



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE DOUTORADO

**RESPOSTAS ELETROMAGNÉTICAS DOS
ARRANJOS COPLANAR E COAXIAL EM POÇO**

PAULO ROBERTO DE CARVALHO

BELÉM – PARÁ
2000

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**RESPOSTAS ELETROMAGNÉTICAS DOS ARRANJOS COPLANAR E
COAXIAL EM POÇO**

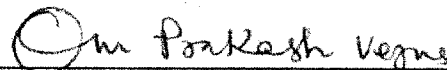
TESE APRESENTADA POR
PAULO ROBERTO DE CARVALHO

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação: 29/ 09/ 2000

Conceito: EXCELENTE

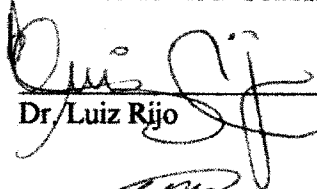
COMITÊ DE TESE:



Dr. Om Prakash Verma (Orientador)



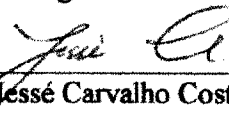
Dr. Antonio Abel González Carrasquilla



Dr. Luiz Rijo



Dr. Licurgo Peixoto de Brito



Dr. Jessé Carvalho Costa

BELEM

2000

**Dedico este trabalho a minha esposa Norma
e aos meus filhos Pedro, João e Paulinho
que souberam suportar a minha ausência.**

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço ao Prof. Om Prakash Verma pelo desafio assumido na orientação desta tese e ao Prof. Luiz Rijo pelas valiosas contribuições nas análises e interpretações dos diversos fenômenos físicos observados.

A Barbara Anderson (*Electromagnetics Department at Schlumberger-Doll Research*) pelos inúmeros contatos, principalmente via correio eletrônico, nos quais ficou explícito a sua extrema simplicidade e paciência.

Pela bolsa de estudos fornecida pela Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e pelo apoio financeiro da *Society of Professional Well Log Analysts* (SPWLA).

Ao Departamento de Ciências Exatas e Engenharia (DCEE) da Faculdade de Ciências Agrárias do Pará (FCAP), principalmente ao efetivo apoio do Professor Orlando Tadeu.

Aos meus pais: João Diogo de Carvalho (*Zito*) e Irene Cruz de Carvalho.

Sabendo que corro o risco de me esquecer de alguns nomes, não poderia deixar de citar, apenas em ordem alfabética, a presença marcante de pessoas como: Abel, Cícero, German, Jadir, Jaime, Jessé, Licurgo e Protázio.

“Abelhas ... por uma certa virtude geométrica ... sabem que o hexágono é maior que o quadrado e o retângulo, e que armazena mais mel para o mesmo gasto de material.”

Papus de Alexandria - matemático grego que viveu entre os séculos VI e V a. C.

SUMÁRIO

	p.
DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
EPÍGRAFE	iii
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1 - INTRODUÇÃO	3
1.1 TRABALHOS ANTERIORES	4
1.1.1 Arranjo Coaxial de Bobinas	4
1.1.2 Arranjo Coplanar de Bobinas	5
1.2 OBJETIVOS DESTE ESTUDO	7
2 - MEIO HOMOGENEO	13
2.1 SOLUÇÕES ANALÍTICAS	15
2.2 RESPOSTAS NO MEIO HOMOGENEO	20
3 - INVESTIGAÇÃO RADIAL	28
3.1 SOLUÇÕES SEMI-ANALÍTICAS	28
3.2 FRENTE DE INVASÃO E ZONA VIRGEM	31
3.3 ZONAS DE TRANSIÇÃO	33
3.4 EFEITO <i>ANNULUS</i>	34
4 - INVESTIGAÇÃO VERTICAL	45
4.1 SOLUÇÕES SEMI-ANALÍTICAS	46
4.2 PERFILAGEM DE POÇO VERTICAL	47
4.2.1 Uma Interface e Dois Semi-espaços	48
4.2.2 Uma Camada e Dois Semi-espaços	49
4.2.3 Seqüências de Multicamadas	50

4.2.3.1	Seqüências Laminadas	51
4.3	PERFILAGEM DE POÇO OBLÍQUA	51
4.4	EFEITO DE POLARIZAÇÃO	52
4.4.1	Transições Bruscas	53
4.4.2	Transições Gradacionais	54
5	CONCLUSÕES	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		74
A - CAMPOS MAGNÉTICOS		78
A.1	DIPOLO MAGNÉTICO VERTICAL - DMV	78
A.1.1	Sensor Acima da Fonte	78
A.1.2	Sensor Embaixo da Fonte	79
A.2	DIPOLO MAGNÉTICO HORIZONTAL - DMH	79
A.2.1	Sensor Acima da Fonte	79
A.2.2	Sensor Embaixo da Fonte	80

RESUMO

Foi estudado a viabilidade de aplicação do arranjo coplanar de bobinas nas sondas de perfilagem em poço por indução eletromagnética. Paralelamente foram geradas as respostas do convencional arranjo coaxial, que é o amplamente utilizado nas sondas comerciais, com o propósito de elaborar uma análise comparativa.

Através da solução analítica (meios homogêneos) e semi-analítica (meios heterogêneos) foram geradas inicialmente as respostas para modelos mais simples, tais como os do (1) meio homogêneo, isotrópico e ilimitado; (2) uma casca cilíndrica simulando a frente de invasão; (3) duas cascas cilíndricas para simular o efeito *annulus*; (4) uma interface plana e dois semi-espacos simulando o contato entre duas camadas espessas e (5) uma camada plano-horizontal e dois semi-espacos iguais. Apesar da simplicidade destes modelos, eles permitem uma análise detalhada dos efeitos que alguns parâmetros geoeletricos têm sobre as respostas. Aí então, aplicando ainda as condições de contorno nas fronteiras (*Sommerfeld Boundary Value Problem*), obtivemos as soluções semi-analíticas que nos permitiram simular as respostas em modelos relativamente mais complexos, tais como (1) zonas de transição gradacional nas frentes de invasão; (2) seqüências de camadas plano-paralelas horizontais e inclinadas; (3) seqüências laminadas que permitem simular meios anisotrópicos e (4) passagem gradacional entre duas camadas espessas.

Concluimos que o arranjo coplanar de bobinas pode ser uma ferramenta auxiliar na (1) demarcação das interfaces de camadas espessas; (2) posicionamento dos reservatórios de pequenas espessuras; (3) avaliação de perfis de invasão e (4) localizar variações de condutividade azimutalmente.

ABSTRACT

None of the known resistivity borehole devices possesses azimuthal focusing properties whereas the unconventional coplanar coil array has, by design, a strong azimuthal focus. In order to understand in detail the influence of this property of the coplanar system, its electromagnetic responses in the varying borehole conditions are obtained for a two coil array. Although simple, the solutions of a homogeneous conducting medium are exploited to understand the skin effects phenomena. The coplanar response of a nonhomogeneous medium, obtained through Sommerfeld boundary value problem, is then extended to the various borehole models, particularly (1) the invaded mud filtrate with gradational transition zones; (2) dipping multilayer sequences; (3) thinly laminated zones, and (4) gradational transition zone between two thick beds.

Based on the comparative study between the traditional coaxial and the unconventional coplanar coil responses we conclude that:

1. the skin effects are stronger in the coplanar responses than the coaxial but this disadvantage is partially compensated by applying the corrections for these effects;
2. the polarization "horns" are obtained in the coplanar profiles in front of bed boundaries, consequently, they are their high quality indicators;
3. the coplanar system is an important auxiliary tool to investigate the mud filtrate invasion and the presence of annulus zones which are direct indicators of movable hydrocarbons, and;
4. its azimuthal focussing properties can be explored in the borehole investigations of the axially asymmetrical geological situations such as vugular or fracture zones and invasion zones in horizontal wells.

1 - INTRODUÇÃO

As bacias sedimentares que contêm os campos petrolíferos apresentam freqüentemente um empilhamento estratigráfico formado por camadas alternadas de areia e folhelho de espessuras relativamente finas. É de extrema importância para os cálculos de produção conhecer as espessuras destas camadas, embora a maioria das ferramentas de perfilagem em poço não tenham resolução vertical suficiente.

Diante da importância de conhecer as heterogeneidades dos reservatórios, torna-se cada vez mais necessário melhorar a resolução das ferramentas de perfilagem visando: (1) quantificar níveis argilosos intercalados com horizontes potencialmente produtores; (2) otimizar o posicionamento das ferramentas de teste a cabo e de testemunho lateral, na definição de intervalos de canhoneio e (3) permitir uma melhor correlação rocha-perfil.

Os perfis elétricos e eletromagnéticos (EM) são de grande importância na prospecção de hidrocarbonetos, visto que, em associação com outros perfis, delimitam zonas produtoras daquelas não produtoras. Um dos maiores problemas das sondas por indução EM é quanto as seqüências de camadas delgadas (*thin beds reservoir*), que normalmente não são bem definidas devido às oscilações da ferramenta, rugosidade nas paredes do poço, ruídos nas transmissões de dados, além de outros fatores.

O princípio físico de funcionamento dos métodos de prospecção por indução EM é apresentado na Figura 1.1, de um forma bastante geral, pelo diagrama esquemático elaborado por Grant & West (1965). E como não poderia deixar de ser, as sondas de perfilagem em poço por indução EM se enquadram perfeitamente neste esquema, independente do arranjo geométrico de bobinas utilizado na sua construção.

As sondas de indução EM, disponíveis atualmente no mercado, são quase que na sua totalidade formadas pelo arranjo coaxial de bobinas, cujos eixos são também coincidentes com o do poço. Acreditamos que a principal razão desta escolha foi devido a facilidade que este arranjo geométrico de bobinas trazia para a construção das ferramentas bem como na modelagem computacional, pois nos modelos de camadas plano-paralelas e horizontais a fonte pode ser representada de forma bidimensional, devido a sua simetria de rotação, proporcionando uma considerável simplificação no equacionamento matemático e, conseqüentemente,

redução no tempo de processamento. Deste modo, a grande maioria dos trabalhos publicados sobre sondas de indução tem como objetivo incrementar o poder de investigação do convencional arranjo coaxial, buscando melhorar a sua baixa resolução em reservatórios de camadas finas, cujas espessuras são inferiores à distância fonte-sensor.

Adaptando da prospecção por indução EM em superfície, com diferentes disposições geométricas de bobinas (Figura 1.2), foram publicados alguns poucos trabalhos sobre a aplicação de arranjos de bobinas não convencionais (coplanar e de acoplamento semi-nulo) nas sondas de perfilagem em poço por indução EM, nos quais podemos verificar que o arranjo coplanar foi o que apresentou melhores resultados nos estudos teóricos e experimentais, principalmente nas modelagens de reservatórios em rochas fraturadas (Souza & Verma, 1995) e em camadas finas (Carvalho & Verma, 1998).

1.1 TRABALHOS ANTERIORES

1.1.1 Arranjo Coaxial de Bobinas

Doll (1949) foi o pioneiro na perfilagem em poço por indução EM, tendo feito uma adaptação do princípio de funcionamento de um detector de minas, criado por ele mesmo, para o Departamento de Guerra dos Estados Unidos (EUA). Esta ferramenta era constituída por apenas um par de bobinas coaxial e era a única que permitia leituras de resistividade em poços contendo lamas resistivas, pois ao contrário das sondas elétricas, não havia contatos galvânicos entre os sensores e a formação. Ele elaborou um estudo puramente geométrico para estimar quanto cada região nas vizinhanças da sonda contribui para o sinal registrado (Teoria do Fator Geométrico). Por negligenciar os efeitos de propagação da onda EM, a aplicabilidade deste estudo se reduz com o aumento da condutividade do meio. Um grande número de trabalhos foram elaborados procurando ampliar a faixa de aplicação desta teoria, tais como os de Zenor & Oshry (1962), Thadani & Hall (1981), Moran (1982) entre outros, embutindo na função-resposta da sonda algum termo que considerasse, pelo menos parcialmente, os efeitos de propagação na teoria de fator geométrico (Teoria do Fator Geométrico Propagado).

Moran & Kunz (1962) foram uns dos pioneiros na geração de perfis de indução por uma forma alternativa aos modelos convolucionais aplicados pela Teoria do Fator Geométrico. Partindo das equações de Maxwell, eles chegaram a solução analítica completa para o arranjo coaxial de duas bobinas num meio homogêneo condutivo, considerando todos os efeitos de propagação. Para o meios heterogêneos, aplicando as condições de contorno dos campos

EM na fronteira, que é uma técnica desenvolvida no início deste século XX (Sommerfeld¹ apud Howard, 1997), obtiveram soluções semi-analíticas que permitiram a obtenção das respostas em modelos de (1) uma camada plano-horizontal e dois semi-espacos iguais e (2) uma casca cilíndrica coaxial ao eixo do poço, para simular a frente de invasão numa camada espessa. Nesta mesma linha de obtenção de perfis de indução, bem mais rigorosa e completa, trabalhos como os de Anderson & Gianzero (1983) e Vieira (1990) apresentaram formas recursivas de se obter as respostas em modelos constituídos por seqüências de camadas plano-paralelas e horizontais e, de modo análogo, Anderson et al. (1986) obtiveram as respostas para seqüências de camadas inclinadas.

Howard & Chew (1992) conseguiram simular uma camada inclinada com zonas de invasão, através de um método aproximado, que é uma extensão da Teoria do Fator Geométrico e das aproximações de Born, tendo como vantagem uma relativa simplificação numérica e, conseqüentemente, redução no tempo de processamento quando comparado ao métodos numéricos. Deste modo, estudaram detalhadamente algumas “perturbações” que surgiam nos perfis do arranjo coaxial em modelos de camadas inclinadas (*horning effect*). Este efeito foi atribuído ao acúmulo de cargas elétricas nas interfaces, devido a uma crescente participação do modo de polarização transversal magnético (TM), a medida que se incrementa o ângulo de inclinação das camadas.

O trabalho de Anderson et al. (1999) pode nos dar uma idéia do atual “estado da arte” para as sondas com o arranjo coaxial, onde eles fazem simulações numéricas tridimensionais para modelos com geometrias arbitrárias, tais como seqüências de camadas inclinadas com diferentes frentes de invasão e perfilagem em poços horizontais com invasões não circulares.

1.1.2 Arranjo Coplanar de Bobinas

Harben et al. (1987) analisaram, através de modelagem numérica tridimensional, a resposta em poço de aparatos montados com os arranjos coaxial e coplanar de duas bobinas com espaçamentos de até 75 m, com o objetivo de investigar corpos prismáticos de grandes dimensões (100 x 100 x 25 m), afastados da parede do poço em até 25 m. Eles concluíram que ambos os arranjos apresentavam um bom posicionamento dos corpos, embora o arranjo coaxial tinha maior investigação radial e facilitava consideravelmente a construção do aparato proposto.

Kaufman & Keller (1989) foram uns dos pioneiros no estudo de aplicação do arranjo

¹SOMMERFELD, A. 1909. *Über die Ausbreitung der Wellen in der draughtlösen Telegraphie*. Ann. Physik 28, 665

coplanar de bobinas nas sondas de perfilagem por indução EM. Eles elaboraram um estudo análogo ao que Moran & Kunz (1962) fizeram para o arranjo coaxial. Trabalhando com um par de potenciais vetores, um elétrico e outro magnético, puderam representar os dois modos de polarização que a fonte tridimensional deste arranjo excita, o transversal elétrico (TE) e o magnético (TM). Deste modo, obtiveram a solução analítica completa para o arranjo coplanar de duas bobinas no meio homogêneo e condutivo, considerando todos os efeitos de propagação. Para os meios heterogêneos, aplicando as condições de contorno na fronteira para o par de potenciais (*Sommerfeld Boundary Value Problem*), obtiveram soluções semi-analíticas que permitem a obtenção das respostas em modelos de: (1) uma camada plano-horizontal e dois semi-espacos iguais e (2) cascas cilíndricas coaxiais ao eixo do poço, para simular zonas de invasão numa camada espessa. De forma análoga, Costa & Rijo (1993) obtiveram as respostas dos arranjos de duas bobinas com os arranjos coaxial, coplanar e semi-nulo (Figura 1.2) para uma camada plano-horizontal e dois semi-espacos iguais. O arranjo coaxial foi o que se mostrou mais eficiente na leitura das condutividades dos meios, enquanto que o arranjo coplanar se apresentou melhor no posicionamento das camadas devido aos "pulsos" (*horns*) defronte das interfaces. Já o arranjo semi-nulo apresentou perfis com uma forte assimetria, dificultando bastante sua interpretação.

Os "pulsos" defronte às interfaces das camadas nos perfis do arranjo coplanar, observadas por Kaufman & Keller (1989), Montenegro (1991) e Costa & Rijo (1993), são de mesma natureza daqueles estudadas por Howard & Chew (1992) para o arranjo coaxial em camadas inclinadas, uma vez que em ambos os casos as correntes de indução geradas no meio são interrompidas pelas interfaces.

Paralelamente, uma série de trabalhos experimentais, através da modelagem física (*tank modeling*), foram realizadas no Departamento de Geofísica (DGf) da Universidade Federal do Pará (UFPA). Foram obtidos resultados similares aos teóricos em modelos relativamente simples e, posteriormente, foram simulados em laboratório modelos bem mais complexos, que ainda não foram modelados computacionalmente, tais como os das Figuras 1.3 e 1.4.

Salvadoretti (1990) desenvolveu o primeiro conjunto experimental capaz de simular a resposta das sondas de indução EM em ambientes comuns à geofísica de poço (modelagem analógica). O sistema é composto de (1) um modelo geoelétrico que simula a seqüência de camadas com condutividades variáveis invadidas pelo filtrado da lama; e de (2) um sistema elétrico formado pelo conjunto: transmissor, sonda e receptor. O objetivo deste trabalho foi montar uma base mínima necessária para futuros estudos envolvendo sondas com diferentes arranjos geométricos de bobinas. Logo depois, Montenegro (1991) e Montenegro & Verma (1993) obtiveram as respostas para os arranjos coaxial e coplanar de duas bobinas

em modelos geoeletricos de elevado contraste de condutividade, procurando simular camadas espessas de arenito (rochas reservat6rios de hidrocarbonetos) em folhelhos (rochas geradoras). O arranjo coplanar se mostrou com um excelente poder de demarca76o de interfaces nas camadas. Paralelamente, Souza (1992) e Souza & Verma (1995) estudaram a resposta do arranjo coplanar em modelos geoeletricos que simulavam um meio homog6neo resistivo com zonas fraturadas mais condutivas, com mergulhos de 0° (horizontais), 45°, 60° e 90° (verticais) a diferentes dist6ncias das paredes do po7o. As respostas do arranjo coplanar apresentaram informa76es sobre o mergulho, espessura e dist6ncia com rela76o 6s paredes do po7o, dependendo da posi76o relativa das bobinas e da zona fraturada. Como o arranjo coplanar n6o permite um recobrimento de toda a parede do po7o, perdendo informa76es a 90° do eixo das bobinas, foi sugerida a constru76o de um sistema de duplo acoplamento seminulo (DASN). Al6m do maior recobrimento, essa ferramenta fornece uma "t6cnica de olhada r6pida" (*quick-look technique*) para estimar qualitativamente o mergulho da zona fraturada. Posteriormente, Carvalho (1993) e Carvalho & Verma (1998) estudaram comparativamente as respostas dos arranjos coaxial e coplanar em reservat6rios de camadas finas (*thin beds reservoirs*). As respostas do arranjo coplanar se apresentaram bem melhores que as do coaxial para posicionar camadas finas e resistivas (lentes de areia com 6leo) imersas num pacote mais condutivo (folhelho).

1.2 OBJETIVOS DESTE ESTUDO

Os resultados obtidos por modelagem anal6gica nos estimularam a estudar mais detalhadamente, atrav6s de modelagem computacional, as respostas do arranjo coplanar de duas bobinas. Paralelamente, apenas para efeito de refer6ncia, ser6o tamb6m geradas as respostas do convencional arranjo coaxial.

Atrav6s da solu76o anal6tica (meios homog6neos) e semi-anal6tica (meios heterog6neos) ser6o geradas inicialmente as respostas para modelos mais simples, tais como os do (1) meio homog6neo, isotr6pico e ilimitado; (2) uma casca cil6ndrica simulando a frente de invas6o; (3) duas cascas cil6ndricas para simular o efeito *annulus*; (4) uma interface plana e dois semi-espa7os simulando o contato entre duas camadas espessas e (5) uma camada plano-horizontal e dois semi-espa7os iguais. Embora estes modelos j6 tenham sido simulados por outros autores, eles s6o de grande import6ncia para uma vis6o gradual da evolu76o deste estudo, e permitir uma an6lise mais detalhada dos efeitos que alguns par6metros geoeletricos t6m sobre as respostas. A6 ent6o, aplicando ainda as condi76es de contorno nas fronteiras (*Sommerfeld Boundary Value Problem*), obteremos as solu76es semi-anal6ticas que nos permitir6o simular as respostas em modelos relativamente mais complexos, tais como (1) zonas de

transição gradacional nas frentes de invasão; (2) seqüências de camadas plano-paralelas horizontais e inclinadas; (3) seqüências laminadas simulando meios anisotrópicos e (4) passagem gradacional entre duas camadas espessas.

Deste modo, os resultados obtidos através da modelagem computacional poderão reforçar algumas observações experimentais, obtidas em laboratório, contribuindo significativamente para uma melhor compreensão dos fenômenos físicos embutidos nas respostas, além de estarmos contribuindo para reduzir a enorme lacuna entre os estudos de aplicabilidade do arranjo coplanar com relação aos do coaxial na geofísica de poço.

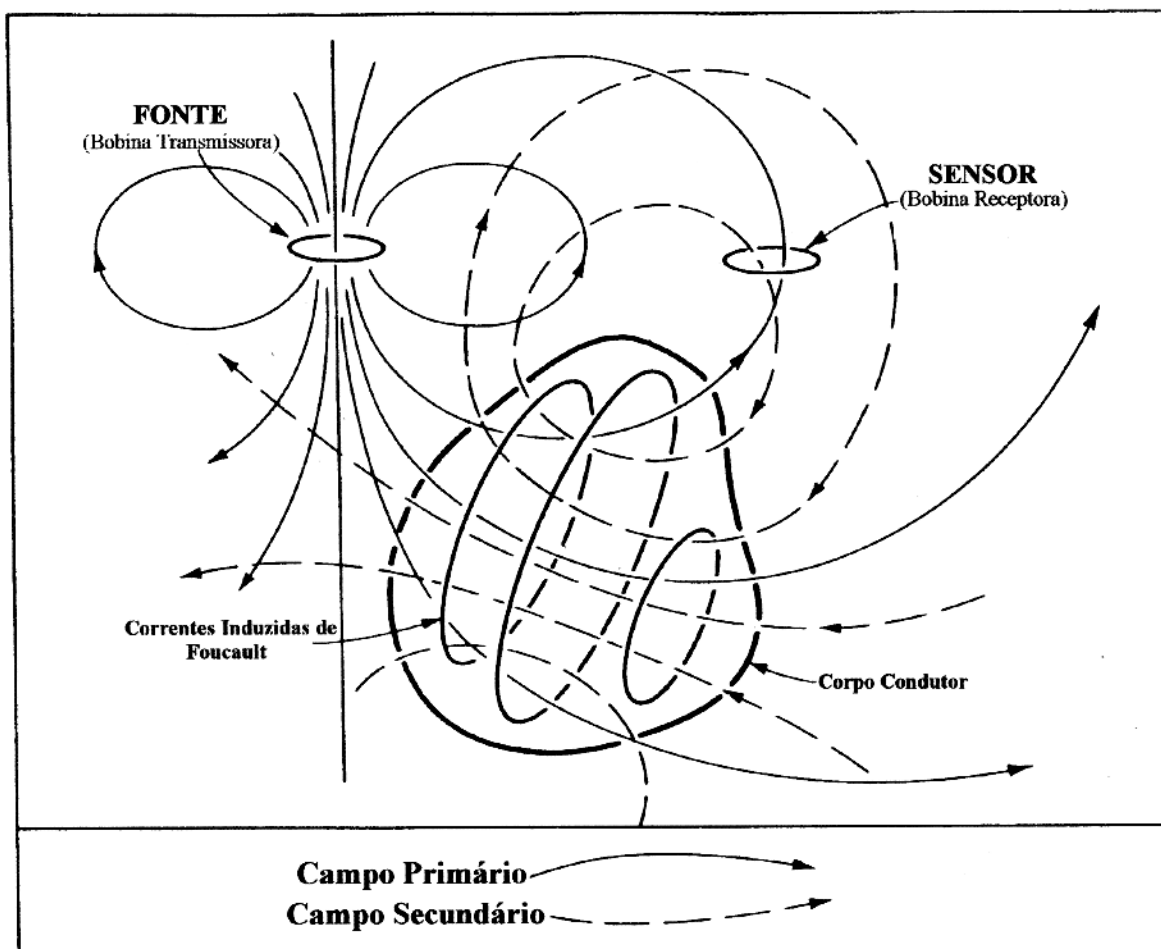


Figura 1.1 - Diagrama esquemático do princípio físico dos métodos de prospecção por indução eletromagnética (Grant & West, 1965).

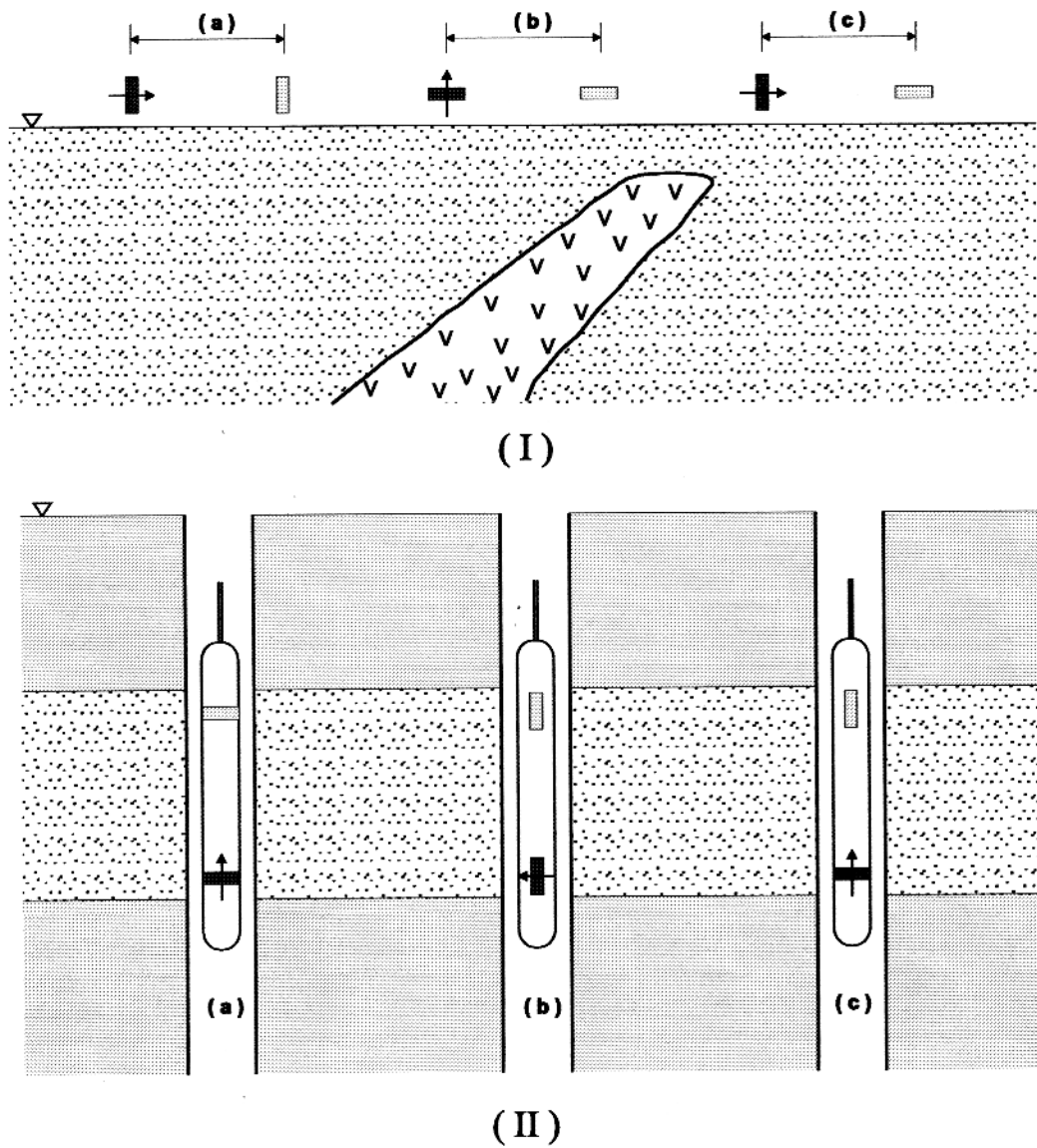


Figura 1.2 - Arranjos geométricos de duas bobinas na prospecção EM de superfície (I) e no poço (II). Arranjos (a) coaxial, (b) coplanar e (c) perpendicular ou semi-nulo.

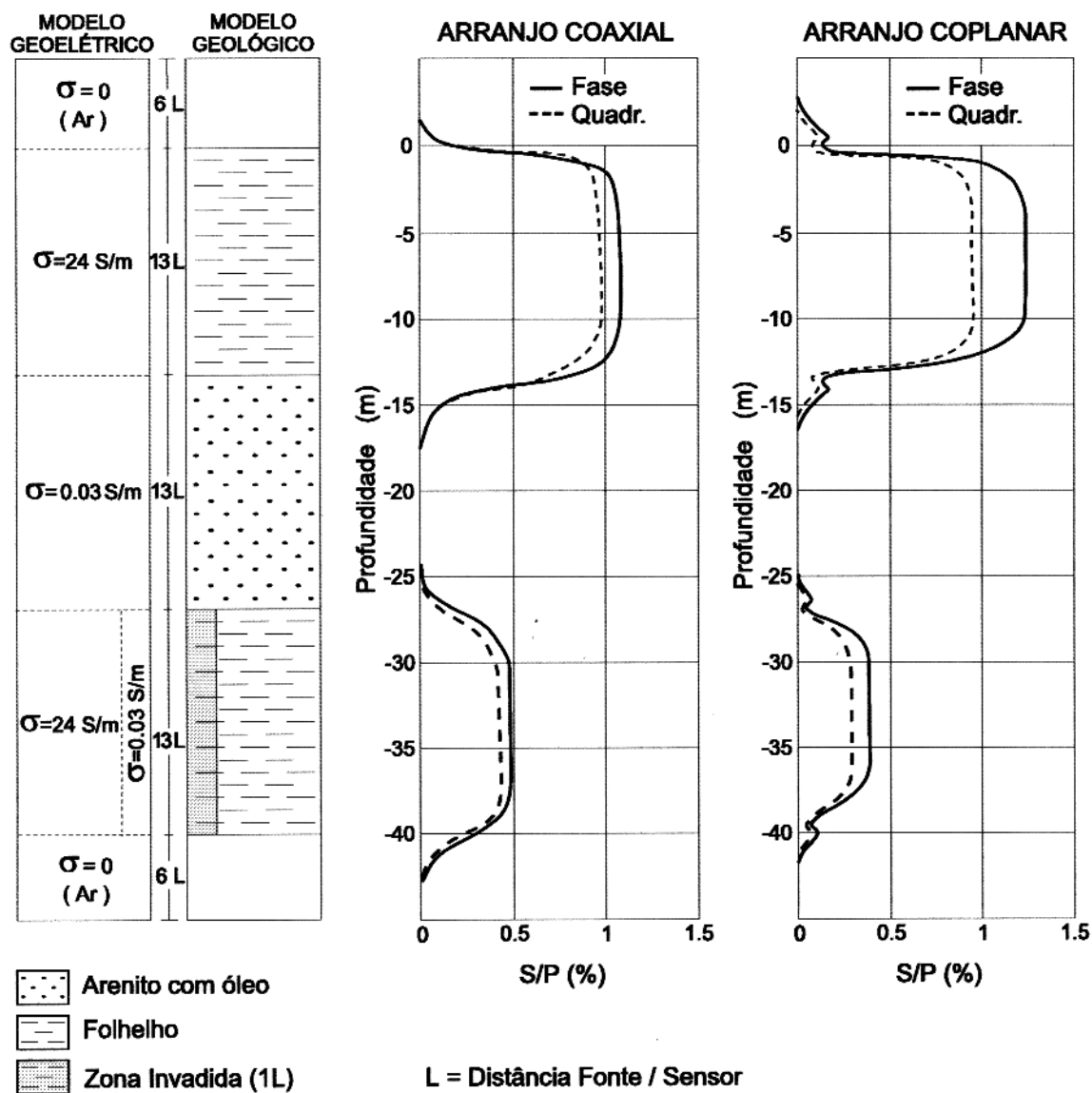


Figura 1.3 - Modelo geoeletrico em escala reduzida simulando uma camada espessa resistiva (arenito) entre duas condutivas (folhelho), mostrando a reducao nas respostas dos arranjos de duas bobinas coaxial e coplanar devido a invasao de fluidos, obtidas experimentalmente pelo modelamento analogico em tanque (Carvalho & Verma, 1994).

