

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

EMANUEL DOS SANTOS SOUZA JÚNIOR

**“SIMULAÇÃO, EM AMBIENTE COMPUTACIONAL, DO MÉTODO DE
WENNER E OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DE UM SISTEMA DE
ATERRAMENTO USANDO FDTD”.**

DM 28/2007

UFPA / ITEC / PPGEE
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ
BELÉM-PARÁ-BRASIL

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

EMANUEL DOS SANTOS SOUZA JÚNIOR

**“SIMULAÇÃO, EM AMBIENTE COMPUTACIONAL, DO MÉTODO DE
WENNER E OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DE UM SISTEMA DE
ATERRAMENTO USANDO FDTD”.**

Dissertação de Mestrado apresentada
ao Programa de Pós-graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade
Federal do Pará, como parte dos
requisitos necessários para a obtenção
do título de Mestre em Engenharia
Elétrica. Área de concentração:
Telecomunicações.

**Orientador: Prof. Dr. Carlos
Leonidas da S. S. Sobrinho.**

UFPA / ITEC / PPGEE
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ
BELÉM-PARÁ-BRASIL

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“SIMULAÇÃO, EM AMBIENTE COMPUTACIONAL, DO MÉTODO DE
WENNER E OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DE UM SISTEMA DE
ATERRAMENTO USANDO FDTD”.**

AUTOR: EMANUEL DOS SANTOS SOUZA JR

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ E JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM: 21/09/2007

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Carlos Leonidas da S. S. Sobrinho (UFPA/DEEC)
(Orientador)

Prof. Dr. Rubem Gonçalves Farias (UFPA/DEEC)
(Membro)

Prof. Dr. Ronaldo Oliveira dos Santos (IESAM)
(Membro)

Prof. Dr. José Felipe Almeida (IESAM)
(Membro)

Visto:

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes
Coordenador do PPGEE/CT/UFPA

*Dedico este trabalho a minha esposa,
Máisa Vale, pela compreensão, paciência acima de tudo,
apoio e dedicação oferecidos.*

*A meus irmãos, Andrea e Ricardo,
pelo companheirismo.*

*A meus pais, Emanuel e Osmarina, pela confiança e total
apoio que sempre demonstraram
ao longo de toda minha vida.*

AGRADECIMENTOS

Agradecer depois da realização de uma obra é sempre algo complexo, pois cada obra se realiza a partir do trabalho de muitas mãos visíveis, que nos auxiliam diretamente, e de várias mãos invisíveis, que, de forma indireta, também nela colaboram. Quero iniciar agradecendo a todas as mãos que não é possível nomear, mas com certeza fazem parte da teia da vida e se fizeram presentes e necessárias na realização desta pesquisa.

Ao professor Dr. Carlos Leonidas Sobrinho, pela excelência na orientação e dedicação dispensadas para a realização deste trabalho. Além dos ensinamentos, contribuições e segurança transmitida, fatores fundamentais não só para a realização desta dissertação, mas também para minha formação profissional.

Aos meus pais, Emanuel Souza e Osmarina Souza, por seu amor e sabedoria em minha educação e pela confiança nas minhas aventuras em busca do conhecimento.

Aos meus irmãos e cunhados, Andrea e Ricardo, Márcio e Wellington, pelo incentivo e compreensão com minha paixão pelo conhecimento, que muitas vezes me afasta de todos.

Ao LANE (Laboratório de Análise Numéricas e Eletromagnetismo da Universidade Federal do Pará), pela disponibilidade de utilização de recursos computacionais.

Aos amigos do LANE – Laboratório de Análise Numérica e Eletromagnetismo (Yuri, Mota, Josivaldo e Tuma), dirijo meus sinceros agradecimentos pela ajuda, incentivo e pelos bons momentos que passei com vocês dentro e fora do laboratório..

Ao amigo Rodrigo, muito obrigado pelo apoio e pelas valiosas conversas e orientações.

A todos os professores, amigos e colegas do curso de pós-graduação que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desta dissertação.

A minha esposa Maísa Vale, pelo carinho, estímulo e presença constante.

A Deus, criador de todas as coisas, pela minha vida, inteligência, saúde, consolo, força e esperança em todos os momentos, fatores indispensáveis para o sucesso deste trabalho.

“Todo caminho que trilhamos pela primeira vez é muito mais longo e difícil do que o mesmo caminho quando já o conhecemos.”

Thomas Mann

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xiv
LISTA DE SÍMBOLOS	xv
LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLA	xvii
RESUMO	xviii
ABSTRACT	xix
CAPÍTULO I	
INTRODUÇÃO	1
TRABALHOS PUBLICADOS EM CONFERÊNCIAS	4
REFERÊNCIAS	5
CAPÍTULO II	
CONCEITOS GERAIS SOBRE SISTEMAS DE ATERRAMENTO	6
2.1 – INTRODUÇÃO	6
2.2 – ATERRAMENTO ELÉTRICO	6
2.3 – OBJETIVOS DO SISTEMA DE ATERRAMENTO	7
2.4 – PRINCIPAIS ELEMENTOS DE UM SISTEMAS DE ATERRAMENTO	8
2.5 – RESISTIVIDADE DO SOLO	9
2.5.1 – Composição Geológica.....	9
2.5.2 – Umidade.....	10
2.5.3 – Composição Química (Salinidade).....	11
2.5.4 – Temperatura.....	12
2.6 – ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO	13
2.7 – MEDIÇÃO BÁSICA DA RESISTIVIDADE DO SOLO	13
2.7.1 – Critérios para Medição.....	14
2.7.2 – Método de Wenner.....	14
2.7.2.1 – Escolha do Local a ser Efetuada a Medição.....	16
2.7.2.2 – Números de Pontos a Serem Medidos.....	17
2.8 – CRITÉRIOS DE SEGURANÇA PARA UM SISTEMA DE ATERRAMENTO	18
2.8.1 – Segurança Pessoal.....	18
2.8.2 – Tensão de Toque.....	18
2.8.3 – Tensão de Passo.....	19
2.8.4 – Resistência de Aterramento (Método Volt-Amperímetro).....	19

2.9 – CONCLUSÕES	20
REFERÊNCIAS	22
CAPÍTULO III	
O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO OU	
MÉTODO FDTD	23
3.1 – INTRODUÇÃO	23
3.2 – EQUAÇÕES DE MAXWELL	25
3.2.1 – Lei de Gauss para o Campo Elétrico.....	26
3.2.2 – Lei de Gauss para o Campo Magnético.....	26
3.2.3 – Lei de Faraday.....	26
3.2.4 – Lei de Ampère.....	27
3.2.5 – Lei de Gauss na Forma Integral (Para o Campo Elétrico).....	27
3.2.6 - Lei de Gauss na Forma Integral (Para o Campo Magnético).....	27
3.2.7 – Lei de Faraday na Forma Integral.....	28
3.2.8 – Lei de Ampère na Forma Integral.....	28
3.3 – CONDIÇÕES DE CONTORNO	30
3.3.1 – Elétrica.....	30
3.3.2 – Magnética	31
3.4 – FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA	32
3.5 – ALGORITMO DE YEE	35
3.6 – PRECISÃO E ESTABILIDADE	39
3.7 – CONCLUSÕES	40
REFERÊNCIAS	41
CAPÍTULO IV	
CONDIÇÕES DE CONTORNO ABSORVENTES (ABC)	
4.1 – INTRODUÇÃO	45
4.2 - CAMADA PERFEITAMENTE CASADA (PML)	46
4.3 – CONCLUSÕES	54
REFERÊNCIAS	56
CAPÍTULO V	
PROCESSAMENTO PARALELO	
5.1 – INTRODUÇÃO	58
5.2 – OBJETIVO E CONCEITO DE PROCESSAMENTO PARALELO	58
5.3 – O QUE SE PRECISA SABER	58

5.4 – TIPOS DE PROCESSAMENTO PARALELO	59
5.4.1 – Processamento Paralelo com Swar (Simd Withn a Register).....	59
5.4.2 – Processamento Paralelo com Smp (Symetric Multi Processor).....	59
5.4.3 – Processamento Paraleo com Cluster Beowulf.....	59
5.5 – BIBLIOTECAS PARA DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS UTILIZANDO PROCESSAMENTO PARALELO	60
5.6 – PROCESSOS	60
5.7 – THREADS	61
5.8 – PVM (PARALLEL VIRTUAL MACHINE)	61
5.9 – MPI (MESSAGE PASSING INTERFACE)	62
5.10 – PARALELISMO E O MÉTODO FDTD	62
5.11 – CONCLUSÕES	63
REFERÊNCIAS	64
CAPÍTULO VI	
RESULTADOS	66
6.1 – INTRODUÇÃO	66
6.2 – CONFIGURAÇÃO DO SOFTWARE LANESAGS	66
6.3 - ANÁLISE DO SOLO DE UMA CAMADA (SOLO HOMOGÊNEO) PELO MÉTODO DE WENNER	69
6.3.1 – Simulação da Resistividade do Solo Homogêneo para os Afastamentos (a) de 1, 2, 4, 8 e 16m entre as Hastes.....	71
6.4 – ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO DE DUAS CAMADAS PELO MÉTODO DE WENNER	72
6.4.1 – Simulação da Resistividade do Solo de Duas Camadas para um Afastamento (a) de 1m entre as Hastes.....	74
6.4.2 – Simulação da Resistividade do Solo de Duas Camadas para um Afastamento (a) de 2m entre as Hastes.....	75
6.4.3 – Simulação da Resistividade do Solo de Duas Camadas para um Afastamento (a) de 4m entre as Hastes.....	76
6.4.4 – Simulação da Resistividade do Solo de Duas Camadas para um Afastamento (a) de 6m entre as Hastes.....	76
6.4.5 – Simulação da Resistividade do Solo de Duas Camadas para um Afastamento (a) de 8m entre Hastes.....	77

6.4.6 – Simulação da Resistividade do Solo de Duas Camadas para um Afastamento	
(a) de 16m entre as Hastes.....	77
6.4.7 – Comparação entre os Resultados Obtidos pelo Modelo Analítico e pelo Método FDTD.....	78
6.5 – ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO DE TRÊS CAMADAS PELO MÉTODO DE WENNER.....	79
6.5.1 - Simulação da Resistividade do Solo de Três Camadas para um Afastamento	
(a) de 1m entre as Hastes.....	81
6.5.2 – Simulação da Resistividade do Solo de Três Camadas para um Afastamento	
(a) de 2m entre as Hastes.....	82
6.5.3 – Simulação da Resistividade do Solo de Três Camadas para um Afastamento	
(a) de 4m entre as Hastes.....	83
6.5.4 – Simulação da Resistividade do Solo de Três Camadas para um Afastamento	
(a) de 8m entre Hastes.....	83
6.5.5 – Simulação da Resistividade do Solo de Três Camadas para um Afastamento	
(a) de 16m entre as Hastes.....	84
6.5.6 - Comparação entre os Resultados Obtidos pelo Modelo Analítico e pelo Método FDTD.....	85
6.6 – SIMULAÇÃO DO MÉTODO VOLT-AMPERÍMETRO.....	86
6.6.1 - Obtenção da Resistência de Aterramento para uma Haste Vertical.....	86
6.7 – OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO PARA UMA MALHA TIPO QUADRADO VAZIO.....	89
6.8 – CONCLUSÕES.....	91
REFERÊNCIAS.....	92

LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1	Representação de um sistema de aterramento simples (um eletrodo).....	7
Fig. 2.2	Efeito da umidade na resistividade do solo.....	11
Fig. 2.3	Efeito da temperatura na resistividade do solo.....	12
Fig. 2.4	Configuração das hastes usadas no método de Wenner.....	15
Fig. 2.5	Imagem do ponto 1 e 4.....	15
Fig. 2.6	Curva da resistividade de aterramento.....	19
Fig. 3.1	Condições de contorno entre dois meios diferentes: a) elétrica b) magnética....	31
Fig. 3.2	Condições de contorno: a) condutor elétrico b) condutor magnético perfeito....	32
Fig. 3.3	Estimativa da derivada de (x) no ponto P, usando diferença finita à direita, à esquerda e central.....	32
Fig. 3.4	Posição das componentes de campo para uma célula estruturada de Yee.....	36
Fig. 3.5	Visualização das componentes de campo nas faces das células primárias e secundárias de Yee.....	38
Fig. 4.1	PML circundando uma malha bidimensional.....	47
Fig. 5.1	Troca de componentes de campo entre dois subdomínios utilizando a biblioteca MPI (plano $x-z$).....	63
Fig. 6.1	Interface gráfica do software <i>LANESAGS</i>	66
Fig. 6.2	Forma de onda do pulso de tensão aplicado (Fonte de excitação).....	68
Fig. 6.3	a) Solo homogêneo ou de uma camada, b) estrutura dos eletrodos instalada....	69
Fig. 6.4	Estrutura de análise, utilizando-se do método de Wenner, para um solo homogêneo.....	70
Fig. 6.5	Curvas das resistividades para diversos afastamentos, em um solo homogêneo	71
Fig. 6.6	a) Solo estratificado em duas camadas, b) estrutura dos eletrodos instalada.....	73
Fig. 6.7	Resistividade encontrada via simulação para $a = 1m$	74
Fig. 6.8	Distribuição vetorial da corrente no plano $x-z$ ($a = 1m$).....	75
Fig. 6.9	Resistividade encontrada via simulação para $a = 2m$	76
Fig. 6.10	Resultado da simulação do método de Wenner para um $a = 4m$	76
Fig. 6.11	Resultado da simulação para um $a = 6m$	77
Fig. 6.12	Resultado da simulação para um $a=8m$	77
Fig. 6.13	Resultado da simulação para um $a=16m$	78
Fig. 6.14	Gráficos de Resistividade: Comparação entre os Métodos FDTD e Analítico para um solo de duas camadas.....	79
Fig. 6.15	a) Solo estratificado em três camadas, b) estrutura dos eletrodos instalada.....	79

Fig. 6.16	Estrutura de análise, utilizando-se do método de Wenner, para um solo de três camadas.....	80
Fig. 6.17	Resistividade encontrada via simulação para $a = 1\text{m}$	81
Fig. 6.18	Comportamento do campo elétrico no plano $x-z$ após 31.156 interações.....	82
Fig. 6.19	Comportamento do campo magnético no plano $x-z$ após 31.156 interações.....	82
Fig. 6.20	Resistividade encontrada via simulação para $a = 2\text{m}$	83
Fig. 6.21	Resistividade encontrada via simulação para $a = 4\text{m}$	83
Fig. 6.22	Resistividade encontrada via simulação para $a=8\text{m}$	84
Fig. 6.23	Resultado encontrado via simulação para $a=16\text{m}$	84
Fig. 6.24	Gráficos de Resistividade: Comparação entre os Métodos FDTD e Analítico para um solo de três camadas.....	85
Fig. 6.25	Representação do método volt-amperímetro.....	86
Fig. 6.26	Estrutura de análise para obtenção da resistência de uma haste vertical.....	87
Fig. 6.27	Curva da Resistência de Aterramento para uma haste de 3,00 m de comprimento e 59,202 mm de raio obtida via o método FDTD.....	87
Fig. 6.28	Curva da Resistência de Aterramento para uma haste de 3,00 m de comprimento e 12,7 mm de raio obtida via o método FDTD.....	88
Fig. 6.29	Estruturas de análise para obtenção da resistência de uma malha tipo quadrado vazio.....	89
Fig. 6.30	Curva da Resistência de Aterramento para uma malha tipo quadrado vazio com 8 hastes, obtida via o método FDTD.....	90

LISTA DE TABELA

Tabela 2.1	Fatores que afetam a resistividade do solo.....	9
Tabela 2.2	Resistividade para diferentes solos.....	10
Tabela 2.3	Influência da composição química na resistividade do solo.....	10
Tabela 6.1	Comparação entre os resultados (solo homogêneo).....	72
Tabela 6.2	Comparação entre os resultados (solo de duas camadas).....	78
Tabela 6.3	Comparação entre os resultados (solo de três camadas).....	85

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ	Resistividade do Solo
a	Afastamento Entre Hastes
h	Profundidade da Haste
R	Resistência de Aterramento
∇	Operador Nabla
∂	Operador Diferencial
dl	Elemento de Comprimento
ds	Elemento de Área
dv	Elemento de Volume
ε	Permissividade Elétrica do Meio
ε_r	Permissividade Elétrica Relativa do Meio
ε_0	Permissividade Elétrica Absoluta no Vácuo
E	Vetor Intensidade do Campo Elétrico
H	Vetor Intensidade do Campo Magnético
ρ_v	Densidade Volumétrica
D	Vetor Densidade de Fluxo Elétrico
μ	Permeabilidade Magnética do Meio
μ_r	Permeabilidade Magnética Relativa do Meio
μ_0	Permeabilidade Magnética Absoluta no Vácuo
J	Densidade de Corrente Elétrica
σ	Condutividade Elétrica
Δt	Incremento de Tempo
c	Velocidade da Luz no Meio
λ	Comprimento de Onda
δ	Espesura da PML
i,j,k	Incrementos Espaciais nas Direções x,y e z
Δx	Dimensão da Célula de Yee na Direção x
Δy	Dimensão da Célula de Yee na Direção y
Δz	Dimensão da Célula de Yee na Direção z
Δs	Dimensão Geral da Célula de Yee
E^i	Componente Contravariante do Campo Elétrico

H^i	Componente Contravariante do Campo Magnético
E_i	Componente Covariante do Campo Elétrico
H_i	Componente Covariante do Campo Magnético
$H^i(i, j, k)^{n+1/2}$	Componente contravariante do campo magnético no instante atual
$H^i(i, j, k)^{n-1/2}$	Componente contravariante do campo magnético no instante passado
$E^i(i, j, k)^{n+1}$	Componente contravariante do campo elétrico no instante atual
$E^i(i, j, k)^n$	Componente contravariante do campo elétrico no instante passado
$H_i(i, j, k)^{n+1/2}$	Componente covariante do campo magnético no instante atual
$H_i(i, j, k)^{n-1/2}$	Componente covariante do campo magnético no instante passado
$E_i(i, j, k)^{n+1}$	Componente covariante do campo elétrico no instante atual
$E_i(i, j, k)^n$	Componente covariante do campo elétrico no instante passado
$[S]$	Tensor uniaxial
s_x, s_y, s_z	Componentes do Tensor Diagonal

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MRT	Monofásico com Retorno Pela Terra
FDTD	Finite Difference Time Domain
<i>LANESAGS</i>	Software de Análise e Síntese de Sistema de Aterramento
LANE	Laboratório de Análise Numérica em Eletromagnetismo
DEEC	Departamento de Engenharia Elétrica e da Computação
UFPA	Universidade Federal do Pará
U-PML	Uniaxial Perfectly Matched Layer
PML	Perfectly Matched Layer
PEC	Perfect Electrical Conductor
OPenGL	Open Graphic Library
ABC	Condição de Contorno Absorvente
GID	Geometry Interface Data
SWAR	Simd Withn a Register
SMP	Symetric Multi Processor
PVM	Parallel Virtual Machine
MPI	Message Passing Interface

RESUMO

Este trabalho apresenta uma nova metodologia computacional, para a comprovação das práticas de estratificação do solo, pelo método de Wenner e o cálculo da resistência de terra pelo método Volt-Amperímetro. Esta metodologia permite ao projetista de sistema de aterramento avaliar com precisão o seu desempenho e propor soluções que melhor atendam aos requisitos de economia e segurança.

A base de cálculo que relacionam os campos elétricos e magnéticos são as equações diferenciais de Maxwell, que embora concisas e muito elegantes, são de difícil resolução em problemas reais de engenharia. Isso se deve ao fato de, nos casos reais, a resolução ser num domínio contínuo e de geometria complexa.

O método FDTD transforma essas equações diferenciais, no domínio contínuo, em equações algébricas através da discretização do domínio em estudo, essa transformação em equações algébricas em todo domínio discretizado leva a um sistema matricial de grandes dimensões (dezenas a centenas de milhares de linhas e colunas), o qual, uma vez resolvido, conduz aos resultados pretendidos as quais são escritas em um sistema de coordenadas gerais e resolvidas numericamente.

No método FDTD emprega-se técnicas numéricas de mapeamento de campo para a determinação dos campos elétrico e magnético, o que permite o conhecimento da difusão de corrente ao longo do volume estudado. A região de influência do aterramento (domínio de análise) é dividida em pequenos elementos de volume na forma de hexaedros, possibilitando o cálculo dos campos em suas faces. Um trabalho de pós-processamento permite mapear os campos e a distribuição de correntes por todo o domínio. Como resultado são obtidos os valores de tensão, corrente e da resistência de terra em todo o volume.

O código computacional utilizado para modelar o problema da resistência de um sistema de aterramento e simulação do método de Wenner, foi desenvolvido em FORTRAN e implementado para ser executado utilizando-se computação paralela em cluster tipo Beowulf de 10 nós onde os resultados foram comparados com os métodos analíticos que já existe na literatura e são apresentados no capítulo VI.

Palavras-Chave: Wenner, resistência de aterramento, computação paralela, FDTD.

ABSTRACT

This work presents a new computational methodology, for the attesting practices of soil bedding by the method of Wenner and the calculation of earth resistance by method Volt-ammeter. This methodology allows the grounding planner system evaluate his acting accurately and propose solutions that assist the requirements of economy and safety.

The calculation base that relates the electric and magnetic fields is the differential equations of Maxwell, which, although concise and very elegant, are from difficult resolution in real problems of engineering. That is due to the fact that, in the real cases, the resolution is in a continuous domain and of complex geometry.

The method FDTD transforms these differential equations, at continuous domain, in algebraic equations through the domain division in study. This transformation in algebraic equations in the whole divided domain takes to a principal system of great dimensions (dozens to hundreds of thousands of lines and columns), which, once resolved, it leads to the intended results that are written in a system of general coordinates and resolved numerically.

In the method FDTD are used numeric field map techniques for determination of electric and magnetic fields, which allows the knowledge of current diffusion along the studied region. The region of grounding influence (analysis domain) is divided in small cells in the form of hexahedrons, making possible the calculation of the fields in their faces. A powder-processing work allows mapping the fields and currents distribution for the whole domain. As result, are obtained tension, current and grounding resistance values in the whole analysis domain.

The code computacional used to model the resistance problem of a grounding and simulation of the method of Wenner, was developed in FORTRAN and implemented to be executed using parallel computation in cluster type Beowulf 10 knots, where the results were compared with analytical methods that already exist in the literature and are presented in the chapter VI.

Keyword - Wenner, grounding resistance, parallel computation, FDTD.

| S729s Souza Júnior, Emanuel dos Santos
Simulação, em ambiente computacional, do método de Wenner e
obtenção da resistência de um sistema de aterramento usando FDTD;
orientador, Carlos Leônidas da Silva Souza Sobrinho.- 2007

Mestrado (Dissertação) – Universidade Federal do Pará, Instituto de
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém,
2007.

1.Linhas elétricas subterrâneas – simulação por computador. 2. Diferenças
finitas. 3. Processamento paralelo (computadores). I. Título.

CDD – 21. ed. 621.31923

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Aterramento elétrico, certamente, é um assunto que gera um número enorme de dúvidas quanto às normas e procedimentos no que se refere ao ambiente elétrico. Como o assunto é de relativa complexidade, muitas vezes, o desconhecimento das técnicas para realizar um aterramento eficiente, ocasiona a queima de equipamentos, ou pior, o choque elétrico nos operadores desses sistemas. O que se tem observado é que embora os métodos apresentados na literatura forneçam resultados que coincidam com aqueles observados na prática, para quem trabalha com sistemas de proteção, dúvidas são inerentes acerca do assunto [1].

Estudos específicos se fazem necessários principalmente pela instalação, cada vez mais freqüentes, de sistemas de aterramento dentro de áreas urbanas e a utilização cada vez maior de sistemas rurais monofásicos com retorno pela terra (MRT), onde se exige um sistema de aterramento mais refinado, portanto é salutar o estudo detalhado desse assunto para garantir a segurança das pessoas, tanto dos operadores quanto do usuário, como também o bom funcionamento dos equipamentos conectados a eles.

A escolha de um sistema de aterramento adequado deve ser baseada em análises técnico-econômica globais, em que sejam determinadas as vantagens e desvantagens de cada tipo de sistema possível de ser construído, à luz das características específicas da região a ser instalado o sistema de aterramento. Com isso, quando se pretende buscar um baixo valor da resistência de aterramento, podem-se evitar erros primários, como, por exemplo, utilizar hastes profundas em solos com segunda camada de resistividade maior que a primeira [2]. Nessa situação de solo, num caso mais extremo, tem-se a situação de instalar hastes em solo com uma camada de baixa resistividade, no qual melhor seria instalar cabos horizontais. Analogamente, outro caso comum, é quando do cravamento de muitas hastes curtas num solo onde a camada menos resistiva encontra-se a uma profundidade maior, onde melhor seria partir para o uso de hastes profundas ou em último caso o tratamento do solo com gel.

Os sistemas de aterramento, bem como diversos fenômenos físicos que são de interesse da engenharia, como por exemplo: transmissão de calor, deformação de

estruturas, escoamento de fluidos, etc. são regidos por equações integro-diferenciais, e em particular na engenharia elétrica, as equações diferenciais são as equações de Maxwell, as quais descrevem o comportamento do campo eletromagnético. As equações de Maxwell, formuladas em 1865 [3], representam uma unificação fundamental dos campos elétricos e magnéticos na solução de problema relacionados ao fenômeno de propagação das ondas eletromagnéticas. Atualmente, engenheiros e cientistas, do mundo inteiro utilizam computadores que variam desde um simples “desktop” até máquinas com capacidade para processamento maciçamente paralelo [4], a fim de obter soluções das equações de Maxwell para propósitos de investigação eletromagnética de guias de onda, radiação e fenômenos de espalhamento.

