

DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO PARA
A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE ME-
TAIS SUPERAQUECIDOS EM MOLDES
CILÍNDRICOS REFRIGERADOS

082/83

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO PARA A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE
METAIS SUPERAQUECIDOS EM MOLDES CILÍNDRICOS REFRIGERADOS

Antonio Luciano Seabra Moreira

Trabalho apresentado à Comissão de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Campinas, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Prof. Dr. Rezende Gomes dos Santos
Orientador

Prof. Dr. Amauri Garcia

Dr. Ettore Bresciani Filho

DEZEMBRO
1983

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. REZENDE GOMES DOS SANTOS pela orientação e sobretudo pela amizade demonstrada durante a realização deste trabalho.

Aos colegas ANTONIO LAERTE STRUZIATO, RITA H. B. JACON, LAÉRCIO A. FREGATTI, EMILCIO CARDOSO, WANDERLEY A. SETTO, TAKA O. PERRONI, LUIZA M. CAMPOS, LORAINÉ G. MONDINI, SÉRGIO G. DA CRUZ, ALICE K. OBATA e HELDER MOREIRA CAMPOS pela dedicação com que colaboraram na elaboração do mesmo.

Finalmente, o autor agradece à Universidade Federal do Pará que, através do programa do PICD, tornou possível a realização deste trabalho e, em especial, ao Prof. CELSO AUGUSTO COELHO pela amizade e incentivo.

DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO PARA A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS SUPERAQUECIDOS EM MOLDES CILÍNDRICOS REFRIGERADOS

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo teórico-experimental do processo de solidificação de metais, com temperatura inicial acima da temperatura de fusão, em moldes cilíndricos refrigerados. Inicialmente foi feita uma revisão bibliográfica dos principais métodos de análise da transferência de calor em sistemas metal/molde. Em seguida, utilizando um dispositivo simulador de solidificação radial em geometrias cilíndricas, foram obtidos resultados experimentais do tempo em função da espessura solidificada. Posteriormente foi desenvolvido um método para a análise da cinética de solidificação de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados e os resultados obtidos com o emprego do mesmo foram comparados com os valores experimentais. Possíveis aplicações do método proposto na solução de problemas práticos de fundição são apresentadas. Finalmente é apresentado um estudo comparativo da cinética de metais solidificados em moldes com geometrias plana, cilíndrica e esférica.

DEVELOPMENT OF A METHOD FOR THE ANALYSIS OF SOLIDIFICATION OF
SUPERHEATED METALS IN COOLED CYLINDRICAL MOULDS

ABSTRACT

This work presents a theoretical-experimental study on the solidification of metals, initially at a temperature above the melting point, in cooled cylindrical moulds. A literature survey was carried out regarding the heat transfer methods applied to solidification in metal/mould systems. Using a radial water cooled device simulating the solidification of cylindrical geometries, experimental values of the solidified thickness as function of time were obtained. A method was developed to analyse the solidification kinetics of superheated metals in cooled cylindrical moulds and the predictions furnished by this method were compared with the experimental data. Possible applications of the proposed method to the solution of practical problems in the foundry process are presented. Finally a comparative study of the solidification kinetics of solidified metals in plane, cylindrical and spherical geometries is presented.

Í N D I C E

	<u>Pág.</u>
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	1
1.2. OBJETIVOS DESTE TRABALHO	5
CAPÍTULO 2 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO EM SIS <u>TEMAS</u> METAL/MOLDE	6
2.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	6
2.2. MÉTODOS ANALÍTICOS EXATOS	10
2.2.1. Geometrias planas	10
2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS APROXIMADOS	23
2.3.1. Geometrias planas	23
2.3.2. Geometrias cilíndricas	27
2.3.3. Geometrias esféricas	35
2.4. MÉTODOS ANALÓGICOS	39
2.5. MÉTODOS NUMÉRICOS	41
2.5.1. Geometrias planas	41
2.5.2. Geometrias cilíndricas	42
2.5.3. Geometrias esféricas	43
2.6. MÉTODOS EMPÍRICOS	43
2.6.1. Geometrias planas	43
2.6.2. Geometrias cilíndricas	46
2.6.3. Geometrias esféricas	46

CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS	47
3.1. METAIS UTILIZADOS	47
3.2. DISPOSITIVO DE SOLIDIFICAÇÃO RADIAL REFRIGERADO A ÁGUA	47
3.3. TIPOS DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE	57
3.4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	57
3.5. CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRECISÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	59
3.6. ESTIMATIVA DA VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO A PARTIR DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	60
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	63
4.1. TEMPOS DE SOLIDIFICAÇÃO	63
4.2. VELOCIDADES DE SOLIDIFICAÇÃO	66
CAPÍTULO 5 - DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO PARA A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS SUPERAQUECIDOS EM MOLDES CILÍNDRICOS REFRIGERADOS	69
5.1. SOLUÇÃO DE MEDEIROS E GARCIA	69
5.1.1. Tempo de solidificação	71
5.1.2. Perfil térmico durante a solidificação	71
5.1.3. Determinação da constante de solidificação	73

	<u>Pág.</u>
5.1.4. Determinação da espessura virtual de metal previamente solidificada	74
5.1.5. Forma dimensional da solução	76
5.1.6. Forma adimensional da solução ...	77
5.2. FATOR DE CORREÇÃO DE SANTOS E PRATES ...	77
5.3. PROPOSIÇÃO DO MÉTODO PARA A ANÁLISE DA CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS SU- PERAQUECIDOS EM GEOMETRIAS CILÍNDRICAS .	78
5.3.1. Tempo de solidificação	78
5.3.2. Velocidade de solidificação	79
CAPÍTULO 6 - APLICAÇÃO DO MÉTODO, COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	82
6.1. ESTIMATIVA DA CONDUTÂNCIA TÉRMICA METAL/ MOLDE	82
6.2. VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DO MÉTODO PRO- POSTO PARA A ANÁLISE DA CINÉTICA DE SOLI- DIFICAÇÃO EM GEOMETRIAS CILÍNDRICAS	89
6.2.1. Tempo de solidificação	89
6.2.2. Velocidade de solidificação	93
6.3. APLICAÇÕES PRÁTICAS	98
CAPÍTULO 7 - ESTUDO COMPARATIVO DA CINÉTICA DE METAIS SOLI- DIFICADOS EM MOLDES COM DIFERENTES GEOMETRIAS	111
CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES	119

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	122
APÊNDICES	129
APÊNDICE 1 - SIMBOLOGIA UTILIZADA	129
APÊNDICE 2 - DEFINIÇÃO E PROPRIEDADES DA FUNÇÃO ER RO E DA FUNÇÃO ERRO COMPLEMENTAR	132
APÊNDICE 3 - TABELAS DOS TEMPOS EXPERIMENTAIS MÉ- DIOS DE SOLIDIFICAÇÃO	133

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Embora a conformação de metais utilizando a solidificação seja o mais antigo dos processos convencionais de fabricação, tendo sido desenvolvido de forma empírica há milhares de anos(1,2), somente nas últimas décadas surgiram as primeiras pesquisas sistemáticas sobre este fenômeno, incentivadas pela sua crescente utilização no desenvolvimento de novos processos tornando inadequado o estabelecimento dos mesmos a partir de métodos empíricos.

A solidificação em sistemas metal/molde é fundamentalmente um processo de extração de calor em regime transiente com mudança de fase, no qual o calor latente de fusão do metal é gradativamente liberado, na interface sólido/líquido, para o meio ambiente, possibilitando assim a evolução do processo e a nucleação e crescimento da fase sólida. A necessidade do estudo da transferência de calor durante a solidificação é justificada pela grande influência que a mesma exerce tanto na cinética do processo como na distribuição de temperaturas no sistema metal/molde sendo, portanto, um parâmetro importante na determinação da estrutura e propriedades do produto obtido (3,4,5,6,7) e, por conseguinte, na otimização dos processos convencionais de fundição bem como no projeto e controle dos sistemas mais recentes de lingotamento contínuo. O fluxograma da Fig. 1.1 apresenta, de forma esquemática, as principais operações envolvidas no processo de fabricação de um produto fundido, desde o minério no estado bruto até a obtenção final do mesmo, destacando de modo especial a etapa de solidificação do metal.

A análise matemática da solidificação de metais assume níveis de complexidade já que a transferência de calor ocorre em regime não estacionário e o avanço da frente de solidificação se dá com velocidade variável. Tais fatos fazem com que as equações diferenciais apresentem condições de contorno não lineares, tornando difícil a obtenção de soluções analíticas exatas e totalmente gerais (8), dificuldade que se acentua à medida que a geometria

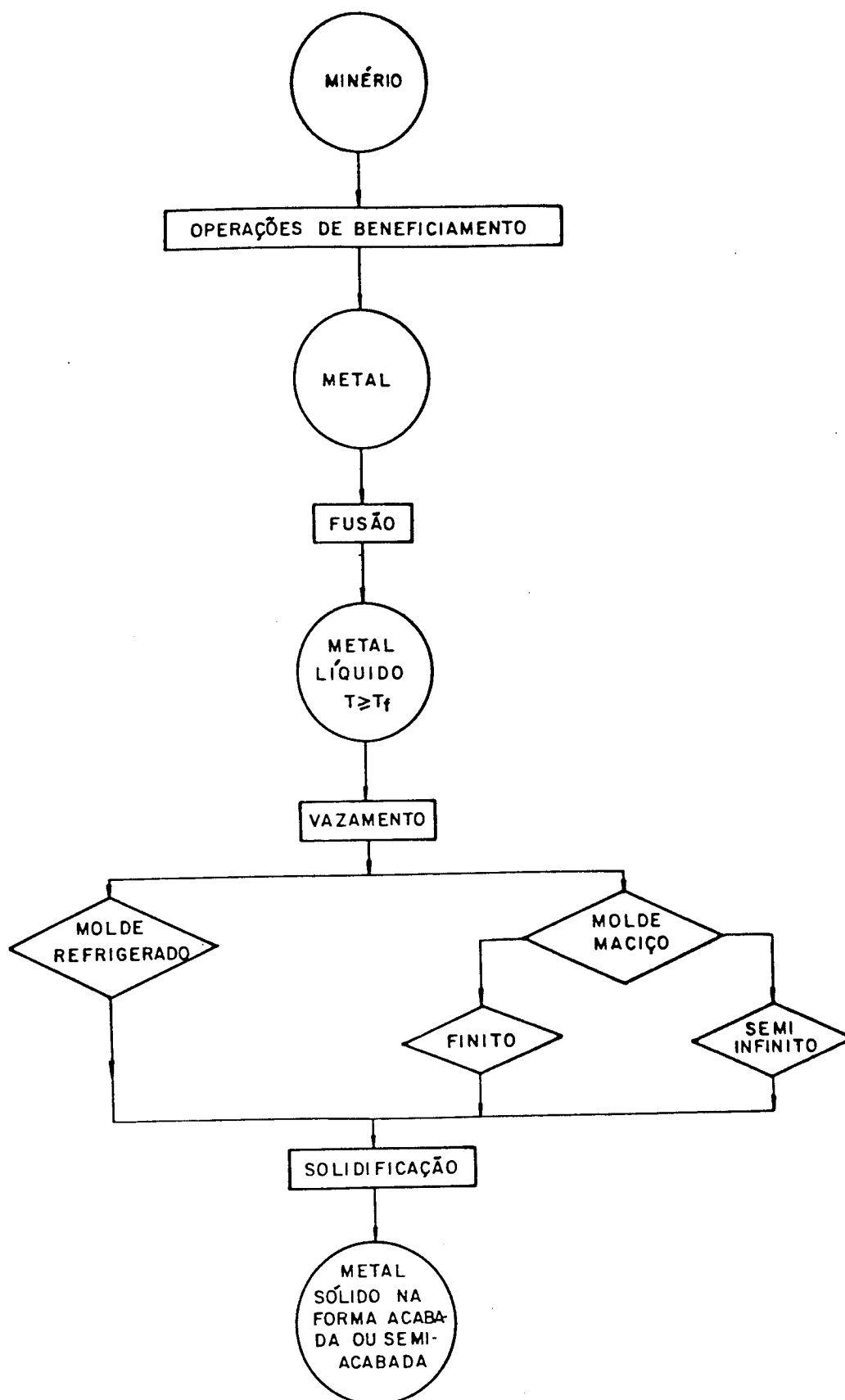


Fig. 1.1 - Principais operações envolvidas no processo de fabricação de um produto fundido.

tria do molde assume formas mais complexas. Apesar disso atualmente se dispõe na literatura de diversos métodos que tentam prever a cinética e a distribuição de temperaturas em sistemas metal/molde durante a solidificação assim como de inúmeras publicações que sintetizam os principais trabalhos e resultados obtidos (9,10,11,12,13,14,15,16). Para a geometria plana, a mais simples de todas, já foram desenvolvidas algumas soluções interessantes dispondo-se inclusive, em certos casos, de soluções analíticas exatas como é o caso do modelo de Garcia e Prates (17).

Recentemente, Santos e Prates desenvolveram um método analítico aproximado (18) capaz de fornecer previsões tanto da cinética quanto da distribuição de temperaturas durante a solidificação de metais em geometrias cilíndricas, analisando o fenômeno sem superaquecimento no metal líquido. No entanto, considerando os fatores citados a seguir, é interessante estender esse método de forma a permitir a análise da cinética de solidificação de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados:

- geometrias cilíndricas e moldes refrigerados são bastante utilizados na fundição de metais, podendo ser citado, como exemplo da aplicação conjunta de ambos, o lingotamento contínuo, no qual em uma primeira etapa o molde é refrigerado, com o lingote sofrendo portanto refrigeração indireta, e numa etapa seguinte, o lingote é refrigerado diretamente (Fig. 1.2).

- na prática os metais são sempre vazados com um certo grau de superaquecimento, geralmente não ultrapassando 10% da temperatura de fusão, a fim de possibilitar a sua acomodação ao molde antes que a solidificação inicie evitando assim defeitos como vazios por falta de alimentação, gotas frias, etc (13,16).

- em sistemas onde a solidificação ocorre de forma muito rápida, por exemplo em moldes refrigerados, a presença de superaquecimento influencia fortemente a cinética e a distribuição de temperaturas durante a evolução do processo, visto que o calor de superaquecimento é extraído por condução térmica através da camada solidificada.

Analogamente, considerando as mesmas condições de Santos e Prates, Milanez desenvolveu um método, também aproximado, para análise de geometrias esféricas (19).

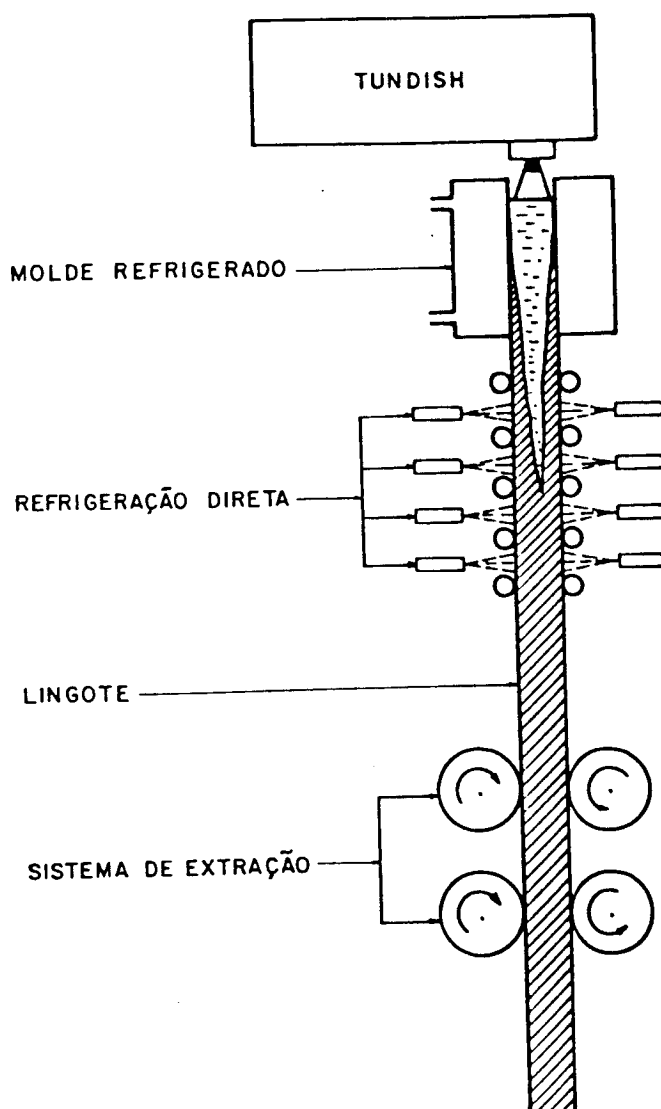


Fig. 1.2 - Representação esquemática dos principais componentes de um sistema de lingotamento contínuo.

1.2. OBJETIVOS DESTE TRABALHO

Considerando os fatores anteriormente citados e os recentes progressos na área, torna-se evidente a conveniência do desenvolvimento de um método capaz de prever a cinética do processo de solidificação de metais em moldes cilíndricos refrigerados submetidos a condições de superaquecimento bem como da realização de uma análise comparativa dos resultados da cinética de solidificação de metais em moldes com diferentes geometrias. Assim foram estabelecidos os seguintes objetivos para este trabalho:

- (1) Estender o método desenvolvido por Santos e Prates (18) para determinar a cinética durante o processo de solidificação radial de metais em presença de superaquecimento.
- (2) Comprovar experimentalmente o método proposto, em relação a cinética, durante o processo de solidificação de metais em moldes cilíndricos refrigerados.
- (3) Estimar valores da condutância térmica na interface metal/molde, para os casos estudados, através de um procedimento baseado em resultados experimentais relativos à cinética de solidificação (20).
- (4) Desenvolver exemplos de aplicação do método proposto, que permitam a obtenção de ábacos de utilização prática.
- (5) Realizar uma análise comparativa da cinética de metais solidificados em moldes com geometrias plana, cilíndrica e esférica, com dimensões equivalentes.

CAPÍTULO 2

TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO

EM SISTEMAS METAL/MOLDE

2.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

A solidificação pode ser definida como sendo um processo de transferência de calor em regime transiente que envolve uma mudança de fase através da liberação contínua de calor latente na frente de solidificação. A análise da transferência de calor durante a solidificação de um metal apresenta basicamente dois objetivos:

- determinação de avanço da interface sólido/líquido em função do tempo;
- determinação da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde em função do tempo e do espaço.

Na realização dessa análise, desde que obedecidas certas condições, verifica-se que todos os mecanismos de transferência de calor são possíveis de atuar durante o processo de solidificação em um sistema metal/molde. Conforme sejam modificadas tais condições, um ou mais desses mecanismos poderão deixar de ocorrer. A Tabela 2.1 apresenta os mecanismos envolvidos na extração de calor durante o processo de solidificação, indicando o respectivo componente do sistema metal/molde em que atuam assim como as condições necessárias para que ocorram e para que deixem de ser significativos durante a evolução do processo em questão.

A Fig. 2.1 apresenta de maneira esquemática o sistema metal/molde em um instante qualquer do processo de solidificação com a localização de um elemento de referência para a análise da transferência de calor nesse sistema. Os mecanismos de transferência de calor que podem ocorrer durante a solidificação são apresentados, também de maneira esquemática, no elemento de referência retirado do sistema metal/molde mostrado pela Fig. 2.2.

O deslocamento da interface sólido/líquido com velocidade

COMPONENTE DO SISTEMA METAL/MOLDE	MECANISMO(S) ENVOLVIDO(S)	CONDIÇÃO	MECANISMO(S) ENVOLVIDO(S) QUE DEIXA(M) DE SER SIGNIFICATIVO(S)	CONDIÇÃO
metal líquido	-condução -convecção	$T_v > T_f$	-condução -convecção	$T_v = T_f$
metal sólido	-condução	-	-	-
interface metal/molde	-transferência newtoniana (condução, convecção e radiação)	-contato térmico imperfeito entre metal e molde.	-transferência newtoniana (condução, convecção e radiação).	-contato térmico perfeito entre metal e molde. -molde de material refratário.
molde	-condução	-	-	-
superfície externa do molde/meio ambiente.	-condução -convecção -radiação	-molde com paredes de espessura finita.	-condução -convecção -radiação	-molde com paredes de espessura semi-infinita.

Tabela 2.1 - Alguns mecanismos envolvidos na extração de calor durante o processo de solidificação em um sistema metal/molde.

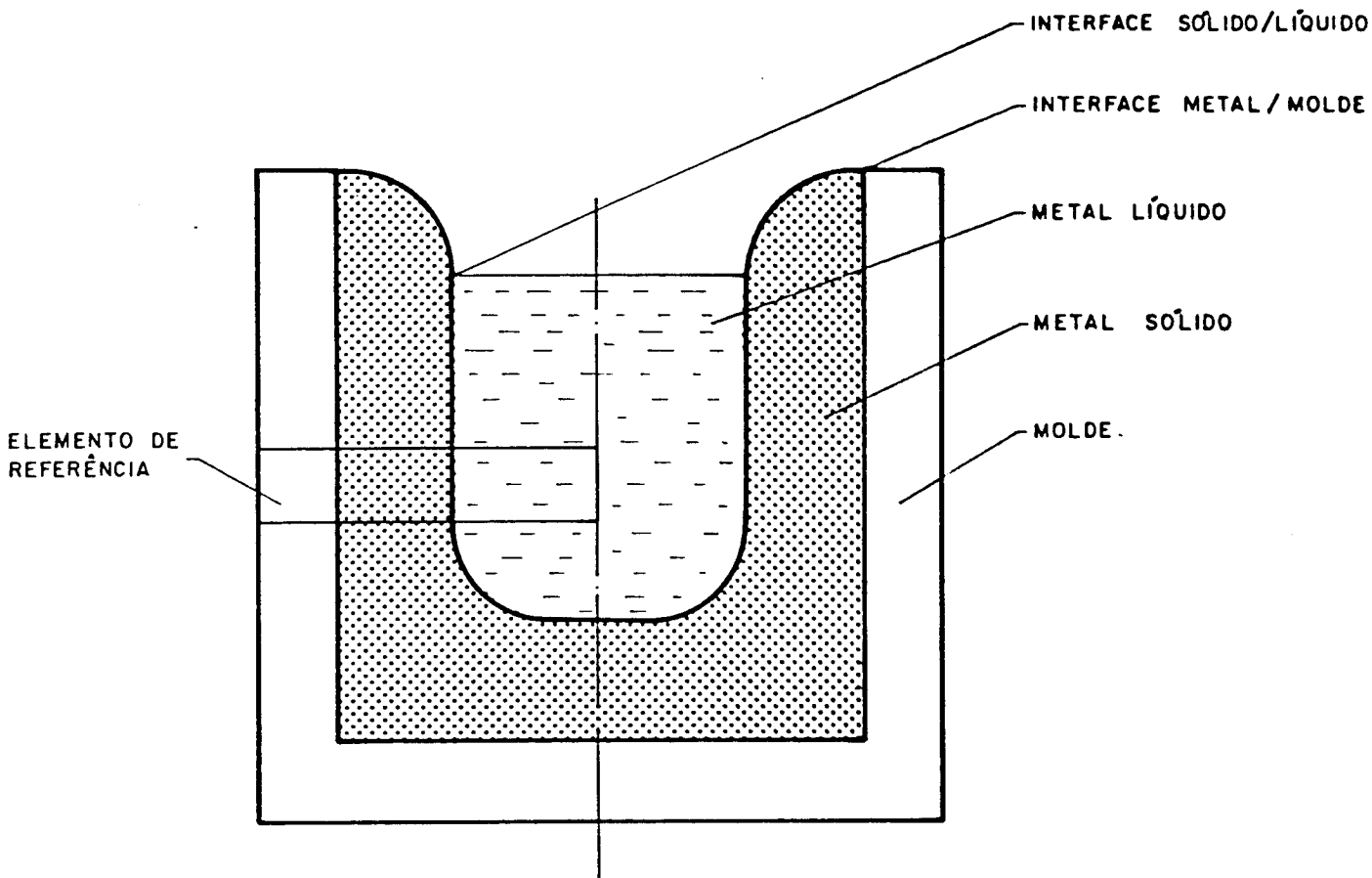
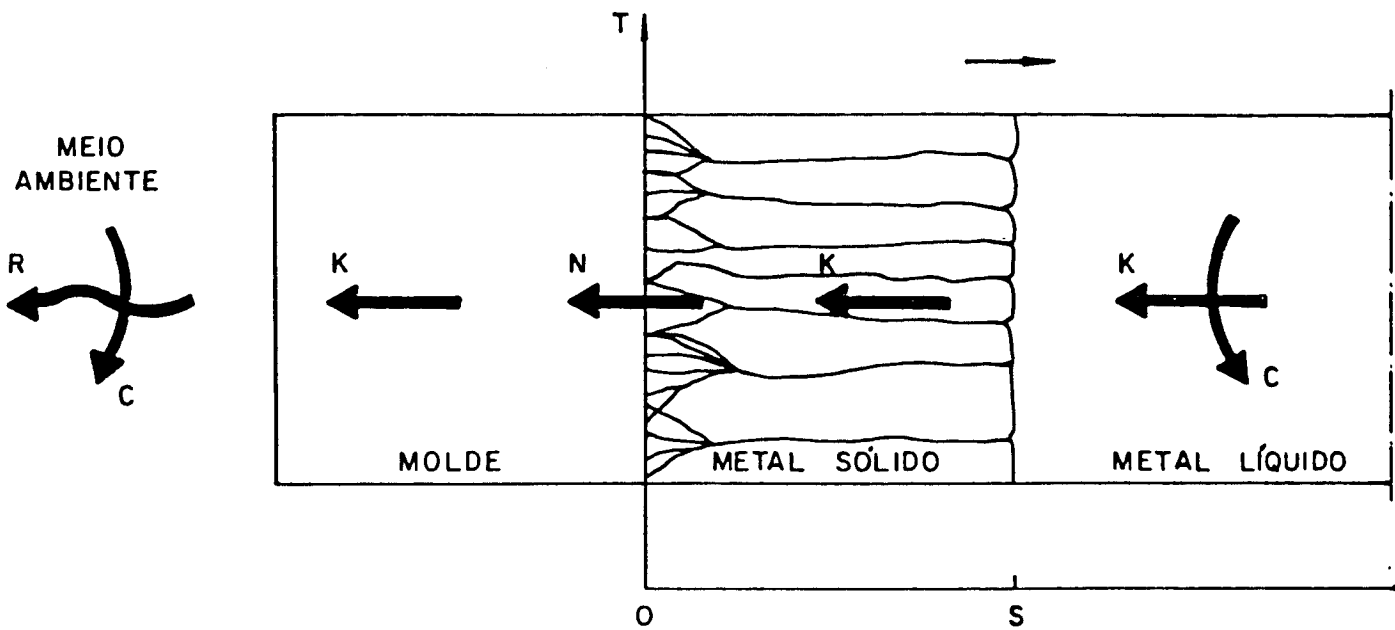


Fig. 2.1 - Sistema metal/molde em um instante qualquer do processo de solidificação.



K = CONDUÇÃO
 N = TRANSFERÊNCIA NEWTONIANA
 C = CONVECÇÃO
 R = RADIAÇÃO

Fig. 2.2 - Elemento de referência do sistema metal/molde com as possíveis formas de transferência de calor que podem ocorrer durante a solidificação.

de variável e a transferência de calor em regime não estacionário tornam o estudo da solidificação complexo. A análise física do fenômeno conduz a equações diferenciais não lineares cujas soluções são extremamente complexas, exigindo que sejam estabelecidas hipóteses simplificadoras, de caráter físico e/ou matemático, a partir das condições reais para que tais soluções possam se viabilizar. A Tabela 2.2 apresenta algumas das condições reais em que ocorre o processo de solidificação, tornando complexa a análise da transferência de calor durante o mesmo, assim como as respectivas simplificações de natureza física assumidas.

A partir de aproximações decorrentes das hipóteses simplificadoras assumidas, foram desenvolvidos alguns métodos que permitiram a obtenção de soluções para análise da transferência de calor na solidificação. Tais métodos podem ser classificados em (9, 21,22):

- Métodos analíticos exatos
- Métodos analíticos aproximados
- Métodos analógicos
- Métodos numéricos
- Métodos experimentais.

Em seguida será realizada uma revisão dos principais estudos desenvolvidos que visam a análise do problema da solidificação de peças com geometrias consideradas simples.

2.2. MÉTODOS ANALÍTICOS EXATOS

Os métodos analíticos exatos não admitem simplificações de caráter matemático. Assim sendo são adotadas aproximações de ordem física o que acarreta às soluções obtidas uma certa limitação quanto a sua utilização, visto que somente podem ser aplicadas a casos específicos que, em geral, se afastam das condições reais observadas na prática.

2.2.1. GEOMETRIAS PLANAS

Em geral são adotadas as seguintes hipóteses de natureza física no desenvolvimento dos métodos analíticos exatos:

CONDIÇÃO REAL	HIPÓTESE FÍSICA ASSUMIDA
Devido o vazamento ser realizado com superaquecimento, a temperatura do metal líquido variará durante o processo até que toda a massa líquida atinja a temperatura de fusão.	Metal vazado sem superaquecimento quando não ocorrerão transferências de calor no metal líquido devido a inexistência de gradientes térmicos.
Devido ao contato térmico imperfeito na interface metal/molde, as temperaturas do metal solidificado e do molde são diferentes e ambas variam com o tempo.	Contato térmico perfeito entre metal e molde permitindo que toda a transferência de calor entre metal e molde ocorra apenas por condução.
As variações de temperaturas do metal e do molde na interface metal/molde provocam uma flutuação no fluxo de calor nesta interface permitindo que a transferência de calor ocorra em regime transitente.	Solidificação em moldes refrigerados nos quais a temperatura pode ser considerada constante durante todo o processo.
Variação da temperatura externa do molde com o tempo fazendo com que a condução de calor no mesmo e a transferência de calor para o meio ambiente se dêem em regime não estacionário.	Solidificação em moldes com paredes de espessura semi-infinita, não havendo portanto, transferência de calor para o meio ambiente.
Como as propriedades físicas do metal e do molde dependem da temperatura, elas variam durante o processo.	Propriedades físicas do metal e do molde apresentam variação desprezível com a temperatura.

Tabela 2.2 - Condições reais em que o processo de solidificação ocorre e respectivas hipóteses simplificadoras assumidas.

- (a) O fluxo de calor é unidirecional.
- (b) Não existem fluxos de massa, ou seja, não há convecção térmica no metal líquido.
- (c) O contato térmico entre o metal e o molde é perfeito, isto é, não há resistência térmica ao fluxo de calor na interface metal/molde (coeficiente de transmissão de calor infinito).
- (d) A temperatura na interface metal/molde permanece constante durante o processo de solidificação.
- (e) O metal e o molde comportam-se como elementos semi-infinitos, ou seja, não há perdas de calor do molde para o meio ambiente durante a solidificação.
- (f) A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana.
- (g) As propriedades físicas do metal e do molde independem da temperatura, isto é, não variam durante o processo de solidificação.

Estas simplificações de caráter físico reduzem o fenômeno a um problema de condução em regime transiente com fluxo térmico unidirecional, o que permite que as equações matemáticas de fluxo de calor não estacionário sejam aplicadas. A simbologia adotada no desenvolvimento das equações é apresentada no Apêndice 1.

Para um elemento infinitesimal do sistema metal/molde, a equação geral da condução de calor no sólido é dada por (8, 9, 23):

$$\nabla k \nabla T = \frac{\rho \partial (cT)}{\partial t} \quad (2.1)$$

Considerando o meio isotrópico, o calor específico independente da temperatura e o fluxo de calor unidirecional, a equação (2.1) reduz-se a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.2)$$

onde,

$$a = \frac{k}{\rho c} \quad (2.3)$$

O fluxo de calor por unidade de área é dado pela equação de Fourier:

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.4)$$

onde,

$$q = \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} \quad (2.5)$$

De acordo com o sistema de referência apresentado pela Fig. 2.2, tem-se:

- $x = 0$ - interface metal/molde
- $x < 0$ - molde
- $x > 0$ - metal
- $x = S$ - interface sólido/líquido
- $0 < x < S$ - metal sólido
- $x > S$ - metal líquido

As hipóteses assumidas anteriormente permitem que sejam estabelecidas as seguintes condições de contorno:

para $t = 0$

$$x \leq 0 \rightarrow T_m = T_o \quad (2.6)$$

$$x > 0 \rightarrow T_l = T_v \quad (2.7)$$

para $t > 0$

$$x \rightarrow -\infty \rightarrow T_m = T_o \quad (2.8)$$

$$x \rightarrow +\infty \rightarrow T_\ell = T_v \quad (2.9)$$

$$x = 0 \rightarrow T_m = T_s = T_i = \text{constante} \quad (2.10)$$

$$x = S \rightarrow T_s = T_\ell = T_f = \text{constante} \quad (2.11)$$

A Fig. 2.3 apresenta os perfis de temperaturas no sistema metal/molde em função das condições de contorno estabelecidas.

A partir das equações (2.2) e (2.4) e das condições de contorno assumidas foram desenvolvidos vários métodos analíticos exatos, cujas soluções serão apresentadas a seguir, baseados no fato destas equações admitirem soluções do tipo (8,9,21,22,23):

$$T_{(x,t)} = A + B \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{at}} \right) \quad (2.12)$$

onde A e B são constantes de integração e "erf" é uma função matemática denominada "função erro", definida no Apêndice 2 deste trabalho. A equação (2.12) apresenta como solução:

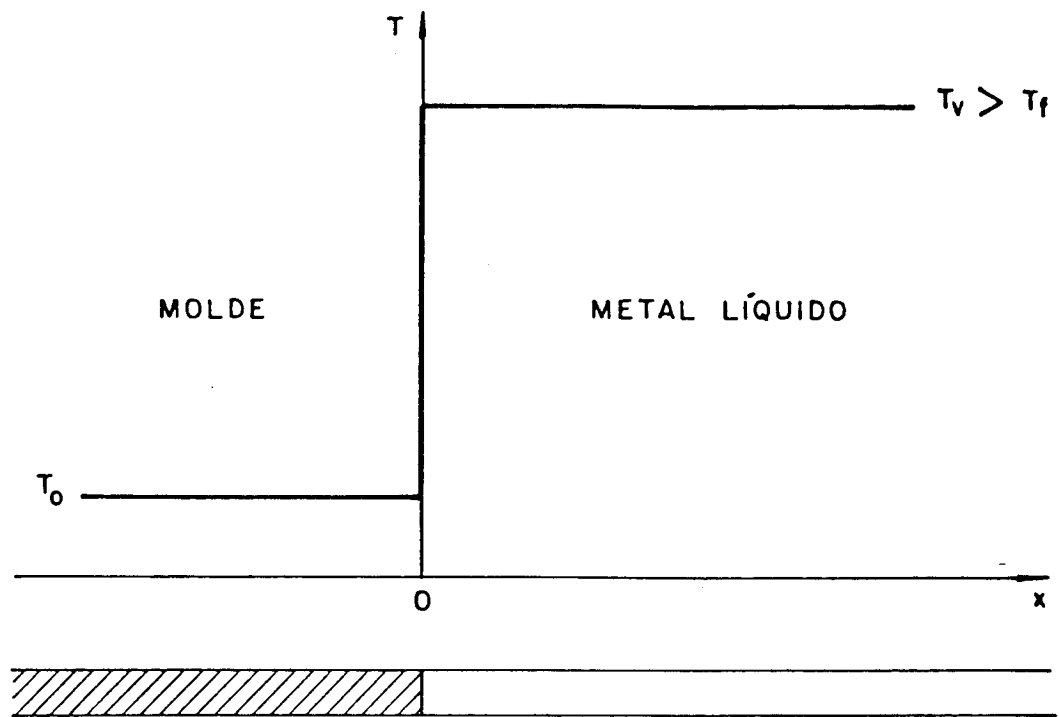
$$t = \frac{1}{4a} \left(\frac{S}{\phi} \right)^2 \quad (2.13)$$

onde ϕ é uma constante de solidificação característica para cada sistema metal/molde. Através da equação (2.13) pode-se então determinar:

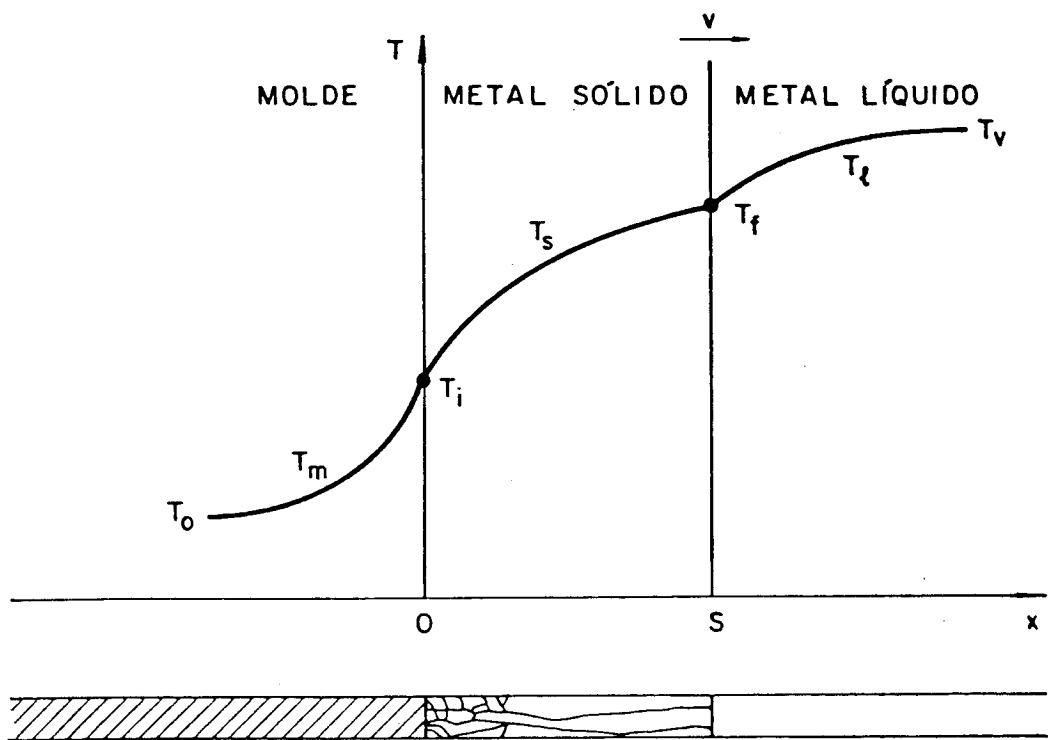
$$S = f(t) \quad (2.14)$$

e

$$T_{i,\ell,m,s} = f(t,x) \quad (2.15)$$



(a)



(b)

Fig. 2.3 - Distribuição de temperaturas no sistema metal/molde.

(a) $t = 0$

(b) $t > 0$

Atribui-se a Franz Neumann a primeira solução analítica exata para o estudo do fenômeno da solidificação em sistemas metal/molde com geometria plana (1860) (8,9,21,22). Neumann considerou o molde como um absorvedor ideal de calor, o que limita sua solução a moldes refrigerados. O autor demonstrou que uma equação baseada na função erro atende as condições de contorno do processo de solidificação e é solução da equação diferencial da condutância térmica.

Em 1930, baseando-se no método de Neumann, Lightfoot apresentou uma solução que considera a interface sólido/líquido como uma fonte de calor em movimento, com o metal e o molde possuindo as mesmas propriedades físicas (24).

Fundamentando-se igualmente no método de Neumann, Schwarz desenvolveu uma solução mais geral para o problema, ao admitir diferentes propriedades físicas para o metal e o molde (25). Apesar de ser aplicada somente a moldes semi-infinitos, a solução de Schwarz não é restrita a moldes refrigerados.

Uma outra solução para a análise do fenômeno da solidificação em geometrias planas foi proposta por Lyubov. Considerando o metal vazado sem superaquecimento, desenvolveu seu método para duas situações distintas:

- (a) temperatura constante na interface metal/molde;
- (b) temperatura variável na interface metal/molde.

A primeira é bem mais simples possibilitando inclusive solução gráfica à equação proposta. A outra expressa a temperatura em função do tempo e é muito mais complexa (26).

O método de Lyubov que considera a temperatura constante na interface metal/molde, apresenta duas soluções particulares devidas a Stefan e Chvorinov. A diferença fundamental entre os dois trabalhos desenvolvidos é quanto a difusividade térmica no molde. Enquanto Stefan considera o molde como um absorvedor perfeito de calor, fato que restringe sua solução a moldes refrigerados (27), Chvorinov assumiu que o mesmo apresenta características refratárias que lhe conferem uma baixa capacidade de extração de calor (28). A solução de Chvorinov é aplicável, com precisão razoável, a moldes de areia ou de outros materiais com características refratárias.

