NAYRA DA CUNHA ROSSY

FRAÇÃO E SUA REPRESENTAÇÃO COMO MEDIDA DE COMPRIMENTO: UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM NO CONTEXTO DE UM LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

BELÉM – PA

2014

NAYRA DA CUNHA ROSSY

Texto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará para exame de Qualificação de Mestrado, como requisito parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS – área de concentração Educação Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral.

BELÉM – PA

2014

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Rossy, Nayra da Cunha, 1989-
Fração e sua representação como medida de comprimento: uma experiência de ensino-aprendizagem no contexto de um laboratório de educação matemática / Nayra da Cunha Rossy. - 2014.

Orientador: Natanael Freitas Cabral.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2014.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Educação - matemática. 3. Laboratórios de matemática. 4. Prática de ensino. 5. Frações. I. Título.

CDD 22. ed. 510.7

Banca Examinadora

Prof. Dr. Natanael Freitas Cabral (orientador)

Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma

Prof. Dra. Maria José de Freitas Mendes

AGRADECIMENTOS

A DEUS, meu companheiro e eterno guia.

Aos meus pais Elenia e Wilson, pelo amor incondicional e que fizeram de sua vida uma luta pelo meu sucesso.

Ao meu marido, Francisco Neto, pelo companheirismo, sabedoria e amor.

Ao meu filho, que ainda sendo gerado, já mudou minha vida e minhas motivações.

Ao Cigano, meu outro pai, pelo amor incondicional e por ter me ensinado muito mais do que eu pude perceber.

Aos meus irmãos Nayara, Kayan, Renan, Herick e Hector, por estarem presentes nos momentos mais importantes da vida.

Aos meus sogros Francisco Filho e Vera, pela nova família, suporte que me permite cada nova conquista.

Ao meu orientador, Natanael Cabral, por acreditar, orientar novos caminhos e minha vida há muito tempo.

Aos professores Carlos Miranda e Jeane Silva pela disposição, paciência e confiança desde o início de minha caminhada profissional.

Ao professor Miguel Chaquiam, pelo carinho, paciência, por acreditar e motivar meu caminho profissional desde o início do curso.

Ao professor Brandemberg, pela compreensão, pelos ensinamentos diretos e indiretos.

À professora Maria José, pela sutil exigência diária que nos tornava melhores e por suas contribuições acadêmicas.

Aos alunos da Escola Liceu de Artes e Ofícios Mestre Raimundo Cardoso, do Paracuri, que foram o cerne desta pesquisa.

Aos professores Pedro Sá, Jeane Silva, Rubens Vilhena, Francisco Júnior, Selma Santalices, Acylena Costa, Neivaldo Silva, Rose Jucá, Gilberto Vogado, David Branco, pelas inúmeras contribuições durante todos esses anos.

Ao professor Paulo Gurjão pelo apoio, confiança e contribuições diárias com a minha atuação profissional e pessoal.

Aos amigos Mônica Suelen, Tatiana Miranda, Raquel Rêgo, Alailson, Marcelo Serrão, Dailson, Guilherme, Itamar e a todos os amigos do GEHEM pelas contribuições, momentos de alegria e companheirismo que marcaram essa trajetória.

RESUMO

A presente pesquisa investigou o processo de reconstrução conceitual de fração como medida de comprimento no contexto de um Laboratório de Educação Matemática (LEM) quando o processo é dirigido por uma atividade estruturada escrita e mediada pelas intervenções de um professor. Para tanto, foram apresentados os conceitos de LEM, elegendo um deles como concepção utilizada para a pesquisa. Foram exploradas possibilidades que o LEM oferece ao professor e alunos enquanto espaço de produção de conhecimento, direcionando para o Ensino por Atividades, que, subsidiado pela Psicologia Histórico-cultural, justifica a atividade pedagógica do professor e apresenta Atividades Orientadoras de Ensino como alternativa para minimizar algumas dificuldades no ensino e aprendizagem, enfatizando a aprendizagem conceitual. Foi aplicada uma atividade estruturada com uma turma de 40 alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola municipal em Belém, que foi registrada em áudio e vídeo, para posterior análise microgenética das interações entre professor e alunos. Levando em consideração os conhecimentos prévios dos alunos, o trabalho realizado com a turma durante o ano e a atividade estruturada, os resultados apontaram pelo menos dez indícios de aprendizagem pontuais que, ao longo da atividade, tiveram um efeito exponencial nas aprendizagens posteriores. Isto significa que, quanto mais ligações anteriores forem possíveis de ser mobilizadas pelos alunos em suas interações com o professor, mais o sujeito é capaz de avançar na consolidação do objeto de estudo.

Palavras-chave: Laboratório de Educação de Matemática; Ensino por Atividades; Fração como Medida de comprimento; Análise Microgenética.

ABSTRACT

The present study investigated the process of conceptual reconstruction fraction as a measure of length in the context of a Mathematics Laboratory Education (LEM) when the process is driven by a structured writing activity and mediated intervention of a teacher. To this end, the concepts of LEM were presented, choosing one as the design used for the survey. LEM offers possibilities that the teacher and students as an area of knowledge production, directing for Teaching Activities for which subsidized by Historic-Cultural Psychology, justifies the pedagogical activity of teachers and presents Guiding Teaching Activities were explored as an alternative to minimize some difficulties in teaching and learning, emphasizing conceptual learning. Structured with a class of 40 students in the 6th grade of elementary school in a public school in Belém, which was recorded on video and audio, for later microgenetic analysis of the interactions between teacher and students activity was applied. Taking into consideration the prior knowledge of students, work with the class during the year and structured activity, the results showed evidence of at least ten specific learning had an exponential effect on later learning. This means that the more previous connections are possible to be mobilized by the students in their interactions with the teacher, the more the subject is able to move forward in the consolidation of the object of study.

Keywords: Laboratory of Mathematics Education; Activities for Teaching; Fraction as a measure of length; Microgenetic analysis.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da Matemática nas primeiras séries escolares representam um grande desafio para os indivíduos atuantes nesse processo – professor e alunos – especificamente no que se refere às frações.

A literatura aponta que são muitas as dificuldades enfrentadas no que diz respeito ao ensino e a aprendizagem do conceito de fração e de suas formas de operar, sobretudo na resolução de problemas, onde este conceito é mais exigido. Wu afirma que a dificuldade em compreender o conceito de fração existe tanto em professores quanto em alunos, e que isso gera um grande problema no ensino e na aprendizagem deste conteúdo. Apesar das diversas produções nesse sentido, segundo o autor, não se têm avançado muito neste aspecto. Silva (1997) e Bezerra (2001) corroboram com esta ideia ao apontarem as dificuldades dos professores em ensinar e dos alunos em aprender frações.

A ênfase dada pelo professor é geralmente voltada para uma abordagem algorítmica, operacional, em detrimento de uma abordagem conceitual e, portanto, rica de significado e que gere, de alguma maneira, algum sentido para o aluno. Silva (1997) aponta algumas pesquisas nas quais crianças utilizam a linguagem de frações sem, necessariamente, compreender sua natureza.

O aluno que aprende determinado conteúdo a partir de uma abordagem sem ênfase conceitual, muitas vezes, pode acabar não construindo uma base sólida sobre a resolução de problemas, o que o impede de interpretá-los e investigá-los para encontrar possíveis soluções.

Sobre isso, Wu (1999) acredita que os alunos não compreendem claramente o conceito de fração e que isso implica em dificuldades sobre que operação utilizar ao resolver um problema proposto. A soma de frações, por exemplo, é realizada a partir de uma abordagem algorítmica, "decorada", sem que o aluno tenha acesso a informações que lhes permitam compreender o conceito a ponto de justificar, em algum nível argumentativo (intuição), os procedimentos adotados durante a aplicação das regras operatórias.

Nesse contexto, cresce a necessidade de utilização por parte do professor de metodologias alternativas que visem ao ensino de Matemática com ênfase conceitual. Wu (2002) propõe um modelo de ensino de frações a partir de sua representação como medida de comprimento na reta numerada.

Nesse contexto, a literatura aponta o Laboratório de Educação Matemática (LEM) como alternativa pertinente para atender às novas demandas no ensino, tanto por suas possibilidades metodológicas quando à crescente atenção dada pela comunidade acadêmica a esse tipo de ambiente.

A obra organizada por Lorenzato (2009) apresenta uma grande quantidade de informações a respeito do LEM, tais como concepções e atividades típicas desses espaços, que se configuram como um ambiente no qual o aluno e o professor estão em constante processo de aprendizagem, construções e discussões, dando abertura às novas metodologias de ensino que não se reduzam a mera exposição oral de conteúdos, fundamentalmente enfática numa abordagem tradicional.

Dentre as possibilidades de atividades realizadas no LEM, uma delas se destaca tomando como base uma Tendência em Educação Matemática: o Ensino por Atividades. Para tanto, busquei na Psicologia Histórico-Cultural elementos que fundamentam tal metodologia, a partir da Teoria da Atividade, para realizar uma análise microgenética dos dados coletados na pesquisa, cuja estrutura está apresentada nos parágrafos seguintes.

O trabalho está estruturado em quatro partes: No primeiro capítulo, apresento o LEM como alternativa pertinente aos problemas enfrentados no ensino de Matemática, descrevendo e detalhando algumas práticas realizadas por universidades brasileiras a partir dos resultados de Lorenzato (2009), Ewbank (2009) e Cabral (2010) e adotando, posteriormente, a concepção de Cabral (2010) que define o LEM como um ambiente que se consolida no “tripé” espaço-atitude-intenção.

Quanto à descrição e detalhamento de práticas com o LEM, foi realizado, ainda, um levantamento sobre a existência desse ambiente em algumas universidades brasileiras (Universitas, UNAMA, UnB, UFF) enfatizando, sobretudo, a forma como é utilizado nos cursos de licenciatura, verificando sua pertinência tanto para a formação de professores como para os ambientes escolares. Algumas atividades típicas do LEM realizadas nessas universidades foram listadas, observando-se um nível significativo de identificação com várias tendências em Educação Matemática (Mendes, 2009), destacando-se o Ensino por Atividades.

No capítulo 2, apoiado na Psicologia Histórico-cultural, estão os elementos que fundamentam o Ensino por Atividades a partir de alguns pressupostos da Teoria da Atividade (Vygotsky, Leontiev, Luria), resgatando conceitos como significação social e sentido pessoal para compreender a atividade pedagógica do professor, baseado em sua intencionalidade e atitude, bem como o papel da escola como "transmissora de conhecimentos formais, culturais e históricos". Essa revisão teórica nos remete ao Ensino por Atividades, que, baseado em Mendes (2009) e Sá (2009), definiu a atividade que foi aplicada como instrumento de coleta da presente pesquisa.

No capítulo 3 foi realizada uma investigação sobre o conceito de fração, levando em consideração as dificuldades, os obstáculos e possibilidades de seu ensino e aprendizagem identificadas nas literaturas, enfatizando tal conceito como uma medida de comprimento, representado na reta numerada, a partir da perspectiva de Wu (2002).

O capítulo 4 se refere à metodologia da pesquisa, que teve como sujeitos alunos de uma turma do 6º ano do ensino fundamental da escola municipal Liceu de Artes e Ofícios Mestre Raimundo Cardoso – Paracuri (Belém), cuja professora é também autora dessa pesquisa. Os alunos participaram de uma atividade de ensino estruturada sobre a representação de fração como medida de comprimento. As aulas foram registradas em áudio e vídeo, posteriormente transcritas para análise microgenética de minha interação com os sujeitos durante as situações de ensino.

A análise microgenética se constitui em um instrumento de interpretação de microeventos de interações verbais, a exemplo do que acontece nas interações de ensino e aprendizagem conduzida pelos professores em sala de aula com seus alunos em torno de uma aprendizagem específica de algum conceito.

Desta maneira, esta pesquisa traz contribuições à Educação Matemática e ao ensino de frações, reforçando o Ensino por atividades como metodologia pertinente à sala de aula uma vez que possibilita uma abordagem de ensino com ênfase conceitual.

ALGUMAS EXPERIÊNCIAS DECISIVAS

Em 2008, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade do Estado do Pará. Durante o período de graduação, cursei algumas disciplinas despertaram minha atenção para os processos de ensino-aprendizagem, bem como outras experiências que vivenciei fora da Universidade, como o Projeto Mais Educação.

Uma das disciplinas foi Instrumentação para o Ensino de Matemática I, que trata de diversas alternativas metodológicas para o ensino de Matemática, especificamente no ensino fundamental. Analogamente, Instrumentação para o Ensino de Matemática II trata da mesma perspectiva, porém é voltada para o ensino médio.

No decorrer do desenvolvimento da disciplina Instrumentação I, foram desenvolvidas diversas atividades de ensino, a exemplo de um trabalho que apresentei em parceria com o professor Natanael Cabral sobre operações com frações, utilizando como aporte visual o "gráfico de barrinhas". Ao desenvolver este trabalho, nos empenhamos em buscar justificar os processos algorítmicos que os alunos do 6º ano do ensino fundamental desenvolvem para dividir frações. Os resultados foram apresentados no X Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) em 2010.

Posteriormente, percebi a importância de justificar procedimentos algorítmicos que na maioria das vezes são impostos pelos professores de Matemática aos alunos. Sem perceber, tornei-me mais preocupada com a forma de ensino que escolheria para os meus futuros alunos.

Em princípio, este trabalho seria para o Laboratório de Educação Matemática (LABEM) da UEPA, e não foi aplicado por falta de oportunidade, que na época encontrava-se inativo.

Outra experiência significativa na graduação foi a Monitoria. Em 2009, após aprovação no processo seletivo para monitor da disciplina Fundamentos de Matemática Elementar I e, com o auxílio do professor Carlos Miranda, experiências de Laboratório de Educação Matemática foram vividas, visto que, eram viabilizadas as oportunidades de estar na sala de aula com alunos do 1º ano do curso, trocando experiências sobre a disciplina que eu já havia cursado e orientando os novos alunos a procederem de maneira mais adequada em cada momento avaliativo. O professor Miranda esteve à frente de do aprendizado, orientando e aconselhando sobre momentos e situações de sala de aula e, sempre que necessário, fazendo com que fosse ao quadro resolver algumas questões.

As disciplinas Prática de Ensino I e II, respectivamente voltadas para os ensinos fundamental e médio, também foram decisivas para a qualidade de minha formação e para a escolha do caminho docente voltado para as práticas de LEM. Cursei tais disciplinas na Escola Tenente Rêgo Barros, onde também fui orientada pelos professores Natanael Cabral e Valdemar Morais, que me proporcionaram experiências docentes que enriqueceram minha prática. Eu era orientada a ir ao quadro, resolver problemas com os alunos da turma em questão e, depois da aula, nos reuníamos (professor e alunos da graduação) para discutir a aula da qual havíamos participado. Mais uma vez, a concepção atitudinal de um LEM se fez presente significativamente em minha formação.

Atribuo parte dos aprendizados práticos adquiridos durante o período de graduação à experiência que tive no projeto do Governo Federal Mais Educação nas escolas públicas. Desde o final de 2008 fui selecionada – por indicação de uma professora da disciplina Introdução à Educação Matemática – para participar do programa Mais Educação em uma escola estadual localizada em uma zona periférica da cidade de Belém, onde lecionei para alunos do ensino fundamental, o que me trouxe algumas contribuições quanto a alguns saberes práticos de minha futura profissão. Porém, as contribuições do Programa Mais Educação foram limitadas a resolução de exercícios, uma vez que não era autorizado aos monitores do projeto substituir professores.

Nesse sentido, estando de frente com as dificuldades apresentadas pelos alunos, foi identificada a necessidade de promover a aprendizagem de maneira significativa, reconhecendo a importância da diversificação de metodologias para fazer diferença na aprendizagem daqueles jovens e romper com o paradigma existente na concepção do ensino da matemática, por acreditar que, não há conteúdo chato ou difícil, há metodologia e didática inadequada.

A existência de um ambiente que proporcionasse àqueles alunos uma vivência mais interessante da matemática, sem dúvida, faria diferença na escola, na realidade e no processo de ensino de matemática. Novamente, a oportunidade de se desenvolver um LEM na escola surgiu.

Acredito que a existência de um LEM no curso de graduação poderia ter contribuído com a aquisição de saberes práticos que poderiam ter enriquecido minha formação. Aprender como ensinar e elaborar materiais alternativos de ensino teriam se tornado práticas mais frequentes, onde teria a oportunidade de testar minhas produções a partir das atividades de um espaço orientado por um professor da Universidade como de um LEM descrito pelos meus interlocutores no decorrer deste trabalho.

ELEMENTOS NORTEADORES DA PESQUISA

Esta pesquisa se propõe a investigar a seguinte questão: *Como se dá o processo de (re)construção conceitual de fração na perspectiva de sua representação como medida de comprimento quando o processo é dirigido por uma atividade estruturada escrita e mediada pelas intervenções de um professor no contexto de um Laboratório de Educação Matemática?*

Tomando como base a questão de pesquisa apresentada anteriormente, a presente pesquisa tem como objetivo geral *descrever o processo de (re)construção do conceito de fração a partir da sua representação como medida de comprimento no contexto do Laboratório de Educação Matemática a partir da aplicação de uma atividade estruturada.*

Temos como objeto de pesquisa *a reconstrução do conceito de fração como medida de comprimento.*

1 SOBRE O LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Lorenzato (2009), ao discorrer sobre o Laboratório de Educação Matemática, faz uma revisão histórica que evidencia a importância do uso de material didático como facilitador de aprendizagem.

Nessa revisão o autor faz referência primeiramente aos trabalhos de Comenius já defendendo que o conhecimento se efetiva a partir dos sentidos e pela experiência.

Nessa mesma perspectiva, Lorenzato (2009) acrescenta que Locke, em 1680, também manifesta sua convicção da importância da experiência como necessária para se atingir o conhecimento. Em 1780, Rousseau já defendia a experiência direta em busca da aprendizagem, o mesmo pensamento pode ser encontrado em Pestalozzi, Froebel e Herbart, em 1800, que recomendavam o ensino a partir da promoção de experiências que valorizassem o concreto.

Na lista apresentada por Lorenzato (2009) de autores defensores da concepção de que a experiência com a interação de materiais concretos é fundamental para apreensão de conhecimentos se estende um pouco mais ao incluir outros autores renomados como, por exemplo, Dewey, Montessori, Piaget, Vygotsky e Malba Tahan, que defendiam a utilização de materiais didáticos reconhecendo o papel da experiência do aprendiz com o objeto para que a aprendizagem pudesse ser efetivada de maneira mais adequada.

Em suma, todos esses autores contribuíram para a formação de um pensamento que reforça a utilização de materiais didáticos como instrumento importante para processo de ensino-aprendizagem. O uso do material didático nesse contexto vem sendo reforçado e discutido desde que se reconheceu a necessidade de ensinar de maneira mais adequada. Ou seja, o “aprender a ensinar” pode ser considerado como importante instrumento de difusão do uso do material didático.

Para Lorenzato (2009), material didático é qualquer instrumento que seja útil ao processo de ensino-aprendizagem, podendo se materializar numa simples pedra de giz, ou até mesmo em materiais manipuláveis mais sofisticados como o “material dourado”, “blocos lógicos”, dentre outros. Para o autor, o material didático, por si só, não garante o sucesso no aprendizado dos alunos, e sim funciona como um instrumento de auxílio nesse processo.

É dever, portanto, do professor, criar um ambiente que envolva o aluno em uma esfera de busca pelo conhecimento e fazê-lo atuar em seu processo de aprendizagem. Nesse sentido, Lorenzato (2009) contribui ao defender que, dentre outras atribuições, cabe ao professor à responsabilidade pela utilização adequada dos materiais didáticos para que, a aprendizagem possa acontecer efetivamente.

> O modo de utilizar cada MD [material didático] depende fortemente da concepção do professor a respeito da matemática e da arte de ensinar. Um professor que concebe a matemática como um conjunto de proposições dedutíveis, auxiliadas por definições, cujos resultados são regras ou fórmulas que servem para resolver exercícios em exames, avaliações, concursos [...]. Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar. (LORENZATO, 2009, p. 25)

Nessa perspectiva é que se considera a existência de ambientes na escola que possam viabilizar tais experiências aos alunos. A literatura aponta, de uma maneira geral, que os Laboratórios de ensino, ricos em materiais didáticos, possibilitam a realização de experimentos, atividades de manipulação e de indução a pesquisa, tornando-se recomendáveis ao ambiente escolar. É justamente nesse contexto de fomentação da aprendizagem em condições mais adequadas que o Laboratório de Educação Matemática (LEM) toma destaque na presente pesquisa. Mas o que significa, nesse contexto, um LEM?

A ideia de um Laboratório de Educação Matemática tem conquistado gradativa atenção de professores e pesquisadores da área, o que se estabelece na medida em que se identificam sua viabilidade, pertinência e utilização nos diversos níveis de ensino.

No Brasil, o livro organizado por Lorenzato (2009), intitulado *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores* registra a crescente credibilidade dos laboratórios de ensino tanto nas escolas como na perspectiva da formação profissional de futuros professores. Nessa obra há uma grande quantidade de informações e registros com resultados importantes de pesquisas recentes sobre o que se tem chamado de LEM.

A concepção de LEM que se resume a um depósito que abriga materiais que são utilizados em aulas de Matemática e instrumentos para confeccioná-los é ultrapassada e não direciona o aprendizado em Matemática para envolver os alunos em um ambiente de construção.

Segundo Lorenzato (2009), o LEM é um ambiente da escola, reservado para tirar dúvidas em Matemática e também para aulas regulares de Matemática, para professores planejarem aulas e atividades e discutirem propostas metodológicas que visem ao aprimoramento da prática pedagógica. Para o autor,

> “O LEM deve ser o centro da vida matemática da escola; mais que um depósito de materiais, sala de aula, biblioteca ou museu de matemática, o LEM é o lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos. [...] o LEM pode ser um espaço especialmente dedicado à criação de situações pedagógicas desafiadoras e para auxiliar no equacionamento de situações previstas pelo professor em seu planejamento, mas previstas na prática, em virtude dos questionamentos dos alunos durante as aulas”. (LORENZATO, 2009, p. 7)

Para este autor, essa concepção de laboratório se constitui em um ambiente especificamente destinado à criação de situações de ensino e aprendizagem, planejamento e promoção do pensar matemático. É importante destacar que tais características beneficiam tanto o aluno quanto o professor em uma experiência diferenciada de ensino e aprendizagem, onde ambos podem questionar, criar, buscar, discutir, analisar, concluir e principalmente “aprender a aprender”. A concepção de Lorenzato (2009) sobre o LEM mostra-se, no entanto, intimamente ligada a um espaço especial que promove um ambiente diferente da sala de aula. O LEM, nesse sentido, se constitui em um ambiente diferente da sala de aula, não podendo, portanto, se estabelecer nesse espaço – *sala de aula* – a partir de uma metodologia diferenciada.

No entanto, para Ewbank (apud Turrioni, 2009), o Laboratório de Educação Matemática é um lugar estruturado para desenvolver experimentos e outras atividades práticas. Além disso, não define apenas como um espaço destinado a isso. Para esse autor, a própria sala de aula pode ser LEM quando o processo de ensino que nela acontece é diferenciado, quando há movimentação, discussão e utilização de materiais didáticos e métodos investigativos em Matemática, que resultam em uma melhora no aprendizado tanto dos indivíduos em formação de professores quanto dos alunos do ensino fundamental e do médio.

Perez (2009) aproxima-se de um conceito tradicional de laboratório quando o especifica como um local onde se realizam experimentos com materiais didáticos, concepção que também é reforçada por Oliveira (apud Lorenzato, 2009), que propõe o uso do LEM como um espaço de criação de situações e condições para levantamento de problemas e questionamentos pertinentes à atividade docente, bem como proposição de soluções e análises de resultados.

Passos (2009), em uma abordagem mais completa sobre o conceito de LEM, afirma que um Laboratório de Educação Matemática é um ambiente que propicia aos professores e aos alunos dos diversos níveis de ensino um conjunto de investigações e explorações matemáticas que objetivam fazer determinadas descobertas matemáticas, observar padrões e regularidades.

É importante ressaltar um detalhe no conceito de LEM para esse último autor. Ao fazer descobertas matemáticas, investigar padrões e regularidades em situações propícias e próximas ao seu meio social, o aluno desenvolve um aprendizado amplo no que diz respeito à Matemática. Tornar o aluno crítico, investigativo e reflexivo é um dos maiores desafios que o professor de Matemática nos dias atuais deve assumir.

Atingir tais objetivos é concordar na prática com o que afirma Rêgo (2009) ao sugerir o que o professor no ensino de Matemática deve buscar levar o aluno a diferenciar o que é uma definição e um conceito, bem como o "desenvolvimento de atitudes como ver a matemática como um conhecimento social, em permanente processo de construção" (RÊGO, 2009, p. 46).

No trabalho de Turrioni e Perez (2006), esta questão é discutida e levada ao reconhecimento da importância de os cursos de formação de professores buscarem desenvolver nos licenciandos competências que o levem a adotar uma atitude que consolide a valorização da atualização permanente em função das exigências diante das novas demandas na educação, e, para tanto, os autores apontam como alternativa viável, também para os cursos de licenciatura, o Laboratório de Educação Matemática.

Para Ewbank (apud Turrioni e Perez, 2006, p. 60), a expressão "Laboratório de Matemática" é usada para representar em geral um lugar, um processo, um procedimento e complementa:

> O termo [...] é utilizado para caracterizar uma abordagem utilizada em sala de aula, onde os alunos trabalham de maneira informal, movimentam-se, discutem , escolhem seus materiais e métodos e geralmente fazem e descobrem a Matemática por si próprios. (LORENZATO, 2006, p. 60)

O LEM deve ser concebido como um agente de mudança, num ambiente onde se "concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do curso de Licenciatura em Matemática, bem como do currículo dos cursos de ensino fundamental e médio" (LORENZATO, 2006, p. 47).

Tendo em vista os aspectos educacionais destacados quando se conceitua um LEM, é possível perceber que a intenção existente na construção de um laboratório tanto em um curso de formação quanto nas escolas é de torná-lo um ambiente de discussão, envolvimento, experiências e interação, que resultará em grandes contribuições para a própria Universidade, para a escola, para os alunos em graduação e, principalmente, para os alunos dos ensinos fundamental e médio, que são os sujeitos com os quais a Educação Matemática se consolida.

Com efeito, apresentamos a seguir duas perspectivas de existência do LEM: uma que enfatiza sua importância para a formação de professores, e outro que enfatiza sua importância nas escolas, realizando uma abordagem mais completa sobre a importância e a capacidade do LEM em promover mudanças em ambientes de aprendizagem e convívio social.

Dentre as várias concepções de LEM aqui apresentadas, ainda considero relevante como fundamentação para nortear minhas escolhas metodológicas na presente investigação a concepção de Laboratório defendida por Cabral (2010).

Nesta concepção predomina como aspecto caracterizador do LEM não o espaço, mas as ações dirigidas pelo professor na condução de uma situação de ensino que deverão estar focadas sobre a pesquisa, elaboração, aplicação e avaliações de situações de ensino geradas pelas atividades desenvolvidas.

Tal concepção atitudinal de laboratório é desenvolvida e justificada pelo autor à medida que responsabiliza o professor pela mediação do processo de construção do conhecimento na sala de aula. Nesse sentido, para que um LEM exista, não é necessário, segundo esta concepção, a existência de um espaço separado ou diferente da sala de aula destinado a ser o LEM.

A ideia apresentada por Cabral (2010) para resumir essa concepção de LEM é baseada na tríade *espaço-atitude-intenção.* A materialização do LEM ocorre, nessa perspectiva, a partir da união de um espaço físico (podendo ou não ser a sala de aula), com a atitude do professor em propor situações de ensino que visem a uma aprendizagem mais crítica e, portanto, mais completa, de seu aluno. E por fim, essa atitude que consubstancia as ações do professor, precisa estar revestida de uma intencionalidade pedagógica com a qual o docente propõe e dirige suas atividades. Ou seja, para que o professor estabeleça com coerência a constituição do LEM a partir dessa concepção, é necessário que ele saiba exatamente "aonde quer chegar" com aquela atividade de ensino.

Nessa perspectiva, o professor se torna o grande responsável, interlocutor e intermediador do processo de construção de conhecimento no ambiente da sala de aula. Independentemente do uso de materiais concretos mais elaborados, a interlocução do professor pressupõe a participação ativa e colaborativa do aluno na (re)construção do objeto de estudo.

A participação do aluno é combustível para a interlocução mediadora que caracteriza o LEM na ótica de Cabral (2010):

> O desenvolvimento da atitude que materializa o Laboratório de Educação Matemática conduz o professor naturalmente a uma intencionalidade pedagógica, ou seja, ele precisa saber exatamente aonde quer chegar com aquela(s) atividade(s). Assim, ele evitará descansar permanentemente nos "braços protetores" do livro didático, tão importante como apoio ao planejamento das ações de ensino, sem deixar de considerar suas limitações. (CABRAL, 2010, p. 118)

A expressão "aonde que chegar com aquela(s) atividades(s)" diz respeito, na visão de Cabral (2009), aos objetivos em termos de conteúdos que devem ser atingidos após algum período de intervenção didática, mas, sobretudo, da capacidade que todas as suas atitudes e intenções possuam de promover o envolvimento do aluno no jogo ativo de aprender.

Com isso, este autor se contrapõe às ideias de Lorenzato (2009) apresentadas neste texto, que defende o LEM não deve ser concebido em todas as salas de aula, uma vez que tal entendimento "enfraquece a concepção possível e realizável do LEM, porque ela pode induzir professores a não tentarem construir o LEM num certo local da escola" (LORENZATO, 2009, p. 7).

Porém, a concepção de LEM apresentada por Cabral (2010) será utilizada para viabilizar esta pesquisa, bem como seu entendimento sobre LEM e norteará a metodologia que será utilizada para aplicação de atividades neste trabalho. Esta concepção torna a existência do LEM muito mais acessível e dependente apenas da atitude e da intenção do professor que é capaz de promover a colaboração do aprendiz, bem como a produção de materiais didáticos, que podem ser construídos no próprio ambiente de sala de aula pelos alunos. Daí a opção pela abordagem atitudinal-intencional de LEM.

1.1 PERTINÊNCIA DO LEM

Para Medina e Dominguez (apud Garcia, 1999), a formação de professores é a preparação e emancipação profissional do docente para exercer uma forma de ensino que promova uma aprendizagem que atenda as reais necessidades dos alunos de forma crítica, reflexiva e eficaz, atingindo um pensamento-ação inovador e desenvolvendo um projeto educativo comum em equipe com seus colegas.