A utilização do método FDTD [5,6] na solução das equações de Maxwell no domínio do tempo, é salutar, uma vez que é uma ferramenta que nos dá acesso a grandes inovações que vão desde a tecnologia de telefones celulares, passando por laser, circuitos lógicos e propagação de correntes em meios condutores, sendo o último, aplicado de forma intensa na elaboração deste trabalho.

Por conta da necessidade dos sistemas de aterramento e da complexidade dos fenômenos relacionados a estes, o método FDTD é importante, pois possibilita obter diversas informações com apenas uma simulação. Tais informações podem ser o campo eletromagnético em si (em todos os pontos do domínio e em todos os instantes de tempo), correntes, tensões, visualização de campo, etc, as quais nos possibilitam ter um amplo entendimento dos fenômenos eletromagnéticos envolvidos, os quais surgem naturalmente na solução do problema e são funções das condições de contorno impostas.

Dessa forma, a proposta central desta dissertação é a utilização do ambiente computacional *LANESAGS* [7] para realizar simulações eletrodinâmicas do funcionamento de um terrômetro considerando-se a situação em que o mesmo opera com quatro terminais, que é o caso do uso do método de Wenner [2] para a obtenção da estratificação do solo e a situação em que o terrômetro opera com três terminais. Neste caso, usa-se a técnica do patamar para a determinação da resistência de terra de um sistema de aterramento. O *LANESAGS* é um ambiente computacional desenvolvido no Laboratório de Análise Numérica em Eletromagnetismo (LANE)-DEEC/UFPA com o patrocínio da Eletronorte. Este ambiente foi desenvolvido partindo-se da solução numérica das equações diferenciais de Maxwell no domínio do tempo. O domínio numérico foi truncado usando-se a técnica U-PML. Para facilitar a comunicação do

usuário com o software desenvolveu-se uma interface na linguagem JAVA, onde todos os dados relativos à entrada e a saída do programa são disponibilizados através da mesma, e para a construção do ambiente usou-se o OpenGL. Vale ressaltar que o software apresenta a facilidade de se representar um dado condutor através da técnica de fio fino de Baba [8].

Dados não usuais, como a resposta transitória da relação tensão/corrente, a distribuição vetorial de corrente no solo, a geração de filme mostrando o comportamento do sistema em tempo real, assim como, gráficos da tensão e corrente em função do tempo, foram obtidos. A adaptação do *LANESAGS* para este fim resultou em um ambiente específico (simulador) para a simulação das técnicas acima mencionadas.

O trabalho está organizado em sete capítulos, os quais são constituídos dos seguintes tópicos:

- CAPÍTULO I – Apresentam-se a introdução e a organização do trabalho;
- CAPÍTULO II - São apresentados os conceitos básicos sobre aterramento elétrico;
- CAPÍTULO III – Trata da solução das equações de Maxwell através do Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD);
- CAPÍTULO IV – Formulação para a truncagem do método FDTD: a U-PML;
- CAPÍTULO V – Uma visão sucinta, sob o ponto de vista de aplicação, sobre o processamento paralelo;
- CAPÍTULO VI – São apresentados os resultados obtidos e comparados com aqueles disponíveis na literatura;

TRABALHOS PUBLICADOS EM CONFERÊNCIAS

- [1] Souza Jr, E.S., de Oliveira, R.M.S. e Sobrinho, C.L.S.S., "Development of a computational environment for simulating the Wenner's method and ground stratification", *2nd International Conference on Lightning Physics and Effects*, Maceió, Brasil, Nov., 2006.
- [2] Souza Jr, E.S., de Oliveira, R.M.S. e Sobrinho, C.L.S.S., "Desenvolvimento de ambiente Computacional para simulação do Método de Wenner", *12 SBMO – Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 7º CBMAG – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MOMAG)*, Belo Horizonte, Out., 2006.

REFERÊNCIAS

- [1] VISACRO Filho, Silvério, “*Aterramentos Elétricos: Conceitos básicos, Técnicas de Medição e Instrumentação, Filosofias de Aterramento*”, 3ª. ed., São Paulo: Artliber, 2002. v. 1.
- [2] KINDERMANN, Geraldo, “*Aterramento Elétrico*”, 4ª. ed., Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 1998. v 1.
- [3] Maxwell, James Clerk, "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 155, 459-512 (1865).
- [4] Rocha, Johnny M.G., “CLUSTER BEOWULF: Aspectos de Projeto e Implementação”, *Dissertação de Mestrado - Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Pará, Belém*, 2003.
- [5] YEE, Kane S., “Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell’s Equations in Isotropic Media”, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. AP-4, No. 3, May 1966, pp. 302-307.
- [6] TAFLOVE, Allen, and Susan C. Hagness. *Computation Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, 2nd ed., 2000.
- [7] <http://www.lane.ufpa.br>
- [8] Y. Baba, N. Nagaoka, A. Ametani, “Modeling of thin wires in a lossy medium for FDTD simulations”. *IEEE Transactions on Electromagnetics Compatibility*, Vol.47, No.1, 2005.

CAPÍTULO II

CONCEITOS GERAIS SOBRE SISTEMAS DE ATERRAMENTO

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo destina-se à abordagem de alguns conceitos referentes ao aterramento elétrico, características elétricas do solo, critérios de segurança, aplicações dos sistemas de aterramento, resistividade do solo, etc, que são de extrema relevância ao entendimento e dimensionamento desses sistemas. Esses conceitos servem de subsídios para verificar a efetividade desses sistemas, quando submetidos a testes periódicos a fim de verificar possíveis alterações e gerar correções necessárias, ou para o projeto de proteção para as pessoas e equipamentos. Daí a grande importância que têm tais conceitos.

2.2 ATERRAMENTO ELÉTRICO

O termo aterramento se refere a um equipamento ou sistema elétrico conectado a terra propriamente dita ou a uma grande massa que se utiliza em seu lugar. Quando se fala que algo está “aterrado”, quer-se dizer então que, pelo menos, um de seus elementos está propositalmente ligado a terra.

Em geral, os sistemas elétricos não precisam estar ligados a terra para funcionarem e, de fato, nem todos os sistemas elétricos são aterrados. Mas, nos sistemas elétricos, quando se designam as tensões, geralmente, elas são referidas a terra. Dessa forma, a terra representa um ponto de referência (ou um ponto de potencial zero), ao qual todas as outras tensões são referenciadas.

A terra, portanto, é uma boa escolha como ponto de referência zero, uma vez que ela nos circunda em todos os lugares. Quando alguém esta de pé em contato com o solo, seu corpo está aproximadamente no potencial da terra. Se a estrutura metálica de uma edificação está aterrada, então todos os seus componentes metálicos estão aproximadamente no potencial de terra (para baixas frequências e pequenas distâncias).

Ao conjunto de eletrodos, barramentos e condutores de terra interligados permanentemente, formando uma baixa resistência em associação com o solo, denomina-se sistema de aterramento e estes são constituídos basicamente de três componentes (veja a Figura 2.1):

- As conexões elétricas que ligam um ponto do sistema aos eletrodos;
- Eletrodos de aterramento;
- Terra que envolve os eletrodos.

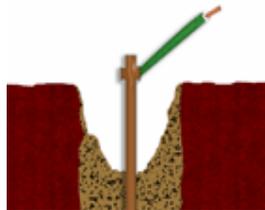


Fig. 2.1. Representação de um sistema de aterramento simples (um eletrodo).

2.3 OBJETIVOS DO SISTEMA DE ATERRAMENTO

Aterrar os sistemas, ou seja, ligar intencionalmente a carcaça de um equipamento, um condutor fase ou o que é mais comum, o neutro a terra, tem por objetivo controlar a tensão dentro de limites previsíveis. Esse aterramento também fornece um caminho para a circulação de corrente que irá permitir a detecção de uma ligação indesejada entre os condutores vivos e a terra. Isso provocará a operação de dispositivos automáticos que removerão a tensão nesses condutores.

O controle dessas tensões, em relação à terra, limita o esforço da tensão na isolação dos condutores, diminui as interferências eletromagnéticas e permite a redução dos perigos de choque para as pessoas que poderiam entrar em contato com os condutores vivos.

Diante do exposto, os sistemas de aterramento possuem como principais finalidades:

- Limitar as sobretensões em caso de faltas;
- Permitir a circulação da corrente de falta, com valores mais elevados, ocasionando a atuação das proteções de maneira mais rápida e eficiente;
- Manter os valores de tensão entre estruturas metálicas e terra dentro dos valores considerados admissíveis sob o ponto de vista de segurança;

- Proporcionar o devido escoamento de eletricidade estática para a terra;
- Proporcionar o escoamento para a terra das descargas atmosféricas e/ou sobretensões devidas a manobras de equipamentos;
- Prover baixa resistência de aterramento (relação tensão/corrente no ponto de entrada do eletrodo para o solo).

A eficiência dos sistemas de aterramento depende fundamentalmente do método de distribuição nas estruturas, do sistema de eletrodos usado, da resistividade do solo e de eficiência em todas as conexões existente na malha.

2.4 PRINCIPAIS ELEMENTOS DE UM SISTEMA DE ATERRAMENTO.

Dentre os elementos utilizados em um sistema de aterramento, temos:

- Eletrodos de terra ou eletrodo vertical
Podem ser constituídos dos seguintes elementos;
 - Aço galvanizado: De uso restrito, devido sofrer corrosão ao longo do tempo aumentando a resistência de contato com o solo.
 - Aço cobreado: Constituído de uma camada de cobre sobre uma haste de aço dificultando a ação da corrosão.
- Condutor de aterramento: É quem estabelece a ligação do equipamento (ou barramento de terra de um quadro) à malha de terra, e, em geral, são dimensionados da seguinte maneira:
 - Para solos de natureza ácida, pode-se utilizar o condutor de seção mínima igual a 16 mm^2 .
 - Para solos de natureza alcalina a seção mínima do condutor é de 25 mm^2 .

Num sistema de aterramento, a resistência de terra é obtida considerando-se as seguintes resistências:

- Resistências das conexões existentes entre os eletrodos de terra (hastes e cabos);
- Resistência relacionada ao contato entre os eletrodos de terra e o solo em que estão os eletrodos (mais importante);
- Resistência relativa ao solo, quando das radiações dos eletrodos.

2.5 RESISTIVIDADE DO SOLO

A característica do solo em determinar a sua resistência sob correntes de frequência industrial ou a sua impedância sob correntes de raio, é denominada resistividade do solo, que é definida como a resistência entre as faces opostas de um cubo de aresta unitária construído de material retirado do solo, cuja unidade é ohm x metro ($\Omega.m$).

Vários fatores influenciam no valor da resistência do solo, tornando-se indispensável à execução de medições no local onde será implantado o sistema de aterramento, obtendo assim o dado mais importante para o projeto de sistema de aterramento: a resistividade do solo.

Diversos fatores têm influência direta no valor da resistividade do solo. A saber, os mais comuns são: a composição geológica do solo, a umidade, salinidade, temperatura, compactação e acidez. Desta forma, a Tabela 2.1 mostra a faixa de variação da resistividade como função dos fatores mencionados, onde a composição geológica tem influência primordial em relação aos demais fatores.

Tabela 2.1 – Fatores que afetam a resistividade do solo [1]

FATOR	FAIXA DE RESISTIVIDADE ($\Omega.m$)
Composição geológica	De 5 a 20.000 ($\Omega.m$)
Umidade	De 42 a 10.000 ($\Omega.m$)
Salinidade	De 1 a 107 ($\Omega.m$)
Temperatura	De 72 a 3.300 ($\Omega.m$)

2.5.1 COMPOSIÇÃO GEOLÓGICA

A composição geológica do solo, por mais que seja heterogênea, não se altera naturalmente em curto prazo de tempo. De acordo com sua natureza, a sua resistividade apresenta grandes variações e tende a diminuir nos solos mais profundos. Outra correlação pode ser feita com a idade geológica das estruturas do solo. Geralmente, regiões geologicamente mais antigas tendem a ter resistividades maiores.

Quando não se dispõe de medições confiáveis, pode-se usar a Tabela 2.2 que fornece a resistividade de diferentes tipos de solo. Para cálculos precisos de

resistividade de solos, devem-se realizar medições com instrumento tipo *Megger* de terra (terrômetro).

Tabela 2.2 – Resistividade para diferentes solos [1]

NATUREZA DO SOLO	FAIXA DE RESISTIVIDADE ($\Omega.m$)
Lodo/Limo	De 20 a 100 ($\Omega.m$)
Húmus	De 10 a 150 ($\Omega.m$)
Argilas compactadas	De 100 a 200 ($\Omega.m$)
Areia argilosa	De 50 a 500 ($\Omega.m$)
Solo pedregoso nu	De 1.500 a 3.000 ($\Omega.m$)
Calcário fissurado	De 500 a 1.000 ($\Omega.m$)
Calcário compacto	De 1.000 a 5.000 ($\Omega.m$)
Granito e Arenito	De 1.500 a 10.000 ($\Omega.m$)
Basalto	De 10.000 a 20.000 ($\Omega.m$)

2.5.2 UMIDADE

A umidade, quando na faixa de 0 a 22%, produz um valor acentuado de resistividade do solo. Para valores de umidade superiores a 22%, a resistividade começa a diminuir rapidamente [1]. Para os solos áridos, às vezes, é necessário a utilização de hastes profundas com a finalidade de se atingir camadas com umidades adequadas.

A construção de obras nas vizinhanças da malha pode rebaixar o nível do lençol freático diminuindo a percentagem da umidade do solo. Observamos também, variações cíclicas do percentual da umidade com as mudanças climáticas. A presença de brita nas subestações reduz a evaporação, mantendo a umidade praticamente constante [1]. A Figura 2.2. mostra o efeito típico da umidade sobre a resistividade de um dado solo.

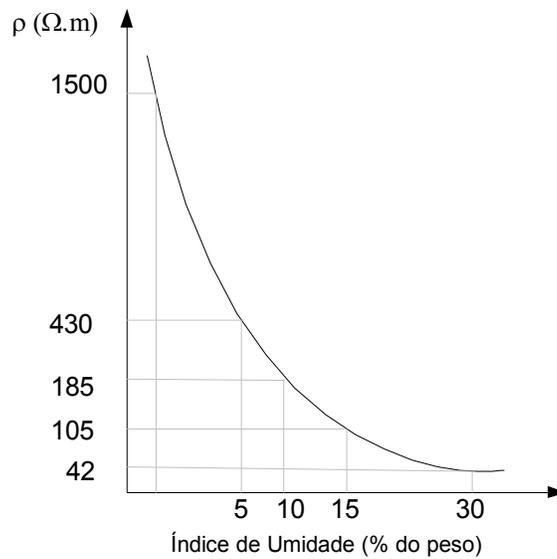


Fig. 2.2. Efeito da umidade na resistividade do solo.

2.5.3 COMPOSIÇÃO QUÍMICA (SALINIDADE)

A alteração da composição química do solo, para alguns casos, ocasiona alterações da resistividade. Isto ocorre em situações em que o solo contenha sais que possam ser dissolvidos pelas águas pluviais. Havendo dissolução, o composto será retirado naturalmente e a resistividade do solo aumentará. A Tabela 2.3. abaixo dá um exemplo da influência da composição química do solo sobre a resistividade [1].

Tabela 2.3. – Influência da composição química na resistividade do solo [1]

% SAIS	RESISTIVIDADE (Ω.m)
0,0	10.700
0,1	1.800
1,0	460
5,0	169
10,0	130
20,0	100

2.5.4 TEMPERATURA

A temperatura afeta sobremaneira a resistividade do solo, a qual poderá atingir altos valores para temperaturas extremamente baixas. Para evitar tais variações, os eletrodos deverão estar a uma profundidade que apresente pequenas variações de temperatura. De uma maneira geral, a performance de um determinado solo submetido à variação de temperatura pode ser expressa pela curva da Figura 2.3.

A partir do $\rho_{\text{mínimo}}$, com o decréscimo da temperatura, e a conseqüente contração e aglutinação da água, é produzida uma dispersão nas ligações iônicas entre os grânulos de terra no solo, e que resulta num maior valor da resistividade.

Observa-se que no ponto de temperatura 0°C (água), a curva sofre descontinuidade, aumentando o valor da resistividade no ponto 0°C (gelo). Isto é devido ao fato de ocorrer uma mudança brusca no estado da ligação entre os grânulos que formam a concentração eletrolítica.

Com um maior decréscimo na temperatura há uma concentração no estado molecular tornando o solo mais seco, aumentando assim a sua resistividade.

Já no outro extremo, com temperaturas elevadas, próximas a 100°C , o estado de vaporização deixa o solo mais seco, com a formação de bolhas internas, dificultando a condução da corrente, conseqüentemente, elevando sua resistividade.

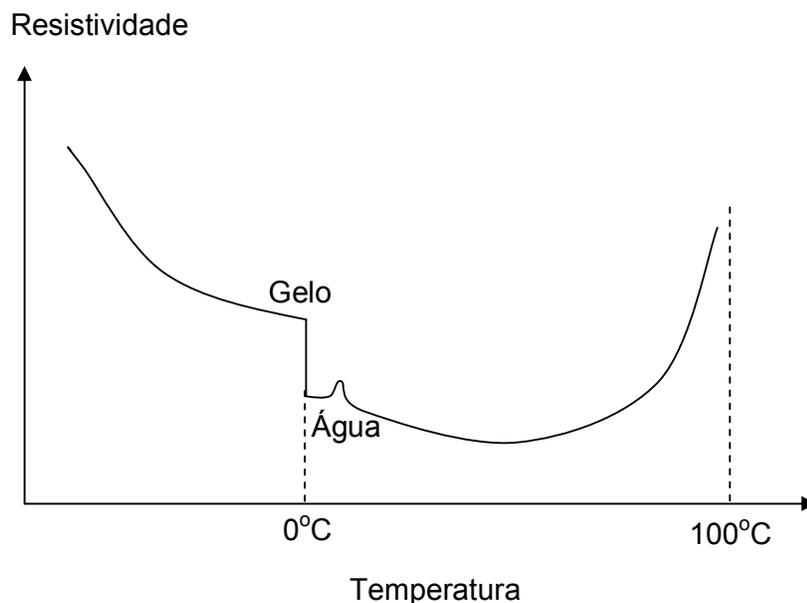


Fig. 2.3. Efeito da temperatura na resistividade do solo.

Vale ressaltar que a compactação tem uma grande influência no valor da resistividade do solo, pois dela depende a maior ou menor área de contato entre os grãos que compõem o mesmo. Assim, o solo deverá ser compactado após o preenchimento das valas e orifícios feitos para implantação dos eletrodos de aterramento, além do cuidado de não misturar a terra original com escombros ou britas na operação de reaterro. A influência da acidez pode ser desconsiderada, pois vem sempre ligada à umidade, sendo esta de influência predominante.

2.6 ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO

Quando se projeta um sistema de aterramento, há a necessidade de se utilizar um valor de resistividade equivalente que represente a situação do solo ao qual o eletrodo estará conectado, ou seja, por onde o eletrodo fará escoar correntes de falta, de desequilíbrio ou provenientes de surtos.

Os solos, em sua maioria, não são homogêneos e sim formados por diversas camadas de resistividades diferentes, essas camadas são normalmente horizontais e paralelas à superfície do solo. Existem casos em que elas se apresentam inclinadas e até verticais, devidos à falhas geológicas, porém, os estudos apresentados para a pesquisa do perfil do solo consideram as camadas aproximadamente horizontais, uma vez que os outros casos são mais raros. A estratificação do solo é exatamente a divisão do solo em camadas, determinando-se suas resistividades e respectivas profundidades.

A pesquisa do solo é feita baseando-se nas medições prévias de resistividades através do método de Wenner. Com os valores obtidos, traça-se a curva de resistividade em função das distâncias utilizadas entre os eletrodos ($\rho \times a$) durante a medição.

Entretanto, devido a não homogeneidade do solo, as curvas obtidas deverão ser corrigidas, a fim de que se possa obter a configuração do solo mais real possível.

Existem diversos métodos para efetuar uma estratificação do solo, porém, neste trabalho será utilizado somente o método de Wenner.

2.7 MEDIÇÃO BÁSICA DA RESISTIVIDADE DO SOLO

A determinação dos valores da resistividade do solo é de fundamental importância na elaboração de um projeto de aterramento. Esses valores são

determinados através de medições e são posteriormente utilizadas para se efetuar a estratificação do solo.

2.7.1 CRITÉRIOS PARA MEDIÇÃO

Durante as medições de resistividade alguns cuidados devem ser tomados:

- Os eletrodos deverão ser cravados firmemente no solo (aproximadamente dez a vinte centímetros) a uma mesma profundidade (h), até apresentarem resistência mecânica de cravação aceitável, que defina uma resistência ôhmica de contato aceitável;
- Os eletrodos deverão estar sempre alinhados;
- As distâncias entre eletrodos deverão ser sempre iguais;
- Os eletrodos deverão estar isentos de óxidos e gorduras para possibilitar bom contato elétrico com solo;
- A condição do solo (seco, úmido, molhado, etc) durante a medição, juntamente com o tipo aproximado de solo deverão ser anotados (o pior caso – maiores resistências - é usualmente utilizado: solo seco);
- Devem-se utilizar calçados e luvas de isolamento para efetuar as medições;
- Devem-se evitar a realização de medidas sob condições atmosféricas adversas, tendo-se em vista a possibilidade da ocorrência de descargas atmosféricas;
- Não tocar nos eletrodos durante as medições e evitar que pessoas estranhas e animais se aproximem dos mesmos;
- Deve-se ajustar o potenciômetro e o multiplicador do mesmo até que o galvanômetro do aparelho indique “zero”;
- Deverá ser apresentado o “croqui” de locação dos pontos onde forma executadas as medições.

2.7.2 MÉTODO DE WENNER

Este método é usado na estratificação do solo (medida da resistividade das diversas camadas do solo) utilizando um terrômetro com dois terminais de corrente e dois terminais de tensão. Atualmente os eletrodos usados são de aproximadamente trinta

centímetros de comprimento (Figura 2.4), esses eletrodos devem ser constituídos de material resistente à corrosão e terem resistência mecânica suficiente para resistir aos impactos de cravação.

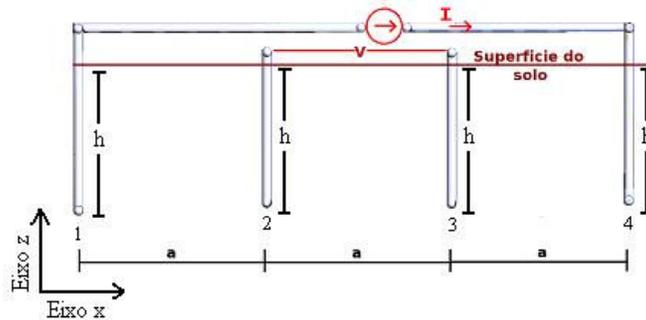


Fig. 2.4. Configuração das hastes usadas no método de Wenner.

O método de Wenner consiste em cravar quatro hastes cilíndricas no solo, igualmente espaçadas por uma distância (**a**) e dispostas em linha. O diâmetro das hastes não deve exceder a um décimo de (**a**) e as profundidades atingidas pelas hastes (**h**) devem ser iguais [2].

Pelo terminal 1, injeta-se uma corrente no solo, a qual retorna a fonte pelo terminal 4. Desta forma, a queda de tensão causada pela corrente é detectada entre os terminais 2 e 3 (Figura 2.4). Usando o método das imagens, gera-se a Figura 2.5 e obtém-se os potenciais nos pontos 2 e 3.

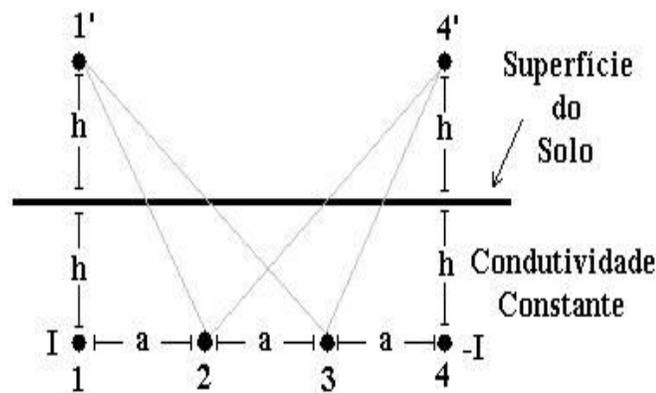


Fig. 2.5. Imagem do ponto 1 e 4.

