

MARKUS BENEDITO SANTOS DIAS

MODELAGEM COM ETNOMATEMÁTICA: UMA SITUAÇÃO A-DIDÁTICA  
PARA ENSINO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas-PPGECM do Instituto de Educação Matemática e Científica-IEMCI, Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.

Área de concentração: Educação Matemática  
Orientador: Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.

Belém-PA

2013

MARKUS BENEDITO SANTOS DIAS

MODELAGEM COM ETNOMATEMÁTICA: UMA SITUAÇÃO A-DIDÁTICA  
PARA O ENSINO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas-PPGECM do Instituto de Educação Matemática e Científica-IEMCI, Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciências e Matemáticas.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.

Data da aprovação: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Conceito: \_\_\_\_\_

Banca Examinadora:

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo

\_\_\_\_\_  
Prof<sup>a</sup>. Dr. Erasmo Borges de Souza Filho

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Ademir Donizeti Caldeira

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
Sistemas de Bibliotecas da UFPA

---

Dias, Markus Benedito Santos, 1974-

Modelagem com etnomatemática: uma situação  
a-didática para o ensino / Markus Benedito  
Santos Dias. - 2013.

Orientador: Adilson Oliveira do Espírito  
Santo.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal  
do Pará, Instituto de Educação Matemática e  
Científica, Programa de Pós-Graduação em  
Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2013.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2.  
Matemática - Aspectos culturais. 3.  
Etnomatemática. I. Título.

CDD 23. ed. 510.7

---

## DEDICATÓRIA

Ao meu pai, Carivaldo Ferreira Dias, à minha mãe, Joquebed Santos Dias e as minhas irmãs e irmãos pelo apoio dado à minha família durante a minha ausência física.

À minha esposa Mara, por ter assumido parte das minhas obrigações durante a minha ausência, ao meu filho Daniel e a minha filha Ana Clara pela paciência em me esperar para os passeios de final de semana.

Aos meus cunhados Fladilson Nobre, Cristiano Lopes, João Reis Júnior, Benedito Prazeres e Suely Prazeres pelo carinho e suporte dado aos meus filhos durante a minha ausência.

Em especial, aos meus amigos Alexandre Rocha e Jocelma Farias, Mery Prazeres e Aldo Rocha pelo conforto de seus lares durante a minha estadia em Belém.

Aos meus amigos Marcelo Paiva, Flávio, Emerson Fonseca e Carlos Piedade pelos momentos de descontração proporcionados pela prática de esportes.

A todos os meus tios e tias que, de alguma forma, contribuíram com essa minha formação, principalmente àqueles que sempre me incentivaram, desde criança, à leitura.

Ao meu amigo e ex-aluno Gerson Sena, falecido em agosto de 2012, pelos momentos alegres que marcou a minha vida, tanto como educador, quanto desportista.

A todos os professores que contribuíram com a minha formação desde a pré-escola até este curso de Mestrado.

Ao professor Dr. José Francisco pelas conversas e dicas sobre a pesquisa em um curso de mestrado.

Enfim, aos meus amigos lotados nas escolas “Ernestina Pereira Maia” no município de Moju e “Maria Oscarina” (NAES) com sede em Abaetetuba pelo ambiente de trabalho sadio e comprometido com a educação.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por ter me abençoado com saúde para que eu pudesse conduzir esta pesquisa e minha família nesses anos que passaram.

Em especial, agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo, pelos encaminhamentos, paciência e por sua dedicação, durante as etapas desta pesquisa.

Agradeço, também, os amigos do Grupo de Estudos de Modelagem Matemática (GEMM) ao qual eu participo pelas sugestões para o enriquecimento desta obra, de forma especial às professoras Josete Dias, Isaura Chaves, Alfredo Furtado e Gleison Sodré.

Aos colegas da turma de mestrado 2011 e demais mestrandos e doutorandos do PPGECM pelos esclarecimentos de dúvidas e pela amizade que cultivamos nesses dois anos de curso.

À CAPES, pela contemplação da bolsa de pesquisa, a qual proporcionou a aquisição de novas obras para o referido estudo e o custeio dos deslocamentos em busca de conhecimento.

À SEDUC por ter concedido a licença para o aprimoramento de estudos no período deste estudo, pois sem esta, seria inviável assumir e manter a responsabilidade de pesquisar e organizar aulas.

À Coordenação e aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal do Pará por proporcionar um ambiente de aprendizagem favorável à investigação em busca do conhecimento.

À prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Mara Rita pelas sugestões realizadas para a construção deste texto.

Aos mestres-artesãos pela doação de seus tempos durante a prática de seu ofício para esclarecimentos referentes a este estudo.

## RESUMO

A Educação Matemática se preocupa em solucionar os diversos problemas relativos ao ensino e aprendizagem da Matemática. Dentre estes problemas, há em específico, a dificuldade de os discentes e docentes não conseguirem articular o conhecimento matemático escolar às diversas situações impostas pela realidade, principalmente àquelas pertencentes ao seu mundo cultural. O objetivo deste texto científico foi de estudar as práticas cotidianas de um grupo cultural e, a partir dos pressupostos da Modelagem Matemática com abordagem da Etnomatemática, mostrar que ambas podem ser caracterizadas como uma situação a-didática de acordo com a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD). Por não termos envolvido de forma direta alunos nessa pesquisa, buscamos, *a priori*, estudar algumas obras que indicam o entrelaçamento da Modelagem com a Etnomatemática e, também, criar uma atividade envolvendo os saberes dos mestres-artesãos, responsáveis pela construção de embarcações, utilizando o nosso conhecimento tácito a ser analisada. A intenção foi de verificar os caminhos percorridos durante o processo de Modelagem e compará-los às fases presentes na TSD. O resultado obtido nos permitiu entender que os temas de cunho cultural podem ser usados como ambiente motivador no processo de aprendizagem por fazer parte da realidade dos alunos dessa região. Além disso, indicamos o emprego da Modelagem com o aporte da Etnomatemática pode ser caracterizada como uma situação a-didática por não tentar modificar o conjunto de conhecimentos matemáticos do outro, aqui incluindo os seus argumentos e suas referências culturais, ao impor o que o aluno deva aprender.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Etnomatemática, TSD, Carpintaria naval de Abaetetuba, Cultura, Educação Matemática.

## ABSTRACT

Mathematics education is concerned with solving the various problems relating to the teaching and learning of mathematics. Among these problems, there is in particular the difficulty of the students and teachers can not articulate the school mathematical knowledge to various situations imposed by reality, especially those belonging to their cultural world. The aim of this paper was to study scientific everyday practices of a cultural group, and from the assumptions of mathematical modeling approach with the Ethnomatematics, show that both can be characterized as a situation a-didactic according to the perspective of the Theory of Didactic Situations (TSD). By not directly involved students in this research, we a priori study some works that indicate interlacing Modeling to Ethnomatematics and also create an activity involving the knowledge of master craftsmen, responsible for the construction of vessels, using our tacit knowledge to be analyzed. The intention was to check the paths taken through the process of modeling and comparing them to the phases present in the TSD. The results obtained allowed us to understand that the themes of cultural imprint can be used as a motivating environment in the learning process to be part of the reality of the students of this region, also indicated the use of modeling with the input of Ethnomatematics can be characterized as a situation a-didactic not attempt to modify the set of mathematical knowledge of the other, here including their arguments and cultural references, to enforce what the student should learn.

Keywords: Mathematical Modeling, Ethnomatematics, TSD, Carpentry Naval of Abaetetuba, Culture, Mathematics Education.

## SUMÁRIO

### CAPÍTULO 1

<b>O INÍCIO DE UMA PRÁTICA.....</b>	<b>8</b>
1.1- Justificativa.....	8
1.2- Minha trajetória discente.....	9
1.3- Minha trajetória docente.....	11
1.4- Pergunta de pesquisa.....	14

### CAPÍTULO 2

<b>APORTE TEÓRICO.....</b>	<b>16</b>
2.1- Teoria das Situações Didáticas (TSD).....	16
2.2- Sobre a Modelagem Matemática.....	22
2.2.1- Ademir Donizeti Caldeira.....	26
2.2.2- Dionísio Burak.....	27
2.2.3-João Frederico da Costa de Azevedo Meyer.....	28
2.2.4- Rodney Carlos Bassanezi.....	29
2.2.5- Análise sobre os autores.....	30
2.3- Os Aspectos culturais e a Etnomatemática.....	31
2.4- A Modelagem e a Etnomatemática.....	34
2.5- Análise da Modelagem enquanto situação a-didática.....	36

### CAPÍTULO 3

<b>METODOLOGIA DE PESQUISA.....</b>	<b>40</b>
3.1- Por que a pesquisa qualitativa?.....	40
3.2- O método qualitativo.....	41
3.2.1- Observação participante.....	42
3.2.2- Entrevista etnográfica.....	43
3.2.3- Textos científicos.....	44
3.3- O pesquisador na pesquisa qualitativa.....	44
3.4- Os sujeitos participantes.....	45
3.5- Análise das informações.....	46

### CAPÍTULO 4

<b>PESQUISADOR EM AÇÃO.....</b>	<b>49</b>
4.1- Apresentação.....	49
4.2- Elaboração atividades com Modelagem.....	51
4.3- Devolvendo a situação.....	52
4.4- Em ação perante a situação.....	53
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>79</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>82</b>
<b>APÊNDICE.....</b>	<b>85</b>

## CAPÍTULO 1

### O INÍCIO DE UMA PRÁTICA

O presente capítulo tem a intenção de apresentar as motivações pessoais que nos levaram a investigar sobre a incorporação de elementos culturais presentes no cotidiano do aluno por meio da Modelagem Matemática com aporte da Etnomatemática, no qual apresento hipóteses e, mais efetivamente, indico a pergunta que orientará esta pesquisa, mostrando minha trajetória como estudante e, depois, como educador atuando em escolas do município de Abaetetuba.

#### 1.1 - Justificativa

A quantidade de alunos recebidos pelas instituições escolares a partir da ampliação da matrícula na rede pública de ensino exige dos professores a busca de diferentes formas de ensino para suprir a diversidade de cognição presente na sala de aula e, assim, responder às necessidades que a sociedade exige no mundo contemporâneo.

Pela experiência acumulada como professor, em que trabalhei no Ensino Regular, E.J.A<sup>1</sup>. e S.O.M.E<sup>2</sup>, atuando em todas as séries da Educação Básica, percebo que a maneira tradicional de ensinar nas escolas permanece dominante há décadas, a qual, em minha opinião, dificulta que os alunos participem da construção do próprio conhecimento, “fabricando” sujeitos sem compromisso com a sua realidade e desvinculados dos saberes ensinados na escola e sua utilidade e importância no dia a dia.

É necessário que se busque um ensino que vincule o saber escolar com o cotidiano dos alunos, principalmente os aspectos culturais vivenciados por eles, para que possam ter a capacidade de refletir e decidir sobre a sua história, bem como dar sentido aos conhecimentos construídos durante o período de vida estudantil.

Na maioria das escolas sediadas no município de Abaetetuba no Estado do Pará, apesar da variedade de objetos culturais locais a serem abordados como a produção de

---

<sup>1</sup> Educação de Jovens e Adultos

<sup>2</sup> Sistema de Organização modular de Ensino- modalidade destinada aos alunos residentes em locais de difícil acesso aos centros urbanos do estado do Pará

cerâmica, cachaça, cestarias, construção artesanal de embarcações, dentre outros, pode-se afirmar que o modelo de ensino que prevalece nessas instituições, é aquele baseado na exposição de conteúdos seguido de exemplos e exercícios retirados dos livros-texto e que obedece a sequência linear do programa sugerido pela Secretaria Executiva de Educação do Estado do Pará.

É notório em Abaetetuba que essa prática utilizada pelos professores, descrita aqui, como Ensino Tradicional, foi herdada há muito tempo e sempre levantou questionamentos tanto na minha vida escolar como estudante quanto atuando na profissão como educador.

Esse fato me levou a estabelecer um horizonte em relação à importância da incorporação de elementos presentes no cotidiano durante processo de educação matemática, de modo que sejam matizados os objetos culturais que se encontram encobertos pela cortina imposta a partir da velocidade e variedade de informações propagadas nos meios de comunicação atuais.

Nessa direção, apresento nas linhas seguintes, uma síntese dos elementos que tornaram essa prática uma realidade possível dentro da perspectiva educacional.

## **1.2 - Minha trajetória discente**

Durante a minha vida estudantil, a matemática praticada na escola onde eu estudava já me incomodava por eu não ver sentido e por estar tão desvinculada do meu cotidiano. Este incômodo começou a surgir quando eu estudava a 5ª série do ensino fundamental no ano de 1985. Esta vivência, em particular, marcou o início da minha história como aluno e permanece, até hoje, na condução das minhas aulas enquanto professor.

Naquele ano, a professora iniciou o tópico de geometria plana com o objetivo de aprendermos a calcular as áreas de figuras geométricas. Essas formas eram desenhadas no quadro, com a sua respectiva nomenclatura e conceitos para, logo em seguida, colocar à nossa disposição, a fórmula matemática utilizada para o cálculo da referida área.

Após essa etapa, era preciso resolver uma lista contendo os “exercícios de fixação” que, em geral, eram adaptados para as questões da prova escrita (“avaliação”).

Com a dificuldade de trabalhar com todos esses modelos impostos, solicitei ajuda à minha mãe, que à época possuía apenas o ensino fundamental incompleto e ao meu pai, comerciante e responsável pela construção de embarcações para uma empresa de navegação.

Devido à prática nas atividades do comércio e os conhecimentos usados nas atividades desenvolvidas no estaleiro, a explicação repassada por eles do modo de calcular a medida da área de uma lona plástica vendida em nossa loja e a relação feita no cálculo para descobrir a “metragem quadrada” da vela de um barco (de formato trapezoidal) proposta por meu pai, foram suficientes para o entendimento do referido assunto.

Esse fato foi decisivo na minha vida como estudante, pois a partir desse momento, ficou mais fácil entender alguns assuntos matemáticos ao tentar relacioná-los com alguma situação do meu dia a dia, dentro dos meus limites.

Já em 1992 ingressei na educação superior sendo aprovado para o curso de Licenciatura Plena em Matemática, com o objetivo de me tornar professor e poder proporcionar aos meus alunos essa vivência, tendo como base as minhas inquietações enquanto estudante da Educação Básica.

A experiência inicial na licenciatura foi quase frustrante ao ponto de eu querer abandoná-la e prestar o vestibular para o curso de engenharia. O motivo dessa falta de estímulo foi, novamente, a desvinculação das aulas teóricas e práticas que, em minha opinião, são muito importantes para os futuros educadores esclarecerem as dúvidas junto aos professores da disciplina enquanto estão no período de estágio, além de adquirir experiência na condução de sala de aula.

A minha turma no curso de licenciatura era composta de cinquenta alunos e a maioria já exercia a função de professor, sendo eu um dos poucos a não possuir experiências em sala de aula, por isso o motivo da minha preocupação naquele momento inicial em aprender a criar estratégias de ensino em que os alunos pudessem aprender de maneira efetiva o conteúdo matemático a ser ensinado.

Quase no final do curso, eu tive a oportunidade de entrar em contato com o ambiente da sala de aula, por ocasião da disciplina “prática de ensino”, ministrada pela professora Izabel Cristina Rodrigues de Lucena, a qual desenvolveu o seu trabalho visando à prática em sala de aula, independente dos alunos serem ou não professores com regência de classe.

A condução dessa disciplina proporcionou à turma um horizonte maior com relação às práticas metodológicas desenvolvidas com os alunos escolhidos para a etapa do estágio supervisionado, que à época era uma disciplina do curso chamada de “prática de ensino”.

Naquele momento, foram mostradas diversas atividades que podiam ser relacionadas ao cotidiano do aluno, inclusive a matemática presente na carpintaria naval de Abaetetuba, o que resultou em pesquisa de mestrado (2002) e doutorado (2005) desenvolvida pela referida docente no campo da Etnomatemática.

Logo após a conclusão da graduação busquei no curso de especialização mais uma opção de preenchimento das “falhas” ocorridas durante a graduação e, a partir desse momento, dar início a minha vida profissional como educador.

Naquela época, tive a felicidade de ser matriculado no curso *lato sensu*, intitulado “Educação Matemática para o Ensino Médio”, oferecido em 2004, no campus da Universidade Federal do Pará, no município de Abaetetuba, por meio do Núcleo de Pesquisa e Apoio ao Desenvolvimento Científico (NPADC).

Essas aulas foram ministradas aos sábados, em dois turnos, durante um período de 12 meses, tendo a participação de excelentes professores doutores na condução das aulas, dentre eles, Adilson Oliveira do Espírito Santo, Renato Borges Guerra, Francisco Hermes da Silva, dentre outros, os quais procuraram ampliar o horizonte tanto da formação teórica da educação, quanto de assuntos específicos da Matemática.

### **1.3 - Minha trajetória docente**

O início do curso de especialização em 2004 coincidiu com o primeiro passo da minha jornada docente, quando na ocasião, eu fui contratado pela Secretaria Executiva de Educação do Estado do Pará (SEDUC-PARÁ), a desenvolver as minhas atividades de professor de Matemática.

Os conhecimentos adquiridos no curso de especialização foram de suma importância para o início da minha história como educador, onde comecei a trabalhar com turmas do Ensino Fundamental e Médio do Sistema de Organização Modular de Ensino (SOME)<sup>3</sup>, nas ilhas do município de Abaetetuba no estado do Pará.

---

<sup>3</sup> Modalidade de ensino direcionada a população residente na zona rural do Estado do Pará.

Devido às escolas em que comecei a trabalhar estarem inseridas em pequenas localidades da região das ilhas, a realidade que os alunos presenciavam era comum a todos, fato que foi de fundamental importância para a fixação da ideia de trabalhar objetos matemáticos por meio de elementos presentes nessa realidade, envolvendo os alunos em projetos educacionais direcionados à sua comunidade.

Após três anos como professor temporário, consegui ser aprovado em primeiro lugar no concurso público promovido pela SEDUC (C-105) no ano de 2007 e por motivo de legislação, tive que deixar o ensino desenvolvido no SOME, para ser lotado com carga horária na Escola Estadual de Ensino Médio “Profª. Benvinda de Araújo Pontes” em Abaetetuba e nas Escolas Estaduais de Ensino Médio “Profª. Ernestina Pereira Maia” e “Prof. Antônio de Oliveira Gordo”, ambas no município de Moju, na modalidade de ensino regular.

Durante a preparação para a realização do referido concurso público, a procura de livros destinados ao estudo dos conteúdos programáticos exigidos no edital, me deu a oportunidade de conhecer um professor que já cursava o mestrado no então NPADC hoje denominado de Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), o qual me convidou a fazer parte de sua pesquisa.

Após as observações realizadas por esse professor, o mesmo sugeriu que eu entrasse em contato com a literatura sobre Modelagem Matemática, pois, segundo ele, a condução das minhas aulas era semelhante a essa estratégia de ensino.

Com a curiosidade despertada, resolvemos pesquisar sobre a Modelagem Matemática desenvolvida no Pará e encontrei essa referência no Grupo de Estudos de Modelagem Matemática (GEMM/IEMCI) liderado pelo professor doutor Adilson de Oliveira do Espírito Santo, o qual me fez o convite para participar dos encontros semanais do referido grupo.

A partir de 2009, comecei a frequentar os encontros e, com a ajuda dos participantes, fui conhecendo diversos trabalhos, o que me proporcionou a leitura de artigos, dissertações, teses e livros referentes à Modelagem, principalmente os textos que apresentavam atividades desenvolvidas dentro de um contexto cultural.

As atividades encontradas nas publicações me ofereceu a oportunidade de adaptar as etapas integrantes no processo de Modelagem direcionado a responder questões relacionadas à curiosidade dos alunos e minhas também.

Sem o propósito de pesquisar sobre a Modelagem em si, em 2008, em pleno ano de eleições municipais, os alunos de duas turmas do 3º ano do Ensino Médio da E.E.E.F.M. “Profª. Benvinda de Araújo Pontes” do município de Abaetetuba, influenciados pelo clima político e pela incerteza das pesquisas tendenciosas que se propagavam na internet, se propuseram fazer a sua própria pesquisa e tirar as respectivas conclusões.

Após a formação dos grupos, a coleta e a organização dos dados obtidos, a análise dos votos de aceitação e rejeição dos candidatos, os alunos chegaram à conclusão que o prefeito à época não conseguiria se reeleger por causa de mais ou menos 630 votos, que à época correspondia a 0,9% dos votos válidos.

Após o resultado oficial do Tribunal Regional Eleitoral (TRE-PA), divulgado três semanas depois da pesquisa feita pelos, aproximadamente, cem alunos da escola, a empolgação das turmas foi contagiante ao perceber que a diferença oficial entre os dois principais candidatos ficou em 613 votos, próximo ao número obtido pelos modelos construídos pelos alunos nessa atividade.

O resultado dessa situação matemática desenvolvida pelos alunos proporcionou a criação de gráficos, fórmulas algébricas e proposições escritas como modelos matemáticos que representaram a evolução do número de eleitores no município, a taxa média de abstenções, a projeção de quocientes eleitorais<sup>4</sup> e partidário<sup>5</sup>, etc.