A comparação dessa perspectiva com o que se apresenta da realidade atual dos cursos de licenciatura no Brasil nos dá a impressão de que ainda há muito a ser feito. Pires (apud Cabral, 2010, p.56) afirma que "o modelo convencional de formação inicial de professores de matemática vem sendo bastante questionado nos últimos anos, sobretudo, por sua ineficiência".

Este autor aponta como um dos motivos dessa situação o fato de a formação de professores estar centrada no paradigma da racionalidade técnica, considerada como uma concepção epistemológica da prática na qual a atividade profissional é dirigida para a solução de problemas por meio de uma rigorosa aplicação de técnicas e teorias científicas, o que acaba diminuindo as possibilidades de aplicações e aprendizados de formas práticas dentro de um curso de licenciatura. Cabral (2010) partilha da visão de que:

> O conhecimento teórico-profissional orienta os espaços singulares e divergentes da prática e sugere a utilização de regras de atuação para ambientes prototípicos e para aspectos comuns e convergentes da vida escolar. Isso significa dizer que os futuros professores, nessa lógica, não são preparados para agir em sala de aula. (CABRAL, 2010, p. 57)

Uma vez centrado em regras de atuação para ambientes prototípicos da vida escolar, o futuro professor não adquire um nível de experiência prática suficiente para que tome atitudes inovadoras e gestoras de um grupo de alunos potencialmente reflexivos e saiba lidar com as situações diárias do ambiente escolar.

Ponte (1998) traz significativa contribuição a este tema ao afirmar que a questão da formação do professor de Matemática é um grande desafio em um mundo que inclui a formação inicial, continuada e especializada, onde figuram modelos, teorias e a investigação empírica, além de estudar as práticas reais dos atores e das instituições, bem como suas experiências inovadoras.

Além disso, as Diretrizes (Brasil, 2001) preveem que a formação inicial deve viabilizar condições ao futuro professor para que exerça o ensino baseado nas práticas investigativas e reflexivas, voltado para a aprendizagem do aluno, utilizando metodologias alternativas que valorizem o trabalho colaborativo.

Segundo Cabral (2010), pesquisas na área mostram que o modelo convencional dos cursos de formação inicial de professores no Brasil têm se apresentado ineficientes e vêm sido questionados devido à existência de diversos fatores.

Outra problemática enfrentada nos cursos de licenciatura no Brasil é a da cultura escolar trazida pelos alunos em formação de professores, que não são levadas em consideração nas ações de planejamento dos cursos de formação, onde o futuro professor acaba por se tornar reprodutor de informações, distanciando-o cada vez mais das oportunidades de se tornar agente coparticipante de seu próprio processo de aprendizagem.

Um aspecto interessante sobre tal problemática foi ressaltado por Cabral (2010) quanto à superficialidade das ações formativas concernentes à relação dos futuros professores com as situações práticas de ensino. Nesta perspectiva, o futuro professor não é preparado para ser um profissional, e sim um “aplicador de técnicas”, principalmente porque não se torna apto o suficiente para tomar decisões acerca de seu próprio aperfeiçoamento.

Esse autor também corrobora com a percepção de que a formação inicial deve proporcionar ao futuro professor as condições necessárias para que aprenda Matemática numa dimensão que o possibilite proporcionar aos seus alunos experiências significativas e enriquecedoras com tal disciplina. Defende também que isso só será possível se a formação inicial assumir uma educação que vise ao estímulo do pensamento reflexivo, em detrimento da mera reprodução de informações.

Proporcionar experiências enriquecedoras e significativas no ensino de Matemática é uma tarefa que exige conhecimento, disposição, assunção, planejamento e comprometimento com o ensino e com os alunos. Promover situações que estimulem criatividade, investigação, discussão e crítica torna os alunos o centro do processo de aprendizagem.

Para Perez et al. (2002) o quadro educacional brasileiro é insatisfatório e é necessário a instalação de uma “nova educação” que não busque capacitar os alunos em habilidades específicas, e sim crie ambientes que preparem cidadãos críticos, livres e questionadores. Ainda para esse autor, o professor é um dos principais elementos de construção dessa nova realidade.

Assim, num conjunto de possíveis ações para a melhoria da formação de professores no Brasil, isto é, no sentido de promover uma educação mais consistente e adequada às novas demandas, é que o Laboratório de Educação Matemática (LEM) se apresenta, nesse contexto, como uma pertinente alternativa, capaz de contribuir com mudanças significativas no cenário da educação brasileira.

Nesse sentido, para Turrioni e Perez (2006), é inconcebível um bom curso de formação de professores de Matemática sem seu laboratório de ensino. Os autores corroboram com a ideia de que é preciso vencer a concepção reduzida desse laboratório como depósito, destinado a guardar “coisas” para a configuração de um ambiente próprio para pensar, criar, construir e descobrir estratégias de Educação Matemática que visem à melhoria da aprendizagem dessa disciplina.

Com efeito, quando se pensa em termos das possíveis contribuições de um LEM para o desenvolvimento da formação profissional de futuros professores, as discussões apresentadas até aqui acabam por indicar, para tal laboratório, uma função geral com duas consequências específicas.

Por um lado, esse laboratório deve assumir a função geral de ser o ambiente que funciona como centro de discussão e desenvolvimento de novos conhecimentos dentro de um curso de Licenciatura em Matemática. O funcionamento adequado desse ambiente o aproxima de uma espécie de centro de produção com duas contribuições específicas, a saber: o desenvolvimento da formação profissional do futuro professor e a sua iniciação em atividade de pesquisa.

Nesse sentido, é perfeitamente justificável a presença de um laboratório de ensino numa instituição de formação se o licenciando estiver envolvido em projetos e execução de experiências, com oportunidades de correlacionar teorias da psicologia com métodos didáticos, fazendo, assim, a síntese de sua formação teórica e pedagógica numa aplicação simultânea das teorias em situações reais.

O aprendizado do licenciando, portanto, passará a ser sentido como fruto de uma conquista própria do seu trabalho acadêmico. Além de se habituar a trabalhar em cooperação com seus colegas, fator imprescindível para seu desenvolvimento profissional, destacado, inclusive, pelas Diretrizes (Brasil, 2001), fortalecerá uma postura de racionalidade aberta, próxima do que sugere a carta de transdisciplinaridade que foi produzida em Arrábida, Portugal, enunciando 14 artigos que preveem o olhar transdisciplinar que favorece a manutenção de uma mentalidade de atitudes inovadoras.

Para Turrioni (2009), a existência de um LEM nos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil proporciona ao graduando o desenvolvimento de competências que o levam a tomar atitudes de constante atualização, devido às mudanças que produzem, de criatividade, cooperação, análises críticas, reflexivas e construtivas.

Em 2004, a mesma autora classificou o LEM com duas formas de contribuição para a formação de professores: a primeira chamada de “Desenvolvimento Profissional” e a segunda de “Formação do Professor Pesquisador”, o que possibilita o desenvolvimento do futuro professor enquanto pesquisador e enquanto profissional.

Nesse sentido, quando inserido em um processo de criação, discussão, execução de experiências, o aluno adquire condições de desenvolver um aprendizado diferenciado, onde assume a responsabilidade pelo seu próprio aprendizado, como defende Cabral (2010, p. 91) sobre a compreensão da “necessidade de assumir seu próprio desenvolvimento profissional”, o que caracteriza uma nova mentalidade acerca do ambiente de ensino-aprendizagem.

Além disso, a necessidade de se produzir atividades de ensino levam naturalmente o futuro professor à prática da pesquisa bibliográfica que subsidiará seus produtos e suas reelaborações mediante suas observações empíricas dos resultados das aplicações dessas atividades com seus alunos escolares.

Essas perspectivas podem, também, refletir nos processos de ensino nos diversos níveis escolares (fundamental e médio), pois, uma vez preparados para agirem em sala de aula de forma a tornarem o aprendizado mais adequado, os futuros professores o farão de maneira segura e construtiva.

O LEM, diante das discussões que tenho apresentado até aqui, pode ser uma alternativa interessante para se produzir atividades que se distanciem um pouco da abordagem mais tradicional. Isso não significa que as metodologias tradicionais, focadas sobre a exposição didática, não sejam adequadas em determinadas situações, bem como outras metodologias.

A ideia, no entanto, é diversificar as propostas metodológicas de ensino. Essa concepção é partilhada por Cabral (2010) ao ratificar a necessidade de diversificação das possibilidades metodológicas quando afirma: “Se o processo de ensino-aprendizagem, de fato, é complexo e não linear, então é lógico admitir que não se possa ensinar-aprender todas as coisas a partir de uma mesma metodologia” (p. 120).

No Brasil, diversas Instituições de Ensino Superior desenvolveram experiências com a implantação de um LEM e registraram contribuições significativas, tanto para o crescimento qualitativo dos cursos de formação de professores nos quais o laboratório foi desenvolvido quanto para o aprendizado dos próprios estudantes da graduação, o que será relatado nas próximas seções, baseado na pesquisa desenvolvida por Cabral (2010). Tais experiências realizadas no Brasil foram consideradas relevantes e tomarão destaque neste trabalho como forma de reafirmar a importância do Laboratório de Educação Matemática nos diversos níveis de ensino.

Na Universidade Federal Fluminense (UFF), O Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) foi desenvolvido em uma perspectiva voltada para estudos de metodologias do ensino de Geometria cujas atividades se relacionaram à utilização de materiais concretos e de ambientes virtuais.

O LEG tornou-se um ambiente propício para o desenvolvimento de pesquisas em Educação Matemática voltadas para a Geometria, com o estudo de metodologias alternativas de ensino, sempre buscando a melhoria do ensino e da aprendizagem dos alunos do ensino fundamental e do médio, bem como dos estudantes em formação nos cursos de licenciatura da Universidade, que tem a construção de conceitos enfatizada nas produções.

A abordagem feita pelo LEG na UFF busca desenvolver materiais didáticos com o objetivo de dispor de diferentes métodos de ensino que visam à transformação da Matemática em algo significativo para os alunos, ao mesmo tempo em que insere os estudantes da graduação em uma esfera de envolvimento com a prática docente, aproximando-os das situações cotidianas e os deixando mais preparados para exercer a futura profissão de forma mais segura e responsável.

Na Universidade de Brasília (UnB), o Laboratório de Ensino de Matemática promove atividades voltadas para a elaboração de sequências didáticas para o ensino de matemática e disponibiliza suas produções como materiais didáticos e atividades de ensino aos professores escolares oferecendo suporte a sua atividade profissional. Procura também criar situações que tornem a Matemática mais acessível e interessante como disciplina para a comunidade em geral.

Na Universidade Federal da Paraíba (UFPB), o LEPAC (Laboratório de Estudos da Aprendizagem Científica) tem como filosofia e política a base na crença de que a construção do saber matemático é acessível a todos e que o baixo desempenho dos alunos brasileiros em Matemática pode ser superado e requer aprendizados externos à Matemática. Além disso, baseia-se em compromissos políticos que envolvem a mudança na escola e na comunidade, na luta por melhores condições de trabalho e o que também merece destaque: a luta por uma formação inicial de qualidade.

Constatou-se que o LEM da UFPB viabilizou o desenvolvimento de competências aos alunos da graduação, como de autonomia, participação, colaboração, capacidade de percepção de princípios, dentre outras não menos importantes para o processo de formação inicial de professores.

Na Universidade da Amazônia, UNAMA, o Laboratório de Educação Matemática (LEMA) surgiu a partir de duas necessidades integradas: a oferta de três disciplinas diretamente ligadas à existência de um laboratório, Metodologia do Ensino de Matemática, Educação Matemática e Estágio Supervisionado III; e da necessidade por parte dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática desta Universidade de cumprir uma extensa carga horária destinada às chamadas atividades complementares, que podem ser obtidas por meio de palestras, cursos, congressos, oficinas, dentre outras atividades.

A elaboração de atividades voltadas para situações de ensino passaram a ser frequentes dentro do LEMA e aprofundaram-se as discussões acerca de alguns problemas presentes no cotidiano escolar, por meio da produção de textos didáticos que fossem capazes de envolver professor e alunos em uma determinada situação de ensino colaborativo.

O professor responsável pelo Laboratório trabalhava em colaboração com os futuros professores, orientando-os a desenvolverem atividades voltadas para a reconstrução de conceitos matemáticos. Inicialmente, eram orientados a proporem uma situação-problema que permitisse com que a atividade buscasse justificar alguns “nós” da aprendizagem.

No decorrer das atividades do LEMA / UNAMA, foi desenvolvida uma pesquisa com alunos do curso de graduação, os quais eram submetidos a situações de ensino com alunos da rede pública local para verificação de contribuições no aprendizado “prático” dos futuros professores.

Constatou-se que vários aprendizados foram adquiridos no que diz respeito à prática docente dos alunos do curso de graduação, dentre eles a preocupação com o aprendizado com ênfase conceitual.

O LEMA / UNAMA merece destaque entre os laboratórios até aqui descritos tanto pelo aprendizado constatado pelo pesquisador sobre a preocupação do aluno da licenciatura com a aprendizagem conceitual de seus alunos, quanto a sua proximidade à concepção de LEM apresentada anteriormente por Cabral (2010). O LEMA aconteceu no ambiente de sala de aula, caracterizando-se, portanto, em um espaço constituído pela intenção e atitudes do professor e a colaboração ativa dos aprendizes.

Nesse sentido, a existência do LEM se estende às escolas, uma vez que sua concepção como espaço-atitude-intenção é viável no ambiente escolar, além de ser capaz de viabilizar aos alunos que dele participam, uma aprendizagem com ênfase conceitual.

1.2 POSSIBILIDADES DO LEM

Como discutido anteriormente, o Laboratório de Educação Matemática pode existir tanto em um ambiente destinado exclusivamente a ele, como em qualquer outro ambiente em que se desenvolvam atividades que envolvam os alunos em um ambiente construtivo e investigativo. Nesse sentido, o LEM se transforma em um ambiente cujas possibilidades podem ser amplamente exploradas dentro das tendências em Educação Matemática.

Dessa maneira, Mendes (2009) faz em sua obra uma apresentação das Tendências em Educação Matemática atendendo a uma perspectiva investigativa do ensino de Matemática. Considera a Matemática como parte integrante da cultura humana em geral e que, portanto, faz-se necessária uma abordagem que vise à "efetivação de um pensamento ativo que busca construir soluções para os processos lógico-interrogativos surgidos no dia-a-dia" (p.10).

Ainda sobre isso, Mendes (2009) destaca a importância da Filosofia no contexto da aprendizagem em Matemática. O estudo da Matemática, portanto, inclui-se na questão humana educacional e, com isso, surge uma necessidade de tornar a Matemática mais acessível a todos, uma vez que sua linguagem sofisticada e sua capacidade de transformação da realidade humana têm se distanciado da maioria das pessoas, fazendo-a ser vista como "ruim", "difícil". Para Mendes (2009), "o desenvolvimento ampliado dessa construção humana tem contribuído para que ampliemos a vida de poucos e impossibilitemos o desenvolvimento da vida da maioria" (p. 11).

Tomando como base essa discussão, Mendes (2009) aponta uma reflexão necessária sobre o que se pretende ensinar em Matemática e como isso deve ser/tem sido feito. Considera que a Matemática, historicamente, perdeu seu sentido de "rainha das ciências" e passou a ser "assassina das indigências", cada vez menos acessível, a ponto de existir o analfabetismo matemático.

A Matemática, nesse contexto, possui poder de transformação no mundo à medida que proporciona possibilidades sócio cognitivas e permite aliança com a Filosofia nas questões investigativas no que diz respeito à ética, valores e condições humanos, com inúmeras contribuições para com a sociedade. E complementa sobre as possibilidades da Matemática:

> O ensino tradicional tenta utilizar-se de uma única codificação para transmitir de forma lógica e sistemática o conhecimento aos alunos. Para tanto, são isolados um a um dos pontos que constituem o tecido do conhecimento como rede, causando fragmentações através da criação das diferentes áreas do conhecimento, impossibilitando a realização de conexões entre esses ramos do conhecimento, ocasionando, portanto, a criação das disciplinas como fator de isolamento das respostas que vão sendo obtidas. (MENDES, 2009, p. 12)

Contrapondo-se a essa ideia de fragmentação do ensino, é que surgem as diversas alternativas metodológicas no ensino de Matemática, cujos objetivos estão associados à (re)construção de conceitos matemáticos, que proporcionam ao aluno uma nova visão a respeito do mundo e de si mesmo, conferindo ao aprendizado um significado mais sólido.

Nesse ambiente, o LEM se encontra com a ideia de Mendes (2009), apresentando-se como um ambiente que abrange e pode atender às necessidades do “novo” ensino da Matemática a partir de metodologias variadas e diferenciadas. Assim, apresentam-se algumas Tendências em Educação Matemáticas e sua viabilidade no Laboratório de Educação Matemática, tendo em vista que a proposta principal desse ambiente (LEM) é promover a aprendizagem de forma diferenciada e significativa para o aluno.

Quanto aos materiais concretos e jogos, Mendes (2009), em sua primeira observação sobre o uso de materiais concretos, reforça o que foi dito por Lorenzato (2009) em sua reconstrução histórica sobre a importância da utilização de materiais didáticos. O que pretendemos destacar nesse texto é a conexão existente entre a importância da utilização e aplicação de materiais concretos com o ambiente do Laboratório de Educação Matemática.

Os materiais concretos e jogos possibilitam situações em sala de aula que envolvem os alunos em uma relação, com o objeto, de exploração e construção de seu próprio conhecimento, tirando suas próprias conclusões sobre o conhecimento em questão, com intermédio do professor. Em uma situação como esta, o aluno participa ativamente da construção de seu próprio conhecimento matemático, além de desenvolver melhores relações sociais reforçadas pelo convívio em grupo com os colegas de classe.

Nessa perspectiva, o LEM se apresenta como ambiente propício para a utilização de materiais concretos e jogos, inclusive se consolidando na realização dessas atividades.

No que diz respeito à Etnomatemática, de acordo com as palavras de Mendes (2009), é uma tendência possível de ser utilizada em qualquer atividade que proporcione ao aluno o contato com os elementos culturais com os quais ele mesmo já esteja acostumado. Tais elementos devem ser levados em consideração, inclusive, na a elaboração das atividades realizadas no LEM. Este autor atribui à cada cultura, a existência natural e espontânea da necessidade de medir, comparar, quantificar, observar, discutir e concluir, o que faz a Matemática existir sempre em cada uma delas.

Na perspectiva de D'Ambrosio (1986), a própria Matemática tem raízes culturais, seu desenvolvimento histórico foi baseado em necessidades e contextos culturais. Para o autor, a Etnomatemática se configura como a arte de entender e lidar com o meio cultural, social e político utilizando-se das habilidades de contar, medir, quantificar, comparar, que a Matemática proporciona. Mendes (2009) afirma sobre esta interpretação que a Etnomatemática contribui para "dar outra imagem" à Matemática escolar, vista pela maioria dos alunos como difícil, não interessante, e considera que "um dos principais objetivos da Etnomatemática é aguçar a curiosidade e a criatividade do aluno" (p. 60).

Ao observar tal afirmação sobre a Etnomatemática, é possível conectar novamente ao conceito de Laboratório de Educação Matemática como importante ferramenta de utilização dessa Tendência. A criatividade do aluno é ponto fundamental na existência do LEM, podendo ser despertada em diversas atividades de valorização cultural, respaldadas pela Etnomatemática.

A respeito da Resolução de Problemas, Mendes (2009) afirma que "o aluno aprende a pensar por si mesmo, levantando hipóteses, testando-as, tirando conclusões e até discutindo-as com os colegas" (MENDES, 2009, p. 71). Esta tendência é bem clara no que diz respeito ao trabalho investigativo que proporciona ao aluno. Pode-se dizer que, em oposição do modelo tradicional de ensino, é a metodologia de ensino de matemática mais diretamente ligada às práticas do LEM. Aprendendo a resolver problemas, o aluno desenvolve sua autonomia (objetivo fundamental das atividades de Laboratório), sua percepção, seu convívio com os colegas é motivado por situações-problemas importantes para o desenvolvimento cognitivo, suas reflexões, entre outros benefícios para a aprendizagem.

A proposta de exploração e investigação de conceitos também faz com que a Resolução de Problemas se aproxime do LEM, fazendo com que a Matemática possa ser vista pelo aluno em uma perspectiva muito mais investigativa e interessante, podendo gerar uma nova visão sobre ela, interagindo com fenômenos naturais e situações do dia-a-dia escolar e da sociedade.

Sobre Modelagem Matemática, Mendes (2009) afirma que "modelar significa representar através de objetos e/ou símbolos, as abstrações ocorridas a respeito de qualquer ente físico (material) ou situação real". (MENDES, 2009, p. 83). A modelagem matemática, segundo Mendes (2009), inicia-se com um problema prático apresentado, que busca na Matemática, modelos que os resolvam. Com isso, essa metodologia permite a realização de uma análise da realidade e seus problemas reais com o objetivo de resolvê-los a partir do conhecimento que se tem em Matemática. Segundo o autor, o "conteúdo sistematizado e estruturado, cujos tópicos exigem uma cadeia de pré-requisitos, é abandonado para que se trabalhe os conceitos matemáticos numa situação francamente investigatória".

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática se aproxima da Resolução de problemas no que diz respeito às práticas realizadas no LEM. Assim como aquela metodologia, também propõe ao aluno atividades de investigação e desenvolvimento da autonomia, consolidando e reforçando, novamente, a existência do Laboratório de Educação Matemática.

Sobre História da Matemática para Mendes (2009), esta tendência se configura em um amplo campo de exploração de atividades para o LEM. Centrada na investigação, segundo o autor, conduz tanto o professor quanto o aluno a uma compreensão do desenvolvimento social, cultural e histórico da humanidade, tendo como importante ferramenta aliada, a Matemática, que se apresenta como forma de interpretar e entender fenômenos da natureza.

> "Esta perspectiva investigatória [...] pode ser conduzida de forma orientada, constituindo-se em um agente da cognição matemática na sala de aula, fazendo com que os estudantes compreendam o processo de construção da Matemática em cada contexto e momento histórico específicos". (MENDES, 2009, p. 91)

A construção de conceitos também é atendida pela História da Matemática, uma vez que viabiliza o prazer da redescoberta (histórica) por parte dos alunos quando aliada às atividades dirigidas e orientadas pelo professor. Um bom exemplo de atividade de reconstrução conceitual é a que tem como objetivo a introdução aos números irracionais por meio da diagonal do quadrado. Mendes (2009) apresenta em sua obra uma maneira de abordar tal conteúdo por meio da História da Matemática no ensino fundamental.

Por meio da utilização da Tendência Informática na Sala de Aula, o professor de matemática abre possibilidades para uma melhor compreensão de conteúdos frequentemente vistos com dificuldades pelos alunos. Segundo Mendes (2009), a informática é capaz de promover a superação de alguns obstáculos enfrentados tanto por alunos quanto por professores no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Ao mesmo tempo em que serve como ferramenta auxiliar na compreensão de alguns conceitos e elementos específicos da matemática, os computadores também se apresentam como importante ferramenta de construção conceitual. Mendes (2009) apresenta em sua obra um levantamento realizado sobre as contribuições do uso do computador no ensino de Matemática e, dentre outros, aponta o crescimento do interesse pelo desenvolvimento de atividades de investigação. Nesse sentido, mais uma vez o LEM aparece na realização de atividades cuja metodologia foge do tradicional e promove uma aprendizagem diferenciada.

Todas as metodologias citadas anteriormente apontam para uma perspectiva de ensino-aprendizagem voltada para o desenvolvimento da autonomia, a partir de um olhar crítico, reflexivo, investigativo e científico. Com isso, é possível afirmar que todas elas se encontram em uma só metodologia: a do ensino por atividades, que, aliás, pode ser executada dentro de cada uma das alternativas metodológicas citadas anteriormente.

Para Sá (2009), é papel do professor promover a formação de “um homem cada vez mais dinâmico e reflexivo, consciente de sua capacidade de intervenção na realidade que o circunda e na importância do seu desenvolvimento intelectual [...]” (p. 14). Para tanto, o professor deve proporcionar ao aluno situações que o conduzam à (re)descoberta do conhecimento.

Nesse sentido, Sá (2009) apresenta a proposta metodológica do Ensino por Atividades. Cada atividade deve procurar conduzir o aluno à construção de conceitos, com uma sequência lógico-didática contínua, previamente preparada pelo professor.

Tais atividades, portanto, estão intimamente ligadas a Redescoberta de conceitos matemáticos, uma vez que os alunos são instigados a refletir sobre situações dirigidas pelo professor em uma ordem proposital que os provoque tal questionamento. O LEM, nesse contexto, torna-se um ambiente propício para a realização dessas atividades, colocando os alunos em situações de reflexão e investigação, cumprindo novamente com seu principal objetivo.

A seguir, foi feita uma análise mais detalhada sobre o ensino por atividades e suas especificidades e possibilidades nos diversos níveis de ensino, destacando o ensino fundamental e tomando como base pressupostos teóricos da Psicologia Histórico-Cultural.

2 SOBRE ATIVIDADE

Como já foi inicialmente colocado, a metodologia de Ensino de Matemática por Atividades perpassa por um caminho que tem como objetivo envolver o aluno em um ambiente de constante exploração do conhecimento, orientado pelo professor, buscando o desenvolvimento de sua criatividade e criticidade, realizando escolhas e pensando de maneira decisiva na realização de problemas do cotidiano.

Para delinear a opção por esta metodologia na execução deste trabalho, é necessário realizar uma revisão bibliográfica mais aprofundada que perpasse pela Teoria da Atividade, desdobramento da Psicologia Histórico-Cultural que se fundamenta na filosofia marxista, bem como seus desdobramentos na atividade pedagógica, o que concretizará a escolha de atividades como norte da atividade pedagógica.

Nesse sentido, a revisão bibliográfica realizada sobre a Teoria da Atividade abrange obras como as de Marx (1989, s.d.), Davidov (1988), Leontiev (1978, 1983) e Vygotsky (1988) e seus desdobramentos na atividade pedagógica, cuja discussão foi articulada neste trabalho principalmente por Asbahr (2005), Moura (2010) e Ripardo (2012).

A Teoria da Atividade apresenta grande potencial, segundo Duarte (2003), para desdobramentos na atividade pedagógica. Para o autor, embora se atribua a Vigotsky e Luria, o termo “Teoria da Atividade” surgiu mais especificamente a partir do trabalho de Leontiev. O desenvolvimento dessa teoria nos dias de hoje trouxe grandes possibilidades de interpretações para diversos campos do conhecimento: educação, antropologia, sociologia do trabalho, filosofia, etc.

Para que se entenda a Teoria da Atividade é necessário entender alguns conceitos que, segundo Asbahr (2005) são importantes para a compreensão da contribuição desta teoria para a educação, tais como significado social, sentido pessoal e consciência. Além disso, é importante compreender de que maneira o materialismo histórico-dialético de Marx se relaciona com a atividade.

Para Marx (1989), o que dá origem ao desenvolvimento histórico-social dos homens é a atividade prática sensorial, o que influencia no desenvolvimento individual. Tendo isso como base, o conceito de atividade é tido pelos psicólogos soviéticos como elemento central dos estudos sobre o desenvolvimento do psiquismo. Para Vygotsky, por exemplo, a consciência é constituída do exterior para o interior por meio de relações sociais.

Daí surge a unidade dialética entre consciência e atividade, portanto, intimamente relacionadas. Para Asbahr (2005), foi Leontiev quem sistematizou o conceito de atividade. “Esse conceito desempenha as funções de princípio explicativo dos processos psicológicos superiores e de objeto de investigação” (p.109).

Para a psicologia histórico-cultural, a atividade do sujeito no mundo dos objetos é mediada pela realidade e regulada pela necessidade. Porém, a necessidade, por si só, não é capaz de provocar uma atividade. Somente diante de um objeto que corresponde à necessidade é que a atividade pode ser orientada por ela. As necessidades humanas são reflexos das necessidades historicamente construídas e a análise delas, segundo Asbahr (2005), requer tal compreensão.

Leontiev (1983) entende que o objeto é o real motivo da atividade, ou seja, é o objeto que permite a existência da atividade e que a impulsiona, caracterizando-se como motivo, elo articulador entre necessidade e objeto. Nessa perspectiva, Asbahr (2005) compreende que necessidade, objeto e motivo se constituem em componentes estruturais da atividade. Inspirada em Leontiev (1983), a autora propõe o seguinte exemplo para explicar como esses três componentes estruturais se relacionam:

> Um sujeito está com fome (necessidade de comer) e pode satisfazer essa necessidade se buscar comida (objeto). Encontra-se motivado para a atividade de buscar comida quando sente a necessidade de comer e quando idealiza um objeto que possa satisfazê-lo. Propõe-se, então, objetivos: o que poderá fazer (ações) para satisfazer sua necessidade? As ações possíveis dependerão das condições concretas de vida do indivíduo, e são engendradas historicamente. (LEONTIEV, 1983, p. 110)

Nas palavras de Ripardo (2012),

> Uma necessidade quando encontra um objeto correspondente a ela gera um motivo, que servirá para orientar e regular a estrutura da atividade que lhe permita a obtenção do objeto. A atividade é composta por ações a serem delimitadas pelo sujeito. Em cada uma delas existem objetivos parciais regulando a sua execução, mas que devem estar em consonância com o motivo da atividade. (RIPARDO, 2012, p. 4)

É importante ressaltar que os três componentes estruturais da atividade podem adquirir diferentes funções, uma vez que estão em constante processo de modificação. Delinear as funções dos componentes da atividade é tarefa fundamental para uma melhor compreensão sobre o desenvolvimento do psiquismo.

As atividades possuem sua forma primária no ambiente social, apresentadas como externas (sensório-prática) e se transformam em internas a partir do processo de internalização. Na concepção de Vygotsky é o processo por meio do qual se realiza o desenvolvimento psíquico do homem. A atividade individual se constitui a partir da atividade coletiva. Nesse sentido, surge a consciência, resultado da passagem do externo para o interno, definida por Leontiev como "conhecimento partilhado, como uma realização social" (ASBAHR, 2005, p. 110).

As implicações do desenvolvimento do psiquismo humano se dão, dentre outras áreas, na atividade pedagógica, mais especificamente, para Moura (2010), em função da intencionalidade no processo educativo.

A consciência do homem é o que permite uma interpretação pessoal (interna) de uma experiência externa. Uma vez que consegue distinguir a realidade objetiva da sua representação subjetiva, o homem age com consciência. É ela que o permite interpretar a realidade que o circunda e analisá-la.

