



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



**KARLO QUEIROZ DA COSTA**

**ANÁLISE TEÓRICA DE NOVOS TIPOS DE ANTENAS DE  
BANDA LARGA E DE DIMENSÕES REDUZIDAS**

**TD – 04/2006**

**UFPA/CT/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
66.075-900 – BELÉM – PARÁ – BRASIL**



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**KARLO QUEIROZ DA COSTA**

**ANÁLISE TEÓRICA DE NOVOS TIPOS DE ANTENAS DE  
BANDA LARGA E DE DIMENSÕES REDUZIDAS**

**Tese de Doutorado submetida à  
Banca Examinadora do Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica da UFPA para obtenção  
do título de Doutorado em  
Engenharia Elétrica.**

**UFPA/CT/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
66.075-900 – BELÉM – PARÁ – BRASIL**



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
CENTRO TECNOLÓGICO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## **ANÁLISE TEÓRICA DE NOVOS TIPOS DE ANTENAS DE BANDA LARGA E DE DIMENSÕES REDUZIDAS**

**AUTOR: KARLO QUEIROZ DA COSTA**

**BANCA EXAMINADORA:**

---

**Prof. Dr. Victor Dmitriev  
(Orientador – UFPA)**

---

**Prof. Dr. José Carlos da Silva Lacava  
(Membro – ITA)**

---

**Prof. Dr. Luis Carlos Kretly  
(Membro – UNICAMP)**

---

**Prof. Tit. Dr. Gervásio Protásio dos Santos Cavalcante  
(Membro – UFPA)**

---

**Prof. Dr. Carlos Leônidas da Silva Souza Sobrinho  
(Membro – UFPA)**

**VISTO:**

---

**Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes  
Coordenador do PPGEE/CT/UFPA**

**UFPA/CT/PPGEE  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ  
66.075-900 – BELÉM – PARÁ – BRASIL**

# ÍNDICE

<b>RESUMO</b> .....	ix
---------------------	----

## CAPÍTULO 1

<b>INTRODUÇÃO E ESCOPO DA TESE</b> .....	1
1.1 - Introdução.....	1
1.2 - Proposta da Tese.....	3
1.3 - O Método Numérico de Escolha.....	3
1.4 - Resumo Geral do Conteúdo.....	4
1.5 - Referências.....	6

## CAPÍTULO 2

<b>LIMITAÇÕES FUNDAMENTAIS EM ANTENAS</b> .....	9
2.1 - Introdução.....	9
2.2 - Métodos para o Cálculo do Fator de Radiação $Q$ .....	9
2.2.1 - O Método de Chu.....	10
2.2.2 - O Método de Collin.....	17
2.2.3 - O Método de Circuitos Equivalentes.....	23
2.3 - Mínimos $Q$ de Radiação.....	26
2.3.1 - Mínimo $Q$ de Radiação Segundo Wheeler.....	26
2.3.2 - Mínimo $Q$ de Radiação Segundo Chu.....	27
2.3.3 - Mínimo $Q$ de Radiação Segundo Collin.....	28
2.3.4 - Comparação dos Resultados.....	29
2.4 - Referências.....	31

## CAPÍTULO 3

<b>O MONOPOLO DE KOCH MODIFICADO</b> .....	32
3.1 - Resumo.....	32

3.2 - Introdução.....	32
3.3 - Descrição do Fractal.....	33
3.3.1 - Algoritmo IFS.....	34
3.3.2 - Dimensão Fractal.....	35
3.4 - Resultados Numéricos.....	37
3.4.1 - Frequência de Ressonância, Resistência de Radiação e Eficiência.....	37
3.4.2 - Impedância de Entrada.....	39
3.4.3 - Corrente nos Condutores.....	41
3.4.4 - Diagramas de Radiação.....	42
3.5 - Conclusões.....	47
3.6 - Referências.....	48

## CAPÍTULO 4

<b>O MONOPOLO ESPIRAL RETANGULAR .....</b>	<b>49</b>
4.1 - Resumo.....	49
4.2 - Introdução.....	49
4.3 - Descrição da Antena.....	50
4.4 - Resultados Numéricos.....	50
4.4.1 - Análise em Baixas Frequências.....	53
4.4.1.1 - Frequência de Ressonância.....	53
4.4.1.2 - Resistência de Radiação.....	54
4.4.1.3 - Impedância de Entrada.....	54
4.4.1.4 - Corrente nos Condutores.....	54
4.4.1.5 - Diagramas de Radiação.....	57
4.4.2 - Análise em Altas Frequências.....	59
4.4.2.1 - Impedância de Entrada.....	59
4.4.2.2 - Coeficiente de Reflexão.....	65
4.4.2.3 - Diretividade.....	66
4.5 - Conclusões.....	69
4.6 - Referências.....	71

## CAPÍTULO 5

<b>O MONOPOLO ESPIRAL DOBRADO.....</b>	<b>72</b>
5.1 - Resumo.....	72
5.2 - Introdução.....	72
5.3 - Descrição da Antena.....	73
5.4 - Resultados Numéricos.....	74
5.4.1 - Análise em Baixas Freqüências.....	77
5.4.1.1 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade.....	77
5.4.1.2 - Distribuição de Corrente.....	79
5.4.1.3 - Diagrama de Radiação.....	80
5.4.2 - Análise em Altas Freqüências.....	80
5.4.2.1 - Impedância de Entrada.....	80
5.4.2.2 - Coeficiente de Reflexão.....	83
5.4.2.3 - Diretividade.....	85
5.5 - Conclusões.....	86
5.6 - Referências.....	87

## CAPÍTULO 6

<b>COMBINAÇÕES DE DIPOLOS E ESPIRAS NO ESPAÇO LIVRE.....</b>	<b>88</b>
6.1 - Resumo.....	88
6.2 - Introdução.....	88
6.3 - Descrição das Antenas.....	89
6.4 - Resultados Numéricos.....	91
6.4.1 - Impedância Mútua entre Dipolos Elétricos e Magnéticos.....	91
6.4.2 - Impedância de Entrada.....	91
6.4.3 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade.....	92
6.4.4 - Diagramas de Radiação.....	96
6.5 - Conclusões.....	98
6.6 - Referências.....	99

## CAPÍTULO 7

<b>COMBINAÇÕES DE DIPOLOS E ESPIRAS SOBRE UM PLANO DE TERRA...</b>	100
7.1 - Resumo.....	100
7.2 - Introdução.....	100
7.3 - Descrição das Antenas.....	101
7.4 - Resultados Numéricos.....	102
7.4.1 - Impedância de Entrada.....	103
7.4.2 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade.....	105
7.4.3 - Diagramas de Radiação.....	105
7.5 - Conclusões.....	108
7.6 - Referências.....	109

## CAPÍTULO 8

<b>COMBINAÇÃO DE UMA ANTENA DE MICROFITA E DUAS ESPIRAS.....</b>	110
8.1 - Resumo.....	110
8.2 - Introdução.....	110
8.3 - Descrição da Antena.....	111
8.4 - Análise Teórica.....	111
8.5 - Resultados Numéricos.....	112
8.5.1 - Impedância de Entrada.....	113
8.5.2 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade.....	114
8.5.3 - Diagramas de Radiação.....	114
8.6 - Conclusões.....	117
8.7 - Referências.....	118

## CAPÍTULO 9

<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	119
9.1 - Sumário.....	119
9.2 - Conclusões.....	120
9.3 - Referências.....	121

**APÊNDICE A**

<b>MÉTODO DOS MOMENTOS PARA ANTENAS LINEARES.....</b>	<b>122</b>
---	------------

**APÊNDICE B**

<b>DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO (2.38).....</b>	<b>132</b>
--	------------



## RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo teórico sobre novos tipos de antenas de dimensões reduzidas e de banda larga. O desenvolvimento de tais antenas foi baseado em alguns resultados da teoria geral sobre os limites fundamentais de antenas e em modificações e otimizações de antenas existentes na literatura. As antenas apresentadas neste trabalho são: o Monopolo de Koch Modificado, o Monopolo Espiral Retangular, o Monopolo Espiral Dobrado, combinações de dipolos elétricos (dipolo cilíndrico) e magnéticos (espira circular e quadrada) no espaço livre e sobre um plano condutor perfeito, e uma antena de microfita composta por um *patch* retangular e duas espiras. O método numérico utilizado para análise foi o Método dos Momentos (MoM), e as linguagens de programação utilizadas para a implementação computacional foram a do programa MatLab 6.0 e o Fortran. Por meio deste método numérico foram calculados os diversos parâmetros característicos para cada antena citada acima, tais como, distribuição de corrente sobre o condutor, impedância de entrada, frequência de ressonância, coeficiente de reflexão, diagrama de radiação e diretividade em função da frequência. Alguns resultados teóricos obtidos foram comparados com dados teóricos e experimentais disponíveis na literatura e com resultados calculados pelos programas comerciais HFSS e IE3D.

**Palavras-chave:** Antenas de banda larga, antenas de dimensões reduzidas, antenas lineares, antenas de microfita, limites fundamentais em antenas, Método dos Momentos.

# CAPÍTULO 1

## 1 – INTRODUÇÃO E ESCOPO DA TESE

### 1.1 - Introdução

Elementos radiadores que possuem baixas dimensões, banda larga e alta eficiência de radiação são de bastante interesse prático para aplicações em modernos sistemas de comunicações [1]. Como exemplo da relevância destes tipos de antenas, pode-se citar a constante tendência de se construir dispositivos compactos e de banda larga para comunicação como telefones celulares, transmissores de rádio, telefones de pulso, etc. Com relação à segunda característica citada acima, esta é uma característica fundamental para antenas quando se deseja transmitir sinais que possuem bastante informação, como por exemplo, sinais de vídeo e sinais de dados com altas taxas de transmissão. E a eficiência da antena é um parâmetro importante quando a fonte de energia disponível para o dispositivo transmissor (ou receptor) é limitada e/ou de alto custo, como é o caso das baterias dos celulares. Nestes casos, tem-se que quanto maior é a eficiência de uma antena menor será o seu custo em energia

Em teoria de antenas, sabe-se que quando as dimensões de um radiador são reduzidas, em geral sua largura de banda e sua resistência de radiação diminuem, sendo que a redução deste último parâmetro implica em menores eficiências de radiação [2]. Os limites fundamentais gerais sobre a performance de antenas, com relação aos parâmetros citados acima, foram primeiros investigados por Wheeler [3] e Chu [4]. Estes autores obtiveram resultados similares do efeito da redução das dimensões sobre a largura de banda de uma antena qualquer, sendo que o primeiro utilizou o conceito de fator de potência, e o segundo usou a definição de fator de qualidade de radiação (ou fator de radiação). Chu representou os campos radiados de uma antena qualquer por meio de uma série de harmônicas esféricas. A partir desta série, ele calculou o fator de radiação para cada modo utilizando redes de circuitos equivalentes, sendo que para modos superiores estes circuitos foram simplificados. Uma de suas principais conclusões é que o mínimo fator de radiação que uma antena qualquer pode obter, só é possível quando esta radia os modos fundamentais  $TM_{10}$  e  $TE_{10}$  com energias iguais. Os campos correspondentes a estes modos são os mesmos daqueles dos dipolos

elétricos e magnéticos infinitesimais, respectivamente. Vale comentar aqui, que menores valores do fator de radiação, equivale a maiores larguras de banda [4].

Collin [5] em 1964 confirmou os resultados de Chu utilizando teoria de campo para calcular as energias envolvidas no cálculo do fator de radiação. Fante [6] em 1969 generalizou os conceitos de Collin para uma antena que radia qualquer modo esférico ou cilíndrico. Em [7], McLean faz uma verificação destes limites fundamentais utilizando dipolos infinitesimais, e propõe um método mais simples para obtê-los. Os resultados obtidos também confirmam os anteriores. Outros artigos que tratam sobre este assunto são [8]-[19]. Trabalhos recentes que comprovam estas teorias podem ser encontrados em [20]-[22].

A utilização da técnica de se combinar dipolos elétricos e magnéticos para se obter radiadores de banda larga pode ser encontrada em [23]-[26]. Em [23]-[24], são apresentados cálculos da impedância mútua entre um dipolo elétrico e um magnético (espira) de diferentes orientações relativas de seus momentos. A idéia de se combinar estes tipos de antenas para aumentar a largura de banda, foi utilizada em [25]. Neste trabalho, os autores utilizaram um modelo teórico de linhas de transmissão para os cálculos, e alimentaram cada dipolo separadamente, como em um arranjo, com amplitudes e fases das fontes diferentes entre si (em [26], investigou-se também o efeito das fases das correntes nos dipolos). Os autores de [25] conseguiram obter alta largura de banda ajustando estes parâmetros como função da frequência. Eles observaram também uma significativa absorção de energia por parte de um dos dipolos, isto é, a fonte de um dos dipolos absorve energia. Esta absorção de energia diminui a potência total radiada, e, conseqüentemente, diminui a eficiência de radiação.

Já com relação a técnicas para a construção de radiadores compactos, pode-se citar, por exemplo, as antenas lineares conhecidas como *meandered line antennas* [27], que se caracterizam por possuírem grandes comprimentos de fios condutores concentrados em pequenos volumes. Um outro exemplo de antenas pequenas são as antenas fractais [28] que possuem a propriedade geométrica de maior ocupação do espaço próximo da antena. Estes dois exemplos de técnicas podem ser aplicados tanto para antenas lineares como para antenas de microfita. Estas duas técnicas possuem em comum o fato de se alterar a geometria da antena de tal forma que é possível aumentar o comprimento elétrico da antena sem aumentar suas dimensões físicas. Aumentar o comprimento elétrico significa diminuição da frequência de operação, e que, por conseguinte significa redução nas dimensões.

## 1.2 - Proposta da Tese

A proposta geral do presente trabalho consiste na análise teórica de novos tipos de antenas de dimensões reduzidas e de banda larga. As técnicas utilizadas para o desenvolvimento de tais antenas foram baseadas nos resultados da teoria geral sobre os limites fundamentais de antenas e em modificações e otimizações de antenas conhecidas na literatura. O problema de projeto de circuito de casamento não é discutido neste trabalho.

## 1.3 - O Método Numérico de Escolha

Existem vários métodos numéricos disponíveis na literatura para solução de problemas de campos eletromagnéticos [29]. Estes métodos podem ser classificados em dois grupos, métodos diferenciais e integrais. Todos estes métodos dividem a região do problema e transformam as equações de campos em sistemas de equações algébricas. Métodos diferenciais tais como o Método dos Elementos Finitos (FEM) [30] e o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) [31], requerem que todo o domínio do problema seja discretizado. Em métodos integrais, tais como o Método dos Momentos (MoM) [32]-[33], a discretização é geralmente necessária apenas sobre a superfície do condutor. Um outro método muito conhecido é o método de Matriz Linha de Transmissão (TLM), que pode ser considerado como um método diferencial. Todos estes métodos utilizam as equações de Maxwell no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Os métodos FDTD e o TLM são, usualmente, no domínio do tempo, onde existe uma discretização da variável temporal. Os métodos FEM e MoM são usualmente no domínio da frequência, e as variáveis de campo destes são grandezas complexas. Estes métodos se caracterizam por resultarem em grandes sistemas de equações lineares. Vale comentar aqui que as quantidades no domínio da frequência podem ser transformadas para o domínio do tempo através da Transformada de Fourier e vice-versa.

O método numérico escolhido para esta tese foi o Método dos Momentos (MoM) [32]-[39], esta escolha foi devido ao fato deste método ser uma poderosa técnica para análise de problemas de campos eletromagnéticos de radiação e de espalhamento e por ser comumente utilizada na literatura para análise de antenas de geometrias complexas. Como dito antes, este método se caracteriza por utilizar equações integrais que relacionam as fontes de correntes elétricas existentes nos condutores aos campos eletromagnéticos radiados por estas, e pela

formulação ser no domínio da frequência. Neste método, os condutores da antena são divididos em pequenas regiões, onde para cada uma destas, a corrente é representada por uma função base de escolha (pulso, triangular, senoidal, etc) e a corrente total no condutor é aproximada pela soma destes elementos de corrente. Existem na literatura três diferentes formulações clássicas deste método, as quais se diferenciam pela forma da equação integral [33], [38], [39]. Uma é aquela que utiliza a equação integral de Pocklington [32], [35], [38], outra a equação de Hallén [32], [34], [35], [39]. Uma outra, a que foi utilizada aqui, é aquela padrão baseada nas equações integrais dos potenciais, a qual é descrita de forma simples em [33]. No Apêndice A é apresentado um resumo teórico do MoM que foi utilizado neste trabalho.

#### **1.4 - Resumo Geral do Conteúdo**

Nesta seção, é apresentado um resumo geral do conteúdo restante deste trabalho. O Capítulo Dois apresenta a teoria básica sobre os limites fundamentais em antenas com relação a largura de banda e a redução das dimensões. Neste capítulo, são discutidos os mínimos fatores de qualidade de radiação de antenas, a relação destes fatores com a largura de banda e com as dimensões do radiador, os cálculos deste fator utilizando as teorias de Wheeler, Chu e Collin, teorias sobre o teorema de Poynting no domínio da frequência aplicado para antenas, e circuitos equivalentes de antenas. O Capítulo Três apresenta a análise teórica do Monopolo de Koch Modificado com dimensões reduzidas, e o Capítulo Quatro a análise do Monopolo Espiral Retangular, que possui características ressonantes para grandes comprimentos de onda e comportamento de antena de banda larga para pequenos comprimentos de onda. O Capítulo Cinco apresenta a análise de uma antena linear espiral chamada de Monopolo Espiral Dobrado. Esta antena é uma forma modificada da antena analisada no Capítulo Quatro com altura menor.

O Capítulo Seis mostra a análise de antenas compostas de banda larga no espaço livre. Estas antenas são combinações de dipolos elétricos e magnéticos ortogonais entre si e com simples alimentação. Quatro antenas dessas são analisadas neste capítulo. O Capítulo Sete analisa três tipos de combinações de dipolos elétricos e magnéticos com simples alimentação e horizontais sobre um plano condutor perfeito. A análise feita neste capítulo é similar àquela feita no capítulo anterior. O Capítulo Oito analisa uma antena composta por uma antena de

microfita retangular e duas espiras retangulares. As dimensões desta antena foram otimizadas para aumentar a largura de banda.

O Capítulo Nove contém as considerações finais deste trabalho. Neste capítulo, são apresentados um pequeno sumário da tese e as conclusões gerais. O Apêndice A apresenta um resumo teórico do MoM aplicado para análise de antenas. O Apêndice B apresenta a teoria sobre representação de campos eletromagnéticos por harmônicas esféricas vetoriais. Este apêndice também contém a demonstração da expressão geral (2.38), a qual é apresentada no Capítulo Dois, para o cálculo do fator de radiação em termos dos coeficientes da expansão dos campos radiados em harmônicas esféricas vetoriais.

## 1.5 - Referências

- [1] H. Morishita, Y. Kim, K. Fujimoto, “Design concept of antennas for small mobile terminals and the future perspective”, *IEEE Antennas and Propagat. Mag.*, vol. 44, N5, pp. 30-43, October 2002.
- [2] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd ed., Ed. New York: John Wiley, 1997, pp. 441–486.
- [3] H. A. Wheeler, “Fundamental limitations of small antenna”, *Proc. IRE*, vol. 35, pp. 1479-1484, December 1947.
- [4] L. J. Chu, “Physical limitations of omni-directional antennas”, *J. Appl. Phys.*, vol. 19, pp. 1163-1175, December 1948.
- [5] R. E. Collin, S. Rothschild, “Evaluation of antenna Q”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-12, pp. 23-27, January 1964.
- [6] R. L. Fante, “Quality factor of general ideal antennas”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-17, pp. 151-155, March 1969.
- [7] J. S. McLean, “A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 44, N5, pp. 672-675, May 1996.
- [8] R. F. Harrington, “Effect of antenna size on gain, bandwidth, and efficiency”, *J. Research National Bureau of Standards – D. Radio Propagation*, vol. 64-D, N1, pp. 1-12, Jan./Feb. 1960.
- [9] H. A. Wheeler, “Small antennas”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-23, N4, pp. 462-469, July 1975.
- [10] G. S. Smith, “Efficiency of electrically small antennas combined with matching networks”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. AP-25, pp. 369-373, May 1977.
- [11] H. A. Wheeler, “The wide-band matching area for small antenna”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-31, N2, pp. 364-367, March 1983.
- [12] R. L. Fante, “Maximum possible gain for an arbitrary ideal antenna with specified quality factor”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 40, N12, pp. 1586-1588, December 1992.
- [13] J. S. McLean, “The radiative properties of electrically-small antennas”, *IEEE Int. Symp. on Electromag. Compat.*, pp. 320-324, August 1994.
- [14] P. L. Overfelt, “Electric lines of force of an electrically small dipole-loop antenna array”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, N3, pp. 451-456, March 1998.

- [15] H. D. Foltz, J. S. McLean, "Limits on the radiation Q of electrically small antennas restricted to oblong bounding regions", *IEEE Int. Symp. on Antennas propagation*, vol. 4, pp. 2702-2705, 11-16 July 1999.
- [16] J. C.-E. Sten, A. Hujanen, P. K. Koivisto, "Quality factor of an electrically small antenna radiating close to a conducting plane", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, N5, pp. 829-837, May 2001.
- [17] E. E. Altshuler, "Electrically small self-resonant wire antennas optimized using a genetic algorithm", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 50, N3, pp. 297-300, March 2002.
- [18] G. A. Thiele, P. L. Detweiler, R. P. Penno, "On the lower bound of the radiation Q for electrically small antennas", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, N6, pp. 1263-1269, June 2003.
- [19] R. W. Ziolkowski, A. D. Kipple, "Application of double negative materials to increase the power radiation by electrically small antennas", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, N10, pp. 2626-2640, October 2003.
- [20] W. Geyi, P. Jarmuszewski, Y. Qi, "The foster reactance theorem for antennas and radiation Q", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, N3, pp. 401-408, March 2000.
- [21] W. Geyi, "Physical limitations of antenna", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 51, N8, pp. 2116-2123, August 2003.
- [22] W. Geyi, "A method for the evaluation of small antennas Q", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, N8, pp. 2124-2129, August 2003.
- [23] J. S. McLean, "The application of the method of moments to the analysis of electrically-small "compound" antennas", *IEEE Int. Symp. on Electromag. Compat.*, pp. 119-124, August 1995.
- [24] F. Tefiku, C. A. Grimes, "Coupling between elements of electrically small compound antennas", *Microw. and Opt. Techn. Lett.*, vol. 22, N1, pp. 16-21, July 1999.
- [25] V. P. Belichenko, Y. I. Buyanov, V. I. Koshelev, V. V. Plisko, "On the possibility of extending the passband of small-size radiators", *J. of Commun. Techn. and Electronics*, vol. 44, N2, pp. 167-172, 1999.
- [26] P. L. Overfelt, "Electric lines of force of an electrically small dipole-loop antenna array", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, N3, pp. 451-456, March 1998.
- [27] T. J. Warnargiris, T. J. Minardo, "Performance of the meandered line as an electrically small transmitting antenna", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, N12, pp. 1797-1801, December 1998.



- [28] J. P. Gianvittorio, Yahya R.-S., “Fractal antennas: a novel antenna miniaturization technique, and applications”, *IEEE Ant. Propag. Mag.*, vol. 5, N1, pp. 20-35, February 2002.
- [29] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, 2nd ed., Ed. New York: CRC Press, 2001.
- [30] J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, Ed. New York: Jhon Wiley & Sons inc., 1993.
- [31] K. S. Yee, “Numerical solution of initial boundary-value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-14, pp. 302-307, May 1966.
- [32] J. Moore, R. Pizer, *Moment Methods in Electromagnetics*, Ed. New York: Research Studies Press, 1984.
- [33] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Ed. New York: Macmillan, 1968, pp. 62–81.
- [34] R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*, Ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1981, pp. 277-344.
- [35] B. D. Popovic, M. B. Dragovic, A. R. Djordjevic, *Analysis and Synthesis of Wire Antennas*, Ed. New York: Research Studies Press, 1982.
- [36] R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, Ed. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [37] W. L. Stuzman, G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 2nd ed., Ed. New York: John Wiley & Sons inc., 1998, pp. 427-488.
- [38] H. C. Pocklington, “Electrical Oscillation in Wires”, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 9, 324, 1897.
- [39] E. Hallén, “Theoretical Investigations into the Transmitting and Receiving Qualities of Antennae”, *Nova Acta Regiae Soc. Sci. Upsaliensis*, Ser. IV, 11, 1-44, 1938.

## CAPÍTULO 2

### 2 – LIMITAÇÕES FUNDAMENTAIS EM ANTENAS

#### 2.1 - Introdução

Na literatura especializada sobre antenas, podem ser encontrados facilmente numerosos trabalhos sobre novos tipos de antenas que possuem dimensões reduzidas e/ou banda larga de casamento. A tendência destes estudos é de cada vez mais se obter radiadores compactos e com maiores larguras de banda de casamento. No entanto, sabe-se que estes dois requerimentos não podem ser melhorados indefinidamente, isto é, existem limites físicos no desempenho de antenas. Diante deste contexto, torna-se importante fazer um estudo sobre tais limites para se entender de que forma, ou tipo de radiador, pode-se aproximar destes limites.

Este capítulo apresenta um resumo da teoria geral sobre os limites teóricos fundamentais de antenas com relação à largura de banda e a redução das dimensões. Especificamente, são apresentados alguns resultados dos trabalhos clássicos de Chu [1]-[2], Collin [3] e Wheeler [4] sobre o mínimo fator de qualidade de radiação  $Q$ , ou simplesmente fator de radiação, que uma antena qualquer pode possuir em função de suas dimensões. Em resumo, este capítulo aborda os seguintes assuntos: métodos analíticos para o cálculo do  $Q$  de radiação, os valores mínimos do  $Q$  de radiação obtidos por diferentes técnicas analíticas, e a aplicação do teorema de Poynting no domínio da frequência para calcular as energias radiadas e armazenadas por uma antena qualquer e para obter um modelo de circuito equivalente de uma antena genérica.

#### 2.2 - Métodos para o Cálculo do Fator de Radiação $Q$

Nesta seção, apresentam-se três métodos básicos utilizados para o cálculo do  $Q$  de radiação. O método de Chu, o qual se utiliza uma expansão em harmônicas esféricas dos campos radiados externos a uma esfera fictícia de raio  $a$ , de onde se obtém circuitos elétricos equivalentes para o cálculo do  $Q$  de radiação, sendo que estes circuitos podem ser aproximados para facilitar os cálculos do  $Q$  para modos harmônicos esféricos superiores.

O método de Collin que utiliza a teoria de campo para o cálculo do  $Q$ , e o método de circuitos equivalentes. Em todos estes métodos, utiliza-se a seguinte definição para o fator de radiação

$$Q = \begin{cases} \frac{2\omega W_e}{P_{rad}} & \text{se } W_e > W_m \\ \frac{2\omega W_m}{P_{rad}} & \text{se } W_m > W_e \end{cases}, \quad (2.1)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular (rad/s),  $W_e$  e  $W_m$  são, respectivamente, as energias reativas média elétrica e magnética armazenadas ao redor da antena e  $P_{rad}$  é a potência média total radiada pela antena. Nesta definição utiliza-se um elemento reativo externo de casamento nos terminais da antena para torná-la ressonante ( $W_e = W_m$ ). Este elemento possui energia elétrica se  $W_e < W_m$  e magnética se  $W_e > W_m$ . Se o valor de  $Q$  for alto ( $Q > 10$ ), este pode ser aproximado como o inverso da largura de banda fracional ( $Q \approx 1/B$ ). Se o valor de  $Q$  for baixo, a impedância de entrada da antena irá variar lentamente com a frequência e esta antena possuirá uma característica de banda larga [1].

### 2.2.1 - O Método de Chu

Este método considera que a antena esteja dentro de uma esfera fictícia de raio  $a$ , e que esta seja a menor esfera que circunscreve a estrutura da antena. Além disso, considera-se que a antena não possua perdas por condução e que não exista energia armazenada dentro da esfera, ou seja, a energia reativa encontra-se fora desta esfera. A Fig. 2.1 mostra um exemplo de um esquema de uma antena circunscrita por uma esfera fictícia de raio  $a$ .

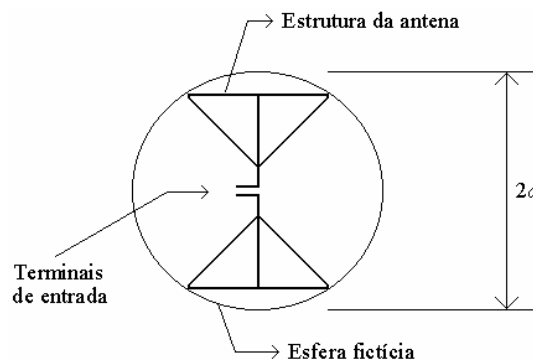


Fig. 2.1: Representação esquemática de uma antena circunscrita por uma esfera de raio  $a$ .

Os campos eletromagnéticos externos à superfície da esfera de raio  $a$  (Fig. 2.1) podem ser representados por um conjunto completo de funções harmônicas esféricas [5]. Este conjunto pode ser separado em dois tipos de modos de propagação, que são os modos  $TM_{nm}$  e os  $TE_{nm}$ . Os índices  $n$  e  $m$  são referentes à ordem da função esférica, onde  $n$  está relacionado à ordem da variação dos campos em função da coordenada esférica  $\theta$ , e  $m$  relaciona-se à ordem da variação dos campos em função da coordenada esférica  $\phi$ . Na análise que se segue, serão considerados somente os modos que representam os campos de antenas omnidirecionais com polarizações verticais ( $TM_{n0}$ ) e horizontais ( $TE_{n0}$ ), visto que os cálculos envolvidos para a determinação do  $Q$  de radiação não dependem do índice  $m$ . Desta forma as expressões dos campos radiados destes dois conjuntos de modos omnidirecionais são [1]

#### Modos $TM_n$

$$H_\phi = \sum_n A_n P_n^1(\cos\theta) h_n^{(2)}(kr), \quad (2.2)$$

$$E_r = -j \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \sum_n A_n n(n+1) P_n(\cos\theta) \frac{h_n^{(2)}(kr)}{kr}, \quad (2.3)$$

$$E_\theta = j \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \sum_n A_n P_n^1(\cos\theta) \frac{1}{kr} \frac{d}{dr} [r h_n^{(2)}(kr)], \quad (2.4)$$

#### Modos $TE_n$

$$E_\phi = \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \sum_n B_n P_n^1(\cos\theta) h_n^{(2)}(kr), \quad (2.5)$$

$$H_r = j \sum_n B_n n(n+1) P_n(\cos\theta) \frac{h_n^{(2)}(kr)}{kr}, \quad (2.6)$$

$$H_\theta = -j \sum_n B_n P_n^1(\cos\theta) \frac{1}{kr} \frac{d}{dr} [r h_n^{(2)}(kr)], \quad (2.7)$$

onde  $r$  é a coordenada esférica radial,  $P_n(\cos\theta)$  são polinômios de Legendre de ordem  $n$ ,  $P_n^1(\cos\theta)$  são os polinômios associados de Legendre de primeira ordem,  $h_n^{(2)}$  são as funções de Hankel de segunda espécie,  $k = \omega(\varepsilon\mu)^{1/2} = 2\pi/\lambda$  ( $\lambda$  é o comprimento de onda no espaço livre),  $\mu$  e  $\varepsilon$  são a permeabilidade e a permissividade do espaço livre, respectivamente, e  $c = 1/(\varepsilon\mu)^{1/2}$  a velocidade da onda no espaço livre. O fator temporal utilizado é  $e^{j\omega t}$ , e os coeficientes  $A_n$ 's e  $B_n$ 's são em geral quantidades complexas, mas aqui serão considerados reais.

Utilizando o teorema de Poynting no domínio da frequência e os campos (2.2), (2.3) e (2.4), calcula-se a potência que atravessa para fora a superfície esférica de raio  $a$

$$P(a) = j2\pi \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \sum_n \left\{ \frac{A_n}{k} \right\}^2 \frac{n(n+1)}{2n+1} \rho h_n^{(1)} (\rho h_n^{(2)})', \quad (2.8)$$

sendo que  $\rho=ka$ ,  $h_n^{(2)}=h_n^{(2)}(\rho)$  e  $(\rho h_n^{(2)})' = \frac{d}{d\rho} \rho h_n^{(2)}(\rho)$ ,  $h_n^{(1)}$  é o complexo conjugado de  $h_n^{(2)}$ .

A potência média no tempo radiada é a parte real de (2.8), ou seja,

$$P_{rad} = 2\pi \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \sum_n \left\{ \frac{A_n}{k} \right\}^2 \frac{n(n+1)}{2n+1}. \quad (2.9)$$

A expressão para a potência média radiada dos modos  $TE_{n0}$  é igual a (2.9) trocando os  $A_n$ 's pelos  $B_n$ 's. Para o cálculo do fator  $Q$  dado por (2.1) precisa-se também das energias  $W_e$  e  $W_m$ . A parte imaginária de (2.8) permite obter apenas a diferença entre estas energias, e não cada energia separadamente. Diante desta situação, Chu desenvolveu um método baseado em circuitos equivalentes representantes de cada modo, e a partir destes circuitos ele calculou as energias armazenadas correspondentes e substituiu estas em (2.1) para obter o  $Q$  de radiação. A seguir estes circuitos equivalentes são descritos.

Devido à ortogonalidade das funções de onda esféricas dadas por (2.2)-(2.7), a energia total, elétrica ou magnética, armazenada fora da esfera é igual a soma das correspondentes energias associadas com cada onda esférica, e a potência complexa transmitida através da superfície esférica fechada é igual a soma das potências complexas associadas com cada onda esférica, ou seja, não existe nenhum acoplamento entre as energias e potências entre dois modos esféricos quaisquer fora da esfera. Desta forma, Chu representou o espaço fora da esfera por um número independente de circuitos equivalentes, cada um com um par de terminais conectado a uma caixa a qual representa a parte interna da esfera. Desta caixa ele puxou para fora um par de terminais representando a entrada da antena como mostra a Fig. 2.2. O número total de pares de terminais é igual ao número de ondas esféricas usadas para descrever o campo fora da esfera, mais um. Assim, ele transformou um problema espacial em um problema de circuitos equivalentes.

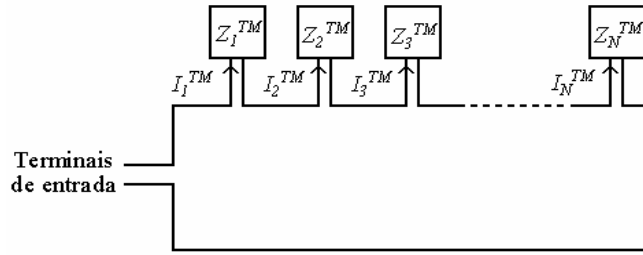


Fig. 2.2: Circuito equivalente de uma antena que possui  $N$  modos  $TM$ .

A partir das expressões (2.2)-(2.7), as voltagens, correntes e impedâncias para cada circuito equivalente das ondas  $TM_n$  e  $TE_n$  são definidas por

#### Modos $TM_n$

$$V_n^{TM} = \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{A_n}{k} \left( \frac{4\pi n(n+1)}{2n+1} \right)^{1/2} j(\rho h_n^{(2)})', \quad (2.10)$$

$$I_n^{TM} = \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{A_n}{k} \left( \frac{4\pi n(n+1)}{2n+1} \right)^{1/2} \rho h_n^{(2)}, \quad (2.11)$$

$$Z_n^{TM} = j(\rho h_n^{(2)})' / \rho h_n^{(2)}, \quad (2.12)$$

#### Modos $TE_n$

$$V_n^{TE} = \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{B_n}{k} \left( \frac{4\pi n(n+1)}{2n+1} \right)^{1/2} \rho h_n^{(2)}, \quad (2.13)$$

$$I_n^{TE} = \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{B_n}{k} \left( \frac{4\pi n(n+1)}{2n+1} \right)^{1/2} j(\rho h_n^{(2)})', \quad (2.14)$$

$$Y_n^{TE} = j(\rho h_n^{(2)})' / \rho h_n^{(2)}. \quad (2.15)$$

Utilizando as fórmulas de recorrência das funções esféricas de Bessel, a impedância  $Z_n^{TM}$  pode ser escrita em termos de frações parciais

$$Z_n^{TM} = \frac{n}{j\rho} + \frac{1}{\frac{2n-1}{j\rho} + \frac{1}{2n-3}} \cdot \frac{1}{\frac{3}{j\rho} + \frac{1}{\frac{1}{j\rho} + 1}}. \quad (2.15)$$

Esta expressão pode ser interpretada como um circuito em cascata de capacitâncias em série e indutâncias em paralelo terminado em uma resistência de valor unitário. Para a expressão de  $Y_n^{TE}$  pode ser feito o mesmo desenvolvimento. As Fig. 2.3(a) e Fig. 2.3(b) mostram os circuitos equivalentes para as ondas esféricas  $TM_n$  e  $TE_n$ , respectivamente.

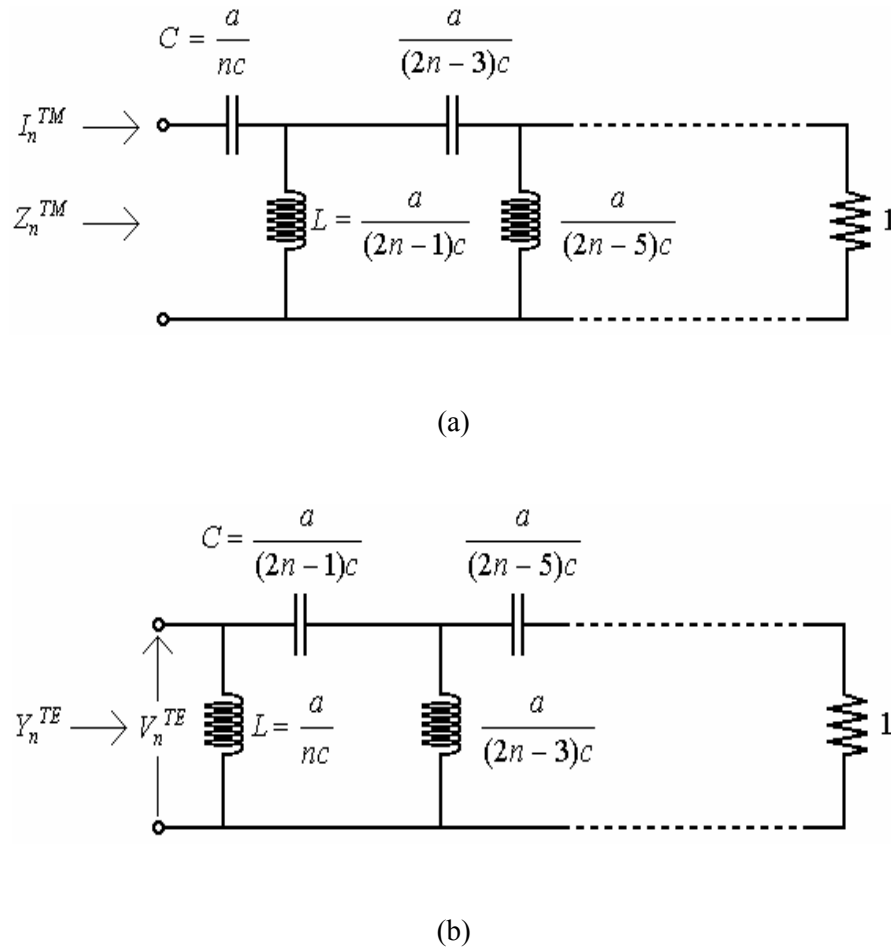


Fig. 2.3: Circuitos equivalentes para as ondas esféricas. (a) Modos  $TM_n$ . (b) Modos  $TE_n$ .

Destes circuitos equivalentes, as energias elétricas e magnéticas armazenadas nos elementos reativos representam as energias reativas armazenadas ao redor da antena para um determinado modo. As potências dissipadas nas resistências destes circuitos representam a potência radiada do respectivo modo. De posse destas energias e potências, calculam-se os fatores de radiação modais  $Q_n^{TM}$  (Fig. 2.3(a)) e  $Q_n^{TE}$  (Fig. 2.3(b)). Se uma antena possuir  $N$  modos esféricos, calculam-se as energias e potências de cada modo e somam-se estes valores para se obter a energia elétrica total armazenada ( $W_e$ ), a energia magnética total armazenada ( $W_m$ ) e a potência total radiada ( $P_{rad}$ ).

Para valores altos de  $n$ , estes circuitos tornam-se bastante complexos, e os cálculos das energias e potências tornam-se bastante tediosos. Com o objetivo de facilitar estes cálculos, Chu desenvolveu circuitos equivalentes simplificados *RLC* série para modos *TM* e paralelo para modos *TE*. Para o caso *TM* estes elementos de circuito são

$$R_n = |\rho h_n^{(2)}|^{-2}, \quad (2.16)$$

$$C_n = \frac{2}{\omega^2} \left[ \frac{dX_n}{d\omega} - \frac{X_n}{\omega} \right]^{-1}, \quad (2.17)$$

$$L_n = \frac{1}{2} \left[ \frac{dX_n}{d\omega} + \frac{X_n}{\omega} \right], \quad (2.18)$$

onde  $X_n = [\rho j_n(\rho j_n)' + \rho n_n(\rho n_n)'] |\rho h_n^{(2)}|^{-2}$ , e  $j_n$  e  $n_n$  são as funções esféricas de Bessel de primeira e segunda espécies, respectivamente. Baseado neste circuito equivalente, a potência média dissipada em  $Z_n^{TM}$  é dada por

$$P_n = \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{2\pi n(n+1)}{2n+1} \left( \frac{A_n}{k} \right)^2 \quad (2.19)$$

e a energia elétrica média armazenada em  $Z_n^{TM}$  é

$$W_n = \left( \frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \frac{\pi n(n+1)}{2(2n+1)} \left( \frac{A_n}{k} \right)^2 |\rho h_n^{(2)}|^2 \left[ \frac{dX_n}{d\omega} - \frac{X_n}{\omega} \right] \quad (2.20)$$

a qual é maior que a energia magnética média armazenada em  $Z_n^{TM}$ . Desta forma, o fator de radiação aproximado para os modos  $TM_n$  é dado por

$$Q_n^{TM} = \frac{2\omega W_n}{P_n} = \frac{1}{2} |\rho h_n^{(2)}|^2 \left[ \rho \frac{dX_n}{d\omega} - X_n \right]. \quad (2.21)$$

Como os modos  $TE_n$  são duais aos  $TM_n$ , os valores de  $Q_n^{TE}$ ,  $W_n$  e  $P_n$  são iguais aqueles de (2.21), (2.20) e (2.19), respectivamente, substituindo os  $A_n$ 's por  $B_n$ 's. No caso *TE*,  $W_n$



representas a energia magnética média armazenada em  $Y_n^{TE}$ . Desta forma, tem-se que  $Q_n^{TM} = Q_n^{TE} = Q_n$ . Se uma antena possuir  $N$  modos  $TM$  ou  $TE$ , o fator de radiação é dado por

$$Q_N = \frac{\sum_{n=1}^N A_n^2 \frac{n(n+1)}{2n+1} Q_n(\rho)}{\sum_{n=1}^N A_n^2 \frac{n(n+1)}{2n+1}} \quad \text{ou} \quad Q_N = \frac{\sum_{n=1}^N B_n^2 \frac{n(n+1)}{2n+1} Q_n(\rho)}{\sum_{n=1}^N B_n^2 \frac{n(n+1)}{2n+1}} \quad (2.22)$$

onde  $Q_n(\rho)$  é dado por (2.21). A Fig. 2.4 mostra algumas curvas de  $Q_n$  em função de  $ka$

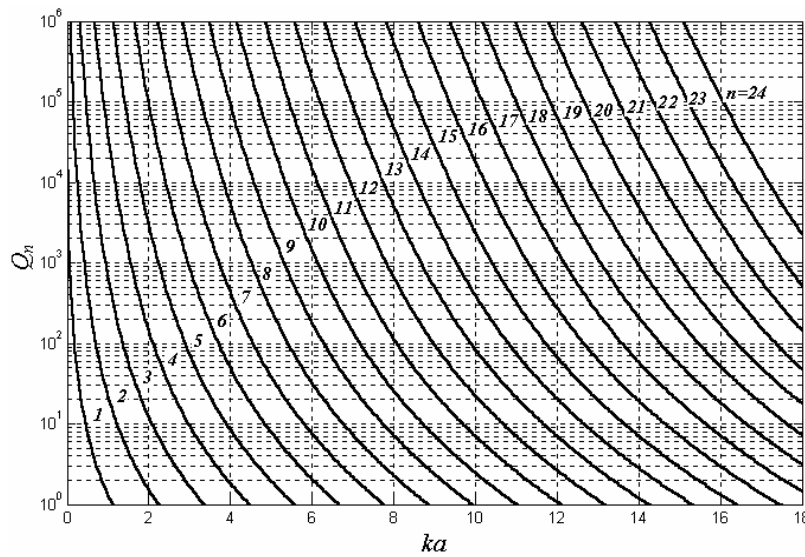


Fig. 2.4: Fatores de qualidade  $Q_n$  para os modos omnidirecionais  $TM_n$  e  $TE_n$ .

Para o caso de ondas circularmente polarizadas com excitações iguais de modos  $TM_n$  e  $TE_n$  ( $B_n = \pm jA_n$ ), Chu obteve o seguinte fator de qualidade modal aproximado de ordem  $n$

$$Q_n = \frac{1}{2} \left| \rho h_n^{(2)} \right|^2 \rho \frac{dX_n}{d\rho}, \quad (2.23)$$

onde  $X_n$  neste caso é a parte imaginária de  $Z_n^{TM}$ . A Fig. 2.5 mostra algumas curvas destes  $Q_n$ 's em função de  $ka$ . Observa-se que estes  $Q_n$ 's são aproximadamente a metade daqueles fatores de radiação definidos previamente para  $Z_n^{TM}$  ou  $Y_n^{TE}$  somente. Se não houver nenhuma perda de condução e nenhuma energia armazenada dentro da esfera, o fator de radiação para o caso

circularmente polarizado devido a  $N$  modos  $TM_n+TE_n$  ( $Q_N$ ) é idêntico aquele do caso omnidirecional dado por (2.22), exceto que  $Q_n$  será dado por (2.23) e não por (2.21).

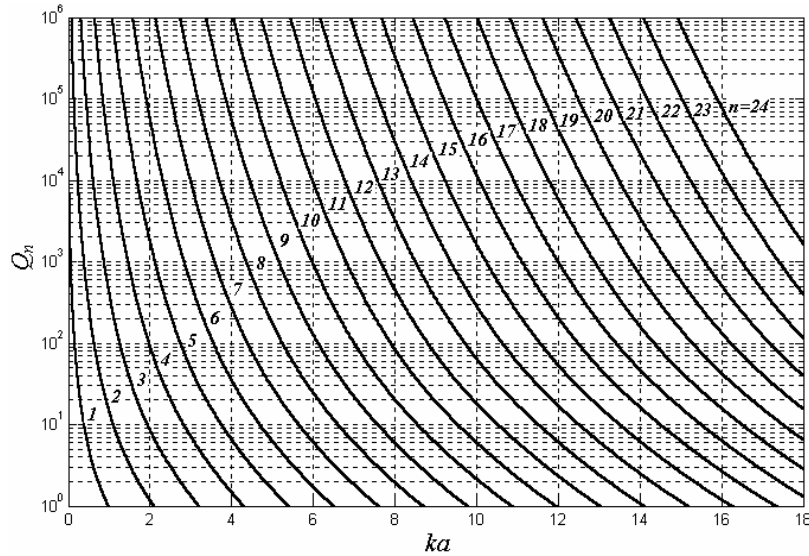


Fig. 2.5: Fatores de qualidade  $Q_n$  para os modos com polarização circular  $TM_n+TE_n$ .

### 2.2.2 - O Método de Collin

O método apresentado por Collin e Rothschild [3] para calcular o fator  $Q$  é baseado no fato de que a energia reativa armazenada total da antena pode ser calculada subtraindo-se a energia devido aos campos de radiação da energia total dos campos. Tal método tem sido sucessivamente utilizado por Fante [6] e reexaminado por McLean [7] para o cálculo do  $Q$  de radiação. Um trabalho mais recente onde é aplicado este método foi publicado em 2000 por Geyi [8]. Neste trabalho o autor descreve de forma clara este método. A seguir apresenta-se o desenvolvimento deste método.

Considerando o fator temporal  $e^{j\omega t}$ , o teorema de Poynting no domínio da frequência em um meio isotrópico é dado por

$$\nabla \cdot \bar{S} = -\frac{1}{2} \bar{J}^* \cdot \bar{E} - j2\omega(w_m^t - w_e^t), \quad (2.24)$$

onde  $\bar{S} = 1/2 \bar{E} \times \bar{H}^*$  é o vetor de Poynting complexo,  $w_m^t = \mu \bar{H} \cdot \bar{H}^* / 4$  e  $w_e^t = \epsilon \bar{E} \cdot \bar{E}^* / 4$  são, respectivamente, as densidades de energia elétrica e magnética total.

Seja  $V_0$  o volume ocupado pela fonte de corrente elétrica  $\bar{J}$  e  $\partial V_0$  a superfície fechada que contorna  $V_0$ , integrando a parte imaginária de (2.24) sobre um volume  $V$  que contém  $V_0$ , como mostrado na Fig. 2.6, obtém-se

$$\text{Im} \int_{\partial V} \bar{n} \cdot \bar{S} ds = \text{Im} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \bar{J}^* \cdot \bar{E} dv - 2\omega \int_V (w_m^t - w_e^t) dv, \quad (2.25)$$

sendo  $\partial V$  a superfície fechada que contorna  $V$  e  $\bar{n}$  um vetor unitário de  $\partial V$ . Escolhendo  $V=V_0$  obtém-se

$$\text{Im} \int_{\partial V_0} \bar{n} \cdot \bar{S} ds = \text{Im} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \bar{J}^* \cdot \bar{E} dv - 2\omega \int_{V_0} (w_m^t - w_e^t) dv, \quad (2.26)$$

e escolhendo-se  $V = V_\infty$ , onde  $V_\infty$  é a região contornada por uma esfera de raio  $r_\infty$ , onde  $r_\infty$  é suficientemente grande de modo que este encontra-se na região de campo distante da antena, obtém-se

$$\text{Im} \int_{\partial V_\infty} \bar{n} \cdot \bar{S} ds = \text{Im} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \bar{J}^* \cdot \bar{E} dv - 2\omega \int_{V_\infty} (w_m^t - w_e^t) dv, \quad (2.27)$$

sabendo que  $\bar{S}$  é um vetor real na região de campo distante, tem-se

$$\text{Im} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \bar{J}^* \cdot \bar{E} dv = 2\omega \int_{V_\infty} (w_m^t - w_e^t) dv. \quad (2.28)$$

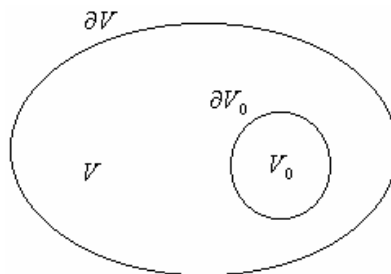


Fig. 2.6: Um volume  $V$  contendo a região fonte  $V_0$ .