Já um pouco familiarizado com a Modelagem e com a vivência que tenho desde adolescente com o ambiente dos estaleiros, mas ainda com dúvidas pontuais, em 2010 decidi me inscrever no processo de seleção de mestrado do IEMCI com a proposta de trabalhar a Modelagem Matemática utilizando como tema a carpintaria naval praticada no município de Abaetetuba-Pará, atividade social, econômica e cultural presente na realidade dos moradores desse município, portanto pertinente de ser explorada.

Após a aprovação para o curso do mestrado fui licenciado da função de professor pela SEDUC/PA para me dedicar aos estudos a partir de março de 2011.

---

<sup>4</sup> Valor obtido pela divisão do número válidos pelo número de vagas disponíveis.(Art. 106 da Lei Eleitoral nº 9504 de 30/09/1997)

<sup>5</sup> Valor obtido pela divisão do número válidos pelo número de votos alcançados pelo partido ou coligação partidária (Art. 107 da Lei Eleitoral nº 9504 de 30/09/1997)

Já como mestrando do PPGECEM/IEMCI<sup>6</sup>, entrei em contato com diversos autores em diferentes disciplinas do curso, dentre elas, a Etnomatemática e a Teoria das Situações Didáticas (TSD), o que proporcionou um horizonte amplo no desenvolvimento da proposta de pesquisa dessa área de estudo com a Modelagem Matemática.

Nessa abordagem, encontramos em Brousseau (2006) a defesa da Etnomatemática como o “estudo de conceitos e práticas que são produto de uma invenção própria a grupos étnicos e interessa-se pelas relações entre suas culturas (p. 267)”.

Portanto, para o autor, a Etnomatemática está “preocupada com as matemáticas que se manifestam em algumas atividades culturais ou de instituições, não se interessando, a priori, em estudar os meios nem as condições de transmissão desses conhecimentos (p. 269)”, os quais, em nossa opinião, podem ser alcançados pelo aluno, segundo a TSD, por meio das ações e retroações provocadas em seu *milieu*<sup>7</sup>.

Encontramos, também, D’Ambrosio (1990), o qual afirma que “toda atividade humana resulta de motivação proposta pela realidade na qual está inserido o indivíduo, através de situações ou problemas que essa realidade propõe (p. 6)”. Com relação a utilizar situações partindo da realidade dos alunos, D’Ambrosio (2009) afirma que a intenção é fazer da Matemática algo vivo, reforçando as raízes do indivíduo.

#### **1.4- Pergunta de pesquisa**

Sendo assim, como forma de enriquecer as pesquisas realizadas com Modelagem Matemática envolvendo conteúdos culturais, em específico, a carpintaria naval praticada no município de Abaetetuba, bem como fornecer a possibilidade de discussão sobre a Modelagem e Etnomatemática seguindo os pressupostos da TSD.

Para tanto, propusemos nessa dissertação, uma pesquisa tendo como hipótese: **a atividade de Modelagem Matemática com aporte na Etnomatemática pode ser caracterizada como uma situação a-didática, portanto, pertinente à aquisição de conhecimento por parte do aluno sem a intervenção direta do professor.**

---

<sup>6</sup>Programa de Pós-Graduação de Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto em Educação Matemática e Científica.

<sup>7</sup>Termo utilizado por Brousseau para definir toda experiência acumulada e disponível pelo estudante na busca de resolver uma situação matemática.

Dessa forma, é preciso responder à pergunta: **É possível desenvolver uma situação matemática por meio da Modelagem em conjunto com os propósitos da Etnomatemática que apresente as fases implícitas presentes na TSD?**

Esta inquietação nos fez acreditar em desenvolver este trabalho, que se enquadra na linha de pesquisa “Etnomatemática, linguagem, cultura e Modelagem Matemática”, desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Neste texto, consideramos a introdução como o capítulo 1 e as demais partes da referida pesquisa desenvolvida será apresentada por meios dos seguintes capítulos: o capítulo 2, denominado de Aporte teórico, tem a intenção de decorrer a Teoria das Situações Didáticas, a Modelagem e a Etnomatemática. Já o capítulo 3, enfatiza a Metodologia aplicada no processo de construção das situações de Modelagem Matemática com abordagem na Etnomatemática e, finalmente, o capítulo 4, escrito sob o título “Pesquisador em ação”, mostra a criação e o desenvolvimento de uma situação a-didática segundo a TSD.

## CAPÍTULO 2

### APORTE TEÓRICO

A intenção deste capítulo foi de verificarmos a Modelagem, quando desenvolvida com aporte da Etnomatemática, como uma situação a-didática, dentro da perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD), em que os temas propostos para a investigação são aqueles provenientes da realidade em que os sujeitos de um grupo social estão inseridos, principalmente se essa realidade contiver elementos culturais de cunho matemático presentes no dia a dia dos alunos.

Para tanto, apresentaremos uma noção da Teoria das Situações Didáticas (TSD), enfatizando os termos *milieu*, situações didáticas e a-didáticas e que as fases inerentes desta teoria estão, supostamente, presentes no processo de Modelagem com aporte da Etnomatemática.

Para melhor entendimento, primeiro faremos uma breve apresentação do que é a TSD para, em seguida, mostrarmos breve histórico sobre a Modelagem, buscando identificar o início dessa alternativa pedagógica até a efetiva aceitação por parte de pesquisadores no Brasil a partir dos precursores e divulgadores dessa estratégia dentro da seara educacional, descrevendo e analisando as concepções de alguns autores que, em algum momento, indicaram a Modelagem com abordagem na Etnomatemática.

No encaminhamento dessas ideias procuramos mostrar uma confluência nessas concepções, o que fornecerá o horizonte para justificar a ancoragem dos aspectos culturais presentes no processo e, por sua vez, servir de parâmetro para a análise das etapas presentes nas situações constantes no corpo deste texto, de acordo com as características da TSD.

#### 2.1- A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD)

No final da década de 1960, foram iniciados dentro do movimento da Matemática Moderna, estudos que pudessem oferecer certa complementação na formação de professores de matemática com a criação de materiais de apoio direcionados à sala de aula.

Essa iniciativa, proposta a época pelo Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM), proporcionou o desenvolvimento da área de conhecimento denominada *Didática da Matemática*, a qual pode ser definida “como a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito” (D’AMORE, 2007, p. 3).

Dentro desse cenário, que a época estava sob a influência da visão cognitiva de Piaget, Guy Brousseau desenvolveu a Teoria das Situações Didáticas (TSD) em 1986, a qual vislumbra a possibilidade de desenvolver uma estratégia de interação entre o aluno, o saber e o meio (*milieu*) na qual a aprendizagem dos conceitos matemáticos deve se desdobrar.

O objetivo da TSD é, prioritariamente, a situação didática presente na interação do triângulo didático - professor, aluno e o saber, sendo o professor o mediador nas situações de ensino.

Na verdade, Brousseau propõe que o aluno desenvolva as características de um pesquisador, isto é, em seu trabalho, o discente tenha a possibilidade de construir suas hipóteses por meio de conjecturas, criando e testando suas soluções matemáticas por meio de modelos algébricos, conceituais ou teóricos a serem divulgados a seus pares.

Nesse contexto, o papel do professor se torna de fundamental importância, pois este tem a responsabilidade de propor situações que possam dar sentido ao conhecimento a ser apreendido pelo aluno dentro de um contexto que lhe é familiar, para depois, torná-lo “universal”, porém, dentro de outro contexto, socializado com seus colegas e professor dentro ou fora do ambiente escolar.

Nessa interação, o aluno aprende ao interagir com o seu *milieu* (meio) e que este irá caracterizar como o meio a-didático, isto é, sem a presença direta do professor, e cujo saber matemático envolvido no processo é comprovado quando são apresentadas soluções novas às situações matemáticas criadas e organizadas pelo docente, em outras palavras, o saber é adquirido quando o aluno consegue manipular determinado conhecimento em outro contexto, diferente daquele apresentado pelo mediador.

De acordo com a TSD, para que exista uma efetiva aprendizagem do aluno, devem-se considerar as situações em que o aluno continua a aprender, mesmo que o professor não esteja presente, pois as aulas em si representam apenas uma parcela dos possíveis momentos de aprendizagem.

Na efetiva ação de uma situação didática, são percebidos alguns tipos de variáveis didáticas, entre elas, aquelas em que o docente não controla diretamente. Na maioria dos casos, estas variáveis didáticas estão presentes dentro das situações a-didáticas e ocorre a aprendizagem, mas sem a presença direta do professor.

Nas palavras do autor

(...) só terá verdadeiramente adquirido [um] conhecimento quando for capaz de aplicá-lo por si próprio às situações com que depara fora do contexto do ensino, e na ausência de qualquer indicação intencional. Tal situação é chamada *situação a-didática*. (BROUSSEAU, 1996, p. 49-50).

A situação a-didática caracteriza-se, portanto, basicamente por momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente e não recebe qualquer tipo de controle direto por parte do professor.

Podemos inferir, então, que Brousseau utiliza o termo a-didática por não negar a didática, mas indicando uma aparente ausência do professor, em determinado momento do processo de ensino-aprendizagem, durante o qual, o aluno trabalha de forma autônoma, individualmente ou em grupo, para construir um novo conhecimento.

Nessa seara, um conceito de extrema importância nesta teoria é o conceito de "*milieu*" que, em tradução literal do francês para o português, seria a palavra "meio". O "*milieu*" é tudo que interage com o aluno de forma provocativa, ou seja, de maneira a desafiar o aluno a encontrar respostas das situações problemas apresentadas.

Esse *milieu* deve apresentar uma situação matemática, sem intenção didática explícita, e pode ser proposta a partir de elementos como jogos, textos, livros didáticos, situações-problemas com a intenção de aproveitar os conhecimentos dos colegas, professor e aqueles trazidos em sua "bagagem" cognitiva, mais os saberes que compreendem o seu repertório proveniente de sua realidade, inclusive os conhecimentos culturais vivenciados e praticados pelo estudante.

A organização do *milieu* (meio) por parte do professor deve ser capaz de promover no aluno o comportamento de desafio necessário (ações e retroações) durante a interação com a situação matemática apresentada. Em outras palavras, o aluno deve enfrentar desafios e superar os obstáculos que aparecerão durante a atividade na busca

das possíveis soluções para a resolução do problema, caracterizando esse *milieu* dentro de um contexto denominado de antagonista.

Em contexto diferente ao mostrado no parágrafo anterior, quando o professor elabora um exercício, fornece os dados e o método necessário ao aluno para a resolução deste, o que costumamos caracterizar como ensino tradicional, o *milieu* deixa de ser antagonista e passa a ser caracterizado como *milieu* aliado.

No *milieu* aliado, segundo a TSD, a aprendizagem de conceitos matemáticos pode não ocorrer devido a não identificação da situação por parte do discente, a qual não é vivenciada por ele em seu meio sociocultural. Por isso, reforçamos a ideia de privilegiar situações matemáticas partindo dos elementos que estão presentes no cotidiano do aluno para servir de suporte à construção do conhecimento matemático que surgirão no decorrer da situação proposta.

Conforme já introduzido no segundo parágrafo desta seção, o objetivo central da Teoria das Situações Didáticas é a **situação didática e a-didática**. Sendo a primeira definida por Brousseau *apud* Almouloud (2010) como

O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu* (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição (p. 33).

Nesse tipo de situação há a intencionalidade explícita de ensinar, em outras palavras, o professor ofereceu ao aluno uma determinada situação com os instrumentos necessários para alcançar os objetivos da atividade. Ele forneceu “caminhos” para a execução da tarefa por parte do aluno.

Essas relações entre aluno e professor são reguladas pelo contrato didático, no qual os referidos atores do processo de ensino-aprendizagem possuem suas obrigações em relação à situação proposta e que devem evoluir à medida que o processo didático também avança.

Em termos gerais, essa relação entre professor e aluno funciona, de certa forma, como uma fidúcia, “[...] os hábitos (específicos) do professor são esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente [...]” (BROUSSEAU *apud* D’AMORE, 2007, p. 101).

Para não desviar dos objetivos propostos desta dissertação, não entraremos no mérito de discutir o aprofundamento de contrato didático por entendermos que o referido estudo não será necessário nesse momento olhar as práticas dos alunos.

Em momento futuro, com a intenção de desenvolver outra pesquisa, essa oportunidade pode surgir e, a partir das investigações vindouras, segundo a TSD, a aceitação por parte do aluno em relação à interação com os problemas colocados pelo professor, chamada de *devolução*, pode ser comprovada ao conduzi-lo a uma nova postura que lhe proporcione a construção autônoma do seu conhecimento.

Nesse momento de *devolução*, a motivação se torna elemento do *milieu* do aluno, por meio do contexto apresentado, fazendo com que o discente possa aprender por vontade própria, pelo fato de ter se identificado com a situação apresentada e não, simplesmente, por uma obrigatoriedade do professor ou do currículo escolar.

Essa identificação com a situação apresentada quando o aluno aprende por vontade própria, é definida por Brousseau (1986) como *razões didáticas*. Sendo assim, o aluno pode começar a “enxergar” melhor o seu meio cultural e procurar entender as ações ali presentes, buscando a manutenção ou a melhoria das ações culturais presentes, mesmo após a conclusão do período escolar.

A escolha do problema matemático (ou situação matemática) aliada a razão didática e a assunção do professor como mediador do processo que envolverá essa situação matemática são as características de uma parte essencial da situação a-didática.

A diferença apresentada entre ambas (situação a-didática e situação didática) é que na primeira “a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar” (ALMOULOU, 2010, p. 33), isto é, o problema deixa de ser “propriedade” do professor e passa a pertencer ao estudante.

Neste tipo de situação, o professor delega (devolve) a responsabilidade do processo ao discente, esforçando-se em omitir sua participação direta na solução da situação, inclusive no que se refere à identificação da situação com intenções matemáticas, por parte do discente, o que pode refletir em uma situação artificial, uma vez que passará a ideia de algo com caminho já delineado, o que é contraditório quando o aluno interage com o *milieu* antagonista.

Nessa interação com o meio que desafia o aluno a buscar respostas, surge um processo de sucessão de perguntas e respostas cujo fruto será a gênese de um conhecimento, o qual Brousseau (2008) denominou de *dialética*.

Assim, todas essas relações com o saber oportunizou à TSD o seu desenvolvimento a partir da identificação dessas situações tipificadas como dialética de devolução, ação, formulação, validação e institucionalização.

Na **dialética da devolução**, como já abordado em linhas anteriores, o professor inclui o aluno no processo, transferindo parte da responsabilidade na solução do problema. Aqui, o docente deve ter o cuidado de conhecer a origem do aluno para que a situação matemática proposta contenha elementos que pertençam à realidade dele e que este possa se identificar-se, motivar-se e sentir-se desafiado a buscar as possíveis soluções para o problema proposto.

Na **dialética da ação**, em que o aluno é colocado em uma situação cuja melhor solução para o problema proposto deve emergir do seu *milieu*, isto é, deve conter o conhecimento a ser ensinado para, assim, poder analisá-lo e ajustá-lo, se necessário, com a parceria de seus colegas do grupo, mas, se possível, sem a ajuda do professor.

Outra **dialética** de uma situação a-didática é a **formulação**. Nesta, as informações são trocadas entre os colegas por meio de uma linguagem mais adequada, escolhida pelos alunos, sem a obrigação da linguagem matemática específica da escola, podendo haver metáforas, termos novos e ambiguidades dentro do “ir e vir” cognitivo dos estudantes.

Aqui existe a finalidade de apresentar a solução inicial da situação proposta aos demais participantes e mostrar as ferramentas utilizadas no processo como forma de ser compreendida, de maneira progressiva, por todos.

Há também a **dialética da validação**. Como o próprio termo sugere, é a etapa na qual o discente apresenta a validade da solução por ele criado, que poderá ser aceito ou rejeitado por seus pares, os quais poderão solicitar informações sobre possíveis dúvidas referentes ao enunciado divulgado no momento da fase de ação e formulação.

Por último, já como resultado das discussões sobre essa teoria, surgiu a quinta fase implícita na TSD, denominada de **dialética da institucionalização**. Esta fase ocorre após as etapas anteriores, com a apropriação do conhecimento matemático pela classe, tornando-o oficial após a mediação do professor, que deve usar de sua

experiência pessoal e acadêmica, para apresentar aos aprendizes, o objeto matemático apreendido na situação matemática proposta.

Em suma, na TSD, o saber (matemático) é construído a partir das ações dos alunos dentro de um processo que engloba as dialéticas da devolução, da ação, da formulação e da validação. Ações, essas, implícitas entre professor e aluno durante o desenvolvimento da situação apresentada, assumindo a característica de uma situação a-didática.

Na dialética da institucionalização, no entanto, o saber (matemático) construído nas fases anteriores assume a característica de objeto do estudo oficial, sendo nesse momento, descontextualizado à realidade do aluno e recontextualizado na instituição escolar com a intervenção direta do professor, apresentando-a como elemento característico de uma situação didática.

Portanto, diante do exposto, podemos tentar agora caracterizar as situações matemáticas presentes nesta dissertação como situações a-didáticas, utilizando como alternativa pedagógica os pressupostos da Modelagem com abordagem na Etnomatemática, mostrando as possíveis interseções dessas áreas de estudo com os objetivos da TSD.

## **2.2 – SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA**

O termo Modelagem Matemática, de acordo com Biembengut (2009), surgiu pela primeira vez nos Estados Unidos entre os anos de 1958 e 1965. Segundo a autora, nesse período há registro de um capítulo apresentado no 69º Anuário da National Society for the Study of Education, porém, sem o uso dessa nomenclatura.

A abordagem da Modelagem Matemática na perspectiva educacional ganhou destaque a partir de 1960 com o início do movimento “utilitarista”, que defendia a ideia da aplicabilidade da Matemática nas ações da sociedade e da ciência como forma de introduzir, no comportamento do aluno, uma habilidade de matematizar e modelar problemas oriundos de situações da realidade, substituindo as padronizações de aplicações desenvolvidas naquele momento.

Por meio da proposta de se apoiarem em situações provenientes do mundo real, professores vislumbraram a possibilidade de introduzir a Modelagem Matemática, desenvolvida no campo da Matemática Aplicada, dentro da seara

educacional, com a finalidade de atribuir significado ao ensino da Matemática, que a princípio foi desenvolvida em nível de educação superior.

Com essa proposta em destaque, no final do ano de 1968, apareciam na Europa, dois grupos que propuseram ensinar Matemática modelando problemas da realidade. Um era liderado por Hans Freudenthall, com sede na Holanda e, o outro, tendo como líderes, Bernhelm Boss e Mogens Niss, que desenvolviam suas pesquisas na Dinamarca.

A organização desses grupos, seguindo o movimento “utilitarista”, culminou na organização do primeiro congresso internacional em Roskilde, no ano de 1979, sob o tema “Matemática e Realidade”, que serviu de suporte para a criação do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicada-CCIMA.

Esse grupo tomou a iniciativa de organizar a 1<sup>st</sup> International Conference on the Teaching of Mathematical Modeling and Applications (ICTMA-1), com apoio da Exter University, no Reino Unido, no ano de 1983. A partir dessa primeira conferência, os demais congressos vêm ocorrendo bianualmente, com o objetivo de trocar experiências de sala de aula e pesquisas de um modo geral.

No Brasil, o contato com a Modelagem aconteceu por meio das comunidades internacionais, em que Ubiratan D’Ambrosio era o nosso representante entre as décadas de 1970 e 1980. Esse estudioso é contemporâneo da criação da Undergraduate Mathematics Application Program (UMAP) nos EUA, cujo objetivo era sugerir a preparação das aulas com aplicação em outras áreas do conhecimento a partir de temas matemáticos.

Acreditando nessa nova tendência, Aristides Camargo Barreto iniciou suas ações no Brasil modelando a música em cursos de graduação da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ) na década de 1970 e a convite do professor D’Ambrosio, realizou uma palestra na Universidade de Campinas (UNICAMP), episódio determinante para a influência do professor Rodney Carlos Bassanezi na área da Modelagem Matemática direcionada a Educação Matemática.

Após o primeiro contato feito por Bassanezi, houve, também, a colaboração dos pesquisadores João Frederico Mayer, Marineuza Gazzeta e Eduardo Sebastiani, para promover a divulgação dessa então, nova proposta pedagógica.

No período que segue a esse contato com a comunidade internacional, diversos estudos foram realizados no Brasil, abordando a Modelagem no âmbito

educacional, sendo o primeiro registro, segundo Silveira (2007), datado em 1976, desenvolvido por Celso Braga Wilmer.

O referido autor não apresentava em sua dissertação de mestrado o termo Modelagem Matemática e, sim, o título “Modelos na Aprendizagem Matemática” sob a orientação do professor Aristides Camargo Barreto, esse último, foi também, o precursor brasileiro nas apresentações em congressos internacionais sobre experiências com Modelagem Matemática.

No entanto, a denominação Modelagem Matemática surgiu somente em 1986, na dissertação de mestrado da professora Maria Cândida Muller, intitulada “Modelos matemáticos no ensino da Matemática”.