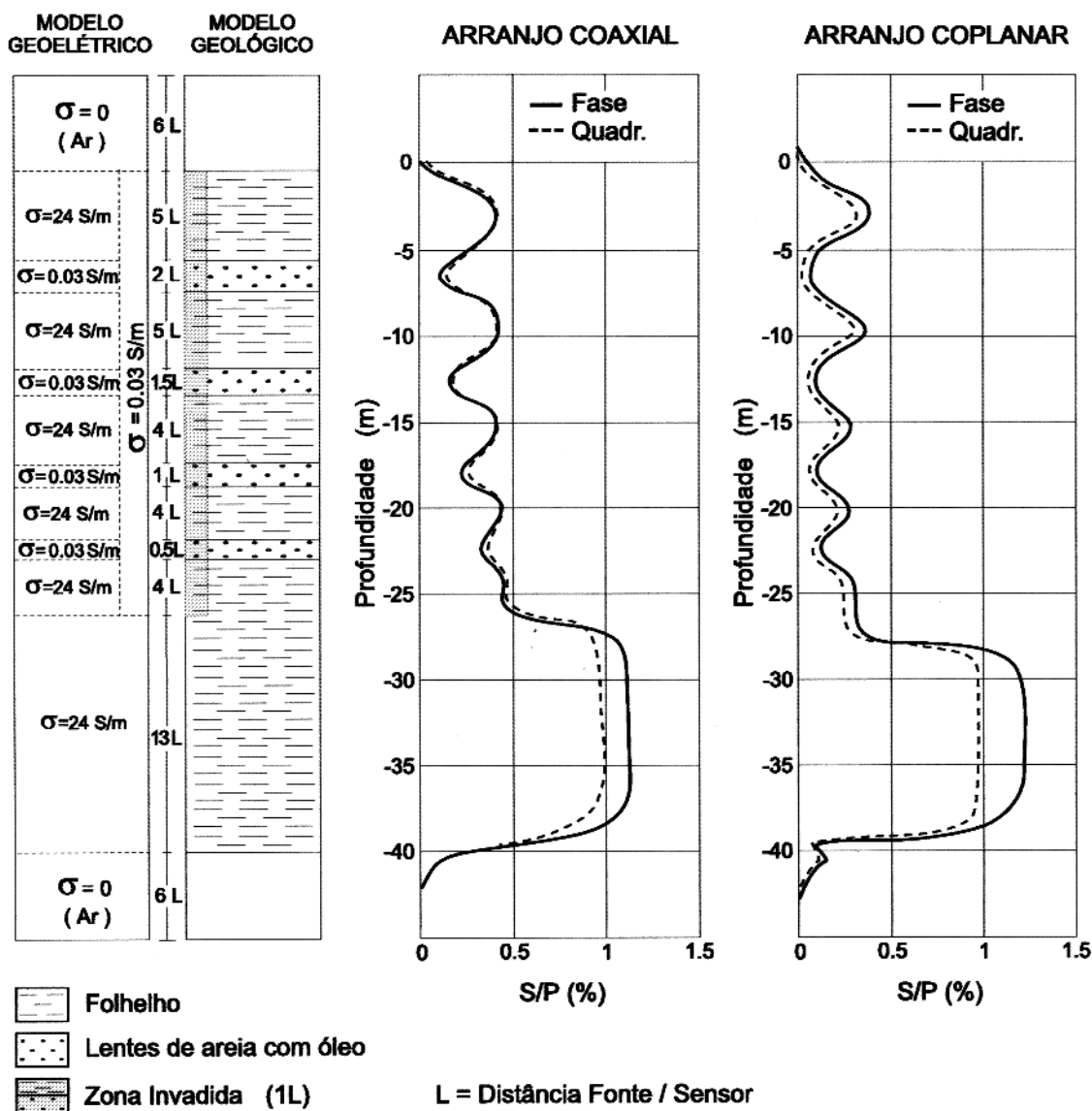


Figura 1.4 - Modelo geoeletrico em escala reduzida simulando uma camada espessa de folhelho (meio condutivo) contendo lentes de areia (meios resistivos) com as respostas dos arranjos de duas bobinas coaxial e coplanar obtidas experimentalmente pelo modelamento analogico em tanque (Carvalho & Verma, 1998).

2 - MEIO HOMOGÊNIO

Apresentaremos o desenvolvimento das soluções analíticas completas das equações de onda EM dos arranjos coplanar e coaxial de duas bobinas, para o caso mais simples possível, que é o do meio homogêneo, isotrópico e ilimitado (Figura 2.1), aplicando uma notação similar a utilizada por Harrington (1961), Ward & Hohmann (1988) e Rijo (1990). Deste modo, poderemos analisar o comportamento das respostas, para ambos os arranjos, em função de alguns parâmetros geométricos e/ou elétricos, além de ser o ponto de partida para analisarmos modelos mais complexos (heterogêneos) com descontinuidades na forma de cascas cilíndricas concêntricas (zonas de invasão) ou com interfaces plano-paralelas (seqüências de camadas).

Sendo a corrente elétrica que alimenta a fonte nas sondas por indução EM (bobina transmissora) do tipo alternada (AC), nesse estudo convencionaremos que os campos oscilarão senoidalmente com o tempo na forma $e^{i\omega t}$, em que $i = \sqrt{-1}$, ω é a frequência angular e t o tempo. Deste modo, Rijo (1990) apresenta as equações de Maxwell no domínio da frequência como:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\hat{z}\mathbf{H} + \mathbf{J}_m, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \hat{y}\mathbf{E} + \mathbf{J}_e, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot (\mu\mathbf{H}) = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon\mathbf{E}) = \rho_v, \quad (2.4)$$

em que \mathbf{E} e \mathbf{H} são os vetores campo elétrico (V/m) e magnético (A/m), respectivamente, $\hat{z} = i\omega\mu$ e $\hat{y} = \sigma + i\omega\varepsilon$ a impeditividade (ohm/m) e admitividade dos meios (S/m), respectivamente, σ a condutividade elétrica (S/m), μ a permeabilidade magnética (H/m), ε a permissividade dielétrica (F/m), \mathbf{J}_e e \mathbf{J}_m os vetores densidade de corrente elétrica e magnética (A/m^2) das fontes, respectivamente, e ρ_v a densidade volumétrica de carga elétrica (C/m^3). As fontes de corrente magnética, \mathbf{J}_m , embora não tenham um significado físico, constituem um importante artifício matemático na análise de alguns modelos.

Ward & Hohmann (1988) chegam às equações de onda não-homogêneas para um par de potenciais vetores magnético \mathbf{A} e elétrico \mathbf{F} , denominados como "Potenciais de Schelkunoff", partindo das equações de Maxwell (2.1 a 2.4) e aplicando o Teorema de Helmholtz, segundo

o qual, para se definir completamente um campo vetorial, é necessário e suficiente dispor de seu rotacional e da sua divergência (*gauge conditions*):

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_e, \quad (2.5)$$

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = -\mathbf{J}_m, \quad (2.6)$$

em que $k^2 = -\hat{z}\hat{y} = -i\omega\mu(\sigma + i\omega\varepsilon)$ é a constante de propagação da onda EM.

Harrington (1961) apresenta os vetores campo elétrico \mathbf{E} e magnético \mathbf{H} como a soma dos campos gerados pelos potenciais vetores \mathbf{A} e \mathbf{F} , devido a linearidade dos campos EM num meio sem fontes de alimentação, mostrando que essas partes constituem os modos de polarização transversal elétrico (TE) e o transversal magnético (TM), respectivamente.

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F} - \hat{z}\mathbf{A} + \frac{1}{\hat{y}}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}), \quad (2.7)$$

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} - \hat{y}\mathbf{F} + \frac{1}{\hat{z}}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}). \quad (2.8)$$

Nos problemas de perfilagem por indução EM é muito comum fazer $\mu = \mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m e $\varepsilon = \varepsilon_o = 1/36\pi \times 10^{-9}$ F/m para as rochas que constituem os reservatórios de hidrocarbonetos, ou seja, aplicar os mesmos valores do vácuo, obtendo mesmo assim uma boa aproximação. Já os valores de condutividade elétrica σ variam numa extensa faixa que vai de 10^{-3} até 1,5 S/m.

No parâmetro admitividade (\hat{y}) a condutividade elétrica (σ), nos reservatórios de hidrocarbonetos, depende basicamente dos íons presentes na água intersticial que se encontra nos poros da formação. Sendo as frequências da perfilagem por indução EM convencionais relativamente baixas (10 a 40 kHz), a segunda parte da admitividade ($\omega\varepsilon$) é comumente inferior a 9×10^{-5} , sendo normalmente negligenciada. Deste modo, considerando um regime quasiestático ($\sigma \gg \omega\varepsilon$) e supondo que os diferentes meios são magneticamente impermeáveis ($\mu = \mu_o$), o número de onda $k^2 = -\hat{z}\hat{y}$ se reduzirá a $k^2 = -i\omega\mu\sigma$.

Os raios das bobinas transmissora e receptora têm dimensões relativas tão pequenas que nos permitem considerá-las pontuais, ou seja, os campos EM gerados por estas fontes serão similares aos dos dipolos magnéticos. O erro devido a esta aproximação é inferior a 1% quando a distância fonte-sensor é maior que cinco vezes o diâmetro das bobinas (Howard, 1997).

2.1 SOLUÇÕES ANALÍTICAS

Um estudo puramente analítico das respostas das sondas de perfilagem em poço por indução EM somente é possível para o modelo mais simples, que é o do meio homogêneo, isotrópico e ilimitado e, para garantir o seu rigor, não poderia deixar de ter como ponto de partida as equações de Maxwell. Reescrevendo as equações 2.1 a 2.4 para uma fonte puntual do tipo dipolo magnético teremos:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\hat{z}\mathbf{H} + \mathbf{J}_m, \quad (2.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \hat{y}\mathbf{E}, \quad (2.10)$$

$$\nabla \cdot (\mu\mathbf{H}) = 0, \quad (2.11)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon\mathbf{E}) = 0, \quad (2.12)$$

em que $\mathbf{J}_e = 0$ e $\rho_v = 0$. \mathbf{J}_m pode ser representado como:

$$\mathbf{J}_m = -\hat{z}\mathbf{m}\delta(x)\delta(y)\delta(z), \quad (2.13)$$

em que \mathbf{m} é o momento de dipolo magnético e $\delta(x)\delta(y)\delta(z)$ é o delta de Dirac tridimensional, ou seja, a função impulso nas três principais direções do sistema de coordenadas retangular.

Como neste caso existe somente fonte magnética, ou seja, $\mathbf{A}=0$, as equações de campo 2.7 e 2.8 se reduzirão a:

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F}, \quad (2.14)$$

$$\mathbf{H} = -\hat{y}\mathbf{F} + \frac{1}{\hat{z}}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}). \quad (2.15)$$

Para uma posição arbitrária do dipolo magnético a equação vetorial 2.6 na verdade é um sistema de três equações escalares. A simplicidade do meio homogêneo nos permite orientar a fonte em qualquer uma das três direções principais do sistema de coordenadas, sem que o problema seja particularizado. Deste modo, escolhendo o eixo x do sistema de coordenadas cartesianas, a equação vetorial original se reduz a apenas uma única equação escalar:

$$\nabla^2 F_x + k^2 F_x = -\hat{z}m_x\delta(x)\delta(y)\delta(z), \quad (2.16)$$

sendo o momento de dipolo representado por $m_x = n_t \pi a_t^2 I_t$ em que n_t , a_t e $I_t(\omega)$ são o número de espiras, o raio da bobina e a corrente elétrica que alimenta a fonte (bobina transmissora), respectivamente.

A linearidade é uma característica fundamental na teoria dos métodos elétricos e eletromagnéticos. Por isso, podemos utilizar livremente as técnicas das transformadas integrais (Fourier, Laplace, Hankel, etc) junto com o princípio da superposição para resolvermos problemas relativamente difíceis através da decomposição em problemas mais simples (Rijo, 1990).

Deste modo, a equação diferencial (2.16) pode ser facilmente resolvida aplicando transformadas de Fourier:

$$F_x(x, y, z) = \frac{\hat{z}m}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-u|z|}}{u} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (2.17)$$

em que $u = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$ é a constante de propagação da onda EM no domínio de Fourier.

Sob o ponto de vista da computação numérica, a transformada de Hankel é bem mais vantajosa do que a transformada dupla de Fourier. Deste modo, visando facilitar a modelagem podemos reduzir uma dimensão deste problema explorando a simetria de rotação do meio ($\partial/\partial\phi = 0$). Deste modo, a equação (2.17) pode ser reescrita em coordenadas cilíndricas usando uma relação de conversão entre estas duas transformadas integrais (Baños¹ apud Ward & Hohmann, 1988):

$$F_x(r, z) = \frac{\hat{z}m}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-u|z|}}{u} J_0(k_r r) k_r dk_r, \quad (2.18)$$

em que J_0 é uma função de Bessel de primeira espécie e ordem 0, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ e, conseqüentemente, $u = \sqrt{k_r^2 - k^2}$.

Graças a existência de uma solução algébrica fechada para a clássica integral de Sommerfeld na equação 2.18 obteremos:

$$F_x(R) = \frac{\hat{z}m}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad (2.19)$$

sendo $R = r^2 + z^2$, em que R e r são as distâncias radiais nos sistemas de coordenadas esférico e cilíndrico, respectivamente, e z a distância axial (Figura 2.2).

Uma vez tendo $\mathbf{F} = F_x \hat{i}$ (equação 2.19) podemos agora obter qualquer componente dos

¹BAÑOS, A. 1966. *Dipole radiation in the presence of a conducting half-space*. Pergamom Press, Inc.

campos \mathbf{E} e \mathbf{H} , geradas pelo dipolo magnético no meio homogêneo, através das equações 2.14 e 2.15.

As forças eletromotrizes (f.e.m.) induzidas nas bobinas receptoras dos arranjos coplanar e coaxial podem ser determinadas aplicando a lei de indução de Faraday no domínio da frequência:

$$V = -i\omega\mu n_r \int_s \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = -i\omega\mu n_r H_z \pi a_r^2, \quad (2.20)$$

em que n_r e a_r são o número de espiras e o raio das bobinas receptoras, respectivamente, e $\mathbf{H} = H_z \hat{k}$ é a componente axial do campo magnético, posicionada centralmente e ortogonalmente aos planos das espiras que constituem as bobinas receptoras dos dois arranjos apresentados esquematicamente na Figura 2.2.

Wait (1982), Ward & Hohmann (1988), Kaufman & Keller (1989), Rijo (1990), entre outros, apresentam as componentes de campo elétrico \mathbf{E} e magnético \mathbf{H} para uma fonte puntual do tipo dipolo magnético, imersa num meio homogêneo e condutivo, nos diversos sistemas de coordenadas. Com o propósito de aplicar a equação 2.20 para os arranjos coplanar e coaxial de duas bobinas, é conveniente utilizar a componente axial do campo magnético (H_z) em coordenadas cilíndricas (Montenegro, 1991):

$$H_z(r, z) = \frac{\pi a_i^2 n_t I_t(w)}{4\pi R^5} \left[\left(3 + 3ikR - k^2 R^2 \right) z^2 - \left(1 + ikR - k^2 R^2 \right) R^2 \right] e^{-ikR}. \quad (2.21)$$

Pela Figura 2.2 podemos aplicar os respectivos valores de r e z na equação 2.21 de modo a obter as componentes de campo magnético para os arranjos coaxial (H_z^{cx}) e coplanar (H_z^{cp}):

$$H_z^{cx}(0, L) = \frac{\pi a_i^2 n_t I_t(w)}{2\pi L^3} \left(1 + ikL \right) e^{-ikL}, \quad (2.22)$$

$$H_z^{cp}(L, 0) = -\frac{\pi a_i^2 n_t I_t(w)}{4\pi L^3} \left[1 + ikL + (ikL)^2 \right] e^{-ikL}, \quad (2.23)$$

em que L é o espaçamento fonte-sensor.

Aplicando as equações 2.22 e 2.23 em 2.20 calculamos as f.e.m. registradas pelos arranjos coaxial (V^{cx}) e coplanar (V^{cp}) de duas bobinas num meio homogêneo condutivo:

$$V^{cx} = -\frac{2iK^{cx}}{\omega\mu L^2} \left(1 + ikL \right) e^{-ikL}, \quad (2.24)$$

$$V^{cp} = \frac{2iK^{cp}}{\omega\mu L^2} \left[1 + ikL + (ikL)^2 \right] e^{-ikL}, \quad (2.25)$$

sendo

$$K^{cx} = \frac{(\omega\mu)^2 A_t A_r n_t n_r I_t}{4\pi L} \quad (2.26)$$

e

$$K^{cp} = \frac{(\omega\mu)^2 A_t A_r n_t n_r I_t}{8\pi L}, \quad (2.27)$$

em que $A_t = \pi a_t^2$ e $A_r = \pi a_r^2$ são as áreas das seções transversais nas bobinas transmissora e receptora, respectivamente. K^{cx} é aquele parâmetro geométrico denominado por Doll (1949) de “constante ferramental” da sonda com arranjo coaxial, enquanto K^{cp} é o seu equivalente para o arranjo coplanar.

Ao suspendermos as sondas no ar ($\sigma \simeq 0$ S/m), as equações 2.24 e 2.25 se reduzem a

$$V^{cx} = -\frac{2iK^{cx}}{\omega\mu L^2}, \quad (2.28)$$

$$V^{cp} = \frac{2iK^{cp}}{\omega\mu L^2}, \quad (2.29)$$

que são os acoplamentos diretos “fonte-sensor” para os dois arranjos.

Pelo fato de $K^{cx} = 2K^{cp}$ (equações 2.26 e 2.27), o acoplamento mútuo entre bobinas do arranjo coaxial é o dobro do coplanar (equações 2.28 e 2.29), embora eletronicamente isto não seja problema, pois em ambos os casos existe uma diferença de fase de 90° (em quadratura) com relação a corrente que alimenta a fonte (bobina transmissora), facilitando consideravelmente o cancelamento deste inconveniente sinal.

Ao dividirmos as f.e.m. registradas pelos dois tipos de arranjos (equações 2.24 e 2.25), que são números complexos, pelas suas respectivas constantes ferramentais (equações 2.26 e 2.27), obteremos um sinal denominado “condutividade complexa”. Em analogia com a teoria de circuitos, a parte real será referida como resistiva ou em fase (*R-signals*), enquanto que a imaginária será a reativa ou em quadratura (*X-signals*):

$$\sigma_R^{cx} + i\sigma_X^{cx} = -\frac{2i}{\omega\mu L^2} \left(1 + ikL \right) e^{-ikL}, \quad (2.30)$$

$$\sigma_R^{cp} + i\sigma_X^{cp} = \frac{2i}{\omega\mu L^2} \left[1 + ikL + (ikL)^2 \right] e^{-ikL}. \quad (2.31)$$

Com o objetivo de proporcionar uma análise mais detalhada destes sinais condutividade, é conveniente reescrevê-los em forma de série de potências de L/δ , em que $\delta = \sqrt{2/\omega\mu\sigma} =$

$(1 + i)/k$ que é comumente conhecido como “profundidade pelicular” (*skin depth*). Deste modo, com esta expansão as equações 2.30 e 2.31 se tornam:

$$\sigma_R^{cx} + i\sigma_X^{cx} = \sigma + \frac{2i}{\omega\mu L^2} - \frac{2}{3} \left(\frac{L}{\delta} \right) \sigma(1 + i) + \dots \quad (2.32)$$

$$\sigma_R^{cp} + i\sigma_X^{cp} = \sigma - \frac{2i}{\omega\mu L^2} - \frac{4}{3} \left(\frac{L}{\delta} \right) \sigma(1 + i) + \dots \quad (2.33)$$

Podemos verificar que para os dois arranjos de bobinas o primeiro termo é real e é exatamente aquele aplicado pela teoria do fator geométrico de Doll, na qual se considera a frequência e a condutividade do meio praticamente nulas. O segundo termo é imaginário e está em quadratura com a corrente que alimenta a fonte, representando o acoplamento mútuo entre bobinas quando a sonda fica suspensa no ar. Do terceiro termo adiante fica representado o efeito de propagação da onda no meio condutivo (*skin effect*), que é totalmente negligenciado pela teoria do fator geométrico.

Para um $L = 40^\circ$; $f = 20 \text{ kHz}$ e $\sigma = 1 \text{ S/m}$ nas equações 2.30 e 2.31, o sinal devido ao acoplamento direto entre bobinas será de $12,270 \text{ S/m}$, ou seja, é praticamente impossível distinguir o sinal proveniente da formação deste sinal gerado diretamente, devido a enorme diferença de magnitude entre eles. Portanto, é necessário retirar este sinal de acoplamento da parte imaginária, colocando-a numa mesma ordem de grandeza da parte real. Assim,

$$\sigma_R^{cx} + i\sigma_{XF}^{cx} = -\frac{2i}{\omega\mu L^2} \left[(1 + ikL)e^{-ikL} + 1 \right], \quad (2.34)$$

$$\sigma_R^{cp} + i\sigma_{XF}^{cp} = \frac{2i}{\omega\mu L^2} \left\{ [1 + ikL + (ikL)^2] e^{-ikL} - 1 \right\}, \quad (2.35)$$

em que σ_{XF}^{cx} e σ_{XF}^{cp} são apenas uma parte do sinal induzido no meio e que fica embutida na quadratura, juntamente com o acoplamento direto.

Após retirar o acoplamento mútuo do sinal em quadratura, podemos obter uma aproximação de primeira ordem para o efeito pelicular, ou seja, um fator de correção (*boosters*) para os sinais resistivos de ambos os arranjos, gerando desta forma sinais corrigidos (σ_c^{cx} e σ_c^{cp}) bem mais próximos da verdadeira condutividade elétrica do meio:

$$\sigma_c^{cx} = \frac{\sigma_R^{cx}}{\left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{L}{\delta} \right) \right]}, \quad (2.36)$$

$$\sigma_c^{cp} = \frac{\sigma_R^{cp}}{\left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{L}{\delta} \right) \right]}. \quad (2.37)$$

2.2 RESPOSTAS NO MEIO HOMOGÊNIO

No meio homogêneo, isotrópico e ilimitado as respostas registradas pelos arranjos de duas bobinas coplanar e coaxial serão modeladas computacionalmente através das equações 2.34 e 2.35 (*raw signals*). Aí então, poderemos apresentar um sinal tratado (*boosted signals*) pelas equações 2.36 e 2.37, que tem como objetivo recuperar uma parte da informação que a onda EM, induzida no meio condutivo, perde ao se propagar até o sensor (*Skin Effect Correction - SEC*).

Os gráficos das Figuras 2.3 e 2.4 apresentam a condutividade verdadeira do meio σ_t versus as condutividades aparentes σ_a registradas pelos arranjos de duas bobinas coaxial (de cima) e coplanar (debaixo). As respostas são obtidas através das suas respectivas componentes em fase (*R-signals*), σ_R^{cx} e σ_R^{cp} , e em quadratura sem o acoplamento direto (*XF-signals*), σ_{XF}^{cx} e σ_{XF}^{cp} . Na Figura 2.3 é mantida fixa a frequência linear de operação da sonda ($f = 20 \text{ kHz}$) e apresentado as respostas para três distintos espaçamentos entre fonte-sensor ($20''$, $40''$ e $60''$). Já na Figura 2.4 é feito exatamente o inverso, é mantido fixo o espaçamento fonte-sensor ($L = 40''$) e apresentado as respostas para três frequências distintas (10 , 25 e 50 kHz).

Analisando isoladamente as componentes resistivas, σ_R^{cx} e σ_R^{cp} , podemos notar que as respostas para ambos os arranjos, com espaçamento $L_1 = 20''$ (Figura 2.3) ou $f_1 = 10 \text{ kHz}$ (Figura 2.4) é quase linear, com uma inclinação de aproximadamente 45° (linhas contínuas), enquanto que para $L_3 = 60''$ (Figura 2.3) ou $f_3 = 50 \text{ kHz}$ (Figura 2.4) a curva perde esta linearidade em aproximadamente 10^3 mS/m para o arranjo coaxial e 10^2 mS/m com o arranjo coplanar (linhas pontilhadas). Podemos verificar que existe uma dependência direta do efeito de propagação (*skin effect*) com o espaçamento fonte-sensor L e com a frequência linear f , independente do arranjo geométrico de bobinas, embora ele ocorra com maior intensidade nas respostas do arranjo coplanar. Deste modo, sondas mais longas ou operando em frequências mais baixas, investigarão mais profundamente, e conseqüentemente, uma progressiva perda de energia ocorrerá a medida que a onda EM penetra na formação. Em contrapartida, sondas com espaçamentos mais curtos, ou operando em frequências mais altas, poderão estar efetuando uma investigação muito rasa, a ponto de nos fornecer uma leitura petrofísica (condutividade aparente) de regiões indesejadas, tais como de zonas invadidas pelo filtrado da lama.

Graças a estreita semelhança das Figuras 2.3 e 2.4 que algumas ferramentas são construídas para fornecer uma grande quantidade de leituras radiais numa mesma posição da sonda em profundidade. Elas são geralmente constituídas de uma única fonte e uma série de sensores com diferentes espaçamentos L (*multiple-array induction tools*), além de poder

operar simultaneamente em diferentes frequências lineares f (*multi-channel induction data*). Deste modo, elaboram-se perfilagens laterais com o objetivo de monitorar radialmente a invasão de fluidos em determinados pontos de interesse na formação (*pay zones*).

Heuristicamente, por um princípio de conservação de energia, a informação que se perde na componente em fase (resistiva) é transferida para a componente em quadratura (reativa), σ_{XF}^{cx} e σ_{XF}^{cp} , podendo deste modo ser parcialmente recuperada. Os gráficos da Figura 2.5 apresentam o espaçamento entre bobinas (L) versus as condutividades aparentes normalizadas com a condutividade do meio (σ_a/σ_t) para os arranjos de duas bobinas coaxial (de cima) e coplanar (debaixo). Em ambos os arranjos podemos notar um progressivo decaimento dos sinais resistivos (linhas contínuas), σ_R^{cx} e σ_R^{cp} , com o aumento do espaçamento fonte-sensor L , sendo que no coplanar ele decai mais rapidamente. No entanto, os sinais reativos (linhas tracejadas), σ_{XF}^{cx} e σ_{XF}^{cp} , tem um comportamento exatamente inverso, onde o do coplanar apresenta um crescimento mais acentuado que o do coaxial. Graças a esta espécie de compensação que ocorre entre as componentes, podemos restaurar perfeitamente os sinais resistivos através dos reativos, obtendo sinais corrigidos (linhas traço-ponto), σ_c^{cx} e σ_c^{cp} , que nos fornecem precisamente a condutividade do meio homogêneo, independente do arranjo geométrico de bobinas e do espaçamento L utilizado.

Embora a perfilagem EM de superfície trabalhe, desde a sua origem, com a componente reativa do sinal (*X-signal*), principalmente na prospecção mineral, somente no final da década de 70 a "condutividade complexa" começou a tomar força na perfilagem de poço (Snyder & Williams, 1977; Gianzero & Anderson, 1982; Barber, 1983 entre outros), pois até então a componente reativa era totalmente descartada, devido as enormes dificuldades técnicas de se recuperar a informação do meio que se encontrava embutida nesta parte do sinal (*XF-signal*). Schaefer et al.² apud Anderson & Barber (1988) patentearam um processador de sinal (*Phasor processor*) que permitiu, em tempo real, restaurar o sinal em fase (resistivo) registrado pelas tradicionais sondas de multibobinas com arranjo coaxial, utilizando uma parte da informação contida na quadratura (sinal reativo). Uma outra inovação introduzida com estas sondas *Phasors* foi efetuar uma investigação multifrequencial, operando a 10, 20 e 40 kHz, com o propósito de obter diferentes profundidades radiais de investigação e, deste modo, poder avaliar com maior precisão os perfis de invasão (Allen & Jacobsen, 1988).

Como podemos observar, algumas técnicas amplamente utilizadas, há bastante tempo, em outras áreas da prospecção EM, apresentam alguns obstáculos técnicos de implementação na geofísica de poço, embora eles estejam sendo gradualmente superados. Uma destas barreiras a ser rompida é a utilização de arranjos geométricos de bobinas não convencionais nas sondas

²SCHAEFER, R. T., BARBER T. D., and DUTCHER, C. H. 1984. *Phasor processing of induction logs including shoulder and skin effect correction*. U. S. Patent 4,471,436.

de indução, dentre os quais, o arranjo coplanar tem se mostrado bastante promissor em diversos trabalhos teóricos (Harben et al., 1987; Kaufman & Keller, 1989; Costa & Rijo, 1993; Carvalho et al., 1997 e Carvalho & Verma, 1999) e experimentais (Salvadoretti, 1990; Montenegro & Verma, 1991; Souza, 1992; Carvalho, 1993; Carvalho & Verma, 1994, Souza & Verma, 1995; Carvalho & Verma, 1998).

