



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE DOUTORADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS
(PPGECM)

ALFREDO BRAGA FURTADO

AVALIAÇÃO DO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO
APOIO AO PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Belém-Pará
Outubro/2014

ALFREDO BRAGA FURTADO

**AVALIAÇÃO DO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO
APOIO AO PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) – Área de Concentração em Educação em Matemática – Modelagem Matemática, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.

**Belém-Pará
Outubro/2014**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Furtado, Alfredo Braga, 1955-

Avaliação do uso de tecnologias digitais no apoio ao
processo de modelagem matemática / Alfredo Braga
Furtado. – 2014.

Orientador: Adilson Oliveira do Espírito
Santo

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do
Pará, Instituto de Educação Matemática e
Científica, Programa de Pós-graduação em
Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2014.

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Modelos
matemáticos. 3. Educação - matemática. 4.
Tecnologia digital. 5. Avaliação - aprendizagem.
I. Título.

CDD 22. ed. 510.7

Parecer

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo (orientador)
UFPA/IEMCI/PPGECM

Prof. Dr. Renato Borges Guerra (Membro interno)
UFPA/IEMCI/PPRGECM

Prof. Dr. Licurgo Peixoto Brito (Membro interno)
UFPA/IEMCI/PPGECM

Prof. Dr. Francisco Edson Lopes da Rocha (Membro externo)
UFPA/ICEN/PPGCC

Prof. Dr. Benedito de Jesus Pinheiro Ferreira (Membro externo)
UFPA/ICEN/PPGCC

Prof. Dr. Francisco Hermes da Silva (Membro externo)
UFPA/IEMCI/PPRGECM

Alfredo Braga Furtado
Doutorando

Belém, 17 de outubro de 2014.

Resultado: Aprovada.

Dedicatória

Para Matheus Pais Furtado (*in memoriam*), meu pai;

Para Beatriz Braga Furtado, minha mãe;

Para Paulo, Matheus e Mariza, meus irmãos;

Para Alfredo André e Fernando Allan, meus filhos;

Para quem me tem mobilizado para estas conquistas.

Agradecimentos

Um trabalho desta envergadura nunca é um empreendimento de crédito solitário. Tenho muito a agradecer a muitos.

Inicialmente, gostaria de agradecer ao meu amigo Antônio Moraes da Silveira (Faculdade de Computação/ICEN/UFPA), por me cobrar, insistentemente, que eu trabalhasse para obter este título. E que, durante o curso, sempre me cobrou que terminasse o curso no dia seguinte.

Ao meu amigo e orientador, Professor Adilson Oliveira do Espírito Santo, que me apoiou e me incentivou em todos os momentos, desde o primeiro contato feito. E com quem convivi mais de perto nestes últimos anos, o que me fez fortalecer ainda mais o apreço e a admiração pela sua inteligência, pela sua sabedoria, pelo seu conhecimento, pela sua humildade, pela sua serenidade, pelo seu companheirismo.

Ao Professor Francisco Hermes da Silva e ao Professor Licurgo Peixoto Brito, que compuseram minhas bancas de exame desde o início e a quem agradeço a crítica e as sugestões de melhoria do meu trabalho.

Aos colegas Francisco Edson Lopes da Rocha e Benedito de Jesus Pinheiro Ferreira, da Faculdade de Computação/ICEN/UFPA, pela colaboração, pelas críticas e sugestões apresentadas durante a realização deste trabalho.

Aos Professores Renato Borges Guerra e Tadeu Oliver Gonçalves, ambos do PPGECM/IEMCI/UFPA, pela colaboração durante o curso.

Ao meu amigo Manoel Januário da Silva Neto, companheiro nesta jornada, pela cooperação em muitos trabalhos de caráter particular e no doutorado.

Ao meu colega de jornada no doutorado, Professor José Augusto Fernandes (Faculdade de Matemática/ICEN/UFPA), pela cooperação e pela convivência e pelo incentivo em momentos decisivos durante o curso.

Aos colegas do Grupo de Estudos em Modelagem Matemática – GEMM/PPGECM/IEMCI/UFPA, em especial, a Profa. Isaura Chaves, a Profa. Elizabeth Souza, a Profa. Roberta Braga, a Profa. Josete Leal, a Profa. Kátia Liège, a Profa. Edilene Rozal, ao Prof. Malaquias Pereira, e aos demais colegas, com quem tive uma convivência enriquecedora, pelas críticas, pelas sugestões, pelos apoios concedidos.

A outros professores do IEMCI com quem interagi (não citados ainda) – Terezinha Valim Oliver Gonçalves, José Messildo Viana Nunes, Maria José de Freitas Mendes, Marisa Rosani Abreu da Silveira.

Aos servidores administrativos do IEMCI, da secretaria do Instituto, da biblioteca setorial, do PPGECEM, pela atenção, pelo zelo, na execução de seus trabalhos cotidianos.

Resumo

Nesta pesquisa investigou-se a utilização das Tecnologias Digitais quando a Modelagem Matemática é empregada como estratégia de ensino de Matemática, tendo como propósito avaliar a aprendizagem ocorrida neste ambiente. Para consecução deste objetivo, a Modelagem Matemática foi estudada e identificada uma perspectiva de modelagem a ser empregada no trabalho; depois fez-se estudo da utilização das Tecnologias Digitais (TD) na Educação, atentando para as potencialidades e as restrições mencionadas na literatura. Como referenciais teóricos, foram estudadas as teorias de informatização de Tikhomirov, em especial a teoria da reorganização do pensamento e a teoria da atividade de Leontiev e Engeström e o Coletivo Pensante de Pierre Lévy. O propósito aqui foi formular uma metodologia para ensino de Matemática com Modelagem e Tecnologias Digitais, que levasse em conta as condições necessárias que garantissem melhorias efetivas na aprendizagem. Desta forma, foi proposta uma metodologia que incorpora no processo de Modelagem explicitamente uma etapa de utilização de TD, como também dá ênfase na avaliação formativa durante o processo de ensino, de tal maneira que os projetos de modelagem desenvolvidos alcancem os objetivos de aprendizagem esperados. Condicionantes para sucesso das Tecnologias Digitais na Educação foram identificados. A metodologia proposta foi implementada para uma turma da disciplina “Modelagem Matemática” do PPGECM/ICEMCI/UFGA, o que possibilitou avaliar aplicabilidade, alcance, resultados, pertinência e os pressupostos que precisam ser atendidos para garantir melhorias de aprendizagem no contexto da pesquisa. Como resultados da pesquisa qualitativa realizada são apontados: respeitados os condicionantes identificados, as Tecnologias Digitais efetivamente potencializam a aprendizagem. Foram identificados fatores que evidenciam a citada melhoria de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais, Avaliação de Aprendizagem.

Abstract

In this research we investigate the utilization of Digital Technologies when mathematical modeling is used as a teaching strategy in mathematics, with the purpose to evaluate the learning that occurred in this environment. To achieve this goal, we studied the Mathematical Modeling and identified a modeling perspective to be employed in work; then, we studied the use of Digital Technologies (TD) in Education, focusing on the potential and the restrictions mentioned in the literature. As theoretical basis, we studied the theories of computerization of Tikhomirov, in particular the theory of reorganization of thought and activity theory of Leontiev and Engeström and Collective Thinking of Pierre Lévy. The purpose here was to formulate a methodology for teaching Mathematics with Modeling and Digital Technologies, which took into account the necessary conditions that would ensure effective improvements in learning. Thus, we proposed a methodology that explicitly incorporates a step in the process of modeling of utilization of TD, as well as gives emphasis on formative evaluation during the teaching process, so that the developed modeling projects achieve the expected learning objectives. Conditions for success of Digital Technologies in Education were identified. The proposed methodology has been implemented for a class of discipline "Mathematical Modeling", belonging to the Undergraduate Program in Mathematics and Science Education of Institute of Math and Science Education of Federal University of Pará (PPGECM/UFPA), which allowed us to evaluate its applicability, scope, results, relevance and assumptions that need to be addressed to ensure improved learning in the context of research. The results of qualitative research are identified: respecting the constraints identified, Digital Technologies effectively empower learning. Factors that demonstrate the aforementioned learning improvement have been identified.

Key words: Mathematics Education, Mathematical Modeling, Digital Technologies, Learning Evaluation.

Não pense que aquilo que você não consegue dominar é humanamente impossível; e, se é humanamente possível, está ao seu alcance.

MARCO AURÉLIO, imperador romano e filósofo. *In* Meditações.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Etapas do Processo de Modelagem Matemática (adaptado de [BASSANEZI, 2009, p. 27]).	32
Figura 2.	Relação do Sujeito com o Objeto mediada pelo Artefato (Fonte: DAMIANI (s. d.)).	39
Figura 3.	Estrutura do sistema de atividade humana (Fonte: Engeström (2001))	41
Figura 4.	Classificação de Sistemas de Informação (TURBAN et. al, 2005).	59
Figura 5.	Atividades Realizadas (adaptado de TIC Kids 2012 (CGI, 2013)).	80
Figura 6.	Ensinar x Aprender x Avaliar.	88
Figura 7.	Etapas do Processo de Modelagem Matemática, adaptado de Almeida et al. (2012).	115
Figura 8.	Quadril x Número da calça.	138
Figura 9.	Quadril x Número da calça: ajuste produzido pelo Excel.	139
Figura 10.	GraphEquation: variando os coeficientes 1.	141
Figura 11.	GraphEquation: variando os coeficientes 2.	141
Figura 12.	GraphEquation: variando os coeficientes 3.	142
Figura 13.	GraphEquation: variando os coeficientes 4.	142
Figura 14.	Cerca elétrica: representação dos modelos.	146
Figura 15.	Razão (m^2 /sal. min.) no Excel.	152
Figura 16.	Razão (m^2 /sal. min.) – forma gráfica no Excel.	153
Figura 17.	Variação Anual do IPCA (pós Plano Real).	155
Figura 18.	Montagem do Quadro 16 no Excel.	156
Figura 19.	Comparação da variação do m^2 com a variação da inflação.	157
Figura 20.	Montagem do Quadro 20 no Excel.	161
Figura 21.	Comparação do percentual do m^2 /salário mínimo.	161

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1.	Tecnologias: Síncrona x Assíncrona.	59
Quadro 2.	Formas de Avaliação de Aprendizagem em Pequena Escala.	91
Quadro 3.	Avaliação de Aprendizagem em Larga Escala realizada no País.	92
Quadro 4.	Preços de kits (pronto e a montar) para instalação de cercas elétricas residenciais.	144
Quadro 5.	Definição da quantidade de metros e preço correspondente.	145
Quadro 6.	Modelos matemáticos das opções de compra das cercas elétricas.	146
Quadro 7.	Salário mínimo nacional e custo do metro quadrado no decorrer dos anos.	149
Quadro 8.	Cálculo da Razão entre o m ² e o salário mínimo.	150
Quadro 9.	Cálculo da Razão entre o m ² e o salário mínimo (primeira linha preenchida).	151
Quadro 10.	Cálculo da Razão entre o m ² e o salário mínimo (completo).	151
Quadro 11.	Cálculo da Razão entre o m ² e o salário mínimo (duas casas decimais).	151
Quadro 12.	Cálculo da variação do m ²	153
Quadro 13.	Cálculo da variação do m ² (segunda linha preenchida).	154
Quadro 14.	Cálculo da variação do m ² (nove casas decimais).	154
Quadro 15.	Cálculo da variação do m ² (duas casas decimais).	155
Quadro 16.	Comparativo entre a variação do m ² e inflação.	156
Quadro 17.	Cálculo da Variação do salário mínimo.	158
Quadro 18.	Cálculo da Variação do salário mínimo (segunda linha).	159
Quadro 19.	Cálculo da Variação do salário mínimo (nove casas decimais).	159
Quadro 20.	Cálculo da Variação do salário mínimo (duas casas decimais).	160
Quadro 21.	Comparação da variação do m ² c/ a variação da inflação no período. .	160

SUMÁRIO

Capítulo 1 – Introdução	15
1.1 A Educação Matemática com Modelagem Matemática e Utilização de Tecnologias Digitais	15
1.2 A Proposta de Pesquisa (Justificativa, Objetivos)	21
1.3 Objetivos da Pesquisa	23
1.4 Hipóteses e Questões Norteadoras	
1.5 Trajetória Profissional do Autor	23
1.6 Organização do Texto	27
Capítulo 2 – Referencial Teórico	29
2.1 Modelagem Matemática	29
2.1.1 Perspectiva de Modelagem Matemática usada neste trabalho	36
2.2 Teorias de Aprendizagem	37
2.2.1 Teoria da Substituição, da Suplementação e da Reorganização (Consequências psicológicas da utilização de computadores, de Oleg K. Tikhomirov)	37
2.2.2 Teoria da Atividade (Leontiev, 1978; Engeström, 2001)	41
2.2.3 Coletivo Pensante de Pierre Lévy (1993)	41
2.3 Tecnologias Educacionais: uma Sobrevista	41
2.3.1 Classificação quanto à dependência	42
2.3.1.1 Tecnologias Independentes	42
2.3.1.2 Tecnologias Dependentes	45
2.3.2 Ambientes Virtuais de Aprendizagem	55
2.3.3 Tecnologias Digitais (TD) ou Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC): uma Sobrevista	57
Capítulo 3 – Educação e Tecnologias Digitais	61
3.1 Potencialidades das Tecnologias Digitais na Educação	61
3.2 Restrições da Utilização de Tecnologias Digitais na Educação	69
3.3 Pesquisas do Comitê Gestor da Internet Brasileira	78
3.3.1 Pesquisa sobre o Uso da Internet por Crianças e Adolescentes do Brasil – TIC Kids Brasil 2012	78
3.3.2 Pesquisa sobre o Uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação no Brasil	80
3.4 Breve Descrição de Tecnologias Digitais Existentes	82
3.4.1 Software Matemático	82
3.4.2 Blogs	83
3.4.3 Game Manga High	83
3.4.4 Redes Sociais Acadêmicas	84
3.4.5 Sites (sítios)	84
Capítulo 4 – Metodologia para Avaliação de Aprendizagem de Matemática com Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais	87
4.1 Técnicas de Avaliação de Aprendizagem	87
4.1.1 Avaliação de Aprendizagem em Pequena Escala	93

4.1.2 Breve Revisão Bibliográfica sobre Avaliação de Aprendizagem em Pequena Escala	94
4.1.3 Etapas do Processo de Avaliação	96
4.1.4 Funções de Avaliação de Aprendizagem	97
4.1.5 Procedimentos de Avaliação	99
4.1.6 Critérios de Avaliação	101
4.2 Avaliação de Aprendizagem em Matemática	102
4.3 Avaliação de Aprendizagem em Modelagem Matemática	105
4.3.1 Fases da Modelagem Matemática	106
4.3.2 Revisão Bibliográfica de Trabalho em Avaliação de Aprendizagem	110
4.4 Modelagem Matemática e Avaliação de Aprendizagem	113
4.5 Metodologia Proposta: Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais	114
4.5.1 Processo de Modelagem Matemática com Tecnologias Virtuais e Avaliação de Aprendizagem	114
4.5.2 Condicionantes de Sucesso da Utilização de Tecnologias Digitais na Educação	116
4.5.3 Considerações Finais sobre Uso de Tecnologias Digitais com Modelagem Matemática	118
Capítulo 5 – Aplicação Prática da Metodologia Proposta	119
5.1 Opção Metodológica	119
5.1.1 Na pesquisa qualitativa o ambiente é natural	120
5.1.2 Na pesquisa qualitativa o pesquisador é um agente fundamental	121
5.1.3 A pesquisa qualitativa emprega múltiplas fontes de dados	122
5.1.4 Na pesquisa qualitativa a análise de dados é indutiva	123
5.1.5 Na pesquisa qualitativa, o significado que prevalece é o dos participantes	123
5.1.6 O projeto não é prescritivo, ele emerge da pesquisa	124
5.1.7 A pesquisa qualitativa emprega lente teórica explícita	124
5.1.8 A pesquisa qualitativa é interpretativa	125
5.1.9 A pesquisa qualitativa compõe um quadro holístico	126
5.2 Participantes da Pesquisa	127
5.3 Procedimentos	130
5.3.1 Análise de Dados	132
5.3.2 Avaliação de Aprendizagem realizada nesta Pesquisa	132
5.4 Trabalhos de Modelagem Selecionados	135
5.5 Alguns <i>Insights</i> sobre a Modelagem Matemática Percebidos	168
Capítulo 6 – Considerações Finais	173
6.1 Conclusões	174
Referências	176
Apêndices	I

Capítulo 1 INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa investigo a utilização das Tecnologias Digitais quando a Modelagem Matemática é empregada como estratégia de ensino de Matemática, tendo como propósito avaliar a aprendizagem ocorrida neste ambiente. Para consecução deste objetivo, começo estudando a Modelagem Matemática; depois estudo a utilização das Tecnologias Digitais (TD) na Educação, atentando para as potencialidades e as restrições identificadas. O propósito aqui foi formular uma metodologia para ensino de Matemática com Modelagem e Tecnologias Digitais, que levasse em conta as condições necessárias que garantissem melhorias efetivas na aprendizagem. Desta forma, propus uma metodologia que incorpora na Modelagem explicitamente uma etapa de utilização de TD, como também ênfase na avaliação formativa ou processual, de tal maneira que os projetos de modelagem desenvolvidos alcancem os objetivos de aprendizagem esperados. A metodologia proposta foi implementada para uma turma da disciplina “Modelagem Matemática” do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas – PPGECM, o que possibilitou avaliar aplicabilidade, alcance, resultados, pertinência e os pressupostos que precisam ser atendidos para garantir melhorias de aprendizagem no contexto desta pesquisa

1.1 A Educação Matemática com Modelagem Matemática e Utilização de Tecnologias Digitais

A Educação Matemática é uma área de pesquisa que tem como objeto de estudo a compreensão, a interpretação e a descrição de fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática, abarcando todos os níveis da escolaridade, no que concerne à teoria e à prática (PAIS, 2008).

Esforços têm sido feitos no sentido de tornar os conhecimentos matemáticos mais acessíveis aos estudantes por meio da busca de renovação no ensino de Matemática. A consolidação das discussões sobre a Educação Matemática no Brasil se deu em 1988, com a fundação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, entidade civil de caráter científico e cultural, que tem como objetivo congrega profissionais da área de Educação Matemática (FLEMMING *et. al*, 2005). Mais de dez linhas de pesquisa se encontram em desenvolvimento atualmente nos centros de investigação na área de Educação Matemática e constituem grupos de

trabalho na SBEM. Dentre elas, a linha de pesquisa chamada Modelagem Matemática.

Portanto, a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino de Matemática que tem como referenciais problemas da realidade para, ao mesmo tempo, possibilitar aproximação com outras áreas de conhecimento e constituir-se em estímulo para trabalho em grupo e buscar garantir aprendizagem da Matemática com a solução de problemas associados a estas áreas.

Nesta tese busca-se demonstrar que as Tecnologias Digitais¹ podem melhorar os resultados obtidos com o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática quando se utiliza Modelagem Matemática (MM). A tese justifica-se pelo fato de as tecnologias digitais estarem presentes em todos os aspectos da vida cotidiana. Este é um fato incontestável. Aliás, diante da tecnologia, qualquer que seja, cabe sempre avaliar sua oportunidade, sua pertinência, suas utilidades, seus custos, seus benefícios. Se, fazendo este confronto, conclui-se por sua eficácia, sua eficiência, sua efetividade, por que não utilizá-la?

Para a demonstração do potencial das tecnologias digitais serão trabalhados, a título de exemplo, conteúdos de Matemática no âmbito de uma disciplina do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do IEMCI/UFGA (disciplina “Modelagem Matemática” e turma da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC), aplicando a metodologia proposta, que associa Modelagem e Tecnologias Digitais. Depois, procede-se a aferição qualitativa de aprendizagem conseguida, para demonstrar a hipótese de pesquisa (efetividade das tecnologias digitais para melhorar os resultados com o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática com Modelagem Matemática).

A chamada “era da informação” que hoje se vive exige mudança da vida social, em todos os âmbitos. A área de Educação não pode omitir-se desta exigência. A adoção das tecnologias digitais, na medida em que têm seus custos significativamente reduzidos e, em consequência disso, sua disseminação torna-se viável, pode contribuir para melhorar a qualidade da Educação. Medições que comprovem isto ainda não foram feitas. E, mesmo, há críticos que apontam

¹ Prefiro “Tecnologias Digitais” a “Tecnologias de Informação e Comunicação” por ser mais breve e mais expressiva.

desempenho insatisfatório quando se pôde fazer alguma aferição de aprendizagem com o uso do computador, segundo Dwyer, Wainer *et al.* (2007).

O próprio papel dos professores sofre uma profunda influência neste contexto, pela possibilidade da onipresença das tecnologias digitais, pela capacidade que o aluno tem de “encontrar, de tratar e de fornecer rapidamente informação (domínio da informação) ou a capacidade de resolver problemas” (LEPELTALK e VERLINDEN, 2005, p. 207). Isto possibilita a individualização da trajetória educacional, visto que o estudante, de posse dos recursos tecnológicos necessários, potencializa seus meios de aprendizagem, podendo desenvolver novas competências. Portanto, a tecnologia possibilita que “a Educação seja muito mais portátil, flexível e pessoal” e, com a internet, a Educação pode ficar “muito mais acessível, de modo que conhecimento e oportunidade sejam distribuídos de maneira mais ampla e igualitária (KHAN, 2013, p. 20).

Para que isto se cumpra, o professor precisa dominar os recursos tecnológicos, para explorar nas suas aulas plenamente as potencialidades da multimídia e possibilitar o acesso ao acervo disponível de conhecimentos, para auxiliá-lo no seu trabalho.

Na conjuntura atual, a

“educação assume a função de um dos fatores positivos em termos de conduzir o crescimento econômico no rumo da melhoria da qualidade de vida e da consolidação de democracia. A nova realidade econômica é cada vez mais sensível a atributos educativos como visão de conjunto, autonomia, iniciativa, capacidade de resolver problemas, flexibilidade.” (DEMO, 2009a, p. 24).

Assim, a educação deve assegurar “domínio dos códigos instrumentais da linguagem e da matemática...”, para garantir as habilidades de pensamento analítico e abstrato, saber tratar situações novas e solucionar problemas, como também deve permitir desenvolver capacidade de liderança, de comunicação e de autonomia no trabalho (DEMO, 2009a, p. 24). A educação deve desenvolver também atitude de pesquisa e capacidade de elaboração própria.

Já na educação básica deve-se desenvolver a “estratégia do aprender a aprender², saber pensar, compreender a realidade globalmente, avaliar processos

² Há críticos acerbos a quem valoriza o “aprender a aprender”; estes críticos apontam a tentativa de aproximar as ideias vygotskianas das ideias neoliberais. Duarte (2000, 2003) é um destes; ele afirma que o “aprender a aprender” leva à pedagogia que desvaloriza a transmissão do saber objetivo, diminui o papel da escola nesta tarefa, diminui a importância do professor e atende a proposta educacional que prega a formação de indivíduos

sociais e produtivos, discutir e realizar qualidade da cidadania e produção” (DEMO, 2009a, p. 85), ao mesmo tempo em que se busca a “atualização constante”. Há atualização nos conteúdos com o avanço científico. Por isso, é tão importante a estratégia de aprender a aprender, aprender a pesquisar, aprender a elaborar, atitudes estas necessárias para a vida toda.

Portanto, o sistema educacional precisa organizar-se para garantir a aprendizagem permanente. A escola dedicada a transmitir informação, incentivar a retenção e a reprodução de informação não tem espaço na era digital. Posto que a informação esteja disponível e seja acessível a todos, são exigidos os seguintes saberes: saber processar, saber reconstruir, saber organizar, saber utilizar a informação de forma crítica e criativa, para resolver problemas complexos (GÓMEZ, 2013). Gómez (2013) aponta três competências básicas, que são válidas para todos os estudantes: 1) a capacidade de utilizar de forma crítica e criativa o conhecimento disponível, 2) a capacidade de colaborar e conviver em sociedades (mais e mais) heterogêneas, e 3) a capacidade de desenvolver-se autonomamente, ou seja, a capacidade (já referida) de “aprender a aprender”.

Outro desafio posto para a Educação decorre do desenvolvimento tecnológico, propiciado, por exemplo, pela convergência tecnológica (Microeletrônica, Computação e Comunicação). As tecnologias digitais estão aí. É realidade. O desafio para os educadores é encontrar formas de aproveitá-la na educação convenientemente, para maximizar seus resultados, se possível.

Com relação ao impacto das tecnologias digitais na vida atual, Siqueira (2007, p. 14) afirma:

Sem qualquer deslumbramento pela tecnologia, do modo mais objetivo possível, temos de reconhecer o impacto das telecomunicações, do computador, da internet, da multimídia ou da convergência digital no aumento da produtividade, na difusão da cultura e na elevação da qualidade de vida. Por mais óbvio que possa parecer para muitos, no entanto, é preciso reiterar aqui não apenas o papel da tecnologia [de informação], mas, também, em especial, o das comunicações, como instrumento de transformação do mundo e da sociedade ao longo da história.

Outro desafio posto para a Educação é a nova economia – a economia digital – que já se encontra consolidada. Esta economia caracteriza-se pela não escassez

que se adaptem às atuais formas de trabalho flexível exigidas pelo mercado, caracterizadas pelo conhecimento técnico, sem necessidade de domínio de conhecimentos universais.

– diferentemente da economia tradicional. O conhecimento – produto básico da nova economia – quanto mais é usado, quanto mais se fazem análises, projeções e tendências, paradoxalmente, mais conhecimento é gerado. Daí a importância de se aprender a analisar, refletir, assimilar, relacionar, criticar, para gerar conhecimento. Com a profusão de informações disponíveis na rede, mais valiosos são os conhecimentos que possibilitam destacar a informação relevante da dispensável. E o domínio das tecnologias digitais são fundamentais para alcançar este objetivo.

Com regularidade a imprensa noticia dados de relatórios de instituições nacionais e internacionais, que apontam resultados insatisfatórios sobre a área de Educação. Como exemplo, cito algumas destas manchetes:

1) “Por que somos tão ruins em Matemática?” (O Estado de São Paulo, 6/6/2011): a jornalista Ocimara Balmant noticia que o desempenho em Matemática dos estudantes na faixa de 15 anos no Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) colocaram o Brasil na 57ª posição em um ranking de 65 países;

2) “Só 17% terminam o fundamental com domínio da Matemática” (O GLOBO, 2/9/2012): com base em dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira – INEP, os jornalistas Antônio Gois e Demétrio Weber noticiam que o percentual de estudantes com conhecimento considerado adequado em Matemática é de apenas 17% e em Língua Portuguesa, de 27%;

3) “Matemática e Ciências no País são piores do que na Etiópia”, publicado no Estadão Conteúdo, a propósito de notícia da Revista Veja de 11/4/2013: relatório do Banco Mundial aponta o Brasil como ocupante da posição 132 entre 144 países avaliados no ensino de Matemática e Ciências. Quanto à situação do sistema educacional, o País alcança a 116ª posição, atrás de Etiópia, Gana, Índia e Cazaquistão. Confrontando com o relatório de 2012, o País regrediu em relação às posições anteriores (que eram 127ª e 115ª posições, respectivamente).

Os exemplos de dados insatisfatórios divulgados são inúmeros, a despeito dos investimentos em Educação realizados pelo Governo Brasileiro.

Sobram mazelas para as várias instâncias envolvidas na Educação. Mesmo entre os professores, há aqueles que não prezam sua profissão. Como afirma Werneck (2009, p. 20):

Geralmente quando o professor finge que ensina, e, depois, nada exige, os alunos fingem que aprendem e nada falam. Quando, porém, não se leciona e

se exige depois um grau de dificuldade incompatível, os alunos, fingindo-se de interessados, procuram a direção, reclamam do mau desempenho do professor e desejam da escola uma satisfação para melhorar o nível.

Os índices citados e as situações acima exigem mudanças em vários níveis. Uma mudança óbvia é na prática pedagógica adotada pelos professores. No que tange ao ensino de Matemática, registram-se buscas da “adoção de uma nova postura educacional, a busca de um novo paradigma de educação que substitua o já desgastado ensino-aprendizagem baseado numa relação obsoleta de causa-efeito” (D’AMBROSIO, 2009, p. 120). A Modelagem Matemática foi proposta como uma alternativa pedagógica diante deste quadro e será abordada com mais detalhes na Seção 2.1.

A questão de pesquisa que se pretende investigar é: qual é a efetividade do uso das Tecnologias Digitais no processo de ensino e de aprendizagem com Modelagem Matemática? E, havendo condições para que a efetividade se dê, identificar estas condições. Levando-as em conta, foi proposta uma metodologia para aplicação em disciplina e buscou-se fazer avaliação qualitativa correspondente para responder à questão proposta.

A obtenção de informações foi feita por meio de pesquisa bibliográfica e de campo (com base na turma escolhida para a pesquisa).

Quanto à abordagem, a pesquisa tem caráter qualitativo.

Quanto aos objetivos, a pesquisa em questão tem caráter explicativo, por envolver componentes quantitativos e qualitativos.

A coleta dos dados sobre os resultados da aprendizagem foi feita por meio de questionários, observação, registro dos estudantes e entrevistas. A coleta de dados foi realizada antes, durante e depois do período de aulas.

A população a que se destina esta pesquisa é o alunado do curso de pós-graduação do Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI da UFPA, sendo que a amostra escolhida, por restrições de tempo e de recursos, recaiu sobre uma turma da Rede em Educação em Ciências e Matemática – REAMEC, para a experimentação da proposta de ensino de Matemática com Modelagem Matemática, usando TD.

Os dados obtidos foram analisados, interpretados e representados adequadamente, levando a uma conclusão nas Considerações Finais sobre a hipótese de estudo.

1.2 A Proposta de Pesquisa (Justificativa e Objetivos)

Justificativa

Como mencionado, há críticos que apontam desempenho insatisfatório quando se pôde aferir o aprendizado com o uso do computador. Por exemplo, o artigo “*Desvendando Mitos: os Computadores e o Desempenho no Sistema Escolar*”, de Tom Dwyer, Jacques Wainer *et al.* (DWYER, WAINER *et al.*, 2007, p. 1307), disponível em <http://www.cedes.unicamp.br>. Neste artigo, os autores analisam a bibliografia internacional disponível que se refere ao “uso da Informática nos ensinamentos fundamental e médio como instrumento de ensino/aprendizagem”. O objetivo do trabalho era levantar as evidências empíricas sobre os efeitos do uso do computador na efetividade da ação pedagógica”. Com base na análise de 306 artigos que tratam do uso do computador no ensino fundamental e médio, eles apontam:

A primeira conclusão que pode ser extraída dos resultados desta revisão bibliográfica é que, apesar da crença de que o uso de computadores traz amplos benefícios para os ensinamentos fundamental e médio, não existe corpo de evidências empíricas baseadas em estudos de natureza experimental que sustente esta hipótese (DWYER, WAINER *et al.*, 2007, p. 1308).

Os autores do artigo chegam a endossar o trabalho de um dos autores (Dwyer) publicado em 1997, cujas conclusões “sugerem que em certos casos a introdução de computadores nas escolas pode estar associada à redução da qualidade de ensino” (DWYER, WAINER *et al.*, 2007, p. 1310).

Como argumento final apresentado pelos autores, eles analisam dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) – exame aplicado nacionalmente a estudantes da Educação Básica escolhidos aleatoriamente, obedecendo a critérios demográficos – com o objetivo de obter resposta para a seguinte questão: “qual é o impacto mensurável do uso de computadores sobre o desempenho de alunos?” (DWYER, WAINER *et al.*, 2007, p. 1311).

No item **Discussão**, que antecede as conclusões, os autores afirmam:

Os resultados da nossa análise bibliográfica internacional parecem indicar que as evidências em favor da hipótese de que computadores são benéficos para o desempenho escolar fundamental e médio são pouco convincentes e provavelmente não muito significativos. Isso parece contrastar fortemente com a crença da maioria das pessoas. As políticas públicas brasileiras que favorecem a introdução de computadores nas escolas parecem estar baseadas na hipótese de que o uso de computadores pelos alunos traria benefícios significativos para a qualidade dos ensino fundamental e médio. Uma análise da bibliografia brasileira demonstrou a existência de uma crença, por parte de muitos pesquisadores, de que a adoção das TICs seja por si só associada com melhoras na escola. Esta 'expectativa positiva' levou à falta de pesquisa empírica para testar esta hipótese, que acabou sendo tratada como uma *a priori*. (DWYER, WAINER *et al.*, 2007, p. 1322-23).

Adiante, com base em dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2001, eles afirmam:

O uso do computador (seja na escola, em casa, no trabalho ou em outro local) não é associado a uma melhoria uniforme do desempenho do aluno no sistema escolar. Pelo contrário, aqueles que sempre usam o computador têm pior desempenho que outros usuários da mesma classe social (DWYER, WAINER *et al.*, 2007, p. 1324).

No entanto, não há menção no artigo se o computador é usado na sala de aula ou no laboratório de informática, e não só em casa. Dada a carência econômica de grande parte da população, seria importante que todos pudessem usar computadores na escola. Tal lacuna no artigo compromete seriamente as conclusões apresentadas. Perguntas que precisariam ser respondidas: como o computador é usado na sala de aula? Como a implantação da tecnologia digital foi feita? Foi precedida de treinamento para os professores? Houve mudança das práticas docentes em decorrência de sua utilização? Qual a relação computador-estudante? Como tais questões, outras mais não são respondidas. Mas, conclui-se apressadamente que as Tecnologias Digitais não potencializam a aprendizagem.

Mesmo em face das conclusões do estudo referido, persiste a questão da necessidade da medição da efetividade do uso das Tecnologias Digitais no processo de ensino e de aprendizagem. Nesta pesquisa pretendo avaliar o uso de Tecnologias Digitais para ensino de Matemática com Modelagem Matemática.

1.3 Objetivos da Pesquisa

Efetuar avaliação do uso de Tecnologias Digitais quando se emprega Modelagem³ como estratégia pedagógica no ensino de Matemática. Para tanto, buscam-se identificar potencialidades e restrições da utilização de tecnologias e os pressupostos que precisam ser atendidos para obter melhorias de aprendizagem neste ambiente. Uma metodologia de avaliação qualitativa para este contexto é formulada para aferição da aprendizagem; esta metodologia é utilizada em uma disciplina do PPGEEM, possibilitando com sua avaliação que ajustes e recomendações cabíveis sejam feitos.

1.4 Hipótese e Questões Norteadoras

A hipótese que se pretende demonstrar é que o uso de Modelagem com Tecnologias Digitais melhora os resultados obtidos no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

As questões norteadoras da pesquisa são:

- a) Em que condições a utilização de Tecnologias Digitais com Modelagem Matemática potencializa a aprendizagem?
- b) Por meio de avaliação qualitativa, em que medida isto se dá?

1.5 Trajetória Profissional do Autor

Antes de finalizar esta introdução, resumidamente, apresento minha trajetória, com os passos que me levaram da Computação – especificamente, da área de Engenharia de Software – para a Educação Matemática. Neste relato são expostas as condições, as situações e as contingências que envolveram o desenvolvimento

³ Quando a palavra Modelagem é empregada pretende-se referir Modelagem Matemática; quando não for o caso, outra expressão é usada.

dos meus trabalhos até aqui. Ao longo do documento, são destacados os elementos correlacionados com o tema proposto nesta tese.

Ingressei na Universidade Federal do Pará em 1975, com o vestibular para Engenharia Elétrica. Neste mesmo ano, em meados do primeiro semestre, houve concurso vestibular para a 1ª turma de um curso na área de Computação oferecido na Região Norte. Na ocasião, para garantir profissionalização mais rápida (garantindo-me condições mais favoráveis de subsistência), submeti-me ao novo vestibular, já que o novo curso teria caráter excepcional, com atividades intensivas e duração de dois anos; em alguns períodos, em até três turnos de trabalho. A duração do curso de Engenharia Elétrica era (e ainda é) de cinco anos. Com os riscos que o pioneirismo pode acarretar, decidi então fazer o vestibular. Obtive grande sucesso com a aprovação em primeiro lugar no certame. Com um ano de curso, obtive aprovação em processo seletivo para programador de computador da UFPA em junho/1976. Consegui assim o almejado emprego que garantiria subsistência pessoal e de seus pais. No fim de 1976, concluí o Curso de Tecnólogo em Processamento de Dados. Em agosto de 1978, iniciei minhas atividades docentes paralelamente com as atividades técnicas no curso pelo qual tinha obtido formação, como professor colaborador da UFPA.

Durante o ano de 1981, fiz o Curso de Especialização em Informática na Universidade Federal do Pará. A monografia de conclusão do Curso de Especialização em Informática (intitulada “Técnicas de Programação COBOL”) serviu de base para meu primeiro livro (publicado pela Editora Campus, do Rio de Janeiro, em 1984). O título do livro é “Programação Estruturada em COBOL”, tendo alcançado a segunda edição.

No fim de 1981, submeti-me ao processo seletivo para o Mestrado em Informática na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Fui selecionado, tendo iniciado o curso em março de 1982 e concluído em março de 1984. Durante o ano de 1983 ocupei o cargo de Presidente da Associação de Pós-graduandos (APG) da PUC/RJ; havia mobilização intensa naquela ocasião pela melhoria das condições da pós-graduação no Brasil, em especial por melhores bolsas para mestrado e doutorado. O título da dissertação de mestrado, orientada pelo Professor PhD Arndt von Staa, foi “Gerência de Desenvolvimento de Software”, defendida em março/1984.

Atualmente ocupo o cargo de Professor Adjunto IV da Faculdade de Computação do Instituto de Ciências Exatas e Naturais, onde exerço atividades docentes desde 1978. Disciplinas lecionadas dos Cursos de Tecnólogo em Processamento de Dados, Bacharelado em Ciência da Computação, Bacharelado em Sistemas de Informação, Biblioteconomia, Engenharia Civil/Elétrica: Introdução à Ciência dos Computadores, Processamento de Dados, Programação II, Linguagens de Programação, Estruturas de Dados I, Estruturas de Dados II, Engenharia de Software I, Engenharia de Software II, Informática e Sociedade, Análise e Projeto de Sistemas, TCC I, TCC II, Estágio Supervisionado, Empreendedorismo em Informática, Tópicos em Engenharia de Software, Algoritmos, Programação I, Técnicas de Programação, Metodologia Científica, Programação III, Tópicos em Computação, Tópicos em Sistemas de Informação, Teoria de Sistemas aplicada à Informática, Gerência de Projetos de Software.

Formulei o projeto e coordenei o Curso de Especialização em Análise de Sistemas desde 1996, por quinze anos, tendo ministrado as seguintes disciplinas: “Tópicos de Engenharia de Software”, “Tópicos Especiais em Análise de Sistemas” e “Análise e Projeto de Sistemas”.

Como relatado, meu primeiro cargo na UFPA foi programador de computador (admissão em 1976), depois analista de sistemas dois anos depois. Em 1978, passei a acumular a atividade de analista de sistemas (contrato de 40 horas) com a de Professor Colaborador (contrato de 20 horas). Em 1997, encerrei minhas atividades de analista de sistemas (PDV – Plano de Demissão Voluntária), passando a Professor Adjunto com dedicação exclusiva. Ocupei o cargo de Coordenador do Curso de Bacharelado em Ciência da Computação de 1994 a 1996 e o de Chefe do Departamento de Informática de 1996 a 1997.

De 2003 a 2004 coordenei o Projeto de Extensão (PROINT) “Empreendedorismo em Informática: Estruturação e Consolidação da Empresa Júnior de Informática (EJI) dos Cursos de Bacharelado em Sistemas de Informação (CBSI) e Ciência da Computação (CBCC)”. De 2004 a 2006 coordenei o projeto de pesquisa intitulado “Inteligência Computacional Aplicada à Gestão de Conhecimento em organizações – Estudos e Recomendações”. De 2006 a 2008, coordenei o projeto de pesquisa “Inteligência Computacional e Engenharia de Software Aplicadas à Gestão de Conhecimento em Organizações – Estudos e Recomendações”. Desde

2009, participo como colaborador do projeto de pesquisa “Construção de soluções de suporte ao processo de tomada de decisão em ambientes multidisciplinares e de incerteza, utilizando técnicas da *Soft Computing*”, projeto este coordenado pelo Prof. Dr. Antônio Morais da Silveira da Faculdade de Computação do ICEN.

Criei a Empresa Júnior de Informática (EJI) em 1999 e sou seu orientador desde então; afastei-me desta função durante o doutorado. O objetivo da Empresa Júnior é fomentar a cultura empreendedora no âmbito dos cursos de Computação da UFPA (Ciência da Computação e Sistemas de Informação).

Já participei de vinte e uma bancas examinadoras de concursos públicos e processos seletivos para docentes na UFPA, na UFRA, e para elaboração de provas para concursos públicos para profissionais de nível superior e nível médio na área de Computação para a UFPA e para a FADESP.

A despeito de atuar na área de Computação ao longo destes anos todos, as dificuldades existentes para a atividade docente são similares às da Educação Matemática.

Depois de participar do GEMM/PPGECM (Grupo de Estudos em Modelagem Matemática), coordenado pelo Prof. Adilson de Oliveira do Espírito Santo, por mais de um ano, numa aproximação com o IEMCI, decidi-me por realizar um trabalho de pesquisa na área de Modelagem Matemática. Em especial, procurando explorar tecnologias educacionais no apoio ao processo de ensino e de aprendizagem em Modelagem Matemática. Durante este período no GEMM, participei de palestras, ministrei palestras, participei de debates sobre as dissertações de mestrado e artigos científicos apresentados por membros do grupo na área de Modelagem Matemática. Este envolvimento culminou com a participação no EPAMM/2010 (III Encontro Paraense de Modelagem Matemática), evento realizado em Marabá/PA, do qual participei ministrando o minicurso “Modelagem Matemática com Tecnologias de Informação e Comunicação” e participei de debates sobre a utilização de tecnologias no processo de ensino e de aprendizagem. Este evento me possibilitou escrever um texto com o título do curso que hoje se encontra disponível em muitos sítios de material eletrônico na área de Matemática; os *slides* encontram-se postados em www.slideshare.net.

Ao longo de toda a minha vida profissional na área de Computação (como técnico e como docente), tenho vivenciado a questão da modelagem do conhecimento: afinal, um programa de computador, qualquer que seja, nada mais é do que

uma representação de dada realidade. Esta a razão por que reconheço afinidade entre a área de Modelagem Matemática e o trabalho de Engenharia de Software, e, conseqüentemente, esta afinidade se estende às atividades docentes das duas áreas, no que respeita a obstáculos e a potencialidades proporcionadas.

1.6 Organização do Texto

No Capítulo 2 é apresentado o referencial teórico utilizado nesta tese, começando com uma descrição da Modelagem Matemática e indicação, dentre as diferentes perspectivas existentes, daquela empregada no trabalho. Em seguida, as teorias de aprendizagem referenciadas são descritas, resumidamente: como o trabalho focaliza a utilização de Tecnologias Digitais, as Teorias da Substituição, da Suplementação e da Reorganização do Pensamento de Oleg. K. Tikhomirov são apresentadas, por mostrarem as conseqüências psicológicas da utilização de computadores. Segue-se com a Teoria da Atividade, proposta por Alexei Leontiev, com origem no trabalho de Lev Vygotsky. A contribuição de Yrjö Engeström é mencionada, com a tipificação de gerações da teoria e a expansão da representação da atividade humana, de modo a considerar a diversidade e o diálogo entre diferentes tradições ou perspectivas. Este desdobramento, que se acha em curso, constitui para Engeström a terceira geração da teoria, iniciada em Vygotsky. Por fim, o trabalho de Pierre Lévy que contempla dimensões coletivas da cognição, e identifica três tecnologias associadas à memória e ao conhecimento – a oralidade, a escrita e a informática –, às quais ele chama de tecnologias da inteligência. O capítulo é finalizado com uma descrição ampla sobre as Tecnologias Digitais.

O Capítulo 3 trata da associação entre Tecnologias Digitais e Educação, começando com a identificação das potencialidades oferecidas por estas tecnologias, seguida da apresentação das principais restrições apontadas pelos pesquisadores da área de Educação. Especificamente sobre a utilização da Internet no Brasil são destacados resultados de duas pesquisas (de alcance nacional) conduzidas pelo Comitê Gestor da Internet

Brasileira (CGI.br) sobre o uso da Internet por crianças e adolescentes brasileiros na faixa de 9 a 16 anos (realizada em 2012) e outra sobre a utilização das Tecnologias Digitais nas escolas brasileiras (realizada em 2010). O Capítulo é finalizado com breve descrição de tecnologias digitais disponíveis para a área de Educação.

O quarto Capítulo trata da formulação de metodologia para avaliação de aprendizagem de Matemática com Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais. Inicia com a descrição de técnicas de avaliação de aprendizagem, depois cuida da avaliação em Matemática e, mais especificamente ainda, quando se utiliza Modelagem Matemática. Por fim, é formulada uma proposta de metodologia, com condicionantes garantidores de sucesso quando se emprega Modelagem Matemática apoiado por Tecnologias Digitais.

No quinto Capítulo é descrita a aplicação da metodologia proposta, nas condições mencionadas nesta introdução, com o relato das sessões realizadas de sua aplicação e a análise dos resultados obtidos.

O sexto e último Capítulo contém as conclusões finais.

Capítulo 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Com exceção da abordagem sobre avaliação de aprendizagem, os demais tópicos centrais desta tese são apresentados neste capítulo, começando pela Modelagem Matemática. Depois, as teorias de aprendizagem que sustentam a pesquisa são descritas: a saber, a Teoria da Reorganização de Oleg K. Tikhomirov, a Teoria da Atividade de Alexei Leontiev, cuja origem está no trabalho de Lev Vygotsky; e, por fim, o trabalho de Pierre Lévy, com as dimensões coletivas da Cognição e as Tecnologias da Inteligência. O Capítulo é encerrado com uma descrição abrangente sobre as Tecnologias Digitais.

2.1 Modelagem Matemática

Como esta pesquisa envolve a utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem de Matemática, esta abordagem é descrita resumidamente em seguida, com base nos trabalhos de importantes pesquisadores da área.

Bassanezi (2009, p. 15) afirma que o interesse pela Matemática se acentua por meio de estímulos externos, oriundos do “mundo real”. Portanto, a matemática aplicada aí oferece um caminho natural para despertar o interesse do aluno, em contraposição a tratar dos vários assuntos exigidos nos vários níveis de ensino de forma desconectada da aplicabilidade prática. Na verdade, pretende-se fazer um retorno à sequência de passos como um teorema é formulado, normalmente partindo de uma aplicação (motivação), apresentando hipóteses, validando-as e depois finalizando com o enunciado do teorema. Portanto, busca-se o esquema “**aplicação** → **demonstração** → **enunciado**” ao invés do praticado nas salas de aula, que é como segue: “**enunciado** → **demonstração** → **aplicação**” (BASSANEZI, 2009, p. 36). Um processo de ensino e de aprendizagem até um pouco mais detalhado é apresentado por Luckesi (2011a), constituído pelas seguintes etapas: 1) Exposição inteligível; 2) Assimilação; 3) Exercitação; 4) Aplicação; 5) Recriação; e, por fim, 6) Criação. Essencialmente, este processo não difere do esquema “**enunciado** → **demonstração** → **aplicação**”, contra o qual a Modelagem Matemática vem contrapor-se. Sobre os passos listados por Luckesi, pode-se acrescentar:

- 1) Exposição inteligível: cabe ao educador a tarefa, com o educando, frequentemente, ficando em posição passiva;
- 2) Assimilação: presume-se que ocorra concomitantemente ou posteriormente à exposição, em que se espera que o educando tenha participação ativa; o educador é menos ativo neste ponto;
- 3) Exercitação: educando plenamente ativo, ainda que de modo repetido, para apropriar-se do conteúdo assimilado; educador a postos para atender eventuais questionamentos;
- 4) Aplicação: educando plenamente ativo para experimentar a aplicação do conteúdo no ambiente que o cerca ou nas situações que puder propor ou que lhe forem submetidas; educador a postos para atender eventuais questionamentos;
- 5) Recriação: educando plenamente ativo, amparado pela habilidade que as aplicações proporcionaram, ele está apto a recriar o conteúdo aprendido; educador permanece menos ativo, reorientando, se necessário;
- 6) Criação: fase de plena autonomia do educando, em que pode exercitar sua criatividade para criar sobre o conteúdo ou em torno dele; nesta etapa, o educando também é plenamente ativo; educador a postos para orientação.

Seguindo esta ordem lógica (mas que nem sempre é obedecida linearmente), o educador parte de maior para menor atividade, ocorrendo o contrário com o educando, caminhando da dependência para a autonomia.

Será visto adiante que, com a utilização da Modelagem Matemática, a autonomia chega mais cedo, e o papel do educador é o de orientação em todas as etapas do processo.

Desta forma, partindo de problemas da realidade, modelando-os adequadamente, pode-se transformá-los em problemas matemáticos, cujas soluções podem ser expressas na linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2009). Este processo desdobra-se em várias etapas, identificadas e descritas a seguir.

