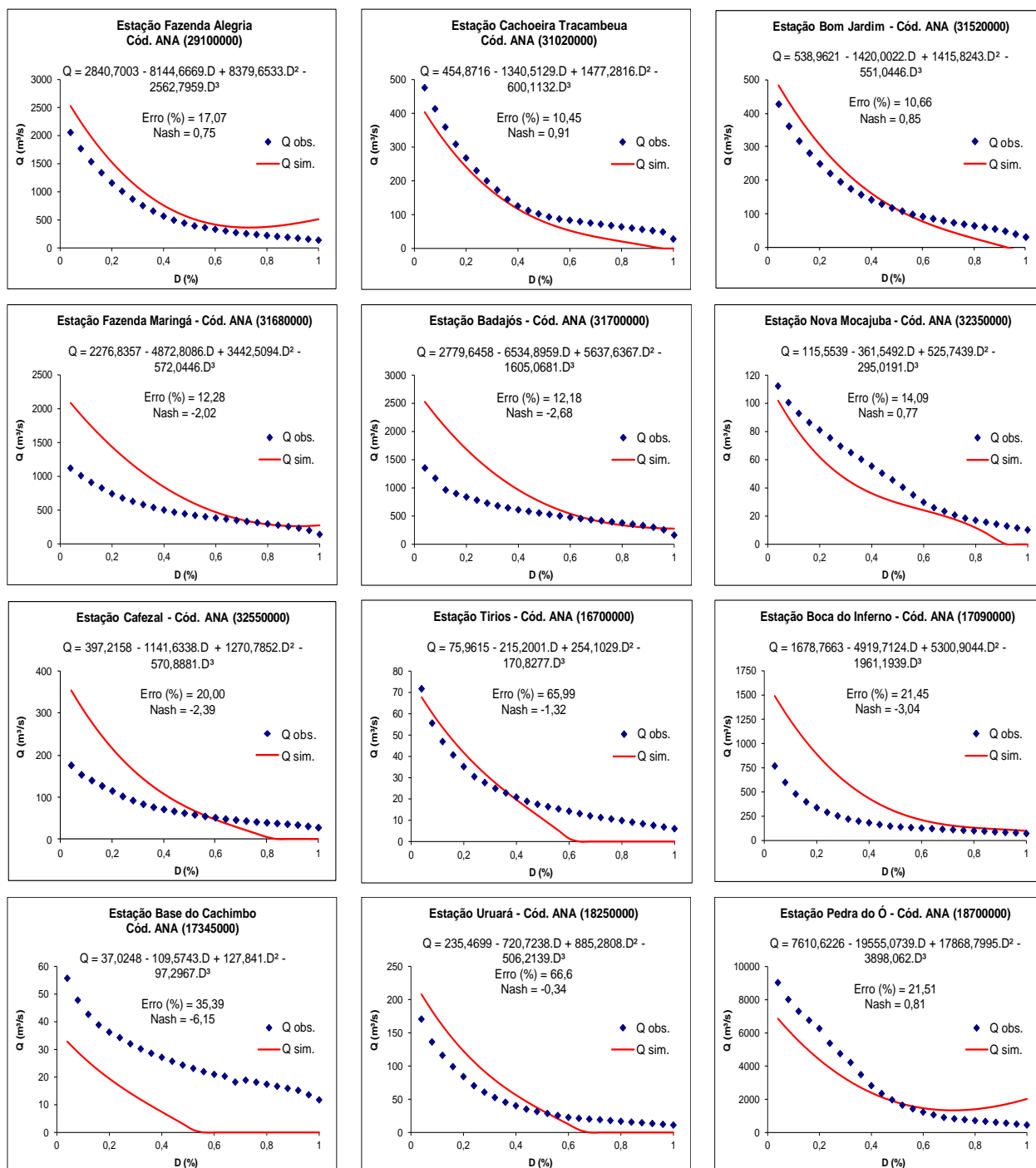
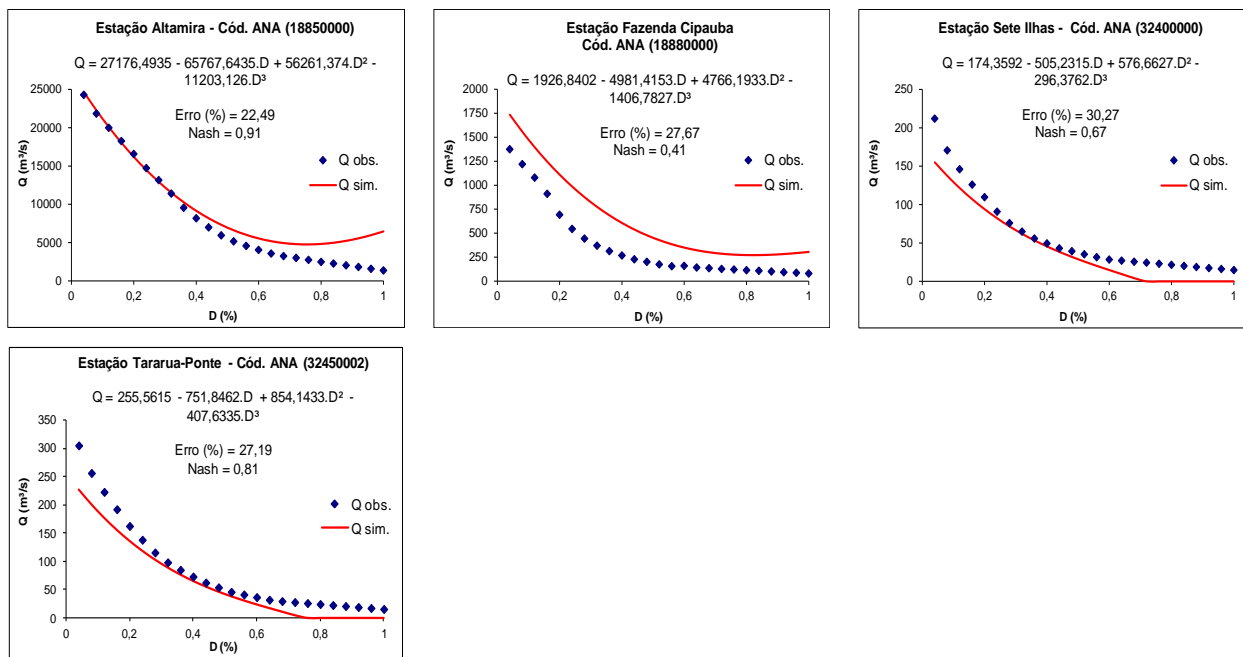


Figura 6 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo para as estações Altamira, Fazenda Cipauba, Sete Ilhas e Tararua-Ponte



## 7 PROPOSTA DE OTIMIZAÇÃO DO MODELO

Devido aos erros apresentados na Tabela 8 e nas Figuras 4, 5 e 6 uma otimização do modelo de regionalização é proposta, a qual se baseia no método da tentativa e erro em função:

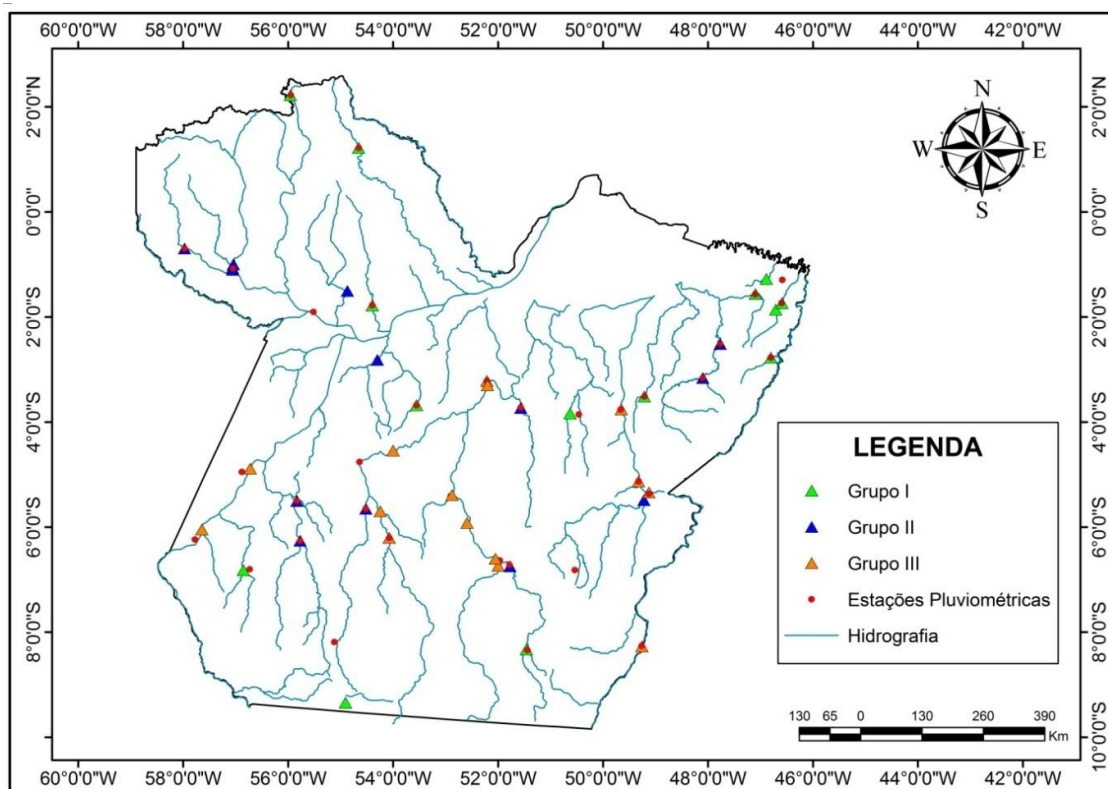
- Do agrupamento das estações fluviométricas em relação à dimensão das áreas de drenagem das bacias; e
- Da inserção de estações fluviométricas sintéticas para aumentar a densidade de dados disponível ao modelo.

Buscando-se com isso, a minimização dos erros relativos percentuais entre as curvas de permanência observadas e simuladas de todas as bacias hidrográficas analisadas no Pará.

### 7.1 AGRUPAMENTO DAS ESTAÇÕES EM RELAÇÃO ÀS ÁREAS DE DRENAGEM

Considerando a variabilidade das áreas de drenagem das bacias e conseqüentemente das vazões, os agrupamentos das estações foram realizados levando-se em consideração as dimensões das áreas de drenagem das bacias (Figura 7).

Figura 7 - Distribuição espacial das estações fluviométricas dos grupos I, II e III



As 43 estações fluviométricas foram divididas em três grupos, no grupo I, estão às bacias com áreas de drenagem no intervalo de 465 a 15000 km<sup>2</sup>; no grupo II, as bacias com áreas no intervalo de 15000 a 55000 km<sup>2</sup> e no grupo III, as que possuem áreas no intervalo de 55000 a 764000 km<sup>2</sup> (Figura 7). Para bacias menores que 465 km<sup>2</sup>, a metodologia foi testada e não obteve bons resultados. Para essas bacias, indica-se o trabalho de Blanco *et al.*, 2013, o qual propõe modelos chuva-vazão para simulação de curvas de permanência de Pequenas bacias da Amazônia.

Após o agrupamento, a calibração foi aplicada a cada grupo e o modelo cúbico apresentou-se como o mais adequado para se efetivar a regionalização nos três grupos, pois apresentou resultados mais satisfatórios, com menor  $\epsilon\%$  e maior  $R^2_a$ . As médias dos resultados obtidos para cada modelo estão apresentadas na Tabela 9.

Tabela 9 – Resumo da Média dos Erros (%) e  $R^2_a$  ajustado ( $R^2_a$ )

	Modelos									
	Cúbico		Logarítmico		Potência		Exponencial		Quadrático	
	$\epsilon$ (%)	$R^2_a$	$\epsilon$ (%)	$R^2_a$	$\epsilon$ (%)	$R^2_a$	$\epsilon$ (%)	$R^2_a$	$\epsilon$ (%)	$R^2_a$
<b>Média Grupo I</b>	1,2993	0,9961	3,5957	0,9811	5,1279	0,9048	2,0950	0,9768	4,8036	0,9728
<b>Média Grupo II</b>	1,1869	0,9956	3,5438	0,9777	6,2594	0,8719	2,0438	0,9705	4,5219	0,9716
<b>Média Grupo III</b>	1,3473	0,9974	3,0753	0,9665	6,0467	0,8708	1,6620	0,9857	2,6027	0,9938

Assim, os modelos de regressão linear e não linear, representados pelas equações 12 e 13 respectivamente, foram testados para definir o melhor modelo de regionalização. Conforme o método de Jack-knife, foram realizadas 14 regionalizações no grupo I, 14 no grupo II e 15 no grupo III, sendo o número de regionalizações igual ao número de estações disponíveis em cada grupo.

### 7.1.1 Grupo I

Com o agrupamento das estações por áreas de drenagem, o grupo I abrangeu 14 estações fluviométricas das 43 consideradas no estudo. Na Tabela 10 estão relacionadas essas estações e suas características morfoclimáticas.

Tabela 10 – Características morfoclimáticas das estações fluviométricas do grupo I

Código	Estação	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
16700000	Tirios	465	2018,50	25,00	30
17345000	Base do Cachimbo	819	2081,00	41,00	65
17610000	Creporizão (Ex - Mundico Coelho)	6240	1780,00	133,00	270
18200000	Arapari	12400	1704,00	299,00	450
18250000	Uruará	2960	1769,73	83,00	320
18280000	Apalai	7230	1886,30	223,00	175
18480000	Fazenda Rio Dourado	6860	1826,77	241,00	250
19985000	Pacajás	2682	1963,54	332,00	200
31020000	Cachoeira Tracambeua	5000	1971,03	210	190
31520000	Bom Jardim	5220	2431,09	172,00	55
32350000	Nova Mocajuba	1130	2298,49	61,00	52
32400000	Sete Ilhas	1800	2139,65	99,00	97
32450002	Tararua - Ponte	2630	2139,65	134,00	128
32550000	Cafezal	4690	1914,80	121,00	140

Para evitar a multicolinearidade entre as variáveis independentes foram realizados os cálculos das correlações entre as variáveis (Tabela 11). Foi encontrado forte correlação apenas entre área (A) e desnível do rio (H). Porém, de acordo com Naghettini e Pinto (2007), para se evitar a multicolinearidade elimina-se uma entre cada conjunto de duas variáveis independentes que apresentarem coeficiente de correlação superior a 0,85, o que não é o caso, desta forma todas as variáveis foram utilizadas na regionalização.

Tabela 11 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo I

	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
A (km <sup>2</sup> )	1			
P (mm)	-0,182	1		
L (km)	0,669	-0,1314	1	
H (m)	0,767	-0,405	0,587	1

O processo de regressão dos parâmetros em função das características morfoclimáticas das bacias foi aplicado às 14 estações. A partir da aplicação do processo de regressão foram obtidos os modelos de regionalização linear (equação (30-33)) e não linear (equação (34-37)).

Modelo de Regionalização Linear	$R^2_a$	$F_{total}$	
$a = 26,5316 + 0,0187.A + 0,0154.P + 1,4069.L + 0,0906.H$	0,52	4,53	(30)
$b = -1003,9427 + 0,015.A + 0,4777.P + 5,4686.L + 1,6535.H$	0,69	8,24	(31)
$c = -2462,2707 - 0,002.A + 1,0979.P + 7,4425.L + 3,0905.H$	0,74	10,37	(32)
$d = -1581,6061 - 0,0018.A + 0,7037.P + 3,322.L + 1,6505.H$	0,71	8,94	(33)

Modelo de Regionalização Não linear	$R^2_a$	$F_{total}$	
$a = 0,0014.A^{0,2502}.P^{0,8296}.L^{0,6901}.H^{0,1284}$	0,83	16,98	(34)
$b = 3,158.10^{-5}.A^{0,1141}.P^{1,3818}.L^{0,7885}.H^{0,3858}$	0,81	14,56	(35)
$c = 2282,4448.A^{0,0669}.P^{-0,9474}.L^{1,0014}.H^{0,192}$	0,53	4,67	(36)
$d = 7,2672.A^{0,0118}.P^{-0,2483}.L^{0,971}.H^{0,2384}$	0,52	4,52	(37)

Através do teste  $F_{total}$  as equações dos parâmetros do modelo regional linear (equações (30-31)) quanto do modelo regional não linear (equações (34-37)) foram consideradas significativas, pois a estatística dos testes foram maiores que os valores de referência para um nível de significância de 5% ( $F_{(0,05; 4; 9)}$  de Fisher-Snedecor = 3,63).

A validação dos modelos de regressão linear e não linear, foram realizadas conforme o método de Jack-knife. Na Tabela 12, podem-se observar os valores do erro médio e coeficiente de Nash das bacias-alvo. Com o resultado da simulação, o modelo linear (equação (12)) apresentou-se como o mais adequado em relação ao modelo não linear (equação (13)), visto que o erro relativo médio percentual obtido foi igual a 11,43% e coeficiente de Nash negativo em 6 bacia-alvo, enquanto que o modelo não linear apresentou um erro relativo médio percentual igual 44,07%; e coeficientes de Nash negativos em 8 bacias-alvo.

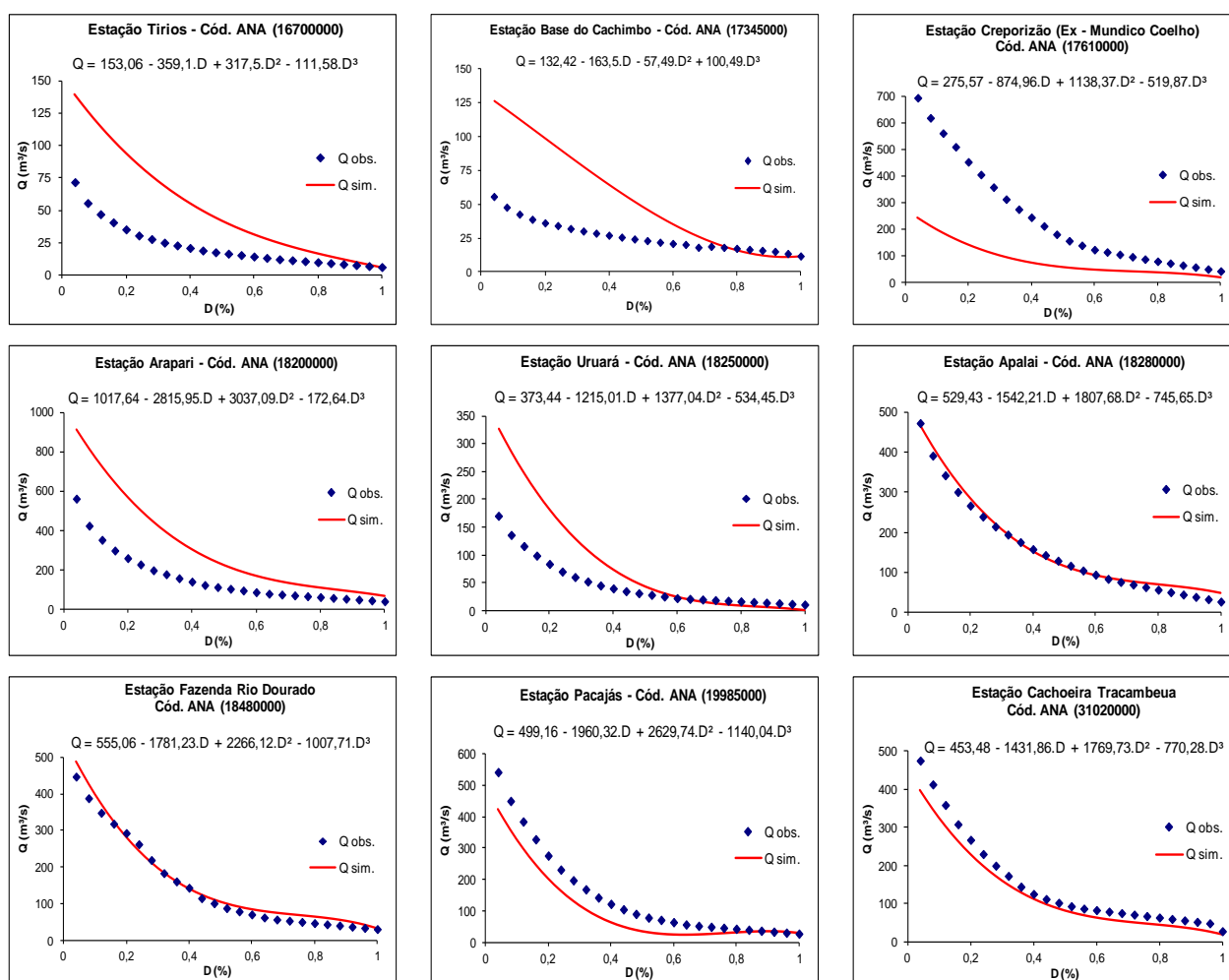
Tabela 12 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash das bacias-alvo do grupo I

Código	Bacia-Alvo	Linear		Não linear	
		Erro (%)	Nash	Erro (%)	Nash
16700000	Tirios	25,34	-4,33	53,56	-1,02
17345000	Base do Cachimbo	21,88	-11,40	16,91	-1,84
17610000	Creporizão (Ex - Mundico Coelho)	12,41	-0,15	10,74	-0,11
18200000	Arapari	19,56	-1,24	115,81	-5,11
18250000	Uruará	15,58	-1,38	80,60	-1,28
18280000	Apalai	5,57	0,98	48,66	0,29
18480000	Fazenda Rio Dourado	4,03	0,98	49,24	0,27
19985000	Pacajás	7,98	0,85	15,08	0,68

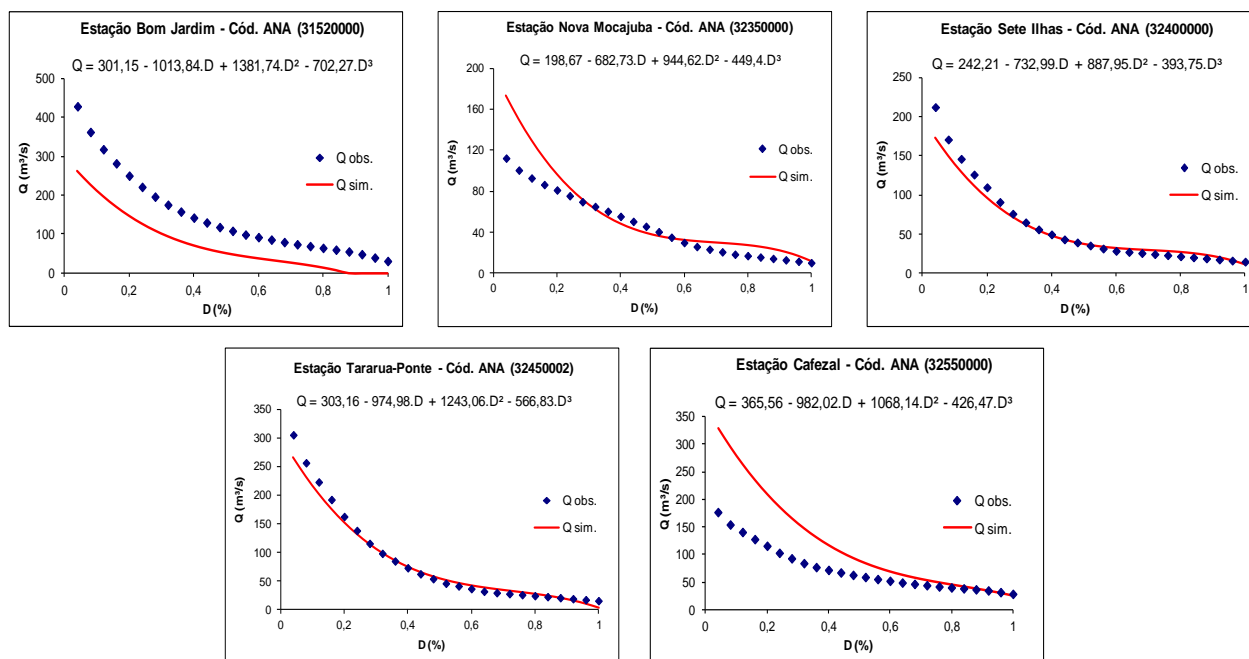
31020000	Cachoeira Tracambeua	4,38	0,94	18,79	0,81
31520000	Bom Jardim	15,64	0,41	35,68	0,38
32350000	Nova Mocajuba	6,92	0,61	3,89	0,90
32400000	Sete Ilhas	5,75	0,94	63,62	-0,21
32450002	Tararua - Ponte	4,04	0,98	95,36	-0,49
32550000	Cafezal	10,88	-1,47	9,05	-0,65
<b>Média</b>		<b>11,43</b>	<b>-0,95</b>	<b>44,07</b>	<b>-0,53</b>

Na Figura 8 podem-se observar os ajustes da curva de permanência das bacias-alvo do modelo linear.