O potencial no ponto 2 é:

$$V_2 = \frac{\rho I}{4\pi} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + (2h)^2}} - \frac{1}{2a} - \frac{1}{\sqrt{(2a)^2 + (2h)^2}} \right] \quad (2.1)$$

O potencial no ponto 3 é:

$$V_3 = \frac{\rho I}{4\pi} \left[\frac{1}{2a} + \frac{1}{\sqrt{(2a)^2 + (2h)^2}} - \frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (2h)^2}} \right] \quad (2.2)$$

Portanto, a diferença de potencial entre os pontos 2 e 3 é:

$$V_{23} = V_2 - V_3 = \frac{\rho I}{4\pi} \left[\frac{1}{a} + \frac{2}{\sqrt{a^2 + (2h)^2}} - \frac{2}{\sqrt{(2a)^2 + (2h)^2}} \right] \quad (2.3)$$

Estabelecendo-se a relação entre a tensão e a corrente medida, obtém-se o valor da resistência (**R**) no solo para uma profundidade aceitável de penetração da corrente.

Assim temos:

$$R = \frac{V_{23}}{I} = \frac{\rho}{4\pi} \left[\frac{1}{a} + \frac{2}{\sqrt{a^2 + (2h)^2}} - \frac{2}{\sqrt{(2a)^2 + (2h)^2}} \right] \quad (2.4)$$

Existe uma relação linear entre o valor da resistividade do solo e a resistência medida, dada por [1]:

$$\rho = K.R, \quad (2.5)$$

onde o valor da constante K depende da geometria empregada nas medições e é dada por:

$$K = \frac{4\pi a}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + (2h)^2}} - \frac{2a}{\sqrt{(2a)^2 + (2h)^2}}}; \quad (2.6)$$

2.7.2.1 ESCOLHA DO LOCAL A SER EFETUADA A MEDIÇÃO

O local escolhido para medição deverá ser sempre longe (cerca de doze metros) [3] de áreas sujeitas a interferência tais como torres metálicas de transmissão e respectivos contrapesos, pontos de aterramento dos sistemas de telecomunicações, solos com condutores ou canalizações metálicas não blindadas enterrados, cercas aterradas, etc. No caso de construções futuras de subestações. É interessante que as medições

sejam feitas após o terraplenagem, o que elimina a primeira camada, normalmente de solo vegetal.

2.7.2.2 NÚMEROS DE PONTOS A SEREM MEDIDOS

O número de pontos a serem medidos é determinado considerando-se os seguintes fatores:

- Dimensões e importância do local;
- Variação dos valores encontrados nas várias medições.

No caso de projeto de aterramento para linhas de distribuição, é necessário que se faça uma medição a cada quinhentos metros ao longo do traçado da mesma [3]. Para equipamentos tais como reguladores de tensão, religadores, seccionadores, chaves à óleo, etc, é necessário apenas uma medida da resistividade no ponto de instalação do equipamento. Esta medida será feita variando-se o espaçamento (**a**) entre os eletrodos.

No caso de áreas para construção de subestação com dimensões de até dez mil metros quadrados deverão ser efetuadas pelo menos medidas em seis pontos, quatro localizados na periferia e duas na região central, com prospecção de resistividade até sessenta e quatro metros ou mais de profundidade [3].

Esta indicação é válida para terrenos que se supõem com o mesmo tipo de camadas em todas as direções. Assim sendo, caso os valores de resistividade, encontrados para uma mesma separação entre eletrodos, variem mais que cinquenta por cento com relação ao valor médio aritmético, devem ser feitas medições em maior número de pontos, pois isto é indício de variação de tipo de solo, inclinação das camadas, altura diferente do lençol freático, presença de pedras, etc.

No caso de cidades, deverá ser feita uma série de medidas na periferia, aproximadamente uma medição para cada quinhentos metros de periferia [3]. Este critério visa a obter um valor médio que possa ser interpolado para qualquer local da cidade, tendo-se em vista as dificuldades ou impossibilidades inerentes da medição na área central da cidade, ou seja:

- Presença de elementos condutores enterrados no solo;
- Interferência devido a corrente circulante no solo;
- Indisponibilidade de áreas livres para execução das medidas.

Em caso de pequenas localidades, recomendam-se pelo menos cinco pontos de medição para cada quatro quilômetros quadrados. Os pontos devem ser escolhidos de modo a abranger toda a área, e as condições, também neste caso, devem ser efetuadas de preferência na periferia da área em questão a fim de se evitar possíveis interferências.

Caso sejam encontrados alguns valores discrepantes de resistividade, deverão ser projetados sistemas de aterramento especiais para esses pontos. Conforme a percentagem desses valores no total do levantamento estes valores poderão ser desprezados ou um valor médio poderá ser adotado, visando a estabelecer um único padrão local.

No caso de linhas de transmissão ou cercas, o alinhamento dos eletrodos deverá ser perpendicular às mesmas, com o objetivo de diminuir a influência das mesmas sobre as medições.

Cabe ao projetista a análise dos valores encontrados e a definição de projetos padrão para as áreas delineadas pelos valores de resistividade próximos.

2.8 CRITÉRIOS DE SEGURANÇA PARA UM SISTEMA DE ATERRAMENTO

Podem-se resumir as funções de um sistema de aterramento nos seguintes tópicos:

2.8.1 SEGURANÇA PESSOAL

A conexão dos equipamentos elétricos ao sistema de aterramento deve permitir que, caso ocorra uma falha na isolação dos equipamentos, a corrente de falta passe através do condutor de aterramento ao invés de percorrer o corpo de uma pessoa que eventualmente esteja em contato com o equipamento.

2.8.2 TENSÃO DE TOQUE

Se uma pessoa toca um equipamento sujeito a uma tensão de contato, pode ser estabelecida uma tensão entre mãos e pés, chamadas de tensão de toque.

Em consequência, poderemos ter a passagem de uma corrente elétrica pelo braço, tronco e pernas, cuja duração e intensidade poderão provocar fibrilação cardíaca, queimaduras ou outras lesões graves ao organismo.

2.8.3 TENSÃO DE PASSO

Quando uma corrente elétrica é descarregada para o solo, ocorre uma elevação do potencial em torno do eletrodo de aterramento, formando-se um gradiente (distribuição) de tensão, cujo máximo está junto ao eletrodo e o ponto mínimo muito afastado dele. Se uma pessoa estiver em pé em qualquer ponto dentro da região onde há essa distribuição de potencial, entre seus pés haverá uma diferença de potencial, chamada de tensão de passo, a qual é geralmente definida para uma distância entre pés de 1 metro.

Conseqüentemente, poderá haver a circulação de uma corrente através das pernas, geralmente de menor valor do que aquele no caso da tensão de toque, porém ainda assim perigosa e que deve ser evitada.

2.8.4 RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO (MÉTODO VOLT-AMPERÍMETRO)

A resistência de aterramento é obtida pelo clássico método Volt-Amperímetro mostrado na Figura 2.6, onde a haste **p** do voltímetro se desloca entre as duas hastas **A** e **B**.

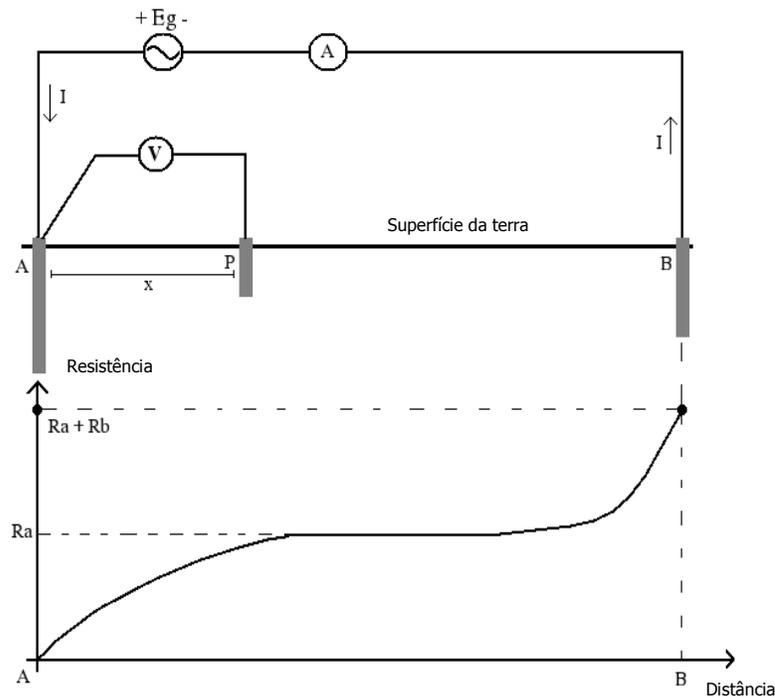


Fig. 2.6. Curva da Resistência de aterramento.

onde,

A = Sistema de aterramento principal

B = Haste auxiliar para possibilitar o retorno da corrente I

p = Haste de potencial, que se desloca entre A e B.

x = Distância da haste **p** em relação ao aterramento principal

A corrente que circula pelo circuito é sempre a mesma, pois a mudança da haste **p** não altera a distribuição de corrente. Para cada posição da haste **p**, é lido o valor da tensão no voltímetro e calculado o valor da resistência elétrica [4], dada por:

$$R(x) = \frac{V(x)}{I} \quad (2.7)$$

Deslocando-se a haste **p** em todo o percurso entre A e B, tem-se a curva de resistência de aterramento em relação ao aterramento principal, isto é, da haste A. Figura 2.6.

Na região do patamar, tem-se o valor R_a , que é a resistência de aterramento do sistema. No ponto B, tem-se a resistência de aterramento acumulada do sistema principal e da haste auxiliar, isto é, $R_a + R_b$.

Como o objetivo da medição é obter o valor da resistência de aterramento do sistema, deve-se deslocar a haste **p** até atingir a região do patamar. Neste ponto a resistência de aterramento R_a é dada por:

$$R_a = \frac{V_{(patamar)}}{I} \quad (2.8)$$

2.9 CONCLUSÕES

Os conceitos apresentados nesse capítulo, tais como: elementos de um sistema de aterramento, características do solo, critérios para medição, etc, são de suma importância para que tenhamos um bom dimensionamento de um sistema de proteção. Vale ressaltar que uma boa proteção implica em cercar de cuidados não só os equipamentos conectados a esses sistemas, mas também, devem-se atender aos critérios de segurança para proteção de pessoas.

Tem-se observado que para qualquer projetista ou profissional que trabalhe com sistema de proteção, a aplicação dos conceitos tem-se tornado uma premissa básica para o sucesso de qualquer empreendimento dessa natureza, o que nos leva a crer que teoria e prática caminham no mesmo passo.

REFERÊNCIAS

- [1] VISACRO Filho, Silvério, “*Aterramentos Elétricos: Conceitos básicos, Técnicas de Medição e Instrumentação, Filosofias de Aterramento*”, 3^a. ed. São Paulo: Artliber, 2002. v. 1.
- [2] Souza Jr, E.S., de Oliveira, R.M.S. e Sobrinho, C.L.S.S., "Development of a computational environment for simulating the Wenner's method and ground stratification", *2nd International Conference on Lightning Physics and Effects*, Maceió, Brasil, Nov., 2006.
- [3] Santos Júnior, Guaraci F., Yanaguibashi, Regina H., Nascimento, Wladimir B., “Dimensionamento e projeto de um sistema de aterramento composto por hastes verticais”, *Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Pará, Belém*, 1993.
- [4] KINDERMANN, Geraldo, “*Aterramento Elétrico*”, 4^a. ed. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 1998. v 1.

CAPÍTULO III

O MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO OU MÉTODO FDTD

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentam-se as leis que fundamentam a teoria eletromagnética no domínio do tempo e nas formas diferencial e integral, as condições de contorno considerando-se interfaces elétricas e magnéticas e finalmente um resumo sobre o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo ou método FDTD (*Finite Difference Time Domain* [1]). Este método foi inicialmente desenvolvido para o cálculo de campos eletromagnéticos [1-2] a partir de equações diferenciais dependentes do espaço e do tempo. A base de cálculos são as equações diferenciais de Maxwell que relacionam os campos elétrico e magnético variantes no tempo.

O método FDTD é normalmente utilizado para a solução de problemas eletromagnéticos, em sua maioria complexos, onde soluções analíticas são inviáveis e o uso de um método numérico de cálculo é necessário. Esses problemas podem incluir regiões onde existam: condições de contorno mistas, meios não homogêneos, anisotrópicos, não lineares e dispersivos. Como exemplos de tais problemas podem-se citar a análise de:

- Sistemas de aterramento;
- Antenas;
- Ondas refletidas em superfícies complexas;
- Interação de ondas eletromagnéticas com tecidos biológicos;
- Circuitos eletrônicos de alta velocidade com componentes ativos e não lineares;
- Dispositivos fotônicos (que trabalham com a luz).

Vale ressaltar que existem várias razões que fazem do FDTD ser um dos métodos mais difundidos e utilizados pela comunidade científica, dentre os quais podem-se destacar [3]:

- Facilidade de entender e programar (ampla bibliografia);

- O método FDTD não precisa fazer uso da álgebra linear, evitando com isso a limitação do tamanho das equações no domínio da frequência e modelos eletromagnéticos de elementos finitos;
- O método trata os fenômenos transitórios e os dependentes da frequência de forma natural. Sendo uma técnica no domínio do tempo, calcula diretamente a resposta transitória de um sistema eletromagnético, podendo fornecer formas de ondas temporais de banda ultralarga ou respostas senoidais de regime em qualquer frequência dentro do espectro de frequências;
- É um método explícito, ou seja, não requer a inversão de matrizes;
- Robustez: as fontes de erro no FDTD são bem conhecidas e podem ser limitadas para permitir modelos precisos em uma grande variedade de problemas eletromagnéticos;
- Trata não linearidades naturalmente: sendo uma técnica no domínio de tempo calcula diretamente a resposta não linear de um sistema eletromagnético;
- Aproximação sistemática: especificar uma nova estrutura requer somente a geração de uma nova malha;
- Capacidade de memória dos computadores vem crescendo rapidamente, tendendo positivamente para o avanço das técnicas numéricas;
- Capacidade de visualização dos programas computacionais também vem crescendo rapidamente, com vantagens para o método FDTD que gera vetores, com valores de campos obtidos nas interações computacionais, em número suficiente, para uso em animações gráficas coloridas permitindo a ilustração das dinâmicas dos campos eletromagnéticos.

O método FDTD surgiu em 1966 com Yee [1] para solucionar as equações rotacionais de Maxwell diretamente no domínio do tempo em um espaço discretizado. Em 1975 Taflove e Brodwin [4] obtiveram o correto critério de estabilidade do algoritmo de Yee apresentando mais informações para o desenvolvimento do método. O termo FDTD foi utilizado pela primeira vez em 1980 por Allen Taflove [5]. Em 1981 Mur [6] publicou a primeira condição de contorno absorvente (ABC) numericamente estável e com segunda ordem de precisão para a malha de Yee. Na década de 80 o FDTD foi utilizado para os problemas de espalhamento com o desenvolvimento em sua formulação da transformação campo próximo - campo distante [7]: desenvolvimento de técnicas para modelagem de superfícies curvas [8] e utilização na solução de vários

problemas, como a modelagem de microfitas ou microtiras [9]. Da década de 90 até o momento atual o método tem sido refinado e aumentaram suas aplicações. Dentre estes progressos pode-se destacar: o uso de permissividade elétrica variável com a frequência [10], a consideração de meios dispersivos não lineares na fabricação de dispositivos onde se tem propagação de pulso óptico [11], a modelagem de componentes eletrônicos [12-15], a criação da condição de contorno absorvente altamente efetiva (camadas perfeitamente casada – PML) e o método FDTD com estabilidade numérica independente do passo de tempo (ADI – FDTD) [16].

Além do método FDTD, existem outros métodos de cálculos numéricos aplicados na solução de problemas em eletromagnetismo, dentre os quais, podem-se destacar:

- Método dos Elementos Finitos (FEM) [17-19];
- Método dos Momentos (MOM) [20];
- Método Variacional (VM) [21];
- Método das Linhas de Transmissão (TLM) [22-23]
- Método de Monte Carlo (MCM) [24].

Cada método possui características próprias, que os tornam adequados na solução de determinados problemas, cada um com suas vantagens e desvantagens. Dependendo do problema, pode-se utilizar a associação de dois métodos (vantagens mútuas), gerando um método híbrido. A comparação entre os métodos [25] não é trivial. Na realidade o que faz um método melhor que o outro é o domínio de seu conhecimento, a disponibilidade de hardware, software, tempo de processamento, o problema a analisar e a precisão desejada nos resultados.

3.2 EQUAÇÕES DE MAXWELL

As equações que regem os fenômenos eletromagnéticos foram concebidas por *James Clerk Maxwell* (1831 – 1979). As leis estão relacionadas à variação dos campos (elétrico e magnético) provenientes de cargas e correntes elétricas, englobando todas as relações existentes entre as grandezas elétricas e magnéticas, explicando inclusive a propagação de ondas [3] [25-26].

3.2.1 LEI DE GAUSS PARA O CAMPO ELÉTRICO

A equação (3.1) mostra a lei de Gauss na forma diferencial, a qual estabelece que o fluxo elétrico através de uma superfície fechada é igual à carga elétrica contida no interior da superfície.

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = \rho_v, \quad (3.1)$$

onde, ϵ é a permissividade elétrica do meio (ou capacidade indutiva elétrica [27]) [F/m], \mathbf{E} é o vetor intensidade de campo elétrico [V/m], e ρ_v é a densidade volumétrica de carga [C/m³], $\epsilon \mathbf{E}$ é definido como sendo o vetor densidade de fluxo elétrico (\mathbf{D}).

3.2.2 LEI DE GAUSS PARA O CAMPO MAGNÉTICO

Esta lei é definida pela equação (3.2), a qual estabelece que o campo magnético é solenoidal, ou seja, o fluxo magnético através de uma superfície fechada é sempre nulo.

$$\nabla \cdot (\mu \mathbf{H}) = 0, \quad (3.2)$$

onde, μ é a permeabilidade magnética (ou capacidade indutiva magnética [27]) [H/m], \mathbf{H} é o vetor intensidade de campo magnético [A/m], e $\mu \mathbf{H}$ é definido como o vetor densidade de fluxo magnético (\mathbf{B}).

3.2.3 LEI DE FARADAY

A equação (3.3) demonstra que um campo magnético \mathbf{H} variável no tempo produz um campo elétrico \mathbf{E} que é rotacional a ele. O sinal negativo exprime a lei de Lenz, que estabelece que o rotacional do campo elétrico induzido tende a opor-se às variações do campo magnético.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu (\partial \mathbf{H} / \partial t) \quad (3.3)$$

3.2.4 LEI DE AMPÈRE

A equação (3.4) traduz a lei de Ampère, onde $\sigma \mathbf{E}$ é o vetor densidade de corrente elétrica \mathbf{J} [A/m^2], com σ sendo a condutividade elétrica do meio [S/m]. Esta equação demonstra que um campo elétrico \mathbf{E} variável no tempo com ou sem elementos de corrente \mathbf{J} geram um campo magnético \mathbf{H} rotacional as fontes geradoras. O termo $\varepsilon(\partial\mathbf{E}/\partial t)$, conhecido como vetor densidade de corrente de deslocamento, foi introduzido por Maxwell, dando suporte às ondas eletromagnéticas no espaço.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon (\partial\mathbf{E}/\partial t) \quad (3.4)$$

Uma onda eletromagnética pode ser representada pelas equações (3.3) e (3.4), que indicam que um campo magnético variante no tempo dá origem a um campo elétrico e vice-versa. Uma vez que exista a variação, os campos sempre coexistirão.

As equações de Maxwell na sua forma integral, para meios isotrópicos, são representadas matematicamente nas subseções seguintes.

3.2.5 LEI DE GAUSS NA FORMA INTEGRAL (para o campo elétrico)

A equação (3.5) é obtida através da integral volumétrica da equação (3.1) (Teorema da Divergência ou de Gauss), o que demonstra que o fluxo elétrico total em uma superfície fechada é igual à carga total englobada pela superfície.

$$\int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int \rho_v dv \quad (3.5)$$

3.2.6 LEI DE GAUSS NA FORMA INTEGRAL (para o campo magnético)

A equação (3.6) é obtida através da integral volumétrica da equação (3.2) (Teorema da Divergência ou de Gauss), o que demonstra que o fluxo magnético total através de uma superfície fechada é nulo, ou seja, as linhas de campo magnético são sempre fechadas.

$$\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (3.6)$$

3.2.7 LEI DE FARADAY NA FORMA INTEGRAL

A equação (3.7) é obtida mediante a integral de superfície da equação (3.3) (Teorema de Stokes), o que demonstra que uma força eletromotriz induzida (f.e.m) em um circuito fechado é dada pela circulação do vetor campo elétrico no circuito, sendo igual ao simétrico da taxa de variação no tempo do fluxo magnético no circuito.

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - (\partial/\partial t) \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (3.7)$$

3.2.8 LEI DE AMPÈRE NA FORMA INTEGRAL

A equação (3.8) é obtida mediante a integral de superfície da equação (3.4) (Teorema de Stokes). Esta equação demonstra que a corrente total através de um circuito fechado depende da circulação do vetor intensidade de campo magnético ao longo do circuito, e é igual a corrente de condução (se existente) mais a corrente de deslocamento (se existir).

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int [\sigma \mathbf{E} + (\partial \mathbf{D} / \partial t)] \cdot d\mathbf{S} \quad (3.8)$$

As equações de Maxwell de interesse especial neste trabalho são as equações (3.3) e (3.4), pois descrevem o comportamento de uma onda eletromagnética sob forma diferencial, associando os campos elétrico e magnético, próprio à forma de cálculo do método (as equações (3.7) e (3.8) poderiam ser utilizadas). Assim, é interessante apresentá-las na sua totalidade em um sistema de coordenadas retangulares (x,y,z). A partir da definição do operador rotacional [28], aplicada às referidas equações, chega-se às equações escalares (por componente):

$$\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial y} \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial z} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial x} \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial z} - \sigma \mathbf{E}_x \right) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial x} - \sigma \mathbf{E}_y \right) \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} - \sigma \mathbf{E}_z \right) \quad (3.14)$$

As equações acima descrevem qualquer onda eletromagnética em três dimensões. Muitas vezes, por simplicidade, deseja-se analisar problemas eletromagnéticos em duas dimensões. Para tal, é preciso definir a forma de propagação da onda eletromagnética. Baseado na formulação desenvolvida para guia de ondas [26] [28], a onda pode propagar-se basicamente em dois modos: o transversal elétrico (TE) e o transversal magnético (TM). No primeiro, os campos elétricos são normais à direção de propagação da onda e o campo magnético é paralelo a essa direção. No segundo, os campos magnéticos são normais à direção de propagação da onda e o campo elétrico é paralelo. Escolhendo a direção de propagação ao longo do eixo z, e assumindo simetria translacional, a dependência de campo em z pode ser removida [29]. Isto considera uma onda propagando-se na direção z. Assim, para o modo TE são necessárias somente as componentes \mathbf{H}_z , \mathbf{E}_x e \mathbf{E}_y e para o modo TM, \mathbf{E}_z , \mathbf{H}_x e \mathbf{H}_y , resultando para um meio com condutividade nula:

Modo TE

$$\frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial x} \right) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial y} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial t} = - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial x} \quad (3.17)$$

Modo TM

$$\frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \right) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial y} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial x} \quad (3.20)$$

3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições que um campo eletromagnético deve satisfazer nas vizinhanças da interface entre dois meios diferentes são denominadas *Condições de Contorno* [28], e são obtidas a partir das equações de Maxwell escritas na forma integral [26]. Na resolução de um problema eletromagnético, as condições de contorno são indispensáveis para a delimitação da região de análise, inserido informações necessárias para a solução do problema. As condições de contorno elétrica e magnética definidas para dois meios diferentes são:

3.3.1 ELÉTRICA

- Supondo dois meios (0 e 1) com permissividade dielétricas diferentes, conforme Figura 3.1 a, tem-se:
 - Campos Tangenciais:
Os campos tangenciais *são contínuos* na superfície dos meios: $E_{t0} = E_{t1}$
 - Campos Normais:
 - Supondo ou não existência de cargas elétricas entre a superfície dos meios, os campos normais *são descontínuos*. Para superfícies sem cargas: $\varepsilon_0 E_{0n} = \varepsilon_1 E_{1n}$.
 - Supondo que um dos meios seja um condutor perfeito (PEC, $\sigma = \infty$):
 - Campo Tangencial:
Nulo: ($E_t = 0$)
 - Campo Normal:
Igual à densidade superficial de cargas: $E_n \varepsilon_0 \varepsilon_r = \rho_s$

3.3.2 MAGNÉTICA

- Supondo dois meios (0 e 1) com permeabilidade magnéticas diferentes, conforme Figura 3.1 b, tem-se:

- Campos Tangenciais:

Os campos tangenciais *podem ou não ser descontínuos* na superfície dos meios.

Se existir uma densidade superficial de corrente K_s [A/m], então, $H_{t0} - H_{t1} = K_s$,

caso contrário $H_{t0} = H_{t1}$.

- Campos Normais:

Os campos normais *são descontínuos*: $\mu_0 H_{0n} = \mu_1 H_{1n}$.

- Supondo que um dos meios seja condutor:

- Campo Tangencial:

Igual à densidade superficial de corrente: $H_t = K_s$

- Campo Normal:

Nulo: ($H_n = 0$)

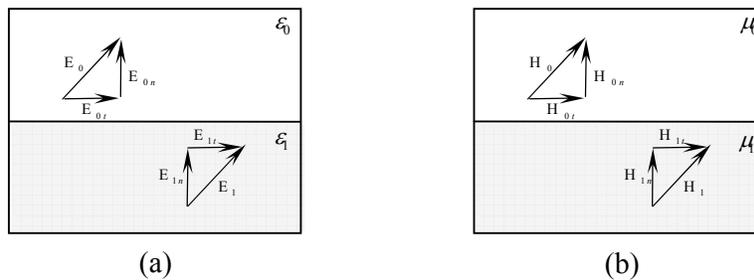


Fig. 3.1 – Condições de contorno entre dois meios diferentes: a) elétrica b) magnética.

