

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

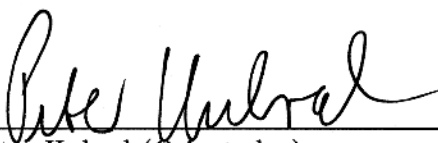
IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO
DE REFLETORES SÍSMICOS

TESE APRESENTADA POR
JOÃO CARLOS RIBEIRO CRUZ

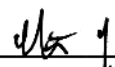
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação : 06/10/1994

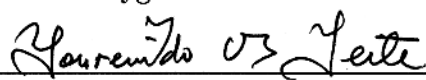
COMITÊ DE TESE:



Dr. Peter Hubral (Orientador)



Dr. Martin Tygél



Dr. Lourenildo Willame B. Leite



Dr. Klaus Rainer Schiel



Dr. Marco Antonio B. Botelho

BELEM

1994

CRUZ, João Carlos Ribeiro. **Imageamento homeomórfico de refletores sísmicos.** Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1994. 142p.

Tese (Doutorado em Geofísica) - Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPA, 1994.

1. REFLEXÃO SÍSMICA. 2. PROCESSAMENTO SÍSMICO. 3. TEORIA DOS RAIOS. 4. IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO. 5. CORREÇÃO DINÂMICA. 6. TEMPO DE TRÂNSITO. 7. NMO/DMO. 8. CÁUSTICA. 9. FRENTE DE ONDA. I. Título

Aos meus pais,
À minha esposa Maria,
e às minhas filhas
Naíra e Marina.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Peter Hubral que me apresentou o tema deste trabalho de tese de doutorado, e pela orientação e apoio dispensados durante toda a sua realização.

Ao Dr. Walter Söllner pela atenção a mim prestada durante toda a minha estadia no Instituto de Geofísica em Karlsruhe (IGK), Alemanha. Assim como, a toda a equipe de pesquisadores e funcionários do IGK pela receptividade demonstrada.

Ao Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite pelo apoio e interesse demonstrados durante todas as fases de realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Ivan Pšenčík pelas contribuições fundamentais durante meu exame de qualificação. Ao Prof. Dr. Martin Tygel pelas valiosas observações durante o exame de qualificação, assim como durante a defesa, e pela revisão final de todo o texto da tese.

Ao Prof. Dr. Marco Botelho e ao Dr. Klaus Schiel que se dispuseram a participar da banca de defesa da tese.

Ao Prof. Dr. Rogério Godoy o qual tive oportunidade de conhecer durante minha estadia na Alemanha, quando tivemos oportunidade de discutir importantes assuntos no que diz respeito ao conteúdo deste trabalho.

Ao Curso de Pós-graduação em Geofísica da UFPa, que me deu o suporte acadêmico para a realização deste trabalho de tese. Assim como a todo o corpo de professores e funcionários do Departamento de Geofísica.

Ao financiamento obtido a partir do CNPq, CAPES e DAAD durante as diversas etapas de realização deste trabalho de tese de doutorado.

Ao apoio e orientação recebidos através do Instituto Goethe em Mannheim, durante o aprendizado do alemão naquela cidade.

Aos da família Stoll que fizeram menos difícil minha estadia em Karlsruhe, juntamente com minha esposa e minhas filhas.

Aos amigos Marcelo, Rosângela, Ernani, Paula, Gilberto e Maria José pelas longas conversas que fizeram com que aqueles dias na Alemanha fossem mais agradáveis.

SUMÁRIO

	P.
DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
LISTA DE SIMBOLOS	vi
RESUMO	1
ABSTRACT	3
1 - INTRODUÇÃO	4
2 - TEORIA DO RAI0: REVISÃO DE CONCEITOS	13
2.1 EQUAÇÃO DA ELASTODINÂMICA	13
2.2 SOLUÇÃO ASSINTÓTICA	15
2.3 EQUAÇÃO EICONAL	15
2.4 EQUAÇÃO DE TRANSPORTE	17
2.5 SISTEMAS ESPECIAIS DE COORDENADAS	19
2.5.1 Sistema de Coordenadas do Raio	19
2.5.2 Sistema de Coordenadas Centrado no Raio	20
2.5.3 Sistema Cartesiano Local de Coordenadas	24
2.6 SISTEMA DE EQUAÇÕES DO RAI0	24
2.6.1 Equação da Trajetória do Raio	24
2.6.2 Equação do Tempo de Trânsito	25
2.7 APROXIMAÇÃO PARAXIAL DO RAI0	26
2.7.1 Sistema Dinâmico da Trajetória do Raio	26
2.7.2 Tempo de Trânsito Paraxial	29
2.8 CURVATURA DA FRENTE DE ONDA	30
2.9 ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO	31

3 - IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO EM MEIOS HORIZONTALMENTE ESTRATIFICADOS	33
3.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	33
3.2 CONFIGURAÇÃO FONTE (GEOFONE) COMUM	37
3.3 CONFIGURAÇÃO PONTO DE REFLEXÃO COMUM	40
3.3.1 Relação com a Técnica NMO	43
3.3.2 Efeitos de Alongamento do Sinal	46
3.4 CONFIGURAÇÃO AFASTAMENTO NULO	47
3.4.1 Análise do Modelo de Duas Camadas	51
3.5 ANÁLISE DE EXATIDÃO DA APROXIMAÇÃO GEOMÉTRICA	52
4 - IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO EM MEIOS HETEROGÊNEOS	60
4.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	60
4.2 ELEMENTO DE FONTE (RECEPTOR) COMUM(EF(R)C)	61
4.2.1 A Correção do Tempo de Trânsito	61
4.2.2 Algoritmo de Processamento	66
4.2.3 Exemplo de Aplicação	67
4.3 ELEMENTO DE REFLEXÃO COMUM (ERC)	74
4.3.1 Correção do Tempo de Trânsito	74
4.3.2 Fator Espalhamento Geométrico	79
4.3.3 Parâmetro de Assimetria - α	80
4.3.4 O Parâmetro α e o Tempo de Trânsito	87
4.3.5 Comparação com a Técnica DMO	88
4.3.6 Condições de Contorno para o Parâmetro α	90
4.3.7 Medida de Dispersão de Pontos Refletores	97
4.3.8 Algoritmo de Processamento	99
4.3.9 Exemplo de Aplicação	102
4.4 ELEMENTO DE EVOLUTA COMUM (EEC)	110
4.4.1 Correção do Tempo de Trânsito	110
4.4.2 Algoritmo de Processamento	112
5 - FORMULAÇÃO UNIFICADA PARA OS MÉTODOS DE IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO	114
5.1 A EVOLUTA OU CÁUSTICA DE FRENTE DE ONDA	114
5.2 CORREÇÃO LOCAL DO TEMPO	117
5.3 FORMULAÇÃO UNIFICADA DO TEMPO DE TRÂNSITO	120
6 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	122

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	126
A - SÉRIE DE DADOS MARMOUSI	131
A.1 O MODELO MARMOUSI	131
A.2 OS DADOS SISMICOS SINTÉTICOS	132
B - HOMEOMORFISMO	137
B.1 DEFINIÇÃO DE TOPOLOGIA	137
B.2 ESPAÇO TOPOLÓGICO	137
B.3 HOMEOMORFISMO	139
C - FATOR ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO	140
C.1 MODELO REFLETOR EXPLODINDO	140
C.2 MODELO ONDA NIP-SINTONIZADO	140
C.3 MODELO REFLETOR SINTONIZADO	141
C.4 CÁLCULO DO ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO	141
C.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	142

LISTA DE SIMBOLOS

σ_{ij} – Tensor Tensão Cartesiano de segunda ordem.

e_{ij} – Tensor Deformação Cartesiano de segunda ordem.

c_{ijkl} – Tensor da Constante Elástica Cartesiano de quarta ordem.

λ, μ – Parâmetros de Lamé.

ρ – Função densidade do meio.

$x_j (j = 1, 2, 3)$ – Sistema de coordenadas Cartesianas geral.

ω – Frequência angular do sinal.

t – Variável independente do tempo.

$u(x_j, \omega, t)$ – Vetor deslocamento da partícula.

$\tau(x_j)$ – Tempo da propagação da frente de onda.

\mathbf{p} – Vetor da vagarosidade.

v – Velocidade de propagação do campo de ondas.

v_s – Velocidade de propagação da onda S.

v_p – Velocidade de propagação da onda P.

Γ – Matriz de Christofel.

$\mathbf{g}^{(1)}, \mathbf{g}^{(2)}, \mathbf{g}^{(3)}$ – Autovetores da matriz de Christofel.

$\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3$ – Autovalores da matriz de Christofel.

$\eta_j (j = 1, 2, 3)$ – Sistema de coordenadas do raio, não ortogonal.

\mathbf{r} – Vetor posição de um ponto no raio Ω .

$\mathbf{e}_j (j = 1, 2, 3)$ – Bases do sistema de coordenadas centrado no raio.

$q_j (j = 1, 2, 3)$ – Sistema de coordenadas centrado no raio.

$\mathbf{n}, \mathbf{b}, \mathbf{t}$ – Vetores unitários relacionados com o raio, normal, binormal e tangente, respectivamente.

- ψ – Ângulo formado entre o vetor binormal \mathbf{b} , e o vetor unitário \mathbf{e}_2 .
- \mathbf{r}_o – Vetor posição de um ponto qualquer na vizinhança do raio Ω .
- T – Torsão do raio.
- K – Curvatura do raio.
- $y_j (j = 1, 2, 3)$ – Sistema de coordenadas Cartesianas local, com origem em um ponto qualquer do raio.
- R – Raio de curvatura da frente de onda em um ponto qualquer do raio.
- $J_{||}$ – Espalhamento geométrico no plano do modelo.
- x_s, x_g – Coordenadas Cartesianas da fonte e geofone, medidos ao longo do eixo x_1 .
- $t(x_1)$ – Representação funcional da curva de tempo de trânsito.
- Δt – Correção local do tempo para a curva tempo de trânsito.
- t_o – Tempo de referência para a correção local do tempo.
- v_o – Velocidade da onda compressional nas proximidades da superfície de observação.
- x_o – Coordenada Cartesiana do ponto central.
- x_s – Coordenada Cartesiana da fonte em relação à origem no ponto central.
- x_g – Coordenada Cartesiana do geofone em relação à origem no ponto central.
- ΔX – Afastamento da fonte à esquerda do ponto central.
- ΔX – Afastamento geofone à direita do ponto central.
- R_o^s – Raio de curvatura da frente de onda refletida (real), no método elemento de fonte comum.
- R_o^r – Raio de curvatura da frente de onda hipotética, no método elemento refletor comum.
- R_o^e – Raio de curvatura da frente de onda hipotética, no método elemento de evoluta comum.
- V_{rms} – Velocidade Média Quadrática (root-mean-square).
- h_f – Profundidade de focalização no imageamento homeomórfico.
- ρ_o – Raio de curvatura do refletor em um meio horizontalmente estratificado.

- α – Parâmetro de assimetria para a distribuição de fontes e geofones no método elemento refletor comum.
- $f(t)$ – Frequência instantânea do sinal.
- ΔL – Medida de dispersão de pontos refletores para um refletor inclinado em meio de velocidade constante.
- x_m – Coordenada Cartesiana do ponto médio.
- x_d – Meio afastamento entre as posições de fonte e geofone.
- $L(\gamma)_{||}$ – Fator espalhamento geométrico observado no plano do modelo.
- $t(x_m, x_d)$ – Representação funcional no domínio do ponto médio e do meio afastamento da superfície de tempo de trânsito.
- \mathcal{F} – Fator de alongamento do sinal, após correção da curva tempo de trânsito.
- κ – Razão de curvatura da frente de onda.
- μ_c – Parâmetro de corte, para a correção local do tempo.
- T_d – Período dominante no sinal.
- f_d – Frequência dominante no sinal.
- Δt_c – Valor de tolerância para a correção local do tempo a ser aplicada na curva tempo de trânsito.
- β_o – Ângulo de emergência da frente de onda.
- ℓ – Perturbação sofrida pelo raio de curvatura da frente de onda ao redor do ponto central.
- ρ_o – Raio de curvatura da cáustida de uma frente de onda arbitrária.
- q^+, q^- – Parâmetros que particularizam o formalismo unificado de imageamento homeomórfico, segundo diferentes métodos de imageamento.
- $u(x_o, t_o)$ – Representação funcional no domínio do ponto central e tempo de referência, da seção empilhada no imageamento homeomórfico.
- $\nabla \cdot$ – Operador matemático do divergente.
- $\nabla \times$ – Operador matemático do rotacional.

∇ – Operador matemático do gradiente.

δ_{ij} – Delta de Kronecker.

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma nova técnica para a realização do empilhamento sísmico, aplicada ao problema do imageamento de refletores fixos em um meio bidimensional, suavemente heterogêneo, isotrópico, a partir de dados de reflexão. Esta nova técnica chamada de imageamento homeomórfico tem como base a aproximação geométrica do raio e propriedades topológicas dos refletores. São utilizados, portanto, os conceitos de frente de onda, ângulo de incidência, raio de curvatura da frente de onda, cáustica e definição da trajetória do raio; de tal modo que a imagem obtida mantém relações de homeomorfismo com o objeto que se deseja imagear.

O empilhamento sísmico é feito, nesta nova técnica de imageamento, aplicando-se uma correção local do tempo, Δt , ao tempo de trânsito, t , do raio que parte da fonte sísmica localizada em x_s , reflete-se em um ponto de reflexão, C_o , sendo registrado como uma reflexão primária em um geofone localizado em x_g , em relação ao tempo de referência t_o no sismograma, correspondente ao tempo de trânsito de um raio central. A fórmula utilizada nesta correção temporal tem como parâmetros o raio de curvatura R_o , o ângulo de emergência β_o da frente de onda, no instante em que a mesma atinge a superfície de observação, e a velocidade v_o considerada constante nas proximidades da linha sísmica.

Considerando-se uma aproximação geométrica segundo um círculo para a frente de onda, pode-se estabelecer diferentes métodos de imageamento homeomórfico dependendo da configuração de processamento. Sendo assim tem-se: 1) Método Elemento de Fonte (Receptor) Comum (EF(R)C). Utiliza-se uma configuração onde se tem um conjunto de sismogramas relacionado com uma única fonte (receptor), e considera-se uma frente de onda real (de reflexão); 2) Método Elemento de Reflexão Comum (ERC). Utiliza-se uma configuração onde um conjunto de sismogramas é relacionado com um único ponto de reflexão, e considera-se uma frente de onda hipoteticamente originada neste ponto; 3) Método Elemento de Evoluta Comum (EEC). Utiliza-se uma configuração onde cada sismograma está relacionado com um par de fonte e geofone coincidentemente posicionados na linha sísmica, e considera-se uma frente de onda hipoteticamente originada no centro de curvatura do refletor. Em cada um desses métodos tem-se como resultados uma seção sísmica empilhada, $u(x_o, t_o)$; e outras duas seções denominadas de radiusgrama, $R_o(x_o, t_o)$, e angulograma, $\beta_o(x_o, t_o)$, onde estão os valores de raios de curvatura e ângulos de emergência da frente de onda considerada no

instante em que a mesma atinge a superfície de observação, respectivamente.

No caso do método denominado elemento refletor comum (ERC), a seção sísmica resultante do empilhamento corresponde a seção afastamento nulo. Pode-se mostrar que o sinal sísmico não sofre efeitos de alongamento como consequência da correção temporal, nem tão pouco apresenta problemas de dispersão de pontos de reflexão como consequência da inclinação do refletor, ao contrário do que acontece com as técnicas de empilhamento que tem por base a correção NMO. Além disto, por não necessitar de um macro modelo de velocidades a técnica de imageamento homeomórfico, de um modo geral, pode também ser aplicada a modelos heterogêneos, sem perder o rigor em sua formulação.

Aqui também são apresentados exemplos de aplicação dos métodos elemento de fonte comum (EFC) (KEYDAR, 1993), e elemento refletor comum (ERC) (STEENTOFT, 1993), ambos os casos com dados sintéticos. No primeiro caso, (EFC), onde o empilhamento é feito tendo como referência um raio central arbitrário, pode-se observar um alto nível de exatidão no imageamento obtido, além do que é dada uma interpretação para as seções de radiusgrama e angulograma, de modo a se caracterizar aspectos geométricos do model geofísico em questão. No segundo caso, (ERC), o método é aplicado a série de dados Marmousi, gerados pelo método das diferenças finitas, e o resultado é comparado com aquele obtido por métodos convencionais (NMO/DMO) aplicados aos mesmos dados. Como consequência, observa-se que através do método ERC pode-se melhor detectar a continuidade de refletores, enquanto que através dos métodos convencionais caracterizam-se melhor a ocorrência de difrações. Por sua vez, as seções de radiusgrama e angulograma, no método (ERC), apresentam um baixo poder de resolução nas regiões do modelo onde se tem um alto grau de complexidade das estruturas.

Finalmente, apresenta-se uma formulação unificada que abrange os diferentes métodos de imageamento homeomórfico citados anteriormente, e também situações mais gerais onde a frente de onda não se aproxima a um círculo, mas a uma curva quadrática qualquer.

ABSTRACT

This thesis presents a new technique for seismic stacking called homeomorphic imaging, which is applicable to the imaging of seismic reflectors in a bidimensional, inhomogeneous and isotropic medium. This new technique is based on ray geometrical approximation and topological properties of reflection surfaces. For this purpose the concepts of wavefront, incidence angle, radius and caustic of wavefront and ray trajectory are used.

Considering a circle as the geometrical approximation of the wavefront in propagation, it is possible to define different homeomorphic imaging methods, depending on processing configuration. In this way, the following methods are possible: 1) Common Source (Receiver) Element (CS(R)E), which relate to a set of seismograms with a single source (receiver) and a real reflected wavefront is considered; 2) Common-Reflecting-Element (CRE), which relate to a set of seismograms with a single reflection point and a wavefront hypothetically generated in the same reflection point is considered; 3) Common Evolute Element (CEE), which relate to a set of seismograms with each pair of source and geophone located in the same point on the seismic line and a wavefront hypothetically generated in the curvature center of the reflector is considered. In the first method is obtained a stacked seismic section using arbitrary central rays. In the last two methods the result is a zero-offset seismic section. These methods give also other two sections called radiusgram and anglegram, the latter being emergence angles and the former radii of wavefront in the moment that it reaches the observational surface.

The seismic stacking is made using a local correction-time applied to the travel time of a ray that leaves the source, and after reflection, is registered as a primary reflection at a geophone, in relation to the reference time which is the travel time of the central ray. The formula used for the temporal correction depends on the radius, the emergence angle of the wavefront and the velocity which is considered constant near the seismic line. It is possible to show that in this new technique the registered signal is not submitted to stretch effects as a consequence of the temporal correction, furthermore there is no problem with reflector point dispersal as a consequence of dip reflectors, in contrast with the techniques that are based on NMO/DMO. In addition, considering that no a priori knowledge of a macromodel is necessary but the velocity near the seismic line, the homeomorphic imaging can be applied to inhomogeneous models without losing the strictness of the formulation.

1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma nova técnica de imageamento sísmico, com base na aproximação geométrica do raio para o campo de ondas e propriedades topológicas de superfícies refletoras. Para tanto, são utilizados os conceitos de frente de onda, ângulo de incidência e raio de curvatura da frente de onda, cáustica e a definição da trajetória do raio. Estes conceitos são aplicados de tal modo a se obter como resultado uma seção imagem da estrutura geológica em subsuperfície no domínio do tempo; e outras duas seções denominadas radiusgrama e angulograma, as quais correspondem aos valores de raios de curvatura e ângulos de emergência da frente de onda em um ponto na superfície de medidas. Quando a referida frente de onda é hipoteticamente originada no ponto de reflexão, tem-se o método de imageamento denominado elemento refletor comum; quando a frente de onda é hipoteticamente originada na evoluta do refletor, tem-se o método elemento de evoluta comum; no caso em que se considera a frente de onda refletida (real), tem-se o método elemento de fonte (receptor) comum. Nesta teoria cada ponto na seção imagem possui uma relação um-para-um com cada ponto de reflexão em subsuperfície, o que garante um mapeamento homeomórfico do refletor. Uma descrição sobre relações de homeomorfismo é vista neste trabalho no apêndice A.

O problema apresentado no parágrafo acima está inserido dentro da classe de problemas de inversão em sísmica e que utilizam conceitos da teoria do raio como suporte. De um modo geral, a solução do problema inverso para dados de reflexão sísmica é o resultado de um conjunto de procedimentos separados entre si, os quais após serem aplicados e individualmente analisados, têm como objetivo final a obtenção de uma imagem real da estrutura geológica em subsuperfície. A existência de um modelo inicial contendo todas as informações a priori disponíveis, denominado macro modelo de velocidades, constitui elemento fundamental para se atingir o objetivo final do imageamento, com base em teorias tradicionais aplicadas ao processamento de dados de reflexão sísmica.

O problema inverso sísmico pode ser então dividido em duas etapas: a primeira diz respeito a estimativa de um modelo de velocidades para a estrutura geológica em subsuperfície e a segunda corresponde a obtenção do imageamento desejado, além de atributos do refletor. O alto grau de dependência existente entre estas duas etapas contribui para a instabilidade deste processo de inversão. HUBRAL & KREY (1980) apresentaram uma extensa discussão sobre

este problema, bem como algoritmos capazes de estabelecer uma relação entre os parâmetros da frente de onda e o modelo de velocidades em subsuperfície.

O mapeamento de refletores de ondas sísmicas foi substancialmente aperfeiçoado com a introdução da técnica CMP (common-mid-point)¹ pelo trabalho de MAYNE (1962), que estabelece uma geometria no levantamento de dados sísmicos, de modo que cada ponto refletor é aproximadamente amostrado por múltiplos pares de fontes e geofones localizados em diferentes pontos ao longo da linha sísmica e tendo um ponto médio comum, Figura 1.1.

Isto possibilita a obtenção do sismograma correspondente a um ponto refletor a partir do empilhamento de diferentes registros, produzindo um realce das reflexões primárias e a supressão de ruídos existentes no sinal. Este processo pode ser interpretado como uma transformação dos dados do domínio CMP para o domínio afastamento-nulo, isto é, os sismogramas registrados em diferentes posições ao longo da linha sísmica e relacionados com um ponto refletor em profundidade são somados e o resultado colocado no ponto médio entre fonte e receptor. O conjunto de operações necessárias para a realização desta transformação pode ser resumida nas seguintes etapas: 1) identificação das reflexões primárias no sinal sísmico no domínio CMP; 2) aplicação da correção dinâmica (normal moveout - NMO²) a fim de compensar o atraso no tempo de chegada do sinal no domínio CMP; e 3) empilhamento dos diferentes sismogramas correspondentes a diferentes posições de observação.

Importantes aspectos da correção dinâmica e do processo de empilhamento do sinal sísmico podem ser analisados usando-se os princípios da ótica geométrica. Com base nesta teoria os componentes de alta-frequência do campo de ondas são aproximados através das trajetórias de raios (ČERVENÝ & RAVINDRA, 1971; ČERVENÝ, 1987; KRAVTSOV & ORLOV, 1990). Assim, os tempos de chegadas observados na curva tempo distância no domínio CMP, podem ser interpretados como resultantes da trajetória de uma família de raios, cada raio correspondendo a diferentes pares de fonte-geofone ao longo da linha sísmica, e tendo aproximadamente um ponto de reflexão comum em subsuperfície.

LEVIN (1971) usando a aproximação geométrica dos raios em um modelo tridimensional de velocidade constante com um refletor inclinado, determinou a relação entre a velocidade

¹Esta técnica foi originalmente denominada CDP (common-deph-point), e admitia a existência de um único ponto refletor em profundidade, para um conjunto de pares fonte-geofone simetricamente distribuídos em superfície. Isto foi verificado ser verdade apenas para o caso de refletores horizontais; no caso de refletores inclinados não existe um ponto comum de reflexão, porém uma distribuição areal de pontos refletores. Deste modo, o termo CMP (common-mid-point) é mais apropriado por admitir apenas que fontes e geofones estão simetricamente distribuídos em torno do ponto médio na superfície. Também é utilizado como alternativa o termo common-datum-point para denominar a distribuição de fonte-geofone CDP.

²A correção NMO corresponde a um termo de correção aplicado a curva tempo-distância, restrito ao caso de um meio com velocidade constante sobre um refletor horizontal.

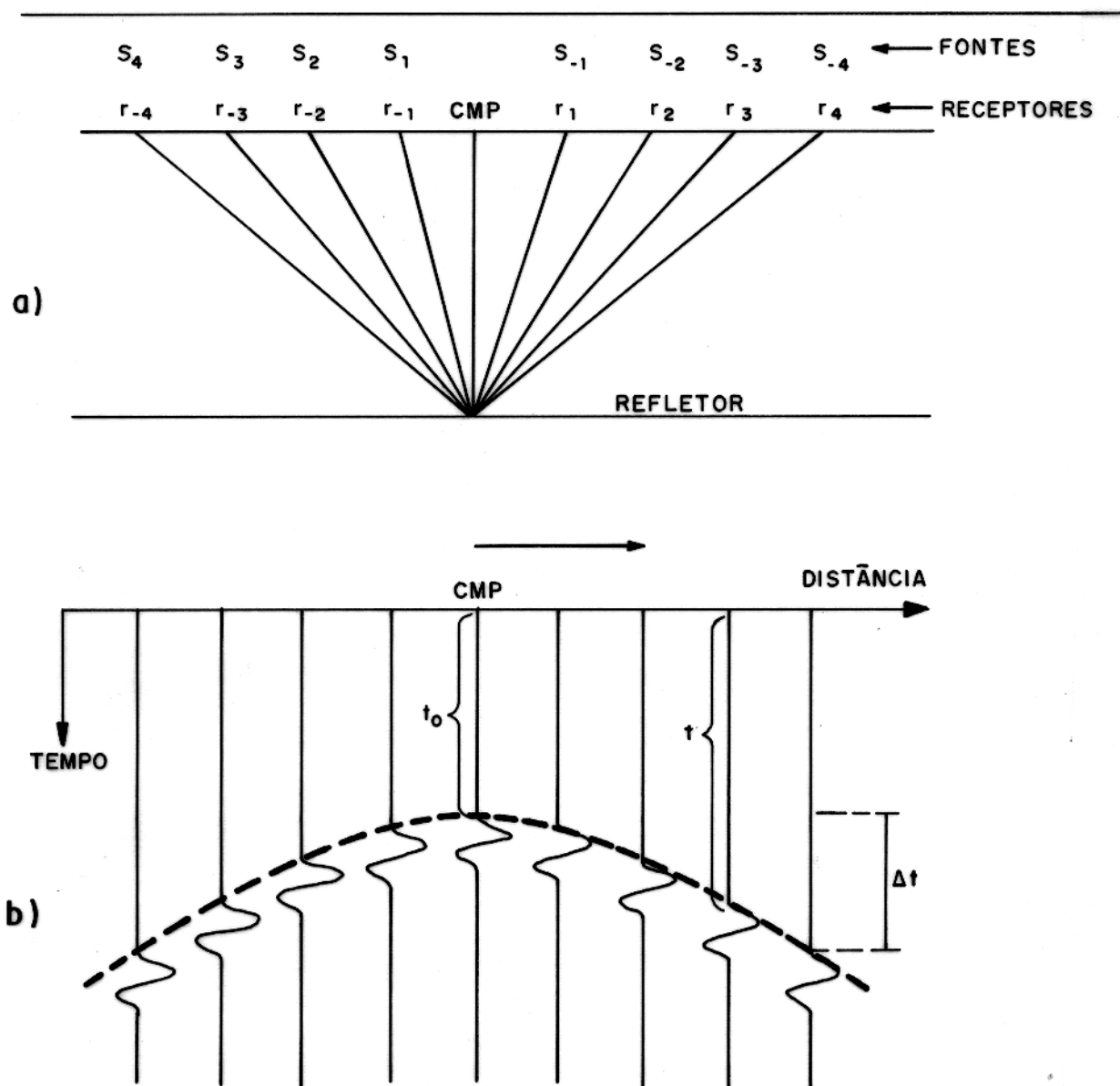


Figura 1.1 - a) Esquema de raios para o domínio CMP. b) Curva de tempo de trânsito. Ambos para o caso de um refletor horizontal em um meio de velocidade constante (ROBISON, 1983, adaptado).

usada no modelamento e a velocidade necessária para a correção dinâmica. Esta relação depende do ângulo de mergulho do refletor e do ângulo entre a direção do perfil e a linha de mergulho do refletor. Neste caso, a velocidade aparente chamada velocidade-NMO, utilizada na correção dinâmica, será sempre maior ou igual à verdadeira velocidade do meio de propagação. DIENSTEL (1971) abordou aspectos relativos à velocidade-NMO usando um modelo bidimensional definido por um ponto difrator em um meio de velocidade constante, concluindo que se os dados no domínio CMP não estiverem diretamente centrados sobre o ponto difrator, a velocidade aparente sempre apresentará valores maiores que o seu valor real. SHAH (1973) usando um modelo bidimensional, com multi-camadas inclinadas, e ângulos arbitrários, apresentou uma expressão para o cálculo da velocidade-NMO como função do raio de curvatura e do ângulo de emergência da frente de onda na superfície, após reflexão normal em um horizonte refletor. Além disto, mostrou como obter o raio de curvatura desta frente de onda a partir da geometria da trajetória do raio sísmico. KREY (1976) generalizou os resultados de SHAH (1973) para o caso de múltiplas camadas, com ângulos arbitrários em três dimensões. HUBRAL (1976) apresentou uma formulação para o cálculo do raio de curvatura da frente de onda em qualquer ponto da trajetória do raio, para um modelo de camadas inclinadas tri-dimensional, e utilizou estes resultados no modelamento do experimento CMP. Segundo HUBRAL (1979) e (1980), a determinação do raio de curvatura da frente de onda foi realizada a partir do sistema dinâmico de equações da trajetória do raio.

O problema da correção NMO quando da ocorrência de refletores não horizontais tem sido alvo de muita atenção nos últimos anos. A correção NMO perde resolução quando aplicada a dados originados por refletores inclinados, Figura 1.2a, e grandes afastamentos. A fim de corrigir os efeitos de ângulos, foi introduzido o método denominado DMO (Dip-moveout) por DEREGOWSKI & ROCCA (1981), HALE (1984), DEREGOWSKI (1986), BIONDI & RONEY (1987), FOREL & GARDNER (1988). Este método tem por base a descrição geométrica da trajetória dos raios, em um modelo onde o refletor é considerado a superposição construtiva de pontos difratores em um meio de velocidade constante, a partir do qual é definido um termo na correção dinâmica responsável pelo ajuste do efeito produzido pelo ângulo do refletor. Seguindo esta mesma filosofia, BOLONDI et al. (1982), SALVADOR & SAVELLI (1982) introduziram e aplicaram um operador sobre o sinal sísmico que realiza a transformação dos dados do domínio afastamento-comum (common-offset) para o domínio afastamento-nulo. Este operador pode ser aplicado tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência, sendo obtido a partir da solução de uma equação diferencial parcial, a qual envolve a variação do campo de ondas no domínio do tempo e do afastamento fonte-geofone. As técnicas DMO e continuação do afastamento foram analisadas em detalhe por BOLONDI & ROCCA (1985), concluindo que estes métodos apresentam como vantagens a

determinação de velocidades levando-se em conta a existência de refletores inclinados, alta-resolução espacial e redução de ruídos produzidos por problemas na amostragem.

Tendo também como objetivo, a definição de uma correção na curva tempo de trânsito em dados CMP, que levasse em consideração efeitos devidos a ângulos, YILMAZ & CLAERBOUT (1980) utilizam a solução da equação da onda em trajetória simples, para definir o chamado operador DSR (double-square-root), que no domínio do ponto médio pode ser separado em dois termos, um envolvendo apenas efeitos de migração e outro envolvendo efeitos da correção dinâmica. A análise do erro desta separação permitiu uma equação para realização da chamada migração parcial pre-empilhamento. O resultado obtido é uma seção empilhada de afastamento nulo, com correção de ângulos de mergulho de refletores.

Os principais problemas detectados com a utilização da técnica NMO no empilhamento sísmico são:

- 1. Dispersão de pontos refletores devido a inclinação de interfaces, o que compromete a hipótese de um único ponto refletor em profundidade.**
- 2. Alongamento do sinal devido a dependência do termo de correção do tempo em relação a um tempo de referência.**

Ainda considerando-se a aproximação dos raios, DE BAZELAIRE (1988) apresentou um novo método baseado em princípios da ótica geométrica, que tem por objetivo oferecer uma alternativa para a correção dinâmica em meios estratificados. As relações formais entre este método proposto por de Bazelaire e os métodos de imageamento homeomórfico são analisadas no presente trabalho.

Como parte do problema inverso aqui abordado, a migração em suas diferentes formas de aplicação pré- e pós-empilhamento, constitui a etapa através da qual se obtém uma imagem da estrutura geológica mais próxima da realidade. A fim de concretizar tal objetivo a migração pós-empilhamento utiliza informações quanto ao modelo de velocidades obtidas durante a etapa da análise de velocidades, e seções sísmicas resultantes do empilhamento no domínio CMP. Esta etapa conhecida então como migração no domínio do afastamento-nulo produz uma imagem final dos refletores em subsuperfície. Por sua vez, na migração pré-empilhamento nenhuma informação é utilizada advinda do domínio CMP, uma estimativa inicial do modelo de velocidades é requerida, a qual é aperfeiçoada conforme o aumento de resolução da imagem em sucessivos processos de migração de modo iterativo.

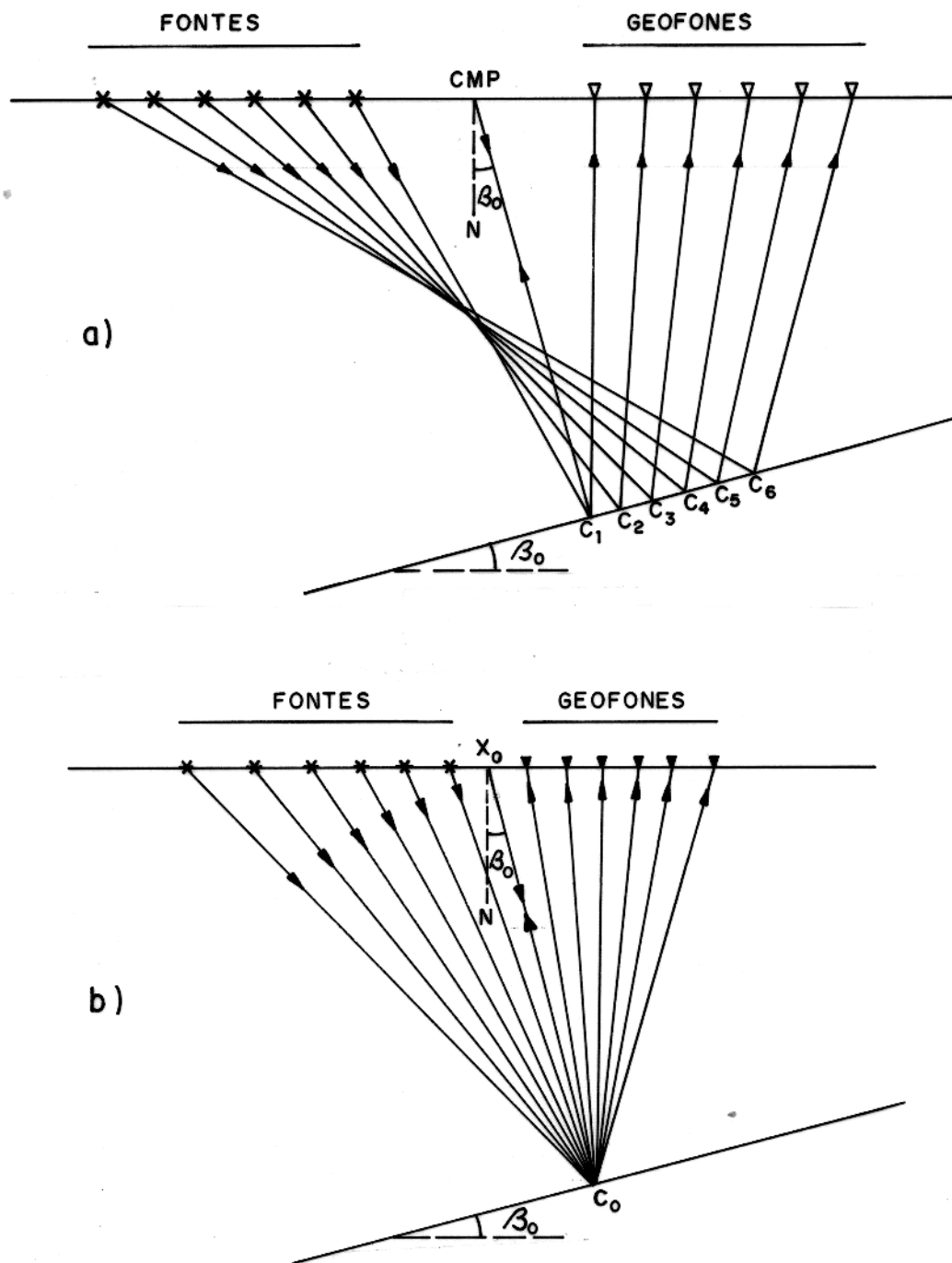


Figura 1.2 - a) Esquema de raios no domínio CMP para o caso de um refletor inclinado em um meio de velocidade constante. b) Esquema de raios no domínio de um elemento de reflexão comum (ERC) em um modelo de velocidade constante.

Originalmente, a migração foi realizada com o auxílio de curvas isócronas e formas hiperbólicas, pressuposto um modelo de velocidade constante ou com gradiente vertical (HAGEDOORN, 1954). Este método empírico de fazer a migração foi formalizado através do teorema integral de Kirchhoff (SCHNEIDER, 1978). O avanço computacional possibilitou a realização da migração tendo por base a solução da equação da onda através de técnicas numéricas (diferenças finitas) (DOHERTY & CLAERBOUT, 1976), e através do operador de Fourier (domínio da frequência e do número de onda) (STOLT, 1978).

Recentemente, a migração tem sido analisada através da aproximação de Born na solução do problema inverso, a partir da equação da onda acústica, e da definição da Transformada de Radon Generalizada (TRG) (MILLER et al., 1987; BLEISTEIN, 1987). De forma alternativa, a migração também tem sido estudada usando-se exclusivamente a aproximação geométrica dos raios como instrumento para descrição da propagação do campo de ondas, com a aplicação em meios heterogêneos suaves, na construção de seções de reflexão sísmica com verdadeiras amplitudes (HUBRAL et al., 1991; SCHLEICHER et al. 1993; TYGEL et al. 1993).

É importante notar que os métodos discutidos nos parágrafos anteriores, tanto para a realização da correção dinâmica como para a migração, necessitam de informações sobre o macro modelo de velocidades. Tais informações podem ser adquiridas na etapa análise de velocidades ou a partir de perfuração de poços na região de interesse.

Neste trabalho são apresentados novos métodos de imageamento sísmico que substitui a análise de velocidades pela análise dos parâmetros da frente de onda, localmente aproximada por um círculo. Utiliza-se, portanto, uma fórmula alternativa para realização da correção na curva de tempo de trânsito, que não depende do tempo de referência e leva em consideração efeitos devidos à inclinação do refletor (Figura 1.2b). Nesta técnica apenas a velocidade próxima à superfície de medidas deve ser conhecida a priori, sendo que a imagem obtida possui uma relação homeomórfica com o refletor desejado.

Estes métodos foram primeiro apresentados por GELCHINSKY (1988) e KOREN & GELCHINSKY (1989), RABEL et al. (1991), e posteriormente em GELCHINSKY et al. (1993), KEYDAR et al. (1993). E constituem uma nova aproximação geométrica para o empilhamento de dados sísmicos. Neste caso, tem-se a correção local do tempo de trânsito de um raio arbitrário em relação a um raio central, calculada por uma fórmula que depende do raio de curvatura e ângulo de emergência da frente de onda. A fim de obter-se tais valores ótimos de parâmetros é utilizado um critério de coerência sobre o conjunto de sismogramas a serem empilhados, distribuídos em configurações que atendam a relação de homeomorfismo entre o elemento de reflexão e sua imagem. A cada tipo de configuração escolhida tem-se um método diferente de imageamento homeomórfico.

A imagem homeomórfica de cada elemento de reflexão é obtida através do empilhamento da energia observada em uma dada configuração, como se a fonte de energia que dá origem a frente de onda, estivesse localizada no centro de curvatura da mesma. E por se basear apenas nas propriedades geométricas da frente de onda emergente na superfície de observação, a técnica de imageamento homeomórfico não necessita do traçado de raios, sendo prescindível qualquer informação sobre o macromodelo de velocidades, a não ser o valor da velocidade próximo a superfície de observação.

Aqui neste trabalho é apresentado um formalismo unificado para os seguintes métodos de imageamento homeomórfico: elemento de refletor comum (ERC), elemento de evoluta comum (EEC) e elemento de fonte (receptor) comum (ER(R)C). Tais métodos de imageamento que correspondem a diferentes configurações de processamento, são aplicáveis ao caso de um modelo bidimensional, quando os refletores são interfaces com curvaturas suaves subjacentes a um meio caracterizado por uma função suave de velocidades.

O presente trabalho é composto pelos seguintes capítulos:

1. **Introdução:** – o problema sísmico é apresentado e as diferentes técnicas de se obter o imageamento são descritas, enfatizando-se suas limitações. A técnica do imageamento homeomórfico é introduzida.
2. **Teoria do Raio: Revisão de Conceitos** – são apresentados conceitos fundamentais estabelecidos pela teoria do raio, segundo a qual os componentes de alta-frequência do campo de ondas são aproximados através da trajetória de raios.
3. **Imageamento Homeomórfico em Meios Horizontalmente Estratificados** – o formalismo dos métodos de imageamento homeomórfico é apresentado considerando-se diferentes situações, com base em modelos horizontalmente estratificados. É feita uma análise da exatidão das aproximações geométricas utilizadas, além de ser apresentado as relações existentes entre este formalismo e o formalismo utilizado no empilhamento NMO e o formalismo proposto pelo método de Bazelaire.
4. **Imageamento Homeomórfico em Meios Heterogêneos** – os diferentes métodos de imageamento homeomórfico são apresentados: Elemento de Fonte (Receptor) Comum (EF(R)C), Elemento de Refletor Comum (ERC), Elemento de Evoluta Comum (EEC). Neste métodos são considerados refletores suaves em um meio heterogêneo onde a velocidade é uma função suave da posição. Aqui também são discutidos exemplos para os métodos EF(R)C e ERC.
5. **Formulação Unificada para os Métodos de Imageamento Homeomórfico** –

é proposta uma formulação unificada para os diferentes métodos de imageamento homeomórfico, considerando-se uma geometria circular para a cáustica de frente de onda.

6. **Conclusões e Perspectivas** – são apresentadas as principais conclusões e indicadas as perspectivas de continuação deste trabalho.

7. **Referências Bibliográficas.**

8. **Apêndices** – A) Descrição da Série de Dados Marmousi; B) Conceito de Homeomorfismo; C) Fator Espalhamento Geométrico.

2 - TEORIA DO RAIOS: REVISÃO DE CONCEITOS

A Teoria dos Raios tem por base a aproximação da solução da equação da onda elástica através da utilização de uma série assintótica, sendo esta aproximação tanto mais exata quanto mais alto for o conteúdo de frequência do campo observado ou, em outras palavras, que os comprimentos de onda envolvidos sejam pequenos quando comparados com as dimensões características do meio. No caso de meios estratificados esta condição se traduz na hipótese de que os raios de curvatura das interfaces do modelo sejam relativamente maiores que os comprimentos de onda. Como, de um modo geral, nosso interesse está na discussão de aspectos cinemáticos do problema, a ênfase é dada às equações que descrevem as frentes de ondas e as trajetórias dos raios. Isto significa que as mudanças de comportamento do campo de ondas ao longo da trajetória são descritas predominantemente pelos seus termos de propagação.

2.1 EQUAÇÃO DA ELASTODINÂMICA

Neste capítulo é utilizado um sistema Cartesiano geral de coordenadas representado por x_j ($j = 1, 2, 3$) e de base ortogonal dada pelos vetores unitários (i_1, i_2, i_3). É de interesse neste trabalho a propagação do campo de ondas em um modelo bidimensional, suposto no plano (i_1, i_3), com os eixos coordenados positivamente orientados para a direita e para baixo, respectivamente. Desta forma, é suposta a independência da coordenada segundo a direção de $i_2 = i_1 \times i_3$, perpendicular ao plano do modelo.