Essa passagem do mundo sensorial para a consciência individual se dá por meio da linguagem, na qual "a atividade coletiva laboral tem papel fundamental" (ASBAHR, 2005, p. 111). A linguagem permite com que o homem se aproprie de diversas significações sociais para interagir com seu meio, adquirindo um sentido pessoal que diz respeito à sua vida, seus motivos e suas necessidades.

Significação social, para Leontiev (1978), é a "cristalização da experiência humana [...], formas como o homem apropria-se da experiência humana generalizada" (p. 94). Desse modo, está relacionada aos fenômenos históricos e à maneira como eles são interpretados socialmente pela humanidade.

Um conceito intimamente ligado ao de significação social, para Asbahr (2005) é o de sentido pessoal, que está relacionado ao motivo. Todo sentido é sentido de alguma significação. A apropriação pelo homem do sistema de significações que se depara no mundo depende do sentido pessoal atribuído a elas.

Sentido pessoal e significação social, para Leontiev (1978), eram coincidentes até algumas etapas anteriores da história. Segundo o autor, isso ocorria porque as significações ainda não eram diferenciadas e o homem vivia em comunhão com a sociedade, as ideias de indivíduo e de grupo não eram isoladas uma da outra. À medida que a sociedade se estratifica e há uma separação entre trabalho manual e intelectual, imediatamente surge na mente humana contradição entre significado e sentido. Asbahr (2005) reforça essa ruptura ao discorrer:

> Para o trabalhador, embora o significado social de seu trabalho seja produzir determinados produtos, o sentido de trabalhar é outro, é obter um salário porque só assim pode sobreviver [...] Assim, operar uma máquina, costurar uma peça ou executar tarefas parceladas da produção não tem um sentido em si mesmo, mas o sentido está em ganhar determinado salário após trabalhar tantas horas. (ASBAHR, 2005, p. 112)

Leontiev chama de alienação a essa distinção que a sociedade de classes provoca na consciência humana entre significação social e sentido pessoal. Nesse caso, a própria atividade humana, o trabalho, aliena o conteúdo da vida do homem, que vai perdendo seu foco de trabalho. Nesse modelo de sociedade de classes a consciência humana se torna frágil e vulnerável, capaz de se voltar a um objetivo puramente externo, social, financeiro. Asbahr (2005) complementa em uma perspectiva marxista:

> Essas contradições podem, ao mesmo tempo, produzir grandes sofrimentos psíquicos e, no limite, o adoecimento psicológico; mas podem, também, impulsionar a tomada de consciência das relações de exploração e o engajamento em lutas pela superação da sociedade de classes e construção da sociedade socialista. Somente com o fim da propriedade privada e das relações sociais de exploração é que podemos vislumbrar de maneira plena uma nova estruturação da consciência humana, em que a atividade humana seja verdadeiramente humanizadora. (ASBAHR, 2005, p. 112)

Duarte (2003) reforça essa ideia quando afirma, também tomando como base Leontiev, que na sociedade capitalista, existe uma alienação, uma ruptura entre o significado da ação do operário e o sentido que essa ação representa para ele, ou seja, “uma ruptura entre o conteúdo da ação do operário e o motivo pelo qual o operário age” (p. 287), também transformando sua ação para o motivo ligado ao salário que recebe, o valor de troca de sua força de trabalho, tornando-se o sentido totalmente independente do conteúdo da atividade (da significação social) e sua representação na sociedade.

No que tange à atividade pedagógica, o que se pretende é diminuir os distanciamentos existentes entre sua significação social e sentido pessoal atribuído pelo docente. Asbahr (2005) define educação como "o processo de transmissão e assimilação da cultura produzida historicamente" (p.113). Para a autora, é a educação que nos permite entrar em contato com a sociedade e desenvolver nossa segunda natureza, a social. Apresenta a concepção de Saviani (2000) sobre o objetivo do trabalho educativo, o qual consiste no ato de produzir intencional e sistematicamente em cada indivíduo a humanidade que é produzida historicamente pelos homens.

A educação está presente em qualquer momento da vida do homem, podendo ou não ser intencional. Porém, aquela desenvolvida na escola tem por dever a intencionalidade e sistematização. Nesse sentido, a escola passa a ser a instituição responsável por transmitir de forma organizada e intencional o conjunto de saberes historicamente acumulados, por meio do professor, sujeito condutor da atividade pedagógica.

> A significação social da atividade pedagógica do professor é justamente proporcionar condições para que os alunos aprendam, ou melhor, engajem-se em atividades de aprendizagem. Para tanto, o professor é responsável por organizar situações propiciadoras da aprendizagem, levando em conta os conteúdos a serem transmitidos e a melhor maneira de fazê-lo. (ASBAHR, 2005, p. 113)

E ainda,

> Para a formação do pensamento teórico do estudante, faz-se necessário organizar o ensino de modo que realize atividades adequadas para a formação desse pensamento. Davidov (1982) defende que é necessário partir das **teses gerais** da área do saber e não dos casos particulares, buscando a **célula** dos conceitos, sua gênese e essência, o que se consegue por meio da operação de construir e transformar um objeto mentalmente. (MOURA, 2010, p. 210 – 211).

É importante considerar que o trabalho do professor deve garantir, segundo Asbahr (2005, apud Saviani, 2000), que os alunos se apropriem do conhecimento formal, clássico, erudito, elaborado, compostos pela arte, ciência, filosofia; e não o conhecimento popular, espontâneo, fragmentado. Segundo Heller (1970, p. 21), os saberes pelos quais a escola é responsável, são os saberes não cotidianos, aqueles "que nos elevam ao humano-genérico, possibilitando a 'consciência de nós', além de configurarem a 'consciência do eu'".

Ao adquirir tais saberes, o aluno tem seu conhecimento ampliado e, portanto, desenvolvido e que produz desenvolvimento. Para Davidov (1998), a atividade pedagógica e os conteúdos escolares devem ser organizados objetivando a formação do aluno voltada para aquilo que não está formado, ou seja, ao conhecimento específico, elevando-a a níveis superiores de seu desenvolvimento.

O ensino orientado, nesse contexto, deve produzir no aluno "neoformações psíquicas", que serão responsáveis pela reestruturação de processos psíquicos particulares. Moura (2010) defende que para que a aprendizagem aconteça para os estudantes, sendo constituída efetivamente como uma atividade, é fundamental a mediação do professor na relação dos alunos com o objeto a ser aprendido, realizando papel organizador e orientador do ensino. Para o autor, na organização do ensino, as ações do professor "devem criar no estudante a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo" (p. 216). E ainda, segundo o autor, para que o ensino se defina como uma atividade é necessário definir o que se busca concretizar com a mesma, ou seja, a atividade educativa tem por objetivo aproximar os alunos de um determinado conhecimento.

A partir dessa perspectiva é que Asbahr (2005), Moura (2010), Ripardo (2012), entre outros, sugerem como ensino orientado e alternativa para que a finalidade pedagógica seja alcançada, as Atividades Orientadoras de Ensino (AOE).

Moura (2001) define Atividade orientadora de ensino como aquela atividade que é estruturada para permitir interação entre os sujeitos, mediados por um determinado conteúdo, cujo objetivo comum é solucionar uma situação-problema. Moura (2010) reforça esta concepção:

> Na AOE, ambos, professor e aluno, são sujeitos em atividade e como sujeitos se constituem como indivíduos portadores de conhecimentos, valores e afetividade que estarão presentes no modo como realizarão as ações que têm por objetivo um conhecimento de qualidade nova. Tomar consciência de que sujeitos em atividade são indivíduos é primordial

> para considerar a Atividade Orientadora de Ensino como um processo de aproximação constante do objeto: o conhecimento de qualidade nova. A atividade, assim, só pode ser orientadora. Nesse sentido, a AOE, toma a dimensão de mediação ao se constituir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e assim também se constituirão em sujeitos de qualidade nova. (MOURA, 2010, p. 218)

Garantindo a apropriação do conhecimento de forma organizada, sistematizada e planejada, a AOE também viabiliza outro elemento da significação social da atividade pedagógica: a formação da postura crítica do aluno, fazendo com que o educando também adquira autonomia para produzir conhecimento. O aluno passa, nesse momento, a participar ativamente de seu próprio processo de apropriação do conhecimento, de aprendizagem.

Considero importante destacar que a intenção do professor não deve ser a de ensinar ao aluno todo e qualquer conhecimento, e sim, torná-lo autônomo o suficiente para que aprenda um modo de ação generalizado de acesso, utilização e criação do conhecimento, garantindo a formação do pensamento teórico (Moura, 2010). “Nesse movimento, a qualidade de mediação da atividade orientadora de ensino se evidencia ao possibilitar que o sujeito singular aproprie-se da experiência humana genérica” (p. 219).

Para superar a alienação existente na prática do professor, Asbahr (2005) propõe o projeto político pedagógico como alternativa para reintegrar a significação social e o sentido pessoal presentes na atividade docente. Para a autora, o projeto representa uma atividade à medida que os projetos individuais dos professores convergem para um mesmo objetivo, assumindo a existência de uma necessidade em comum: a da melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem. Com isso, “os motivos individuais da atividade tornam-se motivos do grupo, enquanto os motivos do grupo ganham uma configuração individual” (p. 116).

Ao possuírem uma necessidade, motivo em comum, os professores passam a delinear suas ações pedagógicas de maneira planejada, e para que isso ocorra, é necessário que os objetivos das atividades tenham sido delineados primeiramente. Mais uma vez, a intencionalidade pedagógica do professor surge como elemento marcante em sua atividade. O professor deve saber, em todos os momentos de sua prática pedagógica, onde pretende chegar, para depois, criar, decidir a maneira como atingirá seu objetivo.

Além disso, também partindo da necessidade e objetivos em comum, o professor passa a agir em colaboração com seus pares, aprendendo, discutindo e refletindo sobre sua própria prática pedagógica, enriquecendo-a e tornando-a atividade. É nesse sentido que a construção do Projeto Político Pedagógico da escola vai no sentido oposto ao da alienação da prática pedagógica do professor.

Ripardo (2012) propõe a produção de textos em Matemática como alternativa para diminuição das distâncias entre significação social e sujeito pessoal na atividade docente. A produção de texto é apresentada como possibilidade metodológica para o ensino da Matemática, à medida que viabiliza ao aluno o aprendizado sobre criar, mobilizar processos de auto regulação daquilo que pretende dizer. Com isso, o aluno participa ativamente de seu processo de apropriação do saber, desenvolvendo-se em uma perspectiva crítica e reflexiva, aproximando-se do conhecimento teórico.

Em suma, as AOE abrem ao professor uma infinidade de possibilidades: os permite mediar os processos de ensino e de aprendizagem, participar ativamente de sua construção de conhecimento e do aluno, organiza sua atividade, incentiva o trabalho colaborativo, dentre outros aspectos que acabam beneficiando todo o meio social que envolve a escola e suas atribuições para com os alunos e a realidade social que os circunda.

Dessa maneira, o Ensino de Matemática por Atividades torna-se viável à medida que é respaldado por elementos da Psicologia Histórico-Cultural e envolve práticas pedagógicas que inserem o aluno em uma ambiência de busca pelo conhecimento, melhorando o processo de ensino e aprendizagem.

2.1 ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES

A partir da discussão proposta até aqui, é interessante realizar uma apresentação das ideias de Sá (2009) e Mendes (2009) no que dizem respeito ao ensino de Matemática por atividades.

Mendes (2009) afirma que a produção de conhecimento pressupõe uma “criação inspirada e inovadora a partir das informações construídas, ao longo dos tempos, pela humanidade, sempre numa perspectiva de reinvenção da realidade investigada” (p. 124). Nesse contexto, aprender e ensinar acabam se justificando no âmbito da pesquisa como um meio de se conduzir a produção científica e educativa, eliminando, portanto, a prática da cópia ou da imitação, de forma progressiva.

As ideias de Mendes (2009) reforçam a utilização das atividades no ensino de Matemática, à medida que esta metodologia enfraquece o hábito de cópia e imitação geralmente frequente nos alunos dos diversos níveis de ensino. Defende, ainda, baseado nas ideias de Demo (1992), que o ensino significativo só se dá a partir da prática da pesquisa, e que sua ausência pode ocasionar em uma mera transmissão de conhecimento, como uma cópia de um saber já pronto e construído por outros, como “um produto acabado e frio” (p. 124).

Quanto aos aspectos envolvidos na elaboração de atividades de ensino, estes devem levar em consideração o aspecto investigativo presente na atividade em que se pretende inserir o aluno. Sá (2009) aponta para a construção de conceitos que o aluno deve desenvolver ao participar de uma atividade em Matemática. Tais conceitos devem estar bem delineados nos objetivos e na execução da atividade proposta pelo professor.

Nesse sentido, tomamos como destaque o processo de construção das atividades de ensino de matemáticas voltadas para a construção conceitual de determinados conteúdos em Matemática. Esse processo deve ser realizado com responsabilidade, uma vez que todas as etapas, desde a elaboração até a execução da atividade, são determinantes no processo de aprendizagem do aluno.

Para Sá (2009), “essa abordagem de ensino pressupõe a experiência direta do aprendiz com situações reais vivenciadas, nas quais a abordagem instrucional é centrada no aluno e em seus interesses espontâneos”. Essa ideia ratifica, portanto, nossa concepção sobre o Laboratório de Educação Matemática. Contempla as necessidades do ambiente do LEM a partir de sua perspectiva atitudinal, baseada na intencionalidade pedagógica do professor.

A partir disso, o autor apresenta alguns pontos considerados fundamentais para o momento de elaboração de atividades:

a) As atividades devem ser apresentadas aos alunos de maneira auto orientada, para que os alunos tenham maior autonomia na condução à construção das noções matemáticas.

b) As atividades devem conduzir os alunos através de três fases: experiência, comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica do conhecimento matemático construído.

c) Deve existir um momento de socialização das informações entre os alunos, um ponto considerado importante pelo autor para o crescimento intelectual do grupo.

d) As atividades devem possuir continuidade, uma vez que deve conduzir o aluno a um nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas por eles no decorrer da atividade (experiências concretas).

e) As atividades devem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, sequencialmente apresentadas, permitindo uma construção gradual de conhecimentos (modelo proposto por Dockweiller, 1996 – leva em consideração o aspecto interativo existente entre o aluno e o objeto em conhecimento, buscando enxergar o aluno “por inteiro”, considerando seus aspectos matemáticos, psicológicos e sociais).

Outro aspecto considerado importante por Sá (2009) no ensino por atividades é a investigação, que, por despertar no aluno um espírito colaborativo e construtivo no que diz respeito ao conhecimento e relações sociais, deve estar presente na sala de aula no momento em que as atividades forem elaboradas e executadas. Sobre isso, o autor reforça:

> A investigação constitui um fator inerente ao homem. Enquanto esse espírito investigador, bem evidente na fase pré-operatória dos estágios de Piaget, permanecer se desenvolvendo nas fases posteriores, conduzirá o aluno a um amadurecimento científico e matemático que o tornará cada vez mais autônomo e consciente da sua capacidade de apostar na curiosidade e na possibilidade de buscar o conhecimento através da investigação. O ensino de Matemática por meio de atividades pressupõe mútua colaboração entre professor e aluno durante o ato de construção do saber, pois a característica essencial desse tipo de abordagem metodológica de ensino está no fato de que os tópicos a serem aprendidos serão descobertos pelo próprio aluno durante o processo de busca, que é conduzido pelo professor até que ele seja incorporado à estrutura cognitiva do aprendiz. (SÁ, 2009, p. 19)

Nesse momento, o autor apresenta sua maneira de conceber o ensino da matemática a partir de uma concepção dinâmica, construtiva e participativa que envolve os alunos em um ambiente com as características de um LEM tratado no capítulo anterior.

Mendes (2009) considera como “emancipatórios” os processos criados pelo professor e que dão um caráter educativo e científico à pesquisa realizada em sala de aula. Utiliza-se, para tanto, de uma ideia de Demo (1992) que afirma que “o aluno não leva para a vida o que decora, mas o que cria por si mesmo” (p. 56). E reforça:

> [...] pode-se conceber que a pesquisa, como alternativa de produção de conhecimento, numa perspectiva educativa pode contribuir bastante para o ensino de Matemática à medida que cria no professor e no aluno um hábito de compreensão e intervenção nos problemas que enfrentamos diariamente, tendo com isso subsídios úteis ao ensino-aprendizagem da Matemática. (DEMO, 1992, p. 124)

Embora Mendes (2009) utilize as ideias de pesquisa em sala de aula para justificar a metodologia de Projetos para o Ensino de Matemática, e não, especificamente, o Ensino por Atividades, consideramos que a pesquisa a que o autor se refere, utilizada como ferramenta no ensino de Matemática se aproxima das ideias propostas pelo ensino por atividades, uma vez que desenvolve no aluno habilidades de criticar, refletir e investigar, no ambiente de sala de aula, permitindo a ele a construção de seu próprio conhecimento.

O ensino de Matemática por Atividades, nesse contexto, vai tomando uma dimensão cada vez maior. Apresenta-se cada vez mais como uma alternativa viável para as salas de aula, sobretudo aquelas onde os professores pretendem se aproximar da concepção de LEM apresentada neste trabalho. Alguns tipos de atividades surgem nesse ambiente, como as atividades de redescoberta, por exemplo. Nelas, segundo Sá (2009), tanto o professor (orientador) como os alunos podem representar o membro central da atividade. No segundo caso, quando estas forem atividades auto-orientadas.

Para tanto, Sá (2009) propõe que o professor desenvolva atividades por meio da “demonstração em classe ou em forma experimental, individualmente ou em grupos” (p. 23). Na demonstração em classe, a atividade é totalmente desenvolvida pelo professor, oportunizando aos alunos as habilidades de registro, levantamento de hipóteses, observação, discussão de resultados e elaboração de conclusões, redescobrindo, portanto, o conhecimento matemático envolvido na atividade contando com a ajuda do professor.

Na forma experimental, que pode ser desenvolvida de maneira individual ou em grupos, o professor viabiliza aos alunos algumas orientações básicas daquela atividade e acompanha o desenvolvimento dos alunos durante sua execução, permitindo-os observarem com cuidado, levantando suas próprias hipóteses e fazendo seus próprios registros. No final, provoca discussão de resultados, conduzindo os alunos à (re)construção do conhecimento (redescoberta) matemático envolvido naquela atividade.

Quanto aos aspectos técnicos referentes tanto à elaboração quanto à utilização de atividades em sala de aula, Sá (2009) afirma que a reflexão necessária sobre tais aspectos deve ser realizada pelo professor, levando em consideração a importância de cada um deles na realização da atividade.

As atividades propostas por Sá (2009) em sua obra “Atividades para o Ensino de Matemática no Nível Fundamental” apresentam em sua estrutura, título, objetivos, material necessário, procedimentos, quadro de registros de resultados, entre outros. O autor ressalta que a sequência de elaboração das atividades não deve, necessariamente, ser fixa, dependendo, portanto, do conteúdo abordado, do nível de ensino trabalhado e dos objetivos daquela atividade.

Outro aspecto importante que deve ser levado em consideração na elaboração das atividades é o perfil da turma em que será aplicada. Nesse caso, se o professor já conhece os alunos, suas dificuldades e limites, ficará mais fácil elaborar atividades direcionadas ou utilizar atividades mais gerais, que podem ser adaptadas para a realidade daqueles alunos. Para Sá (2009):

> Esse modelo de atividades possibilita ao aluno, principalmente, o desenvolvimento das habilidades de observação, levantamento de dados, análise e conclusão, entre outras. Acreditamos, também, que, para um melhor aproveitamento cognitivo dessas atividades por parte do aluno, é necessário que, nas séries iniciais, o professor desenvolva algumas atividades de demonstração, seguidas de atividades em grupo, procurando desenvolver nos alunos, a autonomia e as habilidades necessárias ao desenvolvimento das atividades auto-orientadas, para que as mesmas possam ser introduzidas na sala de aula em momentos posteriores. (SÁ, 2009, p. 24)

Considera, também, que:

> [...] as atividades de redescoberta contribuem para a compreensão de propriedades, relações, regras e teoremas matemáticos, bem como para a construção de conceitos, o que certamente conduz o ensino da Matemática para uma dimensão mais condizente com seu *status* de conhecimento que tem como finalidade explicar e conhecer numa dimensão mais humana. (SÁ, 2009, p. 24)

As contribuições de Sá (2009) nos permitem observar os benefícios que o ensino de Matemática baseado em atividades estruturadas e orientadas pode oferecer. Ressaltamos, nessa pesquisa, a utilização dessa metodologia de ensino, porém, sem desconsiderar ou questionar a qualidade de outras metodologias. Por sua viabilidade, consideramos o ensino por atividades como metodologia adequada para buscar atingir o objetivo dessa pesquisa, tanto por se aproximar da concepção de LEM apresentada quanto por possibilitar o desenvolvimento da capacidade de investigação, reflexão e autonomia do aluno, na construção de seu conhecimento formal oferecido no ambiente escolar.

3 CONCEITUANDO FRAÇÃO

São muitas as dificuldades existentes na compreensão do conceito de fração, existentes tanto para o professor quanto para o aluno no ambiente do ensino fundamental. Silva (1997) afirma que pesquisas realizadas em vários países têm mostrado o fracasso no desempenho dos alunos dos diversos níveis de ensino ao trabalhar com frações. Esse fracasso não se resume às frações. Teixeira (2004) aponta algumas dificuldades cuja origem está nas relações indiferenciadas entre a linguagem dita natural e a linguagem matemática. Aponta:

> Em problemas que se pede para operar com a diferença, como é o caso de calcular quanto um pai tem de idade a mais que um filho, é comum as crianças interpretarem a expressão "a mais" como indicador para realizarem uma adição. A aprendizagem da numeração escrita apresenta também muitas ambiguidades [...], tendo em vista as relações que os alunos fazem entre a numeração oral, de caráter aditivo e a escrita, de caráter posicional (por exemplo: 1254 escrito como 1000200504). Frente a uma representação fracionária pictórica como 1/8 de pizza, a leitura que os alunos fazem muitas vezes, não é expressão da relação parte-todo (o todo foi dividido em 8 partes iguais), mas da ideia de razão (uma parte pintada para 7 sem pintar). A tradução da linguagem natural para a algébrica apresenta também inúmeras dificuldades, como é o caso de escrever uma expressão algébrica para problemas do tipo: um aluno estudou 22 horas, tendo se dedicado o dobro do tempo à Língua do que à Matemática e 3 horas menos à História do que à Língua. Ao tentar descobrir quanto tempo o aluno estudou cada matéria é comum a dúvida entre quais das expressões é correta: x+2x+(3-2x) ou x+2x+(2x-3) (TEIXEIRA, 2004, p. 23).

Nesse sentido, as dificuldades na aprendizagem de Matemática podem estar relacionadas aos obstáculos enfrentados em sua linguagem própria, a exemplo do nosso sistema de numeração posicional, o que acaba implicando em novas dificuldades na investigação e resolução de problemas por parte dos alunos. A necessidade de investigar padrões para promover generalizações também é uma habilidade apontada por Teixeira (2004) que acompanham o pensamento matemático e gera grandes dificuldades. Nessa perspectiva, a álgebra e os números racionais são outros conteúdos listados pela autora como aqueles com um potencial gerador de fracassos na escola.

As frações, nesse contexto, tomam destaque, uma vez que são vistas desde as séries iniciais do ensino fundamental e apresentam grande relação com outros conteúdos matemáticos trabalhados na escola. Sendo assim, tomando como base as dificuldades apontadas na literatura a respeito do ensino e aprendizagem das frações, associadas à relevância deste conteúdo no currículo escolar – e na interpretação de problemas – por sua relação com a álgebra e outros conteúdos, além da sua diversidade de significados são pontos determinantes para escolha deste conteúdo para a realização desta pesquisa.

Silva (1997) se refere a uma pesquisa de Hart (1981) realizada com dez mil crianças inglesas, as quais foram questionadas sobre conteúdos matemáticos, dentre eles, frações e números racionais, cujos resultados apontaram que "a maioria das crianças são incapazes de lidar com o tipo de matemática que ensinamos e que nessa situação parece inútil ensinar todas as crianças como se elas tivessem a mesma base de conhecimento [...]" (SILVA, 1997, p. 4).

Wu (1999) propõe uma melhor compreensão do conceito de frações direcionado aos professores de Matemática, alegando que estes não possuem, na maioria das vezes, boa compreensão sobre o assunto. Considera que existem várias tentativas realizadas pela comunidade educativa para melhorar o ensino de frações, (Lamon, 1999; Bezuk-Cramer, 1989; LappanBouck, 1989), ressaltando que apesar disso, ainda há muito trabalho pela frente.

A pesquisa bibliográfica realizada aponta para a existência de pelo menos cinco possíveis interpretações/significados de fração, que, mais adiante, explicitaremos. Wu (2002) considera uma delas a mais adequada para ser trabalhada no ensino fundamental, uma vez que se aproxima da compreensão de fração enquanto número, servindo, portanto, como justificativa para todas as operações aritméticas.

Tomaremos como principal fundamentação para o desenvolvimento desse texto, o trabalho de Wu (2002), Sant'anna (2008) Romanatto (1999), Merlini (2005), Silva (1997) e Nunes et al (2003). Os dois primeiros defendem que a compreensão de fração como medida de comprimento associada à reta numerada facilita aos alunos do ensino fundamental a compreenderem o conceito de fração como número, bem como justifica procedimentos como as quatro operações e comparações entre frações. Tal compreensão é defendida por Wu (2002) como sendo eficiente tanto para o aprendizado de frações quanto funciona como um elemento facilitador do ensino e da aprendizagem de álgebra nas séries posteriores.

Romanatto (1999), Merlini (2005) e Silva (1997) realizam uma discussão sobre os diversos conceitos que estão relacionados às frações, suas representações e significados, bem como sua repercussão no ensino e aprendizagem dos alunos do ensino fundamental.

Apesar de ser considerada relevante a discussão sobre a passagem do campo aritmético para o campo algébrico, na qual os autores supracitados se propõem a realizar, não é a este segundo conteúdo que pretendemos nos concentrar, e sim ao primeiro, realizando uma discussão cuja ênfase é dada especificamente ao ensino de frações.

No intuito de fazer com que os alunos vençam as dificuldades encontradas na maioria das vezes na passagem do campo aritmético para o campo algébrico, Sant'anna (2008) utiliza-se do conceito de fração que toma como referência a reta numérica para propor atividades que ofereçam uma nova abordagem deste conteúdo a alunos do ensino fundamental.

Esta proposta tem como fundamentação teórica o trabalho que Wu (2002) desenvolveu voltado para o ensino de matemática, sobretudo para o ensino de frações. Wu propõe o trabalho conceitual com frações representadas como medida de comprimento, reconhecendo-a como número e representando-a na reta numérica.

Algumas das principais problemáticas enfrentadas tanto em aspectos teóricos quanto práticos (ensino de frações) são apontadas por Wu (1999): (a) O conceito de fração não está claramente definido e sua relação com os números inteiros é pouco enfatizada; (b) As complexidades conceituais associadas ao uso comum (emprego) de frações são enfatizadas, desde o início, detrimento da simplicidade matemática do conceito subjacente; (c) As regras das quatro operações aritméticas parecem ser feitas sem relação com as quatro operações usuais em inteiros positivos com os quais os alunos estão mais familiarizados; (d) Em geral, as explicações matemáticas de praticamente todos os aspectos de frações ficam faltando.

Nesse sentido, não é difícil imaginar a dificuldade enfrentada pelos alunos na compreensão desse conceito, bem como realizar com segurança as operações aritméticas às quais estão mais familiarizados. Wu (1999) e Merlini (2005) se aproximam ao observarem algumas maneiras com que as frações são introduzidas na sala de aula, geralmente a partir da razão c/d, a qual pode se desdobrar em pelo menos cinco compreensões diferentes:

(1ª) fração como parte de um todo: quando um objeto é dividido igualmente em n partes.
(2ª) o tamanho de uma porção quando um objeto de tamanho c é dividido em d partes iguais.
(3ª) o quociente entre o número inteiro c dividido por d.
(4ª) a proporção de c para d.
(5ª) um operador: uma instrução que realiza um processo, tal como "2/3 de alguma coisa".

Merlini (2005) utiliza significados mais específicos e detalhados, ao propor que as frações também podem possuir um significado “número”, que possui duas representações fracionárias, a decimal e a ordinária. Este significado abre possibilidades para o aluno localizar uma fração na reta numérica e entendê-la como número e não como uma sobreposição de dois números naturais; apresenta também o significado “medida", no qual “algumas medidas envolvem frações por se referirem a quantidades extensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis” (MERLINI, 2005, p. 29). Este significado está associado à probabilidade, por exemplo.

Para Wu (1999), essa versatilidade e diversidade no conceito de fração pode gerar no aluno uma “crise de confiança”, deixando-o inseguro quanto à sua real compreensão sobre o objeto estudado, o que não pode ser ignorado pelos professores e pela comunidade educativa. O autor destaca um relato publicado em um boletim informativo a professores de matemática do Departamento de Matemática da Universidade de Rhode Island, relacionado a “Razões e Números Racionais”:

> No primeiro dia da minha carreira de professor, eu defini a minha oitava série que um número racional é um número que pode ser expresso como a relação entre números inteiros. Um estudante me perguntou: O que são exatamente relações? No que elas diferem das frações? Eu dei algumas respostas que eu não estava satisfeito. Então eu consultei alguns outros professores e textos. O resultado foi confusão... (tradução minha) (WU, 1999, p. 2).

A grande quantidade de significados que as frações podem admitir pode gerar confusões tanto em alunos quanto em professores. Este fato nos abre possibilidades para observar que alunos estudam e operam frações sem saber direito o que estão fazendo. A partir daí, muitos obstáculos surgem, como adição e subtração de frações, sobretudo quando estas possuem denominadores diferentes, comparação e equivalência de frações, compreensão da utilização do Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.), dentre outros.

Wu (1999) defende que, provavelmente, confusões entre Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.) e Máximo Divisor Comum (m.d.c.), por exemplo, podem gerar repulsa nos alunos que são geralmente forçados a aprender para utilização em um algoritmo de adição de frações que nada tem a ver com aquele realizado com números inteiros. Esta situação põe em conflito aprendizados já construídos pelas crianças em séries anteriores e os aprendizados em construção, e afirma: “Em Matemática, um dos principais objetivos é alcançar a simplicidade” (p. 4). Portanto, dizer para os alunos que adicionar frações é um processo diferente daquele realizado entre os números inteiros é um “grande desserviço”.