No método FDTD, as condições de contorno são muito utilizadas para caracterizar a interface entre um meio qualquer e um condutor elétrico. Desta forma, é comum, por exemplo, o uso de metal e ar. Nas simulações, pode-se também utilizar um meio condutor magnético como ferramenta na solução de um determinado problema. Para facilitar a compreensão das condições de contorno entre um material condutor perfeito e um outro meio qualquer, a Figura 3.2 mostra o que acontece com os campos quando se passa de um meio para outro, considerando-se condutores elétrico (Figura 3.2.a) e para um condutor magnético (Figura 3.2.b) perfeitos.

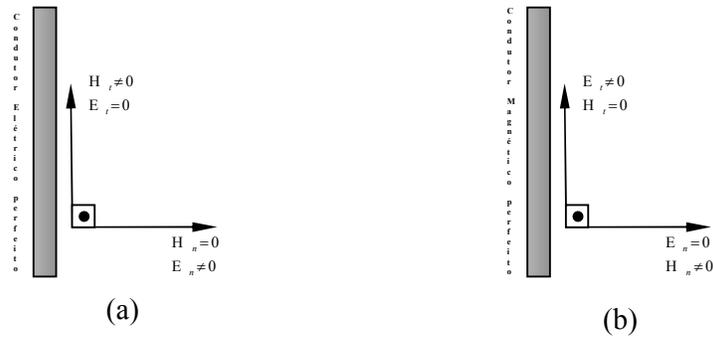


Fig. 3.2 Condições de contorno: a) condutor elétrico perfeito. b) condutor magnético perfeito.

3.4 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

O princípio do FDTD é baseado no método das diferenças finitas (FDM), desenvolvido por A. Thom em 1920 [30]. O FDM é uma técnica de aproximações transformando equações diferenciais em diferenças finitas (discretizadas). Essas aproximações são feitas algebricamente em uma região discretizada, que relaciona os valores das variáveis com pontos dentro da região de análise, chamados nós [31].

A solução de problemas pelo FDM envolve, basicamente, quatro passos:

- 1 – Discretização da região de análise;
- 2 – Aproximação numérica da equação diferencial de interesse em uma equação por diferenças finitas equivalentes, relacionando as variáveis independentes e dependentes com os nós na região;
- 3 – Imposição das condições de contorno;
- 4 – Resolução das equações discretizadas, considerando-se o item 3.

Dada uma função $f(x)$ como mostrado na Figura 3.3, sua derivada no ponto P pode ser aproximada de diversas maneiras como segue:

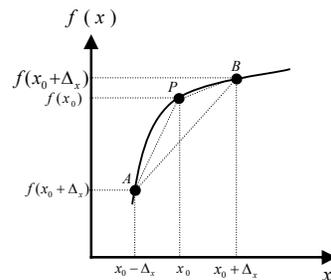


Fig. 3.3 Estimativa da derivada de $f(x)$ no ponto P, usando diferença finita à direita, à esquerda e central [31].

- Diferença à Direita (Derivada à direita)

Neste caso, a aproximação é feita considerando-se os pontos P e B, onde a reta que passa por esses pontos tem um ângulo de inclinação α com o eixo das abscissas. Tomando-se a tangente de α , resulta na equação (3.21).

$$f'(x_0) \simeq \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (3.21)$$

Vale ressaltar que por definição, tem-se que:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (3.21a)$$

e quando $\Delta x \rightarrow 0$, a igualdade abaixo torna-se verdadeira

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha \quad (3.21b)$$

onde α é o ângulo de inclinação da reta \overline{PB} com o eixo das abscissas.

- Diferença à Esquerda (Derivada à esquerda)

Seguindo-se a mesma linha de raciocínio e considerando-se os pontos A e P, tendo a reta que passa por esses pontos inclinação β , obtém-se:

$$f'(x_0) \simeq \operatorname{tg}(\beta) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (3.22)$$

Por definição,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (3.22a)$$

e quando $\Delta x \rightarrow 0$, a igualdade abaixo torna-se verdadeira

$$f'(x_0) = \text{tg}(\beta) \quad (3.22b)$$

onde β é o ângulo de inclinação da reta \overline{AP} com o eixo das abscissas.

- Diferença Central (Derivada centrada)

Aqui, a derivada no ponto P é aproximada pela tangente do ângulo γ de inclinação da reta que passa pelos pontos A e B, resultando:

$$f'(x_0) \simeq \text{tg}(\gamma) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (3.23)$$

Como, por definição,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (3.23a)$$

quando $\Delta x \rightarrow 0$, a igualdade abaixo torna-se verdadeira

$$f'(x_0) = \text{tg}(\gamma) \quad (3.23b)$$

onde γ é o ângulo de inclinação da reta \overline{AB} com o eixo das abscissas.

As equações (3.21), (3.22) e (3.23) acima são claramente uma aproximação para a derivada num ponto de uma função qualquer. Estas equações utilizam um Δx com valor diferente zero e a definição de derivada implicaria num Δx tendendo a zero. Assim, as referidas equações representam uma forma discreta da definição real de derivada.

Neste trabalho, a equação (3.23) serve de base para o método FDTD, ou seja, o método será aplicado com base na aproximação da derivada central em um ponto. Esta

equação apresenta precisão de segunda ordem em Δx (o erro da aproximação decresce com Δx^2) [4].

3.5 ALGORITMO DE YEE

Yee [1] introduziu um conjunto de equações diferenciais finitas para resolver as equações (3.9) - (3.14), ou seja, ele discretizou as equações que descrevem a propagação de uma onda eletromagnética em um sistema de coordenadas retangulares tridimensionais (x, y, z) . Assim, um ponto no espaço é definido como:

$$(x, y, z) \rightarrow (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (3.24)$$

e qualquer função dependente do espaço e do tempo,

$$F^n(i, j, k) = F(i\Delta, j\Delta, k\Delta, n\Delta t) \quad (3.25)$$

onde, neste trabalho considera-se, $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ é o incremento espacial, Δt é o incremento temporal, e i, j, k e n são números inteiros. Usando diferenças finitas centrais para as derivadas espaço-tempo de segunda ordem em Δ e Δt [4], resulta:

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F^n(i+1, j, k) - F^n(i, j, k)}{\Delta} + Er(\Delta^2) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+1}(i, j, k) - F^n(i, j, k)}{\Delta t} + Er(\Delta t^2) \quad (3.27)$$

onde Er é o erro de segunda ordem para Δ e Δt , introduzido pela discretização.

Para facilitar o entendimento da solução das equações de Maxwell por diferenças finitas no domínio do tempo e realizar todas as derivadas de (3.9) - (3.14). Yee posicionou as componentes dos campos \mathbf{E} e \mathbf{H} entorno de uma célula, como mostrado na Figura 3.4.

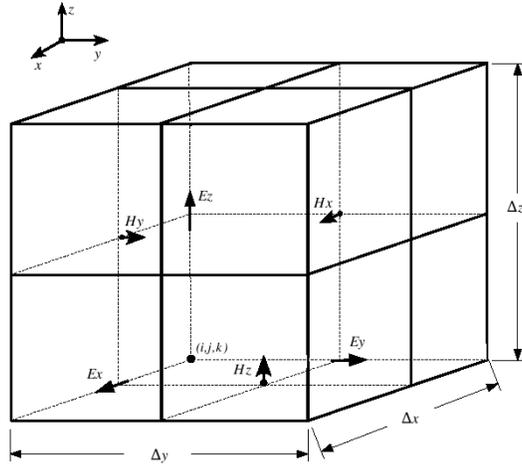


Fig.3.4– Posição das componentes de campo para uma célula estruturada de Yee

Para conseguir a precisão de (3.27), as componentes de E e H são calculadas alternadamente a cada meio passo de tempo. Essas considerações para as equações (3.9) – (3.14) resultam num sistema de equações de diferenças finitas definidas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_x^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) = & \mathbf{H}_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2) + \frac{\Delta t}{\mu(i, j+1/2, k+1/2)\Delta} \\ & \times [\mathbf{E}_y^n(i, j+1/2, k+1) - \mathbf{E}_y^n(i, j+1/2, k) + \\ & \mathbf{E}_z^n(i, j, k+1/2) - \mathbf{E}_z^n(i, j+1, k+1/2)] \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) = & \mathbf{H}_y^{n-1/2}(i+1/2, j, k+1/2) \frac{\Delta t}{\mu(i+1/2, j, k+1/2)\Delta} \\ & \times [\mathbf{E}_z^n(i+1, j, k+1/2) - \mathbf{E}_z^n(i, j, k+1/2) + \\ & \mathbf{E}_x^n(i+1/2, j, k) - \mathbf{E}_x^n(i+1/2, j, k+1)] \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) = & \mathbf{H}_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) \frac{\Delta t}{\mu(i+1/2, j+1/2, k)\Delta} \\ & \times [\mathbf{E}_x^n(i+1/2, j+1, k) - \mathbf{E}_x^n(i+1/2, j, k) + \\ & \mathbf{E}_y^n(i, j+1/2, k) - \mathbf{E}_y^n(i+1, j+1/2, k)] \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_x^{n+1}(i+1/2, j, k) &= \left[1 - \frac{\sigma(i+1/2, j, k) \Delta t}{\varepsilon(i+1/2, j, k)} \right] \mathbf{E}_x^n(i+1/2, j, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i+1/2, j, k) \Delta} \\
&\times [\mathbf{H}_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - \mathbf{H}_z^{n+1/2}(i+1/2, j-1/2, k) + \\
&\quad \mathbf{H}_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k-1/2) - \mathbf{H}_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2)]
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_y^{n+1}(i, j+1/2, k) &= \left[1 - \frac{\sigma(i, j+1/2, k) \Delta t}{\varepsilon(i, j+1/2, k)} \right] \mathbf{E}_y^n(i, j+1/2, k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j+1/2, k) \Delta} \\
&\times [\mathbf{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - \mathbf{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k-1/2) + \\
&\quad \mathbf{H}_z^{n+1/2}(i-1/2, j+1/2, k) - \mathbf{H}_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k)]
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_z^{n+1}(i, j, k+1/2) &= \left[1 - \frac{\sigma(i, j, k+1/2) \Delta t}{\varepsilon(i, j, k+1/2)} \right] \mathbf{E}_z^n(i, j, k+1/2) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j, k+1/2) \Delta} \\
&\times [\mathbf{H}_y^{n+1/2}(i+1/2, j, k+1/2) - \mathbf{H}_y^{n+1/2}(i-1/2, j, k+1/2) + \\
&\quad \mathbf{H}_x^{n+1/2}(i, j-1/2, k+1/2) - \mathbf{H}_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2)]
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Segundo a notação de Yee, cada nó corresponde a um vetor de campo, possuindo propriedades elétricas σ e ε para o \mathbf{E} e μ para o \mathbf{H} . Portanto, na geração da malha, essas propriedades são atribuídas às células. Logo, meios não-homogêneos são levados em conta naturalmente. Na fronteira entre dois ou mais meios é comum utilizar o valor médio das propriedades.

Da equação (3.28) até (3.33) utilizam $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ para simplificações na formulação (célula cúbica). Diferentes valores de Δx , Δy e Δz poderiam ser usados, o que acarretaria uma pequena mudança nas equações, o que é simples de ser feito.

Como se calculam as componentes de campo defasadas de meia célula, primeiro, por exemplo, calculam-se todas as componentes do campo magnético e depois todas as componentes de campo elétrico, onde o valor atual de campo magnético (elétrico) a ser calculado depende do seu valor anterior e dos valores de campo elétrico (magnético) anteriores.

As componentes dos campos, na célula de Yee, estão defasadas de meia célula ($\Delta/2$), além de permitir o uso de diferenças finitas centradas nas equações rotacionais de Maxwell (3.3) e (3.4), permitem naturalmente, dada à geometria, a implementação da forma integral das Leis de Faraday e Ampère nas faces da célula. O uso da integração permite uma modelagem simples e efetiva de superfícies curvas e com dimensões inferiores à da célula [32]. Na Figura 3.5 é exemplificada a geometria para integração.

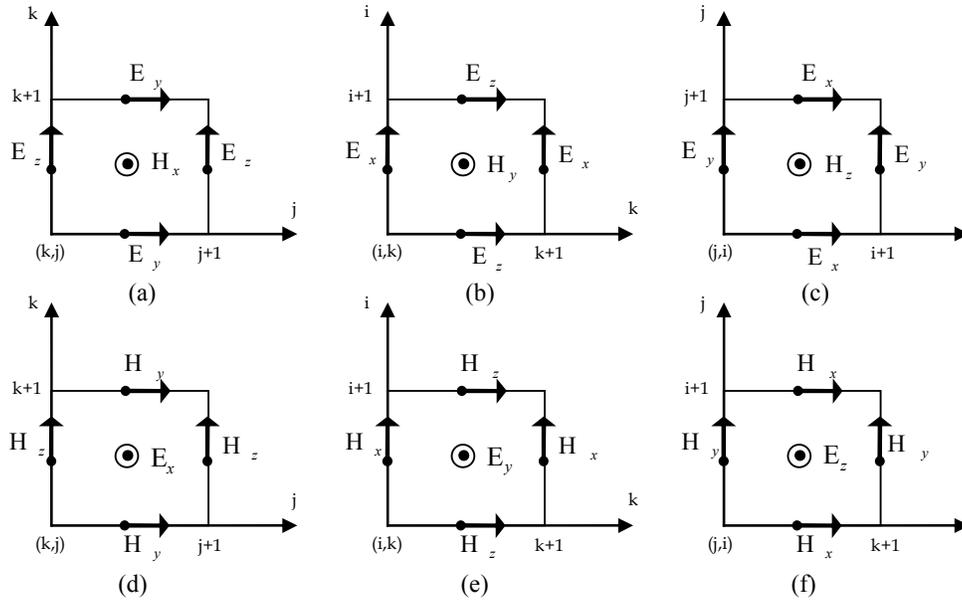


Fig. 3.5 Visualização das componentes de campo nas faces das células primária e secundária de Yee.

Como em matrizes e vetores não existem índices não inteiros, as equações de Yee são alteradas para programação. Na Figura 3.5 são apresentados os campos nas faces das células primária e secundária de Yee de maneira a facilitar a programação computacional. A componente no centro da face será calculada usando-se as componentes adjacentes na seguinte ordem: componente superior menos a inferior mais a componente lateral à esquerda menos a da direita. Por exemplo, para o cálculo de H_x em um instante de tempo n :

$$H_x(i, j, k) = H_x(i, j, k) + B [E_y(i, j, k+1) - E_y(i, j, k) + E_z(i, j, k) - E_z(i, j+1, k)] \quad (3.34)$$

onde $B = \Delta t / (\mu(i, j, k)\Delta)$ e os índices dos arrays representam a posição das componentes dos campos por célula, diferentemente do acontece nas equações (3.28)-

(3.33). O H_x à direita é calculado no instante de tempo $n-1$, assim como E_y e E_z . Os campos elétricos foram atualizados antes do magnético no mesmo laço de tempo. Como as matrizes de campo são independentes, a posição (i,j,k) para o H_x não é a mesma para o E_y por exemplo. Pela equação 3.34, as componentes de campo ocupam apenas uma posição de memória associada ao tempo. Para analisar as componentes de campo durante todo o processo de cálculo, estas componentes precisam ser armazenados a cada iteração.

3.6 PRECISÃO E ESTABILIDADE

Para obter precisão evitando erros de magnitude e fase nos campos analisados, os incrementos espaciais (Δx , Δy , Δz) usados no método FDTD devem ser pelo menos 10 vezes menores que o menor comprimento de onda (λ) presente no sistema ($\Delta \leq \lambda / 10$) [33]. Se forem utilizados diferentes valores de delta, o maior deve ser limitado por esse critério. Erros de precisão precisam ser minimizados, pois implicam em *dispersão numérica*, porque acarretam diferenças na velocidade de fase da onda eletromagnética, resultando em oscilações espúrias dentro do modelo.

Para que o FDTD seja estável, o incremento temporal (Δt), deve satisfazer ao seguinte critério [4] (condição de Courant):

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{max} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (3.35)$$

onde v_{max} é a máxima velocidade de fase da onda esperada no modelo.

Usando uma célula cúbica, a equação (3.41) torna-se:

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{max}} \frac{\Delta}{\sqrt{N}} \quad (3.36)$$

onde, N é um número correspondente à dimensão espacial usada no modelo (1D = 1, 2D = 2 ou 3D = 3) [31]. Quanto maior for N, menor será o tempo de simulação no modelo

para a obtenção de uma resposta. Em contrapartida, para uma melhor resolução em frequência o incremento espacial deve ser o menor possível. Pela equação 3.42, é claro que uma diminuição no Δ (uma malha mais fina), implica numa diminuição do Δt .

A frequência de amostragem (número de amostras obtidas por segundo) do modelo será igual ao inverso do incremento temporal, ou seja, $f_x = 1 / \Delta t$ [34]. Essa informação é útil na determinação do espectro de frequência dos sinais obtidos no FDTD.

Por fim, é importante mencionar que atualmente já existe uma variação do método FDTD com estabilidade numérica incondicional em relação ao incremento temporal (denominado de método ADI-FDTD) [35-36].

3.7 CONCLUSÕES

O método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) foi uma ferramenta largamente utilizada na elaboração deste trabalho, uma vez que, os fenômenos aqui tratados são de natureza eletromagnética, de soluções analíticas complexas, os quais tornariam as soluções inviáveis, lançando-se mão, portanto desse método. O método FDTD não precisa fazer uso da álgebra linear, evitando com isso a limitação do tamanho das equações no domínio da frequência.

Embora essa ferramenta possua alguns óbices, como fonte de erros, por exemplo, o fato é que esses erros são bem compreendidos e podem ser minimizados, fazendo com que as respostas sejam bem próximas da analítica.

REFERÊNCIAS

- [1] YEE, K. S., “Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell’s Equations in Isotropic Media”, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. AP-4, No. 3, May 1966, pp. 302-307.
- [2] WEXLER, A., “Computation of Electromagnetic Fields”, *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-17, No. 8, Aug. 1969, pp. 416-439.
- [3] TAFLOVE, A. and Susan C. H., “*Computation Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method*”, Artech House, 2nd ed., 2000.
- [4] TAFLOVE, A. and Morris E.B., “Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell’s Equations”, *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-23, No. 8, Aug. 1975, pp. 623-630.
- [5] TAFLOVE, A., “Application of the Finite-Difference Time-Domain Method to Sinusoidal Steady-State Electromagnetic-Penetration Problems”, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-22, No. 3, Aug. 1980, pp. 191-202.
- [6] MUR, G., “Absorbing Boundary Conditions for Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations”, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-23, No. 4, Nov. 1981, pp. 337-382.
- [7] UMASHANKAR, K. and Taflove, A., “A Novel Method to Analyze Electromagnetic Scattering of Complex Objects”, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-24, No. 4, Nov. 1982, pp. 397-405.
- [8] UMASHANKAR, K., Taflove, A. and Becker, B., “Calculation and Experimental Validation of Induced Currents on Coupled Wire in an Arbitrary Shaped Cavity”, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 35, 1987, pp. 1248-1257.
- [9] ZHANG, X., J. Fang, K. K. Mei, and Y. Liu, “Calculation of the Dispersive Characteristics of Microstrips by Time-Domain Finite-Difference Method”, *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 36, 1988, pp. 263-267.

- [10] LUEBBER, R., F. Hunsberger, K. Kunz., R. Standler, and M. Scheider, "A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for Dispersive Materials", *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. 32, No. 3, Aug. 1990, pp. 222-227.
- [11] GOORJIAN, P. M. and A. Taflove, "Direct Time Integration of Maxwell's Equation in Nonlinear Dispersive Media for Propagation and Scattering of Femtosecond Electromagnetic Solutions", *Optics Letters*, Vol. 17, 1992, pp. 180-182.
- [12] SUI, W., D. A. Christensen, and C.H. Durney, "Extending the Two-dimensional FDTD Method to Hybrid Electromagnetic Systems with Active and Passive Lumped Elements", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 40, 1992, pp. 724-730.
- [13] TOLAND, B., B. Houshmand, and T. Itoh, "Modeling of Nonlinear Active Regions With the FDTD Method", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 3, 1993, pp. 333-335.
- [14] THOMAS, V. A., M. E. Jones, M. J. Picket-May, A. Taflove, and E. Harrigan, "The Use of SPICE Lumped Circuits as Sub-Grid Models for FDTD High-Speed Electronic Circuit Design", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 4, 1994, pp. 141-143.
- [15] GEDNEY, S., and F. Lansing, "A Parallel Planar Generalized Yee Algorithm for the Analysis of Microwave Circuit Devices", *Int'l. J. for Numerical Modeling (Electronic Networks, Devices, and Fields)*, Vol. 8, May-Aug. 1995, pp. 249-264.
- [16] ZHENG, F., Z. Chen, and J. Zhang, "Three-Dimensional Unconditionally Stable Finite-Difference Time-Domain Method", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, 2000.
- [17] CHARI, M. V. K. and P.P. Silvester, "*Finite Elements in Electric and Magnetic Field Problems*", John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [18] NATHAN, Ida, and João P. A. Bastos, "*Electromagnetics and Calculation of Fields*", Springer-Verlang, 2nd ed., 1997.

- [19] CARPES, Walter Pereira Jr., “Modélisation Tridimensionnelle Par Eléments Finis Destinée Aux Analyses de Propagation D’onde set de Compatibilité Electromagnétique”, *Thèse, Univ. de Paris-Sud (Paris XI) U. F. R. Scientifique D’Orsay*, Jun. 2000. (in French).
- [20] HARRINGTON, R. F., “*Field Computation by Moment Methods*”, Macmillan, New York, 1968.
- [21] CAIRO, L., and T. Kahan, “*Varational Techniques in Electromagnetics*”, Gordon & Breach, New York, 1965.
- [22] JOHNS, P. B. and B. L. Beurle, “*Numerical Solution of 2 Dimensional Scattering Problems Using a Transmission-Line-Matrix*”, *Proc. IEE*, Vol. 118, No. 9, Sep. 1971, pp. 1203-1208.
- [23] ALMAGUER, Hugo Armando Dominguez, “Contribuição ao Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (TML) e sua Aplicação aos Estudos em Bioeletromagnetismo”, *Tese, Univ. Fed. De Santa Catarina, Brasil, Dept. de Eng. Elétrica*, Mar. 2003.
- [24] ROYER, G. M., “A Monte Carlo Procedure for Potential Theory of Problems”, *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-19, No. 10, Oct. 1971, pp. 813-818.
- [25] SADIKU, Matthew N. O., and Andrew F. Peterson, “A Comparison of Numerical Methods for Computing Electromagnetic Fields”, *IEEE Proc.* -1990 Southeast, Session 2B1, pp. 42-47.
- [26] BALANIS, Constantine A., “*Advanced Engineering Electromagnetics*”, John Wiley & Sons Inc., 1 st ed., 1989.
- [27] SILVER, Samuel, “*Microwave Antennas Theory and Design*”, McGraw-Hill Book Company Inc., London, 1949.
- [28] SADIKU, Matthew N. O., “*Elements of Electromagnetics*”, Oxford Univ. Press. Inc., New York, 3rd ed., 2001.
- [29] NAVAROO, E. A., and V. Such, “Study of TE and TM Modes in Waveguides of Arbitrary Cross-Section Using an FD-TD Formulation”, *IEE Proc.-H*, Vol. 139, No. 6, Dec. 1992, pp. 491-494.
- [30] THON, A., and C. J. Apelt, “*Field Computations in Engineering and Physics*”, D. Van Nostrand, London, 1961.

- [31] SADIKU, Matthew N. O., “*Numerical Techniques in Electromagnetics*”, CRC Press. Inc., 1992.
- [32] TAFLOVE, Alen, and Korada R. Umashankar, “Finite-Difference Time-Domain (FD-TD) Modeling of Electromagnetic Wave Scattering and Interaction Problems”, *IEEE Antennas and Propagation Soc. Newsletter*, Apr. 1988, pp. 5-20.
- [33] TAFLOVE, Alen, and Korada R. Umashankar, “The Finite-Difference Time-Domain (FD-TD) Method for Numerical Modeling of Electromagnetic Scattering”, *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 25, No. 4, July. 1989, pp. 3086-3091.
- [34] OPPENHEIM, Alan V., Ronald W. Shafer, and John R. Buck, “*Discret-Time Signal Processing*”, Prentice Hall, New Jersey, 2nd ed., 1999.
- [35] ZHENG, F., Z. Chen, and J. Zhang, “Three-Dimensional Unconditionally Stable Finite-Difference Time-Domain Method”, *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, 2000.
- [36] NAKAHATA, Mateus Teruyuki, “Estudo da Precisão do Método ADI-FDTD na Simulação da Propagação de Ondas Guiadas”, *Dissertação de Mestrado. Univ. Fed. Do Paraná*, Brasil, Abr. 2002.