A teoria clássica da elasticidade (ver, por exemplo, AKI & RICHARDS (1980), capítulo 2) se utiliza dos tensores de segunda ordem, σ_{ij} , denominado tensor de tensão e e_{ij} , denominado tensor de deformação, para descrever o deslocamento das partículas, U_i , em subsuperfície sob a condição de deslocamento infinitesimal. O tensor de deformação é definido por

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}) = e_{j,i}. \quad (2.1)$$

Para o tensor de tensão, vale a chamada lei de Hooke

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}e_{kl}, \quad (2.2)$$

que o relaciona linearmente com o tensor de deformação através do tensor de quarta ordem

c_{ijkl} , e especifica as propriedades elásticas do meio.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad e \quad e_{ij} = e_{ji}. \quad (2.3)$$

Para o tensor c_{ijkl} , como consequência, valem as simetrias

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}. \quad (2.4)$$

Deste modo, o número de componentes independentes do tensor c_{ijkl} é reduzido de 81 para 21.

Usando as condições de equilíbrio dinâmico, tem-se a equação do movimento dada como

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho U_{i,tt}, \quad (2.5)$$

onde $U_i = U_i(x_j, t)$ é a função deslocamento, $F_i = F_i(x_j, t)$ representa a densidade de forças externas aplicadas e ρ denota a função distribuição espacial de densidade no corpo e t é a variável independente representando o tempo.

Para um meio isotrópico o tensor c_{ijkl} pode ser descrito por apenas dois parâmetros espaciais e independentes, λ e μ , denominadas parâmetros de Lamé, a saber

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2.6)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker, i. e., $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$ e $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$.

Neste trabalho é considerada apenas a aplicação da solução assintótica da equação da onda, para o caso da propagação em meios perfeitamente elásticos e isotrópicos, constituídos por camadas não homogêneas contínuas. Isto permite escrever no interior de cada camada a equação da elastodinâmica como

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{U}) + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \nabla \lambda (\nabla \cdot \mathbf{U}) + \nabla \mu \times (\nabla \times \mathbf{U}) + 2(\nabla \mu \cdot \nabla) \mathbf{U}, \quad (2.7)$$

Na equação (2.7) não é considerado o termo que representa a fonte, ou seja, $F_i(x_j, t) = 0$. No domínio da frequência a equação (2.7) é dada por

$$\rho \omega^2 \mathbf{u} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \mu \times (\nabla \times \mathbf{u}) + 2(\nabla \mu \cdot \nabla) \mathbf{u}, \quad (2.8)$$

onde $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x_j, \omega)$ é a transformada de Fourier de $\mathbf{U}(x_j, t)$, dada por

$$\mathbf{u}(x_j, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{U}(x_j, t) e^{i\omega t} dt \quad (2.9)$$

2.2 SOLUÇÃO ASSINTÓTICA

No domínio da frequência, a teoria do raio busca encontrar uma solução assintótica para a equação (2.8), dada por (ČERVENÝ & RAVINDRA, 1971)

$$\mathbf{u}(x_j, \omega) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{u}^{(m)}(x_j) e^{i\omega\tau(x_j)} (-i\omega)^{-m}, \quad (2.10)$$

sendo que para valores negativos de ω utiliza-se o complexo conjugado da série. Nesta última expressão, tem-se que $i = \sqrt{-1}$, e $\mathbf{u}^{(m)}(x_j)$ são funções complexas a determinar e representam os coeficientes de amplitude da série. Da mesma forma $\tau(x_j)$ representa a função tempo de trânsito. Estas funções possuem a importante característica de não dependerem de ω .

A superfície definida pela relação $t = \tau(x_j)$, é dominada frente de onda. O vetor \mathbf{p} , perpendicular à frente de onda, representado por

$$\mathbf{p} = \nabla\tau(x_j) \quad (2.11)$$

é chamado vetor vagarosidade.

O caráter assintótico desta série de potências pressupõe que para um fixado valor máximo de m , a precisão da aproximação cresce com o crescimento da frequência angular ω . Isto não significa que a série possui, de modo geral, convergência garantida. Por outro lado, para um dado valor fixo de ω a precisão da série não aumenta com a utilização de um maior número de termos. Estudos sobre esta série de potências com aplicação a teoria do raio podem também ser encontrados em ČERVENÝ (1987) e KRAVTSOV & ORLOV (1990).

2.3 EQUAÇÃO EICONAL

Nesta seção os parâmetros λ , μ e ρ nas equações (2.7) e (2.8), juntamente com suas derivadas, são admitidos como funções contínuas das coordenadas espaciais, de modo que é excluído o caso da existência de interfaces. É também admitido que estes parâmetros não variam muito rapidamente em pequenas distâncias, e que $\tau(x_j)$ na série (2.10) é uma função analítica. É suposto ainda que $\nabla\tau \neq 0$ e $\mathbf{u}^{(0)} \neq 0$.

Substituindo-se a série assintótica (2.10) em (2.8), tem-se que (ČERVENÝ & RAVINDRA, 1971)

$$\sum_{m=0}^{\infty} (i\omega)^{-m} \{ (i\omega)^2 \mathbf{n}(\mathbf{u}^{(m)}) - i\omega \mathbf{m}(\mathbf{u}^{(m)}) + \mathbf{l}(\mathbf{u}^{(m)}) \} = 0, \quad (2.12)$$

onde

$$\mathbf{n}(\mathbf{u}^{(m)}) = -\rho\mathbf{u}^{(m)} + (\lambda + \mu)(\mathbf{u}^{(m)} \cdot \nabla\tau)\nabla\tau + \mu(\nabla\tau)^2\mathbf{u}^{(m)}, \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(\mathbf{u}^{(m)}) &= (\lambda + \mu)\{\nabla(\mathbf{u}^{(m)} \cdot \nabla\tau) + \nabla\tau(\nabla \cdot \mathbf{u}^{(m)})\} \\ &\quad + \mu\{2(\nabla\tau \cdot \nabla)\mathbf{u}^{(m)} + (\nabla^2\tau)\mathbf{u}^{(m)}\} \\ &\quad + \nabla\lambda(\mathbf{u}^{(m)} \cdot \nabla\tau) + \nabla\mu \times (\nabla\tau \times \mathbf{u}^{(m)}) \\ &\quad + 2(\nabla\mu \cdot \nabla\tau)\mathbf{u}^{(m)}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{l}(\mathbf{u}^{(m)}) &= (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^{(m)}) + \mu\nabla^2\mathbf{u}^{(m)} + \nabla\lambda(\nabla \cdot \mathbf{u}^{(m)}) \\ &\quad + \nabla\mu \times (\nabla \times \mathbf{u}^{(m)}) + 2(\nabla\mu \cdot \nabla)\mathbf{u}^{(m)}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

A fim de satisfazer a equação (2.12) para qualquer valor de ω , deve-se impor as condições,

$$\mathbf{n}(\mathbf{u}^{(0)}) = 0 \quad (2.16)$$

$$\mathbf{n}(\mathbf{u}^{(1)}) - \mathbf{m}(\mathbf{u}^{(0)}) = 0 \quad (2.17)$$

$$\mathbf{n}(\mathbf{u}^{(m)}) - \mathbf{m}(\mathbf{u}^{(m-1)}) + \mathbf{l}(\mathbf{u}^{(m-2)}) = 0 \quad (m \geq 2). \quad (2.18)$$

O sistema de equações formado por (2.16), (2.17) e (2.18) pode ser reescrito de forma unificada introduzindo-se as definições $\mathbf{u}^{(-1)} = 0$ e $\mathbf{u}^{(-2)} = 0$, de modo que

$$n_i(\mathbf{u}^{(m)}) - m_i(\mathbf{u}^{(m-1)}) + l_i(\mathbf{u}^{(m-2)}) = 0. \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.19)$$

Utilizando-se apenas o termo de ordem zero da série assintótica, pode-se escrever a equação (2.13) na forma alternativa (ČERVENÝ, 1987)

$$n_i(\mathbf{u}^{(0)}) = c_{ijkl}\tau_j\tau_l u_k^{(0)} - \rho u_i^{(0)} = 0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2.20)$$

onde $\tau_j = \frac{\partial\tau}{\partial x_j}$, e o tensor c_{ijkl} é dado então pela equação (2.6). Introduzindo-se a matriz elastodinâmica

$$\Gamma_{ik}(\tau_j, x_j) = (\rho)^{-1}c_{ijkl}\tau_j\tau_l, \quad (2.21)$$

podemos escrever a equação (2.20) na forma matricial

$$(\Gamma_{ik} - \delta_{ik})u_k = 0. \quad (2.22)$$

A matriz Γ possui a importante propriedade de ser positiva e definida (ČERVENÝ, 1987). Isto implica que seus autovalores são reais (nem todos distintos), sendo também reais seus auto-valores. Além disto, os auto-vetores correspondentes a auto-valores distintos são ortogonais.

Os auto-valores \mathcal{G}_n e respectivos auto-vetores $\mathbf{g}^{(n)}$ são determinados pelas equações,

$$(\Gamma_{ik} - \mathcal{G}_n\delta_{ik})g_k^{(n)} = 0, \quad (n = 1, 2, 3) \quad (2.23)$$

No presente caso de meios isotrópicos, os auto-valores \mathcal{G}_n da matriz elastodinâmica, Γ_{ik} , são dados por (ČERVENÝ, 1987; cap. 7, pag. 30)

$$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_2 = v_s^2 \tau_{,i} \tau_{,i} \quad (2.24)$$

$$\mathcal{G}_3 = v_p^2 \tau_{,i} \tau_{,i}, \quad (2.25)$$

onde v_s e v_p são as velocidades das chamadas ondas transversais e longitudinais, dadas, respectivamente, por

$$v_s = \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2}, \quad v_p = \left[\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho} \right]^{1/2}. \quad (2.26)$$

Comparando-se as equações (2.22) e (2.23), pode-se afirmar que para satisfazer a equação (2.20) devemos ter auto-valores unitários, isto é,

$$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_2 = 1 \quad \text{ou} \quad \mathcal{G}_3 = 1. \quad (2.27)$$

Tendo em vista as equações (2.24) e (2.25), obtem-se então como resultado da condição expressa em (2.27) a chamada equação eiconal para o meio isotrópico, a saber

$$(\nabla \tau)^2 = \left(\frac{1}{v} \right)^2, \quad (2.28)$$

onde $v = v_s$ (ondas transversais) ou $v = v_p$ (ondas longitudinais), respectivamente.

O auto-vetor $\mathbf{g}^{(3)}$, relativo às ondas longitudinais, satisfaz à relação

$$\mathbf{g}^{(3)} = v_p \nabla \tau. \quad (2.29)$$

Enquanto que os outros dois auto-vetores $\mathbf{g}^{(1)}$ e $\mathbf{g}^{(2)}$, relativos às ondas transversais, satisfazem às relações de ortogonalidade

$$\mathbf{g}^{(2)} \cdot \nabla \tau = 0, \quad \mathbf{g}^{(1)} \cdot \nabla \tau = 0. \quad (2.30)$$

Isto significa que em meios isotrópicos, o vetor deslocamento da partícula no caso das ondas longitudinais, é polarizado na direção do vetor vagarosidade, enquanto que nas ondas transversais o vetor deslocamento é polarizado perpendicularmente ao vetor vagarosidade.

2.4 EQUAÇÃO DE TRANSPORTE

Como mencionado no início deste capítulo, consideramos um modelo bidimensional no plano $(\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_3)$, de modo a termos independência da segunda componente, paralela ao vetor \mathbf{i}_2 .

Ficamos reduzidos, então a dois auto-vetores em duas componentes, $\mathbf{g}^{(1)}$ e $\mathbf{g}^{(3)}$, nas direções de propagação das ondas SV e P, respectivamente.

O fator amplitude, $\mathbf{u}^{(m)}(x_j)$, do deslocamento, pode ser, então, decomposto na forma

$$\mathbf{u}^{(m)}(x_j) = u_1^{(m)} \mathbf{g}^{(1)} + u_3^{(m)} \mathbf{g}^{(3)}. \quad (2.31)$$

A aplicação do operador linear \mathbf{n} sobre os coeficientes $\mathbf{u}^{(m)}$, usando as propriedades da matriz elastodinâmica Γ_{ik} e de seus auto-valores (equações (2.23) e (2.27)), permite-nos escrever

$$\begin{aligned} n_i(\mathbf{u}^{(m)}) &= n_i(u_1^{(m)} \mathbf{g}^{(1)}) + n_i(u_3^{(m)} \mathbf{g}^{(3)}) \\ &= (\Gamma_{ik} g_k^{(1)} - g_i^{(1)}) u_1^{(m)} \rho + (\Gamma_{ik} g_k^{(3)} - g_i^{(3)}) u_3^{(m)} \rho \\ &= (\mathcal{G}_1 - 1) g_i^{(1)} u_1^{(m)} \rho + (\mathcal{G}_3 - 1) g_i^{(3)} u_3^{(m)} \rho. \end{aligned} \quad (2.32)$$

No caso de ondas P tem-se $\mathcal{G}_3 = 1$, enquanto que de ondas SV tem-se $\mathcal{G}_1 = 1$.

Por sua vez, a aplicação do operador \mathbf{m} , dado pela equação (2.14) pode ser escrita na forma

$$m_i(\mathbf{u}^{(m)}) = c_{ijkl} \tau_{jkl} u_{k,l}^{(m)} + (c_{ijkl} \tau_{kl} u_k^{(m)})_{,j}. \quad (2.33)$$

Usando o resultado obtido através da equação (2.32), segundo o qual

$$\mathbf{n}(\mathbf{u}^{(m)}) \cdot \mathbf{g}^{(n)} = 0, \quad (2.34)$$

onde n especifica o tipo de onda: $n = 1$, onda SV e $n = 3$, onda P, tem-se que a equação (2.17) multiplicada escalarmente pelo autovetor $\mathbf{g}^{(n)}$ resulta em,

$$m_i(\mathbf{u}^{(0)}) g_i^{(n)} = m_i(\mathbf{u}_n^{(0)} \mathbf{g}^{(n)}) g_i^{(n)} = 0. \quad (2.35)$$

Combinando-se as equações (2.32) e (2.35), bem como considerando-se válidas para o meio isotrópico

$$\begin{aligned} c_{ijkl} g_i^{(n)} g_k^{(n)} p_j &= (\lambda + \mu) (\mathbf{g}^{(n)} \cdot \mathbf{p}) g_l^{(n)} + \mu p_l \\ &= \begin{cases} \mu p_l = \rho v_s^2 p_l & : n = 1 \text{ (Onda-SV)} \\ (\lambda + 2\mu) p_l = \rho v_p^2 p_l & : n = 3 \text{ (Onda-P)} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Podemos escrever a equação (2.35) como

$$\frac{\partial u_n^{(0)}}{\partial x_i} v_n^2 p_i + \frac{u_n^{(0)}}{2\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_n^2 p_i) = 0, \quad (2.37)$$

onde v_n é a velocidade da onda P ($n = 3$) ou da onda SV ($n = 1$). Esta equação é denominada equação de transporte, cuja solução permite avaliar o deslocamento da partícula, segundo uma dada componente, ao longo da trajetória do raio em meio não homogêneo e isotrópico.

2.5 SISTEMAS ESPECIAIS DE COORDENADAS

Nesta seção são apresentados diferentes sistemas de coordenadas utilizados no estudo da propagação do campo de ondas tanto ao longo de um raio Ω , previamente definido, bem como em sua vizinhança. Estes sistemas de coordenadas são aqui tratados no caso mais geral tridimensional, entretanto como é de especial interesse deste trabalho o problema da propagação em um modelo bidimensional, o segundo eixo de coordenada será sempre tomado perpendicular ao plano do modelo, o qual coincide com o plano definido pelos outros dois eixos.

2.5.1 Sistema de Coordenadas do Raio

O sistema de raios ou família de raios no espaço tridimensional é definido através de um sistema arbitrário de coordenadas representado por (η_1, η_2, η_3) , que em geral, forma um sistema não-ortogonal de coordenadas. Cada raio neste sistema é especificado através das coordenadas (η_1, η_2) , assim denominados parâmetros do raio. A terceira coordenada η_3 pode ser qualquer parâmetro monotonicamente variável ao longo do raio definido pelos outros dois parâmetros. Deste modo, tem-se que a equação paramétrica do sistema de raios é dada, em geral, pela expressão

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\eta_1, \eta_2, \eta_3). \quad (2.38)$$

O parâmetro representado por η_3 , frequentemente, corresponde a extensão de arco s do raio selecionado Ω . Todavia, este parâmetro pode ser representado por outras quantidades ao longo do raio, como por exemplo o tempo de trânsito τ . Neste último caso a equação paramétrica do raio é dada como,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\eta_1, \eta_2, \tau), \quad (2.39)$$

caso o valor de τ seja constante, esta equação corresponde a superfície da frente de onda, caso (η_1, η_2) seja fixado e τ variável tem-se a equação paramétrica do raio Ω .

No caso de um modelo bidimensional, o raio Ω pode ser então representado da seguinte forma

$$\eta_1 = \gamma, \quad \eta_2 = 0, \quad \eta_3 = \tau, \quad (2.40)$$

onde γ e τ correspondem ao ângulo de partida do raio, medido em relação a uma superfície inicial, e ao tempo de trânsito ao longo do raio, respectivamente. Isto significa em particular, que o raio Ω possui componente nula ao longo da segunda coordenada.

2.5.2 Sistema de Coordenadas Centrado no Raio

O sistema de coordenadas centrado no raio é definido como segue: "Para qualquer raio Ω , pode ser introduzido o sistema de coordenadas centrado no raio (q_1, q_2, q_3) conectado com Ω do seguinte modo: A coordenada $q_3 = s$ corresponde ao comprimento de arco ao longo do raio Ω , medido a partir de um ponto de referência conhecido a priori. As coordenadas (q_1, q_2) formam um sistema de coordenadas Cartesianas bidimensional no plano perpendicular a Ω no ponto determinado por $q_3 = s$, com a origem situada neste ponto", (ČERVENÝ, 1987; cap. 5, pag. 3).

Como observado por HUBRAL (1979), a introdução deste sistema de coordenadas constitui um passo fundamental para o desenvolvimento da teoria destinada ao estudo da propagação do campo de ondas segundo a trajetória de raios e frentes de ondas.

O sistema de coordenadas centrado no raio possui uma base dada pelos vetores unitários $\mathbf{e}_1(s) = (e_1(s), 0, 0)^T$, $\mathbf{e}_2(s) = (0, e_2(s), 0)^T$ e $\mathbf{e}_3(s) = (0, 0, e_3(s))^T$, com

$$\mathbf{e}_1(s) = \mathbf{n} \cos \psi - \mathbf{b} \sin \psi, \quad (2.41)$$

$$\mathbf{e}_2(s) = \mathbf{n} \sin \psi + \mathbf{b} \cos \psi, \quad (2.42)$$

$$\mathbf{e}_3(s) = \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = \mathbf{t}, \quad (2.43)$$

onde \mathbf{t} é o vetor unitário tangente a trajetória de Ω no ponto O_s , enquanto que \mathbf{n} e \mathbf{b} representam os vetores unitários normal e binormal relativos ao vetor \mathbf{t} no mesmo ponto (Figura 2.1). Finalmente, ψ é o ângulo formado entre os vetores \mathbf{e}_1 e \mathbf{n} .

É importante ressaltar que este sistema especial de coordenadas depende do ponto selecionado no raio Ω . Deste modo, o vetor posição \mathbf{r} de um ponto qualquer na vizinhança do raio Ω , contido no plano do modelo, pode ser escrito na forma (Figura 2.2)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_o(0, 0, s) + q_1(s)\mathbf{e}_1(s) + q_2(s)\mathbf{e}_2(s), \quad (2.44)$$

onde $\mathbf{r}_o = \mathbf{r}_o(0, 0, s)$ representa o ponto do raio Ω determinado pela interseção do plano que passa pelo ponto especificado pelo vetor posição \mathbf{r} e o raio Ω , sendo perpendicular ao mesmo raio. Deste modo, no caso bidimensional que é de interesse deste trabalho, o plano do modelo é descrito pela condição $q_2(s) = 0$.

As chamadas fórmulas de Frenet obtidas a partir da geometria diferencial (CARMO, 1992) estabelecem que,

$$\frac{d\mathbf{n}}{ds} = \mathbf{T}\mathbf{b} - \mathbf{K}\mathbf{t}, \quad (2.45)$$

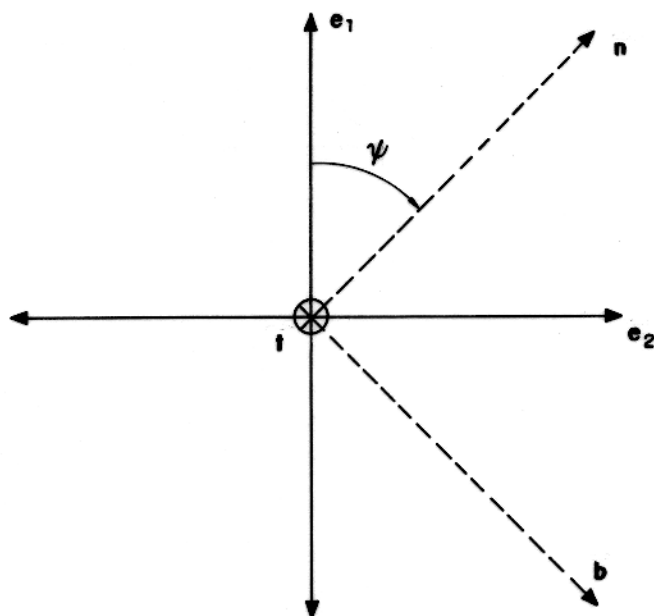


Figura 2.1 - Representação da tripla de vetores unitários t , n e b .

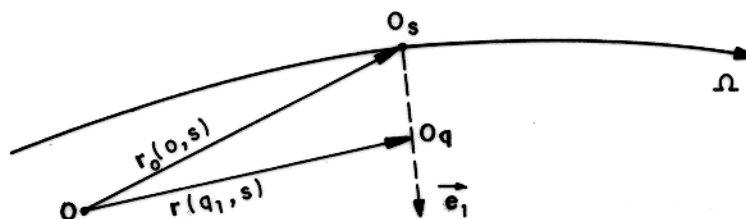


Figura 2.2 - Representação do vetor posição r de um ponto na vizinhança do raio Ω .

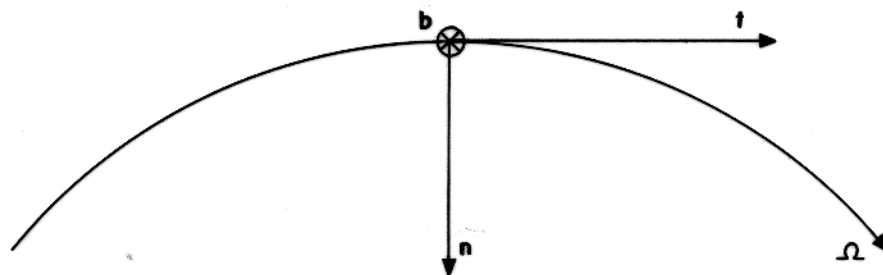


Figura 2.3 - Representação de um raio que se propaga ao longo de um único plano. Neste caso, tem-se que a ψ é constante e não existe torsão ao longo do raio, $T = 0$.

$$\frac{d\mathbf{b}}{ds} = -T\mathbf{n}, \quad (2.46)$$

$$\frac{d\mathbf{t}}{ds} = K\mathbf{n}, \quad (2.47)$$

onde T e K são a torsão e a curvatura do raio, respectivamente. Usando-se a relação $\frac{d\psi}{ds} = T$ e as equações (2.45), (2.46) e (2.47), as derivadas de $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{t})$ são dadas por,

$$\frac{d\mathbf{e}_1}{ds} = -K \cos \psi \mathbf{t}, \quad (2.48)$$

$$\frac{d\mathbf{e}_2}{ds} = -K \sin \psi \mathbf{t}, \quad (2.49)$$

$$\frac{d\mathbf{t}}{ds} = K(\mathbf{e}_1 \cos \psi + \mathbf{e}_2 \sin \psi). \quad (2.50)$$

Sob a hipótese de uma fonte linear, perpendicular ao plano do modelo e paralela ao eixo definido pelo vetor \mathbf{e}_2 , a Figura 2.3 apresenta o caso particular em que o raio se propaga no plano formado pelos vetores \mathbf{n} e \mathbf{t} , de modo que o vetor binormal \mathbf{b} permanece normal ao plano de propagação. Neste caso, tem-se que $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{b}$ e $\mathbf{e}_3 = \mathbf{t}$, e considera-se que a energia elástica se propaga como se a mesma estivesse toda contida em um único plano.

Aqui, far-se-á uso de uma importante equação que é parte do sistema de equações do raio,

o qual será apresentado posteriormente, dada como

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = \nabla \left(\frac{1}{v} \right), \quad (2.51)$$

ao longo do raio Ω . Com isto tem-se que a variação do vetor unitário \mathbf{t} tangente ao raio, ao longo do mesmo, pode ser expresso por

$$\frac{d\mathbf{t}}{ds} = \frac{d(v\mathbf{p})}{ds} = \frac{dv}{ds}v^{-1}\mathbf{t} - v^{-1} \left(\frac{dv}{ds}\mathbf{t} + \frac{\partial v}{\partial q_1}\mathbf{e}_1 + \frac{\partial v}{\partial q_2}\mathbf{e}_2 \right) = -v^{-1} \frac{\partial v}{\partial q_1}\mathbf{e}_1 - v^{-1} \frac{\partial v}{\partial q_2}\mathbf{e}_2. \quad (2.52)$$

Pode-se verificar a ortogonalidade do sistema de coordenadas centrado no raio, estudando-se o chamado tensor métrico, Z_{ik} , definido por

$$(dl)^2 = Z_{ik}d\zeta_i d\zeta_k, \quad (2.53)$$

onde dl é um elemento de comprimento. Se este tensor é diagonal em qualquer ponto, então o sistema de coordenadas é ortogonal (ČERVENÝ, 1987). Pode-se facilmente verificar que

$$drdr = dq_1^2 + dq_2^2 + h^2 ds^2, \quad (2.54)$$

onde

$$h = 1 - q_1 K \cos \psi - q_2 K \sin \psi, \quad (2.55)$$

e K é a curvatura do raio Ω . Combinando-se as equações (2.51), (2.52) e (2.55) pode-se reescrever esta última equação como

$$h = 1 + \left(v^{-1} \frac{\partial v}{\partial q_1} \right) \Big|_{(q_1=q_2=0)} q_1 + \left(v^{-1} \frac{\partial v}{\partial q_2} \right) \Big|_{(q_1=q_2=0)} q_2. \quad (2.56)$$

A partir deste resultado tem-se que

$$Z_{11} = Z_{22} = 1, \quad Z_{33} = h^2, \quad Z_{ik} = 0 \quad \text{para} \quad i \neq k. \quad (2.57)$$

O que mostra que o sistema de coordenadas centrado no raio é ortogonal. Pode-se escrever ainda

$$(dl)^2 = h_1^2 dq_1^2 + h_2^2 dq_2^2 + h_3^2 dq_3^2, \quad (2.58)$$

onde $h_1 = h_2 = 1$ e $h_3 = h$ são denominados os fatores escalas do sistema de coordenadas.

Resumidamente, tem-se as seguintes propriedades para este sistema de coordenadas:

- Os vetores unitários \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 e \mathbf{e}_3 formam a base ortogonal do sistema de coordenadas centrado no raio Ω .

- Este sistema de coordenadas depende do ponto em relação ao qual é definido ao longo do raio Ω .
- O par de vetores unitários e_1 e e_2 forma um sistema Cartesiano de coordenadas no plano perpendicular ao raio, tendo origem no ponto de interseção do referido plano com o raio Ω . Por sua vez, e_3 é tangente a trajetória do raio no ponto O_s .
- O sistema de coordenadas é móvel e seguirá a trajetória do raio, permanecendo como dextro, ou seja, $e_1 \times e_2 = e_3$.
- Este sistema é determinado a partir das condições iniciais dadas em $s = s_0$, e das propriedades do raio Ω no ponto O_s .
- Variações de e_1 e e_2 ao longo do raio possuem projeções diferentes de zero apenas na direção dada pelo vetor t .

2.5.3 Sistema Cartesiano Local de Coordenadas

Nesta seção é definido um sistema Cartesiano de coordenadas de base dada pelos vetores j_1, j_2 e j_3 , com

$$j_1 = e_1(O_s), \quad j_2 = e_2(O_s), \quad j_3 = e_3(O_s) = t(O_s), \quad (2.59)$$

onde O_s é um ponto fixo do raio Ω . Estes vetores constituem, então, a base do sistema Cartesiano local de coordenadas, a qual coincide com a base do sistema centrado no raio no ponto O_s . Fora do ponto O_s , estes dois sistemas não coincidem: o sistema centrado no raio é móvel, enquanto o sistema Cartesiano local é fixo. Portanto, é interessante notar que o sistema Cartesiano local de coordenadas depende do ponto O_s no raio Ω , ao contrário do sistema Cartesiano geral que possui origem e base fixas, definida anteriormente como (i_1, i_2, i_3) .

2.6 SISTEMA DE EQUAÇÕES DO RAI0

2.6.1 Equação da Trajetória do Raio

Aqui o sistema de equações que descrevem a trajetória do raio é apresentado utilizando-se o sistema Cartesiano geral de coordenadas. Assim, o vetor posição r para um ponto O_s no raio Ω , contido no plano do modelo, é escrito na forma paramétrica em duas dimensões como

$$r(s) = x_1(s)i_1 + x_3(s)i_3, \quad (2.60)$$

onde s é o comprimento do arco ao longo do raio Ω e $x_2 = 0$. Neste caso tem-se que $\frac{dr}{ds}$ é um vetor unitário tangente ao referido raio, no ponto O_s . Isto permite a importante representação para o vetor vagarosidade \mathbf{p} de módulo igual a $|\mathbf{p}| = \left(\frac{1}{v}\right)$ e sentido igual ao do raio Ω , e dada por

$$\mathbf{p} = \frac{1}{v} \frac{d\mathbf{r}}{ds}, \quad (2.61)$$

onde no caso de meios heterogêneos isotrópicos v pode ser a velocidade de propagação da onda P ou SV.

Levando-se em consideração que as trajetórias dos raios são ortogonais a frente de onda, o que é correto para o caso de meios isotrópicos, bem como o conhecimento a priori da equação eiconal pode-se derivar o sistema de equações diferenciais de primeira ordem, denominado sistema de traçamento de raios, que descrevem a trajetória do raio. Em coordenadas Cartesianas, este sistema é formado pelas equações (ČERVENÝ, 1987; cap. 2, pag. 44)

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = v\mathbf{p}, \quad (2.62)$$

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = \nabla \left(\frac{1}{v} \right). \quad (2.63)$$

Este sistema acima, denominado sistema da trajetória do raio permite tão logo se tenha apropriadas condições iniciais, avaliar a trajetória do raio em um meio não homogêneo isotrópico. Note que o vetor vagarosidade é determinado em cada ponto da trajetória. O sistema de traçamento de raios consiste, em geral, de seis equações diferenciais de primeira ordem, que são reduzidas a quatro no caso bi-dimensional. Uma forma alternativa de derivar este importante sistema de equações é também possível através da minimização do funcional de Fermat (ČERVENÝ, 1987; cap 2, pag. 44).

2.6.2 Equação do Tempo de Trânsito

Conhecendo-se o raio Ω , que liga dois pontos $\mathbf{r}(s_0)$ e $\mathbf{r}(s)$, o tempo de trânsito τ_s , ao longo deste raio pode ser obtido através da equação

$$\tau(s) = \tau(s_0) + \int_{s_0}^s \frac{ds}{v}, \quad (2.64)$$

onde a integral é tomada ao longo de Ω . Segue que uma forma mais completa para o sistema da trajetória do raio pode ser descrito como função de x_j , p_j e τ , a saber

$$\frac{dx_j}{ds} = vp_j, \quad (2.65)$$

$$\frac{dp_j}{ds} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{v} \right), \quad (2.66)$$

$$\frac{d\tau}{ds} = \left(\frac{1}{v} \right). \quad (2.67)$$

Reescrevendo-se este sistema de modo que τ torne-se a variável independente, tem-se alternativamente

$$\frac{dx_j}{d\tau} = v^2 p_j, \quad (2.68)$$

$$\frac{dp_j}{d\tau} = -\frac{\partial \ln v}{\partial x_j}. \quad (2.69)$$

Onde \ln designa o logaritmo natural. Com este novo sistema de equações torna-se possível avaliar não apenas a trajetória do raio, mas também mapear a frente de onda.

2.7 APROXIMAÇÃO PARAXIAL DO RAI0

Considere-se um raio Ω fixo, bem como se sistema de coordenadas centradas no raio associado ($q_1, q_2, q_3 = s$). A vizinhança paraxial do raio é definida como a região em torno de Ω para qual se tem pequenos valores de coordenadas centradas q_1, q_2 (ČERVENÝ, 1987).

A fim de avaliar os diversos raios, tempos de trânsito e a frentes de onda na vizinhança paraxial do raio Ω , é utilizado a aproximação dada pela série de Taylor. Deste modo, uma medida da vizinhança paraxial é obtida pela diferença destas quantidades, dadas através da série de Taylor truncada (por exemplo, até segunda ordem) e pelo cálculo exato das mesmas quantidades através do sistema da trajetória do raio. Na vizinhança paraxial esta diferença não deve exceder a uma pequena quantidade.

É importante notar que as quantidades obtidas na vizinhança paraxial através da série de Taylor serão exatas apenas ao longo do raio Ω , sendo apenas aproximadas em qualquer ponto na proximidade do referido raio. Isto implica que as equações derivadas considerando-se a aproximação paraxial, terão sua precisão limitada ao termo de truncamento da série de Taylor, o qual, geralmente, corresponde ao termo de segunda ordem.

2.7.1 Sistema Dinâmico da Trajetória do Raio

A aproximação paraxial da equação eiconal para um modelo bidimensional definido pelas direções ($\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3$) em coordenadas centradas no raio ($q_1 = q, q_2 = 0, q_3 = s$), com $\tau = \tau(q, s)$,

é dada com base em (ČERVENÝ, 1987; cap. 5, pag. 33), por

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial q}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial s}\right)^2 = \frac{1}{v^2} - \frac{1}{v^3} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial q^2}\right) \Big|_{q=0} q^2, \quad (2.70)$$

onde $v = v(0, s) = v(O_s)$ é a velocidade no ponto O_s sobre o raio Ω . Deve-se observar que esta equação é um caso particular do caso mais geral em três dimensões, e que na forma aqui apresentada corresponde a considerar apenas a propagação do raio Ω no plano de incidência, coincidente com o plano do modelo, quando $q_2 = 0$

Além disto, consideremos o desenvolvimento da série de Taylor para o tempo de trânsito paraxial $\tau(q, s)$, até a segunda ordem em q na vizinhança de $q = 0$, ou seja

$$\tau(q, s) \approx \tau(0, s) + \frac{1}{2}M(O_s)q^2, \quad (2.71)$$

onde M é dado por

$$M(O_s) = \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial q^2}\right) \Big|_{q=0}. \quad (2.72)$$

Através da substituição da aproximação para o tempo de trânsito dado pela equação (2.71), na equação (2.70), e levando-se em consideração que $\left(\frac{\partial \tau(q, s)}{\partial s}\right) \Big|_{q=0} \approx \left(\frac{1}{v}\right)$ (ČERVENÝ, 1987; cap. 5, pag. 34), tem-se que

$$\frac{dM}{ds} + vM^2 + v^{-2}V = 0, \quad (2.73)$$

onde $V = V(s)$ é dado por

$$V = \left(\frac{\partial^2 v(q, s)}{\partial q^2}\right) \Big|_{q=0}. \quad (2.74)$$

A equação diferencial ordinária não-linear de primeira ordem (2.73), referente ao modelo bidimensional em questão é denominada equação do tipo Riccati, aqui descrita para o caso do modelo bidimensional. Resolvendo-se esta equação é possível avaliar M ao longo da trajetória do raio Ω . Esta equação é também denominado *sistema dinâmico de raios* (ČERVENÝ & HRON, 1980).

Escrevendo-se agora conectados com M , tal que

$$M = PQ^{-1}, \quad (2.75)$$

onde $P = P(s)$ e $Q = Q(s)$ são funções a determinar e substituindo-se na equação de Riccati (2.73), obtemos

$$Q \left(\frac{dP}{ds} + \frac{1}{v^2}VP \right) - P \left(\frac{dQ}{ds} - vP \right) = 0 \quad (2.76)$$

Desta maneira, pode-se obter uma solução para a equação de Ricatti se tomarmos P e Q satisfazendo ao chamado *sistema dinâmico de raios* (ČERVENÝ, 1987; seção 5.3.6. pag. 46)

$$\begin{cases} \frac{dQ}{ds} = vP \\ \frac{dP}{ds} = -\frac{1}{v^2}VQ. \end{cases} \quad (2.77)$$

Este sistema pode ainda ser escrito em uma forma mais instrutiva dada como

$$\frac{dw}{ds} = Sw, \quad (2.78)$$

onde,

$$w = \begin{pmatrix} Q \\ P \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

e

$$S = \begin{pmatrix} 0 & v \\ -v^2V & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.80)$$

O sistema dado pela equação (2.78) pode ser resolvido apenas se forem especificadas adequadas condições iniciais para Q e P em algum ponto inicial s_0 do raio Ω . Uma discussão sobre os critérios utilizados na escolha dessas condições iniciais para o sistema dinâmico do raio pode ser encontrada em ČERVENÝ (1987), (seções 5.3.7, 5.4.1 e 5.7).

Introduzindo-se aqui a *matriz de propagação do raio*, $\Pi(s, s_0)$, a partir de um ponto inicial s_0 , como a matriz integral do sistema dado em (2.78), tem-se a notação

$$\frac{d}{ds}\Pi = S\Pi \quad (2.81)$$

Esta matriz deve satisfazer como condição inicial em $s = s_0$ que

$$\Pi(s_0, s_0) = I \quad (2.82)$$

onde I é a matriz identidade. A matriz de propagação do raio pode ser também reescrita segundo a seguinte notação (ČERVENÝ, 1987; seção 5.4.1, pag. 56)

$$\Pi(s, s_0) = \begin{pmatrix} Q_1(s, s_0) & Q_2(s, s_0) \\ P_1(s, s_0) & P_2(s, s_0) \end{pmatrix}. \quad (2.83)$$

Sendo assim, tem-se que as quantidades escalares Q_1 e P_1 são soluções do sistema dinâmico do raios quando admite-se as condições iniciais $Q(s_0) = 1$ e $P(s_0) = 0$. Neste caso, tem-se no plano do modelo o correspondente a uma "onda plana" como condição inicial, e o valor de

$M(s_o) = P(s_o)Q(s_o)^{-1}$ é zero no ponto inicial s_o do raio Ω . E os escalares Q_2 e P_2 são também soluções do sistema dinâmico dos raios quando admite-se as condições iniciais $Q(s_o) = 0$ e $P(s_o) = 1$. Neste caso, tem-se no plano do modelo o correspondente a uma "fonte pontual" como condição inicial, e o valor de $M(s_o) = P(s_o)Q(s_o)^{-1}$ é infinito no ponto inicial s_o do raio Ω .

Considerando-se como conhecida a matriz de propagação Π , que no caso bidimensional assume a forma (2×2) , pode-se determinar analiticamente os valores dos escalares $Q(s)$ e $P(s)$ (ČERVENÝ, 1987; seção 6.1.3, pag. 4), a saber

$$\begin{aligned} Q(s) &= Q_1(s, s_o)Q(s_o) + Q_2(s, s_o)P(s_o) \\ P(s) &= P_1(s, s_o)Q(s_o) + P_2(s, s_o)P(s_o), \end{aligned} \quad (2.84)$$

Consequentemente, o vetor w em qualquer ponto do raio Ω pode ser expresso como

$$w(s) = \Pi(s, s_o)w(s_o). \quad (2.85)$$

2.7.2 Tempo de Trânsito Paraxial

Considere-se conhecido um ponto O_s de coordenadas $(0, 0, s)$, contido no plano do modelo, sobre o raio Ω , juntamente com as quantidades $M(O_s)$ e $\tau(O_s)$. Deste modo, o tempo da trajetória τ em um ponto O_q de coordenadas centradas no raio ($q_1 = q, q_2 = 0, q_3 = s$) localizado na reta perpendicular ao raio Ω no ponto O_s , pode ser calculado através da série de Taylor, truncado no termo de segunda ordem, como

$$\tau(O_q) = \tau(O_s) + \frac{1}{2}M(O_s)q^2. \quad (2.86)$$

Usando a aproximação da série de Taylor para o tempo de trânsito τ dado através da equação (2.71), e lembrando que $p_i^{(q)} = \frac{\partial \tau}{\partial q_i}$, tem-se que uma aproximação para o vetor vagarosidade nas proximidades do raio Ω , em um ponto O_s , no plano do modelo, pode ser dado através de suas componentes como

$$\begin{aligned} p^{(q)}(O_q) &\approx M(O_s)q, \\ p^{(s)}(O_q) &= p^{(s)}(O_s). \end{aligned} \quad (2.87)$$

Nesta aproximação $p^{(q)}(O_q)$ representa a componente do vetor vagarosidade perpendicular ao raio Ω , enquanto $p^{(s)}(O_q)$ representa a componente na direção do raio Ω .

Observemos que o ponto O'_q , na vizinhança de O_s , agora tem coordenadas centradas no raio (q, s') . Isto significa que o ponto O'_q encontra-se sobre uma reta que intercepta

perpendicularmente o raio Ω em um ponto O'_s deslocado de O_s , tal que $\overline{O_s O'_s} = |s - s'|$. O tempo da trajetória é obtido introduzindo-se o sistema Cartesiano local de coordenadas $y_j (j = 1, 3)$, de modo que esta aproximação é dada como (ČERVENÝ, 1987; cap. 5, pag. 40)

$$\tau(O'_s) = \tau(O_s) + \mathbf{y}^T \mathbf{p}^{(v)}(O_s) + \frac{1}{2} \mathbf{y}^T \mathbf{M}(O_s) \mathbf{y}, \quad (2.88)$$

para a qual tem-se que

$$\mathbf{M}(O_s) = \begin{pmatrix} M & -\frac{\partial v}{v^2 \partial y_1} \\ -\frac{\partial v}{v^2 \partial y_1} & -\frac{\partial v}{v^2 \partial y_3} \end{pmatrix}, \quad (2.89)$$

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{p}^{(v)}(O_s) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{v} \end{pmatrix}. \quad (2.90)$$

Nesta última equação v representa o valor da velocidade da onda no ponto O_s do raio Ω .

2.8 CURVATURA DA FRENTE DE ONDA

A fim de estudar a curvatura da frente de onda, aqui também é considerado o caso de uma fonte linear, perpendicular ao plano do modelo e paralela ao eixo definido pelo vetor \mathbf{e}_2 .

Supondo-se que a frente de onda em um ponto do raio Ω seja representada no sistema Cartesiano local através de uma curva dada por $f(y_1, y_3) = 0$. Esta frente de onda pode ser representada como

$$f(y_1, y_3) = y_3 - \tau(y_1) = 0. \quad (2.91)$$

O valor desta função pode ser estimado em um ponto na vizinhança paraxial do raio Ω através de sua forma quadrática dada como

$$y_3 = -\left(\frac{1}{2}\right) K y_1^2, \quad (2.92)$$

onde o valor de K que representa a curvatura da frente de onda é expresso por

$$K = \frac{\partial^2 \tau}{\partial y_1^2}. \quad (2.93)$$

A partir da geometria pode-se concluir que o raio de curvatura R da frente de onda pode ser expresso por $R = 1/K$. ČERVENÝ & HRON (1980) mostraram que K tem uma relação direta com a quantidade M (ver equação 2.72) através da expressão

$$K = vM. \quad (2.94)$$

Pode-se então reescrever o *sistema dinâmico de raios*, equação (2.73), como (ČERVENÝ, 1987; cap.5, pag. 44)

$$v \frac{dR}{ds} + \frac{dv}{ds} R - R^2 V - v = 0. \quad (2.95)$$

A solução desta equação diferencial ordinária não-linear de primeira ordem permite obter o valor do raio de curvatura da fonte de onda ao longo de sua trajetória, desde que sejam conhecidas as propriedades físicas do modelo em consideração, constituindo assim propriamente o problema direto.

2.9 ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO

A fim de introduzir o conceito de espalhamento geométrico considera-se o fluxo de energia relacionado com um feixe de raios que se propaga no interior de um plano, o qual corresponde ao plano do modelo. Isto significa que todas as definições geométricas serão tratadas para o caso bidimensional.

