

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS**

AUGUSTO FERGUSSON DOS SANTOS JÚNIOR

**AÇÕES AVALIATIVAS EM AMBIENTE DE ENSINO E
APRENDIZAGEM GERADO PELA MODELAGEM
MATEMÁTICA**

**BELÉM
2015**

AUGUSTO FERGUSSON DOS SANTOS JÚNIOR

**AÇÕES AVALIATIVAS EM AMBIENTE DE ENSINO E
APRENDIZAGEM GERADO PELA MODELAGEM
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, sob orientação do professor Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo e co-orientação da professora Dra. Maria Isaura de Albuquerque Chaves.

BELÉM
2015

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Santos Júnior, Augusto Fergusson dos, 1983-
Ações avaliativas em ambiente de ensino e
aprendizagem gerado pela modelagem matemática / Augusto
Fergusson dos Santos Júnior. - 2015.

Orientador: Adilson Oliveira do Espírito
Santo;

Coorientadora: Maria Isaura de Albuquerque
Chaves.

Dissertação (Mestrado) - Universidade
Federal do Pará, Instituto de Educação
Matemática e Científica, Programa de
Pós-Graduação em Educação em Ciências e
Matemáticas, Belém, 2015.

1. Modelos matemáticos - estudo e ensino. 2.
Professores de matemática - formação. 3.
Avaliação. 4. Prática de ensino. I. Título.

CDD 22. ed. 511.8

AUGUSTO FERGUSSON DOS SANTOS JÚNIOR

**AÇÕES AVALIATIVAS EM AMBIENTE DE ENSINO E
APRENDIZAGEM GERADO PELA MODELAGEM
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, submetida à aprovação da banca examinadora composta pelos seguintes membros:

Professor Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
Universidade Federal do Pará
Orientador

Professor Dra. Maria Isaura de Albuquerque Chaves
Universidade Federal do Pará
Co-orientadora

Professora Dra. Elizabeth Gomes Souza
Universidade Federal do Pará
Membro Interno

Professor Dr. Miguel Chaquiam
Universidade do Estado do Pará
Membro Externo

Belém, 25 de junho de 2015.

Aos meus pais, Clari e Augusto.

Nem ação sem investigação, nem investigação sem ação.

Kurt Lewin

AGRADECIMENTOS

A Deus pela regência de minha vida e por tantos planos e providências. Pai, querido, obrigado pelos planos e grandes sonhos especiais pra mim; Tu me guias nos caminhos desta vida; ao Teu lado nada faltará.

À Universidade Federal do Pará pela oportunidade.

Ao Instituto de Educação Matemática e Científica e ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas na pessoa de tantos profissionais que me proporcionaram condições e assessoramento em inúmeros aspectos.

Ao professor Adilson do Espírito Santo pela oportunidade, pela disponibilidade de sempre, pelos estímulos e conselhos, bem como pelos ensinamentos desenvolvidos com paciência, competência e amizade.

À professora Isaura Chaves por acreditar em mim, por me incentivar por meio de tantas orientações, inflexões e descontinuidades que contribuíram significativamente para modelar as etapas deste trabalho, mas, principalmente, pela inspiradora conduta profissional.

Aos professores Miguel Chaquiam e Elizabeth Souza que cooperaram expressivamente com a pesquisa desde a Qualificação sugerindo possibilidades e apontamentos que ajudaram a depurar minhas compreensões.

Aos professores amigos do Grupo de Estudo em Modelagem Matemática (GEMM) que me auxiliaram de diversas maneiras.

À minha mãe, Clari, pelo exemplo, pelas orientações, pela companhia perene, pelo amor incondicional demonstrado de inúmeras maneiras por todos os dias e pelos ensinamentos que sempre me nortearam.

Ao meu pai, Augusto, homem responsável e visionário que sempre priorizou a educação de seus filhos, pelas condições que sempre me proporcionou e por ser meu esteio e principal incentivador.

À minha irmã, Clarissa, cujos passos me serviram de inspiração.

Aos saudosos mestres da Escola Adventista de Correios e do Instituto Adventista Grão Pará que me fizeram acreditar em mim e me auxiliaram a descobrir o prazer por estudar.

Aos colegas constituídos ao longo do curso, sobretudo os mais próximos Nívia Freitas, Carlos Silva, Cibele Sousa, Marcos Formigosa e Rhômulo Menezes, com os quais pude compartilhar momentos de angústia, reflexões, encorajamento e companheirismo.

Aos queridos familiares, amigos e colegas de profissão que física ou virtualmente presentes, contribuíram imensamente para a concretização deste sonho ao me incentivarem, me apoiarem e me proporcionarem doses de afeto nos momentos em que mais precisei.

RESUMO

Este estudo objetiva apontar ações avaliativas evidenciadas em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática e consolidá-las como argumento favorável à utilização da Modelagem em contextos educacionais seja no Ensino Fundamental, Médio ou Superior. Para tanto, lançamos mão de uma pesquisa qualitativa de natureza bibliográfica que consistiu na análise de Relatos de Experiência de professores que desenvolveram atividades de Modelagem em sala de aula e cujas experiências foram publicadas na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – VIII CNMEM, realizada em 2013. Visto que os documentos considerados tratam de experiências em Modelagem Matemática e não especificamente da avaliação da aprendizagem, realizamos uma pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise no sentido de extrair e interpretar evidências outras que não estavam no foco da pesquisa original. Para a condução da análise documental, utilizou-se a metodologia da Análise Textual Discursiva, conforme Moraes e Galiazzi (2007), segundo a qual foi possível unitarizar e categorizar aspectos relevantes a respeito do fenômeno investigado. A análise dos dados à luz dos referenciais teóricos da Modelagem Matemática e de estudiosos na área da avaliação da aprendizagem apontou que o professor cujas práticas são sistematizadas em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática evidencia ações avaliativas interativas e retrospectivas. As ações avaliativas interativas indicam que, durante execução da atividade de Modelagem Matemática, o professor se detém a avaliar a construção de conhecimentos por parte do educando, tendo a oportunidade de constatar o aprendizado ou intervir a partir da necessidade revelada nas manifestações dos alunos. As ações avaliativas retrospectivas revelam que, após a realização da atividade de Modelagem Matemática, o professor se dispõe a avaliar sua própria prática, no sentido de julgar se os seus objetivos foram alcançados e ponderar ajustes em suas escolhas didáticas para orientar práticas futuras. Dessa forma, o processo de Modelagem Matemática proporciona ações docentes caracterizadas pela concatenação entre as ações de ensino, avaliação e aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática. Ações avaliativas. Ensino e aprendizagem de Matemática.

ABSTRACT

This study aims to point evaluative actions evidenced in teaching and learning environment generated by mathematical modeling and consolidate them as argument for the use of modeling in educational contexts whether in Elementary School, Secondary School or University. To this end, we used a qualitative research of bibliographic nature consisting in the Experience Reports analysis of teachers who developed Modeling activities in the classroom and whose experiences were published in the VIII National Conference on Modelling in Mathematics Education – VIII CNMEM held in 2013. Since the documents considered dealing with experiences in Mathematical Modelling and not specifically the learning evaluation, we conducted a literature search of the meta-analysis type in order to extract and interpret evidence other than weren't in the original research focus. For the conduct of the documental analysis, the methodology of the Discursive Textual Analysis was used, as Moraes and Galiazzi (2007), according to which it was possible to fragment and categorize relevant aspects regarding the phenomenon investigated. Data analysis according to the theoretical references of Mathematical Modelling and researchers in the field of learning evaluation pointed out that the teacher whose practices are systematized in teaching and learning environment generated by Mathematical Modelling shows interactive and retrospective evaluative actions. Interactive evaluative actions indicate that during execution of the Mathematical Modelling activity, the teacher is willing to evaluate the student's knowledge construction, having the opportunity to verify the learning or intervene starting from the need revealed in the students demonstrations. Retrospective evaluative actions reveal that, after the completion of Mathematical Modeling activity, the teacher is willing to evaluate their own practice, in order to judge whether their objectives have been achieved and consider adjustments in their didactic choices to guide future practice. In that way, the Mathematical Modelling process provides teacher actions characterized by the link between teaching actions, evaluation and learning.

KEYWORDS: Mathematical Modelling. Evaluative actions. Teaching and learning of Mathematics.

SUMÁRIO

RESUMO	viii
ABSTRACT	ix
SUMÁRIO	x
INTRODUÇÃO	11
Minha trajetória acadêmica e a pesquisa	14
A relevância da pesquisa	22
A organização da dissertação	24
CAPÍTULO 1. MODELAGEM MATEMÁTICA	26
1.1 Modelagem: da Matemática Aplicada à Educação Matemática	26
1.2 Diversidade de concepções	28
1.3 Modelagem Matemática nos Relatos de Experiência	33
CAPÍTULO 2. AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E AÇÕES AVALIATIVAS	51
2.1 Avaliação Educacional	52
2.2 A avaliação da aprendizagem	52
2.3 Quando avaliar	55
2.4 Por que avaliar	55
2.5 O que avaliar	56
2.6 Pra que avaliar	57
2.7 A avaliação como reflexão.....	58
2.8 Definindo ação avaliativa	63
CAPÍTULO 3. METODOLOGIA DA PESQUISA	67
3.1 A questão de investigação	67
3.2 A abordagem qualitativa.....	67
3.3 Os documentos da pesquisa.....	68
3.4 O tipo de pesquisa	70
3.5 A condução das análises	71
CAPÍTULO 4. AÇÕES AVALIATIVAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA	82
4.1 Ações avaliativas interativas.....	82
4.1.1 Constatando o aprendido	83
4.1.2 Intervindo a partir das manifestações dos alunos	87
4.2 Ações Avaliativas retrospectivas	94
4.2.1 Julgando que os objetivos da prática foram alcançados	95
4.2.2 Ponderando intervenções em práticas futuras	99
CAPÍTULO 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	102
5.1 Retomada da questão de investigação e dos objetivos da pesquisa	102
5.2 Contribuições da pesquisa para a formação de professores	104
5.3 Contribuições da pesquisa para a Educação Matemática	106
5.4 Limitações da pesquisa e apontamentos para novas pesquisas	109
REFERÊNCIAS	111
ANEXO	118

INTRODUÇÃO

A preocupação acerca do processo de ensino e aprendizagem em Matemática não é recente. Desde o final do século XIX já havia um cenário de polêmicas e questionamentos relacionados ao ensino da Matemática. Movidos por este contexto e preocupados em tornar o conhecimento matemático mais acessível, professores e matemáticos de várias partes do mundo passaram a investir em pesquisas e publicações a respeito de novos métodos do ensino de Matemática.

Miorim (1998) aponta que um fator decisivo para o avanço desta discussão foi a iniciativa tomada por Felix Klein de introduzir cursos direcionados à formação de professores nas universidades alemãs. Fiorentini, Garnica e Bicudo (2010) também ressaltam que as publicações de Klein, as quais abordavam o aspecto psicológico da aprendizagem em Matemática, tiveram grande propagação e aceitabilidade entre os pesquisadores da área.

O debate a respeito do ensino e da aprendizagem do conhecimento matemático avançou tanto com a difusão de publicações de matemáticos de várias partes do mundo que, em 1908, foi instituída a Comissão Internacional de Instrução Matemática – ICMI, a qual passou a reunir matemáticos interessados na modernização do ensino da Matemática. No entanto, tal avanço foi frenado por ocasião das guerras mundiais.

Somente após a Segunda Guerra Mundial, as discussões a respeito do ensino da Matemática ganharam força novamente, quando, sobretudo os Estados Unidos passaram a se interessar por um desenvolvimento científico e tecnológico capaz de superar a força bélica dos soviéticos, pressupondo ser necessário, para isso, investir em pesquisas na área das ciências exatas. Um novo movimento se instituiu e ficou conhecido como Movimento da Matemática Moderna, o qual propunha a atualização e modernização do currículo escolar de Matemática como fator decisivo para o desenvolvimento da ciência e para a superação da defasagem tecnológica.

Ao final do século XX, este foco foi perdendo força à medida que estudos experimentais realizados por pesquisadores americanos e europeus, sobre o modo como as crianças aprendiam a Matemática, passaram a levar em consideração os aspectos sociais, antropológicos, psicológicos, linguísticos relacionados ao modo como as crianças aprendiam Matemática (KILPATRICK, 1992). Passou-se a enfatizar, então, o

aperfeiçoamento da aprendizagem discente em Matemática (*como o aluno aprende*) e não somente os métodos de ensino (*como ensinar*) ou os conteúdos matemáticos (*o quê ensinar*), levando em consideração, também, a perspectiva do aluno também dentro do processo de ensino e aprendizagem.

A partir dessa percepção e da intensificação de publicações, formação de grupos de estudo e de pesquisa, promoção de eventos, estabelecimento de instituições e cursos em âmbito nacional e internacional, a Educação Matemática, por volta de 1970, passou a consolidar um campo profissional e científico, o qual situa o aluno como protagonista na construção da sua aprendizagem e o professor como mediador na organização da aprendizagem.

Nesse campo de pesquisa, instituíram-se práticas inovadoras, linhas de pesquisa e alternativas para favorecer o ensino e a aprendizagem em Matemática, as quais têm sido chamadas por alguns pesquisadores de *tendências em Educação Matemática*, como por exemplo, a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a Didática da Matemática, a História da Matemática, a Resolução de Problemas e as Tecnologias de Informação e Comunicação.

Essa tendências, fundamentadas em uma concepção de ensino dinâmico e construtivo que aponta práticas docentes adaptadas às necessidades e peculiaridades do aluno, têm sinalizado caminhos e possibilidades para subsidiar o professor na mediação das relações em sala de aula e na organização da atividade pedagógica referente ao conhecimento matemático.

Porém, apesar dos avanços apontados pelas pesquisas ainda é comum encontrar professores de Matemática reproduzindo modelos de ensino centrados na transmissão e recepção mecânica de procedimentos matemáticos e desenvolvendo o formato tradicional de conduzir uma aula. Este formato, usualmente, está baseado na exposição da matéria no quadro, apresentação de algum exemplo e, em seguida, de uma lista de exercícios, cabendo aos alunos a atitude passiva de copiar a matéria e as soluções expostas pelo professor, bem como memorizar e aplicar, ainda que sem compreender, fórmulas, algoritmos, *jogos de sinais*, processos e mecanismos de resoluções ditados pelo professor.

A essa postura, na qual o professor explica a matéria, mostra exemplos, propõe exercícios semelhantes aos exemplos dados, resolve-os no quadro, propõe outros exercícios já não tão semelhantes aos exemplos, resolve-os no quadro, propõe mais

problemas e exercícios, corrige-os no quadro e inicia outro conteúdo seguindo este mesmo ciclo de ações, Skovsmose (2000, p.66) denomina *paradigma do exercício*.

Tal modelo de ensino sugere que, de modo geral, o professor não atenta às manifestações dos alunos, não se preocupa em verificar o raciocínio seguido por eles e raramente proporciona espaço para discussão ou para diferentes interpretações do que foi transmitido. Em vez disso, generaliza suas ações de ensino limitando-se a resolver os exercícios no quadro, pressupondo que todos os alunos aprendam homoganeamente e transferindo a eles a responsabilidade de identificar e corrigir seus próprios erros e superar suas dificuldades.

Todavia, estamos interessados em ressaltar que, nesta perspectiva reprodutivista de ensino, o professor tende a assumir posturas e concepções que influem diretamente sobre o modo como processa a avaliação:

“O que se pode esperar quanto à avaliação praticada por um professor com este perfil? Com certeza, nada muito diferente do que é desenvolvido em suas aulas, ou seja, uma cobrança da matéria exposta, sem, em geral, espaço para que o aluno possa manifestar como ele construiu, ou reelaborou aquele conhecimento” (FISCHER, 2008, p.77).

No âmbito desse modelo de ensino, o professor provavelmente empreenderá uma “prática avaliativa muito rígida, na qual não há flexibilidade para aceitar, e até incentivar, produções mais livres dos alunos, com as quais pudessem expressar-se sem as amarras da rigidez da linguagem matemática” (FISCHER, 2008, p.84). Consequentemente, “vai avaliar a elaboração do aluno em comparação com o seu gabarito, provavelmente com poucas chances de considerar correto algum resultado encontrado de forma diferente da sua” (FISCHER, 2008, p.89).

Diante destes argumentos, compreende-se porque, em um panorama geral e recorrente, a avaliação da aprendizagem tem sido concebida como sinônimo de fazer prova e processada sob uma perspectiva intermitente e pouco formativa. Isso porque as ações avaliativas são esporadicamente empreendidas e tendem a julgar a capacidade que os alunos têm de apreender e reproduzir os conteúdos transmitidos pelo professor. Este, então, quando se atém a analisar as provas e testes dos alunos, usualmente o faz com a intenção de quantificar os erros e acertos discentes, os quais não são utilizados para subsidiar a aprendizagem, mas para serem transformados em notas. A partir do que constata em provas, o professor predominantemente toma decisões que se limitam a classificar os alunos em aprovados ou reprovados, registrar notas em cadernetas e

entrega-las à secretaria (FERREIRA, 2002; VASCONCELLOS, 2005; LUCKESI, 2011).

E quanto à avaliação da aprendizagem diante de outros modelos de ensino? Como se processa a avaliação relacionada às tendências em Educação Matemática? Ressaltamos, de antemão, que, pelos mais variados motivos, nem toda ação ou intenção de ensino do professor implica em aprendizagem por parte dos alunos. Sendo assim, é possível que um professor venha a mediar e conduzir sua prática à luz dos encaminhamentos propostos pelas tendências em Educação Matemática sem, no entanto, conseguir levar os alunos a construírem conceitos e conhecimentos.

Como é possível identificar possíveis descompassos entre o ensino e a aprendizagem? Como o professor saberá se o aluno está aprendendo? Como saberá se suas ações de ensino estão promovendo aprendizagens? É neste sentido que se dá a importância da **avaliação** diante de qualquer modelo de ensino, pois, enquanto componente do processo de ensino e aprendizagem, as ações avaliativas são capazes de detectar lacunas de aprendizagem, levantar indícios que informem como e o quê o aluno está aprendendo, bem como fornecer um constante *feedback* a respeito de como se tem processado o ensino e qual sua repercussão em termos da aprendizagem.

Convém ao professor descobrir novas formas de motivar o aluno à aprendizagem que superem o tradicional *download*¹ de conteúdos e venham a adequar a atividade pedagógica às especificidades do contexto e do estudante, sobretudo por se tratarem de crianças e adolescentes que, resguardadas as devidas ressalvas e exceções, desde cedo manuseiam *smarthphones*, *tablets*, redes sociais, dentre outros conteúdos interativos e inovações da era digital.

Mas, além disso, é também pertinente rever as concepções e condutas que permeiam a sala de aula em direção ao estabelecimento de uma indissociável correlação entre ensino-avaliação-aprendizagem, não definitivamente nesta ou em outra ordem. Segundo esta tríade, o professor não deixa para sondar e analisar os rumos e efeitos da atividade pedagógica e as possíveis necessidades dos alunos somente ao final das unidades letivas, quando, em geral, não há mais tempo para promover as intervenções necessárias, tampouco o faça somente para fins de lançar notas e prestar contas junto aos pais ou à secretaria escolar, mas para tomar decisões que visem à aprendizagem.

¹ Expressão utilizada por nós para fazer alusão ao modelo de ensino baseado na transmissão/recepção de conhecimentos, aliás, de informações, em sala de aula.

Diante disso, argumentamos que apropriar-se das estratégias de ensino e aprendizagem apontadas pelas tendências em Educação Matemática é uma intervenção pedagógica tão importante quanto concatenar as práticas de ensino e de aprendizagem por meio da avaliação.

Torna-se importante, pois, investigar se essas tendências suscitam ações favoráveis à avaliação da aprendizagem enquanto processo de reflexão tanto do ensino quanto da aprendizagem. Esta pesquisa pretende pontuar reflexões neste sentido, tomando uma das tendências em Educação Matemática, neste caso, a Modelagem Matemática.

MINHA TRAJETÓRIA ACADÊMICA E A PESQUISA

Apresento² aqui uma síntese da minha trajetória acadêmica e profissional relacionada a esta pesquisa. Busco pontuar o contexto e os fatores que me aproximaram da articulação entre a avaliação da aprendizagem e a Modelagem Matemática, desde o contato inicial até a deliberação de uma questão de investigação original e que fosse capaz de nortear rumos para este estudo, por meio do qual intento elucidar contribuições para a Educação Matemática na linha de formação de professores e, em especial, a respeito das potencialidades da Modelagem Matemática em ambientes escolares.

A caminhada que culmina nesta pesquisa teve seu ponto de partida na época em que eu ainda estava na graduação. Ao ingressar no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará, um curso inicialmente polarizado por disciplinas que abordavam conteúdos essencialmente matemáticos, mantive-me focado no propósito de *saber* Matemática. Por muito tempo, sustentei a concepção de que para *ensinar* Matemática, é suficiente *saber* Matemática, isto é, basta saber *o quê ensinar*. E isso se refletia na minha pretensão profissional que, até então, era lecionar em cursinhos pré-vestibulares a fim de desvendar métodos práticos de resolução de questões junto aos alunos. Inclusive a temática sobre a qual eu pesquisava até então, para desenvolver meu trabalho de conclusão de curso estava relacionada à equidecomponibilidade dos polígonos, um assunto fundamentalmente matemático.

A segunda metade do curso, polarizada por disciplinas didático-pedagógicas, algumas das quais fizeram menção às tendências em Educação Matemática, levou-me a

² Nesta parte do texto, prefiro escrever em primeira pessoa do singular para reforçar o caráter pessoal deste tópico.

repensar meu objetivo profissional, o qual transitou de *saber* Matemática para *saber ensinar* Matemática, isto é, *como ensinar*. Julgava que se soubesse ensinar, o aluno aprenderia. Todavia, minha prematura compreensão a respeito da Educação Matemática se limitava ao reconhecimento de diversificadas e inovadoras técnicas e recursos que pudessem aprimorar e/ou diversificar a maneira de comunicar conteúdos matemáticos, como se isso fosse condição suficiente para garantir o êxito na relação entre ensino e aprendizagem.

Nesse período, já havia iniciado as pesquisas de uma nova proposta para a monografia final, desta vez voltada para o ensino de Matemática. Concebendo o ensino da Matemática como utilização de variadas técnicas para ministrar conteúdos matemáticos, pensei em desenvolver uma pesquisa que viesse a apontar meios de se ensinar Matemática utilizando os recursos do *software* de planilha eletrônica Microsoft Excel. Ressalta-se que, até então, eu não possuía experiência na docência.

Com relação à temática da avaliação da aprendizagem e da Modelagem Matemática, a menção ao longo da graduação foi mínima. Apenas uma palestra sobre cada tema, postergando o despertar do meu interesse por assuntos neste sentido. Fato este que emergiu somente na parte final do curso, quando as disciplinas de Práticas de Ensino me remeteram a estagiar na Escola de Aplicação da UFPA.

Na ocasião, tive a oportunidade de estagiar em uma turma de Ensino Médio cuja professora regente, Maria Isaura de Albuquerque Chaves, co-orientadora desta pesquisa, recentemente havia concluído o Mestrado em Educação Matemática com ênfase em Modelagem Matemática. Nossas conversas constituíram minhas primeiras impressões a respeito dessa tendência voltada ao ensino e à aprendizagem do conhecimento matemático.

Em determinado momento do estágio, participando de uma atividade de Modelagem Matemática junto à professora da turma e aos alunos, fiquei encarregado de *avaliar* as atividades desenvolvidas. Para mim, avaliar, até então, era sinônimo de apontar e quantificar, com a tradicional caneta de cor vermelha, erros e acertos nas atividades respondidas pelos alunos. Feito isso, tratei de atribuir notas às atividades realizadas pelos alunos e apresentá-las à professora, a qual me perguntou se *as atividades de Modelagem Matemática não evocam uma avaliação diferenciada da tradicional quantificação de erros e acertos*.

Surgia ali a essência de uma questão de investigação que despertou meu interesse por desenvolver pesquisas nesta perspectiva e suscitou em mim outras

inquietações, as quais me estimularam a uma longa caminhada em busca de referenciais teóricos que pudessem responder primeiramente meus próprios questionamentos: *O que é Modelagem Matemática? Como se faz Modelagem em sala de aula? O que é avaliação? Como se avalia em sala de aula? Como se dá a avaliação em ambiente de Modelagem Matemática? Como se avalia uma atividade de Modelagem?*

Fundamentei, então, meus estudos em Libâneo, Luckesi e Hoffmann no campo da avaliação, Buriasco no contexto da avaliação em Matemática, por indicação do palestrante referido anteriormente, e Chaves no âmbito da Modelagem Matemática.

A leitura da dissertação “Modelando Matematicamente questões ambientais relacionadas com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do Ensino Médio”, de Chaves (2005), foi meu primeiro estudo consistente a respeito da Modelagem Matemática, tendo, portanto, embasado minhas primeiras impressões a respeito desta tendência da Educação Matemática. Depois disso, as conversas informais com a autora se tornaram repletas de explicações e discussões a respeito da referida dissertação e da realização de atividades de Modelagem Matemática com finalidades pedagógicas. Conversas deste caráter também geraram indicações de novas leituras e referências, como, por exemplo, trabalhos e pesquisas de Jonei Cerqueira Barbosa, referência bastante evocada nas pesquisas nacionais em Modelagem Matemática.

Como resultado desse envolvimento com determinadas pesquisas em Modelagem, fui convidado pela professora Isaura para participar do Grupo de Estudos em Modelagem Matemática – GEMM, espaço de discussão para mestres, doutores e interessados em investigar acerca da Modelagem Matemática em contexto escolar coordenado pelo professor Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo, orientador desta pesquisa. Na primeira reunião da qual participei, assisti à palestra proferida pelo professor Dionísio Burak, outra referência nacional na área da Modelagem Matemática voltada, sobretudo, à Educação Básica.

O ingresso no GEMM me proporcionou orientações e reflexões singulares e me aproximou de pesquisas e de pessoas que discutem a respeito da Modelagem Matemática sob diferentes vieses e em diversos contextos. Entusiasmado com as descobertas a respeito das potencialidades da Modelagem em ambientes de ensino e aprendizagem de Matemática, passei a buscar veementemente mais conhecimentos na área, sobretudo em publicações do Centro de Referência em Modelagem Matemática – CREMM, e em dissertações defendidas por mestrandos do Núcleo Pedagógico de Desenvolvimento Científico – NPADC, atualmente Instituto de Educação Matemática e

Científica – IEMCI. Foi nessa época também que comprei meu primeiro livro sobre Modelagem Matemática. Trata-se de *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*, de Rodney Carlos Bassanezi. Com isso, pude ampliar minhas impressões a respeito das diversas maneiras de se realizar atividades de Modelagem Matemática em sala de aula.

Nos últimos meses do estágio de Prática de Ensino, tive a oportunidade de elaborar e realizar uma atividade de Modelagem junto a uma turma de 1º ano do Ensino Médio. Minha intenção era revisar o conteúdo Função do 1º Grau e, para isso, estruturamos uma atividade por meio da qual os alunos pudessem, matematicamente, comparar os planos oferecidos por três operadoras de telefonia móvel e identificar o plano mais vantajoso. Essa atividade contribuiu significativamente para me deixar mais à vontade frente ao que havia estudado a respeito de Modelagem, bem como para produzir reflexões e inferências sobre a Modelagem Matemática em sala de aula.

Interessado em pesquisar sobre Modelagem Matemática e atraído pela praticidade³ das pesquisas relacionadas à avaliação da aprendizagem, optei por abandonar os estudos sobre os recursos do Microsoft Excel para o ensino da Matemática em direção a uma pesquisa que buscasse articulações entre a avaliação e a Modelagem Matemática.

Antes que concluísse a graduação, porém, recebi o convite para lecionar em uma escola particular e, visto que as disciplinas do curso já estavam devidamente creditadas, faltando apenas a monografia, decidi iniciar minha atuação profissional. Iniciei a prática profissional como docente com a vontade de desenvolver um trabalho diferenciado, concorrente do tradicional quadro que apresenta a Matemática como uma disciplina de difícil entendimento e que gera aversão a muitos alunos. Entretanto, logo percebi que minhas concepções a respeito da Educação, do ensino e da aprendizagem.

Por algum tempo, minha prática docente se mostrou conteudista, reprodutivista, unilateral e autoritarista. Conteudista porque o foco era praticamente somente o conteúdo programático. Reprodutivista porque naturalmente busquei repetir as estratégias, e até alguns discursos, utilizadas por aqueles que haviam sido meus professores de Matemática durante a Educação Básica. Unilateral pois estava centrada unicamente nos interesses e objetivos do professor. E autoritarista por utilizar subterfúgios coercitivos para “manter a ordem” em sala de aula. Foi quando então

³ Digo praticidade no sentido da facilidade de contextualizar e relacionar as leituras a situações que rotineiramente acontecem em sala de aula.

percebi que, prestes a me graduar, ainda estava bem distante de me constituir um educador matemático.

Assumir posturas desta natureza e não conseguir apresentar a Matemática de modo interessante, acessível ou, no mínimo, útil aos alunos, passou a me incomodar. Por outro lado, passei a compreender que conceber maneiras de articular as teorias e práticas estudadas na Universidade não era tão simples como eu imaginava. Não bastava *saber* Matemática, nem *saber ensinar* Matemática. Eu julgava saber *o quê* ensinar e *como* ensinar, mas ainda faltava algo.

Sentia-me descontente com a minha própria prática e, ao mesmo tempo, impotente para mudar tal situação. E isso gerava em mim questionamentos e inquietações do tipo: *O que aprendi na Universidade? Por que outros professores conseguem ter a parceria dos alunos sem precisar ser autoritarista? O que está faltando? Para onde e por onde vai a Educação Matemática na prática?* Tal descontentamento foi preponderante para começar a despertar em mim o desejo de buscar o aperfeiçoamento, primeiro em nível de especialização e, depois, mestrado.

Algumas vezes até procurei utilizar diversificados métodos de ensino, um tanto lúdicos, e que fossem novidades para os alunos, tais como material concreto, *softwares* gráficos e questões das Olimpíadas de Matemática. Motivado pelos estudos sobre Modelagem Matemática, também experimentei algumas atividades desta natureza em turmas nas quais eu me sentia mais à vontade para dialogar com os alunos e exercer o *domínio de classe*. Percebi que os alunos realmente se interessam mais durante as aulas mediadas por Modelagem Matemática.

A iniciação profissional passou a concorrer com o tempo que antes era empreendido em pesquisas e me afastou, em certa medida, dos encontros semanais do GEMM. Paralelamente ao trabalho, mas já sem a veemência de antes, fui referendando meus estudos e elaborando minhas compreensões a respeito da articulação entre avaliação e Modelagem, com o intento de constituir o trabalho de conclusão de curso. Aproveitei o local de trabalho para aplicar as atividades de Modelagem Matemática propostas pela pesquisa e, a partir delas, teci considerações teóricas e empíricas sobre a referida articulação.

Em 2011, sob orientação do professor Adilson Oliveira do Espírito Santo, defendi o Trabalho de Conclusão de Curso – TCC, intitulado “Princípios de Avaliação Mediadora evidenciados a partir de atividades em Modelagem Matemática”. Neste trabalho apresentamos as atividades de Modelagem como *instrumentos avaliativos*

propícios à realização da avaliação processual e formativa, conforme indicavam os referenciais teóricos estudados.