Figura 8 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo







No grupo I, verificou-se, através dos valores dos erros relativos, coeficientes de Nash e ajuste gráfico entre as curvas de permanência observadas e simuladas, que o modelo linear, não apresentou resultados satisfatórios em todas as bacias-alvo consideradas. Desta forma, serão inseridas estações sintéticas no modelo, ou seja, somente o método de agrupamento em relação às áreas de drenagem não foi suficiente para um melhor desempenho do modelo de regionalização.

### 7.1.2 Grupo II

O grupo II Abrangeu 14 estações fluviométricas das 43 consideradas no estudo. Na Tabela 13 estão relacionadas essas estações e suas respectivas características morfoclimáticas.

Tabela 13 – Características morfoclimáticas das estações fluviométricas do grupo II

Código	Estação	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
16430000	Garganta	39000	2768,00	506,00	335
16460000	Caramujo	51700	2630,70	295,00	140
16480000	Aldeia Wai-Wai	21600	2241,00	396,00	417,41
16500000	Estirão da Angélica	25800	2631,70	444,00	660
17090000	Boca do Inferno	19800	2050,00	309,00	439
17675000	Jardim do Ouro	37400	1745,44	282,00	320
17680000	Jamanxim	40200	2335,17	408	420
18121006	Barragem - Conj.4	16200	1711,56	221,00	390

18500000	Boa Esperança	42400	1881,58	535,00	275
18650000	Cajueiro	35600	1743,33	532,00	280
18880000	Fazenda Cipauba	24700	1964,28	346,00	130
29100000	Fazenda Alegria	37500	1879,00	473,00	470
31680000	Fazenda Maringá	25900	1809,57	438,00	25
31700000	Badajós	32200	2403,27	257,00	50

Os cálculos das correlações entre as variáveis independentes do grupo II estão apresentadas na Tabela 14, onde não foi encontrada forte correlação entre as variáveis independentes, desta forma todas as variáveis foram utilizadas na regionalização.

Tabela 14 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo II

	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
A (km <sup>2</sup> )	1			
P (mm)	0,313	1		
L (km)	0,310	0,041	1	
H (m)	-0,213	0,145	0,200	1

O processo de regressão dos parâmetros em função das características morfoclimáticas das bacias foi aplicado às 14 estações. A partir da aplicação do processo de regressão foram obtidos os modelos de regionalização linear (equação (38-41)) e não linear (equação (42-45)).

$$\begin{array}{l} \text{Modelo de Regionalização Linear} \\ a = -4316,6054 + 0,1534 \cdot A + 1,2285 \cdot P - 1,8572 \cdot L + 0,865 \cdot H \end{array} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,76 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 11,17 \end{array} \quad (38)$$

$$b = -10730,7698 + 0,3893 \cdot A + 3,4478 \cdot P - 5,1813 \cdot L + 1,7112 \cdot H \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,68 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 8,06 \end{array} \quad (39)$$

$$c = -10788,2678 + 0,3637 \cdot A + 5,2584 \cdot P - 8,2952 \cdot L - 1,4103 \cdot H \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,48 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 4,01 \end{array} \quad (40)$$

$$d = -4325,5588 + 0,1249 \cdot A + 2,9562 \cdot P - 4,9978 \cdot L - 1,8734 \cdot H \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,36 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 2,81 \end{array} \quad (41)$$

$$\begin{array}{l} \text{Modelo de Regionalização Não linear} \\ a = 6,5718 \cdot 10^{-9} \cdot A^{1,7304} \cdot P^{0,8696} \cdot L^{0,2273} \cdot H^{0,125} \end{array} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,81 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 15,25 \end{array} \quad (42)$$

$$b = 1,0975 \cdot 10^{-7} \cdot A^{1,5425} \cdot P^{0,8901} \cdot L^{0,2216} \cdot H^{0,1319} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,75 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 10,68 \end{array} \quad (43)$$

$$c = 6,9766 \cdot 10^{-6} \cdot A^{1,1314} \cdot P^{1,0956} \cdot L^{0,0833} \cdot H^{0,028} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,41 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 3,22 \end{array} \quad (44)$$

$$d = 0,0007 \cdot A^{0,5745} \cdot P^{1,3439} \cdot L^{-0,0708} \cdot H^{-0,1287} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ -0,17 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 0,53 \end{array} \quad (45)$$

Através do teste  $F_{total}$ , as equações dos parâmetros  $d$  do modelo regional linear (equação (41)) e as equações do parâmetro  $c$  e  $d$  do modelo regional não linear (equações (44) e (45)) não foram consideradas significativas, pois a estatística dos testes foram menores que os valores de referência para um nível de significância de 5% ( $F_{(0,05; 4; 9)}$  de Fisher-Snedecor = 3,63). Essa falta de significância dos parâmetros analisados ajuda a explicar os resultados não satisfatórios do modelo para o grupo II (Figura 9).

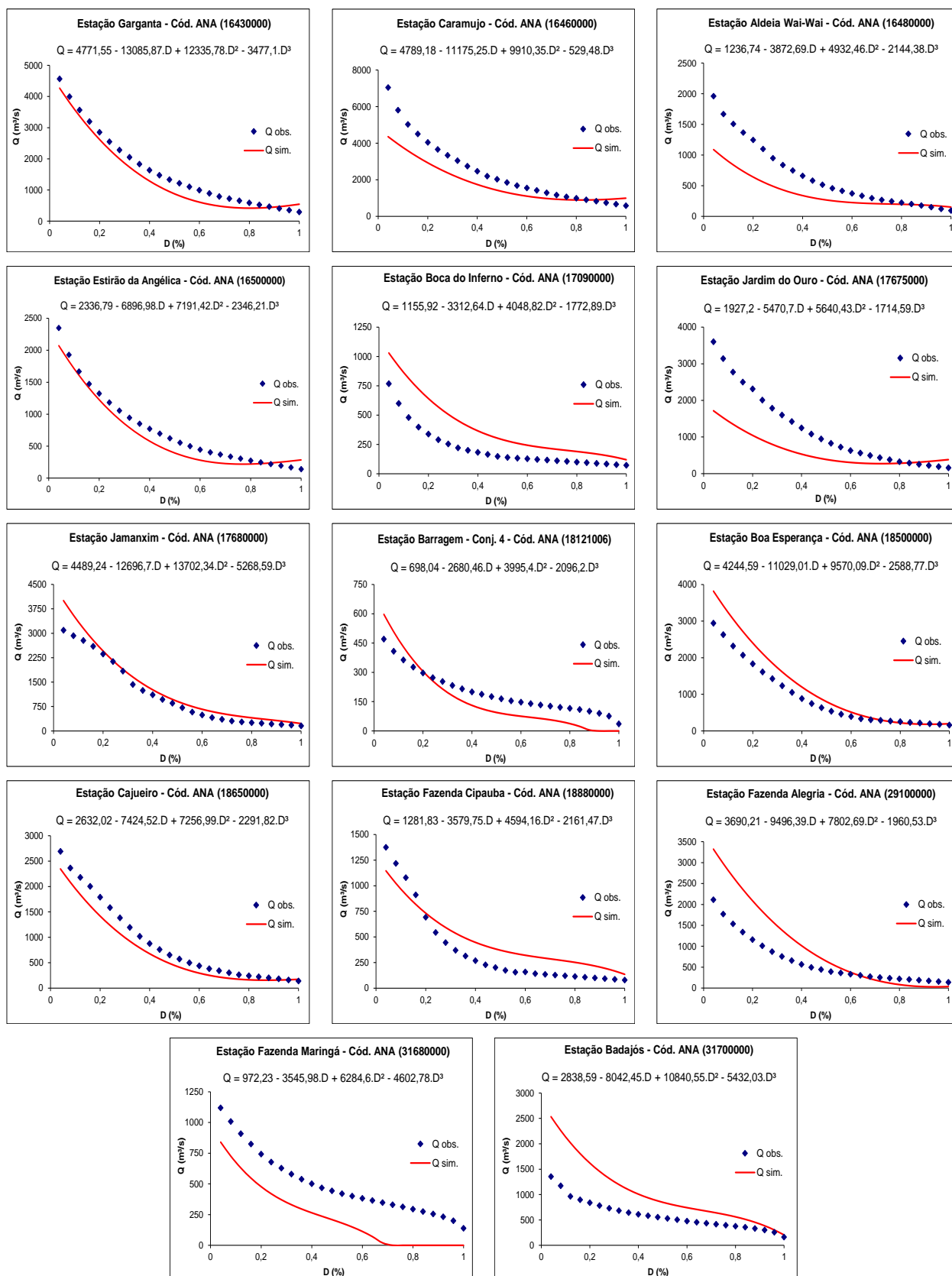
Uma vez determinados os modelos de regionalização para o grupo II, foi realizada a validação dos modelos de regressão conforme o método de Jack-knife. Na Tabela 15, podem ser observados os valores do erro médio e coeficiente de Nash das bacias-alvo. Com o resultado da simulação, o modelo não linear (equação (13)) apresentou-se como o mais adequado em relação ao modelo linear (equação (12)), visto que o erro relativo médio percentual obtido foi igual a 12,70% e coeficiente de Nash negativo em 4 bacia-alvo, enquanto que o modelo linear apresentou um erro relativo médio percentual igual 13,21%; e coeficientes de Nash negativos em 4 bacias-alvo.

Tabela 15 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash para as bacias-alvo do grupo II

Código	Estação	Linear		Não linear	
		Erro (%)	Nash	Erro (%)	Nash
16430000	Garganta	5,51	0,87	6,08	0,94
16460000	Caramujo	10,37	0,73	6,05	0,80
16480000	Aldeia Wai-Wai	8,91	0,42	8,07	0,47
16500000	Estirão da Angélica	11,65	0,91	6,62	0,94
17090000	Boca do Inferno	12,26	0,15	17,89	-0,24
17675000	Jardim do Ouro	7,13	0,79	11,48	0,31
17680000	Jamanxim	12,15	0,88	7,57	0,92
18121006	Barragem - Conj.4	30,59	-7,85	17,77	0,45
18500000	Boa Esperança	6,40	0,87	5,37	0,79
18650000	Cajueiro	7,83	0,82	5,08	0,92
18880000	Fazenda Cipauba	22,79	0,76	17,28	0,84
29100000	Fazenda Alegria	13,39	-0,24	13,23	-0,21
31680000	Fazenda Maringá	10,28	-0,01	41,94	-2,13
31700000	Badajós	25,63	-13,60	13,33	-2,72
<b>Média</b>		<b>13,21</b>	<b>-1,04</b>	<b>12,70</b>	<b>0,15</b>

Na Figura 9, podem-se observar as equações obtidas para cálculo das vazões diárias e os ajustes da curva de permanência das bacias-alvo do modelo não linear.

Figura 9 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo do grupo II



No grupo II, verificou-se, através dos valores dos erros relativos, coeficientes de Nash e ajuste gráfico entre as curvas de permanência observadas e simuladas, que o modelo não linear, não apresentou resultados satisfatórios em todas as bacias-alvo consideradas. Desta forma, também serão inseridas estações sintéticas no modelo, ou seja, somente o método de agrupamento em relação às áreas de drenagem não foi suficiente para um bom desempenho do modelo de regionalização.

### 7.1.3 Grupo III

O grupo III abrangeu 15 estações fluviométricas das 43 consideradas no estudo. Na Tabela 16 estão relacionadas essas estações e suas respectivas características morfoclimáticas.

Tabela 16 – Características morfoclimáticas das estações fluviométricas do grupo III

Código	Estação	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
17500000	Fortaleza	363000	2129,66	539,00	25
17650002	Acará do Tapajós	390000	2076,74	366,00	15
18460000	Boa Sorte	210000	1919,65	508,00	195
18510000	São Félix do Xingu	255000	1999,24	562,00	205
18514000	UHE Pombal	266000	1999,24	696,00	245
18520000	Belo Horizonte	281000	1748,04	748,00	260
18590000	Manoel Jorge (Terra Preta)	56900	1861,27	616,00	230
18600000	Laranjeiras	58700	1333,73	679,00	250
18700000	Pedra do Ó	122000	1677,62	870,00	270
18849100	UHE Altamira	447000	2015,13	1079,00	300
18850000	Altamira	448000	2015,13	1000,00	300
27500000	Conceição do Araguaia	332000	1285,82	501,00	710
29050000	Marabá	703000	1879,00	443,00	185
29200000	Itupiranga	746000	1678,22	412,00	180
29700000	Tucuruí	764000	2400,01	198,00	270

Os cálculos das correlações entre as variáveis independentes do grupo III estão apresentadas na Tabela 17. Onde não foi encontrada forte correlação entre as variáveis independentes, desta forma todas as variáveis foram utilizadas na regionalização.

Tabela 17 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo III

	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
A (km <sup>2</sup> )	1			
P (mm)	0,405	1		
L (km)	-0,409	-0,171	1	
H (m)	-0,078	-0,557	0,187	1

O processo de regressão dos parâmetros em função das características morfoclimáticas das bacias (Tabela 16) foi aplicado às 15 estações. A partir da aplicação do processo de regressão foram obtidos os modelos de regionalização linear (equação (46-49)) e não linear (equação (50-53)).

Modelo de Regionalização Linear	$R^2_a$	$F_{total}$	
$a = -7018,6408 + 0,0455.A + 3,6443.P + 5,1286.L + 0,757.H$	0,96	91,29	(46)
$b = -38361,2553 + 0,1154.A + 15,6789.P + 6,584.L + 35,6009.H$	0,94	58,69	(47)
$c = -35942,6097 + 0,1248.A + 14,0744.P - 15,3828.L + 57,7414.H$	0,85	21,21	(48)
$d = -5123,0457 + 0,051.A + 1,2829.P - 15,5573.L + 24,7614.H$	0,76	12,11	(49)
Modelo de Regionalização Não linear	$R^2_a$	$F_{total}$	
$a = 0,1807.A^{0,8267}.P^{0,0669}.L^{0,1143}.H^{-0,0359}$	0,97	103,45	(50)
$b = 0,2685.A^{0,7694}.P^{0,2508}.L^{-0,0277}.H^{0,0914}$	0,88	25,83	(51)
$c = 0,4744.A^{0,7842}.P^{0,2735}.L^{-0,3301}.H^{0,2372}$	0,70	9,28	(52)
$d = 0,3059.A^{0,9729}.P^{0,0412}.L^{-0,851}.H^{0,5219}$	0,41	3,49	(53)

Através do teste  $F_{total}$ , as equações dos parâmetros tanto do modelo regional linear (equações (46-49)) quanto do não linear (equações (50-53)) foram consideradas significativas, pois a estatística dos testes  $F_{total}$  foram maiores que os valores de referência para um nível de significância de 5% ( $F_{(0,05; 4; 10)}$  de Fisher-Snedecor = 3,48).

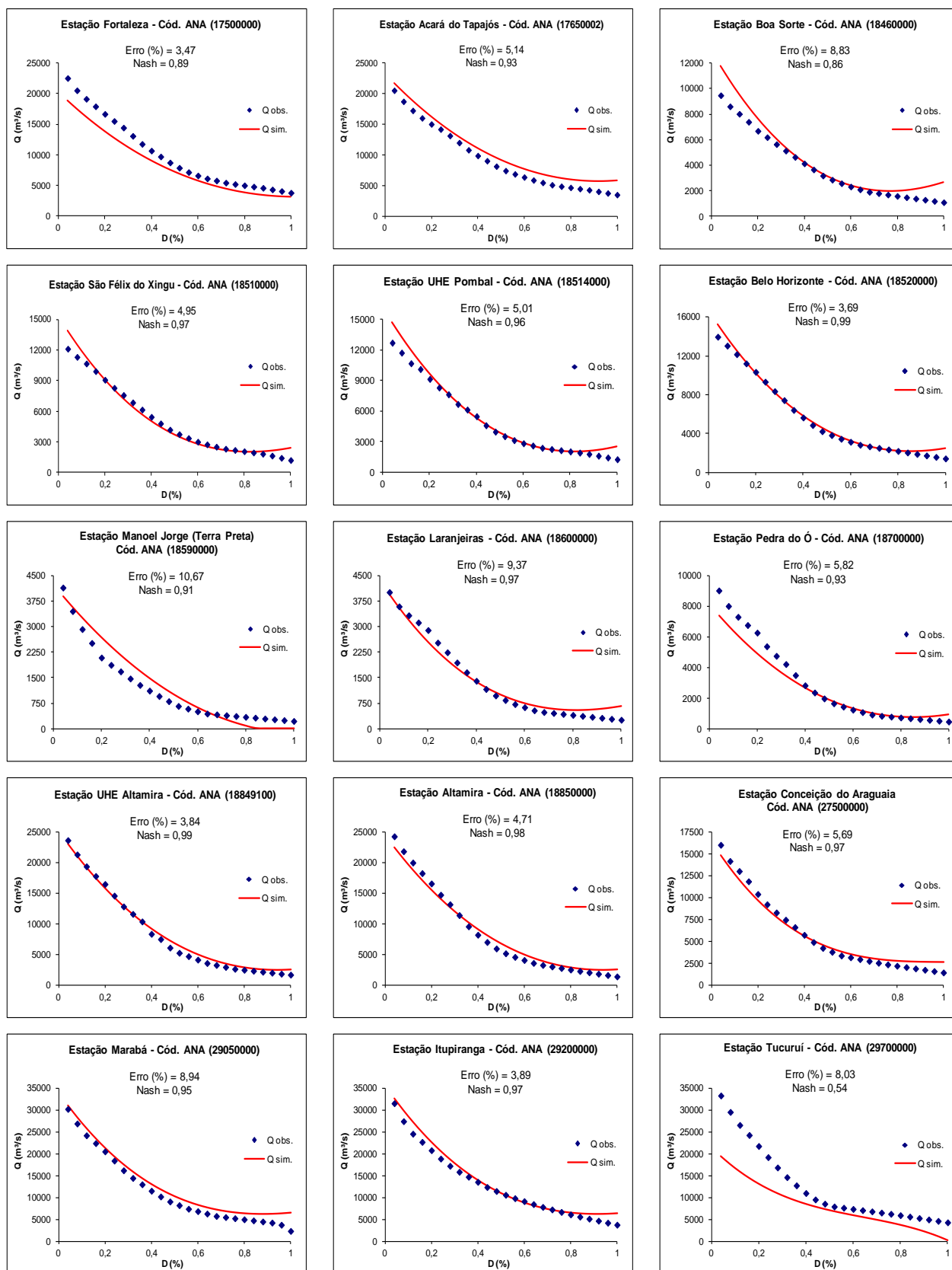
Uma vez determinados os modelos de regionalização para o grupo III, foi realizada a validação dos modelos de regressão conforme o método de Jack-knife. Na Tabela 18, podem ser observados os valores do erro médio e coeficiente de Nash das bacias-alvo. Com o resultado da simulação, o modelo Não linear (equação (13)) apresentou-se como o mais

adequado em relação ao modelo linear (equação (12)), visto que o erro relativo médio percentual obtido foi igual a 6,32% e coeficiente de Nash positivo em todas as bacia-alvo, enquanto que o modelo linear apresentou um erro relativo médio percentual igual 9,08%; e coeficientes de Nash negativos em 3 bacias-alvo. Na Figura 10, pode se observar os ajustes da curva de permanência das bacias-alvo do modelo não linear.

Tabela 18 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash para cada bacia-alvo do grupo III

Código	Bacia-alvo	Linear		Não linear	
		Erro (%)	Nash	Erro (%)	Nash
17500000	Fortaleza	6,29	0,69	3,47	0,89
17650002	Acará do Tapajós	3,33	0,89	5,14	0,93
18460000	Boa Sorte	6,58	0,84	8,83	0,86
18510000	São Félix do Xingu	3,45	0,98	4,95	0,97
18514000	UHE Pombal	2,49	0,95	5,01	0,96
18520000	Belo Horizonte	1,52	0,99	3,69	0,99
18590000	Manoel Jorge (Terra Preta)	32,78	-0,66	13,36	0,90
18600000	Laranjeiras	28,85	-0,03	9,37	0,97
18700000	Pedra do Ó	4,33	0,98	5,82	0,93
18849100	UHE Altamira	1,89	1,00	3,84	0,99
18850000	Altamira	2,51	0,99	4,71	0,98
27500000	Conceição do Araguaia	31,87	-2,32	5,69	0,97
29050000	Marabá	4,36	0,97	8,94	0,95
29200000	Itupiranga	1,57	0,97	3,89	0,97
29700000	Tucuruí	4,33	0,93	8,03	0,54
<b>Média</b>		<b>9,08</b>	<b>0,54</b>	<b>6,32</b>	<b>0,92</b>

Figura 10 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo do grupo III



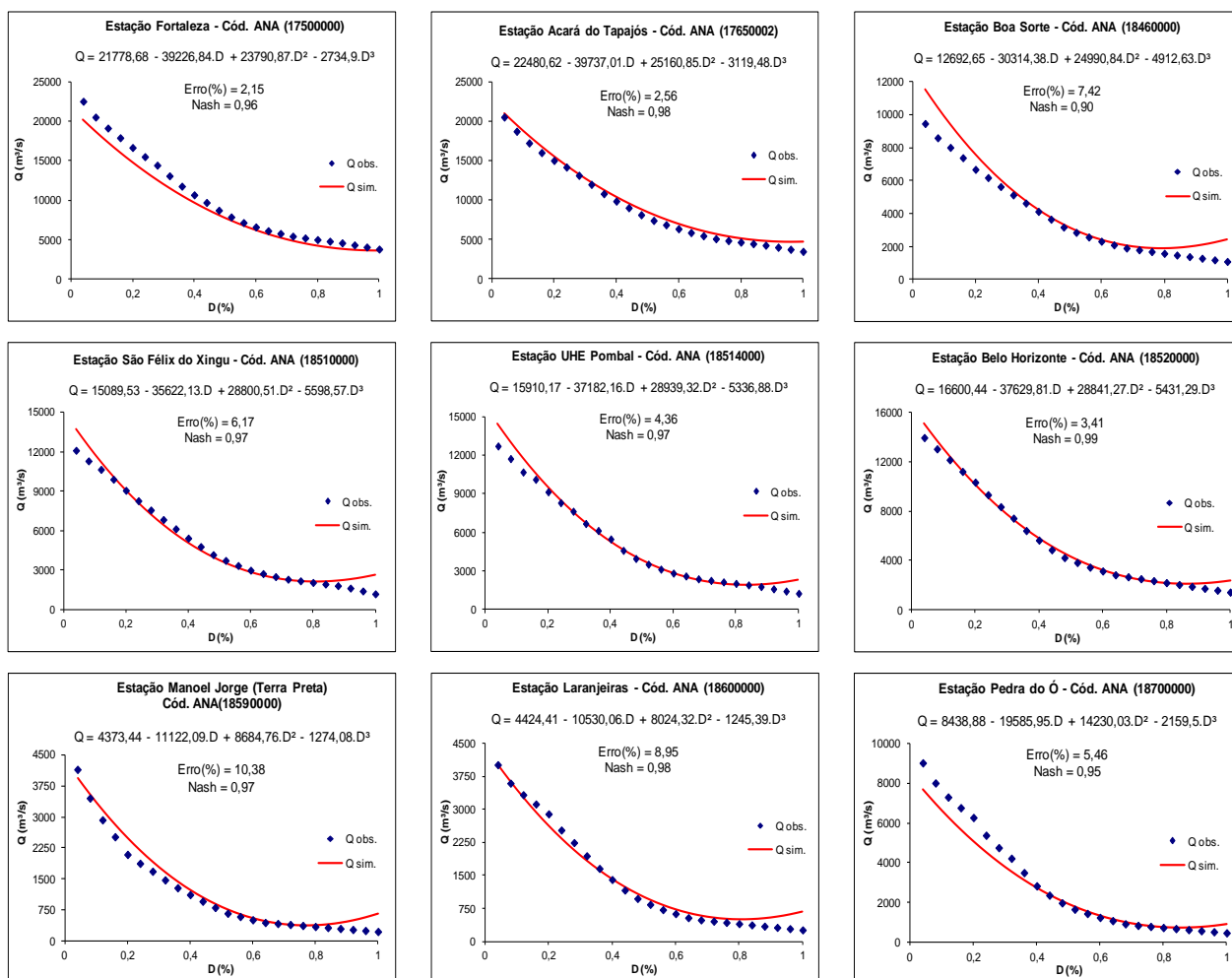
No grupo III, verificou-se que o modelo cúbico não linear, apresentou resultados satisfatório em todas as bacias-alvo consideradas, pois apresentou valor médio abaixo de 10%