Um elemento de tubo de raios é definido pela família de raios cujos parâmetros estão no interior dos limites dados pelas coordenadas do raio $(\eta_1, \eta_1 + d\eta_1)$, quando a segunda coordenada $\eta_2 = 0$ (Figura 2.4). O comprimento infinitesimal de uma curva transversal ao tubo de raios no plano do modelo é dado pela geometria como

$$da = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta_1} \right) \Big|_{\eta_3 = c} d\eta_1, \quad (2.96)$$

onde c é qualquer valor constante assumido pela terceira coordenada η_3 do raio Ω .

Como dito anteriormente, a terceira coordenada do raio η_3 pode ser qualquer parâmetro com variação monotônica ao longo do raio. Caso seja escolhido o tempo da trajetória $\eta_3 = \tau$, a equação paramétrica $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\eta_1)$ descreve uma curva que representa a frente de onda para um dado valor constante de $\tau = \tau_s$, sendo \mathbf{r} o vetor posição de pontos sobre a mesma. Do cálculo, o comprimento da curva transversal do tubo é dada em sua forma escalar pela relação

$$da = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta_1} \right) \cdot \mathbf{n} d\eta_1, \quad (2.97)$$

para $\tau = \tau_s$. Sendo \mathbf{n} a normal principal do raio central Ω no plano do modelo, dada pela relação (CARMO, 1992) a saber

$$\frac{d\mathbf{t}}{ds} = K\mathbf{n} = K\mathbf{e}_1, \quad (2.98)$$

onde \mathbf{t} é o vetor unitário tangente ao raio central e K representa a curvatura do mesmo raio.

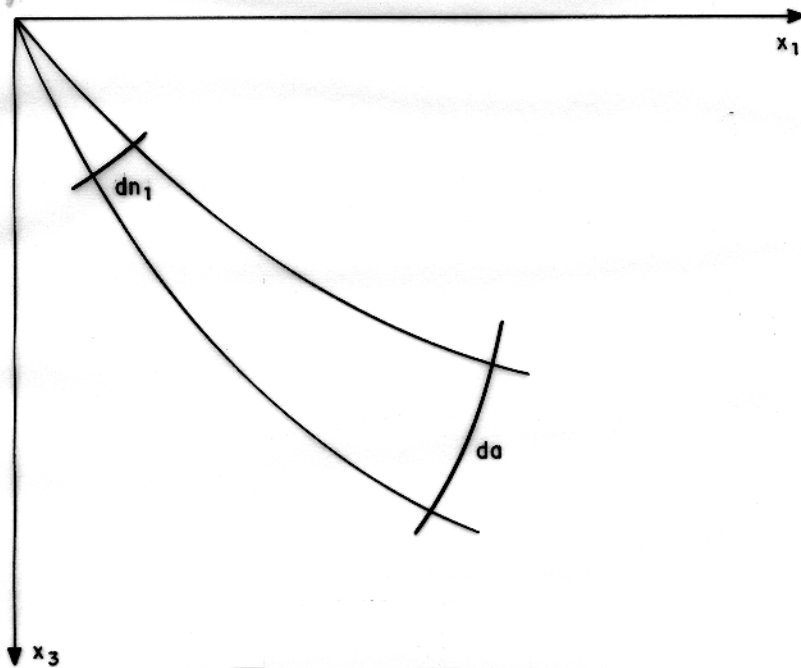


Figura 2.4 - Representação geométrica de um tubo de raios no plano do modelo.

Expressando-se o vetor posição de um ponto na vizinhança do raio Ω em coordenadas centradas do raio, tem-se como resultado

$$\mathbf{r}(q, s) = q \mathbf{e}_1 + s \mathbf{e}_3. \quad (2.99)$$

De modo que, após realizado o produto interno representado na expressão (2.97) obtém-se para o comprimento da curva transversal ao tubo de raios no plano do modelo a expressão

$$da = \left(\frac{\partial q}{\partial \eta_1} \right) d\eta_1. \quad (2.100)$$

A quantidade $J_{||} = \left(\frac{\partial q}{\partial \eta_1} \right)$ é então denominada de espalhamento geométrico no plano do modelo, a qual corresponde ao fator de transformação das coordenadas do raio (η_1) para as coordenadas centradas no raio ($q_1 = q$), equivalente, no caso tridimensional, ao determinante Jacobiano da transformação.

3 - IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO EM MEIOS HORIZONTALMENTE ESTRATIFICADOS

Neste capítulo, o imageamento homeomórfico é apresentado para o caso de modelos estratificados com camadas homogêneas separadas por refletores planos horizontais e não-horizontais. O empilhamento sísmico, nesta técnica, é feito a partir da reconstrução de três tipos diferentes de frente de onda: (1) refletida (real); (2) originada no ponto de reflexão (hipotética); (3) originada no centro de curvatura do refletor (hipotética). Nos três casos citados, a geometria da frente de onda é representada através de um círculo, sendo que durante o processamento é suposta conhecida apenas a velocidade da primeira camada. Como resultados em cada uma dessas situações obtém-se uma seção sísmica empilhada, bem como uma outra seção denominada de radiusgrama. Nesta estão registrados, para cada ponto central na superfície de observação, os valores de raio de curvatura das frentes de onda consideradas, quando as mesmas atingem o referido ponto central, após terem sofrido uma reflexão primária.

No processamento, é utilizada uma fórmula para a correção do tempo de trânsito em relação a um raio central, que não depende do tempo de referência, de modo que o empilhamento pode ser realizado de forma automática, sem sofrer os efeitos de alongamento do sinal, como acontece na técnica NMO. Finalmente, é apresentada uma análise quanto a consistência e robustez do imageamento homeomórfico, no caso em que a frente de onda considerada não se ajusta muito bem a um círculo.

3.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O sistema de coordenadas Cartesianas definido no capítulo anterior, é posicionado de tal modo que os eixos coordenados (x_1, x_2) estejam contidos no plano de observação Λ . O terceiro eixo x_3 ortogonal aos demais, é positivamente orientado para baixo, enquanto que x_1 é positivamente orientado para a direita. O conjunto de dados consiste de todos os sismogramas $\Upsilon(x_s, x_g, t)$, onde $t > 0$ é a variável independente do tempo, e (x_s, x_g) correspondem às posições de fonte e geofone em um sistema de coordenadas Cartesianas, medidas ao longo do eixo x_1 positivo a partir de uma origem adequadamente posicionada no plano Λ , de tal modo que sejam colinearmente posicionados, definindo assim uma linha sísmica. Cada sismograma,

portanto, corresponde a um par de fonte e geofone (Figura 3.1a). E o plano definido pelos eixos coordenados (x_1, x_3) , onde está contida a linha sísmica, é o plano do modelo.

A fim de permitir uma melhor visualização do conjunto de sismogramas, as coordenadas de cada fonte e cada geofone são representadas em um plano onde se tem $(x_s \times x_g)$, ou seja, as coordenadas de x_s são plotadas contra as coordenadas de x_g (Figura 3.1b), sendo que o terceiro eixo representa o tempo de propagação do campo de ondas, emitido em x_s e registrado em x_g .

No que se segue consideramos que os sismogramas são constituídos de reflexões primárias $u_r(x_s, x_g)$ relativas aos refletores sísmicos em subsuperfície. Para um refletor fixo, Σ_D , e dado um par fonte-geofone (S, G) , o evento de reflexão primária associado a Σ_D representa a chegada do raio que parte da fonte em S na posição x_s , é refletida em C_o no refletor Σ_D , e chega no geofone G na posição x_g , $(S \rightarrow C_o \rightarrow G)$, sem sofrer outras reflexões. As Figuras 3.2a e 3.2b mostram esquematicamente a curva tempo de trânsito e o raio refletido para o caso particular de um refletor horizontal subjacente a um meio de velocidade constante. A fonte sísmica é aqui representada por uma linha perpendicular ao plano do modelo.

Os tempos de trânsito das reflexões primárias relativas a um refletor, definem a curva de tempo de trânsito $t(x_1)$, deste refletor, ao longo da qual deve ser realizado o empilhamento sísmico. O tempo de trânsito, t_o , correspondente ao raio normal (com ponto de reflexão C_o) corresponde ao tempo de referência, em relação ao qual os demais devem ser corrigidos para a realização do empilhamento sísmico (Figura 3.2a). Os tempos de trânsito, relativos dos raios na vizinhança do raio normal, são representados na forma, $t = t_o + \Delta t$, onde o termo Δt , denominado correção local do tempo de trânsito, deve ser aproximado por uma expressão que envolva os parâmetros do empilhamento. Deste modo, o problema consiste em aplicar a correção local do tempo de chegada Δt a cada reflexão primária, tendo como referência t_o , seguido do empilhamento do conjunto de sismogramas. Através da operação de empilhamento o conjunto de dados é transformado, obtendo-se assim uma imagem do ponto refletor.

Os métodos de imageamento homeomórfico, de um modo geral, são adequados para casos de refletores subjacentes a um meio heterogêneo suave, onde os parâmetros físicos são funções contínuas da posição. Entretanto, estes métodos de imageamento podem ser utilizados em meios formados por camadas horizontais, desde que exista a condição de anastigmatismo axial¹ (BORN & WOLF, 1983).

Neste capítulo, o problema é abordado de modo a se dar ênfase aos elementos geométricos

¹Anastigmatismo axial significa que a imagem e objeto estão sobre o eixo de simetria do sistema de camadas.

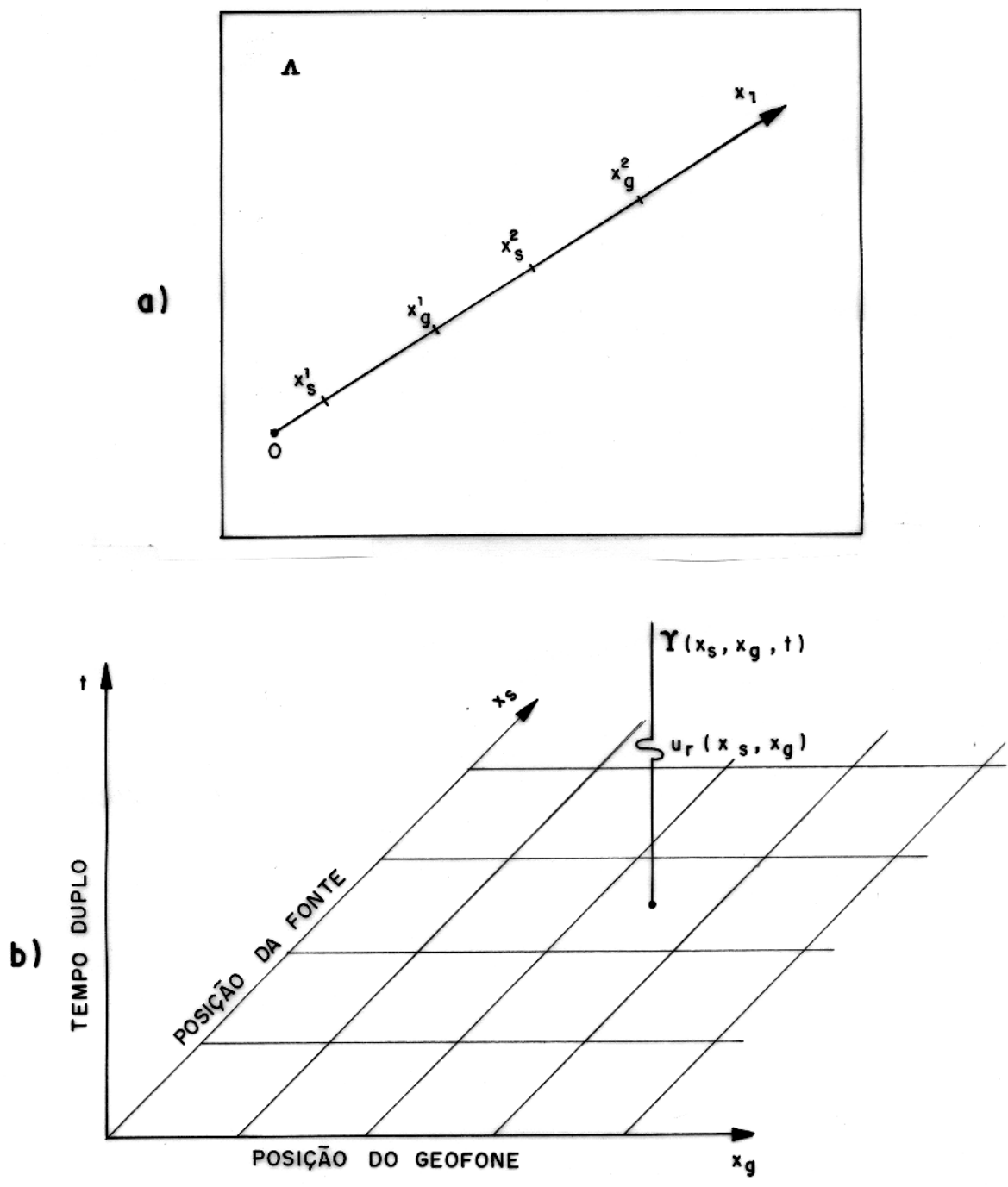


Figura 3.1 - a) Pares de fontes e geofones distribuídos ao longo da linha sísmica no eixo x_1 . b) Eixos de coordenadas Cartesianas de fontes e geofones para o conjunto de sismogramas. Neste caso, $\Psi(x_s, x_g, t)$ representa um sismograma qualquer, e $u_r(x_s, x_g)$ representa um evento de reflexão primária.

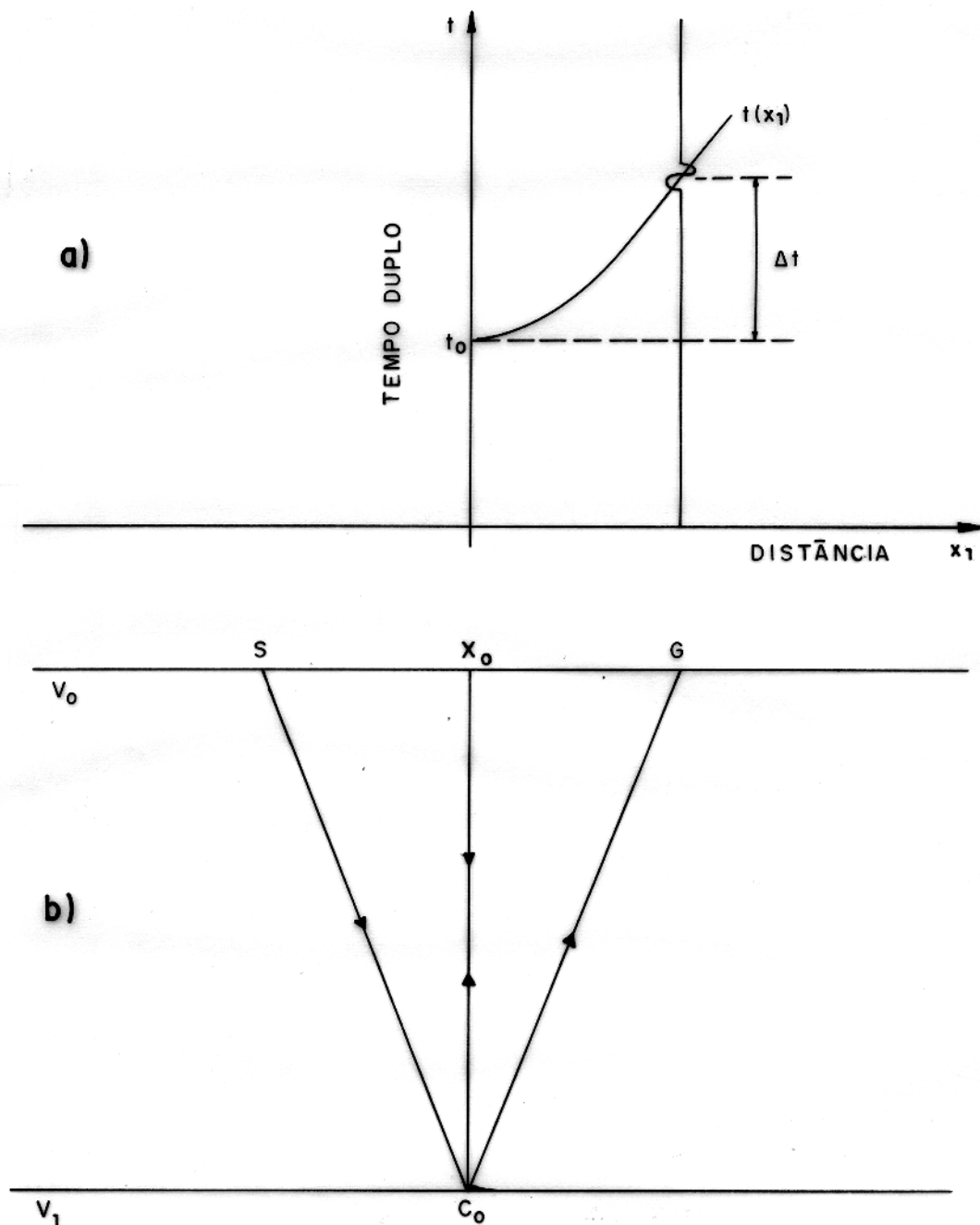


Figura 3.2 - a) Curva de tempo de trânsito definida pelas chegadas de diferentes trajetórias fonte-geofone. b) Evento de reflexão primária relacionado com a trajetória do raio $S \rightarrow C_0 \rightarrow G$.

envolvidos no processo de empilhamento. Para tanto se trabalha com modelos de camadas homogêneas, estratificados segundo camadas horizontais, nas seguintes configurações: (1) *fonte (geofone) comum* e (2) *ponto de reflexão comum* (o refletor é concordante com a estratificação horizontal); e (3) *afastamento nulo* (o refletor é discordante com a estratificação, e aproximado por um círculo).

É importante notar que as fórmulas de correção local do tempo aqui derivadas para diferentes configurações com base em modelos horizontalmente estratificados simplificados, não dependem de todo o modelo de velocidades, mas apenas da velocidade da primeira camada e dos parâmetros da frente de onda. Fórmulas similares serão posteriormente aplicadas a modelos de multicamadas mais complexos para a realização do empilhamento sísmico.

3.2 CONFIGURAÇÃO FONTE (GEOFONE) COMUM

Nesta seção é apresentado o caso onde o conjunto de sismogramas está relacionado a uma única fonte sísmica², com os geofones distribuídos segundo uma geometria de fonte centrada. Na Figura 3.3 tem-se então um modelo formado por duas camadas horizontais homogêneas sobre um semi-espaço homogêneo. Supõe-se uma fonte sísmica S fixa no ponto, X_o , de coordenada Cartesiana x_o . Também na Figura 3.3 está representado um geofone G localizado na posição genérica de coordenada Cartesiana por x_g . Verticalmente abaixo do ponto central, na interface refletora, Σ_D , tem-se o ponto de reflexão C_o , relativo ao raio normal ($S \rightarrow C_o \rightarrow S$), bem como o ponto de reflexão C , relativo ao raio de reflexão primária ($S \rightarrow C \rightarrow G$).

Para pequenos valores da abertura A_o , no caso a distância \overline{SG} , é razoável considerar que as trajetórias dos raios ($S \rightarrow C \rightarrow G$) e ($S \rightarrow C_o \rightarrow S$) pertencem a uma única frente de onda, Σ_o , gerada por uma fonte sísmica S , refletida na base da segunda camada. Supomos que ao atingir a superfície no ponto central X_o , a referida frente de onda pode ser aproximada por um círculo com um centro de curvatura em \hat{S}_o e raio de curvatura, R_o^s . Neste caso, temos que a imagem homeomórfica do ponto de reflexão, C_o , localiza-se no centro de curvatura \hat{C}_o , i.e., $\{C_o\} \rightarrow \{\hat{C}_o\}$ (ver Figura 3.4).

Denotando por t_o o tempo de propagação do raio refletido normal, ($S \rightarrow C_o \rightarrow S$), o tempo de trânsito de um raio lateral refletido ($S \rightarrow C \rightarrow G$) pode ser representado por

$$t = t_o + \Delta t, \quad (3.1)$$

²O caso de um único receptor fixo é análogo e não será apresentado.

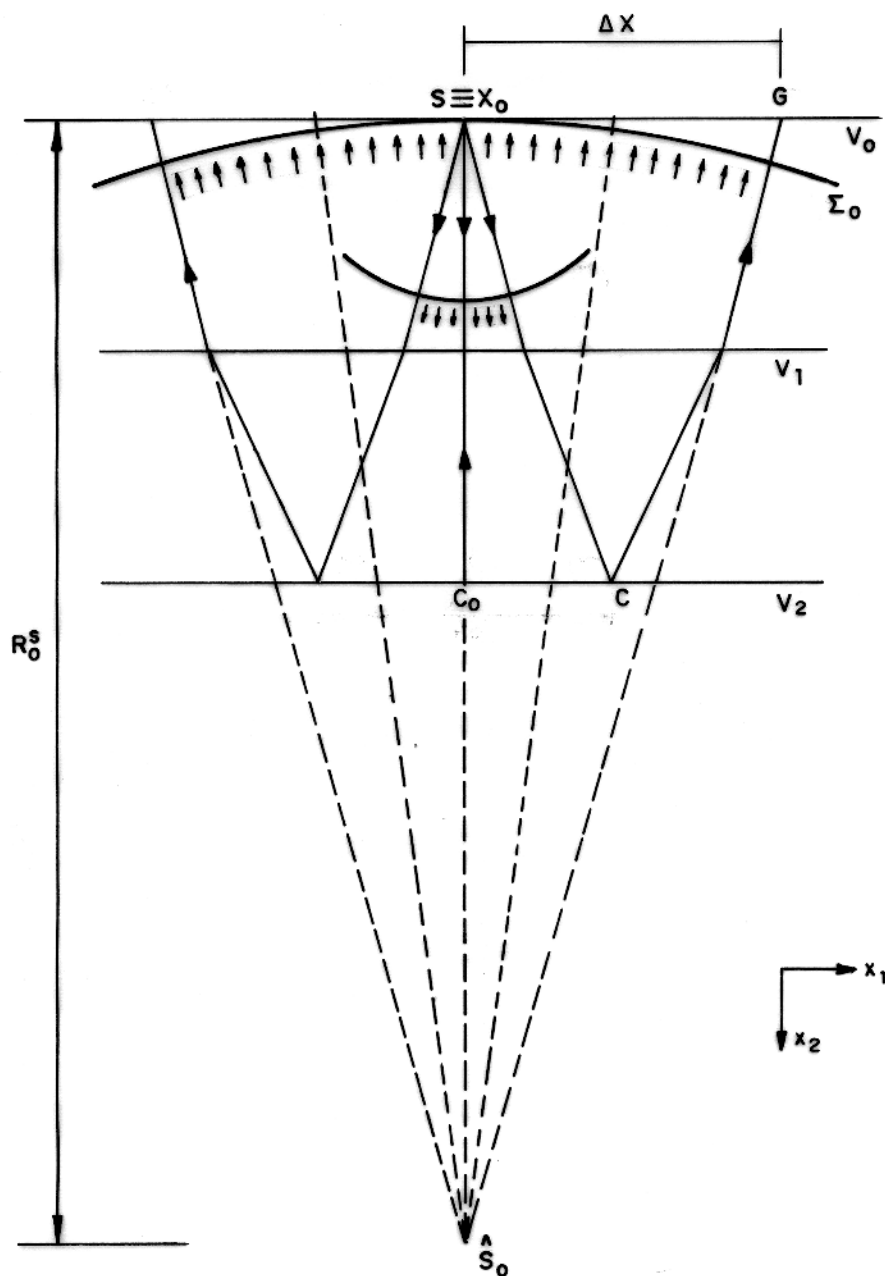


Figura 3.3 - Modelo estratificado horizontal com refletor concordante com a estratificação. A frente de onda refletida Σ_0 incide normalmente na superfície de observação, segundo uma configuração fonte comum, após um tempo de trânsito igual a t_0 .

onde a correção local do tempo, Δt , é então aproximada pela expressão

$$\Delta t = \frac{1}{v_o} [\widehat{S}_o G - \widehat{S}_o X_o], \quad (3.2)$$

na qual v_o denota a velocidade (constante) da primeira camada.

Aplicando-se o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo $\widehat{S}_o X_o G$ da Figura 3.3 e considerando $R_o^s = \widehat{S}_o X_o$, e $\Delta X = (x_g - x_o)$ podemos escrever

$$\widehat{S}_o G = \sqrt{(R_o^s)^2 + \Delta X^2}, \quad (3.3)$$

onde utilizamos a notação $\Delta X = x_g - x_o$. Substituindo-se a expressão (3.3) na equação (3.2), obtemos para a correção local do tempo

$$\Delta t = \frac{1}{v_o} \sqrt{(R_o^s)^2 + \Delta X^2} - \frac{R_o^s}{v_o}. \quad (3.4)$$

A curva de tempo de trânsito a ser utilizada no empilhamento é finalmente dada pela substituição da correção local Δt , conforme a equação (3.4), na expressão geral (3.1), a saber

$$t = t_o + \Delta t = t_o + \frac{1}{v_o} \sqrt{(R_o^s)^2 + \Delta X^2} - \frac{R_o^s}{v_o}, \quad (3.5)$$

Um algoritmo para a realização deste procedimento pode ser formulado como:

1. Seleciona-se um conjunto de sismogramas segundo a configuração fonte comum, com a fonte sísmica no ponto central.
2. Seleciona-se um intervalo de busca $R_{min} < R_o^s < R_{max}$ para os valores de raio de curvatura R_o^s .
3. Para cada valor de raio de curvatura escolhido é calculada a correção do tempo Δt dado pela equação (3.4), com diferentes valores de afastamento fonte geofone ΔX . Esta correção é então aplicada ao conjunto de sismogramas para uma varredura em diferentes valores t_o no eixo do tempo, após o que se realiza o empilhamento de todos os sismogramas.
4. Com base em um critério de medida de coerência, pode-se então selecionar o valor ótimo de raio de curvatura R_o^s que permite um empilhamento com uma maior concentração de energia, para cada valor de referência t_o no eixo dos tempos.
5. Após repetido este procedimento para diferentes valores de x_o , com diferentes conjuntos de sismogramas, obtém-se a chamada seção de radiusgrama $R_o^s(x_o, t_o)$.

6. Usando-se os valores ótimos da seção de radiusgrama, faz-se o empilhamento final dos diferentes conjuntos de simogramas usados na análise dos raios de curvaturas, obtendo-se a seção $u(x_o, t_o)$ que resulta do empilhamento.

Uma outra forma de escrever a equação (3.4) pode ser obtida introduzindo-se a notação $t_o^s = \frac{R_o^s}{v_o}$, que representa o tempo de trânsito, entre os pontos X_o e \hat{S}_o , num meio de velocidade igual a v_o . Com efeito, a equação (3.4) pode ser reescrita como

$$(\Delta t + t_o^s)^2 = (t_o^s)^2 + \frac{\Delta X^2}{v_o^2}. \quad (3.6)$$

As fórmulas da presente seção foram derivadas a partir de um modelo bidimensional com estratificação horizontal de camadas, sendo as mesmas casos particulares do método de imageamento homeomórfico *elemento de fonte comum* (KEYDAR, 1994). Com estas fórmulas é possível aplicar uma correção local do tempo, utilizando-se como parâmetro o raio de curvatura R_o^s da frente de onda Σ_o (real), necessitando-se para isto apenas o conhecimento da velocidade da primeira camada v_o . Como pode ser visto em (3.6), para uma dada *profundidade de focalização* $h_f = R_o^s$, a correção local do tempo depende apenas do afastamento fonte-geofone, ΔX , supondo conhecida a velocidade da primeira camada v_o . Como resultado deste processo de empilhamento tem-se então o aumento da razão sinal/ruído e a estimativa do raio de curvatura da frente de onda refletida, no instante em que a mesma atinge a superfície de observação no ponto central, X_o .

3.3 CONFIGURAÇÃO PONTO DE REFLEXÃO COMUM

Apresentamos agora, o caso em que o conjunto de sismogramas corresponde a diferentes pares de fontes e geofones relacionados com um único ponto de reflexão. Na Figura 3.4 tem-se um modelo formado por duas camadas horizontais e homogêneas sobre um semi-espaco, onde o ponto médio entre as posições de fontes e geofones coincide com o ponto central X_o de coordenada Cartesiana x_o . Consideramos fixo o refletor, denotado por Σ_D .

Denotemos por t_o , o tempo de trânsito do raio de reflexão normal (relativo ao caso de afastamento nulo fonte-receptor, i.e., $S \equiv G$ e localizados no ponto X_o). Este raio parte do ponto central X_o , para refletir-se em C_o em Σ_D e retornar a X_o , ($X_o \rightarrow C_o \rightarrow X_o$). Denotemos agora por t o tempo de trânsito de um raio de reflexão primária genérico, que parte da fonte, S , de coordenada Cartesiana x_s , reflete-se também no ponto C_o em Σ_D , e chega no geofone G , simetricamente localizada em relação a X_o , e de coordenada Cartesiana x_g , ($S \rightarrow C_o \rightarrow G$). Da mesma forma que na seção anterior utilizamos a representação

$$t = t_o + \Delta t, \quad (3.7)$$

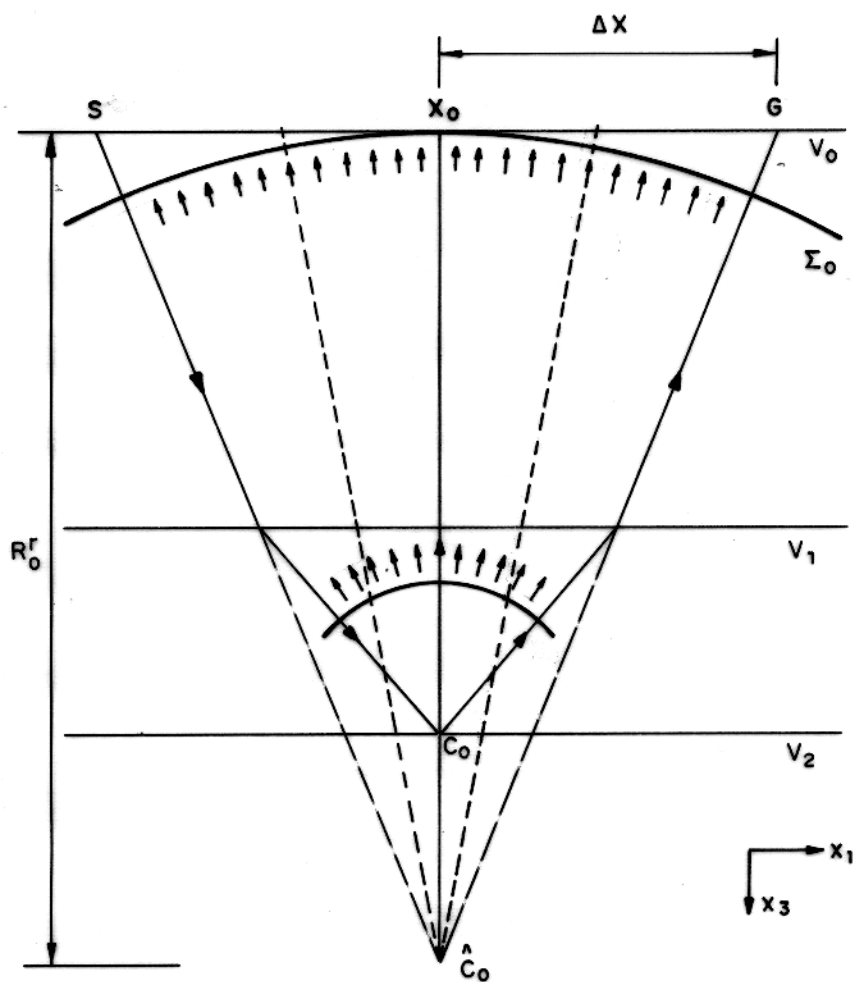


Figura 3.4 - Modelo de camadas planas horizontais com o refletor concordante à estratificação. A frente de onda hipotética Σ_0 é originada no ponto de reflexão C_0 , correspondente a configuração ponto de reflexão comum.

onde, novamente, Δt representa a chamada correção local do tempo para o raio ($S \rightarrow C_o \rightarrow G$). A partir da Figura 3.4, pode-se verificar que o referido raio pode ser dividido em dois ramos de ($C_o \rightarrow S$) e ($C_o \rightarrow G$) de igual tempo de trânsito, $t/2 = t_o/2 + \Delta t/2$.

Consideremos agora que o ponto (comum) de reflexão C_o seja uma fonte pontual no plano do modelo, produzindo-se uma frente de onda (hipotética), Σ_o , que se propaga de baixo para cima a partir do ponto de reflexão C_o , para atingir o ponto central X_o . Suponhamos ainda que o tempo de trânsito consumido na propagação desta frente de onda, desde a origem em C_o até atingir o ponto central X_o seja $\frac{1}{2}t_o$. Suponhamos, finalmente agora que a frente de onda, ao atingir X_o , possa ser aproximada como um círculo de centro de curvatura \hat{C}_o e raio de curvatura R_o^r . Utilizamos aqui a hipótese de que pequenas aberturas (no caso \overline{SG} pequeno). Nestas condições, dizemos que a imagem homeomórfica do ponto de reflexão comum, C_o , é o centro de curvatura, \hat{C}_o , da referida frente de onda no ponto central X_o .

Para a obtenção de uma expressão aproximada para a correção local do tempo, Δt , supomos que a frente de onda se propaga num meio de velocidade constante e igual à velocidade v_o , na primeira camada. Devido a homogeneidade lateral do meio, a mesma frente de onda hipotética atinge então G e S , simultaneamente, no instante $\frac{1}{2}t = \frac{1}{2}t_o + \frac{1}{2}\Delta t$. Tendo em vista a Figura 3.4, podemos aproximar a correção local do tempo, Δt , como

$$\Delta t = \frac{2}{v_o}[\overline{\hat{C}_o S} - \overline{\hat{C}_o X_o}] = \frac{2}{v_o}[\overline{\hat{C}_o} - \overline{\hat{C}_o X_o}]. \quad (3.8)$$

Dado que $\overline{\hat{C}_o X_o} = R_o^r$, e utilizando-se a notação $\Delta X = \overline{(x_g - x_o)} = -(x_s - x_o)$, e aplicando-se o teorema de Pitágoras aos triângulos retângulos $\hat{C}_o X_o S$ e $\hat{C}_o X_o G$, na Figura 3.4, tem-se que

$$\overline{\hat{C}_o S} = \overline{\hat{C}_o G} = \sqrt{(R_o^r)^2 + \Delta X^2}. \quad (3.9)$$

Substituindo-se na equação (3.8) a relação (3.9), obtemos a fórmula de correção local do tempo

$$\Delta t = \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o^r)^2 + \Delta X^2} - \frac{2R_o^r}{v_o}. \quad (3.10)$$

O tempo de trânsito de cada reflexão primária é assim descrito pela expressão,

$$t = t_o + \Delta t = t_o + \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o^r)^2 + \Delta X^2} - \frac{2R_o^r}{v_o}. \quad (3.11)$$

Um algoritmo para a realização deste procedimento pode ser formulado como:

1. Seleciona-se um conjunto de sismogramas segundo a configuração ponto de reflexão comum, onde diferentes pares de fonte e geofone possuem um ponto médio comum, coincidente com o ponto central em X_o .

2. Seleciona-se o intervalo de busca $R_{min} < R_o^r < R_{max}$ para os valores de raio de curvatura, R_o^r .
3. Para cada valor de raio de curvatura escolhido é calculada a correção do tempo Δt , utilizando-se a fórmula (3.10) para diferentes valores de afastamento fonte-geofone ΔX . Esta correção é então aplicada ao conjunto de sismogramas para uma varredura em diferentes valores t_o no eixo do tempo, após o que se realiza o empilhamento de todos os sismogramas.
4. Com base num critério de medida de coerência, pode-se então selecionar o valor ótimo de raio de curvatura R_o^r que permite um empilhamento com uma maior concentração de energia, para cada valor t_o no eixo dos tempos.
5. Após repetido este procedimento para diferentes valores de x_o , com diferentes conjuntos de sismogramas segundo a mesma configuração, obtém-se a chamada seção de radiusgrama $R_o^r(x_o, t_o)$.
6. Usando-se os valores ótimos da seção de radiusgrama, faz-se o empilhamento final de diferentes conjuntos de sismogramas usados na análise dos raios de curvatura, obtendo-se a seção afastamento nulo $u(x_o, t_o)$, que resulta do empilhamento.

3.3.1 Relação com a Técnica NMO

Introduzindo-se as relações

$$t_p^r = \frac{\Delta t}{2} + \frac{R_o^r}{v_o} \quad (3.12)$$

$$t_o^r = \frac{R_o^r}{v_o}. \quad (3.13)$$

Pode-se reescrever a correção temporal dada pela expressão (3.10) na forma

$$(t_p^r)^2 = (t_o^r)^2 + \frac{\Delta X^2}{v_o^2}, \quad (3.14)$$

É também conveniente introduzir o tempo de trânsito $t_c^r = t_o/2$, ao longo do raio ($C_o \rightarrow X_o$), bem como o tempo $t_g^r = t/2$, ao longo do raio ($C_o \rightarrow G$). Tendo em vista a equação (3.10) (ver Figura 3.4), tem-se que

$$\Delta t/2 = t_g^r - t_c^r \quad (3.15)$$

$$\Delta^r = t_o^r - t_c^r. \quad (3.16)$$

Introduzindo-se a notação $\Delta^r = t_o^r - t_c^r$, é fácil verificar as relações

$$t_o^r = t_c^r + \Delta^r \quad \text{e} \quad t_p^r = t_g^r + \Delta^r, \quad (3.17)$$

as quais substituídas na equação (3.14), fornecem

$$(t_g^r + \Delta^r)^2 = (t_c^r + \Delta^r)^2 + \frac{\Delta X^2}{v_o^2}. \quad (3.18)$$

A fórmula (3.18) significa que um observador na superfície de observação "vê" a imagem \hat{C}_o de um objeto C_o , conforme representado na Figura 3.4. Dada a condição de anastigmatismo para objeto e imagem, esta última aparece no eixo de simetria do sistema de camadas, e dá a impressão de existir apenas um meio de velocidade v_o onde se localiza a imagem. Esta fórmula é também encontrada em DE BAZELAIRE (1988), e representa uma hipérbole de centro não mais na origem, mas no ponto $(-\Delta^r)$ no eixo do tempo.

No caso em que $\Delta^r = 0$ e o meio seja homogêneo de velocidade igual a v_o , esta fórmula corresponde a familiar aproximação hiperbólica para a curva de tempo de trânsito. Para o caso em que $\Delta^r \neq 0$, mas o meio seja estratificado com camadas horizontais, e seja adotado no lugar de v_o o valor da velocidade RMS, V_{rms} (root-mean-square velocity), dada por (HUBRAL & KREY, 1980)

$$V_{rms} = \left\{ \frac{1}{t_c^r} \sum_1^m \Delta t_i v_i^2 \right\}^{1/2}, \quad (3.19)$$

onde m é o número total de camadas, v_i e Δt_i são os valores de velocidade e o intervalo de tempo da trajetória do raio normal descendo na i -ésima camada. A expressão (3.16) transforma-se na também familiar representação hiperbólica para a curva de tempo de trânsito em meios de multicamadas, utilizada na correção NMO (HUBRAL & KREY, 1980)

$$(t_g^r)^2 = (t_c^r)^2 + \frac{\Delta X^2}{V_{rms}^2}. \quad (3.20)$$

Na Figura 3.5 tem-se a representação dessas duas hipérboles, correspondentes às expressões (3.18) e (3.20), para o caso particular em que $R_o^r = 1000m$, para um modelo de duas camadas horizontais sobre um semi-espaco, onde a velocidade da primeira camada é $v_o = 1500m/s$, e a $V_{rms} = 1309.3m/s$, sendo $\Delta^r = -0.3s$. Pode-se observar que a hipérbole correspondente a correção NMO é centrada na origem, enquanto que a hipérbole da correção apresentada em (3.18) tem o centro deslocado no eixo do tempo em $0.3s$. Para pequenos afastamentos fonte-geofone, estas curvas são coincidentes.

A fórmula (3.18) deduzida com base em conceitos da ótica geométrica pode ser interpretada, de um modo geral, como se a frente de onda fosse uma lente que focaliza toda a energia

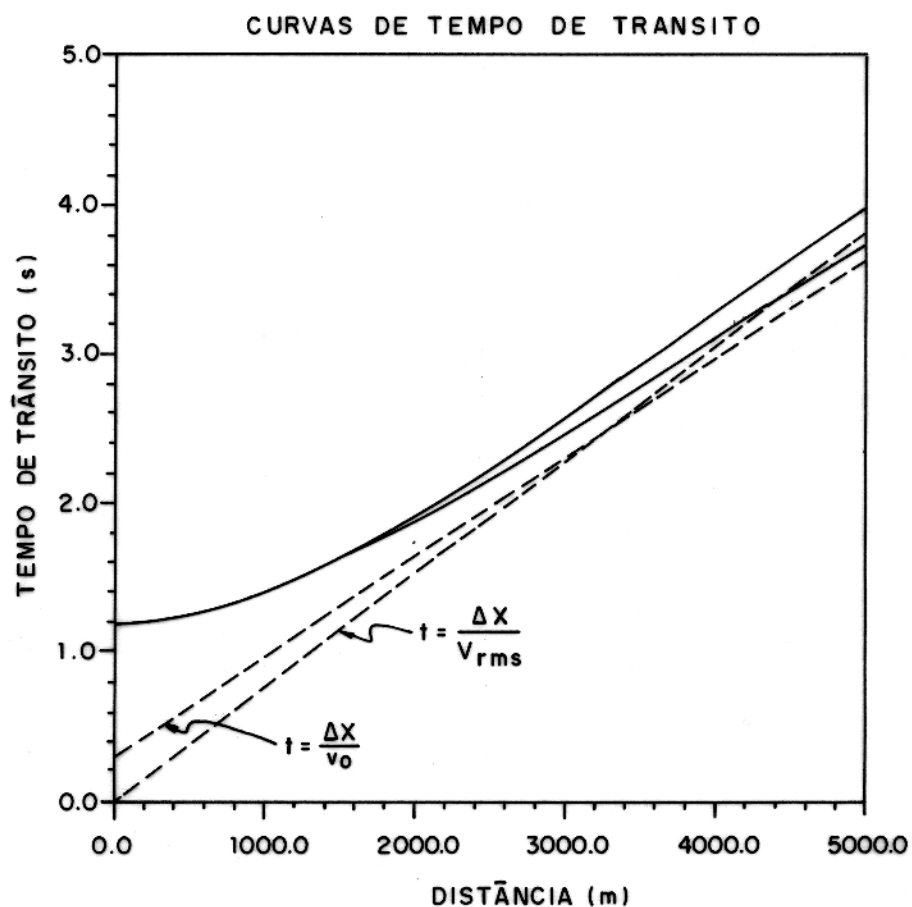


Figura 3.5 - Curvas de tempo de trânsito calculadas para os casos da correção NMO dada pela fórmula (3.20) e da correção usada no empilhamento homeomórfico dado pela fórmula (3.18), considerando um modelo de duas camadas sobre um semi-espaço, para uma configuração de ponto de reflexão comum.

originada a partir do ponto de reflexão, em seu centro de curvatura. A fim de evitar possíveis aberrações, o afastamento fonte-geofone não deve ser muito grande. No caso mais geral, onde tem-se desvios do eixo de simetria, ou seja, o traçado de raios não é simetricamente centrado, deve-se realizar correções quanto ao ângulo de incidência da frente de onda hipotética na superfície de medidas.

Usando-se as relações (3.15) e (3.16) pode-se reescrever a equação (3.18) como

$$(\Delta t/2 + t_o^r)^2 = (t_c^r)^2 + \frac{\Delta X^2}{v_o^2}. \quad (3.21)$$

onde $\Delta t = 2(t_g^r - t_c^r)$ é a correção necessária a ser aplicada a curva tempo de trânsito para um dado t_o^r , de modo que a mesma depende apenas da distância fonte-geofone.

A chamada *profundidade de focalização* é então definida como $h_f = R_o^r = t_o^r v_o$. Isto significa que a imagem é obtida através da focalização da energia das reflexões primárias, como se a fonte sísmica estivesse no centro de curvatura da frente de onda hipotética Σ_o , no instante em que a mesma atinge a superfície de observação no ponto central X_o .

3.3.2 Efeitos de Alongamento do Sinal

Como resultado da correção NMO aplicada ao sinal sísmico, observa-se uma distorção no conteúdo de frequência do mesmo, a qual é mais eminente na região do sismograma correspondente aos refletores mais rasos e grandes afastamentos fonte-geofone (YILMAZ, 1987). Isto faz com que o período dominante T_d do sinal seja modificado para um novo valor T_d' . A fim de neutralizar este problema, a parte do sinal sísmico atingida por este problema é eliminada antes de ser realizado o empilhamento numa operação denominada silenciamento. Isto é bastante prejudicial aos dados, visto que parte substancial do sismograma pode estar sendo perdida quando parte dos dados é subtraída.