CAPÍTULO IV

CONDIÇÕES DE CONTORNO ABSORVENTES (ABC)

4.1 INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, os métodos FDTD (método diferenças finitas no domínio do tempo), o FEM (método dos elementos finitos), MOM (método dos momentos) e outros, apresentam dificuldades quando da implementação computacional, quando tratam de problemas de região aberta, devendo, portanto, a região de análise ser truncada, para manter as exigências de recursos computacionais razoáveis. Estas condições não podem ser derivadas diretamente das equações de Maxwell e assim, condições de radiação auxiliares devem ser usadas [1], as quais não devem causar reflexões espúrias das ondas que incidam nas paredes absorventes. O objetivo é tornar essas paredes invisíveis para qualquer onda eletromagnética dentro da região de análise. Vários métodos foram propostos para tratar do truncamento da região de análise, como, por exemplo: a condição simples apresentada por Taflove e Brodwin [2], a condição absorvente de MUR de primeira e segunda ordem de precisão [3], Higdon [4], Liao [5], método de operação complementar (COM) [6], U-PML (PML uniaxial) [7], condições de limite absorventes de Engquist-Majda (ABC's) [8], que é baseada na equação de onda de sentido único. Combinado também o método FEM com o método dos momentos (MOM) temos um esquema híbrido [9]. Neste método híbrido, o método FEM é aplicado dentro da região de análise e o método MOM é aplicado no contorno. As camadas absorventes de espessura finita também foram estudadas recentemente, por Berenger [10], o qual introduziu esse método eficiente chamado de “método de camadas perfeitamente casadas” (PML). Este fornece uma relação entre os campos na região de análise e aqueles nas camadas de PML para todos os ângulos de incidência e frequência dos campos, de modo que depois de penetrar na PML as ondas são atenuadas significativamente não havendo reflexão de volta à região de análise. Berenger formulou esta técnica para uso no método FDTD. Neste trabalho foram consideradas ABC's para meios isotrópicos, homogêneos, lineares, não dispersivos e sem perdas [11]. A aplicação para meios não-homogêneos segue a dedução das ABC's , associada à

mudança de meio e de velocidade de propagação da onda. Para problemas muito complexos às vezes é melhor aumentar a malha de estudo e adaptar as condições absorventes ao problema.

4.2 CAMADAS PERFEITAMENTE CASADAS - PML

A técnica PML [12] é uma condição absorvente considerada perfeitamente casada porque ondas eletromagnéticas podem passar de uma camada para outra sem reflexão na interface entre as mesmas, para qualquer ângulo de incidência e frequência. Isto é conseguido introduzindo um meio especialmente projetado para o fim de absorção. A PML é formada por camadas absorventes colocadas em torno do domínio de estudo, podendo ser colocada bem próxima à estrutura a ser estudada. Suas características são escolhidas de acordo com o problema que se deseja solucionar [13].

Após o desenvolvimento da PML foi possível desenvolver a simulação de câmaras anecóicas com atenuação superior a 60dB [14]. Este foi um dos grandes passos dados para em benefício ao método FDTD na década de 90.

Considere-se um problema eletromagnético 2D que possui as componentes E_x , E_y e H_z (modo TE_z). No meio PML as equações de Maxwell podem ser escritas como:

$$\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (4.2)$$

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} + \sigma^* H_z = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (4.3)$$

onde, σ^* é a condutividade magnética do meio.

Para que não haja reflexão, a seguinte condição deve ser satisfeita [12]:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (4.4)$$

Então, para o Modo TE, as seguintes equações substituem as de Maxwell na PML:

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial t} + \sigma_y \mathbf{E}_x = \frac{\partial (\mathbf{H}_{zx} + \mathbf{H}_{zy})}{\partial y} \quad (4.5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial t} + \sigma_x \mathbf{E}_y = \frac{\partial (\mathbf{H}_{zx} + \mathbf{H}_{zy})}{\partial x} \quad (4.6)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* \mathbf{H}_{zx} = -\frac{\partial \mathbf{E}_y}{\partial x} \quad (4.7)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* \mathbf{H}_{zy} = -\frac{\partial \mathbf{E}_x}{\partial y} \quad (4.8)$$

onde, $\mathbf{H}_z = \mathbf{H}_{zx} + \mathbf{H}_{zy}$.

Como a componente \mathbf{H}_z é decomposta em duas “sub-componentes”, \mathbf{H}_{zx} e \mathbf{H}_{zy} , para o cálculo do campo elétrico entre o vácuo e a PML usa-se $\mathbf{H}_z = \mathbf{H}_{zx} + \mathbf{H}_{zy}$. A Figura 4.1 ilustra a PML em 2 dimensões. A PML termina em um condutor perfeito, aplicando-se aí as adequadas condições de contorno.

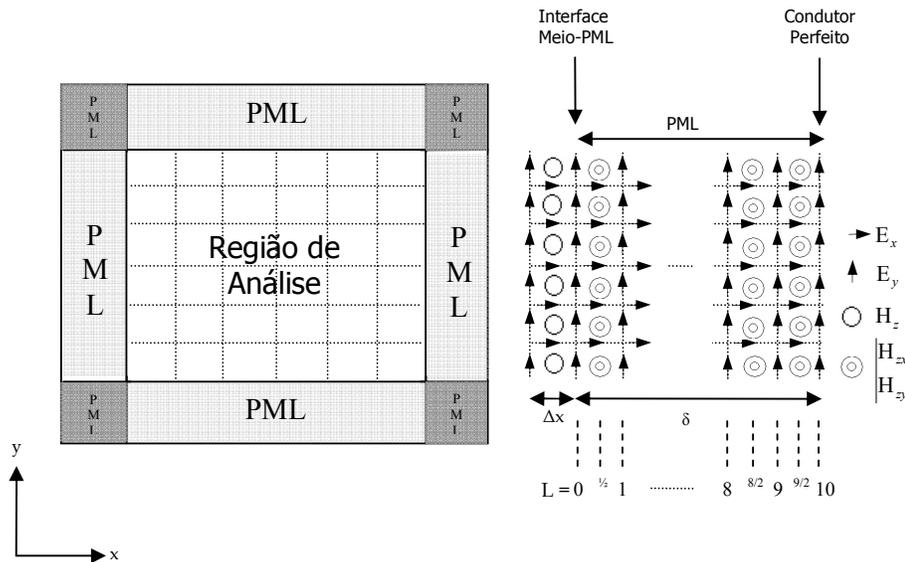


Fig. 4.1 PML circundando uma malha bidimensional.

Para o caso TM, as equações na PML são dadas por:

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial t} + \sigma_y^* \mathbf{H}_x = - \frac{\partial (\mathbf{E}_{zx} + \mathbf{E}_{zy})}{\partial y} \quad (4.9)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial t} + \sigma_x^* \mathbf{H}_y = - \frac{\partial (\mathbf{E}_{zx} + \mathbf{E}_{zy})}{\partial x} \quad (4.10)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{zx}}{\partial t} + \sigma_x \mathbf{E}_{zx} = \frac{\partial \mathbf{H}_y}{\partial x} \quad (4.11)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{zy}}{\partial t} + \sigma_y \mathbf{E}_{zy} = \frac{\partial \mathbf{H}_x}{\partial y} \quad (4.12)$$

onde, $\mathbf{E}_z = \mathbf{E}_{zx} + \mathbf{E}_{zy}$.

As condutividades inclusas na PML promovem a absorção da energia eletromagnética, dissipando-a. Existem diferentes condutividades para contemplar todas as possíveis direções de propagação das ondas eletromagnéticas em contato com a camada absorvente.

O princípio da PML é relativamente simples e é obtido pela modificação das equações clássicas para o casamento entre meios de tal forma a não haver reflexão independente do ângulo de incidência e frequência da onda eletromagnética. A subdivisão das componentes dos campos é estendida para o caso tridimensional [15], onde cada uma das componentes de campo, que aparecem nas equações de Maxwell, são divididas em duas componentes cada. Assim, para a PML 3D os campos elétrico e magnético são divididos, resultando em doze “sub-componentes”, $\mathbf{E}_{xy}, \mathbf{E}_{xz}, \mathbf{E}_{yz}, \mathbf{E}_{yx}, \mathbf{E}_{zx}, \mathbf{E}_{zy}, \mathbf{H}_{xy}, \mathbf{H}_{xz}, \mathbf{H}_{yz}, \mathbf{H}_{yx}, \mathbf{H}_{zx}, \mathbf{H}_{zy}$. Logo, as equações de Maxwell são escritas como:

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{xy}}{\partial t} + \sigma_y \mathbf{E}_{xy} = \frac{\partial (\mathbf{H}_{zx} + \mathbf{H}_{zy})}{\partial y} \quad (4.13)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{xz}}{\partial t} + \sigma_z \mathbf{E}_{xz} = - \frac{\partial (\mathbf{H}_{yz} + \mathbf{H}_{yx})}{\partial z} \quad (4.14)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{yz}}{\partial t} + \sigma_z \mathbf{E}_{yz} = - \frac{\partial (\mathbf{H}_{xy} + \mathbf{H}_{xz})}{\partial z} \quad (4.15)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{yx}}{\partial t} + \sigma_x \mathbf{E}_{yx} = - \frac{\partial (\mathbf{H}_{zx} + \mathbf{H}_{zy})}{\partial x} \quad (4.16)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{zx}}{\partial t} + \sigma_x \mathbf{E}_{zx} = - \frac{\partial (\mathbf{H}_{yz} + \mathbf{H}_{yx})}{\partial x} \quad (4.17)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}_{zy}}{\partial t} + \sigma_y \mathbf{E}_{zy} = - \frac{\partial (\mathbf{H}_{xy} + \mathbf{H}_{xz})}{\partial y} \quad (4.18)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* \mathbf{H}_{xy} = - \frac{\partial (\mathbf{E}_{zx} + \mathbf{E}_{zy})}{\partial y} \quad (4.19)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{xz}}{\partial t} + \sigma_z^* \mathbf{H}_{xz} = \frac{\partial (\mathbf{E}_{yz} + \mathbf{E}_{yx})}{\partial z} \quad (4.20)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{yz}}{\partial t} + \sigma_z^* \mathbf{H}_{yz} = - \frac{\partial (\mathbf{E}_{xy} + \mathbf{E}_{xz})}{\partial z} \quad (4.21)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{yx}}{\partial t} + \sigma_x^* \mathbf{H}_{yx} = \frac{\partial (\mathbf{E}_{zx} + \mathbf{E}_{zy})}{\partial x} \quad (4.22)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* \mathbf{H}_{zx} = - \frac{\partial (\mathbf{E}_{yz} + \mathbf{E}_{yx})}{\partial x} \quad (4.23)$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{H}_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* \mathbf{H}_{zy} = - \frac{\partial (\mathbf{E}_{xy} + \mathbf{E}_{xz})}{\partial y} \quad (4.24)$$

onde, $\mathbf{H}_x = \mathbf{H}_{xy} + \mathbf{H}_{xz}$, $\mathbf{H}_y = \mathbf{H}_{yz} + \mathbf{H}_{yx}$, $\mathbf{H}_z = \mathbf{H}_{zx} + \mathbf{H}_{zy}$

$\mathbf{E}_x = \mathbf{E}_{xy} + \mathbf{E}_{xz}$, $\mathbf{E}_y = \mathbf{E}_{yz} + \mathbf{E}_{yx}$, $\mathbf{E}_z = \mathbf{E}_{zx} + \mathbf{E}_{zy}$

Os campos na fronteira entre o domínio de estudo e a PML devem ser calculados usando-se as relações acima. Para a implementação da PML falta determinar as condutividades (que introduzem a anisotropia no meio) e o número de camadas absorventes que se deseja, de acordo com o grau de reflexão a se obter. Em princípio, o fator de reflexão pode ser tão pequeno quanto se queira, bastando aumentar a espessura da **PML** (δ) e (ou) a condutividade $\sigma(\rho)$. Na prática, uma certa reflexão numérica acontece dependendo de δ e $\sigma(\rho)$ [12]. Os passos necessários para o cálculo das condutividades são:

- Escolha da espessura da **PML**, ou seja, δ . Valores comuns: $N=[6,10]$, camadas ($N \times \Delta = \delta$).
- A reflexão desejada R , normalmente menor que 1%, neste trabalho foi utilizado $R = 0,0001$ ou 0,01%.
- Escolha da variação da condutividade: linear, parabólica ou geométrica.

Para o cálculo das condutividades linear ou parabólica usa-se:

1. Cálculo da condutividade da camada mais externa: $n = 1$ para linear e $n = 2$ para parabólica:

$$\sigma_m = -\frac{\varepsilon_0 c \ln(R)}{(2 / (n + 1)) \delta} \quad (4.25)$$

2. Cálculo da condutividade da primeira camada $L = 0$, usado no cálculo dos campos elétricos.

$$\sigma(0) = \frac{\sigma_m}{(n + 1) 2^{n+1} N^n} \quad (4.26)$$

3. Cálculo das condutividades para $L > 0$ e interno, usado no cálculo dos campos elétricos.

$$\sigma(L) = \sigma(0) \left[(2L + 1)^{n+1} - (2L - 1)^{n+1} \right] \quad (4.27)$$

4. Cálculo das condutividades para $L > 0$ e fracionário, usado no cálculo dos campos magnético.

$$\sigma^*(L) = \frac{\sigma(L)\mu_0}{\varepsilon_0} \quad (4.28)$$

O fator de crescimento geométrico da condutividade é representado por g (valores maiores que 2 são usuais [13]). Para o cálculo dessa condutividade usa-se:

1. Cálculo da condutividade auxiliar na interface região de análise-PML:

$$\sigma_0 = -\frac{\varepsilon_0 c}{2\Delta} \frac{\ln(g)}{(g^N - 1)} \ln(R) \quad (4.29)$$

2. Cálculo da condutividade da primeira camada $L = 0$, usado no cálculo dos campos elétricos.

$$\sigma_0 = \sigma_0 \frac{g - 1}{\sqrt{g \ln(g)}} g^L \quad (4.30)$$

3. Cálculo das condutividades para $L > 0$ e interno, usado no cálculo dos campos elétricos

$$\sigma(L) = \sigma_0 \frac{g - 1}{\sqrt{g \ln(g)}} g^L \quad (4.31)$$

4. Cálculo das condutividades para $L > 0$ e fracionário, usado no cálculo dos campos magnético.

$$\sigma(L) = \frac{\sigma(L)\mu_0}{\varepsilon_0} \quad (4.32)$$

Como as componentes de campo elétrico e magnético estão defasadas de meio Δ , as condutividades elétrica e magnética também o estão. Assim, o casamento de impedância, que significa igual adsorção para os campos elétrico e magnético, não é

perfeitamente alcançado pelo processo numérico no FDTD. Desta forma, na teoria a PML é perfeitamente absorvente, mais na prática existe uma pequena fração de reflexão.

Para garantir a estabilidade dos resultados, duas condições devem ser satisfeitas. Uma diz respeito à condutividade da primeira camada e é dada por:

$$\sigma(0) < \frac{2\pi \epsilon_0}{T_t} \quad (4.33)$$

onde T_t é o tempo total de simulação.

A segunda diz que a razão da variação das sucessivas condutividades deve ser menor que um determinado valor, denominado S .

$$\sigma \frac{(L+1/2)}{\sigma(L)} \leq S \quad (L=0, 1/2, 3/2, \dots) \quad (4.34)$$

O parâmetro S depende do problema a ser solucionado e é estimado empiricamente [13]. Geralmente testa-se a PML para ver se os parâmetros estão corretos. A variação da condutividade satisfaz automaticamente à equação (4.34), sendo $\sqrt{g} = S$.

A PML 3D não é simples de programar face aos vários detalhes que precisam ser considerados, tais como: diferentes condutividades e dependência com as coordenadas x , y e z ; resolução de 12 equações FDTD; cuidados especiais devem ser tomados na relação entre as equações a serem usadas na região de análise e na PML e a locação de matrizes para cobrir a malha toda. Portanto, muitas vezes é preferível utilizar uma ABC mais simples e fácil de programar, ainda que se aumentem as reflexões numéricas.

Em 1996, Gedney [11] propõe uma interpretação física para a PML de Berenger, introduzindo a anisotropia uniaxial de forma a eliminar as componentes de campo auxiliares (*split field*) usadas por Berenger. Esta formulação denominou-se U-PML (*Uniaxial-Perfectly Matched Layers*) [11, 14-17] e foi desenvolvida como segue:

No domínio da frequência, as equações de Maxwell podem ser expressas por:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (4.35)$$

e

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon \vec{E} \quad (4.36)$$

nas quais os termos em **negrito** representam a versão fasorial dos campos eletromagnéticos. A idéia é inserir tensores para promover a anisotropia uniaxial na U-PML, da seguinte maneira (incluindo as perdas elétricas):

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega[\mu]\vec{H} \quad (4.37)$$

e

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega[\epsilon]\vec{E} + \vec{J} \quad (4.38)$$

Os tensores das equações (4.35) e (4.36) são expressos, respectivamente, por $[\epsilon]=\epsilon[S]$ e $[\mu]=\mu[S]$, onde $[S]$ é dado por:

$$[S] = \begin{pmatrix} \frac{1}{S_x} S_y S_z & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S_y} S_x S_z & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{S_z} S_x S_y \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

na qual os termos S_α são números complexos dados por:

$$S_\alpha = K_\alpha + \frac{\sigma_\alpha}{1 + j\omega\epsilon_o} \quad (4.40)$$

onde, $\alpha = x, y, z$. Para se evitar convoluções, quando as equações forem passadas para o domínio do tempo, as seguintes variáveis são definidas.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_x &= \frac{S_z}{S_x} \mathbf{E}_x ; \mathbf{P}_y = \frac{S_x}{S_y} \mathbf{E}_y ; \mathbf{P}_z = \frac{S_y}{S_z} \mathbf{E}_z \\ \mathbf{P}'_x &= S_y \mathbf{P}_x ; \mathbf{P}'_y = S_z \bar{\mathbf{P}}_y ; \mathbf{P}'_z = S_x \mathbf{P}_z ; \end{aligned} \quad (4.41)$$

Realizando a substituição das variáveis, passado para o domínio do tempo e utilizando diferenças centradas para substituir as derivadas, chega-se, para atualizar a componente E_x .

$$\mathbf{P}_x'^{n+1}(i, j, k) = \frac{\mathbf{P}_x'^n(i, j, k) \left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{\sigma}{2} \right]}{\left(\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2} \right)} + \frac{1}{\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}} \times$$

$$\times \left[\frac{\mathbf{H}_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - \mathbf{H}_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)}{\Delta y} - \frac{\mathbf{H}_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - \mathbf{H}_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1)}{\Delta z} \right] \quad (4.42)$$

$$\mathbf{P}_x^{n+1}(i, j, k) = \mathbf{P}_x^n(i, j, k) \left[\frac{\mathbf{K}_y - \sigma_y \frac{\Delta t}{2\varepsilon_0}}{\mathbf{K}_y + \sigma_y \frac{\Delta t}{2\varepsilon_0}} \right] + \frac{1}{\mathbf{K}_y + \sigma_y \frac{\Delta t}{2\varepsilon_0}} \left(\mathbf{P}_x'^{n+1} - \mathbf{P}_x'^n \right) \quad (4.43)$$

$$\mathbf{E}_x^{n+1}(i, j, k) = \mathbf{E}_x^n(i, j, k) \left[\frac{\mathbf{K}_z - \frac{\sigma_z \Delta t}{2\varepsilon_0}}{\mathbf{K}_z + \frac{\sigma_z \Delta t}{2\varepsilon_0}} \right] + \frac{1}{\mathbf{K}_z + \frac{\sigma_z \Delta t}{2\varepsilon_0}} \times \left[\mathbf{P}_x^{n+1} \left(\mathbf{K}_x + \frac{\sigma_x \Delta t}{2\varepsilon_0} \right) - \mathbf{P}_x^n \left(\mathbf{K}_x - \frac{\sigma_x \Delta t}{2\varepsilon_0} \right) \right] \quad (4.44)$$

Vale ressaltar que estas equações devem ser atualizadas nesta seqüência. Para as demais componentes de campo, incluindo as do campo magnético, o mesmo procedimento é adotado para obter-se as equações em diferenças finitas.

4.3 CONCLUSÕES

Na elaboração deste trabalho, a aplicação dos conceitos das condições de contorno absorvente (ABC), foi fundamental, uma vez que quando trabalhamos com o FDTD, esbarramos no problema da implementação computacional, onde temos que truncar a região de análise. Neste trabalho foi utilizado como ferramenta, a PML (Camadas Perfeitamente Casadas) que atende ao fim que se destina, dado que, as ondas

eletromagnéticas são atenuadas para todos os ângulos de incidência dos campos, evitando com isso a reflexão, o que não seria interessante para os resultados das simulações.

REFERÊNCIAS

- [1] TAFLOVE, Allen, "Application of the Finite-Difference Time-Domain Method to Sinusoidal Steady-State Electromagnetic-Penetration Problems", *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-22, No. 3, Aug. 1980, pp. 191-202.
- [2] TAFLOVE, Allen, and Morris E. Brodwin, "Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-23, No. 8, Aug. 1975, pp. 623-630.
- [3] MUR, Gerrit, "Absorbing Boundary Conditions for Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations", *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-23, No. 4, Nov. 1981, pp. 337-382.
- [4] HIGDON, R. L., "Absorbing Boundary Condition for Difference Approximations to the Multidimensional Wave Equation", *Math. Of Computation*, Vol. 47, 1986, pp. 437-459.
- [5] LIAO, Z., Wong H., Yang B., and Yuan Y., "A Transmitting Boundary for Transient Wave Analyses", *Sci, Sinica (series A)*, XXVII, 1984, pp. 1063-1076.
- [6] RAMAHI, O.M., "The Complementary Operators Method in FDTD Simulations", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 39, No. 6, Dec. 1997, pp. 33-45.
- [7] ZIOLKOWSKI, R. W., "Time-Derivative Lorentz Materials and Their Utilization as Electromagnetic Absorbers", *Physical Review E*, Vol. 55, pt. B., 1997, pp. 7696-7703.
- [8] B. Engquist e A. Majda, "Condições de limite absorventes para a simulação numérica das ondas", *math. Comput.*, vol. 31, pp. 629-651, 1977.
- [9] M. W. Ali, T. H. Hubing e J. L. Drewniak, "Uma técnica híbrida FEM/MoM para dispersar eletromagnético e radiação dos objetos dielétricos com fios unidos," *transporte de IEEE na compatibilidade eletromagnética*, novembro 1997.
- [10] J. P. Berenger, "Uma camada perfeitamente combinada para a absorção de ondas eletromagnéticas", *J. Comp(s). Phy*, vol. 114, pp. 185-200, outubro 1994.

- [11] GEDNEY, Stephen D., “An Anisotropic Perfectly Matched Layer-Absorbing Medium for the Truncation of FDTD Lattices”, *IEEE Trans. On Antennas and Propagation*, Vol. 44, No. 12, Dec. 1996, pp. 1630-1639.
- [12] BERENGER, J.P., “A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves”, *J. Computational Physics*, Vol. 114, 1994, pp. 185-200.
- [13] BERENGER, J.P., “A Perfectly Matched Layer for the FDTD Solution of Wave-Structure Interaction Problems”, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 44, No. 1, Jan. 1996, pp. 110-117.
- [14] HOCKANSON, David M., “Perfectly Matched Layers Used as Absorbing Boundaries in a Three-dimensional FDTD Code”, *Technical Report, UMR EMC Laboratory*.
- [15] BERENGER, J.P., “Three-dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves”, *J. Computational Physics*, Vol. 127, 1996, pp. 363-379.
- [16] Almeida, J. F., dos Santos R. O. e Sobrinho, C. L. da S. S., “Técnica Computacional para Implementação de Condições de Fronteira Absorvente UPML - por FDTD: Abordagem Completa,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 3, no. 5, pp. 377–382, Dec. 2005.
- [17] Tuma, Eduardo T., “Proposta de um novo modelo para análise dos comportamentos transitório e estacionário de sistemas de aterramento, utilizando-se o método FDTD”, *Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2006.*

CAPÍTULO V

PROCESSAMENTO PARALELO

5.1 INTRODUÇÃO

Diversas aplicações procuram lançar mão de multi-processamento para obter um melhor desempenho, a começar pelos próprios sistemas operacionais ou serviço de busca na internet. Em computação paralela os programas são executados em processadores paralelos para alcançar altas taxas de desempenho e, geralmente, existem tantos processos quantos processadores, tentando resolver um problema de forma mais rápida ou um problema maior no mesmo intervalo de tempo.

5.2 OBJETIVO E CONCEITO DE PROCESSAMENTO PARALELO

Um cluster é um conjunto de computadores (heterogêneos ou não) conectados em rede para o desenvolvimento de processamento em paralelo. Ou seja, as máquinas são conectadas via rede para formarem um único “computador” [1].

O processamento paralelo consiste em dividir uma tarefa em suas partes independentes e na execução de cada uma destas partes em diferentes processadores.

5.3 O QUE SE PRECISA SABER

Para que possamos desenvolver programas usando processamento paralelo em um cluster de computadores, precisamos ter o domínio de um conjunto de conceitos, que envolvem:

- Os diferentes tipos de processamento paralelo;
- As bibliotecas utilizadas para distribuição do processamento, processos, threads, PVM e MPI.
- Como desenvolver algoritmos e códigos utilizando processamento paralelo. Isto é, como desenvolver as rotinas dos programas usando processamento paralelo.