De (2.25), (2.26) e (2.28) obtém-se

$$\text{Im} \int_{\partial V_0} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{S}} ds = 2\omega \int_{V_\infty - V_0} (w_m^t - w_e^t) dv, \quad (2.29)$$

$$\text{Im} \int_{\partial V} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{S}} ds = 2\omega \int_{V_\infty - V} (w_m^t - w_e^t) dv. \quad (2.30)$$

Integrando a parte real de (2.24) sobre o volume  $V$  contendo a região da fonte  $V_0$ , tem-se a potência radiada

$$P_{rad} = \text{Re} \int_{\partial V} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{S}} ds = \text{Re} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{J}}^* \cdot \bar{\mathbf{E}} dv. \quad (2.31)$$

Observa-se de (2.31) que a superfície integral da parte real do vetor de Poynting é independente da superfície  $\partial V$  que pode ser tão grande quanto possível contanto que esta contenha a região de fonte  $V_0$ . De (2.29) e (2.30) observa-se que a integral de superfície da parte imaginária do vetor de Poynting depende da superfície de integração  $\partial V$  na região de campo próximo (na região de campo distante esta se torna zero). Usando (2.25), (2.30) e (2.27) obtém-se

$$\begin{aligned} \int_{\partial V} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{S}} ds &= \int_{V_0} -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{J}}^* \cdot \bar{\mathbf{E}} dv - j2\omega \int_V (w_m^t - w_e^t) dv \\ &= P_{rad} + j \text{Im} \int_{V_0} -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{J}}^* \cdot \bar{\mathbf{E}} dv - j2\omega \int_V (w_m^t - w_e^t) dv \\ &= P_{rad} + j2\omega \int_{V_\infty - V} (w_m^t - w_e^t) dv. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Esta última relação indica que o fluxo de potência complexa para fora de  $\partial V$  é igual a potência de radiação mais a potência reativa para fora de  $\partial V$ . Esta expressão pode ser interpretada como uma forma mais geral do teorema de Poynting. Os trabalhos de Collin e o de Fante, o qual é baseado no método de Collin, tem sido questionado por outros autores [9]-[11]. Estes autores alegam que o teorema de Poynting complexo é intrinsecamente uma base insuficiente para uma descrição completa da potência radiada por campos, e recorrem ao teorema de Poynting no domínio do tempo. Tal discórdia é causada pela explicação incorreta da relação do balanço de potência (2.32).

Sejam  $w_e$  ( $w_e^{rad}$ ) e  $w_m$  ( $w_m^{rad}$ ) as densidades de energia de campo elétrica e magnética armazenada (radiada), respectivamente, pode-se então definir

$$\begin{aligned} W_m &= W_m^t - W_m^{rad} \\ W_e &= W_e^t - W_e^{rad}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Estas relações são fisicamente aceites visto que a densidade de energia é uma quantidade que pode ser somada. De (2.29) nota-se que  $w_m^t = w_e^t$  na zona de campo distante, pois o vetor de Poynting torna-se real quando  $V$  se aproxima de  $V_\infty$ . Esta observação indica que as energias eléctricas e magnéticas para os campos de radiação são idênticas em todo lugar. Desta forma, pode ser mostrado que

$$\bar{E}^{rad}(\bar{r}_\infty) = \eta \bar{H}^{rad}(\bar{r}_\infty) \times \bar{r}_\infty. \quad (2.34)$$

Assim tem-se que

$$w_e^{rad} = \frac{1}{4} \epsilon \bar{E}^{rad} \cdot \bar{E}^{rad*} = \frac{1}{4} \mu \bar{H}^{rad} \cdot \bar{H}^{rad*} = w_m^{rad}, \quad (2.35)$$

E a densidade de energia total dos campos de radiação é simplesmente duas vezes a densidade de energia eléctrica ou magnética dos campos radiados. Matematicamente (2.35) é válida em todo lugar do espaço. Portanto, pode-se escrever

$$\begin{aligned} W_m - W_e &= \int_{V_\infty - V_0} (w_m - w_e) dv \\ &= \int_{V_\infty - V_0} (w_m^t - w_e^t) dv \\ &= \frac{1}{2\omega} \text{Im} \int_{\partial V_0} \bar{S} \cdot \bar{n} ds, \end{aligned} \quad (2.36)$$

de (2.29) e (2.33). Aqui  $W_m$  e  $W_e$  são as energias reativas magnéticas e eléctricas armazenadas no volume ao redor do radiador. De (2.33) pode-se escrever

$$\begin{aligned} W_e + W_m &= \int_{V_\infty - V_0} (w_e^t - w_e^{rad} + w_m^t - w_m^{rad}) dv \\ &= \left\{ \int_{V_\infty - V_0} (w_e^t + w_m^t) dv - \frac{r_\infty}{c} \text{Re} \int_{\partial V_0} \bar{S} \cdot \bar{n} ds \right\}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

onde  $r_\infty$  é o raio da esfera  $\partial V_\infty$ , e  $c$  é a velocidade da onda no meio. Ambos os termos entre chaves de (2.37) divergem quando  $r_\infty \rightarrow \infty$ , mas pode ser mostrado que o termo total entre chaves converge [6]. Desta forma os valores de  $W_m$  e  $W_e$  podem ser obtidos de (2.36) e (2.37).

Representando os campos eletromagnéticos radiados de uma antena genérica, circunscrita por uma esfera imaginária de raio  $a$ , por uma expansão em funções harmônicas esféricas, como utilizado por Chu, pode-se calcular  $P_{rad}$ ,  $W_m$  e  $W_e$  em função dos coeficientes de expansão, e então substituídos em (2.1) para obter o fator de radiação. Fazendo isto, obtém-se a seguinte equação para  $Q$

$$Q = \text{maior de} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} [A_n Q_n + B_n Q'_n]}{\sum_{n=1}^{\infty} [A_n + B_n]} \\ \frac{\sum_{n=1}^{\infty} [A_n Q'_n + B_n Q_n]}{\sum_{n=1}^{\infty} [A_n + B_n]} \end{array} \right\}, \quad (2.38)$$

onde

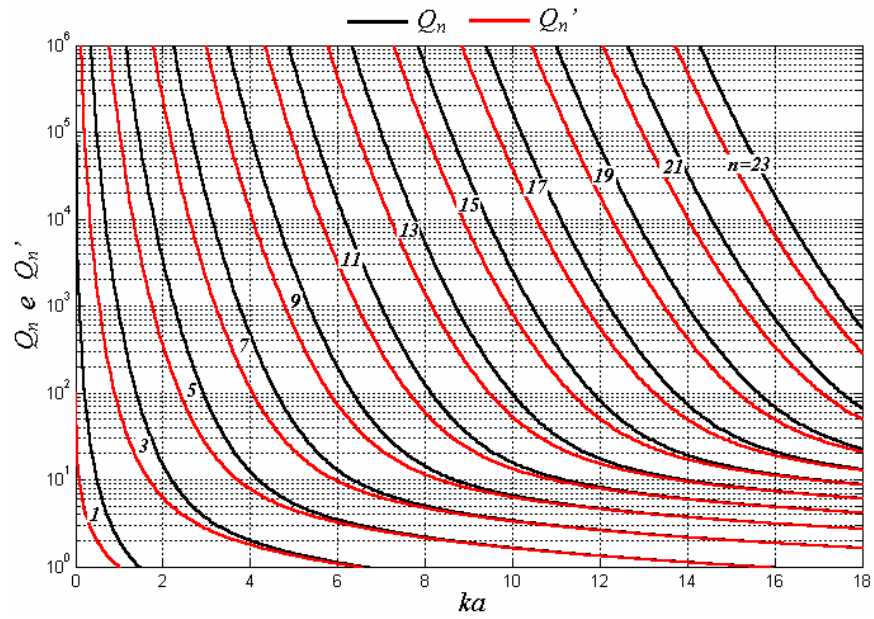
$$Q'_n = (ka) - \frac{(ka)^3}{2} \left[ |h_n^{(1)}|^2 - j_{n-1} j_{n+1} - n_{n-1} n_{n+1} \right], \quad (2.39)$$

$$Q_n = (ka) - |h_n^{(1)}|^2 \left[ \frac{(ka)^3}{2} + ka(n+1) \right] - \frac{(ka)^3}{2} |h_{n+1}^{(1)}|^2 + \frac{(2n+3)}{2} (ka)^2 [j_n j_{n+1} + n_n n_{n+1}], \quad (2.40)$$

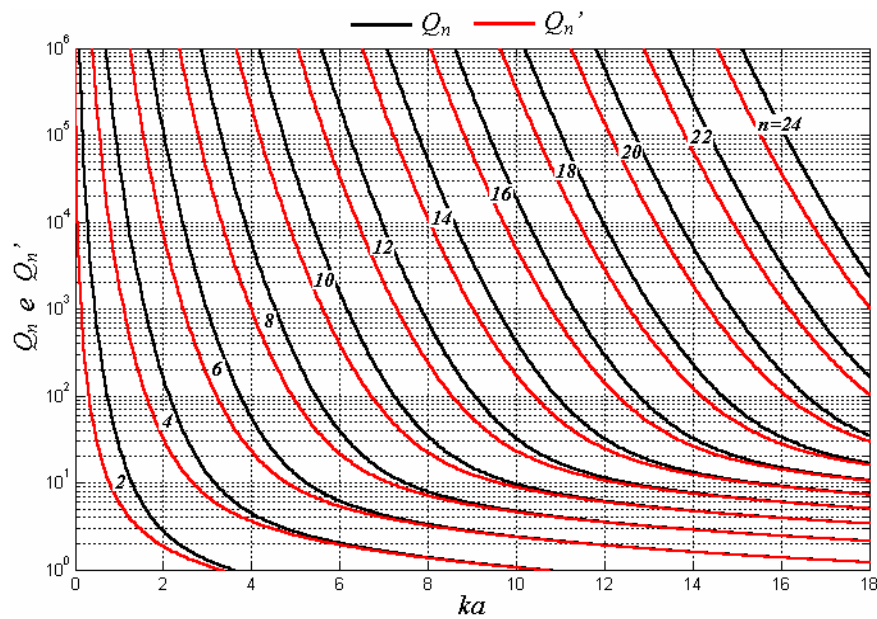
$$A_n = \sum_{m=-n}^n |a_E(n, m)|^2, \quad (2.41)$$

$$B_n = \sum_{m=-n}^n |a_M(n, m)|^2, \quad (2.42)$$

sendo os  $a_E$ 's e os  $a_M$ 's os coeficientes de expansão referentes, respectivamente, aos modos elétricos (ou  $TM$ ) e magnéticos (ou  $TE$ ),  $k=2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  o comprimento de onda e  $a$  o raio da esfera que circunscribe a antena. As demonstrações de (2.38)-(2.40) são apresentadas no Apêndice B. A Fig. 2.7 mostra curvas de  $Q'_n$  e  $Q_n$  em função da variável  $ka$  para alguns valores de  $n$ .



(a)



(b)

Fig. 2.7: Curvas de  $Q_n$  e  $Q_n'$  em função de  $ka$  para vários valores de  $n$ . (a)  $n$  ímpar. (b)  $n$  par.

Destas curvas observa-se que sempre  $Q_n > Q_n'$ . Comparando as curvas de  $Q_n$  da Fig. 2.7 com aquelas calculadas por Chu para o caso omnidirecional (Fig. 2.4) nota-se que os resultados são bastante parecidos, sendo que os valores de  $Q_n$  se tornam bem próximos quando se tem aproximadamente  $ka < n$  para um determinado  $Q_n$  (compare as Fig. 2.4 e 2.7). Entretanto estas curvas calculadas pelos dois métodos começam a divergir para valores de  $ka > n$  aproximadamente.

### 2.2.3 - O Método de Circuitos Equivalentes

Nesta seção, considera-se uma antena com um volume  $V_0$  tal que  $\partial V_0$  represente toda a superfície da antena menos no local  $A$  (Fig. 2.8) onde a alimentação da antena atravessa.

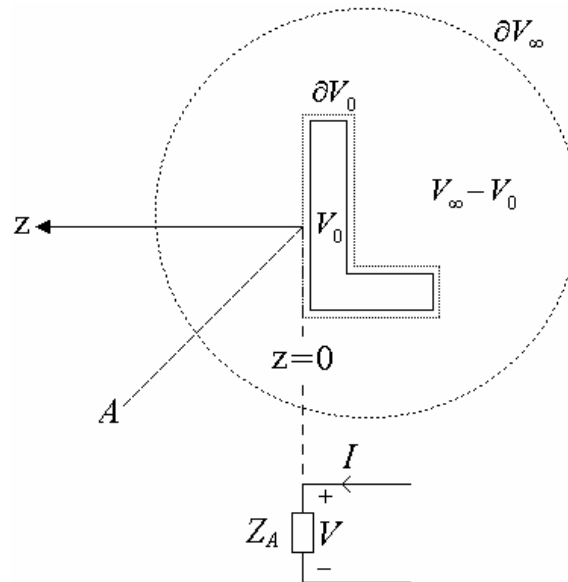


Fig. 2.8: Uma antena arbitrária e seu circuito equivalente.

Integrando (2.24) e usando o teorema da divergência sobre a região  $V_\infty - V_0$  tem-se

$$\frac{1}{2} \int_{\partial V_\infty} (\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\bar{s} + \frac{1}{2} \int_{\partial V_0} (\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\bar{s} = -j2\omega \int_{V_\infty - V_0} (w_m^t - w_e^t) dv - \frac{1}{2} \int_{V_\infty - V_0} \sigma \bar{E} \cdot \bar{E}^* dv, \quad (2.43)$$

onde  $\sigma$  é a condutividade do meio em  $V_\infty - V_0$ . Considerando a superfície da antena perfeitamente condutora,  $\bar{E} \times \bar{H}^*$  se anula em toda  $\partial V_0$  exceto sobre o terminal de entrada  $A$ . Desta forma para uma linha de transmissão simples nos terminais de entrada tem-se que

$$\frac{1}{2} \int_{\partial V_0} (\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\bar{s} = \frac{1}{2} \int_A (\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\bar{s} = -\frac{1}{2} VI^*, \quad (2.44)$$

sendo  $V$  e  $I$  a voltagem e a corrente equivalente no plano de alimentação respectivamente.



Substituindo (2.44) em (2.43) e usando o fato de que  $P_{rad} = \frac{1}{2} \int_{\partial V_{\infty}} (\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\bar{s}$ , obtém-se

$$\frac{1}{2} VI^* = P_{rad} + P_{perd} + j2\omega \int_{V_{\infty}-V_0} (w_m^t - w_e^t) dv, \quad (2.45)$$

onde

$$P_{perd} = \frac{1}{2} \int_{V_{\infty}-V_0} \sigma \bar{E} \cdot \bar{E}^* dv \quad (2.46)$$

é a potência de perdas. A impedância  $Z_A$  da antena é definida por  $Z_A = V/I$ . Substituindo esta última relação em (2.46) e utilizando (2.36), obtém-se

$$\begin{aligned} Z_A &= \frac{2P_{rad}}{|I|^2} + \frac{2P_{perd}}{|I|^2} + j \frac{4\omega(W_m - W_e)}{|I|^2} \\ &= R_{rad}^A + R_{perd}^A + jX_A \\ &= R_{rad}^A + R_{perd}^A + j \left( \omega L_A - \frac{1}{\omega C_A} \right), \end{aligned} \quad (2.47)$$

onde

$$\begin{aligned} R_{rad}^A &= \frac{2P_{rad}}{|I|^2}, \quad R_{perd}^A = \frac{2P_{perd}}{|I|^2}, \\ X_A &= \omega L_A - \frac{1}{\omega C_A} = \frac{4\omega(W_m - W_e)}{|I|^2}, \\ L_A &= \frac{4W_m}{|I|^2}, \quad C_A = \frac{|I|^2}{4\omega^2 W_e}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Assim, o circuito equivalente para a antena é mostrado na Fig. 2.9.

Utilizando o teorema de Foster [8], obtém-se as seguintes equações que envolvem as energias armazenadas  $W_m$  e  $W_e$  em função dos parâmetros de circuito da antena

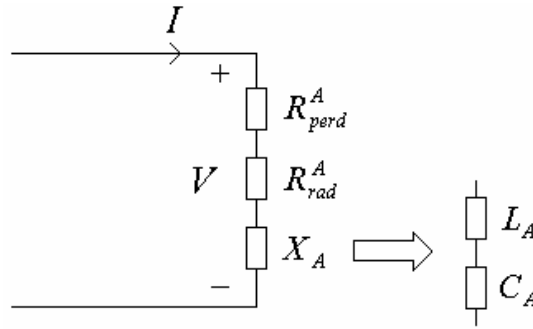


Fig. 2.9: Circuito equivalente da antena.

$$W_m = \frac{1}{8} |I|^2 \left( \frac{dX_A}{d\omega} + \frac{X_A}{\omega} \right),$$

$$W_e = \frac{1}{8} |I|^2 \left( \frac{dX_A}{d\omega} - \frac{X_A}{\omega} \right). \quad (2.49)$$

Considerando uma antena sem perdas, a potência radiada da antena será dada por

$$P_{rad} = \frac{1}{2} \text{Re}[I^* V] = \frac{1}{2} \text{Re}[|I|^2 Z_A] = \frac{1}{2} R_{rad}^A |I|^2. \quad (2.50)$$

Desta forma o fator de radiação  $Q$  da antena pode ser dado em termos dos parâmetros de circuito da antena substituindo (2.49) e (2.50) em (2.1)

$$Q = \frac{\omega \frac{dX_A}{d\omega} \pm X_A}{2R_{rad}^A}, \quad (2.51)$$

onde o sinal + ou - é escolhido para dar o valor maior de  $Q$ . O termo obtido de  $\omega(dX_A/d\omega)$  é geralmente maior do que aquele obtido de  $X_A$  para um sistema com alto  $Q$  [12]. Se o  $Q$  for alto, pode ser mostrada a seguinte relação [8]

$$Q \approx \frac{1}{B}, \quad (2.52)$$

sendo  $B = \Delta\omega/\omega_r$  a largura de banda fracional,  $\Delta\omega$  a largura de banda entre os pontos de meia

potência e  $\omega_r$  a frequência de ressonância da antena obtida por meio de um determinado circuito de casamento reativo.

### 2.3 - Mínimos $Q$ de Radiação

Esta seção apresenta os valores mínimos de  $Q$  teóricos obtidos por Wheeler, Chu e Collin em função das dimensões da antena. Estes mínimos significam que nenhuma antena, de mesmas dimensões que aquelas para um determinado valor de  $Q$ , pode possuir um fator de radiação menor ou igual que estes mínimos.

#### 2.3.1 - Mínimo $Q$ de Radiação Segundo Wheeler

Wheeler em 1947 [4] obteve os mínimos fatores de radiação para os dipolos elétricos e magnéticos infinitesimais aproximando estas antenas por um capacitor e um indutor, respectivamente, que ocupam volumes iguais àqueles das respectivas antenas, conforme mostra a Fig. 2.10. Em sua teoria original, ele utilizou a definição de fator de potência ( $FP=1/Q$ ) ao invés do fator de radiação. Posteriormente em [13], ele trabalhou em termos de mínimo  $Q$ . Os valores aproximados mínimos de  $FP$  (ou  $Q$ ) que ele obteve para estas antenas são válidos apenas para antenas eletricamente pequenas, ou seja, quando  $ka \ll 1$ .

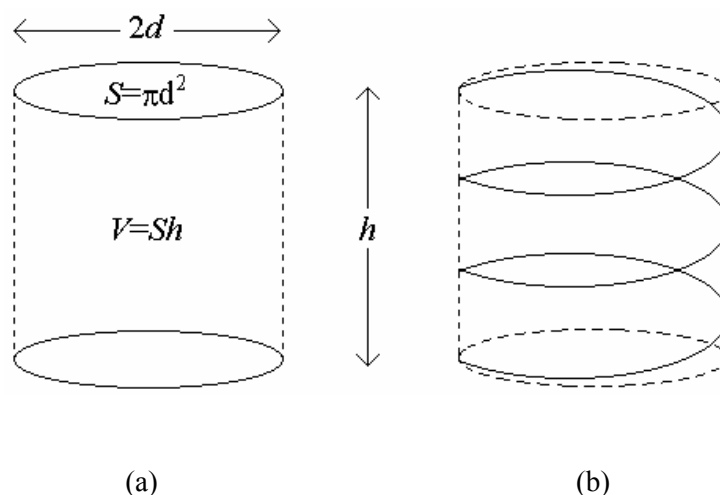


Fig. 2.10: (a) Capacitor  $C$  e (b) indutor ( $L$ ) ocupando o mesmo volume cilíndrico.

Os fatores de radiação mínimos obtidos para estes dois tipos de antenas utilizando esta teoria foram iguais e dados por

$$Q = \frac{6\pi}{Sh(k)^3}. \quad (2.53)$$

Utilizando um volume esférico de raio  $a$  em vez de um volume cilíndrico, este fator de radiação mínimo é dado por [13]

$$Q_{\min}^{Wheeler} = \frac{1}{(ka)^3}. \quad (2.54)$$

Este fator de qualidade, como dito antes, é do dipolo elétrico e magnético infinitesimais. Os campos radiados referentes a estes dipolos são os mesmos daqueles dos modos  $TM_{10}$  e  $TE_{10}$ , respectivamente, da expansão em harmônicas esféricas. Isto quer dizer que este é o fator de qualidade teórico mínimo que uma antena omnidirecional pode possuir segundo Wheeler. O fator de radiação mínimo para o caso de uma antena circularmente polarizada não foi calculado por este autor.

### 2.3.2 - Mínimo $Q$ de Radiação Segundo Chu

Das curvas apresentadas nas Fig. 2.4 e 2.5 observa-se que sempre  $Q_{n+1} > Q_n$  para  $n=1,2,3,\dots$ , destas observações Chu concluiu que o mínimo  $Q$  de radiação que uma antena omnidirecional pode ter é aquele quando uma antena radia somente o modo  $TM_1$  ou  $TE_1$ , neste caso tem-se que o mínimo é  $Q_1$  dado por (2.21). E que o mínimo  $Q$  que uma antena circularmente polarizada pode ter é aquele quando uma antena radia somente os modos  $TM_1$  e  $TE_1$  simultaneamente e com iguais energias.

Utilizando as fórmulas aproximadas de Chu (2.21) e (2.23) para  $n=1$ , tem-se os seguintes fatores de radiação mínimos [7]

$$Q_{\min,omn,aprox}^{Chu} = \frac{1 + 2(ka)^2}{(ka)^3 [1 + (ka)^2]} \quad (\text{caso omnidirecional aproximado}), \quad (2.55)$$

$$Q_{\min,cir,aprox}^{Chu} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1 + 3(ka)^2}{(ka)^3 [1 + (ka)^2]} \right] \quad (\text{caso circularmente polarizado aproximado}). \quad (2.56)$$

Valores mais exatos destes mínimos podem ser obtidos se forem utilizados os circuitos da Fig. 2.3. Para o caso omnidirecional, o circuito da Fig. 2.3(a) para  $n=1$  torna-se aquele mostrado na Fig. 11.

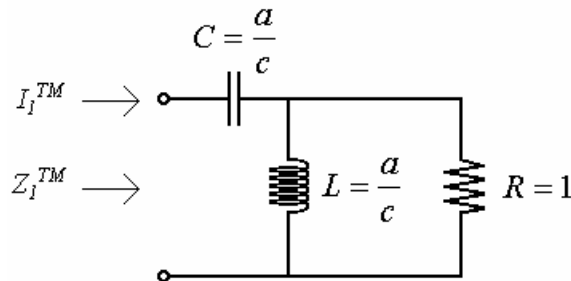


Fig. 2.11: Circuito equivalente para o modo esférico  $TM_{10}$ .

Calculando o fator de radiação para este circuito equivalente e para aquele correspondente ao modo  $TM_{10}+TE_{10}$  de polarização circular, obtém-se [7]

$$Q_{\min,omn,exa}^{Chu} = \frac{1}{(ka)^3} + \frac{1}{ka} \quad (\text{caso omnidirecional exato}), \quad (2.57)$$

$$Q_{\min,cir,exa}^{Chu} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(ka)^3} + \frac{2}{ka} \right] \quad (\text{caso circularmente polarizado exato}). \quad (2.58)$$

### 2.3.3 - Mínimo $Q$ de Radiação Segundo Collin

Os mínimos de radiação segundo Collin ocorrem nas mesmas condições dos mínimos de Chu, ou seja, o mínimo  $Q$  de uma antena omnidirecional é obtido quando uma antena radia somente o modo  $TM_{10}$  ou  $TE_{10}$ . E o mínimo  $Q$  de uma antena circularmente polarizada é aquele obtido quando uma antena radia simultaneamente somente os modos  $TM_{10}$  e  $TE_{10}$  com energias iguais. Estes resultados podem ser obtidos das curvas apresentadas na Fig. 2.7 ou minimizando (2.38) para o caso omnidirecional e circularmente polarizado como foi feito em [14]. Os resultados são os mesmos e dados por

$$Q_{\min,omn}^{Collin} = \frac{1}{(ka)^3} + \frac{1}{ka} \quad (\text{caso omnidirecional}), \quad (2.59)$$

$$Q_{\min, \text{cir}}^{\text{Collin}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(ka)^3} + \frac{2}{ka} \right] \quad (\text{caso circularmente polarizado}). \quad (2.60)$$

Observa-se que apesar dos métodos aplicados por Chu e Collin para obter os valores mínimos de  $Q$  serem diferentes, os resultados obtidos são iguais. A vantagem que o método de Collin possui é que este utiliza menos aproximações em seu desenvolvimento que o de Chu com circuitos equivalentes aproximados. E que o método de Collin é mais prático para o cálculo do  $Q$  de antenas que possuem diversos modos esféricos de radiação do que o método de Chu com circuitos exatos, pois neste caso, estes circuitos serão bastante complexos e, conseqüentemente, serão necessários bastantes cálculos para obter cada  $Q_n$ .

### 2.3.4 - Comparação dos Resultados

A Fig. 2.12 compara os valores de  $Q$  mínimo para o caso omnidirecional obtidos por Wheeler, Chu e Collin, nesta figura utilizou-se (2.54), (2.55) e (2.59). A Fig. 2.13 mostra as curvas do  $Q$  mínimo para o caso circularmente polarizado obtidas por (2.56) e (2.60).

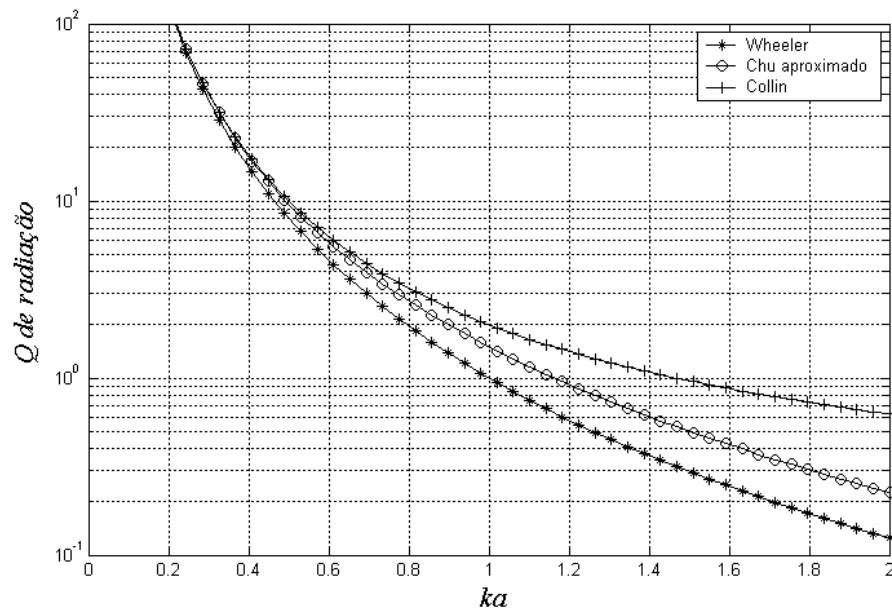


Fig. 2.12: Fator  $Q$  de radiação associado com o modo esférico  $TE_{10}$  ou  $TM_{10}$ : mínimo  $Q$  de radiação para o caso de uma antena linearmente polarizada. As curvas de Wheeler, Chu e Collin foram obtidas de (2.54), (2.55) e (2.59) respectivamente.

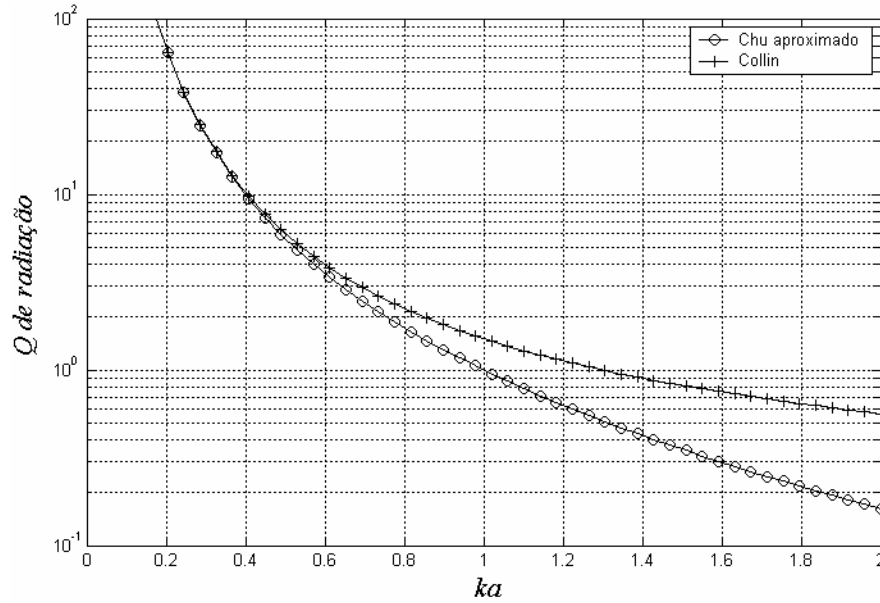


Fig. 2.13: Fator  $Q$  de radiação associado com o modo circularmente polarizado composto pela combinação do  $TE_{10}$  com o  $TM_{10}$ : mínimo  $Q$  de radiação para o de uma antena circularmente polarizada. As curvas de Chu e Collin foram obtidas de (2.56) e (2.60) respectivamente.

Destas figuras observa-se que para valores de  $ka \ll 1$  os resultados coincidem, e que o valor do  $Q$  mínimo para o caso circularmente polarizado é praticamente a metade do  $Q$  do caso linearmente polarizado (omnidirecional) nesta região, ou seja  $Q_{TM \text{ ou } TE} = Q_{TM+TE}/2$ . Também se observa que as curvas que predizem melhor os mínimos são as de Collin, pois estas são as que possuem maiores valores de  $Q$ . Mas nem por isso as curvas de Chu e Wheeler não deixam também de ser limites mínimos fundamentais. Isto é devido ao fato de que nenhuma antena prática possuirá valores de  $Q$  menores ou iguais aos de Collin pois em qualquer antena prática haverá sempre uma quantidade de energia reativa armazenada dentro da esfera imaginária de raio  $a$  que circunscreve a antena, e o efeito desta energia a mais só irá aumentar o valor de  $Q$  como pode ser observado de (2.1). Em resumo pode-se concluir o seguinte, para uma antena se aproximar destes mínimos ela deve radiar aproximadamente somente os modos  $TM_1$ , ou  $TE_1$  ou  $TM_1+TE_1$ , e esta deve ocupar eficientemente a esfera imaginária de raio  $a$  que a circunscreve.

## 2.4 - Referências

- [1] L. J. Chu, “Physical limitations of omni-directional antennas”, *J. Appl. Phys.*, vol. 19, pp. 1163-1175, December 1948.
- [2] R. F. Harrington, “Effect of antenna size on gain, bandwidth, and efficiency”, *J. Research National Bureau of Standards – D. Radio Propagation*, vol. 64-D, N1, pp. 1-12, Jan./Feb. 1960.
- [3] R. E. Collin, S. Rothschild, “Evaluation of antenna Q”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-12, pp. 23-27, January 1964.
- [4] H. A. Wheeler, “Fundamental limitations of small antenna”, *Proc. IRE*, vol. 35, pp. 1479-1484, December 1947.
- [5] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, Ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1941, Cap. 7, p. 392.
- [6] R. L. Fante, “Quality factor of general ideal antennas”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-17, pp. 151-155, March 1969.
- [7] J. S. McLean, “A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 44, N5, pp. 672-675, May 1996.
- [8] W. Geyi, P. Jarmuszewski, Y. Qi, “The foster reactance theorem for antennas and radiation Q”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, N3, pp. 401-408, March 2000.
- [9] D. M. Grimes, C. A. Grimes, “Minimum Q of electrically small antennas: a critical review”, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 28, N3, pp. 172-177, February 2001.
- [10] C. A. Grimes, G. Liu, D. M. Grimes, K. G. Ong, “Characterization of a wideband, low-Q, electrically small antenna”, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 27, N1, pp. 53-58, October 2000.
- [11] M. J. Underhill, M. Harper, “Small antenna input impedances that contradict Chu-Wheeler Q criterion”, *Electronics Lett.*, vol. 39, N11, May 2003.
- [12] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Ed. New York: Macmillan, 1968, pp. 62–81.
- [13] H. A. Wheeler, “Small antennas”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP23, N4, pp. 462-469, July 1975.
- [14] W. Geyi, “Physical limitations of antenna”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, N8, pp. 2116-2123, August 2003.



## CAPÍTULO 3

### 3 – O MONOPOLO DE KOCH MODIFICADO

#### 3.1 - Resumo

Antenas fractais são conhecidas por apresentarem características geométricas especiais que possibilitam reduzir suas dimensões. Neste capítulo, é apresentada uma análise de um tipo especial de antena linear fractal: o monopolo de Koch modificado. Para esta antena são apresentados os resultados numéricos da variação das suas propriedades de radiação e ressonantes em função de seus parâmetros geométricos. Tais parâmetros foram calculados: frequência de ressonância, resistência de radiação, impedância de entrada, distribuição de corrente, eficiência e diagrama de radiação. É mostrado que este tipo de antena apresenta menores dimensões que os monopolos de Koch convencionais. Utilizou-se o Método dos Momentos para os cálculos e alguns resultados teóricos são comparados com dados teóricos e experimentais disponíveis na literatura.

#### 3.2 - Introdução

A miniaturização de antenas é uma das principais tendências em modernos sistemas de comunicação [1]. Uma das técnicas disponíveis na literatura utilizadas para reduzir as dimensões de antenas é a aplicação de geometrias fractais [2]. Os monopolos de Koch convencionais (Fig. 3.1) são antenas lineares que possuem geometrias iguais às curvas de Koch. Estas antenas são dispostas verticalmente acima de um plano de terra e alimentadas na sua extremidade inferior. A Fig. 3.1 mostra as primeiras iterações deste fractal. As propriedades radiativas destes monopolos são discutidas em [3]-[6]. Um dos principais resultados que estes autores concluíram, é que a redução da frequência de ressonância em função do número de iterações converge assintoticamente para um limite em torno de 44%.

Uma forma de estender este limite é aumentando-se a dimensão fractal, ou seja, aumentar o volume efetivo ocupado pela antena. Isto pode ser obtido, por exemplo, alterando o valor do parâmetro  $\alpha$  (Fig. 3.1), que é constante e igual a  $60^\circ$  para a curva de Koch

convencional, e mantendo as frações  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  e  $s_4$  iguais, como utilizado em [7]. Neste caso, as transformações de afinidade do algoritmo *IFS* (*Iterative Function System*), possuem fatores de escala constantes ( $s_1=s_2=s_3=s_4$ ). Isto implica na prática, em termos de modelamento pelo Método dos Momentos (MoM) [8], que os segmentos de discretização da curva fractal são uniformes, simplificando assim a aplicação deste método numérico.

A proposta do presente estudo consiste em fazer uma análise do efeito da variação da dimensão fractal sobre as propriedades radiativas dos monopolos de Koch. Um novo algoritmo *IFS* foi utilizado para a geração das geometrias das antenas. Neste algoritmo, as frações  $s_1$  e  $s_4$  foram fixadas iguais a um terço do comprimento  $L$  (Fig. 3.1) e variou-se o parâmetro  $\alpha$ , isto implica na variação da dimensão fractal. A descrição detalhada deste fractal será mostrada na próxima seção. Os monopolos de Koch resultantes foram analisados numericamente por um programa em MoM desenvolvido, onde, por meio deste, foram calculadas as variações da impedância de entrada, das frequências de ressonância, das distribuições de corrente, da eficiência e dos diagramas de radiação em função da dimensão fractal. Alguns destes resultados obtidos foram comparados com os resultados de cálculos para o monopolo de Koch padrão e com os resultados experimentais de [4].

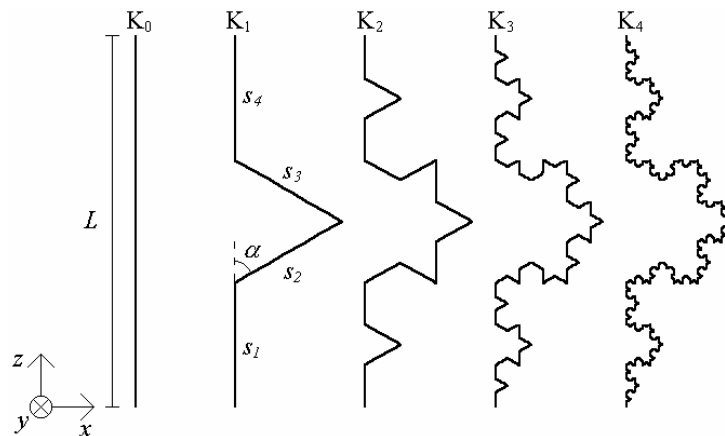


Fig. 3.1: Curvas correspondentes as 4 primeiras iterações do fractal de Koch. Os monopolos  $K_0$  e  $K_1$  são chamados de iniciador e gerador, respectivamente.

### 3.3 - Descrição do Fractal

Os objetos que não variam sua forma depois da aplicação de uma determinada transformação geométrica são chamados de simétricos. Os tipos de simetrias mais comuns são

translação, rotação e reflexão [9]. Os fractais são objetos que possuem um tipo especial de simetria chamada de auto-similaridade. Esta simetria é também conhecida como simetria de dilatação ou, simplesmente, de simetria fractal.

Existe um método de construção de fractal chamado de iniciador-gerador [2]. Neste método, a partir de um determinado iniciador, aplica-se repetidamente um conjunto pré-definido de transformações de afinidade. Na Fig. 3.1, por exemplo,  $K_0$  é o iniciador e  $K_1$  o gerador. A seguir, é apresentada a descrição do algoritmo IFS de geração do fractal de Koch modificado e suas propriedades geométricas.

### 3.3.1 - Algoritmo IFS

O iniciador  $K_0$  mostrado na Fig. 3.1 corresponde ao monopolo reto. Para se construir o gerador, aplica-se um conjunto de quatro transformações de afinidade  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  e  $W_4$  nos pontos que definem a curva do iniciador e depois se unem os quatro segmentos obtidos. Estas quatro transformações podem ser aplicadas sucessivamente para construir os monopolos  $K_1$ ,  $K_2$ , ...,  $K_n$ . Esta operação pode ser representada simbolicamente por

$$K_{n+1} = W(K_n) = \bigcup_{p=1}^4 W_p(K_n) = W_1(K_n) \cup W_2(K_n) \cup W_3(K_n) \cup W_4(K_n), \quad (3.1)$$

onde  $n$  é a  $n$ -ésima iteração fractal. Suponha que  $K_0$  esteja sobre o eixo  $+z$  do plano  $xz$ , com uma de suas extremidades na origem do plano, desta forma as transformações são

$$W_1 \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L/3 & 0 \\ 0 & L/3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$$W_2 \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (L/e_1)\cos\alpha & -(L/e_1)\text{sen}\alpha \\ (L/e_1)\text{sen}\alpha & (L/e_1)\cos\alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L/3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

$$W_3 \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (L/e_1)\cos\alpha & (L/e_1)\text{sen}\alpha \\ -(L/e_1)\text{sen}\alpha & (L/e_1)\cos\alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L/2 \\ (L/6)\tan\alpha \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$$W_4 \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L/3 & 0 \\ 0 & L/3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} z \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2L/3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

onde  $e_f = 6 \cos \alpha$ . Estas fórmulas são generalizações do fractal de Koch convencional. O fractal de Koch convencional é obtido com  $\alpha = 60^\circ$ . A Fig. 3.2 mostra as quatro primeiras iterações deste fractal de Koch modificado para  $\alpha = 40^\circ$  e  $\alpha = 70^\circ$ .

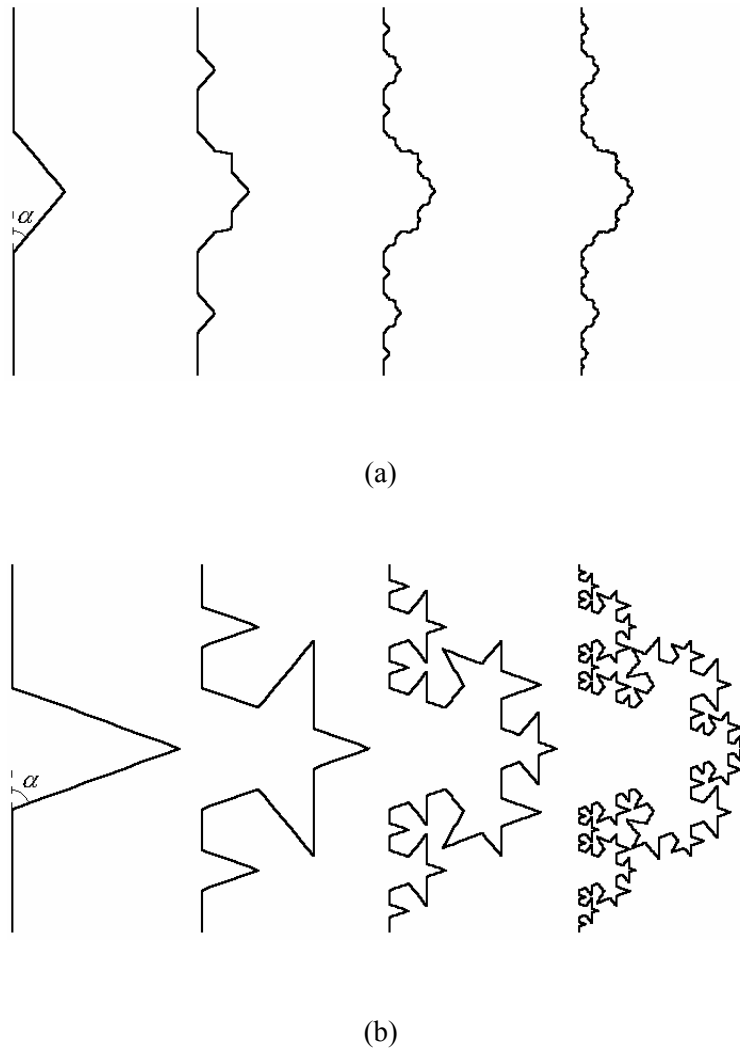


Fig. 3.2: Exemplos de monopolos de Koch modificados. (a)  $\alpha = 40^\circ$ . (b)  $\alpha = 70^\circ$ .

### 3.3.2 - Dimensão Fractal

A dimensão fractal  $D$  é um número que caracteriza estruturas fractais. Este parâmetro pode ser interpretado como uma medida da habilidade de ocupação de espaço de uma forma fractal. Existem diversas definições para  $D$ , uma delas, a utilizada aqui, é a dimensão de Hausdorff-Besicovitch (ou dimensão de auto-similaridade) [2], [9]. Nesta definição, a dimensão  $D$  é a solução da seguinte equação

$$k_1 \left( \frac{1}{h_1} \right)^D + k_2 \left( \frac{1}{h_2} \right)^D + \dots + k_m \left( \frac{1}{h_m} \right)^D = 1, \quad (3.6)$$

onde  $k_m$  é o número de cópias do iniciador escalonado por  $h_m$  e  $m$  é o número de diferentes escalas do fractal. Para o fractal descrito por (3.1)-(3.5), tem-se  $m=2$  e  $s_1=L/3$ ,  $s_2=L/e_1$ ,  $s_3=L/e_1$  e  $s_4=L/3$ , portanto  $k_1=k_2=2$ ,  $h_1=3$  e  $h_2=6\cos\alpha$ . Substituindo estes valores em (3.6) tem-se

$$\left( \frac{1}{3} \right)^D + \left( \frac{1}{6\cos\alpha} \right)^D = \frac{1}{2}. \quad (3.7)$$

A solução desta equação transcendental, para dados valores de  $\alpha$ , fornece o valor de  $D$ . Um parâmetro importante no projeto de antenas lineares é o comprimento total do condutor. Geralmente, quanto maior o comprimento do condutor da antena, menor a frequência de ressonância. Pode ser demonstrado que este comprimento  $l_n$ , para o monopolo de Koch modificado de iteração  $n$ , é obtido da seguinte equação

$$l_n = 2^n \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{6\cos\alpha} \right]^n L. \quad (3.8)$$

A Tabela I mostra os valores de  $l_n$  e  $D$  calculados para as quatro primeiras iterações deste fractal, e com os seguintes valores  $\alpha=10^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $55^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $70^\circ$ . Os comprimentos totais destas antenas foram normalizados com o comprimento  $L$ .

TABELA I VARIAÇÃO DE  $l_n$  E  $D$  EM FUNÇÃO DE  $n$  E  $\alpha$

$\alpha$	$D$	Comprimento $l_n$ (normalizado com $L$ ) do fractal em função do número de iterações $n$ e $\alpha$ .			
		$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$10^\circ$	1,0038	1,0051	1,0103	1,0155	1,0207
$25^\circ$	1,0258	1,0345	1,0701	1,1070	1,1451
$40^\circ$	1,0766	1,1018	1,2140	1,3376	1,4737
$55^\circ$	1,1905	1,2478	1,5570	1,9429	2,4244
$60^\circ$	1,2618	1,3333	1,7778	2,3704	3,1605
$70^\circ$	1,5739	1,6413	2,6938	4,4212	7,2564

### 3.4 - Resultados Numéricos

Utilizando o algoritmo *IFS* descrito acima, desenvolveu-se um programa em MoM. Este modelamento foi baseado na teoria de [8]. Neste código, utilizaram-se funções pulso retangular e delta de Dirac para as funções base e teste, respectivamente. Os parâmetros dos monopolos são os seguintes:  $L=6$  cm e diâmetro do fio condutor  $d=0,1$  mm. Os pré-fractais para as iterações  $K_0$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  e  $K_4$  foram analisados para diferentes valores de  $\alpha$ . O número de segmentos de discretização utilizado em cada uma destas iterações foi 31, 36, 80, 192 e 256, respectivamente. Os principais resultados numéricos destas simulações são mostrados a seguir.

#### 3.4.1 - Frequência de Ressonância, Resistência de Radiação e Eficiência

A Tabela II compara os resultados, da primeira frequência de ressonância dos monopolos de Koch padrões (Fig. 3.1), obtidos aqui com aqueles teóricos e experimentais apresentados em [4]. Com relação à resistência de radiação da primeira ressonância ( $R_r$ ) destes monopolos, uma outra comparação de resultados é apresentada na Tabela III. A diferença entre os resultados teóricos e experimentais nestas tabelas se deve principalmente à diferença entre as seções transversais dos condutores [4].

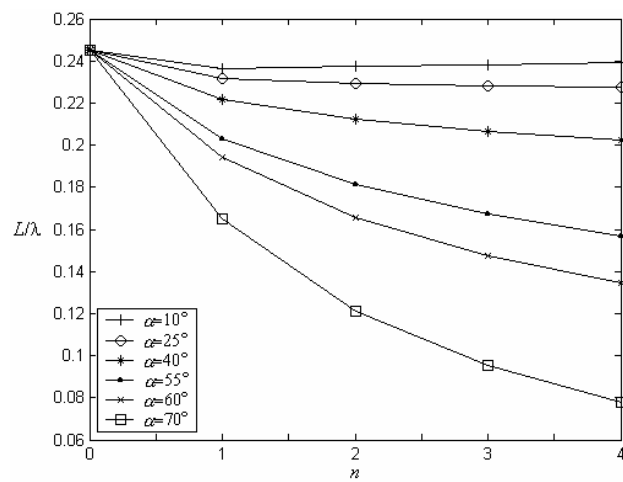
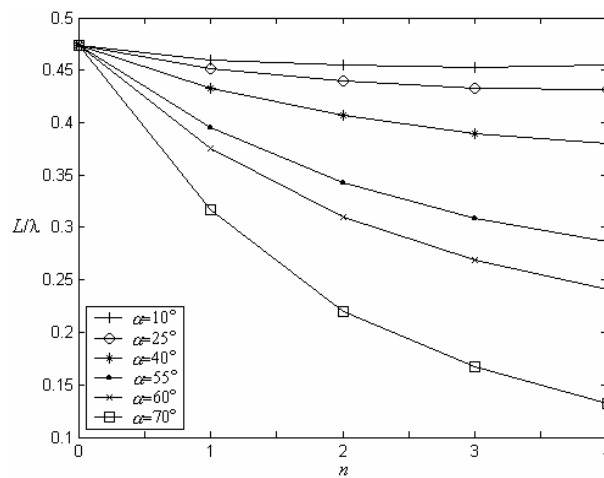
TABELA II FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA

Pré-fractal	Frequência de ressonância fundamental dos monopolos de Koch convencionais (MHz)		
	Obtido aqui	Obtido por [4]	Experimental [4]
$K_0$	1224	1201	1170
$K_1$	969,7	981,5	981
$K_2$	826,7	835,2	869
$K_3$	737,9	745,3	818
$K_4$	673,3	691,1	-

A variação do comprimento normalizado  $L/\lambda$  ( $\lambda$  é o comprimento de onda) em função de  $\alpha$  e  $n$ , na 1ª e 2ª ressonância, respectivamente é mostrada nas Fig. 3.3 e 3.4. As Fig. 3.5(a) e 3.5(b) mostram, respectivamente, as curvas de  $R_r$  e eficiência calculadas na 1ª ressonância.

TABELA III RESISTÊNCIA DE RADIAÇÃO

Pré-fractal	Resistência de radiação da primeira frequência de ressonância dos monopolos de Koch convencionais (Ohms)		
	Obtido aqui	Obtido por [4]	Experimental [4]
$K_0$	36	35,8	35
$K_1$	23,3	23,2	25,1
$K_2$	17,2	17,1	17,8
$K_3$	13,9	13,7	17
$K_4$	11,7	11,6	-

Fig. 3.3: Variação do comprimento normalizado  $L/\lambda$  em função de  $\alpha$  e  $n$  da primeira ressonância dos monopolos de Koch.Fig. 3.4: Variação do comprimento normalizado  $L/\lambda$  em função de  $\alpha$  e  $n$  da segunda ressonância dos monopolos de Koch.

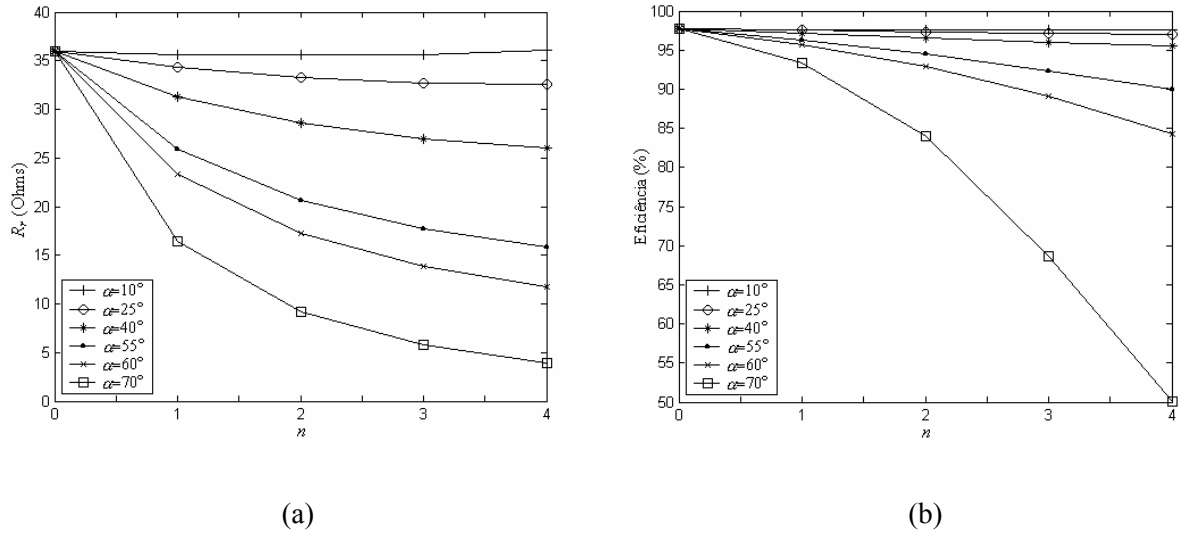


Fig. 3.5: Variação da (a) resistência de radiação  $R_r$  e (b) eficiência em função de  $\alpha$  e  $n$ .

Estes resultados obtidos mostram que quando se aumenta o ângulo  $\alpha$ , ou, equivalentemente, a dimensão  $D$  (Tabela I), as frequências de ressonância tornam-se menores. Também se observa que cada curva da Fig. 3.3 tende assintoticamente para um determinado limite. Para a curva com  $\alpha=70^\circ$ , obteve-se uma redução na frequência, em relação ao monopolo reto de mesma altura, de aproximadamente 68% para o  $K_4$  (Fig. 3.2(b)). Com relação aos valores de  $R_r$  e eficiência estes se tornam cada vez menores com o aumento de  $n$  e  $\alpha$ , assumindo os valores mais baixos de 4 Ohms e 50%, respectivamente, para o monopolo  $\alpha=70^\circ$  e  $K_4$  (Fig. 3.5).