Considerando-se o chamado fator de alongamento definido por (YILMAZ, 1987; BARNES, 1992)

$$\mathcal{F} = \left(\frac{dt}{dt_o}\right)^{-1} = \frac{f(t_o)}{f(t)}, \quad (3.22)$$

onde $f(t_o)$ e $f(t)$ são as frequências instantâneas calculadas antes e depois de aplicado a correção NMO ao sismograma. A frequência instantânea é definida por

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}. \quad (3.23)$$

Este problema pode ser formalmente abordado, considerando-se o caso da aproximação hiperbólica dada pela expressão (3.20), dado que $t = 2t_g^r$ e $t_o = 2t_c^r$. Com efeito, efetuando-se

a derivação da referida equação em relação a t_o , obtemos

$$\mathcal{F} = \left(\frac{dt}{dt_o}\right)^{-1} = \frac{tV_{rms}^3 t_o}{t_o(V_{rms}^3 t_o - 4\Delta X^2 V'_{rms})}, \quad (3.24)$$

onde $V'_{rms} = \frac{dV_{rms}}{dt_o}$. Conclui-se que no caso da aproximação hiperbólica utilizada na correção NMO dado pela expressão (3.20), a frequência instantânea do sinal é alterada de um fator \mathcal{F} , de tal modo que

$$f(t_o) = \frac{f(t)}{\mathcal{F}}. \quad (3.25)$$

Examinando-se a fórmula (3.10) pode ser visto que Δt não depende do tempo de referência t_o e, desta forma tem-se $\mathcal{F} = \left(\frac{dt}{dt_o}\right)^{-1} = 1$, calculado com base na equação (3.11). Isto implica que a frequência instantânea antes e depois de aplicado a correção no tempo no caso do imageamento homeomórfico, permanece a mesma, sem alteração, ou seja $f(t) = f(t_o)$.

Este fato implica que no imageamento homeomórfico, os efeitos de alongamento do sinal podem ser evitados, ou seja, a frequência instantânea do sinal antes e depois de aplicado a correção no tempo de trânsito, permanece inalterada. Isto preserva as características do sinal observado e evita a necessidade de complicadas operações de *mute* durante o processamento.

As fórmulas de correção do tempo aqui apresentadas (3.10), (3.14), (3.18) e (3.21) são casos especiais do método de imageamento homeomórfico *elemento de reflexão comum* (GELCHINSKY, 1988; STEENTOFT, 1993), e possuem as seguintes vantagens em relação à fórmula convencional dada pela correção NMO:

- Não exige hipóteses acerca do modelo de velocidade-profundidade, mas apenas da velocidade próxima a superfície de observação, considerada constante.
- Não sofre efeito de alongamento do sinal como consequência do empilhamento, visto que a correção não depende de um tempo de referência.
- Permite uma estimativa do raio de curvatura da frente de onda hipoteticamente originada no ponto de reflexão, o qual corresponde à profundidade de focalização ótima necessária para se obter a imagem, além de uma seção sísmica empilhada.

3.4 CONFIGURAÇÃO AFASTAMENTO NULO

Nesta seção, trabalharemos com dados correspondentes às reflexões primárias, segundo uma configuração de afastamento nulo, onde as posições de fonte e geofone são coincidentes, $x_s \equiv x_g$.

Consideremos a Figura 3.6, tem-se que um refletor Σ_D fixo com raio d , está subjacente a um meio com estratificação horizontal. Supomos que este refletor seja um círculo com raio de curvatura, ρ_o , e centro de curvatura localizado em E_o , dirigido para baixo, i.e., o centro de curvatura encontra-se abaixo do refletor (refletor convexo).

Consideremos os raios de reflexão normal (i.e., partem da linha sísmica, refletem-se perpendicularmente no refletor Σ_D e retornam à linha sísmica segundo o mesmo percurso, porém com a trajetória invertida). Supomos a existência de uma linha sísmica que intercepta o eixo de simetria o sistema de camadas no ponto X_o , de coordenada Cartesiana x_o . Este ponto representa o ponto central em relação ao qual será feito o empilhamento. Conforme a Figura (3.6), o raio normal parte de X_o , reflete perpendicularmente ao refletor Σ_D no ponto C_o e retorna à superfície no ponto de partida ($X_o \rightarrow C_o \rightarrow X_o$). Este raio será denominado também de *raio central*.

De acordo com as seções anteriores, o tempo de trânsito de um raio raio central será denotado por t_o . O tempo de trânsito de um raio genérico, que parte da fonte $S \equiv G$, localizada em x_s , reflete-se perpendicularmente em Σ_D e retorna para o mesmo ponto será representado por

$$t = t_o + \Delta t. \quad (3.26)$$

A fim de se obter uma fórmula para a correção local do tempo, Δt , em relação ao raio central, é então considerada uma frente de onda Σ_o hipoteticamente coincidente com o refletor, Σ_D , no instante t_o ³. Esta frente de onda hipotética se propaga em direção a superfície, atingindo o ponto central, X_o , no tempo $t_o/2$.

Em consonância com as seções anteriores, supomos que a frente de onda, Σ_o , ao atingir X_o possa ser aproximada pelo seu círculo oscultador (hipótese válida para pequenas aberturas, i.e., pontos próximos a X_o) com raio de curvatura denotado por R_o^c , e centro de curvatura localizado em \hat{E}_o .

Para efetuar o empilhamento, supomos que a frente de onda, Σ_o , circular em X_o seja originada de uma fonte pontual no plano do modelo no seu centro de curvatura, \hat{E}_o , que se propaga em meio de velocidade constante, v_o , igual a da primeira camda. Assim, a correção local do tempo, Δt , pode ser aproximada por

$$\Delta t = \frac{2}{v_o} [\overline{\hat{E}_o S} - \overline{\hat{E}_o X_o}]. \quad (3.27)$$

Aplicando-se o teorema de Pitágoras nos triângulos $\hat{C}_o \widehat{X_o} S$ da Figura 3.6, pode-se obter para

³Esta hipótese corresponde ao chamado modelo "exploding reflector", bem conhecido na literatura sísmica (LOEWENTHAL ET AL., 1976).

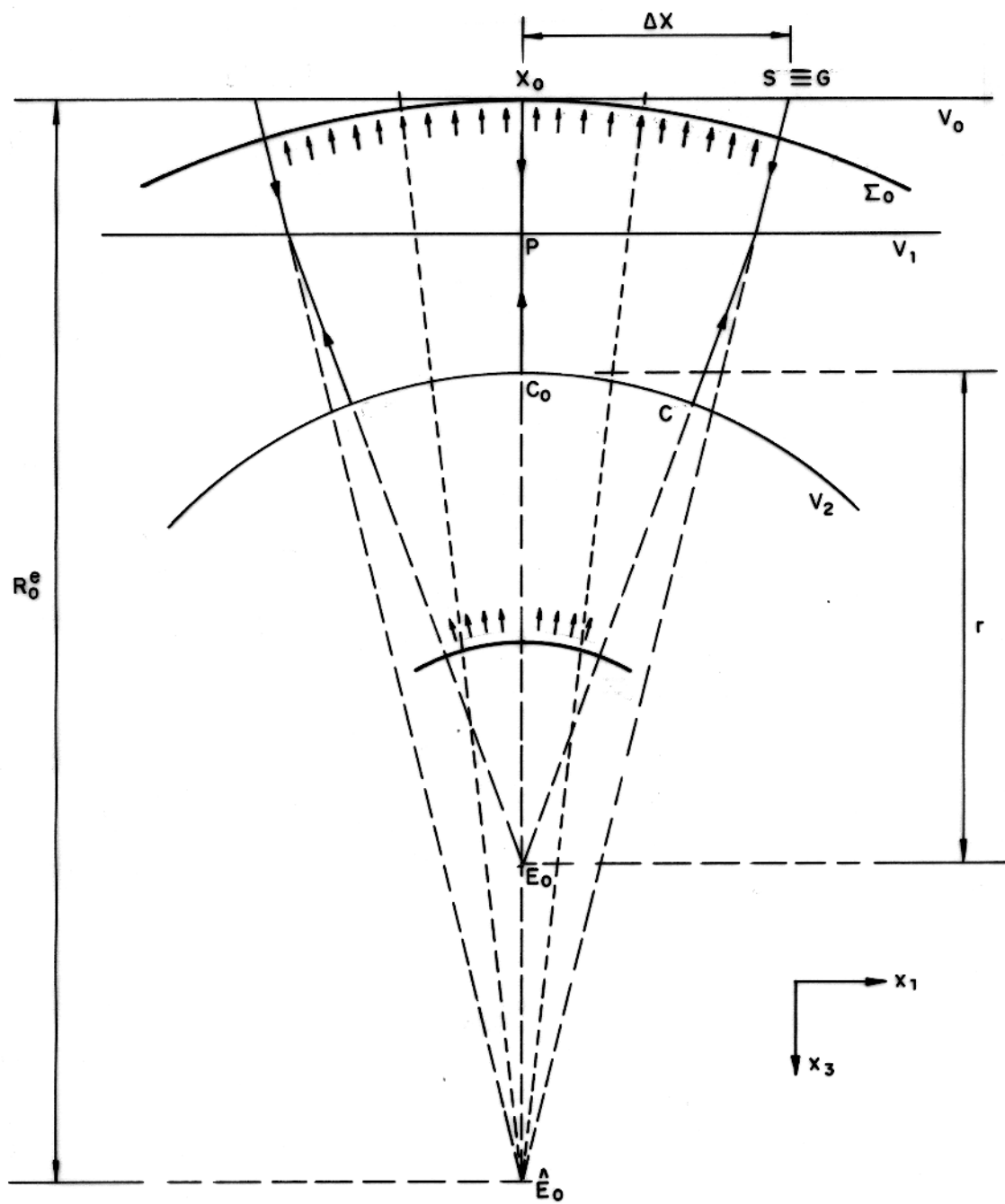


Figura 3.6 - Modelo de camadas horizontais acima de um refletor circular, com fontes e geofones distribuídos segundo a configuração afastamento nulo.

o segmento $\widehat{E}_o S$ a expressão

$$\widehat{E}_o S = \sqrt{(R_o^e)^2 + \Delta X^2}, \quad (3.28)$$

onde foi utilizada a notação usual $\Delta X = (x_s - x_o)$, bem como a observação de que $R_o^e = \widehat{E}_o X_o$. Deste modo, a correção local do tempo em relação ao raio central é então expressa por

$$\Delta t = \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o^e)^2 + \Delta X^2} - \frac{2R_o^e}{v_o}. \quad (3.29)$$

A hipérbole definida pela expressão (3.29) pode ainda ser reescrita como

$$\left(\Delta t + \frac{2R_o^e}{v_o}\right)^2 = \left(\frac{2R_o^e}{v_o}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta X}{v_o}\right)^2. \quad (3.30)$$

Para uma *profundidade de focalização*, agora definida como $h_f = R_o^e$, temos que Δt é a correção no tempo de trânsito em relação ao raio central, e que depende apenas do afastamento ΔX .

A substituição da correção local do tempo, Δt , dada pela equação (3.29), na equação fundamental (3.26), permite escrever a curva de tempo de trânsito ou fórmula de empilhamento como

$$t = t_o + \Delta t = t_o + \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o^e)^2 + \Delta X^2} - \frac{2R_o^e}{v_o}. \quad (3.31)$$

Um algoritmo para a realização deste procedimento pode ser formulado como:

1. Seleciona-se um conjunto de sismogramas segundo a configuração afastamento nulo, onde fontes e geofones são espacialmente coincidentes.
2. Seleciona-se o intervalo de busca $R_{min} < R_o^e < R_{max}$ para os valores de raio de curvatura, R_o^e .
3. Para cada valor de raio de curvatura escolhido é calculada a correção do tempo Δt , em diferentes valores de afastamento de pares coincidentes de fonte e geofone relativos ao ponto central, ΔX . Esta correção é então aplicada ao conjunto de sismogramas para uma varredura em diferentes valores no eixo do tempo, após o que se realiza o empilhamento de todos os sismogramas.
4. Com base num critério de medida de coerência, pode-se então selecionar o valor ótimo de raio de curvatura que permite um empilhamento com maior concentração de energia, para um dado valor de referência no eixo dos tempos.
5. Após repetido este procedimento para diferentes valores de x_o , com diferentes conjuntos de sismogramas segundo a mesma configuração, tem-se a seção de radiusgrama $R_o^e(x_o, t_o)$.

6. Usando-se os valores ótimos da seção de radiusgrama obtém-se pelo empilhamento final de diferentes conjuntos de sismogramas usados na análise dos raios de curvatura, a seção empilhada $u(x_o, t_o)$.

3.4.1 Análise do Modelo de Duas Camadas

Neste ítem faremos uma análise mais detalhada do modelo de duas camadas representado pela Figura (3.6). Para tanto, consideremos agora a frente de onda que se origina de uma fonte pontual localizada no centro de curvatura, E_o , do refletor circular e se propaga com velocidade constante, v_1 , que é a velocidade da segunda camada (ver Figura 3.6). Esta frente de onda coincide com o refletor, Σ_D , quando atinge o mesmo. Denotemos por $t_c^e/2$, o tempo de trânsito consumido por esta frente de onda, desde a origem em E_o até o ponto central X_o , i.e., ao longo do raio ($E_o \rightarrow X_o$). Da mesma forma, seja $t_g^e/2$ o tempo de trânsito ao longo de um raio lateral de E_o até G , ($E_o \rightarrow G$). Desta forma, temos

$$\Delta t = t_g^e - t_c^e. \quad (3.32)$$

Denotando-se por $t_o^e/2$ o tempo de trânsito ao longo do raio ($\hat{E}_o \rightarrow X_o$), que liga o centro de curvatura, \hat{E}_o , da frente de onda no ponto central, X_o , ao próprio ponto central, propagando-se num meio de velocidade constante, v_o , igual à velocidade da primeira camada, i.e.,

$$t_o^e = \frac{2R_o^e}{v_o}, \quad (3.33)$$

e introduzindo-se a notação

$$\Delta^e = t_o^e - t_c^e. \quad (3.34)$$

Podemos reescrever a equação (3.30) na forma alternativa

$$(t_g^e + \Delta^e)^2 = (t_c^e + \Delta^e)^2 + \frac{4\Delta X^2}{v_o^2}. \quad (3.35)$$

Com referência novamente à Figura (3.6), em particular notando-se o ponto P , projeção do ponto central, X_o , na primeira interface (horizontal), podemos expressar a quantidade Δ^e na forma

$$\Delta^e = \frac{2\overline{\hat{E}_o E_o}}{v_o} = \frac{2(\overline{PC_o} + \rho_o + \overline{E_o \hat{E}_o})}{v_o} - \frac{2(\overline{PC_o} + \rho_o)}{v_1}, \quad (3.36)$$

onde ρ_o denota o raio de curvatura do refletor em C_o .

Caso o meio sobrejacente ao refletor seja de velocidade constante igual a v_o , então $E_o \equiv \hat{E}_o$ e $\Delta^e = 0$, e a expressão (3.35) reduz-se a

$$(t_g^e)^2 = (t_c^e)^2 + \frac{4\Delta X^2}{v_o^2}. \quad (3.37)$$

Ainda neste caso, considerando-se as definições para os tempos de trânsito, com base na frente de onda hipoteticamente gerada no centro de curvatura do refletor, tem-se então que

$$t_g^e = t + \frac{2\rho_o}{v_o}, \quad e \quad t_c^e = t_o + \frac{2\rho_o}{v_o}. \quad (3.38)$$

Que substituído na equação 3.37 fornece,

$$\left(t + \frac{2\rho_o}{v_o}\right)^2 = \left(t_o + \frac{2\rho_o}{v_o}\right)^2 + \frac{4\Delta X^2}{v_o^2}. \quad (3.39)$$

As fórmulas (3.29), (3.30), (3.35), (3.37) e (3.39) para correção do local tempo de trânsito são casos particulares do método de imageamento homeomórfico *elemento de evoluta comum* (KEYDAR, 1994), e são aplicáveis a problemas de empilhamento sísmico no domínio afastamento nulo, onde fonte e geofone são considerados espacialmente coincidentes, sendo o refletor representado por um círculo. Estas fórmulas corrigem efeitos da curvatura do refletor em uma dada abertura no sismograma, além de permitir uma estimativa do raio de curvatura da frente de onda hipoteticamente originada no centro de curvatura da refletor, no instante em que a mesma atinge a superfície de observação no ponto central. A fórmula (3.39) é também encontrada em DE BAZELAIRE (1988), e aqui é apresentada como um caso particular da fórmula (3.29), quando o refletor circular é subjacente a um meio de velocidade constante e igual a v_o , através da mesma pode-se estimar o raio de curvatura, ρ_o do refletor.

3.5 ANÁLISE DE EXATIDÃO DA APROXIMAÇÃO GEOMÉTRICA

As fórmulas apresentadas acima para a correção local do tempo de trânsito foram obtidas com base na hipótese de que a frente de onda, real ou hipotética, originada a partir de uma fonte linear perpendicular ao plano do modelo, propagando-se em um modelo bidimensional, seja aproximada por um círculo, de modo que existe apenas um centro de curvatura onde todos os raios de curvaturas convergem. Entretanto, sabe-se que de um modo geral isto é exato apenas para o caso de um meio com velocidade constante ou com gradiente vertical de velocidade para pequenas aberturas de fonte geofone, onde a interface refletora possui curvatura constante.

Nesta seção, é apresentada uma medida desta aproximação para o caso em que a frente de onda não obedece de forma exata a aproximação geométrica de um círculo, o que é esperado quando se leva em conta heterogeneidades laterais. A fim de se obter tal resultado utiliza-se o desenvolvimento em série de Taylor do tempo de trânsito t , como função da perturbação sofrida no raio de curvatura, a medida que a frente de onda sofre deformações a partir de sua aproximação circular.

A fim de manter o tratamento analítico, aqui são estudados os casos da frente de onda considerada como uma elipse (Figura 3.7a) ou uma parábola (Figura 3.7b). Nestes casos, tem-se uma frente de onda Σ_o , a qual possui diferentes centros de curvatura para onde convergem os raios de curvatura dispostos simetricamente ao redor de um eixo de simetria. A frente de onda Σ_o pode representar uma frente de onda real, ou hipotética. O raio de curvatura R_o corresponde ao centro de curvatura em \hat{C}_o , enquanto o raio de curvatura R_1 corresponde ao centro de curvatura \hat{C}_1 .

Impondo-se a condição de anastigmatismo, i.e., a imagem e o objeto devem estar no eixo de simetria da frente de onda, e usando-se a definição de imageamento homeomórfico, a fórmula de correção do tempo de trânsito em um ponto de observação localizado em X , em relação a um raio central que emerge em X_o , é dada por

$$\Delta t(\ell) = \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o + \ell)^2 + \Delta X^2} - \frac{2(R_o + \ell)}{v_o}. \quad (3.40)$$

Nesta equação $\Delta X = \overline{X_o X}$, tanto no caso da aproximação elíptica (Figura 3.7a), $\ell < 0$, como parabólica (Figura 3.7b), $\ell > 0$. Assim, para $\ell = 0$ esta fórmula pode representar qualquer um dos casos apresentados anteriormente para o empilhamento em diferentes configurações, bastando especificar as características da frente de onda que está sendo considerada.

Sendo a curva de tempo de trânsito definida como $t(\ell) = t_o + \Delta t(\ell)$, onde t_o é o tempo de referência no sismograma, tem-se que a expansão em série de Taylor da função $t(\ell)$ truncada no termo de segunda ordem, desenvolvida ao redor de $\ell = 0$, é dada por

$$t = [t_o + \Delta t(\ell)]_{\ell=0} + \left. \frac{\partial t}{\partial \ell} \right|_{\ell=0} \cdot \ell. \quad (3.41)$$

O segundo termo do lado direito da equação (3.40) é dado por

$$\Delta t(\ell)_{\ell=0} = \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o)^2 + \Delta X^2} - \frac{2R_o}{v_o}. \quad (3.42)$$

Enquanto valor do terceiro termo da série é

$$\left. \frac{\partial t}{\partial \ell} \right|_{\ell=0} \cdot \ell = \frac{2}{v_o} \left\{ \frac{R_o \ell - \ell \sqrt{(R_o)^2 + \Delta X^2}}{\sqrt{(R_o)^2 + \Delta X^2}} \right\}. \quad (3.43)$$

Fazendo $t_o^h = \frac{2R_o}{v_o}$, e $\Delta t(\ell)_{\ell=0} = \Delta t$, pode-se escrever a equação (3.42) como

$$\Delta t + t_o^h = \sqrt{(R_o)^2 + \Delta X^2}. \quad (3.44)$$

Substituindo a relação (3.44) em (3.43) tem-se que,

$$\left. \frac{\partial t}{\partial \ell} \right|_{\ell=0} \cdot \ell = \frac{-2\ell \Delta t}{v_o(\Delta t + t_o^h)}. \quad (3.45)$$

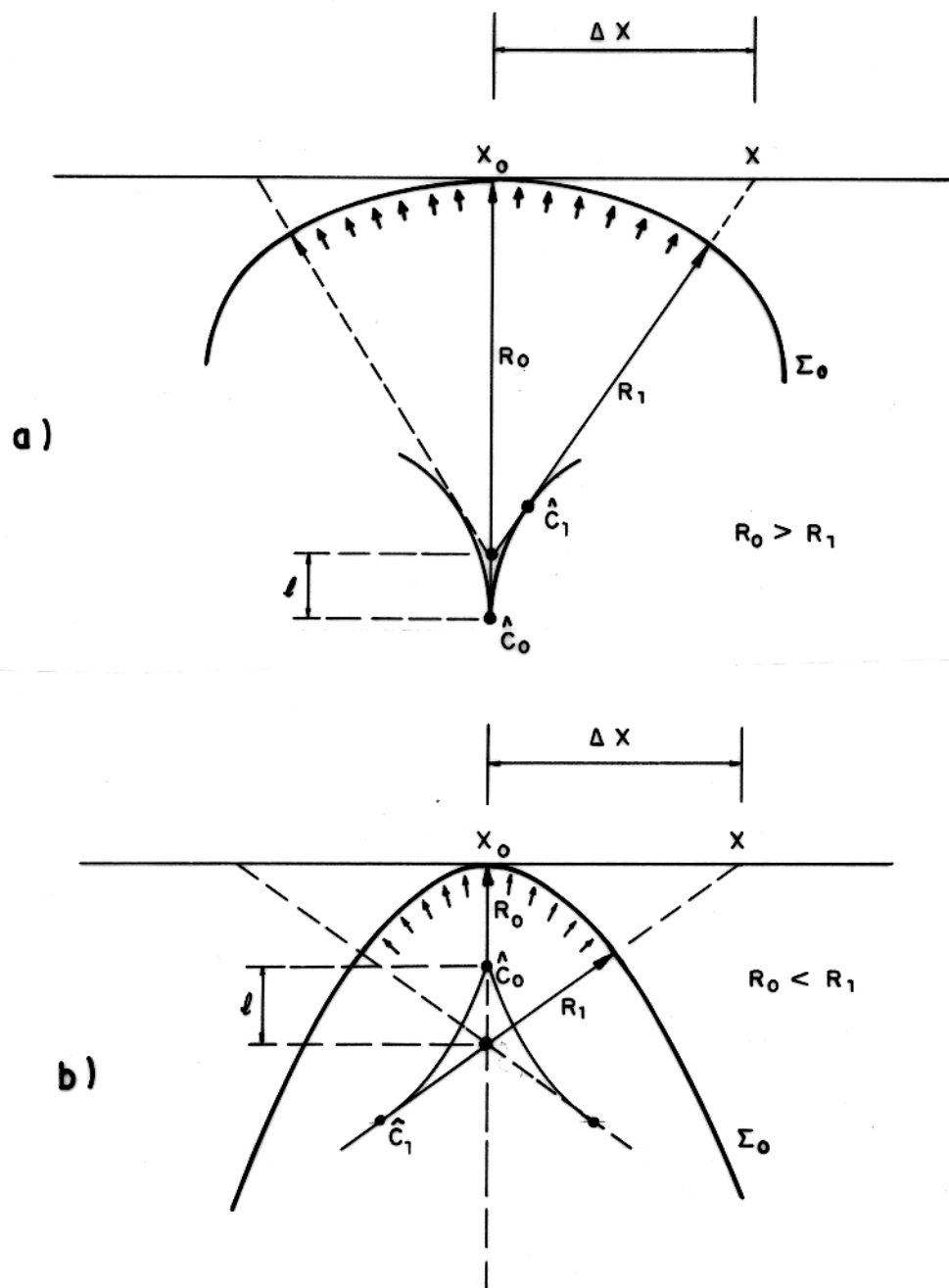


Figura 3.7 - a) Geometria da aproximação elíptica para a frente de onda. b) Geometria da aproximação parabólica para a frente de onda. Nestas figuras tem-se que Σ_0 representa uma frente de onda real ou hipotética, X_0 é o ponto central, X é um ponto de observação qualquer, R_0 e R_1 são raios de curvatura e l é um fator de excentricidade.

E como consequência pode-se escrever para a expansão em série de Taylor da função de tempo de trânsito

$$t(\ell) = t_o + \Delta t \left(1 - \frac{2\ell}{v_o(\Delta t + t_o^h)} \right). \quad (3.46)$$

Nas Figuras 3.8 e 3.9 a função tempo de trânsito $t(\Delta X)$ é apresentada segundo diferentes valores do parâmetro ℓ , definindo diferentes curvas. A primeira Figura diz respeito ao caso da aproximação elíptica, onde se tem $\ell < 0$, enquanto a segunda diz respeito a aproximação parabólica, onde se tem $\ell > 0$. Pode-se observar que a medida que o valor absoluto do parâmetro ℓ aumenta, a curva tempo de trânsito se afasta do caso que se ajusta a uma aproximação para a frente de onda segundo um círculo. Ao mesmo tempo, para valores pequenos de Δt tem-se a superposição destas curvas, mesmo considerando diferentes valores de $|\ell|$.

A medida que cresce a razão $\kappa = |R_o/\ell|$, aqui denominada razão de curvatura da frente de onda, as diferentes curvas de tempo de trânsito calculadas tanto para $\ell < 0$, como para $\ell > 0$, tornam-se cada vez mais próximas do caso em que $\ell = 0$, o que permite a utilização da aproximação geométrica segundo um círculo para a frente de onda Σ_o , para grandes afastamentos fonte-geofone. Mesmo para determinados valores de κ considerados pequenos, a aproximação da frente de onda segundo um círculo pode ser utilizada dentro de um certo limite de tolerância que é apresentado nos próximos parágrafos.

A fim de assegurar que a geometria circular para a frente de onda possa ser utilizada, dentro de um limite de aproximação aceitável, deve-se obedecer a seguinte condição,

$$\frac{2|\ell|\Delta t}{v_o(\Delta t + t_o^h)} < \epsilon, \quad (3.47)$$

onde ϵ é um número suficientemente pequeno, o que significa que o último termo da expansão em (3.46) é desprezível. Para uma avaliação quantitativa, considera-se aqui apenas valores positivos do parâmetro ℓ , e o número ϵ é considerado uma fração $\mu_c \ll 1$, aqui denominada parâmetro de corte, do período dominante no sismograma ($T_d = 1/f_d$), tal que

$$\frac{\Delta t}{v_o(\Delta t + t_o^h)} < \frac{\mu_c}{2f_d\ell}. \quad (3.48)$$

Manipulando-se a equação (3.48), e substituindo-se o valor de t_o^h , tem-se então

$$\Delta t < \Delta t_c = \frac{\mu_c}{\left(\frac{f_d\ell}{R_o}\right) - \left(\frac{v_o\mu_c}{2R_o}\right)}. \quad (3.49)$$

Aqui Δt_c representa o maior valor que deve ser admitido para a correção local do tempo a ser aplicada na curva tempo de trânsito, de modo a ser válida a aproximação geométrica da frente de onda segundo um círculo.

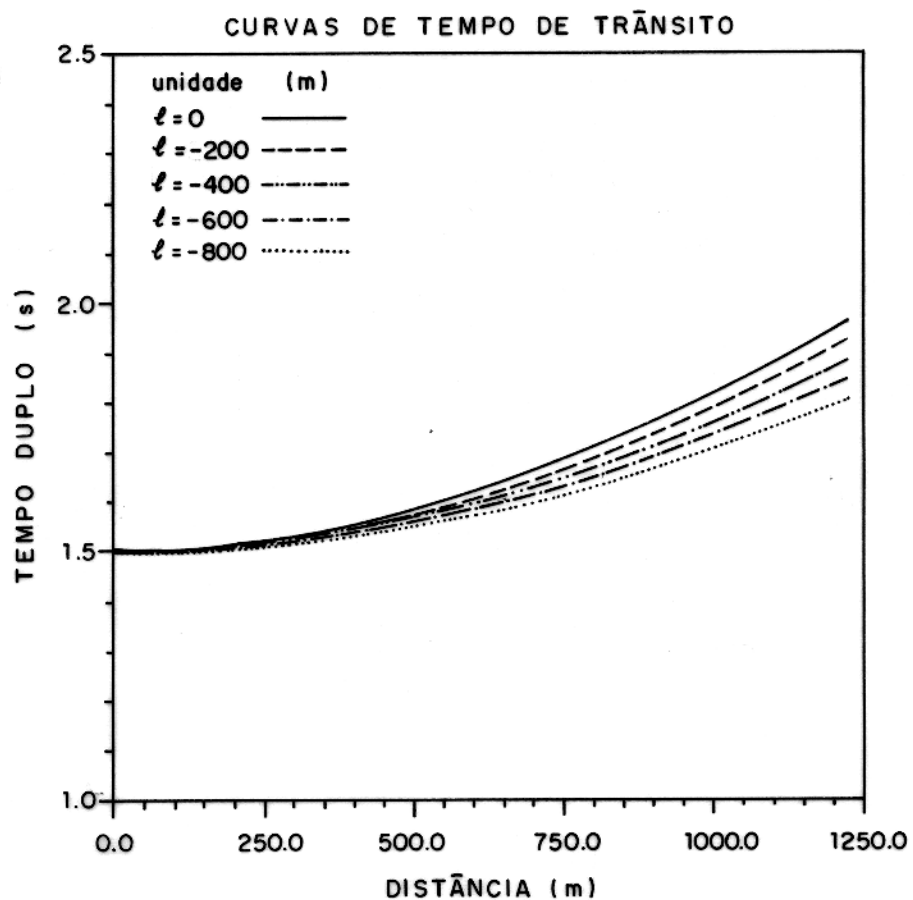


Figura 3.8 - Função tempo de trânsito para diferentes valores do parâmetro l , segundo o desenvolvimento dado pela série de Taylor, quando a frente de onda é aproximada por uma elipse. $R_o = 3000m$ e $l = 0, -200, -400, -600, -800m$.

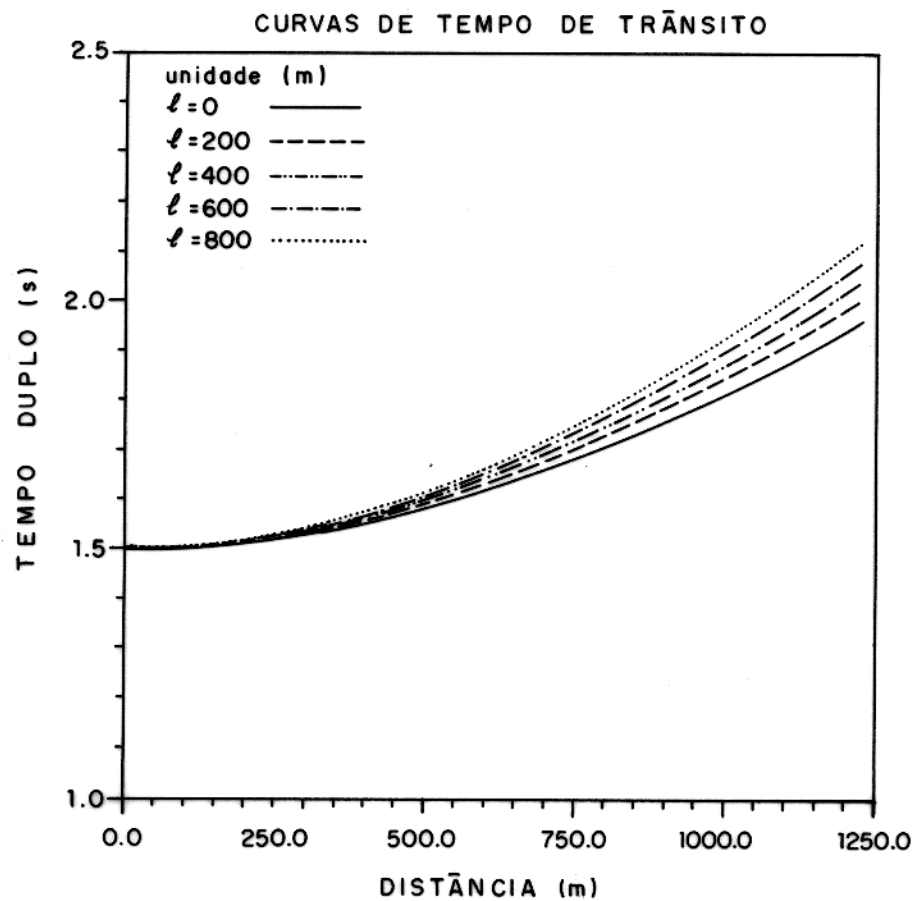


Figura 3.9 - Função tempo de trânsito para diferentes valores do parâmetro l , segundo o desenvolvimento dado pela da série de Taylor, quando a frente de onda é aproximada por uma parábola. $R_o = 3000m$ e $l = 0, 200, 400, 600, 800m$.

A expressão (3.49) pode ser mais uma vez manipulada, sendo o valor de κ substituído na mesma, de tal modo que

$$\mu_c = \frac{2R_o f_d \Delta t_c}{\kappa (2R_o + v_o \Delta t_c)}. \quad (3.50)$$

Esta função $\mu_c = f(\kappa)$ é traçada, para diferentes valores de Δt_c e apresentada na Figura 3.10, onde se tem as chamadas curvas "trade-off". Pode-se observar que quanto menor o valor μ_c desejado, deve-se trabalhar com valores de κ maiores, a fim de se alcançar níveis maiores de tolerância para Δt_c .

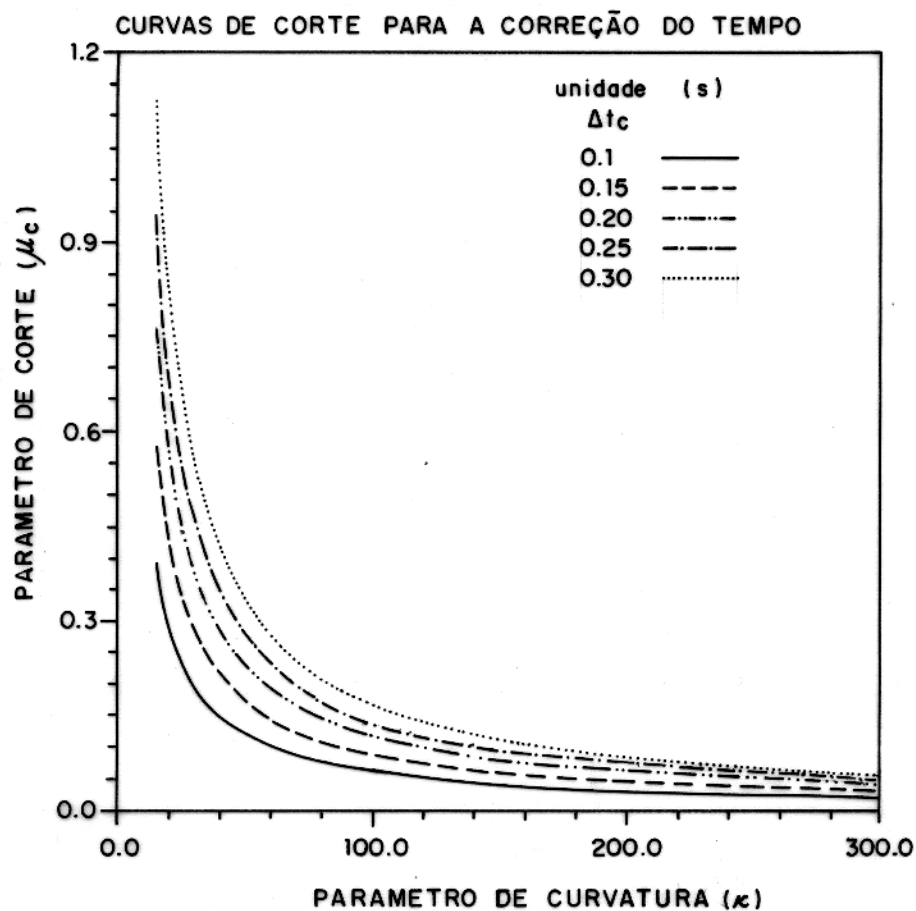


Figura 3.10 - Curvas de corte para determinação dos limites de tolerância para a curva de tempo de trânsito. Para cada uma das curvas tem-se $R_o = 3000m$, $f_d = 60Hz$, $v_o = 1500m$, $\ell = 200$ até $10m$, e $\Delta t_c = 0.1$ até $0.35s$.

4 - IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO EM MEIOS HETEROGÊNEOS

Os métodos de imageamento homeomórfico constituem-se de novas técnicas de obtenção de imagens da subsuperfície, utilizando para isto o conceito de empilhamento sísmico. Segundo estas técnicas, a energia referente às reflexões primárias em um conjunto de sismogramas é empilhada, tendo como parâmetros de imageamento o raio de curvatura e o ângulo de emergência da frente de onda.

Estes métodos são utilizados no imageamento sísmico de estruturas geológicas complexas, considerando-se um modelo bidimensional, isotrópico, e com heterogeneidades suaves. Tais métodos pressupõem que a energia elástica dos componentes de alta frequência do campo de ondas propaga-se ao longo de raios, e a curva ortogonal a uma família desses raios é a frente de onda. Assume-se que a perda de energia do campo de ondas em propagação no interior de um tubo ou família de raios, é satisfatoriamente descrita pelas leis do espalhamento geométrico, conforme estabelecido pela teoria dos raios.

4.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Considere-se o plano do modelo coincidente com o plano definido pelos eixos Cartesianos (x_1, x_3) , onde o eixo horizontal x_1 é coincidente com a linha sísmica, enquanto o eixo vertical x_3 corresponde à profundidade. Ambos positivamente orientados para a direita e para baixo, respectivamente.

As fontes sísmicas são supostas lineares e perpendiculares ao plano do modelo, coincidente com o eixo Cartesiano x_2 . Assim, o meio considerado é representado por um modelo bidimensional heterogêneo suave, caracterizado por uma função contínua de velocidades, onde se localiza um refletor de curvatura suave. Consideramos, finalmente que, para cada par fonte-geofone (S, G) , localizado pelo par de coordenadas (x_s, x_g) , tem-se um sismograma $\Upsilon(x_s, x_g, t)$, onde t designa a variável tempo, o qual é constituído de reflexões primárias, as quais partem de S , refletem-se apenas uma vez em um refletor e retornam ao receptor G . Conforme representado na Figura (4.1), um dos refletores, Σ_D , não necessariamente circular, é considerado o alvo que se deseja efetuar uma imagem.

As diferentes trajetórias das reflexões primárias referentes ao refletor Σ_D , definem a curva tempo de trânsito $t = t(x_s, x_g)$, que é representada pela relação $t = t_o + \Delta t$, onde t_o é o tempo de trânsito de um raio central tomado como referência, e Δt é a chamada correção local do tempo (Figura 4.1).

O problema então consiste em se determinar uma aproximação da correção Δt , em função das propriedades geométricas da frente de onda no instante que a mesma atinge a superfície de observação. Esta frente de onda corresponde ao campo de ondas refletido (real), ou ao campo de ondas gerado em um ponto da subsuperfície (hipotético). Após a aplicação desta correção no tempo, as energias correspondentes às reflexões primárias pertencentes a curva tempo de trânsito são empilhadas, permitindo assim uma imagem do ponto de reflexão.

É importante ressaltar que nestes métodos a frente de onda em propagação é aproximada através de uma geometria regular na forma de um círculo. Isto serve apenas como uma aproximação local, visto que de um modo geral em meios heterogêneos a frente de onda pode assumir formas arbitrárias. Isto é válido, na prática, se considerarmos apenas pequenos afastamentos entre fontes e geofones, em um modelo com heterogeneidade lateral fraca.

4.2 ELEMENTO DE FONTE (RECEPTOR) COMUM(EF(R)C)

4.2.1 A Correção do Tempo de Trânsito

No método EF(R)C os diferentes raios de reflexão primária estão relacionados com uma única fonte S , ou com um único receptor G . A fim de facilitar a análise, restringiremos nosso estudo ao caso da fonte comum (EFC), sendo o caso correspondente ao receptor comum descrito de forma inteiramente análoga.

Considerando-se apenas o caso da fonte comum (EFC), podemos estudar ainda duas possíveis situações: (1) Caso em que a fonte comum S está localizada no ponto central X_o de coordenada Cartesiana $x_o = x_s$ (Figura 4.2a); (2) caso em que o ponto central X_o é posto de modo a coincidir com a posição de um geofone, G , selecionado dentro da linha sísmica, ou seja $x_o = x_g$. No primeiro caso, o raio central, *que coincide com o raio normal*, parte de S , reflete em C_o e retorna à superfície na mesma posição de partida, ($S \rightarrow C_o \rightarrow S$), segundo um ângulo de incidência (ou de emergência) β_o , medido em relação a normal \vec{n} . No segundo caso, o raio central, *que é arbitrário*, parte de S , reflete em C_o e retorna à superfície em G , ($S \rightarrow C_o \rightarrow G$), segundo um ângulo de incidência β_o , medido em relação a normal \vec{n} .

A análise aqui apresentada retringir-se-á ao primeiro caso, onde o ponto central é considerado coincidir com a posição da fonte S , sendo o desenvolvimento do segundo caso onde o

ponto central é feito coincidir com a posição de um dos geofones na linha sísmica obtido de forma semelhante. Sendo assim, o raio de referência, denominado raio central, é o próprio raio normal relativo ao ponto de reflexão C_o de tempo de trânsito dado por t_o . Os demais raios de reflexão primária relativos ao refletor Σ_D , são denominados então raios laterais, de tempo de trânsito representado por t .

A esta família de raios de reflexão primária partindo da fonte S no ponto central X_o , está associada uma frente de onda refletida Σ_o que ao atingir a superfície de observação no ponto central, possui curvaturas arbitrárias, visto que a propagação ocorre num meio heterogêneo. Pode-se observar nas Figuras 4.2a e 4.2b, que os diferentes centros de curvatura da frente de onda Σ_o em pontos vizinhos ao ponto central, definem uma curva denominada evoluta da frente de onda.

Para pequenas aberturas ($\overline{C_oC} \ll 1$), pode-se considerar que uma frente de onda refletida Σ_o que atinge a superfície em X_o , com tempo de trânsito igual a t_o , tem raio de curvatura constante igual a R_o^s , centro de curvatura em \hat{S}_o , e o faz segundo um ângulo de incidência (ou emergência) igual a β_o . Esta aproximação para a frente de onda (Figura 4.3) é válida apenas localmente em torno do ponto central X_o .

Com referência ao receptor G , de coordenada x_g , o tempo de trânsito do raio refletido em C , ($S \rightarrow C \rightarrow G$), é dado através da relação

$$t = t_o + \Delta t, \quad (4.1)$$

onde Δt é a chamada correção local do tempo a ser determinada em função de parâmetros geométricos com vistas ao empilhamento sísmico.

