



Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
de Recursos Naturais da Amazônia

**ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA BIOTRANSFERÊNCIA  
DE CALOR EM TECIDOS SINTÉTICOS AQUECIDOS  
POR ULTRASSOM**

**Nelson de Souza Amorim**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia, ITEC, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia de Recursos Naturais.

Orientadores: João Nazareno Nonato Quaresma  
Renato Machado Cotta

Belém  
Abril de 2016

**ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA BIOTRANSFERÊNCIA DE  
CALOR EM TECIDOS SINTÉTICOS AQUECIDOS POR ULTRASSOM**

Nelson de Souza Amorim

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS DA  
AMAZÔNIA (PRODERNA/ITEC) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS.

Aprovada por:

---

Prof. João Nazareno Nonato Quaresma, D.Sc.  
(PRODERNA/UFPA-Orientador)

---

Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.  
(PEM/COPPE/UFRJ-Orientador)

---

Prof. Emanuel Negrão Macêdo, D.Sc.  
(FEQ/UFPA-Membro)

---

Prof. Edilson Marques Magalhães, D.Eng.  
(FEQ/UFPA-Membro)

---

Prof. Carolina Palma Naveira Cotta, D.Sc.  
(PEM/COPPE/UFRJ-Membro)

---

Prof. Roseane de Lima Silva, D.Sc.  
(FEM/UFPA-Membro)

BELÉM, PA - BRASIL

ABRIL DE 2016

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

---

Amorim, Nelson de Souza

Análise teórico-experimental da biotransferência de calor em tecidos sintéticos aquecidos por ultrassom /Nelson de Souza Amorim.- 2016.

Orientador: João Nazareno Nonato Quaresma

Coorientador: Renato Machado Cotta

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará. Instituto de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia, Belém, 2016

1.Calor- Transmissão 2. Transformadas integrais 3. Ultrassom I. Título

CDD 22.ed.621.4022

---

## AGRADECIMENTOS

Ao prof. João Nazareno Nonato Quaresma, pela oportunidade de desenvolver este trabalho, pela sua amizade e compromisso ao me orientar em mais essa etapa de minha vida acadêmica. Ao prof. Renato Machado Cotta, pela sua atenção e boa vontade na orientação deste trabalho. Ao prof. Emanuel Negrão, pela contribuição na realização deste trabalho.

Aos meus pais, pelo amor, carinho e constante incentivo proporcionado ao longo da minha educação.

Aos meus avôs, José Maurino (in memoriam) e Oceanira Freitas (in memoriam), exemplo de vida, carinho e amor.

Aos meus familiares, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

À minha esposa Rose, e ao meu filho Cássio Gustavo, pelo carinho, amor e atenção sempre dedicados a mim.

Ao técnico Vinicius do LMT pela confecção das peças usadas neste trabalho.

Aos técnicos e amigos do LTTC, com quem tive o grande prazer de conviver, Julinho, Paulo César, Paulo Veiga, Bernard, Leornado Bermeo e José Martim pelo apoio dado durante ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Marco Antonio Von Kruger e Prof. Wagner Cabral, do laboratório de ultrassom (LUS) do Programa de Engenharia Biomédica da UFRJ, pelo apoio em todas as etapas deste trabalho.

Ao amigo, Rodrigo Leite Queiroga Basto, pelo seu apoio e conhecimentos repassados durante o desenvolvimento de cada etapa deste trabalho.

Aos colegas do Laboratório de Simulação de Processos, Bruno, Ingrid, Fernanda e ao amigo Josiel Lobato.

Aos Profs. Edilson Magalhães, Clauderino Batista, Kleber Bittencourt e Carlos Célio pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro.

Resumo da Tese apresentada ao PRODERNA/UFPA como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Recursos Naturais (D.Eng.)

## **ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TECIDOS SINTÉTICOS AQUECIDOS POR ULTRASSOM**

Nelson de Souza Amorim

Abril/2016

Orientadores: João Nazareno Nonato Quaresma

Renato Machado Cotta

Área de Concentração: Uso e Transformação de Recursos Naturais

O problema inverso de estimativa de parâmetro para o problema de biotransferência de calor em tecidos sintéticos foi analisado. Inicialmente uma abordagem experimental foi desenvolvida, através do aquecimento de um phantom sintético a partir da aplicação de ultrassom terapêutico. Perfis de temperatura, para diferentes casos envolvendo a variação das intensidades, isto é,  $1\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e  $2\text{W}/\text{cm}^2$  foram avaliados para 3 termopares posicionados ao longo do phantom sintético. Posteriormente um modelo matemático foi desenvolvido para representar o problema experimental. A solução do modelo foi obtida através da Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT). Usando-se o método de Levenberg-Marquardt foi estimado a atenuação do phantom sintético desenvolvido, onde uma comparação foi realizada entre a solução experimental e o modelo teórico proposto.

Abstract of Thesis presented to PRODERNA/UFGA as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Natural Resources Engineering (D.Eng.)

**THEORETICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE BIOHEAT  
TRANSFER IN SYNTHETIC TISSUES HEATED BY ULTRASOUND**

Nelson de Souza Amorim

April/2016

Advisors: João Nazareno Nonato Quaresma  
Renato Machado Cotta

Research Area: Use and Transformation of Natural Resources

The inverse problem of parameter estimation for the bioheat transfer problem in sintetic tissue was analyzed. Initially an experimental analysis was developed by heating a synthetic tissue using a ultrasound transducer. Different temperature profiles were obtained for 3 cases involving intensity variations:  $1\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $1.5\text{W}/\text{cm}^2$  and  $2\text{W}/\text{cm}^2$  for 3 thermocouples positioned along the sintetic tissue. A mathematical model was developed to represent the experimental problem. The solution of this model was obtained using the Classical Integral Transform Technique (CITT). The Levenberg-Marquardt Method was used to solve the parameter estimation for the attenuation of sintetic tissue. A comparison between experimental solution and the mathematical model was performed.

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b>	1
1.1 - MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	1
1.2 – SÍNTESE DO TRABALHO	3
<b>CAPÍTULO 2 – BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR</b>	4
2.1 – INTRODUÇÃO	4
2.2 – APLICAÇÕES EM PROBLEMAS DE BIOTRANSFERENCIA DE CALOR	5
2.3 – ESTIMATIVA DE PARÂMETROS EM TRANSFERENCIA DE CALOR	25
<b>CAPÍTULO 3 – FUNDAMENTOS DE ULTRASSOM</b>	28
3.1 – HISTÓRICO	28
<b>3.1.1 – Geração do ultrassom</b>	<b>28</b>
<b>3.1.2 – Tipos de ondas</b>	<b>29</b>
<b>3.1.3 – Formas de propagação</b>	<b>30</b>
<b>3.1.4 – Propriedades das ondas ultrassônicas</b>	<b>31</b>
3.2 – CARACTERÍSTICAS DO ULTRASSOM	31
<b>3.2.1 - Atenuação</b>	<b>31</b>
<b>3.2.2 - Absorção</b>	<b>32</b>
<b>3.2.3 – Impedância acústica</b>	<b>32</b>
3.3 – CAMPO ACÚSTICO	33
3.4 – LEVANTAMENTO DO CAMPO ACÚSTICO	34
3.5 – PARÂMETRO DOS TRANSDUTORES EM FISIOTERAPIA	36
<b>3.5.1 – Área de radiação efetiva</b>	<b>37</b>
<b>3.5.2 – Intensidade e potência</b>	<b>37</b>
<b>3.5.3 – Razão de não uniformidade do feixe</b>	<b>37</b>
<b>3.5.4 – Frequência</b>	<b>37</b>
3.6 – TÉCNICAS DE APLICAÇÃO	38
3.7 – MECANISMOS DE INTERAÇÃO	39
<b>3.7.1 – Efeito térmico</b>	<b>39</b>
<b>3.7.2 – Efeito mecânico</b>	<b>39</b>
3.7.2.1 – Micro fluxo acústico	40
3.7.2.2 – Micro agitação	40
3.7.2.3 - Cavitação	40

<b>CAPÍTULO 4 – MATERIAIS E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL</b>	41
4.1 – PHANTOM SINTÉTICO	41
4.2 – AGENTE DE ACOPLAMENTO	43
4.3 – APARELHO DE ULTRASSOM	43
4.4 – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	45
<b>CAPÍTULO 5 – MODELAGEM MATEMÁTICA E METODOLOGIA DE SOLUÇÃO</b>	47
5.1 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	47
<b>5.1.1 – Grupos adimensionais</b>	<b>49</b>
5.2 – METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TECIDOS SINTÉTICOS	49
<b>5.2.1 – Formulação para <math>\theta_p(R,Z)</math></b>	<b>50</b>
<b>5.2.2 – Formulação para <math>\theta_F(R,Z,\tau)</math></b>	<b>50</b>
<b>5.2.3 – Solução para <math>\theta_p(R,Z)</math></b>	<b>51</b>
<b>5.2.4 – Solução para <math>\theta_F(R,Z)</math></b>	<b>52</b>
<b>CAPÍTULO 6 – PROBLEMAS INVERSOS EM BIOTRANSFERENCIA DE CALOR</b>	56
6.1 – PROBLEMAS INVERSOS	56
6.2 – PROBLEMA DE ESTIMATIVA DE PARAMETROS – MÉTODO DE LEVENBERG-MARQUARDT	57
<b>CAPÍTULO 7 – RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	62
7.1 – RESULTADOS EXPERIMENTAIS	62
<b>7.1.1 – Análise das Incertezas</b>	<b>62</b>
<b>7.1.2 – Análise de Repetitividade</b>	<b>63</b>
7.2 – RESULTADOS TEÓRICOS	68
<b>7.2.1 – Comparação resultados teóricos e experimentais</b>	<b>81</b>
<b>7.2.2 – Solução do problema inverso</b>	<b>87</b>
7.2.2.1 – Análise de sensibilidade	88
7.2.2.2 – Estimativa de parâmetro – dados simulados	92
7.2.2.3 – Estimativa de parâmetro – dados experimentais	104
<b>CAPÍTULO 8 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b>	111
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	112



## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2.1</b>	Esquema experimental para o braço direito proposto por PENNES.....	5
<b>Figura 2.2</b>	Esquema representativo do corpo dividido em 15 regiões.....	6
<b>Figura 2.3</b>	Esquema experimental <i>in vivo</i> em cachorro.....	8
<b>Figura 2.4</b>	Esquema de tecido multicamada.....	10
<b>Figura 2.5</b>	Domínio do olho humano.....	11
<b>Figura 2.6</b>	Modelo tridimensional de corte de cabeça (adulto e criança) .....	13
<b>Figura 2.7</b>	Imagem termográfica e malha computacional de paciente com câncer de mama.....	15
<b>Figura 2.8</b>	Imagem real e infravermelha do procedimento cirúrgico.....	15
<b>Figura 2.9</b>	Esquema computacional da malha torácica.....	16
<b>Figura 2.10</b>	Geoometria e malha do crânio obtida por imagem computadorizada.....	23
<b>Figura 3.1</b>	Disco cristal piezoelétrico de cerâmica.....	29
<b>Figura 3.2</b>	Transdutor (cabecote) ultrassônico de 1 MHz.....	29
<b>Figura 3.3</b>	Divisão das ondas geradas pelo ultrassom com relação à direção de propagação e ao movimento das partículas no meio: (a) ondas longitudinais e (b) ondas transversais.....	30
<b>Figura 3.4</b>	Formas de propagação de onda: contínuo e pulsado.....	30
<b>Figura 3.5</b>	Distribuição do campo acústico: (a) Campo Próximo e Campo Distante e (b) Limite entre os dois campos representado pela região focal ( $Z_n$ ).....	34
<b>Figura 3.6</b>	Esquema geral para mapeamento do campo acústico: 1 – gerador de sinal, 2 – transdutor, 3 – hidrofone, 4 – osciloscópio, 5 – computador.....	35
<b>Figura 3.7</b>	Hidrofone tipo agulha.....	35
<b>Figura 3.8</b>	Esquema de varredura global .....	36
<b>Figura 3.9</b>	Esquema de varredura diametral.....	36

<b>Figura 3.10</b>	Aplicação de ultrassom por contato direto.....	38
<b>Figura 3.11</b>	Aplicação de ultrassom por modo submerso.....	38
<b>Figura 4.1</b>	Garrafa de plastisol.....	41
<b>Figura 4.2</b>	Remoção de bolhas de ar a vácuo da solução de PVCP.....	42
<b>Figura 4.3</b>	Estufa para aquecimento da solução de PVCP.....	42
<b>Figura 4.4</b>	Molde do phantom sintético.....	42
<b>Figura 4.5</b>	Phantom sintético moldado.....	42
<b>Figura 4.6</b>	Gel Condutor.....	43
<b>Figura 4.7</b>	Tubo de PVC para armazenamento do gel condutor.....	43
<b>Figura 4.8</b>	Aparelho de ultrassom HTM de 1MHz.....	44
<b>Figura 4.9</b>	Encaixe do transdutor de 1MHz.....	44
<b>Figura 4.10</b>	Transdutor de 1MHz encaixado.....	44
<b>Figura 4.11</b>	Bancada experimental para aquecimento do phantom sintético por ultrassom terapêutico.....	45
<b>Figura 4.12</b>	Termopares usados na aquisição das temperaturas.....	45
<b>Figura 4.13</b>	Termopares do phantom sintético.....	46
<b>Figura 5.1</b>	Geometria do problema.....	47
<b>Figura 7.1</b>	Perfil de Temperatura – Caso 1.....	64
<b>Figura 7.2</b>	Perfil de Temperatura – Caso 2.....	65
<b>Figura 7.3</b>	Perfil de Temperatura – Caso 3.....	67
<b>Figura 7.4</b>	Comparação resultado teórico e experimental Caso 1.....	82
<b>Figura 7.5</b>	Comparação resultado teórico e experimental Caso 2.....	84
<b>Figura 7.6</b>	Comparação resultado teórico e experimental Caso 3.....	86
<b>Figura 7.7</b>	Coeficiente de sensibilidade para o Caso 1.....	89
<b>Figura 7.8</b>	Coeficiente de sensibilidade para o Caso 2.....	90
<b>Figura 7.9</b>	Coeficiente de sensibilidade para o Caso 3.....	91
<b>Figura 7.10</b>	Medidas simuladas para o Caso 1 com desvio padrão $\sigma = 0,02$	92
<b>Figura 7.11</b>	Medidas simuladas para o Caso 2 com desvio padrão $\sigma = 0,02$	93
<b>Figura 7.12</b>	Medidas simuladas para o Caso 3 com desvio padrão $\sigma = 0,02$	94
<b>Figura 7.13</b>	Medidas simuladas para o Caso 1 com desvio padrão $\sigma = 0,05$	95

<b>Figura 7.14</b>	Medidas simuladas para o Caso 2 com desvio padrão $\sigma = 0,05$	96
<b>Figura 7.15</b>	Medidas simuladas para o Caso 3 com desvio padrão $\sigma = 0,05$	97
<b>Figura 7.16</b>	Medidas simuladas para o Caso 1 com desvio padrão $\sigma = 0,1$	98
<b>Figura 7.17</b>	Medidas simuladas para o Caso 2 com desvio padrão $\sigma = 0,1$	99
<b>Figura 7.18</b>	Medidas simuladas para o Caso 3 com desvio padrão $\sigma = 0,1$	100
<b>Figura 7.19</b>	Comparação solução estimada e experimental para o Caso 1	104
<b>Figura 7.20</b>	Comparação solução estimada e experimental para o Caso 2	106
<b>Figura 7.21</b>	Comparação solução estimada e experimental para o Caso 3	108

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2.1</b>	Exemplos de aplicação de diferentes processos que utilizam a termoterapia.....	4
<b>Tabela 2.2</b>	Valores de referência de respiração comparados com resultados do modelo.....	21
<b>Tabela 3.1</b>	Coefficiente de atenuação do ultrassom em tecidos.....	31
<b>Tabela 3.2</b>	Coefficientes de absorção para tecidos .....	32
<b>Tabela 3.3</b>	Valores de impedância acústica, densidade e velocidade do som.....	33
<b>Tabela 7.1</b>	Caso 1 .....	65
<b>Tabela 7.2</b>	Caso 2 .....	66
<b>Tabela 7.3</b>	Caso 3 .....	68
<b>Tabela 7.4</b>	Dados de Entrada .....	68
<b>Tabela 7.5</b>	Caso 1 .....	69
<b>Tabela 7.6</b>	Caso 1 .....	71
<b>Tabela 7.7</b>	Caso 2 .....	73
<b>Tabela 7.8</b>	Caso 2 .....	75
<b>Tabela 7.9</b>	Caso 3 .....	77
<b>Tabela 7.10</b>	Caso 3 .....	79
<b>Tabela 7.11</b>	Caso 1 .....	83
<b>Tabela 7.12</b>	Caso 2 .....	85
<b>Tabela 7.13</b>	Caso 3 .....	87
<b>Tabela 7.14</b>	Atenuação do phantom sintético estimada para o Caso 1 .....	101
<b>Tabela 7.15</b>	Atenuação do phantom sintético estimada para o Caso 2 .....	102
<b>Tabela 7.16</b>	Atenuação do phantom sintético estimada para o Caso 3 .....	102
<b>Tabela 7.17</b>	Caso 1 .....	104
<b>Tabela 7.18</b>	Caso 2 .....	106
<b>Tabela 7.19</b>	Caso 3 .....	108
<b>Tabela 7.20</b>	Atenuação do phantom sintético estimada para os 3 Casos .....	110

## NOMENCLATURA

$\tilde{f}_{ik}$	Coeficiente definido pela Eq. (5.8.t)
$\tilde{g}_{ik}$	Coeficiente definido pela Eq. (5.8.u)
$\bar{f}_m$	Coeficiente integral definido pela Eq. (5.7.n)
$I_o^*$	Intensidade do transdutor adimensional definido pela Eq. (5.2.j)
$g'''$	Termo fonte dimensional definido pela Eq. (5.1.g)
$b$	Raio do transdutor de ultrassom
$Bi_1$	Número de Biot 1 definido pela Eq. (5.2.f)
$Bi_2$	Número de Biot 2 definido pela Eq. (5.2.g)
$E_{al}$	Espessura do alumínio
$F$	Função degrau adimensional definido pela Eq. (5.2.1)
$f$	Função degrau dimensional definido pela Eq. (5.1.h)
$G$	Termo fonte adimensional definido pela Eq. (5.2.h)
$h_1$	Coeficiente de convecção do ar
$h_2$	Coeficiente de convecção do ar
$h_{ef}$	Coeficiente de transferência de calor por convecção efetivo definido pela Eq. (5.1.i)
$I_o$	Intensidade do transdutor
$J_0$	Função Bessel de primeiro tipo e de ordem 0
$J_1$	Função de Bessel de primeiro tipo e de ordem 1
$k$	Condutividade do phantom sintético
$k_{al}$	Condutividade do alumínio
$L$	Comprimento do phantom sintético
$L_i$	Norma definida pela Eq. (5.8.g)
$M_k$	Norma definida pela Eq. (5.8.n)
$N_m$	Norma definida pela Eq. (5.7.g)
$r$	Coordenada radial dimensional
$R$	Coordenada radial adimensional
$T$	Temperatura Dimensional
$t$	Tempo dimensional
$t_5$	Tempo de duração do ultrassom

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 – MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

A prática intuitiva e empírica da utilização do calor em tecidos vivos é observada desde o início da humanidade. Dessa forma, ao longo do desenvolvimento humano, diversos procedimentos e equipamentos utilizando diferentes fontes de energia, tais como, laser, micro-ondas e ultrassom aplicados a medicina e com finalidade terapêutica foram desenvolvidos, tendo como um único objetivo, promover a rápida recuperação do paciente, através de procedimentos cirúrgicos e terapêuticos que promovam o mínimo de desconforto e agressão ao organismo. O fenômeno que essas fontes de energia causam quando são aplicadas no organismo humano é conhecido como transferência de calor, ou, biotransferência de calor, sendo esta a área de interesse do trabalho.

O estudo do processo de biotransferência de calor no organismo humano apresenta um comportamento bastante complexo, onde diferentes mecanismos de propagação, tais como, condução, convecção, radiação, evaporação, metabolismo e mudanças de fases são observados. Esses mecanismos são regulados principalmente pela perfusão sanguínea, representado pelos diferentes conjuntos de vasos sanguíneos encontrados nos tecidos e órgãos, sendo estes fundamentais no controle do perfil de temperatura do corpo humano.

Segundo GUIMARÃES (2003) com o objetivo de entender melhor o comportamento dos sistemas biológicos, visando contribuir no desenvolvimento e otimização de procedimentos médicos e/ou fisioterápicos para diferentes patologias (doenças), existem duas classes de abordagens experimentais: *In Vivo* e *In Vitro*. O primeiro, é baseado em experimentos dentro ou no tecido de organismos vivos, usando-se cobaias, tais como: camundongos, macacos e gatos, porém esta classe nem sempre apresenta uma boa margem de segurança e nem garante que os resultados obtidos sejam compatíveis em homens, mulheres ou crianças. Por outro lado, experimentos *in vitro*, visam reproduzir em laboratório sob determinadas condições, reações ou fenômenos sem a utilização de organismos vivos, usando-se tubos, placas, frascos, etc., nem sempre conseguem recriar as condições ideais em seres vivos.

Uma alternativa bastante difundida na pesquisa do estudo do sistema biológico, e a utilização de modelos matemáticos que descrevem o comportamento do corpo humano, podendo ser: empíricos, onde apresentam consistência na situação em que o experimento foi realizado, ou de base fisiológica, descrevendo os mecanismos do corpo humano de forma simplificada com parâmetros reais. Os resultados experimentais são, neste caso, utilizados para calibração, validação e representação de mecanismos complexos (NETO, 2010; WISSLER, 1964).

Uma outra opção bastante utilizada em pesquisas é a utilização de *phantoms* sintéticos com ênfase em aplicações envolvendo transferência de calor. Este material tem como característica principal, *mimetizar*, ou seja, simular o comportamento de um tecido biológico humano do ponto de vista acústico e termofísico, como por exemplo para aplicações em fisioterapia (BASTO, 2012; SÁ, 2009; BUNN, 2009).

Em fisioterapia é comum, no tratamento de dores musculares nos esportes profissionais, a utilização de um equipamento conhecido como ultrassom terapêutico. O procedimento do tratamento consiste basicamente na emissão de um feixe ultrassônico usando-se um transdutor (cabeçote), de dois tipos de frequências comumente utilizadas: 1 MHz, para lesões profundas ou 3 MHz para lesões superficiais com diferentes intensidades variando entre 0,5-3 W/cm<sup>2</sup> durante um tempo de exposição de 5 minutos. Quando a região tratada atinge temperaturas na faixa de 40-45°C diferentes efeitos fisiológicos são causados internamente no organismo, tais como, aumento do fluxo sanguíneo, e redução de espasmos musculares. Porém, devido ao uso clínico generalizado dessa terapia, é comum relatos de ineficácia ou algum tipo de lesão causada pelo excesso de aquecimento na região tratada. Portanto, para uma maior eficácia no tratamento é necessário o entendimento do processo de transferência de calor gerado por ultrassom terapêutico em tecidos vivos de forma a assegurar através deste tipo de tratamento, a melhor orientação do procedimento terapêutico (OMENA, 2009; BASTO, 2007).

Portanto, o presente trabalho visa avaliar experimentalmente e teoricamente o problema inverso de biotransferência de calor, utilizando como fonte de energia, um transdutor de ultrassom de 1MHz. Perfis de temperatura para diferentes intensidades: 1W/cm<sup>2</sup>, 1,5W/cm<sup>2</sup> e 2W/cm<sup>2</sup> foram obtidos para diferentes posições, para termopares localizados a 5mm e 15mm do phantom sintético. Por último, uma estimativa de parâmetro para a atenuação do phantom sintético usando o método de Levenberg-Marquardt foi realizada.

## **1.2 – SÍNTESE DO TRABALHO**

O Capítulo 2 apresenta a revisão da literatura, onde serão abordadas diferentes pesquisas realizadas com ênfase no processo de biotransferência de calor.

O Capítulo 3 aborda os conceitos fundamentais e características, relativo a fonte de energia usando-se ultrassom terapêutico.

O Capítulo 4 apresenta o procedimento experimental desenvolvido com o objetivo de avaliar os padrões de aquecimento no phantom gerado por ultrassom terapêutico para diferentes intensidades.

O Capítulo 5 apresenta o modelo matemático proposto para o problema experimental, assim como a metodologia de solução.

O Capítulo 6 apresenta os fundamentos teóricos para a solução de problemas inversos, baseado na estimativa de parâmetro através do método de Levenberg-Marquardt.

O Capítulo 7 apresenta os resultados e discussões do problema experimental, problema direto e problema inverso de estimativa de parâmetro usando-se o método de Levenberg-Marquardt.

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros a partir deste trabalho.



## CAPÍTULO 2

### BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR

Neste capítulo é apresentada uma revisão da literatura relacionando diferentes contribuições teórico e experimental realizadas envolvendo o estudo do processo de biotransferência de calor.

#### 2.1 – INTRODUÇÃO

Segundo o conceito de transferência de calor, isto é, o movimento de energia térmica devido à condução, convecção e/ou radiação, a termoterapia é qualquer tratamento ou técnica que consiste no aumento ou na diminuição da temperatura dos tecidos corporais para fins terapêuticos e medicinais. A Tabela 2.1 apresenta alguns exemplos de tratamento que utilizam os fundamentos da termoterapia.

**Tabela 2.1** – Exemplos de aplicação de diferentes processos que utilizam a termoterapia. Fonte: DATTA e RAKESH (2010).

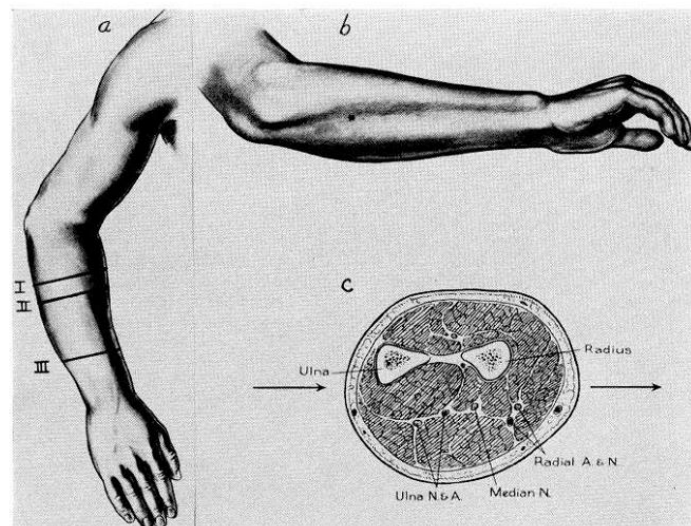
Processo	Objetivo
Radiofrequência	Destruição de tumores através de pequenos eletrodos (temperatura acima de 60°C).
Ablação a laser	Destruição de tumores acima de 300°C.
Crioterapia	Utiliza baixas temperaturas para fins analgésicos e anti-inflamatórios.
Fonoforese	Liberação de drogas (fármacos) no tecido biológico utilizando ultrassom terapêutico.

Devido à complexidade do organismo humano, representada pelas diferentes rede de órgãos e vasos sanguíneos, a busca por um maior entendimento do que ocorre internamente no organismo, com ênfase nos processos de biotransferência de calor, pode ser analisada através da aplicação de modelos matemáticos.

## 2.2 – APLICAÇÕES EM PROBLEMAS DE BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR

A primeira relação matemática quantitativa que descreveu a transferência de calor em tecidos humanos, foi proposta por PENNES (1948). Seu trabalho foi baseado em uma série de experimentos que tinha como objetivo medir a distribuição de temperatura em função da posição radial no antebraço de nove indivíduos. Seu modelo matemático foi desenvolvido a partir da equação clássica de difusão de calor, onde os efeitos do metabolismo ( $Q_p$ ), responsável pelas reações químicas que ocorrem nas células e da perfusão sanguínea ( $Q_m$ ), responsável por manter o equilíbrio térmico do corpo humano, foram incorporados com as seguintes hipóteses: o metabolismo era distribuído de forma homogênea, o efeito da perfusão era homogêneo e isotrópico, e que o equilíbrio térmico ocorria na rede micro circulatória dos capilares (pequenos vasos sanguíneos). O termo  $Q_{ext}$  representava a fonte externa de calor. Atualmente o modelo matemático proposto abaixo é conhecido como equação da biotransferência de calor (BHTE – *Bioheat Transfer Equation*) sendo este o mais utilizado, devido a sua simplicidade. Porém para sistemas fisiológicos mais complexos muito das suas suposições fundamentais não são válidas.

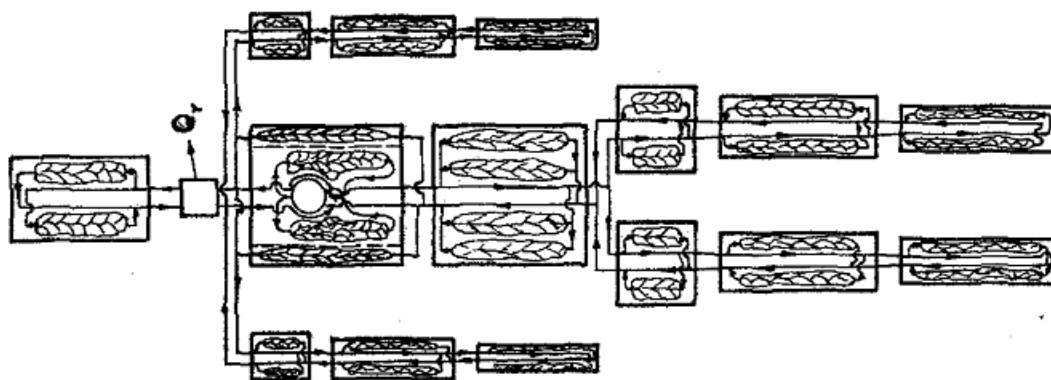
$$\rho_t c_{pt} \frac{\partial T}{\partial t} = k_t \nabla^2 T + Q_p + Q_m + Q_{ext} \quad (2.1)$$



**Figura 2.1** – Esquema experimental para o braço direito proposto por PENNES. Fonte: PENNES (1948).

WISLLER (1964) desenvolveu um modelo matemático para simular o comportamento das características físicas do sistema térmico do corpo humano em

regime transiente. Parâmetros fisiológicos como: geração de calor por metabolismo, fluxo sanguíneo, taxa de sudorese, foram considerados. Na análise, o corpo foi dividido em 15 regiões, representado pelos principais conjuntos: cabeça, tórax, abdômen, pernas e braços. Em cada segmento, as grandes artérias e veias foram aproximadas por um conjunto de artérias e veias, sendo distribuídas radialmente em todo segmento. O acúmulo de calor no sangue das grandes artérias e veias, assim como a transferência de calor das grandes artérias e veias para os tecidos circundantes também foram levados em consideração.



**Figura 2.2** – Esquema representativo do corpo humano dividido em 15 regiões. Fonte: WISLLER (1964).

A solução do modelo matemático proposto foi obtida pelo método de diferenças finitas, e os resultados obtidos numericamente foram comparados com a solução analítica obtida por WISLLER (1961). Segundo o autor, seus primeiros resultados, mostravam uma diferença na temperatura central abdominal, onde esta diminuía muito mais rapidamente durante o início do período de relaxamento do que em relação à temperatura calculada usando o procedimento analítico. Uma explicação para esse comportamento se devia ao fato de que o calor gerado estava associado ao elevado fluxo de sangue existente nos pulmões. Percebeu também uma queda brusca do perfil de temperatura em uma parte do tórax, distante dos pulmões, onde um pequeno fluxo de sangue capilar foi usado. Para os braços e pernas, as temperaturas calculadas numericamente foram um pouco abaixo dos resultados obtidos analiticamente.

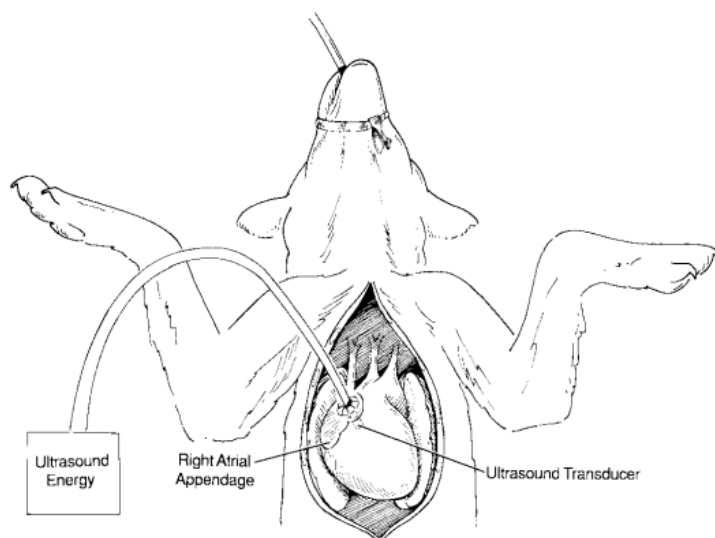
Considerando a complexidade dos vasos sanguíneos, CHEN e HOLMES (1980) questionaram as suposições fundamentais do modelo de PENNES (1948) onde em suas análises concluíram que a informação sobre a geometria vascular (tamanho dos vasos) e informações do tipo: números de vasos sanguíneos, raio

do vaso, ângulo relativo entre a direção do vaso sanguíneo e gradiente de temperatura do tecido deveria ser considerada no modelo matemático, pois esta variava consideravelmente entre os diversos órgãos do corpo humano e influenciava diretamente no comportamento térmico do escoamento do sangue. A dificuldade desse modelo matemático é que devido ao nível de informações necessário não era fácil de ser implementado.

Baseado em observações anatômicas dos tecidos periféricos WEINBAUM e JIJI (1985) propuseram um modelo matemático de transferência de calor em tecidos com a hipótese de que as pequenas artérias e veias estavam localizadas de forma paralela e a direção do fluxo em contracorrente, considerando o termo de perfusão sanguínea responsável pela transferência de calor como um meio anisotrópico. Em seu modelo foi utilizada uma condutividade térmica efetiva ( $k_{\text{eff}}$ ) relacionado de forma quadrática a taxa de perfusão sanguínea, sendo esta diretamente influenciada pela dimensão e direção dos vasos sanguíneos.

HYYNEN *et al.* (1997) estudaram experimentalmente (*In Vitro* e *In Vivo*) e numericamente a viabilidade da utilização de transdutores de ultrassom cilíndricos e planos montado em um cateter para ablação de tecidos cardíacos, considerando os efeitos da frequência e potência do ultrassom. Os resultados teóricos obtidos a partir da equação de difusão de calor, para o perfil de temperatura radial utilizando diferentes frequências de transdutores (5 MHz, 10 MHz, 20 MHz), para uma temperatura máxima constante de 100°C durante 60s com condições de contorno de Dirichlet e Neumann, mostraram que para baixas frequências, usando a condição de contorno de Dirichlet, mais profundamente o calor penetrava no tecido do que na condição de Neumann. Observando o comportamento da profundidade da lesão com relação à frequência para os dois tipos de condições de contorno, viram que a maior lesão foi causada considerando a condição de Dirichlet, devido a uma maior potência aplicada. Baseados nos estudos obtidos pela simulação, seus experimentos foram limitados a frequências que produzissem maiores lesões, ou seja, para frequências menores ou iguais a 10 MHz. Concluíram também que a partir de medidas da potência do ultrassom, em função da potência acústica aplicada, observaram que a eficiência do transdutor não dependia da frequência de operação. Nos estudos *in vitro*, mostraram que a lesão causada com o transdutor de 10 MHz, com uma potência acústica de 3,5 W alcançou a temperatura de 90-100°C na interface do tecido, resultando em uma maior lesão. Para frequências menores, uma quantidade maior de

potência foi necessária para alcançar as mesmas condições de temperatura anterior. Os estudos *in vivo*, concluíram que para pequenos volumes de tecido cardíaco, estes poderiam ser necrosados usando transdutores cilíndricos montados em um cateter, pois o mesmo facilitava a sua colocação e que lesões com 4 mm e 8mm de profundidade foram capazes de ser produzidas.



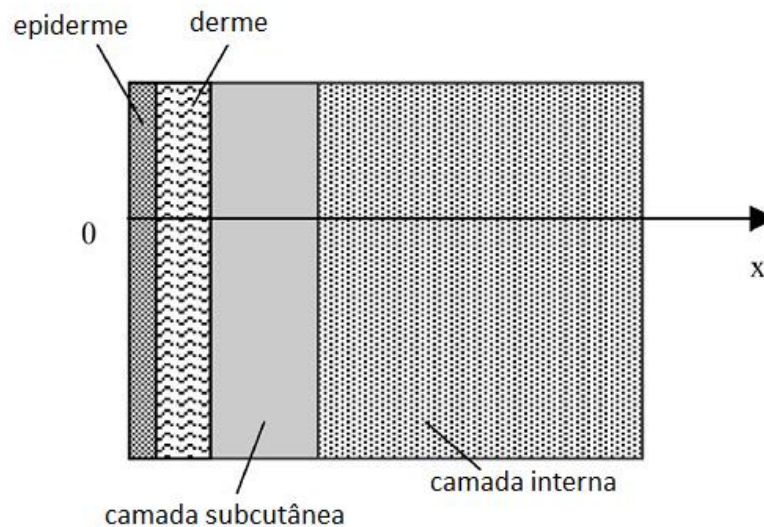
**Figura 2.3** – Esquema experimental *in vivo* em cachorro. Fonte: HYNENEN *et al.* (1964).

No trabalho de SKINNER *et al.* (1998), uma análise teórica baseada na equação de PENNES (1948), considerando três tipos de fontes de energia: ultrassom (1MHz), microondas (1GHz) e laser (810nm) aplicados em termoterapia foi realizado. No estudo, foram analisados o comportamento de três diferentes órgãos: peito, cérebro e fígado expostos aos três tipos de fontes de energia. Obtiveram numericamente, perfis de temperatura e a quantidade de dano térmico causado utilizando protocolos de tratamento padrão com a condição de que a temperatura não alcançasse acima de 100°C, o que assegurava a não vaporização do tecido. Aplicadores esféricos e cilíndricos de 200µm e 800µm de raio foram modelados para cada uma das fontes de energia. O modelo teórico também inclui os efeitos causados pelo colapso da perfusão devido ao aquecimento. Segundo os autores, sua modelagem matemática, consistiu em três passos: a taxa de absorção específica (SAR) foi calculada usando as propriedades de atenuação de cada tecido para as diferentes fontes de energia usando aplicadores esféricos e cilíndricos, a distribuição de temperatura foi calculada como função do tempo usando o SAR como dado de entrada para a equação de PENNES (1948) e o dano térmico causado foi calculado com função do tempo usando o histórico de temperaturas como dado de

entrada, utilizando o modelo de Arrhenius de células mortas proposto por HENRIQUES (1947). Os resultados mostraram que para o cálculo do SAR, usando os aplicadores esféricos e cilíndricos, uma queda maior no valor do SAR com a distância foi observada para todas as fontes de energia e os diferentes tipos de tecido usando o aplicador esférico. Com relação às fontes de energia, o valor do SAR para o laser cai menos rapidamente do que em relação à fonte por micro-ondas e ultrassom usando o aplicador esférico. Para o aplicador cilíndrico, as propriedades de atenuação desempenharam um papel importante na determinação dos perfis de SAR para os tecidos estudados. Com relação aos perfis de temperatura calculados usando a contribuição da SAR e os efeitos da perfusão sanguínea, usando um tempo de tratamento de 1 min e 10 min para o peito e pulmão. Para o tempo de 1min, o perfil de temperatura, apresentou um comportamento similar aos perfis de SAR. Isto ocorreu devido ao fato de que a condução e a perfusão de sangue não tiveram tempo suficiente para causar ou sofrer um aumento considerável na temperatura. Porém, para 10 min de tratamento, os perfis de temperatura apresentaram um comportamento dependente da condução e perfusão. Comparando-se as fontes de energia utilizadas, a fonte por ultrassom produziu uma maior penetração, acarretando em uma maior temperatura nos tecidos com relação ao laser. Avaliando-se os danos térmicos causados durante 10 min de tratamento, incluindo um período de resfriamento de 10 min, a lesão criada no peito por micro-ondas foi maior do que a lesão por ultrassom e laser. Para o fígado a lesão por ultrassom foi maior que lesão por micro-ondas e laser. Examinado os dois tecidos, percebeu-se que para todas as fontes utilizadas, o peito apresentou uma maior lesão, do que o fígado, devido à baixa perfusão apresentada pelo peito.