### 3.4.2 - Impedância de Entrada

As impedâncias de entrada, para as quatro primeiras iterações, dos monopolos de Koch com  $\alpha=40^\circ$ ,  $\alpha=60^\circ$  e  $\alpha=70^\circ$ , são mostradas, respectivamente, nas Fig. 3.6, 3.7 e 3.8. Dos resultados apresentados nestas figuras, nota-se que as impedâncias de entrada ( $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ ) dos monopolos com  $\alpha=40^\circ$  (Fig. 3.6), possuem pouca variação com relação àquela do monopolo  $K_0$ . Isto se deve a geometria desta antena que é a que mais se parece com a do monopolo  $K_0$ . Já com relação aos monopolos com  $\alpha=70^\circ$ , os valores de  $Z_{in}$  são bastante diferentes daqueles do monopolo  $K_0$  (Fig. 3.8). As impedâncias de entrada dos monopolos de Koch convencionais (Fig. 3.7), possuem comportamento médio entre os de  $\alpha=40^\circ$  e  $\alpha=70^\circ$ . Observa-se também destas curvas, que as variações de  $R_{in}$  e  $X_{in}$  se tornam cada vez mais intensas quando se aumentam  $n$  ou  $\alpha$ . Isto significa que as larguras de banda são menores para



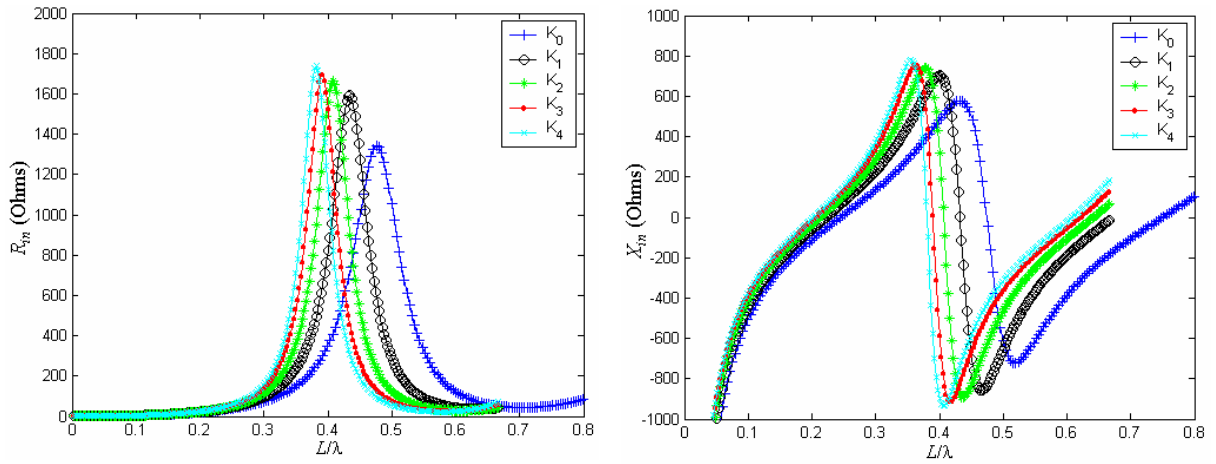


Fig. 3.6: Impedância de entrada dos monopolos de Koch para  $\alpha=40^\circ$ .

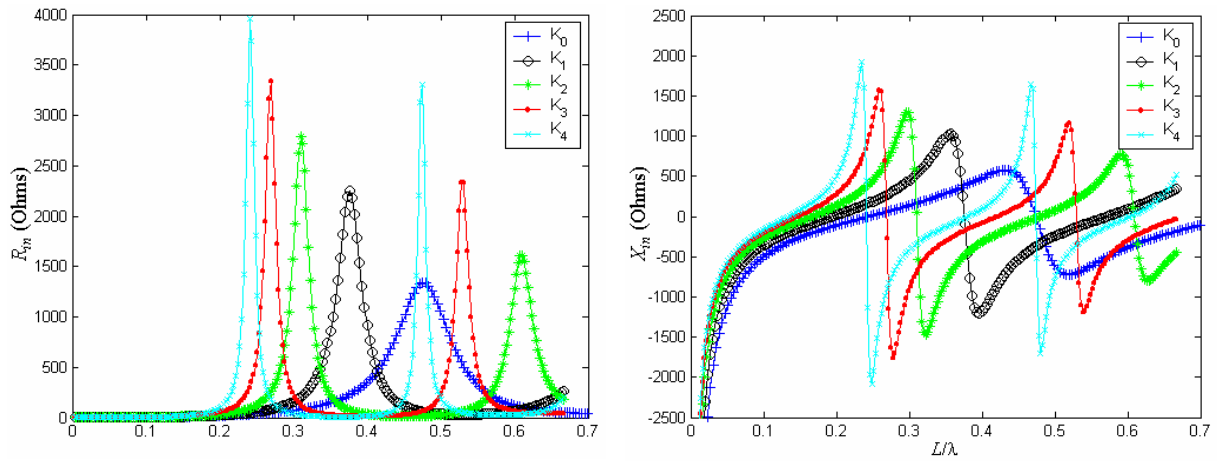


Fig. 3.7: Impedância de entrada dos monopolos de Koch para  $\alpha=60^\circ$ .

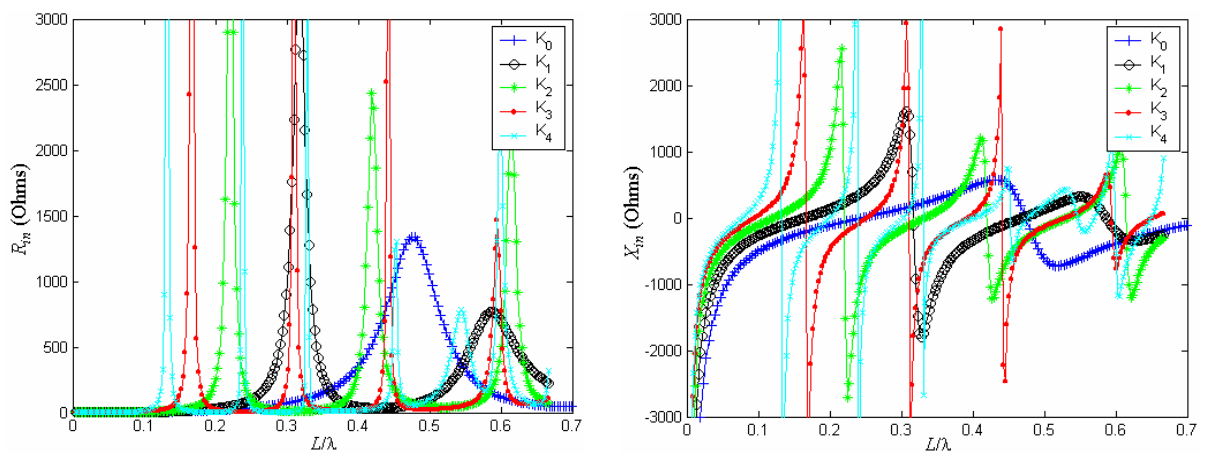


Fig. 3.8: Impedância de entrada dos monopolos de Koch para  $\alpha=70^\circ$ .

aquelas antenas que possuem menores frequências de ressonância, ou seja, as que possuem menores dimensões quando todas operam na mesma ressonância. Este comportamento é o mesmo daquele de antenas eletricamente pequenas não ressonantes [10].

### 3.4.3 - Corrente nos Condutores

As Fig. 3.9 e 3.10 mostram, respectivamente, as distribuições de corrente para os monopólos de Koch com  $\alpha=40^\circ$  e  $\alpha=70^\circ$ . Nestas figuras são mostradas as amplitudes de corrente normalizadas ( $I_n$ ) para a primeira e segunda ressonância ao longo do condutor sendo que o sentido mostrado é do topo da antena (extremidade superior) à fonte. Esta dimensão é

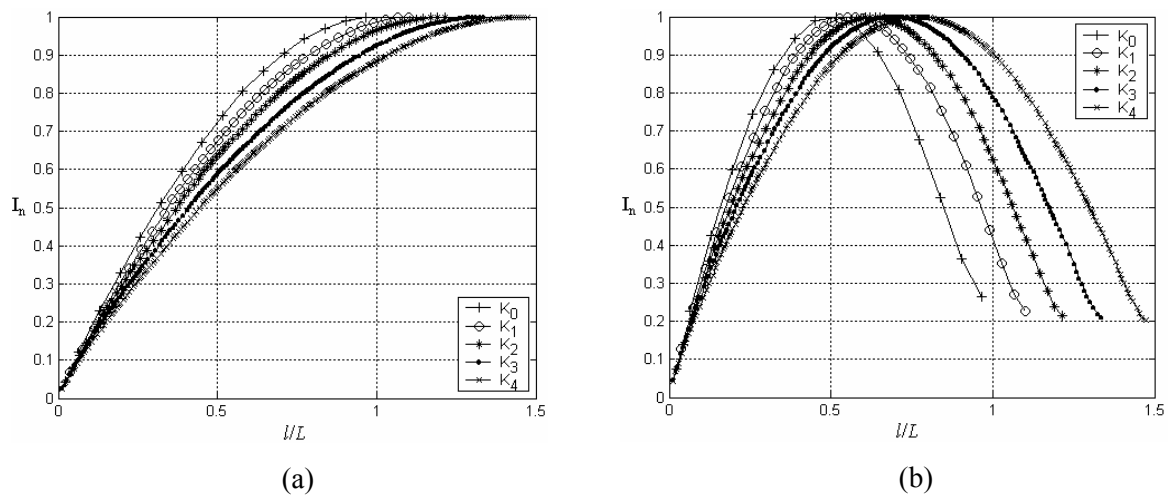


Fig. 3.9: Distribuição de corrente nos monopólos  $\alpha=40^\circ$ . (a) 1ª ressonância. (b) 2ª ressonância.

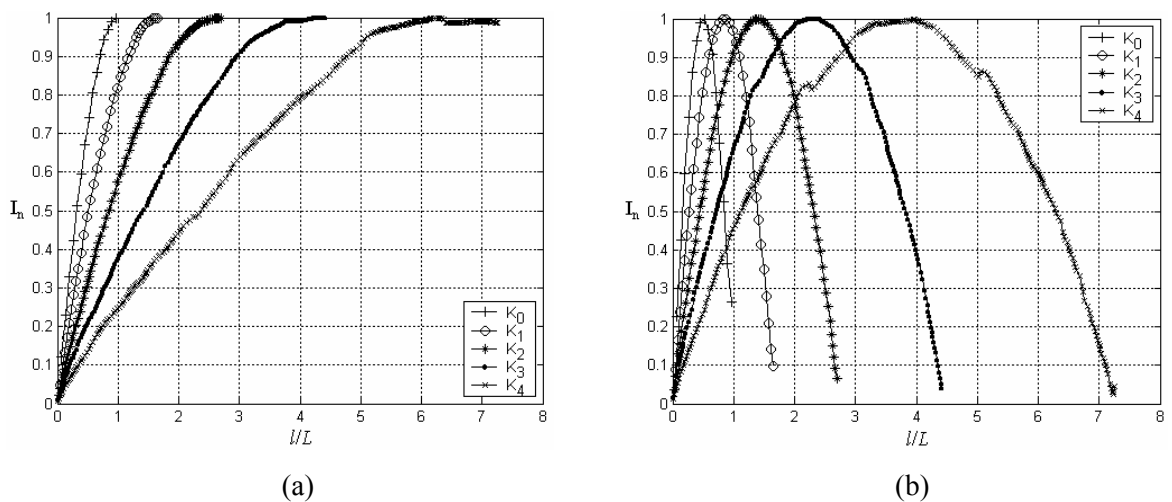


Fig. 3.10: Distribuição de corrente nos monopólos  $\alpha=70^\circ$ . (a) 1ª ressonância. (b) 2ª ressonância.

normalizada com a altura da antena  $L$  (Fig. 3.1). Os valores ressonantes de  $L/\lambda$  onde foram calculadas estas correntes são aqueles mostrados nas Fig. 3.3 e 3.4.

### 3.4.4 - Diagramas de Radiação

Nas Fig. 3.11-3.26, são apresentados os diagramas de radiação dos monopolos de Koch modificados com  $\alpha=40^\circ$  e  $\alpha=70^\circ$  nas iterações  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  e  $K_4$ , nos planos  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ) e  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ), sendo  $\theta$  e  $\phi$  as coordenadas esféricas usuais. As Fig. 3.11-Fig. 3.14 e Fig. 3.15-3.18 mostram respectivamente os diagramas calculados na primeira e segunda ressonância da antena com  $\alpha=40^\circ$ . As Fig. 3.19-3.22 e Fig. 3.23-3.26 mostram, respectivamente, os diagramas calculados na primeira e segunda ressonância da antena com  $\alpha=70^\circ$ . Os comprimentos normalizados ( $L/\lambda$ ) destas antenas, onde foram calculados estes diagramas, podem ser obtidos das Fig. 3.3 e 3.4.

A partir dos resultados mostrados nestas figuras, observa-se que, na primeira ressonância, os diagramas de radiação dos monopolos de Koch com  $\alpha=40^\circ$  e  $\alpha=70^\circ$  são muito parecidos com os do monopolo  $K_0$  os quais não são mostrados aqui [1]. Esta semelhança também foi observada em todas as iterações, sendo que para o caso com  $\alpha=70^\circ$  observou-se um pequeno nível de polarização cruzada para as iterações  $K_1$ ,  $K_3$  e  $K_4$  no plano  $\phi=90^\circ$  (Fig. 3.19(b), 3.21(b) e 3.22(b)). Já para os diagramas na segunda ressonância, as antenas com  $\alpha=40^\circ$  possuem maiores valores de polarização cruzada, no plano  $\phi=90^\circ$ , em todas as iterações, mas este valor ainda é pequeno e menor que -20 dB ((Fig. 3.15(b), Fig. 3.16(b), 3.17(b) e 3.18(b)). Os monopolos com  $\alpha=70^\circ$  possuíram um nível de polarização cruzada em torno de -10 dB, no plano  $\phi=90^\circ$ , para a segunda frequência de ressonância em todas as iterações (Fig. 3.23(b), 3.24(b), 3.25(b) e 3.26(b)). Estes resultados podem ser explicados pela geometria das antenas (Fig. 3.2(a) e 3.2(b)) e pelas correntes das Fig. 3.9 e 3.10. Os monopolos com  $\alpha=40^\circ$  possuem poucas seções de condutores orientados próximo da direção horizontal. Estes segmentos são os que mais contribuem para a radiação na direção vertical, já as antenas com  $\alpha=70^\circ$  possuem mais segmentos destes. Os diagramas de radiação no plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ) de todos os monopolos, em qualquer frequência, possuem um valor nulo na direção  $z$ , isto se deve ao fato do plano dos monopolos fractais ser o  $xz$ . Para todas as antenas analisadas, foi observado um comportamento de radiação praticamente isotrópico no plano  $xy$  (horizontal)

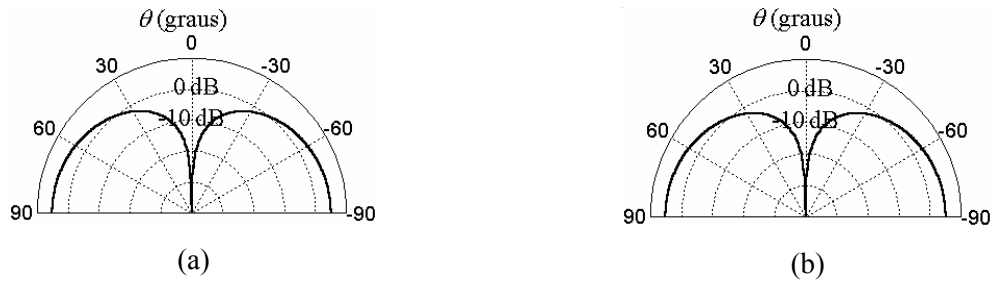


Fig. 3.11: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_1$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

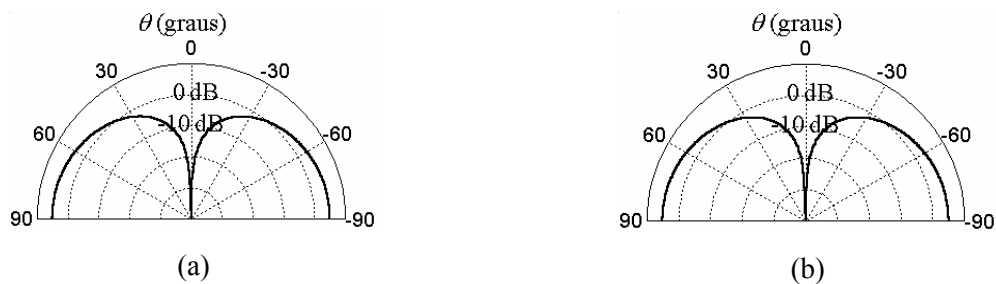


Fig. 3.12: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_2$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

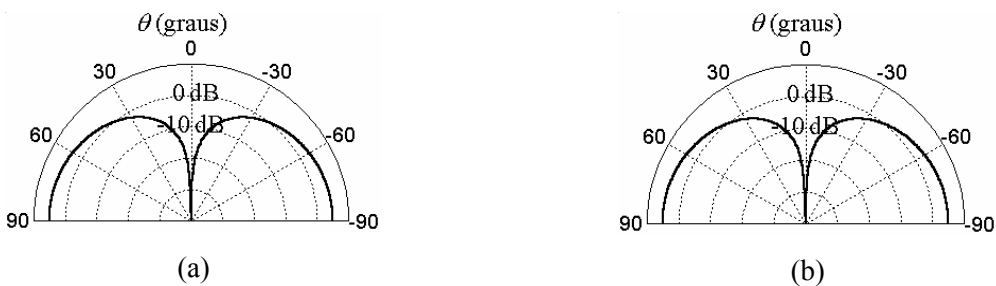


Fig. 3.13: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_3$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

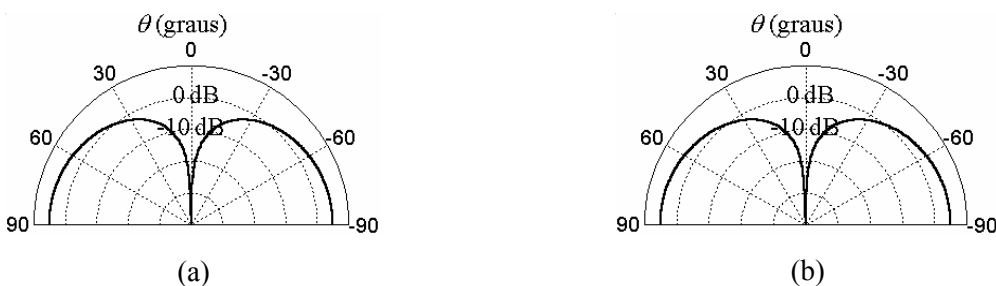


Fig. 3.14: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_4$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

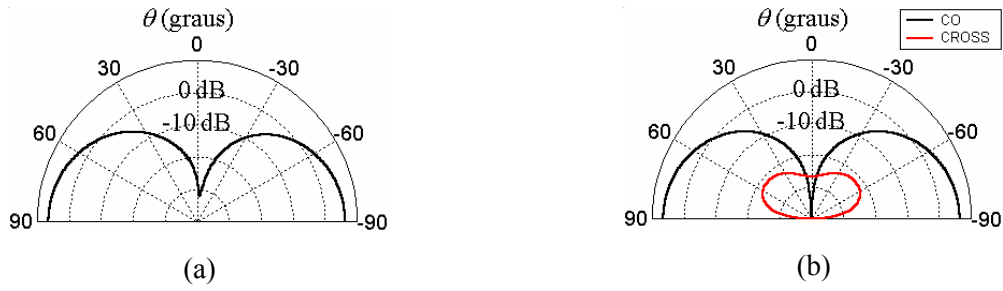


Fig. 3.15: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_1$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

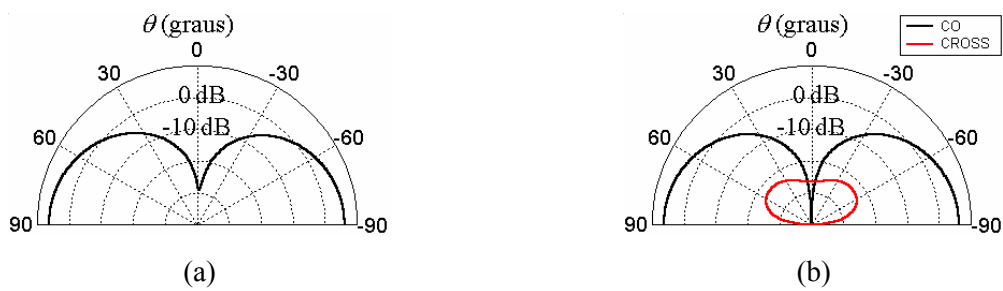


Fig. 3.16: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_2$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

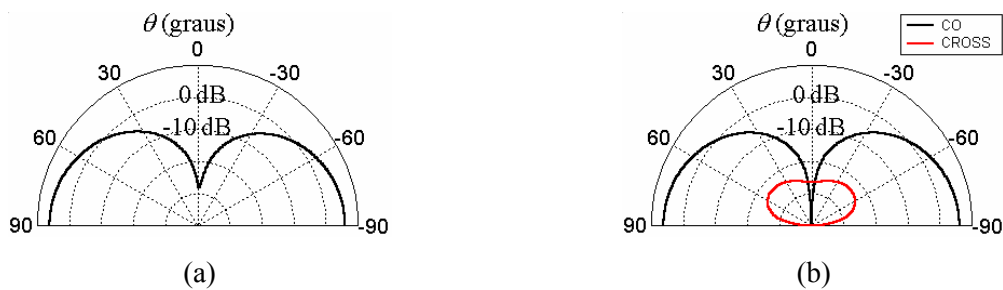


Fig. 3.17: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_3$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

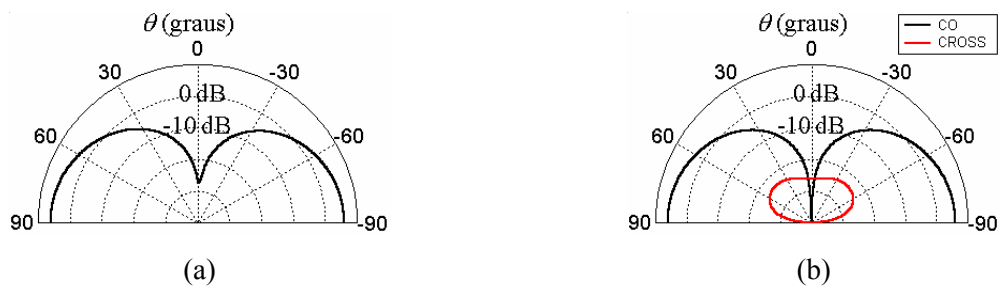


Fig. 3.18: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=40^\circ$  e  $n=1$  ( $K_4$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

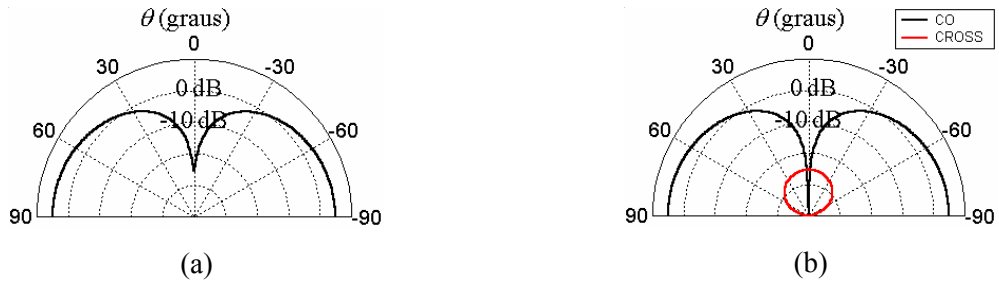


Fig. 3.19: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_1$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

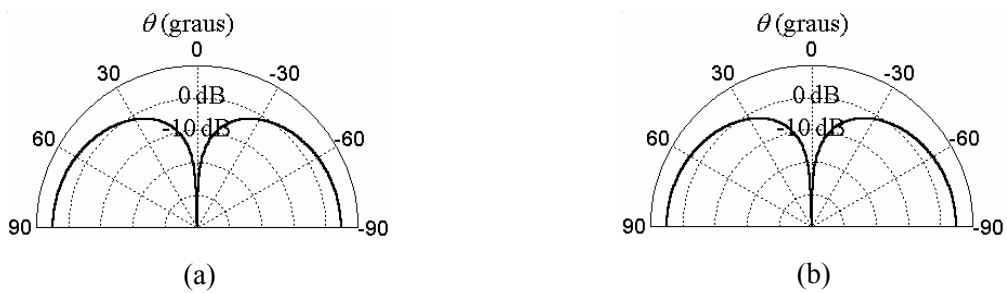


Fig. 3.20: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_2$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

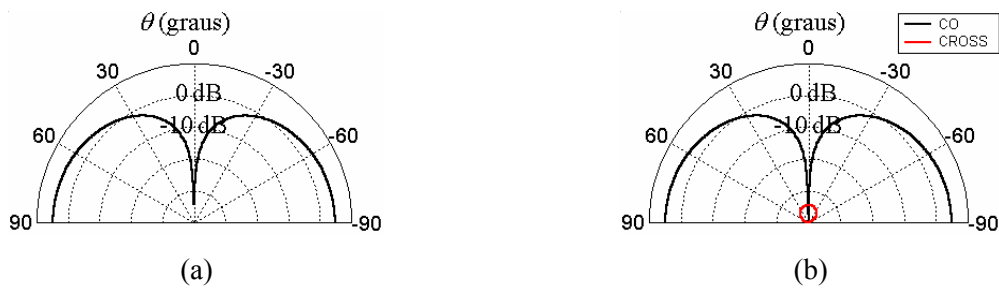


Fig. 3.21: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_3$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

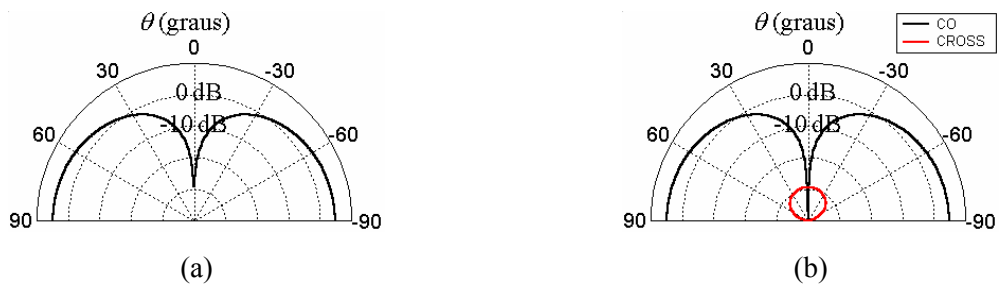


Fig. 3.22: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_4$ ). A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

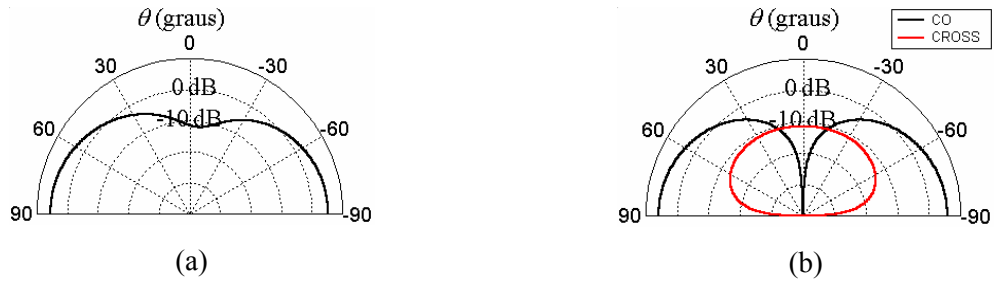


Fig. 3.23: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_1$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

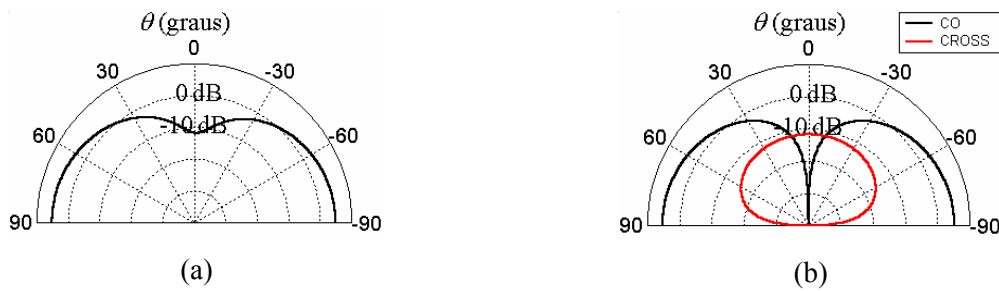


Fig. 3.24: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_2$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

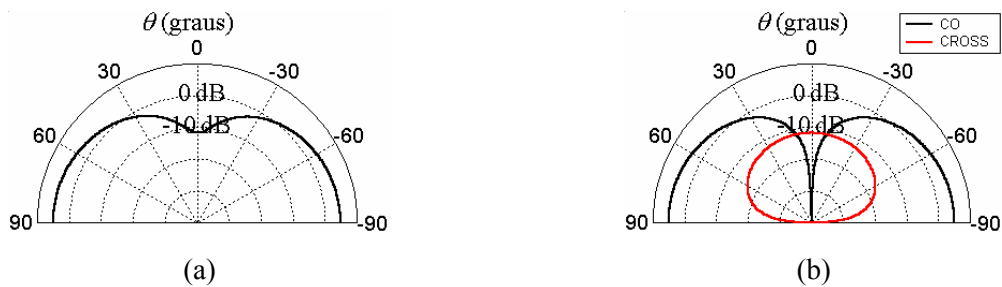


Fig. 3.25: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_3$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

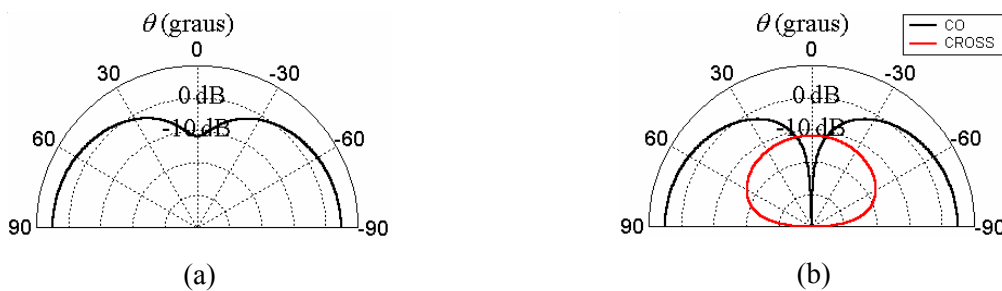


Fig. 3.26: Diagramas de radiação dos monopolos  $\alpha=70^\circ$  e  $n=1$  ( $K_4$ ). A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

### 3.5 - Conclusões

A análise do efeito da variação da dimensão fractal sobre as propriedades radiativas dos monopolos de Koch foi apresentada. Para a análise destas antenas com diferentes dimensões fractais, desenvolveu-se um novo algoritmo *IFS* de geração de curvas fractais. Verificou-se que quanto maior a dimensão fractal, o que significa maiores valores do parâmetro  $\alpha$  utilizado na descrição do fractal, menores frequências de ressonância são obtidas. Por exemplo, para a quarta iteração do monopolo com  $\alpha=70^\circ$ , foi obtido uma redução de 68% da primeira ressonância com relação a primeira do monopolo reto. Vale ressaltar que esta redução para o monopolo de Koch padrão ( $\alpha=60^\circ$ ), na mesma iteração, é de aproximadamente 44%.

Dos resultados apresentados das impedâncias de entrada, observa-se que os monopolos com maior dimensão fractal tiveram menor largura de faixa e menores valores para a resistência de radiação e eficiência na primeira ressonância (Fig. 3.5). E finalmente verificou-se que os diagramas de radiação destas novas antenas, na primeira frequência de ressonância, não sofrem variação significativa com relação aos dos monopolos reto e de Koch convencional. Apenas uma pequena alteração destes ocorreu na segunda frequência de ressonância com o aparecimento de pequenos níveis de polarização cruzada.



### 3.6 - Referências

- [1] H. Morishita, Y. Kim, K. Fujimoto, “Design concept of antennas for small mobile terminals and the future perspective”, *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol. 44, N5, pp. 30-43, 2003.
- [2] J. P. Gianvittorio, Yahya R.-S., “Fractal antennas: a novel antenna miniaturization technique, and applications”, *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol. 5, N1, pp. 20-35, February 2002.
- [3] C. P. Baliarda, J. Romeu, A. Cardama, “The Koch monopole: a small fractal antenna”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, N11, pp. 1773-1781, November 2000.
- [4] S. R. Best, “On the resonant properties of the Koch fractal and other wire monopole antennas”, *IEEE Antennas Wire Propagat. Lett.*, vol. 1, pp. 74-76, 2002.
- [5] S. R. Best, “On the performance properties of the Koch fractal and other bent wire monopoles”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, N6, pp. 1292-1300, June 2003.
- [6] C. Puente, J. Romeu, R. Pous, J. Ramis, A. Hijazo, “Small but long Koch fractal monopole”, *Electronic Lett.*, vol. 34, N1, pp. 9-10, January 1998.
- [7] K. J. Vinoy, J. K. Abraham, V. K. Varadan, “On the relationship between fractal dimension and performance of multi-resonant dipole antennas using Koch curves”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, N9, pp. 2296-2303, September 2003.
- [8] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, New York: Macmillan, 1968, pp. 62-81.
- [9] *Electromagnetic Symmetry*, C. E. Baum, H. N. Kritikos, eds, Washington: Taylor & Francis, 1992, pp. 231-244.
- [10] W. Geyi, “Physical limitations of antenna”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, N8, pp. 2116-2123, August 2003.

## CAPÍTULO 4

### 4 – O MONOPOLO ESPIRAL RETANGULAR

#### 4.1 - Resumo

Antenas espirais se caracterizam por apresentarem baixas frequências de ressonância e propriedades de banda larga para altas frequências. Neste capítulo, apresenta-se uma análise e otimização de um tipo especial de antena linear espiral: o Monopolo Espiral Retangular (MER). Em baixas frequências, na faixa de  $0 < L/\lambda < 1$  ( $L$  é a altura do monopolo e  $\lambda$  é o comprimento de onda), a variação da frequência de ressonância em função das dimensões da antena foi investigada. Em altas frequências, na faixa  $0 < L/\lambda < 3$ , as dimensões dos monopolos foram otimizadas com o objetivo de se obter faixa larga de casamento de entrada. O Método dos Momentos (MoM) foi utilizado para os cálculos e alguns resultados obtidos são comparados com dados disponíveis na literatura.

#### 4.2 - Introdução

Durante os últimos anos, o desenvolvimento de novas antenas tem sido caracterizado pela utilização de diferentes geometrias. Antenas de banda larga são alguns exemplos. Antes do ano de 1950, antenas com características de impedância e diagramas de banda larga tinham larguras de banda não superior a 2:1. Durante a década de 50 do século passado, houve uma significativa evolução em antenas, obteve-se antenas com larguras de banda igual ou maior a 40:1. Estas antenas foram denominadas de *antenas independentes da frequência*, e elas tinham geometrias especiais, a antena espiral é um exemplo [1]. Exemplos de antenas espirais *single-arm* e *two-arm* impressas em substratos são apresentados em [2] e [3], respectivamente. Estas antenas possuem características de impedância de banda larga.

Neste capítulo, é discutido um tipo especial de antena linear espiral, o Monopolo Espiral Retangular (MER). As características dessas antenas são analisadas em baixas frequências, e em altas frequências suas impedâncias de entrada são otimizadas para operação em banda larga. Os parâmetros calculados são: frequência de ressonância, impedância de

entrada, coeficiente de reflexão, distribuição de corrente, diretividade e diagrama de radiação. O Método dos Momentos (MoM) foi utilizado para os cálculos numéricos [4].

### 4.3 - Descrição da Antena

Um Monopolo Espiral Retangular é construído a partir de um monopolo reto de comprimento  $L$  adicionando-se sucessivamente a este  $N_s$  segmentos retos, onde cada segmento deste adicionado forma um ângulo de  $90^\circ$  com o segmento anterior. A Fig. 4.1 mostra um exemplo de iterações sucessivas de MERs. O comprimento de um segmento genérico é dado por  $L_n = (K_f)^n L_0$ , com  $n=1, 2, 3, \dots, N_s$ , onde  $L_0 < L$  é o comprimento inicial e  $K_f$  é o fator de redução ( $0 < K_f < 1$ ). A Fig. 4.2 mostra um exemplo de um MER com  $N_s=19$ ,  $K_f=0,9$  e  $L_0=0,9L$ . Nesta figura também é mostrado o sistema de referência que foi utilizado no restante deste capítulo.

Em resumo, os parâmetros que definem um MER são  $L$ ,  $L_0$ ,  $K_f$  e  $N_s$ . O raio da seção transversal dos condutores  $a$  será considerado constante na análise apresentada neste capítulo. A Tabela 1 mostra diversos exemplos de MERs com diferentes valores de parâmetros. Os valores considerados constantes nestes monopolos foi o raio  $a$  e o número de segmentos  $N_s=10$ . Os parâmetros  $L_0$  e  $K_f$  possuem os seguintes valores nesta tabela:  $L_0=0,9L$ ;  $0,8L$ ;  $0,7L$ ;  $0,6L$ ;  $0,5L$  e  $0,4L$ ,  $K_f=0,95$ ;  $0,9$ ;  $0,85$ ;  $0,8$  e  $0,75$ .

### 4.4 - Resultados Numéricos

Um programa baseado no Método dos Momentos [4] foi desenvolvido para a análise de antenas MERs. Foram analisadas todas aquelas geometrias mostradas na Tabela 1 para  $N_s$  variando de 1 até 8. No total foram realizadas 240 simulações. O tempo de execução, utilizando um computador Pentium IV, de cada simulação foi em torno de 5 minutos. Nestas simulações, o comprimento  $L$  foi dividido em torno de 15 segmentos de discretização, e os comprimentos  $L_1$ ,  $L_2$ , ..., etc foram divididos em torno de 8 segmentos de discretização. Com estes valores obteve-se boa convergência dos resultados.

Foram feitos dois tipos de análises destas antenas. Uma para baixas frequências, onde foi considerado o intervalo  $0 < L/\lambda < 1$ , e outra para altas frequências, onde se considerou  $0 < L/\lambda < 3$ . No primeiro, onde a antena comporta-se como eletricamente pequena, calculou-se a

frequência de ressonância fundamental, a resistência de radiação na primeira ressonância, a impedância de entrada, a distribuição de corrente e o diagrama de radiação. Para o segundo, onde a característica de banda larga da antena torna-se evidente, calculou-se a impedância de entrada, o coeficiente de reflexão e a diretividade em função  $L/\lambda$  na direção vertical de radiação (+z).

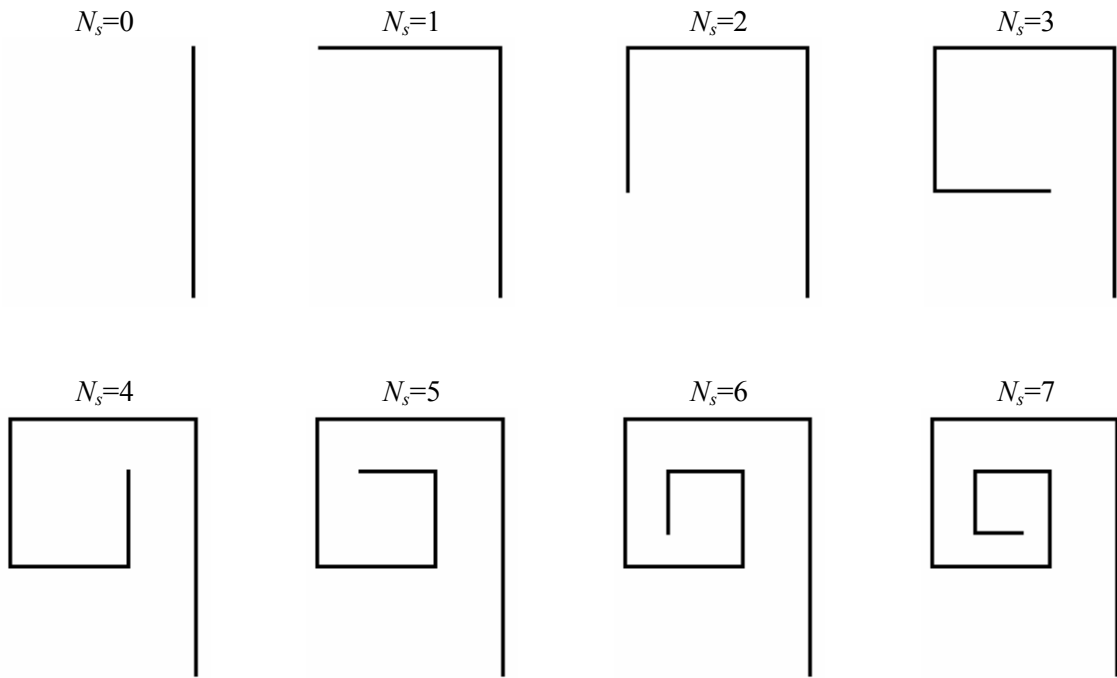


Fig. 4.1: Iterações sucessivas de MERs. O valor  $N_s=0$  corresponde ao monopolo reto.

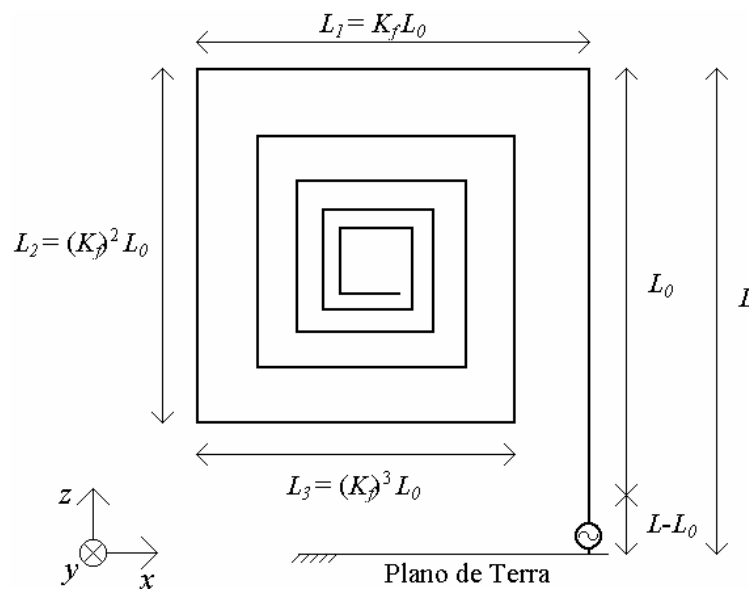
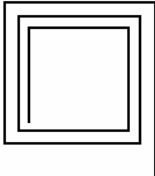
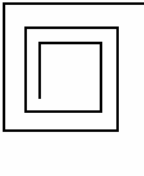
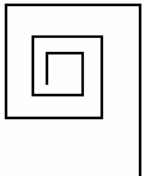
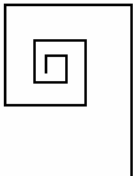
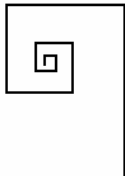
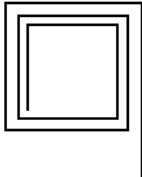
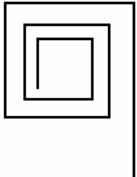
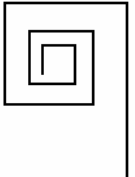
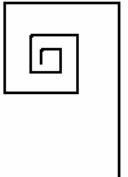
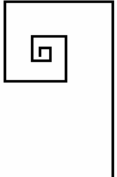
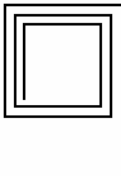
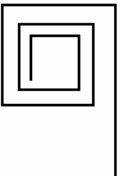
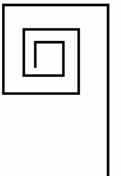
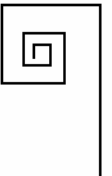
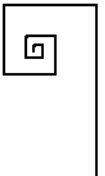
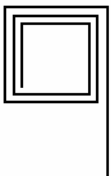
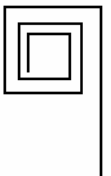
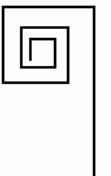
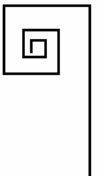
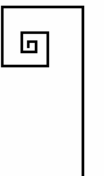
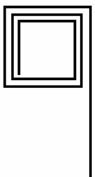
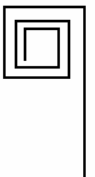
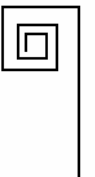
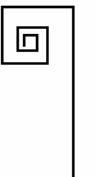
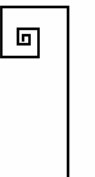
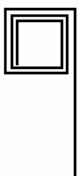

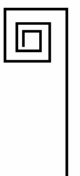
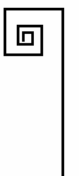



Fig. 4.2: Geometria de um monopolo espiral retangular com  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=19$ .

TABELA I EXEMPLOS DE MONOPOLOS ESPIRAIS RETANGULARES (MERS) COM  $N_s=10$ 

	$K_f=0,95$	$K_f=0,9$	$K_f=0,85$	$K_f=0,8$	$K_f=0,75$
$L_0=0,9L$					
$L_0=0,8L$					
$L_0=0,7L$					
$L_0=0,6L$					
$L_0=0,5L$					
$L_0=0,4L$					

Antes de mostrar os resultados numéricos obtidos destas análises, a seguir é feita uma comparação dos resultados de cálculos de um dipolo em forma de L obtido aqui e apresentado em [5]. A discretização utilizada e as dimensões desta antena são mostradas na Fig. 4.3. A frequência obtida pelo programa desenvolvido aqui foi 531MHz e a frequência obtida por [5] utilizando o programa EZNEC [6] foi 528,7MHz. A diferença entre o primeiro e o segundo é de 0,44%. Este resultado permaneceu o mesmo quando se utilizou 15 segmentos de discretização (ao invés de 20) para o comprimento vertical  $L=10$  cm, e 6 segmentos de discretização (ao invés de 8) para o comprimento horizontal  $L_h=4$  cm.

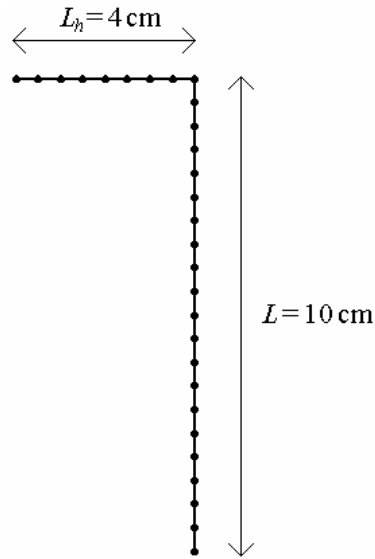


Fig. 4.3: Monopolo em forma de L. O raio da seção do condutor utilizado foi  $a=0,25$  mm. Os números de segmentos utilizados nos comprimentos  $L$  e  $L_h$  foram respectivamente 20 e 8.

#### 4.4.1 - Análise em Baixas Frequências

##### 4.4.1.1 - Frequência de Ressonância

A Fig. 4.4 mostra a variação do comprimento normalizado ( $L_\lambda=L/\lambda$ ), referente a frequência de ressonância fundamental, de antenas MERs em função de  $N_s$ ,  $K_f$  e  $L_0$ . Os parâmetros geométricos utilizados são os mesmos daqueles apresentados na Tabela 1, sendo que  $N_s$  assume os valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6. O caso onde  $N_s=0$  corresponde ao monopolo reto de altura  $L$ , este monopolo possui a primeira ressonância em  $L/\lambda=0,2377$ . O valor do raio dos condutores utilizado em todas as simulações foi  $a=L/200$ .

Destas curvas, observa-se que as frequências de ressonância fundamentais, as quais podem ser calculadas aproximadamente por  $f_r=(L_\lambda c)/L$  ( $c$  é a velocidade da luz no vácuo), reduzem com o aumento de  $K_f$ ,  $N_s$  e  $L_0$ . Esta redução é assintótica quando se aumenta  $N_s$ , sendo que estes valores convergem para determinados valores em poucas iterações, ou seja, em poucos valores de  $N_s$  em torno de 4 e 5. O menor valor obtido foi para a antena com  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,95$  e  $N_s=6$ , sendo este valor mínimo é  $L/\lambda=0,0471$  (Fig. 4.4(a)). Este valor corresponde a uma redução de 80,2% do comprimento  $L$  quando esta antena é comparada com um monopolo reto de comprimento  $L$  e operando na mesma frequência de ressonância.

#### 4.4.1.2 - Resistência de Radiação

A variação da resistência de radiação ( $R_r$ ) de vários MERs em função de  $L_0$ ,  $K_f$  e  $N_s$  é mostrada na Fig. 4.5. Estas antenas são aquelas mesmas que foram utilizadas na Fig. 4.4. Estas resistências foram calculadas na primeira frequência de ressonância de cada antena.

Observa-se destes resultados que em geral o valor da resistência de radiação diminui quando se aumentam os valores dos parâmetros  $L_0$ ,  $K_f$  e  $N_s$ , e que esta variação de  $R_r$  em função de  $N_s$  é assintótica, e de forma similar como se observou na Fig. 4.4. Este comportamento também é observado para o caso de antenas fractais [7], quando aumenta-se o número de iterações do fractal. O menor valor obtido desta resistência foi para o MER com parâmetros  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,95$  e  $N_s=6$  (Fig. 4.5(a)), este valor é  $R_r=1,6$  Ohms. Este valor é 95,5% menor que aquele do monopolo reto ( $R_r=36$  Ohms).

#### 4.4.1.3 - Impedância de Entrada

As Fig. 4.6 e Fig. 4.7 mostram, respectivamente, as impedâncias de entrada ( $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ ) dos MERs de  $L_0=0,9L$  e  $L_0=0,6L$ . Estes monopolos possuem  $K_f=0,9$  e  $N_s=0, 1, 2, 3$  e 4. Nestas figuras é mostrada a variação de  $Z_{in}$  em função do número de segmentos  $N_s$  e do comprimento  $L_0$ . Observa-se que os valores das ressonâncias fundamentais e as resistências de radiação destas figuras estão de acordo com aquelas das Fig. 4.4(a), Fig.4.4(d), Fig. 4.5(a) e Fig. 4.5(d). Também se observa destas figuras que quanto maior  $N_s$ , maior é a variação de  $Z_{in}$ , isto significa que a largura de banda diminui quando se aumenta o valor de  $N_s$ . A largura de banda também diminui quando se aumentam os valores de  $L_0$  e  $K_f$ .

#### 4.4.1.4 - Corrente nos Condutores

As Fig. 4.8 e Fig. 4.9 mostram respectivamente as distribuições de correntes normalizadas  $I_n$  dos MERs com  $L_0=0,9L$  e  $L_0=0,6L$ , com  $K_f=0,9$  e  $N_s=0, 1, 2$  e 3 calculadas nas primeiras e segundas frequências de ressonâncias. O eixo horizontal destas figuras representa o comprimento normalizado  $l/L$ , sendo  $L$  altura do monopolo (Fig. 4.2), ao longo do condutor de cada antena, onde o sentido mostrado é da extremidade do monopolo à fonte da antena.