Cinco etapas podem ser identificadas no processo de modelagem: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação. A figura 1 mostra o processo de Modelagem Matemática, adaptado a partir de (BASSANEZI, 2009). O conector com círculo preenchido sinaliza o início do processo; o alvo sinaliza fim do

processo. Os passos são numerados de 1 a 5 (respectivamente, Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação). Os retângulos com cantos arredondados representam a realidade que se deseja modelar e os modelos elaborados são identificados com algarismos romanos no diagrama. O início do processo de modelagem ocorre com a identificação de um problema que se deseja modelar (problema não matemático).

a) Etapa de Experimentação: esta etapa consiste em obter dados sobre a realidade a ser modelada. As técnicas empregadas aqui são as usuais para coleta de informações: entrevistas, aplicação de questionários, observação (etnografia), leituras de livros e periódicos sobre o objeto de interesse. No início, quando não se tem ideia do que fazer, Bassanezi sugere que se conte ou meça: com os dados obtidos, monta-se uma tabela; isto talvez seja o início de tudo (BASSANEZI, 2009).

b) Etapa de Abstração: com base na coleta de dados realizada na etapa anterior, identificam-se as variáveis relevantes ao problema e descartam-se as julgadas irrelevantes. A abstração consiste em: 1) selecionar as variáveis que descrevem o sistema; 2) formular um problema na área em que se está trabalhando; 3) formular hipóteses que permitam deduzir manifestações empíricas específicas; a formulação de hipóteses se dá por observação dos fatos, por dedução lógica, a partir da experiência do modelador, a partir de casos da própria teoria; 4) simplificar o problema, restringindo as informações incorporadas ao modelo, para resultar em um problema matemático tratável. Esta etapa produz como resultado um modelo matemático (representado pelo item III), expresso por uma linguagem matemática que traduza as hipóteses formuladas em linguagem natural.

c) Etapa de Resolução: a resolução do modelo pode dar-se por meio de métodos computacionais que levem a soluções analíticas posteriores. Esta etapa produz como resultado o modelo proposto (representado pelo item IV - solução).

d) Etapa de Validação: consiste em testar o modelo proposto, com as hipóteses atribuídas, confrontando com os dados empíricos e obtidos do ambiente real. A interpretação de resultados obtidos por meio de gráficos facilita a validação do modelo e o seu aperfeiçoamento. A etapa de validação envolve a elaboração de dados experimentais a serem usados nos testes do modelo; da mesma forma, o resultado desta etapa pode determinar um retorno à etapa de Resolução para refazer a solução.

e) Etapa de Modificação: a análise dos dados experimentais pode determinar a modificação do modelo matemático, para adequá-lo a estes dados. Isto ocorre porque alguma hipótese pode ser falsa ou constitui simplificação excessiva ou ainda existem outras variáveis no ambiente que não foram consideradas no modelo proposto.

Como a Modelagem Matemática é um processo, didaticamente é conveniente esta abordagem de apresentá-la em etapas padronizadas. Este é um caminho para conseguir domínio deste processo e poder aperfeiçoá-lo.

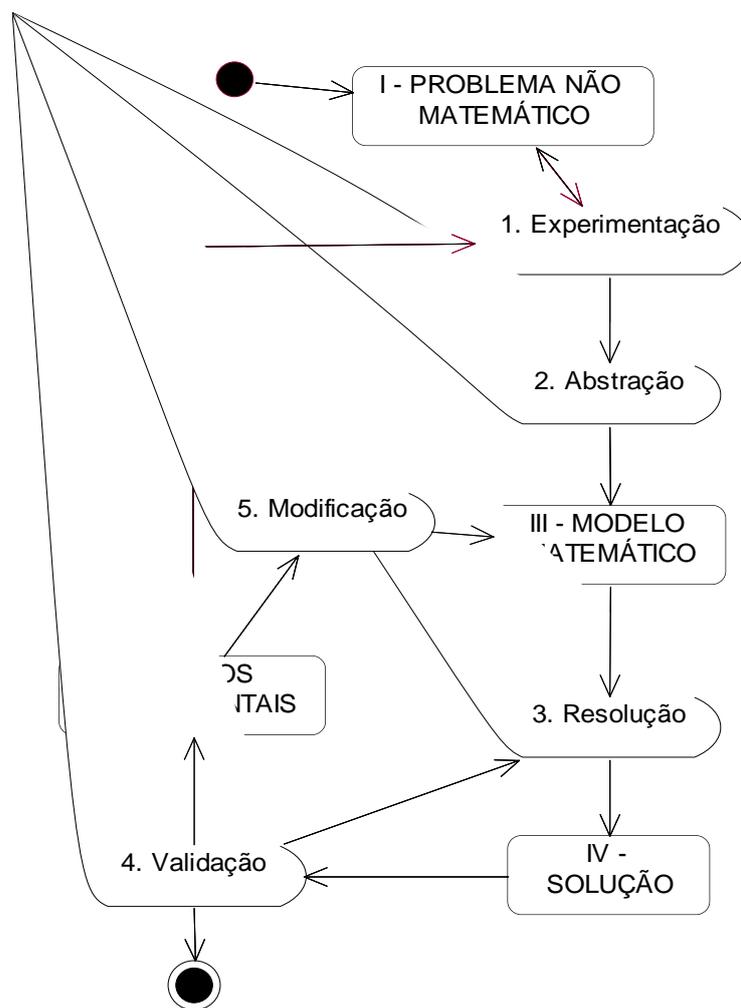


Figura 1. Etapas do Processo de Modelagem Matemática (adaptado de [BASSANEZI, 2009, p. 27]).

Duas aplicações principais podem ser consideradas para a Modelagem Matemática: como estratégia de ensino e de aprendizagem de Matemática e como método científico (BASSANEZI, 2009, p. 32). Nesta última utilização, Bassanezi (*op. cit.*) menciona (dentre outras) que a Modelagem Matemática:

- pode estimular novas ideias e técnicas experimentais;
- pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;
- pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações, previsões;
- pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade.

O primeiro uso citado (estratégia de ensino e de aprendizagem) é o objeto de interesse principal desta tese. A propósito, Biembengut e Hein (2009, p. 18) afirmam que:

a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isto porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico.

Como estratégia de ensino, o emprego da Modelagem em cursos regulares precisa ser ajustado, para levar em conta, por exemplo, o conteúdo previsto, o tempo disponível para atividades extraclasse, e outras condições que o professor encontrar no seu ambiente de trabalho. No entanto, alguns obstáculos são identificados para aplicação da Modelagem Matemática em cursos regulares (BASSANEZI, 2009): obstáculos para os estudantes, obstáculos instrucionais e obstáculos para os professores:

a) **Obstáculos para os estudantes:** no ensino tradicional o professor monopoliza as ações, cabendo ao estudante receber as instruções passivamente, prestando atenção e fazendo anotações; sua participação reduz-se a responder perguntas do professor ou a fazer exercícios em que é chamado a reproduzir o que ouviu. No processo de Modelagem Matemática a participação do estudante é decisiva para a aprendizagem; ao professor cabe orientar, esclarecer dúvidas existentes, coordenar as ações, prover meios para que a aprendizagem ocorra. A apatia do estudante e sua não adesão ao processo podem constituir-se em obstáculo a superar. Barbosa (1999) afirma que é compreensível esta atitude inicial, em face da tradição escolar de passividade diante do conhecimento.

b) **Obstáculos instrucionais:** como há um programa extenso a ser cumprido, e como o processo de modelagem caminha mais lentamente do que no ensino tradicional, ocorre de o conteúdo previsto não ser abordado. Além disso, de parte do professor, há exigências de envolvimento com outras áreas, cabendo-lhe domínio de conhecimento que provavelmente não possui. Portanto, os professores saem de uma “zona de conforto” que o ensino tradicional lhes assegura para uma “zona de risco”, em que vai enfrentar situações embaraçosas e dizer com mais frequência “não sei” e em que vai buscar respostas juntamente com seus educandos (PENTEADO(1999) *apud* BORBA & MALHEIROS, 2007).

c) **Obstáculos para os professores:** a já citada saída da “zona de conforto” para “zona de risco” é um obstáculo a enfrentar; a preocupação com o tempo necessário para preparar as aulas e com a possibilidade de não conseguir cumprir o conteúdo do curso integralmente. Em pesquisa realizada com professores, Barbosa (1999) identifica como origem de possíveis dificuldades dos professores com a Modelagem Matemática o fato de as próprias Licenciaturas não abordarem esta temática.

Em face destes obstáculos, o ensino tradicional prevalece, com caráter fortemente instrucionista, conteúdos descontextualizados da vida do aluno, nenhuma criatividade nas abordagens que possa motivar maior interesse dos estudantes. A propósito, jocosamente, Werneck (2009) afirma, diante deste quadro, que o ato mais criativo na sala de aula é a cola.

Reconhecem-se como pontos importantes para a aprendizagem adequada os seguintes (DEMO, 2008) (FURTADO & ESPÍRITO SANTO, 2011) (FURTADO, 2012b), todos eles ingredientes encontrados na modelagem matemática vista como estratégia de ensino e de aprendizagem:

a) **Autoria:** quando se busca fazer a modelagem matemática como processo, há um trabalho de autoria, que não se resume em reproduzir conhecimento, mas de reconstruí-lo, tendo em conta a realidade retratada;

b) **Pesquisa:** dado que os problemas são buscados na realidade, há necessidade de coletar dados sobre ela em todas as fontes existentes; é inevitável familiarizar-se com a área de conhecimento em questão. E mais: buscar identificar o que é relevante e o que deve ser descartado desta realidade. Como se busca produzir um modelo – que é, afinal, uma simplificação desta realidade – os aspectos considerados irrelevantes devem ser deixados de lado pelo modelador.

c) **Elaboração:** a capacidade de produzir o modelo envolve etapas que vão da coleta de dados, exercício da abstração, resolução numérica e analítica do problema, validação da solução proposta e, dependendo dos testes realizados com dados experimentais e com a própria realidade retratada, ajustar o modelo proposto com possíveis simplificações ou acréscimos de variáveis, até a finalização do processo. Isto possibilita considerável capacidade de elaboração para o modelador.

d) **Leitura Sistemática:** é pressuposto do processo de modelagem a obtenção de dados sobre a realidade a ser retratada e o domínio do conhecimento sobre ela; isto pode ser feito por técnicas de coleta como entrevistas, questionários, observação (etnografia), e, também, fundamentalmente, por meio de leitura sobre a área em questão, de modo a obter o embasamento necessário para produção do modelo requerido.

e) **Argumentação e Contra-argumentação:** hipóteses vão ser sugeridas e descartadas; a capacidade de argumentar e contra-argumentar são exercitadas em todo momento. Partindo do jeito particular de ser de cada indivíduo é que se estabelece a fluência da argumentação e da contra-argumentação, superando enfoques absolutistas. A percepção diferente concebida como fecunda e positiva encerra

a essência do processo educativo: o diálogo, a compreensão do outro, a solidariedade na produção do saber. O diferente do outro representando o desafio à convivência social, à confrontação de hipóteses, à consistência de argumentação para a produção do saber e a transformação da sociedade (HOFFMANN, 1998, p. 25).

f) **Fundamentação:** nenhuma hipótese elencada para formulação do modelo é definitiva; ao sugerir, cabe ao modelador fundamentá-la adequadamente para ser acatada.

g) **Aprendizagem como Hábito:** o processo de modelagem pressupõe multidisciplinaridade (BASSANEZI, 2009): é inevitável a exigência de aprendizagem permanente, pois os problemas que se apresentam na prática não são estanques e o inter-relacionamento de disciplinas é real. Daí que a aprendizagem deve constituir-se hábito para o modelador.

Portanto, aplicar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem possibilita todos estes aspectos fortalecedores da assimilação de

conhecimentos, em que o modelador mais facilmente se motiva pelo envolvimento e pela participação, ao contrário de receber um conteúdo de forma passiva, sem ser instado a elaborar, a reconstruir, a interpretar, individual e coletivamente.

Como frisado, a utilização da Modelagem Matemática assegura que a autonomia do educando chega mais cedo que na abordagem de ensino tradicional, já que lhe cabe papel de condutor da sua aprendizagem, e ao educador compete orientação e apoio em todas as etapas do processo.

2.1.1 Perspectiva de Modelagem Matemática usada neste texto

Dentre várias perspectivas de Modelagem Matemática propostas na literatura, será adotada a proposta por Almeida *et al.* (2012), que propõe as seguintes fases para configuração e resolução de uma situação-problema: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

A fase de inteiração consiste em informar-se sobre uma situação-problema que se deseja estudar, para conhecer características e particularidades da situação. Com base nestas informações, pode-se formular o problema adequadamente e definir metas para sua resolução.

A fase de matematização consiste em traduzir a situação-problema da linguagem natural para a linguagem matemática, evidenciando o problema a ser resolvido. Esta descrição matemática é realizada a partir de formulações de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações pertinentes, em face do que foi levantado na fase de inteiração.

A fase de resolução consiste na construção de um modelo matemático correspondente à situação, o que permite analisar aspectos da situação considerada.

A fase de interpretação de resultados e validação consiste em identificar uma resposta para o problema. A análise desta resposta constitui processo avaliativo, validando-se ou não a representação matemática feita. Portanto, esta fase consiste em avaliar o processo de construção de modelos, buscando-se conseguir o modelo mais representativo da situação estudada.

Com base nesta perspectiva, serão enfatizados dois aspectos destacados nesta tese: a avaliação formativa ou processual (está descrita no Capítulo 4) e a

utilização de Tecnologias Digitais, ambos realçados em busca de potencializar a aprendizagem.

2.2 Teorias de Aprendizagem

A base teórica em que se sustenta esta tese é devida aos trabalhos de Tikhomirov (em especial, a Teoria da Reorganização do Pensamento), a Teoria da Atividade de Leontiev e o Coletivo Pensante de Pierre Lévy. A seguir estas teorias são sintetizadas.

2.2.1 Teorias da Substituição, da Suplementação e da Reorganização (Consequências psicológicas da utilização de computadores), de Oleg K. Tikhomirov.

Quando se faz menção ao emprego do computador, em especial na área de Educação, referencia-se o trabalho do psicólogo russo Oleg K. Tikhomirov que estuda os reflexos na cognição em decorrência da utilização de computadores, afetando o processo de produção de conhecimento. A forma de organização, o armazenamento, a busca e o processamento de informações nos computadores constituíram métodos novos em relação à maneira empregada anterior à criação dos computadores e, mesmo, que perdurou por bom tempo depois.

Analisando as consequências psicológicas da computadorização, Tikhomirov (1981) formulou três teorias: a primeira – a teoria da substituição –, em que o computador assume o lugar do ser humano ou o substitui em todas as esferas do trabalho intelectual. Tal substituição pode ocorrer para uma classe de problemas – aqueles para os quais se pode elaborar um algoritmo. A segunda, teoria da suplementação, em que os computadores suplementam o pensamento humano no processamento da informação, pelo aumento do volume e da velocidade obtidos. É verdade que, com o uso do computador, é possível processar mais informação, com mais rapidez e, até, mais corretamente. Na terceira teoria – a teoria da reorganização –, Tikhomirov assegura que o computador é um artefato que exige a reorganização do pensamento do ser humano, muito mais que o substitui ou o suplementa. Um exemplo que se pode citar que reforça a ideia da reorganização dos pensamentos é o que ocorre com a solução de problemas por meio de software. As bases da programação estruturada assentam em três construtos: as estruturas de

sequência ou concatenação, de seleção ou *ifthenelse* e de repetição. Com estas três estruturas, pode-se construir a solução de qualquer problema (resolvível) por computador (FURTADO, 1984, 2013). Portanto, qualquer problema precisa ser expresso em combinações destas estruturas: o conhecimento que se deseja explicitar precisa ser reorganizado levando em conta as operações que o computador consegue executar, qualquer que seja a linguagem de programação que se utilize. A essência do trabalho do engenheiro de software reside em capturar os requisitos (necessidades) que precisam ser executadas no computador, e traduzi-las em combinações das construções mencionadas.

Dando consequência à teoria da reorganização de Tikhomirov: para resolver um problema por computador, cabe expressar a solução sempre em termos do que o computador é capaz de fazer.

Quando a teoria foi formulada, a convergência computação-comunicação ainda não tinha ocorrido, mas pode-se notar que ainda é válida, apesar de todos os avanços nos recursos disponíveis em termos de interação humano-computador.

Na análise da atividade prática, a ferramenta é considerada pelos psicólogos como o componente mais importante da atividade humana. Este componente singulariza a atividade humana em comparação com o comportamento animal. Com as palavras de Tikhomirov (1981, p. 8):

A ferramenta não é simplesmente adicionada na atividade humana: antes, ela a transforma. Por exemplo, a mais simples ação com uma ferramenta – cortar madeira – produz um resultado que não poderia ser atingido sem o uso de um machado. Ainda que o machado por si só não tenha produzido este resultado. A ação com uma ferramenta implica uma combinação de ativação e adaptação criativa humanas. As ferramentas por si só aparecem como órgãos suplementares criados pelos humanos. A natureza mediativa da atividade humana claramente desempenha um papel de liderança na análise da atividade prática.

Tikhomirov (1981) conclui que a teoria da reorganização reflete os fatos reais do desenvolvimento histórico melhor do que as teorias da substituição e da suplementação. Ele afirma que a utilização do computador muda a estrutura da atividade intelectual humana, pois a memória, o armazenamento e as buscas são

reorganizadas. Portanto, o homem deve adaptar-se às condições de trabalho com um computador.

2.2.2 Teoria da Atividade (LEONTIEV, 1978; ENGESTRÖM, 2001)

A Teoria da Atividade (TA) tem origem nos trabalhos de Vygotsky e Leontiev, decorrente do esforço para construção das bases da Psicologia Sócio-histórico-cultural, com bases filosóficas em Karl Marx. A TA fundamenta-se no conceito de mediação, proposto por Vygotsky: a ação de um sujeito é mediada por uma ferramenta e endereçada a um objetivo. Uma representação da forma como Vygotsky apresenta a relação estabelecida entre os seres humanos e o ambiente é mostrada no triângulo da Figura 2: num dos vértices, o **sujeito**, cujo comportamento se pretende analisar; noutro vértice, os **artefatos (ferramentas)**, que são objetos materiais ou ideais, que o sujeito utiliza para atingir seu resultado; e no outro vértice, o **objeto**, representa o material bruto sobre o qual o sujeito vai agir, com a mediação dos artefatos (ferramentas), em interações contínuas (MOYSÉS, 1997) (DAMIANI, s. d.).

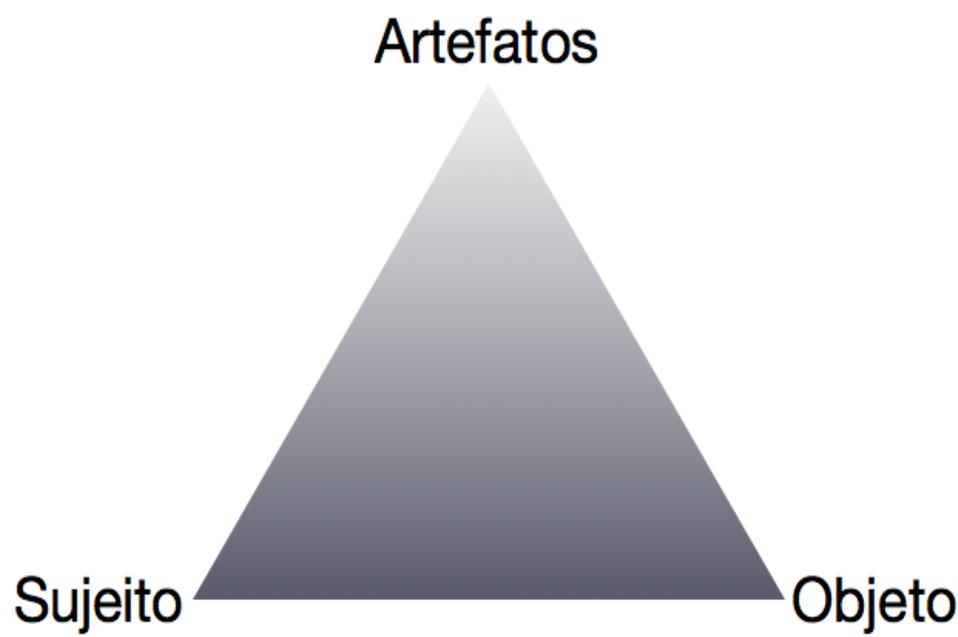


Figura 2. Relação do Sujeito com o Objeto mediada pelo Artefato.
Fonte: Damiani (s. d.).

Engeström (2001) rotulou o esquema representado na Figura 2, centrado na mediação, de primeira geração da TA. Para ele, este esquema carrega a limitação de a unidade de análise ser o indivíduo, sem considerar o contexto em que ele está inserido. Para Engeström, o que veio a constituir-se a segunda geração da TA, decorreu da ideia de mediação de Leontiev (1978), que propunha que se observasse o contexto em que uma ação está inserida: para entender uma ação, é necessário perceber o motivo por que ela é realizada: para isto, é preciso entender a atividade que a requer.

Com o trabalho de Leontiev, a unidade de análise deixa de ser o indivíduo e passa a ser o coletivo: o ser humano passou a viver em sociedade, e com sua consequente divisão do trabalho. A associação de uma necessidade à sua satisfação deixou de ser imediata, como ocorre com os animais. Agora, a ligação é feita por meio de resultados parciais, empregando diferentes ferramentas, e envolvendo vários participantes da atividade coletiva. Portanto, as necessidades são satisfeitas por meio de ações coletivas de um grupo. A atividade é um conceito abstrato, que somente pode ser definido a partir do motivo (material ou ideal) que a justifica. O que é perceptível são as ações que realizam a atividade. Desta forma, pode-se dizer que uma ação pode compor diferentes atividades e cada atividade pode ser realizada por diferentes ações (DAMIANI, s. d.).

Engeström (2001) representa o sistema de atividade humana, expandindo o triângulo de Vygotsky, adicionando o nível coletivo: agora a comunidade onde a atividade ocorre é mostrada, com sua divisão de trabalho e suas regras (ver Figura 3).

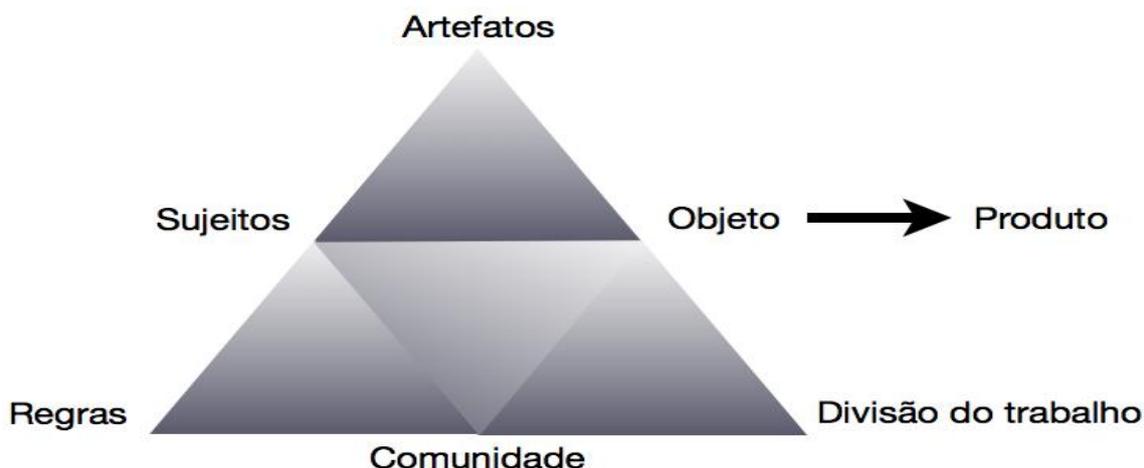


Figura 3. Estrutura do sistema de atividade humana.
Fonte: Engeström (2001).

Nesta figura, observa-se que a comunidade também se relaciona com os sujeitos e com o objeto (triângulo com vértices *comunidade*, *sujeitos* e *objeto*). Por sua vez, a relação entre sujeitos e comunidade é mediada pelas regras (triângulo com vértices *sujeitos*, *comunidade* e *regras*). A relação entre comunidade e objeto é mediada pela divisão do trabalho (triângulo com vértices *comunidade*, *objeto* e *divisão do trabalho*). Desta forma, o objeto é transformado como resultado da atividade (SOUTO & ARAÚJO, 2013).

2.2.3 Coletivo Pensante de Pierre Lévy (1993)

Na produção de conhecimento, Lévy (1993) aponta a impossibilidade de separação entre os seres humanos e as técnicas empregadas. E propõe um coletivo pensante homem-coisas, repleto de singularidades e subjetividades. Com respeito às tecnologias da inteligência, ele aponta que, com a informática, a linearidade da escrita foi quebrada, pela possibilidade de utilização simultânea de diferentes artefatos (fotos, sons, textos, vídeos) para construção de uma ideia. A oralidade, a escrita e a informática – as três tecnologias da inteligência, apontadas por ele – são responsáveis por estender nossa memória (SOUTO & ARAÚJO, 2013).

2.3 Tecnologias Educacionais: Uma Sobrevista

Quando se fala em Tecnologia Educacional, pensa-se logo na tecnologia mais moderna, com utilização de computador com recurso de projeção 3D de última geração, acessível para poucos. Nesta seção, será apresentada uma classificação

ampla dos recursos disponíveis para os professores: aquelas tecnologias que independem de recursos elétrico-eletrônicos e as que dependem destes recursos.

É importante ressaltar desde logo que a tecnologia (qualquer) é um meio, e não um fim em si próprio. Ela não garante automaticamente a aprendizagem. Leite *et al.*, (2003, p. 8) afirmam que “a simples presença da tecnologia na sala de aula não garante qualidade nem dinamismo à prática pedagógica”. Tecnologia não é panaceia. Cabe, sempre, estudá-la detalhadamente para avaliar sua adequação ao fim pretendido. A consciência da utilização da tecnologia educacional (por que e para que utilizá-la), o domínio do conhecimento técnico associado a ela (para utilizá-la de acordo com suas características) e o conhecimento pedagógico (como integrá-la ao processo educativo) são pontos fundamentais a serem considerados antes do seu emprego (LEITE *et al.*, 2003, p. 13). A decisão política de aquisição de uma tecnologia sem a participação do professor tem-se mostrado inadequada, pois, afinal, ele é parte decisiva no sucesso da utilização, porque modifica suas práticas pedagógicas para incorporá-la ao processo educativo.

A lista apresentada a seguir pretende mostrar que o professor tem à sua disposição muitos recursos que, se explorados adequadamente, podem contribuir para dinamizar sua prática docente, inibindo a monotonia que um só recurso pode acarretar, com mais chance de levar à consecução do objetivo da aprendizagem.

2.3.1 Classificação quanto à dependência de recursos elétrico-eletrônicos

2.3.1.1 Tecnologias Independentes

Dentre as Tecnologias Independentes, citam-se (LEITE *et al.*, 2003), (VIEIRA *et al.*, 2003):

a) **História em quadrinhos:** constituída de quadros sequenciais que combinam imagem e texto (duas artes no mesmo instrumento – literatura e desenho);

b) **Gráfico:** é uma representação visual de dados numéricos; há software especialmente desenvolvido para construir gráficos que possibilitem a análise de dados, comparações, projeções e tendências. Como exemplo, pode-se citar o SmartDraw, cujo fim específico é a construção de gráficos diversos; a planilha eletrônica MS-EXCEL também apresenta recursos para construção de gráficos

diversos. O gráfico é citado aqui como tecnologia independente porque é considerada sua utilização na forma impressa para uso em *flip-chart* ou em quadro.

c) **Instrução Programada**: consiste de um texto para ser usado pelo estudante com o objetivo de instruí-lo sobre conceitos, procedimentos, regras. Pode servir de ferramenta para treinamento, possibilitando ao educando avançar conforme seu ritmo próprio;

d) **Ilustração/Gravura**: é um termo genérico para designar fotografias, desenhos, símbolos; servem para esclarecer conceitos, modificar conceitos errôneos, recapitular conteúdo ministrado, estimular a imaginação. Hoje, com o recurso da fotografia digital, exposições podem ser preparadas facilmente; possibilitam uma forma de ler o mundo ou expressar uma leitura particular;

e) **Jogo** (aqui não são os *games*): trata-se de atividade física ou mental (lúdica), organizada de maneira que ocorra vitória e derrota; instala um espírito de equipe e de competição saudável que, se bem conduzido, pode estimular a aprendizagem;

f) **Jornal**: trata-se de um periódico impresso, com o objetivo de divulgar notícias, opiniões; editores e redatores são os próprios estudantes. Com as Tecnologias Digitais eliminam-se os custos decorrentes da impressão com o jornal digital.

g) **Jornal Escolar**: é um jornal preparado pelos estudantes, com o objetivo de integrá-los no meio em que vivem, registrando o que de relevante ocorre, ou merece ser criticado ou elogiado;

h) **Livro Didático**: valioso recurso de ensino para o professor, se especialmente preparado por ele, contendo sua sequência de apresentação dos assuntos, com as atividades a serem desenvolvidas. Mesmo que não seja impresso, e que fique na forma eletrônica – como *pdf* – constitui ferramenta educacional indispensável;

i) **Mapa e Globo:** são representações do mundo real, com o objetivo de localizar, orientar. O *Google Maps* (ferramenta virtual) é instrumento valioso para este propósito;

j) **Modelo:** é uma representação bi ou tridimensional de objetos ou seres vivos. Podem-se citar quatro tipos de modelos científicos (JUNG, 2004): 1) o modelo icônico (representa um sistema físico real com máxima semelhança); 2) o modelo diagramático ou esquemático (utiliza símbolos para a representação do sistema físico real; não há semelhança com o sistema real); 3) modelo gráfico (representa características ou propriedades do sistema físico real, permitindo a visualização das grandezas envolvidas); 4) modelo matemático (descreve fenômenos e as variáveis dos problemas por meio de linguagem simbólica; esta linguagem usa convenções, regras e símbolos, em forma de equações);

k) **Mural:** trata-se de conjunto de ilustrações, gravuras e desenhos, com o objetivo de comunicar uma mensagem; apresenta uma ideia principal e ideias acessórias;

l) **Flip-chart:** conjunto de folhas (em branco ou já utilizadas), contendo mensagem elaborada ou por elaborar;

m) **Sucata:** trata-se de qualquer material que não foi produzido para ser utilizado didaticamente; pode ser empregado em construção de maquetes, no ensino de matemática para contagem e classificação;

n) **Texto:** trata-se de redação com propósito determinado e grupo que irá utilizá-lo. Com a Internet a produção de texto pode ser compartilhada com os estudantes, como preparação antecipada à apresentação de dado assunto.

o) **Peça Teatral:** consiste de apresentação encenada de uma história pelos estudantes; a própria história pode ser escrita pelos estudantes com o objetivo de transmitir uma mensagem. A um só tempo, exercita redação, criatividade, pesquisa para produção do texto, organização, comunicação.

p) **Gincana:** jogo com regras definidas, em que sai um vencedor e um perdedor de acordo com o que for proposto; pode envolver tarefas as mais diversas, desde seção de perguntas e respostas sobre um tema determinado ou sobre tema livre,

solução de problemas, arrecadação de alimentos/produtos para algum fim específico. A Gincana de Matemática consiste em apresentar para grupos de estudantes uma lista de problemas; o grupo que resolver o maior número de problemas em determinado tempo é o grupo vencedor. A Gincana de Programação consiste em desenvolver o maior número de programas em dada linguagem em determinado tempo. Desperta o interesse dos estudantes para o estudo sistemático em vista da participação nestes eventos.

q) **Quadro Branco (para escrita com pincel)**: trata-se de recurso mais utilizado no processo pedagógico, para reforçar a exposição do professor; devem ser evitados textos longos; fazer a distribuição dos dados de acordo com a lógica da aula..

r) **Portfólio**: instrumento por meio do qual o estudante pode registrar sua percepção sobre o conhecimento aprendido em dada disciplina. A sua construção possibilita a reflexão sobre o conhecimento abordado e facilita o processo de autoavaliação pelo estudante. Para o professor, a leitura do portfólio desenvolvido pelo aluno constitui instrumento valioso de avaliação (pelo *feedback* que proporciona), pois demonstra claramente os conhecimentos e as capacidades adquiridas por ele durante um dado período de tempo.

Portanto, pela quantidade de itens listados, as possibilidades são inúmeras para variar a realização da atividade de aula, evitando-se a repetição enfadonha de instrumentos.

2.3.1.2 Tecnologias Dependentes

Dentre as Tecnologias Dependentes de recursos elétrico-eletrônicos citam-se (BARATO, 2002), LEITE *et al.*, 2003), (VIEIRA *et al.*, 2003), (SANCHO *et al.*, 2006), (SIQUEIRA, 2007), (BALDIN, 2008), (GIRALDO e CARVALHO, 2008), (DEMO, 2009a), (CARVALHO e IVANOFF, 2010) (FURTADO, 2012a):

1) **Computador**: principal tecnologia para o apoio pedagógico; recebe, armazena e manipula grandes quantidades de informações; quando conectado em rede (e, em especial, à Internet) possibilita o acesso a bases de dados além-fronteiras e o intercâmbio de informações. É preciso destacar que o computador não funciona sem software: aliás, o que potencializa sua utilidade é exatamente a disponibilidade

de programas específicos para a área em que se deseja trabalhar. Não se pode conceber hoje, em qualquer área, um profissional bem formado quando não domine esta tecnologia e que seja capaz de utilizá-la em seu trabalho. Em particular, no ensino, o computador é útil no armazenamento e no processamento de grandes volumes de dados, para fazer simulações, projeções; é útil ainda como meio de comunicação de acesso a redes internas (redes locais) e à Internet. A utilização do computador pode ainda ser potencializada com o domínio de linguagens de programação: mesmo que inexista um programa para resolver dado problema específico, com o conhecimento de lógica de programação e de uma linguagem de programação (linguagem Java, linguagem PHP, linguagem C, linguagem C++, ou outra) pode-se, a rigor, resolver qualquer problema solucionável por computador. Cabe destacar que, diante do computador, duas classes de usuários existem: aqueles que utilizam programas existentes para solucionar seus problemas e aqueles capazes de desenvolver programas para solucionar problemas de outrem; estes são os profissionais de computação (bacharéis em Sistemas de Informação e bacharéis em Ciência da Computação). Foge ao escopo deste trabalho descer a minúcias sobre as tecnologias listadas. A literatura sobre computação e suas potencialidades e limitações é extensa.

2) **CD** (*Compact Disc* – disco compacto): meio de armazenamento de arquivos (dados, som); um CD armazena cerca de 700 Mbytes (1 Mbytes = 1.000.000 bytes; 1 byte = 1 caractere). Existem dois tipos: CD-R (CD “virgem” – não regravável) e o CD-RW (regravável). Caminha para o desuso com o surgimento de meios de armazenamento mais compactos e de maior capacidade de armazenamento e maior velocidade de tratamento, como os *pendrives*. É um meio de baixo custo (a unidade custa fração de real). Encontram-se *pendrives* com capacidade de armazenamento acima de 16 Gbytes (1 Gbytes = 1.000.000.000 bytes = 10^9 bytes) a baixo custo.

3) **DVD** (*Digital Video Disc* – Disco digital de vídeo): meio de armazenamento de até 4,7 Gbytes. A qualidade de som e imagem é superior ao das fitas de VHS.

4) Internet com todas as suas possibilidades:

4.1 **www** (*world wide web* – grande teia de alcance mundial – contém os *sites* – sítios; os *sites* são constituídos de páginas contendo informações organizadas sob a forma de textos, imagens, vídeo e som; a *www* é certamente a parte mais utilizada da Internet);

4.2 **Chat**: espaço de comunicação entre usuários para troca de mensagens *em tempo real* (*interação síncrona*); muito utilizado em ambientes virtuais de aprendizagem para interação entre estudantes e entre estudantes e tutores, em tempo real;

4.3 **FAQ** (acrônimo de *Frequently Asked Questions* – Perguntas e Respostas mais frequentes): item usual dos *sites* com as perguntas mais frequentes (e suas respostas) feitas pelas pessoas que os acessam. Nos ambientes virtuais de aprendizagem constitui um acervo (banco de dados) valioso contendo as dúvidas dos estudantes e as respostas acrescentadas pelos tutores;

4.4 **Correio Eletrônico**: serviço para envio de mensagens na Internet; exige que o usuário disponha de um endereço eletrônico (e-mail) inscrito em um provedor da Internet. Nos ambientes virtuais de aprendizagem é uma *forma de interação assíncrona* entre estudantes e tutores. A mensagem é recebida e colocada na caixa de correio do destinatário;

4.5 **Listas de Discussão**: é um ambiente virtual para troca de mensagens sobre dado tema. As listas são formadas pelos endereços eletrônicos dos participantes. As mensagens enviadas para a lista pelos signatários são recebidas por todos. É uma forma de comunicação valiosa para as turmas de estudantes, podendo-se enviar uma mensagem somente para a lista alcançando todos os inscritos. *É uma forma de interação assíncrona*. Há serviços gratuitos para formação de grupos de discussão como o do *Yahoo* e o do *Google*, dentre outros;

4.6 **Videoconferência**: ferramenta muito utilizada na educação a distância (EAD) para comunicação síncrona. Os equipamentos necessários para viabilizar esta tecnologia são: os computadores (ligados à Internet ou Intranet) ou por satélite;

câmera para captação da imagem a ser transmitida, com identificação do participante que está falando; tela ou aparelho de TV que amplia a imagem; painel de controle, por meio do qual o professor ou condutor controla a visão da sala de aula; pelo painel ele pode orientar o foco para um dado estudante; projetor – para exibir documentos, fotos, livros ou quaisquer itens que se queira projetar.

4.7 **Home Page:** documento eletrônico criado pelo professor (ou outrem) com vínculos (*links*) para outras páginas e *sites* selecionados, que o professor julga adequado indicar para os estudantes. Existem serviços de autoria gratuitos para construção/manutenção de páginas na Internet.

4.8) **Dicionários e Tradutores Virtuais:** os principais dicionários do País – Houaiss, Aurélio e Michaelis podem ser acessados pela Internet. A Academia Brasileira de Letras permite visualizar a ortografia das palavras do português (www.academia.org.br). Tradutores também estão disponíveis para acesso gratuito.

4.9) **Bibliotecas virtuais:** as bibliotecas têm caminhado na direção da virtualização (disponibilização do acervo para acesso virtual). Um exemplo de biblioteca de domínio público é o Portal de Periódicos da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior; tem-se acesso a artigos em bases de dados e revistas nacionais e internacionais (www.periodicos.capes.gov.br). O Portal Domínio Público permite acesso a obras que tenham caído em domínio público, sem direito a copirraite (www.dominiopublico.gov.br). A Biblioteca Eletrônica Científica Online – SciELO – *Scientific Electronic Library Online*, implementada pela FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), dá acesso a artigos de diversas áreas de conhecimento e reúne países de língua portuguesa e espanhola (www.scielo.org).

4.10) **Bases de imagens e de mapas:** recurso valioso na preparação de conteúdo. Exemplos de servidores de imagens são o *Flickr*, o *Picasa*, o *Instagram*. Servem como fonte de pesquisas, edição e organização de fotos públicas e pessoais. O *Google Maps* é a base de mapas; com ele é possível localizar mapas, desenhar rotas. O *Google Earth* possibilita visitar locais do planeta.

4.11) **Bases de vídeos:** um vídeo expressa uma situação, um evento histórico, algum aspecto cultural que se queira destacar. O *YouTube* (www.youtube.com) é um grande repositório de vídeos, que podem ser recuperados por tema; é possível compartilhar os vídeos próprios.

4.12) **Mensagens instantâneas:** os softwares de troca de mensagens eletrônicas podem ser utilizados para simples comunicação; nos ambientes virtuais de aprendizagem são úteis, por exemplo, para orientação a distância. São exemplos deste tipo de software: *Yahoo! Messenger*, *Skype*, *Google Talk*.

4.13) **Comunidades virtuais:** a construção de comunidades que tenham interesses comuns é facilitada por ferramentas como o *Yahoo! Grupos* e o *Google Grupos*. Uma turma de faculdade pode constituir uma comunidade, já que vai interagir pela vida à fora, compartilhando interesses. Os seguintes recursos estão disponíveis nestes serviços: lista de *e-mails*, armazenamento de arquivos, fotos, *links*, bancos de dados, enquetes, agenda.

4.14) **Redes de relacionamento (ou redes sociais):** são sítios cujo objetivo é compartilhar informações, mensagens, interesses (os chamados perfis de usuários – conjunto de coisas que uma pessoa aprecia, não aprecia, *hobbies*, profissão ou qualquer outro interesse que a pessoa deseja compartilhar). São exemplos de redes de relacionamento: *Facebook*, *MySpace*, *Linkedin*, *Twitter*, *Orkut*, *Hi5*. Dois elementos destacam-se nas redes sociais: os atores (pessoas, instituições ou grupos; os nós da rede) e suas conexões (interações ou laços sociais). Os atores representam os nós da rede. São as pessoas envolvidas na rede. Moldam as estruturas sociais por meio da interação e constituição de laços sociais. As conexões são os laços sociais (interação social entre os atores). Constituem o principal foco do estudo das redes sociais, pois é sua variação que altera as estruturas desses grupos. O capital social tem valor constituído a partir das interações entre os atores sociais (RECUERO, 2009).

As redes sociais podem formar-se em torno de: blogs, eventos, fotos, vídeos, redes sociais pessoais, *microblogs*, SMS, email, áudio, *wikis*, ferramentas colaborativas, redes sociais de rótulo branco. Como exemplos de cada tipo acima identificado: blogs – *WordPress*, *Blogspot* e *TypePad*; software de eventos –

EventFul e Zvents; como software de fotos – Flickr e Zoomr; como software de vídeos – YouTube, Kybe; redes sociais pessoais – Facebook e LinkedIn; como software de microblogs – Twitter, Joiku e Pownce; de SMS – Communications Channel; de e-mails – Bacn; de áudio – ODEO e BlogTalkRadio; de wikis – Twiki, pbwiki e welpaint; de ferramentas colaborativas – Zimbra, Google e Zoho; redes sociais de rótulo branco – Ning (permite a criação de rede social individualizada).

Uma classificação das redes sociais por objetivo: de relacionamentos pessoais (Facebook, Orkut, Myspace, Twitter, Tymr), profissionais (LinkedIn), comunitárias e políticas. As redes comunitárias são formadas para compartilhar os interesses de uma comunidade. Recuero (2009) relata a catástrofe ocorrida em Santa Catarina em novembro de 2008 e o importante papel desempenhado por blogs, pelo Twitter e pelas mensagens instantâneas na comunicação dos acontecimentos e na mobilização do país para a ajuda à população afetada pela tragédia. Como exemplo de rede política, Recuero (2009) cita a campanha vitoriosa de Barack Obama por meio do Twitter (na divulgação dos eventos da campanha) e na divulgação do vídeo “*Yes, we can*”, postado no YouTube. Pode-se citar também a campanha presidencial brasileira de outubro/novembro de 2010 e a que está em curso, em que os candidatos exploraram/exploram largamente o Twitter e os blogs.

4.15) **Blog**: a palavra é uma contração de *web log* (registro da web, em tradução livre); trata-se de um sítio com uma estrutura especial para atualização imediata, semelhante a um diário; a redação dos artigos (ou *posts*) pode ser feita por uma pessoa ou por um grupo. Os *posts* vão sendo acrescentados na ordem inversa da cronológica. Existem blogs com os mais variados interesses (jornalísticos, literários, esportivos, entretenimento, etc). Exemplos de software para construção de blogs são: *Blogspot*, *Blogger*, *Tripod*, *Word Express*, dentre outros.

4.16) **TV pela Internet**: é um recurso que os portais de TVs abertas utilizam para interação com espectadores em tempo real.

4.17) **Twitter**: é uma rede social com servidor para armazenar os *posts* – neste caso, são chamados de *tweets* – em até 140 caracteres. Os tweets são passados do *site* do serviço, por chamada SMS do celular, por exemplo. Já houve a proposta de criar a *twitteratura*, a tentativa de reescrever obras clássicas em 140 caracteres.

A respeito deste serviço, ao qual aderiram muitos jovens para acompanhar seus artistas preferidos, o escritor José Saramago afirmou que, assim, não vai demorar chegar a época em que a comunicação vai dar-se por grunhidos. Escrever com esta limitação no número de caracteres exercita a capacidade de concisão considerável.

4.18) **Enciclopédias virtuais:** a Wikipédia (www.wikipedia.org) é a enciclopédia virtual de maior sucesso; foi construída a partir da colaboração de pessoas ao redor do mundo, tendo como princípio a confiança nas fontes e nos colaboradores. É uma fonte valiosa para partida de uma pesquisa na Internet, mas não pode ser fonte final porque a informação pode não ser verídica, dada a forma como as colaborações ocorrem. Enciclopédias tradicionais como Barsa e Britânica oferecem acesso gratuito a parte de seu acervo.

4.19) **Wiki (colaboração):** os wikis são ferramentas de colaboração, em que o conteúdo de um *site* é construído com a participação de várias pessoas. Um exemplo de ferramenta que oferece este serviço é o Twiki.

5) **Pacotes de software específicos:** programas escritos em linguagens de programação para solução de problemas específicos para os quais foram desenvolvidos. Enquadram-se aqui os editores de texto (MS-Word), as planilhas eletrônicas (MS-Excel), os pacotes gráficos (SmartDraw), os pacotes para gerenciamento de projetos (MS-Project e dot.Project), os pacotes matemáticos/estatísticos e científicos (com MatLab, Mathematica, Maple, SPSS, SAS, e outros), como os pacotes utilizados na engenharia (AutoCAD). Enquadra-se aqui também o elemento que potencializa o computador, estendendo sua utilização para solução de problemas novos – os pacotes de software por desenvolver, não encontrados no mercado. Sua construção exige (normalmente) domínio de lógica de programação e linguagem de programação, como afirmado, e é realizada por profissionais de computação – analistas e programadores. Na área educacional, os programas para controle administrativo das escolas/universidades com a oferta de serviços como matrícula, confecção de histórico, vestibular, e outros, exigem o trabalho de profissionais de computação para sua elaboração;

6) **Rádio:** veículo para disseminação de informações. Pode-se oferecer o serviço via *web*.

7) **Televisão Comercial/Educativa:** com a universalização dos televisores (e mais restritamente com os televisores digitais e os televisores com tecnologia 3D), a utilização de programas específicos (criteriosamente selecionados) das emissoras de TV pode constituir-se em veículo educativo importante

8) **Slide (PowerPoint):** a disponibilização de *slides* (MS-PowerPoint) com o conteúdo de apresentações com uso de projetores é um recurso valioso, desde que não explorado como única ferramenta, pelo desestímulo da repetição excessiva. Aqui sugere-se que o uso das tecnologias educacionais seja o mais variado possível, explorando-se cada meio no que ele possibilita de melhor. Com relação à “postagem” de *slides*, há um serviço oferecido pelo *site* www.slideshare.net que contém apresentações cadastradas (e disponíveis para *download*) sobre os mais variados assuntos, mesmo em português. Os *slides* desta tese serão postados neste sítio.

9) **Games (Jogos):** recurso facilitador da aprendizagem, podendo constituir-se em estratégia de ensino adotada pelos professores. Podem ser presenciais ou virtuais, com ou sem a mediação feita por programas de computador, ou simplesmente pelo computador (CARVALHO & IVANOFF, 2010, p. 8).

O *videogame* ou *game* (jogo) é um jogo eletrônico no qual o jogador interage com imagens exibidas em um televisor, monitor ou celular; a palavra *videogame* designa o console onde o jogo é processado.

Na categoria de jogos eletrônicos sem regras predeterminadas enquadra-se o *Second Life* (segunda vida, em inglês). Trata-se de um ambiente virtual e tridimensional, que combina rede social e comércio eletrônico; o participante do jogo age como se vivesse uma vida paralela, fazendo as mesmas coisas, relacionando-se com outras pessoas, comprando bens, etc.

Constitui ramo importante de investigação científica o desenvolvimento de jogos e desafios *on-line* que, com a utilização por parte dos estudantes, servem para explorar determinados conteúdos, ao mesmo tempo em que registram

dificuldades percebidas nesta interação, possibilitando que o professor obtenha informação particularizada e de forma individualizada, de modo a tratar adequadamente os obstáculos de cada educando. Os instrumentos tradicionais de avaliação de aprendizagem não dão conta destes resultados que estas ferramentas possibilitam sem grande esforço do docente.

10) **Simuladores virtuais:** os simuladores virtuais mais conhecidos são os utilizados para treinamento de pilotos de avião, em que condições de voo adversas ou críticas são aplicadas, de modo que o piloto aplique os conhecimentos e as técnicas aprendidas teoricamente.

Um simulador muito popular é o *SimCity* que possibilita projetar uma cidade complexa e fazer sua gestão pública, com funções de planejamento, aplicação de leis de trânsito, conflitos sociais e desastres naturais (CARVALHO & IVANOFF, 2010, p. 8).

11) **Educação a distância:** é um processo educacional em que estudante e professor encontram-se fisicamente separados. A forma mais tradicional era realizada por meio de material impresso (os cursos por correspondência); esta modalidade funciona com outros meios (rádio, televisão, satélite, telefone). Com a disseminação da Internet e das redes de computadores, estas são as estruturas tecnológicas mais utilizadas, mas que não dispensam outras formas complementares.

12) **E-readers (leitores eletrônicos):** recebeu o nome *Kindle* o equipamento lançado pela *Amazon Corporation* no fim de 2007, com o objetivo de ler livros eletrônicos (*e-books*) e outras mídias digitais, como acessar páginas da Internet. Além de livros eletrônicos, pode-se ler jornais, *blogs*; a bateria do equipamento exige recarga depois de cinco dias de uso. O *Kindle 2* dispõe de função para transformar texto escrito em texto falado (função *Text-to-Speech*); permite armazenar até 1500 livros; armazena também música (formato MP3). Os autores que liberaram seus originais (digitais) para comercialização pela *Amazon* ficam com 70% do valor vendido, o que constitui um atrativo enorme para os autores; os contratos das editoras estabelecem normalmente para edições de 3000 exemplares

10% do valor de capa. Além da quantidade de obras que o leitor eletrônico pode armazenar (o correspondente a uma biblioteca pequena inteira), alguns recursos são valiosos: a possibilidade de ajustar o tamanho da fonte para maior conforto da leitura; a possibilidade de localizar rapidamente dado trecho, palavra ou expressão, dentre outros.