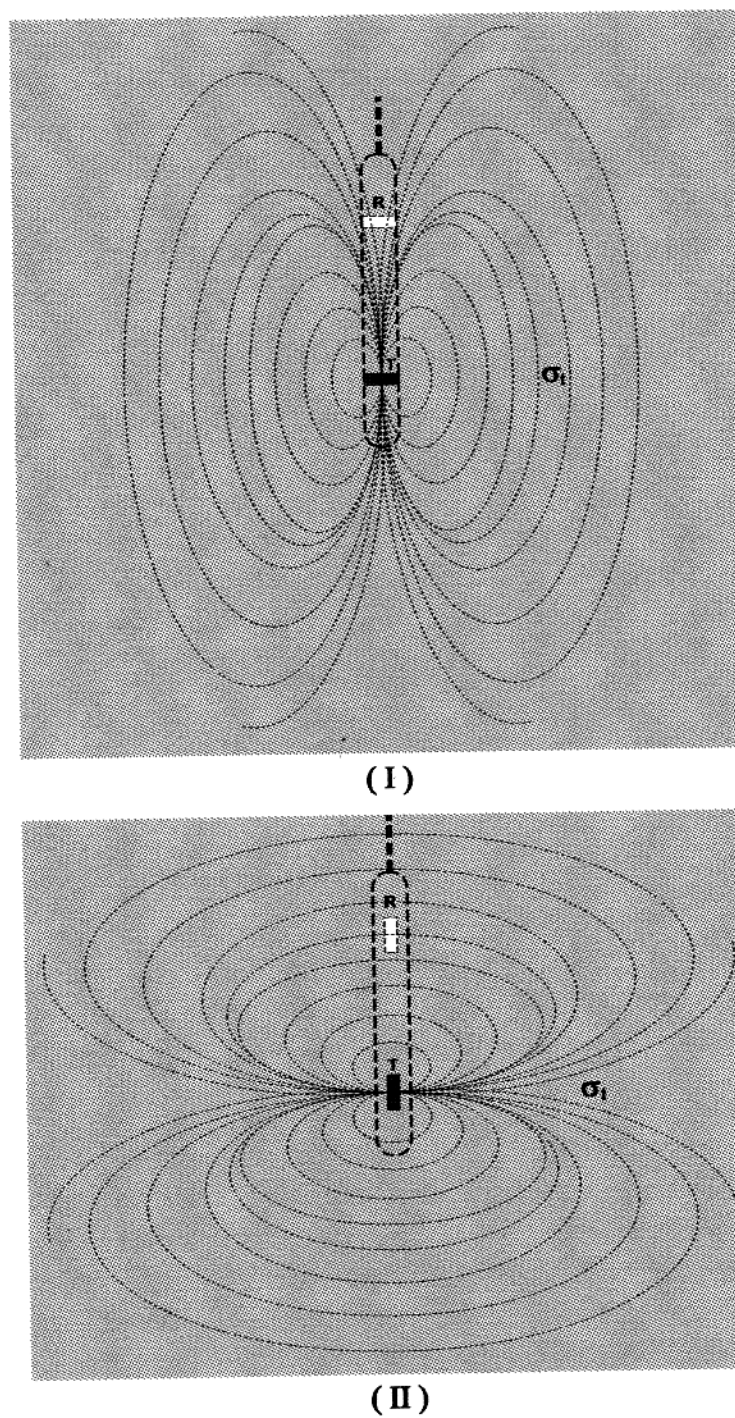


Figura 2.1 - Sondas de indução EM de duas bobinas (T \rightarrow fonte e R \rightarrow sensor) com os arranjos coaxial (I) e coplanar (II) num meio homogêneo, isotrópico e ilimitado (σ_t) apresentando as linhas de campo magnético geradas por uma fonte puntual do tipo dipolo.

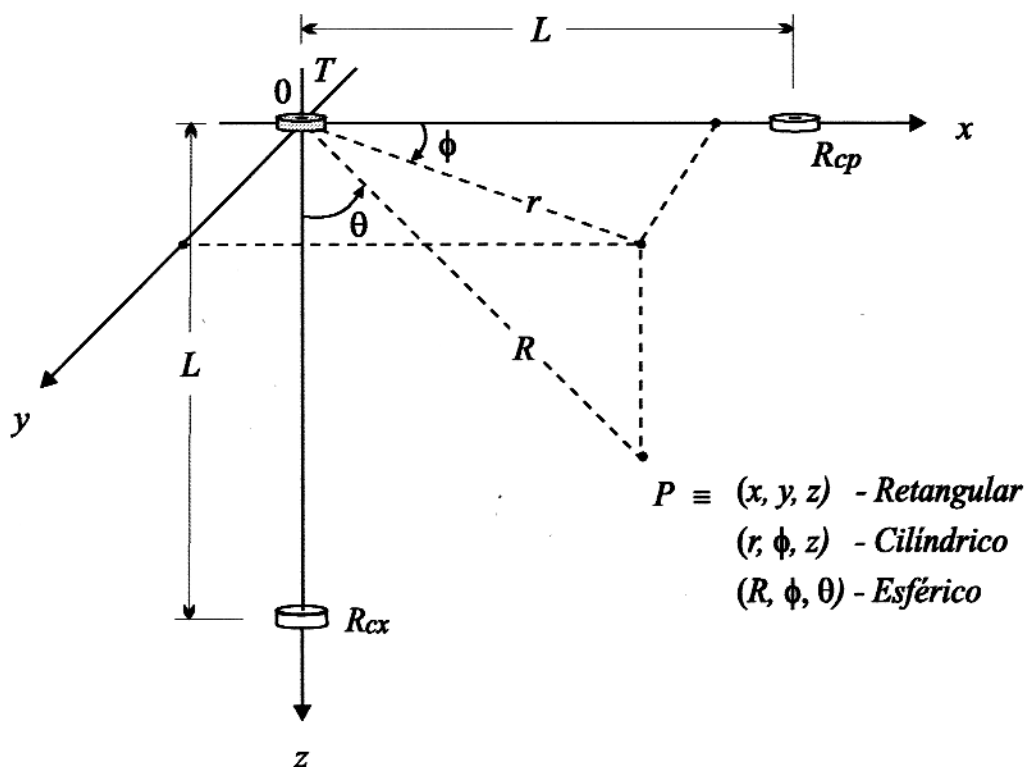


Figura 2.2 - Diagrama esquemático do transmissor (T) e dos receptores nos arranjos de duas bobinas coaxial (R_{cx}) e coplanar (R_{cp}) e a relação espacial entre os sistemas de coordenadas retangular, cilíndrico e esférico.

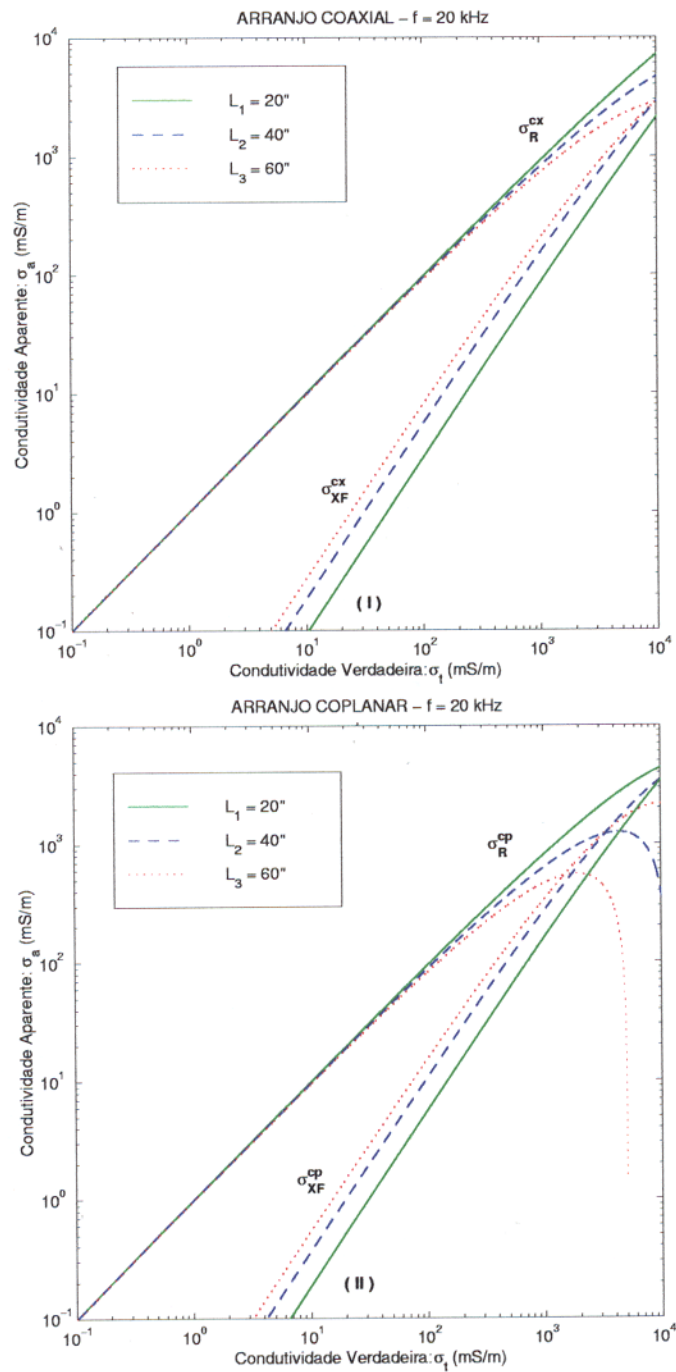


Figura 2.3 - Condutividade verdadeira do meio homogêneo (σ_t) versus condutividade aparente (σ_a) dos arranjos de duas bobinas coaxial **(I)** e coplanar **(II)** obtidas através das suas respectivas componentes em fase (σ_R^{cx} e σ_R^{cp}) e quadratura (σ_{XF}^{cx} e σ_{XF}^{cp}) numa frequência linear de 20 kHz e espaçamentos fonte-sensor de 20'', 40'' e 60''.

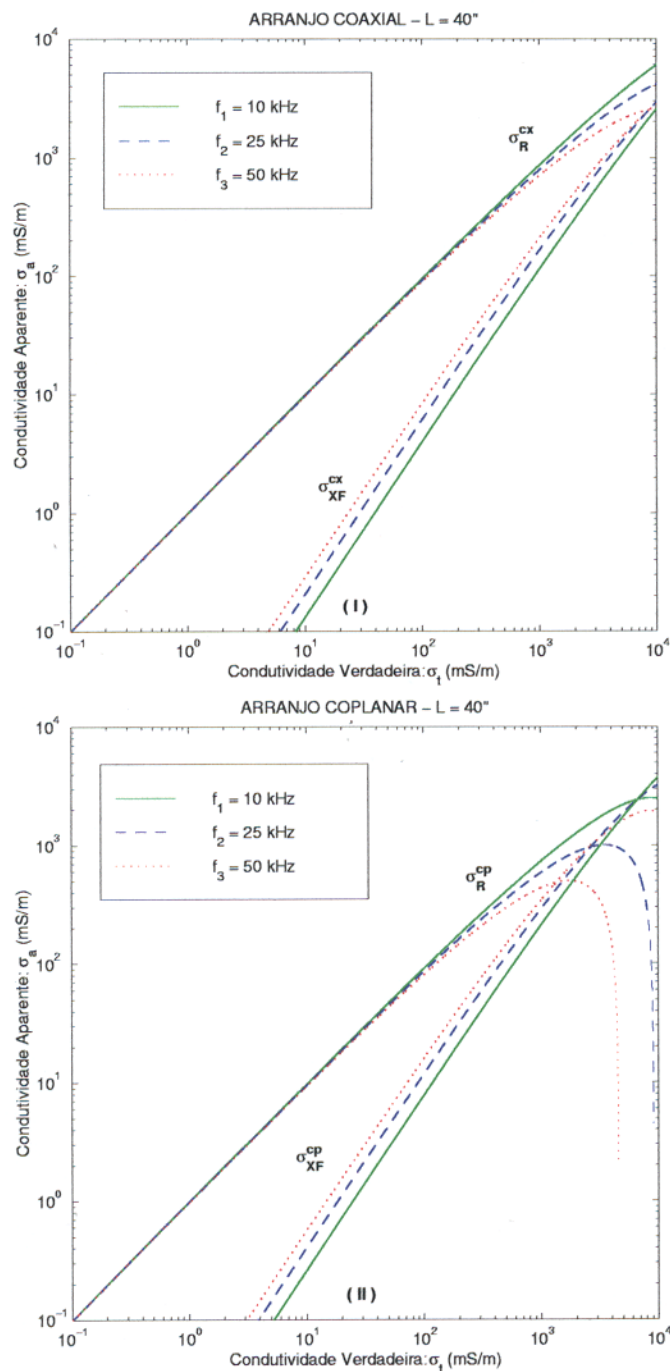


Figura 2.4 - Condutividade verdadeira do meio homogêneo (σ_t) versus condutividade aparente (σ_a) dos arranjos de duas bobinas coaxial **(I)** e coplanar **(II)** obtidas através das suas respectivas componentes em fase (σ_R^{cx} e σ_R^{cp}) e em quadratura (σ_{XF}^{cx} e σ_{XF}^{cp}) com um espaçamento fonte-sensor de 40° e frequências lineares de 10, 25 e 50 kHz.

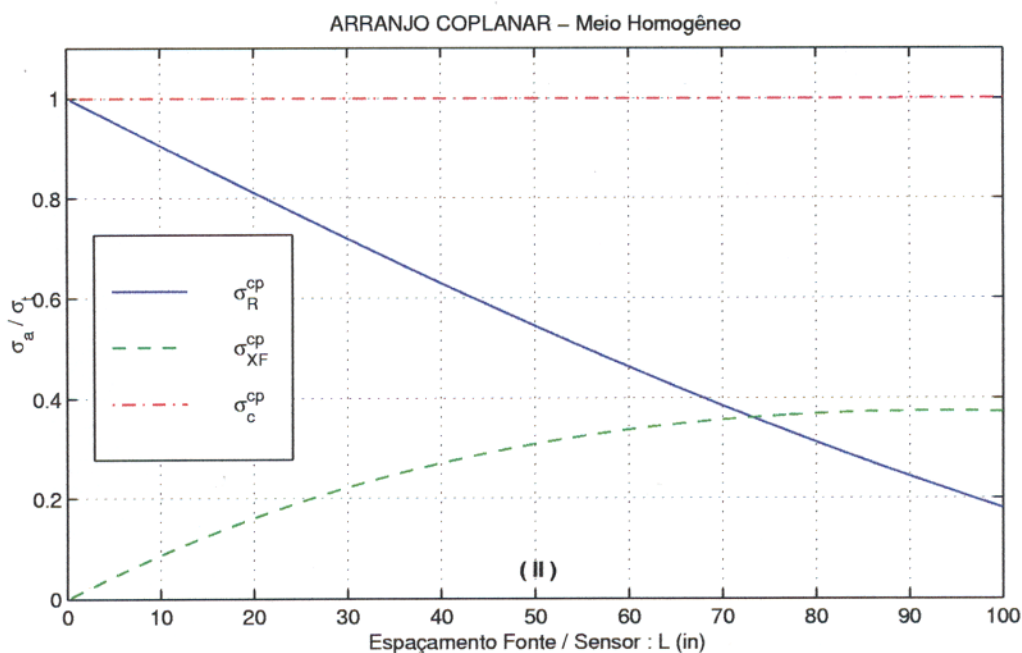
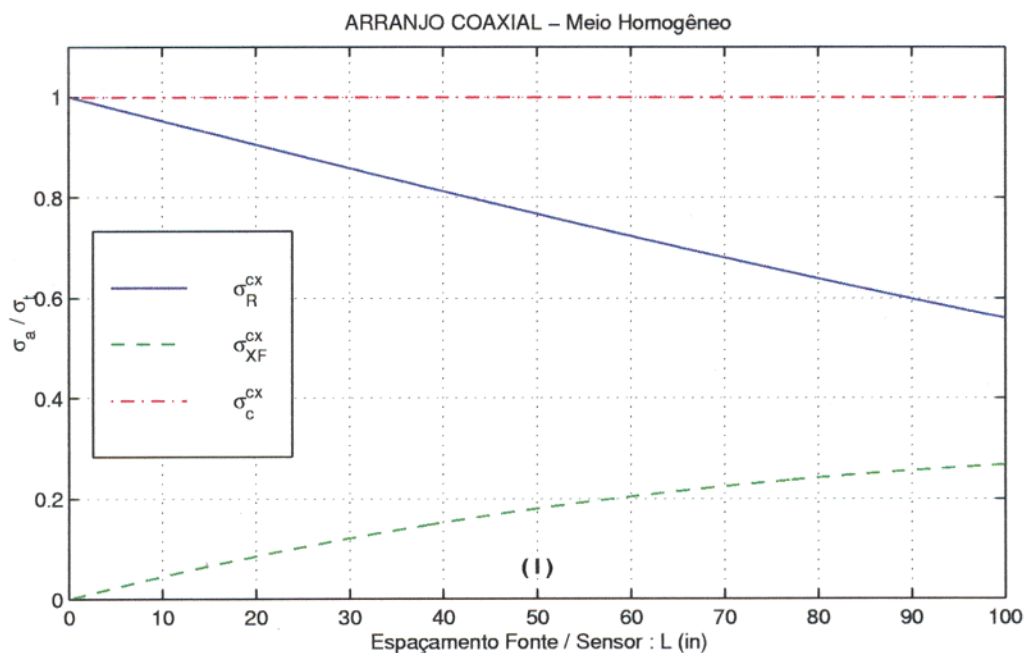


Figura 2.5 - Espaçamento entre bobinas (L) versus condutividade aparente normalizada com a do meio homogêneo (σ_a/σ_t) para os arranjos de duas bobinas coaxial (I) e coplanar (II) obtidas através das suas respectivas componentes em fase (σ_R^{cx} e σ_R^{cp}), quadratura (σ_{XF}^{cx} e σ_{XF}^{cp}) e corrigida do *skin effect* (σ_c^{cx} e σ_c^{cp}).

3 - INVESTIGAÇÃO RADIAL

Os valores de condutividade aparente registrados na perfilagem em poço por indução EM são geralmente inferiores ao valor verdadeiro da formação. Entretanto, para minimizar os efeitos das zonas de invasão e aumentar os da zona virgem nos perfis de indução são utilizados recursos como (1) ferramentas focalizadas com multibobinas; (2) diferentes espaçamentos entre fonte-sensor (*multiple-array induction tools*); (3) operar em diferentes frequências ou até mesmo, (4) realizar a perfilagem simultaneamente com a perfuração (*Logging While Drilling - LWD*), enquanto as zonas de invasão praticamente não se formaram. Todo este esforço para se obter a condutividade elétrica da formação é porque este parâmetro petrofísico, juntamente com a porosidade, é um dos mais importantes na avaliação de reservatórios (Archie, 1941).

O objetivo deste capítulo é estudar as respostas do arranjo coplanar e, paralelamente, do convencional arranjo coaxial, em uma camada bastante espessa, na qual os efeitos das interfaces podem ser negligenciados, com as diferentes zonas de invasão formadas pelo filtrado da lama de perfuração (Figura 3.1). Sabemos que as heterogeneidades do meio provocam frentes de invasões com formas geométricas bastante irregulares (*fluid fingering*), mesmo assim, podemos utilizar superfícies cilíndricas em posições estatisticamente representativas, de modo a obter respostas que permitem construir ábacos, tal como o clássico *tornado-chart*, para corrigir os efeitos destas zonas de invasão nos perfis de indução.

Diante do grande número de trabalhos sobre o convencional arranjo coaxial disponível na literatura, apresentando soluções analíticas, semi-analíticas e numéricas para os modelos que serão simulados aqui, suas respostas serão apresentadas apenas graficamente de modo a permitir uma análise comparativa com o arranjo coplanar, que é o verdadeiro "foco" deste estudo.

3.1 SOLUÇÕES SEMI-ANALÍTICAS

Analogamente a Wait (1984), Gianzero & Anderson (1984), Kaufman & Keller (1989), Rijo (1990), entre outros, estes modelos unidimensionais (1D) serão simulados por superfícies cilíndricas coaxiais ao eixo da sonda, apresentando variações de condutividade apenas radialmente, sendo cada casca cilíndrica homogênea, isotrópica e ilimitada verticalmente (Figura 3.1).

As respostas de modelos com geometria unidimensional (1D) para fontes bidimensionais (2D) ou tridimensionais (3D), como nos casos dos modelos de cascas cilíndricas com os arranjos coaxial (1D-2D) e coplanar (1D-3D), respectivamente, poderão ser tratados como problemas unidimensionais do tipo 1D-1D. Podemos interpretar estes resultados como uma decomposição espectral dos campos em um contínuo de "ondas planas" com ângulo de incidência complexo (Wait, 1982) e, naturalmente, para se obter o resultado final desejado, será necessário aplicar as respectivas transformadas inversas.

Devido a falta de simetria entre a fonte (DMH) e a geometria do meio (cascas cilíndricas concêntricas) para o arranjo coplanar, as correntes de indução irão interceptar as interfaces cilíndricas que separam meios com diferentes condutividades e, conseqüentemente, gerar uma polarização nestas superfícies, ou seja, um acúmulo de cargas elétricas. Deste modo, as fontes geradoras de sinal do meio serão correntes e cargas elétricas, que oscilarão sincronicamente com o campo elétrico e, obviamente, dependerão das coordenadas do ponto e do contraste de condutividade.

Kaufman & Keller (1989) desenvolveram um equacionamento semi-analítico que permite simular as respostas do arranjo coplanar em modelos com um número arbitrário de superfícies cilíndricas. De forma similar, escreveremos um par de equações, em coordenadas cilíndricas, para representar os dois modos de polarização (TE e TM) que são excitados nestes casos, através dos potenciais escalares de onda magnético (θ_j) e elétrico (ψ_j), respectivamente:

$$\theta_j = \frac{M}{2\pi^2} k_j^2 \sin \phi \int_0^{+\infty} [a_j K_1(u_j r) + b_j I_1(u_j r)] \frac{1}{u_j} \cos(k_r z) dk_r, \quad (3.1)$$

$$\psi_j = \frac{M}{2\pi^2} \cos \phi \int_0^{+\infty} [c_j K_1(u_j r) + d_j I_1(u_j r)] \frac{k_r}{u_j} \sin(k_r z) dk_r, \quad (3.2)$$

em que $M = I(\omega)n_e S$ é o momento de dipolo magnético, $I(\omega)$ a corrente AC que alimenta a fonte, n_e o número de espiras e S a área de cada uma delas, $j = 1, 2, \dots, n + 1$, sendo j o índice do meio, n o número de interfaces cilíndricas, $k_j = \sqrt{-i\omega\mu\sigma_j}$ e $u_j = \sqrt{k_r^2 - k_j^2}$ os números de onda e as constantes, respectivamente, I_1 e K_1 funções modificadas de Bessel na ordem 1 de primeira e segunda classe, respectivamente. Os coeficientes a_j , b_j , c_j e d_j serão obtidos através das condições de continuidade das componentes tangenciais dos campos elétrico (\mathbf{E}) e magnético (\mathbf{H}) nas superfícies cilíndricas que separam os meios (*Sommerfeld Boundary Value Problem*) e, enfatizando que os potenciais escalares de onda θ e ψ (Potenciais de Debye), que correspondem à F_z e A_z nas equações 2.7 e 2.8, associam-se aos modos de polarização magnético (TM) e elétrico (TE), respectivamente, e que ambos, bem como suas componentes normais de "fluxo", são também contínuos nestas interfaces (Harrington, 1961). Assim, podemos escrever quatro equações de contorno nas fronteiras:

$$E_z^j = E_z^{j+1} \iff \frac{1}{\sigma_j} \left[k_j^2 \theta_j + \frac{\partial^2 \theta_j}{\partial z^2} \right] = \frac{1}{\sigma_{j+1}} \left[k_{j+1}^2 \theta_{j+1} + \frac{\partial^2 \theta_{j+1}}{\partial z^2} \right], \quad (3.3)$$

$$E_\phi^j = E_\phi^{j+1} \iff \frac{1}{\sigma_j} \left[\frac{1}{r_n} \frac{\partial^2 \theta_j}{\partial \phi \partial z} - k_j^2 \frac{\partial \psi_j}{\partial r} \right] = \frac{1}{\sigma_{j+1}} \left[\frac{1}{r_n} \frac{\partial^2 \theta_{j+1}}{\partial \phi \partial z} - k_{j+1}^2 \frac{\partial \psi_{j+1}}{\partial r} \right], \quad (3.4)$$

$$H_z^j = H_z^{j+1} \iff k_j^2 \psi_j + \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial z^2} = k_{j+1}^2 \psi_{j+1} + \frac{\partial^2 \psi_{j+1}}{\partial z^2}, \quad (3.5)$$

$$H_\phi^j = H_\phi^{j+1} \iff -\frac{\partial \theta_j}{\partial r} + \frac{1}{r_n} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial \phi \partial z} = -\frac{\partial \theta_{j+1}}{\partial r} + \frac{1}{r_n} \frac{\partial^2 \psi_{j+1}}{\partial \phi \partial z}. \quad (3.6)$$

Colocando as expressões de θ_j e ψ_j (equações 3.1 e 3.2) nas quatro condições de contorno descritas acima (equações 3.3 a 3.6) e aplicando a condição de excitação, $a_1 = c_1 = -1$ (próximo à fonte) e a condição de decaimento do campo, $b_{n+1} = d_{n+1} = 0$ (no infinito), construiremos um sistema algébrico de $4n$ equações lineares que nos permitirá obter os $4n$ coeficientes restantes. Deste modo, poderemos obter os potenciais θ_j e ψ_j e, conseqüentemente, qualquer uma das componentes dos campos **E** e **H** em qualquer ponto deste modelo simulado com n interfaces cilíndricas.

Lembrando novamente que, sendo a linearidade uma característica fundamental na teoria dos métodos EM, podemos utilizar livremente as técnicas das transformadas integrais (Fourier, Hankel, entre outras) junto com o princípio da superposição para resolvermos problemas relativamente difíceis através da decomposição em problemas mais simples. Sob um ponto de vista puramente matemático, o campo resultante em cada ponto do espaço será a soma dos respectivos campos gerados por fontes de natureza elétrica e magnética, respectivamente (Rijo, 1990).

Para se obter as respostas do arranjo coplanar, nos interessa apenas a componente de campo magnético ortogonal ao eixo do poço e posicionada no ponto central do plano da bobina receptora, ou seja, a uma distância axial L (espaçamento fonte-sensor) e paralelo ao momento de dipolo que representa a fonte (Kaufman & Keller, 1989):

$$H_r = \left[1 + ik_1 L + (ik_1 L)^2 \right] e^{-ik_1 L} - \frac{\alpha^3}{\pi} \int_0^{+\infty} \left[k_1^2 r_1^2 b_1 + m^2 d_1 \right] r_1 \cos(Lk_r) dk_r, \quad (3.7)$$

em que $\alpha = L/r_1$, $m = r_1 k_r$ e r_1 o raio do poço.

Com o objetivo de elaborar um estudo comparativo das respostas radiais deste arranjo coplanar com as do convencional arranjo coaxial, é importante apresentar suas respostas em

condutividade aparente, que é a unidade amplamente utilizada na literatura de geofísica de poço. Deste modo, analogamente ao que foi feito para o meio homogêneo (Capítulo 2), de posse do valor de H_r (equação 3.7), basta aplicá-lo na lei de indução de Faraday (equação 2.20) e dividir pela constante ferramental do arranjo coplanar (equação 2.27). Assim, a componente resistiva do sinal será dada por:

$$\sigma_R^{cp} = \frac{2}{\omega\mu L^2} QH_r, \quad (3.8)$$

em que QH_r é a componente em quadratura do campo magnético fornecido pela equação 3.7.

De posse da condutividade aparente (*raw data*) obtida pela equação 3.8, a condutividade corrigida do efeito de propagação (*SEC*) também pode ser obtida aplicando aquele *booster* extraído da parte reativa do sinal (equação 2.37).

Para se ter uma idéia do número de operações necessárias para se obter as respostas radiais do arranjo coplanar nestes modelos de cascas cilíndricas, suponha um modelo formado por apenas três destas interfaces ($n = 3$), ou seja, simulando as zonas lavada (cilindro mais interno), de transição (casca cilíndrica) e virgem (região mais externa). Neste caso, será necessário resolver um sistema linear de 12 equações ($4n$) para se obter os coeficientes b_1 e d_1 da equação 3.7, na qual existe uma integral imprópria cuja função integrando é geralmente de convergência lenta e oscilante.

Obviamente que as respostas dos modelos simulados neste capítulo, independente do arranjo de bobinas utilizado, são impossíveis de serem obtidas através de soluções algébricas fechadas como aconteceu no caso do meio homogêneo (Capítulo 2). Todas as respostas foram obtidas numericamente através de soluções semi-analíticas, utilizando as rotinas do pacote IMSL (*Mathematical and Statistical Libraries*) como no caso das funções modificadas de Bessel com argumento complexo (DCBIS e DCBKS), dos sistemas lineares de equações com coeficientes complexos (DLSACG) e nas integrais impróprias de comportamento oscilante (DQDAWF).

3.2 FRENTE DE INVASÃO E ZONA VIRGEM

A forma dos perfis de invasão sofrem uma forte variação após a perfuração dos poços, tendo uma forte relação com a mistura de água conata (residual), filtrado da lama e hidrocarbonetos nos espaços porosos da formação. Para realizar o monitoramento desta dinâmica de invasão são realizados perfis durante a perfuração; depois de algumas horas ou até mesmo após alguns dias, quando certamente deverá ter ocorrido uma estabilização.

Algumas ferramentas são construídas para fornecer uma grande quantidade de leituras radiais numa mesma profundidade vertical. Elas são geralmente constituídas de uma única fonte e uma série de sensores com diferentes espaçamentos (*multiple-array induction tools*), além de poder operar simultaneamente em diferentes frequências lineares (*multi-channel induction data*). Deste modo, elaboram-se perfilagens laterais com o objetivo de monitorar radialmente a invasão de fluidos em determinados pontos de interesse nos reservatórios (*pay zones*).

Sendo o contraste de condutividade entre a lama de perfuração (σ_m) e o seu filtrado (σ_{mf}) normalmente muito baixo, tradicionalmente se efetuam o monitoramento de apenas três parâmetros básicos: (1) diâmetros de invasão (D_i); (2) condutividade da zona lavada (σ_{xo}) e (3) condutividade da zona virgem (σ_t), ou seja, considera-se apenas uma mudança brusca de condutividade entre a zona invadida e a virgem (*invasion step profiles*). Deste modo, modelos com apenas uma superfície cilíndrica (Figura 3.2-1) são comumente utilizados para simular os efeitos das zonas de invasão nas respostas das ferramentas de indução EM.

A Figura 3.3, adaptada de Moran & Kunz (1962), apresenta as condutividades resistivas (σ_R) do arranjo coplanar e coaxial para duas situações distintas: (1) $\sigma_i = \sigma_t = 1.000 \text{ mS/m}$ de modo a simular um meio homogêneo e condutivo, onde o comportamento dos sinais são bastante similares àqueles apresentados na Figura 2.5, ou seja, a medida que a distância fonte-sensor (L) aumenta os sinais decaem progressivamente, sendo este efeito mais acentuado no do arranjo coplanar; (2) $\sigma_i < \sigma_t = 1.000 \text{ mS/m}$, ou seja, a presença real de uma zona de invasão mais resistiva com diâmetro $D_i = 80''$. Fica evidente nos dois casos que representam esta segunda situação ($\sigma_i = 62,5$ e 250 mS/m), que as respostas do arranjo coplanar são visivelmente mais sensíveis à presença destas zonas de invasão (Carvalho & Verma, 1994). O inicial comportamento crescente das respostas para ambos os arranjos, nas regiões mais resistivas e próximas ao poço, é atribuído por Moran & Kunz (1962) a uma predominância do "fator geométrico" sobre o "efeito de propagação". No entanto, a medida que se incrementa o valor de L , investiga-se cada vez mais profundamente, ou seja, em regiões mais distantes e condutivas, onde o efeito de atenuação passará a ter um peso cada vez maior, de modo que as respostas atingirão um ponto de máximo e então passarão a ter um progressivo decaimento, similar ao que ocorreu no meio homogêneo.