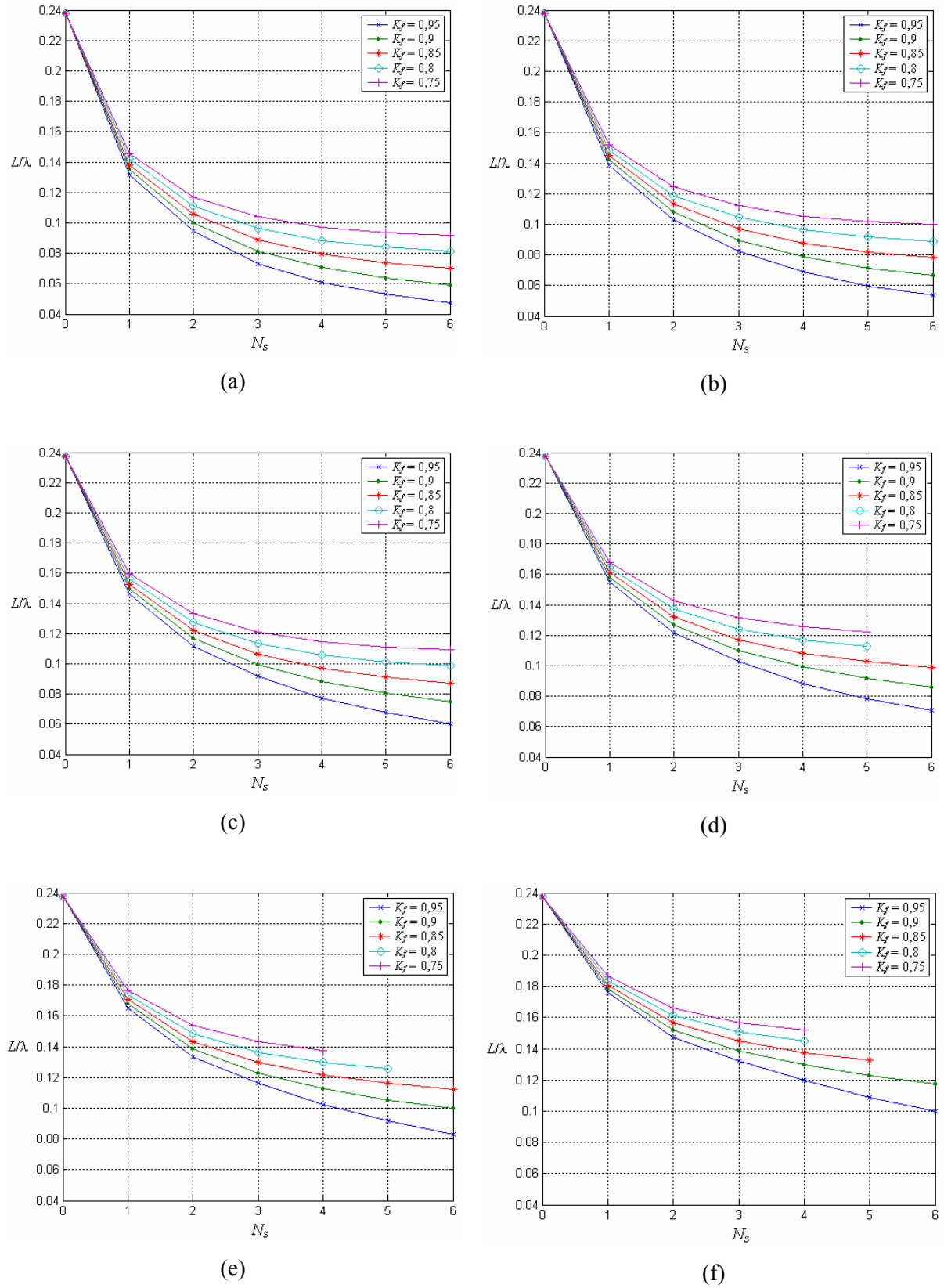
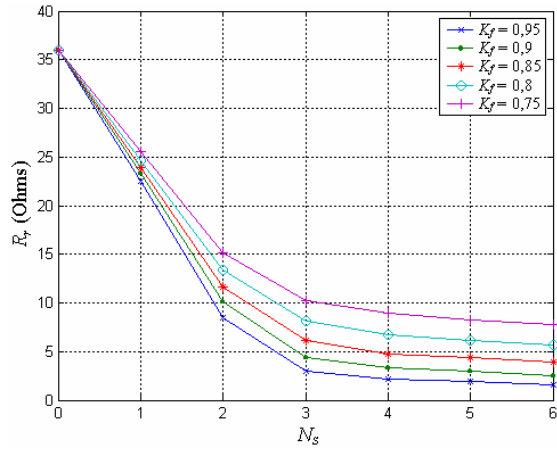
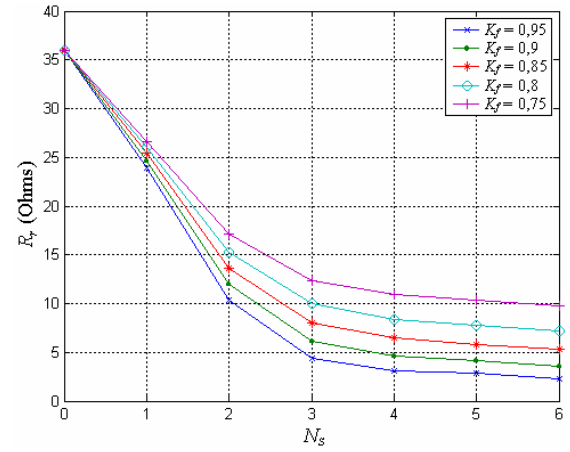


Fig. 4.4: Variação de  $L/\lambda$  na frequência de ressonância fundamental de MERs de diferentes valores de  $L_0$  em função de  $N_s$  e  $K_f$ . (a)  $L_0=0,9L$ . (b)  $L_0=0,8L$ . (c)  $L_0=0,7L$ . (d)  $L_0=0,6L$ . (e)  $L_0=0,5L$ . (f)  $L_0=0,4L$ .

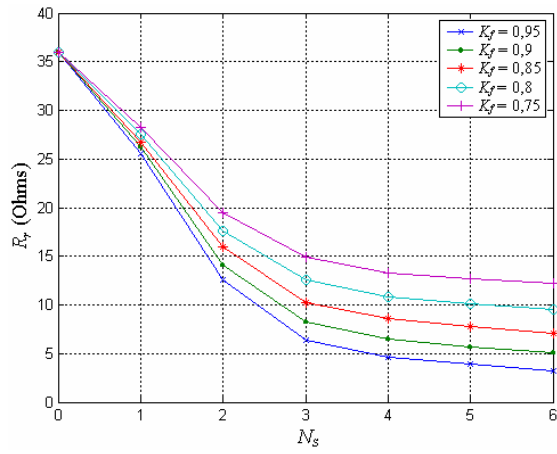




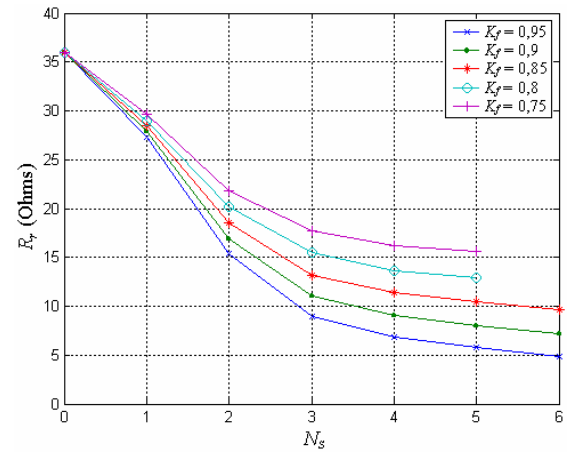
(a)



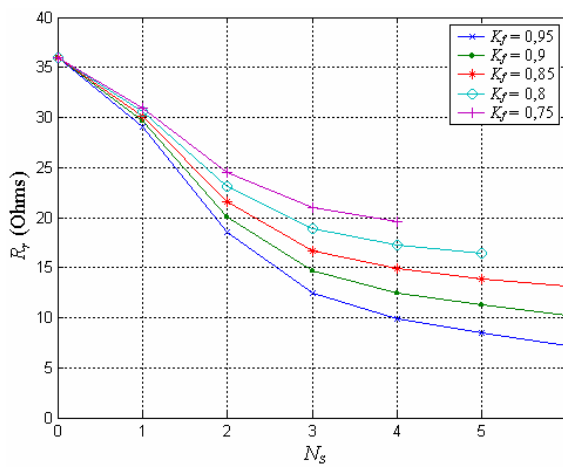
(b)



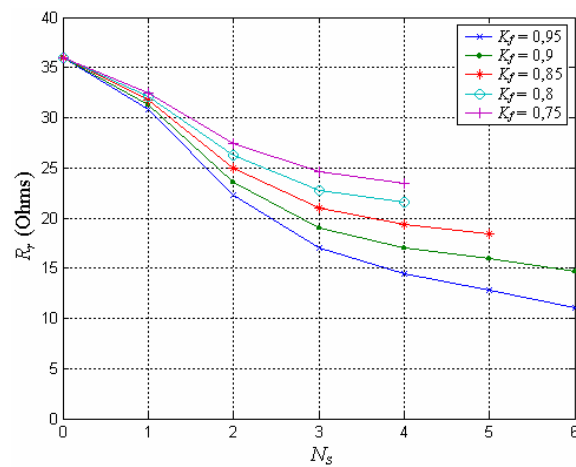
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 4.5: Variação da resistência de radiação  $R_r$  de MERs de diferentes valores de  $L_0$  em função de  $N_s$  e  $K_f$ . (a)  $L_0=0,9L$ . (b)  $L_0=0,8L$ . (c)  $L_0=0,7L$ . (d)  $L_0=0,6L$ . (e)  $L_0=0,5L$ . (f)  $L_0=0,4L$ .

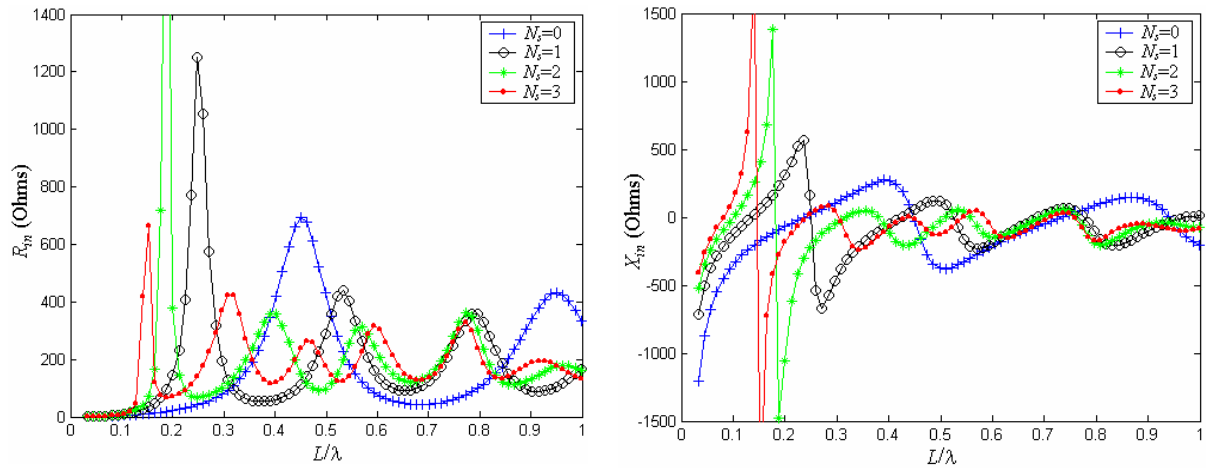


Fig. 4.6: Impedância de entrada dos MERs com  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=0, 1, 2$  e  $3$ .

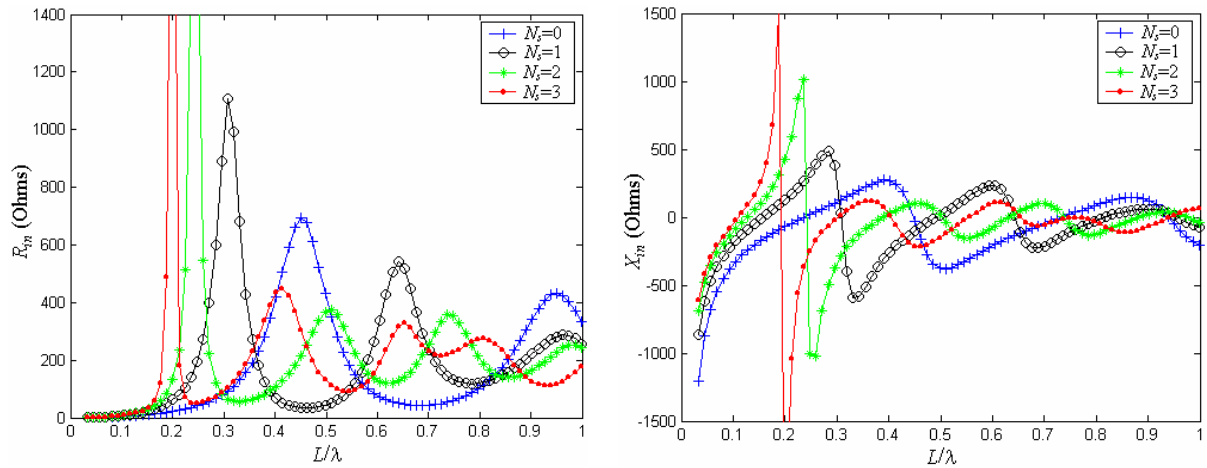


Fig. 4.7: Impedância de entrada dos MERs com  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=0, 1, 2$  e  $3$ .

#### 4.4.1.5 - Diagramas de Radiação

Como exemplo de diagramas de radiação de antenas MERs, esta seção mostra os diagramas calculados para as antenas com  $L_0=0,9L$  e  $L_0=0,6L$ , com  $K_f=0,9$  e  $N_s=1, 2, 3$  e  $4$ . As Fig. 4.10-4.13 mostram os diagramas nos planos  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ) e  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ) (Fig. 4.2) das antenas MERs com  $L_0=0,9L$  calculados na primeira frequência de ressonância, e as Fig. 4.14-4.17 mostram os diagramas destas antenas na segunda frequência de ressonância. Estes mesmos cálculos feitos para estas antenas, com valores de  $K_f=0,9$  e  $N_s=1, 2, 3$  e  $4$ , foram feitos para os MERs com  $L_0=0,6L$ . Estes cálculos são mostrados nas Fig. 4.18-4.25. Nestes diagramas

*co* significa polarização vertical ( $E_\theta$ ) ou copolarização, e *cross* significa polarização horizontal ( $E_\phi$ ) ou polarização cruzada. Estes diagramas são de diretividade.

Da análise destes resultados apresentados, foram obtidas as seguintes conclusões:

- Todas as antenas possuíram uma componente de radiação significativa na direção vertical ( $\theta=0^\circ$ ) nos dois planos de radiação. Este comportamento se deve à existência de seções de condutores horizontais que geram estas componentes de radiação [1].

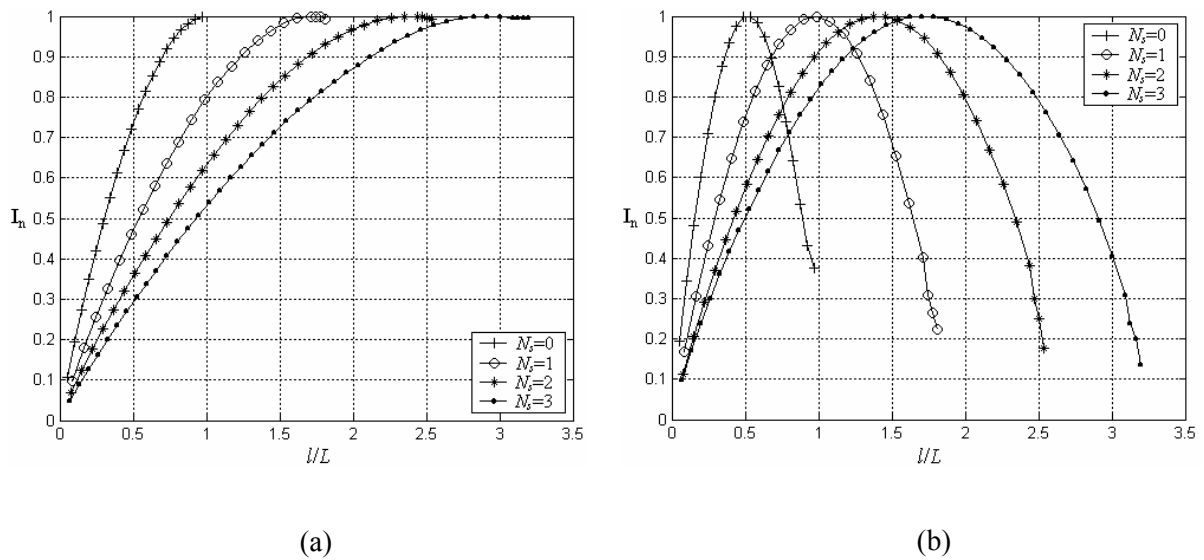


Fig. 4.8: Curvas de  $I_n$  versus  $l/L$  nos MERs de  $L_0=0,9L$  e  $K_f=0,9$ . (a) 1ª ressonância. (b) 2ª ressonância.

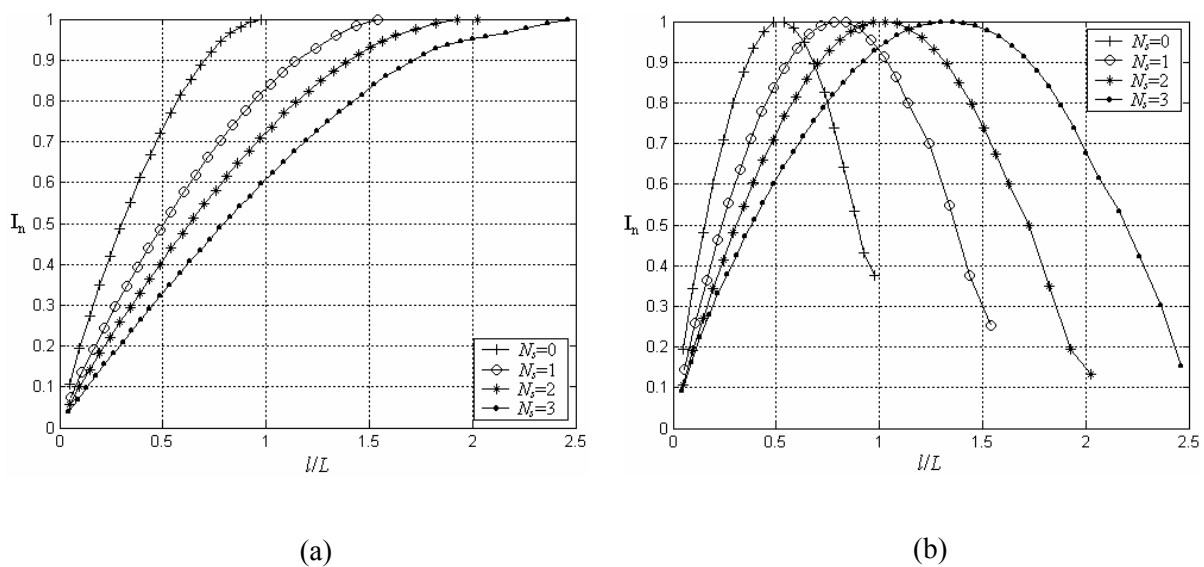


Fig. 4.9: Curvas de  $I_n$  versus  $l/L$  nos MERs de  $L_0=0,6L$  e  $K_f=0,9$ . (a) 1ª ressonância. (b) 2ª ressonância.

- Este efeito não ocorreu muito para o caso do monopolo de Koch modificado analisado no capítulo anterior, pois neste caso, a quantidade de segmentos próximos da direção horizontal é menor.
- No plano  $\phi=0^\circ$  destes diagramas, houve apenas polarização vertical, ou seja, estas antenas possuíram apenas a componente  $E_\theta$  do campo elétrico distante. Neste plano os diagramas permaneceram aproximadamente isotrópico, com variação em torno de 5dB para diferentes valores do ângulo  $\theta$ .
- Já nos planos  $\phi=90^\circ$ , estes monopolos apresentaram tanto polarização vertical ( $E_\theta$ ) quanto polarização horizontal ( $E_\phi$ ). Os diagramas da polarização  $E_\theta$  possuíram uma maior intensidade de radiação nas direções laterais da antena, ou seja, na região  $60^\circ < |\theta| < 90^\circ$ . Estes diagramas são parecidos com aqueles do monopolo reto para baixas frequências [1]. Os diagramas da polarização  $E_\phi$  apresentaram uma intensidade de radiação maior na direção vertical  $\theta=0^\circ$ .

As intensidades de radiação da polarização  $E_\phi$  no plano  $\phi=90^\circ$  possuíram em média valores menores que 0 dB na primeira ressonância, e valores acima de 0 dB na segunda ressonância, sendo que para os MERs com  $L_\theta=0,9L$  estes valores são maiores, e isto se deve aos comprimentos maiores que estes monopolos têm na direção horizontal.

#### 4.4.2 - Análise em Altas Frequências

Esta seção apresenta os resultados numéricos da análise em alta frequência de MERs, em particular foi considerada a região  $0 < L/\lambda < 3$ . Todas as antenas mostradas na Tabela 1 foram analisadas, sendo as que tiveram melhores resultados, em termos de maior largura de banda de casamento, foram as de  $L_\theta=0,8L$  e  $L_\theta=0,7L$ , por isso somente os resultados destes monopolos são mostrados aqui.

##### 4.4.2.1 - Impedância de Entrada

Exemplos de cálculos de impedância de entrada são mostrados nas Fig. 4.26-4.28. Essas impedâncias foram calculadas para os MERs com  $L_\theta=0,8L$ ,  $N_s=0, 1, 2$  e  $3$ , e  $K_f=0,9$ , sendo que a antena com  $N_s=0$  é o monopolo reto e este é mostrado nestas três figuras para comparação. As impedâncias de entrada para os monopolos com diferentes valores de  $K_f$  e com  $L_\theta=0,8L$  possuem comportamento parecido com os MERs mostrados nestas figuras.



Fig. 4.10: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=1$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

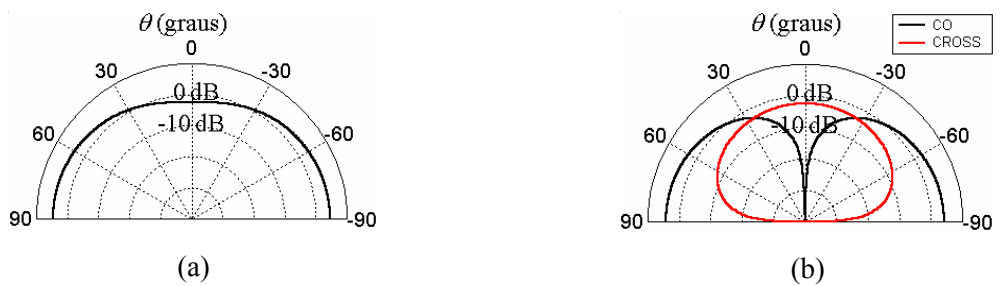


Fig. 4.11: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=2$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

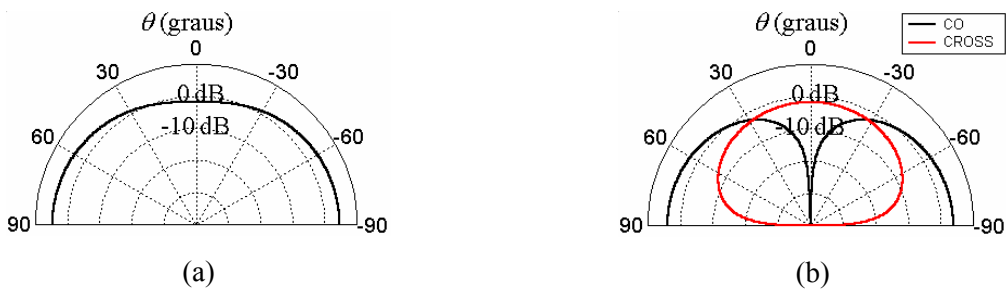


Fig. 4.12: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=3$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

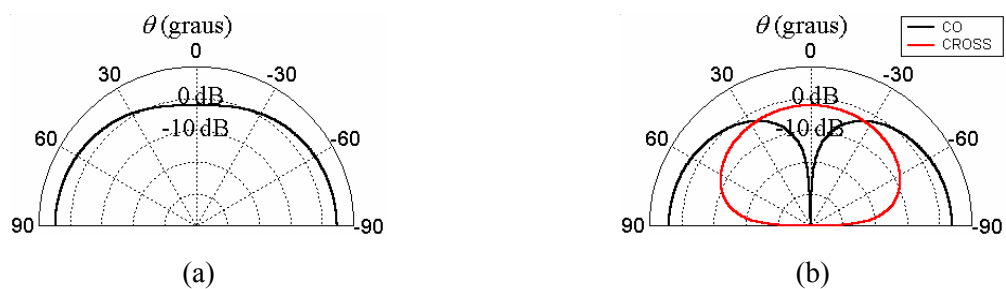


Fig. 4.13: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=4$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

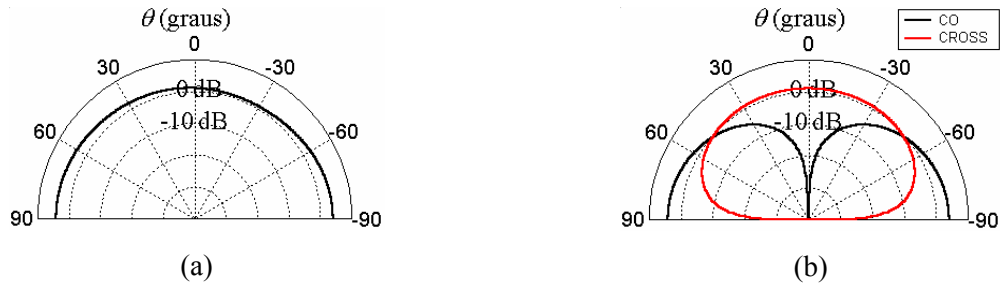


Fig. 4.14: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=1$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

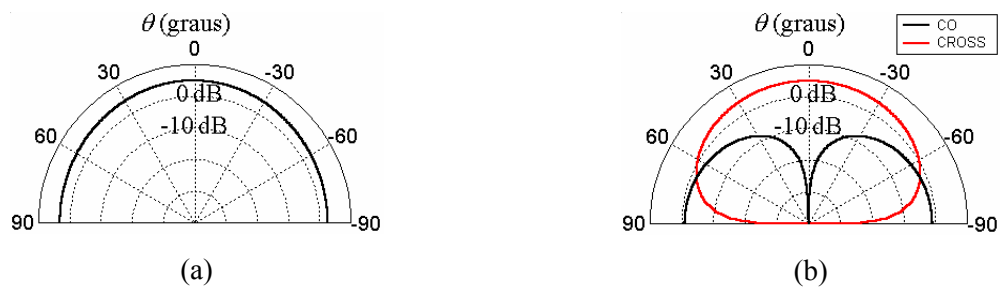


Fig. 4.15: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=2$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

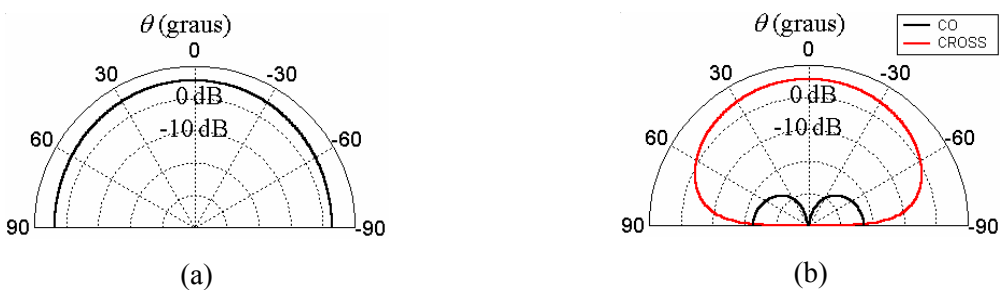


Fig. 4.16: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=3$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

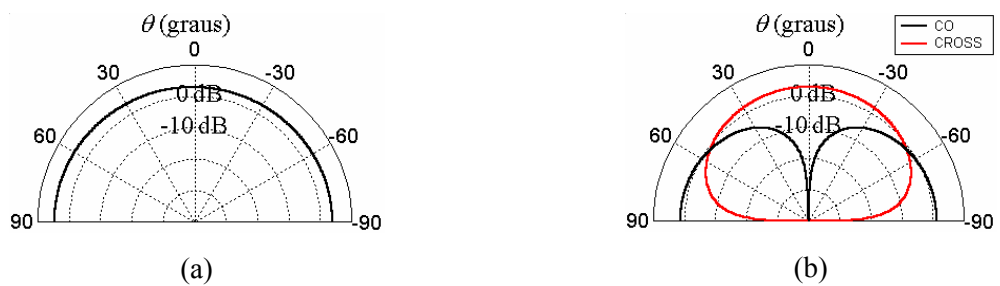


Fig. 4.17: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=4$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

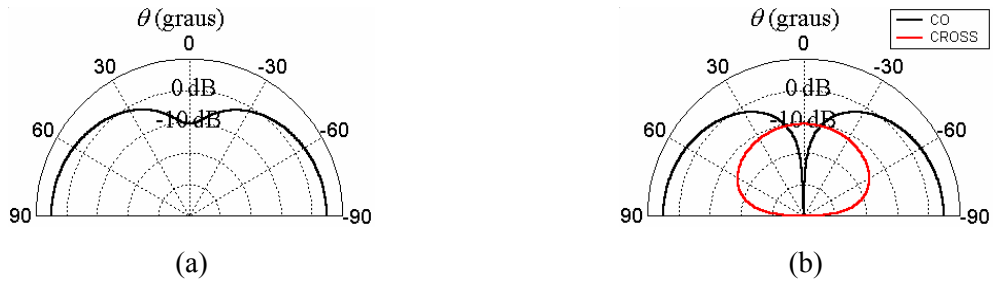


Fig. 4.18: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=1$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

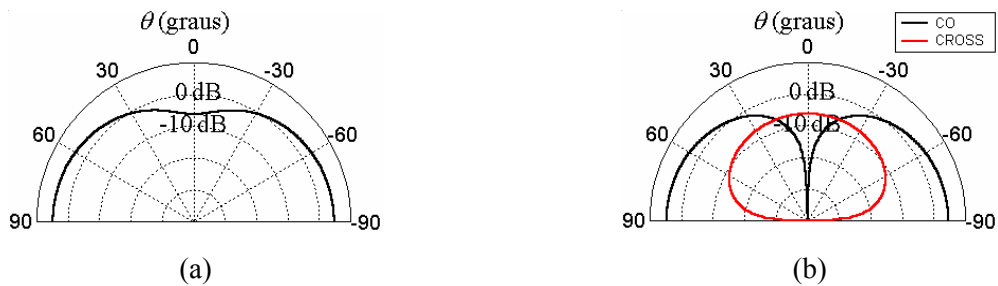


Fig. 4.19: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=2$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

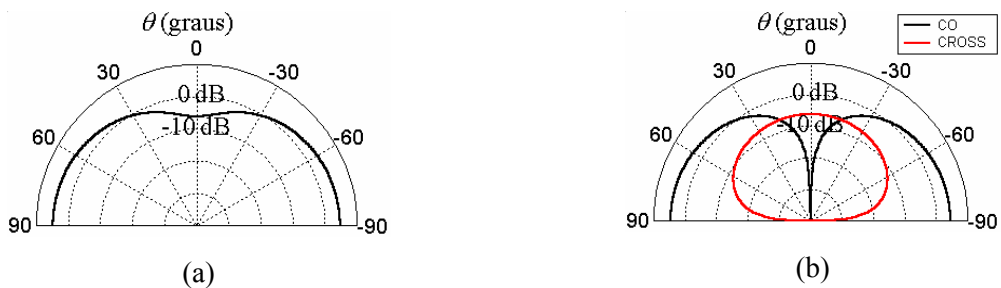


Fig. 4.20: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=3$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

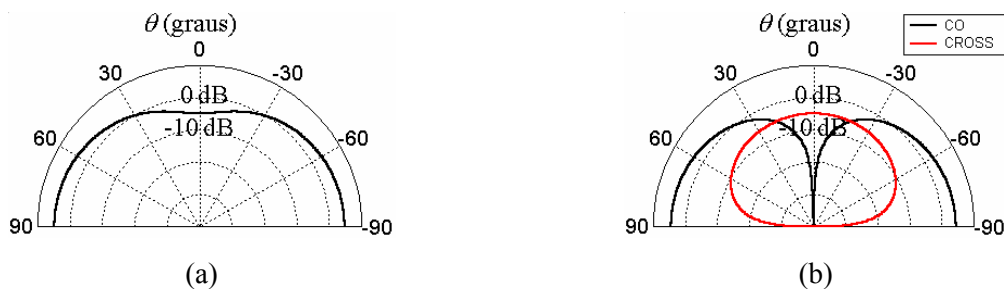


Fig. 4.21: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=4$ . A frequência de cada monopolo é a primeira ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

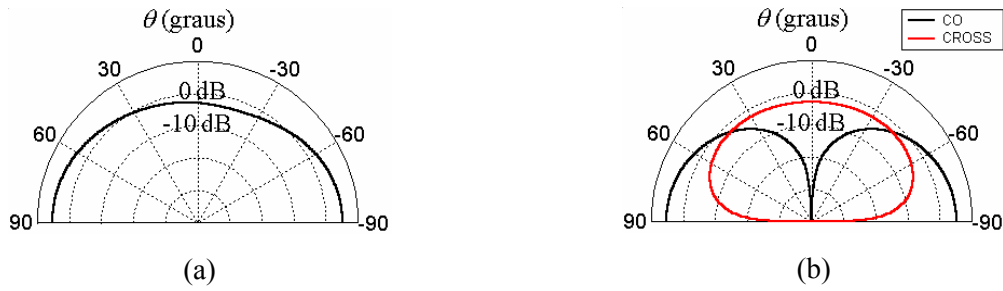


Fig. 4.22: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=1$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

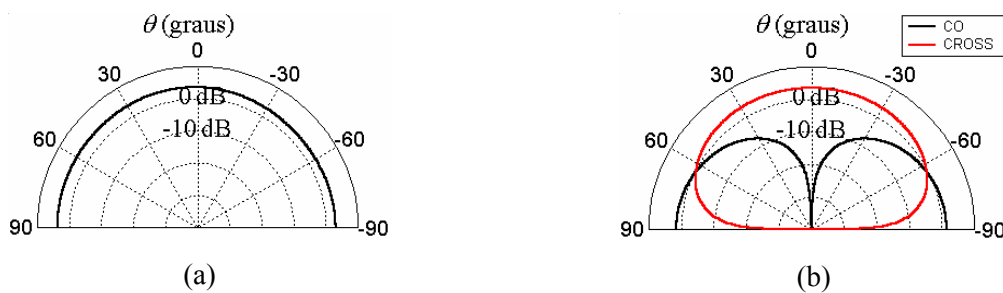


Fig. 4.23: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=2$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

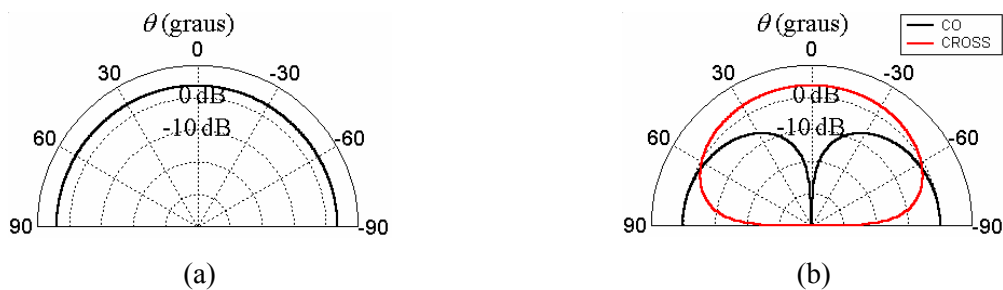


Fig. 4.24: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=3$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

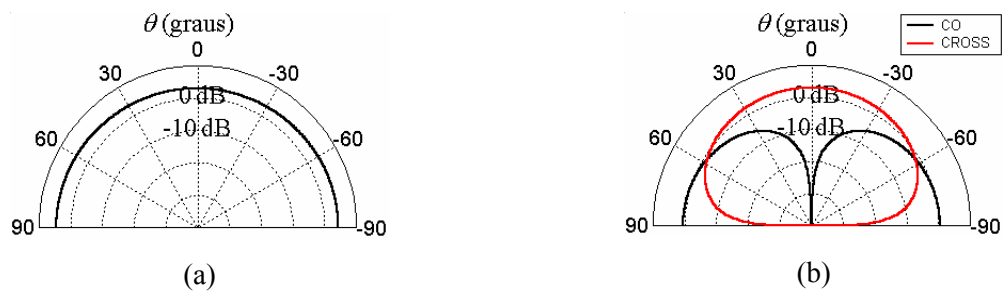


Fig. 4.25: Diagramas de radiação do MER de  $L_0=0,6L$ ,  $K_f=0,9$  e  $N_s=4$ . A frequência de cada monopolo é a segunda ressonância. (a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).



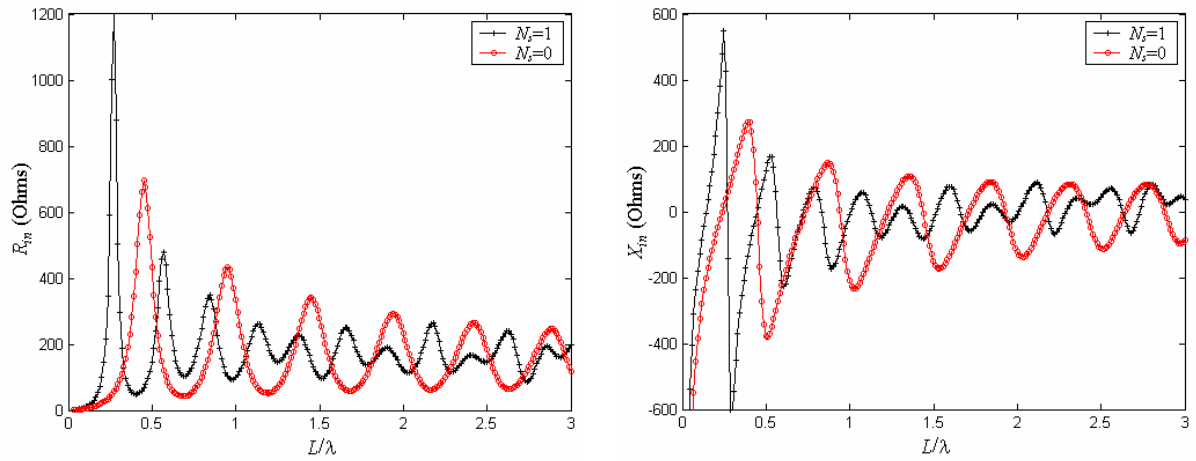


Fig. 4.26: Impedância de entrada dos MERs de  $N_s=0$  e  $N_s=1$ . Dados:  $L_0=0,8L$  e  $K_f=0,9$ .

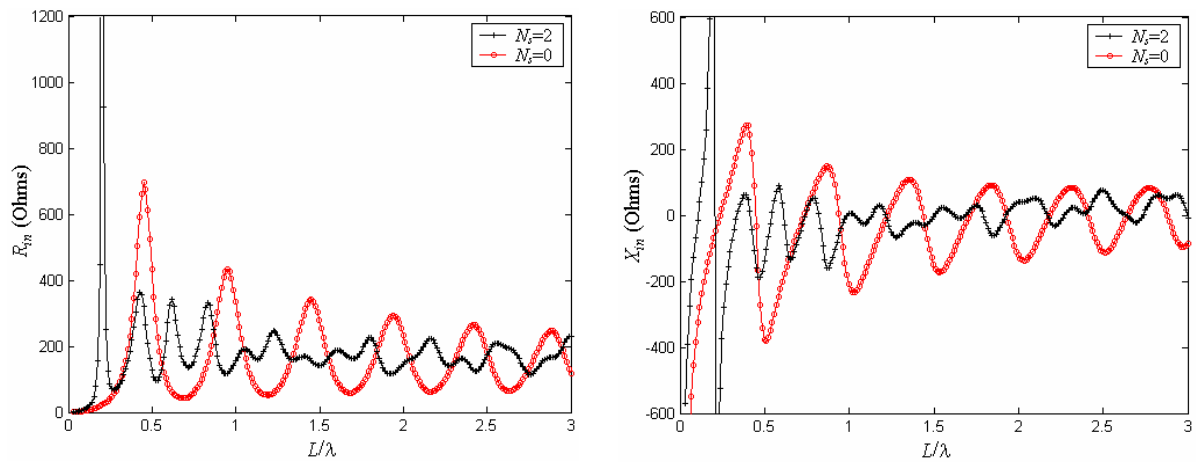


Fig. 4.27: Impedância de entrada dos MERs de  $N_s=0$  e  $N_s=2$ . Dados:  $L_0=0,8L$  e  $K_f=0,9$ .

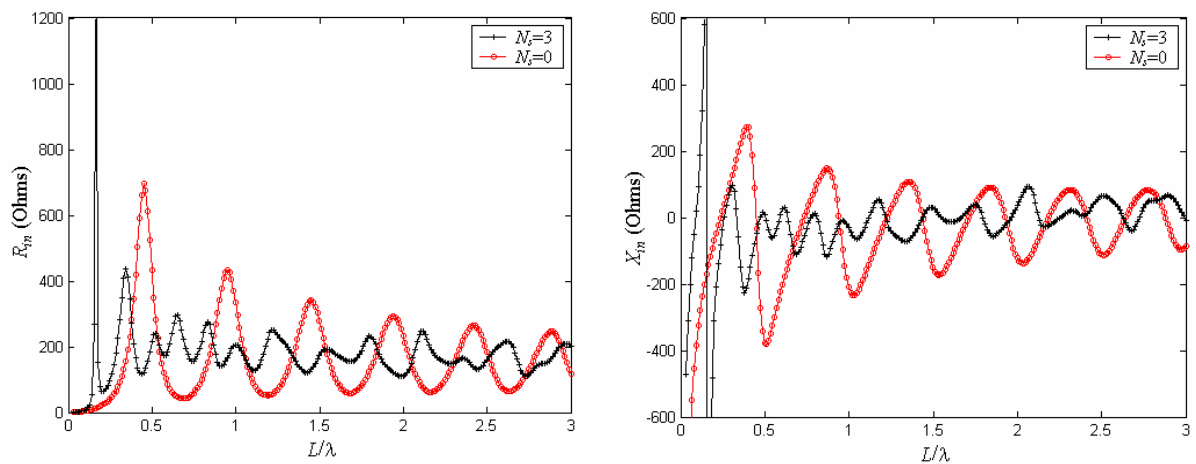


Fig. 4.28: Impedância de entrada dos MERs de  $N_s=0$  e  $N_s=3$ . Dados:  $L_0=0,8L$  e  $K_f=0,9$ .

Destes resultados, pode-se observar que na medida em que se adicionam mais segmentos de condutores ( $N_s=1, 2$  e  $3$ ) a variação de  $Z_{in}$  em função de  $L/\lambda$  torna-se menos pronunciada. Sendo que a parte real de  $Z_{in}$  ( $R_{in}$ ) assume cada vez mais valores em torno de 200 Ohms, e a parte imaginária de  $Z_{in}$  ( $X_{in}$ ) fica oscilando mais próxima de zero. Este comportamento é característico de antenas independentes da frequência, como exemplo antenas espirais [1], e proporciona uma operação em banda larga. No caso destes MERs mostrados nestas figuras, seria conveniente fazer o casamento destes como uma linha de alimentação com impedância característica de  $Z_0=200$  Ohms para se obter uma operação em banda larga.

Calculando-se a impedância de entrada para maiores valores de  $N_s$ , observou-se que não houve mudanças significativas de  $Z_{in}$  no intervalo  $0 < L/\lambda < 3$ . A partir de  $N_s=3$  os MERs apresentaram uma boa característica de banda larga e de casamento de entrada, como será mostrado na próxima seção, isto quer dizer que não é necessário adicionar mais condutores às antenas pois o efeito em suas características não será significativo. Além disso, adicionando mais condutores só irá aumentar as perdas por condução diminuindo a eficiência da antena. Vale ressaltar que estas conclusões são válidas apenas para a faixa de frequências analisadas.

#### 4.4.2.2 - Coeficiente de Reflexão

Como dito antes, os monopolos que apresentaram melhores resultados em termos de largura de banda de casamento são de  $L_0=0,8L$  e  $L_0=0,7L$ . As Fig. 4.29 e 4.30 mostram respectivamente exemplos de coeficientes de reflexão de entrada ( $|\Gamma|$  em dB) em função de  $L/\lambda$  para os MERs com  $L_0=0,8L$  e  $L_0=0,7L$ . A impedância da linha de alimentação utilizada nestes cálculos foi  $Z_0=200$  Ohms. Observe que a partir de  $L/\lambda=0,5$  tem-se que o coeficiente de reflexão é  $|\Gamma| < -10$  dB. MERs de diferentes valores de  $K_f$  e com  $N_s > 3$  apresentam comportamento semelhantes a estes mostrados nestas figuras.

Para mostrar a variação do coeficiente de reflexão de entrada em função de  $N_s$ , as Fig. 4.31 e 4.32 mostram, respectivamente, os gráficos de  $|\Gamma|$  versus  $L/\lambda$  para os MERs de  $L_0=0,8L$  e  $L_0=0,7L$  com diferentes valores de  $N_s$ . Observa-se destas figuras que o valor do coeficiente de reflexão vai diminuindo em toda a faixa de  $0 < L/\lambda < 3$  quando se aumenta o número de segmentos de zero  $N_s=0$  (monopolo reto padrão) a três  $N_s=3$ .

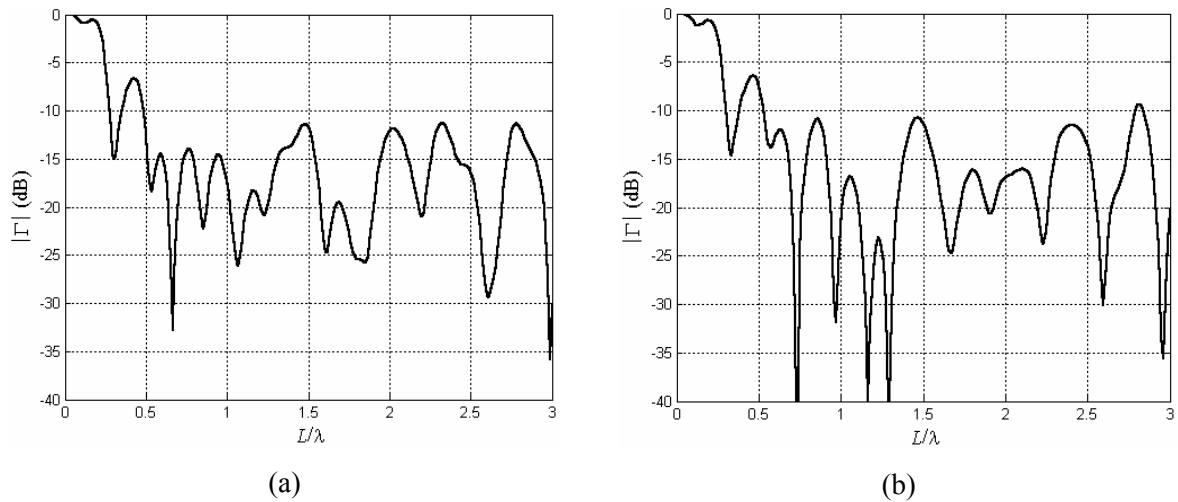


Fig. 4.29: Coeficiente de reflexão de MERs de  $L_0=0,8L$ ,  $N_s=3$ . (a)  $K_f=0,85$ . (b)  $K_f=0,8$ .

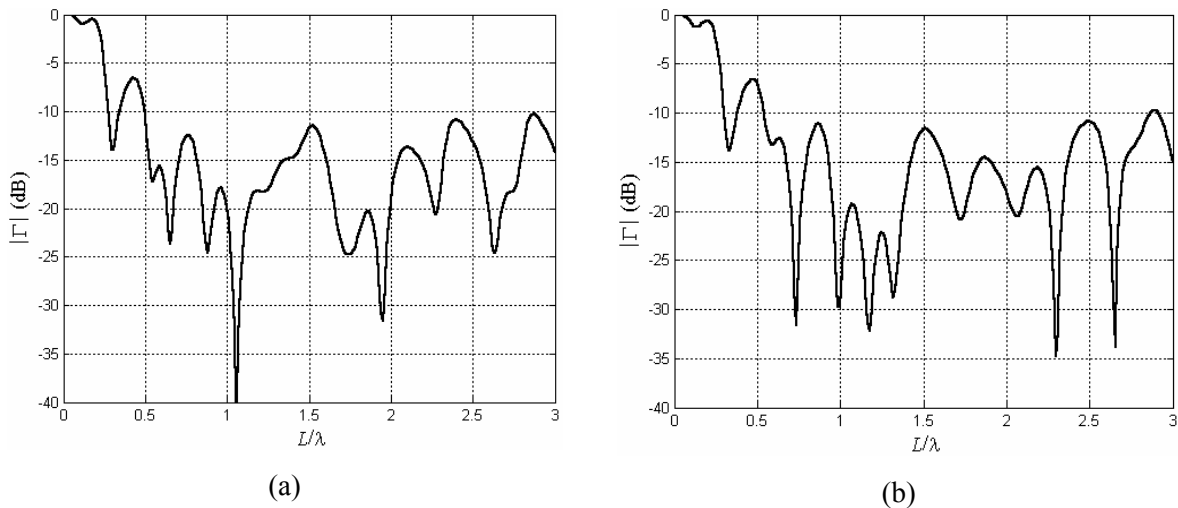


Fig. 4.30: Coeficiente de reflexão de MERs de  $L_0=0,7L$ ,  $N_s=3$ . (a)  $K_f=0,9$ . (b)  $K_f=0,85$ .

#### 4.4.2.3 - Diretividade

A Fig. 4.33 mostra a variação da diretividade  $D$  (dB) no plano  $\phi=0^\circ$  com  $\theta=0^\circ$  da componente  $E_\theta$  do campo elétrico distante dos MERs de  $L_0=0,8L$  e  $K_f=0,85$  em função do número de segmentos  $N_s$ . Os números de segmentos usados foram  $N_s=1, 2, 3, 4, 5$  e  $6$ .

Destes gráficos, tem-se que para  $N_s=1$  e  $2$ , a diretividade destas antenas possuem valores próximos de zero na direção  $z=0$  nos pontos onde  $L/\lambda$  é aproximadamente um múltiplo de  $0,5$ . Já para valores de  $N_s$  a partir de  $3$ , a diretividade destas antenas não possuem

mais estes nulos, e a variação deste parâmetro, em função de  $L/\lambda$ , é menor, ou seja, a partir deste monopolo as características de antenas independentes da frequência (neste caso antenas espirais) começam a ficar mais evidente. Como observado nas seções anteriores, o comportamento deste parâmetro é semelhante ao da impedância de entrada e do coeficiente de reflexão.

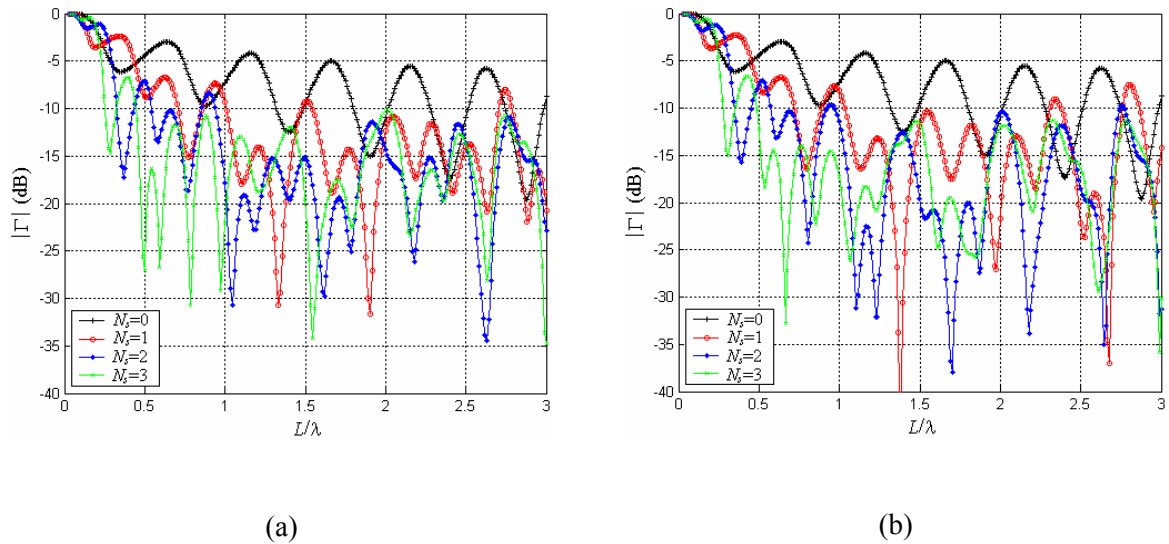


Fig. 4.31: Variação do coeficiente de reflexão em função de  $L/\lambda$  dos MERs de  $N_s=0, 1, 2$  e  $3$ ,  $L_0=0,8L$ .