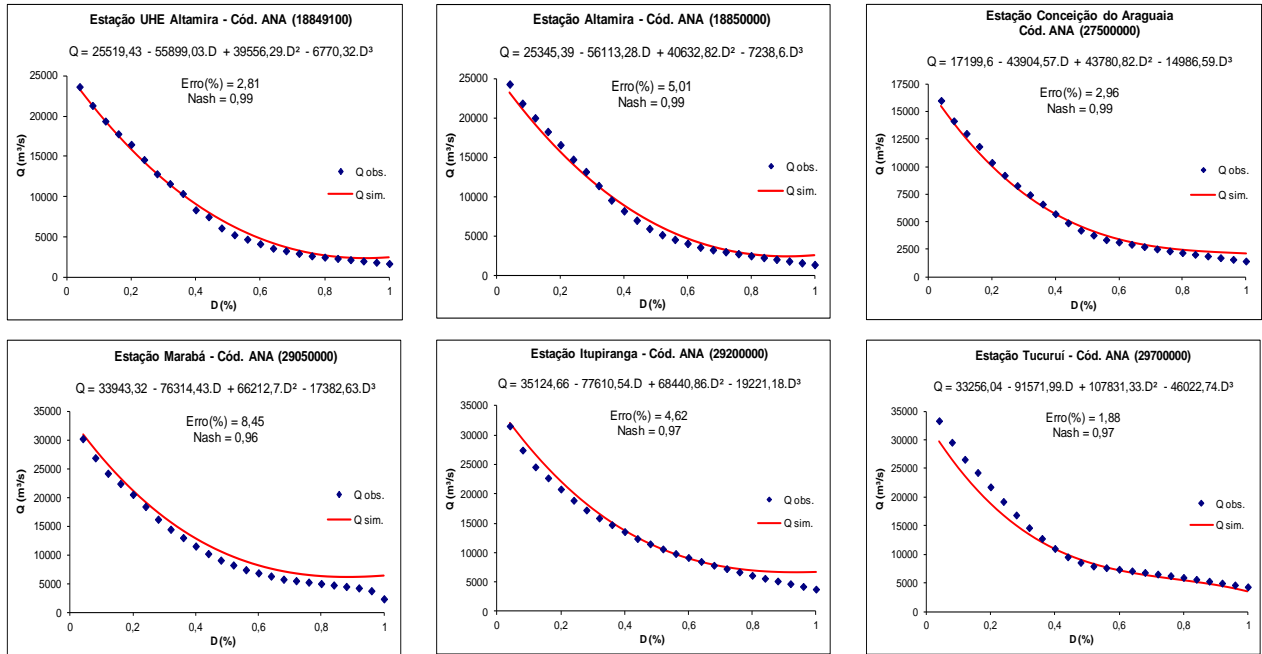


e coeficiente de Nash próximos de 1, e bom ajuste gráfico entre as curvas de permanência observadas e simuladas, exceto para a estação Tucuruí. Desta forma, não foram inseridas estações sintéticas no modelo, ou seja, somente o método de agrupamento em relação às áreas de drenagem foi suficiente para um bom desempenho do modelo de regionalização.

Uma vez determinado o modelo regional (equações (50-53)), este foi aplicado às bacias consideradas neste grupo, para verificação do ajuste das curvas observadas e simuladas (Figura 11). Desta forma, concluiu-se que o modelo cúbico e o modelo regional supracitado podem ser aplicados em bacias da região paraense que possuam áreas de drenagem a partir de 55000 até 764000, para servir como ferramenta de estimativa de curvas de permanência de vazão.

Figura 11 - Curvas de permanência de vazões simuladas pelo modelo regional das bacias do grupo III





## 7.2 INSERÇÃO DE ESTAÇÕES SINTÉTICAS

A inserção de estações fluviométricas sintéticas foi à forma concebida para aumentar a densidade de dados disponíveis para a regionalização dos grupos I e II, buscando-se com isso, a minimização dos erros relativos percentuais entre as curvas de permanência observadas e simuladas de todas as bacias hidrográficas analisadas no Pará.

O procedimento utilizado para a geração das séries sintéticas de vazões diárias foi baseado no método da correlação direta de áreas de drenagem (Eletrobrás, 2000). Assim, deverá ser estabelecida para o local selecionado uma série de vazões diárias derivada de uma série histórica de uma estação fluviométrica localizada no mesmo curso d'água ou na mesma bacia, por correlação direta entre áreas de drenagem, limitada à diferença entre áreas de 3 a 4 vezes. A equação de correlação é definida na equação (54):

$$Q_1 = \frac{A_1}{A_2} \cdot Q_2 \quad (54)$$

Em que:

$A_1$  = área de drenagem do local selecionado, em  $km^2$ ;

$A_2$  = área de drenagem do posto existente, em  $km^2$ ;

$Q_1$  = vazão do local selecionado, em  $m^3/s$ ;

$Q_2$  = vazão do posto existente, em  $m^3/s$ .

A otimização do modelo, através da inserção de estações sintéticas, seguiu a metodologia descrita por Shu e Ouarda (2012). O desempenho da metodologia baseia-se em dois critérios, o Nash (equação (8)) e o erro médio quadrático (RMSE) (equação (55)). Essa metodologia foi aplicada à província do Quebec, Canadá. No presente trabalho, além de Nash e RMSE, também foi considerado o erro quadrado relativo médio percentual,  $\epsilon\%$  (equação (6)).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2} \quad (55)$$

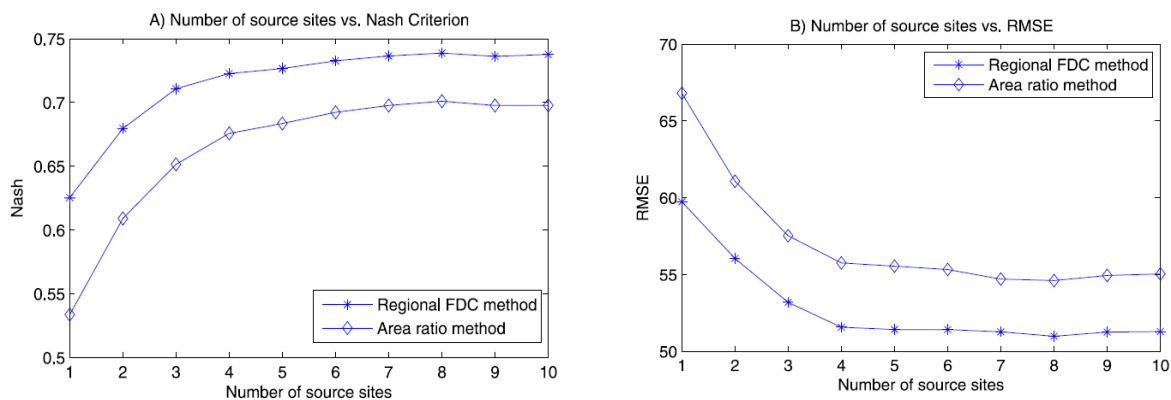
Em que:

$n$  é o número total de valores de vazão diária a ser estimada;

$Q_i$  e  $\hat{Q}_i$  são, respectivamente, a vazão diária medida e estimada.

Os critérios são calculados aumentando-se o número de estações fontes inseridas no modelo. Assim, traçando o número de estações contra os índices de Nash e RMSE (Figura 12), os autores concluíram que para a província do Quebec, o número ótimo de estações é quatro, pois não houve uma melhoria que justificasse o uso de 5 estações para a simulação das curvas de permanência via método de regionalização (*Regional FDC method*). Esse método, como o presente trabalho, também usou a técnica da regressão múltipla. Nesse caso, o modelo de regionalização foi baseado no RBLI (*Regression Based Logarithmic Interpolation*). No caso do presente trabalho, foi adicionada a Figura 12, a curva do  $\epsilon\%$  em função do número de estações fluviométricas fontes.

Figura 12 - Desempenho de métodos de estimativa em função do número de locais de origem



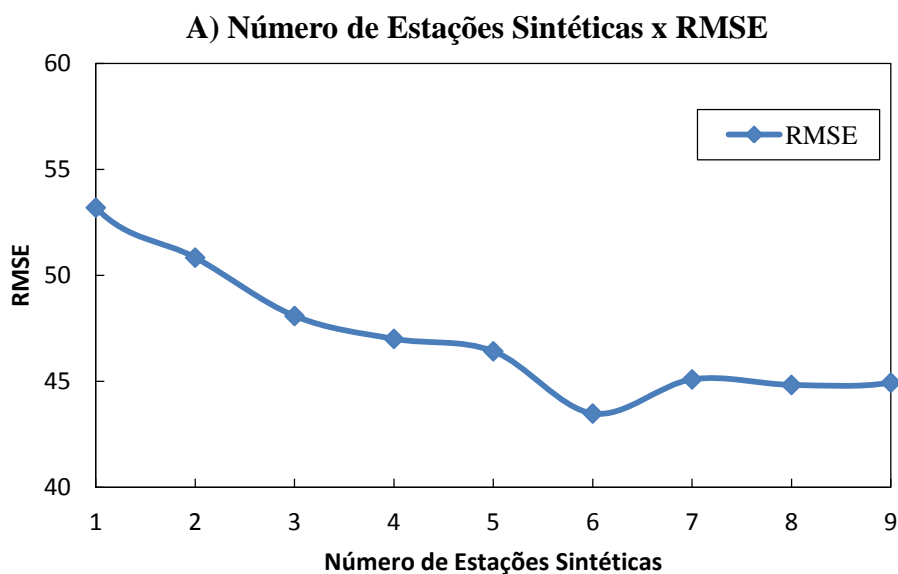
Fonte: Shu e Ouarda (2012)

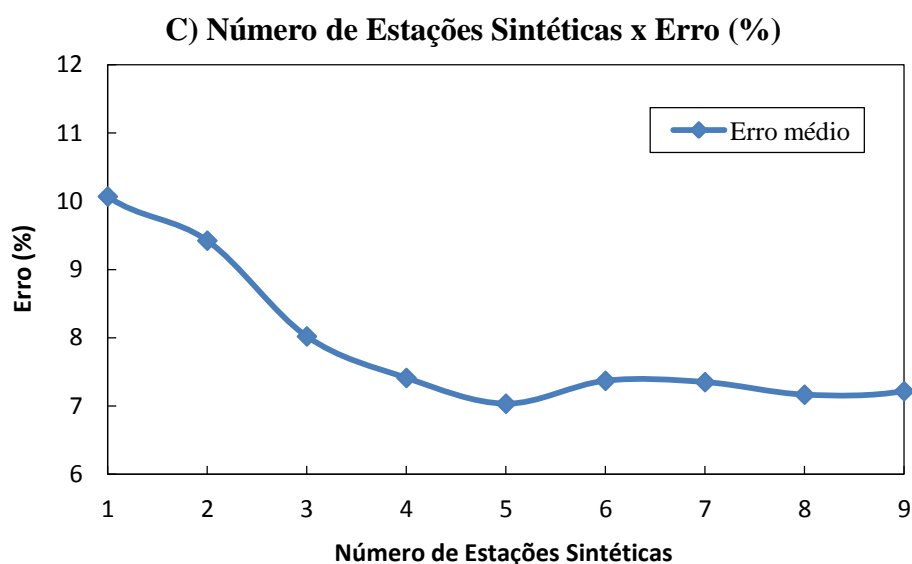
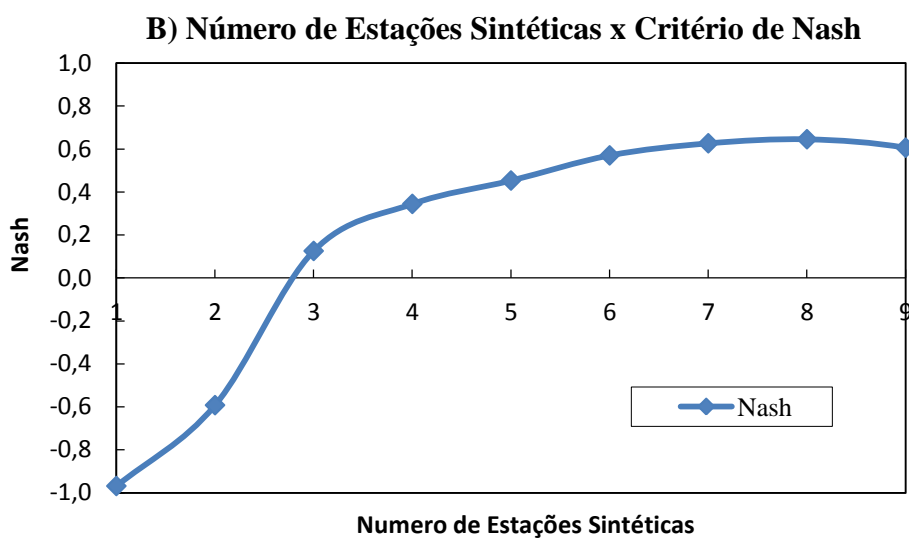
### 7.2.1 Grupo I

Devido aos erros apresentados na Tabela 12 e Figura 8, foram inseridas estações fluviométricas sintéticas para aumentar a densidade de dados do modelo, buscando-se com isso, a minimização dos erros médios relativos percentuais entre as curvas de permanência observadas e simuladas.

Buscando-se evitar um número arbitrário de estações sintéticas inseridas no modelo, foram calculados os índices de Nash, RMSE e o erro médio percentual. Assim, traçando o número de estações sintéticas contra os índices (Figura 13), pode-se concluir que o número ótimo de estações para o grupo I é seis, pois não houve uma melhoria que justificasse o uso de 7 estações para a simulação das curva de permanência.

Figura 13 - Desempenho do método de estimativa em função do número de estações sintéticas





Com a otimização do modelo, foi possível prever o menor número de estações, de forma que o modelo venha ter uma boa aplicabilidade na região paraense. As coordenadas geográficas das estações sintéticas estão descritas na Tabela 19.

Tabela 19 – Coordenadas geográfica das estações sintéticas

Grupo	Rio	Coordenada geográfica	
		Latitude	Longitude
Grupo I	Arapuans	-02°36'58"S	-55°30'49" W
	Imabu	-00°07'56"S	-57°19'56"W
	Curuá	-03°12'14"S	-53°59'17"W

	Cristalino	-09°11'13"S	-55°08'02"W
	Ribeirão dos Lagos	-09°01'55"S	-55°48'05"W
	Jacundá	-02°36'18"S	-55°30'35"W

Considerando as 6 estações sintéticas inseridas no modelo, repetiu-se a metodologia proposta neste trabalho.

Os cálculos das correlações entre as variáveis independentes estão apresentadas na Tabela 20, onde não foi encontrada forte correlação entre elas, desta forma todas as variáveis foram utilizadas na regionalização.

Tabela 20 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo I

	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
A (km <sup>2</sup> )	1			
P (mm)	-0,174	1		
L (km)	0,518	0,118	1	
H (m)	0,551	-0,486	0,424	1

O processo de regressão dos parâmetros em função das características morfoclimáticas das bacias foi aplicado às 20 estações. A partir da aplicação do processo de regressão foram obtidos os modelos de regionalização (equação (56-59)).

Modelo de Regionalização	R <sup>2</sup> _a	F <sub>total</sub>	
$a = -24,2399 + 0,0089.A + 0,0188.P + 1,6017.L + 0,3082.H$	0,68	11,00	(56)
$b = -260,0621 + 0,0154.A + 0,1039.P + 4,8421.L + 1,8838.H$	0,76	16,10	(57)
$c = 4,0579 + 0,04.A - 0,0342.P + 4,7007.L + 2,7934.H$	0,67	10,64	(58)
$d = 214,6769 + 0,0325.A - 0,1072.P + 1,2524.L + 1,3224.H$	0,48	5,47	(59)

Através do teste  $F_{total}$ , as equações dos parâmetros do modelo regional (equações (56-59)) foram consideradas significativas, pois a estatística dos testes  $F_{total}$  foram maiores que os valores de referência para um nível de significância de 5% ( $F_{(0,05; 4; 14)}$  de Fisher-Snedecor = 3,11).

A validação do modelo de regressão linear foi realizada conforme o método de Jack-knife. Na Tabela 21, podem-se observar os valores do erro médio e coeficiente de Nash das bacias-alvo.

Tabela 21 – Valores do erro médio percentual e do coeficiente de Nash para cada bacia-alvo do grupo I

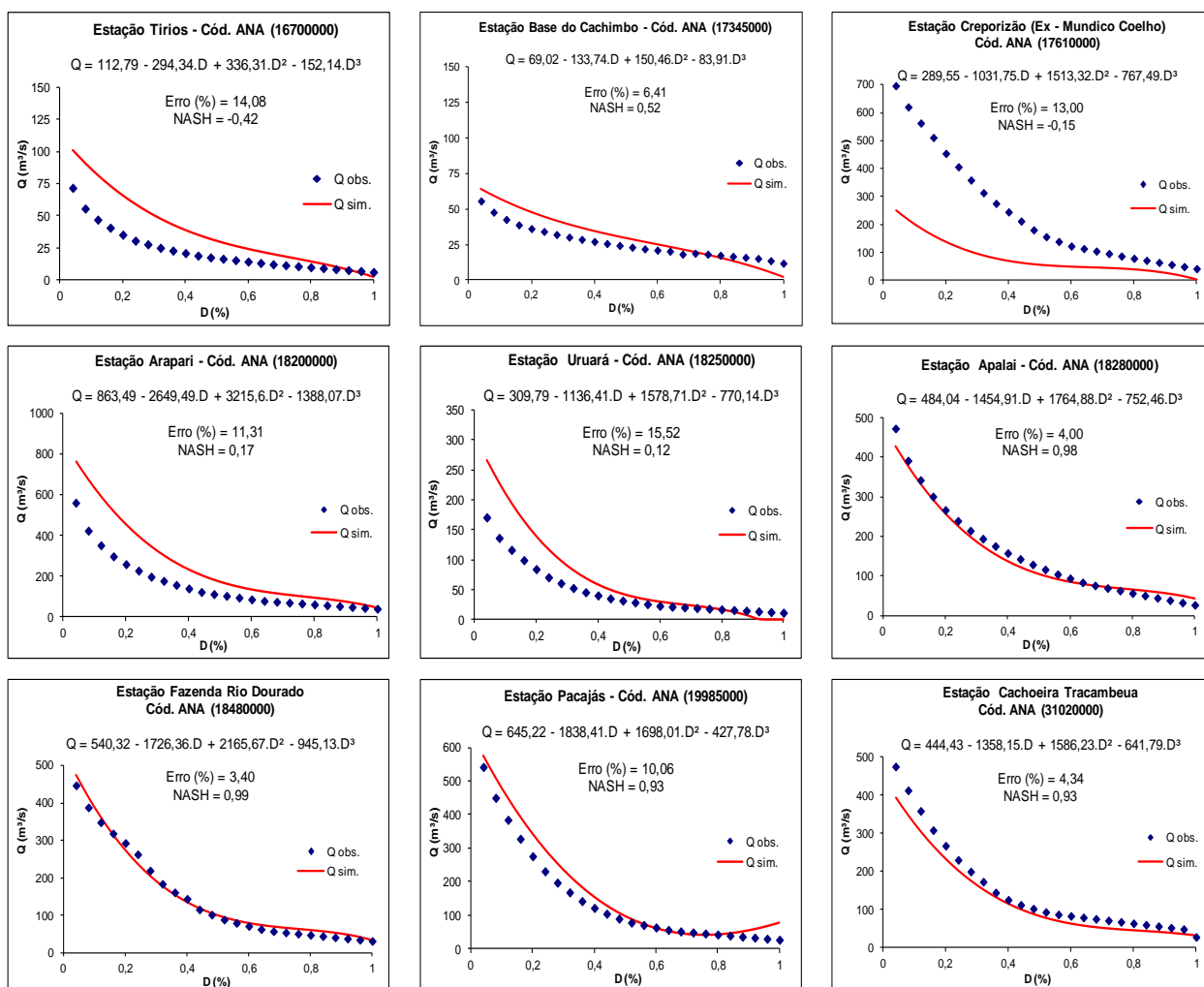
Código	Bacia-Alvo	Erro (%)	Nash
16700000	Tirios	14,08	-0,42
17345000	Base do Cachimbo	6,41	0,52
17610000	Creporizão (Ex - Mundico Coelho)	13,00	-0,15
18200000	Arapari	11,31	0,17
18250000	Uruará	15,52	0,12
18280000	Apalai	4,00	0,98
18480000	Fazenda Rio Dourado	3,38	0,99
19985000	Pacajás	10,06	0,93
31020000	Cachoeira Tracambeua	4,34	0,93
31520000	Bom Jardim	6,88	0,76
32350000	Nova Mocajuba	4,38	0,90
32400000	Sete Ilhas	2,65	0,98
32450002	Tararua - Ponte	1,50	0,97
32550000	Cafezal	5,67	0,30
<b>Média</b>		<b>7,05</b>	<b>0,57</b>

Com o resultado da simulação do modelo de regressão via método de Jack-knife, os valores dos erros relativos foram satisfatórios em todas as bacias, pois apresentaram valor médio igual a 7,05\$. No entanto, as bacias-alvo Tirios, Creporizão (Ex - Mundico Coelho), Arapari, Uruará e Cafezal não foram consideradas aceitáveis para o coeficiente de Nash, pois os valores obtidos foram menores que 0,36. Segundo Collischonn 2001, o coeficiente de Nash é aceitável se o valor ficar entre 0,36 e 0,75. No entanto, essas bacias obtiveram bons ajustes entre as curvas de permanências observadas e simuladas, exceto Creporizão (Ex – Mundico Coelho). Na Figura 14, pode-se observar o ajuste gráfico entre as curvas de permanência observadas e simuladas de todas as bacias-alvo.

Após a validação do modelo de regionalização otimizado através da inserção de seis estações sintéticas, o modelo regional (equações (56-59)) foi aplicado às bacias consideradas neste grupo, para verificação do ajuste das curvas observadas e simuladas (Figura 15). Desta forma, concluiu-se que o modelo cúbico e o modelo regional supramencionado podem ser aplicados em bacias da região paraense que possuam áreas de drenagem no intervalo de 465 a

15000 km<sup>2</sup>; para servir como ferramenta de estimativa de curvas de permanência de vazão. Nesse caso, as coordenadas das estações sintéticas apresentadas na Tabela 19 poderiam ser usadas pelos órgãos competentes como referência para a implantação de novas estações fluviométricas no estado do Pará, ajudando, inclusive, a melhorar a representatividade do modelo analisado e racionalizando recursos, já que o modelo poderá ser utilizado por esses mesmos órgãos.