Na Figura 3.4 as respostas de ambos os arranjos são apresentadas utilizando as componentes resistivas dos sinais na forma de condutividades (a) aparentes e (b) corrigidas, normalizadas com a condutividade da zona de invasão (σ_a/σ_i e σ_c/σ_i), para diversos contrastes de condutividade entre esta região e a zona virgem (σ_t/σ_i). A variável independente que se encontra nas abscissas, em escala logarítmica, é o diâmetro de invasão normalizado com

a distância fonte-sensor (D_i/L). Novamente podemos verificar no gráfico da esquerda (*raw data*) um maior efeito de propagação nas respostas do arranjo coplanar (linhas contínuas), principalmente nos contrastes de condutividade superiores a 2, embora esta diferença praticamente desapareça no gráfico da direita, ao se aplicar o *booster* de correção (*SEC data*). Em diâmetros de invasão menores, as respostas de ambos os arranjos partem assintoticamente de valores que representam a zona virgem. No entanto, a medida que se incrementa o diâmetro de invasão, a tendência para todos os casos será de efetuar uma leitura da condutividade desta zona perturbada pelo filtrado da lama, ou seja, $\sigma_a \simeq \sigma_i$. Enquanto as respostas do arranjo coaxial apresentam uma transição monótona de uma região para outra, as do arranjo coplanar apresentam uma ligeira deflexão devido aquele fenômeno de polarização nas frentes de invasão.

3.3 ZONAS DE TRANSIÇÃO

Devido as deflexões nas respostas do arranjo coplanar em modelos de invasão simulados com apenas uma superfície cilíndrica, ou seja, com uma brusca variação radial de condutividade entre as zonas invadida e virgem, tornou-se necessário simular modelos onde esta transição de condutividade fosse mais próxima da real, ou seja, transições gradacionais (Figura 3.2).

Sabemos que a transição de condutividade entre as diferentes zonas de invasão depende de uma combinação de parâmetros geométricos bastante complexos de serem definidos, sendo a permeabilidade e a geometria dos espaços porosos decisivos na definição do padrão desses perfis radiais.

Archie (1941) trabalhando com meios sem nenhuma argilosidade e com o grau de tortuosidade constante, verificou experimentalmente que a condutividade varia linearmente nestes meios idealizados (Figura 3.2-II). Baseado nisto, Allen (1991) classifica três padrões básicos de perfis de invasão: (1) zona invadida e zona virgem (*step profile*), ou seja, a zona de transição é negligenciada; (2) zona lavada, zona de transição e zona virgem (*slop profile*) e (3) zona de transição e zona virgem (*ramp profile*), ou seja, a zona lavada é ignorada.

Com o propósito de simular passagens gradacionais não-lineares de σ_{xo} para σ_i nas zonas de transição, Kaufman & Keller (1989) utilizaram funções exponenciais (Figura 3.2-III) e Howard (1992) aplicou uma função, adaptada da teoria de filtros eletrônicos (Figura 3.2-IV), que permite ajustar o grau de suavidade na transição entre as zonas lavada e virgem (*Butterworth profile*).

Podemos subdividir esta região de transição com um maior número possível de superfícies

cilíndricas e, de acordo com a função desejada, distribuir os valores de condutividade para cada casca gerada (*n-shells*). Deste modo, as respostas do arranjo coplanar em modelos com zonas de transição gradacional foram obtidas com três tipos de variação de condutividade nesta região: linear (Figura 3.5), exponencial (Figura 3.6) e segundo a função de Butterworth (Figura 3.7). As respostas do arranjo coaxial foram apresentadas em *background* (linhas pontilhadas) somente para o modelo de variação brusca (*step midpoint profile*) devido ao seu comportamento monótono e, principalmente, por variar muito pouco com os tipos de zonas de transição testados. Quanto maior for o número de cascas cilíndricas geradas nesta zona de transição, melhor será a distribuição de condutividade segundo a função algébrica escolhida, embora ocorra obviamente uma estabilização visual das respostas a partir de um determinado número de subdivisões. Deste modo, são apresentadas nas Figuras 3.5, 3.6 e 3.7 as respostas do arranjo coplanar para 5, 10 e 20 subdivisões, além da resposta para uma única superfície cilíndrica posicionada no meio da zona de transição.

Podemos observar que as respostas do arranjo coplanar com o *step midpoint profile* são bastante similares às aquelas obtidas com os modelos gradacionais de várias cascas cilíndricas (*n-shells*), principalmente quando a distribuição de condutividade for simétrica com relação a esta superfície central (Singer, 1988), como ocorre nos casos das funções linear (Figura 3.5) e Butterworth (Figura 3.7) enquanto que para a função exponencial, as curvas apresentam uma maior dispersão (Figura 3.6).

As respostas radiais do arranjo coaxial se apresentam assintoticamente mais próximas do perfil condutividade idealizado enquanto que as do arranjo coplanar demoram um pouco mais para se ajustar aos verdadeiros valores de cada região. Este retardamento nas respostas do arranjo coplanar se deve ao fenômeno de polarização que se manifesta na forma de uma forte deflexão, embora ela possa ser explorada na demarcação das frentes de invasão.

3.4 EFEITO ANNULUS

A perfuração de poços para hidrocarbonetos geralmente utiliza lamas de baixa condutividade (*oil base mud*), de modo que a condutividade do filtrado da lama (σ_{mf}) é inferior ao da água residual da formação (σ_w) e, quando o poço atravessa reservatórios com boa molhabilidade à água, o óleo contido neles apresenta uma elevada mobilidade. Nestes casos, devido a imiscibilidade dos fluidos, é bastante comum formar uma zona de transição condutiva entre as zonas lavada e virgem, denominada como zona de *annulus* (Figura 3.8). Sendo estas zonas ótimos indicadores da mobilidade dos hidrocarbonetos contidos nos reservatórios, é de grande interesse localizá-las pois podem fornecer excelentes regiões de canhoneio.

Através de uma combinação de ferramentas, com diferentes profundidades de investigação, são obtidos um conjunto de perfis que permitem uma estimativa da presença e posição destas zonas de *annulus*, dependendo obviamente das suas dimensões, contraste de condutividade e distância radial da parede do poço.

Considerando as condutividades da zona lavada e virgem as mesmas ($\sigma_{xo} = \sigma_t$) e o raio de invasão quatro vezes o da lavada ($r_i = 4 r_{xo}$), a Figura 3.9 apresenta as respostas do arranjo coplanar (linhas cheias) e coaxial (linhas pontilhadas) através das componentes resistivas dos sinais, na forma de condutividade aparente normalizada (σ_R/σ_t) para diferentes contrastes de condutividade da zona de *annulus*, inclusive para situações pouco prováveis na prática, ou seja, $\sigma_{an}/\sigma_t < 1$. Enquanto as respostas do arranjo coaxial se mantêm com aquele padrão suave e monótono dos casos anteriores, as respostas do arranjo coplanar se apresentam com uma maior magnitude nestas regiões de *annulus*, além daquelas deflexões que caracterizam a polarização elétrica das frentes de invasão.

Assim, através das respostas radiais para ambos os arranjos de bobinas, podemos verificar que o arranjo coaxial continua sendo o mais adequado no que se refere a leitura petrofísica "condutividade aparente", no entanto, o arranjo coplanar pode vir a ser uma importante ferramenta no monitoramento das frentes de invasão e, principalmente, no posicionamento das zonas de *annulus*.

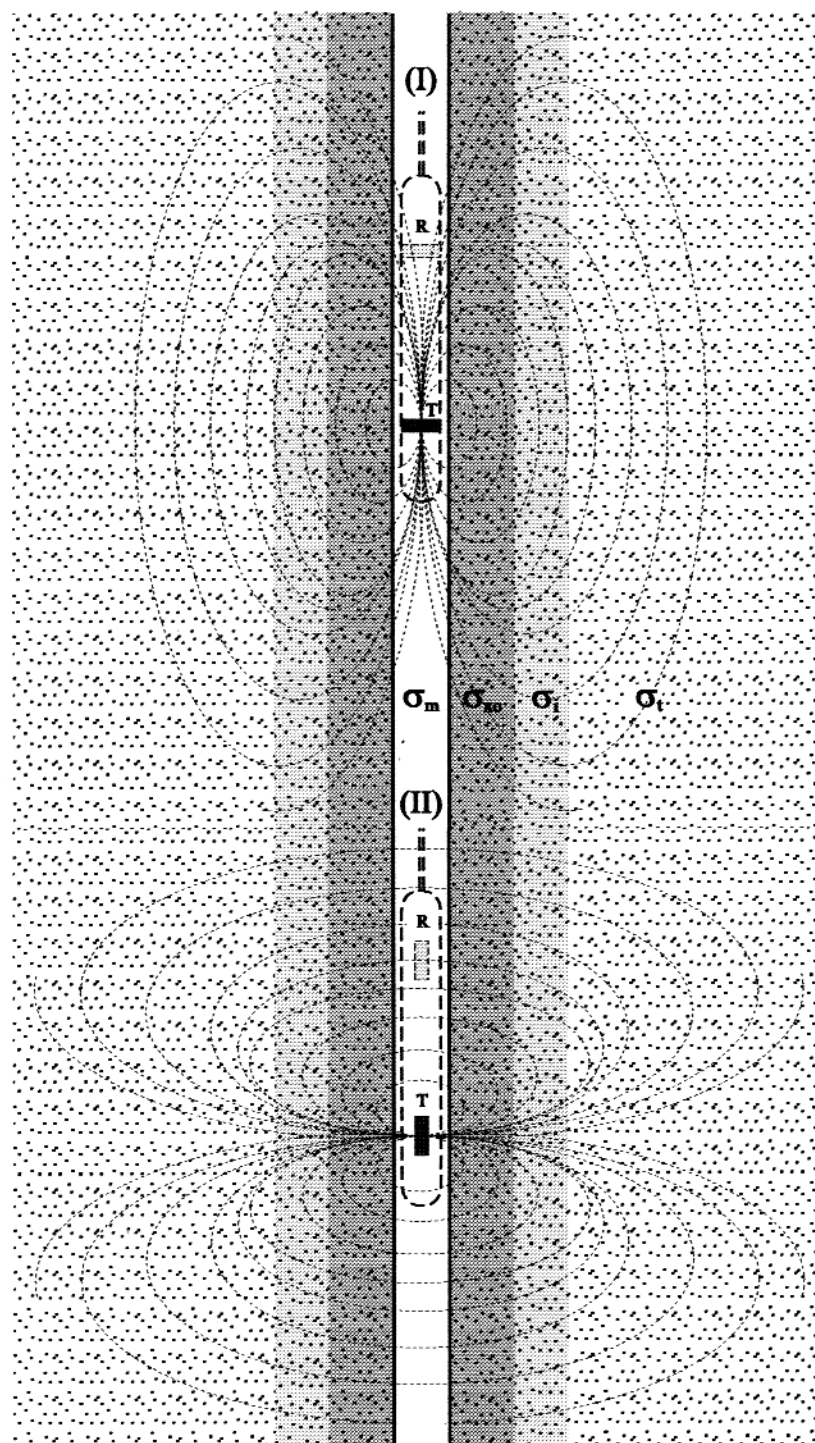


Figura 3.1 - Sondas por indução EM com os arranjos coaxial (I) e coplanar (II) numa camada extremamente espessa e invadida pelo filtrado da lama.

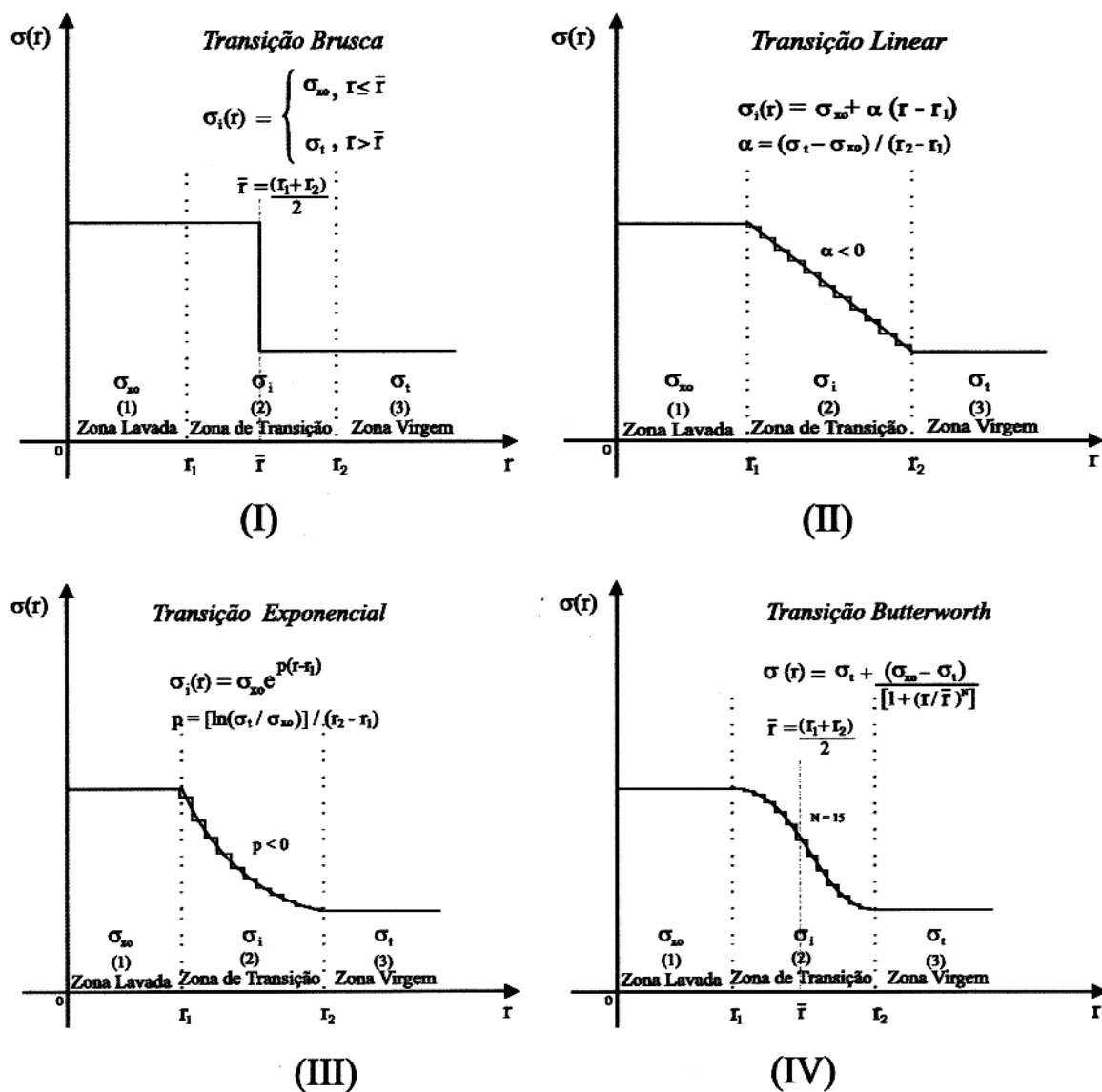


Figura 3.2 - Modelos de variação de condutividade brusca (I) e gradacionais (II, III e IV) nas zonas de transição das invasões em poço.

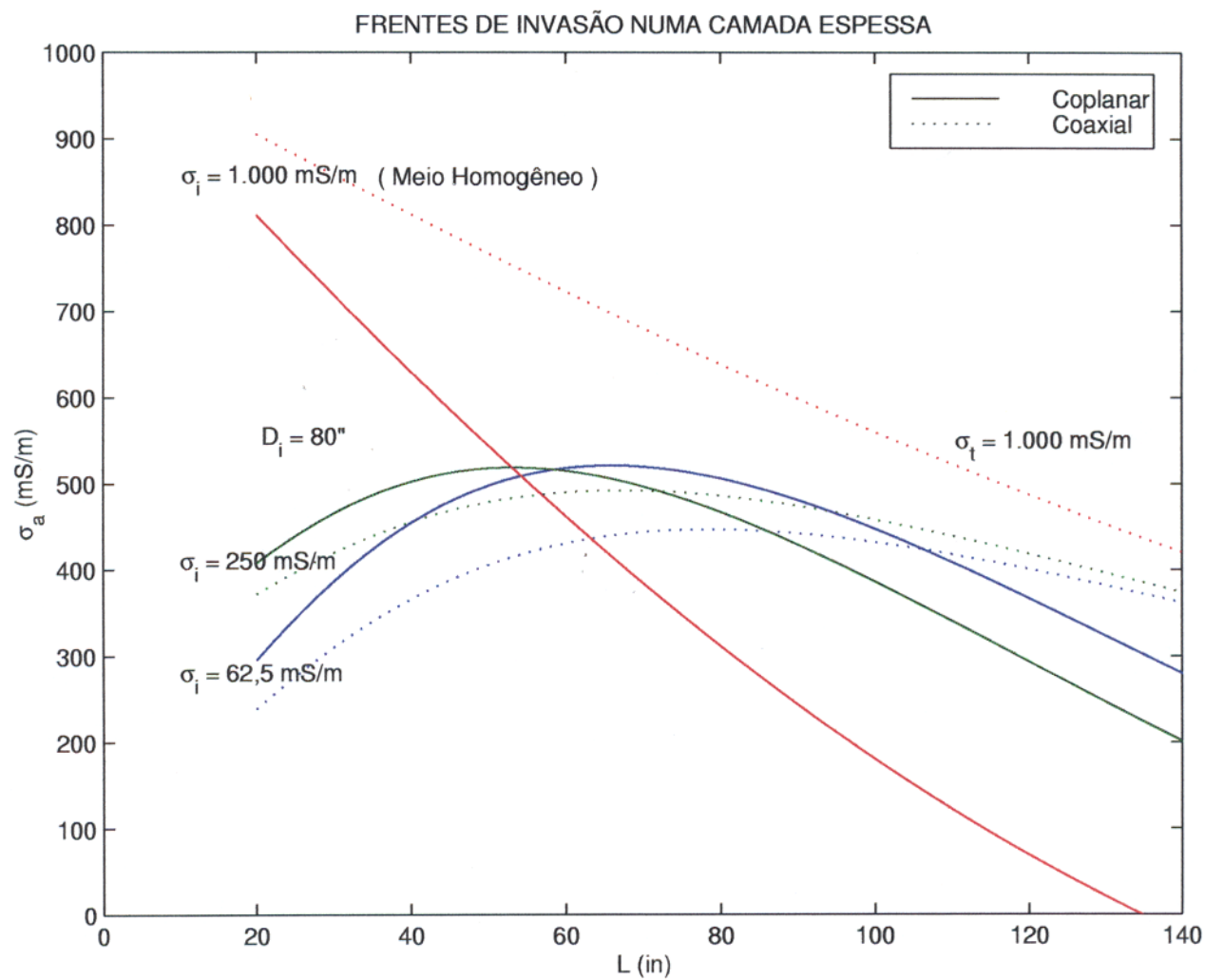


Figura 3.3 - Componente resistiva da condutividade (σ_R) com os arranjos coplanar e coaxial numa camada extremamente espessa e condutiva ($\sigma_t = 1 S/m$) com frentes de invasão de diâmetros $D_i = 80$ in e condutividades $\sigma_i = 62,5$, 250 e 1.000 mS/m, respectivamente (Adaptado de Moran & Kunz, 1962).

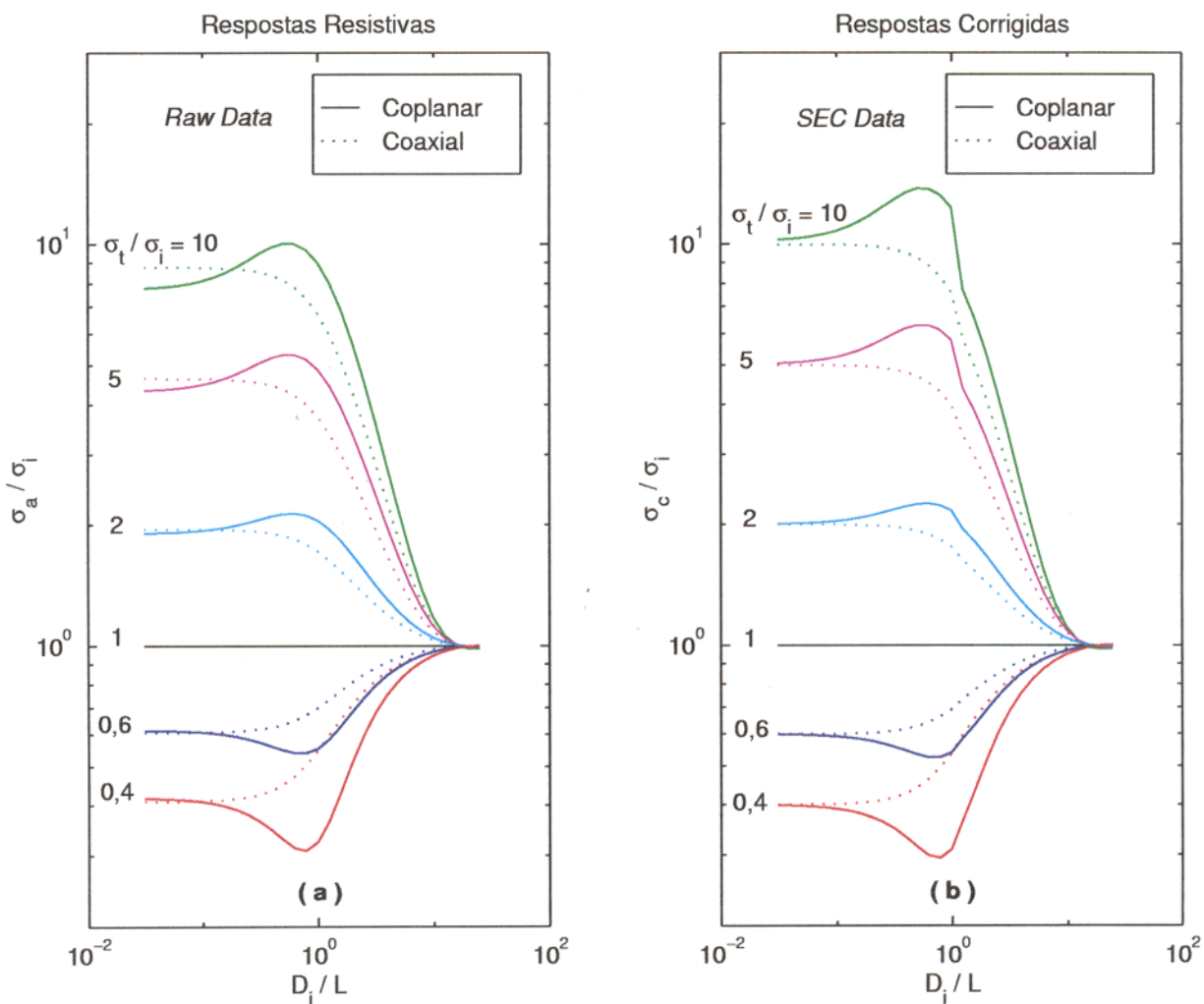


Figura 3.4 - Componente resistiva (a) e corrigida (b) da condutividade com os arranjos coplanar (linhas contínuas) e coaxial (linhas pontilhadas) numa camada extremamente espessa com frentes de invasão com diferentes contrastes de condutividade.

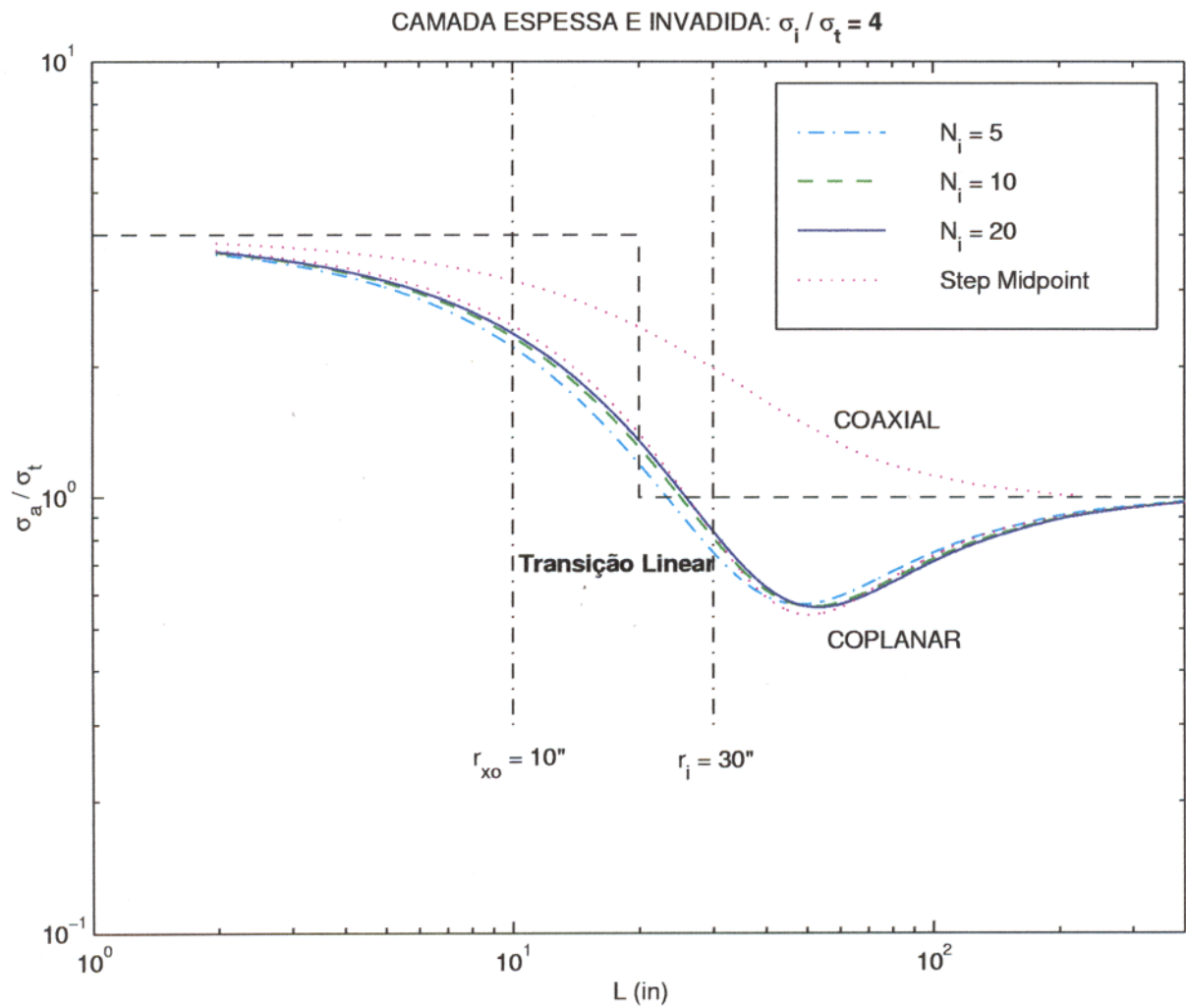


Figura 3.5 - Componente resistiva normalizada da condutividade (σ_R / σ_t) versus o espaçamento fonte-sensor L dos arranjos coaxial e coplanar numa camada espessa e invadida com variação linear de condutividade na zona de transição.

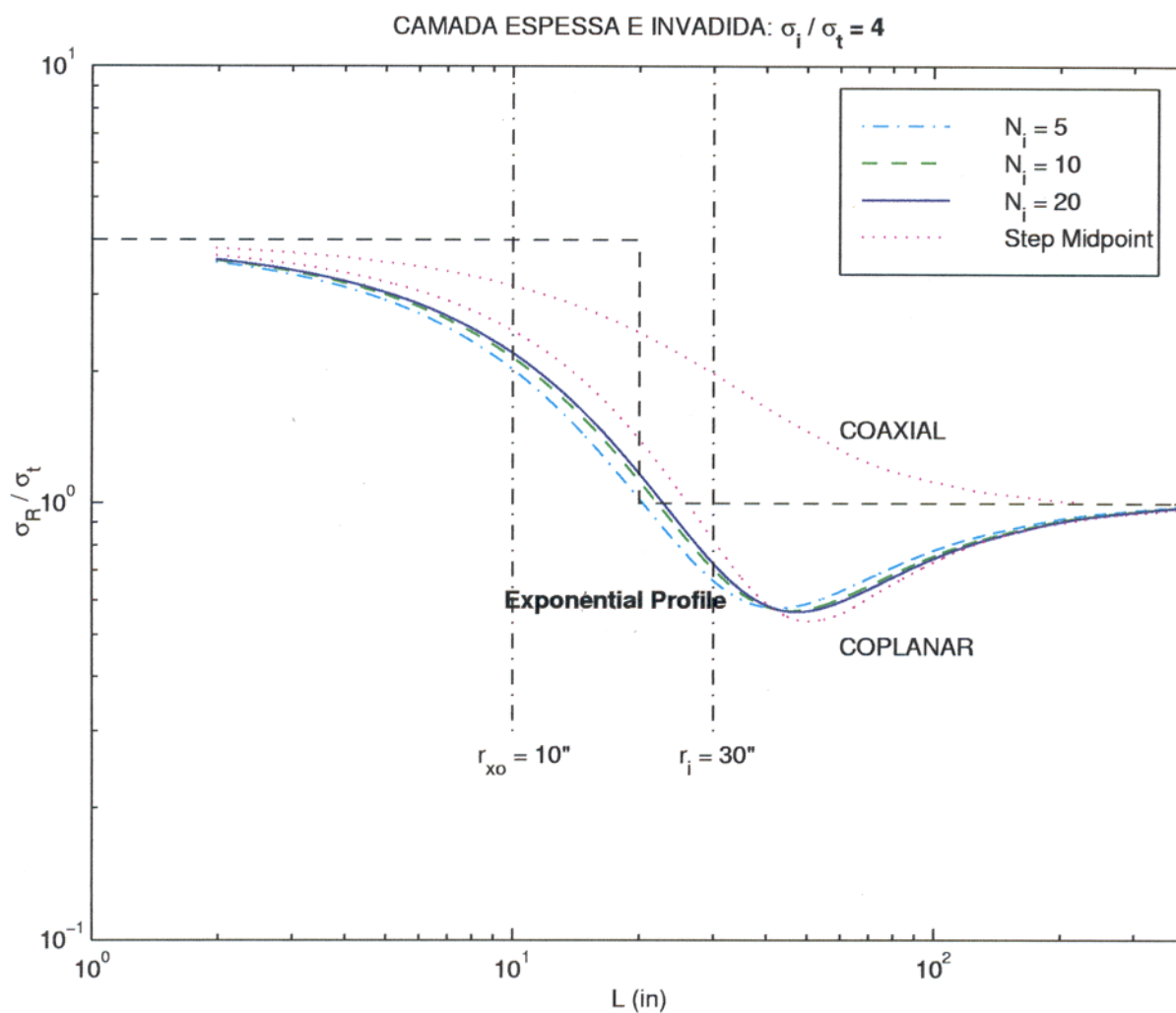


Figura 3.6 - Componente resistiva normalizada da condutividade (σ_R / σ_t) versus o espaçamento fonte-sensor L dos arranjos coaxial e coplanar numa camada espessa e invadida com variação exponencial de condutividade na zona de transição.