JIANG *et al.* (2002) aplicando uma alta fonte de calor na superfície da pele, com o objetivo de caracterizar o processo de queimadura na pele, propuseram um modelo matemático unidimensional multicamada, composto por: epiderme, derme, subcutânea e tecido interno representado pela equação de PENNES (1948) e a função dano que representava o grau de queimadura pela equação de Arrhenius. A solução para o perfil de temperatura transiente baseada no método de diferenças finitas mostrou que os resultados numéricos para o perfil de temperatura da epiderme e derme, depois de 15s de aquecimento com uma temperatura na superfície de  $90^{\circ}\text{C}$ , variavam significativamente, porém nos tecidos localizados mais profundamente a temperatura permaneceu praticamente a mesma. Para valores diferentes de função dano com temperatura na superfície de  $90^{\circ}\text{C}$ , sua distribuição com o tempo, mostrou que a maioria

dos tecidos próximos da superfície sofreu graves lesões imediatamente após a exposição, enquanto que nas regiões mais profundas, graves danos somente ocorreram após um tempo relativamente longo. Considerando a espessura da epiderme e derme, verificaram que a variação da espessura afetou a distribuição de temperatura, assim como para lesão, onde as queimaduras diminuía muito com o aumento da espessura da epiderme e da derme. Considerando a influência da perfusão sanguínea na derme e nas camadas mais profundas, os resultados indicaram que o mesmo poder ser desprezado para exposições de curta duração.

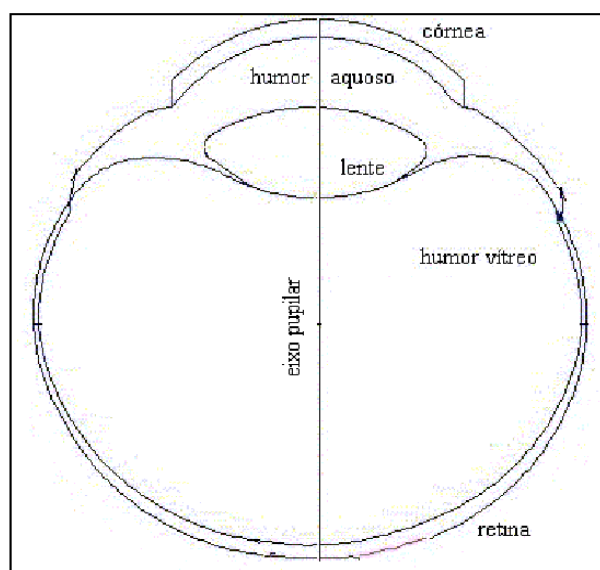


**Figura 2.4** – Esquema de tecido multicamada. Fonte: JIANG *et al.* (2002).

YUE *et al.* (2004) baseado na equação de biotransferência de calor de PENNES (1948), uma formulação unidimensional cilíndrica com solução analítica em termos de função de Bessel em regime permanente foi desenvolvido. A influência da condutividade térmica, perfusão sanguínea, geração de calor por metabolismo e o coeficiente de transferência de calor sobre a distribuição de temperatura foram analisados. Seus resultados mostraram que com o aumento da condutividade térmica, uma queda mais acentuada da temperatura ocorre na direção radial. Isto se deve ao fato de que para uma condutividade térmica maior, a capacidade de transferência de calor se torna maior. Porém, próximo ao limite da distância radial, a temperatura cai de forma menos acentuada, o que causa uma maior temperatura na superfície, pois segundo os autores isto se devia a condição de contorno de convecção na superfície. Para diferentes taxas de perfusão de sangue, o comportamento da distribuição de temperatura comparada sem a perfusão, mostrou que era claro a influência do mesmo sobre a temperatura, onde a variação de temperatura na direção radial diminuía com o aumento da perfusão,

resultando em uma maior distribuição de calor. Com relação aos efeitos da geração de calor por metabolismo na distribuição de temperatura, estes foram considerados pequenos. Por último, concluiu que com o aumento do coeficiente de transferência de calor, a temperatura era menor na região próxima da superfície do tecido.

SILVA (2004) analisou a transferência de calor e os danos térmicos causados no olho humano com e sem implantes artificiais (subretinal e epirretinal) na retina através de uma formulação bidimensional pelo método dos volumes finitos. Posteriormente, a formulação bidimensional foi estendida para tratar com modelos axisimétricos, com o intuito de obter resultados próximos a uma simulação tridimensional. Inicialmente, os resultados para distribuição de temperatura em regime permanente quando o olho não possuía nenhum tipo de aquecimento e comparando com os resultados obtidos por AMARA (1995) verificou que a máxima variação entre as temperaturas foi de 1,7%, pois considerando que o modelo axissimétrico fornece valores mais próximos de um modelo real tridimensional, a formulação bidimensional foi adotada nesta primeira análise do problema. Considerando os implantes e sem fonte de calor, seus resultados mostraram que o implante epirretinal, apesar de dissipar uma energia maior, produz danos térmicos semelhantes ao implante subretinal, caracterizando assim, uma maior capacidade de dissipar calor, devido à maior proximidade do humor vítreo. A função dano representada pelo modelo de Birngruber apresentou um comportamento não muito satisfatório para temperaturas em torno de 37°C, indicando uma maior necessidade de estudo da função dano para esta faixa de temperatura.



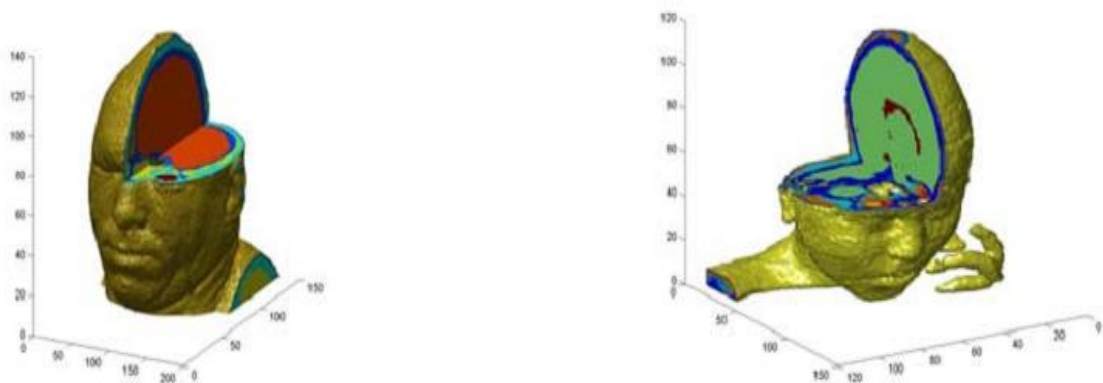
**Figura 2.5** – Domínio do olho humano. Fonte: SILVA (2004).



Baseado na equação clássica de PENNES (1948), KAARA *et al.* (2005) estudaram o problema de transferência de calor tridimensional, aplicando o método de Crank-Nicolson. No estudo, a influência da potência de aquecimento, do coeficiente de dispersão e de uma fonte pontual de aquecimento foi avaliada. O comportamento da temperatura em três diferentes posições, para o caso de aquecimento constante e senoidal, mostrou que para ambos os casos o maior aumento de temperatura ocorria na superfície, enquanto que um aumento menor de temperatura ocorria no interior do tecido devido ao decaimento do aquecimento. Observou-se também que para tempos de exposição bastante longos, a temperatura alcançava o regime permanente. Analisando a influência do coeficiente de espalhamento sobre a temperatura na superfície da pele, claramente foi observado que para os aquecimentos, constante e senoidal, à medida que o coeficiente de espalhamento aumentava, um maior aumento da temperatura era observado. Para uma e três fontes pontuais de aquecimento, a distribuição de temperatura para o regime permanente posicionados em diferentes posições, mostrou que temperatura máxima alcançada estava localizada nas posições avaliadas, e que a temperatura ao redor dos pontos de calor era inferior a 37°C.

BULLA (2006) analisou a interação de campos magnéticos emitidos por telefones celulares, visando observar os efeitos térmicos causados em modelos de cabeça de adulto e criança, através da taxa de absorção específica (SAR) e aumento de temperatura pelo método de diferenças finitas no domínio do tempo. Devido à elevada não-uniformidade da SAR, na avaliação da taxa de absorção específica foram considerados os seguintes parâmetros: formato da cabeça e distribuição dos tecidos dentro da cabeça, tamanho da cabeça, posição da cabeça em relação ao aparelho celular, tipo de antena de celular, potência de alimentação da antena e parâmetros eletromagnéticos dos tecidos. Foram avaliados três casos, o primeiro caso, para o modelo de cabeça de adulto foram usados parâmetros eletromagnéticos de adulto, o caso B, para cabeça de criança com parâmetros eletromagnéticos de adulto e caso C, com modelo de criança com parâmetros ajustados para criança de 10 anos. Resultados para o cálculo da SAR médio em 1 g e 10 g de tecido, mostraram um aumento nos casos B e C, em relação ao caso A. Em 1 g de tecido na cabeça de criança, a SAR média usando-se antenas tipo *patch* de 1800 MHz apresentou um aumento de 30%, comparando-se com adulto para o caso B, e de 50% para o caso C. Para uma antena de 850 MHz, foi observado um aumento maior, com aumento de 51% para a SAR média em 1 g no adulto e na criança. Para o caso B, foi observado um aumento de 75% entre o adulto e a criança com relação ao caso C. No caso de antenas tipo

monopólio quarto de onda de 850 MHz, os valores da SAR reduziram em torno de 60%, o que segundo o autor, esse tipo de antena seria ideal, pois irradiam menos energia, sem diminuir a potência e a qualidade da comunicação. No estudo da distribuição de temperatura em regime permanente usando a equação de biotransferência de calor incorporando a SAR, indicaram que os máximos de temperatura na cabeça de adultos e crianças, foram semelhantes aos resultados obtidos pela SAR média, onde um aumento de temperatura na cabeça e cérebro de criança foi mais evidente, porém de forma geral seus valores observados ficaram abaixo dos níveis indicados na literatura, com relação a um dano térmico para os casos A, B e C.

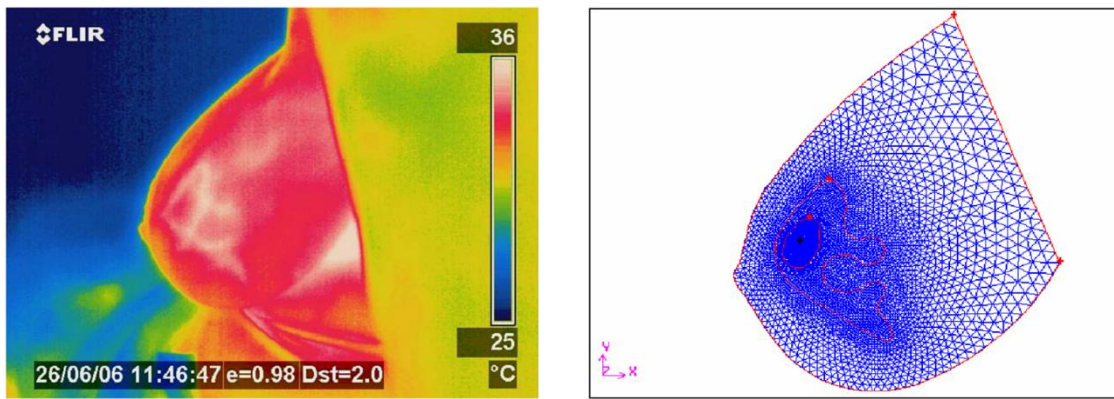


**Figura 2.6** – Modelo tridimensional de corte de cabeça (adulto e criança).  
Fonte: BULLA (2006).

HANG E HANG (2007) utilizaram o método de Levenberg-Marquadt na solução do problema inverso de estimativa de função da condutividade térmica efetiva e da capacidade calorífica volumétrica em tecidos baseado em medidas de temperatura em um sistema de coordenadas esféricas, junto com uma análise estatística considerando um intervalo de confiança de 99% para os parâmetros estimados. A solução do problema direto usando a equação de PENNES (1948) foi obtida pelo método de Crank-Nicolson. Dois casos testes envolvendo diferentes formas das propriedades térmicas e erros de medição foram analisados. Primeiramente, a análise inversa considerando o caso 1,  $\sigma = 0$ , mostrou que os resultados obtidos pelas temperaturas medidas para duas iterações, tiveram boa concordância com a estimada, assim como para as medidas exatas e estimadas para a condutividade térmica efetiva e capacidade calorífica volumétrica. Os erros envolvidos para as temperaturas estimadas, condutividade térmica efetiva e capacidade calorífica volumétrica foram de: 0,00016%, 0,00029% e 0,00082%, respectivamente. Em seguida, considerando  $\sigma = 0,01$ , após nove iterações, para um

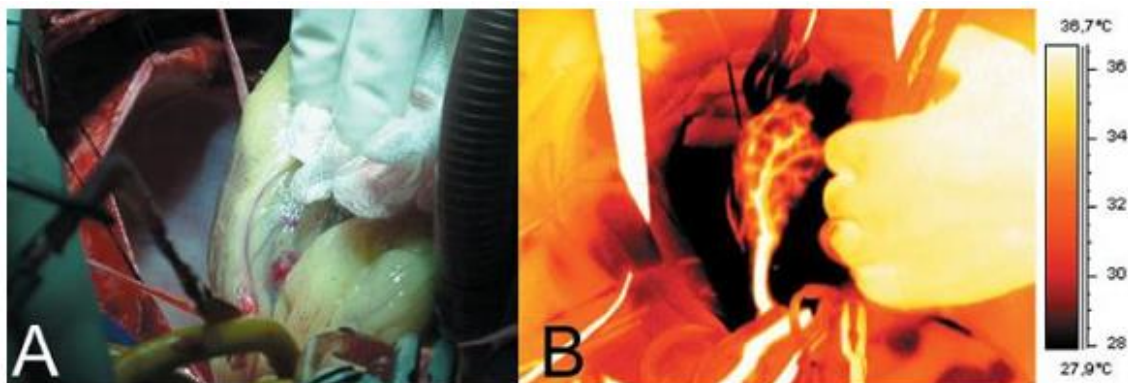
intervalo de confiança de 99% nos parâmetros estimados, ficou evidenciado que nas posições radiais próximo de  $r = 0$ , a estimativa dos parâmetros não foram precisas. Os erros médios estimados para a condutividade térmica e capacidade calorífica volumétrica foram de: 3,57% e 4,27% respectivamente. Para posições, com exceção da região próxima de  $r = 0$ , a solução do problema inverso obtida com este erro de medição se apresentaram bem mais concordantes com solução exata. Para o caso 2, foram utilizadas diferentes *step function* para a condutividade térmica e capacidade calorífica, o que tornou a solução do problema inverso bem mais rigorosa. Novamente, considerando  $\sigma = 0$ , os resultados obtidos após 14 iterações, tanto para a temperatura, quanto para os parâmetros estimados apresentaram uma boa concordância com solução exata, apresentando um erro médio de: 0,0042%, 0,0027% e 0,00036%, respectivamente. Para  $\sigma = 0,01$ , os erros para os parâmetros estimados, ficaram em torno de: 4,49% e 5,27% para a condutividade e capacidade, onde novamente para posições radiais próximas de  $r = 0$ , as estimativas calculadas não foram tão precisas.

BEZERRA (2007) verificou a aplicabilidade do uso da termografia como ferramenta para identificação precoce de câncer de mama e efetuou uma comparação através de uma análise numérica para a equação de biotransferência de calor bidimensional. Posteriormente, foi realizada uma análise tridimensional simplificada pelo método dos volumes finitos utilizando o programa de CFD, FLUENT<sup>®</sup>, onde os valores das temperaturas, medidas por infravermelho foram comparadas com as obtidas através das simulações computacionais. Concluiu que para o sistema bidimensional, seus cálculos não foram satisfatórios com relação às imagens obtidas por termografia, pois segundo o autor, a termografia apresenta temperaturas superficiais da mama, e as temperaturas obtidas através de seus cálculos bidimensionais foram obtidas considerando um corte anatômico na mama. Considerando uma geometria simplificada na análise tridimensional, uma boa precisão na temperatura máxima dos tumores foi obtida.



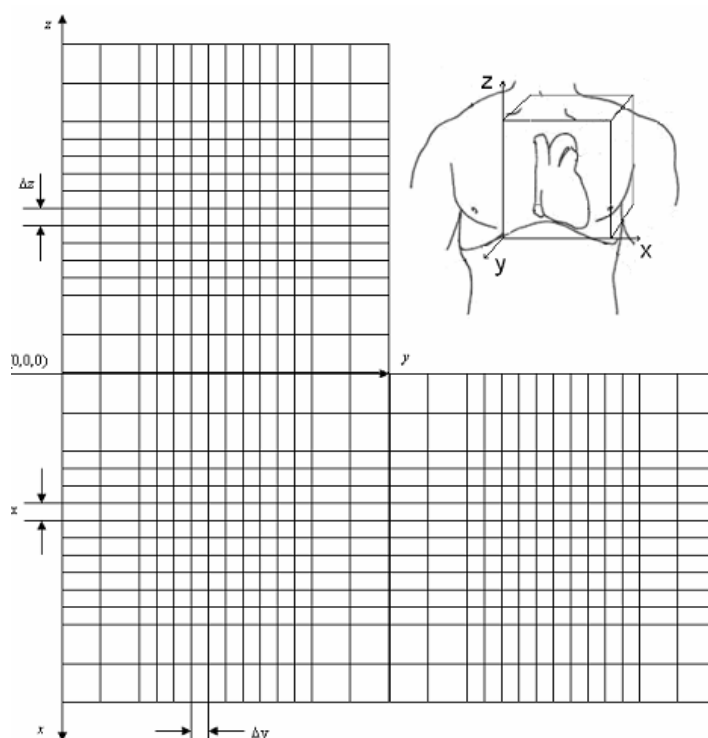
**Figura 2.7** – Imagem termográfica e malha computacional de paciente com câncer de mama. Fonte: BEZERRA (2007).

DIAS (2007) avaliou o processo de cirurgia cardíaca experimentalmente e teoricamente (problema tridimensional). Seu trabalho experimental consistiu no uso de dados de fluxo coronariano conhecidos, com o tórax aberto, onde a metade superior do órgão cardíaco, outros órgãos e tecidos internos do paciente expostos ao ambiente externo, considerando um possível regime de convecção natural, com solução numérica via elementos de volume. O procedimento experimental foi validado utilizando-se medições de temperatura da superfície usando uma câmera de infravermelha SAT S160, para dois casos de obstruções cardiovasculares. No experimento foram avaliados dois pacientes com faixa etária média de 62 anos, o primeiro possuía um quadro médico de angina (dor no peito) estável, o segundo apresentava um infarto no miocárdio. Avaliando-se o quadro clínico geral dos dois pacientes, ambos possuíam pelo menos o comprometimento de dois vasos coronarianos. A câmera foi montada usando-se um suporte vertical, focada diretamente na superfície exposta do coração.



**Figura 2.8** – Imagem real e infravermelha do procedimento cirúrgico. Fonte: DIAS (2007).

O modelo tridimensional desenvolvido foi resolvido pelo método de elementos de volume, consistindo ao todo de 14 divisões para cada direção, com uma malha convergida de 2744 elementos, e um critério de parada para um erro menor que 5%.



**Figura 2.9** – Esquema computacional da malha torácica. Fonte: DIAS (2007).

Os resultados obtidos mostraram uma boa aproximação dos resultados simulados comparados com o comportamento real da caixa torácica, onde foram necessários vários ajustes de constantes empíricas tais como: correlação entre a variação do calor latente de vaporização da água, temperatura do elemento e coeficiente de transferência de convecção forçada. Para a distribuição de umidade relativa, com fluxo presente, a análise mostrou que o órgão cardíaco simulado se comportou da mesma maneira que no procedimento cirúrgico, onde metade do coração está exposta ao ambiente da sala cirúrgica, com umidade de 80%. Para os átrios e ventrículos internos preenchidos de sangue, a umidade ficou em torno de 100%. Na distribuição de temperatura causada pelo fluxo sanguíneo, ficou evidente que a maior concentração de temperatura estava associada às artérias principais, e pontos de resfriamento localizado no ramo descendente da coronária esquerda, onde segundo o autor, ocorreu devido ao calor latente de vaporização da água nessa região exposta do músculo cardíaco, onde uma fina camada de água ao evaporar, retirava calor do músculo.

LOPES (2009) analisou através de métodos determinísticos e heurísticos, o problema inverso de biotransferência de calor, onde através de um modelo matemático

representado pela equação de PENNES (1948), procurou avaliar o procedimento de hipertemia. Considerando um problema bidimensional e transiente, assim como, os efeitos do metabolismo, perfusão sanguínea e irradiação externa, utilizou métodos determinísticos como: Levenberg-Marquadt, Gradiente Conjugado e Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno e heurísticos, como: Evolução Diferenciada e Enxame de Partículas na estimativa da perfusão sanguínea como parâmetro. Considerou também o caso de estimativa de função para a perfusão sanguínea, utilizando o método do Gradiente Conjugado com Problema Adjunto. Através de experimentos, uma análise comparativa entre os diferentes métodos utilizados para com ou sem erros randômicos, número de sensores, posicionamento dos mesmos e localização de tumores foram realizados. Seus resultados mostraram que é possível estimar a perfusão sanguínea como parâmetro e na forma funcional com variação unidimensional. Para o caso onde a perfusão apresenta variação bidimensional, o Método do Gradiente Conjugado com Problema Adjunto apresentou algumas limitações. Porém, sem a inserção de ruídos nas medidas sintéticas, o método apresentou bons resultados e foi capaz de localizar os tumores.

SOUZA (2009) utilizando o método numérico de volumes finitos investigou o processo de biotransferência de calor por laser na região ocular, através da equação de biotransferência de calor de PENNES (1948) utilizando uma função dano proposta por HENRIQUES e MORITZ (1946). No modelo matemático, os termos relativos ao efeito convectivo do sangue e de metabolismo foram desprezados, pois a geração de calor no tecido foi determinada pelo laser e pelas propriedades óticas do tecido, onde um perfil do tipo gaussiano para o feixe de laser e a atenuação no meio intra-ocular que obedecia a Lei de Beer-Lambert foi considerado. Seus resultados para a otimização do laser, foram conduzidos primeiramente de forma constante e posteriormente com variação temporal. Na otimização do laser para ambos os casos, foram utilizados métodos heurísticos, como: Evolução Diferenciada e Enxame de Partículas, e métodos determinísticos, como: Levenberg-Marquadt, Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno e Método do Gradiente Conjugado, onde o desempenho de cada método foi analisado para seis perfis de função dano em três intervalos de tempos distintos para a exposição do tecido ao laser. Concluíram que na otimização do laser de forma constante, os métodos determinísticos apresentaram desempenho inferior aos heurísticos, onde com relação aos casos estudados considerando o laser constante, verificaram que o método Enxame de Partículas apresentou melhor desempenho na otimização do laser, e o perfil mais adequado da função dano correspondeu ao decaimento exponencial. Para o caso em que o laser

apresentava uma forma funcional senoidal, esta forma se mostrou como sendo a mais adequada na manipulação do laser, pois se tornou possível variar a quantidade de energia depositada no tecido ocular.

NG *et al.* (2009) estudaram o comportamento da transferência de calor provocado por queimaduras em regime permanente para um tecido com tripla camada. As três camadas estudadas foram: epiderme, derme e gordura (subcutânea), onde o processo de queimadura foi simulado através de um disco aquecido. Usando o método de elementos de contorno na solução modelo matemático, assim como o método de elementos finitos, uma comparação dos resultados para os diferentes métodos foi realizada. Posteriormente, uma análise de sensibilidade foi conduzida com o objetivo de investigar a influência de variáveis como: condutividade térmica, taxa de perfusão sanguínea, temperatura do disco de aquecimento, coeficiente de transferência de calor por convecção, temperatura ambiente e taxa de evaporação sobre a distribuição de temperatura. Os resultados para a distribuição de temperatura considerando um aquecimento constante mostraram que a temperatura mais baixa ocorria na região inferior da pele, que é a temperatura corporal da pele de 37°C. Na superfície da pele, a temperatura alcançou o valor de 55°C, visto que uma parte do calor provocado pelo disco aquecido foi perdida para o ambiente e na forma de evaporação (suor). Para a distribuição de temperatura em  $r = 0$  m,  $r = 0,003$  m e  $r = 0,0062$  m, uma variação na temperatura foi observada somente em duas camadas, exceto para a epiderme, que é muito fina (0,075mm). Com relação, aos resultados obtidos pelo método de elementos de contorno, estes, apresentaram uma ótima concordância com os resultados obtidos pelo método de elementos finitos. Na análise dos diferentes parâmetros, percebeu-se que com o aumento da condutividade térmica da gordura, uma diminuição significativa de temperatura na interface entre a camada subcutânea (gordura) e a camada de derme ocorria. Segundo os autores, com o aumento da condutividade térmica da gordura, a mesma permitia uma melhor transferência de calor. Para a condutividade térmica da derme, a análise mostrou um aumento de temperatura com o aumento da sua condutividade na região. No entanto os efeitos causados foram menos significativos comparados com os efeitos da condutividade térmica da gordura. A análise dos efeitos da condutividade térmica da epiderme sobre a distribuição de temperatura foram relativamente pequenos comparados aos efeitos da condutividade térmica da gordura. Isto se devia ao fato da fina espessura da região. Analisando somente a região, seus resultados mostraram que a epiderme

sofrerá a maior lesão causada pela fonte de calor, já que o calor incide primeiro nesta região. O efeito da perfusão sanguínea mostrou a importância deste na regulação da temperatura da pele, pois quando um aumento de temperatura é detectado no corpo, os vasos sanguíneos tendem a se expandir, provocando uma maior passagem de sangue e causando uma diminuição de temperatura do mesmo. Para duas situações de aquecimento,  $60^{\circ}\text{C}$  e  $120^{\circ}\text{C}$  provocada pelo disco, a temperatura da pele em  $r = 0$ , não variou muito. No entanto em  $r = 0,0062\text{m}$ , uma variação foi observada, visto que nessa condição próximo da superfície troca calor com ambiente. Os efeitos do coeficiente de convecção na distribuição de temperatura na pele, para situação de convecção natural e forçada, mostraram que em  $r = 0$ , pouco influenciou na distribuição de temperatura. Efeitos significativos foram encontrados em  $r = 0,0062\text{ m}$ , quando a convecção forçada induzida na superfície da pele, apresentou uma redução da temperatura no interior da pele. A temperatura ambiente causou pouca influência, onde mesmo na redução deste, não contribuiu para evitar o risco de dano causado pelo processo de queimadura. Com relação aos efeitos da taxa de evaporação, mesmo com a diminuição ou aumento, nenhum efeito foi observado na distribuição de temperatura. Realizando uma análise estatística pelo método de Taguchi, avaliaram os oito parâmetros, num total de 256 experimentos, onde a maior influência observada com base no valor absoluto dos efeitos avaliados foi para a temperatura do disco.

NICÁCIO (2009) propôs um modelo matemático para descrever a dinâmica do crescimento de neoplasias (tumores) em tecidos planares, onde em seu modelo de células normais e células tumorais disputam nutrientes de reprodução celular, crescimento tumoral e suporte à vida celular. O desenvolvimento das células é representado por uma equação de difusão advectiva, com desvio local para a direção de maior crescimento da concentração de nutrientes de reprodução, e com coeficientes de difusão dependente de nutrientes de suporte. Os nutrientes são modelados por equações de difusão com respectivos termos de consumo. O tecido analisado possuía quatro matrizes sobrepostas: matriz de células normais, células tumorais, nutrientes de suporte à vida celular, nutrientes de crescimento tumoral ou reprodução celular. A solução foi obtida por diferenças finitas, porém para a utilização do método numérico, mais quatro matrizes chamadas de matrizes de trabalho foram incluídas. Cinco casos foram avaliados, o primeiro caso observou o comportamento do equilíbrio homeostático no tecido sadio, ou seja, para o caso de somente a existência de células sadias. Seus resultados mostraram que a concentração de



células normais sofreu um decaimento de 0,03% ao longo da matriz e a partir do vaso capilar. Segundo o autor, isto se devia ao fato de que pelo modelo aplicado, as células que ficavam distantes dos nutrientes apresentavam maior mortalidade e menor crescimento. No segundo caso, uma porção de células tumorais foi utilizada na matriz, de forma a caracterizar um tumor na fase avascular (sem vasos sanguíneos) com evolução em um curto intervalo de tempo. Nesta situação, o tumor consumia uma maior quantidade de nutrientes essenciais de suporte do que as células normais. Observou uma diminuição da concentração de nutrientes nas matrizes 1 e 2, e um crescimento maior de células tumorais na matriz 3 e a morte de células normais no centro da matriz 4. O caso 3 avaliou a situação em que o sistema evoluísse por mais tempo, de forma a se afastar do equilíbrio homeostático. Foi observado uma depressão na superfície que representa as células tumorais, caracterizando a morte destas células e evidenciando a formação de um caroço necrótico. Foi observado também um comportamento advectivo do tumor, aumentando na direção do vaso capilar sanguíneo. No caso 4, um incremento no tempo de evolução do sistema foi considerado, onde nessa situação o autor esperava a diminuição da população de células no interior do tumor devido a falta de nutrientes, onde novamente foi observado o caroço necrótico, assim como uma maior destruição do tecido sadio. Para tempos de evolução do sistema muito grande, o caso 5, considerou que o tumor alcançaria a fase de metástase, caracterizando um comportamento difusivo dos nutrientes e das células tumorais. Como resposta, um comportamento assimétrico circular da massa tumoral e a quebra total da homeostasia do sistema foram observados.

NETO (2010) desenvolveu um modelo matemático que representava o sistema térmico e respiratório humano, onde a partir de condições do ambiente e do nível de atividade física, determinou a distribuição de temperatura e de concentrações de oxigênio e dióxido de carbono ao longo do corpo. A geometria do corpo humano foi baseado no trabalho de FERREIRA e YANAGIHARA (2009), sendo este dividido em quinze partes: cabeça, pescoço, tronco, braços, antebraços, coxas, pernas e pés, onde cada parte era constituído por camadas de tecidos e órgãos (pele, gordura, músculo, osso, cérebro, pulmão, coração e vísceras). As partes analisadas foram consideradas como um cilindro de seção transversal circular ou paralelepípedos (mãos e pés), pois estes apresentavam a facilidade de se trabalhar computacionalmente. Com solução obtida pelo método de Euler e volumes finitos para o conjunto de equações, realizaram inicialmente uma comparação entre os resultados obtidos pelas simulações com resultados da literatura, para situações com variações climáticas, baixas

concentrações de O<sub>2</sub>, altas concentrações de CO<sub>2</sub> e exercício físico. Seus resultados foram divididos em dois casos: regime permanente (respiração em situação normal e variações de temperatura ambiente) e regime transiente (exposição a ambiente frio e quente, falta de O<sub>2</sub> e CO<sub>2</sub> e durante exercício físico). Para regime permanente, considerando respiração normal, ou seja, o indivíduo estava em uma situação próxima do conforto térmico, observou que os resultados estavam dentro da faixa de valores de referência.

**Tabela 2.2** – Valores de referência de respiração comparados com resultados do modelo.

Variável	Referência	Modelo	Unidade
<b>Alveolar</b>			
Pressão parcial de O <sub>2</sub>	96,6 – 104,2	104,7	mmHg
Pressão parcial de CO <sub>2</sub>	38,6 – 40,7	39,0	mmHg
<b>Sangue arterial</b>			
Saturação de O <sub>2</sub>	97	97,7	%
Pressão parcial de O <sub>2</sub>	80 – 100	95,0	mmHg
Pressão parcial de CO <sub>2</sub>	35 – 45	39,3	mmHg
pH	7,38 – 7,44	7,40	
<b>Sangue venoso</b>			
Saturação de O <sub>2</sub>	60 – 85	63,8	%
Pressão parcial de O <sub>2</sub>	29,5 – 48,5	33,6	mmHg
Pressão parcial de CO <sub>2</sub>	46,9 – 54,3	47,2	mmHg
pH	7,32 – 7,40	7,37	

Fonte: NETO (2010).

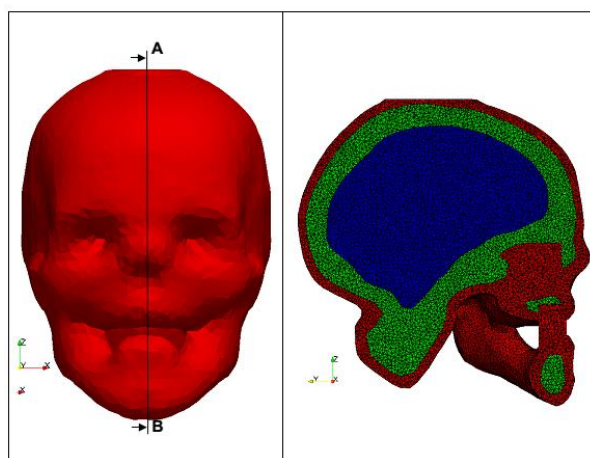
Para variação de temperatura ambiente, os resultados do modelo foram comparados com o trabalho experimental de WERNER e REENTS (1980). Foi observado que a variação da temperatura foi pequena nos órgãos internos e grandes nos membros extremos e na pele. Com relação as pressões parciais de O<sub>2</sub> e CO<sub>2</sub> nos tecidos e sangue, estas diminuía do tronco até as extremidades. Em situações considerando o frio, um aumento de O<sub>2</sub> e produção de CO<sub>2</sub> causada pelo calafrio, resultou na diminuição da pressão P<sub>O<sub>2</sub></sub> e aumento da pressão P<sub>CO<sub>2</sub></sub> nas regiões do músculo do tronco, cabeça e pescoço. Para o regime transiente, considerando a exposição em ambiente frio, a simulação foi comparada com o trabalho experimental de RAVEN e HORVATH (1970) e RAVEN *et al.* (1970), onde foi observado que o resultado teórico para a temperatura retal aumentou, com a exposição ao frio, porém menos que o experimental. No caso da temperatura média, a obtida pelo modelo teórico foi pouco inferior aos resultados experimentais. Avaliando-se o comportamento do corpo humano em um ambiente quente, a simulação foi comparada com o trabalho de STOLWIJK e

diferentes que o experimental, segundo o autor isto ocorreu devido a dois fatores: diferença antropométrica e condições iniciais de atividade física entre simulação e experimento. Para exposição a baixa concentração de O<sub>2</sub>, o modelo foi comparado com a pesquisa de REYNOLDS e MILHORN JR. (1973). Foi observado que a queda de PO<sub>2</sub> alveolar teórica foi semelhante ao experimental para três níveis de hipóxia (baixo teor de oxigênio) e na situação de recuperação após hipóxia, a PO<sub>2</sub> alveolar teórica retornava ao seu valor inicial mais rápido que o experimental. Durante exercício físico, os resultados teóricos para nível leve e moderado de exercício foram próximos ao experimental, porém para exercício pesado o resultado teórico ficou abaixo do experimental.

AGNELLI *et al.* (2011) através do problema inverso desenvolveram uma metodologia para estimar a profundidade e o tamanho de um tumor cancerígeno, assim como a intensidade da geração de calor por metabolismo no tumor usando medidas de temperatura sobre a superfície da pele, através de termografia. Um modelo matemático foi proposto para simular a transferência de calor em duas e três dimensões, onde sua solução foi obtida pelo método de diferenças finitas. Duas soluções diferentes para o problema inverso foram estudadas, a primeira estudava a localização do tumor e a outra a taxa de geração de calor por metabolismo, para com e sem ruídos nas simulações. Estudando o comportamento da solução numérica proposta pelos autores, verificaram que para o problema 2D, considerando as dimensões do domínio em estudo de  $0,09 \times 0,03$  m, tumor com centro de  $(0,045; 0,020)$  e raio de  $0,005$  m, a distribuição de temperatura em todo domínio, começava em  $37^{\circ}\text{C}$  na parte inferior e em seguida diminuía, devido a condição de contorno convectiva na superfície da pele. Para o perfil de temperatura na superfície da pele, foi observado uma diferença de temperatura de quase  $1^{\circ}\text{C}$  entre a região que estava acima do tumor e as regiões que estavam fora dele. Segundo os autores, isto concorda com a ideia de que a presença de um tumor altamente vascularizado pode levar ao aumento de temperatura na superfície da pele. Para o caso tridimensional, com as dimensões de domínio  $0,09 \times 0,09 \times 0,03$  m, local do centro do tumor  $(0,045; 0,045; 0,002)$  e raio  $0,06$  m, o perfil de temperatura na superfície da pele apresentou uma diferença de  $0,5^{\circ}\text{C}$  entre as áreas acima do tumor e áreas acima do tecido saudável. No problema inverso, duas situações foram analisadas, a primeira, consistiu na localização, largura, profundidade e tamanho do tumor. A segunda estava relacionada com a estimativa da intensidade do calor gerado por metabolismo dentro do tumor, a partir de dados conhecidos, como a localização do centro e do raio do tumor. Concluíram

que para 5% e 10% de ruído adicionado aos dados de entrada, as estimativas dos diferentes parâmetros apresentaram uma boa precisão para o caso 2D e 3D.

SILVA (2012) analisou a distribuição de temperatura no cérebro humano, utilizando a equação de PENNES (1948) com solução baseada pelo método dos elementos finitos, com o intuito de avaliar técnicas de resfriamento como forma de tratamento terapêutico em traumatismos em adultos e asfixia perinatal em recém-nascidos. Uma análise comparativa do efeito do resfriamento, levando-se em consideração a influência da variação da taxa de perfusão, geração de calor por metabolismo e parâmetros fisiológicos, tais como, pressão parcial de oxigênio, pressão parcial de gás carbônico, taxa metabólica de consumo de oxigênio e pressão média arterial do sangue no cérebro de adultos e recém-nascidos foram observados. Na construção da geometria do problema, uma discretização usando-se elementos tetraédricos lineares tanto para o cérebro de adultos quanto de recém-nascidos foi utilizada, formando um quarto de esfera dividida em quatro camadas: tecido cerebral (massa cinzenta e massa branca), crânio e escalpo.



**Figura 2.10** – Geometria e malha do crânio obtida por imagem computadorizada. Fonte: SILVA (2012).

Como resultado, avaliou primeiramente a distribuição radial de temperatura para o caso de taxa de perfusão constante, onde uma taxa de  $80 \text{ ml } 100\text{g}^{-1} \text{ min}^{-1}$  para a massa cinzenta e  $20 \text{ ml } 100\text{g}^{-1} \text{ min}^{-1}$  para a massa branca, com condições de contorno de temperatura de  $0^\circ\text{C}$ ,  $10^\circ\text{C}$ ,  $20^\circ\text{C}$  e  $30^\circ\text{C}$  localizado na parte externa da esfera e fluxo nulo na parte interna. Os resultados mostraram que para perfusão constante, o resfriamento no interior do cérebro ficou limitado somente nas camadas superiores, independente da temperatura da superfície. Reduzindo-se a taxa de perfusão para 30 %,

50% e 80%, considerando uma temperatura externa de 0°C, a penetração do resfriamento nos adultos e recém-nascidos foi mais profunda. Para a taxa de geração de calor por metabolismo e taxa de perfusões variáveis, verificou que a distribuição radial de temperatura para taxa de perfusão variável, contribuiu com o aumento da penetração do resfriamento no cérebro, mesmo limitado as camadas superiores tanto em recém-nascidos quanto em adultos.