Para maiores detalhes consulte a bibliografia [1-12].

5.4 TIPOS DE PROCESSAMENTO PARALELO

Descrevem-se a seguir os diferentes tipos de estruturas utilizadas para implantar o processamento paralelo.

5.4.1 PROCESSAMENTO PARALELO COM SWAR (SIMD WITHN A REGISTER)

Consiste em utilizar as instruções MMX disponibilizadas pelos processadores (Pentium MMX), para realizar tarefas em paralelo. Requer programação em baixo nível. Observe que com *swar* você pode fazer processamento paralelo em uma máquina com um único processador.

5.4.2 PROCESSAMENTO PARALELO COM SMP (SYMETRIC MULTI PROCESSOR)

SMP é uma sigla que designa computadores com mais de um processador com as mesmas características, daí o termo Symetric Multi Processor. Os processadores compartilham o mesmo BUS e a mesma memória.

Requisitos – Os programas devem ser desenvolvidos com uso de múltiplas threads (multi- threadings) ou múltiplos – processos (multi – processing).

Vantagens – Relatividade fácil de programar.

Desvantagens – Requer máquinas com dois ou mais processadores (são máquinas caras).

5.4.3 PROCESSAMENTO PARALELO COM CLUSTER BEOWULF

Beowulf é uma tecnologia de cluster que agrupa computadores rodando GNU / Linux para formar um supercomputador virtual via processamento paralelo (distribuído). Veja maiores detalhes em [9, 13-17].

Requisitos – Conjunto de computadores (sem teclado, sem monitor e sem mouse) conectados em rede para processamento paralelo (uso exclusivo). Requer o uso de uma biblioteca de mensagens como PVM ou MPI, ou o uso de múltiplos processos com o Mosix.

Vantagens – Manutenção facilitada, redução do numero de problemas ocasionados pela instalação de pacotes desnecessários. Menor custo das máquinas e de manutenção.

Desvantagens – As máquinas tem seu uso limitado ao processamento definido pelo servidor.

5.5 BIBLIOTECAS PARA DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS UTILIZANDO PROCESSAMENTO PARALELO

Os programas podem ser desenvolvidos utilizando-se processos, threads, ou sistemas de troca de mensagens PVM, MPI.

Os dois grandes padrões para troca de mensagens em clusters, são o *Parallel Virtual Machine* (PVM) e o *Message Passing Interface* (MPI). O PVM é o padrão mais antigo, é realmente o nome de uma biblioteca. O MPI é a novidade na área, é um padrão com varias implementações criadas principalmente por universidades e algumas suportadas comercialmente por empresas (adaptado de [1]).

5.6 PROCESSOS

De um modo geral, os computadores com sistemas operacionais multitarefa disponibilizam um conjunto de funções para divisão e compartilhamento do processador e da memória. Estes sistemas costumam disponibilizar demandas no Kernel que possibilitam a criação de múltiplos processos. Se a máquina tem mais de um processador, o sistema operacional distribui os processos pelos processadores.

No GNU/Linux e nas variantes do Unix, um processo pode ser clonado com a função *fork*. A comunicação entre os processos é feita de forma simplificada com o uso de *pipes*.

Requisitos – Requer o aprendizado do uso das instruções *fork* (para clonar processos) e *pipe* (para comunicação entre os processos).

Vantagens – Pode ser utilizado com Mosix, não sendo necessário acrescentar mecanismo de distribuição dos processos.

Desvantagens – O Mosix só é disponível na plataforma GNU/LINUX.

5.7 THREADS

Threads são múltiplos caminhos de execução que rodam concorrentemente na memória compartilhada e que compartilham os mesmos recursos e sinais do processo pai. Uma *thread* é um processo simplificado, mais leve ou “*light*”, custa pouco para o sistema operacional, sendo fácil de criar, manter e gerenciar.

Requisitos – Requer o conhecimento da biblioteca de programação com *threads* (também conhecida como *Pthreads*).

Vantagens – Em poucas palavras é o pacote definitivo para o desenvolvimento de programação em larga escala no Linux, [3]. Relativamente fácil de programar. O GNU/Linux em total suporte ao *Pthreads*.

Desvantagens – Não pode ser utilizado com MOSIX.

5.8 PVM (PARALLEL VIRTUAL MACHINE)

É a biblioteca mais utilizada para processamento distribuído. É o padrão de fato da indústria de software.

O PVM se baseia em duas primitivas básicas: i) envie mensagem e ii) receba mensagem. É de fácil utilização, mas não é tão poderoso quando comparado com o MPI.

O usuário deve configurar as máquinas para que sejam as mais idênticas possíveis, facilitando a manutenção e estabelecendo uma relação de confiança entre elas. Usar *rhosts* e *rsh* é a forma mais simples de conseguir isso. O usuário roda o gerenciamento do PVM, adiciona máquinas ao *cluster* e depois simplesmente executar o programa feito usando as bibliotecas PVM. Veja mais detalhes em [3, 5, 9, 18].

Requisitos – Para o desenvolvimento dos programas é necessário conhecer a biblioteca PVM. É um sistema explícito, ou seja, cabe ao programador dividir as tarefas através da troca de mensagens.

Vantagens – Possibilita o uso do processamento distribuído. É o mais utilizado. Alguns programas de engenharia e matemática geram código automaticamente para o PVM.

Desvantagens – Não é mais o padrão. O desenvolvimento dos programas fica bem mais complicado quando comparados com *threads*.

5.9 MPI (MESSAGE PASSING INTERFACE)

É um método que inclui conceitos novos como *rank* (cada processo tem uma identificação única, crescente), *group* (conjunto ordenado de processos) e *communicator* (uma coleção de grupos), que permitem um gerenciamento mais complexo (e inteligente) do uso de cada máquina do cluster.

O MPI tem opções mais avançadas (que o PVM), como envio de mensagens *broadcast* (para todas as máquinas do *cluster*) e *multicast* (para um grupo específico de máquinas), assim como um melhor controle sobre o tratamento que cada mensagem terá ao ser recebida por outro ponto do cluster. A configuração da MPI depende da implementação utilizada e algumas delas chegam a instalar *front-ends* para compiladores em C e FORTRAN, mas a forma geral de uso é semelhante.

Requisitos – Requer o conhecimento de um sistema bastante complexo de troca de mensagens, o MPI. É um método explícito. Usa o serviço *rsh*.

Vantagens – É o novo padrão para processamento distribuído, embora ainda seja menos utilizado que o PVM, é mais simples.

Desvantagens – Na prática significa apresentar uma nova linguagem de programação. É um padrão da indústria com várias implementações individuais (incompatíveis).

5.10 -PARALELISMO E O MÉTODO FDTD

Em [19] é possível encontrar uma abordagem detalhada sobre a paralelização do método FDTD. Para tanto, basta enviar as componentes de campo tangenciais ao plano de interface entre as máquinas vizinhas. As componentes do campo elétrico são enviadas sempre para trás e as do campo magnético para frente. A Fig. 5.1 ilustra a troca de componentes de campo entre dois subdomínios (plano $x-z$).

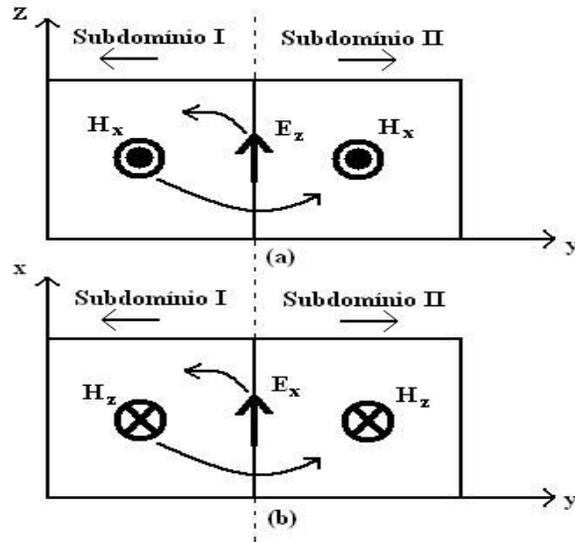


Fig. 5.1 Troca de componentes de campo entre dois subdomínios utilizando a biblioteca MPI (plano x - z).

5.11 CONCLUSÕES

O uso do processamento paralelo em um cluster é uma ferramenta extremamente poderosa, possibilitando o desenvolvimento de simulações avançadas em sistemas de baixo custo. Como visto, os computadores podem ser utilizados para processamentos comuns de dia e para processamentos pesados à noite e nos finais de semana, aproveitando melhor o parque de máquinas instaladas.

Os programadores precisam aprender os conceitos básicos de processamento paralelo e as diferentes formas de distribuição do processamento (processos, *threads*, PVM, MPI), além de ter um profundo conhecimento da teoria envolvida no objeto de paralelização (método FDTD, neste caso).

REFERÊNCIAS

- [1] GUILHERME, W. M., “Super-Computador a Preço de Banana”, *Revista do Linux*, Vol. 2., 1999.
- [2] DAVID, R. B., “*Programming with POSIX (R) Threads*”, Addison-Wesley, 1987.
- [3] HANK, D., “Linux Parallel Processing HOWTO”, <http://yara.ecn.purdue.edu/pplinux/PPHOWTO/pphowto.html>, 1998.
- [4] AL, G., ADAN, B., and JACK, D., “*PVM: Parallel Virtual Machine*”, MIT Press, 1994.
- [5] CAMERON, H., and TRACEY, H., “*Object Oriented Multithreading using C⁺⁺: architectures and components*”, Vol. 1. John Wiley Sons, 2 ed., 1997.
- [6] BRIAN, M., “Introduccion to multi-thread programming”, *Linux Journal*, april 1999.
- [7] PETER, P., “*Parallel Programming With MPI*”, Morgan Kaufmann Publishers, 1996.
- [8] Linux Threads Programming. Matteo dell omodarme.
- [9] JACEK, R., and DOUGLAS, E., “Beowulf HOWTO”, <http://www.sci.usq.edu.au/staff/jacek/beowulf/BDP>, 1998.
- [10] BRYAN, S., “Faq-threads”, <http://serpentine.com/bos/threads-faq/>, 1996.
- [11] TOM, W., and DOM, T., “*Getting started with posix threads*”, University of Massachusetts at Amherst, july 1995.
- [12] BARRY, W., and C. Michael Allen, “*Parallel Programming: Techniques and Applications Using Workstation and Parallel Computers*”, Prentice Hall, 1999.
- [13] DANIEL, R., DANIEL, S., DONALD, B., CHANCE, R., THOMAS, S., and PHILLIP, M., “A design study of alternative network topologies for the Beowulf parallel workstation”, *Fifth IEEE International Symposium on High Performance Distributed Computing*, 1996.
- [14] PHILLIP, M., THOMAS, S., BECKER, D. R., DONALD, B., and PHILLIP, M., “Harnessing the power of parallelism in a pile-of-pcs”, *IEEE Aerospace*, 1997.
- [15] DANIEL, S., BRUCE, F., KELVIN, O., DONALD, J. Becker., and THOMAS, S. “Communication overhead for space science applications on the Beowulf parallel workstation”, *High Performance and Distributed Computing*, 1995.

- [16] DANIEL, S., JOHN, E., DORBAND, U. A., RANAWAK, C. V., DONALD, J. Becker., and THOMAS, S., “Beowulf: A parallel workstation for scientific computation”, *International Conference on Paralllel Processing*, 1995.
- [17] DANIEL, S., MICHEL, R., THOMAS, S., DONALD, J. Becker., and CHANCE, R., “Achieving a balanced low-cost architecture for mass storage management through multiple fast etheenet channels on the Beowulf parallel workstation”, *International Parallel Processing Symposium*, 1996.
- [18] KURT, W., “*Linux Programming Unleashed*”, Vol. 1. SAMS, 2 ed., 2001.
- [19] Oliveira, Rodrigo M. e S. de, “Estudo Tridimensional da Propagação Eletromagnética em Canais Outdoor Através do Método de Implementação B-FDTD com Processamento Paralelo”. *Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2004.*

CAPÍTULO VI

RESULTADOS

6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se: o ambiente computacional (*LANESAGS*) usado nas simulações, assim como os resultados obtidos para a estratificação do solo utilizando-se do método de Wenner, e para a determinação da resistência de terra de um sistema de aterramento. Os resultados aqui obtidos mostram-se perfeitamente coerentes com a teoria relacionada, ratificando a versatilidade, a precisão e a facilidade de uso do *LANESAGS*, na solução de problema envolvendo a teoria eletromagnética.

6.2 CONFIGURAÇÃO DO SOFTWARE *LANESAGS*

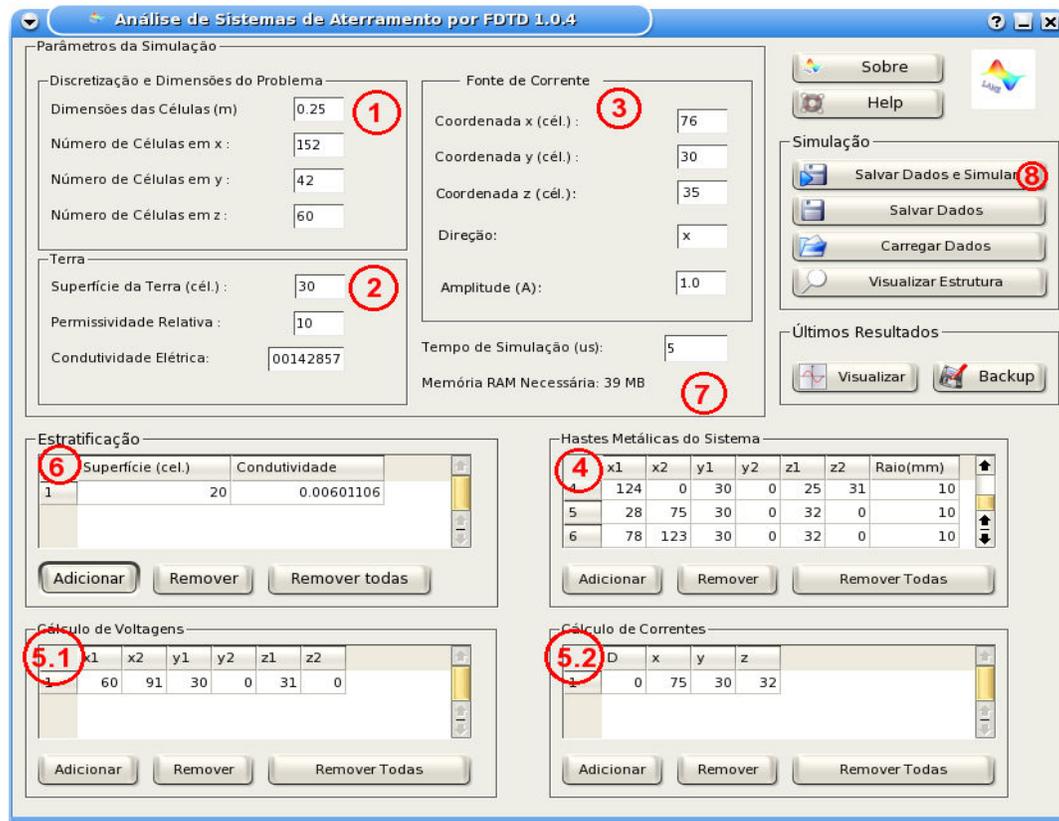


Fig. 6.1 Interface gráfica do software *LANESAGS*.

Para as simulações realizadas neste trabalho, foi utilizado o software *LANESAGS* [1]. Com este software, é possível construir ambientes e configurações de aterramento simples e complexos a partir da entrada de dados em uma interface gráfica para usuários (*Graphical User Interface* – GUI), cuja janela principal pode ser vista na Figura 6.1.

Para realizar uma simulação, os seguintes dados devem ser inseridos no software, via interface gráfica (Figura 6.1):

- ❖ **DISCRETIZAÇÃO DO PROBLEMA (1)**
 - Dimensão da célula cúbica de Yee
 - Número de células em cada direção (x , y e z)
 - aqui levam-se em conta as células utilizadas pela região absorvente U-PML
 - ❖ **CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DO SOLO (2)**
 - Célula da superfície do solo
 - Condutividade elétrica
 - Permissividade elétrica
 - ❖ **FONTE DE CORRENTE (3)**
 - Posição (célula)
 - Direção (x, y ou z)
 - Amplitude (A)
 - ❖ **HASTES FINAS (4)**
 - Direção e Coordenadas
 - Raio do condutor cilíndrico
 - ❖ **CÁLCULOS AUXILIARES (5)**
 - Tensões entre pontos desejados **(5.1)**
 - Corrente em um ponto desejado **(5.2)**
 - definir a direção
 - ❖ **INCLUSÃO DAS CAMADAS NO SOLO (6)**
 - Superfície das camadas
 - Condutividade das camadas
 - ❖ **TEMPO DE SIMULAÇÃO (7)**
 - Especificar o tempo em μs .
 - ❖ **INICIAR A SIMULAÇÃO (8)**
-

Para efeito de simulação do método de Wenner nos solos apresentado neste trabalho, bem como, a obtenção da resistência de aterramento, foi utilizado como fonte de excitação o pulso de tensão mostrado na Figura 6.2 [2], que é expresso por:

para $t \leq 1,5T_f$

$$V_S(t) = V_{\max} (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}) \text{sen}^2(\omega_0 t) / A_0 \quad (6.1)$$

para $t > 1,5T_f$

$$V_S(t) = V_{\max} (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}) / A_0 \quad (6.2)$$

onde, $\alpha_1 = 1,931471/T_f$, $\alpha_2 = 2,558427/T_t$, $\omega_0 = \pi/(3T_f)$,

$$A_0 = e^{\alpha_1 t_0} - e^{\alpha_2 t_0}, \quad t_0 = \ln\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) / (\alpha_1 - \alpha_2),$$

nas quais,

$V_S(t)$ = é a tensão instantânea

V_{\max} = é a voltagem de pico

T_f = é o tempo de frente de onda (0.063µs)

T_t = é o tempo de cauda (500µs).

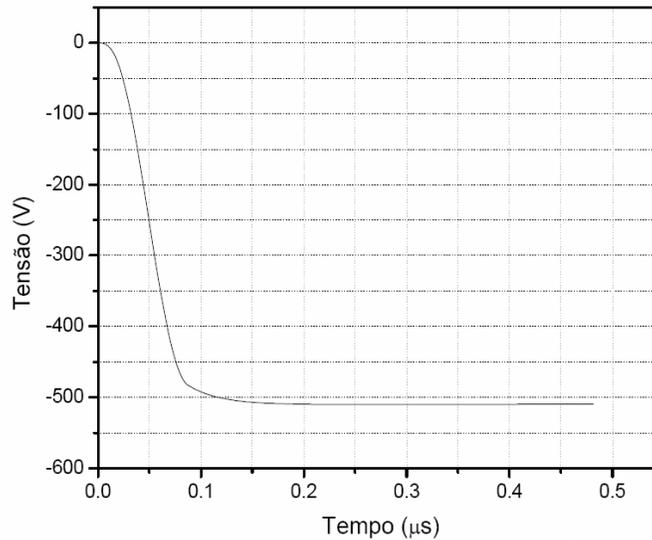


Fig. 6.2. Forma de onda do pulso de tensão aplicado (Fonte de excitação).

6.3 ANÁLISE DO SOLO DE UMA CAMADA (SOLO HOMOGÊNEO) PELO MÉTODO DE WENNER

Neste primeiro exemplo apresentam-se os resultados relacionados à análise do solo homogêneo usando-se a metodologia de Wenner no ambiente *LANESAGS*. Para tal, considere um solo de uma camada, como mostrado na Figura 6.3a. Nesta figura, o solo é considerado como tendo apenas uma resistividade e de espessura infinita com resistividade elétrica de $8.600 \Omega.m$.

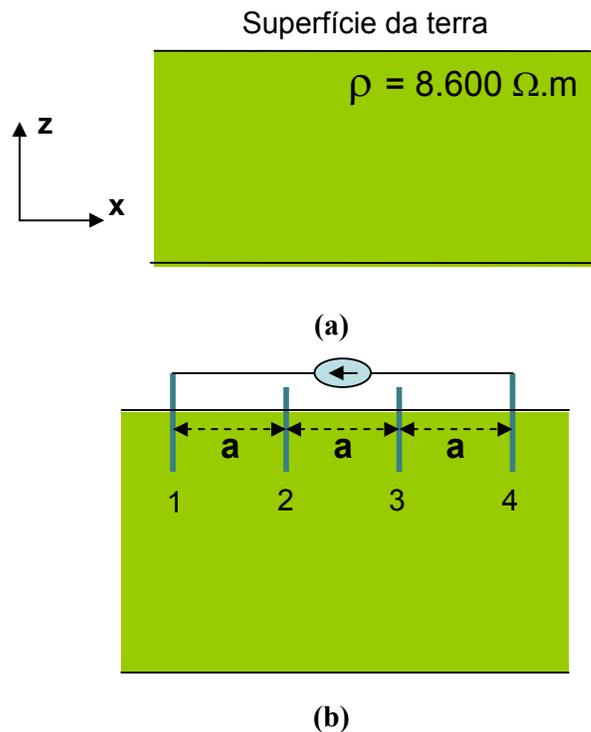


Fig. 6.3: a) Solo homogêneo ou de uma camada e b) estrutura dos eletrodos instalada.

Para a análise deste solo, a estrutura da Figura 2.4, reproduzida na Figura 6.3b, foi construída no ambiente *LANESAGS*. Desta forma, um domínio de análise com as seguintes dimensões, foi gerado:

Direção $x \rightarrow$ variando entre 208 células e 336 células, conforme o afastamento (a) entre as hastes;

Direção $y \rightarrow$ 150 células;

Direção $z \rightarrow$ 140 células.

Depois da inserção dos dados no ambiente gráfico do software *LANESAGS*, foi gerado a estrutura de análise apresentado na Figura 6.4.

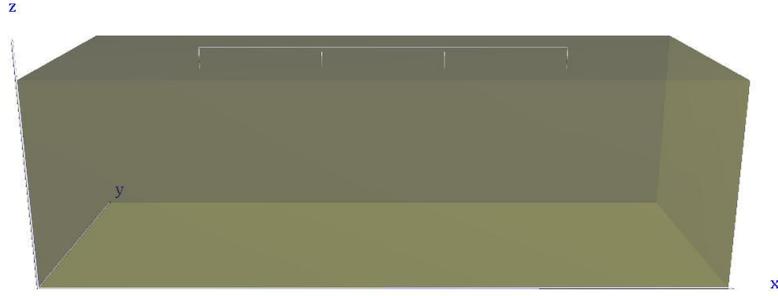


Fig. 6.4 Estrutura de análise, utilizando-se do método de Wenner, para um solo homogêneo.

Para efeito de simulação do método de Wenner, assumiu-se o afastamento (**a**) entre as hastes igual a 1, 2, 4, 8 e 16m.

As hastes 1, 2, 3 e 4 da Figura 6.3b, assim como o cabo de conexão entre as hastes 1 e 4, têm raio de 10mm de seção transversal. As hastes tiveram 0,128m de seus comprimentos enterrado no solo. As hastes 1 e 4 têm comprimento total de 0,768m, enquanto que as hastes 2 e 3 têm comprimento de 0,256m. O cabo de conexão entre as hastes 1 e 4 tem comprimento horizontal equivalente à $3a$, abatendo-se deste valor o comprimento da aresta de uma célula que corresponde ao comprimento da fonte, estando este posicionado a 0,64m (cinco células) acima da superfície do solo. Neste condutor foi posicionado um gerador de corrente, o qual é constituído de uma fonte de tensão em série com uma resistência de 435 ohms [3], posicionados entre as hastes 2 e 3. A fonte foi ajustada de forma a produzir um tempo de frente de onda de 0,063 microsegundo, tempo de cauda de 500 microsegundo e tensão de pico de 515 Volts.

A simulação foi realizada considerando-se a região de análise discretizada em células, onde $\Delta x = \Delta y = 0,25m$ e $\Delta z = 0,128m$.

Os condutores usados em todas as simulações foram considerados perfeitos. A permissividade elétrica relativa da terra foi considerada igual a 10 e sua permeabilidade magnética relativa foi considerada unitária. Para efeito de cálculo da tensão entre os extremos das hastes 2 e 3, a seguinte equação foi usada.

$$V_{23} = -\int_2^3 \vec{E} dl \approx -\sum_{i=i_2}^{i_3} E_x^i \Delta x \quad (6.3)$$

onde,

\vec{E} = é o vetor intensidade de campo elétrico (v/m),

E_x = é a componente, na direção **x**, do vetor \vec{E} .

A seguir mostram-se os resultados obtidos, curva resistividade x tempo, para os diversos valores de **(a)** mencionada acima.

Os resultados das simulações no que tange a resistividade do solo, juntamente com aqueles encontrados na literatura [4] para diversos valores de **(a)**, mostram uma excelente aproximação entre os mesmos. Esses resultados comprovam a potencialidade do *LANESAGS* que foi implementado para analisar tantos solos homogêneos (apenas uma camada) como solos estratificados a partir do método de Wenner, permitindo, com isso, fazer novas análises, com vista à solução de problemas de sistema de aterramento.

6.3.1 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO HOMOGÊNEO PARA OS AFASTAMENTOS **(a)** DE 1, 2, 4, 8 e 16m ENTRE AS HASTES.