Pressupondo a aproximação circular para a frente de onda, e também que a velocidade v_o próximo a superfície de observação, seja considerada constante, a evolução temporal da frente de onda refletida Σ_o , nas proximidades do ponto central X_o , em relação ao tempo de trânsito de um raio central, pode ser localmente relacionada com a alteração de sua forma geométrica. Simulando-se uma fonte sísmica no centro de curvatura \hat{S}_o da frente de onda Σ_o , que se propaga em direção a superfície com velocidade constante e igual a v_o , pode-se escrever para a correção local do tempo a expressão

$$\Delta t = \left(\frac{\overline{\hat{S}_o G}}{v_o} - \frac{\overline{\hat{S}_o X_o}}{v_o} \right). \quad (4.2)$$

Com base na Figura 4.3, observando-se que $R_o^s = \overline{\hat{S}_o X_o}$, e aplicando-se a lei dos cossenos ao triângulo $\widehat{\hat{S}_o X_o G}$, tem-se que

$$\overline{\hat{S}_o G} = \sqrt{(R_o^s)^2 + 2R_o^s \Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2}. \quad (4.3)$$

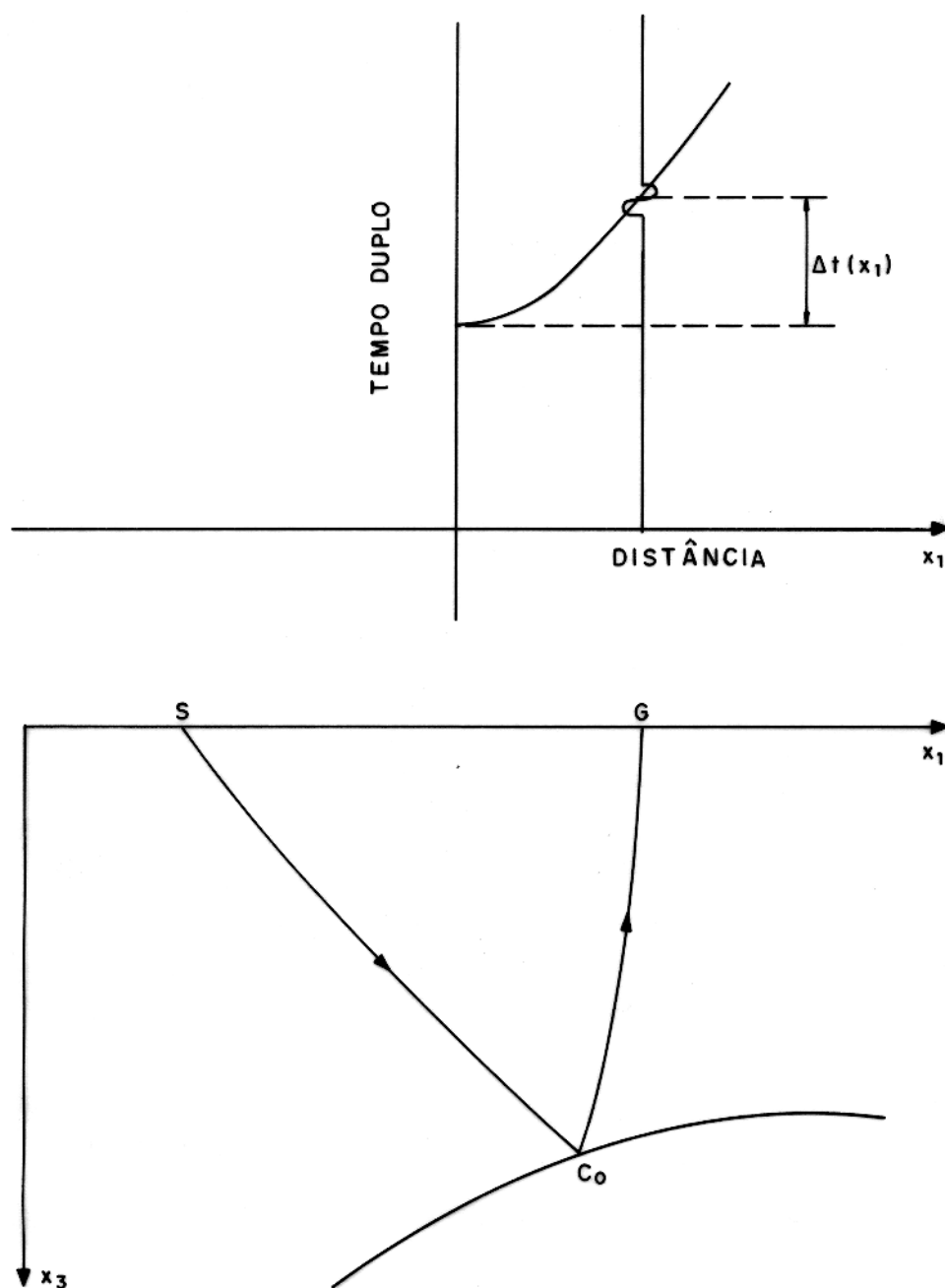


Figura 4.1 - a) Curva de tempo de trânsito relativo a trajetória ($S \rightarrow C_0 \rightarrow G$). b) Refletor alojado em um modelo bidimensional, heterogêneo, e isotrópico.

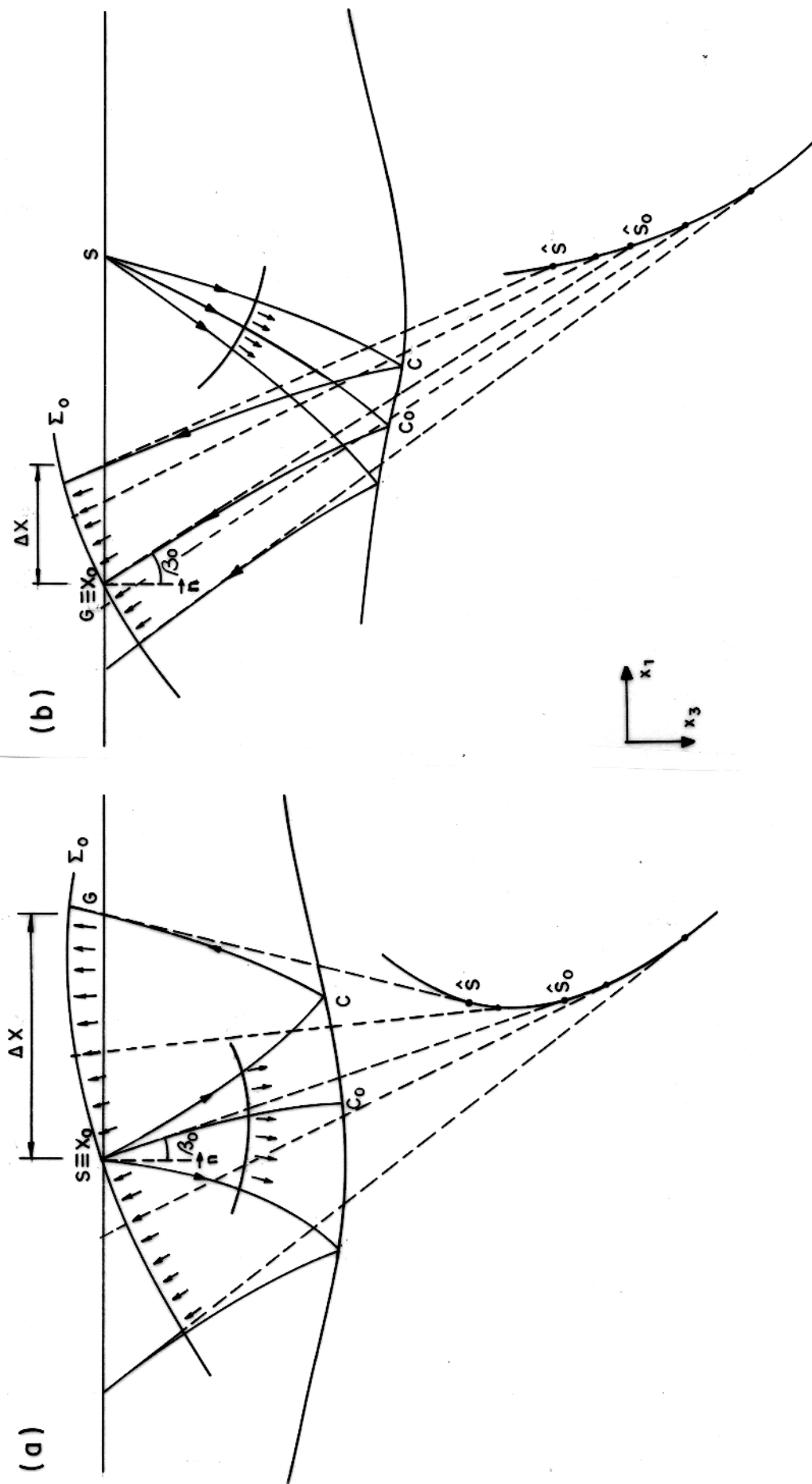


Figura 4.2 - Esquema de raios em um modelo bidimensional, heterogêneo, e isotrópico, para uma configuração de fonte comum. a) A fonte sísmica está no ponto central. b) A fonte sísmica não coincide com o ponto central.

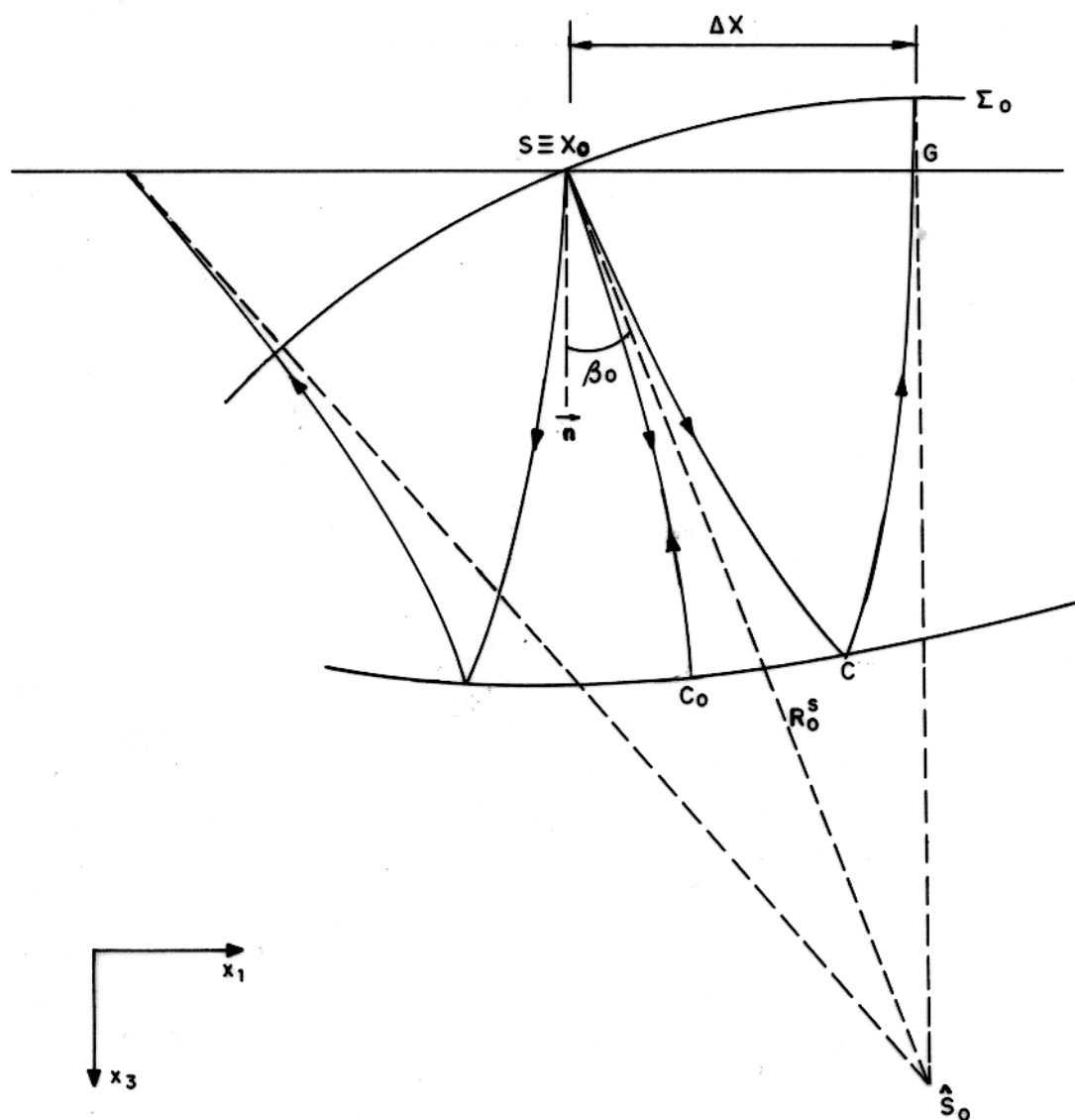


Figura 4.3 - Aproximação geométrica para a frente de onda Σ_0 segundo um círculo, para o método elemento de fonte comum.

Onde foi utilizada a notação $\Delta X = (x_g - x_o)$. Vale observar que o sinal de β_o determina os casos $\Delta X > 0$ à esquerda do ponto central X_o e $\Delta X < 0$ à direita do mesmo ponto. A relação (4.2) pode ser então reescrita como

$$\Delta t = \frac{1}{v_o} \sqrt{(R_o^s)^2 + 2R_o^s \Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2} - \frac{R_o^s}{v_o}. \quad (4.4)$$

A curva de tempo de trânsito é então calculada pela relação,

$$t = t_o + \frac{1}{v_o} \sqrt{(R_o^s)^2 + 2R_o^s \Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2} - \frac{R_o^s}{v_o}. \quad (4.5)$$

A fórmula (4.4) é a correção que deve ser aplicada ao tempo de trânsito de um raio refletido, com relação a um raio central escolhido em uma configuração de fonte (receptor) comum.

Após a aplicação da fórmula (4.4) a um conjunto de sismogramas em uma seção de fonte (receptor) comum, pode-se então realizar um empilhamento destes sismogramas. O resultado aumenta a razão sinal/ruído no interior do conjunto de dados, e permitindo assim, uma melhor resolução das reflexões primárias e do próprio refletor. O processo conduz, ainda, à obtenção de duas seções, denominadas radiusgrama e angulograma, onde estão registrados os valores de raios de curvaturas e ângulos de incidência da frente de onda refletida.

4.2.2 Algoritmo de Processamento

Para a realização do método deve-se adotar o seguinte procedimento:

1. Seleciona-se um ponto central arbitrário X_o em uma seção sísmica, onde os sismogramas estejam dispostos segundo a configuração fonte (receptor) comum.
2. Define-se o intervalo de pesquisa do ângulo de incidência da frente de onda na superfície de observação, tal que $\beta_{min} < \beta_o < \beta_{max}$. E para o intervalo de pesquisa do raio de curvatura da frente de onda, tal que $R_{min}^s < R_o^s < R_{max}^s$.
3. Para cada valor de β_o , procura-se o valor R_o^s que possibilita a coerência máxima no interior do conjunto de sismogramas, para um dado valor de referência do tempo t_o .
4. Obtidos os valores ótimos de β_o e R_o^s , a correção do tempo é aplicada ao conjunto de sismogramas, sendo posteriormente empilhado, e o resultado colocado na posição x_o do ponto central X_o escolhido.
5. Repetindo este procedimento para diferentes valores de x_o , correspondentes a diferentes pontos centrais na seção sísmica, e considerando diferentes valores de t_o , tem-se

como resultado as seções de radiusgrama $R_o^s(x_o, t_o)$, angulograma $\beta_o(x_o, t_o)$ e uma seção resultante do empilhamento tendo como referência um raio arbitrário, $u(x_o, t_o)$. A combinação dessas três seções permite uma imagem homeomórfica dos refletores.

4.2.3 Exemplo de Aplicação

Como exemplo sintético da aplicação deste método, aqui são apresentados resultados obtidos por KEYDAR (1994). Considere-se o modelo bidimensional de três camadas sobre um semi-espço, representado na Figura 4.4. A Figura 4.5 mostra o conjunto de sismogramas relativo a configuração de fonte comum, onde se pode identificar a presença de três refletores. A Figura 4.6 apresenta uma seção de afastamento nulo para o mesmo modelo de três camadas.

Após a aplicação do método elemento de fonte comum, nos sismogramas da seção sísmica da Figura 4.5, obteve-se como resultados uma seção empilhada $u(x_o, t_o)$, (Figura 4.7), e as seções de radiusgrama $R_o^s(x_o, t_o)$, (Figura 4.8a e 4.8b), e angulograma $\beta_o(x_o, t_o)$, (Figura 4.9 e 4.9b). Nestas seções as tonalidades escuras indicam valores positivos de amplitudes na seção empilhada, e de parâmetros nas seções de radiusgrama e angulograma.

Os parâmetros do imageamento ângulo de incidência β_o e raios de curvaturas R_o^s , são apresentados nas Figuras 4.10a e 4.10b, correspondentes aos três refletores. Nos valores de ângulos pode-se notar que existem três regiões características, duas relacionadas com regiões de inflexão para valores positivos e negativos de ângulos, e uma relacionada com um ponto de mínimo (ou máximo), onde o ângulo de incidência é zero. Combinando-se a análise com valores de raios de curvaturas, pode-se observar que as duas primeiras regiões, laterais do modelo, correspondem a raios de curvaturas positivos para todos os refletores; por sua vez, a região central do modelo corresponde a raios de curvaturas aproximadamente zero para o primeiro refletor, e a valores negativos para os outros dois. Deste resultado pode-se concluir que a imagem obtida da parte central do modelo corresponde a uma imagem virtual, com raios de curvaturas negativos; enquanto que a imagem das extremidades corresponde a uma imagem real. Para que isto assim ocorra, a parte central do modelo deve ser côncava, a fim de que existam valores negativos para a correção local do tempo de trânsito, correspondentes a valores negativos de raios de curvaturas.

Na Figura 4.4, tem-se que a primeira interface possui uma região de concavidade na parte central do modelo, coerentemente com a análise feita no parágrafo anterior quanto aos valores de parâmetros encontrados no imageamento. Portanto, a partir da análise combinada dos parâmetros do imageamento pode-se obter informações quanto às propriedades geométricas

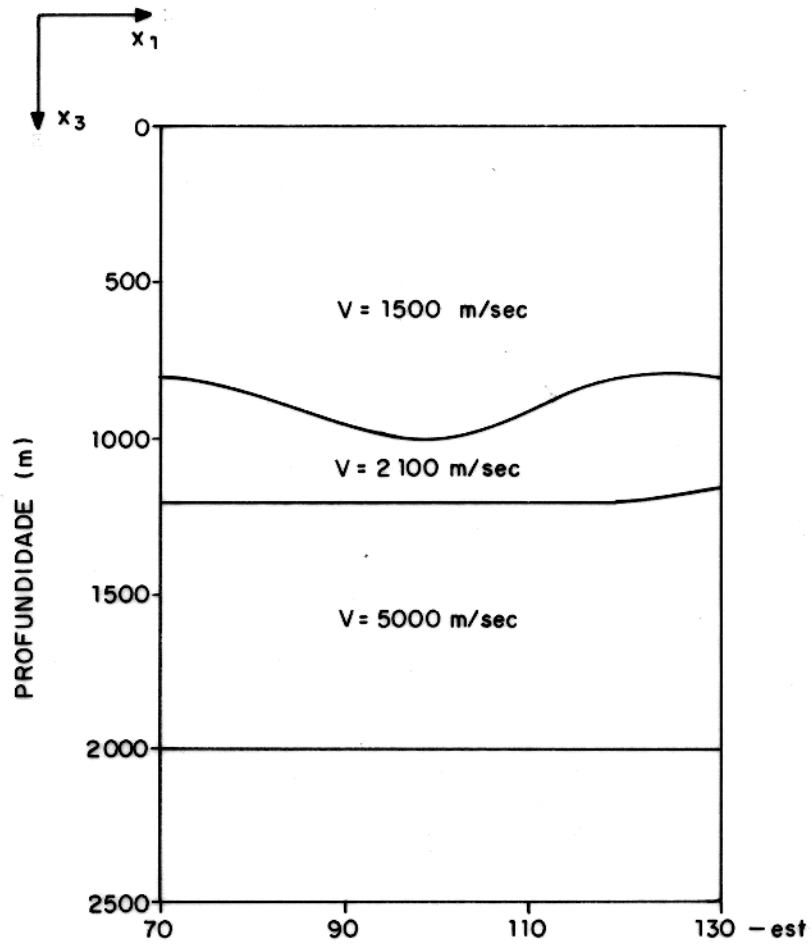


Figura 4.4 - Modelo de três camadas sobre um semi-espaço, usado na geração de dados sintéticos (KEYDAR, 1994, adaptado).

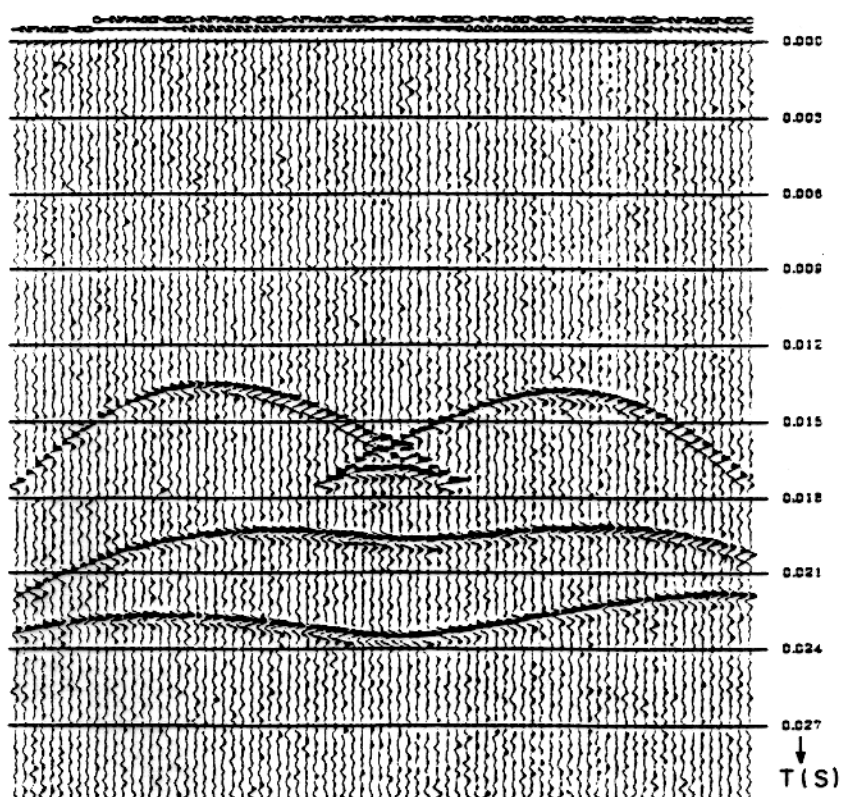


Figura 4.5 - Sismograma sintético segundo uma configuração fonte comum, calculado a partir do modelo da figura 4.4 (KEYDAR, 1994, adaptado).

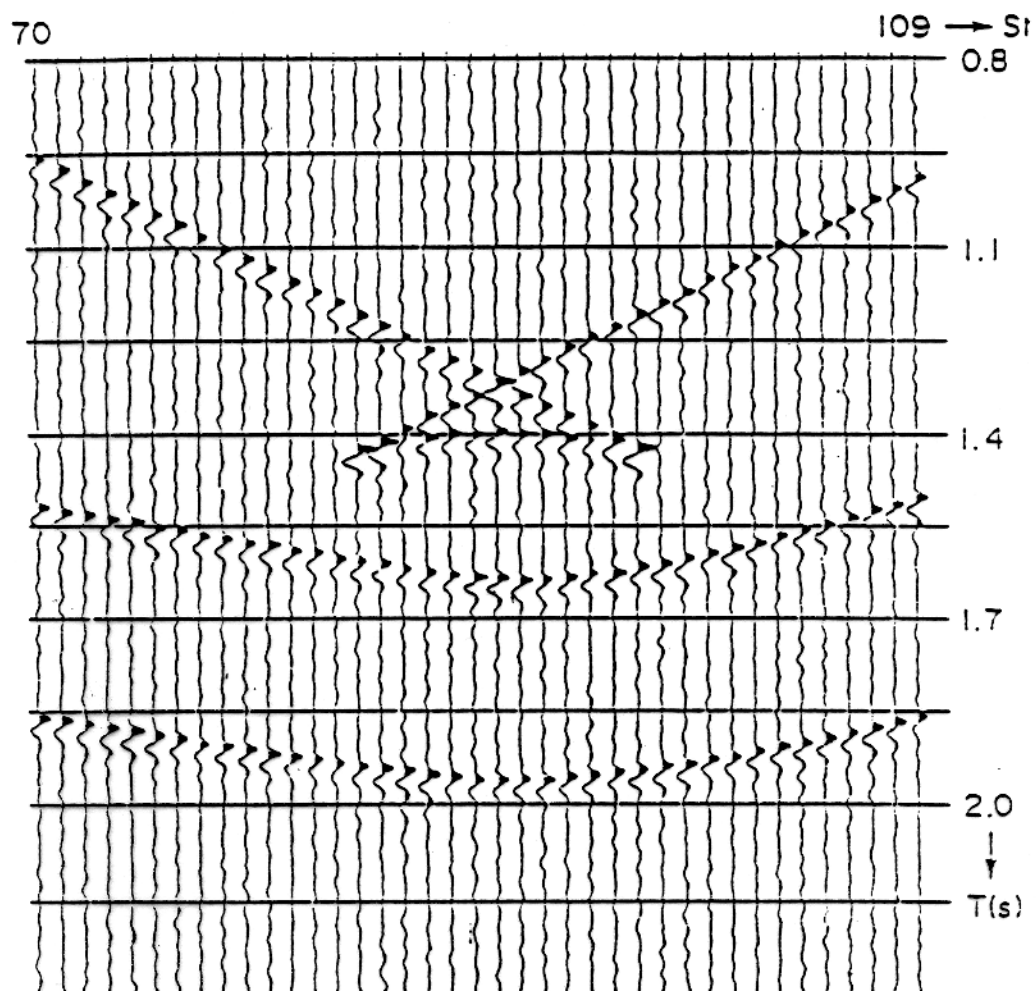


Figura 4.6 - Seção de afastamento nulo calculada sinteticamente, correspondente ao modelo da figura 4.4 (KEYDAR, 1994, adaptado).

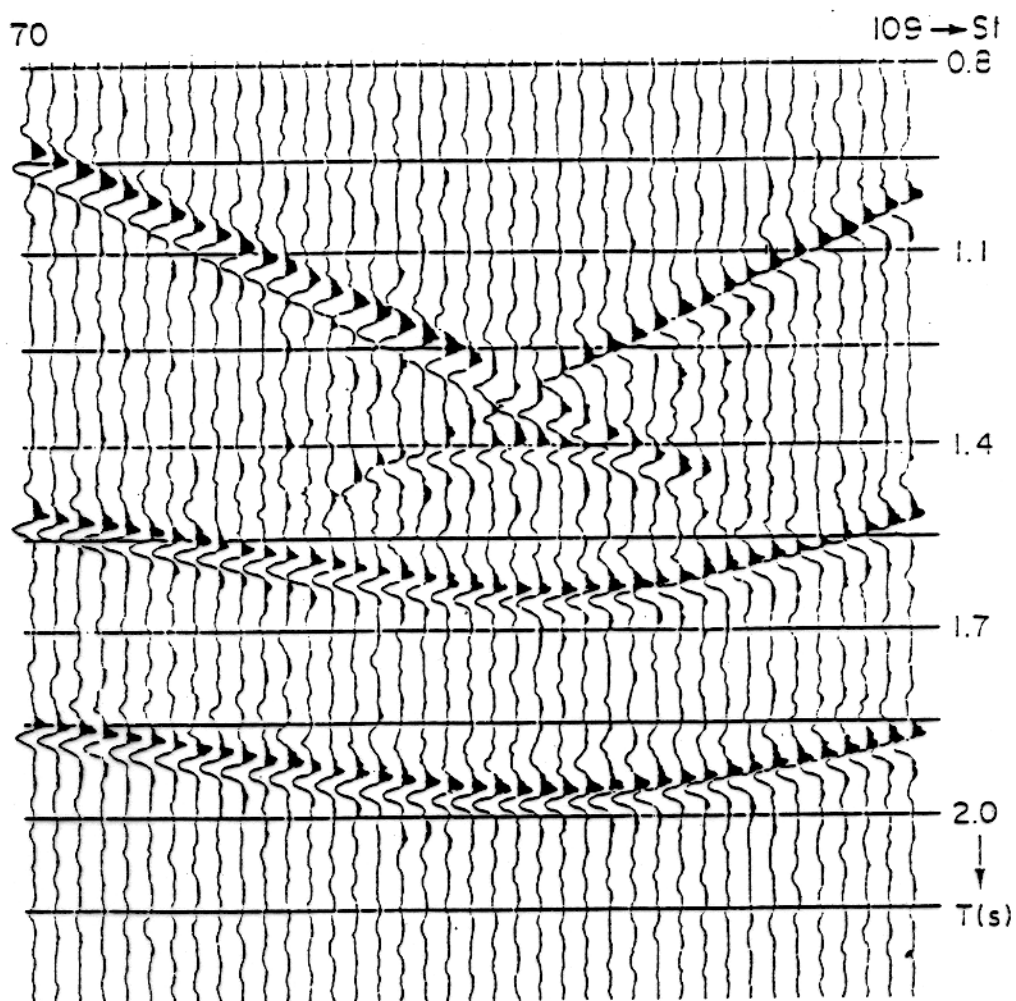


Figura 4.7 - Seção sísmica empilhada com base nos parâmetros de imageamento homeomórfico - ângulo de incidência e raio de curvatura (KEYDAR, 1994, adaptado).

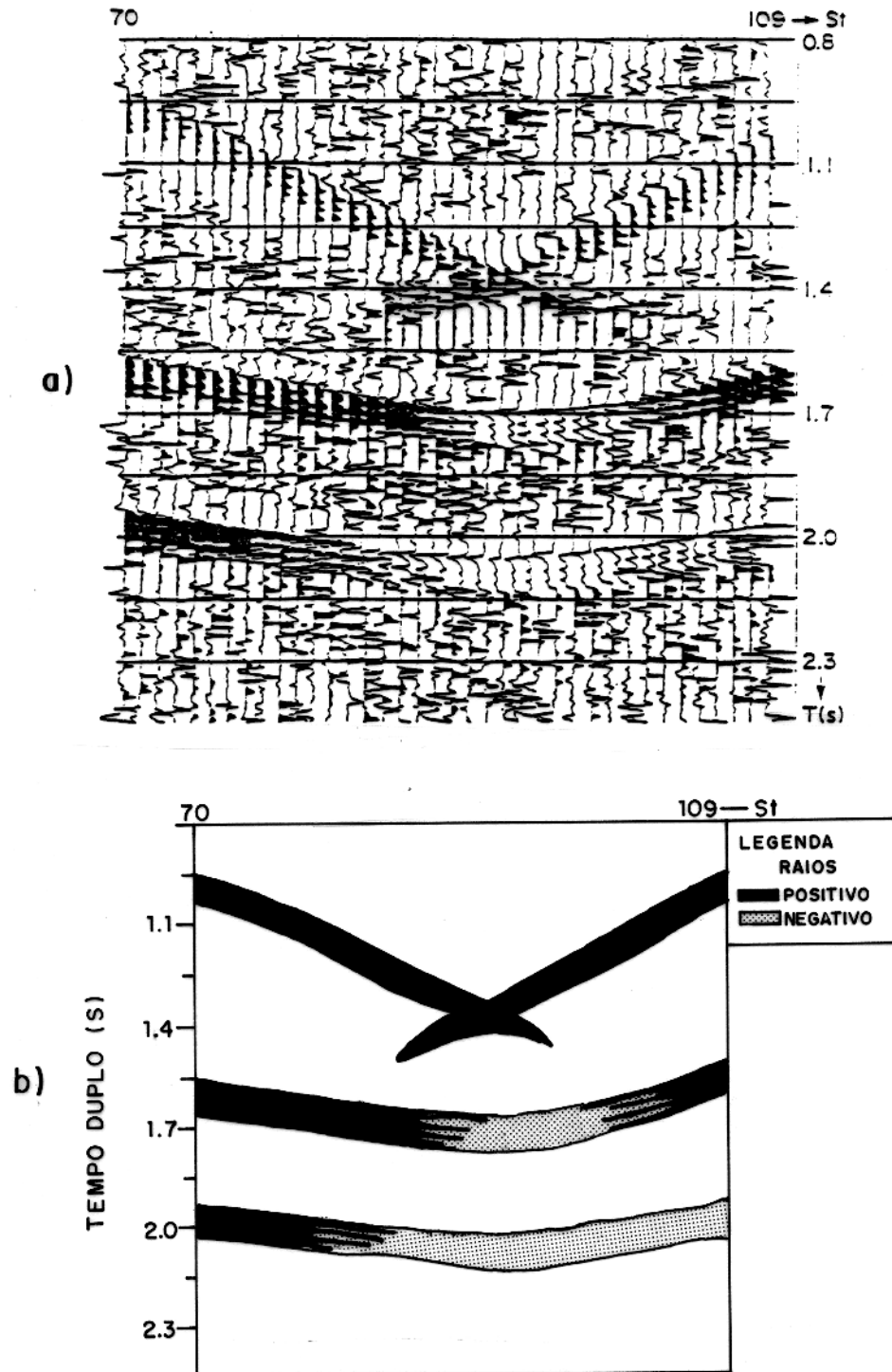


Figura 4.8 - a) Seção de radiusgrama obtida pela aplicação do método elemento de fonte comum (KEYDAR, 1994, adaptado). b) Principais feições extraídas da seção de radiusgrama.

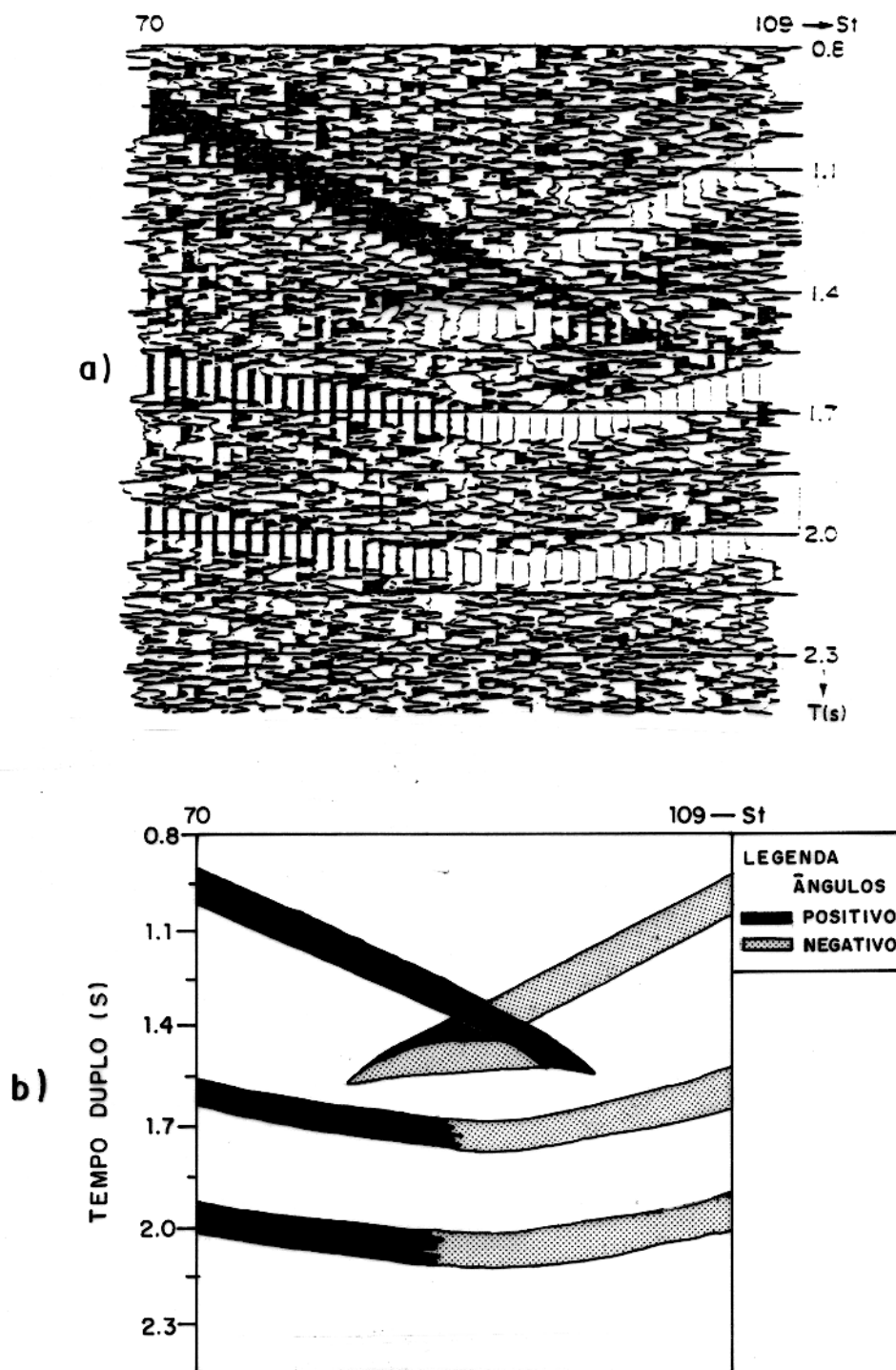


Figura 4.9 - a) Seção de ângulograma obtida pela aplicação do método elemento de fonte comum (KEYDAR, 1994, adaptado). b) Principais feições extraídas da seção de angulograma.

das interfaces do modelo, usando-se para isto apenas as reflexões primárias, e a velocidade próximo a superfície de observação.

4.3 ELEMENTO DE REFLEXÃO COMUM (ERC)

4.3.1 Correção do Tempo de Trânsito

Considerando como na seção anterior, um refletor fixo, Σ_D , a ser imageado, o método ERC se caracteriza pela condição de que os diferentes pares de fontes e geofones (S, G), na linha sísmica estão ligados por raios de reflexão primária, os quais possuem um único ponto de reflexão em comum, C_o , no refletor Σ_D (Figura 4.11). Esta condição será aproximadamente implementada como veremos adiante. Neste caso o ponto central, X_o , é o ponto na superfície de observação onde emerge o raio de reflexão primária normal, relativo ao ponto de reflexão comum, C_o . Este raio normal é então referido neste processo como o raio central, sendo os demais raios refletidos em Σ_D referidos como raios laterais.

Por se tratar de um modelo bidimensional heterogêneo suave, o ponto central X_o de coordenada Cartesiana x_o , de um modo geral, não coincide com o ponto médio comum (CMP), entre as diferentes posições de fontes e geofones.

Com base na Figura 4.11, um raio central que parte de X_o , reflete normalmente em C_o , e retorna para X_o , ($X_o \rightarrow C_o \rightarrow X_o$), segundo um ângulo de incidência β_o , medido em relação a normal \vec{n} . O tempo de trânsito do raio central é denotado por t_o . Um raio lateral, que parte de uma fonte S , de coordenada x_s , reflete-se no ponto comum de reflexão, C_o , em Σ_D , e atinge a superfície no geofone G , de coordenada x_g , ($S \rightarrow C_o \rightarrow G$), possui um tempo de trânsito dado por

$$t = t_o + \Delta t. \quad (4.6)$$

Onde Δt é denominada a correção local do tempo relativa ao par fonte-geofone (S, G). Usando-se o princípio da reciprocidade, o intercâmbio das posições de fonte e geofone não influencia a trajetória do raio de reflexão primária (exceto pela direção), e tão pouco o tempo de trânsito. Sendo assim, o tempo de trânsito do raio de reflexão primária, t , pode então ser decomposto na soma de dois termos, relativos aos tempos de trânsito ao longo dos raios ($C_o \rightarrow S$) e ($C_o \rightarrow G$), respectivamente.

Assim, pode-se supor que no ponto de reflexão comum, C_o em Σ_D , esteja localizada uma fonte de energia, a partir da qual parte uma frente de onda hipotética Σ_o , a qual atinge a superfície de observação no ponto central X_o , no instante $t_o/2$. Note que, em princípio, esta

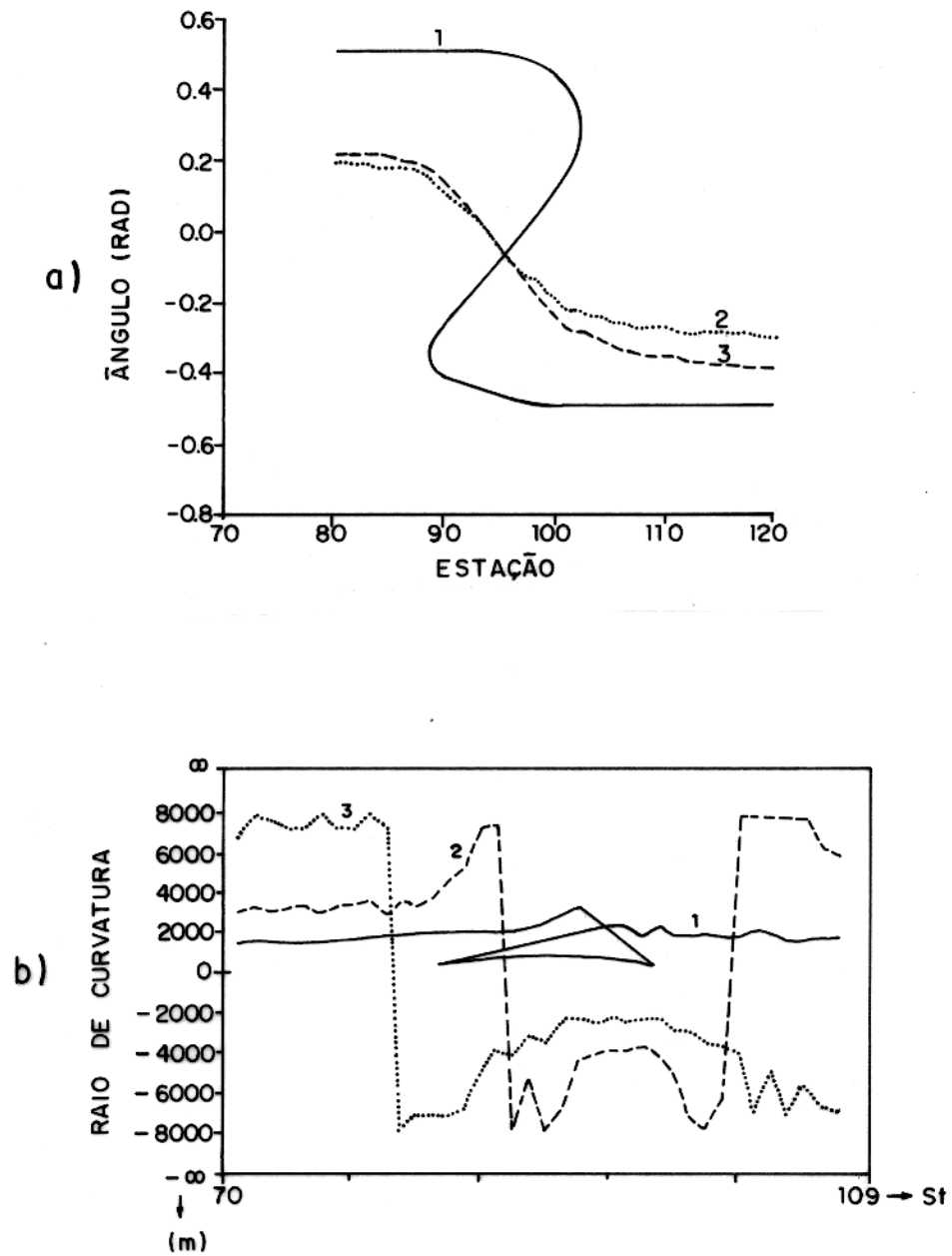


Figura 4.10 - Parâmetros de imageamento calculados pelo método elemento de fonte comum. a) Ângulos de incidência calculados em radianos. b) Raios de curvaturas calculados em metros, (KEYDAR, 1994, adaptado).