Analisando os parâmetros fisiológicos, cada um foi analisado de forma separada. Para a pressão média arterial do sangue, a distribuição da temperatura, para o caso de hipotensão moderada, o fluxo de sangue no cérebro reduziu em 14%, acarretando em uma pequena queda de temperatura. Em situações de hipertensão moderada, um acréscimo de fluxo no cérebro de 13% foi observado e reduzindo a penetração do resfriamento. Para a variação da pressão parcial de oxigênio, valores de 25, 50, 100 e 250 mmHg e variação da pressão de gás carbônico, considerando valores de 60 mmHg e 90 mmHg, verificou-se que para valores de 25 mmHg e 50 mmHg, o fluxo de sangue reduz em 68% e 7%, respectivamente, enquanto que para 250 mmHg, um aumento de 10% no fluxo de sangue do cérebro, causou uma variação máxima na penetração do resfriamento de 12 mm para recém-nascidos e 7 mm para adultos. No caso da variação de gás carbônico, um aumento no fluxo de sangue no cérebro de 52% para 60 mmHg e 108% para 90 mmHg, causou uma variação máxima de penetração do resfriamento de 13 mm para recém-nascidos e 5 mm para adultos.

BASTO (2012) analisou teoricamente e experimentalmente a biotransferência de calor na região muscular e na região de interface músculo-osso em um phantom sintético aplicando-se radiação ultrassônica em modo contínuo com intensidades de 0,1 a 2W/cm<sup>2</sup> e frequência acústica de 1MHz e 3MHz. O modelo teórico baseado na equação de PENNES (1948) avaliou o perfil de aquecimento unidimensional e bidimensional. Seus resultados, para o problema unidimensional, destacaram a importância da geração de calor na interface músculo-osso, ângulo de incidência do transdutor e perfusão sanguínea. Para o problema bidimensional, foi desenvolvido experimentalmente um phantom sintético de músculo sem perfusão. Posteriormente, um modelo matemático foi desenvolvido e resolvido a partir da Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT). Seus resultados mostraram que foi possível prever com um erro de cerca de 1°C a temperatura obtida experimentalmente na região ultrassônica do campo distante, e próximo da face do transdutor foi observado flutuações na temperatura devido à complexidade do campo acústico.

### 2.3 – ESTIMATIVA DE PARÂMETROS EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Na análise de problemas inversos de biotransferência de calor, LAMIEN (2015), avaliou teoricamente e experimentalmente o procedimento de hipertermia para o tratamento de câncer contendo nanopartículas com laser na faixa do infravermelho próximo. Na solução do problema inverso de estimativa de estado, diferentes tipos de algoritmos de filtro de partículas foram utilizados, tais como: filtro de Amostragem Por Importância e Reamostragem (SIR), filtro de Amostragem Auxiliar e Reamostragem por Importância (ASIR) e o filtro de LIU & WEST. VARÓN (2015) analisou o tratamento de câncer com nanopartículas por hipertermia induzida por radiofrequência (RF) com solução do problema inverso baseada nos filtros de partículas SIR, ASIR e filtros para estimativa combinada de parâmetros e variáveis de estado em 2D e 3D.

DAS *et al.* (2013) analisaram o problema inverso de estimativa da taxa de perfusão sanguínea e localização de um tumor cancerígeno aplicando-se o método de volumes finitos na equação de Pennes em conjunto com o método de algoritmos genéticos em uma geometria retangular. Os resultados das estimativas de parâmetros individuais apresentaram erros de 1,5%, enquanto que para a estimativa simultânea dos parâmetros o erro ficou em torno de 5,5%.

PARUCH e MAJCHRACK (2007) usando o método dos elementos de contorno e algoritmo evolucionário (EA), estimaram parâmetros térmicos e geométricos em um tumor para casos 2D e 3D. A solução do problema inverso, foi analisada em três casos: estimativa de parâmetros térmicos, identificação de tamanho e localização do tumor e estimativa simultânea de parâmetros.

FONSECA (2012) desenvolveu teoricamente e experimentalmente uma forma para determinar propriedades termofísicas e termos-fonte em macro e microescala em uma placa de resina epóxi. Na aquisição de dados, medidas não intrusivas foram obtidas por termografia por infravermelho. Na análise do termo fonte, duas formas temporais foram avaliadas: constante e um pulso na forma degrau e senóide. Para o aquecimento foram usados: resistência elétrica e laser diodo. O problema inverso foi analisado em função do comportamento temporal do termo fonte, empregando o método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC) para o termo fonte constante no tempo e filtro de Kalman para termo fonte variando com o tempo.

COTTA (2009) analisou teoricamente e experimentalmente o problema inverso de condução de calor em meios heterogêneos na identificação de propriedades termofísicas e condições de contorno. Foi utilizado o recurso de termografia por infravermelho para medidas de temperatura nos experimentos usando-se placas em sanduiche de materiais do tipo baquelite e alumínio aquecidas total ou parcialmente. A solução do problema inverso foi baseado na inferência Bayesiana e no método de Monte Carlo via Cadeia de Markov (MCMC) com o algoritmo de Metropolis-Hastings.

MARTINS (2008) usando técnicas de computação paralela e algoritmos genéticos, propôs a solução de um problema inverso associado à eletrofisiologia cardíaca. O objetivo era estimar valores de condutividade elétrica do tecido cardíaco através de medidas elétricas não invasivas obtidas por eletrocardiograma (ECG).

BAGHBAN e AYANI (2015) analisaram teoricamente em um tecido multicamada, usando um algoritmo sequencial, o problema inverso para estimativa da potência em função do tempo necessária a ser usada no tratamento de câncer por hipertermia. Na análise, foram levadas em consideração a influência dos erros de medição considerando ou não, um desvio padrão de: 0, 0,1 e 0,2. Na estimativa da potência necessária, foram avaliadas duas diferentes funções que representavam um pulso retangular e triangular. Concluíram que os resultados das estimativas estavam de acordo com o pretendido mesmo para os casos com erros na medição.

ZERPA (2012), analisou o problema de inverso de caracterização de propriedades mecânicas, usando um modelo matemático de paredes arteriais baseado na mecânica dos sólidos, de forma a contribuir com o diagnóstico de doenças cardiovasculares como a aterosclerose. O problema direto foi resolvido através do método de elementos finitos e um algoritmo de ponto interior de direções viáveis - FDIPA (Feasible Directions Interior Point Algorithm) foi usado na solução do problema inverso de caracterização.

PACHECO (2014), analisou o problema inverso de estimativa do fluxo de calor com variação espacial e temporal sobre a face de uma placa plana, utilizando medidas de temperatura transiente em uma face oposta à face em que o fluxo de calor era aplicado. A solução inversa foi obtida através do *Filtro de Kalman* em conjunto com o Modelo de Erros de Aproximação (MEA), que permitia o uso do erro cometido para melhorar o resultado das estimativas.

CONCEIÇÃO (2014), analisou a transferência de calor na região cervical frontal ao redor da glândula tireoide com e sem presença de tumor, visando avaliar a viabilidade ou não da identificação da presença ou posicionamento de um tumor pela temperatura da superfície da pele de forma a auxiliar o diagnóstico no tratamento de câncer.

SALAS (2012), analisou teoricamente e experimentalmente o problema inverso de estimativa de parâmetros térmicos, tais como: condutividade térmica do condutor e da alma do cabo, capacidade térmica volumétrica e coeficiente de transferência de calor e a distribuição de temperatura em cabos de alta tensão utilizados nas linhas de transmissão de energia. A solução do problema direto unidimensional não linear transiente foi obtida pelo método de diferenças finitas. Posteriormente o problema inverso, foi resolvido utilizando uma abordagem Bayesiana, através do Método de Monte Carlo com Cadeias de Markov (MCMC), usando medidas experimentais da temperatura interna do cabo de alta tensão durante seu processo de fabricação.

CUEVAS (2015), estimou propriedades físicas em meios heterogêneos para um problema de condução de calor unidimensional transiente, com solução do problema direto pelo método de volumes finitos. A solução do problema inverso, foi baseada através de Inferência Bayesiana, pelo Método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC).

SILVA (2001) analisou o problema inverso de estimativa de propriedades como: capacidade térmica volumétrica, condutividade térmica e calor de ablação de materiais ablativos. A solução do problema direto foi baseada no método de volumes finitos, e seu problema inverso utilizou uma combinação do método de Levenberg-Marquardt e da técnica da estimativa sequencial de parâmetros.



## **CAPÍTULO 3**

### **FUNDAMENTOS DE ULTRASSOM**

Neste capítulo é apresentada uma revisão sobre os fundamentos básicos de ultrassom terapêutico, onde serão abordadas as principais características relacionadas a este tipo de energia e seus efeitos fisiológicos no corpo humano.

#### **3.1 – HISTÓRICO**

A partir do trabalho pioneiro de WOOD e LOOMIS (1927) o ultrassom pôde ser considerado como uma ferramenta terapêutica importante, onde mudanças na estrutura do sistema biológico poderiam ser observadas, e segundo HAAR (2007) a absorção da energia ultrassônica acarretava aquecimento dos tecidos, e desta forma, poderia ser utilizada como intervenção em diversas situações terapêuticas.

O ultrassom inicialmente foi utilizado como sonar para detecção de submarinos, e somente entre 1930 e 1940 foi considerado como um recurso terapêutico. Originalmente foi produzido e descoberto pelo físico francês Langevin em 1917 usando-se um cristal de quartzo submetido a uma corrente de alta frequência. Atualmente são utilizados cristais cerâmicos sintéticos.

O ultrassom terapêutico é o uso da energia ultrassônica, caracterizada pela formação de ondas, a fim de produzir alterações nos tecidos através de seus efeitos mecânicos, químicos e térmicos. Dependendo dos efeitos nos tecidos e da área de aplicação, a terapia por ultrassom pode ter diferentes nomes. De forma geral, o ultrassom terapêutico pode ser separado em duas categorias: baixa intensidade ultrassônica ( $0.125 - 3 \text{ W/cm}^2$ ) e alta intensidade ultrassônica (maior que  $5 \text{ W/cm}^2$ ). As baixas intensidades são usadas na regeneração de tecidos causados por alterações fisiológicas. Por outro lado, altas intensidades são usadas quando se deseja produzir uma completa mudança no tecido.

##### **3.1.1 – Geração do ultrassom**

Basicamente, o ultrassom é gerado por um campo elétrico, onde a energia acústica é obtida através da deformação de um cristal piezoelétrico localizado no cabeçote do

aparelho (transdutor) e as ondas geradas são capazes de se propagar por meio de gases, sólidos e líquidos, apresentando diferentes velocidades. Essa energia é então transmitida a um meio através da vibração das moléculas. Para que ocorra a transmissão da onda ultrassônica pelos tecidos, um meio acoplador é utilizado, onde sua função é de evitar a reflexão existente entre a interface ar/tecido (WILLIAMS, 1987). Atualmente os materiais mais utilizados são géis hidrossolúveis. As figuras 3.1 e 3.2 ilustram exemplos de um cristal piezoelétrico e transdutor ultrassônico.



**Figura 3.1** – Disco cristal piezoelétrico de cerâmica. Fonte: <http://www.penzel.com.br/piezos.asp>.

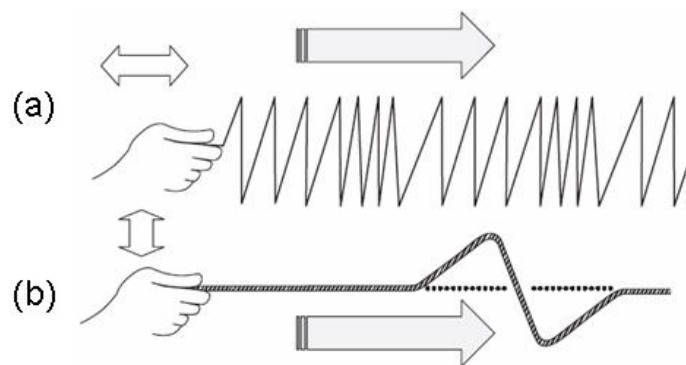


**Figura 3.2** – Transdutor ultrassônico de 1MHz. Fonte: KLD Biosistemas.

### 3.1.2 – Tipos de ondas

As ondas geradas pelo ultrassom apresentam-se sob três formas: longitudinal transversal e estacionária. As ondas longitudinais (compressão) são aquelas onde as

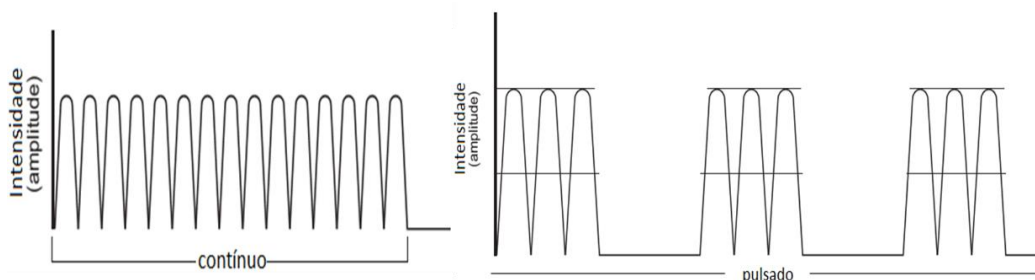
partículas em movimento se deslocam na mesma direção da propagação da onda, podendo apresentar também um efeito compressivo, propagando-se em meios como: sólido, líquido e gases. As transversais (cisalhamento) ocorrem, quando as partículas se movimentam na direção perpendicular à propagação da onda. Outra característica dessas ondas, é que estas sofrem um amortecimento em líquidos e tecidos moles, se propagando somente em meios sólidos (WILIAMS, 1983). As ondas estacionárias são resultantes da onda incidente e refletida no tecido, causando o aparecimento de áreas de alta intensidade em um ponto específico deste, onde segundo HAAR (1987) uma forma de evitar sua formação é através do movimento contínuo do transdutor.



**Figura 3.3** – Divisão das ondas geradas pelo ultrassom com relação à direção de propagação e ao movimento das partículas no meio: (a) ondas longitudinais e (b) ondas transversais. Fonte: AZHARI (2010).

### 3.1.3 – Formas de propagação

Segundo GUIRRO e GUIRRO (2002), dois tipos de propagação podem ser utilizados na aplicação do ultrassom terapêutico: o contínuo e o pulsado. O modo contínuo possui ondas contínuas, sem modulação, causando efeitos térmicos, variações de pressão e micro massagem, ou seja, uma reação causada pelo ultrassom nos tecidos. No modo pulsado, as ondas são caracterizadas por pulsos, ou seja, ocorre uma interrupção na propagação das ondas, caracterizando-se por apresentar efeitos térmicos, alteração na pressão e modulação.



**Figura 3.4** – Formas de propagação de onda: contínuo e pulsado. Fonte: PRENTICE (2009).

### 3.1.4 – Propriedades das ondas ultrassônicas

As propriedades das ondas ultrassônicas são: comprimento, amplitude, período, potência e frequência.

## 3.2 – CARACTERÍSTICAS DO ULTRASSOM

Quando a onda se propaga através de um meio, esta perde suas características originais e sofre influência de fenômenos como:

### 3.2.1 – Atenuação

Conforme a Tabela 3.1, segundo LOW e REED (1994), a perda da energia (intensidade) do feixe de ultrassom nos tecidos é chamada de atenuação, onde os principais mecanismos são: absorção e espalhamento. Na prática fisioterápica as frequências de 1 e 3 MHz são as mais utilizadas, onde quanto maior a frequência aplicada (3MHz), maior será a quantidade de energia a ser absorvida pelo tecido com uma menor penetração tecidual. Por outro lado, quando se utiliza uma frequência menor (1MHz) é observado um efeito tecidual mais profundo.

**Tabela 3.1** – Coeficiente de atenuação do ultrassom em tecidos.  
Fonte: HOSKIN *et al.* (2010).

Tecido	Atenuação (dBcm <sup>-1</sup> MHz <sup>-1</sup> )
Fígado	0.399
Cérebro	0.435
Músculo	0.57
Sangue	0.15

### 3.2.2 – Absorção

Conforme a Tabela 3.2, a absorção ocorre quando as ondas do ultrassom são absorvidas pelos tecidos e transformadas em calor, sendo esta característica bastante dependente do tipo de tecido, impedância acústica, quantidade de proteína, água e gordura, ângulo de incidência, viscosidade do fluido, densidade do tecido e suas interfaces, reflexão, refração, ondas transversais, fluxo sanguíneo e da frequência de ultrassom utilizada, onde altas frequências são mais absorvidas do que em relação a baixas frequências PRENTICE (2009).

**Tabela 3.2** – Coeficientes de absorção para tecidos. Fonte: CAMERON (2003).

Tecido	Coeficiente de absorção (dB/cm)	
	1MHz	3MHz
Sangue	0,028	0,084
Gordura	0,14	0,42
Nervo	0,2	0,6
Músculo (paralelo)	0,28	0,84
Músculo (perpendicular)	0,76	2,28
Vasos sanguíneos	0,4	1,2

### 3.2.3 – Impedância acústica

Conforme a Tabela 3.3, essa propriedade é responsável pela transmissão e reflexão do ultrassom na interface entre os tecidos, sendo esta o produto da densidade do material pela velocidade da onda com que o ultrassom atravessa o meio. Segundo WILLIAMS (1983) quando a onda ultrassônica atravessa de um meio para o outro, parte dela é refletida, retornando ao meio incidente com a mesma velocidade de propagação e

a outra é refratada, porém com uma velocidade de propagação diferente devido às características do meio.

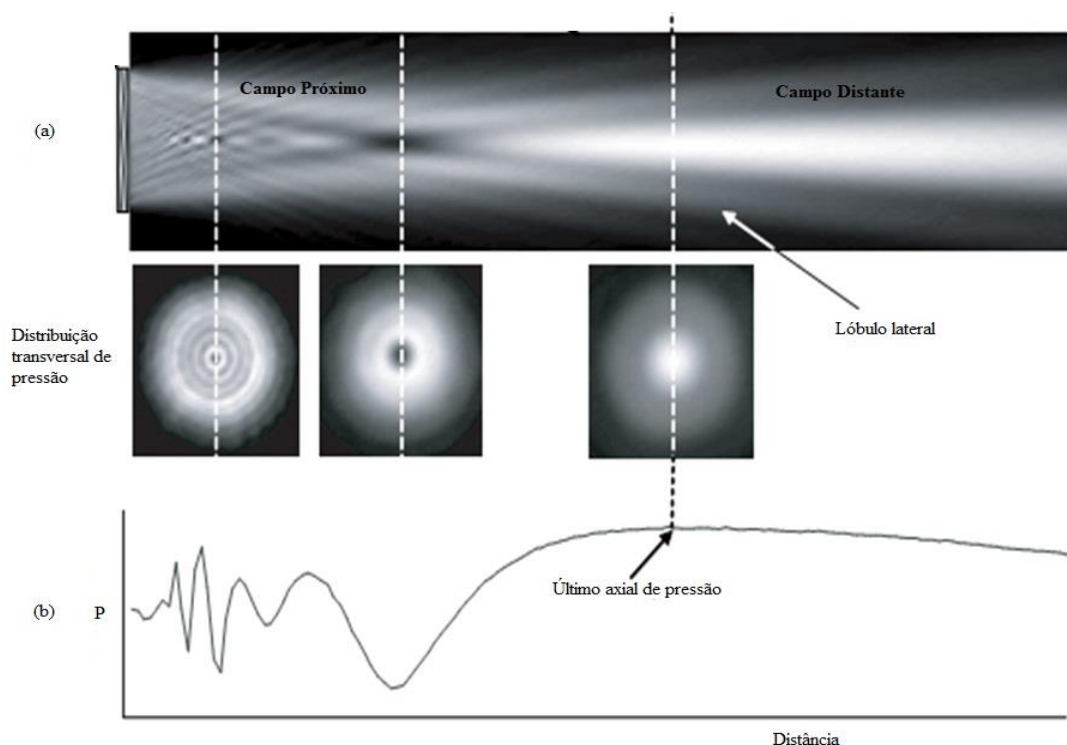
**Tabela 3.3** – Valores de impedância acústica, densidade e velocidade do som. Fonte: AZHARI (2010).

<b>Tecido</b>	<b>Densidade (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>Velocidade da onda (cm/s)</b>	<b>Impedância acústica (kg/(s.m<sup>2</sup>))x10<sup>6</sup></b>
Água	1	1480	1,48
Sangue	1,055	1575	1,66
Gordura	0,95	1450	1,38
Fígado	1,06	1590	1,69
Rim	1,05	1570	1,65
Pele	1,15	1730	1,99

### 3.3 – CAMPO ACÚSTICO

Quando o transdutor de ultrassom emite energia, as ondas ultrassônicas produzidas propagam-se em todas as direções ao redor do meio. A distribuição desta energia mecânica é conhecida como campo acústico, sendo esta caracterizada através do mapeamento da pressão acústica. Nos transdutores de fisioterapia, a forma do campo acústico é teoricamente cilíndrica, por causa da proporção do elemento piezoelétrico, ou seja, o diâmetro é dez vezes maior que o comprimento de onda (WU e NYBROG, 2006). A primeira região do campo acústico é dividida em campo próximo ou zona de Fresnel e a segunda em campo distante ou zona de Fraunhofer. A zona de Fresnel é composta de anéis simétricos de máximos e mínimos de pressões de onda provenientes do eixo central e das bordas do transdutor, apresentando como característica a não uniformidade do feixe e diferentes níveis de intensidade ultrassônica. A zona de Fraunhofer é a região mais afastada da face do transdutor, sendo esta caracterizada por apresentar um campo acústico mais uniforme. Segundo

FISH (1990) o limite entre as duas regiões é conhecido como a região focal do feixe ( $Z_n$ ), sendo esta definida como o último máximo axial de pressão, isto é, a região de maior concentração do feixe ultrassônico.

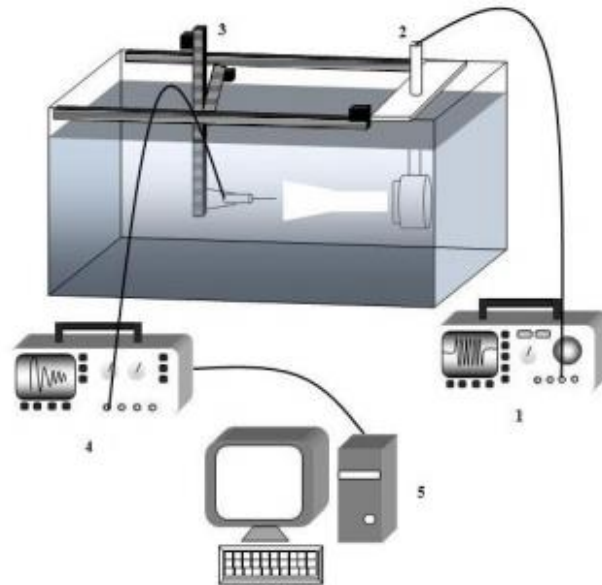


**Figura 3.5** – Distribuição do campo acústico: (a) Campo Próximo e Campo Distante e (b) Limite entre os dois campos representado pela região focal ( $Z_n$ ).  
 Fonte: HOSKIN *et al.* (2010).

### 3.4 – LEVANTAMENTO DO CAMPO ACÚSTICO

No que se refere ao controle de qualidade do campo acústico emitido pelo transdutor ultrassônico, a norma vigente no Brasil responsável pela segurança dos equipamentos é representada pela NBR – IEC 61689 (1998) que contempla ensaios em transdutores circulares, logo é fundamental conhecer a área de radiação efetiva (ERA), pois segundo OMENA (2009) este parâmetro é fundamental na obtenção da intensidade emitida pelo equipamento de ultrassom.

Segundo a norma, esta descreve dois tipos de ensaios: global e de linha (diametral) para o campo acústico. Em ambos os casos é usado um sistema de posicionamento (motores de passo) controlado por computador acoplados em um tanque acústico com água destilada, um hidrofone em movimento e um transdutor parado. Uma característica importante antes de se iniciar o ensaio é que o material tanto do tanque acústico, quanto dos suportes do transdutor e do hidrofone devem ser bons absorvedores de energia, de modo a se obter um mínimo de reverberação.



**Figura 3.6** – Esquema geral para mapeamento do campo acústico: 1 – gerador de sinal, 2 – transdutor, 3 – hidrofone, 4 – osciloscópio, 5 – computador. Fonte: OMENA (2009).

PRESTON (1986) define que um hidrofone é um instrumento elétrico que capta vibrações acústicas emitidas dentro da água e os transforma em sinais elétricos. Este é ligado em um computador que fornece imagens detalhadas do comportamento da intensidade em relação a uma determinada área. No ensaio são utilizados hidrofone tipo agulha (needle).

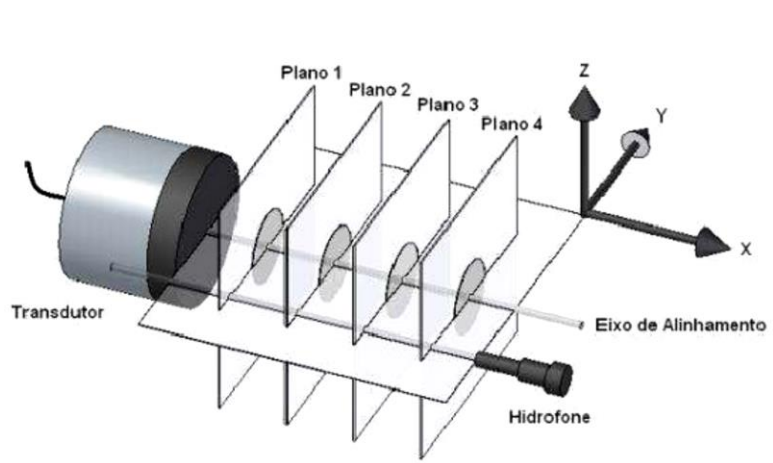


**Figura 3.7** – Hidrofone tipo agulha. Fonte: <http://www.acoustics.co.uk/products/needle>.

Segundo CARRIJO (2008) no método de varredura global, um hidrofone movimenta-se a partir de três motores de passo que operam em três eixos (x,y,z), onde quatro planos paralelos são mapeados pelo hidrofone em uma linha perpendicular a face do transdutor, conhecido como eixo acústico, onde é captado a pressão acústica nos

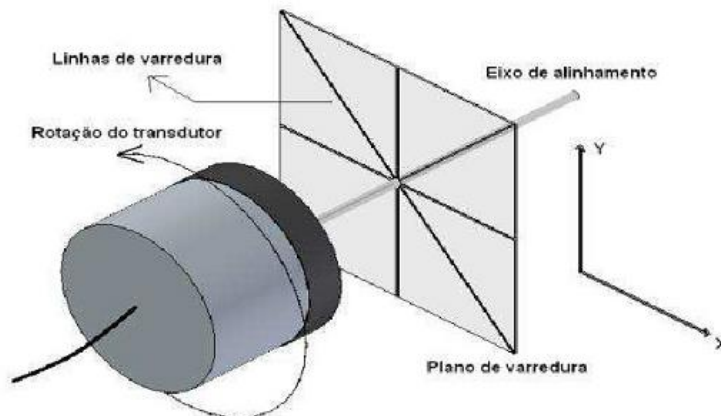


pontos desejados. Neste caso, a varredura deve ser realizada de forma discreta, com passos entre 0,5 mm e 2 mm, com um plano contendo pelo menos 100 pontos.



**Figura 3.8** – Esquema de varredura global. Fonte: CARRIJO (2008).

Para o caso da varredura diametral, esta é obtida através de quatro linhas que se cruzam no eixo de alinhamento, onde essas linhas dividem cada plano em oito áreas iguais que devem conter no mínimo 50 pontos. Esta varredura é realizada também em quatro planos como na varredura global. Uma vantagem desse mapeamento é que este necessita de somente dois eixos para se obter o campo acústico.



**Figura 3.9** – Esquema de varredura diametral. Fonte: CARRIJO (2008).

### 3.5 – PARÂMETROS DOS TRANSDUTORES EM FISIOTERAPIA

Os principais parâmetros considerados na norma com seus principais valores de tolerância e definição são:  $\pm 20\%$  para área de radiação efetiva (ERA), potência de saída e intensidade efetiva para valores  $\leq 3 \text{ W/cm}^2$ ,  $\pm 30\%$  para razão de não uniformidade do feixe (RNF) para valores de  $\text{RNF} \leq 8$  e  $10\%$  para a frequência ultrassônica de trabalho.

### **3.5.1 – Área de radiação efetiva (ERA)**

Segundo GUIRRO e GUIRRO (2002), a ERA é definida pelos pontos nos quais a intensidade é igual ou superior a 5% da intensidade ultrassônica máxima espacial, sendo que a área de radiação efetiva geralmente é menor que a área da face metálica do transdutor, sendo de 4 cm<sup>2</sup> para a maioria dos equipamentos nacionais. Outra observação importante, é que um transdutor com área de acoplamento maior (face metálica) não necessariamente possui uma ERA maior, sendo esta dependente da área da cerâmica geradora do ultrassom e da energia produzida.

### **3.5.2 – Intensidade e Potência**

A intensidade é a quantidade de energia que atravessa por unidade de área na unidade de tempo, sendo W/m<sup>2</sup>. A Organização Mundial de Saúde preconiza para aplicações de fisioterapia, limitar a intensidade para no máximo 3 W/cm<sup>2</sup>. A partir do valor da intensidade, é obtida a potência em Watts, multiplicando-se pela área de radiação efetiva. (GUIRRO e GUIRRO, 2002; HARRIS,1999).

### **3.5.3 – Razão de Não-Uniformidade do Feixe**

Como o campo acústico é não homogêneo, possíveis picos de pressão, conhecidos como “*hot spot*” do transdutor, podem causar um aquecimento excessivo em certas regiões do tecido a ser tratado. Uma forma de mensurar a qualidade do transdutor se dá pela razão de não uniformidade do feixe, ou seja, a razão entre o máximo pico de tensão e média das tensões. De acordo com a norma NBR – IEC 61689 (1998), essa razão de não uniformidade do feixe deve ser menor ou igual a oito (GUIRRO e GUIRRO, 2002).

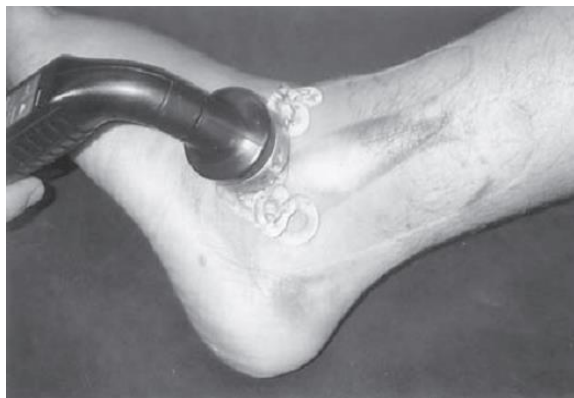
### **3.5.4 – Frequência**

Esse parâmetro está relacionado com que profundidade o feixe ultrassônico pode atingir a região a ser tratada, onde a baixa frequência (1 MHz) é mais efetiva para estruturas localizadas mais profundamente, enquanto que frequências maiores (3 MHz) são utilizadas para o tratamento de tecidos superficiais (GUIRRO E GUIRRO, 2002).

## **3.6 – TÉCNICAS DE APLICAÇÃO**

Na transferência de energia através do ultrassom, são possíveis duas formas de aplicação: contato direto e submerso.

No contato direto, modo mais utilizado, o transdutor é posicionado sobre a região a ser tratada com a utilização do agente de acoplamento, ou seja, gel hidrossolúvel. Neste tipo de aplicação a superfície a ser irradiada não deve possuir muitas irregularidades, de forma a permitir o contato total da superfície metálica do transdutor.



**Figura 3.10** – Aplicação de ultrassom por contato direto. Fonte: PRENTICE (2009).

O modo submerso é utilizado somente quando a superfície é muito irregular, dificultando o contato entre o cabeçote e o tecido. Nessa técnica, a região a ser tratada é imersa em um recipiente contendo água a temperatura ambiente, junto com o transdutor posicionado a certa distância.



**Figura 3.11** – Aplicação de ultrassom por modo submerso. Fonte: PRENTICE (2009).

### **3.7 – MECANISMOS DE INTERAÇÃO**

No organismo, o ultrassom promove diferentes alterações fisiológicas, sendo dividida em duas classes: efeitos térmicos e efeitos mecânicos (não térmicos). Segundo BAKER *et al.* (2001) ambos surgem simultaneamente, porém sua proporção e magnitude dependem do ciclo de fornecimento e da intensidade.

### **3.7.1 – Efeito térmico**

Ocorre devido à absorção da onda ultrassônica pelo tecido, fato que pode elevar a temperatura local. A absorção aumenta exponencialmente com a frequência do ultrassom. Segundo DYSON (1987), para se obter os efeitos terapêuticos por aquecimento, sem que ocorra algum tipo de lesão, a temperatura do tecido deve se manter entre 40°C e 45°C graus durante cinco minutos. Durante esse intervalo de tempo, ocorrem os seguintes efeitos biológicos: aumento da extensibilidade de estruturas colágenas, aumento da síntese proteica e enzimática e acréscimo da circulação sanguínea.

### **3.7.2 – Efeito mecânico (não térmico)**

Três são os possíveis efeitos não térmicos associados ao ultrassom terapêutico: micro agitação, micro fluxo acústico e cavitação.

#### **3.7.2.1 – Micro fluxo acústico**

É resultado da pressão de radiação exercida pela onda ultrassônica quando se desloca através de um meio compressível como uma suspensão de célula ou tecido, onde ao atravessar os tecidos ou suspensões biológicas, o feixe ultrassônico promove movimentos unidirecionais e circulares no fluido biológico. Esses movimentos podem danificar macromoléculas e células, assim como alterar o ritmo de difusão de partículas e a permeabilidade de membranas (DYSON, 1982).

#### **3.7.2.2 – Micro agitação**

Consiste no movimento das partículas pelas membranas das células, provocando assim o aumento da permeabilidade celular (JESUS *et al.*, 2006), isto é, permitir a passagem de substâncias do meio celular para o meio externo ou vice-versa.

#### **3.7.2.3 – Cavitação**

É a formação de cavidades ou bolhas no meio líquido, contendo certa quantidade de gás ou vapor, capazes de provocar um aumento instantâneo de temperatura, pressão e efeitos químicos no meio. Para o caso de células ou macromoléculas em suspensão aquosa, o ultrassom pode causar uma alteração estrutural e/ou funcional (OKUNO *et al.*, 1986). A cavitação pode ser dividida em duas categorias: estável e

instável. A cavitação estável é uma forma pouco violenta, estando associado com a vibração dos corpos gasosos que oscilam geralmente de forma não linear, dentro de um mesmo equilíbrio (LEONG *et al.*, 2011). A forma instável ocorre quando há uma violenta implosão de bolhas, se o pico de intensidade for suficientemente alto, o que pode promover danos teciduais decorrentes das altas temperaturas e pressões geradas pela energia ultrassônica (HAAR e DANIELS, 1981).

## CAPÍTULO 4

### MATERIAIS E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Neste capítulo é apresentado o desenvolvimento do phantom sintético, assim como o aparato experimental desenvolvido e o procedimento utilizado para avaliar os padrões de aquecimento no phantom sintético gerados através de ultrassom terapêutico.

#### 4.1 – PHANTOM SINTÉTICO

Segundo BUNN (2009), para utilização de phantom sintéticos com o objetivo de avaliar a radiação emitida pelo ultrassom, estes devem possuir um comportamento termofísico (calor específico, condutividade térmica e densidade) e acústico (velocidade de propagação e atenuação) semelhantes aos tecidos biológicos, pois estas características produzem aquecimento.

O phantom sintético desenvolvido neste trabalho, teve como base o material conhecido como Plastisol ou PVCP (M-F Manufacturing Co.), sendo este, uma suspensão líquida de PVC (policloreto de vinil).



**Figura 4.1** – Garrafa de Plastisol. Fonte: M-F Manufacturing, USA (2016).

Na preparação do phantom sintético, foi utilizado um béquer contendo 250 ml de PVCP. Posteriormente, o béquer com a solução de PVCP foi colocado dentro de um dessecador conectado a uma bomba de vácuo, com o objetivo de remover bolhas de ar presente na solução de PVCP durante 1 hora e 30 min.



**Figura 4.2** – Remoção de bolhas de ar a vácuo da solução de PVCP.

Após a remoção das bolhas de ar, o béquer contendo a solução de PVCP foi colocado dentro de uma estufa por um período de 1 hora a uma temperatura de 140°C. Posteriormente, a solução de PVCP aquecida, foi derramada dentro de um molde circular de alumínio de 75 mm de diâmetro e 40 mm de diâmetro e resfriada a temperatura ambiente. O molde de alumínio junto com o phantom sintético posteriormente foi encaixado em um tubo de PVC, devido a necessidade do agente de acoplamento.



**Figura 4.3** – Estufa para aquecimento da solução de PVCP.



**Figura 4.4** – Molde do phantom sintético.



**Figura 4.5** – Phantom sintético moldado.

## 4.2 – AGENTE DE ACOPLAMENTO

Para que a energia disponibilizada pelo ultrassom se propague até o phantom sintético, é necessário um meio de acoplamento, na forma de água ou gel condutor. Dessa forma, um gel condutor da marca MERCUR foi utilizado, sendo este armazenado dentro de um tubo de PVC de 150 mm de comprimento.



**Figura 4.6** – Gel condutor.



**Figura 4.7** – Tubo de PVC para armazenamento do gel condutor.

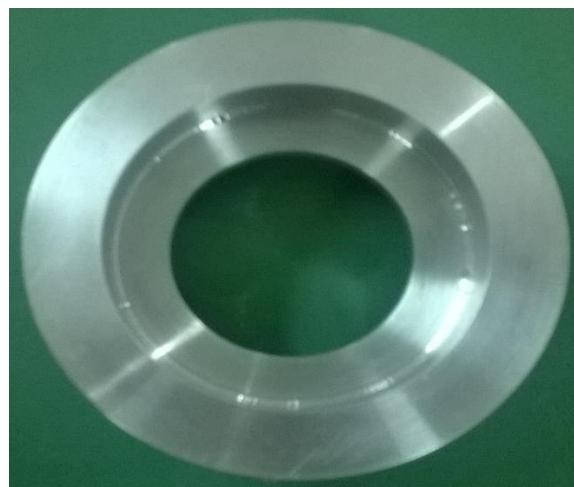
## 4.3 – APARELHO DE ULTRASSOM

A energia usada no aquecimento do phantom sintético, foi obtida através do aparelho de ultrassom terapêutico da marca HTM, modelo Sonic Compact 1 MHz. No presente estudo, o aparelho foi configurado para emitir em modo contínuo intensidades de  $1\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e  $2\text{W}/\text{cm}^2$  durante um intervalo de tempo de 5 minutos (aquecimento). Um encaixe de alumínio foi fabricado para acoplar o transdutor junto ao tubo de PVC (agente de acoplamento) e o phantom sintético. No encaixe de alumínio, foi deixado um espaço vazio que representava a área de radiação efetiva (ERA) do transdutor para emissão da onda ultrassônica.