A resistência elétrica obtida numericamente pela razão entre a tensão nos extremos das hastes 2 e 3 e a corrente da haste 4 para a 1 é substituída na equação 2.1, combinada com a equação 2.2. Resultando nas curvas das resistividades do solo em função do tempo (Figura 6.5), onde os valores destas em estado estacionário, tendem para o valor da resistividade do solo em questão, que possui uma resistividade de 8.600 $\Omega.m$, temos, portanto diferenças aceitáveis entre os valores simulados e o valor real.

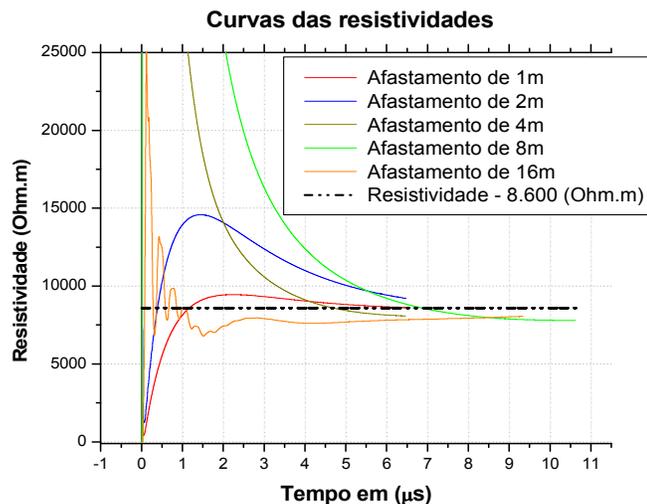


Fig. 6.5 Curvas das resistividades para diversos afastamentos, em um solo homogêneo.

Pelo que se pode observar na Figura 6.5, as curvas das resistividades para os diversos afastamentos **(a)**, gravitam em torno do valor real da resistividade do solo que é de 8.600 $\Omega.m$, demonstrando com isso, a potencialidade do método.

Observa-se que para os afastamentos maiores, isto é, 4, 8 e 16m as curvas de resistividades, apresentam um valor de pico muito elevado, isso se deve ao fato de que a amplitude dessas curvas depende basicamente da permissividade elétrica do solo, e conseqüentemente da capacitância que é gerada por conta das hastes.

As hastes paralelas funcionam como as placas de um capacitor, e o solo que se encontram entre elas faz às vezes do dielétrico. Como é sabido, a capacitância varia em função da distância entre as placas e da permissividade do dielétrico, portanto quando variam-se os afastamentos entre as hastes e a permissividade do solo, tem-se as respectivas capacitâncias influenciando na amplitude do sinal.

Na Tabela 6.1 é feito um resumo dos resultados obtidos através das duas técnicas, a apresentada em [4] e a apresentada neste trabalho, assim como a diferença entre os resultados (desvio relativo em %).

Tabela 6.1 – Comparação entre os resultados (solo homogêneo)

Afastamento (m)	Resistividade do solo ($\Omega.m$)	Resistividade ($\Omega.m$) FDTD	Desvio (%)
1	8.600	8.623,57	0,27
2	8.600	9.213,96	7,13
4	8.600	8.085,33	5,98
8	8.600	7.800,01	9,30
16	8.600	8.060,41	6,27

6.4 ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO DE DUAS CAMADAS PELO MÉTODO DE WENNER

Nesta seção, apresentam-se agora os resultados relacionados à estratificação do solo usando-se a metodologia de Wenner no ambiente *LANESAGS*. Para tal experimento, considera-se um solo de duas camadas, como mostrado na Figura 6.6a. Nesta figura, o solo é considerado como tendo duas camadas, sendo a mais próxima da superfície da terra com espessura de 2,5m e resistividade elétrica de 700 $\Omega.m$ e a outra considerada de espessura infinita e resistividade de 166,36 $\Omega.m$.

Para a análise deste solo, a estrutura da Figura 2.4, reproduzida na Figura 6.6b, foi construída no ambiente *LANESAGS*, onde, um domínio de análise com as seguintes dimensões, foi gerado:

Direção x → variando entre 42 células e 414 células, conforme o afastamento (a) entre as hastes;

Direção y → 42 células;

Direção z → 60 células.

Para efeito de simulação do método de Wenner, assumiu-se o afastamento (a) entre as hastes igual a 1, 2, 4, 6, 8 e 16m.

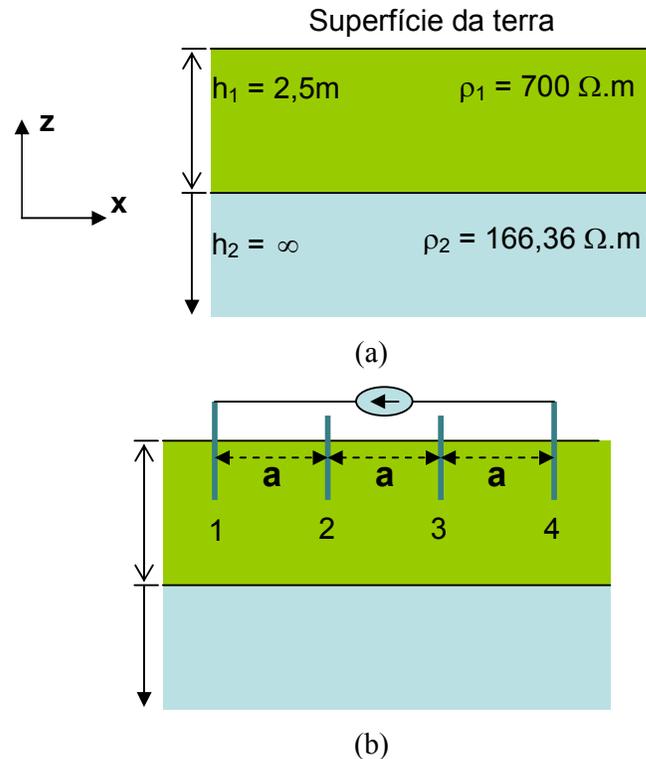


Fig. 6.6: a) Solo estratificado em duas camadas e b) estrutura dos eletrodos instalada.

As hastes 1, 2, 3 e 4 da Figura 6.6b, assim como o cabo de conexão entre as hastes 1 e 4, têm raio de 10mm de seção transversal. As hastes tiveram 1,25m de seus comprimentos enterrado no solo. As hastes 1 e 4 têm comprimento total de 1,75m, enquanto que as hastes 2 e 3 têm comprimento de 1,5m. O cabo de conexão entre as hastes 1 e 4 tem comprimento horizontal equivalente à $3a$, abatendo-se deste valor o comprimento da aresta de uma célula que corresponde ao comprimento da fonte, estando este posicionado a 0,5m (duas células) acima da superfície do solo. Neste condutor foi posicionado um gerador de corrente, o qual é constituído de uma fonte de tensão em série com uma resistência de 435 ohms [3], posicionados entre as hastes 2 e 3. A fonte utilizada para excitação foi a mesma do experimento anterior, isto é, com um

tempo de frente de onda de 0,063 microsegundo, tempo de cauda de 500 microsegundo e tensão de pico de 515 Volts.

A simulação foi realizada, considerando-se a região de análise discretizada em células cúbicas de Yee, onde $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,25\text{m}$. Com o intuito de satisfazer a condição de Courant, utilizou-se um intervalo de tempo $\Delta t = 481,452$ nanosegundo.

Os condutores usados em todas as simulações foram considerados perfeitos. A permissividade elétrica relativa da terra foi considerada igual a 10 e sua permeabilidade magnética relativa foi considerada unitária. Para efeito de cálculo da tensão entre os extremos das hastes 2 e 3, foi utilizado a equação 6.3.

A seguir, mostram-se os resultados obtidos, curva resistividade x tempo, para os diversos valores de (a) mencionada acima.

6.4.1 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE DUAS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 1m ENTRE AS HASTES.

A resistência elétrica obtida numericamente pela razão entre a tensão nos extremos das hastes 2 e 3 e a corrente da haste 4 para a 1 é substituída na equação 2.1, combinada com a equação 2.2. Resultando na curva da resistividade do solo em função do tempo (Figura 6.7), onde o valor desta para o estado estacionário é de $740,74 \Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de duas camadas, usando curvas [4], resulta no valor $684 \Omega.m$, implicando em uma diferença de 8,18% entre as duas técnicas.

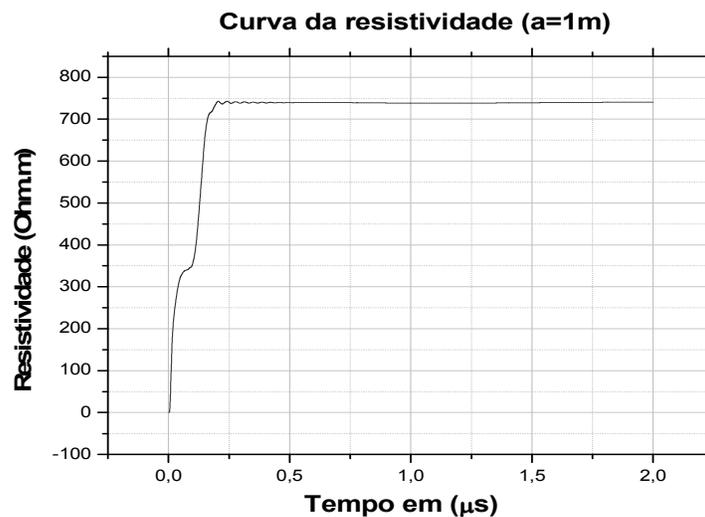


Fig. 6.7. Resistividade encontrada via simulação para $a = 1\text{m}$.

Ainda com relação a este caso ($a = 1\text{m}$), a Figura 6.8 mostra a distribuição da corrente no plano x - z , após 7000 iterações.

Observa-se na Figura 6.8 que a corrente no solo (setas) está circulando como esperado, indo do eletrodo de corrente 4 para o de número 1 desviando sua trajetória nas proximidades dos eletrodos de tensão.

Deve-se observar que para este tipo de problema, a U-PML deve ter um afastamento mínimo das hastes de corrente, pois, caso contrário, a mesma absorve parte da corrente que deve voltar pelo outro eletrodo, influenciando nos resultados.

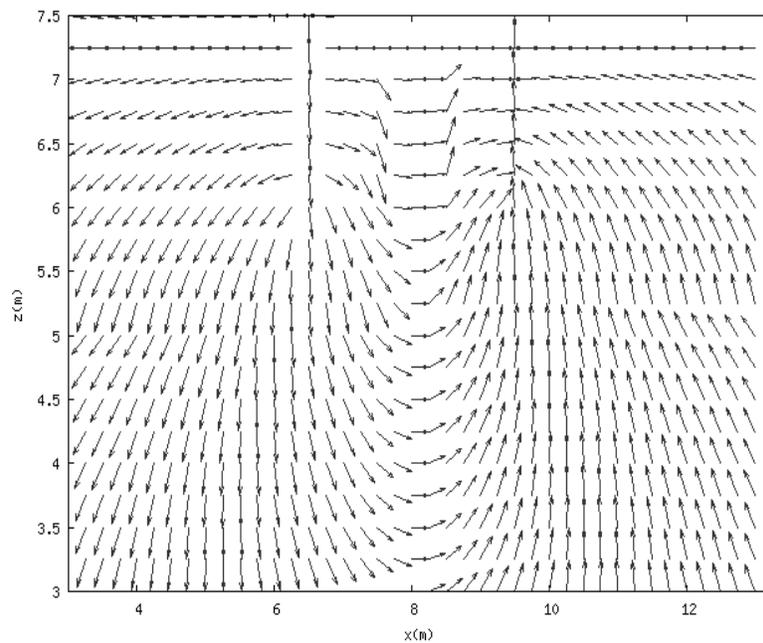


Fig. 6.8. Distribuição vetorial da corrente no plano x - z ($a = 1\text{m}$).

6.4.2 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE DUAS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 2m ENTRE AS HASTES.

Para um afastamento de dois metros entre as hastes, obteve-se o seguinte gráfico para a resistividade (Figura 6.9). Sendo o seu valor no estado estacionário de $648,95 \Omega \cdot \text{m}$. O resultado obtido quando se usa o método de duas camadas, usando curvas [4], resulta no valor $611 \Omega \cdot \text{m}$, implicando em uma diferença de 6,05% entre as duas técnicas.

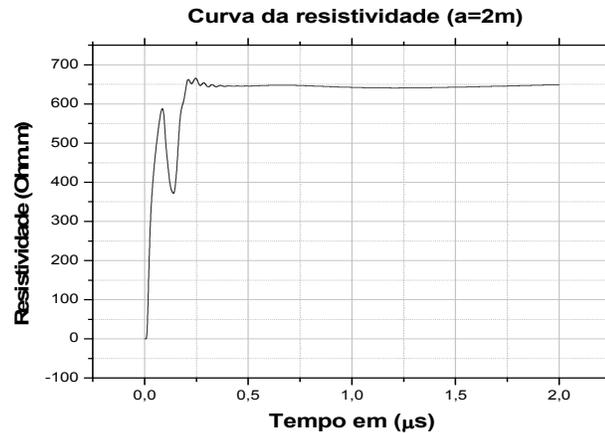


Fig. 6.9 Resistividade encontrada via simulação para $a = 2m$.

6.4.3 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE DUAS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 4m ENTRE AS HASTES.

Neste caso, obteve-se o gráfico da Figura 6.10, onde o valor da resistividade estacionária foi de $407,74 \Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de duas camadas, usando curvas [4], resulta no valor $415 \Omega.m$, implicando em uma diferença de 1,92% entre as duas técnicas.

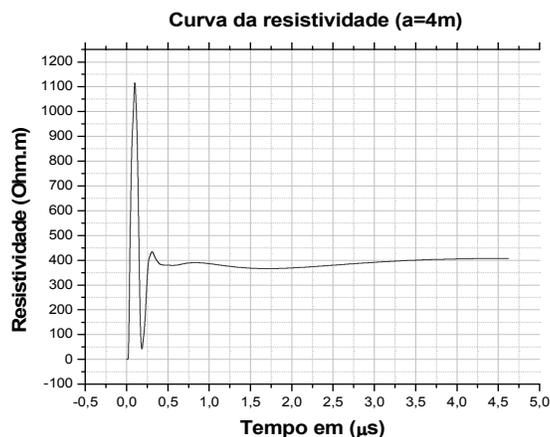


Fig. 6.10 Resultado da simulação do método de Wenner para um $a = 4m$.

6.4.4 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE DUAS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 6m ENTRE AS HASTES.

O gráfico da Figura 6.11 mostra o comportamento da resistividade em função do tempo, sendo o valor no estado estacionário de $306,72 \Omega.m$. O resultado obtido quando

se usa o método de duas camadas, usando curvas [4], resulta no valor 294 $\Omega.m$, implicando em uma diferença de 4,08% entre as duas técnicas.

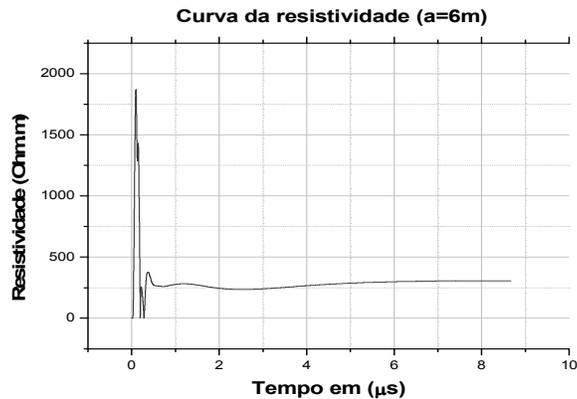


Fig. 6.11 Resultado da simulação para um $a = 6m$.

6.4.5 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE DUAS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 8m ENTRE HASTES.

A Figura 6.12 mostra o comportamento da resistividade, sendo o seu valor estacionário de 211,08 $\Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de duas camadas, usando curvas [4], resulta no valor 237 $\Omega.m$, implicando em uma diferença de 10,9% entre as duas técnicas.

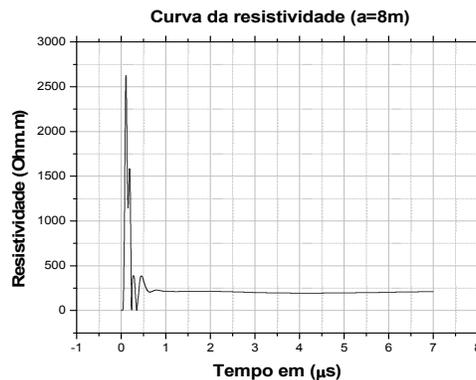


Fig. 6.12 Resultado da simulação para um $a=8m$.

6.4.6 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE DUAS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 16m ENTRE AS HASTES.

A Figura 6.13 mostra o comportamento da resistividade, sendo o seu valor estacionário de 181,00 $\Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de duas camadas, usando curvas [4], resulta no valor 189 $\Omega.m$, implicando em uma diferença de 4,23% entre as duas técnicas.

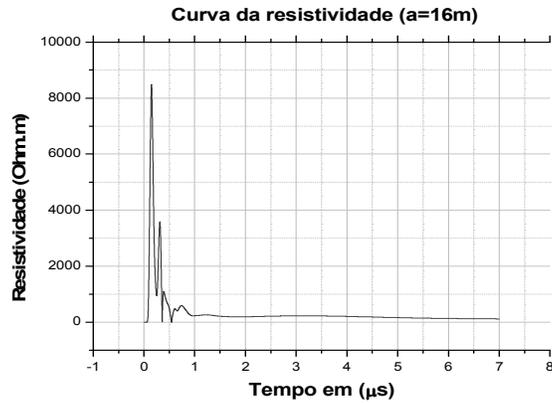


Fig. 6.13 Resultado da simulação para um $a=16m$.

6.4.7 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELO MODELO ANALÍTICO E PELO MÉTODO FDTD.

Na Tabela 6.2 é feito um resumo dos resultados obtidos através das duas Técnicas, a apresentada em [4] e a apresentada neste trabalho, assim como a diferença entre os resultados (desvio relativo em %). Na Figura 6.14 é feita uma comparação gráfica entre esses resultados, de forma que se observa mais claramente a boa concordância entre os métodos.

Tabela 6.2 – Comparação entre os resultados (solo de duas camadas)

Afastamento (m)	Resistividade do solo ($\Omega.m$)	Resistividade ($\Omega.m$) FDTD	Desvio (%)
1	684	740	8,18
2	611	648	6,05
4	415	407	1,92
6	294	306	4,08
8	237	211	10,9
16	189	181	4,23

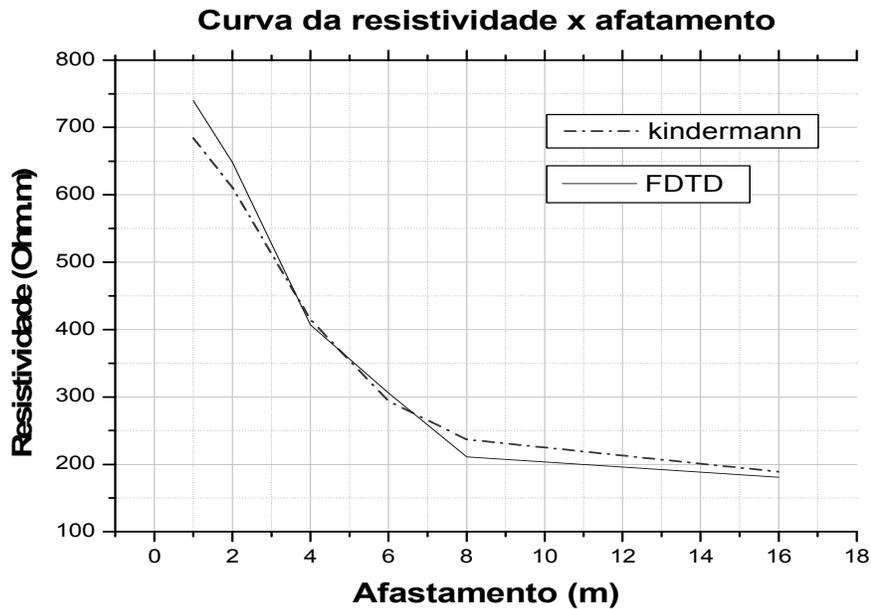
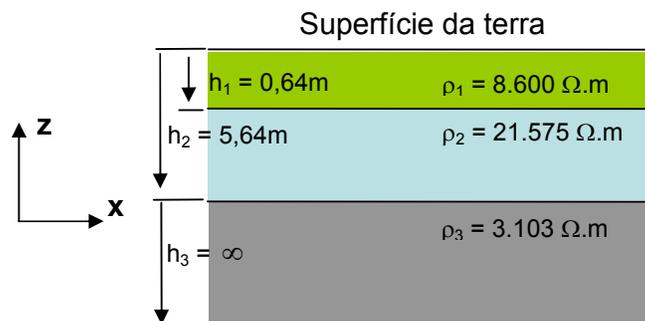


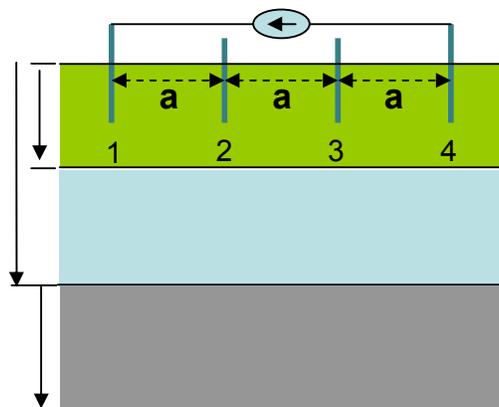
Fig. 6.14 Gráficos de Resistividade: Comparação entre os Métodos FDTD e Analítico para um solo de duas camadas.

6.5 ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO DE TRÊS CAMADAS PELO MÉTODO DE WENNER

Como nos dois casos anteriores, são apresentados agora os resultados relacionados à simulação realizada no ambiente *LANESAGS*. Para o experimento em tela, consideramos neste caso um solo de três camadas, como mostrado na Figura 6.15a. Nesta figura, o solo é considerado como tendo três camadas, sendo a mais próxima da superfície da terra com espessura de 0,64m e resistividade elétrica de 8.600 $\Omega.m$, a segunda camada com espessura de 5,64m e resistividade de 21.575 $\Omega.m$ e a última considerada de espessura infinita e resistividade de 3.103 $\Omega.m$.



(a)



(b)

Fig. 6.15: a) Solo estratificado em três camadas e b) estrutura dos eletrodos instalada.

Para a análise deste solo, a estrutura da Figura 2.4, reproduzida na Figura 6.15b, foi construída no ambiente *LANESAGS*. Desta forma, um domínio de análise com as seguintes dimensões, foi gerado:

Direção $x \rightarrow$ variando entre 208 células e 336 células, conforme o afastamento (a) entre as hastes;

Direção $y \rightarrow$ 150 células;

Direção $z \rightarrow$ 140 células.

Para efeito de simulação do método de Wenner, assumiu-se o afastamento (a) entre as hastes igual a 1, 2, 4, 8 e 16m.

Depois dos dados inseridos no ambiente gráfico do software *LANESAGS*, foi gerado a estrutura de análise apresentado na Figura 6.16.

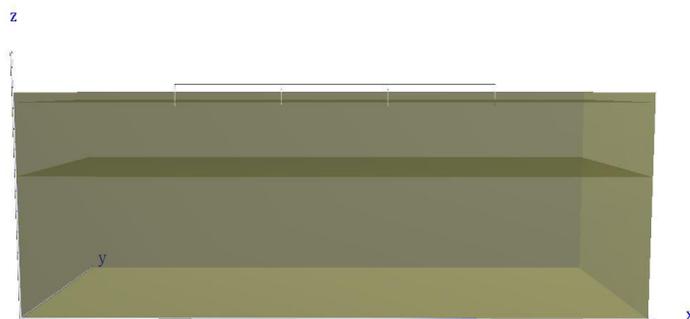


Fig. 6.16 Estrutura de análise, utilizando-se do método de Wenner, para um solo de três camadas.

As hastes 1, 2, 3 e 4 da Figura 6.15b, assim como o cabo de conexão entre as hastes 1 e 4, têm raio de 10mm de seção transversal. As hastes tiveram 0,256m de seus comprimentos enterrado no solo. As hastes 1 e 4 têm comprimento total de 0,896m,

enquanto que as hastes 2 e 3 têm comprimento de 0,384m. O cabo de conexão entre as hastes 1 e 4 tem comprimento horizontal equivalente à $3a$, abatendo-se deste valor o comprimento da aresta de uma célula que corresponde ao comprimento da fonte, estando este posicionado a 0,64m (cinco células) acima da superfície do solo. A fonte de corrente utilizada nesta simulação foi a mesma dos dois exemplos anteriores.

A simulação foi realizada considerando-se a região de análise discretizada em células, onde $\Delta x = \Delta y = 0,25m$ e $\Delta z = 0,128m$.

Os condutores usados em todas as simulações foram considerados perfeitos. A permissividade elétrica relativa da terra foi considerada igual a 10 e sua permeabilidade magnética relativa foi considerada unitária. Para efeito de cálculo da tensão entre os extremos das hastes 2 e 3, foi utilizada a equação 6.3.

A seguir mostram-se os resultados obtidos, curva resistividade x tempo, para os diversos valores de a mencionada acima.

6.5.1 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE TRÊS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 1m ENTRE AS HASTES.