13) **Fotografia digital:** fotografia tirada com câmera digital ou com telefone celular. Não há necessidade de revelação, pois é salva em arquivo que pode ser tratado por computador.

14) **Telefone Celular:** aparelho de comunicação por ondas eletromagnéticas. É usado em adição à função de comunicação, para enviar SMS (mensagem curta), tirar fotos, filmar, despertar, gravar lembretes, jogar, ouvir música, GPS, leitura de *e-books* e videoconferência.

15) **Produção de filmes:** com a tecnologia de filmagem disponível, mesmo em celulares, não se pode descartar a possibilidade de produzir pequenos filmes educativos.

16) **Produção de software:** com o domínio de lógica de programação e de uma linguagem de programação, pode-se considerar a tarefa de desenvolver aplicações educacionais sob medida.

17) **Hipertexto:** trata-se do conteúdo digital no formato multimídia, quando interconectado. A *www* é um exemplo de hipertexto. O hipertexto possibilita navegação fácil pelo conteúdo, esteja ele em texto, som, vídeo, imagem. A rede formada para interligar estes diferentes artefatos exige um sistema com base em tecnologias de informação para gerência dos conteúdos interligados. Cada *link* (ligação) possibilita o acesso a inúmeras informações, deixando para trás a maneira linear como se lê um livro, por exemplo; no próximo capítulo, esta forma de ler – não linear – será retomada a partir do trabalho de Lévy (1993). Esta forma transversal de acessar o conhecimento, no entanto, tem seus críticos: eles apontam que isto leva à dispersão e à falta de concentração, acabando por perder-se o foco inicial da leitura

(isto também será retomado no próximo capítulo, reportando a crítica ácida de Carr (2004, 2009).

18) **i-Pad**: equipamento lançado pela Apple em janeiro de 2010; o equipamento fica situado entre o *notebook* e o *smartPhone*; toda a navegação é com os dedos, em tela *Multi-Touch* de 9,7 polegadas, especial para assistir vídeos. Seu peso é de 680 gramas; a bateria garante pelo menos 10 horas de vídeo. Há várias versões disponíveis: com 16, 32 e 64 Mbytes, por exemplo. Permite a preparação de apresentações, documentos, planilhas, gráficos e tabelas.

As possibilidades educacionais destas tecnologias são inúmeras.

Como mostrado, a quantidade e a variedade de tecnologias disponíveis é muito grande. Mais e mais conteúdo é posto à disposição dos interessados. Diz-se até que conteúdo virou “*commodity*”, querendo dizer que se trata de mercadoria de pouco valor. Haja vista o projeto do Google, realizado em parceria com universidades americanas e inglesas, de digitalizar o acervo bibliográfico e permitir o acesso para consulta com os engenhos de busca da empresa. A **Revista Veja** e o Jornal **O GLOBO** digitalizaram todas as suas edições.

Diante da profusão de dados, maior a necessidade de a escola enfatizar a leitura crítica dos meios de comunicação e mais aguçada a capacidade de análise e de tratamento dos volumosos dados disponíveis, de saber pensar e ser capaz de “separar o joio do trigo”. Esta é mais uma exigência da qual a educação deve dar conta hoje (LEITE *et al.*, 2003, p. 105).

2.3.2 Ambientes Virtuais de Aprendizagem

A construção e a disponibilização de ambientes virtuais de aprendizagem aumentaram muito nos últimos anos, possibilitados pela revolução das redes de computadores e da multimídia, tornando realidade a aprendizagem *on-line* (KOMOSINSKI, 2000), (CAMPOS *et al.*, 2003) (PALLOFF e PRATT, 2004). Ambientes brasileiros, como *Teleduc*, *Aulanet*, *WebCT* têm sido implantados e utilizados em muitos lugares. O Sistema *Moodle*, desenvolvido pela *Curtin University of Technology* da Austrália tem tido disseminação em muitos países. A pesquisa

descrita no capítulo 5 utiliza sala virtual desenvolvida neste ambiente. Mesmo na área de Educação Matemática especificamente, a construção de ambientes virtuais tem sido feita. Um exemplo é o Centro Virtual de Modelagem (CVM), proposto e implementado por Marcelo de Carvalho Borba (BORBA, 2005), (BORBA e MALHEIROS, 2007), (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2008).

Vários contextos negativos são apontados para a Educação a Distância – EAD (DEMO, 2006):

- 1) a possibilidade de fraude quando o controle não for efetivo;
- 2) o risco de aprimoramento do instrucionismo (aulas reprodutivas);
- 3) a venda da ideia de facilitar a obtenção de diplomas e certificados, com a negligência da qualidade educativa;
- 4) educar exige presença; EAD deve garantir alguma forma de contato pedagógico;
- 5) o isolacionismo pode ocorrer, impedindo os contatos socializadores que os cursos presenciais apresentam;
- 6) o fortalecimento de autodidatismo excessivo, visto que o estudante pode aprender sozinho, com dispensa de professor ou tutor.

Um aspecto extremamente importante da EAD é a possibilidade de se poder estudar a qualquer hora, em qualquer lugar e em qualquer idade (DEMO, 2006). Esta é uma característica própria do tempo presente que os avanços tecnológicos trouxeram.

O sistema Moodle, acima citado e que foi utilizado para auxiliar o trabalho cooperativo entre os estudantes e o professor, é uma ferramenta de *groupware* educacional, ou seja, é um sistema colaborativo para apoio a processos de ensino e aprendizagem (*Computer-Supported Cooperative Learning – CSCL – Aprendizagem Cooperativa Apoiada por Computador*). O sistema propicia a cooperação entre os estudantes, monitorando suas interações, possibilitando aprendizagem de conceitos, solução de problemas e desenvolvimento de projetos. Dentre os serviços disponíveis, normalmente há: correio eletrônico, compartilhamento de informações, sistemas de conferência, sistemas de suporte à decisão em grupo, sistemas de co-autoria (CAMPOS *et al.*, 2003).

2.3.3 Tecnologias Digitais (TD) ou Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC): uma Sobrevista

Nesta conceituação das TD ou TIC, o início se dará pela conceituação da Tecnologia de Informação. Posteriormente, a parte de Comunicação é acrescida. Até historicamente, foi assim que os avanços ocorreram, e levaram à convergência atual.

Tecnologia da Informação (TI) diz respeito aos recursos de informação de uma organização qualquer, seus usuários e a gerência que os supervisiona. Neste sentido, a TI inclui a infraestrutura necessária e todos os sistemas de informação existentes (TURBAN *et al.*, 2005). Há, porém, um sentido mais restrito da Tecnologia da Informação: neste, significa o mesmo que sistema de informação.

Cabe, aqui, então conceituar sistema de informação. Laudon & Laudon (2007) definem sistema de informação como um conjunto de componentes inter-relacionados capaz de coletar (ou recuperar), processar, armazenar e distribuir informações, destinadas a apoiar a tomada de decisões, a coordenação e o controle de uma organização. Adicionalmente, os sistemas de informação oferecem subsídios para análise de problemas ao pessoal envolvido com sua operação.

Dentre as funções típicas que um sistema de informação executa podem ser relacionados: processamento de dados, classificação e recuperação de informações, organização/arrumação de informações e execução de cálculos.

Não se pode ignorar que o sistema de informação, como modelo representativo da empresa, sofre as interferências a que a empresa está sujeita: dos seus clientes, de seus concorrentes, dos fornecedores, dos acionistas e dos órgãos governamentais e agências reguladoras. Potencialmente, estes elementos que compõem o ambiente em que a empresa está localizada podem determinar modificações na forma de operação do seu sistema de informação.

O sistema de informação de uma empresa proporciona, de uma ou de outra forma, a elaboração das informações necessárias para que os vários escalões administrativos desincumbam-se de suas tarefas. A produção de informação necessária à tomada de decisão pode ser breve ou demorada. Quanto mais rapidamente a informação necessária puder ser produzida (ou obtida), melhor para a empresa, pois ela poderá dar respostas mais rápidas às suas demandas. A presteza

e a qualidade da informação produzida são fundamentais para que decisões corretas e oportunas sejam tomadas (FURTADO e COSTA JR, 2010).

A correção da decisão é seriamente prejudicada se a informação não estiver disponível em tempo hábil, ou se for incorreta. Busca-se, então, que os sistemas de informação forneçam informação de boa qualidade, conseqüentemente, melhoram-se as decisões tomadas na empresa, maximizando-se, assim, seus resultados.

Retomando a definição de Turban para TI apresentada acima: TI inclui a infraestrutura necessária e todos os sistemas de informação existentes. A infraestrutura “consiste nas instalações físicas, componentes da TI, serviços da TI e da gerência da TI que oferece suporte à organização Os componentes da TI abrangem hardware, software e tecnologias de comunicações, que são usados pelo pessoal de TI para produzir os serviços da TI” (TURBAN *et al.*, 2005, p. 40).

Quando se incorpora à TI a parte de comunicação, tem-se o que se chama Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

As TICs exigem uma infraestrutura mínima para sua utilização. Os componentes desta infraestrutura são: os portais, as comunicações sem-fio, telecomunicações e redes, software, hardware, bancos de dados, arquivos e *data warehouse*. Fazem parte da infraestrutura ainda os seguintes componentes de TI: a estrutura de desenvolvimento de sistemas, a gestão de segurança e de riscos e a gestão de dados.

A classificação dos Sistemas de Informação, proposta em (TURBAN *et al.*, 2005), é mostrada na Figura 4. Na base da pirâmide encontram-se os sistemas pessoais e de produtividade (*Personal and Productivity Systems*), relacionados ao nível operacional da empresa. Acima, aparecem os sistemas de processamento de transações (*Transaction Processing Systems*), encarregados de controlar as transações realizadas no nível operacional da empresa. Por exemplo, incluem-se aqui as aplicações de controle de estoque, contabilidade, folha de pagamento. Um nível acima, aparecem os sistemas de informação funcionais e gerenciais (*Functional and Management Information Systems*); estes sistemas fornecem suporte ao nível gerencial com informações consolidadas, saídas gráficas para análise e projeções. Em seguida, aparecem os sistemas empresariais (integrados) – *enterprise systems (integrated)*; depois, os sistemas interorganizacionais (*Interorganizational systems*). No caso de conglomerados de empresas, estes

sistemas encarregam-se de integrar os sistemas das empresas componentes. Os sistemas globais abrangem os conglomerados. Por fim, os sistemas muito grandes e especiais (*Very large and special systems*), no ápice da pirâmide, à disposição do alto escalão da empresa, que visam oferecer ao escalão estratégico as informações necessárias para a formulação de diretrizes para a empresa.



Figura 4. Classificação de Sistemas de Informação (TURBAN *et al.*, 2005).

As Tecnologias de Comunicação são classificadas como síncronas e assíncronas. As tecnologias síncronas (tempo real) exigem que os participantes estejam conectados para a interação. É o caso, por exemplo, da videoconferência, das mensagens instantâneas, dos *chats*, do telefone, dentre outras. As tecnologias assíncronas não apresentam a exigência de tempo real. É o caso do correio eletrônico, dos *blogs*, entre outros. O Quadro 1 mostra as tecnologias associadas à internet, classificando-as como síncronas (em tempo real) e assíncronas.

Quadro 1. Tecnologias: Síncrona X Assíncrona.

TECNOLOGIA SÍNCRONA	TECNOLOGIA ASSÍNCRONA
<i>Chat</i>	www
Videoconferência	FAQ
Mensagem instantânea	Correio eletrônico
Telefone	Lista de discussão
	<i>Home Page</i>
	Comunidade virtual
	Rede de relacionamento
	<i>Blog</i>
	<i>Twitter</i>

O Capítulo seguinte associa as Tecnologias Digitais com a Educação, discutindo em seguida as potencialidades principais e as restrições sobre o uso destas tecnologias na Educação.

Capítulo 3 – Educação e Tecnologias Digitais

Neste Capítulo é abordado o emprego das Tecnologias Digitais na Educação. Como afirmado na Introdução, há pesquisadores que não reconhecem a importância desta utilização; como é o caso de Tom Dwyer, Jacques Wainer e outros – ver, por exemplo, Dwyer, Wainer *et al.* (2007), cujos argumentos foram analisados na seção 1.2. Além de me deter na apreciação dos críticos, começo este capítulo apontando as potencialidades oferecidas pelo uso das TD. Depois de abordar as potencialidades e as restrições de uso, apresento os resultados de duas pesquisas realizadas no País pelo Comitê Gestor da Internet Brasileira – uma sobre o uso da Internet por crianças e adolescentes e outra sobre o uso de TD nas escolas, com a aplicação de metodologia testada em países europeus. Por fim, o capítulo é finalizado com breve descrição de TD disponíveis para uso na Educação.

3.1 Potencialidades das Tecnologias Digitais na Educação

É consenso a importância que as Tecnologias Digitais exercem na sociedade moderna, afetando positivamente governos e empresas de modo geral, no sentido de alcance de seus objetivos. Como tal, a área de Educação não pode ignorar este fato, já que lhe cabe preparar o cidadão para sua inserção produtiva na sociedade. A questão que se coloca é em que medida e como a Educação pode apropriar-se do recurso tecnológico, fazendo com que a Tecnologia seja uma aliada ao ensino e garantidora de maior aprendizagem por parte dos estudantes.

Uma característica do desenvolvimento tecnológico mundial é a disponibilização de produtos diferentes, buscando-se atingir nichos particulares de clientes, com o lançamento de produtos novos, em períodos de tempo cada vez mais curtos. De certa forma, a obsolescência dos artefatos tecnológicos é programada: os clientes não conseguem acompanhar a evolução dos produtos. É uma corrida perdida esta a da atualização tecnológica, mas inevitável de ser buscada pelos diferentes agentes da sociedade.

Por outro lado, há duas questões a considerar sobre a atualização tecnológica: o preço de lançamento de produtos, em geral alto, mas com perspectiva de redução com o aumento das vendas e com o lançamento de novas versões dos

artefatos; outra questão é a necessidade de conhecimentos específicos para a disseminação com vista à utilização da nova tecnologia (KENSKI, 2007).

Para dar conta das exigências da atualização tecnológica, é necessário aprendizagem permanente. A cada nova tecnologia lançada, novas exigências de aprendizado são impostas para sua absorção e utilização. Este processo é inevitável, inescapável, contínuo. Ninguém pode deitar-se sobre um conhecimento tecnológico e achar que vai permanecer com ele sequer por um lustre.

Carr (2004), em ensaio publicado na revista *Harvard Business Review*, publicou um artigo intitulado *IT Doesn't Matter* (“TI não importa mais”), em que afirma que Tecnologia de Informação (TI) se tornou *commodity* (mercadoria) como eletricidade ou qualquer outra utilidade. Como seu uso se generalizou (em decorrência, principalmente, de preços acessíveis), deixou de ter importância estratégica e de constituir agente diferenciador para as organizações. Em obra de 2009, Carr pergunta: “Será que TI é tudo?”.

Seguindo a mesma linha de pensamento, pode-se falar também que o conteúdo dos programas escolares se tornou menos relevante em face das Tecnologias Digitais. Podem-se fazer buscas na internet, a rigor, sobre qualquer assunto, com chance de localizar variadas fontes, a despeito da inevitável necessidade de capacidade de saber separar “o joio do trigo”, ou seja, saber identificar as fontes idôneas, confiáveis, das que não são. Pois, uma coisa é ser capaz de “encontrar” um “fato” por meio de um engenho de busca (como o Google); outra coisa muito diferente é encontrar os “fatos” mais relevantes, analisá-los e determinar sua relevância para cumprir dada tarefa, sintetizar sua importância e compartilhar os resultados com outros. No primeiro caso, demonstra-se familiaridade com dada ferramenta, no segundo, ocorre aprendizado de fato (TRUCANO, 2013).

Entretanto, o acesso ao conteúdo não é suficiente se não houver a capacidade de análise, de crítica, de argumentação e de contra-argumentação, de colaboração com outros, de elaboração própria, como já ressaltado.

Aqui trago as teorias propostas por Tikhomirov (1981) sobre o uso do computador – a Teoria da Substituição (o computador substitui o homem), a Teoria da Suplementação (o computador suplementa o homem no processamento da informação, fazendo-o com aumento do volume e de velocidade de processamento) e, em especial, a Teoria da Reorganização (o computador reorganiza a forma como

o homem processa a informação, impactando a busca de informações, o armazenamento, a forma como o homem se comunica e como se relaciona com os outros homens). Com base nesta última teoria, se se considera passar a utilizar as tecnologias digitais, inevitável que haja mudanças nas práticas, para explorar apropriadamente estes recursos de forma plena.

Com respeito ao caráter transformador das Tecnologias Digitais, Sancho (2006, p. 16-17) aponta três efeitos que ocorrem invariavelmente: 1) “alteram a estrutura de interesses (as coisas em que pensamos)”, impactando, conseqüentemente, a avaliação do que se considera como importante, prioritário, ou obsoleto; 2) “mudam o caráter dos símbolos (as coisas com as quais pensamos)”, pois quando se fazem operações simples pela primeira vez vai-se mudando a estrutura psicológica do processo de memória, ampliando-a; isto ocorreu com “o desenvolvimento dos sistemas de escrita, numeração, etc.”, permitindo incorporar estímulos artificiais ou autogerados; as Tecnologias Digitais ampliaram “este repertório de signos” e “também os sistemas de armazenamento, gestão e acesso à informação”, aumentando o conhecimento público; 3) “modificam a natureza da comunidade (a área em que se desenvolve o pensamento)”, pois para muitos esta área é o ciberespaço, o mundo conhecido e o virtual, mesmo que as pessoas não saiam de casa e não tenham relacionamentos físicos com ninguém.

As principais potencialidades das Tecnologias Digitais são a capacidade de realizar simulações, a criação de realidades virtuais, as facilidades de comunicação, inclusive, com a possibilidade de telepresença, viabilizando a concretização de projetos cooperativos entre pessoas participando de locais diferentes, mesmo países e continentes diferentes. Estas potencialidades quando exploradas satisfatoriamente podem servir de base para um novo momento no processo educativo. Desta forma,

o fluxo de interações nas redes e a construção, a troca e o uso colaborativos de informações mostram a necessidade de construção de novas estruturas educacionais que não sejam apenas a formação fechada, hierárquica e em massa como a que está estabelecida nos sistemas educacionais. (KENSKI, 2007, p. 48).

As novas tecnologias digitais também modificam a relação entre mestres e estudantes, concedendo mais protagonismo aos educandos (COSTA, 2013). Com o

auxílio das tecnologias digitais, a sala de aula pode tornar-se uma oficina de ajuda mútua, em vez de ambiente de escuta passiva (KHAN, 2013).

Para explorar adequadamente estas potencialidades, uma metodologia de ensino diferente daquela que tem sua base no livro-texto e em anotações é exigida. Area (2006, p. 168) assevera que

a inovação tecnológica, se não é acompanhada pela inovação pedagógica e por um projeto educativo, representará uma mera mudança superficial dos recursos escolares, mas não alterará substancialmente a natureza das práticas culturais nas escolas. O importante, por conseguinte, não é encher as aulas de novos aparelhos, mas transformar as formas e conteúdos do que se ensina e aprende. É dotar de novo sentido e significado pedagógico a educação oferecida nas escolas.

A inovação pedagógica defendida por Area (2006) pressupõe rever as práticas adotadas para acomodar o uso da tecnologia, de modo que se assegure ganho de aprendizagem, em especial por favorecer-se da motivação do estudante que o uso de recurso tecnológico normalmente proporciona. Novas tecnologias exigem novas pedagogias, pedagogias apropriadas.

As potencialidades das Tecnologias Digitais citadas podem favorecer o desenvolvimento das habilidades cognitivas dos educandos. Dentre as metas de aprendizagem que se busca alcançar, mesmo sem recursos tecnológicos, as seguintes são relacionadas, mas, ressalte-se, com o uso das Tecnologias Digitais elas são potencializadas (SIQUEIRA, 2007, p. 186):

Habilidades de processamento da informação: localizar e coletar informação relevante, ordenar, classificar, sequenciar, comparar e contrastar, analisar relações tipo parte/todo.

Habilidades de raciocínio: poder explicar as razões de suas opiniões e ações, tirar inferências e fazer deduções, usar linguagem precisa para justificar seu pensamento e fazer julgamentos apoiados em evidências e justificativas.

Habilidades de inquirição: saber fazer perguntas relevantes, colocar e definir problemas, planejar procedimentos e investigações, prever possíveis resultados e antecipar consequências, testar conclusões e aperfeiçoar ideias.

Habilidades de pensamento criativo: gerar e estender ideias, sugerir hipóteses, aplicar a imaginação e procurar resultados inovadores alternativos.

Habilidades avaliativas: saber avaliar informação e julgar o valor do que lê, escuta e faz; desenvolver critérios para a apreciação crítica de seu próprio trabalho e de outros e ter confiança nos seus julgamentos.

Pode-se acrescentar à lista de habilidades de processamento da informação acima a descoberta de generalizações/especializações pertinentes à área de conhecimento em estudo. Esta lista apresenta a localização e a coleta de informação relevante: os critérios para a identificação de fontes e informações relevantes são instrumentos valiosos que o educador deve buscar aguçar nos educandos. Como afirmado, com a internet (e com as tecnologias digitais, de modo geral), conteúdo tornou-se *commodity* (mercadoria) disponível gratuitamente. A questão persistente é a exigência de capacidade de descobrir fontes seguras e informações relevantes. Partindo deste manancial de conhecimento, pode-se desenvolver a capacidade de elaboração própria de conteúdo, explorando múltiplas formas de expressão (palavra, imagem, hipertexto, som).

O conjunto de habilidades acima constitui um receituário a ser exercitado pelos educandos no desenvolvimento de suas atividades escolares e acadêmicas e, como já posto, necessárias para dar conta das três competências apontadas por Gómez (2013) e mencionadas no capítulo anterior, em especial, o “aprender a aprender”.

Em vista da disponibilidade inevitável da tecnologia na vida atual e, doravante, dever-se-ia acrescentar ainda as seguintes habilidades: capacidade de assimilar, de disseminar e de avaliar recursos tecnológicos em busca de aplicá-las nas atividades normais, para redução de tempo de execução de tarefas ou para economia de quaisquer recursos envolvidos.

Sem falar do preço atrativo, uma característica predominante da tecnologia é a facilidade de uso, com a disponibilidade de interfaces mais intuitivas, que dispensam a necessidade de manuais de instruções extensos.

Dentre as tecnologias digitais, o hipertexto e a multimídia interativa são úteis para uso educativo, em particular por possibilitar o envolvimento do educando na aprendizagem e por favorecer a exploração lúdica e não linear de conteúdos. O uso

destas tecnologias está em consonância com a pedagogia que prega a participação do estudante como condutor ativo no processo de sua aprendizagem.

Outro recurso valioso que as tecnologias digitais proporcionam é o trabalho colaborativo (na terminologia de computação, *groupware*). Os participantes não precisam comunicar-se em tempo real e podem estar dispersos geograficamente. Esta forma de interação tem potencial enorme ainda não explorado adequadamente na Educação, pelo seu caráter atemporal e ao mesmo tempo temporal, com expansão e disponibilidade ilimitada. Como pressupostos da pedagogia moderna, a postura mediadora do professor, focada nas necessidades dos educandos, pode contar com este aliado – o *groupware* – para favorecer a aprendizagem colaborativa, em que se pode contar com a interação professor-estudante e também com a interação estudante-estudante.

Com a construção de artefatos de software apropriados, o recurso da simulação digital pode vir a consolidar-se como instrumento valioso de aprendizagem, pela possibilidade de experimentação, em especial nas situações em que riscos de acidentes poderiam ocorrer ou naquelas em que os custos exigidos para a realização das experiências seriam proibitivos. Os recursos de simulação digital existentes hoje em certas áreas industriais, como os simuladores para treinamento de pilotos de aeronaves e de navios, permitem vislumbrar seu uso na Educação. Com respeito à construção de modelos no computador, simulando algum artefato que se deseja, Lévy (1993, p. 123) afirma que

(...) os longos e custosos processos de tentativa e erro necessários para o desenvolvimento de instalações técnicas, de novas moléculas ou de arranjos financeiros podem ser parcialmente transferidos para o modelo, com todos os ganhos de tempo e benefícios de custo que podemos imaginar. Mas o que nos interessa aqui é, em primeiro lugar, o benefício cognitivo. A manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo. Ele adquire um *conhecimento por simulação* do sistema modelado, que não se assemelha nem a um conhecimento teórico, nem a uma experiência prática, nem ao acúmulo de uma tradição oral.

Com a simulação em computador, adquire-se uma nova faculdade – a faculdade de imaginar – pois com simples toques em uma tela, pode-se dar vazão à imaginação. Por isso, Lévy (*op. cit.*) diz que a simulação é a imaginação assistida por computador, potencializando a aprendizagem de forma indiscutível. E acrescenta que a simulação proporciona um aumento dos poderes da imaginação, aguçando e fortalecendo a intuição.

Há uma característica presente nas tecnologias intelectuais: são resultantes de um feixe de outras tecnologias agregadas. Cada nova tecnologia tem o potencial de modificar o uso da que ela agrega. Por isso, uma tecnologia intelectual não é produto imutável com significado sempre idêntico. Lévy (1993) exemplifica com o processamento de texto em um computador: cada um já é uma tecnologia em si. Junte-se a outras tecnologias: a escrita, o alfabeto, a impressão. Associe-se com a impressão a laser, os bancos de dados, a disponibilização do texto na internet. Uma tecnologia por ser criada pode incorporar-se, de alguma forma, para acrescentar novas possibilidades ao processamento de textos.

Outra característica das tecnologias intelectuais: cada ator pode definir e atribuir um novo sentido a elas, modificando-as em vista de algum interesse particular. É o que se diz enquadrar-se nas “leis das consequências imprevisíveis”: uma tecnologia inicialmente criada para um propósito acaba por encontrar aplicação inesperada em outras áreas. A história da ciência está repleta destes casos. Por exemplo, o microprocessador foi criado originariamente em projeto de mísseis; a origem da internet está ligada à preservação descentralizada de dados militares: a interligação dos computadores impediria que um posto fora do ar afetasse a disponibilização dos segredos militares.

A respeito dos papéis mútuos do visual e do simbólico, Tall (2009) exemplifica com o problema de dividir três pizzas entre quatro pessoas: corta-se duas pela metade e dá-se uma metade para cada; a pizza restante divide-se em quatro partes e dá-se um quarto para cada. Visualmente, podem-se ver cada pessoa com três quartos de uma pizza. A ação de dividir três por quatro pode ser expressa simbolicamente como uma fração. A concepção visual favorece uma visão prática da tarefa, a concepção simbólica somente começa a fazer sentido após uma longa compressão mental por meio de contagem de números, compartilhamento e frações equivalentes. Estes dois aspectos da mesma ideia tipificam como o visual pode possibilitar uma ideia global, holística em matemática enquanto o simbólico produz

um método sequencial, operacional capaz de grande poder computacional. Porém, nem sempre os dois casam, facilmente. Neste contexto, Tall (*op. cit.*, p. 14) assevera:

It is here that the computer can be of vital assistance, suitably supported by guidance from the teacher as mentor. Because the computer is able to carry out the algorithms to enable visual manipulation and symbolic manipulation, it is possible to allow the learner to focus on specific aspects of importance whilst the computer carries out the algorithms implicitly. This provides what I have termed, somewhat grandiosely, as the *principle of selective construction*. It allows the learner to obtain an overall holistic grasp of ideas either before, or at the same time as studying the related symbolic procedures that were traditionally the first things to be studied and practiced by the learner, enabling the growing individual to gain a new equilibrium with mathematical ideas in a new technological age. It is not a universal panacea, for different individuals have different ways of coping with the mathematical world, but it offers different kinds of experiences which can be supportive to a wide spectrum of approaches.

É aqui que o computador pode ser de vital ajuda, convenientemente apoiado pela orientação de um professor como mentor. Porque o computador é capaz de executar os algoritmos que possibilitam a manipulação visual e a manipulação simbólica, é possível permitir que o estudante focalize em aspectos específicos de importância, enquanto o computador executa os algoritmos implicitamente. Isto provê o que eu chamo, um tanto pomposamente, como o princípio de construção seletiva. Possibilita ao estudante obter um domínio holístico completo de ideias antes ou ao mesmo tempo em que estuda os procedimentos simbólicos relacionados que seriam tradicionalmente as primeiras coisas a serem estudadas e praticadas por ele, possibilitando-lhe o crescimento individual para ganhar um novo equilíbrio com ideias matemáticas em uma nova era tecnológica. Não é uma panaceia universal, para diferentes indivíduos terem diferentes maneiras de tratar o mundo matemático, mas oferece diferentes tipos de experiências que podem constituir base para um amplo espectro de abordagens (minha tradução).

Mas há outra face da utilização da tecnologia a ser analisada, em especial para uso educativo: as possíveis restrições existentes. É o que será abordado na seção seguinte.

3.2 Restrições da Utilização de Tecnologias Digitais na Educação

Como afirmado no primeiro capítulo, há críticos dos resultados aferidos em termos de aprendizagem com a utilização de computadores. No artigo citado, os demais autores chegam a endossar formalmente o trabalho de Tom Dwyer (autor que encabeça a autoria), em que ele conclui que, em certos casos, a introdução de computadores chega a estar associada à redução da qualidade de ensino.

Area (2006, p. 164) reporta estudos com base na história e na evolução da tecnologia no ensino, em que é perceptível um padrão que se repete quando se pretende incorporar um meio ou tecnologia novos no ensino: expectativas exageradas são criadas de que este novo recurso inovará o ensino e a aprendizagem. Algum tempo depois da aplicação nas escolas, percebe-se que o impacto ficou longe do que se apregoava de início, por conta dos mesmos fatores de sempre: “falta de meios suficientes, burocracia, preparação insatisfatória dos professores”. Isto aconteceu com o rádio, com a TV, com o vídeo, com o projetor multimídia, e com o computador (*desktop*, *notebook*, *netbook*, e brevemente poderão ser incluídos os tablets nesta lista, também). Observa-se, como consequência, que “os professores mantêm suas rotinas tradicionais apoiadas basicamente nas tecnologias impressas”.

Além disso, podem-se apontar outros fatores que afetam o uso das Tecnologias Digitais nas escolas: a disponibilidade de equipamentos em número suficiente para todos os estudantes, levando-se a montar laboratórios de informática, local onde os equipamentos são mantidos inacessíveis aos estudantes, salvo em ocasiões especiais – quando ocorrem as aulas de informática – em que é ensinado o uso de processadores de texto, de sistemas operacionais, o acesso à internet e a outros programas. Nada a ver com as outras disciplinas que os educandos estudam.

Este problema ainda é agravado pela inexistência de forma de suporte e manutenção de hardware e software, que garanta que a plataforma computacional esteja toda disponível quando estas atividades esporádicas são programadas. Não raro inexistente software educativo apropriado para cada disciplina específica. Isto se

alia ao fato de os professores não receberem treinamento adequado que lhes permitam adequar os recursos computacionais a suas práticas docentes.

Area (2006) sintetiza assim a série de fatores que incidem no sucesso ou fracasso dos projetos para incorporar pedagogicamente novas tecnologias ao ensino:

- A existência de um projeto institucional que impulse e avalize a inovação educativa utilizando tecnologias informáticas.
- A dotação suficiente e adequada da infraestrutura e recursos informáticos nas escolas e salas de aula.
- A formação dos professores e a predisposição favorável deles com relação às TIC.
- A disponibilidade de variados e abundantes materiais didáticos ou curriculares de natureza digital.
- A existência de condições e cultura organizativas nas escolas que apoie e impulse a inovação baseada no uso pedagógico das TIC.
- A configuração de equipes externas de apoio aos professores e às escolas destinadas a coordenar projetos e facilitar soluções para os problemas práticos. (*op. cit*, p. 166)

A introdução de novas tecnologias realmente deve ser feita obedecendo a projeto institucional (e depois de implantado, deve transformar-se em operação contínua) que contemple criteriosa escolha das tecnologias, amplo programa de treinamento para absorção e domínio tecnológico e retaguarda para suporte em casos de possíveis dificuldades de uso. Tanto quanto possível, a utilização da tecnologia deve ser organizada de modo a dispensar terceiros (técnicos, por exemplo): ou seja, o docente, sozinho, com pouco esforço, sem perda de tempo, deve dar conta do que for necessário para a utilização. Este tem sido o caminho da informatização: a possibilidade de usar a tecnologia digital sem necessidade de conhecimento técnico, dispensando a presença de especialista para o manuseio. Aqui, para ilustrar providência básica que elimina a perda de tempo precioso: computador e projetor já instalado em cada sala de aula, de modo que o professor apenas conecte seu *pendrive* com o material de sua aula ou então seu *notebook*. Cito este conjunto porque é o mínimo de recurso tecnológico que cada sala de aula deveria ter. Da mesma forma, no tocante à infraestrutura suficiente e adequada referida por Area (2006), é comum hoje *wireless* e tomadas em número suficiente para a capacidade da sala. Outro aspecto a ser considerado é a necessidade de desenvolvimento de materiais didáticos digitais, haja vista a carência de artefatos

que explorem todos os conteúdos dos programas escolares, como também as potencialidades das tecnologias. Nesta direção, o MEC incluiu no Programa Nacional do Livro Didático para 2014 a exigência de que as editoras elaborem versões digitais de seus livros, não limitados à cópia do livro impresso, mas com a disponibilização de vídeos, jogos, simuladores, fotos, associados aos conteúdos.

A predisposição do professor dar-se-á na medida de sua percepção de que a tecnologia é sua aliada para desincumbir-se bem de sua missão, e não um estorvo a que está sujeito pela inexistência dos recursos e do suporte necessários.

A constituição de um acervo de material didático digital é fundamental para manter a atualização das ferramentas educacionais empregadas, reforçando-se o comprometimento de todos na busca de experiências sobre novos artefatos testados.

Kenski (2007, p. 45) também atesta o fato de que as Tecnologias Digitais não provocam

alterações mais radicais na estrutura dos cursos, na articulação entre conteúdos e não mudam as maneiras como os professores trabalham didaticamente com seus alunos. Encaradas como recursos didáticos, elas ainda estão muito longe de serem usadas em todas as suas possibilidades para uma melhor educação.

Tudo continua a ocorrer sem levar em conta as potencialidades das Tecnologias Digitais. As aulas continuam da mesma forma: seriadas, finitas no tempo, sem explorar as possibilidades ampliadas do trabalho em grupo não restrito ao espaço da sala de aula, associadas a uma disciplina específica de uma área do saber, completamente diferente daquilo que se encontra na realidade em que o estudante vive. Nenhuma ou insuficiente articulação entre os professores para atenuar o fato de as disciplinas tratarem de assuntos específicos. A desejável interdisciplinaridade não é praticada e nem buscada como objetivo real de todos.

Para que as Tecnologias Digitais sejam incorporadas pedagogicamente precisam ser compreendidas em todas as suas particularidades. As especificidades do ensino têm que ser levadas em conta para que esta utilização ocorra de forma adequada, de modo a que o uso da tecnologia faça a diferença (KENSKI, 2007).

Portanto, inserir tecnologia com mesmo currículo e mesma pedagogia, é desperdício. E manter um laboratório de informática para aulas eventuais é também

reprovável. “Ou o computador está presente na sala de aula e é apreendido por professor e alunos como parte da matéria, ou é inútil” (IOSCHPE, 2012, p. 158).

De Masi (2000) já apontava que, com as novas tecnologias, se vive no que se pode chamar sociedade pós-industrial, que valoriza mais o conhecer do que o fazer. Para Levy (1999), trabalhar significa, cada vez mais, aprender, produzir conhecimentos, transmitir seus saberes. Não adianta prever com muita antecedência as exigências de conhecimento para o trabalho: provavelmente elas não valerão no futuro, já que as necessidades mudam constantemente.

Analisando-se os vários casos de tentativas frustradas de utilização das tecnologias na Educação, nota-se recorrência nos problemas. Alguma instância da gestão educacional decide pelo investimento em dada tecnologia. Sem que estudos de custos e benefícios sejam realizados, sem o envolvimento e a participação do principal agente do sucesso do projeto – o professor –, a decisão de aquisição é tomada. Quando se prevê o treinamento do professor no uso da nova tecnologia, a aplicação pedagógica não é tratada. É o que ocorre hoje, por exemplo, com a utilização exagerada do conjunto projetor-notebook para leitura interminável de *slides* em *Powerpoint* pelo professor. Esta forma de aula em nada difere daquela em que se utilizavam transparências, ou ainda daquela, anterior aos retroprojetores, em que o quadro negro era o local onde o professor escrevia o conteúdo de sua aula, para a transcrição para o caderno pelos estudantes. A dinâmica é a mesma, com a utilização de diferentes recursos tecnológicos. Kenski (2007) aponta ainda dois casos de utilização inadequada de tecnologia: o do professor que projeta um filme que toma todo o tempo da aula, sem espaço para informações preparatórias sobre o que será projetado e sem debates posteriores para discussão das ideias contidas no filme e sua associação com os temas de interesse da disciplina; e outro caso é o uso da internet como mero banco de dados para que os estudantes façam alguma “pesquisa”, sem discussão sobre as fontes utilizadas, sem o confronto entre elas, sem a análise do que poderia ter sido apresentado e não foi.

Kenski (2007) formula a pergunta: e o que dizer dos projetos de educação a distância com o professor falando em rede para centenas de estudantes no País todo, baseada no desempenho do professor, desconhecendo os interesses, as necessidades e as especificidades dos estudantes? Ela responde: o que é isto senão uma tradicional aula expositiva, usando tecnologia? Em nenhum momento o estudante manifesta-se ou, se o faz, fá-lo de forma escassa. Um segundo problema

apontado pela autora é a não adequação da tecnologia ao conteúdo que vai ser ensinado e aos propósitos do ensino. Como cada tecnologia tem a sua especificidade, é necessário que se busque compreender como ela pode ser utilizada no processo educativo. Da forma como usualmente é feito, ao avaliar-se o investimento realizado, atesta-se que o retorno em aprendizagem é desprezível ou nulo.

A utilização das Tecnologias Digitais tem sido feita mais como estratégias de *marketing*, econômica e política por escolas, obedecendo a certo modismo, mas, da forma como são introduzidas, não conseguem melhorar os níveis de aprendizagem escolar. Na Seção 4.5.2 são definidas as condições precisas para utilização com sucesso destas tecnologias.

Um obstáculo para a utilização das tecnologias por parte do professor reside na sua dificuldade (por falta de tempo) em participar de ações de educação continuada, o que possibilitaria atenuar alguma deficiência de formação inicial e supriria a inexistência de ações de autodidatismo. Por outro lado, os treinamentos realizados deveriam levar em conta as práticas pedagógicas dos profissionais e também suas condições reais de trabalho (KENKSI, 2007).

Do ponto de vista técnico, cabe à administração da rede de computadores das escolas a implantação de filtros que impeçam o acesso a material ilícito, pornográfico ou impróprio para o ambiente escolar, da mesma forma que se busque fazer o bloqueio a sítios inadequados e se restrinja a utilização de qualquer software não autorizado (pirata).

A escola tem função precípua de formar cidadãos conscientes, críticos, imbuídos de valores e de consciência democrática. A par destes valores, acrescentam-se o conhecimento para inserção produtiva na sociedade e, no que tange à tecnologia, o discernimento para tratar adequadamente o excesso de informações e a convivência em ambiente de mutação constante, impactado por novas tecnologias, que lhe exigem capacidade de absorção rápida para utilização e disseminação.

Não cabe qualquer submissão à tecnologia. Cabe identificar sua aplicabilidade ao ambiente escolar; se percebida, deve-se utilizá-la. Caso não seja apropriada, deve-se descartá-la.

Em seguida, são feitas algumas considerações sobre a educação a distância.

Chama-se educação *on-line* à modalidade de educação a distância realizada via internet, em que se utilizam recursos de comunicação síncronos (*chats*, videoconferência, dentre outros) e assíncronos (*e-mails*, sítios ou portais educacionais, dentre outros). Nada impede que esta forma de educação seja oferecida, complementarmente, para a modalidade presencial; aliás, é um reforço de valor inestimável.

Outra forma tradicional de usar tecnologia em educação é o caso dos cursos de autoaprendizagem. Nesta modalidade, o estudante lê dado conteúdo, disponível em algum meio de armazenamento – *computer based training* (cbt), ou na internet – *web based training* (wbt) e depois responde questões de múltipla escolha; é possível submeter respostas para correção, com a identificação da pontuação obtida e as questões erradas. Nesta modalidade, o computador faz as vezes de professor eletrônico, transmitindo conteúdo básico (KENSKI, 2007).

Sem dúvida que se trata de uma visão tradicionalista de ensino, centrada na transmissão de conhecimentos, esta oferecida pelos cursos de autoaprendizagem, nas modalidades citadas. Mas que cumpre um papel relevante: possibilitar que o estudante tenha contato preliminar com o conteúdo a ser tratado depois na sala de aula. Este tratamento pode ser por meio de perguntas, de debates, de discussões, de uso do conteúdo em aplicações ou em projetos. Assim, as aulas deixariam de ser essencialmente conteudistas, e poderiam contar com maior participação dos estudantes.

Outro aspecto a destacar é a possibilidade que as Tecnologias Digitais oferecem de implementar processos cooperativos de aprendizagem, envolvendo intensa participação de todos os estudantes. Sem dúvida, a dificuldade aqui reside em motivar a participação dos educandos. Em pequenos experimentos que conduzi informalmente, obtive baixo envolvimento dos estudantes.

Uma característica que as Tecnologias Digitais proporcionam, já aventada no primeiro capítulo, é o fato de que as possibilidades de ensino e de aprendizagem não ficam restritas ao espaço e ao tempo da sala de aula. Estabelece-se a onipresença e a atemporalidade do ensino e da aprendizagem.

Um conceito relevante utilizado pela educação a distância é o de distância transacional, que se pode trazer para discussão neste ponto. Este conceito procura descrever as relações professor-estudante quando ambos estão separados no

espaço e/ou no tempo. Ele tem origem no conceito de transação, formulado por J. Dewey e A. F. Bentley, em obra publicada em 1949 pela Beacon Press de Boston, intitulado *Knowing and the Known* (“Conhecendo e o Conhecido”), e representa a interação entre os indivíduos, o ambiente e os padrões de comportamento em dada situação (MOORE, 2002).

A separação geográfica de estudantes e professores na Educação a Distância leva a padrões especiais de comportamento, e, claro, afeta intensamente o ensino e a aprendizagem. Moore (2002, p. 2) afirma que,

com a separação surge um espaço psicológico e comunicacional a ser transposto, um espaço de potenciais mal-entendidos entre as intervenções do instrutor e as do aluno. Este espaço psicológico e comunicacional é a distância transacional.

É óbvio que, mesmo na educação presencial, existe em alguma medida distância transacional. Adiante, são analisadas algumas formas de reduzir a distância transacional neste caso.

Moore (2002), no artigo em que define a Teoria da Distância Transacional, aponta que a extensão da distância transacional em qualquer programa educacional é função de três variáveis: Diálogo Educacional, Estrutura do Programa de Ensino e Autonomia do Estudante. Estas três variáveis são inter-relacionadas, e cada uma delas, por sua vez, é afetada por vários fatores.

O diálogo educacional estabelece-se na interação entre professor e estudantes. Apresenta as seguintes características: é intencional, construtivo e tem valor reconhecido pelas partes. Cada parte do diálogo é um ouvinte atento e ativo; contribui com a outra parte da forma que pode. Moore (2002) associa o termo “diálogo” a uma interação ou série de interações positivas, direcionadas para o aperfeiçoamento da compreensão do educando. Portanto, uma interação negativa ou neutra não constitui diálogo.

A extensão e a natureza do diálogo são determinadas pela filosofia educacional do responsável pelo projeto do curso, pelo conteúdo do curso, pelas personalidades de professores e estudantes, pelo objeto do curso e por fatores ambientais. Um fator ambiental óbvio é o meio de comunicação empregado para se estabelecer a interação. Um programa educacional realizado unicamente pela televisão não proporcionará diálogo professor-estudante, pois este meio não permite

que o educando envie mensagens ao professor. Isto ocorre também com um arquivo de áudio, um CD, um DVD. Há uma resposta interior do educando ao que é transmitido, mas não chega ao professor (trata-se de um diálogo virtual). Uma comunicação por correio eletrônico possibilita diálogo (com menos espontaneidade e mais reflexividade), mas com algum retardo na interação; uma comunicação por *chat* tem a vantagem de ocorrer em tempo real (com mais espontaneidade e menos reflexividade). A troca de meio de comunicação pode aumentar ou reduzir o diálogo entre educandos e professores, reduzindo ou aumentando a distância transacional (MOORE, 2002).

São também fatores ambientais que influenciam o diálogo: o número de estudantes por professor, a frequência da interação, o ambiente físico onde os estudantes aprendem e onde os professores ensinam.

A Estrutura do Programa do Curso explicita “a rigidez ou a flexibilidade dos objetivos educacionais, das estratégias de ensino e dos métodos de avaliação do programa” (MOORE, 2002, p. 5). A estrutura descreve como cada necessidade individual do estudante é tratada e é determinada pelos meios de comunicação empregados. Além destes aspectos, outros são determinantes: filosofia e características emocionais dos professores, personalidade dos estudantes, restrições impostas pelas instituições educacionais.

Moore (2002) exemplifica com um programa de televisão gravado: tudo é altamente estruturado, segundo a segundo. Não há qualquer diálogo professor-estudante, e nenhuma chance de levar em consideração a contribuição dos estudantes. Neste caso, programa altamente estruturado, não há nenhum diálogo professor-estudante, conseqüentemente a distância transacional entre estudantes e professor é grande. Por outro lado, em um programa por videoconferência, que apresente estrutura flexível e possibilite intenso diálogo professor-estudantes, terá pequena distância transacional.

Para Moore (2002), a Autonomia do estudante ocorre na medida em que ele determina os objetivos e as experiências de aprendizagem e também as decisões de avaliação do programa de aprendizagem. Isto não cabe ao professor. Aliás, cabe, isto sim, ajudá-los a adquirir esta habilidade, já que nem mesmo todos os adultos estão preparados para uma aprendizagem completamente independente.

Uma forma de diálogo frequente no ensino presencial e buscado pelo ensino a distância é aquele que ocorre entre os estudantes, naturalmente, em pares ou em grupos, com ou sem a presença de um professor em tempo real. Os grupos de estudantes aprendem tanto pela interação ocorrida intergrupos quanto pela intragrupos. Qualquer processo de ensino não pode prescindir da aprendizagem decorrente da construção coletiva do conhecimento, em que cada estudante pode interagir com as ideias dos outros, no seu próprio tempo e ritmo (MOORE, 2002).

Como formas de diminuir a distância transacional em cursos presenciais, Tori (2002) propõe algumas ações: disponibilização de monitoria on-line aos estudantes, para dirimir dúvidas existentes que não foram tiradas na sala de aula; gravação de vídeo de aulas magnas e disponibilização aos estudantes, via servidores de *video streaming*; substituição de aulas expositivas para grandes plateias por material interativo on-line, a serem complementadas por aulas presenciais com carga horária menor e pequeno número de estudantes; estas aulas seriam destinadas a dinâmicas de grupo, discussões, esclarecimento de dúvidas, orientações. Outras ações: criação e incentivo à participação em fóruns de discussão segmentados por série, por disciplina, por projeto; disponibilização de laboratórios virtuais para a realização de experiências preparatórias, que, depois, seriam realizadas em laboratórios reais.

Kenski (2007) aponta que a interatividade (possibilidade de interação entre as partes envolvidas na aprendizagem no momento que se requeira), a hipertextualidade (textos interligados entre si, com acesso a outras mídias – sons, fotos, vídeos) e a conectividade (acesso rápido à informação e à comunicação interpessoal) garantem o diferencial que as tecnologias digitais possibilitam para a aprendizagem individual e grupal. Pode-se acrescentar ainda a estes três itens citados por Kenski: a capacidade de realizar simulações, experimentações e cálculos repetitivos e complexos, em tempo curto e com escasso esforço.

Para arrematar: o uso das tecnologias digitais pode auxiliar os professores na busca de despertar o interesse, o envolvimento e a colaboração dos estudantes nas ações propostas, com mais chances de que a aprendizagem efetiva seja alcançada.

A despeito disto, há outra face que precisa ser olhada também. Gonsales (2013) aponta os seguintes problemas que a utilização das tecnologias digitais pode acarretar nas salas de aulas:

a) Distração e dispersão: em vez de acompanhar o que está sendo apresentado ou discutido, o estudante pode distrair-se navegando na *web*, jogando ou utilizando algum software que nada tenha a ver com a aula, ou utilizando algum equipamento digital (celulares, tocadores de áudio).

b) Informações não confiáveis: como mencionado, nem todo conteúdo disponível na *web* é confiável, por isso aprender a pesquisar na internet é fundamental.

c) Aprendizagem superficial: os conteúdos superficiais da *web* podem inibir o aprofundamento necessário em muitos casos. No entanto, esta questão não está restrita às tecnologias digitais, podendo ocorrer em qualquer meio de consulta que o estudante venha a empregar. Trata-se mais de contar com uma definição do nível de profundidade requerido na pesquisa a ser realizada.