Na defesa do TCC, o professor Adilson me fez o convite para aprofundar as pesquisas nesta área em nível de mestrado e, diante da possibilidade, logo readquiri o ânimo pelos estudos e decidi dedicar-me novamente somente à rotina acadêmica. Com o foco das atenções voltado para a prova de seleção do mestrado, a qual exigia a elaboração de um projeto de pesquisa, voltei a frequentar o GEMM e passei a participar de eventos científicos em busca de possíveis pesquisas que articulassem a avaliação e a Modelagem Matemática.

Particpei de duas edições do Encontro Paraense de Educação Matemática – EPAEM, uma edição do Encontro Paraense de Modelagem Matemática – EPAMM e da VII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, qual foi realizada em Belém em 2011, tendo proporcionado palestras, minicursos e publicações de pesquisadores e estudiosos de várias partes do país. Em todos estes eventos, examinei cuidadosamente a lista de trabalhos a serem apresentados em busca de trabalhos pautados na mesma linha de pesquisa que eu pretendia seguir, entretanto, nada relacionado foi encontrado.

A partir dessas experiências e de estudos sobre a literatura, passei a refletir sobre as potencialidades da Modelagem Matemática em contextos de ensino e aprendizagem, a qual pode ser utilizada com múltiplas finalidades, sob diferentes perspectivas teóricas e adaptada para diversos níveis de escolaridade. Essas reflexões me encorajaram a construir pressupostos sobre as potencialidades da Modelagem Matemática em relação à avaliação da aprendizagem e se constituíram o embrião de um futuro projeto de pesquisa para o mestrado.

Com a pretensão de me preparar para a prova de seleção para o mestrado e com a intenção de estudar outras tendências em Educação Matemática, além da Modelagem Matemática, em 2012 ingressei no curso de Especialização em Metodologia de Ensino da Matemática do Centro Universitário Internacional – UNINTER. As disciplinas do curso me proporcionaram estudar outras tendências em Educação Matemática e também outros teóricos que discutem a respeito da avaliação da aprendizagem em Matemática. O curso satisfez minhas expectativas, pois contribuiu para corroborar meu interesse pela Educação Matemática e me proporcionou articular novas compreensões sobre diversos temas.

Ao final de 2012 fui aprovado no exame de seleção para o Mestrado Acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do IEMCI/UFPA. Em 2013 ingressei no curso com o objetivo de, dada às limitações da pesquisa realizada por ocasião do TCC, sistematizar considerações mais elaboradas e metodologicamente mais estruturadas acerca da avaliação da aprendizagem em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática. Mas o objeto de investigação ainda não estava inteiramente claro.

Ainda cultivava a concepção cartesiana de buscar, seja nas disciplinas ou na dissertação, desenvolver técnicas ou receitas que pudessem ser aplicadas ao longo da prática docente, o que se refletiu em inquietações para a delimitação e uma questão de investigação. Minhas primeiras sugestões foram questões do tipo: *Como deve se processar a avaliação da aprendizagem ao longo de uma atividade de Modelagem Matemática? Como se avalia por meio do processo de Modelagem Matemática? Como utilizar as etapas do processo de Modelagem Matemática para avaliar a aprendizagem? Como se avalia uma atividade de Modelagem Matemática?* Essas questões deixam transparecer meu interesse em estruturar um sistema de passos para serem seguidos durante o processo de Modelagem Matemática em sala de aula.

Um fator que contribuiu decisivamente para mudar este pensamento foram as leituras, discussões e reflexões proporcionadas pela disciplina Bases Epistemológicas da Ciência, por intermédio da qual pude estudar diferentes correntes filosóficas e suas implicações no processo de produção do conhecimento científico, especialmente em Educação, aproximando-me, portanto, de um debate sobre questões pedagógicas e epistemológicas.

Quando entrei no mestrado, esperava aprender caminhos que me ajudassem a pensar reformas em minha prática docente. Entretanto, não imaginava que iria me deparar com uma disciplina tal qual esta, que não me levasse a pensar reformas, mas a reformar o pensamento.

À luz das discussões sobre o dogmatismo do ensino socrático, o empirismo da filosofia baconiana, a racionalidade do método cartesiano, a crítica nietzscheana ao adestramento da filosofia positivista, a complexidade e os obstáculos da epistemologia bachelardiana, o caráter paradigmático e revolucionário da abordagem kuhniana, a crítica foucaultiana à pedagogia de docilização, entre outros, passei a criticar e desconstruir minhas concepções preestabelecidas e condutas mecanizadas quanto ao fazer pedagógico.

Foi quando passei a compreender o aluno como sujeito historicamente construído e situado na/pelas relações sociais, dotado de especificidades que nem sempre são contempladas pelos métodos de ensino que o professor utiliza, por mais lúdicos, diversificados e inovadores que sejam. Logo, além de *saber* Matemática e *saber ensinar* Matemática, é importante também, conhecer e compreender o aluno, se aproximar dele, reconhecer suas peculiaridades, isto é, *saber a quem ensinar e como ele aprende*. Creio que a avaliação da aprendizagem se constitui um caminho para isso.

Esta conjuntura de autocrítica profissional e de reflexões epistemológicas e metodológicas também foi determinante aos rumos desta pesquisa, visto que, a partir das cargas teóricas de cunho filosófico passei a entender a natureza das pesquisas na de ordem qualitativa e a complexidade dos fenômenos investigados na vertente das ciências humanas e sociais.

Diante do meu interesse em investigar acerca da avaliação da aprendizagem em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática, dispus-me a realizar um estudo que possibilite apontar respostas para a seguinte questão: **Que ações avaliativas são explicitadas por professores quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática em ambiente de ensino e aprendizagem?**

A RELEVÂNCIA DA PESQUISA

Consideramos que este estudo se constitui relevante por, pelo menos, três aspectos:

- (1) Por consolidar das ações avaliativas como argumento favorável à utilização da Modelagem Matemática em contextos educacionais.

A avaliação da aprendizagem tem sido processada sob uma perspectiva pouco formativa, baseada apenas em fazer prova, constatar resultados e dar nota aos alunos. A Modelagem Matemática como processo gerador de um ambiente de ensino e aprendizagem pode contribuir para a superação deste quadro porquanto suscita ações avaliativas formativas e mediadoras, as quais têm o diferencial de suscitar contínuas intervenções pedagógicas empreendidas enquanto o aluno constrói seus conhecimentos, em parceria com o professor. Deste modo, esta pesquisa aponta para a consolidação de novas potencialidades da Modelagem Matemática, as quais se constituem outro argumento favorável à sua utilização em contextos educacionais.

- (2) Por potencializar contribuições às discussões sobre Modelagem Matemática no campo da formação de professores.

Silveira (2007) e Chaves (2012) alertam sobre a escassez de pesquisas em Modelagem Matemática no âmbito específico da formação de professores em detrimento ao acentuado número de publicações voltadas aos processos de ensino e aprendizagem. Esta pesquisa, ao se deter a investigar as ações docentes frente à questão da avaliação, contribui para minimizar as diferenças deste panorama, porquanto, pode possibilitar que outros professores reflitam a respeito das suas ações avaliativas.

- (3) Por trazer ao debate a questão da avaliação da aprendizagem, um tema que ainda se constitui lacuna nas pesquisas e discussões sobre Modelagem Matemática.

Apesar do crescente interesse pela Modelagem Matemática no âmbito escolar, corroborado pelo avolumado número de pesquisas e publicações na área, ainda há uma lacuna nas discussões que a associam à avaliação da aprendizagem. Muitas referências têm sido feitas ao ensino e à aprendizagem mediados pela Modelagem Matemática, no entanto, ainda são raros os trabalhos nesta área que abordam a questão da avaliação da aprendizagem.

Antes de elaborar uma questão de investigação inédita e original, buscamos conhecer o que havia de publicado a respeito da referida temática. Para isso, pesquisamos em livros de Educação Matemática aos quais tivemos acesso, em Anais de eventos e no sistema de busca do Portal de Periódicos⁴ da CAPES.

Quanto à pesquisa em livros e eventos em busca de estudos que relacionam a avaliação e a Modelagem Matemática, encontramos os trabalhos de Borba, Meneghetti e Hermini (1999), Vincentin (2010) e Figueiredo (2013). No entanto, a concepção de avaliação adotada nestas obras se diferencia daquela adotada nesta pesquisa, segundo a qual a avaliação é a reflexão articulada a intervenções pedagógicas que venham favorecer a aprendizagem.

Quanto à pesquisa no Portal de Periódicos da CAPES, clicamos no campo **Buscar Assunto**, opção **Busca avançada**. Na primeira tentativa, buscamos por trabalhos que contivessem exatamente os temas *avaliação e modelagem matemática* em

⁴ É uma biblioteca virtual que reúne e disponibiliza textos completos de 37 mil publicações periódicas, nacionais e internacionais, incluindo referência e resumos de trabalhos acadêmicos e científicos até normas técnicas, patentes, teses, dissertações, artigos e outros tipos de materiais de várias áreas do conhecimento. www.periodicos.capes.gov.br

todos os filtros de busca – título, autor ou assunto. A pesquisa retornou pouco mais de uma centena⁵ de trabalhos, na maioria teses, os quais, em geral, se referem à utilização da Modelagem Matemática para avaliar a ocorrência, o comportamento e/ou as implicações de fenômenos, tais como despejos orgânicos, secagem de feijão, esterilização de alimentos, desempenho elétrico de motores trifásicos, incidência de doenças em plantas, fermentação do leite, etc. Ao analisar o título, e por vezes o resumo, de cada trabalho, notamos que nenhum deles refere-se à avaliação da aprendizagem.

Na segunda tentativa, visando uma busca mais refinada, buscamos por publicações que tivessem exatamente os termos *avaliação da aprendizagem* e *modelagem matemática* em qualquer campo de busca – título, autor ou assunto. Nenhuma publicação foi encontrada.

A ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho foi produzido com o propósito de investigar as ações avaliativas inerentes ao ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática e aponta-las como argumento favorável à utilização desta em contextos educacionais, tendo sido assim organizado:

O capítulo 1, **Modelagem Matemática**, delinea uma discussão histórica a respeito da diversidade de perspectivas assumidas pela Modelagem Matemática, apresenta a concepção de Modelagem Matemática adotada neste trabalho e esboça um estudo a respeito de como a Modelagem Matemática é concebida e materializada nos Relatos de Experiência que constituíram o *corpus* desta pesquisa.

O capítulo 2, **Avaliação da Aprendizagem e Ações Avaliativas**, consiste na ancoragem teórica que adotei a respeito da avaliação da aprendizagem, a qual me possibilitou elaborar uma definição de *ação avaliativa* capaz de nortear as análises aos Relatos de Experiência.

O capítulo 3, **Metodologia da Pesquisa**, descreve e justifica os caminhos e procedimentos adotados no desenvolvimento desta pesquisa com vistas alcançar os objetivos propostos. Apresenta explicações a respeito da questão de investigação e suas implicações metodológicas. Versa sobre a abordagem qualitativa, o *corpus* da pesquisa,

⁵ A dissertação de Figueiredo (2013) não apareceu nos resultados desta busca porque o site só captura as publicações de dois anos para trás.

a pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise e a técnica por meio da qual foi realizada a análise dos Relatos de Experiência publicados na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática.

O capítulo 4, **Ações Avaliativas em Modelagem Matemática**, em resposta à questão de investigação proposta, traz a descrição das ações avaliativas, identificadas em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática por meio da análise documental, e a interpretação destas à luz do quadro teórico apresentado no capítulo 2.

Por fim, as **Considerações Finais** sintetizam as implicações dos resultados obtidos no capítulo anterior em relação aos objetivos desta pesquisa e ressalta algumas de suas contribuições no que tange às potencialidades da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática. Destaca também as limitações da obra e apontamentos para pesquisas futuras.

CAPÍTULO 1

MODELAGEM MATEMÁTICA

O estabelecimento e a periodicidade de Conferências Nacionais sobre Modelagem na Educação Matemática, as discussões e publicações a respeito de Modelagem Matemática em eventos de Educação Matemática, o número de produções acadêmicas e a instituição de disciplinas e cursos de pós-graduação voltados a esta linha de pesquisa são indícios de que o interesse pela pesquisa em Modelagem Matemática, sobretudo no âmbito da Educação, tem sido crescente nas últimas décadas. Mas as origens da Modelagem Matemática não são recentes e nem estão relacionadas à Educação.

Neste capítulo apresentamos um esboço histórico a respeito da Modelagem Matemática, desde sua perspectiva inicial até a conjuntura atual, na qual se tem adotado uma multiplicidade de abordagens. Em seguida, explicitamos a concepção de Modelagem Matemática que assumimos e, a partir das possibilidades que esta proporciona, desenvolvemos um estudo a respeito de como a Modelagem Matemática é concebida e materializada nas experiências relatadas no *corpus* desta pesquisa.

1.1 MODELAGEM: DA MATEMÁTICA APLICADA À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Concebida enquanto “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2004, p.16), a Modelagem Matemática pode ter sua origem intrínseca às origens da própria Matemática. Uma vez que, desde os tempos primitivos, embora não existisse um corpo de conhecimentos formal e sistematizado sobre a Matemática, o homem já utilizava artifícios de contagem e de medida relacionados à construção de moradias, ao cultivo de plantações, à caça e criação de animais, bem como aos sistemas de tempo e meios de subsistência com o intuito de entender, manejar e transformar fenômenos do seu dia-a-dia e, com isso, conviver e agir adequadamente perante o meio que o cercara.

Chaves (2005) narra que as elaborações e os modelos sistematizados por Pitágoras, Arquimedes, Platão, Eratóstenes, Copérnico, Kepler, Descartes, Newton, entre outros, reforçam o argumento de que já se traduzia situações-problemas de

fenômenos de diversas áreas do conhecimento para a linguagem matemática. Logo, já se fazia Modelagem Matemática há milênios, ainda que sem fazer referência ao termo.

Nesta perspectiva, a Modelagem pode ser considerada como um processo inerente à construção da Matemática, afinal muitas teorias e proposições matemáticas resultaram da necessidade do homem de entender e de intervir diante de fenômenos de ordem prática, elaborando modelos sistematizados ou não. Nestes termos, é bastante disseminada a ideia de que “a modelagem matemática é a matemática por excelência” (D’AMBROSIO *apud* BASSANEZI, 2004, p.11).

Concomitantemente, enquanto processo pelo qual se aplica axiomas, definições, procedimentos ou técnicas matemáticas para compreender e resolver problemas não matemáticos e fenômenos provenientes de outras áreas do conhecimento, a Modelagem Matemática também foi se firmando como método ou instrumento indispensável da área a qual se convencionou chamar de Matemática Aplicada, a qual consiste justamente na “arte de aplicar matemática a situações problemáticas” (BASSANEZI, 2004, p.32).

Deste modo, a Modelagem Matemática tem sido utilizada por profissionais de variadas áreas do conhecimento que utilizam conhecimentos matemáticos para compreender e resolver problemas de seus respectivos contextos, os quais gradualmente tornaram-se “clientes do poder da Matemática para a organização de seus dados e para testar a objetividade de seus pensamentos” (BASSANEZI, 2004, p.35).

A partir do século XX, segundo Biembengut (2009), em um cenário caracterizado pela discussão a respeito da necessidade de novas estratégias direcionadas ao ensino e à construção do conhecimento matemático, a Modelagem Matemática surge como alternativa e, assim, passa a ingressar o debate na esfera educacional. Pesquisadores, provavelmente matemáticos aplicados, apontaram que o processo de construção de um modelo matemático a fim de estudar um problema advindo da realidade pode proporcionar situações favoráveis para o ensino e para a aprendizagem de Matemática em diferentes níveis de ensino.

A partir da ideia de se utilizar o processo de Modelagem Matemática para suscitar um contexto formativo no qual a construção dos conhecimentos matemáticos se dá sob a peculiaridade de aproximar a matemática escolar de temas e problemas da realidade surgiram, no final da década de 1970, as primeiras propostas registradas em âmbito nacional, as quais foram elaboradas e gradativamente disseminadas por alguns professores, sobretudo, Rodney C. Bassanezi, Ubiratan D’Ambrósio, Aristides C.

Barreto e João Frederico Meyer, os quais foram conquistando adeptos por todo o Brasil (BIEMBENGUT, 2009).

Na Modelagem Matemática sob a perspectiva educacional, o que está implícito é, entre outros, organizar o ensino e mediar a construção do conhecimento matemático a partir do estudo de fenômenos do dia-a-dia, sob a expectativa de que, com isso, os alunos se interessem pelo estudo e se motivem a aprender em uma atmosfera de interação e de diálogo entre professor-aluno. Neste ambiente, a intenção é “traduzir ou organizar situações-problema do cotidiano com vistas a compreendê-los ou solucioná-los” (CHAVES, 2012, p.37), cabendo ao professor atuar como mediador do conhecimento e, ao aluno, modelar fenômenos e atuar ativamente na construção da sua aprendizagem.

1.2 DIVERSIDADE DE CONCEPÇÕES

A partir dessa transposição da Matemática Aplicada para a Educação foram se estruturando abordagens e concepções diferenciadas de Modelagem Matemática, ressaltando seu potencial em se ajustar a diversos contextos e objetivos para atender a diferentes interesses e necessidades.

Burak argumenta em favor desta multiplicidade de concepções articulando que “a Modelagem Matemática é muito rica para ficar restrita a uma única forma de concebê-la” (BURAK, 1987, p.59). Por sua vez, Barbosa segue esta linha de pensamento certificando que “há várias maneiras de conceber e materializar a Modelagem na sala de aula” (BARBOSA, 1999, p.5). Já Chaves e Espírito Santo apontam que existem “várias formas de se organizar e de se mediar atividades de Modelagem, ou várias possibilidades de utilização” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.167).

Desse modo, compreendemos que há diferentes maneiras de se organizar e conduzir atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, levando em conta fatores como os pressupostos teóricos e pedagógicos dos professores, seus interesses, as especificidades do contexto no qual será aplicada e o nível cognitivo dos estudantes, entre outros.

Na literatura, é possível encontrar trabalhos de pesquisadores que versam a respeito do que se entende por Modelagem Matemática, das diferentes maneiras de

materializá-la, das diversas definições de modelo matemático, bem como das variadas estruturas do processo de Modelagem e tarefas inerentes a cada etapa deste processo.

Broering (2009), por exemplo, ao analisar os trabalhos publicados nos Anais da CNMEM, edições IV e V, listou 50 diferentes conceitualizações de Modelagem Matemática. Klüber e Burak (2008) estudaram as concepções de Modelagem Matemática propostas por Burak, Biembengut, Barbosa e Caldeira. Bueno (2011) também desenvolveu um estudo em teses, dissertações e/ou publicações de Burak, Biembengut, Barbosa e Bean no qual se propôs a articular aspectos metodológicos e teóricos que fundamentam as concepções de Modelagem Matemática defendidas por Biembengut, Burak, Barbosa e Bean. Após mapear teses e dissertações nacionais de 1976 a 2005, Silveira (2007) elencou 27 nomes atribuídos à Modelagem na Educação Matemática. Longe de estes dados representarem uma referência holística, entendemos que, de certo modo, evidenciam a diversidade de interesses e necessidades que as práticas de Modelagem Matemática podem atender.

Neste capítulo não intencionamos reproduzir este quadro teórico densamente explorado, mas apresentar um estudo a respeito de como e quais as concepções de Modelagem são evidenciadas nos Relatos de Experiência selecionados para esta pesquisa. Para isso, investigamos em cada Relato de Experiência os três aspectos que, segundo Chaves e Espírito Santo (2011), podem determinar várias possibilidades de se conceber, organizar e conduzir atividades de Modelagem Matemática em sala de aula.

Os autores reconhecem que a organização de uma atividade de Modelagem Matemática “engloba desde a sua finalidade ou *para quê* a Modelagem será utilizada, até o cuidado com a diversidade da sala de aula, que diz respeito ao *onde* e *para quem* a Modelagem será usada” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.161-162), os quais constituem fatores determinantes para *como* a atividade será planejada e desenvolvida.

Os diferentes objetivos que se deseja alcançar com a atividade (*para quê*), as especificidades do contexto no qual esta será realizada (*onde*) e particularidades dos sujeitos que participarão da mesma (*para quem*) são aspectos que podem determinar *como* a atividade de Modelagem Matemática será implementada em sala de aula.

Diante destas reflexões, Chaves e Espírito Santo (2011) estruturam algumas possibilidades para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na sala de aula. Essa estruturação, segundo os autores, é flexível, de modo que as possibilidades podem ser combinadas entre si para gerar outras maneiras de se conceber, organizar e desenvolver atividades de Modelagem Matemática.

ETAPAS DO PROCESSO	POSSIBILIDADE		
	1	2	3
ESCOLHA DO TEMA	professor	professor	prof./aluno
ELABORAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	professor	professor	prof./aluno
COLETA DE DADOS	professor	prof./aluno	prof./aluno
SIMPLIFICAÇÃO DOS DADOS	professor	prof./aluno	prof./aluno
TRADUÇÃO/RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	prof./aluno	prof./aluno	prof./aluno
ANÁLISE CRÍTICA DA SOLUÇÃO/ VALIDAÇÃO	prof./aluno	prof./aluno	prof./aluno

Quadro 1: Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula

Fonte: Chaves e Espírito Santo (2011).

Como sugere o quadro, as etapas do processo de Modelagem Matemática podem ser assumidas e compartilhadas por alunos e professores, variando de acordo as pretensões em termos de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático e com as contingências do contexto escolar.

Na *escolha do tema*, o professor ou os alunos escolhem um assunto ou fenômeno a ser explorado. A *elaboração da situação-problema* consiste no levantamento de um ou mais problemas e questionamentos que possam ser estudados matematicamente. A *coleta de dados* envolve a pesquisa e o levantamento de informações a respeito do que se quer investigar. A *simplificação dos dados* corresponde à seleção das variáveis que serão levadas em consideração no estudo. Na *tradução/resolução do problema* ocorre o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos em função da construção dos modelos que o estudo requer. Por fim, a *análise crítica da solução/validação* é a testagem dos resultados obtidos buscando verificar o quanto são pertinentes.

Nossa primeira experiência prática com atividades de Modelagem, por exemplo, se aproximou da **Possibilidade 1**. Elaboramos e desenvolvemos uma atividade junto a uma turma de 1º ano do Ensino Médio (*onde e para quem*) com o objetivo de utilizar os conceitos de relacionados à função do 1º grau (*para quê*) a partir do estudo dos serviços de telefonia móvel de três operadoras adotadas pelos alunos, tendo em vista identificar os planos mais vantajosos.

Como possuíamos um tempo restrito a quatro aulas e levando em consideração nossa intenção de abordar um conteúdo específico, nos encarregamos de assumir e formatar a maior parte das etapas do processo. Escolhemos um tema que contemplasse aos interesses dos alunos e aos nossos, elaboramos problemas que apontassem para o que queríamos ensinar, coletamos dados junto às operadoras telefônicas, preparamos o

material didático a ser utilizado e, vislumbrando os diversos caminhos que os alunos poderiam tomar na resolução das atividades, fizemos um levantamento dos possíveis modelos aos quais prevíamos que alunos chegariam. Coube aos alunos resolver os problemas e analisar as soluções encontradas a partir de seus conhecimentos e com auxílio do professor. Nesta atividade, a Modelagem Matemática pode ser vislumbrada enquanto caminho ou estratégia (*como*) para se ensinar um ou mais tópicos específicos do conteúdo programático escolar.

Quanto à **Possibilidade 2**, suponhamos que citamos como exemplo uma atividade que ainda não foi por nós colocada em prática, mas que contempla a descrição de Chaves (2011). Durante uma conversa sobre cidadania junto a uma turma de 7º ano do ensino fundamental (*onde e para quem*), foram citadas ações a serem executadas junto aos alunos de modo a possibilitar melhorias no contexto escolar. Veio, então, a ideia de desenvolver uma atividade que indicasse a quantidade de galões de tinta necessários para pintar as salas de aula e corredores da escola (*para quê*). Coube ao professor escolher o tema, elaborar a situação problema a ser estudada e orientar aos alunos ao longo da coleta de dados relativa à metragem das salas e dos muros a serem pintados, da resolução do problema e da validação das soluções por eles obtidas.

Nesta perspectiva, mais imprevisível que a primeira, pressupúnhamos alguns conteúdos matemáticos que seriam necessários para resolver o problema, que caminhos os alunos poderiam tomar, entretanto não sabíamos a que modelos chegaríamos. Logo, entendemos que tal possibilidade se aproxima da concepção de um ambiente no qual professores e alunos se dispõem a investigar a Matemática envolvida na solução de um problema não matemático.

Em relação à **Possibilidade 3**, suponhamos que os alunos do curso de Engenharia Ambiental (*onde e para quem*), por conta de um projeto de pesquisa relacionado à disciplina Direito Ambiental, solicitam ajuda do professor de Cálculo quanto a uma questão socioambiental das adjacências da faculdade na qual estudam a fim de calcular o índice de poluição de um lago de água corrente (*para quê*) no qual é bombeada uma espécie de resíduo de uma indústria muito conhecida na cidade. Para tanto, os alunos se envolvem em todas as etapas do processo, desde a escolha do tema e da situação-problema, passando pela coleta de dados até a análise das soluções.

Nessa perspectiva, caracterizada pelo envolvimento entre professor e alunos em todas as etapas e, em tese, exige-se bastante tempo para se realizar a pesquisa e um considerável arcabouço de conhecimentos matemáticos por parte dos modeladores, o

que pode inviabilizá-la para um contexto escolar no qual se pretende cumprir conteúdos específicos de uma grade curricular pré-estabelecida (*para quem*) ou em que os alunos (*para quem*), dependendo do problema estudado, não disponham de um ferramental matemático mais sofisticado (*onde*).

Vale ressaltar que o nível de escolaridade no qual a atividade de Modelagem Matemática será desenvolvida não é o único fator que determina qual das três possibilidades é a mais adequada para determinado contexto. Antes, a opção por determinada possibilidade fica condicionada às intenções que se tem com a atividade de Modelagem Matemática (*para quem*), às contingências do contexto escolar (*onde*) no qual a Modelagem Matemática será desenvolvida e, dependendo do problema a ser estudado, ao arcabouço de conhecimentos matemáticos dos sujeitos envolvidos (*para quem*).

Se o objetivo da atividade (*para quem*) é sistematizar ou aplicar um conteúdo matemático específico, a Possibilidade 1 parece ser apropriada. Se o objetivo é solucionar um problema específico e, a partir dele, estudar conteúdos matemáticos não necessariamente pré-estabelecidos, a Possibilidade 2 parece ser a mais viável. Mas se a intenção é refletir sobre questões sociopolíticas e a partir delas buscar ferramentas matemáticas para resolvê-las, a Possibilidade 3 pode ser a mais adequada.

Sobre *onde* a atividade será realizada, acreditamos que não apenas o nível de escolaridade, mas, sobretudo, a filosofia pedagógica adotada pela escola sejam variáveis importantes para a possibilidade a ser adotada. Se o contexto escolar (*onde*), por exemplo, exige o cumprimento linear da grade curricular, a Possibilidade 1 pode tornar-se a mais indicada e a opção pela Possibilidade 3 seria menos provável.

Quanto ao *para quem*, cremos que a opção por determinada Possibilidade está diretamente relacionada ao ferramental matemático do qual o aluno dispõe e à matemática que a resolução do problema estudado requer. Nas Possibilidades 1 e 2, o professor pode selecionar temas e problemas que venham a contemplar o público com o qual trabalha. Mas permitir que os alunos escolham um tema ou problema qualquer a ser estudado, como acontece na Possibilidade 3, pode suscitar situações às quais os próprios alunos não disponham ferramental matemático para compreender ou solucionar. Isso não impede que tal possibilidade venha a ser utilizada na Educação Básica, mas neste caso, seria conveniente delimitar a amplitude do estudo.

Se precisarmos estudar os movimentos das marés numa turma de 6º ano do ensino fundamental, por exemplo, compreendemos que nossas abordagens ficariam restritas ao domínio dos números naturais. No 7º ano, este domínio poderia ser

estendido aos números inteiros e às equações do 1º grau. No 8º ano, já seria possível discuti-lo por meio de polinômios mais elaborados. No 9º ano, o tema poderia ser mais explorado a partir do estudo da função do 2º grau. No ensino médio, poderíamos lançar mão das relações trigonométricas. E no ensino superior, limite, derivadas e equações diferenciais.

Estima-se, então, que seja possível trabalhar qualquer tema, ainda que nem sempre seja possível responder qualquer problema em qualquer nível de escolaridade. Entretanto, quanto mais elaborado o conteúdo matemático, mais precisas serão as respostas em relação ao contexto do problema estudado.

Em função da sua potencialidade de se ajustar aos mais diversos contextos e objetivos educacionais e de proporcionar variadas possibilidades e situações favoráveis para que professores e alunos interajam em contexto de ensino e aprendizagem, a perspectiva de Modelagem Matemática que adotamos neste trabalho é de

um processo gerador de um ambiente de ensino e aprendizagem, no qual, os conteúdos matemáticos podem ser conduzidos de forma articulada com outros conteúdos, de diferentes áreas do conhecimento, contribuindo dessa forma, para que se tenha uma visão holística (global) do problema em investigação (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.168-169).

Nesta concepção, o referido ambiente está relacionado ao

espaço da sala de aula, sem necessariamente se restringir a ele, no qual cada um de seus participantes, alunos e professores, assumem responsabilidades e obrigações pelo desenvolvimento de atividades que visem o ensino e a aprendizagem do conhecimento, aqui, em particular, o matemático (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.169).

O ambiente de ensino e aprendizagem gerado pelo processo de Modelagem Matemática caracteriza-se, portanto, pela atuação do aluno como modelador com vistas a construir e elaborar conhecimentos matemáticos sob orientação do professor. Este, por sua vez, atua como mediador do processo de ensino e aprendizagem compartilhando com os alunos tarefas que envolvem a problematização de uma situação-real para ser estudada por meio da coleta, simplificação, organização e análise de informações e da resolução de problemas.

1.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NOS RELATOS DE EXPERIÊNCIA

Nesta seção apresentamos um panorama a respeito de como a Modelagem Matemática é concebida e como suas atividades foram materializadas nos treze relatos

experiência da VIII CNMEM que constituíram o *corpus*⁶ desta pesquisa. Trazemos indícios da perspectiva de Modelagem Matemática adotada pelos autores destes Relatos de Experiência e também de como organizaram e conduziram as atividades em sala de aula.

Na busca por identificar esses aspectos nos Relatos de Experiência, dado que o *como* conceber, organizar e conduzir atividades de Modelagem Matemática depende do *para quê*, *onde* e *para quem* estas serão realizadas, adotamos quatro questões norteadoras para conduzir nosso estudo, a partir das quais selecionamos excertos⁷ capazes de respondê-las:

- (1) Que termo(s) o(s) autor(es) utiliza(m) para referir-se à Modelagem Matemática?
- (2) Que teórico referendou a concepção de Modelagem Matemática adotada pelo(s) autor(es) do Relato de Experiência?
- (3) Com que finalidade a atividade de Modelagem foi realizada (*para quê*)?
- (4) Em que nível de escolaridade se deu a atividade (*onde* e *para quem*)?