(a)  $K_f=0,9$ . (b)  $K_f=0,85$ .

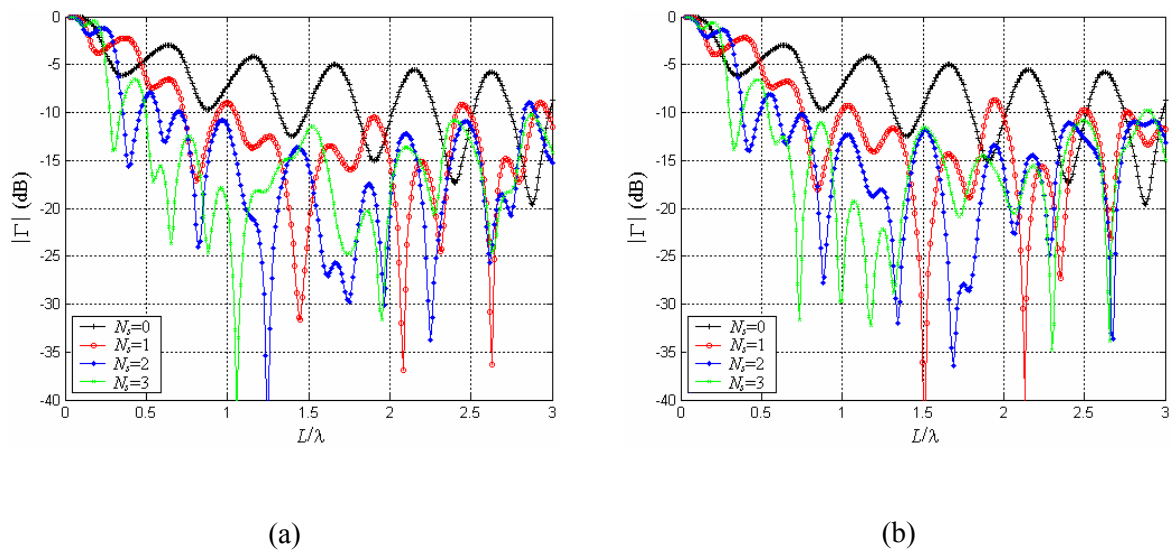


Fig. 4.32: Variação do coeficiente de reflexão em função de  $L/\lambda$  dos MERs de  $N_s=0, 1, 2$  e  $3$ ,  $L_0=0,7L$ .

(a)  $K_f=0,9$ . (b)  $K_f=0,85$ .

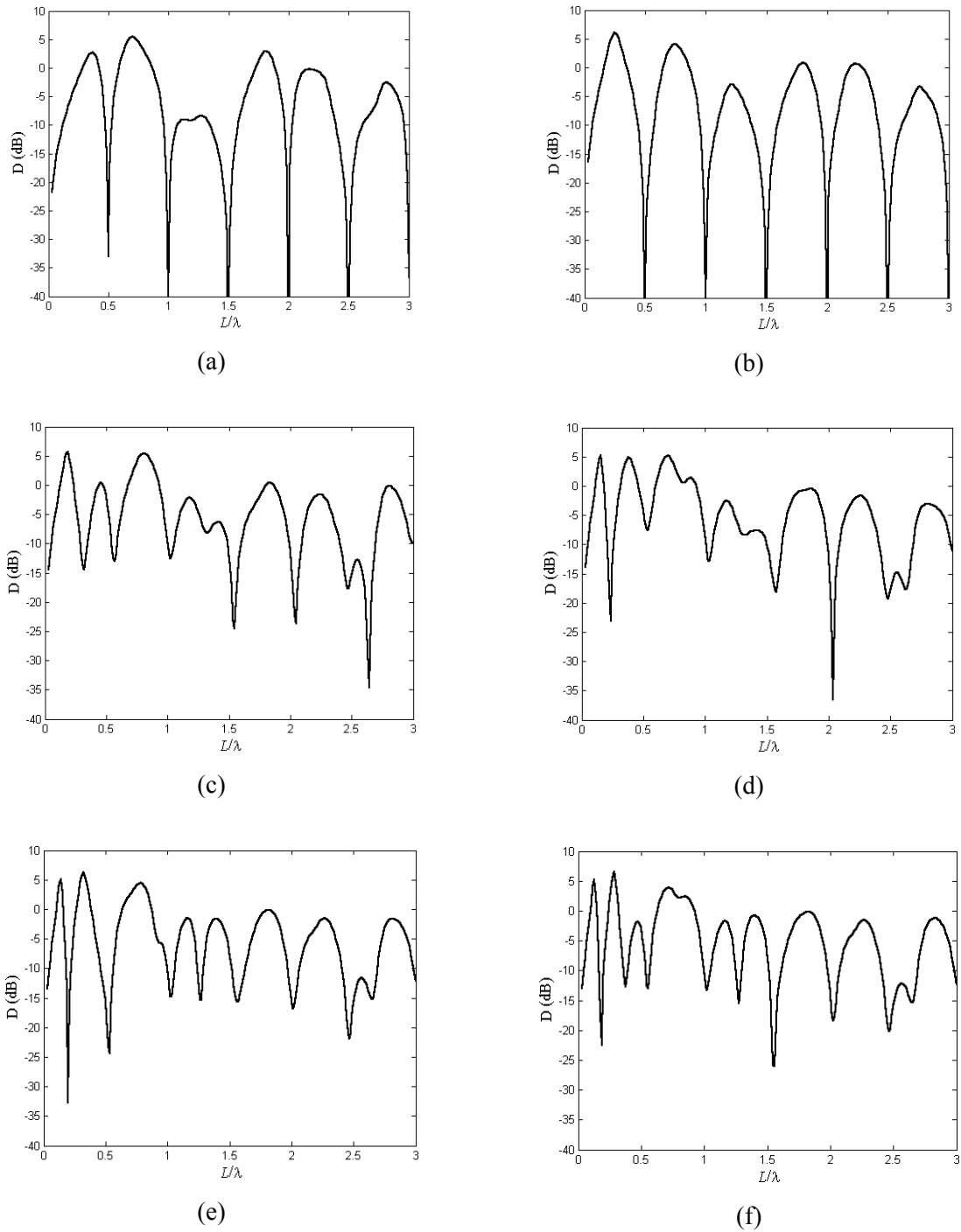


Fig. 4.33: Variação do ganho dos MERs de  $L_0=0,8L$  e  $K_f=0,85$  em função de  $L/\lambda$ . (a)  $N_s=1$ . (b)  $N_s=2$ . (c)  $N_s=3$ . (d)  $N_s=4$ . (e)  $N_s=5$ . (f)  $N_s=6$ .

Para aplicações onde se deseja monopolos que possuem polarização linear na direção normal de radiação (+z), banda larga de casamento e diretividade mínima em torno de -10 dB em toda a banda, os MERs podem ser utilizados. Para isto, é necessário conhecer estes dois parâmetros da antena ( $D$  e  $|\Gamma|$ ). A Fig. 4.34 mostra exemplos de gráficos que possuem simultaneamente as curvas de  $D$  e  $|\Gamma|$  para o mesmo monopolo.

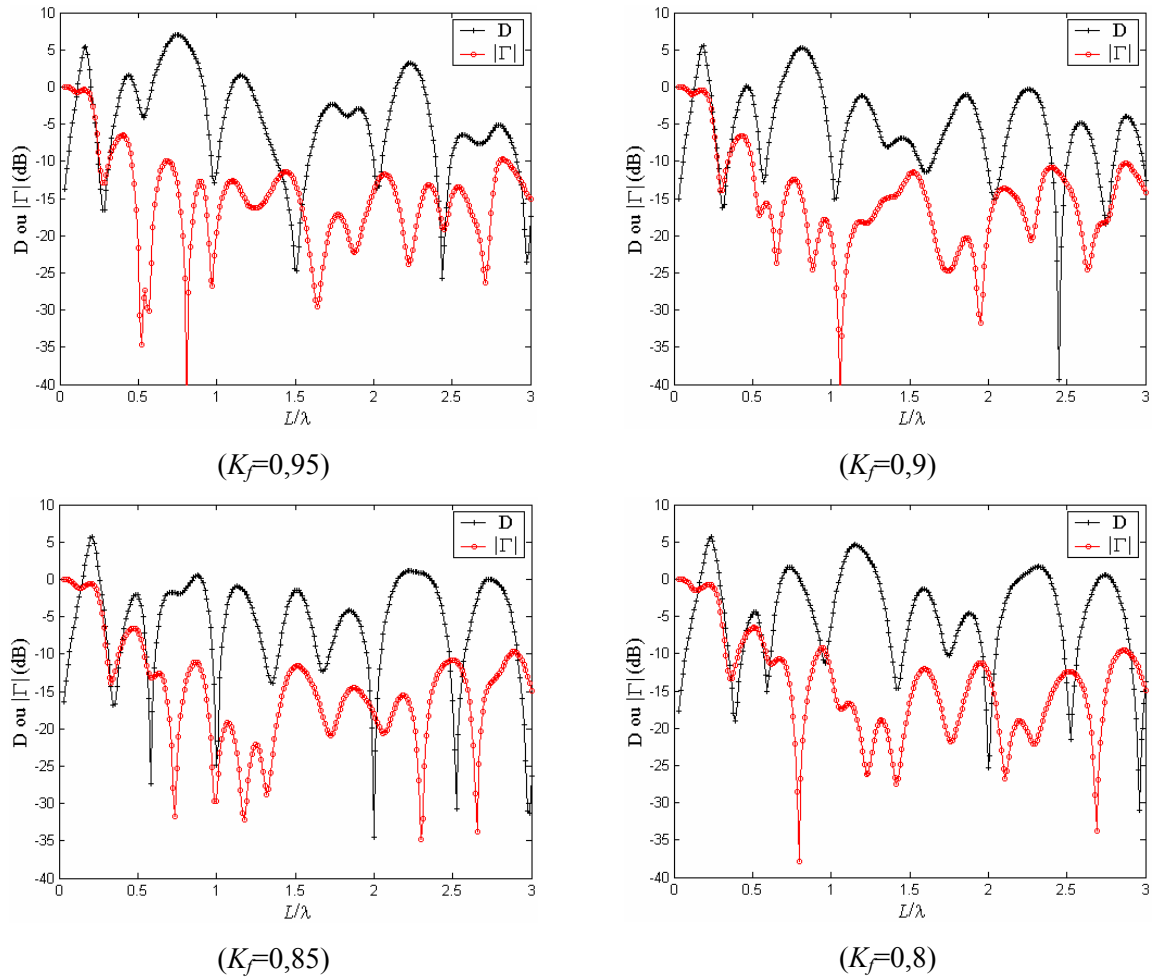


Fig. 4.34: Curvas de  $G$  e  $|\Gamma|$  versus  $L/\lambda$  de MERs com  $L_0=0,7L$  e  $N_s=4$ .

#### 4.5 - Conclusões

Este capítulo apresentou uma análise dos monopolos espirais retangulares (MERs) nas regiões de baixa e alta frequência. Dos resultados apresentados da análise em baixas frequências, observou-se que quanto maior o comprimento total do monopolo, o que significa maiores valores dos parâmetros  $L_0$ ,  $K_f$  e  $N_s$ , menores valores de frequência e resistência de radiação são obtidos, sendo que a redução destes parâmetros converge para determinados valores. Foi observado que estes tipos de monopolos podem ter sua altura  $L$  reduzida em até 80,2% (caso  $L_0=0,9L$ ,  $K_f=0,95$  e  $N_s=6$ , Fig. 4.4(a)) quando comparado com o monopolo reto padrão operando na mesma ressonância. O valor mínimo observado da resistência de radiação foi de  $R_r=1,6$  Ohms (Fig. 4.5(a)). Com relação aos diagramas de radiação, estas antenas possuem componentes significativas de radiação na direção normal (eixo  $z$ ), e que a polarização nesta direção é linear.

Na região em altas frequências ( $0 < L/\lambda < 3$ ), estas antenas possuíram características de antenas independentes da frequência (banda larga), ou seja, a partir de uma determinada frequência o coeficiente de reflexão é sempre menor que  $-10$  dB. Constatou-se que os MERs com  $L_0=0,8L$  e  $L_0=0,7L$  foram os que apresentaram melhor comportamento em termos de largura de banda e casamento de entrada, e que não é necessário utilizar muitos segmentos ( $N_s > 3$ ) para se obter um bom casamento de entrada na região de frequências analisada.

#### 4.6 – Referências

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd ed., Ed. New York: John Wiley, 1997.
- [2] S. K. Khamas, G. G. Cook, R. J. Waldron, R. M. Edwards, “Moment method analysis of printed single-arm wire spiral antennas using curved segments,” *IEE Proc.-Microw. Antennas Propagat.*, vol. 144, N4, pp. 261-265, August 1997.
- [3] H. Nakano, H. Yasui, J. Yamauchi, “Numerical analysis of two-arm spiral antennas printed on a finite-size dielectric substrate”, *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, vol. 50, no. 3, pp. 362-370, March 2002.
- [4] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, New York: Macmillan, 1968, pp. 62-81.
- [5] S. R. Best, J. D. Morrow, “The effectiveness of space-filling fractal geometry in lowering resonant frequency”, *IEEE Antennas Wire Propagat. Lett.*, vol. 1, pp. 112-115, 2002.
- [6] R. Lewallen. EZNEC 3 Pro Modeling Software. [On-line] [www.eznec.com](http://www.eznec.com)
- [7] K. Q. da Costa, V. Dmitriev, “Estudo teórico de monopolos de Koch modificados com dimensões reduzidas”, *MOMAG 2004*, São Paulo-SP, Universidade Presbiteriana Mackenzie, 16 a 19 de Agosto de 2004.



## CAPÍTULO 5

### 5 – O MONOPOLO ESPIRAL DOBRADO

#### 5.1 - Resumo

Antenas espirais são conhecidas geralmente por apresentarem alta faixa de casamento de impedância e polarização circular de radiação. Neste capítulo, é apresentada uma análise teórica de um tipo especial de antena espiral linear, chamada de Monopolo Espiral Dobrado (MED). Nesta análise, as dimensões da antena foram otimizadas com o objetivo de se obter melhor casamento de impedância na faixa  $0 < L_0/\lambda < 3$  ( $L$  é o maior segmento reto da antena e  $\lambda$  o comprimento de onda). A análise teórica desta antena foi feita pelo Método dos Momentos (MoM) e alguns resultados obtidos são comparados com resultados calculados pelo programa HFSS.

#### 5.2 - Introdução

Antenas espirais são chamadas de antenas independentes da frequência, pois possuem características de diagrama de radiação e impedância de entrada que são praticamente constantes em uma larga faixa de frequências [1]. Alguns trabalhos clássicos sobre antenas espirais podem ser encontrados em [2]-[3]. Vários tipos de configurações de antenas espirais têm sido investigados [4]-[7].

Neste capítulo, é apresentada e analisada uma antena espiral linear especial chamada de Monopolo Espiral Dobrado (MED). Esta antena é uma forma modificada daquela antena apresentada em [8], onde os autores utilizaram um monopolo espiral retangular com o plano da espiral colocado verticalmente em relação ao plano de terra. No presente trabalho, o plano da espiral é colocado em um plano paralelo ao plano de terra, isto foi feito com o objetivo de diminuir a altura total da antena em relação ao plano de terra. A análise desta antena foi feita numericamente pelo Método dos Momentos [9] e os parâmetros calculados foram a impedância de entrada, a distribuição de corrente, a diretividade e o diagrama de radiação.

Alguns resultados obtidos foram comparados com os resultados calculados pelo programa comercial HFSS.

### 5.3 - Descrição da Antena

O Monopolo Espiral Dobrado (MED) é formado por uma espiral de forma retangular e com um único braço. O plano desta espiral situa-se horizontalmente acima do plano de terra. A alimentação é via cabo coaxial, sendo que este é conectado em uma das extremidades da espiral, conforme mostrado na Fig. 5.1.

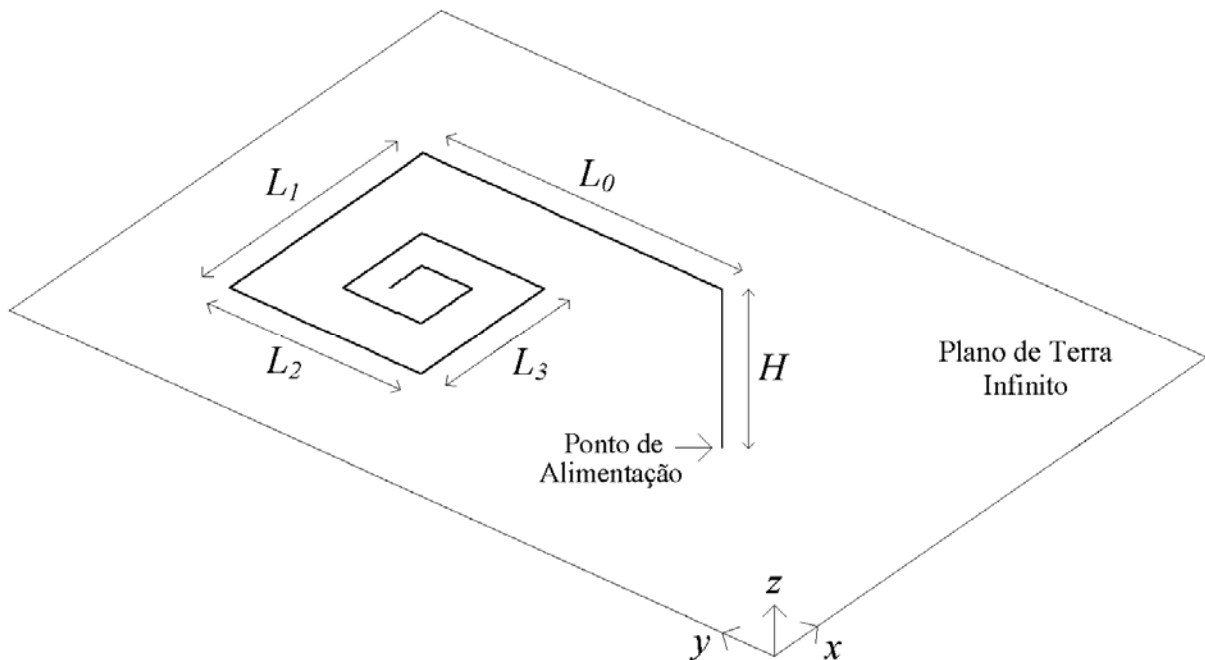


Fig. 5.1: Geometria do Monopolo Espiral Dobrado.

Dado um monopolo em forma de L, de altura  $H$  e segmento horizontal  $L_0$ , um MED é construído adicionando-se sucessivamente a este  $N_s$  segmentos retos e horizontais ao plano de terra, onde cada segmento adicionado forma um ângulo de  $90^\circ$  com o segmento anterior. A Tabela 1 mostra exemplo de iterações sucessivas de MEDs. O comprimento de um segmento genérico é dado por  $L_n = (K_f)^n L_0$ , com  $n=1, 2, 3, \dots, N_s$ , onde  $K_f$  é o fator de redução ( $0 < K_f < 1$ ). Em resumo, os parâmetros que especificam um determinado MER é a altura  $H$ , o comprimento inicial  $L_0$ , o fator de redução  $K_f$  e o número de segmentos adicionados  $N_s$ . O raio da seção transversal dos condutores  $a$  foi considerado constante na análise apresentada neste capítulo. A Tabela 1 mostra todos os MEDs que foram analisados com  $H=0,5L_0$ .

TABELA I MONOPOLOS ESPIRAIS DOBRADOS (MEDS) ANALISADOS ( $H=0,5L_0$ )

	$N_s=1$	$N_s=2$	$N_s=3$	$N_s=4$	$N_s=5$
$K_f=0,95$					
$K_f=0,90$					
$K_f=0,85$					
$K_f=0,80$					
$K_f=0,75$					
$K_f=0,70$					

#### 5.4 - Resultados Numéricos

Um programa baseado no Método dos Momentos [9] foi desenvolvido no Matlab 6 [10] para a análise das antenas MEDs. Foram analisadas todas aquelas geometrias mostradas na Tabela 1 para  $H=0,3L_0$  e  $0,5L_0$ . No total foram realizadas 66 simulações. O tempo de execução, utilizando um computador Pentium IV, de cada simulação foi em torno de 10 minutos. Nestas simulações, o comprimento  $H$  foi dividido em 10 segmentos de discretização, e os comprimentos  $L_n$  ( $n=0, 1, \dots, N_s$ ) foram divididos em 15 segmentos de discretização. Com estes valores obteve-se boa convergência dos resultados na faixa de análise  $0 < L_0/\lambda < 3$ .

Foram feitos dois tipos de análises para estas antenas. Uma para baixas frequências,

onde foi considerado o intervalo  $0 < L_0/\lambda < 1$ , e outra para altas frequências, onde se considerou  $0 < L_0/\lambda < 3$ . No primeiro intervalo, as dimensões foram otimizadas para aumentar a largura de banda em frequências baixas. Os parâmetros calculados nesta análise foram a frequência central da banda de casamento, a distribuição de corrente e o diagrama nesta frequência central, o coeficiente de reflexão e a diretividade na direção normal ao plano de terra. Na segunda análise, as dimensões da antena foram otimizadas para melhorar o casamento de entrada. Os parâmetros calculados foram a impedância de entrada e a diretividade.

Antes de mostrar os resultados numéricos obtidos destas análises, a seguir é feita uma comparação dos resultados de cálculos de um MED obtidos pelo programa desenvolvido e pelo programa HFSS. Os parâmetros e as dimensões do MED utilizados no programa desenvolvido foram  $K_f=0,8$ ;  $H=10$  mm,  $L_0=40$  mm,  $N_s=4$  e  $a=0,5$  mm. No HFSS, os segmentos horizontais da antena foram modelados por fitas condutoras planares ao invés de um condutor cilíndrico. Utilizou-se a relação de raio equivalente  $d=4a$  [1], onde  $d$  é a espessura da fita. A seção vertical da antena foi modelada por um condutor cilíndrico de raio  $a=0,5$ mm ( $d=2$  mm). As geometrias e as dimensões utilizadas nos dois programas são mostradas na Fig. 5.2. A altura utilizada nas duas simulações foi  $H=10$  mm.

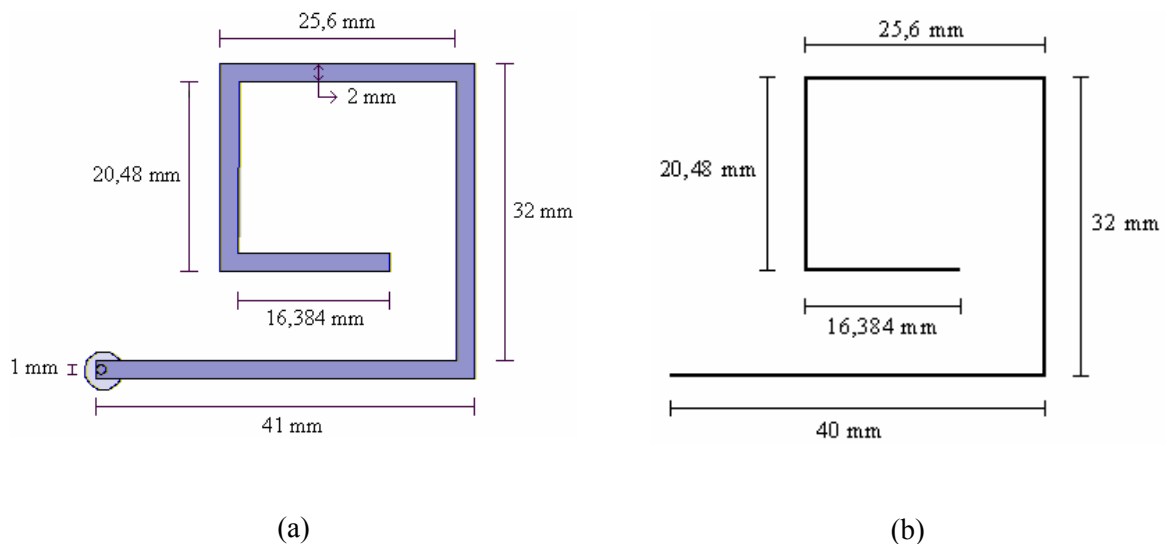


Fig. 5.2: Antenas simuladas nos dois programas. (a) HFSS. (b) MoM desenvolvido.

A Fig. 5.3 mostra a impedância de entrada ( $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ ) desta antena, e a Fig. 5.4 mostra suas diretividades  $D_\theta$  e  $D_\phi$  ( $\theta$  e  $\phi$  são as coordenadas esféricas usuais) na direção  $+z$  do plano  $yz$ . A precisão utilizada no programa desenvolvido foi 10 segmentos de discretização

em  $H$  e 15 em  $L_n$  ( $n=0, 1, \dots, N_s$ ), e a precisão utilizada no HFSS foi de 6 GHz. Observa-se boa concordância entre os dois resultados, sendo que a maior diferença maior observada foi nos resultados da diretividade. Esta diferença ocorreu porque se calculou diretividade  $D$  no programa desenvolvido e ganho  $G$  no HFSS. No modelo desenvolvido não se considerou as perdas por condução, já no HFSS estas perdas são consideradas. Nos gráficos da Fig. 5.4, pode-se aproximar a diferença entre as curvas como sendo a eficiência de radiação da antena  $e_{cd}$ , pois  $G=e_{cd}D$  [1], onde  $G=G_\theta+G_\phi$  e  $D=D_\theta+D_\phi$ . Outras fontes que podem ter afetado na diferença entre os resultados são a diferença entre os métodos utilizados em cada programa (MoM no programa desenvolvido e Elementos Finitos no HFSS) e a aproximação  $a=d/4$ .

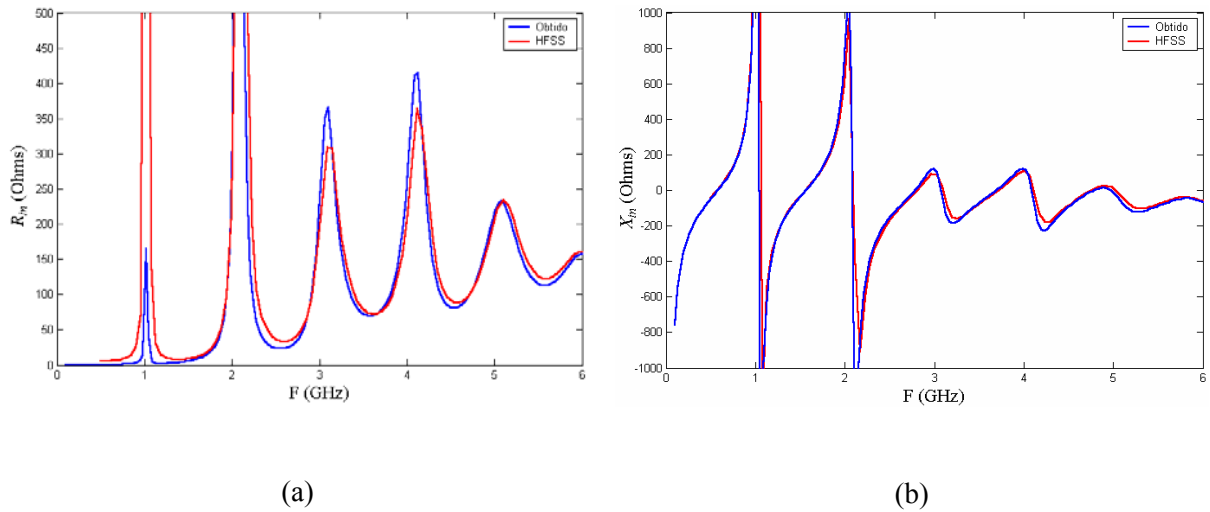


Fig. 5.3: Impedância de entrada  $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ . (a)  $R_{in}$ . (b)  $X_{in}$ .

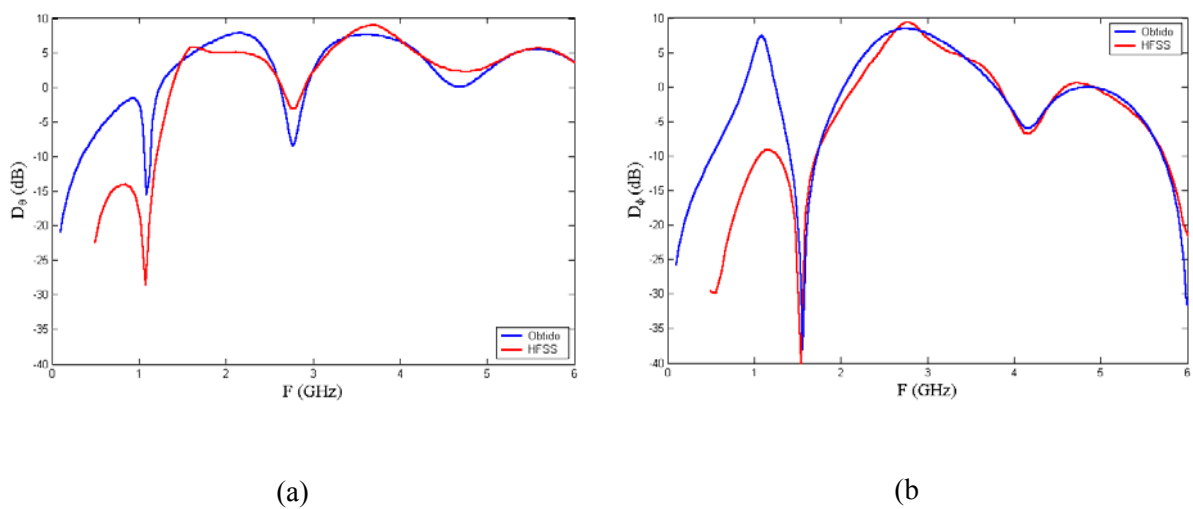


Fig. 5.4: Diretividade na direção +z do plano  $yz$ . (a)  $D_\theta$ . (b)  $D_\phi$ .

### 5.4.1 - Análise em Baixas Frequências

Nesta análise, as dimensões dos MEDs foram otimizadas de tal forma que se tenha maior de faixa de frequência de casamento de impedância e menor valor da frequência central da banda. Foi observado desta análise que as antenas com valores de  $H \geq 0,5L_0$  apresentaram melhor casamento de entrada, por isso foi fixado o valor  $H=0,5L_0$  para todas as antenas. Observou-se também que estas antenas possuem melhor casamento de impedância quando se utiliza uma linha de transmissão com valor de impedância característica  $Z_0=200$  Ohms, por isso esta linha foi utilizada como padrão para todas as antenas. Outro valor fixado nesta análise foi o raio dos condutores  $a=L_0/200$ .

As antenas que apresentaram dimensões ótimas são mostradas na Tabela 2. Nesta tabela, são mostrados também a largura de banda percentual (nível de  $-10$  dB do coeficiente de reflexão) e o comprimento  $L_{0\_central}$  (em comprimento de onda  $\lambda$ ) correspondente a frequência central da banda.

TABELA II MEDS ÓTIMOS OBTIDOS DA ANÁLISE EM BAIXAS FREQUÊNCIAS ( $H=0,5L_0$ )

	MED1	MED2	MED3	MED4
$K_f$	0,95	0,90	0,90	0,85
$N_s$	3	3	4	4
$L_{0\_central}$	0,38 $\lambda$	0,42 $\lambda$	0,37 $\lambda$	0,40 $\lambda$
$B$	31,2%	32,7%	30,7%	34,1%

#### 5.4.1.1 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade

Na Fig. 5.5, são apresentados os resultados de diretividade  $D$  e do coeficiente de reflexão  $|\Gamma|=|(Z_{in}-Z_0)/(Z_{in}+Z_0)|$  das antenas da Tabela 2. Nesta figura, é mostrado também, para comparação, o coeficiente de reflexão do monopolo em forma de L de dimensões  $H$  e  $L_0$ . O valor da impedância da linha de alimentação utilizado neste monopolo em forma de L foi  $Z_0=100$  Ohms. As diretvidades mostradas nesta figura foram calculadas na direção  $+z$  do plano  $yz$ , sendo que a componente  $D_\theta$  está no plano  $yz$  e direcionada para  $+y$ , e a componente  $D_\phi$  está sobre o plano  $xz$  e direcionada para a  $-x$ .

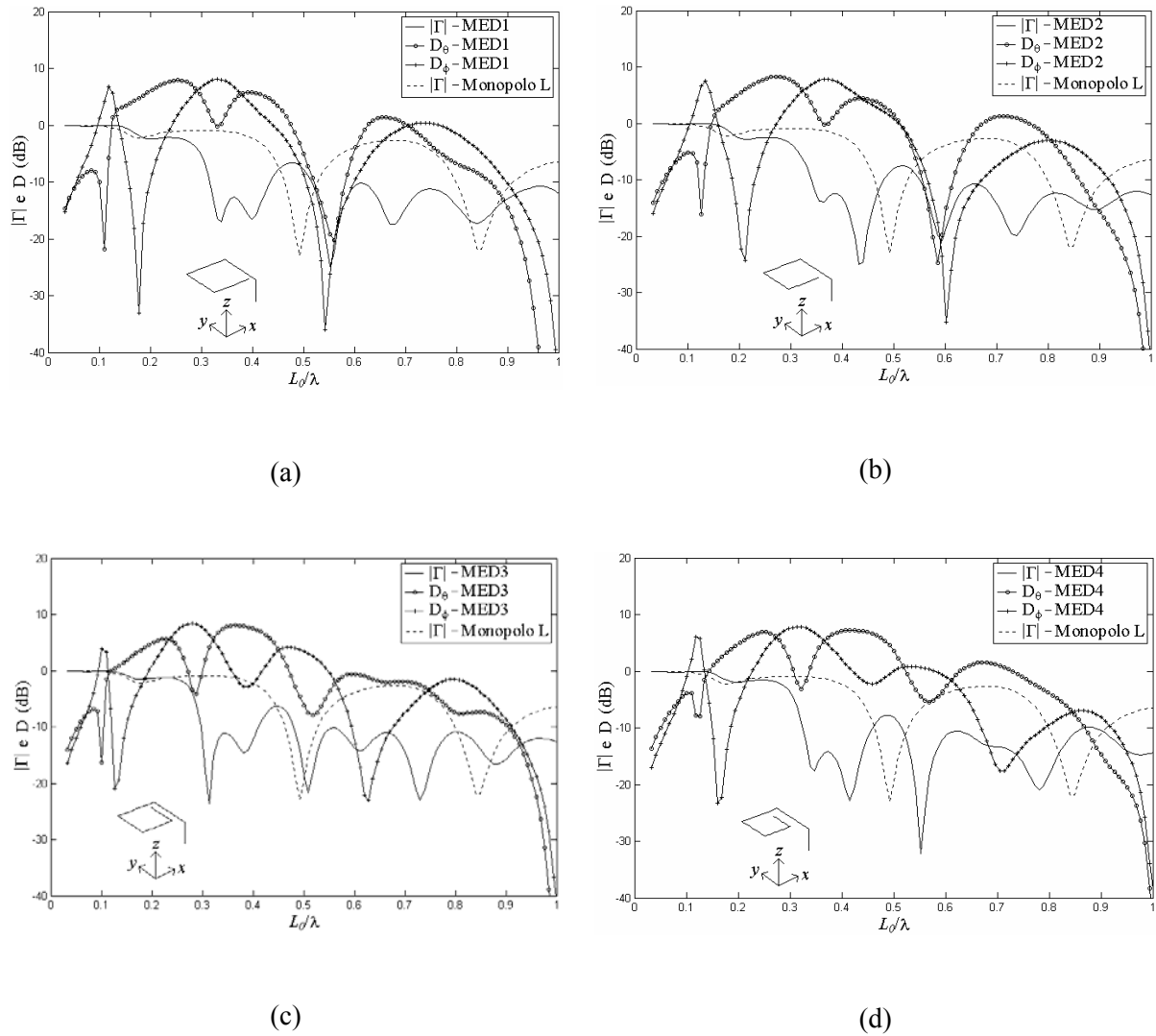


Fig. 5.5: Resultados de  $|\Gamma|$  e  $D$  das antenas da Tabela 2. (a) MED1. (b) MED2. (c) MED3. (d) MED4.

Das curvas de  $|\Gamma|$  apresentadas na Fig. 5.5, observa-se que todas estas antenas possuem casamento de impedância abaixo de  $-10$  dB em uma faixa de  $L_0$  situada abaixo de  $0,5\lambda$ . Em termos de frequência  $f$  em Hz, esta faixa é abaixo da frequência  $f=c/(2L_0)$ . Nesta figura, é mostrado também, para comparação, o coeficiente de reflexão do monopolo em forma de L, com dimensões  $H$  e  $L_0$  iguais as dos MEDs. Este monopolo foi casado com uma impedância de linha de  $Z_0=100$  Ohms e a largura de banda obtida para esta antena foi 13,6%, em uma frequência central de  $f=c/(2L_0)$ . Esta antena possui largura de banda aproximadamente 2,4 vezes menor que aquelas das antenas da Tabela 2.

Os resultados de diretividade mostrados na Fig. 5.5 mostram que estas antenas possuem polarização aproximadamente circular em frequências em torno do centro da banda

de casamento. Em frequências abaixo da frequência central da banda, a componente  $D_\phi$  é predominante, e para as frequências acima da frequência central a componente  $D_\theta$  é predominante. Em resumo, tem-se

- $D_\theta = D_\phi$  (No centro da banda);
- $D_\theta < D_\phi$  (Lado esquerdo da banda);
- $D_\theta > D_\phi$  (Lado direito da banda).

#### 5.4.1.2 - Distribuição de Corrente

A Fig. 5.6 mostra a distribuição de corrente normalizada  $I_n$  ao longo dos condutores dos MEDs da Tabela 2. Estas correntes foram calculadas na frequência central da banda, a qual corresponde ao comprimento  $L_{0\_central}$  (Tabela 2). O eixo horizontal desta figura representa o comprimento normalizado  $l/L_0$  ao longo do condutor de cada antena, sendo  $L_0$  o maior segmento reto da antena (Fig. 5.1). O sentido do eixo horizontal mostrado nesta figura é da extremidade à fonte da antena, é devido a este sentido que se tem  $I_n=0$  em  $l/L_0=0$ .

A partir do eixo  $l/L_0$  desta figura e da Tabela 2, é possível determinar o comprimento total dos condutores, de cada antena, em comprimento de onda da frequência central. Estes comprimentos dos MEDs 1, 2, 3 e 4 são  $1,59\lambda$ ,  $1,64\lambda$ ,  $1,69\lambda$  e  $1,67\lambda$ , respectivamente.

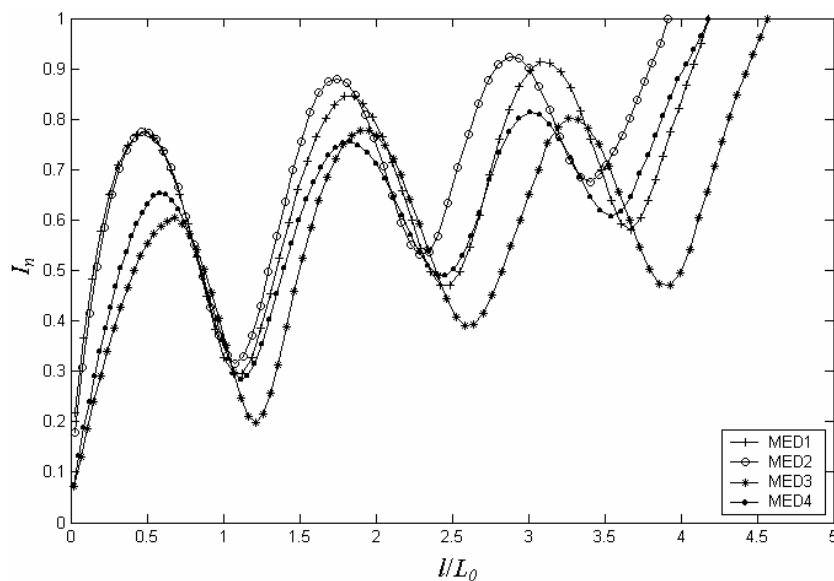


Fig. 5.6: Distribuição de corrente na frequência central da banda para os MEDs da Tabela 2.



### 5.4.1.3 - Diagrama de Radiação

As Fig. 5.7-5.10 mostram, respectivamente, os diagramas de radiação dos MED 1, 2, 3 e 4 da Tabela 2 calculados na frequência central da banda. Estes diagramas foram calculados nos planos  $xz$  ( $\phi=0^0$ ) e  $yz$  ( $\phi=90^0$ ). Estes diagramas são de diretividade (dB) correspondentes as componentes de campo elétrico  $E_\theta$  e  $E_\phi$  de campo distante.

Destes diagramas, pode-se observar que os MEDs 1 e 2 possuem polarização circular na frequência central da banda. Na frequência central da banda do MED 3 observa-se uma diferença em torno de 10 dB entre as polarizações na direção normal ao plano de terra, e para o caso do MED 4, esta diferença é em torno de 5 dB. A característica de polarização aproximadamente circular para estas antenas se deve as suas geometrias, as quais possuem segmentos condutores tanto na direção  $x$  quanto na direção  $y$ , e pelas suas distribuições de corrente na frequência central.

## 5.4.2 - Análise em Altas Frequências

Esta seção apresenta os resultados numéricos da análise em alta frequência de MEDs, em particular foi considerada a região  $0 < L/\lambda < 3$ . Nesta análise, fixamos os seguintes valores  $H=0,5L_0$  e  $a=L_0/200$ . Todas as antenas mostradas na Tabela 1 foram analisadas, sendo que se observou um comportamento similar, em termos de casamento de entrada com uma linha de 200 Ohms, entre estas antenas quando  $N_s > 3$ . A seguir são apresentados alguns resultados desta análise.

### 5.4.2.1 - Impedância de Entrada

Exemplos de cálculos de impedância de entrada ( $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ ) são mostrados nas Fig. 5.11-5.13. Estas figuras mostram a variação de  $Z_{in}$  em função de  $N_s$  para os MEDs com  $K_f=0,7$ ;  $H=0,5L_0$  e  $a=L_0/200$ . Para comparação, estas figuras mostram também a impedância de entrada do monopolo em forma de L com  $H=0,5L_0$ . Destas figuras observa-se que a medida que adiciona-se segmentos à antena, os valores de  $R_{in}$  apresenta pouca variação em torno de 200 Ohms, e os valores de  $X_{in}$  oscilam em torno de zero. Observa-se também que em poucas iterações os resultados parecem convergir.

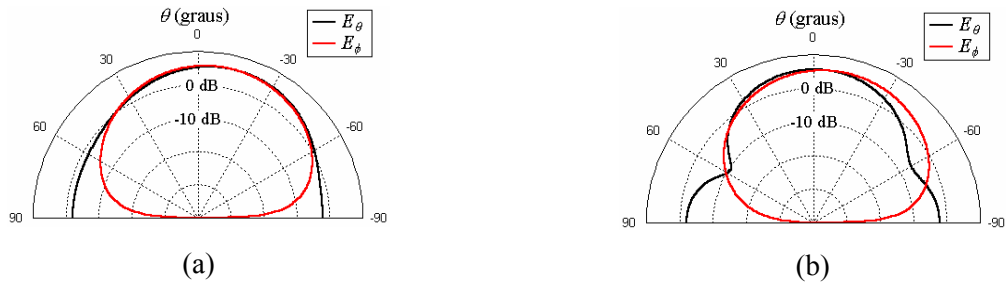


Fig. 5.7: Diagramas de radiação do MED1 calculado em  $L_{0\_central}=0,38 \lambda$ .

(a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

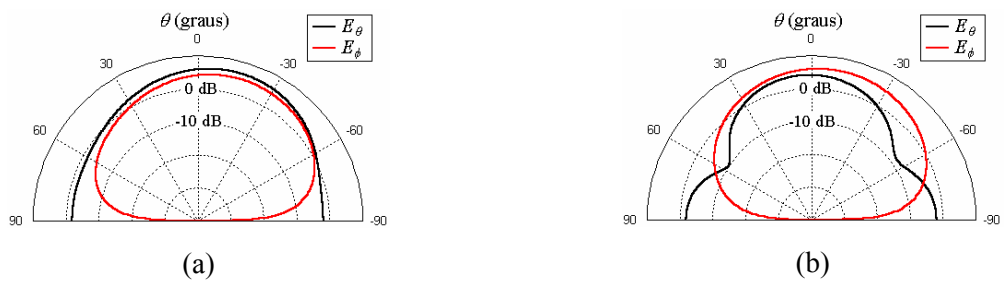


Fig. 5.8: Diagramas de radiação do MED2 calculado em  $L_{0\_central}=0,42 \lambda$ .

(a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

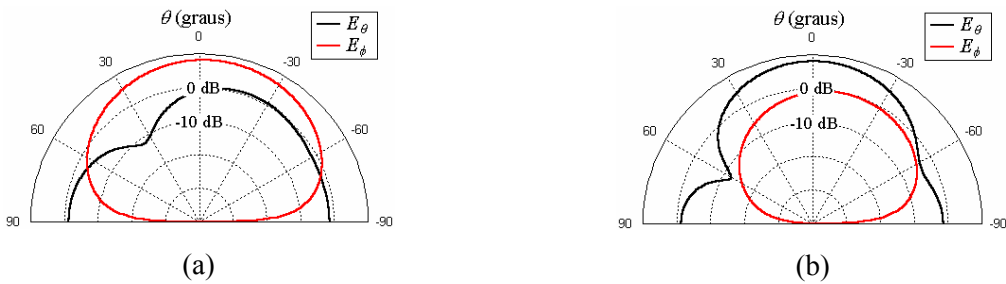


Fig. 5.9: Diagramas de radiação do MED3 calculado em  $L_{0\_central}=0,37 \lambda$ .

(a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).

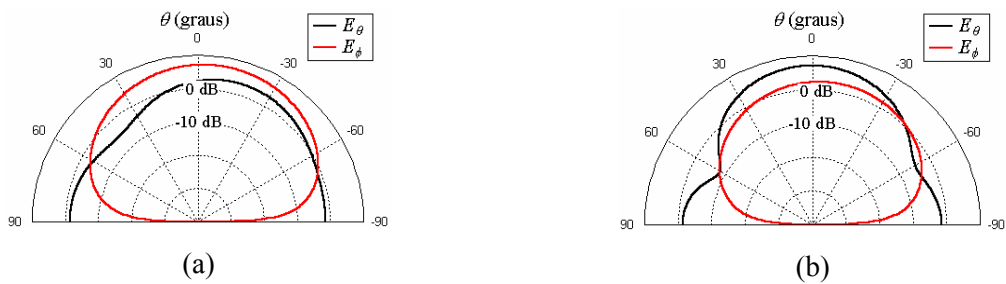
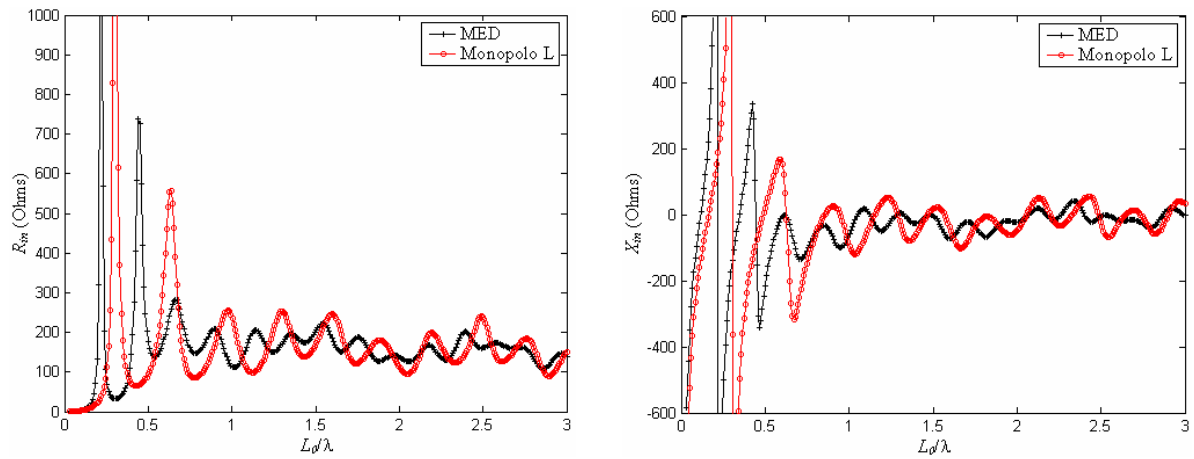
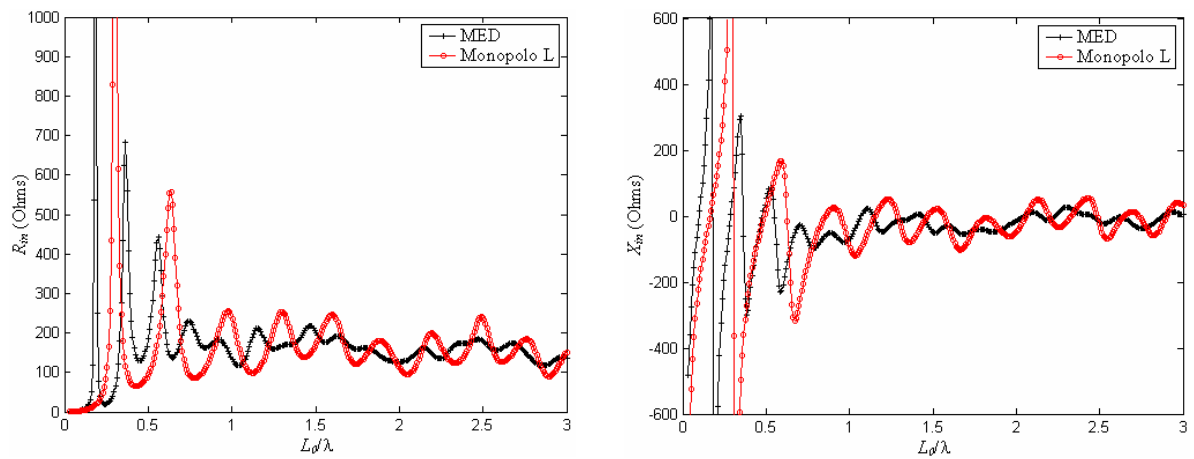
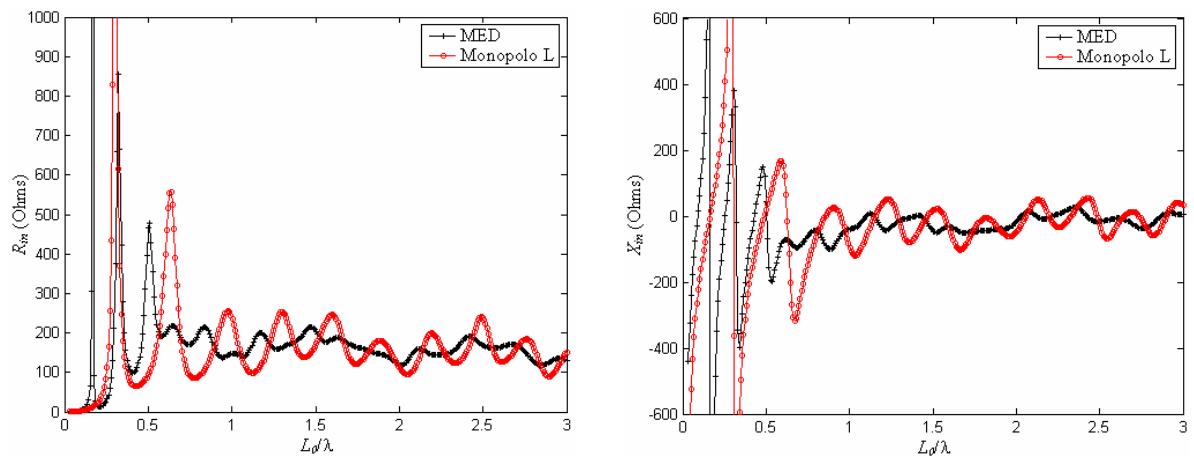


Fig. 5.10: Diagramas de radiação do MED4 calculado em  $L_{0\_central}=0,40 \lambda$ .