A seguir são apresentados alguns resultados de duas pesquisas realizadas pelo Comitê Gestor da Internet Brasileira sobre o uso da Internet e o uso das Tecnologias Digitais nas escolas brasileiras.

3.3 Pesquisas do Comitê Gestor da Internet Brasileira

São descritas as conclusões de duas pesquisas realizadas pelo CGI.br: uma realizada durante 2012 e publicada neste ano, sobre o uso da Internet por crianças e adolescentes – a TIC Kids Brasil 2012 – e outra, realizada em 2010 e publicada em 2011, sobre o uso das TIC nas escolas brasileiras – a TIC Educação 2010.

3.3.1 Pesquisa sobre o Uso da Internet por Crianças e Adolescentes no Brasil – TIC Kids Brasil 2012

O Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI.br) realizou em 2012 a pesquisa *TIC Kids Online* (disponível em <http://cetic.br/publicacoes/2012/>), com o objetivo de mapear oportunidades e riscos associados ao uso da Internet por jovens brasileiros de 9 a 16 anos. Trata-se da realização de pesquisa paralela à executada pela rede *EU Kids Online* em 33 países da Europa. Esta rede produz e divulga dados para formulação de políticas públicas relacionadas ao uso da Internet, em âmbito nacional, regional e internacional. A pesquisa aponta como crianças e adolescentes

utilizam a Internet no Brasil e preocupações e experiências dos pais em relação ao uso da Internet.

Algumas informações sobre os procedimentos metodológicos adotados: a metodologia foi elaborada pela *London School of Economics* para o Projeto EU Kids Online, com enfoque quantitativo, com base em pesquisa amostral realizada por meio de entrevistas presenciais, com questionários estruturados. Para garantir a compreensão dos entrevistados brasileiros, houve compatibilização dos questionários baseados no modelo europeu; foram realizados testes cognitivos e pré-testes com este fim. Por questão de escopo, não detalho todas as preocupações metodológicas adotadas na pesquisa em tela, necessárias em investigação de alcance nacional (CGI, 2013).

São relatados abaixo alguns dados da pesquisa, para nortear as decisões e as iniciativas de professores com relação à utilização das Tecnologias Digitais e também porque vou tecer considerações no próximo capítulo sobre alguns aspectos apontados pela investigação feita pelo CGI.br (CGI, 2013):

1) **Primeiro acesso à Internet:** Quase um terço (31%) tinha começado a usar a Internet com 11 anos ou mais. Considerando a classe social, e reforçando o que era esperado – desigualdade no início do uso –, tomando os que começaram a utilizar a Internet com mais de 11 anos, somente 18% pertencem às classes AB, um terço na classe C e quase a metade (47%) nas classes D e E;

2) **Uso em casa:** 38% compartilham PC/*desktop* em casa; 21% acessam por celular; 20% por PC/*desktop* próprio;

3) **Frequência de uso:** 47% usam todos os dias; 38% uma vez por semana. Portanto, 85% usam no mínimo uma vez por semana;

4) **Uso todos os dias por faixa etária:** 9 a 10 anos – 36%; 11 a 12 anos – 43%; 12 a 13 anos – 53%; 15 a 16 anos – 56%;

5) **Local de acesso:** 58% acessam de suas casas; 42% acessam da escola; 38% da casa de parentes; 38% de *lanhouses*; 34% da casa de amigos;

6) **Atividades realizadas:** A Figura 5 apresenta os resultados da pesquisa com a distribuição das atividades realizadas. Vê-se que o maior percentual de acesso à Internet é para realização de trabalho escolar (com 82%), seguido da visita a perfil/página de rede social com 68% e assistir vídeos no computador (no *Youtube*, por exemplo) com 66%. Não há como inferir o nível da utilização do trabalho escolar: se mera utilização de software de busca, em que predominam as funções

“recortar/colar”, para produzir um documento ou alguma utilização para produzir uma saída gráfica, ou uma pesquisa de conteúdo para preparação de *slides*. Excetuando este item, destaca-se como predominante o acesso para lazer (jogos, vídeos, fotos) e comunicação com amigos. O item destacado (“salas de bate-papo”) com percentual baixo (12%) decorre do fato de que este serviço consta das redes sociais. Também com percentual baixo a escrita de *blogs* ou diários on-line (10%), o que atesta que este serviço com potencial para fortalecer a escrita e a capacidade de argumentação não é explorado adequadamente.

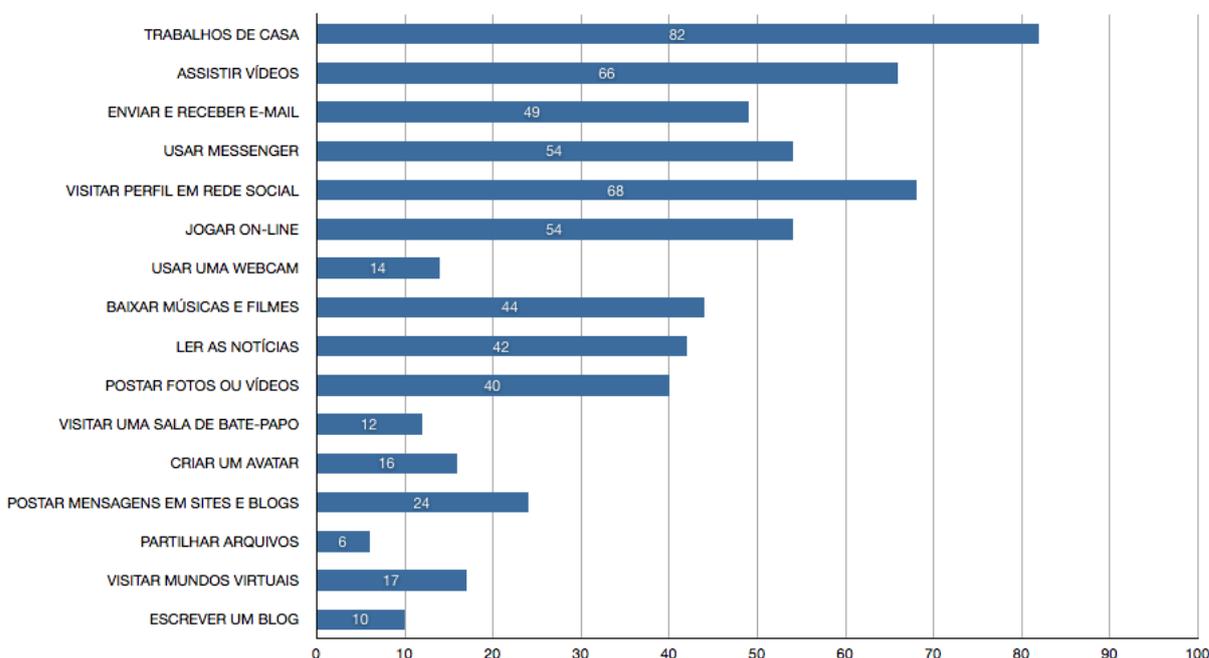


Fig. 5 Atividades realizadas

Fonte: Adaptado de TIC Kids Brasil 2012 (CGI, 2013).

Fazendo-se um recorte por faixa etária, nota-se que, à medida que a faixa etária cresce, aumenta o percentual de envio/recebimento de *e-mails*, utilização de mensagens instantâneas ou acesso a redes sociais; diminuindo a faixa etária, aumenta o percentual de atividades lúdicas, como os jogos com outras pessoas.

3.3.2 Pesquisa sobre o Uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação no Brasil

Outra pesquisa realizada pelo Comitê Gestor da Internet no Brasil (CGI.br) foi a TIC Educação 2011, concretizada durante 2010 e publicada no ano seguinte, tendo como amostra 650 escolas (497 instituições da rede pública e 153 instituições

da rede particular). O procedimento metodológico adotado foi o do Banco Mundial e da *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA). A pesquisa objetivou oferecer contribuições para o debate sobre a relação entre Tecnologia e Educação, e trouxe valiosas informações sobre o seu uso nas escolas brasileiras (CGI, 2011).

Dentre os resultados trazidos, atendo-se ao que interessa ao escopo deste texto, podem-se destacar (Lima, 2011):

- 1) Tomando como base os dados fornecidos pelas escolas, há em média 23 computadores por escola (na zona urbana) e uma relação de 35 estudantes por computador. Mais de 80% delas com acesso à Internet;
- 2) Já segundo os professores entrevistados, em 24% das escolas não há computadores disponíveis para os estudantes e em 32% não há acesso à Internet;
- 3) Apenas 38% das escolas disponibilizam acesso a computadores na biblioteca e somente 4% na sala de aula;
- 4) Como fatores limitadores do uso das Tecnologias Digitais, em mais de dois terços das escolas pesquisadas constatou-se número insuficiente de computadores, falta de suporte técnico adequado, equipamentos obsoletos e baixa velocidade na conexão à Internet;
- 5) Segundo os professores, os estudantes utilizam as TIC em mais de 40% das pesquisas escolares; o próprio professor não chega a utilizar em 25% das oportunidades de ministrar sua aula;
- 6) Metade dos professores fez cursos específicos para o uso do computador e da Internet, mas sem acompanhamento posterior para aprimorar a prática;
- 7) Dois terços dos professores reconhecem que os estudantes dominam melhor as TIC do que eles próprios;
- 8) 67% dos professores disseram que, pelo menos uma vez por semana, preparam aula com apoio de conteúdos obtidos na Internet;
- 9) Entre os professores, apenas 38% usaram *e-mail* para se comunicar; 14% participaram de grupos de discussão com outros docentes;
- 10) Somente 36% das escolas dispunham de página própria na Internet;

11) Não foi constatada utilização de computadores em atividades colaborativas para aprendizagem.

Observe-se o tópico 11: nenhuma atividade colaborativa foi registrada. O potencial de trabalho cooperativo não é explorado, o que representa uma perda significativa no mundo conectado de hoje.

A pesquisa atesta que a presença das tecnologias digitais fez com que 57% dos professores brasileiros passassem a adotar novos métodos de ensino. Para 72% dos professores, as novas tecnologias aumentaram o acesso a materiais diversificados e de maior qualidade. Comprovando que, a despeito dos investimentos citados nos planos governamentais, a realidade é outra: 79% dos professores da rede pública apontam a falta de computadores como um fato; na rede privada, o índice é também alto: 53%.

3.4 Breve Descrição de Algumas Tecnologias Existentes.

3.4.1 Software Matemático:

- 1) **Geometer's Sketchpad**: programa de geometria dinâmica (semelhante ao Cabri-Géomètre ou ao Geometricricks);
- 2) **Cabri-Géomètre**: programa de geometria dinâmica;
- 3) **Geometricricks**: programa de geometria dinâmica;
- 4) **Equation Grapher**: pacote com dois programas: o primeiro, homônimo, é um programa para criar gráficos; o segundo, o **Regression Analyzer**, analisa gráficos e cria estatísticas e funções a partir deles. Interface em inglês. Acessível em: <http://www.mathsisfun.com/data/grapher-equation.html>.
- 5) **WinPlot**: programa para gerar gráficos de 2D e 3D a partir de funções ou equações matemáticas. Os menus do programa são simples, com opção de Ajuda em todas as funcionalidades.
- 6) **Grapes**: programa voltado para a plotagem de gráficos de funções, podendo ser utilizado no ensino fundamental e médio. Possibilita alterar parâmetros matemáticos em tempo real. Disponível em: <http://www.criced.tsukuba.ac.jp/grapes/>.
- 7) **GeoGebra**: programa para construção de gráficos, desenvolvido pela Universidade de Salzburg (Áustria), voltado para a álgebra e para a geometria.

8) Mathematica: programa com aplicação em muitos campos da ciência, da engenharia, da matemática e da computação. Dentre muitas outras funcionalidades, dispõe de biblioteca de funções matemáticas básicas e especiais; ferramentas para manipulação de matrizes; ferramentas numéricas e simbólicas para cálculo discreto e contínuo; dispõe de linguagem de programação, para suporte a construção procedimental, funcional e orientado a objetos, constituindo-se em ambiente para desenvolvimento rápido de programas; ferramentas para processamento de imagem 2D e 3D e processamento de imagem morfológica, incluindo reconhecimento de imagem.

9) Maple: ambiente para computação de expressões algébricas, simbólicas, desenho de gráficos 2D e 3D. Desenvolvido pela Universidade de Waterloo (Canadá).

10) Matlab (MATrix LABoratory): programa voltado para o cálculo numérico, em que as soluções são expressas da forma como são escritas na Matemática. Integra as seguintes funções (dentre muitas outras): análise numérica, cálculo com matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos. Dispõe de poderosa linguagem de programação

3.4.2 Blogs

Podem constituir-se em ferramentas úteis para desenvolver a habilidade de escrita dos estudantes, o senso de responsabilidade ao publicar seus “posts” no que tange a direitos autorais, o cuidado de ler e reler os textos antes de publicá-los.

3.4.4 Game Manga High

Plataforma pertencente à empresa inglesa. Propõe exercícios lúdicos dirigidos para o ensino de Matemática, para estudantes do ensino fundamental e médio. Áreas abrangidas pelos *games*: trigonometria, áreas e perímetros, reflexões, rotações, fatoração em números primos. Forma de uso: como exercício em sala de aula ou como tarefa para casa. Os jogos registram os desempenhos dos estudantes inscritos, permitindo que o professor proponha desafios diferentes para os estudantes, dependendo do nível de cada um. Há possibilidade de que os

estudantes compitam entre si e com outras escolas. A possibilidade de errar sem problemas constitui um atrativo. As atualizações dos jogos ocorrem a cada seis ou oito meses, fazendo com que os estudantes tenham algo novo a descobrir com frequência. Por oportuno, registre-se que os *games* isoladamente não resolverão o problema do ensino – e isto pode ser afirmado para qualquer estratégia que se venha a propor – , mas a variedade de estratégias é eficaz em manter o interesse e a motivação despertadas (GOMES, 2012).

3.4.4 Redes Sociais Acadêmicas

Koiné: interliga as unidades de educação do Sistema S (Senai, Senac). Serve de mural virtual para a comunicação entre os agentes da educação (professores e estudantes), serve de ponto de encontro entre estudantes de mesmo curso, permitindo a realização de tarefas em colaboração. Dúvidas são lançadas na rede, quem sabe responde, estabelecendo-se cooperação profícua entre as partes (COSTA, 2013).

3.4.5 Sites (sítios)

1) KHANACADEMY: norte-americano Salman Khan (khanacademy.org)

Mais de 4500 vídeoaulas, com aproximadamente 10 min cada, preparadas para serem vistas no computador. Áreas cobertas pelas vídeoaulas (em inglês): Matemática, Biologia, Química, Física, Cosmologia e Astronomia, Química Orgânica, Finanças e Mercado de Capitais, Microeconomia, Macroeconomia, Cuidados com a saúde, Medicina. A parte de Matemática abrange: Aritmética e Pré-álgebra, Álgebra, Geometria, Trigonometria, Pré-cálculo, Cálculo, Probabilidade e Estatística, Equações Diferenciais, Álgebra Linear, Matemática Aplicada, Matemática Recreacional.

Vídeoaulas em português (fundacaolemann.org.br/khanportugues) – mais 400 vídeoaulas. A plataforma atual permite que estudantes de 3ª a 5ª série do Ensino Fundamental assistam aos vídeos e façam os exercícios

propostos. A interação de cada estudante é registrada e enviada ao professor em tempo real, permitindo-lhe saber o nível de aprendizado da turma e, em especial, podendo cuidar dos estudantes que apresentaram dificuldades registradas por ocasião da interação com a plataforma.

2) VEDUCA: plataforma de cursos abertos para massa (da sigla em inglês – MOOC – *Massive Open Online Course*), que oferece aulas gratuitas de ensino superior, modelo de grande sucesso adotado nos Estados Unidos pelo EDX (plataforma on-line do MIT, Stanford e de Harvard) e Coursera (de outras universidades de primeira linha, num total de 14 instituições) e as três universidades estaduais paulistas (USP, Unesp e Unicamp). O portal de educação Veduca reúne cerca de 5,3 mil videoaulas de algumas das melhores universidades do mundo. As vídeoaulas podem ser vistas no endereço www.veduca.com.br. Os 251 cursos on-line e gratuitos disponíveis atualmente estão organizados em 21 áreas do conhecimento que cobrem toda a gama de assuntos do ensino superior. O EDX tem cerca de 800 mil estudantes inscritos em 23 cursos oferecidos. Os recursos utilizados nos cursos não são apenas videoaulas expositivas: há exercícios e avaliação virtual. Os estudantes aprovados recebem um certificado do EDX. Nesta modalidade de ensino não há a figura do tutor (comum no ensino a distância): a aprendizagem ocorre a partir dos materiais a que os estudantes têm acesso e pela interação entre os participantes nos fóruns de discussão (LORDELO, 2013).

3) EVOBOOKS: desenvolve livros-aplicativos para serem usados em sala de aula, mas que não dependem de acesso à internet (ainda uma dificuldade grande nas escolas brasileiras, como já citado).

4) DESCOMPLICA: *site* surgido em março de 2011, que tem disponível mais de 3500 videoaulas.

5) EASYAULA: portal de cursos presenciais e on-line de preparação ao mercado de trabalho. Os *sites* acima utilizam ferramentas diversas: vídeos, *games*, aplicativos, conteúdos para celular, fóruns.

6) TEACHTHOUGHT: plataforma on-line para educadores. Com a disponibilização de conteúdo online, as aulas podem ser utilizadas para fazer exercícios, pesquisas pessoais, trabalhos em grupo e apresentações. São as chamadas aulas invertidas.

7) Banco Internacional de Objetos Educacionais: possui objetos educacionais de acesso público, com formatos variados e para todos os níveis de ensino. Possui no momento mais de 19600 objetos publicados. Em Educação Superior, na área de Ciências Exatas e da Terra, em Matemática, listam-se Animações/Simulações, Experimentos Práticos, Hipertextos, Imagens, Softwares Educacionais e Vídeos. Acessível por:

[HTTP://objetoseducacionais2.mec.gov.br](http://objetoseducacionais2.mec.gov.br)

8) EDUCOPÉDIA (www.educopedia.com.br): trata-se de iniciativa da Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro, a Educopédia é um portal de aulas digitais que abrangem todas as nove séries do Ensino Fundamental, Educação de Jovens e Adultos, Educação Especial e Cursos para Professores. Contém material para a preparação do professor, apresentação de conteúdo em *slides*, vídeos e jogos. O professor decide a forma e o que utilizar do portal.

O próximo Capítulo contém a metodologia proposta para avaliação de aprendizagem de Matemática quando se utiliza Modelagem Matemática com Tecnologias Digitais.

Capítulo 4 – Metodologia para Avaliação de Aprendizagem de Matemática com Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais

O objetivo deste Capítulo é complementar os elementos necessários para a formulação de uma metodologia para avaliação de aprendizagem de Matemática, no contexto desta pesquisa, ou seja, em ambientes que empreguem a Modelagem e TD. Começo abordando, de forma ampla, as técnicas de avaliação de aprendizagem; depois, detenho-me na avaliação em Matemática; após, na avaliação com Modelagem, para, por fim, chegar na metodologia proposta.

4.1 Técnicas de Avaliação de Aprendizagem

Que é ensinar? Que é aprender? Que é avaliar? Dentre várias outras acepções existentes, encontradas nos dicionários Houaiss (2009) e Aurélio (Ferreira, 1975): **ensinar**: repassar ensinamentos sobre algo a outrem; transmitir conhecimentos a outrem; **aprender**: adquirir conhecimentos, a partir do estudo; tomar conhecimento de algo, retê-lo na memória, em consequência de estudo, observação, experiência, advertência, etc.; **avaliar**: determinar a qualidade, a extensão, a intensidade de algo.

Sanmarti (2009, p. 21) nota a associação forte dos três processos: “ensinar, aprender e avaliar são, na realidade, três processos inseparáveis”. Ao ensinar, o professor pretende que o aluno aprenda. Como se certificar de que a aprendizagem ocorreu? Para isto, é necessário avaliar o aluno ou pedir que ele autoavalie-se. Portanto, os três processos constituem, mesmo, uma trindade indissociável. Na figura 6, utilizando uma metáfora, represento a aprendizagem por meio da esfera seccionada em três partes, de modo que, quando estas partes se encaixam perfeitamente, formam a esfera da aprendizagem. Quando isto não ocorre, o processo foi prejudicado por algum ruído. Cabe a quem ensina a função de confirmar se a aprendizagem ocorreu; quem aprende pode notificar quando isto não ocorreu; a avaliação é o meio pelo qual a aprendizagem pode ser confirmada ou não.



Figura 6. Ensinar x Aprender x Avaliar.

Por outro lado, havendo quem ensine (e este é o contexto que me interessa analisar aqui – o contexto escolar, acadêmico), espera-se que haja a aprendizagem: este ato exige o envolvimento do sujeito interessado em aprender. Outro nada pode fazer por ele. Recorrendo a uma analogia: aquele que deseja melhorar sua condição física (perda de peso ou condicionamento atlético) não pode pedir que outro o faça por ele. O sujeito que deseja aprender deve envolver-se incondicionalmente na sua aprendizagem. Isto não ocorre simplesmente pelo desejo de outrem. Luckesi (2011b, p. 31) afirma que “aprender depende de desejar afetiva e efetivamente a aprender”. Demo (2009b, p. 60) amplia da seguinte forma: “aprender implica esforço, dispêndio de energia, dedicação sistemática, atividade produtiva”. Não havendo a predisposição do aluno em aprender, cabe ao professor a tarefa de envolvê-lo no processo de ensino e aprendizagem por meio da avaliação formativa (PERRENOUD, 1999).

A forma e o tempo em que ocorre a aprendizagem são particulares de cada pessoa, dado que sua experiência, sua história de vida é diferente da de qualquer outra. Erro grave é considerar que os estudantes de uma turma constituam grupo homogêneo. A aprendizagem de que falo aqui não se trata apenas de memorizar para reproduzir *ipsis litteris*, mas aplicar o objeto aprendido em situações diversas, criando ou reinventando sobre ele.

Sobre a memória de curto prazo e a memória de longo prazo, Lévy (1993, p. 78) afirma:

A memória de curto prazo, ou memória de trabalho, mobiliza a atenção. Ela é usada, por exemplo, quando lemos um número de telefone e o anotamos mentalmente até que o tenhamos discado no aparelho. A repetição parece ser a melhor estratégia para reter a informação em curto prazo. Ficamos pronunciando o número em voz baixa indefinidamente até que tenha sido discado.

A memória de longo prazo, por outro lado, é usada a cada vez que lembramos de nosso número de telefone no momento oportuno. Supõe-se que a memória declarativa de longo prazo é armazenada em uma única e imensa rede associativa, cujos elementos difeririam somente quanto a seu conteúdo informacional e quanto à força e número de associações que os conectam.

Os trabalhos de psicologia cognitiva garantem que a estratégia chamada elaboração é a que garante retenção por mais longo tempo. As elaborações ocorrem quando se fazem acréscimos à informação alvo. Conectam entre si itens a serem lembrados, ou então conectam estes itens a ideias já adquiridas ou anteriormente formadas. No pensamento cotidiano, os processos elaborativos ocorrem o tempo todo (LÉVY, 1993). Como acrescenta Luckesi (2011a, p. 73): “a aprendizagem não é algo dado, mas construído”.

Smith, Godfrey e Pulsipher (2011) utilizam o acrônimo VARK para designar uma abordagem educacional que se baseia no fato de que cada pessoa tem uma forma preferida de aprendizado:

V – *Visual* (visual): aprendizado pela visão,

A – *Auditory* (auditivo): aprendizado pela audição,

R – *Reading-based* (leitura/escrita): aprendizado pela leitura/escrita,

K – *Kinesthetic* (cinestésico): aprendizado pela ação física.

Para os estudantes visuais, usar diagramas, gráficos e tabelas que ilustrem o que se deseja ensinar; para os estudantes auditivos, explicar-lhes o conteúdo desejado, permitindo-lhes perguntar, interagir e entender o conceito por meio de conversa; para os estudantes que aprendem com base na leitura/escrita, deve-se apresentar-lhes textos com informações sobre o conceito; para os estudantes cinestésicos, buscar formas que lhe permitam experimentar a aplicação do conceito.

A partir da assimilação pelo educando do que lhe foi ensinado, é completamente imponderável o que ele pode fazer, em termos de múltiplas formas

de recriação do objeto aprendido, pois a experiência humana pode ser criada e recriada de inúmeras maneiras (LUCKESI, 2011a).

A avaliação de aprendizagem consiste em verificar se os objetivos educacionais de uma aula, de um programa de ensino ou, mesmo, da aplicação de um dado currículo foram alcançados plenamente. Pode-se fazer avaliação de aprendizagem em várias escalas de abrangência, desde aquela aplicada por um professor antes de iniciar seu trabalho pedagógico (diz-se avaliação diagnóstica), para ajustar as ênfases que precisa dar na sua prática; há a avaliação realizada pelo docente depois de ministrar um dado conteúdo de seu programa, para identificar se houve a aprendizagem esperada, e se precisa ajustar sua prática pedagógica, retomando o tema para alcançar seu objetivo inicial. Isto precisa ser feito o mais cedo possível, enquanto ainda há tempo para que a aprendizagem ocorra. Esta avaliação é chamada de formativa ou processual. Há aquela avaliação, ainda conduzida pelo professor, realizada no fim do período de aulas, para atestar o desempenho dos estudantes quanto ao programa ministrado, levando à aprovação ou à reprovação na disciplina. Esta avaliação é chamada de avaliação somativa. A estas formas de avaliação conduzidas pelo professor chamarei aqui de avaliação em pequena escala.

A avaliação de aprendizagem dirigida a um público bem maior que aquele sob a responsabilidade de um professor na sua sala de aula é denominada aqui de avaliação em larga escala (para usar uma expressão empregada por Luckesi (2011a)). Esta forma de avaliação está fora do escopo deste trabalho. É comentada com o propósito de apresentar um quadro geral sobre avaliação de aprendizagem.

Como exemplos destas formas de avaliação (chamadas de exames), podem ser citados o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE), este último dirigido aos cursos superiores. Ambos os exames são realizados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), autarquia federal ligada ao Ministério da Educação (MEC).

A realização do ENEM possibilita o cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), podendo-se extrair o valor do índice para o País, para um dado estado, para um dado município e para uma dada escola. Recentemente, o ENEM passou a incorporar outra função: possibilitar o ingresso nas instituições

públicas de ensino superior, por meio do SISU – Sistema de Seleção Unificada, portanto, transformando-se em exame de vestibular para estas instituições.

A realização do ENADE possibilita a avaliação das instituições de ensino superior, dos cursos e do desempenho dos estudantes.

O exame PISA (*Programme for International Student Assessment* – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) é realizado a cada três anos, coordenado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE. No exame realizado em 2009, o Brasil obteve os seguintes resultados (de um total de 61 países pesquisados): Leitura – 412 (49º); Matemática – 386 (53º); Ciências – 405 (49º).

Como referido, adoto duas categorias de avaliação de aprendizagem: 1) a avaliação em pequena escala, aquela que é realizada pelo professor, para nortear sua prática docente ou para obter resultado final no âmbito de sua disciplina. O Quadro 2 sintetiza as diferentes formas de avaliação de aprendizagem em pequena escala); 2) a avaliação em larga escala, aquela realizada no âmbito da escola, da faculdade, do município, do estado, do País, que escapa ao controle de um professor específico, atingindo toda a classe docente da escola, da faculdade, do município, do estado, do País. O Quadro 3 relaciona alguns exames realizados no País. O planejamento e a logística para a realização destes exames é determinante para o sucesso do empreendimento, dado o público atingido. O sucesso a que me refiro é conseguir realizar o exame com isenção, oferecendo oportunidades a todos, sem privilégios e desvios a quem quer que seja, de modo que os gestores educacionais possam estabelecer estratégias e prioridades corretas para o avanço da Educação.

Quadro 2. Formas de Avaliação de Aprendizagem em Pequena Escala

Avaliação em Pequena Escala (docente)
- Avaliação diagnóstica
- Avaliação formativa ou processual
- Avaliação somativa

Quadro 3. Avaliação de Aprendizagem em Larga Escala realizada no País.

Avaliação em Larga Escala (institucional)
Provinha Brasil (alfabetização) – 2º ano EF
Prova Brasil (5º e 9º ano EF) bianual
ENEM anual
ENADE bianual
PISA (OCDE) trianual

Como afirmado, a avaliação de aprendizagem em larga escala é aquela realizada como instrumento norteador para os diferentes níveis de gestão na área educacional sobre o cumprimento de diretrizes e o estabelecimento de estratégias, ações e políticas necessárias para o avanço da Educação.

Como se trata de avaliação em larga escala, envolvendo contingente grande de pessoal e até abrangência territorial ampla, as exigências de elaboração de um exame com esta escala são enormes. As questões logísticas e de planejamento são complexas, indo desde a formação das equipes de elaboradores, a impressão das provas, o transporte para as escolas, a realização dos exames, até a sua correção, com exigência estrita de privacidade e lisura durante todo o processo envolvido.

Neste tipo de exame é utilizada a Teoria de Resposta ao Item (usa-se o acrônimo TRI para referenciá-la), que é uma modelagem estatística empregada em avaliações de conhecimentos e habilidades, em que os examinandos são submetidos a provas diferentes. Nesta situação, a Teoria Clássica dos Testes – teoria estatística empregada para este tipo de avaliação – mostrava-se inadequada.

A Teoria da Resposta ao Item utiliza a estatística bayesiana, em que a probabilidade de acerto de um item é condicionada à habilidade e ao conhecimento do examinando. A curva que modela a probabilidade de acerto de um item é uma função crescente na ordenada da habilidade e conhecimento; o gráfico que tem a probabilidade condicional de acerto de um item é chamado de Curva Característica do Item.

Com a Teoria da Resposta ao Item, a análise da estimação de conhecimentos e habilidades desloca-se das provas para os itens. Há o conceito de que os parâmetros dos itens (nível de dificuldade, acerto casual) são suas características próprias. Considera-se que a característica de medição dos itens são invariantes no

tempo, com ressalvas conhecidas. A Teoria da Resposta ao Item modela a probabilidade de acerto a um item por meio de uma função não linear do conhecimento dos examinandos. Desta forma, é possível comparar o conhecimento dos examinandos submetidos a provas diferentes, desde que elas meçam as mesmas características. Isto é particularmente útil quando se tem uma grande quantidade de tópicos de uma matéria a ser avaliada, mas os examinandos responderão apenas um conjunto pequeno de itens, evitando-se assim provas muito extensas (ANDRADE *et al.*, 2000).

Como se trata de um sistema, o resultado do trabalho realizado pelos professores nas avaliações em pequena escala repercutirá no que vai ser obtido nas avaliações em larga escala.

4.1.1 Avaliação de Aprendizagem em Pequena Escala

Como referido, os tipos de avaliação de aprendizagem que o professor pode realizar, no âmbito de suas atribuições docentes, são: avaliação diagnóstica, avaliação formativa ou processual ou operacional e avaliação somativa ou de certificação. A seguir são apresentados alguns detalhes adicionais sobre estas formas de avaliação.

A avaliação diagnóstica é realizada normalmente no início das atividades de um período, com o objetivo de obter informações que embasem o planejamento das práticas docentes, definindo ênfases e abordagens necessárias durante o processo de ensino.

A avaliação formativa ou processual ou operacional é realizada durante o processo de ensino, com o objetivo de obter informação se o nível de aprendizagem pretendido foi alcançado. A ela o professor deve recorrer sempre que julgar oportuno certificar-se se os objetivos de aprendizagem efetivamente foram alcançados. Em caso negativo, ele deve planejar ações para superar as dificuldades percebidas a partir dos registros ou dos eventos que lhe tenham possibilitado tal percepção. Portanto, caso se constatem resultados insatisfatórios no processo em andamento, haverá intervenção para correção ou reorientação da ação com o propósito de se chegar ao resultado esperado (LUCKESI, 2011a).

A adjetivação da avaliação como formativa foi proposta por Benjamin Bloom e utilizada por Philippe Perrenoud; Luckesi (2011a) observa que, a despeito de outros

autores adjetivarem a avaliação de outra maneira (José Eustáquio Romão a qualifica de dialógica; Jussara Hoffmann a refere como mediadora; Celso Vasconcellos a denomina de dialética), todos os qualificativos usados contêm em alguma profundidade a característica de diagnóstica, o que lhe possibilita complementá-la com uma intervenção construtiva para sanar falhas de aprendizagem constatadas, por meio do diálogo e da confrontação. Hoffmann (1998) adjetiva a ação avaliativa como mediadora à medida em que focaliza o processo, estabelecendo-se como elo entre tarefas de aprendizagem, e possibilitando a análise global do desenvolvimento no fim de uma trajetória do estudante.

A avaliação somativa ou de certificação é realizada no fim de um período, para efeito de registro no histórico escolar dos estudantes, e tem como objetivo oferecer um certificado sobre a qualidade da aprendizagem detectada. Não há dúvida que esta não pode ser a única forma de avaliação que o professor realiza como parte de seu processo de ensino. O objeto de certificação acha-se (ou considera-se) pronto, e nenhuma intervenção imediata no processo ocorrerá para mudar a qualificação feita.

Em seguida, é apresentada uma breve revisão bibliográfica que cobre trabalhos relacionados à avaliação de aprendizagem em pequena escala.

4.1.2 Breve Revisão Bibliográfica sobre Avaliação de Aprendizagem em Pequena Escala

Como afirmado, a ênfase deste trabalho é sobre a aprendizagem em pequena escala, que é a forma que se pode utilizar com a Modelagem Matemática. Para isto, são analisados alguns trabalhos desenvolvidos nesta área.

Souza (1993) em artigo em que revisa a teoria da avaliação da aprendizagem, baseando-se nos trabalhos de Ralph W. Tyler (criador da “Avaliação por Objetivos”, na qual a avaliação é definida como o processo de verificar o grau em que mudanças comportamentais ocorrem: a avaliação possibilita julgar o comportamento dos estudantes e com a educação pretende-se mudar tais comportamentos; em vez de simplesmente aprovar/reprovar, Luckesi (2011a) aduz, em reconhecimento ao mérito do trabalho de Tyler, que ele propôs a construção da aprendizagem), Hilda Taba, Willian B. Ragan, Robert S. Fleming, W. James Popham, B. S. Bloom (com J.

T. Hastings e G. G. Madaus), Robert Ebel, Norma Gronlund e David P. Ausubel (com Joseph Novak e Helen Hanesian), conclui que estes autores defendem (p. 31): “uma avaliação centrada em objetivos que indicam os resultados esperados e em razão dos quais serão apreciados os resultados obtidos”.

Portanto, objetivos educacionais são previamente identificados e o processo de avaliação busca julgar a extensão do alcance destes objetivos. A determinação do que será avaliado é parte indissociável do processo de avaliação.

A autora aponta que o maior consenso entre os autores recaiu em quatro pontos:

1) a avaliação deve ser contínua, ou seja, deve ser um procedimento presente desde o início até o fim do trabalho realizado com o educando (portanto, passando pela avaliação diagnóstica, avaliação formativa ou processual e avaliação somativa);

2) a avaliação deve ser compatível com os objetivos propostos; isto ocorre quando os procedimentos adotados são capazes de detectar a ocorrência dos comportamentos previstos nos objetivos elencados;

3) a avaliação deve ser ampla. Isto exige do professor atenção particular a detalhes de natureza epistemológica que podem contribuir para que a aprendizagem não ocorra de forma efetiva. A amplitude aqui deve abranger a “avaliação de comportamentos do domínio cognitivo, afetivo e psicomotor” (*op. cit.*, p. 37).

4) deve haver diversidade de formas de proceder à avaliação. Se o objetivo é abarcar todos os domínios citados não será possível que isto seja feito com um único instrumento ou com um só procedimento de avaliação. Desta forma, podem-se combinar dois ou mais procedimentos ou instrumentos de avaliação: a realização de testes, a realização de entrevistas, a aplicação de questionários, a coleta de atividades desenvolvidas pelo estudante, a observação do estudante em atividade, o registro e a interpretação dessas observações.

A avaliação diagnóstica é usada com o fim de identificar que estudantes merecem maior atenção do professor por deficiências de aprendizagem percebidas, como também orientá-lo na ênfase de que dado conteúdo exige abordagem mais aprofundada ou especial. No que diz respeito aos educandos com deficiência de aprendizagem, a ação do docente será concentrada em atenuar ou eliminar estas deficiências. No que diz respeito à identificação dos conteúdos que exigem abordagem especial (mais ou menos detalhada), o professor ajusta seu plano de aula para dar atenção a estes pontos.

A avaliação formativa ou processual é aquela que busca indicar que objetivos foram alcançados pelo estudante e os que não o foram. De posse desta informação, o professor atua para que a aprendizagem ocorra, ou seja, para que os objetivos propostos sejam alcançados. Portanto, possíveis erros cometidos pelo educando são fonte rica de informação para o professor, pois lhe revela as estratégias adotadas por ele. O professor pode, então, atuar em cima da origem do erro, com mais chance de corrigir as falhas de aprendizagem. As informações recolhidas por meio dos testes aplicados após dado conteúdo ter sido ministrado revelam se os objetivos foram atingidos, havendo tempo para recuperar a aprendizagem.

4.1.3 Etapas do Processo de Avaliação

A avaliação de aprendizagem vista como um processo desdobra-se em pelo menos três etapas (Souza, 1993): 1) a definição dos objetivos que se pretende alcançar com o processo de ensino; 2) a escolha de procedimentos de avaliação mais adequados, levando-se em conta os objetivos elencados; e, por fim, 3) a apreciação se os resultados de aprendizagem obtidos alcançaram os objetivos iniciais propostos.

Caso o professor constate que os objetivos não foram plenamente alcançados, ele deve planejar ações para superação dos obstáculos de aprendizagem verificados. Como exposto, isto pode envolver a revisão das práticas docentes adotadas, a fim de que ocorra o alcance pleno dos objetivos. Como se trata de um ciclo, o professor deve ficar atento à etapa de apreciação (etapa 3) dos resultados, para evitar que descubra muito tarde que os objetivos educacionais não foram atingidos, não havendo mais tempo para que as correções sejam feitas. É importante ressaltar que cada estudante é único: ele tem conhecimentos prévios diferentes de qualquer outro, o que faz com que seus tempos de aprendizagem também sejam diferentes, invariavelmente. O professor deve estar atento para cuidar desta complexidade de alguma forma, sem o que seus resultados não serão satisfatórios.

Se a avaliação não possibilita o retorno ao estudante para que ele veja a apreciação que foi feita (e até possa questioná-la, apresentando seus argumentos para a discordância), ela é inútil como instrumento de aprendizagem, servindo

somente para mero registro escolar ou acadêmico. Então, o que dizer dos professores que não devolvem suas provas, apontando os erros cometidos e explicitando a apreciação que fizeram das respostas dadas pelos estudantes?

Conclusões: a avaliação de aprendizagem em pequena escala é parte do processo de ensino. E tem o objetivo de determinar o domínio de habilidades (ou sua falta), possibilitando informações valiosas ao estudante e ao professor para a melhoria da aprendizagem ou como forma de incentivo, no caso de objetivos já alcançados.

4.1.4 Funções da Avaliação de Aprendizagem

Souza (1993) aponta três funções básicas para a avaliação de aprendizagem:

1) Diagnóstico: diagnosticar a situação do estudante em termos de interesses, conhecimentos e habilidades, constantes dos objetivos educacionais propostos. E, muito importante, identificar possíveis causas de dificuldades de aprendizagem.

2) Retroinformação: com base nos resultados alcançados, durante ou no fim do processo de ensino, replanejar adequadamente a prática docente;

3) Desenvolvimento individual: com base na apreciação feita e no diálogo com o professor, o estudante pode conhecer-se melhor, pelo estímulo de sua capacidade de autoavaliar-se.

Desvios podem ocorrer na avaliação de aprendizagem: uma forma de desvio é a sua utilização como maneira de punir os estudantes por algum comportamento que o professor considere condenável. Provas ou testes-surpresa são exemplos desta prática questionável. Outro desvio seria a utilização da avaliação de aprendizagem meramente para produzir uma nota ou um conceito final para o estudante, indicando sua aprovação ou reprovação. Centra-se a atenção na produção de nota ou conceito, descuidando-se da interpretação dos resultados, que poderiam indicar a necessidade de recuperações, a melhoria de procedimentos didáticos ou a avaliação da própria avaliação. Portanto, outros caracteres prevalecem sobre o aspecto educacional.

Hoffmann (2005, p. 55) centra a avaliação como atividade de mediação, com base em duas questões principais: “o que meu aluno compreende?”; “por que não

compreende?”. Segundo ela, formular estas duas questões é tarefa essencial da ação avaliativa, como primeiro passo com o fim de aproximar-se do estudante, procurando refletir sobre o significado de suas respostas, afinal decorrem da sua vivência. Neste trabalho de mediação é que o ensino se torna mais eficaz, levando a ganhos perceptíveis de aprendizagem, pela possibilidade de ir à origem de dada forma de compreensão de um conceito.

Depresbiteris (1993) aponta que a aprendizagem pode ser direcionada apenas para o domínio de conteúdo que será cobrado em uma prova final de uma unidade de ensino ou curso. Outros instrumentos de avaliação como trabalhos, participação em debates na sala de aula, registros de atividades desenvolvidas, dentre outros, são esquecidos pelo professor, e poderiam possibilitar inferência sobre o desempenho do estudante. Desta forma, a supervalorização do processo formal com a realização de provas e a desconsideração completa de processos de caráter informal com a concretização de atividades diversas impedem que se tenha uma medida correta do desempenho do estudante.

Alguns fatores de caráter psicológico podem afetar a avaliação realizada pelo professor. A forma ou a ordem como uma atividade é apresentada pelo estudante podem levar o professor a uma avaliação mais favorável do que a de outro que não tenha primado por estas qualidades. Até o comportamento dos estudantes pode constituir fator indutor da avaliação. O educando bem-comportado pode acabar com uma avaliação mais favorável do que aquele mal-comportado. Mesmo o cansaço do professor pode levar a distorções no seu julgamento: provas ou testes avaliados primeiro podem ter uma avaliação mais generosa; aqueles que ficarem para correção quando o cansaço chega provavelmente serão avaliados com mais rigor.

Há ainda o caso de professores que, diante de resultados insatisfatórios dos estudantes em avaliações, decidem atribuir atividades adicionais para “recuperar a nota”, sem atentar para as razões que levaram ao mau resultado. Dentre outras razões, estão as falhas de aprendizagem. “Recuperar a nota” sem analisar o que levou ao resultado, sem atacar as causas com as atividades adicionais, é inaceitável.

O grande número de estudantes com que muitos professores trabalham dificulta a convivência que lhes permitam avaliar a aprendizagem adequadamente, então eles consideram mais justo atribuir-lhes média de resultados obtidos nos testes (dados resultantes de evidências comprováveis) (HOFFMANN, 2005).

O atual processo de aferição da aprendizagem escolar (essencialmente somativa) não leva à melhoria do ensino e da aprendizagem e, além disso, “ainda impõe aos educandos consequências negativas, como a de viver sob a égide do medo, pela ameaça de reprovação – situação que nenhum de nós, em sua consciência, pode desejar para si ou para outrem” (LUCKESI, 2011b, p. 54).

4.1.5 Procedimentos de Avaliação

São os meios pelos quais o professor obtém os dados que lhe interessam na avaliação. Como afirmado, o professor deve valer-se de diferentes procedimentos para fazer a avaliação, o que lhe permite olhares de perspectivas diferentes sobre a aprendizagem.

São exemplos de procedimentos de avaliação: provas, observação dos estudantes, registro e interpretação das observações, entrevistas com os estudantes, exame de trabalhos elaborados pelos estudantes, questionários, conversas e comentários dos estudantes, análise da escrita, da exposição de trabalhos, da participação em debates, testes orais e escritos e a própria autoavaliação do estudante.

Pode-se realizar avaliação formal e avaliação informal. A avaliação formal é aquela constituída de “atividades agendadas, com conteúdo claramente proposto e definido, com objetivos e critérios de avaliação específicos” (MONDONI & LOPES, 2009, p. 193). Constituem instrumentos de avaliação formal as provas, os testes orais ou escritos, a exposição de trabalhos. A avaliação informal é aquela que tem como instrumentos, por exemplo, a autoavaliação, a observação, o portfólio, a participação em debates, os comentários e as perguntas feitas durante as aulas, a participação nas redes sociais educacionais (fóruns eletrônicos, *blogs* da turma e outras tecnologias digitais).

A combinação das duas formas de avaliação é necessária, para dar conta de todos os estilos de aprendizagem, levando em consideração não só a linguagem escrita, mas também a linguagem oral, a capacidade de expressão gráfica, a linguagem corporal, dentre outras formas de expressão.

A avaliação de aprendizagem, da forma como entendida aqui, só tem sentido se tiver como ponto de partida e como ponto de chegada o processo pedagógico, de

modo que, caso se constate não ter havido o alcance dos objetivos propostos, sejam estabelecidas estratégias para retomar o percurso a fim de alcançá-los (GARCIA, 1984).

Os resultados das provas não devem constituir-se verdades absolutas. Antes, devem levar à reflexão por parte do professor da razão por que uma resposta foi dada de uma forma diferente da esperada. O professor deve buscar explicações para o fato. Desta forma, antes da proposta aos estudantes, uma tarefa deve ser analisada, buscando-se resposta a (HOFFMANN, 2005, p. 49):

- Em que medida a tarefa proposta possibilita ao aluno a organização de ideias de forma própria, individual?
- O questionamento realizado permite a construção de variadas alternativas de solução?
- Qual a relação que a tarefa sugere com esta e outras áreas de conhecimento?
- As ordens dos exercícios são suficientemente claras, esclarecedoras ao aluno em termos das possibilidades de resposta?

Acresçam-se outras questões relevantes: a tarefa proposta não visa apenas avaliar a acumulação de informações (habilidade de memorização e reprodução em momentos de avaliação), tão apreciada algum tempo atrás? A tarefa proposta verifica o desenvolvimento de alguma competência particular? Entenda-se competência como a capacidade de o estudante mobilizar recursos variados (cognitivos) com o fim de tratar uma situação complexa (MORETTO, 2005). A utilização de alguns verbos nos enunciados possibilita avaliar se uma dada habilidade foi ou não adquirida: relacionar, correlacionar, identificar, analisar, aplicar, avaliar, dentre outros.

Quando proposta uma dada tarefa, o que acontece após o cumprimento por parte do estudante com a entrega do que foi pedido pelo professor? A avaliação consistirá em verificar tão-somente se a tarefa foi cumprida ou não? Nada será feito em relação à construção do conhecimento, após a análise dos trabalhos elaborados? Dúvidas havidas, caminhos alternativos que poderiam ter sido adotados, inadequações encontradas, não poderiam possibilitar a reconstrução do conhecimento?

4.1.6 Critérios de Avaliação

Depresbiteris (1993) define um critério de avaliação como um princípio tomado como referência para julgar alguma coisa. Deve ser consciente e explícito.

Na área de avaliação de aprendizagem são utilizados dois tipos de critérios: absoluto e relativo. A avaliação baseada em critérios absolutos confronta o desempenho do estudante com objetivos pré-estabelecidos e é mais apropriada para uso no processo de ensino e de aprendizagem. A avaliação baseada em critérios relativos é chamada avaliação baseada em normas e tem como objetivo identificar a posição de um estudante em relação ao grupo: é, portanto, mais indicada para processos de seleção ou classificação. Consequentemente, os resultados obtidos por um educando em uma ou outra forma de avaliação têm interpretações diferentes. Se um estudante obtiver 75 como nota em uma prova (avaliação baseada em normas), o significado desta nota estará relacionado à média do grupo; já se se trata de avaliação baseada em critério, a nota diz respeito a porcentagem de alcance dos objetivos pré-estabelecidos (*op. cit.*).

Com respeito à forma de expressão do resultado da avaliação, a utilização de conceitos (em vez de notas)

significa uma maior amplitude de representação. Pela própria complexidade da tarefa avaliativa, o uso dos conceitos evita o estigma da precisão e a arbitrariedade decorrente do uso abusivo de notas (HOFFMANN, 2005, p. 45).

Apesar de os conceitos serem utilizados, mesmo os regimentos escolares e acadêmicos, estabelecem relação com os valores numéricos. Assim, onde se usam os conceitos “E” (Excelente), “B” (Bom), “R” (Regular), “I” (insuficiente), respectivamente, estão associados aos valores 5, 4, 3 e 2, com os três primeiros significando “aprovação” e o último “reprovação”, se se referirem a conceito final.

Russell & Airasian (2014) apontam três domínios principais pelos quais a avaliação ocorre em sala de aula: o domínio cognitivo, o domínio afetivo e o domínio psicomotor. O domínio cognitivo engloba atividades intelectuais, como a memorização, a interpretação, a aplicação de conhecimento, a solução de problemas e o pensamento crítico. Já o domínio afetivo envolve sentimentos,

atitudes, valores, emoções e interesses. O domínio psicomotor engloba atividades físicas e ações em que os estudantes manipulam objetos como uma caneta, um teclado, uma tela sensível. Durante a realização do seu trabalho em sala de aula, o professor dá mais atenção ao domínio cognitivo, mas certamente ele toma decisões de avaliação que passam pelos outros domínios.

Em seguida, a avaliação em Matemática é tratada com mais detalhe.