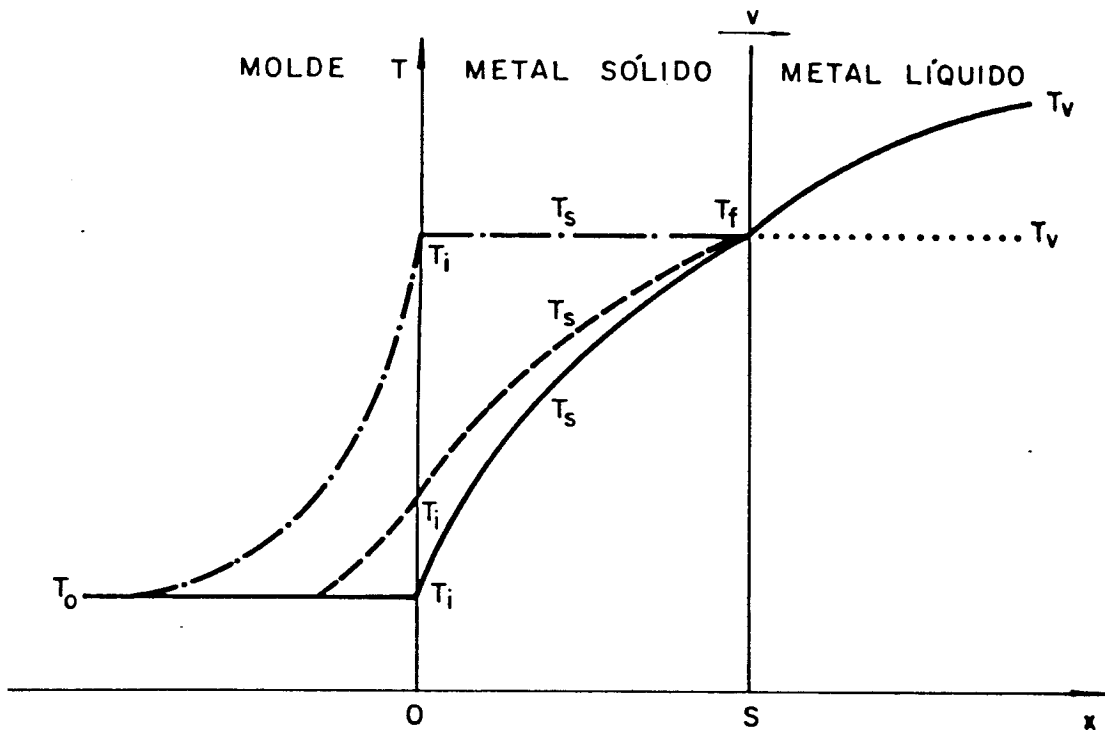
Os perfis de temperaturas obtidos através das soluções de Neumann, Lightfoot, Schwarz, Lyubov, Stefan e Chvorinov, encontram-se esquematizados na Fig. 2.4.

Um outro modelo matemático visando a determinação da cinética e da distribuição de temperaturas durante o processo de solidificação unidirecional de metais foi apresentado em 1978 por Garcia e Prates (17,29,30). O modelo demonstra certa vantagem quando comparado com as soluções abordadas anteriormente ao considerar a existência de uma resistência térmica finita constante na interface metal/molde. Foi estabelecido um plano imaginário localizado entre o metal e o molde, no qual não ocorrem variações de temperatura durante o processo, a fim de que fosse contornada, no tratamento matemático, a introdução da resistência de contato. Tendo ainda esse plano como referência, foi imposto sobre o sistema metal/molde real um sistema virtual, no qual os autores consideraram tal resistência, como sendo equivalente à resistência térmica gerada por uma determinada espessura de metal solidificada assim como por uma parcela virtual da espessura do molde (esta última referente apenas ao caso de moldes maciços). Sendo inicialmente desenvolvido para moldes refrigerados, posteriormente o modelo foi estendido às condições impostas por moldes maciços (17,31).

A solução de Garcia e Prates para moldes refrigerados leva em conta as aproximações de ordem física assumidas na maioria dos métodos analíticos exatos, ou seja:

- (a) O fluxo de calor é unidirecional.
- (b) O metal é vazado sem superaquecimento.
- (c) A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana.
- (d) As propriedades físicas do metal e do molde não variam com a temperatura.

Conforme mencionado anteriormente a solução admite, como hipótese adicional, que a resistência ao fluxo de calor entre o metal e o fluido de refrigeração equivale a uma parcela hipotética adicionada ao sistema metal/molde correspondente a uma camada virtual de metal previamente solidificada. Os sistemas real e virtual são apresentados na Fig. 2.5. As relações que possibilitam a transposição de um sistema para outro são as seguintes:



MÉTODO ANALÍTICO EXATO	PERFIL TÉRMICO		
	MOLDE	METAL SÓLIDO	METAL LÍQUIDO
Neumann e Lightfoot	—————	—————	—————
Schwarz	—————	-----	—————
Lyubov	—————	-----
Stefan	—————	—————
Chvorinov	—————	-----

Fig. 2.4 - Perfis de temperaturas durante a solidificação unidirecional de metais obtidos através de métodos analíticos exatos.

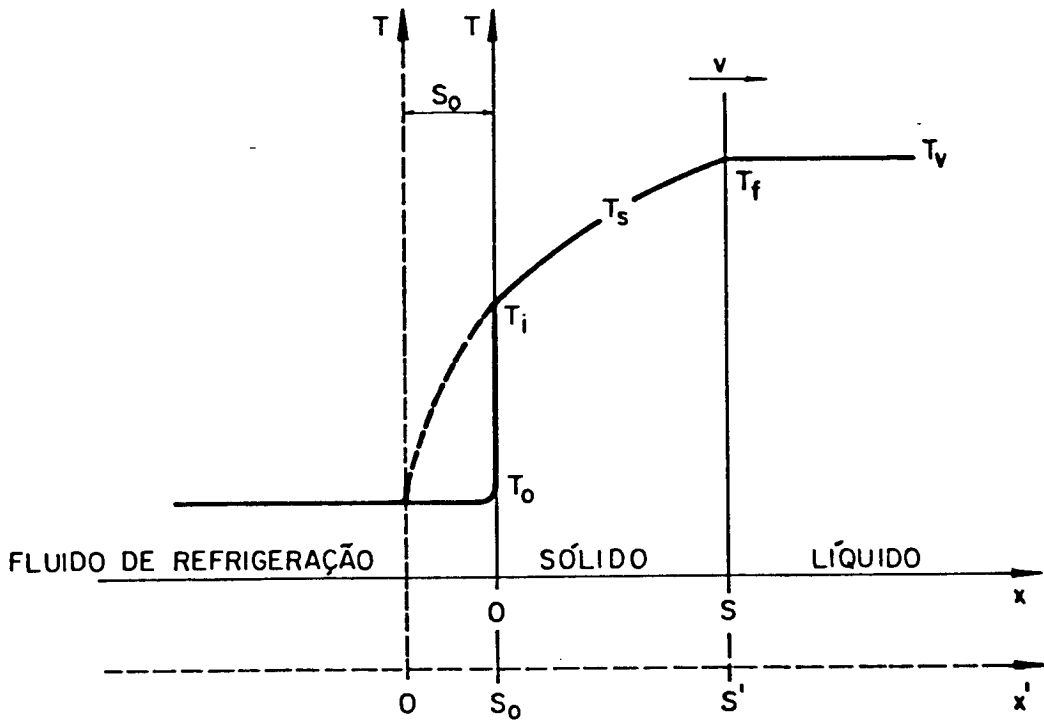


Fig. 2.5 - Distribuição de temperaturas no sistema metal/molde real (linhas cheias) e no sistema virtual correspondente (linhas tracejadas) segundo Garcia e Prates.

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = S_0 + x \\ S' = S_0 + S \\ t' = t_0 + t \end{array} \right. \quad (2.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S' = S_0 + S \end{array} \right. \quad (2.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t' = t_0 + t \end{array} \right. \quad (2.18)$$

As hipóteses assumidas permitem que se considere que o calor é transferido somente por condução. Pode-se então aplicar no sistema virtual a equação

$$\frac{\partial T}{\partial t'} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x'^2} \quad 0 \leq x' \leq S' \quad (2.19)$$

e estabelecer as seguintes condições de contorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = S' \rightarrow T = T_f = \text{constante} \end{array} \right. \quad (2.20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = 0 \rightarrow T = T_0 = \text{constante} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

A equação (2.19) tem como solução:

$$T = A + B \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_s t'}} \right) \quad (2.22)$$

Considerando-se a relação (2.20) e a equação (2.22) tem-se:

$$\frac{S'}{2\sqrt{a_s t'}} = \phi = \text{constante} \quad (2.23)$$

ou então:

$$t' = \frac{S'^2}{4a_s \phi^2} \quad (2.24)$$

Substituindo-se as equações (2.16), (2.17) e (2.18) em (2.24), ob-

têm-se a equação que descreve o tempo de solidificação em função da espessura solidificada no sistema real:

$$t = \frac{S^2}{4a_s \phi^2} + \frac{S_0 S}{2a_s \phi^2} \quad (2.25)$$

A introdução das condições de contorno (2.20) e (2.21) em (2.22), permite a determinação das constantes de integração A e B:

$$A = T_0 \quad (2.26)$$

$$B = \frac{T_f - T_0}{\operatorname{erf}(\phi)} \quad (2.27)$$

Sabe-se que:

$$\frac{x'}{2\sqrt{a_s t'}} = \phi \frac{x'}{S'} = \phi \frac{S_0 + x}{S_0 + S} \quad (2.28)$$

Substituindo-se (2.26), (2.27) e (2.28) em (2.22), obtêm-se a equação que representa o perfil térmico no metal sólido no sistema real:

$$T = T_0 + \frac{(T_f - T_0)}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf} \left(\phi \frac{S_0 + x}{S_0 + S} \right) \quad (2.29)$$

A velocidade de solidificação no sistema real pode ser calculada através da equação (2.25):

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{2a_s \phi^2}{S_0 + S} \quad (2.30)$$

Um balanço térmico na interface sólido/líquido possibilita a de-

terminação da seguinte equação para o cálculo da constante de solidificação ϕ :

$$\sqrt{\pi} \phi \operatorname{erf}(\phi) \exp\phi^2 = \frac{c_s (T_f - T_o)}{H} \quad (2.31)$$

A espessura previamente solidificada no sistema virtual (S_o), calculada através de um balanço do fluxo de calor na interface metal/molde, é dada pela seguinte equação:

$$S_o = \frac{2a_s \phi^2 H \rho_s}{h_i (T_f - T_o)} \quad (2.32)$$

Finalmente substituindo-se (2.32) em (2.25) e (2.29), obtêm-se as equações que permitem o cálculo dos tempos de solidificação e da distribuição de temperaturas no processo de solidificação unidirecional de metais em moldes refrigerados.

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (2.33)$$

onde,

$$\alpha = \frac{1}{4a_s \phi^2} \quad (2.34)$$

$$\beta = \frac{H \rho_s}{h_i (T_f - T_o)} \quad (2.35)$$

e

$$T = T_o + \frac{(T_f - T_o)}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf} \left(\phi \frac{\beta + 2\alpha x}{\beta + 2\alpha S} \right) \quad (2.36)$$

Derivando-se (2.35) em relação à espessura solidificada S determina-se então a equação que descreve a variação da velocidade de solidificação durante o processo:

$$v = \left[\frac{dt}{dS} \right]^{-1} = \left[\frac{\rho_s c_s}{2 k_s \phi^2} S + \frac{H \rho_s}{h_i (T_f - T_o)} \right]^{-1} \quad (2.37)$$

Posteriormente, em 1979, Medeiros e Garcia estenderam a aplicação deste modelo ao considerarem a existência de superaquecimento no metal líquido (32,33).

Apesar da importância do assunto e dos recentes estudos desenvolvidos ainda não foram obtidas soluções analíticas exatas, aplicáveis a casos práticos de solidificação, para geometrias cilíndricas e esféricas pois as mesmas apresentam, em relação às planas, maiores dificuldades matemáticas na análise da transferência de calor decorrentes da complexidade das equações diferenciais assim como das condições de contorno envolvidas no processo. Apenas Carslaw e Jaeger citam uma solução acadêmica, que envolve números complexos, porém aplicável somente ao caso em que se tem um absorvedouro contínuo de calor (8).

2.3. MÉTODOS ANALÍTICOS APROXIMADOS

Embora admitindo simplificações de ordem física e matemática, os métodos analíticos aproximados muitas vezes conduzem a soluções que se aproximam mais das condições reais observadas na prática. Os diferentes métodos baseiam-se na introdução de funções matemáticas auxiliares nas equações diferenciais com a finalidade de viabilizar analiticamente suas respectivas soluções.

2.3.1. GEOMETRIAS PLANAS

No desenvolvimento das soluções através dos métodos analíticos aproximados são consideradas as seguintes hipóteses de natureza física:

- (a) O fluxo de calor é unidireccional.
- (b) Não existem fluxos de massa no metal líquido.
- (c) O contato térmico entre o metal e o molde não é perfeito, ou seja, existe uma resistência térmica ao

fluxo de calor na interface metal/molde (coeficiente de transmissão de calor finito).

- (d) O molde apresenta difusividade de calor muito maior que o metal que solidifica, podendo ser considerado, como um absorvedor perfeito de calor.
- (e) O metal comporta-se como um elemento semi-infinito.
- (f) A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana.
- (g) As propriedades físicas do metal e do molde independem da temperatura.

A principal diferença entre as hipóteses assumidas no desenvolvimento de soluções através dos métodos analíticos exatos e aproximados é que estes últimos consideram a existência de uma resistência térmica na interface metal/molde. A simplificação física que admite o molde como um absorvedor ideal de calor restringe a aplicação dos métodos analíticos aproximados a moldes refrigerados.

No desenvolvimento das soluções analíticas aproximadas consideram-se balanços de fluxo de calor em uma espessura de metal solidificada em um instante qualquer do processo de solidificação. A Fig. 2.6 apresenta o esquema da distribuição de temperaturas e dos fluxos de calor nessa espessura de metal. As condições de contorno no início do processo são as mesmas consideradas no desenvolvimento dos métodos analíticos exatos. Fazendo-se os devidos balanços térmicos, tem-se:

Na interface metal/molde ($x=0$):

$$q_i = -k_s \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (2.38)$$

Na interface sólido/líquido ($x=S$):

$$q_{s\ell} = -k_s \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=S} + H\rho_s \frac{dS}{dt} \quad (2.39)$$

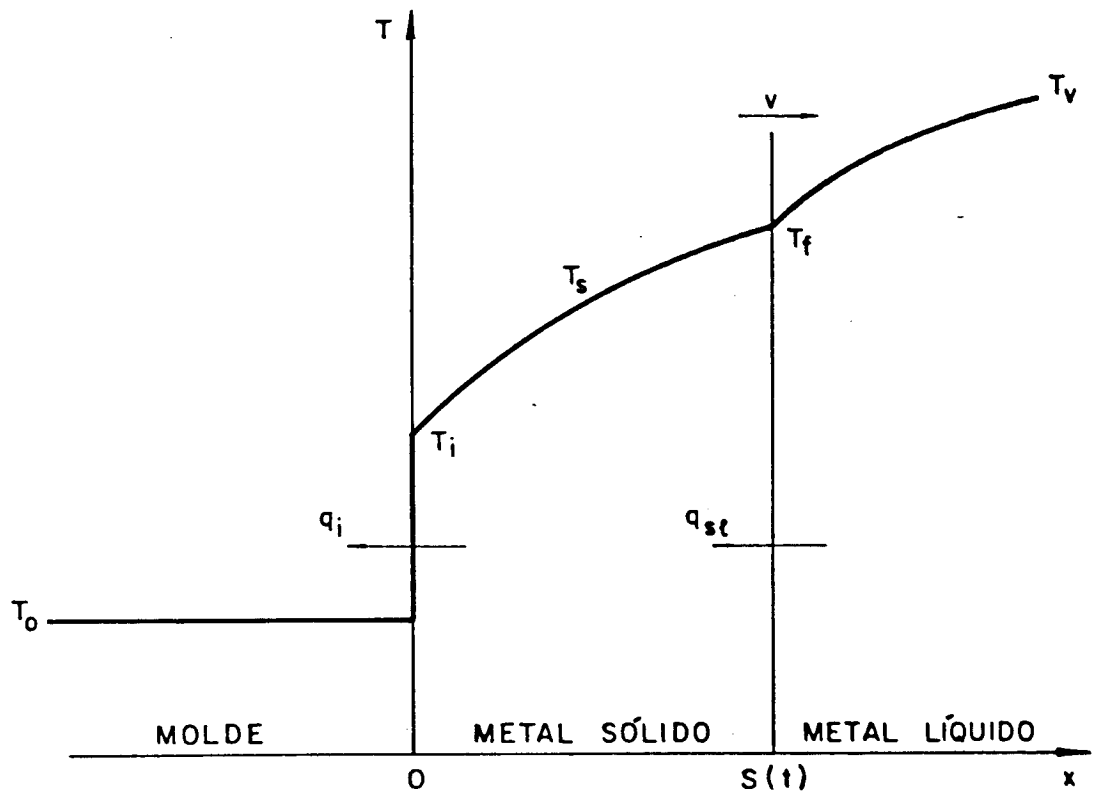


Fig. 2.6 - Distribuição de temperaturas e fluxos de calor em um elemento do sistema metal/molde.

Na espessura de metal solidificada ($0 \leq x \leq S$):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.40)$$

Integrando-se a equação (2.40), introduzindo-se (2.38) e (2.39) no resultado obtido e aplicando-se a regra de Leibnitz para diferenciação de integrais (34) resulta:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{\frac{d}{dt} \left(\int_0^S T_s dx \right) - \frac{q_i - q_{s\ell}}{\rho_s c_s}}{T_f + \frac{H}{c_s}} \quad (2.41)$$

que é a equação básica para o desenvolvimento das soluções analíticas aproximadas. A complexidade de sua resolução dependerá das funções que representarem os fluxos de calor nas interfaces metal/molde (q_i) e sólido/líquido ($q_{s\ell}$) assim como o perfil de temperaturas no metal sólido (T_s). Admitindo-se que o coeficiente de transmissão de calor permanece constante durante o processo de solidificação de um metal vazado com superaquecimento nulo, tem-se:

$$q_i = h_i (T_i - T_o) \quad (2.42)$$

e

$$q_{s\ell} = 0 \quad (2.43)$$

Quanto a função que descreve o perfil térmico no metal sólido, os diferentes autores adotam funções matemáticas auxiliares, geralmente funções polinomiais, que devem obedecer as seguintes condições de contorno:

$$\text{para } x = 0 \rightarrow T_s = T_i \quad (2.44)$$

$$\text{para } x = S \rightarrow T_s = T_f \quad (2.45)$$

Em 1943 London e Seban propuseram uma das primeiras soluções analíticas aproximadas para o fenômeno da solidificação em geometrias planas (35). Os autores adotaram uma função linear para representar a distribuição de temperaturas no material, que solidifica sem superaquecimento, assim como admitiram que o efeito do calor específico é desprezível em relação ao do calor latente.

Posteriormente foram apresentadas as soluções de Adams (1958), Megerlin (1966) e Hills (1969). As três soluções admitem funções polinomiais do segundo grau para descrever os perfis de temperaturas no metal solidificado e consideram, como aproximação de ordem física, que o metal é fazado sem superaquecimento (36, 37, 38).

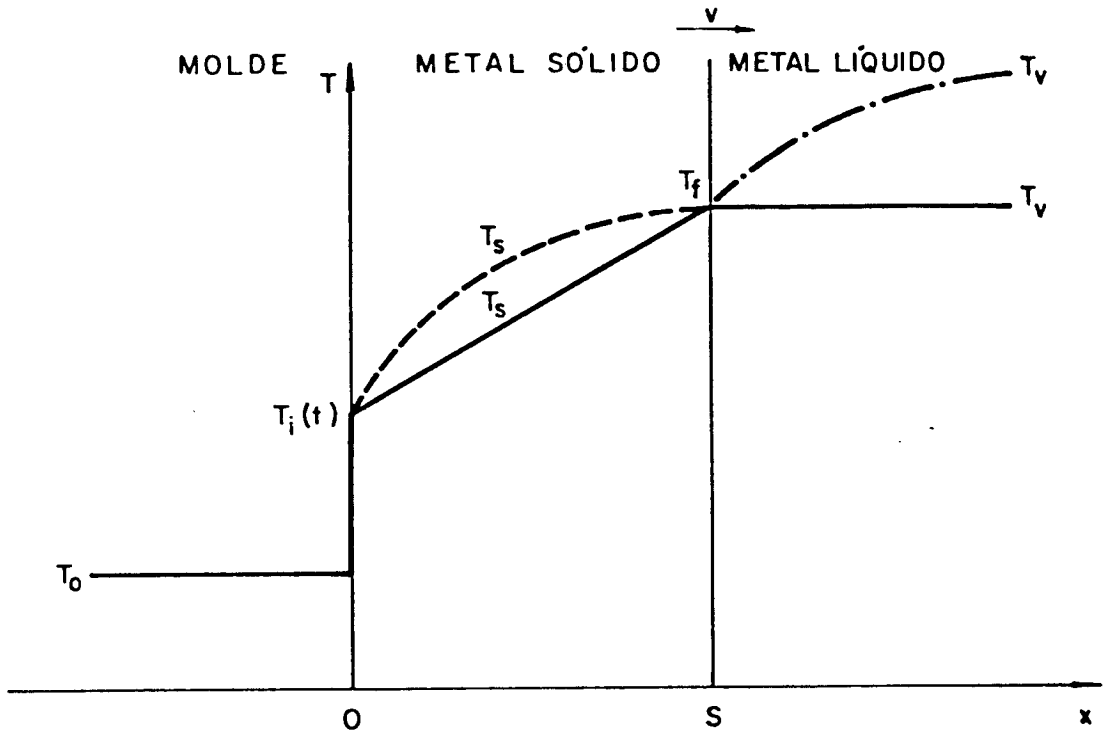
Uma outra solução analítica aproximada para a análise da solidificação em geometrias planas foi proposta por Hrycak em 1963 (39). O autor desenvolveu sua solução, a primeira dentre as aproximadas a considerar o superaquecimento no metal líquido, admitindo duas funções auxiliares, uma linear e outra quadrática, para representar respectivamente a distribuição de temperaturas no metal sólido e no metal líquido.

Os perfis de temperaturas obtidos através das soluções de London e Seban, Adams, Megerlin, Hills e Hrycak, encontram-se esquematizados na Fig. 2.7.

2.3.2. GEOMETRIAS CILÍNDRICAS

Em geral são assumidas as seguintes hipóteses de natureza física no desenvolvimento dos métodos analíticos aproximados:

- (a) O fluxo de calor é radial.
- (b) Não existem fluxos de massa no metal líquido.
- (c) O metal é vazado sem superaquecimento.
- (d) O molde é um absorvedor perfeito de calor (moldes refrigerados).
- (e) A interface sólido/líquido é macroscopicamente circular.
- (f) As propriedades físicas do metal e do molde independem da temperatura.



MÉTODO ANALÍTICO APROXIMADO	PERFIL TÉRMICO		
	MOLDE	METAL SÓLIDO	METAL LÍQUIDO
London e Seban	—————	—————	—————
Adams, Megerlin e Hills	—————	- - - - -	—————
Hrycak	—————	—————	- . - . - .

Fig. 2.7 - Perfis de temperaturas durante a solidificação unidirecional de metais obtidos através de métodos analíticos aproximados.

Estas simplificações físicas permitem que se admita que durante a solidificação a extração de calor do metal líquido ocorre por condução na camada solidificada e por transferência newtoniana entre o metal e o fluido de refrigeração. Considerando o meio isotrópico, o calor específico independente da temperatura e o fluxo de calor radial, a equação da condução de calor no sólido, de acordo com o sistema de referência apresentado na Fig. 2.8, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.46)$$

ou então,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.47)$$

Fazendo-se os devidos balanços térmicos, tem-se:

Na interface metal/molde ($r=r_0$):

$$q_{r_0} = -k_s \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0} = h(T_i - T_0) \quad (2.48)$$

Na interface sólido/líquido ($r=r_f$):

$$\left(-k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_{r=r_f} - \left(-k_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r=r_f} = H\rho_s \frac{dr_f}{dt} \quad (2.49)$$

como não há superaquecimento:

$$\left(-k_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r=r_f} = 0 \quad (2.50)$$

logo:

$$q_{r_f} = -k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_{r=r_f} = -H\rho_s \frac{dr_f}{dt} \quad (2.51)$$

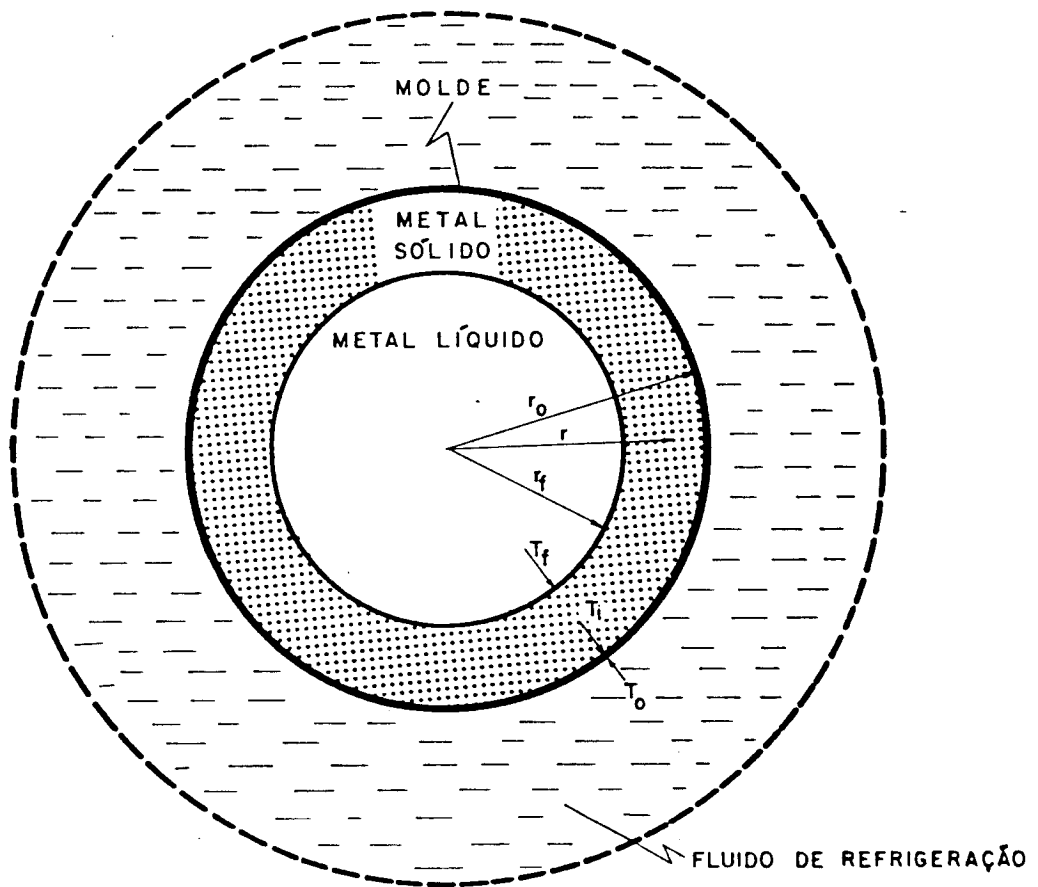


Fig. 2.8 - Sistema metal/molde cilíndrico em um instante qualquer do processo de solidificação.

Uma das primeiras soluções analíticas aproximadas visando a análise da solidificação em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica foi a proposta por London e Seban em 1943 (35). Os autores consideraram, como aproximação de ordem física, que o efeito do calor específico é desprezível e, como simplificação de caráter matemático, que a distribuição de temperaturas no material solidificado é representada por uma função linear. Embora simples, esta solução não apresenta boa precisão de resultados quando utilizada no estudo do processo de solidificação de metais, visto que o calor específico não pode ser desprezado.

Em 1958 Adams apresentou uma solução que admitia as mesmas hipóteses de natureza física e matemática assumidas no estudo das geometrias planas (36). Como aproximação física adicional Adams considerou que o contato térmico entre o metal e o molde é perfeito, isto é, não existe resistência térmica ao fluxo de calor na interface metal/molde. Sua equação exige integração numérica.

O método iterativo desenvolvido em 1971 por Shih e Tsay permite a estimativa dos tempos de solidificação em função da camada de metal solidificada e do perfil de temperaturas (40). Após comparações realizadas com resultados experimentais e com outros métodos existentes, Shih e Tsay concluíram que, apesar de possuir uma razoável precisão até uma determinada espessura solidificada, o mesmo apresenta um grande desvio no final do processo.

Um outro método analítico aproximado objetivando o estudo da solidificação em geometrias cilíndricas foi proposto por Riley, Smith e Poots em 1974 (41). Os autores admitiram, como simplificação física, que o contato térmico entre o metal e o molde é perfeito e dividiram seu método em duas partes para analisar respectivamente o fenômeno até uma certa espessura solidificada e os momentos finais do processo. Concluíram que o mesmo torna-se impreciso no final da solidificação.

Mais tarde, em 1977, Kern e Wells apresentaram um método que considera, como hipóteses de ordem física, que não existe resistência térmica ao fluxo de calor na interface metal/molde e que o efeito do calor específico é desprezível e, como aproximação matemática, um perfil linear de temperaturas no metal sólido (42). As várias simplificações de caráter físico e matemático assumidas proporcionaram um alto grau de imprecisão à solução final fazendo com que os autores determinassem, através de tentativa-e-erro, um fator empírico capaz de corrigir este desvio, procedimen

to que contraria os demais métodos analíticos aproximados visto que estes se baseiam na manipulação das equações de transferência de calor através de aproximações de ordem matemática.

Mais recentemente, em 1980, Santos e Prates desenvolveram um método de caráter mais geral e extensivo para a determinação da cinética e da distribuição de temperaturas durante a solidificação em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica (18, 43,44,45). O método consiste numa extensão do modelo analítico exato proposto por Garcia e Prates para geometrias planas (17,29,30) através da introdução de um fator de correção que leva em conta a curvatura do molde. Tendo por objetivos a análise das alterações ocorridas no processo de solidificação provocadas pelos efeitos da curvatura e a posterior determinação desse fator de correção, os autores realizaram um estudo comparativo entre os resultados experimentais obtidos e as previsões teóricas da solução de Garcia e Prates do qual puderam ser extraídas as seguintes conclusões:

(a) Nos estudos comparativos entre solidificação em geometrias planas e cilíndricas é conveniente plotar-se os valores dos tempos de solidificação em função da relação entre o volume de metal solidificado e a área de troca de calor na interface metal/molde (V_s/A_i), visto que este parâmetro considera a redução da área de troca de calor na interface sólido/líquido durante a evolução do processo em moldes cilíndricos, ou seja:

$$\frac{V_s}{A_i} = \frac{\pi r_o^2 \ell - \pi r_f^2 \ell}{2\pi r_o \ell} \quad (2.52)$$

onde ℓ é a altura do cilindro. Logo, tem-se que:

$$\frac{V_s}{A_i} = \frac{r_o^2 - r_f^2}{2r_o} \quad (2.53)$$

Para geometrias planas esta relação representa a própria espessura solidificada, já que:

$$\frac{V_s}{A_i} = \frac{S \cdot A_i}{A_i} = S \quad (2.54)$$

(b) As equações (2.53) e (2.54) permitem concluir que para um mesmo valor de (V_s/A_i) , a espessura solidificada em moldes cilíndricos é maior que a espessura solidificada em moldes planos.

(c) Embora os tempos necessários para solidificar um mesmo (V_s/A_i) em geometrias planas e cilíndricas apresentem valores próximos entre si nos instantes iniciais do processo, a extra polação das curvas experimentais mostrou que no final do mesmo, o tempo de solidificação em moldes cilíndricos é aproximadamente duas vezes maior.

(d) A taxa de redução do volume de metal líquido remanescente no final da solidificação aumenta mais rapidamente em geometrias cilíndricas do que em geometrias planas, reduzindo dras ticamente, portanto, a quantidade de calor latente a ser retirada de moldes cilíndricos.

A partir das conclusões obtidas Santos e Prates estabeleceram que o fator de correção a ser determinado e introduzido na solução final de Garcia e Prates (equação 2.33), deveria basicamente levar em conta a diferença de geometria entre o plano e o cilindro tendo para isso que assumir o valor igual à unidade no insta nte inicial da solidificação e o valor dois no final da mesma.

Quando se compara uma peça cilíndrica de raio r_0 com uma placa plana, refrigerada em uma das faces, de espessura também igual a r_0 pode-se constatar facilmente, através das equações (2.53) e (2.54), que a relação entre os valores máximos de (V_s/A_i) para os dois casos, no final da solidificação, assume um valor constante igual a dois o que sugere que a mesma pode ser adota da como um dos termos do fator de correção. Conforme visto anterior mente as diferenças dos tempos de solidificação para as duas geometrias são pequenas no início do processo e tendem a aumen tar durante o mesmo até atingir um valor, nos moldes cilíndricos, duas vezes maior no final o que indica a necessidade da introdução, no fator de correção, de um outro termo capaz de atenuar a parcela devido a diferença de geometria no início da solidificação e tenda a zero no final da mesma. Este termo deve estar relacionado com a variação do volume de metal líquido remanescente em relação ao volume total de material que, para geometrias cilíndri

cas, diminui mais rapidamente do que para geometrias planas no final do processo. Considerando-se novamente um cilindro de raio r_o e uma placa plana de espessura r_o , a relação entre o volume de líquido remanescente e o volume total de material, em moldes cilíndricos, é dada por:

$$\frac{V_\ell}{V_t} = \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \quad (2.55)$$

Esta relação admite um valor igual à unidade no início da solidificação ($r_f=r_o$) e tende a zero no final da mesma ($r_f=0$). Incluindo-se a equação (2.55) como termo atenuante, o fator de correção θ assume a seguinte forma:

$$\theta = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \quad (2.56)$$

Introduzindo-se este fator na equação (2.33) e substituindo-se S por (V_s/A_i) , obtém-se a equação que permite a estimativa dos tempos de solidificação de metais solidificados em moldes cilíndricos refrigerados:

$$t = \theta \left[\alpha \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + \beta \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right] \quad (2.57)$$

Finalmente, substituindo-se (2.34), (2.35) e (2.56) em (2.57), tem-se:

$$t = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{4a_s \phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + \frac{H\rho_s}{h_i (T_f - T_o)} \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right] \quad (2.58)$$

A equação que descreve a variação da velocidade de solidificação durante o processo é obtida através da derivada de (2.58) em relação à espessura solidificada que, para geometrias cilíndricas, é dada por $(r_o - r_f)$.

$$\begin{aligned}
 v = \left[\frac{dt}{d(r_o - r_f)} \right]^{-1} = & \left\{ \frac{k_s \rho_s c_s}{h_i^2} \left(\frac{r_f}{r_o} \right) \cdot \left\{ \left[\left(\frac{h_i}{2\phi k_s} \right)^2 \cdot \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{H h_i}{c_s (T_f - T_o) k_s} \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right] \frac{2}{r_o} + \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{h_i}{\phi k_s} \right)^2 \cdot \left(\frac{V_s}{A_i} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. \frac{H h_i}{c_s (T_f - T_o) k_s} \right] \right\} \right\}^{-1} \quad (2.59)
 \end{aligned}$$

2.3.3. GEOMETRIAS ESFÉRICAS

No desenvolvimento das soluções através dos métodos analíticos aproximados são adotadas as seguintes hipóteses de natureza física:

- (a) O fluxo de calor é radial.
- (b) Não existem fluxos de massa no metal líquido.
- (c) O metal é vazado sem superaquecimento.
- (d) O molde é absorvedor perfeito de calor (moldes refrigerados).
- (e) A interface sólido/líquido é macroscopicamente esférica.
- (f) As propriedades físicas do metal e do molde independem da temperatura.

Desta forma pode-se admitir que a extração de calor do metal líquido durante a solidificação ocorre por condução na camada solidificada e por transferência newtoniana entre o metal e o fluido de refrigeração. Considerando o sistema de referência mostrado na Fig. 2.9, a equação da condução de calor no sólido pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.60)$$

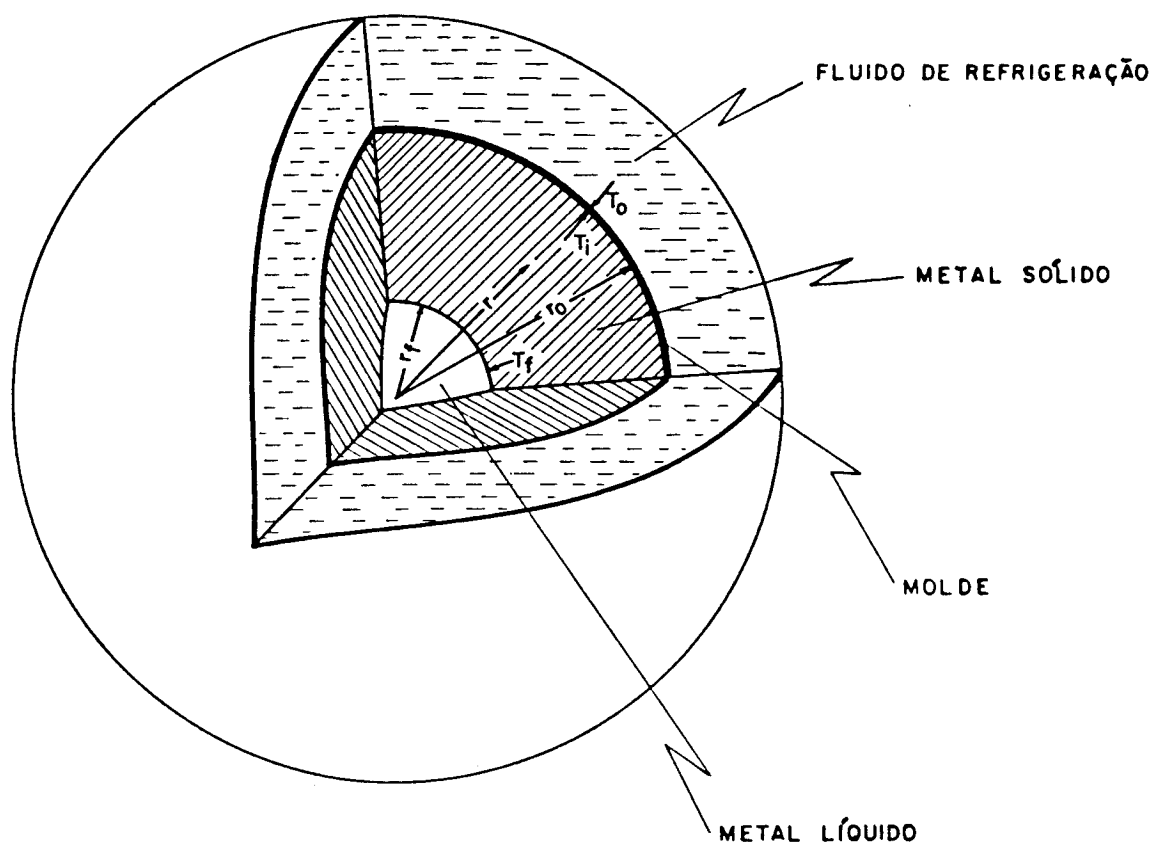


Fig. 2.9 - Sistema metal/molde esférico em um instante qualquer do processo de solidificação.

ou então,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2.61)$$

Fazendo-se os devidos balanços térmicos, tem-se:

Na interface metal/molde ($r=r_0$):

$$q_{r_0} = -k_s \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0} = h(T_i - T_0) \quad (2.62)$$

Na interface sólido/líquido ($r=r_f$):

$$-k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_{r=r_f} - \left(-k_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r=r_f} = H\rho_s \frac{dr_f}{dt} \quad (2.63)$$

Como não há superaquecimento:

$$-k_l \left(\frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r=r_f} = 0 \quad (2.64)$$

logo:

$$q_{r_f} = -k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_{r=r_f} = -H\rho_s \frac{dr_f}{dt} \quad (2.65)$$

Atribui-se a London e Seban a primeira solução analítica aproximada para a análise da solidificação em sistemas metal/molde com geometria esférica (1943) (35). Os autores admitiram as mesmas simplificações físicas e matemáticas assumidas no desenvolvimento de suas soluções analíticas aproximadas para geometrias planas e cilíndricas, obtendo igualmente resultados de relativo grau de precisão devido a não consideração do efeito do calor específico.

Em 1958 Adams propôs uma solução que considerava as apro

ximações físicas e matemáticas adotadas no estudo das geometrias cilíndricas (36).

Consistindo numa extensão do método iterativo desenvolvido por Shih e Tsay para moldes cilíndricos (40), Shih e Chou apresentaram em 1971 um método, também iterativo, para a solidificação em geometrias esféricas (46). Em alguns casos a comparação dos resultados obtidos, através de aproximações de terceira ordem, com métodos numéricos mostrou-se satisfatória, porém, em outros, observou-se um acentuado desvio dos mesmos no final do processo.