Figura 14 - Curvas de permanência de vazões simuladas na validação do modelo do grupo I considerando seis estações sintéticas





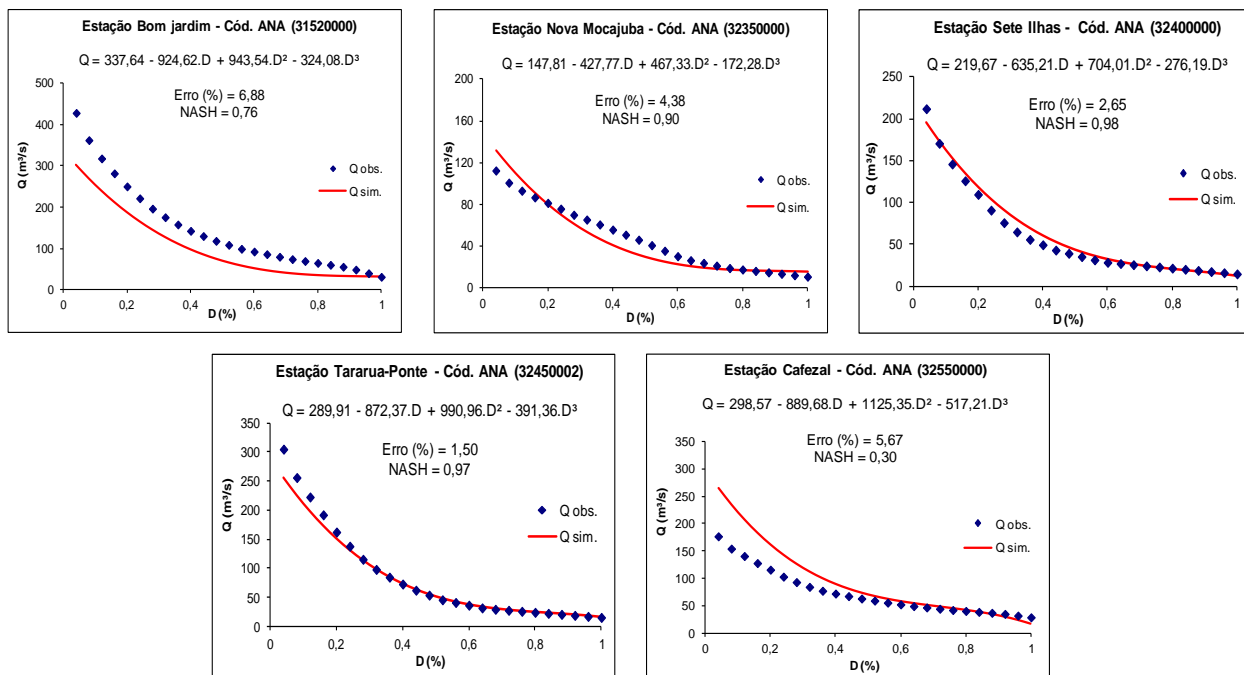
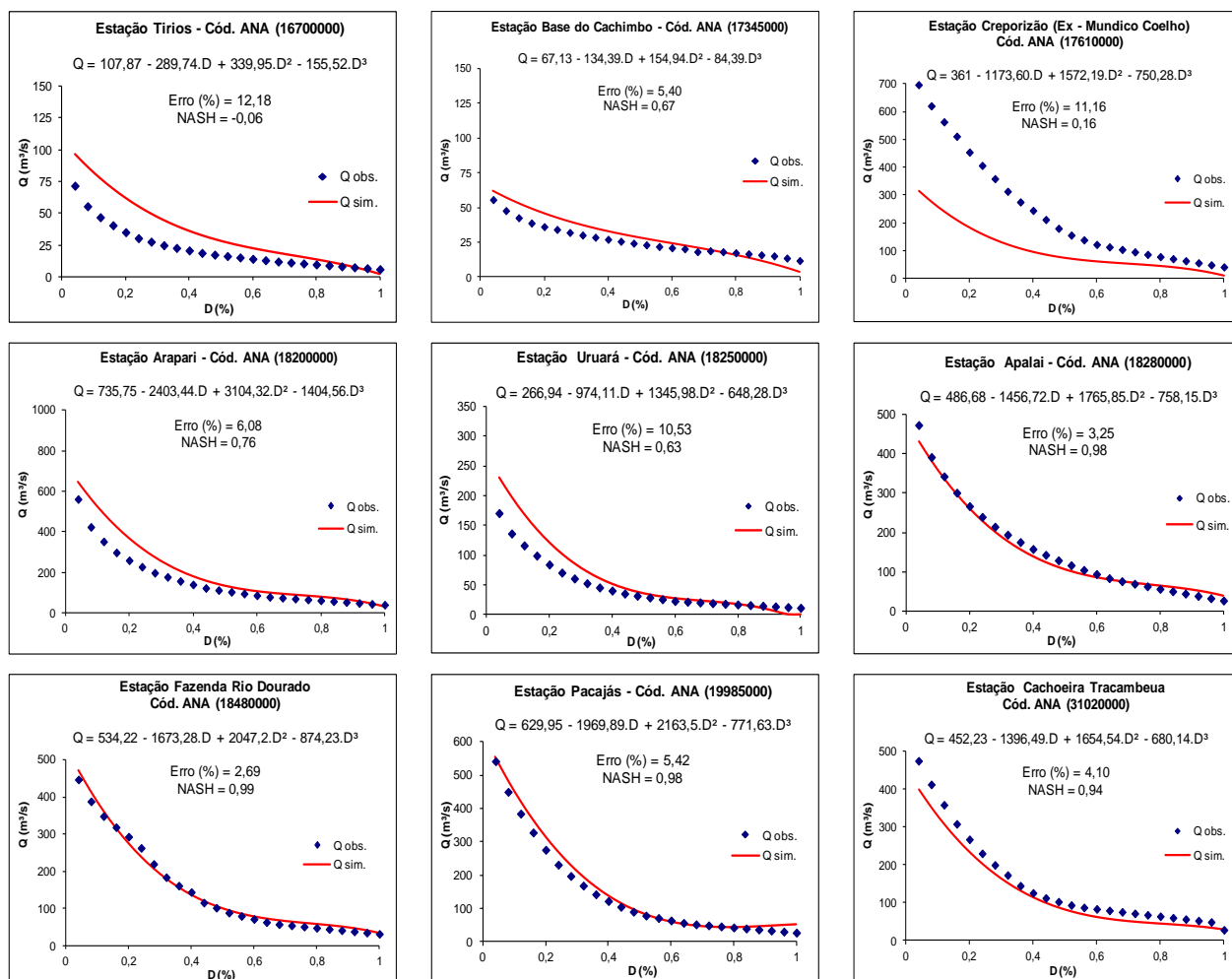
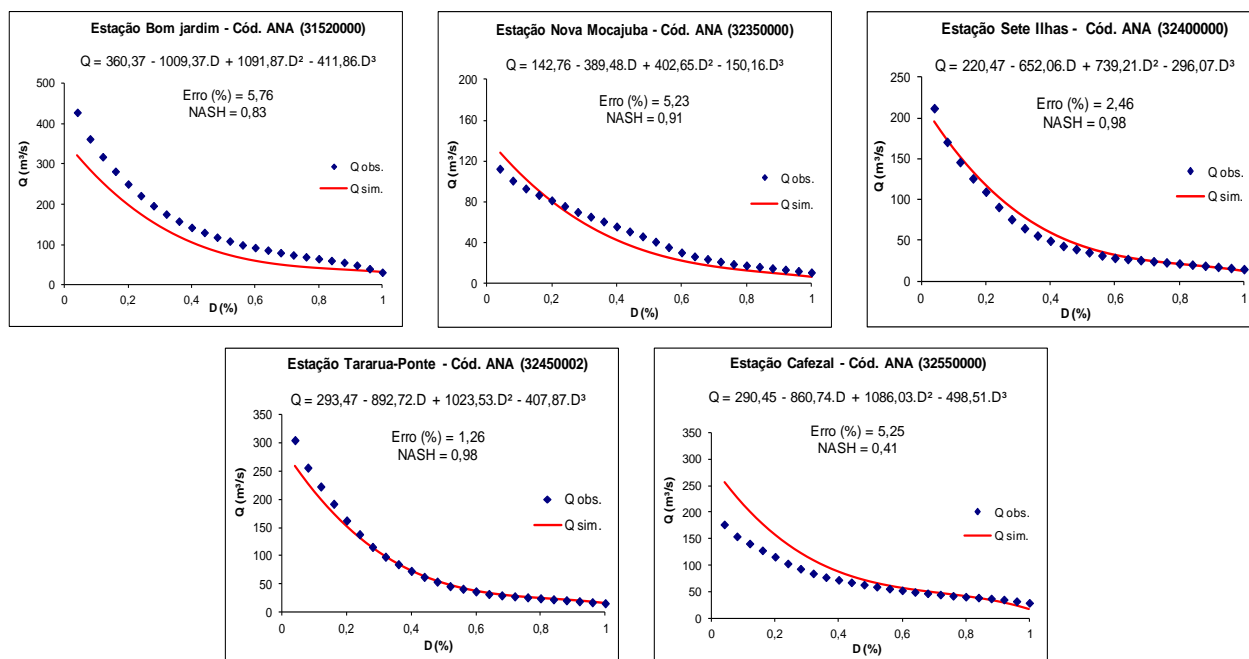


Figura 15 - Curvas de permanência de vazões simuladas pelo modelo regional para as bacias do grupo I



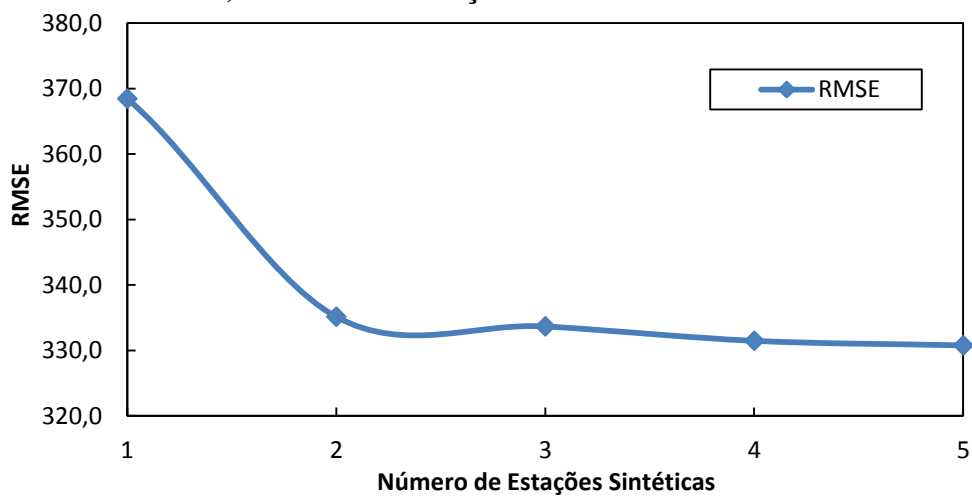
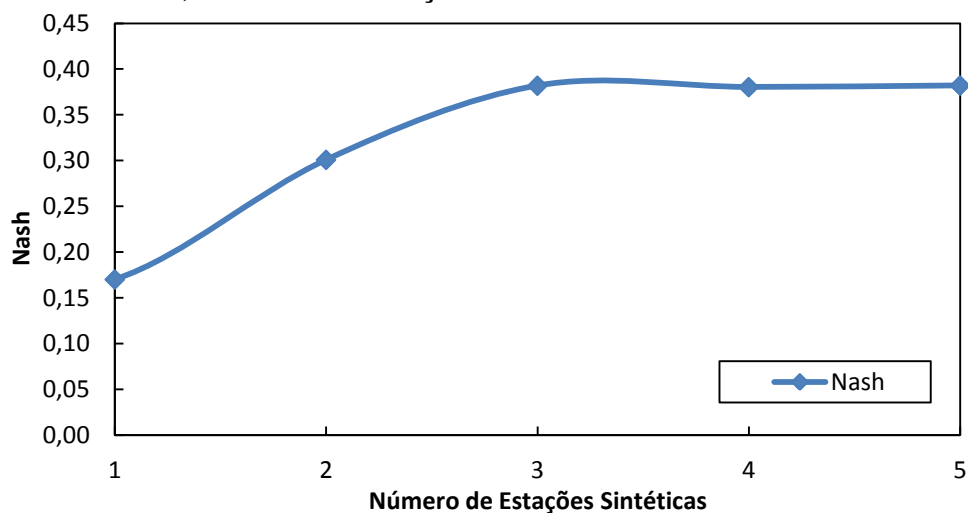
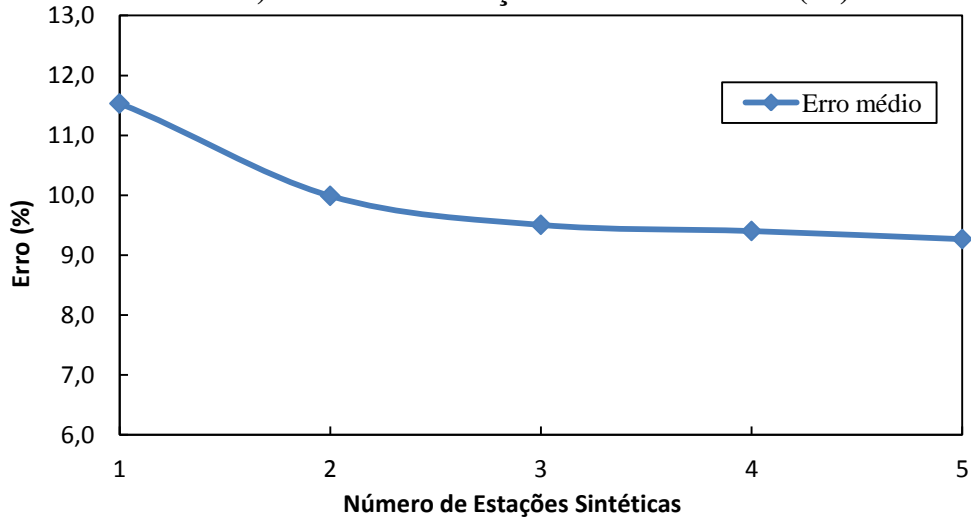


### 7.2.2 Grupo II

Devido aos erros apresentados na Tabela 15 e Figura 9, foram inseridas estações fluviométricas sintéticas para aumentar a densidade de dados ao modelo, buscando-se com isso, a minimização dos erros médios relativos percentuais entre as curvas de permanência observadas e simuladas.

Buscando-se evitar um número arbitrário de estações sintéticas inseridas no modelo, foram calculados os índices de Nash, RMSE e o Erro médio percentual. Assim, traçando o número de estações sintéticas contra os índices (Figura 16), pôde-se concluir que o número ótimo de estações para o grupo II são 3, pois não houve uma melhoria que justificasse o uso de 4 estações para a simulação das curvas de permanência.

Figura 16 - Desempenho do método de estimativa em função do número de estações sintéticas

**A) Número de Estações Sintéticas x RMSE****B) Número de Estações Sintéticas x Critério de NASH****C) Número de Estações Sintéticas x Erro (%)**

Com a otimização do modelo foi possível prever o menor número de estação de forma que o modelo venha ter uma boa aplicabilidade na região paraense. As coordenadas geográficas das estações sintéticas estão descritas na Tabela 22.

Tabela 22 – Coordenadas geográfica das estações sintéticas do grupo II

Grupo II	Rio	Coordenada geográfica	
		Latitude	Longitude
	Bacajá	-04°29'10" S	-51°21'41" W
	Moju	-01°42'51" S	-48°28'04" W
	Curuapanema	-0°34'30" N	-55°09'21" W

Considerando as 3 estações sintéticas inseridas no modelo, repetiu-se a metodologia proposta neste trabalho.

Os cálculos das correlações entre as variáveis independentes do grupo II estão apresentadas na Tabela 23, onde não foi encontrada forte correlação entre as variáveis independentes, desta forma todas as variáveis foram utilizadas na regionalização.

Tabela 23 – Matriz de correlação entre as variáveis independentes do grupo II

	A (km <sup>2</sup> )	P (mm)	L (km)	H (m)
A (km <sup>2</sup> )	1			
P (mm)	0,236	1		
L (km)	0,254	0,160	1	
H (m)	0,021	0,076	0,086	1

O processo de regressão dos parâmetros em função das características morfoclimáticas das bacias foi aplicado às 17 estações. A partir da aplicação do processo de regressão foram obtidos os modelos de regionalização não linear (equação (60-63)).

$$\begin{array}{l} \text{Modelo de Regionalização} \\ a = 2,2864 \cdot 10^{-8} \cdot A^{1,6808} \cdot P^{0,8761} \cdot L^{0,1471} \cdot H^{0,0708} \end{array} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,82 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 19,78 \end{array} \quad (60)$$

$$b = 1,2774 \cdot 10^{-6} \cdot A^{1,5088} \cdot P^{0,8313} \cdot L^{-0,0216} \cdot H^{0,0976} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,74 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 12,35 \end{array} \quad (61)$$

$$c = 7,6807 \cdot 10^{-5} \cdot A^{1,1978} \cdot P^{0,9431} \cdot L^{-0,2443} \cdot H^{0,0403} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ 0,47 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 4,54 \end{array} \quad (62)$$

$$d = 0,0046 \cdot A^{0,7937} \cdot P^{1,0647} \cdot L^{-0,4683} \cdot H^{-0,0544} \quad \begin{array}{l} R^2_a \\ -0,06 \end{array} \quad \begin{array}{l} F_{\text{total}} \\ 0,76 \end{array} \quad (63)$$

Através do teste  $F_{total}$ , a equação do parâmetro  $d$  (equação (63)) não foi considerada significativa, pois o  $F_{total}$  foi menor que o  $F$  crítico de Fisher-Snedecor, no entanto, as equações dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  (equações (60-62)) foram consideradas significativas, pois a estatística dos testes  $F_{total}$  foram maiores que os valores de referência para um nível de significância de 5% ( $F_{(0,05; 4; 11)}$  de Fisher-Snedecor = 3,36). Desta forma o modelo regional foi considerado aceitável. A análise do teste  $F_{total}$ , demonstrou uma melhora nos resultados de significância dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , pois, em relação ao resultados sem a inserção de estações sintéticas, apenas o parâmetro  $d$  não passou no teste. Apesar disso, o modelo melhorou os resultados para o grupo II (Figura 17).

A validação do modelo de regressão linear foi realizada conforme o método de Jack-knife. Na Tabela 24, podem-se observar os valores do erro médio e coeficiente de Nash das bacias-alvo.

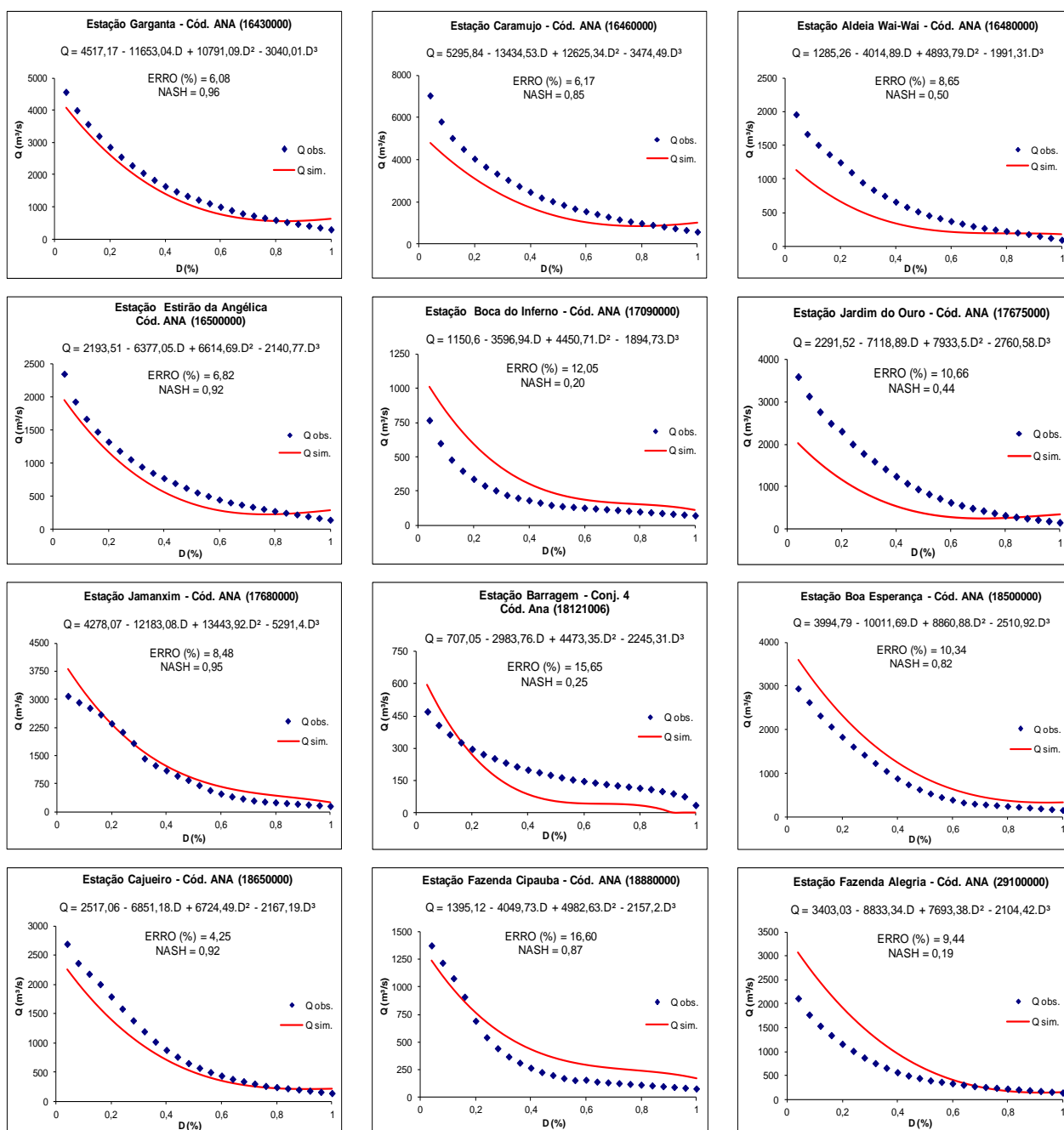
Tabela 24 – Valores do Erro médio percentual e do coeficiente de Nash das bacias-alvo do grupo II

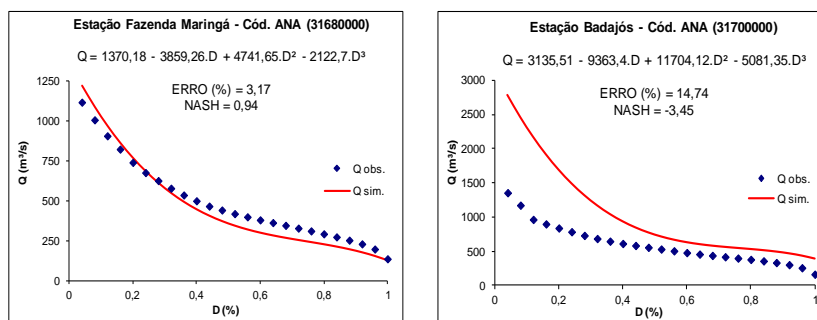
Código	Estação	Não linear	
		Erro (%)	Nash
16430000	Garganta	6,08	0,96
16460000	Caramujo	6,17	0,85
16480000	Aldeia Wai-Wai	8,65	0,50
16500000	Estirão da Angélica	6,82	0,92
17090000	Boca do Inferno	12,05	0,20
17675000	Jardim do Ouro	10,66	0,44
17680000	Jamxim	8,48	0,95
18121006	Barragem - Conj.4	12,73	0,28
18500000	Boa Esperança	10,34	0,82
18650000	Cajueiro	4,25	0,92
18880000	Fazenda Cipauba	16,60	0,87
29100000	Fazenda Alegria	9,44	0,19
31680000	Fazenda Maringá	3,17	0,94
31700000	Badajós	14,74	-3,45
<b>Média</b>		<b>9,30</b>	<b>0,38</b>

Com o resultado da simulação do modelo de regressão via método de Jack-knife, os valores dos erros relativos foram satisfatórios em todas as bacias, pois apresentaram valor médio igual a 9,30%. No entanto, as bacias-alvo Boca do inferno, Barragem – Conj. 4, Fazenda Alegria e Badajós não foram consideradas aceitáveis para o coeficiente de Nash, pois

os valores obtidos foram menores que 0,36. Segundo Collischonn 2001, o coeficiente de Nash é aceitável se o valor ficar entre 0,36 e 0,75. No entanto, as bacias Boca do inferno e Fazenda Alegria tiveram bons ajustes entre as curvas de permanências observadas e simuladas. Na Figura 17, pode-se observar o ajuste gráfico entre as curvas de permanência observadas e simuladas de todas as bacias-alvo. Todas as bacias tiveram bons ajustes, exceto a Barragem – Conj. 4, Badajós e Jardim do Ouro.