4.2 Avaliação de Aprendizagem em Matemática

Nesta seção, serão analisados alguns trabalhos que têm como objetivo a avaliação de aprendizagem em Matemática.

A propósito da existência ainda hoje de professores, mormente no ensino superior, cujas aulas se restringem à exposição da matéria no quadro, seguida de um exemplo e uma lista de exercícios para os estudantes (o ensino tradicional, para o qual a Modelagem Matemática é uma opção), Fischer (2008) comenta que os estudantes acabam copiando passivamente a matéria, às vezes chegam a fazer alguma pergunta, e depois tentam fazer os exercícios e então aguardam que o professor os resolva, para terem a resposta no caderno. A autora pergunta diante desta forma de ensino: que esperar de um professor com semelhante perfil, senão a cobrança da matéria exposta, sem que o estudante possa mostrar como reelaborou aquele conhecimento?

Dado que haja uma prova a aplicar, Fischer (2008) questiona se o raciocínio exigido nela foi estimulado e acompanhado em seu desenvolvimento, em aula. Deve-se considerar, adicionalmente, que o momento de realização de provas é sempre de tensão, e fica difícil fazer reelaborações de um conteúdo conhecido, mas alguma reflexão deve ser exigida se houve preparação para isto do estudante durante as aulas. Com frequência, coerentemente com a forma de ensino adotado – essencialmente conteudista – muitas questões exigem apenas que tenha havido memorização pelo educando. Com respeito à elaboração da prova, escolhas arbitrárias de questões, sem propósito definido, muito menos critérios de correção (BURIASCO, 2002). Sem gabaritos divulgados ou sem a resolução das questões em sala de aula e, às vezes, sem a entrega da prova com a apreciação registrada do docente, ocorre de o educando não saber nem ao menos o que extrair de informação da prova (o que efetivamente ele aprendeu, o que precisa ainda

aprender). Buriasco (2002) aponta que a avaliação deveria dar oportunidade de o educando mostrar o que sabe fazer, e não apenas evidenciar o que não sabe.

Com relação à rigidez com que professores de Matemática encaram a prática avaliativa, Fischer (2008) rechaça a postura de não aceitar e até incentivar produções mais livres dos estudantes, sem as amarras da linguagem matemática. Isto faz com que se “percam excelentes oportunidades de conhecer melhor o modo como seus estudantes pensam e, conseqüentemente, de avaliá-los de uma forma mais completa, mais justa.” (*op. cit.*, p. 84).

Sobre as concepções que o professor vai formando ao longo de sua vida pessoal e profissional – e que Bourdieu (1983) chama de *habitus* – a pesquisa conduzida por Fischer (2008, p. 91) identifica como característicos de professores de Matemática, no que diz respeito a práticas de avaliação: “a preocupação com a objetividade, a adoção de procedimentos pouco flexíveis, a desvalorização do fazer pedagógico e a concepção positivista de rigor”.

Muniz e Santinho (2010, p. 55) sugerem que o processo avaliativo apresente as seguintes características, “que devem permear a constituição dos registros constituídos pelos professores: ‘ser transparente, formativo, integral e democrático”.

Quanto à transparência (*op. cit.*), o desempenho do aluno deve ficar evidente para ele, possibilitando-lhe compreendê-lo, visto que o trabalho foi realizado em sala de aula com registros que ele mesmo preencheu a partir de propostas de trabalho apresentadas pelo professor e tem noção clara de quais são os resultados satisfatórios. Esta transparência deve ser perceptível pelos pais e por toda a comunidade escolar.

A característica formativa do processo avaliativo decorre de conscientizar o estudante sobre seu desempenho e possibilitar que reflita sobre ele, assumindo responsabilidades com o professor e com seus pais. Portanto, o educando torna-se responsável por soluções que conduzam à sua aprendizagem e o levem “a desenvolver o máximo possível suas capacidades” (*op. cit.*, p. 56). Esta coparticipação do educando no processo de avaliação reforça a ideia de que a avaliação pode tornar-se um instrumento educativo.

A característica da integralidade do processo avaliativo é dada pelo fato de que ele vai além do conteúdo conceitual: pelas diferentes produções dos estudantes, por envolver procedimentos de diversas naturezas, pois “permite verificar

habilidades relacionadas a diferentes dimensões da personalidade dos educandos...”, indo “além do desenvolvimento cognitivo”, alcançando outras habilidades ou capacidades (*op. cit.*, 59).

Por fim, o caráter democrático do processo avaliativo evidencia-se nas reuniões periódicas, em que os acordos são discutidos e firmados, e estabelece-se consenso entre os envolvidos nas atividades avaliativas (*op. cit.*).

Parece-me muito bem posto por Lopes (2010, p. 136), sobre a avaliação de aprendizagem como processo, ao afirmar:

...um processo de avaliação precisa explicitar os objetivos propostos para o ensino e a aprendizagem; as capacidades que se pretende desenvolver durante o processo pedagógico; e quais conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais serão considerados. Os resultados que emergem desse processo devem ser utilizados para direcionar a intervenção pedagógica do professor, a fim de melhorar a aprendizagem, e para o aluno rever suas ações durante os estudos.

Nesta concepção, a participação do estudante é decisiva, como agente ativo na sua aprendizagem. A autoavaliação já foi destacada; ela assegura a responsabilidade do estudante em relação a sua aprendizagem e a sua autonomia. Na medida em que estejam cientes dos objetivos de aprendizagem que se pretende alcançar, e também dos critérios que serão utilizados para analisar seus avanços e obstáculos de aprendizagem, e pressupondo interação e diálogo constantes, pode-se falar em processo de avaliação em que ocorre autoavaliação e coavaliação (LOPES, 2010).

A importância da avaliação para a aprendizagem é destacada por Luckesi (2011b, p. 29) da seguinte maneira: “o investimento necessário do sistema de ensino é para que o educando aprenda e a avaliação está a serviço desta tarefa”. Ele acrescenta (*op. cit.*, p. 29): “o educando não vem para a escola para ser submetido a um processo seletivo, mas sim para aprender e, para tanto, necessita do investimento da escola e de educadores, tendo em vista efetivamente aprender”.

Segundo Buriasco (2002), o processo de avaliação em Matemática deveria mostrar, pelo menos, as escolhas feitas pelo educando ao tratar a questão que lhe foi proposta, a capacidade de ele se comunicar matematicamente (oralmente ou por escrito) para lidar com a questão, os conhecimentos matemáticos utilizados e a forma como interpretou sua resolução para chegar à resposta.

4.3 Avaliação da Aprendizagem em Modelagem Matemática

A discussão sobre a forma como fazer a inclusão de atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, a despeito do número expressivo de relatos de experiência e de textos de dissertações e de teses que versam sobre o assunto, ainda merece atenção, no sentido de oferecer descrições mais precisas, que deem conta de tudo o que de relevante acontece. Por exemplo, no que diz respeito à possibilidade de diálogo educador-educando que leve à aprendizagem. Lendo os relatos, deduz-se que o diálogo enriquecedor ocorreu, mas ficou subjacente.

Almeida e Vertuan (2011), por exemplo, analisam algumas possibilidades de introdução de atividades de Modelagem no currículo e/ou nas aulas de Matemática a partir do trabalho de W. Blum e M. Niss. Com relação à familiarização dos estudantes com as atividades de Modelagem, Almeida e Vertuan (*op. cit.*) sugerem que isto seja feito de forma gradativa, identificando três momentos para sua concretização (p. 27-28):

Em um primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, juntamente com os dados e as informações necessárias. A investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático são **acompanhadas pelo professor**, de modo que ações como a definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para linguagem matemática, obtenção e validação do modelo, bem como o seu uso para a análise da situação são, em certa medida, **orientadas e avalizadas pelo professor**.

Posteriormente, em um segundo momento, uma situação-problema é **sugerida pelo professor** aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação de hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência do estudante no que se refere à definição de procedimentos extramatemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação.

Finalmente, no terceiro momento, os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a **comunicação desta investigação para a comunidade escolar (meu grifo)**.

Os trechos grifados na citação anterior são de etapas próprias para o diálogo professor-estudantes, ricos para a avaliação de aprendizagem, em que o domínio de conceitos e de algoritmos, as ações alternativas podem ser sugeridas, os encaminhamentos podem ser propostos. O professor pode dar-se conta do alcance dos objetivos de aprendizagem, podendo intervir para que isto ocorra se desvios forem percebidos.

No mesmo artigo, Almeida e Vertuan (*op. cit.*) destacam as discussões acadêmicas sobre o papel do professor e do estudante no desenvolvimento de atividades de modelagem em sala de aula e citam os “três casos” clássicos de Barbosa (o caso 1 em que o estudante participa com o professor somente da etapa de “Resolução”; as três primeiras etapas – a) Elaboração da situação-problema, b) Simplificação e c) Dados qualitativos e quantitativos – cabem ao professor, somente; no caso 2, o estudante só não participa da primeira etapa – Elaboração da situação-problema; no caso 3, o educando participa com o professor das quatro etapas. Por fim, os autores destacam que os três momentos que sugerem não correspondem à distribuição de atividades propostas por Barbosa, mas dizem respeito a uma forma gradativa como o estudante pode familiarizar-se com as atividades de Modelagem.

Mesmo os três casos de Barbosa podem ter melhor explicitação quanto à participação do professor no que respeita à avaliação de aprendizagem. Ao possibilitar que o estudante conduza seu processo de aprendizagem, é inquestionável que haja momentos em que o professor obtenha dados sobre o nível de aprendizagem alcançado pelo educando, sem o que ele não sabe quando sua atenção a um dado grupo é exigida. Isto pode ocorrer por meio de relatórios ou apresentações periódicas, observação das discussões em sala de aula, análise dos registros dos trabalhos em andamento ou quaisquer outros registros a que tenha acesso. A participação mediadora do professor é exigida, portanto, durante todo o processo de Modelagem.

4.3.1 Fases da Modelagem Matemática

Cada autor adota sua sequência de fases para o processo de Modelagem Matemática. Para Bassanezi (2000), as fases são: Experimentação, Abstração (composta de Seleção das variáveis, Problematização ou formulação de problemas, Formulação de hipóteses e Simplificação), Resolução, Validação e Modificação, como descrito na Seção 2.1.

Para Almeida *et al.* (2011), as fases são: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de resultados e Validação. A fase de Inteiração consiste em coletar informações sobre a situação-problema que se pretende estudar e encaminha “a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução” (*op. cit.*, p. 15). A fase de Matematização consiste em transformar a representação da situação-problema em linguagem matemática. A fase de Resolução (*op. cit.*, p. 16)

consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder as perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo.

Sobre a fase de Interpretação de resultados e Validação, Almeida *et al.* (*op. cit.*, p. 16) afirmam:

A interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. **A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema**, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação. Essa fase visa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações (**meu grifo**).

A parte grifada nesta citação atesta que esta fase pode constituir-se em momento em que o professor efetuará a avaliação de aprendizagem processual do grupo, promovendo as correções necessárias, e realizando as explicações pertinentes para o desenvolvimento do trabalho. É óbvio que os estudantes podem fazer estas apreciações, mas, em algum momento, o professor precisa analisá-las, avaliá-las. Este momento pode ocorrer nas revisões para serem realizadas em sala de aula, em etapas que podem ser programadas, constando de um cronograma de atividades do trabalho dos grupos.

Os autores afirmam que estas fases são exigidas na realização de uma atividade de Modelagem, mas podem não ocorrer de forma linear; em vez disso, um retorno a uma fase anterior pode ser necessária, tornando o processo iterativo (*op. cit.*).

Como conclusão, percebe-se que a Modelagem Matemática é um processo que, quando empregado em sala de aula, deve ser impregnado de avaliação de aprendizagem processual, – quero dizer com momentos de diálogo professor-estudantes – sem que haja perda da autonomia dos estudantes na busca da construção de seus modelos matemáticos.

A propósito do papel do professor nas aulas mediadas por atividades de Modelagem Matemática, Almeida *et al.* (2012) reitera que o professor aí é orientador, ou seja, aquele que indica caminhos, aquele que faz perguntas, aquele que não aceita o que não está bom, aquele que estuda para se preparar para a função. E acrescento: quando não está bom aproxima-se do grupo para conseguir as melhorias necessárias.

Almeida *et al.* (2012, p. 25) aduzem que as “atividades de Modelagem Matemática são essencialmente cooperativas”, realizadas por grupos de estudantes, recebendo estímulos dos professores. Como a cooperação pode ocorrer e entre que agentes? Uma forma é pela exposição que o grupo faz de seu trabalho para a turma: possibilita que estudantes de outros grupos e o próprio professor cooperem com sugestões, críticas, comentários. O mesmo pode estabelecer-se intragrupo também: as ideias de um estudante são debatidas, até que haja convergência. Exercita-se aí a prática de trabalho em grupo, tão importante para a vida profissional futura do educando, em que há valores consagrados (aceitação do outro, ponderação nos debates, argumentação e contra-argumentação, busca da convergência sem conflitos, organização, racionalização e divisão do trabalho para evitar perda de tempo, evitando-se que haja sobrecarga e não participação de membros do grupo).

Biembengut & Hein (2000) definem as seguintes etapas: 1) Interação: consiste na familiarização com a situação-problema; 2) Matematização: envolve a formulação do problema e sua resolução; e 3) Modelo matemático: a questão formulada na etapa anterior constitui o modelo matemático que, nesta etapa, será validado. Como forma de avaliação do processo de Modelagem, eles sugerem que se levem em conta dois aspectos principais (p. 27): “avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor” e “avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno”. Neste último ponto, pode-se avaliar, subjetiva e objetivamente, a aprendizagem do aluno. A avaliação subjetiva – baseada na observação do professor – pode considerar a participação do estudante, sua

assiduidade, o cumprimento de tarefas que lhe são destinadas e o seu envolvimento no grupo. Quanto à avaliação objetiva – aquela baseada em provas, exercícios e trabalhos realizados – os autores sugerem que os seguintes critérios de avaliação sejam adotados (p. 28):

- a) produção e conhecimento matemático
 - consolidação de conhecimentos matemáticos teóricos;
 - raciocínio lógico;
 - operacionalização de problemas numéricos;
 - crítica em relação a conceitos de ordem de grandeza;
 - expressão e interpretação gráfica.
- b) produção de um trabalho de modelagem em grupo
 - qualidade dos questionamentos;
 - pesquisa elaborada pelo aluno;
 - obtenção de dados sobre o problema a ser modelado;
 - interpretação e elaboração de modelos matemáticos;
 - discussão e decisão sobre a natureza do problema levantado;
 - adequação da solução apresentada;
 - validade das soluções fornecidas pelo modelo;
 - exposição oral e escrita do trabalho.
- c) extensão e aplicação do conhecimento
 - síntese, aliada à capacidade de compreensão e expressão dos resultados matemáticos;
 - análise e interpretação crítica de outros modelos utilizados.

Por fim, os autores sugerem que os estudantes sejam informados previamente sobre os critérios de avaliação adotados.

Com relação à “avaliação do grau de aprendizado do aluno”, analisando-se o que os autores descrevem sobre os aspectos subjetivos e objetivos, constata-se que se trata de avaliação somativa: a preocupação é em obter nota ou conceito final para os estudantes. Eles nada acrescentam quanto à “avaliação como fator do redirecionamento do trabalho do professor”. Expresso desta forma, esta avaliação sugere que o professor pode, baseando-se no acompanhamento dos trabalhos realizados, fazer mudanças em sua prática docente. Em nenhum momento, há menção a algo que sugira a avaliação formativa ou processual.

A lista de três itens com os critérios sugeridos pelos autores para avaliação objetiva poderia ser muito bem aplicada como *checklist* (lista de verificação) em qualquer ocasião em que o professor interage com o grupo de estudantes para informar-se sobre o trabalho em desenvolvimento, possibilitando-lhe atuar como

orientador, visando fortalecer a aprendizagem e o encaminhamento das ações, nas fases intermediárias do trabalho.

Na seção seguinte, apresento breve revisão de trabalhos sobre avaliação de aprendizagem com Modelagem Matemática.

4.3.2 Revisão Bibliográfica de Trabalhos em Avaliação de Aprendizagem e Modelagem Matemática

O primeiro trabalho da literatura nacional que relaciona avaliação de aprendizagem e Modelagem Matemática é devido a Borba, Meneghetti e Hermini (1999) e tem como título “Estabelecendo Critérios para Avaliação do Uso de Modelagem em Sala de Aula: Estudo de Caso em um Curso de Ciências Biológicas”. Os autores discutiram “o emprego de práticas pedagógicas baseadas no uso da Modelagem e de calculadoras gráficas, enfatizando questões relacionadas à Modelagem” (p. 95) e também se propuseram a definir critérios que pudessem justificar a avaliação negativa do trabalho desenvolvido por um grupo de estudantes (avaliando-o como mal-sucedido) e apontavam que estes casos (raros na literatura, visto que os relatos se prendem mais a casos positivos) possibilitariam avanços na Educação Matemática, em especial na área de que trata o artigo (Modelagem e novas tecnologias). Desta forma, como a ênfase é sobre um exemplo que “não deu certo”, eles formularam os seguintes critérios que justificariam por que não deu certo. “Não deu certo” devido a que (*op. cit.*, p. 101):

- O grupo de alunos não relacionar a matemática já estudada fora do curso com o problema que escolheu para investigar, mesmo quando a ligação é sugerida pelo professor ou por colegas. Neste caso, Matemática e o tema por eles escolhidos se apresentam de forma desconexa, com uma relação apenas superficial;
- O grupo de alunos não associar conceitos desenvolvidos durante o curso com o tema eleito por eles para ser investigado no início da disciplina (este critério é válido somente quando o conceito matemático é pertinente ao tema estudado pelo grupo);
- O grupo de alunos não conseguir, a partir do seu projeto, desenvolver ou tornar mais específico, conceitos matemáticos ou de outra natureza que estejam relacionados com o tema de pesquisa deles;
- O professor não conseguir detectar a tempo que, por algum motivo, o trabalho desenvolvido pelo grupo está deficiente;
- O professor, enquanto liderança (*sic*), se mostrar incapaz de propor rumos para um trabalho que se revelou deficiente para ele, posteriormente.

Alguns comentários iniciais sobre os critérios estabelecidos: do ponto de vista de avaliação de aprendizagem, este caminho não é adequado, pois os critérios estabelecidos por fim decorrem de inexistência ou falha no acompanhamento por parte do professor. Ou seja, simplesmente a avaliação de aprendizagem processual inexistente para cada critério que for atribuído ao trabalho de um grupo de estudantes. Os critérios só fazem sentido na avaliação somativa: o professor precisa justificar por que avalia de forma negativa o trabalho e aí recorre a um dos critérios propostos. Mas frise-se que todos eles têm por trás de si a carga negativa de um processo de ensino e, conseqüentemente, de aprendizagem, falho. O fato de os autores apontarem que não se deveriam dar destaque apenas aos exemplos positivos de propostas pedagógicas de dado autor não comporta avaliação ética favorável.

Um segundo trabalho, mais recente, é devido a Figueiredo, D. F. e Kato, L. A. (2012) e tem como título “Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula”. O artigo em questão segue a mesma linha do anterior, agora com a proposição de “parâmetros para a avaliação da aprendizagem significativa do estudante em uma atividade de Modelagem Matemática na sala de aula” (*op. cit.*, p. 276). As autoras concentraram-se nos três critérios iniciais propostos por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), já citados, que se relacionam ao desempenho dos estudantes na execução da atividade. E, com base na Teoria da Aprendizagem Significativa, proposta por David Ausubel, com o objetivo de explicar os mecanismos como ocorrem a aquisição, a assimilação e a retenção de significados do conhecimento escolar.

Portanto, com base nos três critérios citados, as autoras se propõem a estabelecer mecanismos por meio dos quais a avaliação de aprendizagem possa ser feita pelo professor, quando são desenvolvidas atividades de Modelagem em sala de aula. Estes mecanismos – chamados parâmetros de avaliação – têm caráter norteador e não padronizador, segundo elas, pois levam em conta vários elementos constitutivos do processo de aprendizagem, que aparecem de forma explícita ou implícita durante a condução da atividade.

Os três parâmetros de avaliação sugeridos são (*op. cit.*, respectivamente, p. 284, p. 286 e p. 287):

Parâmetro 1: O aluno, ao se deparar com uma situação nova, deve ser capaz de criar relações entre as características do desconhecido (novo) e aquilo que ele já sabe, **essas relações podem ser observadas por meio de elementos do pensamento criativo, tais como, fluência, originalidade e complexidade** (sic.).

Parâmetro 2: Após a atividade de modelagem matemática, **o aluno deve ser capaz de discernir o conceito matemático de sua aplicação nesse contexto. Mais ainda o aluno deve compreender que a utilização desse contexto extrapola aquele mobilizado na atividade** (sic.).

Parâmetro 3: O aluno deve perceber a atividade de Modelagem Matemática como parte da realidade, **relacionar criticamente a matemática envolvida no problema proposto, perceber sua importância para a sociedade e, utilizando o trabalho realizado, repensar sobre a situação nos seus vários aspectos** (sic.).

Excetuando-se o primeiro parâmetro, os demais são aplicáveis (ou verificáveis) somente após a conclusão da atividade de Modelagem. Isto significa que o primeiro parâmetro exige que o professor observe a participação, as discussões e os registros dos estudantes **durante** o desenvolvimento da atividade, possibilitando-lhe fazer comentários, dar orientações, fazer a mediação que lhe cabe no processo. Desta forma, a aplicabilidade deste parâmetro só terá sentido também na avaliação somativa, a exemplo dos outros dois.

Por isso, como eu já havia constatado com a análise do primeiro artigo, também este não valoriza a avaliação processual, que é a que possibilita a aprendizagem efetiva por parte dos estudantes. No entanto, reconheçam-se os méritos do trabalho no que diz respeito a reduzir a subjetividade da avaliação (somativa) a ser feita. E mesmo quanto à avaliação processual, os parâmetros formulados podem constituir pontos para atenção especial do professor durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem, no sentido de reforçar seu trabalho de mediação.

Um terceiro trabalho na área em análise está relacionado ao trabalho anterior: trata-se da dissertação de mestrado da primeira autora (Figueiredo, 2013), de igual título, tendo como orientadora a segunda autora do artigo.

No fim da dissertação, a título de reflexões e considerações, ela menciona o artigo de Jerry Lége (2007), intitulado “*To model, or to let them model? That is the question!*” (“Modelar ou deixá-los modelar? Esta é a questão!”), em que o autor

investiga qual a melhor abordagem de ensino para que os estudantes aprendam a modelar: quando os deixa examinar modelos previamente construídos ou quando eles mesmos modelam uma situação. Com este propósito, Lége (2007) trabalhou em um projeto envolvendo duas escolas de um distrito escolar perto de Nova York, em um curso de “Fundamentos de Matemática”. Os sujeitos da pesquisa foram selecionados por idade e pelo nível de habilidade em Álgebra. Foge ao nosso escopo detalhar a pesquisa realizada por Lége (detalhes podem ser obtidos na dissertação acima mencionada), mas um ponto preciso registrar (e que, certamente, foi o que atraiu o interesse da autora da dissertação): Lége formulou dois conjuntos de metas de desempenho para avaliação da atividade de Modelagem Matemática, incluindo considerações gerais sobre a modelagem, como uma atividade dinâmica, com potencial de adotar abordagens criativas; incluem também metas específicas para todas as etapas do processo de Modelagem. Na parte final de sua dissertação, a autora associa as quarenta metas de desempenho formuladas por Lége aos três parâmetros de avaliação que propôs e os aplica a uma atividade de Modelagem, constante da dissertação, em que utilizou os três parâmetros, com o objetivo de ampliar o espectro de abrangência destes parâmetros, atribuindo maior clareza à sua proposta de avaliação.

4.4 Modelagem Matemática e Avaliação de Aprendizagem

Dentre as formas de avaliação de aprendizagem propostas na literatura, identifico a avaliação formativa ou processual como a mais apropriada para a condução dos trabalhos desenvolvidos com Modelagem Matemática na sala de aula. Como já posto, com a Modelagem, o professor deixa de ser o monopolizador das ações para a aprendizagem, passando para o estudante o papel de responsável pela sua aprendizagem. Acrescenta-se para o professor o papel de orientador, indicando caminhos, se for o caso, para os grupos de estudantes empenhados no desenvolvimento de seus projetos de modelagem. Portanto, é fundamental para o alcance dos objetivos de aprendizagem em ambientes de modelagem que o acompanhamento dos trabalhos dos grupos seja feito criteriosamente, regularmente. No diálogo com os grupos é que o professor vai perceber se seu envolvimento mais próximo é exigido, por conta das dificuldades de conteúdo porventura existentes, exigindo sua intervenção. Esta mediação deve ser feita de forma a que ele não

acabe por monopolizar a condução do trabalho do grupo. Ao contrário, pode fazer sugestões, questionamentos, que levem o grupo a refletir e encontrar o caminho mais adequado para seu trabalho. Estas ocasiões favorecem a aprendizagem do grupo, possibilitando-lhe, de forma autônoma, analisar as alternativas existentes e escolher o caminho a trilhar.

No que tange ao professor, este processo de interação com os grupos indica-lhe as ações apropriadas para que os objetivos de aprendizagem sejam alcançados. Em qualquer momento, com o andamento dos trabalhos de modelagem em sala de aula, ele pode recorrer a alguma estratégia de exposição de conteúdo que se constate necessário aplicar em dado projeto.

Concluo que a Modelagem em sala de aula tem sua maior efetividade quando combinada com o diálogo professor-estudantes, possibilitando o envolvimento de todos no desenvolvimento do trabalho do grupo: a avaliação processual ou formativa permeia todo o processo, como forma de possibilitar que os objetivos de aprendizagem sejam plenamente atingidos.

4.5 Metodologia Proposta: Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais

Jung (2004, p. 227) define metodologia como “um conjunto de técnicas e procedimentos que tem por finalidade viabilizar a execução da pesquisa, obtendo-se como resultado um novo produto, processo ou conhecimento”. No meu caso, a intenção é tomar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, ampliando-a com a utilização de Tecnologias Digitais e com a prática de avaliação de aprendizagem como partes do processo. Na Seção 4.5.2 defino alguns condicionantes para o uso de Tecnologias Digitais.

Começo complementando o processo de Modelagem Matemática descrito no capítulo 2 explicitamente com etapas concernentes à utilização de Tecnologias Digitais e reforço da atividade de avaliação.

4.5.1 Processo de Modelagem Matemática com Tecnologias Digitais e Avaliação de Aprendizagem

Descrevo nesta seção o processo de Modelagem Matemática, ampliando o proposto por Almeida *et al.* (2012), para incluir explicitamente etapa de utilização de TD e de revisão de andamento dos trabalhos com o fim de avaliar a aprendizagem dos participantes do grupo de estudantes (Figura 7).

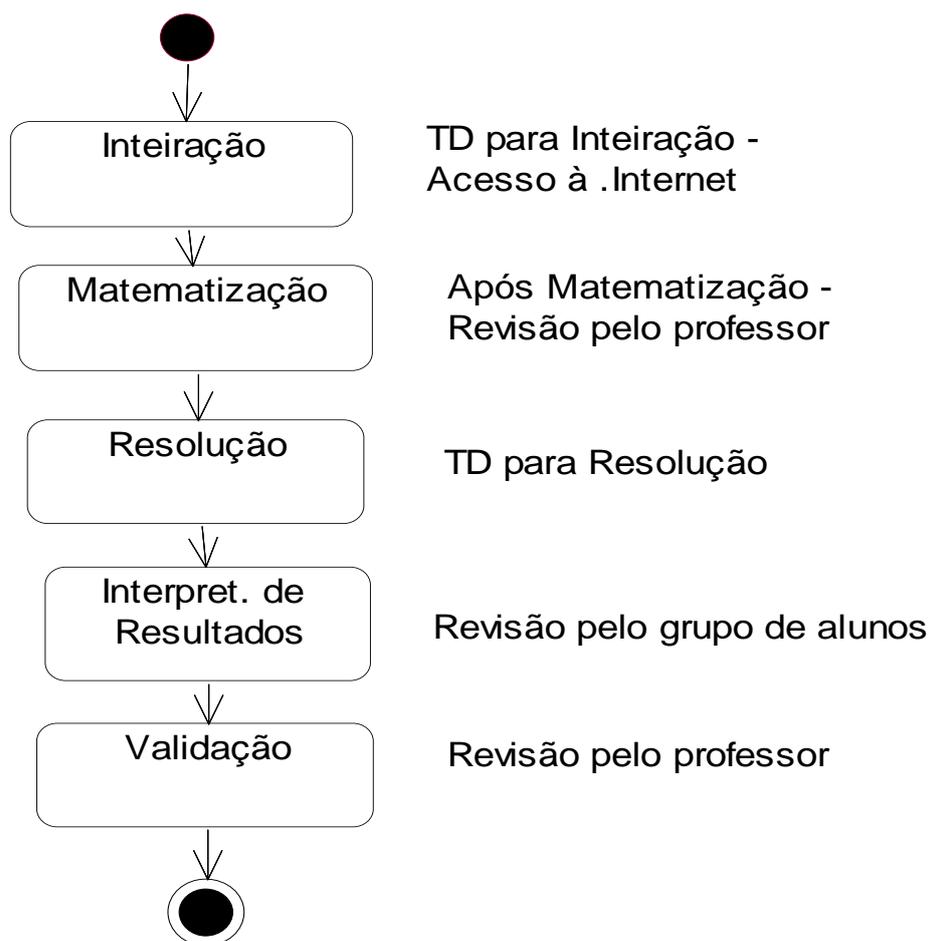


Figura 7. Etapas do Processo de Modelagem Matemática, adaptado de (Almeida *et al.*, 2012).

Durante a fase de inteiração, o acesso à Internet é crucial para obtenção de informações sobre a situação-problema (TD – Tecnologias Digitais). É indicado na figura que após a fase de matematização haveria revisão pelo professor do trabalho desenvolvido pelo grupo de estudantes; este momento seria propício para acompanhamento do trabalho realizado até este ponto e possíveis orientações. Em caso de o grupo esbarrar em dificuldades que não consiga superar, haveria a intervenção oportuna do professor para dar as orientações necessárias, quando ainda haja tempo para que o trabalho possa ser concluído a contento. Estes momentos de revisão possibilitariam a avaliação processual referida. O mesmo ocorreria durante a fase de validação. Durante a fase de resolução, novamente há possibilidade de utilização das TD.

4.5.2 Condicionantes de Sucesso da Utilização de Tecnologias Digitais na Educação

Houve tempo em que toda escola aspirava possuir um laboratório de informática. A sala para acomodar os computadores exigia instalações adequadas, com bancadas e instalações elétricas e de refrigeração. Outra questão associada era a alocação de um técnico ou a contratação de uma empresa para fazer a manutenção dos equipamentos – projetores, estabilizadores e computadores. Isto envolvia reparo do hardware, como também a instalação de software. Havia a necessidade de equipamentos de reserva para substituir os que apresentassem defeito, já que se buscava manter relação de um computador por dois estudantes nos piores casos.

Que experiência se pode extrair deste período? A designação de um professor para acompanhar o que dez a vinte estudantes faziam nos computadores era impossível. Então havia a necessidade de monitores para atenuar o problema da resolução de dúvidas que os estudantes tivessem.

O impedimento eventual do técnico ou sua inexistência era complicador, pois alguém precisava assumir a responsabilidade pelo patrimônio.

E a questão da chave do laboratório? Controle era necessário para garantir que componentes do computador não desaparecessem.

Por fim, o laboratório de informática acabava, quase sempre, em desuso pela defasagem dos computadores, visto que não havia atualização/manutenção que garantisse solução dos problemas.

Concluo que esta estrutura escolar já foi justificável, mas, hoje, em que a tônica é a mobilidade, não é mais. A existência de laboratório de informática deve ser eliminada, ou reduzida significativamente, por absoluta ineficácia amplamente comprovada. Fazia sentido quando os equipamentos não possibilitavam a mobilidade de hoje, em que os computadores têm peso, tamanho e preço reduzidos.

O que propor em seu lugar? A escola adquire *notebooks* (ou *netbooks*) e os entrega aos estudantes que não possuem. O aluno então leva seu micro para todas as atividades de aula que tiver. Concordo com Trucano (2013) quando afirma que, se o objetivo é que as Tecnologias Digitais contribuam diretamente para o processo de aprendizado nas principais matérias, elas devem estar onde estas matérias são ensinadas: nas salas de aula.

Caberia ao professor indicar o software de que precisa para que sua prática docente se concretize na sala de aula.

DiMaggio *et al.* (2001) relacionam cinco dimensões que podem fazer a diferença quando se trata de utilizar adequadamente as Tecnologias Digitais na Educação:

- 1) Os meios técnicos disponíveis: isto significa hardware, software, conteúdos, qualidade da ligação à rede;
- 2) Autonomia do uso: a localização do acesso, a liberdade para usar os recursos para as atividades preferidas;
- 3) Os padrões de uso: os tipos de uso mais frequentes e os mais esporádicos;
- 4) As redes de apoio existentes: a disponibilidade de outros para ajudar no uso, quando necessário; a dimensão das redes que encorajam e motivam o uso;
- 5) As habilidades já adquiridas: as capacidades para realmente usar os recursos disponíveis.

Este conjunto de fatores é determinante para garantir continuidade da utilização das Tecnologias Digitais, quando complementado com uma estrutura de troca de experiências e de materiais entre os professores.

Ponte e Simões (2013) citam que se pode ter, pelo menos, dois níveis de utilização de Tecnologias Digitais: um primeiro nível, que poderia ser inferido por quando ocorreu o primeiro acesso e pelo local de acesso, pelos recursos tecnológicos utilizados para acesso e pela frequência de uso. A duração da experiência digital é fator preponderante para obter habilidade na utilização da tecnologia digital e também constitui um indicador da penetração da Internet num País. Na pesquisa TIC KIDS 2012 (citada na seção 3.3), o número de respondentes abaixo dos 10 anos contava 44% e quase um terço (31%) tinha começado a usar com 11 anos ou mais. Considerando a classe social: dentre os que começaram a usar a Internet com mais de 11 anos, 18% são das classes AB, quase um terço na classe C (32%) e quase a metade (47%) é da classe DE, o que denota grande desigualdade nos pontos de partida destas gerações de estudantes. Quanto ao local de acesso à Internet, é preponderante o domicílio, com 60%. Quanto ao recurso tecnológico utilizado para o acesso, em primeiro lugar vem o PC compartilhado com 38%;

em segundo lugar o acesso pelo celular com 21% e depois com PC pessoal com 20%. A frequência de uso permite identificar como a Internet se insere no cotidiano do estudante. Apontam uso frequente 47% das crianças e jovens entrevistados. Das classes AB, 66% acessam todos os dias; da classe C – 45%; das classes DE acessam 17%.

O segundo nível de utilização de Tecnologias Digitais é dado pelas atividades que o estudante é capaz de executar. Isto pode ser avaliado em diferentes estágios: o primeiro estágio consiste em procurar e obter informação disponível – isto constitui um nível básico; o segundo estágio acrescenta ao nível anterior a habilidades com jogos, troca de mensagens instantâneas, descarga de música e utilização de correio eletrônico – nível intermediário; o terceiro estágio – o do utilizador pleno – inclui recursos interativos como as redes sociais e o emprego de pacotes de software que possibilitam soluções criativas para problemas que se deseja resolver (PONTE e SIMÕES, 2013).

4.5.3 Considerações Finais sobre Uso de Tecnologias Digitais com Modelagem Matemática

Portanto, a utilização de Tecnologias Digitais na Educação impõe alguns condicionantes para sucesso. Do lado dos professores, o envolvimento na escolha da tecnologia, o treinamento aprofundado sobre potencialidades e limitações, a adequação à sua prática pedagógica são fatores preponderantes. Da parte dos estudantes, o prévio domínio das tecnologias digitais (preferencialmente com utilização a partir dos primeiros anos de escola), a disponibilidade para garantir uso frequente (o que não ocorre, como atesta a pesquisa do CGI.br) são fatores determinantes para ganhos de aprendizagem.

Garantidas estas condições sobre o uso das Tecnologias Digitais, a utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino de Matemática com avaliação de aprendizagem processual, prenuncia-se aprendizagem potencializada, como foi possível atestar com base nos resultados mostrados no próximo capítulo, em que é descrita a aplicação desta abordagem com os condicionantes citados.

Capítulo 5 – Aplicação Prática da Metodologia Proposta

O objetivo deste Capítulo é apresentar uma aplicação da metodologia esboçada no Capítulo anterior, cuja ênfase recai sobre a utilização da Modelagem com Tecnologias Digitais e atenção especial na avaliação (formativa) dos trabalhos em desenvolvimento. A aplicação da metodologia foi concretizada por meio da realização de uma disciplina do PPGECM, ministrada para o REAMEC, que teve como participantes estudantes do mestrado e do doutorado do citado programa de pós-graduação. A concretização desta turma da disciplina “Modelagem Matemática”, em todas as suas etapas, com a análise de ocorrências significativas e registrando os resultados obtidos, é o objeto de investigação desta pesquisa.

Como opção metodológica – se qualitativa, se quantitativa, ou ambas – para a presente pesquisa, a próxima Seção é iniciada fazendo-se esta escolha e justificando-a.

5.1 A Opção Metodológica

Começo analisando as características da pesquisa quantitativa. Ela é de mais longa tradição, remontando ao século XVII, com as contribuições de Galileu (método empírico), de Bacon (raciocínio indutivo), de Descartes (método dedutivo), de Newton (união do raciocínio indutivo e dedutivo). Há prevalência da abordagem matemática, com a coleta dos dados sendo realizada de forma sistemática, rigorosa, precisa e a análise feita estatisticamente. Nesta modalidade de pesquisa, há ênfase nos dados empíricos. As inferências são extraídas das amostras e buscam-se objetivamente as explicações dos fenômenos estudados (OLIVEIRA, 2008).

Já a pesquisa qualitativa passou a ter crescente utilização no século passado (a partir da década de 1970), na Antropologia e na Sociologia, constituindo-se em nova vertente de pesquisa, e estendeu-se depois para outras áreas como a Psicologia, a Educação e a Administração (*op. cit.*).

A pesquisa qualitativa caracteriza-se por ser interpretativa, descritiva, buscando compreender e interpretar o fenômeno em seu contexto natural, sem o isolamento de variáveis. Outra característica é que o pesquisador envolve-se com a pesquisa, não havendo a isenção da pesquisa quantitativa. Seus métodos de trabalho são a observação, a entrevista e a análise documental. Os dados coletados são interpretados pelo pesquisador, normalmente sem análise estatística (como

ocorre na pesquisa quantitativa). Por fim, é preciso acrescentar que estas formas de pesquisa não são excludentes: o pesquisador pode utilizar ambas (*op. cit.*).

A pesquisa descrita nesta tese é de natureza qualitativa. Por isso, comento com mais profundidade algumas características deste tipo de pesquisa. Uma delas é o fato de empregar diferentes concepções filosóficas, estratégias de investigação e métodos de coleta, análise e interpretação dos dados. Creswell (2010, p. 206) afirma que “os procedimentos qualitativos baseiam-se em dados de texto e imagem, têm passos singulares na análise dos dados e se valem de diferentes estratégias de investigação”. O foco é “entender e interpretar dados e discursos, mesmo quando envolve grupos de participantes” (D’AMBROSIO, 2006, p.10). E “pesquisas que utilizam abordagens qualitativas nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações” (BORBA e ARAÚJO, 2006, p. 24). Uma virtude da pesquisa qualitativa é buscar “fazer jus à complexidade da realidade, curvando-se diante dela, não o contrário, como ocorre com a ditadura do método... que imagina dados evidentes” (DEMO, 2000, p. 152).

Dentre as características da pesquisa qualitativa, Creswell (*op. cit.*) cita:

- O ambiente da pesquisa é natural;
- O pesquisador é um agente fundamental;
- Emprega múltiplas fontes de dados;
- A análise dos dados é indutiva;
- O significado que prevalece é o dos participantes;
- O projeto não é prescritivo, ele emerge da pesquisa;
- Emprega lente teórica explícita;
- A pesquisa é interpretativa;
- Compõe um quadro holístico.

A seguir, breve explicação destas características.

5.1.1 Na pesquisa qualitativa, o ambiente é natural

A coleta dos dados feita pelos pesquisadores é realizada no local em que os participantes vivenciam a questão em estudo; eles não são levados para um laboratório; a opção é pela conversa direta com as pessoas e pela observação de como elas se comportam dentro de seu contexto. Nesta pesquisa, em particular, o

ambiente foi a sala de aula em que foi realizada a disciplina “Modelagem Matemática”, constante do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da UFPA, ministrada por professor pertencente a este Instituto. As primeiras sessões foram realizadas em sala de aula do IEMCI; em busca de condições mais adequadas para a realização da disciplina, em especial o fato de o trabalho com modelagem ser desenvolvido em grupo (sendo adequada a disponibilidade de mesas ou de bancadas para os grupos) e a disponibilidade de infraestrutura de intranet em condições apropriadas para explorar a utilização de tecnologias digitais, houve a transferência para um dos laboratórios de ensino da Faculdade de Física (ICEN/UFPA) até a finalização da disciplina.

5.1.2 Na pesquisa qualitativa, o pesquisador é um agente fundamental

O pesquisador coleta os dados pessoalmente por meio do exame de documentos, por meio da observação do comportamento ou da entrevista dos participantes. Nesta pesquisa, o pesquisador participou como observador, em todas as etapas da concretização da disciplina, desde o planejamento das atividades e da disponibilização dos recursos necessários, até o fim dos trabalhos, cuidando para que tudo estivesse disponível no tempo certo. Da mesma forma, houve oportunidade para realizar entrevistas dos participantes que complementaram as informações dos questionários. Outra atividade desenvolvida foi a mobilização dos participantes para o intercâmbio de informações por meio da sala virtual, com a postagem de questões sobre a utilização das tecnologias digitais no ensino, com o objetivo de recolher a manifestação de todos (relato de experiências, atitudes, percepções).

Desde o início das atividades, os participantes foram informados do propósito da presença do pesquisador e todos foram sempre solícitos a tudo o que lhes foi pedido. Desta forma, pode-se afirmar que o ambiente foi o mais propício à realização do trabalho, desprovido de qualquer prevenção, e em que primaram o companheirismo, a cooperação, a cordialidade, a ética, a aceitação do outro, com sua história, seus valores, suas idiossincrasias.

5.1.3 A pesquisa qualitativa emprega múltiplas fontes de dados

Na pesquisa qualitativa não é utilizada uma única fonte de dados; ao contrário, é comum o emprego de várias técnicas: entrevistas, observação (etnografia), questionários, análise de documentos, filmagens. Isto possibilita que algum aspecto não evidenciado em uma fonte, possa ser esclarecido em outra. Com base no exame de todos os dados disponíveis, o pesquisador extrai sentido deles, organiza-os em categorias ou temas que cubram todas as fontes. O pesquisador enriquece seu texto com trechos de entrevistas, com registros de diálogos, excertos de anotações, exemplos de trabalhos de estudantes, enfim, lançando mão das várias fontes disponíveis, entremeados com comentários, “buscando apresentar evidências que suportem sua interpretação e, ao mesmo tempo, permitam ao leitor fazer julgamentos de modo a concordar ou não com as asserções interpretativas do pesquisador” (MOREIRA, 2011, p. 51).

Nesta pesquisa, por exemplo, foram utilizados questionários, entrevistas, registros de áudio, filmagens de sessões, entrevistas e registros feitos pelos estudantes. E como tinha como foco a utilização de tecnologias digitais, os trabalhos desenvolvidos, depois de breve fase inicial de estudo dos temas abordados pelos participantes, foram direcionados para o uso de tecnologias digitais, seja pelo uso de *notebooks*, *netbooks*, com o emprego de pacotes de software como MS-Office (aplicativos Word e Excel), GraphEquation, como também com a construção e a utilização de uma sala virtual no ambiente Moodle. Entre seus recursos, o ambiente Moodle disponibiliza uma forma de fórum: questões são propostas pelo professor ou pelos estudantes, possibilitando que as manifestações de cada um fiquem registradas. No caso desta pesquisa, os registros e as observações encontram-se na Seção 5.4.4. Adicionalmente, os participantes da disciplina foram cadastrados no blog do GEMM (Grupo de Estudos em Modelagem Matemática) do IEMCI como editores. Isto lhes permitia fazer postagens no citado blog. O acesso ao blog é feito digitando o seguinte no browser: <http://gemmpa.blogspot.com/>. No entanto, a turma optou pela utilização da sala virtual no Moodle.

Optou-se pela formação de duplas para a realização de alguns trabalhos, em especial os de modelagem. Este ambiente foi empregado como repositório da produção de trabalhos dos participantes, possibilitando a socialização e o intercâmbio de informações entre membros das duplas e interdúplas.

Adicionalmente, questões associadas aos temas tratados foram postadas, para registrar a opinião e a contribuição dos participantes. Este conteúdo encontra-se na Seção 5.4.5.

Como a disciplina foi realizada em duas semanas, com sessões diárias, não houve chance de explorar mais intensamente a troca de informações por meio de alguma tecnologia síncrona; isto ocorreria se os encontros não fossem diários. Portanto, não foi possível explorar esta utilização como pretendido inicialmente em razão de a disciplina ter sido ministrada em tempo concentrado, mas seria possível para turmas presenciais com aulas duas a três vezes por semana.

5.1.4 Na pesquisa qualitativa, a análise de dados é indutiva

O investigador qualitativo não trabalha com teorias ou variáveis *a priori*; ele espera que elas emergjam a partir da investigação. Os dados recolhidos no campo devem ser analisados indutivamente: unidades específicas de informação em estado bruto são sumarizadas em categorias de informação, a fim de definir hipóteses de trabalho ou questões de investigação (LINCOLN & GUBA, 1985). O pesquisador cria seu próprio padrão de baixo para cima, organizando os dados em unidades de informação cada vez mais abstratas. Isto pode envolver a colaboração interativa com os participantes, para dar forma aos temas ou abstrações que emergem do processo. (CRESSWELL, 2010).

5.1.5 Na pesquisa qualitativa, o significado que prevalece é o dos participantes

É crucial o foco do pesquisador na percepção que o participante dá ao problema em questão, e não no significado que ele traz para a pesquisa ou o que é expresso na literatura. Neste contexto, as diversas formas de registro empregadas possibilitaram a recuperação *a posteriori* de cada evento das sessões de aula realizadas. Isto formou um manancial considerável de dados, o que possibilita, inclusive, empreender outras pesquisas relacionadas, enfocando aspectos não esgotados ou não tratados aqui.

Por outro lado, como houve a ênfase na apresentação da produção dos estudantes dispostos em duplas à medida que os trabalhos iam sendo desenvolvidos, foi possível intensa troca de informações entre docente-discente(s) e

entre discente-discente. Portanto, a distância transacional foi apreciavelmente reduzida. Da mesma forma, o docente pôde aplicar avaliação formativa (processual) ao longo de todos os trabalhos da disciplina, permitindo que, em vários momentos, conceitos mal-compreendidos fossem identificados, discutidos e corrigidos. Por exemplo, para ficar em uma minúcia, ao mencionar o intervalo de uma dada função, o participante cita “intervalo de 5 a 3”, quando deveria referir “intervalo de 3 a 5”.

Como referido no Capítulo 5, e focalizado na metodologia de trabalho proposta, a avaliação processual é recomendada explicitamente quando a Modelagem Matemática é aplicada como estratégia de ensino.

5.1.6 O projeto não é prescritivo, ele emerge da pesquisa

O processo de pesquisa qualitativo não é prescritivo (ou seja, estabelecido *a priori*): ele emerge a partir da aprendizagem sobre o problema, proporcionada pela interação com os participantes. Como não há prescrição (aliás, firma-se o convencimento de que a prescrição não é desejável em educação porque cada turma de uma disciplina é diferente de qualquer outra), só o trabalho de pesquisa, minuciosa e cuidadosamente registrado é considerado, para, a partir daí, ser analisado à luz da base teórica adequada.

5.1.7 A pesquisa qualitativa emprega lente teórica explícita

Com frequência, a pesquisa qualitativa usa alguma lente teórica para enxergar seu estudo. Por exemplo, o conceito de cultura, a identificação do contexto social, político ou histórico do problema em estudo. Nesta pesquisa, por exemplo, as interações professor-discente(s) e discente-discente são analisadas à luz das seguintes teorias (brevemente descritas no Capítulo 2):

- Teoria da Análise Transacional de Michael G. Moore;
- Teoria da Atividade de Leontiev e Engeström;
- Teoria da Reorganização de Tikhomirov.

Baseado na Teoria da Análise Transacional, apresentada na Seção 3.2, destaco a importância da interação professor-estudante e, mesmo entre estudante-estudante, para que a aprendizagem ocorra, em especial quando ambos estão separados no tempo e/ou no espaço. É certo que isto é especialmente mais

relevante na educação a distância, todavia no ensino presencial pode não haver distância espacial, mas é como se houvesse se não ocorrer interação ou for rara.

Já foi destacada a relevância para a modelagem do trabalho em grupo (diga-se interação estudante-estudante). Da mesma forma, o grande valor da avaliação formativa ou processual, para que o professor se dê conta da evolução dos trabalhos realizados pelos grupos.

É perceptível o ponto em que as teorias que embasam esta tese se conectam. A Teoria da Atividade (de Leontiev e ampliada por Engeström), como posto, tem seu fundamento no conceito de mediação proposto por Vygotsky. Com Leontiev, a análise deixa de centrar-se no indivíduo e passa ao coletivo. O contexto em que uma ação é executada, o motivo por que é realizada, são importantes, pois dizem respeito à atividade que se deseja concretizar. De outra forma: uma atividade desdobra-se em ações, com vários elementos intervenientes – artefatos (máquinas, escrita, fala, gestos, livros, por exemplo); objeto (material bruto sobre o qual o sujeito age) e o próprio sujeito.