Um outro método analítico aproximado para a análise do fenômeno da solidificação em moldes esféricos foi apresentado mais recentemente, em 1982, por Milanez (19). Baseando-se no modelo analítico exato desenvolvido por Garcia e Prates para geometrias planas (17,29,30) e aplicando um fator de correção que leva em conta a curvatura do molde, Milanez propôs a seguinte equação na forma adimensional:

$$\tau = (1 + a'\epsilon + b\epsilon^2) \left(\frac{\epsilon^2}{4\phi^2} + \frac{\epsilon}{\text{Ste} \cdot \text{Bi}} \right) \quad (2.66)$$

onde,

$$\tau = \frac{k_s t}{\rho_s c_s r_o^2} \quad (2.67)$$

$$\epsilon = \frac{S}{r_o} \quad (2.68)$$

$$\text{Ste} = \frac{c_s (T_f - T_o)}{H} \quad (2.69)$$

$$\text{Bi} = \frac{h_i r_o}{k_s} \quad (2.70)$$

$$a' = -0,803 + 0,309(\text{Ste}) - 0,036(\text{Ste})^2 \quad (2.71)$$

$$b = 0,160 - 0,210(\text{Ste}) + 0,022(\text{Ste})^2 \quad (2.72)$$

A partir de (2.66) obtêm-se a equação que descreve a variação da velocidade de solidificação durante o processo que, na forma adimensional, é dada por:

$$v^* = \left[\frac{d\tau}{d\varepsilon} \right]^{-1} = \left[\frac{\varepsilon}{4\phi^2} (2+3a\varepsilon+4b\varepsilon^2) + \frac{1}{\text{Ste.Bi}} (1+2a\varepsilon+3b\varepsilon^2) \right]^{-1} \quad (2.73)$$

2.4. MÉTODOS ANALÓGICOS

Os métodos analógicos são baseados na analogia existente entre as equações que representam o fluxo de calor e as que descrevem o fluxo de eletricidade o que permite que se idealize um circuito elétrico capaz de simular a transferência de calor em um sistema metal/molde (9). Apesar de apresentarem vantagens quanto a manipulação dos parâmetros físicos envolvidos no processo de solidificação, estes métodos são bastante específicos e, além disso, exigem a utilização de computadores analógicos para sua aplicação. A Tabela 2.3 mostra a equivalência entre as grandezas térmicas e elétricas.

As equações da condução térmica (2.2) e do fluxo de calor (2.4) corresponderão respectivamente às equações que representam o circuito elétrico:

$$\frac{\partial v}{\partial T} = \frac{1}{RC} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (2.74)$$

e a intensidade de corrente

$$q_E = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.75)$$

Os principais trabalhos realizados com métodos analógicos para analisar a solidificação de metais foram executados por Paschkis que estudou a solidificação de peças de aço em geometrias planas, cilíndricas e esféricas (47,48,49).

SISTEMA TÉRMICO	SISTEMA ELÉTRICO
Capacidade Térmica	Capacidade elétrica
Condutibilidade Térmica	Condutibilidade elétrica
Difusividade térmica	Difusividade elétrica
Fluxo de calor	Intensidade de corrente
Quantidade de calor	Carga elétrica
Resistência térmica	Resistência elétrica
Temperatura	Diferença de potencial

Tabela 2.3 - Analogia entre grandezas térmicas e elétricas.

2.5. MÉTODOS NUMÉRICOS

Os métodos numéricos têm por base a associação de uma malha ao sistema metal/molde e a substituição das equações de transferência de calor em regime transiente por equações de diferenças finitas que são então aplicadas, entre um ponto da mesma e os pontos adjacentes, em pequenos intervalos de tempo. Embora apresentem caráter específico e exijam a utilização de computadores, com a programação envolvida sendo tanto mais complexa quanto maior o grau de precisão desejado, estes métodos conduzem a uma maior proximidade das condições reais observadas na prática permitindo que se considere, por exemplo, a resistência térmica na interface metal/molde e a variação das propriedades físicas durante o processo de solidificação.

2.5.1. GEOMETRIAS PLANAS

Os métodos numéricos originaram-se a partir dos chamados métodos gráficos através dos quais a solução é obtida graficamente sem necessidade de muitos cálculos. Dentre estes últimos destaca-se o método gráfico de Schmidt, proposto em 1924, que foi o primeiro a estudar problemas de fluxo de calor em regime não estacionário durante o resfriamento e aquecimento de materiais em geometrias planas (9,50), constituindo-se em base para o desenvolvimento de outros métodos.

Mais tarde, em 1958, Longwell estendeu o método de Schmidt para a análise da solidificação de metais em moldes planos (51). Longwell considerou o superaquecimento do metal líquido no momento de vazamento, o efeito do calor específico do material e que a transferência de calor no sólido e no líquido ocorre apenas por condução.

O primeiro método numérico a ser aplicado no estudo da transferência de calor em regime transiente foi o apresentado, em 1945, por Dusinberre (52). O método permite que se leve em conta, desde que o coeficiente de transferência de calor seja conhecido, o efeito da resistência térmica na interface metal/molde além de possibilitar a análise da solidificação de diferentes materiais em contato podendo ser empregado sem a utilização de computadores, embora o tempo necessário para o desenvolvimento dos cálculos seja

bastante longo mesmo nos casos mais simples.

Em 1954, já com o advento dos computadores, Sarjant e Slack propuseram um método que considera a variação das propriedades físicas do metal e do molde com a temperatura (53) servindo igualmente de base para o desenvolvimento de vários métodos numéricos para a solidificação de metais.

2.5.2. GEOMETRIAS CILÍNDRICAS

Consistindo numa extensão do método desenvolvido por Schmidt para moldes planos (9,50), Longwell apresentou em 1958 um interessante método gráfico para o estudo da solidificação de metais em geometrias cilíndricas (51). O autor admitiu as mesmas hipóteses de ordem física assumidas em seu método gráfico para moldes planos.

O método numérico proposto em 1962 por Baxter permite a estimativa de tempos totais de solidificação e fusão, de materiais puros em sistemas metal/molde com geometrias plana e cilíndrica, submetidos à convecção térmica na superfície (54). O método necessita de um computador analógico para sua aplicação.

Em 1963 Schniewind desenvolveu um outro método numérico capaz de prever a cinética e o perfil térmico interno do sólido durante a solidificação de metais em moldes maciços, planos e cilíndricos, com paredes de espessura finita (55). Schniewind leva em conta a formação de um "gap" de ar na interface metal/molde durante o processo e considera o coeficiente de transferência de calor como função da temperatura.

Posteriormente, em 1967, Tao apresentou um método que admite, como aproximação física, um coeficiente de transferência de calor médio e constante na interface metal/molde (56). O autor estimou a cinética de solidificação e a distribuição de temperaturas no sólido, no instante final do processo, apenas para casos genéricos de metais solidificados em moldes cilíndricos refrigerados. Atualmente este método é bastante empregado como referência para comparação com novas soluções analíticas aproximadas desenvolvidas para este tipo de geometria.

No ano seguinte Sciana estendeu o método numérico de Sarjant e Slack (53) para o estudo da solidificação em moldes ma-

ciços cilíndricos com paredes de diferentes espessuras, considerando o caso particular da liga eutética alumínio-silício (57). A comparação dos resultados numéricos com valores experimentais mostrou-se razoável.

2.5.3. GEOMETRIAS ESFÉRICAS

Baseando-se no método de Schmidt para geometrias planas (9,50) e adotando as mesmas simplificações físicas assumidas anteriormente para moldes planos e cilíndricos, Longwell propôs, em 1958, também um método gráfico para a solidificação de metais em geometrias esféricas (51).

Em 1967 Tao desenvolveu um método numérico para a análise do fenômeno da solidificação em moldes esféricos refrigerados admitindo as mesmas hipóteses físicas básicas de seu método para geometrias cilíndricas (56). O autor estimou a posição da interface sólido/líquido em função do tempo e o perfil de temperaturas no sólido no instante final do processo somente para casos genéricos, sem considerar nenhum caso específico.

Mais recentemente, em 1982, Milanez, propôs um método numérico, que utiliza malhas móveis, para o estudo da solidificação em moldes esféricos refrigerados que apresenta boa concordância quando comparado com resultados experimentais obtidos em alguns casos práticos (19).

2.6. MÉTODOS EMPÍRICOS

Estes métodos baseiam-se em observações e comprovações experimentais, que eventualmente conduzem a modelos aplicáveis a situações práticas, apresentando portanto caráter essencialmente empírico. As equações obtidas visam a descrição de casos particulares do processo de solidificação não permitindo, entretanto, cálculos gerais dos tempos e perfis de temperatura envolvidos no mesmo.

2.6.1. GEOMETRIAS PLANAS

Dentre as equações experimentais desenvolvidas para a

análise da solidificação em moldes planos destaca-se a de Pires , Prates e Biloni, proposta em 1974 (58). Os autores consideraram as aproximações de natureza física assumidas na maioria dos métodos analíticos bem como admitiram a existência de três resistências térmicas atuando durante o processo devido ao metal, ao molde e à interface metal/molde, chegando a uma relação do tipo

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (2.76)$$

que mais tarde foi deduzida analiticamente por Garcia e Prates (17,29,30). Este método não permite a determinação da distribuição de temperaturas no sistema metal/molde.

Outra equação interessante é a de Gulyeaev que possibilita a estimativa dos tempos totais de solidificação de peças de grandes dimensões em geometrias planas, cilíndricas e esféricas (16):

$$t = 6P.f.e^2 \cdot 10^3 \text{ [s]} \quad (2.77)$$

onde,

P = fator que depende do metal e do molde (determinado experimentalmente por Gulyeaev).

f = fator que depende da geometria do sistema:

$$\begin{aligned} f &= 1,0 && \text{(plana)} \\ f &= 0,76 && \text{(cilíndrica)} \\ f &= 0,47 && \text{(esférica)} \end{aligned}$$

e = metade da dimensão principal [m]

Existem ainda os trabalhos experimentais realizados por Sciama com ligas eutéticas em moldes maciços planos, cilíndricos e esféricos que visaram analisar:

- a validade de algumas hipóteses clássicas de transferência de calor (59).
- a influência da variação das dimensões de peças, com a mesma geometria, nos tempos de solidificação (60).

- a influência da espessura das paredes do molde no tempo total de solidificação (61).

Em 1977 Santos e Prates, a partir de um dos trabalhos de Sciama e utilizando a liga eutética alumínio-silício solidificada em geometrias planas e cilíndricas com diferentes dimensões, desenvolveram uma equação que descreve a variação do tempo total de solidificação em função da espessura das paredes do molde (62), dada por:

$$t = t_{\infty} \cdot \operatorname{erf} \left(m \frac{V_m}{V_s} \right) + t_0 \cdot \operatorname{erfc} \left(n \frac{V_m}{V_s} \right) \quad (2.78)$$

onde,

t_{∞} = tempo para solidificar uma peça em molde semi-infinito (medido experimentalmente).

t_0 = tempo hipotético para solidificar uma peça sem a influência de qualquer espessura de molde (determinado por tentativa-e-erro a partir dos resultados experimentais).

$\left(\frac{V_m}{V_s} \right)$ = relação entre o volume do molde e o volume da peça.

m, n = fatores que levam em conta a geometria e o material do molde. A Tabela 2.4 apresenta os valores destas constantes.

MATERIAL DO MOLDE	GEOMETRIA			
	PLANA		CILÍNDRICA	
	m	n	m	n
Aço	1,0	0,5	2,0	1,0
Areia	1,0	0,25	2,0	0,5

Tabela 2.4 - Valores dos fatores "m" e "n" da equação (2.78)

2.6.2. GEOMETRIAS CILÍNDRICAS

Além dos trabalhos experimentais que visaram o estudo da solidificação em moldes cilíndricos já citados, existem outros que igualmente tiveram o mesmo objetivo. Dentre estes destacam-se os trabalhos apresentados por Ruddle no início da década de 50, que foram os primeiros a analisar o processo de solidificação de metais neste tipo de geometria (63). O autor realizou várias experiências com alumínio e ligas de alumínio em moldes cilíndricos de areia determinando em cada um dos casos curvas de temperatura que permitiram a previsão dos tempos de solidificação para diferentes espessuras solidificadas. Através destas curvas de resfriamento Ruddle também estimou a extração de calor por unidade de área em geometrias planas e cilíndricas, concluindo que a mesma é mais eficiente em moldes cilíndricos.

Em 1978 Alcântara, a partir de medidas experimentais de temperatura e da espessura solidificada em função do tempo, propôs equações empíricas para a determinação da cinética durante a solidificação de metais em moldes cilíndricos externos refrigerados e em moldes cilíndricos internos maciços (64).

2.6.3. GEOMETRIAS ESFÉRICAS

Para o caso de sistemas metal/molde com geometria esférica podem ser citados os estudos de Gulyaev (16), cuja solução foi apresentada na equação (2.77), e de Sciama que realizou um trabalho de levantamento e análise de dados experimentais (60).

CAPÍTULO 3

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. METAIS UTILIZADOS

Na realização dos trabalhos experimentais foram utilizados os seguintes metais:

- chumbo
- estanho

Estes metais foram selecionados para serem utilizados nos trabalhos experimentais pela grande importância que apresentam entre os não ferrosos além do que suas propriedades físicas já foram amplamente estudadas e divulgadas na literatura especializada e devido ao fato de possuírem pontos de fusão relativamente baixos, facilitando a realização dos trabalhos de laboratório. Os mesmos apresentavam grau de pureza comercial e suas propriedades físicas são mostradas na Tabela 3.1 (65,66,67).

3.2. DISPOSITIVO DE SOLIDIFICAÇÃO RADIAL REFRIGERADO A ÁGUA

Durante a realização da parte experimental foi utilizado um dispositivo simulador de solidificação em geometrias cilíndricas, anteriormente desenvolvido por R. G. Santos (18), constituído de um forno de resistência elétrica, de um molde com formato característico para representar a geometria cilíndrica, de um dispositivo para medida do avanço da interface sólido/líquido durante a solidificação além de um sistema de refrigeração. A Fig. 3.1. apresenta o dispositivo de solidificação radial enquanto as Fig. 3.2 e 3.3 mostram respectivamente desenhos em perspectiva e em corte do mesmo.

(a) Forno de resistência elétrica

O forno de resistência elétrica tem sua estrutura constituída de chapas de aço ABNT 1020 de 5mm de espessura em cujo interior é montada uma parede isolante de tijolos refratários

METAL	PROPRIEDADES FÍSICAS								
	c_s [J/kg.K]	c_l [J/kg.K]	k_s [J/m.s.K]	k_l [J/m.s.K]	ρ_s [kg/m ³]	ρ_l [kg/m ³]	H [J/kg]	T_f [K ^f]	T_o [K ^o]
CHUMBO	138	151	29,7	16,3	11300	10600	25000	600	298
ESTANHO	260	250	46,0	30,0	7200	7000	60000	505	298

TABELA 3.1 - Propriedades físicas dos metais utilizados nos trabalhos experimentais.

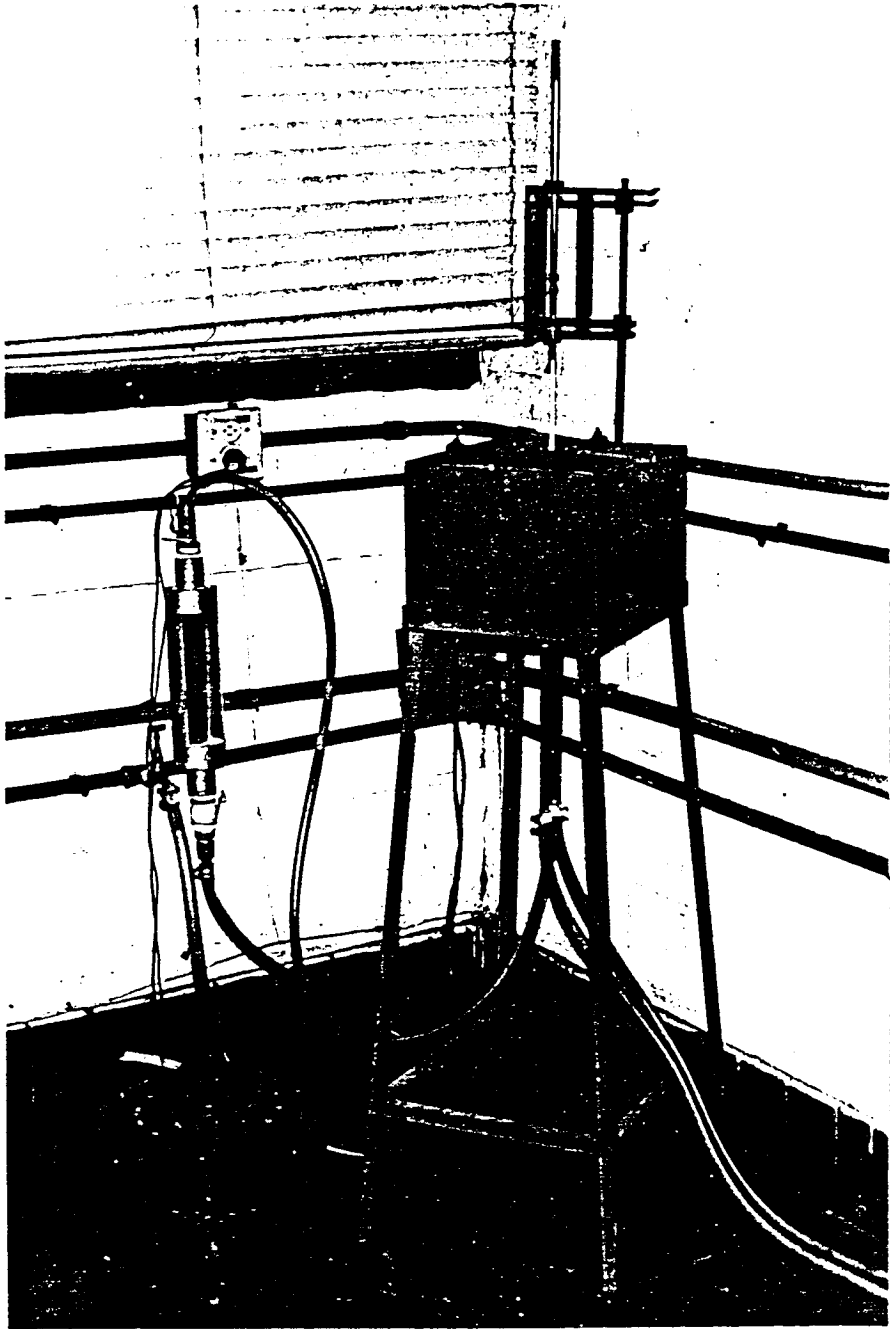


Fig. 3.1 - Dispositivo para solidificação radial de metais refrigerado a água.

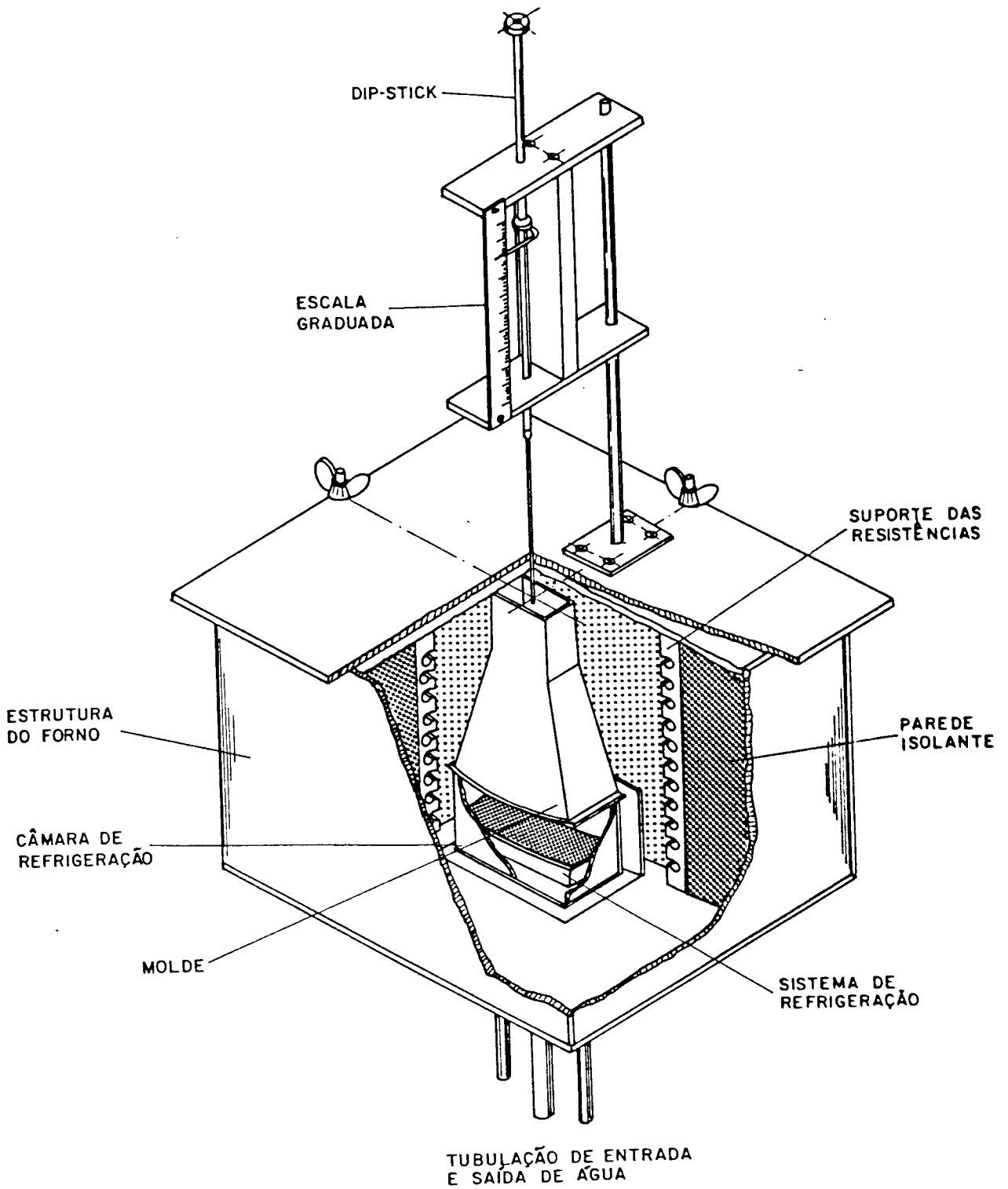


Fig. 3.2 - Desenho em perspectiva do dispositivo de solidificação radial refrigerado a água.

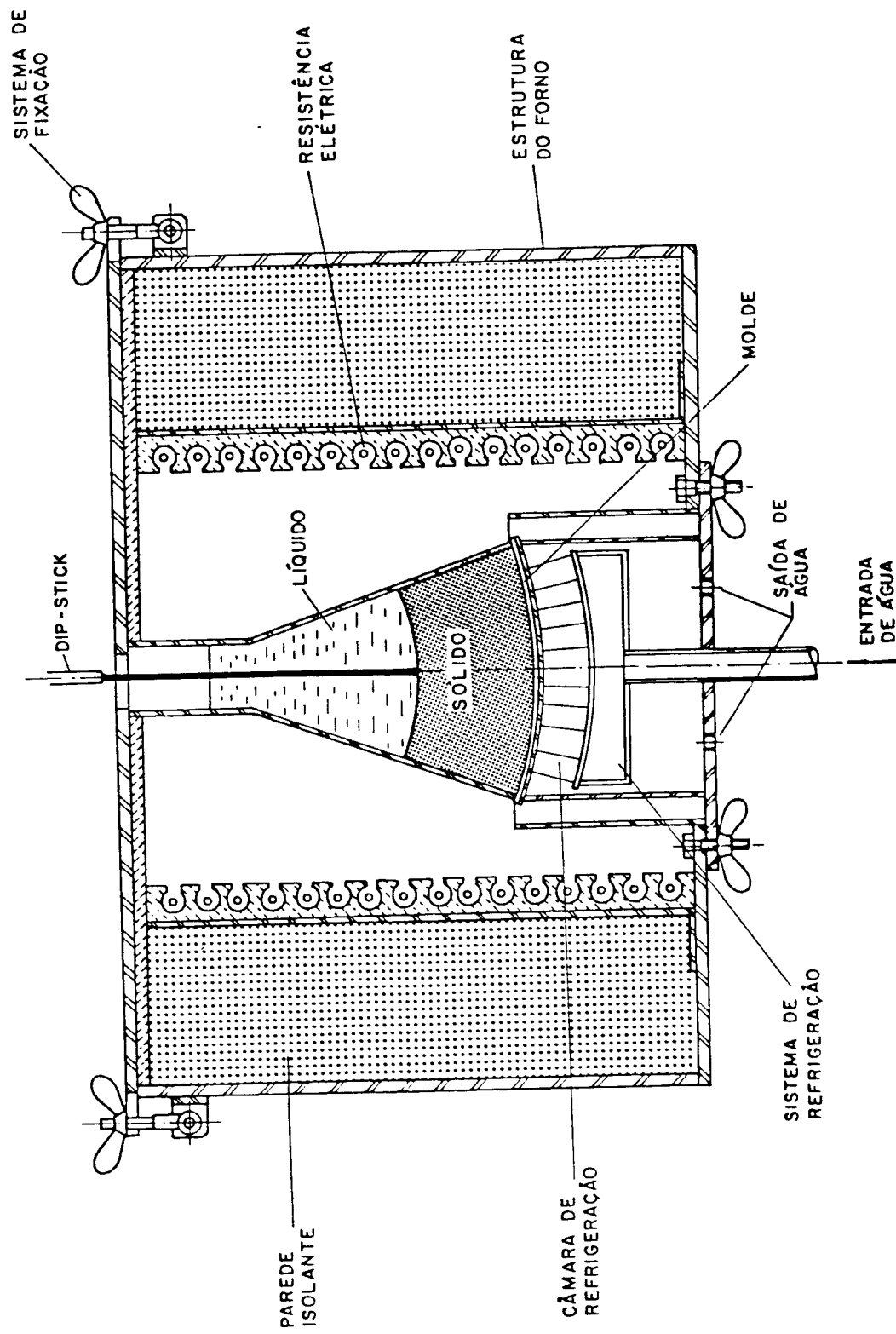


Fig. 3.3 - Representação em corte do dispositivo de solidificação radial refrigerado a água.

com 60mm de espessura. A parte superior do mesmo permite a montagem do molde sob pressão, e, através de um orifício na região central, a fixação do sistema de medida de avanço da interface sólido/líquido enquanto que sua parte inferior foi projetada de maneira a permitir a fixação do sistema de refrigeração. As Fig. 3.2 e 3.3 apresentam detalhes do forno.

(b) Molde

O molde utilizado simula um cilindro de 0,15m de raio sendo composto de duas partes independentes. Foi obtido tomando-se uma seção de um cilindro e isolando-se suas paredes laterais. A primeira parte, formada pelas paredes laterais do molde, foi construída de modo a permitir a introdução de termopares e do dispositivo de medida do avanço da interface sólido/líquido (Fig. 3.4) enquanto a segunda parte, a ser refrigerada, é montada na parte superior de uma câmara de refrigeração e corresponde à seção da parede externa do cilindro (Fig. 3.5).

(c) Dispositivo para medida do avanço da interface sólido/líquido durante a solidificação.

O movimento da interface sólido/líquido durante o processo de solidificação foi medido através da técnica do "dipstick", cuja eficiência tem sido comprovada em trabalhos experimentais da mesma espécie (68,69,70).

(d) Sistema de refrigeração

Devido a curvatura do molde, o sistema de refrigeração foi projetado de maneira a tornar possível uma refrigeração uniforme e radial na parte inferior do mesmo (Fig. 3.6). É constituído de um tubo de alimentação de água que é acoplado à parte inferior de uma pequena câmara cuja parte superior é composta de uma chapa perfurada que acompanha a curvatura do molde permitindo que a refrigeração seja realizada por jatos de água com direções coincidentes com as direções radiais do mesmo além de dois tubos que permitem a saída da água aquecida, durante o resfriamento do molde, os quais estão acoplados em uma pequena chapa cuja finalidade é fixar o sistema na câmara de refrigeração, localizada na parte inferior do molde. A Fig. 3.7 apresenta o sistema de refrigeração imediatamente antes de ser fixado na câmara de refri

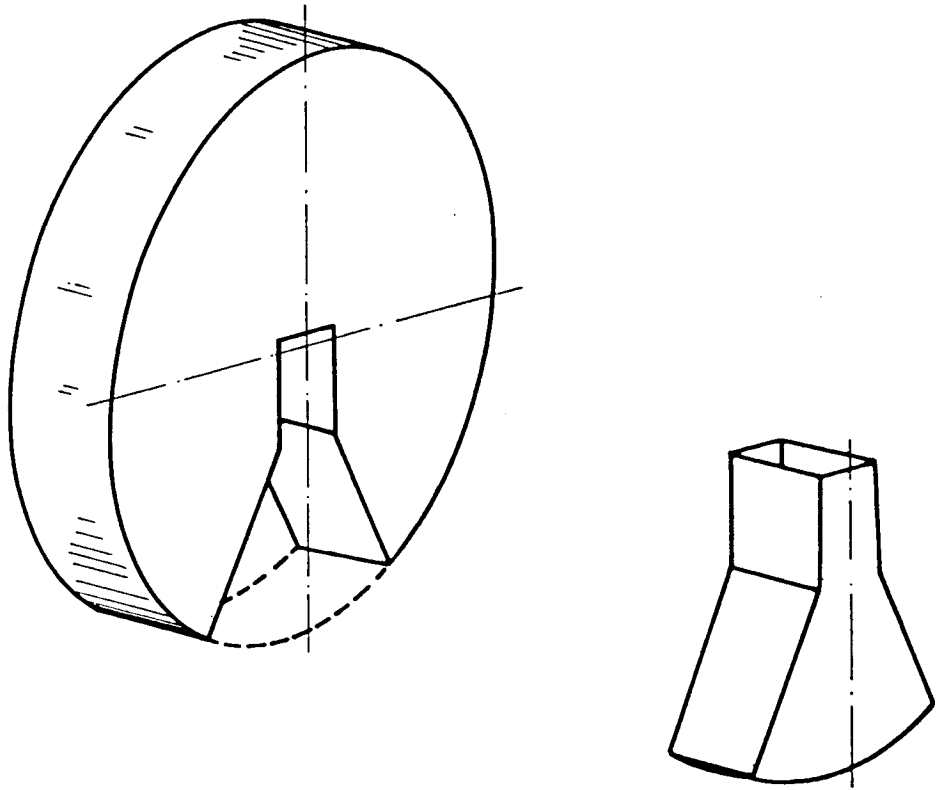


Fig. 3.4 - Seção do cilindro correspondente às paredes laterais do molde utilizado para simular a solidificação radial de metais.

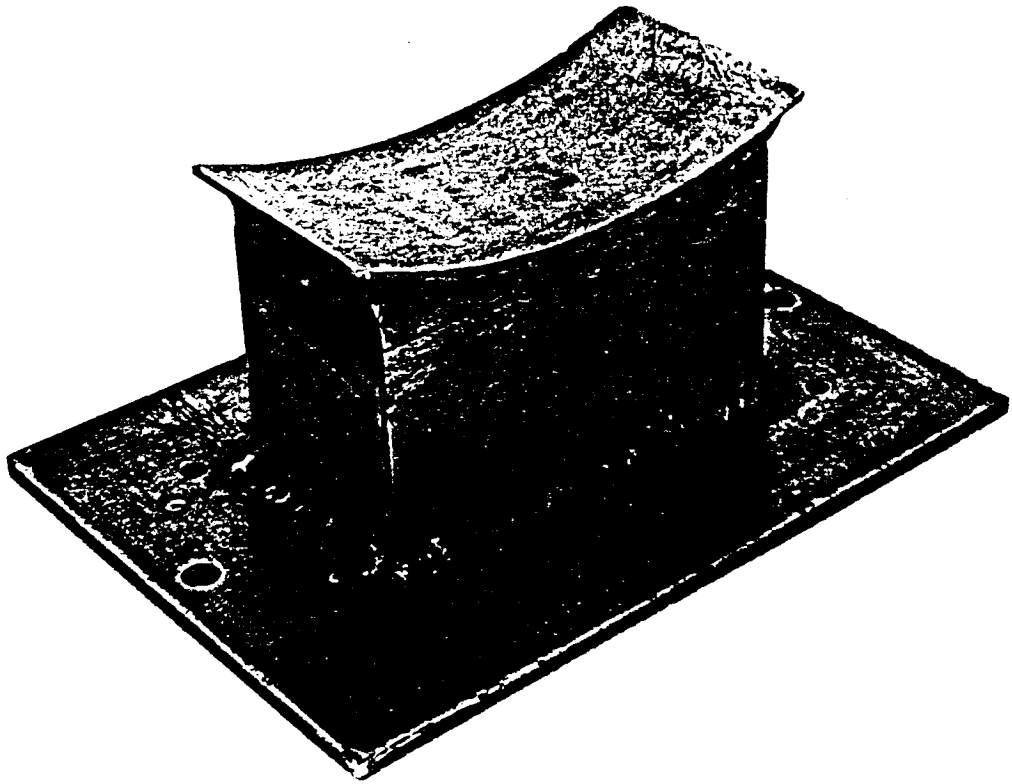


Fig. 3.5 - Parte inferior do molde correspondente à seção da parede externa do cilindro soldada sobre a câmara de refrigeração.

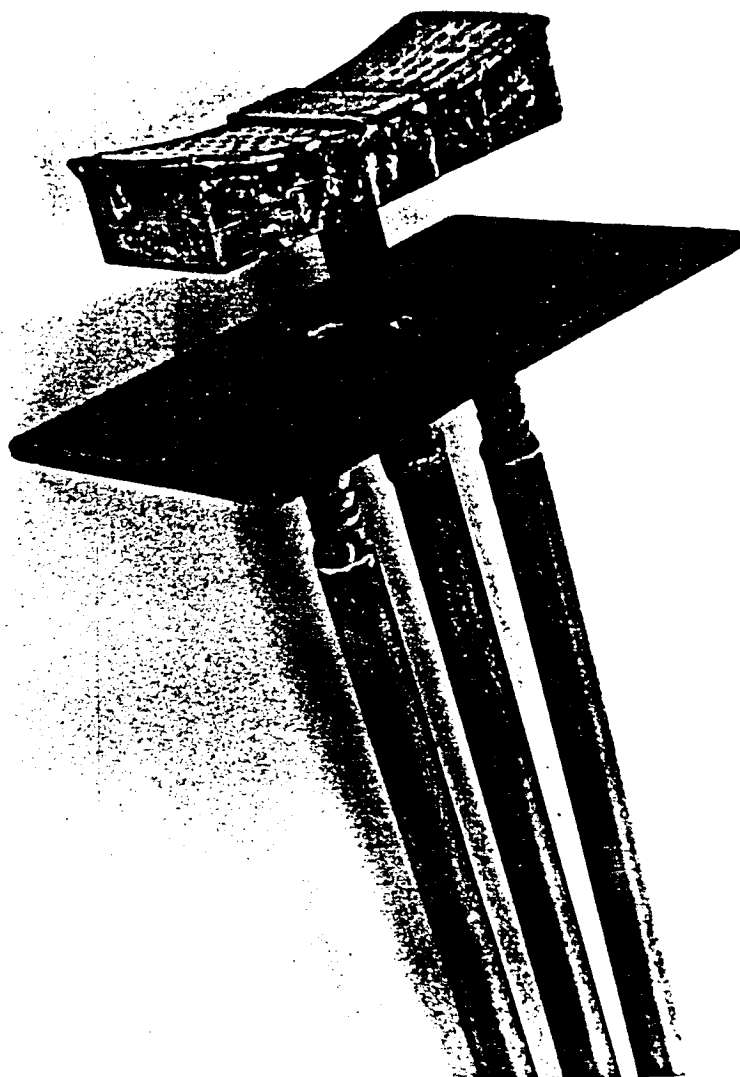


Fig. 3.6 - Sistema de refrigeração.

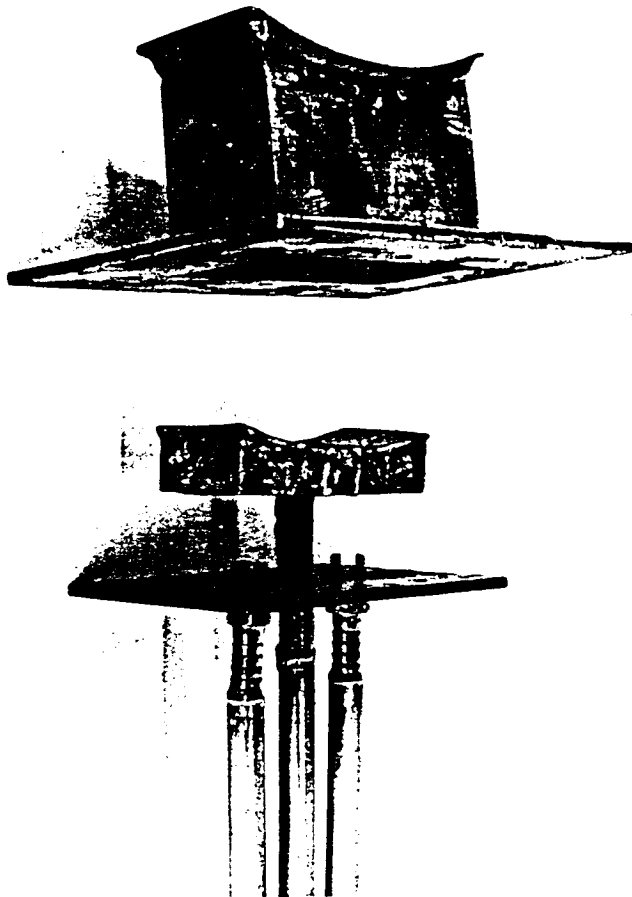


Fig. 3.7 - Sistema de refrigeração antes de ser montado na câmara de refrigeração.

geração enquanto na Fig. 3.8 é apresentada a montagem deste sistema com o molde. A vazão do fluido de refrigeração utilizada na realização dos trabalhos experimentais foi de $2,9 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, otimizada anteriormente através de uma série de experiências prévias (18), sendo controlada através de rotâmetro.

A determinação das temperaturas no metal fundido foi realizada através de um termopar de cromel-alumel, de 1,2mm de diâmetro, acoplado a um indicador digital de temperaturas.

Maiores detalhes sobre o dispositivo de solidificação radial podem ser obtidos na referência (18).

3.3. TIPOS DE CONTATO TÉRMICO NA INTERFACE METAL/MOLDE

A transferência de calor na interface metal/molde depende essencialmente das condições superficiais do molde em contato com o metal. Rugosidade superficial, películas oxidadas e principalmente recobrimentos protetores, são os fatores que mais influenciam na modificação da resistência térmica do contato metal/molde (71,72), e, por conseguinte, no valor do coeficiente de transferência de calor. É possível, portanto, alterar-se a eficiência deste contato térmico, através da aplicação de diferentes recobrimentos isolantes na superfície interna do molde. Neste trabalho os moldes foram utilizados em duas diferentes condições de contato térmico:

- superfície do molde polida
- superfície do molde recoberta com pintura isolante à base de alumina

No primeiro caso o polimento era realizado com lixas de granulação 220 e 320 enquanto que no caso da superfície recoberta, após o polimento, o recobrimento isolante era aplicado através de pistola pressurizada.

3.4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Enquanto o forno do dispositivo era ligado visando um aquecimento inicial do molde, o metal era fundido em cadinho de

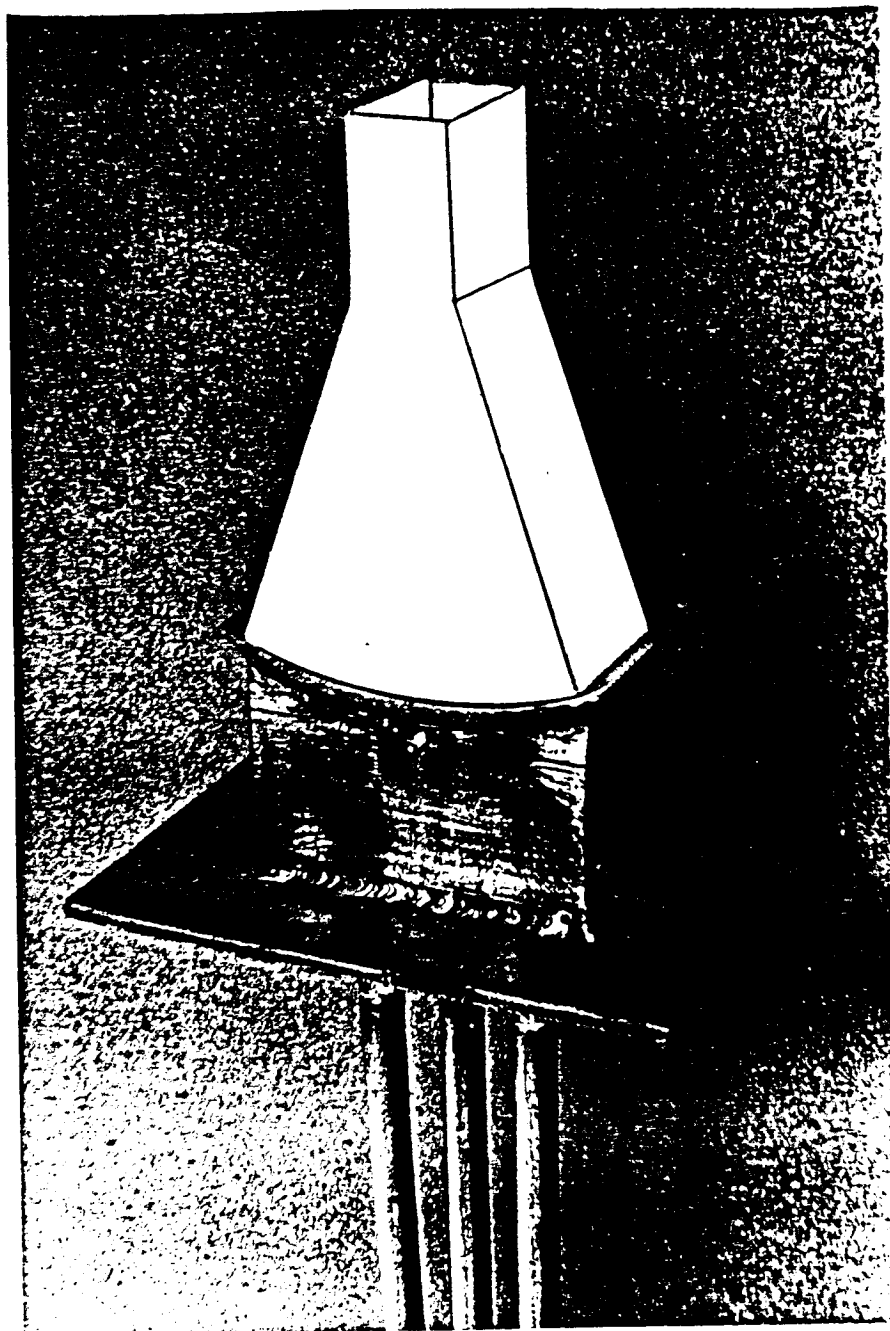


Fig. 3.8 - Montagem final do conjunto formado pelo molde, câmara de refrigeração e sistema de refrigeração.

material refratário em um forno de resistência elétrica, e, após fundido, era vazado no molde do dispositivo. A potência do forno do dispositivo era então mantida durante algum tempo em níveis elevados a fim de que fosse atingido o necessário equilíbrio térmico do sistema até o momento de início da solidificação, evitando assim trocas laterais de calor e permitindo que sua extração fosse realizada somente através da parte inferior do molde, em contato com o fluido de refrigeração. Atingido este equilíbrio térmico, a potência do forno do dispositivo era então gradativamente reduzida, e, o metal líquido, agitado manualmente a fim de que fosse mantida uma temperatura uniforme em todos os seus pontos. Quando alcançada uma temperatura próxima à temperatura desejada (5 K acima a fim de que houvesse tempo suficiente para a introdução do "dip-stick" no metal líquido), o forno era desligado e a água de refrigeração aberta, iniciando-se a seguir o processo de solidificação. Nas experiências seguintes, com o mesmo metal, a fusão era feita no próprio forno do dispositivo.