Percebe-se que nos primeiros trabalhos de Modelagem no campo educacional, há uma forte influência do processo utilizado pela Matemática Aplicada, influência essa, no sentido de valorizar a construção de um modelo matemático para atender a determinada situação-problema, e que a construção destes, era direcionada ao ensino da educação básica e superior.

Com a produção atual de trabalhos compartilhados em eventos, é notório que a proposta já se consolidou e novas ideias estão sendo incorporadas à Modelagem. Com isso, é natural aparecer diferentes concepções entre os autores, de acordo com a abordagem pedagógica ou teórica que é adotada.

Essas diferenças de concepções associada às dimensões continentais do Brasil é, em minha opinião, o que impossibilita a aceleração desse processo de conquista de novos interessados a atuar na área.

Devido o início da prática com Modelagem Matemática ter como ponto de partida os fundamentos da Matemática Aplicada, entendemos que, o termo Modelagem (Matemática) ainda causa dúvidas àqueles que estão entrando em contato com essa alternativa pedagógica, principalmente quanto à dúvida da solução matemática a ser caracterizada como modelo matemático ao final do processo.

Dessa forma, existe a dificuldade de manter a proposta da Modelagem Matemática com base nos procedimentos da Matemática Aplicada (BARBOSA, 2004), principalmente quando desenvolvida em nível escolar Fundamental e Médio.

Segundo Barbosa, nesses níveis de escolaridade alguns desses alunos não possuem conhecimento matemático suficiente para desenvolver um modelo

matemático algébrico capaz de traduzir determinada solução de uma situação matemática.

Em nossa opinião, os alunos podem desenvolver tais modelos. Estes não precisam ser sofisticados ou com simbologia da matemática acadêmica, podem ser modelos construídos contendo as particularidades socioculturais do grupo ao qual o aluno pertence.

Porém, em nossa compreensão, o importante no processo de Modelagem não é o modelo em si, mas os diversos tipos de conhecimento que o estudante terá a oportunidade de entender e incorporar em seu repertório cognitivo, aumentando as ferramentas disponíveis em seu *milieu* para ajudá-lo a resolver outras situações-problema.

Por isso, ao partir da resolução inicial de uma determinada situação matemática é preciso aceitar o vocabulário usual do aluno para, depois, torná-lo oficial por meio de uma linguagem matemática mais apropriada com ajuda do professor, semelhante à característica apresentada durante a fase de formalização e institucionalização proposta pela TSD.

Essas particularidades constantes no contexto da educação fizeram surgir uma tendência de desvincular a Modelagem Matemática utilizada na Matemática Aplicada (que enfatizava somente a construção do modelo matemático de formato algébrico) da Modelagem, pois o objetivo principal da segunda é envolver os participantes no processo para que ele possa construir seu próprio conhecimento.

Assim, esses alunos podem questionar e buscar soluções às dúvidas levantadas durante a interação com o tema estudado, por meio do seu *milieu* antagonista, sem a preocupação inicial do tipo de modelo matemático a ser encontrado ao final do processo, e sim, com o saber matemático envolvido na situação proposta como forma de procurar entender o meio em que vive.

Nessa direção, procuramos os textos produzidos cuja concepção de Modelagem está na abordagem de temas com situações matemáticas provenientes de determinada situação cultural, os quais serão analisados de acordo com o propósito da Etnomatemática. Assim, encontramos trabalhos desenvolvidos por Burak (1992), Caldeira (1998), Bassanezi (2010) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), cujos autores indicaram, em determinado momento, a possibilidade dessa interseção.

Como forma de entendermos melhor o processo sobre determinada situação presente em um grupo cultural por meio da Modelagem, ora apresentamos breve comentário das obras citadas no parágrafo anterior, mostrando as concepções dos autores acima citados sobre Modelagem e modelo matemático, bem como as possíveis etapas implícitas durante o processo, a partir de suas respectivas obras, as quais apresentam situações matemáticas com abordagem na Etnomatemática.

A intenção inicial dos subtítulos a seguir foi de identificarmos os pontos em comum entre esses estudiosos e os pontos-chave da TSD, os quais ajudarão no desenvolvimento deste trabalho no sentido de direcionar a pesquisa realizada.

Como forma de evitar comparações em termos de importância dos trabalhos desenvolvidos ou tempo dedicado à Modelagem, os autores serão apresentados nos parágrafos seguintes em ordem alfabética de seus nomes.

### **2.2.1- Ademir Donizeti Caldeira**

Este autor foi um dos primeiros pesquisadores no Brasil a desenvolver tese de doutorado direcionado à Modelagem Matemática em 1998, abordando questões ambientais, em que relata que no ensino tradicional o professor usa as ameaças, recompensas e as punições para “motivar” o aluno ao invés de criar um ambiente de investigação, proposto pelo professor, usando temas de sua realidade cultural.

Por meio desses temas surgirão os problemas que definirão os conteúdos do programa escolar a ser cumprido, não sendo necessário chegar a um modelo matemático no formato de uma fórmula matemática, pois modelo, para o autor, é “a descrição matemática dos problemas [...] que foram escolhidos pelos alunos (CALDEIRA, 1998, p. 130) e Modelagem Matemática é todo o processo de desenvolvimento para se chegar a um produto final [...] começando pela escolha do tema até as decisões finais” (idem).

Essas escolhas foram denominadas pelo pesquisador de roteiro e incluem como elementos uma situação real, seguida da hipótese simplificada, que gera o problema matemático que será resolvido e validado, para a tomada de decisão compatível com as possíveis soluções do problema inicialmente proposto.

Em artigo apresentado recentemente, Caldeira (2009) discute a Modelagem matemática como uma nova forma de educar matematicamente por meio de vínculos

sociais, sendo uma concepção de Educação Matemática, funcionando como elo entre a cultura escolar da Matemática e seus vínculos com a sociedade.

Esse compartilhamento social, segundo o autor, produz cultura nos indivíduos, que depende das ideias e das coisas, entre eles o conhecimento matemático que pode ser o “universal” ou aquele trazido pelos estudantes, praticados em seu cotidiano.

Para o estudioso, é a realidade do aluno a base fundamental para a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação, para que possa ser dado significado a uma cultura em particular e não apenas justificar uma matemática que já está pronta e acabada.

Percebemos em seus trabalhos que a condução do processo de Modelagem não obedece a sequência rígida de etapas, o autor sugere roteiros como a escolha do tema feita pelos alunos, para poder identificar a situação matemática envolvida após as devidas discussões e levantamento de hipóteses que indicarão o possível modelo matemático que represente a situação pesquisada.

### **2.2.2- Dionísio Burak**

Seguindo o critério estabelecido de abordar os autores por ordem alfabética de seus nomes, o segundo comentário é feito sobre os trabalhos de Dionísio Burak, cujo orientador foi Rodney Carlos Bassanezi em sua dissertação de mestrado em 1987.

Em sua dissertação, Burak (1987) destaca o trabalho de Modelagem matemática direcionado, a princípio, a alunos da 5ª série do ensino fundamental, traçando um paralelo entre o ensino tradicional e o ensino por meio da Modelagem Matemática.

Para o autor, a Modelagem

constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos do qual o homem vive o seu cotidiano [...], onde o modelo representa uma série de relações quer sejam matemáticas, físicas ou conceituais que parecem ser apropriadas à compreensão de um conjunto de dados. (BURAK, 1987, p. 21)

Percebemos que esse modo de pensar a Modelagem apresentada pelo autor estava próximo à abordagem praticada dentro da Matemática Aplicada, que à época, dominava os trabalhos de Modelagem.

A partir de sua tese de Doutorado, Burak (1992) começa priorizar no processo de Modelagem os sujeitos, o ambiente social, cultural e a análise crítica, adotando a concepção sobre Modelagem como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p.62).

Em Burak (2004, 2011) são apresentados o relato que a Modelagem deve ser direcionada principalmente a alunos integrantes da Educação Básica, sem o destaque para a criação de um modelo matemático, mas seguindo etapas como: escolha do tema e pesquisa exploratória, que conduzirá a pesquisa de campo; o levantamento dos problemas; a busca dos dados para a resolução de determinada situação-problema, o que proporcionará o ensino de conteúdos matemáticos e sua respectiva análise crítica da situação.

Para o autor, o problema a ser abordado é que deve revelar os conteúdos matemáticos a serem aprendidos, invertendo a ordem apresentada no ensino tradicional em que é mostrado o conteúdo, em seguida a explicação deste, finalizando com os exercícios de fixação.

O referido estudioso não aconselha a simples reprodução das atividades constantes em trabalhos com Modelagem, mas sugere a aceitação dessas situações como referência a outros professores que desejam adaptá-las em outro contexto com seus alunos, mas sempre deixando o aluno “livre” para conduzir a pesquisa.

### **2.2.3- João Frederico da Costa de Azevedo Meyer**

Conforme já relatado no início desse capítulo, esse autor foi um dos divulgadores da Modelagem no Brasil e defende a ideia de utilizá-la para reforçar nos alunos a investigação de situações vinculadas ao cotidiano, buscando uma vertente sociocultural, se aproximando dos objetivos da Etnomatemática.

Em Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) o autor define a Modelagem não como um método mas como uma perspectiva de educar matematicamente,

compreendendo-a como um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para “fazer” Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade(do aluno ou do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações[...] (p.79).

O autor defende uma aproximação da Etnomatemática com a Modelagem desde que essa última possa apresentar vínculos com determinada cultura, identificando as matemáticas não institucionalizadas de diferentes grupos sociais, permitindo o seu reconhecimento por meio de validação nas ações do dia a dia e comparando-a com a Matemática divulgada nas instituições de ensino oficial.

Na iniciativa de investigação do mundo real por meio da Modelagem, o pesquisador sugere algumas etapas que surgirão durante o processo, as quais denominou de momentos em que aparecem a *situação a ser investigada*, seguida da *simplificação de hipóteses*, a *resolução do problema matemático* e sua respectiva *validação*, para, finalmente, *definir a tomada de decisão* com base nos resultados obtidos.

Esses momentos, apesar de estarem dispostos de forma pragmática, segundo o estudioso, ocorrem em movimento de espiral, com idas e vindas durante a realização da atividade sugerida.

#### **2.2.4- Rodney Carlos Bassanezi**

Por último, seguindo o critério de ordenação alfabética dos nomes, com relação à abordagem dos referidos estudiosos e suas concepções sobre Modelagem, serão comentadas as ideias de Rodney Carlos Bassanezi, tendo como suporte a 3ª edição do livro *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática* (2010).

A referida obra mostra o resultado de sua vivência dentro do ambiente Modelagem Matemática e apresenta algumas das atividades desenvolvidas com seus alunos nas diversas aulas que conduziu.

Bassanezi (2010) apresenta a sua concepção de Modelagem Matemática como “a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. (p.16).

Nessa publicação, é percebido o uso dos procedimentos da Matemática Aplicada no processo de Modelagem como forma de unir teoria e prática de assuntos

não matemáticos do cotidiano e, assim, preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão, buscando entender por meio de questionamentos o meio em que vive ajudando a conservar ou transformar as práticas culturais de determinado grupo de pessoas.

Com essa ideia, Bassanezi (2010) afirma que a Modelagem pode ser praticada em consonância com os objetivos da Etnomatemática proposto por D'Ambrosio, interagindo com os aspectos socioculturais de um grupo em particular.

Nessa direção, o estudioso apresenta uma situação matemática com Modelagem realizada junto a um grupo de professores inscritos em um curso de especialização.

Na proposta, os participantes buscaram entender, matematicamente, o processo utilizado pelo “seu” Joaquim durante a construção de barris (pipas) utilizados para o armazenamento de vinho produzido na região.

Dentro desse processo o autor indica a presença de cinco etapas, a saber: **experimentação**, destinada a obtenção de dados, em que professor/aluno buscam as informações necessárias sobre o tema estudado; **abstração**, referente à formulação do modelo matemático. Nessa etapa, são selecionadas as variáveis e a escolha do problema a ser tratado; na resolução, o **modelo matemático** é alcançado, podendo ser, exclusivamente, uma equação matemática ou um gráfico; a **validação** é quando se ratifica ou não a eficiência do modelo; e, a **modificação**, usada quando alguma variável ou hipótese não foi aplicada corretamente para o contexto.

### 2.2.5 – Análise sobre os autores

Pelas características apresentadas nos autores acima citados, a presença de etapas no desenvolvimento da atividade de Modelagem é justificável pelo fato de esta estratégia pedagógica ter a sua raiz em situações que envolvem problemas no campo da Matemática Aplicada, no entanto, quando desenvolvemos uma situação matemática com Modelagem dentro da seara educacional, não podemos nos prender à rigidez da sequência proposta pelos autores, deixando que elas apareçam naturalmente no decorrer do trabalho.

Assim, como uma área do conhecimento com característica de investigação científica, é natural que seja identificado na Modelagem os traços da intenção de

Brousseau na TSD quando afirma que o aprendizado ocorre no aluno se o professor conseguir despertar no discente um certo “espírito” de pesquisador.

Este novo comportamento do aluno deve ser usado para manipular, dentro do seu *milieu*, os conhecimentos pré-existentes somado aos objetos fornecidos pelo professor para que de forma autônoma o estudante construa o próprio conhecimento.

No entanto, somente o comportamento de um “novo” pesquisador não é suficiente em Modelagem.

Vimos nas atitudes presentes dos pesquisadores em estudo que a essência de uma atividade com Modelagem é a busca de soluções para determinada situação presente no meio sociocultural do aluno, para suprir uma curiosidade por parte desses ou planejado pelo professor para atingir determinado saber matemático em particular.

### **2.3 – OS ASPECTOS CULTURAIS E A ETNOMATEMÁTICA**

A história mostra que a natureza tem suas características e o ser humano tenta entendê-las para suprir suas necessidades diárias como forma de sobreviver no mundo em que vive. A realidade percebida está repleta de conhecimentos já construídos e aperfeiçoados por outros indivíduos por meio de modelos herdados de seus antecessores dentro de um tempo histórico.

Com a finalidade de compreender e sobreviver no mundo por meio de um movimento de transcendência, uma opção para o sujeito é se apoiar em observações feitas dentro de um contexto com a finalidade de inventar tecnologias que simplifiquem seu modo de adaptação de tarefas diárias.

A ideia de tecnologia aqui empregada se refere àquela construída por meio de ideias e coisas utilizadas com a intenção de resolver alguma situação apresentada no cotidiano de uma pessoa ou grupo pertencente à determinada cultura, sem a obrigatoriedade de utilizar conhecimentos oriundos do meio científico.

Assim como um carpinteiro naval desconhece uma lei matemática difundida na escola que fornece o cálculo da capacidade de uma embarcação, ele pode se apropriar do conceito desta lei, de forma empírica, com o objetivo de atender o desejo do sujeito que contratou seu serviço.

O conhecimento desenvolvido por grupos populares como os mestres-artesãos, por exemplo, muitas das vezes não tem sido validado como saber no meio acadêmico de

determinada área do conhecimento em específico. Para alguns setores de engenharia naval, por exemplo, a forma como esse grupo interage com o meio é considerado, apenas, como uma atividade do senso comum.

Nesses grupos de “conhecimento dominante” esse direito lhes é negado, apesar de acadêmicos e populares apresentarem uma matemática que atenda suas expectativas diárias, a qual foi enraizada durante anos pela troca de experiências dentro do grupo com costumes e crenças compartilhadas.

Apoiamos a ideia de D’Ambrósio (2009) quando diz que os indivíduos pertencentes a um grupo que compartilham seus conhecimentos, tais como linguagem, crenças, costumes e sistemas explicativos, e têm seus comportamentos compatibilizados e subordinados a esse grupo, esse grupo faz parte de uma cultura. Isto é, “cultura é o conjunto de conhecimentos compartilhados e comportamentos compatibilizados” (idem, p. 33).

Seguindo a mesma linha de pensamento, Monteiro e Pompeu Júnior (2003), defendem o pensamento de a cultura ser “o conjunto de valores, condutas, crenças, saberes que permitem aos homens orientar e explicar seu modo de sentir e atuar no mundo” (p. 50).

Entretanto, as abordagens anteriores sobre a noção de cultura, não podem ser vistas somente como um conjunto de valores e símbolos, mas deve ser entendida como um agregado dessas normas e valores de modo que passe a ser uma identidade para um grupo social diferenciado de outros.

Dessa forma, pode-se entender, então, que a cultura é um sistema social dinâmico, que possui a característica de manter vínculos entre grupos distintos em suas formas de pensar e agir, implicando, de certa forma, em um conceito de pluralidade cultural, sem a necessidade de uma sobrepor à outra.

Em meio à Matemática a partir de uma proposta cultural dentro de um contexto pedagógico surge a linha de pesquisa em Etnomatemática, apresentada pela primeira vez na seara educacional brasileira pelo professor Ubiratan D’Ambrósio.

Para o autor,

A Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. (D’AMBROSIO, 2009, p.9).

Diante dessa abordagem, podemos afirmar que a Etnomatemática está presente no saber/fazer dos sujeitos envolvidos no estudo, quando descrevem as ações de um grupo por meio da simbologia matemática praticada no meio acadêmico ou popular, com a intenção de valorizar os conhecimentos matemáticos presentes nos indivíduos de um grupo.

Estes indivíduos podem agir e retroagir nesse meio com a finalidade de solucionar determinadas situações-problemas, de maneira que não haja a perda da identidade cultural dos grupos envolvidos.

Ao embarcar nessa proposta, os sujeitos utilizam os mentefatos e artefatos adquiridos pelas suas experiências como técnicas (*ticas*) de interagir com o ambiente (*matema*) para tentar explicá-lo à comunidade (*etno*) que está pesquisando (D'AMBROSIO, 2010).

Dentro do sistema educacional, onde há a predominância da matemática escolar (dominante), o mais importante para a Etnomatemática é valorizar as raízes do indivíduo, sem a intenção de sobrepô-la à matemática institucional, que na sociedade moderna é fundamental, mas acrescentar a esses conhecimentos valores de humanidade.

Por meio da perspectiva da Etnomatemática, a matemática torna-se dinâmica, com sentido para o aluno, o qual irá se deparar o tempo todo com situações reais presentes em seu cotidiano, podendo questionar seu mundo para melhor compreendê-lo, ao invés de ficar resolvendo problemas artificiais, se apropriando de um *milieu* aliado, sem nenhuma conexão com o seu dia a dia.

De acordo com Skovsmose (2007), os estudos de Etnomatemática ajudam no desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Matemática como integrante no processo de fortalecimento de determinada cultura. Nesse processo, as técnicas passadas por grupos culturais durante gerações, garante o desenvolvimento de um processo de educação matemática.

Pelo fato de sermos educados no contexto escolar dentro de uma só perspectiva desde criança, somos induzidos a não enxergar as matemáticas presentes em nosso cotidiano.

Esse fato, em nossa opinião, dificulta o relacionamento dos conteúdos matemáticos presentes no programa escolar com aqueles exigidos em nossa vivência diária, a exemplo das ações desenvolvidas pelos mestres-artesãos de Abaetetuba que, ao

construírem as embarcações, estão manipulando diversos objetos matemáticos, próprios dessa atividade e que podem ser traduzidos como elementos da matemática escolar.

## **2.4 - A MODELAGEM E A ETNOMATEMÁTICA**

Como já afirmado em parágrafos anteriores, a Etnomatemática está intimamente ligada ao estudo da cultura de um grupo de indivíduos, assim, ao tentar explicar as particularidades dessa comunidade, por meio da matemática, é possível que haja uma aproximação da Modelagem com a proposta da Etnomatemática, buscando ligações entre a Matemática escolar e a Matemática praticada por determinada comunidade na qual o aluno está inserido.

Diante dessa proposta, não devemos considerar a Matemática escolar aqui descrita como aquela “dona da verdade”, utilizada como ferramenta para somente investigar e compreender o meio em que vive.

Oposto a esse cenário, os discentes tem a oportunidade de perceber a “sua” matemática, isto é, a matemática desenvolvida pelo grupo no qual estão inseridos, que é usada para atender as necessidades do seu cotidiano e depois, associá-la a Matemática ensinada na escola por meio da Modelagem para que o aluno possa conhecer ambas e utilizá-las de acordo com sua necessidade e praticidade.

Nas linhas a seguir mostraremos três exemplos de trabalhos desenvolvidos com intenção Etnomatemática, porém com perspectivas diferentes entre os autores. Assim, encontramos em Bassanezi (2010), a descrição de um trabalho desenvolvido pelo autor junto a 28 professores participantes de um curso de especialização, durante o período de férias, na Universidade de Ijuí (RS).

Nesse trabalho, os professores (alunos do curso) se inseriram na realidade vivida pelo “seu” Joaquim onde investigaram a matemática utilizada por ele durante a construção de uma pipa para armazenar o vinho produzido na região, em que a ênfase adotada estava somente nos conceitos geométricos específicos relativos ao ofício do Sr. Joaquim, com direcionamento ao nível de ensino superior.

Em linha diferente à ênfase dada por Bassanezi, Burak e Klüber (2011) apresentam uma atividade com o tema referente à indústria de cerâmica da região, direcionada a Educação Básica, desenvolvida com estudantes da 1ª série do Magistério da cidade de Ivatuba (PR).