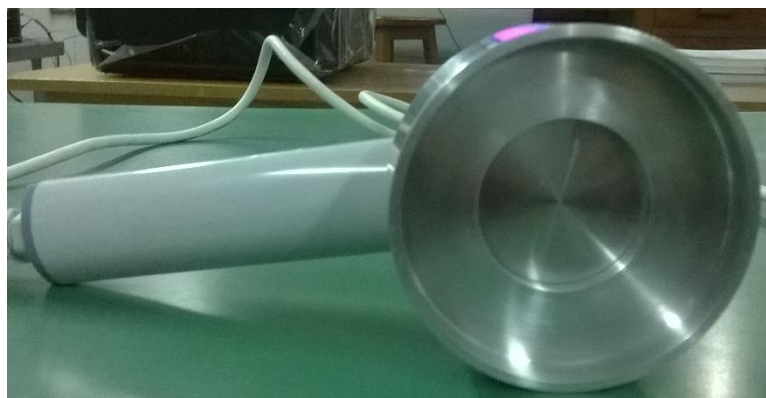




**Figura 4.8** – Aparelho de ultrassom HTM de 1MHz.



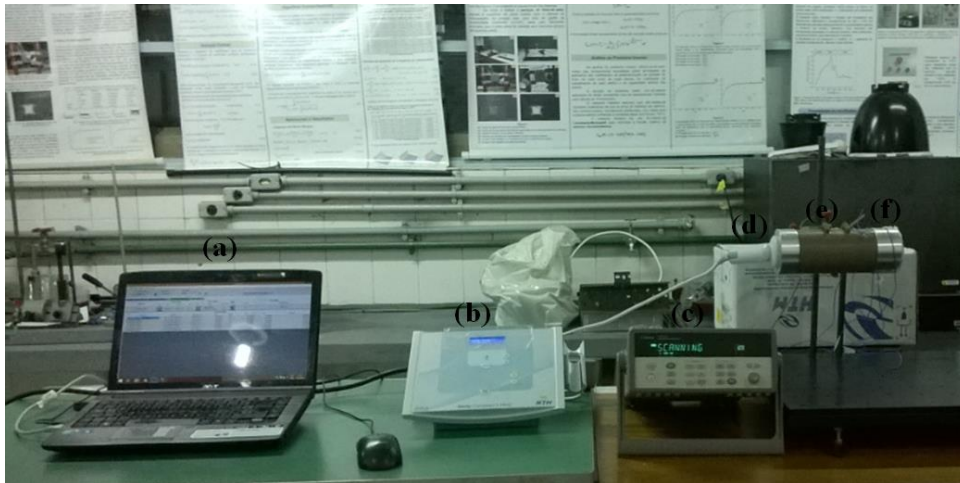
**Figura 4.9** – Encaixe do transdutor de 1MHz.



**Figura 4.10** – Transdutor de 1MHz encaixado.

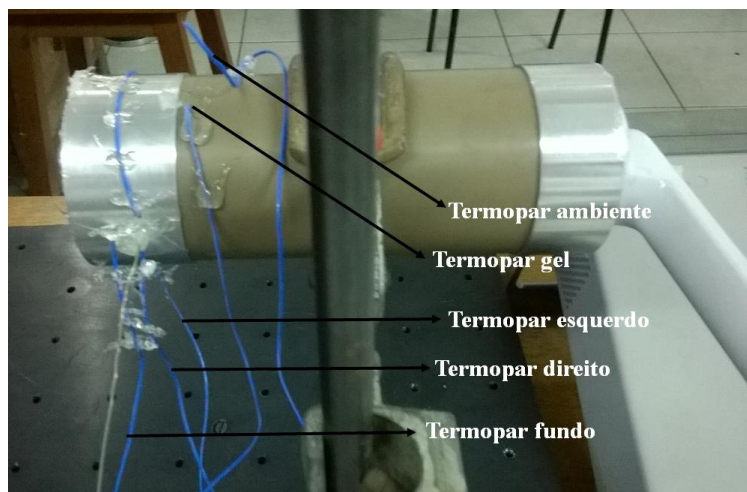
#### 4.4 – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A bancada experimental é apresentada na Figura 4.11, sendo constituída dos seguintes componentes: a) notebook para aquisição e tratamento de dados; b) aparelho de ultrassom (HTM – Sonic Compact 1MHz); c) sistema de aquisição de dados (Agilent 34970-A) para medição de temperatura; d) transdutor de frequência 1MHz; e) tubo de PVC (meio de acoplamento); f) phantom sintético.

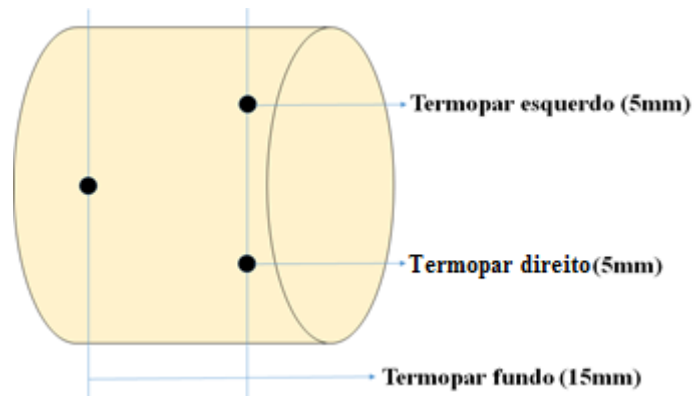


**Figura 4.11** - Bancada experimental para aquecimento do phantom sintético por ultrassom terapêutico.

Na aquisição das temperaturas a partir do sistema Agilent, foram posicionados 5 termopares com o objetivo de medir: a temperatura ambiente, a temperatura do gel condutor dentro do tubo de PVC e as temperaturas na parte direita e esquerda localizados na posição de 5mm e no fundo localizado a 15mm do phantom sintético, conforme a Figura 4.12 e Figura 4.13.



**Figura 4.12** – Termopares usado na aquisição das temperaturas.



**Figura 4.13** – Termopares do phantom sintético.

O procedimento experimental consiste em obter o perfil de temperatura através do aquecimento do phantom sintético a partir de um transdutor ultrassônico de frequência de 1MHz. O tempo de aquecimento do phantom sintético foi programado através do aparelho de ultrassom para um tempo de 5 min (300s), variando-se o valor de intensidades para os casos de:  $1\text{W}/\text{cm}^2$ ;  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e  $2\text{W}/\text{cm}^2$ . Após o aquecimento de 5min (300s), o phantom sintético ficava em repouso (resfriamento) durante um pouco mais de 1 hora. Posteriormente, uma nova rodada do experimento era realizada.

## CAPÍTULO 5

### MODELAGEM MATEMÁTICA E METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático para o processo de biotransferência de calor em tecido sintético aquecido por ultrassom terapêutico em regime transiente, considerando um sistema de coordenadas cilíndricas. Apresenta-se também assim como a metodologia de solução baseada na CITT (Técnica da Transformada Integral Clássica) para o problema em questão.

#### 5.1 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A configuração geométrica do problema a ser analisado é mostrada na Figura 5.1.

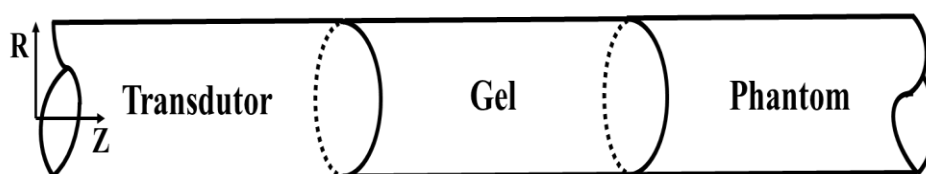


Figura 5.1 – Geometria do problema.

Na definição do modelo matemático considerou-se um sistema de coordenadas cilíndricas, com transferência de calor ocorrendo somente no phantom sintético, submetido a um aquecimento a partir do transdutor de ultrassom, usando-se gel condutor para propagação da onda ultrassônica.

Dessa forma, foram definidas as seguintes hipóteses simplificadoras para o desenvolvimento do modelo matemático, isto é:

- Transferência de calor em regime transiente;
- Propriedades termofísicas constantes;
- Coeficiente de transferência de calor efetivo entre o molde de alumínio do phantom sintético e o meio ambiente e temperatura da camada de gel constante.
- Transferência de calor axissimétrico e campo de temperatura variável nas direções radial e axial;
- Termo fonte de geração de calor apresenta decaimento exponencial.

Portanto, o modelo matemático em coordenadas cilíndricas para o problema de transferência de calor, em sua forma dimensional é apresentado pelas Eqs. (5.1):

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{g''(z,t)}{k}, \quad 0 < r < b, 0 < z < L, t > 0 \quad (5.1.a)$$

As condições de contorno necessárias para a solução da equação diferencial parcial são:

$$T(r, z, 0) = T_a, \quad 0 \leq r \leq b, 0 \leq z \leq L \quad (5.1.b)$$

$$\frac{\partial T(0, z, t)}{\partial r} = 0, \quad t > 0 \quad (5.1.c)$$

$$k \frac{\partial T(b, z, t)}{\partial r} + h_{ef} T(b, z, t) = h_{ef} T_a, \quad t > 0 \quad (5.1.d)$$

$$T(r, 0, t) = T_g, \quad t > 0 \quad (5.1.e)$$

$$k \frac{\partial T(r, L, t)}{\partial z} + h_2 T(r, L, t) = h_2 T_a, \quad t > 0 \quad (5.1.f)$$

sendo,

$$g''(z,t) = 2\beta I_0 e^{-\beta z} f(t); \quad f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq t_5 \\ 0, & t > t_5 \end{cases}; \quad h_{ef} = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{E_{al}}{k_{al}}} \quad (5.1.g-i)$$

A equação (5.1.g), representa o termo fonte de geração de energia ultrassônica que determina a quantidade de energia transferida pelo ultrassom a uma determinada profundidade ( $Z$ ), onde  $I_0$  é a intensidade inicial aplicada,  $\beta$  é a atenuação do phantom e  $f(t)$  representa o período de tempo em que o aparelho de ultrassom emite (**On**) e não emite energia (**Off**).

A equação (5.1.i), representa o coeficiente de transferência de calor por convecção efetivo entre o molde de alumínio do phantom e o meio externo, onde  $h_1$  é o coeficiente de transferência calor por convecção do ar,  $E_{al}$  é a espessura do molde de alumínio e  $k_{al}$  é a condutividade do alumínio.

### 5.1.1 – Grupos adimensionais

Com o objetivo de minimizar o número de parâmetros e simplificar o sistema de Eqs. (5.1.a-h), os seguintes grupos adimensionais foram definidos:

$$\tau = \frac{\alpha t}{b^2}; \quad Z = \frac{z}{L}; \quad R = \frac{r}{b}; \quad \gamma = \frac{L}{b}; \quad \theta(R, Z, \tau) = \frac{T(r, z, t) - T_a}{T_a} \quad (5.2.a-e)$$

$$Bi_1 = \frac{h_{ef} b}{k}; \quad Bi_2 = \frac{h_2 L}{k}; \quad G(Z, \tau) = \frac{b^2 g''(z, t)}{k T_a} = I_o^* e^{-\beta^* Z} F(\tau) \quad (5.2.f-h)$$

$$\theta_g = \frac{T_g - T_a}{T_a}; \quad I_o^* = \frac{2\beta I_o b^2}{k T_a}, \quad \beta^* = \beta L; \quad F(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 < \tau \leq \tau_5 \\ 0, & \tau > \tau_5 \end{cases}; \quad \tau_5 = \frac{\alpha t_5}{b^2} \quad (5.2.i-m)$$

Após a aplicação dos grupos adimensionais, as equações (5.1.a-i) são reescritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + G(Z, \tau), \quad 0 < R < 1, \quad 0 < Z < 1, \quad \tau > 0 \quad (5.3.a)$$

$$\theta(R, Z, 0) = 0, \quad 0 \leq R \leq 1, \quad 0 \leq Z \leq 1 \quad (5.3.b)$$

$$\frac{\partial \theta(0, Z, \tau)}{\partial R} = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.3.c)$$

$$\frac{\partial \theta(1, Z, \tau)}{\partial R} + Bi_1 \theta(1, Z, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.3.d)$$

$$\theta(R, 0, \tau) = \theta_g, \quad \tau > 0 \quad (5.3.e)$$

$$\frac{\partial \theta(R, 1, \tau)}{\partial Z} + Bi_2 \theta(R, 1, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.3.f)$$

## 5.2 – METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE BIOTRANSFERÊNCIA DE CALOR EM TECIDOS SINTÉTICOS

A solução exata para essa equação diferencial parcial será obtida pela CITT (Técnica da Transformada Integral Clássica).

O procedimento inicial de solução se dá através da definição de um filtro devido a condição de contorno, dada pela Eq. (5.3.e), ser não homogênea. Dessa forma, dividimos o campo de temperatura em duas parcelas, isto é:

$$\theta(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau) = \theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z}) + \theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau) \quad (5.4)$$

Aplicando-se o filtro definido pela Eq. (5.4) na Eq. (5.3.a) e nas condições de contorno (5.3.b-f), tem-se a formulação para  $\theta_p$  e  $\theta_F$ :

### 5.2.1 – Formulação para $\theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z})$

$$\frac{1}{\mathbf{R}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} \left( \mathbf{R} \frac{\partial \theta_p}{\partial \mathbf{R}} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial \mathbf{Z}^2} = 0, \quad 0 < \mathbf{R} < 1, \quad 0 < \mathbf{Z} < 1 \quad (5.5.a)$$

$$\frac{\partial \theta_p(0, \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{R}} = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.5.b)$$

$$\frac{\partial \theta_p(1, \mathbf{Z})}{\partial \mathbf{R}} + \text{Bi}_1 \theta_p(1, \mathbf{Z}) = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.5.c)$$

$$\theta_p(\mathbf{R}, 0) = \theta_g, \quad \tau > 0 \quad (5.5.d)$$

$$\frac{\partial \theta_p(\mathbf{R}, 1)}{\partial \mathbf{Z}} + \text{Bi}_2 \theta_p(\mathbf{R}, 1) = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.5.e)$$

### 5.2.2 – Formulação para $\theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau)$

$$\frac{\partial \theta_F}{\partial \tau} = \frac{1}{\mathbf{R}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} \left( \mathbf{R} \frac{\partial \theta_F}{\partial \mathbf{R}} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \theta_F}{\partial \mathbf{Z}^2} + \mathbf{G}(\mathbf{Z}, \tau), \quad 0 < \mathbf{R} < 1, \quad 0 < \mathbf{Z} < 1, \quad \tau > 0 \quad (5.6.a)$$

$$\theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, 0) = -\theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z}), \quad 0 \leq \mathbf{R} \leq 1, \quad 0 \leq \mathbf{Z} \leq 1 \quad (5.6.b)$$

$$\frac{\partial \theta_F(0, \mathbf{Z}, \tau)}{\partial \mathbf{R}} = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.6.c)$$

$$\frac{\partial \theta_F(1, \mathbf{Z}, \tau)}{\partial \mathbf{R}} + \text{Bi}_1 \theta_F(1, \mathbf{Z}, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.6.d)$$

$$\theta_F(\mathbf{R}, 0, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.6.e)$$

$$\frac{\partial \theta_F(\mathbf{R}, 1, \tau)}{\partial Z} + \text{Bi}_2 \theta_F(\mathbf{R}, 1, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (5.6.f)$$

$$G(Z, \tau) = I_0^* e^{-\beta^* Z} F(\tau) \quad (5.6.g)$$

$$F(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 < \tau \leq \tau_5 \\ 0, & \tau > \tau_5 \end{cases} \quad (5.6.h)$$

### 5.2.3 – Solução para $\theta_p(\mathbf{R}, Z)$

O próximo passo é encontrar a solução para o potencial  $\theta_p(\mathbf{R}, Z)$  a partir das Eqs. (5.5.a-e). Dessa forma, a aplicação da CITT requer a determinação do problema de autovalor adequado a solução do potencial  $\theta_p(\mathbf{R}, Z)$ , portanto o seguinte problema de autovalor, com sua respectiva autofunção e autovalores, é determinado a seguir:

#### - Problema Auxiliar:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( R \frac{d\psi_m}{dR} \right) + \mu_m^2 \psi_m = 0 \quad (5.7.a)$$

$$\frac{d\psi_m(0)}{dR} = 0; \quad \frac{d\psi_m(1)}{dR} + \text{Bi}_1 \psi_m(1) = 0 \quad (5.7.b-c)$$

As equações (5.7.a-c) fornecem a seguinte autofunção:

$$\psi_m(R) = J_0(\mu_m R) \quad (5.7.d)$$

em que os autovalores  $\mu_m$ s são calculados da seguinte equação transcendental:

$$-\mu_m J_1(\mu_m) + \text{Bi}_1 J_0(\mu_m) = 0 \quad (5.7.e)$$

A autofunção satisfaz a seguinte propriedade de ortogonalidade:

$$\int_0^1 R \psi_m(R) \psi_n(R) dR = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ N_m, & m=n \end{cases} \quad (5.7.f)$$

A sua integral de normalização é calculada por:

$$N_m = \int_0^1 R \psi_m^2(R) dR = \frac{1}{2} \frac{J_0^2(\mu_m)}{\mu_m^2} (\text{Bi}_1^2 + \mu_m^2) \quad (5.7.g)$$



– **Determinação do Par Transformada-Inversa para  $\theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z})$**

O próximo passo da técnica consiste na proposição do seguinte par transformada-inversa:

$$\bar{\theta}_{p,m}(\mathbf{Z}) = \int_0^1 \mathbf{R} \Psi_m(\mathbf{R}) \theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z}) d\mathbf{R}, \quad \text{transformada} \quad (5.7.h)$$

$$\theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z}) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_m(\mathbf{R})}{N_m} \bar{\theta}_{p,m}(\mathbf{Z}), \quad \text{inversa} \quad (5.7.i)$$

- **Transformação Integral da EDP para  $\theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z})$**

Para o potencial  $\theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z})$  opera-se a Eq. (5.5.a) com o operador  $\int_0^1 \mathbf{R} \Psi_m(\mathbf{R}) d\mathbf{R}$

e as fórmulas de inversão (5.7.h-i) são utilizadas, obtendo-se:

$$\int_0^1 \Psi_m \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} \left( \mathbf{R} \frac{\partial \theta_p}{\partial \mathbf{R}} \right) d\mathbf{R} + \frac{1}{\gamma^2} \int_0^1 \mathbf{R} \Psi_m \frac{\partial^2 \theta_p}{\partial \mathbf{Z}^2} d\mathbf{R} = 0 \quad (5.7.j)$$

$$\frac{1}{\gamma^2} \frac{d^2 \theta_{p,m}}{d\mathbf{Z}^2} - \mu_m^2 \theta_{p,m} = 0 \quad (5.7.k)$$

$$\bar{\theta}_{p,m} \Big|_{\mathbf{R}=0} = \bar{f}_m, \quad \frac{d\bar{\theta}_{p,m}}{d\mathbf{Z}} \Big|_{\mathbf{R}=1} + \text{Bi}_2 \theta_{p,m} \Big|_{\mathbf{R}=1} = 0 \quad (5.7.l-m)$$

$$\bar{f}_m = \theta_g \int_0^1 \mathbf{R} \Psi_m(\mathbf{R}) d\mathbf{R} = \frac{\theta_g \text{Bi}_1 J_0(\mu_m)}{\mu_m^2} \quad (5.7.n)$$

Portanto,

$$\theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z}) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_m}{N_m} \Psi_m(\mathbf{R}) \frac{\left\{ \gamma \mu_m \text{Cosh}[\gamma \mu_m (1 - \mathbf{Z})] + \text{Bi}_2 \text{Senh}[\gamma \mu_m (1 - \mathbf{Z})] \right\}}{\gamma \mu_m \text{Cosh}(\gamma \mu_m) + \text{Bi}_2 \text{Senh}(\gamma \mu_m)} \quad (5.7.o)$$

**5.2.4 – Solução para  $\theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau)$**

Para as Eqs. (5.6.a-h), o seguinte problema de autovalor com sua respectiva autofunção e autovalores é obtido a seguir:

**- Na direção R**

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( R \frac{d\Omega_i}{dR} \right) + \beta_i^2 \Omega_i (R) = 0 \quad (5.8.a)$$

$$\left. \frac{d\Omega_i}{dR} \right|_{R=0} = 0; \quad \left. \frac{d\Omega_i}{dR} \right|_{R=1} + Bi_1 \Omega_i \Big|_{R=1} = 0 \quad (5.8.b-c)$$

As Eqs. (5.8.a-c) fornecem a seguinte autofunção:

$$\Omega_i (R) = J_0 (\beta_i R) \quad (5.8.d)$$

onde os autovalores  $\beta_i$  s são calculados da seguinte equação transcendental:

$$-\beta_i J_1 (\beta_i) + Bi_1 J_0 (\beta_i) = 0 \quad (5.8.e)$$

A autofunção satisfaz a seguinte propriedade de ortogonalidade:

$$\int_0^1 R \Omega_i (R) \Omega_j (R) dR = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ L_i, & i=j \end{cases} \quad (5.8.f)$$

A sua integral de normalização é definida por:

$$L_i = \int_0^1 R \Omega_i^2 (R) dr = \frac{1}{2} \frac{J_0^2 (\beta_i) (Bi_1^2 + \beta_i^2)}{\beta_i^2} \quad (5.8.g)$$

**- Na direção Z**

$$\frac{d^2 \varphi_k}{dZ^2} + \gamma^2 \delta_k^2 \varphi_k (Z) = 0 \quad (5.8.h)$$

$$\varphi_k \Big|_{Z=0} = 0; \quad \left. \frac{d\varphi_k}{dZ} \right|_{Z=1} + Bi_2 \varphi_k \Big|_{Z=1} = 0 \quad (5.8.i-j)$$

As Eqs. (5.8.h-j) fornecem a seguinte autofunção:

$$\varphi_k (Z) = \text{Sen} (\gamma \delta_k Z) \quad (5.8.k)$$

onde os autovalores  $\beta_i$  s são calculados da seguinte equação transcendental:

$$\gamma\delta_k \text{Cotg}(\gamma\delta_k) = -\text{Bi}_2 \quad (5.8.l)$$

A autofunção satisfaz a seguinte propriedade de ortogonalidade:

$$\int_0^1 \varphi_k(Z)\varphi_\ell(Z)dZ = \begin{cases} 0, & k \neq \ell \\ M_k, & k=\ell \end{cases} \quad (5.8.m)$$

A sua integral de normalização é definida por:

$$M_k = \int_0^1 \varphi_k^2(Z)dz = \frac{1}{2} \frac{(\gamma^2\delta_k^2 + \text{Bi}_2) + \text{Bi}_2}{(\text{Bi}_2 + \gamma^2\delta_k^2)} \quad (5.8.n)$$

#### – Determinação do Par Transformada-Inversa para $\theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau)$

O par-transformada inversa é definido como:

$$\tilde{\theta}_{ik}(\tau) = \int_0^1 \int_0^1 R\Omega_i(R)\varphi_k(Z)\theta_F(R, Z, \tau)dRdZ \quad \text{transformada} \quad (5.8.o)$$

$$\theta_F(R, Z, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Omega_i(R)\varphi_k(Z)}{L_i M_k} \tilde{\theta}_{ik}(\tau), \quad \text{inversa} \quad (5.8.p)$$

#### – Transformação Integral da EDP para $\theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau)$

Para o potencial  $\theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau)$  opera-se a equação (5.6.a) com o operador

$$\int_0^1 \int_0^1 R\psi_m(R)\varphi_k(Z)dRdZ, \text{ obtendo-se:}$$

$$\int_0^1 \int_0^1 R\Omega_i(R)\varphi_k(Z)\frac{\partial\theta_F}{\partial\tau}dRdZ = \int_0^1 \int_0^1 \Omega_i(R)\varphi_k(Z)\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial\theta_F}{\partial R}\right)dRdZ$$

$$+ \frac{1}{\gamma^2} \int_0^1 \int_0^1 R\Omega_i(R)\varphi_k(Z)\frac{\partial^2\theta_F}{\partial Z^2}dRdZ + \int_0^1 \int_0^1 R\Omega_i(R)\varphi_k(Z)G(Z, \tau)dRdZ \quad (5.8.q)$$

Após manipulações algébricas, obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d\tilde{\theta}_{ik}}{d\tau} + (\beta_i^2 + \delta_k^2)\tilde{\theta}_{ik}(\tau) = \tilde{g}_{ik}(\tau) \quad (5.8.r)$$

$$\tilde{\theta}_{ik}\Big|_{\tau=0} = \tilde{f}_{ik} \quad (5.8.s)$$

$$\tilde{f}_{ik} = -\frac{\theta_g \text{Bi}_1 \text{J}_0(\beta_i)}{\beta_i^2} \times \frac{\delta_k}{\gamma(\delta_k^2 + \mu_i^2)} \quad (5.8.t)$$

$$\tilde{g}_{ik}(\tau) = \frac{\text{Bi}_1 \text{J}_0(\beta_i)}{\beta_i^2} \times \frac{\text{I}_o^*}{\beta^{*2} + \gamma^2 \delta_k^2} \left[ \gamma \delta_k - e^{-\beta^*} (\beta^* - \text{Bi}_2) \text{Sen}(\gamma \delta_k) \right] \times F(\tau) \quad (5.8.u)$$

$$F(\tau) = \begin{cases} 1, & 0 < \tau \leq \tau_5 \\ 0, & \tau > \tau_5 \end{cases} \quad (5.8.v)$$

Para  $0 < \tau \leq \tau_5$  (período de aquecimento):

$$\tilde{\theta}_{ik}(\tau) = \tilde{f}_{ik} e^{-(\beta_i^2 + \delta_k^2)\tau} + \frac{\tilde{g}_{ik}}{(\beta_i^2 + \delta_k^2)} \left[ 1 - e^{-(\beta_i^2 + \delta_k^2)\tau} \right] \quad (5.8.w)$$

Para  $\tau > \tau_5$  (período de resfriamento):

$$\tilde{\theta}_{ik}(\tau) = \tilde{f}_{ik} e^{-(\beta_i^2 + \delta_k^2)\tau} + \frac{\tilde{g}_{ik}}{(\beta_i^2 + \delta_k^2)} \left[ e^{-(\beta_i^2 + \delta_k^2)(\tau - \tau_5)} - e^{-(\beta_i^2 + \delta_k^2)\tau} \right] \quad (5.8.x)$$

Portanto:

$$\theta_F(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Omega_i(\mathbf{R}) \varphi_k(\mathbf{Z})}{\text{L}_i \text{M}_k} \tilde{\theta}_{ik}(\tau) \quad (5.8.y)$$

Aplicando-se o filtro definido pela equação (5.4), obtém-se a solução geral para o problema de biotransferência de calor, isto é:

$$\theta(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau) = \theta_p(\mathbf{R}, \mathbf{Z}) + \theta_f(\mathbf{R}, \mathbf{Z}, \tau) \quad (5.8.z)$$

## CAPÍTULO 6

### PROBLEMA INVERSO EM TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O presente capítulo apresenta os conceitos fundamentais sobre problemas inversos, assim como uma descrição sobre o método de Levenberg-Marquardt.

#### 6.1 – PROBLEMAS INVERSOS

Com inúmeras aplicações em ciência e engenharia, o problema inverso consiste em uma poderosa ferramenta de análise. Em problemas envolvendo transferência de calor este tipo de análise pode ser utilizado como por exemplo: na determinação de forma (geometria), condição da superfície de contorno (temperatura e fluxo de calor) e propriedades térmicas (condutividade e difusividade) (OZISIK e ORLANDE, 2000; ORLANDE *et al.*, 2011).

Na solução do problema inverso, este pode ser resolvido sob a forma de *estimativa de parâmetros* ou *estimativa de função*. Dessa forma, caso alguma informação relativa ao funcional da variável desconhecida estiver disponível, a análise do problema inverso ocorre através da estimativa de alguns parâmetros. Caso nenhuma informação estiver disponível *a priori* com relação a forma funcional da variável desconhecida, o problema inverso é analisado usando-se técnicas de estimativa de função em um espaço de dimensão infinita (OZISIK e ORLANDE, 2000).

Matematicamente, os problemas inversos são considerados como *mal-postos*, (BECK e ARNOLD, 1977; ALIFANOV, 1994; OZISIK e ORLANDE, 2000). Por outro lado, o problema direto pertence à classe de problemas que são matematicamente *bem-postos*, e de acordo com (HADAMARD, 1923), a solução de um problema *bem-posto* obedece às seguintes premissas: (i) existir; (ii) ser única; (iii) ser estável em relação aos dados de entrada.

Dessa forma, a análise do problema inverso é bastante influenciada pelos efeitos provocados pelos ruídos dos dados de entrada, ou pelas restrições aplicadas aos modelos numéricos. Portanto, uma solução bem-sucedida de um problema inverso é comumente obtida através da reformulação em termos de um problema aproximado bem-posto (OZISIK e ORLANDE, 2000).

## 6.2 – PROBLEMA DE ESTIMATIVA DE PARÂMETROS – MÉTODO DE LEVENBERG-MARQUARDT

O problema de estimação de parâmetros pode ser definido da seguinte forma: *Estimar parâmetros é usar um modelo como referência e variar os parâmetros até que as previsões do modelo passem o mais próximo possível dos dados experimentais respeitando-se as incertezas características da medição* (SCHWAAB e PINTO, 2007).

A estimativa de parâmetros é obtida através da minimização de uma métrica (função objetivo) adequada para o problema, onde são válidas as seguintes hipóteses: os erros das variáveis medidas são aditivos, não-correlacionados, possuem distribuição normal, média zero e desvio padrão constante; somente as variáveis medidas que aparecem na função objetivo contém erros, e não existe informação *a priori* a respeito do valor e da incerteza dos parâmetros (OZISIK e ORLANDE, 2000). Dessa forma, a norma dos mínimos-quadrados representa a função objetivo, sendo definida por:

$$S(P) = \sum_{i=1}^I [Y_i - T_i(P)]^2 \quad (6.1.a)$$

sendo:

S = função objetivo

$P^T \equiv [P_1, P_2, \dots, P_N]$  = vetor dos parâmetros desconhecidos

$T_i(P) \equiv T(P, t_i)$  = temperatura estimada no tempo  $t_i$

$Y_i \equiv Y(t_i)$  = temperatura medida no tempo  $t_i$

N = número total de parâmetros desconhecidos

I = número total de medidas, onde  $I \geq N$ .

Esta função objetivo de mínimos quadrados, é bastante útil e permite a solução de uma série de problemas práticos, porém esta função pode ser considerada limitada, pois admite que as variáveis analisadas pertencem a um mesmo conjunto amostral. Para casos com medidas de desvio-padrão variável, usa-se a chamada função de mínimos-quadrados ponderados, sendo definida por:

$$S(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^I \frac{[\mathbf{Y}_i - \mathbf{T}_i(\mathbf{P})]^2}{\sigma_i^2} \quad (6.1.b)$$

A Eq. (6.1.b) pode ser escrita na forma matricial como:

$$S(\mathbf{P}) = [\mathbf{Y} - \mathbf{T}(\mathbf{P})]^T \mathbf{W} [\mathbf{Y} - \mathbf{T}(\mathbf{P})] \quad (6.1.c)$$

em que,  $\mathbf{W}$  é o inverso da matriz de covariância das medidas. A minimização da Eq. (6.1.c) resulta em estimativas de máxima verossimilhança, supondo que os erros são, não-correlacionados, com distribuição normal, média zero e desvio-padrão constante, a matriz  $\mathbf{W}$  resulta em uma matriz diagonal com elementos dados pelo inverso das covariâncias dos erros (OZISIK e ORLANDE, 2000).

Para minimizar o resíduo da norma de mínimos quadrados ponderados, dado pelas Eqs. (6.1.a,b), faz-se necessário diferenciá-la com relação a cada um dos parâmetros desconhecidos e igualar as expressões a zero, isto é:

$$\frac{\partial S(\mathbf{P})}{\partial P_1} = \frac{\partial S(\mathbf{P})}{\partial P_2} = \dots = \frac{\partial S(\mathbf{P})}{\partial P_N} = 0 \quad (6.1.d)$$

Na forma matricial:

$$\frac{\partial S(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} = 2 \left[ -\frac{\partial \mathbf{T}^T(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} \right] \mathbf{W} [\mathbf{Y} - \mathbf{T}(\mathbf{P})] = 0 \quad (6.1.e)$$

onde

$$\frac{\partial \mathbf{T}^T(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial P_1} \\ \frac{\partial}{\partial P_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial}{\partial P_N} \end{bmatrix} [\bar{\mathbf{T}}_1 \quad \bar{\mathbf{T}}_2 \quad \dots \quad \bar{\mathbf{T}}_I] \quad (6.1.f)$$

e

$$\bar{\mathbf{T}}_i = [\mathbf{T}_{i1}, \mathbf{T}_{i2}, \dots, \mathbf{T}_{iM}] \quad \text{para } i = 1, \dots, I \quad (6.1.g)$$

A Matriz de Sensibilidade ou Matriz Jacobiana é definida com a transposta da Eq. (6.1.f), isto é:

$$\mathbf{J}(\mathbf{P}) = \left[ \frac{\partial \mathbf{T}^T(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} \right]^T \quad (6.1.h)$$

Na forma explícita, a matriz pode ser escrita como:

$$\mathbf{J}(\mathbf{P}) = \left[ \frac{\partial \mathbf{T}^T(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{T}_1^T}{\partial P_1} & \frac{\partial \bar{T}_1^T}{\partial P_2} & \frac{\partial \bar{T}_1^T}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial \bar{T}_1^T}{\partial P_N} \\ \frac{\partial \bar{T}_2^T}{\partial P_1} & \frac{\partial \bar{T}_2^T}{\partial P_2} & \frac{\partial \bar{T}_2^T}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial \bar{T}_2^T}{\partial P_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \bar{T}_I^T}{\partial P_1} & \frac{\partial \bar{T}_I^T}{\partial P_2} & \frac{\partial \bar{T}_I^T}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial \bar{T}_I^T}{\partial P_N} \end{bmatrix} \quad (6.1.i)$$

em que N é o número de parâmetros e I é o número total de medidas no tempo.

Os elementos presentes da matriz de sensibilidade são chamados *Coefficientes de Sensibilidade*, e são definidos como a primeira derivada da variável medida, com relação ao parâmetro desconhecido, isto é:

$$J_{ij} = \frac{\partial T_i}{\partial P_j} \quad (6.1.j)$$

Aplicando a definição da matriz de sensibilidade dada pela Eq. (6.1.h), a Eq. (6.1.e) torna-se:

$$-2\mathbf{J}^T(\mathbf{P})\mathbf{W}[\mathbf{Y} - \mathbf{T}(\mathbf{P})] = 0 \quad (6.1.k)$$

Para problemas inversos não-lineares, a solução da equação (6.2.k) é obtida por um procedimento iterativo, através da linearização do vetor de temperaturas estimadas  $\mathbf{T}(\mathbf{P})$ , aplicando uma expansão em série de Taylor em torno da solução  $\mathbf{P}^k$  na iteração k, logo:

$$\mathbf{T}(\mathbf{P}) = \mathbf{T}(\mathbf{P}^k) + \mathbf{J}(\mathbf{P} - \mathbf{P}^k) \quad (6.1.l)$$



A Eq. (6.1.l) é substituída na Eq. (6.1.k), obtêm-se o seguinte processo iterativo para a estimativa do vetor de parâmetros desconhecidos  $\mathbf{P}$ :

$$\mathbf{P}^{k+1} = \mathbf{P}^k + (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T (\mathbf{Y} - \mathbf{T}(\mathbf{P})) \quad (6.1.m)$$

Este processo iterativo representado pela Eq. (6.1.m) é conhecido como Método de Gauss. Este método é uma aproximação para o método de Newton, ou Newton-Raphson (BECK e ARNOLD, 1977). Um fator importante na implementação do processo iterativo do método de Gauss, é que a matriz  $\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}$  deve ser não-singular, isto é:

$$|\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}| \neq 0 \quad (6.1.n)$$

em que  $|\cdot|$  é o determinante da matriz.

A Eq. (6.1.n) representa a *Condição de Identifiabilidade*, ou seja, se o determinante de  $\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}$  é zero, ou um valor muito pequeno, os parâmetros  $P_j, j=1, \dots, N$  não podem ser estimados, usando-se o método de Gauss dado pela equação (4.1.m).

Problemas que satisfazem  $|\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}| \approx 0$  são chamados de *mal-condicionados*. Essa condição é satisfeita quando os coeficientes de sensibilidade são relativamente pequenos no valor de sua magnitude, ou quando as colunas da matriz de sensibilidade são linearmente dependentes (BECK e ARNOLD, 1977). Dessa forma, é necessária uma análise dos coeficientes de sensibilidade para verificar se todos os parâmetros podem ser estimados de forma simultânea, assim como, a escolha da melhor posição para o sensor e do intervalo de tempo para realizar as medidas experimentais.

De forma geral, a análise dos coeficientes de sensibilidade consiste no chamado projeto ótimo de experimentos, de tal forma que  $|\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}|$  seja maximizado.

O método de Levenberg-Marquardt (MARQUARDT, 1963) tem como objetivo reduzir as dificuldades encontradas em problemas mal condicionados, e seu processo iterativo é expresso por:

$$\mathbf{P}^{k+1} = \mathbf{P}^k + (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} + \mu^k \Omega^k) \mathbf{J}^T \mathbf{W} (\mathbf{Y} - \mathbf{T}(\mathbf{P}^k)) \quad (6.1.o)$$

em que  $\mu^k$  é um escalar positivo e  $\Omega^k$  é uma matriz diagonal.

O termo  $\mu^k \Omega^k$  presente na Eq. (6.1.o) tem como finalidade, reduzir as oscilações na solução devido o problema ser mal condicionado, fazendo com que suas componentes sejam maiores quando comparadas com as componentes de  $\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}$ . O fator  $\mu^k$  assume valores grandes no início do processo iterativo, pois o problema de modo geral é mal condicionado na vizinhança do chute inicial o qual pode estar bem afastado dos parâmetros exatos. Assim que o problema progride e o problema se torna melhor condicionado, o valor de  $\mu^k$  é diminuído gradualmente.

A matriz de variância-covariância dos parâmetros estimados para o caso envolvendo a minimização da Eq. (6.1.b) é definida por (BECK e ARNOLD, 1977) como:

$$\text{cov}(\mathbf{P}) = (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})^{-1} \quad (6.1.p)$$

sendo, por definição:

$$\text{cov}(\mathbf{P}) = \begin{bmatrix} \sigma_{P_1}^2 & \text{cov}(P_1, P_2) & \dots & \text{cov}(P_1, P_N) \\ \text{cov}(P_2, P_1) & \sigma_{P_2}^2 & \dots & \text{cov}(P_2, P_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(P_N, P_1) & \text{cov}(P_N, P_2) & \dots & \sigma_{P_N}^2 \end{bmatrix} \quad (6.1.q)$$

Comparando-se as Eqs. (6.1.p) e (6.1.q), pode-se obter o desvio-padrão  $\sigma_{P_i}$  da diagonal de  $\text{cov}(\mathbf{P})$  para cada um dos parâmetros estimados  $P_i$ ,  $i=1, \dots, N$ . O intervalo de confiança para cada um dos parâmetros estimados é dado, para o nível de confiança de 99% por:

$$P_i \pm 2,57 \sigma_{P_i} \quad (6.1.r)$$

## CAPÍTULO 7

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais, os resultados teóricos obtidos pela CITT, a estimativa de parâmetro para a atenuação do phantom sintético, assim como as comparações entre os resultados teóricos e experimentais.

#### 7.1 – RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Na realização dos experimentos, foram avaliados 3 casos envolvendo diferentes intensidades: Caso 1 - 1W/cm<sup>2</sup>, Caso 2 - 1,5W/cm<sup>2</sup> e Caso 3 - 2W/cm<sup>2</sup>, para obtenção do perfil de temperatura para termopares posicionados a 5mm (termopar direito e esquerdo) e 15mm (termopar no fundo) ao longo do comprimento do phantom sintético.

##### 7.1.1 – Análise de Incertezas

Em qualquer processo que envolva medições, faz-se necessário uma análise quantitativa pelo cálculo das incertezas, que informa a confiabilidade do resultado da medição.