As medidas do avanço da interface sólido/líquido foram realizadas cronometrando-se o tempo de solidificação a cada variação de 0,01m na espessura solidificada até a espessura de 0,09m, cerca de 2/3 do raio total, quando o molde deixa de representar a geometria cilíndrica.

Foram realizadas experiências com os metais na temperatura de fusão e em temperaturas 30, 60 e 90 K acima da temperatura de fusão com o objetivo de analisar o efeito do superaquecimento do metal líquido na cinética de solidificação.

Objetivando a análise da influência do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde durante o processo de solidificação, em cada temperatura foram realizadas experiências em moldes polidos e recobertos internamente com pintura isolante à base de alumina.

3.5. CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRECISÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A fim de ser verificada a dispersão de resultados em torno da média, as experiências realizadas com cada um dos metais foram repetidas cinco vezes, em cada temperatura e para cada tipo de molde, nas mesmas condições de solidificação evidenciando

boa concordância de resultados através da técnica do "dip-stick". Os resultados eram colocados na forma da Tabela 3.2, que apresenta, como exemplo, os resultados experimentais do tempo de solidificação em função da espessura solidificada obtidos para o chumbo em molde polido com 60 K de superaquecimento. A partir destes resultados foram calculados a média aritmética (\bar{t}) e o desvio padrão (σ) através das equações (3.1) e (3.2). Os valores obtidos encontram-se indicados na Tabela 3.3.

$$\bar{t} = \frac{\Sigma t}{5} \quad (3.1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (t - \bar{t})^2}{5}} \quad (3.2)$$

Em cada temperatura, para cada tipo de molde, os resultados dos tempos de solidificação dos metais utilizados apresentaram uma variação em torno de 5% em relação à média obtida.

3.6. ESTIMATIVA DA VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO A PARTIR DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Após a determinação dos resultados experimentais dos tempos de solidificação, funções polinomiais de segundo, terceiro, quarto e quinto graus foram obtidas, através do método dos mínimos quadrados, para descrever a variação entre tempo de solidificação e espessura solidificada, em cada temperatura e para cada tipo de molde. A seguir, utilizando-se o critério da menor distância quadrática, concluiu-se que, em todos os casos, o polinômio de grau cinco era o que apresentava maior precisão de resultados em relação aos valores experimentais sendo, por conseguinte, o escolhido. Finalmente o mesmo foi derivado em relação à espessura de metal solidificada ($r_o - r_f$), obtendo-se, então, uma equação final, capaz de estimar valores para a velocidade de solidificação, a partir dos resultados experimentais.

MEDIDA: CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO

METAL: CHUMBO

TEMPERATURA DE FUSÃO: 600K

SUPERAQUECIMENTO: 60K

TEMPERATURA NO INÍCIO DE REFRIGERAÇÃO: 660K

MOLDE: POLIDO

TEMPO DE SOLIDIFICAÇÃO [SEG]					
S [m]	1	2	3	4	5
0,01	7	8	7	8	8
0,02	18	19	17	19	20
0,03	35	38	34	38	42
0,04	59	64	54	64	70
0,05	87	99	87	101	101
0,06	121	137	119	139	138
0,07	161	180	157	180	180
0,08	206	224	199	228	223
0,09	254	276	244	275	270

TABELA 3.2 - Resultados experimentais obtidos em cinco experiências de solidificação radial do chumbo em molde polido refrigerado a água.

S [m]	\bar{t} [s]	σ [s]
0,01	8	1
0,02	19	1
0,03	37	3
0,04	62	5
0,05	95	7
0,06	131	9
0,07	172	10
0,08	216	11
0,09	264	13

TABELA 3.3 - Valores da média aritmética e do desvio padrão calculados a partir dos resultados da Tabela 3.2.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão apresentados, na forma de gráficos, os resultados experimentais obtidos conforme técnicas descritas no capítulo anterior. O Apêndice 3 apresenta, em forma de tabelas, os respectivos valores médios e os desvios padrões correspondentes aos tempos de solidificação determinados a partir de cinco experiências desenvolvidas em cada temperatura e para cada tipo de molde.

4.1. TEMPOS DE SOLIDIFICAÇÃO

Constatou-se em trabalhos anteriores que na análise da solidificação em moldes cilíndricos é mais conveniente plotar os tempos de solidificação em função da relação entre o volume de metal solidificado e a área de troca de calor na interface metal/molde do que em função da espessura solidificada, visto que o parâmetro (V_s/A_i) considera a redução da área de troca de calor na interface sólido/líquido durante a evolução do processo de solidificação em geometrias cilíndricas (18). Assim, neste trabalho, os resultados serão apresentados em função dessa relação, definida anteriormente pela equação (2.53):

$$\frac{V_s}{A_i} = \frac{r_o^2 - r_f^2}{2r_o}$$

Na Fig. 4.1 (a) e (b) são apresentados os resultados experimentais do tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) obtidos para o chumbo solidificado radialmente em molde refrigerado, em duas diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde, com diferentes graus de superaquecimento. A Fig. 4.2 (a) e (b) mostra os resultados obtidos para o estanho solidificado nas mesmas condições. Observa-se, à medida que se eleva o nível de superaquecimento de um dos metais em um mesmo tipo de molde, uma sensível influência do mesmo no sentido de aumentar o

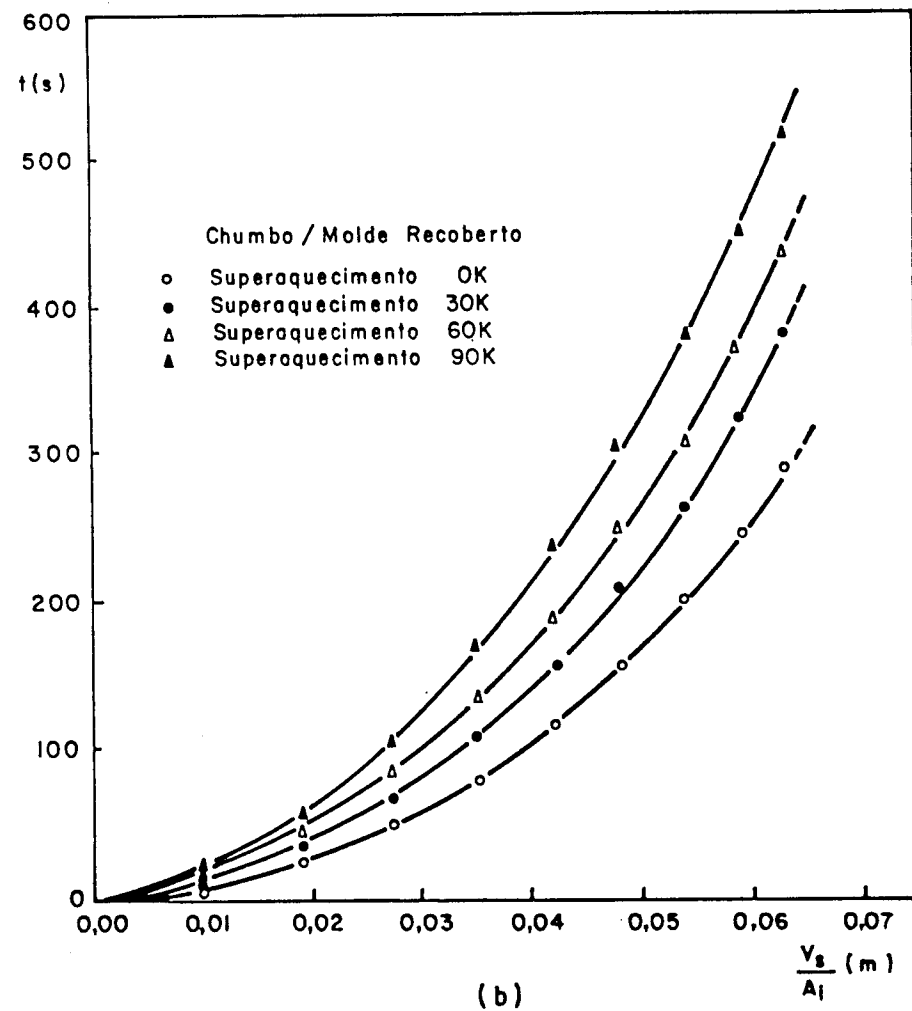
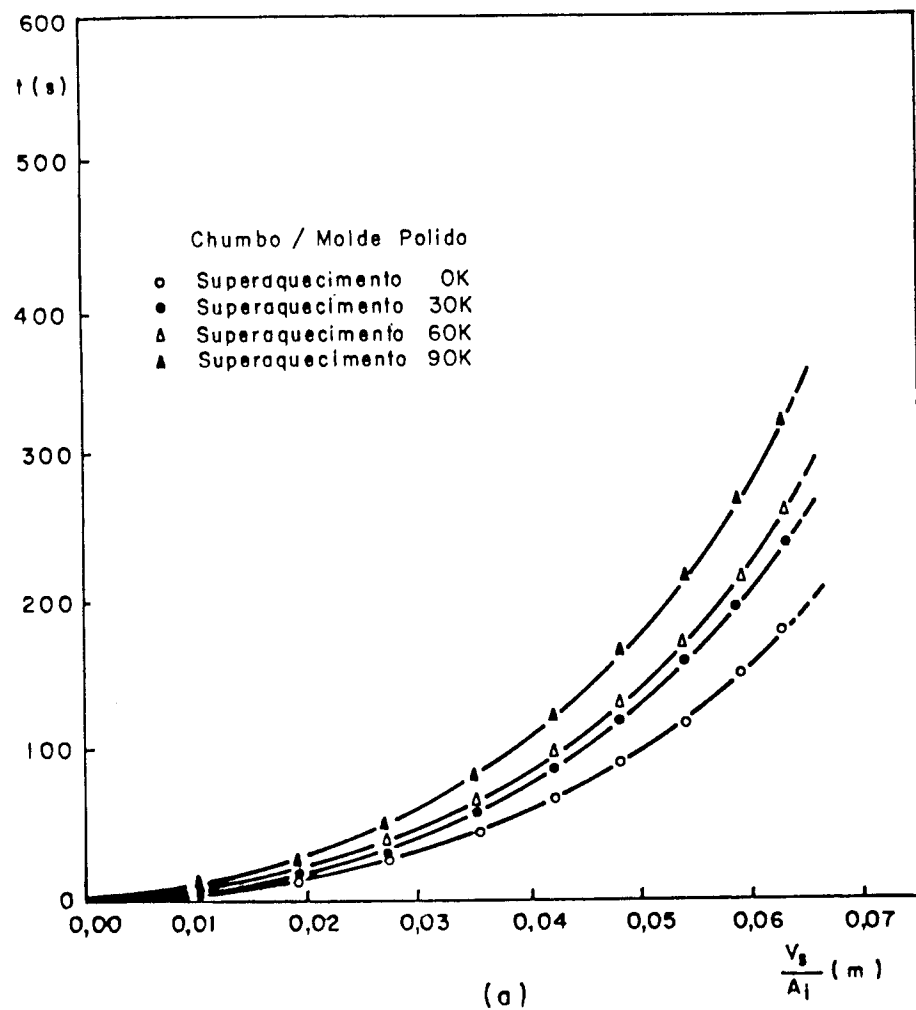


Fig. 4.1 - Resultados experimentais do tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) para o chumbo solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

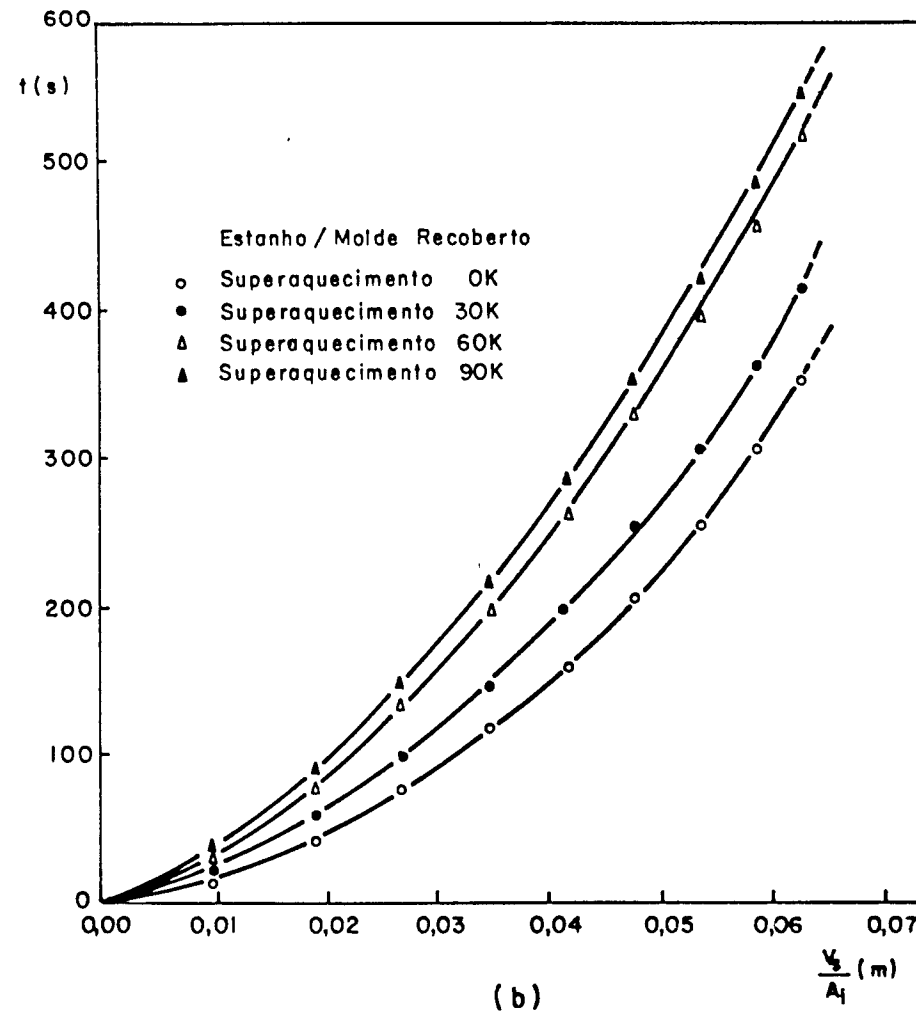
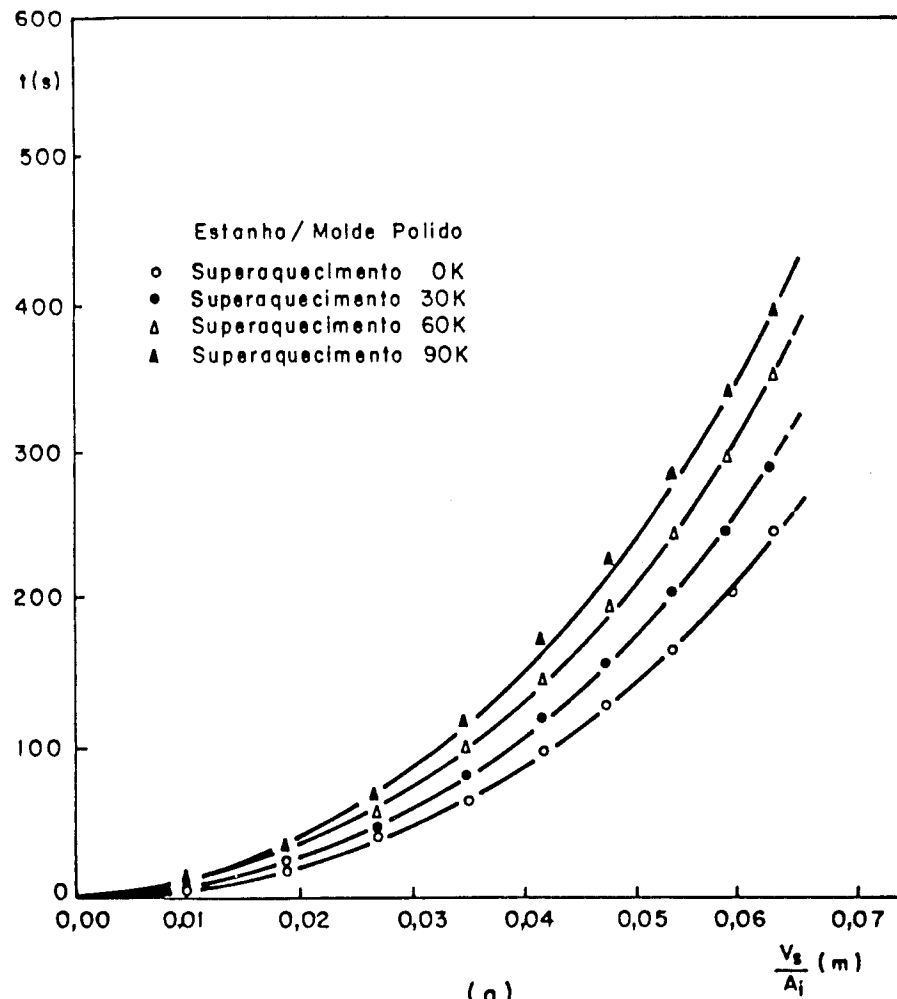
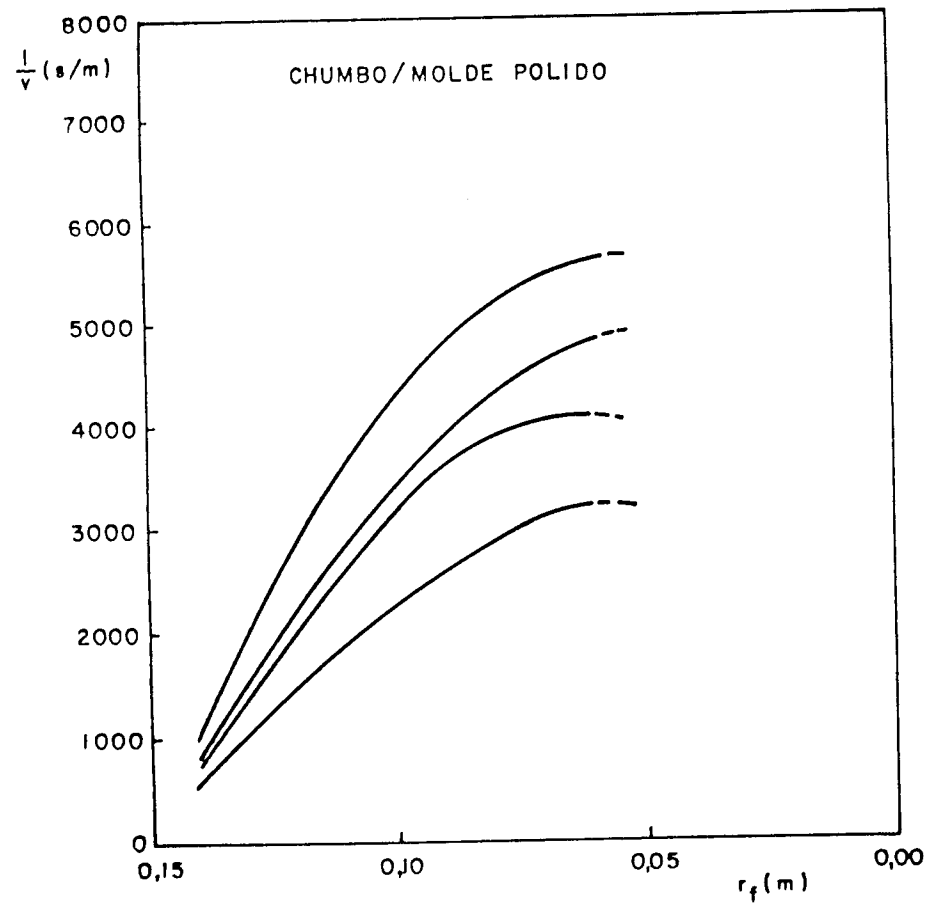


Fig. 4.2 - Resultados experimentais do tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) para o estanho solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

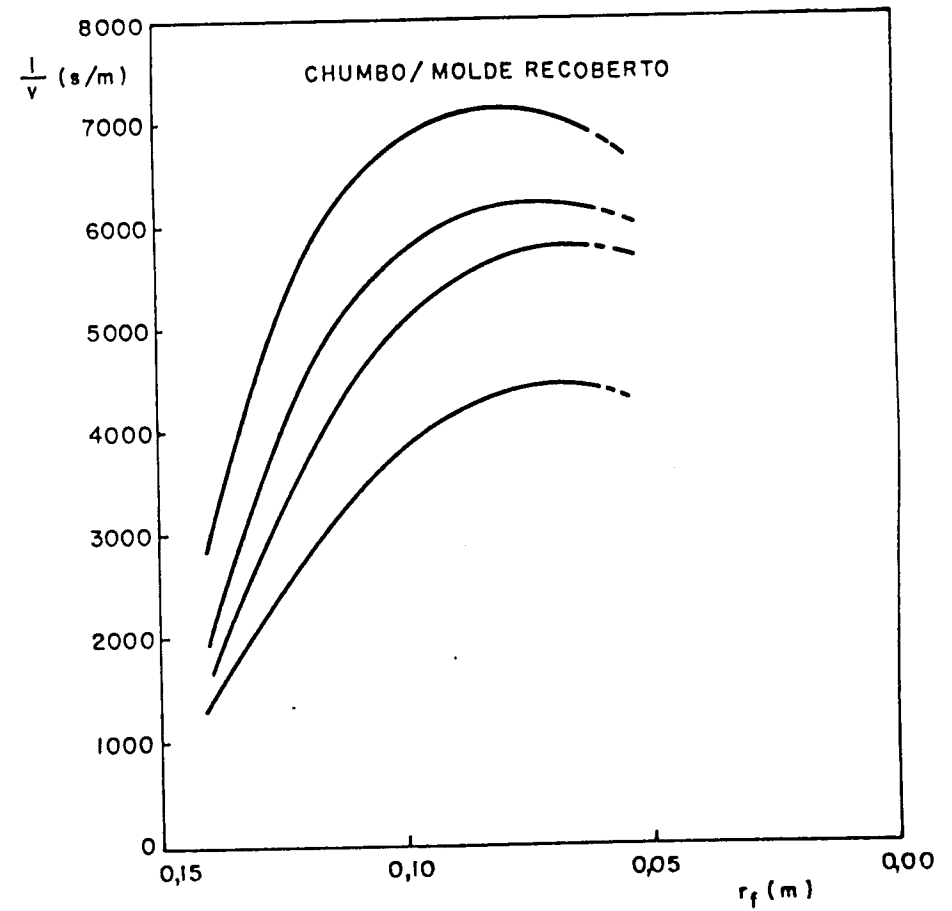
tempo de solidificação de uma mesma espessura de metal. A comparação entre as Fig. 4.1 (a) e 4.2 (a) respectivamente com as Fig. 4.1 (b) e 4.2 (b), permite concluir que, para um mesmo grau de superaquecimento, os tempos de solidificação em moldes recobertos são maiores que os correspondentes em moldes polidos. Por outro lado nota-se que, apesar de apresentar um menor ponto de fusão, o estanho solidifica-se mais lentamente que o chumbo.

4.2. VELOCIDADES DE SOLIDIFICAÇÃO

A Fig. 4.3 (a) e (b) apresenta os resultados experimentais da variação do inverso da velocidade de solidificação ($1/v$) em função do raio da interface sólido/líquido (r_f), obtidos para o chumbo solidificado nas condições anteriormente descritas. Na Fig. 4.4 (a) e (b) são mostradas as curvas correspondentes aos valores experimentais obtidos para o estanho solidificado em condições idênticas. Constata-se, em todos os casos, que durante o processo de solidificação a velocidade inicialmente diminui de valor em uma primeira fase, atinge um valor mínimo durante uma segunda etapa, e, finalmente, volta a crescer em uma terceira fase. Considerando-se um mesmo metal, submetido às mesmas condições de contato térmico na interface metal/molde, observa-se uma nítida influência do aumento do nível de superaquecimento no sentido de diminuir a velocidade de solidificação de uma mesma espessura de metal. Comparando-se as Fig. 4.3 (a) e 4.4 (a) respectivamente com as Fig. 4.3 (b) e 4.4 (b), conclui-se que para um mesmo grau de superaquecimento, as velocidades de solidificação em moldes recobertos são menores que as correspondentes em moldes polidos. Finalmente nota-se que o estanho apresenta velocidade de solidificação inferior a do chumbo.

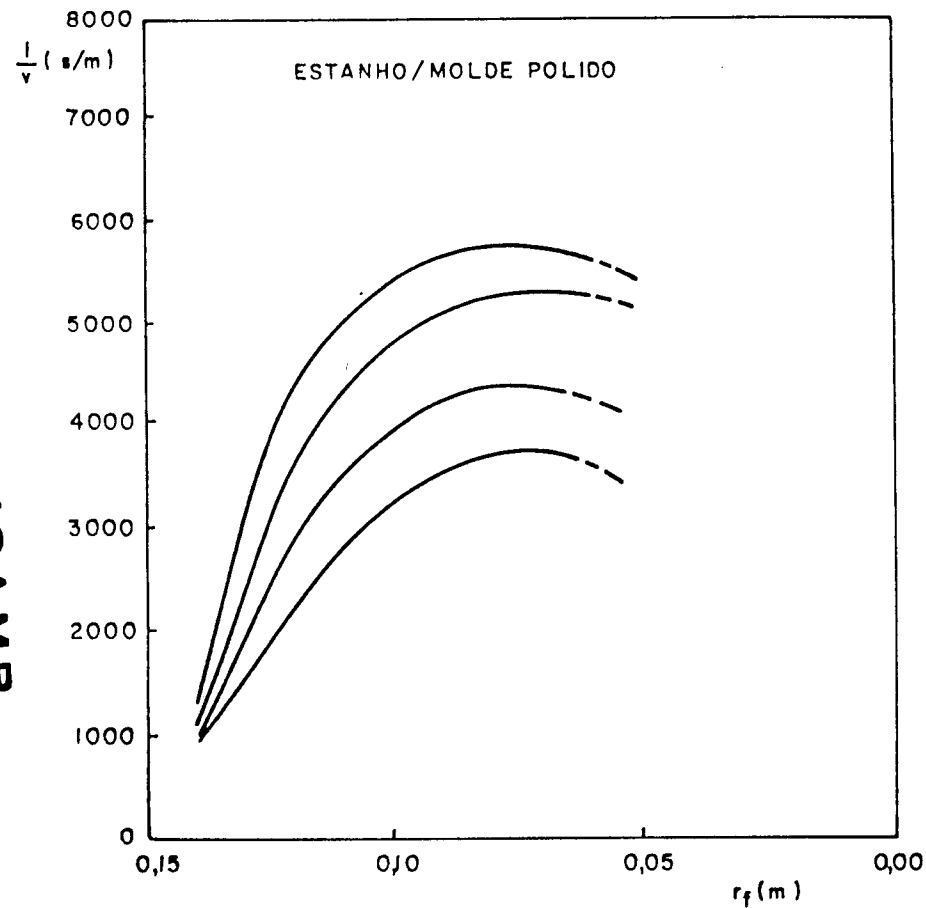


(a)

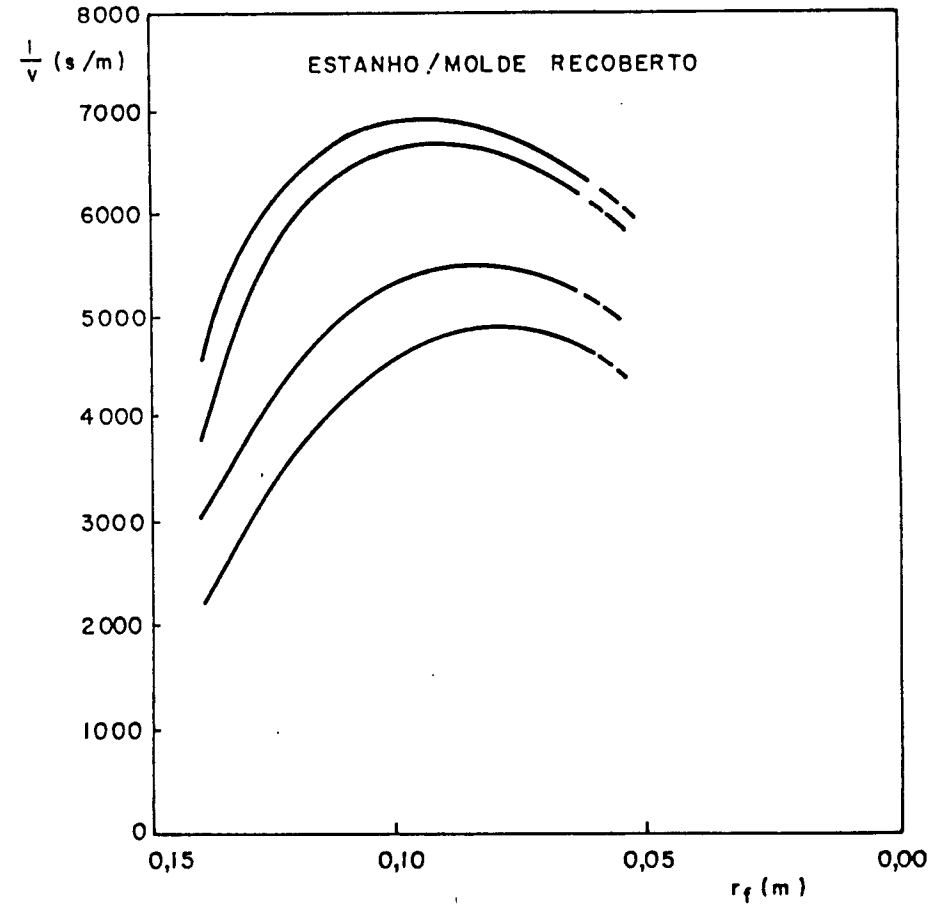


(b)

Fig. 4.5 - Resultados experimentais da variação do inverso da velocidade de solidificação em função de (r_f) para o chumbo solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.



(a)



(b)

Fig. 4.4 - Resultados experimentais da variação do inverso da velocidade de solidificação em função de (r_f) para o estanho solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO PARA A ANÁLISE DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS SUPERAQUECIDOS EM MOLDES CILÍNDRICOS REFRIGERADOS

O método para a análise da solidificação de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados foi desenvolvido a partir de uma solução apresentada por Medeiros e Garcia para geometrias planas (32,33), através da introdução de um fator de correção, proposto por Santos e Prates, que leva em conta a curvatura do molde (18,43,44,45).

5.1. SOLUÇÃO DE MEDEIROS E GARCIA

A solução de Medeiros e Garcia para moldes planos refrigerados considera as seguintes aproximações de ordem física:

- (a) O fluxo de calor unidirecional.
- (b) O metal é vazado a uma temperatura acima de sua temperatura de fusão.
- (c) O coeficiente de transmissão de calor entre o metal e o fluido de refrigeração permanece constante durante o processo.
- (d) O metal comporta-se como um elemento semi-infinito.
- (e) A interface sólido/líquido é macroscopicamente plana.
- (f) As propriedades físicas do metal e do molde não variam com a temperatura.

A solução admite, como hipótese adicional, que a resistência ao fluxo de calor entre o metal e o fluido de refrigeração equivale a uma parcela hipotética adicionada ao sistema metal/molde correspondente a uma camada virtual de metal previamente solidificada. Os sistemas real e virtual são apresentados na Fig.5.1. As relações (2.16), (2.17) e (2.18), já mencionadas, possibilitam a transposição de um sistema para outro. Em função das hipóteses

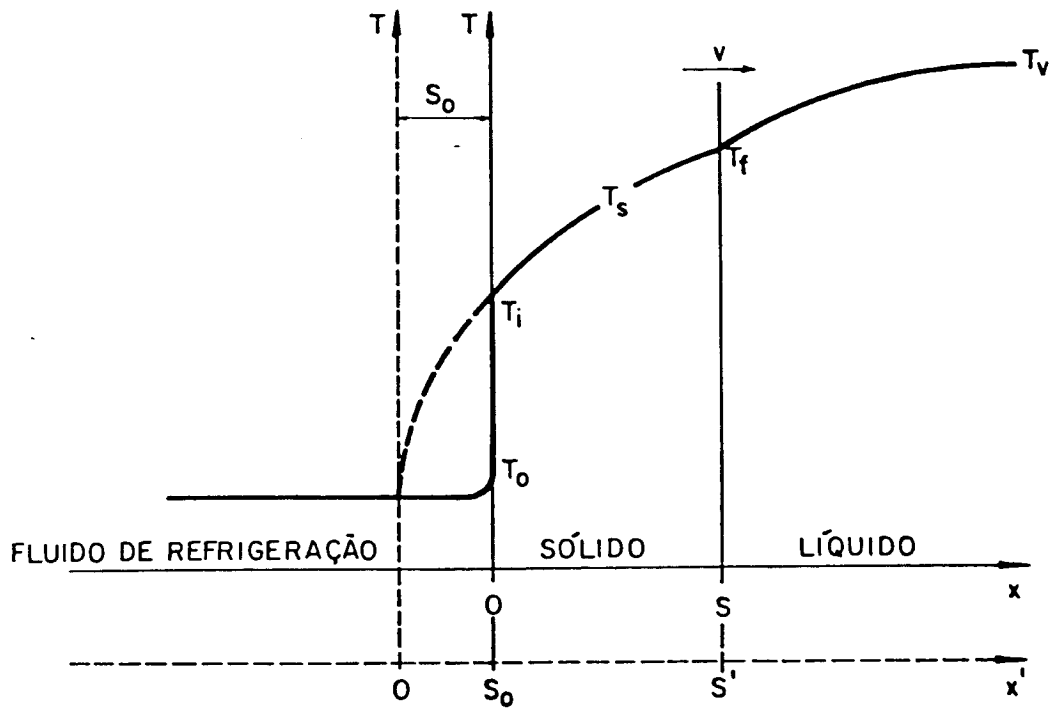


Fig. 5.1 - Distribuição de temperaturas no sistema metal/molde real (linhas cheias) e no sistema virtual correspondente (linhas tracejadas) segundo Medeiros e Garcia.

físicas assumidas admite-se que o calor é transferido somente por condução aplicando-se portanto ao sistema virtual a equação (2.19):

$$\frac{\partial T}{\partial t'} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x'^2} \quad 0 \leq x' \leq S'$$

cuja solução geral, baseada na função erro, é dada pela equação (2.22):

$$T = A + B \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_s t'}} \right)$$

O sistema virtual está sujeito às seguintes condições de contorno:

$$x' = 0 \rightarrow T_s = T_o = \text{constante} \quad (5.1)$$

$$x' = S' \rightarrow T_s = T_\ell = T_f = \text{constante} \quad (5.2)$$

$$x' \rightarrow +\infty \rightarrow T_\ell = T_v = \text{constante} \quad (5.3)$$

5.1.1. TEMPO DE SOLIDIFICAÇÃO

A solução de Medeiros e Garcia foi desenvolvida a partir da equação (2.25), citada anteriormente:

$$t = \frac{S^2}{4a_s \phi^2} + \frac{S_o S}{2a_s \phi^2}$$

5.1.2. PERFIL TÉRMICO DURANTE A SOLIDIFICAÇÃO

a) Perfil térmico no metal sólido

De acordo com a solução geral expressa pela equação (2.22)

o perfil térmico no metal sólido é dado por:

$$T_s = A_s + B_s \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_s t'}} \right) \quad (5.4)$$

As condições de contorno (5.1) e (5.2) permitem a determinação das constantes A_s e B_s :

$$A_s = T_o \quad (5.5)$$

$$B_s = \frac{T_f - T_o}{\operatorname{erf}(\phi)} \quad (5.6)$$

logo:

$$T_s = T_o + \frac{T_f - T_o}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf} \left(\phi \frac{x'}{S'} \right) \quad (5.7)$$

Fazendo-se a transposição para o sistema real obtêm-se:

$$T_s = T_o + \frac{T_f - T_o}{\operatorname{erf}(\phi)} \operatorname{erf} \left(\phi \frac{x + S_o}{S + S_o} \right) \quad (5.8)$$

b) Perfil térmico no metal líquido

O perfil térmico no metal líquido, conforme a solução geral fornecida pela equação (2.22), é dado por:

$$T_\ell = A_\ell + B_\ell \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{a_\ell t'}} \right) \quad (5.9)$$

As constantes A_ℓ e B_ℓ são determinadas através das condições de contorno (5.2) e (5.3), sendo:

$$A_\ell = T_v - \frac{T_v - T_f}{\operatorname{erfc}(n\phi)} \quad (5.10)$$

$$B_\ell = \frac{T_v - T_f}{\operatorname{erfc}(n\phi)} \quad (5.11)$$

logo:

$$T_\ell = T_v - \frac{T_v - T_f}{\operatorname{erfc}(n\phi)} \left[\operatorname{erfc} \left(n\phi \frac{x'}{S'} \right) \right] \quad (5.12)$$

Realizando-se novamente a transposição para o sistema real tem-se:

$$T_\ell = T_v - \frac{T_v - T_f}{\operatorname{erfc}(n\phi)} \left[\operatorname{erfc} \left(n\phi \frac{x+S_0}{S+S_0} \right) \right] \quad (5.13)$$

onde,

$$n = \sqrt{\frac{a_s}{a_\ell}} \quad (5.14)$$

5.1.3. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DE SOLIDIFICAÇÃO

Um balanço térmico na interface sólido/líquido possibilita a determinação da seguinte equação para o cálculo da constante de solidificação ϕ :

$$k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x'} \right)_{x'=S'} = k_\ell \left(\frac{\partial T_\ell}{\partial x'} \right)_{x'=S'} + H\rho_s \frac{dS'}{dt'} \quad (5.15)$$

Derivando-se as equações (5.7) e (5.12) em relação a x' e fazendo-se $x'=S'$ nos resultados encontrados obtêm-se:

$$\left(\frac{\partial T_s}{\partial x'} \right)_{x'=S'} = \frac{2\phi(T_f - T_0)}{\sqrt{\pi} S' \operatorname{erf}(\phi) \exp(\phi^2)} \quad (5.16)$$

$$\left(\frac{\partial T_\ell}{\partial x'} \right)_{x'=S'} = \frac{2n\phi(T_v - T_f)}{\sqrt{\pi} S' \operatorname{erfc}(n\phi) \exp(n^2\phi^2)} \quad (5.17)$$

De (2.23) sabe-se que:

$$S' = 2\phi \sqrt{a_s t'} \quad (5.18)$$

Derivando-se a equação (5.18) em relação a t' , encontra-se:

$$\frac{dS'}{dt'} = \frac{2\phi^2 a_s}{S'} \quad (5.19)$$

Combinando-se as equações (5.16), (5.17) e (5.19) com a equação (5.15), resulta:

$$\frac{\exp(-\phi^2)}{\operatorname{erf}(\phi)} - m \frac{(T_v - T_f) \exp(-n^2 \phi^2)}{(T_f - T_o) \operatorname{erfc}(n\phi)} - \frac{\sqrt{\pi} H \phi}{c_s (T_f - T_o)} = 0 \quad (5.20)$$

onde,

$$m = \sqrt{\frac{k_l \rho_l c_l}{k_s \rho_s c_s}} \quad (5.21)$$

A equação (5.20) permite a determinação, por meio de técnicas iterativas, da constante de solidificação ϕ . A Fig. 5.2 apresenta a solução gráfica desta equação para diversos metais não ferrosos solidificados a partir de diferentes graus de superaquecimento.