A Teoria da Reorganização do Pensamento de Tikhomirov, por sua vez, aplica-se à utilização de tecnologias digitais. O emprego de qualquer software exige adequação à sua interface: apesar de todos os avanços ocorridos na área de interação humano-computador, alguma adaptação na forma de representação de um problema é necessária para efetivamente utilizar esta tecnologia. Em toda utilização de software que se fez durante a realização da pesquisa, foi perceptível a necessidade de alguma forma de reorganização da maneira de expressar o pensamento para poder utilizar o software adequadamente. Quando isto ocorreu, as potencialidades do software puderam ser exploradas plenamente. Quando não havia o conhecimento exigido de como fazê-lo, isto tornou inaplicável o software.

5.1.7 A pesquisa qualitativa é interpretativa

A pesquisa qualitativa é essencialmente interpretativa – os pesquisadores interpretam o que veem, ouvem e entendem. Estas interpretações não se dissociam, por certo, da origem do pesquisador, de sua história, de seus entendimentos anteriores. Outras interpretações podem ser produzidas pelos leitores do relato de pesquisa, ou pelos participantes, pois múltiplas visões podem emergir do problema.

Certamente, o pesquisador traz da sua vivência, da sua experiência, o conhecimento de todos os fatores que induzem sua hipótese de trabalho. No caso desta pesquisa, mercê da vivência de 36 anos como professor de área tecnológica, o pesquisador buscou confirmar que as tecnologias digitais são recursos complementares valiosos à garantia da aprendizagem dos educandos, em especial quando se emprega a Modelagem como estratégia de ensino de Matemática. E como acontece com a utilização de qualquer tecnologia, há potencialidades e limitações a serem consideradas e a análise de custos/benefícios (*tradeoffs*) deve ser realizada de forma acurada para não pôr a perder os recursos investidos. Isto já foi afirmado com detalhes nos capítulos anteriores.

O investigador interpretativo faz uma imersão no ambiente estudado, anotando o que acontece e providenciando os registros possíveis dos eventos (áudio, imagem), e coleta documentos – trabalhos de estudantes, materiais distribuídos pelo professor. Ele cuida de uma amostra, não no sentido quantitativo, mas de grupos ou indivíduos, com o objetivo de descobrir o que há de único nela e aquilo que pode ser generalizado de situações similares. (MOREIRA, 2011).

Na pesquisa qualitativa, a interpretação dos dados é o aspecto crucial do domínio metodológico, realizado do ponto de vista dos significados – tanto do pesquisador quanto dos sujeitos da pesquisa.

5.1 8 A pesquisa qualitativa compõe um quadro holístico

A pesquisa qualitativa busca desenvolver um quadro abrangente do problema em estudo, com múltiplas perspectivas e variados fatores envolvidos, o que leva à produção deste quadro holístico. A formulação de um quadro holístico buscado pela pesquisa qualitativa decorre da necessidade de identificar e classificar os fatores que contribuem para a questão em análise. Daí a amplitude das teorias suscitadas nesta pesquisa: como o propósito foi avaliar aprendizagem quando se usa Modelagem em ambiente que disponha de tecnologias digitais, houve necessidade de recorrer a teorias da aprendizagem (Teoria da Atividade); como o contexto é de ambiente criado pela Modelagem, recorreu-se à base epistemológica específica da pesquisa nesta área; da mesma forma, quando se associa Modelagem e Tecnologias Digitais; e, por fim, como se trata de avaliar aprendizagem, as próprias teorias de avaliação

foram estudadas, para concluir como podem ser acomodadas no quadro holístico criado.

Adicionalmente às características da pesquisa qualitativa apontadas, deve-se comentar a questão da validade dos resultados obtidos, a confiabilidade e a generalização dos resultados. A validação dos resultados é efetuada em todos os passos do processo, de modo a assegurar precisão e credibilidade, com base em múltiplos procedimentos. A confiabilidade qualitativa exige que a abordagem do pesquisador seja consistente com a de diferentes pesquisadores e de diferentes projetos, com a documentação detalhada dos procedimentos adotados, assegurando-se que erros de transcrição e de codificação não ocorram e que verificações cruzadas sejam efetuadas. A generalização na pesquisa qualitativa é limitada,

pois a intenção dessa forma de investigação não é generalizar os resultados para os indivíduos, os locais ou as situações fora daqueles que estão sendo estudados... Na verdade, o valor da pesquisa qualitativa está na descrição específica e nos temas tratados no *contexto* de um local específico. (CRESWELL, 2010, p. 227).

Cresswell (*op cit.*) acrescenta que, mais que a *generalizabilidade*, é a particularidade que marca a pesquisa qualitativa.

As múltiplas fontes de dados possibilitam a chamada triangulação, que consiste na utilização de vários procedimentos para obtenção dos dados, permitindo checar as informações obtidas em uma entrevista, por exemplo, com as atas de uma reunião – este é um caso de triangulação de fontes. Pode-se fazer também triangulação de métodos: quando se observa o trabalho de um grupo de estudantes e depois eles são entrevistados sobre o que fizeram, isto possibilita extrair conclusões mais precisas, já que detalhes que expliquem um dado fato, não perceptíveis em um instrumento, podem sê-lo em outro, garantindo maior credibilidade e consistência quando se adota a abordagem qualitativa (ARAÚJO e BORBA, 2006). A triangulação é “uma resposta holística à questão da fidedignidade e da validade dos estudos interpretativos” (MOREIRA, 2011, p. 105)

5.2 Participantes da Pesquisa

A disciplina utilizada para aplicação da metodologia proposta nesta pesquisa foi “Modelagem Matemática”, ministrada por professor do IEMCI/UFPA, de 20/1/2014

a 31/1/2014, de 8:30h às 12:30h. Foram matriculados doze participantes, entre doutorandos do REAMEC-UFMT/UFPA/UEA (quatro) e do curso de doutorado acadêmico (um) e mestrado (cinco) do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECEM, e dois são candidatos ao doutorado. Quanto à graduação: nove são licenciados em Matemática, um licenciado em Física, um engenheiro civil, um bacharel em sistemas de informação (computação); todos são professores no exercício da função. Portanto, o grupo de participantes apresenta peculiaridades, como sua experiência docente, sua motivação para cursar a disciplina, seu conhecimento prévio. Em seguida, com base em questionário que responderam, tem-se um breve relato sobre estes pontos.

No início das sessões de aula foi aplicado questionário (Apêndice A), respondido por dez participantes. Algumas informações contidas nos questionários devolvidos foram checadas por meio de entrevistas com os participantes, quando necessário. O resumo abaixo foi extraído dos questionários e entrevistas:

- Conhecimento prévio sobre Modelagem Matemática: oito participantes afirmaram que tinham “algum conhecimento” sobre o assunto, e que avaliam como “positiva a abordagem” quando o professor tem “segurança, tempo e vontade para planejar as atividades”, e pretende “fazer algo diferente”. Dentre os autores de trabalhos na área de Modelagem, foram citadas as contribuições de Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut e Jonei Cerqueira Barbosa.
- Utilização de abordagens de Educação Matemática: oito respondentes afirmaram que utilizam outra(s) abordagem(ns) de ensino, prevalecendo a ‘Resolução de Problemas’ e a ‘História da Matemática’ com quatro respostas cada.
- Conhecimento de Informática: foram sugeridos três perfis de conhecimento de Informática: básico (usuário eventual de *e-mails* e de procura na *web*); médio (usa pacotes básicos – Word, Excel, Powerpoint, *browser*; troca mensagens instantâneas, usa redes sociais); avançado (acrescenta ao nível anterior conhecimento de programação). Três marcaram nível básico; quatro, nível médio e três, avançado. Dentre os três com nível avançado: um programa em TurboPascal e Delphi; outro em Matlab e outro em Java e C.

- Conhecimento específico de algum software: todos são usuários de Word, Excel e Powerpoint; somente um não tem conta no Facebook; seis foram ou são usuários do Moodle.
- Uso de recurso computacional para ensinar Matemática: somente quatro afirmaram que utilizam computador para ensinar; os que não utilizam (seis) apontam como fator responsável a sua insegurança quanto ao recurso e a falta de suporte tecnológico nas instituições de ensino. Dentre os produtos de software citados pelos que utilizam algum recurso computacional, os mais referidos foram Winplot e Geogebra.
- Frequência de uso de software educacional: três não utilizam; seis empregam eventualmente, de acordo com o conteúdo trabalhado.
- Utilização de sítio de Matemática: três não utilizam nenhum sítio; os demais apontaram o Evobooks, Descomplica, o sítio do MEC de bibliotecas virtuais e o SóMatemática.
- Como é feita a preparação de aulas que utilizam recursos computacionais: seis apontaram que preparam sozinhos; dois, não utilizam qualquer recurso computacional.
- Experiência com o uso de software educacional nas atividades didáticas que desenvolve ou desenvolveu: sete afirmaram que a experiência é positiva; um, insatisfatória; um, não utiliza.
- Melhoria na aprendizagem dos estudantes quando utiliza recursos computacionais: seis afirmaram que observaram melhoria na aprendizagem; dois não utilizam. Dentre os que observaram melhorias, apontaram que a realização de simulações pelos estudantes possibilitou percepção de erros e melhor compreensão do conteúdo ministrado.
- Conhecimento prévio dos estudantes sobre utilização de recursos computacionais: sete observaram que os estudantes têm conhecimentos prévios sobre Informática.
- Conhecimento sobre o Ambiente Moodle: sete afirmaram que tinham conhecimento básico sobre o Ambiente Moodle; dois afirmaram não conhecer o ambiente.
- Aspectos reforçadores da aprendizagem dos estudantes em decorrência do uso de recursos computacionais: dentre os aspectos citados, foram relatados os seguintes: o uso do computador possibilita aproximar a teoria

da prática, possibilita acelerar a aprendizagem por meio das simulações que podem ser feitas e da racionalização do tempo consumido para realizar cálculos repetitivos; o recurso computacional é elemento de socialização e construção do conhecimento; o recurso computacional constitui fator motivador do envolvimento do estudante; facilita a visualização de objetos matemáticos e/ou suas aplicações.

5.3 Procedimentos

Após breve apresentação dos objetivos da disciplina e relato da origem da Modelagem Matemática, como estratégia de ensino e de aprendizagem, o professor responsável pela condução da disciplina discorreu sobre a metodologia que seria adotada:

- a) com base em dez artigos e uma dissertação de mestrado, cada participante pôde escolher um dos trabalhos para estudar e preparar uma apresentação, com destaque para o objetivo da obra, para discussão após a exposição. Estas exposições ficaram programadas para a finalização da disciplina;
- b) agora, em duplas, os participantes receberam breves enunciados extraídos de Almeida, Silva & Vertuan (2012)⁴, para resolver as questões apresentadas:
 - 1) Dupla 1: E eu pergunto: tem calça de qual tamanho? (*op. cit.*, p. 48);
 - 2) Dupla 2: A segurança eletrônica em questão: cerca elétrica (*op. cit.*, p. 75);
 - 3) Dupla 3: Para o lanche: vai uma pipoca aí? (*op. cit.*, p. 83);
 - 4) Dupla 4: Casa própria: será que com o salário dá? (*op. cit.*, p. 98).
 - 5) Dupla 5: Na hora de apagar a luz (*op. cit.*, p. 41);
 - 6) Dupla 6: A matemática do vai e vem das marés (*op. cit.*, p. 54).

Com base nos enunciados extraídos de Almeida, Silva & Vertuan (2012), as duplas foram incumbidas de resolver os problemas indicados acima, empregando como estratégia de solução a Modelagem.

Os artigos e a dissertação selecionados para estudo pelos participantes são listados no Apêndice B. Esta tarefa foi individual e consistia em estudar os textos e

⁴ ALMEIDA, LOURDES WERLE DE; SILVA, KARINA PESSÔA DA; VERTUAN, RODOLFO EDUARDO. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2012.

preparar uma apresentação resumida (em *slides*) sobre os tópicos principais dos trabalhos, para discussão com o grupo. Estas sessões ficaram programadas para a fase final do cronograma da disciplina.

Com esta tarefa, foi possível avaliar a capacidade de aprendizagem dos participantes, visto que a preparação de uma exposição sobre um artigo científico exige o exercício de muitas habilidades: a capacidade de síntese (para produção da apresentação em poucos *slides*, sem deixar de tocar no que é essencial no artigo), a capacidade de argumentação para expor as ideias dos autores, mas também a capacidade de crítica, pois não tem que necessariamente concordar com estas ideias, a capacidade de comunicação, a capacidade de contra-argumentação visto que a plateia pode discordar das ideias expostas.

À escolha das duplas, um tema foi selecionado; com base nele, definir um problema e fazer a modelagem matemática, esboçando uma concepção de modelagem a que a dupla chegou, a partir dos estudos realizados e dos trabalhos desenvolvidos.

Procedimentos de ensino são definidos como ações, comportamentos ou processos planejados pelo professor para pôr o estudante em contato com fatos, fenômenos ou coisas que lhes possibilitem confirmar ou modificar condutas, em face dos objetivos previstos. Por sua vez, as técnicas de ensino são maneiras particulares de provocar a atividade dos estudantes – a realização destas atividades vai compor o processo de aprendizagem. É desejável que os procedimentos de ensino tenham as seguintes características: seja diversificado, esteja coerente com os objetivos propostos e com o tipo de aprendizagem previsto nos objetivos, adequem-se às necessidades dos estudantes, sirvam de estímulo à participação do estudante nas descobertas que o trabalho possibilita e apresentem desafios para eles (PILETTI, 2000). Como se pode observar, os procedimentos de ensino adotados na condução da disciplina são condizentes com o exposto acima e com o que foi posto na seção 2.1: a variedade de abordagens adotada possibilita exercitar a autoria, a pesquisa, a elaboração, a leitura sistemática, a argumentação e a contra-argumentação, a fundamentação, a aprendizagem visando tornar-se hábito.

5.3.1 Análise dos Dados

Como afirmado, o material bruto analisado nesta pesquisa foi constituído de filmagens de todas as aulas realizadas, gravação à parte do áudio das mesmas sessões, questionário aplicado no início das aulas, material produzido pelos estudantes – constituído de registros digitais, *slides* das apresentações, registro do pesquisador com anotações de comentários, observações do que julgava relevante apontar, todos os registros feitos na sala virtual no Moodle. O material coletado é bastante variado, rico, e não foi todo usado nesta tese, mas certamente possibilitará tratamento complementar até que se esgote como fonte de informações.

Os seguintes passos de tratamento dos dados foram adotados. Inicialmente, os dados dos questionários foram tratados e sintetizados na Seção 5.2.

Depois, analisei iminhas anotações pessoais feitas durante as aulas, identificando o que mereceria menção neste texto. Uma síntese destas anotações encontra-se na Seção 5.5 (Alguns *Insights* sobre a Modelagem Matemática Percebidos).

Repassei em seguida todos os arquivos de áudio uma vez para identificar as passagens para registro posterior. O mesmo fiz com os arquivos com as filmagens. Como a filmagem requer focalização da câmera e manipulação constante do equipamento, o registro foi feito de momentos significativos, como os inícios das sessões (salvo exceções). Já o registro de áudio, por não exigir manipulação frequente do gravador, contém a sessão realizada do início ao fim.

Voltei aos arquivos de áudio, agora indo direto aos pontos selecionados, para o registro das falas que aparecem na Seção 5.4.

Eventualmente, fiz triangulação entre os registros, voltando às filmagens para elucidação de alguma passagem inaudível ou quando o interesse era observar a anotação feita no quadro ou o que estava sendo apresentado no *slide*.

5.3.2 Avaliação de Aprendizagem Realizada nesta Pesquisa

Normalmente as avaliações de aprendizagem são realizadas com base em alguma forma de teste aplicada pelo docente ou por meio de exposição feita pelo estudante, por manifestação em sala, pelo desenvolvimento de projeto ou pela solução de problema proposto.

Nesta disciplina, isto se deu das seguintes formas:

- 1) Com base em problema proposto pelo docente: os estudantes (em duplas) prepararam modelagem e fizeram exposição do seu trabalho de forma livre, em que a maioria utilizou o quadro branco para esta tarefa; nesta ocasião, argumentaram e contra-argumentaram em defesa de seu trabalho de modelagem. Em segunda etapa, houve a recomendação que utilizassem explicitamente alguma tecnologia digital como ferramenta de trabalho. Novamente, tiveram oportunidade de argumentar, contra-argumentar em defesa de seu trabalho.
- 2) Com base agora em um tema de livre escolha da dupla, o mesmo esforço de modelagem foi realizado pelas duplas, com a exposição dos trabalhos para o grupo. Nesta ocasião puderam receber contribuições do grupo para enriquecer o trabalho elaborado, seja pelas sugestões de novas abordagens, seja pela proposta de como apresentar os resultados. .
- 3) Individualmente, os estudantes puderam escolher, dentre um conjunto de artigos de periódicos, de anais de eventos e dissertações de mestrado da área de Modelagem Matemática, aquele objeto de seu estudo e apreciação para exposição para o grupo. Estas apresentações foram programadas para a etapa final das sessões de aula da disciplina.
- 4) Um trabalho final foi atribuído para as duplas, para entrega após as sessões de aula, em que um problema fosse tratado, ilustrando a perspectiva de Modelagem Matemática esposada pela dupla, com base nos estudos que a disciplina possibilitou.

O principal papel do professor nas aulas de Modelagem, durante as apresentações dos discentes em sala, é apoiar o trabalho elaborado, e não validá-lo. Pergunta como “está bom?” é cada vez mais rara, à medida que os estudantes interiorizam o seu papel e o do professor nestas aulas. Outro papel importante do professor é promover a reflexão dos estudantes sobre o seu trabalho, orientando-os a fazer uma síntese das atividades desenvolvidas, com seus avanços e recuos, os objetivos que tinham em mente e as estratégias seguidas (PONTE *et al.*, 2009).

Em artigo que teve como objetivo revisar os trabalhos da literatura internacional “que focalizam a modelagem matemática na educação matemática, a fim de analisar as abordagens usadas ou sugeridas para avaliar a competência dos estudantes em trabalhos de modelagem”, Fredj (2013, p. 414) aponta os seguintes

modos de avaliação identificados em seu estudo: testes escritos, projetos, portfólios e competições (gincanas).

Segundo ele (*op. cit.*), os testes escritos aproximam-se de uma visão atomística da avaliação, focalizando mais o aspecto do produto do que no processo inteiro, enquanto os projetos avaliam mais a competência holística de modelagem. Alguns argumentam que os projetos constituem o método ideal de avaliação, mas também obstáculos referentes à confiabilidade de avaliar projetos são apontados. Um método descrito como confiável para avaliar a competência de modelagem dos estudantes é usado em competições, em que os árbitros ranqueiam as soluções propostas pelos estudantes, baseados em critérios estabelecidos. Os portfólios parecem ter potencial para serem usados como modos de avaliação válidos e confiáveis para modelagem, mas há poucos estudos para atestar a evidência desta avaliação.

O estudo de Fredj (2013) apontou a complexidade de qualquer esforço de avaliação, e que um método isolado não é capaz de oferecer evidência sobre a extensão da realização.

O conceito de atividade de Leontiev (1978) pressupõe uma abstração que só é compreendida a partir do ponto de vista do motivo (material ou ideal) que a origina. Para ele, toda atividade humana desdobra-se em várias ações. A atividade não é facilmente percebida pelo observador; o que se percebe são as ações que são realizadas.

Sobre todas as atividades desenvolvidas durante a disciplina, um aspecto sobressai pela sua importância para o alcance dos objetivos de aprendizagem: o comprometimento de todos com a realização destas atividades. Quando uma deficiência foi percebida, houve a consciência da busca da sua superação. Foi o que ocorreu, por exemplo, a partir da apresentação de uma das duplas: eles próprios perceberam que não tinham conseguido fazer a modelagem adequadamente quando utilizaram o software que eles mesmos escolheram. Sem que tivessem sido instados a isto, comprometeram-se em estudar melhor como fazer a representação apropriada.

A utilização de diferentes representações do conhecimento matemático (tabela, gráfico, fórmula, texto) propicia situações de aprendizagem. É inquestionável que a necessidade de passar de uma forma de representação para outra sem perda de significado (tabela para gráfico, fórmula para gráfico, texto para fórmula, por

exemplo) é forte elemento indutor de aprendizagem. São observadas inúmeras destas situações durante os vários eventos que fizeram parte da disciplina. Observando-se aspectos que interferem no processo de aprendizagem – levam a que ocorram ou reforçam que ocorram efetivamente. Por isso, a Modelagem, ao criar um ambiente para o trabalho colaborativo, as discussões entre os membros das duplas e interdúplas, e as exposições feitas pelos estudantes permitem que inúmeras oportunidades sejam transformadas em aprendizagem pelo estudante.

Portanto, são tomados como evidência de aprendizagem os resultados expressos pelos estudantes. Avaliando-se a propriedade, a correção, a pertinência dos resultados, depreende-se que houve aprendizagem. Obviamente, quando os resultados são insatisfatórios, não se pode creditar aprendizagem. Ao contrário.

5.4 Trabalhos de Modelagem Selecionados

A Modelagem como estratégia de ensino possibilita rico envolvimento com problemas de toda natureza, trazendo-os para análise e tratamento na sala de aula. Pode-se ter uma medida desta variedade tomando os trabalhos que passarei a analisar: o primeiro trata de descobrir o tamanho padrão de uma calça a partir da medida do quadril. O segundo trabalho tem como objetivo determinar a melhor opção de compra de uma cerca elétrica; o enunciado aponta duas opções disponíveis: um *kit* pronto e um *kit* para montar. O terceiro trabalho busca responder a seguinte questão: com o aumento do valor do salário mínimo e do aumento do preço do metro quadrado da construção ao longo de um dado período de tempo, ficou mais fácil ou mais difícil construir?

Com estes três exemplos, que envolvem questões do cotidiano dos estudantes, tem-se clareza de possibilitar discussões, análises e debates das soluções dos problemas, ensejando a aprendizagem de como abordá-los. Desta forma, com a modelagem, o ensino de Matemática toma uma forma mais motivadora e mais próxima da vida do estudante fora da escola.

É necessário destacar ainda o fato de a Modelagem desenvolver-se em ambiente cooperativo (como afirmado). Apesar de a aprendizagem ser uma experiência pessoal, ela ocorre em ambientes sociais, cercados de relações interpessoais, seja professor-estudantes e seja estudante-estudante. O acompanhamento sistemático dos trabalhos desde os estágios iniciais pelo professor é fundamental para diminuir a distância transacional de que me referi no capítulo 3.

Aliás, este procedimento imbrica-se com a avaliação formativa ou processual a que me refiro no Capítulo 4, de modo a eliminar ou diminuir a uma ocorrência as situações de avaliação somativa. Desta forma, os estudantes têm chance de reportar o andamento de seus trabalhos em várias ocasiões, permitindo-lhes a apreciação e a apresentação de sugestões, e, se necessário, permitindo-lhes a reconstrução do conhecimento. O desenvolvimento de qualquer um dos trabalhos listados abaixo envolveu forte interação entre os participantes, até se conseguir chegar à forma final do conhecimento construído. Isto exigiu também, para a consecução das tarefas necessárias para o desenvolvimento dos trabalhos, a escolha de estratégias e passos para alcançar os objetivos visados. O que há aqui? Nada mais que a aplicação da Teoria da Atividade de Leontiev e Engeström, de que me referi no Capítulo 2.

Tem-se presente também no desenvolvimento de todos os trabalhos de modelagem descritos em seguida as concepções de Lévy (1993): há o entrelaçamento das tecnologias da inteligência e os artefatos com seres humanos para a produção de conhecimento. As tecnologias moldam a forma como as pessoas produzem conhecimento. Há, portanto, a constituição de um coletivo pensante que associa atores humanos e não humanos para a produção de conhecimento. Desta forma, as tecnologias digitais não são neutras durante este processo.

Os gráficos e os quadros constantes desta seção foram extraídos dos registros produzidos pelas duplas, que foram postadas na sala virtual para compartilhamento. Busquei registrar o caminho adotado pelos estudantes, dando destaque, quando oportuno, dos pontos que mereceram debates em sala.

Como a turma em questão foi constituída de professores, a perspectiva das discussões foi a busca da forma mais adequada de conduzir as atividades nas futuras turmas que os participantes assumirão em seu exercício profissional, para tornar a Modelagem uma prática comum nas escolas.

Como se poderá observar nesta Seção, os conteúdos matemáticos que os problemas selecionados possibilitaram abordar não são avançados, mas tópicos básicos. A ênfase recaiu sobre a aplicação da metodologia descrita no capítulo anterior, ou seja, uso de Modelagem com TD, enfocando as atividades de avaliação formativa e buscando reduzir ao máximo a distância transacional entre docente e discentes.

5.4.1 Trabalho 1: E eu pergunto: tem calça de qual tamanho?

Ainda hoje é possível encontrar pessoas que costumam fazer roupas com costureiros, visando a um ajuste ideal da peça às medidas de seu corpo. No entanto, é comum as pessoas comprarem roupas feitas segundo padrões de medidas específicos. A variedade de marcas existentes leva a diferentes medidas-padrão próprias. Por isso, nem sempre a numeração de uma marca corresponde à numeração de outra.

Nesse contexto, podemos realizar uma investigação acerca do “tamanho (numeração) de calça de jeans de uma pessoa de acordo com suas medidas”. Dado o tema, algumas perguntas podem surgir: a numeração de calças utilizada para homens é a mesma numeração utilizada para mulheres? Calças jeans têm numeração diferente daquela usada para outros tipos de calças? Quais medidas do corpo humano são levadas em consideração para definir a numeração da calça jeans?

As perguntas iniciais, passíveis de investigação, discussão e pesquisa, podem conduzir a algumas hipóteses e simplificações importantes para a formulação do problema de investigação. Por exemplo, discutir a questão referente às medidas do corpo humano que são consideradas para estabelecer a numeração da calça jeans implica considerar se o objeto de investigação é a numeração da calça jeans masculina ou feminina. Escolher a calça jeans feminina remete, por sua vez, à discussão de que parte do corpo é determinante para definir a numeração da calça. Neste texto, considerar-se-á a medida do quadril já que, se a calça passar pelo quadril, mesmo ficando um pouco larga na cintura, pode ser adaptada com o uso de algumas pences.

Desse modo, podemos formular o seguinte problema: Conhecida a medida do quadril de uma mulher, qual o número de sua calça jeans?

Dado o problema, faz-se necessário coletar informações que possibilitem sua resolução, se já de modo empírico realizando medidas em algumas pessoas, seja por meio de pesquisa bibliográfica. Na tabela 1 apresentamos dados obtidos na revista *Manequim*, edição 551, de novembro de 2005.

Tabela 1: Número da calça e medida do quadril

Quadril	88	92	96	100	104	108	112	116	120	124
No. da calça	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54

Fonte: Revista *Manequim*, edição 551, novembro de 2005, p. 35.

(ALMEIDA *et al.*, 2011, p. 48).

5.4.1.1 Primeira Aproximação da Dupla 1:

Analisando os dados e assumindo-os como pares ordenados, onde a variável x (variável independente) representa a medida do quadril e o y (variável dependente) representa o número da calça, para observar melhor a tendência dos dados, ver a Figura 8.

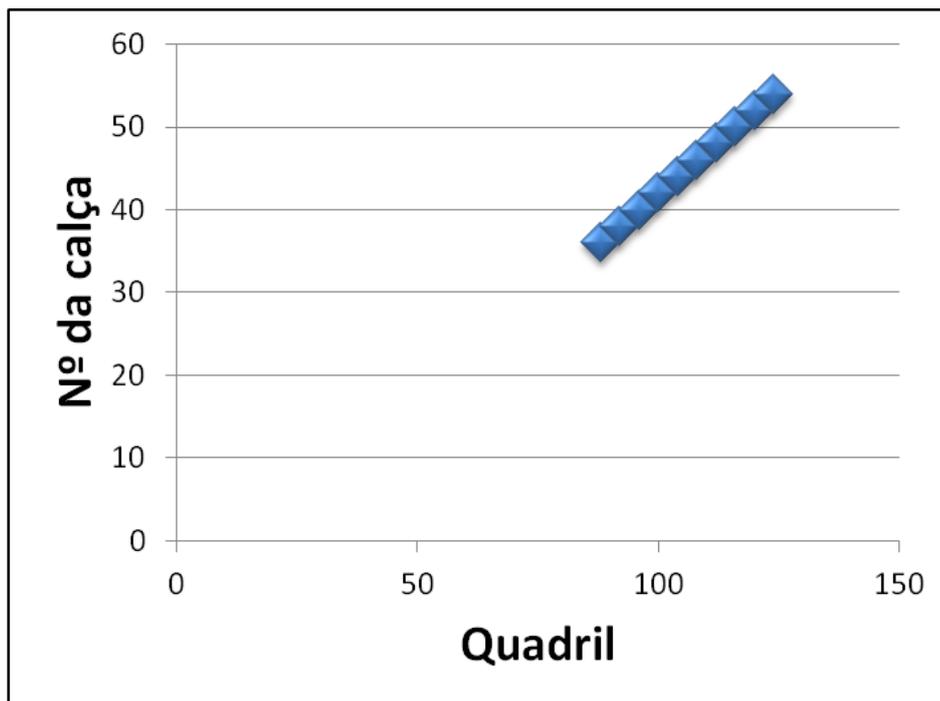


Figura 8. Quadril x Número da calça.

Observando a disposição dos pares ordenados, toma-se como hipótese que a relação entre o quadril e o número da calça é representada por uma função do primeiro grau, ou seja, da forma $f(x) = ax + b$.

A dupla relacionou três formas de encontrar o modelo: primeiro, conhecendo dois pontos, pode-se achar o coeficiente angular e, conseqüentemente, a função que representa os dados informados na tabela; segundo, com o uso de determinantes também é possível encontrar a mesma função; e terceiro, com o uso do programa Excel, produz-se o seguinte gráfico, que mostra o ajuste para os dados da tabela, representado pela fórmula

$$y = 0,5x - 8.$$

O conhecimento matemático que embasa a hipótese é a função polinomial do 1º grau, ou função afim, que é uma função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} , dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$. Nesta função, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo independente. O termo a é chamado coeficiente angular da reta e está associado à inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas (Ox). Esta afirmação decorre do fato de o coeficiente angular ser igual à tangente do ângulo que a reta forma com o eixo Ox .

O termo independente b é chamado coeficiente linear da reta; o que implica: para $x = 0$, tem-se $y = b$. Portanto, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy .

Com base na equação da reta, obtém-se o coeficiente angular ($A = [88, 36]$; $B = [92, 38]$).

$$M = \frac{38-36}{92-88} \Rightarrow M = 0,5$$

$$Y - Y_0 = M \cdot (X - X_0) \therefore Y - 36 = 0,5 \cdot (X - 88) \therefore \underline{Y = 0,5 X - 8}.$$

Como teste: para quadril 90 ($X = 90$), $Y = 37$. Percebe-se que a medida do quadril não consta da Tab.1, que contempla somente múltiplos de 4. Aplicando no modelo, seria obtido o número de calça 37 (numeração inexistente). Neste caso, tomar-se-ia a próxima medida (no caso, 38), havendo necessidade de ajustes na confecção; a medida menor, por sua vez, ficaria apertada.

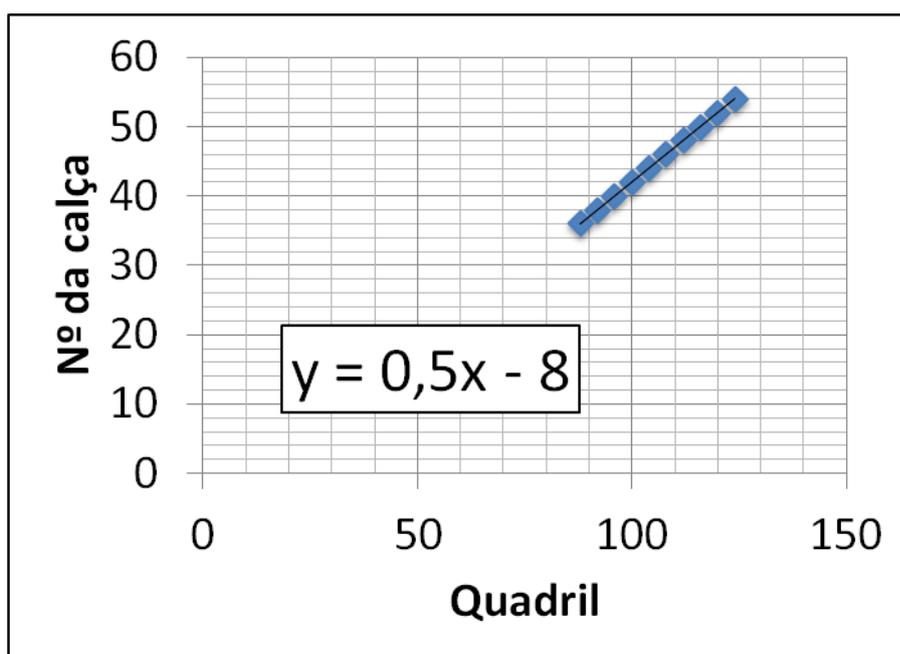


Figura 9. Quadril x Número da calça: ajuste produzido pelo Excel.

Conteúdos que podem ser explorados: razão.

5.4.1.2 Segunda Aproximação da Dupla 1:

Intuitivamente, a dupla já havia concluído que, pela disposição dos dados da tabela 1, a representação adequada para o problema é a de uma função linear. Esta conclusão decorreu da observação do gráfico quando representaram os dados da

primeira linha da tabela (quadril) no eixo das abscissas e os dados da segunda linha no eixo das ordenadas.

Com base no que foi produzido até aqui, e agora usando o programa GraphEquation, a dupla testou algumas variações de coeficientes, confrontando-as com a representação obtida na Figura 8.

Neste ponto a dupla defrontou-se com um problema inerente a quem usa qualquer software (neste caso diante do programa GraphEquation) como ferramenta de trabalho, seja para ajudá-lo na elaboração de gráfico, seja para fazer ajuste de curva, seja para possibilitar simulações, análises de tendência. Esta questão é como ajustar-se à interface do aplicativo para poder explorar as funcionalidades existentes. Aqui entra a Teoria da Reorganização do Pensamento de Tikhomirov (1981), de modo que o usuário leve em conta a interface do aplicativo para poder explorá-lo adequadamente. Ou seja, deve haver adequação ou compatibilização à forma como a entrada de dados deve ser feita e/ou como a funcionalidade deve ser acionada. Por mais que tenha havido avanços enormes na área de Interação Humano-computador, de modo a que a reorganização preconizada por Tikhomirov seja mínima, mesmo assim alguma adequação à interface é exigida.

Construído o gráfico de partida da Figura 8, acréscimos podem ser feitos sem grande esforço, possibilitando que experimentações possam ser feitas, e consolidem a aprendizagem de conceitos associados aos conteúdos estudados. Da mesma forma, o confronto do modelo com a realidade pode ser feito, com facilidade para identificar os contornos do gráfico que representam a solução do problema em questão.

A dupla decidiu construir as Figuras 10, 11, 12 e 13 com o objetivo de apontar que variações nos coeficientes implicariam em repercussões nos gráficos correspondentes. Isto consolidaria adequadamente a aprendizagem requerida, ensejando possíveis questionamentos adicionais.

Há ainda uma questão a comentar: os intervalos de validade da aplicação: tudo ocorre no primeiro quadrante (x e y positivos). Isto possibilitaria em uma aula, explorando o gráfico produzido, fazer comentários sobre as possibilidades oferecidas por ele.

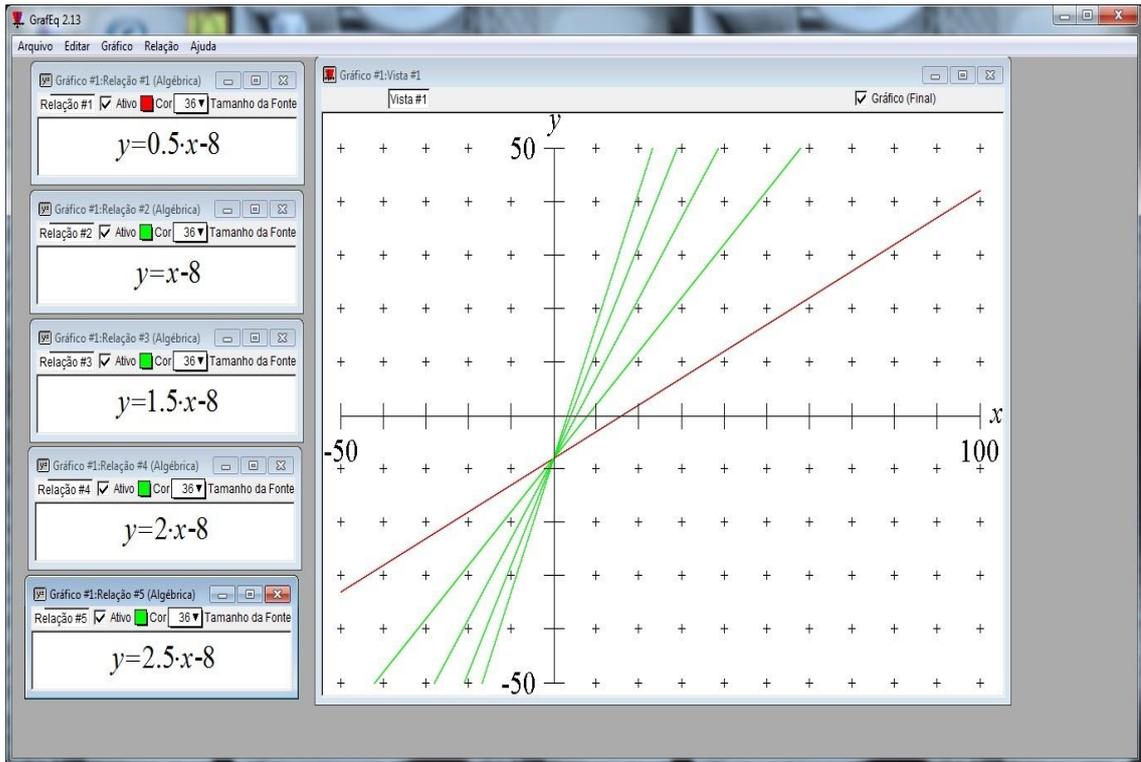


Figura 10. GraphEquation: variando os coeficientes 1.

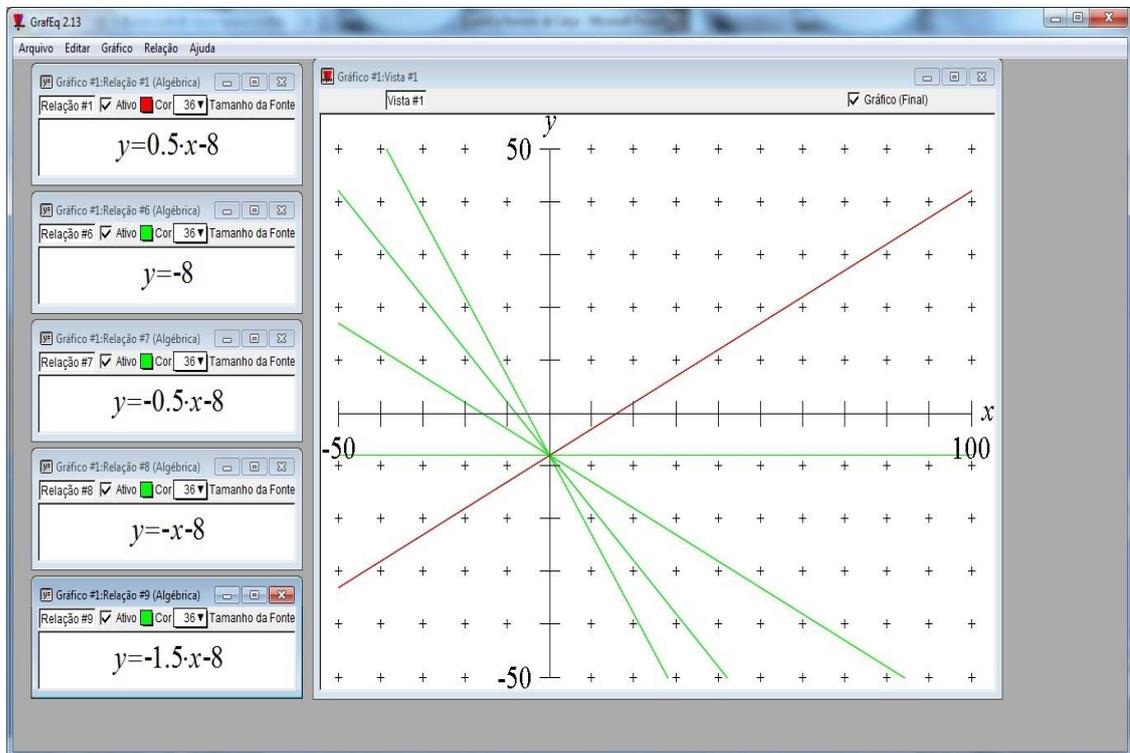


Figura 11. GraphEquation: variando os coeficientes 2.

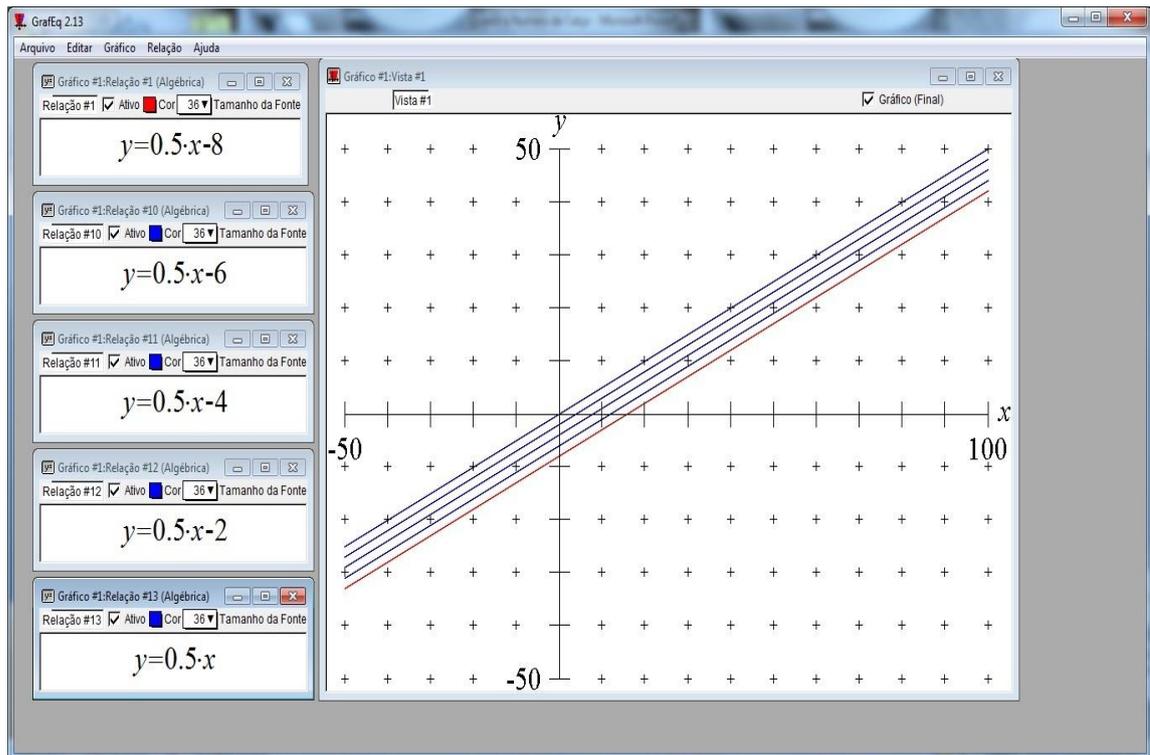


Figura 12. GraphEquation: variando os coeficientes 3.

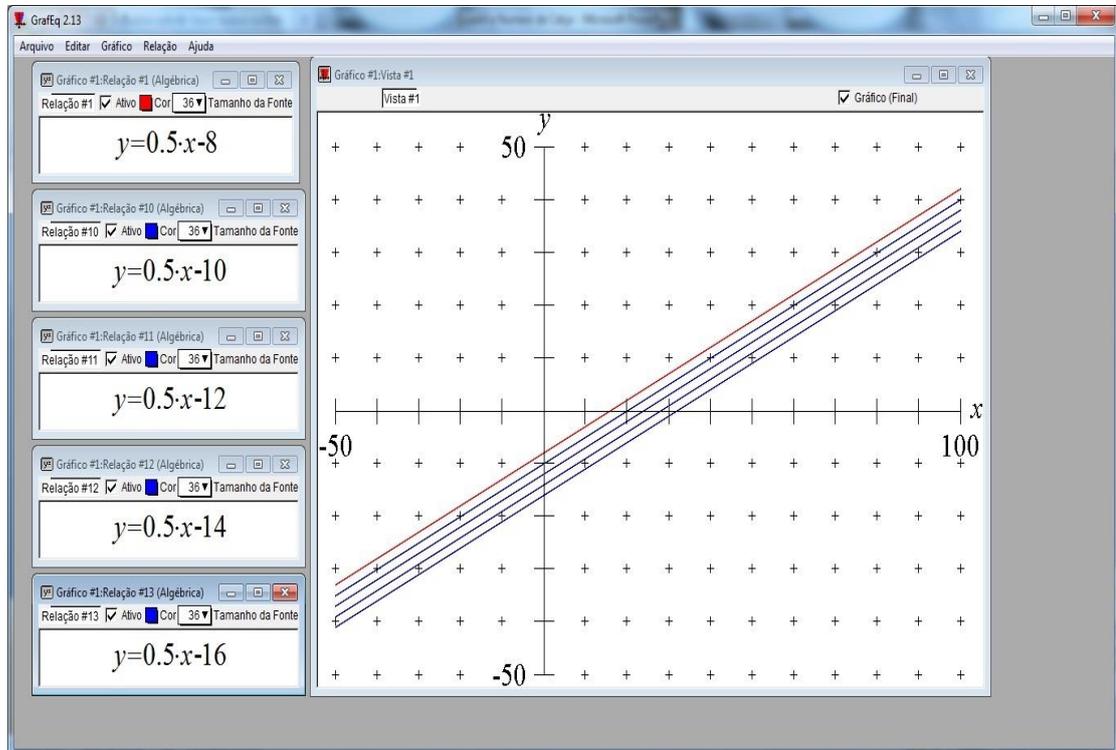


Figura 13. GraphEquation: variando os coeficientes 4.

Analisando o modelo obtido pela dupla, nota-se que poderiam ter incluído no modelo os intervalos para a medida do quadril, que levariam ao número de calça correspondente às medidas inexistentes na Tab. 1. Desta forma, medida de quadril com 88cm levaria ao número de calça 36 (como apontado na Tab.1); medida de quadril acima de 88cm e até 92cm, número de calça 38; quadril acima de 92cm e até 96cm, número de calça 40; quadril acima de 96cm e até 100cm, número de calça 42; etc.; quadril acima de 120cm e até 124cm, número de calça 54. Isto possibilitaria introduzir o conceito de função “maior inteiro”, denotada por:

$\lceil x \rceil$ = o maior inteiro menor ou igual a x .

O que levaria à seguinte expressão (Almeida *et al.*, 2011):

$$y = \begin{cases} 0.5x - 8, & \text{se } x = 4n, n \in \mathbb{N} \text{ e } 88 \leq n \leq 124 \\ 2 \lceil \frac{x}{4} \rceil - 8, & \text{se } x \neq 4n, n \in \mathbb{N} \text{ e } 88 \leq n \leq 124. \end{cases}$$

Para os múltiplos de 4 no intervalo [88, 124], obtém-se pela primeira expressão o número da calça, conforme a Tab. 1. Para as medidas que não são múltiplos de 4 do intervalo [88, 124], a segunda expressão acima faz o ajuste para a medida mais próxima acima existente, possibilitando que a confecção não fique apertada (passível de pequeno ajuste de costura para o uso).

Complementarmente, pode-se afirmar: existe a função “menor inteiro”, denotada por:

$\lfloor x \rfloor$ = o menor inteiro maior ou igual a x .

Poder-se-ia empreender estudo comparativo dos modelos obtidos pelos dois ajustes. Da mesma forma, poder-se-ia inverter a questão: “dada a numeração da calça de uma pessoa, qual seria a possível medida do seu quadril”. Que implicações matemáticas a questão traria e que conteúdos poderiam ser abordados neste caso? Aí haveria mais possibilidades de investigação na mesma questão.

5.4.2 Trabalho 2: A segurança eletrônica em questão: cerca elétrica

Cercas elétricas vêm sendo amplamente utilizadas na Europa e nos Estados Unidos desde 1930. No Brasil, o uso desse equipamento tornou-se mais significativo a partir da década de 1990.

A finalidade inicialmente proposta para a cerca elétrica era dividir áreas de pastagens e lavouras. Atualmente, ela é utilizada para auxiliar na segurança em residências, estabelecimentos comerciais e industriais, entre outros locais.

O aumento do índice de violência, tanto no campo como na cidade, requer equipamentos de segurança mais sofisticados. Portões altos, muros com pedaços de vidro, grades na janela não são mais suficientes para evitar que

residências e estabelecimentos comerciais sejam invadidos. A cerca elétrica é uma alternativa para ampliar o nível de segurança.