1.3.1 Modelagem Matemática: O que é? Quem referendou?

Esta seção busca elucidar em que teórico da Modelagem Matemática os autores dos Relatos de Experiência se fundamentaram para conduzir suas atividades junto aos alunos e, concomitantemente, apresentar as expressões pelas quais estes se referiram à Modelagem Matemática em seus relatos. Para orientar nossas investigações, aplicamos as seguintes perguntas a cada relato do *corpus* de pesquisa adotado: *Que teórico referendou a concepção de Modelagem Matemática adotada pelo(s) autor(es) do Relato de Experiência? Que termo(s) o(s) autor(es) utiliza(m) para referir-se à Modelagem Matemática?*

Para responder ao primeiro questionamento, foi necessário recortarmos frases e/ou parágrafos dos Relatos de Experiência. Quanto ao segundo, bastou selecionar algumas palavras-chaves. As respostas às questões levantadas estão tabuladas a seguir:

⁶ Os critérios utilizados para selecionar os Relatos de Experiência com os quais se trabalhou nesta pesquisa, são apresentados no Capítulo 3.

⁷ A origem de cada excerto é identificada por uma referência do tipo (RE02, p.4), que se evidencia, por exemplo, a um fragmento de texto localizado na página 4 do Relato de Experiência número 12.

RELATO	TERMOS ATRIBUÍDOS À MODELAGEM MATEMÁTICA	REFERENCIAL TEÓRICO PREDOMINANTE
RE02	Metodologia de ensino. Alternativa metodológica. Estratégia metodológica de ensino.	Bassanezi
RE03	–	Bassanezi
RE04	Metodologia de ensino.	Barbosa
RE05	Metodologia de ensino. Estratégia de ensino e aprendizagem. Ambiente de Aprendizagem.	Biembengut
RE08	Ambiente de aprendizagem	Barbosa
RE09	Ambiente de aprendizagem.	Barbosa
RE10	Abordagem. Estratégia de ensino e aprendizagem.	–
RE11	Ambiente de aprendizagem.	Barbosa
RE12	Metodologia de Ensino. Estratégia de ensino.	Barbosa
RE13	Ambiente de aprendizagem.	Barbosa
RE15	Modelagem didática.	Kaiser
RE19	Metodologia de ensino. Estratégia de ensino. Recurso didático. Ferramenta de ensino. Abordagem pedagógica.	Bassanezi
RE20	Ambiente de aprendizagem.	Barbosa

Quadro 2: Referenciais teóricos e termos atribuídos à Modelagem Matemática

A busca por respostas ao primeiro questionamento exigiu atenção e muitas reconsiderações, visto que, em alguns Relatos de Experiência, a concepção teórica de Modelagem Matemática assumida não foi descrita explicitamente. Em determinados relatos, os autores parecem assumir mais de uma concepção. Outros autores, ainda, citam determinados teóricos e assumem a perspectiva de Modelagem Matemática defendida por teóricos diferentes. Deste modo, por vezes, foi necessário conjecturarmos a concepção predominante de Modelagem Matemática ao longo de cada documento analisado.

Quanto às respostas ao segundo, questionamento, era de se esperar que estivessem naturalmente relacionadas ao primeiro, isto é, ao referencial teórico adotado. Essa concordância de fato aconteceu nos relatos RE08, RE09, RE11, RE13 e RE20, nos quais, os autores, referendados em Barbosa, aludem à Modelagem Matemática usando o termo *ambiente de aprendizagem*. E no RE15, onde os autores adotam a perspectiva de Modelagem Matemática de Kaiser e lançam mão do termo *Modelagem Didática*. Todavia, nos demais relatos que constituíram o *corpus* pesquisa, os resultados não foram tão lineares assim.

É possível observar que há autores dos Relatos de Experiência que utilizam mais de uma expressão para referir-se à Modelagem Matemática. Compreendemos que isso acontece pelo fato de os autores almejarem utilizar expressões como sinônimas, tanto que não associam os outros termos a nenhum outro teórico.

Há também falta de isonomia em alguns relatos no sentido de serem adotadas diferentes concepções de Modelagem Matemática ao longo da mesma experiência. Para minimizar a ocorrência deste quadro nas pesquisas em Modelagem Matemática, é pertinente que os interessados conheçam as diferenças entre as perspectivas teóricas nas quais os teóricos fundamentam suas concepções de Modelagem Matemática e compreendam que nem sempre é possível associá-las ao longo da mesma experiência.

No RE02, embora façam referências pontuais a Biembengut, Burak, Blum e Barbosa, as autoras dizem ter assumido a concepção de Modelagem Matemática proposta por Bassanezi.

Existem, basicamente, duas definições para Modelagem Matemática. Ela pode ser encarada como uma metodologia científica de pesquisa [...] e pode ser entendida também como uma estratégia metodológica de ensino, onde o processo de construção de um modelo matemático, em diferentes níveis de ensino, contribui para a construção de conhecimentos matemáticos (BASSANEZI, 2002) (RE02, p.1).

Ainda que tenham se fundamentado em Bassanezi, segundo o qual a Modelagem Matemática em contexto educacional é concebida como *estratégia de ensino e aprendizagem*, os autores do RE02 referem-se à Modelagem Matemática também como *metodologia de ensino* e *alternativa metodológica*. É provável que os autores do Relato de Experiência consideram essas expressões como sinônimas, pois não as relaciona à concepção de Modelagem Matemática proposta por outros pesquisadores.

Neste trabalho, buscamos mostrar os múltiplos aspectos favorecidos pela modelagem matemática, como uma alternativa metodológica para o ensino de matemática nos diversos níveis de ensino [...] (RE02, p1).

Assim, assumindo a modelagem matemática, como metodologia de ensino, buscamos articular conhecimentos prévios dos alunos como o desenvolvimentos de novos, favorecendo além da aprendizagem matemática, o desenvolvimentos dos alunos enquanto cidadãos críticos, reflexivos e participantes (RE02, p.1).

No RE03, as autoras fazem alusão a Barbosa (1999) e Almeida e Dias (2004), porém, posto que “para o desenvolvimento das atividades em sala de aula, foram utilizadas as etapas da Modelagem Matemática, conforme Bassanezi” (RE03, p.3), inferimos que a concepção deste autor tenha sido predominante. Ao longo do texto, as autoras não utilizam nenhum substantivo próprio para fazer menção à Modelagem Matemática.

Os autores do RE04 fazem algumas referências a Biembengut e Bassanezi, mas, ao descreverem que “para Barbosa (2001) a Modelagem Matemática no ensino pode ser caracterizada em três casos a partir de seu desenvolvimento [e] estima-se que este

Relato de Experiência tem as características do segundo caso [...]” (RE04, p.2), dão a entender que realizaram suas atividades sob a perspectiva de Barbosa. Entretanto, não foi feita nenhuma referência à Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem. Ao invés disso, referem-se à Modelagem Matemática como metodologia.

Para isso, foram planejadas atividades interdisciplinares e experimentais, que utilizam a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e abordam os fenômenos ópticos (RE04, p.3).

A metodologia utilizada foi a Modelagem Matemática com o envolvimento de recursos didáticos confeccionados, principalmente, com madeiras e espelhos, que foram abordados no ensino de forma interdisciplinar (RE04, p.3).

No RE05, a autora parece ter se apropriado de duas concepções teóricas de Modelagem Matemática. A princípio, embora não tenha dito assumir esta concepção, a autora concorda com a perspectiva de Barbosa, segundo o qual a Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem.

Conforme Barbosa (2003) podemos dizer de um modo mais específico que se trata de um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e investigar por meio da Matemática situações com referência na realidade (RE05, p.1).

Por conseguinte, a autora do RE05 evoca a concepção sustentada por Biembengut e dá indícios de que esta concepção foi predominante em sua atividade. Em algumas partes do texto, a autora concorda com a concepção teórica proposta por Biembengut, referindo-se à Modelagem Matemática como *metodologia de ensino*. Mas em outra parte do texto, utiliza o termo *estratégia de ensino-aprendizagem* dando a entender que as expressões sejam sinônimas.

Biembengut (1999) reforça esse pensamento ressaltando que a Modelagem Matemática é uma alternativa de ensino-aprendizagem na qual a Matemática trabalhada com os alunos parte de seus próprios interesses e o conteúdo desenvolvido tem origem no tema a ser problematizado nas dificuldades do dia-a-dia, nas situações de vida (RE05, p.2).

Neste trabalho, tem-se a Modelagem Matemática como metodologia no Ensino da Matemática. [...] A aplicação da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem busca um ensino mais significativo de Matemática, contextualizando a disciplina no cotidiano do aluno. A partir desta abordagem, foi realizado este trabalho (RE05, p.2).

Em suma, a autora parece ancorar-se na concepção de Modelagem Matemática proposta por Biembengut, mas em diferentes partes do texto, refere-se à Modelagem Matemática como *metodologia de ensino*, *alternativa de ensino-aprendizagem*, *estratégia de ensino e aprendizagem* e *ambiente de aprendizagem*.

No RE08, ao relatar que tem a expectativa de “mostrar como a Modelagem Matemática, na perspectiva de um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2001), é eficaz no tratamento do conteúdo ministrado tradicionalmente, sem prejuízos de cronograma” (RE08, p.1), o autor deixa claro que assumiu a concepção defendida por Barbosa. Ao longo do texto o autor refere-se à Modelagem Matemática unicamente como ambiente de aprendizagem.

Os autores do RE09 delinham que “Barbosa (2001, p.6) afirma que a Modelagem é um ambiente de aprendizagem” (RE09, p.3) e, por conseguinte, assim declaram que assumiram tal concepção em suas atividades: “[...] consideramos Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a solucionar matematicamente problemas não apenas matemáticos [...]” (RE09, p.4).

Já no RE10, as autoras fazem alusão à diversidade de pressupostos assumidos pela Modelagem Matemática e apontam que “nem no debate teórico há uma concepção clara do que é Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática” (RE10, p.2), mas reconhecem que “a maioria dos pesquisadores e educadores envolvidos com a Modelagem Matemática no ensino a classificam como uma estratégia de ensino-aprendizagem voltada para o cotidiano dos alunos” (RE10, p.2).

As autoras do RE10 detêm-se, ainda, em citar alguns pesquisadores da área, mas, por fim, não assumem declaradamente a concepção de Modelagem Matemática de nenhum deles. Antes, parecem interessadas em elaborar uma perspectiva própria de Modelagem Matemática, a qual é assim explícita:

Na minha perspectiva, a Modelagem na Educação Matemática é uma abordagem que libertou-se dos limites sugeridos pelas disciplinas (fragmentação do conhecimento) e que incentiva os educandos a usarem os conhecimentos matemáticos para descrever fenômenos, sejam eles simples ou complexos, reais ou puramente teóricos (RE10, p.2).

No relato não está explícito se esta perspectiva de Modelagem Matemática foi constituída a partir da atividade narrada no Relato de Experiência ou se já estivera estabelecida. Também não fica claro se tal perspectiva é da primeira ou da segunda autora do Relato de Experiência.

Quanto ao RE11, seus escritores asseveram o referencial teórico adotado quando relatam que a “concepção de Modelagem é a mesma de Barbosa (2004), pois nossa preocupação está voltada para a aprendizagem investigativa” (RE11, p.3) e, em concordância com a concepção assumida, reconhecem que a experiência relatada “trata do

desenvolvimento de atividades, em um ambiente de aprendizagem que envolve Modelagem Matemática” (RE11, p.1).

No tocante ao RE12, os autores parecem interessados em imbricar duas correntes de concepções, uma vez que consideram “a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino que pode possibilitar o desenvolvimento de atividades em um ambiente de aprendizagem” (RE12, p.2).

Por um lado, ao longo do texto, dão a entender que fundamentaram suas atividades de Modelagem Matemática na concepção e nas regiões de possibilidades propostas por Barbosa.

Inicialmente, as atividades se enquadraram como caso (1) de Modelagem Matemática, e a seguir, conforme o trabalho avançou e houve a necessidade de buscar novas informações e dados sobre o tema, as atividades podem ser consideradas como caso (2) de Modelagem Matemática (RE12, p.11).

Por outro lado, porém, referem-se à Modelagem Matemática ora como metodologia de ensino, ora como estratégia de ensino, dando a entender que, para os autores, estas expressões podem estar sendo entendidas como sinônimas.

A proposta surgiu da necessidade de dar continuidade ao estudo de funções, iniciado com os estudantes ainda no 1º ano, e teve como objetivo explorar o tema Imposto de Renda utilizando a Modelagem Matemática como metodologia de ensino (RE12, p.1).

Nesse contexto, a Modelagem Matemática mostrou-se uma estratégia de ensino adequada para a proposta a ser desenvolvida, possibilitando a construção de um Ambiente de Aprendizagem [...] (RE12, p.1).

Ainda sobre o RE12, seus autores citam Bisogni e Bisogni (2011) e Sant’Anna (2009) para referir-se à Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Vale ressaltar que, em nossas investigações, percebemos que Bisogni e Bisogni (2011) assumem a Modelagem Matemática como metodologia de ensino segundo Bassanezi. Já Sant’Ana (2009), diferentemente do que os autores do RE12 assinalam, não concebe a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, mas adotam a perspectiva de ambiente de aprendizagem defendida por Barbosa.

Neste trabalho, tomo como ponto de partida a definição de Modelagem Matemática apresentada por Barbosa (2001), como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (SANT’ANA, 2009, p.1).

Quanto ao RE13, a autora declara que as atividades de Modelagem Matemática descritas foram realizadas conforme a perspectiva de Barbosa e, em harmonia com o referencial teórico adotado, trata a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem.

Buscando proporcionar um ambiente de aprendizagem em que os alunos fossem convidados à investigação matemática, foi apresentada a proposta do projeto Consumo Consciente no qual o professor foi o responsável pela elaboração da situação-problema e os demais passos foram realizados em conjunto com os alunos. (RE13, p.4).

Barbosa apresenta uma tabela que aponta os possíveis casos da exploração de Modelagem em sala de aula. [...] Para o desenvolvimento desta experiência abordamos uma situação classificada como o Caso 2, pois o tema do projeto foi escolhido pelos professores das diferentes áreas do conhecimento e no caso da Matemática, a professora já tinha elaborado a situação-problema antes de propor a investigação aos alunos (RE13, p.4-5).

Os autores do RE15 adotaram a perspectiva de Modelagem Matemática de Kaiser e Sriraman (2006) para conduzir atividades de Modelagem Matemática junto aos seus alunos e, em concordância com este suporte teórico, lançam mão do termo *Modelagem Didática* para referir-se à Modelagem Matemática.

[...] não há dúvidas de que nossa proposta tem um foco muito específico: o aprendizado da Matemática. Nosso alvo está dentro da escola e nossas ações são organizadas por professores. Logo, a Modelagem que estamos desenvolvendo tem seus objetivos centrais em comum com a Modelagem Didática (RE15, p.3).

Já no RE19, seus autores fazem referência a alguns marcos teóricos da Modelagem Matemática, mas, por fim, revelam a concepção de Modelagem Matemática assumida por eles.

[...] em nossa pesquisa, buscaremos uma definição de modelagem matemática, no sentido de usá-la como metodologia de ensino, mostrando também sua característica como método de investigação científica propostos por Bassanezi (2004). [...] Assim, utilizaremos a modelagem como estratégia de ensino por considerar a eficiência na obtenção de resultados significativos no processo de ensino e aprendizagem (RE19, p.4).

Em harmonia com Bassanezi (2004), os autores referem-se à Modelagem Matemática como estratégia de ensino, mas também utilizam outros termos, provavelmente como sinônimos, visto que não fazem referência a outros teóricos para referendar essas expressões.

Neste artigo buscamos discutir inicialmente os aspectos relevantes da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, caracterizando-a principalmente como

recurso didático a ser utilizado pelo professor de matemática no âmbito do ensino desta disciplina [...] (RE19, p.1).

[...] surge a modelagem matemática como ferramenta de ensino, que viabiliza um processo de aprendizagem mais abrangente, principalmente por proporcionar aos alunos o contato direto do conhecimento matemático presente em situações reais de seu cotidiano (RE19, p.2).

[...] entendemos que a modelagem matemática pode ser entendida como uma abordagem pedagógica que pode dar suporte ao ensino dos conteúdos matemáticos [...] (RE19, p.3).

O RE20, por sua vez, revela que a concepção de Modelagem Matemática adotada na atividade se fundamenta em Barbosa.

A atividade presente de modelagem refere ao caso 2 (BARBOSA, 2004), ou seja, o professor propõe o problema, cabendo aos alunos buscarem os dados quantitativos e qualitativos suficientes para a sua resolução (RE20, p.3).

Os autores do RE20 demonstram que concordam com o referencial teórico adotado quanto à forma de referir-se à Modelagem Matemática quando asseveram que entendem a “modelagem como ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar por meio da matemática situações com referência na realidade” (RE20, p.2).

A partir desses dados acerca da concepção de Modelagem Matemática dos autores dos Relatos de Experiência da VIII CNMEM, propomos a tabela abaixo que expressa os termos atribuídos pelos autores dos relatos à Modelagem Matemática e a respectiva quantidade de relatos que fazem referências a estes termos.

Tabela 1: Ocorrência dos termos atribuídos à Modelagem Matemática

Termos	Número de ocorrências não disjuntas⁸
Ambiente de aprendizagem	7
Metodologia ou Metodologia de ensino	5
Estratégia de ensino ou Estratégia de ensino e aprendizagem ou Estratégia Metodológica de ensino.	5
Abordagem ou Abordagem Pedagógica	2
Alternativa metodológica ou alternativa de ensino e aprendizagem	2
Recurso didático	1
Ferramenta de ensino	1
Modelagem (Matemática) Didática	1

De acordo com o número de ocorrências registradas na Tabela 1, verifica-se certa predominância, na amostragem de Relatos de Experiência analisados, em

⁸ Não disjuntas pelo fato de alguns autores utilizarem mais de uma expressão para referir-se à Modelagem Matemática.

considerar a Modelagem Matemática como *ambiente de aprendizagem, metodologia de ensino e estratégia de ensino*. Compreendemos que em outras expressões utilizadas – *abordagem pedagógica, alternativa metodológica, recurso didático, ferramenta de ensino, modelagem (matemática) didática* – ficam evidentes que intencionalidades dos autores se direcionam ao aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem e, portanto, no geral, são concepções próximas no sentido da utilização da Modelagem Matemática com fins pedagógicos.

Com relação ao teórico que predominantemente referendou a concepção de Modelagem Matemática em cada Relato de Experiência analisado, notamos certa preferência por Barbosa.

REFERENCIAIS TEÓRICOS PREDOMINANTES	OCORRÊNCIAS	RELATOS DE EXPERIÊNCIA
Barbosa	7	RE04, RE08, RE09, RE11, RE12, RE13, RE20
Bassanezi	3	RE02, RE03, RE19
Biembengut	1	RE05
Kaiser	1	RE15
Próprio autor	1	RE10

Quadro 3: Referenciais teóricos

Mas, afinal, como se processa a Modelagem Matemática a partir da concepção de Barbosa, Bassanezi, Biembengut e Kaiser? O que eles conceituam sobre Modelagem Matemática? Com a pretensão de responder a estas questões, tecemos algumas considerações teóricas.

Barbosa concebe Modelagem Matemática como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2001, p.6). O autor se fundamenta em Skovsmose (2000) para definir ambiente de aprendizagem como as condições nas quais os alunos são convidados e estimulados a atuar.

Segundo o autor, este ambiente compreende uma oportunidade de se estudar e discutir situações vigentes na sociedade, isto é, que não sejam fictícias, por intermédio de conceitos e teorias matemáticas. Dessa forma, favorece não apenas o envolvimento dos alunos com os conhecimentos matemáticos, mas, sobretudo, o desenvolvimento de habilidades de investigação e a compreensão do papel sociocultural da Matemática, segundo o aporte teórico que o autor denomina sócio-crítico (BARBOSA, 2001). Preocupa-se com outras questões que envolvem muito mais que cálculos e conteúdos

matemáticos e busca enfatizar a participação crítica dos alunos como cidadãos envolvidos em questões políticas, econômicas e ambientais.

A concepção proposta por Barbosa considera como modelo matemático “toda representação matemática da situação” (BARBOSA, 2008, p.48) registrada por escrito e, Dessa forma, não restringe o processo de Modelagem Matemática à obtenção de modelos formais e/ou mais elaborados, embora não exclua essa possibilidade, mas concebe o produto do processo de Modelagem Matemática de forma ampla e inclusiva.

A definição de modelo matemático adotada por Barbosa pode favorecer, portanto, a utilização desta proposta em contextos escolares das séries iniciais, nas quais os alunos não disponham de um arcabouço mais sofisticado de conteúdos matemáticos. No entanto, como nessa perspectiva os conteúdos matemáticos, programáticos ou não, vão emergindo à medida que a atividade vai se desenvolvendo, sua adoção pode se distanciar de realidades escolares que exijam o cumprimento linear de conteúdos matemáticos.

Quanto à forma de organizar o processo de Modelagem em sala de aula, Barbosa (2003) não apresenta um conjunto de etapas pré-estabelecidas, mas propõe um sistema no qual professor e alunos se envolvem na elaboração da situação-problema, coleta de informações, simplificação de variáveis e resolução matemática, assumindo responsabilidades que variam de acordo com as contingências do contexto escolar no qual a atividade de Modelagem Matemática será desenvolvida.

CASO 1	O professor apresenta um problema com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos, acompanhados pelo professor, a tarefa de resolver o problema.
CASO 2	Os alunos deparam-se apenas com o problema a investigar. Ao professor cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial.
CASO 3	Os temas não matemáticos podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Ambos são responsáveis pela coleta de informações e pela simplificação, formulação e resolução do problema.

Quadro 4: Casos delineados por Barbosa

Fonte: Barbosa (2003)

Para **Bassanezi**, a Modelagem Matemática consiste na “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2004, p.16). Diante dessa definição, o autor aponta que a Modelagem Matemática pode ser compreendida tanto como um método científico de pesquisa, pelo qual é possível solucionar matematicamente problemas e fenômenos da realidade, quanto como estratégia de

ensino e aprendizagem, na qual o fenômeno modelado pode suscitar a motivação dos alunos e o processo de construção de modelos matemáticos, por sua vez, pode contribuir para a construção de conhecimentos matemáticos em diferentes níveis de ensino.

Bassanezi sugere, portanto, uma adequação do método utilizado por pesquisadores e modeladores profissionais para a sala de aula. Dessa forma, segundo esta proposta, os fenômenos e problemas a serem estudados, ou aproximações deles, é que determinam os conteúdos e procedimentos matemáticos a serem explorados ou sistematizados em sala de aula.

Possivelmente em decorrência de suas experiências com Modelagem no âmbito da Matemática Aplicada, o autor assevera que a “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação dos modelos matemáticos” (BASSANEZI, 2004, p.24), mas reconhece que, ao tomá-la como **estratégia de ensino e aprendizagem**, este processo pode ser flexibilizado a fim de estimular professores e alunos a desenvolverem suas habilidades matemáticas. Assim, o “mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado” (BASSANEZI, 2004, p.38) a partir das atividades elaboradas pelo professor.

O autor sugere que a Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem pode utilizar as mesmas etapas da Modelagem Matemática enquanto método científico de pesquisa, a saber: (1) Experimentação – momento destinado à pesquisa e à obtenção dos dados; (2) Abstração – etapa que envolve o levantamento de questões a serem estudadas e a seleção das variáveis mais relevantes ao estudo; (3) Resolução – etapa em que se traduz a situação-problema para a linguagem matemática; (4) Validação – compreende testagem do modelo obtido para aceitá-lo ou rejeitá-lo; (5) Modificação – reelaboração do modelo se houver necessidade (BASSANEZI, 2004, p.26-31).

Já **Biembengut**, inspirada nos parâmetros da Matemática Aplicada, possivelmente por ter sido orientanda de Bassanezi, concebe a Modelagem Matemática como “o processo que envolve a obtenção de um modelo” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.12), no qual podem ser feitas algumas adequações, de modo a tornar possível a sua utilização como “metodologia de ensino-aprendizagem [que] parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e de pesquisa sobre o tema” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.28), sem, contudo perder a linha mestra de pesquisa e criação de modelos. Em

outras partes do livro, Biembengut e Hein (2005) referem-se à Modelagem Matemática como estratégia de ensino e como método de ensino.

A perspectiva sustentada por Biembengut se aproxima da proposta de Bassanezi no que diz respeito ao tratamento dado à Modelagem Matemática como um método da Matemática Aplicada que pode ser adaptado para ser utilizado no processo de ensino e aprendizagem de qualquer nível de escolaridade. Todavia, se diferencia no tocante à necessidade de obtenção de um modelo e à ênfase dada ao conteúdo programático escolar em detrimento ao fenômeno modelado.

Diferentemente de Bassanezi (2004), Biembengut enfatiza que a Modelagem Matemática, mesmo na perspectiva de metodologia de ensino e aprendizagem, evoca a necessidade de obtenção de um modelo, seja ele inédito ou reelaborado de alguma área do conhecimento. A autora reconhece, porém, que o modelo a ser obtido e estudado depende do ferramental matemático do qual os alunos dispõem.

A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.12).

A autora ressalta, ainda, que a utilização da Modelagem Matemática em sala de aula tem a intenção de “desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p.18), cabendo ao professor “preparar, previamente, a condução do processo de tal forma que desenvolva, no mínimo, o conteúdo programático” (BIEMBENGUT; HEIN, 2005, p. 20). Isso pressupõe que o professor saiba, de antemão, os conteúdos que serão sistematizados ao longo do processo de modelar matematicamente uma aproximação de uma situação-problema empírica. Diante disso, o conteúdo programático a ser trabalhado é que determina os problemas a serem modelados, isto é, o professor escolhe um tema ou problema capaz de suscitar especificamente o tópico do conteúdo programático que pretende abordar em determinado período letivo.

Para tanto, a autora sugere um conjunto de etapas a ser seguido: (1) Interação, que consiste no reconhecimento da situação-problema e na familiarização com o assunto a ser modelado; (2) Matematização, que envolve a formulação e resolução do problema em termos matemáticos; (3) Modelo matemático, que corresponde à interpretação da solução e validação do modelo (BIEMBENGUT; HEIN, 2005).

Por fim, **Kaiser e Sriraman** (2006) não se detêm a elaborar maneiras peculiares de se materializar atividades de Modelagem Matemática, mas buscam elucidar uma sistematização que venha enquadrar concepções de Modelagem Matemática que tendem para fins similares. Discutem perspectivas em que se integram as diversas concepções de Modelagem Matemática publicadas em estudos de várias partes do mundo.

Dentre as perspectivas organizadas por Kaiser e Sriraman, a **Modelagem Matemática Didática** abrange as concepções direcionadas ao universo heterogêneo de sala de aula cuja ênfase, portanto, é o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e a compreensão dos conceitos matemáticos.

1.3.2 Modelagem Matemática: Para quê?

Esta seção expressa o objetivo dos autores perante a realização de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula. Para isso, investigamos cada Relato de Experiência em busca de fragmentos de textos, geralmente parágrafos, capazes de responder à seguinte questão: *Com que finalidade a atividade de Modelagem foi realizada?* As respostas a essa pergunta são tabuladas a seguir.

RELATO	FINALIDADES DAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA
RE02	[...] buscamos elaborar e aplicar uma atividade voltada a Educação de Jovens e Adultos, tendo por ponto de partida as cobranças e tributos da Energia Elétrica, modo a desenvolver noções básicas de funções, mostrando aos alunos que a aprendizagem dessa disciplina, a partir da modelagem matemática, pode ser um processo agradável e prazeroso (RE02, p.2).
RE03	Estas atividades tinham como objetivo explorar conceitos básicos de transformações geométricas no plano e no espaço e utilizar um programa computacional para sua execução (RE03, p.1).
RE04	[...] pretendeu-se relacionar diversos conceitos através de experimentos [...] de forma a auxiliar os alunos – tanto nas aulas de Matemática quanto de Física – na construção de seu conhecimento, para que possam construir modelos que expliquem as situações propostas, relacionando-as com conceitos e funções matemáticas, para propiciar uma aprendizagem significativa (RE04, p.3).
RE05	A aplicação da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem busca um ensino mais significativo de Matemática, contextualizando a disciplina no cotidiano do aluno. A partir desta abordagem, foi realizado este trabalho, partindo da necessidade de buscar metodologias diferenciadas para abordar conteúdos da grade curricular e poder relacionar a Matemática com a prática [...] (RE05, p.2).
RE08	Este relato tem a expectativa de compartilhar a experiência do autor [...] de modo a mostrar como a Modelagem Matemática, na perspectiva de um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2001), é eficaz no tratamento do conteúdo ministrado tradicionalmente, sem prejuízos de cronograma (E08, p.1).
RE09	Nesta atividade, têm-se como objetivos específicos oferecer condições para que os alunos percebam a importância da coleta e tratamento de dados, com isso, passem a identificar a simbologia utilizada no estudo dos circuitos eletrônicos, que compreendam e utilizem as principais leis da eletricidade [...] (RE09, p.1).
RE10	O trabalho descrito [...] teve como objetivo específico criar as condições necessárias para que os educandos construíssem os conceitos básicos e vivenciassem aplicações interessantes do estudo da esfera (RE10, p.5).

RE11	Quando pensei na elaboração desse projeto, estava preocupado em desenvolver algumas habilidades dos alunos. Dentre elas, estavam capacidade de investigação e pesquisa, além de análise de informações e tomada de decisão. [...] Mas, também estava interessado que os alunos trabalhassem com progressões geométricas (PG). [...] O objetivo desse trabalho foi de aproximar a noção que os alunos tinham à definição formal do conceito de PG (RE11, p.1).
RE12	A atividade teve o objetivo de explorar o tema Imposto de Renda utilizando a Modelagem Matemática como estratégia de ensino. A proposta surgiu com a ideia de trabalhar o conceito de funções aliado a construção de modelos matemáticos para representar situações da realidade (RE12, p.1).
RE13	O objetivo geral da atividade foi ampliar e incentivar a criação de situações de ensino e de aprendizagem na Matemática que valorizassem a criticidade dos educandos, fazendo com que refletissem sobre as questões sociais que envolvem o consumo consciente. Os objetivos específicos foram: desenvolver conceito de função através da Modelagem Matemática, construir tabelas e trabalhar com a representação gráfica de uma função linear (RE13, p.5).
RE15	Os conceitos abordados nas aplicações das outras disciplinas, considerados básicos no currículo da Matemática, já foram inseridos na ementa do curso com o intuito de aprofundar seus conceitos e facilitar a integração com outras áreas. Ainda assim o que se percebe é a falta de habilidades em retomar as competências já adquiridas. [...] Este é nosso objetivo principal. [...] Desta forma, pudemos observar que nosso objetivo principal de construir habilidades em aplicar a Matemática na área técnica foi atingido (RE15, p.1).
RE19	A aplicação da atividade descrita no presente trabalho buscou investigar as potencialidades em trabalhar determinados conteúdos matemáticos (componentes do currículo dos alunos) por meio da modelagem matemática (RE19, p.6).
RE20	A atividade foi realizada em uma turma de Educação de Jovens e Adultos (Fundamental II) do SESI – Serviço Social da Indústria unidade Feira de Santana-BA, com o objetivo de intervir em dificuldades de aprendizagem diagnosticadas durante o decorrer do estudo da disciplina de Matemática.

Quadro 5: Finalidades das atividades de Modelagem Matemática

Os fragmentos de texto destacados evidenciam que as atividades de Modelagem Matemática realizadas tiveram intenções voltadas para organizar o ensino e/ou mediar a aprendizagem de conteúdos matemáticos, até porque este foi um critério utilizado para elegermos o *corpus* da pesquisa. Diante das informações obtidas, observamos duas tendências quanto às finalidades das atividades de Modelagem Matemática.