Na atividade, houve a ênfase na abordagem histórica do surgimento dos tijolos e a investigação de aspectos sociais como o *potencial de crescimento físico da indústria*, o qual ensejou uma abordagem de ideias matemáticas relacionadas com a geometria, como ângulos, perímetros e áreas de figuras planas.

Em um projeto piloto desenvolvido para esta dissertação, Dias e Espírito Santo (2012) desenvolveram uma situação matemática com quatro alunos do Ensino Médio em situação de recuperação. A atividade consistiu em investigar as ações dos mestres-artesãos responsáveis pela construção de embarcações de pequeno, médio e grande porte.

Os resultados mostraram que os discentes manipularam diversos tipos de conhecimento matemático que surgiram durante o processo e, também, se envolveram com o tema, ao relatarem suas preocupações com relação ao futuro desse ofício e questionarem a origem da madeira utilizada na construção.

Assim, diante desses exemplos de atividades com Modelagem desenvolvidas pelos autores ora citados, percebemos que ambas apresentam trabalhos com a intenção de investigar uma situação matemática com aspectos culturais. Percebe-se, no entanto, que somente as propostas de Burak e Klüber (2011) e Dias e Espírito Santo (2012) apresentam a possibilidade de entrelaçamento da Modelagem segundo os propósitos da Etnomatemática que defendemos no corpo deste texto.

Nessa possibilidade, a escola tem a oportunidade de oferecer aos estudantes essa nova proposta para que estes possam se posicionar diante das situações provenientes de sua realidade e assim agir sobre ela, após uma análise crítica da situação apresentada e modificando-a, se necessário.

Na visão de Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), diante dessa perspectiva, o envolvimento da Etnomatemática com a Modelagem somente será possível se os atores do processo puderem reconhecer o “diferente”, o “outro etnoconhecimento”, sem a necessidade de aceitá-lo ou incorporá-lo em seu cotidiano.

Na proposta defendida nesta dissertação, deve ser dada a oportunidade de perceber as “outras realidades” a sua volta, comparando-a com a cultura matemática difundida na escola; caso contrário, a Modelagem terá o simples caráter metódico de cumprir conteúdos pré-determinados.

Desse modo, defendemos nessa obra a ideia de que a Modelagem deve estar conectada aos interesses e saberes construídos no cotidiano de um grupo, assim como,

seus membros terem a possibilidade de acesso aos demais conhecimentos, inclusive os difundidos pela escola, permitindo-lhes um novo horizonte por meio de um olhar mais sensível de sua realidade.

## 2.5 – ANÁLISE DA MODELAGEM ENQUANTO SITUAÇÃO A-DIDÁTICA

Após a leitura dos textos dos pesquisadores destacados, houve a percepção de que hoje existem muitas referências de estudos com Modelagem, além dos trabalhos citados, que destacam as práticas de Modelagem, em que nos períodos anteriores eram enfatizados os “relatos de experiência” ao invés de priorizar o debate teórico sobre a Modelagem.

Outro ponto destacado nas concepções dos autores analisados é a escolha do tema como ponto de partida no processo de Modelagem, partindo de uma situação presente na realidade sem um conjunto de ferramental aparente fornecido pelo professor.

Essa postura coloca o aluno em uma situação de desafio diante da situação proposta, o que mobilizará as ferramentas presentes em seu *milieu*, as quais servirão de suporte no surgimento das fases presentes na TSD, indicando a possibilidade de a Modelagem ser considerada como uma situação a-didática, devendo para tanto, inserir no aluno o comportamento de desenvolver possíveis soluções a serem analisadas de forma crítica pelos participantes sem a presença direta do professor.

Para isso, é notório nos trabalhos de Modelagem, a escolha do tema como o primeiro passo para o aluno entrar em contato com a situação matemática a ser desenvolvida e, se aceita por esses, fica caracterizado o interesse inicial do estudante pela atividade e que pode inserir o fator motivação na aprendizagem.

Dessa forma, podemos dizer que a escolha do tema pode ser comparada à **dialética de devolução** proposta pela TSD pelo fato de o aluno aceitar o desafio de conduzir seu próprio aprendizado por meio do tema escolhido.

Assim, definida a escolha, a motivação pode ser alcançada. Então, a partir desse ponto, os autores apresentam outras etapas (BURAK, 2004; BURAK e KLUBER, 2011; BIEMBENGUT & HEIN, 2009; BASSANEZI, 2010), roteiros (CALDEIRA, 1998) ou momentos (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011) presentes durante o processo de Modelagem.

Diante dos vários termos atribuídos pelos estudiosos em destaque, podemos generalizar esses caminhos em quatro etapas a serem comparadas às dialéticas existentes nas situações a-didáticas segundo os estudos de Guy Brousseau na TSD.

A primeira etapa de Modelagem que podemos caracterizar é a etapa de **interação**, em que ocorre o contato entre a proposta do professor e a expectativa do aluno em solucionar a questão que irá conduzir os trabalhos do grupo.

A etapa da interação constante no processo de Modelagem pode ser associada à **dialética da ação** presente na TSD, pelo fato de o aluno começar a buscar a melhor solução para o desafio proposto utilizando a linguagem natural do dia a dia, sem a obrigação do surgimento da linguagem matemática específica da instituição escolar.

Na segunda etapa definida para a Modelagem nesta dissertação descrita como a etapa de **matematização** no processo de Modelagem, o aluno, sem o apoio do professor, pode apresentar uma solução para a situação sugerida por meio de uma solução que represente o conteúdo matemático difundido na instituição escolar, isto é, as possíveis respostas construídas pelos alunos foram obtidas pela busca dinâmica dos elementos contidos no seu *milieu* (colegas, aspectos culturais, livros, etc) e que são efetivadas quando comparada à **dialética de formalização** na TSD.

Para a terceira etapa do processo de aprendizagem por meio de situações adidáticas, tanto na Modelagem, quanto na TSD, o termo designado para confirmar ou não a possível solução da situação matemática escolhida é chamada de **validação**.

Nessa etapa, a solução deve ser debatida de forma crítica entre os discentes, os quais apresentarão aos seus pares as explicações necessárias para a confirmação da eficácia da sua resposta construída, bem como debater outros assuntos não matemáticos, por exemplo, que surgiram durante o processo de investigação da situação matemática escolhida.

Apesar de a dialética da institucionalização ser apresentada como um produto final de um processo, esta fase, assim como as outras dialéticas, podem aparecer em interseção durante o desenrolar de uma situação matemática, quebrando uma aparente rigidez de encaminhamentos.

As etapas que surgem no processo de Modelagem mostradas nos trabalhos analisadas e que podemos associar às dialéticas de devolução, ação, formalização, validação e institucionalização constante na TSD, quando não recebem a intervenção direta do professor, podem ser caracterizadas como uma situação a-didática.

Para nós, essa afirmação pode ser confirmada no momento em que o professor considerar as soluções provenientes dos alunos que buscaram nos saberes da tradição uma alternativa para a resposta do problema proposto. Ao contrário, se as práticas cotidianas forem utilizadas somente como suporte de efetivação da Matemática escolar perde-se, então, o entrelaçamento da Modelagem com a Etnomatemática.

Da mesma forma, se na etapa de Modelagem houver a intervenção direta do professor com “a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais)” (BROUSSEAU, 2008, p. 41), essa interação deixa de ser a-didática e passa a compor um contexto didático.

Porém, não é essa concepção que defendemos no corpo desta dissertação, portanto consideramos a Modelagem como uma situação a-didática por, principalmente, considerar as conjecturas expostas pelos estudantes, que devem trabalhar de forma autônoma sem conhecer, *a priori*, os caminhos que percorrerão e, em consequência, os objetos matemáticos que surgirão.

Além disso, a síntese mostrada nas linhas anteriores sobre o processo de Modelagem extraída dos trabalhos desenvolvidos pelos autores citados no subitem 2.2 deste texto apresentam as etapas de escolha do tema, interação, matematização, validação.

Essas etapas, quando comparadas às dialéticas presentes na Teoria das Situações Didáticas proposta pelo professor – devolução, ação, formulação, validação e institucionalização, especificadas no item 2.1 deste capítulo, nos credenciam a afirmar que as situações matemáticas desenvolvidas com processo de Modelagem, com suporte da Etnomatemática, podem ser caracterizadas como uma situação a-didática.

Dessa forma, o professor deve se limitar a dar condições iniciais para que o aluno possa construir de forma autônoma o conhecimento matemático que surgirá durante o processo.

Sendo assim, para que essa situação matemática comece a apresentar as características de uma situação a-didática e que possa fornecer subsídios para a efetiva aprendizagem, o professor deve, de forma inicial, se inserir na realidade dos alunos, identificando as potencialidades dos assuntos a serem abordados não deixando sua influência sobrepor às dos discentes.

Por isso, os elementos presentes nos saberes da tradição e vivenciados pelos estudantes se tornam necessários na incorporação do seu *milieu*, para que dessa forma a atividade não se torne desinteressante para o grupo.

A partir disso, ao aceitar e estudar determinado tema utilizando a Modelagem, o aluno elabora hipóteses que são acompanhadas de perguntas que por sua vez, deverão ser solucionadas por meio das Matemáticas disponíveis no repertório do aprendiz, alcançando uma solução plausível para a situação proposta.

Empolgados com a efetiva possibilidade de considerar a Modelagem com aporte da Etnomatemática sendo uma situação a-didática, resolvemos elaborar uma situação matemática que envolvesse as ações dos mestres-artesãos residentes no município de Abaetetuba, estado do Pará.

A partir disso, traduzir as curiosidades apresentadas por meio de soluções matemáticas de acordo com nossa experiência de professor, porém, nos posicionando como alunos dentro do processo, prevendo possíveis conjecturas que surgirão.

Com essa possibilidade em jogo, resolvemos adotar a pesquisa qualitativa na busca dos dados para o início dessa proposta, seguindo os pressupostos defendidos aqui sobre a Modelagem geradora de situações a-didáticas.

## CAPÍTULO III

### METODOLOGIA DE PESQUISA

O referido capítulo procura justificar a escolha da pesquisa qualitativa durante o desenvolvimento de situações com Modelagem, destacando o método da observação participante, entrevista etnográfica e abordagem em textos científicos para o possível ingresso no “mundo” do grupo a ser estudado. Além disso, é destacado o papel do pesquisador e sujeito pesquisado dentro da pesquisa qualitativa, bem como o processo de análise das informações obtidas.

#### 3.1 – POR QUE A PESQUISA QUALITATIVA?

Conforme citado, algumas publicações apresentam sugestões de atividades usando a Modelagem a partir do contexto cultural de determinado grupo como estratégia de ensino.

Entretanto, muitos desses textos possuem alguns temas que pertencem à realidade onde foi desenvolvida, mas não faz parte do cotidiano de outra região, o que pode dificultar, a nosso ver, o processo de ensino-aprendizagem por não apresentar significado para o aluno, pois eles mesmos podem não reconhecer os elementos existentes fora do seu *milieu*.

Nessa direção, resolvemos investigar os procedimentos dos mestres-artesãos responsáveis pela construção de embarcações em madeira no município de Abaetetuba e, a partir das informações coletadas, tentar traduzir suas ações por meio de modelos matemáticos.

Essas situações matemáticas em questão serão desenvolvidas no sentido de serem oferecidas como sugestão aos professores interessados em organizar suas aulas enfatizando o processo investigativo, característico da Modelagem, pelos alunos.

Para tanto, foi preciso definir o quadro teórico que serviu de base para darmos uma possível solução aos objetivos da pesquisa e escolher os possíveis métodos de coleta e análise de dados que nos auxiliariam na busca das informações pertinente ao estudo.

Por se tratar de uma investigação a partir dos fazeres cotidianos de um grupo cultural específico – os construtores navais artesanais, em que a espontaneidade de suas ações deve ser mantida, para que possamos aproveitar ao máximo a “verdade” contida em seus atos, adotamos para essa jornada, a pesquisa qualitativa por entender que “o campo<sup>8</sup> de estudo não são situações artificiais em laboratório, mas práticas e interações dos sujeitos na vida cotidiana” (FLICK, 2004, p.21).

### 3.2 - O MÉTODO QUALITATIVO

Para iniciarmos esta seção, nos apoiaremos em Paviani (2009) para definir método como “um conjunto de regras, de procedimentos e de instrumentos ou técnicas (como questionário, entrevista, documentos) para obter dados e informações” (p. 61).

A escolha desse método está subordinada ao objeto de estudo desenvolvido dentro da pesquisa qualitativa, isto é, o objeto é o fator determinante dessa escolha, como é notado na maioria dos trabalhos desenvolvidos dentro do campo da Educação Matemática, a qual possui a particularidade de tentar compreender os vários universos existentes em um campo de estudo que estão em constante mudança em paralelo com a realidade.

Dessa forma, é notório que uma das exigências presentes na pesquisa qualitativa, é o contato mais intenso entre o pesquisador e os sujeitos participantes<sup>9</sup>, o que será caracterizado durante as investigações por meio de métodos de coleta de dados indicados para essa abordagem.

Nessa direção, podemos afirmar que uma das vantagens da pesquisa qualitativa é ter o pesquisador como ferramenta do processo que busca interagir com o seu *milieu*, manipulando os seus conhecimentos para tentar compreender o fenômeno estudado após a coleta de dados, que foram captados e traduzidos sob a forma de uma determinada linguagem, seja essas, verbais ou não verbais, que servirão para apresentar uma visão mais ampla da pesquisa em curso.

Há de se considerar, também, nesse contato entre pesquisador e a coleta dos dados, o ambiente, isto é, o campo de estudo, que na pesquisa qualitativa, são

---

<sup>8</sup> Pode significar uma determinada instituição, uma subcultura, uma família, um grupo específico [...] (FLICK, 2004, p. 69)

<sup>9</sup> São as pessoas a serem entrevistadas ou observadas (FLICK, 2004, p. 70)

predominantes as situações de características naturais, quer dizer, espontâneas, em que os participantes são inseridos para melhor compreender os fenômenos que ali acontecem e, assim, entender o significado que os sujeitos apresentam para determinado objeto e, com isso, propor a melhor análise possível de uma situação posta.

Para articularmos a triangulação entre pesquisador e sujeito da pesquisa dentro de um ambiente natural, em nosso caso mais específico, os mestres-artesãos em seus locais de trabalho – os estaleiros – consideramos os métodos verbais, visuais e textuais.

De forma mais específica, adotaremos a entrevista etnográfica, a observação participante e os textos científicos como base na busca de informações para o alcance dos objetivos dessa pesquisa, que é caracterizar o processo de Modelagem com aporte da Etnomatemática como gerador de situação a-didática que poderá servir como sugestão a outros professores que se identifiquem com a proposta e queiram usá-la como referência em suas aulas de Matemática.

### **3.2.1 - Observação participante**

A observação é mais uma das possibilidades que podemos usar na pesquisa qualitativa, quando os relatos das ações não são suficientes para entender a própria ação dos sujeitos de pesquisa, principalmente as percebidas pela visão, audição e tato.

Por meio desses sentidos natos ao ser humano, no processo de observação podemos selecionar o ambiente onde os sujeitos serão observados a fim de focar nos aspectos relevantes ao trabalho de pesquisa até chegar a um ponto onde não haja mais a aquisição de conhecimento adicional do estudo proposto.

De forma geral, podemos dizer que a observação é uma abordagem ao campo de estudo a partir de uma visão exterior, principalmente quando se tratar de investigações em ambientes públicos, como no caso dos estaleiros.

Nesse caso, o aluno-pesquisador não deve se abster durante o processo de construção das embarcações, sob pena de não avaliar de forma mais precisa os dados obtidos na observação.

Dessa forma, adotamos para esta pesquisa a observação participante que, segundo Denzin *apud* Flick (2004, p. 152) pode ser entendida “como uma estratégia de campo que combina, simultaneamente, a análise de documentos, a entrevista de respondentes e informantes, a participação e a observação diretas, e a introspecção”.

Diante dessa imersão no ambiente de pesquisa é natural que o observador ganhe mais espaço e acesso aos sujeitos de pesquisa além de reforçar ainda mais os elementos relativos aos objetivos da pesquisa.

Dessa forma, foi dada maior ênfase para as explicações fornecidas pelos mestres-artesãos com relação às suas ações executadas durante o processo de construção do bote pesqueiro, as quais foram registradas em um *diário de campo* que consistia em um caderno destinado ao registro das etapas que o sujeito de pesquisa realizava e suas respectivas explicações do assunto.

Depois de cada visita, as anotações eram analisadas e aquelas com importância à pesquisa eram selecionadas para futura reflexão. Em alguns momentos foram capturados vídeos e fotos de partes específicas da construção para melhor entendimento do processo por ocasião da minha ausência do local de observação.

### **3.2.2 - Entrevista Etnográfica**

Como mostrado na seção anterior, uma das possibilidades de uma pesquisa de campo é a observação participante. Nessa, a entrevista desempenha uma função importante no processo, uma vez que, por meio destas, o pesquisador pode “traduzir” os elementos particulares presentes na conversa dos sujeitos, direcionando-os no sentido proposto da pesquisa.

Assim, por estarmos imersos na cultura de um grupo específico, torna-se necessário a adoção da entrevista etnográfica, a qual apresenta a característica de entrevista semi estruturada e pode ser entendida “como uma série de conversas cordiais nas quais o pesquisador introduz novos elementos lentamente para auxiliar informantes a responderem como informantes”(SPRADLEY *apud* FLICK, 2004, p. 105).

Além disso, as entrevistas semiestruturadas podem apresentar maior abertura na possibilidade de coletar dados a partir do ponto de vista dos sujeitos participantes. De fato, “uma das metas das entrevistas semi-estruturadas em geral é revelar o conhecimento existente de modo a poder expressá-lo na forma de respostas, tornando-se, assim, acessível à interpretação” (FLICK, 2004, p. 99).

Por essa característica de estrutura aberta, a entrevista etnográfica é, por essência, indicada em combinação com a pesquisa de campo e as coletas de dados por meio observacionais, tendo a cautela de não transformá-la em algo burocrático.

Devemos manter certa harmonia entre um guia de entrevista pré-estabelecido que norteará a sequência da entrevista e o curso desta, mediada pelo pesquisador.

### **3.2.3 - Textos científicos**

O terceiro método escolhido para essa nossa jornada é o estudo de textos científicos. Entendemos como texto científico todos os documentos produzidos em função de algum tipo de pesquisa que busca contribuir na expansão do conhecimento científico em geral.

Assim, podemos incluir nessa categoria as monografias, dissertações, teses, resumo, artigo científico, comunicação científica (paper), informe científico, ensaio, trabalho de conclusão de curso (TCC), projeto de pesquisa e os livros baseados em pesquisas científicas, cada um com suas especificidades e normas de construção.

A análise desses textos tem como objetivos validar as informações obtidas durante a observação e as entrevistas que, às vezes, não oferecem a oportunidade de verificarmos determinado fenômeno desejado, bem como acelerar o processo de investigação e análise de determinada situação já estudada por outros pesquisadores.

Conforme mencionado, esse tipo de método permite ao pesquisador um cabedal de opções a serem trabalhados. No entanto, em nosso caso em particular, adotamos os artigos científicos, as dissertações, as teses e os livros produzidos por autores, cujos trabalhos estão em consonância com a direção desta pesquisa.

## **3.3 - O PESQUISADOR NA PESQUISA QUALITATIVA**

Conforme mencionado, o pesquisador funciona como uma espécie de ferramenta dentro do processo da pesquisa qualitativa, por ser o mediador dos elementos que surgirão no desenvolvimento do estudo em curso.

Sua função é de essencial importância, pois servem de “instrumento” de coleta de dados e, portanto, não podem apresentar neutralidade no campo ou durante as entrevistas ou observações junto às pessoas pesquisadas.

Sua postura dentro do campo de estudo é que definirá o acesso ou a exclusão de informações relevantes na busca de dados para a pesquisa, mas sempre tomando o cuidado de negociar com o sujeito participante cada etapa do processo, principalmente

quando esse contato entre pesquisador e sujeito da pesquisa ocorrer dentro do local de trabalho que, em geral, possui regras e ritmos condicionados ao tempo e dinheiro.

Ao entrar em definitivo no campo, o pesquisador deve estar preparado para rever sua opinião com relação aos seus valores construídos historicamente dentro e fora das instituições de ensino. O “choque” cultural é inevitável, o que pode ocasionar certo grau de interferência na coleta ou análise dos dados obtidos, devido às diferenças entre os *milieux* inseridos no processo de investigação.

Em nosso caso em particular, devido estar presente desde criança, mesmo de forma indireta, no ambiente dos estaleiros de Abaetetuba, por ocasião de meu pai gerenciar a parte marítima de uma empresa de transporte o acesso, físico e linguístico aos mestres-artesãos ocorreram de forma natural.

Esse fato facilitou a explanação dos objetivos desta pesquisa a eles e, por consequência, a confiança apresentada pelos sujeitos participantes - os mestres-artesãos - junto a este pesquisador.