5.1.4. DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA VIRTUAL DE METAL PREVIAMENTE SOLIDIFICADA

A espessura de metal previamente solidificada no sistema virtual é calculada através do seguinte balanço de fluxo de calor na interface metal/molde:

$$k_s \left(\frac{\partial T_s}{\partial x'} \right)_{x'=S_o} = h_i (T_f - T_o) \quad (5.22)$$

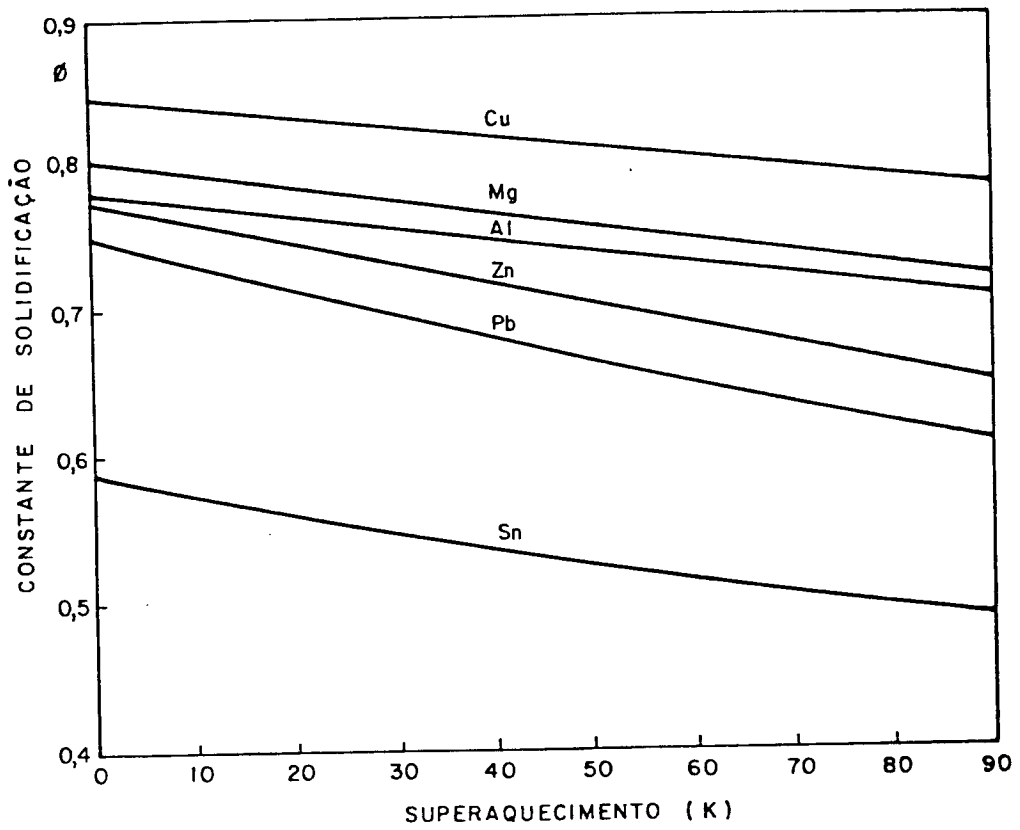


Fig. 5.2 - Determinação gráfica da constante de solidificação (ϕ) em função do superaquecimento para metais não ferrosos solidificados em molde refrigerado.

Derivando-se a equação (5.7) em relação a x' e fazendo-se $x' = S_0$ no resultado obtido tem-se:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x'}\right)_{x'=S_0} = \frac{2\phi(T_f - T_0)}{\sqrt{\pi} S_0 \operatorname{erf}(\phi) \exp(\phi^2)} \quad (5.23)$$

Introduzindo-se a equação (5.23) na equação (5.22) encontra-se:

$$S_0 = \frac{2\phi k_s}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\phi) \exp(\phi^2) h_i} \quad (5.24)$$

5.1.5. FORMA DIMENSIONAL DA SOLUÇÃO

A equação que descreve o tempo de solidificação em função da espessura solidificada durante o processo de solidificação unidirecional de metais superaquecidos em moldes refrigerados é determinada substituindo-se a equação (5.24) na equação (2.25), logo:

$$t = \frac{1}{4a_s \phi^2} S^2 + \frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) h_i} S \quad (5.25)$$

ou de forma simplificada:

$$t = \alpha S^2 + \beta S \quad (5.26)$$

onde,

$$\alpha = \frac{1}{4a_s \phi^2} \quad (5.27)$$

$$\beta = \frac{S_0}{2a_s \phi^2} = \frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) h_i} \quad (5.28)$$

5.1.6. FORMA ADIMENSIONAL DA SOLUÇÃO

A relação entre tempo e espessura solidificada, equação (5.25), pode ser adimensionalizada resultando:

$$t^* = \frac{1}{4\phi^2} S^{*2} + \frac{1}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi)} S^* \quad (5.29)$$

onde,

$$t^* = \frac{h_i^2 t}{k_s \rho_s c_s} \quad (5.30)$$

$$S^* = \frac{h_i S}{k_s} \quad (5.31)$$

5.2. FATOR DE CORREÇÃO DE SANTOS E PRATES

Consistindo numa extensão do modelo analítico exato apresentado por Garcia e Prates para moldes planos (17,29,30), Santos e Prates propuseram um método para a análise da cinética e da distribuição de temperaturas durante a solidificação de metais em geometrias cilíndricas (18,43,44,45), através da introdução de um fator de correção que leva em conta a curvatura do molde. A partir de conclusões obtidas da análise das alterações ocorridas no processo de solidificação provocadas pelos efeitos da curvatura, os autores estabeleceram que o fator de correção deveria basicamente considerar a diferença de geometria entre o plano e o cilindro tendo para isso que assumir o valor igual à unidade no instante inicial da solidificação ($r_f=r_o$) e o valor dois no final da mesma ($r_f=0$), conforme relação mostrada anteriormente pela equação (2.56):

$$\theta = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right]$$

5.3. PROPOSIÇÃO DO MÉTODO PARA A ANÁLISE DA CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS SUPERAQUECIDOS EM GEOMETRIAS CILÍNDRICAS

5.3.1. TEMPO DE SOLIDIFICAÇÃO

Introduzindo-se o fator de correção, dado pela equação (2.56), na equação (5.25) e substituindo-se, em função dos motivos expostos anteriormente, S por (V_s/A_i) determina-se a equação que permite a estimativa dos tempos de solidificação de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados que, na forma dimensional, é dada por:

$$t = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{4a_s \phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + \frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) h_i} \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right] \quad (5.32)$$

ou de maneira significada:

$$t = \theta \left[\alpha \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + \beta \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right] \quad (5.33)$$

onde α e β são definidos respectivamente pelas equações (5.27) e (5.28).

A equação (5.32) pode ser representada em termos de parâmetros adimensionais adquirindo assim um caráter mais geral e extensivo:

$$t^* = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^{*2} + \frac{1}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi)} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^* \right] \quad (5.34)$$

onde t^* é dado pela equação (5.30) e:

$$\left(\frac{V_s}{A_i} \right)^* = \frac{h_i}{k_s} \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \quad (5.35)$$

5.3.2. VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO

Uma vez desenvolvida e verificada a equação que representa o tempo de solidificação, em função da relação (V_s/A_i) , de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados foi determinada, a partir da mesma, a equação que descreve a variação da velocidade de solidificação durante o processo. Para efeito de derivação a equação (5.34) foi colocada na seguinte forma dimensional:

$$C_2 t = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{4\phi^2} \left(C_1 \frac{V_s}{A_i} \right)^2 + C_3 \left(C_1 \frac{V_s}{A_i} \right) \right] \quad (5.36)$$

onde,

$$C_1 = \frac{h_i}{k_s} \quad (5.37)$$

$$C_2 = \frac{h_i^2}{k_s \rho_s c_s} \quad (5.38)$$

$$C_3 = \frac{1}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi)} \quad (5.39)$$

Como a velocidade de solidificação está relacionada com o aumento da espessura solidificada, é conveniente colocar a equação (5.36) em função dessa espessura que, para geometrias cilíndricas, é dada por $(r_o - r_f)$, logo:

$$t = \frac{1}{C_2} \left\{ \left[2 - \left(\frac{r_o - (r_o - r_f)}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right)^2 + C_3 C_1 \frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right] \right\} \quad (5.40)$$

Derivando-se a equação (5.40) em relação à espessura solidificada $(r_o - r_f)$, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{dt}{d(r_o - r_f)} = & \frac{1}{C_2} \left\{ \frac{r_f}{r_o} \left[2 - \left(\frac{r_o - (r_o - r_f)}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + C_3C_1 \right] + \frac{r_f}{r_o} \left[\frac{C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right)^2 + C_3C_1 \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right) \right] \frac{2}{r_o} \right\} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Como a velocidade é dada por:

$$v = \frac{d(r_o - r_f)}{dt} = \left[\frac{dt}{d(r_o - r_f)} \right]^{-1} \quad (5.42)$$

então tem-se que:

$$\begin{aligned} v = \left[\frac{dt}{d(r_o - r_f)} \right]^{-1} = & \left\{ \frac{1}{C_2} \frac{r_f}{r_o} \left\{ \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + C_3C_1 \right] + \left[\frac{C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right)^2 + C_3C_1 \right. \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \right) \right] \frac{2}{r_o} \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (5.43)$$

Sabe-se que:

$$\left(\frac{V_s}{A_i} \right) = \frac{2r_o(r_o - r_f) - (r_o - r_f)^2}{2r_o} \quad (5.44)$$

Finalmente, substituindo-se (5.44) em (5.43), determina-se a equação que descreve a variação da velocidade de solidificação durante o processo que, na forma dimensional, é dada por:

$$v = \left\{ \frac{1}{C_2} \frac{r_f}{r_o} \left\{ \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right) + C_3 C_1 \right] + \frac{2}{r_o} \left[\frac{C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + C_3 C_1 \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right] \right\} \right\}^{-1} \quad (5.45)$$

A equação (5.45), pelas mesmas razões citadas no caso dos tempos de solidificação, pode ser colocada na seguinte forma adimensional:

$$v^* = \left\{ \frac{r_f}{r_o} \left\{ \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^* + C_3 \right] + \left[\frac{2}{4\phi^2 C_1^*} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^{*2} + \frac{2C_3}{C_1^*} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^* \right] \right\} \right\}^{-1} \quad (5.46)$$

onde a relação $(V_s/A_i)^*$ é definida pela equação (5.35) e:

$$v^* = \frac{C_1}{C_2} v \quad (5.47)$$

$$C_1^* = C_1 r_o \quad (5.48)$$

CAPÍTULO 6

APLICAÇÃO DO MÉTODO, COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL
E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

6.1. ESTIMATIVA DA CONDUTÂNCIA TÉRMICA METAL/MOLDE

O procedimento para a estimativa dos valores do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde h_i foi baseado em uma técnica experimental, proposta por Garcia e Prates, que utiliza diretamente resultados relativos à cinética de solidificação (20).

Conforme mencionado anteriormente, Garcia e Prates desenvolveram um modelo analítico de transferência de calor aplicado à solidificação (17,29,30) mostrando que a cinética de solidificação unidirecional de metais, para superaquecimento nulo, pode ser descrita pela equação (2.33):

$$t = \alpha S^2 + \beta S$$

onde α e β são dados respectivamente pelas equações (2.34) e (2.35). A equação (2.33) pode ser rearranjada na seguinte forma:

$$\frac{t}{S} = \alpha S + \beta \tag{6.1}$$

demonstrando que os resultados experimentais colocados na forma t/S contra S apresentam variação linear o que torna possível a estimativa, através de regressão linear dos pontos experimentais, da constante β sendo este valor dado pela interseção da reta com o eixo de coordenadas t/S , conforme ilustra a Fig. 6.1. Introduzindo-se o valor de β na equação (2.35), obtém-se então o valor de h_i .

A equação que permite a estimativa de β e consequentemente do valor de h_i no caso da solidificação de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados foi determinada, de ma-

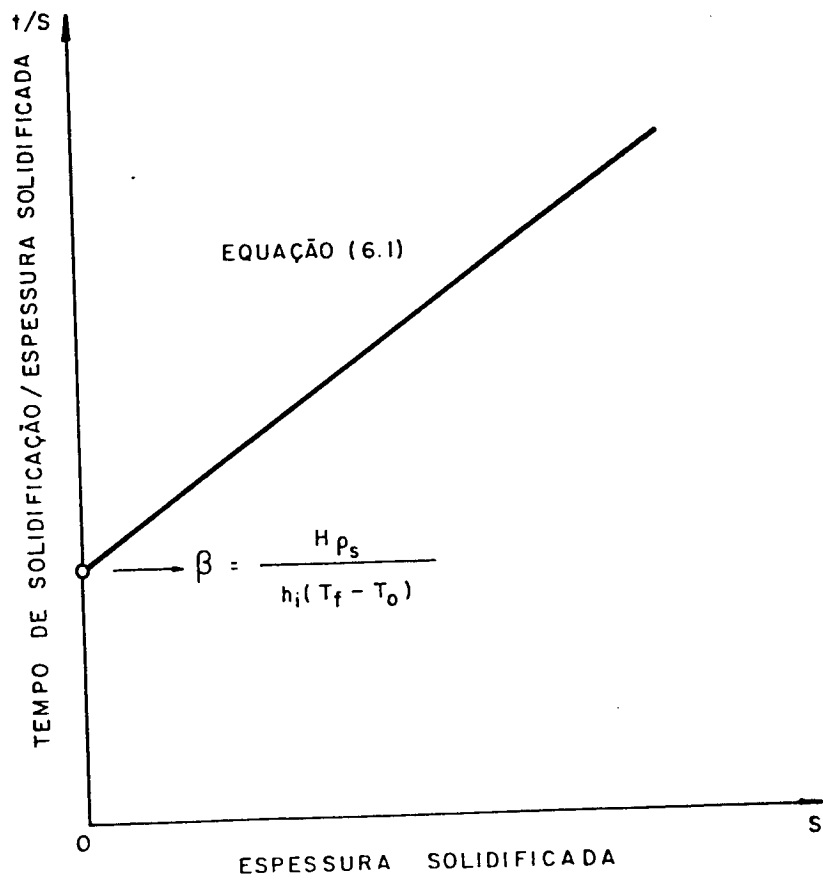


Fig. 6.1 - Estimativa da constante β segundo a técnica experimental de Garcia e Prates.

neira análoga, a partir da equação (5.33):

$$t = \theta \left[\alpha \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + \beta \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right]$$

onde θ , α e β são definidos respectivamente pelas equações (2.56), (5.27) e (5.28). Rearranjando-se a equação (5.33), tem-se que:

$$\frac{t}{\theta \left(\frac{V_s}{A_i} \right)} = \left[\alpha \left(\frac{V_s}{A_i} \right) + \beta \right] \quad (6.2)$$

Da mesma forma, substituindo-se o valor de β na equação (5.28), obtêm-se o valor do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde:

$$h_i = \frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) \beta} \quad (6.3)$$

Nas Fig. 6.2 e 6.3 são apresentados os resultados experimentais da relação $t/(V_s/A_i)\theta$ em função de (V_s/A_i) obtidos para o chumbo solidificado radialmente em molde refrigerado, em duas diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde, com diferentes graus de superaquecimento. As Fig. 6.4 e 6.5 mostram os resultados obtidos para o estanho nas mesmas condições. Nas Fig. 6.2 e 6.4 nota-se que, apesar de cada um dos metais ter sido vazado com diferentes níveis de superaquecimento, existe durante cada um dos processos de solidificação uma acentuada tendência quanto a manutenção de um único valor para h_i o que permite concluir que o superaquecimento não exerce influência sobre o coeficiente de transferência de calor. Esta tendência observada tornou desnecessária a comprovação, para o caso da interface metal/molde recoberta, de um mesmo valor para h_i nos vários níveis de superaquecimento considerados. Sendo assim o valor do coeficiente de transferência de calor, para este tipo de contato térmico, foi estimado somente a partir dos resultados experimentais obtidos no processo de solidificação com superaquecimento nulo, con

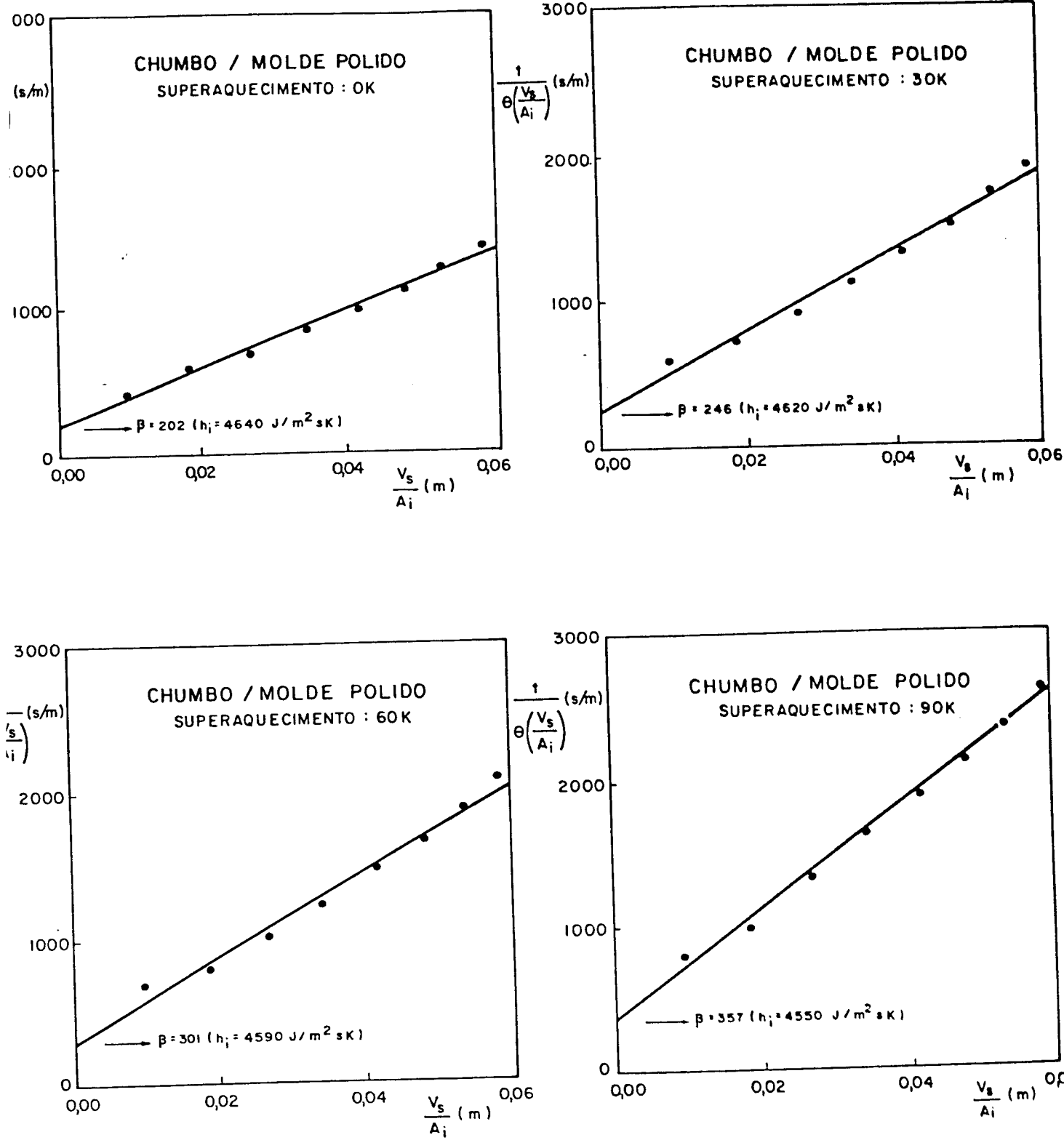


Fig. 6.2 - Estimativa dos valores da constante β a partir de resultados experimentais do processo de solidificação do chumbo em molde polido.

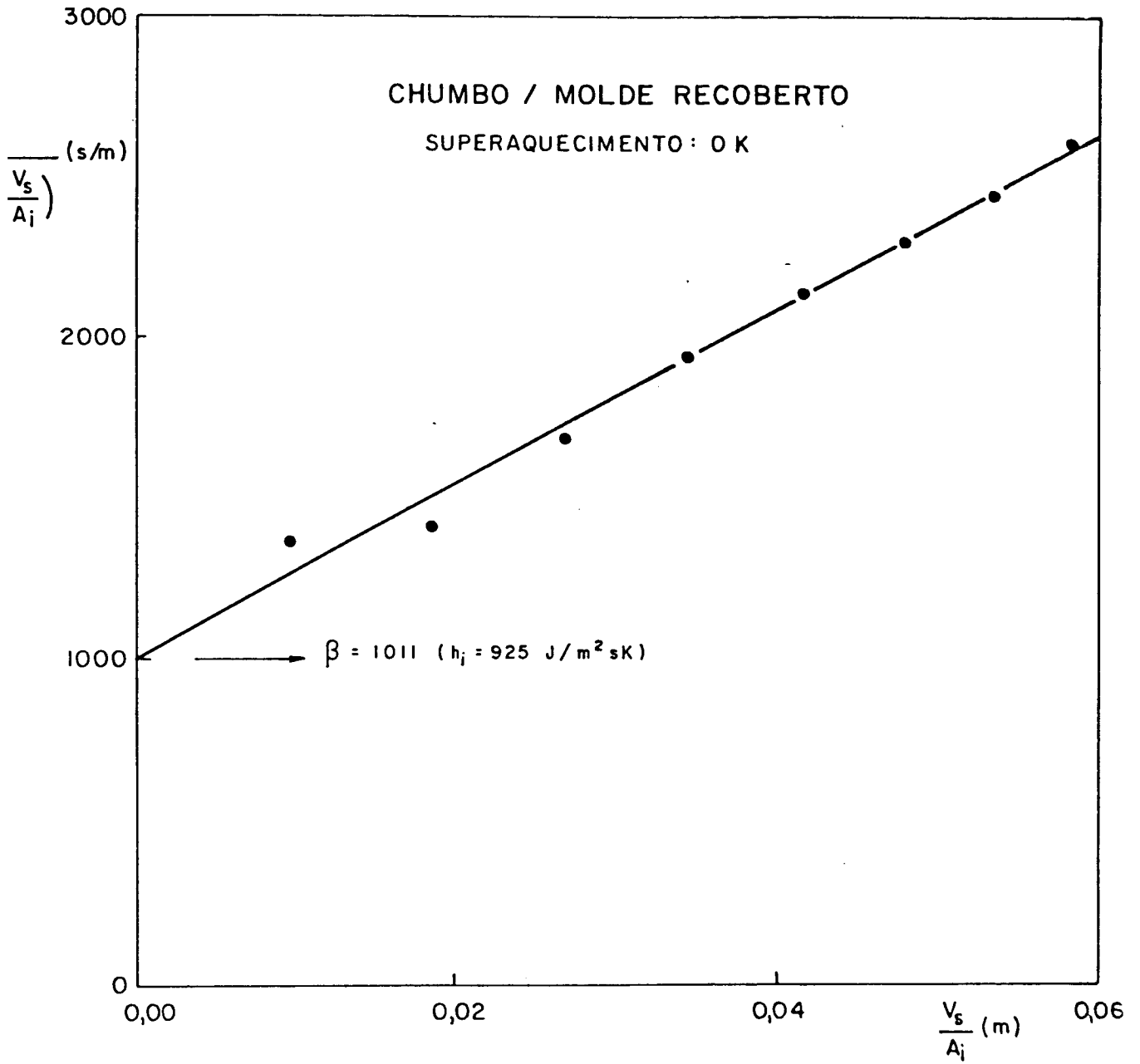


Fig. 6.3 - Estimativa dos valores da constante β a partir de resultados experimentais do processo de solidificação do chumbo em molde recoberto.

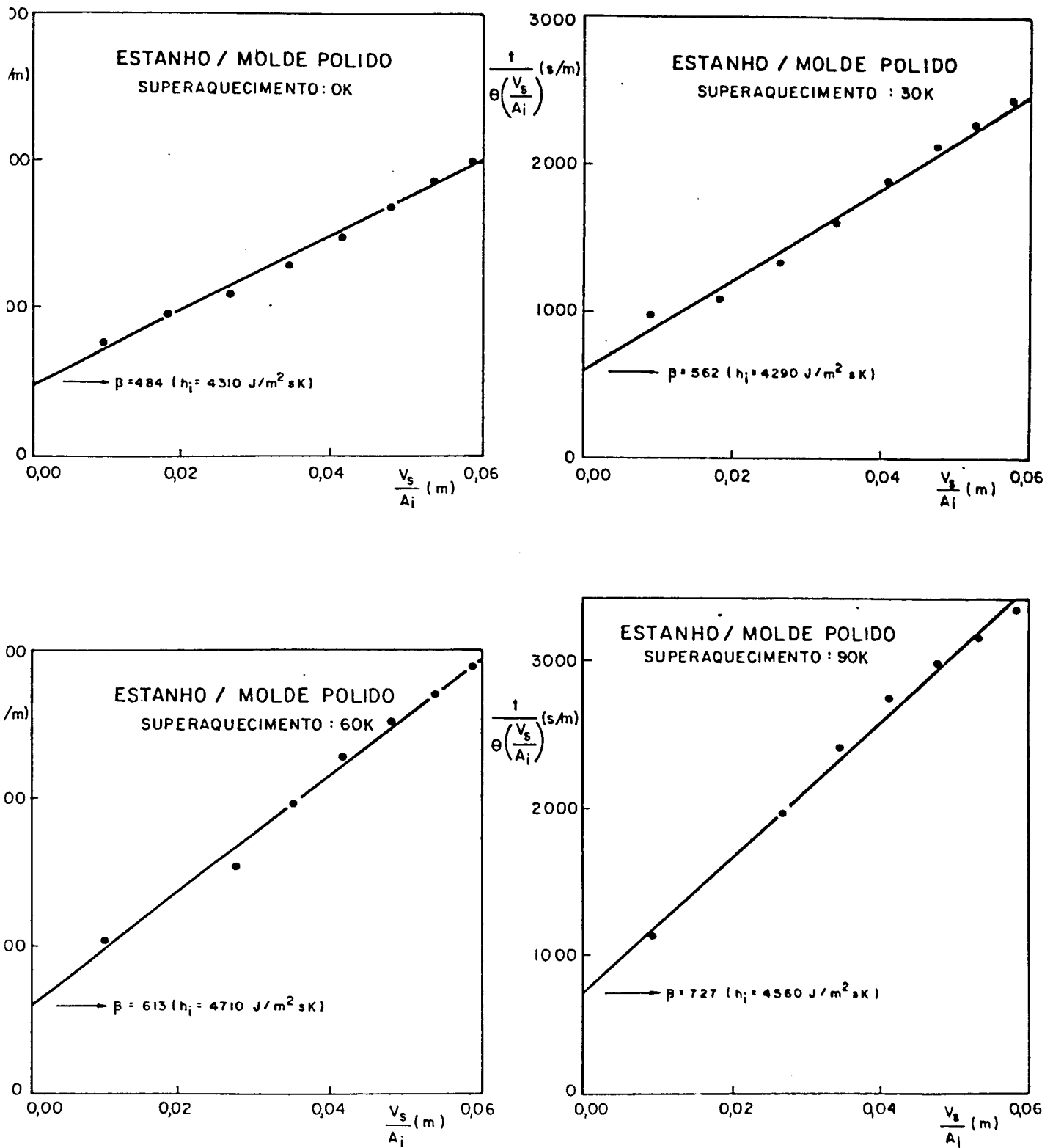


Fig. 6.4 - Estimativa dos valores da constante β a partir de resultados experimentais do processo de solidificação do estanho em molde polido.

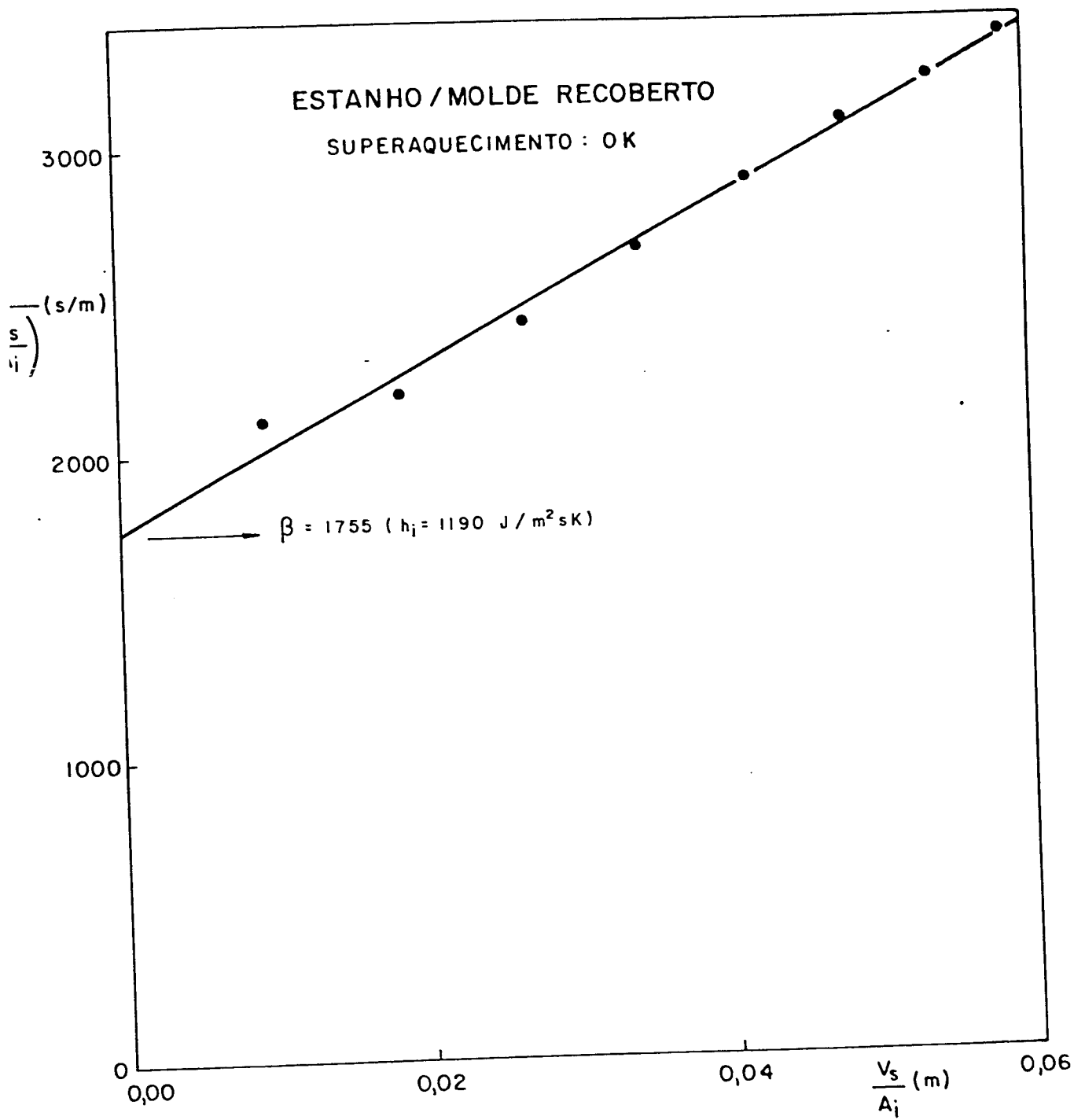


Fig. 6.5 - Estimativa dos valores da constante β a partir de resultados experimentais do processo de solidificação do estanho em molde recoberto.

forme indicado pelas Fig. 6.3 e 6.5. Em todos os casos estudados as retas experimentais foram obtidas através de regressão linear dos pontos experimentais.

Utilizando-se os valores da constante β , a equação (6.3) e as propriedades físicas que constam na Tabela 3.1, pode-se estimar os valores do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde para o chumbo e o estanho nas diferentes condições de contato térmico envolvidas. Estes valores encontram-se agrupados na Tabela 6.1.

Por outro lado comparando-se os valores da Tabela 6.1 com aqueles encontrados por Garcia e Prates para o plano (20), verifica-se que os mesmos são praticamente iguais. Como o coeficiente de transferência de calor independe do tipo de geometria do molde a equação (6.2) pode ser utilizada, juntamente com resultados experimentais, para a estimativa do mesmo em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica.

6.2. VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DO MÉTODO PROPOSTO PARA A ANÁLISE DA CINÉTICA DE SOLIDIFICAÇÃO EM GEOMETRIAS CILÍNDRICAS

6.2.1. TEMPO DE SOLIDIFICAÇÃO

Na Fig. 6.6 (a) e (b) são apresentadas as curvas de variação do tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) , na forma adimensional, obtidas com a aplicação do método proposto (equação 5.34) juntamente com os pontos experimentais, para o chumbo solidificado radialmente em molde refrigerado, em duas diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde, com diferentes graus de superaquecimento. A Fig. 6.7 (a) e (b) mostra os resultados obtidos para o estanho solidificado nas mesmas condições. Pode-se observar que em todos os casos analisados há uma boa concordância entre os resultados teóricos e os resultados experimentais.

A sensível influência do aumento do nível de superaquecimento no sentido de elevar o tempo de solidificação de uma mesma espessura de metal, em um mesmo tipo de molde, é justificada pelas quantidades cada vez maiores de calor que necessitam ser retiradas do sistema durante o processo. Para um mesmo grau de

CONDIÇÃO DO MOLDE	COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA INTERFACE METAL/MOLDE (h_i) [J/m^2sK]	
	CHUMBO	ESTANHO
MOLDE POLIDO	$4,6 \times 10^3$	$4,3 \times 10^3$
MOLDE RECOBERTO	$0,90 \times 10^3$	$1,2 \times 10^3$

Tabela 6.1 - Valores do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde utilizados neste trabalho.

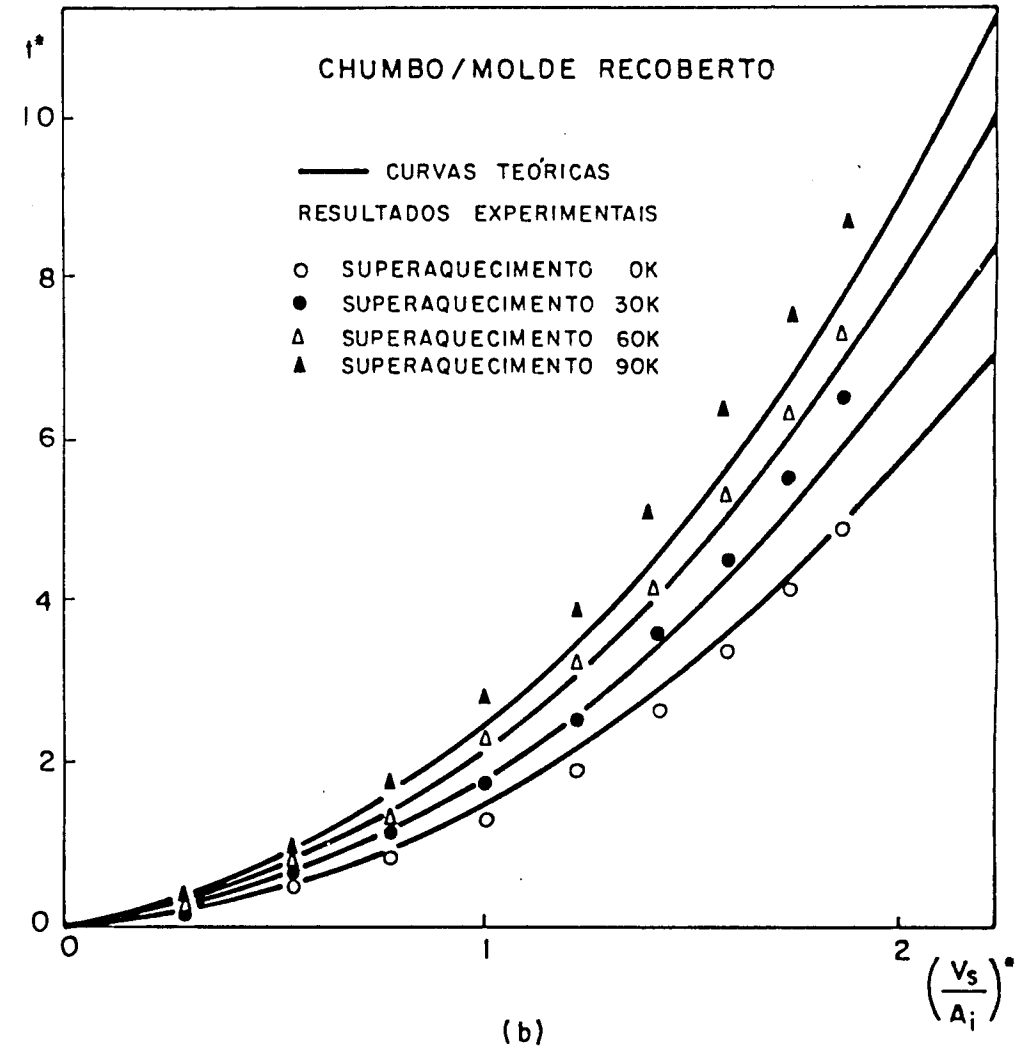
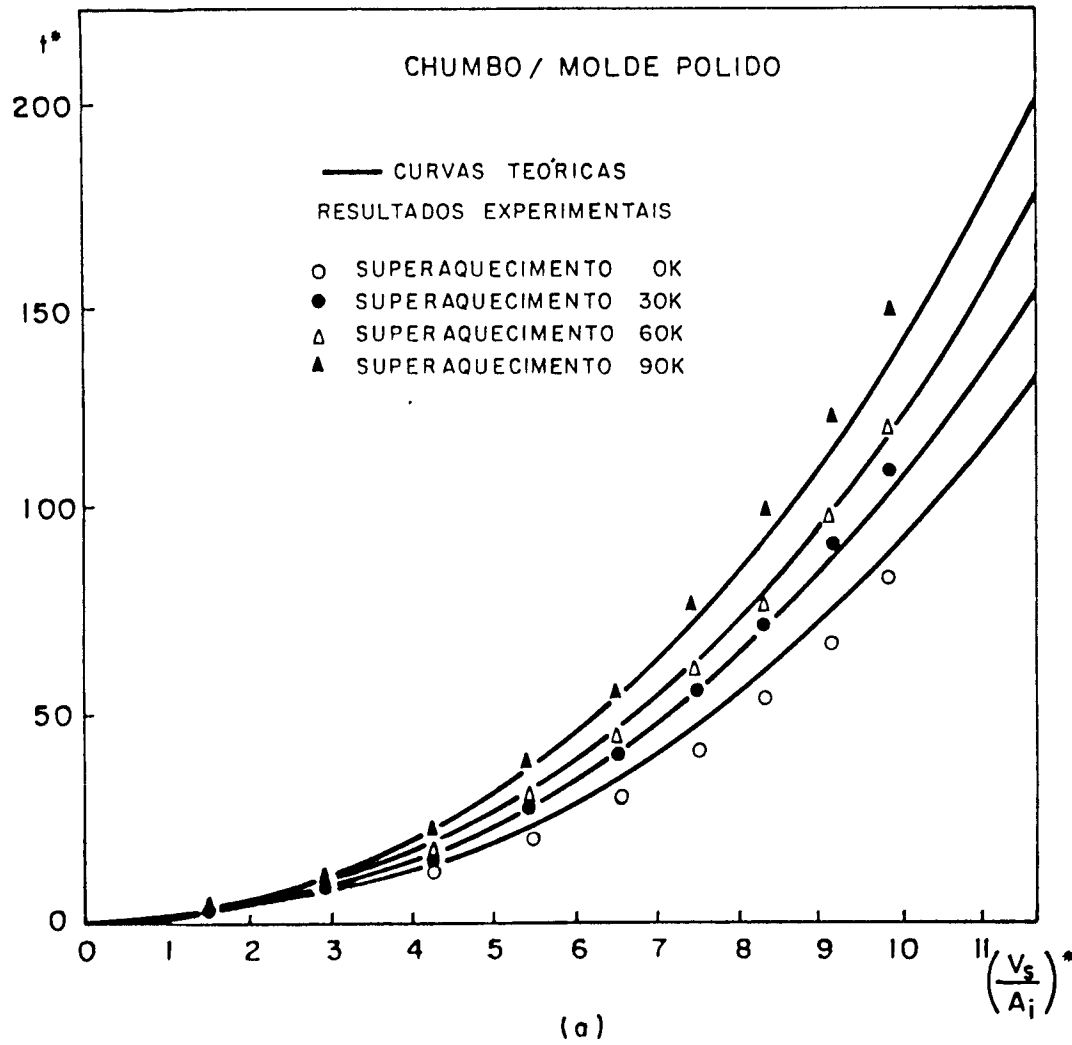


Fig. 6.6 - Comparação entre o método proposto e os resultados experimentais do tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) para o chumbo solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