Por um lado, em oito relatos – RE02, RE03, RE04, RE05, RE10, RE12, RE15 e RE19 – as ações em sala de aula tendem primariamente às atuações do professor, o qual promove ações de ensino tendo em vista facilitar a aprendizagem discente de determinados conteúdos matemáticos. Dessa forma, o professor organiza as ações didáticas **do ensino para aprendizagem**, isto é, o professor propõe que os alunos construam a aprendizagem a partir das explanações por ele ministradas.

Esta tendência ficou evidente em atividades nas quais a Modelagem Matemática foi concebida como estratégia ou metodologia de ensino. Nestes casos, a Modelagem Matemática assumiu uma configuração com contornos bem definidos. Inicia com o professor levantando problemas e propondo encaminhamentos e solicitações a partir dos quais possa abordar conteúdos matemáticos específicos visando cumprir um tópico do conteúdo programático.

Por outro lado, cinco relatos – RE08, RE09, RE11, RE13 e RE20 – sugerem atividades em sala centradas primariamente no aluno. O professor se detém a oportunizar atividades, situações e condições para que o aluno construa sua própria aprendizagem, cabendo a ele, professor, intervir com ações de ensino quando necessário. Este quadro aponta o professor como mediador no processo educativo **da aprendizagem para o ensino**.

Diferentemente do caso anterior, em que o professor orienta boa parte das ações, aqui predomina a atuação autônoma do aluno com vistas a responder à situação-problema proposta na atividade. Este quadro ficou mais evidente em atividades nas quais a Modelagem Matemática foi concebida como ambiente de aprendizagem.

Seja na primeira ou na segunda tendência, as atividades de Modelagem Matemática abordaram conceitos e conhecimentos matemáticos de acordo com o nível de escolaridade no qual se atuou. Com a finalidade de apontar os conteúdos matemáticos trabalhados ao longo das atividades de Modelagem Matemática publicadas nos Relatos de Experiência considerados nesta pesquisa, apresentamos o quadro a seguir.

RELATO	CONTEÚDOS MATEMÁTICOS
RE02	Equação, porcentagem e função.
RE03	Transformações geométricas: reflexão, rotação e translação.
RE04	Grandezas diretamente e inversamente proporcionais, ângulos, interpretação e tabulação de dados, representação gráfica, funções e limites de uma função.
RE05	Proporcionalidade
RE08	Derivação e integração
RE09	Sistemas lineares, equações e funções do 1º grau, exponenciais e logarítmicas.
RE10	Área e volume da esfera
RE11	Progressão geométrica
RE12	Função do 1º grau
RE13	Função do 1º grau
RE15	Área e perímetro, proporcionalidade, regra de três, porcentagem, conversão entre unidades de medida.
RE19	Porcentagem e regra de três.
RE20	Números decimais e fracionários, unidades de medida de massa e volume.

Quadro 6: Conteúdos matemáticos trabalhados nas atividades de Modelagem Matemática

Cinco das treze atividades envolveram conhecimentos de Função, sendo este o conteúdo matemático trabalhado com maior frequência entre os Relatos de Experiência considerados, seguido de Proporcionalidade e Porcentagem. Esse tópico da pesquisa possibilita indícios para pesquisas futuras no sentido de investigar que conteúdos

matemáticos têm sido usualmente trabalhados ao longo das atividades de Modelagem Matemática e esclarecer a que isso se deve.

1.3.3 Modelagem Matemática: Onde? Para quem?

Esta seção pretende apontar em que contexto se deu a realização de cada atividade de Modelagem Matemática descritas nos Relatos de Experiência definidos como *corpus* da pesquisa. Porém, diante da impossibilidade de, a partir do que foi descrito nos Relatos de Experiência, identificar as especificidades da filosofia pedagógica adotada pela escola (*onde*) e as particularidades dos sujeitos que participarão da mesma (*para quem*), restringimo-nos a analisar o nível de escolaridade em que as atividades foram realizadas (CHAVES, 2011).

Para tanto, nossas investigações foram norteadas pela seguinte pergunta: *Em que nível de escolaridade se deu a atividade?* Para responder tal questão não foi necessário fazer recortes de parágrafos, mas buscar palavras-chaves. As respostas estão organizadas a seguir em função do nível de escolaridade.

NÍVEL DE ESCOLARIDADE	QUANTIDADE	RELATOS
Ensino fundamental	3	RE05, RE19, RE20
Ensino médio	7	RE02, RE09, RE10, RE11, RE12, RE13, RE15
Ensino superior	4	RE03, RE04, RE08

Quadro 7: Onde e para quem

Estas informações evidenciam que a pesquisa em questão fundamentou-se em experiências com Modelagem Matemática realizadas em diferentes níveis de escolaridade e pressupõe que os resultados aqui apresentados acerca das ações avaliativas possam trazer reflexões e contribuições quanto às ações avaliativas de professores que atuam em quaisquer destes níveis de ensino.

No fechamento deste capítulo, ratificamos que o ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática é repleto de especificidades e complexidades porquanto, condicionada ao *para quê*, *onde* e *para quem* a atividade de Modelagem Matemática será realizada, não se processa por meio da aplicação mecânica de etapas ou procedimentos.

Chaves e Espírito Santo (2011), Rosa e Kato (2011), Chaves (2012), Almeida, Silva e Vertuan (2012) reforçam esse argumento quando asseveram que o processo de

Modelagem Matemática está sujeito a imprevisibilidades, isto é, situações indeterminadas e que nem sempre podem ser programadas a priori, as quais requerem constante criticidade por parte do professor, fazendo da reflexão um aspecto inerente ao processo de Modelagem Matemática e possibilitando ao professor refletir sobre diversas situações do processo de ensino e aprendizagem e, por conseguinte, avaliar em conformidade com a perspectiva de avaliação da aprendizagem apresentada no Capítulo a seguir.

CAPÍTULO 2

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM E AÇÕES AVALIATIVAS

Devido às práticas e concepções historicamente herdadas, tem sido senso comum, sobretudo em contexto educacional, conceber avaliação como sinônimo de controle, ameaça e seletividade. Entretanto, avaliar é um procedimento que aplicamos em diversos espaços e momentos do cotidiano. Que horas preciso acordar amanhã? A foto ficou boa? Como foi a aula hoje? Esta roupa ficou legal? Como está a comida? O paciente necessita de algum cuidado especial? Esta ideia é viável? Desde que acordamos até nossas últimas ações diárias, estamos constantemente avaliando diversos aspectos ao nosso redor em busca de informações que subsidiem tomadas de decisões coerentes.

Visto que a avaliação enquanto postura reflexiva está tão presente no dia-a-dia, é pertinente compreendermos o que ela representa especificamente em contexto educacional, afinal inúmeras reflexões também perpassam constantemente o contexto de sala. Tenho conseguido despertar a motivação do aluno pelo estudo? Os objetivos foram alcançados? O aluno manifesta indícios de que aprendeu? Por que o aluno respondeu desta forma? Por que não respondeu? Há lacunas de aprendizagem? O que posso fazer? Quais as estratégias adequadas?

O que se coloca em pauta aqui sobre a avaliação, além de sua necessidade e importância, é em que momento e com que finalidade ela está ou deveria estar sendo desenvolvida e, também, como o professor utiliza os resultados que dela advém. Será que o professor avalia somente ao final das unidades letivas? Será que avalia unicamente para fins de registro de nota? Avalia ao longo de todas as aulas com a intenção de potencializar melhorias no processo de ensino e aprendizagem? Para fundamentar nosso estudo, buscamos apoiar nossas tessituras nos estudos de Ferreira (2002), Vasconcellos (2005), Hoffmann (2014, 2009), Sant'Anna (2010), Luckesi (2011) e Libâneo (2013).

2.1 AVALIAÇÃO EDUCACIONAL

No âmbito educacional, Afonso (2003) certifica que a avaliação pode ser analisada dentro dos contextos *mega*, *macro*, *meso* e *micro*. Vale ressaltar que, em todo caso, a avaliação visa dar subsídio a medidas de aperfeiçoamento, seja em termos de práticas de currículo, seja no processo de ensino e aprendizagem, ou ainda, nos ambientes, recursos e condições de infraestrutura.

O contexto *mega* diz respeito às inspeções internacionais periódicas que estabelecem diretrizes e comparações entre sistemas educativos de diferentes países, como por exemplo, o Programa Internacional de Avaliação de Alunos – PISA.

O sentido *macro* se refere à qualidade do ensino e da educação no país, construindo comparações sobre o desempenho de escolas e níveis de ensino de acordo com critérios pré-definidos por órgãos nacionais do sistema educacional. O Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM e o Exame Nacional de Desempenho do Estudante – ENADE, são exemplos de avaliação nesta instância.

No âmbito *meso*, cujo foco é a análise de todos os componentes do processo educacional de uma instituição escolar de acordo com determinadas diretrizes normativas, aborda-se a escola como um todo, envolvendo aspectos como gestão da escola, projeto pedagógico, qualificação docente, espaço físico, disciplinas, grade curricular, perfil socioeconômico dos alunos, participação dos pais, atuação dos funcionários, entre outros.

Por fim, o autor considera que o sentido *micro* trata da avaliação da aprendizagem, a qual constitui o foco deste trabalho. Trata-se da avaliação de responsabilidade do professor que ocorre em contexto de sala de aula e evidencia indícios acerca da trajetória de construção do conhecimento por parte do educando, do trabalho do professor e da relação entre ensino e aprendizagem. Para evitar repetições, usaremos, preferencialmente, apenas o termo avaliação quando nos referirmos à avaliação educacional nesta esfera.

2.2 A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Segundo o referencial teórico adotado nesta pesquisa, educadores têm apontado o rompimento das ideias que consideram a avaliação unicamente como contagem de erros/acertos e atribuição de notas que determinam decisões em termos de

aprovação/reprovação, em direção a um processo de investigação e intervenção perante o conjunto de informações obtidas.

De acordo com Hoffmann,

a avaliação é a **reflexão** transformada em **ação**. Ação, essa, que nos impulsiona a novas reflexões. Reflexão permanente do educador sobre sua realidade, e acompanhamento, passo a passo, do educando, na sua trajetória de construção do conhecimento (HOFFMANN, 2014, p.24).

A autora indica que a avaliação enquanto reflexão está associada a uma tomada de decisão, que, por sua vez, está sujeita a novas reflexões, estabelecendo um ciclo de reflexão-ação-reflexão, não necessariamente nesta ordem, que permite ao professor ponderar permanentemente o seu trabalho e acompanhar o desenvolvimento do educando.

Quando assim concebe a avaliação da aprendizagem, Hoffmann propõe que não basta ao professor refletir acerca das situações que perpassam o processo de ensino e aprendizagem sem a intenção de fundamentar uma intervenção.

Nesta mesma linha de pensamento, Libâneo concebe a avaliação como a tarefa didática de “*reflexão* sobre o nível de qualidade do trabalho escolar tanto do professor como dos alunos” (LIBÂNEO, 2013, p.216). O pesquisador reconhece a avaliação como um exercício permanente de reflexão que possibilita ao professor, durante todo processo de ensino e aprendizagem, investigar o desenvolvimento do educando, bem como reconsiderar seu próprio trabalho.

Assim como Hoffmann, Libâneo reitera que tal reflexão possibilita uma tomada de decisão. Segundo ele, a avaliação visa,

através da verificação e qualificação dos resultados obtidos, determinar a correspondência destes com os objetivos propostos e, daí, orientar a tomada de decisão em relação às atividades didáticas seguintes (LIBÂNEO, 2013, p.196).

Luckesi amplia este entendimento ao comparar a avaliação a uma “pausa para **repensar** a prática e retornar a ela, [...] um momento de fôlego na escalada, para, em seguida, ocorrer a retomada da marcha de forma mais adequada” (LUCKESI, 2011, p.34). A concepção de avaliação do autor sugere, portanto, um momento de suspensão ou desprendimento temporário da prática, ainda que imperceptível, com vistas a raciocinar sobre o que se fez ou se está fazendo, como e por que as coisas aconteceram ou estão acontecendo. Este repensar das ações, seja a partir de observações, análise de

provas ou de exercícios, pode possibilitar uma retomada das ações de forma mais apropriada.

Vasconcellos reforça a concepção de avaliação até aqui discutida ao apresentá-la como a atividade na qual o professor promove uma “*reflexão* crítica sobre a prática, no sentido de captar seus avanços, suas resistências, suas dificuldades e possibilitar uma tomada de decisão sobre o que fazer para superar os obstáculos” (VASCONCELLOS, 2005, p.53). A avaliação significa, portanto, um meio pelo qual se torna possível criticar as contingências e necessidades que advêm da prática de modo a produzir ou apontar intervenções que venham a aprimorá-la.

Em conformidade com estas considerações, os Parâmetros Curriculares Nacionais postulam que a avaliação da aprendizagem possibilita ao professor, uma “reflexão contínua sobre a sua prática, sobre a criação de novos instrumentos de trabalho e a retomada de aspectos que devem ser revistos, ajustados ou reconhecidos como adequados para o processo de aprendizagem” (BRASIL, 1997, p.81).

Esta definição evidencia que a avaliação, enquanto a reflexão, suscita uma tomada de decisão de acordo com a necessidade evidenciada, podendo apontar ajustes na prática, se os resultados obtidos não forem satisfatórios, ou admiti-los, caso correspondam aos objetivos propostos.

As concepções aqui apresentadas qualificam a avaliação como reflexão sobre a atividade docente pela qual se pode processar uma tomada de decisão que venha contribuir para que se alcance o cumprimento dos objetivos educacionais. Assim sendo, possibilita ao professor refletir sobre seu trabalho, seus métodos e suas interações, bem como sobre a relação destes com a construção da aprendizagem por parte dos alunos no sentido de averiguar que aspectos têm favorecido ou prejudicado o processo de ensino e aprendizagem e analisar o que precisa ser confirmado ou ajustado.

Designa-se, assim, o caráter **reflexivo** e **formativo** das ações avaliativas. Reflexivo porquanto cabe ao avaliador repensar as ações e a trajetória da relação professor e aluno. Formativo porque possibilita realinhar as ações em sala de aula e apontar intervenções a partir das necessidades e dos avanços identificados ao longo do processo de ensino e aprendizagem no sentido favorecer a aprendizagem.

Compreendemos, assim, que, a fim de favorecer a aprendizagem, não é suficiente ao professor avaliar ou empreender reflexões sem promover as intervenções necessárias. Mais profícuo que apenas analisar as respostas dos alunos em provas sem prestar-lhes assistência se houver constatação de lacunas de conhecimento e discorrer

conteúdos sem refletir em que termos os alunos estão aprendendo, é desenvolver reflexões que venham orientar a tomada de decisões.

2.3 QUANDO AVALIAR

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, lei nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996, seção I, artigo 24, inciso V, qualifica a avaliação como contínua, em contraposição às eventuais provas finais (BRASIL, 1996). Os Parâmetros Curriculares Nacionais ratificam este preceito apresentando a avaliação como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem (BRASIL, 1997a), o que refuta a concepção de que a avaliação da aprendizagem acontece somente ao final das unidades letivas e a confirma como processual, isto é, imbricada às relações de ensino e de aprendizagem.

Pesquisadores nacionais na área da avaliação têm seguido esta linha de pensamento e apontam para a avaliação da aprendizagem enquanto componente que acontece ao longo de todo processo educativo, a cada *agora* das ações pedagógicas (SANT’ANNA, 2010).

Hoffmann (2014) concebe a avaliação enquanto reflexão permanente que ocorre ao longo da trajetória de construção do conhecimento do educando. Libâneo (2013) exprime a avaliação como tarefa didática de reflexão permanente que acompanha passo a passo o processo de ensino e aprendizagem. Por seu turno, os Parâmetros Curriculares Nacionais também asseguram que a avaliação constitui um permanente exercício de interpretação de indícios que emergem da atividade pedagógica (BRASIL, 1997a). Nestas perspectivas, a avaliação vem qualificada pelo adjetivo permanente, o que a ela suscita um caráter contínuo e ininterrupto de acompanhar, portanto, todas as etapas do processo educativo.

2.4 POR QUE AVALIAR

A avaliação funciona como um *feedback* do processo de ensino e aprendizagem (FERREIRA, 2002), visto que possibilita detectar como decorrem as relações entre sujeitos e elementos relacionados à aprendizagem.

Sua relevância está, portanto, no fato de ser o elemento do ato pedagógico capaz de subsidiar o professor com elementos para uma reflexão contínua sobre a sua prática (BRASIL, 1997a) e funciona como “instrumento de compreensão do estágio de

aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem” (LUCKESI, 2011, p.115).

Isso implica dizer que a avaliação é capaz de fornecer indícios a respeito das ações, dos avanços e das dificuldades nas relações que foram ou têm sido cultivadas em sala de aula, os quais possibilitam identificar se o educando tem sido contemplado satisfatória e adequadamente em termos da aprendizagem prevista nos objetivos de ensino, bem como os rumos que as ações docentes precisam tomar.

A avaliação da aprendizagem é considerada, portanto, um assessoramento do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que faz uso das informações obtidas com o propósito de apurar a aprendizagem, apontando intervenções de acordo com as especificidades e possibilidades dos alunos e professores em seus respectivos contextos educacionais.

2.5 O QUE AVALIAR

Na concepção de Libâneo (2013), a avaliação da aprendizagem possibilita apreciar tanto o trabalho do professor como o dos alunos. Os estudos de Vasconcellos (2005) vão ao encontro deste pensamento, exprimindo que a finalidade da avaliação é promover melhorias no sentido de mudar o que deve ser mudado no aluno e no professor. Sant’Anna (2010) compartilha esta ideia ao propor que a avaliação visa investigar e analisar a operosidade do aluno e também do educador. Em concordância com os autores acima citados, Luckesi (2011) assevera que a avaliação possibilita levantar indícios para que se possa compreender o estágio em que o aluno se encontra em termos de construção do conhecimento e também verificar como o trabalho do professor tem sido efetuado.

Diante disso, a avaliação da aprendizagem não se constitui uma prática unilateral, isto é, não visa investigar somente a atuação dos alunos como se os outros elementos e sujeitos do processo de ensino e de aprendizagem estivessem acima de qualquer problema. Pelo contrário, busca esquadrihar as especificidades, os progressos e as necessidades dos alunos, mas também oferece oportunidades para que se possa ponderar o trabalho do professor no sentido de “verificar, continuamente, se as atividades, os métodos, procedimentos, recursos e técnicas que ele utiliza estão possibilitando ao aluno o alcance dos objetivos propostos” (SANT’ANNA, 2010, p.24).

Dessa maneira, a avaliação envolve reflexões acerca de elementos como “o desempenho do educador, a metodologia utilizada, os materiais didáticos disponíveis” (LUCKESI, 2011, p.263), “seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processa o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação” (BRASIL, 1997, p.20). Logo, avalia-se não somente a aprendizagem esperada, mas também o ensino oferecido e o contexto no qual ambos estão ocorrendo.

2.6 PRA QUE AVALIAR

Já elucidamos que, segundo o referencial teórico considerado nesta pesquisa, a avaliação da aprendizagem enquanto reflexão permanente sobre o andamento da atividade pedagógica não se restringe em si mesmo, mas constitui um processo que suscita uma tomada decisão com vistas a apurar a aprendizagem (VASCONCELLOS, 2005; LUCKESI, 2011; LIBÂNEO, 2013; HOFFMAN, 2014).

Luckesi corrobora o entendimento declarando que o ato de avaliar não se encerra na verificação e compreensão de determinado objeto, nem na atribuição de um valor ou qualidade a ele, mas “implica uma tomada de decisão [...] para aceitá-lo ou transformá-lo” (LUCKESI, 2011, p.33). Neste caso, “se [o objeto avaliado] for satisfatório, está bem; porém, se for insatisfatório, há que se intervir para que a aprendizagem se manifeste satisfatória” (LUCKESI, 2011, p.63). O autor especifica que a intervenção associada à avaliação nem sempre visa tomar providências para mudar ou retificar algum aspecto da prática, podendo também confirmar os resultados alcançados, desde que estejam em conformidade com os objetivos curriculares pré-estabelecidos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais apoiam esta ideia asseverando que o constante exercício de reflexão que se exerce na avaliação visa alimentar, sustentar e orientar a intervenção pedagógica promovendo “a retomada de aspectos que devem ser revistos, ajustados ou reconhecidos como adequados para o processo de aprendizagem” (BRASIL, 1997, p.81).

O que se espera, pois, é que a avaliação da aprendizagem se constitua um diagnóstico cujos resultados alcançados, se satisfatórios, sejam ratificados ou, caso contrário, venham subsidiar retificações que visem proporcionar melhores meios e condições para que os educandos contemplem a aprendizagem.

3.7 A AVALIAÇÃO COMO REFLEXÃO

A par das conceituações que associam a avaliação da aprendizagem à reflexão, optamos por tecer considerações fundamentadas em autores que discutem sobre a reflexão no âmbito da docência. Para tanto, caracterizamos, nesta seção, o pensamento reflexivo segundo Dewey (1933, 1979), ressaltamos os tipos de reflexão aos quais se referem Schön (1983, 2000), Elliott (1993) e Alarcão (1996) e destacamos, ainda, algumas contribuições teóricas de Oliveira e Serrazina (2002) no sentido de clarificar o que vem a ser a reflexão em contextos educacionais e, mais especificamente, posicioná-la em relação à concepção de avaliação adotada neste trabalho.

O debate a respeito da reflexão tem sido recorrente em pesquisas envolvendo questões relacionadas ao ensino, à reforma educacional e à formação de professores, mas essa discussão não é nova. O potencial e a importância da reflexão como elemento impulsionador da melhoria de práticas docentes já havia sido anunciado por John Dewey, filósofo, psicólogo e pedagogo norte-americano.

Desde o início do século XX, Dewey expressou críticas ao professor que mecanicamente atua como reprodutor e aplicador de práticas e ideias de outrem, isto é, que desenvolve ações de ensino e proporciona situações de aprendizagem por impulso, tradição ou imposição, sem questionar, sem investigar, sem examinar o contexto, as causas e os resultados das ações dos sujeitos envolvidos.

Em detrimento ao pensamento habitual e espontâneo orientado por impulso, tradição e autoridade, Dewey caracteriza o pensamento reflexivo como “a espécie de pensamento que consiste em examinar mentalmente o assunto e dar-lhe consideração séria e consecutiva” (DEWEY, 1979, p.13) diante uma situação de dúvida ou que necessita de solução. Zeichner amplia este conceito expondo que, para Dewey, o pensamento reflexivo é “uma consideração ativa, persistente e cuidadosa daquilo em que se acredita ou que se pratica à luz dos motivos que o justificam e das consequências a que conduz” (ZEICHNER, 1993, p.18).

Segundo a proposta de Dewey, a reflexão parte de um *questionamento* ou *problema* e envolve atividades de *investigação e ponderação* sobre as causas e os resultados das ações de práticas visando encontrar resposta para um estado de dúvida ou apontar uma solução para uma dificuldade advinda da prática profissional. Logo, quem examina algo é porque o *questiona* e quem empreende *ponderações* é porque tem uma dúvida ou um problema.

Dewey (1933) estabelece que para pensar e atuar reflexivamente, o professor necessita cultivar as atitudes de *abertura de espírito, responsabilidade e dedicação*. A *abertura de espírito* envolve a disposição de saber ouvir opiniões, de observar outros pontos de vista, de entender e aceitar alternativas de percurso, bem como de reconhecer a possibilidade de erros no desenvolvimento de determinada atividade. A *responsabilidade* compreende a ponderação cuidadosa das consequências de determinada ação. O *empenho ou dedicação* corresponde à atitude deliberada de mobilizar tomadas de decisão em conformidade com as atitudes anteriores (CAMPOS; PESSOA, 2008).

Estas três atitudes evidenciam que a reflexão envolve a disposição voluntária e consciente de *questionar* e *examinar* motivos, percursos e implicações da atividade pedagógica e fazer *ponderações* diante de determinadas ações, contribuindo para que os professores libertem-se de comportamentos impulsivos e rotineiros e vislumbrem atuações deliberadas e intencionais.

Fundamentadas nos estudos de Dewey, as ideais de Donald Schön têm tido grande influência nas discussões acerca de como se entende a reflexão. Ele critica os modelos educativos que consideram o professor como um técnico cuja função consiste em reproduzir e aplicar ideias e procedimentos previamente elaborados por terceiros e o aponta como pesquisador e autor da sua prática.

Segundo Schön, importa que profissionais de várias áreas empreendam uma “conversação reflexiva com a situação” (SCHÖN, 2000, p.69) na qual atuam. O termo refere-se ao processo pelo qual se pode *investigar, questionar e buscar compreender* o contexto vivenciado, os procedimentos desenvolvidos e os resultados alcançados de modo a obter subsídios para solucionar ou responder determinada situação da prática profissional.

Quanto à atuação docente, o professor desenvolve uma *conversação reflexiva* em ambiente de sala de aula quando questiona os resultados de suas escolhas pedagógicas em termos de aprendizagem, quando analisa os procedimentos e resultados alcançados pelos alunos nas atividades, quando volta seu olhar ao desenvolvimento do aluno buscando compreendê-lo, quando, das mais variadas formas, empreende a busca do equilíbrio entre as expectativas e os resultados da atividade pedagógica.

Outra relevante contribuição apresentada por Schön (2000) é a distinção de três modos ou momentos de reflexão – a reflexão na ação, a reflexão sobre a ação e a reflexão sobre a reflexão na ação. A reflexão na ação ocorre durante a prática e as

demais, após. Mas em ambos os casos, o professor tem a possibilidade de repensar, analisar e questionar suas ações buscando reconstruí-las.

O conceito schöniano de *reflexão na ação* refere-se a “uma pausa – para refletir – em meio à ação presente, um momento em que paramos para pensar, para reorganizar o que estamos fazendo” (CAMPOS; PESSOA, 1998, p.197) no sentido de reestruturar estratégias de ação e encontrar pistas para soluções de problemas. O diferencial deste tipo de reflexão é que “se pode interferir na situação em desenvolvimento, [...] para dar novas formas ao que estamos fazendo, enquanto ainda o estamos fazendo” (SCHÖN, 2000, p.32). É, portanto, um momento de reflexão que possibilita uma tomada de decisão imediata, isto é, na ação presente.

O professor pratica a *reflexão na ação* quando, por exemplo, junto aos alunos, busca compreender como eles estão aprendendo, como se expressam e como reagem diante das estratégias didático-pedagógicas.

Já a reflexão distanciada da ação presente evoca os conceitos de *reflexão sobre a ação* e de *reflexão sobre a reflexão na ação*, os quais compreendem momentos de reflexão a posteriori, isto é, um olhar retrospectivo que pode suscitar intervenções e modificações futuras. Em ambos os casos,

esse distanciamento da ação presente para refletirmos é um movimento que pode ser desencadeado sem gerar necessariamente uma explicação verbal, uma sistematização teórica. Todavia, ao produzirmos uma descrição verbal, isto é, uma reflexão sobre nossa reflexão da ação passada, podemos influir diretamente em ações futuras, colocando em prova uma nova compreensão do problema. Este momento é designado por Schön como o da *reflexão sobre a reflexão na ação* (CAMPOS; PESSOA, 1998, p.197, grifo do autor).

Inferimos que a diferença entre estes dois conceitos está na produção de uma descrição verbal das análises e ponderações levantadas sobre a prática. Enquanto na *reflexão sobre a ação* o professor busca reconsiderar sua prática sem necessariamente relatar os dados resultantes das suas investigações, na *reflexão sobre a reflexão na ação* o professor efetua o registro destes dados. Entretanto, para fins desta pesquisa, destacamos que nestes dois conceitos schönianos a reflexão acontece após a ação e suscita uma tomada de decisão futura.

Estes momentos acontecem, por exemplo, quando o professor, após a atividade em sala de aula, analisa os resultados alcançados pelos alunos nas atividades, quando questiona como se portou, o que precisa ser revisto e ajustado, se os objetivos foram

alcançados, se o tempo previsto, o material disponível e as intervenções foram suficientes.

Isabel Alarcão, pesquisadora que tem sido constantemente evocada nas discussões acerca da reflexão no âmbito da formação de professores, reforça o quadro conceitual aqui discutido ao articular que as práticas docentes “têm de ser imbuídas de tal curiosidade perscrutadora e inquietante que se traduz numa atitude de questionamento permanente” (ALARCÃO, 1996, p.182).

Em concordância com os conceitos schönianos de reflexão na ação, reflexão sobre a ação e reflexão sobre a reflexão na ação, a autora destaca que as atividades reflexivas podem ser interativas ou retrospectivas (ALARCÃO, 1996). As interativas visam monitorar a atividade em curso, evocando, assim, o conceito de reflexão na ação. Já as atividades retrospectivas de reflexão buscam rever, a posteriori, processos e estratégias utilizados, bem como resultados alcançados, suscitando o conceito de reflexão sobre ação e reflexão sobre a reflexão na ação.

O educador inglês John Elliott, o qual concebe o professor como pesquisador que se dispõe a refletir sobre a prática visando compreendê-la e transformá-la, tece considerações que se aproximam dessa linha de pensamento, ao anunciar que a prática reflexiva pode ser desenvolvida de dois modos, aos quais chamaremos aqui de reflexão-ação e ação-reflexão.

Segundo Pereira (1998), Elliott (1993) reconhece que, em certos momentos, o professor pode empreender uma investigação a respeito de algum aspecto da sua prática e se fundamentar nessa análise para mudar determinada situação. Neste caso, o desenvolvimento da compreensão precede a decisão de mudar algo em sua prática. Assim, a reflexão inspira uma tomada de decisão. Em outros momentos, porém, o professor também pode modificar algum aspecto de sua prática e posteriormente empreender uma reflexão no sentido de verificar se a ação foi conveniente com os objetivos a serem alcançados. Neste caso, a tomada de decisão suscita a reflexão.

Vale salientar, porém, que, apesar de bem estruturada em termos teóricos, essa diferenciação é tênue no processo de ensino e aprendizagem, pois os momentos de ação e reflexão se complementam e se entrelaçam em um “processo cíclico de ação-reflexão-ação” (ALARCÃO, 1996, p.12). Assim, ao refletir sobre a prática que vivencia em sala de aula o docente pode tomar uma decisão que, naturalmente, o levará a outra reflexão, que, por sua vez, pode suscitar outra tomada de decisão, desde que haja tempo, disposição e necessidade da continuidade deste ciclo.

Com a intenção de complementar o quadro conceitual acerca da reflexão estabelecido nesta pesquisa, trazemos apontamentos de Oliveira e Serrazina (2002), as quais asseveram que, nas pesquisas em Educação, “o processo reflexivo caracteriza-se por um vaivém permanente entre acontecer e compreender na procura de significados das experiências vividas” (OLIVEIRA; SERRAZINA, 2002, p.5) tendo, assim, o potencial de catalisar aprimoramentos na prática. Logo, está associado a um modo de os professores *interrogarem e investigarem* as suas práticas dispondo de oportunidades para voltar atrás e rever acontecimentos tendo em vista impulsionar práticas melhores. As autoras enfatizam ainda, que a reflexão tem o potencial de suscitar uma ação, isto é, possibilita que os envolvidos repensem suas ações e concepções de modo a criar novas possibilidades para conduzir transformações em determinado contexto.

O aporte teórico proposto por Oliveira e Serrazina (2002) aponta o caráter interrogativo e investigativo da reflexão, indo ao encontro das conceituações anteriormente apresentadas e fundamentadas em Dewey (1979), que discorre a respeito do exercício de *examinar e considerar* práticas e procedimentos, em Schön (2000) que faz referência ao processo pelo qual se pode *investigar, questionar e buscar conhecer e compreender* práticas e em Alarcão (1996), que se utiliza das expressões *curiosidade perscrutadora e questionamento permanente* para fazer referência à reflexão em torno daquilo que se pratica.