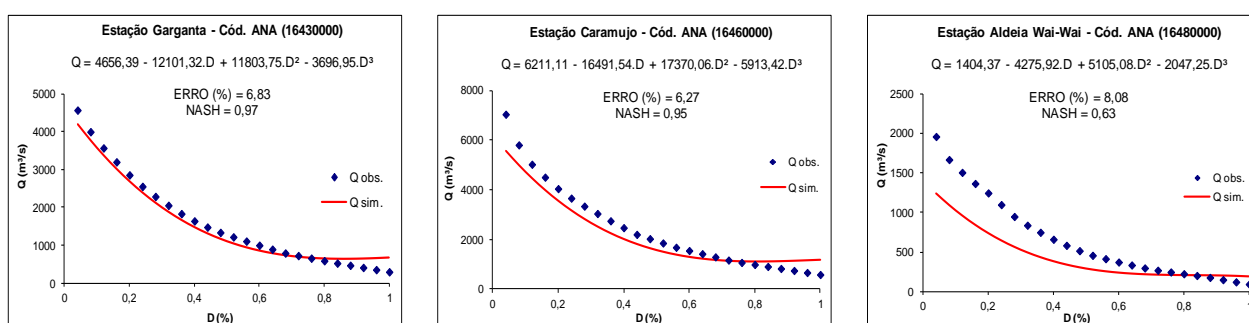
Figura 17 - Curvas de permanência de vazões simuladas pela validação do modelo do grupo II considerando três estações sintéticas

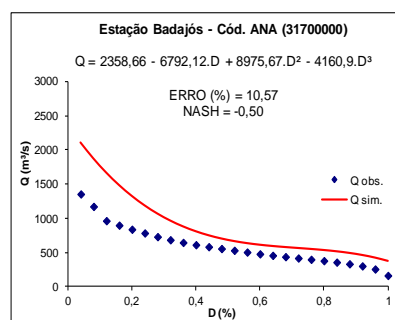
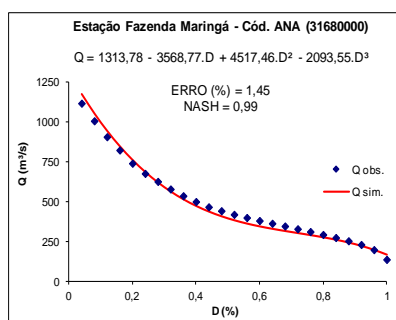
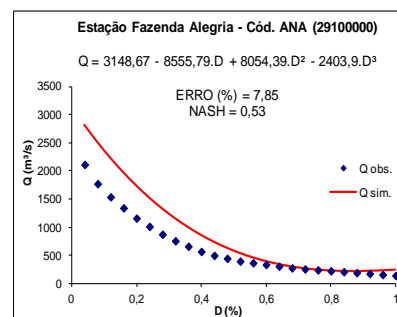
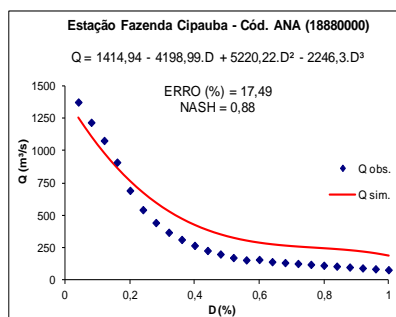
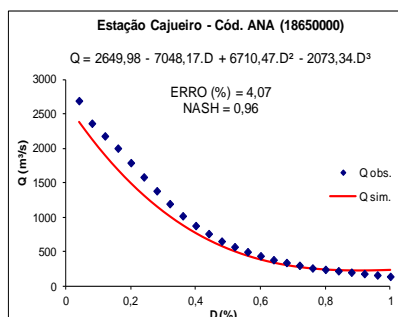
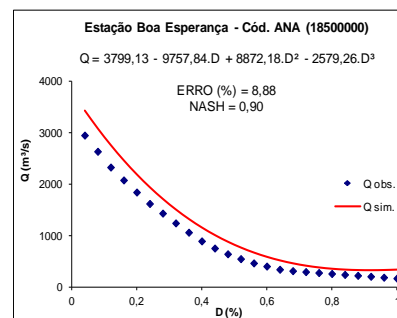
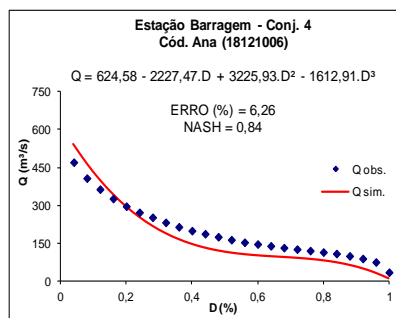
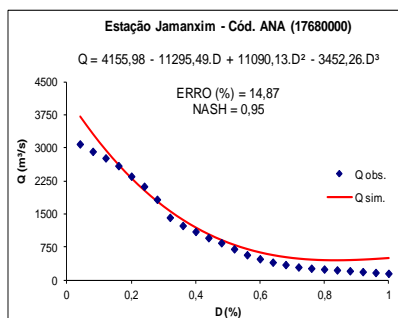
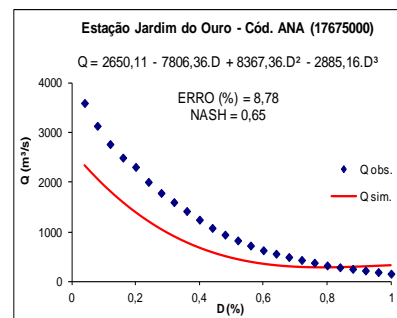
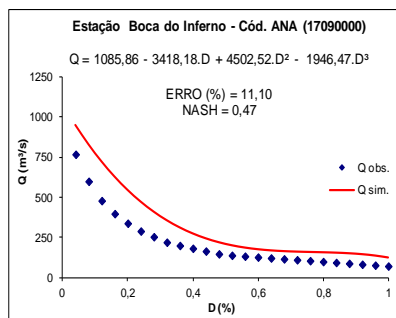
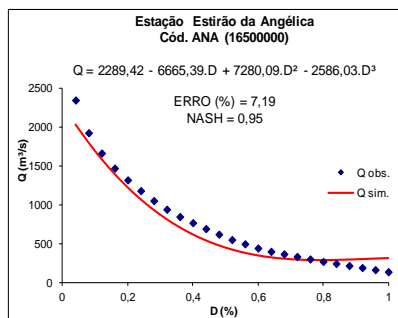




Após a validação do modelo de regionalização otimizado através da inserção de três estações sintéticas, o modelo regional (equações (60-63)) foi aplicado às bacias consideradas neste grupo, para verificação do ajuste das curvas observadas e simuladas (Figura 18). Desta forma, concluiu-se que o modelo cúbico e o modelo regional supramencionado podem ser aplicado a bacias da região paraense, que possuam áreas de drenagem no intervalo de 15000 a 55000 km<sup>2</sup>, para servir como ferramenta de estimativa de curvas de permanência de vazão. Nesse caso, as coordenadas das estações sintéticas apresentadas na Tabela 22 poderiam ser usadas pelos órgãos competentes como referência para a implantação de novas estações fluviométricas no estado do Pará, ajudando, inclusive, a melhorar a representatividade do modelo analisado e racionalizando recursos, já que o modelo poderá ser utilizado por esses mesmos órgãos.

Figura 18 - Curvas de permanência de vazões simuladas pelo modelo regional para as bacias do grupo II







## 8 CONCLUSÃO

Este trabalho aplicou um modelo de regionalização de curvas de permanência de vazões para os rios que cortam o Estado do Pará. Foram utilizadas as características físico-climáticas de 43 estações fluviométricas distribuídas no estado com dados disponibilizados pela ANA - Agência Nacional de Águas; e de 9 estações que tiveram seus dados estimados para otimização do modelo.

As curvas de permanência de vazões foram calibradas em função de 5 modelos matemáticos de regressão: exponencial, logarítmico, potência, quadrático e cúbico. O modelo sugerido para a regionalização das curvas de permanência foi selecionado levando-se em consideração o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_a$ ), o erro quadrático relativo médio percentual ( $\epsilon\%$ ) e melhores ajustes das curvas. O modelo cúbico foi o que obteve melhores resultados na etapa de calibração para as 43 estações com dados medidos, pois apresentou menores erros médios percentuais e maiores  $R^2_a$ . Através da técnica de regressão múltipla, foi efetuada a regionalização dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  do modelo cúbico, em função das características morfoclimáticas das bacias analisadas.

Na etapa de validação do modelo, para as 43 estações fluviométricas, foi aplicado o procedimento de Jack-knife. Nesse caso, considerando o estado do Pará como uma única região, e agrupando as 43 estações, o modelo não obteve um bom desempenho para algumas bacias-alvo. Assim, propôs-se a otimização do modelo, através do método de tentativa e erro, considerando o agrupamento das bacias em função da dimensão de suas áreas de drenagem; e pela inserção de estações sintéticas para aumentar a densidade de dados do modelo. Buscando-se evitar um número arbitrário de estações sintéticas inseridas no modelo, esse número foi minimizado pela análise do comportamento matemático das curvas dos critérios de desempenho Nash, RMSE e do Erro médio percentual; em função do número de estações sintéticas inseridas. Desde que, as curvas começassem a ter um comportamento assintótico em relação ao número de estações inseridas, a inserção de estações era finalizada. Os critérios de desempenho foram calculados entre as vazões de permanência observadas e simuladas.

A otimização através do agrupamento das bacias, resultou em três grupos: I, II e III. Após esse agrupamento, a metodologia de regionalização foi reaplicada. Para os grupos I e II, o desempenho da regionalização foi menos satisfatório que para o grupo III, para o qual, apenas a otimização via agrupamento foi suficiente para melhorar o desempenho do modelo em relação à simulação das curvas de permanência, resultando em um modelo cúbico não linear.

Para os grupos I e II, além do agrupamento, houve a necessidade de inserção de estações sintéticas para melhoria do desempenho do modelo. Nesse caso, para o grupo I, foram inseridas 6 estações sintéticas, determinando-se um modelo cúbico linear; e para o grupo II, foram inseridas 3 estações sintéticas, determinando-se um modelo cúbico não linear.

No estado do Pará a rede hidrológica de informação ainda é escassa, com lacunas temporais e espaciais que necessitam ser preenchidas. Na falta de séries históricas, estudos hidrológicos podem ser realizados para conduzir as estimativas de disponibilidade hídrica. Nesse caso, o presente trabalho apresentou-se como uma boa opção para modelagem de curvas de permanência de vazão de rios do estado do Pará, pois a maioria das curvas de permanência de vazão das 43 estações analisadas foi satisfatoriamente simulada com base nos resultados do coeficiente de Nash e do erro relativo médio percentual. Ressalta-se também, a importância da pesquisa em relação à definição de possíveis localizações de novas estações fluviométricas no estado do Pará, com base na proposta de otimização do modelo de regionalização analisado.

## **9 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Estudos adicionais deverão contribuir para melhor avaliação do procedimento proposto neste trabalho. Sugere-se então:

- Desenvolver um modelo de regionalização de curvas de permanência de vazões baseado em outras técnicas, por exemplo, Lógica Fuzzy;
- Definir regiões homogêneas no Estado do Pará por meio do método de análise de agrupamento, por exemplo, Ward.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALMEIDA, M.M. **Regionalização de vazões médias de longo período e de volumes de reservatórios de regularização**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2010.

ANA. **Agência Nacional de Águas**. Disponível em: <http://www.ana.gov.br>. Acesso em: janeiro/ 2013.

BARBOSA, S.E.S. *et al.* **Geração de modelos de regionalização de vazões máximas, médias de longo período e mínimas de sete dias para a Bacia do Rio do Carmo, Minas Gerais**. Engenharia Sanitária e Ambiental, V.10, n. 1, p. 64-71. 2005.

BLANCO, C.J.C., SANTOS, S.S.M., QUINTAS, M.C., VINAGRE, M.V.A., and MESQUITA, A.L.A., 2013. **Contribution to hydrological modelling of small Amazonian catchments: application of rainfall–runoff models to simulate flow duration curves**. Hydrological Sciences Journal, 58 (7), 1–11, DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/02626667.2013.830727>.

CASTELLARIN, A.; CAMORANI, G.; BRATH, A. **Predicting annual and long-term flowduration curves in ungauged basins**. *Advances in Water Resources*. v. 30, p. 937-953, 2007.

COLLISCHONN, W. 2001. **Simulação hidrológica de grandes bacias**. 194 p. Tese de Doutorado em Recursos Hídricos e Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS.

COSTA, A.S.; CARIELLO, B.L.; BLANCO, C.J.C.; PESSOA, F.C.L. **Regionalização de Curvas de Permanência de Vazão de Regiões Hidrográficas do Estado do Pará**. Revista Brasileira de Meteorologia, v.27, n.4, 413-422, 2012.

DANTAS, R. A. **Engenharia de avaliações: uma introdução à metodologia científica**. 1. ed. 2. tiragem. São Paulo: Pini, 1998.

ELETROBRÁS. Centrais Elétricas Brasileiras S. A. Diretrizes para estudos e projetos de Pequenas Centrais Hidrelétricas, 2000.

GONTIJO JR., W.C. **Avaliação e redimensionamento de redes para o monitoramento fluviométrico utilizando o método Sharp e o conceito de Entropia**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GONTIJO JR. W.C.; KOIDE, S. **Avaliação de Redes de Monitoramento Fluviométrico Utilizando o Conceito de Entropia**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos V. 17, n.1, 97-109, 2012.

GOVERNO DO ESTADO DO PARÁ. **O Estado do Pará**. Disponível em: <[http://pa.gov.br/O\\_Para/opara.asp](http://pa.gov.br/O_Para/opara.asp)>. Acesso em: junho/2013.

HIDROWEB Sistema de Informações Hidrológicas – ANA (Agência nacional de Águas). Disponível em: <http://hidroweb.ana.gov.br>. Acesso em: janeiro/2013.

HUGHES, D.A., SMAKHTIN, V. Y. **Daily flow time series patching or extension: A spatial interpolation approach based on flow duration curves.** Hydrological Sciences - Journal- des Sciences Hydrologiques,41(6), 851–871, 1996.

IBAMA. Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis. Disponível em: < <https://www.ibama.gov.br> >. Acesso em: janeiro/2013.

LI, M.; SHAO, Q.; ZHANG, L.; CHIEW, F.H.S. **A new regionalization approach and its application to predict flow duration curve in ungauged basins.** Journal of Hydrology, v. 389, n. 1-2, pp. 137-145, 2010.

MAZVIMAVI, D. **Estimation of flow characteristics of ungauged catchments: Case study in Zimbabwe.** pp. 188. Tese de Doutorado em Hidrologia, Wageningen University, Netherlands, 2003.

MIMIKOU, M.; KAEMAKI, S. **Regionalization of flow duration characteristics.** Journal of Hydrology, 82, 77-91, 1985.

MOLLINEDO, M.A.O. **Optimización de la red hidrológica básica bajo los escenarios del cambio climático en la República de Bolívia.** Resumo de Tese de doutoramento - Universidad Estatal Hidrometeorologica de Rusia, San Petersburgo, Rússia, 2000.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E.J.A. **Correlação e regressão.** Hidrologia e Estatística. Belo Horizonte: Serviço Geológico do Brasil - CPRM, 2007. Capítulos 09 e 10, p. 381 – 468.

OBREGON, E; TUCCI, C.E.M.; GOLDEFUN, J. A. **Regionalização de vazões com base em séries estendidas: Bacias Afluentes à Lagoas Mirim, RS.** 1999

PERALTA, A.S. **Análise de Regionalização de Vazão Máxima para Pequenas Bacias Hidrográficas.** Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Campinas, Campinas, 2003.

PESSOA, F.C.L; BLANCO, C.J.C; MARTINS, J.R. 2011. **Regionalização de curvas de permanência de vazão da região da Calha Norte no Estado do Pará.** Revista Brasileira de recursos Hídricos, 16 (2): 65-74.

PINTO, J.A.O. **Avaliação de métodos para a Regionalização de curvas de Permanência de vazões para a bacia do Rio das velhas.** Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

SEMA. Secretaria Estadual de Meio Ambiente. **Resumo técnico: Regiões Hidrográficas do Pará.** 2001.

SHU, C., OUARDA, T.B.M.J. **Improved methods for daily streamflow estimates at ungauged sites.** Water Resources Research, v. 48, W02523, doi:10.1029/2011WR011501, 2012.

SILVEIRA, G.L.; TUCCI, C.E.M.; SILVEIRA, A.L.L. **Quantificação de vazão em pequenas bacias sem dados**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v.3, n. 3. p. 111 – 131, 1998.

SINGH, K.P. **Model flow duration and stream flow variability**. Water Resources Research, v. 7, n. 4, pp. 1031-1036, 1971.

SMAKHTIN, V.Y. **Generation of natural daily flow time-series in regulated rivers using a non-linear spatial interpolation technique**. Regulated Rivers: Research & Management, 15, 311–323, 1999.

SNIRH. Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos – ANA (Agência nacional de Águas). Disponível em: <http://portalsnirh.ana.gov.br>. Acesso em: janeiro/2013.

SARTORIS, A. **Estatística e introdução à econometria**. 1 ed. 2 tiragem. São Paulo: Saraiva, 2003.

TUCCI, C.E.M. **Regionalização de vazões**. Editora da Universidade. UFRGS. 1ª edição. Porto Alegre, 2002.

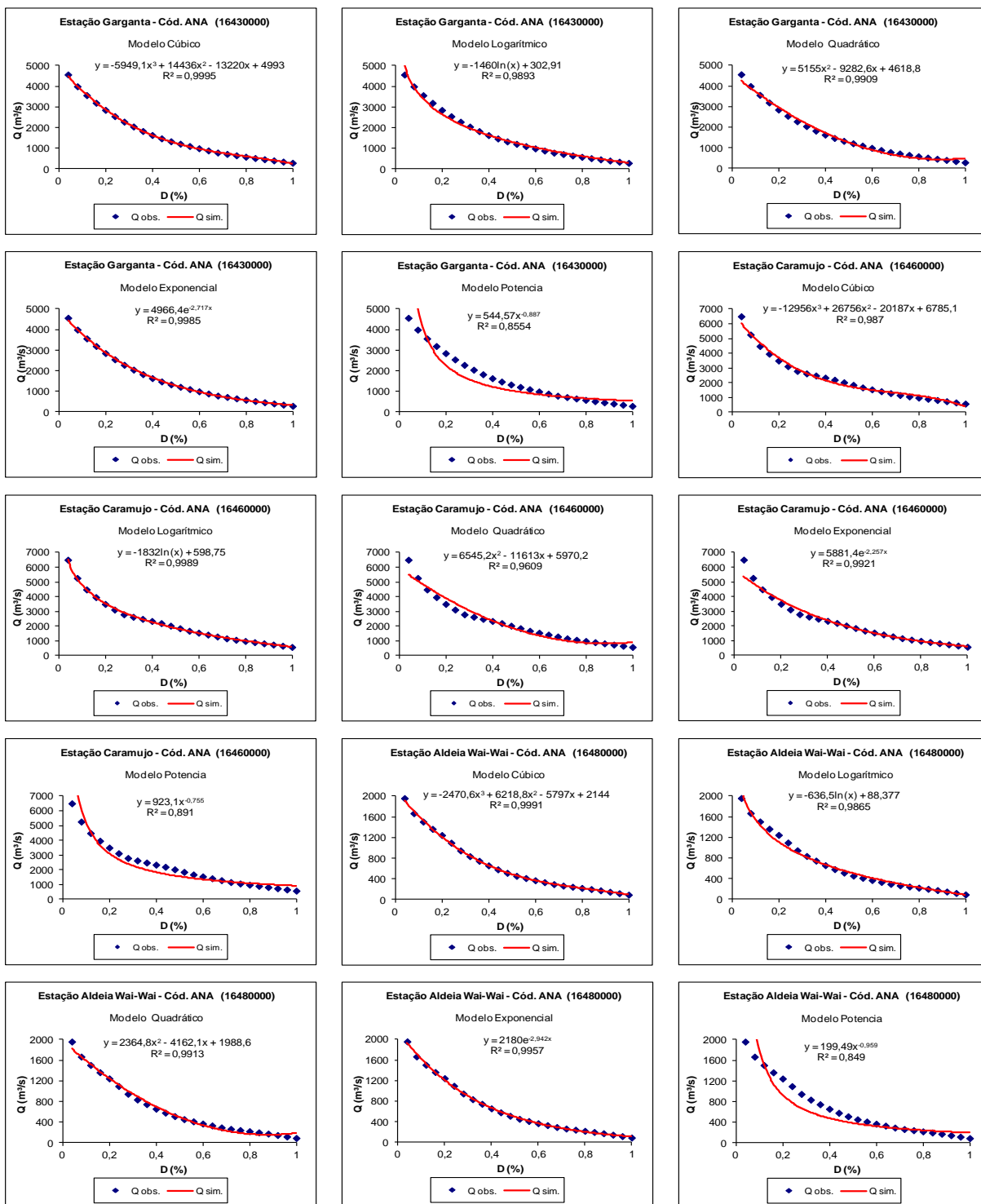
VAN LIEW, M.W.; GARBRECHT, J. **Hydrologic simulation of the little washita river experimental watershed using SWAT**. Journal of the American Water Resources Association. p. 413 – 426. 2003.