As incertezas podem ser agrupadas em duas categorias: Incerteza do Tipo A e Incerteza do Tipo B. As incertezas do tipo A se baseiam através de métodos estatísticos para avaliar o comportamento de uma série de medições, enquanto que a incerteza do tipo B, dispensam uma análise estatística de uma série de medições, isto é, dependem de fatores como: maturidade, a intuição e o conhecimento que o experimentador possui sobre seus instrumentos e procedimentos de medição (JUNIOR, 2012). Neste trabalho as incertezas foram avaliadas usando-se a do Tipo A.

Para a análise das incertezas do tipo A, foram calculados o desvio padrão expresso pela Eq. (7.1.a).

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^k (X_m - \bar{X})^2}{k-1}} \quad (7.1.a)$$

onde, k é o número de repetições, X<sub>m</sub> é o valor da medição individual e  $\bar{X}$  a média aritmética expresso pela Eq. (7.1.b).

$$\bar{X} = \frac{\sum_{m=1}^k X_m}{k} \quad (7.1.b)$$

A qualidade então da medida pode ser expressa pelo erro-padrão da média, sendo este expresso pela equação (7.1.c).

$$s(\bar{X}) = \frac{s}{\sqrt{k}} \quad (7.1.c)$$

### 7.1.2 – Análise de Repetitividade

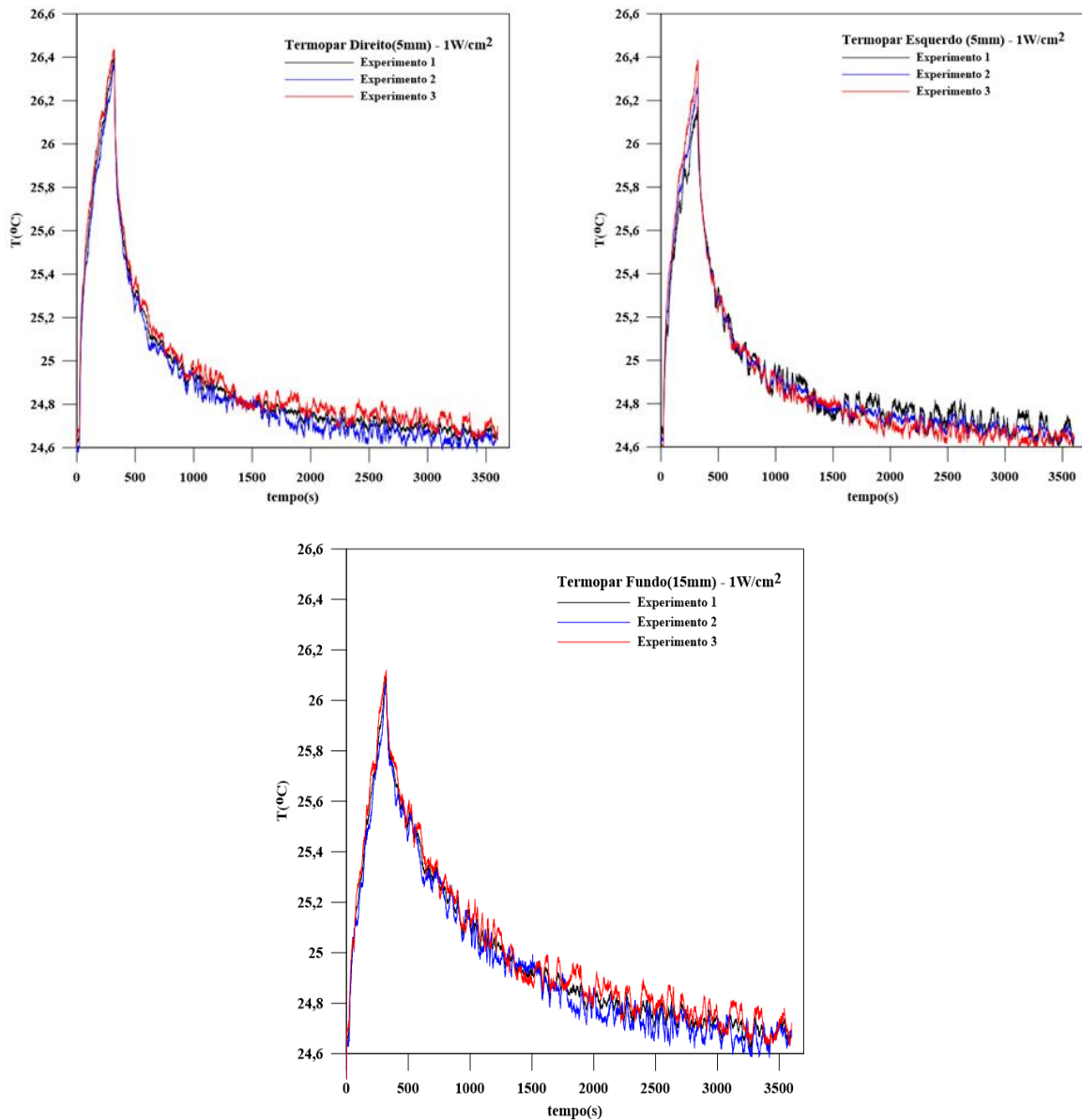
No decorrer do experimento, foi realizada uma análise de repetitividade das medições obtidas, de forma a avaliar a incerteza entre os resultados obtidos experimentalmente. Assim, para cada caso, a repetitividade foi verificada com três experimentos e avaliadas quantitativamente pelo coeficiente de variação expresso pela Eq. (7.1.d) e pelas incertezas experimentais para cada caso.

$$CV = \frac{s}{\bar{X}} \quad (7.1.d)$$

A Figura 7.1 mostra os perfis de temperatura obtidos experimentalmente para o aquecimento do phantom sintético através do ultrassom terapêutico durante 5 min (300s) para o Caso 1 para os termopares direito e esquerdo posicionados a 5mm e o termopar do fundo posicionado a 15mm ao longo do comprimento do phantom.

A Figura 7.2 mostra os perfis de temperatura obtidos experimentalmente para o aquecimento do phantom sintético através do ultrassom terapêutico durante 5 min (300s) para o Caso 2 para os termopares direito e esquerdo posicionados a 5mm e o termopar do fundo posicionado a 15mm ao longo do comprimento do phantom.

A Figura 7.3 mostra os perfis de temperatura obtidos experimentalmente para o aquecimento do phantom sintético através do ultrassom terapêutico durante 5 min (300s) para o Caso 3 para os termopares direito e esquerdo posicionados a 5mm e o termopar do fundo posicionado a 15mm ao longo do comprimento do phantom.

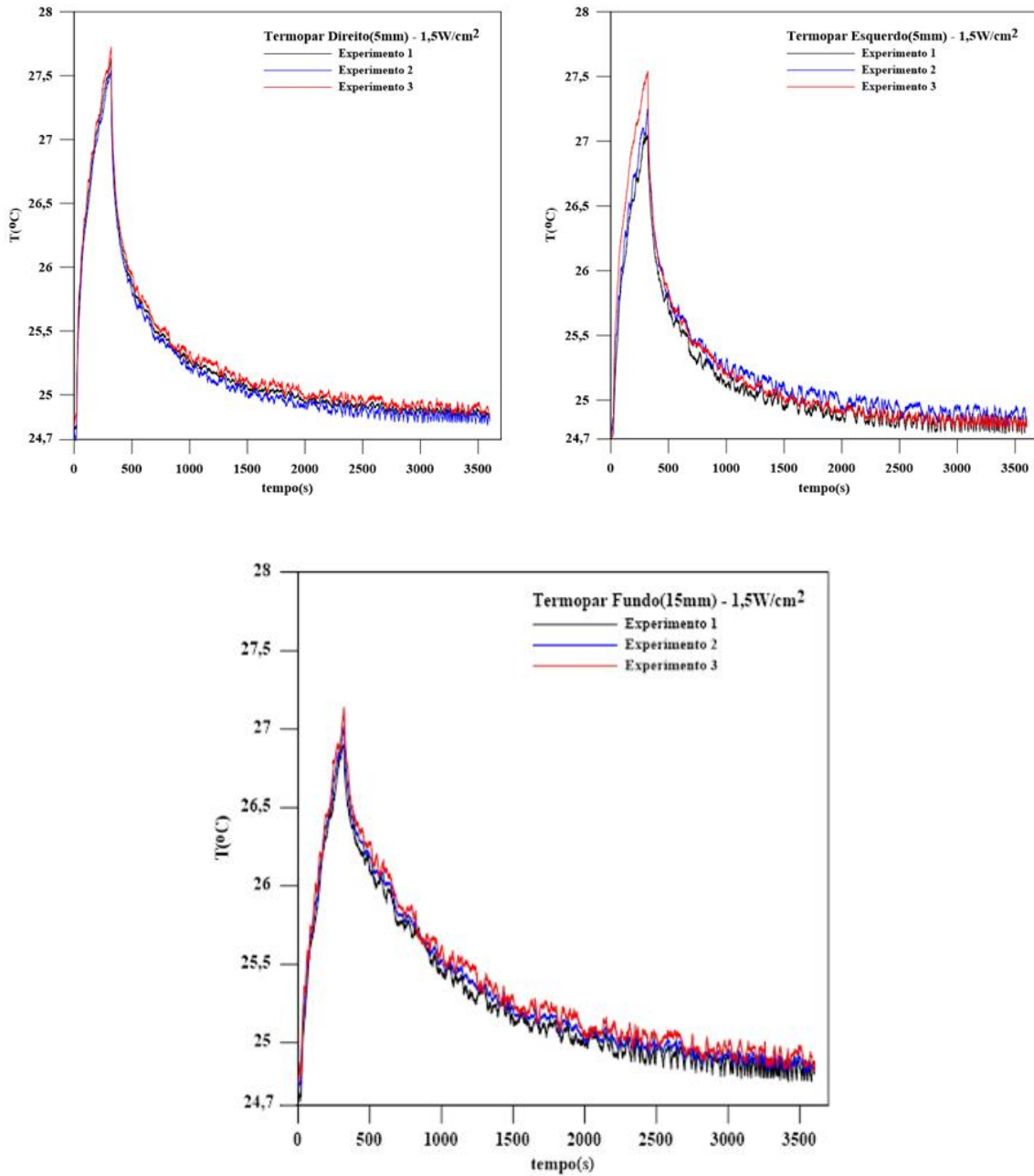


**Figura 7.1** – Perfil de temperatura – Caso 1.

Para o Caso 1, conforme a Tabela 7.1, observou-se que para o tempo de aquecimento de 5min (300s), o valor máximo obtido nos experimentos para temperatura no termopar direito foi de 26,4°C, enquanto que para o termopar esquerdo foi de 26,2°C. A incerteza média para o termopar direito foi de 0,020 e para o termopar esquerdo foi de 0,018, indicando um baixo desvio padrão e uma boa repetitividade dos experimentos. O coeficiente de variação para o termopar direito foi de 0,14%, enquanto que para o termopar esquerdo foi de 0,12%, indicando uma baixa dispersão de dados. Para o termopar do fundo, a temperatura do termopar do fundo foi de 26,1°C, com uma incerteza média de 0,020, indicando uma boa repetitividade dos experimentos, e um coeficiente de variação de 0,14%, o que mostra uma baixa dispersão de dados.

**Tabela 7.1 – Caso 1**

Termopares	Termopar Direito (5mm)	Termopar Esquerdo (5mm)	Termopar Fundo (15mm)
S (Erro Padrão da Média)	0,020	0,018	0,020
CV (Coeficiente de Variação)	0,14 %	0,12 %	0,14 %
$T_{\text{máx}}$	26,4°C	26,2°C	26,1°C
$T_{\text{min}}$	24,6°C	24,6°C	24,5°C

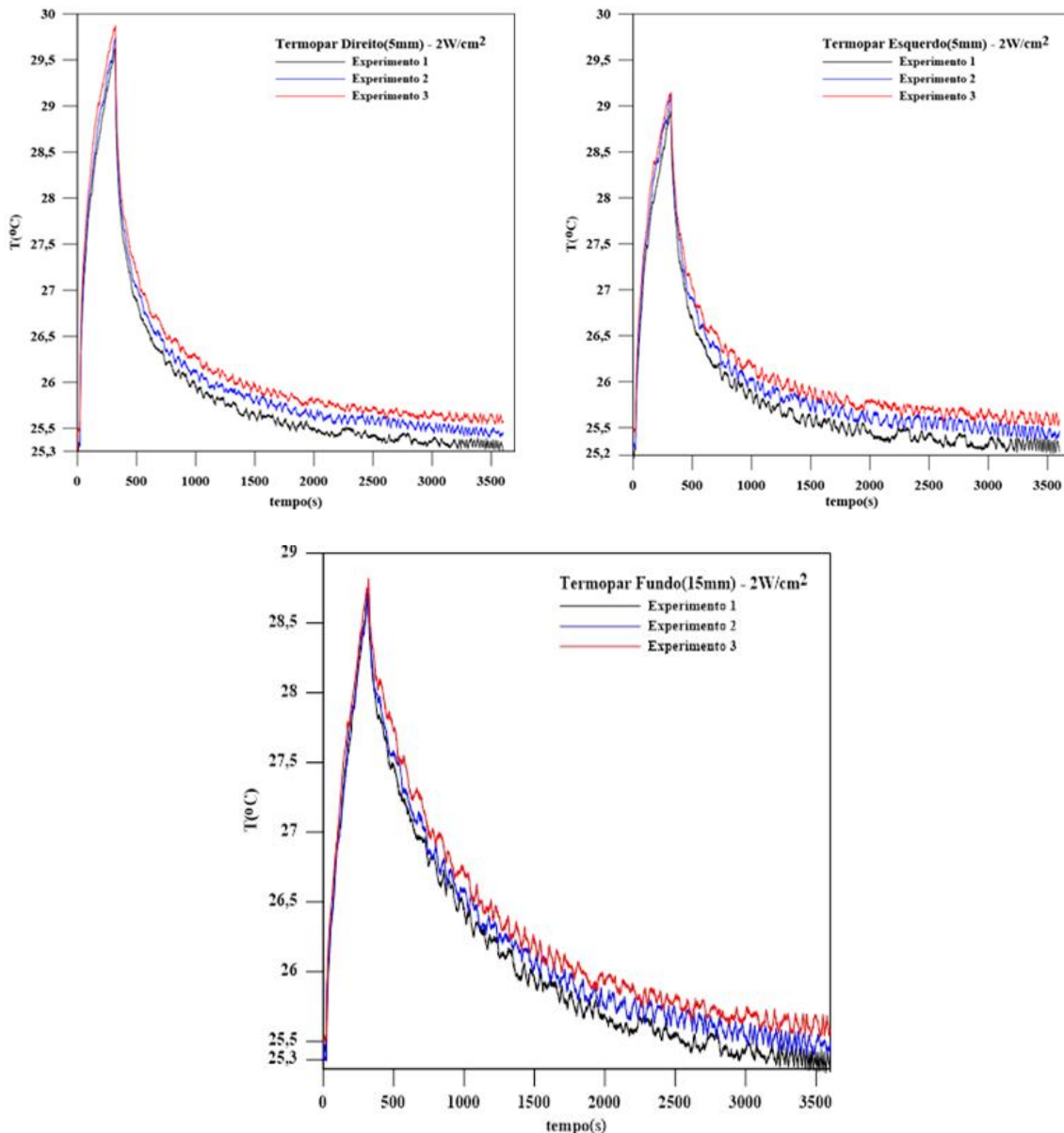


**Figura 7.2 – Perfil de temperatura – Caso 2.**

Para o Caso 2, conforme a Tabela 7.2, observou-se que para o tempo de aquecimento de 5min (300s), o valor máximo obtido nos experimentos para temperatura no termopar direito foi de 27,7°C, enquanto que para o termopar esquerdo foi de 27,3°C. A incerteza média para o termopar direito foi de 0,018 e para o termopar esquerdo foi de 0,039, indicando um baixo desvio padrão e uma boa repetitividade dos experimentos. O coeficiente de variação para o termopar direito foi de 0,18%, enquanto que para o termopar esquerdo foi de 0,26%, indicando uma baixa dispersão de dados. Para o termopar do fundo, a temperatura foi de 27,1°C, com uma incerteza média de 0,028, indicando uma boa repetitividade dos experimentos, e um coeficiente de variação de 0,20%, o que mostra uma baixa dispersão de dados.

**Tabela 7.2 – Caso 2**

<b>Termopares</b>	<b>Termopar Direito (5mm)</b>	<b>Termopar Esquerdo (5mm)</b>	<b>Termopar Fundo (15mm)</b>
<b>S (Erro Padrão da Média)</b>	0,026	0,039	0,028
<b>CV (Coeficiente de Variação)</b>	0,18 %	0,26 %	0,20 %
<b>T<sub>máx</sub></b>	27,7°C	27,3°C	27,1
<b>T<sub>min</sub></b>	24,7°C	24,7°C	24,7°C



**Figura 7.3** – Perfil de temperatura – Caso 3.

Para o Caso 3, conforme a Tabela 7.3, observou-se que para o valor máximo obtido nos experimentos para temperatura no termopar direito foi de 29,8°C, enquanto que para o termopar esquerdo foi de 29,2°C. A incerteza média para o termopar direito foi de 0,085 e para o termopar esquerdo foi de 0,088, indicando um baixo desvio padrão e uma boa repetitividade dos experimentos. O coeficiente de variação para o termopar direito foi de 0,56%, enquanto que para o termopar esquerdo foi de 0,59%, indicando uma baixa dispersão de dados. Para o termopar do fundo, a temperatura foi de 28,8°C, com uma incerteza média de 0,069, indicando uma boa repetitividade dos experimentos, e um coeficiente de variação de 0,46%, o que mostra uma baixa dispersão de dados.



**Tabela 7.3 – Caso 3**

<b>Termopares</b>	<b>Termopar Direito (5mm)</b>	<b>Termopar Esquerdo (5mm)</b>	<b>Termopar Fundo (15mm)</b>
<b>S (Erro Padrão da Média)</b>	0,085	0,088	0,069
<b>CV (Coeficiente de Variação)</b>	0,56 %	0,59 %	0,46 %
<b>T<sub>máx</sub></b>	29,8°C	29,2°C	28,8
<b>T<sub>min</sub></b>	25,3°C	25,3°C	25,4°C

## 7.2 – RESULTADOS TEÓRICOS

Nesta etapa, são avaliados os resultados teóricos obtidos pelo modelo matemático proposto no Capítulo 5. Inicialmente uma análise de convergência foi realizada conforme as Tabelas 7.5 a 7.10, e posteriormente são analisados os perfis de temperatura obtidos teoricamente em conjunto com os resultados experimentais, para os 3 casos de variação de intensidade, isto é, Caso 1 -  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , Caso 2 -  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e Caso 3 -  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm e para o termopar no fundo localizado a 15mm no phantom respectivamente. Para a solução do problema direto, foram utilizados os seguintes dados da Tabela 7.4:

**Tabela 7.4 - Dados de entrada.**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valores</b>
<b>L</b>	0,04 m
<b>b</b>	0,0375 m
<b>k</b>	0,150 W/m.°C
<b><math>\rho</math></b>	1046,83 kg/m <sup>3</sup>
<b>c<sub>p</sub></b>	1780 J/kg.°C
<b><math>\alpha</math></b>	$8,05 \times 10^{-8}$ m <sup>2</sup> /s
<b>T<sub>a</sub></b>	24,6 °C
<b><math>\beta</math></b>	0,9 Neper
<b>I<sub>0</sub></b>	$1\text{W}/\text{cm}^2$ ; $1,5\text{W}/\text{cm}^2$ ; $2\text{W}/\text{cm}^2$
<b>k<sub>al</sub></b>	204 W/m.°C
<b>h<sub>1</sub></b>	5 W/m <sup>2</sup> .°C
<b>h<sub>2</sub></b>	5 W/m <sup>2</sup> .°C
<b>t<sub>s</sub></b>	300s
<b>T<sub>g</sub></b>	24,6 °C

Os valores dos coeficientes de convecção  $h_1$  e  $h_2$  utilizados na simulação foram obtidos de OZISIK (1985).

**Tabela 7.5 – Caso 1**

Termopar Direito e Esquerdo (Z=5mm)									
N-10	N-20	N-30	N-40	N-50	N-60	N-70	N-80	N-90	N-100
24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6
25,0553	25,0393	25,0378	25,0389	25,0387	25,0387	25,0387	25,0387	25,0387	25,0387
25,4375	25,4208	25,4194	25,4205	25,4203	25,4202	25,4202	25,4202	25,4202	25,4202
25,7668	25,7501	25,7487	25,7498	25,7496	25,7496	25,7496	25,7496	25,7496	25,7496
26,059	26,0424	26,0409	26,042	26,0418	26,0418	26,0418	26,0418	26,0418	26,0418
26,3239	26,3072	26,3058	26,3069	26,3067	26,3067	26,3067	26,3067	26,3067	26,3067
26,5677	26,551	26,5496	26,5507	26,5504	26,5504	26,5504	26,5504	26,5504	26,5504
26,3392	26,3386	26,3386	26,3386	26,3386	26,3386	26,3386	26,3386	26,3386	26,3386
26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17	26,17
26,042	26,042	26,042	26,042	26,042	26,042	26,042	26,042	26,042	26,042
25,941	25,941	25,941	25,941	25,941	25,941	25,941	25,941	25,941	25,941
25,8587	25,8587	25,8587	25,8587	25,8587	25,8587	25,8587	25,8587	25,8587	25,8587
25,7899	25,7899	25,7899	25,7899	25,7899	25,7899	25,7899	25,7899	25,7899	25,7899
25,731	25,731	25,731	25,731	25,731	25,731	25,731	25,731	25,731	25,731
25,68	25,68	25,68	25,68	25,68	25,68	25,68	25,68	25,68	25,68
25,6351	25,6351	25,6351	25,6351	25,6351	25,6351	25,6351	25,6351	25,6351	25,6351
25,5951	25,5951	25,5951	25,5951	25,5951	25,5951	25,5951	25,5951	25,5951	25,5951
25,5591	25,5591	25,5591	25,5591	25,5591	25,5591	25,5591	25,5591	25,5591	25,5591
25,5265	25,5265	25,5265	25,5265	25,5265	25,5265	25,5265	25,5265	25,5265	25,5265
25,4967	25,4967	25,4967	25,4967	25,4967	25,4967	25,4967	25,4967	25,4967	25,4967
25,4692	25,4692	25,4692	25,4692	25,4692	25,4692	25,4692	25,4692	25,4692	25,4692
25,4438	25,4438	25,4438	25,4438	25,4438	25,4438	25,4438	25,4438	25,4438	25,4438
25,4201	25,4201	25,4201	25,4201	25,4201	25,4201	25,4201	25,4201	25,4201	25,4201
25,398	25,398	25,398	25,398	25,398	25,398	25,398	25,398	25,398	25,398
25,3771	25,3771	25,3771	25,3771	25,3771	25,3771	25,3771	25,3771	25,3771	25,3771
25,3574	25,3574	25,3574	25,3574	25,3574	25,3574	25,3574	25,3574	25,3574	25,3574
25,3388	25,3388	25,3388	25,3388	25,3388	25,3388	25,3388	25,3388	25,3388	25,3388
25,321	25,321	25,321	25,321	25,321	25,321	25,321	25,321	25,321	25,321
25,3041	25,3041	25,3041	25,3041	25,3041	25,3041	25,3041	25,3041	25,3041	25,3041
25,2879	25,2879	25,2879	25,2879	25,2879	25,2879	25,2879	25,2879	25,2879	25,2879
25,2724	25,2724	25,2724	25,2724	25,2724	25,2724	25,2724	25,2724	25,2724	25,2724
25,2575	25,2575	25,2575	25,2575	25,2575	25,2575	25,2575	25,2575	25,2575	25,2575
25,2432	25,2432	25,2432	25,2432	25,2432	25,2432	25,2432	25,2432	25,2432	25,2432
25,2294	25,2294	25,2294	25,2294	25,2294	25,2294	25,2294	25,2294	25,2294	25,2294
25,216	25,216	25,216	25,216	25,216	25,216	25,216	25,216	25,216	25,216
25,2031	25,2031	25,2031	25,2031	25,2031	25,2031	25,2031	25,2031	25,2031	25,2031
25,1906	25,1906	25,1906	25,1906	25,1906	25,1906	25,1906	25,1906	25,1906	25,1906
25,1785	25,1785	25,1785	25,1785	25,1785	25,1785	25,1785	25,1785	25,1785	25,1785



Para o Caso 1, a Tabela 7.5 mostra a análise de convergência para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm ao longo do comprimento do phantom. Foi observado que com o aumento do número de termos na série, a convergência para os termopares direito e esquerdo é alcançada com 50 termos.

**Tabela 7.6 – Caso 1**

<b>Termopar Fundo (Z=15mm)</b>									
<b>N-10</b>	<b>N-20</b>	<b>N-30</b>	<b>N-40</b>	<b>N-50</b>	<b>N-60</b>	<b>N-70</b>	<b>N-80</b>	<b>N-90</b>	<b>N-100</b>
24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6	24,6
25,0296	25,0375	25,0384	25,0386	25,0387	25,0387	25,0387	25,0387	25,0387	25,0387
25,4678	25,4761	25,477	25,4772	25,4773	25,4773	25,4773	25,4773	25,4773	25,4773
25,9058	25,9142	25,9151	25,9153	25,9154	25,9154	25,9154	25,9154	25,9154	25,9154
26,342	26,3504	26,3513	26,3515	26,3516	26,3516	26,3516	26,3516	26,3516	26,3516
26,7745	26,7829	26,7838	26,784	26,784	26,7841	26,7841	26,7841	26,7841	26,7841
27,2017	27,2101	27,211	27,2112	27,2113	27,2113	27,2113	27,2113	27,2113	27,2113
27,1929	27,1933	27,1933	27,1933	27,1933	27,1933	27,1933	27,1933	27,1933	27,1933
27,1683	27,1683	27,1683	27,1683	27,1683	27,1683	27,1683	27,1683	27,1683	27,1683
27,1363	27,1363	27,1363	27,1363	27,1363	27,1363	27,1363	27,1363	27,1363	27,1363
27,0984	27,0984	27,0984	27,0984	27,0984	27,0984	27,0984	27,0984	27,0984	27,0984
27,0564	27,0564	27,0564	27,0564	27,0564	27,0564	27,0564	27,0564	27,0564	27,0564
27,012	27,012	27,012	27,012	27,012	27,012	27,012	27,012	27,012	27,012
26,9665	26,9665	26,9665	26,9665	26,9665	26,9665	26,9665	26,9665	26,9665	26,9665
26,9207	26,9207	26,9207	26,9207	26,9207	26,9207	26,9207	26,9207	26,9207	26,9207
26,8752	26,8752	26,8752	26,8752	26,8752	26,8752	26,8752	26,8752	26,8752	26,8752
26,8304	26,8304	26,8304	26,8304	26,8304	26,8304	26,8304	26,8304	26,8304	26,8304
26,7865	26,7865	26,7865	26,7865	26,7865	26,7865	26,7865	26,7865	26,7865	26,7865
26,7436	26,7436	26,7436	26,7436	26,7436	26,7436	26,7436	26,7436	26,7436	26,7436
26,7018	26,7018	26,7018	26,7018	26,7018	26,7018	26,7018	26,7018	26,7018	26,7018
26,6611	26,6611	26,6611	26,6611	26,6611	26,6611	26,6611	26,6611	26,6611	26,6611
26,6214	26,6214	26,6214	26,6214	26,6214	26,6214	26,6214	26,6214	26,6214	26,6214
26,5827	26,5827	26,5827	26,5827	26,5827	26,5827	26,5827	26,5827	26,5827	26,5827
26,5451	26,5451	26,5451	26,5451	26,5451	26,5451	26,5451	26,5451	26,5451	26,5451
26,5084	26,5084	26,5084	26,5084	26,5084	26,5084	26,5084	26,5084	26,5084	26,5084
26,4727	26,4727	26,4727	26,4727	26,4727	26,4727	26,4727	26,4727	26,4727	26,4727
26,4378	26,4378	26,4378	26,4378	26,4378	26,4378	26,4378	26,4378	26,4378	26,4378
26,4037	26,4037	26,4037	26,4037	26,4037	26,4037	26,4037	26,4037	26,4037	26,4037
26,3704	26,3704	26,3704	26,3704	26,3704	26,3704	26,3704	26,3704	26,3704	26,3704
26,3379	26,3379	26,3379	26,3379	26,3379	26,3379	26,3379	26,3379	26,3379	26,3379
26,3061	26,3061	26,3061	26,3061	26,3061	26,3061	26,3061	26,3061	26,3061	26,3061
26,275	26,275	26,275	26,275	26,275	26,275	26,275	26,275	26,275	26,275
26,2446	26,2446	26,2446	26,2446	26,2446	26,2446	26,2446	26,2446	26,2446	26,2446
26,2148	26,2148	26,2148	26,2148	26,2148	26,2148	26,2148	26,2148	26,2148	26,2148
26,1856	26,1856	26,1856	26,1856	26,1856	26,1856	26,1856	26,1856	26,1856	26,1856
26,157	26,157	26,157	26,157	26,157	26,157	26,157	26,157	26,157	26,157



Para o Caso 1, a Tabela 7.6 mostra a análise de convergência para o termopar do fundo localizado a 15mm ao longo do comprimento do phantom. Foi observado que com o aumento do número de termos na série, a convergência novamente é alcançada com 50 termos.

**Tabela 7.7 – Caso 2**

<b>Termopar Direito e Esquerdo (Z=5mm)</b>									
<b>N-10</b>	<b>N-20</b>	<b>N-30</b>	<b>N-40</b>	<b>N-50</b>	<b>N-60</b>	<b>N-70</b>	<b>N-80</b>	<b>N-90</b>	<b>N-100</b>
24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7
25,3829	25,3589	25,3567	25,3584	25,3581	25,3581	25,3581	25,3581	25,3581	25,3581
25,9562	25,9312	25,9291	25,9307	25,9304	25,9304	25,9304	25,9304	25,9304	25,9304
26,4502	26,4252	26,423	26,4247	26,4244	26,4244	26,4244	26,4244	26,4244	26,4244
26,8885	26,8635	26,8614	26,863	26,8627	26,8627	26,8627	26,8627	26,8627	26,8627
27,2858	27,2608	27,2587	27,2603	27,2600	27,2600	27,2600	27,2600	27,2600	27,2600
27,6515	27,6265	27,6243	27,626	27,6256	27,6256	27,6256	27,6256	27,6256	27,6256
27,3089	27,3079	27,3079	27,3079	27,3079	27,3079	27,3079	27,3079	27,3079	27,3079
27,0551	27,055	27,055	27,055	27,055	27,055	27,055	27,055	27,055	27,055
26,863	26,863	26,863	26,863	26,863	26,863	26,863	26,863	26,863	26,863
26,7115	26,7115	26,7115	26,7115	26,7115	26,7115	26,7115	26,7115	26,7115	26,7115
26,5881	26,5881	26,5881	26,5881	26,5881	26,5881	26,5881	26,5881	26,5881	26,5881
26,4848	26,4848	26,4848	26,4848	26,4848	26,4848	26,4848	26,4848	26,4848	26,4848
26,3966	26,3966	26,3966	26,3966	26,3966	26,3966	26,3966	26,3966	26,3966	26,3966
26,32	26,32	26,32	26,32	26,32	26,32	26,32	26,32	26,32	26,32
26,2526	26,2526	26,2526	26,2526	26,2526	26,2526	26,2526	26,2526	26,2526	26,2526
26,1926	26,1926	26,1926	26,1926	26,1926	26,1926	26,1926	26,1926	26,1926	26,1926
26,1387	26,1387	26,1387	26,1387	26,1387	26,1387	26,1387	26,1387	26,1387	26,1387
26,0898	26,0898	26,0898	26,0898	26,0898	26,0898	26,0898	26,0898	26,0898	26,0898
26,045	26,045	26,045	26,045	26,045	26,045	26,045	26,045	26,045	26,045
26,0039	26,0039	26,0039	26,0039	26,0039	26,0039	26,0039	26,0039	26,0039	26,0039
25,9657	25,9657	25,9657	25,9657	25,9657	25,9657	25,9657	25,9657	25,9657	25,9657
25,9302	25,9302	25,9302	25,9302	25,9302	25,9302	25,9302	25,9302	25,9302	25,9302
25,897	25,897	25,897	25,897	25,897	25,897	25,897	25,897	25,897	25,897
25,8657	25,8657	25,8657	25,8657	25,8657	25,8657	25,8657	25,8657	25,8657	25,8657
25,8362	25,8362	25,8362	25,8362	25,8362	25,8362	25,8362	25,8362	25,8362	25,8362
25,8082	25,8082	25,8082	25,8082	25,8082	25,8082	25,8082	25,8082	25,8082	25,8082
25,7816	25,7816	25,7816	25,7816	25,7816	25,7816	25,7816	25,7816	25,7816	25,7816
25,7562	25,7562	25,7562	25,7562	25,7562	25,7562	25,7562	25,7562	25,7562	25,7562
25,7319	25,7319	25,7319	25,7319	25,7319	25,7319	25,7319	25,7319	25,7319	25,7319
25,7086	25,7086	25,7086	25,7086	25,7086	25,7086	25,7086	25,7086	25,7086	25,7086
25,6863	25,6863	25,6863	25,6863	25,6863	25,6863	25,6863	25,6863	25,6863	25,6863
25,6648	25,6648	25,6648	25,6648	25,6648	25,6648	25,6648	25,6648	25,6648	25,6648
25,6441	25,6441	25,6441	25,6441	25,6441	25,6441	25,6441	25,6441	25,6441	25,6441
25,624	25,624	25,624	25,624	25,624	25,624	25,624	25,624	25,624	25,624
25,6047	25,6047	25,6047	25,6047	25,6047	25,6047	25,6047	25,6047	25,6047	25,6047



Para o Caso 2, a Tabela 7.7 mostra a análise de convergência para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm ao longo do comprimento do phantom. Foi observado que com o aumento do número de termos na série, a convergência é alcançada com 50 termos.

**Tabela 7.8 – Caso 2**

<b>Termopar Fundo (Z=5mm)</b>									
<b>N-10</b>	<b>N-20</b>	<b>N-30</b>	<b>N-40</b>	<b>N-50</b>	<b>N-60</b>	<b>N-70</b>	<b>N-80</b>	<b>N-90</b>	<b>N-100</b>
24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7	24,7
25,3444	25,3563	25,3575	25,3579	25,3581	25,3581	25,3581	25,358	25,3581	25,3581
26,0017	26,0142	26,0155	26,0158	26,016	26,016	26,016	26,016	26,016	26,016
26,6588	26,6713	26,6726	26,6729	26,6731	26,6731	26,6731	26,6731	26,6731	26,6731
27,3131	27,3256	27,3269	27,3272	27,3274	27,3274	27,3274	27,3274	27,3274	27,3274
27,9618	27,9744	27,9756	27,9759	27,9761	27,9761	27,9761	27,9761	27,9761	27,9761
28,6026	28,6152	28,6164	28,6167	28,6168	28,6169	28,6169	28,6169	28,6169	28,6169
28,5894	28,59	28,59	28,59	28,59	28,59	28,59	28,59	28,59	28,59
28,5525	28,5525	28,5525	28,5525	28,5525	28,5525	28,5525	28,5525	28,5525	28,5525
28,5044	28,5045	28,5045	28,5045	28,5045	28,5045	28,5045	28,5045	28,5045	28,5045
28,4476	28,4476	28,4476	28,4476	28,4476	28,4476	28,4476	28,4476	28,4476	28,4476
28,3846	28,3846	28,3846	28,3846	28,3846	28,3846	28,3846	28,3846	28,3846	28,3846
28,3181	28,3181	28,3181	28,3181	28,3181	28,3181	28,3181	28,3181	28,3181	28,3181
28,2498	28,2498	28,2498	28,2498	28,2498	28,2498	28,2498	28,2498	28,2498	28,2498
28,1811	28,1811	28,1811	28,1811	28,1811	28,1811	28,1811	28,1811	28,1811	28,1811
28,1129	28,1129	28,1129	28,1129	28,1129	28,1129	28,1129	28,1129	28,1129	28,1129
28,0457	28,0457	28,0457	28,0457	28,0457	28,0457	28,0457	28,0457	28,0457	28,0457
27,9798	27,9798	27,9798	27,9798	27,9798	27,9798	27,9798	27,9798	27,9798	27,9798
27,9154	27,9154	27,9154	27,9154	27,9154	27,9154	27,9154	27,9154	27,9154	27,9154
27,8527	27,8527	27,8527	27,8527	27,8527	27,8527	27,8527	27,8527	27,8527	27,8527
27,7916	27,7916	27,7916	27,7916	27,7916	27,7916	27,7916	27,7916	27,7916	27,7916
27,7321	27,7321	27,7321	27,7321	27,7321	27,7321	27,7321	27,7321	27,7321	27,7321
27,6741	27,6741	27,6741	27,6741	27,6741	27,6741	27,6741	27,6741	27,6741	27,6741
27,6177	27,6177	27,6177	27,6177	27,6177	27,6177	27,6177	27,6177	27,6177	27,6177
27,5626	27,5626	27,5626	27,5626	27,5626	27,5626	27,5626	27,5626	27,5626	27,5626
27,509	27,509	27,509	27,509	27,509	27,509	27,509	27,509	27,509	27,509
27,4566	27,4566	27,4566	27,4566	27,4566	27,4566	27,4566	27,4566	27,4566	27,4566
27,4055	27,4055	27,4055	27,4055	27,4055	27,4055	27,4055	27,4055	27,4055	27,4055
27,3556	27,3556	27,3556	27,3556	27,3556	27,3556	27,3556	27,3556	27,3556	27,3556
27,3069	27,3069	27,3069	27,3069	27,3069	27,3069	27,3069	27,3069	27,3069	27,3069
27,2592	27,2592	27,2592	27,2592	27,2592	27,2592	27,2592	27,2592	27,2592	27,2592
27,2125	27,2125	27,2125	27,2125	27,2125	27,2125	27,2125	27,2125	27,2125	27,2125
27,1668	27,1668	27,1668	27,1668	27,1668	27,1668	27,1668	27,1668	27,1668	27,1668
27,1221	27,1221	27,1221	27,1221	27,1221	27,1221	27,1221	27,1221	27,1221	27,1221
27,0784	27,0784	27,0784	27,0784	27,0784	27,0784	27,0784	27,0784	27,0784	27,0784
27,0355	27,0355	27,0355	27,0355	27,0355	27,0355	27,0355	27,0355	27,0355	27,0355





Para o Caso 2, a Tabela 7.8 mostra a análise de convergência para o termopar do fundo localizado a 15mm ao longo do comprimento do phantom. Foi observado que com o aumento do número de termos na série, a convergência é alcançada com 50 termos.