### **3.4 – OS SUJEITOS PARTICIPANTES**

Após a escolha dos métodos que foram aplicados durante a pesquisa de campo, o passo seguinte foi concentrado em realizar um estudo mais aprofundado sobre a carpintaria naval, mostrando sua importância para o município de Abaetetuba, conforme escrito no capítulo posterior.

Para isso, buscamos, também, em Lucena (2002, 2005) essa possibilidade, antes de entrar de forma mais efetiva, no campo para a construção deste trabalho.

Para dar vida ao texto defendido até o momento e seguir os métodos adotados para a efetivação de parte desta pesquisa, procuramos visitar todos os estaleiros citados em Lucena (2002), a saber: os “estaleiros do Mapará, do Nito, do Sagica, do Chibiu, do Cuca, do Mestre Pedro, do Donato, do Tarsilo e enfim, o estaleiro São José, conhecido como estaleiro do Espergueti”(p.16) e conversar com seus respectivos responsáveis a fim de conhecer melhor sobre o ofício da carpintaria naval no município de maneira geral.

No momento da visita, a receptividade de alguns se sobressaiu a outros, e isso foi um dos critérios para a escolha do estaleiro que serviria de ponto de partida para o início da pesquisa.

O outro motivo, digo, o critério de desempate entre aqueles com maior disponibilidade foi o tamanho da área destinada à construção das embarcações, pois esse aspecto reflete em um maior número de encomendas e a possibilidade de encontrar ampla variedade de embarcações a serem construídas.

Seguindo esses pontos adotados, foi escolhido o estaleiro do Sr. Tarcilo, por esse também estar próximo ao terreno pertencente à nossa família, portanto, o vínculo de amizade com os mestres-artesãos e meu pai facilitou ainda mais a minha entrada nessa área, não me considerando um estranho perante esses trabalhadores e, com isso, a minha presença não interferiu de forma direta o desenvolvimento das funções desse local de trabalho.

Dentre os trabalhadores permanentes desse local, foram selecionados a priori e de forma intencional aqueles que exerciam seu ofício de forma efetiva na parte destinada ao casco de um bote pesqueiro (parte da embarcação selecionada para realizar as primeiras investigações) e por ser este tipo de embarcação com maior frequência de encomendas nesse estaleiro.

Após o contato com cinco trabalhadores, devido à sua timidez, apenas três se propuseram a conversar a respeito de suas ações, sendo que dois desses ainda exercem a profissão e o terceiro, já aposentado, contribuiu como uma espécie de enciclopédia para a supressão de eventuais dúvidas.

Eles autorizaram a divulgação de seus nomes completos nesta pesquisa, na qual serão tratados apenas pela forma como são conhecidos no ambiente de trabalho, a saber: “Seu Tarcilo”, Manoel João e Carivaldo. Portanto, essas pessoas são aptas a fornecerem informações relevantes para coleta de dados, nem sempre acessíveis ao olhar de um não profissional da área.

### **3.5 – A ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES**

Toda pesquisa científica gera conhecimento tanto para quem a produz, quanto para quem se dedica a estudá-la após a sua “descoberta”. Esse conhecimento só é adquirido se o aluno-pesquisador se identifica com o objeto em estudo, por isso a importância dessa aceitação para interpretação das informações coletadas pelo estudioso.

O processo de análise das informações faz com que estas se transformem em dados a serem trabalhados em prol da elucidação de discursos, proposições, conceitos e argumentos inerentes ao processo de pesquisa, caracterizando-o, antes de tudo, como funcionamento lógico do raciocínio.

A palavra análise tem origem grega (*analysis*) e latina (*resolutio*) e indica o “processo de conhecer, que consiste na explicitação de elementos simples ou complexos de conceitos, de preposições ou de objetos e de relações entre elementos desses objetos” (PAVIANI, 2009, p. 75).

No campo científico, direcionado à pesquisa, ainda segundo Paviani (2009), “a análise consiste em definir conceitos, estabelecer categorias, codificações, tabulações, dados estatísticos, generalizações de dados, relações entre variáveis, assim como ‘redução, decomposição e elucidação’” (p. 76).

Para abranger de forma mais eficaz essas particularidades é que escolhemos as entrevistas com perguntas abertas e a observação participante, pois essas permitem a maior produção de material a ser analisado devido à quantidade maior de respostas fornecidas pelos sujeitos de pesquisa e as suposições capturadas pelo olhar do pesquisador.

Nesse processo de investigação das ações dos mestres-artesãos adotamos algumas etapas como forma de direcionar o processo de análise da situação pesquisada; em um primeiro momento, foi dada atenção a todos os materiais coletados, quais sejam, o caderno de campo, a síntese das conversas, as fotos e os vídeos referentes às suas tarefas pertinentes ao seu ofício.

Após essa etapa, identificamos a padronização dos relatos entre os sujeitos pesquisados e comparamos com os vídeos, fotos e textos produzidos sobre o tema de acordo com as ações contidas no processo de construção de alguns tipos de embarcações.

Em momento posterior, os dados foram organizados de acordo com o direcionamento dos objetivos da pesquisa, relacionando os resultados obtidos por meio dos sujeitos de pesquisa com aqueles propostos nas instituições de ensino.

Nessa fase buscamos levantar hipóteses de acordo com o nosso entendimento sobre o assunto e colocar em “xeque” alguma informação nela contida, seja por meio da literatura ou pelos depoimentos dos mestres-artesãos envolvidos nesse estudo, para que, se necessário, fosse redirecionada a análise e apresentar outra hipótese mais consistente.

Ao final dessas etapas, há a obrigatoriedade de escrever os resultados provenientes das interpretações dos dados coletados para serem incluídos no corpo desta dissertação, lembrando que apesar de estas etapas serem apresentadas em sequência neste capítulo, é importante ressaltar que algumas dessas ocorreram no sentido de “vai e vem” ou até mesmo juntas durante o processo, demonstrando a não rigidez das sequências apresentadas na construção dessa pesquisa.

## CAPÍTULO IV

### PESQUISADOR EM AÇÃO

O objetivo deste capítulo é esclarecer como as situações matemáticas com Modelagem envolvendo os saberes da tradição podem constituir uma situação adidática.

Para tanto, começamos argumentando sobre a importância dessa proposta, descrevendo a estrutura geral dessas atividades para, em seguida, indicar possíveis direcionamentos de acordo com as etapas sugeridas pela TSD.

Além disso, o capítulo insere o leitor no local de pesquisa, descrevendo de maneira resumida, as particularidades presentes no município de Abaetetuba-Pará, auxiliada por fotos, para que esses elementos sejam incorporados e reconhecidos como objetos na relação entre o sujeito e o meio onde a pesquisa foi realizada.

#### 4.1 - APRESENTAÇÃO

Nas situações matemáticas com Modelagem propostas para este trabalho, as curiosidades dos alunos (aqui representadas pela minha curiosidade) são esclarecidas por meio da investigação *in loco* do pesquisador aproveitando os fazeres e os depoimentos dos mestres-artesãos responsáveis pela construção das embarcações. Para tanto, a investigação foi organizada em algumas fases, dependentes entre si, a saber:

Investigação *in loco* deste pesquisador, comportamento esse a ser devolvido aos alunos quando a referida situação for desenvolvida com estes sujeitos, quando ocorre o primeiro contato entre pesquisadores e campo de estudo, que delimitará a proposta da situação-problema e suas respectivas hipóteses para o início da realização do trabalho por meio da coleta de informações e dados, análises e conclusões.

Já no depoimento dos mestres-artesãos, a ênfase deverá ser dada às suas falas para dirimir algumas dúvidas relativas ao processo de construção das embarcações, não captadas durante a observação dos pesquisadores.

Nessa fase da situação a-didática, devido às características do *milieu* antagonista, em que os discentes assumem a responsabilidade de conduzir o próprio processo de aprendizagem, também podem surgir outras propostas de resolução para outras curiosidades, as quais deverão se transformar em um novo problema e, a partir disso,

levantar novamente outras hipóteses, reconhecendo a linguagem local, comparando com a usada em ambiente escolar, para que possam ser analisadas as informações obtidas e emitir uma conclusão satisfatória à situação pesquisada.

Nesses dois momentos, o professor mantém sua postura de mediador junto aos alunos, seja dentro da sala de aula ou fora dessa, aproveitando, ao máximo, os conhecimentos envolvidos pela cultura já presente em seus *milieux* nos quais estão inseridos os atores do processo didático (professor e aluno), a fim de transformá-los em saber, por meio de uma espécie de “transposição empírica”<sup>10</sup>.

Nesse sentido, Monteiro e Pompeu Júnior (2003) afirmam que o

processo educacional deve estar atento ao reconhecimento e ao respeito do saber presente no cotidiano do grupo, e também deve ter o compromisso de possibilitar acesso a outros conhecimentos, permitindo ao grupo olhar através de outra perspectiva (p.54).

Mas como investigar algo que não conheço? Antes de tudo, temos que considerar que existe algo a investigar, que em geral é uma dúvida proveniente de uma situação do cotidiano do aluno e/ou do professor, sendo assim,

como educador preciso de ir “lendo” cada vez melhor a leitura do mundo que os grupos populares com quem trabalho fazem do seu contexto imediato e do maior de que o seu é parte. O que quero dizer é o seguinte: não posso de maneira alguma, nas minhas relações político-pedagógicas com os grupos populares, desconsiderar seu saber de experiência feito (FREIRE, 2010, p.81).

Percebemos, enquanto educadores, a necessidade de interagir com os elementos existentes no *milieu* do aluno, para que as situações a-didáticas a serem desenvolvidas, possam conter objetos que os aprendizes reconheçam e, com isso, fazer a devolução quanto à situação apresentada.

Não se trata de priorizar um determinado tipo de conhecimento em detrimento do outro, mas criar condições para que o aluno conheça as diferentes maneiras de identificá-los no dia a dia e interagir sobre ele de acordo com o contexto exigido.

Lembramos que o objetivo desta pesquisa é investigarmos a Etnomatemática dos mestres-artesãos com o aporte da Modelagem e caracterizá-las como uma situação a-

---

<sup>10</sup> Termo utilizado em referência à transposição didática desenvolvida por Ives Chevalard.

didática. Para tanto, é necessário “excluímos” a participação direta do professor durante o desenvolvimento do trabalho para que o aluno tenha a autonomia necessária para construir o próprio conhecimento.

A não consideração dessa postura nos remeteria a uma incoerência com a proposta de Modelagem defendida para esta pesquisa caracterizando-a como uma situação a-didática, mostrada no capítulo 2 desta dissertação, que pode ser resumida como uma alternativa pedagógica em que os alunos têm a oportunidade de construir o seu próprio conhecimento por meio de atividades investigativas presentes em seu ambiente cultural, os quais apresentarão uma possível solução matemática ao final da situação matemática proposta.

Devido às particularidades de cada sala de aula, onde estão envolvidas as variáveis clima, alunos, estrutura física, dentre outros, sabemos que por mais interessante e inovador que seja o desenvolvimento de uma situação matemática com Modelagem, esta poderá não ser exigida para alcançar os objetivos propostos pelo professor o qual sempre busca uma boa aula a ser conduzida com seus discentes, pois, segundo Brousseau (1996), nem sempre é necessária a criação de situações didáticas para determinado assunto.

No entanto, reforçamos a proposta defendida neste texto científico, que apresenta a Modelagem com aporte da Etnomatemática como uma situação a-didática, em outras palavras, ela pode complementar ou ser complementada por outra forma de saber, em que o objetivo é de, sempre, buscar uma maneira de fazer os alunos construírem seus próprios conhecimentos.

#### **4.2 – ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES COM MODELAGEM**

Como não tivemos a intenção nesse trabalho de envolver um grande número de alunos de forma direta no processo e, sim, discutir a possibilidade de uma situação a-didática por meio da Modelagem com aporte da Etnomatemática, nós adotamos como referência, os resultados de pesquisas antecedentes sobre essas duas teorias e em nossa experiência profissional para tentar prever as possíveis hipóteses que deverão surgir.

Os resultados serão expostos mais adiante com a finalidade de propor a possibilidade de uma intervenção pedagógica dentro ou fora da sala de aula.

Lembramos que na investigação com Modelagem, por ser de característica aberta, isto é, não há previsibilidade nas ações, os alunos, de acordo com os elementos presentes em seu *milieu*, poderão apresentar o desenvolvimento de objetos matemáticos diferentes daqueles esperados pelo professor, mas que devem ser aproveitados, mesmo que estejam “fora” do programa escolar previsto para a referida série, em contexto retroativo<sup>11</sup> e proativo<sup>12</sup> (SILVA, 2009).

Enfim, o que o professor não pode deixar de fazer é ser o mediador em sala de aula e aproveitar todas as conjecturas propostas pelos alunos para, assim, atuar como mediador do processo de ensino-aprendizagem por meio da Modelagem.

No papel da Modelagem defendida nesta pesquisa, diferente da forma tradicional de ensinar, em que o docente inicia e termina os procedimentos a serem realizados, os alunos são incentivados de forma gradual, a agir por conta própria na construção do conhecimento, tendo o professor o papel de mediador do processo.

Esse novo comportamento fará com que as situações com Modelagem apresentem certa familiaridade para os alunos, que passarão a ter mais autonomia e serem sujeitos do seu próprio aprendizado.

### 4.3 - DEVOLVENDO A SITUAÇÃO

De acordo com as fases propostas por Brousseau presentes nas situações didáticas que relacionam o aluno com o meio sob a orientação do professor, sem que haja a identificação do saber a ser alcançado, *a priori*, por parte do discente, como várias vezes citado, resolvemos estudar o processo de construção que envolve a carpintaria naval artesanal desenvolvida no município de Abaetetuba-Pará.

Nessa escolha, prevaleceram alguns pontos que influenciaram na decisão final dessa preferência, a saber: 1) o fato de ser filho de um armador marítimo<sup>13</sup> e ter convivido com o meu pai nesse ambiente da construção naval durante muito tempo, 2) a importância da construção naval artesanal no município de Abaetetuba, tanto na esfera

---

<sup>11</sup>Quando um objeto matemático a ser trabalhado em etapa posterior seja desenvolvido por meio de um assunto já conhecido do aluno (SILVA, 2009).

<sup>12</sup>Situa o raciocínio do aluno a partir de um conceito mais elementar daquele conhecimento considerado (SILVA, 2009).

<sup>13</sup>Pessoa responsável pela administração do setor naval de uma empresa de navegação.

econômica quanto na sociocultural e, 3) por este tema estar presente no cotidiano de alunos que podem reconhecer essa forma cultural e se identificar com ela elegendo-a como proposta a ser investigada.

Diante do exposto, podemos deduzir que o interesse desse pesquisador em estudar essa forma de cultura pode ser compartilhado com os alunos, por estes também estarem inseridos no mesmo ambiente.

Com isso, o educador pode dar início à situação a-didática, solicitando que os alunos pesquisem sobre o ofício de construir embarcações no município de Abaetetuba, e que, se for aceita por estes, caracterizará a dialética de devolução proposta pela TSD.

Uma forma de fazer com que o aluno devolva (aceite como sua) a situação proposta pelo professor é incentivar os alunos a pesquisar sobre a própria cidade, destacando diversos temas culturais vivenciados pelo grupo.

Para esta pesquisa adotamos o tema referente à carpintaria naval artesanal desenvolvida no município de Abaetetuba e, cujas particularidades, vamos apresentar nos anexos deste texto, como forma de inserir o leitor no ambiente de pesquisa.

#### **4.4- EM AÇÃO PERANTE A SITUAÇÃO**

Devido às aulas referentes às disciplinas do curso de mestrado serem ministradas no campus da UFPA na cidade de Belém, as primeiras visitas a esses locais foram realizadas às sextas-feiras e sábados durante o primeiro semestre de 2011, o que não atendia às minhas expectativas pelo fato de sempre encontrar o processo de construção das embarcações em estado adiantado, e que no intervalo de uma semana para nova visita, muitos detalhes fugiam à minha observação e que às vezes não eram supridas com esclarecimentos dos mestres.

No final do segundo semestre do mesmo ano, já menos sobrecarregado das atividades referentes às disciplinas do curso, tive a oportunidade de acompanhar, a partir de 11 de novembro, o início do processo de construção de um bote pesqueiro com capacidade para 15 toneladas no estaleiro do Jarumã, de propriedade do “seu” Tarcilo.

Nesse contato, tive a oportunidade de acompanhar desde o início, os carpinteiros prepararem a quilha, o beque<sup>14</sup>, o cadaste<sup>15</sup> e a espinha<sup>16</sup>, que são as primeiras peças de uma embarcação.

Após a montagem sobre os cavalos<sup>17</sup>, os carpinteiros marcaram na quilha divisões de 10cm e 30cm (4 e 11 polegadas para eles), a partir da junção do beque com a quilha. Essas divisões se referiam à espessura dos braçames (10cm) e o espaçamento entre eles (30cm) até chegar ao cadaste, que divide a quilha em pré-cadaste e pós-cadaste. No pré-cadaste, geralmente é deixado uma medida entre 80cm e 120cm para proteger a hélice que é instalada nesse local, conforme ilustrado por meio das figuras 5 e 6 seguintes.

Figura 1: Vista traseira de um bote pesqueiro



Figura 2: Vista frontal de um bote pesqueiro



Fonte: o próprio autor

Diante dessas informações, resolvemos desenvolver a primeira situação matemática relativa ao tema da carpintaria naval tomando como referência as informações obtidas junto aos mestres-artesãos durante as visitas realizadas nos estaleiros da região.

Vale ressaltar que antes de iniciar a proposta, a importância da discussão entre os alunos sobre determinados temas a serem desenvolvidos durante o processo de Modelagem, tornando-os integrantes no processo de construção do próprio conhecimento desde o início.

<sup>14</sup>Peça em madeira situada na parte frontal da embarcação sob um ângulo de aproximadamente 120° com a quilha.

<sup>15</sup>Peça em madeira que situada sobre a quilha por onde passa o eixo da hélice da embarcação.

<sup>16</sup>Peça em madeira situada na parte traseira da embarcação fixada no cadaste que serve de apoio à estrutura da popa da embarcação.

<sup>17</sup>Pequenos pedaços de madeira que servirão de apoio e base no solo para a colocação da quilha.

A seguir, mostraremos os resultados da situação matemática desenvolvida a partir do tema da carpintaria naval praticada no município de Abaetetuba, com a pretensão inicial de verificarmos as dialéticas presentes na TSD em conjunto com as etapas constante no processo de Modelagem, identificando nesse caminho alguns modelos matemáticos que possam traduzir os saberes e fazeres dos mestres-artesãos por meio de expressões algébricas e/ou gráficos e, assim entender melhor as particularidades desse ofício.

Como forma de organização textual, mas sem a pretensão de enrijecer o processo, mostraremos os passos reunidos nessa atividade por meio de cinco momentos<sup>18</sup> com a turma, tornando esses momentos na atividade de Modelagem semelhante às fases implícitas no *milieu* antagonista proposto na TSD.

#### **TEMA: CARPINTARIA NAVAL**

**ATIVIDADE MATEMÁTICA1:** como determinar o número de braçames que um bote pesqueiro terá depois de pronto?

#### **Momento 1: Visita aos estaleiros**

Após a escolha do tema, resolvemos realizar uma visita a determinado estaleiro da região com o objetivo de coletarmos os dados referentes ao processo de construção das embarcações a serem manipulados durante o processo de Modelagem..

Esse momento foi muito importante para o sucesso dessa atividade, pelo fato de podermos nos inserir no ambiente dos mestres-artesãos e vislumbrarmos caminhos para a possível solução do problema. É nessa etapa, de acordo com a TSD, que ocorre a *dialética da devolução* por parte do aluno, mostrando assim, o seu interesse em prosseguir com a atividade sugerida pelo professor.

---

<sup>18</sup> O termo momento refere-se a cada encontro da turma com o professor, podendo ser diretamente no campo da pesquisa ou na própria sala de aula, independente do tempo a ser gasto.

## **Momento 2: Organização dos dados**

Nessa etapa as informações obtidas durante a visita foram distribuídas em categorias de acordo com as partes da embarcação pesquisada. Após essa categorização, houve a reflexão e debate entre os sujeitos participantes e o pesquisador com a finalidade de surgir hipóteses para o início da formulação da situação-problema, como por exemplo:

Situação-problema: Quantos braçames cabem em uma quilha?

A partir da escolha da pergunta que orientará a investigação, surgiram possíveis hipóteses como:

- Dividir a quilha em partes iguais. Poderíamos iniciar a atividade considerando essa parte da embarcação com todos os intervalos iguais e, assim, determinar o número de peças de acordo com a quantidade de divisões;
- Dividir a quilha a partir da espinha considerando ou não o cadaste. Nessa possibilidade as respectivas divisões deveriam ser feitas a partir da parte traseira da embarcação;
- Dividir a quilha a partir do seu centro. Aqui houve a conjectura tomarmos como referência o ponto médio da peça para realizar suas medições;
- Dividir a quilha a partir do beque (aceita pelo mestre João). Essa opção foi verificada tomando como base a parte frontal da quilha para suas medições até o cadaste;

Nessa etapa, comparada a dialética de devolução, fica evidente a motivação que a situação matemática promove. Com isso, outras questões de pesquisa poderão surgir nessa fase da situação a-didática, cabendo ao professor a negociação sobre a expansão ou contenção da referida proposta.