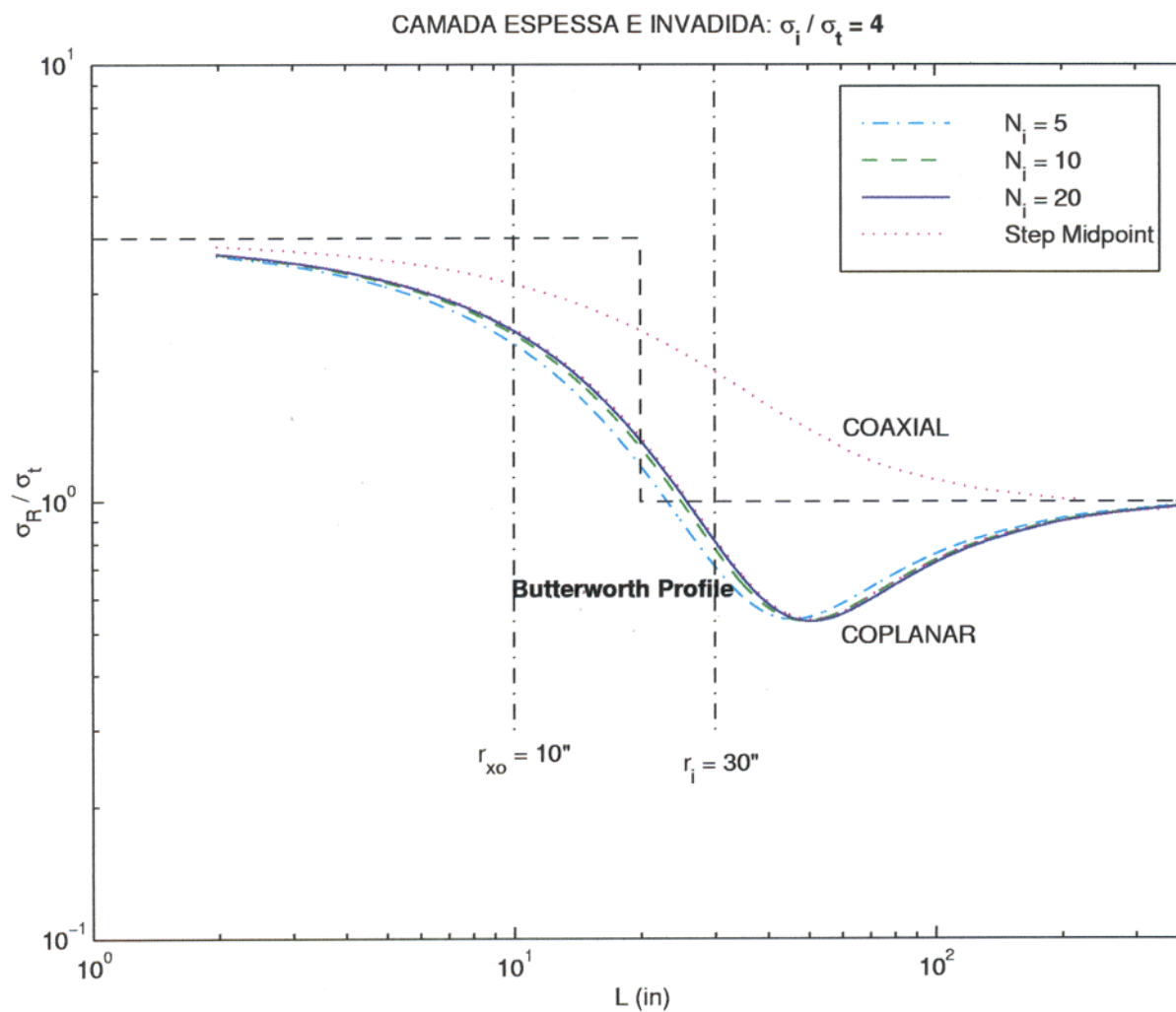


Figura 3.7 - Componente resistiva normalizada da condutividade (σ_R / σ_t) versus o espaçamento fonte-sensor L dos arranjos coaxial e coplanar numa camada espessa e invadida com variação de condutividade na zona de transição segundo a função de Butterworth.

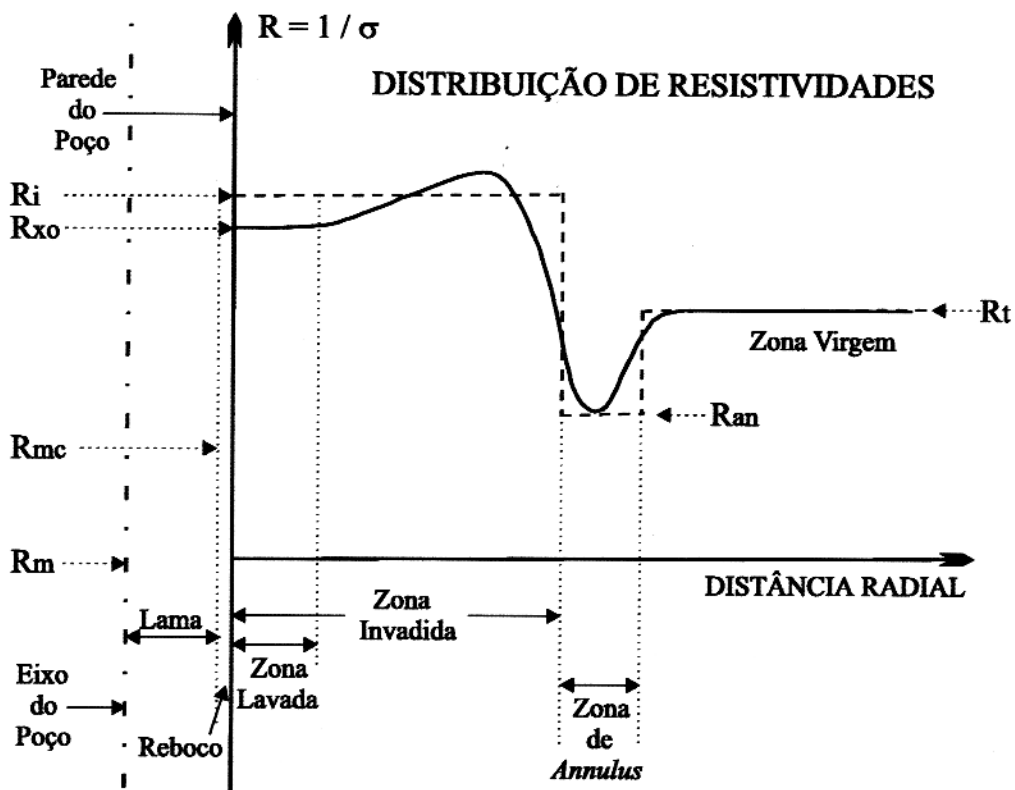
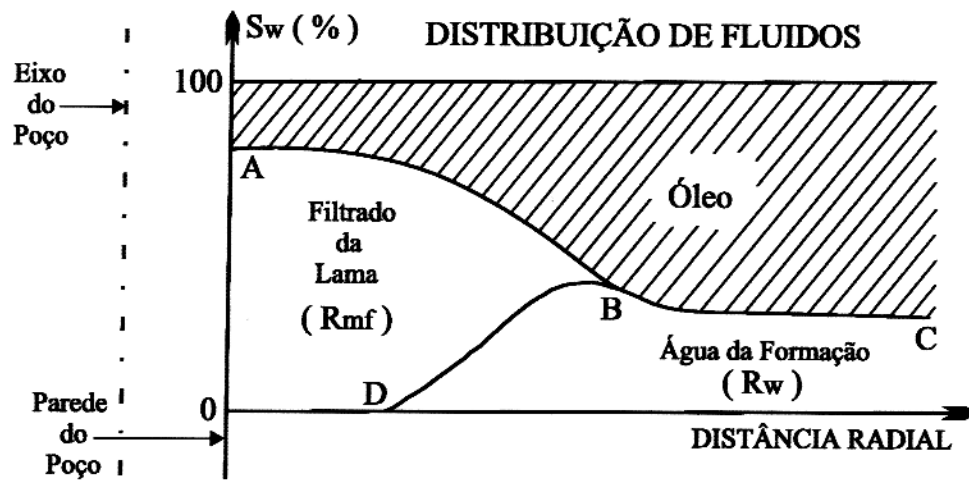


Figura 3.8 - Diagramas qualitativos da distribuição radial de fluidos (I) e de resistividades (II) num reservatório de hidrocarbonetos com zona de *annulus*.

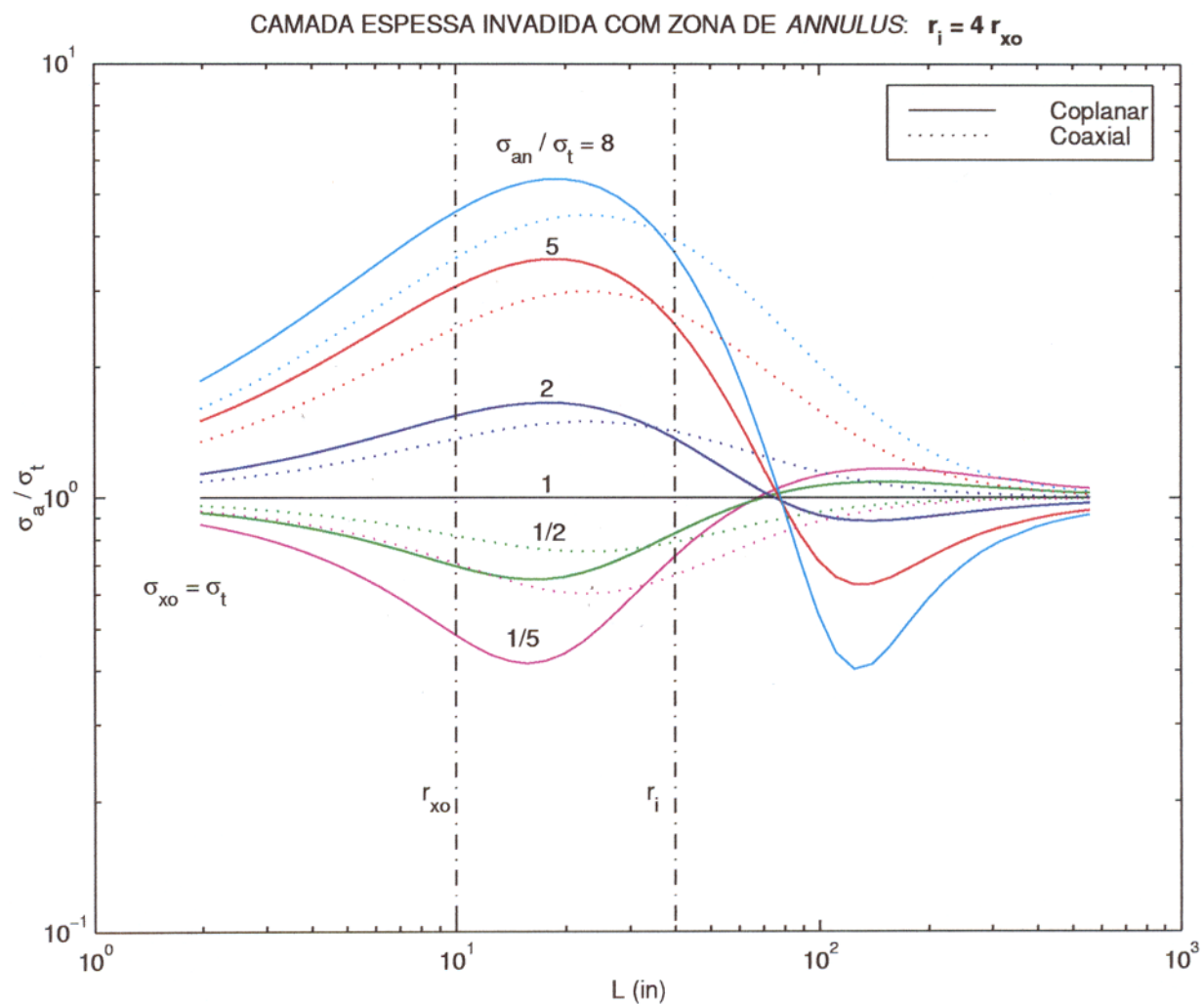


Figura 3.9 - Componente resistiva normalizada da condutividade (σ_R / σ_t) versus o espaçamento fonte-sensor L dos arranjos coaxial e coplanar numa camada espessa invadida com zona de *annulus* para diferentes contrastes de condutividade (σ_{an} / σ_t).

4 - INVESTIGAÇÃO VERTICAL

Estudaremos as respostas EM dos arranjos coplanar e coaxial de duas bobinas em poço com o eixo de perfilagem numa posição angular arbitrária, em modelos heterogêneos simulando seqüências de camadas com interfaces plano-paralelas (Figura 4.1). Com o objetivo de obter soluções semi-analíticas para os modelos, será necessário desprezar os efeitos do poço bem como das zonas de invasão. Entretanto, estas simplificações não invalidam as respostas obtidas pois as atuais sondas comerciais são projetadas e utilizadas em situações onde os efeitos destas regiões são minimizados, evitando ao máximo correções posteriores. Para isto, (1) os poços são perfurados com o menor diâmetro possível; (2) as lamas são extremamente resistivas (*oil base mud*); (3) a perfilagem pode ser feita simultaneamente com a perfuração (*LWD*) e (4) instalação de pares auxiliares de bobinas nas sondas para cancelar os sinais das regiões mais próximas ao eixo do poço.

As sondas de perfilagem EM, representadas por apenas um par de bobinas, independente do arranjo geométrico, apresentam um determinado volume de investigação, que ao serem tracionadas ascendentemente dentro do poço, efetuam uma varredura volumétrica dos diferentes meios condutivos que formam o empilhamento estratigráfico, ou seja, sob um ponto de vista puramente matemático, elas estarão efetuando continuamente uma média móvel ponderada (Carvalho et al., 1997). Assim, as leituras obtidas pelas sondas são referidas ao ponto central entre as bobinas transmissora e receptora, de forma que ao se aproximar de uma determinada fronteira entre dois meios, a sonda já estará registrando a presença do meio vizinho. Este efeito no registro das sondas é denominado como "efeito de camada adjacente" (*shoulder effect*) e afeta significativamente o poder de resolução vertical das sondas.

Novamente, diante do grande número de trabalhos sobre as respostas do convencional arranjo coaxial para os modelos tratados neste capítulo (Anderson et al., 1986; Hardman & Shen, 1986; Anderson et al., 1990; Vieira, 1990; entre outros) apresentaremos suas respostas apenas graficamente, em *background*, de forma similar ao que foi feito no capítulo 3, com o propósito de uma análise comparativa com o arranjo coplanar.

4.1 SOLUÇÕES SEMI-ANALÍTICAS

São tratados como unidimensionais (1D) os modelos de superfícies plano-paralelas e horizontais, apresentando variações de condutividade apenas verticalmente, sendo cada camada homogênea, isotrópica e ilimitada lateralmente (Figura 4.1). Através das soluções semi-analíticas para as respostas dos arranjos coaxial e coplanar nestes modelos de multicamadas, perfilados obliquamente, poderemos simular modelos bem mais simples (Figura 4.3), embora não menos importantes (Moran & Kunz, 1962; Kaufman & Keller, 1989; Costa & Rijo, 1993; entre outros), e que serão tratados como casos particulares destes mais gerais.

De forma similar ao que foi desenvolvido no Capítulo 3, no estudo de investigação radial, cujos modelos eram formados por superfícies cilíndricas, utilizamos as técnicas das transformadas integrais juntamente com o princípio da superposição para resolver problemas relativamente difíceis através da decomposição em problemas mais simples. Deste modo, as respostas de modelos com geometria unidimensional (1D), como estes de camadas plano-paralelas, para fontes bidimensionais (DMV) ou tridimensionais (DMH), poderão ser tratados como problemas unidimensionais do tipo 1D-1D.

Nos dois arranjos geométricos de bobinas apresentados na Figura 4.1, coaxial e coplanar, as fontes serão representadas como puntuais e simuladas por momentos de dipolos numa determinada posição angular (M^{cx} e M^{cp}). Graças a linearidade dos campos EM, por decomposição vetorial estas fontes puntuais em posições arbitrárias poderão ser representadas por um clássico par de fontes: uma vertical (DMV) e outra horizontal (DMH) cujas respostas são amplamente estudadas na literatura (Wait, 1982; Ward & Hohmann, 1988; Rijo, 1990; Chew, 1995; entre outros).

No Anexo A são apresentados os campos magnéticos gerados pelo DMV e DMH através das suas componentes radiais (H_r^v e H_r^h) e axiais (H_z^v e H_z^h). As projeções ortogonais destas componentes nos eixos normais aos planos das bobinas receptoras terão como resultantes:

$$H_R^{cx} = [H_z^v + H_z^h] \cos(\theta) + [H_r^v + H_r^h] \sin(\theta) \quad (4.1)$$

para o arranjo coaxial, que é coincidente com os eixos das bobinas, e

$$H_R^{cp} = [H_z^v - H_z^h] \sin(\theta) + [H_r^h - H_r^v] \cos(\theta) \quad (4.2)$$

para o arranjo coplanar, que é ortogonal ao eixo da sonda.

Pela lei de indução de Faraday (equação 2.20), obtidos H_R^{cx} e H_R^{cp} , podemos calcular as forças eletromotrizes (f.e.m.) geradas em cada uma das bobinas receptoras dos arranjos

coaxial e coplanar e, posteriormente, as condutividades aparentes registradas por cada um deles.

Para efeito de análise comparativa das respostas, em ambos os arranjos de bobinas aplicaremos a mesma intensidade nos momentos de dipolo magnético que representam as fontes, ou seja, $M^{cx} = M^{cp} = M = I(\omega)n_e S$, em que $I(\omega)$ é a corrente elétrica, n_e o número de espiras e S a área de cada uma delas.

Em todas as equações das componentes de campo magnético (A.4 e A.5, A.7 e A.8, A.10 e A.11, A.13 e A.14) substituiremos no caso do arranjo coaxial, M_v por $M \cos \theta$ e M_h por $M \sin \theta$. Já no caso do arranjo coplanar, devido a orientação ortogonal da fonte com relação ao eixo da sonda, trocaremos M_v por $M \sin \theta$ e M_h por $M \cos \theta$.

Nas equações das componentes de campo magnético geradas pelo DMH (A.10 e A.11, A.13 e A.14) faremos $\sin \phi = 1$, ou seja, a fonte estará sempre ortogonal ($\phi = 90^\circ$) a direção das camadas (*strike*), de modo a obtermos o máximo de sinal com ambos os arranjos, principalmente com o coplanar.

Analogamente ao que aconteceu no capítulo 3, independente do arranjo de bobinas utilizado, obviamente que as respostas destes modelos são impossíveis de serem obtidas através de soluções algébricas fechadas, mesmo negligenciando a presença do poço e das zonas de invasão. Todas as respostas foram obtidas numericamente através de soluções semi-analíticas, utilizando algumas rotinas do pacote IMSL (*Mathematical and Statistical Libraries*), como no caso das funções de Bessel de primeira classe (DBSJNS) e nas integrais impróprias (DQ-DAGI).

A forma mais simples e eficaz de avaliação das equações 4.1 e 4.2 é atribuir o mesmo valor de condutividade para todas as camadas do modelo representado na Figura 4.1, simulando deste modo o meio homogêneo, isotrópico e ilimitado. Assim, através dos gráficos da Figura 4.2, para valores de $\sigma_t = 1 \text{ S/m}$ e $L = 40''$, podemos verificar que, independente da profundidade z/L e do ângulo θ atribuído, as respostas serão sempre constantes e seus valores iguais aos obtidos analiticamente através das equações 2.34 e 2.35 (Figura 2.5).

4.2 PERFILAGEM DE POÇO VERTICAL

Nas seqüências estratigráficas de natureza sedimentar geralmente as camadas se apresentam dispostas quase que horizontalmente, mergulhando para o centro da bacia com ângulos muito baixos, inferiores a 10° , exceto em suas bordas, nas vizinhanças de intrusões, entre

outros casos. Ao perfurar uma malha de poços com o objetivo de investigar mais detalhadamente o empilhamento estratigráfico de uma determinada área, quase que a totalidade deles apresenta eixo verticalizado.

Os modelos simulados neste ítem, independente do arranjo geométrico de bobinas, terão o eixo de perfilagem normal às interfaces plano-paralelas que delimitam as camadas, ou seja, pela Figura 4.1 o ângulo θ será nulo, de modo que no caso do arranjo coaxial a fonte será representada apenas pelo DMV enquanto que no coplanar será somente pelo DMH. Deste modo, as equações 4.1 (coaxial) e 4.2 (coplanar) se reduzirão para $H_R^{cx} = H_z^v$ e $H_R^{cp} = H_r^h$ respectivamente.

Podemos verificar nestes casos que a fonte do arranjo coaxial será bidimensional (2D) pois apresentará simetria de rotação, gerando correntes de indução paralelas às interfaces dos modelos. Já para o arranjo coplanar a fonte é tridimensional (3D), não existindo nenhum tipo de simetria, gerando correntes de indução que irão interceptar as interfaces, e conseqüentemente, gerar uma polarização nestas superfícies, ou seja, um acúmulo de cargas elétricas.

Através do algoritmo mais geral, elaborado com base na Figura 4.1, partiremos simulando as respostas dos arranjos coaxial e coplanar nos modelos heterogêneos de interfaces planas mais simples (Figura 4.3), embora não menos importantes, até chegarmos ao modelo da Figura 4.13, representando um pacote formado por camadas extremamente finas ($L/10$).

4.2.1 Uma Interface e Dois Semi-espços

O modelo da Figura 4.3-I tem como objetivo analisar as respostas dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) ao atravessar ortogonalmente a interface entre duas camadas extremamente espessas. Os gráficos da Figura 4.4 apresentam estas respostas na forma de condutividade aparente *versus* profundidade normalizada (z/L), geradas pelo sinais reativos (σ_{XF}), resistivos (σ_R) e corrigidos (σ_c) pelos *boosters* de cada arranjo geométrico respectivamente (equações 2.36 e 2.37), nos quais foram utilizados a condutividade do semi-espço superior ($\sigma_1 = 2 S/m$) por ser a região de maior *skin effect*. A diferença mais evidente nas respostas dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) está nas vizinhanças da fronteira dos dois semi-espços. Os sinais do coaxial atravessam a interface de forma suave e buscam assintoticamente as condutividades dos respectivos meios. Já no arranjo coplanar, como as fontes geradoras de sinal do meio são correntes e cargas elétricas acumuladas na interface, verifica-se um forte "pulso" nos sinais defronte a ela. A distância entre a interface e qualquer um dos dois picos presentes nestas deflexões é exatamente igual a metade do espaçamento fonte-sensor ($L/2$), ou

seja, elas podem ser utilizadas como precisos demarcadores da fronteira entre os dois meios. Entretanto isto tem um custo, pois o *booster* do arranjo coplanar não tem aquela mesma eficácia observada nos meios homogêneos (Figura 2.5), pois o seu sinal corrigido (σ_c) leva aproximadamente o dobro da distância ($z/L \simeq 2$) do coaxial ($z/L \simeq 1$) para se ajustar ao modelo (σ_t).

4.2.2 Uma Camada e Dois Semi-espacos

Para a geologia, camada finas são aqueles estratos cujas espessuras se encontram no intervalo de 5 – 60 *cm*, enquanto que as estratificações inferiores a 1 *cm* são denominadas laminações. Já para a geofísica de poço não existe um conceito preciso e universal que diferencie camadas finas de espessas pois irá depender da “resolução vertical” da ferramenta, que é outro conceito bastante polêmico na literatura. Segundo Medaglia & Sugio (1991) ela é tomada como o espaçamento fonte-sensor (L) na maioria das ferramentas de perfilagem. Neste nosso estudo iremos convencionar como “camadas espessas” aquelas cujas espessuras forem superiores ao espaçamento fonte-sensor ($H > L$) enquanto que as demais ($H \leq L$) serão denominadas “camadas finas”.

Os gráficos da Figura 4.5 apresentam os perfis verticais dos arranjos coaxial e coplanar num modelo formado por uma camada espessa e condutiva ($H = 10L$ e $\sigma_b = 2 S/m$) imersa num meio de menor condutividade ($\sigma_s = 0,5 S/m$). Novamente a diferença básica entre as respostas destes dois arranjos está nas vizinhanças das fronteiras dos meios, pois enquanto o arranjo coaxial mantém aquele padrão “monótono” das curvas, o coplanar se apresenta com um padrão “nervoso”, exibindo um “pulso” para cada interface da camada. Como já foi discutido anteriormente, o motivo destes dois padrões está ligado diretamente a natureza da fonte em cada um dos arranjos, ou seja, no caso do coaxial (DMV) os campos elétricos induzidos são contínuos nas interfaces, pois são todos paralelos a elas, enquanto no coplanar eles interceptam estas superfícies que separam meios de condutividades distintas, gerando desta forma acúmulo de cargas elétricas que irão “perturbar” o sinal defronte às interfaces. Como se verificou no modelo de uma interface, neste caso da camada estas deflexões também podem funcionar como bons demarcadores embora retardem o ajuste do sinal corrigido (σ_c) com o modelo (σ_t).

As Figuras 4.6 e 4.7 apresentam o comportamento do sinal corrigido σ_c (*boosted signal*) dos arranjos coplanar e coaxial ao reduzir progressivamente, em nove etapas, a espessura das camadas de $H = 10L$ até $L/10$. Enquanto o padrão das respostas do arranjo coaxial praticamente não se altera, as respostas do arranjo coplanar podem ser agrupadas em três tipos bem distintos: (1) $H > L$; (2) $H = L$ e (3) $H < L$. Em qualquer um deles, ao

subtrair da distância entre os picos mais externos d o espaçamento entre bobinas L obtemos exatamente a espessura da camada H , ou seja, $H = d - L$. As interfaces das camadas finas ($H < L$) não são visualizadas diretamente nos perfis embora as respostas do arranjo coplanar nos permitem posicioná-las e determinar suas espessuras com precisão, mesmo em situações extremas como o de $H = L/10$, onde a sensibilidade do arranjo coaxial praticamente desaparece. Nesses casos de camadas finas as respostas do arranjo coplanar sofrem um rebatimento com relação a anomalia que, segundo Grant & West (1965), é devido a uma mudança de sinal no acoplamento meio-sensor (Figura 4.8).

4.2.3 Seqüências de Multicamadas

Com o objetivo de facilitar o estudo comparativo das respostas dos arranjos coaxial e coplanar numa seqüência de camadas espessas, a Figura 4.9 apresenta separadamente em três gráficos os perfis obtidos com os sinais (a) resistivos, (b) reativos e (c) corrigidos. Nos três casos podemos verificar que os perfis do arranjo coplanar são bem melhores na demarcação das camadas devido a presença dos “pulsos” defronte suas interfaces, cujas intensidades dependem diretamente do contraste de condutividade entre os meios. Podemos verificar alguns efeitos já observados desde o meio homogêneo (Figura 2.5) tal como a maior presença do *skin effect* nos sinais do arranjo coplanar, ou seja, sinal resistivo (a) mais atenuado enquanto o reativo (b) tem uma magnitude ligeiramente superior ao coaxial. Novamente verificamos que a aplicação dos respectivos *boosters* (c) não é suficiente para restaurar os sinais de forma tão eficiente como ocorreu no meio homogêneo, pois além dos efeitos de camadas adjacentes (*shoulder effect*) em ambos os arranjos, existe adicionalmente no caso do coplanar um retardamento provocado pelas deflexões no sinal.

O modelo da Figura 4.10 foi elaborado com o objetivo de avaliar o *shoulder effect* provocado pelas camadas mais condutivas ($2 S/m$) e espessas ($10L$) no registro das camadas de menores condutividades ($1 S/m$) e espessuras ($5L$ a $L/2$) que se encontram nas suas vizinhanças. Podemos verificar em qualquer uma das respostas do arranjo coaxial que ele perde completamente o poder de posicionamento das camadas inferiores a $2L$ (*blind zone*) enquanto os três perfis do arranjo coplanar registram a presença de todas as camadas, inclusive a de menor espessura ($L/2$). No entanto, podemos verificar pela Figura 4.11 que o registro das camadas $L/2$ nos perfis depende principalmente da sua posição com relação as demais camadas do pacote.

Através dos modelos já analisados podemos verificar que o arranjo coaxial tem se mostrado mais confiável para se efetuar a leitura do parâmetro petrofísico “condutividade aparente”, pois seus perfis se ajustam melhor aos modelos. Já o arranjo coplanar é mais adequado para

demarcação de interfaces nas camadas espessas e no posicionamento das camadas finas, bem como na determinação de suas espessuras.

4.2.3.1 Seqüências Laminadas

Diversos reservatórios atualmente em produção no mundo foram por um bom tempo ignorados, pois são constituídos por um empilhamento de camadas com espessuras bem inferiores ao espaçamento fonte-sensor ($H \ll L$) de modo que as sondas convencionais de perfilagem geralmente não conseguem delimitar cada uma delas.

A Figura 4.12 tem como objetivo simular as respostas dos arranjos coaxial e coplanar num modelo formado por um pacote de 17 camadas finas ($L/2$) no qual 9 são condutivas ($2 S/m$) alternadas com 8 menos condutivas ($0,5 S/m$). As camadas mais externas do pacote são ignoradas pelos sinais dos dois arranjos sendo as demais camadas posicionadas por oscilações nos sinais resistivos e, obviamente, amplificadas pelos respectivos *boosters* nos sinais corrigidos. Podemos verificar que as magnitudes destas oscilações no arranjo coplanar (b) são visivelmente maiores que as do coaxial (a) e que o pacote de camadas como um todo, fica também melhor delimitado com o arranjo coplanar, através daquelas fortes deflexões que se verificou nos modelos com apenas uma camada (Figura 4.5). Na Figura 4.13 temos os perfis para ambos os arranjos num pacote de camadas bem mais finas ($L/10$) que no anterior, a ponto de se aproximar das respostas obtidas em modelos de camadas anisotrópicas (Kennedy, 1999). Os perfis do arranjo coaxial já estão muito próximos daquele padrão "monótono" obtidos no modelo de uma camada (Figura 4.5), enquanto que os perfis do arranjo coplanar ainda acusam a presença de um meio laminado, através de uma discreta oscilação no meio do pacote e de um padrão tipo "dente de serra" naquelas fortes deflexões de fronteira.

4.3 PERFILAGEM DE POÇO OBLÍQUA

Com a exploração progressiva dos principais reservatórios de hidrocarbonetos das bacias, torna-se uma necessidade voltar a atenção para os reservatórios menores e mais complexos, que são normalmente constituídos de camadas finas e que podem apresentar boas características permo-porosas. Tais depósitos apresentam às vezes um bom potencial econômico por terem simultaneamente rochas geradoras e reservatórios, além de apresentarem uma extensão lateral suficiente para acumular um considerável volume de hidrocarbonetos. Os poços direcionais (*deviated wells*), geralmente perfurados nas plataformas de *offshore*, têm como objetivo atingir estes reservatórios de menores espessuras de forma a obter uma maior

área útil possível para o canhoneio e, conseqüentemente, uma melhor extração do óleo contido neles. Na literatura de geofísica de poço, o termo *dipping beds* inclui as respostas obtidas na perfilagem destes poços direcionais, apresentando ângulos aparentes bem superiores aos encontrados naturalmente nas formações geológicas.

O modelo da Figura 4.14-I é o mesmo da Figura 4.5, ou seja, uma camada com $10L$ de espessura e condutividade de $2 S/m$ imersa num meio com $0,5 S/m$. A diferença nas respostas é que agora a perfilagem foi realizada obliquamente com um ângulo $\theta = 60^\circ$ (Figura 4.1), ou seja, o número de pontos registrados no interior da camada simplesmente dobrou, de modo que os perfis obtidos apresentam uma espessura aparente de $20L$ ($H_a = H_t / \cos \theta$), independente do arranjo de bobinas utilizado. Aqueles "pulsos" defronte às interfaces da camada, características do arranjo coplanar, sofreram uma visível redução devido a uma mudança na posição relativa da fonte, sendo representada neste caso por uma combinação do DMH e DMV.