**Tabela 7.9 – Caso 3**

<b>Termopar Direito e Esquerdo (Z=5mm)</b>									
<b>N-10</b>	<b>N-20</b>	<b>N-30</b>	<b>N-40</b>	<b>N-50</b>	<b>N-60</b>	<b>N-70</b>	<b>N-80</b>	<b>N-90</b>	<b>N-100</b>
25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3
26,2106	26,1785	26,1756	26,1778	26,1774	26,1774	26,1774	26,1774	26,1774	26,1774
26,9749	26,9416	26,9388	26,9409	26,9405	26,9405	26,9405	26,9405	26,9405	26,9405
27,6336	27,6003	27,5974	27,5996	27,5991	27,5991	27,5991	27,5991	27,5991	27,5991
28,218	28,1847	28,1818	28,184	28,1836	28,1836	28,1836	28,1836	28,1836	28,1836
28,7478	28,7145	28,7116	28,7138	28,7133	28,7133	28,7133	28,7133	28,7133	28,7133
29,2353	29,202	29,1991	29,2013	29,2008	29,2008	29,2008	29,2008	29,2008	29,2008
28,7785	28,7772	28,7772	28,7772	28,7772	28,7772	28,7772	28,7772	28,7772	28,7772
28,4401	28,44	28,44	28,44	28,44	28,44	28,44	28,44	28,44	28,44
28,184	28,184	28,184	28,184	28,184	28,184	28,184	28,184	28,184	28,184
27,9821	27,9821	27,9821	27,9821	27,9821	27,9821	27,9821	27,9821	27,9821	27,9821
27,8174	27,8174	27,8174	27,8174	27,8174	27,8174	27,8174	27,8174	27,8174	27,8174
27,6797	27,6797	27,6797	27,6797	27,6797	27,6797	27,6797	27,6797	27,6797	27,6797
27,5621	27,5621	27,5621	27,5621	27,5621	27,5621	27,5621	27,5621	27,5621	27,5621
27,46	27,46	27,46	27,46	27,46	27,46	27,46	27,46	27,46	27,46
27,3701	27,3701	27,3701	27,3701	27,3701	27,3701	27,3701	27,3701	27,3701	27,3701
27,2902	27,2902	27,2902	27,2902	27,2902	27,2902	27,2902	27,2902	27,2902	27,2902
27,2183	27,2183	27,2183	27,2183	27,2183	27,2183	27,2183	27,2183	27,2183	27,2183
27,153	27,153	27,153	27,153	27,153	27,153	27,153	27,153	27,153	27,153
27,0934	27,0934	27,0934	27,0934	27,0934	27,0934	27,0934	27,0934	27,0934	27,0934
27,0385	27,0385	27,0385	27,0385	27,0385	27,0385	27,0385	27,0385	27,0385	27,0385
26,9876	26,9876	26,9876	26,9876	26,9876	26,9876	26,9876	26,9876	26,9876	26,9876
26,9403	26,9403	26,9403	26,9403	26,9403	26,9403	26,9403	26,9403	26,9403	26,9403
26,8959	26,8959	26,8959	26,8959	26,8959	26,8959	26,8959	26,8959	26,8959	26,8959
26,8542	26,8542	26,8542	26,8542	26,8542	26,8542	26,8542	26,8542	26,8542	26,8542
26,8149	26,8149	26,8149	26,8149	26,8149	26,8149	26,8149	26,8149	26,8149	26,8149
26,7776	26,7776	26,7776	26,7776	26,7776	26,7776	26,7776	26,7776	26,7776	26,7776
26,7421	26,7421	26,7421	26,7421	26,7421	26,7421	26,7421	26,7421	26,7421	26,7421
26,7082	26,7082	26,7082	26,7082	26,7082	26,7082	26,7082	26,7082	26,7082	26,7082
26,6759	26,6759	26,6759	26,6759	26,6759	26,6759	26,6759	26,6759	26,6759	26,6759
26,6449	26,6449	26,6449	26,6449	26,6449	26,6449	26,6449	26,6449	26,6449	26,6449
26,6151	26,6151	26,6151	26,6151	26,6151	26,6151	26,6151	26,6151	26,6151	26,6151
26,5864	26,5864	26,5864	26,5864	26,5864	26,5864	26,5864	26,5864	26,5864	26,5864
26,5587	26,5587	26,5587	26,5587	26,5587	26,5587	26,5587	26,5587	26,5587	26,5587
26,532	26,532	26,532	26,532	26,532	26,532	26,532	26,532	26,532	26,532
26,5062	26,5062	26,5062	26,5062	26,5062	26,5062	26,5062	26,5062	26,5062	26,5062
26,4812	26,4812	26,4812	26,4812	26,4812	26,4812	26,4812	26,4812	26,4812	26,4812



Para o Caso 3, a Tabela 7.9 mostra a análise de convergência para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm ao longo do comprimento do phantom. Foi observado que com o aumento do número de termos na série, a convergência é alcançada com 50 termos.

**Tabela 7.10 – Caso 3**

<b>Termopar Fundo (Z=15mm)</b>									
<b>N-10</b>	<b>N-20</b>	<b>N-30</b>	<b>N-40</b>	<b>N-50</b>	<b>N-60</b>	<b>N-70</b>	<b>N-80</b>	<b>N-90</b>	<b>N-100</b>
25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3
26,1592	26,1751	26,1767	26,1771	26,1774	26,1774	26,1774	26,1774	26,1774	26,1774
27,0355	27,0523	27,0539	27,0543	27,0546	27,0546	27,0546	27,0546	27,0546	27,0546
27,9117	27,9284	27,9301	27,9305	27,9308	27,9308	27,9308	27,9308	27,9308	27,9308
28,7841	28,8008	28,8025	28,8029	28,8032	28,8032	28,8032	28,8032	28,8032	28,8032
29,6491	29,6658	29,6675	29,6679	29,6682	29,6682	29,6682	29,6682	29,6682	29,6682
30,5035	30,5202	30,5219	30,5223	30,5226	30,5226	30,5226	30,5226	30,5226	30,5226
30,4858	30,4867	30,4867	30,4867	30,4867	30,4867	30,4867	30,4867	30,4867	30,4867
30,4367	30,4367	30,4367	30,4367	30,4367	30,4367	30,4367	30,4367	30,4367	30,4367
30,3726	30,3726	30,3726	30,3726	30,3726	30,3726	30,3726	30,3726	30,3726	30,3726
30,2968	30,2968	30,2968	30,2968	30,2968	30,2968	30,2968	30,2968	30,2968	30,2968
30,2128	30,2128	30,2128	30,2128	30,2128	30,2128	30,2128	30,2128	30,2128	30,2128
30,1241	30,1241	30,1241	30,1241	30,1241	30,1241	30,1241	30,1241	30,1241	30,1241
30,033	30,033	30,033	30,033	30,033	30,033	30,033	30,033	30,033	30,033
29,9415	29,9415	29,9415	29,9415	29,9415	29,9415	29,9415	29,9415	29,9415	29,9415
29,8505	29,8505	29,8505	29,8505	29,8505	29,8505	29,8505	29,8505	29,8505	29,8505
29,7609	29,7609	29,7609	29,7609	29,7609	29,7609	29,7609	29,7609	29,7609	29,7609
29,6731	29,6731	29,6731	29,6731	29,6731	29,6731	29,6731	29,6731	29,6731	29,6731
29,5873	29,5873	29,5873	29,5873	29,5873	29,5873	29,5873	29,5873	29,5873	29,5873
29,5036	29,5036	29,5036	29,5036	29,5036	29,5036	29,5036	29,5036	29,5036	29,5036
29,4221	29,4221	29,4221	29,4221	29,4221	29,4221	29,4221	29,4221	29,4221	29,4221
29,3428	29,3428	29,3428	29,3428	29,3428	29,3428	29,3428	29,3428	29,3428	29,3428
29,2655	29,2655	29,2655	29,2655	29,2655	29,2655	29,2655	29,2655	29,2655	29,2655
29,1902	29,1902	29,1902	29,1902	29,1902	29,1902	29,1902	29,1902	29,1902	29,1902
29,1168	29,1168	29,1168	29,1168	29,1168	29,1168	29,1168	29,1168	29,1168	29,1168
29,0453	29,0453	29,0453	29,0453	29,0453	29,0453	29,0453	29,0453	29,0453	29,0453
28,9755	28,9755	28,9755	28,9755	28,9755	28,9755	28,9755	28,9755	28,9755	28,9755
28,9074	28,9074	28,9074	28,9074	28,9074	28,9074	28,9074	28,9074	28,9074	28,9074
28,8408	28,8408	28,8408	28,8408	28,8408	28,8408	28,8408	28,8408	28,8408	28,8408
28,7758	28,7758	28,7758	28,7758	28,7758	28,7758	28,7758	28,7758	28,7758	28,7758
28,7122	28,7122	28,7122	28,7122	28,7122	28,7122	28,7122	28,7122	28,7122	28,7122
28,65	28,65	28,65	28,65	28,65	28,65	28,65	28,65	28,65	28,65
28,5891	28,5891	28,5891	28,5891	28,5891	28,5891	28,5891	28,5891	28,5891	28,5891
28,5295	28,5295	28,5295	28,5295	28,5295	28,5295	28,5295	28,5295	28,5295	28,5295
28,4711	28,4711	28,4711	28,4711	28,4711	28,4711	28,4711	28,4711	28,4711	28,4711
28,4139	28,4139	28,4139	28,4139	28,4139	28,4139	28,4139	28,4139	28,4139	28,4139

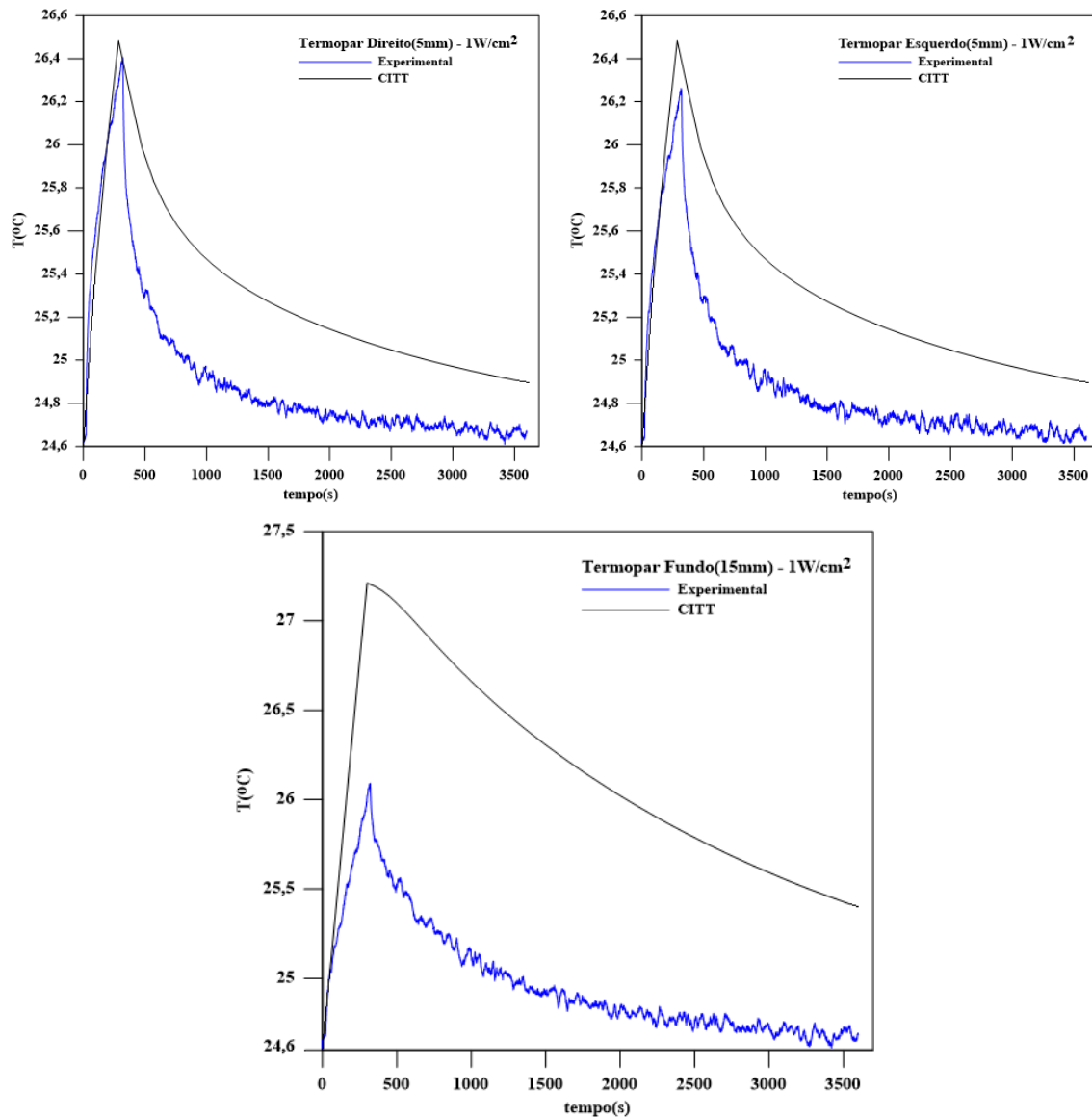


Para o Caso 3, a Tabela 7.10 mostra a análise de convergência para o termopar do fundo localizado a 15mm ao longo do comprimento do phantom. Foi observado que com o aumento do número de termos na série, a convergência é alcançada com 50 termos.

### **7.2.1 – Comparação resultados teóricos e experimentais**

Após a análise de convergência da solução do problema direto, os resultados obtidos teoricamente, considerando 100 termos, foram comparados com a solução obtida experimentalmente para os 3 Casos envolvendo as diferentes intensidades, isto é: Caso 1 -  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , Caso 2 -  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e Caso 3 -  $2\text{W}/\text{cm}^2$  para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm e termopar do fundo localizado a 15mm no phantom sintético.

A Figura 7.4 mostra a comparação entres os resultados teóricos e experimentais para o Caso 1, para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm e termopar fundo localizado a 15mm no phantom sintético.



**Figura 7.4** – Comparação resultado teórico e experimental Caso 1.

Conforme os gráficos da Figura 7.4 e a Tabela 7.11, o comportamento do perfil de temperatura obtido pela CITT para o Caso 1, apresentou um perfil semelhante para a etapa de aquecimento e resfriamento obtidas experimentalmente. Para o termopar direito e esquerdo, o valor máximo de temperatura pela CITT ficou em torno de  $26,5^{\circ}\text{C}$ , enquanto que o valor experimental foi de aproximadamente  $26,4^{\circ}\text{C}$  para o termopar direito e  $26,3^{\circ}\text{C}$  para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo foi observado que a solução teórica apresentou um valor máximo de temperatura de  $27,2^{\circ}\text{C}$ , enquanto que a solução experimental apresentou um valor máximo para a temperatura de  $26,1^{\circ}\text{C}$ . Foi observado que para a curva de aquecimento a solução teórica apresentou uma boa concordância em relação aos valores experimentais obtidos, com uma diferença de  $0,1^{\circ}\text{C}$  para o termopar direito e  $0,2^{\circ}\text{C}$  para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo, a curva de

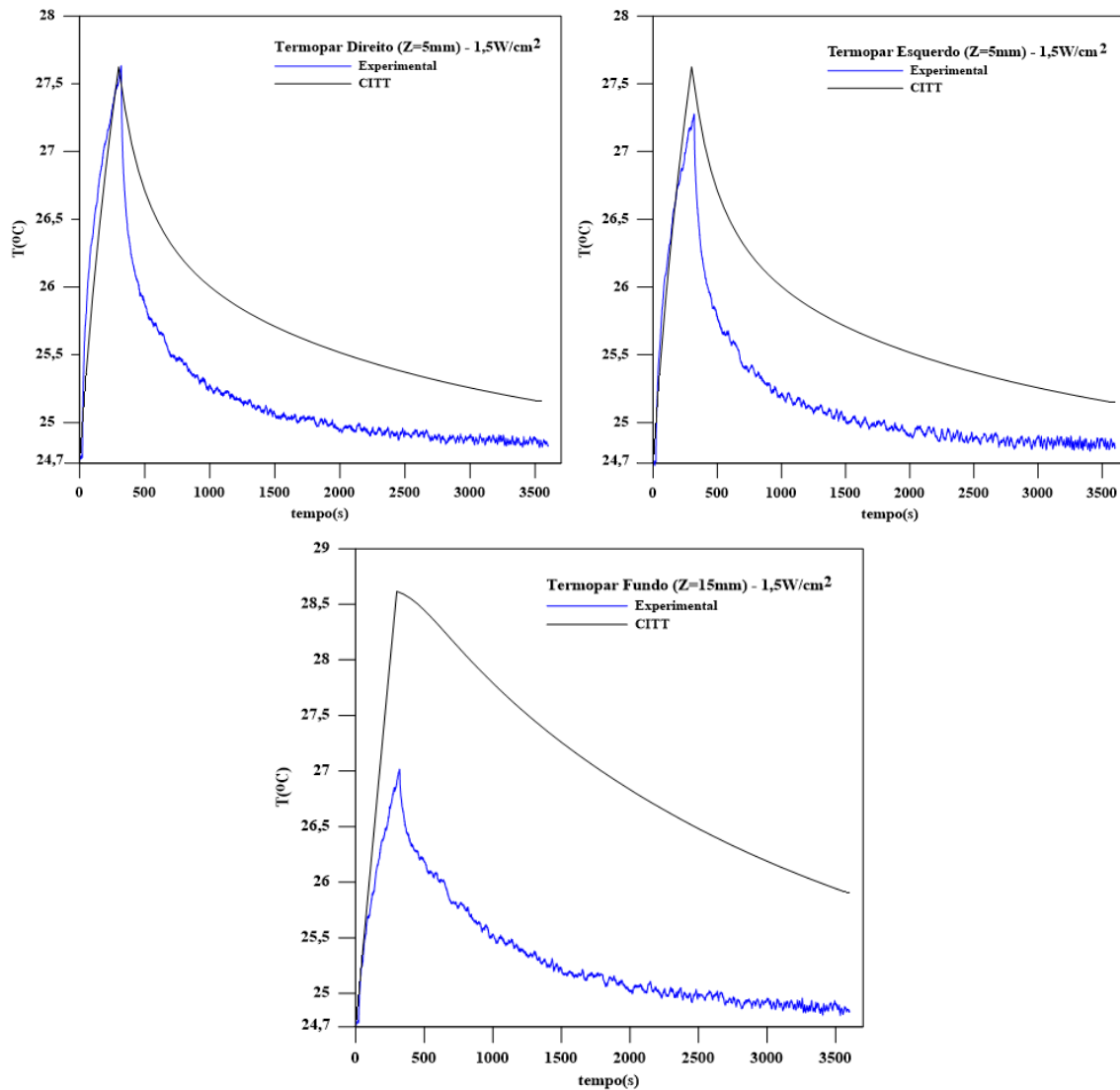
aquecimento teórica apresentou uma diferença de 1,1°C em relação ao resultado experimental. Com relação a curva de resfriamento, isto é quando o transdutor se encontra desligado, foi observado que para os 3 termopares, a solução teórica obtida pela CITT apresenta comportamento semelhante a solução experimental, porém a sua curva de resfriamento é menos acentuada em relação a curva experimental para tempos acima de 300s. Essa diferença entre a curva de aquecimento e resfriamento, pode estar relacionada ao fato de que uma quantidade maior de calor estar se dissipando por convecção no contorno em  $Z=0,04m$  associada ao coeficiente de transferência de calor efetivo entre o molde de alumínio e o phantom definido no modelo matemático, assim como a não uniformidade do campo acústico ultrassônico, representado pela ERA (área de radiação efetiva) que teoricamente é cilíndrico, dessa forma diferentes quantidades de energia podem incidir sobre os termopares.

**Tabela 7.11 – Caso 1**

<b>Termopares</b>	<b>Termopar Direito (5mm)</b>	<b>Termopar Esquerdo (5mm)</b>	<b>Termopar Fundo (15mm)</b>
<b>Experimental</b>	26,4°C	26,2°C	26,1°C
<b>CITT</b>	26,5°C	26,5°C	27,2°C

A Figura 7.5 mostra a comparação entre os resultados teóricos e experimentais para o Caso 2, para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm e termopar fundo localizado a 15mm no phantom.





**Figura 7.5** – Comparação resultado teórico e experimental Caso 2.

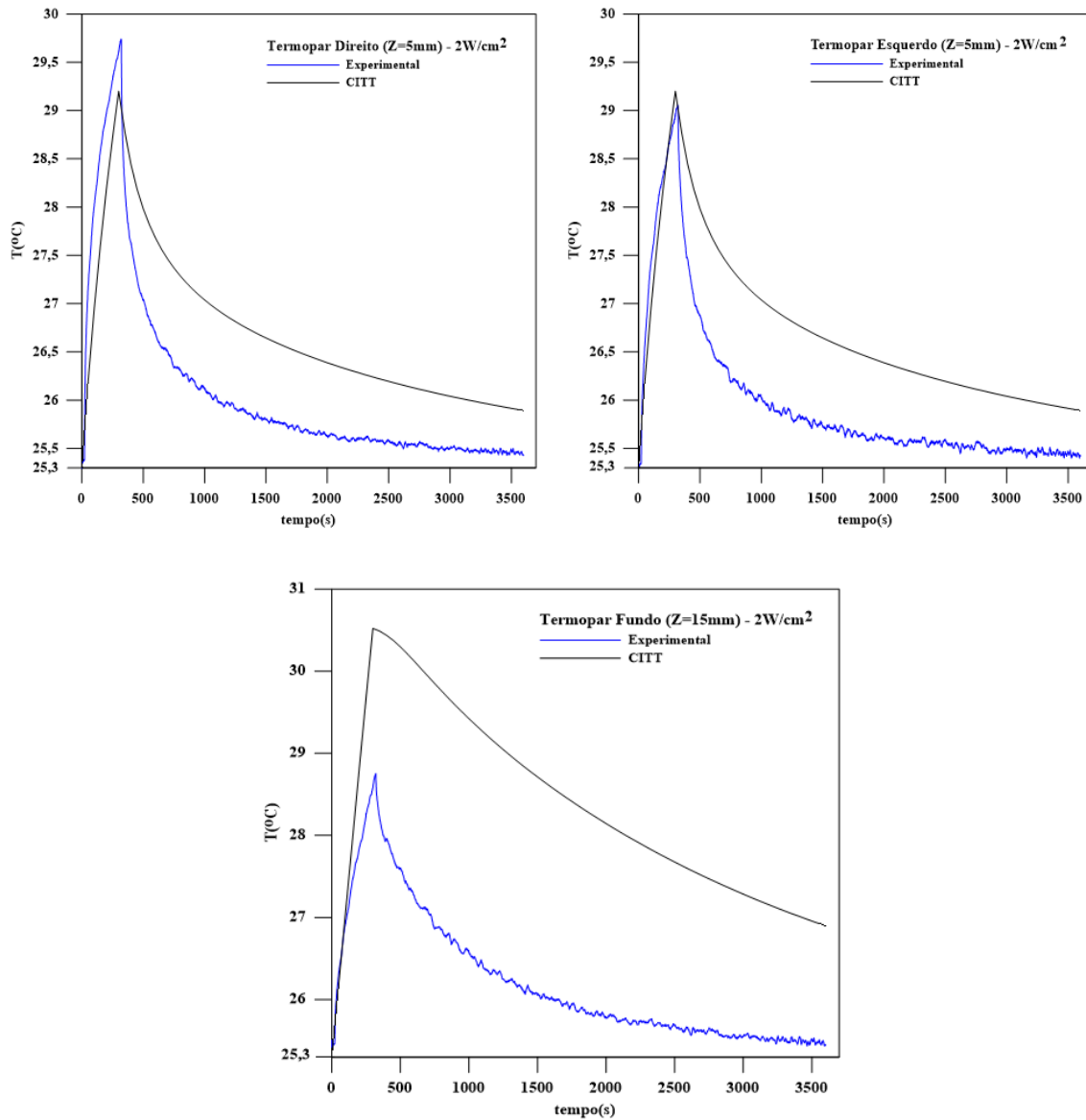
Conforme os gráficos da Figura 7.5 e a Tabela 7.12, para o Caso 2, o valor máximo de temperatura pela CITT ficou em torno de  $27,6^{\circ}\text{C}$  para o termopar direito e esquerdo, enquanto que o valor experimental foi de aproximadamente  $27,6^{\circ}\text{C}$  para o termopar direito e  $27,2^{\circ}\text{C}$  para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo foi observado que a solução teórica apresentou um valor máximo de temperatura de  $28,6^{\circ}\text{C}$ , enquanto que a solução experimental apresentou um valor máximo para a temperatura de  $27^{\circ}\text{C}$ . Foi observado que para a curva de aquecimento a solução teórica apresentou uma boa concordância em relação aos valores experimentais obtidos, com uma diferença de  $0,4^{\circ}\text{C}$  para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo, a curva de aquecimento teórica apresentou uma diferença de  $1,6^{\circ}\text{C}$  em relação ao resultado experimental. Com relação a curva de resfriamento, foi observado que para os 3 termopares, a solução teórica obtida pela CITT apresenta comportamento semelhante a solução experimental, porém a sua

curva de resfriamento é menos acentuada em relação a curva experimental para tempos acima de 300s. Essa diferença para a curva de aquecimento e resfriamento, pode estar relacionada ao fato de que uma quantidade maior de calor estar se dissipando por convecção no contorno em  $Z=0,04\text{m}$  associada ao coeficiente de transferência de calor efetivo entre o molde de alumínio e o phantom definido no modelo matemático, assim como a não uniformidade do campo acústico ultrassônico, representado pela ERA (área de radiação efetiva) que teoricamente é cilíndrico, dessa forma diferentes quantidades de energia podem ter incidido sobre os termopares.

**Tabela 7.12 – Caso 2**

<b>Termopares</b>	<b>Termopar Direito</b>	<b>Termopar Esquerdo</b>	<b>Termopar Fundo</b>
<b>Experimental</b>	27,6 °C	27,2 °C	27 °C
<b>CITT</b>	27,6 °C	27,6 °C	28,6 °C

A Figura 7.6 mostra a comparação entres os resultados teóricos e experimentais para o Caso 3, para os termopares direito e esquerdo localizados a 5mm e termopar fundo localizado a 15mm no phantom.



**Figura 7.6** – Comparação resultado teórico e experimental Caso 3.

Conforme os gráficos da Figura 7.6 e a Tabela 7.12, para o Caso 3, o valor máximo de temperatura pela CITT ficou em torno de 29,2°C para o termopar direito e esquerdo, enquanto que o valor experimental foi de aproximadamente 29,8°C para o termopar direito e 29,1°C para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo foi observado que a solução teórica apresentou um valor máximo de temperatura de 30,5°C, enquanto que a solução experimental apresentou um valor máximo para a temperatura de 28,8°C. Para a curva de aquecimento a solução teórica apresentou uma boa concordância em relação aos valores experimentais obtidos, com uma diferença de 0,6°C para o termopar direito. Para o termopar esquerdo, a curva de aquecimento teórica apresentou o mesmo valor de temperatura em relação ao resultado experimental. Para o termopar do fundo a solução teórica apresentou um valor de 30,5°C, enquanto que o valor experimental foi de 28,8°C,

com uma diferença de 1,7°C. Com relação a curva de resfriamento, foi observado que para os 3 termopares, a solução teórica obtida pela CITT apresentou comportamento semelhante para as três intensidades em relação as curvas experimentais, porém com curvas de resfriamento menos acentuada para tempos acima de 300s. De forma geral, essas diferença entre as curvas de aquecimento e resfriamento obtidas pela CITT em relação as curvas experimentais, podem estar relacionadas ao fato de que uma quantidade maior de calor estar se dissipando por convecção no contorno em  $Z=0,04m$  associada ao coeficiente de transferência de calor efetivo entre o molde de alumínio e o phantom definido no modelo matemático, assim como a não uniformidade do campo acústico ultrassônico, representado pela ERA (área de radiação efetiva) que teoricamente é cilíndrico, dessa forma diferentes quantidades de energia podem ter incidido sobre os termopares.

**Tabela 7.13 – Caso 3**

<b>Termopares</b>	<b>Termopar Direito</b>	<b>Termopar Esquerdo</b>	<b>Termopar Fundo</b>
<b>Experimental</b>	29,7°C	29,1°C	28,7°C
<b>CITT</b>	29,2°C	29,2°C	30,5°C

### 7.2.2 – Solução do Problema Inverso

Nesta etapa, foi analisado a estimativa para o parâmetro de atenuação do phantom sintético usando-se o Método de Levenberg-Marquardt, através da sub-rotina **NonLinearModelFit** presente no software Mathematica® 10.2.

Inicialmente foi realizado uma análise de sensibilidade para os 3 Casos envolvendo as diferentes intensidades aplicados durante o aquecimento do phantom sintético, isto é:  $1W/cm^2$ ,  $1,5W/cm^2$  e  $2W/cm^2$  para os termopares esquerdo e direito na posição 5mm e termopar fundo na posição de 15mm.

Em seguida, uma solução para o problema inverso para a estimativa da atenuação do phantom sintético, considerando simultaneamente os termopares direito, esquerdo e fundo, usando-se medidas simuladas a partir da solução do problema direto na forma:

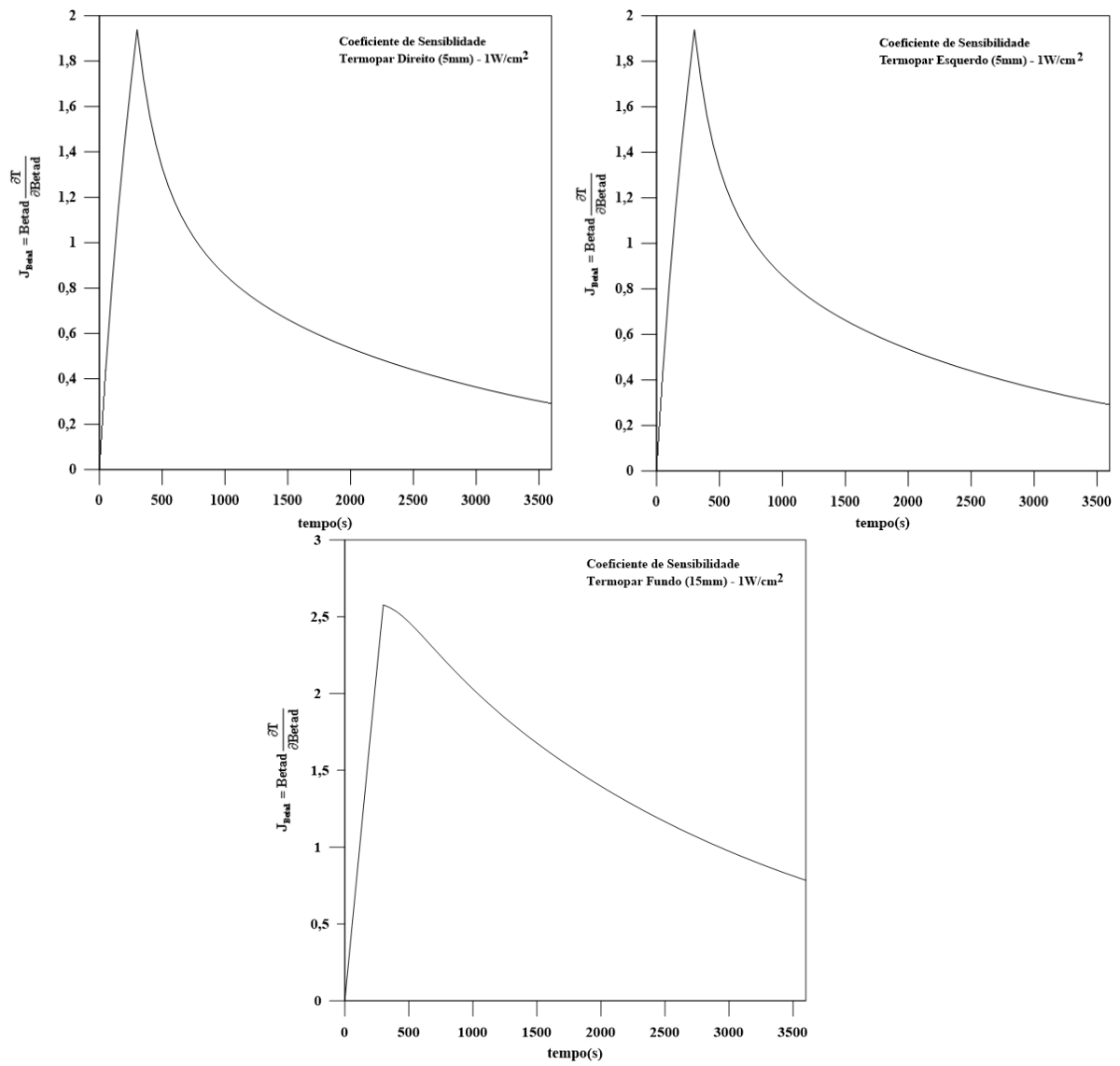
$$T = T_{\text{exato}} + \alpha\sigma \quad (7.1)$$

onde  $T_{\text{exato}}$  é a solução do problema direto,  $\sigma$  é o desvio padrão dos erros de medição para diferentes valores de desvio padrão, isto é: 0,02; 0,05; 0,1 e 0.  $\alpha$  é a variável aleatória com distribuição normal, média zero e desvio padrão unitário.

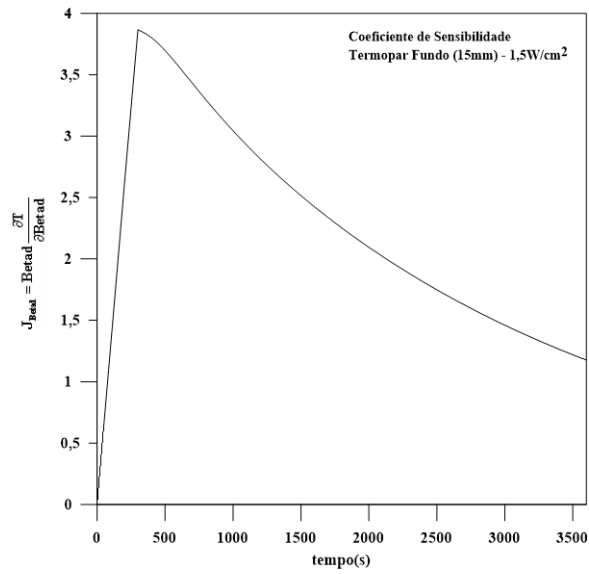
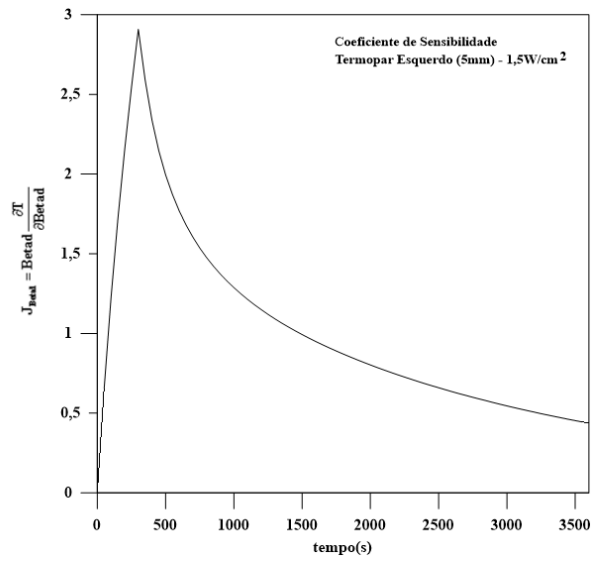
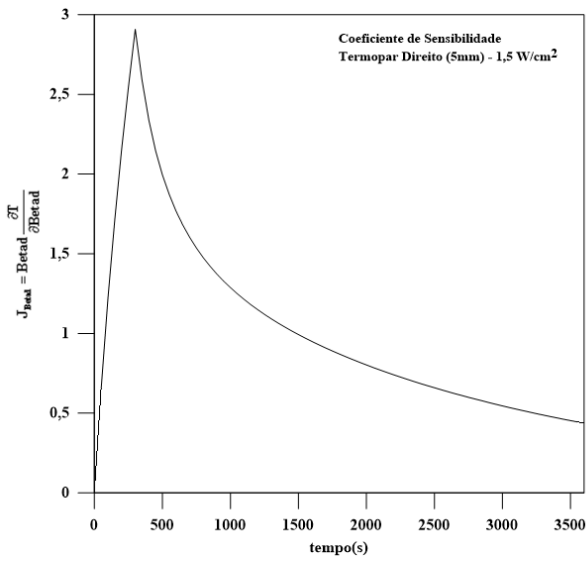
Por último, foi utilizado os dados experimentais de temperatura para estimativa da atenuação, usando em conjunto a solução do problema direto, considerando somente e simultaneamente, o termopar direito, termopar esquerdo e termopar fundo respectivamente, e posteriormente comparadas com as curvas experimentais obtidas.

#### 7.2.2.1 – Análise de Sensibilidade

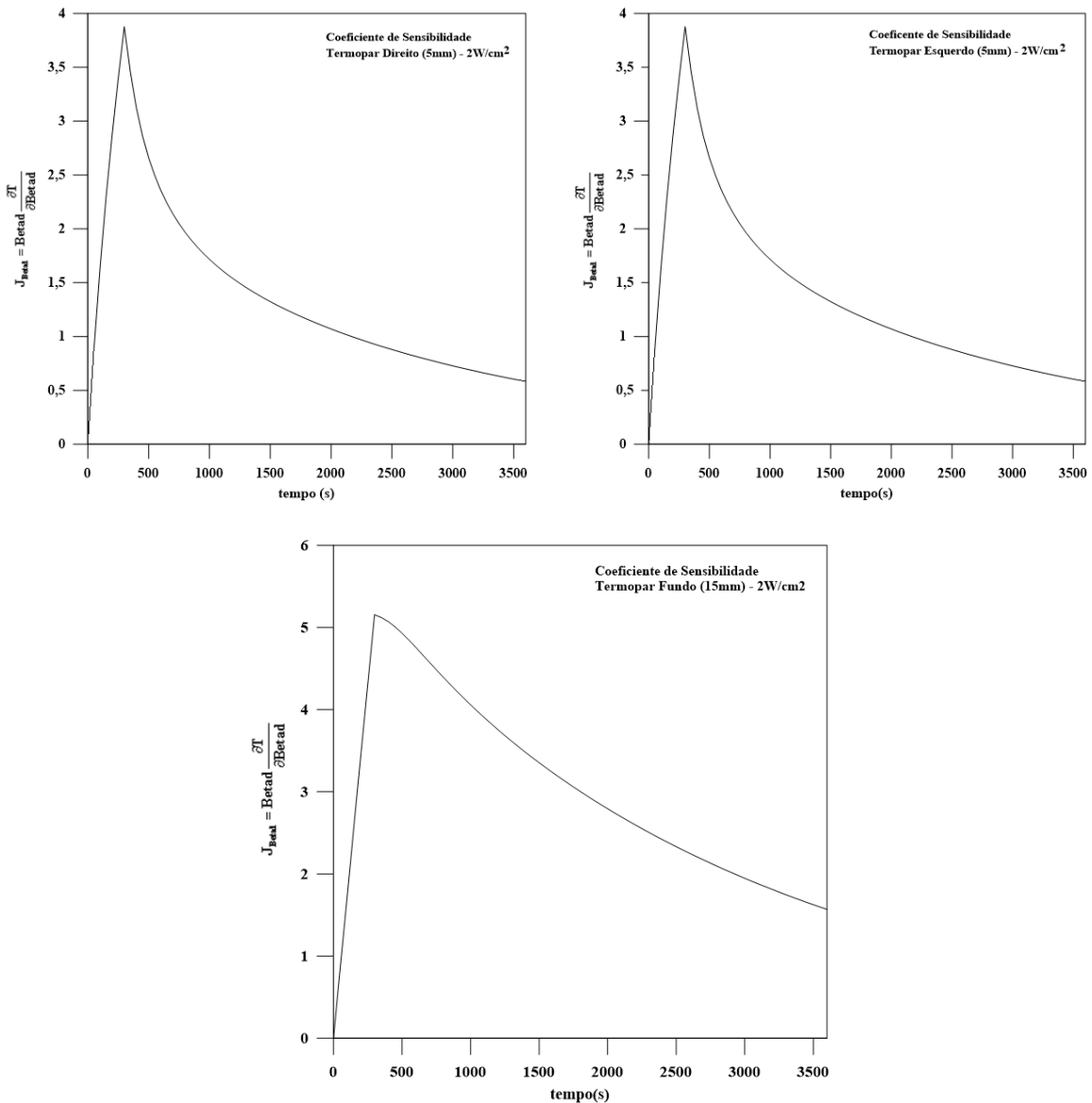
As Figuras 7.7 a 7.9 mostram o coeficiente de sensibilidade avaliados para o Caso 1, Caso 2 e Caso 3, usando as intensidades de  $1\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e  $2\text{W}/\text{cm}^2$  respectivamente, para o parâmetro de atenuação do phantom sintético para os termopares direito e esquerdo localizados na posição  $Z=5\text{mm}$ , e termopar do fundo, localizado na posição  $Z=15\text{mm}$  do phantom sintético.