A resistência elétrica obtida numericamente pela razão entre a tensão nos extremos das hastes 2 e 3 e a corrente da haste 4 para a 1 é substituída na equação 2.1, combinada com a equação 2.2. Resultando na curva da resistividade do solo em função do tempo (Figura 6.17), onde o valor desta para o estado estacionário é de 12.809,39 $\Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de três camadas, usando curvas [4], resulta no valor 11.938 $\Omega.m$, implicando em uma diferença de 7,29% entre as duas técnicas.

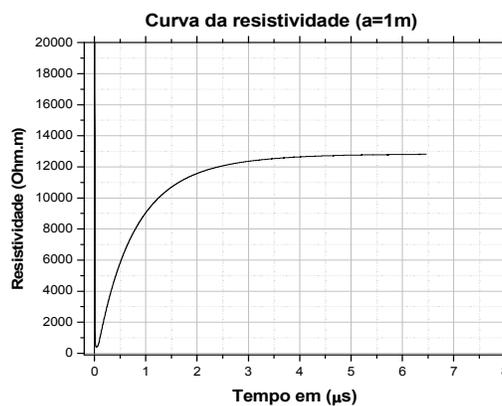


Fig. 6.17. Resistividade encontrada via simulação para $a = 1m$.

Ainda com relação a este caso ($a = 1\text{m}$), as Figura 6.18 e 6.19 mostram o comportamento dos campos elétricos e magnéticos, respectivamente, no plano x - z , após 31.156 iterações.

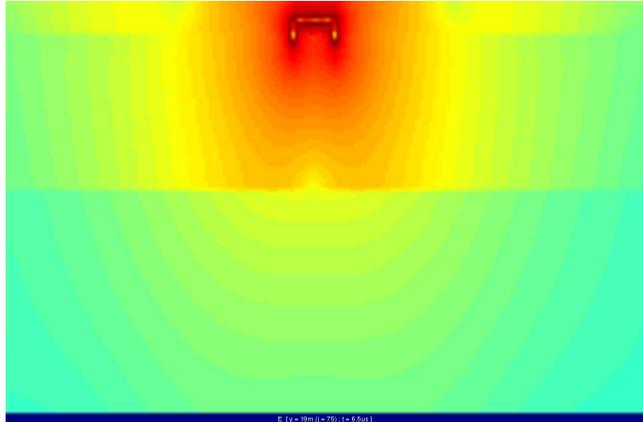


Fig. 6.18. Comportamento do campo elétrico no plano x - z após 31.156 iterações.

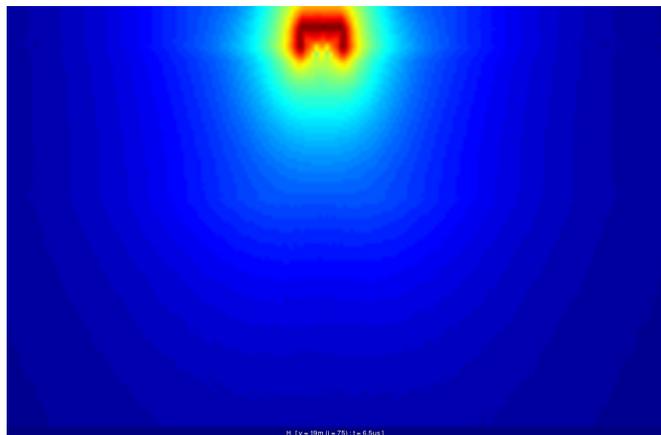


Fig. 6.19. Comportamento do campo magnético no plano x - z após 31.156 iterações.

6.5.2 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE TRÊS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 2m ENTRE AS HASTES.

Para um afastamento de dois metros entre as hastes, obteve-se o seguinte gráfico para a resistividade (Figura 6.20). Sendo o seu valor no estado estacionário de $16.772,81 \Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de três camadas, usando curvas [4], resulta no valor $15.770 \Omega.m$, implicando em uma diferença de 6,35% entre as duas técnicas

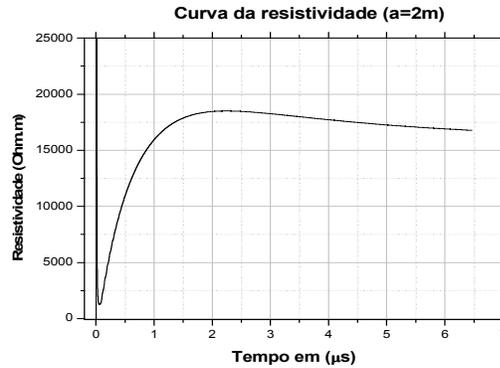


Fig. 6.20 Resistividade encontrada via simulação para $a = 2m$.

6.5.3 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE TRÊS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 4m ENTRE AS HASTES.

Neste caso, obteve-se o gráfico da Figura 6.21, onde o valor da resistividade estacionária foi de 16.565,52 $\Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de três camadas, usando curvas [4], resulta no valor 17.341 $\Omega.m$, implicando em uma diferença de 4,47% entre as duas técnicas.

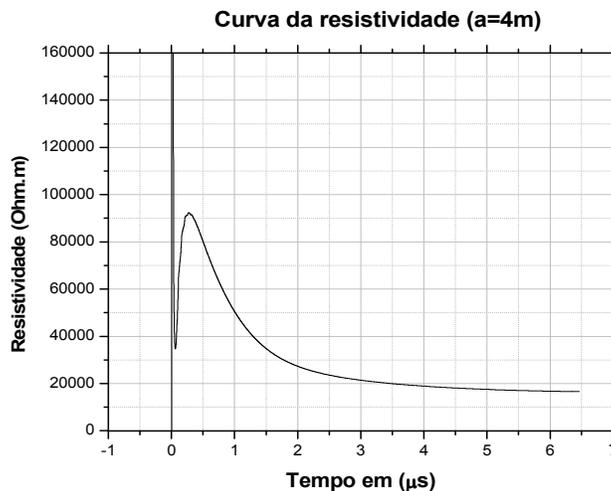


Fig. 6.21 Resistividade encontrada via simulação para $a = 4m$.

6.5.4 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE TRÊS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 8m ENTRE HASTES.

A Figura 6.22 mostra o comportamento da resistividade, sendo o seu valor estacionário de 11.325,05 $\Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de três

camadas, usando curvas [4], resulta no valor $11.058 \Omega.m$, implicando em uma diferença de 2,41% entre as duas técnicas.

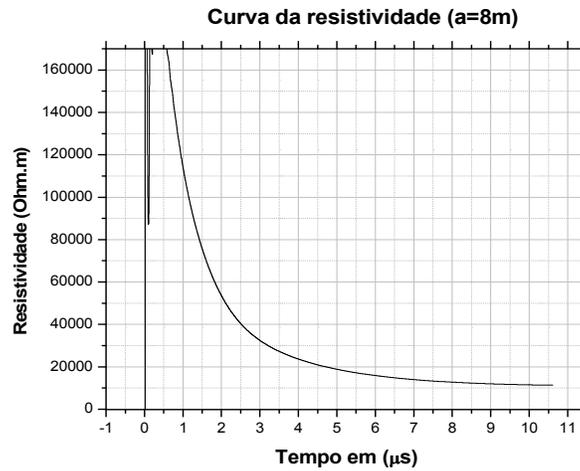


Fig. 6.22 Resistividade encontrada via simulação para $a=8m$.

6.5.5 SIMULAÇÃO DA RESISTIVIDADE DO SOLO DE TRÊS CAMADAS PARA UM AFASTAMENTO (a) DE 16m ENTRE AS HASTES.

A Figura 6.23 mostra o comportamento da resistividade, sendo o seu valor estacionário de $5.377,60 \Omega.m$. O resultado obtido quando se usa o método de três camadas, usando curvas [4], resulta no valor $5.026 \Omega.m$, implicando em uma diferença de 6,99% entre as duas técnicas.

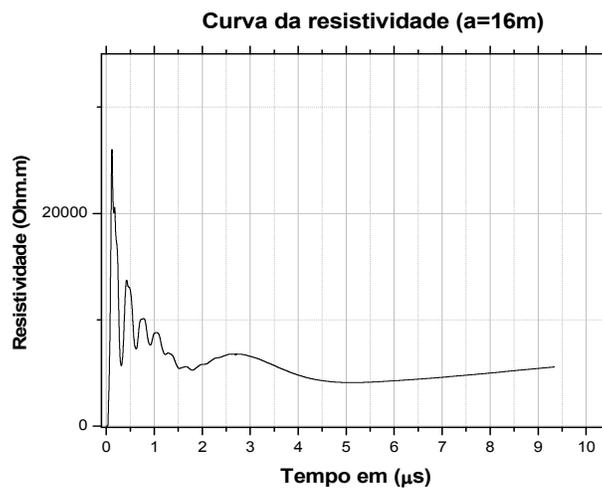


Fig. 6.23 Resultado encontrado via simulação para $a=16m$.

6.5.6 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELO MODELO ANALÍTICO E PELO MÉTODO FDTD.

Na Tabela 6.3 é feito um resumo dos resultados obtidos através das duas Técnicas, a apresentada em [4] e a apresentada neste trabalho, assim como a diferença entre os resultados (desvio relativo em %). Na Figura 6.24 é feita uma comparação gráfica entre esses resultados, de forma que se observa mais claramente a boa concordância entre os métodos.

Tabela 6.3 – Comparação entre os resultados (solo de três camadas)

Afastamento (m)	Resistividade do solo ($\Omega.m$)	Resistividade ($\Omega.m$) FDTD	Desvio (%)
1	11.938	12.809,39	7,29
2	15.770	16.772,81	6,35
4	17.341	16.565,52	4,47
8	11.058	11.325,05	2,41
16	5.026	5.377,60	6,99

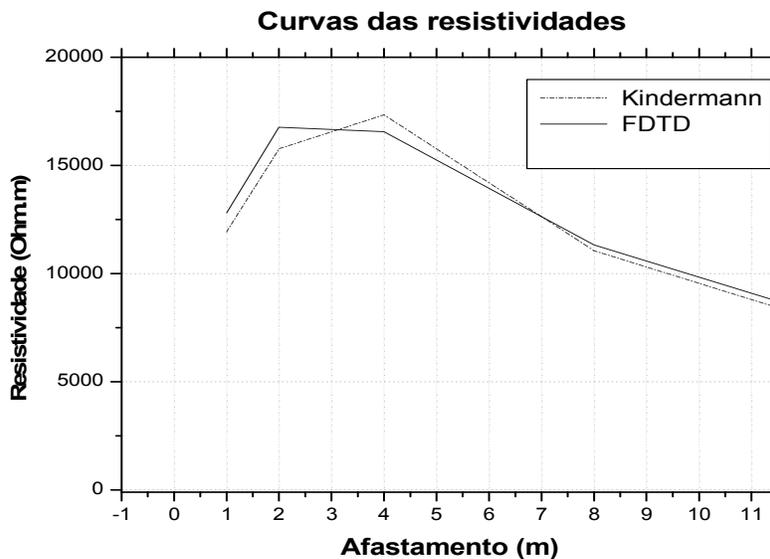


Fig. 6.24 Gráficos de Resistividade: Comparação entre os Métodos FDTD e Analítico para um solo de três camadas.

6.6 SIMULAÇÃO DO MÉTODO VOLT-AMPERÍMETRO

Nesta seção, será simulado o método volt-amperímetro para a obtenção da resistência de um sistema de aterramento que está representado pelo elemento A da Figura 6.25.

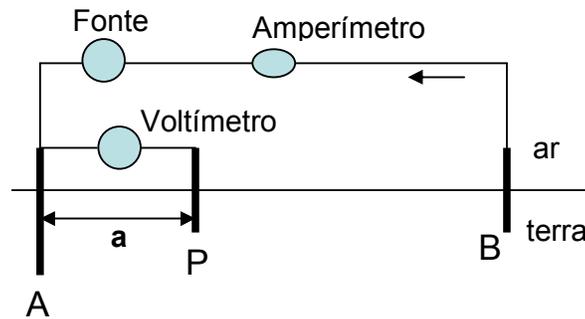


Fig. 6.25 Representação do método volt-amperímetro.

6.6.1 OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO PARA UMA HASTE VERTICAL

Para o caso da haste vertical, foram feitas duas experiências. A primeira simulação refere-se a uma haste vertical de 3,00m de comprimento, 59,202mm de raio e está inserida em um solo com resistividade de 700 Ω .m.

A segunda simulação, refere-se a uma haste vertical de 3,0m de comprimento, 12,7mm (1/2") de raio, e está inserida em um solo com resistividade de 700 Ω .m. Para ambos os casos, utilizou-se do método volt-amperímetro para a obtenção da resistência de aterramento das respectivas hastes, e para isso, foram feitas as inserções dos dados no ambiente gráfico do software *LANESAGS* mostrado na Figura 6.1. Desta forma, um domínio de análise com as seguintes dimensões, foi gerado:

Direção x \rightarrow 416 células;

Direção y \rightarrow 100 células;

Direção z \rightarrow 70 células.

A simulação foi realizada considerando-se a região de análise discretizada em células cúbicas de Yee, onde $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,25\text{m}$ e $\Delta t = 481,452$ nanosegundo. Os condutores usados em todas as simulações foram considerados perfeitos. A

permissividade elétrica relativa da terra foi considerada igual a 10 e sua permeabilidade magnética relativa foi considerada unitária.

Depois dos dados inseridos no ambiente gráfico do software *LANESAGS*, foi gerado a estrutura de análise apresentado na Figura 6.26.



Fig. 6.26 Estrutura de análise para obtenção da resistência de uma haste vertical.

As Figuras 6.27 e 6.28 mostram os resultados obtidos após as simulações, da curva resistência x afastamento, para os diversos valores de **a**, com o objetivo de obter a região de “patamar”.

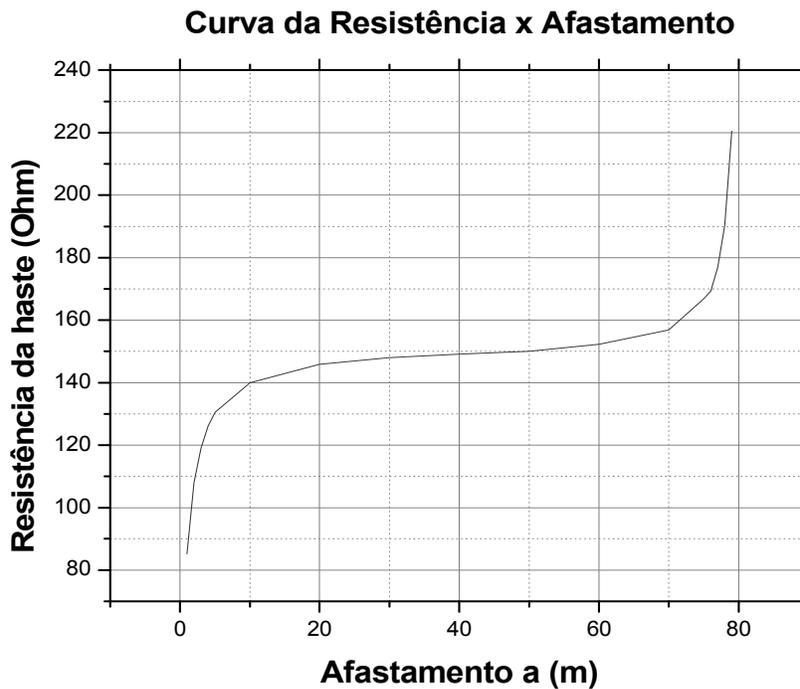


Fig. 6.27 Curva da Resistência de Aterramento para uma haste de 3,00 m de comprimento e 59,202 mm de raio obtida via o método FDTD.

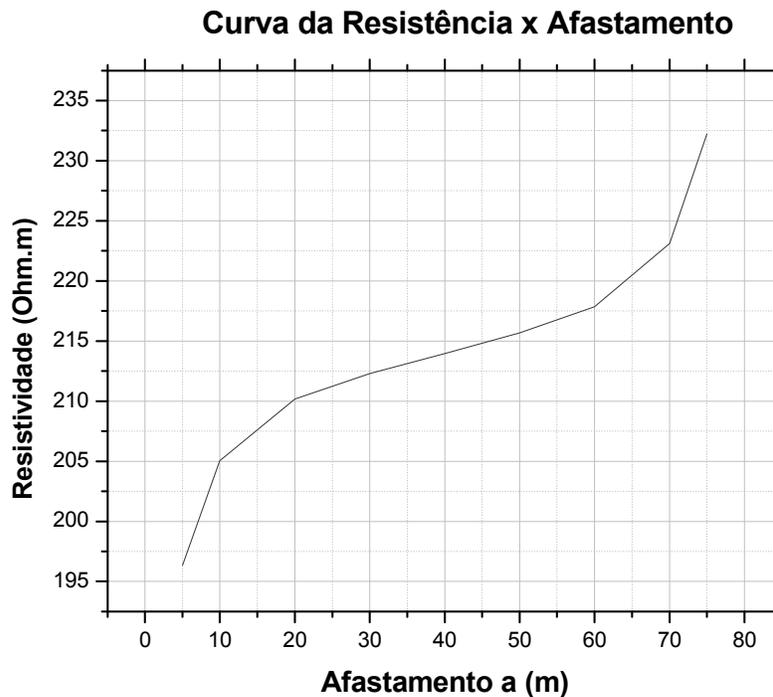


Fig. 6.28 Curva da Resistência de Aterramento para uma haste de 3,00 m de comprimento e 12,7 mm de raio obtida via o método FDTD.

A resistência de uma haste cravada verticalmente em um solo homogêneo é determinada pela fórmula:

$$R_{vhaste} = \frac{\rho_a}{2\pi L} \ln\left(\frac{2L}{r}\right) \quad (6.4)$$

nas quais,

ρ_a = é a resistividade aparente

L = é o comprimento da haste

r = é o raio da haste

Aplicando as variáveis do solo e das hastes na Equação 6.4, observa-se que o nível do patamar encontra-se próximo da solução analítica e que o comportamento obtido está de acordo com o previsto pelo método volt-amperímetro (tópico 2.5.4), mostrando, portanto, a consistência entre as técnicas.

6.7 OBTENÇÃO DA RESISTÊNCIA DE ATERRAMENTO PARA UMA MALHA TIPO QUADRADO VAZIO

Neste caso, a simulação foi feita para uma malha tipo quadrado vazio com 8 hastes cravadas no solo verticalmente, de 3,0m de comprimento, espaçadas entre si de 2,0m, raio de 12,7mm (1/2") e inserida em um solo com resistividade de 700 Ω .m.

Assim como no caso anterior, utilizou-se do método volt-amperímetro para a obtenção da resistência de aterramento da respectiva malha, e para isso, foram feitas as inserções dos dados no ambiente gráfico do software *LANESAGS* mostrado na Figura 6.1. Desta forma, um domínio de análise com as seguintes dimensões, foi gerado:

Direção x \rightarrow 424 células;

Direção y \rightarrow 120 células;

Direção z \rightarrow 70 células.

A simulação foi realizada considerando-se a região de análise discretizada em células cúbicas de Yee, onde $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,25\text{m}$ e $\Delta t = 481,452$ nanosegundo. Os condutores usados em todas as simulações foram considerados perfeitos. A permissividade elétrica relativa da terra foi considerada igual a 10 e sua permeabilidade magnética relativa foi considerada unitária.

Depois dos dados inseridos no ambiente gráfico do software *LANESAGS*, foi gerado a estrutura de análise apresentado nas Figuras 6.29a e 6.29b.

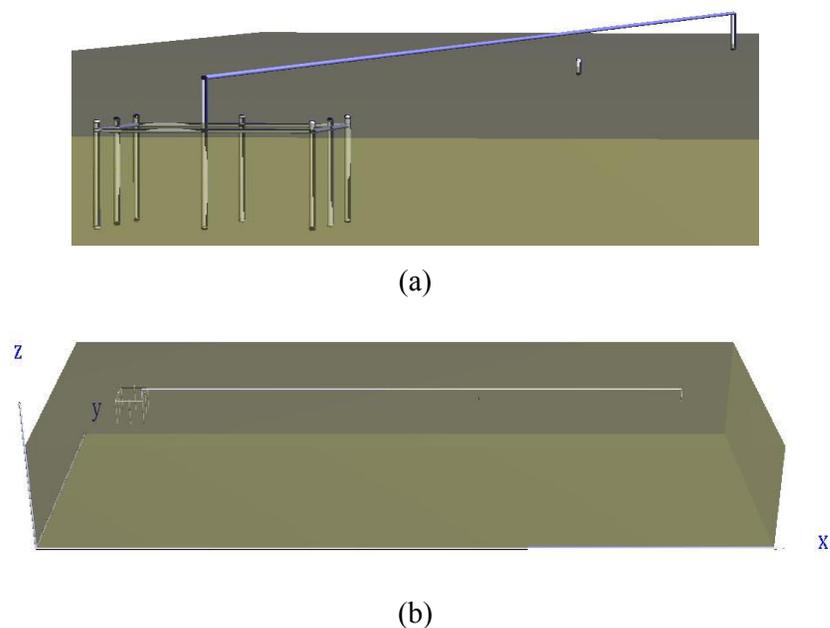


Fig. 6.29 Estruturas de análise para obtenção da resistência de uma malha tipo quadrado vazio.

A Figura 6.30 mostra o resultado obtido após as simulações, da curva resistência x afastamento, para os diversos valores de **a**, com o objetivo de obter a região de “patamar”.

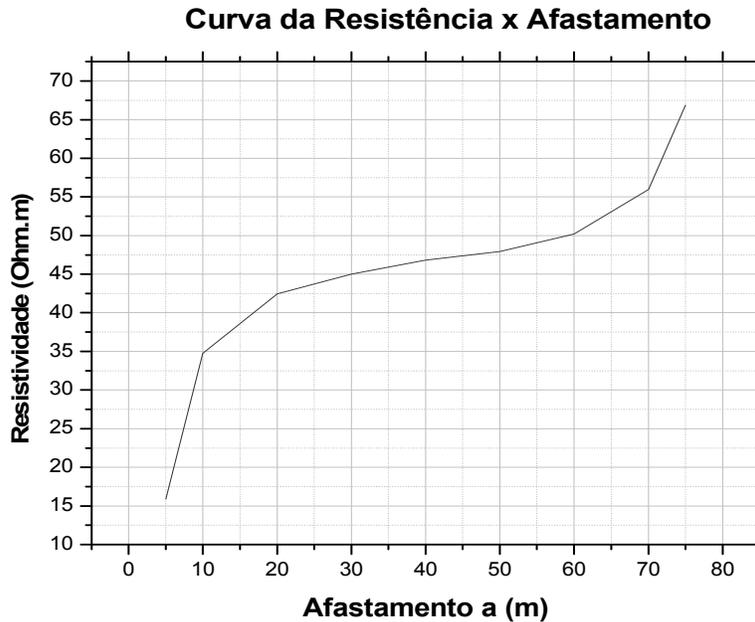


Fig. 6.30 Curva da Resistência de Aterramento para uma malha tipo quadrado vazio com 8 hastes, obtida via o método FDTD.

A resistência equivalente para a malha em questão é determinada pela fórmula mostrada em [4]:

$$R_{eq} = kR_{1haste} \quad (6.5)$$

nas quais,

R_{eq} = é a resistência equivalente para uma malha tipo quadrado vazio de 08 hastes

K = coeficiente de redução

R_{1haste} = resistência de 1 haste com as mesmas características das da malha

Para o caso desta malha $k = 0,27$ [4]. Aplicando os valores de k e a resistência de uma haste na Equação 6.5, observa-se que o nível do patamar encontra-se próximo da solução analítica e que o comportamento obtido está de acordo com o previsto pelo método volt-amperímetro (tópico 2.5.4), mostrando, portanto, a consistência entre as técnicas.

6.8. CONCLUSÕES

Neste capítulo foram mostrados os resultados obtidos pelo método FDTD, quando usado na simulação dos métodos de Wenner e Volt-amperímetro. Constatou-se que as respostas obtidas pelo método FDTD concordam com os dados obtidos pelas metodologias práticas acima citadas. Foram mostradas também as respostas transitórias obtidas, que podem ser validadas em campo e em trabalhos futuros. Ainda, pode-se afirmar que as mesmas são confiáveis, haja vista que os resultados tendem a respostas precisas em regime permanente. É apropriado dizer que o software utilizado, *LANESAGS*, foi validado para inúmeros outros problemas, em estado transitório e de regime permanente, quando confrontado com dados disponíveis na literatura.

REFERÊNCIAS

- [1] Rodrigo M.S. de Oliveira, “Desenvolvimento de Nova Metodologia para Análise e Síntese de Sistemas de Aterramento Utilizando os Métodos FDTD em Coordenadas Gerais e RNAs,” *Proposta de Tese de Doutorado, PPGEE/DEEC/UFPA*, Fevereiro, 2007.
- [2] K. Tanabe, “Novel method for analyzing the transient behavior of grounding systems based on the finite-difference time-domain method,” *CRIEPI Report*, Tokio, 2001.
- [3] M. J. Piket-May, A. Taflov and J. Baron, “FDTD modeling of digital signal propagation in 3-D circuits with passive and active loads,” *IEEE, Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 42, pp. 1514-1523, 1994.
- [4] G. Kindermann, J. M. Campagnolo, “*Aterramento Elétrico*,” Florianópolis, 5^a Edição, pp. 27-39, 2002.