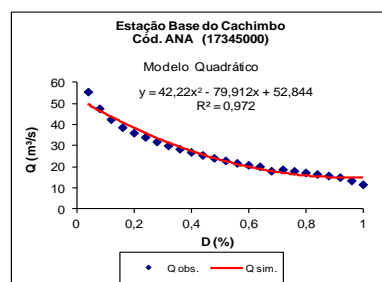
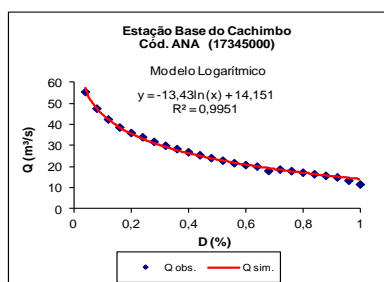
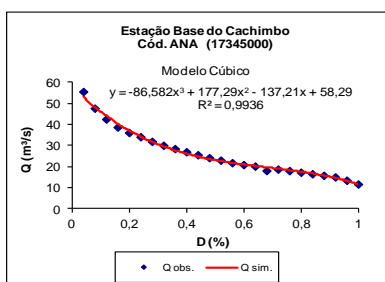
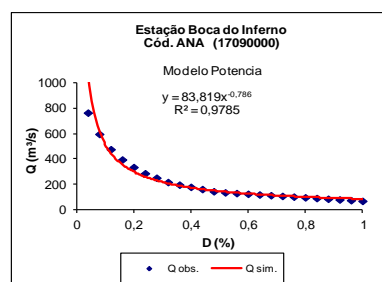
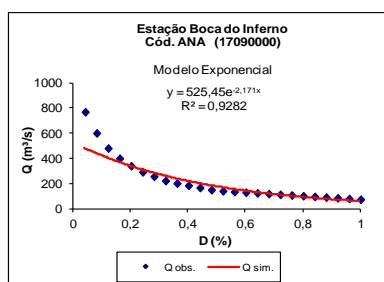
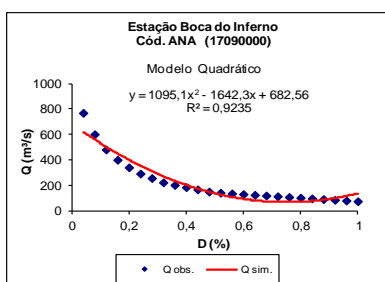
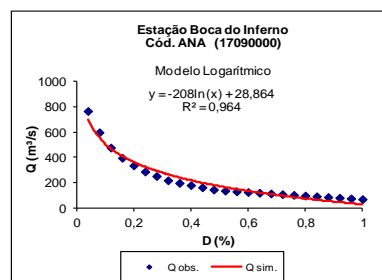
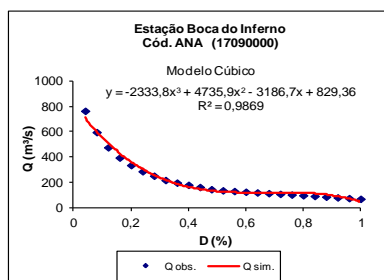
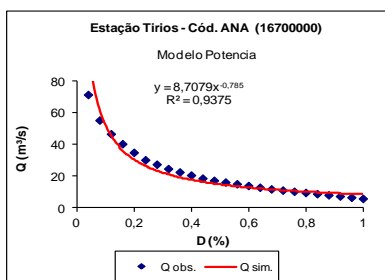
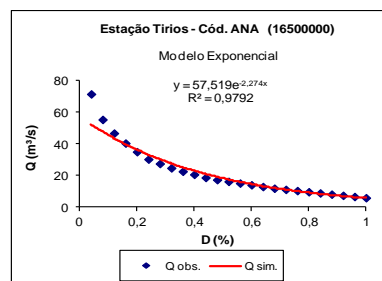
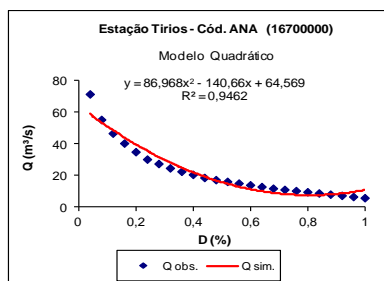
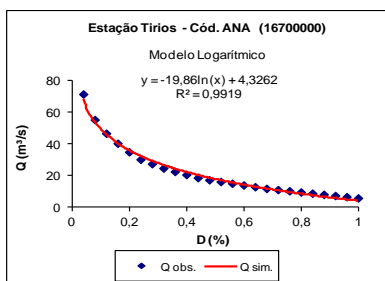
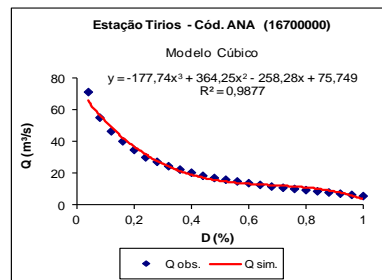
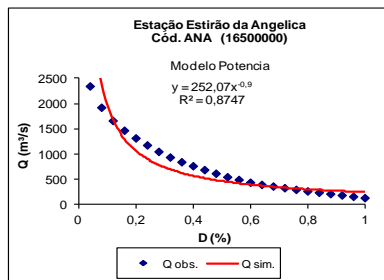
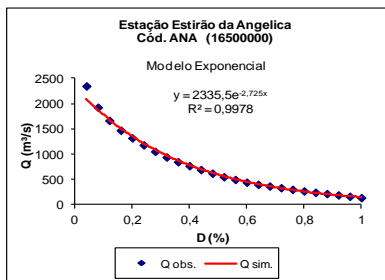
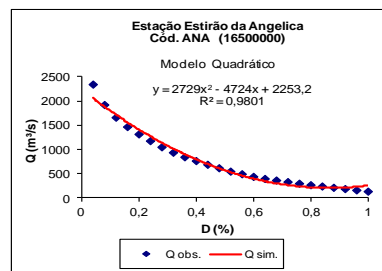
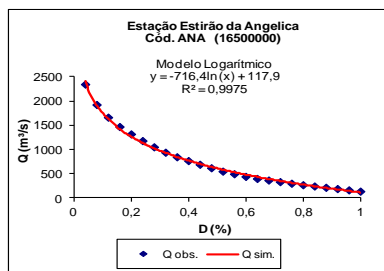
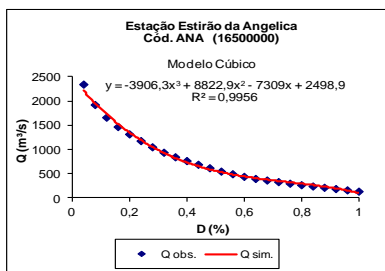
VOGEL, R.M.; FENNESSEY, N. M **Regional flow duration curve for ungauged sites in Massachusetts**. J. Water Resources Planning Management, 116(4), p.530-549, 1990.

WMO. Guide to hydrological practices – data acquisition and processing, analysis, forecasting e others applications. 15° ed. World Meteorological Organization n° 168. p. 259-287, 1994.

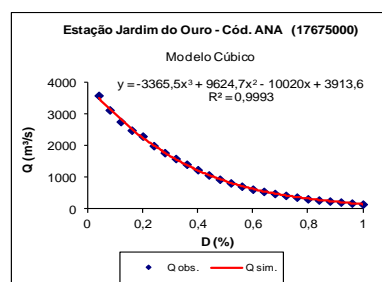
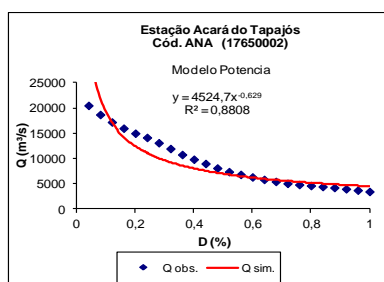
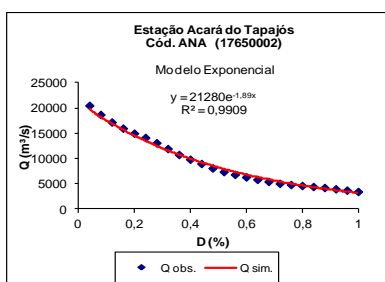
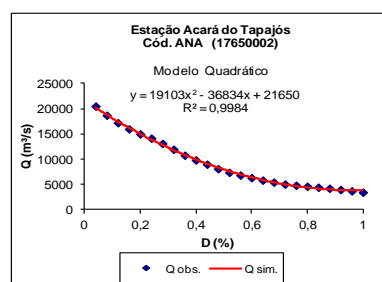
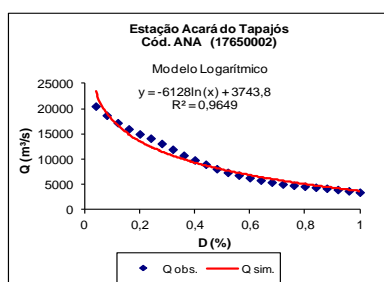
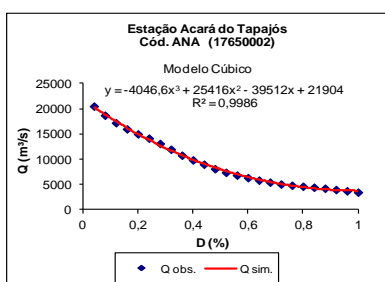
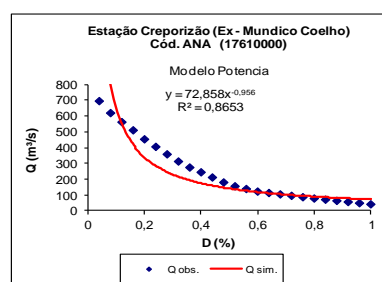
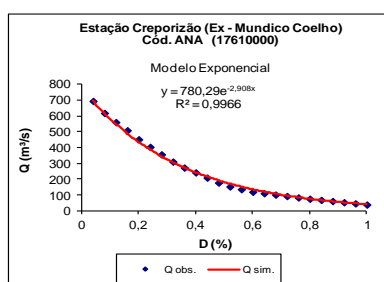
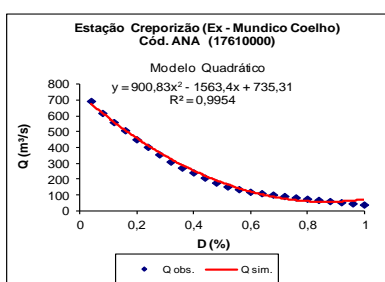
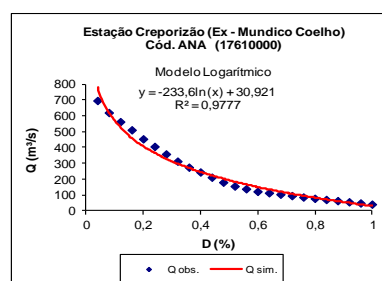
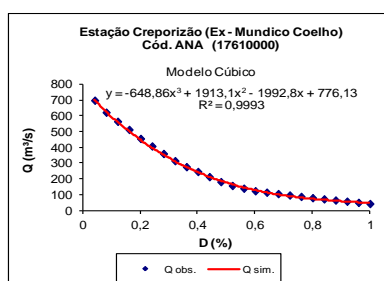
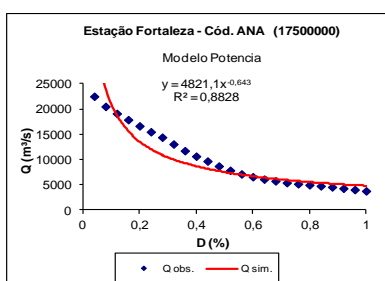
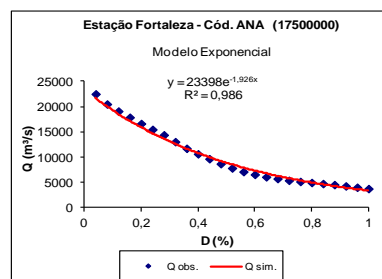
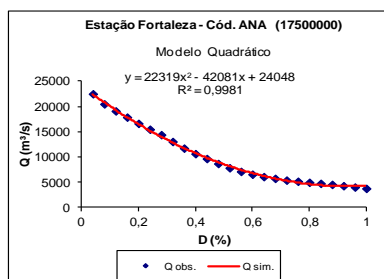
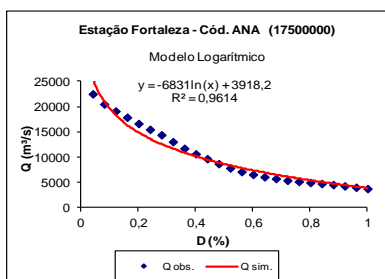
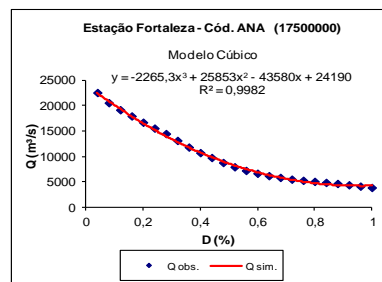
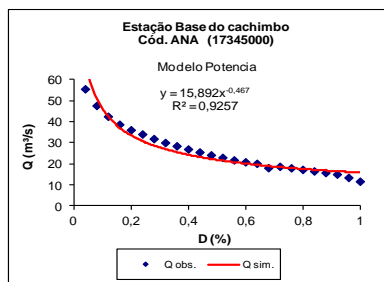
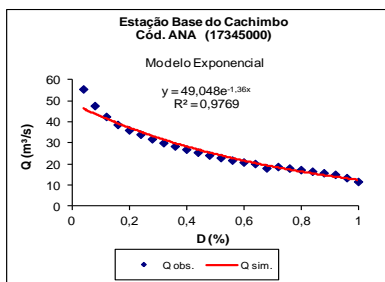
YU, P.S.; YANG, T.C.; WANG, Y.C. **Uncertainty analysis of regional flow duration curves**. Journal of Water Resources Planning Management, v. 128, n. 6, pp. 424-430, 2002.

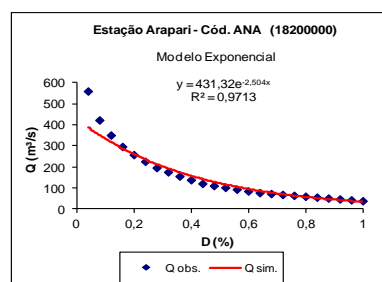
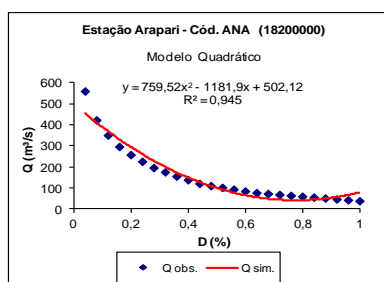
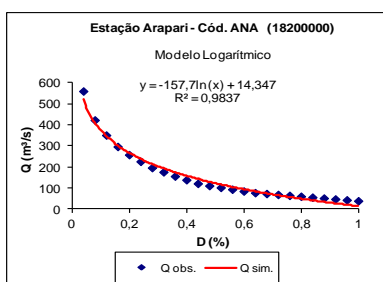
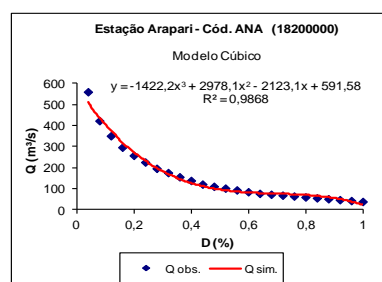
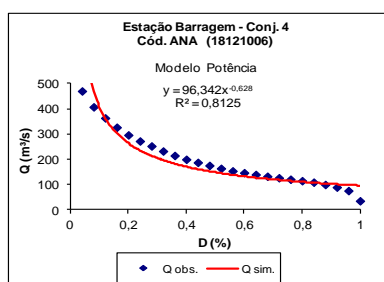
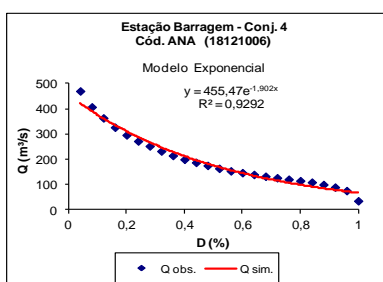
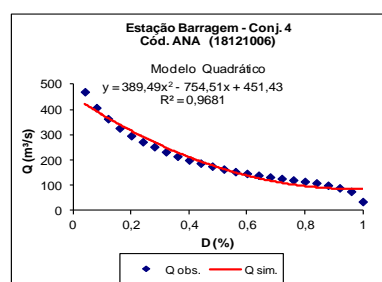
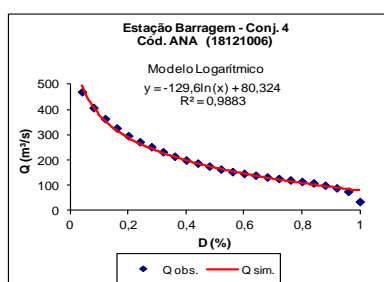
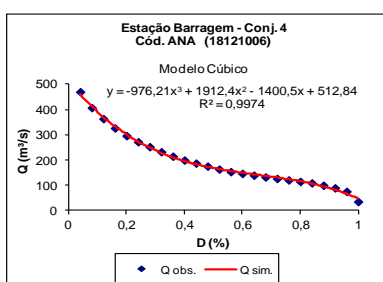
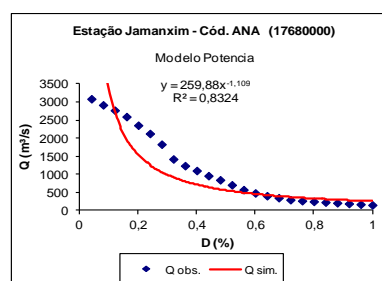
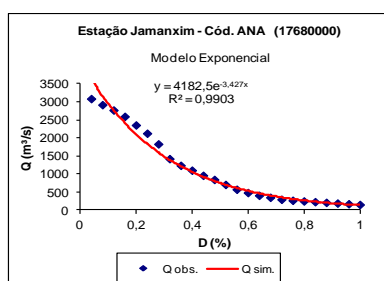
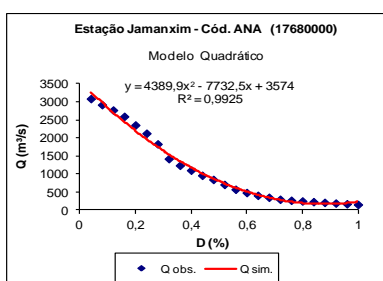
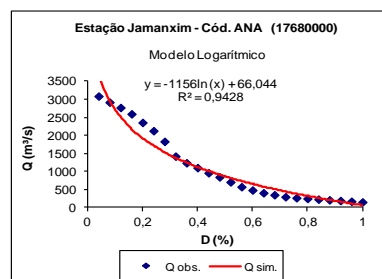
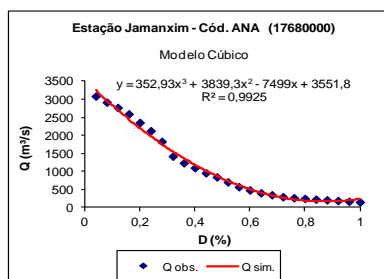
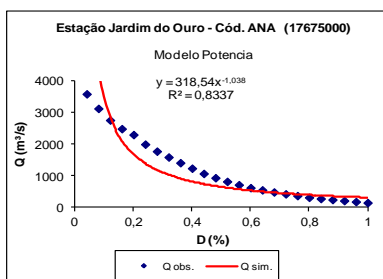
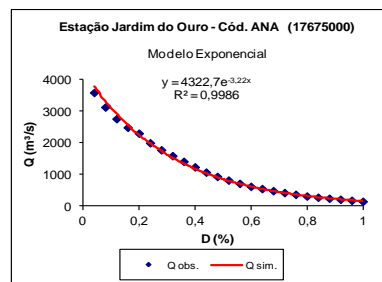
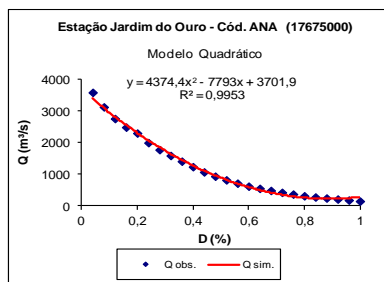
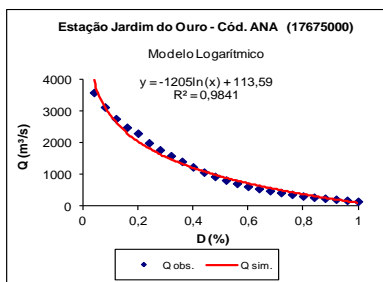
## APÊNDICE A – Curvas de permanência calibradas para os modelos cúbico, logarítmico, quadrático, exponencial e potência.

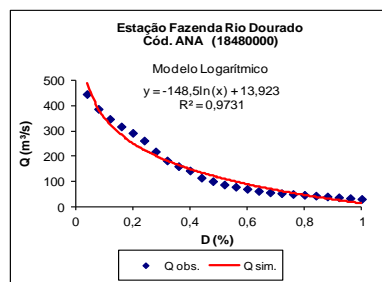
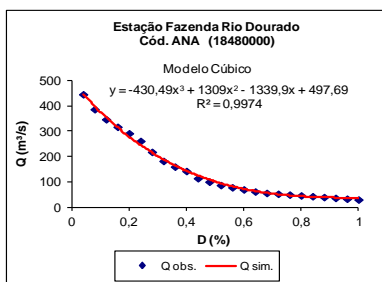
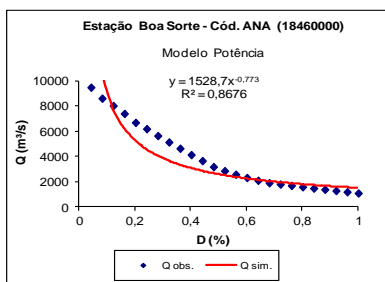
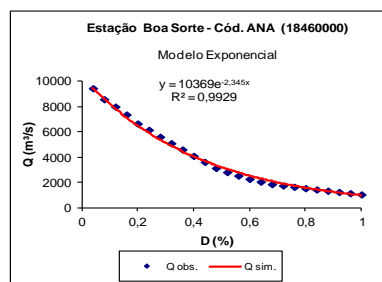
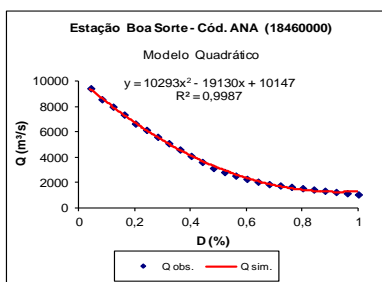
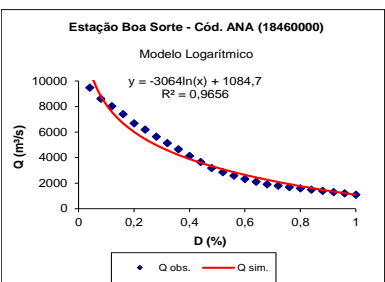
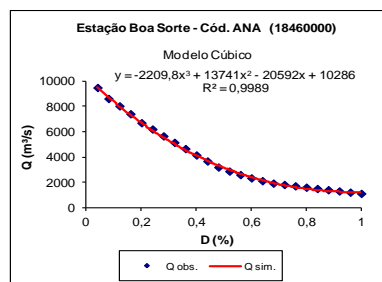
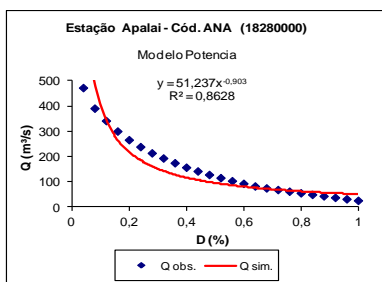
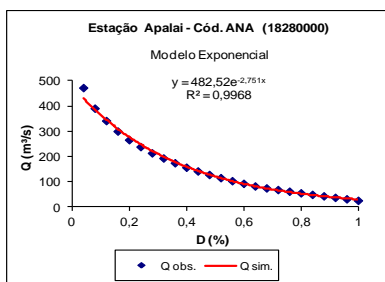
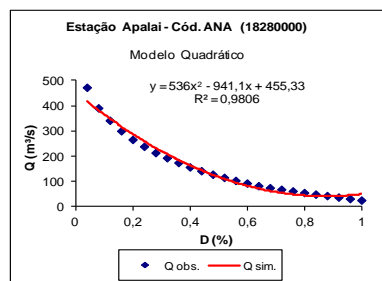
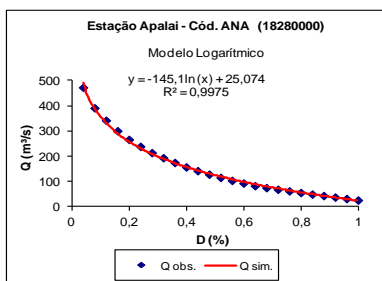
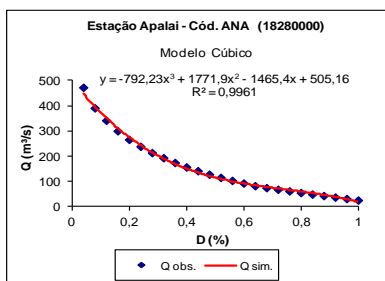
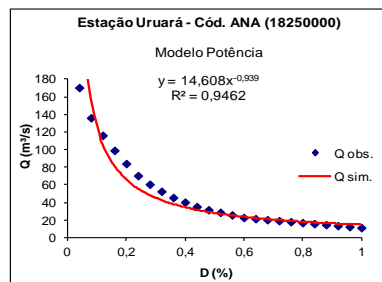
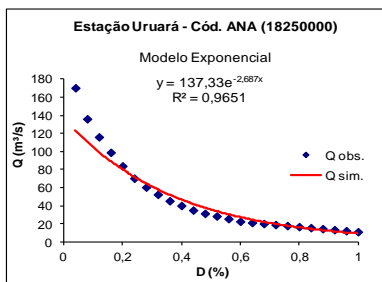
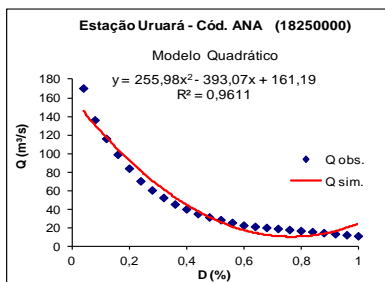
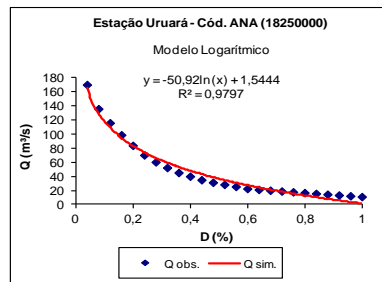
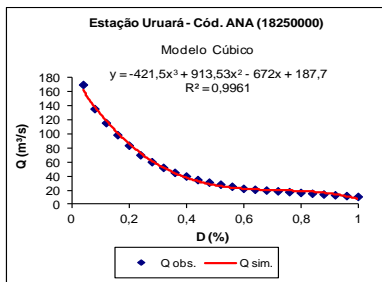
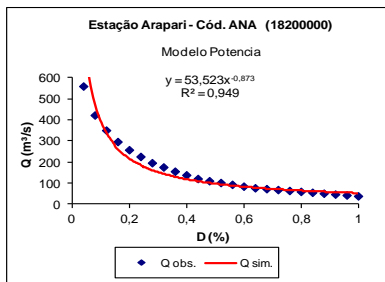