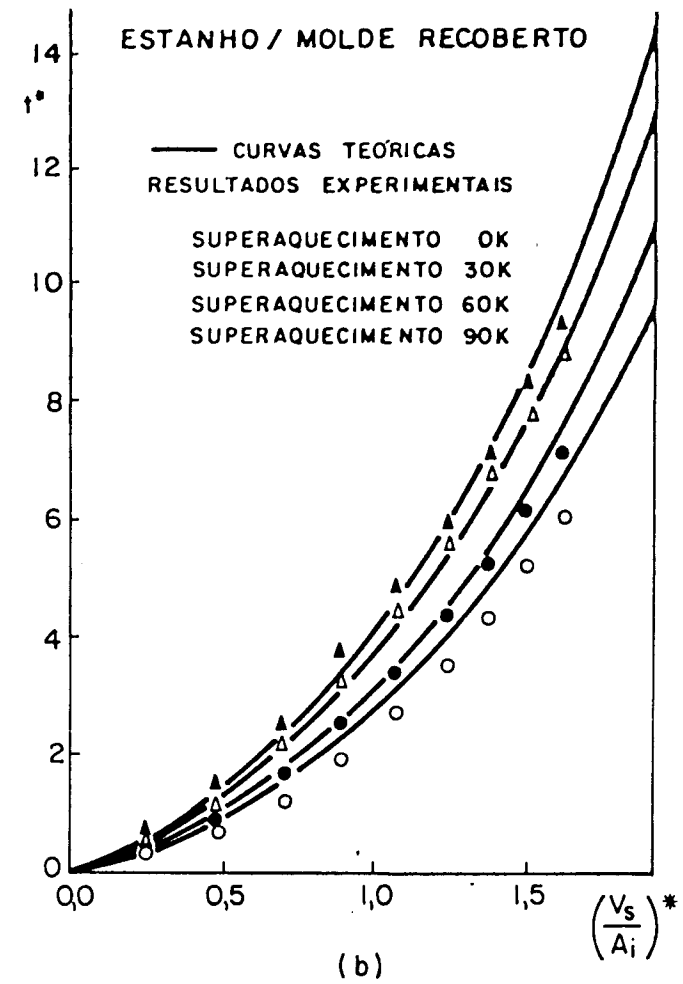
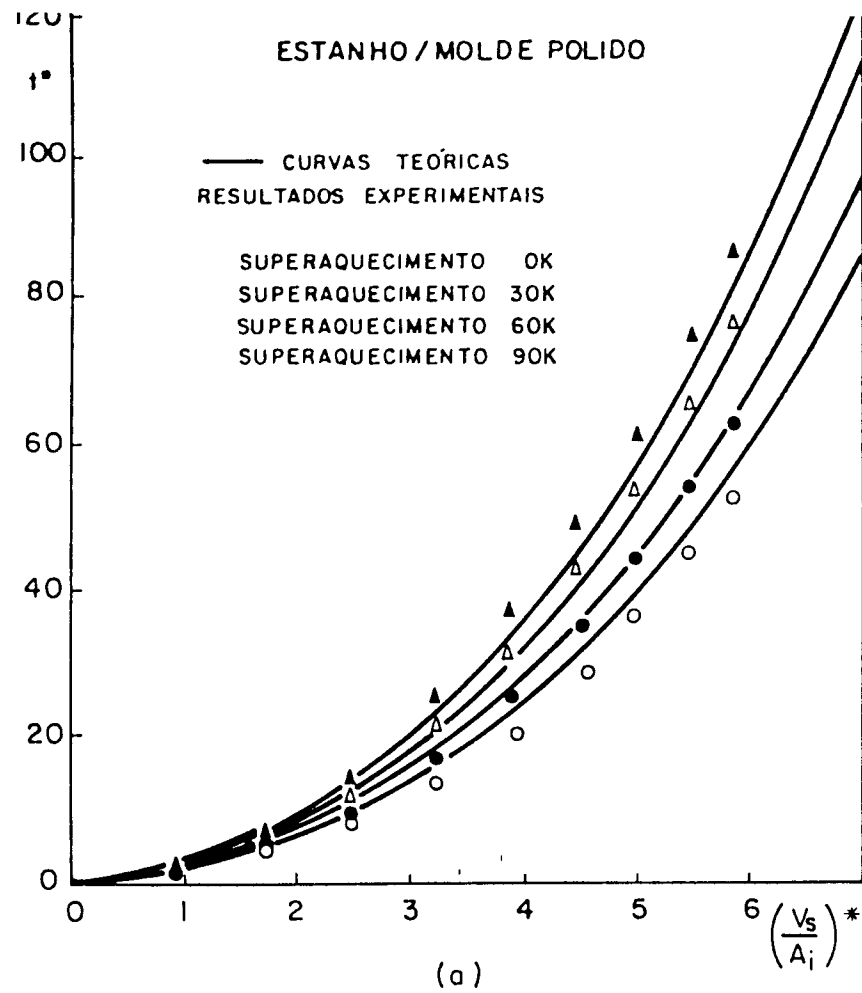


Fig. 6.7 - Comparação entre o método proposto e os resultados experimentais do tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) para o estanho solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

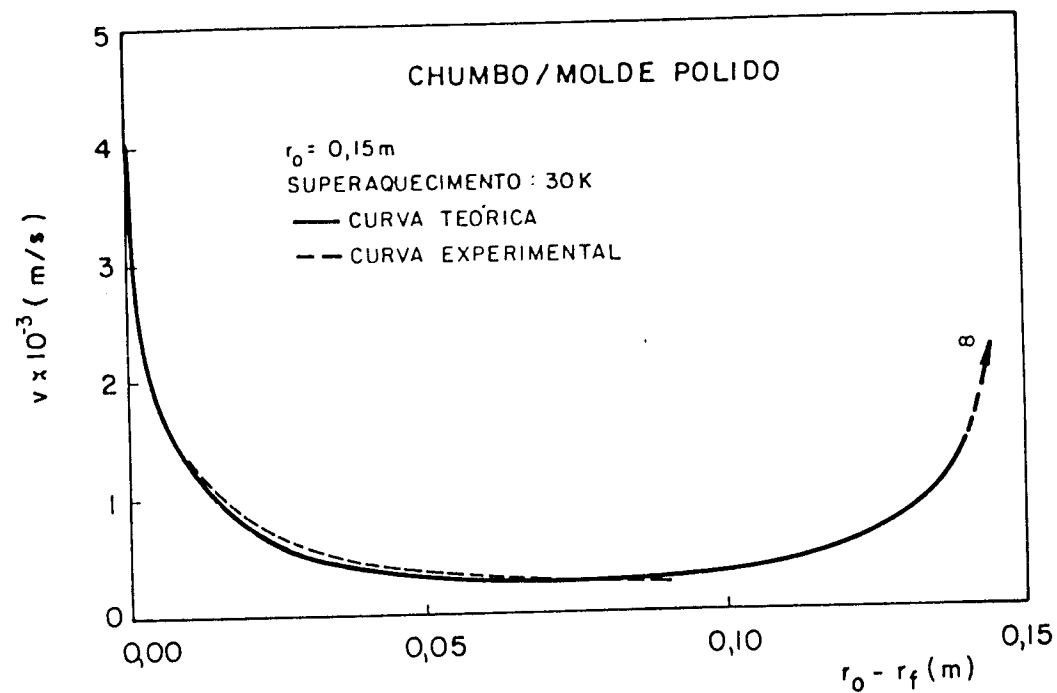
superaquecimento os tempos de solidificação em moldes recobertos são maiores que os correspondentes em moldes polidos devido a maior resistência térmica à extração de calor durante a cinética do processo, evidenciando a importância do tipo de contato térmico na interface metal/molde. Apesar de apresentar um menor ponto de fusão, o estanho solidifica-se mais lentamente que o chumbo, desde que mantidas as mesmas condições, em função de suas propriedades térmicas.

6.2.2. VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO

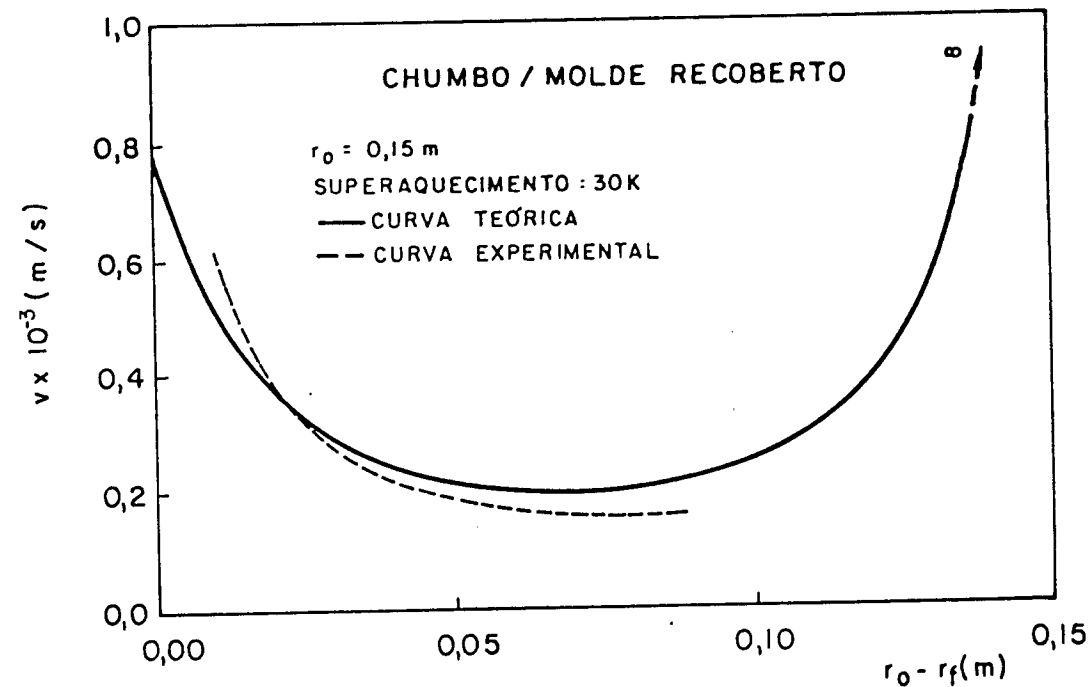
A Fig. 6.8 (a) e (b) apresenta as curvas de variação da velocidade de solidificação em função da espessura solidificada ($r_o - r_f$), obtidas através da aplicação do método proposto (equação (5.45)) juntamente com as curvas experimentais, para o chumbo solidificado radialmente em molde refrigerado, em duas diferentes condições de contato térmico na interface metal/molde, com superaquecimento de 30K. Na Fig. 6.9 (a) e (b) são mostradas as curvas teóricas e experimentais obtidas para o estanho solidificado em condições idênticas. Pode-se notar, igualmente, que há uma boa concordância entre os resultados teóricos e os experimentais o que evidencia a eficiência do método também para o cálculo da velocidade de solidificação.

Conforme verificado anteriormente, durante o processo de solidificação a velocidade inicialmente diminui de valor em uma primeira fase, atinge um valor mínimo durante uma segunda etapa, e, finalmente, volta a crescer em uma terceira fase. As Fig. 6.8 e 6.9 permitem concluir que a velocidade tende a um valor infinito nos instantes finais da solidificação fato que é explicado pelo rápido aumento da taxa de redução do volume de metal líquido remanescente no final do processo, provocando uma acentuada redução na quantidade de calor latente a ser retirada do sistema.

A Fig. 6.10 (a) e (b) apresenta as curvas de variação do inverso da velocidade de solidificação ($1/v$) em função do raio da interface sólido/líquido (r_f) obtidas com a aplicação do método proposto (equação 5.45), para o chumbo solidificado nas condições anteriormente descritas, com diferentes graus de superaquecimento. Na Fig. 6.11 (a) e (b) são mostradas estas curvas para o estanho solidificado nas mesmas condições.

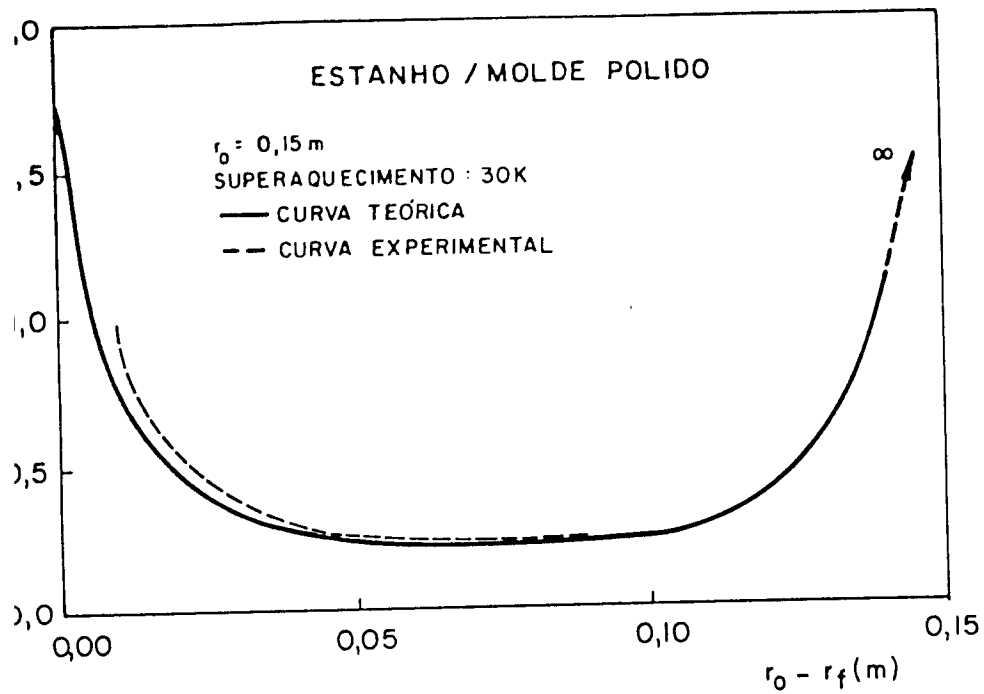


(a)

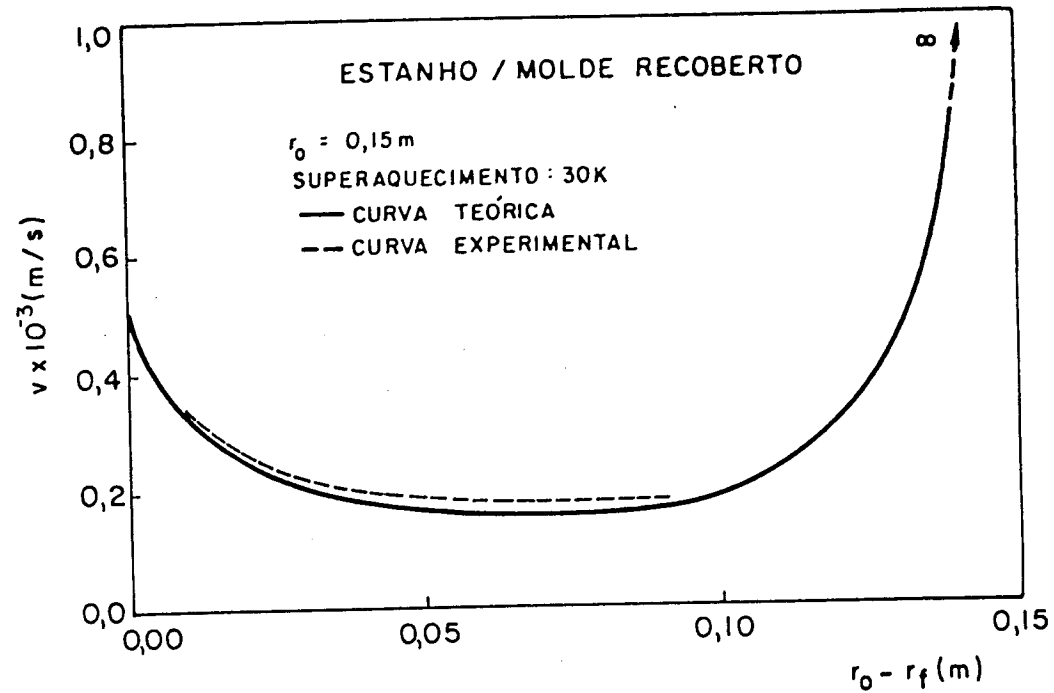


(b)

Fig. 6.8 - Comparação entre o método proposto e os resultados experimentais da velocidade de solidificação em função da espessura solidificada ($r_o - r_f$) para o chumbo solidificado com superaquecimento de 30K em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

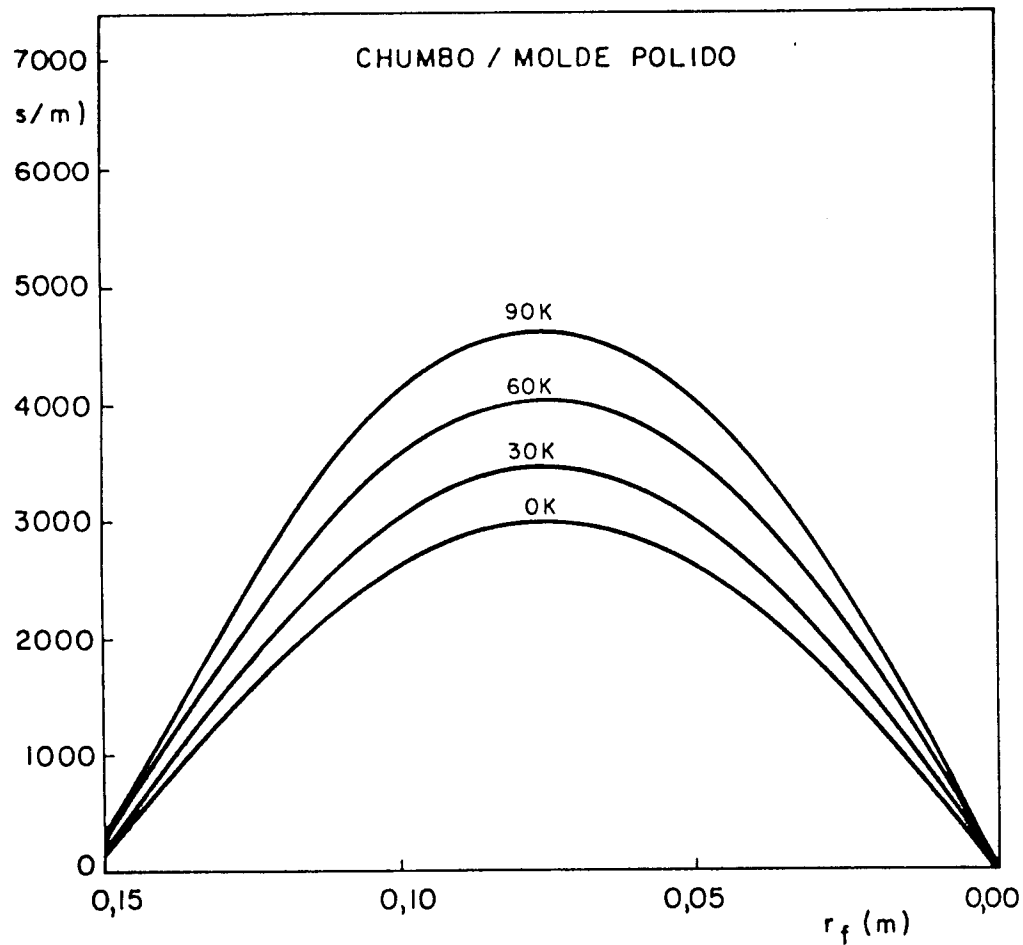


(a)

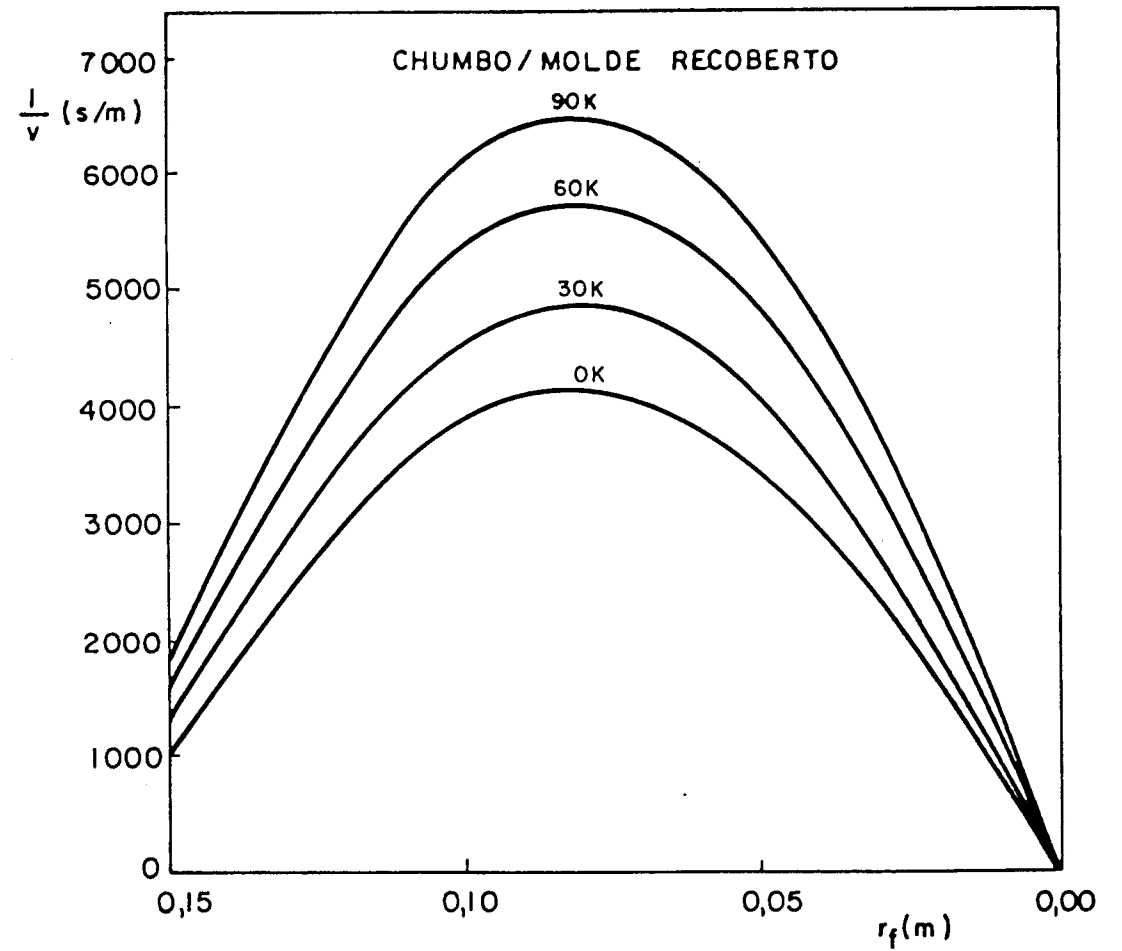


(b)

Fig. 6.9 - Comparação entre o método proposto e os resultados experimentais da velocidade de solidificação em função da espessura solidificada ($r_0 - r_f$) para o estanho solidificado com superaquecimento de 30K em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

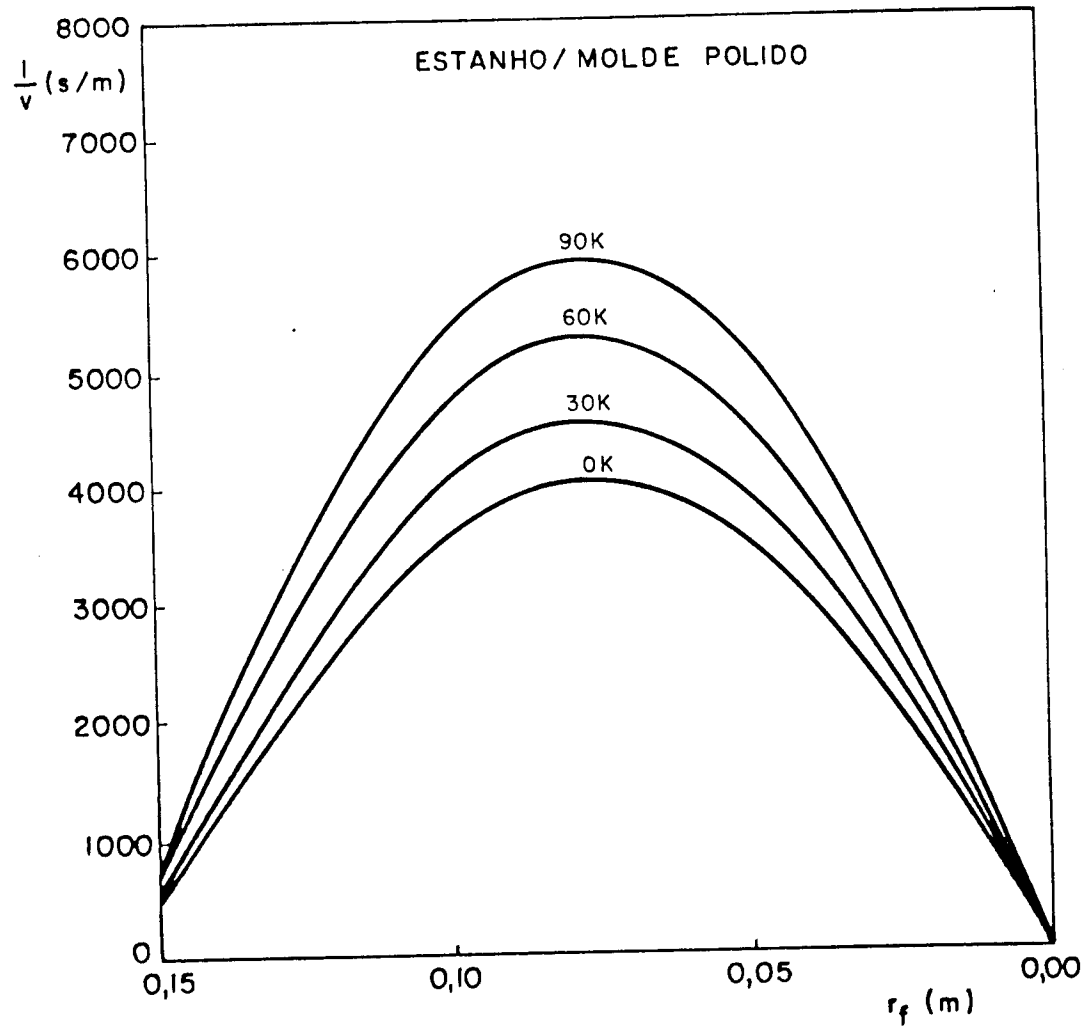


(a).

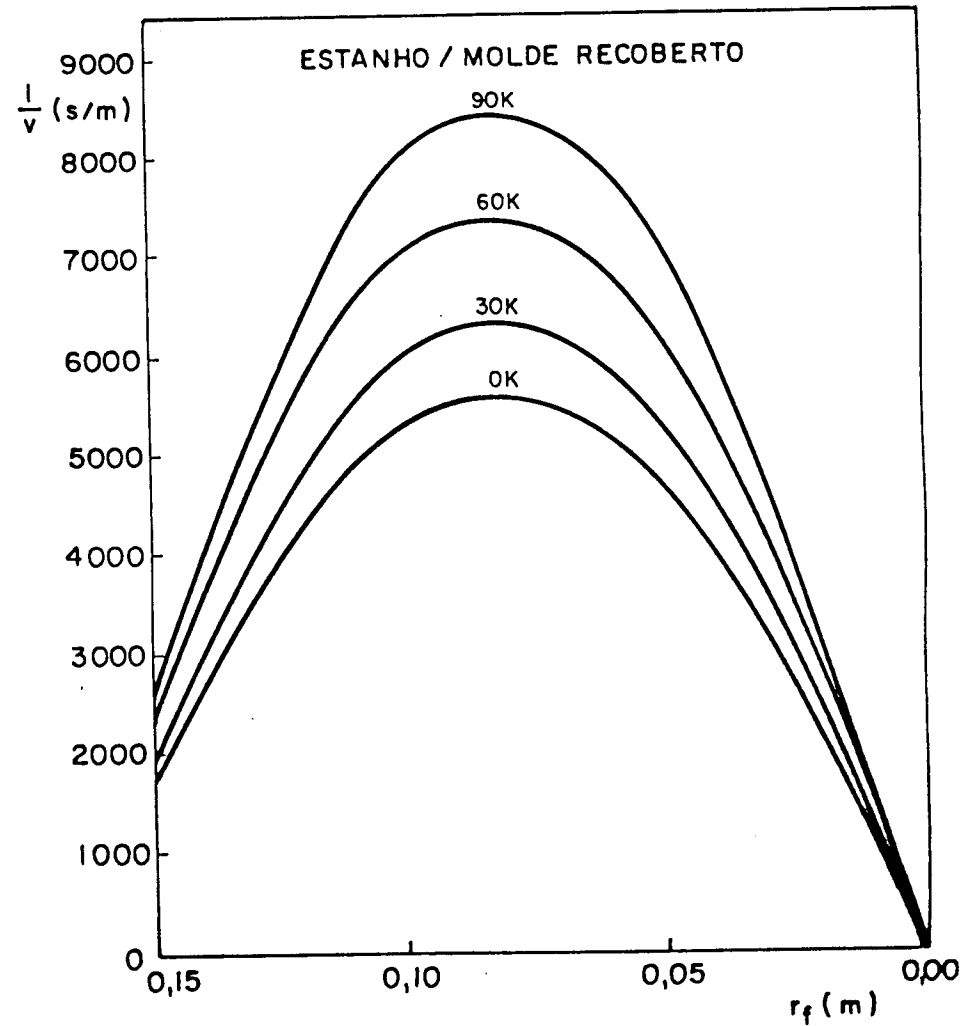


(b)

Fig. 6.10 - Resultados da variação do inverso da velocidade de solidificação ($1/v$) em função do raio da interface sólido/líquido (r_f) obtidos com o método proposto para o chumbo solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.



(a)



(b)

Fig. 6.11 - Resultados da variação do inverso da velocidade de solidificação ($1/v$) em função do raio da interface sólido/líquido (r_f) obtidos com o método proposto para o estanho solidificado a partir de diferentes graus de superaquecimento em: (a) molde polido e (b) molde recoberto.

Como a velocidade é inversamente proporcional ao tempo, as quantidades cada vez maiores de calor que necessitam ser retiradas do sistema durante o processo justificam por conseguinte também a nítida influência do aumento do nível de superaquecimento no sentido de diminuir a velocidade de solidificação de uma mesma espessura de metal, em um mesmo tipo de molde. Da mesma forma a maior resistência térmica à extração de calor durante a cinética do processo explica o fato das velocidades de solidificação em moldes recobertos, para um mesmo grau de superaquecimento, serem menores que os correspondentes em moldes polidos ratificando a importância do tipo de contato térmico na interface metal/molde. Finalmente, o estanho apresenta velocidade de solidificação inferior a do chumbo, desde que guardadas as mesmas condições, devido suas características térmicas.

A Tabela 6.2 apresenta um resumo das observações realizadas durante a análise comparativa entre resultados teóricos e experimentais dos tempos e velocidades de solidificação dos metais utilizados.

6.3. APLICAÇÕES PRÁTICAS

A solução desenvolvida para a análise da cinética de solidificação de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados pode ser empregada em uma série de aplicações de interesse prático. Entre estas podem ser citadas o estudo do efeito do superaquecimento do metal líquido no tempo total e na velocidade de inicial de solidificação visando a otimização de problemas de fundição.

Nas Fig. de 6.12 a 6.15 são apresentadas respectivamente, como exemplo, curvas do tempo total de solidificação em função do superaquecimento do metal líquido, na forma adimensional, de cilindros de chumbo, estanho, zinco e alumínio com diferentes raios, solidificados em moldes polidos. Observa-se que em todos os casos analisados, principalmente para o estanho e o alumínio, há uma correspondência praticamente linear entre o tempo total de solidificação e o grau de superaquecimento até temperaturas de vazamento em torno de 90K acima do ponto de fusão, que são temperaturas que atendem a maioria dos casos práticos. Quanto aos espaçamentos entre as curvas em questão e o eixo de coordenadas $\Delta T/T_f$.

PARÂMETRO(S) FÍSICO(S)		EFEITO OBSERVADO		CAUSA
CONSTANTES	VARIÁVEL	TEMPO DE SOLIDIFICAÇÃO (t_s)	VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO (v_s)	
-metal -tipo de molde	-aumento de superaquecimento	-aumenta	-diminui	-aumento da quantidade de calor a ser retirada do sistema
-metal -superaquecimento	-tipo de molde	$t_{s\text{recoberto}} > t_{s\text{polido}}$	$v_{s\text{recoberto}} < v_{s\text{polido}}$	-aumento da resistência térmica na interface metal/molde.
-tipo de molde -superaquecimento	-metal	$t_{s\text{estanho}} > t_{s\text{chumbo}}$	$v_{s\text{estanho}} < v_{s\text{chumbo}}$	-propriedades térmicas de cada um dos metais.

Tabela 6.2 - Principais observações realizadas durante a análise comparativa entre resultados teóricos e experimentais da cinética de solidificação do chumbo e do estanho.

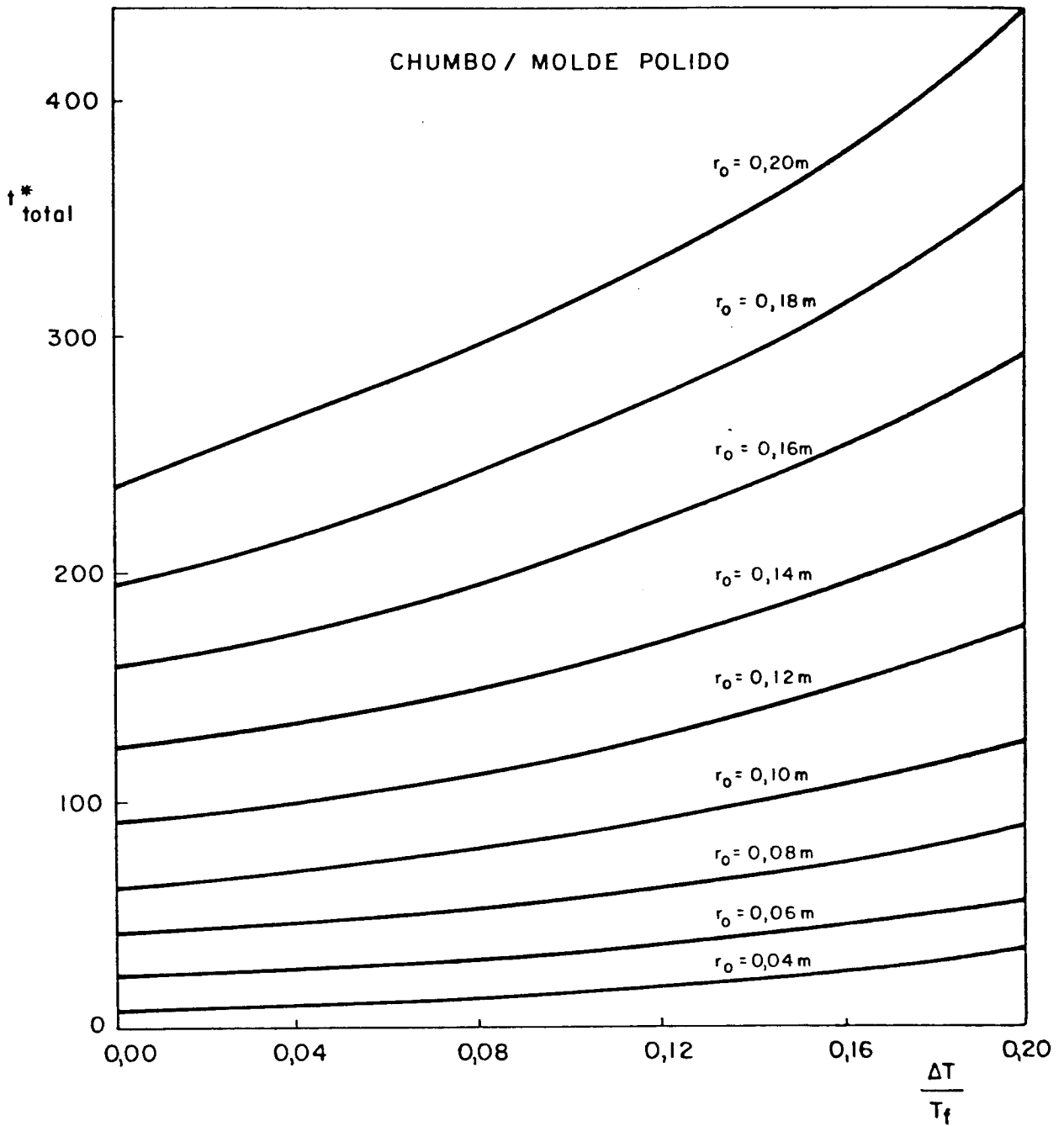


Fig. 6.12 - Variação do tempo total de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de chumbo com diferentes raios.

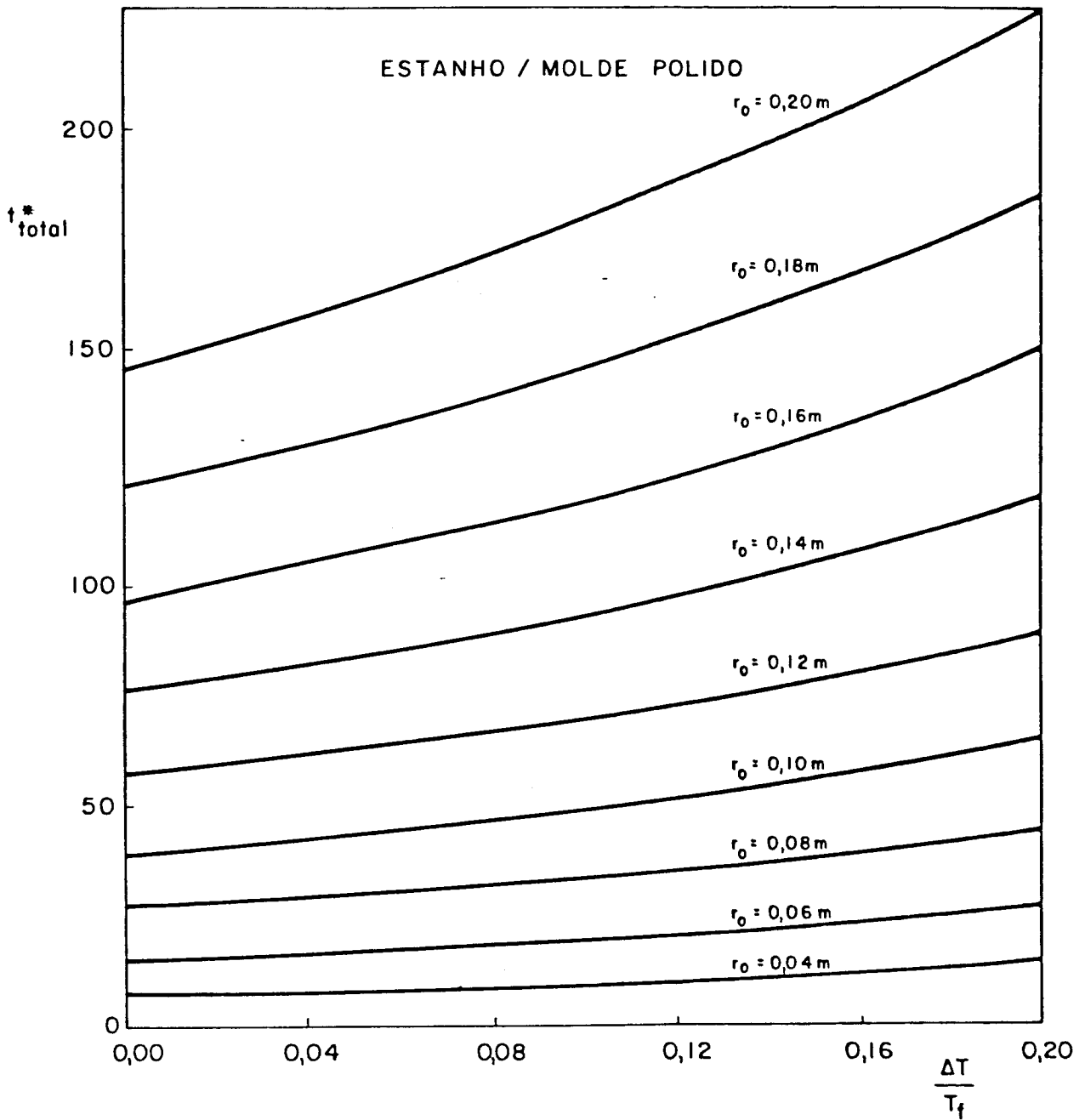


Fig. 6.13 - Variação do tempo total de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de estanho com diferentes raios.