(a) plano  $xz$  ( $\phi=0^\circ$ ). (b) plano  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ).Fig. 5.11: Impedância de entrada do MED ( $K_f=0,7$  e  $N_s=1$ ) e do monopolo em forma de L.Fig. 5.12: Impedância de entrada do MED ( $K_f=0,7$  e  $N_s=2$ ) e do monopolo em forma de L.Fig. 5.13: Impedância de entrada do MED ( $K_f=0,7$  e  $N_s=3$ ) e do monopolo em forma de L.

### 5.4.2.2 - Coeficiente de Reflexão

Como dito antes, todos os monopolos analisados apresentaram bons casamentos de impedância com uma linha de  $Z_0=200$  Ohms, na faixa  $0 < L/\lambda < 3$ , e com valores de  $N_s$  maiores que 2. As Fig. 5.14 e 5.15 mostram alguns exemplos de coeficiente de reflexão de entrada ( $|\Gamma|$  em dB) em função de  $L/\lambda$  para MEDs. Observam-se destes exemplos que, aproximadamente, a partir de  $L_0/\lambda=0,5$  tem-se que o coeficiente de reflexão é  $|\Gamma| < -10$  dB. Observa-se também que para valores altos de  $K_f$ , obtém-se uma faixa de casamento abaixo de  $L_0/\lambda=0,5$  (Fig. 5.14). Estes são os casos preferíveis para operação em baixa frequência. Já as antenas com valores baixos de  $K_f$  não possuem bons casamento abaixo de  $L_0/\lambda=0,5$  (Fig. 5.15).

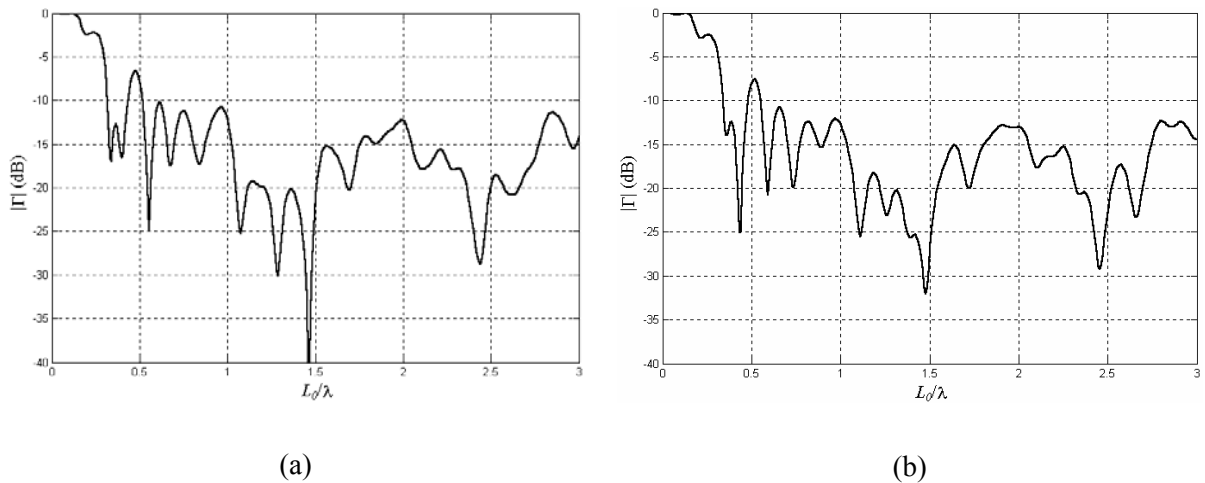


Fig. 5.14: Exemplos de  $|\Gamma|$  de MEDs. (a)  $K_f=0,95$  e  $N_s=3$ . (b)  $K_f=0,9$  e  $N_s=3$ .

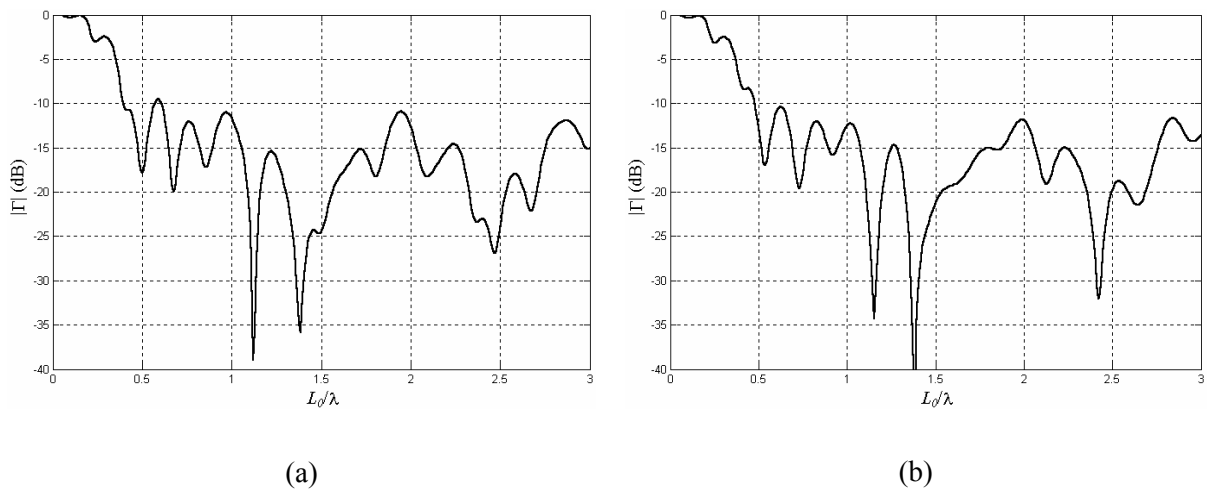


Fig. 5.15: Exemplos de  $|\Gamma|$  de MEDs. (a)  $K_f=0,75$  e  $N_s=4$ . (b)  $K_f=0,7$  e  $N_s=7$ .

Para mostrar a variação do coeficiente de reflexão de entrada em função de  $N_s$ , a Fig. 5.16 mostra os gráficos de  $|\Gamma|$  versus  $L_0/\lambda$  para os MEDs com  $K_f=0,7$  com diferentes valores de  $N_s$ . Os valores utilizados constantes nestas antenas foram a altura  $H=0,5L_0$ , o raio dos condutores  $a=L_0/200$  e a impedância da linha  $Z_0=200$  Ohms.

Observa-se destas figuras que o valor do coeficiente de reflexão vai diminuindo em toda a faixa de  $0 < L_0/\lambda < 3$  quando se aumenta o número de segmentos de  $N_s=0$  (caso do Monopolo L) até  $N_s=4$  (Fig. 5.16(a) e 5.16(b)). Observa-se também que os resultados começam a convergir a partir de  $N_s=3$ , ou seja, começam a possuir pouca variação, a partir deste valor de  $N_s$ , entre duas antenas com valores de  $N_s$  consecutivos (Fig. 5.16(c) e 5.16(d)).

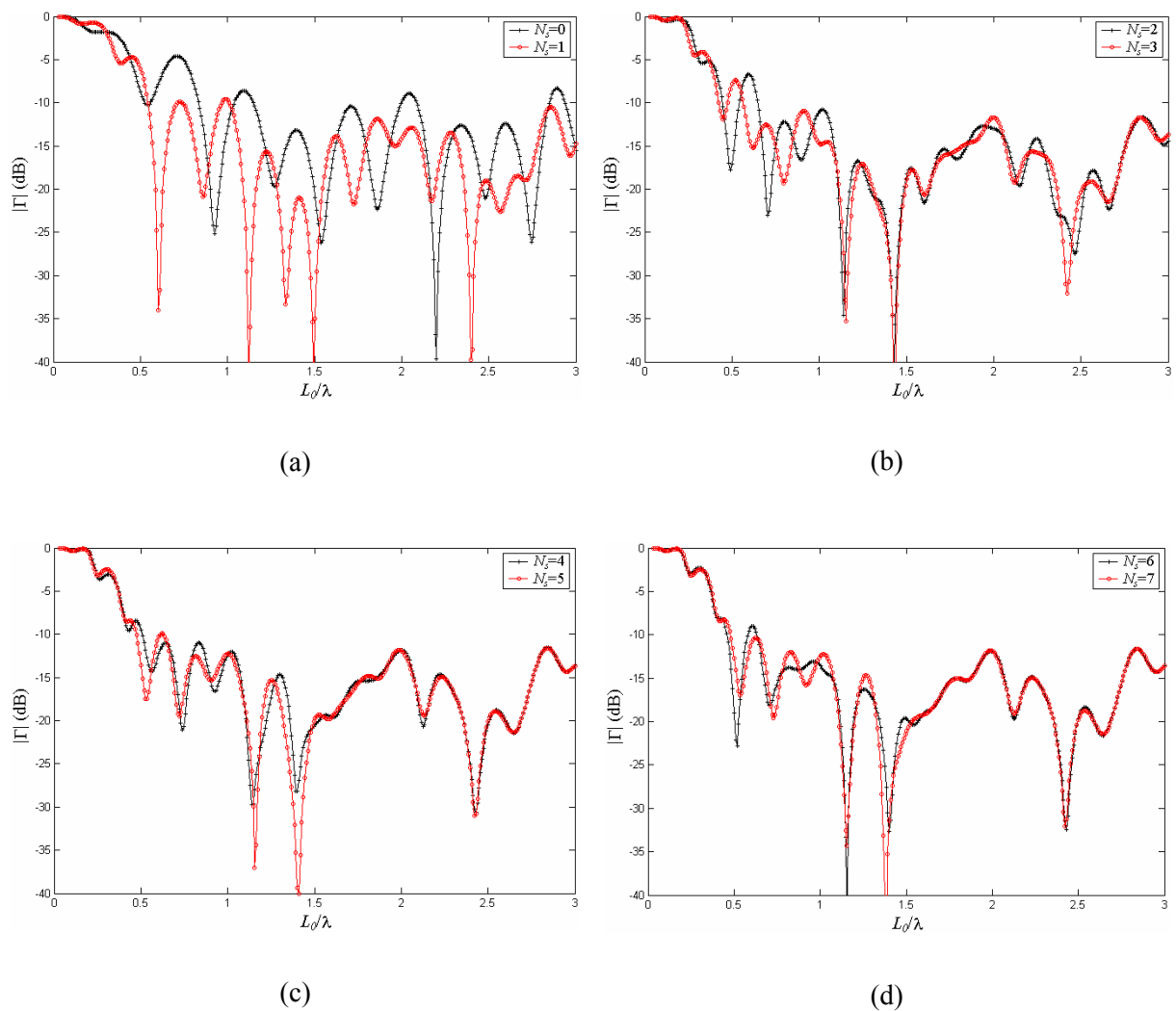


Fig. 5.16: Variação de  $|\Gamma|$  em função de  $N_s$  do MED com  $K_f=0,7$ . (a)  $N_s=0$  e  $N_s=1$ . (b)  $N_s=2$  e  $N_s=3$ . (c)  $N_s=4$  e  $N_s=5$ . (d)  $N_s=6$  e  $N_s=7$ .

### 5.4.2.3 - Diretividade

A Fig. 5.17 mostra alguns exemplos de cálculos da diretividade  $D$  (dB) na direção normal ao plano de terra ( $+z$ ) para MEDs. O plano em que elas foram calculadas foi o  $yz$  ( $\phi=90^\circ$ ). Nestes são apresentados também o coeficiente de reflexão para cada antena.

Destas figuras, observa-se que os MEDs possuem maiores valores de diretividade nas frequências próximas de  $L_0/\lambda=0,4$ . Os valores de  $D_\theta$  e  $D_\phi$  nesta faixa estão em torno de 8 dB. Valores relativamente altos de  $D$  são também observados nas frequências próximas de  $L_0/\lambda=1,5$  e  $L_0/\lambda=2,5$ . Nas regiões próximas destas frequências ( $L_0/\lambda=0,4; 1,5$  e  $2,5$ ), obtém-se

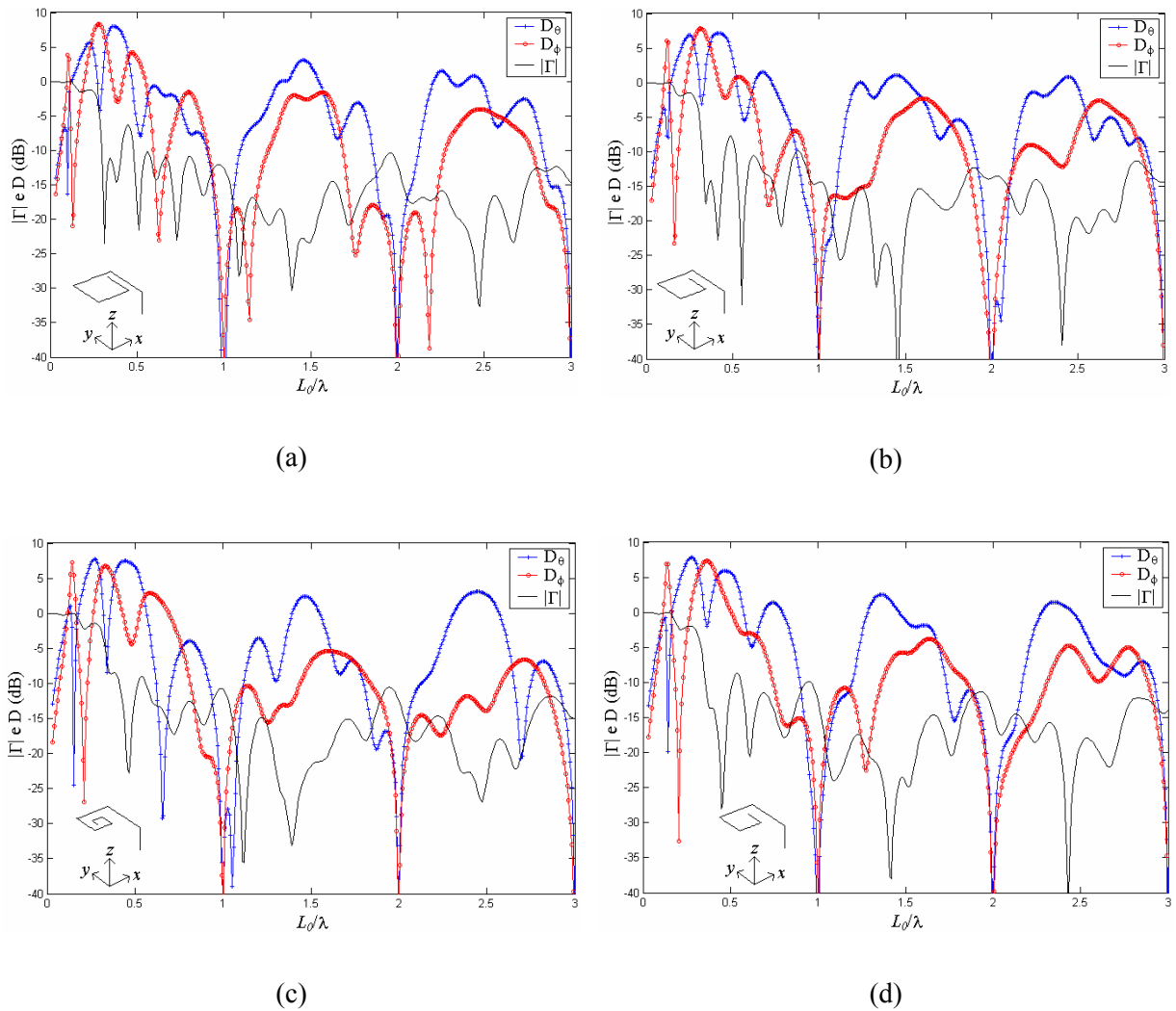


Fig. 5.17: Exemplos de cálculos de diretividade de MED calculada na direção  $+z$  e no plano  $\phi=90^\circ$ .

(a)  $K_f=0,9$  e  $N_s=4$ . (b)  $K_f=0,85$  e  $N_s=4$ . (c)  $K_f=0,75$  e  $N_s=6$ . (d)  $K_f=0,8$  e  $N_s=4$ .

valores de  $|\Gamma|$  mais baixos. Valores muito baixo de  $D$  são observados próximo de  $L_0/\lambda=1$  e  $L_0/\lambda=2$ . Isto quer dizer que estas antenas não radiam muita potência na direção normal ao plano de terra nestas faixas. Observa-se também destas figuras que, em média, os valores de  $D_\theta$  são maiores que  $D_\phi$ , isto pode ser explicado pelo fato de o maior segmento da antena ( $L_0$ ) ser um dos segmentos responsáveis pela geração da polarização  $D_\theta$ .

## 5.5 - Conclusões

Este capítulo apresentou uma análise dos Monopolos Espirais Dobrados (MEDs) nas regiões de baixa e alta frequência. Dos resultados apresentados da análise em baixas frequências, observou-se que as antenas otimizadas da Tabela 2 apresentaram, em média, largura de banda de 32% quando casadas com uma impedância de alimentação de  $Z_0=200$  Ohms. Estas antenas apresentaram também polarização aproximadamente circular em torno da frequência central da banda de casamento, sendo que os valores obtidos de diretividade nesta frequência estão entre 5 e 8 dB. Com relação a altura das antenas, verificou-se que os monopolos com valores de  $H$  a partir de  $0,5L_0$  apresentam bons casamentos de impedância.

Na região em altas frequências ( $0 < L/\lambda < 3$ ), estas antenas possuíam características de antenas independentes da frequência, ou seja, banda larga de casamento. Os resultados desta análise mostraram que todas as antenas da Tabela 1 possuem em geral comportamento similar de casamento de impedância. Observou-se também que a partir de  $N_s=3$ , todas as antenas apresentaram casamento de impedância abaixo de  $-10$  dB para frequências  $f > c/(2L_0)$ .

## 5.6 – Referências

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd ed., Ed. New York: John Wiley, 1997.
- [2] W. L. Curtis, “Spiral antennas”, *IRE Trans. on Antennas and Propagat.*, pp. 298-306, May 1960.
- [3] J. A. Kaiser, “The archimedean two-wire spiral antenna”, *IRE Trans. on Antennas and Propagat.*, pp. 312-323, May 1960.
- [4] S. K. Khamas, G. G. Cook, R. J. Waldron, R. M. Edwards, “Moment method analysis of printed single-arm wire spiral antennas using curved segments,” *IEE Proc.-Microw. Antennas Propagat.*, vol. 144, N4, pp. 261-265, August 1997.
- [5] H. Nakano, H. Yasui, J. Yamauchi, “Numerical analysis of two-arm spiral antennas printed on a finite-size dielectric substrate”, *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, vol. 50, no. 3, pp. 362-370, March 2002.
- [6] E. Gschwendtner, W. Wiesbeck, “Ultra-broadband car antennas for communications and navigation applications”, *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, vol. 51, N8, pp. 2020-2027, August 2003.
- [7] H. Nakano, K. Nogami, S. Arai, H. Mimaki, J. Yamauchi, “A spiral antenna backed by a conducting plane reflector”, *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, vol. AP-34, N6, pp. 791-796, June 1986.
- [8] K. Q. da Costa, V. Dmitriev, C. Rodrigues, “Fractal spiral monopoles: theoretical analysis and bandwidth optimization”, *2005 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, Brasília – DF, Brazil, July 24-28.
- [9] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, New York: Macmillan, 1968, pp. 62-81.
- [10] E. Y. Matsumoto, *Matlab 6: Fundamentos de Programação*, São Paulo: Editora Érica, 2001.



## CAPÍTULO 6

### 6 – COMBINAÇÕES DE DIPOLOS E ESPIRAS NO ESPAÇO LIVRE

#### 6.1 - Resumo

Este capítulo apresenta uma análise de quatro tipos de antenas dipolo compostas de banda larga. Estas antenas são combinações de um dipolo elétrico e espiras quadradas e circulares, sendo que apenas o dipolo elétrico é alimentado. Usando o Método dos Momentos (MoM), foram calculados a impedância de entrada, o coeficiente de reflexão, a diretividades e o diagrama de radiação das antenas para diferentes geometrias. É mostrado que as antenas propostas podem ter largura de banda entre (80-90)% para um nível do coeficiente de reflexão de  $|\Gamma| < -10$  dB.

#### 6.2 - Introdução

Os limites fundamentais gerais sobre o desempenho de antenas, em relação a largura de banda e redução das dimensões, foram primeiramente investigados por Wheeler [1] e Chu [2]. Eles mostraram em particular que uma antena possui um mínimo fator de radiação se e somente se a antena radia os modos fundamentais  $TM_{10}$  e  $TE_{10}$  com iguais energias. Estes modos são radiados pelo dipolo infinitesimal elétrico e magnético, respectivamente [3]. Trabalhos mais recentes que confirmam esta conclusão podem ser encontrados em [4] e [5]. Vale comentar aqui que o fator de radiação é inversamente proporcional a largura de banda da antena.

Os resultados desta teoria geral sugerem combinar dipolos elétricos e magnéticos para aumentar a largura de banda. Em [6], uma combinação de um dipolo elétrico e dois dipolos magnéticos, com modelo senoidal para as correntes elétrica e magnética sobre os dipolos, foram usados. Os autores deste artigo obtiveram características de banda larga ajustando as posições dos elementos e a amplitude e fase das fontes de corrente. Entretanto, a realização desta antena não é simples, porque o dipolo magnético é ideal e as fases das fontes são funções da frequência.

Investigações sobre a interação mútua entre um dipolo elétrico e um dipolo magnético (espira), para diferentes orientações relativas de seus momentos de dipolo, são apresentadas em [7] e [8]. Os autores de [8] ajustaram as amplitudes das correntes dos dipolos com o propósito de obter igual potência radiada dos dipolos TE e TM. Eles notaram uma significativa absorção de energia por parte de um dos dipolos ativos quando os momentos são ortogonais.

O principal objetivo deste capítulo é usar vários elementos radiativos acoplados e variar as posições entre eles com a finalidade de aumentar a largura de banda da antena composta. Diferentemente de [6], todas as antenas compostas apresentadas aqui são combinações de dipolos elétricos e magnéticos (espira circular ou quadrada) com simples alimentação apenas no dipolo elétrico. Desta forma, não é necessário controlar a amplitude e a fase da fonte em função da frequência, e a absorção nos elementos passivos é diminuída. A impedância de entrada, o coeficiente de reflexão, a diretividade em função da frequência e o diagrama de radiação foram calculados pelo Método dos Momentos (MoM) [9]. Alguns resultados são comparados com dados disponíveis na literatura.

### 6.3 - Descrição das Antenas

As geometrias das quatro antenas que foram analisadas são mostradas na Fig. 6.1. Em todas estas configurações, a fonte de alimentação foi colocada no centro do dipolo reto, sendo que as espiras próximas deste dipolo estão acopladas apenas eletromagneticamente com o dipolo reto. Nesta figura, são mostradas espiras quadradas. Para efeito de comparação, estas mesmas configurações foram também analisadas com espiras circulares no lugar das quadradas. Nestes casos, os diâmetros das espiras circulares são iguais aos lados da espira quadrada correspondente.

Em todas estas antenas,  $L_d$  representa o comprimento do dipolo reto e  $L_e$  o lado de uma espira quadrada (ou o diâmetro no caso de uma espira circular). No primeiro caso mostrado na Fig. 6.1(a), utilizou-se um dipolo reto (dipolo elétrico) e uma espira (dipolo magnético), estas duas antenas estão centralizadas em relação às origens dos eixos  $x$  e  $z$ , mas em planos diferentes, a primeira está no plano  $y=0$  e a segunda no plano  $y=d_1$ . A Fig. 6.1(b) mostra também uma combinação de um dipolo reto e uma espira, o primeiro está sobre o eixo  $z$ , e o segundo no plano  $xz$  ( $x>0$ ) simétrico com o eixo  $x$ , sendo  $d_2$  a menor distância entre eles.

Nas Fig. 6.1(c) e 6.1(d), o dipolo reto também se encontra sobre o eixo  $z$  e em cada uma destas geometrias existem duas espiras. No Caso 3 (Fig. 6.1(c)), as espiras estão sobre o plano  $xz$  e simétricas em relação à origem e ao eixo  $x$ , a menor distância entre as espiras e o dipolo reto é  $d_3$ . No Caso 4 mostrado na Fig. 6.1(d), as espiras estão sobre o plano  $xz$  ( $x > 0$ ), e são simétricas em relação ao eixo  $x$ , a menor distância das espiras para o eixo  $x$  é  $d_4$ , e a menor distância entre estas e o dipolo reto é  $d_5$ . Em todos os casos mostrados na Fig. 6.1, observa-se que os momentos de dipolos elétricos e magnéticos são ortogonais entre si. A escolha para tais orientações será explicada na próxima seção.

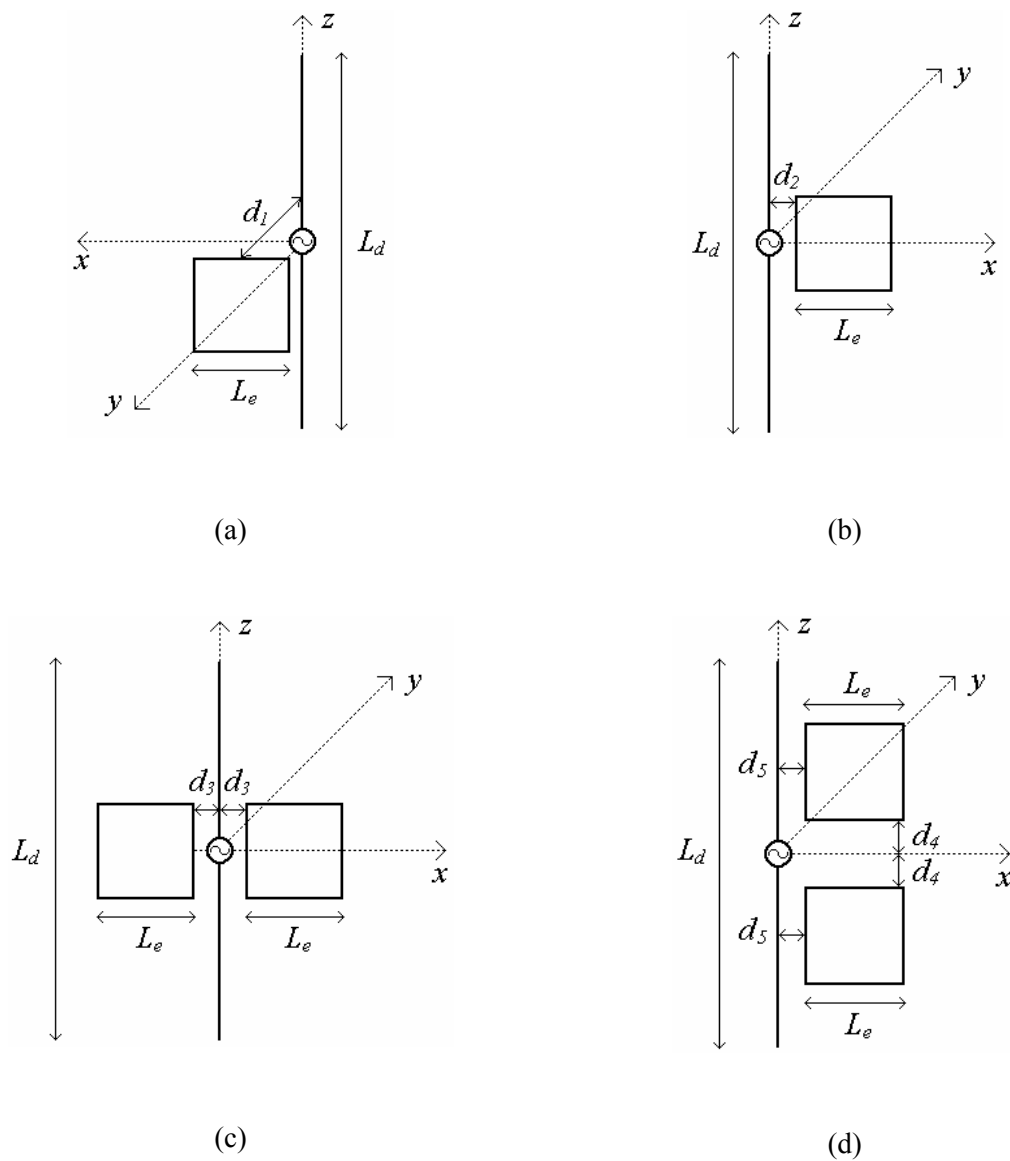


Fig. 6.1: Geometrias dos quatro tipos de combinações de dipolos elétricos e magnéticos propostos.

(a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3. (d) Caso 4.

## 6.4 - Resultados Numéricos

### 6.4.1 - Impedância Mútua entre Dipolos Elétricos e Magnéticos

Dois casos de combinações de dipolos elétrico e magnético foram utilizados para o cálculo da impedância mútua entre estes. No primeiro caso mostrado na Fig. 6.2(a), os momentos estão alinhados ao longo do eixo  $z$ , isto é, o dipolo reto sobre o eixo  $z$  e a espira quadrada centralizada com a origem do plano  $xy$ . A fonte 1 foi colocada no centro do dipolo reto e a fonte 2 no centro de um lado da espira. No segundo caso (Fig. 6.2(b)) os momentos são ortogonais, com o dipolo reto sobre eixo  $z$ , e a espira quadrada sobre o plano  $xz$ , este caso é igual àquele mostrado na Fig. 6.1(a) com  $d_1=0$ . Neste caso a fonte 2 foi colocada em  $x=L_e/2$  e  $y=0$ . Nestas duas configurações utilizou-se  $L_d=0,02\lambda$ ,  $L_e=0,025\lambda$  e  $a=0,001\lambda$ , onde  $a$  é o raio da seção circular do condutor e  $\lambda$  o comprimento de onda. Os resultados numéricos da matriz impedância  $Z$  entre as portas 1 e 2 das fontes mostradas na Fig. 6.2, calculados aqui e obtidos por outros autores [7] e [8], são apresentados na Tabela 1. Nesta tabela, tem-se que quando os momentos estão alinhados, o acoplamento entre os dipolos é praticamente nulo ( $Z_{12}=Z_{21}\approx 0$ ). Já no outro caso, os valores de  $Z_{12}$  e  $Z_{21}$  são consideráveis.

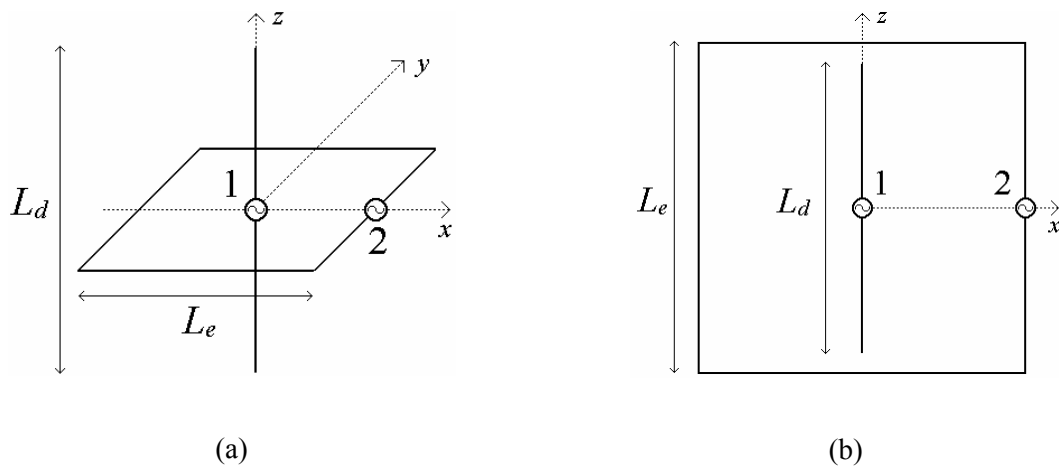


Fig. 6.2: Combinações de dipolos elétricos e magnéticos com diferentes orientações de seus momentos. (a) Momentos de dipolo alinhados. (b) Momentos de dipolo ortogonais.

### 6.4.2 - Impedância de Entrada

Para os quatro tipos de antenas descritos acima, foram realizadas diversas simulações variando as dimensões  $L_e$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  e  $d_5$ , todas normalizadas com  $L_d$ , e o tipo de espira

TABELA I  
IMPEDÂNCIA MÚTUA ENTRE DIPOLOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS (OHMS)

	Obtido aqui	Obtido em [7]	Obtido em [8]
<b>Momentos de dipolo alinhados</b>			
$Z_{11}$	$4,5 \times 10^{-2} - j2,1 \times 10^3$	$5,2 \times 10^{-2} - j2,4 \times 10^3$	$4,5 \times 10^{-2} - j2,3 \times 10^3$
$Z_{12}$	$8,8 \times 10^{-21} + j9,7 \times 10^{-17}$	$-8,2 \times 10^{-14} + j2,7 \times 10^{-14}$	$6,2 \times 10^{-17} - j4,2 \times 10^{-15}$
$Z_{21}$	$1,5 \times 10^{-19} + j1,2 \times 10^{-15}$	$-1,1 \times 10^{-12} - j1,2 \times 10^{-12}$	$4,3 \times 10^{-20} - j1,2 \times 10^{-15}$
$Z_{22}$	$1,4 \times 10^2 + j9,4 \times 10^1$	$1,4 \times 10^2 + j9,8 \times 10^1$	$1,4 \times 10^2 + j9,8 \times 10^1$
<b>Momentos de dipolo ortogonais</b>			
$Z_{11}$	$3,5 \times 10^{-3} - j2,0 \times 10^3$	$4,8 \times 10^{-3} - j2,2 \times 10^3$	$4,5 \times 10^{-3} - j2,1 \times 10^3$
$Z_{12}$	$3,3 \times 10^{-4} + j1,2 \times 10^1$	$1,4 \times 10^{-4} + j1,3 \times 10^1$	$1,0 \times 10^{-4} + j1,2 \times 10^1$
$Z_{21}$	$3,3 \times 10^{-4} + j1,2 \times 10^1$	$1,1 \times 10^{-4} + j1,3 \times 10^1$	$1,0 \times 10^{-4} + j1,2 \times 10^1$
$Z_{22}$	$1,4 \times 10^2 + j9,4 \times 10^1$	$1,4 \times 10^2 + j9,8 \times 10^1$	$1,4 \times 10^2 + j9,8 \times 10^1$

circular e retangular. O raio dos condutores usado em todas as simulações foi  $a=L_d/200$ . A perda nos condutores não foi considerada. A faixa de frequência dos cálculos foi  $0.3 < L_d/\lambda < 2$ . As maiores larguras de banda foram obtidas com os seguintes parâmetros

Caso 1:  $L_1/L_d=0,25$  e  $d_1/L_d=0,03$ , espira circular;

Caso 2:  $L_1/L_d=0,30$  e  $d_2/L_d=0,03$ , espira quadrada;

Caso 3:  $L_1/L_d=0,25$  e  $d_3/L_d=0,04$ , espira quadrada;

Caso 4:  $L_1/L_d=0,25$ ,  $d_4/L_d=0,02$  e  $d_5/L_d=0,02$ , espira circular.

Para estes melhores casos descritos acima, as Fig. 6.3, 6.4, 6.5 e 5.6, mostram as impedâncias de entrada  $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$  obtidas para os casos 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Para comparação, estas figuras mostram também a impedância de entrada do dipolo reto padrão com o mesmo comprimento  $L_d$  do dipolo reto da antena composta, e com raio  $a=L_d/200$ .

### 6.4.3 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade

Para as antenas correspondentes às impedâncias mostradas nas Fig. 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6, calcularam-se os coeficientes de reflexão  $\Gamma=|(Z_{in}-Z_0)/(Z_{in}+Z_0)|$  e a diretividade  $D=U/U_0$ , onde  $Z_0$  é a impedância característica da linha de alimentação,  $U$  e  $U_0$  são a intensidade de

radiação [10] da antena composta e do radiador isotrópico, respectivamente. As Fig. 6.7, 6.8, 6.9 e 6.10 mostram a variação de  $|\Gamma|$  e D (em dB) para estas antenas. A diretividade mostra nestas figuras são somente da componente  $D_\theta$  nas direções  $+x$ ,  $+y$ ,  $-x$  e  $-y$  ( $D_\phi=0$  para estas antenas). As direções onde estas diretividades foram calculadas dependem da simetria de cada antena composta. Nos resultados obtidos, os valores da impedância da linha de alimentação  $Z_0$  foram escolhidos 320, 210, 250 e 300 Ohms para os casos 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Estas figuras mostram também os valores de  $|\Gamma|$  para um único dipolo elétrico com  $a=L_d/200$  e  $Z_0=73$  Ohms. A largura de banda deste dipolo elétrico é  $B=12,2\%$ .

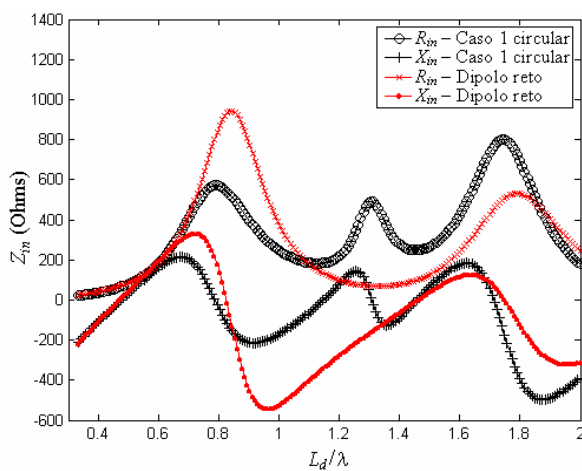


Fig. 6.3: Impedância de entrada da antena composta Caso 1 circular. Dados da antena:  $L_e/L_d=0,25$  e  $d_1/L_d=0,03$ .

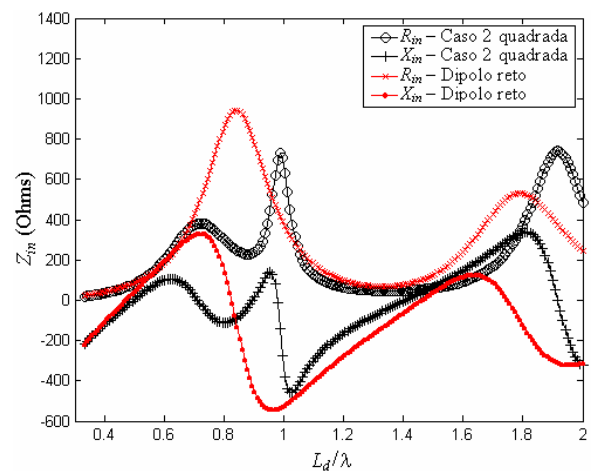


Fig. 6.4: Impedância de entrada da antena composta Caso 2 quadrada. Dados da antena:  $L_e/L_d=0,3$  e  $d_2/L_d=0,03$ .

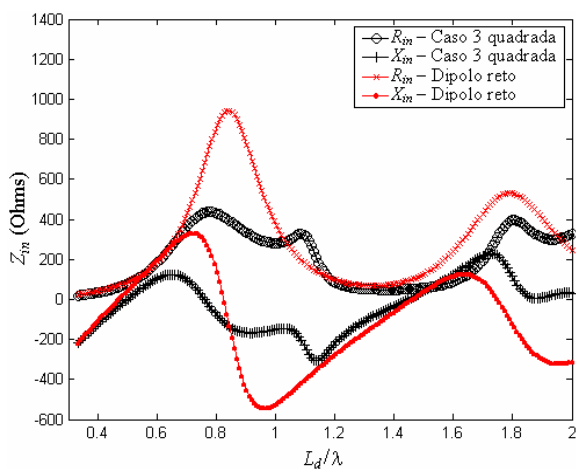


Fig. 6.5: Impedância de entrada da antena composta Caso 3 quadrada. Dados da antena:  $L_e/L_d=0,25$  e  $d_3/L_d=0,04$ .

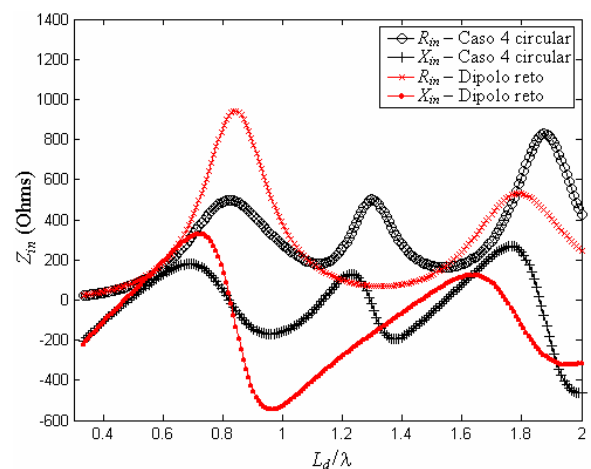


Fig. 6.6: Impedância de entrada da antena composta Caso 4 circular. Dados da antena:  $L_e/L_d=0,25$ ;  $d_4/L_d=0,02$  e  $d_5/L_d=0,02$ .

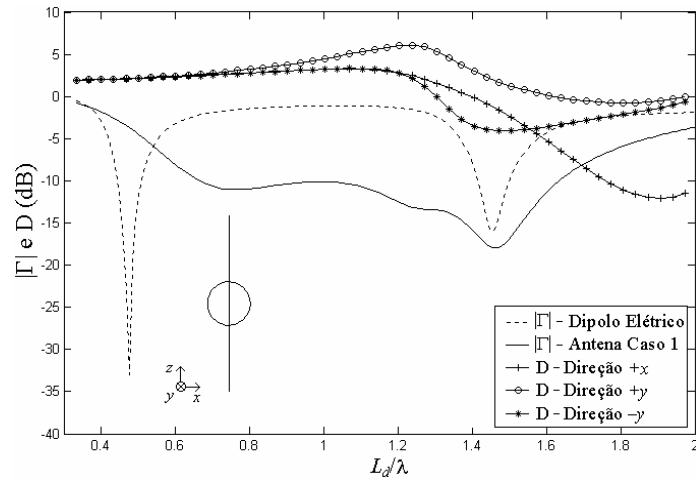


Fig. 6.7: Coeficiente de reflexão  $|\Gamma|$  e diretividade  $D$  da antena Caso 1 circular.

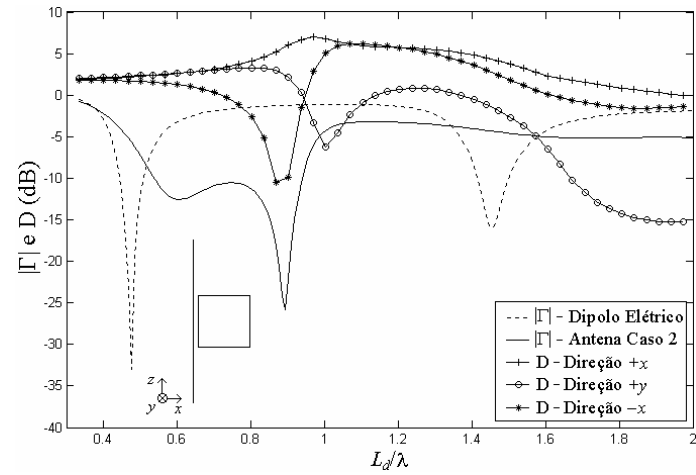


Fig. 6.8: Coeficiente de reflexão  $|\Gamma|$  e diretividade  $D$  da antena Caso 2 quadrada.

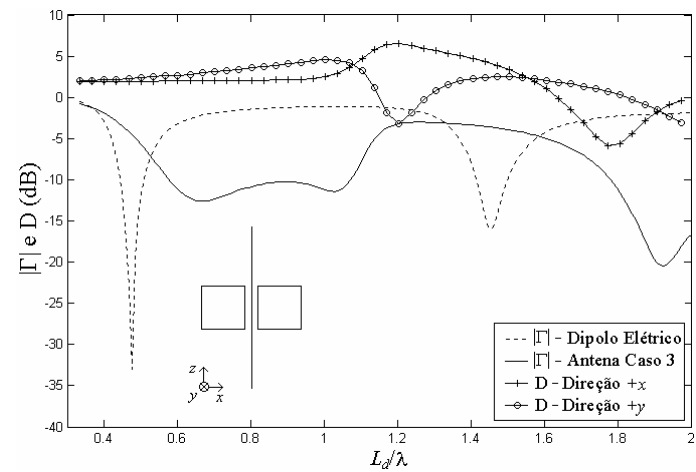


Fig. 6.9: Coeficiente de reflexão  $|\Gamma|$  e diretividade  $D$  da antena Case 3 quadrada.

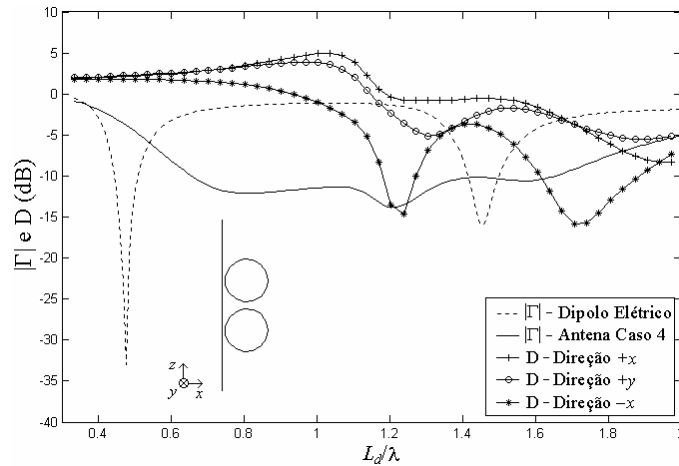


Fig. 6.10: Coeficiente de reflexão  $|\Gamma|$  e diretividade  $D$  da antena Case 4 circular.

A Tabela 2 mostra os valores da largura de banda  $B$  das antenas das compostas ( $B=2(f_s-f_i)/(f_s+f_i)\times 100\%$ , onde  $f_s$  e  $f_i$  são a frequência superior e inferior, respectivamente, para o nível  $|\Gamma|=-10$  dB. Esta tabela mostra também o comprimento normalizado  $L_d/\lambda_c$ , onde  $\lambda_c$  é o comprimento de onda correspondente a frequência central  $f_c=(f_s+f_i)/2$ .

Nas Fig. 6.7-6.10, os valores de  $|\Gamma|$  na faixa de frequência  $f_i < f < f_s$  variam entre  $-15$  dB e  $-10$  dB. O caso 1 é uma exceção (Fig. 6.7), onde se tem  $|\Gamma| < -15$  dB para  $L_d/\lambda \approx 1.4$ , e também o Caso 2 (Fig. 6.8) onde  $|\Gamma| < -15$  dB para  $L_d/\lambda \approx 0.9$ . Melhores resultados para o parâmetro  $|\Gamma|$  nessas faixas podem ser obtidos ajustando as dimensões e posições das espiras, mas esta melhora em  $|\Gamma|$  fornece menores larguras de banda. Valores típicos de  $B$  obtidos em todas as simulações estão na faixa  $30 < B(\%) < 50$  e os correspondentes valores da impedância da linha são  $140 < Z_0(\text{Ohms}) < 400$ .

Desta forma, é possível melhorar o casamento de entrada ajustando as dimensões da antena, mas em compensação a largura de banda é reduzida. Para demonstrar esta afirmação, na Fig. 6.11 são apresentados os valores de  $|\Gamma|$  da antena Caso 4 com espira quadrada e com parâmetros  $L_1/L_d=0,225$ ,  $d_4/L_d=0,05$  e  $d_5/L_d=0,02$ . Esta antena possui menor largura de banda em comparação com a antena da Fig. 6.10, mas possui melhor casamento de impedância (menores valores de  $|\Gamma|$ ). Ainda assim, esta antena tem largura de banda ( $B=55,6\%$ ) maior que aquelas antenas apresentadas em [11] ( $B=17\%$ ), onde os autores usaram combinações de apenas dipolos elétricos para aumentar a largura de banda.



TABELA II  
LARGURA DE BANDA  $B$  DAS ANTENAS ANALISADAS

	Espira	$B$ (%)	$Z_0$ (Ohms)	$L_d/\lambda_c$
Caso 1	Circular	84	320	1,15
Caso 2	Quadrada	54	210	0,74
Caso 3	Quadrada	59	250	0,84
Caso 4	Circular	86	300	1,16

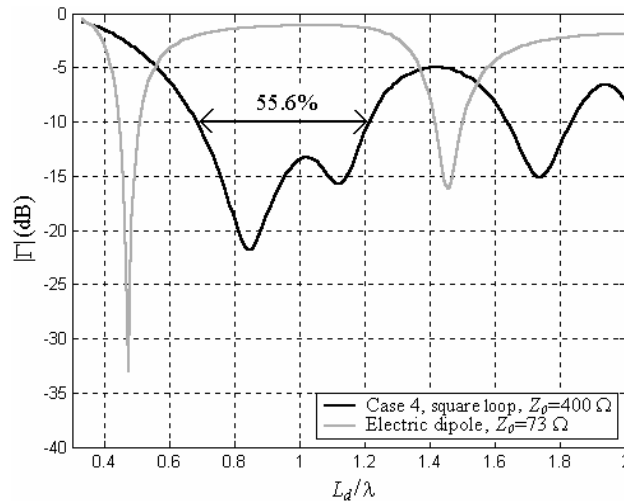


Fig. 6.11: Coeficiente de reflexão  $|\Gamma|$  da antena Caso 4 e do dipolo elétrico padrão ( $Z_0=73\Omega$ ).

Dados:  $L_e/L_d=0,225$ ;  $d_4/L_d=0,05$  e  $d_5/L_d=0,02$ .

#### 6.4.4 - Diagramas de Radiação

Os diagramas de radiação das antenas cujas impedâncias de entrada são mostradas nas Fig. 6.3-6.6, são mostrados, respectivamente, nas Fig. 6.12-6.15. As frequências onde estes diagramas foram calculados correspondem àqueles valores de  $L_d/\lambda_c$  mostrados na Tabela 2. Nestas figuras,  $\theta$  e  $\phi$  são as coordenadas esféricas usuais.

Os diagramas de radiação da antena do Caso 1 (Fig. 6.1(a)) apresentados na Fig. 6.12, mostram que esta antena possui diagrama simétrico no plano  $\phi=0^\circ$ , ou seja, radia com mesma intensidade nas direções  $+x$  e  $-x$ . Observou-se também para esta antena que no plano  $\phi=90^\circ$  esta possui maior radiação na direção  $y$ . Já a antena do Caso 2 (Fig. 6.1(b)) possui simetria no plano  $\phi=90^\circ$  e assimetria no plano  $\phi=0^\circ$  (Fig. 6.13), radiando com maior intensidade na direção  $x$ . A antena que possui maior simetria de radiação é a do Caso 3

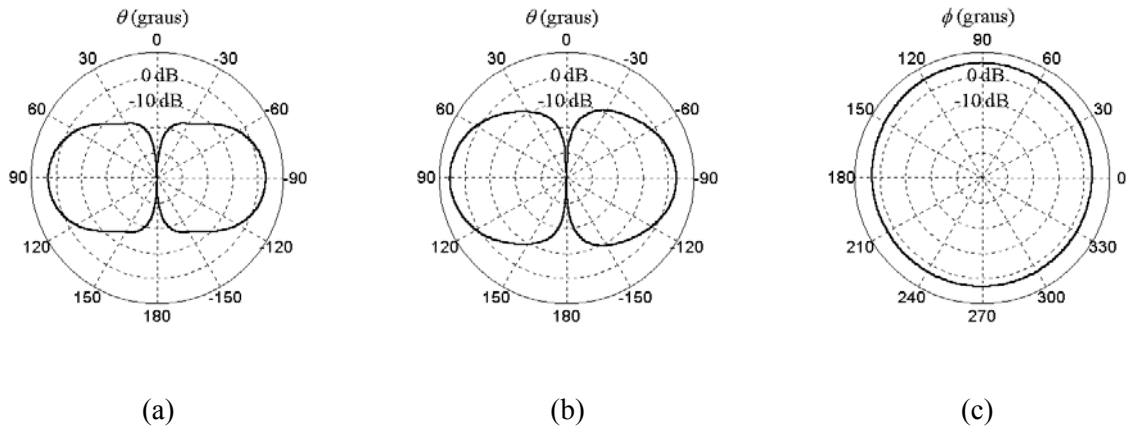


Fig. 6.12: Diagramas de radiação da antena Caso 1 circular em  $L_d/\lambda_c=1,15$ . (a) Plano E  $\phi=0^\circ$ . (b) Plano E  $\phi=90^\circ$ . (c) Plano H  $\theta=90^\circ$ .