## **Momento 3: Resolução da situação-problema**

Após o relato das hipóteses, o pesquisador buscou em seus materiais as informações necessárias extraídas durante o contato com os mestres-artesãos, a fim de descobrir a forma com que estes executam essa etapa de construção e, assim, acionar os elementos presentes em seu *milieu* para a devida tradução do problema em linguagem matemática.

Para tentar dar uma possível solução a esse questionamento, foi preciso entender que a quantidade de braçames a serem confeccionados para um bote pesqueiro depende do comprimento total da sua quilha.

Como já especificado em ocasião anterior, a quilha de uma embarcação está dividida em duas partes: o pré-cadaste e o pós-cadaste com tamanhos fixos adotados pelos mestres-artesãos. No pós-cadaste, de acordo com as observações realizadas e confirmadas pelo mestre Manoel e Tarcilo, deve ser percebido que há uma padronização nessa parte da quilha, cuja formulação dos dados foi inicialmente organizada na tabela a seguir:

**Tabela 1: Quantidade de braçames e intervalos do pós-cadaste**

Nº(x) de braçames (b)	Nº de espaços (e)
1	0
2	1
3	2
4	3
...	....
N	n-1

Fonte: O próprio autor

Ressaltamos que devido ao condicionamento que temos em resolver situações de características didáticas, nesse momento pode haver certa dificuldade na transposição dos dados para a tabela, por isso, o professor tem que ter um pouco de paciência e evitar, ao máximo, a interferência no processo.

De posse do modelo inicial anterior e com as devidas trocas de informações com os mestres-artesãos, outros conhecimentos matemáticos são apresentados, que poderão fornecer uma estratégia que auxilie na determinação da solução para comprimento do pós-cadaste e, que esta, pode ser definida partindo da seguinte expressão:

Comp. Pós-cadaste = quant. de braçames (n) x larg. Braçames(b) + quant. de espaços(n) x larg. Espaço(e)

$$C = n \cdot b + (n - 1)e$$

$$C = nb + ne - e$$

$$C = n(b + e) - e \quad (1)$$

Nesse momento foi necessário buscarmos informações sobre as medidas-padrão adotadas pelo mestre-artesão, em nosso caso específico, as medidas fornecidas pelo senhor Manoel com relação à largura do braçame (10 cm) e o espaçamento entre eles (30 cm) de um bote pesqueiro. Esses valores foram substituídos no modelo anterior (1) para a reescrita específica do modelo seguinte (2)

$$\begin{aligned} C &= n(10 + 30) - 30 \\ C &= 40n - 30 \end{aligned} \quad (2)$$

Construído o modelo matemático que proporciona o cálculo do comprimento do pós-cadaste de uma quilha e sabendo por meio de informação do mestre Manoel que a referida embarcação estudada possui a região do pré-cadaste medindo 1,20 metros (120 centímetros), pôde-se, então, desenvolver uma fórmula que representasse o comprimento total da quilha em função do número de braçames, a qual ficou assim representada:

$$\begin{aligned} C_t &= \text{précadaste} + \text{póscadaste} \\ C_t &= 120 + 40n - 30 \\ C_t &= 40n + 90 \end{aligned} \quad (3)$$

Agora, para apresentarmos uma possível solução para a pergunta apresentada na primeira situação o aluno pode usar os procedimentos utilizados para obter a função inversa da função afim (3) anterior.

Assim, isolando a variável “n” que representa a quantidade de braçames de um bote pesqueiro e invertendo as demais operações, temos o modelo que define o número de braçames de um bote pesqueiro, agora em função do comprimento total da sua quilha.

$$n = \frac{C_t - 90}{40} \quad (4)$$

#### **Momento 4: Confirmando a solução**

Nesse encontro são verificadas as anotações como forma de utilizarem junto aos conhecimentos acumulados elementos que possam contestar o modelo obtido. Caso afirmativo, é necessário apresentar suas justificativas quanto à construção matemática encontrada.

Após as defesas dos argumentos entre este pesquisador e o grupo de mestres-artesãos e como forma de validar o referido modelo, foi verificado no estaleiro o comprimento de outros dois tipos de embarcação que utiliza as mesmas medidas para a largura do braçame e seus espaçamentos, porém com as quilhas de tamanhos diferentes. Verificamos, então, outro bote<sup>19</sup> já em fase de acabamento cuja quilha media aproximadamente 6,4 metros, portanto, pelo modelo (4) construído, essa embarcação deveria ter na estrutura do seu casco a quantidade de aproximadamente 14 braçames.

$$n = \frac{640 - 90}{40} = 13,75$$

Mas ao conferir no interior desse bote, percebemos que a quantidade era de 20 braçames. A outra embarcação verificada para a validação do modelo (4) foi outro bote já em fase de acabamento com 7 metros de quilha, portanto deveria possuir de acordo com o modelo analisado, a quantidade de braçames próximo de 15 unidades. Mas novamente o valor diferia da quantidade real, que foi de 21 peças.

$$n = \frac{700 - 90}{40} = 15,25$$

Nesse momento, houve a percepção que a diferença entre o valor apresentado por meio do modelo (4) e a quantidade real constante na embarcação sempre fica em seis unidades, que são três peças situadas no beque e outras três localizadas na espinha da embarcação. Com isso o modelo verificado foi reestruturado para a forma a seguir com o propósito de ser validado com as características reais das apresentadas nos botes.

$$n = \left[ \frac{C_t - 90}{40} \right] + 6 \quad (5)$$

---

<sup>19</sup> Tipo de embarcação sem convés usado para cargas e transporte de redes de pesca com capacidade entre 3 e 15 toneladas (LUCENA, 2002, p. 70).

Figura 3: Vista lateral de botes pesqueiros



Fonte: o próprio autor

### Momento 5: Conhecendo a matemática construída

Após o desenvolvimento das etapas presentes nos quatro momentos anteriores, em que pudemos abordar diversos objetos matemáticos surgidos durante a situação proposta e compará-los com aqueles pretendidos pela escola, dando a estes um caráter “oficial”.

É um momento oportuno para destacar as soluções empíricas e formais, pois a característica dessa situação a-didática foi de partir de conhecimentos empíricos chegando a uma solução matemática mais formal (oficial), aproveitando todos os conhecimentos envolvidos na atividade.

Depois de apresentarmos o desenvolvimento de uma possível situação matemática por meio da Modelagem com abordagem na Etnomatemática, que envolveu cinco momentos presentes à situação desenvolvida e comparáveis com as fases de *devolução, ação, formalização, validação e institucionalização*, integrantes nas situações a-didáticas, segundo a TSD, propomos, agora, outras situações envolvendo o mesmo tema, que podem aparecer após as entrevistas com os mestres-artesãos.

Nessa direção, outro fato curioso observado no trabalho dos mestres-artesãos é a imediata relação que estes fazem entre a medida do comprimento da quilha, boca<sup>20</sup> e pontal<sup>21</sup> para definir a estrutura de determinada embarcação.

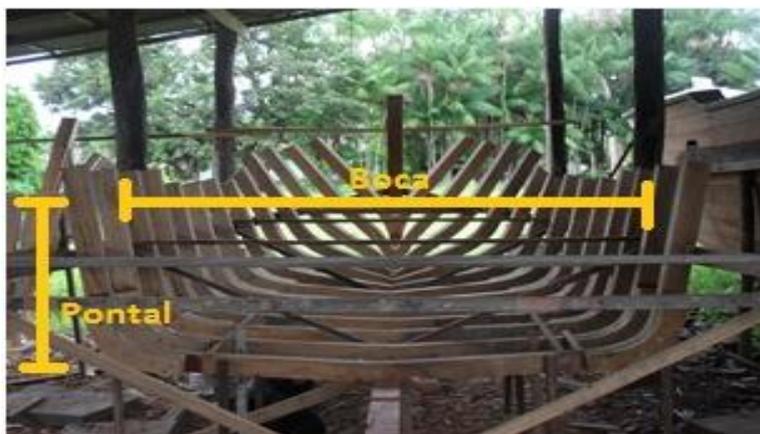
Percebemos nas ações que já existe um padrão definido em suas mentes devido à experiência acumulada durante tantos anos trabalhando nesse ofício e que esses valores

<sup>20</sup> Maior largura do casco de uma embarcação (parte central).

<sup>21</sup> Medida da altura da parte central do casco de uma embarcação.

variam de acordo com a preferência do cliente que, às vezes, querem uma boca maior que aquela já padronizada por eles, assim, segundo seu Manoel, às vezes é preciso tirar ou acrescentar medidas na quilha ou pontal criando uma nova padronização a ser estabelecida por eles.

Figura 5: Ilustração do pontal e boca de um bote



Fonte: o próprio autor

Para a busca de soluções dessa nova curiosidade, procuramos conversar com o Sr. Carivaldo, que possui a certificação de armador marítimo<sup>22</sup> e, segundo ele, ensinou alguns dos atuais carpinteiros navais como o Espergueti, que possui um estaleiro no bairro de Algodal no município de Abaetetuba.

O Sr. Carivaldo relatou que sempre procurou a melhor forma de construir uma embarcação e que após anos de observação adotou um padrão que o seguiu quando era convocado para efetivar a construção de qualquer embarcação.

Solicitado para definir as possíveis medidas a serem usadas em embarcações do tipo bote pesqueiro, no dia seguinte ele entregou uma tabela fornecida por nós com os possíveis dados referente ao tamanho da boca e pontal. Nesse material (anexo) foi percebido que a largura e a altura de qualquer embarcação, ou seja, sua boca e pontal, respectivamente, são definidos de acordo com o comprimento total da quilha.

Pelo documento apresentado pelo Sr. Carivaldo, podemos afirmar que a boca de um bote pesqueiro deve estar à razão aproximada de 0,28 (ou 28%) do tamanho da quilha e o pontal deve possuir um décimo (10%) do seu comprimento.

Ao comparar esses valores com aqueles identificados na dissertação de LUCENA (2002, p. 100) e verificados *in loco*, percebemos que não há um padrão exato

<sup>22</sup> Certificação que autoriza uma pessoa a ser responsável pelo setor de embarcação de uma empresa.

dessas dimensões, mas são aceitáveis, pois estas medidas, segundo mestre Manoel e Tarcilo, “variam de acordo com o gosto do freguês” (mestre Manoel).

A partir dessas informações resolvemos investigar, por meio da segunda situação matemática, essas ações dos mestres-artesãos o que culminou no questionamento da segunda atividade:

**ATIVIDADE MATEMÁTICA 2:** como representar por meio de um modelo matemático as dimensões do pontal e boca de uma embarcação a partir da medida da quilha de um bote pesqueiro.

Devido essa atividade pertencer ao mesmo tema, supõe-se que diversos elementos pertencentes à curiosidade dessa atividade já estejam contempladas e discutidas na atividade 1, por isso, para efeito de uma sequência didática, iremos avançar os momentos 1 e 2 dessa atividade, deixando claro que o professor tem a liberdade de retomá-las durante sua condução com seus alunos.

### Momento 3: Resolução da situação-problema

Pela informação fornecida pelo Sr. Carivaldo e exposta na tabela abaixo, percebemos que o pontal e a boca estão em função do tamanho da quilha, então, podemos generalizar o cálculo dessas dimensões, tomando como base esses dados e sabendo que o comprimento total da quilha já é conhecido por meio do modelo  $C_t = 40n + 90$ , onde  $n$  representa o número de braçames (ou o número de divisões feitas na peça) do bote pesqueiro.

**Tabela 2: Medidas fornecidas pelo Sr. Carivaldo de botes pesqueiro.**

Quilha	Boca	Pontal	Razão boca/quilha	Razão Pontal/quilha
7m	2,0m	0,70m	<b>0,2857</b>	0,1
8m	2,30m	0,80m	<b>0,2875</b>	0,1
10m	2,85m	1,0m	<b>0,285</b>	0,1
12m	3,40m	1,2m	<b>0,2833</b>	0,1

Fonte: O próprio autor

De acordo com a tabela, percebemos que a relação entre o pontal de um bote pesqueiro com sua respectiva quilha apresenta uma constante de 0,10, isto é, o pontal

equivale a dez por cento do comprimento total da quilha de acordo com o Sr. Carivaldo. Com isso, podemos escrever o modelo que padronize essa construção em função do comprimento total da quilha ou do número de braçames da embarcação.

$$\begin{aligned}
 Pontal &= 0,1 \cdot comp. quilha \\
 Pontal &= 0,1 \cdot C_t \\
 P &= 0,1(40n + 90) \\
 P &= 4n + 9
 \end{aligned} \tag{6}$$

Para o comprimento da boca, segundo as informações também prestadas pelo Sr. Carivaldo e expostas na tabela 2, é percebido que os dados nos fornecem informações, as quais, podemos generalizá-las, adotando como padrão a razão de 0,28 calculada entre a medida da maior largura dessa embarcação, isto é, a boca de um bote pesqueiro; em função do comprimento total da quilha ou pela quantidade de braçames (n), ficando com a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 B &= 0,28 \cdot C_t \\
 B &= 0,28(40n + 90) \\
 B &= 11,2n + 25,2
 \end{aligned} \tag{7}$$

#### Momento 4: Confirmando a solução

Para a validação das expressões matemáticas (6) e (7), que torna válido o cálculo da possível medida do pontal e boca de uma embarcação, em centímetros, tivemos de retornar ao estaleiro para verificar a quantidade de braçames confeccionados ou a serem preparados nas embarcações ali estacionadas e, após os referidos cálculos, compará-los com os valores calculados pela expressão desenvolvida.

Em nosso caso, os dados coletados para efetuar a validação foram obtidos de dois botes pesqueiros, de tamanhos diferentes distribuídos no quadro a seguir para referida análise.

Tabela 3: Dados calculados para validação de modelo construído.

Embarcação	Braçames (nº)	Medida da boca (cm) (modelo matemático)	Medida da boca (cm) (verificação in loco)
Bote pesqueiro (8 m de quilha)	24	$11,2 \cdot 24 + 25,2 = 294$	240

Bote pesqueiro (10 m de quilha)	29	$11,2 \cdot 29 + 25,2 = 350$	295
<b>Embarcação</b>	<b>Braçames (nº)</b>	<b>Medida do pontal (cm) (modelo matemático)</b>	<b>Medida do pontal (cm) (verificação in loco)</b>
Bote pesqueiro (8 m de quilha)	24	$4 \cdot 24 + 9 = 105$	100
Bote pesqueiro (10m de quilha)	29	$4 \cdot 29 + 9 = 125$	120

Fonte: O próprio autor

Ao analisar os resultados obtidos por meio dos modelos construídos a partir do relato do Sr. Carivaldo, percebe-se que há diferenças nas soluções provenientes da fórmula que disponibiliza o cálculo do possível tamanho da boca de uma embarcação, nesse caso, de um bote pesqueiro quando comparadas com as medições reais do objeto construído por outros mestres-artesãos, o que pode ser reflexo de uma possível preferência do comprador.

Mas, com relação ao modelo que descreve a medida que o pontal dessa embarcação deve conter, os resultados apontam uma concordância entre os valores construídos e as medidas reais.

Ainda como forma de avaliar o modelo, sabendo que essas dimensões não são totalmente padronizadas pelos mestres-artesãos devido à exigência dos contratantes, foi solicitado ao mestre Manoel que estipulasse as possíveis medidas (um intervalo) que essas duas embarcações poderiam apresentar, sem que eles tivessem acesso aos resultados expostos acima.

Assim, conforme a tabela a seguir, onde estão disponibilizados esses valores, podemos validar os referidos modelos a partir dos intervalos especificados.

**Tabela 4: Dados fornecidos pelos mestres Manoel, Tarcilo e Carivaldo.**

<b>Tipo de embarcação</b>	<b>Quilha</b>	<b>Boca (intervalo)</b>	<b>Pontal (intervalo)</b>
Bote pesqueiro	8,0 m	2,20m a 3,20m	0,90 m a 1,10 m
Bote pesqueiro	10,0 m	2,90m a 3,60m	0,95 m a 1,30 m

Fonte: O próprio autor

### **Momento 5: Conhecendo a matemática construída**

Nesse momento tivemos a oportunidade de trabalhar com conteúdos envolvendo mudança de unidades métricas, operações com números decimais, noção de função e outros conceitos matemáticos que surgiram naturalmente pela discussão dos grupos, inclusive enfatizando a diferença entre a matemática produzida artificialmente com resultados exatos e direcionados e àquela construída de forma natural com aproximações da realidade.

**ATIVIDADE MATEMÁTICA3:** Como determinar a capacidade de carga de um bote pesqueiro?

#### **Momento 1: Visita aos estaleiros**

Para essa atividade decidimos retornar ao estaleiro escolhido para a pesquisa com o objetivo de suprir algumas dúvidas referentes às possíveis curiosidades surgidas pelas hipóteses lançadas durante o processo de Modelagem Matemática.

Durante as entrevistas com os mestres-artesãos, percebemos que eles possuem certa padronização a ser utilizada nas embarcações, dentre estas, há aquelas que se refere à capacidade que estas poderão transportar. O fato percebido é quando um cliente encomenda um barco, este o quer com a urna<sup>23</sup> destinada ao armazenamento do produto, para determinada capacidade de transporte em tonelada.

Com apenas essa informação, esses operários já estabelecem de imediato a largura (boca) e o comprimento da quilha que esta embarcação deve apresentar, ou seja, este profissional trabalha, aparentemente, com apenas duas dimensões para definir esse cálculo.

No entanto, ao analisarmos com mais precisão suas ações, percebemos que, na verdade, devido à sua experiência com resoluções com porcentagem, ele, apesar de não explicitar oralmente, desenvolve esse cálculo utilizando três dimensões: a largura (boca), comprimento (quilha) e a altura (pontal), sendo esta última já mostrada neste texto como equivalente a dez por cento da medida do comprimento total da quilha, isto é, o produto “quilha vezes pontal” é considerado por eles como medida única.

---

<sup>23</sup> Caixa com o formato de um prisma retangular construído no meio porão da embarcação.

### **Momento 2: Organização dos dados**

Após a coleta das informações cogitamos a melhor opção de escolha de variáveis para iniciar a construção do modelo que representará a possível solução para a situação-problema escolhida.

A escolha da pergunta que orientará a investigação, revelou algumas hipóteses como:

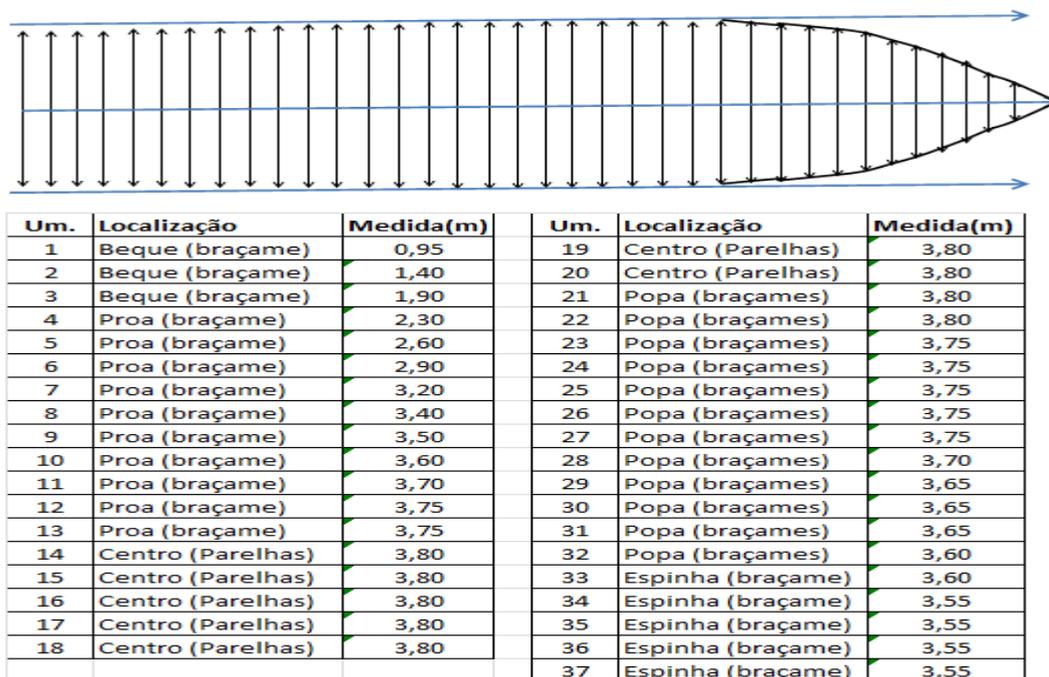
- Comparar o porão da embarcação que receberá a carga a um paralelepípedo retangular, para isso, podíamos considerar a largura, altura e comprimento dessa embarcação uniforme.
- Ou comparar essa parte do bote pesqueiro como sendo uma aproximação de uma caixa de formato trapezoidal, com a parte superior maior que a medida da parte inferior.
- Houve a possibilidade, também, de resolvermos medir as distâncias superior e inferior entre os braçames e, a partir dos dados coletados, estimar a média entre eles para adotar como base para a possível solução da situação-problema.