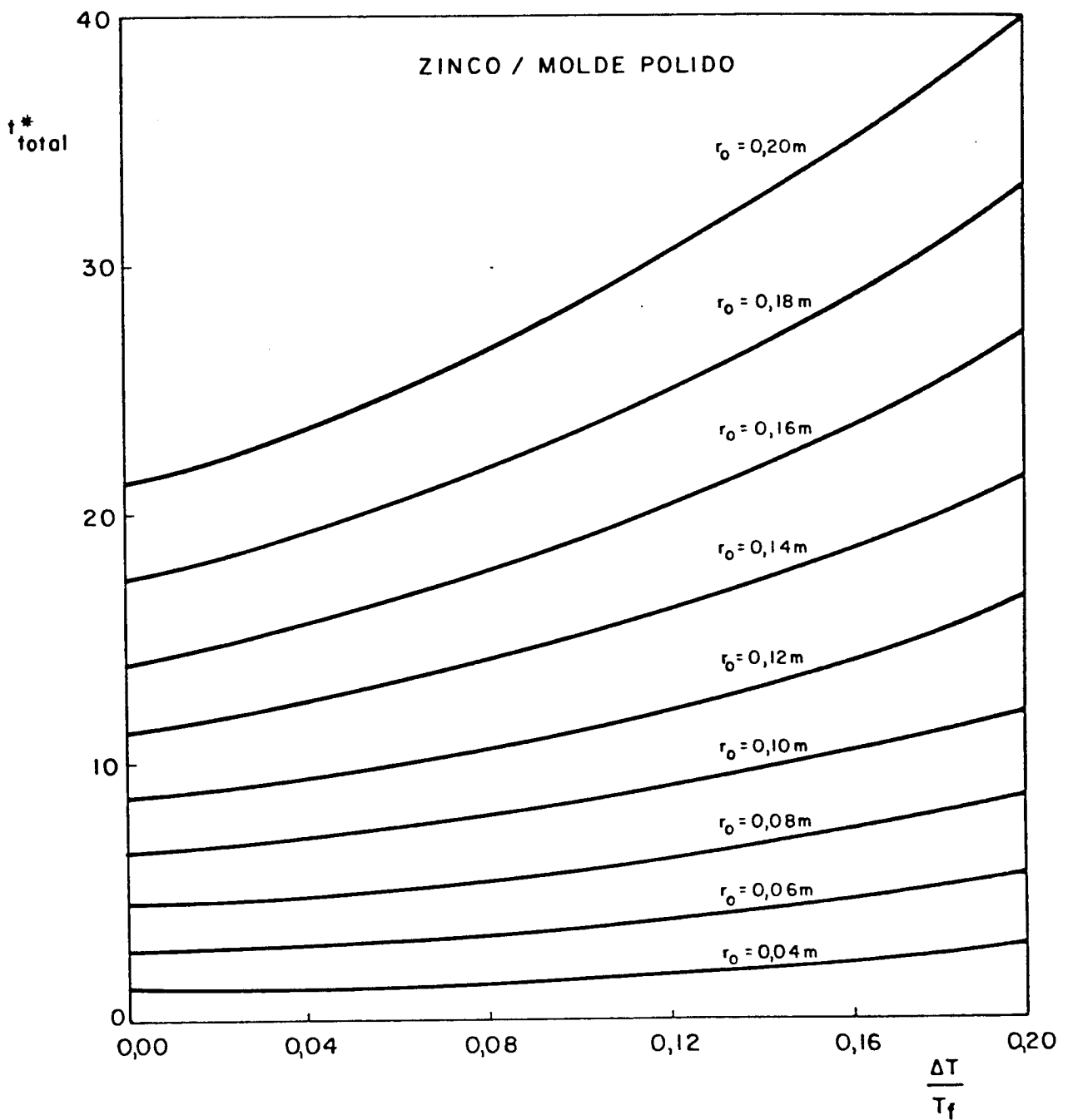


Fig. 6.14 - Variação do tempo total de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de zinco com diferentes raios.

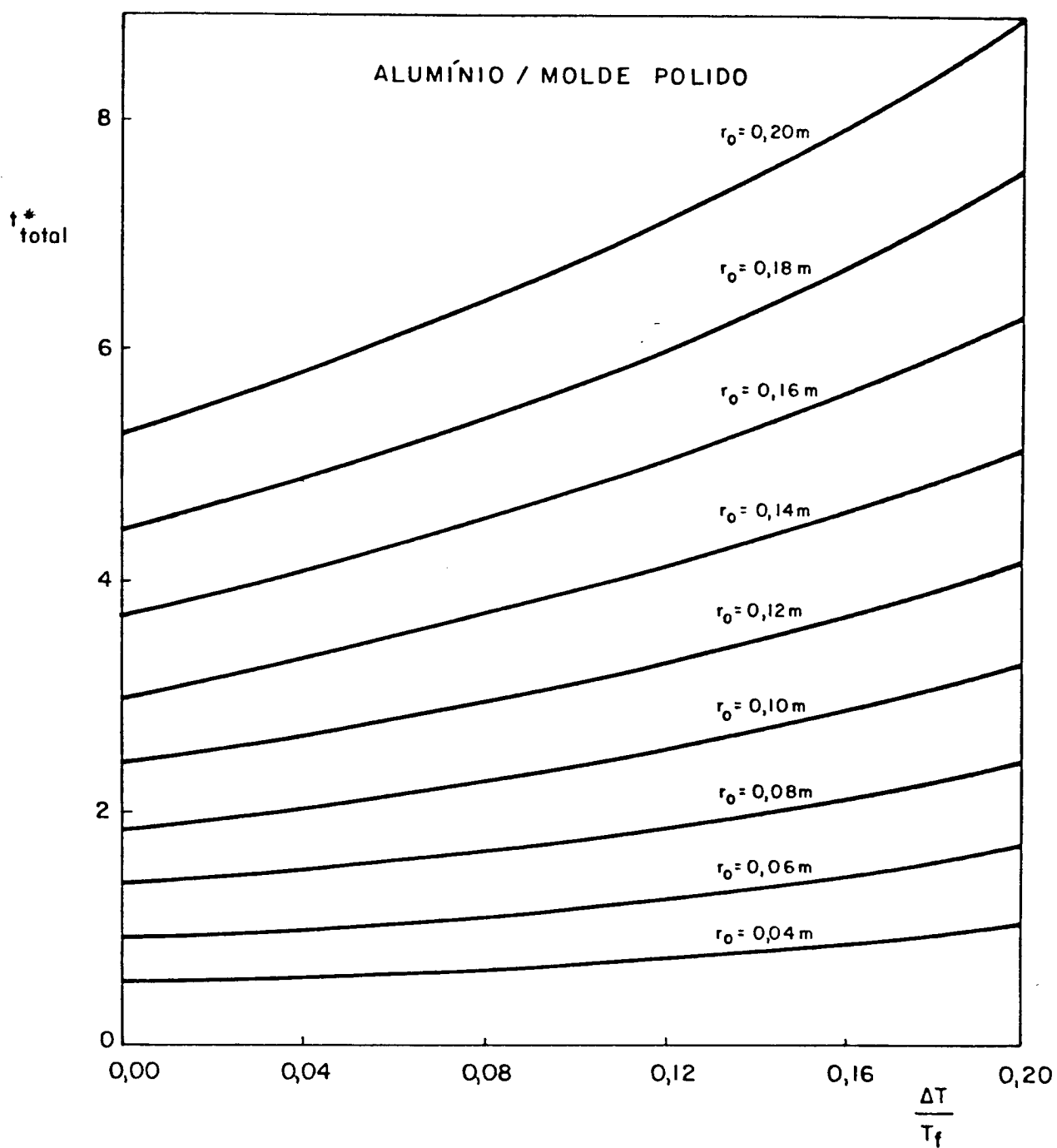


Fig. 6.15 - Variação do tempo total de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de alumínio com diferentes raios.

representados nas Figuras por valores do tempo total de solidificação na forma adimensional, verifica-se que os mesmos guardam uma relação entre si que pode ser expressa através de funções polinomiais do segundo grau, conforme mostrado pela Fig. 6.16, sendo que esta correspondência é mais visível para os casos do chumbo e do estanho. Por outro lado vale a pena salientar que apesar do tempo total de solidificação de cilindros com uma mesma dimensão e para um mesmo grau de superaquecimento em moldes polidos ser na forma adimensional maior para o chumbo, em termos dimensionais o tempo total de solidificação será mais elevado para peças cilíndricas de estanho.

O mesmo tipo de aplicação poderia ser feita para a estimativa de tempos parciais necessários à solidificação de uma casca de metal visando a análise de processos de lingotamento contínuo, desde que a equação fosse adaptada para levar em conta a variação do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde durante o processo visto que este parâmetro é extremamente importante nesses casos.

As Fig. de 6.17 a 6.20 mostram curvas de variação da velocidade inicial de solidificação em função do superaquecimento do metal líquido de cilindros de chumbo, estanho, zinco e alumínio, solidificados em moldes polidos. Da mesma forma observa-se que em todos os casos estudados há uma variação praticamente linear entre a velocidade inicial de solidificação e o nível de superaquecimento até temperaturas de vazamento aproximadamente 20% acima do ponto de fusão de cada um dos metais analisados. Considerando-se um mesmo grau de superaquecimento nota-se que a velocidade inicial de solidificação apresenta valores maiores para o chumbo e menores para o estanho.

Fazendo-se $r_o = r_f$ na equação (5.45), determina-se a equação que representa a velocidade inicial de solidificação que, na forma dimensional, é dada por:

$$v_o = \left(\frac{C_3 C_1}{C_2} \right)^{-1} \quad (6.4)$$

onde C_1 , C_2 e C_3 são definidos respectivamente pelas equações (5.37), (5.38) e (5.39). Introduzindo-se estas equações na equa-

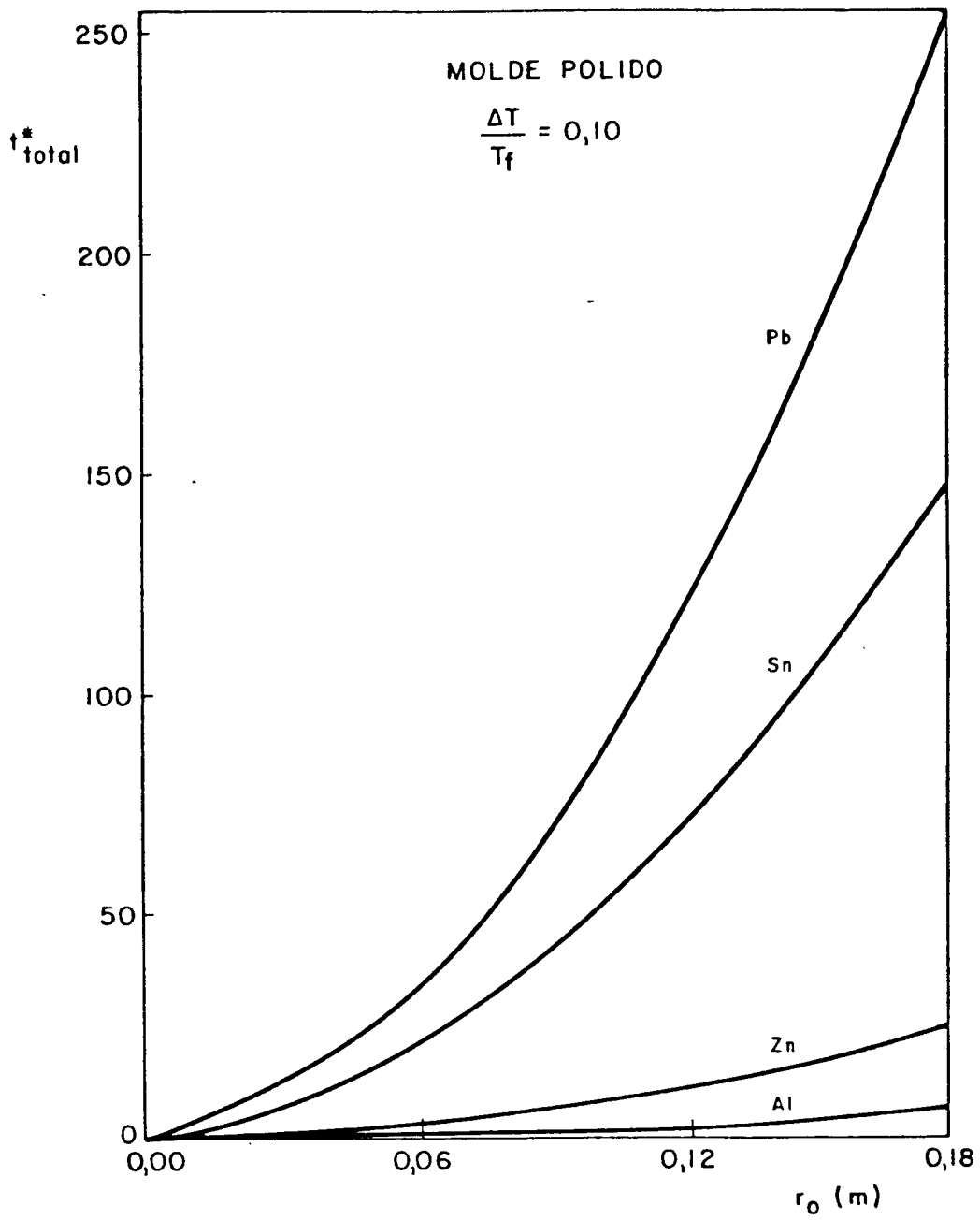


Fig. 6.16 - Representação gráfica da relação existente entre os espaçamentos das curvas das Fig. de 6.12 a 6.15 com o eixo de coordenadas $\Delta T/T_f$.

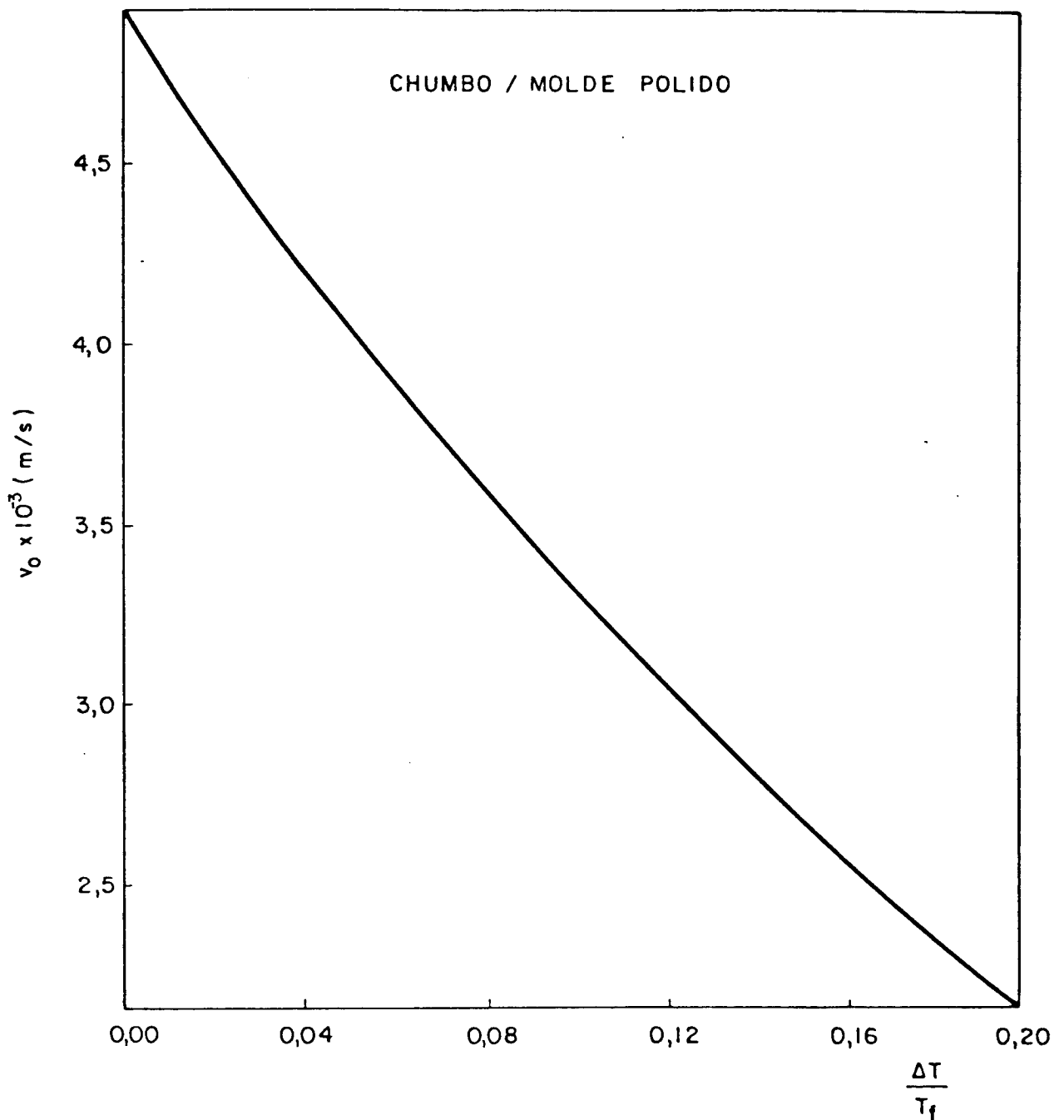


Fig. 6.17 - Variação da velocidade inicial de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de chumbo.

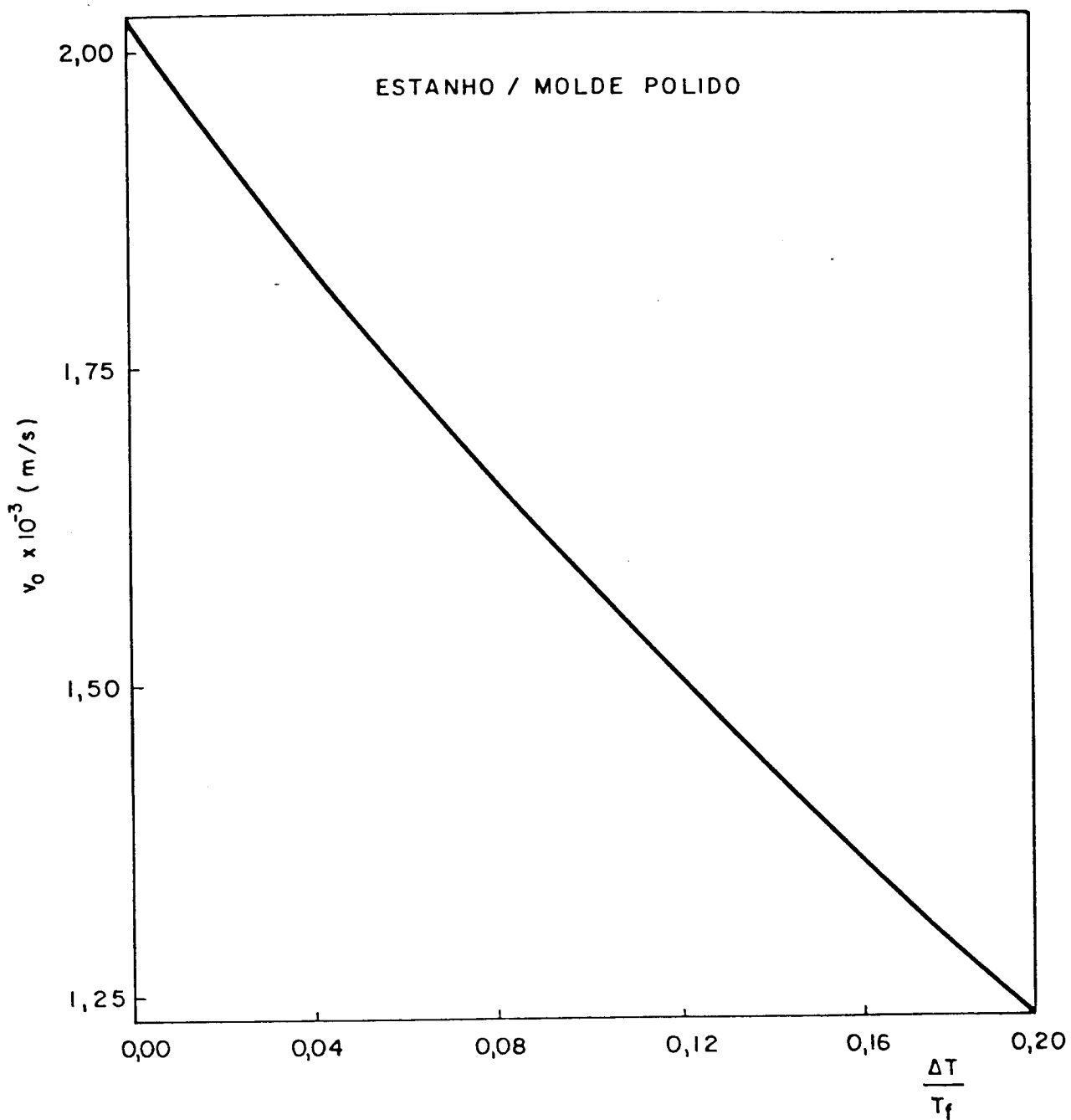


Fig. 6.18 - Variação da velocidade inicial de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de estanho.

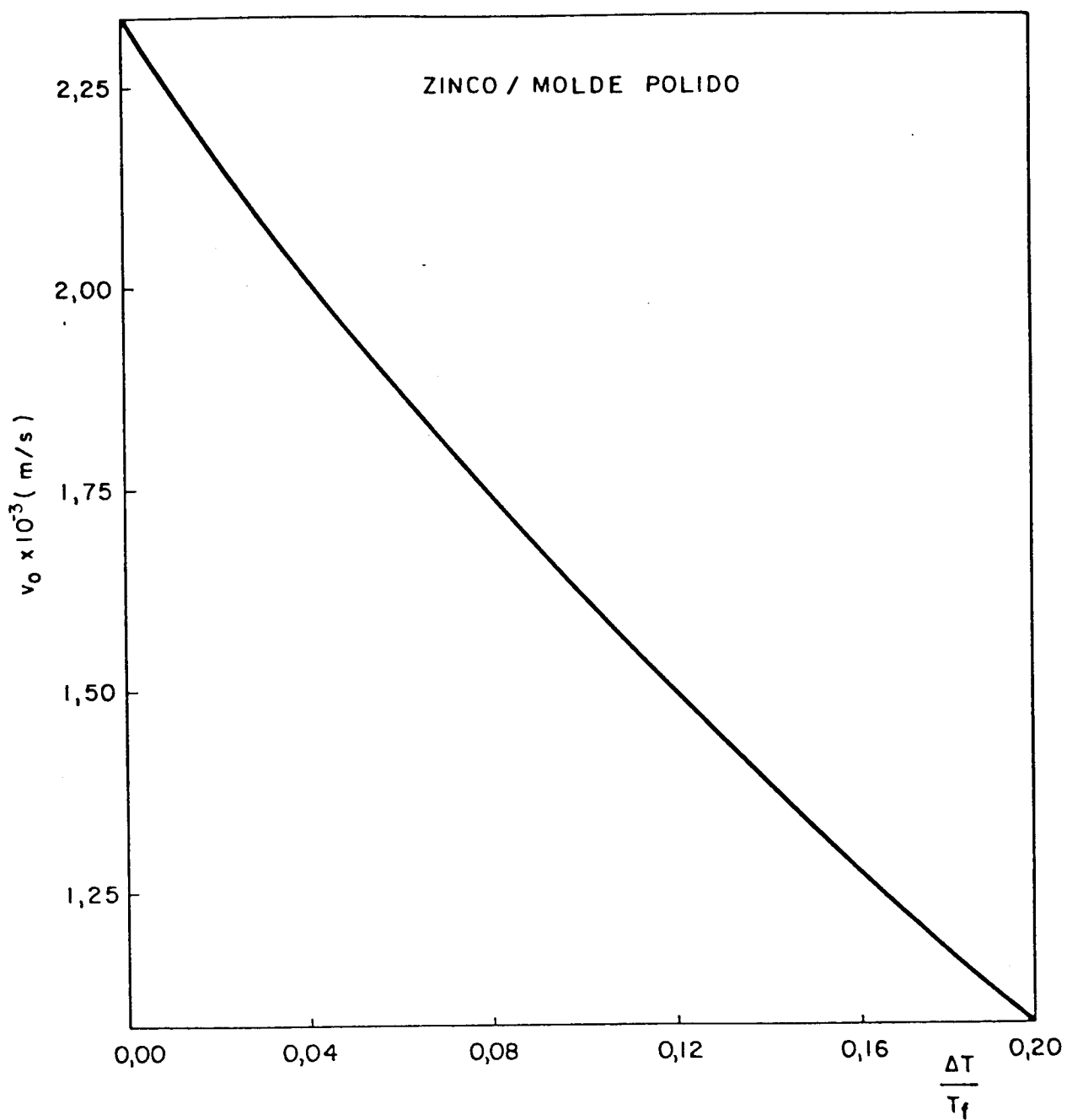


Fig. 6.19 - Variação da velocidade inicial de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de zinco.

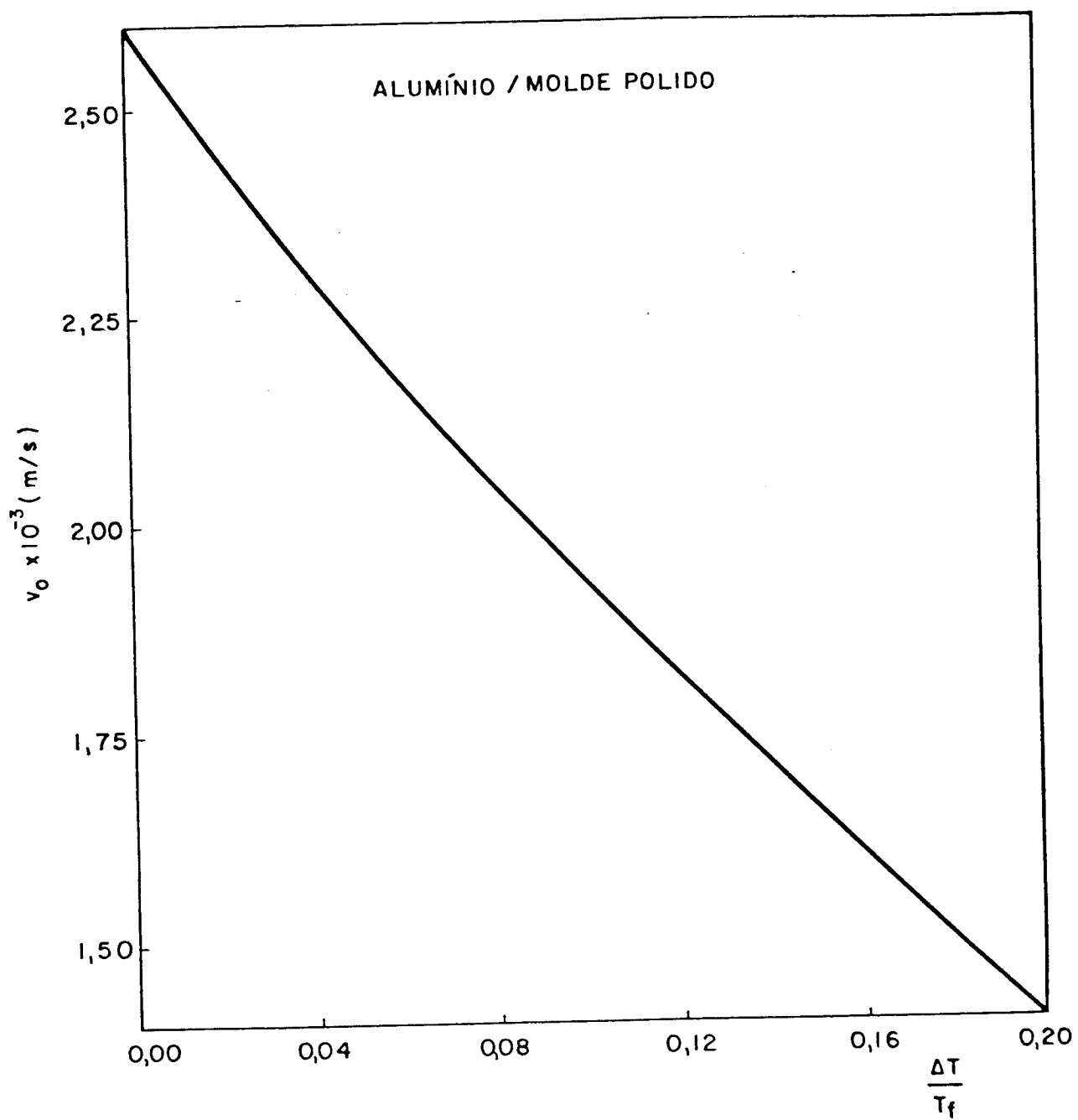


Fig. 6.20 - Variação da velocidade inicial de solidificação com o grau de superaquecimento na solidificação de cilindros de alumínio.

ção (6.3), obtêm-se:

$$v_o = \left(\frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) h_i} \right)^{-1} \quad (6.5)$$

ou então,

$$v_o = \beta^{-1} \quad (6.6)$$

o que permite concluir que a velocidade inicial de solidificação independe das dimensões e do tipo de geometria do molde.

CAPÍTULO 7ESTUDO COMPARATIVO DA CINÉTICA DE METAIS SOLI
DIFICADOS EM MOLDES COM DIFERENTES GEOMETRIAS

Considerando que em casos práticos muitas vezes é necessário levar em conta os efeitos da curvatura do molde na cinética do processo de solidificação, neste capítulo é realizado um estudo comparativo entre as geometrias plana, cilíndrica e esférica com o objetivo de analisar a influência desta curvatura nos tempos e velocidades de solidificação de metais.

Os resultados da cinética de solidificação obtidos para o chumbo e o estanho solidificados em moldes polidos refrigerados com geometrias plana, cilíndrica e esférica, sem superaquecimento no metal líquido, foram estimados respectivamente a partir do modelo analítico exato de Garcia e Prates (17), do método analítico aproximado de Santos e Prates (18) e do método analítico aproximado de Milanez (19). As propriedades físicas dos metais utilizados para os cálculos encontram-se na Tabela 3.1 e os valores do coeficiente de transferência de calor entre o metal e o fluido de refrigeração, estimados experimentalmente neste trabalho (Tabela 6.1), foram 4600 e 4300 J/m²sK respectivamente para o chumbo e o estanho.

A Fig. 7.1 (a) e (b) apresenta os resultados do tempo de solidificação em função da espessura solidificada para o chumbo e o estanho solidificados em moldes equivalentes, ou seja, plana com espessura igual a 0,15m e cilíndrico e esférico com raios iguais a 0,15m. Nota-se que a geometria esférica apresenta menores tempos de solidificação que a cilíndrica e esta menores tempos que a plana. Este fato pode ser justificado em função dos seguintes motivos:

- o fluxo divergente de calor das geometrias esférica e cilíndrica é mais eficiente que o fluxo unidirecional de calor da geometria plana.
- o volume de metal líquido remanescente diminui mais rapidamente na esfera e no cilindro do que na placa plana.

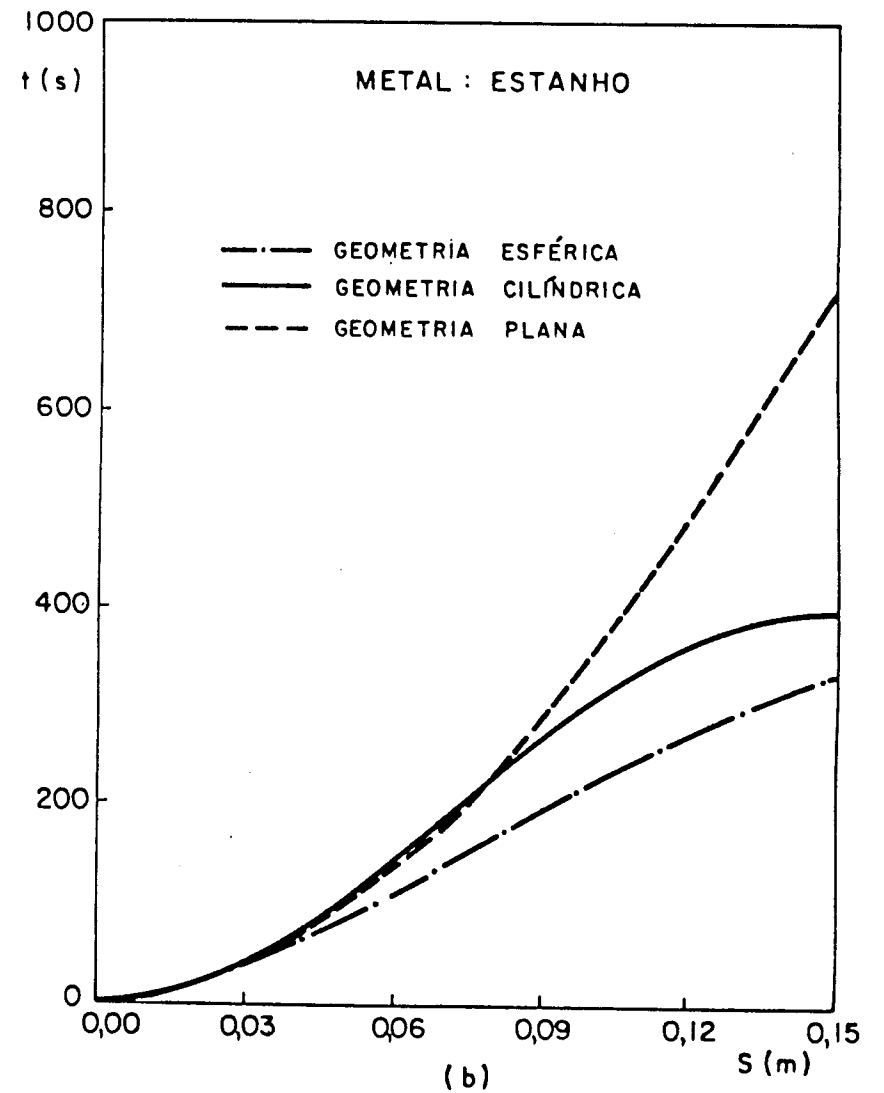
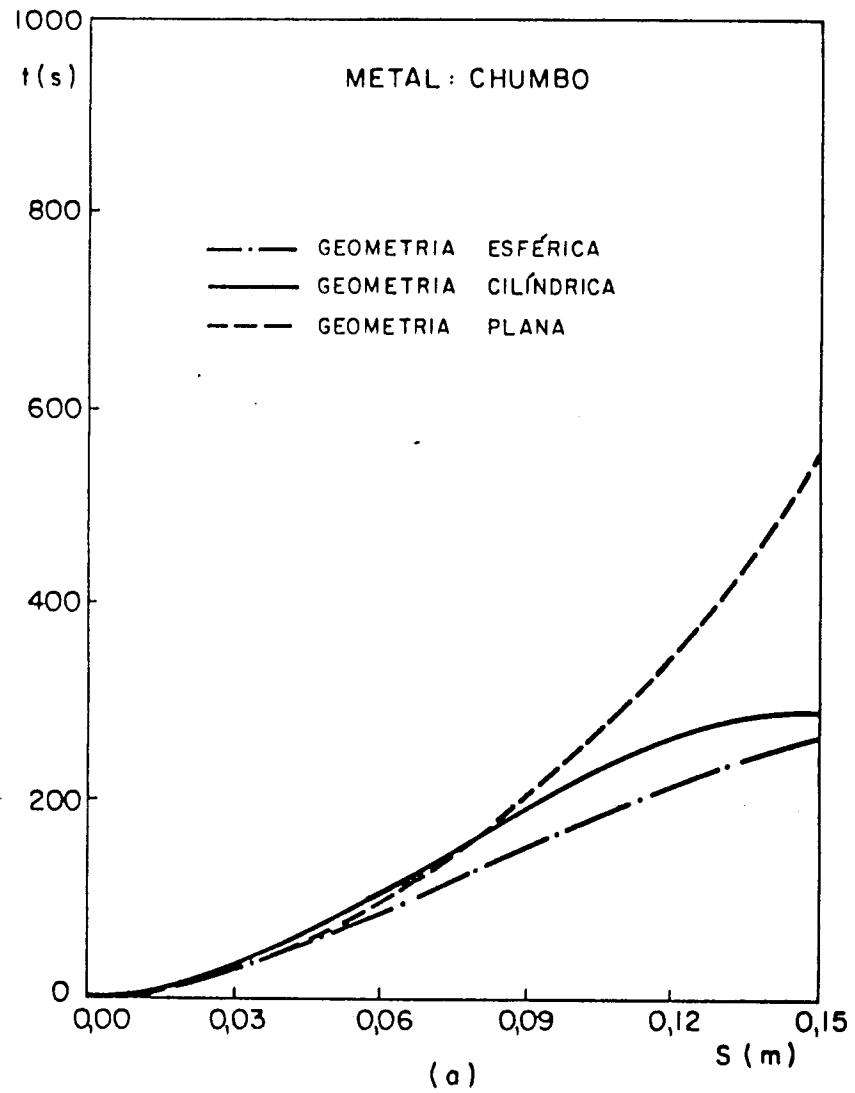


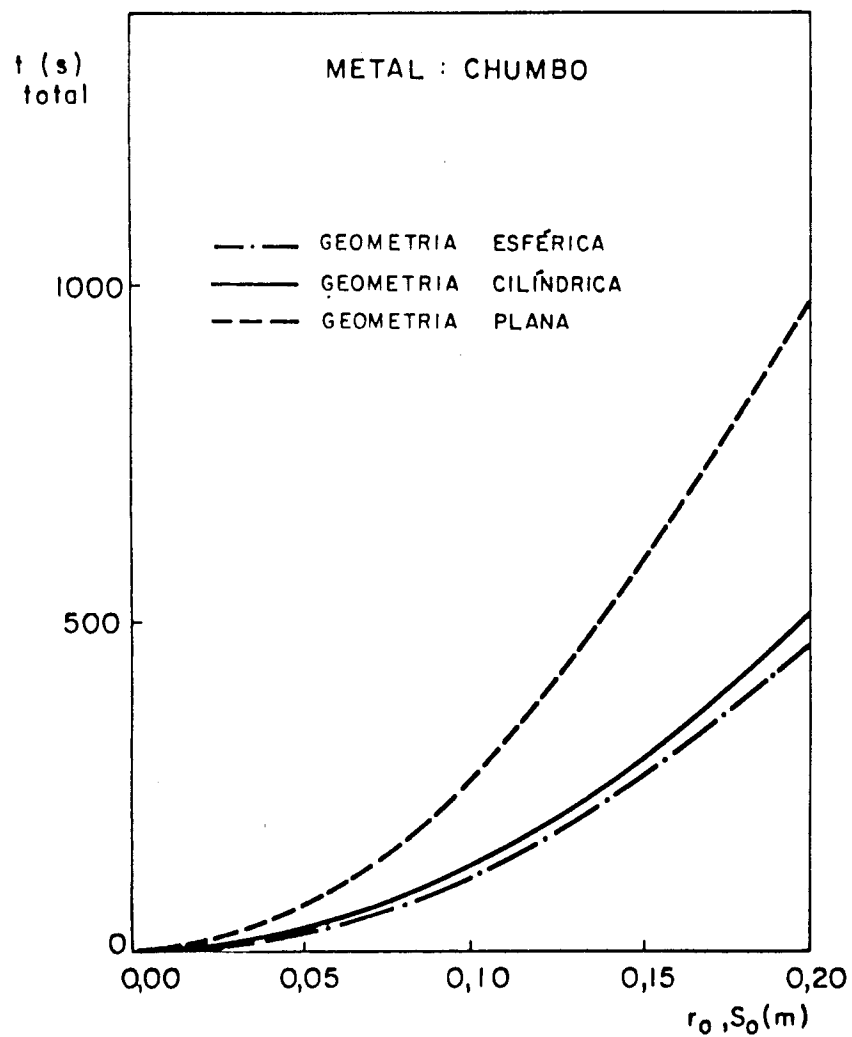
Fig. 7.1 - Resultados do tempo de solidificação em função da espessura solidificada.

Estes motivos explicam também a maior proximidade dos resultados da esfera e do cilindro. Pode ser observado que no início da solidificação os tempos da geometria plana apresentam valores ligeiramente inferiores aos correspondentes na cilíndrica o que não deveria ocorrer. Isto se deve, provavelmente, ao fato do modelo de cálculo desenvolvido para o plano ser baseado em uma espessura semi-infinita não levando em conta os efeitos terminais do processo nem o efeito da dimensão finita.