Com base nessas referências, compreendemos que a reflexão *refere-se a questionar e examinar implicações, percursos e/ou causas de determinadas situações da prática com vistas a encontrar resposta para um estado de dúvida ou apontar solução para uma dificuldade*. Consideramos, assim, que concordância com Dewey (1979), a reflexão parte de um *questionamento* ou *problema* e envolve atividades de *investigação e ponderação*. Logo, o ato de questionar e examinar pressupõe existir reflexão, desde que se tenha o propósito de compreender e/ou transformar algum aspecto da prática.

Para Oliveira e Serrazina (2002), a prática reflexiva em contexto educacional compreende inquirições e investigações sobre os mais diversos aspectos e elementos constituintes do meio escolar, tais como a formação profissional, o currículo, a organização didática, as estratégias de ensino, a atividade pedagógica, o contexto social no qual a escola está inserida, as políticas institucionais, as condições de trabalho, entre outros. Destarte, posto que este trabalho versa especificamente sobre a avaliação da

aprendizagem enquanto reflexão, cabe aqui posicioná-la em relação à prática reflexiva no sentido mais global.

Consideramos que a avaliação da aprendizagem pode proporcionar uma melhor compreensão acerca da trajetória de construção do conhecimento por parte do educando, do trabalho do professor e de situações de sala de aula concernentes ao ensino e à aprendizagem. No entanto, nem sempre se apresenta suficientemente abrangente para possibilitar o levantamento de informações acerca de todo o contexto educativo. Constituímos, então, que, de modo específico e situado, a **avaliação da aprendizagem** diz respeito à *reflexão acerca da atividade pedagógica e da trajetória de construção do conhecimento por parte do educando de modo a suscitar intervenções no sentido de ratificar a ocorrência da aprendizagem ou promover retificações para aprimorá-la.*

3.8 DEFININDO AÇÃO AVALIATIVA

Com a intenção de abalizar elementos que pudessem orientar nossas investigações nos Relatos de Experiência, foi desenvolvido o conceito de *ações avaliativas* em função das considerações a respeito da avaliação segundo Vasconcellos (2005), Luckesi (2011), Libâneo (2013) e Hoffmann (2014), os quais concebem a avaliação tal qual *reflexão permanente acerca da trajetória de construção do conhecimento* que suscita uma tomada de decisão e apoiados, ainda, em Dewey (1933, 1979), Zeichner (1993), Alarcão (1996), Schön (2000) e Oliveira e Serrazina (2002), os quais discutem a reflexão com conotações próximas ao ato de *questionar* e *examinar* práticas.

Assim sendo, constituímos neste trabalho **ação avaliativa** como *ato de questionar e examinar situações concernentes à atividade pedagógica e à trajetória de construção do conhecimento por parte do educando de modo a suscitar intervenções no sentido de ratificar a ocorrência da aprendizagem ou retificar aspectos com vistas a aprimorá-la.*

3.8.1 Sobre o elemento Questionar

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional postula que na avaliação há “prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos” (BRASIL, 1996, p.10). Logo, ao refletir sobre o andamento do processo de ensino e aprendizagem, é relevante que o professor suscite, predominantemente, questionamentos de cunho qualitativo, isto

é, descritivos e explicativos, que lhe possibilitem compreender *o que, como e porque* está acontecendo e em que termos os objetivos curriculares estão sendo cumpridos. Neste sentido, trazemos algumas exemplificações: *A construção do conhecimento ocorreu? Os objetivos foram alcançados? Quais são as dificuldades dos alunos? Que intervenções serão necessárias? Por que o aluno não aprendeu? O que errou? Porque errou? As lacunas de aprendizagem desapareceram?*

Sugere-se, com isso, que a essência da avaliação seja a aprendizagem e não os aspectos quantitativos a ela referentes, como a contagem de erros e acertos por meio de uma nota, como normalmente se tem feito em sala de aula no que tange à avaliação: *Quantos pontos valerá esta atividade? Quanto o aluno precisa tirar para passar de ano? Quantos pontos o aluno vai ganhar se acertar esta questão?*

O professor também pode empreender questionamentos a respeito da atividade pedagógica e da construção de conhecimento por meio de situações e/ou recursos capazes de levar os alunos a exprimir suas ideias e seus conhecimentos, fornecendo informações que auxiliem o professor a compreender em que estágio da aprendizagem o aluno se encontra e como a tem processado.

Neste sentido, Hoffmann indica que

tarefas são elementos essenciais para a observação das hipóteses construídas pelos alunos ao longo do processo. Por meio delas, professores de todos os graus de ensino poderão estabelecer o diálogo com os educando, [...] para compreender em que momento se encontram, qual a dimensão do seu entendimento (HOFFMANN, 2009, p.66).

Já Libâneo (2003) aponta que as interrogações promovidas pelo professor podem ser favorecidas pela utilização de *instrumentos* e de *procedimentos* avaliativos capazes de fornecer informações específicas sobre como e em que termos os objetivos educacionais estão sendo alcançados. Enquanto *instrumento avaliativo* está relacionado a utensílios ou materiais empregados, como, por exemplo, provas, simulados, questionários, testes, exercícios e relatórios, *procedimento avaliativo* diz respeito a um modo de agir, como exemplo, fazer perguntas e solicitações, bem como empreender diálogos com os alunos.

Torna-se relevante, pois, no ato avaliativo, levantar questionamentos e dinamizar situações e tarefas inquisitivas nas quais os alunos tenham oportunidades de se expressar e se manifestar, exprimindo, assim, indícios da sua trajetória de construção do conhecimento. Entretanto, o ato avaliativo não se encerra aí. Após obter dados

relevantes, é necessário refletir sobre as informações encontradas, analisá-las e interpreta-las qualitativamente.

3.8.2 Sobre o elemento Examinar

Uma vez levantados dados em resposta aos questionamentos sobre a atividade pedagógica e sobre a trajetória de construção do conhecimento por parte do educando, vem o momento de analisar e ponderar estes dados com o objetivo de “averiguar em que extensão cada indivíduo atingiu o objetivo estabelecido” (SANT’ANNA, 2010, p.14).

Libâneo refere-se a este momento como *apreciação qualitativa* dos resultados obtidos, por meio do qual o professor pode “determinar a correspondência destes com os objetivos propostos e, daí, orientar a tomada de decisão em relação às atividades didáticas seguintes” (LIBÂNEO, 2013, p.196). Para isso, cabe ao professor voltar-se para as atividades dos alunos, buscando entender como suas capacidades se expressam ao longo das situações didáticas.

Neste sentido, Luckesi (2011) ressalta que o ato de avaliar envolve coletar, analisar e compreender as manifestações dos alunos, quer sejam cognitivas, afetivas, físicas ou psicomotoras, tendo em vista observar se e como a caminhada da construção do conhecimento está ocorrendo.

Hoffmann enuncia que a análise das respostas dos alunos às tarefas é fundamental na ação avaliativa, mas não pode ocorrer apenas para interpretar se a resposta está certa ou errada, tampouco somente para atribuir-lhes notas, mas para levantar indícios sobre as construções dos alunos ao longo do processo posto que “temos muito a descobrir debruçando-nos sobre as respostas das crianças e jovens, lendo-as nas linhas e entrelinhas, pensando como possam tê-las compreendido” (HOFFMANN, 2009, p.58).

A autora propõe que observar as manifestações do educando e interpretar o significado destas em termos de aprendizagem constituem dois pressupostos básicos da avaliação da aprendizagem. O primeiro sugere que cabe ao professor prestar atenção no aluno, buscar conhecê-lo, observar suas ações, conversar com ele, ouvir suas perguntas. O segundo “pressupõe que o professor se debruce compreensivelmente sobre todos os testes, tarefas e manifestações dos alunos” (HOFFMANN, 2014, p.102-103) numa busca incessante de compreensão das suas dificuldades e habilidades.

É pertinente, pois, voltar-se para o aluno e interpretar sua atuação frente às tarefas de aprendizagem na busca por compreender como tem se dado a organização do conhecimento nos diferentes estágios da aprendizagem e, a partir disso, tomar as providências necessárias.

3.8.3 Sobre o elemento Intervir

Após questionar e examinar situações do processo de ensino e aprendizagem, o professor tem a possibilidade de providenciar uma intervenção de ratificação ou de retificação. Ratificação se os objetivos curriculares tiverem sido alcançados. Retificação caso os resultados alcançados não tenham sido satisfatórios.

Quanto à intervenção que demanda da avaliação, a LDB, seção I, artigo 24, inciso V, determina que cabe ao professor, quando necessário, retificar aspectos voltados à aprendizagem por meio de estudos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, para os casos de baixo rendimento escolar. Presumimos, então, que se durante o processo de ensino e de aprendizagem o aluno não atingir um nível esperado de aprendizado, conforme os objetivos de ensino, a ele devem ser oportunizadas novas chances de elaborar seu conhecimento a fim de que alcance a aprendizagem esperada dentro dos objetivos curriculares e não somente a nota suficiente para ser promovido.

Neste sentido, o professor pode “intervir para que a aprendizagem se manifeste satisfatória” (LUCKESI, 2011, p.63). O autor especifica que a intervenção associada à avaliação nem sempre visa tomar providências para mudar ou retificar algum aspecto da prática, podendo também confirmar os resultados alcançados, desde que estejam em conformidade com os objetivos curriculares pré-estabelecidos.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA DA PESQUISA

A partir da questão de investigação que norteou nossa pesquisa, este capítulo apresenta e justifica os aspectos metodológicos que por ela suscitados, os quais foram adotados no desenvolvimento desta pesquisa e por meio dos quais foi realizada a análise de dados.

3.1 A QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO

O problema a ser investigado na pesquisa determina como e com que se vai trabalhar (GOLDENBERG, 2002). Em outras palavras, é a questão de investigação de uma pesquisa que suscita o tipo de pesquisa a ser empreendida, bem como as escolhas e os procedimentos metodológicos capazes de produzir respostas em conformidade com os objetivos e interesses da pesquisa.

Como essa pesquisa se propõe a compreender um fenômeno peculiar do processo de ensino e aprendizagem e, portanto, da interação entre professor e alunos – *as ações avaliativas explicitadas por professores quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática em ambiente de ensino e aprendizagem* – entendemos que esta aponta para uma pesquisa na vertente qualitativa, a qual supõe a adoção de uma metodologia de análise que oriente a descrição e a interpretação do conteúdo investigado.

3.2 A ABORDAGEM QUALITATIVA

O objeto de estudo das ciências humanas e sociais – as pessoas em suas atividades – possui capacidade de ação, reflexão e interpretação. Assim, o pesquisador que desenvolve pesquisas nesta área, em geral, pretende descrever e compreender de que forma as pessoas, em um contexto particular, pensam, interagem e constroem sentidos às coisas. Especificidades estas que as metodologias quantificadoras têm dificuldade de acessar (HOLANDA, 2006). Assim, quando se estuda fenômenos que envolvem seres humanos e suas intrincadas relações sociais estabelecidas em determinado contexto visando “o entendimento do fenômeno como um todo, na sua

complexidade, é possível que uma análise qualitativa seja a mais indicada” (GODOY, 1995, p.63).

A abordagem qualitativa tem sido recorrente em pesquisas na área da Educação, como esta que desenvolvemos, posto que envolve estudos da complexa realidade do ambiente escolar, sobretudo em questões relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem e às interações que ocorrem em sala de aula, favorecendo uma melhor compreensão sobre ações, motivos e atitudes dos sujeitos dentro do contexto escolar.

Assim, conforme Borba e Araújo (2010), assumimos que este estudo é de natureza qualitativa, visto que nos propusemos a investigar e fornecer informações (obter dados descritivos) sobre determinado fenômeno social (ações avaliativas), primando pelo significado dado às ações descritas por sujeitos (professores) em contextos particulares (desenvolvendo atividades de Modelagem Matemática em sala de aula).

3.3 OS DOCUMENTOS DA PESQUISA

Nas pesquisas de natureza qualitativa o pesquisador busca “captar o fenômeno em estudo a partir da perspectiva das pessoas nele envolvidas” (GODOY, 1995a, p.21). Sendo assim, para estudarmos o fenômeno das ações avaliativas dentro dos objetivos propostos para esta pesquisa, seria necessário analisar a atuação de indivíduos inseridos em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática.

Precisávamos, portanto, investigar professores vivenciando experiências de Modelagem Matemática junto aos seus alunos e, para isso, poderíamos acompanhar professores mediando atividades de Modelagem Matemática em sala de aula e registrar suas ações ou estudar relatos de professores que já haviam se envolvido em experiências dessa natureza.

Devido à dificuldade de encontrarmos educadores mediando o ensino e a aprendizagem em ambiente gerado pela Modelagem Matemática, aos quais pudéssemos acompanhar, optamos pela segunda alternativa.

Em busca de dados empíricos para a pesquisa, delimitamos o foco de nossas análises em Relatos de Experiência escritos por professores que desenvolveram atividades de Modelagem Matemática em sala de aula e publicados nos Anais da, até então, mais recente edição da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM.

Optamos pela referida Conferência por entendermos que se trata de um evento científico consolidado e reconhecido como de grande importância no cenário das pesquisas em Modelagem Matemática no Brasil, proporcionando, então, textos pertinentes ao estudo e que pressupõem aceitabilidade na comunidade acadêmica. Julgamos consolidado, devido à periodicidade da realização do evento desde 1999 e reconhecido, por se tratar de um evento que figurara no sistema Qualis Eventos⁹ da CAPES, sendo usualmente qualificado na categoria B, e por reunir uma quantidade cada vez maior de estudantes de pós-graduação de programas de mestrado e doutorado de várias partes do país e renomados pesquisadores nacionais, que inclusive, têm participado das discussões a respeito da Modelagem Matemática em nível internacional.

Feita a opção por conduzir nossas análises em publicações nos Anais da VIII CNMEM, tínhamos a opção de trabalhar com Comunicações Científicas e/ou Relatos de Experiência. Como as Comunicações Científicas teorizam os resultados de uma pesquisa concluída ou de uma pesquisa em andamento, delimitamos conduzir investigações somente em Relatos de Experiência, os quais descrevem as ações dos participantes de alguma experiência ou atividade realizada, possibilitando-nos “captar o fenômeno em estudo a partir da perspectiva das pessoas nele envolvidas” (GODOY, 1995a, p.21), sem impor-lhes tendenciosidades ou teorizações. Essa escolha satisfaz um aspecto das pesquisas de natureza qualitativa que “é o exercício de uma atitude fenomenológica, a qual requer um esforço de colocar entre parêntesis as próprias ideias e teorias e exercitar uma leitura a partir da perspectiva do outro” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p.14).

Desde a VII CNMEM, promovida pela Universidade Federal do Pará e realizada na cidade de Belém em 2011, já observávamos indícios do potencial da Modelagem Matemática no que diz respeito ao desenvolvimento de ações avaliativas integradas ao processo de ensino e aprendizagem. Propusemo-nos, assim, a estudar os Relatos de Experiência das, até então, duas ou três edições mais recentes da CNMEM. Entretanto, como os Relatos de Experiência publicados nos Anais da VIII CNMEM, realizada em julho de 2013 na cidade de Santa Maria (RS), nos forneceram considerável quantidade de dados para análise, decidimos limitar nosso estudo a esta edição.

⁹ O Qualis Eventos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) trata-se de um conjunto de procedimentos utilizados para aferir a qualidade dos eventos científicos, os quais são enquadrados nos estratos A1, sendo este o mais elevado, A2, B1, B2, B3, B4 e C, este com peso zero. Entretanto, segundo informações do site <http://www.capes.gov.br>, este sistema encontra-se desativado temporariamente. Acessado em 19 de maio de 2015.

Os documentos foram obtidos diretamente dos Anais da referida Conferência, nos quais os Relatos de Experiência vêm numerados de 1 a 20 e identificados por uma sigla do tipo RE01, por exemplo, que significa Relato de Experiência número 1. Utilizaremos esta identificação e numeração quando quisermos fazer referência a um Relato de Experiência específico ao longo deste texto.

Quanto à filiação institucional, em razão de a VIII CNMEM ter sido realizada na Universidade Federal de Santa Maria (RS), o Estado anfitrião, o Rio Grande do Sul, apresenta maior incidência de trabalhos, 12 (doze) de um total de 20 (vinte). Logo, 60% dos relatos de experiência publicados na VIII CNMEM, têm seus autores vinculados a instituições de ensino superior gaúchas, com destaque para a Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, com 7 (sete) trabalhos.

3.4 O TIPO DE PESQUISA

Conforme já explicitado, optamos por conduzir investigações em Relatos de Experiência publicados em um evento científico devido à dificuldade de encontrarmos educadores desenvolvendo atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, os quais pudéssemos acompanhar e observar. Esta opção caracteriza nossa pesquisa como bibliográfica, a qual, conforme Oliveira (2013), é aquela que se vale do estudo e da análise de documentos já trabalhados por pesquisadores do domínio científico.

Godoy (1995a) assevera que a pesquisa em fontes documentais se mostra apropriada quando o pesquisador deseja investigar fenômenos que envolvem pessoas às quais não teve acesso, para observar ou entrevistar, por exemplo. Deste modo, a pesquisa bibliográfica possibilita o estudo da atuação de pessoas em contextos nos quais não houve contato direto do pesquisador com os sujeitos estudados.

A autora ressalta, ainda, que este tipo de pesquisa contempla diferentes intencionalidades. Ela argumenta que “muitos dos documentos por ela utilizados não foram produzidos com o propósito de fornecer informações com vistas à investigação social, o que possibilita vários tipos de vieses” (GODOY, 1995a, p.22). Quando, o pesquisador se propõe a investigar determinado fenômeno em documentos que não retratam diretamente a respeito do viés investigado, empreende uma pesquisa bibliográfica do tipo meta-análise, a qual se trata de uma

revisão sistemática de outras pesquisas, visando [...] produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos, transcendendo aqueles anteriormente obtidos (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.103).

Na meta-análise, o pesquisador está interessado em extrair e interpretar evidências que não estavam no foco das pesquisas originais analisando-as através de um objetivo outro. A par dessas considerações, compreendemos que nossa pesquisa se trata de um estudo meta-analítico, uma vez que tomamos um *corpus* de pesquisa sobre o fazer Modelagem Matemática com o intuito de produzir teorizações na área da avaliação. Em outras palavras, buscamos informações sobre ações avaliativas em Relatos de Experiência que não foram produzidos para este fim.

3.5 A CONDUÇÃO DAS ANÁLISES

Seja trabalhando com documentos pré-existentes (artigos científicos, periódicos, reportagens de jornais, livros) ou produzidos especificamente para determinada pesquisa (entrevistas, questionários, transcrição de filmagens e gravações), pesquisas de natureza qualitativa requerem uma investigação sistemática e criteriosa deste tipo de informação de modo a possibilitar a produção ou reelaboração de novas formas de compreender os fenômenos investigados.

Neste trabalho, referendados por Moraes e Galiazzi (2007), optamos pela Análise Textual Discursiva como metodologia de análise de dados e informações de natureza qualitativa constituída por um

ciclo de operações que se inicia com a unitarização dos materiais do “*corpus*”. Daí o processo move-se para a categorização das unidades de análise. A partir da impregnação atingida por esse processo, argumenta-se que é possível a emergência de novas compreensões, aprendizagens criativas que se constituem por auto-organização. A explicitação de luzes sobre o fenômeno, em forma de metatextos, constitui o terceiro momento do ciclo de análise proposto (MORAES; GALIAZZI, 2007, p.46).

A Análise Textual Discursiva estabelece que todo discurso pode ser interpretado à luz de diferentes focos de pesquisa, suscitando múltiplas e específicas compreensões. Segundo este direcionamento, após a delimitação dos documentos que servirão de esteio para a pesquisa, os dados relevantes ao estudo são destacados, organizados e interpretados à luz de uma teoria específica, com vistas a responder à questão de investigação levantada pelo pesquisador e produzir conhecimentos pertinentes às intencionalidades do estudo.

O esquema a seguir foi elaborado de modo a resumir as etapas do processo proposto pela Análise Textual Discursiva. A cada etapa foram instituídos questionamentos a fim de clarificar os procedimentos desenvolvidos em cada uma.

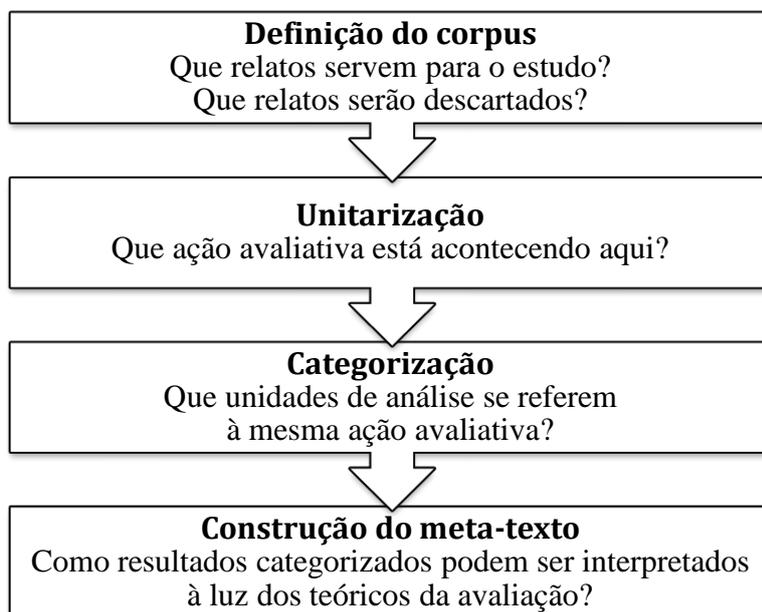


Figura 1: Etapas da Análise Textual Discursiva

3.5.1 O Corpus da Pesquisa

De acordo com Moraes e Galiuzzi (2007), o primeiro direcionamento da Análise Textual Discursiva é delimitar o *corpus* da pesquisa, isto é, selecionar um conjunto de documentos pertinentes aos desígnios da pesquisa e que seja capaz de produzir informações significativas em relação ao fenômeno investigado.

Com a intenção de investigar ações avaliativas explicitadas em Relatos de Experiência de professores que desenvolveram atividades de Modelagem Matemática junto aos seus alunos, fizemos uma pré-análise dos vinte relatos publicados nos Anais da VIII CNMEM, procurando selecionar os relatos que:

- (1) Tivessem sido fruto de atividades de Modelagem Matemática com vistas a organizar ações de ensino e/ou mediar a aprendizagem.
- (2) Descrevessem interações entre professor(es) e alunos em sala de aula.
- (3) Foram narrados por quem vivenciou a atividade de Modelagem.

Visto que nossa pesquisa se propõe a investigar um fenômeno peculiar do processo de ensino e aprendizagem e, portanto, da interação entre professor e alunos estabelecemos o critério (1). Entendemos, pois, que analisar atividades de Modelagem Matemática realizadas fora deste contexto ou sem a intenção de proporcionar situações de ensino e aprendizagem, não seria válido para apontar resultados expressivos em relação ao fenômeno investigado.

Em Relatos de Experiência que, apesar de fundamentados em ambientes de ensino e aprendizagem, não descrevem as interações entre professores e alunos ao longo da atividade, detendo-se a descrever apenas modelos e/ou resultados obtidos, torna-se impossível interpretar as ações avaliativas que venham a ocorrer. Por isso o estabelecimento do critério (2).

Quanto ao critério (3), concordamos com Godoy (1995, p.21), segundo o qual na pesquisa qualitativa o pesquisador se detém a “captar o fenômeno em estudo a partir da perspectiva das pessoas nele envolvidas”. Sendo assim, é necessário que os fenômenos se manifestem a partir do relato dos sujeitos, sem impor-lhes direcionamentos ou teorizações.

Considerando esses três critérios simultaneamente, elegemos 13 dentre os 20 Relatos de Experiência publicados na VIII CNMEM. Os relatos selecionados constituíram o *corpus* da pesquisa. Foram descartados os RE01, RE06, RE07, RE14, RE16, RE17, RE18 sob as justificativas apresentadas a seguir.

O RE01 foi descartado porque o autor não relata atividades de Modelagem Matemática nas quais tenha participado, mas transcreve o relato e faz considerações a partir de “atividades desenvolvidas por um grupo de professoras acerca da Modelagem Matemática, durante a realização do curso de formação continuada” (RE01, p.1). Descumpre, portanto, o critério (3).

Os RE06 e RE17 foram desconsiderados das análises por entendermos, após muitas reflexões, que as experiências relatadas não se deram, necessariamente, em ambiente de Modelagem Matemática, deixando de cumprir, portanto, o critério (1).

O RE06 fundamenta-se na aplicação de um recurso da computação gráfica denominado modelagem geométrica, segundo o qual, fundamentado em Gravina (2011), consiste na “representação de fenômenos no qual [...] modelos são construídos a partir de pontos retas, segmentos, dentre outros elementos” (RE06, p.2), utilizando, para isso, *softwares* de geometria dinâmica. A atividade “trata-se, portanto, de como fazer uso deste recurso em prol do ensino de matemática (RE06, p.2)” e emergiu da intenção

do autor em “discutir algumas diferentes possibilidades de abordagens que uma proposta de modelagem geométrica pode apresentar como desdobramentos em uma aula de matemática” (RE06, p.1).

Apesar de ter realizado a atividade em contexto de sala de aula e de utilizar conhecimentos matemáticos para a obtenção de um modelo, neste caso digital, tendo em vista solucionar um problema da realidade, o autor não faz referência ao termo Modelagem Matemática em momento algum do relato, nem utiliza pesquisador algum desta área para referendar a atividade desenvolvida.

No RE17, por sua vez, as experiências relatadas foram desenvolvidas a partir de uma temática da álgebra abstrata (RE17, p.3) e não de um tema ou problema (não matemático) da realidade. O relato apresenta proposições concernentes à prática de Modelagem Matemática em sala de aula, sobretudo quando o autor relata que

os estudantes devem ser estimulados a entrar no processo de modelagem. Esse processo é indicado por Barbosa como “um convite” aos estudantes para viver as situações de aprendizagem. Para convidar aos estudantes a resolver problemas que lhes são impostos é preciso apresentar ferramentas que possam favorecer o processo de convite. Uma forma pode ser o uso da tecnologia (RE17,p.2).

Mas entendemos que apresentar o uso de *softwares* como uma maneira de convidar os alunos a se envolverem em um ambiente de aprendizagem não constitui, necessariamente, uma atividade de Modelagem Matemática, a qual requer a problematização e matematização de uma situação real.

Quanto aos relatos RE07, RE14, RE16 e RE18, estes foram descartados da análise, pois, a despeito de estarem baseados em atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, não explicitam as interações entre professores e alunos ao longo das atividades, limitando-se a descrever como se utilizou de conteúdos matemáticos para chegar à obtenção de determinados modelos ou apenas sugerindo recomendações teóricas sobre a prática de Modelagem em ambientes escolares.

No RE07, os autores buscam responder de quantas formas as seleções de diferentes países podem se classificar para a Copa do Mundo e, para isso, dedicam-se a apresentar apenas os cálculos cujas soluções venham “obter uma resposta muito precisa, que refletisse as reais chances de uma seleção se classificar para a Copa do Mundo” (RE07, p.5).

Entretanto, os autores focalizam no modelo capaz de apresentar soluções ao problema investigado e no “resultado de um dos grupos de trabalho de uma disciplina de Análise Combinatória” (RE07 p.1), deixando de narrar as interações entre professor e

alunos ocorridas ao longo da atividade. Deste modo, este relato deixa de cumprir o critério (2).

No RE14, os autores enfatizam que pretendem apresentar

[...] uma das ferramentas oferecidas pelo Geogebra, que é o de importar imagens, que relacionadas com figuras geométricas é possível por em prática a contextualização desejada. Para tanto, dentre os monumentos históricos atuais e após um debate entre nós, escolhemos os três mais populares. São eles, o Cristo Redentor, as Pirâmides do Egito e a Torre Eiffel (RE14, p.2).

Todavia, parecem mais preocupados em explicitar os resultados obtidos do uso desta ferramenta a descrever as interações ocorridas entre professores e alunos na busca por tais modelos, deixando de preencher, portanto, o critério (2).

O RE16 não contempla os critérios (1) e (2). No relato, os autores descrevem a estrutura de um minicurso sobre Modelagem Matemática ministrado a acadêmicos com o objetivo de “apresentar aos participantes algumas definições básicas sobre modelagem, vivenciar atividades de modelagem à luz da Educação Matemática Crítica e exemplificar aos participantes algumas possíveis atividades” (RE16, p.1). No entanto, não narram como se deu desenvolvimento da atividade junto aos cursistas. Antes, detém-se a teorizar “reflexões a respeito da educação e da modelagem matemática a partir do relato dos participantes do minicurso” (RE16, p.1).

Já no RE18, “buscou-se com essa pesquisa, criar um modelo matemático para que pudéssemos calcular o peso considerado como ‘ideal’ que o estudante pudesse transportar no interior das suas mochilas” (RE18, p.1). Pelo que parece a atividade foi realizada, sem a intenção de proporcionar situações de ensino e aprendizagem, mas unicamente de se obter um modelo que contribuísse para solucionar o problema do excesso de peso carregado pelos alunos. O relato deixa de contemplar, com isso, o critério (1). Dessa forma, os autores vão teorizando o que deve ser realizado em cada etapa do processo de Modelagem Matemática, como um manual, sem, contudo, descrever interação entre professor e alunos, descumprindo também o critério (2).

3.5.2 O Processo de Unitarização

Com o intuito de extrair e organizar informações elementares de cada relato, confeccionamos uma ficha de catalogação da pesquisa bibliográfica (ver modelo a seguir), pela qual realizamos o fichamento de cada Relato de Experiência.

FICHA DE CATALOGAÇÃO DA PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	
Número do relato	
Título do relato	
Autores	
E-mail dos autores	
Cidade/Estado	
Onde/Instituição	
Escolaridade	
Participantes	
Quando	
Duração da experiência	
Tema gerador	
Conteúdos escolares	
Concepção de MM	
Finalidade do uso da MM	
Ações avaliativas relatadas	
Observações	

Quadro 8: Ficha de catalogação da pesquisa bibliográfica

A organização destas informações foi importante na etapa de desconstrução ou desmontagem textual denominada unitarização, a qual requer leituras cuidadosas e pormenorizadas dos documentos que constituem o *corpus* tendo em vista destacar fragmentos de textos pertinentes ao fenômeno investigado e aos objetivos da pesquisa (MORAES; GALIAZZI, 2007), os quais são denominados *unidades de análise*.

As unidades de análise são, portanto, elementos textuais capazes de expressar aspectos significativos do fenômeno estudado e dar sentido à pesquisa, sendo, portanto, não por acaso, denominadas também de unidades de sentido ou de significado (MORAES; GALIAZZI, 2007). Não são simples recortes de textos, mas compreensões importantes a respeito do fenômeno e que, segundo o pesquisador, merecem ser destacados por contribuírem para a sua compreensão.

Neste estágio, norteados pela questão de investigação da pesquisa – **Que ações avaliativas são explicitadas por professores quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática em ambiente de ensino e aprendizagem?** – detivemo-nos a investigar detalhadamente o *corpus* da pesquisa com o objetivo de identificar e captar *ações avaliativas* enunciadas tácita ou explicitamente nas atividades de Modelagem Matemática descrições por seus respectivos autores.