Os problemas conceituais e obstáculos enfrentados por alunos e professores servem como motivo para que tornemos a colocar em questão o ensino de frações. Mas não é apenas isso. Sant’anna (2008) fez um levantamento no Brasil e no exterior sobre as dificuldades na aprendizagem de frações. No primeiro caso, foram relevantes os dados apresentados pela análise do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). E afirma:

> Fazendo um recorte nos temas do SAEB, por exemplo, no Tema III, (Relatório SAEB-2001, p.25-30) que trata de números e operações/álgebra e funções, podemos verificar, através das amostras representativas do alunado brasileiro de 4ª série e 8ª séries do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, que as dificuldades se assemelham. Existe um razoável consenso entre os professores de que essas dificuldades decorrem de uma ênfase na simples memorização de regras e técnicas nas séries iniciais. Dentre as dificuldades dos alunos percebe-se que a ordenação de números, as operações de multiplicação e divisão de frações não são bem solidificadas. Os alunos da 4ª série do Ensino Fundamental apresentam dificuldades tanto nos procedimentos quanto na resolução de problemas. À medida que caminhamos para a amostra referente à 8ª série, as operações vão se tornando mais complexas, envolvendo o domínio de regras e sinais de operações com números decimais, o índice de acerto em contrapartida vai diminuindo. Avançando para o Ensino Médio elas acabam se intensificando. (p. 27 – 28)

Com esses dados, verifica-se a situação caótica que o ensino e a aprendizagem da Matemática se encontram em nosso país. Sabemos que os dados do SAEB são apenas uma das fontes de conhecimento sobre a situação da educação brasileira. Nesse sentido, a autora também destaca que se observarmos o desempenho dos alunos em vestibulares discursivos e aliarmos isso a nossa prática pedagógica, observando os alunos com os quais já estivemos em contato, teremos convicção sobre a carência dos alunos no que diz respeito à aprendizagem de Matemática.

No exterior, ressaltaremos o levantamento feito por Sant'anna (2008) sobre uma pesquisa realizada com 3.067 alunos finlandeses da 5ª à 7ª séries e uma entrevista com alguns alunos com o objetivo de examinar sua compreensão sobre frações:

> Duas tarefas representaram uma específica fração (3/4) em diferentes contextos: como parte de uma barra de oito pedaços (contexto de área) e como a localização em uma reta numérica. Os resultados sugerem que a compreensão dos alunos evoluiu muito da quinta para a sétima série. No entanto, comparações de Parte para o Todo dominam fortemente o pensamento dos estudantes e estes têm dificuldade em perceber a fração como um número na reta numérica, mesmo na sétima série. (SANT'ANNA, 2008, p.33)

Nesse contexto, observamos que as dificuldades encontradas tanto no ensino quanto na aprendizagem de frações ultrapassam as fronteiras do nosso país. Com isso, as frações tomam relevância tanto por sua importância no currículo escolar como pela quantidade de pesquisas que têm sido desenvolvidas sobre esse tema. Merece destaque no trabalho de Sant'anna (2008) a importância que confere à pesquisa de Romanatto (1999). Nela, o autor reconhece a importância dos números racionais e defende que a maneira como eles são introduzidos aos alunos do ensino fundamental em grande parte das vezes acaba gerando obstáculos que impedem sua compreensão. Isto se deve, também, à própria complexidade natural do conteúdo.

Sobre isso, o autor destaca que "o número racional deve ser entendido como uma teia de relações nas quais noções, princípios e procedimentos matemáticos distintos são construídos ou adquiridos por meio de diferentes contextos" (p.1). Por isso, o trabalho do professor com os alunos deve permear todos os contextos aos quais o conceito de número racional está relacionado – a saber, número racional enquanto medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade e número, que são considerados pelo autor como 'personalidades' que o número racional assume, em diversas representações, sejam elas da forma percentual, decimal ou da forma a/b – para que o aluno não tenha sua compreensão comprometida.

Romanatto (1999) ratifica as ideias de Wu quando reforça a importância de, em cada um dos contextos possíveis, tanto a noção de número quanto as operações aritméticas serem reconceitualizadas em relação aos números naturais. O trabalho com números racionais, segundo o autor, portanto, deve ser realizado como uma 'teia de relações', e não de maneira abrupta, sem relacionar os conceitos existentes ou passando para o campo algébrico sem mostrar suas aproximações.

Nesse sentido, os autores anteriormente citados ratificam que o trabalho desenvolvido para o ensino de frações deve possibilitar aos alunos, sobretudo, o desenvolvimento de sua capacidade de abstração.

Ainda sobre esta discussão, Merlini (2005) realizou uma pesquisa com alunos de 5ª e 6ª séries que investigava quais as estratégias que esses alunos adotam frente a problemas envolvendo o conceito de fração em seus diversos contextos. Sua pesquisa constatou que não houve homogeneidade na utilização dos cinco significados por parte dos alunos, bem como não houve regularidade quanto às estratégias de resolução. Tais resultados mostraram que, no universo estudado, a abordagem que geralmente se realiza do conceito de fração não garante que o aluno construa o conhecimento desse conceito. Nesse contexto, a autora afirma que:

> O modo do ensino do conceito de fração abordado nas escolas, privilegiando alguns significados (parte-todo e operador multiplicativo), em detrimento de outros, não garante que o aluno construa o conhecimento desse conceito [...]. O que nos surpreendeu neste estudo foi que os resultados obtidos pelos alunos de 5ª e 6ª séries no significado parte-todo estão muito aquém do esperado. Isto nos leva a concluir que, pelo menos, nesta população, a maneira como o processo de ensino tem sido feito, oferece pouco recurso para favorecer a construção do conceito de fração (MERLINI, 2005, p. 209).

Tomando como base tal problemática, Wu (2002) propõe a utilização do conceito de fração como medida de comprimento em relação à reta numérica como uma alternativa para começar a superar os obstáculos encontrados no ensino e na aprendizagem de frações, uma vez que tal significado a aproxima de seu entendimento como número, permitindo com que as quatro operações sejam realizadas de maneira mais familiar aos alunos. É nesse sentido, portanto, que nossa pesquisa será desenvolvida.

3.1 A REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÃO COMO MEDIDA DE COMPRIMENTO: SOB O OLHAR DE WU

Wu (2002) apresenta o conceito de frações a partir de uma nova perspectiva. Segundo o autor, o conceito ao qual ele se refere não é novo no sentido de sua existência, mas sim da forma como é relacionado e “entrelaçado” a outros conceitos e habilidades. Considera a multiplicidade do conceito de frações e a leva em consideração, mas solicita ao leitor que considere neste momento, apenas uma definição: a fração como um ponto localizado sobre a reta numerada.

Utilizando essa concepção sobre fração, deduz-se, segundo Wu (2002), outros conceitos. As deduções lógicas realizadas por este autor são apresentadas uma como consequência da outra. Além disso, o autor considera que a ordem lógica da apresentação dos argumentos é fundamental. Por outro lado, observa-se nas pesquisas que este assunto tem se configurado como um problema para os alunos. Além disso, nenhum progresso nas pesquisas sobre seu ensino tem sido alcançado.

O principal motivo apontado por Wu (2002) para o fracasso dos alunos na aprendizagem de fração está ligado à maneira como este conteúdo é apresentado aos alunos. Em grande parte dos casos, os alunos são colocados diante de uma definição de fração que em nada se aproxima daquilo que já foi construído por eles em outros estágios de sua construção de conhecimento. Daí, torna-se mais difícil aprender, pois, para Wu (2002), os alunos não conseguem operar esses objetos colocados em uma nova linguagem, com segurança e facilidade.

Wu considera mais difícil para o aluno superar o aprendizado adquirido a partir de uma “má educação” do que a própria capacidade do aluno de aprender. Nesse sentido, se os alunos aprendem de maneira errada, torna-se mais difícil o aprendizado a partir daí do que antes de terem começado. É necessário, para tanto, apresentar a eles uma “matemática correta” sobre frações, bem como suas representações.

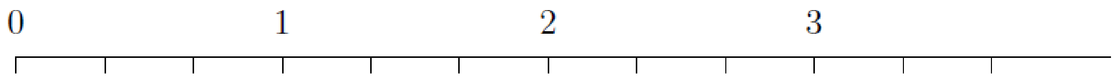
Outra consideração relevante na obra de Wu (2002) está ligada à necessidade de apresentar aos alunos as frações como uma extensão dos números inteiros, sempre relacionando-as a eles. Com isso, o aluno perceberá que tudo o que aprendeu sobre números inteiros, também se aplica a frações. Não há nenhuma restrição sobre esta concepção de fração em relação aos números inteiros, ambos são considerados como números e, portanto, devem ser tratados igualmente.

Como observado anteriormente, existem, pelo menos, três interpretações diferentes sobre as frações. Nesse momento, Wu (2002) ressalta: parte-todo; quociente e razão/relação. A primeira é facilmente observada ao dividirmos um “todo” em três partes iguais, por exemplo, e duas dessas partes são consideradas, gerando a fração $\frac{2}{3}$. Para a mesma situação ser interpretada como quociente, devemos considerar o seguinte exemplo proposto por Wu, também relacionado a uma situação de partição: suponha que você tenha 3 pessoas para dividirem igualmente entre si, 2 biscoitos. Mas se só se tem 2 biscoitos, uma maneira de resolver o problema é repartir cada um deles em três partes iguais e, depois, distribuir para as 3 pessoas. Assim, cada uma receberá duas partes de $\frac{1}{3}$, configurando-se em $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ de biscoitos. A terceira interpretação está relacionada ao conceito de proporção ou relação: quando se tem em um ambiente uma proporção de 2 meninos para cada 3 meninas.

Tais explicações não são satisfatórias, segundo Wu (2002), por várias razões: dizer que uma coisa pode ser, ao mesmo tempo, três outras, é no mínimo, de credibilidade duvidosa. Wu (2002) exemplifica: “se eu lhe dissesse que descobri uma substância que é tão dura como o aço, tão leve como o ar e tão transparente como o vidro, você acreditaria nisso?” (tradução minha)(WU, 2002, p. 5). Outra objeção encontrada é que a fração está sendo interpretada como uma “proporção” ou “razão”, mas a maioria das pessoas, segundo o autor, não sabe o que é uma razão.

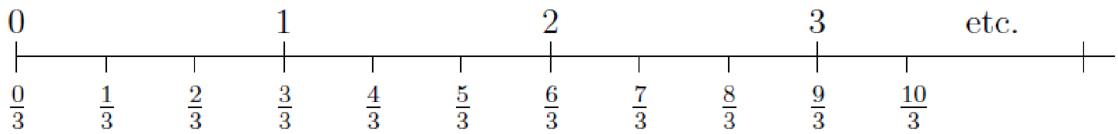
Além disso, estamos acostumados com a ideia de que uma divisão a : b possui sempre em “a”, um múltiplo de b, o que faz com que a ideia de que 2 : 3 fique comprometida. Assim, as demais operações que conhecemos e realizamos, até então, com números inteiros, também não farão sentido. Nesse momento, Wu justifica: “é por isso que optamos por uma definição simples e clara” (WU, 2002, p. 5).

Consideremos, então, o primeiro caso de frações sobre a reta. Wu (2002) aponta as frações da forma $\frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \ldots$ e busca o significado delas. Começa com segmentos de igual comprimento sobre a reta numerada, colocando o início do segundo coincidindo com a extremidade do primeiro e assim por diante. Em seguida, divide cada um desses segmentos em outras três partes de mesmo comprimento, para que cada um dos segmentos iniciais adquira dois novos pontos além de suas extremidades esquerda e direita. A reta numerada terá, agora, uma nova sequência de números marcados, igualmente espaçados e sobre os marcadores iniciais se encontram números inteiros. Observe a figura:



Fonte: Wu (2002, p. 5)

Por definição, $\frac{1}{3}$ é o primeiro ponto marcado a direita de 0; $\frac{2}{3}$ representa o segundo ponto marcado; $\frac{3}{3}$, o terceiro; $\frac{4}{3}$ o quarto e, assim por diante, sendo o $\frac{m}{3}$ o m-ésimo ponto marcado na reta, sendo m inteiro e maior que zero. Por convenção, adotou-se $\frac{0}{3}$ para o 0. É importante notar que o $\frac{3}{3}$ coincide com o número 1, que o $\frac{6}{3}$ coincide com 2, $\frac{9}{3}$ com 3 e assim por diante, de forma que os números $\frac{3m}{3}$ coincidem sempre, com os números inteiros, para qualquer m inteiro, como observado na imagem a seguir:



Fonte: Wu (2002, p. 6)

Neste caso, cada $\frac{m}{3}$ é um múltiplo de $\frac{1}{3}$. Esta forma utilizada colocou apenas os múltiplos de $\frac{1}{3}$ na reta numerada, assim como foram colocados os múltiplos de 1 (ou seja, os números inteiros) na figura anterior. Em ambos os casos, começamos com uma unidade fixa e dispomos seus respectivos múltiplos à direita de zero. Comparando as duas situações, Wu (2002) aponta que os múltiplos de $\frac{1}{3}$ são análogos aos números inteiros, onde $\frac{1}{3}$ é colocado como se fosse 1, como a unidade.

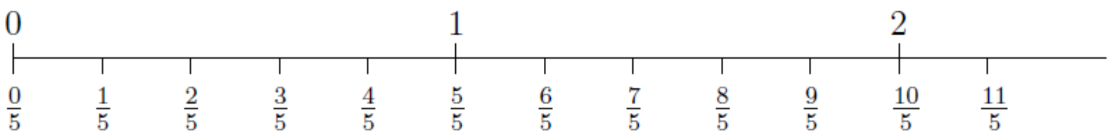
Analogamente, se colocarmos $\frac{1}{n}$, sendo "n" qualquer número inteiro maior que zero, teremos a mesma ideia se estendendo a todos os números inteiros ao propagar seus múltiplos na reta numerada. Ou seja, teremos $\frac{m}{n}$ para todos os números que podem ser colocados à direita de zero, exatamente da mesma maneira que da primeira vez. Wu (2002) propõe, a partir disso, uma definição geral para as frações:

Definição: Tomemos os números inteiros *p* e *q*, sendo *q* > 0. Divida cada um dos segmentos [0, 1], [1, 2], [2, 3], [3, 4],... em *q* segmentos de mesmo comprimento. Estes pontos de divisão, juntamente com os números inteiros, formam agora uma sequência infinita de marcadores igualmente espaçados na reta numerada (No sentido de que os comprimentos dos segmentos entre marcadores consecutivos são iguais uns aos outros). O primeiro ponto marcado à direita de 0 será, por definição, $\frac{1}{q}$. O segundo ponto marcado será, por definição, $\frac{2}{q}$ e o terceiro, $\frac{3}{q}$ e assim sucessivamente, até que o *p*-ésimo ponto marcado será $\frac{p}{q}$. Todos os $\frac{p}{q}$'s para todos os números inteiros *p* e *q*, com *q* > 0, são chamados de frações, onde *p* é chamado de numerador e *q*, denominador (tradução minha) (WU, 2002, p. 7).

Wu (2002) destaca que, quando $p > q$ fração é chamada de *imprópria* e quando $p < q$ a fração é chamada de *própria*, não havendo, entretanto, distinção entre elas com relação à definição. "Para nós, nos dois casos, $\frac{p}{q}$ são apenas frações" (WU, 2002, p. 7) e que, além disso, os números inteiros também se constituem como frações.

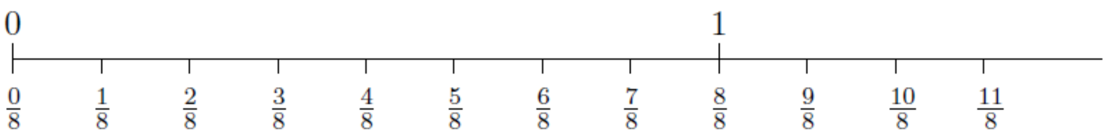
Wu (2002) considera importante ressaltar que alguns autores apontam na literatura, a definição de fração como $\frac{x}{y}$, sendo x e y quaisquer números reais. Nesse caso, $\frac{\sqrt{2}}{3}$, por exemplo, é considerado como fração por tais autores. No entanto, não é essa a concepção de fração para Wu (2002), e sim aquela que considera tanto o numerador quanto o denominador como números inteiros, sendo o segundo, inteiro maior do que zero.

Com a construção realizada até aqui, observa-se uma maior quantidade de pontos marcados na reta numerada. Além dos números inteiros, temos, também, todas as frações da forma $\frac{p}{q}$, sendo *p* e *q* números inteiros e *q*, inteiro maior do que zero. Na figura abaixo estão representadas marcações para o caso *q* = 5, segundo a forma $\frac{p}{5}$:



Fonte: Wu (2002, p. 8)

Observa-se que a fração $\frac{7}{5}$ é o sétimo ponto marcado à direita de 0. Conforme os procedimentos acima descritos, na busca da fração $\frac{11}{8}$, deve-se dividir os segmentos [0, 1], [1, 2], [2, 3], [3, 4],... em oito segmentos de mesma medida. Desta forma, encontra-se a fração $\frac{11}{8}$, ou seja, o décimo primeiro ponto marcado na reta à direita de 0, como observado na figura a seguir:



Fonte: Wu (2002), p. 8

Concordamos com Wu (2002) ao afirmar que é necessário estar "bem à vontade" com esta definição de fração para que se tenha um conceito bem estruturado sobre este conteúdo matemático para poder desenvolvê-lo em atividades estruturadas, sobretudo quando se trata de ensino. Em sua obra, o autor propõe, também, atividades direcionadas para fixação deste conceito, as quais serão tomadas como referência para a execução dessa pesquisa.

4 MÉTODO

Tendo em vista o objetivo estabelecido, apresentado anteriormente, para descrever o processo de (re)construção do conceito de fração a partir da sua representação como medida de comprimento no contexto do Laboratório de Educação Matemática a partir da aplicação de uma atividade estruturada, apliquei uma sequência de atividades que estão descritas detalhadamente a seguir.

4.1 OS SUJEITOS, O CONTEXTO E O PROCEDIMENTO DE COLETA

As atividades foram aplicadas em uma turma com 40 alunos matriculados do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal de Belém: Liceu de Artes e Ofícios Mestre Raimundo Cardoso, localizada no distrito de Icoaraci, bairro do Paracuri, cuja professora é também autora desta pesquisa. Portanto, sob minha intervenção e orientação, meus alunos foram submetidos a uma sequência de atividades sobre frações enfatizando o aprendizado conceitual deste conteúdo como um número, podendo ser associado a uma medida de comprimento, utilizando como suporte a reta numerada.

Desde o início do ano letivo de 2013, ao trabalhar as quatro operações fundamentais com a turma com a qual realizei minha pesquisa, inseri a linguagem da reta numerada como suporte para resolvê-las. Por mais que os alunos já dominassem a maioria dos algoritmos das operações, senti a necessidade que os refizessem a partir de uma nova perspectiva: a da reta numerada. Desta maneira, os alunos podiam perceber que aquele algoritmo não representava a única maneira de resolver operações aritméticas e que tais operações podiam ser justificadas ao localizarem os valores desejados na reta.

Tal necessidade não surgiu de maneira aleatória. Como foi discutido anteriormente, Wu (2002) propõe que as frações sejam apresentadas aos alunos como uma extensão dos números inteiros e, portanto, serem consideradas como números que podem ser facilmente localizados na reta numerada. Caso isso não ocorra, segundo o autor, a apresentação de fração a partir de pelo menos três intepretações diferentes não faria sentido. É importante o aluno perceber que todas as operações e interpretações antes realizadas no contexto dos números inteiros (no caso desta pesquisa, naturais) podem ser feitas considerando as frações.

Assim, propus diversas atividades ao longo do ano que envolvessem a reta numerada, sobretudo quando envolviam operações com números naturais, que é o conjunto com o qual os alunos estavam familiarizados até aquela série do ensino fundamental. Até o momento em que introduzi o conteúdo das frações, os alunos operaram na reta numerada por diversas vezes, realizando, inclusive avaliações voltadas para essa familiarização.

De uma maneira geral, as atividades propostas no quadro solicitavam que os alunos construíssem a reta no seu caderno (em todas as situações, a reta numerada era construída por eles), iniciando no zero, marcando todos os números naturais até um número previamente determinado no enunciado da atividade (uma vez que os alunos tinham consciência de que a reta começa no zero e que "não tem fim") e, em seguida, realizassem as operações indicadas em cada item, como pode ser observado nos recortes da atividade a seguir, realizada por uma aluna da turma:

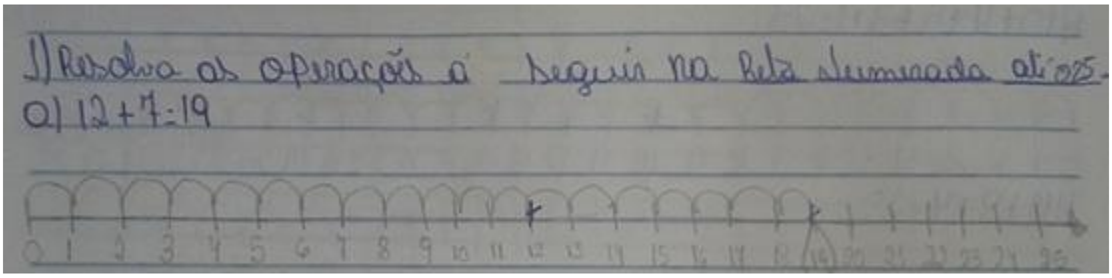


Imagem 1: Adição na reta numerada (Fonte: Arquivo pessoal)

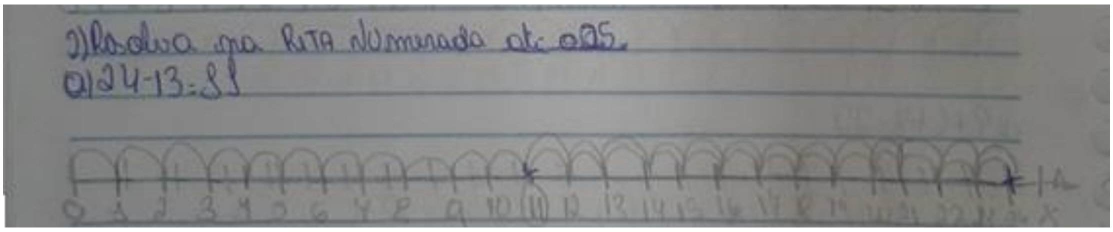


Imagem 2: Subtração na reta numerada (Fonte: arquivo pessoal)

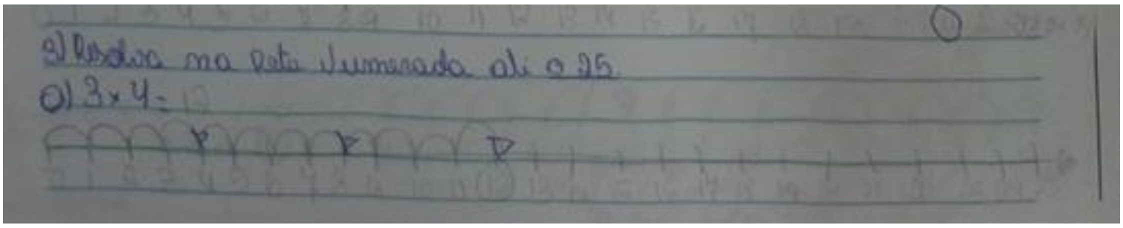


Imagem 3: Multiplicação na reta numerada (Fonte: arquivo pessoal)

Como pode ser observado, a atividade apresentada era composta de três operações: adição, subtração e multiplicação. Os alunos utilizavam a estratégia de “continuar andando para frente” para resolver as adições. Para resolver as subtrações, por exemplo, 13 – 9, os alunos partiam do zero, “andavam treze casas” até o número 13, e então “voltavam nove casas”; o número em que parassem representava o resultado daquela operação. No caso da multiplicação, a ideia utilizada era a de “soma de parcelas iguais”, ou seja, para resolver a operação 3x4, os alunos “andavam três vezes o número quatro”, chegando até o 12, que representava o resultado da operação indicada no item.

No caso da divisão, embora não conste na lista apresentada, a ideia trabalhada com os alunos foi a de “quantas vezes cabe”, por exemplo: se a operação proposta no item da atividade fosse 24÷3, o aluno partia do zero, como de costume, “andava” até o 24 e fazia uma marcação naquele número. A partir daí, verificava quantos grupos de 3 cabiam naquele “pedaço” da reta demarcado entre o 0 e o 24. A quantidade de grupos de 3 representava o resultado da operação, no caso, oito (8).

Como poderemos observar mais adiante, o texto estruturado utilizado para a aplicação desta pesquisa não contém a operação de divisão de frações. Por isso, optei por não registrar as atividades prévias realizadas durante o ano com os alunos que diziam respeito à operação de divisão. No entanto, considero importante que ela seja brevemente descrita, como feito nos parágrafos anteriores.

Depois das atividades sobre operações com números naturais na reta numerada, propus uma atividade que considerei como “preparatória” para a introdução das frações. Esta atividade tinha como objetivo fazer com que os alunos identificassem novos valores na reta, a partir de um valor dado, utilizando intuitivamente as ideias de dobro, triplo, quádruplo, bem como as de metade, terço, quarto.

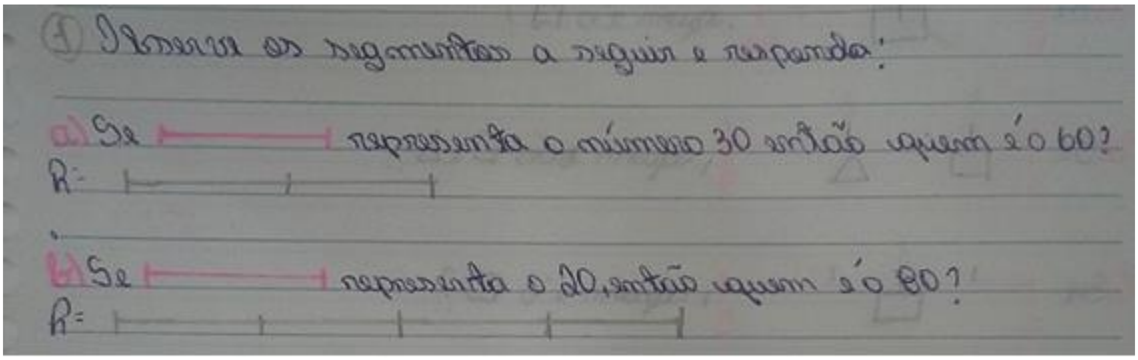


Imagem 4: Atividade segmentos de reta (Fonte: arquivo pessoal)

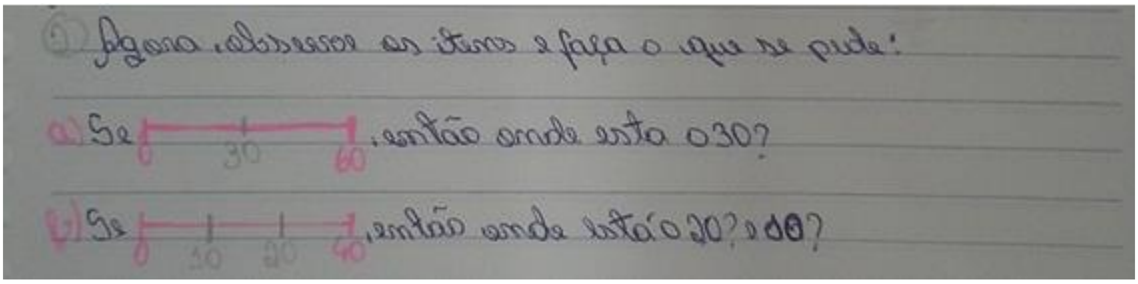


Imagem 5: Atividade segmentos de reta 2 (Fonte: arquivo pessoal)

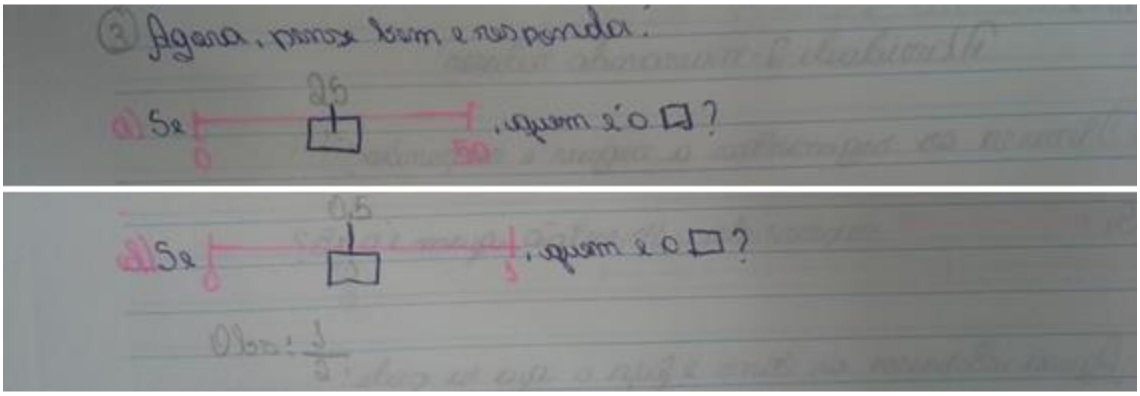


Imagem 6: Atividade segmentos de reta 3 (Fonte: arquivo pessoal)

O último item dessa sequência de atividades, como pode ser observado, apontava uma reta marcada apenas do 0 até o 1, questionando aos alunos, qual o número que estava localizado na metade dela. Neste item, discutimos em classe a existência de números localizados entre o 0 e o 1, bem como em outros "lugares" da reta, entre dois números inteiros (naturais). É interessante relatar que, nesse momento, alguns alunos escreveram "0,5" na metade entre 0 e 1, revelando terem alguma consciência da existência dos números decimais. Porém, esse foi considerado o “gancho” inicial para a introdução às frações localizadas na reta numerada.

A atividade seguinte, que será registrada com as imagens a seguir, foi aplicada com os objetivos de: verificar quais conhecimentos os alunos já possuíam sobre frações, bem como qual(is) representação(ões) lhes eram conhecidas; (re)conhecer o “nome” de cada fração; gerar uma nova representação (na reta numerada) a partir das discussões realizadas em sala. Para que os alunos gerassem a nova representação proposta, foi discutido sobre a importância de dividir aquele segmento de reta em partes iguais, bem como outros pontos relevantes para a execução daquela atividade.