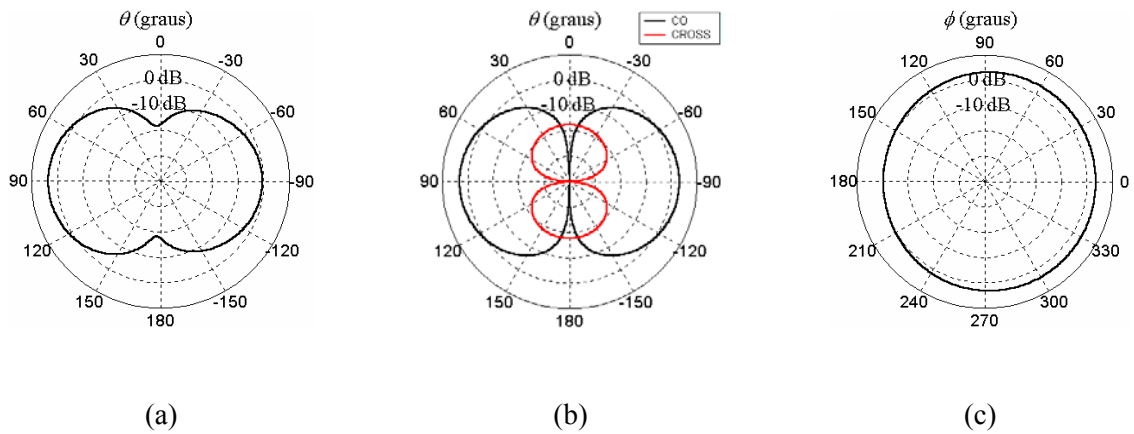


Fig. 6.13: Diagramas de radiação da antena Caso 2 retangular em  $L_d/\lambda_c=0,74$ . (a) Plano E  $\phi=0^\circ$ . (b) Plano E  $\phi=90^\circ$ . (c) Plano H  $\theta=90^\circ$ .

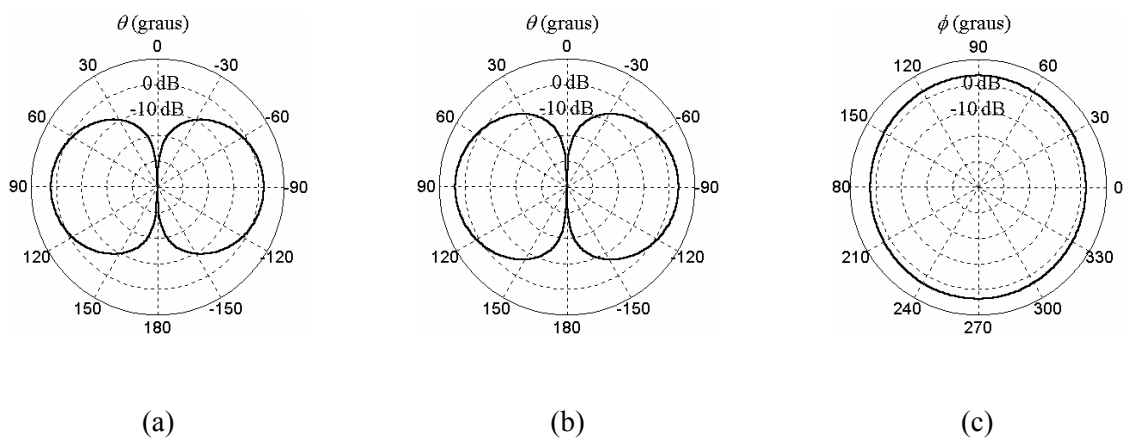


Fig. 6.14: Diagramas de radiação da antena Caso 3 retangular em  $L_d/\lambda_c=0,84$ . (a) Plano E  $\phi=0^\circ$ . (b) Plano E  $\phi=90^\circ$ . (c) Plano H  $\theta=90^\circ$ .

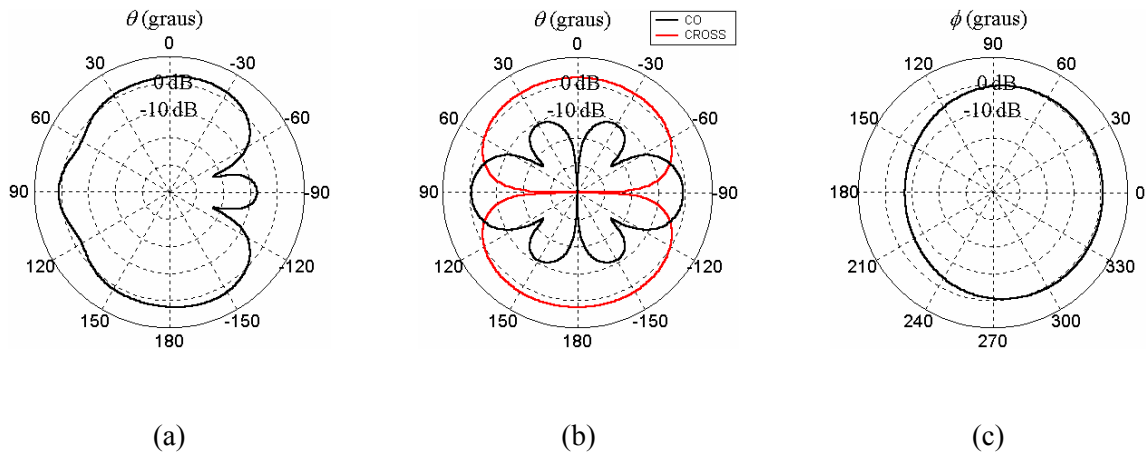


Fig. 6.15: Diagramas de radiação da antena Caso 4 circular em  $L_d/\lambda_c=1,16$ . (a) Plano E  $\phi=0^\circ$ .  
(b) Plano E  $\phi=90^\circ$ . (c) Plano H  $\theta=90^\circ$ .

(Fig. 6.1(c)), esta possui simetria tanto nos planos  $\phi=0^\circ$  e  $\phi=90^\circ$ , sendo que esta possui maiores intensidade de radiação no plano  $\phi=90^\circ$  (Fig. 6.14). A antena do Caso 4 (Fig. 6.1(d)) foi a que apresentou uma maior assimetria no plano  $\phi=0^\circ$ . Esta antena possui diagrama simétrico no plano  $\phi=90^\circ$ . Somente as antenas dos casos 2 e 4 possuíram polarização cruzada. Esta foi observada apenas no plano  $\phi=90^\circ$  conforme mostrado nas Fig. 6.13(b) e Fig. 6.15(b).

## 6.5 - Conclusões

Este capítulo apresentou alguns resultados preliminares com relação a antenas compostas por dipolos elétricos e magnéticos com simples alimentação e que possuem banda larga de casamento. Observou-se que o acoplamento eletromagnético entre os dipolos elétricos e magnéticos ortogonais modifica a impedância de entrada da antena. Foi mostrado que variando as dimensões das espiras e sua posição relativa ao dipolo elétrico, é possível obter melhores casamentos de entrada em comparação ao dipolo elétrico isolado e a combinações de dipolos elétrico, e conseqüentemente, maior largura de banda. Os melhores resultados obtidos mostraram valores de até 86% de largura de banda, sendo que para todas as simulações realizadas, esta largura de banda esteve em média entre  $30 < B(\%) < 50$ .

## 6.6 - Referências

- [1] H. A. Wheeler, “Fundamental limitations of small antenna”, *Proc. IRE*, vol. 35, pp. 1479-1484, December 1947.
- [2] L. J. Chu, “Physical limitations on omni-directional antennas”, *J. Appl. Phys.*, vol. 19, pp. 1163-1175, December 1948.
- [3] J. S. McLean, “A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 44, N5, pp. 672-675, May 199.
- [4] W. Geyi, P. Jarmuszewski, Y. Qi, “The foster reactance theorem for antennas and radiation Q”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 48, N3, pp. 401-408, March 2000.
- [5] W. Geyi, “Physical limitations of antenna”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 51, N8, pp. 2116-2123, August 2003.
- [6] V. P. Belichenko, Y. I. Buyanov, V. I. Koshelev, V. V. Plisko, “On the possibility of extending the passband of small-size radiators”, *J. of Commun. Techn. and Electronics*, vol. 44, N2, pp. 167-172, 1999.
- [7] J. S. McLean, “The application of the method of moments to the analysis of electrically-small “compound” antennas”, *IEEE Int. Symp. on Electromag. Compat.*, pp. 119-124, August 1995.
- [8] F. Tefiku, C. A. Grimes, “Coupling between elements of electrically small compound antennas”, *Microw. and Opt. Techn. Lett.*, vol. 22, N1, pp. 16-21, July 1999.
- [9] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Ed. New York: Macmillan, 1968, pp. 62–81.
- [10] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd ed., Ed. New York: John Wiley, 1997, pp. 441-486.
- [11] T. Fukasawa, H. Ohmine, K. Miyashita, Y. Chatani, “Triple-bands broad bandwidth dipole antenna with multiple parasitic elements”, *IEICE Trans.*, vol. E84-B, N9, pp. 2476-2481, September 2001.

## CAPÍTULO 7

### 7 – COMBINAÇÕES DE DIPOLOS E ESPIRAS SOBRE UM PLANO DE TERRA

#### 7.1 - Resumo

Este capítulo apresenta três tipos de antenas dipolo compostas de banda larga. Estas antenas são combinações de dipolos elétricos e magnéticos horizontais a um plano de terra e com momentos de dipolos ortogonais entre si. Usando o Método dos Momentos (MoM), calculou-se a impedância de entrada, o coeficiente de reflexão, a diretividade e o diagrama de radiação das antenas para diferentes geometrias. É mostrado que estas antenas podem ter largura de banda de até 73% ( $|\Gamma| < -10$  dB) a uma altura da antena ao plano de terra de 30% da maior dimensão da antena. Alguns resultados obtidos são comparados com o programa IE3D.

#### 7.2 - Introdução

Antenas que possuem características de banda larga, alta eficiência de radiação e baixas dimensões são importantes em aplicações práticas, por exemplo, em sistemas de comunicações móveis. Alta largura de banda é fundamental em antenas quando se desejam transmitir sinais de banda larga, em particular, sinais de vídeo, sinais multimídia e sinais com alta taxa de transmissão. Em teoria de antenas, sabe-se que antenas pequenas possuem estreita largura de banda e pequena resistência de radiação, ou seja, baixa eficiência de radiação [1].

Os limites gerais fundamentais no desempenho de antenas com relação aos parâmetros mencionados acima foram primeiramente estabelecidos por Wheeler [2] and Chu [3]. Estes autores obtiveram resultados similares com relação ao efeito da redução das dimensões de antenas sobre a largura de banda. Uma de suas conclusões é que o mínimo fator de radiação que uma antena qualquer pode possuir, só é possível quando esta antena radia os modos fundamentais  $TM_{10}$  e  $TE_{10}$  com igual energia. Os campos gerados por estes modos são os mesmos daqueles dos dipolos elétrico e magnético infinitesimais, respectivamente. Sabe-se que menores valores do fator de radiação implicam em maiores larguras de banda de frequências [3]. Collin [4] em 1964 confirmou os resultados de Chu usando teoria de campo

para calcular as energias radiadas. Fante [5] em 1969 generalizou as idéias de Collin para uma antena que radia qualquer modo esférico. Em [6], McLean fez uma verificação destes limites fundamentais, e ele sugeriu um método mais simples para obter os limites. Trabalhos recentes que confirmam estas teorias podem ser encontrados em [7] e [8].

Em [9], são apresentados quatro tipos de combinações de dipolos elétricos e magnéticos (espiras) no espaço livre e com simples alimentação. Os autores mostraram teoricamente que estas antenas podem possuir um casamento de banda larga em torno de 86%. Para isto, os dipolos elétricos e magnéticos deveriam ser combinados de tal forma que seus momentos de dipolo sejam ortogonais. A interação entre os dipolos (acoplamento) é mais forte para este tipo de orientação dos dipolos.

Neste capítulo, são apresentados três tipos de combinações de dipolos e espiras de banda larga e com simples alimentação acima de um plano de terra infinito. Estas antenas foram analisadas pelo Método dos Momentos (MoM) [10] e as dimensões das antenas foram otimizadas para obter alta faixa de casamento. Os parâmetros calculados para estas antenas foram: a impedância de entrada, o coeficiente de reflexão, a diretividade e o diagrama de radiação. Alguns resultados obtidos são comparados com resultados do programa IE3D.

### 7.3 - Descrição das Antenas

As geometrias das três antenas que foram analisadas são mostradas na Fig. 7.1. Em todas estas configurações, a fonte de alimentação foi colocada no centro do dipolo reto, sendo que as espiras próximas deste dipolo estão acopladas apenas eletromagneticamente com o dipolo reto. Nesta figura, são mostradas espiras quadradas. Para efeito de comparação, estas mesmas configurações foram também analisadas com espiras circulares no lugar das quadradas. Nestes casos, os diâmetros das espiras circulares são iguais aos lados da espira quadrada correspondente.

Em todas estas antenas,  $L_d$  representa o comprimento do dipolo reto e  $L_e$  o lado de uma espira quadrada (ou o diâmetro no caso de uma espira circular). No primeiro caso mostrado na Fig. 1(a), utilizou-se um dipolo reto (dipolo elétrico) e uma espira (dipolo magnético), estes dois elementos estão centralizados em relação às origens dos eixos  $x$  e  $y$ , mas em planos diferentes, o primeiro está no plano  $z=h_d$  e o segundo no plano  $z=h_e$ . A Fig. 7.1(b) também

mostra uma combinação de um dipolo e uma espira, a diferença deste caso para o caso anterior é que a espira está deslocada de uma distância  $d_l$  do dipolo. Na Figura 1(c) existem um dipolo e duas espiras sendo que estes três elementos estão centralizados em relação às origens dos eixos  $x$  e  $y$ , mas em planos diferentes, o dipolo está no plano  $z=h_d$  e as espiras estão nos planos  $z=h_{e1}$  e  $z=h_{e2}$ .

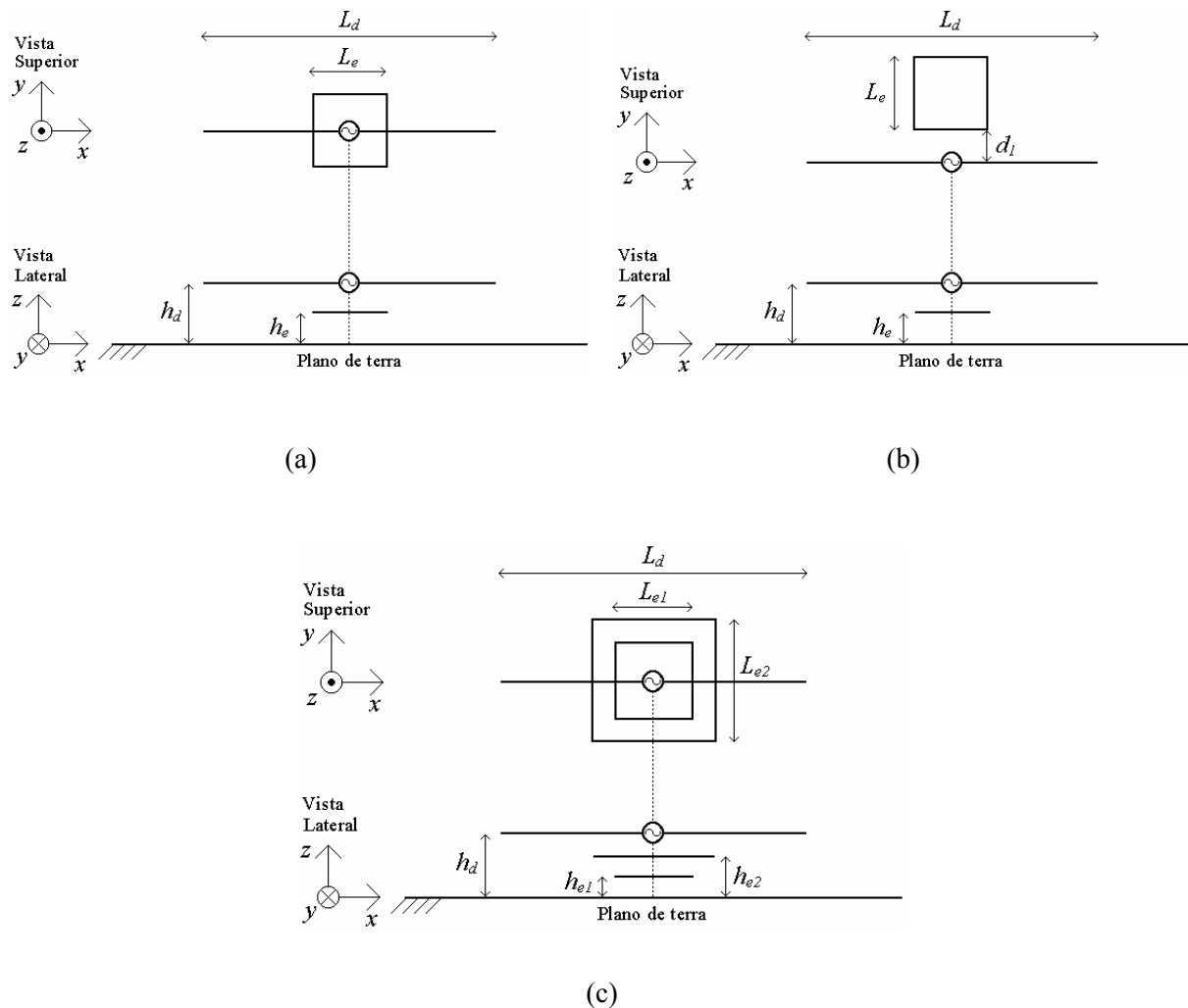


Fig. 7.1: Geometrias dos três tipos de combinações de dipolos elétricos e magnéticos propostos.

(a) Caso 1. (b) Caso 2. (c) Caso 3.

## 7.4 - Resultados Numéricos

A análise numérica das antenas por MoM foi feita por meio de cinco programas desenvolvidos no Matlab 6. Neste modelo utilizaram-se funções base pulso retangular e funções teste delta de Dirac. Utilizaram-se 15 segmentos de discretização para o dipolo horizontal, 16 para espiras circulares e 5 em cada lado de uma espira quadrada. Estas

discretizações utilizadas no modelo apresentaram boa convergência dos resultados para a faixa de análise de  $0 < L_d/\lambda < 3$ . Em todos os exemplos numéricos de cálculos mostrados a seguir, resultantes de simulações destes programas, foram utilizados condutores que possuem raios de seção transversal  $a=L_d/200$ .

#### 7.4.1 - Impedância de Entrada

Para os três tipos de antenas descritos acima, foram realizadas diversas simulações variando as dimensões  $L_e$ ,  $L_{e1}$ ,  $L_{e2}$ ,  $h_d$ ,  $h_{e1}$ ,  $h_{e2}$  e  $d_1$ , e o tipo de espira circular e quadrada. Em todas as simulações a altura do dipolo horizontal foi mantida fixa com valor  $h_d=0,3L_d$ . As antenas que tiveram os melhores resultados, em termos de maior largura de banda, são apresentadas na Tabela 1. Os valores dos parâmetros nesta tabela são normalizados com o comprimento do dipolo horizontal  $L_d$ .

TABELA I  
DIMENSÕES DAS ANTENAS COM MAIOR LARGURA DE BANDA  $B$

	Caso 1		Caso 2		Caso 3	
	Circular	Quadrada	Circular	Quadrada	Circular	Quadrada
$L_e$	0,25	0,25	0,30	0,25	-	-
$L_{e1}$	-	-	-	-	0,25	0,20
$L_{e2}$	-	-	-	-	0,25	0,25
$h_e$	0,35	0,35	0,27	0,27	-	-
$h_{e1}$	-	-	-	-	0,24	0,32
$h_{e2}$	-	-	-	-	0,33	0,33
$d_1$	-	-	0,03	0,03	-	-

As impedâncias ( $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ ) das antenas da Tabela 1 são mostradas nas Fig. 7.2-7.3. Para efeito de comparação, em cada um destes gráficos é mostrada também a impedância de entrada do dipolo reto horizontal sozinho que possui as mesmas dimensões daquelas utilizadas na combinação correspondente.

Destas figuras, observa-se que as antenas compostas possuem menor variação de  $Z_{in}$  do que o monopolo horizontal. Isto quer dizer que as antenas compostas possuem maior banda de casamento que o monopolo horizontal. Destas figuras é possível também estimar o valor da impedância da linha de alimentação que deve ser utilizada para se ter melhor casamento.



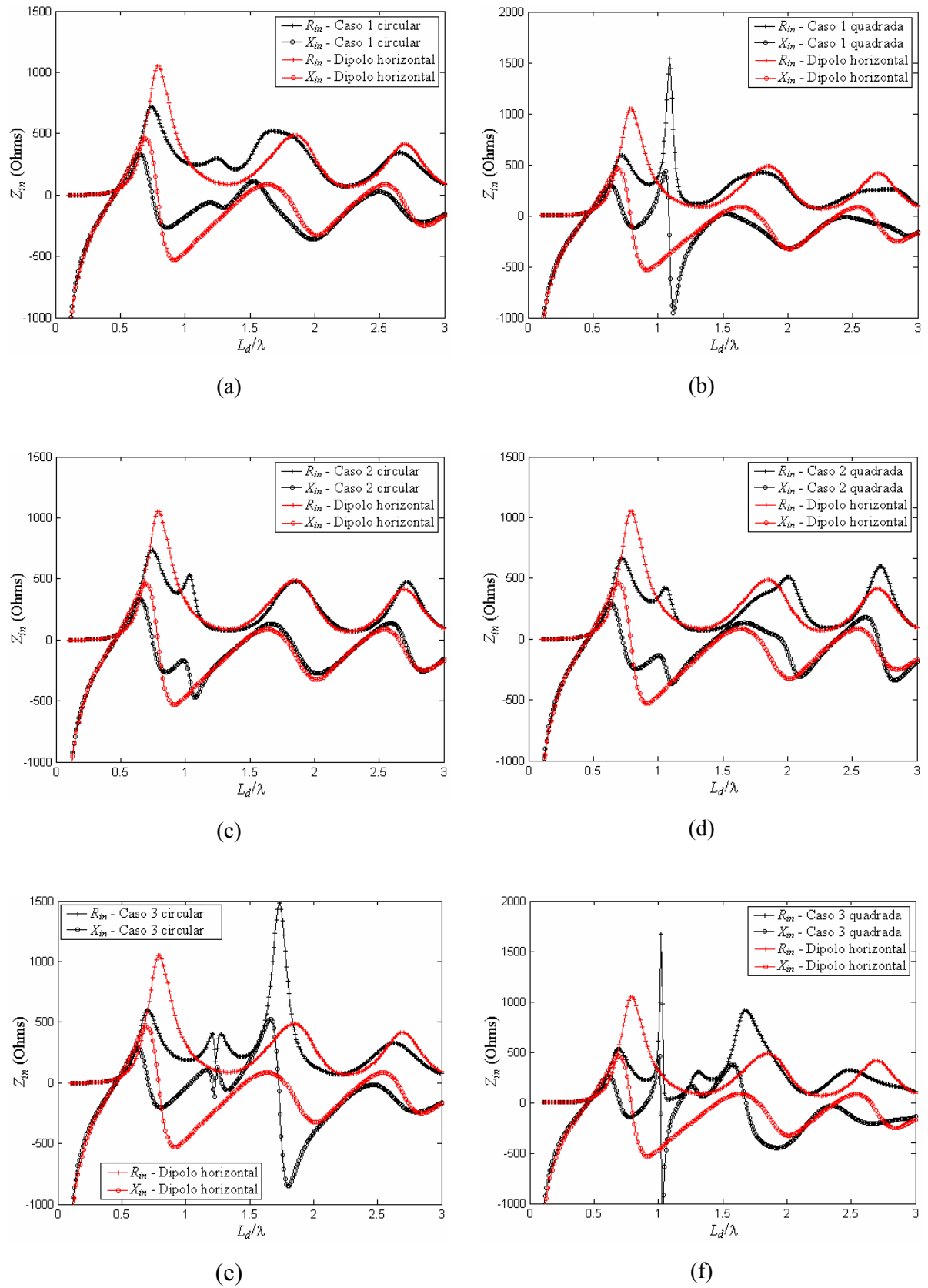


Fig. 7.2: Impedância de entrada das antenas da Tabela 1. (a) Caso 1 circular. (b) Caso 1 quadrada. (c) Caso 2 circular. (d) Caso 2 quadrada. (e) Caso 3 circular. (f) Caso 3 quadrada.

### 7.4.2 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade

Os resultados numéricos obtidos destas antenas (Tabela 1) de casamento de entrada ( $|\Gamma| = |(Z_{in} - Z_0)/(Z_{in} + Z_0)|$ , onde  $Z_0$  é a impedância da linha de alimentação) e de diretividade  $D$  são mostrados nas Fig. 7.3-7.8. Os valores destas grandezas estão dB e  $D$  é na direção normal ao plano de terra (+z). Esta diretividade é da componente de polarização de campo distante na direção  $x$ . A diretividade da componente de polarização na direção  $y$  é nula. Nestas figuras são mostrados também os resultados de  $|\Gamma|$  e  $D$  obtidos pelo *software* IE3D, e os valores do coeficiente de reflexão do dipolo elétrico horizontal de comprimento  $L_d$  e altura  $h_d = 0,3L_d$ . A largura de banda deste dipolo é 5% para  $Z_0 = 30$  Ohms.

A Tabela 2 mostra um resumo das larguras de banda incrementais percentuais ( $B = 200 \times (f_s - f_i)/(f_s + f_i)$ ) destas antenas, sendo  $f_s$  a frequência superior e  $f_i$  a frequência inferior para o nível de -10dB do coeficiente de reflexão). Nesta tabela também é apresentado o comprimento normalizado central  $L_d/\lambda_c$ , onde  $\lambda_c$  é o comprimento de onda da frequência central  $f_c = (f_s + f_i)/2$ , e os valores utilizados para a impedância característica da linha de alimentação  $Z_0$ .

TABELA II  
LARGURA DE BANDA  $B$  DAS ANTENAS ANALISADAS

	Espira	$B$ (%)	$Z_0$ (Ohms)	$L_d/\lambda_c$
Caso 1	Circular	60	350	1,41
Caso 1	Quadrada	45	500	0,85
Caso 2	Circular	45	550	0,86
Caso 2	Quadrada	49	450	0,87
Caso 3	Circular	73	320	1,01
Caso 3	Quadrada	43	400	0,81

### 7.4.3 – Diagramas de Radiação

Os diagramas de radiação das antenas cujas dimensões são mostradas na Tabela 1 são mostrados nas Fig. 7.9-7.14. As frequências onde foram feitos estes cálculos correspondem

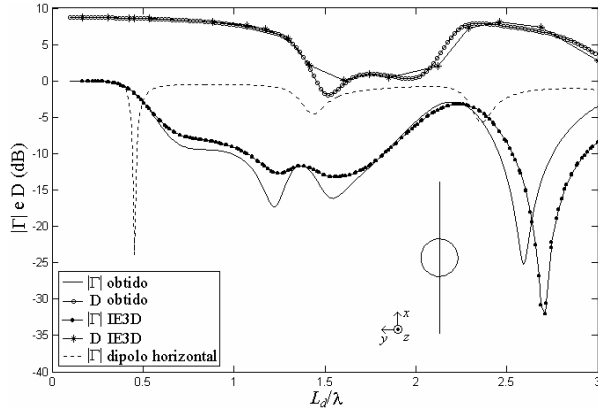


Fig. 7.3:  $|\Gamma|$  e D da antena Caso 1 circular.

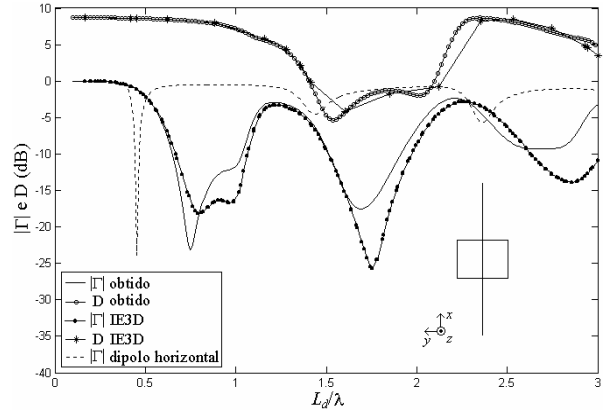


Fig. 7.4:  $|\Gamma|$  e D da antena Caso 1 quadrada.

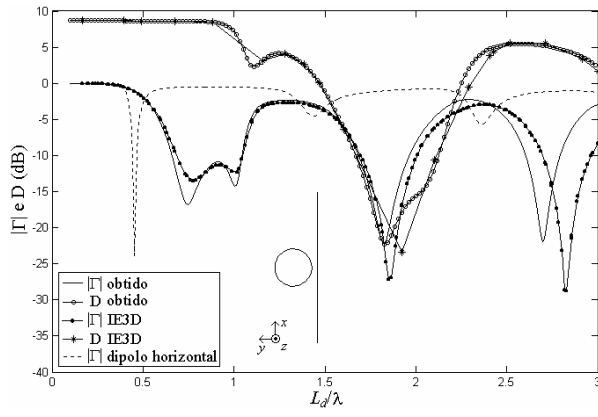


Fig. 7.5:  $|\Gamma|$  e D da antena Caso 2 circular.

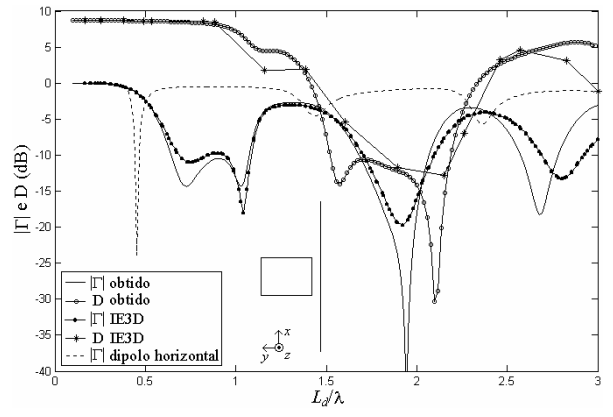


Fig. 7.6:  $|\Gamma|$  e D da antena Caso 2 quadrada.

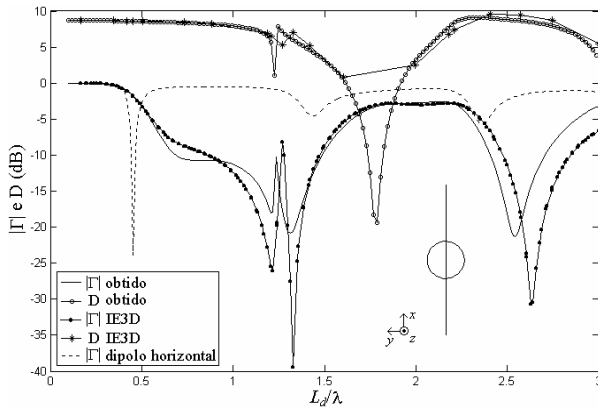


Fig. 7.7:  $|\Gamma|$  e D da antena Caso 3 circular.

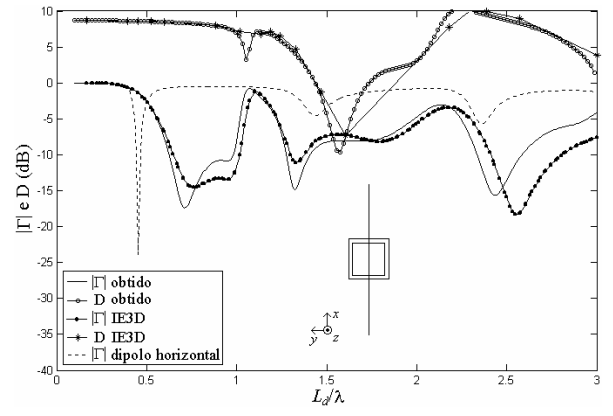


Fig. 7.8:  $|\Gamma|$  e D da antena Caso 3 quadrada.

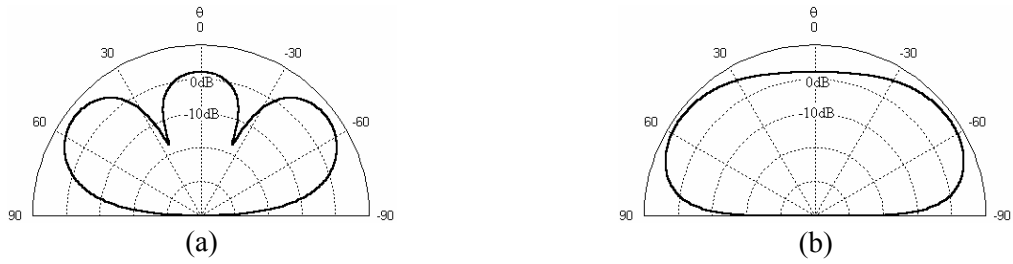


Fig. 7.9: Diagramas de radiação da antena Caso 1 circular em  $L_d/\lambda_c=1,41$ . (a) Plano  $xz$ . (b) Plano  $yz$ .



Fig. 7.10: Diagramas de radiação da antena Caso 1 quadrada em  $L_d/\lambda_c=0,85$ . (a) Plano  $xz$ . (b) Plano  $yz$ .

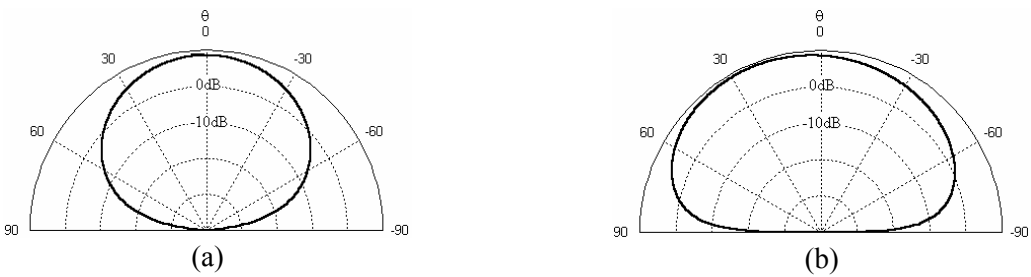


Fig. 7.11: Diagramas de radiação da antena Caso 2 circular em  $L_d/\lambda_c=0,86$ . (a) Plano  $xz$ . (b) Plano  $yz$ .

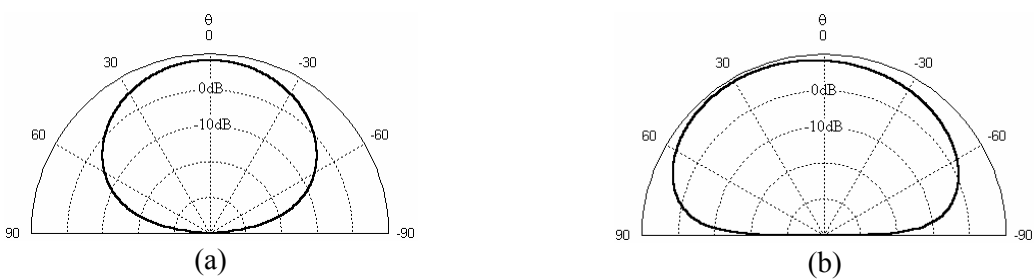


Fig. 7.12: Diagramas de radiação da antena Caso 2 quadrada em  $L_d/\lambda_c=0,87$ . (a) Plano  $xz$ . (b) Plano  $yz$ .

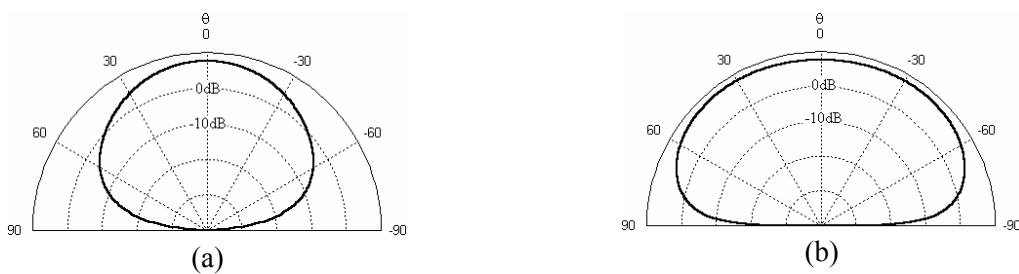


Fig. 7.13: Diagramas de radiação da antena Caso 3 circular em  $L_d/\lambda_c=1,01$ . (a) Plano  $xz$ . (b) Plano  $yz$ .

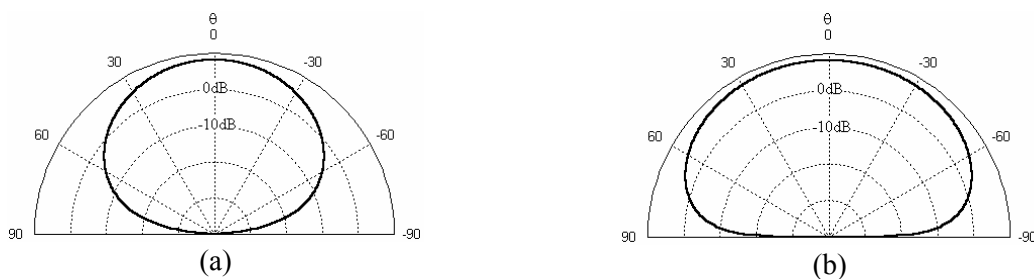


Fig. 7.14: Diagramas de radiação da antena Caso 3 quadrada em  $L_d/\lambda_c=0,81$ . (a) Plano  $xz$ . (b) Plano  $yz$ .

àqueles valores de  $L_d/\lambda_c$  mostrados na Tabela 2. Nestas figuras,  $\theta$  e  $\phi$  são as esféricas usuais. Estes gráficos mostram a componente de polarização  $x$ . A componente de polarização  $y$  é nula, conforme dito antes.

O diagrama de radiação da antena do Caso 1 circular no plano  $xz$  (Figura 8(a)) apresentou lóbulos secundários, isto é devido ao comprimento de onda central  $\lambda_c=1,41$  onde foi calculado este diagrama. O diagrama de radiação de um dipolo elétrico convencional nesta frequência apresenta lóbulos secundários [1]. Os diagramas de radiação das outras antenas não apresentam lóbulos secundários. Observamos destes diagramas que apenas as antenas do Caso 2 apresentam um pouco de assimetria. Esta assimetria pode ser observada no plano  $yz$  das Fig. 7.13(b) e 7.14(b). Os outros casos possuem simetria nos dois planos  $xz$  e  $yz$ . Estes resultados estão de acordo com as geometrias das antenas mostradas na Fig. 7.1.

## 7.5 - Conclusões

Este capítulo apresentou propostas de combinações de dipolos elétricos e magnéticos de banda larga acima de um plano condutor. Os melhores resultados obtidos mostraram valores de até 73% para a largura de banda, para uma altura fixa de  $h_d=0,3L_d$ . Observou-se que a largura de banda diminui para menores alturas  $h_d$ . Em todas as simulações realizadas a largura de banda das antenas esteve em média entre  $20 < B(\%) < 40$ . Os resultados apresentados mostraram que estes tipos de antenas possuem polarização linear na direção normal ao plano de terra e que os valores da diretividade nesta direção, na faixa de casamento ( $|\Gamma| < -10$  dB), são geralmente maiores que 5dB.

## 7.6 - Referências

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd ed., Ed. New York: John Wiley, 2005.
- [2] H. A. Wheeler, "Fundamental limitations of small antenna", *Proc. IRE*, vol. 35, pp. 1479-1484, December 1947.
- [3] L. J. Chu, "Physical limitations on omni-directional antennas", *J. Appl. Phys.*, vol. 19, pp. 1163-1175, December 1948.
- [4] R. E. Collin, S. Rothschild, "Evaluation of antenna Q", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. AP-12, pp. 23-27, January 1964.
- [5] R. L. Fante, "Quality factor of general ideal antennas", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. AP-17, pp. 151-155, March 1969.
- [6] J. S. McLean, "A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 44, N5, pp. 672-675, May 1996.
- [7] W. Geyi, P. Jarmuszewski, Y. Qi, "The foster reactance theorem for antennas and radiation Q", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 48, N3, pp. 401-408, March 2000.
- [8] W. Geyi, "Physical limitations of antenna", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 51, N8, pp. 2116-2123, August 2003.
- [9] Karlo Q. da Costa, and Victor A. Dmitriev, "Combination of electric and magnetic dipoles with single-element feeding for broadband applications", *Microw. and Opt. Techn. Lett.*, vol. 48, N1, pp. 8-12, January 2006.
- [10] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Ed. New York: Macmillan, 1968, pp. 62-81.

## CAPÍTULO 8

### 8 – COMBINAÇÃO DE UMA ANTENA DE MICROFITA E DUAS ESPIRAS

#### 8.1 - Resumo

Este capítulo analisa a possibilidade de aumentar a largura de banda de uma antena de microfita retangular utilizando dois elementos parasitas em forma de espira. Esta antena composta é alimentada via *L-Probe* e as espiras são colocadas em um plano horizontal acima do *patch* retangular. A análise teórica desta antena foi realizada por meio de um programa computacional desenvolvido que utiliza o Método dos Momentos (MoM). Alguns resultados obtidos são comparados com resultados calculados pelos programas comerciais HFSS e IE3D.

#### 8.2 - Introdução

As antenas de microfita possuem boas características para aplicações aeroespaciais e em comunicações móveis, por exemplo, baixo peso, pequenas dimensões e fácil integração com circuitos impressos [1]. Uma das principais desvantagens destes tipos de antenas é a sua estreita faixa de casamento de impedância. Durante as últimas décadas, vários trabalhos sobre aumento da largura de banda de antenas de microfita têm sido publicados. Algumas destas técnicas são encontradas em [2] e [3].

Uma técnica particular utilizada para aumentar a largura de banda de antenas de microfita é a utilização de uma alimentação por acoplamento eletromagnético via cabo coaxial em forma de L (*L-Probe*) [4]-[8]. Em geral, a largura de banda obtida nestes trabalhos é aproximadamente 35%, para uma altura do *patch* em relação ao plano de terra em torno de 10% do comprimento de onda no espaço livre. Uma outra técnica utilizada para aumentar a largura de banda de antenas lineares é a combinação de dipolos e espiras [9]-[10]. É possível obter uma largura de banda de 86% para o caso de combinações destas antenas no espaço livre [9], e 73% para combinações destas antenas acima de um plano de terra, a uma altura de 30% da maior dimensão da antena [10].

Neste capítulo, apresenta-se uma análise de uma antena de microfita composta por um *patch* retangular e duas espiras retangulares situadas em um plano horizontal acima do *patch*. Utilizou-se uma alimentação via *L-Probe*. As dimensões das espiras foram otimizadas para aumentar a largura de banda de casamento da antena composta. Os parâmetros calculados foram: a impedância de entrada, o coeficiente de reflexão, a diretividade e o diagrama de radiação. Utilizou-se o Método dos Momentos (MoM) [11] para os cálculos, sendo que alguns resultados obtidos foram comparados com os resultados calculados pelos programas comerciais HFSS e IE3D.

### 8.3 - Descrição da Antena

A geometria da antena proposta é mostrada na Fig. 8.1. Esta antena consiste de um *patch* retangular de dimensões  $L$  e  $W$  com uma altura  $H$  em relação ao plano de terra, e duas espiras retangulares de dimensões  $L_e$  e  $W_e$  situado em um plano paralelo ao *patch* e distante deste de  $d$ . As espessuras destas espiras são  $w_1$  e  $w_2$ , conforme mostra a Fig. 8.1. A geometria do *L-Probe* também é mostrada nesta figura, suas dimensões são  $L_v$  e  $L_h$ . Este *L-Probe* é cilíndrico, e possui raio da seção transversal  $a$ . O parâmetro  $b$  é um deslocamento entre a extremidade do *patch* e a alimentação.

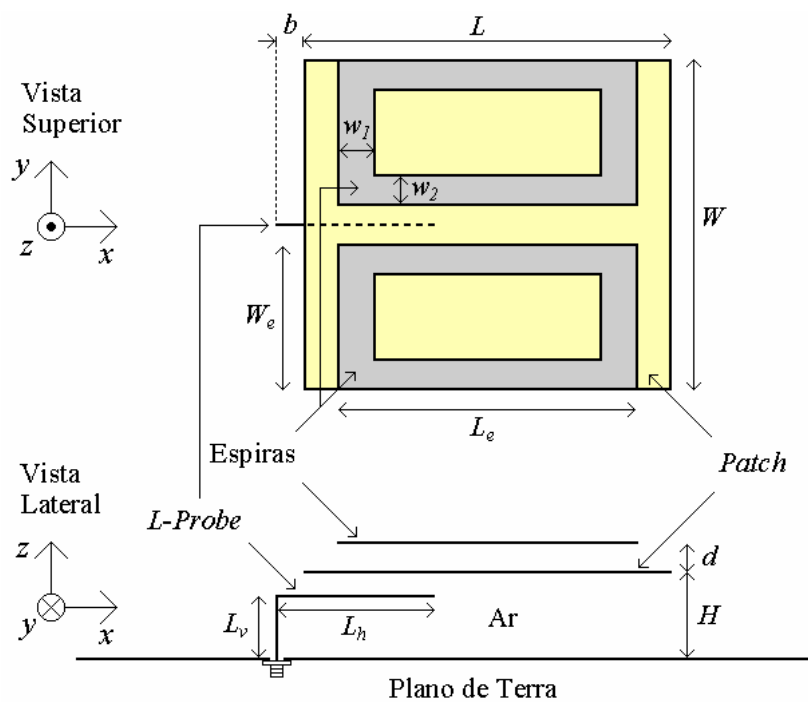


Fig. 8.1: Geometria da antena de microfita proposta.



#### 8.4 - Análise Teórica

A antena mostrada na Fig. 8.1 foi analisada pelo MoM, sendo que o programa computacional desenvolvido foi codificado em Fortran. Neste modelo, utilizou-se função de expansão pulso retangular para as componentes de corrente superficial do *patch*  $J_x$  e  $J_y$ , e funções teste pulso retangular linear. As espiras foram modeladas por meio de fitas condutoras com distribuição de corrente superficial unidimensional, ou seja, utilizaram-se componentes de corrente  $J_x$  para os lados das espiras situados ao longo da direção  $x$ , e  $J_y$  para os lados das espiras situados ao longo da direção  $y$ . Esta aproximação apresentou resultados satisfatórios para os casos analisados aqui. Já o *L-Probe* foi modelado por um fio condutor cilíndrico de raio  $a$ , com distribuição de corrente apenas axial. Para este elemento, foram usados pulso retangular e delta de Dirac para as funções de expansão e teste, respectivamente.

#### 8.5 - Resultados Numéricos

Com o objetivo de observar as influências das espiras sobre as características de radiação da antena da Fig. 1, principalmente sobre a largura de banda de casamento, três antenas foram analisadas. As dimensões destas antenas são apresentadas na Tabela 1, estas estão em milímetros. A Antena 1 corresponde à antena convencional sem as espiras. As antenas 1 e 2 foram as que apresentaram melhor largura de banda, sendo que a primeira é mais espessa que a segunda, ou seja, a altura total em relação ao plano de terra da primeira é 10 mm e da segunda é 12 mm. O raio do *L-Probe* utilizado nas três antenas foi  $a=0,5$  mm. As dimensões utilizadas na Antena 1 são as mesmas daquelas usadas em [7]. Os resultados numéricos obtidos para estas antenas são apresentados nas próximas seções.

TABELA I  
DIMENSÕES DAS ANTENAS ANALISADAS EM MILÍMETROS

	$L$	$W$	$H$	$L_v$	$L_h$	$L_e$	$W_e$	$w_1$	$w_2$	$d$	$b$
Antena 1	26	30	7	5	10	-	-	-	-	-	2
Antena 2	26	30	7	5	10	19	12	2	2	3	2
Antena 3	26	30	7	5	10	19	12	2	2	5	2

### 8.5.1 - Impedância de Entrada

As Fig. 8.2-8.4 mostram as impedâncias de entrada ( $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ ) das antenas 1, 2 e 3 da Tabela 1, respectivamente. Nestas figuras são mostrados os resultados obtidos pelo programa MoM desenvolvido, pelo HFSS e pelo IE3D. A comparação entre estes resultados obtidos por diferentes programas mostra que para a Antena 1 os resultados são parecidos, já para as antenas 1 e 2, observa-se uma divergência entre os resultados obtidos com relação aqueles calculados pelos programas comerciais, principalmente na região próxima da frequência 6 GHz. Esta diferença pode ser explicada pela aproximação unidimensional adotada para a corrente superficial nas espiras, pois é justamente na região próximo a frequência de 6 GHz que as espiras têm maior influência.

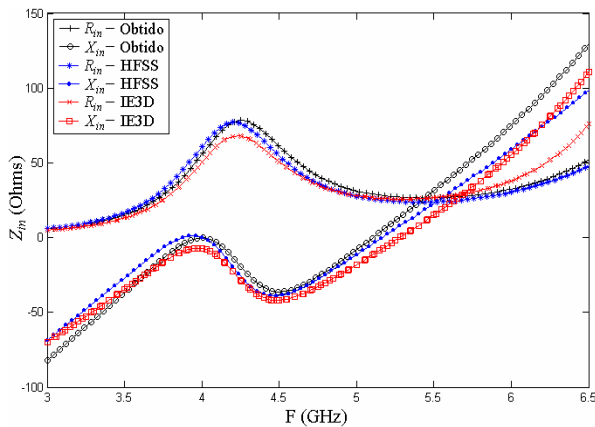


Fig. 8.2: Impedância de entrada da Antena 1.

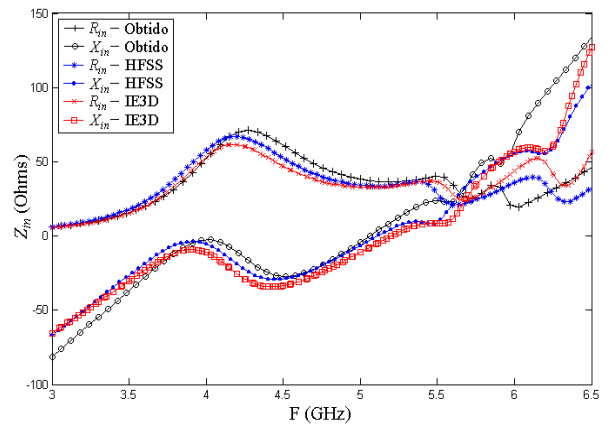


Fig. 8.3: Impedância de entrada da Antena 2.

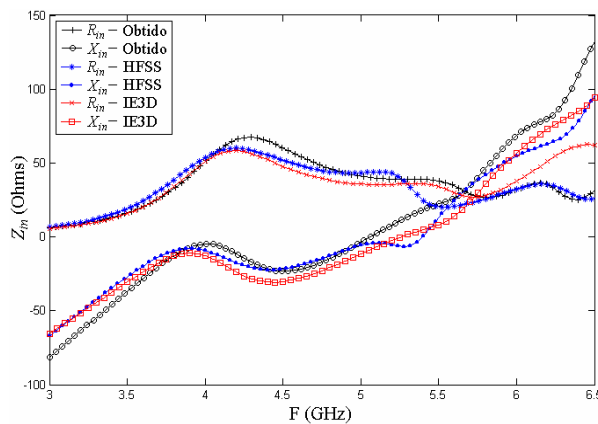


Fig. 8.4: Impedância de entrada da Antena 3.

Observa-se destas figuras na região entre 4 e 5,5 GHz que os valores de  $R_{in}$  das antenas 1 e 2 apresentam uma variação menor com a frequência, ou seja, uma variação mais suave, que aquela da Antena 1 sem espiras. Com relação aos valores de  $X_{in}$  das antenas 1 e 2, estes estão mais próximos de zero, principalmente próximo da frequência  $f=5,5$  GHz, do que aqueles da antena sem espiras. Com estas observações, já se pode supor que as antenas com espiras possuem maior largura de banda que a antena sem espiras. A verificação desta suposição é mostrada na próxima seção.