Conforme a perspectiva de avaliação da aprendizagem assumida nessa pesquisa e evidenciada no Capítulo 2, a avaliação da aprendizagem, segundo Brasil (1997), Vasconcellos (2005), Hoffmann (2009, 2014), Luckesi (2011) e Libâneo (2013), diz respeito à *reflexão* acerca da atividade pedagógica e da construção do conhecimento

capaz de suscitar *tomada de decisão* no sentido de favorecer a aprendizagem. *Reflexão*, nesse contexto, segundo Dewey (1933, 1979), Zeichner (1993), Alarcão (1996), Schön (2000) e Oliveira e Serrazina (2002), está relacionado a *questionar* e *examinar* práticas.

Nestes termos, foi considerada *ação avaliativa* todo ato relatado no qual o professor, ao longo da atividade de Modelagem Matemática, se deteve a *questionar*, *examinar* e buscar compreender implicações, percursos e/ou causas de situações concernentes à atividade pedagógica e à construção do conhecimento por parte do educando no sentido de aprimorar a aprendizagem. Consideramos, ainda, que *analisar* e *intervir*, neste caso, derivam de algum *questionamento*, ainda que nem sempre explicitamente descritos no texto.

Sendo assim, norteamos nossas investigações por questionamentos do tipo: *Que ação avaliativa está ocorrendo aqui? O que o professor está questionando e/ou analisando aqui? Que reflexão sobre o andamento do processo de ensino e aprendizagem está acontecendo aqui? Que reflexão possivelmente gerou as ações do professor?*

Em alguns momentos, quando determinadas ações avaliativas pareciam implícitas nas entrelinhas das experiências relatadas, detivemo-nos a identificar primeiramente as intervenções dos professores para, a partir disso, buscar possíveis reflexões do professor que teriam motivado essas intervenções.

A cada parte das experiências descritas, fizemos questionamentos desta natureza e as respostas a estas inquirições, de acordo com nossas interpretações, determinaram nossas unidades de análise, às quais atribuímos títulos, de modo que representassem a ideia central do fragmento, a saber:

- O professor está validando modelos obtidos pelos alunos.
- O professor está admitindo as estratégias de resolução adotadas pelos alunos.
- O professor está explicando conteúdos a partir dos erros dos alunos.
- O professor está abordando conteúdos após perceber dificuldades dos alunos.
- O professor está retomando conteúdos a partir das dúvidas dos alunos.
- O professor está julgando que os objetivos da prática foram alcançados.
- O professor está ponderando intervenções em práticas futuras.

Embasados em Charmaz (2009), optamos pelo uso de gerúndios nos títulos das unidades de análise sob o argumento de que, nesta fase, tal estratégia sugere uma maior aproximação do pesquisador com os dados e o auxilia a concentrar-se nas ações dos

indivíduos e a detectar os processos nos quais se envolvem, indo além da teorização a respeito dos indivíduos em si.

Em relação aos critérios adotados para orientar o recorte das unidades de análise, Moraes e Galiuzzi (2007) pautam que é possível adotar critérios *léxicos* (os recortes são baseados em palavras-chaves), *sintáticos* (os recortes são definidos com base na ordem e disposição gramatical de palavras e frases ao longo do texto), ou *semânticos* (os recortes focalizam significados que os discursos textuais possibilitam construir). Esses critérios acabam implicando na amplitude das unidades de análise, a qual depende da capacidade que estas detêm de evidenciarem sentido ao fenômeno investigado, podendo ser formadas por palavras, frases ou parágrafos inteiros.

Na maioria dos casos, as unidades de análise foram constituídas por um ou mais parágrafos inteiros, já que nem sempre uma ou duas linhas dos relatos eram capazes de abranger ou elucidar significados relativos à concepção de ação avaliativa adotada.

Após a análise dos Relatos de Experiência selecionados, as unidades de análise captadas foram registradas e organizadas em um documento à parte. Para evitar que tais informações ficassem desordenadas, acrescentamos a cada uma delas a identificação numérica do Relato de Experiência do qual procediam, bem como a página do relato na qual foram encontradas. Assim foi possível detectar de onde procedia cada fragmento. Por exemplo, (RE05, p.13), refere-se a uma unidade de análise extraída da página 13 do Relato de Experiência número 5.

3.5.3 O Processo de Categorização

Após a unitarização, de acordo com Moraes e Galiuzzi (2007), realiza-se a categorização, definida como o processo de comparação e associação das unidades de análise que aparecem com certa frequência em diferentes textos, relacionando-as, combinando-as e classificando-as em grupos que congregam elementos próximos.

Enquanto na unitarização se processa uma separação, isto é, uma fragmentação do texto em unidades de significado, na categorização ocorre o processo inverso, isto é, busca-se reunir aspectos que reincidentem no *corpus* da pesquisa e, cujo significado carrega a mesma essência. Cada categoria corresponde, pois, a um “conjunto de unidades de análise que se organiza a partir de algum aspecto de semelhança que as aproxima” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p.116), constituindo elemento de tratamento

e organização dos dados obtidos do *corpus* da pesquisa, os quais, posteriormente, serão expressos em forma de textos descritivos e interpretativos.

Neste estágio, reunimos as unidades de análise utilizando como critério aglutinador a seguinte indagação: *O professor empreendeu reflexões durante ou após a atividade de Modelagem Matemática?* Tal questionamento, inspirado em Alarcão (1996), apontou ações avaliativas **interativas** – quando o professor relata que avalia situações durante a realização da atividade de Modelagem Matemática, e **retrospectivas** – quando o professor se dispõe a avaliar a posteriori.

Diante disso, nos detivemos a interpretar cuidadosamente as unidades de análise, reler os relatos em busca de melhores esclarecimentos ou, ainda, descartar alguns excertos que reincidiam somente em alguns relatos. Foi, portanto, um processo de crítica permanente e rigorosa dos resultados inicialmente alcançados, o qual resultou na organização de duas categorias.

Tabela 2: Categorias iniciais

Categorias	Título das unidades de análise
Ações avaliativas interativas	Validando modelos obtidos pelos alunos
	Admitindo estratégias de resolução adotadas pelos alunos
	Explicando a partir dos erros dos alunos
	Abordando conteúdos a partir das dificuldades dos alunos
	Retomando conteúdos a partir das dúvidas dos alunos
Ações avaliativas retrospectivas	Julgando que os objetivos foram alcançados
	Ponderando intervenções em práticas futuras

O estudo dos elementos constituintes das categorias exigiu muitos momentos de reflexões e reconsiderações. Nesta etapa, ao criticarmos a relação entre os dados constituintes de cada categoria estabelecida, visualizamos a possibilidade da formação de subcategorias com vistas a especificar os resultados até então encontrados. Optamos, então, por concatenar as unidades de análise que foram identificadas com títulos próximos ou similares. Para tanto, utilizamos como critério aglutinador a seguinte pergunta: *As reflexões do professor geraram uma tomada de decisão de confirmação ou de transformação dos resultados obtidos?*

Nas ações avaliativas interativas, as unidades de análise intituladas *Validando modelos obtidos pelos alunos* e *Admitindo estratégias de resolução adotadas pelos alunos* descrevem experiências nas quais o professor confirma que os objetivos propostos foram alcançados, não necessitando tomar providências no sentido de modificar algo da prática. Sendo, assim, foram agrupadas na subcategoria **Constatando o aprendizado**.

Já as unidades de análise identificadas por *Explicando a partir dos erros dos alunos*, *Abordando conteúdos após perceber dificuldades dos alunos* e *Retomando conteúdos a partir das dúvidas dos alunos* foram reunidas na subcategoria **Intervindo a partir das manifestações dos alunos**, visto que elucidam iam experiências nas quais o professor, ao refletir durante as atividades de Modelagem Matemática, promove intervenções a partir das necessidades detectadas.

Nas ações avaliativas retrospectivas, as unidades de análise rotuladas **Julgando que os objetivos foram alcançados** e **Ponderando intervenções em práticas futuras** constituíram, respectivamente, subcategorias que mantiveram estes títulos. Constituíram-se, assim, as categorias finais e suas respectivas subcategorias.

Tabela 3: Categorias finais

Categorias	Subcategorias
Ações avaliativas interativas	Constatando o aprendizado
	Intervindo a partir das manifestações dos alunos
Ações avaliativas retrospectivas	Julgando que os objetivos foram alcançados
	Ponderando intervenções em práticas futuras

À medida que avançávamos na construção do sistema de categorias, sentimos necessidade de, em vários momentos, (re)analisar e (re)interpretar atenciosamente o significado de cada unidade de ação para confirmar se realmente contemplavam as categorias e subcategorias nas quais estavam sendo classificadas. Inclusive, percebemos fragmentos podiam ser classificados em subcategorias diferentes. Isso ocorre posto que a Análise Textual Discursiva admite que um texto seja interpretado de “diferentes perspectivas, resultando em múltiplos sentidos, dependendo do foco ou da perspectiva em que seja examinada” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p.27).

Estabelecidas essas categorias, passamos para a próxima etapa do processo de análise, a qual se refere à descrição dos resultados que emergiram dos documentos e à construção de argumentos à luz do referencial teórico adotado a respeito da avaliação da aprendizagem.

3.5.4 O Processo de Descrição e Interpretação

Nesta etapa passamos a construir nossas interpretações com a finalidade de produzir informações consistentes a respeito da questão de investigação que norteou esta pesquisa e elaborar novas compreensões a respeito do fenômeno investigado.

Na Análise Textual Discursiva, após a unitarização e a categorização, o próximo passo é a produção de metatexto descritivo-interpretativo. Descritivo por apresentar as interlocuções empíricas obtidas dos relatos dos sujeitos e interpretativo porque se fundamenta nas locuções teóricas advindas da ancoragem conceitual do pesquisador. O metatexto associa os resultados obtidos da análise do *corpus* da pesquisa com os marcos teóricos assumidos de antemão pelo pesquisador. Trata-se, portanto, de “estabelecer pontes entre os dados empíricos com que trabalha e suas teorias de base” (MORAES; GALIAZZI, 2007, p.36).

O metatexto que descreve os dados que foram unitarizados e categorizados a partir do *corpus* desta pesquisa, impregnado de teorizações baseadas em Ferreira (2002), Vasconcellos (2005), Hoffmann (2009, 2014), Sant’Anna (2010), Sant’Anna (2010), Luckesi (2011) e Libâneo (2013), os quais discutem a respeito da avaliação da aprendizagem, é apresentado no próximo capítulo.

CAPÍTULO 4

AÇÕES AVALIATIVAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Com o propósito de investigar ações avaliativas que o professor empreende enquanto sistematiza a atividade pedagógica por meio da Modelagem Matemática, norteamos nossas análises pela seguinte pergunta: *Que ações avaliativas são explicitadas por professores quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática em ambiente de ensino e aprendizagem?*

As categorias produzidas em resposta à questão de investigação citada acima evidenciam o professor desenvolvendo *ações avaliativas interativas e retrospectivas*, isto é, durante e após o contato com os alunos. As interativas apontam o professor permanentemente **constatando o aprendizado e intervindo a partir das manifestações dos alunos**. As retrospectivas o apresentam **julgando que os objetivos da prática foram alcançados e ponderando intervenções em práticas futuras**.

Uma vez que **ação avaliativa** foi considerada como *ato de questionar e examinar situações concernentes à atividade pedagógica e à trajetória de construção do conhecimento por parte do educando de modo a suscitar intervenções no sentido de ratificar a ocorrência da aprendizagem ou promover retificações com vistas a aprimorá-la*, procuramos compreender e explicitar em cada categoria:

- O que o professor *questiona*?
- O que o professor *examina*?
- O que o professor *percebe* ao examinar?
- Como o professor *intervém* diante do que percebe?

A descrição das ações avaliativas foi obtida a partir da interpretação do discurso dos professores em seus Relatos de Experiência concatenado à luz do quadro teórico da avaliação da aprendizagem apresentado no segundo Capítulo deste trabalho.

4.1 AS AÇÕES AVALIATIVAS INTERATIVAS

Uma ação avaliativa interativa refere-se à “reflexão transformada em ação” (HOFFMANN, 2014, p.24) imediatamente, isto é, um momento de reflexão que ocorre durante a prática e suscita uma tomada de decisão imediata. Está relacionada ao

conceito de *atividade reflexiva interativa* proposto por Alarcão (1996) para fazer referência aos momentos em que o professor empreende reflexão em meio à atividade em curso, isto é, enquanto busca mediar a aprendizagem junto aos alunos. Assim, evoca também o conceito schöniano de *reflexão na ação*, segundo o qual, o professor pode interferir na situação em desenvolvimento enquanto ainda o está fazendo (SCHÖN, 2000). Neste caso, a reflexão leva a uma ação (ELLIOTT, 1993).

As ações avaliativas interativas apresentadas nas duas subcategorias a seguir foram constituídas a partir dos excertos dos Relatos de Experiência nos quais o professor dá indícios de que reflete e intervém durante a realização das atividades.

Os excertos apresentados e as interpretações produzidas nesta categoria retratam que, durante as atividades de Modelagem Matemática, o professor empreende um “acompanhamento sistemático do desempenho escolar dos alunos em relação aos objetivos, para sentir o seu progresso, detectar as dificuldades, retomar a matéria quando os resultados não são satisfatórios” (LIBÂNEO, 2013, p.212). Com isso, o professor avalia o “estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem” (LUCKESI, 2011, p.115).

Quanto à tomada de decisão que o professor suscita diante de suas reflexões, os dados que formaram esta categoria, apontaram duas possibilidades, as quais foram organizadas em duas subcategorias. Quando os resultados correspondem aos objetivos propostos, o professor os admite como satisfatórios e dá continuidade à atividade. Quando são insatisfatórios em termos de aprendizagem, promove intervenções no sentido de auxiliar os alunos a alcançá-la (LUCKESI, 2011; BRASIL, 1997).

4.1.1 Constatando o aprendizado

Esta subcategoria indica que o professor *questiona* qualitativamente a respeito da construção do conhecimento por parte dos alunos com a intenção “compreender em que momento se encontram, qual a dimensão do seu entendimento (HOFFMANN, 2009, p.66) e “averiguar em que extensão cada indivíduo atingiu o objetivo estabelecido” (SANT’ANNA, 2010, p.14). E, ao *examinar* as respostas e manifestações dos alunos, o professor *julga* que a atuação destes está em conformidade com os objetivos propostos, não sendo necessário *intervir* para ajustar ou mudar aspectos da

prática, mas confirmá-los, isto é, reconhecê-los como adequados (BRASIL, 1997; LUCKESI, 2011).

Ações avaliativas desta natureza foram identificadas nas experiências relatadas por professores que se envolveram em atividades de Modelagem Matemática. Nas citações do RE02 abaixo é possível perceber que o professor se detém a *investigar* se os alunos estão compreendendo a respeito do tema estudado e se entendem a correspondência entre os elementos da fatura e energia elétrica, demonstrando, assim, interesse em verificar a compreensão e a habilidade matemática do aluno ao longo da atividade de Modelagem Matemática. E, ao *examinar* as respostas dos alunos e *constatar* que estes conseguiram responder corretamente ao questionário e elaborar uma relação matemática correta, o professor *julga* que houve compreensão e, portanto, os objetivos da atividade foram alcançados, não sendo necessário empreender uma *intervenção* transformativa.

[...] foi disponibilizada aos alunos uma fotocópia de uma fatura e um questionário [...]. Os alunos responderam a essas questões sem maiores dificuldades. Assim, percebemos que eles conseguem identificar com clareza os elementos da fatura de energia elétrica, alcançando o objetivo desta etapa (RE02, p.7).

Para finalizar a atividade, propomos a quarta etapa, que consistia na determinação de uma expressão matemática que descrevesse o valor total da fatura em função do consumo e da taxa de iluminação pública. Os alunos, facilmente identificaram que o valor total da fatura era a soma do valor parcial (consumo e ICMS) e a taxa de iluminação pública. Logo, determinaram uma expressão como Valor total = Valor Parcial + Taxa de Iluminação Pública (RE02, p.9).

O fragmento do RE03 a seguir evidencia que a professora *examina* a respeito do entendimento dos alunos no momento do desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Ao *perceber* que os alunos estão acompanhando sua linha de raciocínio, a professora segue a atividade sem precisar *intervir* no sentido de retificar algum aspecto.

A Professora indagou: como cada triângulo tem o mesmo tamanho, será que eles podem ser representados num círculo? Percebendo a concordância dos alunos a professora foi fazendo a construção juntamente com os alunos (RE03, p.3).

As descrições extraídas do RE04 e registradas logo a seguir apontam que o professor se interessa pela aprendizagem dos alunos e busca compreender como eles estão processando seu conhecimento. O professor *investiga* se os alunos percebem a relação matemática associada ao experimento desenvolvido, se compreendem o que está acontecendo no experimento e se interpretam corretamente como as grandezas envolvidas se relacionam. Ao *analisar* as ações e produções dos alunos ao longo do

experimento e *constatar* que os resultados estão corretos, o professor *valida* o modelo elaborado por julgá-lo adequado e *toma a decisão* de prosseguir a atividade. Como não menciona a ocorrência de erros, nem a necessidade de corrigir algum aspecto, entendemos que o professor *decide* corroborar os as soluções obtidas pelos alunos.

Inicialmente, propôs-se que o aluno considerasse um objeto em frente ao espelho e observasse a posição da sua imagem. Dessa forma, ele foi instigado a perceber que o objeto e sua imagem possuem distância simétrica em relação ao espelho. Na sequência, verificou-se que a partir da manipulação dos instrumentos o aluno conseguiu relacionar que a distância entre as duas imagens virtuais é o dobro do deslocamento do espelho, e traduziu isto para uma linguagem matemática adequada [...] (RE04, p.4).

Nesta atividade foram propostos dois experimentos, um que envolvia a associação de dois espelhos com ângulo manipulável e o outro, a associação de dois espelhos paralelos (ângulo 0° entre si). Com as atividades iniciais, os acadêmicos manipularam os espelhos e desta experiência coletaram os dados, que foram suficientes para perceber quais as grandezas que estavam variando (número de imagens e ângulo), a proporção envolvida (inversa, pois quanto menor o ângulo entre os espelhos, maior era o número de imagens obtidas) e a operação que a representava (divisão). (RE04, p.4-5).

Em seguida, os participantes perceberam que quando o ângulo entre os espelhos era de 360° , não haveria imagem produzida pelo objeto pesquisado e ainda passaram a relacionar o número de imagens (N) e o ângulo (α), construindo modelos que relacionavam função de primeiro e segundo grau [...] Foi apresentada a associação de espelhos paralelos, na qual o aluno visualizou que, quando o ângulo entre os espelhos tende a zero, foram formadas infinitas imagens (RE04, p.5).

Por fim, se observou a relação entre o ângulo da rotação e o ângulo obtido a partir do prolongamento dos raios refletidos, o qual possibilitou a visualização da relação entre ambos, pois o segundo ângulo tratava-se do dobro do primeiro (RE04, p.7).

Do excerto do RE09 relatado posteriormente, é possível inferir que o professor, ao longo da atividade de Modelagem Matemática, *investiga* o conhecimento e a compreensão que os alunos tinham sobre funções. O trecho sugere que o professor *atenta* às respostas dos alunos e, após *interpretá-las* e confirmá-las como corretas, dá prosseguimento à atividade sem a necessidade de uma *intervenção* retificadora.

Por meio dos dados de resistência elétrica e temperatura, coletados dos sensores NTC e Pt100 e dos gráficos construídos na aula anterior, um dos objetivos desta etapa era gerar uma função matemática para cada sensor e validá-la. [...] Para iniciar a obtenção das funções correspondentes a cada um dos sensores, foi solicitado aos grupos que observassem os gráficos construídos, referentes aos sensores Pt100 e NTC, a fim de que verificassem se o comportamento desses gráficos seria parecido com o comportamento de algum gráfico que haviam construído anteriormente. Indagou-se, primeiramente, sobre o comportamento matemático do sensor Pt100. [Os alunos] foram unânimes em dizer que o gráfico construído a partir das medidas coletadas do sensor Pt100 referia-se a uma reta crescente. Confirmamos que realmente o sensor tem comportamento de função de primeiro grau e que seu gráfico seria uma reta crescente (RE9, p.10 e 12).

Os fragmentos do RE10 a seguir indicam que a professora *examina* as respostas que os alunos atribuem às tarefas propostas. E, ao *analisá-las* em comparação com suas

expectativas e com a realidade da situação-problema que está sendo estudada, a professora *percebe* que constituem valores próximos do esperado e *decide* confirmar os resultados obtidos pelos alunos como aceitáveis.

A primeira fase teve como objetivo deduzir as medidas do diâmetro e raio da esfera por meio da análise da sua foto. Para realizar essa tarefa os estudantes receberam a medida da altura do suporte que sustenta a esfera. Deduzidos o diâmetro e o raio da esfera, o próximo passo foi calcular a área superficial e o volume (RE10, p.5).

Muitas duplas obtiveram para medida do diâmetro valores iguais ou próximos ao resultado da professora. Para outros tantos, essa medida permanece num patamar aceitável (RE10, p.7).

[...] após tomar conhecimento da medida real do raio da Espaçonave Terra do parque EPCOT (25,1460 m), os estudantes calcularam o erro (absoluto e relativo) cometido na estimativa do raio na fase inicial do trabalho. O erro absoluto obtido pela professora na estimativa do raio foi de 0,001 m, o que dá um erro relativo de 0,002%. Seis duplas obtiveram resultados muito próximos aos da professora, com erros relativos variando entre 0,002% e 0,004% [...]. [Na] questão 7 para o cálculo do volume real da esfera e dos erros absoluto e relativo [...] a dupla I é um exemplo de bom resultado, com erro relativo de 0,00476% (RE10, p.10-11).

As descrições do RE12 expostas abaixo sugerem que o professor está interessado em *entender* como os alunos estão construindo seus conhecimentos. Para isso, ele *observa* passo-a-passo os caminhos que os estudantes percorreram na elaboração de modelos que viessem a responder o problema estudado, não se limitando, porém, a *examinar* somente à produção escrita pelos alunos, mas também compreensões que dela implicam. *Constata* que os erros cometidos não são relevantes e que o modelo obtido pelo primeiro grupo e o raciocínio matemático utilizado pelo segundo, são válidos. Dessa forma, *julga* que houve aprendizado por parte dos alunos e *toma a decisão* de ratificar o que foi alcançado.

[...] o grupo apresentou o modelo matemático para o cálculo do Imposto de Renda correspondente à faixa salarial entre R\$2453,50 e R\$3271,38, e fez um exemplo para o salário de R\$3000,00. No modelo, o grupo calculou, inicialmente, o imposto de renda referente à alíquota de 7,5%, que corresponde à faixa salarial entre R\$1637,11 e R\$2453,50, é calculada a diferença entre esses dois valores, que corresponde a R\$816,39, e sobre qual valor incide a alíquota de 7,5%. Para o valor que excede R\$2453,50 o grupo aplicou a alíquota de 15%. Embora apresente alguns erros no uso de notações, como a colocação de um traço que aparenta uma divisão, e que foi usado pelos estudantes para expressar o resultado da diferença entre os dois valores, verificou-se que o grupo entendeu a situação e calculou corretamente o valor do imposto, portanto, apresentou um modelo válido para representar o problema (RE12, p.6).

No caso do modelo inicial, apresentado pelo grupo 2, verifica-se que os estudantes compreenderam a ideia matemática que determina o cálculo do imposto de renda, mas há alguns erros na formulação do modelo a partir da segunda faixa, o valor limite apresentado na tabela é de R\$2453,50 e não R\$2435,51 (RE12, p.9).

Em suma, os excertos que constituíram esta subcategoria caracterizam que o professor envolvido em atividades de Modelagem Matemática se dispõe a avaliar se o educando tem sido contemplado satisfatória e adequadamente em termos de aprendizagem enquanto se envolvem nas atividades em sala de aula, tendo, com isso, a oportunidade de constatar que o aprendizado se processou de modo adequado.

4.1.2 Intervindo a partir das manifestações dos alunos

De modo semelhante aos dados descritos na primeira subcategoria, os excertos mencionados nesta subcategoria apontam que, ao longo das atividades de Modelagem Matemática, o professor levanta *questionamentos* qualitativos a respeito da aprendizagem discente e implementa um “acompanhamento, passo a passo, do educando, na sua trajetória de construção do conhecimento” (HOFFMANN, 2014, p.24). No entanto, esta subcategoria retrata que, ao *examinar* as respostas e manifestações dos alunos e *perceber* a ocorrência de dificuldades, dúvidas, erros ou incompreensões por parte dos alunos, o professor se dispõe a “*intervir* para que a aprendizagem se manifeste satisfatória” (LUCKESI, 2011, p.63, grifo nosso).

Nas descrições dos relatos ficou evidenciado que, quando *percebe* uma diferença entre os objetivos de ensino e os resultados alcançados pelos alunos, o professor se envolve em uma série de ações “[...] visando *tomar decisões* suficientes e satisfatórias para que [o aluno] possa avançar no seu processo de aprendizagem” (LUCKESI, 2011, p.115).

Os relatos apontam que, enquanto desenvolve atividades de Modelagem Matemática junto aos alunos, o professor oferece oportunidades de recuperação da aprendizagem aos educandos que não atingiram os objetivos propostos (BRASIL, 1996) e, com a intenção de levar o educando a superar seus obstáculos e construir sua aprendizagem, o professor se dedica a “avaliar continuamente a cada atividade realizada, corrigindo-as em tempo hábil para intervenções, [...] discutir os resultados da avaliação, tomando como ponto de partida o erro, [...] reencaminhar trabalhos e/ou atividades em condições não satisfatórias para serem refeitos [...]” (FERREIRA, 2002, p.116), “retomar conteúdos nos quais os alunos apresentaram dificuldades [e] apontar-lhes soluções e possibilidades de aprimoramento” (HOFFMANN, 2009, p.144).

Ações avaliativas com essa essência foram construídas a partir de diversas descrições obtidas dos Relatos de Experiência. Os escritos do RE02 destacados a seguir

apontam que o professor se dispõe a *observar* e *examinar* as interpretações e produções dos alunos na tentativa de solucionar os questionamentos que nortearam a atividade de Modelagem Matemática. Isso o possibilitou *perceber* os erros e as dúvidas dos alunos e o impulsionou a *intervir* oferecendo explicações que ajudassem os alunos a compreender a relação entre os elementos da fatura. Após a intervenção, o professor volta a *examinar* a reação dos alunos e percebe que uma nova *tomada de decisão* seria necessária, caracterizando um ciclo de reflexão-ação-reflexão (HOFFMANN, 2014) acerca da trajetória de construção do conhecimento por parte do aluno.

A atividade foi norteada pelos seguintes questionamentos: Qual o percentual referente ao ICMS? Como é calculado o valor a ser pago de ICMS? Os alunos identificaram facilmente que a alíquota do ICMS correspondia a 25%. Como cálculo de porcentagens já havia sido trabalhado em aulas anteriores, os alunos tentaram calcular o valor do ICMS. Primeiro, calcularam esse percentual sobre o valor total do consumo, porém, perceberam que o resultado encontrado não era o mesmo do total da fatura. Tentaram, então, calcular o ICMS a partir da soma do consumo com a taxa de iluminação pública, mas também não resultou na cobrança ali descrita. Como não conseguiram chegar ao valor que estava na fatura, os alunos ficaram curiosos e começaram a indagar se havia alguma outra cobrança que eles não haviam percebido [...]. Neste momento, tornou-se necessário a intervenção do professor para esclarecer o que havia ocorrido. Foi explicado que [...] nesse tipo de cobrança, o valor a ser pago de ICMS incide sobre o total final e não apenas sobre o valor do consumo. Essa informação gerou inquietação na sala de aula, fazendo com que os alunos ficassem curiosos sobre a forma de representar essa informação matematicamente. Novamente houve necessidade da intervenção do professor, que esclareceu que para representar esse tipo de informação matematicamente iniciamos escrevendo seu significado em língua corrente, para depois, a partir de escolha de variáveis, escrevê-la em linguagem matemática (RE02, p.7-8).

O trecho do RE03 mencionado abaixo indica que a professora se dedica a *analisar* a compreensão dos alunos a partir do modo como estes respondem aos questionamentos por ela levantados. Essa atitude permite que a professora venha *notar* dificuldades procedimentais manifestadas pelos alunos e, diante disso, empreende uma *intervenção* no sentido de contribuir com a aprendizagem discente.

A Professora fez as seguintes perguntas: como construir um cata-vento? Quais as figuras geométricas e movimentos presentes no objeto analisado? [...] Um dos alunos observou que as pás do cata-vento tinham a forma de um triângulo e um colega completou que os triângulos tinham o mesmo tamanho. Percebendo a dificuldade dos alunos em encontrar um ponto de partida, a professora auxiliou-os a desenhar a figura e analisar cada etapa da construção (RE03, p.2).

O fragmento de texto do RE05 citado a seguir sugere que o professor *atenta* às manifestações dos alunos, a partir das quais *percebe* a ocorrência de dúvidas, que, por sua vez, o conduzem a *tomar providências* com vistas a apurar a aprendizagem discente.

[...] após os alunos terem o conhecimento sobre proporções, foi esclarecido que utilizando esse conhecimento, era possível calcular as medidas das alturas aproximadas do prédio, ginásio, escadas e demais inclinações do solo da nossa escola. Os alunos neste momento ficaram intrigados, alguns até relataram que não era possível, pois havia alturas que eles não conseguiriam alcançar por ser bastante alto, que era o exemplo do ginásio. Então foi neste momento que demonstrei que era possível obter a altura aproximada utilizando apenas uma foto ou imagem do local que contenha determinada altura a ser calculada e pegar um objeto de referência para se calcular a partir deste a altura aproximada (RE05, p.5).

Os recortes de texto obtidos do RE08 e descritos logo a seguir evidenciam que, ao *examinar* as produções dos alunos, o professor *percebe* que as respostas por eles encontradas não foram satisfatórias. A partir de então, o professor se envolve em uma série de *intervenções* tendo em vista possibilitar ao aluno reelaborar suas compreensões e construir sua aprendizagem. Quando *identifica* incompreensões e incorreções quanto às estratégias adotadas pelos alunos para a resolução do problema, o professor *decide* empreender uma pausa para abordar um conteúdo específico e, assim, auxilia os alunos a visualizar melhor o processo de construção do modelo. Em outro momento, quando *constata* que os alunos manifestam desentendimentos quanto à relação matemática existente entre os resultados obtidos pelos grupos, o professor *intervém* e demonstra matematicamente que os as soluções encontradas pelos dois grupos são equivalentes.

[...] a primeira questão estava respondida, mas eles já haviam declarado que estavam perdidos com relação a segunda questão. [...] Disse-lhes que se o comportamento fosse linear não haveria um valor limite, assintótico, e de qualquer modo o gráfico estava longe de uma reta. Mas consenti que se o intervalo fosse bem pequeno poderia ser uma boa aproximação. Neste ponto o conceito de limite foi interessante e não perdi a oportunidade para visitá-lo (RE08, p.4).

A posição inicialmente assumida pela turma foi de que o isolamento de k talvez estivesse errado. E não está! Como eles mesmos verificaram. Depois pensaram que talvez os cálculos de k estivessem errados. O que também não era o caso. Basicamente depois de tudo o que fizeram eles esperavam de fato que qualquer par (x,y) que usassem produzisse um único valor para k . [...] Foi difícil inicialmente para eles perceber que lidávamos com informações de campo, medidas experimentais. [...] Lembrei a eles aspectos da Teoria dos erros em medidas, resgatando a parte prática de laboratórios experimentais que fazem parte da grade curricular deles. (RE08, p.6-7).