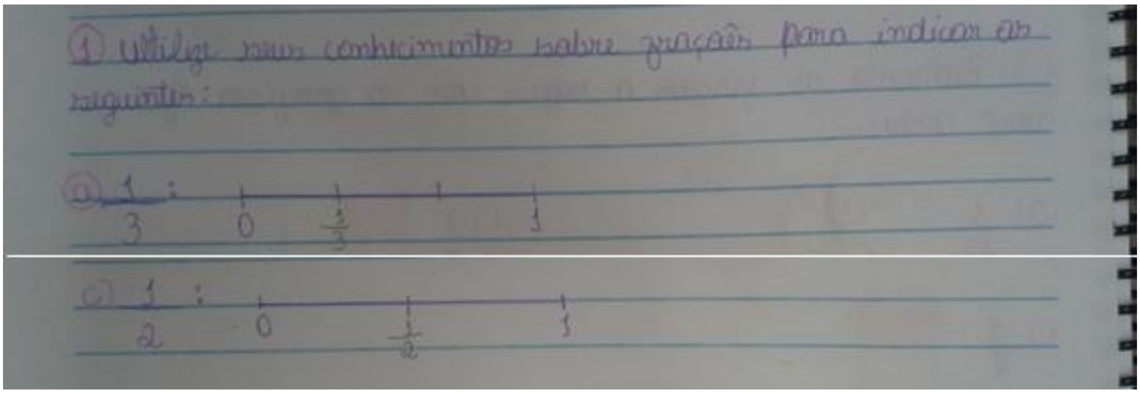


Imagem 7: Atividade indicando frações na reta (Fonte: arquivo pessoal)

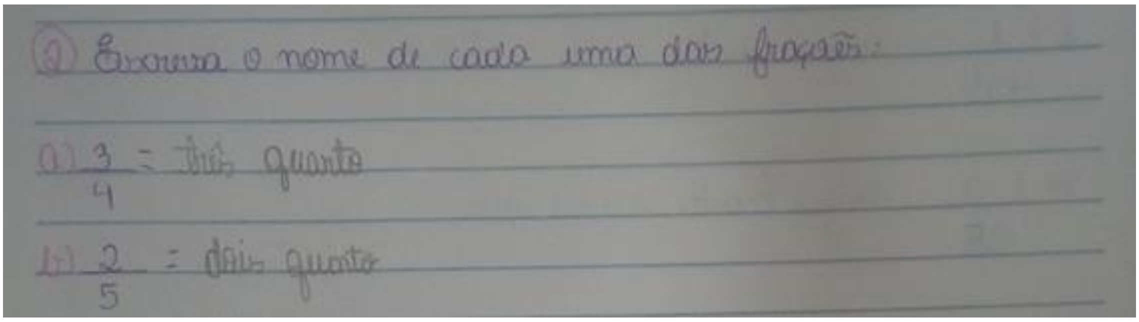


Imagem 8: Atividade indicando frações na reta 2 (Fonte: arquivo pessoal)

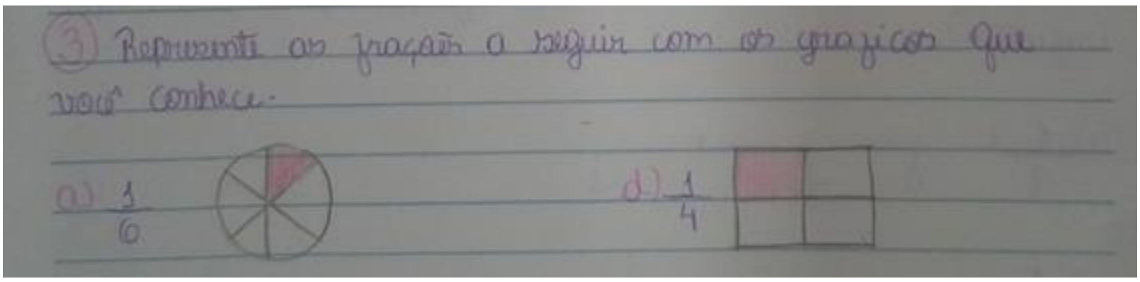


Imagem 9: Atividade indicando frações na reta 3 (Fonte: arquivo pessoal)

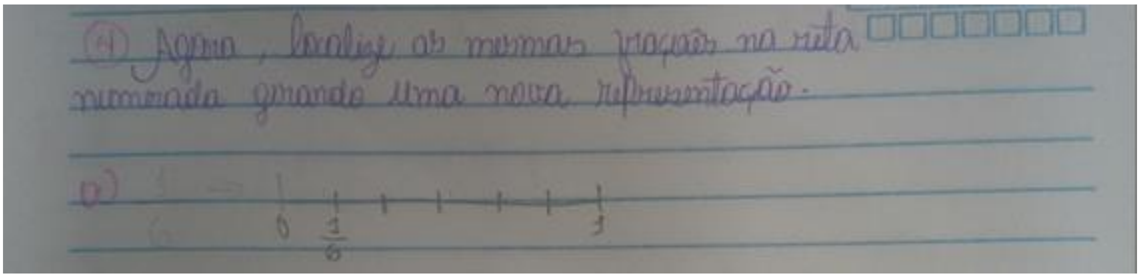


Imagem 10: Atividade indicando frações na reta 4 (Fonte: arquivo pessoal)

Como pode ser observado, os alunos registraram as representações que já conheciam, como foi solicitado no item 3 da atividade. Isso nos permite registrar que, mais uma vez, a representação mais comum trabalhada nos anos iniciais do ensino fundamental é aquela relacionada ao que eles conhecem como as “barrinhas” ou a “pizza”.

A partir da realização dessas atividades, demos início ao trabalho com o texto estruturado “oficial” desta pesquisa. As atividades foram realizadas na sala de aula, considerada, pela proposta apresentada, como um ambiente de Laboratório de Educação Matemática e os encontros foram registrados considerando a participação e interação professor-alunos.

Foi aplicada uma sequência de 10 atividades, organizadas a partir de uma ordem lógica com o objetivo de levar os alunos à reconstrução do conceito de fração utilizando a reta numérica. Os 10 passos estão brevemente explorados a seguir.

A atividade 1 propõe que os alunos representem as frações indicadas em um mesmo segmento unitário. O objetivo é que os alunos percebam que, para “marcar” uma fração solicitada, é necessário que o segmento representado seja dividido em partes iguais e que a fração solicitada no enunciado é a primeira dessas marcações.

A atividade 2 pretende fazer com que os alunos registrem a percepção exigida na atividade 1, sobre a divisão do segmento em partes de mesmo comprimento, número que está representado no denominador de cada uma das frações.

A atividade 3 tem as mesmas características da atividade 1, porém em um novo segmento unitário, perceptivelmente menor. Os alunos seguiram, portanto, os mesmos passos da atividade 1.

A atividade 4 consta de perguntas que pretendem induzir os alunos à observação e comparação do que foi executado nas atividades 1 e 3. O objetivo é fazer com que os alunos questionem o resultado aparente gerado nessa etapa da atividade estruturada que apresenta dois segmentos de comprimentos diferentes representados pela mesma fração. Em outros termos, “como pode ½ ser maior ½”? A tarefa não gera contradição, mas um aprofundamento conceitual. Os segmentos possuem comprimentos diferentes porque foram tomados em unidades também de comprimentos distintos.

A atividade 5 tem como objetivo fazer com que os alunos comparem os segmentos marcados na atividade 1 e observem suas respectivas medidas de comprimento, verificando quando uma fração é maior que a outra, utilizando como suporte os registros feitos na reta numerada.

A atividade 6 propõe uma sobreposição de frações contínuas na reta, numerada do 0 até o 5. O objetivo é que os alunos se familiarizem com a existência de frações cujo numerador é diferente de 1, para que consigam representá-las na reta.

A atividade 7 tem como objetivo induzir os alunos a realizarem as primeiras operações de adição e subtração com frações, utilizando a representação de frações na reta numerada. Por exemplo, para fazer ½ + ½, os alunos deverão localizar na reta o valor ½ e, posteriormente, “andar para frente” mais um segmento de mesma medida, alcançando a marca na reta que representa o número 1.

4.2 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

4.2.1 Análise Microgenética

Para investigar o aprendizado dos alunos, todas as interações professor-aluno foram consideradas, buscando identificar indícios de aprendizagem a partir de uma análise microgenética dos dados coletados em áudio e vídeo. Isto significa que os encontros foram filmados e gravados para posterior transcrição e análise.

A análise microgenética enquanto abordagem metodológica encontra subsídios na matriz histórico-cultural e semiótica de processos humanos. Distingue-se de outras abordagens por levar em consideração os aspectos sociais e culturais dos sujeitos em análise – daí a utilização do termo "genética". Na perspectiva de Góes (2000), este termo está ligado à sociogenética, por relacionar eventos singulares com aspectos culturais, sociais e outros planos de esferas institucionais. Essa perspectiva decorre da tese fundamental de Vygotsky, na qual as relações com o outro e com a cultura influenciam diretamente na gênese dos processos humanos e, portanto, ao examinar o curso de ação de determinado sujeito, tais relações devem ser levadas em consideração. Góes reitera:

> A investigação não pode descolar-se de uma visão sociogenética, histórico-cultural e semiótica do ser humano, sendo que as proposições conceituais e metodológicas devem ser interdependentes e congruentes teoricamente [...] [Vygotsky] argumenta pela necessidade de examinar a dimensão histórica e alerta para o fato de que privilegiar a história não é estudar eventos passados, mas sim o curso de transformação que engloba o presente, as condições passadas e aquilo que o presente tem de projeção do futuro. (GÓES, 2000, p. 3)

A análise microgenética, portanto, se constitui em um instrumento de interpretação de micro eventos de interações verbais, obtidos a partir do recorte de episódios de interação, tomando como foco as relações intersubjetivas e as condições sociais de cada situação. Geralmente, os episódios interativos acontecem em um curto intervalo de tempo, resultando em um relato narrativo de análise minuciosa dos acontecimentos, que são registrados em grande parte das vezes em áudio e vídeo e submetidos, posteriormente, ao processo de transcrição. Os dados devem ser interpretados a partir de um direcionamento minuciosamente narrativo e explicativo.

Faz-se importante salientar que o estabelecimento de um curto intervalo de tempo torna-se necessário à medida que permite com que as minúcias sejam examinadas a partir da obtenção de recortes. Usualmente, não há registros de tempo dos episódios recortados (Góes, 2000). Reforça-se, ainda, que o termo "micro" não está relacionado aos recortes, e sim faz referência ao exame das minúcias, a atenção aos detalhes de um episódio interativo.

Góes (2000, apud Wertsch, 1985), destaca, ainda, que a análise microgenética acompanha minuciosamente o desenvolvimento de um processo, detalhando as relações interpessoais que ocorrem entre os sujeitos. Busca investigar transformações nas ações desses sujeitos e “a passagem do funcionamento intersubjetivo para o intra-subjetivo” (GÓES, 2000, p. 15), caracterizando uma transição genética.

Nas palavras de Góes,

> [...] essa análise não é *micro* porque se refere à curta duração dos eventos, mas sim por ser orientada para minúcias indiciais – daí resulta a necessidade de recortes num tempo que tende a ser restrito. É genética no sentido de ser histórica, por focalizar o movimento durante processos e relacionar condições passadas e presentes, tentando explorar aquilo que, no presente, está impregnado de projeção futura. É genética, como sociogenética, por buscar relacionar os eventos singulares com outros planos da cultura, das práticas sociais, dos discursos circulantes, das esferas institucionais. (GÓES, 2000, p. 15)

Cabral (2004) defende que uma análise microgenética demanda intencionalidade, tempo, atenção aos detalhes e planejamento, sendo, portanto, um instrumento que possibilita a identificação de transições genéticas que ocorrem durante uma interação entre os sujeitos. É um instrumento que leva em consideração as minúcias e busca indícios de aprendizagem.

Nessa perspectiva, Góes (2000) direciona-se ao “paradigma indiciário”, cujo significado será brevemente explorado nos parágrafos seguintes e que está ligado diretamente à validação do indício como importante ferramenta de obtenção de resultados na execução da metodologia em questão.

Fundamentado na semiótica, o paradigma indiciário foi discutido por Ginzburg em 1989 e reside no âmbito das ciências humanas e mantém-se operante nas esferas da atividade humana há muito tempo. O eixo que merece maior destaque dentro desse contexto é o “saber que se constrói sobre indícios”.

Para Góes (2000), “a elaboração do paradigma indiciário ou semiótico desdobra-se por meio de argumentos que apontam a importância dos pormenores considerados negligenciáveis no estudo dos fenômenos” (p. 8). Nesse contexto é que se destaca o que entendemos por atenção aos detalhes. A autora faz uma alusão às tarefas do perito de arte, do detetive e do psicanalista; nesses três exercícios profissionais, há características consideradas decisivas na análise das interações, a saber: a dos signos (existentes na arte), indícios (na atuação do detetive) e dos sintomas (na psicanálise).

Sobre isso, Cabral (2004) entende que o psicólogo encontra-se com frequência, no desenvolvimento de seu trabalho, na mesma situação do historiador ou de um arqueólogo e atua como detetive que investiga um crime que não presenciou (busca indícios). Para este autor,

> A análise microgenética constitui-se em um poderoso instrumento metodológico de investigação sobre a construção de conhecimento quando pensamos no encontro de sujeitos em situações do ensino no ambiente escolar. A sala de aula, palco das interações dialógicas, proporciona ao professor um ambiente de investigação pedagógica (CABRAL, 2004, p. 106).

Nesse contexto, a sala de aula apresenta-se como ambiente propício para a realização de pesquisas e investigações pedagógicas que poderão ser analisadas a partir da metodologia da análise microgenética, viabilizando, com isso, a investigação pedagógica a que se propõe esta pesquisa, em um ambiente típico do Laboratório de Educação Matemática, permitindo levar em consideração as interações entre professor e alunos na construção de novos conhecimentos.

4.2.2. Análise do Discurso

Ainda referindo-se ao contexto das interações entre professor e alunos no ambiente da sala de aula, deve-se levar em consideração os aspectos individuais dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Isso quer dizer que a maneira como os entendimentos e os significados são desenvolvidos no contexto social da sala de aula são fundamentais para a análise de uma pesquisa em educação. Nessa perspectiva, a corrente teórica que permeia tais processos está ligada à sociocultural ou sócio histórico, na qual o principal foco é o processo de significação. A construção do conhecimento, nesse contexto, se dá a partir do encontro de diferentes perspectivas culturais reunidas no ambiente de sala de aula e, ao invés de uma substituição das antigas concepções confrontadas, ocorre uma negociação e construção de novos significados em um ambiente cuja comunicação e a interação são as principais ações (Mortimer e Scott, 2002).

Mortimer e Scott (2002) apresentam em sua pesquisa uma ferramenta para analisar a forma como os professores podem agir para guiar as interações e a produção de significados nas salas de aula, estabelecendo uma estrutura analítica que focaliza o papel do professor, baseada em cinco aspectos inter-relacionados. Tais aspectos são agrupados em termos de focos de ensino – (1) intenções do professor e (2) conteúdo – em termos de abordagem – (3) abordagem comunicativa – e em termos de ações – (4) padrões de interação e (5) intervenções do professor.

Entendendo a abordagem comunicativa como um conceito central e que, portanto, envolve todos os outros, delineando as ações do professor, suas intenções, o conteúdo e suas intervenções pedagógicas, Mortimer e Scott (2002) desdobram tal abordagem em 4 novas classes que caracterizam o discurso entre professor e alunos e entre alunos. São elas: o discurso dialógico, o discurso de autoridade e, em outra dimensão, o discurso interativo e o não interativo.

É importante destacar que em qualquer interação é bem provável que haja aspectos da abordagem dialógica e a de autoridade. No entanto, elas se diferem na medida em que a primeira considera duas "vozes" são ouvidas e consideradas para o prosseguimento da interação, havendo uma inter-animação de ideias, enquanto que na segunda, o professor pode ouvir as ideias do aluno apenas a partir do ponto de vista do discurso científico escolar que está sendo construído. Nesse caso, apenas uma "voz" é ouvida, não havendo inter-animação de ideias.

Na segunda dimensão considerada por Mortimer e Scott (2002), duas outras formas de discurso, que são *o interativo* e o *não interativo* que se distinguem pela participação de mais de uma pessoa ou por apenas uma, respectivamente. Com isso, é possível combinar as quatro classes estabelecidas pelos autores, uma vez que uma abordagem comunicativa de autoridade, por exemplo, não necessariamente está ligada ao discurso não interativo, assim como a dialógica não está necessariamente ligada ao discurso interativo, podendo, portanto, existir abordagem do tipo interativa dialógica, interativa de autoridade, não interativa dialógica e não interativa de autoridade. Os autores classificam com propriedade ao afirmarem que:

> **a. Interativo/dialógico:** professor e estudantes exploram idéias, formularam perguntas autênticas e oferecem, consideram e trabalham diferentes pontos de vista.

> **b. Não-interativo/dialógico:** professor reconsidera, na sua fala, vários pontos de vista, destacando similaridades e diferenças.
> **c. Interativo/de autoridade:** professor geralmente conduz os estudantes por meio de uma sequência de perguntas e respostas, com o objetivo de chegar a um ponto de vista específico.
> **d. Não-interativo/ de autoridade:** professor apresenta um ponto de vista específico. (MORTIMER E SCOTT, 2002, p. 6)

Há, ainda, padrões de interação estabelecidos pelos autores ao analisar as interações existentes na sala de aula entre professor e alunos. O que afirmam ser o mais comum deles é a tríade I-R-A, que quer dizer quer o professor Inicia a interação, o aluno Responde a ela e, por fim, o professor a Avalia. Mas, segundo Mortimer e Scott (2002), ainda há outros padrões a serem considerados. São os ditos não triádicos, como o I-R-P-R-P... ou o I-R-F-R-F..., onde P significa uma "ação discursiva para permitir o prosseguimento da fala do aluno e F um *feedback* para que o aluno elabore um pouco mais sua fala" (p. 6).

Sobre isso, Cabral (2004) faz uma consideração interessante acerca das classes de abordagem e dos padrões de interação estabelecidos pelos autores em questão:

> Em suma, apesar de Mortimer e Scott (2002) acreditarem na centralidade da fala e do discurso verbal em sala de aula, sabem que estes não são os únicos modos de comunicação nesses ambientes, mas reafirmam sua posição de que quanto mais profundo for o entendimento do discurso verbal e seu desenvolvimento em sala de aula, maior será a possibilidade de uma prática reflexiva para auxiliar a aprendizagem dos estudantes. (CABRAL, 2004, p. 111)

Nesse contexto, a análise microgenética das interações estabelecidas nas aulas ministradas aos alunos de uma escola pública municipal de Belém – Pa, sobre o conteúdo de frações na reta numerada, fornecerá subsídios para buscar a resposta à questão principal proposta nesta pesquisa: *Como se dá o processo de (re)construção conceitual de fração na perspectiva de sua representação como medida de comprimento quando o processo é dirigido por uma atividade estruturada escrita e mediada pelas intervenções de um professor no contexto de um Laboratório de Educação Matemática?*

A análise microgenética realizada neste trabalho tomou como referências os trabalhos realizados por Cabral (2004) e por Mortimer e Scott (2002), utilizando um modelo semelhante de seleção de episódios e de análise de interações a partir da transcrição de micro eventos que foram registrados em áudio e vídeo e foram previamente selecionados.

4.2.3. Análise microgenética das aulas ministradas

O texto estruturado que apliquei com a turma com a qual trabalhei desde o início do ano é composto de 10 atividades apresentadas em forma de “livreto” e foi trabalhado em dois dias. O primeiro com três horas-aulas de 45 minutos (total de 135 minutos) e o segundo com duas horas-aulas (90 minutos), que foram suficientes para a resolução de toda a atividade com a turma.

É importante destacar que foi feita a opção pela interação em conjunto com os alunos, uma vez que um aprofundamento individual seria inviável no tempo previsto e na gestão daquela classe de 40 alunos (oficialmente). A interação em conjunto a que me refiro foi estabelecida no início da primeira aula, em uma espécie de contrato didático, onde estabelecemos (os alunos e eu) que todos deveriam fazer a atividade juntos. Ou seja, para cada atividade, designei um tempo para resolução individual, mas os alunos não poderiam avançar para a atividade seguinte, por mais que se sentissem seguros para tanto. Essa escolha facilitava a organização da numerosa turma na resolução dos itens e permitia com que os itens fossem explorados de maneira específica nas interações entre mim e os alunos, o que também favorecia e incentivava a colaboração entre os alunos.

Esta forma de agir foi escolhida de forma que as atividades fossem resolvidas por todos, o que me pareceu favorável à medida que fiz a leitura em grupo dos enunciados, mediante as indicações da literatura sobre a questão dos processos de internalização que seguem a norma do coletivo para o individual.

Das 10 atividades trabalhadas, apenas as 7 primeiras foram selecionadas para a análise a seguir, uma vez que foram consideradas suficiente s para atingir dados que reúnem condições para a proposição de uma resposta para minha questão de pesquisa.

A atividade 1, por exemplo, havia alguns conhecimentos prévios como: o aluno precisava conhecer previamente a reta numerada, bem como a representação de fração na reta numerada de 0 a 1. Tais conhecimentos foram trabalhados em aulas anteriores, com atividades no caderno e no quadro branco.

Somente essa etapa inicial não foi registrada em áudio e vídeo. Ou seja, ao realizar a atividade 1 do texto estruturado, os conhecimentos prévios necessários já haviam sido trabalhados por mim durante o ano. O objetivo era que os alunos se familiarizassem com aquela nova linguagem (reta numerada e operações matemáticas utilizando-a como suporte), bem como a representação de fração como um número localizado na reta numerada.

Ainda que um trabalho prévio tenha sido realizado, em alguns momentos, fez-se necessária uma revisão de alguns pontos importantes para que os alunos pudessem acompanhar as atividades do texto estruturado. Isso pode ser percebido na transcrição das aulas.

Os recortes selecionados e transcritos para posterior análise microgenética foram aqueles que apresentaram, segundo minha análise, pontos importantes de identificação de indícios de aprendizagem ou que definiam um momento “chave” para dar sequência nas atividades. Ou ainda, aqueles que revelaram interações relevantes entre os sujeitos (professora e alunos).

Episódio 1 – Aula 1 – Atividade 1

Turnos 1 – 25

No início da primeira aula, os alunos já tinham o texto estruturado em mãos e eu, como professora, estabeleci um contrato com os alunos de que eles fariam cada atividade por vez, esperando todos da turma terminarem para depois prosseguirem para a atividade seguinte. A leitura do enunciado de cada uma das atividades foi realizada em conjunto (professora e alunos) e, quando necessário, reelaborada por mim, buscando melhor compreensão dos alunos.

(1) Prof: Vamos lá, primeira questão, leiam comigo.

(2) Os alunos leem juntos e pausadamente: “O professor de matemática de João e de Pedro pediu a seus alunos o seguinte: construa um segmento de reta numerado de 0 a 1 e depois responda aos comandos seguintes. João construiu o seguinte segmento”.

(3) Prof: Quem fez esse segmento, gente?

(4) Alunos: o João

(5) Prof: Certo, prossigam.

(6) Alunos: [continuam a leitura] “Agora é sua vez! Utilize o segmento construído por João para responder às atividades a seguir”.

(7) Prof: Vocês entenderam o que está escrito?

(8) Alunos: Sim

(9) Prof: Vocês vão pegar o segmento de quem?

(10) Alunos: De João

(11) Prof: Isso. E vão responder as perguntas.

(12) Alunos: [continuam a leitura] “Atividade 1. Represente os seguintes números no segmento que João construiu”.

(13) Prof: Representar os números, não é isso?

(14) Alunos: Sim.

(15) Prof: E qual é o número que a atividade tá pedindo na letra a?

(16) Alunos: Um meio

(17) Prof: Você consegue fazer isso?

(18) Alunos: Sim

(19) Prof: Por exemplo, [escreve no quadro um exemplo] se você tiver que marcar aqui a fração... que fração é essa?

(20) Alunos: Um terço

(21) Prof: Então você vai dividir esse pedaço aí em quantas partes?

(22) Alunos: Em três

(23) Prof: Isso, em três, o que é o que ele “tá mandando” aqui [apontando para o quadro]

(24) Prof: Três partes iguais ou diferentes?

(25) Alunos: Iguais

Este recorte foi selecionado para a análise dos dados porque atende ao primeiro objetivo parcial da construção do conceito de fração proposta no texto estruturado: os alunos perceberem que as frações são obtidas através da divisão de um segmento em partes iguais.

Realizei a leitura juntamente com os alunos, parando sempre que necessário para dar ênfase a algum ponto considerado importante, questionando os alunos sobre o comando da atividade e verificando se eles haviam entendido. Feito isso, resolvi abrir um "parêntese" para dar um exemplo e avaliar a resposta dos alunos, certificando-se de que entenderam a atividade. O padrão de interação identificado foi do tipo I-R-A.

Em termos de construção do conceito de fração, esse recorte nos permite observar que, pela resposta em conjunto dos alunos, o ponto inicial da atividade parece ter sido atingido. Iniciei a interação realizando a leitura com os alunos no intuito de deixa-los mais seguros na execução da atividade. Essa opção foi feita devido à experiência que já possuía com a turma, que a permitiu observar que, quando liam o enunciado da maioria das atividades sozinhos, sua compreensão ficava comprometida. A minha interação com os alunos acontecia, portanto, de maneira a esclarecer possíveis dúvidas nos enunciados e deixar os alunos preparados para realizar a atividade.

Nos turnos T24 e T25, interagi com os alunos perguntando diretamente se o segmento em questão seria dividido em três partes iguais ou diferentes. Os alunos respondem sem apresentar dúvidas aparentes (uma vez que isso foi trabalhado previamente, como já foi discutido) quanto a essa questão. Nesse momento, um indício de aprendizagem, portanto, pode ser registrado.

Wu (2002), em suas primeiras considerações sobre a definição de fração, aponta algumas frações e se coloca "em busca" do significado delas. Para tanto, inicia considerando segmentos de igual comprimento sobre a reta numerada. Este ponto de partida é suficiente para justificar a escolha do primeiro recorte dessa análise microgenética como um indício de aprendizagem sobre a construção do conceito de fração.

Diante da análise desse recorte, é possível observar que há indícios de que as crianças conseguiram dar significado às frações sugeridas na atividade como pontos marcados sobre um segmento de reta, da mesma forma como faziam quando representavam os inteiros positivos na reta. Nesse sentido, conforme as indicações de Wu (2002), os alunos são levados pela natureza da atividade proposta inicialmente a fazer essa comparação de tratamento, ou seja, podiam tratar as frações da mesma forma que o fizeram com os inteiros positivos. Essa prática contribui para a construção da noção de fração como número, que é um indício importante de aprendizagem – fração como um número – que possibilitará a exploração de outros significados posteriormente.

Episódio 2 – Aula 1 – Atividade 1
Turnos 26 – 47

(26) Prof: Tá, então me ajuda aí, vocês que tão enxergando mais longe do que eu. Aqui tá bom? [marcando aproximadamente no meio do segmento no quadro]

(27) Alunos: Tá

(28) Prof: Por que aqui tá bom?

(29) Aluno1: Porque tá marcando meio.

(30) Prof: Ah, não é meio, é um terço. E eu vou dividir em quantas partes?

(31) Alunos: três.

(32) Prof: Isso. Então, se eu colocasse aqui, ia ficar torto isso, não era?

(33) Prof: [Aproxima a marcação para um valor mais próximo do zero e pergunta...] Tá bom aqui?

(34) Alunos: Tá

(35) Prof: Já tá dividido em três?

(36) Alunos: Não

(37) Prof: Falta o que?

(38) Alunos: Marcar o outro

(39) Prof: [Marquei o outro segmento mais próximo do 1 e pergunta:]Cadê a fração que eu estou procurando? É o primeiro ou o segundo [traço marcado]?

(40) Alunos: Primeiro

(41) Prof: Isso, é sempre o...?

(42) Alunos: Primeiro

(43) Prof: Certo. Quantos terços têm aí?

(44) Alunos: Três.

(45) Prof: E se a fração que eu quisesse marcar fosse a de ‘um quarto’? Em quantas partes iguais eu iria dividir esse segmento?

(46) Alunos: Em quatro.

(47) Prof: Isso... Agora vocês façam, ta?

Nota-se que a incentivei a participação coletiva dos alunos, para facilitar seu trabalho em uma turma numerosa. Porém, é provável que em determinados momentos alguns alunos se manifestem individualmente, como ocorreu no turno 29 (T29), onde apenas um aluno da turma (aluno 1) respondeu à minha pergunta. O padrão interativo desse episódio pode ser interpretado como I-R-F-R-A, uma vez que a senti necessidade de intervir para que o aluno reelabore melhor sua resposta (T28 – T32) e, no final, realiza a avaliação que encerra o episódio.

Na concepção de Wu (2002) ao construir o conceito de fração, enumera, inicialmente, algumas frações marcadas sobre um segmento de reta. Além de essas frações estarem igualmente espaçadas (mesmo comprimento), a fração de numerador igual a 1 (que é o caso da nossa atividade 1) é sempre a primeira delas. Por exemplo, ao marcar as frações 1/3, 2/3 e 3/3, por exemplo, a fração 1/3 é a primeira marcação depois do zero.

O recorte transcrito acima mostra uma interação minha nos turnos T39 – T42 que revela que os alunos já apresentavam consciência de que a fração de numerador 1 era sempre a primeira a ser marcada de acordo com o que foi discutido em sala de aula. Este recorte, junto ao recorte anterior analisado (episódios 1 e 2), completa o objetivo traçado para a atividade 1 do texto estruturado, que era o de fazer com que os alunos percebessem que, para assinalar uma fração solicitada, é necessário que o segmento representado seja dividido em partes de mesmo comprimento, e que a fração solicitada no enunciado de cada item é a primeira dessas marcações.

Episódio 3 – Aula 1 – Atividade 1

Turnos 48 – 51

(48) [Alguns minutos depois, alguns alunos chamam a professora para verificar a execução da Atividade 1, que os atende individualmente. Falas do Aluno 2]

(49) Aluno 2: Professora! [E mostra a atividade]

(50) Prof: Lembrou do que a gente fez nas outras aulas, foi?

(51) Aluno: Foi.