Na estimativa de reservatórios os perfis de indução são utilizados para extrair duas informações básicas: (1) as condutividades e (2) espessuras dos diferentes meios atravessados pelo poço. Deste modo, não interessa muito se um determinado perfil foi obtido num poço vertical ou direcional, desde que as condutividades e espessuras aparentes estejam o mais próximo possível dos verdadeiros valores encontrados no campo. Portanto, com vistas a interpretação de perfis, as distâncias apresentadas nas ordenadas dos gráficos da Figura 4.14-I, podem ser convertidas em profundidade vertical, permitindo obter o verdadeiro valor de espessura da camada ($10L$), diretamente nos gráficos da Figura 4.14-II, principalmente através dos perfis obtidos com o arranjo coplanar (b). Exceto pelas magnitudes dos *polarizations horns*, existe uma extrema semelhança entre as respostas obtidas nas perfilagens de poços verticais com as obtidas nas perfilagens oblíquas com profundidades corrigidas.

4.4 EFEITO DE POLARIZAÇÃO

Verificamos em todos os modelos estudados até o momento que os perfis do arranjo coplanar têm apresentado fortes "pulsos" defronte as interfaces das camadas devido a um efeito de polarização nestas regiões. Estas deflexões nos perfis dependem diretamente do contraste de condutividade entre os meios e da posição da fonte com relação as interfaces.

Analisando a literatura de *dipping beds* podemos verificar que estes "pulsos" não são exclusivos dos perfis do arranjo coplanar pois Howard & Chew (1992) obtiveram deflexões (*horns*) bastante similares com o convencional arranjo coaxial, em perfis com ângulos superiores a 60° e modelos com elevados contrastes de condutividades (acima de 10 vezes), verificando que

a magnitude destes *horns* dependem diretamente do fator $\text{sen}^2(\theta)(\sigma_2 - \sigma_1)^2/(\sigma_1 + \sigma_2)$, em que θ é o ângulo de inclinação da interface e σ_1 e σ_2 as condutividades dos meios adjacentes. Pela Figura 4.1 podemos ver que ao inclinar progressivamente o eixo da sonda com o convencional arranjo coaxial, a fonte deixa de ser puramente do tipo DMV e o sinal registrado no sensor passa a ter uma contribuição cada vez maior dos campos gerados pelo DMH, ou seja, a orientação dos campos EM com relação as interfaces passam a ser mais do tipo TM do que TE (Anderson et al., 1986).

4.4.1 Transições Bruscas

O modelo da Figura 4.15 foi adaptado de Anderson & Chang (1982) no qual o maior contraste de resistividade chega a 100 vezes, ou seja, de 0,05 a 5 S/m na posição de 0 *in*. Embora a perfilagem tenha sido realizada obliquamente a 75°, os gráficos estão na forma de condutividade aparente (S/m) versus profundidade vertical (*in*), apresentando as respostas brutas (*raw data*) dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) nas frequências de 10 (linhas contínuas) e 30 kHz (linhas tracejadas). Podemos verificar que os *polarizations horns* estão presentes nos sinais resistivos (σ_R) de ambos os arranjos de bobinas, bem como uma relação direta de suas magnitudes com o contraste de condutividade e a frequência de operação das sondas. Mais uma vez o efeito de propagação nos perfis do arranjo coplanar (b) é mais forte, sendo mais visível na camada de maior condutividade (5 S/m) e na frequência de 30 kHz . Todavia, os perfis do arranjo coplanar continuam sendo melhores na demarcação das interfaces e, conseqüentemente, na determinação das espessuras pois seus *horns* são bem mais nítidos, principalmente nos contrastes de condutividades mais baixos.

Anderson et al. (1990) estudaram comparativamente os *polarizations horns* nos perfis do convencional arranjo coaxial gerados computacionalmente (*semi-analytic and FEM*), experimentalmente (*test tank*) e obtidos em campo, chegando a seguinte conclusão que será apresentada na sua forma original de publicação: “*Since the horn is located directly at the bed boundary, it is a high quality bed boundary indicator for large resistivity contrasts in steeply dipped beds*”. Deste modo, é importante salientar que para se obter os “pulsos” defronte as interfaces das camadas (*horning effect*) nos perfis do arranjo coplanar não são necessárias nenhuma das duas condições citadas pelos autores, ou seja, (1) elevado contraste de resistividade e (2) ângulo de inclinação acentuado.

4.4.2 Transições Gradacionais

Uma vez que os *polarizations horns* estão associados ao acúmulo de cargas elétricas nas fronteiras entre dois meios condutivos, é de se esperar que eles sejam afetados pela natureza desta transição. Na modelagem geofísica de poço as seqüências estratigráficas são simuladas geralmente por perfis quadratizados, ou seja, com passagens bruscas de condutividade entre as camadas. Todavia, sabemos que no meio geológico as transições gradacionais são bem mais freqüentes, embora extremamente complexas de serem modeladas. Anderson et al. (1990) observaram que nos perfis de campo do Golfo de México os *polarizations horns* sofriam uma forte redução, ou até mesmo desapareciam, com relação aos perfis sintéticos obtidos em computador. Esta diferença foi atribuída a duas simplificações muito comuns nas modelagens: (1) natureza puntual da fonte (Howard, 1997) e (2) ausência do poço e zonas de invasão (Carvalho & Verma, 1994). Entretanto, acreditamos que a maior razão é a discrepância entre as fronteiras dos modelos quadratizados (passagens bruscas) com as encontradas mais freqüentemente em campo (transições gradacionais).

Para se ter uma idéia de quanto influencia o tipo de fronteira utilizado na modelagem, simularemos a situação mais elementar de transição gradacional, que é o de uma fronteira entre duas camadas extremamente espessas, com uma passagem linear de condutividade entre os dois meios e ocorrendo dentro de uma distância igual ao espaçamento fonte-sensor (L). Os gráficos das Figuras 4.16 e 4.17 apresentam as respostas dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) para o modelo σ_t^1 , com passagem brusca na fronteira (linhas tracejadas), já simulado na Figura 4.4, e para o modelo σ_t^2 , com transição linear na forma de escada (linhas contínuas). Nas respostas do arranjo coplanar da Figura 4.16 verifica-se a presença dos quatro degraus utilizados na simulação da zona de transição, enquanto que na Figura 4.17 as curvas são bem mais suaves nesta região, pois a transição se tornou bem mais gradual ao dobrar o número de degraus e, conseqüentemente, mais discretos seus registros nas respostas.

Nos modelos de perfilagem vertical fica evidente que a natureza da fronteira afeta de forma bem mais acentuada as respostas do arranjo coplanar pois somente nelas aparecem os *polarization horns*. Entretanto, nas perfilagens de poços direcionais eles podem ser completamente suavizados pelas transições gradacionais, independente do arranjo geométrico de bobinas.

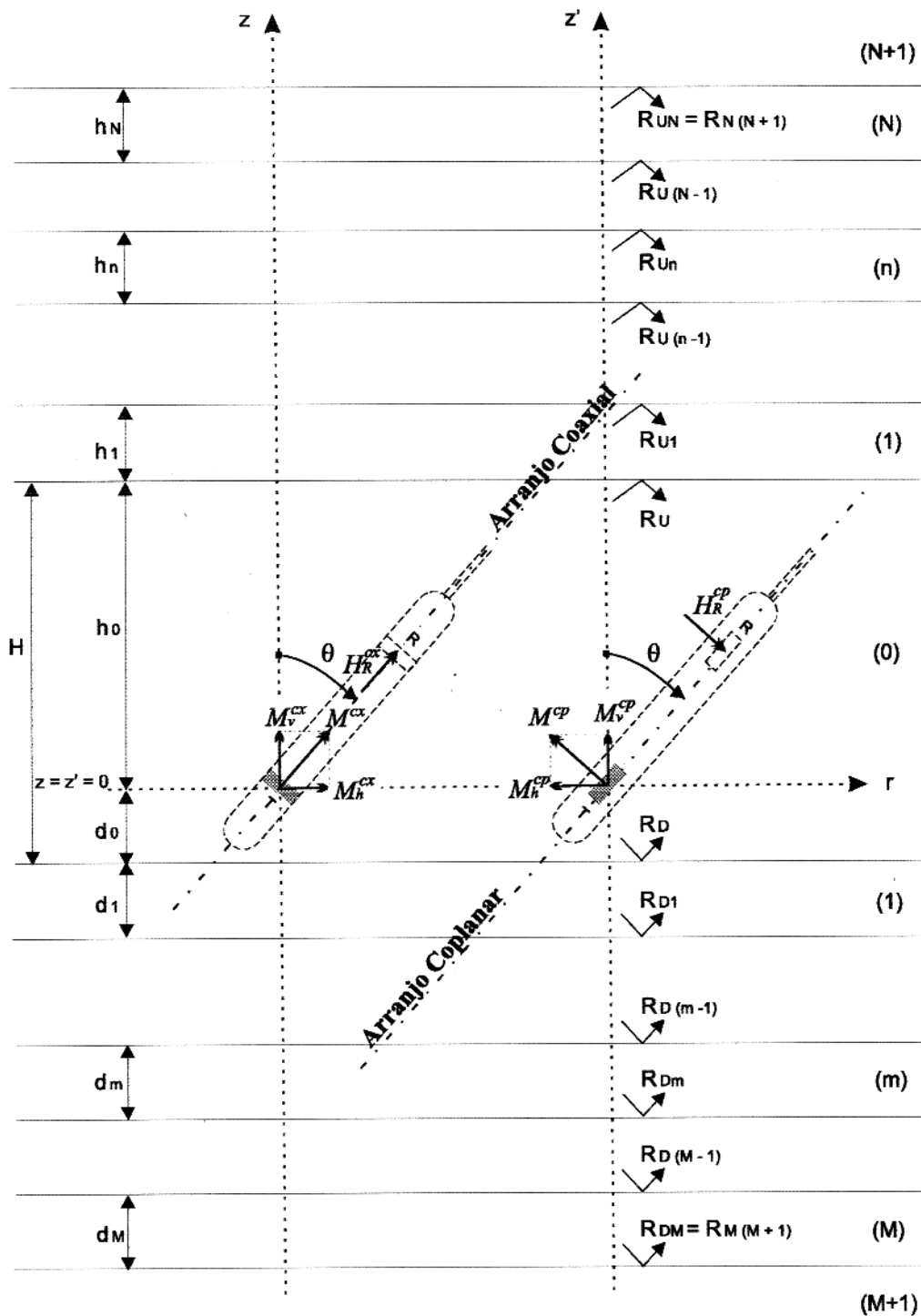


Figura 4.1 - Arranjos coaxial e coplanar em posição arbitrária num modelo de multicamadas com interfaces plano-paralelas.

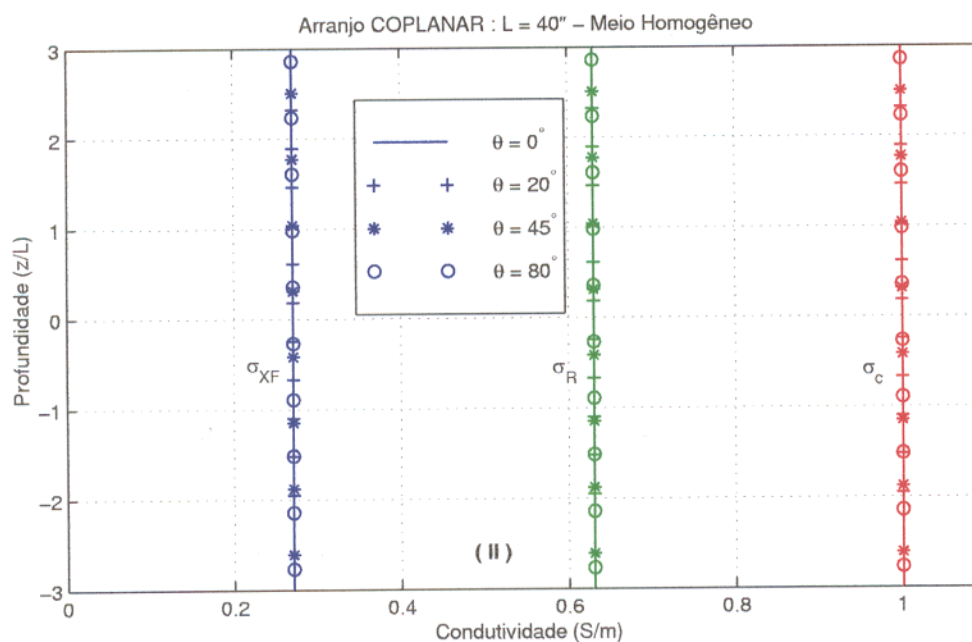
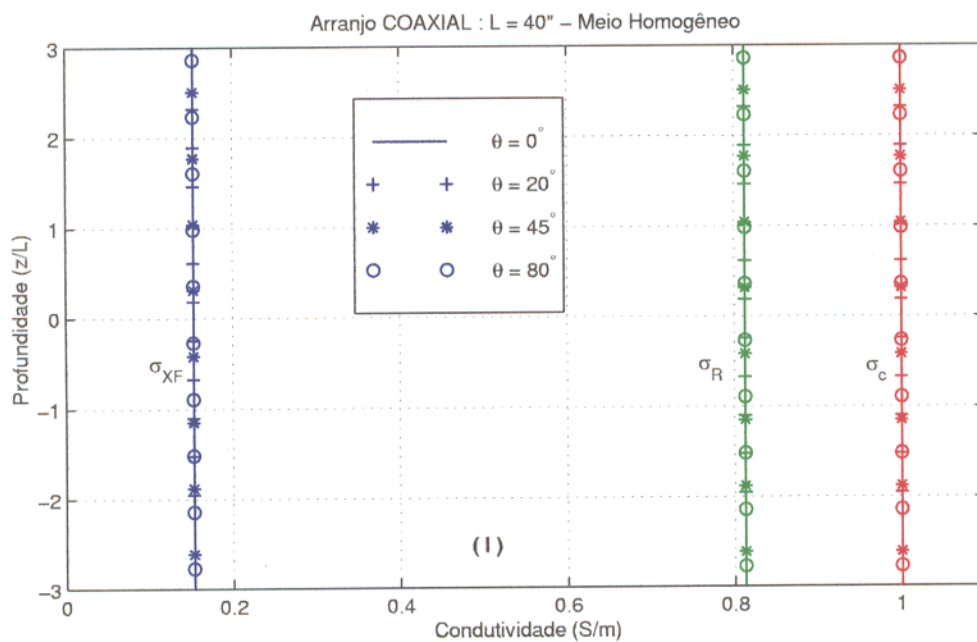


Figura 4.2 - Condutividades relativa (σ_{XF}), resistiva (σ_R) e corrigida (σ_c) dos arranjos coaxial (I) e coplanar (II) com espaçamento fonte-sensor $L = 40''$, em quatro posições angulares distintas ($\theta = 0, 20, 45$ e 80°) num modelo homogêneo, isotrópico e ilimitado ($\sigma_t = 1 \text{ S/m}$).

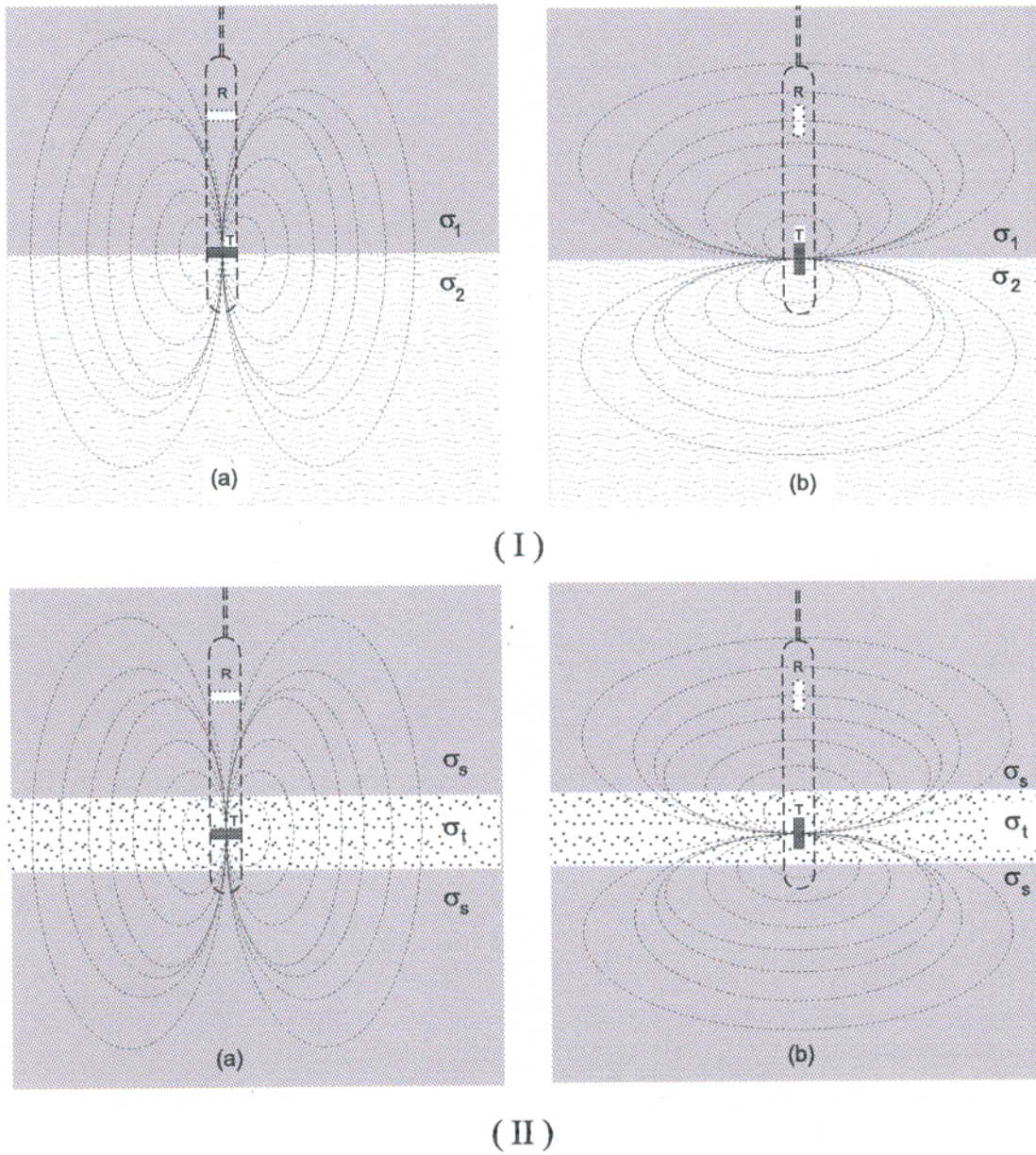


Figura 4.3 - Arranjos coaxial (a) e coplanar (b) com eixos ortogonais às interfaces plano-paralelas e horizontais dos modelos formados por apenas dois semi-espacos distintos (I) e por uma camada e dois semi-espacos iguais (II).

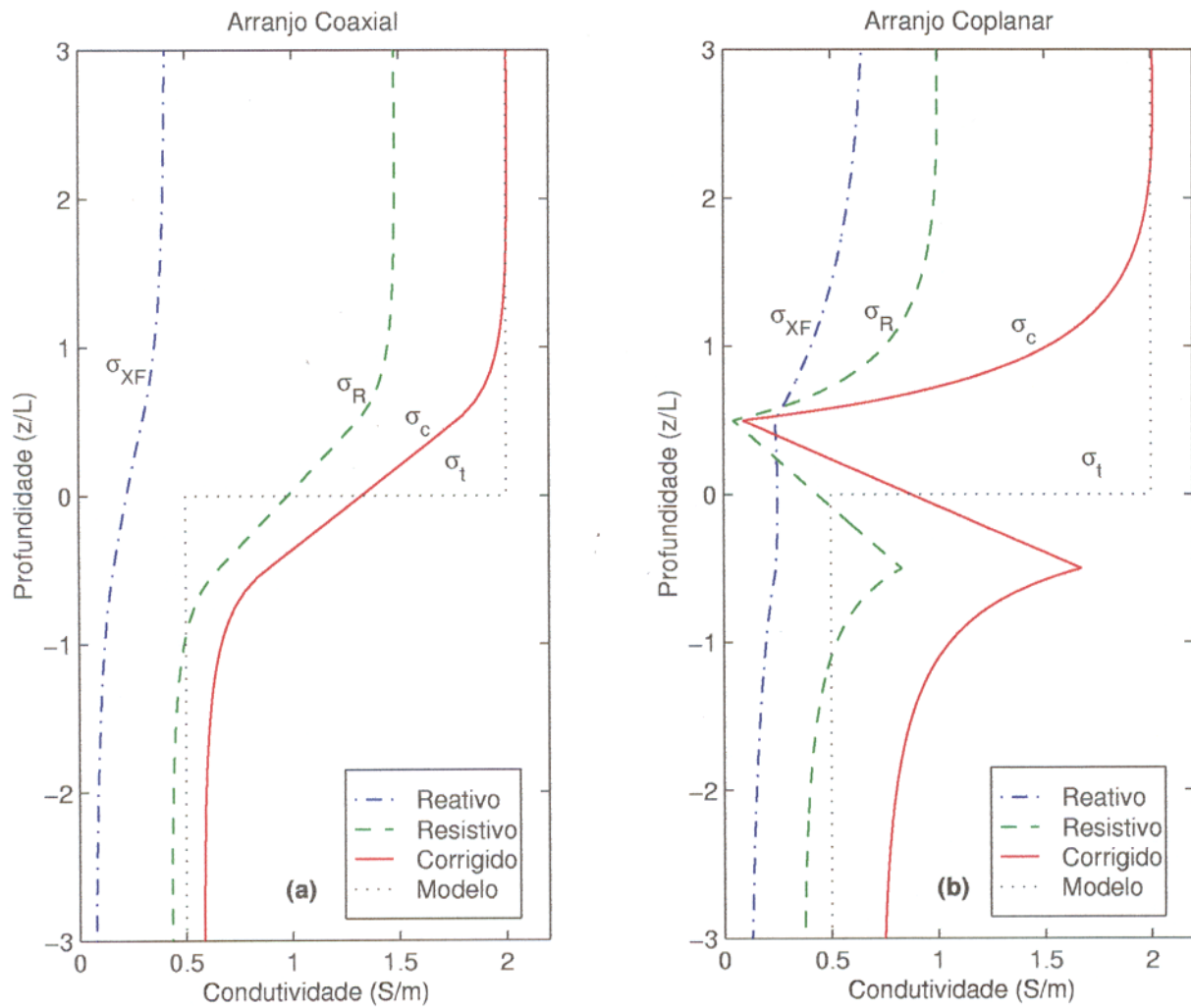


Figura 4.4 - Condutividades reativa (σ_{XF}), resistiva (σ_R) e corrigida (σ_c) dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) num modelo com apenas uma interface plana-horizontal separando dois meios condutivos distintos (σ_t).

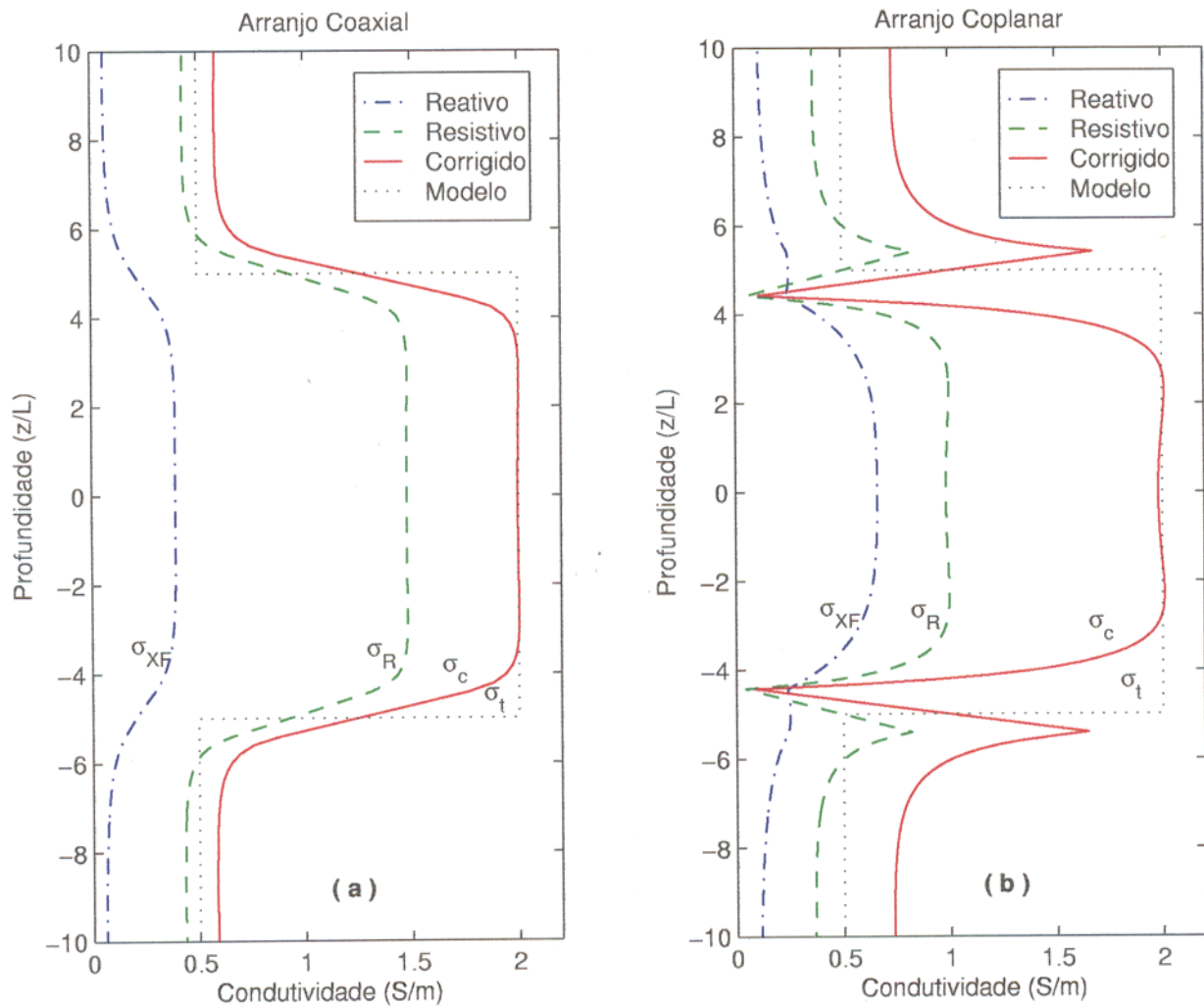


Figura 4.5 - Condutividades reativa (σ_{XF}), resistiva (σ_R) e corrigida (σ_c) dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) num modelo (σ_t) formado por apenas uma camada condutiva (2 S/m) plano-horizontal imersa num meio de menor condutividade ($0,5 \text{ S/m}$).

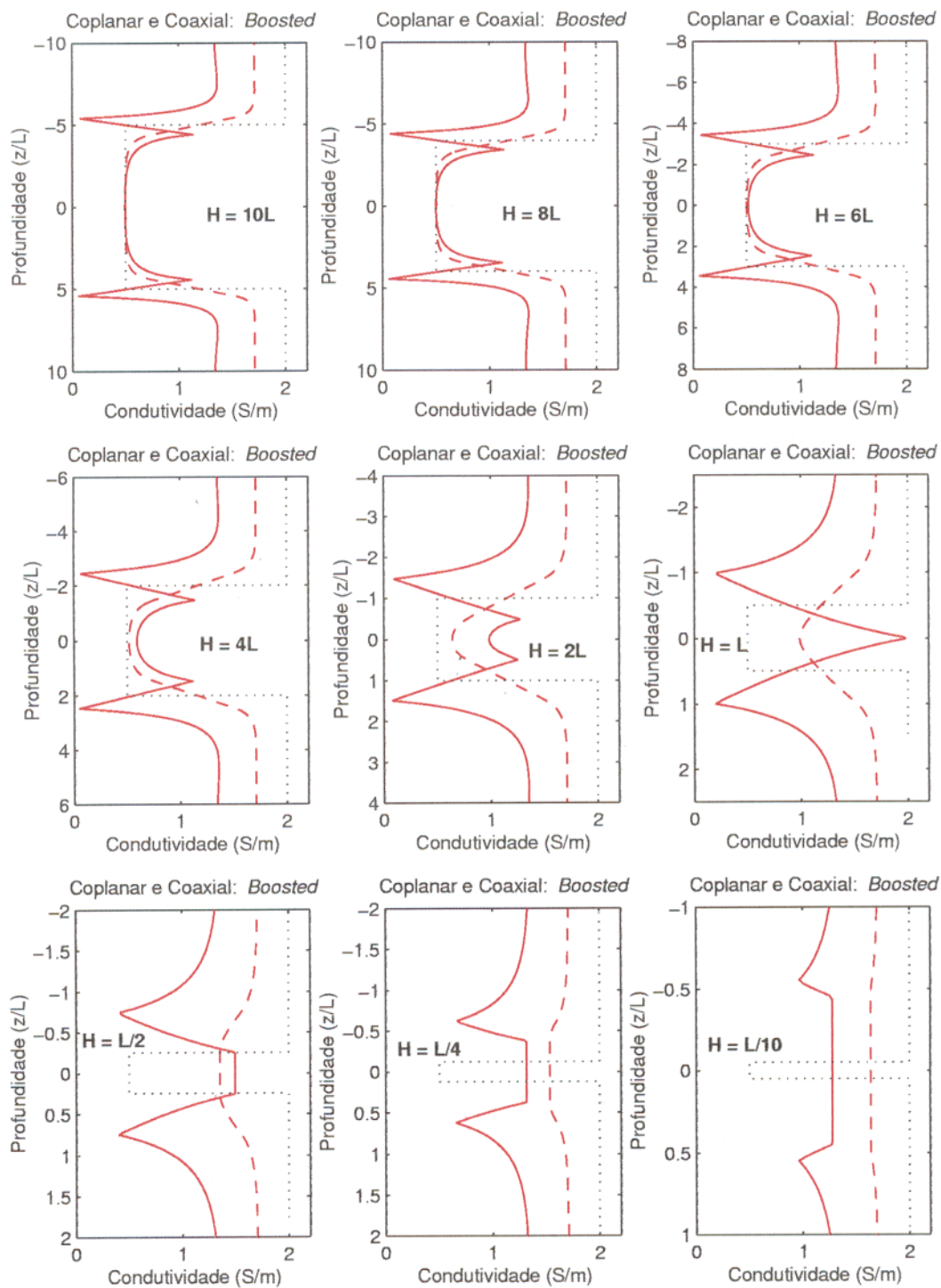


Figura 4.6 - Variação das respostas corrigidas (*boosted signals*) dos arranjos coplanar (linhas cheias) e coaxial (linhas tracejadas) em função da espessura ($H = 10L$ a $L/10$) de uma camada menos condutiva ($0,5 \text{ S/m}$) imersa num meio de maior condutividade (2 S/m).