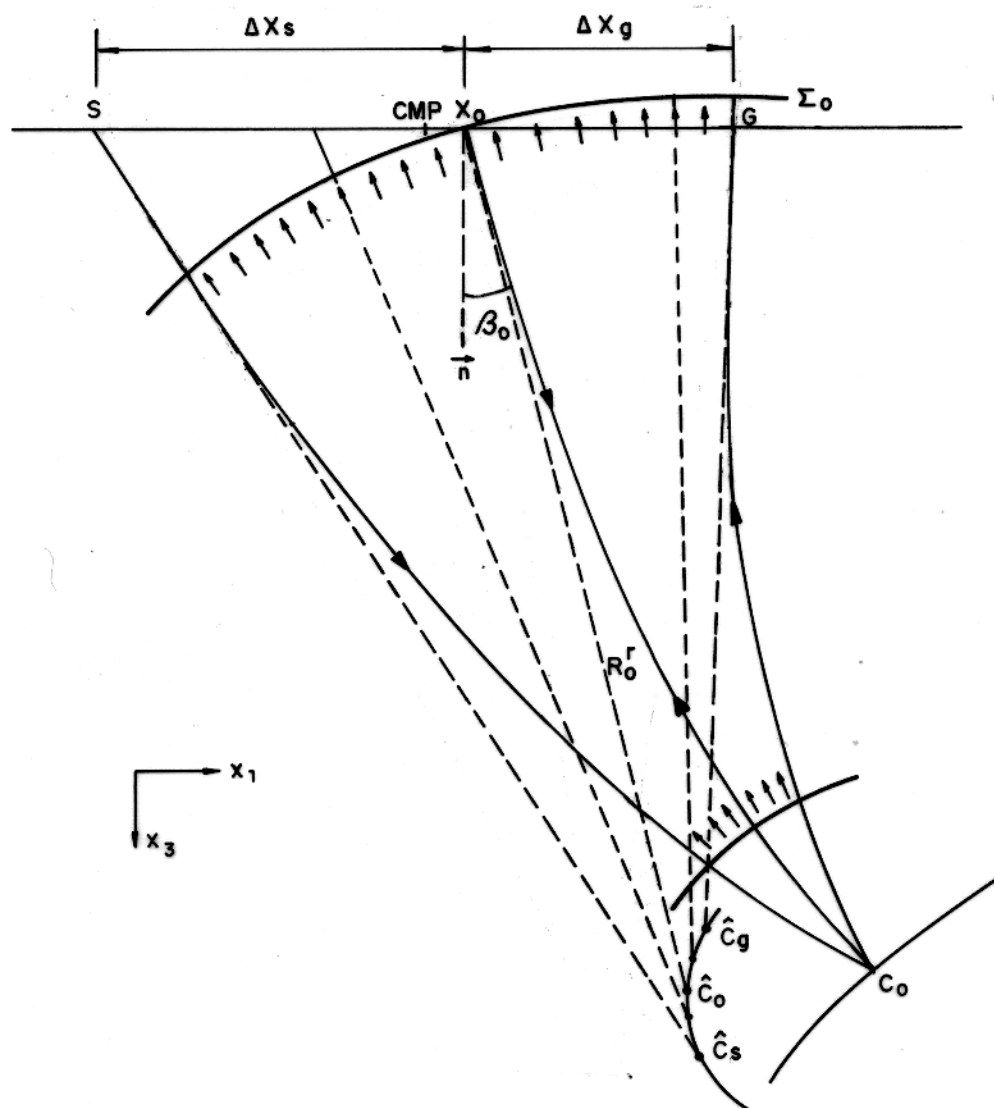


Figura 4.11 - Esquema de raio refletido, relacionado com um par de fonte e geofone (S, G) distribuídos assimetricamente em torno de um ponto central X_0 . Esta trajetória é parte de uma família de raios em uma configuração ponto de reflexão comum.

frente de onda hipotética possui uma forma arbitrária (não circular), visto que o meio de propagação é heterogêneo. Os diferentes centros de curvatura dessa frente de onda hipotética definem a curva denominada evoluta da frente de onda, (Figura 4.11). Com base nessas considerações a curva tempo de trânsito pode ser representada por

$$t = t_o + \Delta t = t_o + \Delta t_s + \Delta t_g, \quad (4.7)$$

onde Δt_s e Δt_g correspondem às correções locais do tempo relativas aos raios ($C_o \rightarrow S$) e ($C_o \rightarrow G$), respectivamente. No caso de pequenos afastamentos fonte-geofone, a frente de onda hipotética Σ_o é suposta aproximada localmente por um círculo com um raio de curvatura representado por R_o^r , e centro de curvatura localizado em \hat{C}_o (Figura 4.12).

Se considerarmos a velocidade v_o constante na vizinhança do ponto central e considerarmos a aproximação circular para a geometria da frente de onda hipotética Σ_o , a evolução temporal da mesma, em relação ao tempo de trânsito de um raio central, pode ser localmente relacionada com a alteração de sua forma geométrica ao redor do ponto central X_o . São válidas, então, as aproximações

$$\Delta t_s = \left(\frac{\overline{\hat{C}_o S}}{v_o} - \frac{\overline{\hat{C}_o X_o}}{v_o} \right) \quad (4.8)$$

$$\Delta t_g = \left(\frac{\overline{\hat{C}_o G}}{v_o} - \frac{\overline{\hat{C}_o X_o}}{v_o} \right). \quad (4.9)$$

Com base na Figura 4.12, observando-se a relação $R_o^r = \overline{\hat{C}_o X_o}$ para o raio de curvatura da frente de onda hipotética e aplicando-se a lei dos cossenos aos triângulos $\widehat{\hat{C}_o X_o S}$ e $\widehat{\hat{C}_o X_o G}$, tem-se que

$$\overline{\hat{C}_o S} = \sqrt{(R_o^r)^2 + 2R_o^r \Delta X_s \sin \beta_o + (\Delta X_s)^2} \quad (4.10)$$

$$\overline{\hat{C}_o G} = \sqrt{(R_o^r)^2 + 2R_o^r \Delta X_g \sin \beta_o + (\Delta X_g)^2}. \quad (4.11)$$

Onde, nas equações acima foram utilizadas as notações $\Delta X_s = (x_s - x_o)$ e $\Delta X_g = (x_g - x_o)$. Vale observar que o sinal de β_o é consistente com as determinações $\Delta X_s > 0$ à esquerda do ponto central X_o e $\Delta X_g < 0$ à direita do mesmo ponto.

Substituindo-se (4.10) em (4.8), e (4.11) em (4.9), a expressão para a curva de tempo de trânsito pode ser escrita como

$$t = t_o + \frac{\sqrt{(R_o^r)^2 + 2R_o^r \Delta X_s \sin \beta_o + (\Delta X_s)^2}}{v_o} + \frac{\sqrt{(R_o^r)^2 + 2R_o^r \Delta X_g \sin \beta_o + (\Delta X_g)^2}}{v_o} - \left(\frac{2R_o^r}{v_o} \right). \quad (4.12)$$

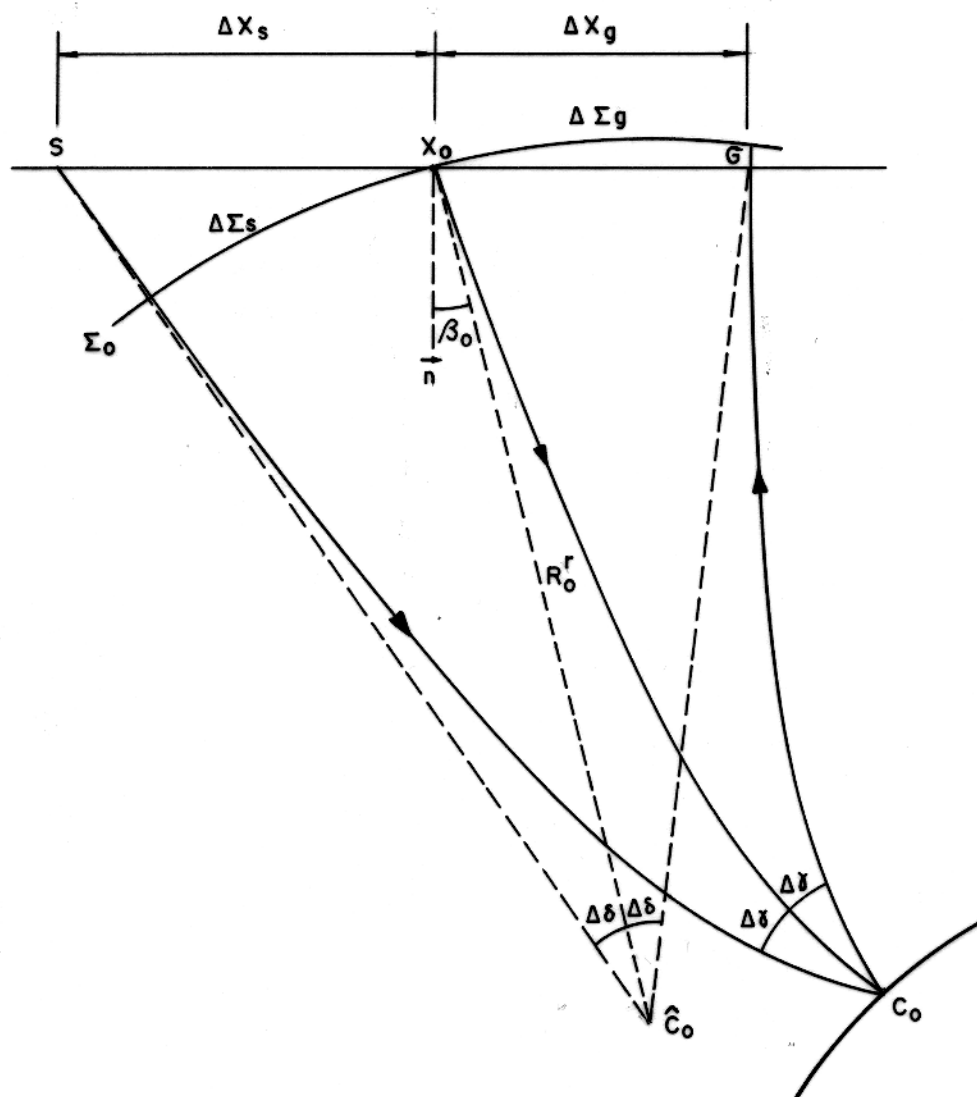


Figura 4.12 - Aproximação geométrica para a frente de onda Σ_0 segundo um círculo, para o método elemento de reflexão comum. Neste caso C_0 é o ponto de reflexão e \hat{C}_0 é sua imagem homeomórfica.

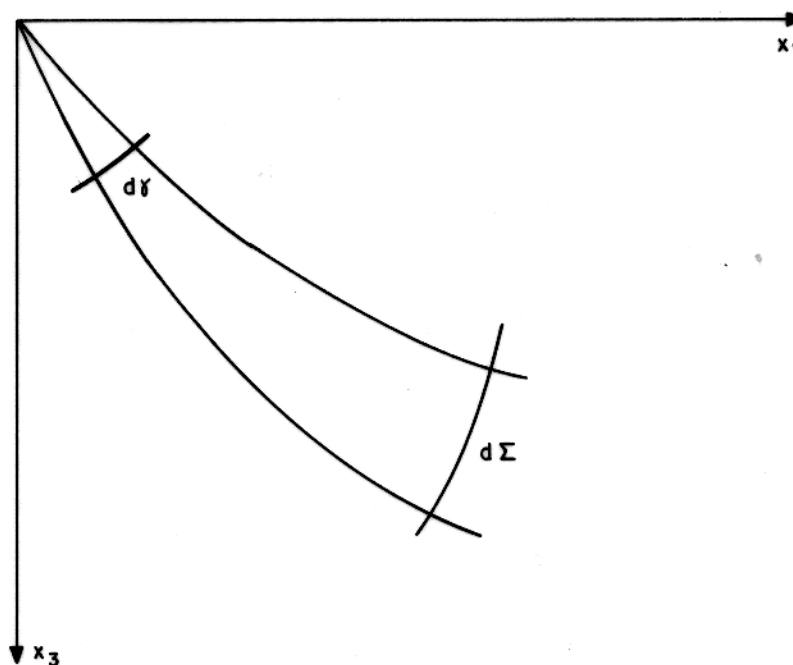


Figura 4.13 - Representação geométrica de um tubo de raios em um meio bidimensional, heterogêneo, a partir de uma fonte linear.

4.3.2 Fator Espalhamento Geométrico

A fim de definir o fator espalhamento geométrico no presente modelo bidimensional, lembremos que estamos considerando fontes sísmicas lineares e perpendiculares ao plano definido pelos eixos Cartesianos (x_1, x_3) , considerado o plano do modelo. A Figura 4.13 mostra uma fonte linear localizada na origem do sistema. Consideraremos apenas a variação de amplitude relativo ao espalhamento geométrico no plano do modelo.

Esta variação de amplitude é controlada pelo chamado fator espalhamento geométrico, dado segundo a relação (ČERVENÝ & RAVINDRA, 1971; ČERVENÝ, 1987; KRAVTSOV & ORLOV, 1990).

$$L(\gamma)_{||} = \sqrt{J_{||}} = \sqrt{\frac{d\Sigma(\gamma)}{d\gamma}}. \quad (4.13)$$

A equação acima descreve a divergência no interior de um tubo de raios, se considerarmos apenas a contribuição observada no interior do plano $x_2 = 0$, dada pela razão entre o diferencial de arco $d\Sigma(\gamma)$, e o diferencial de ângulo $d\gamma$. O diferencial de arco corresponde, neste caso bidimensional, a um segmento infinitesimal da curva definida pela linha transversal às trajetórias da família de raios; enquanto o diferencial de ângulo corresponde ao ângulo de abertura do tubo de raios, medido na vizinhança fonte.

Considerando-se a Figura 4.12, no tubo de raios limitado pelo raio central Ω , de trajetória $(C_o \rightarrow X_o)$, e pelo raio lateral de trajetória $(C_o \rightarrow S)$, a aproximação para o segmento de

círculo $\Delta\Sigma_s$, para pequenos ângulos de abertura $\Delta\delta$, é obtida pela relação

$$\Delta\Sigma_s = R_o\Delta\delta, \quad (4.14)$$

onde $R_o = \overline{\hat{C}_o X_o}$ e $\Delta\delta$ é positivo, medido no sentido anti-horário. E do mesmo modo pode-se escrever

$$\Delta\Sigma_g = R_o|\Delta\delta|, \quad (4.15)$$

onde agora $\Delta\delta$ é negativo, medido no sentido horário.

4.3.3 Parâmetro de Assimetria - α

No caso de meios heterogêneos, com refletores arbitrários, o conjunto de fontes e geofones relacionados com raios refletidos em um único ponto de reflexão, são distribuídos assimetricamente em torno de um ponto central X_o , o qual não coincide portanto com o ponto médio comum (CMP).

Considerando-se cada ponto de reflexão como se fosse uma fonte sísmica, e levando-se em conta o fator espalhamento geométrico para a propagação no interior de um tubo de raios, pode-se estabelecer uma lei de distribuição assimétrica de pares de fontes e geofones, em torno de um ponto central, de modo que as trajetórias de raios estejam relacionadas com um único ponto de reflexão, em um meio heterogêneo arbitrário. Este é o objetivo do presente item.

Começamos por reescrever a expressão (4.13) na forma

$$d\Sigma(\gamma) = (L(\gamma)_{||})^2 d\gamma. \quad (4.16)$$

Expandindo-se esta expressão em série de Taylor, para o caso em que $d\gamma \approx \Delta\gamma > 0$, e abandonando-se os termos de ordem maior que um, tem-se a aproximação linear para o diferencial de arco dada por

$$d\Sigma \approx \Delta\Sigma_s = L_o^2 \Delta\gamma + 2L'_o L_o (\Delta\gamma)^2, \quad (4.17)$$

onde, $L_o = L_{||}|_{\gamma=0}$ e $L'_o = \frac{dL_{||}}{d\gamma}|_{\gamma=0}$. Substituindo-se $\Delta\Sigma_s$, obtido pela equação (4.14) na equação (4.17), e considerando-se $R_o^r \equiv R_o$, de tal modo que

$$\Delta\delta = \frac{L_o^2 \Delta\gamma + 2L_o L'_o (\Delta\gamma)^2}{R_o^r}. \quad (4.18)$$

Aproximando-se o elemento de arco $\Delta\Sigma_s$ pela corda Δs , perpendicular ao raio lateral a esquerda do raio central, conforme a Figura 4.14, tem-se que

$$\Delta s = R_o^r \sin \Delta\delta. \quad (4.19)$$

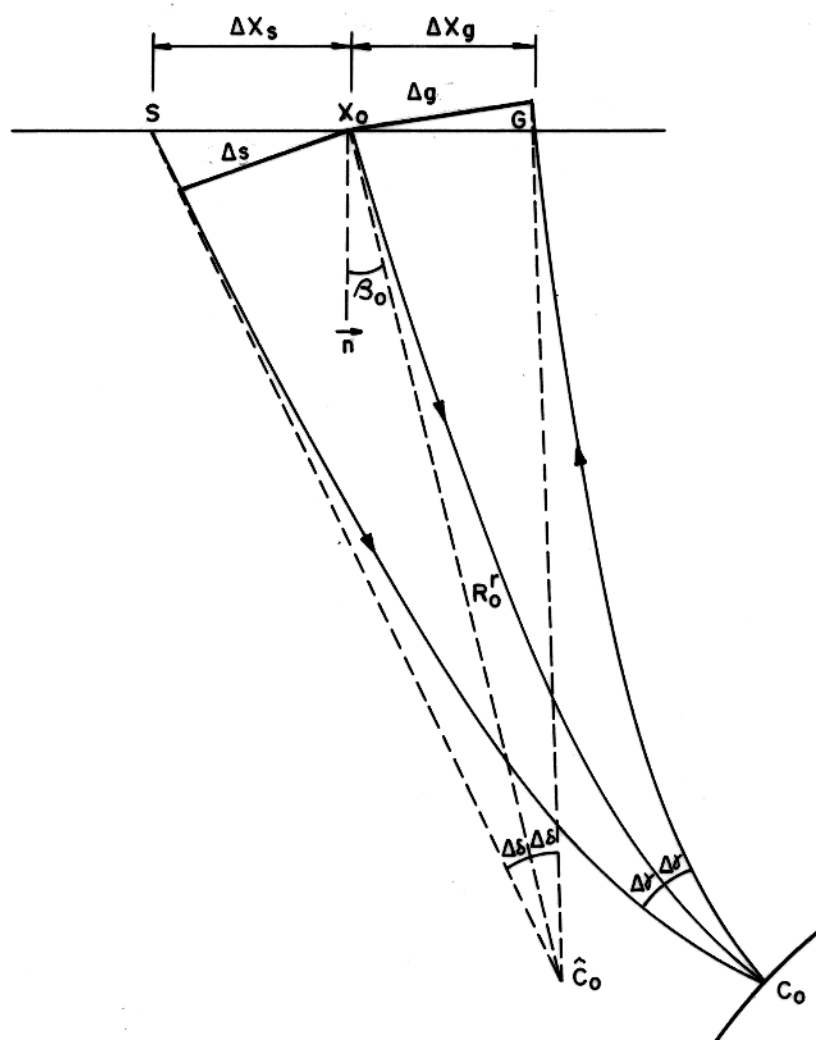


Figura 4.14 - Tubos de raios limitados por um raio central Ω , e raios laterais, onde os elementos de arcos são aproximados por segmentos de retas normais aos respectivos raios laterais.

A partir de considerações geométricas, com base na Figura 4.14, o afastamento ΔX_s , pode ser escrito como

$$\Delta X_s = \frac{R_o^r \sin \Delta \delta}{\cos(\beta_o + \Delta \delta)}. \quad (4.20)$$

A expansão em série de Taylor de (4.20), como função de $\Delta \delta$, em torno de $\Delta \delta = 0$, abandonando-se os termos de ordem maior que dois, permite escrever

$$\Delta X_s = \frac{R_o^r}{\cos \beta_o} \Delta \delta + \frac{R_o^r \sin \beta_o}{\cos^2 \beta_o} (\Delta \delta)^2. \quad (4.21)$$

Substituindo-se o valor de $\Delta \delta$ dado pela expressão (4.18) em (4.21), tem-se então

$$\Delta X_s = Y(1 + \alpha Y) > 0, \quad (4.22)$$

onde,

$$Y = \frac{L_o^2}{\cos \beta_o} \Delta \gamma \quad (4.23)$$

$$\alpha = \frac{\sin \beta_o}{R_o^r} + \frac{(L_o^2)'}{(L_o^2)^2} \cos \beta_o. \quad (4.24)$$

A expressão (4.22) foi obtida para o caso em que o diferencial de ângulo $\Delta \delta$ é positivo. No caso de ser negativo, o valor absoluto deste ângulo é então dado por

$$|\Delta \delta| = \frac{L_o^2 |\Delta \gamma| - 2L_o L_o' |\Delta \gamma|^2}{R_o}. \quad (4.25)$$

Neste caso, aproximando-se o elemento de arco $\Delta \Sigma_g$ pela corda Δg , perpendicular ao raio lateral a direita do raio central, conforme a Figura 4.14, o valor de ΔX_g é expresso por

$$\Delta X_g = -\frac{\Delta g}{\cos(\beta_o - |\Delta \delta|)} = -\frac{R_o^r \sin |\Delta \delta|}{\cos(\beta_o - |\Delta \delta|)}. \quad (4.26)$$

Expandindo-se em série de Taylor a expressão (4.26), em torno de $\Delta \delta = 0$, e abandonando-se os termos de ordem maior que dois, tem-se então

$$\Delta X_g = -\frac{R_o}{\cos \beta_o} |\Delta \delta| + \frac{R_o \sin \beta_o}{\cos^2 \beta_o} |\Delta \delta|^2. \quad (4.27)$$

Substituindo-se, agora, o valor de $|\Delta \delta|$ em (4.27), resulta em

$$\Delta X_g = -Y(1 - \alpha Y) < 0, \quad (4.28)$$

onde os valores de Y e α são definidos conforme as expressões (4.23) e (4.24), respectivamente. Somando-se e subtraindo-se as expressões (4.22) e (4.28), chega-se então à expressão para o valor de α dada por

$$\alpha = 2 \frac{(\Delta X_s + \Delta X_g)}{(\Delta X_s - \Delta X_g)^2}. \quad (4.29)$$

Lembrando que $\Delta X_s = (x_s - x_o) > 0$ e $\Delta X_g = (x_g - x_o) < 0$, tem-se que

$$\alpha = 2 \frac{(x_s + x_g - 2x_o)}{(x_s - x_g)^2}, \quad (4.30)$$

que supondo-se um valor fixo para x_o , obtem-se a relação $\alpha = f(x_s, x_g)$. Sendo assim, as Figuras 4.15a, 4.16a e 4.17a apresentam das curvas de contorno da função $\alpha = f(x_s, x_g)$, onde a origem do sistema de coordenadas é feito coincidir com a posição do ponto central x_o . Cada curva corresponde a um conjunto de de pares de fontes e geofones (S, G), adequadamente distribuídos em torno do ponto central, tal que a família de raios correspondentes são refletidos em um único ponto de reflexão.

Utilizanso-se um novo sistema de coordenadas, dado pelo par (x_m, x_d) , e definidos respectivamente como (YILMAZ & CLAERBOUT, 1980),

$$x_m = \frac{x_s + x_g}{2} \quad \text{e} \quad x_d = \frac{x_s - x_g}{2}. \quad (4.31)$$

bem como fazendo-se as devidas substituições em (4.30), pode-se reescrever o valor do parâmetro α na forma

$$\alpha = \frac{x_m - x_o}{x_d^2}, \quad (4.32)$$

onde,

- x_o = é a coordenada Cartesiana do ponto central,
- x_m = é a coordenada Cartesiana do ponto médio comum,
- x_d = é o valor da metade do afastamento fonte-geofone.

É interessante observar que caso $\alpha \neq 0$, isto implica que $x_m \neq x_o$, e então $\text{CMP} \neq X_o$.

Retornando-se ao problema colocado inicialmente nesta subseção, fica estabelecido que para se ter uma família de raios refletidos em um único ponto de reflexão, as posições de fontes e geofones na configuração ponto de reflexão comum, devem estar relacionados entre si conforme as expressões (4.30) e (4.32), de tal modo que o valor do parâmetro α seja constante. Para fins de análise do problema na determinação do valor de α , a expressão (4.32) é mais simples que a sua contra-parte dada pela expressão (4.30).

Nas Figuras 4.15b, 4.16b e 4.17b tem-se a representação da função $x_m = f(x_d)$, para diferentes valores de α , segundo a expressão parabólica,

$$x_m = x_o + \alpha x_d^2, \quad (4.33)$$

obtida a partir da relação (4.32). Por conveniência, é considerado o caso em que o ponto central está na origem do sistema de coordenadas Cartesianas, $x_o = 0$, para valores positivos

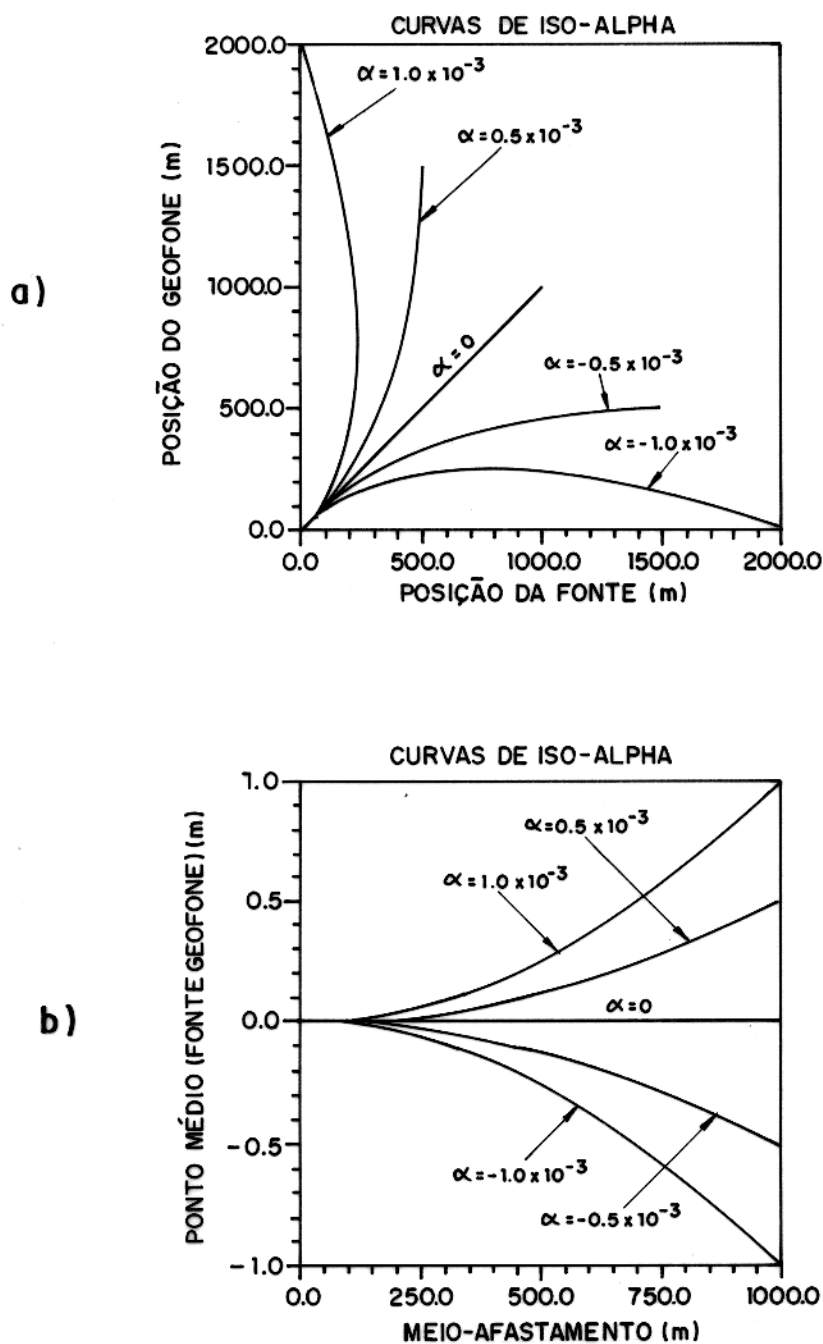


Figura 4.15 - a) Curvas de contorno da função $\alpha = f(x_s, x_g)$. b) Representação geométrica da relação funcional entre x_m e x_d . Em ambos os casos são considerados valores constantes para o parâmetro de assimetria no intervalo dado por $-1.0E-03 < \alpha < 1.0E03$.

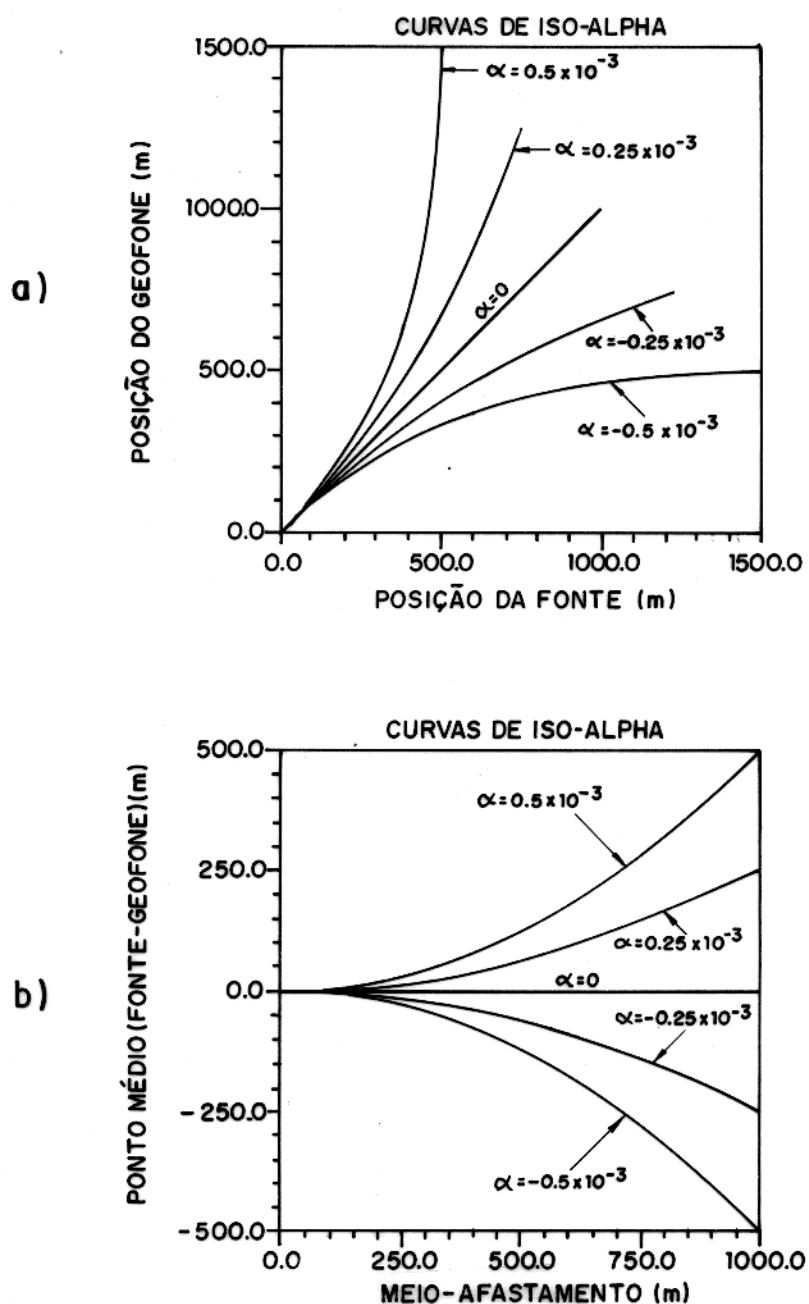


Figura 4.16 - a) Curvas de contorno da função $\alpha = f(x_s, x_g)$. b) Representação geométrica da relação funcional entre x_m e x_d . Em ambos os caso são considerados valores constantes para o parâmetro de assimetria no intervalo dado por $-0.5E - 03 < \alpha < 0.5E03$.

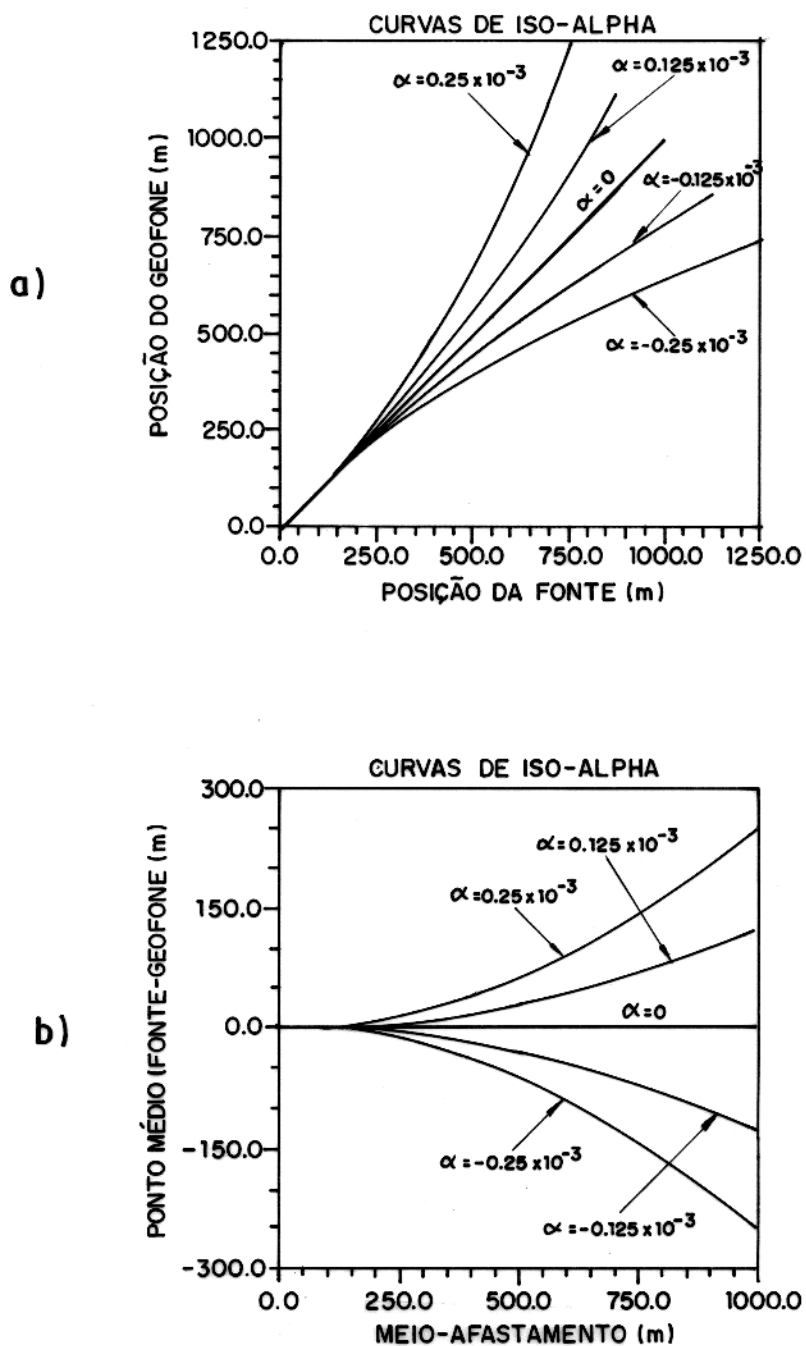


Figura 4.17 - a) Curvas de contorno da função $\alpha = f(x_s, x_g)$. b) Representação geométrica da relação funcional entre x_m e x_d . Em ambos os casos são considerados valores constantes para o parâmetro de assimetria no intervalo dado por $-0.25E - 03 < \alpha < 0.25E03$.

de meio-afastamento, $x_d > 0$. E observando-se que $x_s > 0$, à esquerda do ponto central, e $x_g < 0$, à direita do ponto central.

Cada valor constante de α corresponde a uma curva no plano (x_m, x_d) . Cada curva corresponde a uma família de raios segundo uma dada configuração ponto de reflexão comum. Para a família de raios onde a curva se reduz a reta $x_m = x_o = 0$, na expressão (4.33), tem-se que $\alpha = 0$ e os pares de fontes e geofones estão simetricamente distribuídos em torno do ponto central, que neste caso coincide com o ponto médio comum (CMP). Caso $x_m > x_o$ ($x_m < x_o$), tem-se que $\alpha > 0$ ($\alpha < 0$), de tal modo que os pares de fontes e geofones estão distribuídos assimetricamente em torno do ponto central em x_o .

4.3.4 O Parâmetro α e o Tempo de Trânsito

Considerando-se na expressão (4.24) que o valor de $(L_o^2)'$ seja muito pequeno, pode-se reescrevê-la de tal modo que,

$$\alpha \approx \frac{\sin \beta_o}{R_o^r}. \quad (4.34)$$

Esta aproximação permite substituir o valor do seno do ângulo de incidência, β_o , em (4.12) tal que o tempo de trânsito pode ser expresso por

$$t = t_o + \frac{\sqrt{(R_o^r)^2 + 2\alpha(R_o^r)^2 \Delta X_s + (\Delta X_s)^2}}{v_o} + \frac{\sqrt{(R_o^r)^2 + 2\alpha(R_o^r)^2 \Delta X_g + (\Delta X_g)^2}}{v_o} - \left(\frac{2R_o^r}{v_o} \right). \quad (4.35)$$

Somando-se e depois subtraindo-se as expressões (4.31) pode-se fazer as seguintes relações,

$$x_s = x_m + x_d \quad \text{e} \quad x_g = x_m - x_d. \quad (4.36)$$

Recordando que $\Delta X_s = (x_s - x_o) > 0$ e $\Delta X_g = (x_g - x_o) < 0$, com $x_s > 0$ e $x_g < 0$, desde que $x_o = 0$, coincidente com a origem do sistema de coordenadas Cartesianas, é possível reescrever a expressão para o cálculo da curva tempo de trânsito,

$$t = t_o + \frac{\sqrt{(R_o^r)^2 + 2\alpha(R_o^r)^2(x_m + x_d) + (x_m + x_d)^2}}{v_o} + \frac{\sqrt{(R_o^r)^2 + 2\alpha(R_o^r)^2(x_m - x_d) + (x_m - x_d)^2}}{v_o} - \left(\frac{2R_o^r}{v_o} \right). \quad (4.37)$$

A expressão (4.37) representa a função tempo de trânsito $t = t(x_m, x_d)$, segundo as coordenadas de ponto médio, x_m , tendo o ponto central em x_o como origem, e meio afastamento x_d . É importante observar que no caso de uma distribuição assimétrica, pares de fontes e geofones com diferentes afastamentos, relacionados com um único ponto de reflexão, possuirão valores diferentes de x_m para um mesmo valor de α .

4.3.5 Comparação com a Técnica DMO

Aqui o método elemento de reflexão comum é comparado com a técnica DMO (Dip Moveout), através da análise do comportamento da função tempo de trânsito $t(x_m, x_d)$. Para fins de comparação é considerado o caso simples de um refletor inclinado, em um meio de velocidade constante igual $v_o = 1500m/s$.

A técnica DMO tem por base trajetórias de raios em um meio de velocidade constante, a partir de um ponto difrator. Assim, nesta aproximação geométrica, o refletor é simulado como se cada ponto de reflexão fosse um ponto difrator, os quais se superpõem construtivamente. De modo que as observações no sismograma seriam a superposição do efeito de cada ponto difrator independentemente.

Para fins de análise, pode-se então representar cada ponto difrator isoladamente, conforme tem-se na Figura 4.18. Nesta figura tem-se o ponto de reflexão C_o , o qual é suposto ser um ponto difrator, de coordenadas Cartesianas $(0, z_o)$. Considerando-se uma fonte hipotética em C_o , tem-se o raio normal ao refletor $R_o^r = \overline{C_o X_o}$, que emerge em X_o segundo um ângulo β_o ; o raio que parte de C_o e emerge no ponto médio, CMP, segundo um ângulo θ ; e os raios que partem de C_o e atingem S e G , na superfície de observação, respectivamente.

O cálculo do tempo de trânsito da trajetória que liga S a G , é então expressa, segundo as coordenadas ponto médio x_m e meio afastamento x_d , por (BOLONDI & ROCCA, 1985),

$$t(x_m, x_d) = \frac{1}{v_o} [\sqrt{(x_m - x_d)^2 + (z_o)^2} + \sqrt{(x_m + x_d)^2 + (z_o)^2}] \quad (4.38)$$

Considerando-se a condição de pequenos afastamentos, e grandes profundidades (i.e. $\theta \approx \beta_o$), tem-se que a função tempo de trânsito $t(x_m, x_d)$ pode ser aproximada por uma expansão binomial dada por (DEREGOWSKI & ROCCA, 1981)

$$t(x_m, x_d) \approx t_o + \frac{2x_d^2}{v_o^2 t_o} \left(1 - \frac{x_m^2}{x_m^2 + (z_o)^2} \right), \quad (4.39)$$

onde $t_o = t(x_m, x_d)|_{x_d=0}$. O segundo termo do lado direito da expressão (4.39) pode então ser separado em duas partes tal que,

$$t(x_m, x_d) \approx t_o + \Delta t_N + \Delta t_{dip}. \quad (4.40)$$

Onde

$$\Delta t_N = \frac{2x_d^2}{v_o^2 t_o} \quad \text{e} \quad \Delta t_{dip} = -\frac{2x_d^2}{v_o^2 t_o} \left(\frac{x_m^2}{x_m^2 + z_o^2} \right). \quad (4.41)$$

Assim tem-se que Δt_N corresponde a convencional correção NMO, enquanto Δt_{dip} corresponde a correção DMO, que leva em consideração a inclinação do refletor.

Nas Figuras 4.19a e 4.19b, tem-se a representação da função tempo de trânsito $t(x_m, x_d)$, calculada com base na expressão (4.38), para um ponto difrator na posição dada pelas coordenadas $(0, z_o)$. Nas Figuras 4.20a e 4.20b tem-se o resultado da aplicação da correção Δt_N sobre os tempos de trânsito da Figura 4.19a. E finalmente, nas Figuras 4.21a e 4.21b tem-se o resultado da aplicação das correções Δt_N e Δt_{dip} sobre os tempo de trânsito da Figura 4.19a.

Portanto, nas Figuras 4.21a e 4.21b tem-se o resultado final do que seria esperado da aplicação da correção DMO sobre a função tempo de trânsito, obtida considerando-se o ponto de reflexão C_o , como se fosse um ponto difrator. Devido ao fato de que o operador de correção do tempo, neste caso, é obtido a partir da aproximação de uma expansão binomial, o mesmo possui um limite de exatidão que compromete o objetivo final de trazer os valores de tempo de trânsito para um mesmo nível de tempo de referência, como pode ser observado através da Figura 4.21b.

Nas Figuras 4.22a e 4.22b, 4.23a e 4.23b tem-se a representação da função tempo de trânsito $t(x_m, x_d)$, com base na expressão (4.37), deduzida a partir das aproximações geométricas do imageamento homeomórfico. Em relação a técnica DMO, aqui tem-se como uma das principais diferenças o fato de que a superfície de tempo de trânsito é construída com base puramente em trajetórias de reflexão, correspondente a uma distribuição assimétrica de fontes e geofones em torno do ponto central X_o (Figura 4.18). Neste caso, as variáveis (x_m, x_d) estão relacionadas entre si pela relação $\alpha = \frac{x_m}{x_d^2}$, onde α é o parâmetro de assimetria e a origem está localizada no ponto central X_o . Sendo utilizado um tempo de referência dado por $t_o = 1.5s$.

Estas duas últimas superfícies correspondem a valores de tempo de trânsito obtidos a partir de diferentes famílias de raios no espaço de imageamento de velocidade $v_o = 1500m/s$. Cada uma dessas famílias de raios possuem um ponto de reflexão comum. No primeiro caso o raio de curvatura da frente de onda $R_o^r = 1000m$ e $-500m \leq x_m \leq 500m$; enquanto no segundo caso $R_o^r = 2000m$ e $-300m \leq x_m \leq 300m$. O intervalo do meio afastamento $-1000 \leq x_d \leq 1000m$ é o mesmo em ambos os casos. Com base nesses valores de x_m e x_d foi criada uma malha onde a cada ponto é associado um valor de $\alpha(x_m, x_d)$, e então calculado o valor da função tempo de trânsito com base na expressão (4.37).

Estas superfícies correspondem ao efeito do deslocamento a que é submetido os valores de tempo de trânsito a fim de se obter o alinhamento das chamadas reflexões primárias, em relação ao tempo de referência t_o . Se for previamente definido como o esperado fisicamente, o intervalo de tempo Δt dada por $0 \leq \Delta t \leq 1.0$, então isto exclui como aceitável os pares (x_m, x_d) que estiverem no interior dos triângulos centrados em $x_d = 0$, observáveis nas Figuras

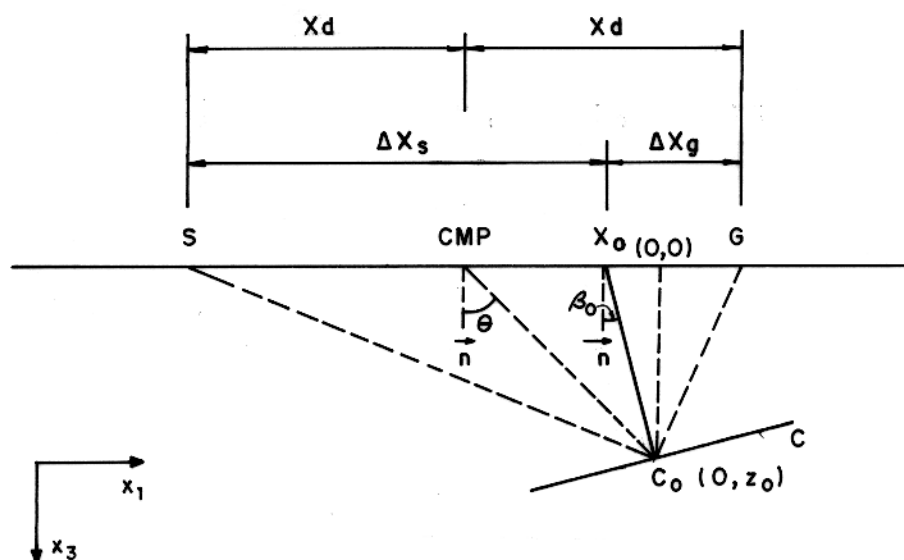


Figura 4.18 - Representação de um refletor inclinado, em um meio de velocidade constante, onde cada ponto de reflexão é representado por um ponto difrator.