Uma análise da imagem capturada do vídeo da atividade do aluno 2 nos permite perceber que sua execução foi realizada sem dificuldades. O padrão de interação observado é a tríade I-R-A. A seguir, a atividade do aluno:

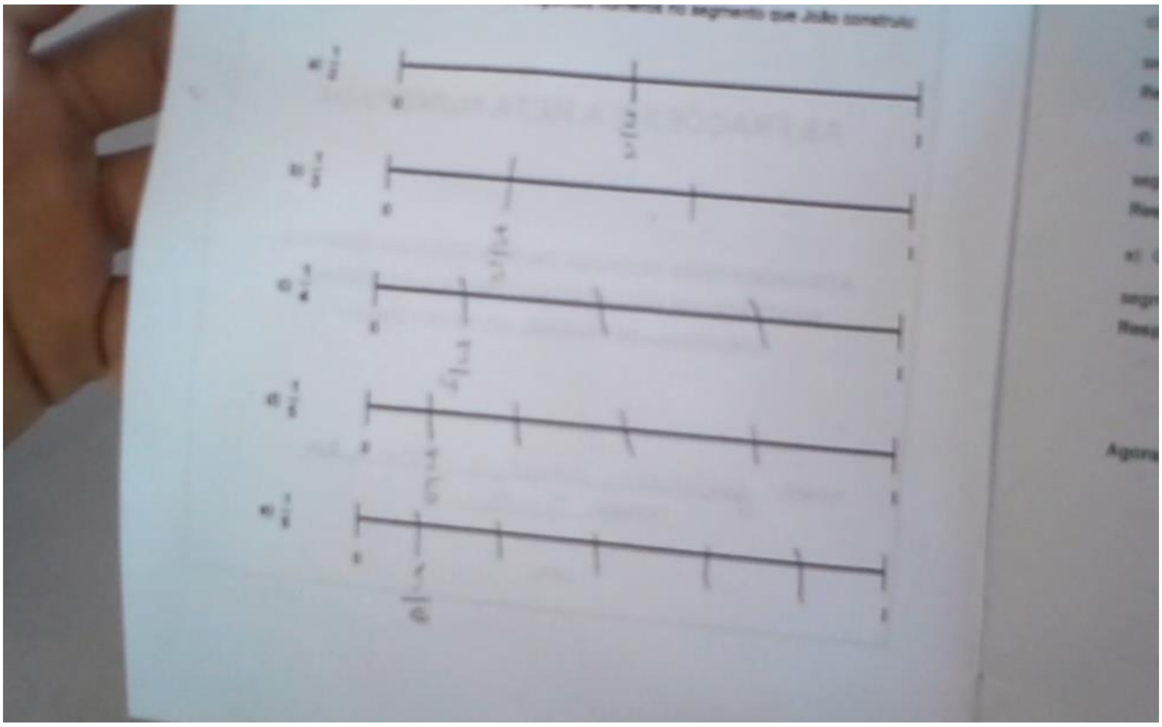


Imagem 11: Resolução da atividade 1 pelo *Aluno 2* (Fonte: arquivo pessoal)

Optei por destacar a resolução da atividade do Aluno 2 por ser um daqueles que me chamou para verificar sua resolução. Ao fazer uma avaliação de todas as atividades resolvidas dessa turma, observamos que 65% dos alunos a resolveram de maneira similar, considerada por mim como correta.

O recorte transcrito dos turnos T48 – T51 foi escolhido para a análise microgenética por ratificar o indício de aprendizagem apontado nos episódios 1 e

2. Na imagem acima, podemos observar que, além de o aluno ter dividido o segmento representado em partes de mesmo comprimento (e de acordo com o que indicava em cada item da atividade 1), marcou apenas as frações indicadas, sempre na primeira marcação realizada.

Efetivamente, ao reconhecerem que a marcação da fração solicitada é a extremidade do primeiro segmento marcado de um segmento maior que foi dividido em partes iguais, os alunos garantem uma aprendizagem importante que repercutirá no momento em que estiver trabalhando com as operações com frações. O entendimento sobre a soma de duas frações iguais, por exemplo, $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, pode ser facilitado após a aquisição deste conhecimento. É provável que, ao entender que o segmento dado foi dividido em partes iguais, de comprimento $\frac{1}{3}$, o aluno consiga entender que o "próximo terço" será marcado na extremidade do segmento seguinte, garantindo a operação.

Episódio 4 – Aula 1 – Atividade 2

Turnos 52 – 66

Conduzi a leitura em conjunto, destacando que a atividade que será tomada como base para realizar a atividade 2 é a atividade 1.

(52) Leitura: Letra a. Quantos segmentos de comprimento igual a 'meio' podemos representar no segmento unitário que João construiu?

(53) [Repeti a leitura sozinha para ajudar os alunos na compreensão da pergunta e diz] Volta lá na atividade 1 e vê quantos daqueles 'meios' cabem no segmento que o João construiu?

(54) Alunos: Dois

(55) Prof: Responda na atividade... Já respondeu?

(56) Uma aluna (Aluna 3) me chama, dizendo que não entendeu:

(57) Prof: Então, ele te perguntou quantos 'disso' [apontando para a atividade da aluna] cabem 'nisso'?

(58) Aluna 3: Dois.

(59) Prof: Então! Responda...

(60) [...]

(61) Prof: [Falando com a turma] Letra b! É a mesma pergunta, só que muda a fração, não é?

(62) Alunos: É.

(63) Prof: Quantos segmentos de comprimento igual a ‘um terço’ podemos representar no segmento unitário que João construiu? [Alunos ajudam na leitura]

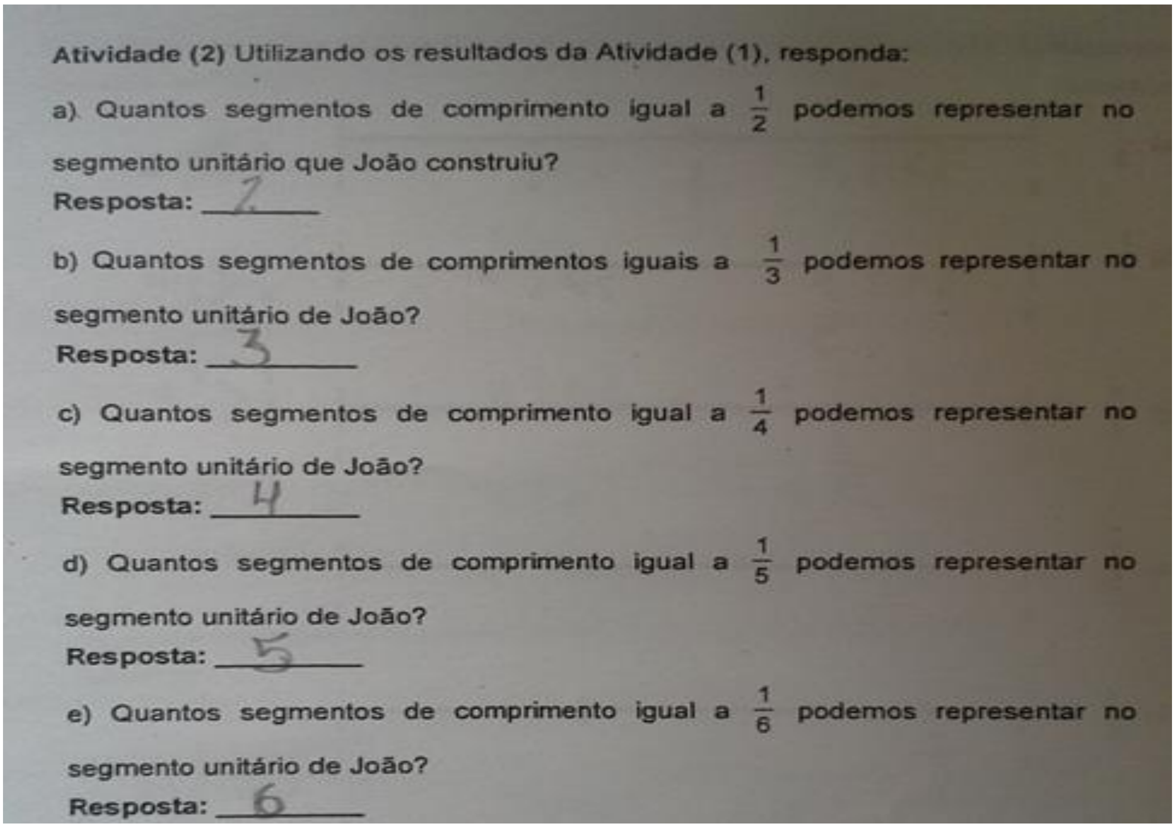
(64) Alunos: Três

(65) Prof: Já conseguem fazer o resto [da atividade] sozinhos?

(66) Alunos: Já

A atividade 2 possui um grau de dificuldade menor. Com isso, nota-se que a turma não teve dificuldade em executá-la. No entanto, trata-se de uma fase importante do texto estruturado, uma vez que provoca os alunos a fazerem uma observação sobre a quantidade de partes que um segmento deve ser dividido de acordo com a fração que se deseja assinalar. O padrão de interação identificado nesse episódio é do tipo I-R-A.

Ao fazerem o registro da quantidade de segmentos obtidos na marcação das frações para cada item da atividade 1, os alunos evidenciam o aprendizado discutido anteriormente sobre dividir em partes iguais. É importante destacar que a (re)construção do conceito de fração vem acontecendo paulatinamente a partir das minhas interações com a turma, norteadas pelo texto estruturado com a sequência de atividades, consolidando a perspectiva de Wu (2002) para essa construção. A seguir, registramos a resolução da Aluna 3 em imagem e verificamos que aproximadamente 93% da turma obtiveram as mesmas respostas ao realizar a atividade 2.



Atividade (2) Utilizando os resultados da Atividade (1), responda:

a) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{2}$ podemos representar no segmento unitário que João construiu?
Resposta: 2

b) Quantos segmentos de comprimentos iguais a $\frac{1}{3}$ podemos representar no segmento unitário de João?
Resposta: 3

c) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{4}$ podemos representar no segmento unitário de João?
Resposta: 4

d) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{5}$ podemos representar no segmento unitário de João?
Resposta: 5

e) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{6}$ podemos representar no segmento unitário de João?
Resposta: 6

Imagem 12: Resolução da atividade 2 pela *Aluna 3* (Fonte: arquivo pessoal)

Episódio 5 – Aula 1 – Atividade 3

Turnos 67 – 70

Leitura da Atividade 3:

(67) Alunos em conjunto: “Represente no segmento construído por Pedro, os seguintes números”.

(68) Prof: Letra A. Conseguem?

(69) Alunos: Sim.

(70) Prof: Então façam.

O objetivo da atividade 3, como foi colocado anteriormente, era fazer com que os alunos reproduzissem a atividade 1, já realizada. A execução dessa atividade se torna importante à medida que abre espaço para uma posterior discussão sobre a comparação dos segmentos e das frações assinaladas.

Representa, portanto, um passo importante, porém não tão evidente, na (re)construção do conceito de fração proposto nessa pesquisa.

Neste episódio, caracterizado pela execução da atividade 3, os alunos não apresentaram dificuldades e a interação foi restrita. Isso se deve ao fato de a atividade 3 ser uma reprodução da atividade 1, porém, em um segmento menor, apesar de isso ainda não ter sido discutido com os alunos. Caracterizamos o padrão de interação do episódio como triádico do tipo I-R-A, cujo encerramento feito pelo professor é caracterizado pela autorização da realização da atividade por parte dos alunos. Analisando as atividades, observamos que 65% dos alunos a responderam de forma considerada correta.

Embora a atividade pareça “igual” à anterior, a diferença existente serve de apoio para uma nova construção no âmbito conceitual que possibilita ao aluno identificar que a noção de fração está intimamente ligada à adoção de uma unidade padrão de referência. Se os padrões (segmentos) são de medidas diferentes, então a fração $\frac{1}{2}$ tomada em relação a um deles, por exemplo, o de maior comprimento, também será representada por um segmento de comprimento maior que a fração $\frac{1}{2}$ tomada como referência ao outro padrão de menor comprimento.

Esta concepção pode parecer clara para alguns adultos, porém, não tão clara para as crianças entenderem de maneira direta e simples ou concluírem sozinhas. Daí a relevância em se apresentar uma atividade estruturada que seja orientada e mediada por um professor cuja intencionalidade pedagógica esteja direcionada para objetivos específicos traçados a partir de um planejamento que prevê as diversas conquistas cognitivas parciais até a consolidação de um conceito-objeto.

Nesse sentido, as conquistas alcançadas pelos alunos até este momento servem como pontos estruturais para a formação de um conceito mais amplo sobre as frações, uma vez que já se verificaram indícios de que essa construção vem sendo feita paulatinamente com auxílio das interações e da atividade estruturada elaborada.

Episódio 6 – Aula 1 – Atividade 4

Turnos 71 – 111

Leitura da Atividade 4:

(71) Alunos em conjunto: Compare os comprimentos dos segmentos relacionados aos números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$, representados por JOÃO com os mesmos comprimentos dos segmentos relacionados aos números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ representados por PEDRO. Qual a sua conclusão? Como você explica essa conclusão?

(72) Prof: Primeiro, você entendeu?

(73) Alunos: Não

(74) Prof: Calma. Leiam a primeira palavra.

(75) Alunos: Compare

(76) Prof: O que é comparar?

(77) Alguns alunos murmuram respostas...

(78) Prof: Isso. É pegar os dois [e pega dois objetos] e comparar, ou seja, dizer o que eles tem em comum, o que eles tem de diferente... Então vamos lá. Todo mundo pegando a atividade do Pedro e a atividade do João. O que que elas tem de igual ou de diferente?

(79) Aluno 4: O nome.

(80) Prof: Só o nome? O resto é tudo idêntico?

(81) Alguns dizem: É

(82) Outros dizem: Não.

(83) E um aluno se pronuncia:

(84) Aluno 5: A reta do Pedro é menor.

(85) Prof: O ‘Aluno 5’ disse o que?

(86) Aluno 5: A reta do Pedro é menor.

(87) Prof: É verdade isso [para a turma]?

(88) Alunos: É.

(89) Prof: O comando [das atividades 1 e 3] era a mesma coisa, pra marcar o meio, um terço, um quarto... não era isso? Mas a reta do João é maior ou menor que a reta do Pedro?

(90) Alunos: Maior

(91) Prof: Isso já foi uma conclusão boa do ‘Aluno 5’. Mas o que a questão [atividade 4] pediu? Que é pra você comparar os comprimentos dos segmentos, ou seja, compara o ‘um meio’ do João com o ‘um meio’ do Pedro. São iguais? ... Mede em qualquer coisa, com o dedo, na reta, com a caneta, em qualquer coisa...

(92) Alguns alunos murmuram respostas variadas e, então, detectei a comparação, perguntando:

(93) Prof: De quem é o ‘meio’ maior?

(94) Alunos: Do João

(95) Prof: O ‘meio’ do João é maior que o ‘meio’ do Pedro?

(96) Alunos: É

(97) Prof: E o ‘terço’ do João?

(98) Alunos: Também

(99) Prof: E o ‘quarto’ do João?

(100) Alunos: Maior

(101) Prof: Maior que o ‘quarto’ do...

(103) Alunos: Pedro

(104) Prof: E o ‘quinto’ do João?

(105) Alunos: Maior

(106) Prof: Você constatou isso olhando aí?

(107) Alunos: Sim

(108) Prof: Olha qual é a pergunta da atividade 4. Qual é a sua conclusão? Aí, você vai escrever tudo o que você já falou pra mim com as suas palavras. Vou esperar.

[Alguns minutos depois, prossegui]

(109) Prof: Como você explica o fato de o 'meio' do João ser maior que o 'meio' do Pedro, se tudo é 'meio'?

(110) Aluna 6: porque a reta do Pedro é menor.

(111) Prof: Aah, então é isso que você deve escrever, com as suas palavras.

Inicialmente, é interessante notar que a leitura da atividade 4 é um momento em que preciso intervir para auxiliar na compreensão dos alunos sobre seu enunciado. Assim, resolvi incitar os alunos com relação à primeira palavra do texto da atividade em questão: compare. Tendo entendido isso, os alunos começam a observar as atividades 1 e 3, buscando semelhanças ou diferenças entre elas, até que um aluno responde que o segmento de Pedro é menor que o de João. Até esse momento, percebemos o padrão interativo I-R-F-R-F-R, onde eu intervi para que os alunos continuem seus pensamentos até chegarem a uma conclusão aceita por mim.

A partir de então, a prossegui nos questionamentos com o objetivo de formalizar o objetivo da atividade 4, que é fazer com o que o aluno escreva uma resposta sobre o motivo das frações da atividade 1 terem ficado diferentes daquelas da atividade 3, já que eram as mesmas frações.

Constatei, então, que os alunos conseguiram observar a diferença no comprimento dos segmentos das atividades 1 e 3, ao responderem que o "meio" do João é maior que o de Pedro e assim sucessivamente. Nesse momento, acreditei poder autorizar a resolução da atividade 4, ao afirmar que vai "esperar" que os alunos o façam, deixando-os livres para que escrevam as respostas com suas próprias palavras, caracterizando uma interação do tipo I-R-P-R-P-A.

Tratando-se do conceito de fração a ser construído nesse processo, podemos perceber que esse recorte representa um passo importante, uma vez que estamos diante de uma aprendizagem que, em geral, não é comum nas abordagens dos livros didáticos. O que deve ser observado nesse trecho é que o foco conceitual relevante revela, através de uma sequência de atividades estruturadas e empíricas (conhecimento intuitivo), que a fração apresenta uma relação com a unidade tomada como referência. Graças a essa consciência, os alunos foram capazes de responder ao meu questionamento sobre motivo de a fração de João ser maior que a de Pedro, mesmo sendo a mesma fração.

Provavelmente, a aprendizagem que está ocorrendo se distancia, a partir dessa abordagem interativa respaldada pelo texto estruturado, do foco puramente algorítmico em geral dominante no ensino de frações.

Por tais motivos, também é possível notar a presença do LEM na forma como foi concebido nesta pesquisa: um ambiente definido pela tríade espaço-atitude-intenção, onde eu, a partir de uma intencionalidade pedagógica, estabeleci um discurso interativo que, na sala de aula, se consolidou em indícios de aprendizagens sobre um conceito.

Nota-se, ainda, que a sequência estruturada pelas atividades propostas por mim representou o norte das interações. Sua intencionalidade, também revelada nas atividades, foi determinante para que o aprendizado acontecesse. Assim, o ensino por atividades se consolida na perspectiva da Educação Matemática, uma vez que revela sua relevância a partir dos dados obtidos neste trecho interativo. Este tipo de proposta metodológica gera importantes possibilidades de aprendizagem, sobretudo quando se trata de um conteúdo matemático reconhecidamente de difícil aprendizado por parte dos alunos.

O que os alunos demonstram ter aprendido após o trecho interativo em questão representa, portanto, um ponto importante da construção do conceito de fração. É importante destacar que ele foi atingido a partir do acúmulo de outros conhecimentos obtidos nas interações e discussões realizadas nas atividades anteriores do texto estruturado, bem como do trabalho de construção de conhecimentos prévios realizado.

A seguir, optei pela transcrição de uma das respostas obtidas (Aluna 6) na resolução da atividade 4, avaliando o entendimento sobre a atividade a partir da minha interação com a turma. Ao analisar as respostas de toda a turma, observamos que cerca de 89% dos alunos respondeu a essa atividade utilizando ideias similares.

Para uma melhor compreensão da resposta da aluna, transcrevi sua resposta no trecho a seguir:

"A do João é maior do que a reta do Pedro e os seguimentos de João é maior do que o de Pedro, por que se a reta de João é maior os segmentos também serão maiores e a de Pedro será o menor. Por que se a sua reta é menor os segmentos também serão".

A resposta da "Aluna 6" ratifica o que estamos discutindo nesse momento. À sua maneira, a aluna explica que os segmentos representados, por mais que fossem da mesma fração, apresentavam um comprimento diferente. Isto se deveu ao fato de as frações tomadas como referência em cada um dos casos possuíam comprimentos diferentes.

Merece destaque, também, a resposta da Aluna 7, cuja transcrição está a seguir:

"Eu concluí com a professora que a do João tinha o segmento maior que a de Pedro. Os números $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ *do João era maior que de Pedro. E nas questões o nome era diferente e o meio do João era maior porque a reta era maior"*.

A frase utilizada pela aluna "Eu concluí com a professora" reforça a importância das situações interativas e colaborativas em sala de aula. Neste momento, o LEM se consolida mais uma vez como um espaço de intenção e colaboração que se estabelece em um ambiente como a sala de aula. A atividade estruturada e as interações se unem formando uma importante ferramenta metodológica para promover aprendizagens de conteúdos matemáticos.

Episódio 7 – Aula 1 – Atividade 5

Turnos 112 –121

Leitura da atividade 5:

(112) Prof: Antes de fazermos a atividade 5, vamos relembrar o seguinte: o que significa este símbolo [>], este símbolo [<] e este símbolo [=]. [E reproduz os símbolos no quadro]. Neste momento, fiz um comentário no quadro para relembrar a utilização dos símbolos de comparação, utilizando números inteiros, como 5 e 5, 8 e 12, identificando uma confusão inicial dos alunos quanto aos símbolos 'maior que' e 'menor que'. Feito isso, partimos para a leitura da atividade 5.

(113) Leitura em conjunto: "Utilizando os símbolos >, < ou = e as representações da atividade 1, compare as frações".

(114) Reforcei que os alunos devem "olhar na atividade 1 para responder a atividade 5" e pergunta: Quem é maior? Um meio ou um terço?

(115) Alunos: Um terço

(116) Aluno 8: Um meio

(117) Prof: Então volte lá na atividade 1 e compare o tamanho do 'um meio' com o tamanho do 'um terço'. Quem é maior?

(118) Alunos: Um meio

(119) Prof: Aaah! As aparências enganam! Quem é maior, um meio ou um terço?

(120) Alunos: Um meio

(121) Prof: Então vá lá na atividade 5 e responda quem é maior, com a abertura correta, tá? O maior sempre fica com a 'abertura'. [Explicando, novamente, a utilização do símbolo]. E em todas dessa questão você vai ter que 'colar' lá da primeira questão.

Nesse episódio, também foi preciso interferir depois da primeira resposta dos alunos. Faz considerações iniciais para evitar confusões e depois pergunta de maneira direta qual das duas frações é maior: ‘um meio’ ou ‘um terço’. Sem analisar, os alunos respondem ‘um terço’, quando reconsiderei a resposta, propondo que os alunos se voltem para a atividade 1, utilizada como referência para a atividade 5, para, então, fazerem a comparação. O padrão interativo observado é do tipo I-R-F-R-A. Ao analisar as respostas dos alunos no texto estruturado, observamos que aproximadamente 78% dos alunos responderam à atividade de maneira correta.

O recorte do trecho acima nos permite observar que os alunos já estão em um “estágio” mais avançado da (re)construção conceitual proposta. Foram orientados de que, para resolver a atividade 5, era necessário realizar novamente uma observação da atividade 1. A comparação dos valores assinalados nos itens era necessária a partir da observação dos registros feitos na primeira atividade. Os turnos T114 – T120 revelam que um aluno, de maneira intuitiva, provavelmente observando apenas os valores absolutos representados nos denominadores das frações, respondeu que 1/3 é maior que 1/2.

É provável que a lógica do pensamento do aluno tenha sido: se 3 > 2, então $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$ – o que é importante é que a comparação dessa percepção provavelmente tenha sido induzida pela relação inicial com os inteiros (3 > 2), quando confrontada com a representação na reta numerada, sugere exatamente o contrário. O aluno, nesse momento não recorre ao modelo mais tradicional de comparação de frações heterogêneas, que é o uso do Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.) ou a ideia de classe de equivalência. Nesse ambiente, chega a mesma conclusão experimentalmente a partir da comparação das medidas dos segmentos de reta que representam as duas frações. Esse é um papel importante da intuição na reconstrução de um conceito-objeto. O efeito disso é a possibilidade que esse ambiente interativo entre professor – alunos – objeto matemático – atividade estruturada de ensino, fomenta no sentido da exploração de uma nova regularidade que parece funcionar de forma “invertida” na comparação das medidas de segmento que representam, por exemplo, os números 3 e 2, e, aquelas, que representam as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.

Em outros termos, 3 é maior que 2, mas $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{2}$. É justamente a repetição dessa experiência comparativa que induz o aprendiz, nesse nível de ensino, a estabelecer uma espécie de generalização de um fato matemático, ainda que de forma intuitiva, com base no aporte gerado pela experiência visual de um representação abstrata.

A repetição de uma tarefa, nesse caso, não teria a pretensão de que o aluno memorizasse alguma coisa, mas que percebesse a regularidade “invertida” que surge da comparação entre 3 e 2 e $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$.

A posterior re-interação entre mim e a turma os fez observar que o registro feito na atividade 1 era fundamental para que respondessem corretamente a atividade 5, reforçando a necessidade da utilização do aporte visual proposto na atividade estruturada, que, mais uma vez, mostra que foi capaz de oferecer ao aluno justificativas concretas sobre representações matemáticas abstratas.

A comparação feita pelos alunos, seguida pelo registro no texto estruturado, contemplam o objetivo traçado inicialmente para a atividade 5 (comparar os segmentos da atividade 1 e verificar qual segmento é maior que o outro, levando em consideração cada item da atividade). Daí a utilização desse recorte interativo para a análise microgenética.

Com a discussão da atividade 5, os alunos demonstraram ter percebido que, para que se comparem as frações, basta realizar uma observação nos registros feitos por ele mesmo em outro momento da atividade. O aluno reforça, nesse momento, sua participação ativa em seu próprio processo de aprendizagem, à medida que lhe é permitido fazer registros, comparações e generalizações a partir das observações que surgiram das discussões entre seus colegas e a professora para o aprendizado de determinado conteúdo matemático.

Episódio 8 – Aula 1 – Atividade 6

Turnos 122 –218

Leitura da atividade 6:

(122) Prof: Prestem atenção, essa reta, o que é que ela tem de diferente das outras, que a gente usou até agora?

(123) Aluno 9: Ela vai até 5.

(124) Prof: Isso, ela não tá só do zero pro um, ela tá do zero até o...

(125) Alunos: Cinco

(126) Prof: Tem problema?

(127) Alunos: Não

(128) Prof: Tá. Leia comigo o comando da atividade 6.

(129) Leitura em conjunto: Utilizando a reta numerada abaixo, represente os seguintes números... Um meio, dois meios...

(130) Prof: O que mais?

(131) Alunos: três meios, quatro meios...

(132) Prof: E assim sucessivamente.

(133) Prof: Você sabe me dizer [e desenha no quadro a reta numerada de 0 a 5] onde tá o 'meio'?

(134) Alunos: No meio..

(135) Prof: No meio entre...?

(136) Alunos: 0 e 1

(137) Prof: Aqui? [aponta para um valor bem próximo de 0]

(138) Alunos: Não

(139) Prof: Aqui? [aponta para um valor bem próximo de 1]

(140) Alunos: Não

(141) Prof: Aqui? [aponta para o meio entre 0 e 1]

(142) Alunos: É

(143) Prof: [escreve ½ e pergunta] Certo ou não?

(144) Alunos: Certo

(145) Prof: Ele [referindo-se à atividade 6] pediu só essa?

(146) Alunos: Não

(147) Prof: Além dessa, ele pediu todas essas [e escreve as frações do item “a” da atividade 6] não é isso?

(148) Alunos: É

(149) Prof: Se esse aqui é o ‘meio’ [aponta para o 1/2], quem é o ‘dois meios’?

(150) Aluno 10: em cima do um!

(151) Prof: [aponta para um valor bem próximo do 0] Aqui?

(152) Alunos: Não

(153) Prof: Aqui?

(154) Alunos: Não

(155) Prof: Aqui?

(156) Alunos: Não

(157) Prof: Aqui? [aponta para o número 1 da reta]

(158) Alunos: É

(159) Prof: Então esse aqui é o dois meios, certo?

(160) Prof: E quem é o próximo [que a atividade 6 pede]?

(161) Alunos: Três [três meios]

(162) Prof: Quem pode vir aqui no quadro marcar o ‘três meios’ pra mim?

[Aluna 11 se levanta e eu entreguei o pincel para que ela responda no quadro]

(163) Aluna 11 escreve no quadro a fração $\frac{3}{2}$ no meio entre os números 1 e 2 da reta desenhada no quadro.

(164) Prof: Ela acertou ou não?

(165) Alunos: Sim

(166) Prof: Acertou ou errou?

(167) Alunos: Acertou

Ainda para a mesma aluna, em pé, ao meu lado, a mesma pergunta:

(168) Prof: Onde está o quatro meios, ‘Aluna 11’ [fala o nome da aluna]?

(169) A aluna assinala a fração $\frac{4}{2}$ no mesmo lugar que o número 2 da reta desenhada no quadro.

(...)

(170) Prof: A ‘Aluna 11’ foi contando de quanto em quanto para dar os resultados?

(171) Alunos: meio. De meio em meio.

(172) Prof: Você consegue fazer até a última? Quanto é a última?

(173) Alunos: Oito meios

(174) Prof: Conseguem fazer?

(175) Alunos: Sim.

(176) Prof: E a letra b, que ao invés de ‘meio’, quem é?

(177) Alunos: Um terço, dois terços, três terços, ... até doze terços

(178) Prof: Onde tá o ‘um terço’? [desenha a reta numerada até o 5 novamente]

(179) Alguns alunos: no meio entre 0 e 1

(180) Prof: No meio entre 0 e 1?

(181) Aluno 12: não, tem que dividir em 3 partes o 0 e 1

(182) Prof: Ah, pega essa parte aqui? [aponta para o segmento de 0 a 1]

(183) Alunos: É

(184) Prof: E divido em quantas partes iguais?

(185) Alunos: Três

(186) Prof: Por que em três, ‘Aluno 12’? [fala o nome do aluno]

(187) Alguns alunos murmuram: Porque ta dizendo ali.

(188) Prof: Então é aqui que eu divido? [aponta para um valor muito próximo do 0]

(189) Alunos: Não

(190) Prof: Aqui no meio? [Aponta para o meio ente 0 e 1]

(191) Alguns alunos respondem: Sim

(192) Outros respondem: Não

(193) Prof: No meio gente?

(194) Alguns alunos: Não

(195) Prof: [aponta para aproximadamente ’um terço’] É aqui?

(196) Alunos: É

(197) Prof: E o outro pode ser aqui? [aponta para o 1]

(198) Alunos: Não

(199) Prof: Aqui? [aponta para aproximadamente 2/3]

(200) Alunos: É

(201) Prof: E quem é o ‘um terço’?

(202) Alunos: O primeiro

(203) Prof: E o ‘dois terços’?

(204) Alguns alunos: o segundo.

[Marquei o 2/3]

(205) Prof: Quem sabe me dizer onde está o ‘três terços’? [oferecendo o pincel para que alguém vá ao quadro]

[Aluna 13 se levanta e vai ao quadro]

(206) Prof: ‘Aluna 13’, marque, pra mim, por favor, o ‘três terços’, o ‘quatro terços’ e o ‘cinco terços’

[Aluna marca corretamente as três frações solicitadas]

(207) Prof: Vocês já podem responder a atividade de vocês

(208) Prof: A ‘Aluna 13’ acertou ou errou gente?

(209) Alunos: Acertou

...

(210) Prof: Vocês conseguem fazer o resto todo? [da atividade 6]

(211) Alunos: Sim

(212) Prof: Onde vai ser o ‘seis terços’?

(213) Alunos: Dois!