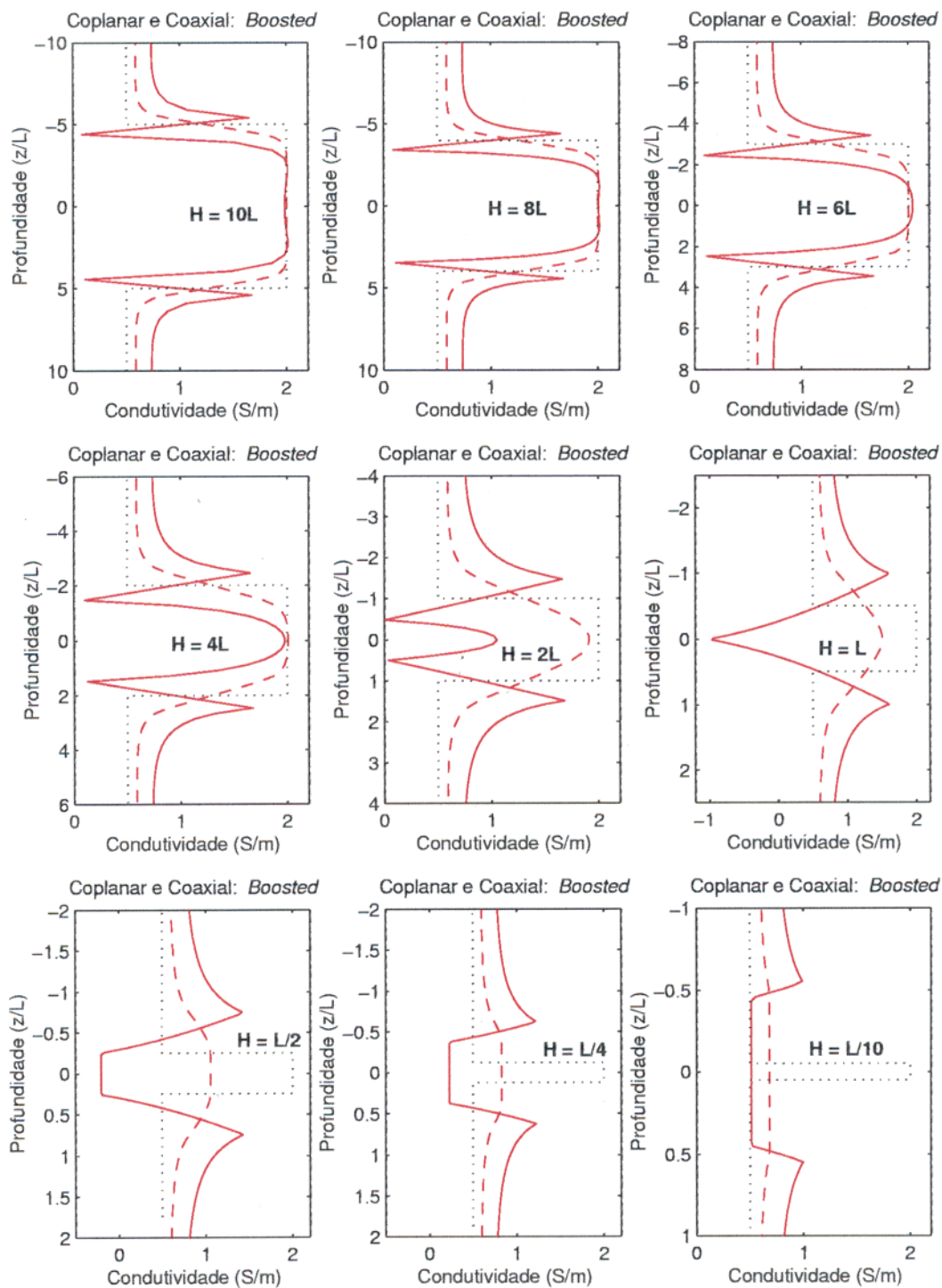


Figura 4.7 - Variação das respostas corrigidas (*boosted signals*) dos arranjos coplanar (linhas cheias) e coaxial (linhas tracejadas) em função da espessura ($H = 10L$ a $L/10$) de uma camada mais condutiva (2 S/m) imersa num meio de menor condutividade ($0,5 \text{ S/m}$).

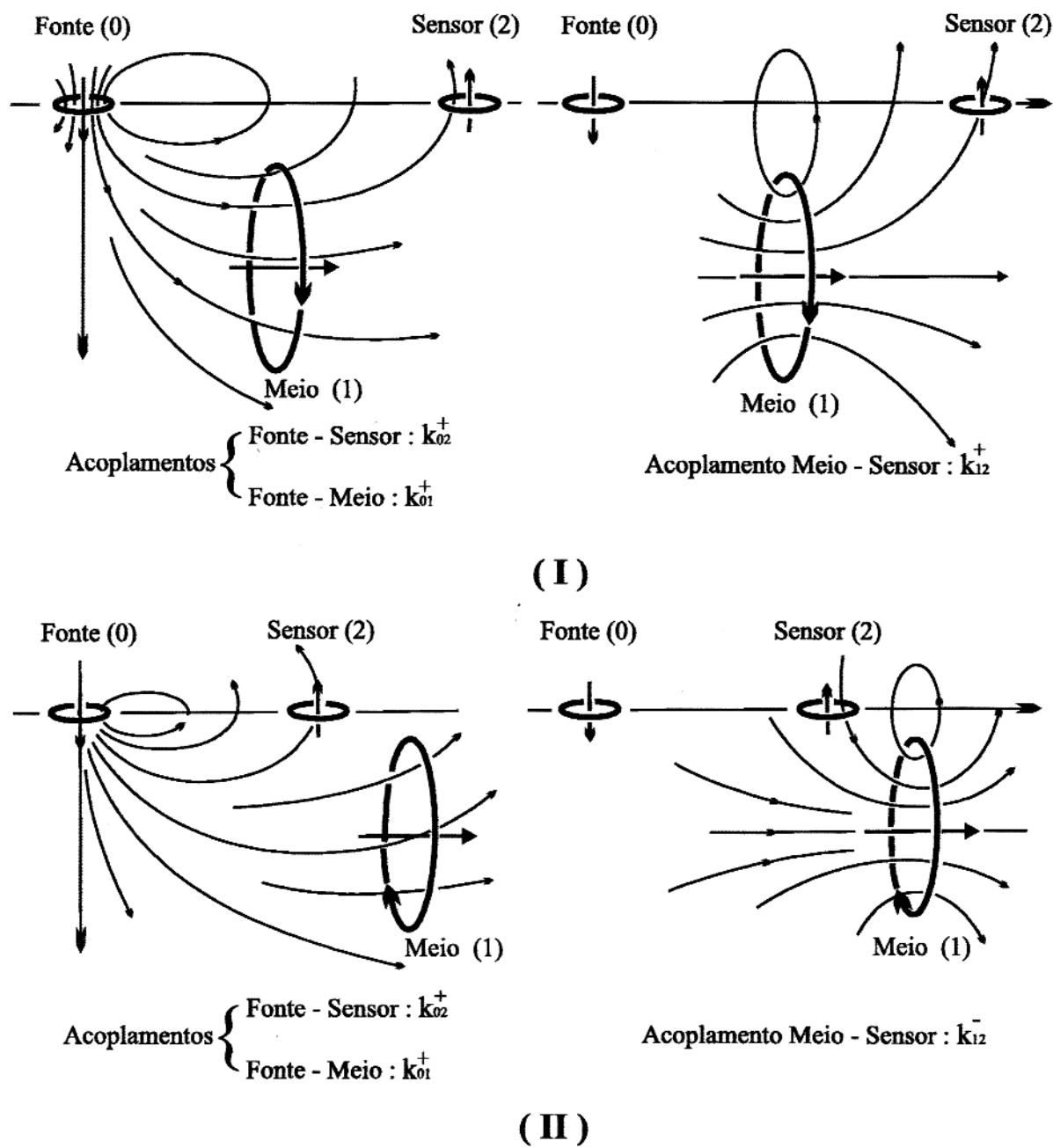


Figura 4.8 - Mudanças de sinal do acoplamento meio-sensor (k_{12}) em função da posição relativa do arranjo coplanar com o meio induzido: (I) central e (II) lateral (Adaptado de Grant & West, 1965).

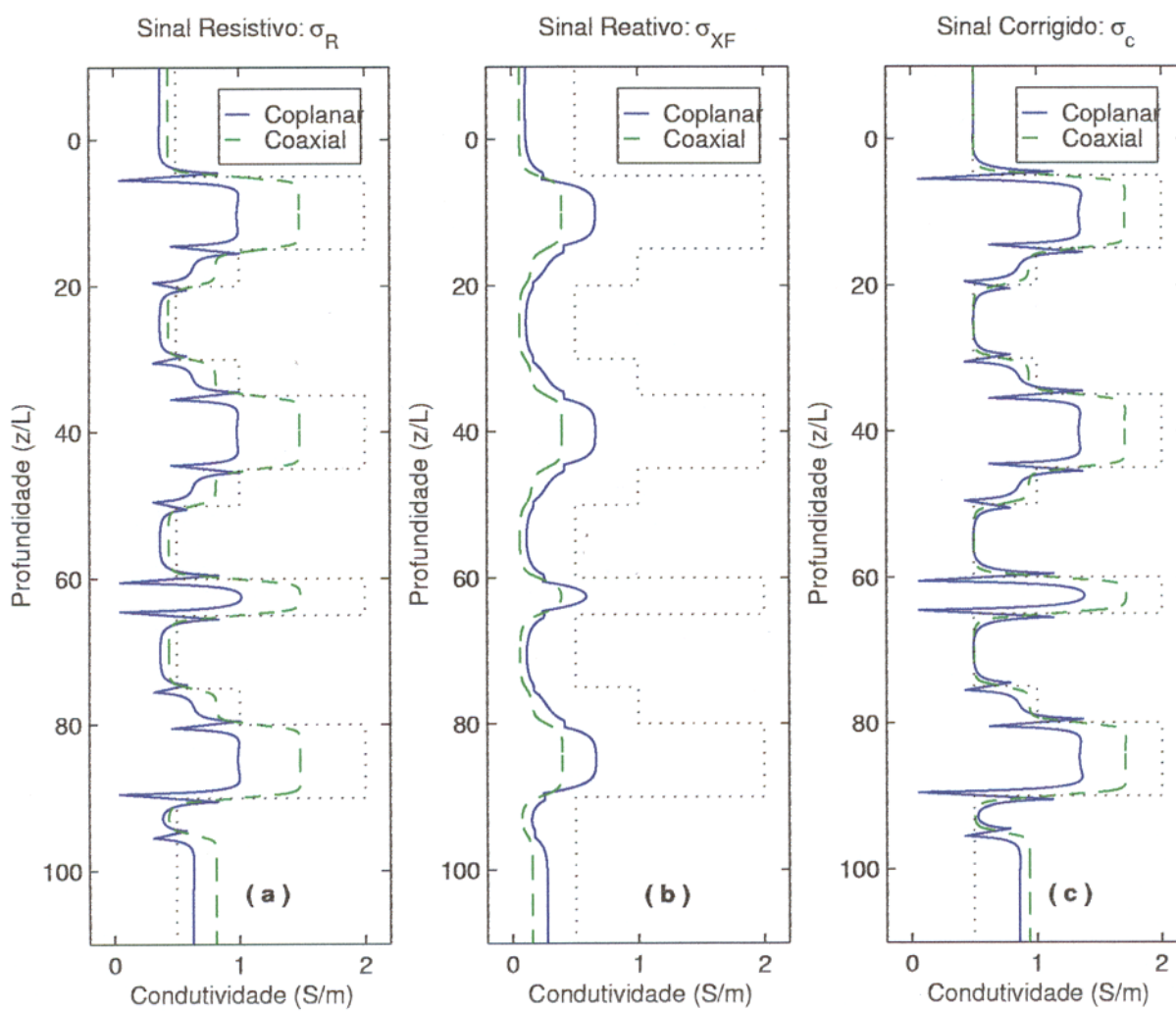


Figura 4.9 - Condutividades resistivas (σ_R), reativas (σ_{XF}) e corrigidas (σ_c) dos arranjos coaxial e coplanar num modelo formado por uma seqüência de camadas espessas ($H > L$).

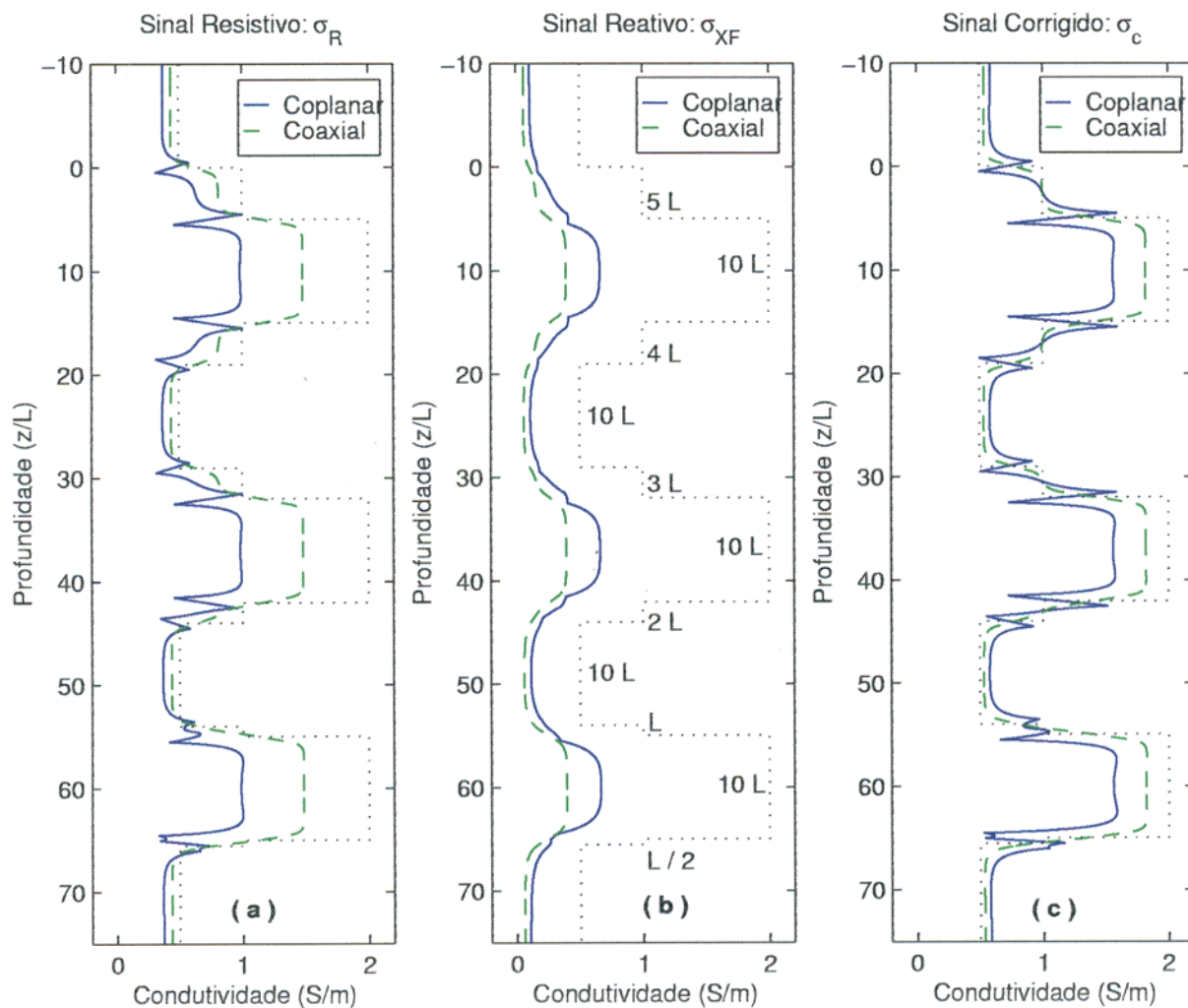


Figura 4.10 - Condutividades resistivas (σ_R), reativas (σ_{XF}) e corrigidas (σ_c) dos arranjos coaxial e coplanar num modelo elaborado com o objetivo de avaliar o *shoulder effect* provocado pelas camadas mais condutivas e espessas ($2 S/m$ e $10L$).

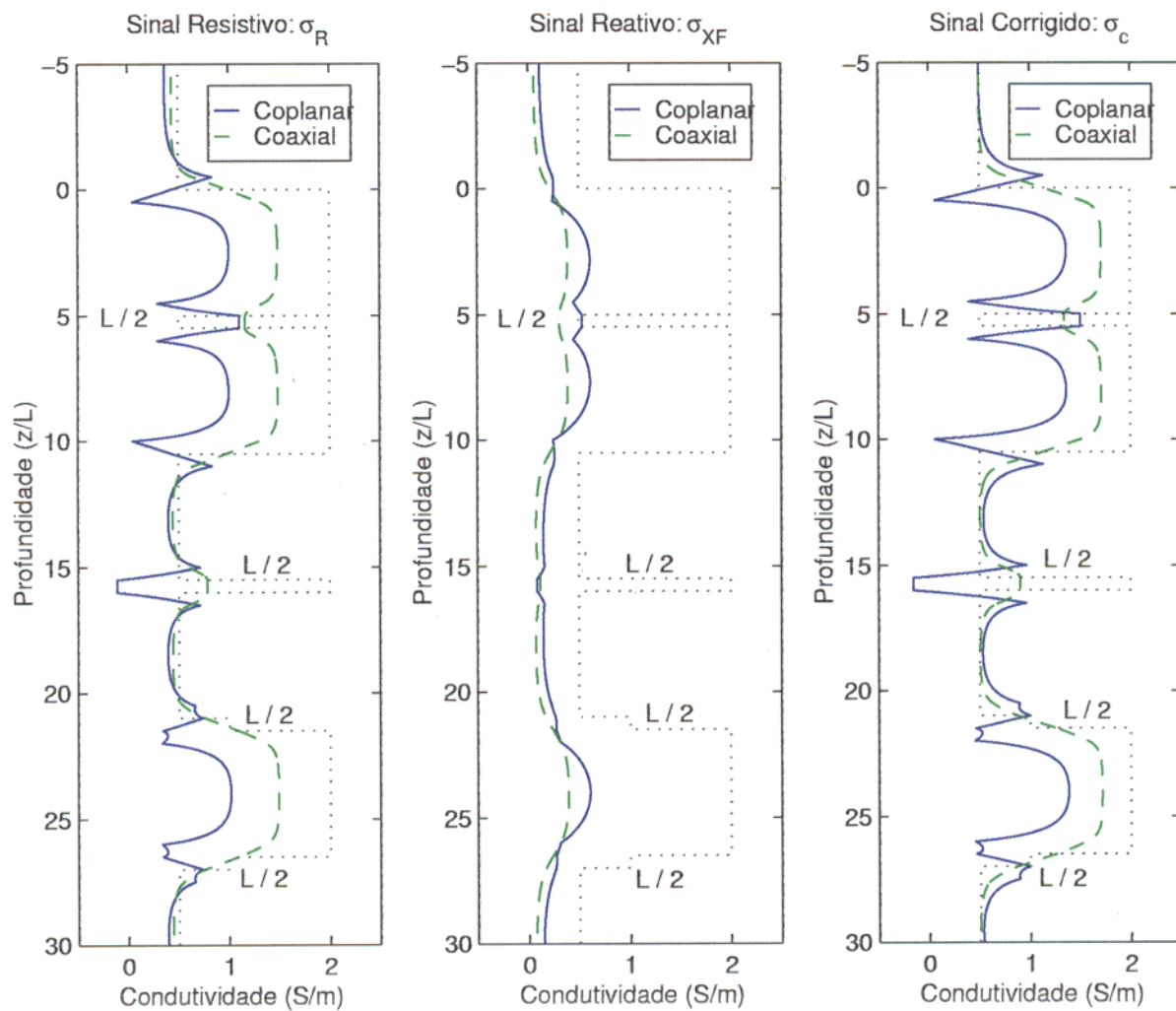


Figura 4.11 - Condutividades resistivas (σ_R), reativas (σ_{XF}) e corrigidas (σ_c) dos arranjos coaxial e coplanar num modelo formado por uma seqüência de camadas espessas ($H \gg L$) alternadas com camadas finas ($H = L/2$).

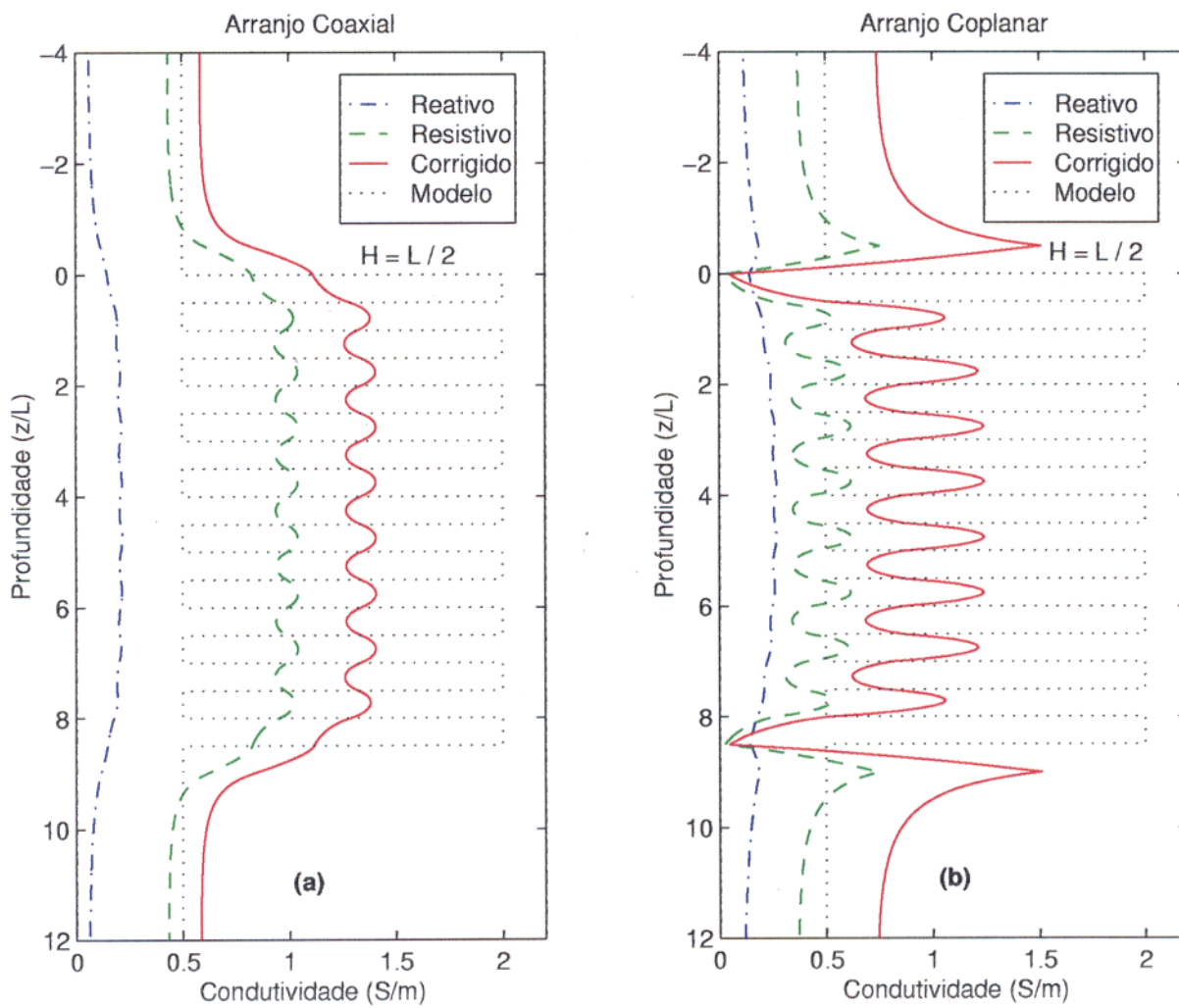


Figura 4.12 - Condutividades resistivas, reativas e corrigidas dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) num modelo formado por uma seqüência de 17 lâminas delgadas de espessuras $H = L/2$.

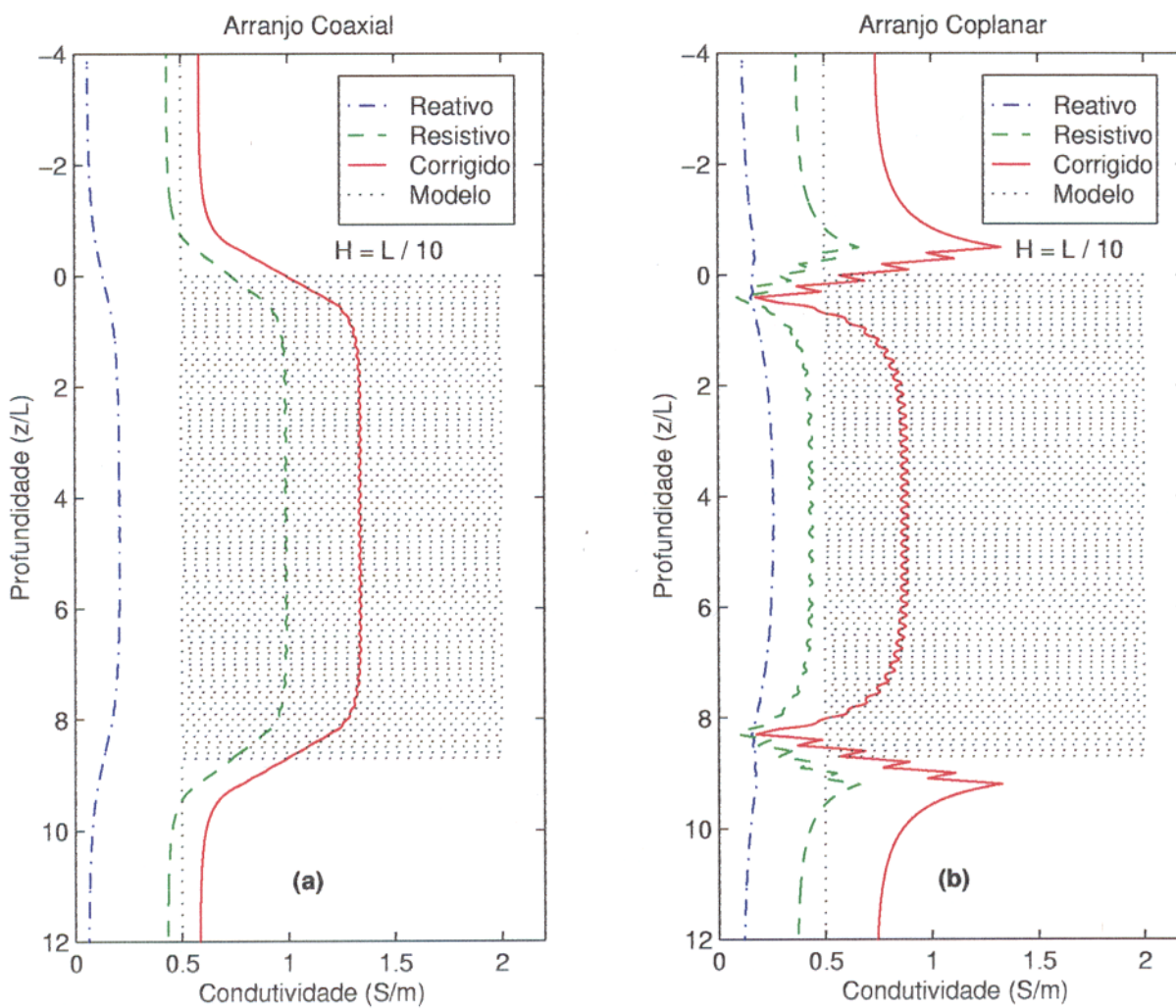
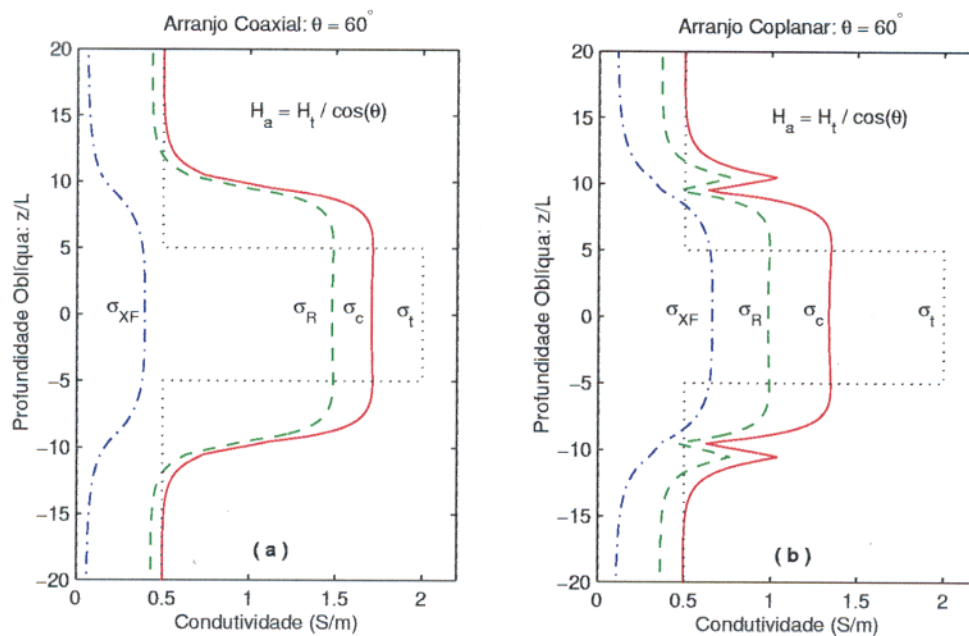
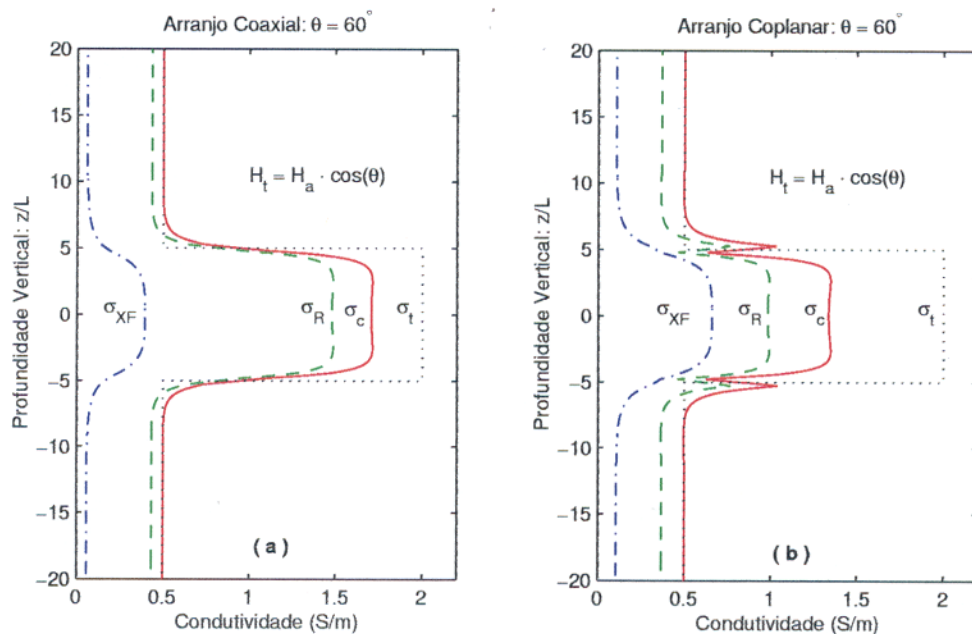


Figura 4.13 - Condutividades resistivas, reativas e corrigidas dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) num modelo formado por uma seqüência de 87 lâminas delgadas de espessuras $H = L/10$.



(I)



(II)

Figura 4.14 - Perfilagem inclinada a 60° com as condutividades reativas (σ_{XF}), resistivas (σ_R) e corrigidas (σ_c) versus profundidades oblíquas (I) e verticais (II) dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) num modelo (σ_t) formado por uma camada plano-horizantal ($H_t = 10L$) imersa num meio de menor condutividade.