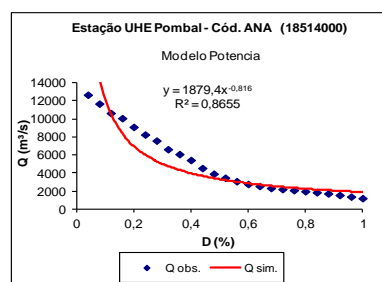
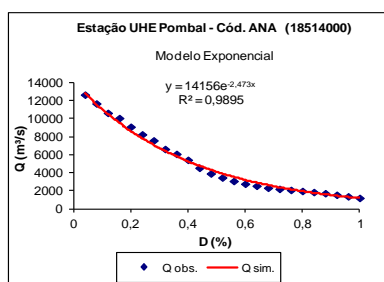
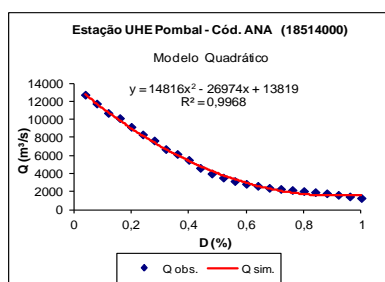
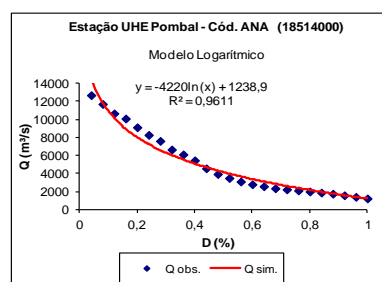
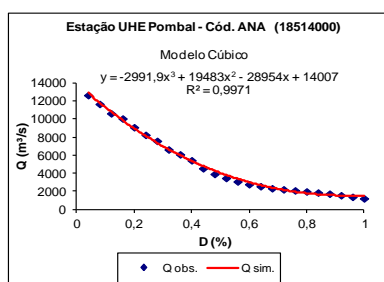
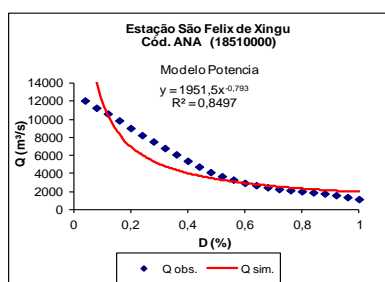
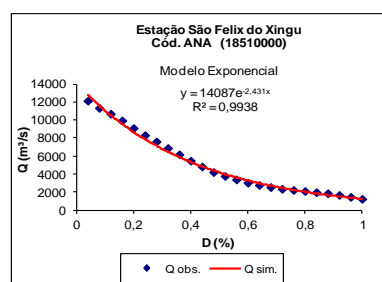
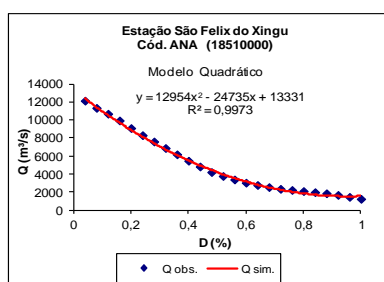
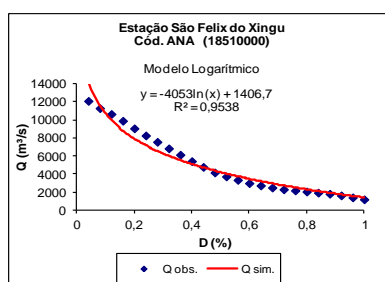
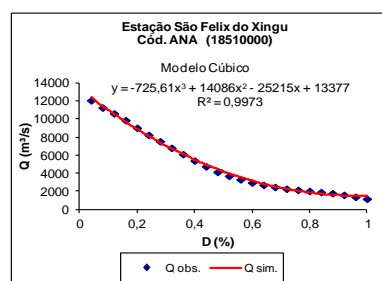
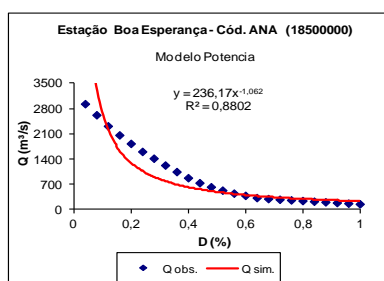
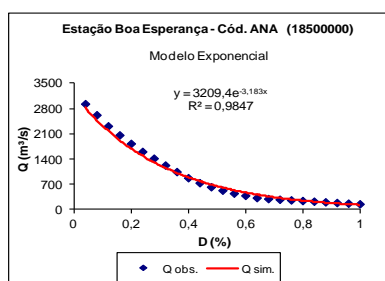
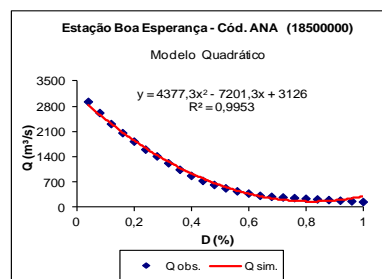
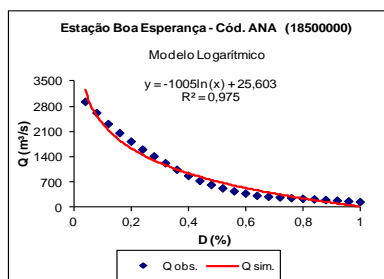
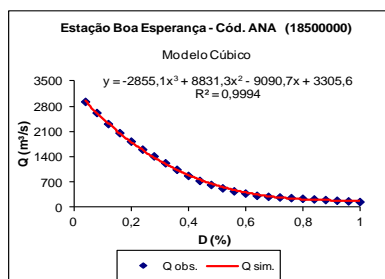
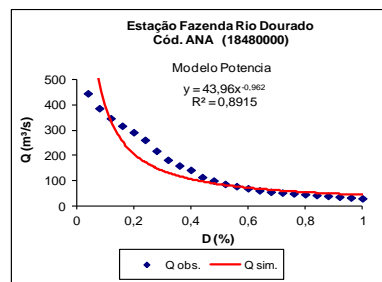
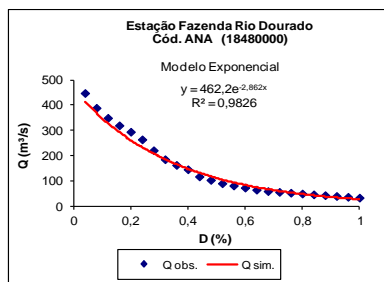
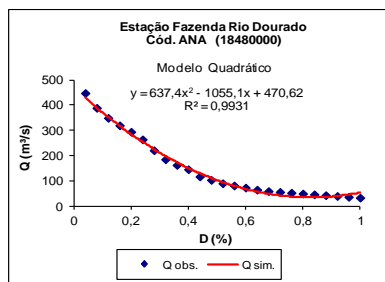


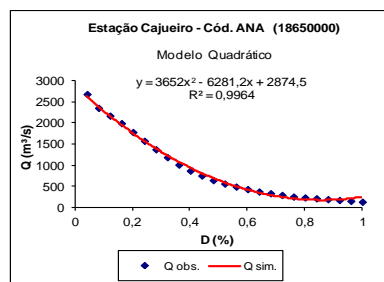
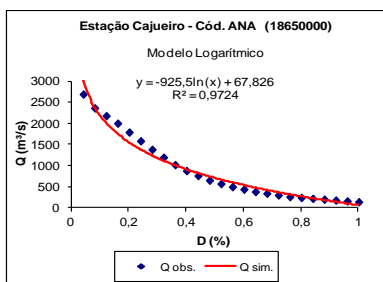
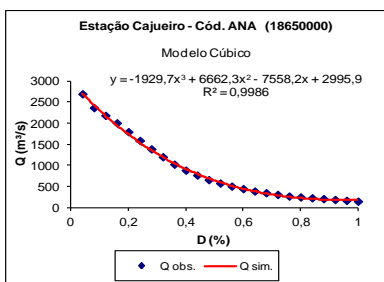
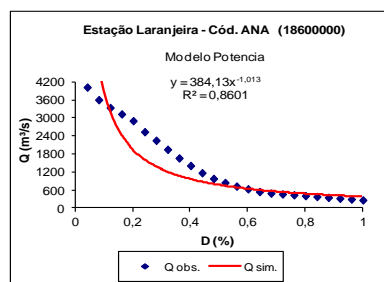
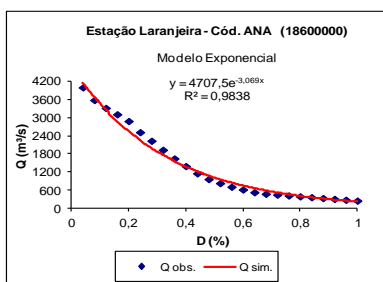
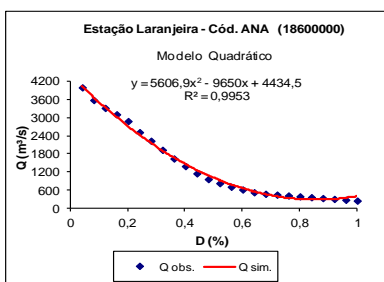
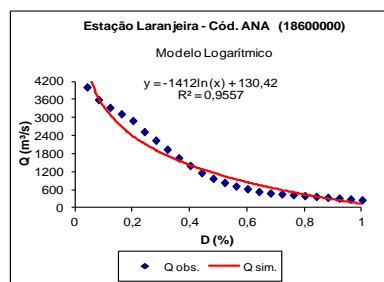
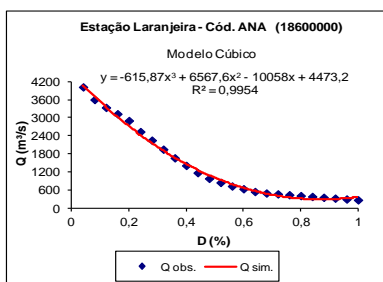
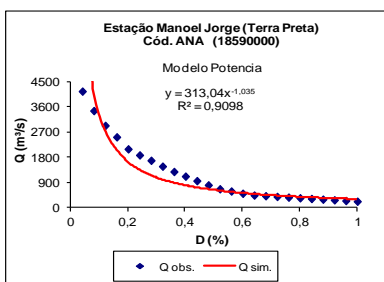
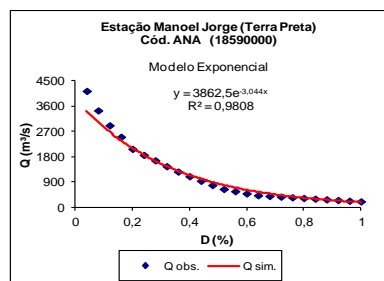
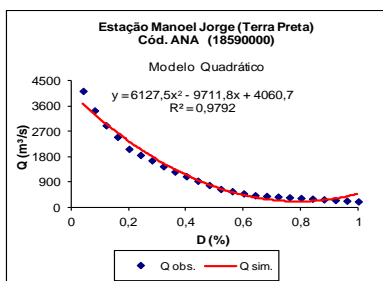
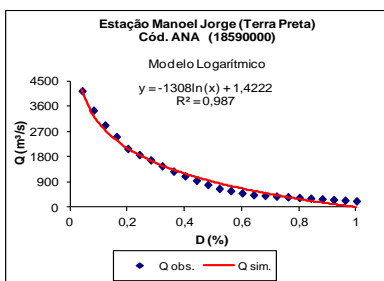
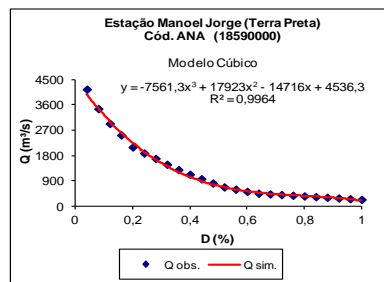
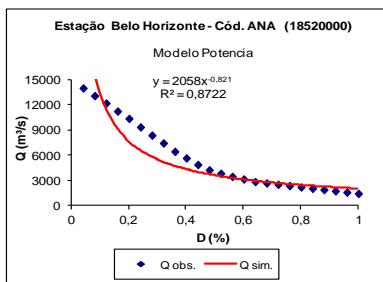
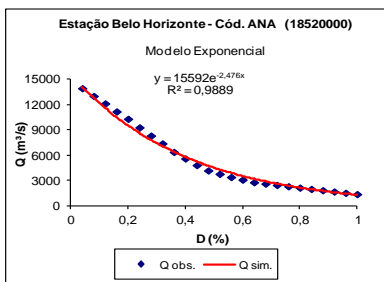
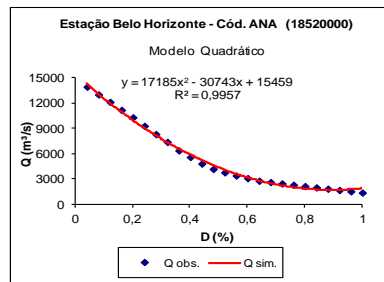
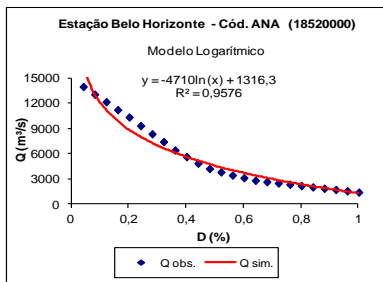
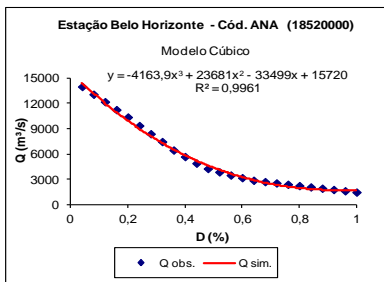


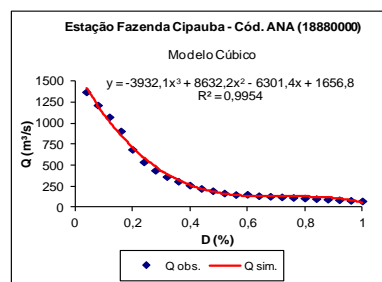
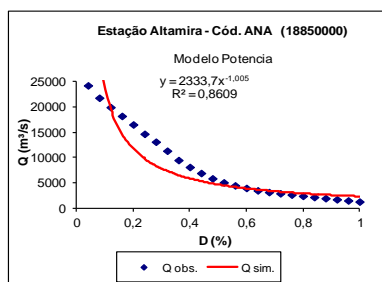
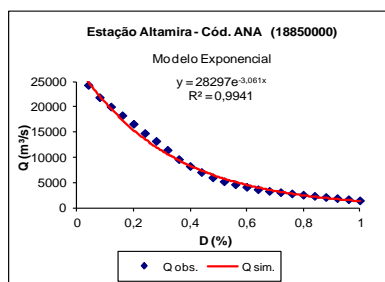
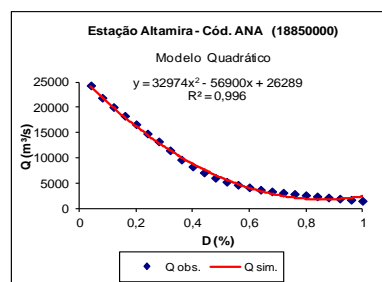
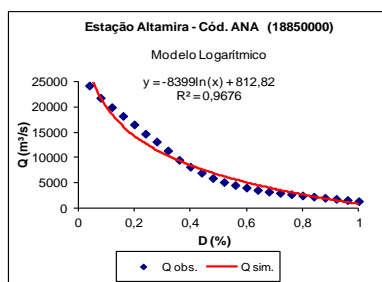
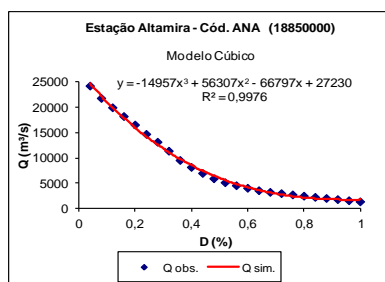
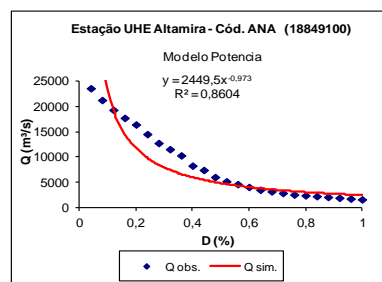
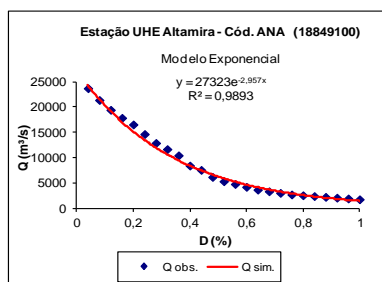
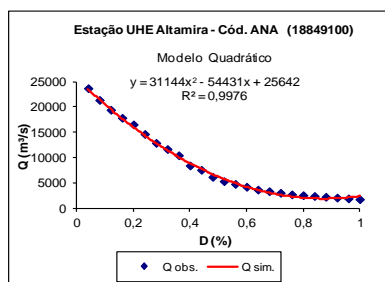
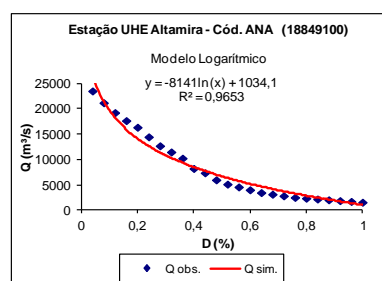
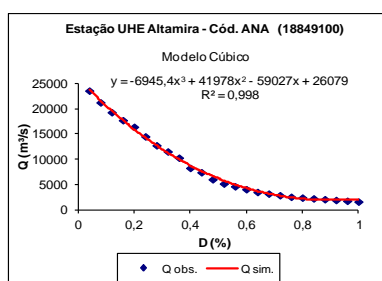
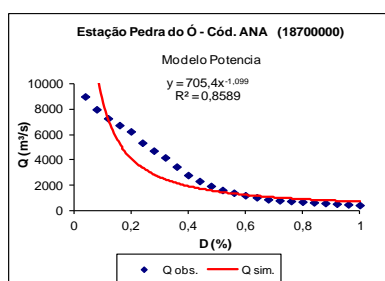
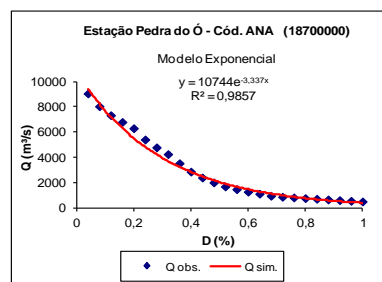
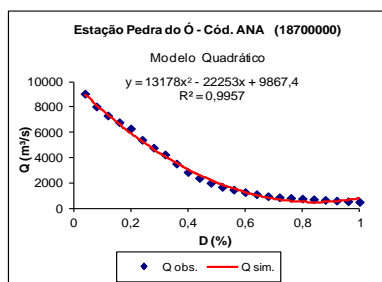
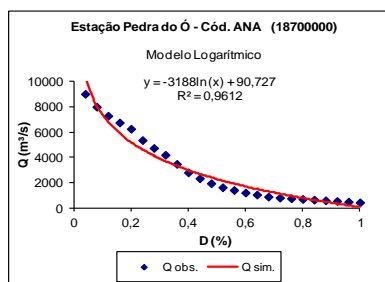
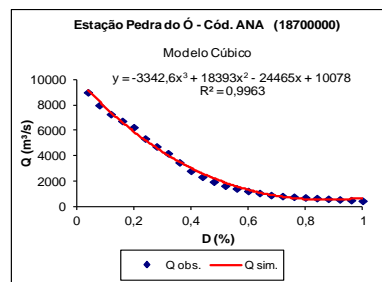
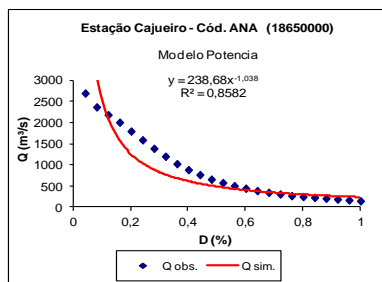
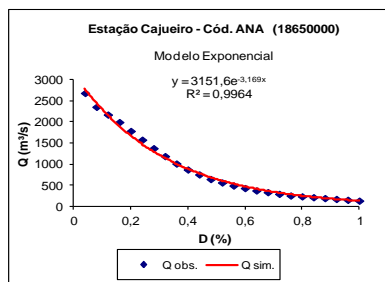