(214) Prof: Em cima do número...

(215) Alunos: Dois!

(216) Prof: Ou seja, ‘seis terços’ é a mesma coisa que...?

(217) Alunos: Dois

(218) [Pedi que fizessem a atividade 6 completa. Itens a, b e c]

Neste episódio nota-se uma interação mais intensa entre mim e os alunos no desenvolvimento da atividade 6. Em alguns momentos alguns alunos silenciam enquanto poucos falam, em outros momentos preciso intervir e reformular meus questionamentos com o intuito de provocar uma reflexão ou resposta de meus alunos. O padrão interativo observado é do tipo I-R-F-R-...-F-R-A, assim como a tríade I-R-A também pode ser observada. Uma breve análise quantitativa das atividades apontou que aproximadamente 78% dos alunos responderam à atividade 6 corretamente.

O recorte selecionado acima para análise foi escolhido por representar mais um item importante para a construção do conceito de fração como medida de comprimento a partir da perspectiva de Wu (2002). O objetivo era gerar uma familiarização dos alunos com frações cujo numerador é diferente de 1. Além disso, a sobreposição de frações junto aos números inteiros (1, 2, 3, ...) possibilitava que os alunos percebessem que um mesmo segmento de reta pode ter sua representação expressa por uma fração e ao mesmo tempo por um número inteiro. Essa coincidência tem uma regularidade que também pode ser explorada e, uma vez percebida pelo aluno, enriquece sua reconstrução conceitual de fração em sua represetação como medida de comprimento.

Os turnos T201 – T217 encerram esse recorte evidenciando que os alunos eram, nessa fase das interações, capazes de perceber que havia frações sobrepostas aos números inteiros, bem como de desenvolver as demais frações dado um denominador assinalado no item. Alguns alunos, ao responderem ao texto estruturado, preencheram as frações até a que sobrepõe o número 5, mesmo que isso não estivesse sendo solicitado no enunciado de cada item, o que mostra certa autonomia e entendimento do conceito a ser construído por parte dos alunos.

Ao definir fração, Wu (2002) ressalta que, nas frações de denominador 3, por exemplo, o $\frac{1}{3}$ é o primeiro ponto marcado à direita de 0; $\frac{2}{3}$ é o segundo ponto; $\frac{3}{3}$ é o terceiro e, assim sucessivamente, de modo de $\frac{m}{3}$ será o m-ésimo ponto assinalado à direita de 0, sendo que todas aquelas frações cujo numerador for um número múltiplo de 3 ($\frac{3m}{3}$), coincidirão com os números inteiros da reta. Esse, portanto, é o passo alcançado na proposição da atividade 6 do texto estruturado e que está em consonância com o que propõe o autor que definiu a ótica de trabalho dessa pesquisa.

Episódio 9 – Aula 2 – Atividade 7

Turnos 219 –289

Antes de dar início à atividade 7, a recapitulei todas as atividades anteriores, relembrando o que foi feito em cada uma delas.

(219) Leitura em conjunto: Utilizando as representações da *atividade 6*, determine o valor das operações.

(220) Prof: Agora, o que é que a gente vai começar a fazer com as frações? Operar! E o que é operar? O que são operações? Quantas operações existem?

(221) Alunos: Quatro

(222) Prof: Adição...

(223) Alunos: Subtração, multiplicação e divisão.

(224) Prof: Claro que a gente não vai fazer tudo ao mesmo tempo, vamos fazer devagar. Pra isso, eu vou lembrar de uma coisinha... Vocês lembram da nossa amiga ‘reta numerada’? Aquela que a gente usava com os números inteiros, que eu pedia pra vocês numerarem, por exemplo, até o 25 e eu pedia pra você somar. Como você fazia 5 + 7, por exemplo, na reta numerada?

(225) [Nesse momento, fiz um comentário para relembrar as atividades anteriores realizadas na reta, sobretudo relacionadas às operações de adição e subtração, sugerindo que os alunos fizessem, agora, da mesma maneira com as frações. Além disso, reforça que os alunos devem se basear na atividade 6 para responder à atividade 7.]

(226) Prof: Então vamos lá, letra a, o que ele tá pedindo?

(227) Alunos: ‘Meio’ mais ‘meio’.

(228) Prof: Se ele quer meio mais meio, você vai voltar no item a, b ou c da atividade 6 pra resolver?

(229) Alunos: Letra a

(230) Prof: Como você vai saber a resposta de meio mais meio? Anda lá...

(231) Aluno 14: Um!

(232) Prof: O ‘Aluno 14’ disse 1. Tá certo ou errado?

(233) Aluno 14: Tá certo!

(234) Prof: Por que, ‘Aluno 14’, tá certo?

[Aluno não responde]

(235) Prof: Você já fez? Podem riscar na reta de vocês e fazer a soma ‘meio mais meio’. Se fosse 5 + 7, você ia andar 5 e depois mais...?

(236) Alunos: 7

(237) Prof: E se for ‘meio mais meio’? Você anda ‘meio’ e depois?

(238) Alunos: mais ‘meio’.

(239) Prof: Querem ajuda ainda?

(240) Aluno 15: Dá Dois meios!

(241) [Desenhei a reta numerada do 0 ao 5, como da atividade 6 e pergunta:]Onde está o ‘meio’?

(242) Alunos: Entre 0 e 1

(243) Prof: E o dois meios?

(244) Aluno 16: Em baixo do 1!

(245) Prof: E o três meios?

(246) Alunos: No meio! [entre o 1 e o 2]

(247) Prof: E o quatro meios?

(248) Alunos: em baixo do 2!

(249) Prof: E o cinco meios?

(250) Alunos: No meio.

(251) Prof: E o seis meios?

(252) Alunos: Em baixo do 3.

(253) Prof: E o sete meios?

(254) Alunos: No meio

(255) Prof: Em baixo do 4.

(256) Prof: Então vamos encerrar aí. Quando ele pede na letra “a” da atividade 7, pra você somar meio mais meio, o que você deve fazer?

(257) Aluno 17: Contar ali, um meio mais um meio.

(258) Prof: Quando você tem que contar meio mais meio, é só você andar “meio” e depois mais..?

(259) Alunos: Meio

(260) Prof: Certo. Mas eu tenho que sair de onde? Do cinco?

(261) Alunos: Não

(262) Prof: Do três?

(263) Alunos: Não, do zero!

(264) Prof: Aí eu saio do zero e ando quantos?

(265) Alunos: Meio

(266) Prof: E agora [apontando na reta desenhada no quadro] eu ando mais quanto?

(267) Alunos: Meio

(268) Prof: Aonde eu parei?

(269) Alunos: No ‘dois meios’

(270) Prof: Resposta?

(271) Alunos: Dois meios

(...)

(272) Prof: E o que a letra b da atividade 7 pede pra vocês?

(273) Alunos: Meio mais meio mais meio

(274) Prof: E o que você faz? [aponta para a reta novamente no quadro]. Anda meio, [alunos acompanham falando ao mesmo tempo] mais meio, mais meio. E qual é a resposta?

(275) Alunos: Três meios.

(276) Prof: Letra c. Um meio mais um meio mais um meio mais um meio. Dúvidas na letra c?

(277) Alunos: Não

(278) Prof: E a letra D? Um terço mais dois terços. Você vai olhar pra qual item da 6ª atividade? Letra a, letra b ou letra c?

(279) Alunos: Letra B

...

(280) Prof: Tá certo, é dela que você vai 'colar', vamos dizer assim. Mas é fácil, é só olhar. E qual é a operação que você quer realizar nessa reta?

(281) Alunos: Um terço mais dois terços

(282) Prof: Aí você vai sair do zero e vai andar quanto?

(283) Alunos: um terço

(284) Prof: E depois você vai andar mais quanto?

(285) Alunos: Mais dois terços

(286) Prof: Já fizeram isso?

(287) Alunos: Já

(288) Prof: Quanto deu?

(289) Alunos: Três terços.

Neste episódio o padrão interativo observado é do tipo I-R-F-R...-F-R-A, pois a minha interação com os alunos é sempre baseada nos "feedbacks". Optei por destacar a atividade da "Aluna 18", que a realizou corretamente, tomando como base a atividade 6, como lhe fora recomendado. Uma análise das atividades apontou que aproximadamente 89% dos alunos responderam a essa atividade de maneira correta. Porém, mais algumas considerações precisam ser feitas.

O recorte destacado, especificamente quando analisamos os turnos T281 – T289, nos permite identificar indícios de que o objetivo da atividade foi atingido: realizar operações de adição e subtração na reta numerada, levando em consideração os conhecimentos adquiridos no decorrer do ano com as atividades prévias. A linguagem dos “saltos”, observada claramente nas atividades prévias registradas nessa pesquisa anteriormente, foi, também, utilizada para o contexto das frações, indicando que houve uma mobilização de conhecimentos.

Ao realizar a atividade 7 com os alunos, um importante passo foi dado: os conhecimentos adquiridos nas atividades prévias propostas por mim durante o ano foram resgatados e de suma importância para o sucesso da atividade em questão. Nesse momento, estabelece-se mais um princípio de construção, onde os conhecimentos adquiridos durante o ano, somados àqueles já construídos no decorrer das atividades do texto estruturado, representaram um grande suporte para a finalização dessa análise.

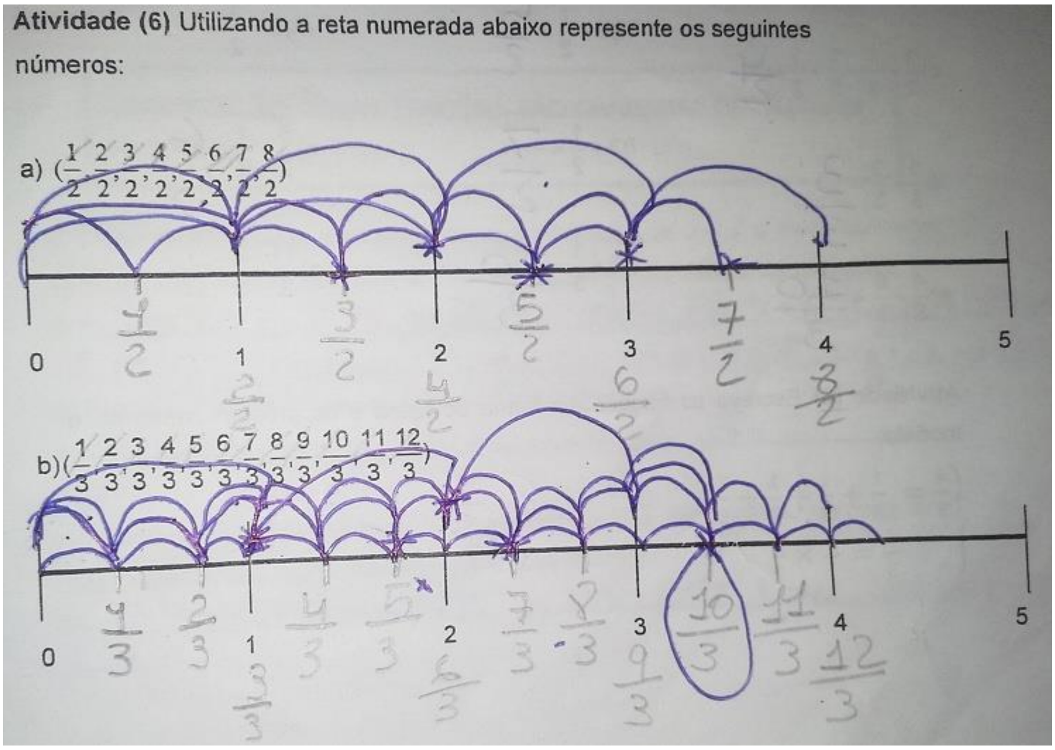


Imagem 13: Resolução da atividade 6 pela *Aluna 18* (Fonte: arquivo pessoal)

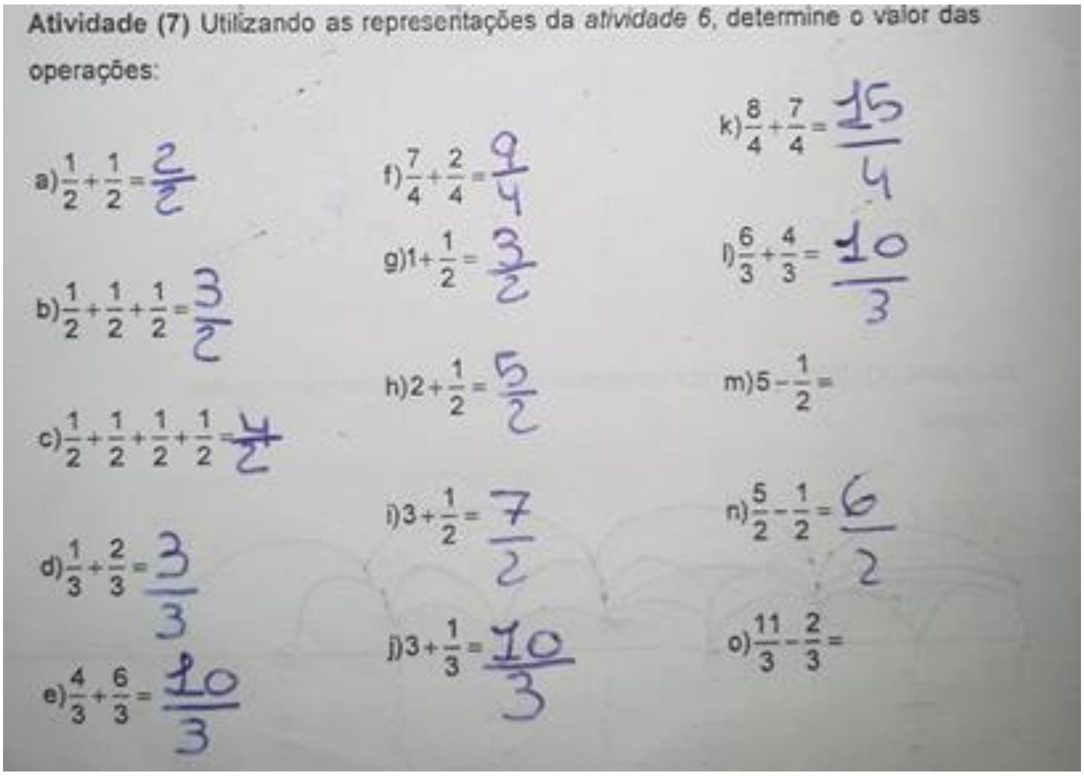


Imagem 14: Resolução da atividade 7 pela *Aluna 18* (Fonte: arquivo pessoal)

Como podemos observar, a Aluna 18 utillizou-se dos conhecimentos adquiridos nas atividades prévias para realizar a atividade 7. As marcações feitas apontam indícios de que a aluna compreendeu o conceito envolvido nesta atividade. Assinalou corretamente as frações (com lápis), inclusive aquelas sobrepostas aos números inteiros.

Há mais um detalhe a ser considerado na resolução da atividade 7 pela aluna: as marcações feitas com caneta na parte superior das retas representam os registros da resolução da atividade 8, que, ainda que não selecionada para análise, nos permitem observar que foram mobilizados conhecimentos, mais uma vez, das atividades prévias, uma vez que utilizavam a linguagem dos “saltos” para realizar operações com números inteiros. Pode-se concluir, ainda, que a aluna utilizou a atividade 6, como lhe foi recomendado, como suporte para a resolução da atividade 7, evidenciando, ainda, a construção gradual dos conhecimentos propostos pelo texto estruturado e reafirmando que os conhecimentos anteriores são determinantes para a construção de um novo conhecimento.

Uma análise mais detalhada da resolução da atividade 7 pela aluna nos permite apontar diversas situações a respeito da construção do conceito de fração à maneira que está sendo proposta nesta pesquisa: (I) o item “a” da atividade 7 propõe a soma de duas frações próprias e iguais; (II) o item “b” difere do primeiro porque aponta não apenas duas frações, mas três; (III) o item “c” apresenta quatro dessas frações; (IV) o item “d” retorna para a soma de duas frações apenas, porém, diferentes e próprias; (V) o item “e” apresenta a soma de duas frações impróprias; (VI) o item “f” apresenta a soma de uma fração imprópria com uma fração própria; (VII) os itens “g, h i e j”, a soma de um número inteiro com uma fração; (VIII) os itens “k e l” apresentam a soma de duas frações impróprias; (IX) os itens “m, n e o” apresentam as operações de subtração com frações ou com números inteiros e frações.

Todas as respostas obtidas pela aluna até o item “L” estão corretas. Com tais respostas, pode-se observar que ela obteve êxito no método de resolução sugerido pela própria atividade e pelas orientações recebidas por mim durante as interações, que era o de utilizar a atividade 6 como suporte. Nota-se, apenas, certa dificuldade em responder aos itens que envolviam a operação de subtração por parte da aluna.

Ainda que essa dificuldade tenha surgido na atividade 7 por parte dessa aluna, é importante observar que, em todas as atividades realizadas, houve certo índice de erros, que foram apontados em parâmetros percentuais no decorrer da análise microgenética realizada. Optei, ainda assim, por destacar a atividade desta aluna para exemplificar uma das dificuldades encontradas, bem como para ressaltar o fato de que não é possível se obter 100% de êxito na aplicação de uma atividade. Outros alunos, por exemplo, não apresentaram a mesma dificuldade em resolver a mesma atividade.

Levando em consideração que o aluno era orientado a resolver a atividade 7 tomando como base a atividade 6, é importante observar que esta atividade representa apenas um dos suportes considerados e das conquistas alcançadas pela aluna (pelos alunos) no decorrer da construção do conceito-objeto: é importante ressaltar também que as atividades realizadas durante o ano com os números inteiros positivos foram determinantes para consolidar a construção de um conceito específico (frações), bem como o processo gradual realizado no texto estruturado.

Os nove itens enumerados acima sobre as diversas situações apresentadas em sequência na atividade 7 representam situações que, no modelo considerado tradicional de abordagem, que, em geral, figura nos livros didáticos, levaria um tempo muito maior até que todas essas situações pudessem ser discutidas com os alunos. A maneira como tais situações foram apresentadas aos alunos nessa pesquisa permitiu fazer com que o aluno fosse capaz de efetuar as operações a partir de uma ótica experimental, interativa e colaborativa, mediada pela atividade estruturada de ensino e pela figura do professor.

Os indícios de aprendizagem identificados no decorrer desse trabalho estão de acordo com o aporte teórico apresentado, uma vez que reforça a existência do ambiente de LEM interativo estabelecido e criado na própria sala de aula e propõe uma atividade estruturada a partir de um planejamento sobre as situações teóricas e práticas, tomando como base a ótica conceitual de Wu (2002) sobre as frações.

O conjunto de indícios de aprendizagens identificadas no decorrer dessa pesquisa mostraram que as aprendizagens adquiridas no início do processo planejado, tem um efeito exponencial em futuras aprendizagens, no sentido de que, quanto mais ligações anteriores forem possíveis de ser mobilizadas, mais o sujeito é capaz de avançar na consolidação de um objeto de estudo. Esta é uma das razões que mostram a necessidade de se utilizar um ambiente como o LEM a partir das atividades estruturadas de ensino como instrumentos mediadores da reconstrução conceitual, em uma dimensão interativa de colaboração, onde o professor é fomentador de discussões e o aluno é ator de sua aprendizagem.

5 DISCUSSÃO

Como se dá o processo de (re)construção conceitual de fração na perspectiva de sua representação como medida de comprimento quando o processo é dirigido por uma atividade estruturada escrita e mediada pelas intervenções de um professor no contexto de um Laboratório de Educação Matemática?

Tendo em vista que o objetivo desta pesquisa é propor uma reconstrução conceitual de frações a partir de um texto estruturado, partimos de uma consideração importante: os alunos que participaram da pesquisa, cursando o 6º ano do ensino fundamental, já haviam tido contato com as frações nas séries anteriores. Isso foi identificado nas aulas e atividades que antecederam aquelas da pesquisa, onde investiguei quais eram os conhecimentos sobre o assunto que haviam sido trazidos para o 6º ano pelos alunos por meio de questionamentos orais e escritos, registrados no Método da pesquisa.

Observa-se, portanto, que os conhecimentos trazidos pelos alunos, das séries anteriores, no que diz respeito a frações, estavam relacionados a suas representações com gráficos de “barrinhas” ou “pizza”. A proposta dessa pesquisa se tornou, a partir daí, reconstruir o conceito de frações com aqueles alunos a partir de uma nova representação.

A investigação sobre os conhecimentos trazidos pelos alunos foi fundamental para a decisão dos rumos da pesquisa, uma vez que, a partir da identificação da representação e conceitos de fração apresentados pelos alunos, propus atividades iniciais com números naturais na reta numerada, com o intuito de familiarizar os alunos com essa linguagem para, posteriormente, ampliá-la para as frações, o que é recomendado por Wu (2002). Foi possível, com isso, realizar as quatro operações fundamentais com números inteiros positivos na reta numerada, o que também, foi mobilizado posteriormente para as frações, com adição e subtração.

A análise microgenética das aulas ministradas mostrou pontos importantes a serem considerados: optei pelo estabelecimento de um contrato didático com os alunos no início da realização das atividades. Este contrato considerava que todos os alunos fariam as atividades juntos, ou seja, ao mesmo tempo, obedecendo às minhas orientações. Essa opção foi feita por mim para facilitar seu trabalho na gestão da numerosa turma.

Nota-se, ainda, algumas “vantagens” na opção feita por essa turma para a realização da pesquisa, depois de realizada. Como alunos e eu já convivíamos juntos desde o início do ano de 2013, os sujeitos se sentiram claramente mais à vontade para realizar questionamentos. O contexto da sala de aula, portanto, foi real, no qual não houve pré-seleção de determinado número de alunos, oportunizando a todos eles a participação na pesquisa.

A análise microgenética apontou, portanto, quatro fatores relevantes para a conquista dos objetivos da pesquisa: a existência de um (I) *texto estruturado*, que dirigiu, a todo momento, as (II) *ações do professor*, contando com a (III) *colaboração dos alunos*, baseado em seus (IV) *conhecimentos prévios* identificados e trabalhados por mim, por meio das atividades introdutórias e que foram mobilizados para o momento da execução das atividades analisadas.

A existência desses quatro fatores, tomando como base o que foi discutido nos capítulos anteriores, constitui a transformação da sala de aula em um Laboratório de Educação Matemática (de acordo com a concepção de Lorenzato, 2006), uma vez que foi permitida a interação entre professor e alunos em um ambiente de discussão, colaboração e envolvimento, utilizando como ferramenta uma atividade estruturada que orientou a todo momento a prática do professor e dos alunos.

O *texto estruturado* exigia que as minhas *ações* fossem reguladas a todo momento, para que sempre estivessem voltadas a ele e fossem direcionadas à interação com os alunos. Nesse sentido, minhas ações foram fundamentais para o acontecimento das interações e da execução da atividade de uma maneira geral. Nesse momento, assumi ainda mais a função de mediador das interações e do conhecimento em jogo no ambiente da sala de aula, o que também foi facilitado pela existência da atividade estruturada.

No momento em que se observou uma minimização na *colaboração dos alunos*, seja por alguma dispersão, seja por não corresponderem às minhas expectativas, minhas *ações* precisavam ser intensificadas com o intuito de manter o aluno atento e participativo, constituindo, mais uma vez, um princípio de regulação das ações do professor, baseado no comportamento e na avaliação de cada interação.

É possível afirmar que a existência do *texto estruturado* possibilitou uma maximização da participação dos alunos, uma vez que, quando submetidos à ação de copiar algo do quadro, na maioria das vezes, fazia com que os momentos de dispersão fossem mais frequentes. Com isso, o *texto estruturado* se torna uma alternativa viável para que os objetivos do professor em sua prática pedagógica diária sejam alcançados.

Ainda sobre o texto estruturado, este representou uma alternativa para que eu pudesse aprofundar as análises individuais, que eram dificultadas por meio das interações em conjunto.

Em quase todos os momentos de resolução das atividades, observei uma interação entre mim e os alunos, havendo uma orientação prévia para isso. Essa opção foi feita por mim a partir de minhas experiências anteriores com a turma, aumentando minha participação a cada questionamento e facilitando a gestão de classe, minimizando os momentos de dispersão. Além disso, pude auxiliar os alunos na compreensão dos enunciados do texto estruturado que, certamente, teriam encontrado dificuldades se o tivessem feito sozinhos, tomando, também, como base, experiências anteriores com a turma.

O que consideramos importante destacar dessa opção feita é que, se compararmos esse contexto com a pesquisa de Cabral (2004), por exemplo, por esse motivo, nossa pesquisa não teve como atingir tanta profundidade, uma vez que foi realizada em uma turma com 40 alunos (oficialmente, pois nem todos estavam presentes no dia da realização das atividades), diferente do que aconteceu na pesquisa desse autor, que analisou um jogo partilhado com apenas dois alunos. A maior quantidade e pluralidade da turma em nossa pesquisa, portanto, não nos permitiu atingir tal profundidade. No entanto, o contexto de nossa pesquisa apontou resultados que nos permitiram mapear indícios de aprendizagem diante de um contexto mais real.

A realização das atividades em uma turma com 40 alunos, portanto, não nos permitiu realizar um aprofundamento individual. Porém, permitiu-nos que nos aproximasse da realidade escolar. O texto estruturado aplicado, nesse sentido, torna-se um elemento fundamental no contexto da sala de aula, uma vez que, além de ter dirigido as minhas ações a todo momento, permitiu um envolvimento dos alunos maior do que o esperado para uma numerosa de uma escola pública, tomando como base as próprias experiências anteriores com aquela turma.

Nota-se, nesse contexto, a existência de aprendizagens coletivas, consideradas a partir da interação professora-alunos, que a todo momento participavam e respondiam aos questionamentos realizados, bem como aprendizagens individuais, a partir da interação individual eventual de alunos comigo e da resposta individual a cada uma das atividades contidas no texto estruturado que todos os alunos tinham em mãos.

Nos episódios 1, 2 e 3 da análise microgenética, observa-se que o indício de aprendizagem apontado pela participação dos alunos está relacionado à atividade 1, que propunha que cada aluno assinalasse as frações indicadas nos itens. As interações dos tipos I-R-F-R-A e I-R-A, realizadas a partir de uma abordagem interativa de autoridade, (de acordo com as categorias estabelecidas por Mortimer e Scott, 2002) identificou que estive, a todo o momento, nesses episódios no comando das interações, norteada pelo que propunha a atividade em questão, avaliando e remodelando as respostas dos alunos por meio de questionamentos seguidos. A identificação desses resultados coletivos, juntamente com os 65% das atividades realizadas de maneira considerada correta, mostra que a união entre a avaliação coletiva e individual dos alunos nos permite reconhecer indícios fortes de aprendizagem sobre o reconhecimento de frações na reta numerada, como propunha a atividade 1.

Os episódios 4 e 5 relatam a execução de atividades com grau menor de dificuldade, aproximando-se da análise realizada nos episódios anteriores.

Os turnos T72 e T73 do episódio 6 mostram que os alunos, de uma maneira geral, tem dificuldades na compreensão do enunciado de algumas atividades, sobretudo se realizarem a leitura sozinhos. Por isso, nesse momento, intervi para auxiliá-los na compreensão, mantendo sempre a posição de mediadora, promovendo questionamentos até que um aluno responde a um deles, mostrando ter tido uma reflexão pertinente sobre o que eu perguntava (comparação dos segmentos unitários de João e de Pedro). Nesse momento "devolvi" a resposta à turma, perguntando se todos concordam, obtendo retorno positivo.

Em seguida, estabeleci uma sequência de questionamentos acerca da comparação dos segmentos unitários em questão, fazendo com que os alunos reflitam de acordo com seu objetivo naquela atividade. Ao final, incentiva-os a elaborarem uma resposta livre sobre o que foi discutido, constatando a reflexão de cada um dos alunos sobre a atividade. Esse episódio também conta com duas pequenas intervenções individuais, que foram registradas na transcrição. O padrão de interação registrado foi I-R-F-R-F-R e I-R-P-R-P-A, a partir de uma abordagem predominantemente interativa de autoridade onde a professora conduz o pensamento dos alunos por meio dos questionamentos, de acordo com o objetivo das atividades. Nesse momento, os alunos mostram ter compreendido a atividade, uma vez que participam (ora individualmente, ora coletivamente) da interação, propondo-se a refletir sobre o que eu propunha. Conseguem comparar segmentos e perceber que o “tamanho” das frações depende do “tamanho” do segmento unitário. Isso pode ser facilmente observado em algumas respostas individuais registradas no texto estruturado, como a da Aluna 6, destacada na análise microgenética. Nota-se, nesse trecho interativo, um aprofundamento conceitual acerca das frações. Os alunos demonstraram adquirir consciência de que o comprimento da fração está associado ao comprimento tomado como referência inicialmente.

Além disso, ainda no episódio 6, destacamos a resposta elaborada pela Aluna 7, que inicia sua resposta com “Eu concluí com a professora que...”. Esse trecho é de grande relevância para nossa análise de dados, uma vez que afirma o reconhecimento por parte da aluna que a conclusão daquela atividade foi obtida a partir de uma interação com a sua professora, ou seja, o trabalho foi feito em colaboração, o que reforça a importância dessa figura enquanto mediadora e orientadora do aprendizado dos alunos em sala de aula.

O episódio 7 reproduz novamente uma situação na qual eu necessitei intervir para reformular o pensamento dos alunos. Ao responderem inicialmente (e, provavelmente, intuitivamente) que “um terço” é maior do que “um meio”, os alunos são questionados e desafiados a verificar o que ocorre nas atividades anteriores ao registrar tais valores. É, na verdade, uma orientação minha sobre a ação dos alunos com relação às suas atividades. Embora o enunciado da atividade solicite que o aluno observe a atividade 1, o aluno aparentemente não o obedece inicialmente, fazendo-o, apenas, quando solicitado na minha intervenção, que obtém a resposta esperada depois da comparação feita pelos alunos. Nesse episódio, mais uma vez, a minha ação é reforçada, tornando-se fundamental para o sucesso dos 78% dos alunos que responderam ao texto corretamente. Podemos classificar esse episódio como tendo ocorrido a partir de uma abordagem interativa predominantemente de autoridade. Ao final da atividade 5 (episódio 7), os alunos apontaram ter compreendido que “um meio” é maior do que “um terço”, considerando as interações realizadas.