No modelo k é uma constante de proporcionalidade e não pode assumir vários valores. Era importante estabelecer um valor para k . Foi de comum acordo e sugestão de um dos grupos que o valor de k real deve ser próximo à média dos valores de k [...]. Isto feito adotou-se o valor de 0,00771 hectare/kg, com três algarismos significativos em consonância com a teoria dos erros em medidas [...]. A partir deste modelo para $x = 235$ kg/hectare temos $y = 103,4$ kg/hectare. Como o valor estimado pela interpolação linear foi de 103,5 kg/hectare eles aceitaram o resultado como verdadeiro e de fato a aproximação linear foi considerada bem razoável [...]. Como havíamos partido da Lei de Mitscherlich solicitei que a escrevessem para o cenário em particular [...]. Isto colocou as duas partes da turma em conflito, pois afirmavam que seus resultados eram diferentes [...]. Voltando ao resultado encontrado pelo grupo maior [esboçamos os cálculos] mostrando assim que os resultados encontrados pelas duas partes da turma eram de fato o mesmo resultado (RE08, p.7-8).

As descrições RE09 mencionadas em seguida retratam que, em determinado momento da atividade de Modelagem Matemática, o professor *confere* as produções e manifestações dos alunos e *verifica* que estes possuem dúvidas em relação à utilização de um equipamento – o multímetro, diante das quais *toma a decisão* de dar explicações que favoreçam a compreensão por parte dos estudantes. Quando *percebe* que os alunos possuem dúvidas em relação aos resultados por eles obtidos ao longo do experimento, o professor *implementa* uma série de ações interventivas – faz solicitações, conduz um novo experimento, explica conceitos e procedimentos, as quais contribuem para que os alunos avancem na construção do conhecimento.

[...] foi solicitado aos alunos que medissem a resistência de seus sensores e, como já era esperado, vieram as perguntas: Qual é a unidade de resistência elétrica? Onde acoplar no multímetro os pinos banana preto e pino banana vermelho? Diante destas perguntas, com o auxílio do projetor multimídia, iniciou-se a explicação de quais as grandezas físicas poderiam se medir com o multímetro, as quais possuíam [...]. Nesse processo, os conceitos vão sendo sistematizados à medida que forem necessários ao desenvolvimento da atividade (RE09, p.8).

[...] houve, durante a semana, troca de informações entre integrantes de grupos diferentes. Mostraram entre si, seus gráficos, suas tabelas e perceberam que, mesmo tendo coletado dados de sensores com resistência nominal igual, por exemplo, ao sensor NTC de 10kΩ, nenhuma tabela ou gráfico continham valores iguais e que, além disso, obtiveram medidas de resistência que, para a mesma temperatura, variavam em até 3100Ω. Por esse motivo, ao iniciar a aula, os alunos fizeram inúmeros questionamentos, pois estavam muito incomodados, achando que, por se tratarem de sensores de mesma resistência nominal, teriam que ter os mesmos valores de resistência elétrica em temperaturas iguais (RE09, p.11).

[...] foi solicitado que, com o auxílio do multímetro, cada grupo obtivesse o valor da resistência do sensor de 10kΩ, porém, explicou-se que este valor de resistência que coletariam seria à temperatura ambiente da sala de aula, a qual, neste dia, era em torno de 20°C. Após observarem qual o valor da resistência, foi solicitado que eles expressassem em voz alta este valor [...]. Durante a fala dos alunos, apareceram desde valores de 10,1kΩ até 12,9kΩ, para o sensor com resistência nominal de 10kΩ. Após estes relatos, foi explicado que este valor de resistência, o qual é chamado de resistência nominal de 10kΩ, é o mínimo previsto pelo fabricante para tal sensor à temperatura ambiente de 25°C. Explicou-se ainda que existe apenas parâmetros mínimos para resistência, porém, não há parâmetros para valores máximos. [...]. Após as explicações, os alunos mostraram-se mais tranquilos, percebendo que não havia tabelas ou gráficos errados, e se conseguiu, então, prosseguir com a aula normalmente [...] (RE09, p.11).

Nos fragmentos do RE11 reproduzidos abaixo, observa-se que o professor *averigua* as produções e manifestações dos alunos e, diante da *percepção* das incertezas e interrogações manifestadas pelos alunos, o professor *intervém* por meio de questionamentos que contribuem para que o aluno repense suas considerações até que perceba as relações matemáticas envolvidas no problema e alcance a devida compreensão do assunto estudado.

Iniciamos o projeto realizando uma pesquisa com 37 alunos, para saber se eles tinham noção de como uma progressão geométrica cresce. [...] Dos trinta e sete alunos, oito responderam que o valor solicitado seria muito grande [...]. Como estávamos interessados em descobrir esse número, usamos planilhas eletrônicas para realizar os cálculos. Até perguntaram se poderiam usar a calculadora ao invés de usar a planilha, eu disse que sim, mas questionei como fariam. A resposta foi: $2 \times 2 \times \dots \times 2$ (63 vezes) = 2^{63} . Isso é fácil de fazer na calculadora. Questionei então, o que significa 2^{63} e, obtive como resposta: a quantidade de grãos que teremos na última casa. Nesse momento, o aluno se deu conta que, com isso, não teria respondido quantos grãos o rajá precisaria dar ao brâmane, pois ainda precisaria verificar quantos grãos teria nas outras casas, ou seja, precisaria somar $1+2+4+\dots+2^{62}+2^{63}$. Convenceu-se facilmente que usando a planilha seria mais fácil (RE11, p.6-8).

Perguntei aos grupos, como se mede o poder aquisitivo de um país. Responderam que era pelo PIB (Produto Interno Bruto), e que precisariam pesquisar, pois não tinham noção do PIB dos países. Pedi para que todos os grupos realizassem a pesquisa, deixando que eles escolhessem qual PIB iriam utilizar. Um grupo escolheu EUA, outro escolheu Japão e o terceiro China. O grupo 2, escolheu o Japão. Segundo a sua pesquisa, o PIB do Japão é aproximadamente 5,87 trilhões de dólares. O grupo pensou em transformar o valor total da dívida e o PIB para a moeda japonesa. Depois eles pensaram em dividir o valor da dívida pelo PIB, para verificar em quanto tempo a dívida poderia ser paga. Questionei se um país pode comprometer todo o seu PIB com apenas uma dívida. Os alunos pensaram que isso poderia levar o país à falência. Perguntei, qual seria um percentual aceitável para esse compromisso. Surgiu então, que 30% seria uma quantidade razoável a ser comprometida. [...] Portanto, como eles queriam comprometer apenas 30% do PIB, o cálculo do tempo de dívida ficou diferente: (valor da dívida) / (30% do PIB). Nesse caso, o pagamento da dívida levaria quase três milênios, isso, se não incidirem juros sobre a dívida (RE11, p.12).

Os excertos do RE12 citados em seguida permitem apreender que, perante a *constatação* de dúvidas e/ou dificuldades por parte dos alunos, o professor adota o questionamento como *intervenção* didática promovida pelo professor no sentido de orientar o aluno ao longo da sua trajetória de construção de conhecimentos, sobretudo. O professor *examina* as soluções apresentadas pelos alunos e *verifica* que estes não compreenderam corretamente a relação matemática associada ao cálculo do Imposto de Renda e tiveram dificuldades em relação à construção de gráficos. Por isso, resolve *intervir* apresentando questionamentos e exemplos de situações que levem os alunos a reconsiderar seus argumentos e suas construções até que produzam compreensões satisfatórias.

Inicialmente, questionamos os alunos sobre seu conhecimento acerca do Imposto de Renda, muitos reconheceram a expressão, mas não souberam dizer ao certo à que se referia. Perguntamos sobre o cálculo do Imposto de Renda e solicitamos que analisassem a tabela para o cálculo mensal, os estudantes avaliaram as informações na tabela e responderam, corretamente, que a alíquota se refere ao percentual para o cálculo do imposto, e que ela varia de acordo com renda. Mas não compreenderam os valores [...] referentes à parcela a deduzir. Para muitos, a terceira coluna representava o valor de imposto a ser pago. Apresentamos um exemplo utilizando valores bem diferentes, mas dentro da mesma faixa salarial: para um salário de R\$1638,00 e um de R\$2453,00, de acordo com os estudantes o imposto pago seria o mesmo, R\$122,78. [...] (RE12, p.5)

Apresentamos, então, um novo exemplo, agora com salários em faixas diferentes: para R\$1635,00 e para R\$1700,00 e perguntamos como ficaria o cálculo do imposto neste caso. Os alunos apresentaram a solução que para o salário de R\$1635,00 não havia imposto, pois faz parte da faixa isenta, e para o salário de R\$1700,00 o imposto era de 7,5% do salário, que resulta em R\$127,50. Questionamos novamente se esta é uma forma justa de cobrar o imposto, e apontamos que no caso do salário de R\$1700,00, quando descontamos o imposto, o salário líquido é de R\$1572,50, ou seja, o salário se torna menor do que a valor limite para faixa isenta. Perguntamos se, neste caso, não seria melhor receber um salário de R\$1635,00 do que um salário de R\$1700,00. Os alunos refletiram um pouco, e [...] então sugeriram que o imposto deveria ser cobrado apenas do valor que excede o limite. [...] Questionamos como seria o cálculo do imposto para um salário de R\$1700,00, e os estudantes apresentaram a [...] solução. [...] Dessa forma, ficou explícito, no cálculo, o valor da parcela a deduzir para alíquota de 7,5% que corresponde a R\$122,78 (RE12, p.6).

Os grupos que criaram mais de uma equação não sabiam se deveriam fazer um gráfico para cada uma ou um único gráfico com todas. Discutimos com os grupos como eles esperavam que fosse o gráfico [...] Inicialmente, os grupos apontaram que o gráfico seria uma curva crescente, pois as alíquotas aumentam. Questionamos, então, sobre o tipo de modelos elaborados, que características possuíam e sobre qual deve ser a característica do modelo para que o gráfico seja uma curva. Nesse momento, os estudantes observaram que os modelos eram de 1º grau e, portanto, o gráfico deveria ser uma reta (RE12, p.6-7).

Os dados extraídos do RE15 mencionados a seguir levaram-nos a perceber que, na busca por compreender o pensamento matemático dos alunos, o professor se detém a *analisar* os procedimentos por eles empregados na resolução da tarefa proposta. Em decorrência da *percepção* de dificuldades, as quais se refletiram em erros, o professor decide *redirecionar* suas ações didáticas no sentido de orientar a compreensão dos alunos por meio de uma aula expositiva. Em seguida, empreende uma nova reflexão e *observa* que sua *intervenção* foi adequada.

Entregue as folhas, solicitamos que realizassem a tarefa inicial: encontrar as medidas dos lados limítrofes da propriedade e a medida de sua área, em metros quadrados e em hectares. [...] As dificuldades foram imensas no início. [...] Para o cálculo das áreas estavam sendo utilizados procedimentos muito diferentes dos que esperávamos. [...] Alguns grupos seguiram o mesmo raciocínio: medir os lados em cm, somá-los e multiplicar por 300, pois era o único valor à mostra na escala dada. Após, tomar o resultado obtido e dividir por 10.000, convertendo então o valor obtido em metros quadrados para uma medida em hectares. Outros foram um pouco mais criativos. Tomemos como exemplo o grupo A1, cuja tática foi a de transformar a poligonal em um quadrado somando-se as medidas dos lados da poligonal, após aplicar a escala, e dividindo o valor por 4 e para encontrar a medida do lado do quadrado. A seguir, calcula-se a área desse quadrado e divide por 10.000, encontrando a área desejada em hectares (RE15, p.4).

Diante das dificuldades encontradas não havia outra opção senão a de trocar um momento da aula investigativa para uma aula expositiva de modo a orientar os cálculos das áreas. A explanação focou no conceito de área e de métodos para obter seus valores [...] Foi preciso comparar um quadrado e um losango de mesmas medidas de lado para que eles conseguissem enxergar que, apesar do perímetro permanecer o mesmo, a área mudava à medida que os ângulos internos variavam. [...] Ajudou a resolver a dificuldade aqui encontrada. Após a intervenção docente, os grupos voltaram às suas tarefas e cerca de 5 deles foram bem sucedidos em sua realização (RE15, p.5).

Os recortes do RE19 descritos abaixo são capazes de retratar que, durante a resolução da atividade proposta, o professor *investiga* as respostas dadas pelos alunos e *detecta* que estes apresentam dificuldades concernentes ao cálculo percentual e às operações básicas. A partir disso, *decide* abordar os conteúdos e oferecer explicações para que os alunos possam superar suas dificuldades.

Em seguida foi solicitado como uma tarefa o preenchimento da tabela de acordo com os dados conferidos [...] contendo o nome (fictício), o peso corporal e o peso das mochilas [...] [Após] a pesagem dos alunos [...] pedimos que eles resolvessem a seguinte tarefa: sabendo que o peso ideal de sua mochila é de 10% do valor de seu peso corporal, diga qual o limite de peso que você pode carregar em sua mochila? Podemos observar que alguns alunos estavam encontrando dificuldades com relação à porcentagem, em virtude dessa circunstância inesperada, nós fizemos uma breve explanação do conteúdo no quadro e citando como exemplos situações do seu cotidiano (RE19, p.8).

A terceira tarefa solicitada foi: verifique na sua tabela o seu peso e o peso de sua mochila e responda, o peso de sua mochila representa quantos por cento de seu peso corporal? A resolução desse problema foi resolvido através de regra de três, consistindo na utilização do mesmo procedimento da tarefa anterior, sendo observado certo contratempo com relação a multiplicação e divisão de números decimais, onde identificado a dificuldade, explicamos de forma simples como fazer as operações (RE19, p.8-9).

Nas descrições do RE20 citadas a seguir, é possível identificar que o professor *examina* a compreensão dos alunos ao longo da atividade de Modelagem Matemática e, quando *percebe* dificuldades acerca das unidades de medida e das operações com números decimais, *toma a decisão* de explicar conteúdos que possam contribuir para que o aluno aprenda.

Na primeira questão, foi solicitado aos alunos, que escolhessem uma receita de uma torta ou bolo para comercializar, anotando todos os gastos e, assim, saber se valeria a pena iniciar esse negócio informal. Para calcular os gastos os alunos foram convidados a fazer uma lista completa de compras [...]. Nesse momento foi necessário mencionar as unidades de medida de massa e volume, bem como suas transformações. Os alunos não tiveram dificuldades com os preços dos ingredientes, pois a maioria, no seu cotidiano já realizava essas pesquisas de preço (RE20, p.4).

O problema destacado era calcular o valor de acordo com as medidas solicitadas na receita. Por exemplo, na receita solicitava duas xícaras e meia de açúcar, e só tinha o preço do quilo inteiro [...]. Os alunos foram convertendo as medidas com ajuda de uma balança e utensílios domésticos presentes na sala de aula, como planejado com a coordenadora pedagógica do SESI. Eles pesaram com exatidão quando tinha em uma xícara de açúcar, e realizaram os cálculos de acordo com a quantidade da receita. [...] No decorrer da atividade foi necessário dar uma pausa no trabalho para lembrar aos alunos sobre números decimais e suas operações, visto que eles estavam trabalhando também com os preços dos ingredientes. O professor, através de uma aula expositiva, mostrou passo a passo sobre as operações com os números decimais e o uso correto da calculadora, os alunos foram convidados a realizarem as operações no papel e depois conferirem os resultados na calculadora (RE20, p.4-5).

Em sua essência, os relatos constituintes desta subcategoria retratam que durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, o professor se detém a avaliar a trajetória de construção de conhecimento por parte do educando, o que lhe possibilita tomar consciência das lacunas de aprendizagem que eles apresentam e suscitar tomadas de decisão que contribuam para que a aprendizagem se manifeste satisfatória.



Chaves e Espírito Santo (2011) reforçam os argumentos explorados na categoria **Ações avaliativas interativas** quando asseveram que a atuação do professor ao longo das atividades de Modelagem Matemática envolve entender como o aluno está aprendendo e ter “ampla compreensão da diversidade de abordagens que os alunos podem adotar, o que necessita saber ouvir os alunos em suas interpretações, organizações e explorações de modelos” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.174), para que, “a partir da compreensão do que fazem, ou do que podem fazer, interagir com eles no sentido de que encontrem por si as melhores soluções/modelos ou que desenvolvam as aprendizagens esperadas pelo professor” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.174). Retratam ainda que, nos casos em que a aprendizagem não se manifestar satisfatória, é imprescindível que o professor “saiba oferecer representações matemáticas úteis às ideias dos alunos [e] domine um amplo espectro de intervenções pedagógicas” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.174).

4.2 AS AÇÕES AVALIATIVAS RETROSPECTIVAS

Ação avaliativa retrospectiva consiste na “reflexão transformada em ação” (HOFFMANN, 2014, p.24) a posteriori, isto é, uma “pausa para repensar a prática e retornar a ela” (LUCKESI, 2011, p.34) posteriormente. Trata-se, portanto, de um momento de reflexão sobre a ação passada por meio do qual o professor obtém um feedback a respeito das ações realizadas.

Está relacionada ao conceito de *atividade reflexiva retrospectiva*, proposto por Alarcão (1996) para fazer referência aos momentos em que o professor busca rever processos e estratégias utilizados, bem como resultados alcançados, suscitando os conceitos schönianos de *reflexão sobre ação* e *reflexão sobre a reflexão na ação*, segundo os quais, o professor a partir de um olhar retrospectivo sobre o que fez ou o que aconteceu, busca reconsiderar sua prática no sentido de verificar se os objetivos

educacionais foram alcançados. Neste caso, a ação suscita uma reflexão (ELLIOTT, 1993), que por sua vez, determinará outra ação.

As ações avaliativas retrospectivas foram estabelecidas a partir dos excertos dos Relatos de Experiência nos quais o professor dá indícios de que reflete após a realização da atividade de Modelagem Matemática. Estão relacionadas à avaliação do trabalho do professor, visto que os dados retratam que o professor pondera as implicações da sua própria prática e examina a adequação da sua proposta didática tomando por base os propósitos esperados e resultados alcançados.

Dessa forma, avalia-se o “desempenho do educador, a metodologia utilizada, os materiais didáticos disponíveis” (LUCKESI, 2011, p.263), “como ele [professor] está conduzindo o seu trabalho: andamento da matéria, adequação dos métodos e materiais, comunicação com os alunos, adequabilidade da sua linguagem” (LIBÂNEO, 2013, p.197) e, ainda, “se as atividades, os métodos, procedimentos, recursos e técnicas que ele utiliza estão possibilitando ao aluno o alcance dos objetivos propostos” (SANT’ANNA, 2010, p.24).

Do mesmo modo que nas ações avaliativas interativas, as ações avaliativas retrospectivas também apontam duas possibilidades quanto à tomada de decisão do professor diante dos resultados de suas reflexões. O professor se dispõe a admiti-los, caso correspondam às expectativas propostas ou apontar reestruturações caso os objetivos da prática não tenham sido alcançados (LUCKESI, 2011; BRASIL, 1997).

4.2.1 Julgando que os objetivos da prática foram alcançados

Esta subcategoria foi constituída a partir de fragmentos dos Relatos de Experiência nos quais o professor, ao lançar um olhar retrospectivo sobre as atividades realizadas, *questiona* sua própria prática, *analisa* as implicações desta e *decide* confirmar a adequabilidade das suas escolhas e intervenções didáticas, as quais possibilitaram que os alunos compreendessem os conceitos matemáticos trabalhados. Dessa forma, o professor admite que os objetivos educacionais foram satisfeitos, não sendo necessário *intervir* para ajustar ou retificar algum aspecto da prática (BRASIL, 1997; LUCKESI, 2011).

Ações avaliativas desta natureza foram identificadas nas experiências relatadas por professores que atuaram em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática.

O excerto abaixo, extraído do RE02, evidencia que o professor *pondera* suas escolhas didáticas relacionadas ao *software* utilizado e aos temas geradores das atividades de Modelagem Matemática e *constata* que estas foram propícias ao avanço dos alunos na construção do conhecimento matemático relacionado aos elementos geométricos envolvidos na situação estudada. Uma vez que as implicações do seu trabalho foram satisfatórias aos seus objetivos de ensino, o professor não manifesta nenhum tipo de *intervenção* para modificá-las.

No desenvolvimento das atividades foi possível observar, nas diferentes etapas de construção dos modelos matemáticos, que os alunos, de modo geral, avançaram em seus conhecimentos geométricos, pois eles demonstraram de alguma forma perceber e reconhecer as transformações geométricas no plano, assim como o conceito de reflexão, translação, rotação e suas propriedades. Os temas escolhidos foram adequados à exploração dos conteúdos matemáticos. O software GeoGebra não só auxiliou na visualização como também ofereceu aos alunos a oportunidade de manipulação virtual de formas geométricas e entes matemáticos [...] (RE03, p.9).

Na descrição a seguir é possível identificar que o professor envolvido nas atividades relatadas no RE04 *analisa* os resultados do seu trabalho realizado em sala de aula e *considera* que a situação-problema escolhida para ser estudada foi apropriada para que os alunos compreendessem os conceitos estudados, bem como para promover a visualização do conceito matemático de limite. Diante disso, o professor *decide* confirmar os resultados obtidos em termos de aprendizagem.

A partir de cada questão desenvolvida, foi possível ao acadêmico refletir sobre os conceitos envolvidos na atividade, possibilitando o efetivo entendimento sobre o assunto abordado. [...] Percebeu-se ainda a importância de abordar uma situação em que há aplicação de limite de uma função, pois durante o ensino, principalmente o básico, ou este processo do ensino de limite nem acontece, ou mesmo os alunos – de ensino médio e superior – aprendem o cálculo, mas não seu significado (RE04, p.08).

Do fragmento extraído do RE05 e descrito a seguir, inferimos que o professor se detém a *investigar* o produto de suas ações didáticas e, a partir disso, *verifica* que a opção pela construção de uma maquete durante a atividade de Modelagem Matemática possibilitou que os alunos aprendessem o conceito de proporcionalidade e mobilizassem atitudes favoráveis à sua aprendizagem. O trecho indica, ainda, que o professor não precisou articular nenhuma *intervenção* corretiva porquanto as expectativas de aprendizagem foram alcançadas.

De modo geral a construção dessa maquete demonstrou uma maneira diferenciada de desenvolver o conteúdo matemático, possibilitando a interação, dinamismo e motivação dos alunos ao desenvolver suas habilidades em recriar os espaços, com imaginação e criatividade, bem com identificar e compreender a ideia da proporcionalidade, onde

permitiu mostrar aos alunos a importância e a presença da Matemática no cotidiano (RE05, p.11).

Os dados recortados do RE09 retratam que o professor *examina* retrospectivamente sua prática e *constata* que a opção por organizar e empreender suas ações didáticas com base nas atividades do processo de Modelagem Matemática propiciou que os alunos desenvolvessem conhecimentos técnicos e matemáticos. Neste caso, como os resultados das atividades não demandaram ações corretivas, o professor *toma a decisão* de confirmá-los.

A interpretação dos dados coletados, dos gráficos construídos e a construção do modelo permitiram aos alunos descobrir as características básicas dos sensores de temperatura que farão parte do cotidiano da profissão que escolheram, ao mesmo tempo em que perceberam que tais dispositivos apresentam comportamentos que podem ser descritos pelas equações que aprenderam nas aulas de Matemática. [...] As atividades com Modelagem Matemática nos permitiram ampliar o conhecimento dos alunos sobre funções, já que propiciou o envolvimento dos alunos com questões que dizem respeito a seu cotidiano profissional [...] (RE09, p.14).

Nesse contexto, desenvolvemos uma sequência didática que propiciou aos alunos descobrirem as características básicas de sensores de temperatura resistivos por meio de uma atividade experimental que envolveu conhecimentos de eletricidade adquiridos nas aulas de Física (RE09, p.15).

Do trecho do RE10 registrado a seguir, deduzimos que o professor *pondera* a respeito do encaminhamento didático pelo qual optou e *detecta* que o tema escolhido e as atividades realizadas contribuíram para que a aprendizagem discente se manifestasse satisfatoriamente, não sendo necessário, portanto, *intervir* para mudar algum aspecto da sua prática.

A Modelagem Matemática com fotografias facilitou a aprendizagem dos estudantes, visto que criou um ambiente de investigação no qual eles interagiram com os colegas e a professora na busca da melhor solução para os problemas pesquisados (RE10, p.13).

As descrições extraídas do RE11 revelam que, após *apreciar* as implicações das suas escolhas didáticas, o professor *percebe* que o uso de um *software* de planilha eletrônica foi significativo para que os alunos intuíssem os conceitos e procedimentos envolvidos no estudo das progressões geométricas. Diante dessas constatações, o professor demonstra não ser necessário modificar algum aspecto do trabalho que foi realizado, por isso, *toma a decisão* de corroborar a procedência de suas ações.

Utilizamos planilhas eletrônicas, com programação de células feitas pelos alunos. Estas auxiliaram os alunos a ver todos os termos da PG. Ainda, a partir da planilha, foi possível generalizarmos o termo geral de uma PG. E mais, discutimos o comportamento de uma PG, quanto ao seu crescimento. [...] Através da realização das tarefas,

percebemos que a imagem do conceito de PG se aproximou da definição formal. [...] Os alunos conheceram, não somente o termo geral de uma PG, como também, o que significa somar os termos desse tipo de sequência. Foi possível perceber o aprendizado dos alunos pelo cumprimento das tarefas propostas (RE11, p.14).

Os recortes do RE12 registrados a seguir retratam que o professor *analisa* e produz inferências a respeito das consequências do seu trabalho realizado em sala de aula sem, no entanto, projetar *intervenção* alguma no sentido de alterar ou ajustar fatores da sua atuação. Suas reflexões lhe permitem *apreender* que as atividades por ele organizadas e o tema gerador escolhido estabeleceram condições favoráveis ao desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e de atitudes propícias à aprendizagem discente.

Verificou-se que as atividades desenvolvidas atingiram o objetivo proposto, que era explorar o tema Imposto de Renda utilizando a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, e utilizar a Matemática aplicada às situações reais através da elaboração de modelos matemáticos. Observou-se que durante as atividades foram revisados vários conceitos matemáticos, em especial, sobre funções de 1º grau. O tema escolhido para o trabalho despertou o interesse dos estudantes pela atividade, o que colaborou para a configuração de um Ambiente de Aprendizagem de Modelagem Matemática aliado aos Cenários para Investigação (RE12, p.10).

Destacamos a importância deste trabalho como uma experiência de Modelagem Matemática que contribuiu para aprendizagem dos estudantes, atribuindo significado para a Matemática estudada na escola básica, e que também oportunizou momentos de discussão e reflexão, que podem contribuir com a formação social e crítica dos alunos (RE12, p.11).

O excerto do RE19 revela que, após *refletir* sobre as estratégias e ações didáticas que desenvolveu e *constatar* que suas escolhas favoreceram o aperfeiçoamento da aprendizagem discente e o alcance dos objetivos educacionais, o professor *toma a decisão* de admitir os resultados provenientes da sua prática.

Percebemos com a atividade desenvolvida que, por meio da Modelagem Matemática, utilizada em nossa proposta como estratégia de ensino, conseguimos alcançar nossos objetivos de investigar em que termos a modelagem matemática e a postura interdisciplinar podem contribuir para a aprendizagem matemática e a conscientização, [...] haja vista que, foi possível desenvolver alguns conteúdos matemáticos auxiliando-os em termos de suas principais dificuldades (RE19, p.11).

A citação recortada do RE20 demonstra que o professor se detém a *examinar* os desdobramentos da sua própria atuação, vindo a compreender que as atividades por ele sistematizadas suscitaram um ambiente favorável para que a aprendizagem se manifestasse satisfatória.

Percebemos que essa atividade possibilitou uma aprendizagem matemática útil e contextualizada, tanto para aqueles que desejam continuar os estudos na educação

básica como para compreender alguns aspectos de gênero, de trabalho e da matemática permeando essas temáticas (RE20, p.9).

Em suma, os relatos descritos nesta subcategoria traduzem um ciclo de ações similares. O professor avalia suas escolhas didáticas e corrobora que estas forneceram meios e condições favoráveis para que os objetivos da prática fossem alcançados, posto que os alunos progrediram no aprendizado e/ou desenvolveram atitudes favoráveis à compreensão dos conceitos abordados e à construção do conhecimento.

4.2.2 Ponderando intervenções em práticas futuras

Os fragmentos de texto retratados nesta subcategoria evidenciam que, após a atividade de Modelagem Matemática, o professor *critica e analisa* sua própria prática e reconhece a necessidade de “reorientar o trabalho para as correções necessárias” (LIBÂNEO, 2013, p.195). Pautado nessas análises, ele manifesta a disposição de intervir promovendo readequações e ajustes em oportunidades futuras, isto é, quando se envolver novamente em atividades de Modelagem Matemática.

Os relatos transcritos logo a seguir retratam as inferências que o professor suscita após *investigar* as implicações das atividades realizadas, o que lhe permite *perceber* a necessidade de *ajustar* o material didático por ele elaborado e utilizado junto aos alunos ao longo das atividades de Modelagem Matemática.

Na primeira citação, o professor *constata* que *modificar* o material produzido e adaptar outros aspectos da prática pode facilitar a sistematização dos conhecimentos junto aos estudantes. No segundo, *detecta* a necessidade de *corrigir* uma falha de impressão. No terceiro, *nota* que precisa *reescrever* suas solicitações de modo mais claro para facilitar a compreensão por parte alunos.

Através da prática com os futuros professores, identificaram-se poucas alterações a se fazer no guia didático, de modo a propiciar um desenvolvimento que estimule ainda mais a autonomia e criatividade do aluno. Apesar de não ser o público alvo no qual o projeto que está sendo desenvolvido se direcionou, a prática com os futuros professores serviu como subsídios para análises e possíveis adaptações da proposta (RE04, p.8).

Os grupos da turma D tiveram ainda outro percalço devido a uma falha na impressão da região. A imagem foi configurada para ocupar o máximo possível da folha A4, o que ampliou a figura e deformou a linha da escala, que ao invés de marcar 4 cm para cada 300 metros, marcou aproximadamente 5,5 cm para os mesmo 300 metros. Isto atrasou o andar das atividades nesta turma [...] (RE15, p.5).

Um olhar mais apurado revela quase um consenso no espaçamento entre mudas e uma diferença de interpretação quanto ao percentual de germinação. Cerca de metade dos

grupos confundiu este dado, sobre o aproveitamento das sementes, com o tempo de germinação, em dias. Talvez o enunciado não tenha sido claro o bastante (RE15, p.7).

Os excertos descritos posteriormente indicam que o professor *pondera* suas escolhas didáticas e *reconhece* que estas poderiam melhor favorecer a aprendizagem dos educandos se passassem por algumas *adaptações*. As informações sugerem que o professor pretende *implementar* tais adequações em práticas futuras, isto é, quando desenvolver novas atividades de Modelagem Matemática.

A citação a seguir evidencia que o professor preparou as atividades de Modelagem Matemática segundo os parâmetros do Caso 1 de Barbosa (2003), mas as contingências e necessidades da situação o levaram a *reconsiderar* sua escolha e *ajustar* seu trabalho em função das características e/ou diretrizes do Caso 2.

A atividade oportunizou um contato inicial dos estudantes com a Modelagem Matemática, e, portanto, inicialmente, as atividades se enquadraram como caso (1) de Modelagem Matemática, e a seguir, conforme o trabalho avançou e houve a necessidade de buscar novas informações e dados sobre o tema, as atividades podem ser consideradas como caso (2) de Modelagem Matemática (RE12, p.11).