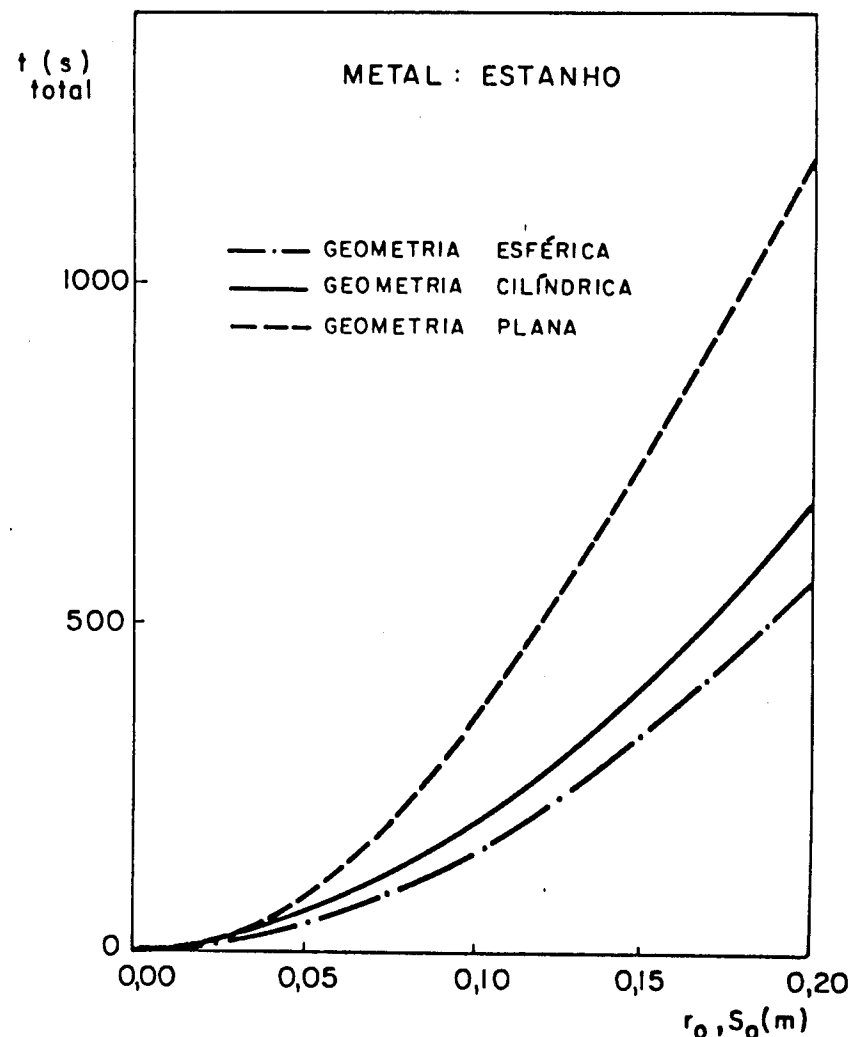
Na Fig. 7.2 (a) e (b) são apresentados os resultados do tempo total de solidificação do chumbo e do estanho em moldes planos, cilíndricos e esféricos equivalentes, com diferentes espessuras e raios. Nota-se que, mantida a equivalência entre os raios da esfera e do cilindro e a espessura de uma placa plana, os tempos para a solidificação da placa, do cilindro e da esfera apresentam valores decrescentes nesta ordem, sendo que nos dois últimos os valores são mais próximos, o que é justificado pelos motivos citados anteriormente. Observa-se também que os tempos de solidificação são maiores para o estanho devido suas propriedades físicas.

Considerando a importância da velocidade de solidificação na estrutura final do material, e conseqüentemente nas suas propriedades, foram calculados valores da mesma para uma placa com espessura de 0,15m e para um cilindro e uma esfera de raios iguais a 0,15m. A comparação dos resultados obtidos é apresentada na Fig. 7.3 (a) e (b) para o chumbo e o estanho. Nota-se que a velocidade de solidificação no caso da geometria plana decresce continuamente com o aumento da espessura solidificada até o final do processo. Já nos casos das geometrias cilíndrica e esférica a velocidade decresce inicialmente, porém, após atingir um valor mínimo, passa a crescer com o aumento da espessura solidificada com conseqüentes alterações no comportamento estrutural. Observa-se na curva relativa ao cilindro que a velocidade tende a um valor infinito no final do processo o que pode ser explicado, conforme visto no capítulo anterior, pelo acentuado aumento da taxa de redução do volume de líquido remanescente. Tal fato deve ocorrer também para a geometria esférica, contudo isto não é evidenciado na curva teórica devido a limitações da equação aplicada para esta geometria, no final do processo.

Tendo em vista a já citada importância do parâmetro (V_s/A_1) , que representa a relação entre o volume solidificado e a

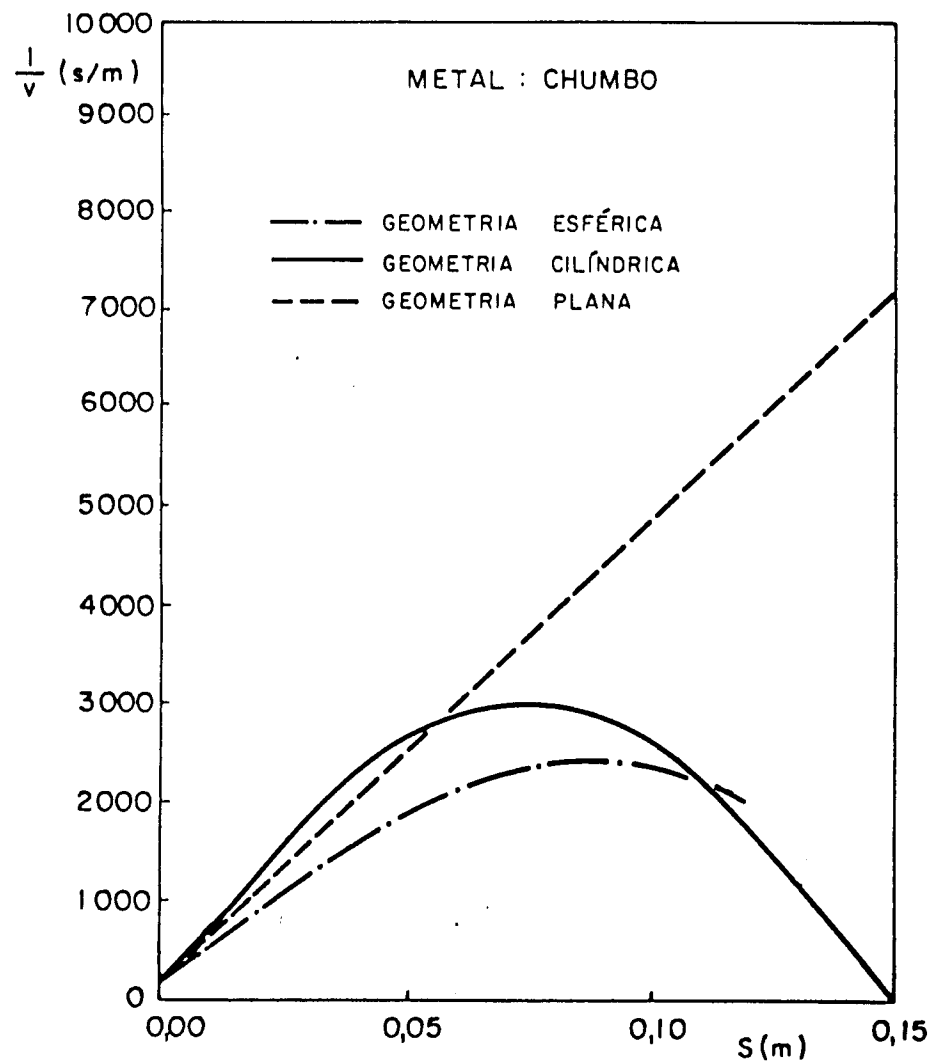


(a)

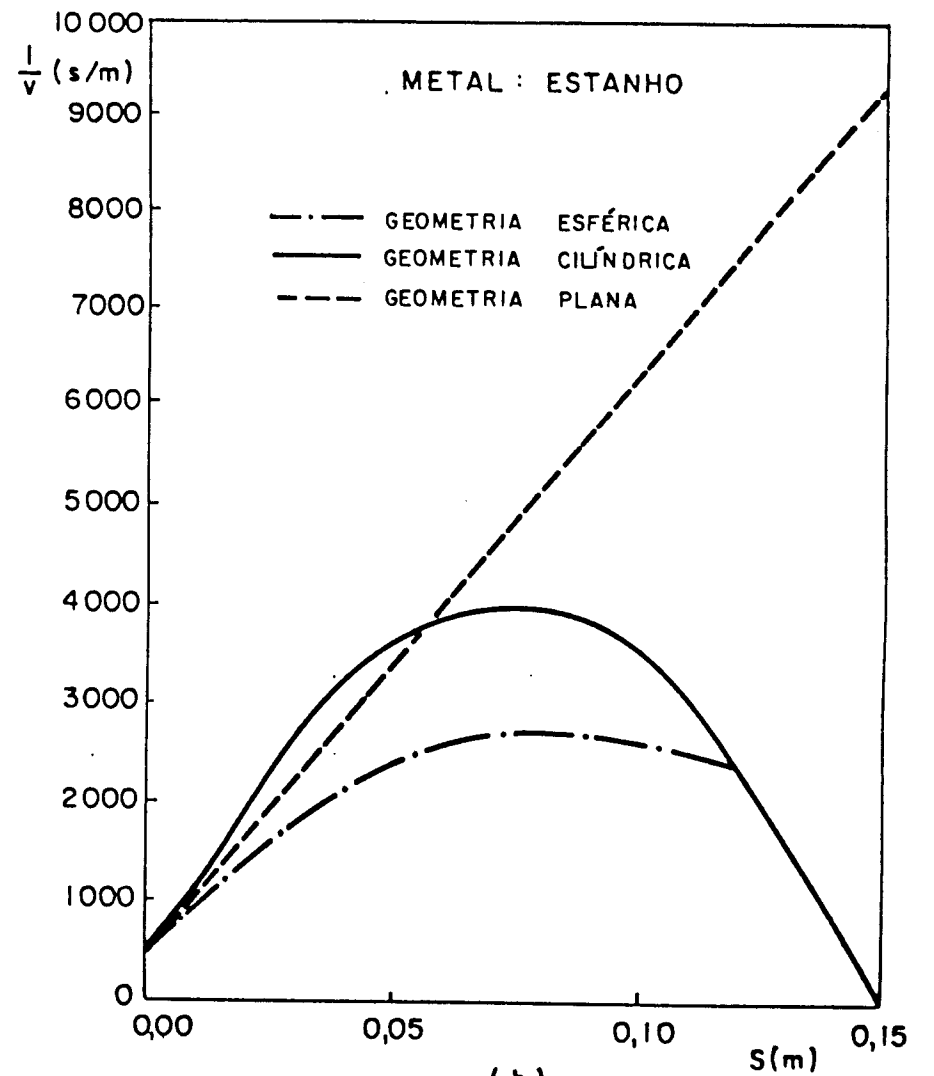


(b)

Fig. 7.2 - Resultados do tempo total de solidificação de placas com diferentes espessuras (S_0) e cilindros e esferas com diferentes raios (r_0).



(a)



(b)

Fig. 7.3 - Resultados da variação do inverso da velocidade de solidificação em função da espessura solidificada.

área na interface metal/molde, na Fig. 7.4 são mostrados os valores do tempo de solidificação do chumbo em função deste parâmetro para uma placa, um cilindro e uma esfera com um mesmo (V_s/A_i) final (0,05m). Nota-se nesse caso um comportamento inverso daquele observado quando se compara o tempo em função da espessura solidificada, ou seja, a esfera apresenta os maiores tempos de solidificação enquanto a placa apresenta os menores tempos. Este comportamento pode ser justificado através da análise da Fig. 7.5 que mostra a variação do parâmetro (V_s/A_i) em função da espessura solidificada onde observa-se que, para um mesmo valor de (V_s/A_i) , a espessura da esfera é maior que a do cilindro que é maior que a da placa correspondente.

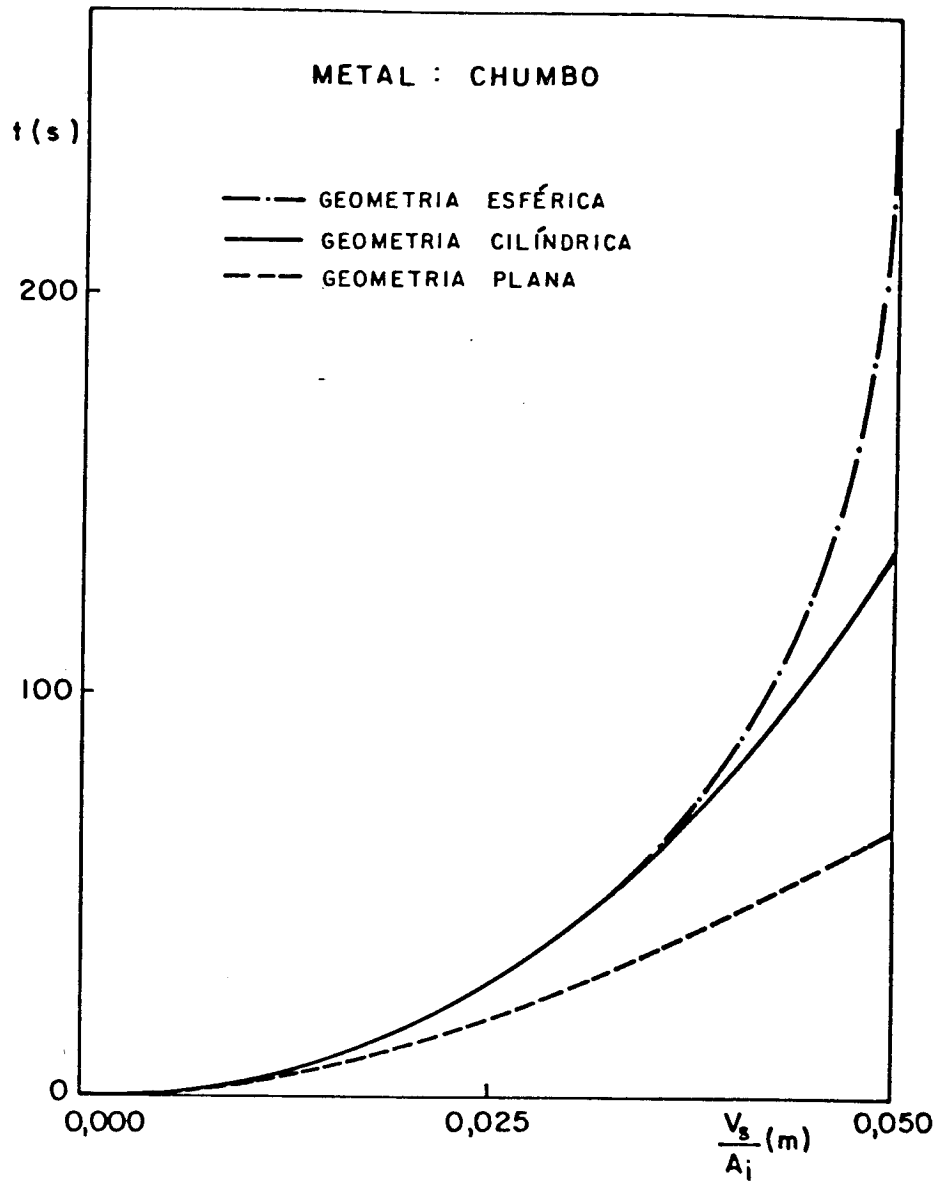


Fig. 7.4 - Resultados do tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) .

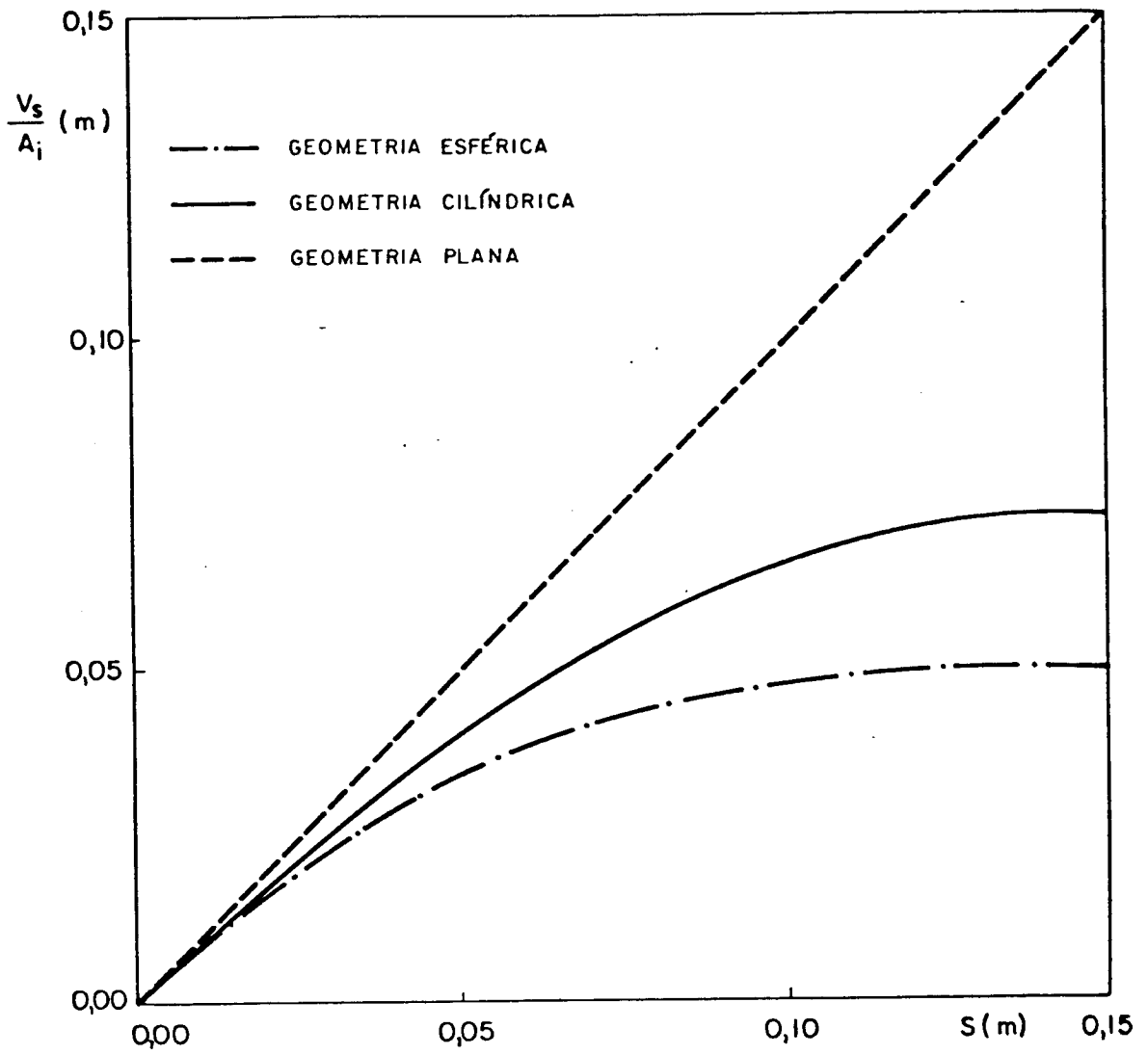


Fig. 7.5 - Variação da relação (V_s/A_i) em função da espessura solidificada.

CAPÍTULO 8CONCLUSÕES

Os resultados obtidos a partir da solidificação radial de metais superaquecidos em moldes cilíndricos refrigerados, nas condições experimentais utilizadas, permitem que sejam extraídas as seguintes conclusões:

- (1) O método desenvolvido pode ser utilizado na estimativa da cinética de solidificação de metais, com temperatura inicial acima da temperatura de fusão, em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica apresentando uma boa precisão e com a vantagem da simplicidade e facilidade de cálculo. O tempo de solidificação pode ser estimado pela seguinte equação:

$$t = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{4a_s \phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + \frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) h_i} \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right]$$

que na forma adimensional é dada por:

$$t^* = \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{1}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^{*2} + \frac{1}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi)} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^* \right]$$

- (2) O tempo de solidificação em função da relação (V_s/A_i) aumenta à medida que se eleva o nível de superaquecimento sendo que os tempos de solidificação em moldes recobertos são maiores que os correspondentes em moldes polidos. Por outro lado existe, nos casos analisados, uma correspondência praticamente linear entre o tempo total de solidificação e o grau de superaquecimento até temperaturas de vazamento em torno de 90K acima do ponto de fusão.
- (3) A velocidade de solidificação, parâmetro de extrema importância pela sua influência na estrutura do material solidificado, pode ser obtida através da derivada da equação do tempo

de solidificação, sendo definida por:

$$v = \left\{ \frac{1}{C_2} \frac{r_f}{r_o} \left\{ \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right) + C_3 C_1 \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{r_o} \left[\frac{C_1^2}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^2 + C_3 C_1 \left(\frac{V_s}{A_i} \right) \right] \right\} \right\}^{-1}$$

Na forma adimensional tem-se:

$$v^* = \left\{ \frac{r_f}{r_o} \left\{ \left[2 - \left(\frac{r_f}{r_o} \right)^2 \right] \cdot \left[\frac{2}{4\phi^2} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^* + C_3 \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[\frac{2}{4\phi^2 C_1^*} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^{*2} + \frac{2C_3}{C_1^*} \left(\frac{V_s}{A_i} \right)^* \right] \right\} \right\}^{-1}$$

- (4) A velocidade de solidificação em função da relação (V_s/A_i) diminui à medida que se eleva o nível de superaquecimento sendo que as velocidades de solidificação em moldes recobertos são menores que as correspondentes em moldes polidos. A velocidade inicial de solidificação é dada por:

$$v_o = \left(\frac{C_3 C_1}{C_2} \right)^{-1} = \left(\frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) h_i} \right)^{-1} = \beta^{-1}$$

o que permite concluir que a mesma depende apenas das propriedades físicas do material, da resistência térmica na interface metal/molde e da temperatura de superaquecimento em que o vazamento é realizado. Da mesma forma existe, em todos os casos estudados, uma variação praticamente linear entre a velocidade inicial de solidificação e o grau de superaquecimento até temperaturas de vazamento aproximadamente 20% acima do ponto de fusão.

- (5) O superaquecimento do metal líquido não exerce influência sobre o coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde e como este independe do tipo de geometria do molde os resultados experimentais colocados na forma da seguinte relação linear, obtida a partir da equação que representa o tempo de solidificação,

$$\frac{t}{\theta \left(\frac{V_s}{A_i} \right)} = \left[\alpha \left(\frac{V_s}{A_i} \right) + \beta \right]$$

permitem a estimativa experimental da constante β e, consequentemente, deste coeficiente que é dado por:

$$h_i = \frac{c_s \rho_s}{\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi) \beta}$$

- (6) Quando são consideradas espessuras solidificadas equivalentes, peças com geometria esférica solidificam mais rapidamente que peças com geometria cilíndrica e estas mais rapidamente que peças com geometria plana. Quando são consideradas no entanto peças com relações (V_s/A_i) equivalentes, os tempos de solidificação da esfera são maiores que os do cilindro e estes maiores que os da placa.
- (7) O comportamento da velocidade de solidificação na geometria plana é essencialmente diferente do observado nas geometrias cilíndrica e esférica. Na primeira a velocidade decresce continuamente até o final do processo enquanto que nas duas últimas, após decrescer inicialmente e atingir um valor mínimo, a mesma passa a crescer tendendo, teoricamente, a um valor infinito no instante final da solidificação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. WEINBERG, F. - The casting of steel. Metallurgical Transactions A, v.6, p. 1971-1985, novembro, 1975.
2. SIMPSON, B.L. - History of the metal casting industry, 2 ed., Chicago, Ed. American Foundrymen's Society, 1969, p.1-20.
3. TILLER, W.A. - Grain size control during ingot solidification. Journal of Metals, p. 512-514, agosto, 1959.
4. GLISKSAN, M.E. - What we do not know about solidification theory. Materials Science and Engineering, v.25, p.93-101, 1976.
5. TILLER, W.A. - Grain size control during ingot solidification - Part II: colunar-equiaxed transition. Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v.224, p. 448-459, junho, 1962.
6. FLEMINGS, M.C. - Solidification processing. Metallurgical Transactions, v.5, p.2121-2134, outubro, 1974.
7. PRATES, M. & FISSOLO, J. & BILONI, H. - Heat flow parameters affecting the unidirectional solidification of pure metals. Metallurgical Transactions, v.3, p.1419-1425, junho, 1972.
8. CARSLAW, H.S. & JAEGER, J.C. - Conduction of heat in solids. 2 ed. Londres, Ed. Oxford University Press, 1959, p.282-296.
9. RUDDLE, R.W. - The solidification of castings. 2 ed. Londres, Ed. The Institute of Metals, 1957.
10. WINEGARD, W.C. - An introduction to the solidification of metals. 1 ed. Londres, Ed. The Institute of Metals, 1964.
11. OHNO, A. - The solidification of metals. 1 ed. Tokio, Ed. Chigin Shokan, 1976.

12. BILONI, H. - Estado atual da pesquisa na área de solidificação de metais e ligas. Metalurgia, v. 26, nº 155, p. 803-823, outubro, 1970.
13. DAVIES, G.J. - Solidification of casting. 1 ed. Londres, Ed. Applied Science, 1973.
14. FLEMINGS, M.C. - Solidification processing. 1 ed. New York, Ed. McGraw-Hill, 1974.
15. CHALMERS, B. - Principles of solidification. 1 ed. New York, Ed. John Wiley, 1964.
16. PRATES, M. & DAVIES, G.J. - Solidificação e fundição de metais e suas ligas. 1 ed. Rio de Janeiro, Ed. Livros Técnicos e Científicos, 1978, p. 1-7 e 83-125.
17. GARCIA, A. - Desenvolvimento e verificação experimental de um modelo matemático para análise da solidificação de metais. Tese de doutorado, UNICAMP, 1978.
18. SANTOS, R.G. - Desenvolvimento de um método para análise da solidificação de metais em geometrias cilíndricas. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas, 1980.
19. MILANEZ, L.F. - Desenvolvimento teórico e verificação experimental de modelos para a solidificação em geometria esférica. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas, 1982.
20. GARCIA, A. & PRATES, M. - Determinação experimental da condutância térmica metal/molde no processo de solidificação. Anais do V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Campinas, v.B, p.B.001-011, dezembro, 1979.
21. PRATES, M. - Influência de la capacidad de extraction calórica del sistema metal/molde sobre el proceso de solidification. Tese de doutoramento apresentada na Universidad Nacional del Sur, Argentina, 1971.
22. BILONI, H. - Transferência calórica en el sistema metal/molde. Siderurgia, v.2, p.51-71, julho-setembro, 1975.

23. GEIGER, G.H. & POIRIER, D.R. - Transport phenomena in metallurgy. 1 ed. Massachusetts, Ed. Addison-Wesley, 1973, p. 329-360.
24. LIGHTFOOT, N.M.H. - The solidification of molten steel. Proceedings, London Mathematical Society. v. 31, p.97, 1930.
25. SCHWARTZ, C. - Mathematics of solidification processes in the casting of metals. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. v.13, p.202, 1933.
26. LYUBOV, Y. - Doklady Akad. Nauk S.S.S.R. v.68, p.847, 1949.
27. STEFAN, J. - Ann. Phys. u. chem. v. 42, p. 139, 1891.
28. CHVORINOV, N. - Control of the solidification of casting by calculations. Die Giesserei. v. 27, p. 177, 201 e 222, 1940.
29. GARCIA, A. & PRATES, M. - Cálculo dos tempos e da distribuição de temperatura na solidificação de não ferrosos em moldes refrigerados a água. Metalurgia, v. 35, nº 263, p.677-683, outubro, 1979.
30. GARCIA, A. & PRATES, M. - Mathematical model for the unidirectional solidification of metals: I. Cooled moulds. Metallurgical Transactions B, v. 9, p.449-457, setembro, 1978.
31. GARCIA, A. & CLYNE, T.W. & PRATES, M. - Mathematical model for the unidirectional solidification of metals: II. Massive moulds. Metallurgical Transactions B, v. 10, p. 85-92, março, 1979.
32. MEDEIROS, M.D. - Influência do superaquecimento no comportamento térmico de sistemas metal/molde durante a solidificação. Tese de Mestrado, UNICAMP, 1979.
33. MEDEIROS, M.D. & GARCIA, A. - Modelo analítico para a análise da solidificação unidirecional de metais em presença de superaquecimento. Anais do V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Campinas, v.B, p.B.012-B.022, dezembro, 1979.

34. SPIEGEL, M.R. - Manual de fórmulas e tabelas matemáticas, 1 ed. São Paulo, Ed. McGraw-Hill, 1974, p.95.
35. LONDON, A.L. & SEBAN, R.A. - Rate of ice formation. Transactions of the ASME, v.65, p.771-778, outubro, 1943.
36. ADAMS JR., C.M. - Thermal considerations in freezing. In: liquid metals and solidification. 1 ed. Cleveland, Ed. American Society for Metals, 1958, p. 187-217.
37. MEGERLIN, F. - Tese de Doutorado, Techn. Hochschule, Aaden, 1966.
38. HILLS, A.W.D. - A generalized integral profile method for the analysis of unidirectional heat flow during solidification. Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 245, p.1471-1479, julho, 1969.
39. HRYCAK, P. - Problem of solidification with Newton's cooling at the surface. A.I. Ch. Journal, v. 9, nº 5, p. 585-589, setembro, 1963.
40. SHIH, Y.P. & TSAY, S.Y. - Analytical solutions for freezing a saturated liquid inside or outside cylinders. Chemical Engineering Science, v. 26, p. 809-816, 1971.
41. RILEY, D.S. & SMITH, F.T. & POOTS, G. - The inward solidification of spheres and circular cylinders. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 17, p. 1507-1516, 1974.
42. KERN, J. & WELLS, G.L. - Simple analysis and working equations for the solidification of cylinders and spheres. Metallurgical Transactions B, v. 8, p. 99-105, março, 1977.
43. SANTOS, R.G. & PRATES, M. - Solidification of metals in cylindrical moulds. In: Solidification technology in the foundry and cost house; proceedings. Coventry, University of Warwick; The Metal Society, p.44-48, setembro, 1980.

44. SANTOS, R.G. & PRATES, M. - Cálculo dos tempos na solidificação de metais em moldes cilíndricos refrigerados a água. Anais do XXXVI Congresso da Associação Brasileira de Metais, Recife, v.4, p. 479-494, julho, 1981.
45. SANTOS, R.G. & PRATES, M. - Cálculo dos tempos na solidificação de metais em moldes cilíndricos refrigerados a água. Metalurgia, v. 38, nº 290, p. 13-18, janeiro, 1982.
46. SHIH, Y.P. & CHOU, T.C. - Analytical solutions for freezing a saturated liquid inside or outside spheres. Chemical Engineering Science, v. 26, p. 1787-1793, 1971.
47. PASCHKIS, V. Relatório ao Comitê de Transferência de Calor. American Foundrymen, p. 23, dezembro, 1945.
48. PASCHKIS, V. - Study on solidification of steel spheres. Transactions of American Foundrymen's Society, v. 53, p. 373, 1948.
49. PASCHKIS, V. - Solidification of cylinders. Transactions of American Foundrymen's Society, v. 61, p. 142-149, 1953.
50. KREITH, F. - Princípios da transmissão de calor. 1 ed. São Paulo, Ed. Edgard Blücher, 1969, p. 497-503.
51. LONGWELL, P.A. - A graphical method for solution of freezing problems. A.I. Ch. E. Journal, v.4, nº 1, p.53-57, março, 1958.
52. DUSINBERRE, G.M. - Numerical analysis of heat flow. 1 ed. New York, Ed. McGraw-Hill, 1949.
53. SARJANT, R.J. & SLACK, M.R. - Internal temperature distribution in the cooling and reheating of steel ingots. Journal of the Iron and Steel Institute, v. 177, p. 428-444, agosto, 1954.
54. BAXTER, D.C. - The fusion times of slabs and cylinders. Journal of Heat Transfer, v. 84, p. 317-326, novembro, 1962.

55. SCHNIEWIND, J. - Solutions of the solidification problem of a one-dimensional medium by a new numerical method. Journal of the Iron and Steel Institute, v. 201, n° 7, p. 594-601, julho, 1963.
56. TAO, L.C. - Generalized numerical solutions of freezing a saturated liquid in cylinders and spheres. A.I.Ch.E. Journal, v.13, n°1, p. 165-169, janeiro, 1967.
57. SCIAMA, G. - Calcul du temps de refroidissement de jets cylindriques coulés en moules métalliques. Founderie, n° 268, p. 267-284, junho-julho, 1968.
58. PIRES, O.S. & PRATES, M. & BILONI, H. - Cinética de solidificação unidirecional de metais vazados sem superaquecimento. Metalurgia, v. 29, n° 193, p. 813-820, dezembro, 1973.
59. SCIAMA, G. - Étude expérimentale de la validité e'hypothèses classiques en matière de transmission de chaleur. Revue de Metallurgie, p. 889-903, novembro, 1966.
60. SCIAMA, G. - Solidification des moulages - homotetie et facteurs de forme. Founderie, n° 276, p. 135-144, março, 1969.
61. SCIAMA, G. - Épaisseurs des moules et vitesses de refroidissement despièces moulées. Founderie, n° 344, p. 143-151, abril, 1975.
62. SANTOS, R.G. & PRATES, M. - Influência da espessura do molde no tempo de solidificação e na estrutura do silumin. Metalurgia, v. 34, n° 252, p. 767-771, novembro, 1978.
63. RUDDLE, R.W. - A preliminary study of the solidification of castings. The Journal of the Institute of Metals, v. 77, p. 1-36, 1950.
64. ALCÂNTARA, N.G. - Análise da solidificação de metais em sistemas metal/molde com geometria cilíndrica. Tese de mestrado - UNICAMP, 1978.

65. SMITHELLS, C.J. - Metals reference book, 5 ed. Londres, Ed. Butterworths, 1976.
66. METALS HANDBOOK. 8 ed. Ohio, Ed. American Society for metals (ASM), v. 8, 1975.
67. BRESCIANI FILHO, E. & GOMES, M.R. - Propriedades e usos de metais não ferrosos. 1 ed. S. Paulo, Ed. ABM, 1976.
68. HILLS, A.W.D. & MOORE, M.R. - The solidification of pure metals under unidirectional heat flow conditions. I - Solidification with zero superheat. Transactions of the Metallurgical Society of AIME, v. 245, p. 1481-1492, julho, 1969.
69. HILLS, A.W.D. & MALHOTRA, S.L. & MOORE, M.R. - The Solidification of pure metals (and eutectics) under unidirectional solidification in the presence of superheat. Metallurgical Transactions B, v. 6, p. 131-142, março, 1975.
70. PIRES, O.S. & PRATES, M. & BILONI, H. - Unidirectional solidification of metals with zero superheat - Case of cooled molds. Zeit fur Metallkde, v. 65. p. 143, 1974.
71. PRATES, M. & PIRES, O.S. - A resistência térmica da interface metal/molde e sua importância na solidificação de lingotes. Metalurgia, v. 29, nº 184, p. 157-164, março, 1973.
72. CAMPOS, C.A.B. & PRATES, M. - Coeficiente de transmissão de calor da interface metal/molde na solidificação de metais. Metalurgia, v. 32, nº 218, p. 29-34, janeiro, 1976.
73. ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A. - Handbook of mathematical functions. 1 ed. New York, Ed. Dover, 1965, p. 295-329.

APÊNDICE 1SIMBOLOGIA UTILIZADA1. Parâmetros dimensionais

- a - difusividade de temperatura
- A - área de troca de calor
- c - calor específico
- C - capacidade elétrica
- C_1 - constante = h_i/k_s
- C_2 - constante = $h_i^2/k_s \rho_s c_s$
- C_3 - constante = $1/\sqrt{\pi} \phi \exp(\phi^2) \operatorname{erf}(\phi)$
- h - coeficiente de transferência de calor
- H - calor latente de fusão
- k - condutibilidade térmica
- ℓ - altura do molde cilíndrico
- q - fluxo de calor por unidade de área
- q_E - fluxo de eletricidade por unidade de área
- Q - quantidade de calor
- r - distância radial a partir do centro em sistemas metal/molde cilíndricos e esféricos
- r_o - raio do molde
- r_f - raio da interface sólido/líquido
- R - resistência elétrica
- S - espessura solidificada
- S' - espessura solidificada no sistema virtual do modelo de Garcia e Prates
- t - tempo de solidificação
- t' - tempo no sistema virtual do modelo de Garcia e Prates

- \bar{t} - tempo experimental médio de solidificação
 T - temperatura
 T_0 - temperatura do meio que extrai calor
 T_f - temperatura de fusão
 T_v - temperatura de vazamento
 v - velocidade de solidificação
 v_0 - velocidade inicial de solidificação
 V - volume
 V_t - volume total
 x - distância da interface metal/molde
 x' - distância da interface metal/molde no sistema virtual do modelo de Garcia e Prates
 x, y, z - coordenadas cartesianas
 α - constante das equações representativas da cinética de solidificação
 β - constante das equações representativas da cinética de solidificação
 θ - fator de correção usado para estender a equação da cinética de solidificação de geometrias planas para geometrias cilíndricas = $[2 - (r_f/r_0)^2]$
 v - diferença de potencial elétrico
 ρ - densidade
 σ - desvio padrão
 ϕ - constante de solidificação

2. Parâmetros adimensionais

- a' = $-0,803 + 0,309 (\text{Ste}) - 0,036 (\text{Ste})^2$
 b = $0,160 - 0,210 (\text{Ste}) + 0,022 (\text{Ste})^2$
 Bi - número de Biot = $h_i \cdot r_o / k_s$
 C_1^* - constante = $C_1 \cdot r_o$
 m - constante = $\sqrt{k_\ell \rho_\ell c_\ell / k_s \rho_s c_s}$
 n - constante = $\sqrt{a_s / a_\ell}$
 S^* - espessura solidificada = $h_i \cdot S / k_s$
 Ste - número de Stefan = $c_s (T_f - T_o) / H$
 t^* - tempo de solidificação = $h_i^2 t / k_s \rho_s c_s$
 v^* - velocidade de solidificação = dS^* / dt^*
 ϵ - espessura solidificada (equação da esfera) = S / r_o
 τ - tempo de solidificação (equação da esfera) = $k_s t / \rho_s c_s r_o^2$

3. Sub-índices utilizados na identificação de grandezas relativas ao sistema metal/molde

- i - interface metal/molde
 ℓ - metal líquido
 m - molde
 s - metal sólido

4. Funções matemáticas

- $\text{erf}(x)$ - função erro
 $\text{erfc}(x)$ - função erro complementar
 $\text{exp}(x)$ - função exponencial

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

APÊNDICE 2

Definição e propriedades da função-erro (erf) e da função-erro complementar (erfc) (73).

(a) Definição:

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u^2) \, du$$

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} \exp(-u^2) \, du$$

(b) Propriedades:

$$\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z)$$

$$\operatorname{erf}(0) = 0$$

$$\operatorname{erf}(\infty) = 1$$

$$\operatorname{erf}(-\infty) = -1$$

(c) Derivada:

$$\frac{d}{dz} \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-z^2)$$

APÊNDICE 3

Valores experimentais do tempo médio (\bar{t}) e do desvio padrão (σ) em função da relação (V_s/A_i) (TABELAS de A-3.1 a A-3.4).

$\frac{V_s}{A_i} \times 10^{-3} [\text{m}]$	S [m]	SUPERAQUECIMENTO							
		0 K		30 K		60 K		90 K	
		$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$	$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$	$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$	$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$
9,67	0,01	5	1	7	1	8	1	9	0
18,67	0,02	14	1	17	1	19	1	23	2
27,00	0,03	26	1	33	2	37	3	49	3
34,67	0,04	43	2	56	5	62	5	83	7
41,67	0,05	65	3	86	8	95	7	122	8
48,00	0,06	89	4	120	10	131	9	167	10
53,67	0,07	117	6	157	13	172	10	218	13
58,67	0,08	147	8	198	15	216	11	271	14
63,00	0,09	179	9	239	17	264	13	327	16

TABELA A-3.1 - Chumbo/Molde polido.

$\frac{V_s}{A_i} \times 10^{-3} [m]$	S [m]	SUPERAQUECIMENTO							
		0 K		30 K		60 K		90 K	
		$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$	$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$	$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$	$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$
9,67	0,01	9	0	14	2	19	2	22	2
18,67	0,02	26	1	35	3	45	3	58	3
27,00	0,03	50	1	66	3	84	4	108	3
34,67	0,04	81	2	108	2	135	5	171	5
41,67	0,05	116	3	156	2	191	6	237	6
48,00	0,06	157	4	209	5	249	7	306	9
53,67	0,07	200	5	264	7	310	9	381	12
58,67	0,08	245	6	323	10	373	11	449	12
63,00	0,09	290	6	381	15	435	13	516	14

TABELA A-3.2 - Chumbo/Molde recoberto.

$\frac{V_s}{A_i} \times 10^{-3} [\text{m}]$	S [m]	SUPERAQUECIMENTO							
		0 K		30 K		60 K		90 K	
		$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$	$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$	$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$	$\bar{t} [\text{s}]$	$\sigma [\text{s}]$
9,67	0,01	9	1	11	1	11	1	12	1
18,67	0,02	22	2	25	1	27	1	33	3
27,00	0,03	41	2	48	3	57	1	71	5
34,67	0,04	66	1	82	4	100	2	121	6
41,67	0,05	98	2	121	6	148	3	175	8
48,00	0,06	133	3	163	7	198	4	230	9
53,67	0,07	170	4	206	9	249	5	287	11
58,67	0,08	208	6	250	11	302	6	344	13
63,00	0,09	246	7	294	13	355	7	400	15

TABELA A-3.3 - Estanho/Molde polido.

$\frac{V_s}{A_i} \times 10^{-3} [m]$	S [m]	SUPERAQUECIMENTO							
		0 K		30 K		60 K		90 K	
		$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$	$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$	$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$	$\bar{t} [s]$	$\sigma [s]$
9,67	0,01	16	1	23	2	34	2	41	3
18,67	0,02	43	3	59	2	80	4	92	5
27,00	0,03	76	3	101	5	136	5	154	6
34,67	0,04	117	5	150	7	201	5	221	7
41,67	0,05	163	6	202	8	267	6	290	9
48,00	0,06	211	7	257	10	334	6	360	11
53,67	0,07	259	8	313	11	399	7	426	11
58,67	0,08	310	9	367	12	463	7	492	12
63,00	0,09	357	10	421	13	525	8	554	14

TABELA A-3.4 - Estanho/Molde recoberto.