Os episódios 8 e 9 revelam um momento importante da execução das atividades. No que diz respeito às interações, elas se aproximam também da abordagem interativa de autoridade a partir do padrão I-R-F-R...-F-R-A. Porém, o que se pretende destacar em tais episódios é a proximidade das respostas dos alunos nas atividades estruturadas: o destaque dado à Aluna 18 na resolução da atividade 6 se deu devido ao fato de sua resolução ter apontado uma clara mobilização dos conteúdos prévios trabalhados por mim nas aulas introdutórias. Nelas, as operações (com números inteiros) na reta numerada eram feitas a partir de uma “linguagem” criada por mim, por meio de “saltos”, o que pode ser claramente observado na reta das frações realizado por essa aluna.

Em face das considerações realizadas até aqui, é importante ressaltar que os indícios de aprendizagens registrados na análise microgenética de cada uma das atividades são de suma importância para a conquista dos objetivos dessa pesquisa, podendo ser enumerados a seguir. No decorrer da discussão do texto estruturado com a turma, os alunos demonstraram ser capazes de: (1) perceber que, para marcar frações indicadas sobre um segmento de reta, é necessário que esse segmento seja dividido em partes de mesmo comprimento; (2) representar frações indicadas sobre a reta numerada de 0 a 1; (3) perceber que as frações cujo numerador é igual a 1 é a primeira a ser marcada à direita de 0; (4) perceber que duas frações cuja notação é a mesma, podem representar comprimentos diferentes; (5) justificar que a diferença no comprimento de duas frações “iguais” se deve ao comprimento do segmento tomado como referência para assinalar aquela fração; (6) comparar o comprimento de frações a partir da experiência visual de registros feitos na reta numerada; (7) assinalar na reta numerada frações cujo numerador é diferente de 1; (8) assinalar na reta numerada frações localizadas à direita do 1 na reta; (9) reconhecer frações sobrepostas aos números inteiros; (10) realizar operações de adição e subtração com frações, utilizando como suporte a reta numerada.

O conjunto dos 10 indícios de aprendizagens listados acima reúnem informações importantes para responder ao objetivo geral desta pesquisa. O LEM estabelecido a partir da tríade espaço-atitude-intenção, baseado nas interações entre professora e alunos, orientados por um texto estutrurado, foram responsáveis pela criação de um contexto que permitiu que os alunos adquirissem novos conhecimentos acerca de um conteúdo considerado comumente de difícil aprendizagem e que, na maioria das vezes, é tratado a partir de uma abordagem algorítmica encontrada nos livros didáticos.

À medida que o aluno se apropria das 10 “habilidades” listadas, a partir da proposta de atividades estruturadas, o conceito de fração pode ser considerado como reconstruído a partir de uma nova representação: fração como medida de comprimento.

O acúmulo das aprendizagens mais pontuais registradas em cada uma das atividades analisada aponta para um único aprendizado mais geral: o da (re)construção do conceito de fração a partir de uma nova perspectiva, uma nova representação, tomando como base a concepção de Wu (2002). O que se observa desde o início das interações analisadas do texto estruturado é que as frações estão, a todo momento, associadas a medidas de comprimento e as constatações realizadas pelos alunos são baseadas em observações (empíricas) feitas no próprio texto estruturado e orientadas por mim.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

"*Considero que o pior de todos os aprisionamentos é aquele capaz de nos subtrair sutilmente a capacidade de refletir sobre a nossa condição humana e humanizante de criatura incompleta, repleta de imperfeições. Sem refletir sobre minha condição, não me percebo, não me torno consciente de mim mesmo, do outro e do meio. Não há autonomia, liberdade nem desenvolvimento. Há apenas o eterno silêncio rotineiro de uma subexistência humana que não vive – vegeta*" (CABRAL, 2010, p. 116).

A maior possibilidade, em minha concepção, que uma pesquisa como essa gera para um pesquisador, é a de se permitir refletir sobre sua própria prática. Ao me colocar diante de diversas literaturas que oferecem suporte para dar início a tal reflexão, juntamente com a (pouca) prática que eu já vinha acumulando desde a formação inicial como professora de matemática, senti necessidade me colocar em cena para investigar minha própria atuação profissional a partir de uma pesquisa acadêmica que contribuísse também com a área. O curso de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática se constituiu, nesse sentido, como uma oportunidade para colocar em pauta os questionamentos pedagógicos que vinham me provocando inquietações há um tempo.

Tais questionamentos estavam, sobretudo, relacionados a metodologias de ensino de determinados conteúdos matemáticos que, por diversas vezes, pareciam insuficientes para que se obtivesse um resultado satisfatório quanto ao aprendizados dos principais sujeitos desse processo: os alunos. Passei a buscar identificar os principais problemas encontrados por professores e alunos no desafio diário do ensino e da aprendizagem da "vilã" matemática e, dentre diversos conteúdos tidos como "problemáticos", as frações me chamaram atenção, seja por sua relevância no currículo do ensino fundamental, seja por sua responsabilidade na compreensão de conceitos posteriores no aprendizado da matemática escolar. Percebi, ainda, que buscar novas metodologias vai além de uma busca pontual. Era necessário uma mudança no ambiente, na forma de olhar o ensino e o contexto (escolar, social, cultural...) no qual os alunos e nós, professores, estamos inseridos.

Nesse sentido, o Laboratório de Educação Matemática se apresentou na literatura discutida principalmente, nessa pesquisa, por Lorenzato (2009) e definida por Cabral (2010), como um ambiente que poderia ser estabelecido na própria sala de aula e que exigia do professor uma mudança na forma de enxergar e encarar o processo de ensino-aprendizagem. Esse novo olhar passava a ser associado, neste momento à atitude do professor em sua maneira de interagir com os alunos. A concepção atitudinal de LEM tomou conta da minha perspectiva de trabalho e passou a norteá-la a partir da tríade espaço-atitude-intenção, onde o professor adquire maior responsabilidade pelo "jogo da aprendizagem", uma vez que se propõe, nessa perspectiva, a dinamizar o processo e colocar o aluno como ator principal dele.

A construção de conceitos ao se ensinar determinado conteúdo matemático tomou espaço nessa perspectiva, apresentando-se como um item importante a ser trabalhado na prática do professor, em detrimento de uma ênfase puramente algorítmica, predominantemente encontrada nos livros didáticos. As atividades orientadoras de ensino, ligadas ao ensino por atividades, apresentaram-se como uma proposta viável no contexto do LEM para atender aos questionamentos iniciais da pesquisa (Sá, 2009; Asbarh, 2005).

A articulação de todos os fatores citados até aqui motivou o surgimento da questão que direcionou minha pesquisa: *Como se dá o processo de (re)construção conceitual de fração na perspectiva de sua representação como medida de comprimento quando o processo é dirigido por uma atividade estruturada escrita e mediada pelas intervenções de um professor no contexto de um Laboratório de Educação Matemática?*

O registro de áudio e vídeo das aulas ministradas para os alunos do 6º ano do ensino fundamental me permitiu, por meio da análise microgenética, encontrar indícios de aprendizagem pontuais que apontaram para um aprendizado mais geral: a reconstrução do conceito de fração a partir da ótica de Wu (2002), na sua representação como medida de comprimento.

A investigação dos padrões interativos (Mortimer e Scott, 2002) "mapeados" a partir da análise microgenética dos recortes interativos selecionados apontou quatro fatores que considerei como relevantes para que eu me aproximasse da conquista do principal objetivo da pesquisa. Foram eles: a existência de um (I) *texto estruturado*, que dirigiu, a todo momento, as (II) *ações* *do professor*, contando com a (III) *colaboração dos alunos*, baseado em seus (IV) *conhecimentos prévios* identificados e trabalhados por mim através das atividades introdutórias e que foram mobilizados para o momento da realização das atividades.

Desta maneira, a questão de pesquisa foi respondida à medida que os dados coletados permitiram identificar indícios de que os alunos, depois da aplicação da sequência de atividades estruturadas e das interações entre professora e alunos, foram capazes de conquistar pelo menos dez indícios de aprendizagens, identificados por mim na análise microgenética, dentre eles: perceber que, para marcar frações indicadas sobre um segmento de reta, é necessário que esse segmento seja dividido em partes de mesmo comprimento; perceber que duas frações cuja notação é a mesma, podem representar comprimentos diferentes; justificar que a diferença no comprimento de duas frações "iguais" se deve ao comprimento do segmento tomado como referência para assinalar aquela fração; comparar o comprimento de frações a partir da experiência visual de registros feitos na reta numerada; reconhecer frações sobrepostas aos números inteiros e realizar operações de adição e subtração com frações, utilizando como suporte a reta numerada.

Os resultados obtidos apontam, portanto, a relevância desta pesquisa para os estudos em Educação Matemática. No sentido de se aproximar com outras pesquisas da área, minha pesquisa o faz à medida que propõe uma alternativa metodológica para o ensino de um conteúdo matemático por meio de uma pesquisa realizada na própria sala de aula. Estes resultados abrem caminhos para melhorar meu desenvolvimento profissional, uma vez que fui, ao mesmo tempo, pesquisadora e professora. Distancia-se, no entanto, uma vez que oferece uma alternativa metodológica que possibilitou identificar indícios de aprendizagens sobre um conteúdo constatado inicialmente como problemático e de grande dificuldade de apreensão por parte dos alunos, a partir de uma concepção diferenciada de Laboratório de Educação Matemática fundada na tríade espaço-atitude-intenção e mediada por um texto estruturado e focado numa representação de fração ainda pouco explorada nos livros didáticos, abrindo perspectivas para dar continuidade à (re)construção de conceitos matemáticos no ambiente escolar.

A validade da pesquisa pode ser ratificada se levarmos em consideração, ainda, o contexto em que foi aplicada, a realidade da sala de aula de uma escola pública com 40 alunos, sem prévia seleção dos sujeitos. Em outras palavras, tanto as atividades prévias (realizadas durante o ano) quanto às atividades do texto estruturado foram aplicados com toda a turma.

Algumas limitações também podem ser identificadas, como a impossibilidade de ter sido realizado um aprofundamento individual, tanto das interações com os alunos quanto do aprendizado, ainda que estivéssemos em um ambiente típico de LEM, onde cada aluno era livre para questionar, interagir e registrar seu aprendizado.

Em suma, a realização dessa pesquisa foi considerada enriquecedora em vários aspectos. Tive oportunidade de mergulhar no universo de autores de grande relevância para a área, conhecendo novas perspectivas para o entendimento de diversos conteúdos matemáticos, bem como conheci diversas concepções de LEM, o que me oportunizou considerar uma delas como a mais viável para o desenvolvimento de minha pesquisa, além de ter enriquecido minha prática pedagógica, ao me colocar frente a 40 alunos no desafio de ensiná-los um conteúdo considerado complexo a partir de uma atividade orientadora de ensino estruturada.

Os resultados me permitiram observar que o texto estruturado, quando utilizado em sala de aula, pode representar uma excelente alternativa para motivar, interagir e mediar o processo de ensino-aprendizagem. O discurso do professor, nesse contexto, é reforçado, uma vez que ficou clara sua importância durante as interações. Sem a mediação do professor em várias situações da aplicação da pesquisa, certamente os alunos não teriam conseguido desenvolve a atividade sozinhos, nem mobilizar conhecimentos necessários.

Há que se ressaltar, também, que a colaboração dos alunos com a execução das atividades é fundamental. Além disso, os conhecimentos prévios necessários a sua execução representam o ponto de partida para que o professor inicie sua ação pedagógica. Para tanto, faz-se necessário que a identificação de tais conhecimentos seja realizada antes da execução de qualquer ação do professor.

Nesse sentido, a opção pelo texto estruturado, a colaboração entre alunos e professor, as interações, as ações do professor reguladas a todo o momento com uma intencionalidade pedagógica inicial, baseada nos conhecimentos prévios dos alunos, constituíram um ambiente de LEM de acordo com a concepção adotada no decorrer desse estudo.

Volto-me, nesse momento, ao ponto de partida: considero que a possibilidade de reflexão sobre minha prática e a prática do professor de uma maneira mais ampla viabilizada por esta pesquisa foi principal fator de liberdade que adquiri. Foi possível perceber que, ainda que se proponham diversas metodologias ou se adquira novos saberes práticos (ou teóricos), somos, ainda, imperfeitos, incompletos. Essa busca constante pela promoção de um ensino e aprendizado de matemática de qualidade foi o que me motivou e continuará motivando minha atuação profissional, pessoal e acadêmica.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. (Org.). **Formação reflexiva de professores:** estratégias de supervisão. Porto, Porto Editora, 1996.

ASBAHR, F. S. F. **A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade**. Revista Brasileira de Educação. Nº 29. São Paulo, 2005.

BASSO, 1998. **Significado e Sentido do Trabalho Docente.** Cad. CEDES vol. 19 nº 44. Campinas, 1998. Disponível em http://www.scielo.br/scielo.php?pid=s0101-32621998000100003&script=sci_arttext acesso em 18.05.2013

BEZERRA, F. J. **Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações:** uma abordagem criativa para a sala de aula. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC / SP. São Paulo, 2001.

BRASIL. **Diretrizes para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica. Brasília: MEC, CNE/CP, 2001.**

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC, 2000.

CABRAL, N. F. **Contribuições do laboratório de educação Matemática para a formação inicial de professores: saberes práticos e formação profissional.** Tese de doutorado; orientadora: Gilda de La RocquePalis; co-orientador: José Moysés Alves. –Rio de Janeiro: PUC, 2010.

CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico. UFPA, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: Reflexões sobre Educação (e) Matemática.** São Paulo: Sumus, 1986.

D'AMBROSIO, U. **Revista Pátio**: A Matemática em questão. Ano XV. Nº57. Fevereiro/Abril, 2011. Disponível emhttp://www.revistapatio.com.br/sumario_conteudo.aspx?id=802 acesso em 18/04/2011.

DAVIDOV, V. **La ensenãnza escolar y eldesarrollopsiquico: investigación teórica y experimental.**Moscou: Editorial Progresso, 1988.

DEMO, P. **Pesquisa: princípio científico e educativo.** 3. Ed. São Paulo: Cortez, 1992.

DENZIN, N.; LINCOLN, Y.S. (eds**.). Handbook of Qualitative Research**. California: Sage Publications, 1994.

DOCKWEILLER, C. J. **Children's Attainment of Mathematical Concepts: a model under development.** Texas A&M University. Impresso, 1996.

DUARTE, N. **A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação.**Perspectiva, Florianópolis, v. 21, nº 2, jul./dez, 2003. p. 229-301.

EWBANK, W.A. **The mathematics laboratory: What? Why? When? How?** Alberta, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1997.

FERRETE, R. B. Práticas Etnomatemáticas no Liceu do Paracuri: a propósito dos ornamentos geométricos da cerâmica. Dissertação de Mestrado. Programa de pós-graduação em Educação. Natal: UFRN, 2005.

Folha de São Paulo. São Paulo, 21 de outubro de 2010.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 40ª reimpressão. São Paulo. Paz e Terra. 2009.

GARCIA, M. C. M. **Formação de professores:** para uma mudança educativa. Cidade do Porto: Porto Editora, 1999.

GÓES, M. C. R.**A abordagem microgenética na Matriz Histórico-Cultural:** uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. V. 20. Campinas: Cadernos Cedes, 2000.

HELLER, A.**O cotidiano e a história.**4ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra., 1970.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente do professorado:** novas tendências, São Paulo: Cortez, 2009a.

LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. UNESP – São José do Rio Preto / SP. SITE: http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio/
Laboratório IME USP. Site http://www.ime.usp.br/lem/ens-mat/combinatoria1.html

LEONTIEV, A. **Sobre o desenvolvimento histórico da consciência.**In:

___________.O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte Universitário,1978. p. 89-142.

__________. **Actividad, conciencia e personalidad.**Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

LIMA, V. M. R. **Pesquisa em sala de aula: um olhar na direção do desenvolvimento da competência social**. In: MORAES, R.; LIMA, V. M. R.. (Org.). **Pesquisa em sala de aula**: tendências para a educação em novos tempos. 2ª. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, v. 1, 2004.

LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2009.

MARX, K. **Manuscritos econômicos-filosóficos.** *In*: FERNANDES, F. (org.). *Marx e Engels*: história. São Paulo: Ática, p. 147-181 (Coleção Grandes Cientistas Sociais), 1989.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em Sala de Aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** Ed. Revis. eaument. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MERLINI, V. L. **O Conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ªseries do Ensino Fundamental.** São Paulo, 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

MORTIMER, E.F & SCOTT, P. **Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino.** Investigações no ensino de ciências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2002. Disponível em: www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista. Acesso em: 24 nov. 2013.

MOURA, M. O. de. et al. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010.

M. O. **A atividade de ensino como ação formadora.***In*: CASTRO, A.D. de, CARVALHO, A. M. P. de (orgs.). *Ensinar a ensinar*: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2001. p. 143-162.

NUNES, T. et al.**The effect of situations on children's understanding of fractions.** Trabalhoapresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics.Oxford: June, 2003.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2009.

PAVANELLO, R. M.. In: **Educação Matemática em Revista: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, ano 10, n. 15, p. 8-13, dezembro de 2003.

PEREZ, G. Desenvolvimento Profissional. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999.

PIRES, M. F. C. **O materialismo histórico-dialético e a Educação.** Interface — Comunicação, Saúde, Educação, v.1, n.1, 1997.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: **Actas do Profmat,** 1998. Lisboa, APM, pp.27-44. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98- Ponte(Profmat).rtf.

REGO, R. M. REGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática**.** In: LORENZATO, S. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2009.

RIPARDO, R. B. **Atividade Orientadora de Ensino e produção textual em matemática: possibilidade pedagógica!** Revista Educação por Escrito. V.2, nº2, PUCRS, 2012. Disponível em: http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/porescrito/article/downloadSuppFile/9177/3020

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Número Racional: relações necessárias à sua compreensão**. Campinas. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, 1997.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Número Racional: uma teia de relações.** Zetetiké, v.7**,** n.12, p.37- 49,1999.

SÁ, P.F. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SANT'ANNA, N. F. P. **Práticas pedagógicas para o ensino de frações objetivando a introdução à álgebra.** Tese de doutorado, Rio de Janeiro, 2008.

SAVIANI, D.**Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações.** 7ª ed. Campinas: Autores Associados, 2000.

SILVA, M. J. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC / SP. São Paulo, 1997.

TEIXEIRA, L. R. M. Dificuldades e erros na Aprendizagem da Matemática. In: VII EPEM ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, São Paulo. Anais. Disponível em :<http:// www.sbempaulista.org.br/epem/anais_mesas/mr 14 - Leny.doc>.
Acesso em: 16 jan. 2014.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, Geraldo. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores.** In:

VARIZO, Z. da C. M. Os caminhos da Didática e sua relação com a formação de professores de Matemática. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Orgs.). **A formação do professor que ensina matemática:** perspectiva e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

VILA, Antoni; CALLEJO, M. Luz. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**; tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VIGOTSKI, L. S. **Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar.**In: VIGOTSKI, L. S., LURIA, A. R., LEONTIEV, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. 5ª ed. São Paulo: Cone, 1988. p. 103-117.

WU, H.**Some remarks on the teaching of fractions in elementary school**. University of California, 1999.Disponívelem: http://www.math.berkeley.edu/_wu/

WU, H.**On the teaching of Fractions** (Draft).UniversityofCalifornia, 2002. Disponível em: http://www.math.berkeley.edu/_wu/

APÊNDICE – ATIVIDADE RETA NUMERADA

LICEU ESCOLA DE ARTES E OFÍCIOS MESTRE RAIMUNDO CARDOSO

AS FRAÇÕES E A RETA NUMERADA

ATIVIDADES PARA PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIÊNCIAS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ / IEMCI

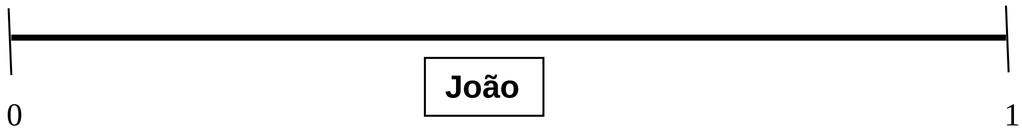
NOME:____

TURMA:________________

2013

O professor de Matemática de João e de Pedro e pediu a seus alunos o seguinte:

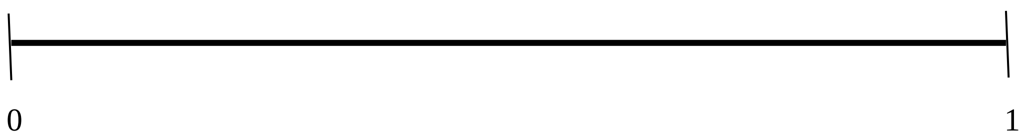
- Construa um segmento de reta numerado de 0 a 1 e depois responda aos comandos seguintes. João construiu o seguinte segmento:



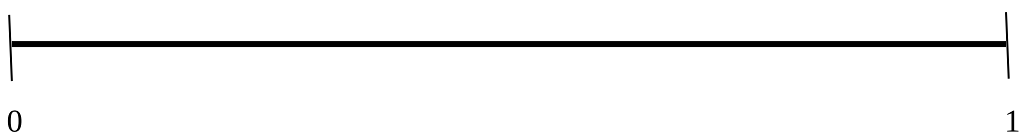
- **Agora é sua vez! Utilize o segmento construído por João para responder às atividades a seguir.**

Atividade (1) Represente os seguintes números no segmento que João construiu:

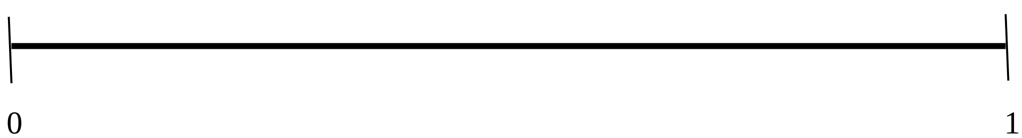
a) $\frac{1}{2}$



b) $\frac{1}{3}$



c) $\frac{1}{4}$



d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$

Atividade (2) Utilizando os resultados da Atividade (1), responda:

a) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{2}$ podemos representar no segmento unitário que João construiu?

Resposta: _______

b) Quantos segmentos de comprimentos iguais a $\frac{1}{3}$ podemos representar no segmento unitário de João?

Resposta: _________

c) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{4}$ podemos representar no segmento unitário de João?

Resposta: _________

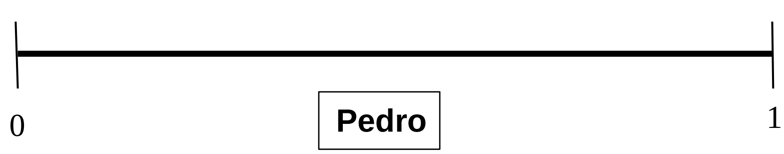
d) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{5}$ podemos representar no segmento unitário de João?

Resposta: _________

e) Quantos segmentos de comprimento igual a $\frac{1}{6}$ podemos representar no segmento unitário de João?

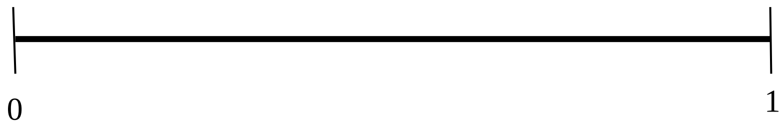
Resposta: _________

Agora, vamos observar a construção de Pedro.

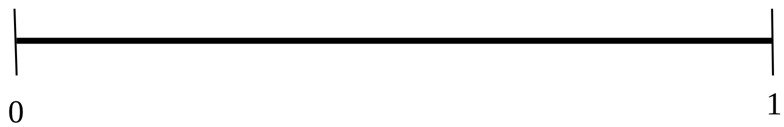


Atividade (3) Represente no segmento construído por Pedro, os seguintes números:

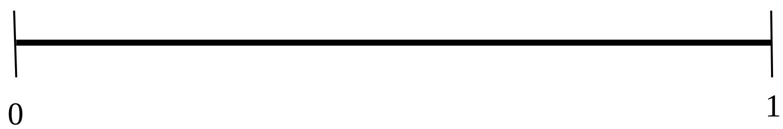
a) $\frac{1}{2}$



b) $\frac{1}{3}$



c) $\frac{1}{4}$



d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$

Atividade (4) Compare os **comprimentos** dos segmentos relacionados aos números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$, representados por **JOÃO** com os mesmos comprimentos dos segmentos relacionados aos números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ representados por **PEDRO**. Qual a sua conclusão? Como você explica essa conclusão?

Resposta: ____

____

____

Atividade (5) Utilizando os símbolos >,< ou = e as representações da atividade 1, compare as frações:

a) $\frac{1}{2}\dots\dots\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{3}\dots\dots\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{4}\dots\dots\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{5}\dots\dots\frac{1}{6}$

e) $\frac{1}{6}\dots\dots\frac{1}{2}$

f) $\frac{1}{4}\dots\dots\frac{1}{2}$

g) $\frac{1}{5}\dots\dots\frac{1}{3}$

h) $\frac{1}{2}\dots\dots\frac{1}{4}$

i) $\frac{1}{5}\dots\dots\frac{1}{4}$

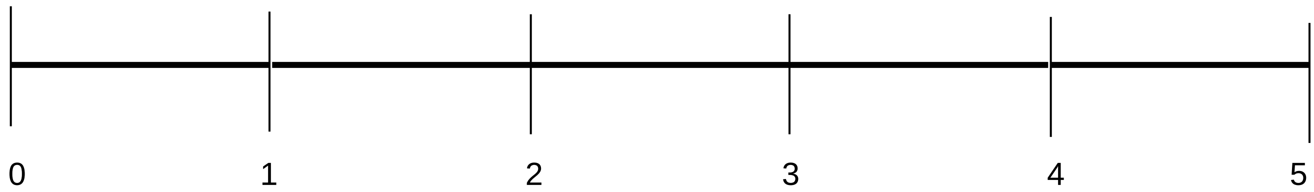
j) $\frac{1}{4}\dots\dots\frac{1}{6}$

l) $\frac{1}{2}\dots\dots\frac{1}{3}\dots\dots\frac{1}{4}$

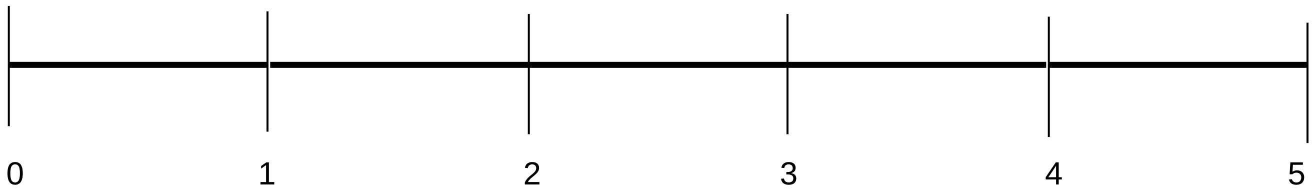
m) $\frac{1}{6}\dots\dots\frac{1}{5}\dots\dots\frac{1}{4}$

Atividade (6) Utilizando a reta numerada abaixo represente os seguintes números:

a) $(\frac{1}{2},\frac{2}{2},\frac{3}{2},\frac{4}{2},\frac{5}{2},\frac{6}{2},\frac{7}{2},\frac{8}{2})$



b) $(\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{3}{3},\frac{4}{3},\frac{5}{3},\frac{6}{3},\frac{7}{3},\frac{8}{3},\frac{9}{3},\frac{10}{3},\frac{11}{3},\frac{12}{3})$



c) $(\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\frac{4}{4},\frac{5}{4},\frac{6}{4},\frac{7}{4},\frac{8}{4},\frac{9}{4},\frac{10}{4},\frac{11}{4},\frac{12}{4},\frac{13}{4},\frac{14}{4},\frac{15}{4},\frac{16}{4})$

Atividade (7) Utilizando as representações da *atividade 6*, determine o valor das operações:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$

d) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=$

e) $\frac{4}{3}+\frac{6}{3}=$

f) $\frac{7}{4}+\frac{2}{4}=$

g) $1+\frac{1}{2}=$

h) $2+\frac{1}{2}=$

i) $3+\frac{1}{2}=$

j) $3+\frac{1}{3}=$

k) $\frac{8}{4}+\frac{7}{4}=$

l) $\frac{6}{3}+\frac{4}{3}=$

m) $5-\frac{1}{2}=$

n) $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=$

o) $\frac{11}{3}-\frac{2}{3}=$

Atividade (8) Escreva as frações em forma de soma e de produto conforme o modelo:

$$\begin{cases} \frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} = 4 \times \frac{1}{3} \end{cases}$$

a) $\frac{3}{2}\begin{cases} \frac{3}{2} = \\ \\ \frac{3}{2} = \end{cases}$

b) $\frac{3}{4}\begin{cases} \frac{3}{4} = \\ \\ \frac{3}{4} = \end{cases}$

c) $\frac{5}{5}\begin{cases} \frac{5}{5} = \\ \\ \frac{5}{5} = \end{cases}$

Atividade (9) Observe as frações representadas nas **atividades de 1 a 6**

a) identifique uma característica comum naquelas que foram representadas **entre 0 e 1.**

R= ____

b) Essas frações são maiores ou menores que a unidade?

R = ____

OBSERVAÇÃO: ESSAS FRAÇÕES SÃO CHAMADAS DE **FRAÇÕES PRÓPRIAS.**

c) Observe as frações representadas nas *atividades de 2 a 7* e identifique uma característica comum naquelas que foram representadas **depois da unidade.**

R = ____

d) Essas frações são maiores ou menores que a unidade?

R = ____

e) O que você percebe quando compara *numerador e denominador* de cada uma delas? Existe uma regularidade nessa comparação?

R= ____

OBSERVAÇÃO: ESSAS FRAÇÕES SÃO CHAMADAS DE **FRAÇÕES IMPRÓPRIAS.**

f) Quais frações têm suas representações na reta numerada nas mesmas posições que são representados números naturais?

R= ____

____

g) Qual a característica marcante de todas as frações cujas representações na reta numerada coincidem com a unidade?

R= ____

e) Qual a característica marcante de todas as frações cujas representações na reta coincidem com o número dois? E com o número três? E com o número quatro?

R= ____

OBSERVAÇÃO: ESSAS FRAÇÕES SÃO CHAMADAS DE **APARENTES**

Atividade (11) Observe as retas numeradas de MEIOS E DE TERÇOS e escreva as frações abaixo conforme o modelo que relaciona cada *fração imprópria* com *a soma de um inteiro* com uma *fração própria*:

$$\boxed{\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}}$$

a) $\frac{7}{2} =$

c) $\frac{7}{3} =$

b) $\frac{5}{3} =$

d) $\frac{9}{2} =$

e) $\frac{11}{3} =$

Referencia Bibliográfica: CABRAL, Natanael Freitas. Fração como medida de comprimento: uma abordagem introdutória. Laboratório de Educação Matemática Prof. Inácio Pantoja (LEMIP/ETRB) – Atividade produzida em 2011.