### 8.5.2 - Coeficiente de Reflexão e Diretividade

As Fig. 8.5-8.7 mostram os coeficientes de reflexão  $|\Gamma|=|(Z_{in}-Z_0)/(Z_{in}+Z_0)|$ , onde  $Z_0$  é a impedância da linha de alimentação, das antenas 1, 2 e 3, respectivamente. Em todos estes cálculos, utilizou-se  $Z_0=50$  Ohms. Observa-se destas figuras que as antenas que possuem espiras (Fig. 8.6 e 8.7) apresentam maior largura de banda de casamento do que a antena convencional sem espiras. As larguras de banda obtidas, para um nível de  $-10$  dB, das antenas 1, 2 e 3 são aproximadamente 16%, 39% e 39%, respectivamente. Observa-se destas figuras também que a Antena 3 apresenta melhor casamento de impedância, ou seja, menores valores de  $|\Gamma|$ , do que a Antena 2.

Os resultados obtidos de diretividade são mostrados na Fig. 8.8, sendo que este parâmetro foi calculado na direção normal ao plano de terra ( $+z$ ) e no plano  $xz$ . Esta diretividade é da componente de polarização  $\theta$  ( $D_\theta$ ). A diretividade da componente de polarização  $\phi$  é nula ( $D_\phi=0$ ). Em resumo, estas antenas possuem polarização linear. Observa-se destas curvas que as três antenas analisadas possuem similares curvas de diretividade em função da frequência dentro da faixa de casamento, sendo que diferenças significantes entre elas aparecem a partir da frequência 5,5 GHz. Estas antenas apresentaram valores de  $D_\theta$  na faixa de casamento de aproximadamente 8 dB, sendo que um valor máximo de 9 dB é observado em 4,5 GHz.

### 8.5.3 - Diagramas de Radiação

As Fig. 8.9-8.11 mostram os diagramas de radiação calculados para as antenas 1, 2, e 3, respectivamente. Estes diagramas são das componentes de polarização  $\theta$  e  $\phi$  nos planos

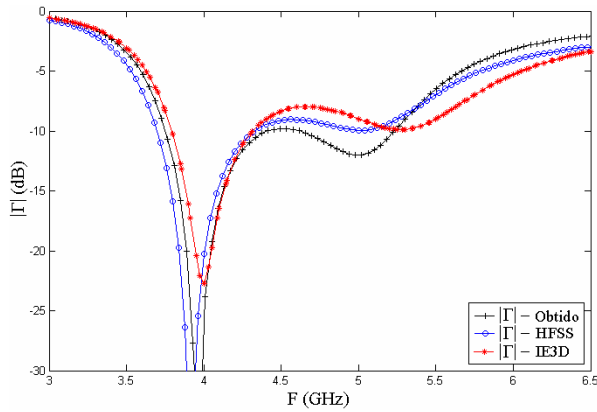


Fig. 8.5: Coeficiente de reflexão da Antena 1.

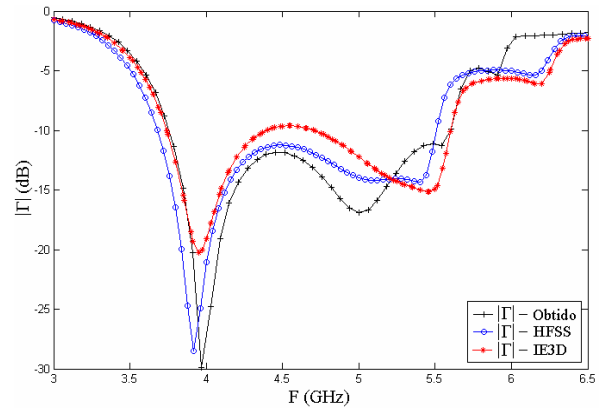


Fig. 8.6: Coeficiente de reflexão da Antena 2.

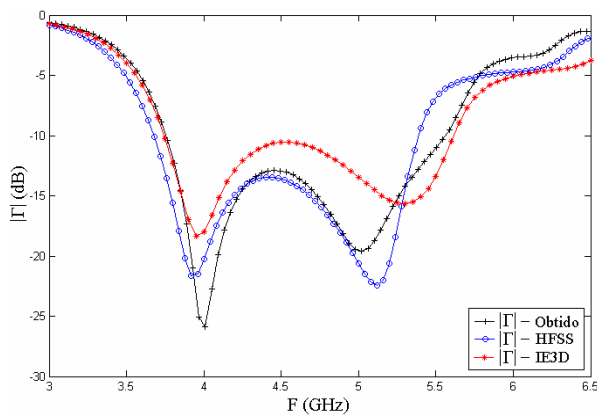


Fig. 8.7: Coeficiente de reflexão da Antena 3.

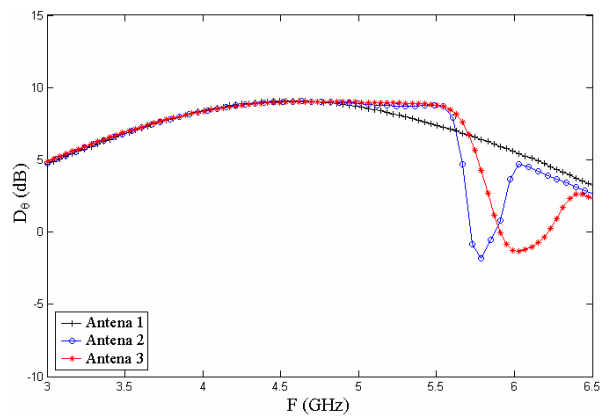


Fig. 8.8: Diretividade das antenas 1, 2 e 3.

$\phi=0^\circ$  (plano  $xz$ ) e  $\phi=90^\circ$  (plano  $yz$ ), sendo que  $\theta$  e  $\phi$  são as coordenadas esféricas usuais. Estes diagramas foram calculados nas frequências 4,2 GHz, 5 GHz e 5 GHz para as antenas 1, 2 e 3, respectivamente.

Destes resultados, observa-se que as antenas com espiras possuem diagramas parecidos com aqueles do caso sem espiras. Em ambos os casos, os diagramas possuem apenas polarização linear no plano  $\phi=0^\circ$ , um nível de polarização cruzada baixo no plano  $\phi=90^\circ$ , com um valor máximo de aproximadamente  $-10$  dB, simetria no plano  $\phi=90^\circ$  e uma assimetria no plano  $\phi=0^\circ$ , a qual é causada pelo *L-Probe*. Uma diferença na forma do diagrama entre estas três antenas no plano  $\phi=0^\circ$  é observada. As antenas com espiras possuem lóbulos secundários mais aparentes do que a antena sem espiras. Isto se deve ao fato de que as antenas 1 e 2 se comportam aproximadamente como um arranjo de antenas, e sabe-se que,

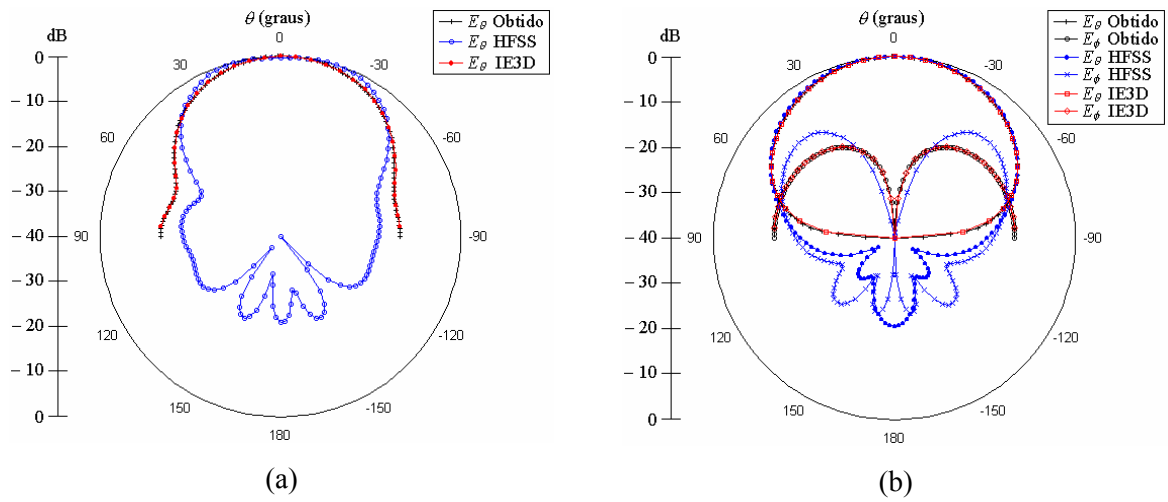


Fig. 8.9.: Diagrama de radiação de Antena 1. (a) Plano  $\phi=0^\circ$ . (b) Plano  $\phi=90^\circ$ .

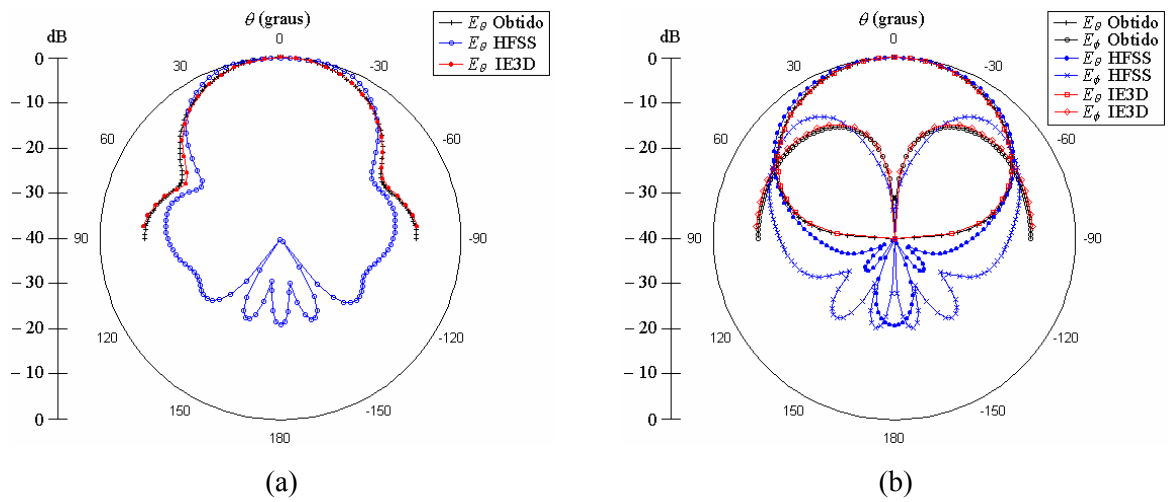


Fig. 8.10.: Diagrama de radiação de Antena 2. (a) Plano  $\phi=0^\circ$ . (b) Plano  $\phi=90^\circ$ .

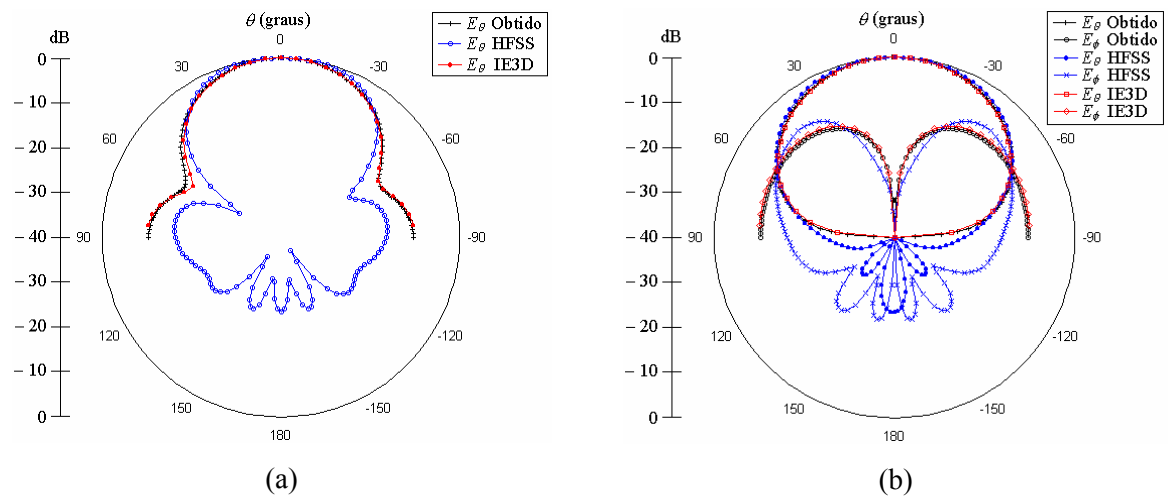


Fig. 8.11.: Diagrama de radiação de Antena 2. (a) Plano  $\phi=0^\circ$ . (b) Plano  $\phi=90^\circ$ .

dependendo das distâncias entre os elementos de um arranjo e da frequência de operação, arranjos de antenas tendem a possuir lóbulos secundários, sendo que, nesta situação, a antena apresentará menor largura de feixe [12]. É devido a isto que a Antena 3, a que possui maior altura entre em relação ao plano de terra, possuem lóbulos secundários mais aparentes que a Antena 2. Portanto, deve-se ter cuidado quando se deseja aumentar a altura das espiras para que a antena possua um melhor casamento de impedância.

Com relação a comparação entre os resultados numéricos obtidos pelo programa desenvolvido e os resultados calculados pelos programas HFSS e IE3D, observa-se das Fig. 8.9-8.11 que os resultados obtidos apresentam boa concordância com os calculados pelo IE3D. A maior diferença observada, foi com relação aos resultados calculados pelo HFSS. Isto ocorreu devido ao plano de terra finito ( $150 \times 150 \text{ mm}^2$ ) que foi utilizado neste programa.

## 8.6 - Conclusões

Este capítulo apresentou uma análise de uma antena de microfita retangular com dois elementos parasitas em forma de espiras retangulares. Foi utilizada uma alimentação tipo acoplamento eletromagnético via *L-Probe*. Os resultados mostraram que este tipo de antena possibilita um aumento na largura de banda de casamento de impedância, quando esta é comparada com a antena de microfita convencional sem espiras. Nos casos analisados aqui, este aumento foi de 16% para 39%, utilizando-se um nível de  $-10 \text{ dB}$  do coeficiente de reflexão. Observou-se também que houve uma melhora neste casamento de entrada quando a altura das espiras foi aumentada. E finalmente, foi constatado que esta antena possui polarização linear e que se deve ter cuidado ao aumentar a altura das espiras, pois isto pode causar aparecimento de lóbulos secundários no diagrama de radiação.

## 8.7 - Referências

- [1] R. Garg, P. Bhartia, I. Bahl, A. Ittipiboom, *Microstrip Antenna Design Handbook*, Ed. Boston/London: Artech House, 2001.
- [2] D. Guha, “Broadband design of microstrip antennas: recent trends and developments”, *FACTA Universitatis: Mechanics, Automatic Control and Robotics*, vol. 3, N15, pp. 1083-1088, 2003.
- [3] G. Kumar, K. P. Ray, *Broadband Microstrip Antennas*, Ed. Boston/London: Artech House, 2003.
- [4] K. M. Luk, C. L. Mak, Y. L. Chow, K. F. Lee, “Broadband microstrip patch antenna”, *Electronics Lett.*, vol. 34, N15, pp. 1442-1443, July 1998.
- [5] C. L. Mak, K. M. Luk, K. F. Lee, Y. L. Chow, “Experimental study of a microstrip patch antenna with an L-shaped probe”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 48, N5, pp. 777-783, May 2000.
- [6] Y. X. Guo, C. L. Mak, K. M. Luk, K. F. Lee, “Analysis and design of L-probe proximity fed-patch antennas”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 49, N2, pp. 145-149, February 2001.
- [7] Y. X. Guo, K. M. Luk, K. F. Lee, “L-probe fed thick-substrate patch antenna mounted on a finite ground plane”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 51, N8, pp. 1955-1963, August 2003.
- [8] A. A. Kishk, K. F. Lee, W. C. Mok, K. M. Luk, “A wide-band small size microstrip antenna proximately coupled to a hook shape probe”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. 52, N1, pp. 59-65, January 2004.
- [9] K. Q. da Costa, V. Dmitriev, “Combination of electric and magnetic dipoles with single-element feeding for broadband applications”, *Microw. and Opt. Techn. Lett.*, vol. 48, N1, pp. 8-12, January 2006.
- [10] K. Q. da Costa, V. Dmitriev, A. O. Silva, “A broadband combined (linear and loop) antenna above a ground plane”, *IEEE International Workshop on Antenna Technology*, White Plains: New York, March 2006, ISBN: 0-7803-9444-5.
- [11] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Ed. New York: Macmillan, 1968, pp. 62–81.
- [12] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd ed., Ed. New York: John Wiley, 2005.

## CAPÍTULO 9

### 9 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

#### 9.1 - Sumário

Este trabalho apresentou um estudo teórico sobre antenas de banda larga e de dimensões reduzidas. Algumas antenas novas foram propostas e outras foram modificadas ou otimizadas para se obter melhores características. O Método dos Momentos [1] foi utilizado para analisar as antenas, sendo que foram desenvolvidos vários programas baseados neste método para os cálculos e otimizações. A seguir descreve-se um sumário deste trabalho.

No Capítulo Um, foram apresentados a introdução, a proposta desta Tese, o método numérico de escolha e um resumo geral do conteúdo. O Capítulo Dois apresentou um resumo sobre os limites fundamentais de antenas, com relação à largura de banda e a redução das dimensões. Resultados das teorias de Chu [2], Collin [3] e Wheeler [4] foram apresentados. O Capítulo Três apresentou uma análise de um tipo especial de antena que possui dimensões reduzidas: o Monopolo de Koch Modificado. Neste capítulo foram obtidas antenas com dimensões até 68% menores que a do monopolo reto padrão. Já o Capítulo Quatro analisou o Monopolo Espiral Retangular. Foi mostrado que esta antena possui dimensões reduzidas (redução de até 80% também com relação ao monopolo reto), ou seja, esta é ressonante para baixas frequências, e que esta também possui banda larga para altas frequências. Este comportamento de banda larga é característico destes tipos de antenas espiras e de antenas independentes da frequência [5]. Observou-se que este efeito começou a partir de  $L/\lambda=0,5$ . Características semelhantes foram observadas para a antena analisada no Capítulo Cinco, o qual discutiu sobre as propriedades de banda larga em baixas e altas frequências.

Nos capítulos seis e sete, foram analisadas, respectivamente, combinações de dipolos elétricos e magnéticos no espaço livre e sobre um plano condutor perfeito. Nestas antenas, foram utilizadas simples alimentações no centro do dipolo reto (dipolo elétrico). Estes tipos de antenas apresentaram maiores bandas de frequências do que as antenas dipolo reto padrão [5] e combinações somente de dipolos elétricos [6]. As larguras de banda calculadas para as



antenas analisadas no Capítulo Seis estiveram em média entre 30% e 50%, sendo que para alguns casos esta banda possuiu valor acima de 80%. Já para as antenas do Capítulo Sete, a largura de banda esteve em média 20% e 40%, sendo que o valor máximo obtido foi 73%. O Capítulo Oito apresentou uma antena composta por uma antena de microfita retangular e duas espiras. Os resultados mostraram que esta antena possui maior largura de banda que aquela convencional sem espiras, e que esta antena composta possui polarização linear.

## 9.2 - Conclusões

As duas principais conclusões deste trabalho são

- a) Antenas ressonantes com dimensões pequenas podem ser obtidas aumentando-se o comprimento elétrico por meio da utilização de maiores comprimentos de condutores. Estes condutores devem ser aumentados de tal forma que o volume total ocupado pela antena não seja aumentado muito também, para isto os condutores adicionais devem ser colocados próximos entre si. Isto quer dizer que o volume ao redor da antena deve ser ocupado com mais eficiência pelos condutores.
- b) Combinações de dipolos elétricos (dipolos retos ou microfita) e dipolos magnéticos (espiras) podem ser utilizados para aumentar a largura de banda de antenas. Nos tipos de combinações apresentados neste trabalho, as espiras foram acopladas apenas eletromagneticamente com um dipolo ou com uma microfita. Estas espiras foram posicionadas de tal forma que os momentos de dipolo elétrico e magnético sejam ortogonais. Neste caso, obtém-se uma melhor interação entre os dois tipos de elementos, sendo que, nesta situação, o dipolo reto (ou a microfita) induz maiores intensidades de corrente nas espiras, e assim, não é necessário colocar fontes adicionais nas espiras ou conectá-las ao radiador principal.

### 9.3 - Referências

- [1] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Ed. New York: Macmillan, 1968, pp. 62–81.
- [2] L. J. Chu, “Physical limitations on omni-directional antennas”, *J. Appl. Phys.*, vol. 19, pp. 1163-1175, December 1948.
- [3] R. E. Collin, S. Rothschild, “Evaluation of antenna Q”, *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. AP-12, pp. 23-27, January 1964.
- [4] H. A. Wheeler, “Fundamental limitations of small antenna”, *Proc. IRE*, vol. 35, pp. 1479-1484, December 1947.
- [5] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2nd ed., Ed. New York: John Wiley, 1997, pp. 441–486.
- [6] T. Fukasawa, H. Ohmine, K. Miyashita, Y. Chatani, “Triple-bands broad bandwidth dipole antenna with multiple parasitic elements”, *IEICE Trans.*, vol. E84-B, N9, pp. 2476-2481, September 2001.

## APÊNDICE A

### A – MÉTODO DOS MOMENTOS PARA ANTENAS LINEARES

#### A.1 - Introdução

Este apêndice apresenta um resumo da teoria básica utilizada para a análise de antenas lineares no espaço livre e sobre um plano condutor perfeito utilizando o Método dos Momentos (MoM). A formulação utilizada aqui é baseada nas equações integrais dos potenciais eletromagnéticos [1]. Os tópicos abordados aqui são os seguintes, análise por MoM de condutores lineares excitados por fontes localizadas em um meio homogêneo, aproximações comuns utilizadas nas integrais envolvidas no método, tipos de funções base e tratamento de junções.

#### A.2 - Método dos Momentos em Condutores Lineares

A equação para a densidade de carga  $\sigma$  e corrente  $\bar{J}$  sobre um condutor de superfície  $S$  (Fig. A1(a)) na presença de um campo incidente  $\bar{E}^i$  é obtida como segue. O campo refletido  $\bar{E}^s$ , produzido por  $\sigma$  e  $\bar{J}$ , é dado em termos das integrais dos potenciais retardados, e a condição de contorno  $\hat{n} \times (\bar{E}^i + \bar{E}^s) = 0$  sobre  $S$  é aplicada. Em resumo temos

$$\bar{E}^s = -j\omega\bar{A} - \nabla\Phi, \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{A} = \mu \iint_S \bar{J} \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dS, \quad (\text{A.2})$$

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon} \iint_S \sigma \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dS, \quad (\text{A.3})$$

$$\sigma = \frac{-1}{j\omega} \nabla \cdot \bar{J}, \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{n} \times \bar{E}^s = -\hat{n} \times \bar{E}^i \quad \text{sobre } S. \quad (\text{A.5})$$

A Fig. A1(a) mostra um fio condutor arbitrário, para o qual as seguintes aproximações são feitas: a corrente flui somente na direção do eixo do condutor, a corrente e a densidade de cargas são aproximadas por filamentos de corrente  $\bar{I}$  e densidades lineares de cargas  $\sigma$  sobre o eixo do condutor, respectivamente, a condição de contorno (A.5) é aplicada somente na componente axial de  $\bar{E}$  na superfície do condutor, e a corrente nas extremidades dos condutores é nula.

Na Fig. A2(a) são mostrados dois segmentos arbitrários referentes aos pontos  $m$  e  $n$ , chamados de ponto de fonte e observação, respectivamente. Estes segmentos são representados pelos seguintes vetores:

$$\bar{\Delta l}_m = \Delta l_m \hat{a}_m, \quad (\text{A.6})$$

$$\bar{\Delta l}_n = \Delta l_n \hat{a}_n, \quad (\text{A.7})$$

onde  $\hat{a}_m$  e  $\hat{a}_n$  são os vetores unitários referentes aos segmentos  $m$  e  $n$  respectivamente, e  $\Delta l_m$  e  $\Delta l_n$  são os comprimentos dos segmentos  $m$  e  $n$ , também respectivamente. Sendo que  $\hat{a}_m$  está em  $S$  e  $\hat{a}_n$  está em  $C$ , isto porque o primeiro refere-se ao ponto de observação e o segundo a fonte (Fig. A2(b)). Multiplicando (A.1) por  $\hat{a}_m$  temos:

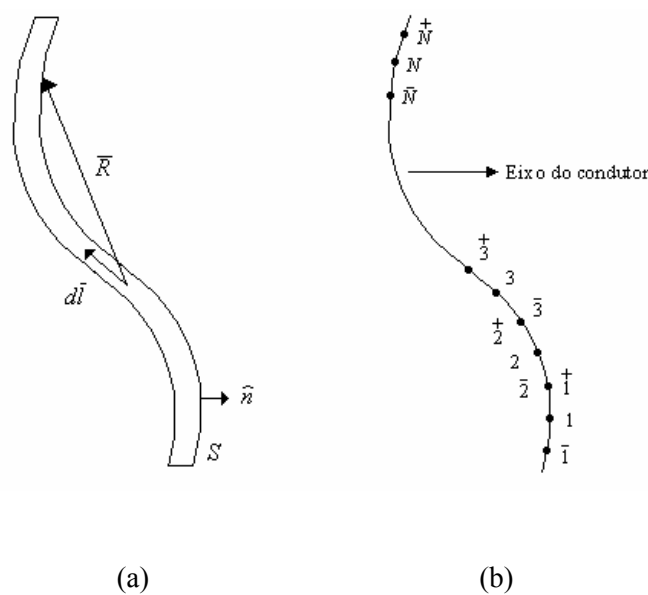


Fig. A1: (a) Seção de um fio condutor,  $R = |\bar{R}|$ . (b) Eixo do condutor dividido em  $N$  segmentos.

$$\bar{E}^s \cdot \hat{a}_m = -j\omega\bar{A} \cdot \hat{a}_m - \nabla\Phi \cdot \hat{a}_m,$$

$$E_l^s(m) = -j\omega A_l(m) - \frac{\partial\Phi}{\partial l}(m), \quad (\text{A.8})$$

sendo que  $\partial/\partial l$  é a derivada em relação ao eixo do condutor, e  $C$  é a curva que descreve o eixo do condutor, o qual possui comprimento total  $l$ .

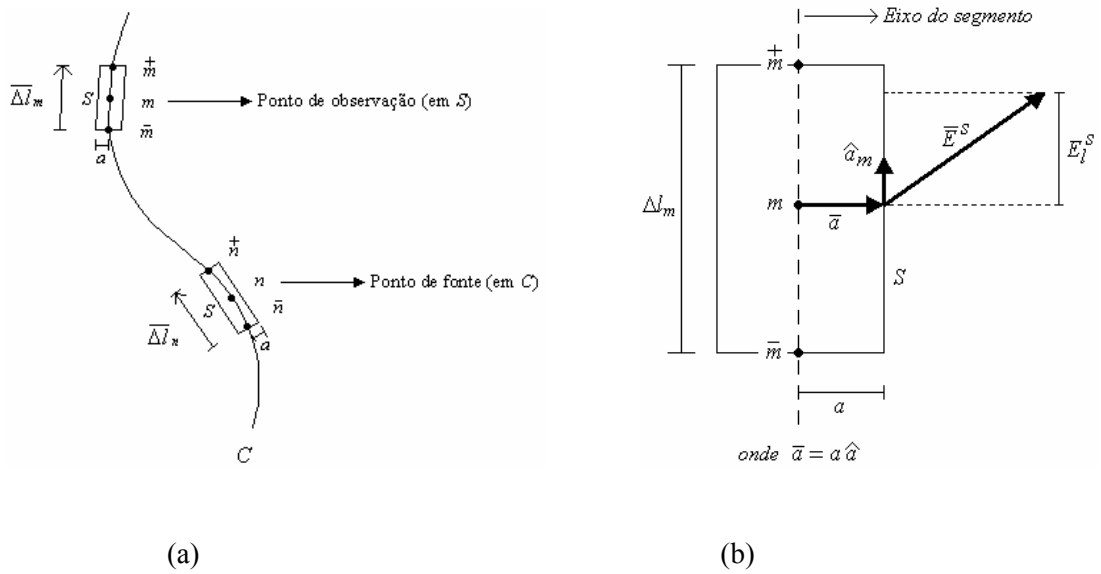


Fig. A2: (a) Segmentos arbitrários  $m$  (observação) e  $n$  (fonte) de  $C$ . (b) posição dos vetores em um segmento  $m$  ( $a$  é o raio do condutor).

As equações (A.1)-(A.4) para o condutor linear, representado pela curva  $C$ , de raio  $a$  são:

$$-E_l^i = -j\omega A_l - \frac{\partial\Phi}{\partial l}, \text{ sobre } S \quad (\text{A.9})$$

$$\bar{A} = \mu \int_C \bar{I}(l) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl, \quad (\text{A.10})$$

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon} \int_C \sigma(l) \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} dl, \quad (\text{A.11})$$

$$\sigma = \frac{-1}{j\omega} \frac{dI}{dl}. \quad (\text{A.12})$$

A solução do problema descrito pelas equações (A.9)-(A.12) pelo Método dos Momentos (MoM), consiste em resolver uma equação matricial derivada destas equações, esta equação é obtida como segue. A derivada em (A.9) pode ser aproximada por diferenças finitas, utilizando aproximação de derivada centrada nesta, temos a seguinte equação em um ponto genérico  $m$  do condutor (Fig. A2(a)):

$$-E_l^i(m) \approx -j\omega A_l(m) - \frac{\Phi\left(\overset{+}{m}\right) - \Phi\left(\overset{-}{m}\right)}{\Delta l_m}. \quad (\text{A.13})$$

A densidade de carga  $\sigma$  (C/m) e a corrente  $I$  (A) são consideradas constantes em cada intervalo do condutor, sendo que estas podem ser escritas da seguinte forma.

$$\bar{I} \approx \sum_{n=1}^N I(n) \hat{a}_n P(n), \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma \approx \sigma\left(\overset{+}{N}\right) + \sum_{n=1}^N \sigma\left(\overset{-}{n}\right) P\left(\overset{-}{n}\right) = \sigma\left(\overset{-}{1}\right) + \sum_{n=1}^N \sigma\left(\overset{+}{n}\right) P\left(\overset{+}{n}\right), \quad (\text{A.15})$$

onde  $P(n)$  são pulsos retangulares de valor unitário de largura  $\Delta l_n$  centralizados em  $n$ . A Fig.A3 mostra exemplos de formas de onda de corrente e densidade de carga quando se utiliza (A.14) e (A.15), respectivamente.

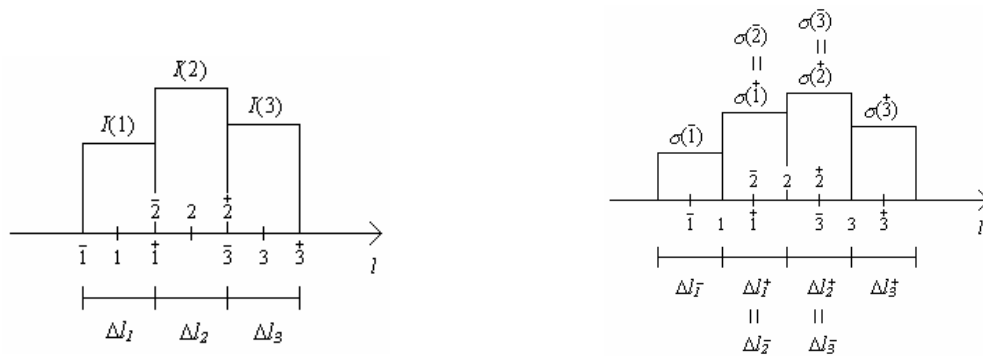


Fig. A3: Aproximações de  $I$  e  $\sigma$  por soma de pulsos retangulares.

Fazendo as devidas substituições e manipulações matemáticas, obtém-se a seguinte equação:

$$E_l^i(m)\Delta l_m = \sum_{n=1}^N Z_{mn}I(n), \quad m=1, 2, 3, \dots, N. \quad (\text{A.16})$$

onde

$$Z_{mn} = j\omega\mu\bar{\Delta}_n \cdot \bar{\Delta}_m \psi(n, m) + \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \psi\left(\begin{smallmatrix} + & + \\ n & m \end{smallmatrix}\right) - \psi\left(\begin{smallmatrix} - & + \\ n & m \end{smallmatrix}\right) - \psi\left(\begin{smallmatrix} + & - \\ n & m \end{smallmatrix}\right) + \psi\left(\begin{smallmatrix} - & - \\ n & m \end{smallmatrix}\right) \right], \quad (\text{A.17})$$

é conhecida como impedância do segmento  $n$  em  $m$ , e as funções  $\psi$  são

$$\psi(n, m) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkR_{nm}}}{4\pi R_{nm}} dl, \quad (\text{A.18})$$

$$\psi\left(\begin{smallmatrix} + & + \\ n & m \end{smallmatrix}\right) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkR_{nm}^{++}}}{4\pi R_{nm}^{++}} dl, \quad (\text{A.19})$$

$$\psi\left(\begin{smallmatrix} - & + \\ n & m \end{smallmatrix}\right) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkR_{nm}^{-+}}}{4\pi R_{nm}^{-+}} dl, \quad (\text{A.21})$$

$$\psi\left(\begin{smallmatrix} - & - \\ n & m \end{smallmatrix}\right) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkR_{nm}^{--}}}{4\pi R_{nm}^{--}} dl, \quad (\text{B.20})$$

$$\psi\left(\begin{smallmatrix} + & - \\ n & m \end{smallmatrix}\right) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \frac{e^{-jkR_{nm}^{+-}}}{4\pi R_{nm}^{+-}} dl. \quad (\text{B.22})$$

A Fig. A4 mostra todas as distâncias  $R$  envolvidas nas funções  $\psi$  acima para dois segmentos  $n$  e  $m$ .

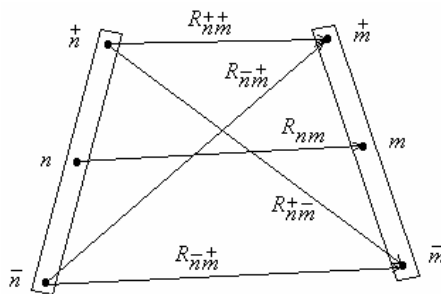


Fig. A4: Distâncias envolvidas no cálculo dos  $\psi$ s entre dois segmentos  $n$  e  $m$ .

O sistema de equações (A.16) pode ser posto em uma forma matricial como segue

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I(1) \\ I(2) \\ \dots \\ I(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_l^i(1)\Delta l_1 \\ E_l^i(2)\Delta l_2 \\ \dots \\ E_l^i(N)\Delta l_N \end{bmatrix}, \quad (\text{A.23})$$

$$\text{ou } [Z][I]=[V]. \quad (\text{A.24})$$

sendo

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.25}) \quad [I] = \begin{bmatrix} I(1) \\ I(2) \\ \dots \\ I(N) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.26}) \quad \text{e} \quad [V] = \begin{bmatrix} E_l^i(1)\Delta l_1 \\ E_l^i(2)\Delta l_2 \\ \dots \\ E_l^i(N)\Delta l_N \end{bmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

$[Z]$  é chamada de matriz impedância e seus elementos  $Z_{nm}$  são calculados por (A.17).

### A.3 - Cálculo dos $\psi$ s

Para o cálculo das integrais contidas nas funções  $\psi$  geralmente utiliza-se aproximações, visto que, dependendo das funções de base escolhidas, estas integrais não possuem soluções analíticas exatas. Estas aproximações resultam em expressões aproximadas para os  $\psi$ s. Para o caso quando se tem um condutor muito fino ( $a \ll \Delta l_n$ ) e  $\Delta l_n \ll \lambda$  ( $\lambda$  é o comprimento de onda), pode-se utilizar as seguintes expressões

$$\psi(n, n) \approx \frac{1}{2\pi\Delta l_n} \ln\left(\frac{\Delta l_n}{a}\right) - \frac{jk}{4\pi}, \quad \text{para } n = m, \quad (\text{A.28})$$

$$\psi(n, m) \approx \frac{e^{-jkR_{nm}}}{4\pi R_{nm}}, \quad \text{para } n \neq m. \quad (\text{A.29})$$

Existem duas expressões para o caso  $n = m$  que podem ser utilizadas quando o raio do condutor  $a$  for maior, estas expressões são



$$\psi(n,n) \approx \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\cos ka}{\Delta l_n} \ln \left[ \frac{\frac{\Delta l_n}{2} + \sqrt{a^2 + \left(\frac{\Delta l_n}{2}\right)^2}}{-\frac{\Delta l_n}{2} + \sqrt{a^2 + \left(\frac{\Delta l_n}{2}\right)^2}} \right] - j \frac{\text{sen } ka}{a} \right\}, (\Delta l_n \ll \lambda), \quad (\text{A.30})$$

$$\psi(n,n) \approx \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\Delta l_n} \ln \left[ \frac{\frac{\Delta l_n}{2} + \sqrt{a^2 + \left(\frac{\Delta l_n}{2}\right)^2}}{-\frac{\Delta l_n}{2} + \sqrt{a^2 + \left(\frac{\Delta l_n}{2}\right)^2}} \right] - jk \right\}, (a, \Delta l_n \ll \lambda), \quad (\text{A.31})$$

$\Delta l_n \ll \lambda$  pode ser substituído por  $\Delta l_n < 0.05\lambda$ . Com estas expressões aproximadas para  $\psi$ , é possível calcular todos os elementos da matriz  $[Z]$ , para uma dada frequência de operação, e finalmente invertê-la para obter-se a solução do sistema, ou seja,  $[I]=[Z]^{-1}[V]$  ou  $[I]=[Y][V]$ , onde  $[Y]=[Z]^{-1}$  é chamada de matriz admitância. O desenvolvimento utilizado até aqui considerou o condutor sendo perfeito ( $\hat{n} \times (\bar{E}^i + \bar{E}^s) = 0$ ), mas se é desejado considerar uma condutividade finita para os condutores, deve-se acrescentar uma condutância superficial  $Z_s$  na condição de contorno (A.5), fazendo isto tem-se

$$\hat{n} \times (\bar{E}^i + \bar{E}^s) = Z_s I. \quad (\text{A.32})$$

Esta impedância superficial tem unidades de V/m, e é calculado por

$$Z_s = \frac{1}{2\pi a \delta \sigma_c \omega} + j \frac{1}{2\pi a \delta \sigma_c \omega}, (\delta \ll a), \quad (\text{A.33})$$

onde  $\delta$  é a profundidade pelicular do condutor dada por  $\delta = (\pi f \mu \sigma_c)^{-1/2}$ ,  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  a frequência em Hz e  $\sigma_c$  a condutividade do condutor. Para o cobre tem-se  $\delta_{\text{cu}} = 0,0661/f^{1/2}$ .

#### A.4 - Tipos de Funções de Base

No desenvolvimento descrito acima, as funções de base, ou de expansão, utilizadas para aproximar a corrente nos condutores foram pulsos retangulares dadas em (A.14). Existem diversos tipos de funções base na literatura, sendo que as duas mais comuns, e que

apresentam resultados mais precisos quando comparados com aqueles obtidos utilizando funções pulso, são as funções de base triangular e senoidal. No caso das funções de base triangular, estas podem ser aproximadas, por exemplo, por três pulsos retangulares, conforme mostrado na Fig. A5(a), de tal forma que a área destes três pulsos é igual à área do triângulo sobreposto. Se os segmentos de discretização do condutor forem homogêneos, isto é, de comprimentos iguais, a expressão de um determinado  $\psi$  fica modificada para  $\psi_n = \psi_1/2 + \psi_2 + \psi_3/2$ , onde os índices 1, 2 e 3 referem-se aos três pulsos da Fig. A5(a).

Um exemplo de expansão da corrente em funções de base senoidais é mostrado na Fig. A5(b). A expressão analítica de uma função de base senoidal genérica  $F_n$  é

$$F_n = \frac{P_{k1}(l) \sinh \gamma_E (l - l_{n1})}{\sinh \gamma_E \Delta l_{n1}} + \frac{P_{k2}(l) \sinh \gamma_E (l_{n3} - l)}{\sinh \gamma_E \Delta l_{n2}} \quad (\text{A.34})$$

$$P_{n1}(l) = \begin{cases} 1, l_{n1} \leq l \leq l_{n2} \\ 0, \text{ fora} \end{cases}, \quad P_{n2}(l) = \begin{cases} 1, l_{n2} \leq l \leq l_{n3} \\ 0, \text{ fora} \end{cases}$$

$$\gamma_E^2 = -\omega^2 \mu_E \epsilon_E = -\omega^2 \mu_E \left( \epsilon_E + \frac{\sigma_E}{j\omega} \right)$$

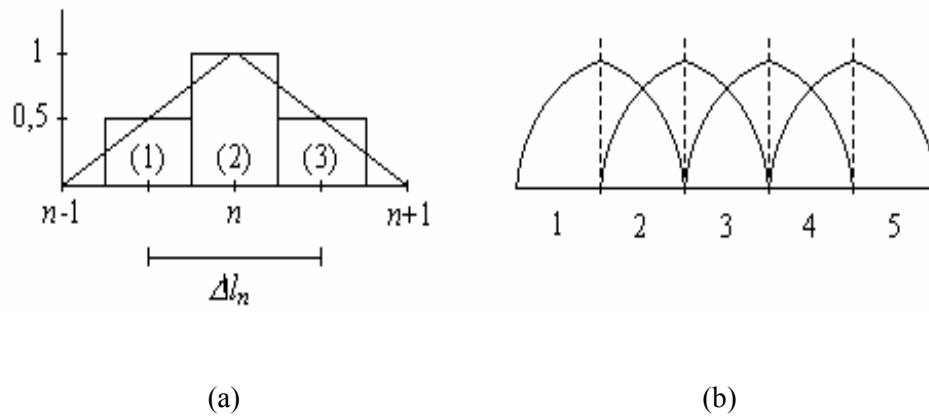


Fig. A5: Funções base. (a) triangular. (b) senoidal.

onde  $\epsilon_E$ ,  $\mu_E$  e  $\sigma_E$  são as propriedades elétricas do meio,  $l$  é um ponto qualquer no eixo do condutor,  $l_{n1}$ ,  $l_{n2}$  e  $l_{n3}$  são os pontos do início, o centro e fim de um pulso senoidal, respectivamente.

### A.5 - Tratamento de Junções

Para análise de sistemas que possuem grades de condutores pelo MoM, é necessário modelar as junções de forma que a lei de Kirchhoff das correntes seja satisfeita. Um método para modelar junções, usado por Chao, Strait e Richmond, consiste no seguinte, suponha que exista uma junção (ou um nó) de  $N$  condutores, um condutor  $i$  qualquer é sobreposto por um segmento do condutor  $i-1$ , o condutor  $i-1$  é sobreposto por um segmento do condutor  $i-2$ , e assim por diante até o último condutor, desta forma haverá um condutor que não sobrepõe nenhum outro, depois se resolve o problema como se os condutores estivessem separados. Este método automaticamente satisfaz a lei de Kirchhoff.

A Fig. A6 mostra um exemplo de aplicação deste método para três condutores. Nesta figura a corrente  $I_S$  sobrepõe os condutores 1 e 2, e a corrente  $I_T$  sobrepõe os condutores 2 e 3.

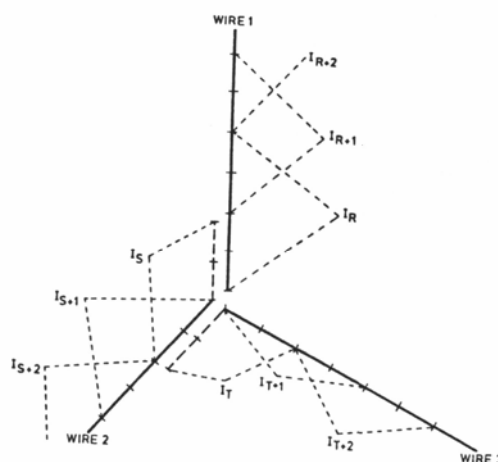


Fig. A6: Tratamento de junções de condutores por sobreposição, utilizado por Chao & Strait.

## A.8 - Referências

- [1] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, Ed. New York: Macmillan, 1968, pp. 62–81.
- [2] J. Moore, R. Pizer, *Moment Methods in Electromagnetics*, Ed. New York: Research Studies Press, 1984.
- [3] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, 2nd ed., Ed. New York: CRC Press, 2001.
- [4] R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*, Ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1981, pp. 277-344.
- [5] B. D. Popovic, M. B. Dragovic, A. R. Djordjevic, *Analysis and Synthesis of Wire Antennas*, Ed. New York: Research Studies Press, 1982.
- [6] R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, Ed. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [7] W. L. Stuzman, G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 2nd ed., Ed. New York: John Wiley & Sons inc., 1998, pp. 427-488.

## APÊNDICE B

### B – DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO (2.38)

#### B.1 - Introdução

Neste apêndice é apresentada a demonstração da equação (2.38). Primeiro serão apresentadas expressões dos campos eletromagnéticos radiados em termos de uma série de funções harmônicas esféricas vetoriais [1]. Depois serão calculadas as potências radiadas e as energias eletromagnéticas armazenadas em termos dos coeficientes de expansão. E por fim estes parâmetros serão substituídos na expressão (2.1) do fator de qualidade de radiação. O fator temporal utilizado aqui é  $e^{-j\omega t}$ , onde  $\omega$  é a frequência angular,  $j$  a unidade imaginária e  $t$  a variável temporal.

#### B.2 - Cálculo da Potência Radiada

As expressões dos campos eletromagnéticos em termos de uma série de funções harmônicas vetoriais são dadas por [1]

$$\bar{H} = \sum_{l,m} \left[ a_E(l,m) h_l^{(1)}(kr) \bar{X}_{lm} - \frac{i}{k} a_M(l,m) \nabla \times h_l^{(1)}(kr) \bar{X}_{lm} \right] \quad (\text{B.1})$$

$$\bar{E} = Z_0 \sum_{l,m} \left[ \frac{i}{k} a_E(l,m) \nabla \times h_l^{(1)}(kr) \bar{X}_{lm} + a_M(l,m) h_l^{(1)}(kr) \bar{X}_{lm} \right] \quad (\text{B.2})$$

onde as  $a_E$  e  $a_M$  são os coeficientes de expansão,  $h_l^{(1)}(kr) = j_l(kr) + j n_l(kr)$  são as funções esféricas de Hankel de primeira espécie,  $j_l$  e  $n_l$  as funções esféricas de Bessel de primeira e segunda espécie, respectivamente,  $k = \omega(\mu_0 \epsilon_0)^{1/2}$  e  $Z_0 = (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2}$ . Os índices  $l$  e  $m$  no somatório duplo possuem os seguintes valores  $l=1, 2, 3, \dots$  e  $-l < m < l$ . As funções harmônicas vetoriais são dadas por [1]

$$\bar{X}_{lm}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \bar{L} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (\text{B.3})$$

onde  $\bar{L} = \frac{1}{j}(\bar{r} \times \nabla)$ . As coordenadas esféricas são  $r$ ,  $\theta$  e  $\phi$ . Pode ser mostrado que a potência total radiada é [1]

$$P_{rad} = \frac{Z_0}{2k^2} \sum_{l,m} \left[ |a_E(l,m)|^2 + |a_M(l,m)|^2 \right]. \quad (\text{B.4})$$

### B.3 - Cálculo das Energias Reativas Armazenadas

As densidades de energia elétrica e magnética totais são, respectivamente

$$w_m^t = \mu_0 \frac{\bar{H} \cdot \bar{H}^*}{4}, \quad (\text{B.5})$$

$$w_e^t = \varepsilon_0 \frac{\bar{E} \cdot \bar{E}^*}{4}. \quad (\text{B.6})$$

As densidades de energia elétrica e magnética referentes aos campos reativos podem ser obtidas subtraindo-se da densidade de energia total aquela parcela referente aos campos de radiação [2]

$$w_m = w_m^t - w_m^{rad}, \quad (\text{B.7})$$

$$w_e = w_e^t - w_e^{rad}, \quad (\text{B.8})$$

onde as densidades referentes aos campos de radiação podem ser dadas por

$$\frac{dW_m^{rad}}{dr} = \frac{dW_e^{rad}}{dr} = \frac{\mu_0}{4k^2} \sum_{l,m} \left[ |a_E(l,m)|^2 + |a_M(l,m)|^2 \right]. \quad (\text{B.9})$$

As energias elétricas e magnéticas reativas armazenadas fora da esfera de raio  $a$  são calculadas respectivamente pelas seguintes integrais

$$W_m = \int_a^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} w_m r^2 \sin \theta d\phi d\theta dr, \quad (\text{B.10})$$

$$W_e = \int_a^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} w_e r^2 \sin \theta d\phi d\theta dr . \quad (\text{B.11})$$

Fazendo as devidas substituições, pode-se obter a seguinte expressão para a soma das energias elétricas e magnéticas armazenadas

$$W_m + W_e = \frac{\mu_0}{4k^3} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ (A_l + B_l) \left[ 2ka - (ka)^3 \left( |h_l^{(1)}|^2 - j_{l-1}j_{l+1} - n_{l-1}n_{l+1} \right) - (ka)^2 (j_l j_l' + n_l n_l') - ka |h_l^{(1)}|^2 \right] \right\}, \quad (\text{B.12})$$

onde  $A_l = \sum_{m=-l}^l |a_E(l, m)|^2$  (B.13) e  $B_l = \sum_{m=-l}^l |a_M(l, m)|^2$  (B.14). A diferença  $W_m - W_e$  pode ser obtida de [1]

$$W_e - W_m = \frac{1}{4\omega} \text{Im} \left\{ \oint_S (\bar{E} \times \bar{H}^*) \cdot d\bar{s} \right\}, \quad (\text{B.13})$$

fazendo as devidas substituições em (B.13) e resolvendo a integral resultante tem-se

$$W_e - W_m = \frac{\mu_0}{4k^3} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ (B_l - A_l) \left[ ka |h_l^{(1)}|^2 + (ka)^2 (j_l j_l' + n_l n_l') \right] \right\}. \quad (\text{B.14})$$

De (B.12) e (B.14), obtém-se as seguintes expressões para  $W_e$  e  $W_m$

$$W_e = \frac{\mu_0}{4k^3} \sum_{l=1}^{\infty} [A_l Q_l + B_l Q_l'], \quad (\text{B.15})$$

$$W_m = \frac{\mu_0}{4k^3} \sum_{l=1}^{\infty} [B_l Q_l + A_l Q_l']. \quad (\text{B.16})$$

onde

$$Q_l = ka - ka |h_l^{(1)}|^2 - (ka)^2 [j_l j_l' + n_l n_l'] - \frac{(ka)^3}{2} \left[ |h_l^{(1)}|^2 - j_{l-1}j_{l+1} - n_{l-1}n_{l+1} \right], \quad (\text{B.17})$$

$$Q'_l = ka - \frac{(ka)^3}{2} \left[ |h_l^{(1)}|^2 - j_{l-1}j_{l+1} - n_{n-1}n_{l+1} \right] \quad (\text{B.18})$$

#### B.4 - Cálculo do Fator de Radiação $Q$

Substituindo (B.4), (B.15) e (B.16) em (2.1), e trocando o índice  $l$  por  $n$ , obtém-se a seguinte expressão para o fator de radiação  $Q$  da equação (2.38)

$$Q = \begin{cases} \frac{\sum_{l=1}^{\infty} [A_n Q_n + B_n Q'_n]}{\sum_{l=1}^{\infty} [A_n + B_n]} & \text{se } W_e > W_m \\ \frac{\sum_{l=1}^{\infty} [A_n Q'_n + B_n Q_n]}{\sum_{l=1}^{\infty} [A_n + B_n]} & \text{se } W_m > W_e \end{cases} \quad (\text{B.19})$$



## B.5 - Referências

- [1] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed., Ed. New York: John Wiley, 1999.
- [2] R. E. Collin, S. Rothschild, "Evaluation of antenna Q", *IEEE Trans. Ant. Propag.*, vol. AP-12, pp. 23-27, January 1964.
- [3] G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists*, Ed. Orlando-Florida: Academic Press, 1985.
- [4] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, Ed. New York: McGraw-Hill, 1941.