Em áreas residenciais, a cerca elétrica costuma ser ligada a uma central, capaz de emitir descarga elétrica suficiente para impulsionar uma pessoa para longe. O choque, nome popular dessa descarga elétrica, afugenta o intruso sem causar maiores danos e, se os fios forem cortados, um alarme é acionado.

Para Além da Matemática

Há dois tipos de cerca elétrica à disposição no mercado: monitorada e não monitorada. A cerca monitorada é aquela que permite a integração com uma central de alarme, que pode estar ligada ou não externamente a uma empresa de segurança eletrônica, podendo, também, acionar alarmes e luzes quando tocada. Já a cerca não monitorada é aquela que possui as mesmas características da anterior, porém não está ligada a uma central de alarme.

Em ambos os casos há recomendações importantes para a instalação da cerca elétrica: deve estar instalada em locais altos (muros com no mínimo 2m de altura); deve ficar voltada para o interior da área que se quer proteger; não pode ficar em contato com vegetação, como árvore, folhagens etc.; e deve estar sinalizada.

Considerando o interesse em tratar da instalação de cercas elétricas na aula de Matemática, estudantes obtiveram a informação de que estão disponíveis duas opções de serviços para instalação de cercas elétricas residenciais, conforme quadro 4.

Quadro 4: Preços de kits (pronto e a montar) para instalação de cercas elétricas residenciais

Conteúdo	Opção 1 (kit pronto)	Opção 2 (kit a montar)
Central	} R\$ 370,00	R\$ 180,00
Bateria		R\$ 60,00
Sirene		R\$ 25,00
Haste de aterramento		R\$ 35,00
Cerca (20m com 4 fios)		—
Valor do metro de cerca (4 fios)	R\$ 5,00	R\$ 4,50

CONVERSANDO COM A SALA DE AULA

Os alunos podem obter informações de valores e kits de instalação de cercas elétricas da cidade e a partir delas desenvolver a atividade.

Na situação em estudo, optou-se por kits compostos por uma central, uma bateria, uma sirene, uma haste de aterramento. Variações nas quantidades de cada um desses componentes podem ocorrer de acordo com a extensão da área cercada.

Na situação são consideradas as informações:

- Na opção 1, o valor do kit é de R\$ 370,00, e paga-se R\$ 5,00 por metro de cerca que exceder os 20m;
- Na opção 2, tem-se um valor fixo de R\$ 300,00 e cada metro de cerca custa R\$ 4,50.

A partir dessas informações, qual a opção mais vantajosa para um cliente que deseja instalar esse equipamento de segurança?

(ALMEIDA *et al.*, 2011, p. 75-76).

5.4.2.1 SOLUÇÃO

Verificando melhor a opção que define a quantidade de metros, a dupla montou o Quadro 5.

Quadro 5. Definição da quantidade de metros e preço correspondente.

Quantidade em metros	Curso em Reais (Opção 1) R\$ 370,00 até 20m Ou 370,00 + 5 x metragem	Custo em Reais (Opção 2)
5	370,00	332,50
10	370,00	345,00
15	370,00	367,50
20	370,00	390,00
25	395,00	412,00
30	420,00	435,00
35	445,00	457,50
40	470,00	480,00
50	520,00	525,00
60	570,00	570,00
70	620,00	615,00
80	670,00	660,00
90	720,00	705,00
100	770,00	750,00

Logo: A opção mais vantajosa dependerá da metragem a ser comprada. Até aproximadamente 15,5m e passando de 60m a opção mais vantajosa é a de número 2 conforme mostram os cálculos. Acima de 15,5 m, aproximadamente, até valores abaixo de 60m a opção mais em conta é a de número 1. Quem comprar 60m de cerca vai pagar o mesmo valor: R\$ 570,00.

O Quadro 6 sintetiza os modelos matemáticos das opções de compra das cercas elétricas.

Quadro 6. Modelos matemáticos das opções de compra das cercas elétricas:

# Parte fixa da Opção 1: (Até 20m) $Y = 370,00$ para $m \leq 20$	# Opção 2 para compra acima de 20 m. $Y = 5(\text{metragem acima de } 20\text{m} - 20\text{m}) + 370$ $Y = 5(m - 20) + 370$ $Y = 5m - 100 + 370$ $Y = 5 \times m + 270,00$ para $m > 20$
--	---

Opção 2 $Y = 300 + 4,5 \times \text{metragem}$
--

5.4.2.2 Construção Gráfica dos Modelos

Com base na análise feita até aqui, apresenta-se em seguida a construção gráfica dos modelos produzidos. Ver a Figura 14.

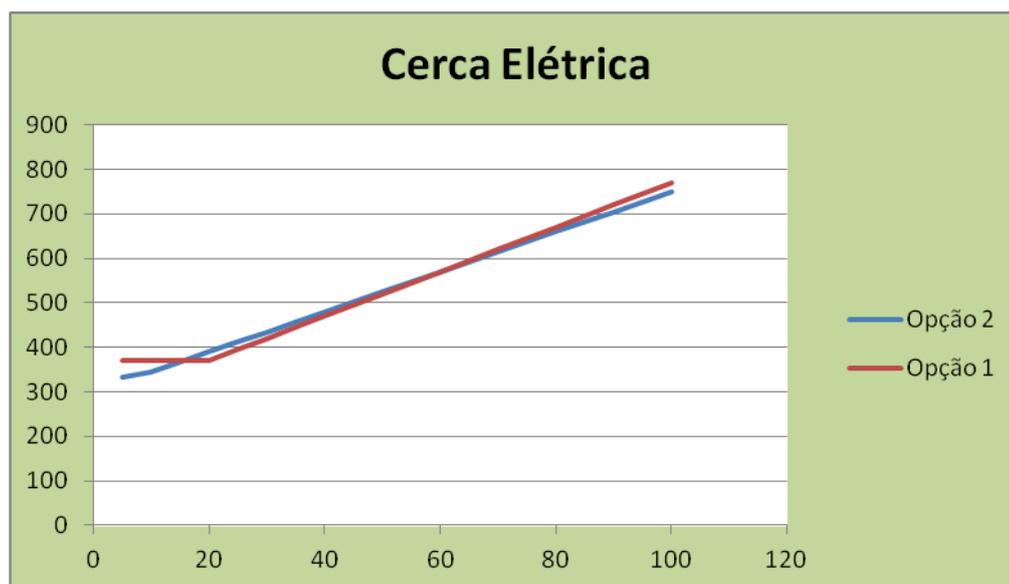


Fig. 14. Cerca elétrica: representação dos modelos.

5.4.2.3 Relato da Experiência

Quando a dupla fez sua primeira intervenção, sua exposição foi irretorquível. Quando foram instados a utilizar o computador para apresentar seus resultados, eles não foram convincentes. A dupla demonstrou que não sabia como representar os três gráficos (referentes às situações que o problema oferece) juntos, na mesma figura, o que permitiria melhor comparação entre as três opções para identificar qual

seria a melhor opção de compra. Ficou patente, reforçado pelo reconhecimento da dupla, a inabilidade em utilizar o software. A possibilidade de garantir a aprendizagem visual, por meio da manipulação dos modelos elaborados no computador, não pôde ser exercitada, visto que não eram condizentes com o enunciado preconizado.

Conclusão do professor, depois de ter observado a exposição da dupla: “se não há domínio da tecnologia, é melhor não utilizá-la”. Sem o uso da tecnologia, a dupla tinha sido convincente na exposição de seu trabalho de modelagem; com o emprego da tecnologia, a clareza deixou de existir.

O seguinte registro recupera parte da discussão havida em sala:

Membro 1: A solução do Excel está aí?

Membro 2: O que observei do Excel: aí o problema poderia... em vez... porque poderia ... a orientação que é dada no problema, você tem que saber a fórmula, a equação matemática. Se o problema desse em termos de pontos ... aí o aluno chegaria à construção gráfica. Aí é que está a questão... aqui o caso se os pontos já fossem determinados pelo problema: a gente poderia chegar a esta equação aqui a partir dos pontos. Mas aí eu construí... Eu não sei como fazer para juntar os três gráficos.

Membro de outra dupla assevera: mas dá para fazer no mesmo gráfico as três funções...

Conclusão: na tentativa de juntar os três gráficos, a dupla partiu para o Geogebra, já que não conseguia com o Excel. Só que os parâmetros ficaram distantes. O manuseio do software não foi o adequado.

Isto reforça o que foi citado na Seção 3.2 dos estudos conduzidos por Area (2006) e também Kenski (2007) e Ioschpe (2012): sem o envolvimento e a preparação adequada do usuário (professor) e a mudança da sua prática, a tecnologia deixa de ser aliada para constituir-se obstáculo.

Adiante, ocorreu o seguinte diálogo:

Membro 1: A importância do recurso está aí. Para evitar esse número de tentativas e erros, para não ser prolongado demais... Aqui já vai ser gerado.

Membro 2: Poderia estabelecer o comparativo para permitir analisar. No mesmo gráfico, teria as três retas, e estabeleceria o comparativo: até aqui vale a pena comprar (a cerca) com esta opção. Daqui em diante, com outra.

Outro participante: A gente tem que estar preparado.

Outro participante: Com a tecnologia piorou. Se a gente domina isto acontece. Afinal, sem o recurso, levaria horas para montar o gráfico.

Outro participante: Na sala de aula, um ou dois alunos saberiam como fazer a manipulação adequada do software.

Comentário do docente: Novamente, a discussão foi levantando questões: mostra que a Modelagem abre caminhos. Primeiramente, vocês estão assumindo que não dominam o software. Se você não domina, é melhor não usar – é a conclusão a que chegamos. Quando se abre o processo de Modelagem, com a liberdade para o aluno se manifestar, o professor pode aprender também. A Modelagem quebra a hierarquia professor-aluno. A Modelagem rompe este tabu.

Vocês assumiram que não dominavam. Por isso, foi destacado que, sem o recurso tecnológico, vocês explicaram bem a modelagem feita, mas quando usaram, ficou claro que não o dominavam. Se levar para a sala de aula, o seu aluno quer compreender, quer aprender, a coisa se torna difícil. Vocês observam que se aprende com o contraexemplo. Vocês estão servindo de contraexemplo: como não utilizar a tecnologia em sala de aula. Risos!

O comentário do professor sobre o contraexemplo confirma um dos pontos explicitados na metodologia proposta no Capítulo anterior: para usar alguma TD, é imprescindível que os estudantes a dominem. Não havendo o domínio, a tecnologia, em vez de ferramenta, acaba por constituir um obstáculo a mais.

Analisando o trabalho desenvolvido pela dupla, observa-se que a formalização do conteúdo matemático empregado o complementar. A dupla empregou a função definida por várias sentenças. Trata-se de qualquer função $f: R \rightarrow R$ dada por sentenças abertas, cada uma delas a um domínio D , contido no domínio de f . Deve-se utilizar a sentença apropriada, dependendo do intervalo em que o valor de m (metragem) se enquadra. Ou seja:

Opção 1: até 20m

$$y = 370, \text{ para } 0 < m \leq 20$$

Opção 2: acima de 20m

$$y = 5m + 270, \text{ para } m > 20.$$

Opção 3: para $m > 0$.

$$y = 300 + 4.5m.$$

Outro assunto abordado neste problema é a interseção de retas e a solução de um sistema de equações lineares. Todo ponto de interseção de duas retas no plano satisfaz as equações de ambas as retas. A determinação deste ponto de interseção entre duas retas concorrentes é feita pela resolução do sistema formado por suas equações (ALMEIDA *et al.*, 2012).

5.4.3 Trabalho 3: Casa própria: será que com o salário dá?

Construir ou reformar a casa própria é um sonho de muitos brasileiros. Todavia, é de se observar que, por mais que os rendimentos obtidos por uma família melhorem, as condições financeiras para investir nesse sonho continuam escassas. É que, se por um lado o salário tem aumentado no decorrer do tempo, o preço do metro quadrado da construção também tem aumentado. Mas será que esses aumentos têm acontecido na mesma proporção? Será que tem ficado mais difícil ou mais fácil de construir? É diante desse contexto que se dá a investigação nesta atividade: existe relação entre o preço do metro quadrado de construção e o salário mínimo? Se existe, qual é?

Frente à problemática, faz-se importante coletar informações que permitam a resolução do problema, bem como a proposição de hipóteses e simplificações. Os dados do quadro 7 foram obtidos junto ao instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e referem-se ao salário mínimo nacional no período de 2000 a 2010 e ao custo do metro quadrado de uma casa popular de 64 m² no estado do Paraná no mesmo período.

Quadro 7. Salário mínimo nacional e custo do metro quadrado no decorrer dos anos.

Ano	Tempo (t), em anos	Salário mínimo nacional, em reais $S(t)$	Custo em metro quadrado, em reais
2000	0	151	351,07
2001	1	180	379,56
2002	2	200	414,47
2003	3	240	484,79
2004	4	260	524,11
2005	5	300	572,66
2006	6	350	603,48
2007	7	380	627,91
2008	8	415	685,76
2009	9	465	748,61
2010	10	510	796,43
2011	11	545	Sem informações

5.4.3.1 Primeira Aproximação da Dupla:

De início, é conveniente registrar: a dupla foi formada por dois professores experientes (um doutorando do REAMEC; outro é candidato ao doutorado). Demonstraram também sólido conhecimento das TD, inclusive de programação de computadores. Suas exposições durante a disciplina foram sempre muito fluidas, claras, didáticas, razão porque não houve ensejo para registro de nenhuma questão de debate. No máximo, durante as exposições responderam perguntas dos outros participantes; também de forma convincente.

Isto reforça a afirmação feita na Seção 4.4, em que relacionei os condicionantes de sucesso da utilização de TD na Educação.

Objetivo principal: responder a seguinte pergunta: “casa própria: será que com o salário dá?”.

Objetivos secundários identificados, expressos pela resposta às seguintes perguntas:

1) Será que esses aumentos têm acontecido na mesma proporção?

Conteúdo matemático: Razão e Proporção

2) Será que tem ficado mais fácil ou difícil construir?

Conteúdo matemático: Razão e Proporção, Porcentagem

3) Existe relação entre o preço do metro quadrado de construção e o salário mínimo?

Conteúdo matemático: Razão e Proporção.

Respondendo então a primeira pergunta: será que esses aumentos têm acontecido na mesma proporção? Expresso por meio do Quadro 8, para o qual se vai buscar preencher a última coluna (Razão (m^2 /sal. min.).

Quadro 8. Cálculo da Razão entre o m^2 e o salário mínimo.

Ano	Salário Mínimo	Custo m^2	Razão (m^2 /sal. Min.)
2000	151	351,07	
2001	180	379,56	
2002	200	414,47	
2003	240	484,79	
2004	260	524,11	
2005	300	572,66	
2006	350	603,48	
2007	380	627,91	
2008	415	685,76	
2009	465	748,61	
2010	510	796,43	

Cálculo da Razão entre o m^2 e o salário mínimo

- Fórmula para cálculo da razão no Excel
= (valor do m^2 / salário mínimo).

Os resultados estão expressos no Quadro 9 (primeira linha preenchida). O Quadro 10 contém a coluna Razão completa; o Quadro 11 contém esta coluna com duas casas decimais.

Quadro 9. Cálculo da Razão entre o m² e o salário mínimo (primeira linha preenchida).

Ano	Salário mínimo	Custo do m ²	Razão (m ² /sal. min.)
2000	151,00	351,07	2,324966887
2001	180,00	379,56	
2002	200,00	414,47	
2003	240,00	484,79	
2004	260,00	524,11	
2005	300,00	572,66	
2006	350,00	603,48	
2007	380,00	627,91	
2008	415,00	685,76	
2009	465,00	748,61	
2010	510,00	796,43	

Quadro 10. Cálculo da Razão entre o m² e o salário mínimo (completo).

Ano	Salário mínimo	Custo do m ²	Razão (m ² /sal. min.)
2000	151,00	351,07	2,324966887
2001	180,00	379,56	2,108666667
2002	200,00	414,47	2,07235
2003	240,00	484,79	2,019958333
2004	260,00	524,11	2,015807692
2005	300,00	572,66	1,908866667
2006	350,00	603,48	1,724228571
2007	380,00	627,91	1,652394737
2008	415,00	685,76	1,652433735
2009	465,00	748,61	1,609913978
2010	510,00	796,43	1,561627451

Quadro 11. Cálculo da Razão entre o m² e o salário mínimo (duas casas decimais).

Ano	Salário mínimo	Custo do m ²	Razão (m ² /sal. min.)
2000	151,00	351,07	2,32
2001	180,00	379,56	2,11
2002	200,00	414,47	2,07
2003	240,00	484,79	2,02
2004	260,00	524,11	2,02
2005	300,00	572,66	1,91
2006	350,00	603,48	1,72
2007	380,00	627,91	1,65
2008	415,00	685,76	1,65
2009	465,00	748,61	1,61
2010	510,00	796,43	1,56

A Figura 15 mostra os dados do Quadro 11 (Razão m²/sal. min.) no Excel. A Figura 16 mostra a razão (m²/sal. min.) – forma gráfica no Excel.

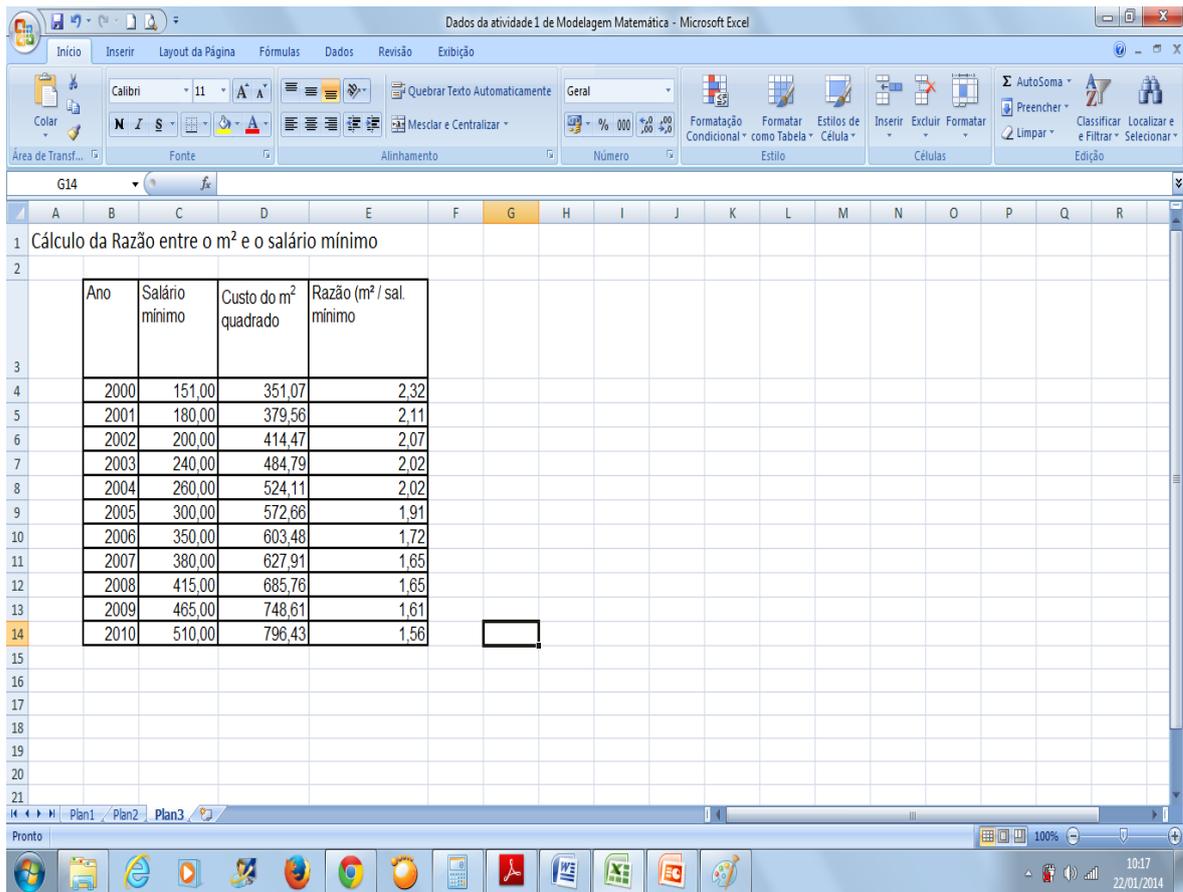


Figura 15. Razão (m²/sal. min.) no Excel.

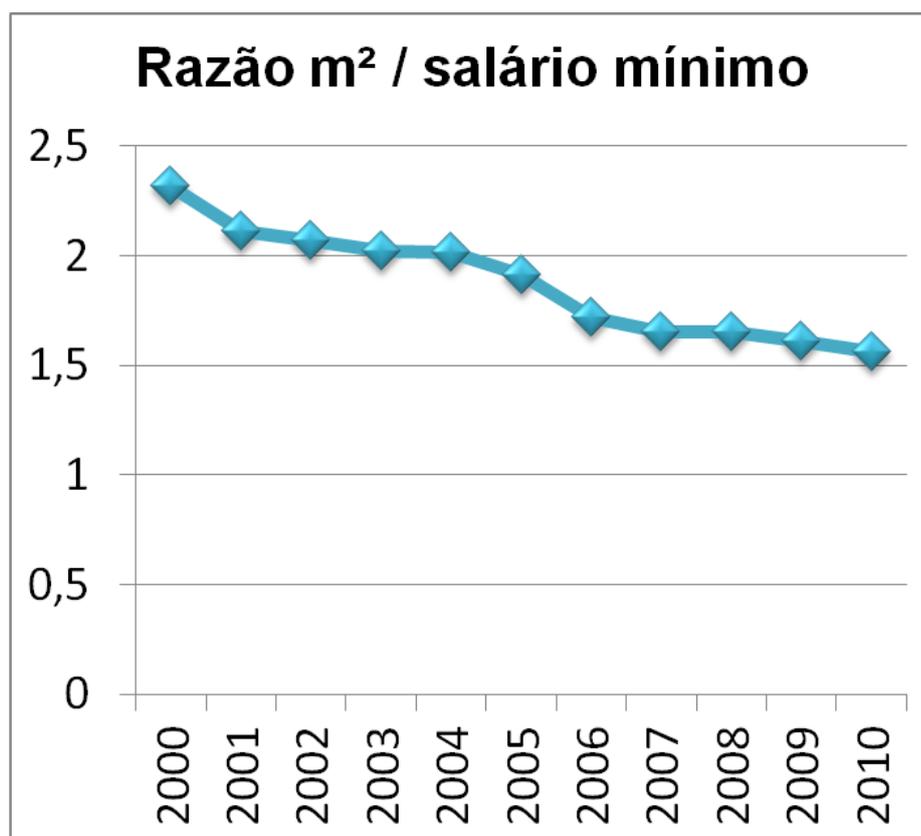


Figura 16. Razão (m²/sal. min.) – forma gráfica no Excel.

Será que esses aumentos têm acontecido na mesma proporção?

Não. De acordo com a proporção entre o metro quadrado e o salário mínimo analisado de 2000 a 2010, observou-se um decréscimo nessa relação.

Respondendo a 2ª pergunta: “será que tem ficado mais fácil ou difícil construir?” Para obter a resposta desta questão, foi construído o Quadro 12, que contém o cálculo da variação do m².

Quadro 12. Cálculo da variação do m².

Ano	Custo do m² (R\$)	Variação do m² %
2000	351,07	
2001	379,56	
2002	414,47	
2003	484,79	
2004	524,11	
2005	572,66	
2006	603,48	
2007	627,91	
2008	685,76	
2009	748,61	
2010	796,43	

Cálculo da Variação do m²

- Fórmula para cálculo da variação no Excel
= $\frac{(\text{valor m}^2 \text{ do ano}(x+1) - \text{valor m}^2 \text{ do ano}(x)) * 100}{\text{valor m}^2 \text{ do ano } (x)}$

No Quadro 13 é mostrado o cálculo da variação do m², com o dado disponível (segunda linha). O Quadro 14 apresenta o cálculo com nove casas decimais. O Quadro 15 faz o arredondamento para duas casas decimais. A Figura 17 mostra a Variação Anual do IPCA (pós Plano Real).

Quadro 13. Cálculo da Variação do m² (segunda linha preenchida)

Ano	Custo do m ² (R\$)	Variação do m ² %
2000	351,07	
2001	379,56	8,115190703
2002	414,47	
2003	484,79	
2004	524,11	
2005	572,66	
2006	603,48	
2007	627,91	
2008	685,76	
2009	748,61	
2010	796,43	

Quadro 14. Cálculo da variação do m² (nove casas decimais)

Ano	Custo do m ² (R\$)	Variação do m ² %
2000	351,07	
2001	379,56	8,115190703
2002	414,47	9,197491833
2003	484,79	16,96624605
2004	524,11	8,110728357
2005	572,66	9,263322585
2006	603,48	5,381902001
2007	627,91	4,048187181
2008	685,76	9,213103789
2009	748,61	9,165013999
2010	796,43	6,387838795

Quadro 15. Cálculo da variação do m² (duas casas decimais).

Ano	Custo do m ² (R\$)	Variação do m ² (%)
2000	351,07	
2000 - 2001	379,56	8,12
2001 - 2002	414,47	9,20
2002 - 2003	484,79	16,97
2003 - 2004	524,11	8,11
2004 - 2005	572,66	9,26
2005 - 2006	603,48	5,38
2006 - 2007	627,91	4,05
2007 - 2008	685,76	9,21
2008 - 2009	748,61	9,17
2009 - 2010	796,43	6,39

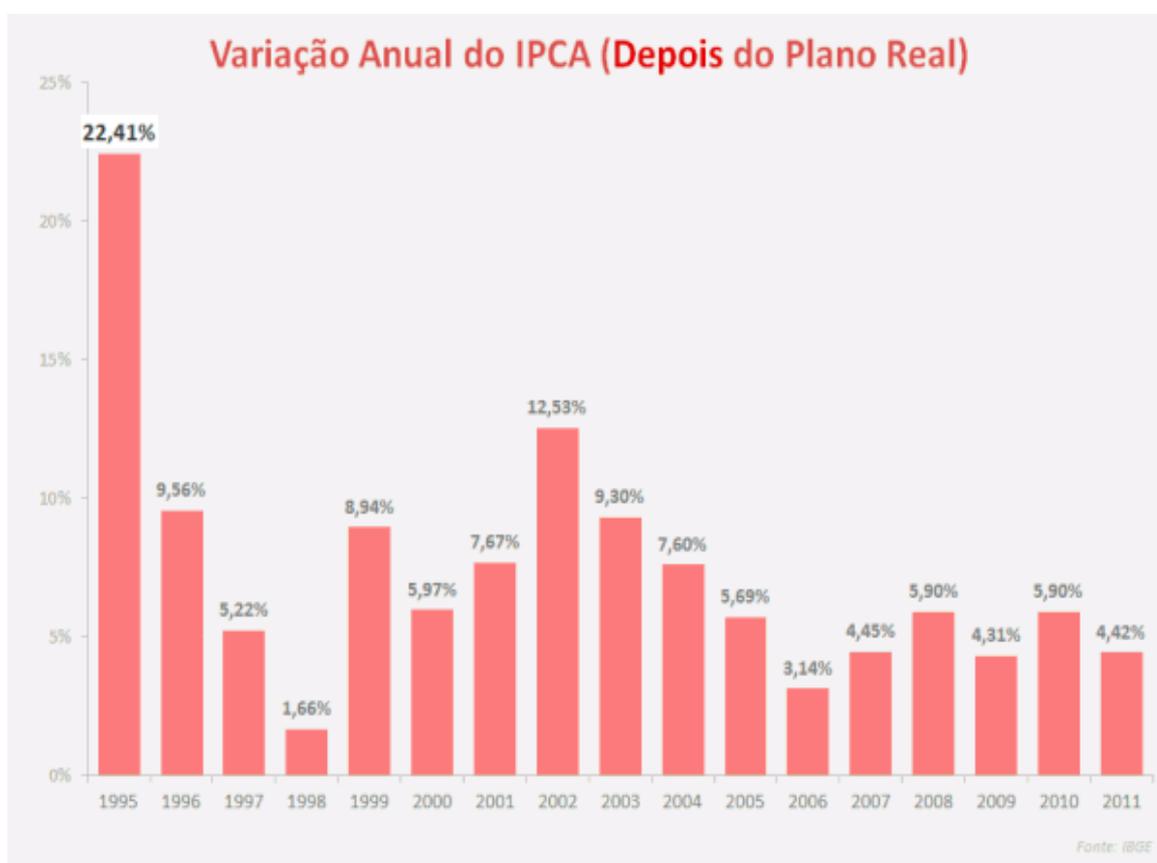


Figura 17. Variação Anual do IPCA (pós Plano Real).

Quadro 16. Comparativo entre a variação do m² e inflação.

Ano	Custo do m ² (R\$)	Variação do m ² (%)	Inflação no período (%)
2000	351,07		
2000 - 2001	379,56	8,12	5,97
2001 - 2002	414,47	9,20	7,67
2002 - 2003	484,79	16,97	12,53
2003 - 2004	524,11	8,11	9,30
2004 - 2005	572,66	9,26	7,60
2005 - 2006	603,48	5,38	5,69
2006 - 2007	627,91	4,05	3,14
2007 - 2008	685,76	9,21	4,45
2008 - 2009	748,61	9,17	5,90
2009 - 2010	796,43	6,39	4,31

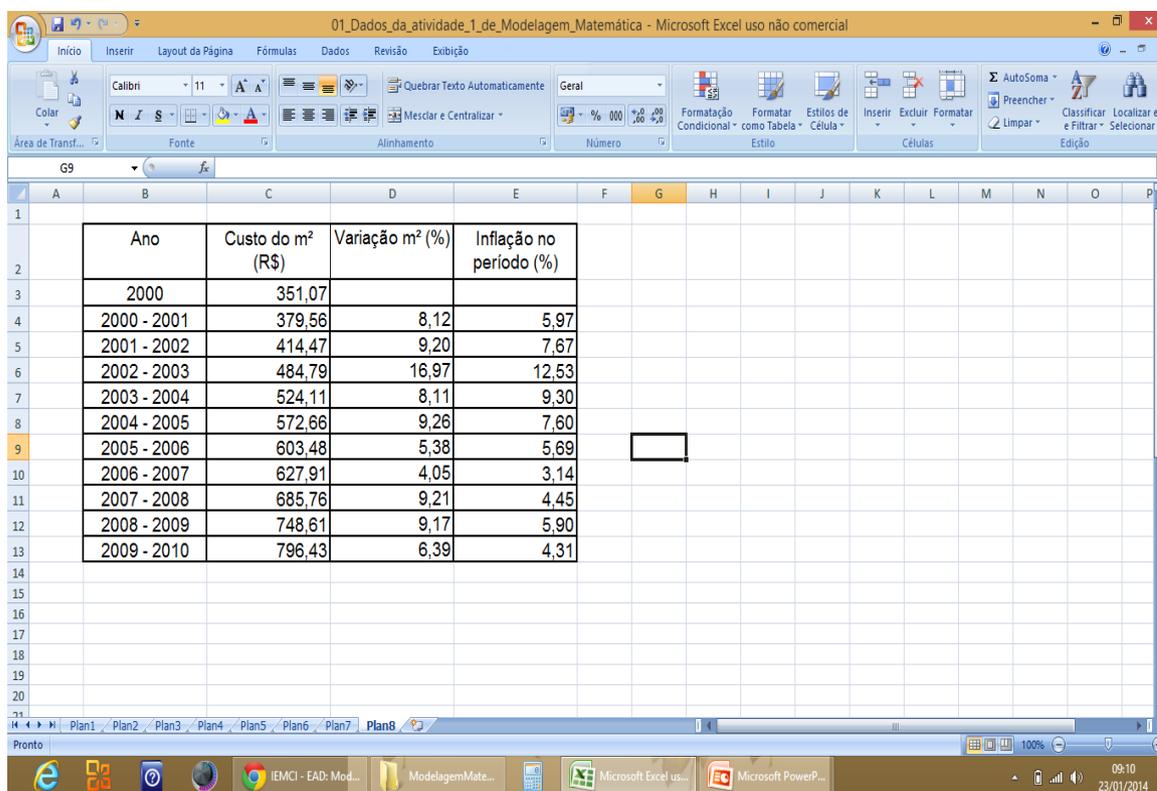


Figura 18. Montagem do Quadro 16 no Excel.

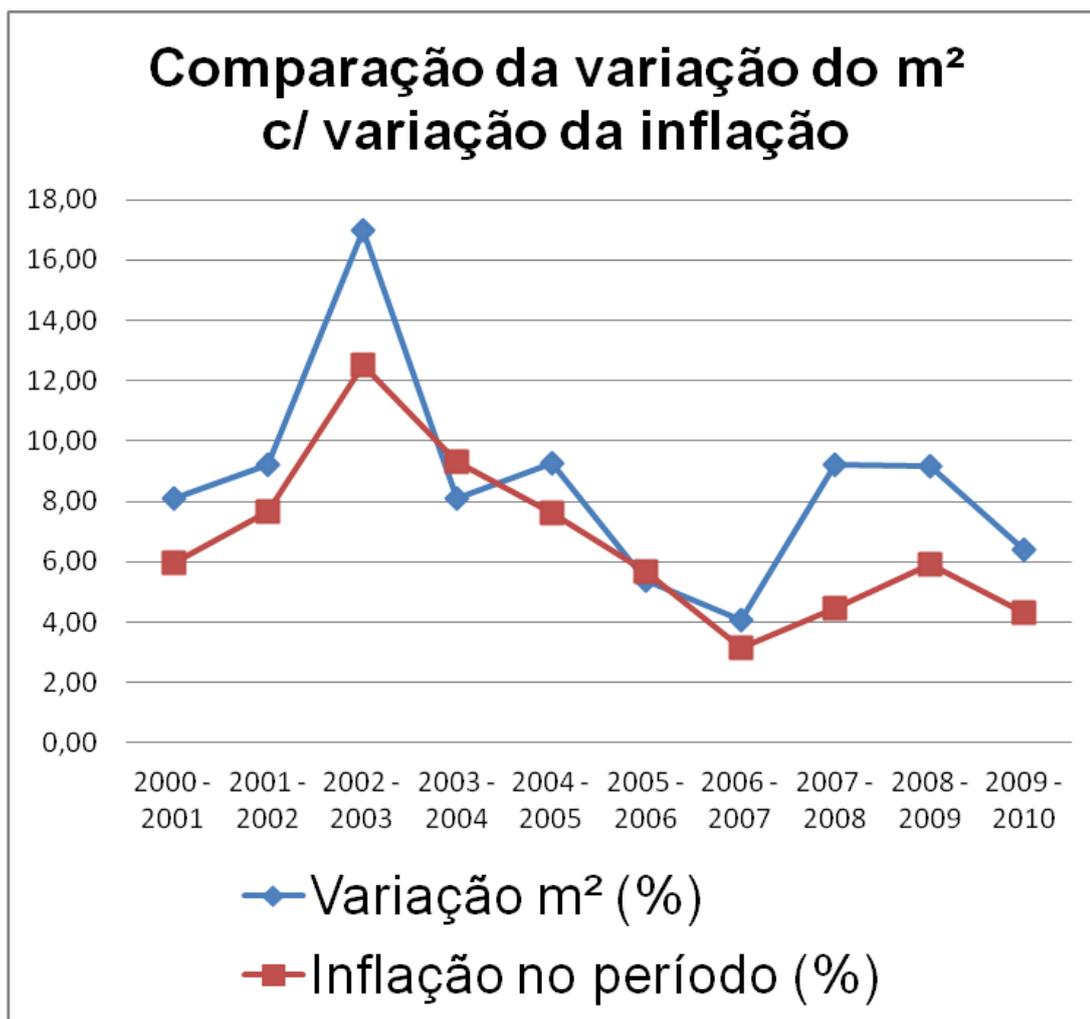


Figura 19. Comparação da variação do m² com a variação da inflação.

Voltando à questão que se deseja responder: “será que tem ficado mais fácil ou difícil construir?” Levando em conta a variação da inflação o que se pode afirmar é que: na maioria dos anos ficou mais difícil, verificando que o custo do m² teve um aumento superior ao aumento do salário mínimo. Porém, como existem anos em que a variação do custo do m² é inferior a variação da inflação, nesses é possível afirmar que ficou mais fácil construir.

Agora o objetivo é responder a 3ª pergunta: “existe relação entre o preço do metro quadrado de construção e o salário mínimo?” Para isto, a dupla construiu o Quadro 17, que mostra o cálculo da variação do salário mínimo.

Quadro 17. Cálculo da Variação do salário mínimo.

Ano	Custo do salário mínimo (R\$)	Variação do salário Mínimo
2000	151,00	
2000- 2001	180,00	
2001- 2002	200,00	
2002- 2003	240,00	
2003- 2004	260,00	
2004- 2005	300,00	
2005- 2006	350,00	
2006- 2007	380,00	
2007- 2008	415,00	
2008- 2009	465,00	
2009- 2010	510,00	

Cálculo da Variação do salário mínimo

- Fórmula para cálculo da variação no Excel
= $\frac{(\text{sal. mín. do ano } (x+1) - \text{sal. mín. do ano } (x)) * 100}{\text{sal. mín. do ano } (x)}$

O Quadro 18 mostra o cálculo da variação do salário mínimo (segunda linha preenchida). O Quadro 19 mostra o mesmo cálculo com nove casas decimais. O Quadro 20, idem com duas casas decimais. O Quadro 21 mostra a comparação da variação do m² com a variação da inflação no período. A Figura 20 mostra a montagem do Quadro 20 no Excel. A Figura 21 mostra a comparação do percentual do m²/salário mínimo.

Quadro 18. Cálculo da Variação do salário mínimo (segunda linha).

Ano	Custo do salário mínimo (R\$)	Variação do salário mínimo (%)
2000	151,00	
2000- 2001	180,00	19,20529801
2001- 2002	200,00	
2002- 2003	240,00	
2003- 2004	260,00	
2004- 2005	300,00	
2005- 2006	350,00	
2006- 2007	380,00	
2007- 2008	415,00	
2008- 2009	465,00	
2009- 2010	510,00	

Quadro 19. Cálculo da Variação do salário mínimo (nove casas decimais).

Ano	Custo do salário mínimo (R\$)	Variação do salário mínimo (%)
2000	151,00	
2000- 2001	180,00	19,20529801
2001- 2002	200,00	11,11111111
2002- 2003	240,00	20
2003- 2004	260,00	8,33333333
2004- 2005	300,00	15,38461538
2005- 2006	350,00	16,66666667
2006- 2007	380,00	8,571428571
2007- 2008	415,00	9,210526316
2008- 2009	465,00	12,04819277
2009- 2010	510,00	9,677419355

Quadro 20. Cálculo da Variação do salário mínimo (duas casas decimais).

Ano	Custo do salário mínimo (R\$)	Variação do salário mínimo (%)
2000	151,00	
2000- 2001	180,00	19,21
2001- 2002	200,00	11,11
2002- 2003	240,00	20,00
2003- 2004	260,00	8,33
2004- 2005	300,00	15,38
2005- 2006	350,00	16,67
2006- 2007	380,00	8,57
2007- 2008	415,00	9,21
2008- 2009	465,00	12,05
2009- 2010	510,00	9,68

Quadro 21. Comparação da variação do m² c/ a variação da inflação no período.

Ano	Variação m² (%)	Variação do salário mínimo (%)
2000- 2001	8,12	19,21
2001- 2002	9,20	11,11
2002- 2003	16,97	20,00
2003- 2004	8,11	8,33
2004- 2005	9,26	15,38
2005- 2006	5,38	16,67
2006- 2007	4,05	8,57
2007- 2008	9,21	9,21
2008- 2009	9,17	12,05
2009- 2010	6,39	9,68

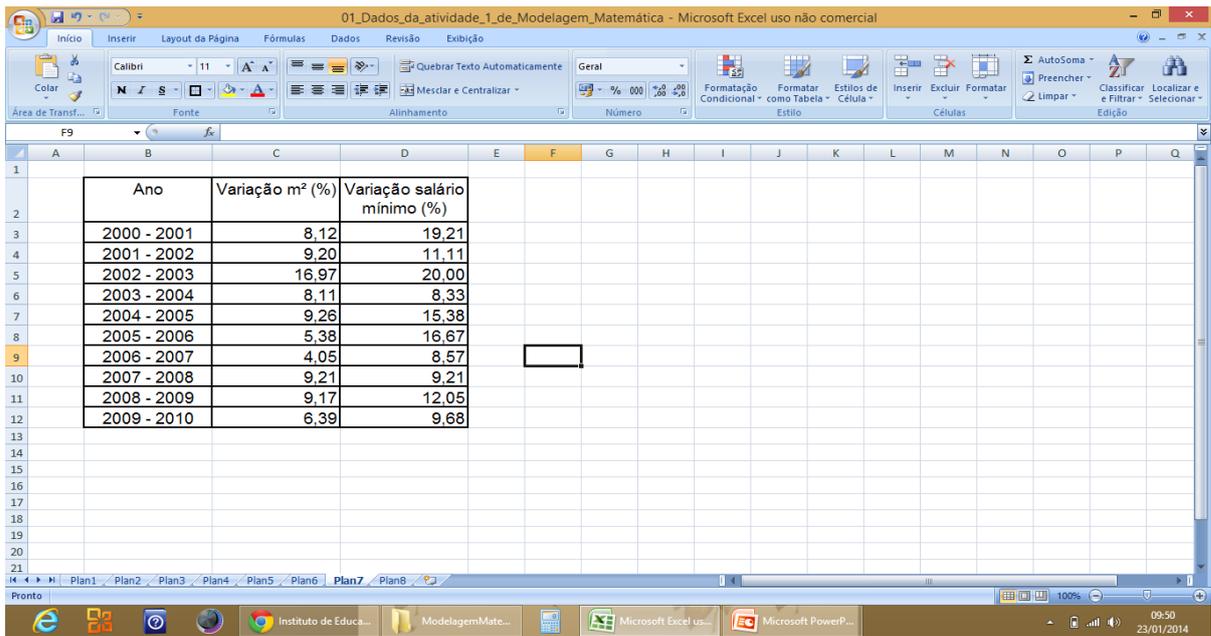


Fig. 20. Montagem do Quadro 20 no Excel.

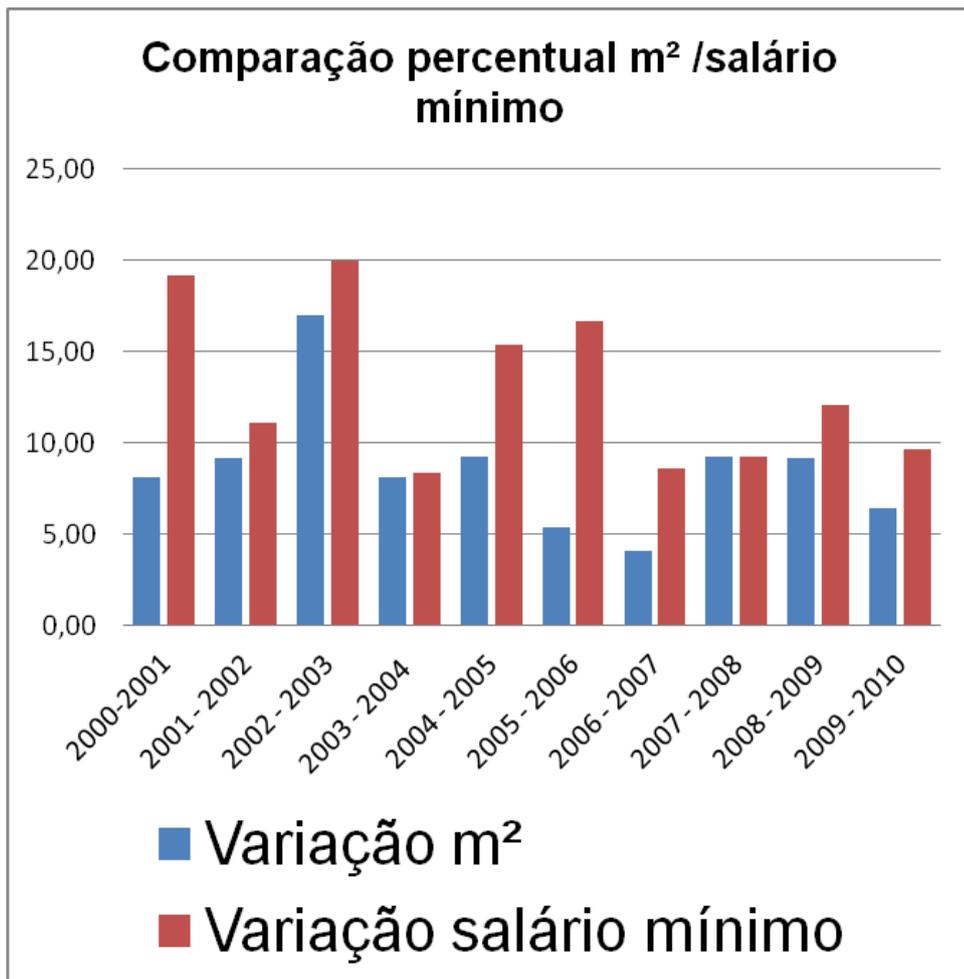


Figura 21. Comparação do percentual do m²/salário mínimo.

Existe relação entre o preço do metro quadrado de construção e o salário mínimo? Não. De acordo com a análise das proporções, observou-se que essas relações não seguem um padrão.

Respondendo ao objetivo principal: “casa própria: será que com o salário dá?” Sim. Com a variação do salário mínimo maior do que o custo do m² da construção podemos concluir que a cada ano está mais fácil ao assalariado adquirir a sua casa própria.

Aspecto sócioeconômico considerado: os financiamentos imobiliários no país com recursos das cadernetas de poupança atingiram R\$ 109,2 bilhões em 2013 e estabeleceram um novo recorde histórico. Aspectos positivos da economia brasileira, como baixo desemprego e queda da inadimplência, fizeram a procura por crédito disparar. Em comparação com o ano anterior (R\$ 82,8 bilhões), o aumento é de 32%. Os dados foram divulgados nesta terça-feira (21/01/2014) pela Associação Brasileira das Entidades de Crédito Imobiliário e Poupança (Associação Brasileira das Entidades de Crédito Imobiliário e Poupança).

Como se pôde ver, o conteúdo matemático empregado na resolução deste problema foi a função polinomial de primeiro grau e a composição de funções.

A questão da casa própria é um exemplo em que se pode aplicar a perspectiva sociocrítica da Modelagem, com a possibilidade de analisar e debater a questão do déficit habitacional, a questão da aquisição ou da construção da casa própria, os problemas envolvidos em cada uma destas opções, a questão dos contratos de financiamento, com análise das implicações de cada alternativa, e assim por diante (BARBOSA, 2003) (SKOVSMOSE, 2001) (ARAÚJO *et al.*, 2011).

5.4.4 Registros e Observações da Sala Virtual

A postagem de questões para debate por intermédio da sala virtual tem sua importância realçada quando os estudantes não têm encontros presenciais regulares ou quando residem em cidades distantes geograficamente. No caso da utilização durante a presente pesquisa, como havia encontro presencial regular, isto precisou ser feito fora dos horários das sessões e no fim de semana.

Uma dificuldade aqui é contar com a participação de todos; a motivação para os debates e as discussões deve ser incentivada de alguma forma. Um ponto favorável para a observação do professor sobre a participação dos estudantes é que

tudo fica registrado: as omissões são notadas, permitindo que o professor mobilize a participação, com questões específicas dirigidas (pelo e-mail da sala) aos ausentes.

O objetivo era obter dos participantes uma apreciação sobre questões suscitadas no Capítulo 3 (Educação e Tecnologias Digitais).

Eu postei algumas questões inicialmente e, claro, os participantes da turma foram convidados a postar perguntas, análises, pareceres, sobre esta temática.

No fim, percebi que só eu apresentei questões. Os estudantes contribuíram com respostas às perguntas, apresentando sua visão e, em alguns casos, replicando estas respostas.

As seguintes questões foram postadas na sala virtual no ambiente Moodle e tiveram a troca de mensagens registrada:

Questão 1: As Tecnologias Digitais são sempre efetivas como ferramentas de apoio ao processo de ensino e de aprendizagem ou há condições que precisam ser satisfeitas para que isto se dê?

Comentarista 1: Existem duas vertentes sobre as tecnologias digitais de potencialidades, quando examinamos o ambiente de iteração com resultados de aproximações quase exatas, dizemos que existe uma condição significativa relevante no campo de análise numérica dentro dos programas computacionais, mas existem também restrições que impossibilitam a convergência de um resultado provável. Em estudos, a Teoria Antropológica do Didático dá-se conta dessa dialética condição e restrição, uma vez voltada ao processo de ensino e aprendizagem. Quando Yves Chevallard propõe a Teoria mencionada (TAD), estabelece esta relação de que temos que observar os meios (milieux) e as mídias (médias) em questão de suas obras observadas nas organizações matemáticas e didáticas para avaliar o grau de incerteza de uma dada afirmação. (Un concept en émergence: la dialectique des médias et des milieux).

Proponente da questão: Já fiz leituras sobre a TAD quando cursei a disciplina "Tendências da Educação Matemática", mas não me aprofundi. Agradeço a tua contribuição teórica sobre a questão que eu propus, julgo bastante relevante. Tenho convencimento de que, para que as tecnologias digitais se constituam em ferramentas úteis ao ensino e à aprendizagem, certas condições precisam ser atendidas. Abri o fórum para que os colegas se manifestem sobre isto e venhamos a estabelecer estas condições, com base na experiência de cada.