**Figura 7.7** – Coeficiente de sensibilidade para o Caso 1.



**Figura 7.8** – Coeficiente de Sensibilidade para o Caso 2.



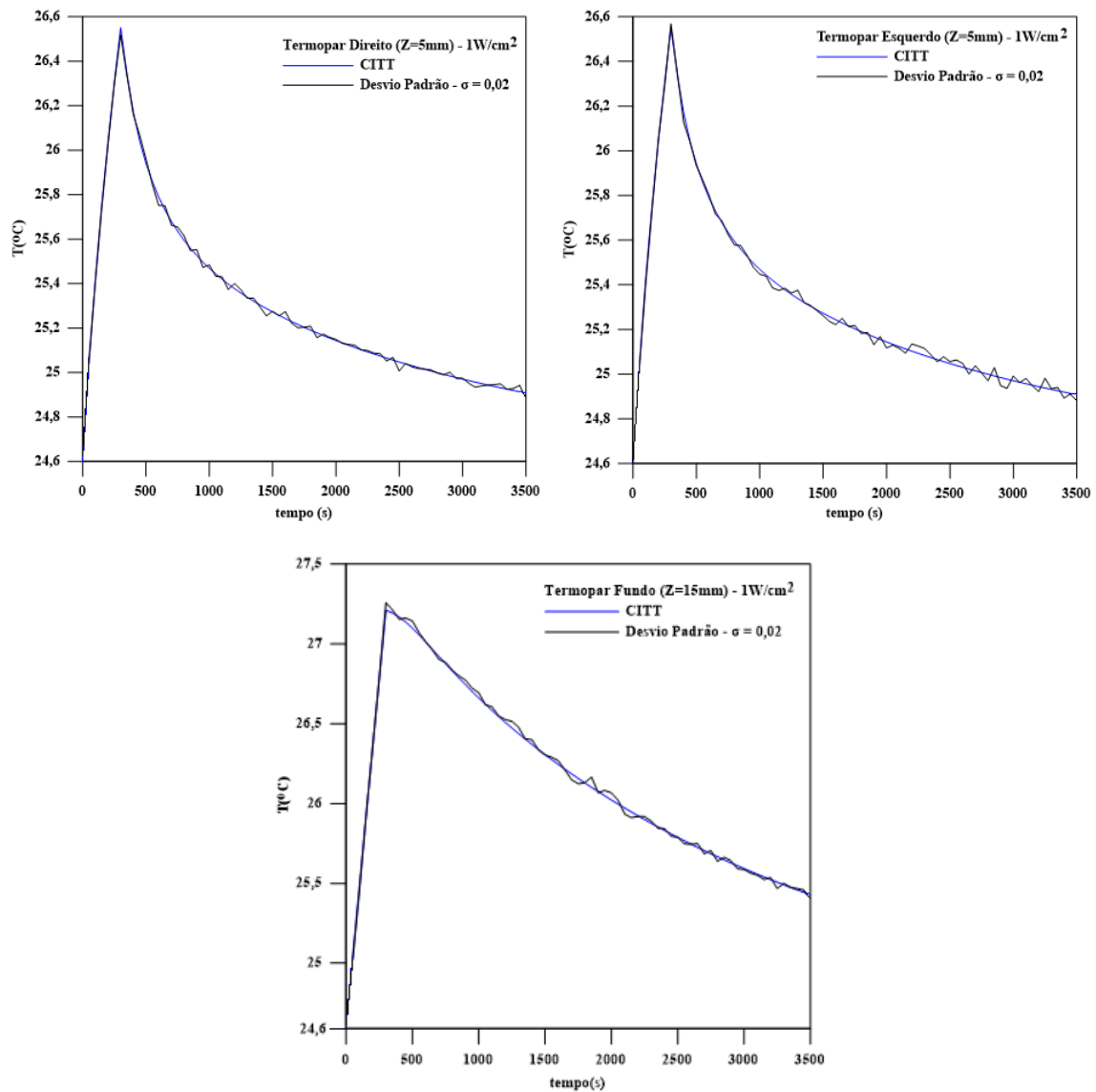
**Figura 7.9** – Coeficiente de sensibilidade para o Caso 3.

Foi observado que para as Figuras 7.7, 7.8 e 7.9, os valores do coeficiente de sensibilidade para o Caso 1, Caso 2 e Caso 3, para os termopares direito e esquerdo, na posição de 5mm e para o termopar no fundo na posição de 15mm, são máximos, isto é, para o tempo de aquecimento de 300s. Para tempos maiores que 300s, isto é, para a curva de resfriamento, a magnitude dos valores do coeficiente de sensibilidade diminuem, porém, ainda é possível utilizá-los na estimativa da atenuação. Dessa forma para a estimativa do parâmetro de atenuação foi considerado que a duração do experimento, foi considerada como o período de aquecimento, isto é 300s.

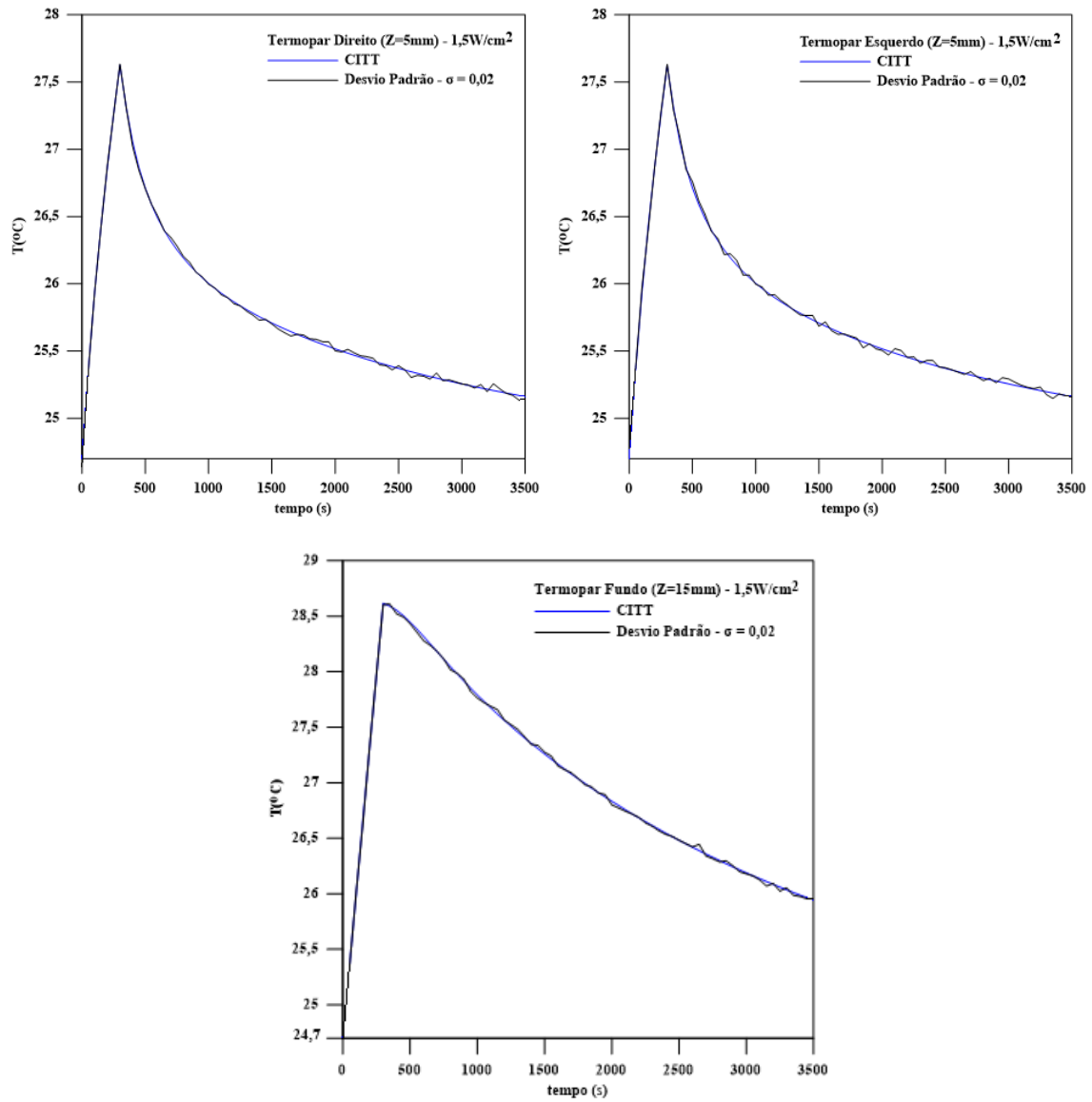


### 7.2.2.2 – Estimativa de parâmetro – dados simulados

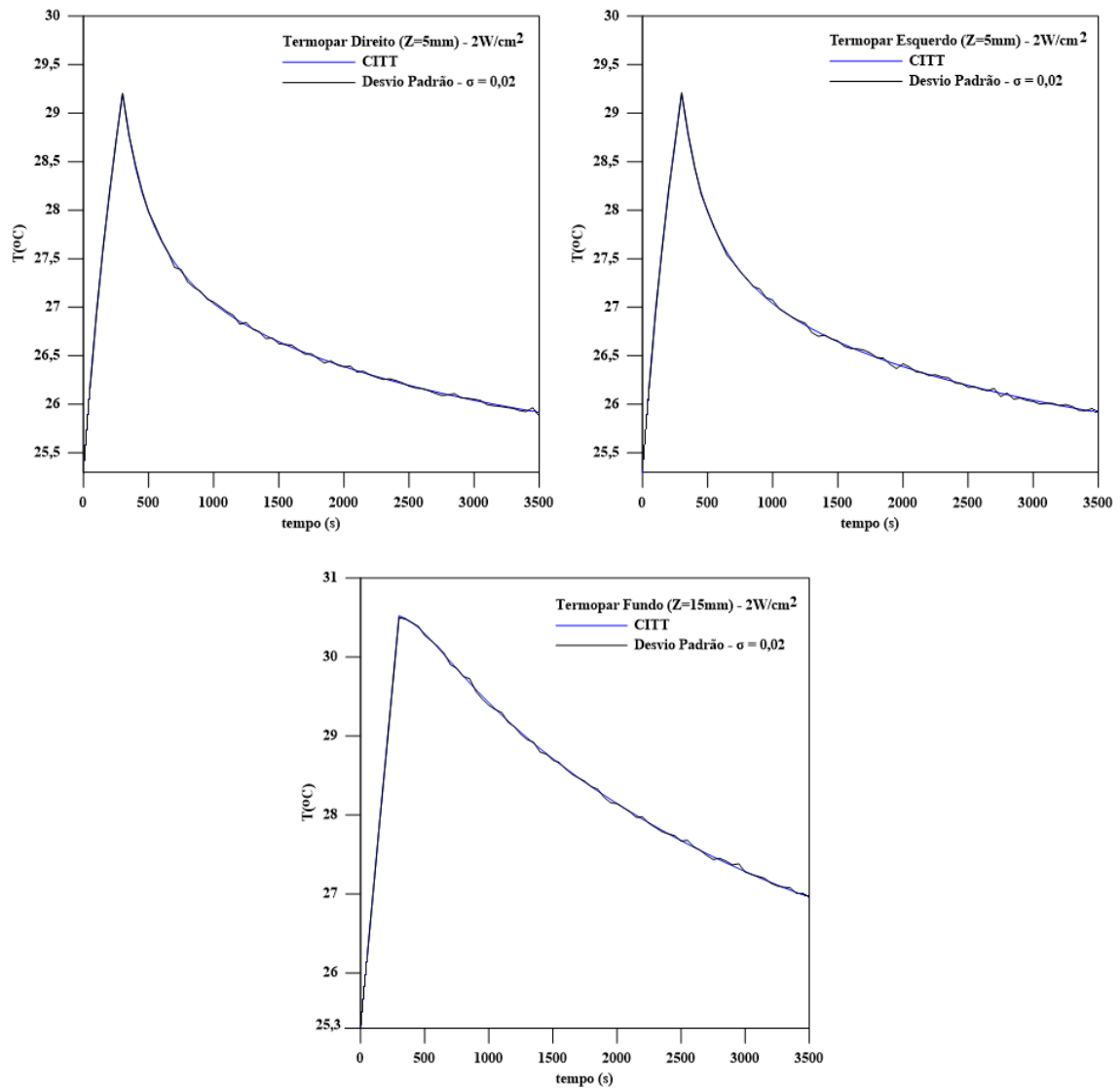
As Figuras 7.10 a 7.12, mostram a solução do problema direto considerando medidas simuladas com desvio padrão  $\sigma = 0,02$  usando a equação 7.1, para três casos respectivamente, isto é, Caso 1 –  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , Caso 2 –  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e Caso 3 –  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , para os termopares direito e esquerdo localizados na posição  $Z = 5\text{mm}$  e fundo na posição  $Z = 15\text{mm}$ .



**Figura 7.10** – Medidas simuladas para o Caso 1 com desvio padrão  $\sigma = 0,02$ .

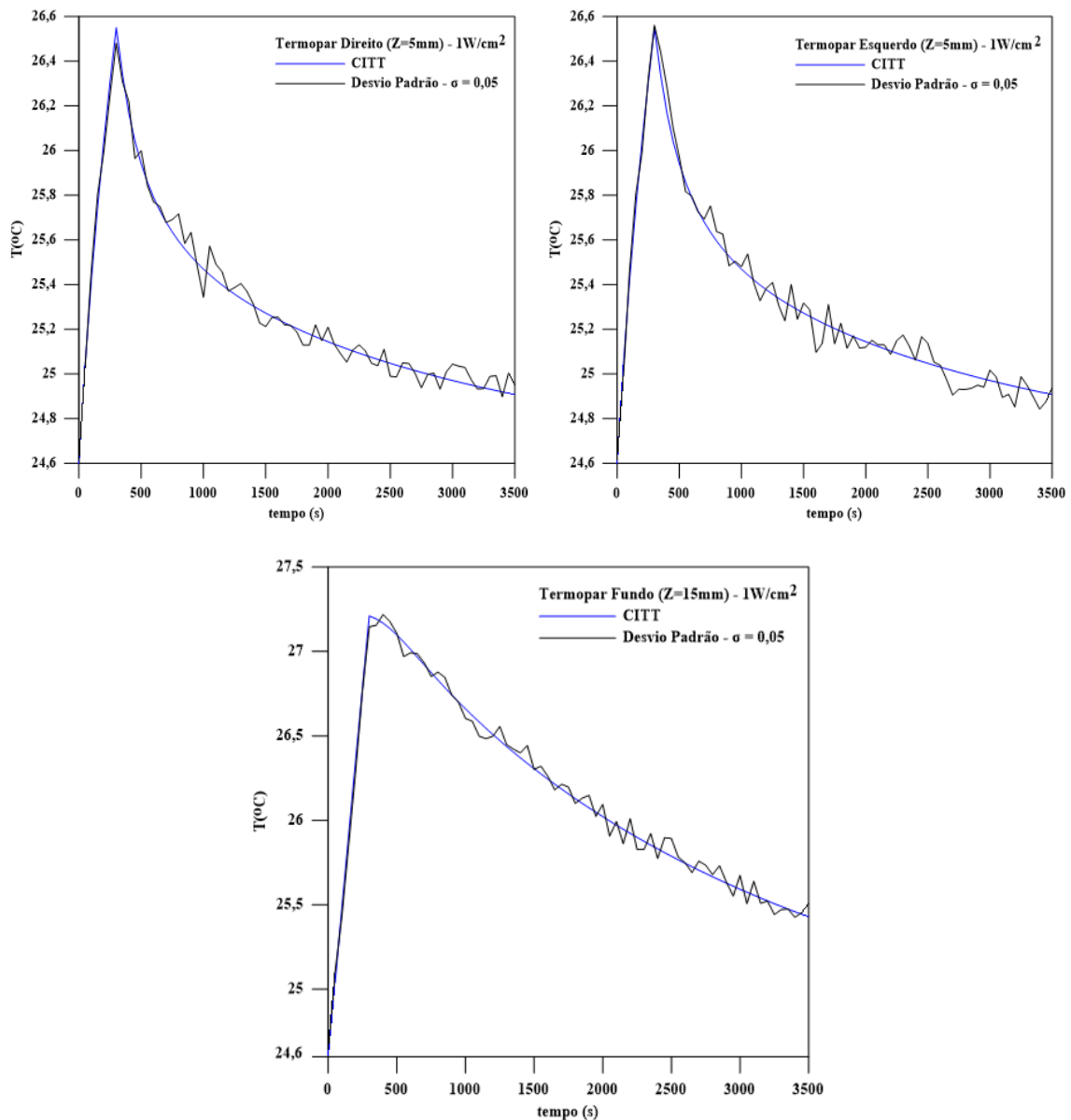


**Figura 7.11** – Medidas simuladas para o Caso 2 com desvio padrão  $\sigma = 0,02$ .

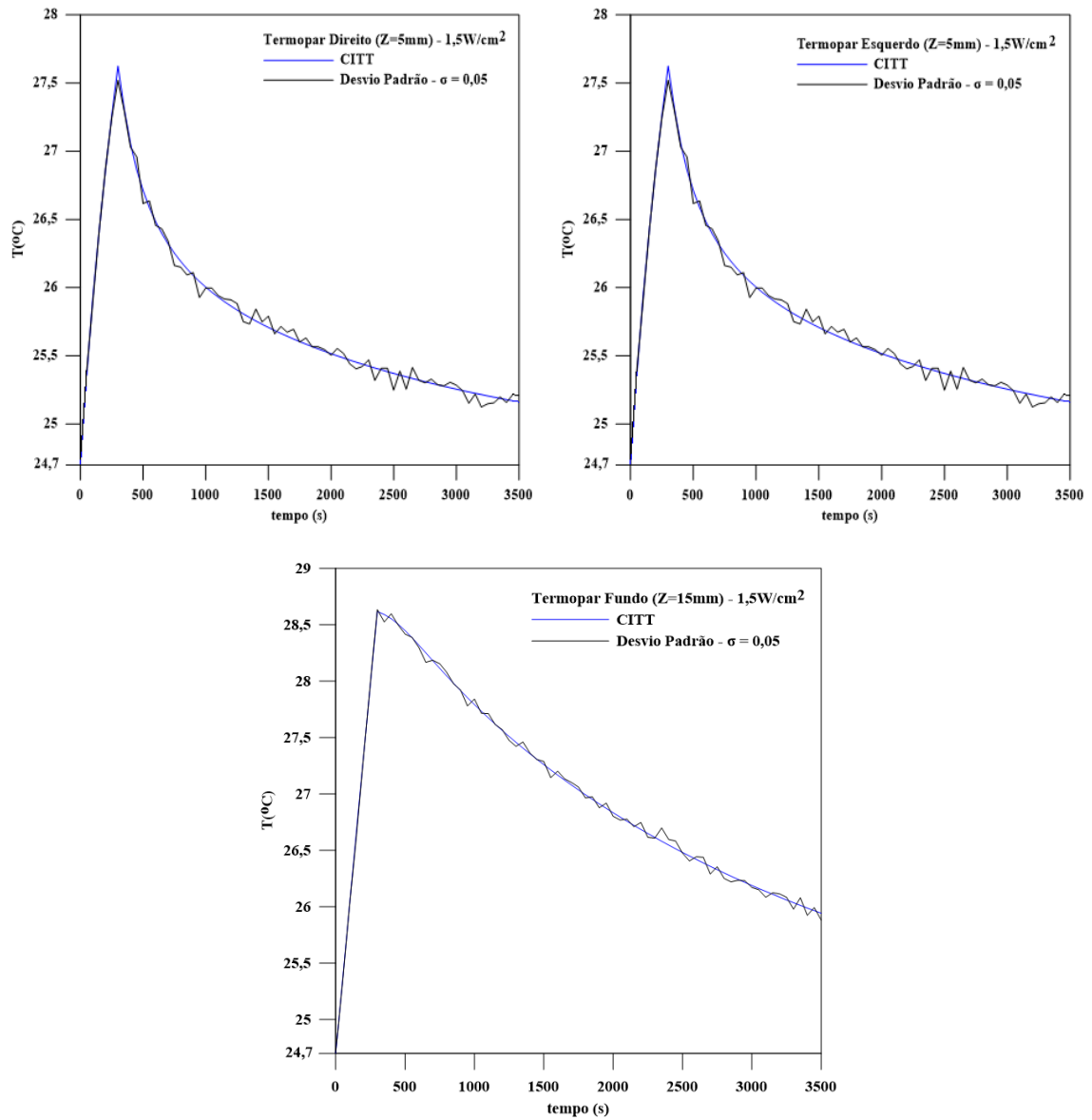


**Figura 7.12** – Medidas simuladas para o Caso 3 com desvio padrão  $\sigma = 0,02$ .

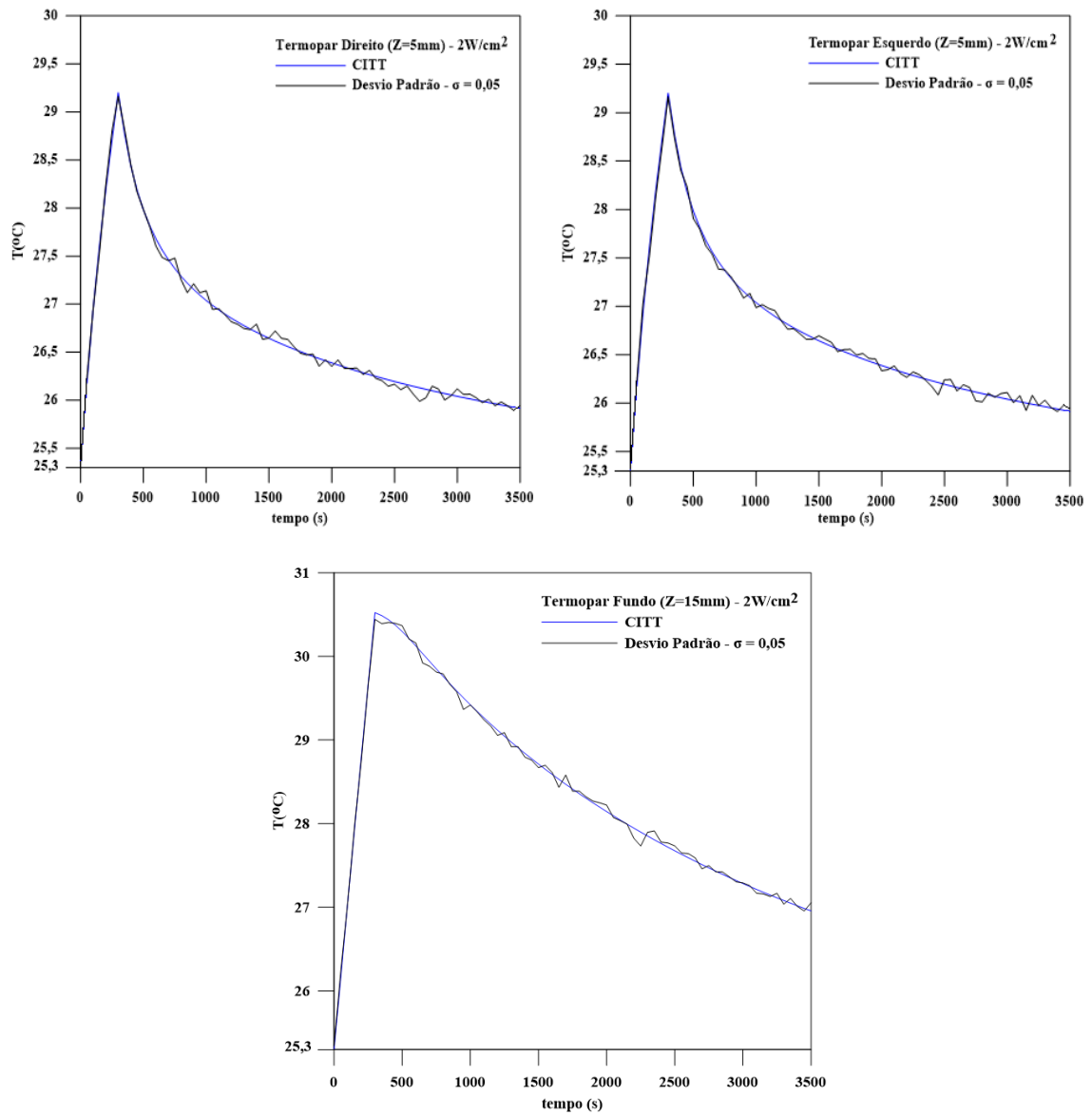
As Figuras 7.13 a 7.15, mostram a solução do problema direto considerando medidas simuladas com desvio padrão  $\sigma = 0,05$  usando a equação 7.1, para três casos respectivamente, isto é, Caso 1 –  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , Caso 2 –  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e Caso 3 –  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , para os termopares direito e esquerdo localizados na posição  $Z = 5\text{mm}$  e fundo na posição  $Z = 15\text{mm}$ .



**Figura 7.13** – Medidas simuladas para o Caso 1 com desvio padrão  $\sigma = 0,05$ .

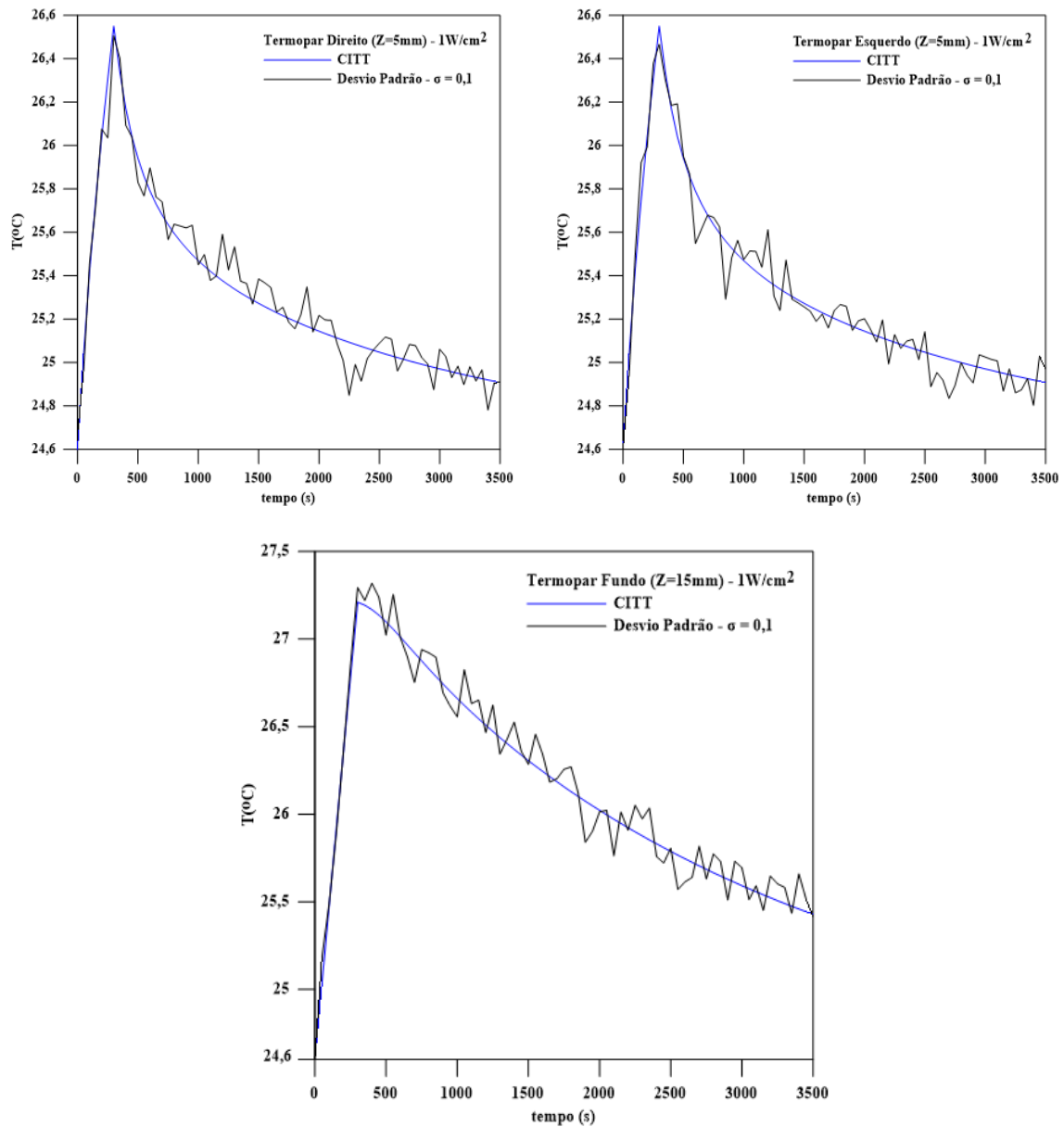


**Figura 7.14** – Medidas simuladas para o Caso 2 com desvio padrão  $\sigma = 0,05$ .

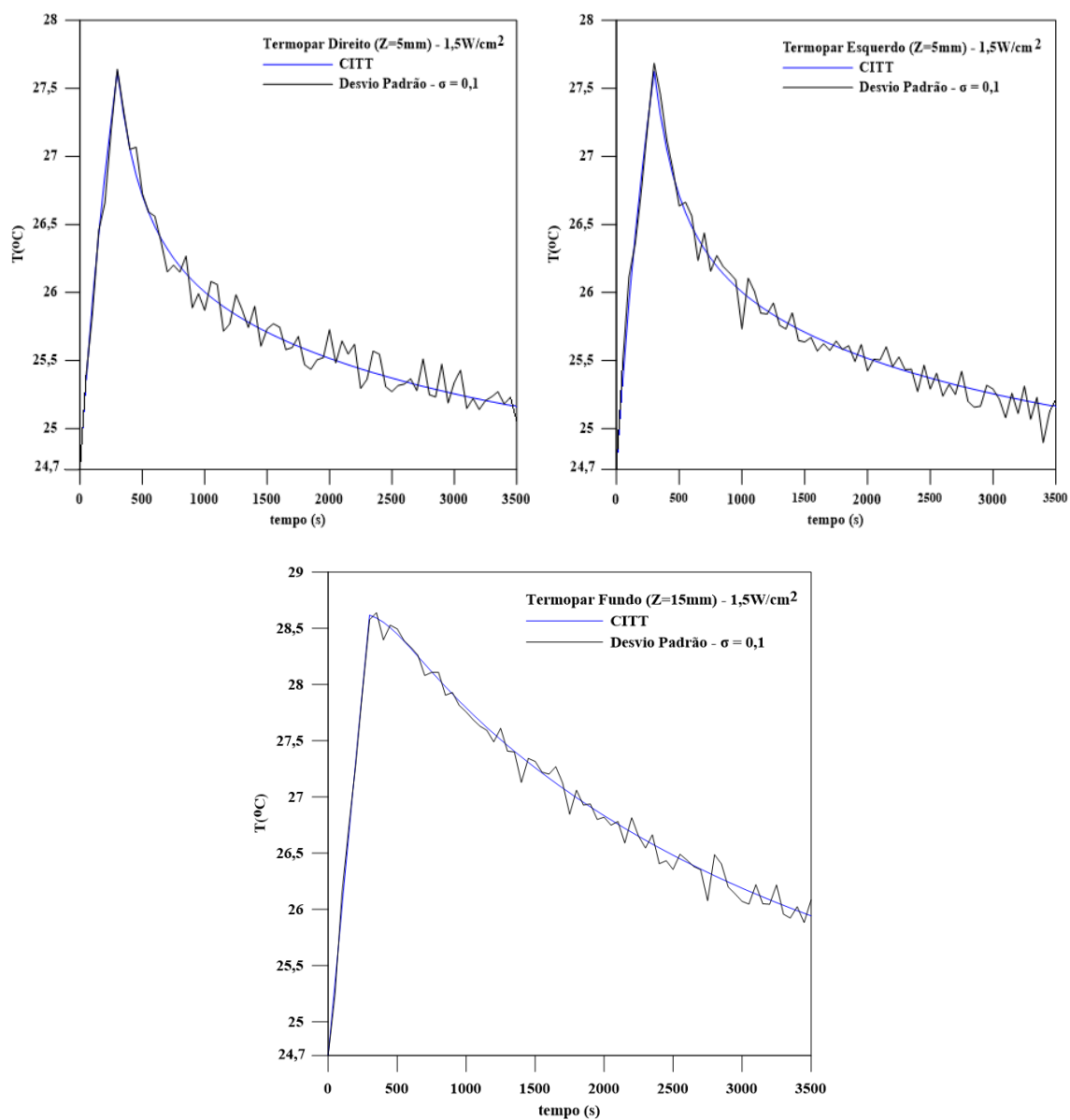


**Figura 7.15** – Medidas simuladas para o Caso 3 com desvio padrão  $\sigma = 0,05$ .

As Figuras 7.16 a 7.18, mostram a solução do problema direto considerando medidas simuladas sem e com desvio padrão  $\sigma = 0,1$  usando a equação 7.1, para três casos respectivamente, isto é, Caso 1 –  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , Caso 2 –  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e Caso 3 –  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , para os termopares direito e esquerdo localizados na posição  $Z = 5\text{mm}$  e fundo na posição  $Z = 15\text{mm}$ .

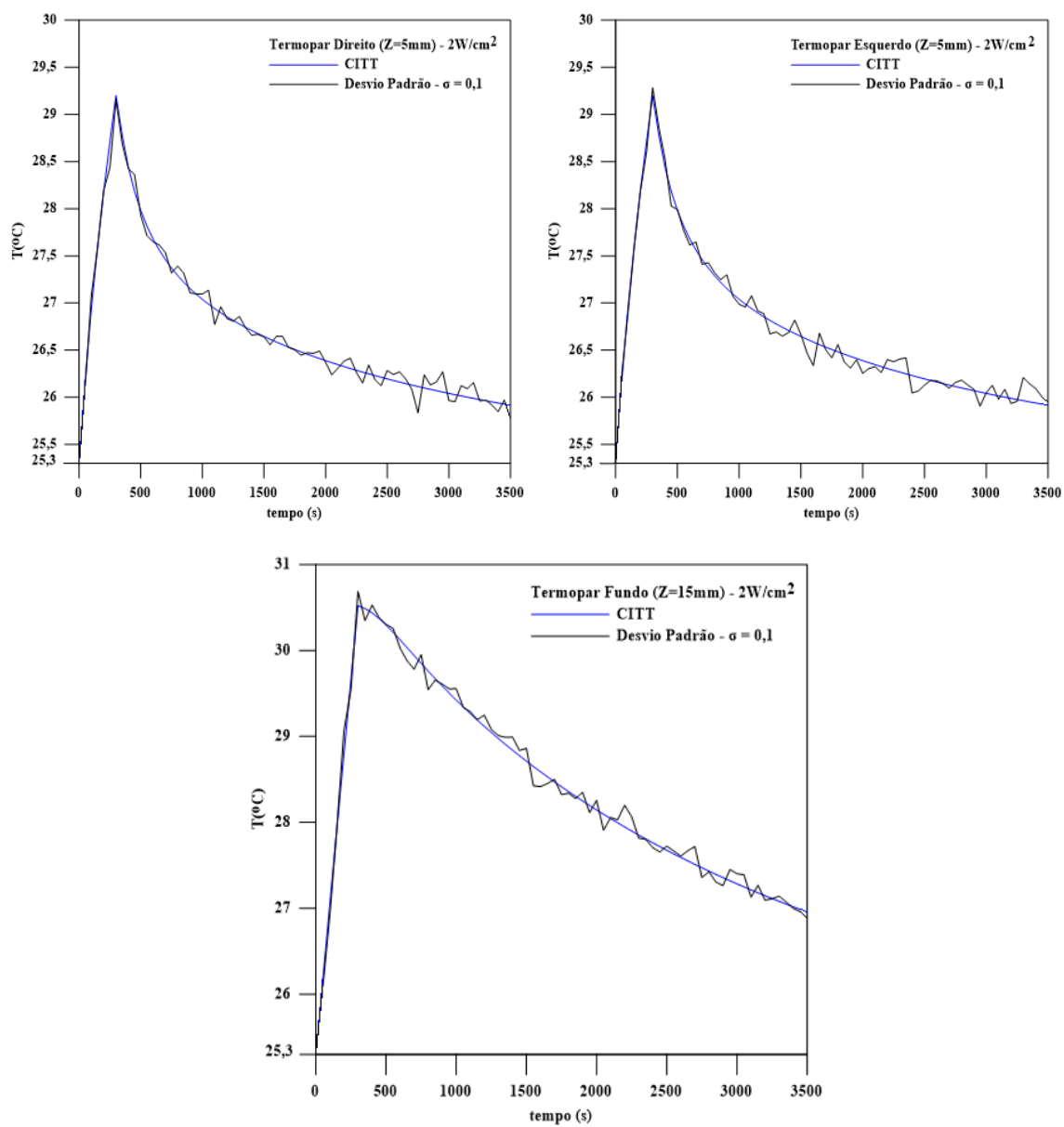


**Figura 7.16** – Medidas simuladas para o Caso 1 com desvio padrão  $\sigma = 0,1$ .



**Figura 7.17** – Medidas simuladas para o Caso 2 com desvio padrão  $\sigma = 0,1$ .





**Figura 7.18** – Medidas simuladas para o Caso3 com desvio padrão  $\sigma = 0,1$ .

As Tabelas 7.14 a 7.16, mostram os valores estimados para a atenuação do phantom sintético a partir de dados simulados para diferentes valores de desvio padrão, conforme a equação 7.1, para os termopares direito, esquerdo e fundo, para três diferentes intensidades, isto é, Caso 1 -  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , Caso 2 -  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e Caso 3 -  $2\text{W}/\text{cm}^2$  respectivamente.

**Tabela 7.14** – Atenuação do phantom sintético estimada para o Caso 1.

Desvio Padrão	Chute Atenuação	Atenuação Estimada	Intervalo de Confiança		
			T.D	T.E	T.F
0,02	0,09	0,901991	$\pm 0,112786$	$\pm 0,112786$	$\pm 0,17123$
	9,00	0,90199	$\pm 0,112788$	$\pm 0,112788$	$\pm 0,17123$
0,05	0,09	0,90334	$\pm 0,112951$	$\pm 0,112951$	$\pm 0,171476$
	9,00	0,90334	$\pm 0,112951$	$\pm 0,112951$	$\pm 0,171476$
0,1	0,09	0,909416	$\pm 0,113713$	$\pm 0,113713$	$\pm 0,172622$
	9,00	0,909416	$\pm 0,113713$	$\pm 0,113713$	$\pm 0,172622$
0	0,09	0,9	-----		
	9,00	0,9			

**Tabela 7.15** – Atenuação do phantom sintético estimada para o Caso 2.

Desvio Padrão	Chute Atenuação	Atenuação Estimada	Intervalo de Confiança		
			T.D	T.E	T.F
0,02	0,09	0,899901	±0,168791	±0,168791	±0,256257
	9,00	0,899901	±0,168791	±0,168791	±0,256257
0,05	0,09	0,898557	±0,168541	±0,168541	±0,255887
	9,00	0,898557	±0,168541	±0,168541	±0,255887
0,1	0,09	0,89697	±0,168244	±0,168244	±0,255432
	9,00	0,89697	±0,168244	±0,168244	±0,255432
0	0,09	0,9	-----		
	9,00	0,9			

**Tabela 7.16** – Atenuação do phantom sintético estimada para o Caso 3.

Desvio Padrão	Chute Atenuação	Atenuação Estimada	Intervalo de Confiança		
			T.D	T.E	T.F
0,02	0,09	0,899445	±0,224942	±0,224942	±0,341505
	9,00	0,899445	±0,224942	±0,224942	±0,341505
0,05	0,09	0,897664	±0,224498	±0,224498	±0,340836
	9,00	0,897664	±0,224498	±0,224498	±0,340836
0,1	0,09	0,900943	±0,225315	±0,225315	±0,342066
	9,00	0,900943	±0,225315	±0,225315	±0,342066
0	0,09	0,9	-----		
	9,00	0,9			

Avaliando-se as Tabelas 7.14 a 7.16, que representam os valores estimados para a atenuação do phantom sintético através de dados simulados, para os 3 casos envolvendo diferentes valores de intensidade e de desvio padrão na medição de temperatura, usando-se o método de Levenberg-Marquardt através da sub-rotina **NonLinearModelFit**, foi observado que para o desvio padrão,  $\sigma = 0$ , isto é, sem erros de medição, o valor para a atenuação do phantom sintético converge para o valor exato, isto é,  $\beta = 0,9$  Neper, mesmo usando-se diferentes chutes iniciais para a estimativa do parâmetro.