4.22b e 4.23b. Se for estabelecida a condição válida para pequenos ângulos de emergência β_0 , ou seja $|x_m| \ll |x_d|$, então apenas os pares (x_m, x_d) que estiverem na vizinhança de $x_m = 0$ devem ser considerados.

Ao contrário do que é feito na técnica DMO, neste caso não se introduz nenhum tipo de aproximação binomial, sendo a expressão para a correção local do tempo obtida de forma exata. Portanto, é de se esperar que o *método elemento de reflexão comum* tenha uma melhor performance quanto a exatidão na aplicação de correções na curva tempo de trânsito.

4.3.6 Condições de Contorno para o Parâmetro α

No processo de obtenção do parâmetro α , devem ser aplicadas determinadas condições de contorno, a fim de delimitar o intervalo de busca necessário. Isto é obtido por exemplo através da equação (4.22). Reescrevendo-se esta expressão na forma

$$\alpha Y^2 + Y - \Delta X_s = 0, \quad (4.42)$$

Temos que as raízes desta equação são dadas por,

$$Y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha\Delta X_s}}{2\alpha}. \quad (4.43)$$

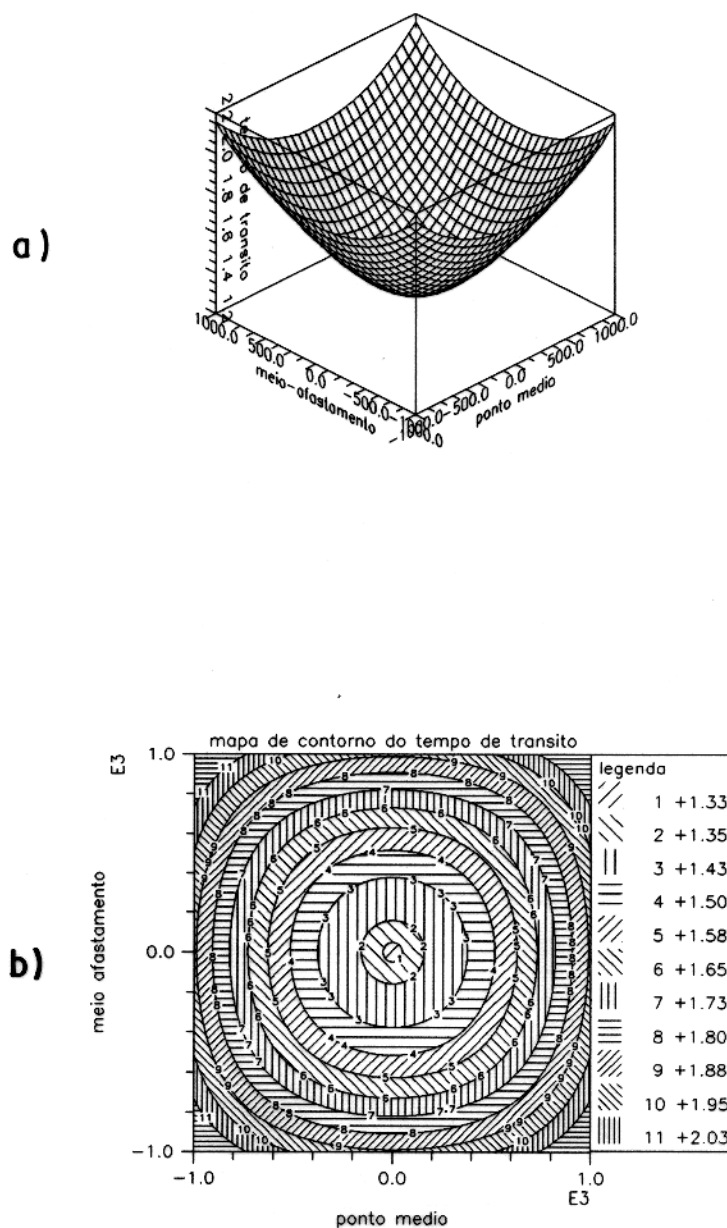


Figura 4.19 - Representação geométrica da função tempo de trânsito $t = t(x_m, x_d)$, com base na expressão (4.38). a) Superfície de tempo de trânsito. b) Curvas de contorno da superfície de tempo de trânsito.

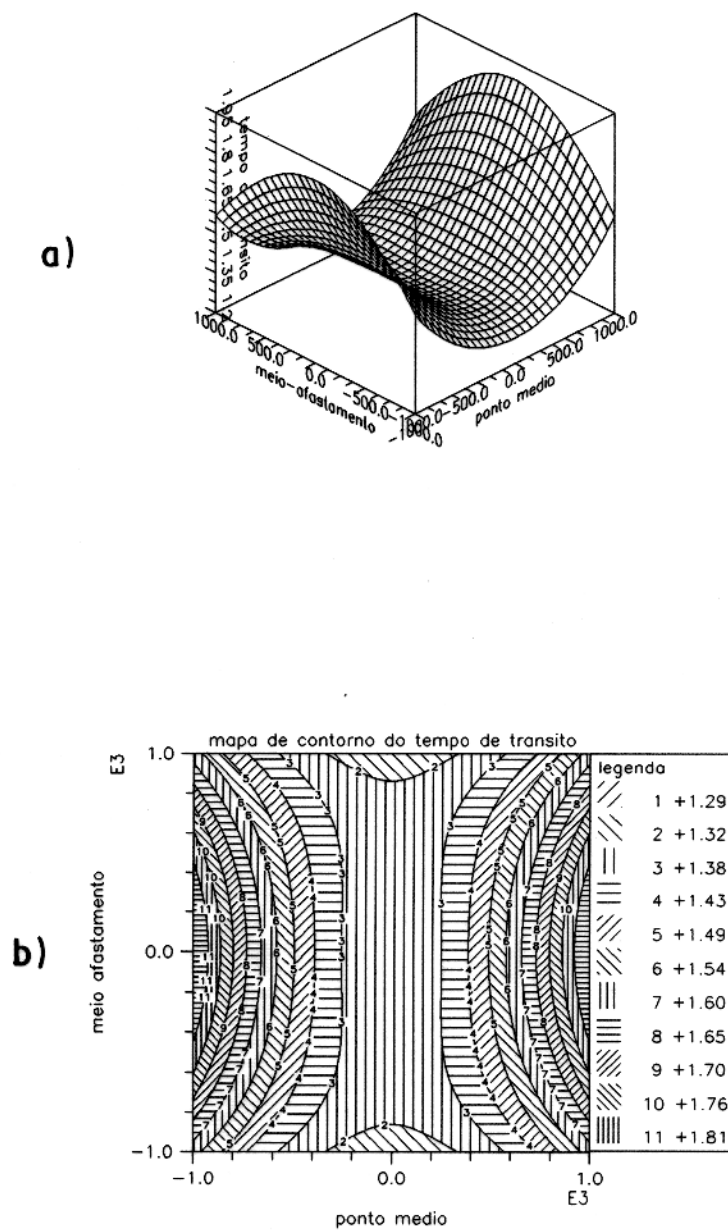


Figura 4.20 - Representação geométrica da função tempo de trânsito $t = t(x_m, x_d)$, após a correção NMO. a) Superfície de tempo de trânsito. b) Curvas de contorno da superfície de tempo de trânsito.

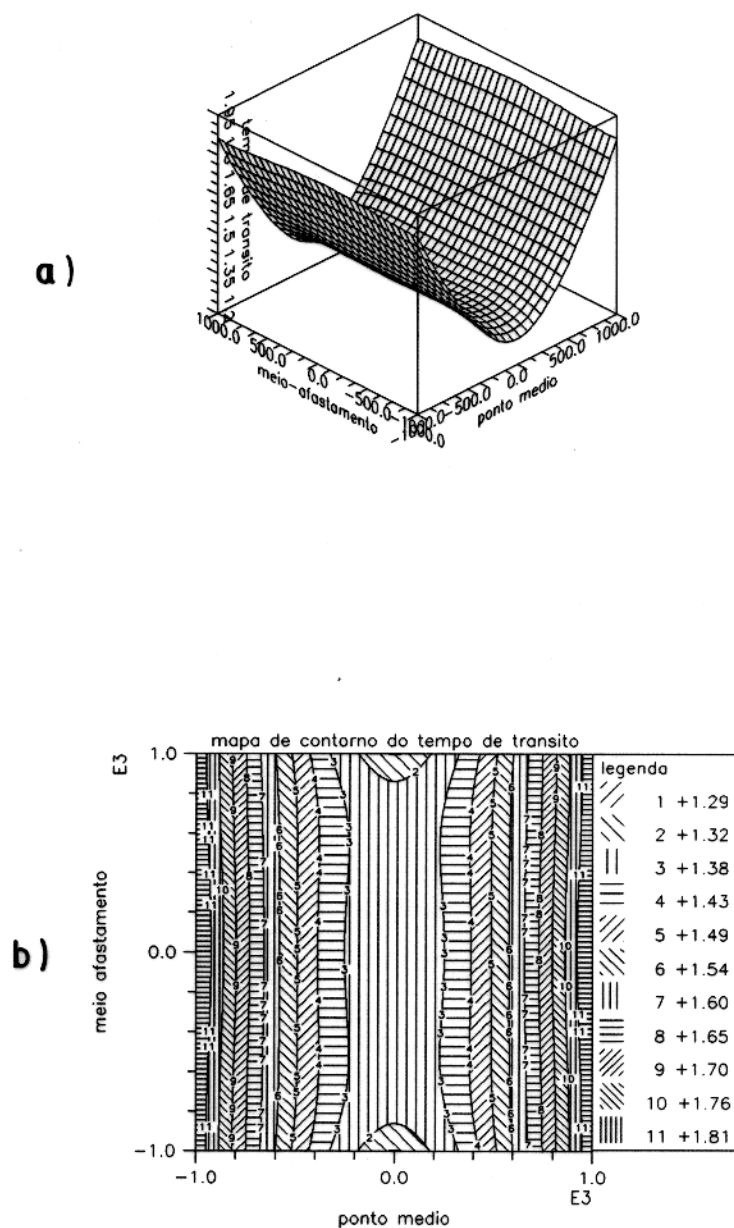


Figura 4.21 - Representação geométrica da função tempo de trânsito $t = t(x_m, x_d)$, após a correção NMO e DMO. a) Superfície de tempo de trânsito. b) Curvas de contorno da superfície de tempo de trânsito.

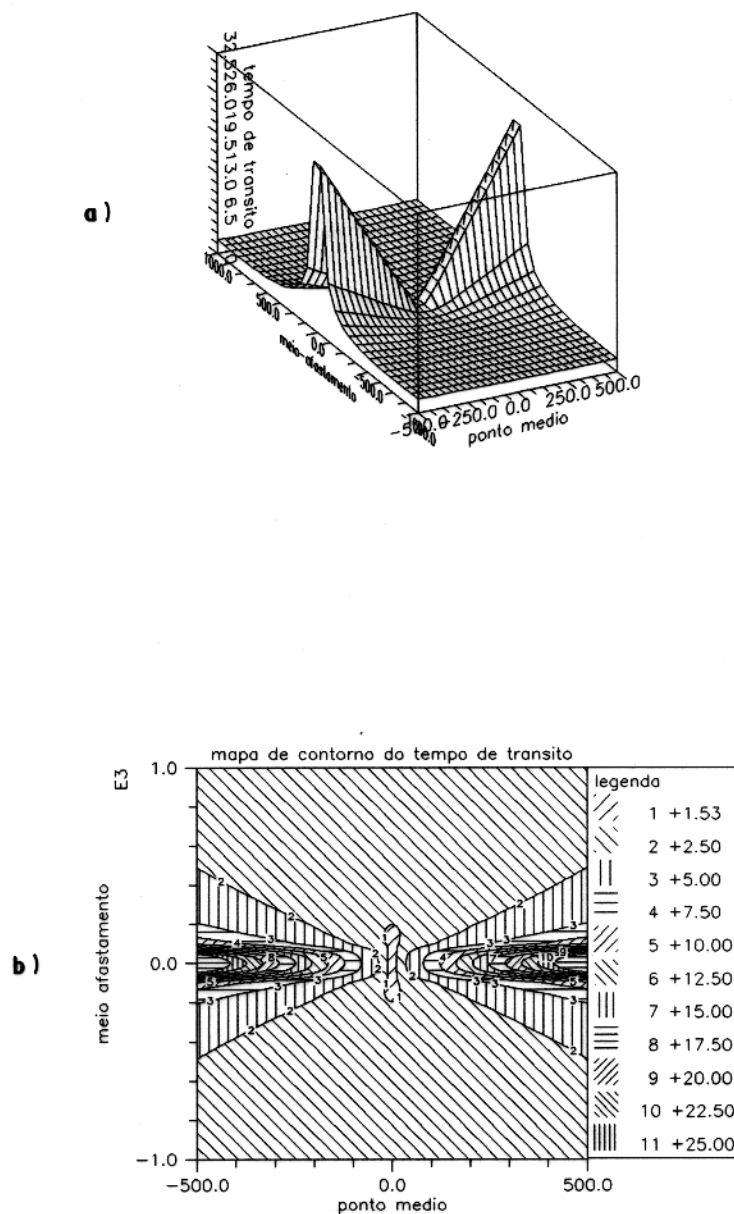


Figura 4.22 - Representação geométrica da função tempo de trânsito $t = t(x_m, x_d)$ com base na expressão (4.37), para o caso em que $\alpha = \frac{x_m}{x_d^2}$ e $R_o^r = 1000m$. a) Superfície de tempo de trânsito. b) Curvas de contorno da superfície de tempo de trânsito.

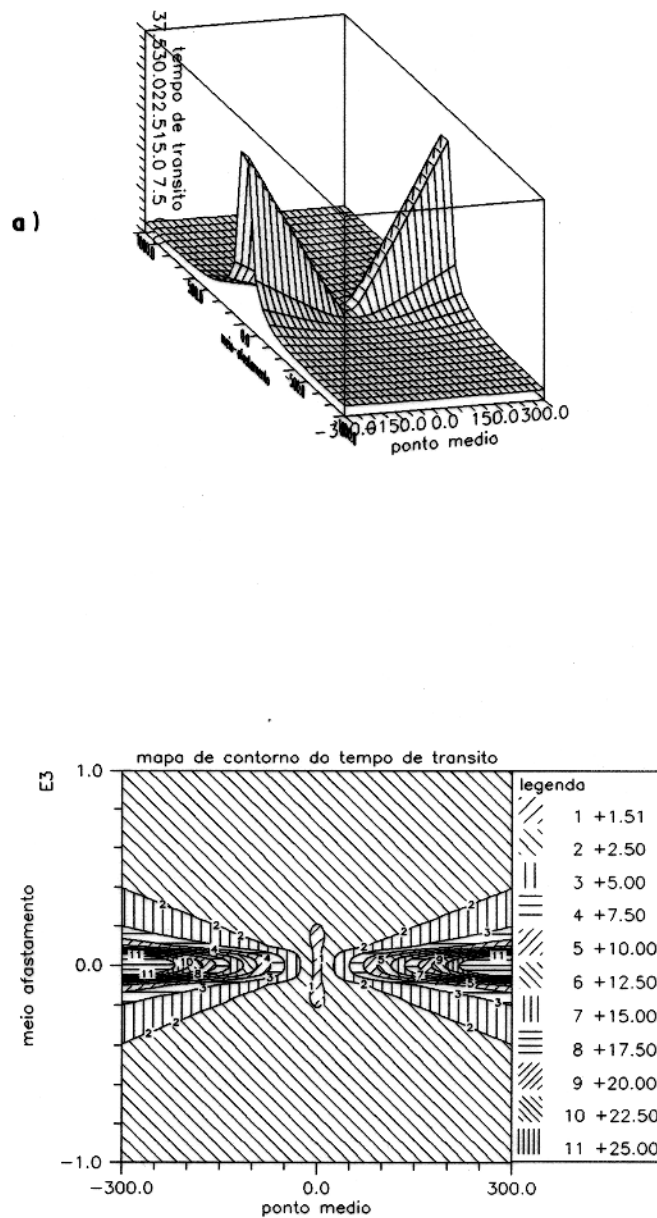


Figura 4.23 - Representação geométrica da função tempo de trânsito $t = t(x_m, x_d)$ com base na expressão (4.37), para o caso em que $\alpha = \frac{x_m}{x_d^2}$ e $R_o^r = 2000m$. a) Superfície de tempo de trânsito. b) Curvas de contorno da superfície de tempo de trânsito.

Analisando cada uma das raízes acima próximo a região onde $\alpha = 0$, tem-se para a primeira raiz

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} Y_1 = \Delta X_s, \quad (4.44)$$

enquanto que para a segunda raiz

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0^\pm} Y_2 = \lim_{\alpha \rightarrow 0^\pm} \frac{-1 - \sqrt{1 + 4\alpha\Delta X_s}}{2\alpha} = \mp\infty. \quad (4.45)$$

A segunda raiz, Y_2 , possui então uma descontinuidade quando α se aproxima de zero, de modo que apenas a primeira raiz, Y_1 , deve ser utilizada na solução do problema, por ser uma função contínua na região de interesse, ou seja, valores pequenos de α .

A fim de encontrar um limite inferior para possíveis valores de α , deve-se considerar apenas valores reais no cálculo da primeira raiz. Da equação (4.43), isto impõe a condição

$$\alpha \geq -\frac{1}{4\Delta X_s}. \quad (4.46)$$

Introduzindo-se o limite inferior de ΔX_s , na primeira raiz, tem-se que o valor de Y_1 correspondente é dado por

$$Y_1 \geq -\frac{1}{2\alpha}. \quad (4.47)$$

Subtraindo-se as equações (4.22) e (4.28), encontra-se

$$\Delta X_g = \Delta X_s - 2Y_1. \quad (4.48)$$

Sustituindo-se o limite inferior para Y_1 na equação (4.48), e usando-se o limite inferior de α , tem-se que

$$-3\Delta X_s \leq \Delta X_g \leq 0. \quad (4.49)$$

Esta condição implica que o ponto central X_o deve estar entre a posição da fonte e do geofone.

Finalmente, substituindo-se o limite superior de ΔX_g , na expressão (4.29), para o parâmetro de assimetria α , pode-se concluir que,

$$-\frac{1}{4\Delta X_s} \leq \alpha \leq \frac{2}{\Delta X_s}. \quad (4.50)$$

Os valores do parâmetro de assimetria α devem pertencer ao intervalo $[-\frac{1}{4\Delta X_s}, \frac{2}{\Delta X_s}]$. E isto é utilizado como condição de contorno na solução do problema.

4.3.7 Medida de Dispersão de Pontos Refletores

A dispersão de pontos refletores é observada no caso da existência de refletores inclinados, tanto em meios homogêneos como heterogêneos. Uma medida deste efeito para o caso de um plano refletor inclinado em um meio homogêneo é encontrada em LEVIN (1971), DEREGOWSKI (1982) e DEREGOWSKI (1986). Aqui neste subitem é apresentado uma generalização desta fórmula de Levin para o caso meios heterogêneos, a partir de considerações acerca do parâmetro de assimetria α .

É importante ressaltar que no problema estudado por LEVIN (1971), o meio de velocidade constante representa o modelo real, enquanto no imageamento homeomórfico o meio de velocidade constante representa apenas uma referência para o imageamento. Enquanto em LEVIN (1971) trata-se de pontos refletores reais, no imageamento homeomórfico trata-se de imagens de pontos refletores, que mantém uma relação um-para-um com pontos de reflexão em um meio heterogêneo.

A fim de simplificar, sem perda de generalidades, a análise da dispersão de pontos refletores, aqui é considerado o caso de um modelo real de velocidade constante onde se tem um refletor inclinado, bidimensional, conforme representado na Figura 4.24. Nessa figura tem-se uma fonte sísmica em S e um geofone em G . Um raio parte de S reflete em C_o e retorna a superfície em G . Este raio tem a importante propriedade de obedecer a Lei de Snell, sendo por isso identificado como o raio "snellico". Um o raio parte do ponto médio x_m e incide normalmente no refletor no ponto C_o^* , de tal modo que $\Delta L = \overline{C_o^*C_o}$. É admitido a existência de um raio arbitrário que não obedece a Lei de Snell, não-"snellico", o qual parte de S incide em C_o^* e retorna para a superfície em G . Observe-se que raio "snellico" ($S \rightarrow C_o \rightarrow G$) considera uma distribuição assimétrica de pares de fonte e geofone em torno de um ponto central X_o de coordenada Cartesiana x_o , correspondendo ao arranjo ponto de reflexão comum; enquanto o raio não-"snellico" ($S \rightarrow C_o^* \rightarrow G$) considera pares de fonte e geofone distribuídos simetricamente em torno do ponto médio de coordenada x_m , correspondendo ao arranjo CMP. Sendo assim, a dispersão do ponto refletor é definida como a distância entre o ponto de reflexão C_o do raio "snellico", e o ponto de incidência C_o^* sobre o refletor do raio não-"snellico". Esta dispersão de pontos de reflexão depende diretamente do afastamento entre as posições de fonte e geofone.

Considerando-se um refletor com inclinação dada pelo ângulo β_o (Figura 4.24) pode-se calcular a medida de dispersão do ponto refletor C_o como

$$\Delta L = (x_m - x_o) \cos \beta_o. \quad (4.51)$$

No caso de uma distribuição simétrica de pares de fontes e geofones, centrada no ponto

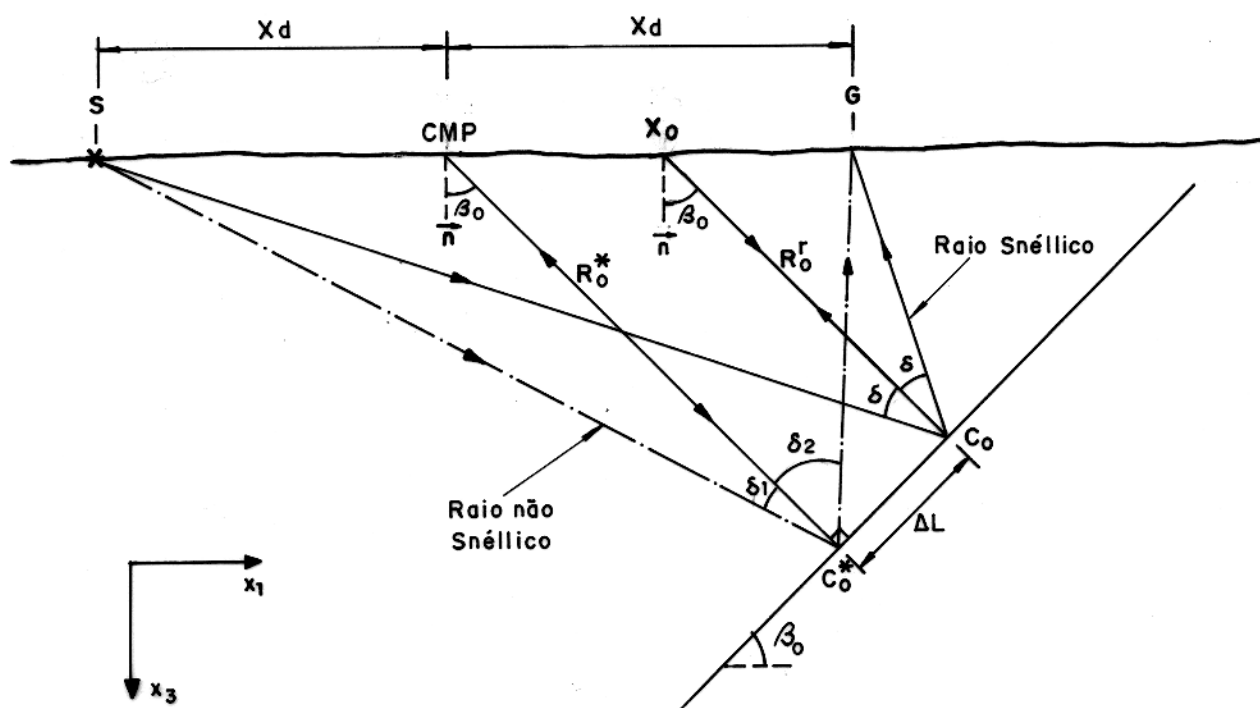


Figura 4.24 - Modelo bidimensional de velocidade constante com um refletor inclinado. A trajetória representada por linha cheia corresponde a raios que obedecem a Lei de Snell, enquanto a trajetória representada pela linha tracejada corresponde a um raio arbitrário (não-"snellico").

médio em x_m , pode-se então escrever para a dispersão de pontos refletores (DEREGOWKI, 1982)

$$\Delta L(x_d) = \frac{\sin \beta_o}{R_o^*} x_d^2 \cos \beta_o, \quad (4.52)$$

No caso do método *elemento de reflexão comum* (ERC) o meio de velocidade constante é o meio utilizado como referência para o imageamento. Neste caso, tem-se que

$$R_o^* = R_o^r + (x_m - x_o) \sin \beta_o. \quad (4.53)$$

Onde R_o^r é o raio de curvatura e β_o é o ângulo de emergência da frente de onda hipoteticamente originada no ponto de reflexão, C_o , do refletor fixo, Σ_D , em um meio heterogêneo suave.

Utilizado-se a aproximação para o valor do parâmetro de assimetria dado por $\alpha \approx \frac{\sin \beta_o}{R_o^r}$, e fazendo-se as devidas substituições em (4.52) tem-se que

$$\Delta L(x_d) \approx \frac{\alpha x_d^2 \cos \beta_o}{[1 + \alpha(x_m - x_o)]}. \quad (4.54)$$

A expressão (4.54) descreve uma relação entre a medida de dispersão ΔL e o parâmetro de assimetria α , obtida a partir da fórmula dada por LEVIN (1971).

No caso de um meio heterogêneo a medida de dispersão de pontos refletores dada através da fórmula (4.54) é determinada como resultado da análise do parâmetro de assimetria α e do ângulo de emergência β_o , o que é feito a partir dos dados apenas. Deste modo, esta medida de dispersão fica assim generalizada para o caso de meios bidimensionais heterogêneos.

As Figuras 4.25a, 4.25b e 4.25c apresentam o valor de $\Delta L = \Delta L(x_d)$, para diferentes intervalos de valores de α .

4.3.8 Algoritmo de Processamento

Para a realização deste processo deve-se adotar o seguinte procedimento:

1. Seleção dos sismogramas segundo a configuração ponto de reflexão comum.
 - (a) Seleciona-se um ponto central arbitrário X_o , em qualquer posição ao longo da linha sísmica.
 - (b) Define-se o intervalo de pesquisa do parâmetro de assimetria, tal que $\alpha_{min} < \alpha < \alpha_{max}$.
 - (c) Para cada valor de α , busca-se quais os pares de fontes e geofones pertencentes às seções fonte-comum, satisfazem as relações (4.29) e (4.33).

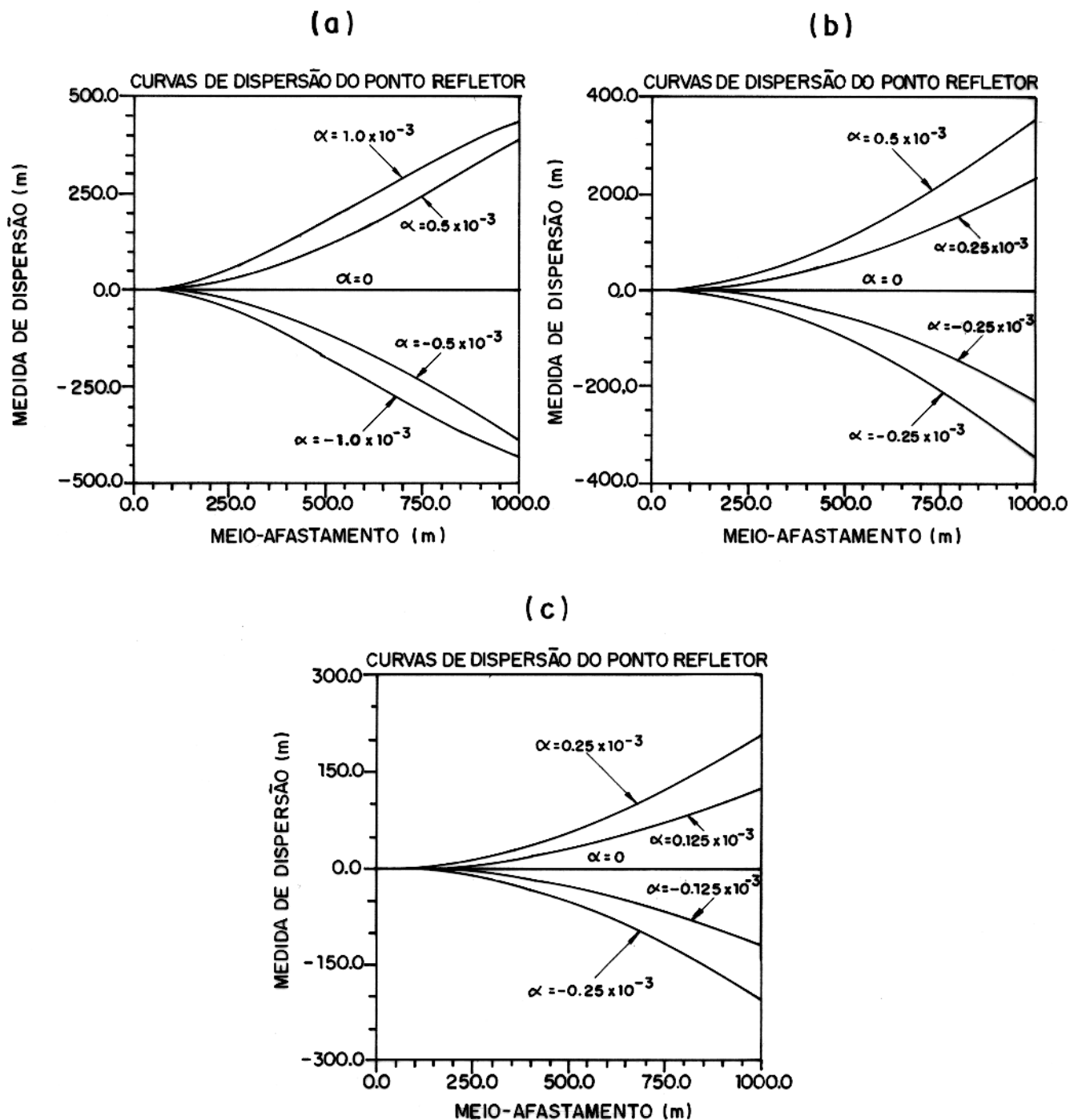


Figura 4.25 - Representação da função $\Delta L = \Delta L(x_d)$. a) $-1.0E - 03 < \alpha < 1.0E - 03$, $R_0^r = 500m$. b) $-0.5E - 03 < \alpha < 0.5E - 03$, $R_0^r = 1000m$. c) $-0.25E - 03 < \alpha < 0.25E - 03$, $R_0^r = 2000m$.

- (d) A determinação dos pares de fontes e geofones, como indicado no item anterior, define um conjunto de sismogramas segundo a configuração ponto de reflexão comum. A repetição deste procedimento para diferentes valores de α , permite a obtenção de vários conjuntos de sismogramas a serem utilizados em etapas seguintes do processamento.
2. Determinação do raio de curvatura da frente de onda hipotética Σ_o , com base nos eventos de reflexão primária.
- (a) Define-se o intervalo de pesquisa para o raio de curvatura da frente de onda hipotética, tal que $R_{min}^r < R_o^r < R_{max}^r$.
- (b) Em cada conjunto de sismograma selecionado, correspondendo a um valor de α constante, é realizada uma análise automática com base em um critério de coerência entre diferentes sismogramas, após aplicada a correção local do tempo, a fim de se determinar o valor do raio de curvatura R_o^r ótimo, para cada evento de reflexão.
- (c) Como cada conjunto de sismogramas corresponde a um dado valor de α , a maximização do critério de coerência permite uma estimativa dos valores de α e R_o^r , para cada par (x_o, t_o) . Definido-se assim as seções de radiusgrama $R_o^r(x_o, t_o)$ e alphagrama $\alpha(x_o, t_o)$.
3. Cálculo de valores de ângulos de incidência na superfície de observação, da frente de onda hipotética Σ_o . E realização do empilhamento final com base nos parâmetros do imageamento.
- (a) A partir das seções de radiusgrama e alphagrama, e aplicando-se a fórmula (4.34), pode-se então obter uma estimativa para os ângulos de incidência β_o , definindo-se assim a seção de angulograma $\beta_o(x_o, t_o)$.
- (b) Utilizando-se os parâmetros ótimos obtidos pelo procedimento descrito acima, aplica-se então a correção nos valores de tempo de trânsito, nos conjuntos de sismogramas definidos no processo de otimização, segundo a configuração ponto de reflexão comum, e em seguida realiza-se o empilhamento final dos dados obtendo-se uma seção empilhada $u(x_o, t_o)$.

4.3.9 Exemplo de Aplicação

Exemplos de aplicação deste método a dados sintéticos, podem ser encontrados na tese de doutorado de STEENTOFT (1993), onde a série de dados Marmousi, cuja descrição encontra-se como apêndice deste trabalho, foram processados conforme o procedimento apresentado acima, de quem os resultados finais são aqui reportados. A Figura 4.26 apresenta uma seção sísmica de afastamento mínimo, ou seja, corresponde a todos os sismogramas cuja distância fonte-geofone atinge 200 m.

Na Figura 4.27 tem-se a seção sísmica obtida pelo empilhamento final com base no método elemento de reflexão comum, após a aplicação da correção local do tempo, com os parâmetros do imageamento homeomórfico. Na Figura 4.28 tem-se as principais feições de refletores imageados com base no método elemento de reflexão comum. Enquanto na Figura 4.29 tem-se a seção empilhada com o método NMO com correções de ângulo (DMO), aqui apresentada para fins de comparação. Na Figura 4.30 tem-se as principais características dos refletores imageados com o método DMO.

De um modo geral, comparando-se as seções obtidas por ambos os métodos, pode-se perceber que uma das principais diferenças entre as duas é o fato de que os refletores no método DMO abruptamente desaparecem na parte central da seção, entre 3 e 5 Km, enquanto que refletores ainda são observados nesta mesma região do modelo no método ERC. Isto possivelmente é explicado pela ausência de estiramento do sinal no método ERC, ao contrário do caso onde a correção DMO é aplicada. De outro modo, também é possível a existência de dispersão de pontos de reflexão, mesmo depois da aplicação da correção do ângulo. É, entretanto, importante observar que na região central do modelo, que se caracteriza por uma geologia complexa, é possível que fortes heterogeneidades laterais tenham sacrificado as hipóteses de trabalho utilizadas no método ERC. Apesar de nas demais regiões do modelo, as duas seções possirem características muito semelhantes, deve-se observar a existência de um refletor bem definido abaixo de 2.0 segundos, entre 4 e 5 Km, no método ERC, e que se apresenta como uma região transparente na seção obtida pelo método DMO. As zonas de difrações estão melhor caracterizadas no método DMO, o que pode ser observado comparando-se a região central do modelo nas duas seções.

Nas Figuras 4.31 e 4.32, tem-se a representação de valores de raios e ângulos através de domínios, no espaço definido pelas coordenadas (x_o, t_o) . Tais valores de parâmetros não podem ser julgados como reais sem serem comprovados através da recuperação dos mesmos através da teoria do raio, mas os resultados encontrados colocam a obtenção dos parâmetros da frente de onda, como um processo bastante estável.

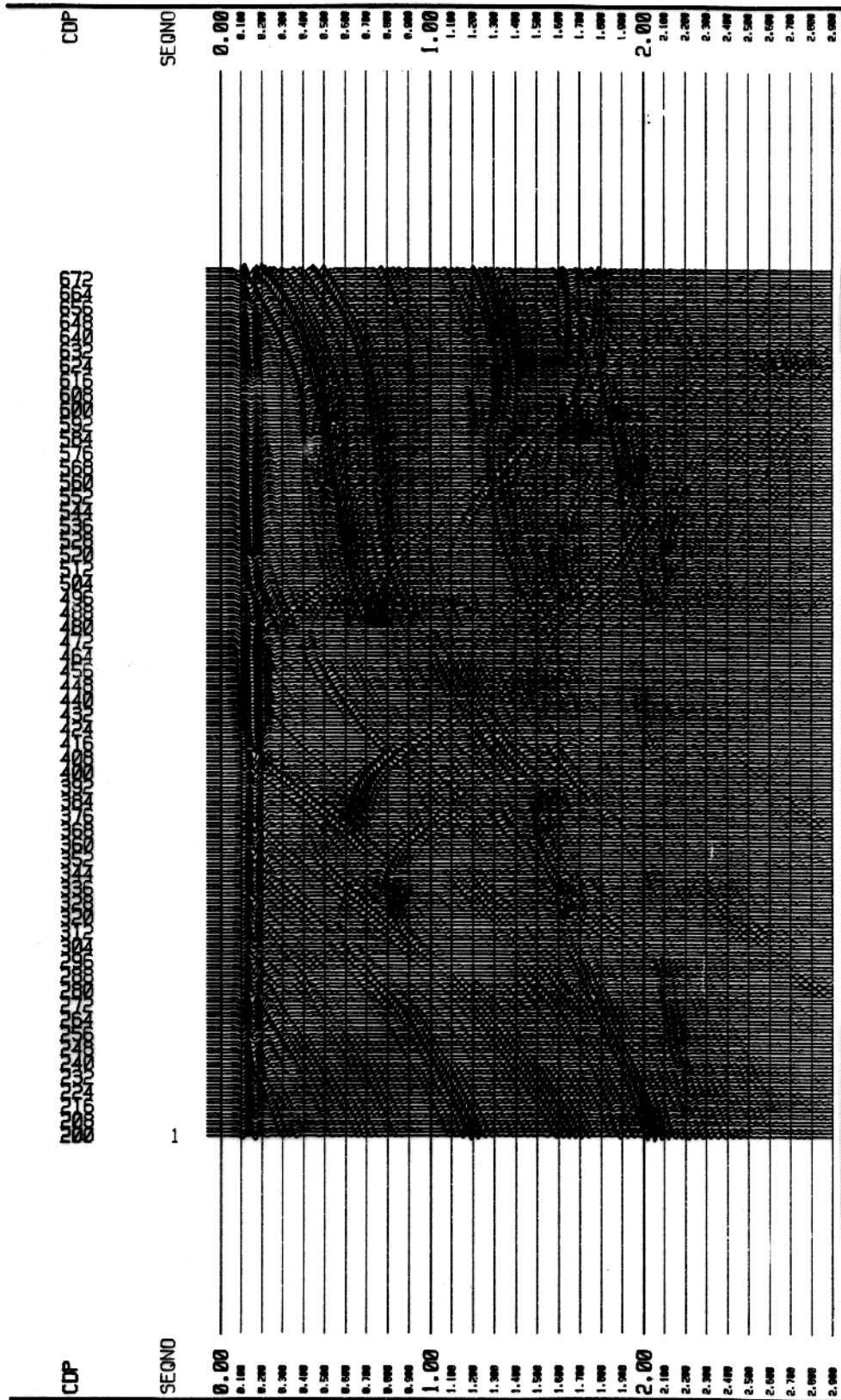


Figura 4.26 - Seção sísmica de afastamento mínimo (200 m), correspondente a série de dados Marmousi.

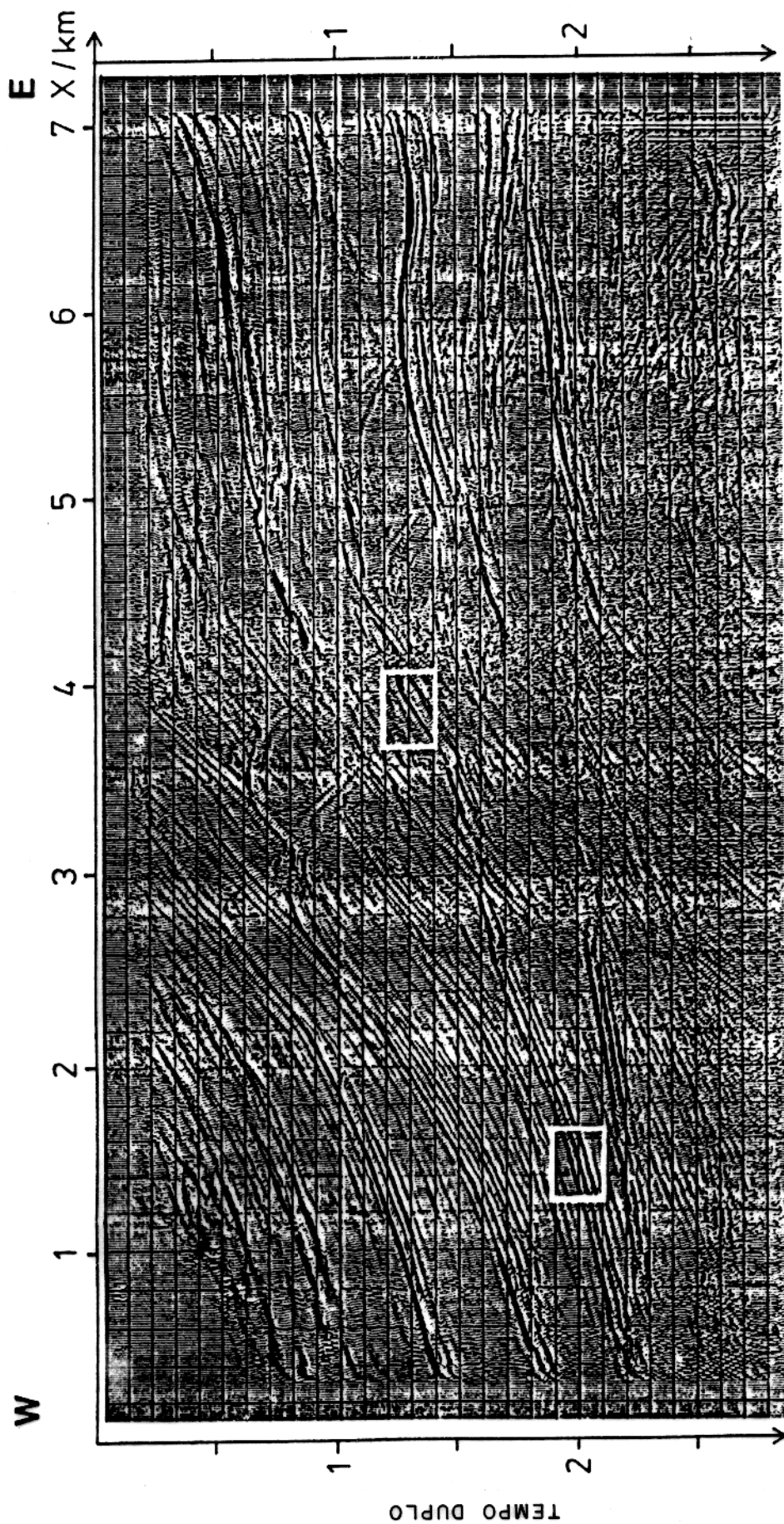


Figura 4.27 - Seção sísmica $u(x_o, t_o)$, obtida pelo empilhamento, após a aplicação da correção local do tempo no método ERC, com base nos parâmetros do imageamento homeomórfico, correspondentes aos raios de curvatura e ângulos de emergência da frente de onda hipoteticamente originada no ponto de reflexão (STEENTOFT, 1993, adaptado).