### **Momento 3: Resolução da situação-problema**

Para essa atividade, escolhemos a hipótese cuja dinâmica é medir a distância entre os braçames e, a partir desses dados, adotar o valor único dessa largura por meio da média aritmética dessas distâncias.

Os valores obtidos das medições de um bote pesqueiro em fase de construção no estaleiro do Sr. Tarcilo estão dispostos na tabela a seguir com o apoio de um desenho plano aéreo dessa embarcação.

Figura 6: Medidas dos braçames de um bote pesqueiro



Fonte: O próprio autor

Diante dessas informações e de acordo com a hipótese escolhida, podemos, agora, determinar a média aritmética, mediana ou moda desses valores para servir de medida padrão no cálculo da capacidade de carga dessa embarcação.

Escolhemos, *a priori*, determinar o valor médio dessas distâncias por meio da média aritmética ( $\emptyset$ ), conforme a resolução abaixo.

$$\emptyset = \frac{0,95 + 1,40 + 1,90 + \dots + 3,60 + 3,55 + 3,55 + 3,55 + 3,55}{37}$$

$$\emptyset = \frac{121,35}{37} = 3,28$$

Aproveitando a situação, verificamos que havia um valor que aparecia com maior frequência nessa tabela e o adotamos como a medida a ser utilizada no cálculo do volume do porão desse bote pesqueiro. O número escolhido correspondia a medida 3,80 metros, oficializando-a, assim como a moda dessa distribuição.

Seguindo o mesmo raciocínio de determinar um valor médio que represente a largura da referida embarcação, optamos por calcular a mediana que, para essa distribuição, o valor encontrado foi de 3,65 metros.

Sabendo que a urna para armazenamento do pescado está localizada na região da embarcação onde estão situadas as parelhas, isto é, na parte central da embarcação,

percebemos por meio da tabela 4, a distância dessa parte da embarcação coincide com o resultado obtido pelo cálculo da moda, a saber, 3,80 metros.

Assim, a forma de calcular essa capacidade fornecida pelo Sr. Carivaldo, pode ser comparada com a mesma desenvolvida nas escolas, ou seja, multiplicando-se as dimensões largura (boca), altura (pontal) e comprimento (quilha).

$$C_T = l \cdot q \cdot p \quad (8)$$

Como o pontal representa 10% do comprimento da quilha, podemos adotar a representação  $p = 0,1q$  para o valor destinado à medida do pontal. Com isso, ao substituirmos esses valores obtivemos o modelo a seguir.

$$C_T = 0,1 \cdot l \cdot q^2 \quad (9)$$

O Sr. Tarcilo, no entanto, adota o referido procedimento para o cálculo dessa capacidade determinando o produto entre a largura e o comprimento da região compreendida entre as parselhas. Como mostrado anteriormente, esse cálculo leva em consideração que a medida do pontal representa um décimo do comprimento da quilha.

Além disso, o referido produto é novamente multiplicado por mil para que seja determinada a capacidade, em toneladas, dessa embarcação, comparando essa região da embarcação com o formato de um prisma retangular, portanto, pertinente ao cálculo ensinado nas escolas com três dimensões e transformando esse volume, em metros cúbicos, em toneladas.

Com essas informações, pode-se inferir que o procedimento adotado pelo mestre Tarcilo pode ser representado pela seguinte expressão.

$$C_t = 100 \cdot l \cdot q^2 \quad (10)$$

#### **Momento 4: Confirmando a solução**

Para validar do modelo (10) desenvolvido, medimos o comprimento da quilha e elegemos um valor de tendência central calculado anteriormente para representar a largura geral da embarcação e, assim, utilizar os referidos valores para conhecer a capacidade de carga dessa embarcação, comparando, em etapa posterior, com o valor fornecido pelos mestres-artesãos, de acordo com suas experiências.

#### **Momento 5: conhecendo a matemática construída**

Nessa atividade, nós pudemos entrar em contato com os conceitos de medidas de tendência central estudada em estatística, volume e capacidade de sólidos geométricos,

unidades de medidas, dentre outros elementos matemáticos que surgiram no decorrer da atividade proposta.

Nesse caso específico, destacamos a forma como os mestres-artesãos calculam o volume de suas embarcações possuir semelhança àquela praticada na escola, portanto com a mesma eficiência, mas com representações diferentes.

**ATIVIDADE MATEMÁTICA 4:** Como representar o beque de um bote pesqueiro por meio de um modelo matemático?

### **Momento 1: Visita ao estaleiro**

Nesse primeiro momento antes de visitar o estaleiro, identificamos em ocasião anterior que alguns formatos do bote pesqueiro apresentam as características de determinados gráficos. Assim, fomos tentados a encontrar as referidas equações que representem essas partes do bote pesqueiro após a coleta das referidas informações e dados.

### **Momento 2: Organização dos dados**

Após as etapas do momento 1, pudemos escolher a melhor maneira de buscar a solução para essa atividade. Devido ao conhecimento já presente no *milieu*, reconhecendo o beque de uma embarcação como uma reta que parte da origem de um plano cartesiano, onde o eixo das abscissas é representado pela quilha da embarcação.

Figura 7: Beque de um bote pesqueiro



Fonte: o próprio autor

Identificado essa forma, pudemos iniciar a manipulação dos dados coletados durante a visita no estaleiro a partir de uma tabela, para a posterior construção do modelo matemático algébrico que traduza a situação proposta.

### Momento 3: Resolução da situação-problema

Como assumimos a posição de alunos, organizamos os dados em uma tabela iniciando a resolução da referida situação abordando esse método, registrando os valores obtidos no eixo 0x com intervalos de 10 centímetros e verificando suas respectivas imagens.

Tabela 5: Pares ordenados do beque de um bote pesqueiro

x (cm)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	...	160
y (cm)	0	16	32	47,8	65,1	79	95	113	130	145	159,8	177,2	...	255

Fonte: O próprio autor

Nesse momento, resolvemos representar os dados coletados por meio de um gráfico e buscar a expressão algébrica que melhor traduza a situação pesquisada.

Vale ressaltar que o processo de Modelagem tende a nos deixar à vontade para escolher como o gráfico será construído, seja de forma manual (régua e lápis) ou por meio de softwares matemáticos. Para essa pesquisa, utilizamos os recursos da planilha do Excel.

Figura 8: Gráfico do beque de um bote pesqueiro



Fonte: O próprio autor

Fazendo a aproximação da linha a uma reta com origem no plano cartesiano, podemos escolher dois pontos quaisquer dessa reta e construir o referido modelo

algébrico. Nesse caso, escolhamos os pontos  $P_2 = (10, 16)$  e  $P_{17} = (160, 255)$  e aplicamos a regra de Sarrus para esse desenvolvimento.

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 10 & 16 & 1 & 10 & 16 \\ 160 & 255 & 1 & 160 & 255 \end{vmatrix} = 0$$

$$16x + 160y + 2550 - 2560 - 255x - 10y = 0$$

$$-239x + 150y - 10 = 0$$

$$y = \frac{239x+10}{150} \quad (11)$$

#### **Momento 4: Confirmando a solução**

Devido as irregularidades da madeira, algumas medidas sofreram variações, quando comparadas com o resultado obtido pela fórmula construída. No processo de Modelagem, isto é bom para o aluno no sentido de mostrar que os modelos matemáticos são aproximações da realidade e que as situações do cotidiano podem romper a ideologia da certeza (SKOVSMOSE, 2007) apresentada pela Matemática.

Ao escolher quaisquer dos pontos coletados, e aplicados no modelo (11), percebemos essa pequena diferença entre os valores reais (do cotidiano) e artificiais (do modelo) em uma situação matemática. Em nosso caso, optamos em testar os pontos  $P_6(50, 79)$ ,  $P_{12}(110; 177,2)$  e  $P_{17}(160, 255)$ , que pelo modelo XI, construído temos como possíveis soluções  $P_6(50; 79, 73)$ ,  $P_{12}(110; 175,33)$  e  $P_{17}(160, 255)$ .

#### **Momento 5: conhecendo a matemática construída**

Nessa atividade 4, a busca para a solução do problema proposto resolvemos adentrar nos conhecimentos relativos a determinantes, em específico, à regra de Sarrus, bem como a construção de gráficos, a determinação da equação geral e reduzida da reta, o seu comprimento, sequência, etc.

**ATIVIDADE MATEMÁTICA 5:** Como representar a espinha de um bote pesqueiro por meio de um modelo matemático?

#### **Momento 1: Visita ao estaleiro**

A experiência obtida com a atividade 4 nos autoriza a supressão deste texto dos passos contidos durante o momento 1 daquela situação e desenvolva essa outra

atividade. Devido à atividade em questão apresentar as mesmas características da anterior, a familiaridade com a atividade tornará o processo mais rápido. Com base em relatos de outros autores e em nossa experiência, é notório que a aprendizagem ocorrerá de forma efetiva durante o processo pois, de acordo com a TSD, o saber é alcançado se o indivíduo conseguir manipular os conhecimentos adquiridos em contexto diferente àquele proposto na atividade inicial.

### **Momento 2: Organização dos dados**

Pelo fato desta atividade apresentar certa semelhança à anterior, a maioria das dúvidas podem estar contempladas em uma resposta, mas certamente surgirão empecilhos à sua resolução. Como exemplo, podemos citar a posição de saída da espinha da embarcação que, ao contrário do beque, não tem origem na ponta da quilha, e, sim, a 65cm de altura desta, em uma peça denominada de cadaste.

Figura 9: Espinha de um bote pesqueiro



Fonte: o próprio autor

A linha do gráfico está representando a espinha da embarcação que é posta sobre o cadaste a uma altura, neste caso, de 65 centímetros da quilha, portanto o ponto a ser considerado como inicial será  $(0, 65)$ , diferente da atividade anterior na qual consideramos o ponto inicial do beque como  $(0, 0)$ .

### **Momento 3: Resolução da situação-problema**

Após a coleta desses dados nos mesmos moldes da situação anterior, obtemos a tabela com os valores de “x” representando a linha horizontal da quilha, também divididos a cada 10 centímetros e “y”, como sendo suas respectivas alturas.

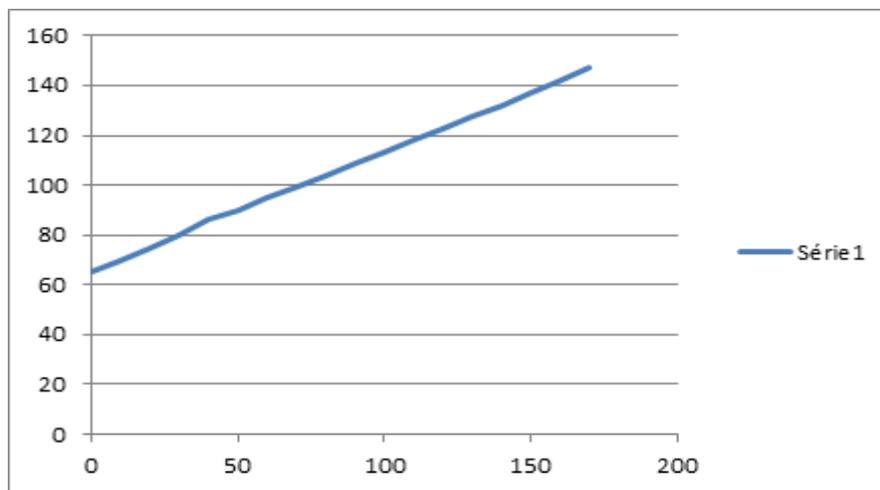
Tabela 6: Pares ordenados referentes à espinha de um bote pesqueiro

X (cm)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	...	170
y (cm)	65	70	75	80	86	90	95	99	104	108,5	113	118	...	147

Fonte: O próprio autor

Após a organização dos dados e expostos sob a forma de gráfico, percebemos a semelhança da linha construída com a posição da peça em madeira colocada na parte traseira da embarcação. Essa característica de equação do 1º grau, já reconhecida durante a atividade anterior faz com que busquemos em nosso *milieu* os conhecimentos necessários à construção de um novo modelo matemático algébrico.

Figura 10: Gráfico representativo da espinha de um bote pesqueiro



Fonte: O próprio autor

Então, com as características de uma reta, tomaremos dois pontos da tabela 6 e construiremos uma equação que melhor represente a situação que simboliza a espinha de um bote pesqueiro. Optamos de forma aleatória pelos pontos  $P_1(0, 65)$ ,  $P_{18}(170; 147)$ .

Esses valores podem ser trabalhados por meio da regra de Sarrus da seguinte forma:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 65 & 1 \\ 170 & 147 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$65x + 170y + 0 - 11050 - 147x - 0 = 0$$

$$-82x + 170y - 11050 = 0$$

$$y = \frac{82x + 11050}{170} \tag{12}$$

#### **Momento 4: Confirmando a solução**

Novamente, pudemos escolher determinados pontos desse gráfico e compará-los com as respostas provenientes do modelo (12) construído. Escolhemos, então, os pontos  $P_8(70; 99)$ ,  $P_{10}(90; 108,5)$  e ao compararmos com as coordenadas calculadas pelo modelo (12), a saber:  $P_8(70; 98,76)$ ,  $P_{10}(90; 108,4)$  percebemos a proximidade dos valores analisados e, novamente, enfatizamos a não exatidão das respostas em determinados experimentos matemáticos.

#### **Momento 5: conhecendo a matemática construída**

De forma análoga, podemos destacar durante a resolução dessas atividades apresentam os mesmos elementos constantes na etapa anterior. No entanto, poderão surgir durante esses momentos elementos matemáticos que não eram previstos pelo professor, mas poderão ser sugeridos pelos alunos, o que mostra a não linearidade da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem.

**ATIVIDADE MATEMÁTICA 6:** Como representar as parelhas de um bote pesqueiro por meio de um modelo matemático?

#### **Momento 1: Visita ao estaleiro**

Conforme já especificado, as parelhas são peças em madeira que servem de suporte para a fixação das tábuas externas e internas do casco de uma embarcação, semelhante a “costelas”.

Esses tipos de braçames ficam localizados no meio do casco da embarcação e possuem formato em “U” alongado em sua base. Ao ser confeccionada, essa peça é dividida em duas partes (dois braçotes) que são postas em ambos os lados da embarcação por simetria.

#### **Momento 2: Organização dos dados**

Ao visualizar essa peça e sabendo que sua construção ocorre em etapas, resolvemos utilizar o procedimento de comparação com gráficos para definir a lei que rege o formato dessa estrutura. Dessa forma, ao realizar as medições necessárias já conhecidas por meio de experiências análogas à anterior, podemos visualizar na peça em questão, que ela possui características a uma reta em determinado intervalo e curva para outro trecho de medidas, por isso construiremos o modelo também por partes, de acordo com os intervalos necessários.

Devido às particularidades que surgiram durante a confecção do referido modelo matemático, adotamos como ferramenta presente ao nosso *milieu* o software matemático de planilha de cálculo do Excel.

### **Momento 3: Resolução da situação-problema**

Realizamos, assim, as medições referentes ao eixo das abscissas com intervalos de 10 cm cada e buscamos os respectivos valores de suas imagens no eixo das ordenadas. Percebemos que, de acordo com os dados coletados, o gráfico que representa o formato das parelhas pode estar disposto em três categorias.

Na primeira parte, os valores de  $x$  estão compreendidos entre 0 e 10 cm com sua linha reta totalmente sobre o eixo das abscissas, portanto, tendo imagens iguais a zero, caracterizando uma função constante nula.

Na segunda parte, compreendida entre 10 cm e 100 cm, o formato da peça sugere a aproximação de uma reta com características de uma função afim e, na terceira parte da estrutura, temos o início de uma curva com seus valores de “ $x$ ” fixados entre 100 cm e 200 cm.

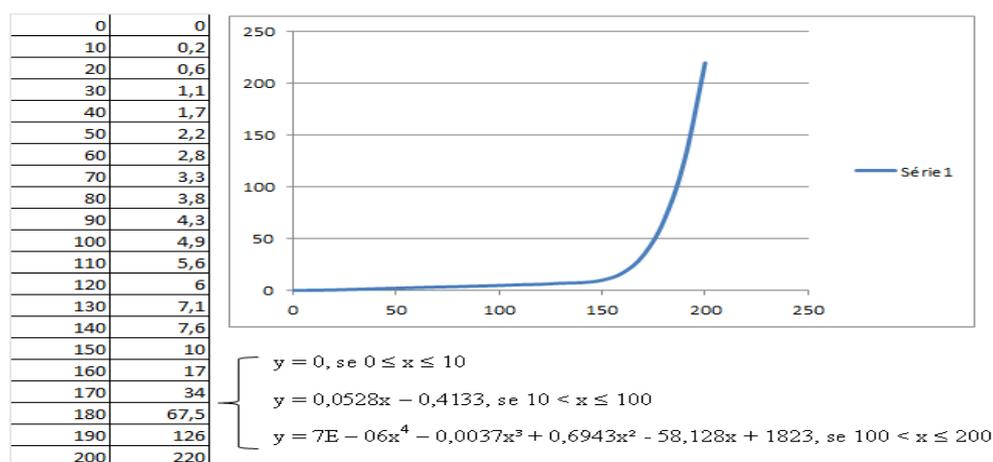
As referidas informações, ao serem obtidas, são suficientes para a manipulação dos dados na busca de um modelo matemático algébrico. Nesse caso, utilizamos as ferramentas contidas na planilha de cálculo do Excel a fim de buscar a melhor representação possível da atividade.

Figura 11: vista frontal de uma parelha.



Fonte: o próprio autor

Figura 12: Representação tabular, gráfica e algébrica de uma panelha.



Fonte: O próprio autor

#### Momento 4: Confirmando a solução

Novamente, de posse dos modelos construídos, pudemos escolher de forma aleatória alguns pontos para confirmar a eficácia dos modelos construídos utilizando o referido modelo em outras embarcações, inclusive aquelas de características estruturais diferentes da então pesquisada. Uma das vantagens que temos em Modelagem é a possibilidade de desenvolver uma pesquisa mais ampla nessa direção e, assim, aplicar em outro contexto os conhecimentos construídos em etapa anterior.

#### Momento 5: conhecendo a matemática construída

Nessa situação matemática, tivemos a oportunidade de entrarmos em contato novamente com conceitos de funções, construção e análise de gráficos, conceitos de geometria analítica, bem como aprendermos a manejar software de cálculo matemático ou planilhas eletrônicas, que outrora não sabíamos.

**ATIVIDADE MATEMÁTICA 7:** Como representar o primeiro braçame situado no beque de um bote pesqueiro por meio de um modelo matemático?

#### Momento 1: Visita ao estaleiro

De posse de uma lista contendo diferentes formas de gráficos identificados na estrutura de um bote pesqueiro, visualizamos o primeiro braçame situado na proa da

embarcação sobre o beque. Essa peça possui o formato em “V”, o que pode ser reconhecida como uma função modular.

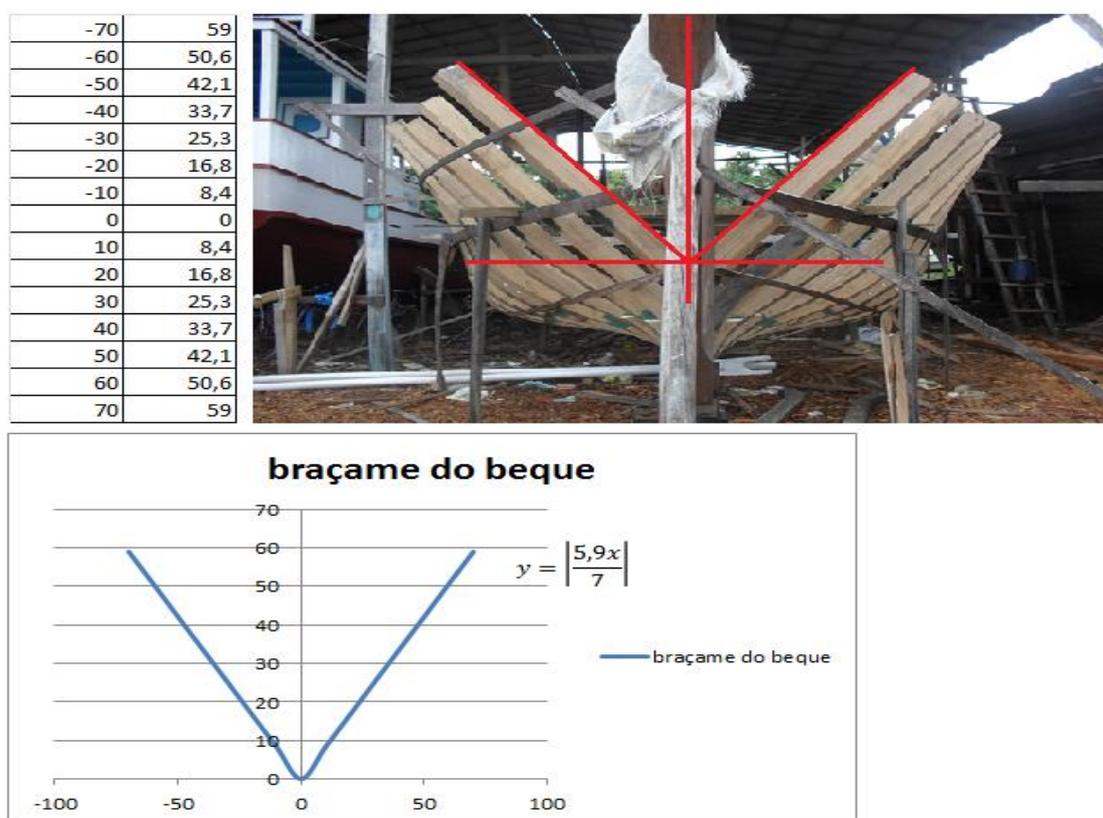
### Momento 2: Organização dos dados

Diante dessa observação, iniciamos a coleta dos dados por meio das medições que determinam os modelos gráficos ou algébricos que represente matematicamente essa estrutura em madeira, utilizando ou não o software de cálculo.