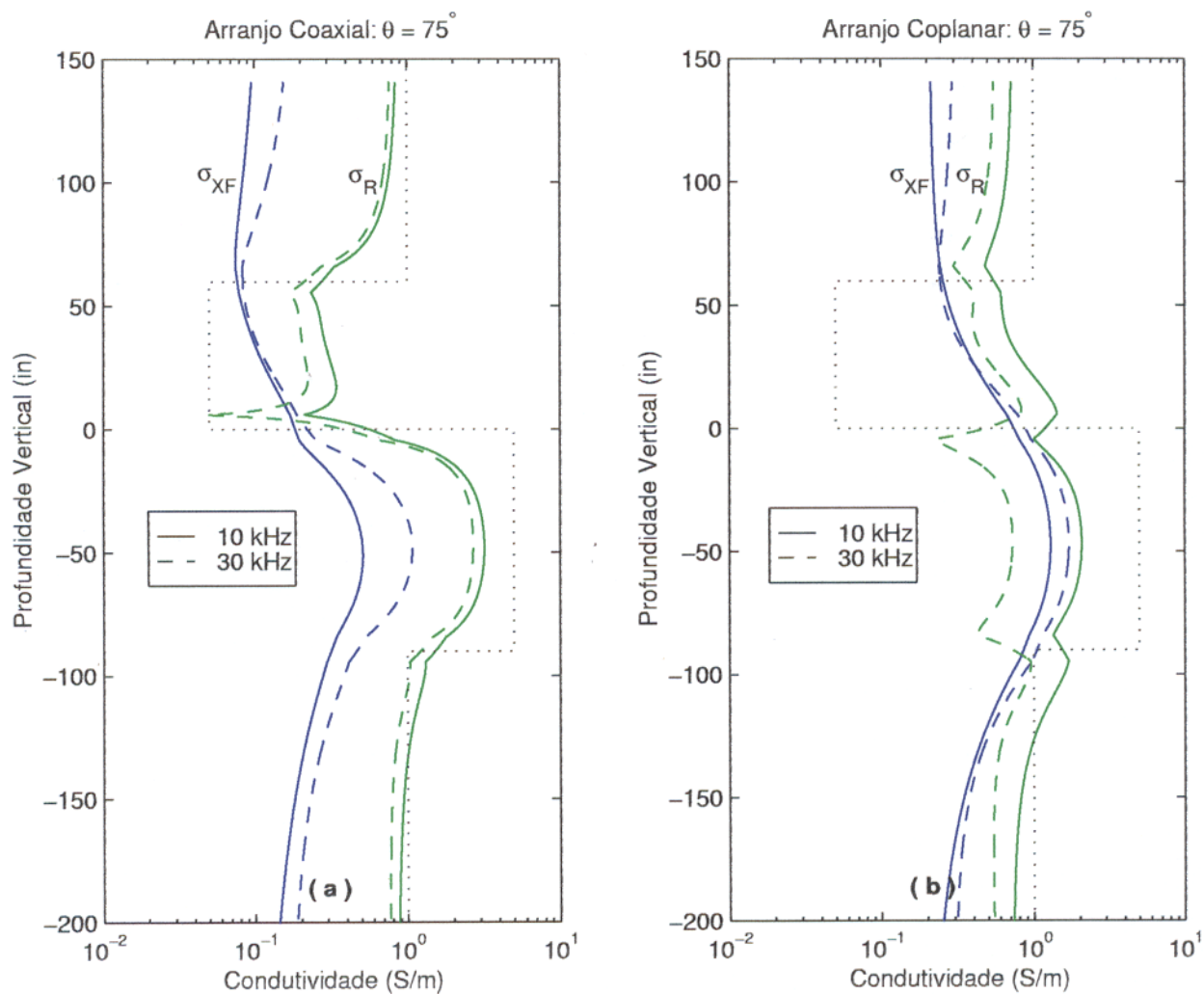


Figura 4.15 - Condutividades reativas (σ_{XF}) e resistivas (σ_R) versus profundidade vertical dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) operando nas frequências de 10 e 30 kHz num modelo de reservatório (Adaptado de Anderson & Chang, 1982) atravessado obliquamente a 75° .

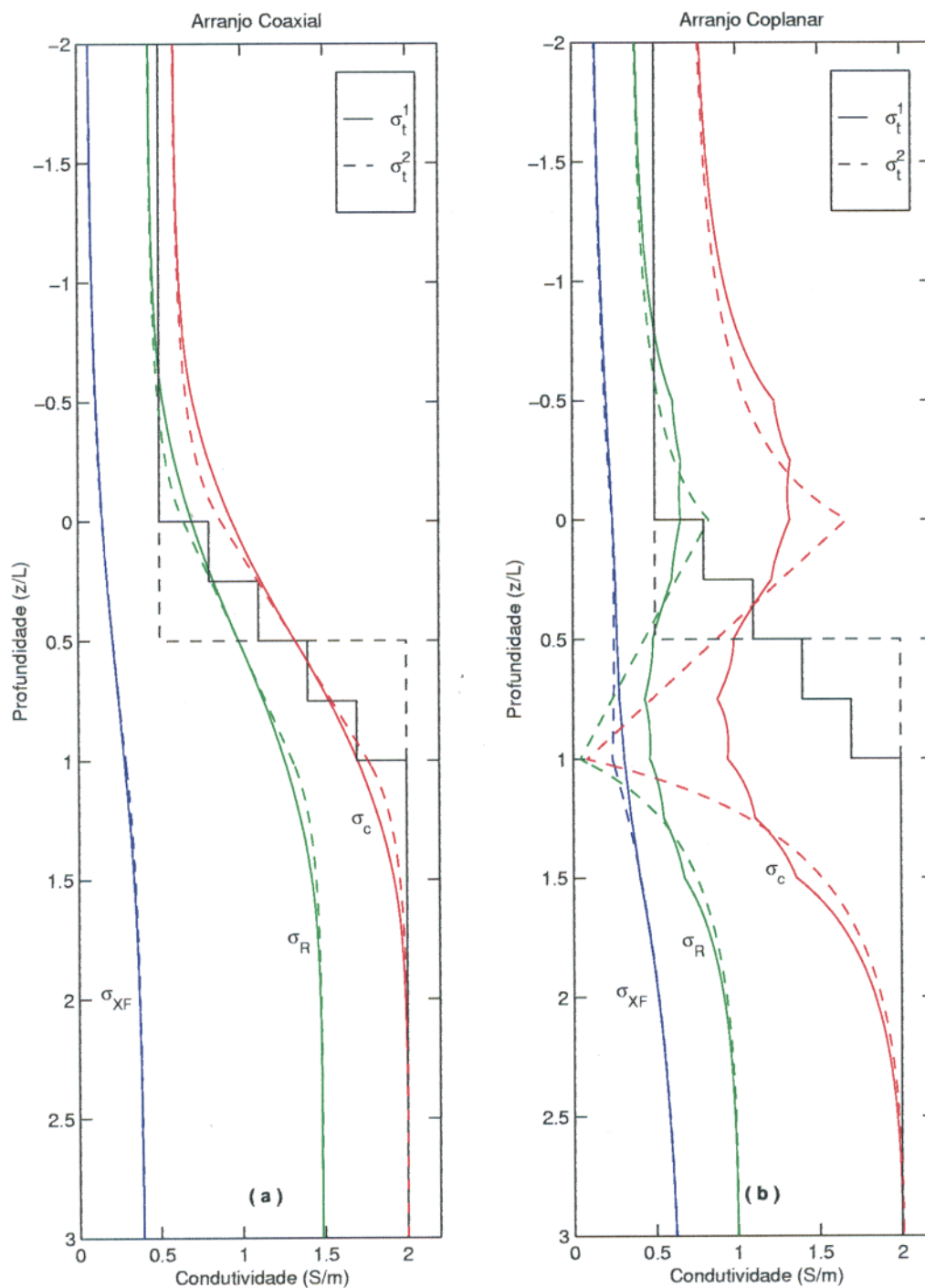


Figura 4.16 - Condutividades relativas (σ_{XF}), resistivas (σ_R) e corrigidas (σ_c) dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) em modelos formados por dois semi-espacos (2 e 0,5 S/m) separados por uma transiçao brusca (σ_t^1) e por uma zona de transiçao gradacional formada por quatro steps (σ_t^2).

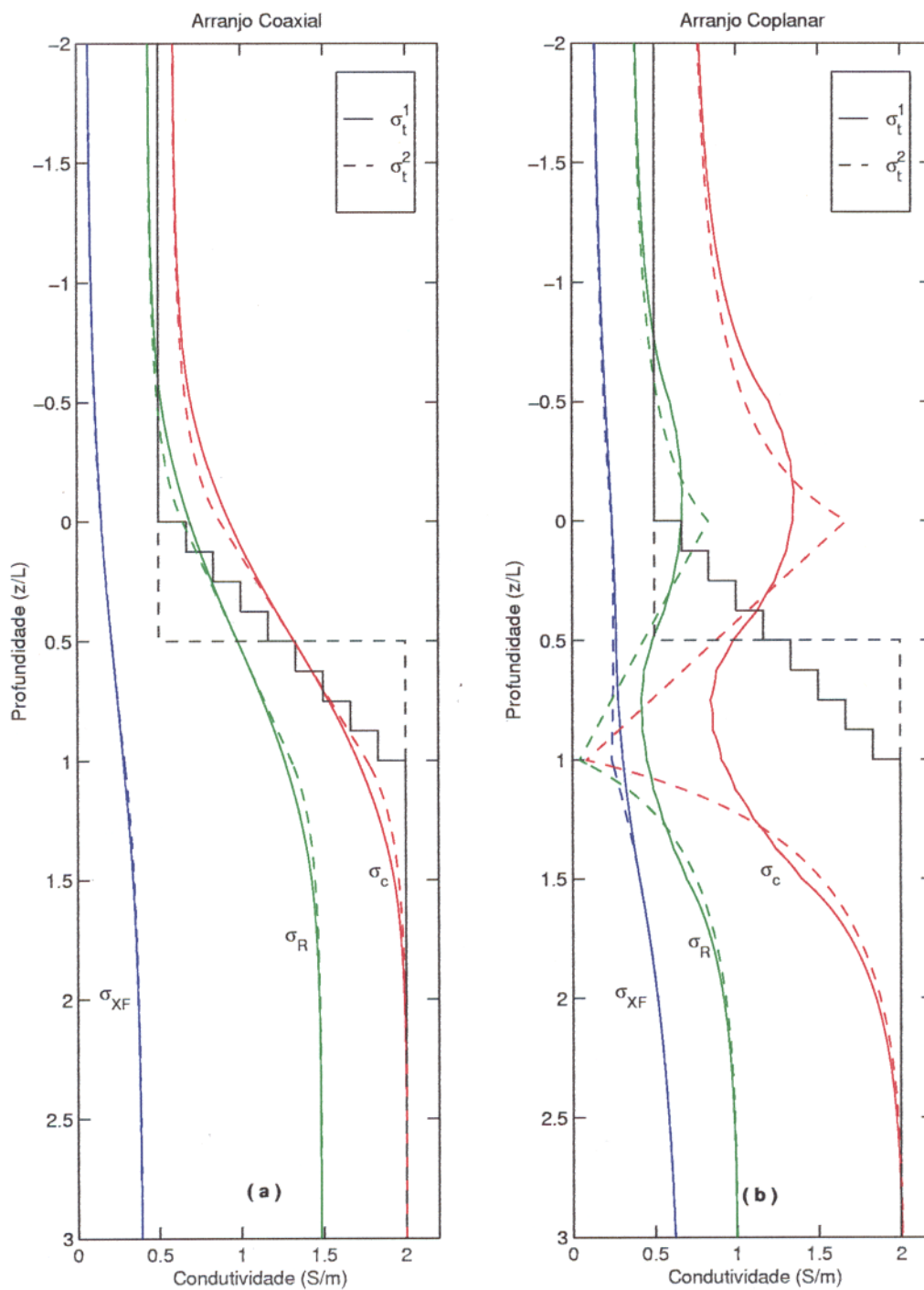


Figura 4.17 - Condutividades relativas (σ_{XF}), resistivas (σ_R) e corrigidas (σ_c) dos arranjos coaxial (a) e coplanar (b) em modelos formados por dois semi-espacos (2 e 0,5 S/m) separados por uma transição brusca (σ_t^1) e por uma zona de transição gradacional formada por oito steps (σ_t^2).

5 - CONCLUSÕES

Foi estudado a viabilidade de aplicação do arranjo coplanar de bobinas nas sondas de perfilagem em poço por indução eletromagnética. Paralelamente foram geradas as respostas do convencional arranjo coaxial, que é o amplamente utilizado nas sondas comerciais, com o propósito de elaborar uma análise comparativa.

Através das respostas obtidas no meio homogêneo (Capítulo 2), para os arranjos coplanar e coaxial de bobinas, verificamos um progressivo decaimento das componentes resistivas com o aumento do espaçamento fonte-sensor, sendo este fenômeno (*skin effect*) mais acentuado com o coplanar. No entanto, as componentes reativas apresentaram um comportamento exatamente inverso, ou seja, a do coplanar apresentou um crescimento maior que a do coaxial. Graças a esta compensação que ocorre entre as componentes, foi possível obter uma “condutividade corrigida” que nos forneceu com precisão a condutividade do meio, independente do arranjo geométrico de bobinas e do espaçamento fonte-sensor utilizado.

Na investigação radial (Capítulo 3) verificamos que o arranjo coplanar pode ser utilizado no monitoramento das frentes de invasão bem como no posicionamento das zonas de *annulus*, pois nestes casos as fontes geradoras de sinal do meio são correntes e cargas elétricas, de modo que os perfis obtidos apresentaram deflexões que permitem o posicionamento destas descontinuidades radiais.

Na investigação vertical (Capítulo 4), devido ao mesmo fenômeno de polarização elétrica observado na investigação radial, verificamos que o arranjo coplanar tem maior poder de demarcação das interfaces de camadas espessas ($H > L$) e para posicionar camadas finas ($H \leq L$), bem como determinar com precisão suas espessuras.

O arranjo coplanar não tem condições de substituir completamente o arranjo coaxial nas atuais sondas disponíveis no mercado pois, apesar do seu excelente poder de posicionamento para as descontinuidades radiais e verticais, verificamos que os perfis do convencional arranjo coaxial se ajustam mais rapidamente aos modelos simulados e, conseqüentemente, mais adequados para se efetuar a leitura petrofísica “condutividade aparente”. Entretanto, o arranjo coplanar pode vir a ser uma importante ferramenta nas perfilagens de poço, principalmente se for explorada sua assimetria de rotação para localizar variações de condutividade azimutalmente, tais como zonas fraturadas, cavidades de dissolução (*vugs*), invasões de poços

horizontais, entre outros casos.

Deste modo, acreditamos que as respostas obtidas para ambos os arranjos de bobinas neste estudo teórico, através da modelagem computacional, venham reforçar algumas observações experimentais, obtidas em laboratório, contribuindo para uma melhor compreensão dos fenômenos físicos embutidos nas respostas e reduzir a enorme lacuna entre os estudos de aplicabilidade do arranjo coplanar com relação aos do arranjo coaxial na geofísica de poço, pois como bem salientou Anderson (2000): "*You are in new territory*".

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEN, D. 1991. Invasion Revisited. *Oilfiel Review*, 3 (3): 10 - 23.
- ALLEN, D. F. & JACOBSEN, S. J. 1988. Resisitivity profiling with a multi-frequency induction sonde. *The Log Analyst*, 29 (6): 391 - 400.
- ANDERSON, B. I. 2000. Personal communications.
- ANDERSON, B. I. & BARBER, T. D. 1988. Strange induction logs - A catalog of environmental effects. *The Log Analyst*, 29 (4): 229 - 243.
- ANDERSON, B. I. & CHANG, S. K. 1982. Synthetic induction logs by the finite element method. *The Log Analyst*, 24 (1): 17 - 26.
- ANDERSON, B. I. & GIANZERO, S. 1983. Induction sonde response in stratified media. *The Log Analyst*, 24 (1): 25 - 31.
- ANDERSON, B. I.; BARBER, T. D.; DRUSKIN, V.; LEE, P. 1999. The response of multiarray induction tools in highly dipping formations with invasion and in arbitrary 3D geometries. *The Log Analyst*, 40 (5): 327 - 344.
- ANDERSON, B. I.; BORNER, S.; LÜLING, M. G.; ROSTHAL R. 1990. Response of 2-MHz LWD resistivity and wireline induction tools in dipping beds and laminated formations. In: ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 31. Houston, USA. *Anais SPWLA*.
- ANDERSON, B. I.; SAFINYA, K. A.; HABASHY, T. 1986. Effects of dipping beds on the response of induction tools. In: ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. New Orleans, USA. *Anais SPE*.
- ARCHIE, G. E. 1941. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. In: TRANSACTIONS OF THE AMERICAN INSTITUTE OF MINING AND METALLURGICAL ENGINEERES, Dallas, USA.
- BARBER T. D. 1983. Introduction to the Phasor dual induction tool. In: ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. Houston, USA. *Anais SPE*.

- CARVALHO, de P. R., 1993. *Estudo da resposta de perfilagem de indução de camadas finas com diferentes arranjos de bobinas: modelamento analógico*. Belém. Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 74p. (Tese de Mestrado).
- CARVALHO, de P. R. & VERMA, O. P. 1994. Coplanar coil system in electromagnetic induction well-logging tool. In: ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 35. Tulsa, USA. *Anais SPWLA*. v. II, EE.
- CARVALHO, de P. R. & VERMA, O. P. 1998. Induction tool with a coplanar coil system. *The Log Analyst*, **39** (6): 48-53.
- CARVALHO, de P. R. & VERMA, O. P. 1999. Coplanar coils response in a borehole. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOFÍSICA, 6. Rio de Janeiro. *Anais SBGf*. v. 2.
- CARVALHO, de P. R.; VERMA, O. P.; RIJO, L. 1997. Vertical geometric factor of a two-coplanar coils sonde. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOFÍSICA, 5. São Paulo. *Anais SBGf*. v. 2.
- CHEW, W. C. 1995. *Waves and fields in inhomogeneous media*. IEEE Academic Press, Inc. 608p.
- COSTA, W. L. de M. & RIJO, L. 1993. Simulação numérica em perfilagem de indução com diferentes arranjos de bobinas em um meio de camadas plano-paralelas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOFÍSICA, 3. Salvador. *Anais SBGf*. v. 1.
- DOLL, H.G. 1949. Introduction to induction logging and application to logging of wells drilled with oil base mud. *Journal of petroleum technology*, **1**: 148-162.
- GIANZERO S. & ANDERSON, B. 1982. A new look at skin effect. *The Log Analyst*, **23** (1): 20-34.
- GIANZERO S. & ANDERSON, B. 1984. Mathematical theory for the fields due to a finite A.C. coil in an infinitely thick bed with an arbitrary number of co-axial layers. *The Log Analyst*, **23** (1): 25-31.
- GRANT, F.S. & WEST, G.F. 1965. *Interpretation theory in applied geophysics*. New York, Mc Graw-Hill Book. 584p.
- HARBEN, P.E.; RODGERS, P.W.; HOLLADAY, G. 1987. Evaluation and design of a large spacing loop-loop electromagnetic tool. *The Log Analyst*, **28** (1): 17-26.
- HARDMAN, R. H. & SHEN, L. C. 1986. Theory of induction sonde in dipping beds. *Geophysics*, **51** (3): 800-809.

- HARRINGTON, R. F. 1961. *Time-harmonic electromagnetic fields*. McGraw-Hill. 480p.
- HOWARD, A. Q. 1992. A new invasion model for resistivity log interpretation. *The Log Analyst*, **57** (3): 97-109.
- HOWARD, A. Q. Jr. 1997. Electromagnetic fields of loop antenna with axis parallel to planar interface. *Applied Geophysics*, **38**: 41-56.
- HOWARD, A. Q. Jr. & CHEW, W. C. 1992. Electromagnetic borehole fields in a layered, dipping-bed environment with invasion. *Geophysics*, **57** (3): 451-465.
- KAUFMAN A. A. & KELLER, G. V. 1989. *Induction logging*. Amsterdam, Elsevier. 600p.
- KENNEDY, W. D. 1999. Resistivity and anisotropy. *The Log Analyst*, **40** (6): 451-458.
- MEDAGLIA, J.A.F. & SUGIO, A.H. 1991. Utilização de perfis radioativos com alta resolução vertical na bacia do Espírito Santo. In: SEMINÁRIO TÉCNICO DE OPERAÇÕES GEOLÓGICAS, 3. Cabo Frio, Rio de Janeiro.
- MONTENEGRO, J.F.B. 1991. *Estudo da resposta de diferentes arranjos de bobinas na perfilagem de indução de poço: modelamento analógico*. Belém. Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 64p. (Tese de Mestrado).
- MONTENEGRO, J.F.B. & VERMA, O. P. 1993. Resposta de bobinas horizontal coplanar na perfilagem indução de poço. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOFÍSICA, 3. Rio de Janeiro. *Anais SBGf*. v. 2.
- MORAN, J. H. 1982. Induction logging - Geometrical factors with skin effect. *The Log Analyst*, **23** (6): 4-10.
- MORAN, J. H. & KUNZ, K. S. 1962. Basic theory of induction logging and application to study of two coil sonde. *Geophysics*, **27** (6): 829-858.
- RIJO, L. R. 1990. *Teoria dos Métodos Eletromagnéticos*. Belém. Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 269p. (Notas de Aula).
- SALVADORETTI, P. 1990. *Construção de um modelo experimental simulando condições de perfilagem de indução*. Belém. Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 54p. (Tese de Mestrado).
- SINGER, J. M. 1988. The effect of transition zones on the response of induction logs. In: ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 39. Houston, USA. *Anais SPWLA*. v. II, FF.

- SNYDER, R. H. M. & WILLIAMS, J. T. 1977. Complex formation resistivity - The forgotten half of the resistivity log. In: ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 8. Houston, USA. *Anais SPWLA*. v. I, BB.
- SOUZA, N. P. R. de. 1992. *Deteção de fraturas no poço usando ferramenta de indução coplanar: modelamento analógico*. Belém. Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 67p. (Tese de Mestrado).
- SOUZA, N. P. R. de. & VERMA, O. P. 1995. Scale-model response of fracture zones to a coplanar induction tool in a borehole. *The Log Analyst*, **36** (5): 49-57.
- THADANI, S. G. & HALL, H. E. Jr. 1981. Propagated geometric factors in induction logging. In: ANNUAL LOGGING SYMPOSIUM, 32. Mexico City, Mexico. *Anais SPWLA*. v. II, AA.
- VIEIRA, A. L. C., 1990. *Modelamento de perfis de indução*. Belém. Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 55p. (Tese de Mestrado).
- WAIT, J. R. 1982. *Geo-Electromagnetism*. Academic Press, Inc. 268p.
- WAIT, J. R. 1984. General formulation of the induction logging problem for concentric layers about the borehole. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **GE-22** (1): 34-42.
- WARD, S. H. & HOHMANN, G. W. 1988. Electromagnetic theory for geophysical applications. In: NABIGHIAN, M. N. (ed.) *Electromagnetic methods in applied geophysics. Theory, 1*. Society of Exploration Geophysics. p. 131-311.
- ZENOR, H. M. & OSHRY, H. I. 1962. Modification of the induction log geometric factor due to propagation. In: ANNUAL MEETING OF SPWLA, 3th. Houston, USA. *Anais SPWLA*. v. II, BB.

A - CAMPOS MAGNÉTICOS

Através das condições de continuidade das componentes tangenciais dos campos elétrico (**E**) e magnético (**H**) nas superfícies que separam dois meios (*Sommerfeld boundary value problem*) e, enfatizando que os potenciais escalares de onda θ e ψ (Potenciais de Debye) associam-se aos modos de polarização magnético (TM) e elétrico (TE) respectivamente, e que ambos, bem como suas componentes normais de “fluxo”, são também contínuos nestas interfaces (Harrington, 1961), as reflexões dentro das camadas (R_{U_n} ou R_{D_m}), denominadas por Rijo (1990) como “impedâncias das interfaces”, são obtidas aplicando recursivamente as relações A.1 e A.2 (Anderson et al., 1986), partindo dos meios mais externos onde não existem reflexões ($R_{U(N+1)} = R_{D(M+1)} = 0$):

$$R_{U(n-1)} = \frac{R_{(n-1)n} + R_{U_n} e^{i2u_n h_n}}{1 + R_{(n-1)n} R_{U_n} e^{i2u_n h_n}} \quad (\text{A.1})$$

e

$$R_{D(n-1)} = \frac{R_{(n-1)n} + R_{D_n} e^{i2u_n d_n}}{1 + R_{(n-1)n} R_{D_n} e^{i2u_n d_n}} \quad (\text{A.2})$$

em que $R_{(n-1)n}$ são os coeficientes de reflexão de Fresnel de $(n-1)$ para a n -ésima camada, também denominados de “impedâncias do meio” por Rijo (1990), sendo obtidos pela relação

$$R_{(n-1)n} = \frac{\alpha_n u_{(n-1)} - \alpha_{(n-1)} u_{(n)}}{\alpha_n u_{(n-1)} + \alpha_{(n-1)} u_{(n)}}, \quad (\text{A.3})$$

em que no modo TM $\alpha_n = i\sigma_n/\omega$ e no modo TE $\alpha_n = 1$.

Apresentaremos, numa formulação recursiva (Anderson et al., 1986), as componentes radiais e axiais de campo magnético, geradas pelos dipolos magnéticos vertical (DMV) e horizontal (DMH) num modelo formado por n interfaces plano-paralelas (Figura 4.1):

A.1 DIPOLO MAGNÉTICO VERTICAL - DMV

A.1.1 Sensor Acima da Fonte

Para $z > 0$ e nas n -ésimas camadas ($0 < z_n < h_n$, $0 < n < N + 1$):

$$H_{nz}^v = \frac{iM_v}{4\pi} \int_0^\infty \left[e^{iu_n z_n} + R_{U_n}^{TE} e^{iu_n(2h_n - z_n)} \right] \frac{1 + R_D^{TE} e^{i2u_0 d_0}}{1 + R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} A_n J_0(k_r r) \frac{k_r^3}{u_0} dk_r, \quad (\text{A.4})$$

$$H_{nr}^v = \frac{M_v}{4\pi} \int_0^\infty \left[e^{iu_n z_n} - R_{U_n}^{TE} e^{iu_n(2h_n - z_n)} \right] \frac{1 + R_D^{TE} e^{i2u_0 d_0}}{1 - R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} A_n J_1(k_r r) u_n \frac{k_r^2}{u_0} dk_r, \quad (\text{A.5})$$

em que A_n é obtido pela seguinte relação recursiva,

$$A_n = A_{(n-1)} e^{iu_{(n-1)} h_{(n-1)}} \frac{1 + R_{U_{(n-1)}}^{TE}}{1 + R_{U_n}^{TE} e^{i2u_0 h_n}}, \quad (\text{A.6})$$

com $A_0 = 1$ para a camada onde o transmissor estiver situado.

A.1.2 Sensor Embaixo da Fonte

Para $z < 0$ e nas n -ésimas camadas ($-d_n < z_n < 0$, $0 < n < M + 1$):

$$H_{nz}^v = \frac{iM_v}{4\pi} \int_0^\infty \left[e^{-iu_n z_n} + R_{D_n}^{TE} e^{iu_n(2d_n + z_n)} \right] \frac{1 + R_U^{TE} e^{i2u_0 h_0}}{1 - R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} B_n J_0(k_r r) \frac{k_r^3}{u_0} dk_r, \quad (\text{A.7})$$

$$H_{nr}^v = -\frac{M_v}{4\pi} \int_0^\infty \left[e^{-iu_n z_n} - R_{D_n}^{TE} e^{iu_n(2d_n + z_n)} \right] \frac{1 + R_U^{TE} e^{i2u_0 h_0}}{1 - R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} B_n J_1(k_r r) u_n \frac{k_r^2}{u_0} dk_r, \quad (\text{A.8})$$

em que B_n é obtido pela seguinte relação recursiva,

$$B_n = B_{(n-1)} e^{iu_{(n-1)} d_{(n-1)}} \frac{1 + R_{D_{(n-1)}}^{TE}}{1 + R_{D_n}^{TE} e^{i2u_0 d_n}}, \quad (\text{A.9})$$

com $B_0 = 1$.

A.2 DIPOLO MAGNÉTICO HORIZONTAL - DMH

A.2.1 Sensor Acima da Fonte

Para $z > 0$ e nas n -ésimas camadas ($0 < z_n < h_n$, $0 < n < N + 1$):

$$H_{nz}^h = \frac{M_h}{4\pi} \sin \phi \int_0^\infty \left[e^{iu_n z_n} + R_{U_n}^{TE} e^{iu_n(2h_n - z_n)} \right] \frac{1 - R_D^{TE} e^{i2u_0 d_0}}{1 - R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} A_n J_1(k_r r) k_r^2 dk_r, \quad (\text{A.10})$$

$$H_{nr}^h = \frac{iM_h}{4\pi} \text{sen } \phi \left\{ \int_0^\infty \left[e^{iu_n z_n} - R_{U_n}^{TE} e^{iu_n(2h_n - z_n)} \right] \frac{1 - R_D^{TE} e^{i2u_0 d_0}}{1 - R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} A_n J_1'(k_r r) u_n dk_r \right. \\ \left. + \frac{k_n^2}{r} \int_0^\infty \left[e^{iu_n z_n} + R_{U_n}^{TM} e^{iu_n(2h_n - z_n)} \right] \frac{1 + R_D^{TM} e^{i2u_0 d_0}}{1 - R_U^{TM} R_D^{TM} e^{i2u_0 H}} C_n J_1(k_r r) \frac{1}{u_0} dk_r \right\}, \quad (\text{A.11})$$

em que C_n é obtido pela seguinte relação recursiva,

$$C_n = \frac{\epsilon_{n-1}}{\epsilon_n} C_{(n-1)} e^{iu_{(n-1)} h_{(n-1)}} \frac{1 + R_{U(n-1)}^{TM}}{1 + R_{U_n}^{TM} e^{i2u_n h_n}}, \quad (\text{A.12})$$

com $C_0 = 1$.

A.2.2 Sensor Embaixo da Fonte

Para $z < 0$ e nas n -ésimas camadas ($-d_n < z_n < 0$, $0 < n < M + 1$):

$$H_{nz}^h = -\frac{M_h}{4\pi} \text{sen } \phi \int_0^\infty \left[e^{-iu_n z_n} + R_{D_n}^{TE} e^{iu_n(2d_n + z_n)} \right] \frac{1 - R_U^{TE} e^{i2u_0 h_0}}{1 - R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} B_n J_1(k_r r) k_r^2 dk_r, \quad (\text{A.13})$$

$$H_{nr}^h = \frac{iM_h}{4\pi} \text{sen } \phi \left\{ \int_0^\infty \left[e^{-iu_n z_n} - R_{D_n}^{TE} e^{iu_n(2d_n + z_n)} \right] \frac{1 - R_U^{TE} e^{i2u_0 d_0}}{1 - R_U^{TE} R_D^{TE} e^{i2u_0 H}} B_n J_1'(k_r r) u_n dk_r \right. \\ \left. + \frac{k_n^2}{r} \int_0^\infty \left[e^{-iu_n z_n} + R_{D_n}^{TM} e^{iu_n(2d_n + z_n)} \right] \frac{1 + R_U^{TM} e^{i2u_0 d_0}}{1 - R_U^{TM} R_D^{TM} e^{i2u_0 H}} d_n J_1(k_r r) \frac{1}{u_0} dk_r \right\}, \quad (\text{A.14})$$

em que D_n é obtido pela seguinte relação recursiva,

$$D_n = \frac{\epsilon_{n-1}}{\epsilon_n} D_{(n-1)} e^{iu_{(n-1)} d_{(n-1)}} \frac{1 + R_{D(n-1)}^{TM}}{1 + R_{D_n}^{TM} e^{i2u_n d_n}}, \quad (\text{A.15})$$

com $D_0 = 1$.