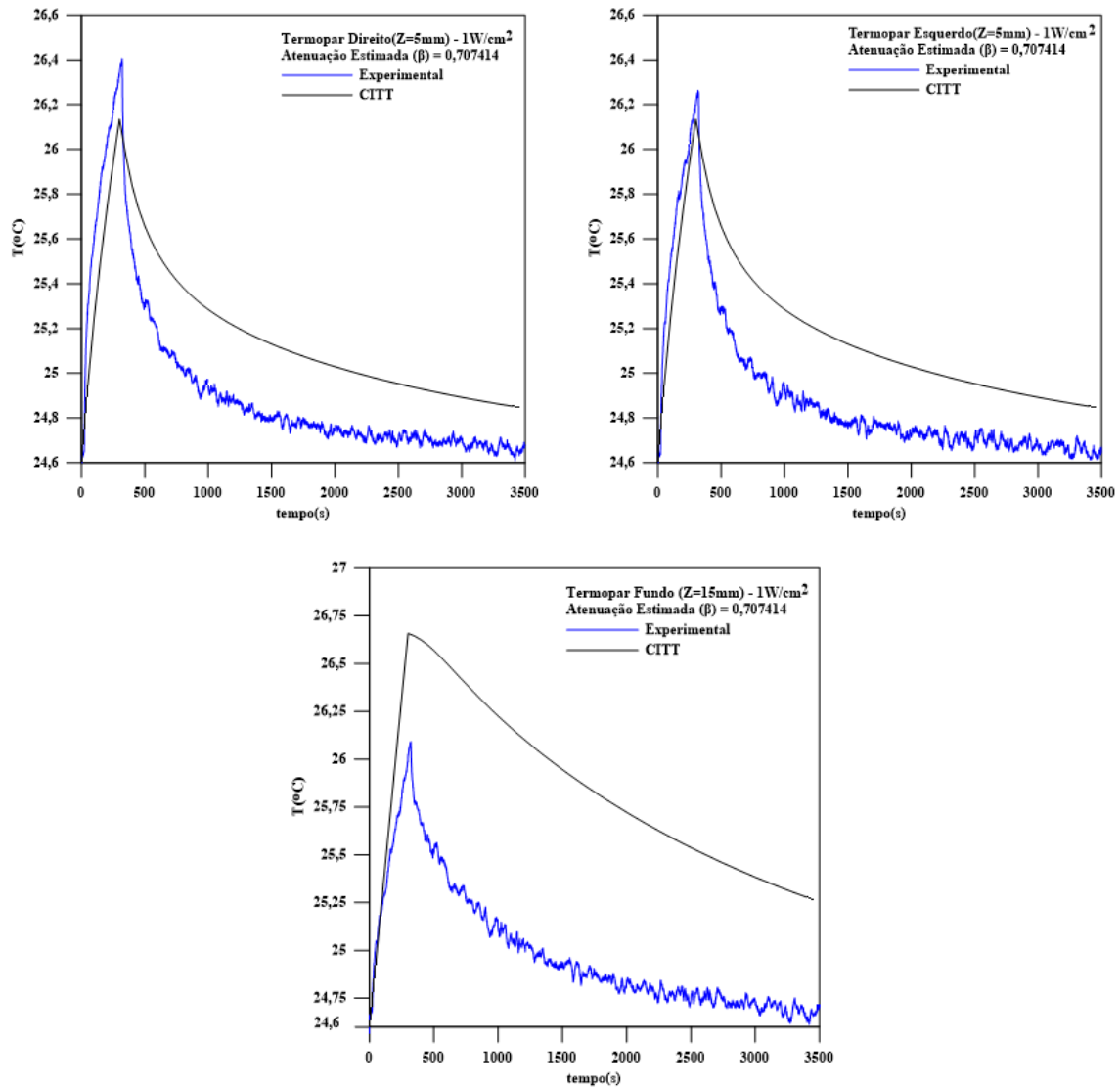
Para valores de desvio padrão, isto é,  $\sigma = 0,02$ ,  $\sigma = 0,05$  e  $\sigma = 0,1$ , os valores obtidos pelo método de Levenberg-Marquardt considerando um intervalo de confiança de 99% no cálculo do parâmetro de atenuação ( $\beta$ ), mostram uma boa acurácia do método em relação ao valor exato, isto é,  $\beta = 0,9$  Neper, apesar da influência dos erros de medição nas medidas de temperatura para o Caso 1, Caso 2 e Caso 3.

Em relação aos intervalos de confiança calculados para os termopares direito e esquerdo localizados a 5 mm e termopar do fundo localizado a 15 mm do phantom sintético, os valores obtidos para as temperaturas simuladas com desvio padrão, para o Caso 1, Caso 2 e Caso 3, contemplam dentro de um intervalo de confiança de 99% o valor exato da temperatura nestes termopares.

Foi observado também que usando-se diferentes valores para o chute inicial na estimativa do parâmetro de atenuação, os resultados obtidos pelo método de Levenberg-Marquardt mostram que o método aplicado é bastante robusto, visto que este método tem como característica minimizar uma função, que é expresso pela soma dos quadrados de funções não lineares, utilizando uma região de confiança.

### 7.2.2.3 – Estimativa de parâmetro – dados experimentais

A Figura 7.19 e Tabela 7.17, mostram os valores estimados para a atenuação do phantom sintético e das temperaturas estimadas pela CITT, considerando simultaneamente os três termopares, a partir de dados experimentais obtidos para o Caso1 –  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , para os termopares direito e esquerdo na posição de 5 mm e termopar fundo na posição de 15 mm do phantom sintético.



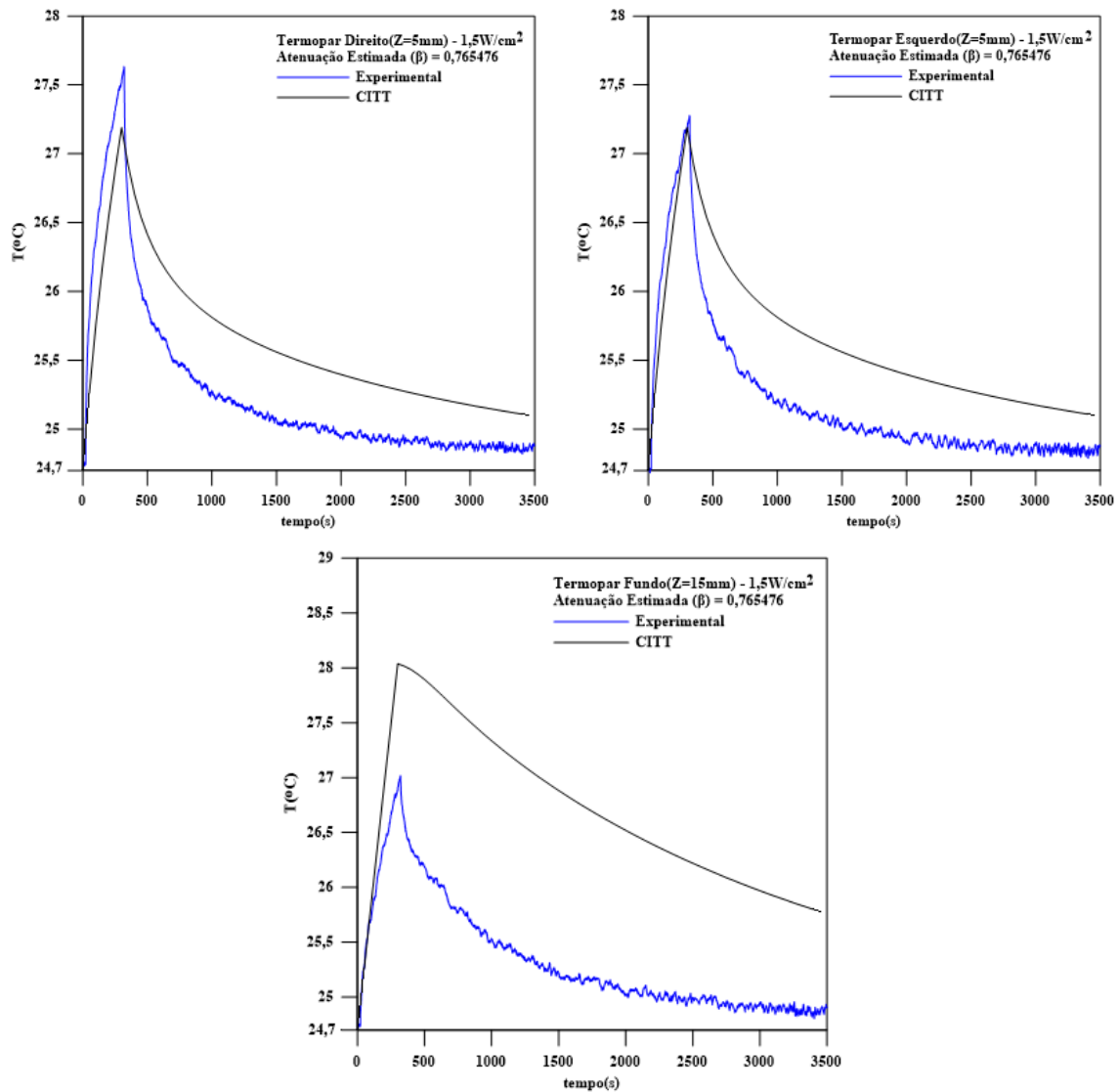
**Figura 7.19** – Comparação solução estimada e experimental para o Caso 1.

**Tabela 7.17** – Caso 1

Termopares	Termopar Direito (5mm)	Termopar Esquerdo (5mm)	Termopar Fundo (15mm)
Experimental	26,4°C	26,2°C	26,1°C
CITT	26,1°C	26,1°C	26,7°C

A partir dos gráficos da Figura 7.19 e a Tabela 7.17, verificou-se que o comportamento do perfil de temperatura obtido pela CITT para o Caso 1, usando o valor estimado de  $\beta = 0,707414$  Neper, apresentou um perfil semelhante para a etapa de aquecimento e resfriamento obtidas experimentalmente. Na etapa de aquecimento, para o termopar direito e esquerdo, o valor máximo de temperatura pela CITT ficou em torno de  $26,1^{\circ}\text{C}$ , enquanto que o valor experimental foi de aproximadamente  $26,4^{\circ}\text{C}$  para o termopar direito e  $26,2^{\circ}\text{C}$  para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo foi observado que a solução pela CITT apresentou um valor máximo de temperatura de  $26,7^{\circ}\text{C}$ , enquanto que a solução experimental apresentou um valor máximo para a temperatura de  $26,1^{\circ}\text{C}$ . Com relação a curva de resfriamento, isto é quando o transdutor se encontra desligado, foi observado que para os 3 termopares, a solução teórica obtida pela CITT apresenta comportamento semelhante a solução experimental, porém a sua curva de resfriamento é menos acentuada em relação a curva experimental para tempos acima de 300s. Essa diferença entre a curva de aquecimento e resfriamento, pode estar relacionada ao fato de que uma quantidade maior de calor pode estar se dissipando por convecção no contorno em  $Z=0,04$  m associada ao coeficiente de transferência de calor efetivo entre o molde de alumínio e o phantom definido no modelo matemático, assim como a não uniformidade do campo acústico ultrassônico, representado pela ERA (área de radiação efetiva) que teoricamente é cilíndrico, dessa forma diferentes quantidades de energia podem ter incidido sobre os termopares.

A Figura 7.20 e Tabela 7.18, mostram os valores estimados para a atenuação do phantom sintético e das temperaturas estimadas pela CITT, considerando simultaneamente os três termopares, a partir de dados experimentais obtidos para o Caso 2 –  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$ , para os termopares direito e esquerdo na posição de 5 mm e termopar fundo na posição de 15 mm do phantom sintético.



**Figura 7.20** – Comparação solução estimada e experimental para o Caso 2.

**Tabela 7.18** – Caso 2

Termopares	Termopar Direito	Termopar Esquerdo	Termopar Fundo
Experimental	27,6 °C	27,2 °C	27 °C
CITT	27,2 °C	27,2 °C	28 °C

Observando os gráficos da Figura 7.20 e a Tabela 7.18, usando o valor estimado de  $\beta = 0,765476$  Neper, verificou-se que para o Caso 2 o resultado obtido pela CITT, apresentou o mesmo comportamento semelhante para a etapa de aquecimento e resfriamento obtidas experimentalmente. Na etapa de aquecimento, para o termopar direito e esquerdo, o valor máximo de temperatura pela CITT ficou em torno de 27,2°C, enquanto que o valor experimental foi de aproximadamente 27,6°C para o termopar direito e 27,2°C para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo foi observado que o

valor máximo de temperatura foi de 28°C, enquanto que a solução experimental apresentou um valor máximo para a temperatura de 27°C. Com relação a curva de resfriamento, isto é quando o transdutor se encontra desligado, a curva de resfriamento é menos acentuada em relação a curva experimental para tempos acima de 300s. A diferença entre a curva de aquecimento e resfriamento, pode estar relacionada a não uniformidade do campo acústico ultrassônico, representado pela área de radiação efetiva, pois esta é teoricamente cilíndrica, assim diferentes quantidades de energia podem incidir sobre os termopares. Um outro fator pode estar associado a uma perda maior de calor se dissipando por convecção no contorno em  $Z=0,04\text{m}$  associada ao coeficiente de transferência de calor efetivo entre o molde de alumínio e o phantom definido no modelo matemático.

A Figura 7.21 e Tabela 7.19, mostram os valores estimados para a atenuação do phantom sintético e das temperaturas estimadas pela CITT, considerando simultaneamente os três termopares, a partir de dados experimentais obtidos para o Caso 3 –  $2\text{W}/\text{cm}^2$ , para os termopares direito e esquerdo na posição de 5 mm e termopar fundo na posição de 15 mm do phantom sintético.



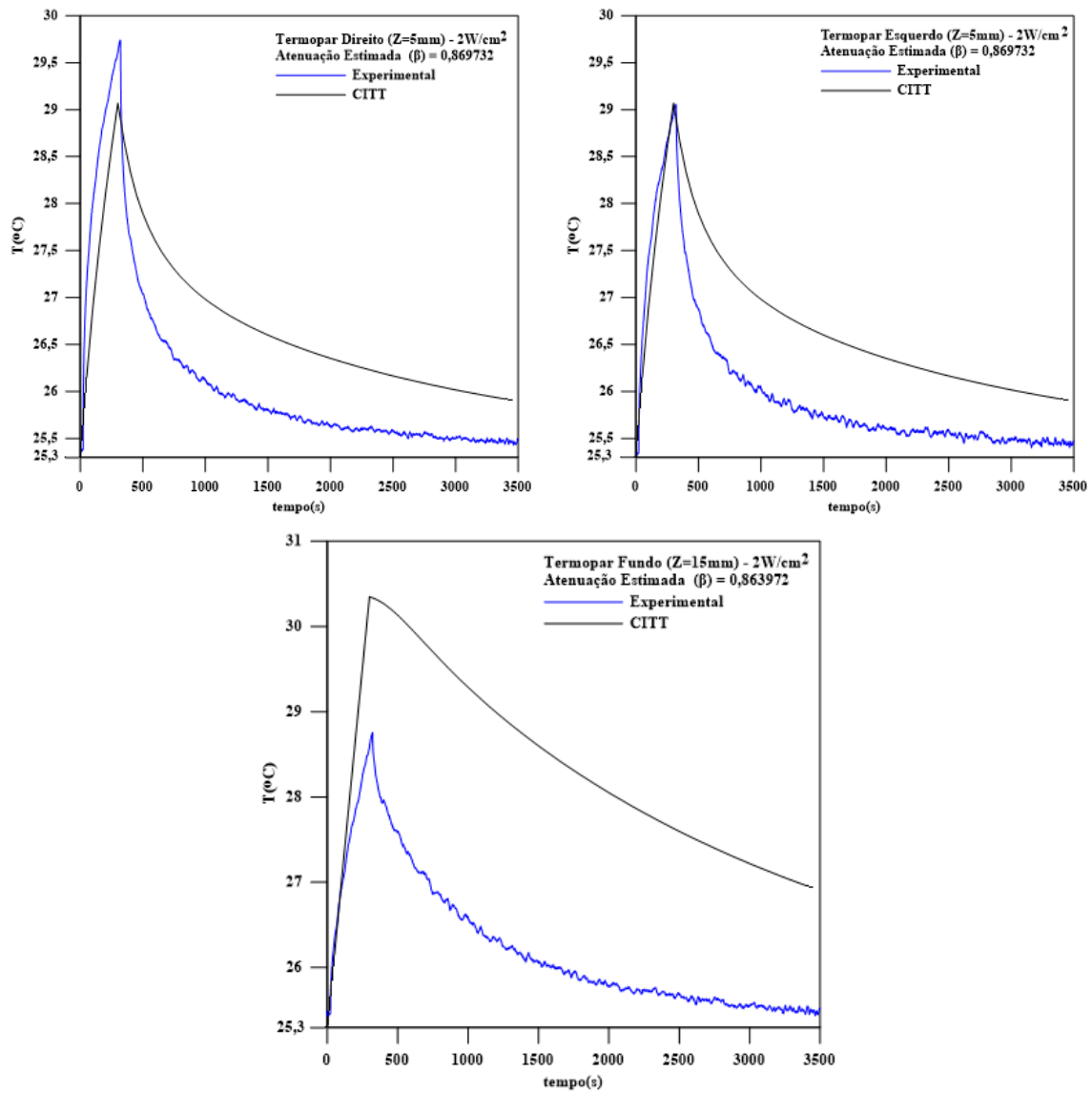


Figura 7.21 – Comparação solução estimada e experimental para o Caso 3.

Tabela 7.19 – Caso 3

Termopares	Termopar Direito	Termopar Esquerdo	Termopar Fundo
Experimental	29,7°C	29,1°C	28,7°C
CITT	29,1°C	29,1°C	30,5°C

A partir dos gráficos da Figura 7.21 e a Tabela 7.19, considerando o valor estimado de  $\beta = 0,869732$  Neper, verificou-se que para o Caso 3, o mesmo comportamento semelhante para a etapa de aquecimento e resfriamento obtidas experimentalmente. Na etapa de aquecimento, para o termopar direito e esquerdo, o valor máximo de temperatura pela CITT ficou em torno de  $29,1^{\circ}\text{C}$ , enquanto que o valor experimental foi de aproximadamente  $29,7^{\circ}\text{C}$  para o termopar direito e  $29,1^{\circ}\text{C}$  para o termopar esquerdo. Para o termopar do fundo foi observado que o valor máximo de temperatura foi de  $30,5^{\circ}\text{C}$ , enquanto que a solução experimental apresentou um valor máximo para a temperatura de  $28,7^{\circ}\text{C}$ . Para a curva de resfriamento, isto é quando o transdutor se encontra desligado, a curva de resfriamento é menos acentuada em relação a curva experimental para tempos acima de 300s. A diferença entre a curva de aquecimento e resfriamento, pode estar relacionada a não uniformidade do campo acústico ultrassônico, representado pela área de radiação efetiva, pois esta é teoricamente cilíndrica, assim diferentes quantidades de energia podem incidir sobre os termopares. Um outro fator pode estar associado a uma perda maior de calor se dissipando por convecção no contorno em  $Z=0,04\text{m}$  associada ao coeficiente de transferência de calor efetivo entre o molde de alumínio e o phantom definido no modelo matemático.

A Tabela 7.20, mostram os valores estimados para a atenuação do phantom sintético a partir de dados experimentais considerando uma duração para o experimento de 300s, isto é, somente o período de aquecimento do phantom, para os termopares direito e esquerdo localizados a 5 mm e termopar do fundo localizado a 15 mm do phantom sintético, para três diferentes intensidades, isto é, Caso 1 -  $1\text{W}/\text{cm}^2$ , Caso 2 -  $1,5\text{W}/\text{cm}^2$  e Caso 3 -  $2\text{W}/\text{cm}^2$  respectivamente.

**Tabela 7.20** – Atenuação do phantom sintético estimada para os 3 Casos.

Intensidade	Chute Atenuação	Atenuação Estimada	Intervalo de Confiança		
			T.D	T.E	T.F
1W/cm <sup>2</sup>	0,09	0,707414	±0,088537	±0,088537	±0,134638
	9,00	0,707414	±0,088537	±0,088537	±0,134638
1,5W/cm <sup>2</sup>	0,09	0,765476	±0,143667	±0,143667	±0,218365
	9,00	0,765476	±0,143667	±0,143667	±0,218365
2W/cm <sup>2</sup>	0,09	0,869732	±0,217541	±0,217541	±0,330353
	9,00	0,869732	±0,217541	±0,217541	±0,330352

Avaliando-se a Tabela 7.20, foi observado que os valores estimados para a atenuação do phantom sintético, para diferentes chutes iniciais usando-se o método de Levenberg-Marquardt, a partir dos dados experimentais, considerando o tempo de experimento de 300s, que representa a etapa de aquecimento do phantom sintético, para o Caso1 – 1W/cm<sup>2</sup> e Caso2 – 1,5W/cm<sup>2</sup> e Caso 3 – 2W/cm<sup>2</sup>, os valores estimados para atenuação ficaram próximo do valor exato, isto é,  $\beta = 0,9$  Neper, podendo ser evidenciado nos valores das estimativas de temperatura máxima para o Caso1, Caso 2 e Caso 3, para os termopares direito e esquerdo, porém para o termopar do fundo foi observado diferenças maiores em relação as temperaturas máxima teórica e experimental, que representam a etapa de aquecimento do phantom sintético dentro de um intervalo de confiança de 99%.

## CAPÍTULO 8

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O presente trabalho avaliou o comportamento teórico-experimental do problema inverso de estimativa do parâmetro para atenuação de um phantom sintético durante o processo de biotransferência de calor, utilizando-se como fonte de aquecimento, um aparelho de ultrassom com transdutor ultrassônico de 1MHz.

O phantom sintético desenvolvido a partir de PVCP, apresentou um comportamento bastante satisfatório durante o processo experimental, apresentando uma boa durabilidade. Com relação as propriedades termofísicas e acústicas do material, faz-se necessário obter experimentalmente as seguintes propriedades: atenuação, condutividade, calor específico, densidade, velocidade de propagação da onda ultrassônica no material e difusividade, contribuindo dessa forma para uma melhor estimativa da atenuação do material.

A solução obtida pela CITT para o problema direto, foi satisfatória, pois a mesma conseguiu representar de forma semelhante as curvas experimentais de aquecimento e resfriamento do phantom sintético. Dessa forma, para obtenção de resultados melhores, propor um novo modelo matemático, avaliando a influência da convecção na condição de contorno em  $Z=0$ . Com relação ao termo fonte ultrassônico, avaliar outros tipos de modelos matemáticos de deposição de energia ultrassônica.

As estimativas de atenuação do phantom sintético obtidas pelo método de Levenberg-Marquardt a partir do dados experimentais e conseqüentemente as temperaturas obtidas pela CITT, considerando um tempo de experimento de 300s, para os termopares direito e esquerdo, apresentaram valores de temperatura máximos próximo aos dados experimentais para os Caso 1, Caso 2 e Caso 3 avaliados. Para o termopar do fundo, as diferenças entre os resultados foram relativamente maiores.

Avaliar a estimativa de parâmetros e de função, tais como: condutividade do phantom, coeficientes de convecção, temperatura do gel e termo fonte de geração de energia considerando o período total de tempo de aquecimento e resfriamento do phantom sintético.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- “Tissue substitutes, phantoms and computational modelling in medical ultra-sound,” *International commission on radiation units and measurements, ICRU report*, vol. 61, 1998.
- AGNELLI, J. P.; BARREA, A. A.; TURNER, C. V., 2011, “Tumor location and parameter estimation by thermography”, *Mathematical and Computer Modeling*, v.53, pp. 1527-1534.
- ALIFANO, O. M., **Inverse Heat Transfer Problems**, Springer-Verlag, New York, 1994.
- AMARA, E. H., 1995, “Numerical investigations on thermal effects of laser-ocular media interaction”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, v. 38, pp. 2479-2488.
- AZHARI, H., 2010, *Basics of Biomedical Ultrasound for Engineers*, John Wiley & Sons, USA.
- BAGHBAN, M., AYANI, M. B., “Source term prediction in a multilayer tissue during hyperthermia”, *Journal of Thermal Biology*, v. 52, pp.187-191.
- BAKER, K. G.; ROBERTSON, V. J., 2001, A Review of Therapeutic Ultrasound: Biophysical Effects, *Physical Therapy*, vol. 81, n. 7, pp. 1351-1358.
- BASTO, R. L. Q, 2007, Construção de um phantom sintético com propriedades termofísicas e ultra-sônicas similares às do tecido biológico humano em 1 e 2,8 MHz, Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- BECK, J. V., ARNOLD, K. J., **Parameter Estimation in Engineering and Science**, Wiley, New York, 1977.
- BERNARD, L., 2015, Problema de estimativa de estado no tratamento de câncer por hipertermia com aquecimento por laser diodo na faixa do infravermelho próximo, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- BEZERRA, L. A., 2007, Uso de imagens termográficas em tumores mamários para validação de simulação computacional, Dissertação de M.Sc., Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- BULLA, G., 2006, Cálculo da taxa de absorção específica e aumento de temperatura em modelos de cabeça de adulto e criança. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

- BUNN, P. S., 2009, *Phantom* termo-cromático com propriedades ultra-sônicas e termofísicas similares às dos tecidos moles humanos em 1 MHz, Dissertação de M. Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- CAMERON, M. H., 2003, *Physical agents in rehabilitation: from research to practice*, Elsevier, USA.
- CARDOSO, A. C., 2008, Avaliação do campo acústico de um transdutor ultra-sônico com três cerâmicas piezoelétricas de 3 MHz aplicado em fisioterapia, Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- CHATO, J. C., 1980, “Heat transfer to blood vessels”, *Journal of Biomechanical Engineering*, v. 102, n.2, pp. 110-118.
- CHEN, M. M.; HOLMES, K. R., 1980, “Microvascular contributions in tissue heat transfer”, *Annals of the New York Academy of Science*, v. 335, pp. 137-150.
- CONCEIÇÃO, D., S., 2014, Análise computacional da distribuição do campo de temperatura na região cervical ao redor da tireóide com e sem presença de um tumor, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- COTTA, C. P. N., 2009, Problemas inversos de condução de calor em meios heterogêneos: análise teórico-experimental via transformação integral, inferência bayesiana e termografia por infravermelho, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- CUEVAS, D. C. S., 2015, Estimativa de parâmetros de materiais heterogêneos com o método de monte carlo com cadeia de markov, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- DAS, K., SINGH, R., MISHRA, S. C., 2013, “Numerical analysis for determination of the presence of tumor and estimation of its size and location in a tissue”, *Journal of Thermal Biology*, v. 38, pp.32-40.
- DATTA, A., RAKESH, V., 2010, *An Introduction to Modeling of Transport Processes – Applications to Biomedical Systems*. Cambridge University Press, New York.
- DIAS, F. G., 2007, Modelagem e simulação da distribuição de temperatura do coração em cirurgias cardíacas em função do fluxo coronariano. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.
- DONATO, N. J., 2008, Análise do comportamento térmico da estrutura intra-ocular humana durante procedimento cirúrgico de remoção da catarata, Dissertação de M.Sc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

- DYSON, M., 1982, “Non-thermal cellular effects of ultrasound”, *British Journal of Cancer*, v. 45, pp. 165-171.
- DYSON, M., 1987, “Mechanisms involved in therapeutic ultrasound”, *Physiotherapy*, v. 73, pp. 116-120.
- FAGANELLO, F. B., 2003, Ação esquelética do ultra-som terapêutico no processo de regeneração do músculo esquelético, Dissertação de M. Sc., Universidade Estadual Paulista, Rio Claro/SP, Brasil.
- FERRARI, C. B., 2008, Avaliação do desempenho de equipamentos de ultra-som terapêutico, Dissertação de M.Sc., Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, Brasil.
- FERREIRA, M.S.; YANAGIHARA, J. Y., 2009, “A transiente three-dimensional heat transfer model of the human body”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 36, n. 7, pp. 718-724.
- FISH, P., 1990, *Physics and instrumentation of diagnostic medical ultrasound*. 1 ed., John Wiley & Sons, New York.
- FONSECA, H. M., 2012, Soluções de problemas inversos com medidas em micro-escalas, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- FORMIGONI, P. O., 2011, Modelagem de ondas ultrassônicas refletidas por superfícies de geometrias diversas, Dissertação de M.Sc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- FUIRINI, N.; LONGO, G. J., 1996, *Ultra-som*, KLD – Biosistemas equipamentos eletrônicos Ltda., Amparo, São Paulo.
- GUIMARÃES, C. S. C., 2003, Modelagem computacional da biotransferência de calor no tratamento por hipertermia em tumores de duodeno através do método dos volumes finitos em malhas não-estruturadas. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- GUIRRO, E., GUIRRO, R., 2002, *Fisioterapia dermatofuncional: fundamentos recursos e patologias*, 3 ed., Editora Manole, São Paulo, Brasil.
- HAAR, G. R., DANIELS, S., 1981, “Evidence for ultrasonically induced cavitation in vivo”, *Physics in Medicine and Biology*, v. 26.
- HAAR, G. T., 1987, “Basic physics of therapeutic ultrasound”, *Physiotherapy*, v. 73, n. 3, pp. 110-113.

- HAAR, G. T., 2007, “Therapeutic applications of ultrasound”, *Prog. Biophys. Mol. Biol.*, v. 93, pp. 111-29.
- HANG, C. H., HANG, C. Y., 2007, “An inverse problem in estimating simultaneously the effective thermal conductivity and volumetric heat capacity of biological tissue”, *Applied Mathematical Modeling*, v. 31, pp. 1785-1707.
- HADAMARD, J., **Lectures on Cauchy’s Problem in Linear Partial Differential Equations**, 1923, Yale University Press, New Haven, CT.
- HARRIS, G. R., 1999, “Medical ultrasound exposure measurements: update on devices, methods, and problems”, *Proceedings of Ultrasonic Symposium*, v. 2, pp. 1341-1352, Nevada.
- HENRIQUES, F. C., 1947, “The predictability and significance of thermally induced rate processes leading to irreversible epidermal injury”, *Arch. Patol.*, v. 43, pp. 489-502.
- HOSKIN, P., MARTIN, K., THRUSH, A., 2010, *Diagnostic ultrasound: physics and equipment*, Cambridge University Press, United Kingdom.
- HYNYNEN, K.; DENNIE, J.; ZIMMER, J. E.; SIMMONS, W. N.; HE, D. S.; MARCUS, F. I.; AGUIRRE, M., 1997, “Cylindrical ultrasonic transducers for cardiac catheter ablation”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 44, n. 2, pp. 144-151.
- JESUS, G. S.; FERREIRA, A. S.; MENDONÇA, A. C., 2006, Fonoforese x Permeação Cutânea, *Fisioterapia em Movimento*, vol. 19, n. 4, pp. 83-88.
- JIANG, S. C.; MA, N.; LI, H. J.; ZHANG, X. X., 2002, “Effects of thermal properties and geometrical dimensions on skin burn injuries”, *Burns*, v. 28, pp. 713-717.
- JUNIOR, E. A. B., 2000, Os efeitos do ultra-som na cicatrização de tendões flexores de coelhos após tenorrafia. EESC/FMRP/IQSC – Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, Brasil.
- KAARA, S.; ZHANG, J.; Yang, F., 2005, “A numerical study of a 3D bioheat transfer problem with a different spatial heating”, *Mathematics and Computers in Simulation*, v. 68, pp. 375-388.
- LEONG, T.; ASHOKKUMAR, M.; KENTISH, S., 2011, The Fundamentals of Power Ultrasound – A Review, *Acoustic Australia*, vol. 39, n. 2, pp. 54-63.
- LOPES, C. F., 2009, Problema inverso de estimativa da variação espacial da perfusão sanguínea em problemas de biotransferência de calor, Dissertação de M.Sc., Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil.



- LOW, J., REED, A., 1994, **Electrotherapy Explained: Physical Principles Explained**, 1 ed., Butterworth-Heinemann, London, England.
- MARTINS, D. M. S., 2008, Algoritmos genéticos distribuídos aplicados ao problema inverso de eletrofisiologia cardíaca, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- NETO, C. A., 2010, *Modelo integrado do sistema térmico e respiratório do corpo humano*, Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- NETO, C. A., 2010, Modelo integrado dos sistemas térmico e respiratório do corpo humano, Tese de D.Sc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- NG, E. Y. K.; TAN, H. M.; OOI, E. H., 2009, “Boundary element method with bioheat equation for skin burn injury”, *Burns*, v. 35, pp. 987-997.
- NICÁCIO, W. P. J. S. C., 2009, Modelo difusivo-advectivo para o crescimento de tumores avasculares em ambiente com nutrientes e células normais. Dissertação de M.Sc., Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil.
- OKUNO, E; CALDAS, I. L.; CHOW, C., Física para ciências biológicas e biomédicas, Ed. Harbra, São Paulo, Brasil.
- OMENA, T. P., 2009, Avaliação do aquecimento ao longo do feixe ultra-sônico gerado por equipamentos de fisioterapia, Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- ORLANDE, H. R. B., FUDYM, O., MAILLET, D., COTTA, R. M., 2011, **Thermal Measurements and Inverse Techniques**, CRC Press, Florida.
- OZISIK, M. N., ORLANDE, H. R. B., 2000, *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*, McGraw-Hill, New York.
- OZISIK, M. N., 1985, *Heat Transfer: A Basic Approach*, Taylor & Francis, New York.
- PARUCH, M., MAJCHRAK, E., 2007, “Identification of tumor region parameters using evolutionary algorithm and multiple reciprocity boundary element method”, **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 20, n. 5, pp.647-655.
- PACHECO, C. C., 2014, Estimativa do fluxo de calor com variações espacial e temporal através do filtro de kalman e do modelo de erro de aproximação, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- PENNES, H. H., 1948, “Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the Resting Human Forearm”, *Journal of Applied Physiology*, v. 1, n. 2, pp. 93-122.

- PRENTICE, W., 2009, *Therapeutic modalities: for sport medicine and athletic trainers*, McGraw Hill, USA.
- RAVEN, P. B.; NIKI, I.; DAHMS, T. E.; HORVATH, S. M., 1970, "Compensatory cardiovascular responses during an environmental cold stress, 5°C", *Journal of Applied Physiology*, v. 29, n. 4, pp. 417–421.
- RAVEN, P. R.; HORVATH, S. M., 1970, "Variability of physiological parameters of unacclimatized males during a two-hour cold stress of 5°C", *International Journal of Biometeorology*, vol. 14, n. 3, pp. 309-320.
- REYNOLDS, W. J.; MILHORN JR., H. T., 1973, "Transient ventilatory response to hypoxia with and without controlled alveolar  $P_{CO_2}$ ", *Journal of Applied Physiology*, v. 35, n.2, pp. 187.
- SALAS, F., M., A., 2012, Problemas inversos de condução de calor em cabos condutores de linhas de transmissão, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- SILVA, A. B. C. G., 2012, Análise numérica da distribuição de temperatura no cérebro humano utilizando o método dos elementos finitos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- SILVA, D. V. F. M. R., 2001, Estimativa de propriedades térmicas de materiais ablativos, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- SILVA, G. M. L. L., 2004, Análise da biotransferência de calor nos tecidos oculares devido à presença de implantes retinianos através da utilização dos volumes finitos em malhas não-estruturadas, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- SKINNER, M. G.; IIZUKA, M. N.; KOLIOS, M. C.; SHERAR, M. D., 1998, "A theoretical comparison of energy source – microwave, ultrasound and laser for interstitial thermal therapy", *Phys. Med. Biol.*, v. 43, pp. 3535-3547.
- SOUZA, M. V. C., 2009, Otimização de termos fontes em problemas de biotransferência de calor, Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil.
- SCHWAAB, M., PINTO, J. C., 2007, **Análise de dados experimentais I – Fundamentos de Estatística e Estimação de Parâmetros**, e-Papers, Rio de Janeiro.

- STOLWIJK, J. A. J.; HARDY, J. D., 1966, "Partitional calorimetric studies of responses of man to thermal transients", *Journal of Applied Physiology*, v. 21, n. 3, pp. 967–977.
- VARÓN, L. A. B., 2015, Problema de estimativa de estado no tratamento de câncer com aquecimento por ondas eletromagnéticas na faixa de radiofrequência, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- VIEIRA, S. L., 2005, Desenvolvimento de um phantom para treinamento de biópsia de mama guiada por ultra-som, Dissertação de M.Sc., USP, Ribeirão Preto, Brasil.
- WEIMANN, L., 2004, Análise da eficácia do ultra-som terapêutico na redução do fibro edema gelóide, TCC, Universidade do Oeste do Paraná, Cascavel, Brasil.
- WEINBAUM, S.; JIJI, L. M., 1985, "A new simplified bioheat equation for the effect of blood flow on local average tissue temperature", *Journal of Biomechanical Engineering*, v. 107, n.2, pp. 131-139.
- WERNER, J.; REENTS, T. A., 1980, "A contribution to the topography of temperature regulation in man", *European Journal of Applied Physiology*, v. 45, n. 1, pp. 87-94.
- WILLIAMS, A. R., 1990, "Phonophoresis an in vivo evaluation using three topical anaesthetic", *Ultrasonics*, v. 28,
- WILLIAMS, R., 1983, *Ultrasound: biological effects and potential hazards*, Academic Press, New York.
- WILLIAMS, R., 1983, *Ultrasound: biological effects and potential hazards*, 2 ed. Academic Press, New York.
- WILLIAMS, R., 1987, "Production and transmission of ultrasound", *Physiotherapy*, v. 73, n. 3, pp. 113-116.
- WISSELER, E. H., 1961, "An Analysis of Factors Affecting Temperature Levels in the Nude Human, Temperature - Its Measurement and Control", *Science and Industry*, pp. 603-612.
- WISSELER, E. H., 1964, "A Mathematical model of the human thermal system", *Bulletin of Mathematical Biophysics*, v. 26, pp. 147-166.
- WOOD, R. W., LOOMIS, A. L., 1927, "The physical and biological effects of high-frequency sound-waves of great intensity". *Philosophical Magazine*, v. 4, n. 22, pp. 417-436.

- WU, J.; NYBORG, W., 2006, *Emerging Therapeutic Ultrasound*, World Scientific, USA.
- YUE, K.; ZHANG, X.; YU, F., 2004, “An analytical solution of one-dimensional steady-state Pennes’ bioheat transfer equation in cylindrical coordinates”, *Journal of Thermal Science*, v. 13, n. 3, pp. 255-258.
- ZÉRPA, J. M. P., 2012, Caracterização de propriedades mecânicas em modelos de artérias usando um algoritmo de ponto interior, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.