### Momento 3: Resolução da situação-problema

De posse dos respectivos dados e com o apoio da planilha do Excel para a construção do gráfico e, se apropriando dos conhecimentos da regra de Sarrus para a determinação do modelo algébrico, os alunos podem apresentar a seguinte solução para a situação investigada.

Figura 13: Dados sobre o peque de um bote pesqueiro



Fonte: O próprio autor

**Momento 4: Confirmando a solução**

Ao observar o formato do braçame pesquisado e a sua respectiva representação gráfica, podemos afirmar que o modelo geométrico é aceitável. Mas para efetivar essa validação, inserimos valores de outros botes pesqueiros no modelo algébrico construído e, assim, verificamos certa padronização nessa parte da embarcação.

**Momento 5: conhecendo a matemática construída**

Além dos conhecimentos envolvidos nas atividades anteriores e que também são necessárias nessa atividade 7, encontramos a possibilidade de conhecer reconhecer as características da função modular em outro contexto, que nesse caso possui grau um.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme defendido no corpo desta dissertação, o objetivo principal da nossa pesquisa foi de caracterizar a Modelagem com o aporte da Etnomatemática como uma situação a-didática. Para isso, optamos por analisar, em primeiro lugar, as obras que indicam essa possibilidade, devido não inserirmos de forma efetiva os alunos nesta pesquisa.

No entanto, ao realizarmos a procura do referencial teórico que pudesse nos apoiar na construção dessas argumentações, percebemos a ausência de pesquisas com o entrelaçamento entre a Modelagem e a TSD. Sendo assim, optamos também analisar os percursos apresentados no trabalho de Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), para poder situar a Modelagem com abordagem na Etnomatemática e conjecturar a interseção dessas teorias como uma situação a-didática segundo os pressupostos da TSD.

Não satisfeitos, totalmente, com o material coletado para atingir os nossos objetivos, resolvemos criar uma situação matemática, com a finalidade inicial de perceber as etapas que aparecem durante uma proposta de Modelagem Matemática e, a partir dessas etapas, comparar as dialéticas apresentadas na TSD com os momentos definidos em Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) e, assim, caracterizar esse processo como uma situação a-didática.

Ao final da discussão, aproveitando o tema da carpintaria naval indicado em Dias e Espírito Santo (2012), fomos tentados a desenvolver mais sete atividades com de Modelagem utilizando, agora, a experiência dos pesquisadores desta dissertação com a intenção de matizar as dialéticas presentes na TSD e, sugerir outros possíveis encaminhamentos.

Sabemos que a disponibilização desse recurso, que pode fazer parte do *milieu* do aluno, não é garantia de sucesso de determinada situação matemática, porém, acreditamos que estes possam dar-lhe um suporte inicial para o início de mudança de comportamento em sala de aula, e assim poder contribuir para a melhoria do ensino de matemática em âmbito escolar.

Por meio dos resultados alcançados, indicamos nas atividades de Modelagem com a abordagem aqui defendida que o modelo matemático pode ser compreendido como elemento pertencente na dialética de formalização e institucionalização, devido à

sua estrutura ter sido construída e comparada a determinado objeto matemático difundido pela instituição escolar.

Entendemos, também, por meio das análises realizadas, que a Modelagem com o suporte da Etnomatemática busca reconhecer a Matemática da cultura não-escolar sem sobrepor uma à outra, permitindo que o aluno conduza a construção do seu próprio conhecimento. Este conhecimento, por sua vez, deve conduzir o aluno a apresentar possíveis soluções e se eximir de impor a sua cultura durante as conjecturas e experiências desenvolvidas por seus discentes.

De acordo com as nossas análises, seguindo as concepções adotadas nessa pesquisa, a Modelagem com aporte na Etnomatemática entra em um contexto de uma situação a-didática, pois não há uma exigência de eleger “a Matemática”. Em outras palavras, não teremos aquela Matemática que será escolhida como padrão e certa rigidez nos procedimentos. Ao contrário, defendemos a ideia de aprendermos as diversas matemáticas com a finalidade de utilizá-la dentro de determinado contexto quando solicitado.

E apesar de apresentarmos nossos argumentos sobre a estrutura dos procedimentos presentes na Modelagem de forma organizada e que aparentemente ganha um aspecto de sequência linear rígida, percebemos na leitura de referência para este texto, bem como na experiência com Modelagem, que há um movimento de “ir e vir” dentro do processo.

Queremos afirmar com isso que, apesar das dialéticas estarem escritas com certa ordem de acontecimento, estas por muitas vezes, estão em interseção, em estreito entrelaçamento de ações. Melhor dizendo, os caminhos destacados na dialética de formalização, por exemplo, podem fazer parte em determinado momento, do conjunto de procedimentos pertencente à dialética da validação.

Portanto, são esses movimentos “livres” no agir dos alunos buscando entender, por meio da Matemática, as particularidades do seu meio cultural utilizando ao aproveitarem os conhecimentos já adquiridos por suas experiências e, às vezes, com a mediação do professor, sem a apresentação direta do caminho a ser seguido pelo discente, para a busca da solução desejada, é que nos credenciam a caracterizar a Modelagem Matemática de acordo com os pressupostos da Etnomatemática, sendo uma situação a-didática.

Caso isso não ocorra, a Modelagem deixa de ser uma situação a-didática e passa a receber o status de situação didática, pois há uma intencionalidade de modificar o conjunto de conhecimento do outro. Em suas palavras, “uma intenção se torna didática se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais)”[grifo nosso](BROUSSEAU, 2006. P.41).

Concluindo, de acordo com a citação anterior, devemos considerar as conjecturas e aproveitar os diversos saberes por nós construídos, não tentando impor nossa cultura matemática aos nossos pares, e sim, oferecendo mais uma opção de conhecimento para que estes possam se situarem e agirem na sua realidade conforme o contexto que vier a lhe desafiar.

## REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Edição atualizada. Curitiba: Ed. UFPR, 2010.
- BARBOSA, J.C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8.,2004, Recife. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004, v. único.
- BASSANEZI, R. C. Ensino aprendizagem com modelagem matemática. 3ª ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2010.
- BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. In: ALEXANDRIA - *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009a.
- BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. Modelagem Matemática no ensino. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2009b.
- BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, cap. 1. p. 35-113, 1996a.
- \_\_\_\_\_. Didactica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996b.
- \_\_\_\_\_. A Etnomatemática e a Teoria das Situações Didáticas. In: Revista Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 267-281, 2006.
- \_\_\_\_\_. Introdução ao estudo da Teoria das Situações Didáticas: Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.
- BURAK, D. Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Dissertação (mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. 186p. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.
- \_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (doutorado em Educação Matemática). UNICAMP, Campinas, 1992.
- \_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: I EPMEM-Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 2004, Londrina. Anais do I EPMEM, 2004.
- BURAK, D. e KLUBER, T. E. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de Modelagem Matemática para a educação básica. In: ALMEIDA,

- L.M.W; ARAÚJO, J.L.; BISOGNIN, E. Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Londrina: Eduel, 2011. Capítulo 2, p. 45-64.
- CALDEIRA, A.D. Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudança. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade de Campinas - UNICAMP, 1998.
- \_\_\_\_\_. Modelagem Matemática: um outro olhar. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, p. 33-54, jul. 2009.
- D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Editora Ática, 1990.
- \_\_\_\_\_. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.
- \_\_\_\_\_. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. 6ed. Campinas-SP: Summus editora da Universidade Estadual de Campinas, 2010.
- D'AMORE, B. Elementos de didática da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2007.
- DIAS, M. B. S.; ESPÍRITO SANTO, A. O. Modelagem em contexto cultural. In: II CIECITEC-Congresso Internacional em Educação Científica e Tecnológica, 2012, Santo Ângelo. Anais do II CIECITEC, 2012.
- FLICK, U. Uma introdução à pesquisa qualitativa. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.
- FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2010.
- GOVERNO DO ESTADO DO PARÁ. Disponível em <http://iah.iec.pa.gov.br/iah/fulltext/georeferenciamento/abaetetuba.pdf>. Acesso em 18 de Janeiro de 2012.
- LUCENA, I. C. R. Carpinteiros Navais de Abaetetuba: Etnomatemática navega pelos rios da Amazônia. Dissertação de mestrado. Natal-RN: UFRN, 2002.
- \_\_\_\_\_. Educação matemática, ciência e tradição: tudo no mesmo barco. Tese de doutorado. Natal-RN: UFRN, 2005.
- MEYER, J. F. C. A; CALDEIRA, A. D; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica editora, 2011.
- MONTEIRO, A; POMPEU JUNIOR, G. A matemática e os temas transversais. São Paulo: Moderna editora, 2003.
- PAVIANI, J. Epistemologia prática. Caxias do Sul: Educs, 2009.

SILVA, Francisco Hermes Santos. Formação de professores: mitos do processo. Belem: EDUFPA, 2009.

SILVEIRA, E. Modelagem Matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações. (Dissertação). Curitiba-PR: UFPR, 2007.

SKOVSMOSE, O. Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

WIKIPEDIA. Disponível em <http://pt.wikipedia.org/wiki/Abaetetuba>. Acessado em 18 de Janeiro de 2012.

## APÊNDICE

### O MUNICÍPIO DE ABAETETUBA

O município de Abaetetuba está inserido na microrregião de Cametá, pertencente a macrorregião do nordeste do estado do Pará e situado a 1°43'31" de latitude Sul e 48°53'21" de longitude Oeste e distante, em linha reta, a 60 km de Belém.

Sua história está atrelada à navegação, quando padres capuchos de Santo Antônio navegavam por essa região por volta de 1617, com a finalidade de catequisar os índios nômades da tribo Mortiguar, cuja aldeia passou a ser chamada de Samaúma e, depois, denominada Freguesia de São Miguel de Beja pelo governador Francisco Xavier de Mendonça Furtado.

O mérito da sua “descoberta” é creditado, culturalmente, ao português Francisco Azevedo Monteiro, quando da entrega, pelo governo, de uma Sesmaria situada próximo as ilhas de Sirituba, Pacoca e Campopema, onde o mesmo partiu, junto com sua família, à procura desse lugar para a sua instalação.

Mas em 1745, por ocasião de um temporal, a embarcação que a família do português estava foi desviada da rota pré-estabelecida, chegando à localidade do Jarumá, às margens do rio Maratauíra (ou Meruú), à direita da foz do rio Tocantins. Entendendo ser uma mensagem de Deus, resolveu ali se radicar.

Sem o sucesso com as “drogas do sertão” que pretendia encontrar, resolveu abandonar a região, que foi ocupada novamente por famílias vindas do Marajó a partir de 1773, transformando-se novamente em um povoado, que mais tarde passou a ser chamada de Freguesia de Nossa Senhora da Conceição de Abaeté.

Com o crescimento da população e ratificando seu prestígio político, o presidente da Província do Pará elevou a então Freguesia de Abaeté a categoria de Vila, tornando-se, dessa forma, um município por meio da Lei nº 973 de 23 de março de 1883, permanecendo nessa situação até o ano de 1895, quando foi efetivada na categoria de cidade em 15 de agosto do mesmo ano.

Devido ao estado de Minas Gerais já possuir outro ente com a denominação Abaeté, uma Lei Federal foi invocada para não permitir a duplicidade dos topônimos em 1º de janeiro de 1944, passando a ser denominada de Abaetetuba, que na língua Tupi

significa Abá (homem), eté (verdadeiro) e tuba, derivado de tyba (ajuntamento), isto é, “terra de homens verdadeiros”.

Essa ocupação natural permitiu o desenho de vias hidroviárias, que facilitou o transporte de cargas e deslocamento das pessoas dentro dessa região, promovendo por meio das embarcações a integração e o desenvolvimento socioeconômico dos habitantes localizados às margens dos rios.

Como percebido, devido à ausência de acesso por via terrestre à época, as primeiras ocupações da região foram realizadas por via marítima, permanecendo nessa condição até meados de 1948, quando o município foi contemplado com a abertura da primeira estrada com acesso a localidade de N<sup>a</sup>. S<sup>ra</sup>. do Bom Tempo, localizada no município de Barcarena, de onde saiam os barcos que transportavam os passageiros até a cidade de Belém.

Essa forma inicial de ocupação por meio fluvial, contribuiu para que houvesse a necessidade dos moradores dessa localidade em aprimorar as técnicas de construção e reparos de suas embarcações e assim, não ficar isolados de outras regiões, principalmente da sede do Governo.

## **ABAETETUBA E A CARPINTARIA NAVAL**

Em Abaetetuba, o cotidiano acontece na relação com os diversos tipos de embarcações, com a proeminência do grande número daquelas construídas de forma artesanal, em madeiras de lei, pelos mestres-artesãos, também chamados de carpinteiros navais.

Esse trabalhador, em geral, é o proprietário do estaleiro e utiliza o conhecimento empírico na construção das embarcações, constituindo-se, assim, a referência técnica no município nos diversos locais destinados a esse fim, localizados na região das ilhas (24 grandes ilhas) e na cidade (sede do município).

Ao entrarmos em contato com esses ambientes, percebemos que aqueles situados nas ilhas atendem aos próprios moradores com relação a pequenos concertos ou construção de embarcações menores, onde os moradores dependem exclusivamente desses meios de transporte para se locomoverem de uma localidade à outra.

Mas é na cidade que são encontrados os estaleiros “profissionais” destinados à construção de embarcações de pequeno, médio e grande porte, confeccionados sob

encomenda para atender os moradores locais ou pessoas de outras cidades do Brasil e exterior.

## **ASPECTOS ECONÔMICO, SOCIAL E CULTURAL**

Em pesquisa realizada por Lucena (2002) a autora destaca na região os “estaleiros do Mapará, do Nito, do Sagica, do Chibiu, do Cuca, do Mestre Pedro, do Donato, do Tarsilo e enfim, o estaleiro São José, conhecido como estaleiro do Espergueti” (p.16). Há, também, o estaleiro do Dicota, todos contribuindo com a geração de empregos dentro das diversas etapas que a construção de embarcações proporciona.

A prática desses mestres-artesãos promove, de forma direta e indireta, que a vida dos ribeirinhos continue seu curso natural, integrando-os com outras partes da região, efetivando os aspectos econômicos, sociais, culturais e religiosos.

Esse fato é comprovado no município de Abaetetuba quando são utilizadas embarcações no desenvolvimento de ações de cunho social, como por exemplo, no atendimento à saúde por meio do barco “pescador da saúde”, que leva assistência médica aos ribeirinhos<sup>24</sup> daquele lugar.

A importância do tema merece destaque também no âmbito cultural, o que é notado na utilização de embarcações como símbolo em praças, em réplicas de brinquedo confeccionado em miriti<sup>25</sup> e em festas religiosas, onde nessa última, as pessoas cumprem suas promessas homenageando por meio dos círios fluviais os santos padroeiros do município, cuja imagem é colocada em altar florido com o formato de montaria<sup>26</sup>.

---

<sup>24</sup>Denominação atribuída aos moradores da região das ilhas de Abaetetuba.

<sup>25</sup>Material semelhante ao isopor retirado das folhas da árvore do buriti.

<sup>26</sup>Tipo de embarcação de três ou quatro tábuas com capacidade máxima para dez passageiros (LUCENA, 2002).

Figura11 : Foto de embarcações participando do Círio fluvial de Abaetetuba em homenagem a N<sup>ra</sup>. S<sup>ra</sup>.da Conceição



Fonte: O próprio autor

Ao conversar com os mestres Zelico, Chibiu, Dicota, Cuca e Tarsilo em momentos distintos, percebe-se que há certa concordância nos seus depoimentos quando afirmam que tenha havido nos últimos anos a significativa diminuição do número de encomendas de barcos em madeira em Abaetetuba-Pará.

Essa redução nas encomendas é notada por eles ao comparar com décadas anteriores vividos por seus avôs e/ou pais, que eram os responsáveis por esta tradicional atividade e que a mesma ainda é importante fonte de renda para os atuais artesãos, participando de maneira direta da economia local, fato esse comprovado quando os mesmos realizam compras de ferramentas e demais materiais destinados à construção das embarcações.

Além desses, outros setores econômicos local são beneficiados em função da atividade da carpintaria naval artesanal, pois os mestres-artesãos, residindo com suas famílias nesse município, se aproveitam do forte comércio da cidade para suprir as necessidades provenientes de gêneros alimentícios, vestuário, produtos farmacêuticos, educação e lazer.

## **O FUTURO DA CARPINTARIA NVAL**

A produção das embarcações confeccionadas em madeira durante muito tempo conviveu com a abundância da sua principal matéria prima tendo, os mestres-artesãos, à disponibilidade de árvores, às vezes centenárias com até 30 metros de altura.

Nos depoimentos dos encarregados em trazer a madeira para os estaleiros, percebemos em seus relatos que a frequente retirada de árvores da floresta sem a devida reposição começa a mostrar os efeitos da ação ilegal dos madeireiros.

Essa ação começa a comprometer a qualidade dos barcos, devido à escassez de árvores que fornecem a madeira de lei e afeta, também, o tipo da embarcação, pelo fato de não ser encontrada árvores de grande porte, cuja madeira é utilizada na confecção da quilha<sup>27</sup>, limitando, assim, o tamanho da embarcação.

Figura 12: Vista frontal de uma quilha



Fonte: o próprio autor

De acordo com a fala do mestre Tarcilo, com relação a possível decadência na atividade, mas especificamente, no que tange a ausência de encomendas de grandes embarcações, esse fenômeno é atribuído pelo fato do aumento de assaltos realizados por piratas.

Nesses crimes, segundo o mestre-artesão, além de roubar os bens contidos nas embarcações, os piratas às vezes afundam estes meios de transporte, causando prejuízo total ao proprietário, que em geral, não dispõe de recursos financeiros para retomar as atividades.

Outro fato relatado pelo referido mestre é a escassez de pescado, fato que exige maior número de dias em alto mar, diminuindo, assim, os lucros e a vontade de investir em grandes embarcações.

---

<sup>27</sup>Peça de madeira em formato de prisma retangular que serve de base para o recebimento das demais peças da estrutura do casco de uma embarcação.

Por outro lado, há um crescimento vertiginoso nas encomendas de embarcações de pequeno porte, de finalidade pessoal, como as rabetas<sup>28</sup>, que podem ser confeccionadas para atender o transporte das famílias e sua produção, tendo o seu ponto forte a velocidade de locomoção e baixo custo de manutenção e, os botes pesqueiros, visíveis substitutos dos grandes pesqueiros<sup>29</sup> e geleiras<sup>30</sup>.

Figura 13: Rabeta em fase de construção



Figura 14: Bote pesqueiro em fase de construção



Fonte: o próprio autor

Durante as visitas iniciais aos estaleiros e após conversas com os trabalhadores desses locais, constatamos que dos sete locais visitados, quatro estão limitados em suas áreas devido à ocupação urbana desordenada, o que reflete no quase fechamento do acesso fluvial a esses locais, influenciando de forma direta no processo de escolha do estaleiro pelos interessados em adquirir embarcação de grande porte.

Nossa opinião, nesses casos, é importante a intervenção por parte dos governantes a fim de estabelecer linhas de crédito destinadas a prover o desenvolvimento dessa atividade e, programas sociais como forma de incentivar a criação de escolas técnicas artesanais que capacite os interessados em função das necessidades do processo produtivo.

<sup>28</sup>Tipo de embarcação utilizada para transporte rápido de pessoas, cujo tamanho varia entre quatro e seis metros.

<sup>29</sup>Embarcação com capacidade para até 70 toneladas que possui uma urna (caixa) para armazenamento do pescado (LUCENA, 2002).

<sup>30</sup>Tipo de barco com capacidade de até 50 toneladas destinado ao transporte do pescado com urna revestida com isopor líquido ou poliuretano (LUCENA, 2002).

Além disso, deve-se criar algum tipo de espaço florestal no município, destinado ao ofício da carpintaria naval, para que no futuro as árvores retiradas dessa reserva possam ser repostas e, assim, não afetar o meio ambiente e o futuro dessa atividade cultural, social e econômica presente na região.

Assim, tal iniciativa pode contribuir para a manutenção dessa atividade promovendo o interesse das novas gerações, estimulando e ajudando a conservar um dos mais fortes símbolos da cultura amazônica.