Segundo as referências mencionadas abaixo, os professores envolvidos nas experiências descritas no RE13 e no RE15 *percebem* que as atividades realizadas exigiam mais tempo que o planejado inicialmente. Ambos *apontam* que pretendem rever esta questão nas próximas atividades de Modelagem Matemática.

Fica como sugestão que, num próximo estudo, a experiência sobre o consumo dos combustíveis seja realizada com mais tempo para que o professor, nas aulas de Matemática, possa trabalhar também as comparações de consumo dos diferentes tipos de combustíveis (RE13, p.8).

O relógio não deve nos atrapalhar. [...] concluímos com nossa prática que oportunizar poucas aulas a mais, dentro das possibilidades, podem permitir discussões mais eficazes [...] [evitaria] alguns pequenos deslizes os quais foram percebidos apenas após a conclusão da pesquisa, quando começou a fase de análise do material entregue pelas turmas. [...] Ainda que bem sucedida, uma investigação cujo processo envolve uma modelagem não pode ser feita às pressas, senão corremos risco de obtermos modelos equivocados e de perdermos os próprios alunos no meio do processo, caso eles se desmotivem (RE15, p.10).

No último excerto, o professor *reconhece* que sua atuação apresentou uma lacuna no sentido de revisar os conteúdos abordados ao longo da atividade de Modelagem Matemática para reforçar o aprendizado dos alunos. O professor, inclusive, ressalta um enfoque da nossa pesquisa quando reconhece a importância da avaliação como elemento impulsionador de melhorias no processo educativo.

[...] procuramos construir os principais conceitos da Matemática que poderiam interagir com outras áreas, tais como Regras de Três, Porcentagem, Cálculo de Áreas e a utilização de Escalas. Porém, sentimos a falta de uma retomada destes conhecimentos após sua utilização no projeto. Os conhecimentos de Geometria Plana, por exemplo, foram trabalhados em apenas uma semana de forma mais intensa e sem exercícios para complementação fora de aula. Então, ainda dentro de cada etapa, seria de grande ajuda uma avaliação sobre os assuntos abordados para evitar que estes fossem rapidamente esquecidos ao começarmos outra etapa (RE15, p.10).

De posse desses dados, inferimos nesta subcategoria que o ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática suscita no professor a atitude de avaliar as implicações do seu próprio trabalho e não somente o desempenho dos alunos, tendo, com isso, a oportunidade de conferir se os resultados da sua prática são satisfatórios e, caso contrário, promover as correções necessárias.

☆☆☆

As inferências apresentadas na categoria **ações avaliativas retrospectivas** são corroboradas por Chaves e Espírito Santo (2011) quando reconhecem que “[...] o professor constrói-se com a Modelagem, modificando e aprimorando sua prática” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.174) e afirmam que “[...] o professor, ao realizar atividades de Modelagem, aprende ou constrói conhecimentos que concorrem para que modifiquem sua prática” (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.174, p.177).

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a intenção de produzir teorizações e inferências acerca das ações avaliativas explicitadas por professores quando atuam em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática, este capítulo retoma o problema de investigação e os objetivos desta pesquisa e sistematiza os resultados alcançados, confrontando-os com outras pesquisas que articulam a questão da avaliação e a Modelagem Matemática. Aponta, ainda, contribuições deste trabalho para o campo da formação de professores e da Educação Matemática e, por fim, destaca situações que não puderam ser mobilizadas nesta pesquisa, mas que podem fornecer questões e apontamentos para investigações futuras.

5.1 RETOMADA DA QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO E DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

Esta pesquisa ressalta a importância da reflexão na atuação docente, sobretudo no que se refere às relações de ensino e aprendizagem que perpassam as interações em sala de aula. Pontuamos que reflexões deste tipo constituem o cerne da avaliação da aprendizagem, cuja função é fornecer indícios que auxiliem o professor a aprimorar as ações em sala. Dessa forma, consideramos a avaliação como o elemento integrante da prática educativa que possibilita uma coleta sistemática de informações a serem analisadas tendo em vista apoiar a tomada de decisões destinadas à promoção da aprendizagem.

A depender das escolhas didáticas do professor, porém, esta prática pode ser favorecida ou desfavorecida. No ensino tradicional de Matemática, por exemplo, usualmente o professor apresenta conceitos no quadro, mostra exemplos, propõe exercícios semelhantes aos exemplos dados, resolve-os no quadro e inicia outro assunto.

Neste modelo de ensino, em geral, o professor se dá por satisfeito por ter executado sua função de transmissor de informações e técnicas de resolução de problemas, geralmente sem se interessar em investigar se a aprendizagem se processou por parte dos educandos, a não ser durante as semanas de provas instituídas no

calendário escolar, quando seus erros e acertos são transformados em notas. Com isso, não é dada ao aluno a oportunidade de expressar seu pensamento matemático durante as aulas. Tampouco de repensar, refazer e retificar suas incompreensões.

No ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática essa dinâmica muda. Sabe-se que a Modelagem Matemática pressupõe mudanças estruturais no fazer pedagógico e reorganiza as relações entre professor e aluno (BARBOSA, 1999), contribuindo para uma nova forma de ensinar e aprender Matemática e suscitando, por parte dos sujeitos envolvidos, posturas e ações diferentes daquelas promovidas por ocasião do ensino tradicional.

Por acreditarmos que a Modelagem Matemática também pode reestruturar a forma de pensar e processar a avaliação da aprendizagem que propusemos a seguinte pergunta: **Que ações avaliativas são explicitadas por professores quando desenvolvem atividades de Modelagem Matemática em ambiente de ensino e aprendizagem?**

Não tínhamos a pretensão de enumerar todas as ações avaliativas favorecidas pelo ambiente de ensino e aprendizagem propiciado pela Modelagem Matemática, mas de contribuir para que se tome consciência de que essas ações avaliativas estão presentes em tal ambiente e, com isso, valorizar outro aspecto favorável ao uso da Modelagem Matemática em contexto educacional.

Em resposta à questão de investigação, a partir das interlocuções empíricas obtidas de Relatos de Experiência publicados na VIII CNMEM articuladas às nossas interpretações à luz da ancoragem teórica que adotamos em relação à avaliação da aprendizagem, inferimos que as interações que perpassam o ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática propiciam que o professor empreenda ações avaliativas interativas e retrospectivas, pelas quais avalia a trajetória de construção do conhecimento do aluno e as implicações da própria atividade docente.

Em **ações avaliativas interativas** ficou evidente que o professor aprende sobre o aluno e se detém a avaliar a aprendizagem do educando durante a execução da atividade de Modelagem Matemática, tendo a oportunidade de constatar o aprendizado ou intervir a partir das necessidades evidenciadas.

Em **ações avaliativas retrospectivas**, percebeu-se que a Modelagem Matemática contribui para construir no professor a habilidade de avaliar também o seu próprio trabalho, tendo a oportunidade de julgar se os seus objetivos foram alcançados e ponderar ajustes futuros em suas escolhas didáticas.

Deste modo, ficou constatado que o professor atuante em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática mobiliza uma “reflexão permanente do educador sobre sua realidade, e acompanhamento, passo a passo, do educando, na sua trajetória de construção do conhecimento” (HOFFMANN, 2014, p.24).

Neste ambiente, vale ressaltar que o professor não espera até a semana de provas para avaliar em que termos tem se processado a aprendizagem, nem para intervir em favor dos alunos, mas ajusta constantemente sua atuação para atender-lhes as necessidades que vão sendo evidenciadas.

Ressalvamos também que as ações avaliativas inerentes à Modelagem assumem uma postura de aferição da aprendizagem e não da nota, considerando o erro como elemento didático capaz de apontar as intervenções necessárias para que o aluno seja auxiliado em seu processo de construção de conhecimentos e não apenas julgado através de notas e conceitos. Assim, o professor faz da aprendizagem, e não da nota, o centro do processo educativo.

Substitui-se, então, o ímpeto de classificar os alunos e sentenciar-lhes resultados pela oportunidade da segunda chance, pela recuperação do aprendizado, pela retomada de um conteúdo não compreendido, mesmo que seja do currículo de outra série, pelo atendimento individualizado, por um trabalho específico de apreço da aprendizagem.

Em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática, a avaliação flui, portanto, como um componente do processo de ensino e aprendizagem e colabora com o aprimoramento do trabalho docente e com a construção do conhecimento por parte do estudante, oferecendo-lhe auxílio e oportunidades de recuperação até que os objetivos sejam alcançados.

5.2 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

O desenvolvimento da presente pesquisa me¹⁰ proporcionou repensar e reestruturar decisivamente minha postura em sala de aula no que tange a oportunizar e valorizar as manifestações e produções dos alunos, escritas ou não, a fim de compreender o que cada indivíduo envolvido em determinado contexto necessita para construir sua aprendizagem.

¹⁰ Nesta parte do texto, prefiro escrever em primeira pessoa do singular para reforçar que as implicações descritas nesta seção foram manifestadas na prática do autor da dissertação.

A pesquisa me fez despertar o entendimento de que as lacunas de conhecimento e incompreensões dos alunos sobrevivem, muitas vezes, anos a fio porque o professor não se interessou por conhecê-las e/ou porque não manifestou disposição em intervir para superá-las. Agir desta forma é ensinar sem avaliar e isso equivale a supor que cabe somente ao aluno cuidar da sua aprendizagem ou que todos estão aprendendo no mesmo ritmo.

Pude rememorar os momentos em que me detive a atuar em sala de aula sem me preocupar em conhecer o que os alunos sabem ou não sabem, sem proporcionar momentos para que construíssem e manifestassem sua aprendizagem ou sem averiguar de fato se os assuntos ministrados foram aprendidos antes de propor novos conteúdos.

Desde então, tenho buscado superar posturas dessa natureza, mesmo que não esteja necessariamente atuando em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática. Procuro não limitar minhas aulas a desenvolver ações de ensino, mas oportunizar momentos em cada aula para que o aluno possa expressar seu conhecimento e, com isso, revelar se aprende e como aprende.

Durantes estes instantes, tenho dedicando-me a visitar os alunos em suas carteiras com o propósito de aprender sobre eles, conhecer o que sabem e o que não sabem, ouvi-los, ver que estratégias de resolução estão adotando e se têm dificuldades para, então, redirecionar meio e estratégias atendê-los de modo coletivo ou individual. Com isso, tem sido possível concatenar ações de ensino, de aprendizagem e de avaliação em uma mesma aula e, assim, *ensinar avaliando e avaliar ensinando*.

Deste modo, entendemos que este trabalho pode colaborar para que outros professores reflitam e/ou reelaborem atitudes concernentes às suas ações avaliativas empreendidas em sala de aula no sentido de favorecer a aprendizagem discente. Concomitantemente, contribui para minimizar a escassez de pesquisas em Modelagem no âmbito da formação de professores aludida por Silveira (2007), bem como para potencializar novas investigações nesse campo de pesquisa. Esta não é, porém, a única contribuição que apontamos para este campo de pesquisa.

As inferências desta pesquisa evidenciadas nas **ações avaliativas interativas e retrospectivas** delineiam desenvolver atividades de Modelagem Matemática propiciam ao professor suscitar reflexões *na ação e sobre a ação* e, com isso, aprender sobre o aluno com o qual lida e sobre a própria prática docente. Essas reflexões, por sua vez, auxiliam o professor a compreender o que pode ter contribuído para que sua atuação se mostrasse satisfatória em termos de aprendizagem e que mudanças são necessárias ou

oportunas em sua prática profissional para o aprimoramento do processo de ensino e de aprendizagem.

Desta forma, ressaltando o potencial formativo das experiências de Modelagem Matemática (CHAVES, 2012) e asseveramos que o professor participante de experiências desta natureza se dispõe a ressignificar e/ou reconstruir sua prática em função de conhecimentos constituídos pragmaticamente por meio das suas percepções e intervenções apuradas em sala de aula, bem como das particularidades e necessidades do contexto em que atua.

Concluimos, então, que o professor que atua em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática se envolve em um constante processo de formação continuada durante o exercício da sua função que impulsiona o aprimoramento do seu fazer pedagógico e, por conseguinte, seu desenvolvimento profissional.

5.3 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Esta seção visa corroborar as contribuições proporcionadas por esta pesquisa a respeito de um tema que, até então, se constitui lacuna nas pesquisas e discussões no campo da Educação Matemática. Para isso, retomamos as pesquisas analisadas por ocasião da revisão de literatura – Borba, Meneghetti e Hermini (1999), Vicentin (2010) e Figueiredo (2013) – a fim de confrontar as inferências por elas apontadas com os resultados sistematizados nesta dissertação, identificando em que sentido se assemelham e se diferem.

O trabalho de Borba, Meneghetti e Hermini (1999) propõe cinco critérios estabelecidos com a intenção de avaliar o sucesso de uma atividade de Modelagem Matemática. Esses critérios descrevem atitudes do professor e dos alunos durante a atividade de Modelagem, e, segundo os autores, podem ser utilizados como indicadores para justificar se a atividade deu certo ou se foi devidamente desenvolvida em sala de aula. Compreendemos que a referida publicação não trata e nem proporciona subsídios para que se reflita a respeito da avaliação *da aprendizagem*, mas da avaliação *do processo* de Modelagem Matemática. Portanto, distancia-se do foco das nossas investigações.

Já a publicação de Vicentin (2010) tece reflexões e considerações concernentes a uma pretensa proposta diferenciada de avaliação da aprendizagem adotada no âmbito da

Modelagem Matemática. O autor utiliza um referencial teórico bem próximo ao que foi adotado na presente pesquisa e, com o objetivo de “compreender algumas implicações que se fazem presentes no processo de avaliação da aprendizagem no âmbito da Modelagem Matemática” (VICENTIN, 2010, p.198), descreve de que maneira os alunos da terceira série do Ensino Médio participantes de uma atividade de Modelagem Matemática foram avaliados e tiveram seu desempenho quantificado.

O pesquisador aponta que o processo de Modelagem Matemática oportuniza a prática de uma “avaliação contínua que permite ao estudante receber informações do seu progresso e ao professor reorientar as atividades e o método de aprendizagem” (VICENTIN, 2010, p.206). Dessa forma, reconhece que a condução de uma atividade de Modelagem Matemática pode favorecer o desenvolvimento de uma proposta de avaliação caracterizada por sua função formativa, possibilitando realinhar tanto as atividades de aprendizagem quanto o trabalho pedagógico do próprio professor.

Em nossa pesquisa, resultados próximos a esses ficaram evidentes, respectivamente, nas subcategorias **Ponderando intervenções em práticas futuras** e **Intervindo a partir das manifestações dos alunos**, segundo as quais o professor, respectivamente, providencia reorientações quando percebe que suas escolhas didáticas ou que os resultados alcançados pelos alunos não foram satisfatórios.

No entanto, ao explicitar os procedimentos e critérios pelos quais os alunos foram avaliados e enfatizar a nota a ser atribuída a cada etapa do processo de Modelagem, a pesquisa de Vincentin (2010) pressupõe um caráter receituário, dando a entender que o autor pretende elaborar um roteiro a ser utilizado para quantificar o desempenho dos alunos em atividades de Modelagem Matemática.

Neste sentido, compreendemos que as inferências do autor se distanciam dos pressupostos avaliativos assumidos na presente pesquisa, pois enfatizamos que a avaliação se constitui um diagnóstico da atividade educativa cujos resultados não estejam necessariamente vinculados à atribuição de notas, mas proporcionem indícios para a tomada de decisões que visem favorecer a aprendizagem, possibilitando, inclusive, que os alunos revejam e refaçam suas produções sem serem penalizados por isso.

A pesquisa de Figueiredo (2013) foi desenvolvida com o objetivo de “investigar possibilidades para a avaliação da aprendizagem significativa do aluno em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula” (FIGUEIREDO, 2013, p.36). A autora propõe parâmetros que têm caráter norteador e visam dar suporte para que o professor possa

avaliar a ocorrência da aprendizagem significativa no aluno envolvido em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula.

Por um lado, a proposta de Figueiredo se assemelha à perspectiva de avaliação adotada neste trabalho no sentido de levar em consideração as respostas dos alunos obtidas no decurso das atividades realizadas, bem como de analisar suas competências e compreensões. Este aspecto se aproxima das considerações apresentadas na categoria **Ações Avaliativas Interativas**.

Por outro lado, se diferencia em pelo menos dois aspectos. Em primeiro lugar, a autora não se fundamenta em teóricos que discutem a respeito da avaliação da aprendizagem. Por conseguinte, menciona o caráter reflexivo da avaliação em detrimento ao seu aspecto formativo. Já em nossa pesquisa, a avaliação assume um caráter de análise, constatação e intervenção, isto é, envolve um diagnóstico que não se encerra com a obtenção de resultados, mas que trabalha com eles e a partir deles com vistas a promover a aprendizagem.

Deste modo, ao avaliar a aprendizagem do aluno, o professor não apenas identifica o estágio de desenvolvimento do aluno, mas toma decisões para superar as possíveis dificuldades manifestadas. Com objetivos outros, Figueiredo (2013) centra-se somente nas ações discentes e em momento algum faz menção às ações e decisões tomadas pelo professor quando, por exemplo, a partir da aplicação de cada parâmetro, constatar que a aprendizagem significativa não ocorreu ou quando o aluno não contemplar algum parâmetro.

Em suma, após comparar como as abstrações e teorizações produzidas na presente pesquisa se comportam frente às inferências apontadas por Borba, Meneghetti e Hermini (1999), Vincentin (2010) e Figueiredo (2013), entendemos a primeira traz contribuições para a pesquisa em Educação Matemática, pois aponta aspectos da Modelagem Matemática que proporcionam uma forma de pensar e processar a avaliação da aprendizagem sob uma perspectiva que ainda não havia sido abordada por outros pesquisadores e, concomitantemente, consolida mais um argumento favorável à utilização da Modelagem em contextos educacionais.

5.4 LIMITAÇÕES DA PESQUISA E APONTAMENTOS PARA NOVAS PESQUISAS

Neste tópico ressaltamos três situações que, por alguma restrição temporal ou circunstancial, ficaram em aberto nesta obra, mas que podem indicar questões e

apontamentos para novas investigações a quem queira pesquisar em temáticas que articulam a avaliação da aprendizagem e a Modelagem Matemática.

Antes, porém, vale ressaltar que os resultados apresentados nesta pesquisa foram obtidos a partir das nossas interpretações e experiências acerca do fenômeno investigado e das bases teóricas consideradas. Este fato não foi considerado como limitação da pesquisa porque é característico da abordagem qualitativa que outros pesquisadores, com outras perspectivas e outro arcabouço teórico apreendam resultados distintos.

Primeiramente, ressaltamos que as inferências produzidas nesta obra se limitam às ações avaliativas explicitadas por um grupo restrito de professores, a saber, aqueles que tiveram experiências em Modelagem Matemática publicadas nos Anais da VIII CNMEM e cujas atividades contemplavam os critérios que escolhemos considerar. Decidimos limitar nossas análises à oitava edição da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática devido à considerável quantidade de excertos obtida. No entanto, cremos ser relevante para a pesquisa em Modelagem na Educação Matemática que se faça uma análise comparativa entre os resultados aqui apresentados e as ações avaliativas possivelmente evidenciadas a partir de Relatos de Experiência publicados em outras edições da referida Conferência, de modo que possam detalhar, ampliar ou criticar nossas conclusões e abstrações.

Em segundo lugar, asseveramos que os resultados apontados nesta pesquisa se limitaram à análise das ações e experiências que os professores disseram ter realizado. Não que isso venha a colocar em xeque a veracidade das informações, todavia, cremos que se tivéssemos tido a oportunidade de acompanhar e/ou observar a realização de cada atividade descrita nos Relatos de Experiência, os resultados poderiam ter sido diferentes, ainda que não necessariamente divergentes. É provável, por exemplo, que algumas ações avaliativas tenham sido realizadas ao longo das atividades de Modelagem Matemática, sem, no entanto, terem sido descritas nos Relatos de Experiência analisados. Portanto, investigar ações avaliativas junto a professor que desenvolvem atividades de Modelagem Matemática fica como um aspecto a ser explorado.

Um terceiro aspecto que não foi abordado nessa pesquisa e que pode ser levado em consideração em pesquisas futuras diz respeito à análise de como as ações avaliativas empreendidas em ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática se diferenciam e se processam em função de cada nível de

escolaridade. Com isso, pode ser possível discriminar e fornecer subsídios mais específicos para que professores possam fundamentar suas reflexões a depender de sua atuação no Ensino Fundamental, Médio ou Superior.

Por fim, valendo-nos do pressuposto de que o fechamento desta dissertação pode proporcionar recomeços – novas reflexões, novas investigações e novas pesquisas – fazemos um adendo que, apesar de não estar diretamente associado aos objetivos nem às limitações desta pesquisa, pode trazer contribuições para a pesquisa em Educação Matemática concernente à avaliação da aprendizagem, intuímos que cabe investigar as ações avaliativas explicitadas por professores que atuam em ambiente de ensino e aprendizagem gerados por outras tendências em Educação Matemática, além da Modelagem Matemática, bem como analisar em que termos essas tendências podem favorecer ações avaliativas processuais e formativas que venham a contribuir para a aprendizagem discente.

Esperamos que as contribuições aqui discutidas possam oferecer subsídios para que educadores despertem interesse por explorar as potencialidades do ambiente de ensino e aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática e possam construir, reelaborar e/ou ampliar proposições próprias concernentes às ações avaliativas em salas de aula nas quais se discute e se leciona o conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

AFONSO, A. Avaliar a escola e a gestão escolar: elementos para uma reflexão crítica. In: ESTEBAN, M. T. (Org.). *Escola, Currículo e Avaliação*. São Paulo: Cortez, 2003.

ALARCÃO, I. *Formação reflexiva de professores – estratégias de supervisão*. Porto, Portugal: Editora Porto, 1996.

ALMEIDA, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” Modelagem na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: Relatos de Experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: Eduel, 2011.

ALMEIDA, L. W. ; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C.. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. 2ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. *Acta Scientiae*, v.10, n.1, jan./jun. Canoas, 2008.

_____. Modelagem Matemática: o que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4. Salvador: 2003.

_____. *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2001.

_____. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: *REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 24. Caxambu. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001a.

_____. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática. *Zetetiké*. v.7, n.11. Campinas, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria. Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, Florianópolis, v.2, n.2, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto, 2005.

BIEMBENGUT, M. S.; ZERMIANV, V. J. Perspectivas da Modelagem Matemática e Projetos nas Feiras de Matemática. In: ALMEIDA, L. M.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: Relatos de Experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: Eduel, 2011.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas. In: BORBA, M. C. et al. *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

_____. Lei N°9394, de 20 de dezembro de 1996. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília (DF): Diário Oficial da União, n. 248. 23 dez.1996

BROERING, G. F. *Diferentes Conceitualizações de Modelagem Matemática*. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

BUENO, V. C. *Concepções de Modelagem Matemática e subsídios para a Educação Matemática: quatro maneiras de compreendê-la no cenário brasileiro*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro, 2011.

BURAK, D. *Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP, 1987.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de Modelagem Matemática para Educação Básica. In: ALMEIDA, L. M.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: Relatos de Experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: Eduel, 2011.

CAMPOS, S. PESSOA, V. I. F. Discutindo a formação de Professoras e Professores com Donald Schön. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. Monteiro A. *Cartografias do Trabalho Docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas: Mercado de Letras, 1998. – (Coleção Leituras no Brasil).

CHARMAZ K.A *Construção da Teoria Fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Porto Alegre: Artmed; 2009.

CHAVES, M. I. A. *Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com Modelagem Matemática*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas), Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

_____. *Modelando Matematicamente questões ambientais com a água a propósito do ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do ensino médio*. Dissertação (Mestrado em Educação: Ciências e Matemática), Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

CHAVES, M. I. A.; ESPÍRITO SANTO; A. O. Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: Relatos de Experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: Eduel, 2011.

_____. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. Ano 21, n.30. Rio Claro: UNESP, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996.

DEWEY, J. *Como pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo como o pensamento educativo: uma reexposição*. São Paulo: Editora Nacional, 1979.

_____. *How we think*. London: Heath, 1933.

ELLIOTT, J. *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madri: Morata, 1993.

FIGUEIREDO, D. F. *Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula*. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática), Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

FERREIRA, L. M. S. *Retratos da avaliação: conflitos, desvirtuamentos e caminhos para a superação*. Porto Alegre: Mediação, 2002.

FIORENTINI, D.; GARNICA, A. V. M.; BICUDO, M. A. V. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. – (Coleção Tendências em Educação Matemática).

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006. – (Coleção Formação de Professores).

FISCHER, M. C. B. *Os formadores de professores de matemática e suas práticas avaliativas*. In: *Avaliação em matemática: história e perspectivas atuais*. Campinas: Papirus, 2008. – (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. In: *Revista de Administração de Empresas*. v.35, n.2, p.57-63, mar/abr. São Paulo: FGV, 1995.

_____. Pesquisa Qualitativa: tipos fundamentais. In: *Revista de Administração de Empresas*. v.35, n.3, p.20-29, mai/jun. São Paulo: FGV, 1995a.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências*. Rio de Janeiro: Record, 2002.

HOFFMANN, J. *Avaliação: mito e desafio: uma perspectiva construtivista*. 44 ed. Porto Alegre: Mediação, 2014.

_____. *Avaliação mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade*. 32 ed. Porto Alegre: Mediação, 2009.

HOLANDA, A. Questões sobre pesquisa qualitativa e pesquisa fenomenológica. *Análise Psicológica*, 2006. v.24, n.3. Lisboa, 2006.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 2006.

KILPATRICK, J. Historia de la investigación en Educación Matemática. In: *Kilpatrick e outros. Educación Matemática y investigación*. Madrid: Editorial Sonteses, 1992.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 10, n. 1, 2008.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez, 2013.

LUCKESI, Carlos Cipriano. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. São Paulo: Cortez, 2011.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. – (Coleção Tendências em Educação Matemática)

MIORIM, M. A. *Introdução à história da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. *Análise textual discursiva*. Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.

NIETZSCHE, F. W. *Assim falou Zaratustra*. Trad. de Paulo César de Souza. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.

OLIVEIRA, M. M. *Como fazer pesquisa qualitativa*. Petrópolis: Vozes, 2013.

OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. A reflexão e o professor como investigador. In: GTI (Org.), *Refletir e Investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002.

PEREIRA, E. M. A. Professor como pesquisador: o enfoque da pesquisa-ação na prática docente. In: *Cartografias do Trabalho Docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1998. – (Coleção Leituras no Brasil).

ROSA, C. C.; KATO, L. A. Contribuições da Modelagem Matemática para a prática reflexiva de professores: algumas considerações. In: ALMEIDA, L. M.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: Relatos de Experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: Eduel, 2011.

SANT'ANNA, I. M. *Por que avaliar? Como avaliar? Critérios e Instrumentos*. 14 ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

SANT'ANA, M. F. As Práticas de Modelagem Matemática em Sala de Aula: Reflexões a partir de quatro situações. In: VI CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2009, Londrina. *Anais...* Londrina: CNMEM, 2009. CDROM.

SÁ-SILVA, J. R.; ALMEIDA C. D. de; GUIDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. In: *Revista Brasileira de História e Ciências Sociais*. Ano 1, n.1,jul./ 2009.

SILVEIRA, E. *Modelagem Matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações*. Dissertação (Mestrado em Educação). Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

SCHÖN, D. A. *Educando um profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Trad.: Roberto C. Costa. Porto Alegre: Artdmed, 2000.

SCHÖN, D. A. *The reflexive practioner: how professionals think in action*. USA: Basic Books, 1983.

_____. Formar professores como profissionais reflexivos. In: Nóvoa, A (org). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. v.13, n. 14. Rio Claro, 2000.

VASCONCELLOS, C. S. *Avaliação: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar*. São Paulo: Libertad, 2005.

VICENTIN, F. R. Avaliação da aprendizagem no âmbito da Modelagem Matemática: implicações didático-pedagógicas. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R. ; KLÜBER, T. E. (Org.). *Educação Matemática: reflexões e ações*. Curitiba: Editora CRV, 2010.

ZEICHNER, K. *A formação reflexiva de professores: ideias e práticas*. Lisboa: Educa, 1993.

RELATOS DE EXPERIÊNCIA DA VIII CNMEM

[01] REHFELDT, M. J. H.; GIONGO, I. M.; QUARTIERI, M. T. A CONSTRUÇÃO DE PROPOSTAS DE MODELAGEM MATEMÁTICA EM CURSOS DE FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

- [02] FONSECA, J. A.; LUTZ, M. R. Revelando a Matemática da Conta de Energia Elétrica. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [03] REFATTI, L. R.; BISOGNIN, E. Modelagem Matemática e a Geometria Dinâmica: um estudo das transformações geométricas com o auxílio do Geogebra. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [04] Relatos de Experiência da VIII CNMEMABITANTE, L. G.; BARBOZA, J. V.; BASSANI, L. T.; LEWANDOSKI, L. A.; PASUCH, A. Modelagem Matemática de fenômenos ópticos: Relato de Experiência interdisciplinar entre Matemática e Física. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [05] FRANTZ, D. Modelagem Matemática: conhecendo o espaço escolar em formas e tamanhos. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [06] LIEBAN, D. Um olhar matemático sobre palmitos cortados. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [07] DINIZ, A. L.; AGUIAR, M. B.; SANT'ANA, M. F. ANÁLISE COMBINATÓRIA NA COPA DO MUNDO 2014. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [08] SATO, S. N. O modelo de Mitscherlich como um cenário de Modelagem Matemática para uma turma de Engenharia Ambiental. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [09] MATTÉ, I.; SANT'ANA. Modelagem Matemática e sensores de temperatura na Escola Técnica. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [10] ROCHA, J.; SANT'ANA, M. F. Modelagem Matemática a partir de uma fotografia. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.
- [11] LIMA, M.; SANT'ANA, M. F. Aprendendo progressões geométricas com planilhas eletrônicas em ambiente com Modelagem Matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[12] DAMINELLI, E.; RIBEIRO, R. E. S. Discussões sobre o imposto de renda: uma experiência com Modelagem Matemática no ensino médio integrado. RE12. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[13] MELLO, J. A. A Modelagem Matemática no ensino de funções como possibilidade de reflexão para o consumo consciente. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[14] PEREIRA, P. C.; AZEVEDO, T. C. L.; SILVA, R. M. Uma proposta de atividades para semelhanças de triângulos utilizando o Geogebra. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[15] MELENDEZ, T. T.; SANT'ANA, M. F. Modelando uma propriedade agropecuária sustentável. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[16] OLIVEIRA, H. A. S.; SOUZA, E. G. RÉCEM-PROFESSORES ABORDANDO MODELAGEM MATEMÁTICA COM FUTUROS PROFESSORES. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[17] GALLEGUILLOS, J. Usando o software GAP para o ensino de teoria de grupos. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[18] BURIGO, R.; MACIEL, Á. Considerações sobre Modelagem Matemática e a sua aplicação no estudo sobre o excesso de peso nas mochilas escolares. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[19] CRUZ, A. N. et al. Modelagem, criticidade e interdisciplinaridade: o caso do peso das mochilas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

[RE20] CARNEIRO, C. H.; SILVA, J. N. D.; SOUZA, E. G. S. Modelagem Matemática num contexto de Educação de Jovens e Adultos: mulheres e o mercado informal. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: UFSM, 2013. 1 CD.

ANEXO

ANEXO A – Anais da VIII Conferência Nacional sobre Educação na Modelagem
Matemática