As condições a que me referi acima encontram-se na Seção 4.4, com o título 'Condicionantes de Sucesso da Utilização de Tecnologias Digitais na Educação'.

Comentarista 2: Apesar de eu acreditar na potencialidade das tecnologias para o processo de ensino e aprendizagem há sim condições necessárias para que isso ocorra. Primeiro, deve-se ter as tecnologias disponíveis em em perfeito estado de funcionamento, em seguida, o professor tem que assumir o desafio de usar as tecnologias em suas aulas e estar preparado para isso e, os alunos, por sua vez, precisam aprender a usar as tecnologias para fins de estudo. Não tem como ignorar o uso

da tecnologia na educação pois as mesmas têm se mostrado como excelentes fontes de motivação e interesse dos alunos.

O comentarista 2 destaca a importância das tecnologias como agentes motivadores, como apontado por Area (2006). Da mesma forma, o comentarista ratifica alguns dos fatores de sucesso da incorporação de novas tecnologias no ensino citadas pelo mesmo autor (e referidas na Seção 3.2).

Proponente da questão: a meu ver, você referencia o que importa sobre as condições para efetividades das Tecnologias Digitais (TD) no Ensino - alguns preferem usar TIC - Tecnologias de Informação e Comunicação; acho que TD vai prevalecer. Você cita, por exemplo, a necessidade de "tecnologias disponíveis em perfeito estado de funcionamento" - isto pode traduzir-se por haver a infraestrutura necessária disponível (Internet com velocidade de resposta aceitável; disponibilidade de computadores para todos os estudantes e com capacidade adequada, etc.). Outro ponto relevante: o professor deve estar convencido de que seu trabalho vai ser mais produtivo, mais instigante, mais motivador para seus estudantes e, além disso, ele deve ter domínio ["estar preparado"] de todos os artefatos tecnológicos que vai utilizar e, de preferência, não depender de ninguém mais para a utilização. Você cita que os estudantes precisam também ter domínio do software a ser utilizado - com o que concordo plenamente -, sem o que a tecnologia será uma barreira em vez de uma ferramenta agilizadora, motivadora, produtiva. Por fim, você aponta que não dá para ignorar a tecnologia hoje, afinal nossos estudantes devem preparar-se tendo em vista sua inserção no mundo, onde certamente vão precisar "analisar tecnologias, aprender a utilizá-las no seu trabalho e ajudar a disseminá-las", isto como tarefa que vai repetir-se indefinidamente.

Comentarista 3: Podemos afirmar que a cada dia nós utilizamos mais a tecnologia e a cada dia aparecem novas ferramentas, aplicações e equipamentos. Acredito sim que as tecnologias digitais possam potencializar e melhorar o ensino, porém temos que lembrar de alguns pontos positivos e negativos:- As tecnologias servem como um facilitador; - É preciso envolver os alunos para que as tecnologias não sirvam para dispersão; - As tecnologias, de modo geral, ainda são caras, impossibilitando o acesso a todos; - A tecnologia permite o acesso à informação, mais abrangente. Enfim, existem muitos pontos e experiências mostrando que o uso das tecnologias é um caminho sem volta. Porém, como tudo tem que ser usado com cuidado e deve ser guiado.

O comentarista 3 traz a questão da dispersão, corroborando com os problemas citados por Gonsales (2013) na Seção 3.2. Ele aponta também o uso de tecnologia como um caminho sem volta, citado por mim na Seção 1.1.

Comentarista 4: Creio que as Tecnologias Digitais só serão efetivamente ferramentas que auxiliam o processo ensino e aprendizagem quando houver uma combinação perfeita entre a oferta dessas ferramentas (hardware e software) e o conhecimento pedagógico dos profissionais envolvidos no processo. Potencializar o uso dessas tecnologias só é possível quando o professor consegue enxergar a sua ciência sendo mostrado de uma outra maneira diferente da tradicional.

O comentarista 4 confirma uma das cinco dimensões apontadas por Dimaggio *et al.* (2001) como responsáveis por fazer a diferença quando se utilizam adequadamente as Tecnologias Digitais na Educação, citadas na Seção 4.4.

Questão 2: Possibilidades/Restrições das Tecnologias Digitais?

Proponho para exposição e discussão as possibilidades e as restrições oferecidas pelas tecnologias digitais.

Comentarista 1: A meu ver, são várias as possibilidades e restrições:

Possibilidades:

As tecnologias estão presentes na maioria das escolas

Há várias propostas de trabalhos com o uso de tecnologias nas diversas áreas

Os professores, aos poucos, estão sendo formados com a perspectiva de fazerem uso das tecnologias no ensino.

Alguns softwares são gratuitos e o professor pode fazer uso.

As tecnologias estão no dia a dia das pessoas e são fonte de motivação para estudo quando bem orientadas e usadas.

Gradualmente, as pessoas estão tendo condições financeiras de acesso as tecnologias.

Restrições:

Ainda há escolas com poucos recursos tecnológicos

Professores presos a métodos tradicionais de ensino. Concepção Baldista de ensino (Marcelo Câmara) e resistentes ao uso das tecnologias.

Funcionamento limitado das tecnologias.

Não aceitação de certos programas disponíveis nas escolas (Ex: linux)

Falta de acesso as tecnologias pela grande maioria dos alunos.

Softwares caros.

Falta de tempo por parte do professor para planejar uma aula na perspectiva de uso da tecnologia.

Falta de experiência com o trabalho auxiliado por tecnologias.

Muitos alunos por turma para dar aula.

Falta de hábito quanto ao uso das tecnologias tanto por parte dos alunos como professores.

Proponente da questão: Novamente, muito boa sua intervenção. Acrescento, no que tange às possibilidades: 1) diminuição do tempo de execução de determinadas tarefas, como cálculos enfadonhos e tarefas repetitivas; as TD nos liberam disto, fazendo com que nos concentremos em tarefas mais criativas, de análise, de experimentação, de resposta às questões propostas por nossos estudantes, desenvolvimento de projetos, etc.; 2) possibilidade de experimentação: o fato de podermos mudar parâmetros de uma dada solução e o software refazer imediatamente um dado gráfico, por exemplo, possibilita que reforcemos a aprendizagem; 3) possibilidade de realizar simulações, de realizar análise do tipo "E se...", possibilitando analisar comportamentos, sem perda de tempo, nem necessidade de utilizar material físico. A utilização de simuladores já vem sendo utilizada em treinamento de pilotos na aviação aérea, naval, pilotagem de carro (as autoescolas agora têm que possibilitar treinamento de motoristas, começando pela utilização de simuladores; é uma exigência da legislação de trânsito). Estes pontos constituem uma outra visão que podem ser acrescentados ao que você expôs. Agradeço a colaboração.

Comentarista 2: Ao meu ver, à medida que se aumentam as possibilidades (laboratórios digitais, formação continuada), as restrições aparecem na mesma proporção. Quantos laboratórios digitais ficam obsoletos pela falta de uma formação adequada aos profissionais envolvidos e mesmo quando as formações continuadas surgem de forma constante, ainda há muita resistência por parte de professores para se adaptarem a essas novas tecnologias.

Como imigrantes tecnológicos precisamos nos adaptar com a maior brevidade, pois nossos alunos, emergentes tecnológicos, convivem diariamente com todas essas novas tecnologias. Sendo assim, explorar esse universo, traz novas perspectivas metodológicas para o ensino em todas as áreas.

A afirmação inicial do comentarista 2 acima é discutível: aumentar as possibilidades em uma dimensão faz com que as restrições cresçam na mesma proporção. Não necessariamente é assim. Na parte final de seu comentário, ele corrobora a possibilidade de inovação pedagógica defendida por Area (2006), apresentada na Seção 3.1.

Proponente da questão: Uma maneira de atenuar a resistência do professor seria por meio de formação continuada, que garantisse que ele se convencesse que a tecnologia escolhida possibilita melhorar a qualidade do seu trabalho, com ganhos de aprendizagem de seus estudantes. Enquanto ele não se convence disto, vejo que a adesão não ocorre no nível esperado.

Comentarista 3: As Tecnologias Digitais possibilitam a democratização de um dos maiores bens que a humanidade possui, a INFORMAÇÃO. Porém a absorção dessa informação fica aquém do esperado em determinados setores, como por exemplo na educação, onde ainda ocorrem dificuldades de absorvê-las num processo de ensino e aprendizagem.

O comentarista 3 destaca o valor da informação, corroborando o que afirmei na Seção 1.1, ao mencionar a “era da informação” hoje vivenciada.

Proponente da questão: Sim, este é o papel que nos cabe (como pesquisadores) - fazer a disseminação, mostrar a importância, produzir trabalhos que atestem a relevância, provar que os ganhos de aprendizagem são consideráveis, que motivam a participação dos estudantes, que fazemos mais em menos tempo, etc.

Questão 3: Trabalho cooperativo viabilizado por meio de tecnologia

Solicito que os colegas socializem situações em que fizeram avançar o trabalho da dupla por meio de alguma tecnologia digital qualquer (celular, facebook, twitter, chat, e-mail, etc), em especial destacando a importância da tecnologia como viabilizadora/propiciadora do desenvolvimento do trabalho.

Sugiro que a socialização seja feita neste fórum por meio do relato, o mais detalhado possível, da situação registrada.

Comentarista 1: Eu e meu colega necessitamos usar recursos tecnológicos para realizar nossas tarefas da disciplina de MM em função de estarmos em locais diferentes no final de semana. (Belém - um e Breves - outro). Assim compartilhamos materiais pesquisados através de e-mail. Discutimos nosso problema por telefone.

O comentarista 1 da questão 3 afirma que, por morar em cidade diferente de seu par, precisou compartilhar materiais por e-mail e/ou telefone, reforçando a importância da comunicação em trabalhos cooperativos, apontado por Kenski (2007).

Comentarista 2: O nosso trabalho (meu e do meu colega) foi desenvolvido no final de semana por meio de e-mail e telefone, onde tiramos nossas dúvidas e demos nossa contribuição. Quero relatar que os meios tecnológicos nos auxiliaram muito na construção do trabalho e sem esses recursos teríamos demorado mais tempo para finalizar o trabalho.

O comentarista 2 da questão 3 destaca a importância das Tecnologias Digitais em abreviar a elaboração de trabalho colaborativo, fato mencionado por mim na Seção 3.1.

Comentarista 3: Em nossas atividades foram utilizadas as ferramentas tecnológicas por morarmos distante um do outro (mais o celular e o WhatsApp). Trocamos também emails para socializarmos as atividades elaboradas por nós, no entanto não tivemos nenhum impasse e sim com a internet que estava as vezes muito lenta.

Comentarista 4: Eu e meu colega trocamos mensagens por e-mail, através do moodle, nos ligamos e fizemos pesquisas via Internet.

A tecnologia foi importante para podermos nos comunicar e socializar conhecimento, sem precisar estarmos fisicamente próximos, também pudemos delegar tarefa um ao outro a distância. Como a disciplina ainda não terminou, ainda manteremos contato através do uso da tecnologia, haja vista que Ricardo e eu residimos em cidades diferentes.

Obs.: Manterei você informado sobre as tecnologias que usaremos e como elas estão influenciando nosso contato.

O comentarista 4 acima menciona a troca de mensagens por e-mail , pela sala virtual do Moodle, sem necessidade da proximidade física.

Comentarista 5: Bom, como minha colega no período da disciplina estava sem acesso a internet, nos comunicamos via mensagens pelo celular, basicamente distribuindo tarefas para dar andamento nas atividades propostas.

Questão 4: Quais são suas expectativas em relação ao uso da plataforma Moodle?

Comentarista 1: A ferramenta é excelente e aponta para onde devemos caminhar de modo a explorar o que tecnologicamente está disponível. É óbvio que há caminho a trilhar para alcançar toda a potencialidade da ferramenta. Não dispomos da estrutura necessária, ainda. Mas é importante porque vislumbramos um caminho que nos permite explorar a conectividade do mundo presente.

Com o ambiente virtual e a onipresença das tecnologias digitais ampliamos no tempo e no espaço a sala de aula. Se de um lado isto favorece enormemente nossos educandos, pelo que lhes possibilita a interação educador-educando e educando-educando, nos traz exigências novas. Uma delas é conseguir dar resposta a todas as demandas que a tecnologia favorece (ao diminuir a distância transacional educador-educando).

Quanto mais interação houver, mais possibilidade de aprendizagem haverá. É perfeito para a cooperação no desenvolvimento de projetos e solução colaborativa de problemas.

Por fim, além dos recursos para interação entre os participantes (síncrona – *chat* e assíncrona – *e-mail*), a ferramenta registra todos os eventos que ocorrem durante a realização de uma dada disciplina que, sem ela, exigia esforço considerável do docente, e registra toda a interação que ocorre entre os participantes. Desta forma, como tudo fica registrado, os estudantes se manifestam – as omissões são percebidas naturalmente.

5.4.5 Análise dos Dados das Postagens

Propus à turma as questões listadas. Meus comentários já foram feitos ao que disseram. Aparecem com o rótulo “proponente da questão”. A turma mesmo não propôs nenhuma questão para discussão. Eu iniciei todas as questões e recolhi os comentários listados.

Além da criação e da apresentação do ambiente Moodle para a turma, houve também exposição sobre o blog do Grupo de Estudos de Modelagem Matemática (GEMM) do PPGECEM, que se encontra hospedado no blogspot. com. Mas, talvez motivado pelo número de tarefas e o pouco tempo para desenvolvê-las, não houve registro de nenhuma postagem neste ambiente feita pelos estudantes.

5.5 Alguns *Insights* sobre a Modelagem Matemática Percebidos

Durante as aulas, anotei alguns *insights* sobre a Modelagem que, pela sua propriedade, não podem ser perdidos. Por isso, registro-os nesta seção.

A Modelagem é uma estratégia que tem como objetivo resolver algo que não se conhece. Dado o problema, o estudo necessário vai descortinando os assuntos (conteúdos) exigidos para a modelagem. Portanto, não se partem de conteúdos

determinados: os assuntos vão se impondo, à medida que o processo de modelagem avança. Se dado assunto não é conhecido, então ele é estudado para dar conta da solução do problema. Portanto, com esta abordagem, como os assuntos afloram naturalmente, não há e não faz sentido a prescrição de sequência ordenada de conteúdos. Biembengut e Hein (2009, p. 12) aduzem que, além do conhecimento de matemática, o modelador precisa de “intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas”.

A Modelagem impõe a realização de pesquisa mais intensa na fase inicial para obtenção do conhecimento relevante para a solução do problema, mas isto pode ocorrer ao longo de todo o processo, até que o modelo proposto seja validado. Portanto, o processo não se esgota quando se chega a um modelo: na validação, pode-se concluir que ele é insuficiente ou incompleto. Neste caso, volta-se ao passo inicial, para obter mais conhecimento sobre o assunto tratado e novos modelos podem ser elaborados (ALMEIDA *et al.*, 2011).

Como a Modelagem tem amparo em problemas do cotidiano, da realidade, enseja debate social e crítico das questões suscitadas (SKOVSMOSE, 2011) (BASSANEZI, 2009).

A Modelagem no ensino, de certa forma, traz o que o matemático aplicado faz para a sala de aula, com olhar pedagógico.

Para a aplicação adequada da Modelagem há necessidade de que o modelador tenha cultura matemática, aliada à sensibilidade para a abordagem criativa dos problemas (BIEMBENGUT e HEIN, 2009).

A Modelagem como estratégia de ensino é altamente motivadora pela possibilidade de envolvimento e mobilização dos participantes; no entanto, é preciso registrar que é um processo que caminha lentamente.

Nesta abordagem do problema, há exigência de criatividade de como tratá-lo. Em contraponto, de certa forma, a abordagem tradicional de ensino inibe a criatividade, ao cingir o estudo ao tratamento matemático, com ênfase nas operações de cálculo e manipulações, distanciadas dos problemas reais (BASSANEZI, 2009).

A Modelagem é profícua como abordagem de ensino quando realizada em grupo. A interação entre os estudantes para a concretização do trabalho de

modelagem é benéfica para a aprendizagem, pelo que suscita de pesquisa, debate, argumentação e contra-argumentação. Em razão disto, o ambiente das salas de aula precisa de adaptação, que dê conta do protagonismo exigido dos estudantes, em contraponto à passividade do ensino tradicional. Carteiras individuais, enfileiradas, não constituem o ambiente ideal para esta abordagem: como os trabalhos se desenvolvem em grupos, o ideal é a arrumação dos grupos de estudantes em mesas (BIEMBENGUT e HEIN, 2009).

Outro aspecto importante é a transversalidade da Modelagem, em que o conhecimento é visto como um todo, possibilitando que várias perspectivas sejam analisadas – como acontece na realidade, em que os problemas se apresentam indivisos. Em particular, o conhecimento matemático emerge de modo natural. Essencialmente, quando se emprega Modelagem, enfatiza-se análise e reflexão durante o processo, fatores preponderantes para aprendizagem.

Como o trabalho com Modelagem tem base na realidade, é conveniente fazer a associação dos parâmetros do modelo proposto (fórmulas, gráficos, tabelas, textos descritivos) com os seus significados reais. Quando o estudante consegue fazer a passagem de uma forma de registro para outra, depreende-se que seu conhecimento é mais sólido. Ou seja, partindo do registro textual, se ele consegue passar para o registro geométrico ou algébrico; partindo do registro tabular, se ele consegue traduzir para o registro geométrico ou algébrico. Da mesma forma, quando isto se dá no nível de problemas, é a chamada transferência de contextos. “A transferência ocorre quando o aprendiz conhece e compreende os princípios subjacentes que podem ser aplicados a problemas já conhecidos ou parcialmente conhecidos, em novos contextos. Dedução, indução e analogia são variações do processo de racionalização na solução de um problema”. (CAMPOS *et al*, 2003, p. 68). O mecanismo usado neste processo acessa informações relevantes na memória de longo prazo, e outros que tentam mapear o novo problema na rede de conhecimentos prévios, para criar uma representação interna do problema que está sendo resolvido (*op. cit.*).

E podem-se analisar mudanças nestes parâmetros e os reflexos no modelo. Da mesma forma, atenção deve ser dada aos limites de validade destes parâmetros para sua adequação ao fenômeno real. Pode-se também aproveitar para rever ou introduzir a abordagem de conceitos ainda não tratados. A discussão sobre as

hipóteses que baseiam o modelo proposto pode ensejar diálogo enriquecedor para a aprendizagem dos estudantes. O paralelo que se pode fazer entre o argumento matemático e o argumento físico é elemento enriquecedor para as discussões de determinados fenômenos.

Com relação ao uso das Tecnologias Digitais, havendo desconhecimento ou inabilidade no uso do software utilizado na modelagem, inevitavelmente isto pode comprometer a aprendizagem e, mesmo, determinar a falta de clareza e correção na elaboração do modelo. Neste caso, o software, em vez de ser uma ferramenta útil, passa a constituir-se obstáculo. Portanto, a utilidade deixa de existir neste caso. Um dos participantes chegou a comentar que não utiliza o recurso computacional para “não passar vergonha”. Tal qual Araújo (2002, p. 85) relata, passando a palavra a uma aluna-sujeito de sua pesquisa:

Eu não entendo muito de computadores, não manjo muito, então... eu precisava me esforçar mais ainda pra usar o computador. Que nem a gente já teve aula de Cálculo no computador, tudo muito rápido, o gráfico aparece na hora, assim. Mas eu preciso me familiarizar, sei lá... com os comandos, com as coisas. Porque eu acho que, às vezes, eu demoro *mais pra entender, pra fazer o comando, do que se eu fosse fazer na mão mesmo.* (grifo nosso).

Não se pode ignorar também um fato: de modo geral, os pacotes de software apresentam limitações para a representação de números. Por exemplo, a representação dos números irracionais é feita de maneira parcial.

Durante toda a condução da disciplina, a utilização da tecnologia digital foi etapa constante do processo de Modelagem. Aliás, isto é um pressuposto nesta pesquisa.

Para evitar a exclusão que pode ocorrer na sala de aula – o fato de o professor direcionar sua atenção para os que sabem mais -, ele, ao contrário, concentrar-se-ia naqueles que demonstram saber menos, buscando trazer estes estudantes para nível mais próximo de conhecimento dos demais, por meio de estratégias específicas voltadas para o que a avaliação processual apontou (PILETTI, 2000).

Na modelagem como estratégia de ensino, a elaboração do modelo não é o único objetivo: o processo que leva ao modelo é que é realmente importante. Afinal, este percurso possibilita a criação de um ambiente favorável à aprendizagem, pelo choque de ideias, pela argumentação, pela busca do saber necessário à concretização do trabalho, permitindo que todos os pontos importantes indutores da

aprendizagem mencionados por Demo (2008) – e que foram listados na Seção 2.1 – sejam concretizados.

A tecnologia digital incorpora grande contribuição no processo de Modelagem, na medida em que ajuda na construção e também na discussão e validação do modelo elaborado.

O ambiente Moodle destina-se a congregar as atividades das turmas de um professor, permitindo a interação entre os participantes e o seu registro, visando fortalecer a aprendizagem.

Em seguida, são apresentadas as considerações finais da tese.

Capítulo 6 – Considerações Finais

O objetivo deste capítulo é apresentar as conclusões da pesquisa realizada. Como a investigação envolveu múltiplos assuntos, cabe realçar o que se pôde depreender das observações feitas.

Sobre a Modelagem Matemática: destacou-se a necessidade de que o processo fosse conduzido com a preocupação de parte do professor de avaliar continuamente o trabalho feito pelos grupos. Foi realçado que a modelagem, como estratégia de ensino, não ocorre como trabalho solitário – antes, é um trabalho colaborativo. Para que a cooperação resulte em aprendizagem, é necessário que o professor acompanhe sistematicamente os trabalhos de modelagem produzidos nas suas fases principais. Aqui, adotei a técnica de avaliação formativa como etapa integrante do processo de modelagem, como forma de assegurar que as dificuldades encontradas pelos grupos de trabalho fossem superadas adequadamente, como também permitir que o professor desse a orientação necessária neste ponto do percurso.

Sobre as tecnologias digitais: foram analisadas as principais potencialidades da utilização destas tecnologias na Educação; da mesma forma, os argumentos dos críticos deste uso foram revistos, atrás de confirmar sua pertinência, sua exatidão, seus condicionantes. Como resultado deste estudo em particular, chegou-se a um conjunto de condicionantes para que o emprego da tecnologia tenha a devida eficácia na Educação. Os principais pontos deste conjunto são: envolvimento dos professores em todas as etapas de aquisição da tecnologia, apropriação, implantação, domínio (decorrente de treinamento), existência de suporte, disponibilidade de infraestrutura, análise prévia da forma adequada de como será utilizada pedagogicamente.

Sobre a Modelagem e as tecnologias digitais: sugeriu-se a incorporação de uma etapa formal no processo de modelagem para utilização das tecnologias digitais (quer dizer: pressupõe-se utilização pelos participantes da turma de *desktop*, *notebook* ou *netbook*, com internet, pacote de software para modelagem, para simulação, para produção de documentos, produção de apresentações, produção de filmes, produção de fotos, produção de sítios, disponibilização de ambiente virtual para socialização e produção cooperativa de conhecimento).

6.1 Conclusões

Com base nas considerações expostas, a metodologia de trabalho proposta foi aplicada, para apreciação.

A primeira questão norteadora da pesquisa (pressupostos para potencialização da aprendizagem de Matemática com utilização de Modelagem e tecnologias digitais) foi respondida da seguinte maneira: trazer para a sala de aula os computadores (a mobilidade hoje permite isto); o professor indica o software de que precisa para sua prática docente na sala de aula; as cinco dimensões sugeridas por DiMaggio *et al.* (2001) para se utilizar adequadamente as Tecnologias Digitais na Educação (apresentadas na Seção 4.4). Da mesma forma, apoiado em Ponte e Simões (2013), garantir que os dois níveis de utilização de TD sejam realidade. Quero referir, em especial, no primeiro nível a frequência de uso das TD, visto que a duração da experiência digital é preponderante para garantir habilidade de uso e, no segundo nível, que é dado pela capacidade que o estudante tem de executar tarefas, assegurar que atinja o estágio de utilizador pleno. Isto significa capacidade de utilizar recursos interativos (como as redes sociais) e o emprego de pacotes de software.

A segunda questão norteadora da pesquisa (medida da potencialização da aprendizagem nas condições postas) foi respondida positivamente, com base nas seguintes evidências da pesquisa realizada:

- todos os trabalhos de modelagem desenvolvidos, independentemente de ter ou não início algo claudicante, tiveram resultados corretos; isto decorreu de se partir de um ambiente propício à aprendizagem, com forte interação entre professor e os estudantes e entre eles mesmos, reforçando a importância da cooperação para levar à aprendizagem;

- quando ocorreu de os trabalhos não caminharem adequadamente, foi possível no transcurso do tempo de realização da disciplina, promover as melhorias necessárias, com envolvimento e contribuição de todos os participantes; neste interregno, ambiente de colaboração estabeleceu-se, favorecendo grandemente a aprendizagem, a partir da cooperação e das discussões realizadas.

- foi perceptível o nível de aprendizagem desde a abordagem inicial até a finalização dos trabalhos, constatando-se evolução com base nos registros das sessões e nas diferentes versões produzidas;

– o ambiente criado com base na modelagem e tecnologias digitais, por sua característica de oferecer múltiplos meios de exercitação de ferramentas e de linguagens de representação, ratificou sua importância para conseguir ganhos de aprendizagem, seja por incentivar a pesquisa a ser realizada pelo estudante, pela exigência de leitura de referências que embasem os modelos construídos, seja pela formalização de um documento que apresente o trabalho em todas as suas etapas, com a fundamentação necessária e chance de elaboração própria dos participantes envolvidos; por fim, a exposição à turma, exercita a capacidade de argumentação e contra-argumentação, levando à aprendizagem no nível desejado, o qual se faz pela capacidade de exercitação da assimilação de conhecimentos, de comunicação escrita e oral, de síntese, de recriação do conhecimento e, quiçá, de criação de conhecimento novo a partir das conclusões e experiências extraídas com os trabalhos desenvolvidos.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. **Discussões sobre “Como fazer” Modelagem Matemática na Sala de Aula**. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BESOGNIN. (Org.). *Práticas de Modelagem Matemática: Relatos de Experiências e Propostas Pedagógicas*. Londrina: Eduel, 2011.
- ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. C. **Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações**. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística, 2000.
- ARAÚJO, J. de LOIOLA. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as Discussões dos Alunos**. 2002. 173f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP).
- ARAÚJO, J. de LOIOLA; BORBA, M. de C. **Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática**. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de LOIOLA (org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Tendências em Educação Matemática).
- ARAÚJO, J. de LOIOLA; FREITAS, W. S.; SILVA, A. C. **Construção Crítica de Modelos Matemáticos: uma Experiência na Divisão de Recursos Financeiros**. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. de L. ; BISOGNIN, E. *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Londrina: Eduel, 2011.
- AREA, M. **Vinte Anos de Políticas Institucionais para Incorporar as Tecnologias da Informação e Comunicação ao Sistema Escolar**. In: SANCHO, J. M.; HERNÁNDEZ, F. *Tecnologias para Transformar a Educação*. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- BALDIN, Y. Y. **Uso de Tecnologia como Ferramenta Didática no Ensino Integrado**. In: CARVALHO, L. M.; CURY, H. N. *et al.* *História e Tecnologia no Ensino da Matemática*. Vol. II. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. 2008.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática e a Perspectiva Sociocrítica**. In: *Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. 2003. Santos. Anais: São Paulo: SBEM, 2003. 1CD-ROM.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma Nova Estratégia**. 3ª ed. São Paulo: Contexto. 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Temas & Modelos**. Santo André: UFABC, [s. d.].
- BARATO, J. N. **Escritos sobre Tecnologia Educacional & Educação Profissional**. São Paulo: Senac, 2002.
- BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática?** *Ketetiké*, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.
- BICUDO, M. A. V. **Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa segundo a Abordagem Fenomenológica**. In: BORBA, M. C. & ARAÚJO, J. L. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2009.

- BORBA, M. C. **Dimensões da Educação Matemática a Distância**. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. 2ª ed. São Paulo: Cortez. 2005.
- BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de LOIOLA. **Introdução**. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de LOIOLA (org.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Tendências em Educação Matemática).
- BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S. **Diferentes Formas de Interação entre Internet e Modelagem: Desenvolvimento de Projetos e o CVM**. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: Pesquisas e Práticas Educacionais. Recife: Sbem, 2007, p.195-211. (Biblioteca do Educador Matemático). V.3.
- BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação a Distância Online**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2008.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. **Estabelecendo Critérios para Avaliação do Uso de Modelagem em Sala de Aula: Estudo de um Caso em um Curso de Ciências Biológicas**. In: BORBA, M. C. *et al.* Calculadoras Gráficas e Educação Matemática. Rio de Janeiro: Art Bureau, 1999.
- BOURDIEU, P. **O Campo Científico**. In: ORTIZ, R. (org.). Sociologia. São Paulo, Ática, 1983.
- BURIASCO, R. **Sobre Avaliação em Matemática: uma Reflexão**. In: Educação em Revista. Belo Horizonte: n. 36, dez/2002.
- CAMPOS, F. C. A.; SANTORO, F. M.; BORGES, M. R. S.; SANTOS, N. **Cooperação e Aprendizagem On-line**. Rio de Janeiro: DP&A. 2003. (Coleção Educação a Distância).
- CARR, N. **IT Doesn't Matter**. In: Harvard Business Review. 2004.
- CARR, N. **Será que TI é tudo?: Repassando o Papel da Tecnologia da Informação**. São Paulo: Gente, 2009.
- CARVALHO, F. C. A. & IVANOFF, G. B. **Tecnologias que educam: ensinar e aprender com tecnologias da informação e comunicação**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- CGI. **TIC Educação 2010. Pesquisa sobre o Uso das TIC no Brasil**. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2013. Disponível em www.cetic.br/educacao/2010. Acesso em 25/8/2013.
- CGI. **TIC Kids Online Brasil 2012: Pesquisa sobre o Uso da Internet por Crianças e Adolescentes**. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2013. Disponível em www.cetic.br/publicacoes/2012. Acesso em 25/8/2013.
- COSTA, R. **A Escola de 2014, 2016 e 2018**. In: Revista IstoÉ. No. 1544, p. 66-69.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: Métodos Qualitativo, Quantitativo e Misto**. 3ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- CURI, E. & ALLEVATO, N. S. G. (org.). **Pesquisas e Práticas em Educação: matemática, Física e Tecnologias Computacionais**. São Paulo: Terracota, 2009.
- D'AMBROSIO, U. **Prefácio**. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de LOIOLA (org.). Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Tendências em Educação Matemática).
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da Teoria à Prática**. 18ª ed. Campinas: Papirus. 2009. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

- DAMIANI, M. F. **A Teoria da Atividade como Ferramenta para Entender o Desempenho de Duas Escolas de Ensino Fundamental**. Disponível em: <http://stoa.usp.br/gepespp/files/3115/17416/Teoria+da+Atividade+como+ferramenta+para+entender++o+desempenho+de+duas+escolas+de+EF.pdf>. Acesso em 28/8/2013.
- DELLA NINA, C. T. **Modelagem Matemática e Novas Tecnologias: uma Alternativa para a Mudança de Concepções em Matemática**. 2005. Monografia. (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – PUC/RS, Porto Alegre.
- DE MASI, D. **O Futuro do Trabalho: Fadiga e Ócio na Sociedade Pós-industrial**. 4ª ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 2000.
- DEMO, P. **Metodologia do Conhecimento Científico**. São Paulo: Atlas, 2000.
- DEMO, P. **Formação Permanente e Tecnologias Educacionais**. Petrópolis: Vozes, 2006. (Coleção Temas Sociais).
- DEMO, P. **Educação Hoje: “Novas” Tecnologias, Pressões e Oportunidades**. São Paulo: Atlas. 2008.
- DEMO, P. **Desafios Modernos da Educação**. 15ª ed. Petrópolis: Vozes, 2009a.
- DEMO, P. **Ser Professor é Cuidar que o Aluno Aprenda**. 6ª ed. Porto Alegre: Mediação, 2009b.
- DEPRESBITERIS, L. **Avaliação de Aprendizagem – Revendo Conceitos e Posições**. In: Sousa, C. P. de. (org.). *Avaliação do Rendimento Escolar*. 2ª ed. Campinas: Papyrus, 1993. (Coleção Magistério: Formação e trabalho pedagógico).
- DINIZ, L. do N. **O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática**. 2007. Monografia. (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro/SP.
- DIMAGGIO, H *et al.* **Social Implications of the Internet**. In: *Annual Review of Sociology*, n. 27, p. 307-336, 2001.
- DUARTE, N. **Vygotsky e o “aprender a aprender”:** crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. Campinas: Autores Associados, 2000.
- DUARTE, N. **Sociedade do Conhecimento ou Sociedade das Ilusões?** Campinas: Autores Associados, 2003.
- DWYER, T.; WAINER, J.; DUTRA, R. S.; *et al.* **Desvendando Mitos: os Computadores e o Desempenho no Sistema Escolar**. *Educ. Soc.* Campinas, vol. 28, n. 101, p. 103-1328, set./dez. 2007. Disponível em: <[HTTP://www.cedes.unicamp.br](http://www.cedes.unicamp.br)>. Acesso em 20/3/2010.
- ENGESTRÓM, Y. **Expansive Learning at Work: Toward an Activity Theoretical Reconceptualization**. In: *Journal of Education and Work*. V. 14, n.1, p. 133-156, 2001. Disponível em <http://www.informaworld.com/smpp/title-content=t713430545>. Acesso em 15/03/2013.
- FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário Aurélio**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1975.
- FIGUEIREDO, D. F.; KATO, L. A. **Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula**. In: *Revista Acta Scientiae*. Canoas: v. 14, n. 2, p. 276-294, mai/ago/2012.
- FIGUEIREDO, D. F. **Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula**. 2013. 134f.

- Monografia (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá/PR, Maringá.
- FISCHER, M. C. B. **Os Formadores de Professores de Matemática e suas Práticas Avaliativas**. In: VALENTE, W. R. (org.). *Avaliação em Matemática: História e Perspectivas Atuais*. Campinas: Papirus, 2008.
- FREJD, P. **Modes of Modelling Assessment – a Literature Review**. In: *Educational Studies in Mathematics*. Springer: Vol. 84, p. 413-418, 2013.
- FURTADO, A. B. **Programação Estruturada em COBOL**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Campus, 1984.
- FURTADO, A. B. e COSTA JR, J. V. **Prática de Análise e Projeto de Sistemas**. Belém: abfurtado.com.br, 2010.
- FURTADO, A. B. & ESPÍRITO SANTO, A. O. **Bases Epistemológicas da Pesquisa em Educação Matemática com Modelagem Matemática e Utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação**. In: *Anais da VII CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*. Belém: GEMM/IEMCI, 2011.
- FURTADO, A. B. **Debate Temático III: Modelagem Matemática e as TICs**. In: *Anais do IV EPAMM – Encontro Paraense de Modelagem Matemática*. Castanhal: GEMM/Faculdade de Matemática, 2012a.
- FURTADO, A. B. **Modelagem Matemática e outras Tendências em Educação Matemática**. *Anais do IV EPAMM – Encontro Paraense de Modelagem Matemática*. Castanhal: GEMM/Faculdade de Matemática, 2012b.
- FURTADO, A. B. & VASCONCELOS, V. **Curso de Construção de Algoritmos (com Java)**. Belém: abfurtado.com.br, 2013.
- GARCIA, R. L. **Um currículo a favor dos alunos das classes populares**. In: *Cadernos CEDES*. São Paulo: Cortez, p. 45-52, 1984.
- GIRALDO, V. e CARVALHO, L. M. **Uma Breve Revisão Bibliográfica sobre o Uso de Tecnologia Computacional no Ensino de Matemática Avançada**. In: CARVALHO, L. M.; CURY, H. N. *et al.* *História e Tecnologia no Ensino da Matemática*. Vol. II. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. 2008.
- GOMES, P. **Game de Matemática chegará a 500 mil alunos**. São Paulo: O Estado de São Paulo, Portal Porvir, 13/12/2012.
- GÓMEZ, A. P. **Entrevista a Amanda Polato**. Rio de Janeiro: Revista Época, ed. 21/5/2013.
- GONSALES, P. **Tecnologias Digitais na Escola: Driblando Inconvenientes**. São Paulo: O Estado de São Paulo. Portal Porvir, 04/2/2013.
- HOFFMANN, J. M. L. **Pontos e Contrapontos: do Pensar ao Agir em Avaliação**. Porto Alegre: Mediação, 1998.
- HOFFMANN, J. M. L. **Avaliação: Mito e Desafio: uma Perspectiva Construtivista**. 35ª ed. Porto Alegre: Mediação, 2005.
- HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.
- IOSCHPE, G. **O Que o Brasil Quer Ser Quando Crescer?** São Paulo: Paralela, 2012.
- JUNG, C. F. **Metodologia para Pesquisa & Desenvolvimento Aplicada a Novas Tecnologias, Produtos e Processos**. Rio de Janeiro: Axcel Books, 2004.
- KHAN, S. **Um Mundo, uma Escola**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013.
- KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. 5ª ed. Campinas: Papirus, 2007 (Coleção Papirus Educação).

- KOMOSINSKI, L. J. **Um Novo Significado para a Educação Tecnológica fundamentado na Informática como Artefato Mediador da Aprendizagem**. 2000. 146f. Tese (Doutorado em Engenharia da Produção) – Departamento de Engenharia da Produção – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- LAUDON, K. C. e LAUDON, J. P. **Sistemas de Informação Gerenciais**. 7ª Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall. 2007.
- LÉGE, J. **To model, or to let them model? That is the Question!** In: BLUM *et al.* Modelling and Applications in Mathematics Education, (s. l.): (s. ed.), 2007.
- LEITE, L.S.; POCHO, C. L.; *et al.* **Tecnologia Educacional: descubra suas possibilidades na sala de aula**. 2ª ed. Petrópolis: Vozes. 2003.
- LEONTIEV, A. N. **The Problem of Activity and Psychology**. In: LEONTIEV, A. N. Activity, Consciousness, and Personality. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1978, p. 45-74. Disponível em: <http://communication.ucsd.edu/MCA/Paper/leontev/Leontev3.pdf>. Acesso em 20/02/2013.
- LEPELTALK, J. e VERLINDEN, C. **Ensinar na Era da Informação: Problemas e Novas Perspectivas**. In: DELORS, J. (org.). A Educação para o Século XXI. Porto Alegre: Artmed. 2005.
- LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: o Futuro do Pensamento na Era da Informática**. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1999.
- LIMA, A. L. D. **TIC na Educação no Brasil: o Acesso vem Avançando. E a Aprendizagem?** In: Comitê Gestor da Internet no Brasil. Pesquisa sobre o Uso das TIC no Brasil: TIC Educação 2010. São Paulo: CGI, 2011. Disponível em www.cetic.br/educacao/2010. Acesso em 25/8/2013.
- LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic Inquiry**. Califórnia: Sage Publications, Inc., 1985.
- LOPES, C. E. **Discutindo Ações Avaliativas para as Aulas de Matemática**. In: LOPES, C. E. e MUNIZ, M. I. S. M. (org.). O Processo de Avaliação nas Aulas de Matemática. Campinas: Mercado de Letras, 2010 (Série Educação Matemática).
- LORDELO, C. **On-line Pode Ser Melhor que Curso Presencial**. São Paulo: O Estado de São Paulo. Edição de 31/03/2013.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem: Componentes do Ato Pedagógico**. São Paulo: Cortez, 2011a.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: Estudos e Proposições**. 22ª ed. São Paulo: Cortez, 2011b.
- MONDINI, M. H. de A.; LOPES, C. E. **O Processo da Avaliação no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. In: *Bolema*, Rio Claro, ano 22, no. 33, p. 189-204, 2009.
- MOORE, M. G. **Teoria da Distância Transacional**. Trad. Wilson Azevedo. In: Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância. São Paulo: Agosto, 2002. Disponível em: http://www.abed.org.br/revistacientifica/revista_pdf_doc/2002_teorias_distancia_transacional_michael_moore.pdf. Acesso em 16/8/2013.
- MOREIRA, M. A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

- MORETTO, V. P. **Prova – Um Momento Privilegiado de Estudo – Não de Acerto de Contas**. 5ª ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2005.
- MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. 6ª ed. Campinas: Papirus, 1997 (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).
- MUNIZ, M. I. M. S.; SANTINHO, M. S. **Focalizando o Processo de Avaliação na Formação Contínua de Professores de Matemática**. In: LOPES, C. E. e MUNIZ, M. I. S. M. (org.). *O Processo de Avaliação nas Aulas de Matemática*. Campinas: Mercado de Letras, 2010 (Série Educação Matemática).
- OLIVEIRA, V. R. de. **Desmitificando a Pesquisa Científica**. Belém: EDUFPA, 2008.
- PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- PALLOFF, R. M. e PRATT, K. **O Aluno Virtual: um Guia para trabalhar com estudantes on-line**. Porto Alegre: Artmed. 2004.
- PERRENOUD, P. **Avaliação: da Excelência à Regulação das Aprendizagens – entre Duas Lógicas**. Porto Alegre: ARTMED, 1999.
- PILETTI, C. **Didática Geral**. 23ª ed. São Paulo: Ática, 2000.
- PONTE, C. & SIMÕES, J. A. **Comparando Resultados sobre Acessos e Usos da Internet: Brasil, Portugal e Europa**. In: TIC Kids Online Brasil 2012: Pesquisa sobre o Uso da Internet por Crianças e Adolescentes. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2013. Disponível em www.cetic.br/publicacoes/2012. Acesso em 25/8/2013.
- PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009 (Tendências em Educação Matemática).
- RECUERO, R. **Redes Sociais na Internet**. Porto Alegre: Sulina, 2009 (Coleção Cibercultura).
- RUSSELL, M. K. & AIRASIAN, P. W. **Avaliação em Sala de Aula: Conceitos e Aplicações**. 7ª ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.
- SANCHO, J. M. **De Tecnologias da Informação e Comunicação a Recursos Educativos**. In: SANCHO, J. M.; HERNÁNDEZ, F. *Tecnologias para Transformar a Educação*. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- SANCHO, J. M.; HERNÁNDEZ, F. *et al.* **Tecnologias para Transformar a Educação**. Porto Alegre: Artmed. 2006.
- SANMARTI, N. **Avaliar para Aprender**. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- SIQUEIRA, E. (org.). **Tecnologias que mudam nossa vida**. São Paulo: Saraiva, 2007.
- SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a Gestão da Democracia**. Campinas: Papirus, 2001.
- SMITH, H. W.; GODFREY, R. L.; PULSIPHER, G. L. **As 7 Leis da Aprendizagem: por que grandes líderes também são grandes professores**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- SOUTO, D. L. P. & ARAÚJO, J. L. **Possibilidades Expansivas do Sistema Seres-humanos-com-mídias: um Encontro com a Teoria da Atividade**. In: BORBA, M. C. & CHIARI, A. (org.). *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

- SOUZA, S. Z. L. **Revisando a Teoria da Avaliação da Aprendizagem**. In: Sousa, C. P. de. (org.). *Avaliação do Rendimento Escolar*. 2ª ed. Campinas: Papirus, 1993. (Coleção Magistério: Formação e trabalho pedagógico).
- TALL, D. **Information Technology and Mathematics Education: Enthusiasms, Possibilities and Realities**. Centro de Investigación y Formación en Educación Matemática. Colección Digital Exodus. 2009. Disponível em: <http://www.cimm.ucr.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewArticle/232>. Acesso em 28/3/2012.
- TIKHOMIROV, O. K. **The Psychological Consequences of the Computerization**. In: Werstch, J. *The Concept of Activity in Soviet Psychology*. New York: Sharp, 1981.
- TRUCANO, M. Alguns Desafios para os Formuladores de Políticas Educativas na Era das TIC. In: **TIC Educação 2010. Pesquisa sobre o Uso das TIC no Brasil**. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2013. Disponível em www.cetic.br/educacao/2010. Acesso em 25/8/2013.
- TURBAN, E.; MCLEAN, E.; WETHERBE, J. **Tecnologia da Informação para Gestão: transformando os negócios na economia digital**. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.
- VIEIRA, A. T.; COSTAS, J. M. M.; *et al.* **Gestão Educacional e Tecnologia**. São Paulo: Avercamp. 2003.
- WERNECK, H. **Se Você Finge que Ensina, eu Finjo que Aprendo**. 26ª ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

APÊNDICE A: Questionário aplicado na fase inicial da realização da disciplina

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS - DOUTORADO

Disciplina: Modelagem Matemática

QUESTIONÁRIO PARA COLETA DE CONHECIMENTO PRÉVIO

1) Qual é o seu conhecimento prévio sobre Modelagem Matemática? Se você tem conhecimento prévio sobre esta perspectiva, como a avalia como estratégia de ensino e de aprendizagem?

2) Você utiliza outra perspectiva (Resolução de Problema, Etnomatemática, História da Matemática, etc.) de Educação Matemática? Qual?

3) Qual é o seu conhecimento sobre computação?

- () BÁSICO – usuário eventual de e-mails; procura e obtém informação disponível na Web
- () MÉDIO – usa pacotes básicos (*Word, Excel, Powerpoint, Internet*) e troca mensagens instantâneas, usa redes sociais (*Twitter, Facebook, etc.*)
- () AVANÇADO – acrescenta ao nível anterior conhecimento de programação.

4) Se assinalou conhecimento AVANÇADO na questão anterior, qual é(são) a(s) linguagem(ns) de programação que utiliza?

5) Que software de uso geral você sabe utilizar? Indique todos os que sabe utilizar.

- () Editor de texto Word (ou equivalente)
- () Planilha Excel (ou equivalente)
- () Rede social Facebook
- () Rede social Twitter
- () Plataforma Moodle
- () Powerpoint (ou equivalente)
- () Outro software. Quais? _____

6) Você usa algum recurso computacional para ensinar Matemática?
Se a resposta é SIM, como? Se a resposta é NÃO, por quê?

7) Se a resposta à questão anterior é SIM, identifique o software de Matemática que você utiliza?

- | | |
|--|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Geometer's Sketchpad | <input type="checkbox"/> Grapes |
| <input type="checkbox"/> Cabri-Géomètre | <input type="checkbox"/> Geogebra |
| <input type="checkbox"/> Geometricks | <input type="checkbox"/> Mathematica |
| <input type="checkbox"/> Equation Grapher | <input type="checkbox"/> Maple |
| <input type="checkbox"/> Winplot | <input type="checkbox"/> Matlab |
| <input type="checkbox"/> Outros: Qual(is)? _____ | |

8) Com que frequência você utiliza software educacional em suas aulas de Matemática?

- semanalmente
- bimestralmente
- quinzenalmente
- não utiliza
- mensalmente
- eventualmente, de acordo com o conteúdo trabalhado.

9) Você utiliza algum *síte* sobre Matemática? Quais?

- | | |
|---------------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> Khan Academy | <input type="checkbox"/> Easyaula |
| <input type="checkbox"/> Veduca | <input type="checkbox"/> Teachthought |
| <input type="checkbox"/> Evobooks | <input type="checkbox"/> Outro(s) _____ |
| <input type="checkbox"/> Descomplica | |

10) Você prepara sozinho suas aulas que utilizam recursos computacionais ou conta com o auxílio de terceiros?

11) Como você avalia sua experiência com o uso de software educacional nas atividades didáticas que desenvolve ou desenvolveu?

12) Você observou alguma melhoria na aprendizagem dos estudantes quando utiliza recursos computacionais?

13) Qual é o conhecimento prévio dos estudantes sobre recursos computacionais?

14) Qual é o seu conhecimento prévio sobre a Plataforma *Moodle*? Tem alguma experiência de utilização?

15) Que aspectos de reforço da aprendizagem dos estudantes, de modo geral, você observa como decorrência do uso de recursos computacionais?

APÊNDICE B – Artigos e dissertação selecionados para estudo pelos participantes

- 1) BIEMBENGUT, MARIA SALETT. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais.** ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.
- 2) ALMEIDA, LOURDES MARIA WERLE DE; BRITO, DIRCEU DOS SANTOS. **Atividades de Modelagem Matemática: Que Sentido os Alunos podem lhe atribuir?** Ciência & Educação, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.
- 3) BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico.** In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais. Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- 4) BURAK, DIONÍSIO. **Modelagem Matemática e a Sala de Aula.** (s.l.), (s.d.).
- 5) BARBOSA, JONEI CERQUEIRA. **Modelagem Matemática na Sala de Aula.** Perspectiva, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003
- 6) BASSANEZI, RODNEY C. **Modelagem Matemática: uma Disciplina Emergente nos Programas de Formação de Professores.** UNICAMP – IMECC. Depto. de Matemática.
- 7) DINIZ, LEANDRO DO NASCIMENTO. **O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação.** 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP.
- 8) BARBOSA, JONEI BARBOSA. **Sobre a Pesquisa em Modelagem Matemática no Brasil.** V CNMEM (Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática).
- 9) POSTAL, ROSANE FÁTIMA. **Atividades de Modelagem Matemática visando a uma Aprendizagem Significativa de Funções Afins, fazendo uso do Computador como Ferramenta de Ensino.** 2009. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário UNIVATES. Lajeado/RS. (LIVRE)
- 10) D'AMBROSIO, BEATRIZ S. D. **Como Ensinar Matemática Hoje.** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília, 1989, p. 15-19. (AUGUSTO)

- 11) FERRUZZI, ELAINE CRISTINA. **A Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia.** 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas).