



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

ALYNE MARIA ROSA DE ARAÚJO DIAS

O VER-COMO WITTGENSTEINIANO NO ENSINO DE FÍSICA: um enfoque sobre o
uso da linguagem matemática pelo professor formador

BELÉM-PA

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M332v MARIA ROSA DE ARAÚJO DIAS, ALYNE.
O VER-COMO WITTGENSTEINIANO NO ENSINO DE FÍSICA: um enfoque sobre o uso da linguagem matemática pelo professor formador / ALYNE MARIA ROSA DE ARAÚJO DIAS. — 2023.
159 f. : il.

Orientador(a): Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves
Coorientador(a): Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2023.

1. Linguagem Matemática. 2. Ensino de Física. 3. Wittgenstein. 4. Ver-como. I. Título.

CDD 371.102

ALYNE MARIA ROSA DE ARAÚJO DIAS

O VER-COMO WITTGENSTEINIANO NO ENSINO DE FÍSICA: um enfoque sobre o
uso da linguagem matemática pelo professor formador

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas.

Orientador: Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves;
Prof. Dra. Marisa Rosâni de Abreu Silveira
(*in memoriam*)
Coorientador: Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves (Orientador) (UFPA)

Prof. Dr. Paulo Vilhena da Silva (presidente da banca - Coorientador) (UFPA)

Prof. Dr. Henrique César da Silva (membro externo - UFSC)

Prof. Dr. Valdomiro Pinheiro Teixeira Júnior (membro externo - UNIFESSPA)

Prof. Dr. João Claudio Brandemberg Quaresma (membro interno - UFPA)

Prof. Dr. Marcos Guilherme Moura Silva (membro interno - UFPA)

BELÉM-PA

2023

Dedico esta Tese aos meus pais (*in memoriam*):

João Araújo e Ione Rosa

AGRADECIMENTOS

Agradeço,

À Deus por me manter firme no desafio que me foi confiado nestes quatro anos de estudos.

A meus pais (*in memorian*), que sempre se dispuseram em alçar, junto comigo meus sonhos e que mesmo não estando no plano terrestre, deixaram a mim, lições que me direcionam em fazer o melhor.

A meu esposo, filhos e irmã que tiveram a compreensão das minhas ausências durante esse percurso acadêmico.

À professora (*in memorian*), Marisa Rosâni Abreu da Silveira por me abraçar no início desta jornada e deixar seu legado a cada um de seus orientandos.

Ao professor Tadeu Oliver Gonçalves, por me aceitar, enquanto orientanda, na ausência da professora Marisa.

Ao professor Paulo Vilhena por aceitar o desafio de me coorientar e que fez seu papel com excelência.

Aos colegas do Grupo de Estudos e Pesquisa em Linguagem Matemática (GELIM), por compartilhar conhecimentos e serem incansáveis a cada encontro online e/ou presencial contribuindo significativamente no desenvolvimento desta pesquisa.

Às amigas Lígia Françoise e Antônia Margarete por me incentivarem a voltar à pós-graduação após tantos anos e por fazer a correção gramatical dos meus textos.

À amiga (*in memorian*) Raquel, que foi companheira nos estudos nos primeiros semestres do curso e que deixou sua luz e força de vontade como lição a seguir.

RESUMO

Esta investigação aborda a Linguagem Matemática no ensino de Física como tema de pesquisa sob a luz da segunda filosofia de Ludwig Wittgenstein. Nosso objetivo consiste em compreender como o professor formador concebe e faz uso da Matemática em sua atividade de ensino na licenciatura em Física. E a partir das percepções desses professores formadores, discutir a relevância do conceito *ver-come* wittgensteiniano. Assim, apresentamos brevemente a inserção da Matemática nas ciências físicas, a partir de um contexto histórico, epistemológico e educacional com olhar sob a formação e as pesquisas. Trazemos as aproximações da filosofia de Wittgenstein e de Thomas Kuhn, com foco na Matemática enquanto linguagem da Física. Esta pesquisa possui abordagem qualitativa, cujo *corpus* foi construído a partir das coletas de dados de observações e entrevista semiestruturada com os professores. Para análise dos dados utilizamos a Análise Textual Discursiva (ATD) e diante do processo de categorização, as falas dos professores evidenciam que dois dos três professores conduzem suas ações conforme as concepções referenciais¹ de linguagem, mas também que um terceiro professor, apesar de ter concepção referencial da Matemática no ensino de Física, faz reflexões sobre a importância desta relação durante suas ações e conduz suas aulas conectando a Matemática à Física, significando-a, característica que se aproxima mais de uma perspectiva voltada ao pragmatismo wittgensteiniano. Nesse diálogo entre como os professores concebem a Matemática e como fazem uso no ensino da Física, percebemos que suas concepções estão envoltas de saberes implícitos na formação e advindos da experiência. Nesse sentido apontamos como desdobramento desses modos de ver a Matemática, a aplicação do conceito *ver-come* wittgensteiniano enquanto uma habilidade que pode ser adquirida durante a formação inicial do professor, em que o professor passa a compreender que é preciso significá-la no contexto da Física. Deste modo, essa investigação pode contribuir com o processo de formação do professor de Física, bem como, com as pesquisas que versam sobre a filosofia da linguagem de Wittgenstein na Educação de Ciências e Matemática.

Palavras-chave: Linguagem Matemática; Ensino de Física; Wittgenstein; Ver-come.

¹ Entende-se por concepção referencial de linguagem, a partir da segunda filosofia de Wittgenstein, o uso exclusivo da linguagem para comparar nome a objeto, como fundamento último, desconsiderando seus demais usos.

ABSTRACT

This investigation addresses Mathematical Language in Physics teaching as a research topic in the light of Ludwig Wittgenstein's second philosophy. Our objective is to understand how the teacher trainer conceives and uses mathematical language in his teaching activity in Physics. And from the perceptions of the teacher trainers, it discusses the relevance of the *seeing-as* Wittgenstein's concept. Thus, we present a brief history of the insertion of Mathematics in the physical sciences, from a historical, epistemological and educational context looking at training and research, we bring approximations of Wittgenstein's and Thomas Kuhn's philosophy, focusing on Mathematics as a language of Physics. This research has a qualitative approach and its corpus was built from data collection through observations and semi-structured interview with the teachers. For the data analysis we used the Discursive Textual Analysis (DTA) and before the categorization process, the teachers' speeches evidence that two of the three teachers lead their actions according to referential conceptions of language, but also that a third teacher, despite having a referential conception of Mathematics on the Physics teaching, reflects on the importance of this relation during his actions and teaches connecting Mathematics to Physics, meaning it, a characteristic that approaches more from a perspective focused on Wittgenstein's pragmatism. On this dialogue how the teachers understand Mathematics and how they use it in the teaching of Physics. we realize that their conceptions are surrounded by implicit knowledge in training and results from their experience. In that regard we point out as a deployment of these ways to see Mathematics, the application of Wittgenstein's *seeing-as* concept as a skill that can be acquired during the initial teacher training, when the teacher understands that it is necessary to mean it on the Physics context. Thereby, this investigation can contribute to the training of the Physics teacher, as well as, with the researches that deal with Wittgenstein's philosophy of language of Science Education and Mathematics

Keywords: Mathematical Language; Physics Teaching; Wittgenstein; Seeing-as.

SUMÁRIO

CONTEXTO FORMATIVO: memorial	11
INTRODUÇÃO	15
CAPÍTULO 1 A motivação e os caminhos percorridos na pesquisa	21
1.1 MOTIVAÇÕES	21
1.2 O TIPO DE ABORDAGEM DA PESQUISA.....	22
1.3 HIPÓTESE E PROBLEMA CIENTÍFICO	23
1.4 TEMA DE PESQUISA E TESE.....	23
1.5 OBJETIVOS.....	23
1.6 O LÓCUS E OS COLABORADORES DA PESQUISA	24
1.7 OS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS.....	25
1.8 A DISCUSSÃO DOS DADOS POR MEIO DA ATD	25
1.9 REVISÃO DE LITERATURA	27
CAPÍTULO 2 A inserção da Matemática nas ciências físicas sob uma perspectiva histórico-epistemológica e educacional	33
2.1 UMA BREVE CONSTRUÇÃO HISTÓRICA-EPISTEMOLÓGICA.....	33
2.2 A MATEMÁTICA NO CONTEXTO EDUCACIONAL: da formação às pesquisas	38
CAPÍTULO 3 Linguagem e mundo em Wittgenstein e Kuhn: a Matemática como linguagem da Física	53
3.1 AS CONTRIBUIÇÕES DE WITTGENSTEIN NA FILOSOFIA DA CIÊNCIA.....	61
3.2 A MATEMÁTICA COMO LINGUAGEM CONSTITUINTE DA FÍSICA NUMA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA	69
CAPÍTULO 4 <i>Ver como</i> : um modo de ver a Matemática no ensino de Física numa perspectiva wittgensteiniana.....	80
4.1 A APLICAÇÃO DO <i>VER COMO</i> WITTGENSTEINIANO NA RELAÇÃO MATEMÁTICA E FÍSICA.....	85
CAPÍTULO 5 Descrição, interpretação e discussão dos dados	96
5.1 CONCEPÇÕES.....	100
a. Ciência pura/exata.....	103
b. Instrumento / Ferramentas.....	105
c. Pré-requisito/ base	107
d. Linguagem	110
5.2 USOS.....	113

e. Uso da matemática em sua formação docente	113
f. O uso da Matemática no fazer docente.....	117
5.3 SABERES.....	126
g. Saberes implícitos na formação	127
h. Saberes experienciais	129
Considerações finais	133
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	139
APÊNDICE A - ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA	146
APÊNDICE B - PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP	147
ANEXO A - QUADROS COM RECORTES DAS FALAS DOS PROFESSORES OBSERVADOS E ENTREVISTADOS	152

CONTEXTO FORMATIVO: memorial

Desde cedo estava sendo construído em mim, o ser professora. Estas experiências iniciais surgiram por volta de 12 anos de idade quando minha mãe, no exercício da profissão docente, envolvia-me em seus afazeres. Momento em que experienciei, o preenchimento de cadernetas de frequência e o lançamento das notas dos alunos. E na vida estudantil, buscava sempre auxiliar aos colegas que tinham mais dificuldades em Matemática, explicando os assuntos ou auxiliando na resolução de exercícios.

Ao atingir o último ano do fundamental maior e em seguida o ensino médio, fazia reforço escolar com adolescentes nas disciplinas de Matemática, Química e Física, e estas aulas perduraram, paralelamente, com minha formação inicial, na licenciatura em Matemática, em 2000. Nesses ensaios docentes, minha preocupação residia em como ensinar a Matemática de modo que os alunos a compreendessem os problemas de Física e de Química.

Ingressei na licenciatura plena em Matemática em 2000. Durante minha formação inicial as disciplinas específicas eram dissociadas das disciplinas ditas pedagógicas, com exceção de algumas disciplinas que direcionaram nossa reflexão para o fazer docente voltados para o ensino de Matemática. Esse momento se deu no final dos quatro anos de graduação.

Nas disciplinas específicas, a ênfase era dada em aprender a demonstrar teoremas. Ou seja, tratava-se de aprender, essencialmente, as regras matemáticas com foco na formação de pesquisador (bacharel), enquanto as disciplinas pedagógicas buscavam trazer reflexões sobre o fazer docente. Nestas últimas, as discussões eram fundamentadas em perspectivas de ensino que centravam sua atenção nos aspectos cognitivos dos alunos. Nessa perspectiva, os alunos seriam os principais responsáveis por seu aprendizado; e foi esta base de formação que levei às aulas de reforço e à sala de aula no Ensino Superior, nível no qual tive, efetivamente, a primeira experiência de sala de aula.

Recém formada na graduação, pude ter minha primeira experiência em sala de aula e estas se deram na Universidade Federal do Pará. Deparei-me com cursos que utilizavam a linguagem matemática para explicar alguns de seus conceitos. Um dos cursos foi o de engenharia elétrica ao falar de circuito elétrico; o bacharelado em

farmácia ao abordar o crescimento de bactérias em um dado intervalo de tempo, entre outros. Nessas aulas, o trabalho consistia em trazer relações da Matemática com o assunto específico do curso, estabelecendo analogias entre essas áreas de conhecimento e a Matemática ali apresentada, embora naquele momento não estava consolidado o conhecimento acerca da questão da significação, pois somente com os estudos proporcionados por esse trabalho de pesquisa é que foi possível estabelecer concretamente a relação entre a matemática e os diversos contextos na qual ela pode ser aplicada.

Concomitantemente a essa experiência, cursei uma especialização voltada para o ensino de Ciências e Matemáticas, com ênfase no ensino básico e pude, dentre outras, estudar uma disciplina denominada Modelagem Matemática e por meio dela, refletir sobre minhas ações docentes no ensino superior, visto que, os cursos que eu ensinava a Matemática precisava que os alunos compreendessem sua aplicação.

Neste mesmo período, ingressei no mestrado e as inquietações em relação à condução da Matemática e suas aplicabilidades permaneceram e tornaram-se fruto de investigação da pesquisa. Aliando essa inquietação e o aprendizado da Modelagem Matemática, buscamos investigar o uso da modelagem matemática enquanto estratégia de ensino de modo que ela pudesse contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia. Assim trilhamos o caminho da investigação e a pesquisa ganhou o título *Modelagem Matemática nas Aulas de Cálculo: Uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia* (Araújo, 2008).

Escolhemos, então, investigar minha própria sala de aula com olhar no aprendizado discente. Durante o processo de pesquisa, tínhamos como objetivo mostrar como seria a construção da aprendizagem de modelos matemáticos que explicassem fenômenos físicos ou químicos.

Selecionamos situações problemas que já eram, na nossa visão, conhecidos pelos alunos e acreditávamos que eles conseguiriam elaborar modelos matemáticos que representavam aquele fenômeno físico ou químico. Propomos assim, que eles descrevessem tais modelos, a partir de conhecimentos adquiridos no ensino médio, porém nossas expectativas não foram atingidas. Os dados coletados mostraram que os alunos não conseguiam, sem a explicação do professor, conectar os conhecimentos da Física e da Química adquiridos em séries anteriores com os conhecimentos necessários à elaboração dos modelos matemáticos. As descrições

dos alunos, geraram ainda mais inquietações em relação às nossas ações. Assim, foi preciso mostrá-los, estabelecer elos desses conhecimentos matemáticos já adquiridos em momentos anteriores com os conhecimentos da Física e da Química, ao mesmo tempo que foram inseridos novos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral desta disciplina. Naquele momento não percebia, mas estes registros mostravam que aprender as regras matemáticas anterior aos conhecimentos da Física e da Química não eram suficientes para o aluno aplicá-la.

Após essa experiência no Ensino Superior e concluído o mestrado, minhas ações docentes foram se ampliando em diversos níveis e modalidades de ensino. Em cada uma dessas ações, seja no ensino fundamental maior regular, seja na licenciatura em Matemática modalidade à distância ou enquanto professora formadora no curso de capacitação para professores da educação infantil, permanecia a inquietação quanto à comunicação da linguagem matemática em cada nível e contexto de ensino.

Passados sete anos longe das pesquisas acadêmicas, mas com a experiência em diversos níveis de ensino, continuei a refletir acerca da minha ação docente, em especial sobre o uso da Matemática em diversas áreas do conhecimento, porém necessitando avançar quanto as percepções que envolvem o seu aspecto pragmático, ou seja, em relação ao uso da matemática em seus diversos contextos de aplicação.

E por ocasião do início da minha atuação docente nos cursos integrados em nível médio e na licenciatura em Física, durante o momento reservado para o planejamento, foi apresentada a proposta dos cursos técnico integrado e tecnológicos e lançado o desafio de relacionar a Matemática a cada exigência dos cursos profissionalizante e tecnológico. Uma delas estava em relacionar a matemática no curso técnico integrado de edificações ou então, mostrar que matemática explicava alguns fenômenos físicos.

Essa correlação representava, ao meu ver, peça chave da atividade de ensino e do processo de aprendizagem. Contudo, foram os posicionamentos dos professores da licenciatura em Física, curso em que também ensinava disciplinas de Matemática, que me inquietou, pois em meio a diálogos pelos corredores da instituição, alguns desses professores desabafavam sobre suas preocupações com o não-aprendizado dos alunos de Física. Tais narrativas eram carregadas de convicções de que o não aprendizado de Física tinha como causa a falta de 'base' matemática; também escutava chavões do tipo, "os alunos não aprendem Física porque não sabem

Matemática” ou então, “já deveriam saber Matemática para depois aprender Física”. Direcionando minhas inquietações a esses relatos, passei a me interessar pela possibilidade de observar o modo como os professores formadores de Física pensam sobre o papel da Matemática no ensino da Física.

Mais recentemente, tentando compreender o porquê desses relatos, tão pertinentes, descritos pelos professores de Física, busquei encontrar uma linha de pesquisa que retratasse as práticas docentes e que pudesse esclarecer esses modos de relacionar a Matemática e a Física. Assim, durante a seleção do doutorado em educação em Ciências e Matemáticas, por meio da leitura de uma obra que versa sobre linguagem matemática numa perspectiva de uso, chamou-me atenção o modo como a Matemática é compreendida, num texto de Gottschalk (2018) com título: *A atividade matemática escolar como introdução de paradigmas na linguagem*, quando já no resumo ela nos apresenta a ideia pragmática da linguagem, em que “parte do pressuposto de que o uso que fazemos de nossos enunciados matemáticos é de natureza diferente das hipóteses das ciências naturais”. E a partir desse conhecimento teórico, adentro ao doutorado com essa inquietação em relação ao uso da linguagem matemática em seus diversos contextos de aplicação, principalmente em relação ao ensino da Física, já que desde minhas iniciais experiências com aulas de reforço percebia a dificuldade dos alunos na compreensão dessa disciplina, especificamente quando precisavam da Matemática para compreender seus significados, de modo que os alunos justificavam a não compreensão em Física devido ao não entendimento da Matemática, justificativa reforçada nas falas dos professores da licenciatura em Física durante as conversas informais já comentadas anteriormente neste tópico. Porém, uma reflexão mais aprofundada sobre o papel que a Matemática desempenha no contexto das ciências naturais só foi possível quando adentro ao doutorado e começo a participação no grupo de pesquisa que discute a linguagem matemática e práticas docentes.

Assim, em meio às discussões e reflexões sobre a linguagem numa perspectiva da segunda filosofia de Wittgenstein durante a participação no grupo de pesquisa de linguagem matemática do doutorado - GELIM, conduzido pela professora Marisa Abreu e atualmente pelo professor Paulo Vilhena e por meio de leituras sugeridas por eles, traçamos uma pesquisa que visa observar a linguagem matemática no ensino da Física, contexto este no qual atuo atualmente como docente.

INTRODUÇÃO

A linguagem é um labirinto de caminhos.
(Wittgenstein, IF. § 203)

Anterior ao surgimento da filosofia, os fenômenos naturais tiveram sua base explicativa através da mitologia grega. Suas explicações eram divinas, em que os deuses eram denominados a partir dos elementos naturais: Hefesto, deus do fogo; Poseidon, deus da água; Apolo, deus do Sol, dentre outros.

Posteriormente a mitologia, já não dava mais conta de explicar os fenômenos naturais, assim a filosofia natural, buscou explicações para os fenômenos por meio de observações naturais e relacionava a causa ao efeito dos fenômenos, em um processo chamado de racionalização do mundo, deixando de lado as explicações por meio dos recursos mitológicos. Dentre as teorias da filosofia natural estava o atomismo grego que explicava que o Universo era formado por átomos e o vácuo.

Uma corrente desta filosofia natural que ascende e predomina da Antiguidade à Idade Média foi o logicismo de Aristóteles. Para ele, os números seriam os elementos que harmonizam a natureza, a própria essência e explicação da natureza, garantindo a veracidade do pensamento teórico. Outra influência filosófica se dá com Arquimedes que utiliza a geometria e a aritmética para descrever os fenômenos. Tais explicações se davam de modo qualitativo.

Em meio a essa construção histórica, epistemológica e filosófica, destacamos o crescimento da Física, enquanto ciência que se preocupa em entender os fenômenos naturais. Há uma mudança das explicações dos fenômenos físicos de maneira qualitativa para quantitativa e a necessidade de expressá-la por meio de uma linguagem universal e esta seria a Matemática. Dentre diversos estudiosos destaca-se o físico, matemático e filósofo Isaac Newton.

E mais recentemente, outro filósofo e físico que tem a preocupação em compreender a ciência física é Thomas Kuhn. Ele ganha destaque nesse processo de constituição da Física enquanto ciência e disciplina e traz a linguagem científica um processo que se designa por ciência normal, em que uma comunidade estabelece regras padrões a serem seguidas, chamadas de paradigmas.

Ao repensar sobre como a ciência física poderia ser estruturada, Kuhn traz uma mudança em alguns conceitos existentes e coloca a linguagem no centro do conhecimento científico e substitui o conceito de paradigma pelo conceito de matriz

disciplinar, de modo que essa matriz é composta por elementos que orientam o uso da física relacionada à linguagem matemática. Os elementos são: generalizações simbólicas, exemplares e modelos. Nesta reestruturação conceitual, há uma preocupação com a formação inicial do físico.

Antes do século XIX as ciências eram ensinadas de maneira entrelaçadas, especialmente a física, biologia, química, matemática. Ou seja, não eram conhecimentos ensinados separadamente. Porém, a formação de profissionais para exercer atividades em sala de aula em disciplinas científicas se deu por meio de cursos secundários, os quais eram profissionais leigos formados em medicina, engenharia (Pacca; Villani, 2018). Foi através de campanhas de difusão do aperfeiçoamento do profissional adequado a atuar nos níveis de ensino básico e com o avanço tecnológico presente na década de 1957 na União Soviética (Pacca; Villani, 2018) que cursos foram implantados e formaram-se profissionais mais adequados a lecionar disciplinas científicas. Criam-se projetos que viabilizassem o ensino de Física, como projeto Physical Science Study Committee (PSSC), bastante conceitual, com base nos modelos físicos que eram descritos pelo formalismo matemático, além do que continha guias para os professores utilizarem experimentos. Tal projeto foi abandonado pelos professores, pois não tinham formação adequada para utilizá-los. Surge, outro projeto chamado Projeto Ensino de Física que tem o foco mais na relação Física e Matemática: “O PEF, também bastante conceitual, procurava mostrar mais explicitamente a relação dos conceitos com a matemática que os representava e buscava torná-los operacionais para resolver problemas” (Pacca; Villani, 2018, p 59), mas nenhum projeto teve êxito, já que as aulas continuavam da mesma maneira.

Com a necessidade da profissionalização e concomitantemente dos cursos de formação, a Física tornou-se disciplina e foi levada para o contexto escolar como possibilidade de compreensão dos fenômenos físicos. Disciplina, como Instrumentalização do Ensino da Física, foram implantadas para tentar viabilizar o ensino de Física. Nesse processo, a Matemática seria a ciência e a disciplina que daria base para a compreensão dos conhecimentos físicos. Este processo de transformar as leis físicas em regras matemáticas é conceituado por diversos autores como *matematização* (Almeida; Silva, 2015; Silva, 2018; Vargas, 1996).

Neste contexto, a relação da Física com a Matemática tornou-se um laço inseparável, já que a Matemática pôde fazer essa leitura do mundo por meio de seus símbolos. As generalizações simbólicas sendo as regras matemáticas que podem ser

aplicadas a vários contextos, os exemplares seriam tais aplicações e os modelos a representação simbólica dessas aplicações.

Nos cursos de licenciatura em Física a Matemática é ensinada através de disciplinas específicas, como Cálculo e Álgebra; já as disciplinas de Física que se explicam por meio da Matemática, são ensinadas, na maioria das vezes, acreditando-se que essas disciplinas específicas são suficientes para que os alunos já saibam como perceber nos conteúdos de Física, a Matemática ali contida, qualificando-a como pré-requisito. Não há disciplinas durante a formação inicial do professor de Física que traga uma discussão sobre esta relação, tendo como consequência, profissionais de Física que não conseguem definir qual seria o papel da matematização na Física e no seu ensino e acabam por fazer mau uso da Matemática, como mostram Mendes e Batista (2016).

Essa separação da Matemática e da Física no currículo de licenciatura em Física e a não compreensão do papel que a Matemática exerce na Física e no seu ensino abre espaço para apontarmos um novo modo de ver esta relação e como ela é vista pelos professores de Física. No entanto, destacamos que: o modo como são ensinadas as disciplinas de Física sofreu influência das perspectivas filosóficas tradicionais, dentre elas, a perspectiva intuicionista que dá ênfase aos processos mentais e que aparecem no ensino por meio da abordagem construtivista, desde meados da década de 80. Nesta abordagem, espera-se que o aluno perceba que a Matemática explicaria o fenômeno em questão e elabore o modelo matemático, enquanto o professor exerce a função de mediador do processo. O construtivismo se divide em perspectivas que orientam as práticas docentes e consequentemente a aprendizagem e vê a Matemática como uma ciência natural, bem como acredita que há nela uma essência, no sentido de que sua função é igual em qualquer contexto. No entanto, veremos por meio da perspectiva wittgensteiniana que esse modo de conceber a matemática é um equívoco.

A perspectiva experimental defende que o conhecimento está no empírico. Assim o ensino deve partir do concreto, do que acontece no mundo e a aprendizagem se dá por meio da observação; já outra perspectiva, a cognitivista, acredita que o significado está na mente, é então por meio da memorização, da intuição que é armazenado todo conhecimento; e, por último, o antropológico, crer que o conhecimento se dá por meio da interação social, que na troca de conhecimento é que se aprende.

Assim, a explicação da Física por meio da Matemática deve ser construída pelo aluno, quando este se depara com um processo experimental (no experimento já consta a Matemática do fenômeno) e o aluno deve perceber isto; ou quando se acredita que já deve estar guardado na mente do aluno qual Matemática deve ser utilizada na constituição de um conceito físico; ou então, por meio da interação entre os alunos, que consigam perceber como se dá tal relação.

A partir desses modos de conceber a Matemática no ensino, pesquisas apontam para perspectivas que trazem a relação dela com a Física. Ela é vista de várias formas. Na pesquisa de Ataíde e Greca (2013) que apontam a Matemática como esqueleto que sustenta a Física, Pietrocola (2002) como estrutura do conhecimento científico; Mannrich (2014) como linguagem estruturante no ensino de Física, entre outros. Não há assim, um consenso de qual papel a Matemática desempenharia na Física e em seu ensino, pois cada abordagem está subsidiada por corrente filosófica e epistemológica diferente.

A falta de uma resposta definitiva para esta relação bem como para o papel que a Matemática desempenha na Física e no ensino da Física tem aberto caminhos para mais discussões e surgimento de pesquisas que versam sobre este assunto. Mais recentemente, encontramos a pesquisa de Savietto (2015) que se preocupa em compreender esta relação por meio de uma perspectiva filosófica que se diferencia das perspectivas construtivistas: a perspectiva pragmática wittgensteiniana. Nesta perspectiva, a linguagem não possui uma ligação direta com o mundo, não uma essência, mas ganha significado no contexto ao qual está sendo aplicado.

Nessa perspectiva filosófica, a Matemática é uma das linguagens que constitui o conhecimento físico e que seu papel não está em estruturar a Física, nem ser a base do conhecimento físico, mas busca dar significado aos conceitos físicos a partir do seu uso.

Em razão do pouquíssimo número de pesquisas que olham para esta perspectiva pragmática da relação entre Física e Matemática, foi necessário ir em busca de literaturas que versam sobre educação matemática, que voltam suas discussões para a Matemática subsidiada por essa filosofia wittgensteiniana. Assim, as leituras bases para a compreensão do modo que a Matemática é utilizada no ensino da Física foram as literaturas à luz da filosofia do segundo Ludwig Wittgenstein. Dentre as literaturas que versam sobre esta filosofia, damos destaque às obras de Cristiane Gottschalk (2004, 2008, 2012), que voltou seus estudos e escritos, à compreensão da

Matemática segundo Wittgenstein.

Para Gottschalk (2008), muitas das confusões conceituais que acontecem no âmbito educacional estão relacionadas à má compreensão do uso da linguagem, e especificamente, a crença de que existe uma essência no uso da Matemática. Para ela, a linguagem quando colocada em segundo plano tem a função de meio de comunicação, mas quando colocada em primeiro plano, passa a ser constituinte do processo, pois a compreensão do significado está no uso que fazemos dela, na própria linguagem e não na experiência, ou na mente ou ainda num consenso entre membros de um grupo, como defendem os que aderem ao construtivismo. Porém, documentos que norteiam o ensino estão subsidiados por essa abordagem construtivista e estas são levadas às formações de professores e se reflete em suas ações docentes.

Mediante esta problemática do uso que se faz da Matemática no ensino de Física, nosso objetivo nesta Tese é compreender os modos de ver que amparam o discurso do professor quando faz uso da linguagem matemática na formação de professores de Física, mostrando como o professor faz uso da linguagem matemática em sua atividade de ensino, apresentando concepções de linguagem que amparam esses modos de ver nas práticas do professor formador de novos professores de Física e a partir destes, discutir a relevância do *ver como*, dado por Wittgenstein, enquanto desdobramento, a partir das práticas dos professores.

O interesse por esse tema tem motivação desde minhas primeiras experiências em sala de aula (2005) no ensino superior, quando utilizava estratégias de ensino que motivassem os alunos a compreender o Cálculo ou a Álgebra ali presentes. Esta experiência, aconteceu paralelamente a formação continuada em Educação em Ciências e Matemática (especialização 2005 e mestrado 2006 a 2008), na qual foram apresentadas e discutidas possibilidades de ensinar e aprender Matemática, na utilização de estratégias de ensino, dentre elas, a Modelagem Matemática.

Estas discussões direcionaram minha proposta de pesquisa para o mestrado e nele, utilizando de minha própria prática no ensino superior, busquei investigar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino para aprendizagem de Cálculo e durante essa investigação apresentei aos alunos situações-problemas de Física para que eles descrevem que Matemática estava contida ali, a partir de conhecimentos estudados em disciplinas e níveis de ensino anteriores. Contudo, percebi que os alunos não conseguiam conectar e descrever a Matemática contida nestes problemas e foi preciso mostrá-los. Isto, inquietou-me. Porém, foi mais recentemente, em

experiências no curso de licenciatura em Física (2012), por meio das falas dos professores de Física em conversas informais nos corredores da Instituição, que passei a refletir sobre: que papel a Matemática desempenha na Física? Já que estes professores relatam que o não aprendizado de Física é devido a não saber matemática.

Voltando aos estudos a nível doutoral (2020) e tendo discussões no grupo de estudos e pesquisa sobre linguagem matemática, conheci um novo modo de ver a Matemática, na qual ela não é concebida como uma essência, mas como uma linguagem que possui multiplicidade de usos de acordo com o contexto no qual está sendo usada e delas, convergimos para o tema de pesquisa: A linguagem matemática no ensino da Física.

Diante dessas inquietações, apresentamos o trabalho descrito da seguinte maneira: no primeiro capítulo trazemos as motivações que nos levaram a desenvolver esta pesquisa e os caminhos metodológicos apresentando a hipótese de pesquisa, bem como nossa tese, objetivos e seu ineditismo. No segundo capítulo, temos uma breve história de como a Matemática se inseriu nas ciências físicas; no terceiro capítulo, trazemos a filosofia da linguagem de Wittgenstein e sua influência na filosofia da ciência de Kuhn, bem como o que dizem as literaturas que trazem a relação da Matemática no ensino da Física e esta relação numa perspectiva wittgensteiniana. No quarto capítulo, apresentamos um modo de ver a Matemática no ensino da Física, apontando para a aplicação do conceito *ver como* de Wittgenstein como uma habilidade docente, sendo que esta pode possibilitar uma melhor compreensão dos conceitos físicos quando se utilizam a linguagem matemática. No quinto capítulo, descrevemos nossa pesquisa de campo, juntamente com nossa interpretação e discussão dos resultados alcançados sob a luz da filosofia de Wittgenstein, ao mesmo tempo que buscamos fazer uma aproximação de teorias voltadas para os saberes docentes numa interpretação wittgensteiniana. Por último, trazemos nossas considerações finais com reflexões sobre o uso da linguagem matemática no contexto do ensino da Física a partir das informações que coletamos com base no subsídio filosófico wittgensteiniano.

CAPÍTULO 1 A motivação e os caminhos percorridos na pesquisa

1.1 MOTIVAÇÕES

A Matemática tão presente em diversos contextos também é tida como uma disciplina responsável pelo fracasso escolar bem como pelo fracasso em disciplinas que precisam dela para expressar seus conceitos, dentre elas, na disciplina de Física.

Em meio aos chavões que enfatizam a dificuldade em aprender a disciplina de Física por conta do não aprendizado da Matemática, encontramos nas pesquisas voltadas a Educação em Ciências e Matemáticas, que a Matemática é realidade, que as aulas são enfadonhas se não contextualizadas (Leite, 2020), que trazer o contexto para a sala de aula estimula o aprendizado de Matemática e de outras disciplinas que a utilizam para explicar seus conceitos. A partir desse modo de conceber a Matemática acredita-se que as regras matemáticas devem estar sempre vinculadas a uma situação-problema. Por outro lado, quando nos deparamos com disciplinas que precisam da Matemática para dar significado aos seus conceitos, a Física, esta traz em sua proposta curricular de ensino, a Matemática como ferramenta que deve ser utilizada na compreensão dos conceitos (Brasil, 2001).

Estes modos de ver a Matemática, seja em seu ensino ou no ensino da Física estão subsidiados por perspectivas construtivistas de ensino, pois esperam que o aluno veja nas situações-problemas a Matemática ali inserida, ao mesmo tempo que o aluno se torna o centro do processo de ensino e aprendizagem e o professor o mediador (Borré, 2015). Contudo, tais influências que o ensino sofre, dessa abordagem construtivista está amparada por perspectivas filosóficas tradicionais como o intuicionismo (que o aprendizado está na construção mental do aluno), ou antropológica (que o aluno aprende a partir da interação com o meio).

Contudo, leituras de obras que trazem para discussão a natureza do conhecimento matemático a partir de uma perspectiva filosófica wittgensteiniana (Gottschalk, 2004) levou-nos a esta proposta de pesquisa trazendo a linguagem matemática numa perspectiva do uso, desvinculada das perspectivas tradicionais de ensino, no qual não olha para a linguagem com uma relação direta com um objeto, mas procura descrever os usos que são feitos dela em cada situação em que está sendo utilizada.

Além das leituras nesta perspectiva filosófica e visando ainda a inquietação em relação às práticas docentes, unimos a estas, as reflexões e as discussões presentes na disciplina de Formação de Professores no doutorado, com destaque para os conceitos sobre os saberes docentes adquiridos em formação e adquiridos por meio da experiência. E diante dessa base teórica, passamos a olhar para a Matemática no contexto da Física por meio da perspectiva pragmática wittgensteiniana da linguagem, especificamente, sobre como a linguagem matemática é concebida e usada pelo professor formador quando este ensina os conceitos físicos em disciplinas que tem relação com a Matemática. Buscamos também compreender em que momento os professores formadores percebem a importância desta relação entre Matemática e Física.

Tal caminhar se justifica por considerarmos que em cada nível de ensino, em cada disciplina que precisa da linguagem matemática, a sua abordagem deve ser de acordo com seu contexto de aplicação.

1.2 O TIPO DE ABORDAGEM DA PESQUISA

É na perspectiva filosófica de Wittgenstein e suas possibilidades de uso da linguagem no contexto do ensino da Física, que trazemos em nossa investigação uma abordagem qualitativa, que na concepção de Ludke e André (1986, p.13) a pesquisa nessa abordagem “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes”. Assim, não há uma descrição linear dos fatos, mas aspectos que se entrelaçam num contexto que está sempre em movimento.

A pesquisa qualitativa tem como prioridade a descrição, pois o olhar do pesquisador está voltado para um contexto subjetivo e dinâmico, partindo da própria pergunta de pesquisa que já deve possuir características qualitativas e que devem se alinhar aos referenciais teóricos, metodologia e análise de dados.

Pesquisas como as de Garnica (2004) tem essa característica qualitativa e foca suas descrições em relatos de professores, preservando os relatos originais dos professores, característica semelhante à nossa pesquisa, visto que voltamos a olhar para as ações dos professores formadores num contexto de sala de aula da licenciatura em Física. Nestas condições, a pesquisa:

[...] trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Minayo, 2002, p. 21-22).

1.3 HIPÓTESE E PROBLEMA CIENTÍFICO

A investigação proposta neste trabalho não se vincula a uma concepção referencial de linguagem e não tem como intenção buscar uma resposta fechada de pesquisa, no sentido de apresentar uma causa e dela chegar a um efeito como busca a pesquisa causal, do contrário, ela traz uma descrição das concepções e usos da Matemática no ensino da Física e uma hipótese de pesquisa como um dos modos de ver a Matemática no ensino da Física. Assim, a hipótese de pesquisa é: **O professor de Física tem concepções referenciais da Matemática neste contexto, de modo que acredita que exista uma essência no uso durante suas ações docentes.**

Nesta direção buscaremos responder a seguinte pergunta: **Como os professores veem a Matemática no ensino da Física?**

1.4 TEMA DE PESQUISA E TESE

A contribuição desta pesquisa no âmbito educacional, em especial na Educação em Ciências e Matemática, é apresentar aos professores/pesquisadores os modos como os professores, colaboradores da pesquisa, concebem a linguagem matemática e de que modo esses professores formadores fazem uso da linguagem matemática no ensino da Física. Além disso, indicar um novo modo de ver a relação Matemática e Física, por meio da linguagem em seu sentido pragmático, relativizando o uso referencial.

Desse modo, concebemos que nossa proposta de tese de doutoramento tem como tema de estudo/pesquisa: **A linguagem matemática no ensino da Física.**

Nesta perspectiva, reiteramos que a nossa **tese** é de que: o uso da linguagem matemática no ensino de Física na licenciatura, mostra uma abordagem referencial da Matemática neste contexto de aplicação.

1.5 OBJETIVOS

Nosso objetivo geral consiste em compreender os modos de ver que amparam o discurso do professor quando faz uso da linguagem matemática na formação de professores de Física. Trazemos como objetivos específicos:

- 1- Mostrar como o professor faz uso da linguagem matemática em sua atividade de ensino na licenciatura em Física;
- 2- Apresentar concepções de linguagem que amparam esses modos de ver nas práticas do professor formador de novos professores de Física;
- 3- Discutir a relevância do *ver como*, dado por Wittgenstein, enquanto desdobramento, a partir da análise das práticas dos professores

1.6 O LÓCUS E OS COLABORADORES DA PESQUISA

O lócus da pesquisa foi o ambiente da sala de aula da licenciatura em Física do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará – Campus Bragança, que está localizado no nordeste paraense a uma distância de, aproximadamente, 200 km da capital. Este campus existe há 11 anos e está instalado no bairro Vila Sinhá, com oferta de cursos técnico, subsequente, tecnológico, superior em licenciatura e pós-graduação.

O curso de licenciatura em Física, o qual fez parte de nossa pesquisa, teve suas primeiras turmas no campus de Bragança, no ano de 2009. O campus possui modalidade em formato presencial e/ou híbrido, nos três turnos e atualmente conta com seis professores atuantes na licenciatura em Física.

Para a seleção dos professores que fazem parte da pesquisa, utilizamos como critério escolher, professores que lecionam disciplinas que tenham relação direta com a Matemática. E dentre os seis professores presentes no período de investigação, somente três satisfaziam o critério pré-determinado. São professores que possuem formação mínima de licenciatura em Física, exigência legal para atuar na licenciatura.

A pesquisa de campo aconteceu no primeiro semestre de 2022, no formato presencial, em que utilizamos para essa coleta um semestre letivo, que corresponde a 60 h/aula em cada disciplina.

Nesta etapa, convidamos os três professores formadores do curso de Física que estavam atuando com disciplinas que se relacionam com a Matemática conforme o aceite, cada participante recebeu o TCLE (Termo de Consentimento Livre e Esclarecido) de acordo com as indicações do Comitê de Ética em Pesquisa de CAAE n. 53607121.9.0000.0018, número do parecer n. 5.208.447 consentindo a realização da pesquisa de campo, anexo no apêndice B.

1.7 OS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para compreendermos como os professores de Física concebem e fazem uso da linguagem matemática, escolhemos observar durante um período de um semestre letivo as aulas de três professores formadores de Física e em seguida realizamos entrevistas. Utilizou-se diário de campo, gravações em áudio e vídeo para registro durante as observações e uma entrevista feita com os três professores.

A coleta dos dados empíricos aconteceu em dois momentos: primeiro, por meio da observação das aulas dos professores e no segundo momento feita entrevista semiestruturada com os mesmos. Escolhemos esta ordem para que as possíveis respostas na entrevista não influenciassem a condução das aulas.

Durante as observações objetivamos identificar como o professor faz uso da linguagem matemática ao ensinar os conceitos físicos, bem como, qual concepção da Matemática perpassam seus discursos. O pesquisador se fez presente no mesmo ambiente com o professor colaborador da pesquisa, porém interferiu-se o mínimo possível durante as observações das aulas. Ressalta-se que a observação aconteceu em grau participante, já que foi revelado a identidade do pesquisador e o objetivo do estudo desde o início (André; Lüdke, 1986).

A partir das observações, em um segundo momento da pesquisa, foi aplicada uma entrevista semiestruturada com cada professor formador. Trata-se de uma técnica de coleta de dados que coaduna com nossa investigação já que “[...] não há a imposição de uma ordem rígida de questões, o entrevistado discorre sobre o tema proposto com base nas informações que ele detém e que no fundo são a verdadeira razão da entrevista” (André; Lüdke, 1986, p.33). Desse modo, ao mesmo tempo em que o pesquisador interfere minimamente na subjetividade do sujeito entrevistado, também pode fazer adaptações que considerar necessárias.

As perguntas que fizeram parte das entrevistas estão no apêndice A, em forma de roteiro, que teve como objetivo direcionar as intenções em que o professor colaborador da pesquisa, demonstra indícios de como ele vê (ver no sentido wittgensteiniano) a Matemática no ensino da Física; que importância ele atribui a mesma no processo de ensino, assim como dialogar com os dados das observações das aulas do professor e da literatura estudada para essa pesquisa.

1.8 A DISCUSSÃO DOS DADOS POR MEIO DA ATD

Com os dados coletados, consideramos que seria necessário construir o

diálogo entre tais dados e a filosofia que subsidia esta tese. Para tanto, selecionamos como metodologia de análise, a Análise Textual Discursiva (ATD), na qual não tinha como objetivo trazer resultados no sentido causa/ efeito, mas entende que os fatos devem ser descritos como acontece. Assim, os dados coletados se apresentarão por meio dessa dinâmica da interação com os colaboradores e a partir dos conceitos da segunda filosofia de Wittgenstein (1999), em que a cada contexto as palavras possuem seus significados e seus usos.

Diante das falas dos professores envolvidos na pesquisa, procuramos compreender os sentidos expressos por eles acerca das concepções da Matemática em sua prática docente. Assim utilizamos para melhor compreensão e sistematização dos dados, o uso da análise textual discursiva (ATD), visto que esse modo de interpretar os dados não têm a preocupação de encontrar uma resposta, mas mostrar caminhos possíveis, como diz Moraes (2003, p. 191): a ATD “pretende aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga a partir de uma análise rigorosa e criteriosa desse tipo de informação, isto é, não pretende testar hipóteses para comprová-las ou refutá-las ao final da pesquisa; a intenção é a compreensão”.

Por meio da ATD, após a *unitarização* dos dados, que consiste no processo de trazer as falas diretas dos colaboradores da pesquisa, organizamos as informações em categorias. Neste contexto de pesquisa, duas categorias se configuram enquanto *a priori*, que segundo Souza e Galiazzi (2017, p.520) são “categorias de análise assumidas previamente ao estudo do fenômeno cujo trabalho do pesquisador é o de atribuir em qual dessas categorias *a priori* (...) fundamentadas em teorias com as quais já lida ou lidou, cada unidade de significado “se encaixa”². Assim como o diálogo com a filosofia da linguagem de Wittgenstein, durante e após a coleta de dados, nos ajuda a esclarecer as confusões conceituais que estão presentes nas falas do sujeito da pesquisa durante entrevista e nas observações das aulas, visto que

[...] os limites de aplicação de nossos conceitos não são dados *a priori*, pelo contrário, somos nós que vamos inventando regras a serem seguidas quando os colocamos em ação, conforme agimos no interior de nossos jogos de linguagem (Gottschalk, 2015, p. 306).

Assim, consideramos que é no interior dos discursos provenientes das

² Entendamos, aqui nesse contexto de pesquisa, que esses “encaixes” não tem o sentido de moldar os discursos dos professores e colocá-los numa “caixa”, mas que a partir de uma interpretação das falas e compreensão de seus sentidos, agrupamos os discursos por semelhanças, o que a ATD chama de categorias.

entrevistas e nas observações em sala de aula que apresentar-se-ão os indícios das concepções que os professores formadores da Física têm em relação à linguagem matemática.

Além das duas categorias *a priori*, uma terceira categoria emerge em nossos dados. Segundo a ATD, a categoria emergente “reivindica que o pesquisador busque teorias com as quais talvez nem tenha trabalhado para fundamentar as suas categorias. O exercício empírico é que induz o delineamento teórico categorial” (Souza; Galiuzzi, 2017, p.521) e por meio da interpretação tentar compreender que relação se estabelece com as categorias *a priori* no contexto desta pesquisa.

Durante a descrição dos dados fomos interpretando, por meio da ATD, os modos de ver do professor e relacioná-los com os saberes docentes adquiridos em formação e/ou na experiência.

De modo sucinto, esse foi o delineamento desta pesquisa, mas para subsidiar todo este processo investigativo, buscamos entender como algumas pesquisas já vêm trabalhando esta relação Matemática e Física. Desta forma, trazemos a seguir uma revisão de literatura feita no início da escrita desta tese. São obras que têm como suporte a filosofia de Wittgenstein, mas que caminham de modo diferente de nossa proposta.

1.9 REVISÃO DE LITERATURA

Na intenção de constatar a existência de alguma pesquisa que se aproxime da nossa proposta foi feito uma revisão de literatura na base de teses e dissertações da Capes e Google acadêmico utilizando como palavra-chave Wittgenstein com filtro ensino de ciências e matemáticas.

Nessas plataformas, buscamos teses e dissertações que trouxessem a filosofia de Wittgenstein em seu desenvolvimento, voltado para o ensino das ciências naturais. A partir desses filtros e com a leitura de seus resumos constatamos que, os trabalhos voltados para Educação em ciências e matemática totalizavam 59 trabalhos, sendo 20 teses e 39 dissertações. No quadro 01 trazemos uma quantificação distinguindo os trabalhos entre matemática, ciências naturais e trabalhos que enfatizam outras temáticas, mas que trazem Wittgenstein em sua proposta de pesquisa.

Quadro 01: Quantidade de Teses e dissertações

área de conhecimento	Teses	Dissertações	total
matemática	19	31	50
ciências naturais	1	6	7
outras temáticas	—	2	2
total	20	39	59

Destes estudos foi feita a leitura dos resumos de 7 (sete) trabalhos, pois somente estes se relacionam com o tema de minha pesquisa: o ensino de ciências naturais; em que 5 (cinco) tratam do ensino de Física, e desses 5, 4 (quatro) tem a mesma perspectiva filosófica de Wittgenstein e entre os quatro somente uma estabelece a relação entre a Física e a Matemática; os demais trabalhos não se relacionam com a nossa pesquisa. Assim, consideramos necessário fazer outra busca, e utilizamos o Google acadêmico; nele encontramos mais um trabalho que versa sobre o ensino de Ciências na perspectiva wittgensteiniana, porém voltado para ensino da Química, assim não o incluímos na tabela, já que nossa proposta tem um olhar voltado para o ensino da Física a partir da filosofia de Wittgenstein.

Quadro 02: Teses e dissertações selecionadas após filtro no título, palavras-chaves, resumo e sumário

TÍTULO	AUTOR	TÍTULAÇÃO / ANO	INSTITUIÇÃO/ PROGRAMA ANO DE PUBLICAÇÃO	LINK DE ACESSO
Jogos de linguagem e significação em aulas de física no ensino médio	SAVIETTO, NATAN	Dissertação 2015	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA / EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA 2015	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2858608
A necessidade do pensamento filosófico para a compreensão da física: um estudo inspirado em Wittgenstein no contexto da mecânica newtoniana	ROCHA, MARISTELA DO NASCIMENTO	Dissertação 2015	UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO / ENSINO DE CIÊNCIAS (MODALIDADES FÍSICA, QUÍMICA E BIOLOGIA)	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2195506
A responsabilidade da escola na descolonização do conhecimento: encontrando os significados de 'transmissão cultural' e de 'voz do sujeito' para o nosso tempo	ROCHA, MARISTELA DO NASCIMENTO	Tese 2019	UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO / ENSINO DE CIÊNCIAS (MODALIDADES FÍSICA, QUÍMICA E BIOLOGIA)2019	https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9031620
A gramática do conceito físico de energia no contexto escolar de uma perspectiva wittgensteiniana	CARLIN, RAFAEL	Dissertação 2020	UNIVERSIDADE SÃO PAULO / INTERUNIDADES EM ENSINO DE CIÊNCIAS	https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81131/tde-27102020-185209/en.php

O quadro 02 traz uma organização dos trabalhos que abordam o ensino da Física na perspectiva wittgensteiniana em ordem cronológica de publicação. A filtragem foi realizada por meio da análise do título, palavras-chaves, resumo e sumário, obtendo assim, as teses e dissertações.

A dissertação de Savietto (2015) adotou a filosofia de Wittgenstein, compreendendo a Matemática enquanto uma linguagem da Física. Esse estudo traz os conceitos: jogos de linguagem, seguir regras e semelhanças de família presentes nesta filosofia, para compreender a significação no uso da linguagem. Neste caso, o uso da linguagem matemática no ensino da Física com olhar para a linguagem verbal no contexto do Ensino Médio. A pesquisa buscou identificar como e que jogos de linguagem se apresentam nas aulas sobre campo magnético gerado por uma corrente elétrica. Da análise desta observação, identificaram diversos jogos de linguagem entrelaçando a linguagem verbal e matemática na significação do conceito estudado.

Já a dissertação de Rocha (2015) tem por objetivo investigar se a Filosofia pode deixar de ser secundária na compreensão da Física, e nestes estudos encontraram que o pensamento físico está permeado de traços filosóficos. A autora busca o significado de *compreensão* a partir da filosofia wittgensteiniana e por meio da mecânica newtoniana explora as questões metafísicas que ajudam na formação de princípios que dão sentido e que deixam lacunas aos conceitos e por meio de discussão em grupo com professores em formação inicial observou como estes dão significado aos conceitos da mecânica newtoniana e que pressupostos colaboram para o grau de compreensão.

E Rocha (2019) traz em sua tese a proposta terapêutica da linguagem wittgensteiniana em relação ao conceito de *conhecimento*, assim realizou sua pesquisa no contexto do ensino da física, a partir dos textos de Newton e de criações dos cientistas André Assis, Júlio Garavito e Ernest Mach por meio da mecânica newtoniana. Nela, há uma busca de dissolver as confusões em relação ao uso desse conceito, que no contexto educacional é usado de modo dogmático³, porém a análise não foi feita com base nos livros didáticos, mas como Newton usava em suas práticas científicas e como estes três cientistas levavam para seus textos essas teorias newtonianas. Essa autora enfatiza que as tendências de ensino atual são pautadas em concepções pedagógicas progressistas e construtivistas, as quais não priorizam o

³ Adotamos o termo dogmático com mesmo sentido do termo referencial numa perspectiva wittgensteiniana

conhecimento conceitual e teórico. Tece crítica a essas concepções que priorizam a construção de conhecimentos, que demoraram décadas a serem consolidados, por uma aprendizagem pessoal, individualizada. Também que essa questão de centralizar o sujeito, tanto no currículo, como nas práticas de ensino e aprendizagem, geram um conflito entre conhecimento e sujeito, em que o conhecimento é tratado como produto fixo nas práticas de ensino e aprendizagem contradizendo o discurso educacional. Assim realiza uma terapia sobre o conceito de conhecimento da Física.

Rocha (2019) em sua análise identifica os jogos de linguagem utilizados por Newton em sua mecânica clássica na formação dos conceitos e mostra como alguns conceitos da mecânica são usados por ele e por cientistas que tratam da física newtoniana, trazendo suas semelhanças e dissemelhanças. E por fim, sugere a aplicação da terapia wittgensteiniana no contexto da escola, como forma de se desprender do dogmatismo filosófico a partir do qual a educação busca fundamentos últimos para explicar o ensino e a aprendizagem, sugerindo diversos usos filosóficos na constituição do conhecimento científico e escolar, aproximando sujeito e conhecimento, ao invés de tratar o conhecimento como um objeto a ser internalizado ou adquirido pelo sujeito, mas como parte integrante da linguagem do sujeito.

A pesquisa de Carlin (2020) fundamenta-se na epistemologia do uso de Arley Moreno, baseada em Wittgenstein e traz reflexões sobre o papel da linguagem na formação dos conceitos científicos de energia no contexto escolar. Na observação feita em uma turma de ensino médio, o autor identifica que os alunos privilegiam alguns usos do conceito de energia dando significado a estes e desconsideram outros usos. Ao final, o autor enfatiza a importância de exemplos e experimentos para a formação de um conceito de energia subsidiado pela perspectiva wittgensteiniana de linguagem. Carlin (2020) busca mostrar que ainda há uma concepção dogmática no uso desse conceito físico no ensino e propõe uma terapia filosófica wittgensteiniana para esclarecer os usos dogmáticos deste conceito.

Com essa revisão de literatura, constatou-se que não há, nas plataformas utilizadas, pesquisas que trouxessem um olhar sobre o uso da Matemática pelo professor formador no ensino da Física sob a perspectiva filosófica de Wittgenstein. Conforme as teses e dissertações encontradas, apesar de todas trazerem o ensino da Física ou o contexto da Física a partir da perspectiva filosófica de Wittgenstein, o trabalho que mais se aproximou da proposta dessa tese é a dissertação de Savietto (2015), porém não traz o conceito de *ver como*, enquanto conceito central. Além disso

seu contexto de aplicação é o ensino médio e seu olhar é sob os alunos e não os professores formadores na licenciatura em física. Assim, esta revisão de literatura possibilitou vermos nossa intenção de pesquisa como inédita.

Ademais, a pesquisa proposta se justifica por considerarmos importante olhar para o contexto ao qual a linguagem matemática está sendo utilizada, pois a cada contexto ela ganha significado diferente, ao mesmo tempo que acreditamos que a linguagem na sua perspectiva pragmática é importante no processo de formação do professor de Física. Neste sentido, nossa atenção é para o contexto da formação de futuros professores - um olhar panorâmico- de modo que possa perceber esta multiplicidade que perpassa o ensino, em particular, na formação de futuros professores de Física, visto que, é na formação inicial que este constrói parte do fazer docente, momento este em que a comunicação entre sujeitos possibilitará modos de compreender o ensino e a aprendizagem para serem utilizadas nas ações futuras em sala de aula. Nesse ambiente, buscamos refletir como a Matemática é vista no ensino da Física, por meio da concepção que o professor formador da Física tem sobre a linguagem matemática e do uso que ele faz dessa neste contexto de aplicação, considerando a importância da Matemática neste processo formativo.

Pensando nessas colocações, torna-se pertinente, neste contexto de pesquisa, refletir acerca do modo de ver (no sentido wittgensteiniano) o uso da linguagem matemática na atividade de ensino do professor formador da Física.

CAPÍTULO 2 A inserção da Matemática nas ciências físicas sob uma perspectiva histórico-epistemológica e educacional

A constituição da Física, como conhecemos hoje, se deu a partir de observações e experimentações da natureza, explicadas inicialmente por meio da mitologia divina, depois pela filosofia natural e suas descrições qualitativas e, estas últimas não sendo mais suficientes, por meio de uma linguagem mais formal, a lógica matemática (Gingras, 2001; Kuhn, 2011). Em todas essas fases, estudiosos tinham a preocupação em descrever teorias e leis que pudessem explicar como a natureza funciona. Por outro lado, a Matemática tem sua constituição a partir da criação humana com um rigor e critérios de verdades sem necessitar de comprovações empíricas, mas que em alguns casos provém destas, como ressalta Gottschalk (2004).

Deste modo, a Física com seu caráter experimental é formada por proposições empíricas, enquanto a Matemática se constitui por proposições normativas, cujas regras independem da natureza para ter sentido, de modo que não precisa de experimentação, nem observação nem teorias da natureza.

Essa peculiaridade de suas proposições [matemáticas] - semelhantes, por um lado, às regras de um jogo, as quais são autônomas e independentes do empírico, e, por outro, com aplicações no mundo empírico, possibilitando o trânsito de uma proposição para a outra - caracteriza o conhecimento matemático como um jogo de linguagem totalmente distinto dos jogos das ciências empíricas, das ciências cognitivas e mesmo das ciências sociais (Gottschalk, 2004, p. 328).

Ao distingui-las epistemologicamente, cabe compreender como a Matemática se insere na constituição da Física em um contexto histórico.

2.1 UMA BREVE CONSTRUÇÃO HISTÓRICA-EPISTEMOLÓGICA

Por um bom tempo, a Física foi entendida e estudada pelas comunidades científicas de modo qualitativo, e separada de outras áreas das ciências naturais. O modo como eram explicados os fenômenos físicos se constitui por meio de conceitos e teorias, porém alguns estudiosos como Isaac Newton, passaram a perceber que tais regularidades nos fenômenos físicos necessitavam de uma linguagem que a

expressasse em uma forma mais lógica e simbólica, eis que os fenômenos físicos passaram a ser expressos quantitativamente, por meio da Matemática, porém essa mudança revolucionária⁴ ocorrida nas ciências físicas não foi aceita por todos os cientistas.

Historicamente, as ciências físicas surgiram em meados do século XVII quando os fenômenos deixaram de ser analisados por meio de explicações divinas, quando pensadores da Ciência buscaram compreender a natureza e ajustar suas teorias através de uma linguagem mais formal. Anterior ao surgimento de uma linguagem formal, no período da Grécia antiga (VIII a.C. a V d.C.), com o filósofo Aristóteles, discípulo de Platão, a Física era tida como filosofia natural e suas explicações eram feitas de modo qualitativa, por meio de descrições. Aristóteles dedicou sua filosofia a entender as causas de tudo que observava. A Astronomia era o tópico mais antigo e desenvolvido nas ciências físicas, juntando-se a ela, a estática e a óptica associadas à Matemática e a Harmonia (Kuhn, 2011), as quais eram inacessíveis aos leigos. Estudiosos adeptos dessa filosofia natural se deteram em explicar os fenômenos da natureza, de modo que a grandeza física era associada à qualidade, por meio de poucas observações:

Embora todos os cinco campos [astronomia, estática, óptica, matemática e harmonia], inclusive a matemática antiga, sejam empíricos e não apriorísticos, seu desenvolvimento considerável na Antiguidade não precisou de muitas observações refinadas ou, menos ainda, de experimentação. Para alguém capaz de identificar a geometria na natureza, algumas poucas observações relativamente simples, e em sua maior parte qualitativas, de sombras, reflexos, alavancas, movimentos de estrelas e planetas, forneciam uma base empírica suficiente para a elaboração de teorias às vezes poderosas (Kuhn, 2011, p. 61-62)

Essa Física que fora explicada de modo qualitativo teve declínio durante a Idade Média e revive durante a revolução científica, momento em que começou a ser percebido que ela poderia utilizar-se de uma linguagem lógica para descrever tais fenômenos, porém não foi fácil para estudiosos da filosofia natural aceitarem que a Física poderia ser escrita por meio de uma linguagem lógica/formal, justificando que os fenômenos não eram precisos para utilizar-se da precisão matemática (Gingras, 2001), ao mesmo tempo, que para os adeptos desse novo modo de ver a Física, foi difícil lidar com críticas do quanto ela estaria sendo reduzida à símbolos.

⁴ conceito kuhniano que discutiremos em outro capítulo.

Durante o século XVII já não era mais possível conceber a Física sem a Matemática. Período este que ascendem os estudos de Galileu Galilei, Kepler, Descartes e Newton, os quais transitavam com facilidade por entre as ciências físicas (Kuhn, 2011), porém foi no século XVIII que a inserção da Matemática ganha impulso no modo de explicar os fenômenos físicos, deixando de lado as explicações qualitativas passando para as explicações quantitativas. Um destaque nesse período da ciência moderna deve-se ao estudo da mecânica e do movimento da Terra e Sol em torno dos planetas de Galileu Galilei. Ele era matemático, físico e astrônomo e foi considerado um dos pensadores que se voltaram a estudar um método adequado para Ciência, visto que já não era mais considerado suficiente observar e experimentar, era necessário um método quantitativo que comprovasse tal observação. Houve assim, uma grande transformação nas ciências clássicas⁵:

A matemática foi da geometria e da *ars rei et census* para a álgebra, a geometria analítica e o cálculo; a astronomia chegou às órbitas não circulares baseadas num Sol recém-deslocado para o centro; o estudo do movimento foi transformado por novas leis inteiramente quantitativas; e a óptica conquistou uma nova teoria da visão, uma primeira solução aceitável para o problema clássico da refração, e uma teoria das cores drasticamente modificada. (...) Essas transformações conceituais das ciências clássicas são os eventos que introduziram as ciências físicas numa revolução mais ampla do pensamento ocidental (Kuhn, 2011, p. 64-65, grifos do autor).

Já no período da ciência moderna, os movimentos herméticos⁶ promoveram para as ciências clássicas um *status* da matemática, numa tentativa de encontrar regularidades na natureza (Kuhn, 2011).

Dando continuidade aos avanços das ciências físicas, o físico, matemático Isaac Newton insere de fato, a linguagem matemática para codificar os fenômenos. Gingras (2001), refere-se à publicação da obra newtoniana *Principia* de 1687, como ponto de partida da inserção da Matemática para explicar os fenômenos físicos, em que Newton fazia a aproximação dos *Sistemas do Mundo* (Livro III) por meio de raciocínios indutivos, buscando racionalmente matematizar os fenômenos naturais. Ele mostra também através de sua obra *Princípios matemáticos da filosofia natural* que “qualquer fenômeno físico observado empiricamente corresponde exatamente a um modelo matemático deduzido de axiomas pré-estabelecidos como verdadeiros” (Vargas, 1996, p. 256).

⁵ dentre as ciências clássicas, apenas Harmonia não teve mudanças.

⁶ movimento que se caracterizava pelo pensamento simbólico, derivado de uma tradição filosófica denominada hermetismo.

As teorias qualitativas das ciências físicas que foram prontamente materializadas, segundo Kuhn (2011), só vieram a existir durante e após a década de 1780. Kuhn (2011, p. 84) destaca também que “ao longo do século XIX, as ciências físicas participaram do rápido crescimento e transformação ocorridos em todas as profissões eruditas”, destacando-se para a “alteração gradual na percepção da identidade da matemática” (idem). Essa mudança na filosofia da ciência causou, segundo Gingras (2001) uma mudança em três pontos: uma social, onde nem todos estudiosos da filosofia aristotélica teriam acesso à física newtoniana, à medida que muitos não tinham aptidão à Matemática; mudança epistemológica, em que a explicação dos fenômenos físicos deixou de ser qualitativa e passaram a ser quantitativo; e, ontológico, pelo elevado grau de abstração, fazendo com que muitos elementos dos fenômenos desaparecessem da explicação formal.

Não foi tão harmoniosa essa inserção da Matemática nas ciências físicas. Abade Nollet, professor de física experimental na Universidade de Paris, segundo Gringas (2001) coaduna com os adeptos da filosofia natural, que não aceitaram com facilidade a mudança da física qualitativa para a física quantitativa, quando diz que: “é perigoso para um físico desenvolver um gosto muito grande pela geometria”, pois na física “nunca se encontra nem precisão nem certeza” (Gingras, 2001, p. 389, tradução nossa), da mesma forma pensava o matemático e físico Privat de Molière, ao dizer que a excessiva exatidão contida na matematização de um fenômeno não daria precisão ao fenômeno (Gingras, 2011). Tais críticas se justificavam por ficarem de fora das discussões dos pensamentos newtonianos, além do que, uma linguagem formal não conseguiria abranger todos os detalhes que constituíam os fenômenos físicos.

Mesmo com tantas críticas, cresceu o número de adeptos que estavam de acordo com as ideias de Newton. Dentre eles, está D’Alembert, o qual considera que,

não é suficiente que o sistema satisfaça o fenômeno apenas de maneira vaga e geral, ou que forneça explicações plausíveis para alguns deles: os detalhes e os cálculos precisos são decisivos; somente eles podem dizer se podemos adotar, rejeitar ou modificar uma hipótese (D’ALEMBERT, *apud* Gingras, 2001, p. 392-393).

Foi com D’Alembert que foi aceito definitivamente o processo de matematização da ciência física: “Atingira-se assim o cume da crença dominante desde Galileu e Descartes, de que o mundo era uma máquina regida pela racionalidade matemática” (Vargas, 1996, p. 257); e com Lagrange, Laplace e

Legendre, que a análise matemática consolidou-se como instrumento para análise dos fenômenos naturais, como é usada hoje e foi por meio das equações da mecânica analítica de Lagrange e Laplace que a Física foi toda matematizada. “Também foi de suma importância para a direção tomada por seus trabalhos a liderança magistral de Laplace na aplicação da física matemática de Newton a temas não matemáticos” (Kuhn, 2011, p. 87).

No início do século XX, outro defensor da matematização da Física foi Poincaré, o qual afirma que:

[...] todas as leis, pois, provêm da experiência, mas para enunciá-la é preciso uma linguagem especial; a linguagem corrente é demasiado pobre, e aliás muito vaga para exprimir relações tão delicadas, tão ricas e tão preciosas. Eis portanto uma primeira razão pela qual o físico não pode prescindir da matemática; ela lhe fornece a única linguagem que ele pode falar (Poincaré, 1995, p. 91).

Acredita-se, portanto, que os fatos deveriam ser organizados matematicamente, ou melhor, que a Matemática seria a única linguagem que seria capaz de descrever os fenômenos físicos de modo mais preciso.

Feynman (1985) também expressa sua admiração com essa possibilidade de matematizar a Física, dizendo “Eu acho fascinante que seja possível prever o que irá acontecer através da matemática, a qual consiste simplesmente em seguir certas regras as quais nada tem a ver com fenômenos naturais” (Feynman, 1985, p.171). Foi com o ganho de alguns adeptos da física newtoniana que a Matemática foi se consolidando quanto uma linguagem que melhor expressava os fenômenos físicos, isto é, expressava o mundo.

Essa ascensão da Matemática nas ciências físicas e concomitantemente ascensão da Física leva a crer na universalidade que foi atribuída pelos homens à Matemática de modo que a essência da Matemática estaria em descrever os fatos do mundo de modo que seria comprovada universalmente por esses fatos. Conforme Vargas (1996, p. 254), “uma equação matemática deduzida teoricamente aqui na Terra, e tendo sua verdade sido estabelecida por experiências levadas a efeito pelos homens, vale em qualquer parte do universo por remota que seja”. Assim, a relação entre linguagem e mundo envolvida na relação Matemática e Física se apresenta no momento em que a Matemática enquanto linguagem conseguia se relacionar diretamente com algum fenômeno expresso no mundo.

Contudo, esse processo de *matematização* das ciências físicas, segundo Kuhn (2011) pode ter gerado um distanciamento entre a física teórica e a física experimental:

A meu ver, é apenas porque a teoria física hoje é totalmente matemática que a física teórica e a física experimental se mostram empreitadas tão diferentes, a ponto de quase ninguém poder aspirar a destacar-se em ambas. Nenhuma dicotomia entre experimentação e teoria caracterizou campos como a química ou a biologia, em que a teoria é menos intrinsecamente matemática. Portanto, talvez a clivagem entre a ciência matemática e a experimental ainda permaneça enraizada na natureza da mente humana (Kuhn, 2011, p.88).

Para Kuhn (2011) ao matematizar a Física, outras vertentes que também explicavam os fenômenos físicos de modo qualitativo foram sobrepostas pela física quantitativa, e a Matemática passou a ser vista como responsável pela descrição dos fenômenos físicos, ocasionando esse distanciamento dentro da própria ciência física, influências dadas historicamente. Deste modo, a linguagem científica requer um rigor expresso pela Matemática, numa relação direta entre linguagem e mundo.

A prática científica sempre envolve a produção e a explicação de generalizações sobre a natureza e essas atividades pressupõem uma linguagem com um grau mínimo de riqueza, e a aquisição de uma tal linguagem traz consigo conhecimento da natureza (Kuhn, 2017, p. 44).

Estas reflexões da relação Matemática e Física não ficam apenas no âmbito da constituição histórica e epistemológica dessas ciências, mas adentra ao contexto da formação científica acadêmica, da formação

2.2 A MATEMÁTICA NO CONTEXTO EDUCACIONAL: da formação às pesquisas

Discutir o papel que a Matemática desempenha na Física e olhar para esta relação no ensino da Física implica buscar entender o processo histórico e epistemológico desta relação, mas também olhar para a relação entre essas ciências no contexto educacional, pois muitas das formas como se dá o processo de aprendizagem e a atividade de ensino está subsidiada em perspectivas que foram construídas ao longo da história, por meio de discussões filosófica e epistemológica do conhecimento e utilizadas na formulação de documentos que orientam a formação científica do sujeito.

As diretrizes nacionais curriculares do ensino de Física (Brasil, 2001), por sua vez, consideram que o ensino deve adequar o formal às novas perspectivas, acompanhando o avanço da tecnologia e suas multiplicidades, porém consideramos que a perspectiva educacional atual ainda apresenta traços exclusivamente apoiados

em perspectivas filosóficas tradicionais, as quais buscam uma essência⁷ ou uma explicação por meio da intuição, das ideias ou do empirismo, que são demonstradas nos discursos dos professores, no modo como conduzem as aulas e consequentemente, se tornam orientações na aprendizagem dos alunos.

Outro fator que sofre tais influências é a formação docente, em particular, como discutido nesta pesquisa, a formação do professor de Física.

A escassez de profissionais de Física com formação mínima adequada (nível superior) para atuarem nas escolas de ensino básico no Brasil não é assunto tão atual. Araújo e Viana (2010) destacam que o governo tem buscado soluções ao enfrentamento desses problemas, dentre elas, o aumento dos cursos de licenciatura em diversas modalidades de ensino, porém essa estratégia não trouxe resultados como esperado, já que este não é o único problema no ensino de Física. Costa e Barros (2015) citam a formação docente descontextualizadas e a desvalorização da carreira docente como fatores que também contribuem para que as escolas incluam a disciplina de Física em seus currículos.

Outro fator significativo seria a falta do professor de Física minimamente habilitado para atuar na educação formal, pois mesmo que haja instituições que possuam ambientes preparados para aulas experimentais, com laboratórios dotados de instrumentos laboratoriais apropriados, há professores atuantes sem a devida habilidade para usar tais espaços e estes ficam ociosos (Gobara; Garcia, 2007).

No entanto, neste contexto de pesquisa não focaremos nossa atenção a essas questões, mesmo compreendendo a sua importância para a formação acadêmica, mas discutiremos outro ponto de grande importância e pouco discutido: a relação Matemática e Física no contexto de ensino da Física sob o aspecto da linguagem, pois na formação acadêmica, o futuro pesquisador e/ou docente em Física tem que aprender a linguagem científica. Assim ele deve ter acesso às diversas áreas de conhecimento que contribuem para sua constituição, bem como saber resolver problemas que foram construídos historicamente, relacionando-as com o mundo.

O aprendizado da linguagem científica não significa a apreensão pura e simples de um vocabulário, e muito menos de definições, mas de como palavras e outros símbolos se relacionam com o mundo de uma determinada maneira (Borella, 2022, p.43).

⁷ “Dar a essência da proposição quer dizer dar a essência de toda a descrição, logo, a essência do Mundo” (Wittgenstein, 1922/2002, p. 98).

Esta apreensão do modo como se explicam, descrevem e significam os fenômenos físicos se dá por meio de várias linguagens, dentre elas, a linguagem matemática. Deste modo, torna-se importante entender a relação da Matemática com a Física.

A conexão entre Matemática e Física foi construída no âmbito das comunidades científicas e levadas para o ambiente escolar por meio das disciplinas curriculares, por isso consideramos importante olhar para o dizer do professor, analisando como o professor compreende o papel que a Matemática desempenha no ensino da Física, pois como destaca Massoni et al. (2020), colocar o professor no centro da organização curricular, não numa visão tradicional de cumpridor de tarefas, mas de transformador social da educação é um dos pontos cruciais nessa nova reestruturação do currículo nas licenciaturas, ao mesmo tempo que contribui para reflexões sobre a formação do professor. Assim, ousamos dizer que, o que o professor transmite em suas aulas são concepções de Matemática que se constituem na vida pessoal em fase escolar e/ou em formação acadêmica e profissional quando a eles são apresentados documentos, metodologias e teorias científicas, que são incorporadas no fazer docente e expressos por meio das suas falas e ações, mesmo sabendo que “O problema da formação do professor, para as disciplinas científicas em particular, tem a sua origem na própria história da educação científica no Brasil” (Gobara; Garcia, 2007, p. 520).

As Diretrizes Nacionais Curriculares para os Cursos de Física CNE/CES 1.304/2001 dizem que o formando em Física precisa de qualificações profissionais básicas em sua formação inicial, dentre elas a competência em “diagnosticar, formular e encaminhar a solução de problemas físicos, experimentais ou teóricos, práticos ou abstratos, fazendo uso dos *instrumentos* laboratoriais ou *matemáticos apropriados*” (Brasil, 2001, grifos nossos), porém consideramos que quando o professor utiliza-se desse direcionamento em sua prática, ele segue ao “pé da letra”, e tende a considerar a Matemática como um instrumento para o ensino da Física, acreditando que sabendo identificar qual generalização simbólica pertence ao problema estudado, basta pegá-la e utilizá-la, de modo que ela já comportaria suas aplicações em forma de exemplos.

Como pode-se constatar também em outro trecho deste mesmo documento:

[...] o conjunto *mínimo de conceitos e ferramentas matemáticas* necessárias ao tratamento adequado dos fenômenos em Física, composto por cálculo diferencial e integral, geometria analítica, álgebra linear e equações

diferenciais, conceitos de probabilidade e estatística e computação (Brasil, 2001, grifos nossos).

Embora não seja nosso objetivo uma análise ampla dos documentos que orientam o ensino da Física, tais trechos sugerem que, os conceitos atribuídos à Matemática no contexto do ensino da Física, de modo particular, na licenciatura, são usados de modos desprovidos de significação, já que historicamente a Matemática têm o papel instrumental, em que a significação é deixada em segundo plano.

Sabendo que, nos documentos que norteiam as ações docentes, as abordagens da Matemática no ensino da Física, em sua maioria, estão apoiadas abordagem construtivista de ensino, acredita-se que para ser um bom professor de Física é suficiente aprender as demonstrações matemáticas, saber seguir as regras e/ ou utilizá-las como ferramenta de ensino, como enfatiza Pereira (2021):

Lembro-me de minhas experiências como aluno iniciante na formação inicial: eu queria estudar Física tal como no Ensino Médio e, quando os professores dos componentes curriculares pedagógicos entravam em sala, muitos alunos não gostavam do conteúdo, da abordagem, do assunto... eu era um! *Queria aprender a Física Dura, que, na verdade, não passava de simples demonstrações matemáticas – o famoso Cálculo!* Queríamos bater cabeça, porque era daquela forma que pensávamos que seríamos verdadeiros físicos. No início eu nem pensava que seria um professor de Física (Pereira, 2021, p. 144, grifos nossos)

Nesta fala de Pereira (2021) está explícito que na concepção de um futuro professor de Física, basta saber usar a Matemática como se ela fosse uma ferramenta da Física. É bem provável que esse modo de conceber a Matemática seja um dos fatores que influencia na grande evasão dos licenciandos em Física, pois depositam na Matemática o sucesso de sua formação, não tendo a preocupação em olhar para Matemática enquanto uma linguagem que faz parte da constituição dos conceitos físicos, pois é atribuída à Matemática aprendida no ensino básico a suficiência no êxito acadêmico de nível superior, como é colocado por Costa e Barros (2015):

Entretanto, a avaliação dos resultados de aprendizagem alcançados ao término desses 3 anos de estudos tem revelado carências crônicas nessa preparação pré-universitária. Por exemplo, a base em matemática dos estudantes é deficitária a ponto de, quando aprovados no vestibular, muito aquém de não saberem o que venha a ser uma derivada ou integral, chegam ao primeiro ano sem o domínio das operações com frações (Costa; Barros, 2015, p.10985).

Do contrário, se eles entram na licenciatura sendo orientados a ver a Matemática como uma linguagem constituinte e não, exclusivamente um instrumento, uma ferramenta ou um pré-requisito para aprender a Física é bem provável que os

licenciandos construam um olhar mais panorâmico sobre esta relação, porém, pesquisas como as de Savietto (2015) e de Karam (2012) também já mostram que esse caráter apriorístico da Matemática na aprendizagem de Física não é suficiente, apesar de ser necessário. Entretanto, essa perspectiva que deposita na Matemática a responsabilidade do aprendizado de Física carrega a crença de que a regra matemática descreve o fenômeno, que nos signos ali contidos já estão explícitos seus significados no mundo, de modo que a linguagem se relacionaria com o mundo por meio de um referente, independente do contexto de aplicação.

Esse modo de ver também chega ao ensino superior por meio da prática do professor formador de futuros professores, pois para ele um bom domínio da Matemática daria condições de ensinar e fazer o aluno aprender física, como relata Pereira (2021):

[...] O professor comenta isso, ele diz: Meu Deus! É um pesadelo quando eu tenho que pegar uma disciplina da área “dura” que eu não domino, eu me sinto [...] mas me obrigam a ministrar aquela disciplina! Você sabe que isso acontece com a gente, né? E aí para mim também isso aí foi, assim, muito difícil! Porque você vai ter que pegar! [...] (Pereira, 2021, p.145).

Esta fala demonstra que dominar as regras matemáticas não é condição suficiente, que não é perceptível ao professor da Física a significação que a Matemática ganha no contexto da Física. Também que há uma lacuna em sua formação inicial, no que desrespeito ao estabelecer elos entre a Matemática e a Física e que isso trouxe consequências em sua formação, pois não percebem a necessidade em fazer essa conexão.

Documentos, como as diretrizes curriculares do ensino da Física, que guiam professores no fazer docente, trazem que uma habilidade básica que o profissional em Física deve apresentar, seria a de “utilizar a matemática como uma linguagem para a expressão dos fenômenos naturais” (Brasil, 2001), mas não há um direcionamento a esse modo de ver a Matemática, enquanto linguagem na perspectiva do uso, o que nos induz a dizer que nesta perspectiva a linguagem é deixada em segundo plano e assim acontece na prática do professor, pois a ela é dada a função de veículo de comunicação, o qual levaria as palavras aos seus referentes no mundo. Nessa perspectiva, o aluno em formação deve dar conta de perceber a ligação existente entre palavras e conhecimento da natureza, entre linguagem e mundo.

Quando entendida como representação, seja de ideias, seja daquilo que se procura discutir como sendo realidade, ela é colocada como descritiva do mundo, dos conceitos e dos objetos. É um veículo que carrega e representa nossas ideias, num lugar marginal em relação ao mundo que ela descreve ou ao sujeito que a usa (Vilela; Mendes, 2011, p. 8).

Esse modo de ver a Matemática como meio de expressar a Física e não como linguagem dela é apresentada em pesquisas que versam sobre esta relação quando nestas pesquisas são trazidos modos de ver a Matemática sem levar em consideração a significação.

Das poucas pesquisas que tratam do ensino de Física com olhar sob a Matemática numa perspectiva de ensino, há mais pesquisas que se preocupam em investigar as dificuldades dos alunos na aprendizagem da Física do que as que voltam o olhar para a compreensão do professor formador sobre esta relação Matemática e Física e, tais pesquisas, em sua maioria estão subsidiadas por concepções construtivistas de ensino, enfatizando a presença de concepções referenciais da linguagem neste contexto de ensino.

A maioria das pesquisas que tratam desta relação tem essa perspectiva representativa da linguagem, atribuindo à Matemática uma essência, em que bastaria ter aprendido as regras matemáticas no ensino médio, estas representariam os conceitos físicos ensinados na licenciatura e mais ainda, uma vez aprendidas essas regras, seriam suficientes para lecionar disciplinas que se relacionam com a Matemática, sem conectá-la ao seu significado na Física.

Mannrich (2014) apresenta uma crítica em relação a esse modo de ver a Matemática no ensino da Física, como uma mera ferramenta de execução da linguagem:

Muitas vezes a Matemática parece se resumir a uma simples ferramenta geralmente relacionada à prática de dedução de fórmulas e resolução de exercícios, com manipulações matemáticas pouco significativas do ponto de vista da compreensão de uma situação real e dos próprios conceitos físicos envolvidos. Isso acaba contribuindo para o desinteresse de estudantes, pois algumas práticas tradicionais no Ensino de Física (EF) contribuem para que o estudante, curioso, acabe desmotivado ao se deparar tanto com a Física do EM quanto a do Ensino Superior, por ela frequentemente ocorrer mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas de forma desarticulada dos fenômenos, e por isso, envolvidas em situações de pouco significado para ele (Mannrich, 2014, p. 23).

Conceber a Matemática enquanto simples ferramenta no ensino da Física, sem significação, possa vir a ser o reflexo da ausência de discussões da relação entre Matemática e Física logo no início da formação docente.

Possivelmente esse modo de ver a Matemática como apriorística no ensino da Física tenha influência da fragmentação do currículo, pois não há uma construção dos conceitos físicos trazendo paralelamente a Matemática enquanto linguagem constitutiva, mas o que vemos são disciplinas dissociadas entre si, ensina-se cálculo diferencial I, física I, cálculo diferencial II, física II, mas não há um elo, uma conexão estabelecida entre elas, de modo que mostre o significado da Matemática naquele contexto ao qual ela está sendo aplicada, levando a crer na Matemática como uma ferramenta, um instrumento de comunicação e que, se ensinado anteriormente à Física, se torna suficiente para a compreensão dos conceitos físicos que possuem uma relação com a Matemática. Acredita-se, que essa fragmentação seja reflexo do mal uso dos manuais científicos expressos nos documentos que regem o ensino da Física.

O distanciamento entre o que o professor diz e o que o aluno compreende, também pode ser um fator que contribui para o mau uso da Matemática quando o professor não consegue estabelecer conexões entre os conceitos matemáticos e os conceitos físicos, ou então, entre conceitos já estudados em outros momentos escolares e os atuais, elo esse que seria de grande valia para a compreensão de novos conceitos físicos, pois a Matemática nesse contexto ganharia significado e não ficaria, apenas, sendo aceita como regras imutáveis, como cita Pereira (2021, p. 147): “Em muitas situações, na Licenciatura em Física, percebo que os alunos até se esforçam para compreender os temas abordados, no entanto, a linguagem nos distancia em algumas ocasiões”. Deste modo, a significação por meio da linguagem e os elos estabelecidos entre a linguagem matemática e a Física pode possibilitar o desfazer das confusões conceituais, quando o professor tenta mostrar as relações entre conceitos já estudados em séries anteriores e os ensinados na licenciatura, bem como mostrar as diversas possibilidades de significado do que se ensina, possibilitando ao aluno uma visão dos diversos usos que se faz da linguagem, mas se o professor apresenta apenas uma possibilidade sobre o assunto estudado, numa linguagem referencial, será bem provável que esse distanciamento perdure.

Como vimos, há diversos motivos que podem nos levar a pensar sobre o ensino de Física, diversos direcionamentos para o ensino e a aprendizagem, no entanto, nossas discussões convergem para pensar a relação Matemática e Física no contexto de ensino, para tanto, trazemos, algumas literaturas que encontramos em revistas e repositórios que se voltaram a atividade de ensino e processo de aprendizagem de

ciências, de modo particular, ao ensino de Física e sua relação com a Matemática e delas, apresentar um novo modo de ver esta relação, livre de dogmatismo e de concepção referencial da linguagem.

Ataíde e Greca (2013) trazem num artigo intitulado *Estudo exploratório sobre as relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e resolução de problemas em estudantes de licenciatura em Física*, a Matemática como o “esqueleto que sustenta o corpo da Física”. Eles consideram que há uma falta de clareza nesta relação e isto leva ao não aprendizado em Física.

Eles citam que,

Nos níveis mais avançados do ensino, a necessidade de descrever os fenômenos físicos segundo uma determinada teoria ou mesmo resolver problemas referentes a ela requerem tanto a compressão da teoria quanto sua formulação matemática (Ataíde; Greca, 2013, p.210).

Um ponto importante destacado nesta citação está no fato desta relação entre Matemática e Física no ensino superior ser mais intensa, em que professores na licenciatura esperam que os alunos já venham com conhecimentos do ensino médio e consigam aplicar mais facilmente esta relação, fato que aconteceu na pesquisa de mestrado que desenvolvemos, porém a formação inicial também é o momento em que o professor estabelece elo entre as teorias e as aplicações da Matemática nos fenômenos físicos, sem tratá-las isoladamente, mas com significação.

Por meio de uma pesquisa bibliográfica, Ataíde e Greca (2013) dizem que em uma das literaturas catalogadas, os alunos citam que sabem calcular, mas não sabem o significado da Matemática na Física e estes relatos apresentados nesta catalogação leva eles a dizerem que “os alunos parecem acreditar que a matemática implica apenas em operações específicas com símbolos sem sentido, a aprendizagem de uma forma mecânica” (Ataíde; Greca, 2013, p. 211).

Um ponto significativo nesta obra é a importância dada pelos autores em trabalhar nas licenciaturas as visões epistemológicas que estão por detrás do papel da matemática na construção do conhecimento físico, para além das técnicas apropriadas à resolução de problemas. Aspecto que também consideramos importante durante a formação do professor, pois mostra as diversas possibilidades da construção do conhecimento nesta relação da Matemática no ensino da Física.

Outra designação dada à Matemática no ensino da Física está no trabalho de Pietrocola (2002), que traz a Matemática enquanto estrutura do conhecimento físico.

Nele há uma ênfase no conceito de cultura, em que a “cultura científica se diferencia da cultura do senso comum” e depois considera que essas ‘culturas’ se utilizam de linguagens, ao dizer que “a linguagem utilizada é também uma fonte de diferenciação importante, pois, ao contrário do que ocorre no cotidiano, a ciência, normalmente, vale-se da Matemática como forma de expressar seu pensamento” (Pietrocola, 2002, p.59). Assim, a Matemática seria uma estrutura que serviria para expressar a Ciência, enquanto critério de cientificidade na Física, ao mesmo tempo que enfatiza que muitos pesquisadores consideram a Matemática uma linguagem responsável pelo fracasso no ensino da Física (Pietrocola, 2002):

No ensino da Física, a linguagem matemática é muitas vezes considerada a grande responsável pelo fracasso escolar. É comum professores alegarem que seus alunos não entendem a Física devido à fragilidade de seus conhecimentos matemáticos. Para muitos, uma boa base matemática nos anos que antecedem o ensino da Física é garantia de sucesso no aprendizado (Pietrocola, 2002, p. 90).

Tais perspectivas em relação à Matemática está revestida de concepções filosóficas que atribuem a ela uma essencialidade, assim considerar a Matemática como responsável exclusiva pelo sucesso ou fracasso na aprendizagem em Física, bem como considerá-la como exclusivamente uma “ferramenta do método empírico” e “a própria essência da realidade, sendo a Física o método de acessá-la” seria um equívoco, como sugere Pietrocola (2002) e concordamos com ele, haja visto que a Matemática não é uma linguagem exclusiva nem tampouco responsável por descrever fenômenos, mas uma das linguagens que compõem a linguagem da Física que dá sentido a seus conceitos.

Outro destaque dado por Pietrocola (2002) está em relação a estrutura do currículo das licenciaturas em Física, quando creem que nesses cursos há uma predominância da Matemática: “[...] disciplinas eminentemente físicas partilham o grosso dos currículos com disciplinas de Matemática. Apenas pela estruturação curricular é, muitas vezes, difícil saber se se trata de um legítimo curso de Física!” (Pietrocola, 2002, P. 90). Este modo de ver o ensino da Física mediante à Matemática deixa explícito que não há uma compreensão do papel que a Matemática desempenha nesse contexto, que elas são vistas de modo isolados, considerando assim que o problema não está no fato da excessividade da Matemática no ensino da Física, mas no modo como ela é vista nesse contexto, já que o modo como a concebemos reflete no seu uso.

Já Mendes e Batista (2016), no artigo intitulado *Matematização e ensino de Física: uma discussão de noções docentes*, dão ênfase a Matemática não como instrumento ou ferramenta, mas como processo constituinte do conhecimento científico.

Em busca do conhecimento e de compreender a natureza, pensadores da Ciência investigam meios de ajustar suas teorizações aos fenômenos físicos. Para tanto, recorrem aos conhecimentos matemáticos e iniciam um processo chamado de *matematização da natureza*[...]. Assim, entendemos que falar a respeito da matematização é falar acerca da epistemologia, sendo que a matematização não é tida como uma ferramenta, mas um processo na construção de um conhecimento científico (Mendes; Batista, 2016, p.760-761).

Neste contexto de pesquisa defendem que “Matemática é uma linguagem e um processo epistemológico escolhido pela Física para melhor e mais precisamente expressá-la” (Mendes; Batista, 2016, p. 758). Abordam também que muitas das vezes é atribuída à Matemática, a adjetivação de vilã e que este atributo é devido a “um ensino da Física ser puramente matemático, cheio de fórmulas prontas e, muitas vezes, sem a discussão do porquê de se estar utilizando-as” (Mendes; Batista, 2016, p. 758). De fato, trazer o porquê daquela Matemática no ensino da Física, em especial, nas licenciaturas levaria a quebra do dogmatismo, levando a busca da significação da Matemática em seu contexto de uso.

Mendes e Batista (2016) sugerem uma discussão mais histórica e filosófica da ciência na formação inicial como forma de amenizar a crise no ensino da Física, propondo que há de ter uma preparação metodológica para fazer uso da disciplina História e Filosofia da Ciência (HFC)⁸, como forma de contribuir na compreensão dos alunos sobre a história e constituição do conhecimento da ciência física, porém não citam a questão da filosofia da linguagem como uma possibilidade de ver a significação da Matemática.

A partir de uma revisão bibliográfica, Mendes e Batista (2016) identificaram a concepção de alguns pesquisadores na área da Física em relação à Matemática, dentre elas:

A Matemática tem um papel estruturante e organizador, que possibilita identificar regularidades a fim de prever fenômenos, e que a matematização é um processo de tradução entre linguagens, representações de objetos, de adaptação e transformação de conhecimentos para que haja uma interface epistemológica entre diferentes domínios científicos e empíricos (Mendes; Batista, 2016, p. 761).

⁸ Utilizaremos a sigla HFC sempre que nos referirmos à disciplina História e Filosofia da Ciência.

Resultados desta pesquisa de Mendes e Batista (2016) indicam que a maioria dos professores, em sua formação inicial e/ ou continuada, pouco tiveram uma discussão sobre “matematização” no ensino de Física, o que indica que na disciplina HFC a Matemática não é, ou pouco é abordada, o que leva os autores a concluir que a HFC é “transmitida de forma linear” (Mendes; Batista, 2016, p. 766), o que seria um equívoco na licenciatura em Física, segundo os autores. “Sendo a matemática um processo na construção do conhecimento físico, consideramos uma falha epistemológica a formação inicial não abordar explícita e recursivamente tal assunto nos cursos de Física” (Mendes; Batista, 2016, p. 768). Assim, trazer uma discussão mais voltada para o papel que a Matemática desempenha no ensino da Física durante a formação inicial seria um avanço importante no campo educacional.

Outro modo de ver a Matemática, está no trabalho de Mannrich (2014), em sua dissertação intitulada “*Linguagem matemática, ensino e física: como os licenciandos discutem esta relação*”, a qual é vista enquanto linguagem estruturante no ensino da Física. Ele inicia o texto refletindo sobre a concepção que se tem da Matemática no ensino da Física:

Esta culpabilidade nos indica uma concepção em que a Matemática possuiria um caráter ferramental, um instrumento “externo” que deve ser adquirido em outro lugar ou momento (aulas de matemática) para ser usado pela Física (Mannrich, 2014, p. 23).

Essa crítica que Mannrich (2014) traz ao considerar a Matemática como ferramenta está vinculada a uma concepção referencial, já que a tendo como instrumento, bastaria saber usá-la, que seria suficiente para a Física, ao mesmo tempo que ela seria pré-requisito para o conhecimento físico, como se a Matemática estivesse em algum lugar, fora da linguagem e seu uso no ensino da Física tivesse o papel análogo a um instrumento. Esse modo de ver a Matemática seria prejudicial ao ensino dessa disciplina, como ressalta Mannrich (2014), já que a Física depende da linguagem Matemática para explicar seus fenômenos, porém atribuir à Matemática o papel de descritora dos fenômenos físicos seria um equívoco.

O autor enfatiza que devido à falta de clareza quanto ao papel da Matemática na Física faz com que considerem simples expressar a Física matematicamente. Além do que “embora muitas pesquisas venham se debruçando sobre a questão da linguagem no EF [Ensino de Física], poucas têm sido desenvolvidas voltadas para analisar mais detalhadamente a questão da Matemática” (Mannrich, 2014, p.24).

Mannrich (2014) também destaca a Matemática enquanto uma linguagem e traz em sua discussão pontos importantes que contribuem com nossa reflexão, seu referencial teórico está pautado nas ideias de Thomas Kuhn, o qual tem inspiração na filosofia da linguagem em Wittgenstein.

Por sua vez, Karam (2012) faz uma abordagem no sentido de mostrar que o pensamento matemático necessário para a Física se difere do pensamento matemático utilizado pelos matemáticos, assim considera a Matemática como um instrumento de pensamento neste contexto. Ele parte do princípio que os alunos usam a Matemática como ferramenta sem interpretá-la e dar significado. Contudo, o aluno não nasce com habilidades de perceber tais significados; assim, reproduzem da forma que o foram ensinados. Para Karam (2012) é preciso trazer essa problemática para a formação dos professores tanto numa abordagem epistemológica quanto com estratégias didáticas.

Karam (2012) utiliza uma metodologia do estudo de caso em que buscou observar as aulas de um professor experiente atuante no nível superior que se preocupa com a aprendizagem, com objetivo de identificar características do processo de estruturação matemática de teorias físicas.

Sua abordagem faz reflexões sobre duas habilidades que o físico deve ter mediante o uso da matemática. Uma seria a técnica, que está voltada para o saber seguir as regras matemáticas sem necessitar significá-las e a estrutural, que precisa de uma interpretação das regras matemáticas no contexto da Física.

A primeira categoria [técnica] refere-se ao campo mais “interno” da matemática, mais especificadamente ao domínio instrumental de algoritmos, regras, fórmulas, gráficos, equações, etc. Tradicionalmente, essas habilidades são desenvolvidas no contexto do ensino da matemática como disciplina e nem sempre estão relacionadas com qualquer tipo de aplicação e/ou situações problemas (Karam, 2012, p. 50).

A diferença entre tais habilidades é destacada no seguinte trecho: “enfoque nas habilidades *estruturais* é tarefa legítima do ensino de Física, enquanto que as habilidades *técnicas* seriam aprendidas em aulas de matemática” (Karam, 2012, p. 54). Nessa perspectiva a Matemática é colocada como condição necessária e ensinada anteriormente a Física, enquanto que ao utilizá-la na Física é preciso interpretar tais regras aprendidas anteriormente.

Karam (2012) apresenta uma tabela com as diferenças semânticas entre conceitos matemáticos e suas respectivas interpretações físicas propostas por Redish

e Pospiech (2006) para esclarecer o que ele chama de habilidades estruturais, trazendo como exemplo, o conceito matemático de derivada, o qual ganha o sentido de taxa de variação em Física. Neste modo de ver, ter habilidades estruturais é saber significar a Matemática na Física, porém o autor não mostra como se daria esse processo de significação durante o ensino.

Tais pesquisas trazem a Matemática em perspectivas diferentes, como o esqueleto que sustenta o corpo da Física proposto com por Ataíde e Greca (2013); ora como a estrutura do conhecimento científico de Pietrocola (2002); ou então, a Matemática como linguagem e processo epistemológico abordado por Mendes e Batista (2016); bem como linguagem estruturante no ensino de Física defendido por Mannrich (2014) ou ainda, instrumento de pensamento proposto por Karam (2012). Elas mostram formas diferentes de compreender a relação linguagem e mundo expressa por meio da relação Matemática e Física e que contribuem em nossas reflexões, quando trazemos a perspectiva pragmática da linguagem de Wittgenstein.

Cremos que, ainda há muito o que avançar nos estudos sobre a relação Matemática e Física no contexto do ensino. Percebemos nestas pesquisas que tanto professores quanto alunos, ainda cometem confusões conceituais quanto ao uso da Matemática neste contexto, por terem uma visão referencial da Matemática.

Neste sentido, há estudos que trazem como foco a segunda filosofia de Wittgenstein em seu aspecto pragmático como Cristiane Gottschalk (2004), Marisa Silveira (2008), em que suas discussões nos fazem refletir sobre “a necessidade de se supor uma realidade matemática extralinguística para dar sentido às suas proposições” (Gottschalk, 2004, p. 309) e apresenta a tese de que:

Esse pressuposto comum leva a confusões nas práticas pedagógicas, pois ao se considerar a linguagem matemática como um mero revestimento de entidades matemáticas, cujos significados são essências que prescindiram totalmente da simbologia matemática, espera-se que o aluno descubra esses significados naturalmente, da mesma forma que o cientista levanta hipóteses e faz experimentações com o objetivo de revelar as propriedades dos objetos do mundo empírico, ou da mesma forma que uma comunidade formula suas leis após um acordo de caráter subjetivo (Gottschalk, 2004, p. 309)

Assim, consideramos necessário colaborar com essa discussão trazendo a Matemática enquanto linguagem constitutiva da Física, com olhar para seu uso no ensino da física sob uma perspectiva filosófica da linguagem de Wittgenstein em seu segundo momento, dialogando, quando necessário, com a filosofia da ciência de Kuhn, pois ele demonstra que seu interesse está além de uma discussão filosófica

para a comunidade científica, mas que também se preocupava com o contexto formativo.

A abordagem do conhecimento físico de Kuhn fornece não apenas uma concepção da qual se podem derivar elementos importantes sobre a matematização da física, como inclui também aportes importantes sobre as práticas pedagógicas (Kuhn, 1987), notadamente aquelas voltadas para a formação do físico enquanto cientista, enquanto futuro membro de uma comunidade (Borella, 2022, p.20).

Então, de que forma se dá a relação Matemática e Física quando se percebe a importância da relação linguagem e mundo, visto que há um interesse intrínseco das ciências físicas pela Matemática? Esta relação precisa ser olhada com mais cuidado, visto que a Matemática está ligada intrinsecamente à Física, já que as ciências físicas se utilizam da Matemática para trazer regularidades e significar seus fenômenos naturais. É preciso olhar para a linguagem científica sem separá-la da linguagem matemática para que não aconteçam equívocos e maus entendimentos quanto a esta relação.

A separação resultante entre pesquisas em matemática e em ciências físicas necessita com urgência de mais estudos, tanto por seu *interesse intrínseco quanto por seu efeito no desenvolvimento destas últimas*. É duplamente o caso, porque essa separação ocorreu de modo diferente e em ritmo diferente em países diferentes, tornando-se fator de desenvolvimento de outras diferenças nacionais (Kuhn, 2011, p.85, grifos nossos).

É preciso olhar para a Física sem separá-la da Matemática, pois esta última tem uma importância grandiosa na constituição desta ciência empírica. Histórico e epistemologicamente, notamos que o processo de inserção da Matemática nas ciências físicas se deu de maneira progressiva mesmo que tenha sofrido resistência por parte de alguns filósofos. Nesta relação, está intrínseco a busca por uma linguagem ideal, livre de incerteza e ambiguidade e que descrevesse os fatos no mundo, esta seria a lógica matemática. Nestas perspectivas apresentadas, a linguagem tem o papel de meio de comunicação e o que importa é a relação direta entre nome e objeto. Ela estaria em segundo plano. Não há uma perspectiva da linguagem como constituinte do processo de conhecimento, de modo que os alunos possam perceber essa relação por meio da significação como Kuhn (2017) sugere:

Por um lado, o estudante aprende o que esses termos significam, que características são relevantes para ligá-los à natureza, que coisas não se pode dizer deles sob pena de contradição, e assim por diante. Por outro lado, o estudante aprende quais categorias de coisas povoam o mundo, quais são as características relevantes, e algo sobre o comportamento do que lhes é e

do que não lhes é permitido. Em boa parte do aprendizado da linguagem, esses dois tipos de conhecimento - conhecimento das palavras e conhecimento da natureza - são adquiridos em conjunto; na realidade, não são dois tipos de conhecimento, mas duas faces da moeda única que uma linguagem fornece (Kuhn, 2017, p. 44-45)

De certo que, essa dissociação da Matemática com a Física, sem vê-las como *as faces da mesma moeda* como diz (KUHN, 2017), está presente na formação dos professores, visto que as práticas docentes, de um modo geral, seguem o que os documentos orientam e muitas dessas orientações estão pautadas por perspectivas filosóficas tradicionais e assim chegam às formações, sem olhar a Matemática como linguagem constituinte da Física, mas como pré-requisito.

Contudo, nossa tese tem um olhar voltado para linguagem como constituinte do processo, assim ela se torna o centro do processo de conhecimento, para tanto, estamos amparados pela filosofia da linguagem wittgensteiniana. Consideramos assim, que, para entendermos um novo modo de ver a relação matemática e física no sentido pragmático da linguagem, é preciso entender os caminhos percorridos pelos filósofos da linguagem, bem como pelo filósofo da ciência Thomas Kuhn, já que este filósofo nos ajuda a entender as relações entre Matemática e Física e por meio delas, apontar desencadeamentos que fujam da perspectiva referencial da linguagem, já que a Física comporta em suas explicações o uso de regras matemáticas.

CAPÍTULO 3 Linguagem e mundo em Wittgenstein e Kuhn: a Matemática como linguagem da Física

Sabemos que as reflexões filosóficas acerca dos problemas da linguagem não são novas, pois sempre ocuparam boa parte das reflexões nos períodos da Filosofia antiga, moderna e contemporânea, porém essas discussões tiveram mais força no período contemporâneo com os filósofos Frege, Russell e Wittgenstein, no uso da lógica formal como instrumento de análise dos problemas de linguagem.

De acordo com Vasco (1994, p. 11), a Filosofia da Linguagem se configura enquanto um entrelaçamento da Filosofia com a Linguística, no entanto, há um questionamento que consta em Hacking (1999) que nos direciona a pensar nesta relação: “Por que a Linguagem interessa à Filosofia?” e dela traremos uma reflexão sobre a importância da Filosofia da Linguagem de Wittgenstein para o ensino de Ciências e para a Matemática.

O matemático e lógico, Frege (1848-1925), escreveu a lógica clássica de Aristóteles em uma forma mais simbólica, ao perceber que essa lógica precisava ser aperfeiçoada. Assim, seu projeto de provar que a aritmética é um ramo da lógica, considerava que a aritmética teria a capacidade de solucionar qualquer ambiguidade, destacando-se na tentativa de aperfeiçoar as teses kantianas acerca da justificação do conhecimento matemático, trazendo como novidade a ideia de concentrar as investigações filosóficas na linguagem e usar meios lógicos para fazê-los e desenvolver seu próprio sistema lógico para apoiar tais investigações (Miguens, 2007).

Durante muitos séculos, a tentativa de utilizar a Matemática como a Ciência responsável pela descrição dos fatos do mundo está subsidiada pela razão e pela experimentação e tem como fundamentos filosóficos os pensamentos de Platão e Aristóteles.

Na breve descrição histórica-epistemológica, apresentada no capítulo 2, percebeu-se que a linguagem não teve tanta importância quanto às perspectivas intuicionista, empirista e antropológica. Porém, é no início do século XX, período intitulado metaforicamente de virada linguística, que os filósofos se interessam e

trazem para o centro das discussões e reflexões, a linguagem, e esta passa a ser o foco das discussões entre filósofos neste período, dentre eles Wittgenstein. Assim a ascensão da importância da linguagem nos pensamentos filosóficos se dá nessa fase histórica, momento em que o foco das discussões deixa de ser o sujeito e passa a ser a linguagem (Fontes, 2020).

Durante a virada linguística, os filósofos que se interessavam pela linguagem começaram a entender que os problemas filosóficos eram problemas da má compreensão da linguagem. “A linguagem deixou de ser um mero instrumento neutro para expressão dos pensamentos e passou a ser vista como determinante para a fabricação das ideias, que não poderiam mais ser separadas do modo como eram expressas” (Fontes, 2020, p.12). Frege ganha influenciadores de seu pensamento e os estudos dos filósofos Bertrand Russell e Ludwig Wittgenstein, na Escola Analítica de Cambridge, resultaram no positivismo lógico do Círculo de Viena. Bertrand Russell fala à Frege que em sua ideia existiam paradoxos (Miguens, 2007). A partir do paradoxo de Frege, os matemáticos, no campo da filosofia da matemática, passaram a estudar a proposta de rever os fundamentos da matemática.

Russell acreditava fielmente que os problemas filosóficos eram, de fato, problemas de conceituação e do mau uso da linguagem comum. Deste modo, ele apresenta uma proposta da lógica simbólica, em que os conceitos matemáticos, sejam da aritmética ou não, poderiam ser reduzidos a conceitos primitivos, o que ele denomina de “Atomismo lógico”, cujo significado é a compreensão *a priori* do sentido da linguagem pelo sujeito. “Russell, acredita que a análise lógica da linguagem é capaz de ‘pôr a nu’ a forma lógica como esqueleto, correspondendo esta forma lógica, então, à estrutura da própria realidade” (Miguens, 2007, p.104).

Desta forma, o conhecimento matemático deixava de ser sintético, como proposto por Kant, e passava a ser analítico, em que a verificação da verdade é colocada pela definição dos termos da linguagem, de modo que a análise da linguagem comum conduziria a uma estrutura lógica que correspondesse nome e objeto no mundo. “A totalidade das proposições verdadeiras é toda a ciência natural (ou a totalidade das ciências da natureza)” (Wittgenstein, 1922/2002, p. 62). Essa ideia relacional entre linguagem e mundo através de uma estrutura profunda da linguagem de Russell, influencia o pensamento de Ludwig Wittgenstein, em sua primeira filosofia.

Assim, a centralidade sobre a ideia de uma realidade constituída pela linguagem, inicialmente, não aponta para as questões de significação das

palavras, mas amplifica um estudo do ponto de vista da lógica. Trata-se de perceber, neste movimento, quais as possibilidades de serem atribuídos valores de verdade às conexões linguísticas entre o que se diz e o que se percebe e, utilizando-se de uma analítica associada à lógica, evitar os problemas filosóficos que surgem de uma falta de compreensão da própria lógica na linguagem (Antunes; Bello, 2019, p. 136).

Wittgenstein conduz seu entendimento sobre a linguagem em uma linha lógico-analítica em dois momentos diferentes. Em sua primeira filosofia, dando continuidade aos métodos filosóficos de Frege e Russell (Miguens, 2007), Wittgenstein traz seus problemas filosóficos, os quais eram diferentes dos problemas de Frege e Russell, e transforma a filosofia da linguagem numa atividade de elucidação lógica, numa perspectiva de pensar quais as implicações e erros lógicos aparecem nesses problemas filosóficos.

Sua obra *Tractatus Logico-Philosophicus*, de 1921, influenciou o positivismo lógico do Círculo de Viena. Nesta obra ele defende a filosofia da linguagem enquanto representação do mundo, buscando uma relação direta entre linguagem e mundo, “(...) é a natureza *isomórfica* dessa correlação que constitui a base da teoria da proposição enquanto imagem dos fatos” (Moreno, 1993, p. 19). Haveria, nesse modo de ver, uma linguagem logicamente verificável e plenamente compreensível numa relação funcional entre esses dois domínios.

Existia, assim, uma linguagem representacional, tal como um cristal, que através dela construímos modelos/formas dos fatos e que ela seria a única e cristalina forma de mostrar a existência e a relação entre pensamento e linguagem, e esse cristal seria a lógica matemática, de tal forma que ela resolveria todos os problemas filosóficos encontrados na ambiguidade da linguagem ordinária, relacionando, biunivocamente, linguagem e mundo. Independente do contexto ao qual a palavra estava sendo aplicada, ela teria um exclusivo referente no mundo.

Ele relaciona uma proposição a um fato do mundo, sendo que tal proposição poderia ser decomposta em proposições menores até que não seria possível prosseguir com essa decomposição, então o que restaria seriam apenas objetos simples relacionados com fatos em nível elementar (Silva; Teixeira Jr.; Costa; Dias, 2022, p. 157-158)

Entende-se, portanto, a partir dessa perspectiva wittgensteiniana que a linguagem possuiria uma universalidade, uma essência, “a linguagem é um modo de medir o mundo” (Hebeche, 2016, p. 46), ficando de fora das discussões o significado que ela adquire no contexto ao qual ela está sendo aplicada.

Wittgenstein abandona esse modo de pensar e em seu segundo momento filosófico, passa a criticar essa maneira de relacionar linguagem. Toma outros rumos de pensamento em relação aos primeiros, “Wittgenstein virá a considerar o *Tractatus* um exemplo de ‘platonismo’ e de ‘dogmatismo’ na tentativa de conceber a natureza da linguagem, em que essa correspondência isomórfica entre linguagem e mundo está envolta de uma concepção referencial de linguagem. A linguagem passa a ser vista enquanto uma atividade e não uma representação do mundo.

No aforismo 1 das IF, Wittgenstein critica a forma de conceber a linguagem defendida por ele em sua obra *Tractatus*: a designação nome-objeto, em que haveria um referente no mundo que se relacionasse diretamente com as palavras. Critica-se assim, a sua universalidade e sua essência. Abandona-se a busca por uma linguagem ideal, passando assim a olhar para esta relação com suas multiplicidades de usos linguísticos.

Esta crítica de Wittgenstein passa a ser foco nas *Investigações* pois o processo de nomeação tende a buscar uma referência, uma neutralidade na linguagem, numa correspondência direta entre objeto e nome, esquecendo-se das diversas significações que as palavras podem ter: “aquele conceito filosófico de significação cabe bem numa representação primitiva da maneira pela qual a linguagem funciona. Mas, pode-se também dizer, é a representação da linguagem mais primitiva que a nossa” (Wittgenstein, 1999, §2), porém, para o austríaco, não faria mais sentido pensar em algo tão limitado assim em que a linguagem teria uma representação no mundo, visto que a palavra possui significação no seu *uso*.

A linguagem passa a ser considerada do ponto de vista da multiplicidade de usos que podem ser feitos das palavras e enunciados, e o mecanismo referencial, será, então, relativizado e situado em seu justo lugar: corresponderá a um dos usos possíveis (Moreno, 2000, p. 60).

Na Escola de Oxford, Wittgenstein altera a maioria de suas hipóteses filosóficas, passando a acreditar em diversas estruturas lógicas e não mais em uma única. Dissolver a imagem dogmática acerca de conceitos era o foco desse novo olhar filosófico sobre a linguagem e passa a ver como a linguagem se comporta mediante cada contexto de uso, numa perspectiva pragmática. A linguagem deixa de ser um instrumento de comunicação e passa a ser constituinte do conhecimento (Gottschalk, 2004).

A mudança de percepção da linguagem está presente na obra póstuma intitulada *Investigações Filosóficas (IF)*. Nela Wittgenstein procura esclarecer os usos das palavras em seus contextos e passa a criticar, o uso exclusivamente referencial da linguagem, não no sentido de negá-la, mas em mostrar que o uso referencial é apenas uma das possibilidades de uso. “Ora, a filosofia das *Investigações* vê a linguagem como uma atividade pública. Isso significa que ela existe a partir das interações dos falantes e não requer o apelo a “processos mentais” para ser explicada” (Hebeche, 2002, p.10).

Recorrer a processos mentais para explicar a significação da linguagem passa a ficar em segundo plano, pois o que tem que ser dito está na linguagem, já que ela não precisa de processos internos no sujeito para ser descrita, mas apenas de processos internos à linguagem. Pensar na multiplicidade de significados, nas diversas possibilidades de uso das palavras e que estas estão ligadas a práticas linguísticas era o novo foco de Wittgenstein. Deste modo, a linguagem ganha sentido em seus contextos de uso, não havendo uma correspondência direta e referencial com o mundo, mas

A linguagem é estabelecida através de acordos: as Regras Gramaticais determinam como as proposições comuns serão ou poderão ser usadas em um jogo de linguagem- e esse processo é arbitrário, não tem contas a prestar a nenhuma realidade (Soares, 2011, p. 46).

É a gramática que determina o que pode ou não ser dito, há aí uma arbitrariedade, em que o sentido da palavra é dado pelas regras instituídas dentro de uma linguagem (Gottschalk, 2020, p.9) e não individual (sem um conjunto de regras instituído), é uma convenção, possível de significação de acordo com o contexto, sem uma referencialidade.

Wittgenstein esclarece neste trecho seu novo modo de compreender a relação da linguagem e mundo, apresentando no aforismo 2 das *Investigações Filosóficas*:

[...] a linguagem deve servir para o entendimento de um construtor A com um ajudante B. A executa a construção de um edifício com pedras apropriadas; estão à mão cubos, colunas, lajotas e vigas. B passa-lhes as pedras, e na sequência em que A precisa delas. Para esta finalidade, servem-se de uma linguagem constituída das palavras “cubos”, “colunas”, “lajotas”, “vigas”. A grita essas palavras; - B traz as pedras que aprendeu a trazer ao ouvir esse chamado (Wittgenstein, 1999, §2).

Este exemplo, mostra uma prática arbitrária, instituída por um grupo, ou melhor, uma atividade entre um pedreiro e o ajudante no contexto em que esses indivíduos

vivem, uma linguagem própria da vivência e que esta é compreendida pelos sujeitos dentro de um contexto.

Wittgenstein chama esta vivência de *jogos de linguagem*, e nelas as palavras expressam seus significados conforme o uso, mostrando que seria limitado pensar em uma única forma de linguagem, mas em conjuntos de atividades interligadas.

Podemos também imaginar todo processo do uso das palavras em (2) [aforismo 2, citado anteriormente] é um daqueles jogos por meio dos quais as crianças aprendem sua língua materna. Chamarei esses jogos de “jogos de linguagem”, e falarei muitas vezes de uma linguagem primitiva como um jogo de linguagem. [...] e poder-se-iam chamar também de jogos de linguagem os processos de denominação das pedras e da repetição da palavra pronunciada. Pense nos vários usos das palavras ao se brincar de roda. [...] Chamarei também de “jogos de linguagem” o conjunto de linguagem e das atividades com as quais está interligada (Wittgenstein, 1999, §7, grifos nossos)

Essa multiplicidade de usos, os diversos jogos de linguagem são apresentados por Wittgenstein no aforismo da metáfora da caixa de ferramentas, quando diz que da mesma forma que cada ferramenta possui sua função de acordo com o uso, na linguagem, as palavras possuem significados a cada contexto inserido.

Pense nas ferramentas em uma caixa apropriada: lá estão um martelo, uma tenaz, uma serra, uma chave de fenda, um metro, um vidro de cola, cola, pregos e parafusos. – Assim como são diferentes as funções desses objetos, assim são diferentes as funções das palavras. (E há semelhanças aqui e ali) (Wittgenstein, 1999, § 11)

É no uso da linguagem mediados pela prática, dentro de uma *gramática* da linguagem, por meio de conjunto de regras de usos das palavras que os significados emergem. “Pensemos, pois, naqueles casos para os quais dizemos que um jogo é jogado segundo uma regra determinada” (Wittgenstein, 1999). As regras, na perspectiva wittgensteiniana, dão condição de sentido ao jogo, dão sentido à linguagem, “são as regras da gramática que definem o que tem e não tem sentido dizer” (Teixeira Jr, 2019, p.157), pois as regras fora do contexto de uso são apenas signos sem significado, é no uso que elas ganham significado.

Em meio a esses pensamentos filosóficos Wittgenstein faz uma analogia entre jogo e linguagem, citando que quando mudam as regras num jogo, muda-se o jogo; assim também funciona a linguagem, se muda o contexto de aplicação, muda o significado da palavra, cria-se um novo jogo de linguagem.

Considere, por exemplo, os processos que chamamos de “jogos”. Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: “Algo deve ser comum a eles senão não se

chamariam ‘jogos’”, - mas veja se algo é comum a eles todos. - Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles. Como disse: não pense, mas veja! - Considere, por exemplo, os jogos de tabuleiro, com seus múltiplos parentescos. [...] E assim podemos percorrer muitos, muitos outros grupos de jogos e ver semelhanças surgirem e desaparecerem (Wittgenstein, 1999, § 66).

Esses parentescos existentes entre os jogos, segundo Wittgenstein, também acontecem no uso da linguagem, ao passo que, vemos semelhanças e dissemelhanças entre os *jogos de linguagem*. Wittgenstein usa a expressão *semelhanças de família* como forma de apresentar esses parentescos e no aforismo 67 traz uma analogia desta expressão com a semelhança existente entre os membros de uma família:

Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão “semelhanças de família”; pois assim se envolvem e se cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor de olhos, o andar, o temperamento, etc., etc.- E digo: os “jogos” formam uma família (Wittgenstein, 1999, § 67).

Para dissolver as confusões que são oriundas do uso referencial da linguagem, Wittgenstein sugere que passemos a compreender a linguagem como um conjunto de atividades que possuem semelhanças de família, dissolvendo assim concepções essencialistas no uso das palavras, procurando significá-las em cada contexto de aplicação, semelhante ao que acontece com os jogos, que não possuem uma essência, mas semelhanças entre si. Contudo, *ver*⁹ requer que tenhamos um olhar não referencial e passemos a olhar o universo de possibilidades de uso, numa visão panorâmica, pois como diz Gottschalk (2013):

(...) começam as confusões, quando aplicamos uma palavra ou expressão da linguagem ordinária com novos usos, que ainda não conhecemos. Precisamos saber *como* está sendo usada, pois ao ignoramos o uso efetivo que fazemos de nossos conceitos é que surgem os grandes problemas filosóficos. (Gottschalk, 2013, p. 58)

Essa percepção do *ver* com seu aspecto conceitual possibilita que se desfaça o olhar referencial quando procuramos uma universalidade no uso das palavras sem olharmos para o contexto no qual a utilizamos. No uso referencial, reside segundo Wittgenstein, os problemas filosóficos que seriam provenientes da má compreensão da linguagem, pois ao colocarmos a linguagem em segundo plano, haveria uma relação direta entre nome e objeto, o que seria um equívoco. Do contrário, ao

⁹ O *ver* no sentido wittgensteiniano tem o sentido de compreensão conceitual. Esse conceito veremos no capítulo 4 com mais detalhes.

voltarmos-nos para as palavras e seus significados, o uso referencial seria relativizado e a percepção de seus usos colocado à luz pragmática, deixando-se de ver seu uso de uma forma geral, passando a vê-la a partir dos contextos em que estão sendo aplicadas. A linguagem passa a ocupar o centro das discussões filosóficas e abre-se um leque de possibilidades de uso das palavras.

Aqui é o lugar de notar que aquele que considera essa folha como modelo 'da forma de folha em geral', a vê diferentemente daquele que a considera como modelo para essa forma determinada. Ora, poderia ser assim - apesar de que não o é - pois isto significaria apenas que, por experiência, aquele que vê a folha de uma maneira determinada emprega-a desta ou daquela maneira, segundo esta ou aquela regra. Existe certamente *esta* ou *outra* maneira de ver; dão-se também casos em que aquele que vê um modelo *assim* geralmente o empregará *desta* maneira, e o que o vê de outro modo empregá-lo-á de outra maneira [...] (Wittgenstein, 1999, §74).

Tais conceitos wittgensteinianos vêm a revolucionar a filosofia contemporânea e influencia vários campos do conhecimento (Gottschalk, 2020), dentre estes, o campo educacional, ajudando a esclarecer as confusões pedagógicas que se instalam no ambiente escolar, visto que a filosofia da linguagem do austríaco, tende a ver a linguagem, no uso em seus diversos contextos e não, com exclusivo olhar referencial, como era proposto pelas vertentes construtivistas dispostas ensino por meio das perspectivas experimental, cognitiva e antropológica.

Numa perspectiva de linguagem wittgensteiniana, Gottschalk (2020) busca discutir as confusões conceituais que surgem quando a multiplicidade da linguagem é abandonada:

[...] com a concepção de linguagem da segunda fase do pensamento deste filósofo, abriram-se novas perspectivas para se pensar não só as tradicionais questões da filosofia, como também para enfrentar os impasses educacionais contemporâneos, frutos de confusões conceituais que se instalam no âmbito da escola e nos currículos escolares, quando se ignora a multiplicidade das funções da linguagem (Gottschalk, 2020, p. 13).

Portanto, apoiados nestas noções filosóficas em que a linguagem se situa em primeiro plano, de modo que é relativizado seu uso referencial, passamos a pensar nos diversos usos da linguagem e em modo particular, no uso da linguagem matemática no ensino de Física. Nesse sentido, as contribuições do filósofo Thomas Kuhn tornam-se relevantes, uma vez que as reflexões sobre linguagem e mundo na constituição da linguagem da física e sua relação com a Matemática sofrem influência da perspectiva adotada pela filosofia da ciência. Por outro lado, sabe-se que Wittgenstein (principal referencial teórico desta tese) influenciou o pensamento de

Kuhn. Neste sentido, buscamos apontar as aproximações e dissemelhanças dos pensamentos dos dois filósofos, a fim de melhor entender as relações entre Matemática e Física, por meio da relação linguagem e mundo.

3.1 AS CONTRIBUIÇÕES DE WITTGENSTEIN NA FILOSOFIA DA CIÊNCIA

Inspirado na filosofia wittgensteiniana, o físico, historiador e filósofo Thomas Kuhn, teve como primeiro livro a *Revolução Copernicana* (1957), porém foi com a publicação do livro *A Estrutura das Revoluções Científicas*¹⁰ que Kuhn ascende como grande intelectual voltado para a história e filosofia em Ciências (1962). Nesta última obra ele volta seus pensamentos sobre a linguagem científica em sua filosofia da ciência e deixa explícita a ligação entre a linguagem e o mundo na constituição do conhecimento científico por meio dos conceitos de paradigma, incomensurabilidade, revolução entre outros, discorridos por Kuhn durante o período de ciência normal.

Toda a constituição da ciência, em especial da Física, discutida em sua obra de 1962 e que serviu de base epistemológica e filosófica para as ciências, segue um encadeamento de etapas que constitui, o que Kuhn denomina de ciência normal, estruturada da seguinte maneira: “(...) ciência normal com um paradigma e dedicação para solucionar quebra-cabeças; seguida de sérias anomalias, que conduzem para uma crise; e finalmente resolução da crise por meio de um novo paradigma” (Kuhn, 2013, p. 4). Diante dessa estrutura da “ciência normal”, os paradigmas assumiram a condição de “um conjunto de resultados reconhecidos pela comunidade científica e que sugere padrões de comportamento” (Condé, 2020, p. 86), de modo que neste contexto normativo a ciência teria a função de resolver “quebra-cabeças” de tal modo que caso a “peça” não se encaixasse aos padrões da comunidade científica, ela sairia do *jogo*, configurando-se como um “processo de modelar a solução de novos problemas segundo aqueles previamente encontrados” (Zylbersztajn, 1991, p. 50).

No contexto da ciência normal, o paradigma ganha o caráter de meio de apresentação padronizado (ousamos dizer, proposições gramaticais ou normas) dentro de uma linguagem científica, de modo que busca métodos que guiem a solução do “quebra-cabeça”. Eles “(...) guiam a aplicação dos conceitos ou regras explícitas ao modo de um *compromisso de grupo*” (Almeida, 2010, p. 165).

¹⁰ Usarei sucintamente a denominação *Estrutura* quando for referir-me a obra *A Estrutura da Revolução Científica*.

Contudo, para que chegue a ser aceitável pela comunidade científica, o paradigma passa por um período de insegurança, em que *anomalias* são encontradas e a comunidade científica, há de decidir se exclui tais anomalias ou se aceita-as. Tais anomalias nas ciências normais, tendem a serem excluídas pelos pesquisadores para que não haja uma *revolução científica*. “Se as regras não se encaixarem, ou melhor, se o caso não entrar no conceito, uma ameaça estaria intoxicando a atmosfera com a possível ocorrência de uma *anomalia*” (Almeida, 2010, p. 263). Não é de interesse da ciência normal encontrar anomalias, bem como não pretendem formar novas teorias.

Em meio a reflexões sobre sua ciência normal, Kuhn em um posfácio da obra *A Estrutura* publicado em 1969 revisita¹¹ alguns dos conceitos, influenciado, segundo Condé (2020), pela filosofia de Wittgenstein. Nessa mudança de pensamento, Kuhn traz a linguagem para o centro de sua revisão, de tal maneira que busca esclarecer o sentido de alguns conceitos, bem como substituir outros por terem sido mal compreendidos e os sentidos utilizados equivocadamente.

Utilizamos assim, a virada linguística como lugar histórico central para apresentar uma breve relação entre Kuhn e Wittgenstein, já que este período foi fundamental para o desenvolvimento do pensamento filosófico tendo como foco a linguagem. As reflexões acerca dos pensamentos de Thomas Kuhn se tornam relevantes nesta pesquisa, pois ao escolhermos olhar o uso da linguagem matemática na Física e no ensino da Física, sua filosofia é imprescindível, mesmo que nossas discussões tenham ênfase na filosofia da linguagem de Wittgenstein.

Um dos exemplos, dessa revolução linguística em Kuhn, está presente no conceito de paradigma. Este foi um dos conceitos que deixou de existir na sua filosofia, por ter sido utilizado de diversas maneiras, que não eram com os sentidos que Kuhn elaborou na ciência normal, assim ele tenta em seu posfácio, esclarecer os mal entendidos de alguns conceitos importantes da filosofia da Ciência normal, modificando uns ou atribuindo novo significado a outros. Paradigma, passa a ser chamado de *matriz disciplinar* (MD).

Eu preferiria agora alguma outra expressão em lugar desse termo [paradigma], talvez “matriz disciplinar”: “disciplinar” por ser comum aos praticantes de uma disciplina especificada; “matriz” por consistir em elementos ordenados que requerem especificação individual (Kuhn, 2017, p. 208).

¹¹ Termo utilizado por Kuhn que se refere a sua nova compreensão da filosofia da ciência a partir das ideias filosóficas de Wittgenstein.

Não foi apenas uma mudança de denominação, mas num novo modo de ver tal conceito dentro de uma comunidade científica com intuito na compreensão entre linguagem e mundo (Borella, 2022).

Nesta perspectiva, o conceito de paradigma presente na filosofia da Ciência normal de Thomas Kuhn, teria um papel, segundo a primeira filosofia de Wittgenstein, de organizar o mundo, seriam as regras preparatórias para o uso da linguagem física, em que o paradigma descreve fatos do mundo, como diz Condé (2020), fariam parte da “gramática lógica”. Tal mudança no modo de ver o conceito de paradigma tem influências de Wittgenstein, quando no aforismo 50 ele nos diz:

Neste jogo esse modelo não é algo apresentado, mas meio de apresentação (...). Aquilo que aparentemente, deve haver pertence à linguagem. É um paradigma no nosso jogo: algo com o qual é comparado. E constatar isso pode significar fazer uma constatação importante; mas é com efeito uma constatação concernente ao nosso jogo de linguagem - nosso modo de apresentação (Wittgenstein, 1999, § 50).

Os paradigmas seriam meios de apresentação da linguagem científica estabelecidas pela comunidade de pesquisadores e estes estariam vinculados a um significado, os quais estão relacionados aos contextos no qual está sendo usado, relacionando-se com outros paradigmas, compartilhado por um grupo a partir de uma forma de vida. Quando os paradigmas não funcionam mais, eles entram em crise na comunidade científica, para tanto é preciso que os homens que compartilham do mesmo paradigma falem a mesma língua.

Homens cuja pesquisa está baseada em paradigmas compartilhados estão comprometidos com as mesmas regras e padrões para a prática científica. Esse comprometimento e o consenso aparente que produz são pré-requisitos para a ciência normal, isto é, para a gênese e a continuação de uma tradição de pesquisa determinada. (Kuhn, 2013, p. 47-48)

Em perspectiva filosófica wittgensteiniana esse compartilhamento das mesmas regras se deve ao fato de o grupo ter a mesma forma de vida, jogarem o mesmo jogo, usarem a mesma gramática.

Nesta revisitada de Kuhn, o conceito de matriz disciplinar que substitui o conceito de paradigma é apresentado por ele como um conjunto de elementos que explicariam o funcionamento das ciências físicas sem equívoco. Seus três principais elementos são: as generalizações simbólicas, os exemplares e os modelos.

Kuhn chama de generalizações simbólicas:

(...) um tipo importante de componente do paradigma. Tenho em mente aquelas expressões, empregadas sem discussão ou dissensão pelos membros do grupo, que podem ser facilmente expressas numa forma lógica como $(x) (y) (z) \phi (x,y,z)$. Falo dos componentes formais ou facilmente formalizáveis da matriz disciplinar. Algumas vezes são encontradas ainda sob a forma simbólica: $f = ma$ ou $i = V/R$. Outras vezes são expressas em palavras: “os elementos combinam-se numa proporção constante aos seus pesos” ou “a uma ação corresponde uma reação igual e contrária”. Se não fossem expressões geralmente aceitas como essas, os membros do grupo não teriam pontos de apoio para a aplicação das poderosas técnicas de manipulação lógica e matemática no seu trabalho de resolução de enigmas (Kuhn, 2013, p.193).

E complementa dizendo que ela funciona em parte como leis, em parte como definição de alguns símbolos (Kuhn, 2013).

Quando tais generalizações simbólicas são descritas por meio de símbolos, elas carregam uma linguagem matemática que possui uma significação no contexto ao qual está sendo aplicada, o que as diferencia das regras matemáticas em si, que são ausentes de significação, quando não estão imersas num contexto.

Nesse tocante, a crítica central de Kuhn a “received view” é de que as expressões simbólicas que aparecem em sistemas puramente matemáticos/formais funcionam de forma muito diferente das generalizações simbólicas nas teorias científicas (Abrantes, 1998, p. 67).

No entanto, as expressões simbólicas matemáticas contidas nas generalizações só ganharão significado se forem aplicadas a determinado contexto. Tais generalizações, numa perspectiva wittgensteiniana, teria a função semelhante a das proposições gramaticais, as quais dão condições de uso para aplicar em diferentes contextos e passam a ser chamadas de *exemplares*, estes sendo:

(...) as soluções concretas de problemas que os estudantes encontram desde o início de sua educação científica, seja nos laboratórios, exames, seja no fim dos capítulos dos manuais científicos. Contudo, devem ser somados a esses exemplos partilhados pelo menos algumas das soluções técnicas de problemas encontráveis nas publicações periódicas que os cientistas encontram durante suas carreiras como investigadores (Kuhn, 2013, p. 197).

Os exemplares, na perspectiva kuhniana são os diferentes modos de expressar a generalização simbólica, diversas aplicações em contextos diferentes, mas que possui uma regra matemática que assume o papel de generalização para os diversos casos. Enquanto os modelos:

Entre outras coisas, [os modelos] fornecem ao grupo as analogias ou metáforas preferidas ou permissíveis. Desse modo auxiliam a determinar o que será aceito como uma explicação ou como uma solução de quebra-cabeça e, inversamente, ajudam a estabelecer a lista dos quebra-cabeças

não solucionados e a avaliar a importância de cada um dele (Kuhn, 2013, p. 195-96).

Essa revisitada feita por Kuhn em sua filosofia aparece também em obras posteriores *A Estrutura*, entre elas *O caminho desde a Estrutura: ensaios filosóficos, 1970- 1993*, que ele demonstra seu novo olhar sobre sua obra principal, trazendo a linguagem para seu pensamento, ao dizer:

Se eu estivesse reescrevendo agora a *Estrutura*, enfatizaria mais a mudança de linguagem e menos a distinção normal/revolucionária. Mas eu ainda discutiria as dificuldades especiais sofridas pelas ciências com a mudança holística de linguagem, e procuraria explicar essa dificuldade como *resultado da necessidade que têm as ciências de uma precisão especial na determinação da referência* (Kuhn, 2017, p. 76, grifos nossos).

Neste trecho, Kuhn enfatiza que se tivesse trazido a linguagem para o centro de suas discussões na obra de 1962, suas reflexões se voltariam para discutir sobre a necessidade que a ciência tem de referenciar a linguagem científica. Nesta colocação, percebemos que Kuhn se aproxima das reflexões que Wittgenstein faz logo no início de sua obra *Investigações Filosóficas*, quando discute a concepção referencial de linguagem. A linguagem na perspectiva pragmática é ponto central nas discussões de obras escritas pelos comentadores de Wittgenstein bem como faz-se necessário centralizá-la nesta pesquisa.

Apesar da relação entre Kuhn e Wittgenstein não ter sido suficientemente compreendida por seus comentadores, pois estes, ou eram comentadores de Kuhn ou eram comentadores de Wittgenstein (Condé, 2020), as semelhanças entre eles aparecem nas obras e conceitos utilizados. Segundo Condé (2020), há três aspectos abordados pelo filósofo Kuhn que tem influência da filosofia de Wittgenstein, são eles: a importância dada à linguagem, passando a desempenhar papel central nos eventos científicos, sendo a revolução científica enfatizada pela mudança de linguagem; em segundo, são os usos de alguns conceitos wittgensteinianos como jogos de linguagem, uso, semelhança de família, dentre outros que se assemelham com conceitos da filosofia da ciência e, o terceiro está na relação entre a linguagem e mundo, porém neste terceiro aspecto Condé (2020) ressalta que Kuhn tem perspectiva diferente do segundo Wittgenstein, apesar de tentar se assemelhar quando critica a necessidade da referencialidade da ciência.

Para Condé (2020) Kuhn teve dificuldades em incorporar a perspectiva pragmática wittgensteiniana, pois o mais importante para Kuhn era valorizar a relação direta entre linguagem e natureza diferentemente de Wittgenstein que valoriza a

linguagem como constituinte desta relação. “A linguagem é uma moeda, com uma das faces voltadas para fora, para o mundo, e a outra voltada para dentro, para o reflexo do mundo na estrutura referencial da linguagem” (Kuhn, 2017, p.43).

Deste modo, a relação linguagem e mundo que aparece na filosofia de Kuhn ainda tem resíduos da primeira filosofia wittgensteiniana, pois espera-se que exista uma relação direta entre linguagem científica e sua representação no mundo, concepção está criticada por Wittgenstein em sua segunda filosofia. Assim, esta relação seria representada a partir de uma descrição lógica de fatos que ocorrem no mundo, em uma relação biunívoca, de modo que a linguagem teria função de comunicar os fatos. A linguagem científica estaria relacionada diretamente com a natureza, seu referente, por meio dos exemplares (Borella, 2022).

Outro conceito que Kuhn revisita, é o de *incomensurabilidade*. A incomensurabilidade de paradigmas na obra de Kuhn em 1962 parte do princípio de que quando há a transição de um paradigma a outro, “mesmo [que os membros de uma comunidade científica estejam] concordando em certos aspectos, apresentarão [na mudança de paradigma] concepções diferentes da natureza [defendidas por outra comunidade que] proporão diferentes questões como significativas, legítimas e fundamentais” (Zylbersztajn, 1991, p. 53). Assim, paradigmas diferentes se caracterizavam como incomensuráveis, não haveria compartilhamento de paradigmas diferentes pelo mesmo grupo.

Kuhn admitia que haveria uma disjunção entre o conceito de massa em Newton e em Einstein, o qual possui significados diferentes em cada contexto físico.

A questão [incomensurabilidade] foi com frequência debatida usando-se o exemplo da massa. O termo é essencial tanto para Newton quanto para Einstein. A única sentença de Newton que todo mundo lembra é $f = m.a$. A única de Einstein é $E = m.c^2$. Mas essa última não faz sentido na mecânica clássica, portanto (instavam alguns) você não pode realmente comparar as duas teorias, e, “portanto”, (ainda pior) não há base racional para preferir uma teoria em detrimento da outra (Kuhn, 2013, p.18).

Neste modo de ver, Kuhn ainda não tinha pensado nas semelhanças que podem ter os paradigmas novos com os antigos, que mesmo sendo aplicados em contextos diferentes, alguns resíduos dos paradigmas antigos ficavam nos novos. A questão de olhar para a linguagem, num sentido pragmático, ainda não pairava pela sua filosofia.

Ao revisitar esse conceito de incomensurabilidade, ele o apresenta como uma busca por semelhanças, que ele chama de *família natural*. Apresenta então, a

chamada teoria do léxico¹², na qual a semelhança entre léxicos passa a ser levada em consideração, de modo que conceitos físicos poderiam apresentar analogias entre si por meio das diversas aplicações de um dado léxico, deixando de ver os signos como representação do mundo, passando a ganhar significado dependendo do campo científico que esteja se desenvolvendo. Há, nesse aspecto, uma influência do segundo Wittgenstein na filosofia da ciência de Kuhn.

Deste modo, os pressupostos paradigmáticos não são mais tomados como fundamentos últimos da ciência, mas adquire um sentido pragmático na linguagem científica. O conjunto de regras “com as noções de significado como uso e dos jogos de linguagem” (Condé, 2020, p.92) não seriam mais disjuntos, mas apresentam semelhanças, ao mesmo tempo que ganham significado no uso.

Dentre todas as mudanças de pensamento sobre a linguagem científica que Kuhn (2017) fez, ele afirma que uma das mudanças revolucionárias mais difíceis de perceber dentro das ciências físicas foi “uma mudança central de modelo, metáfora ou analogia - uma mudança de ideia que se tem do que é similar a quê, e do que é diferente do quê” (Kuhn, 2017, p. 43). Inspirado em Wittgenstein, Kuhn buscou perceber como os exemplos da ciência física se assemelham a outros e caracteriza essa percepção como ora interna, ora externa e chama essa percepção, de ver um como outro, de *similaridade*.

Às vezes, como no exemplo de Aristóteles, a similaridade é interna à área de investigação. Assim, para os aristotélicos, o movimento era um caso especial de mudança, de modo que a pedra que cai era *como* o carvalho que cresce, ou *como* a pessoa convalescendo de uma doença. Esse é o padrão de similaridades que constitui uma família natural para esses fenômenos, que os coloca na mesma categoria taxonômica e que teve de ser substituído no desenvolvimento da física newtoniana. Em outros casos, a similaridade é externa. Assim, os ressoadores de Planck eram *como* as moléculas de Boltzmann; as células da pilha de Volta eram *como* garrafas de Leyden; a resistência era *como* a vazão eletrostática. Também nesses casos, o velho padrão de similaridades tinha de ser descartado e substituído antes do processo de mudança, ou durante ele. (...) Em cada um deles, dois objetos ou situações são justapostos, e diz-se que são o mesmo ou que são semelhantes (Kuhn, 2017, p. 43-44).

Há uma nova configuração da filosofia da ciência. Assim como os paradigmas não são mais incomensuráveis, mas se sobrepondo encontram semelhanças e

¹² Kuhn trata com mais detalhes sobre a teoria do léxico em sua obra *O caminho desde a Estrutura*, quando ele faz crítica a Quine que opta por abandonar o significado e adota a universalidade. Kuhn defende que “possuir um léxico, um vocabulário estruturado, é ter acesso ao conjunto variado de mundos que esse léxico pode ser usado para descrever” (KUHN, 2011, p.80).

diferenças entre si, do mesmo modo acontece com os exemplos compartilhados pela comunidade científica, que se assemelham de tal forma que podemos ver semelhanças de um com o outro, porém para que haja essa percepção dos mundos diferentes “é necessário compreender seus léxicos e suas possíveis similaridades e diferenças” (Condé, 2020, p. 89). É um *ver* de um novo modo, em que as semelhanças e diferenças se apresentam por meio da conexão entre léxicos diferentes, por meio dos exemplares. A similaridade em Kuhn se assemelha ao *ver como*¹³ em Wittgenstein.

Dada a falta de tempo para multiplicar os exemplos, sugiro que a capacidade adquirida de perceber semelhanças entre problemas aparentemente díspares cumpre, na ciência, uma parte significativa do papel em geral atribuído às regras de correspondência (...) uma vez percebida a semelhança, utilizam-se simplesmente os vínculos que já se mostraram eficazes (Kuhn, 2011, p.336).

Para Kuhn, nessa nova maneira de ver a relação linguagem e mundo, o conceito de similaridade passa a ser aplicado quando as *regras de correspondências* deixaram de ser foco dos seus pensamentos, pois para que essas regras prevalecessem haveria entre linguagem e natureza uma relação biunívoca, de modo que bastaria aplicá-las que estas descreveriam o mundo. A partir desse novo modo de ver de Kuhn, as regras de correspondências são substituídas pela semelhança entre as situações-problemas e passa a usar o termo similaridade, que se assemelha ao *ver como* de Wittgenstein.

Trazendo essa discussão para o contexto acadêmico, estas regras de correspondência seriam “as responsáveis por fazer com que os estudantes conseguissem fazer a associação de exemplares a serem resolvidos com exemplares já resolvidos anteriormente que são análogos”(Borella, 2022, p.41), o que para Kuhn (2011) estaria cumprindo o papel de saber apenas aplicar as regras, que na perspectiva wittgensteiniana caracterizaria uma concepção referencial de linguagem, pois uma regra não comporta suas aplicações, já que um exemplar pode não servir para o outro, ao mesmo tempo que ter resolvido exemplares anteriores não dariam condições de perceber novos exemplares, novas aplicações. Era, portanto, na perspectiva de Kuhn necessário aplicar a similaridade (análogo ao *ver como* wittgensteiniano), pensando nos diferentes modos de ver o uso dos exemplares, de conectá-los, de modo que o uso destes deixam de ser aplicações isoladas da

¹³conceito central nessa pesquisa, o qual será mostrado mais detalhadamente no capítulo 4.

generalização simbólica e que esta última ao mesmo tempo não tenha a função de modelo único, mas que no processo de ensino sejam estabelecidas similaridades entre generalizações simbólicas e exemplares. Numa linguagem wittgensteiniana, que o professor tenha habilidade em aplicar o *ver como*, pois as regras não comportam suas aplicações, ao mesmo tempo que um modelo não dá condições ao aluno perceber a similaridade entre os exemplares e nem perceber como aplicar a generalização simbólica.

Essa revolução de pensamento científico que se dá em Kuhn, que ora fora inspirado no pensamento filosófico de Wittgenstein, traz elementos como paradigmas, generalizações simbólicas, exemplares, dentre outros, para pensarmos o uso da Matemática no contexto do ensino da Física, pois é por meio das regras matemáticas que os conceitos físicos ganham sentido.

3.2A MATEMÁTICA COMO LINGUAGEM CONSTITUINTE DA FÍSICA NUMA PERSPECTIVA WITTGENSTEINIANA

Como já vimos anteriormente, tanto os pensamentos de Kuhn quanto do filósofo Wittgenstein têm como principal interesse a relação entre linguagem e mundo, o primeiro numa perspectiva ora referencial ora pragmática, e o outro numa perspectiva pragmática da linguagem.

Kuhn inspirado nas ideias de Wittgenstein em sua filosofia da ciência, apresenta alguns conceitos cujo sentido dado a elas se assemelham ao da filosofia da linguagem. Nos interessa, nesta tese, discutir a relação entre a filosofia da linguagem de Wittgenstein e a filosofia da ciência de Thomas Kuhn, tendo em vista que Kuhn traz contribuições sobre o uso da linguagem matemática por meio dos elementos da matriz disciplinar (generalização simbólica, exemplares e modelos), por outro lado, não é objetivo desta tese uma discussão mais aprofundada já que nosso olhar se volta à perspectiva wittgensteiniana.

Voltando-nos a pensar no entrelaçamento que existe entre Matemática e Física no contexto do ensino da Física, numa perspectiva wittgensteiniana, compreendemos que a linguagem científica da Física está relacionada com diversas outras linguagens, em que cada uma possui seu *jogo de linguagem*, com palavras ou signos responsáveis pela composição da gramática da Física, e que possuem a função de dar significado aos fenômenos físicos.

A expressão “jogo de linguagem” enfatiza o papel que nossas formas de vida têm na utilização de nossas palavras. Todo jogo de linguagem envolve uma gramática dos usos, as quais estão ancoradas em uma práxis, em uma forma de vida. Nesse sentido, o elo semântico entre a linguagem e a realidade não é dado apenas pelas regras que governam a linguagem, mas pelos próprios jogos de linguagem, pois as regras só têm sentido contra o pano de fundo de um determinado jogo de linguagem. Por conseguinte, os jogos de linguagem têm primazia sobre as regras. Uma palavra só adquire significado quando se opera com ela, portanto, dentro de um jogo de linguagem, que seria para Wittgenstein, a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais vem entrelaçada. A palavra jogo vem ressaltar as diversas atividades com as quais a linguagem se vincula. (Gottschalk, 2014, p. 78)

A Física possui um jogo de linguagem compartilhado pela comunidade científica, que é chamado de teoria do léxico¹⁴ ou gramática¹⁵, que em sua forma de vida utiliza-se de várias outras formas para expressar os fenômenos físicos, dentre eles estão, a observação, a experimentação bem como a linguagem matemática, esta última contribuindo com a leitura dos fenômenos físicos de forma regular, utilizando-se de variáveis, uma linguagem mais simbólica, digamos uma forma de vida específica de expressar a Física, tão importante quanto as demais, de modo que a Física pode ser lida e compreendida de maneira mais conceitual como também mais matematizada.

Para termos uma visão panorâmica¹⁶ desse entrelaçamento da Matemática e Física no âmbito do ensino da Física, recorreremos às contribuições de educadores e pesquisadores que buscaram na filosofia de Wittgenstein uma forma de se desprender do uso referencial da linguagem recorrente nas reflexões sobre ensino e aprendizagem e tentar compreender como se dá essa percepção.

Os estudiosos de Wittgenstein que trazemos aqui não tiveram um olhar direcionado ao uso da Matemática no ensino da Física, mas suas reflexões esclarecem os usos que são feitos da Matemática e permite-nos olharmos para seu uso em um contexto de aplicação. Dentre os estudiosos que subsidiam suas obras na perspectiva filosófica da linguagem, está Gottschalk (2012, 2004, 2008).

Em muitas de suas obras, ela busca esclarecer parte das confusões que são construídas em relação à Matemática, Gottschalk (2012) provoca reflexões acerca dos usos unilaterais da Matemática, apresentando, por exemplo, a perspectiva experimental, que daria à Matemática a função de descrever fatos do mundo, de modo

¹⁴ conceito kuhniano

¹⁵ conceito wittgensteiniano

¹⁶ Uma fonte principal de nossa compreensão é que não temos uma visão panorâmica do uso das palavras. – Falta caráter panorâmico à nossa gramática. – A representação panorâmica permite a compreensão, que consiste justamente em “ver as conexões. (Wittgenstein, 1999, §122)

que suas verdades seriam obtidas a partir das generalizações da experiência, dispostas nos fenômenos naturais. Assim, para aprender Matemática na escola, o aluno deveria partir de problemas contextualizados e deles perceber qual Matemática está ali inserida.

Na perspectiva cognitivista, os objetos matemáticos são construídos a partir de operações mentais que se desenvolvem concomitantemente com o meio ambiente. Apoiados nessa perspectiva, a aprendizagem do aluno se dá por meio de processos internos, em que ter em mente a Matemática ou tê-la guardada na lembrança daria condições de saber utilizá-la em diversos contextos.

Já na perspectiva antropológica, as verdades matemáticas emergem da interação social, assim há negociações entre professor e aluno de modo que partilham os significados dos objetos matemáticos.

Todas essas perspectivas, trazem equívocos sobre o papel que a linguagem matemática desempenha em seus diversos contextos, de modo que buscam fundamentos últimos fora da linguagem, por meio de concepções extralinguísticas.

O que une estas duas concepções de atividade matemática (a idealista e a empirista) é a crença de que haveria um significado essencial dos entes matemáticos fundamentados numa intuição, ou numa ação empírica, ambas consideradas condições extralinguísticas para a sua aquisição. Em outras palavras, é como se a atividade matemática se referisse a algo existente *a priori* no sujeito ou no mundo externo, e que passa a ser expresso linguisticamente, onde a linguagem matemática teria uma função meramente descritiva ou comunicativa (Gottschalk, 2014, p. 74).

Essas perspectivas extralinguísticas da Matemática levam o professor a buscar significados na linguagem natural, porém nossa língua materna é polissêmica, e isso pode levar, muitas das vezes, a causar confusões pedagógicas (Gottschalk, 2014), já que sua gramática se configura como um conjunto de regras que a cada jogo de linguagem, as palavras adquirem seus significados e não um significado essencial. Parafraseando Wittgenstein (2010, p. 138), são as regras gramaticais, em uso, ancoradas a uma práxis, que determinam os significados das palavras.

Aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra, ou de um conjunto de regras, que governa o uso. Uma das consequências dessa ideia é que não há sentido em ensinar um significado essencial de uma palavra independente de seus diversos usos. Uma palavra só adquire significado quando se opera com ela, ou seja, seguindo uma regra (Gottschalk, 2014, p. 5).

Analogamente acontece com o uso que se faz da linguagem matemática, com suas regras gramaticais, as quais dão sentido ao contexto que está sendo aplicada, e

para seguir as regras é necessário que siga dentro de um jogo de linguagem pré-estabelecido, para que não estabeleça um significado essencial independente do contexto.

O perigo reside em tomá-las por aquilo que elas não são, pretendendo fazer com elas mais do que elas podem permitir. Ao explicitar o engano aprendemos com ele: passamos a ver mais claramente como usamos a linguagem e, assim, como ela opera em nossa vida (Moreno, 1993, p.79).

Saber como utilizar a Matemática nos diversos contextos é necessário para que não se opte por adotar o uso referencial da linguagem. Assim, nesse contexto de pesquisa, a Matemática é vista enquanto um dos jogos de linguagens com regras internas à sua gramática, constituído por proposições normativas e que dentro do contexto do ensino da Física elas dão condições de sentido para as proposições empíricas, mesmo que elas sejam epistemologicamente diferentes.

É necessário, nesta perspectiva, dar importância ao significado que se atribui à linguagem matemática dentro do jogo de linguagem da Física, pois segundo a filosofia de Wittgenstein é por meio dos jogos de linguagem que poderíamos curar nossos males relativos à linguagem realizando uma *terapia* (Silveira, 2017). Terapia filosófica esta que nos traz reflexões acerca de como a Matemática é usada no ensino da Física pelo professor formador de Física.

A terapia filosófica não se dirige à Matemática enquanto jogos de linguagem onde são construídos conceitos necessários; dirige-se, isto sim, às interpretações que damos de sua necessidade. Surgem os problemas filosóficos quando procuramos critérios onde não há lugar para eles, ou quando não percebemos que os critérios são relativos aos jogos de linguagem no interior dos quais os aplicamos (Moreno, 1993, p.126).

Seria equívoco atribuir à Matemática funções que seriam das proposições empíricas, pois numa perspectiva wittgensteiniana, ela é constituída de proposições normativas e não descrevem a realidade, mas atribuem sentido a ela. Deste modo, suas regras, apesar de serem necessárias para a leitura do mundo de maneira mais regular, não são suficientes para compreensão dos fenômenos físicos. Além de saber seguir as regras é necessário atribuí-las significado, conectando-a ao contexto ao qual ela está sendo aplicada para que não haja um uso referencial, crítica feita por Wittgenstein em sua segunda filosofia.

A partir dessas confusões que ainda existem quando se discute o papel da Matemática na Física e no ensino da Física e por meio de reflexões acerca da filosofia wittgensteiniana, apontamos para uma busca em esclarecer possíveis confusões que

venham a surgir no mal uso da linguagem.

Matemática e Física se constituem nesta tese como *jogos de linguagem* que se entrelaçam, desvinculado à alguma perspectiva dogmática, abrindo espaço para perceber suas diferenças e semelhanças.

Trata-se, apenas de descrevê-las o mais minuciosamente possível, não para *encontrar* soluções - pois quando assumimos a tarefa de descrição, podemos *evitar* as confusões -, mas para tornar claro o que já está diante de nossos olhos. Daí podemos *ver*, até mesmo, que certas regras são aplicadas com função normativa e *a priori*, enquanto outras devem passar pelo crivo dos fatos (Moreno, 1993, p. 66).

Considera-se, portanto, apoiados na filosofia wittgensteiniana, que a Matemática possui uma gramática, que se configura enquanto um conjunto de regras cujas proposições são gramaticais e não depende das ciências empíricas para ter significado dentro do seu jogo de linguagem. Por outro lado, as ciências empíricas, em particular, a Física, seu jogo de linguagem dependem de outras linguagens, dentre elas, a linguagem matemática, expressas nas generalizações simbólicas e exemplares e que precisam ser significadas para dar sentido aos conceitos físicos.

Proposições gramaticais são uma preparação para os usos descritivos das proposições construídas pelas ciências, ao colocarem formas consensuais de descrição dos fatos; e as proposições matemáticas são o caso exemplar desta situação (Moreno, 1993, p.127).

Assim, as proposições matemáticas teriam semelhanças com as *generalizações simbólicas*, pois ambas serviriam de preparação para a descrição das proposições empíricas, e só ganham sentido se empregadas em algum contexto. “As generalizações simbólicas compartilhadas funcionam, por ora, como expressões num sistema puramente matemático” (Kuhn, 2011, p. 317) bem como “Tais símbolos e expressões formadas ao compô-los são não interpretados, ainda são algo vazio de significado ou aplicação” (idem).

Já os significados aparecem quando as regras matemáticas se relacionam com os fenômenos físicos que expressam fatos do mundo, quando são aplicados em algum contexto, que Kuhn denomina de exemplares.

Ao se falar de uma ciência e, principalmente na física, é necessário que os termos façam relação com a natureza, ou seja, a aprendizagem do léxico por si só não diz nada sobre a ciência em questão. É necessário que faça relação com o mundo (Borella, 2022, p.43).

Deste modo, o uso referencial das regras matemáticas também se dá quando suas proposições gramaticais são consideradas de caráter hipotético e suas

demonstrações seriam descrições dos fatos do mundo (Gottschalk, 2006), pois da mesma forma que elas por si só não têm significados, elas também não são descritoras dos fenômenos físicos.

As regras não descrevem, elas orientam, elas constituem sentidos, nos dizem o que podemos ou não podemos dizer. Porém, não podemos verificá-las como verdadeiras ou falsas, pois são proposições necessárias ou gramaticais (Teixeira Jr; Silveira; Silva, 2021, p. 4).

Porém, há uma confusão quanto ao papel que a Matemática desempenha, que é confundida com a função desempenhada pelas proposições empíricas, as quais são plausíveis de verificações e descritivas dos fatos do mundo. Contudo, numa perspectiva wittgensteiniana ao invés de tê-la como descritora dos fatos do mundo, ela pode ser vista como uma linguagem que colabora por sistematizar regularidades que possam vir a acontecer em situações físicas, como normas que dão sentido aos conceitos físicos.

As proposições empíricas são instrumentos que nos permitem conhecer os fatos, uma vez que estes fazem parte de sua gramática, são a “vizinhança” convencional das proposições empíricas - assim como a prova (*Beweis*) para as proposições matemáticas (Moreno, 1993, p.127).

Estas, necessitam de valores de verdade:

No caso das proposições empíricas, como vimos, a compreensão de seu significado está diretamente ligada ao papel que atribuímos à experiência na decisão sobre os seus valores de verdade: não havendo necessidade nos fatos, é sempre possível imaginar que fossem eles diferentes do que são (Moreno, 1993, p.92).

Deve haver assim, um esclarecimento quanto a distinção entre as proposições gramaticais e as empíricas, pois o jogo de linguagem dessas proposições é disjuntivo, a primeira sendo normativa, a segunda descritiva. “Enfim, *toda* descrição supõe formas representacionais, expressas através de proposições que ele [Wittgenstein] chama de gramaticais” (Gottschalk, 2004, p.314), “em outras palavras, toda proposição empírica, descritiva, pressupõe uma “gramática” que dá sentido a ela” (Gottschalk, 2004, p.314). Deste modo, as proposições empíricas que compõem a Física depende das proposições gramaticais (normativas) da Matemática, e o fato de que “a necessidade que elas [proposições gramaticais] exprimem parece *determinar* os fatos [proposições empíricas]” (Moreno, 1993, p.92) pode ser um dos fatores que leva à confusões em relação ao papel que a Matemática desempenha na Física, pois é atribuído a ela, funções que são das proposições empíricas, o que reflete no ensino

da Física quando se utiliza a linguagem matemática para expressar os conceitos científicos.

Todavia, quando nos propomos a olhar o contexto de ensino da Física com foco na linguagem matemática numa relação das filosofias da ciência e da linguagem, podemos direcionar nossa atenção aos elementos que compõem a matriz disciplinar de Kuhn e notar que dialogam com a linguagem matemática na perspectiva wittgensteiniana, num sentido de que são as expressões matemáticas em forma de exemplares que dão sentido à Física em cada contexto de aplicação.

A Física ganha sentido por meio do uso das componentes da matriz disciplinar durante a resolução de problemas, pois “resolver problemas é aprender a linguagem de uma teoria e adquirir conhecimento da natureza embutido nessa linguagem” (Kuhn, 2017, p. 209) numa transformação das regularidades da natureza em uma linguagem simbólica com significado, numa perspectiva wittgensteiniana. Em Kuhn, a linguagem científica, busca estabelecer uma correspondência direta entre as regras matemáticas e o mundo quando se utiliza a resolução de um problema por meio dos *exemplares*¹⁷.

Para Kuhn, as regras de correspondências abordadas no âmbito dos exemplares, tornaram o processo de resolução de situações exemplares e consequentemente o aprendizado da linguagem científica em uma mera questão de aplicação de regras (Borella, 2022, p. 41).

Também, para Kuhn é papel do cientista em formação, durante o uso das expressões simbólicas, perceber quais *exemplares*, a partir dessas generalizações, seriam correspondentes aos problemas, de modo que eles teriam condições de resolver problemas similares a partir de um modelo. “Espera-se que, por modelagem, o cientista em seu trabalho científico normal, consiga resolver novos problemas, pautando-se pelas soluções já estudadas anteriormente para problemas similares” (Abrantes, 1998, p.63).

Analogamente ao que Kuhn (2017) pensa sobre o papel do cientista dentro da comunidade quando se refere à utilização das generalizações simbólicas e exemplares, também dá um exemplo, de como esta relação dos elementos da matriz disciplinar podem ser utilizados num contexto acadêmico:

Na mecânica, por exemplo, muitos problemas envolvem aplicações da segunda lei de Newton, usualmente enunciada como “ $F = m.a$ ”. Essa

¹⁷ Por exemplares Kuhn entende um conjunto de problemas e de soluções-padrão, que materializam o consenso da comunidade científica, guiando sua prática num período de ciência normal e que são transmitidos pelos manuais durante a formação dos cientistas.

expressão simbólica, contudo, é mais um esboço de lei do que uma lei, e precisa ser reescrita em uma forma simbólica diferente para cada problema de física antes que a dedução lógica e matemática seja a ela aplicada. Para a queda livre, ela se torna $m \cdot g = \frac{md^2s}{dt^2}$; para pêndulo, é $mg \cdot \sin\theta = -ml \frac{d^2\theta}{dt^2}$; para os osciladores harmônicos acoplados, transforma-se em duas equações, a primeira das quais pode ser escrita como segue: $m_1 \frac{d^2s_1}{dt^2} + k_1s_1 = k_2(d + s_2 - s_1)$ e assim por diante (Kuhn, 2017, p. 209).

Em Kuhn, seria de responsabilidade do aluno perceber as aplicações das generalizações simbólicas da segunda lei de Newton e descrever os exemplares de cada contexto, porém, são as semelhanças entre os exemplares apresentadas pelos professores, por meio desses modelos, que estabelecem a estreita relação da Matemática com a Física, conectando a linguagem matemática com a linguagem científica.

O elo semântico entre a linguagem e a realidade não é dado apenas pelas regras que governam a linguagem, mas pelos próprios jogos de linguagem, pois as regras só têm sentido contra um pano de fundo de um determinado jogo de linguagem. Por conseguinte, os jogos de linguagem têm primazia sobre as regras (Gottschalk, 2004, p. 318)

Em uma perspectiva de Wittgenstein, a Matemática ganha sentido a cada contexto no qual os conhecimentos físicos estão sendo aplicados, pois assim como as generalizações simbólicas não tem sentido por si só, assim funcionam com as regras matemáticas, que ganham significação quando aplicados no contexto da Física. Porém para Kuhn, é de responsabilidade do aluno perceber essas *similaridades*, fazer a conexão entre generalização simbólica e exemplares, como cita Zylbersztajn (1991):

Ao resolver os problemas "exemplares", ou seja, paradigmáticos, o aluno aprende a aplicar as versões apropriadas de $F = m \cdot a$ aos contextos específicos, um processo através do qual novos problemas são vistos como casos análogos àqueles já encontrados previamente. O "esboço de lei" funciona como uma ferramenta informando ao aluno quais as *similaridades* que devem ser procuradas. *Esta habilidade de perceber uma variedade de situações sob uma mesma "gestalt" é, para Kuhn, o que de mais importante um aluno adquire ao trabalhar os problemas "exemplares"* pois, neste processo, sua percepção vai sendo moldada segundo a maneira de ver que é específica de uma comunidade científica particular (Zylbersztajn, 1991, p. 50, grifos nossos).

De modo análogo, acredita-se que deve acontecer com a aprendizagem da Física quando se utiliza da Matemática: espera-se que o aluno conecte as regras matemáticas aos fenômenos físicos. Na perspectiva kuhniana, os exemplares são mera aplicação da teoria que já foi em algum momento aprendida e expressa por meio

das generalizações simbólicas, de tal forma que seria perceptível ao aluno as similaridades.

Em contrapartida, numa perspectiva wittgensteiniana, não é óbvio para o aluno perceber essas similaridades, pois um modelo não daria conta das mais diversas aplicações. É preciso que o professor mostre as analogias, aplique as similaridades, estabeleça conexões entre generalizações simbólicas e exemplares, dando condições para que os alunos passem a ver tais analogias.

É preciso desenvolver discussões que possam levar licenciandos a tomar consciência de: que a presença da Matemática na Física está muito além da simples quantificação e descrição de fenômenos; que a Matemática enquanto estruturante da forma física de compreender o mundo é uma linguagem com características próprias de dar sentido a ele; que no contexto da Física a Matemática assume características particulares, pois representam grandezas físicas que dizem algo a respeito do mundo; que o domínio de conhecimentos matemáticos não é suficiente para compreender a Física; que as leis físicas são fruto de um processo complexo situado em determinado contexto histórico; que as leis físicas são produtos de um processo desenvolvido por humanos, logo, suscetível a falhas; que o processo de significação de conceitos físicos não se dá somente pela apresentação de aplicação de modelos prontos de modo automático e evidente a todos os estudantes (Mannrich, 2014, p.86).

Contudo, professores que ensinam Física precisam compreender a Matemática como uma linguagem que possui ‘vida própria’, que tem uma forma de vida específica na Física, que não possui oralidade, “utiliza a linguagem natural para que o texto possa ser lido, ou seja, o texto escrito em linguagem matemática precisa ser traduzido para a linguagem natural” (Gottschalk, 2020, p.5), que possui uma gramática interna constituída por signos, proposições, regras e conceitos, pois “suas proposições não são hipóteses como nas ciências empíricas, que têm como pretensão descrever a realidade; e suas demonstrações não são experimentos” (Gottschalk, 2006, p. 80), mas dão sentido aos conceitos, proposições e fenômenos físicos: “Elas [as proposições matemáticas] são vistas por Wittgenstein como *condições de sentido* para as proposições empíricas” (Gottschalk, 2006, p. 82, grifos nossos), pois o modo como se concebe esta relação tende a influenciar a prática docente:

O modo como se concebe a relação entre Física e Matemática tem implicações sobre as práticas e estratégias de ensino. Uma possibilidade de esclarecer o papel da Matemática na Física e no ensino de Física pode ser considerando a Matemática como uma das linguagens da Física” (Saviotto, 2015, p. 22).

Tais implicações foram notadas quando apresentamos as pesquisas que trazem a relação Matemática e Física no contexto de ensino, visto que nos diversos

modos de ver esta relação não há uma clareza do papel que a Matemática desempenha no ensino da Física e chegam de modo equivocado à formação, levando professores em formação e professores formadores considerarem que é suficiente saber matemática anterior a Física e assim é ensinado aos alunos e estes acabam por terem a mesma percepção.

Deste modo, coadunamos com Savietto (2015), que ao olharmos para o uso da linguagem de modo pragmático, desmistificamos muitas crenças que temos da Matemática na Física e no contexto da Física, no sentido de pensar nos maus usos que fazemos da linguagem matemática o que acarreta, como ele diz, na dificuldade dos estudantes no uso da linguagem matemática na interpretação de situações físicas e na significação de conceitos, não somente na falta de conhecimentos matemáticos (Savietto, 2015). Deste modo, não basta saber matemática anterior ao ensino da Física, é necessário compreendê-la no contexto de uso da Física, pois o uso que fazemos dela em cada contexto ganha um significado diferente e não essencial, como se pensava a partir das perspectivas filosóficas tradicionais.

Mesmo sabendo que a relação da Matemática com a Física não é tão fácil de ser compreendida a ponto de chegarmos a sanar as dificuldades encontradas nos contextos de ensino, consideramos importante investigar como a comunidade científica formada pelos professores formadores de Física em interação com seus licenciandos, futuros professores de física, percebem a importância da Matemática na Física e como fazem uso dela no ensino de conceitos físicos, já que partilham da linguagem científica na comunidade acadêmica, por meio da linguagem matemática e delas propor que professor veja as possibilidades de usos que entrelaçam a Matemática no ensino da Física, como uma forma de ver e tentar desvendar como a linguagem funciona, como afirma Wittgenstein (1999) e levar aos alunos a conexão dos conceitos matemáticos e conceitos físicos.

A partir dessas discussões da relação Matemática e Física numa perspectiva da filosofia da linguagem e compreendendo que, somente aquele que sabe ler e escrever na linguagem matemática pode participar do seu jogo de linguagem (Silveira, 2008), é que consideramos importante compreender como o professor vê esta relação no ensino da Física no uso da linguagem matemática e como ele faz uso desta na licenciatura. Para tanto, trazemos o *ver como* de Wittgenstein como proposta de aplicação no ensino da Física, em que o professor apresenta a Matemática como

condição de sentido aos conceitos físicos, de modo que o aluno passe a ver a Matemática com significado neste contexto.

Passemos então ao capítulo 4, no qual nos detemos a compreender o conceito *ver como* da filosofia de Wittgenstein e apresentarmos um modo de ver a linguagem matemática no ensino de Física por meio da aplicação do *ver como*, estabelecendo, quando cabível, relações com o conceito de similaridade em Kuhn.

CAPÍTULO 4 *Ver como*: um modo de ver a Matemática no ensino de Física numa perspectiva wittgensteiniana

Ver como, conceito central de nossa pesquisa, foi escrito por Wittgenstein, por volta de 1946 a 1949, tais anotações tratavam de observações sobre a filosofia da psicologia, a respeito da significação de conceitos psicológicos, dentre eles, o *ver*. A questão do ver, que ora era tomado enquanto a essência do que é visto, em busca de uma referência, passa a ser compreendido como uma família de semelhança (Giannotti, 1995).

Trata-se de compreender desde logo como o verbo *ver* é usado de dois modos, para exprimir tanto a percepção da coisa quanto aquela do aspecto, a semelhança entre objetos. Obviamente neste segundo sentido, a gramática do verbo vem mostrar que a essência aparece como uma família de semelhanças (Giannotti, 1995, p. 124).

Wittgenstein aplica sua terapia filosófica propondo uma visão mais abrangente dos conceitos que fazem parte da linguagem psicológica, mostrando que o equívoco é pensar que os conceitos da mente, estariam comportados em algum lugar fora da linguagem e não na própria gramática do conceito.

Os problemas filosóficos sobre a natureza da mente surgem, acreditava Wittgenstein, da confusão sobre o uso de nosso próprio vocabulário psicológico e esta confusão só pode ser dissipada se obtivermos uma visão sinóptica de nossa própria linguagem da psicologia (Budd, 1991, p. 10).

Wittgenstein insere uma nova forma de tratar a compreensão do verbo *ver*, pois para ele não importavam as causas da experiência desses conceitos, mas o uso deles e o significado atribuído às palavras, pois enquanto a psicologia buscava um fundamento para seus conceitos por meio do comportamento, a filosofia da psicologia do filósofo austríaco buscava formas de elucidar essas questões psicológicas.

Dois empregos da palavra “ver”.
O primeiro: “o que você vê ali?” - “Vejo isto” (segue-se uma descrição, um desenho, uma cópia). O segundo: “Vejo uma semelhança nestes dois rostos” - aquele a quem comunico isto deve ver os rostos tão claramente como eu mesmo (Wittgenstein, 1999, p. 177, parte II, seção XI).

Assim, ele utiliza, para esclarecer essa má compreensão do uso da linguagem dos conceitos psicológicos, figuras do tipo pato-lebre, cruz dupla preta e branca, a

figura **f**, o triângulo com suas bases e vértices em posições diferentes. Por meio delas, mostra que o conceito *ver* não é privativo (não estão na mente), nem precisa de uma experiência por observação externa. Ao dizer “eu vejo um coelho” a partir da figura pato-lebre, considerar-se-ia que, estar diante dos olhos seria uma condição suficiente para compreensão, passando a compreender que o que importa são os usos que fazemos deles internamente à linguagem.

O que importa são as descrições de seus usos, e não a busca por uma essência do conceito *ver*, mas uma visão de semelhança: “Se a essência sublime há de ser substituída por uma semelhança de família, como se comporta gramaticalmente a visão de semelhança se torna uma questão crucial” (Giannotti, 1995, p. 123) e esta semelhança se dá na aplicação da metáfora do *ver como*.

O conceito de *ver* em sua filosofia se distingue do “*ver*” sob a concepção filosófica tradicional. Nesta última, o “*ver*” está relacionado a uma questão visual ao *ver* através dos olhos, da mente, sob uma concepção cognitiva, um estado de consciência perceptíveis fora da linguagem; já na perspectiva filosófica de Wittgenstein, do pragmatismo, o *ver* está relacionado ao uso da linguagem com olhos conceituais, de modo que quando *vemos* algo é porque conseguimos interpretar, entender o conceito. Hebeche (2002) nos diz que o conceito de *ver como* “ocupa um papel estratégico na filosofia da psicologia, uma vez que sua compreensão afastará a ilusão de que o conceito de *ver* se refira a eventos externos” (Hebeche, 2002, p.17), passando a compreendê-lo como um evento interno à linguagem, quando as palavras adquirem significado, aplicados aos contextos em que está sendo usado.

“É isso pensar? É isso *ver*?” - Não quer isto dizer tanto quanto “É isso interpretar? É isso *ver*?” E interpretar é pensar; e causa frequentemente uma mudança de aspecto. Posso dizer que o *ver* do aspecto é aparentado a um interpretar? - A minha inclinação era realmente para dizer: “É como se visse uma interpretação”. Agora, a expressão do *ver* é aparentada à expressão do interpretar (Wittgenstein, 2014, p. 89, § 179).

Uma das preocupações do filósofo austríaco está na compreensão do *ver* o aspecto das palavras no uso da linguagem, que para ele, seria interpretar o que se vê, de modo que “a interpretação seria um terceiro elemento entre a regra e o caso, isto é, seria uma meta-regra capaz de decidir o que é ou não revelação do aspecto” (Hebeche, 2002, p. 105). Assim, aquele que vê e descreve o que vê possui uma visão permanente do aspecto, uma percepção inalterada e aquele que se surpreende, se

espanta ao ver uma alternância do objeto mesmo sabendo que ele não muda, faz uso da revelação do aspecto, pois como diria Hebeche (2002, p. 94), o *ver como* é “uma trama de conceitos: imaginar, representar, pensar e querer”, “(..) ela se caracteriza por algo dinâmico que se contrapõe ao meramente ver”, de modo que a revelação se dá nesse dinamismo, quando ora se vê um aspecto, ora vê outro.

Dentre as várias aplicações que Wittgenstein utiliza para elucidar o uso do conceito *ver* e *ver como*, voltemo-nos a figura do Pato-lebre de Jastrow (1901) e por meio dele, propõe-nos a refletir acerca desta nova forma de *ver*.

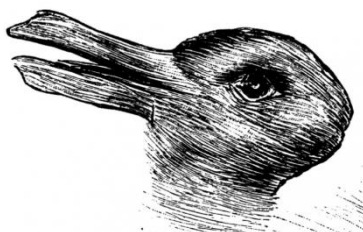


Figura 01: figura lebre-pato de Joseph Jastrow (1901).

A aplicação do *ver* presente nas *Investigações Filosóficas* no uso da figura pato-lebre busca esclarecer que para *ver* imediatamente a figura como pato é necessário conhecer os conceitos que perpassam essa figura, em que quem vê consegue descrever suas características, comparar com outros patos, etc., e para *ver* o pato *como* lebre, há de acontecer um espanto (Uma lebre!), e assim também conhecer os conceitos de lebre e fazer conexões entre os conceitos primeiros e o novo conceito, seria o *ver* sob outro aspecto conceitual, realizando comparações, mostrando semelhanças.

Vejo duas figuras: numa, vejo a cabeça L-P cercada de lebres, na outra, de patos. Não noto a igualdade. *Segue-se* daí que ambas as vezes vejo algo diferente? - Isto nos dá uma razão para usar aqui esta expressão (Wittgenstein, 1999, p. 179, parte II, seção XI).

Em contrapartida, na perspectiva filosófica tradicional:

Os filósofos tenderiam a dizer que o coelho nos aparece imediatamente diante dos olhos, e para poder ver o pato algum processo mental ocorreria paralelamente ao simples “ver”. Como se o “ver” fosse determinado pelo que está diante dos nossos olhos, ou seja, pelo fato empírico; e da mesma forma, o “ver como”, mas acrescido de alguma operação mental (o pensamento, a imaginação ou a interpretação) (Gottschalk, 2006, p. 73)

Esta perspectiva do “ver” na filosofia tradicional leva a considerar que a linguagem estaria em segundo plano, posterior ao pensamento, cuja função seria exprimir a lógica do pensamento (Santana; Dias, 2006). Então, Wittgenstein tenta afastar essa névoa que envolvia a psicologia do verbo *ver* (Hebeche, 2002), trazendo

a ideia de compreensão conceitual, em que a linguagem passa a ocupar o primeiro plano, de modo que, quem vê é porque compreende os conceitos internamente à linguagem, anterior à representação mental. “Se um pensamento ecoa no ver como, não é tão-só porque refletimos sobre o que já manifestamos, mas sobretudo porque a visão do aspecto requer uma técnica de ver este e aquele objeto” (Giannotti, 1995, p. 127).

Um *ver* seria imediato, enquanto que o *ver como* aconteceria quando há a percepção da semelhança por meio da conexão dos conceitos primeiros com novos conceitos.

Segundo ele [Wittgenstein], *ver* e *ver como*, são atitudes diferentes, elas próprias determinantes do que é visto. A primeira delas, o simples ver, como, por exemplo, ver imediatamente na figura um coelho, implica em já, dominarmos uma série de técnicas de apresentação do simples [...]. Ver a mesma figura *como* pato, também pressupõe que se tenha de antemão o conceito de pato, e que se possa lançar mão de determinadas técnicas de comparação, para que se atribua aos mesmos traços empíricos o significado de pato. Assim, essa segunda atitude, “ver como pato”, da mesma forma que ver “imediatamente”, caracteriza-se também por buscar semelhanças com outros objetos, comparando-os entre si (Gottschalk, 2006, p. 75).

Notar aspectos depende intrinsecamente da vivência visual de quem vê, de quem tem familiaridade com os usos e significados atribuídos, pois assim consegue descrever a percepção do que foi visto, se surpreende com o que vê, expressa o seu pensamento, pois o pensar, o ver e o interpretar dependem dessa vivência. Desta forma, o *ver como* seria uma espécie de notar a ambiguidade da percepção, ora na permanência ora na mudança driblando as armadilhas da filosofia tradicional que se baseia no modelo objeto-designação (Hebeche, 2002) tão criticada por Wittgenstein em seu segundo momento filosófico.

Wittgenstein busca uma maneira terapêutica de elucidar os conceitos de *ver* e *ver como* em relação ao uso desses termos na filosofia tradicional, os quais estão sob uma perspectiva cognitiva, sendo o “ver” uma ação imediata aos olhos e o *ver como*, uma interpretação mental mais bem elaborada, pois diferentemente desta “não há na visão permanente do objeto nenhuma correspondência mental, nem na revelação do aspecto um reconhecimento mental instantâneo de um objeto externo”(Hebeche, 2002, p. 102), mas uma conexão entre os conceitos do que se ver, buscando esclarecer que o *ver* e *ver como* estão relacionados a questões conceituais e não mentais: “Suas *causas* interessam aos psicólogos. A nós interessa o conceito e sua posição nos conceitos de experiência” (Wittgenstein, 1999, p. 177, parte II, secção XI).

Tais conceitos são aplicados em sua filosofia por meio de metáforas e tais metáforas buscam fazer comparações entre ver figuras e os usos das palavras, um modo de esclarecer os diversos usos que podemos fazer das palavras.

A tendência a procurar a causa é substituída pelas comparações e as semelhanças de família das palavras. Assim, o rigorismo metodológico abre-se para as possibilidades de comparar as palavras na linguagem, ao invés de se submeter ao arquétipo que tenta modelar “nosso modo de ver as coisas” (...)” (Hebeche, 2002, p. 23).

Wittgenstein se interessa pelo conceito de ver um aspecto e esse interesse, segundo Budd (1991) tem estreita relação com a ideia de experimentar o significado das palavras, a vivência da significação. Ver os aspectos das palavras é saber os diversos usos das palavras em diferentes contextos, o que de modo semelhante acontece ao perceber os aspectos de uma figura, vendo ora como isso ora como aquilo.

Há, segundo Budd (1991, p. 79, tradução nossa) diferentes tipos de aspectos, cada um com sua técnica de alternar objetos e com eles suas mudanças, como a técnica de “ver algo sem ver semelhança entre ele e outro objeto para ver semelhança entre os dois”. Tal mudança se manifesta numa surpresa, numa exclamação, numa forma de compor objetos.

Mas como ela (a exclamação) é a descrição de uma percepção, podemos-lhe chamar também a expressão de um pensamento. E podemos por isso dizer que quem vê e olha para o objecto não tem de pensar nele; porém, quem tem a vivência visual, cuja expressão é a exclamação, pensa também naquilo que ele vê (Budd, 1991, p. 78, tradução nossa).

Assim a percepção e a vivência visual acontecem ora quando há uma permanência no aspecto ora quando muda de aspecto, contudo na mudança do aspecto o pensar, o interpretar despontam, como ressalta Budd (1989, p. 81, tradução nossa): “Só podemos ver os aspectos de pato e coelho da figura pato-coelho se estivermos familiarizados com a aparência desses animais”. Essas mudanças de aspectos são condições importantes para o que Wittgenstein chama de *ver como*, pois, *ver algo como* outra coisa requer o domínio do que se vê, numa compreensão conceitual de modo panorâmico.

Quem nós dizemos que o vê o triângulo ora assim, ora de outro jeito, é alguém que declara isso de si mesmo, que profere ou ouve essas palavras dando sinais de que as entende; mas também que diz, por exemplo, “Agora o triângulo está apontando para esta direção, antes ele apontava para a outra”, e que, quando questionado sobre se o triângulo teve sua forma ou

posição alterada, responde: não se trata disso e assim, por diante (Wittgenstein, 2008, p. 18).

Porém, não ter essa vivência, não ver a mudança de aspecto se caracteriza na perspectiva de Wittgenstein enquanto uma cegueira para o aspecto, o que pode ser comparado ao não ter um “ouvido musical”, em que pode haver o domínio de algumas técnicas musicais, mas perde os aspectos de outras, como ressalta Hebeche (2002, p. 109): “A surdez para certos ritmos ou tonalidades é uma carência de domínio técnico. O cego para o aspecto perde a capacidade de distinguir o modo sutil do “como” (*wie*) dessas técnicas”. Assim, perceber a mudança de aspectos é ter habilidade, um domínio técnico e não uma percepção proveniente de processos mentais.

Do mesmo modo que o cego para o aspecto de uma figura pode não *ver* isso *como* aquilo, o cego para significação das palavras, não *vê* seus diversos usos, sua visão é unilateral, em que as palavras passam a ter um referente, um objeto referencial, o qual a representa, fazendo com que escape às nuances da vivência das palavras. “Perde, portanto, a habilidade da apresentação panorâmica da linguagem, isto é, deixa escapar os aspectos das palavras” (Hebeche, 2002, p. 109); em contrapartida, quem tem habilidade em *ver como* sabe descrever, dar exemplos, mostrar semelhanças e diferenças, é capaz de apresentar diversos usos e modos de ver, ao mesmo tempo que compreende que não há uma referencialidade, mas a referência passa a ser uma das aplicações da palavra e não a única.

4.1A APLICAÇÃO DO *VER COMO* WITTGENSTEINIANO NA RELAÇÃO MATEMÁTICA E FÍSICA

Quem aplica a metáfora do *ver como* está, segundo Wittgenstein dominando a técnica do uso das palavras, do mesmo modo que sabe estabelecer conexões entre jogos de linguagens diferentes.

Tal metáfora, nesta pesquisa, ganha centralidade quando voltamos a refletir e discutir sobre a relação Matemática e Física no ensino de Física. Nas reflexões filosóficas de Wittgenstein acerca dos usos dos conceitos psicológicos, em especial, o conceito *ver*, apresentado por ele na segunda parte das Investigações Filosóficas, nos ajudam a compreender a perspectiva cognitiva que a maioria das pesquisas em educação trazem baseadas na Psicologia da educação. Assim, a reflexão que trazemos aqui trata-se de um novo modo de ver a Matemática, a qual busca um

sentido conceitual e não mental, a partir da perspectiva da filosofia da linguagem de Wittgenstein.

Nesse contexto de pesquisa, os conceitos wittgensteinianos estão presentes da seguinte maneira: Matemática e Física são trazidas enquanto jogos de linguagem que se entrelaçam, de modo que as proposições empíricas da Física busca sentido aos seus conceitos por meio das proposições normativas da Matemática, bem como a metáfora do *ver como* proposto por Wittgenstein se apresenta como uma habilidade do professor de Física em fazer conexões dos jogos de linguagem da Matemática aos jogos de linguagem da Física, e por meio de sua aplicação mostramos que há confusões conceituais quando há uma percepção do uso da Matemática unilateral ao considerar que seguir regras são suficientes ao usá-las em diferentes contextos.

Apoiando-nos nesta perspectiva da filosofia da linguagem de Wittgenstein, trazemos uma discussão em relação ao *ver como* no ensino da Física por meio da linguagem matemática, que repousa sobre os usos da linguagem, como possibilidade de abrirmos o olhar para os modos como os professores concebem a Matemática no ensino de Física, bem como, que concepções direcionam as práticas dos professores formadores de Física no uso da linguagem matemática, pois segundo Wittgenstein (1999, p. 178, parte II, seção XI): “[...] nós a interpretamos e a *vemos* como a *interpretamos*”.

O conceito *ver como* na perspectiva filosófica wittgensteiniana abre espaço para observarmos os aspectos de figuras ambíguas, ao mesmo tempo que também se configura enquanto uma vivência da significação de uma palavra, de modo que “(...) compreender algo, assim como notar os diferentes aspectos em uma figura ambígua é ter uma habilidade, é dominar técnicas de uso da linguagem (Silva; Silveira, 2014, p.25)” e neste contexto de pesquisa, o *ver como* seria aplicado no uso da linguagem matemática, quando o professor deixa de ver a Matemática de modo unilateral e passa a ver o modo como ela pode ser usada no contexto do ensino da Física, que significado ela ganha no uso.

Na aplicação do *ver como* no ensino da Física por meio da linguagem matemática, uma habilidade seria o notar aspectos, perceber as nuances que dão condições de conectar um jogo de linguagem da Matemática ao jogo de linguagem da Física. Budd (2002), traz uma relação de tipos de aspectos a serem observados. Um desses tipos de aspectos poderá ser aplicado em nossa pesquisa quando “ver algo como se fosse destinado a ser um sinal linguístico para vê-lo como se fosse a ser

outro sinal linguístico” (Budd, 2002, p. 79), assemelha-se a ver um sinal linguístico na Matemática *como* outro sinal linguístico na Física.

Um exemplo de notar a mudança de aspecto, pode ser compreendido quando na função matemática $f(x) = 2 - 3.x$, no contexto do ensino da Matemática, o sinal negativo (-) nos dá condições de classificá-la como uma função decrescente; já na relação $s(t) = 2 - 3.t$, significa que o movimento do corpo em observação está percorrendo o sentido contrário ao sentido estipulado como positivo, porém ver essa mudança requer domínio de técnicas, já que a relação entre as variáveis se dá de modo inalterado, porém o significado do sinal negativo muda, quando muda o jogo de linguagem.

A mudança do aspecto, por seu lado, só é possível à medida que uma multiplicidade de aspectos visuais permanece inalterado, isto é, os aspectos que mudam podem ser sempre os mesmos que compõe uma determinada figura (desenho, quadro, modelo arquitetônico, etc.) (Hebeche, 2002, p. 103)

Assim, ver os aspectos que se alteram e ver essa mudança de significação do sinal negativo no contexto da Matemática para o contexto da Física, como em outras aplicações, requer habilidade dos professores em suas aulas de Física, pois para o aluno pode não ser óbvio *ver* um conceito matemático *como* sentido para uma aplicação na Física, mas o professor pode mostrá-lo, apresentá-lo às diferenças e semelhanças em cada jogo de linguagem e estabelecer elos interme^{diários}s entre eles, pois “(...) as regras que fundamentam nossas habilidades fazem parte de nossas instituições, são criações humanas e, portanto, precisam ser aprendidas”(Silva; Silveira, 2014, p. 26), ao mesmo tempo, que as regras não comportam todas as aplicações (Idem).

Nosso olhar acerca do ensino da Física nesta perspectiva filosófica, por meio do conceito de *ver como*, leva-nos a discutir e tentar compreender que concepção o professor formador de Física tem da Matemática no ensino da Física e como ele faz uso da linguagem matemática, pois numa perspectiva filosófica de Wittgenstein e baseado no que as literaturas trazem, podemos apontar que há confusões conceituais em relação ao uso da linguagem matemática no ensino da Física.

Para tanto, compreendemos que o professor formador que busca estabelecer a relação da Matemática com a Física, numa perspectiva pragmática, ele verá que os diversos usos da linguagem matemática podem proporcionar ao aluno uma melhor compreensão desta relação, de modo que isto poderá contribuir na prática futura

desses alunos, pois “[...] compreender os diferentes empregos de uma palavra depende do domínio de suas regras de uso, [assim como] notar os aspectos em uma figura depende do domínio de técnicas” (Silva; Silveira, 2014, p. 25) bem como, ver os diversos aspectos do uso da linguagem matemática pode colaborar para uma melhor compreensão dos conceitos físicos.

Wittgenstein (1999, p. 177) subsidia essa mudança de aspecto quando nos diz que, “Observo um rosto e noto de repente sua semelhança com um outro. Eu *vejo* que não mudou; e, no entanto, o *vejo* diferente. Chamo esta experiência de “notar um aspecto””. Cabe ao professor, notar os aspectos e mostrar aos alunos que a cada contexto de uso a Matemática apresenta aspectos diferentes, que é preciso deixar de seguir umas regras e passar a seguir outras, conectar um jogo de linguagem a outro, pois “a revelação do aspecto é a exteriorização da surpresa quando da oscilação da figura” (Hebeche, 2002, p. 93)

Deste modo, consideramos que professores de Física que adotam a perspectiva pragmática da linguagem possibilita que seu ensino não seja dogmático, ao mesmo tempo em que leva aos alunos uma visão panorâmica dos diversos usos da linguagem ao ver vários aspectos, bem como ver as mudanças de aspectos, quando conecta o jogo de linguagem da Matemática com o jogo de linguagem da Física apresentando suas semelhanças e diferenças.

O professor, conhecendo as regras e definições que o estudante deve adquirir, ou ainda conhecendo o mundo que o estudante também deve conhecer, inevitavelmente guia as práticas educativas por meio de tais regras (Rocha, 2018, p. 68).

Desta forma, apontamos para uma perspectiva que sugere um não-enfeitiçamento da linguagem, do modo de ver o ensino e de modo mais específico, do uso da linguagem matemática no ensino de Física, pois mesmo que não seja óbvio ou tão notável ao professor ver a Matemática como condição de sentido no ensino da Física - já que este modo de ver depende da vivência visual - podemos sugerir uma percepção menos dogmática do uso da Matemática nesse contexto.

Trazemos, assim, a aplicação do conceito *ver como* representando um domínio de técnicas que o professor pode desenvolver em sua prática e que proporciona uma reflexão sobre as confusões causadas durante o uso exclusivamente referencial em sua prática, ao reduzi-la à aplicação de fórmulas, bem como ao considerar que seu ensino em séries anteriores ou em disciplinas anteriores, seriam condições suficientes

para compreensão de seu significado na Física.

Numa perspectiva wittgensteiniana, o não notar os aspectos das figuras ou a vivência da significação das palavras é ser cego para o aspecto, de modo que a cegueira se configura quando “o cego para aspectos perde a capacidade de vê-los se alternarem e, portanto, perde o acesso ao “ver como” em sua mais destacada peculiaridade” (Hebeche, 2000, p. 108), que no contexto do ensino de Física no uso da linguagem matemática, seria análogo a ser cego à percepção do significado que ela dá aos fenômenos físicos.

Contudo torna-se relevante, que o professor mostre que a Física é um jogo de linguagem formada por uma multiplicidade de linguagens, que seu movimento depende de outras linguagens, e cada uma destas têm suas possibilidades de uso na constituição dos conceitos físicos. Nesta perspectiva, mostrar aos alunos que a Matemática é uma das linguagens que dá sentido aos conceitos físicos, e que saber seguir as regras seria necessária, mas não suficientes para que o aluno possa compreender os conceitos físicos, mostrando que a Matemática no ensino da Física possibilita a regularidade dos conceitos físicos, a qual adquire uma forma de vida específica, ao mesmo tempo que possui um sentido a cada contexto aplicado. Assim, é papel do professor mostrar aos alunos as possibilidades de usos dentro dos jogos de linguagem, buscando o uso de técnicas adequadas ao estabelecer conexões, distinguindo a Matemática com seus aspectos intra-teóricos dos aspectos empíricos da Física.

Num olhar mais geral sobre o uso da linguagem matemática no ensino da Física, podemos direcionar nossa reflexão a uma aplicação voltada ao conteúdo ensinado no ensino superior e que serviria de exemplo desses modos de ver a Matemática no ensino da Física: o conceito de derivada. Este conceito, no contexto do ensino da Matemática tem o caráter normativo, e dele algumas regras são possíveis, estabelecendo uma relação entre variáveis de uma função, como por exemplo, a derivada da variável y em relação a variável x sendo uma constante c , que seria escrita como $\frac{dy}{dx} = cte$; enquanto que no ensino da Física, esse conceito é visto como uma relação entre grandezas, estas acompanhadas por unidade de medida, denominada como taxa de variação, exemplificada como a taxa de variação da velocidade em relação ao tempo, sendo esta a aceleração constante de um objeto, escrita como $\frac{dv}{dt} = a$. Neste exemplo, percebemos que um mesmo objeto pode ser

visto sob diferentes aspectos e estes dependem do contexto em que se encontram, são jogos de linguagens diferentes e que no jogo de linguagem da matemática é uma norma que ganha sentido quando aplicada à Física, ao mesmo tempo que passa a ter um significado.

Contudo, a mudança de aspectos - ver isto como aquilo- depende da vivência do significado, pois “a vivência da significação de uma palavra são seus aspectos” (Hebeche, 2002, p. 93), porém ter essa percepção dos aspectos requer habilidades como em estabelecer analogias entre a linguagem matemática e a Física, dominar as técnicas de uso da Matemática no contexto da Física.

Para ter uma afinação entre estas partes cabe ao professor indicar, mostrar e treinar o aluno para aquele jogo de imagem. Isto é, mostrar quantas for possível suas variações, as suas regras, caracterizar seu contexto, mostrar a técnica, o significado. De outro modo, o aprendiz não jogará o jogo de imagem ao qual pretende ser inserido (não terá o ouvido musical) (Oliveira, 2012, p. 29).

Assim, o *ver como*, se, aplicado pelo professor pode possibilitar ao aluno a percepção de aspectos, num processo de, ora ver como isto, ora ver como aquilo. Contudo, como pode não ser óbvio para o aluno *ver* um retângulo *como* dois triângulos retângulos, quando traçamos a diagonal no quadrado, também pode não ser óbvio para o professor formador de Física ver os diversos usos da linguagem matemática na constituição de sentido para o ensino de Física, de modo que possibilite o desenfeitiçamento do uso referencial que, habitualmente, a linguagem matemática tem no ensino da Física, quando professor e aluno buscam uma *essência* da Matemática.

[...] o ver-como depende do domínio de técnicas, que em geral, não são óbvias, mas que precisam ser aprendidas. Uma regra por si só, não comporta suas aplicações, ela não nos diz quando aplicá-las. Em geral, não nos são óbvias novas possibilidades de aplicação de uma regra que dominamos em determinado contexto (Silva; Silveira, 2014, p. 29).

A falta do domínio de técnicas de uso da linguagem matemática pelo professor formador de Física, nessa perspectiva da filosofia da linguagem e sua visão unilateral da Matemática no ensino de Física, leva-nos a dizer que este segue uma concepção dogmática, que pode ter sido influenciado por documentos curriculares ou pelo modelo de prática do seu professor formador e, por conseguinte, reproduzindo essa concepção em suas ações docentes. Contudo, o professor formador de Física que domina tais técnicas de uso, faz conexões, compreende seu uso, “[...] é capaz de

ensiná-la a alguém seu uso, sabe dar exemplos” (Silva; Silveira, 2014, p. 26); e também é capaz de apresentar, a partir do domínio de técnicas, a linguagem matemática relacionando-a com a linguagem da Física, levando os alunos a perceberem que as normas matemáticas subsidiam às descrições dos fenômenos físicos.

Em Thomas Kuhn, o conceito *ver como*, é análogo ao conceito de similaridade, que é aplicado aos exemplares dispostos nos manuais científicos, porém, na perspectiva kuhniana, é papel do aluno, perceber as similaridades entre exemplares diferentes, de modo que o aluno deve deixar de ver um paradigma de um modo e passar a ver outro, deve olhar -num sentido cognitivo- para um exemplar e fazer analogias aos outros modelos. Os estudantes são introduzidos num novo campo, por exposição a “exemplos compartilhados” (shared examples) de soluções para problemas. O estudante aprende a servir-se de toda a bagagem conceitual de uma tradição científica pelo estudo desses exemplares. A aprendizagem tem sucesso se os estudantes são capazes de resolver novos problemas, “similares” a esses exemplares (Abrantes, 1998). Contudo, atribuir ao aluno a responsabilidade de perceber as similaridades seria, numa perspectiva wittgensteiniana um equívoco, pois a aprendizagem se dá no treino, nos elos estabelecidos e, nesta perspectiva, seria papel do professor fazer essa conexão.

Coadunando com a perspectiva wittgensteiniana, Zylbersztajn (1991) atribui ao professor a responsabilidade em conectar o paradigma antigo ao novo, mostrar suas concepções antigas estabelecendo elos com as novas:

Ao introduzir o novo conjunto de concepções o professor pode estimular os alunos a proporem suas próprias soluções e discuti-las com todo o grupo, um procedimento que possibilita o exercício da criatividade e do debate. Se deve ter em mente, contudo, que na maioria das vezes, a solução cientificamente aceitável terá de ser *conectada pelo professor* que, neste caso, estará procedendo como um cientista tentando converter outros a um novo paradigma. Ele terá então de apresentar as novas concepções ao grupo e atuando como um “tradutor” no sentido sugerido por Kuhn para os casos dos debates inter-paradigmáticos, *ser capaz de mostrar* aos seus alunos como suas concepções e experiências antigas podem ser mais fertilmente englobadas pelas novas (Zylbersztajn, 1991, p.59, *grifos nossos*).

A ideia de conectar, de mostrar semelhanças e diferenças, estabelecer elos intermediários se faz necessário, pois as generalizações simbólicas são compostas de léxicos e estes são sem significado, se não estiverem aplicados em um dado contexto, ao mesmo tempo que, os exemplares são as aplicações das generalizações

simbólicas que ganham significados nas aplicações. Desta forma, uma regra matemática expressa por meio da generalização simbólica não dá condições para os alunos perceberem as diversas aplicações que podem ser feitas a partir de um paradigma, é necessário significar, conectar a generalização simbólica com os diversos exemplares, e esta é a função do professor.

Um (...) aspecto significativo do processo de aprendizagem é que a exposição a uma única situação exemplar, raramente ou nunca fornece informação suficiente para permitir que o aluno *use* um novo termo. São necessários vários exemplos de tipos variados, muitas vezes acompanhada de exemplos de situações aparentemente semelhantes a que o termo em questão não se aplica (Kuhn, 2000, p. 67, *apud*. Condé, 2020, p. 96, grifos do autor).

A generalização simbólica no processo de ensino e aprendizagem da Física não é suficiente para que o aluno perceba as diversas aplicações, mas funcionam, numa perspectiva wittgensteiniana, como normas de descrição para os usos do paradigma em diversos contextos de aplicação, pois a generalização tem como principal função, guiar e não ser modelo exclusivo de ensino, porque nele não comporta todos seus usos, é preciso conectar a generalização aos diversos exemplares.

Outro destaque dado por Kuhn está na dificuldade que os estudantes de Física encontram ao lerem o manual que contém os exemplares, tais dificuldades estão relacionadas ao estabelecer similaridades das generalizações simbólicas com os exemplos compartilhados, atribuir numa perspectiva wittgensteiniana, significado às expressões matemáticas na resolução de problemas descritos na linguagem científica, estabelecendo elos entre Matemática e fenômenos físicos.

Os estudantes de física costumam dizer que leram todo um capítulo do manual, entenderam-no, mas mesmo assim tiveram dificuldades para resolver os problemas do fim do capítulo. Quase invariavelmente sua dificuldade está em montar as equações apropriadas, em relacionar as palavras e os exemplos dados no corpo do capítulo aos problemas particulares que devem resolver. É comum também que essas dificuldades desapareçam do mesmo modo. O estudante *descobre* uma forma de ver que seu problema é semelhante a outro que já viu antes. Assim que tal semelhança ou analogia é percebida, só lhe restam dificuldades manipulativas (Kuhn, 2011, p. 323).

Tais dificuldades em perceber as semelhanças entre os problemas, citada por Kuhn no trecho acima, deve-se ao fato de acreditar que é responsabilidade dos alunos “descobrirem” as semelhanças entre linguagem matemática e fenômenos físicos expressos nos exemplares, por si só e que após essa descoberta, o papel do professor seria de mediar e não de ensinar, tampouco fazer conexões necessárias. Outro fator

de grande relevância nesse trecho é que ele considera que após o aluno perceber essa similaridade, as dificuldades que ainda podem acontecer, são devido ao não aprendizado da Matemática, como ele diz, “dificuldades manipulativas” e que a similaridade é adquirida quando o aluno resolve problemas, por meio do treino. Porém essa habilidade está, segundo Kuhn (2011), sob o campo mental ou visual:

Essa capacidade de reconhecer semelhanças admitidas pelo grupo é, a meu ver, a principal habilidade que os estudantes adquirem ao resolver problemas, quer com lápis e papel, quer em laboratórios especialmente planejados (Kuhn, 2011, p. 324).

Após perceber a similaridade, podemos perguntar pelo critério, e em geral vale a pena fazer isso. Mas não é necessário. A predisposição *mental ou visual* adquirida ao aprender a perceber dois problemas como similares pode ser aplicada diretamente (Kuhn, 2011, p. 326).

Nesse sentido, a percepção da similaridade, por Kuhn, é uma habilidade adquirida pelo aluno, ao mesmo tempo que sugere que seja uma predisposição de ver através dos olhos (visual) ou por meio da mente. Corroborando com o pensamento de Kuhn, Abrantes (1998) enfatiza que essa aprendizagem dos alunos acontece sem haver a necessidade de o professor mostrar as similaridades que existem entre os exemplares e os diversos usos. Contradizendo Wittgenstein que diria que estaria na linguagem, nos usos de diversos exemplos por meio do treino ostensivo feito pelo professor.

Numa perspectiva wittgensteiniana seria um equívoco atribuir ao aluno a responsabilidade de perceber as similaridades, pois o aluno precisa ver como acontece os diversos usos por meio do treino e do ensinamento do professor, já que “o significado de uma regra matemática depende do seu uso e, sendo assim, o seu sentido é encontrado no contexto em que está inserido” (Silveira, 2014, p.49), pois apenas seguir as regras não dá condições da significação, não sendo suficiente para ver essas similaridades. É preciso que se mostre novas aplicações, estabeleça elos intermediários, faça conexões para que o aluno perceba a similaridade.

Transmitir o léxico nos lembra, portanto, de outra importante característica wittgensteiniana, o conceito de “seguir a regra” em seu aspecto pragmático (a regra como a atividade de um jogo de linguagem) e em seu aspecto sistêmico, pois, para Wittgenstein, não podemos seguir a regra sozinhos ou apenas uma vez na vida (IF §199). Da mesma forma, de acordo com Kuhn, assimilação do léxico requer não apenas seguir a regra como uma instituição (...), mas também requer a repetição, a fim de obter o domínio de técnica (Condé, 2020, p. 96).

Porém, dominar a técnica é uma habilidade que faria parte da atividade de ensino no processo de mostrar a similaridade, de fazer a conexão entre os diferentes jogos de linguagens, pois seguir uma regra não é suficiente, já que ela sozinha não comporta todas suas aplicações, assim é preciso *ver* uma regra matemática *como* diversas aplicações, percebendo as semelhanças e atribuindo significado por meio do treino, da similaridade.

Um exemplo, deste, ver semelhança está presente no processo de ensino e aprendizagem de força gravitacional, que no ensino médio a resistência do ar é desprezível e no superior esse conceito deve ser levado em consideração. Estabelecer semelhanças, mostrar que num contexto, dado conceito não foi considerado, mas em outro ele passará a sê-lo, numa visão wittgensteiniana é papel do professor, pois elas possibilitam o ver sob outro aspecto, pois a visão unilateral causa confusões conceituais. Segundo Abrantes (1998, p.65), numa concepção kuhniana, “Tendo visto essa semelhança e assimilado (*grasped*) a analogia entre dois ou mais problemas distintos, ele [o aluno] pode inter-relacionar símbolos e ligá-los (*attach them*) a natureza nos modos que anteriormente mostraram-se efetivos”, porém essa conexão não parece ser tão óbvia para o aluno:

E o problema da visão sob apenas um dos aspectos, é como conseguir passar de um paradigma em que uma substância tem que sair de algum lugar para entrar em outro, para outro paradigma em que o importante não é o que sai nem o que entra, mas com o que uma reação pode ser desencadeada (Almeida, 2010, p.266).

A percepção dos aspectos não é algo tão óbvio. Desta forma, estabelecer semelhanças bem como fazer analogias tem a função de relacionar a linguagem e o mundo, não apenas por meio das relações abstratas advindas da Matemática, expressas por generalizações simbólicas, mas significar a linguagem simbólica no contexto ao qual está sendo estudado.

Estas semelhanças responsabilizam-se por conectar, de forma arbitrária, linguagem e mundo - quando falo de um conceito físico não pretendo só criar uma abstração, mas, fundamentalmente, tento criar uma linguagem que dê conta de descrever uma situação no mundo, ainda que se trate de um jogo arbitrário, é jogado sobre as coisas (Soares, 2011, p. 48)

O que Kuhn sugere é que seja percebida uma similaridade ou analogia de modo que os alunos consigam aplicar os exemplares em seus diversos contextos relacionando linguagem e mundo, porém, o mal uso dos exemplares, usados algumas vezes ora como generalizações simbólicas, ora como modelos, por meio das *regras*

de correspondência levam às dificuldades que os alunos em formação acadêmica encontram, pois acabam por esperar que os exemplares já tenham correspondência direta com a natureza, mas eles carregam consigo significados e estes devem ser mostrados aos alunos.

Portanto, utilizar-se das generalizações simbólicas que são expressões matemáticas e transformá-las em exemplares sem significá-las com o mundo representa, segundo Wittgenstein, acatar a concepção referencial de linguagem, pois é preciso que a linguagem matemática ganhe significado no ensino de Física. Não é suficiente aplicar as regras matemáticas e correspondê-las aos fenômenos, mas torna-se necessário conectá-las por meio da significação, fazendo, um uso pragmático, dando sentido a Matemática em cada contexto científico que está sendo utilizada, a partir de uma descrição gramatical de seus usos.

Similaridade para Kuhn passam a ser ponto crucial na filosofia da ciência e desempenha, no contexto de ensino, o papel de habilidade que os estudantes adquirem resolvendo problemas (Kuhn, 2011, p. 324) e passa a ser nesta pesquisa semelhante a este conceito *ver como* de Wittgenstein que é visto como uma habilidade do professor em conectar jogos de linguagem diferentes. Assim, estabelecer similaridades, aplicar o *ver como* wittgensteiniano são habilidades que, no contexto do ensino e da aprendizagem das ciências físicas por meio da linguagem matemática, guiam os professores e alunos na compreensão dos diversos usos, nos mais diversos assuntos estudados e organizados por uma comunidade científica.

Desta forma, o *ver como* wittgensteiniano nos leva a refletir sobre o uso da linguagem Matemática no ensino de Física na perspectiva da linguagem na atividade de ensino do professor de Física, pois *ver como* acontece essa relação entre as linguagens, podem possibilitar a compreensão de que concepção fundamenta a prática docente no ensino superior, ao passo que o professor atuante nesse nível de ensino já traz concepções que possivelmente foram fundamentadas em algum momento de sua vida estudantil e/ou profissional, como uma espécie de *treino*, pois aplicamos a regra como fomos treinados (Silva; Silveira, 2014). Passamos, então, a ter um olhar voltado a Matemática como um jogo de linguagem que dá condição de sentido a outras linguagens, pois os “significados dos objetos matemáticos não [estão] em alguma realidade independente da linguagem matemática” (Sartori; Duarte, 2016, p. 8, grifos nossos), mas dão sentido a outras linguagens, dentre eles, o jogo de linguagem da Física.

CAPÍTULO 5 Descrição, interpretação e discussão dos dados

Olhar para a inserção da Física enquanto disciplina na licenciatura, a partir da sua relação com a Matemática torna-se necessário. Em especial, focar no discurso dos formadores de futuros professores de Física, os quais utilizam de manuais científicos dispostos nas matrizes curriculares dos cursos superiores para ensinar sobre a relação das ciências físicas utilizando-se da Matemática, visto que este entrelaçamento constituído historicamente, é fortemente abordado nos cursos de licenciatura em Física por meio de disciplinas. Descreveremos neste capítulo uma análise interpretativa dos dados coletados, os quais foram interpretados por meio da análise textual discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2007).

Assim, por meio das falas dos professores, buscamos compreender os sentidos expressos nesses discursos. Tais descrições e interpretações se dão a partir das observações das aulas de três professores de Física e da entrevista que foi realizada logo após as observações. As entrevistas possuíam um roteiro que constava de 6 perguntas, porém no decorrer da conversa, outras perguntas foram necessárias. No entanto, nas análises não há uma separação entre falas durante as observações e falas da entrevista, mas em alguns trechos consideramos necessário enfatizar o momento em que as falas foram ditas. Os dados foram coletados em aulas que tinham em média 45 min de tempo, num total de 3 horas aulas para cada professor semanalmente, executadas em 4 meses.

Com esses dados coletados, seguimos as etapas propostas pela ATD, que iniciou com a unitarização das falas, composta pelas unidades de significado (US) que são os recortes das falas dos colaboradores da pesquisa, organizados com um título a partir dos significados atribuídos pelos professores e destas trazemos as unidades teóricas (UT) que subsidiam essas falas. Apesar de terem sido utilizados dois instrumentos de coletas: as entrevistas e as observações, o processo de unitarização se deu de modo conjunto, pois os significados expressos pelos professores apresentaram-se em ambos momentos de coleta e ora ou outra convergiam para mesma categoria. Feito esse processo de unitarização, agrupamos as US em categorias iniciais, categorias intermediárias e depois em categorias finais. Duas das categorias que apresentamos como resultados da descrição e interpretação são

denominadas *a priori*, pois dialogam com nosso objetivo de pesquisa em conformidade com a perspectiva filosófica de Wittgenstein, e uma categoria que é emergente, pois surge após a interpretação dos dados e dela uma nova teoria é trazida para fundamentar nossa compreensão e dialogar com a filosofia da linguagem de Wittgenstein.

Sendo essa pesquisa de cunho qualitativo e a análise textual discursiva, caracterizando um método que não têm a preocupação de encontrar uma resposta, mas mostrar caminhos possíveis, a compreensão acerca das falas dos professores se apresentará por meio do metatexto que, na perspectiva da ATD, é “a construção de um novo texto (...) que tem sua origem nos textos originais, expressando um olhar do pesquisador sobre os significados e sentidos percebidos nesses textos” (Moraes, 2003, p. 202). Assim, no decorrer do metatexto, aparecerão falas diretas dos professores com nomes fictícios, para manter o anonimato.

Compreendendo que os dados que estão sendo interpretados fazem parte de um contexto de instituições de ensino, que abrange uma pluralidade de saberes e de indivíduos com um dinamismo expresso por meio da atividade de ensino e do processo de aprendizagem, consideramos importante saber que formação acadêmica os professores possuem, tendo em vista que o fazer docente carrega consigo uma multiplicidade de significados dessa formação. Por exigência legal, todos os professores que atuam na licenciatura em Física possuem formação inicial em Física, com licenciatura como opção inicial, como é o caso de Alex e Beto ou como opção complementar, no caso de Carlos que é bacharel com complementação em licenciatura.

O quadro 03 indica os tipos de pós-graduação que os professores e colaboradores da pesquisa buscaram em sua formação.

Quadro 03: Titulação/formação continuada

	ACADÊMICO	PROFISSIONAL
Mestrado concluído	Alex	Beto/ Carlos ¹⁸
Doutorado concluído	Alex	
Doutorado (cursando)	Beto	

¹⁸ No momento da pesquisa de campo Carlos estava no último período do mestrado. Assim, aqui neste quadro, consideramos o momento atual da pesquisa, visto que Carlos já concluiu.

Essas informações contidas no quadro 03 nos remete a um pouco da História do surgimento dos cursos curtos de formação continuada para professores de Física em meados da década de 80, em que a preocupação era estudar os erros cometidos pelos alunos e os resultados obtidos eram divulgados em cursos de aperfeiçoamento: “Esses resultados foram divulgados também em cursos de especialização para professores, tendo muito sucesso entre eles; esses muitas vezes chegavam a perceber que aqueles erros também eram os seus” (Pacca; Villani, 2018, p. 61). Surge, então, na Universidade de São Paulo e nos institutos de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, os primeiros programas sobre o ensino de Física específicos de pós-graduação *stricto sensu* entre profissional e acadêmico.

Nesse processo de disseminação da profissão professor de Física, podemos assim ressaltar que os atuantes na licenciatura em Física estão em busca de aperfeiçoamento, que podem influenciar de alguma forma em suas práticas docentes, pois o conhecimento adquirido em formação continuada contribui com a prática docente.

Outro ponto que deve ser observado e que se entrelaça neste contexto de pesquisa é o tempo de docência, já que a experiência docente contribui com a prática docente.

Quadro 04: Tempo de docência

1 a 10 anos	Alex/ Beto
31 a 40 anos	Carlos

A pesquisa conta com dois professores que ingressaram mais recentemente no magistério e um que já tem uma vasta experiência em sala de aula. O tempo de docência juntamente com a formação continuada pode carregar consigo múltiplos significados, mas também pode não trazer para os professores significado algum, pois depende de um processo reflexivo do professor sobre sua ação docente. Fiorentini (1999), ilustra essa perspectiva quando diz:

Sempre que perguntamos aos professores de onde vêm seus saberes profissionais, eles se reportam às experiências que tiveram enquanto alunos e professores. Se isto for verdade, por que, então, muitos professores não conseguem, ao longo dos anos, aprimorar significativamente suas práticas profissionais? Ou, então, por que professores com muitos anos de experiência na docência não conseguem produzir um trabalho pedagógico

mais qualificado que outros com muito menos experiência? (Fiorentini *et al.*, 1999, p. 33).

Complementando a fala de Fiorentini *et al* (1999), a formação e a experiência docente podem influenciar nas futuras práticas dos professores, caso estes façam reflexões sobre as mesmas. Nesta perspectiva, esta pesquisa faz uma reflexão a partir do seguinte questionamento: a maneira como os professores veem a Matemática na sua formação em Física é refletida na sua prática da mesma maneira? Esta colocação pode ser um caminho para as concepções que estes adquiriram ao longo de sua formação ou de sua experiência docente, assim consideramos importante saber o tempo que eles atuam.

Quadro 05: Tempo de docência na licenciatura em Física

1 a 5 anos	Beto
6 a 10 anos	Alex
16 a 20 anos	Carlos

Os dados mostram que dois dos três professores entrevistados possuem menos de dez anos de experiência lecionando na licenciatura em Física e um deles com mais de quinze anos de experiência. Não buscamos saber se nesse tempo de docência eles lecionaram mais disciplinas que se relacionam com a Matemática ou se eram disciplinas estritamente conceituais, ou mesmo, se eles possuem uma preferência por alguma dessas, mas no decorrer da entrevista, o professor Beto deixou evidente a sua preferência por disciplinas que não se relacionassem com a Matemática, quando ele diz: “A Física mais bonita que eu acho é aquela que não depende da Matemática, que não relaciona muito a Matemática, eu gosto muito da parte conceitual” (BETO).

Esse contexto, de certo modo, contribui para a formação do ser humano como cidadão que pensa, reflete e discute suas opiniões, gostos e sonhos, ao mesmo tempo, que os formadores contribuem para formação do corpo discente que está ali em busca de crescer culturalmente, socialmente e profissionalmente. Assim, entendemos, como de grande valia, a importância do professor formador como exemplo de cidadão que tem a perspectiva de contribuir no crescimento de seus alunos, porém nem sempre há nas instituições de ensino superior que lecionam Física, discussões sobre a concepção da natureza da Matemática, discussão esta que pode

contribuir com a formação do futuro professor de Física e por vezes, “o aluno passa a ter uma concepção própria, controversa e multifacetada, decorrente das imposições docentes ou de sua visão de mundo” (Baraldi, 1999, p.8).

Contudo, destacamos a importância de compreender o discurso do professor formador de futuros professores, pois, estes, quando expressam seus modos de pensar deixam transparecer aos alunos as concepções que estão envoltas de uma história social, cultural e formativa e podem influenciar nas concepções destes futuros professores, assim como carregam consigo concepções de quem os formou. Contudo, nosso olhar minucioso aos discursos que trazemos nesta tese está envolto de uma multiplicidade de significados que possibilitam compreender os sentidos expressos pelos professores de Física quando estes usam a linguagem matemática em sua prática docente.

Direcionamos nossa discussão a primeira categoria *a priori* a qual nomeamos como *Concepções*.

5.1 CONCEPÇÕES

Historicamente já vimos que há uma dependência da Física em relação à Matemática, que seus conceitos ganham sentido por meio dela e esta perspectiva também se mostra de modo explícito nos discursos dos professores de Física, colaboradores desta pesquisa, quando expõem suas concepções sobre esta relação Matemática e Física.

Assim, iniciamos este tópico trazendo falas dos professores que nos levam a entender como eles *vêem* esta relação, quando perguntamos na entrevista: Na sua visão, que relação existe entre a Física e a Matemática? O que diferencia a Matemática da Física?

Feita a análise por meio da ATD, identificamos as percepções dos professores quanto às diferenças entre a Física e a Matemática, bem como a relação de (in)dependência delas. Estas falas nos ajudaram a compreender se há contrastes sobre a concepção de Matemática no ensino da Física, as quais aparecerão em forma de categorias.

O professor Alex nos apresenta, sua concepção sobre a relação Matemática e Física, nos falando sobre como ele percebe a Matemática neste contexto:

ALEX: Ela tem uma função primordial porque todas as teorias que você tem na Física, elas têm que ter um fundamento matemático.

ALEX: É fundamental, sem ela não tem como a gente *visualizar* muitas das coisas que a gente visualizaria.

O professor Alex é enfático em mostrar a importância da Matemática na Física e a dependência que a Física possui da Matemática, bem como diz que, para que os conceitos físicos sejam “vistos”, estes dependem e precisam da Matemática. O ver, nesta fala do professor, está no sentido de ver com os olhos da mente, em que ao aluno olhar para as fórmulas matemáticas, ele consegue ‘ver’ os significados físicos, ou seja, para ver os conceitos físicos é necessário ver a Matemática envolvida neste conceito.

Em relação a Física, o professor Alex diz:

ALEX: O que nós fazemos de certo modo é criar as teorias, mas a gente nunca vai de encontro com o que a Matemática prega, o que a Matemática estabelece, então a gente tenta ajustar as nossas teorias de acordo com as teorias matemáticas válidas e vigentes.

Quando Alex fala “o que nós fazemos” ele se referente aos físicos pesquisadores e professores quando estes se deparam com a Matemática na constituição dos conceitos físicos, deixando evidente, que não há necessidade de buscar correções das proposições matemáticas visto que elas já são normas instituídas como verdades, mas que devem utilizá-las para compreensão das teorias físicas concordando com Gottschalk (2008, p.) quando diz que “não tem sentido verificar o valor de verdade das proposições da matemática, uma vez que elas são o próprio padrão de correção”. Os conceitos físicos, deste modo, ganham significado a partir das proposições matemáticas e estas não necessitam das proposições empíricas para garantir suas validades. No mesmo sentido, mas utilizando outros termos, está a fala do professor Beto, ao dizer:

BETO: A Matemática, ela é uma ciência independente, completamente independente.

A independência atribuída à Matemática na Física é ponto muito importante nesta relação, e nos remete a dizer que as proposições matemáticas são normas instituídas por uma comunidade científica, assim servem de paradigmas para a constituição dos conceitos físicos, de modo que suas regras não dependem dos fenômenos, mas dão sentido a eles.

Já para o professor Carlos, o papel descritivo da Física é a principal diferença entre ela e a Matemática.

CARLOS: A Física, ela se preocupa em tentar descrever a natureza. Essa é a preocupação dos físicos e da Física.

Gottschalk (2004), esclarece que saber distinguir a função das proposições normativas (matemáticas) das proposições empíricas (físicas) é necessário, para que se evite confusões em seu uso:

A própria linguagem matemática, paradigma para as linguagens cujos termos são empregados precisamente, uma ciência exata por excelência, não tem como pretensão ser descritiva de nosso mundo empírico. Para o filósofo [Wittgenstein], as proposições matemáticas têm uma função essencialmente normativa, e não descritiva. (...) essas proposições são *condições de sentido* para as proposições empíricas, e não se confundem com elas (Gottschalk, 2004, p. 65-66).

Saber distinguir a função da Matemática na Física é de suma importância para compreender a relação entre elas. É neste sentido, colocado por Gottschalk, que passamos a olhar para as falas destes professores, colaboradores desta pesquisa, reporta-nos à questão das proposições gramaticais e empíricas que são constituintes desta relação. Temos, portanto, nesta relação a Matemática, com suas proposições normativas, formando uma gramática, que segundo Wittgenstein (1989), são um conjunto de regras a serem seguidas, que independem dos fatos do mundo e que nos fornece uma visão panorâmica de seus usos, desempenhando sua função dentro de cada contexto ao qual está sendo aplicadas, enquanto que, a Física com suas proposições empíricas desempenha o papel de descrever os fatos do mundo.

A partir dessa distinção e mesmo que pareça ser compreensível, por meio das falas desses professores, essa diferença na relação entre Matemática e Física, consideramos importante trazer a concepção de Matemática na Física e no ensino da Física, pois ainda há confusões sobre esta relação, como apresenta-se na fala do professor Alex, o qual atribui as regras matemáticas a responsabilidade em “ver” os conceitos físicos, quando diz: “É fundamental, sem ela não tem como a gente visualizar muitas das coisas que a gente visualizaria” (ALEX). Este não percebe que só o uso das regras matemáticas sem significação não é suficiente para a compreensão da Física. Assim, não basta saber a linguagem matemática, pois as regras gramaticais não descrevem os fatos, é preciso saber o significado que ela ganha no contexto ao qual está sendo aplicada.

A falta de compreensão do papel que a Matemática desempenha é, por vezes, levada para o contexto do ensino no uso da linguagem matemática, de modo que tais

incompreensões se instalam quando não se compreende quando uma proposição deixa de ser gramatical e passa a ser empírica e vice-versa: “E sublinho este fato para lembrar que uma mesma proposição pode ou não ser gramatical dependendo do contexto em que aparece” (Silva, 2009, p.135), passando a desempenhar uma função que não a compete, como ao acreditar que a Matemática tem a função de descrever fatos empíricos no contexto do ensino da Física, enquanto que seu papel é de dá sentido a esses fatos, bem como, quando acredita-se que ela é uma mera ferramenta de uso.

Passamos, então, a compreender que concepção de Matemática no contexto do ensino da Física se fazia presente nos discursos dos professores tanto nas entrevistas, quanto nas observações das aulas. Vamos assim, tratá-las separadamente para que fique mais compreensível e delas trazermos as discussões sob a perspectiva da filosofia de Wittgenstein.

Diante da nossa interpretação dos discursos expressos durante a entrevista com a pergunta: Qual papel daria para Matemática, qual função ela teria no ensino da Física? e também por meio das observações, os professores, colaboradores da pesquisa, apresentam concepções que, a partir de uma leitura mais criteriosa foram distribuídas denominadas da seguinte maneira: ciência pura, instrumento de mensuração/ferramenta, pré-requisito/ base e linguagem, essa categorização se deu a partir do agrupamento por meio de semelhança nas falas dos professores e denominadas dessa maneira por identificarmos uma convergência nesses aspectos.

a. Ciência pura/exata

Nesta categoria trazemos a fala do professor Alex que qualifica a Matemática como uma ciência pura/exata:

ALEX: Eu acho que a Matemática é a Ciência pura

A pureza citada pelo professor Alex em relação a Matemática coaduna com o pensamento filosófico tido por diversos estudiosos da Matemática durante séculos que buscavam uma forma lógica para descrever os fatos do mundo. O que é enfatizado pelo professor Beto ao dizer:

BETO: Uma ciência que é contestada um pouco pela parte de Humanas. Eu até li esses dias um artigo do Boaventura, que ele criticava a hegemonia dessa Ciência de exatidão, de mensuração, mas que é fundamental para Física.

Mesmo que o professor Beto traga uma reflexão a partir de alguma leitura que fez sobre uma crítica da hegemonia da Matemática, ele ao final fala que é importante pensar assim e que esse modo de ver a Matemática é importante para a Física. Porém essa pureza/exatidão foi questionada por filósofos da linguagem a partir da virada linguística, mas ainda se encontram arraigadas na concepção dos professores que observamos, haja vista que sua formação lhe proporcionou esse modo de pensar.

Quando se trata da utilização da Matemática na Física e no ensino da Física, o professor Beto reforça essa necessidade da exatidão da Matemática:

BETO: Aqui tá a importância da Matemática para Física, *é necessário exatidão, mensurar e aí os cálculos, a Matemática é uma ciência que vai testificar a Física.*

BETO: Ah, eu vou medir qual a força resultante como é que se calcula a força resultante? Eu faço um cálculo aqui e eu obtenho. Quanto de calor um corpo cedeu ou ganhou? *Pra eu mensurar isso eu preciso de um cálculo aqui e eu preciso de uma exatidão.*

Isto nos conduz a dizer que, esses professores não tem uma visão voltada para Matemática como uma linguagem, ao mesmo tempo que suas falas nos levam a compreender que pouco se tem pensado e discutido sobre a Matemática no contexto da Física num sentido pragmático, de modo que ela é vista como uma ciência inquestionável e exata, a modo da filosofia tradicional que buscava uma forma lógica, pura e cristalina para expressar fatos do mundo.

Esse modo de conceber a Matemática aparece num trecho de Paty (1995, p. 235) em que comenta: “Léon Brunschvicg lembrava que a física “vê a precisão de seus resultados [...] subordinada ao grau de perfeição atingido pelo instrumento matemático”. Essa precisão aparece justamente como a marca da implicação matemática na construção das teorias físicas”.

Ao crer na Matemática como uma ciência exata e pura entende-se que tal perspectiva defende a *pureza* da linguagem análogo ao que Wittgenstein procurava encontrar em seu primeiro momento filosófico na obra *Tractatus Logicus-Philosophicus*, como cita Garnica e Pinto (2010, p.218): “a “linguagem” como independente dos que a usam, como algo *puro*, sem contradições e contaminações, capaz de transmitir ideias com precisão”.

Porém, esse modo de ver é criticado por Wittgenstein em seu segundo momento filosófico, assim essa concepção de exatidão da Matemática passa a ser

considerada como referencial, pois dá a ideia de que há uma essência ao pôr a Matemática em uso, como se suas proposições correspondessem diretamente com os fatos do mundo, assim expressariam significados único, independente do contexto ao qual está sendo utilizado.

Numa perspectiva wittgensteiniana não há uma essência comum por trás dos diversos conteúdos da matemática, ou do conhecimento de um modo geral, mas semelhanças que podem ser apontadas arbitrariamente para favorecer determinado ensino de um conteúdo (Silva; Teixeira Jr.; Costa; Dias, 2022, p. 176).

Estabelecer semelhanças seria uma habilidade que o professor de Física desenvolveria em sua prática, por meio da conexão, mostrando que naquele conteúdo a Matemática tem um dado significado, mas que pode mudar quando muda o conteúdo, não havendo assim, uma essência em seu uso.

b. Instrumento / Ferramentas

No recorte da categoria inicial *Instrumento de mensuração/ferramentas*, observamos no discurso do professor Alex, que a Matemática é tida como ferramenta bem como instrumento de mensuração que possibilita a aplicação da Física:

ALEX: *Essa é a nossa ferramenta.* A física inteira você vai utilizar isso, nos mais diversos campos. Mas também serve como *instrumento de mensuração* para as situações físicas, para toda a Física.

ALEX: Pode utilizar também para eletromagnetismo, equação de Laplace, então é uma ferramenta muito útil, se você domina ela.

A utilidade da matemática presente nesses recortes das falas do professor Alex, leva-nos a compreender que o professor acredita que apenas o domínio de técnicas matemáticas seria suficiente para o aluno usar a Matemática na Física; que o aluno seria capaz de ver tais “ferramentas” como aplicações físicas e que bastaria “pegar” essa ferramenta em algum lugar e utilizá-la. Alex dá muita ênfase durante suas aulas na Matemática como ferramenta.

Alguns trabalhos demonstram que alguns professores também têm essa concepção da matemática como ferramenta, como mostra a fala de um sujeito de pesquisa por Santos et. al. (2017):

Sujeito H: No ensino eu tenho outra concepção, [...] é uma ferramenta que facilita a descoberta de valores desconhecidos. É a frase que, para mim, resume: ferramenta facilitadora para descoberta de valores desconhecidos (Santos et al., 2017, p. 99).

Esse modo de conceber a Matemática como ferramenta também está presente no trabalho de Suleiman (2020), quando ele busca compreender as concepções de professores de outras disciplinas sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática. O autor dá um destaque à Matemática enquanto ferramenta que auxilia outras disciplinas: “houve uma quase total de aderência entre as matérias e a Matemática, com ênfase para Física, Química, Ciências, Biologia e Geografia, no sentido de que necessitam das ferramentas da Matemática” (Suleiman, 2020, p. 14) e que ela precisa de um “entrosamento” com as demais disciplinas, sendo a *ferramenta base* que impulsiona as demais, segundo sua concepção.

Os recortes trazidos dos trabalhos de Santos et.al (2017) e Suleiman (2020) estão alinhados com as concepções dos professores participantes de nossa pesquisa. Fato que demonstra como esta concepção se instala tanto no contexto da Física quanto em outras disciplinas.

O modo instrumentalizado ou ferramental concebido pelos professores, contrapõe a perspectiva filosófica de Wittgenstein, visto que, considerá-la enquanto uma ferramenta seria um uso referencial, inspirado no modelo objeto-designação criticado por Wittgenstein no aforismo 1 das IF's que “o significado da palavra seria o objeto a que ela se refere” (Gottschalk, 2008, p. 77) e de modo análogo, a Matemática corresponderia diretamente ao fenômeno físico.

Corroborando com a perspectiva wittgensteiniana, Savietto (2015, p. 22) aponta que “admitir a Matemática como uma mera ferramenta pode resultar no entendimento equivocado de que apenas um bom domínio de conhecimentos matemáticos garante o êxito no estudo da Física”. Deste modo, pensar a Matemática enquanto ferramenta, estaria vinculado a uma concepção referencial de linguagem, em que a linguagem é apenas um apoio para algo que de certa forma já existe em algum lugar, ideal, mental ou empírico (Silva; Silveira, 2014).

E por sua vez, ao ensinar, a partir dessa concepção, provavelmente o professor leva o aluno a crer que apenas o domínio das regras matemáticas garante a compreensão dos conceitos físicos, que saber as fórmulas leva a saber significá-las e aplicá-las no contexto. Assim, o ensino de Física que prioriza o saber regras matemáticas está camuflando a profunda relação que existe entre Matemática e Física, deixando de lado seu significado.

c. Pré-requisito/ base

No discurso do professor Alex durante as observações das aulas, a Matemática é tida como uma base da Física, já compreendendo *base* como algo que vem antes de qualquer conhecimento físico. Não negamos que saber a Matemática anterior aos conceitos físicos não seja necessário, porém consideramos que a *base* Matemática não é suficiente para compreender a Física. É preciso significá-la. Da mesma forma, que vê-la como ferramenta que deve ser aprendida anterior à Física seria suficiente para sua compreensão. Esse modo de ver a Matemática por Alex daria condições de perceber a aplicação da Matemática no conceito de eletromagnetismo, o que seria um equívoco. Beto durante a entrevista também concebe a Matemática como base, dando importância a sua formalização.

ALEX: Não tem como entender a Física sem ter uma boa base, sem ter fundamentos matemáticos assertivos.

ALEX: Eu não quero ensinar eletromagnetismo pra vocês, *eu quero ensinar as ferramentas*, pra quando você chegar lá adiante, o professor disser, olha eu quero que vocês demonstrem o teorema de Maxwell, aí vocês já sabem a ferramenta que vocês vão utilizar para demonstrar.

BETO: Matemática é Formalização, ela é a base. Se eu falar pra ti assim, o que a astronomia é para Física? É uma área que a gente vai tangenciar, mas o que é a Matemática para Física? Base.

Assim, nessa concepção, o aluno já conseguirá lembrar de tais regras e saberá associá-las ao problema físico proposto. O mesmo acontece na fala do professor Beto e Carlos, quando expõe a necessidade de trazer a Matemática anterior à Física como garantia de compreensão posterior dos conceitos físicos. Esse discurso se torna enfático quando ele considera que seja suficiente ensinar, primeiramente a Matemática, para depois ensinar a Física, como mostram os seguintes discursos:

BETO: A gente tem a ilusão achar que ver a função na Matemática e ao mesmo tempo na Física, que isso vai ajudar o aluno, pelo menos isso na prática eu nunca vi ajudar. Ao mesmo tempo que o professor está vendo na Matemática função, o professor de Física também está vendo a função só que lá na cinemática. Isso muitas das vezes cria um desgaste pro aluno, então seria interessante, esperar o professor de Matemática ver a função todinha, consolidar aquilo e aí depois o professor começa na cinemática com as funções $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$.

CARLOS Quando o aluno já vem com uma base de preparação pra ver em Física que ele precisa daquela Matemática, aí ele já sabe isso, aí tudo se torna mais fácil.

Os modos de ver de ambos professores trazem a garantia de que aprender Matemática anterior à Física é suficiente, que uma “base sólida” de Matemática é suficiente para compreensão dos conceitos físicos, dando à Matemática um caráter apriorístico.

Já em outro momento, Carlos traz em seu discurso que o professor de Física espera que o aluno já tenha essa base matemática consolidada.

CARLOS: Então, quando o professor de Física começa a entrar nos conceitos de Física e começa a resolver de maneira “mais inteligente”, pensando que o “cara” já fez o curso lá de equações diferenciais, ele sabe resolver e depois ele percebe que eles não conseguem resolver.

A expectativa, que Carlos sugere que seja depositada no aluno, está relacionada ao fato de que este conectaria de imediato tais conceitos com a Matemática já estudada em momentos anteriores, pois o professor acredita que basta saber as regras matemáticas anteriores à Física que o aluno, por si só, irá significá-la, de modo que essa aprendizagem anterior facilitaria a compreensão dos novos conceitos da Física. Porém, essa percepção de significar os conceitos físicos não ocorre por descoberta, como enfatiza Silva; Teixeira Jr., Costa, Dias (2022, p.169): “A formação do conceito não ocorre por uma descoberta que o aluno pode vir a fazer, mas está no uso que faz em diversas situações”.

O trabalho de Almeida (1999), traz também esse modo de ver a Matemática por professores do ensino médio, em esperar que a aprendizagem de Matemática anterior a Física dá garantia de compreender a Física e neste ponto destacam que a Matemática é tida como pré-requisito para o ensino e o aprendizado da Física:

É grande a expectativa do professor de que os seus alunos “saibam matemática”. Esse é considerado por eles um *pré-requisito* para que os estudantes possam resolver os exercícios [de física] que, a assistência a aulas nesse nível demonstra, ocuparão a maior parte do tempo escolar (Almeida, 1999, p. 2, grifos nossos).

Na perspectiva wittgensteiniana essa expectativa é equivocada, pois “as regras não têm, elas próprias, algum significado, são apenas condições de significado. Têm a função de *paradigmas*, modelos que seguimos para dar sentido à nossa experiência empírica” (Gottschalk, 2008, p.81). Elas, em si, não comportam suas aplicações, de modo que saber seguir uma regra não é suficiente para saber aplicá-la.

Esse modo de conceber a Matemática como pré-requisito/base, no contexto do ensino da Física, está envolvido da concepção referencial da linguagem, já que não

há a preocupação em que o professor signifique a Matemática naquele contexto ao qual ela está sendo aplicada, como se a Matemática anterior fosse suficiente para compreensão dos conceitos físicos, porém como reflete Silveira e Silva (2016): “visto que as regras não contêm em si mesmas suas aplicações, isto é, uma regra não nos diz quando aplicá-la, estas não são de forma alguma estão antecipadamente na mente do aprendiz, dependem, ao contrário, de serem aprendidas” (Silveira, Silva, 2016, p.477). Trata-se de conectar os conhecimentos matemáticos ressignificando no contexto do ensino da Física, pois não é óbvio ao aluno estabelecer esses elos entre a Matemática e a Física, sem que o professor o mostre.

Teixeira Jr (2019) colabora com nossas discussões ao dizer que é equivocado compreender que a Matemática está em outro lugar e acreditar que se o aluno conhece determinados conteúdos, ele poderá aprender por si outros conteúdos relacionados, que a Matemática teria uma essência, sendo assim suficiente para compreender a Física sem ser realizada a conexão pelo professor, sem que o professor faça analogias, sem elos intermediários entre linguagem matemática e linguagem da Física.

“O problema é pensar em uma essência a priori e que permitiria descobertas espontâneas” (Teixeira Jr., 2019, p. 161). É necessário que essa conexão seja feita pelo professor para que o aluno perceba e compreenda o significado naquele contexto. Essa crítica ao essencialismo é reforçado por Condé (2014) ao citar que

Para as *Investigações*, um jogo de linguagem que é plenamente satisfatório dentro de uma determinada situação pode não ser em outra, pois ao surgirem novos elementos as situações mudam, e os usos que então funcionavam podem não mais ser satisfatórios em uma nova situação (Condé, 2014, p. 89).

É no uso dentro do contexto que se insere, que a linguagem matemática ganha significado. Assim é equivocado, acreditar que para aprender a Física é suficiente ensinar a Matemática dissociada do contexto físico ou mesmo anterior. Ao contrário, é preciso estabelecer elos intermediários e estes seriam condições para que o aluno consiga perceber o sentido que a Matemática dá aos conceitos físicos, ressignificando ao contexto no qual está sendo aplicada, como diz Wittgenstein (1999, § 288): “E o que ele fizer, mostrará no uso da palavra, como sempre ocorre”.

d. Linguagem

A concepção da Matemática que aparece nos discursos dos professores segundo nossa interpretação, adequou-se a categoria que denominamos de *linguagem*, tal concepção aparece nos discursos em perspectivas diferentes, uma voltada para o sentido adotado pela filosofia tradicional, em que a linguagem é um meio de comunicar fatos do mundo, assim é vista como universal, sentido este criticado pela filosofia da linguagem de Wittgenstein, e a segunda, se adequa a perspectiva que este filósofo adota e que subsidia esta pesquisa, o sentido da linguagem como constituinte.

No discurso do professor Alex, também está explícito a concepção da Matemática com seu caráter universal, ao dizer:

ALEX: A Matemática é uma linguagem universal porque todas as teorias que você tem na física, elas têm que ter um fundamento matemático também.

O sentido trazido à Matemática neste recorte de fala, nos leva a compreender que o termo universal utilizado pelo professor dá ideia de uma *essência*, uma referencialidade na Física, em uma relação biunívoca entre regras e fatos do mundo, em que seu significado seria único, independente do contexto. Saber Física para esse professor é saber a Matemática, linguagem universal.

O professor Carlos traz tanto o sentido de linguagem na perspectiva tradicional quanto no sentido pragmático. Quando ele diz:

CARLOS: A melhor linguagem encontrada para descrever os fenômenos da natureza é a Matemática.

Carlos dá um sentido a linguagem matemática como responsável pela descrição dos fenômenos físicos, “mas será que a verdade da afirmação matemática também seria produto de algum tipo de experimentação?” (Gottschalk, 2008, p. 78). Este sentido dá a Matemática um papel descritivo, o que seria um equívoco, numa perspectiva wittgensteiniana, já que ela tem a função de dar condições de sentido aos conceitos físicos e não de descrever os fenômenos, já que descritivas, seriam as proposições empíricas, neste caso, da Física.

E a grande confusão que se quer apontar com isso tudo é aquela que nos faz tomar uma proposição gramatical por uma proposição empírica, quer dizer, a confusão que nos faz tomar uma proposição que serve para constituir o sentido de um termo por uma proposição que fala sobre fatos no mundo (Silva, 2009, p. 138).

Ao mesmo tempo que Carlos, traz a linguagem numa perspectiva referencial, em outra fala, ele demonstra a preocupação de olhar para Matemática em cada contexto em que ela está sendo usada:

CARLOS: É a linguagem. A Matemática é fundamental não só para Física, pra Química, pra Economia, pra vários ramos da Ciência. Até pra própria Biologia. O que vai diferenciar é a tua visão, não quanto um matemático, mas a especificidade

Carlos dá outro sentido à linguagem matemática, ele ressalta a importância de ter uma “visão” de acordo com a “especificidade”. Nesta fala, o professor deixa implícito que, de acordo com o contexto ao qual a Matemática está sendo usada, o ensino deve ser diferenciado, que o modo de utilizar a Matemática não pode ser referencial. Um professor de Física, por exemplo, para Carlos não deve ter um olhar para Matemática da mesma forma que tem um professor de Matemática.

Essa concepção de linguagem, se aproxima da perspectiva pragmática wittgensteiniana, pois leva em consideração o uso que fazemos dela de acordo com o contexto ao qual está sendo aplicada.

Atribuir a Matemática um caráter extralinguístico é buscar nela uma *essência*, analogamente como Wittgenstein buscava em seu primeiro momento filosófico uma forma lógica que descrevesse fatos do mundo. Ao contrário do que se pensava, essa *essência* se encontra na linguagem de modo que “os sentidos das coisas se exprimem através da linguagem, e se há algum “sentido oculto”, algo como a coisa-em-si kantiana, tratasse de algo irrelevante, que não tem efeito sobre a práxis e, portanto, carece de significado” (Cavanese, 2010, p.151).

Contudo, o professor Carlos mesmo que tenha a concepção de que a Matemática deve anteceder a Física, tem uma preocupação em evidenciar que a Matemática tem seus diversos usos, que os modos de a ver dependem do contexto em que está sendo aplicada, apontando para uma perspectiva pragmática da linguagem matemática. Otte (2015, p. 2) descreve como é o uso da concepção pragmática ao dizer que “para o pragmático, o significado mostra-se no uso do signo e, por isso, depende de contextos”. E neste contexto da pesquisa consideramos que é preciso que o professor tenha essa habilidade em perceber o significado que a Matemática ganha no contexto em que está sendo usado, de modo que ele consiga estabelecer as conexões entre a linguagem matemática e os conceitos físicos, pois não é óbvio ao aluno ver tais relações se o professor não estabelecer elos

intermediários, mas primeiramente é preciso que o professor percebe a necessidade de fazer esse elo. “São as relações internas que estabelecem entre os conceitos que me permitem ver novos aspectos, que proporcionam novos modos de ver” (Gottschalk, 2006, p. 88), porém a mudança de aspecto deve ser percebida pelo professor e mostrada ao aluno, de modo que estabeleça uma conexão da linguagem matemática com os conceitos físicos.

Nossa análise aponta, a partir da *Concepção de Matemática dos professores de Física no contexto do ensino da Física*, que os colaboradores da pesquisa dão um destaque à Matemática quanto sua independência e à Física como dependente da Matemática. Também deixam evidente que concebem a Matemática enquanto ferramenta neste contexto de ensino, enfatizando a importância de trazer a Matemática anterior a Física, quando a considera como pré-requisito, bem como, uma ciência que possui uma essência. Deste modo, podemos dizer que os três colaboradores da pesquisa têm suas concepções da Matemática na Física e no contexto do ensino da Física alinhadas com a concepção referencial de linguagem, mesmo que, o professor Carlos apresente preocupação com o modo que a Matemática vai dar sentido aos conceitos físicos, ele traz concepção da Matemática diferente a perspectiva pragmática.

Tal posicionamento, conforme vimos, sugere a adoção de uma concepção referencial de linguagem, que influencia o ensino até hoje. Porém, a Matemática não tem o papel, na relação com a Física, de descrever os fatos, nem assume o papel de ferramenta ou linguagem universal, mas é um dos jogos de linguagem que constitui o ensino da Física e “supor a existência de uma essência dos jogos de linguagem seria um equívoco, provocado pelo fato de se tomar “um” jogo de linguagem particular como modelo para todos os demais” (Savietto; Silva, 2019, p.254).

Assim, apontamos para a linguagem matemática no ensino da Física no sentido pragmático proposto por Wittgenstein, como corrobora Savietto e Silva (p.252): “diferentes conceitos matemáticos aplicados a diferentes contextos físicos são o que fazem a Matemática ter um papel fundamental para a Física, ao mesmo tempo em que apresentam ali uma significação própria”, e não essencial. Este fator, como corrobora Silva (2009) pode ser devido a não ter um olhar panorâmico sobre a linguagem e acaba por atribuir à Matemática uma função que não compete a ela, neste contexto de aplicação.

De modo mais amplo, as concepções apresentadas acima levam-nos a compreender, sob a perspectiva filosófica de Wittgenstein, como o professor de Física compreende a relação entre Matemática e Física e mais especificamente, que concepção de Matemática ele têm, e por meio delas apresentarmos um modo de ver esta relação da Matemática no ensino da Física de maneira não-unilateral.

Para tanto, consideramos importante observar como o professor faz uso da Matemática nas aulas, assim os discursos que seguem estão envolvidos de falas que se direcionam ao fazer docente dos colaboradores da pesquisa, bem como, discursos de como foi o uso da linguagem matemática durante a formação desses professores, quando seus formadores se reportavam ao uso da Matemática.

Embora suas concepções demonstrem como podemos compreender o significado da Matemática pelo professor formador de Física, consideramos que ao trazer os usos que o professor faz da Matemática, esclarece-se como a Matemática é concebida neste contexto de aplicação.

5.2 USOS

Esta categoria considerada pela ATD como a priori, foi descrita à luz da filosofia de Wittgenstein, aparato filosófico central desta pesquisa. A divisão foi estabelecida em duas categorias: a primeira, intitulada *O uso da Matemática em sua formação docente* emerge por meio da entrevista, quando perguntamos se em algum momento de sua formação, o professor colaborador de pesquisa, havia cursado alguma disciplina que discutisse a relação entre a Física e a Matemática. E na dinâmica de agruparmos falas que nos apresentavam semelhanças e convergências nos usos da Matemática durante a formação dos professores entrevistados, surge a segunda categoria denominada *O uso da Matemática no fazer docente* uma descrição das falas dos professores a partir das observações das aulas. Nesta categoria, os professores deixam explícitos como eles consideram que o aluno deve “buscar” a Matemática para compreender os conceitos físicos.

e. Uso da matemática em sua formação docente

Durante a entrevista, quando perguntamos aos professores, se em algum momento de sua formação tiveram alguma disciplina que discutisse a relação entre a Matemática e a Física ou se houveram discussões sobre as concepções de Matemática nesse contexto de ensino, estas falas direcionam nossa compreensão

para dois pontos centrais: ausência de discussões sobre a relação Matemática e Física no percurso de formação desses professores e; Matemática como pré-requisito. Na primeira, os professores foram unânimes em dizer que não houve, durante sua formação, discussões nesse direcionamento e na segunda, os professores que o formaram, tratavam a Matemática como um pré-requisito para aprendizagem de Física.

Os professores entrevistados foram unânimes em dizer que em sua formação não houve discussões sobre a relação da Matemática com a Física, que no máximo, seus professores comentavam que a Matemática era importante para Física. Seus relatos enfatizam essa ausência, como percebemos nas falas dos professores Alex e Carlos:

ALEX: Durante a minha formação eu estudei a disciplina Física/Matemática, essa que ministrei, mas nunca discuti a relação entre elas.

ALEX: Eu fiz graduação, mestrado e doutorado na mesma instituição e durante toda essa minha trajetória acadêmica eu nunca tive uma disciplina formal que tratasse dessas concepções da Matemática.

CARLOS: nunca foi relacionado, dizendo que a Matemática é importante pra você, qual relação que existe. Nunca!

CARLOS: nunca foi dada essa prioridade em dizer: “olha, existe uma correlação”.

Os professores Alex e Carlos deixam evidentes que em todas as etapas, desde sua formação inicial, em nenhuma, houve discussões da relação Matemática e Física. Uma parte de suma importância que destacamos nesta fala é ele ressaltar que a mesma disciplina que ele estava lecionando no momento em que realizamos a pesquisa, foi estudada por ele na graduação, mas em nenhum momento houve reflexões sobre esta relação. É bem provável que o modo com que ele conduz suas aulas seja inspirado no modo em que seu professor formador conduzia, durante a sua formação.

Dado que a Física é construída na linguagem matemática, sem ao menos um certo conhecimento dessa linguagem não será possível precisar o conhecimento construído historicamente por essa disciplina, nem avançar no sentido do conhecimento racional formalizado (Almeida, 1999, p. 3).

A ausência de discussões sobre essa relação durante a formação é, para nós, uma lacuna já que essa relação se constituiu, historicamente e que é refletida na formação dos professores. O que daria espaço para que os professores não

refletissem sobre sua concepção de Matemática neste contexto de ensino, bem como nos usos que eles fazem da linguagem matemática durante suas ações docentes. Isso sugere que seus professores também tinham concepções referenciais da Matemática no ensino da Física e assim seus alunos eram formados sob a mesma concepção.

Mesmo que não tenha havido discussões sobre esta relação durante a formação inicial docente, os relatos dos professores destacam que quando seus formadores tentavam dar uma função à Matemática na constituição dos conceitos físicos, ela era tida como um pré-requisito que nos conduz a reflexões sobre as influências do modo como nos é ensinado algo e este nos leva a conduzir nossas ações sob esta influência.

Durante a entrevista, a segunda evidência destacada nas respostas dos professores quando buscamos compreender como a Matemática foi usada por seus professores formadores é que, estes concebiam a Matemática como pré-requisito para a compreensão de Física e assim eles faziam seu uso. Nas falas de Beto e Carlos há essa evidência:

BETO: A gente tem conceitos de velocidade a partir da derivada, então eles sempre se remetiam, isso aqui vocês viram no Cálculo I e agora a gente vai aplicar aqui.

BETO: Era como se eles assumissem que a gente já deveria ter percebido isso desde quando a gente escolheu fazer Física.

CARLOS: Vocês precisam da Matemática para resolver equações diferenciais que vão aparecer em circuitos elétricos, um monte de coisas da natureza, para justificar.

Beto e Carlos relatam que seus professores formadores acreditavam que se os alunos já soubessem a Matemática anterior aos conceitos físicos que iriam ser estudados, esta seria condição suficiente para aprender a Física, de modo que, a Matemática já deveria ter sido apreendida anteriormente ao ingresso à formação superior, bem como já deveriam perceber o uso dela no contexto da Física, assim justificavam que saber a Matemática seria condição suficiente para aprender a Física.

Fica explícito na fala do professor Beto que ele considera que não é óbvio a percepção da aplicação da Matemática para compreensão dos conceitos físicos, mas seu professor formador agia em suas aulas nessa concepção referencial.

Percebemos, por meio dessas falas reflexivas destes professores, que seus professores formadores se reportavam à forma de ver a Matemática no ensino de Física de modo referencial e que dialogando com a categoria, o modo com que o

professor, colaborador desta pesquisa, concebe a Matemática na Física e no ensino da Física pode ter influência do modo com seus formadores a concebiam.

Esse encadeamento do modo de ver a Matemática no ensino da Física, passada de formador a formador, gera, ao nosso ver, uma sequência de confusões conceituais, pois se o professor formador tem uma concepção referencial da Matemática no ensino de Física, este por sua vez, pode ensiná-la nessa mesma perspectiva e os futuros professores se formarão acreditando nesse mesmo modo de ver.

Acreditamos que, se desde a formação inicial fosse discutido sobre esta relação sob uma perspectiva pragmática, poderia haver desmistificações em relação ao papel da Matemática no ensino da Física, pois nenhum desses discursos trazem a concepção pragmática da linguagem, assim a Matemática no ensino da Física parece-nos ser ausente de significação durante a formação desses professores colaboradores da pesquisa.

Pietrocola (2002, p. 106) corrobora com nossas reflexões quando diz que “não se trata apenas de saber Matemática para poder operar as teorias físicas que representam a realidade” e complementamos dizendo, é preciso dar significado à Matemática, estabelecer conexões, ver aspectos que permeiam essa relação, para que as proposições normativas ganhem sentido na constituição das proposições empíricas.

Assim, nos cursos de formação que “disciplinas eminentemente físicas partilham o grosso dos currículos com disciplinas de Matemática” (Pietrocola, 2002, p. 90) precisam repensar sua estrutura curricular e incluir disciplinas que discutam o papel que a Matemática desempenha nesse contexto, trazendo reflexões de natureza pragmática, para que não atribua à Matemática uma função que seria das ciências físicas, como por exemplo, na confusão que se faz ao acreditar que a Matemática teria um papel descritivo dos conceitos físicos, esperando-se que saber Matemática anterior já traria a descrição dos fatos no mundo. Fator que leva a reflexões sobre o papel que a Matemática desempenha e leva Gottschalk (2023) a levantar a seguinte hipótese num de seus artigos:

Tem-se como hipótese central, que ao ser explicitada a função normativa (e não descritiva) dos enunciados matemáticos, vários equívocos e confusões podem ser evitadas no ensino da disciplina, que ocorrem, em boa parte das vezes, quando se introduz métodos característicos das ciências naturais que

levariam supostamente à descoberta de conteúdos matemáticos em geral (Gottschalk, 2023, p.1).

O excerto acima nos leva a dizer que tais confusões também se fazem presentes nos discursos dos professores formadores dos colaboradores desta pesquisa.

Estas falas interpretadas juntamente com as da categoria *Concepções* apontam que as concepções que professores têm da Matemática na Física podem estar intimamente relacionadas com a ausência de discussões sobre a relação Matemática e Física, de modo que as confusões podem se estabelecer no uso da linguagem matemática, como mostraremos a seguir.

A partir da compreensão de como os professores concebem a Matemática no contexto do ensino da Física e como seus formadores concebiam e faziam uso dela, procuramos compreender como estes professores, colaboradores de nossa pesquisa, fizeram uso da linguagem matemática durante o ensino das disciplinas de Física, pois suas falas apontam para a repetição do uso feito pelos professores que o formaram na graduação. Mas também pode ser diferente, acreditando que houve reflexões destes professores sobre suas ações docentes e estes buscaram significar a Matemática, para que seus alunos, futuros professores, pudessem compreender o sentido que ela ganha no contexto da Física.

f. O uso da Matemática no fazer docente

Após apresentarmos como os professores formadores dos colaboradores desta pesquisa concebem a relação da Matemática com a Física e qual sua concepção da Matemática no ensino da Física, vamos tentar compreender como os professores colaboradores fazem uso da Matemática nas disciplinas observadas nesta pesquisa.

As disciplinas que selecionamos para fazermos as observações eram disciplinas que tiveram como critério trazer a relação Física e Matemática, porém não tínhamos o olhar voltado para um conteúdo programático específico, mas para as falas dos professores quando estes faziam uso da linguagem matemática ou quando se reportavam a ela no contexto do ensino de Física. Assim, trazemos nesta parte do texto, uma descrição dos usos que os professores fazem da linguagem matemática, e buscamos compreender tais falas em diálogo com os subsídios filosóficos wittgensteinianos.

A subcategoria *O uso da Matemática no fazer docente* aponta para três aspectos que denominamos a partir de uma interpretação e compreensão de como os professores fazem uso da Matemática no ensino da Física como: Matemática como processo de memorização, Matemática como processo de seguir fórmulas e Matemática com significação.

O aspecto, *Matemática como processo de memorização* traz falas dos professores que deixam explícitos que ao aplicar a Matemática à Física, estas já estão guardadas na memória, provenientes de um processo interno da mente. Que lembrar seria condição suficiente para aplicá-la. Enquanto que no aspecto, a *Matemática como processo de seguir fórmulas* apresentam falas que consideram que para compreender a Física basta seguir as fórmulas, como se as regras em si trouxessem o significado da Matemática na Física e no aspecto *Matemática com significação* deixa evidente o significado que a Matemática ganha no conceito físico mostrando conexões entre Matemática e Física.

Na *Matemática como memorização* há pressupostos que os alunos irão conseguir compreender os conceitos físicos se a Matemática já estiver “guardada” na memória, que lembrar da Matemática estudada em séries anteriores seria suficiente para a aprendizagem de Física. Não é nosso objetivo negar a importância do processo de memorização, porém, esse modo de conceber a Matemática na aprendizagem da Física não é suficiente para a compreensão da Física.

Vejamos como professor Alex destaca essa importância da memorização, em vários momentos das aulas observadas:

ALEX: o que a gente *tenta lembrar* é que em notação indicial $\vec{A} \times \vec{B} = \varepsilon_{ijk} \cdot A_j \cdot B_k$.

ALEX: Ah professor, tudo o que a gente vai fazer é utilizar isto aqui é pra demonstrar as identidades, que elas existem. Não é melhor eu usar as que já existem? *Se vocês lembrarem*, realmente não precisa.

ALEX: Agora vai vir o negócio do cilindro. Eu quero que vocês olhem pra cá. Conseguem perceber que isso é um arco de circunferência? Como é que eu calculo um arco de circunferência? *Lembra lá do ensino médio?* Calculava assim: $l = \alpha \cdot r$. *Lembra disso?*

ALEX: Eu tenho que a carga vezes o campo elétrico é o que mesmo? *Alguém lembra da física do terceiro ano?* A força elétrica: é produto escalar da força vezes o dl, o dl é a distância, o deslocamento.

ALEX: Primeiro passo, qual é? Vocês já fizeram isso várias vezes, *já tem na cabeça:* extensão analítica

Nestes recortes, termos usados como *lembrar* e *ter na cabeça*, são modos de dizer do professor Alex, quando este acredita que buscar na “lembrança” conceitos matemáticos condicionariam os alunos a perceberem a relação da Matemática com os conceitos físicos, que haveria em algum lugar na mente, depositado as regras matemáticas e que bastaria pegá-las e estas dariam condições suficientes para compreender seus usos no contexto de ensino da Física.

Ferraz (2014) discorre sobre a importância dada à memorização das regras matemáticas e em sua dissertação intitulada *A memória na aprendizagem matemática*, como ressalta no seguinte trecho:

Finalmente, a memória de regras também é extremamente importante para o sucesso em Matemática. Quando as crianças se deparam com um problema novo, elas devem procurar em sua memória de longo prazo qual regra é apropriada para resolver o problema. Assim, habilidades de memória ajudam crianças a guardar conceitos e recuperá-los para usá-los em aplicações relevantes (Ferraz, 2014, p. 44).

Esse contexto que Ferraz (2014) discute a importância da memorização é o contexto das aulas de matemática, do aprender as regras matemáticas, mas que também traz equívocos ao pensar assim, pois as regras são aprendidas no uso e não comportam um lugar na mente e de lá são retiradas para serem usadas. Contudo, podemos pensar nesse modo de uso da linguagem matemática no ensino da Física, quando nos voltamos para os discursos dos professores que colaboraram com esta pesquisa, estes também acreditam que lembrar da Matemática dos anos anteriores seria suficiente para compreender os conceitos físicos, que ter “guardado na cabeça” são condições suficientes para aplicar a Matemática na Física.

Consideramos que o processo de memorização é importante, sendo essa uma habilidade do aluno, mas não condição suficiente para compreender o uso da Matemática nos conceitos físicos. As regras matemáticas não comportam seus significados no contexto ao qual estão sendo aplicados.

A tese de doutorado de Moura (2019) critica a proposta curricular de São Paulo para o ensino da Física, que não consegue romper com as ideias tradicionais de currículo, priorizando a memorização dos conteúdos, ressaltando que não se deve concentrar na memorização de fórmulas e sim, contemplar as dimensões de linguagem.

Glock (1998), por sua vez, ressalta que Wittgenstein faz uma crítica em relação a esses processos mentais, dizendo:

Embora experiências ou processos mentais característicos possam acompanhar a lembrança, eles não a constituem. Esse raciocínio subjaz ao fato de Wittgenstein negar a ideia de que a lembrança seja um processo ou experiência mental, e também de que haja uma conexão uniforme entre a atividade de lembrar e aquilo que é lembrado (Glock, 1998, p. 246).

Dizer que tem na lembrança a Matemática não dá condições de saber utilizá-la nas situações problemas de Física. Memorizar as generalizações simbólicas não dá condições de perceber que exemplares seriam utilizados no problema em questão.

Assim, quando o professor Alex diz, *você lembra disso?* ele está condicionando a lembrança ao usar a regra matemática no contexto da Física, a lembrar das generalizações simbólicas e que na cabeça do aluno existe um repositório que guarda a Matemática, bem como os exemplares que seriam aplicados no problema em questão. É equivocado acreditar que buscar na mente os conceitos matemáticos daria condições de aprendizagem da Física.

Tal concepção também traz a Matemática como essência, em que a linguagem matemática é vista de modo referencial. Isto é, em qualquer contexto em que for usada, seguir regras é suficiente. A nossa reflexão, a partir da crítica feita por Wittgenstein, é que, não há processos internos que independem do uso da linguagem, pois para sabermos que regras matemáticas seriam empregadas naquele contexto seria preciso que nós as tornássemos públicas. É no contexto de uso da linguagem que elas ganham significado.

A ideia de que se teria de preservar um mundo mental próprio, isto é, de um mundo interior de algum modo independente do exterior, não pode ser posta nesses termos, pois o significado dessa ideia está no modo como ela é usada na linguagem, isto é, não se trata de desvendar o interior por alguma teoria, pois ele está sempre à mostra. Trata-se de apenas afastar aquilo que se interpõe ao seu uso efetivo na linguagem (Hebeche, 2002, p. 80).

Seria, portanto, uma concepção referencial da linguagem, acreditar que ter em mente conceitos matemáticos, estes dariam condições suficientes à compreensão dos conceitos físicos e esse modo de ver a Matemática é levada a sala de aula como “produtos de um determinado desenvolvimento mental do aluno” (Gottschalk, 2008, p. 77), porém o sentido que a Matemática adquire para o aluno se dá na aplicação por meio de técnicas aprendidas (Gottschalk, 2008) e ressignificadas no contexto ao qual está sendo aplicada e não por um processo mental.

De outro modo, quando o professor considera a *Matemática como seguir fórmulas* ele dá destaque à importância das regras matemáticas no ensino da Física. As falas dos professores Alex e Beto expressam essa importância:

ALEX: Professor, de onde vem essa fórmula $F = \Delta p \cdot A$? Percebam que essa fórmula é muito similar a $F = p \cdot A$, então a gente vai seguir por essa fórmula.

BETO: A gente precisa de uma unidade de medida. Qual a unidade de medida da pressão? Olha pra fórmula que ela vai te responder.

BETO: Vamos continuar abrindo essa fórmula aqui: $F_B = F_A + m \cdot g$. Professor, você disse que massa específica é massa dividido por volume $\mu = \frac{m}{V}$. Vamos colocar no lugar da massa $\mu \cdot V$, então $F_B = F_A + \mu \cdot V \cdot g$.

Nossa interpretação e compreensão, a partir desses discursos, é de que, para os professores que colaboraram com a pesquisa, a mera manipulação de fórmulas, a substituição de variáveis se torna suficiente para que o aluno compreenda o significado da Matemática na Física.

Beto considera também que devem ser feitas jogadas matemáticas para que se compreenda os sentidos que as regras têm no contexto da Física.

BETO: Qual o nosso interesse aqui? Analisar duas coisas: densidade e pressão. Então se eu fizer uma jogada matemática, eu coloco uma área aqui: $\frac{F_B}{A} = \frac{F_A}{A} + \frac{\mu \cdot A \cdot h \cdot g}{A}$. Olha o que eu fiz, eu fiz um artifício matemático, uma jogada matemática, o que eu faço com um eu tenho que fazer com todos.

Neste trecho, as fórmulas teriam um papel mágico e delas aparecem os conceitos físicos, uma espécie de descoberta, como ele diz, um artifício. Os conceitos físicos aparecem por meio de estratégias realizadas nas fórmulas. Os conceitos físicos, para Beto, também seriam fórmulas, quando ele diz:

BETO: A energia potencial então tem essa fórmula aqui: $U = - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$.

BETO: O que é o trabalho, pessoal? O trabalho é força vez deslocamento: $W = F \cdot d$.

BETO: Eu já tinha falado em energia térmica pra vocês? Isso aqui $U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$. A única forma de variar a energia interna olhando para essa fórmula é variando a temperatura

Estas falas de Beto nos levam a compreender que para o professor, o aluno olhando para a fórmula, sabendo fazer jogadas matemáticas, já saberia de antemão o significado no contexto da Física, que as fórmulas por si só já descreveriam os conceitos físicos e elas lhes são suficientes, porém, numa perspectiva

wittgensteiniana, seguir uma fórmula não dá garantia de saber o significado que ela tem no contexto ao qual está sendo aplicada.

Wittgenstein, nas *Investigações Filosóficas*, nos diz:

Podemos agora dizer: “o modo como a fórmula é significada (*gemeint*) determina quais as passagens a fazer”. Qual o critério para o modo como a fórmula é significada? Por exemplo, a maneira como constantemente a usamos, a maneira como fomos ensinados a usá-la (Wittgenstein, §190).

Diante dos relatos dos professores de Física, compreendemos que suas práticas são realizadas sem se preocupar com a significação da Matemática no contexto do ensino da Física, e o modo como conduzem suas aulas são bem parecidas com o modo que seus formadores faziam em sua formação, como relataram. Desse modo, não conseguem perceber que as regras matemáticas, mesmo sendo necessárias, elas não dão, por si só, condições de sentido para a Física. É preciso estabelecer conexões, fazer analogias entre as regras matemáticas e os conceitos físicos, é preciso significar a Matemática no ensino da física.

Ver os aspectos que permeiam esta relação é uma habilidade, um domínio de técnicas de uso, como cita Hebeche (2002, p. 63): “A capacidade de operar com os aspectos - imaginação - na vagueza dos conceitos expressa a sutileza (*Witz*) da apreensão dos matizes da linguagem. Sutileza não é um processo mental, mas o domínio de técnica”. Assim, ver o significado que as regras matemáticas ganham na constituição dos conceitos físicos deve ser uma habilidade do professor, pois “ordinariamente empregamos as palavras numa diversidade de situações, e isso depende da habilidade em encontrar analogias e as possíveis articulações na elasticidade dos conceitos” (Hebeche, 2002, p. 63). E caso ele não tenha essa percepção, demonstra uma rigidez da linguagem, um uso unilateral, uma essência da linguagem matemática.

Quando a visada sinótica escapa, reintroduz-se o monismo metodológico – oriundo da concepção referencial da linguagem – que dá a falsa ideia de que podemos filosoficamente explicar ou conhecer objetos que estão além da linguagem (Hebeche, 2002, p. 64).

Compreende-se, então, que seguir regras matemáticas, sem a devida compreensão, leva a um uso referencial da linguagem matemática, em que os signos estariam mortos, pois o que lhes dá vida é o uso (Wittgenstein, §432) e o uso está ligado a um contexto ao qual tais regras estão sendo aplicadas. “Os significados não existem independentemente das regras” (Teixeira Jr, *et al.*, 2021, p. 3). Deste modo,

cabe ao professor dar significado à Matemática para que os alunos compreendam o sentido atribuído a ela na constituição dos conceitos físicos.

Diferentemente dos dois aspectos anteriores, no aspecto *Matemática com significação*, agrupamos discursos que apresentam a preocupação em significar a Matemática no contexto do ensino da Física. Nestas falas, percebemos a preocupação do professor em “lincar” as regras matemáticas com os conceitos físicos. Logo em sua primeira aula observada, o professor traz em sua fala a importância de conectar a Matemática aos conceitos físicos, quando diz:

Carlos Lá em Métodos Matemáticos para Física eles não lincam a Matemática e a Física, mas aqui em Eletromagnetismo tem que lincar.

No decorrer de todas as aulas, pudemos perceber que sua prática está envolta desta preocupação. Alguns recortes que fizemos deixam explícito a preocupação do professor em significar a Matemática no contexto ao qual está sendo aplicada:

CARLOS: Mas o que aparece em comum entre o primeiro $E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot a}{[r^2 + \frac{a^2}{4}]^{\frac{3}{2}}}$

e o segundo $E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot r \cdot q \cdot a}{[r^2 - \frac{a^2}{4}]^2}$ caso ? Em qualquer configuração que você

modificar vai aparecer o $q \cdot a$. *Esse $q \cdot a$, eu tenho que interpretar fisicamente, entrar na parte da física, pra ver porque esse $q \cdot a$ aparece sempre em qualquer tipo de configuração do dipolo elétrico. O que que a gente faz pra entender esse resultado fisicamente? A matemática já nos deu esse resultado. Agora, eu quero tirar definições a partir dessas equações. Aí, eu vou entrar no campo da Física pra entender porque aparece $q \cdot a$. Fisicamente, estou dizendo que essa nova grandeza física ela é chamada de momento de dipolo, então $q \cdot a$ é o módulo do momento do dipolo.*

CARLOS: Esse fluxo $\phi = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$ tem que sair algum resultado, matematicamente falando, tem que sair alguma coisa ou não, dependendo do que estais utilizando na Física. Se for campo magnético, como já vimos, esse resultado dá zero, ou seja, esse resultado fisicamente diz que não existe pólo magnético, ou seja, não tem uma linha de campo atravessando uma superfície.

CARLOS: Eu vou pegar uma integral de superfície $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$. Como eu interpreto isso? Lá no teorema da divergência é um vetor A qualquer, aqui é o vetor específico, um vetor campo elétrico, se tu tens um vetor campo elétrico, o que faz um vetor campo elétrico existir, atravessar uma superfície? A carga. Quando tu aplicas essa lei do teorema da divergência dentro desse campo físico, esse campo elétrico, o resultado tem que dá isso aqui $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$. Elas são equivalentes (com $\phi = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$), só que com outra abordagem matemática.

E Carlos não está só preocupado em mostrar as regras matemáticas que vão ser utilizadas no eletromagnetismo, mas também se preocupa em significar tais relações. Nos três recortes apresentados acima, como em outras que seguem no

anexo ao final desta tese, fica explícito esse elo que ele estabelece. As suas ações, por meio do seu discurso estão envoltas ao que Wittgenstein chama de perspectiva pragmática de linguagem, em que o significado se apresenta no uso que se faz da linguagem. A Matemática não é apenas saber seguir regras, como também não é apenas memorizá-la, mas é saber significá-la no contexto ao qual está sendo aplicada, estabelecendo elos, mostrando analogias e conectando a linguagem matemática aos conceitos físicos.

Nesta perspectiva podemos dizer que, nas ações do professor Carlos, a Matemática não foi usada no sentido de possuir uma essência, mesmo que em suas falas em alguns momentos da entrevista ele apresente essa perspectiva referencial, mas durante sua prática, no ensino de Física, ela ganhou significado, o que nos leva a dizer que ele, numa perspectiva de Wittgenstein põe em prática um dos pensamentos filosóficos que diz que o significado de uma palavra é seu uso na linguagem. Assim o uso que Carlos fez da linguagem matemática não está desvinculada do significado, não está centrada no seguir fórmulas, nem na memorização - concepções que trariam a Matemática enquanto *essência*, numa visão unilateral-, mas ganha significado para constituir os conceitos físicos, pois “Contrapondo-se a todas essas concepções, Wittgenstein afirma que é apenas no uso das palavras que podemos apreender a essência” (Gottschalk, 2006, p. 74) por meio da *semelhança de família*, percebendo as semelhanças e diferenças expressas no uso.

Significar a Matemática no ensino da Física é uma habilidade que, dentro da filosofia da linguagem pode ser vinculada ao conceito *ver como* em que sua aplicação se dá quando a visão para o aspecto deixa de ser unilateral e passa a ser panorâmica, de modo que “dir-se-ia que *está em condição* de fazer certos empregos da figura com familiaridade apenas aquele que vê agora *deste modo*, e agora *deste modo*” (Wittgenstein, parte II, seção XI, p. 190).

Deixar de ver sob um aspecto e passar a ver como outro, conectar o jogo de linguagem de Matemática ao jogo de linguagem da Física, seriam habilidades do professor. Saber seguir regras matemáticas são necessárias, porém não são suficientes já que as regras em si não comportam suas aplicações, e mesmo que os alunos saibam seguir as regras não é óbvio *ver* as regras matemáticas *como* conceitos físicos.

Consideramos assim, que o professor Carlos, a partir de seu modo de usar a Matemática no ensino de Física possui o que Wittgenstein chama de uma *vivência da significação*, que se caracteriza como “alguém que *pode*, aprendeu, domina isto e aquilo, tem sentido dizer que ele vivenciou *isso*” (Wittgenstein, parte II, seção XI, p. 190), pois mesmo que tenha em seu discurso, durante a entrevista, resquícios da concepção referencial da linguagem matemática, em alguns momentos ele deixa implícito que a Matemática deve ser ensinada com significação e nas aulas por ele ministradas é explícito os usos que ele faz com significação, mostrando que há, realmente, essa preocupação com a significação da Matemática no ensino de Física. Deste modo, quando o professor tem essa vivência, ele vislumbra que a Matemática não é essencialmente seguir regras ou memorizá-la, mas estabelece elos intermediários, faz conexões e suas ações tornam-se significativas, pois como diz Gottschalk (2006, p. 74): “é no modo como *aplicamos* nossas palavras em meio a hábitos e ações inseridos em nossas formas de vida que se constituem nossos significados essenciais”.

Sabemos que essa reflexão pode ser mais bem aprofundada e discutida, quando a gente interpreta e compreende o modo com que o professor Carlos faz uso da linguagem matemática no ensino da Física, que mesmo afirmando que em sua formação não houve discussões sobre o concepção da Matemática neste contexto de formação, e mesmo que apresente em seus discursos concepções referenciais de linguagem, ele percebeu que a Matemática, no ensino de Física, não pode ser ensinada como um matemático, “mas sua especificidade”, bem como, quando diz que é preciso “lincar” tais conhecimentos.

Para entendermos, de modo mais holístico, como o professor concebe essa relação Matemática no contexto do ensino da Física, conectar com suas falas quando se remontam à sua formação e às práticas de seus formadores foi necessário convergimos nossas reflexões sobre o subsídio filosófico de Wittgenstein, a partir da obra *Investigações Filosóficas* e destas nos deixar impregnar os sentidos expressos nestas falas. Assim, conseguimos perceber que outros fatores colaboram também para entender as concepções de Matemática no ensino da Física expressas pelos professores bem como o uso que eles fazem dela em suas aulas. Tais fatores não poderiam ficar de fora de nossa pesquisa e que precisaríamos de um aporte teórico que não se fazia presente, até então, nesta pesquisa.

Emergem, portanto, a necessidade de falar sobre os saberes que os professores adquiriram em sua profissão e em sua formação e delas discutirmos, subsidiados pela filosofia de Wittgenstein, como esses saberes contribuíram para a percepção de Matemática no ensino da Física, bem como com os usos que os professores fizeram dela em suas ações docentes. Deste modo, compreendemos que o modo com que esses professores de Física concebem está envolto desses saberes.

Surge uma nova categoria que, pela ATD, é denominada de emergente, na qual:

O sentido dado à palavra emergência é aquele da compreensão que surge durante o processo de análise, que o pesquisador como sujeito histórico percebe, o que o leva a uma teoria antes não reconhecida, mas parte de suas pré-compreensões (Souza; Galiazzi, 2018, p.809).

Assim, a categoria a seguir nos levou a buscar nas literaturas, referenciais que não estavam dentro do conjunto de autores direcionados a filosofia da linguagem de Wittgenstein, mas que colaboram para compreendermos como os professores adquiriram essas concepções de Matemática e que também influenciaram no uso que eles fazem dela durante suas aulas em diálogo com a filosofia utilizada nesta tese.

5.3 SABERES

Quando perguntamos aos professores se em sua formação foram feitas reflexões sobre a Matemática e sua relação com a Física, eles relataram, conforme as categorias anteriormente descritas, que houve ausência de discussões durante sua formação, ao mesmo tempo que relataram que seus professores formadores faziam uso da Matemática como um pré-requisito. A partir da interpretação das falas dos professores, identificamos que quando eles negam a presença dessas discussões, eles se reportam ao momento em que eles percebem a importância dessa relação, de modo que algumas reflexões são feitas quanto a Matemática nesse contexto de aplicação.

Nas nuances de suas falas, identificamos os saberes implícitos em formação, implícitos, pois seus relatos são taxativos ao afirmarem que não houve discussões sobre a relação da Matemática no ensino da Física e os saberes experienciais, já que suas falas expressam explicitamente que perceberam a importância desta relação, na prática.

Para compreensão das falas que emergiram nessa categoria foi necessário trazer outro referencial teórico (saberes docentes) e entrelaçar com a filosofia de

Wittgenstein, que subsidia esta Tese. Essa aproximação foi necessária, para que pudéssemos dialogar às demais categorias apresentadas e interpretá-la sob a ótica wittgensteiniana, pois os saberes advindos tanto da formação como da experiência são saberes que carregam concepções e usos da linguagem e podem ser olhados à luz de filosofia da linguagem, já que a ação docente se faz por meio dos diálogos existentes dentro de uma comunidade científica que possui uma vivência e dá significado a ela.

Esta subdivisão desta categoria se deu ao percebermos que os discursos davam ênfase aos *Saberes implícitos na formação*, que se configuram como saberes que não foram discutidos durante a formação, mas que, emergem por meio de reflexões sobre a formação e *saberes experienciais* que também por meio de reflexões sobre suas ações docentes relatam perceberem a importância da Matemática no ensino da Física durante o uso em suas aulas.

g. Saberes implícitos na formação

A formação seja ela inicial ou continuada, é um momento em que o aluno busca conhecimentos que sejam significativos para seu futuro profissional, afinal, quem adentra ao campo acadêmico visa por um trabalho que os conhecimentos, ganhos em formação sejam colocados em prática, mas que também proporcione reflexões sobre a importância de tais conhecimentos para a vida profissional.

Em se tratando da formação do professor de Física, acredita-se que, durante a sua formação acadêmica são feitas discussões sobre a Matemática no ensino da Física de modo que o professor reflita sobre esta relação e busque modos de relacionar Matemática e Física durante suas aulas, visto que a Matemática é uma linguagem que dá sentido aos conceitos físicos.

Para compreendermos em que momento o professor, colaborador de nossa pesquisa, percebe a importância dessa relação, foi feita durante a entrevista a pergunta: Em algum momento de sua formação inicial e/ou continuada, foram feitas reflexões acerca das concepções de linguagem que dariam base para esta relação entre a Física e a Matemática? e, suas respostas nos proporcionou identificar que diretamente não houve discussões sobre a relação Matemática e Física, mas foram durante a formação adquiridos saberes e estes se configuram para nós, como *saberes implícitos em formação*. Esta pergunta se fez necessária, pois a partir das observações das aulas, não ficaram explícitas para nós, em que momento, as

concepções que eles têm da Matemática no ensino da Física foi constituída. Ao compreendermos a origem dos saberes dos professores, consideramos que estes podem justificar suas concepções de Matemática e seus usos.

No excerto a seguir, o professor Alex ressalta em que momento se deu a percepção da importância da Matemática na Física e no ensino da Física:

ALEX: Ela se deu na formação, porque desde o primeiro semestre no curso de Física, a gente já começa com Física conceitual onde a gente já vai trabalhar alguns aspectos matemáticos, onde a gente já vai falar de teorias físicas de maneira geral porque vai abranger várias áreas da Física, mas todas elas vão ter uma coisa em comum que vai uma hora ou outra obrigadas a utilizar conceitos matemáticos para justificar alguns teoremas, alguns axiomas, lemas, etc, etc. O que eu pude perceber ao longo da minha formação acadêmica e ao longo desses anos que é fundamental.

Alex se refere ao momento da formação durante a regência das disciplinas curriculares específicas do curso, e por meio de reflexões durante a formação, enfatizando que realmente não houve discussões durante sua formação.

Já Beto deixa a entender que nunca parou para pensar sobre a importância da Matemática na Física, dizendo que sua falta maturidade durante a formação para perceber essa relação, pois seu foco era o trabalho, aprender física para ensinar.

BETO: Eu acho que era porque eu era muito imaturo do ponto de vista das exatas, do ponto de vista do Cálculo. Não vou culpar, estritamente à formação, mas essa falta de maturidade. Porque eu queria ir pro mercado de trabalho, quando eu entrei no mercado de trabalho, eu me dediquei muito, mas eu não sou um acadêmico de formação. Eu queria apenas formar e dar aula, essa é a minha história.

O discurso de Beto leva-nos a compreender o ensino em uma perspectiva tecnocrata, em que o professor seria um mero executor de informações, em que a linguagem seria utilizada como meio de comunicação de fatos e leis físicas. Visão esta que está muito presente nos documentos que respaldam o ensino (Gottschalk, 2023).

De acordo com nossa interpretação, emergem saberes de formação profissional, que segundo Tardif (2002) são adquiridos na academia, saberes estes que necessitam que o professor reflita sobre os conhecimentos adquiridos em sua formação e estes sejam aplicados em sua prática. “No entanto, se quero saber como realizar um trabalho qualquer, o procedimento mais normal consiste em aprendê-lo com aqueles que efetuam esse trabalho” (Tardif, 2002, p. 241). Porém, se, durante a formação, como os professores relatam, não há discussões da relação entre Matemática no ensino da Física, como o professor agirá em suas aulas? Temos duas opções de reflexão: ou o professor reproduz o modo como lhe foi ensinado em

formação, amparado por alguma concepção que lhe foi mostrada ou ensinada; ou refletirá sobre as concepções seguidas pelos seus formadores e buscará outros modos de ver esta relação, que refletirá em sua prática docente.

Na primeira opção, podemos dizer que a concepção de Matemática do professor pode ser influenciada pela perspectiva que os professores de formação lhes apresentaram e estes as utilizaram como parâmetro em sua prática docente. Em contrapartida, também podemos pensar que, os professores, refletindo sobre as concepções adotados por seus formadores, adotem uma concepção diferente em suas ações docentes, mas que, em geral, só serão modificados durante suas experiências docentes.

Os relatos dos professores Alex e Beto, colaboradores da pesquisa, indicam que a forma com que fazem uso da Matemática em suas aulas, está de certo modo, sendo reproduzida pela maneira o qual eles foram ensinados, uma Matemática com essência, sem a busca da significação, pois como diz Alex, “o que eu pude perceber ao longo da minha formação acadêmica e ao longo desses anos que é fundamental”.

É bem provável que suas concepções de Matemática estejam atreladas a concepções dos professores que os formaram, sem discussões e/ou reflexões desta relação, já que demonstrou que nunca teve a preocupação, durante sua formação, em pensar sobre isso. Assim, agir conforme o modelo docente que teve em formação é o mais óbvio nas ações dos professores Alex e Beto, pois nas ações de Alex percebemos que não há a preocupação com a conexão entre a linguagem matemática e os conceitos físicos, ao mesmo tempo que para Beto, o fato de saber Matemática já lhe dava garantia de cursar Física e exercer essa profissão, mas nunca parou para refletir sobre esta relação.

Esses saberes implícitos na formação docente parecem estar envoltos de uma concepção referencial de linguagem, já que não há uma percepção de refletir e nem discutir esta relação da Matemática no contexto do ensino da Física numa perspectiva do uso em cada contexto ao qual está sendo aplicada, mas vê-la como fundamental já seria suficiente.

h. Saberes experienciais

Em se tratando dos saberes de experiência “que brotam das experiências individuais e coletivas sob a forma de habilidades e competências” (Tardif, 2002), notou-se, a partir das falas dos professores Beto e Carlos que estes carregam

conhecimentos advindos de sua formação para sua experiência docente. Ao negarem que tenha havido discussões da relação Matemática e Física e concepções de Matemática no ensino da Física durante sua formação, seus relatos dizem que suas percepções aconteceram na prática, por meio da experiência docente.

Os saberes experienciais adquirem também uma certa objetividade em sua relação crítica com os saberes disciplinares, curriculares e da formação profissional. A prática cotidiana da profissão não favorece apenas o desenvolvimento de certezas "experienciais", mas permite também uma avaliação dos outros saberes, através da sua retradução em função das condições limitadoras da experiência. Os professores não rejeitam os outros saberes totalmente, pelo contrário, eles os incorporam à sua prática, retraduzindo-os, porém em categorias de seu próprio discurso (Tardif, 2002, p. 53).

Consideramos, portanto, que nos relatos dos professores Beto e Carlos emergem saberes de experiência que podem ter sido adquiridos em formação e são usados na prática, mostrando que é preciso estar se atualizando, por meio, como relata Carlos, de estudos sobre a história da Ciência e história da Matemática.

BETO: Acho que na prática, eu vim aprender física (...), que o trabalho me ensinou.

CARLOS: Eu, já como professor, percebi na prática que a gente precisa da Matemática, porque na minha época da graduação, tu precisas da Matemática para resolver isso aqui.

O refletir na ação, conduz a saberes que são pensados e colocados em prática ao longo do tempo: “os saberes experienciais não são saberes como os demais; são, ao contrário, formados de todos os demais, mas retraduzidos, “polidos” e submetidos às certezas construídas na prática e na experiência” (Tardif, 2002, p. 54).

Carlos, mostra por meio de seu discurso, que o processo de reflexão sobre sua ação foi necessário para que ele compreendesse a importância da Matemática no ensino da Física.

CARLOS: Eu aprendi isso sozinho, estudando história da Física, estudando história da Matemática e depois reunindo, dizendo que o fundamental hoje de um físico, de um professor de Física é a Matemática.

Embora Carlos ainda carregue em seu discurso uma concepção referencial da Matemática, considerando-a como ferramenta, suas reflexões sobre suas práticas e suas ações, propriamente ditas, mostram que a reflexão na ação o levou a perceber que é necessário significá-la no ensino da Física, fazendo com que seu discurso não corresponda, em alguns momentos, com suas ações.

Thompson concluiu que a relação entre as concepções e as decisões e ações do professor não é simples, mas complexa. No entanto, considera que o seu estudo suporta a ideia de que as concepções (conscientes ou inconscientes) acerca da Matemática e do seu ensino desempenham um papel significativo, embora subtil, na determinação do estilo de ensino de cada professor (Ponte, 1992, p. 17).

Deste modo, nos discursos dos professores Beto e Carlos, percebemos que não houve em suas formações, discussões sobre a concepção da Matemática no ensino da Física, porém durante suas ações, podemos perceber que Beto faz uso da Matemática da mesma forma com que a concebe e Carlos, mesmo que tenha, ora ou outra, uma concepção referencial da Matemática, suas ações trazem, fortemente, o sentido pragmático da linguagem, foco de nossa investigação.

Como podemos notar, todos os professores que colaboraram com a pesquisa tem numa perspectiva filosófica wittgensteiniana, concepções unilaterais da Matemática, quando as consideram uma ciência pura, ou ferramenta ou pré-requisito, embora em suas ações, o professor Carlos “afasta-se então a pureza cristalina da lógica, pois o que se trata por “proposição” ou “linguagem” já não tem uma unidade formal, mas são tomadas agora como uma família de estruturas aparentadas entre si” (Hebeche, 2002, p. 65), mesmo que seu discurso ainda está envolto do essencialismo, o que nos conduz a dizer que sua concepção ora não está vinculada à sua prática.

Enquanto não tivermos uma ideia mais clara de como os professores modificam e reorganizam as suas crenças na presença das exigências e problemas da sala de aula e, inversamente, como é que a sua prática é influenciada pelas suas concepções relativamente à Matemática, não podemos afirmar compreender a sumária relação entre concepções e práticas (Ponte, 1992, p. 21).

Portanto, o que trazemos aqui, são descrições dos modos como os discursos dos professores se fizeram presentes e que nos levou a interpretar, à luz da filosofia madura de Wittgenstein e dos saberes advindos da formação e da experiência, que as concepções de Matemática expressas pelos professores de Física, estão tanto atreladas ao modo como foi conduzida a formação docente e reproduzida em suas práticas, bem como, modificados, a partir da reflexão sobre ela. As concepções referenciais dos professores de Matemática no ensino da Física, não necessariamente, conduziram sua prática na mesma concepção.

Contudo, assim como Mendes e Batista (2016) enfatizam que a ausência dessas discussões leva a equívocos sobre o papel da Matemática no ensino da Física, pudemos identificar que seus formadores também tinham uma visão equivocada,

numa perspectiva wittgensteiniana, unilateral em basta seguir as fórmulas que elas já dão condições para o aluno aprender a Física. Parafraseando Wittgenstein, o professor é *cego* para os aspectos e faziam mau uso da Matemática. Porém, não é óbvio para o professor, qual papel a Matemática desempenha, se não houver em sua formação contribuições filosóficas e epistemológicas numa perspectiva pragmática onde mostra que é preciso estabelecer as conexões entre Matemática e Física, por meio do significado.

Consideramos também que a reflexão sobre a ação, a partir da formação, pode ser um fator que contribui para a percepção pragmática da Matemática no ensino da Física, e que o professor poderá olhar com mais cuidado e atenção para esta relação e perceber que seguir regras não são suficientes.

Pudemos assim perceber que a formação docente, muito contribuiu para a concepção que o professor tem da Matemática e como ele a utiliza, mas que também, por meio da reflexão na ação, um dos professores, mesmo tendo uma concepção reducionista da Matemática, ele não a utiliza como concebe, pois refletiu sobre a importância de significá-la no contexto ao qual está aplicando-a.

Mediante, esse entrelaçamento de informações, pudemos perceber e apontar que o professor que possui a habilidade em conectar a Matemática à Física, significando-a em cada situação problema, compreendeu, numa perspectiva da filosofia de Wittgenstein, que a linguagem matemática não possui um uso exclusivo, que a universalidade que se atribui à Matemática está sendo utilizada de modo generalizado, e que contrário, ela deve ganhar um sentido a cada contexto ao qual está sendo aplicado. Assim a nossa inquietação sobre a relação da Matemática no ensino da Física, a partir dos relatos dos professores levou-nos a compreender que o conceito wittgensteiniano *ver como*, se configura nesta pesquisa, como uma habilidade do professor em usar a Matemática num sentido pragmático e não dogmático (referencial) como defendem a maioria das filosofias tradicionais, de modo que é feito pelo professor um elo entre Matemática e Física, sem concebê-la como pré-requisito ou ferramenta de comunicação da Física, mas como uma linguagem constituinte dos conhecimentos físicos.

Considerações finais

Das leituras de pesquisas que versam sobre o ensino de Física e da Matemática e da relação entre elas e de estudos acerca da filosofia da linguagem de Wittgenstein, de leituras sobre saberes docentes e dos relatos dos professores colaboradores da pesquisa é que parte nossas considerações finais.

Inicialmente, consideramos que mesmo a Matemática sendo considerada responsável pelo não aprendizado de Física, ainda há, nas literaturas disponíveis, poucas referências à filosofia da linguagem com olhar voltado à linguagem matemática no contexto do ensino de Física. A maioria das pesquisas até aqui apresentadas não utilizam a linguagem como suporte epistemológico. Diante da análise destas pesquisas e trazendo reflexões no âmbito do ensino da Física, com enfoque na linguagem matemática, partimos do pressuposto que os relatos e as ações docentes que dão importância à linguagem podem contribuir para a compreensão da Matemática em cada contexto de aplicação, em especial, no ensino da Física. Porém, nossa revisão de literatura torna evidente que pesquisas mostram que o exercício pragmático da linguagem é pouco usado, bem como indicam que não há discussões neste sentido nas formações iniciais e/ou continuadas.

Contudo, consideramos que reflexões filosóficas acerca da linguagem são de expressiva profundidade, já que uma das funções pragmáticas da linguagem é possibilitar o transcender dos conceitos primitivos, criando condições de sentido aos novos conceitos, contribuindo para a compreensão da significação dos conceitos.

Como há poucas obras que tratam da relação Matemática e Física na perspectiva da filosofia da linguagem de Wittgenstein, nossos estudos para o desenvolvimento dessa pesquisa, se voltaram à literaturas que abordam o uso da linguagem matemático sob esta perspectiva filosófica e um dos indicativos que elas apontaram é que há uma imagem cristalizada da Matemática, decorrente do enfoque dogmático de ensino, imagem esta que se baseia em concepções filosóficas tradicionais, construídas na formação profissional docente, seja por meio dos documentos curriculares de ensino, seja por meio dos exemplos de práticas docentes em sua formação inicial e/ou continuada.

Utilizando-se dessas reflexões pragmáticas sobre o uso da linguagem

matemática, direcionamos nossa pesquisa a olhar a Matemática no ensino da Física a partir da filosofia da linguagem de Wittgenstein, com foco nos discursos dos professores de Física na licenciatura e dela trouxemos reflexões sobre a importância da linguagem matemática neste contexto de ensino e aprendizagem.

Neste sentido, escolhemos ir à campo, observar e entrevistar professores de Física da licenciatura e destas coletas analisar por meio da Análise Textual Discursiva (ATD) as falas destes professores. Nesta coleta de dados, objetivamos compreender os modos de ver a linguagem matemática pelo professor formador, identificando suas concepções de Matemática e seus usos, ao mesmo tempo que pudemos esclarecer as confusões geradas por práticas docentes vinculadas exclusivamente por questões dogmáticas.

A sistematização dos dados por meio da Análise Textual Discursiva (ATD) nos proporcionou olhar para os detalhes desses discursos, pois sua metodologia nos deu liberdade em fazer nossa interpretação sem perder o rigor das falas e, por meio desta, dialogar com a filosofia da linguagem de Wittgenstein. Seguindo as etapas da ATD, categorizamos tais falas e identificamos a partir da triangularização (fala, interpretação e filosofia da linguagem) os aspectos centrais para pesquisa.

Esta triangularização, nos levou a categorias de concepção de Matemática como ciência pura, ferramenta e pré-requisito nos reportam à concepção exclusivamente extralinguística (referencial da linguagem), na qual a Matemática teria o papel fora da linguagem, e à categoria do uso da Matemática no ensino da Física que se apresentaram quando os professores acreditam que saber seguir as regras matemáticas, ou tê-las em mente, ou até mesmo trazê-las anteriormente sem significá-las seria suficiente para compreender os conceitos físicos.

Nessa perspectiva referencial, o aluno interagia a Matemática em algum lugar fora da linguagem e utilizaria para solucionar um problema físico, o que, na verdade, é construído internamente à linguagem, ressignificando no contexto ao qual está sendo aplicada. Assim, na concepção dos professores a Matemática teria a função de descrever os fenômenos, crítica esta que Wittgenstein enfatiza nas Investigações Filosóficas, quando ele se reporta em dizer que atribuímos funções às proposições gramaticais que seriam funções das proposições empíricas.

Neste sentido, esta perspectiva pragmática nos leva a indicar que há inúmeras possibilidades de conexões entre a Matemática e a Física, e não necessariamente atribuir a Matemática um papel extralinguístico, quando a utilizamos como uma

ferramenta, ou quando acreditamos que aprendê-la anteriormente dá condições de compreendermos os conceitos físicos. Esses modos de ver, leva-nos a considerar que, quando o professor formador de Física tem um olhar unilateral, dogmático e referencial da Matemática no contexto do ensino da Física, esse modo de ver pode ser reflexo de todo um processo histórico e formativo na busca por um fundamento último à Matemática, vinculados a concepções filosóficas tradicionais, que tem como objetivo a essência, sem olhar para os usos que podemos fazer dela nos mais diversos contextos de aplicação. Essas maneiras referenciais em conceber a Matemática não proporcionam ao aluno a percepção do uso da Matemática no ensino de Física.

Contrariamente, a Matemática precisa ser mostrada, conectada, significada e compreendida como um dos jogos de linguagem constituintes da Física, como uma linguagem que dá sentido aos conceitos físicos. Assim é preciso que o professor estabeleça as analogias, mostre as semelhanças e as diferenças da Matemática em cada contexto de uso, criando elos intermediários, possibilitando os alunos a ver a Matemática como condição de sentido dos conceitos físicos, abrindo-se um olhar panorâmico para o significado que se atribui à linguagem matemática dentro do jogo de linguagem da Física, pois segundo a filosofia de Wittgenstein é por meio dos jogos de linguagem que poderíamos curar nossos males relativos ao mal uso da linguagem.

A partir dessas informações coletadas tanto na revisão de literatura, como nas falas dos professores colaboradores da pesquisa em diálogo com a filosofia da linguagem de Wittgenstein compreendemos que os professores colaboradores da pesquisa concebem a Matemática no ensino da Física de modo referencial, quando durante a entrevista e nas observações durante as aulas atribuem a ela um papel fora da linguagem, dando a ela condição suficiente ao vê-la como ferramenta, como antecessora aos conceitos físicos, bem como quando designam a ela o papel de ciência pura/exata, desconsiderando a importância e necessidade de significá-la. Guardar na lembrança a Matemática das séries anteriores, saber seguir regras também foram usos referenciais que se explicitaram nas ações de dois professores, porém o terceiro, mesmo tendo concepções referenciais da linguagem matemática, suas ações mostraram-nos que é importante significar a Matemática neste contexto, que não basta saber seguir regras ou memorizar.

Neste sentido, por meio da interpretação e compreensão destes discursos consideramos enfática nossa Tese de que *O uso da linguagem matemática no ensino de Física na licenciatura, mostra uma abordagem referencial da Matemática neste*

contexto de aplicação, pois os professores, tanto em suas falas durante as observações, quanto na entrevista, deixam evidentes que compreendem que a Matemática possui uma essência que independe do contexto ao qual está sendo utilizada. Contudo, apontamos que, quando o professor percebe a importância da Matemática na constituição dos conceitos, mesmo que sua concepção sobre a Matemática tenha resquícios de perspectiva filosóficas tradicionais, as quais deixam a linguagem em segundo plano, ele busca compreender esta relação e traz para sua prática ações que mostram não ser suficiente saber seguir regras e nem apenas memorizar a Matemática estudado em momentos anteriores à formação, mas é preciso conectar esses dois jogos de linguagem.

Assim, consideramos como desdobramento desses modos de ver a Matemática, a possibilidade da aplicação do *ver como* wittgensteiniano no contexto de ensino da Física, pois na aquisição desta habilidade o professor passa a considerar que significar a Matemática é necessário, ao mesmo tempo, pode vir a despertar discussões sobre a importância desta relação durante a formação inicial.

Desta forma, compreendemos que o professor formador que busca estabelecer a relação da Matemática com a Física, numa perspectiva pragmática da linguagem, verá que os diversos usos da Matemática podem proporcionar ao aluno uma melhor compreensão desta relação, de modo que isto poderá contribuir na prática futura desses alunos.

Mediante essa proposta de trazer a perspectiva pragmática para nossa reflexão, esta pesquisa, dá destaque ao conceito *ver como* de Wittgenstein, visto que esta metáfora nos possibilitou fazer uma leitura do modo como o professor estabelece a conexão da linguagem matemática com os conceitos físicos, conduzindo-nos a apontar que professores de Física que adotam a perspectiva pragmática da linguagem, por meio da aplicação deste conceito, possibilita que seu ensino não seja dogmático, ao mesmo tempo que leva aos alunos a terem uma visão mais ampla dos diversos usos da linguagem ao ver vários aspectos, bem como ver as mudanças de aspectos quando conecta o jogo de linguagem da matemática ao jogo de linguagem da física apresentando suas semelhanças e diferenças.

Ao interpretar as falas dos professores, pudemos refletir que a ausência de discussões sobre a relação Matemática e Física, em sua formação inicial, colaboram para a formação de concepções referenciais da Matemática, ao mesmo tempo que dois dos professores apresentam em suas aulas tais usos referenciais. Por outro lado,

o terceiro professor, mesmo apresentando em suas falas concepções referenciais da Matemática, sua prática está envolta de significação. Estes discursos nos conduziram a dizer que é possível que o professor, mesmo tendo um processo formativo impregnado de dogmatismo, houve um processo reflexivo sob sua ação que o levou a perceber a importância da significação da Matemática no ensino da Física. Desta forma, este professor aplicou em suas aulas a metáfora do *ver como*, habilidade que ele demonstrou que foi construída nos longos anos de experiência e não na formação inicial.

Neste sentido, inferimos a necessidade que é preciso que os cursos de formação de professores em Física tragam reflexões e discussões de cunho filosófico pragmático, pois como compreendemos nos discursos dos professores, colaboradores da pesquisa, suas percepções foram influenciadas pelo modo como seus formadores concebem e conduzem suas aulas, mas que também pode ser modificada durante a experiência por meio da reflexão na ação, ao mesmo tempo que o uso do *ver como* é uma habilidade que deve ser ensinada, pois, da mesma forma que para os alunos não se torna óbvio a significação da Matemática na Física, para o professor também não é óbvio como deve ser feita essa conexão. É preciso que haja em sua formação, orientações deste uso.

Compreendemos assim, que a formação docente em Física pode trazer em seu currículo discussões sobre as concepções de Matemática no ensino da Física incluindo nos cursos de licenciatura, disciplinas optativas que tragam a linguagem matemática como constituinte dos conceitos físicos numa perspectiva pragmática, de modo que os alunos percebam a importância da Matemática nesta constituição, ao mesmo tempo que, vislumbra os usos que podemos fazer dela em cada contexto ao qual está sendo aplicada. Outra possibilidade seria incluir nas disciplinas de Física que precisam da Matemática, referências bibliográficas que levem os alunos a refletirem sobre esta relação no sentido pragmático, apontando para a metáfora do *ver como*, enquanto habilidade do professor em conectar Matemática e Física, ao mesmo tempo que pode proporcionar ver a Matemática como uma linguagem imersa no contexto de ensino da Física, que dá sentido aos conceitos físicos.

Consideramos de fundamental importância que as pesquisas em ensino de ciências e matemáticas possam ser ampliadas e tenham como foco principalmente a linguagem na atividade de ensino e no processo de aprendizagem. Deste modo, acreditamos que esta pesquisa contribuirá para que outros pesquisadores se

inquietem com as reflexões aqui apresentadas, utilizando-se do viés wittgensteiniano para o desenvolvimento de futuras pesquisas. Não que, estamos negamos a eficiência de outras tendências, porém a perspectiva filosófica de Wittgenstein contribui para que não caiamos num dogmatismo quando, por vezes, buscamos uma solução para as situações problemas do ensino. Deste modo, não temos aqui, um método de ensino, mas descrições do modo como a Matemática é concebida e ensinada por professores formadores que podem colaborar para o pensar de futuras propostas de pesquisa.

Voltando ao início deste texto, no qual citamos o aforismo em epígrafe, que diz que *A linguagem é um labirinto de caminhos*, reforçamos que há uma diversidade de caminhos possíveis a serem adotados pelo professor de Física quando este procura refletir sua prática docente, quando ele faz uso da linguagem matemática. E a perspectiva filosófica da linguagem, pode ser uma possibilidade para que o professor veja que a Física é um entrelaçamento de linguagens, e destas, a Matemática enquanto um jogo de linguagem que regula o sentido de suas proposições empíricas, em meio a multiplicidade de uso da linguagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, J. J. Kuhn, Wittgenstein e os Paradigmas. **Revista Olhar** (UFSCar), v. 12, no. 23, Ago/Dez 2010, pp. 261-270.

ALMEIDA, L. M. W. de; SEKI, J. T. P. A 'compreensão' em Wittgenstein: repercussões no ensino de ciências e de matemática. **Acta Scientiarum. Education**, v. 43, 2021.

ALMEIDA, M. J. P. M. Linguagens Comum e Matemática em Funcionamento no Ensino da Física. In: II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 1999, Valinhos, SP. **Atas do II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**. Florianópolis, SC: Clicdata Multimídia Ltda./ org. M.A. Moreira e F. Ostermann, 1999. p. 01-07.

ANDRÉ, M. LÜDKE, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**, São Paulo: EPU, 1986.

ANTUNES, M. C.; BELLO, S. E. L.; SANTOS, S. A. A matemática escolar a partir da perspectiva wittgensteiniana: entre normatividade e empirismo. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 3, n. 1, p. 147-158, 22 jul. 2017.

ARAÚJO, A. M. R de. **Modelagem Matemática nas Aulas de Cálculo: Uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia**. 94 f. Dissertação (Mestrado)- Universidade Federal do Pará, Belém-Pará, 2008.

ATAÍDE, A. R. P. de; GRECA, I. M. Estudo exploratório sobre as relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas Matemáticas e resolução de problemas em estudantes de Licenciatura em Física. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, v. 12, n. 1, p. 209-233, 2013.

BORELLA, W. **Linguagem científica de Thomas Kuhn e a matemática em livros didáticos da educação básica e manual de ensino superior de Física: o caso da 1ª lei da termodinâmica**. 96F. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Educação Científica e tecnológica, Florianópolis-SC, 2022.

BUDD, M. **Wittgenstein's Philosophy of Psychology**. 1st Edition. Routledge: London and New York, 1991.

BRASIL, Ministério da Educação. Parecer CNE/CES 1.304/2001. Brasília, DF: **Ministério da Educação**, 7 dez. 2001. Assunto: Diretrizes Nacional Curricular do ensino da Física.

CAREGNATO, R. T. A; MUTTI, R. Pesquisa qualitativa: análise de discurso versus análise de conteúdo. **Texto Contexto Enferm**, Florianópolis; 15(4): 679-84.2006.

CARLIN, R. **A Gramática do conceito físico de energia no contexto escolar de uma perspectiva wittgensteiniana**. 172 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade

de São Paulo. Faculdade de Educação, Instituto de Física, Instituto de Química e Instituto de Biociências, São Paulo, 2020.

CAVANESSE, R. P. O conceito de gramática nas Investigações Filosóficas de Ludwig Wittgenstein. **5º Encontro De Pesquisa Na Graduação De Filosofia Da Unesp**, v. 3, n. 1, 2010.

CONDÉ, M. L.L. As teias da razão: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: **Argumentum Editora**, 2014.

CONDÉ, M. L.L. Wittgenstein e os filósofos: “semelhança de família”. Belo Horizonte: **Fino Traço**, 2020.

FEYNMAN, R.P. **The Character of Physical Law**. Cambridge, MA: The MIT Press, 1985.

FERRAZ, J. S. de L. **A memória na aprendizagem matemática**. 2014. 74f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas. Universidade Federal de São Carlos: UFSCar, 2014.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A., PINTO, R. Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada. **Quadrante** - Unicamp - v.8, p. 33- 60, 1999.

FONTES, F.F, **O que é a virada linguística?** Trivium: Estudos Interdisciplinares, Ano XII, Ed. 2. p. 3-17, 2020.

GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
GARNICA, A. V. M.; PINTO, T. P. Considerações sobre a linguagem e seus usos na sala de aula de Matemática. **Zetetiké** , v. 18, p. 207-244, 2010.

GIANNOTTI, J.A. **Apresentação do mundo**: considerações sobre o pensamento de Ludwig Wittgenstein. São Paulo: companhia das Letras, 1995.

GLOCK, H. Dicionário Wittgenstein. Rio de Janeiro: **Jorge Zahar Ed.**, 1998.

GOBARA, S. T; GARCIA, J. R. B. As licenciaturas em física das universidades brasileiras: um diagnóstico da formação inicial de professores de física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 29, n. 4, p. 519-525, 2007.

GOTTSCHALK, C. M. C. O papel da hipótese na atividade científica e suas relações com as proposições matemáticas sob a perspectiva de Wittgenstein. In: **Anais da IV Semana de Filosofia**. Ilhéus, Ba: Editus, 392p, p. 59-79, 2004.

GOTTSCHALK, C. M. C. Ver e ver como na construção do conhecimento matemático. In: IMAGUIRE, Guido *et al.* (org.) **Colóquio Wittgenstein**, Fortaleza: Edições UFC, p.73-93, 2006.

GOTTSCHALK, C. M. C. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana, **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, C. M. C. A compreensão de significados matemáticos: entre o transcendental e o empírico. Moreno, A. R. (org.). **Wittgenstein e a Epistemologia**, Col. CLE, v,63, p. 55-76, 2013.

GOTTSCHALK, C. M. C. **Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar**. International Studies on Law and Education. Universidade do Porto, Set-dez, 2014.

GOTTSCHALK, C. M. C. **Ensaio filosóficos-educacionais de uma perspectiva Wittgensteniana**. Ed. Paco editorial, Jundiaí, São Paulo, 2020.

GOTTSCHALK, C. M. C. O conceito de compreensão: a mudança de perspectiva de Wittgenstein após uma experiência docente. **International Studies on Law and Education**, n. 12, p. 49-56, 2012. Tradução. Acesso em: 11 out. 2023.

GOTTSCHALK, C. M. C. Apontamentos para o ensino da matemática escolar sob inspiração wittgensteiniana. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, Edição Especial: Filosofias e Educações Matemáticas, São Paulo (SP), v. 19, p. 01-20, 2023.

HACKING, I. **Por que a Linguagem interessa à Filosofia?** Ed. Unesp, São Paulo, 1999.

HEBECHE, L. **O mundo da consciência**: ensaio a partir da filosofia da psicologia de L. Wittgenstein. Porto Alegre: Edipucrs, 2002.

HINTIKKA, M. B.; HINTIKKA, J. **Uma investigação sobre Wittgenstein**. Campinas, SP: Papirus, 1994.

KARAM, A. R. S. **Estruturação matemática do pensamento físico**: Uma ferramenta teórica para analisar abordagens didáticas. 292 f. Tese (doutorado). Universidade Federal de São Paulo, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, São Paulo, SP, 2012.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. 12 ed. São Paulo, Perspectiva, 2013.

KUHN, T. S. **A tensão essencial**: estudos selecionados sobre tradição e mudança científica. São Paulo: Editora Unesp, 2011.

KUHN, T. S. **O caminho desde A estrutura: ensaios filosóficos, 1970-1993, com uma entrevista autobiográfica**. 2 ed., São Paulo: Editora Unesp, 2017.

MANNRICH, J. P. **Linguagem Matemática, Física e Ensino**: como licenciandos discutem essa relação. 258 f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Programa de Pós-

Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Florianópolis, SC, 2014.

MENDES, G.H.G.I; BATISTA, I. DE L. **Matematização e ensino de Física**: uma discussão de noções docentes. Ciênc. Educ., Bauru, v. 22, n. 3, p. 757-771, 2016.

MINAYO, M. C. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. In: DESLANDES, S. F., NETO, O. C., GOMES, R.; MINAYO, M.C. de S. (Org.); Petrópolis, RJ, Vozes, 2002.

MINGUES, Sofia. **Filosofia da Linguagem**: Uma Introdução. Ed. Faculdade de letras da Universidade do Porto; 2007.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, v.9, n.2, p.191-211, 2003.

MORAES, R., GALIAZZI, M. C. Análise textual discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Ciência & Educação**, v.12, n.1, p.117-128, 2006.

MORENO, A. R. Wittgenstein: através das imagens. Editora da Unicamp, Campinas-SP, 1993.

MOURA, A. C. **Eu, Professor de Física: reflexão e ação na prática pedagógica**. 209 f. Orientadora: Alice Assis Tese (Doutorado)– Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2019

OLIVEIRA, R. N. **“Ver como”**: uma vivência do olhar para aprendizagem de Geometria. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2012.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 7 ed. Revista e atualizada, Petrópolis, RJ, Vozes, 2016.

OTTE, M. F. Matemática e linguagem. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/On line** - v. 3, n. 1, 2015 - ISSN 2358-4750.

PACCA, J. L.A; VILLANI, A. A formação continuada do professor de Física. **Estudos Avançados**, v.32, n. 94, p. 57-71, 2018.

PATY, M. **Matéria Roubada**: A Apropriação Crítica do Objeto de Física Contemporânea. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1995

PEREIRA, F. S. **O PESCAR DE MARTINS-FORMADORES**: Narrativas sobre o Ensino de Física no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre. 204 f. Tese (Doutorado), Universidade Federal do Pará. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém, Pa, 2021.

PIETROCOLA, M. **A Matemática como estruturante do conhecimento físico**. Cad. Cat. Ens. Fís., vol. 19: p.89-109. Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC, 2002.

PONTE, J. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos e J. P. Ponte (Eds.), **Educação e Matemática: Temas de investigação** Lisboa: IIE e Secção de Educação e Matemática da SPCE. p.187, 1992.

ROCHA, M. N. **A necessidade do pensamento filosófico para a compreensão da física**: um estudo inspirado em Wittgenstein no contexto da mecânica newtoniana, 318 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

SANTANA, S. de M.; ROAZZI, A.; DIAS, M. das G. B. B. Paradigmas do desenvolvimento cognitivo: uma breve retrospectiva. **Estudos de Psicologia (Natal)**, v. 11, p. 71-78, 2006.

SANTOS, A. B. C.; PEREIRA, J. C. S.; NUNES, J. M. V. Concepções de professores de matemática do ensino básico sobre a álgebra escolar. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.19, n.1, 81-103, 2017.

SARTORI, A.S.T, DUARTE, C.G. **O que é um triângulo? A linguagem em Wittgenstein e algumas implicações para a Educação Matemática**. Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo, 2016.

SAVIETTO, N. **Jogos de Linguagem e Significação em Aulas de Física no Ensino Médio**: o papel da linguagem matemática. 154 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação, Florianópolis, Santa Catarina, 2015.

SAVIETTO, N; SILVA, H. C. Jogos de linguagem e significação em aulas de física no ensino médio: o papel da linguagem matemática. **REMATEC: Revista de Matemática**, Ensino e Cultura, Ano 14, Número 31, p.249-269, 2019.

SILVA, G. R. Proposições necessárias, proposições gramaticais. **Primeiros Escritos** v. 1, n. 1, p. 131-140, 2009.

SILVA, J. G. **A significação de representações químicas e a filosofia de Wittgenstein**. 278 f. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVA, L. S. D, JUNIOR, E. R. Q. História da Ciência e Linguagem entrevista com Mauro Condé. **Revista de Teoria da História**. Universidade Federal de Goiás, v. 21, n. 1, 2019.

SILVA, P. V, SILVEIRA, M. R. A. O ver-come wittgensteiniano e suas implicações para a aprendizagem da Matemática. **BoEM**, Joinville, v.2. n.3, p.17-34,ago./dez. 2014.

SILVA, P. V., TEIXEIRA Jr. V. P., COSTA, D., DIAS, A.M.R.A. Uma filosofia da educação matemática na perspectiva de Wittgenstein. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 147-179, 2022.

SILVEIRA, M.A. Movimento Para a Ação de um Novo Conceito Matemático. **Revista da Educação**, v. XVI, n. 2, p. 101 - 121, 2008.

SILVEIRA, M.A. Jogos de Linguagem entre Professor e Alunos: Possibilidades de Aprender e Ensinar Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, ISSN: 1815-0640, n. 50, p. 78-91, 2017.

SILVEIRA, M. A.; SILVA, P. V; TEIXEIRA Jr, V.P. A filosofia da linguagem e suas implicações na prática docente: perspectivas wittgensteiniana para o ensino da matemática. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 35, n. 2, p. 462-480, abr./jun. 2017

SKORA, A. **A integração do ensino de ciências e da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 123 f., Dissertação (Mestrado), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012.

SOUSA, R. S; GALIAZZI, M.C. A categoria na análise textual discursiva: sobre método e sistema em direção à abertura interpretativa. **Revista Pesquisa Qualitativa**. São Paulo (SP), v.5, n.9, p. 514-538, dez. 2017.

SOUSA, R. S; GALIAZZI, M. C. O jogo da compreensão na análise textual discursiva em pesquisas na educação em ciências: revisitando quebra-cabeças e mosaicos. **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 24, n. 3, p. 799-814, 2018.

SULEIMAN, A. R. As Concepções de Professores de Outras Disciplinas sobre o Ensino e a Aprendizagem de Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 13, n. 32, 2020.**

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. Rio de Janeiro: Vozes. 2002.

TEIXEIRA, Jr., V. P. Terapia das palavras para a compreensão de conceitos matemáticos. **REMATEC: Revista de Matemática**, Ensino e Cultura, Ano 14, Número 31, p.154-170, 2019.

TEIXEIRA Jr., V. P; SILVEIRA, M. R. S.; SILVA, P. V. O ensino e a aprendizagem da matemática: entre o gramatical e o empírico. **Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, v. 16, n. 3, 2021.

VARGAS, M. História da matematização da natureza. **Instituto de Estudos Avançados**, Universidade de São Paulo, v. 10, n. 28, p. 249-276, 1996.

VASCO, C. E. **La Educación Matemática**: Una disciplina en formación. In: Revista Matematicas: Enseñanza universitaria. V. 3. n. 2. Cali: Univalle, mayo, 1994. p. 59-7

VILELA, D. S, MENDES, J. R. A linguagem como eixo da pesquisa em educação matemática: contribuições da filosofia e dos estudos do discurso. **Zetetiké – FE/Unicamp – v. 19, n. 36 – jul/dez, 2011.**

WITTGESNTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Editora Nova Cultura Ltda, São

Paulo, 1999. (Col. Os Pensadores)

WITTGENSTEIN, L. (2002). **Tratado lógico-filosófico**. L. Witt/ngenstein, Tratado lógico-filosófico; Investigações filosóficas (pp. 25-158, Trad.: M. S. Lourenço). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. (Original publicado em 1922).

ZYLBERSZTAJN, A. Revoluções Científicas e Ciência Normal na Sala de Aula. In: MOREIRA, M. A. (Org.) **Tópicos em ensino de Ciências**. Porto Alegre. Ed. Sagra, 1991. p.47-61.

APÊNDICE A - ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA

- 1- Em sua opinião, o que diferencia a Matemática da Física?
- 2- Na sua visão/opinião, existe relação entre a Física e a Matemática? Comente
- 3- Você procura falar da linguagem matemática quando ensina algum conceito da Física? De que maneira?
- 4- Você acredita que saber matemática é importante ou não para aprender física? Por quê?
- 5- Em algum momento de sua formação, você cursou alguma disciplina que discutisse a relação entre a Física e a Matemática?
- 6- Em algum momento de sua formação inicial e/ou continuada, foram feitas reflexões acerca das concepções de linguagem que dariam base para esta relação entre a Física e a Matemática?

APÊNDICE B - PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: O VER-COMO WITTGENSTEINIANO NO ENSINO DE FÍSICA NA LICENCIATURA: UM ENFOQUE SOB O USO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

Pesquisador: ALYNE MARIA ROSA DE ARAUJO DIAS

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 53607121.8.0000.0018

Instituição Proponente: Instituto de Educação Matemática e Científica

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.208.447

Apresentação do Projeto:

Esta investigação aborda a Linguagem Matemática no ensino de Física como tema de pesquisa sob a luz da segunda filosofia de Ludwig Wittgenstein. Nosso objetivo consiste em mostrar como o professor vê e faz uso da linguagem matemática em sua atividade de ensino na

licenciatura em Física. Esta pesquisa possui abordagem qualitativa e para coletarmos essas informações, inicialmente observaremos as aulas dos professores de Física que utilizam a linguagem matemática e em seguida será aplicada a entrevista semiestruturada. Na análise desta coleta pretendemos mostrar indícios de como ele vê (ver no sentido wittgensteiniano) a linguagem matemática no ensino da Física, e de que forma influencia sua atividade de ensino. Consideramos, preliminarmente, que a maioria das literaturas que trazem a Matemática no ensino da Física apresentam os modos de ver vinculadas a perspectivas filosóficas tradicionais, construídas em algum momento de sua formação profissional, seja

por meio dos documentos curriculares de ensino, seja por meio dos exemplos de práticas docentes em sua formação inicial e/ou continuada. Contudo, essa investigação pode contribuir na formação do professor de Física nos modos de ver o ensino por meio da linguagem matemática, bem como, com as pesquisas que versam sobre a filosofia da linguagem de Wittgenstein na Educação de Ciências e Matemática.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Apresentar os modos de ver que amparam o discurso a atividade de ensino do professor quando faz uso da linguagem matemática na formação de novos professores de Física.

Objetivo Secundário:

- Mostrar como o professor faz uso da linguagem matemática em sua atividade de ensino na licenciatura em Física;- Apresentar concepções de linguagem que amparam esses modos de ver na prática do professor formador de novos professores de Física;- Deslindar, a importância do ver como, dado por Wittgenstein, no discurso e na prática do professor de Física em relação a linguagem matemática.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos:

Em virtude de minha coleta de dados requerer observação nas aulas e uma entrevista com cada participante, considero que não há riscos aos participantes da pesquisa já que nas observações não interferirei nas aulas, mas apenas observarei e na entrevista o conteúdo será direcionado ao que o professor compreende sobre o uso da matemática no ensino da física, assim será espontâneo aos participantes, responder o que lhes convém, caso não queiram responder, respeitarei a decisão. Portanto, durante a coleta de dados nem professores nem alunos correrão riscos, pois os dados ficarão em sigilos e seus nomes não serão divulgados e os mesmos terão acesso aos resultados ao término da escrita da tese. Benefícios:

Esta pesquisa terá como benefícios uma nova forma de mostrar o ensino da física, uma nova perspectiva filosófica recentemente inserida no contexto de pesquisas que se preocupam com a formação acadêmica e profissional dos licenciandos e professores formadores. Assim, propomos que esta pesquisa só irá colaborar com o campo educacional.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O protocolo encaminhado dispõe de metodologia e critérios definidos conforme resolução 466/12 do CNS/MS. Trata ainda em resolver pendências citadas no parecer nº5.199.706, que depois de ser analisado por este colegiado entende-se como pendências resolvidas.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os termos apresentados, nesta versão, contemplam os sugeridos pelo sistema CEP/CONEP.

Continuação do Parecer: 5.208.447

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Diante do exposto somos pela aprovação do protocolo. Este é nosso parecer , SMJ.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_P ROJETO_1858409.pdf	21/01/2022 09:51:31		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento /	TERMO_DE_CONSENTIMENTO_LIVR E_E_ESCLARECIDO.pdf	20/01/2022 20:38:00	ALYNE MARIA ROSA DE ARAUJO	Aceito

Justificativa de Ausência			DIAS	
Outros	termo_de_aceite_instituicao.pdf	20/01/2022 20:20:50	ALYNE MARIA ROSA ARAUJO DE	Aceito
Declaração de concordância	Termo_de_aceite_do_orientador_e_coorientador.PDF	11/01/2022 08:01:34	ALYNE MARIA ROSA ARAUJO DE	Aceito
Outros	declaracao_de_isencao_onus_financeiro.pdf	18/11/2021 10:53:04	ALYNE MARIA ROSA ARAUJO DE	Aceito
Outros	carta_encaminhamento_ao_cep.pdf	18/11/2021 10:52:11	ALYNE MARIA ROSA ARAUJO DE	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_doutorado.pdf	18/11/2021 10:32:25	ALYNE MARIA ROSA ARAUJO DE DIAS	Aceito
Declaração de Pesquisadores	modelo_termo_de_compromisso_do_pesquisador.pdf	18/11/2021 10:27:40	ALYNE MARIA ROSA ARAUJO DE	Aceito

Folha de Rosto	folhaDeRosto_plataforma_Brasil_Alyne_ assinado.pdf	18/11/2021 10:27:21	ALYNE MARIA ROSA DE ARAUJO	Aceito
----------------	---	------------------------	----------------------------------	--------

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Continuação do Parecer: 5.208.447

BELEM, 21 de Janeiro de 2022

Assinado por:**Wallace Raimundo Araujo dos Santos (Coordenador(a))**

ANEXO A - QUADROS COM RECORTES DAS FALAS DOS PROFESSORES OBSERVADOS E ENTREVISTADOS

Quadro 06: Concepção sobre a relação matemática e física

UNIDADES DE SIGNIFICADO	CATEGORIA INICIAL
P01P01 Ela tem uma função primordial porque todas as teorias que você tem na Física, elas têm que ter um fundamento matemático P01P01 A Física só utiliza a Matemática para corroborar as suas teorias. P01P01 É fundamental, sem ela não tem como a gente visualizar muitas das coisas que a gente visualizaria. P01P02 E a Matemática, ela é uma ciência, independente, completamente independente.	(In) DEPENDÊNCIA
P01P01 O que nós fazemos de certo modo é criar as teorias, mas a gente nunca vai de encontro com o que a Matemática prega, o que a Matemática estabelece, então a gente tenta ajustar as nossas teorias de acordo com as teorias matemáticas válidas e vigentes. P01P02 É justamente o que me fez escolher Física e não matemática, que apesar de ter habilidade Matemática que estava desenvolvendo. Eu quis Física por causa dos conceitos, eu acho bonito, o que explica o funcionamento da natureza. Isso me fascina. P01P03 A Física, ela se preocupa em tentar descrever a natureza. Essa que é a preocupação dos físicos e da Física.	DIFERENÇAS

Quadro 07: Concepção de Matemática

UNIDADES DE SIGNIFICADO	CATEGORIA INICIAL
P01P01 Eu acho que a Matemática é a Ciência pura. P01P02 Uma ciência que é contestada um pouco pela parte de Humanas. Eu até li esses dias um artigo do Boaventura, que ele criticava a hegemonia dessa Ciência de exatidão, de mensuração, mas que é fundamental para Física. P01P02 Aqui tá a importância da Matemática pra Física, é necessário exatidão, mensurar e aí os cálculos, a Matemática é uma ciência que vai testificar a Física. P01P02 Ah, eu vou medir qual a força resultante como é que se calcula a força resultante? Eu faço um cálculo aqui e eu obtenho. Quanto de calor um corpo cedeu ou ganhou? Pra eu mensurar isso eu preciso de um cálculo aqui e eu preciso de uma exatidão.	CIÊNCIA PURA/EXATA
A01P01 Essa disciplina Métodos, ela não vai aplicar, porque não tem como fazer isso, ou eu ensino como é que é a ferramenta ou eu aplico, então, eu tenho que ensinar. A10P01 o objetivo desse curso que é que vocês aprendam as ferramentas matemáticas para poder abordar a Física seja ela onde aparecer, seja quando vocês forem estudar a mecânica clássica, seja mecânica quântica A05P01 É essa a importância de aprender essas ferramentas para que você possa ver o problema que você não sabia da existência dela e você olhava de uma forma e não conseguia ver a solução e a partir do momento que você observar uma outra maneira de escrever ela, você possa ver a solução do seu problema quando for conveniente. A04P01 Pode utilizar também para eletromagnetismo, equação de Laplace, então é uma ferramenta muito útil, se você domina ela, A02P01 Só pra curiosidade de vocês, você vai aplicar o cálculo matemático e você consegue manipular isso matematicamente pra mostrar aqui lá (equação de Maxwell no eletromagnetismo). A02P01 Eu não quero ensinar eletromagnetismo pra vocês, eu quero ensinar as ferramentas, pra quando você chegar lá adiante, o professor disser, olha eu quero que vocês demonstrem o teorema de Maxwell, aí vocês já sabem a ferramenta que vocês vão utilizar para demonstrar. A02P01 Essa é a nossa ferramenta. A física inteira você vai utilizar isso, nos mais diversos campos A02P01 Se tu aplica o gradiente, só vai sobreviver esse termo. Isso é explorar simetria, quando você entende o problema, volta pra ferramenta e ver qual é a mais adequada. P01P02 Mas também serve como instrumento de mensuração para as situações físicas, para toda Física. Pra Física ela é um instrumento de mensuração, de relação. P05P03 Eu digo o seguinte; a teoria da relatividade de Einstein, Einstein só conseguiu desenvolver a teoria da relatividade porque já estava o ferramental matemático já pronto, ele só precisou dominar e colocar pra encaixar na Física pra responder.	INTRUMENTO DE MENSURAÇÃO/ FERRAMENTA
P05P01 Não tem como entender a Física sem ter uma boa base, sem ter fundamentos matemáticos assertivos. P06P01 Muitas teorias físicas são assim: você tem que ajustar, tem que ter base sólida e o que é base sólida pra gente é a Matemática. A01P01 Quem está fazendo mecânica clássica I ou II, vê que tem muita matemática que a gente aplica e que acaba sendo a base das nossas aplicações. É que o que explica nossas aplicações.	PRÉ-REQUISITO/BASE

A02P01 Muitas coisas aqui tu vais aplicar em coisas lá na frente (Mecânica clássica, eletromagnetismo), mas a essa altura do campeonato, quando você vê métodos é porque você já viu física III, por isso que eu associo, mas se ainda não viram não tem problema, quando você vê, já vão poder entender dessa forma. P03P02 Formalização, ela é a base. P06P02 Se eu falar pra ti assim, o que a astronomia é pra Física? É uma área que a gente vai tangenciar, mas o que é a Matemática pra Física? Base. A01P02 Eu não gosto de ver cinemática. No primeiro ano do ensino médio, a gente vê cinemática, dinâmica e estática. Aí a gente tem que vencer o programa. Aí tu vês cinemática, só que o problema da cinemática é o seguinte: a cinemática tu vais passar 5 meses tentando ensinar o aluno, uma coisa que tu deverias esperar a Matemática ver isso. A01P02 A gente tem a ilusão achar que ver a função na Matemática e ao mesmo tempo na Física, que isso vai ajudar o aluno, pelo menos isso na prática eu nunca vi ajudar. Ao mesmo tempo que o professor está vendo na Matemática função, o professor de Física também tá vendo a função só que lá na cinemática. Isso muitas das vezes cria um desgaste pro aluno, então seria interessante, esperar o professor de Matemática ver a função todinha, consolidar aquilo e aí depois o professor começa na cinemática com as funções $s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$. P06P03 Então, quando o professor de Física começa a entrar nos conceitos de Física e começa a resolver de maneira mais inteligente, pensando que o cara já fez o curso lá de equações diferenciais, ele sabe resolver e depois ele percebe que eles não conseguem resolver P06P03 Quando o aluno já vem com uma base de preparação pra ver em Física que ele precisa daquela Matemática, aí ele já sabe isso, aí tudo torna mais fácil.	
P03P01 A Matemática é uma linguagem universal porque todas as teorias que você tem na física, elas têm que ter um fundamento matemático também. P01P03 A melhor linguagem encontrada para descrever os fenômenos da natureza é a Matemática. P03P03 É a linguagem. A Matemática é fundamental não só para Física, pra Química, pra Economia, pra vários ramos da Ciência. Até pra própria Biologia. O que vai diferenciar é a tua visão, não quanto um matemático, mas a especificidade.	LINGUAGEM

Quadro 08: Uso da Matemática no fazer docente

UNIDADES DE SIGNIFICADO	CATEGORIA INICIAL
A08P01 o que a gente tenta lembrar é que em notação indicial $\vec{A} \times \vec{B} = \varepsilon_{ijk} \cdot A_j \cdot B_k$. A08P01 Ah professor, tudo o que a gente vai fazer é utilizar isto aqui é pra demonstrar as identidades, que elas existem. Não é melhor eu usar as que já existem? Se vocês lembrarem, realmente não precisa.	MATEMÁTICA COMO PROCESSO DE MEMORIZAÇÃO

A06P01 Agora vai vir o negócio do cilindro. Eu quero que vocês olhem pra cá. Conseguem perceber que isso é um arco de circunferência? Como é que eu calculo um arco de circunferência? Lembra lá do ensino médio? Calculava assim: $l = \alpha \cdot r$. Lembra disso? A02P01 Eu tenho que a carga vezes o campo elétrico é o que mesmo? Alguém lembra da física do terceiro ano? A força elétrica: é produto escalar da força vezes o dl, o dl é a distância, o deslocamento. A05P01 Primeiro passo, qual é? Vocês já fizeram isso várias vezes, já tem na cabeça: extensão analítica.	
A02P03 vou fazer uma segunda perguntinha pra vocês: isso é matemática, vocês têm que saber. Se eu integrar $dV = r^2 \cdot dr \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$, sai quem? Tem uma integral aqui, outra aqui e outra aqui. Tem que ser três, porque é tridimensional A06P01 O produto escalar entre dois vetores é um escalar então: $\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \theta$. Até aí, é aquela ideia básica que a gente precisa partir. Outra definição muito útil e muito utilizada na Física é a noção de um versor. Vocês já fizeram física III? Estão fazendo agora? Então vocês vão ver que tem uma coisa bem assim: a força eletrostática vai ser aquele K que é $\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}$ vezes $\frac{q_1 \cdot q_2}{ \vec{r} \cdot \vec{r}_1 ^2} \vec{r}_{12}$, só que isso aqui, o versor, matematicamente eu defino como? O vetor sobre seu módulo. Então, geralmente você vai ver uma coisa assim: $F_{12} = \frac{q_1 \cdot q_2}{ \vec{r} \cdot \vec{r}_1 ^3} \vec{r}$. De onde foi que veio esse outro módulo? Veio do versor. Isso a gente sempre utiliza, principalmente em eletromagnetismo, isso é uma aplicação direta que a gente tem com versor A02P02 Professor, de onde vem essa fórmula $F = \Delta p \cdot A$? Percebam que essa fórmula é muito similar a $F = p \cdot A$, então a gente vai seguir por essa fórmula. A01P02 A gente precisa de uma unidade de medida. Qual a unidade de medida da pressão? Olha pra fórmula que ela vai te responder. N/m² A01P02 Vamos continuar abrindo essa fórmula aqui: $F_B = F_A + m \cdot g$. Professor, você disse que massa específica é massa dividido por volume $\mu = \frac{m}{V}$. Vamos colocar no lugar da massa $\mu \cdot V$, então $F_B = F_A + \mu \cdot V \cdot g$. A01P02 Qual o nosso interesse aqui? Analisar duas coisas: densidade e pressão. Então se eu fizer uma jogada matemática, eu coloco uma área aqui: $\frac{F_B}{A} = \frac{F_A}{A} + \frac{\mu \cdot A \cdot h \cdot g}{A}$. Olha o que eu fiz, eu fiz um artifício matemático, uma jogada matemática, o que eu faço com um eu tenho que fazer com todos. A07P02 A aceleração centrípeta ela vai se relacionar com o raio e a velocidade angular é $\omega^2 \cdot r$, então: $g = a_g - \omega^2 \cdot r$. A gravidade que a gente sente é a intensidade do campo gravitacional menos a influência da rotação da Terra. A08P02 O que que é velocidade areolar pensando isso infinitesimal? É derivada da área pela derivada do tempo: $V_a = \frac{dA}{dt}$ A08P02 A energia potencial então tem essa fórmula aqui: $U = - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$ A08P02 O que é o trabalho, pessoal? O trabalho é força vez deslocamento: $W = F \cdot d$	MATEMÁTICA COMO SEGUIR FÓRMULA

A08P02 A soma de vários trabalhos, se é uma soma de vários trabalhos, isso está me cheirando uma integral. É ou não é pessoal?
 $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Então, o trabalho aqui de uma força gravitacional de um corpo na superfície da Terra até o infinito é a integral da força dr.

A09P02 A fórmula é essa aqui gente $P = \sigma \cdot e \cdot A \cdot T^4$. todo corpo que tem temperatura acima de 0 kelvin emite radiação. Essa é a fórmula que está mais associada ao nosso dia-a-dia. É a radiação vai numa forma de potenciação

A10P02 O conteúdo de potência que vai aparecer nessas questões aqui é potência térmica. É o calor absorvido emitido por um certo tempo. $P = \frac{Q}{\Delta t}$. Essa quantidade de calor pode ser sensível ou latente. O calor latente é m. L e o calor sensível é m.c.Δt.

A10P02 Tem uma galera que fica constante $W = n \cdot R \cdot T \int_{V_0}^V \frac{1}{V} dV$, e essa integral é aquela que a gente tem tatuado na memória.

A11P02 Aqui, $p = \frac{m \cdot v_x^2}{L^3}$ a gente está falando em uma partícula, a gente vai sair de um átomo, só que você sabe que em um gás existem n partículas, a gente vai atualizar essa informação. A saída pra expressar isso em n partículas que estão jogadas aqui vem pela massa. Eu vou precisar transformar essa expressão aqui para uma expressão de todas as partículas que constrói gás.

A11P02 Então, já temos algumas coisas pra substituir. O m em termos de número de mols e a massa molar, vou expressar o meu gás, o volume que ele ocupa, expressar o L^3 em termos de V e também vou expressar em termos de velocidade v. Quando eu fizer isso eu vou está passando de uma partícula para n partículas. Entendendo o gás como o movimento de n partículas: $p = \frac{n \cdot M \cdot v^2}{3 \cdot V}$.

A11P02 Agora a gente vai para outra análise. A da temperatura. Como é que a gente vai daqui $p = \frac{n \cdot M \cdot v^2}{3 \cdot V}$ para a temperatura? Equação de Clayperon, ela é chamada equação geral dos gases perfeitos $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$. Muito simples, eu pego essa pressão e substituo aqui $\frac{n \cdot M \cdot v^2}{3 \cdot V} \cdot V = n \cdot R \cdot T$.

A12P02 Eu já tinha falado em energia térmica pra vocês? Isso aqui $U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$. A única forma de variar a energia interna olhando para essa fórmula é variando a temperatura

A08P02 Energia potencial é $U = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r}$. Agora deixa eu fazer uma discussão com vocês, esse menos (-) aqui ele é bem interessante. Ele significa o seguinte: que o valor da energia potencial lá no infinito seja nula. Então, quando eu pego lá no infinito essa energia potencial, eu vou trazendo ela, tornando ela negativa.

A02P03UE

A10P02 Aqui a pressão fica constante $\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$, corta a pressão; volume e temperatura são diretamente proporcionais. Gente eu não tô falando muito sobre a questão conceitual, mas eu queria que vocês filosofassem sobre essas coisas aqui $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

A02P02 m= 60 kg; $A_1= 3 \text{ cm}^2$; $A_2= 15 \text{ cm}^2$

$p = \frac{F}{A}$, A força é o peso, $p = \frac{m \cdot g}{A}$, A área está em cm^2 , vamos passar para m^2 . A razão é $\frac{1}{20}$.

A03P03 Lá em Métodos Matemáticos para Física eles não lincam a Matemática e a Física, mas aqui em Eletromagnetismo tem que lincar.

**MATEMÁTICA COM
SIGNIFICAÇÃO**

A03P03 A equação que a gente fez agora ali $E_R = \frac{1}{4\pi E_0} \cdot \frac{q \cdot a}{[r^2 + \frac{a^2}{4}]^{\frac{3}{2}}}$. Eu sei que a definição de campo para partícula pontual tem que dar

esse resultado e aqui a gente fez o cálculo, olha o que ela dá r^3 e um detalhe que ainda aparece um a , significa dizer que meu campo elétrico cai mais rapidamente ao cubo que ao quadrado, significa dizer que quanto mais afastado tiver da carga, mais rápido cai esse campo, mais fraco é esse campo.

A03P03 Mas o que aparece em comum entre o primeiro $E_R = \frac{1}{4\pi E_0} \cdot \frac{q \cdot a}{[r^2 + \frac{a^2}{4}]^{\frac{3}{2}}}$ e o segundo $E_R = \frac{1}{4\pi E_0} \cdot \frac{2 \cdot r \cdot q \cdot a}{[r^2 - \frac{a^2}{4}]^{\frac{3}{2}}}$ caso ? Em qualquer

configuração que você modificar vai aparecer o $q \cdot a$. Esse $q \cdot a$, eu tenho que interpretar fisicamente, entrar na parte da física, pra ver porque esse $q \cdot a$ aparece sempre em qualquer tipo de configuração do dipolo elétrico. O que que a gente faz pra entender esse resultado fisicamente. A matemática já nos deu esse resultado. Agora, eu quero tirar definições a partir dessas equações. Aí, eu vou entrar no campo da Física pra entender porque aparece $q \cdot a$. Quem é $q \cdot a$? Vou definir o vetor $\vec{a}$, como o módulo dele vezes o vetor unitário. Se isso for verdade eu posso reescrever assim $q \cdot \vec{a} = q \cdot a \hat{e}$. Eu estou dizendo fisicamente que, sempre que eu tiver uma carga negativa e uma outra positiva, eu tenho nessa direção e nesse sentido um vetor unitário $\hat{e}$ e um vetor suporte $\vec{a}$. Eu tô definindo matematicamente essa grandeza vetorial. Se isso é verdade, eu tenho que dizer que isso aqui é um vetor. Vou chamar esse $\vec{p} = q \cdot \vec{a} = q \cdot a \hat{e}$ de uma nova grandeza física. Vou dizer que esse $\vec{p}$ é chamado de dipolo elétrico. Fisicamente, estou dizendo que essa nova grandeza física ela é chamada de momento de dipolo, então $q \cdot a$ é o módulo do momento do dipolo.

A03P03 Como é que calculo produto vetorial, sem ser matrizes. Módulo de a vezes módulo de F vezes seno de um ângulo qualquer. $\delta = |a| \cdot |F| \cdot \sin\theta$. Tu te lembrás de Força elétrica? Essa força aqui vai ser $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$. Tô extraindo tudo isso de conceitos físicos que eu conheço. $\delta = \vec{a} \times q \cdot \vec{E}$. Bem nesse $q \cdot a$ tem o momento dipolo que acabamos de definir, vamos ter que mexer matematicamente isso aqui. $\vec{a} \times q \cdot \vec{E}$ é um produto vetorial, mas q é um escalar, escalar você pode mexer com ele, coloca onde tu quiser, o resultado vai ser preservado, a identidade vai ser preservada, então eu posso colocar assim: $\delta = q \cdot \vec{a} \times \vec{E}$. Quem é $q \cdot a$? É o momento de dipolo que tá chamando de $\vec{p}$. Então, $\delta = \vec{p} \times \vec{E}$. O que essa equação tá me dizendo? Que toda vez que eu tiver um dipolo e o dipolo submeter um campo elétrico externo sempre vai aparecer um torque que é pra alinhar esse dipolo ao longo da direção do vetor campo elétrico.

A04P03 Copia lá, pra gente falar dessa historinha, pra ti entender o que tá acontecendo dentro da Física. E gravem esse resultado. Que é isso que me interessa, isso vai aparecer muito na Física, é isso que me interessa e tu não podes por hora te perder.

A04P03 Vê bem, temperatura é uma grandeza escalar ou vetorial? É escalar. É um tensor de ordem zero. Quando aplicar o operador nabla numa função escalar, o que ele vai fazer com a grandeza escalar? Ele vai transformar essa grandeza escalar no vetor. E qual significado fisicamente disso? Esse aqui é um gradiente de temperatura. Pra saber quando a temperatura é maior ou menor. Essa seria a explicação pro gradiente, essa seria a versão física.

A05P03 Esse fluxo $\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{E_0}$ tem que sair algum resultado, matematicamente falando, tem que sair alguma coisa ou não, dependendo do que estais utilizando na Física. Se for campo magnético, como já vimos, esse resultado dá zero, ou seja, esse resultado fisicamente diz que não existe polo magnético, ou seja, não tem uma linha de campo atravessando uma superfície.

A05P03 O que o teorema da divergência. Vamos trazer pra nossa Física. Eu tenho um vetor produto escalar com uma diferencial de área, então isso sempre vai ser o fluxo, porque sempre na Física vai ser isso. O teorema da divergência, ele trata exatamente desse

fluxo que vai entrar, atravessar a superfície, então o fluxo de um vetor $\vec{A}$ através de uma superfície fechada. Tem uma fonte lá dentro que tá emitindo campos vetoriais que atravessa essa superfície S é igual a integral estendida de um determinado volume.

A05P03 Eu vou pegar uma integral de superfície $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$. Como eu interpreto isso? Lá no teorema da divergência é um vetor A qualquer, aqui é o vetor específico, um vetor campo elétrico, se tu tens um vetor campo elétrico, o que faz um vetor campo elétrico existir, atravessar uma superfície? A carga.

A05P03 Quando tu aplicas essa lei do teorema da divergência dentro desse campo físico, esse campo elétrico, o resultado tem que dá isso aqui $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$. Elas são equivalentes (com $\oint = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$), só que com outra abordagem matemática.

A05P03 Já leram o enunciado? Qual seria a sugestão pra resolver esse exemplo? Sairia por onde? A partir de agora tu já viste que já mudou, que já está em outra linguagem matemática, tu tens que começar a usar essa nova linguagem.

A05P03 O que que é isso aqui quando a gente fala $\vec{\nabla} \times \vec{E}$. Que linguagem é essa que eu tô usando aqui? Tô usando rotacional. Pra que ele não rotacione, dentro da física, a gente chama de campos conservativos. Nesses campos conservativos, eu tenho forças conservativas e quando eu aplico esse resultado para campos conservativos e forças conservativas $\vec{\nabla} \times \vec{E}$, esse resultado é igual a zero. Igual a zero significa dizer que ele não está rotacionando.

A05P03 Eu tenho $\oint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{S} = \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot 1$. Como é que a gente chama todo esse resultado? A gente tá fazendo uma integração com grandezas físicas. Tu observas a unidade da força tá com N (Newton) e as coordenadas deve estar em metros. Esse cara todo aqui $\oint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{S}$ é nosso trabalho (W) que vai dá $W = \left(\frac{-1}{2}\right) J$. Deixa-me te perguntar uma coisa: nesse trabalho o resultado deu negativo. É válido esse resultado ou não? Porque? Porque o trabalho é uma grandeza escalar, escalar eu só preciso do número, não interessa se é positivo ou negativo, mas se isso fosse um vetor e aparecesse esse menos, estaria correto? Não, porque vetor, não existe vetor negativo dentro da Física, é sempre positivo. Se fosse um menos aqui e uma grandeza vetorial, esse resultado estaria errado, seria uma contradição dentro do campo da Física.

A10P03 Agora vamos definir uma nova grandeza para dar continuidade de eletrodinâmica, que se chama densidade de corrente. Densidade de corrente a gente chama de J. Fisicamente, densidade de corrente vai calcular assim $i = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{A}$. Esse $\vec{J}$ é a minha densidade de corrente e eu tenho uma nova expressão que eu posso reescrever a corrente. Essa corrente instantânea, não é apenas a diferencial de carga num determinado instante, ela pode ser calculada também como $\vec{J} \cdot d\vec{A}$. Vocês já viram isso? Eu tenho dois vetores. Um que é a densidade de corrente e a outra que é a área orientada. Como é que a gente interpreta fisicamente essa situação?

A10P03 vai ficar $\Delta q = n \cdot e \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$. essa expressão, está dizendo o seguinte: que a quantidade de carga total que está naquele condutor depende de um número total de partículas que é o elétron, que atravessa uma área, possui uma velocidade num determinado intervalo de tempo.

A10P03 Já conhecemos a equação $i = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{A}$, o que que eu posso fazer, matematicamente falando? Eu tenho vários elétrons numa única direção, num único sentido. Eu tenho a definição de corrente elétrica que vai atravessar uma área orientada, então vou ter a definição de densidade de corrente, então eu tenho uma densidade de carga confinada e a densidade de carga tá no volume, eu tenho uma densidade de carga volumétrica. Como se calcula uma densidade de carga volumétrica $\rho = \frac{dq}{dV}$. Isolando esse dq , vai ser $dq = \rho \cdot dV$. Integro os dois lados e vai ficar $q = \int_V \rho \cdot dV$. O que que eu preciso agora? Eu quero relacionar essa equação $q = \int_V \rho \cdot dV$

com $i = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{A}$, porque aqui eu tenho corrente e densidade de corrente e aqui $q = \int_V \rho dV$, só tenho a carga. O que que tenho que fazer pra tornar essas equações de uma maneira que haja uma paridade, uma igualdade? Vê bem, aqui não é matemática, matemática termina aqui $q = \int_V \rho dV$. Agora é física que a gente tá fazendo. A gente vai começar a fazer agora, física e vai aparecer um sinal de negativo que a matemática não explica. Só pra conceito físico que aparece.

A10P03 Nesse condutor [mostra um desenho] eu tenho portadores de cargas, várias cargas e elas tem uma determinada velocidade. O que que essa equação $i = \int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho dV$ está me dizendo? Que eu tenho cargas, eu tenho uma fonte de cargas ρ e essa fonte está variando no tempo através de um determinado volume. Vê bem, se aqui é minha área, elas não vão atravessar? Elas vão sumir daqui pra cá. Elas estão escoando. Escoando na Física $i = - \int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho dV$. Ele te diz o seguinte: que elas não estão constantes, que elas estão num fio, só que esses elétrons tem uma velocidade, estão atravessando uma área imaginária, estão escoando. Escoando significa dizer que tu colocas um sinal negativo, aí sim termina a Matemática, estais dando uma interpretação Física pAra ti equacionar, balancear corretamente a sua equação.

A10P03 Vamos supor o seguinte: que essa derivada parcial de densidade de carga volumétrica em relação ao tempo, ela seja igual a zero. Vamos fazer esse primeiro caso $\frac{\partial}{\partial t} \rho = 0$. Então, se isso é zero, $\vec{\nabla} \cdot \vec{j}$ vai ser igual a zero. Qual é a interpretação física que eu tiro pra isso? Não te esquece que $\frac{\partial}{\partial t}$ é um operador. Fisicamente o que eu tenho é esse ρ e está dizendo que esse ρ pode variar no tempo. Se o ρ for igual a zero, eu não tenho densidade de carga, não tenho nem fonte nem sorvedouro, eu não tenho cargas criadas nem destruídas. Se eu não tenho cargas criadas nem destruídas significa que essa densidade percorre esse comprimento L de forma constante. Há uma conservação de cargas quando $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$.

Quadro 09: Uso da Matemática em sua formação docente

UNIDADES DE SIGNIFICADO	CATEGORIA INICIAL
P05P01 Durante a minha formação eu estudei a disciplina Física/ Matemática, essa que ministrei, mas nunca discuti a relação entre elas. P05P01 De maneira formal não, nem em comentários do professor. P05P01 Eu fiz graduação, mestrado e doutorado na mesma instituição e durante toda essa minha trajetória acadêmica eu nunca tive uma disciplina formal que tratasse dessas concepções da Matemática P05P02 De todo modo, em toda a Física, você vai passar por isso, por algum professor que vai falar, vai comentar. P04P03 nunca foi relacionada, dizendo que a Matemática é importante pra você, qual relação que existe. Nunca! P05P03 nunca foi dada essa prioridade em dizer: “olha, existe uma correlação”.	AUSÊNCIA DA RELAÇÃO MATEMÁTICA E FÍSICA
P05P02 A gente tem conceitos de velocidade a partir da derivada, então eles sempre se remetiam, isso aqui vocês viram no Cálculo I e agora a gente vai aplicar aqui.	MATEMÁTICA COMO PRÉ-REQUISITO

P05P02 Era como se eles assumissem que a gente já deveria ter percebido isso desde quando a gente escolheu fazer Física.
P05P03 Vocês precisam da Matemática pra resolver equações diferenciais que vai aparecer em circuitos elétricos, um monte de coisas da natureza, pra justificar.

Quadro 10: A percepção da relação entre a Matemática e Física: saberes implícitos na formação e experienciais.

UNIDADES DE SIGNIFICADO	CATEGORIA INICIAL
P04P01 Ela se deu na formação, porque desde o primeiro semestre no curso de Física, a gente já começa com Física conceitual onde a gente já vai trabalhar alguns aspectos matemáticos, onde a gente já vai falar de teorias físicas de maneira geral porque vai abranger várias áreas da Física, mas todas elas vão ter uma coisa em comum que vai uma hora ou outra obrigadas a utilizar conceitos matemáticos para justificar alguns teoremas, alguns axiomas, lemas, etc, etc. P05P01 O que eu pude perceber ao longo da minha formação acadêmica e ao longo desses anos que é fundamental P04P02 Eu acho que era porque eu era muito imaturo do ponto de vista das exatas, do ponto de vista do Cálculo. Não vou culpar, estritamente à formação, mas essa falta de maturidade.	SABERES IMPLÍCITOS NA FORMAÇÃO
P04P02 Acho que na prática. A01P02 Eu vim aprender Física no Ideal, que o trabalho me ensinou P04P03 Eu já como professor, percebi na prática que a gente precisa da Matemática. P04P03 Na prática. Sim, porque na minha época da graduação, tu precisas da Matemática pra resolver isso aqui. P05P03 Eu aprendi isso sozinho, estudando história da Física, estudando história da Matemática e depois reunindo, dizendo que o ferramental hoje de um físico, de um professor de Física é a Matemática	SABERES EXPERIENCIAIS