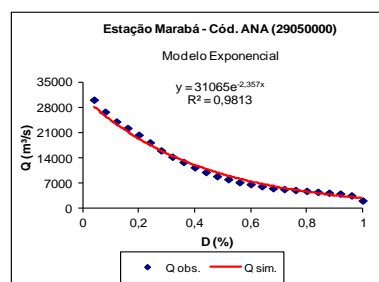
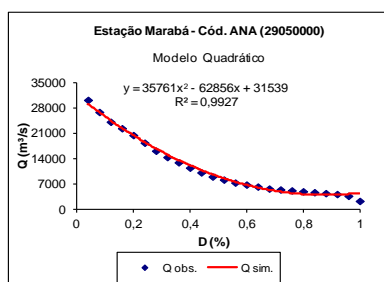
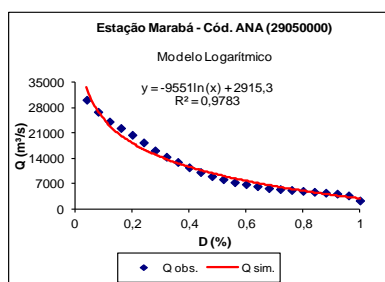
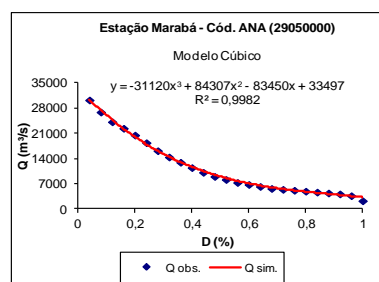
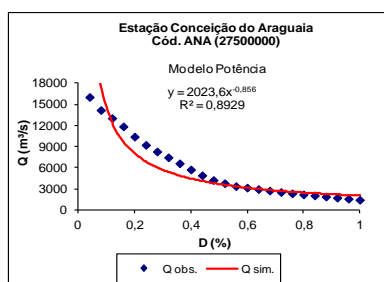
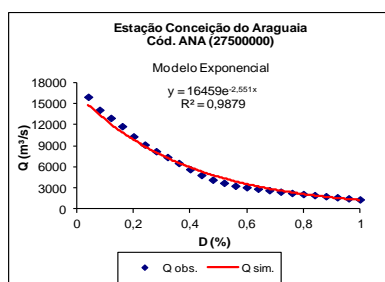
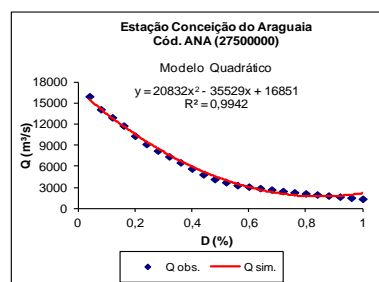
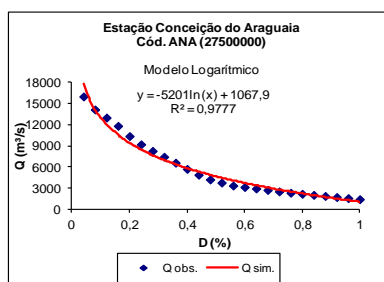
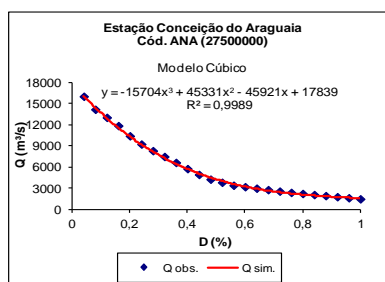
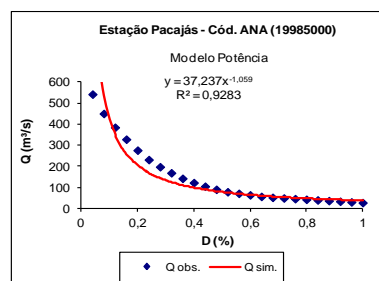
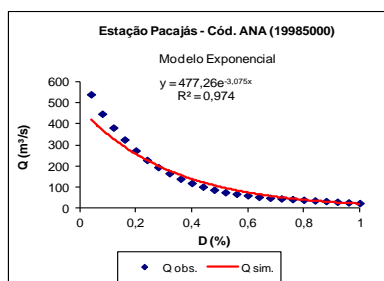
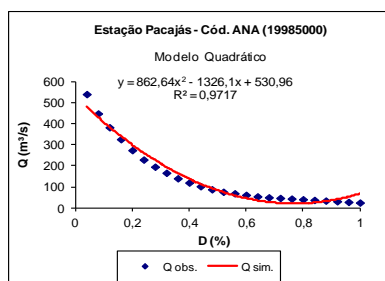
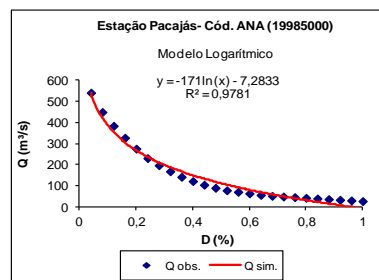
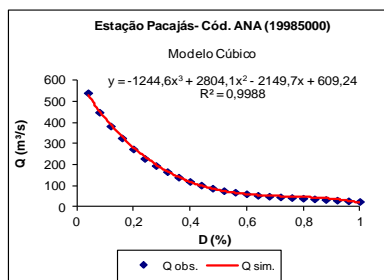
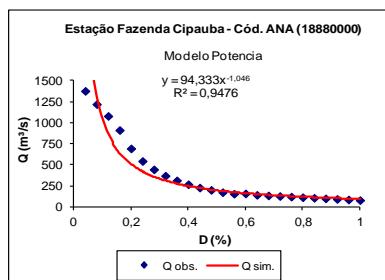
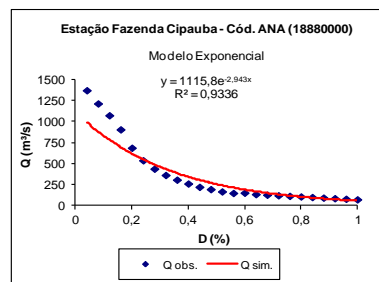
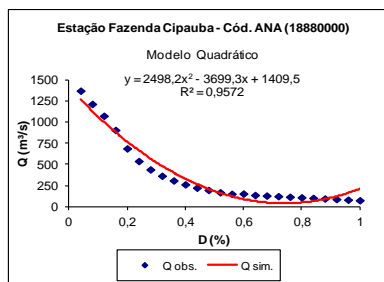
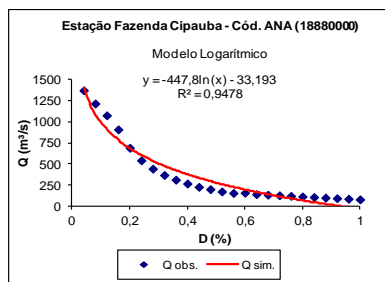


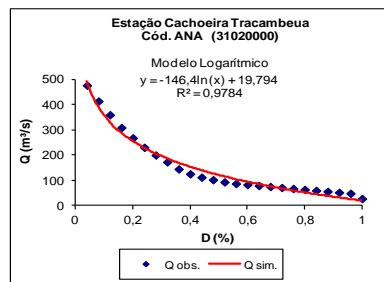
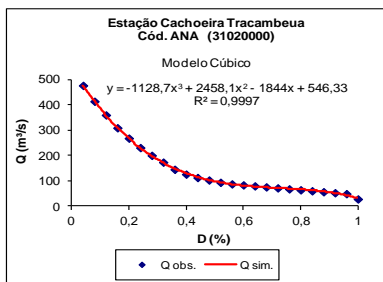
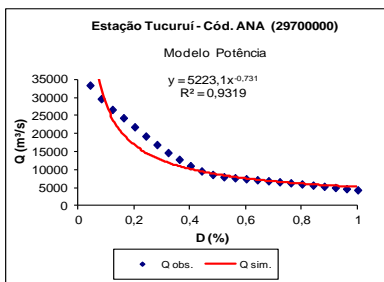
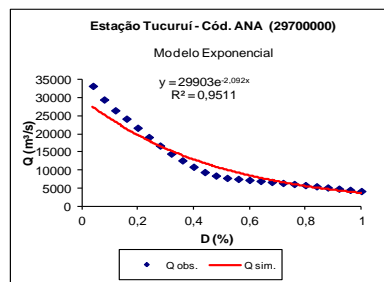
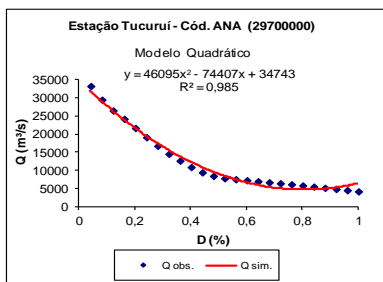
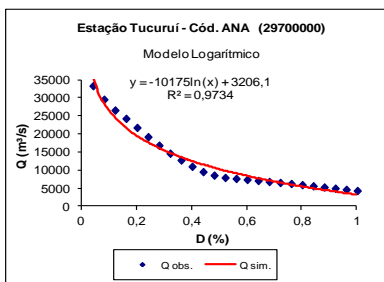
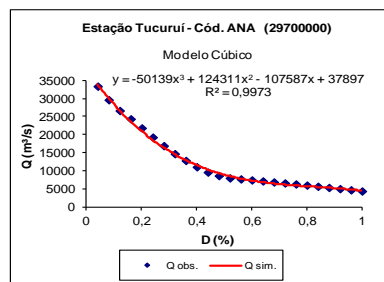
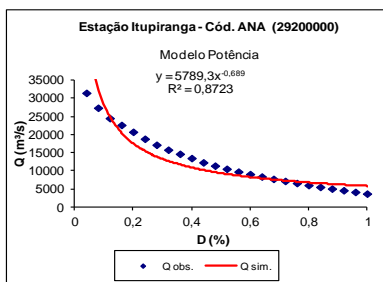
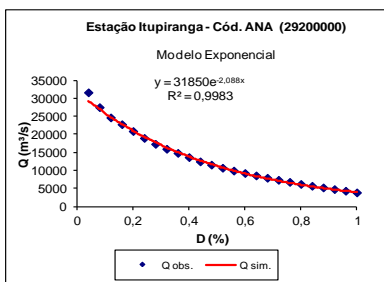
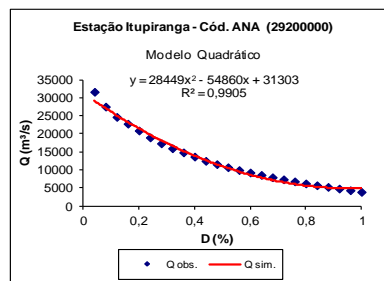
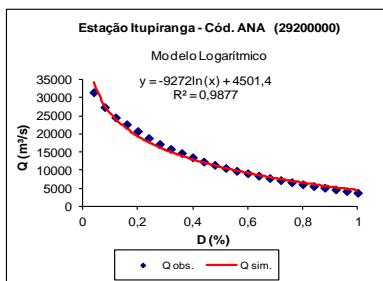
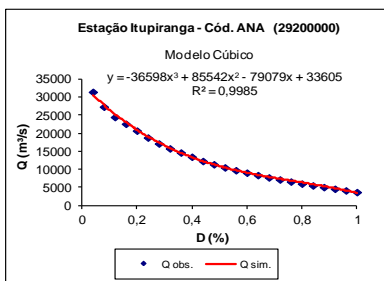
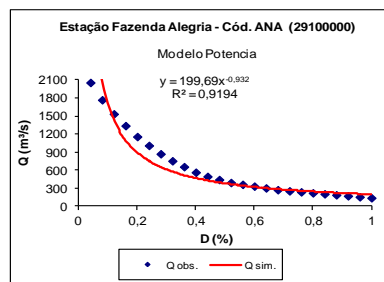
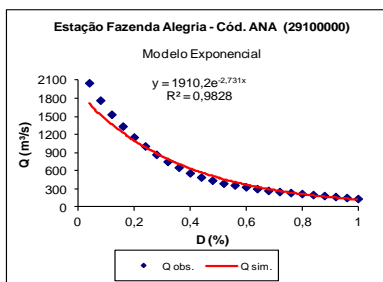
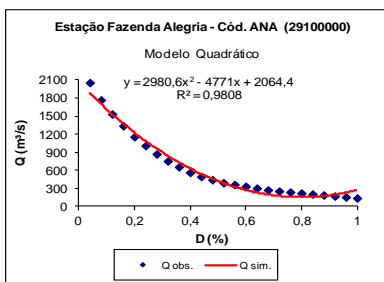
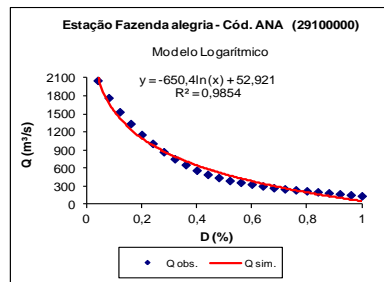
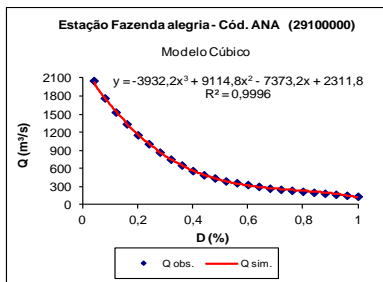
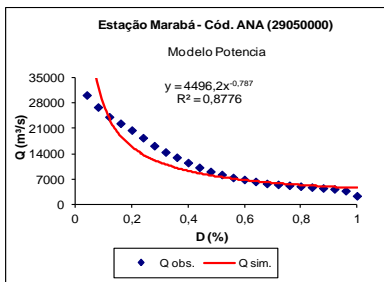




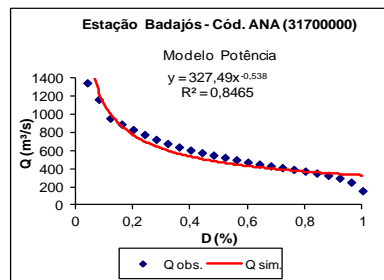
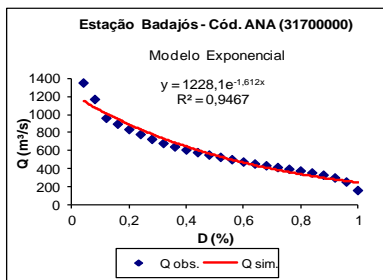
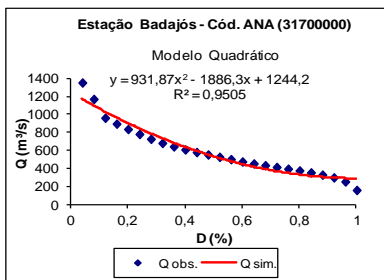
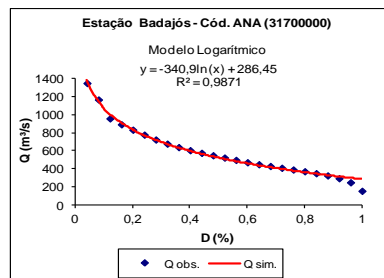
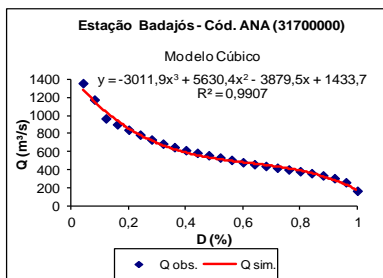
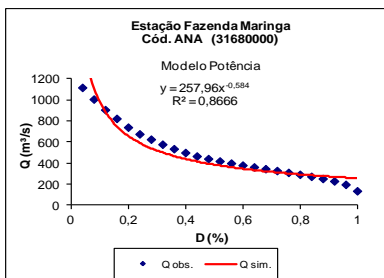
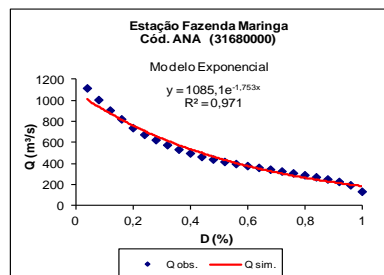
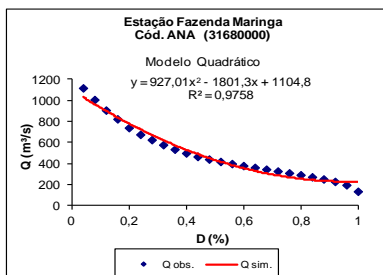
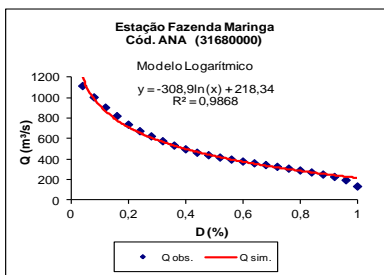
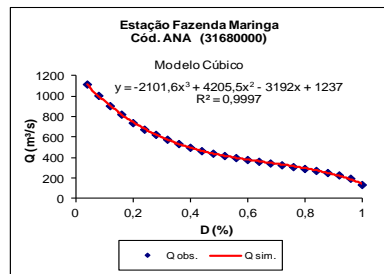
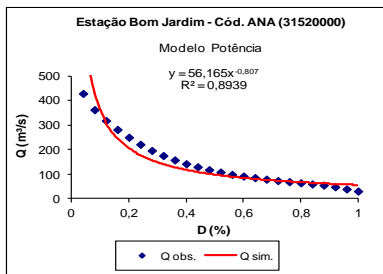
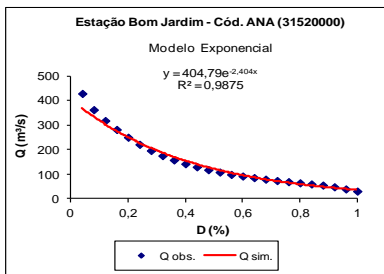
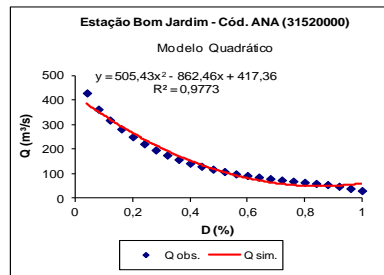
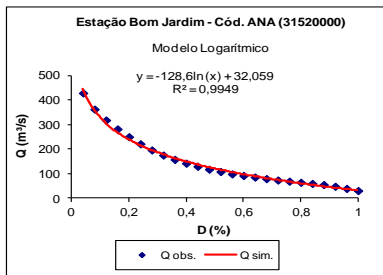
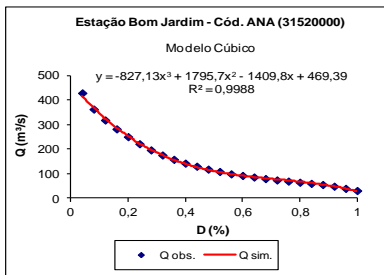
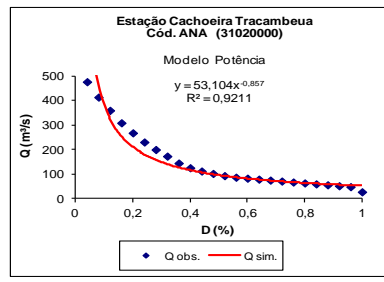
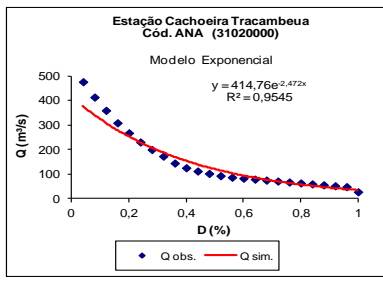
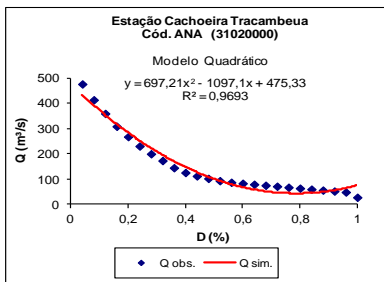


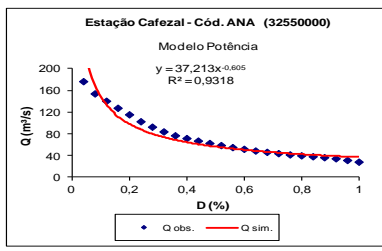
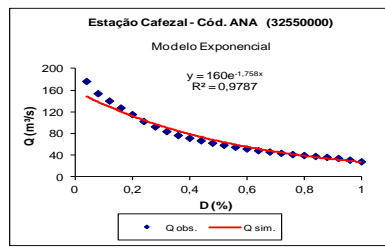
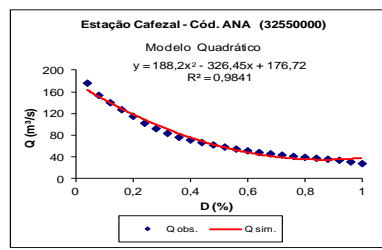
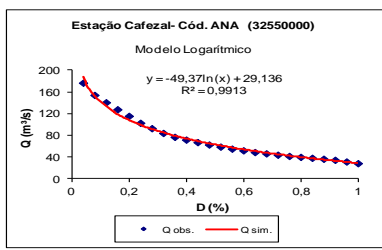
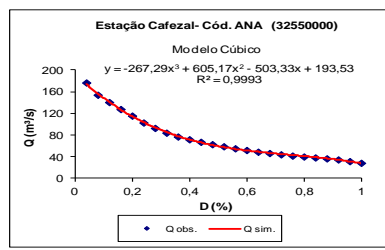
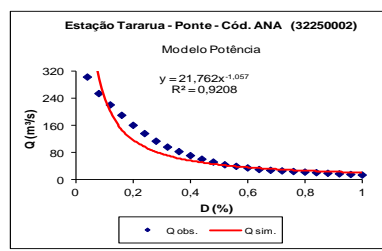
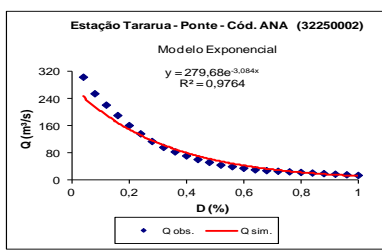
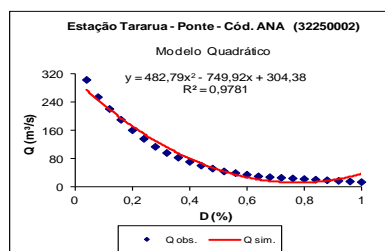
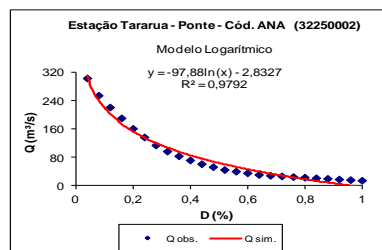
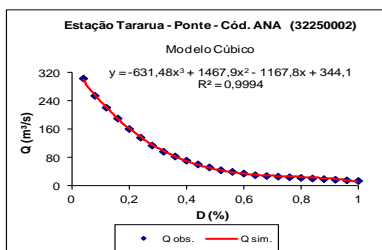
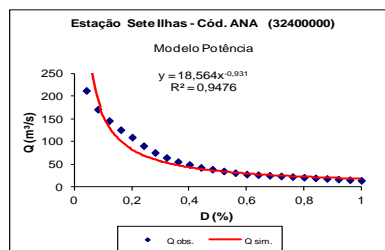
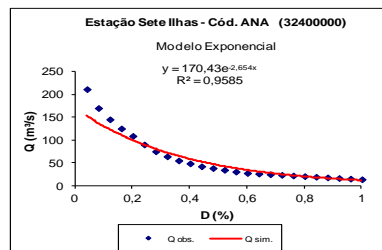
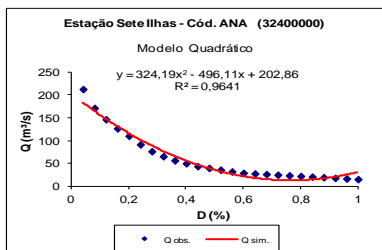
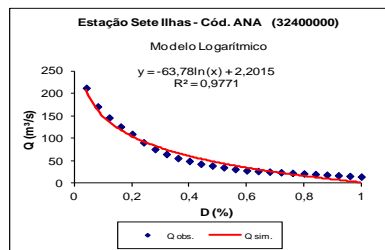
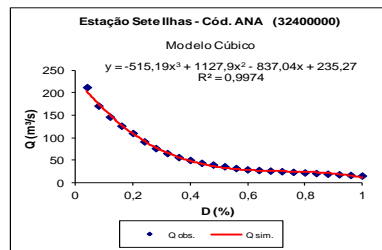
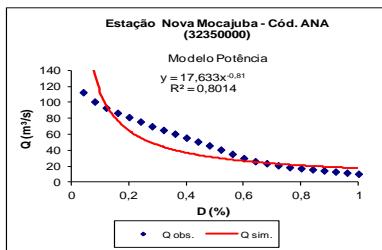
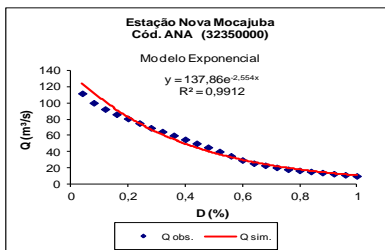
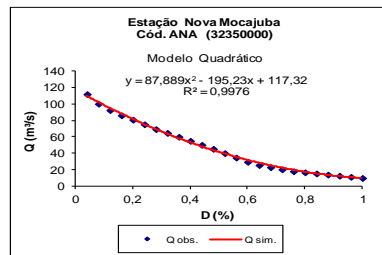
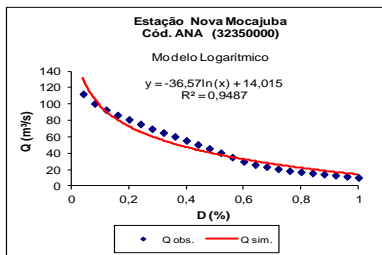
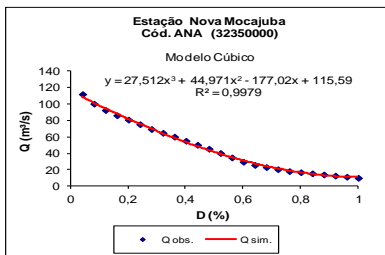




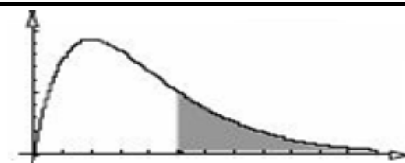








## ANEXO A – TABELA DE DISTRIBUIÇÃO F DE SNEDECOR.

**5%**Distribuição F de  
Snedecor  
 $\alpha = 0,05$ 

g / denominador	g / numerador									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,2	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08
45	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,22	2,15	2,10	2,05
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93