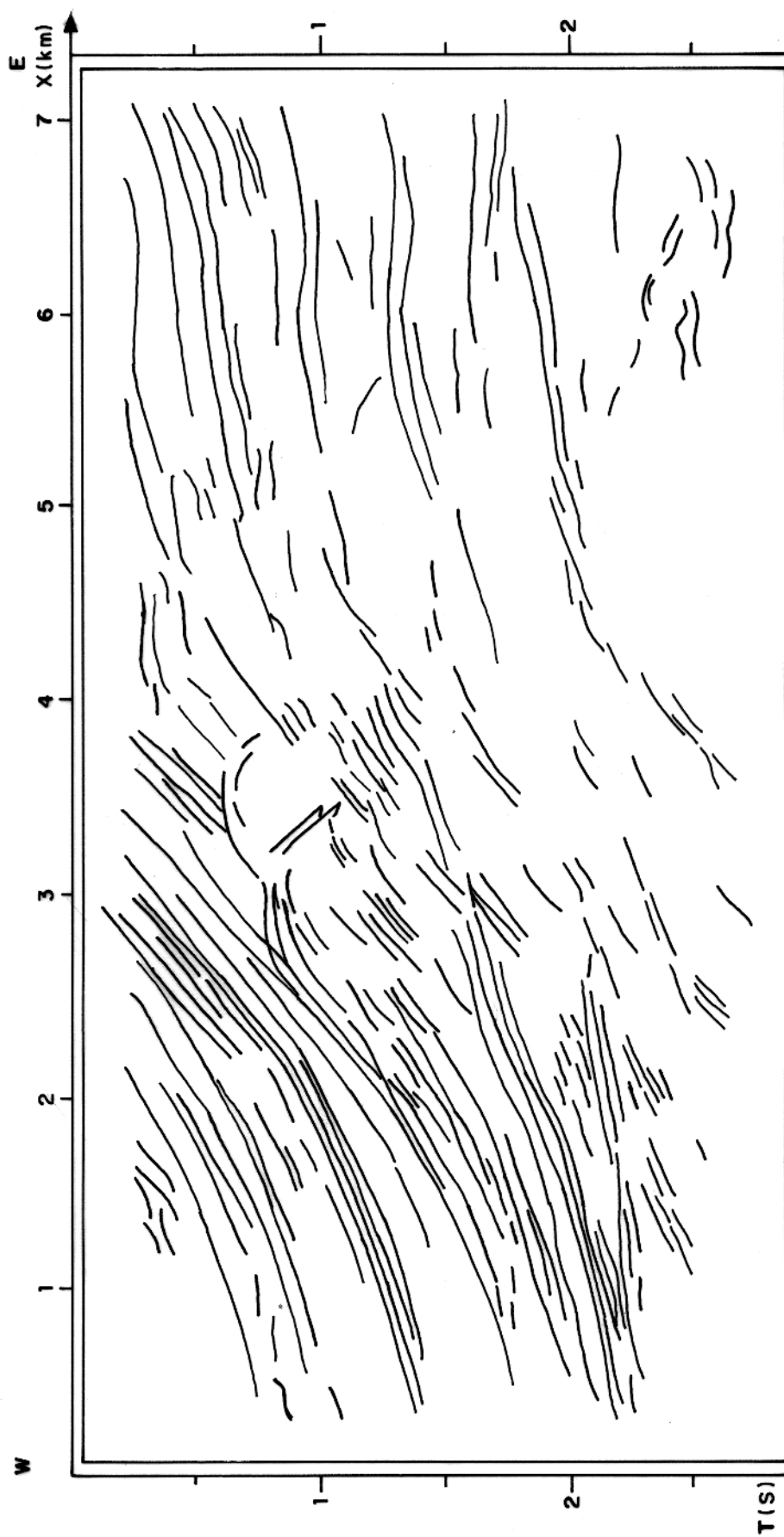


Figura 4.28 - Principais características de refletos imageados com o método ERC, aplicado à série de dados Marmousi.

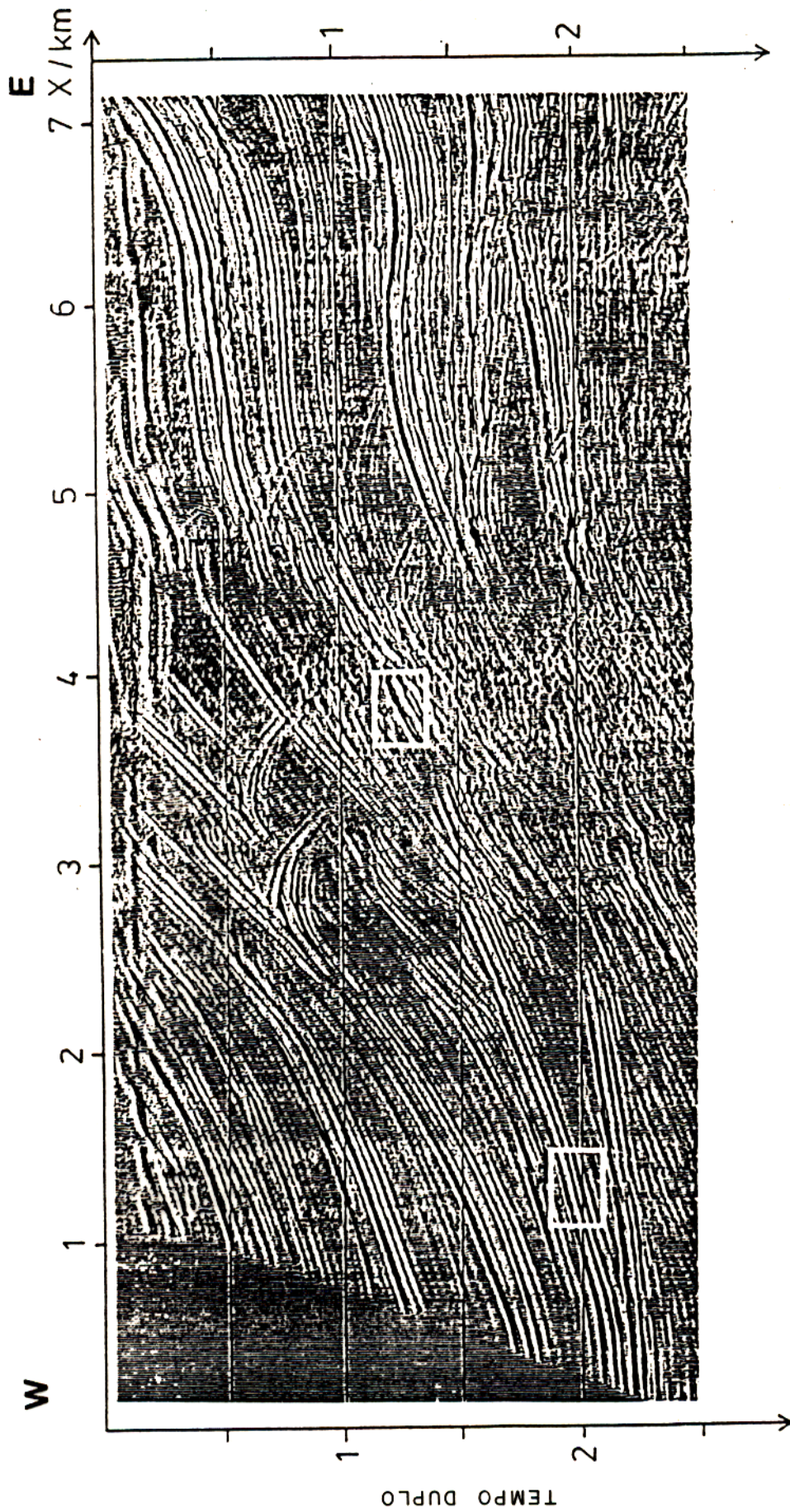


Figura 4.29 - Seção empilhada utilizando-se o método NMO, aplicado a série de dados Marmousi, anteriormente aplicado as correções quanto ao decaimento da amplitude, filtros ótimos, deconvolução e DMO (MARSCHALL & THIESEN, 1991).

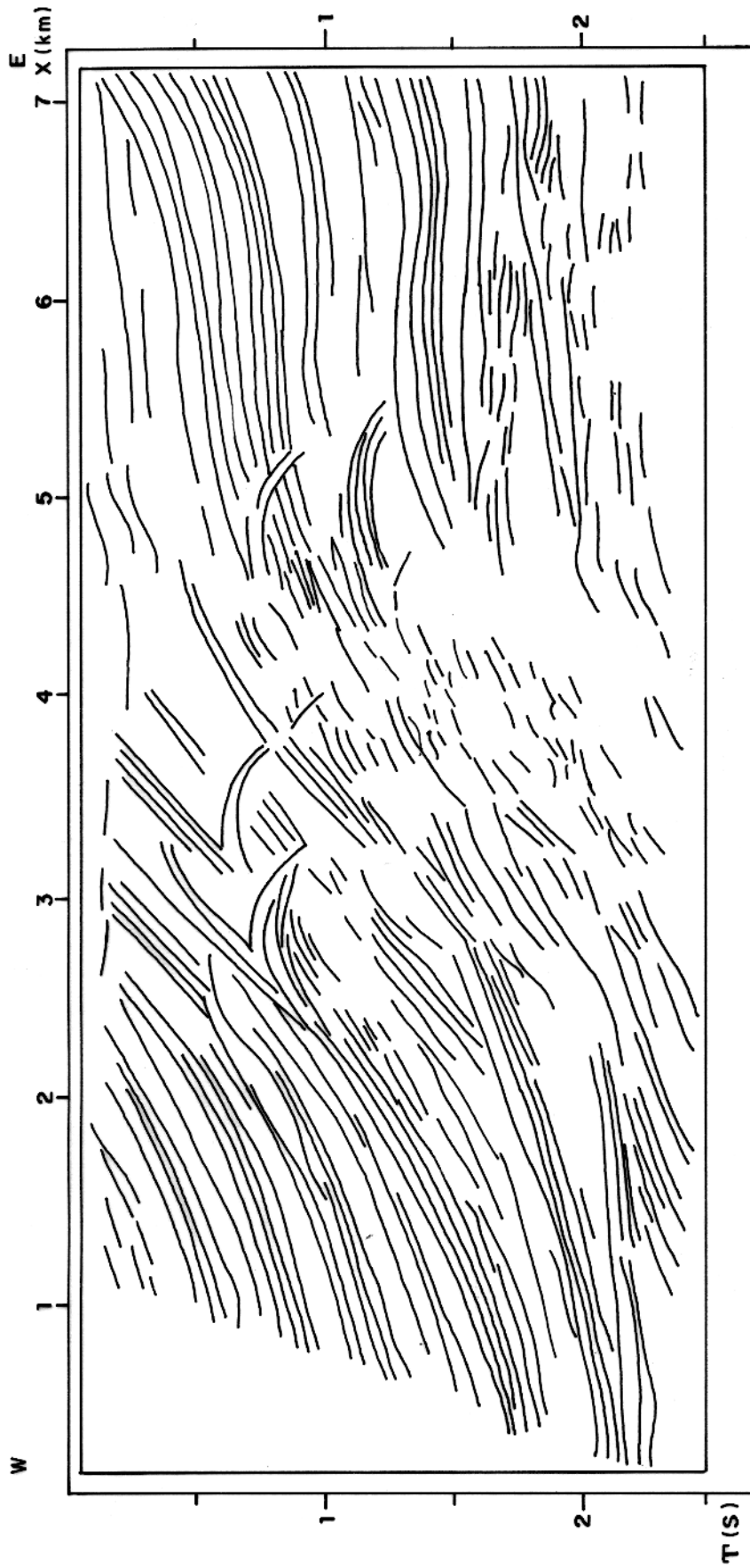


Figura 4.30 - Principais características de refletores imageados com o método NMO/DMO, aplicado a série de dados MARMOUSI, obtidas a partir da Figura (4.29).

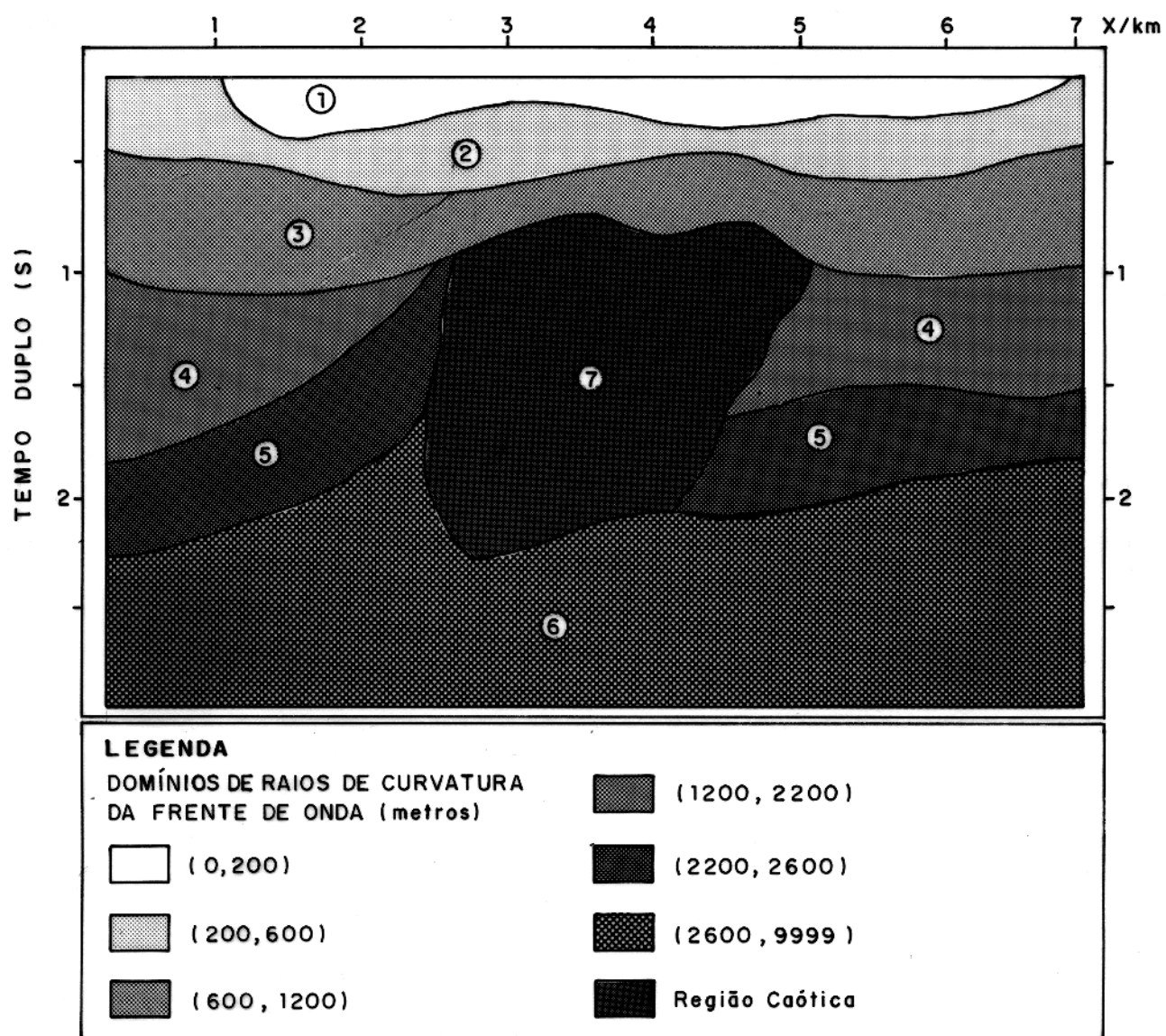


Figura 4.31 - Distribuição de valores de raios de curvatura em domínios, no espaço definido pelas coordenadas (x_o, t_o) .

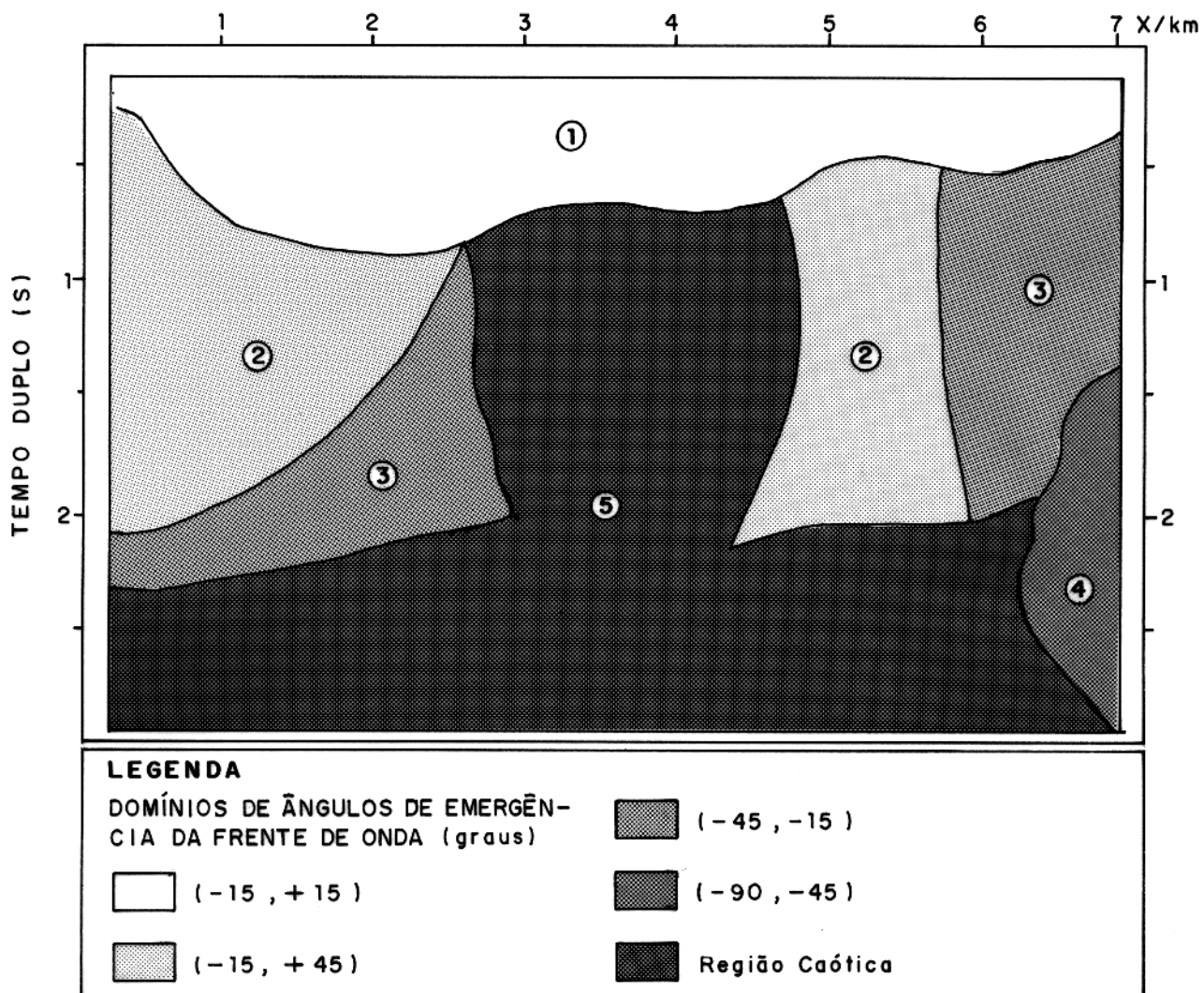


Figura 4.32 - Distribuição de valores de ângulos de emergência em domínios, no espaço definido pelas coordenadas (x_0, t_0) .

4.4 ELEMENTO DE EVOLUTA COMUM (EEC)

4.4.1 Correção do Tempo de Trânsito

No método elemento de evoluta comum (EEC), descrito a seguir, utiliza a chamada configuração afastamento nulo ("zero offset"), na qual as posições de fontes e geofones são consideradas coincidentes. Para um dado refletor fixo, Σ_D , do qual se deseja uma imagem, os raios de reflexão primária considerados são os raios normais relativos aos pares de fontes e geofones.

A Figura 4.33a mostra uma posição de fonte e geofone coincidentes, $S_o \equiv G_o$, escolhida como ponto central, X_o , de coordenada x_o . O raio normal relativo a esta posição, é denominado raio central. Este raio parte do ponto central, X_o , reflete-se normalmente no ponto C_o no refletor Σ_D e retorna a superfície de observação no ponto de partida em X_o , ($X_o \rightarrow C_o \rightarrow X_o$). Denotamos ainda por β_o o ângulo de incidência (ou emergência) do referido raio central, medido em relação a normal \vec{n} . Os demais raios de reflexão primária normal são denominados simplesmente raios laterais (ver Figura 4.33a).

Denotamos por t_o , o tempo de trânsito do raio central. O tempo de trânsito de cada um dos raios laterais é então dado por

$$t = t_o + \Delta t, \quad (4.55)$$

onde Δt corresponde a correção local do tempo, calculada como se a fonte sísmica estivesse no centro de curvatura do refletor no ponto de reflexão do raio central, i.e., na chamada evoluta do refletor Σ_D . Esta evoluta é definida como o lugar geométrico de centros de curvatura de Σ_D , quando se percorre o refletor. Figura 4.33b.

Para se obter a correção local do tempo de um raio lateral em relação ao raio central, considera-se uma frente de onda hipotética Σ_o gerada em um ponto da evoluta do refletor, que se propaga no tempo negativo, de baixo para cima, de tal modo a coincidir com o refletor Σ_D no instante $t = 0$. Deste modo, o refletor Σ_D é sintonizado, e a frente de onda hipotética continua se propagando em direção à superfície, sempre ortogonal a trajetória da família de raios refletidos. Ao atingir a linha sísmica em X_o , a frente de onda hipotética consumiu um tempo de trânsito igual a $t_o/2$. De um modo geral, a frente de onda hipotética Σ_o , ao incidir no ponto central X_o , possui forma arbitrária (não necessariamente circular), visto que o meio é heterogêneo.

Para pequenas aberturas ($\overline{C_oC} \ll 1$), a frente de onda hipotética Σ_o pode ser considerada como se originada no ponto E_o , centro de curvatura do refletor, Σ_D , no ponto de reflexão do

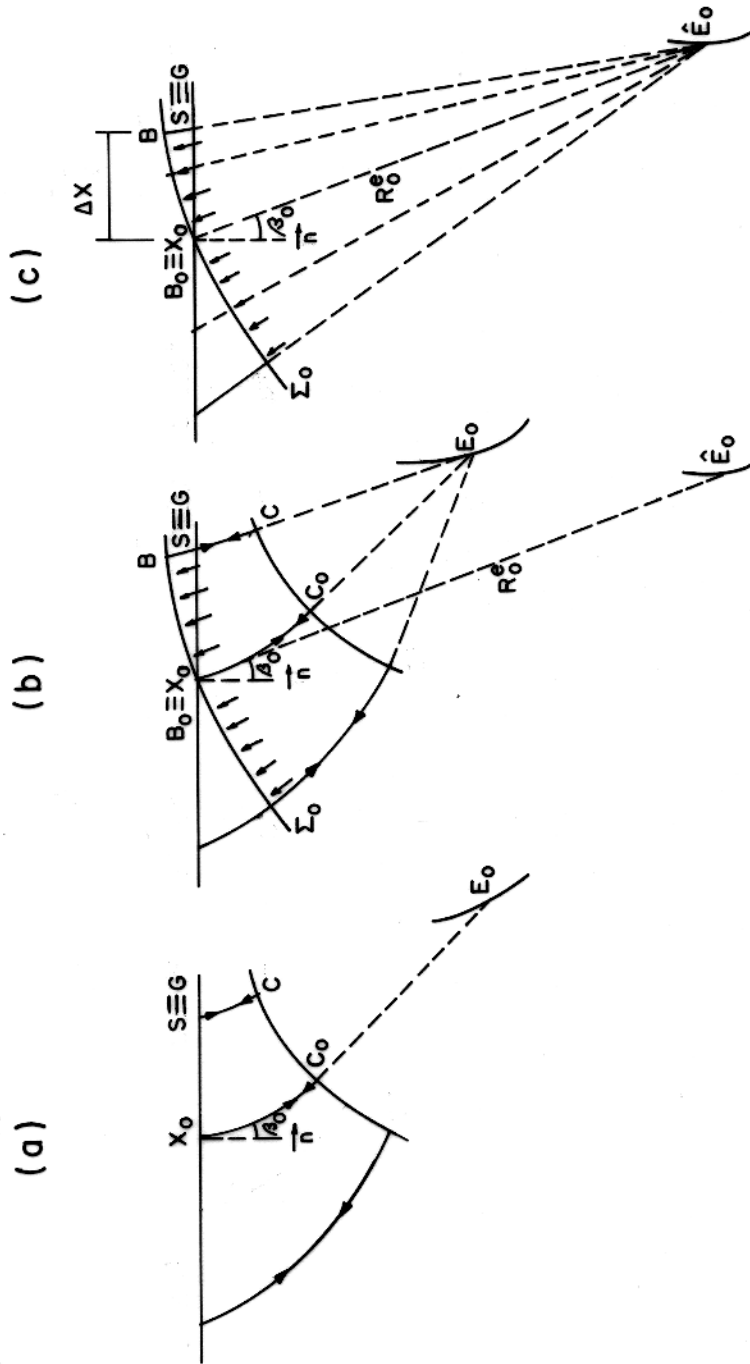


Figura 4.33 - Esquema de raios para o método elemento de evoluta comum.
 a) Modelo heterogêneo suave com um refletor fixo. b) Evoluta do refletor. c) Aproximação circular para a frente de onda.

raio central C_o , como ilustrado na Figura 4.33b. Além disto, na vizinhança do ponto central X_o , é razoável aproximar esta frente de onda por um círculo. Conforme a (Figura 4.33c), denotamos por R_o^e o seu raio de curvatura e por \hat{E}_o a localização do seu centro de curvatura..

Considerando-se a velocidade v_o nas proximidades do ponto central como constante, pode-se considerar que a evolução temporal da frente de onda hipotética Σ_o , em relação ao tempo de trânsito de um raio central, está localmente relacionada com a alteração de sua forma geométrica ao redor do ponto central. Assim, pode-se fazer a seguinte relação

$$\Delta t = 2 \left(\frac{\overline{\hat{E}_o S}}{v_o} - \frac{\overline{\hat{E}_o X_o}}{v_o} \right). \quad (4.56)$$

Com base na Figura 4.33c, e observando-se que observando-se que $R_o^e = \overline{\hat{E}_o X_o}$, e aplicando-se a lei dos cossenos ao triângulo $\hat{E}_o X_o S$, tem-se que

$$\overline{\hat{E}_o S} = \sqrt{(R_o^e)^2 + 2R_o^e \Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2}. \quad (4.57)$$

Onde foi utilizada a relação $\Delta X = (x - x_o)$, onde x representa a coordenada Cartesiana que especifica a localização do par fonte-geofone coincidentes $S \equiv G$. Vale notar que, de acordo com o sinal de β_o , temos que $\Delta X > 0$ à esquerda do ponto central X_o , e $\Delta X < 0$ à direita do mesmo ponto. A correção local do tempo, equação 4.56, pode então ser reescrita como

$$\Delta t = \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o^e)^2 + 2R_o^e \Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2} - \frac{2R_o^e}{v_o}. \quad (4.58)$$

A qual, substituída na curva de tempo de trânsito, equação 4.55, fornece

$$t = t_o + \frac{2}{v_o} \sqrt{(R_o^e)^2 + 2R_o^e \Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2} - \frac{2R_o^e}{v_o}. \quad (4.59)$$

A fórmula (4.58) é a correção que deve ser aplicada ao tempo de trânsito de um raio de reflexão primária lateral, em relação a um raio central, em um conjunto de sismogramas segundo a configuração afastamento nulo, com base em um critério de coerência máxima, visando a realização do empilhamento e a consequente obtenção da imagem.

4.4.2 Algoritmo de Processamento

Para a realização deste processo deve-se adotar o seguinte procedimento:

1. Seleciona-se um ponto central arbitrário X_o em uma seção sísmica, onde os sismogramas estejam dispostos segundo a configuração afastamento nulo.

2. Define-se o intervalo de pesquisa do ângulo de incidência da frente de onda na superfície de observação, tal que $\beta_{min} < \beta_o < \beta_{max}$. E para o intervalo de pesquisa do raio de curvatura da frente de onda, tal que $R_{min}^e < R_o^e < R_{max}^e$.
3. Para cada valor de β_o , procura-se o valor de R_o^e que possibilita a coerência máxima no interior do conjunto de sismogramas, após aplicado a correção na curva tempo de trânsito, para um dado valor de referência t_o .
4. Obtidos os valores ótimos de β_o e R_o^e , a correção do tempo é aplicada ao conjunto de sismogramas, sendo posteriormente empilhado, e o resultado colocado na posição x_o do ponto central X_o escolhido.
5. Repetindo este procedimento para diferentes valores de x_o , correspondendo a escolha de diferentes pontos centrais na seção sísmica, e considerando diferentes valores de t_o ao longo de cada conjunto de sismograma selecionado, tem-se como resultado as seções de radiusgrama $R_o^e(x_o, t_o)$, angulograma $\beta_o(x_o, t_o)$ e uma seção empilhada $u(x_o, t_o)$. A combinação dessas três seções permite uma imagem homeomórfica dos refletores.

O resultado do empilhamento realizado a partir do método elemento de evoluta comum, possibilita uma aumento da razão sinal/ruído, se levado em consideração os limites da aproximação geométrica considerada para a frente de onda hipotética Σ_o . No caso em que a heterogeneidade do meio seja bastante fraca, este procedimento corrige efeitos indesejáveis quanto a curvatura do refletor.

5 - FORMULAÇÃO UNIFICADA PARA OS MÉTODOS DE IMAGEAMENTO HOMEOMÓRFICO

Neste capítulo é apresentado uma formulação unificada para os seguintes métodos de imageamento homeomórfico, que se baseiam na geometria de diferentes tipos de frentes de ondas: (1) elemento de fonte (geofone) comum (frente de onda real, refletida); (2) elemento de refletor comum (frente de onda hipoteticamente gerada no ponto de reflexão); e (3) elemento de evoluta comum (frente de onda hipoteticamente gerada em um ponto da evoluta do refletor). Os métodos de imageamento em questão restringem-se ao problema sísmico em duas dimensões, de modo que as considerações geométricas são feitas no plano do modelo, utilizando-se para isto fontes lineares perpendiculares ao mesmo plano.

A cada ponto na frente de onda está relacionado um raio de curvatura e o respectivo centro de curvatura. A curva definida pelos lugares geométricos dos centros de curvaturas, i.e., a *evoluta ou cáustica* da frente de onda, é descrita pelos centros de curvaturas relativos aos pontos da frente de onda. A cáustica da frente de onda pode ser também definida pelo envelope da família de raios de curvaturas, os quais ligam pontos da frente de onda aos centros de curvaturas, correspondentes.

A Teoria da Catástrofe (ARNOLD, 1986; ARNOLD, 1991; GILMORE, 1981) é a teoria que classifica os diferentes tipos de singularidades possíveis em regiões de cáustica, usando suas propriedades geométricas. A formulação unificada aqui apresentada para os métodos de imageamento homeomórfico, é obtida para um tipo particular de singularidade denominada *cúspide*, bastante estudada na Teoria da Catástrofe. É preciso levar-se em conta que esta formulação não pode ser aplicada em qualquer situação. Na verdade, dependendo do tipo de singularidade tem-se uma formulação diferente. Portanto, apesar de que esta formulação unifica os diferentes métodos de imageamento homeomórfico, a mesma não pode ser considerada, como uma formulação geral, válida em qualquer contexto.

5.1 A EVOLUTA OU CÁUSTICA DE FRENTE DE ONDA

A evoluta é o lugar geométrico dos centro de curvaturas de uma curva suave qualquer. Se a curva é plana, a evoluta pertence também ao mesmo plano. A evoluta possui as seguintes propriedades geométricas (LASS, 1950, p. 64-66; SCHWARTZ et al., 1960, p. 254-259): (1)

Os raios de curvaturas de uma dada curva suave são tangentes a pontos da evoluta; (2) Os pontos de tangência na evoluta correspondem aos centros de curvaturas; (3) O comprimento de arco na evoluta definido por dois centros de curvaturas, é igual a diferença entre os comprimentos dos raios de curvaturas correspondentes.

Tratando-se de propriedades óticas em um meio de velocidade constante, a evoluta pode ser considerada como uma região onde se tem concentração de energia. No caso em que a curva suave seja uma frente de onda, esta evoluta corresponde a uma cáustica de frente de onda, a qual possui um tipo de singularidade que evolui juntamente com a frente de onda (KRAVTSOV & ORLOV, 1990; ARNOLD, 1986).

Nas Figuras 5.1a, 5.1b, 5.1c e 5.1d são apresentadas diferentes tipos de singularidades, aqui é importante ressaltar que sob o efeito de pequenas perturbações na frente de onda, controladas por um determinado parâmetro, qualquer uma dessas singularidades podem ser metamorfoseadas a singularidade tipo cúspide representada na Figura 5.1a.

Na teoria dos raios, o termo cáustica é usado para definir a região no interior de um tubo de raios, onde se verifica uma singularidade na determinação da intensidade do campo de ondas. Em outras palavras, nesta região do tubo a amplitude assume valores infinitos, o que é geometricamente caracterizado pela interseção de diferentes trajetórias de uma mesma família de raios. A curva tangente a tais trajetórias denomina-se cáustica.

Na definição aqui apresentada para cáustica de frente de onda, utilizou-se os mesmos princípios básicos da teoria do raio: (1) A existência de uma região no interior de um tubo ou família de raios, onde se tem a concentração da energia, com a amplitude atingindo um valor infinito; (2) Esta região é representada geometricamente pela curva tangente a trajetórias de uma mesma família de raios, onde o fator espalhamento geométrico é nulo, e a amplitude assume valores infinitos.

Assim, a cáustica de frente de onda corresponde fisicamente a região de concentração de energia, quando a frente de onda que se propaga em um meio arbitrário, é hipoteticamente submetida uma retropropagação ao longo de seus raios de curvaturas, até a posição de seus centros de curvaturas. Os raios de curvaturas são, portanto, as paredes do tubo de raios, enquanto os centros de curvaturas são pontos de concentração de energia no interior do referido tubo. É óbvio que a curva tangente aos raios de curvaturas, e definida geometricamente pelos centros de curvaturas da frente de onda, é a representação geométrica da cáustica de frente de onda.

Tendo em vista as considerações acima, o imageamento homeomórfico é obtido através da focalização dos refletores aos pontos de cáustica da frente de onda, utilizando-se para isto

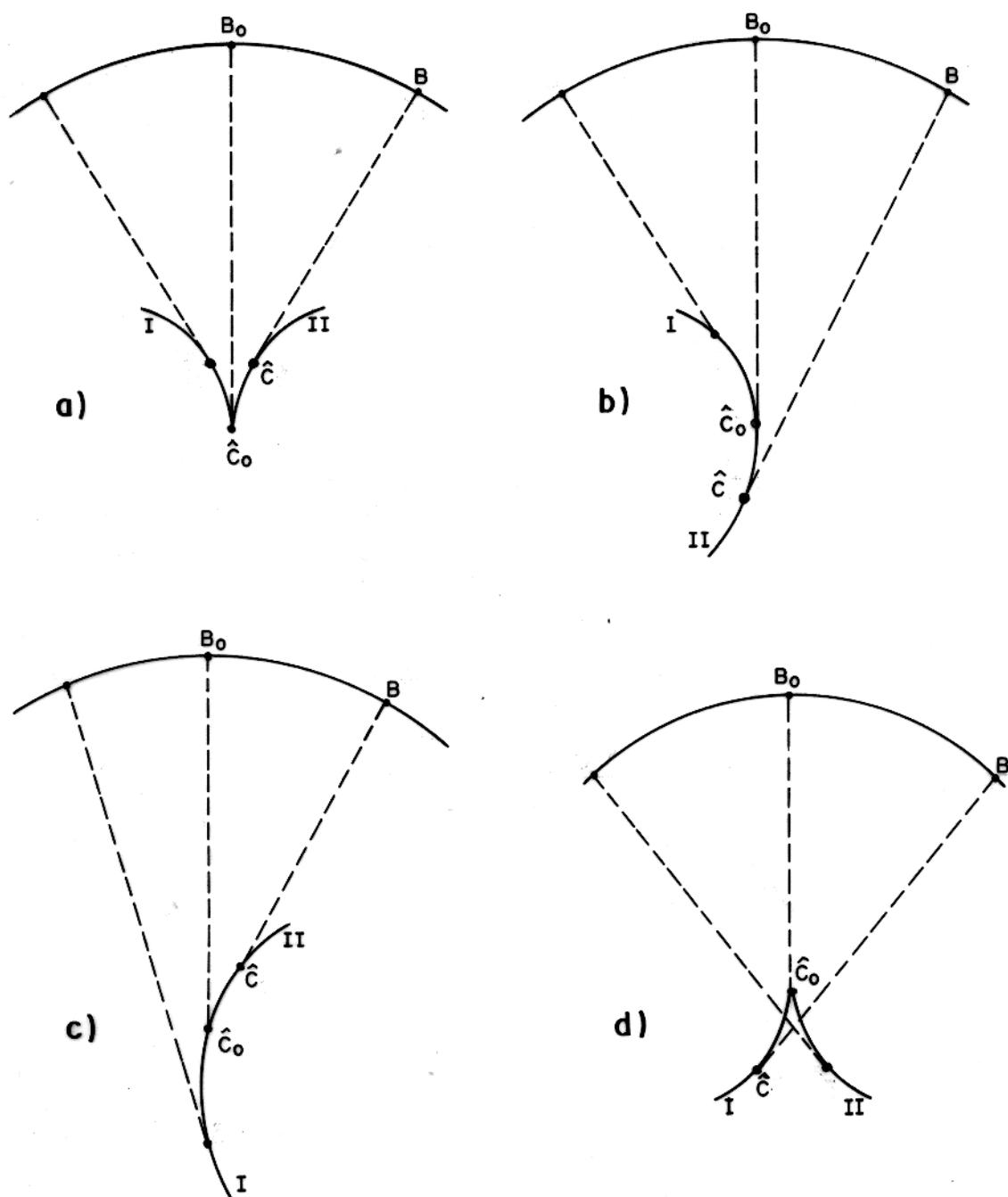


Figura 5.1 - Diferentes tipos de singularidades, pertencentes a cáustica de frente de onda. a) Singularidade tipo *cúspide* positiva; b) Deformação do ramo II; c) Deformação do ramo I; d) Singularidade tipo *cúspide* negativa.

uma velocidade constante próximo a superfície de observação, considerada conhecida.

5.2 CORREÇÃO LOCAL DO TEMPO

A formulação aqui apresentada é válida para qualquer um dos métodos de imageamento homeomórfico, desde que sejam respeitadas as seguintes condições: 1) A cáustica de frente de onda possui uma singularidade do tipo cúspide, ou que possa ser transformada a uma singularidade deste tipo após pequenas perturbações; 2) Esta cáustica pode ser aproximada geometricamente por um círculo.

Para análise dos tempos de trânsito nos diversos métodos de imageamento homeomórfico, consideraremos no que se segue uma frente de onda genérica, Σ_o , a qual pode representar tanto uma frente de onda real (de reflexão) ou hipotética. O primeiro caso corresponde ao método elemento de fonte (receptor) comum; enquanto o segundo caso pode corresponder tanto ao método elemento de refletor comum, como ao método elemento de evoluta comum, conforme a frente de onda hipotética seja originada no ponto de reflexão, ou na evoluta do refletor. Em qualquer uma das situações, esta frente de onda possui diferentes raios de curvaturas (i.e., a frente de onda é, em geral, não circular).

A Figura 5.2 apresenta uma frente de onda, Σ_o , suposta uma curva plana, a qual encontra a superfície de medição no ponto central $B_o \equiv X_o$. Neste ponto, o raio de curvatura de Σ_o é dado por $R_o = X_o\hat{C}_o$, onde \hat{C}_o representa o centro de curvatura correspondente. Também na Figura 5.2, está representado um ponto genérico, B , da frente de onda, na vizinhança do ponto central, X_o . Para este ponto, B , denotamos o raio de curvatura de Σ_o por $R = B\hat{C}$, onde \hat{C} é o correspondente centro de curvatura. Analogamente, denotamos por X o ponto na superfície de observação obtido prolongando-se o segmento $B\hat{C}$ até que ele atinja a referida superfície. Este ponto estará também na vizinhança do ponto central, X_o . Denotamos, ainda, por β_o , o ângulo entre o segmento $B_o\hat{C}_o$ e a normal (fixa) à superfície de observação, \vec{n} . Da mesma forma, temos que β representa o ângulo entre o prolongamento do segmento $B\hat{C}$ e a mesma normal, \vec{n} . Introduzimos, finalmente, a notação por $\Delta\beta = \beta - \beta_o$.

Representamos o tempo de trânsito consumido pela frente de onda para que mesma atinja o ponto genérico, X , pela já familiar expressão

$$t = t_o + \Delta t, \quad (5.1)$$

sendo o afastamento em relação ao ponto central dado por $\Delta X = \overline{X_oX}$. Neste caso, \hat{C}_o e \hat{C} são centros de curvaturas e a curva Σ_c é a cáustica da frente de onda Σ_o . Conforme a Figura 5.2, a referida cáustica é aproximada geometricamente por um círculo de raio ρ_o , e centro de

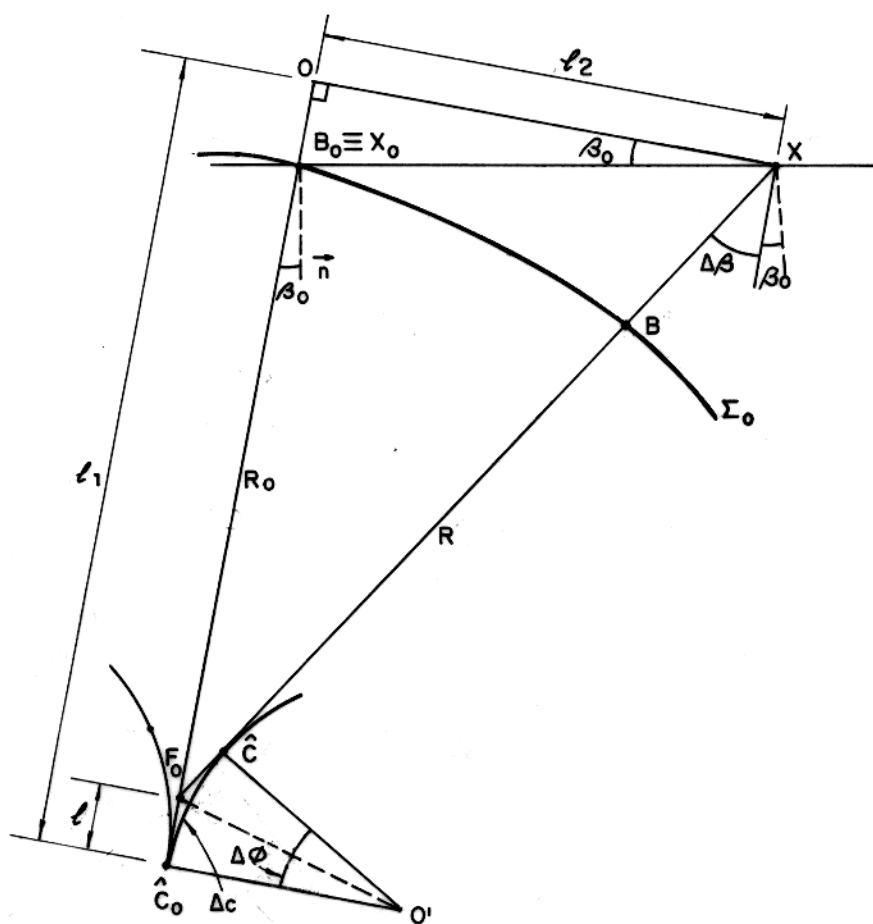


Figura 5.2 - Representação geométrica da frente de onda Σ_0 , real ou hipotética, e sua cáustica Σ_c . A singularidade correspondente a cáustica é do tipo *cúspide positiva*.

curvatura, O' , sendo denotado por onde $\Delta\phi$ o ângulo $\widehat{C_oO'C}$.

A inteseção do prolongamento do segmento \overline{BC} (que determina o raio de curvatura R) com o segmento $B_o\hat{C}_o$ (que determina o raio de curvatura R_o) define o ponto auxiliar F_o . Definimos também o parâmetro ℓ pela relação

$$\ell = \begin{cases} \rho_o \tan \left| \frac{\Delta\phi}{2} \right| & : R < R_o \text{ e } \Delta\phi < 0 \\ 0 & : R = R_o \text{ e } \Delta\phi < 0 \\ \rho_o \tan \frac{\Delta\phi}{2} & : R > R_o \text{ e } \Delta\phi < 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Vemos que, em valor absoluto, esta quantidade designa o comprimento de segmento que liga F_o a \hat{C}_o , i.e., $|\ell| = \overline{F_o\hat{C}_o}$.

O imageamento homeomórfico tem como princípio a construção de imagens de refletores sísmicos, a partir da focalização de pontos da cáustica de frente de onda. Isto é feito através do empilhamento de um conjunto de sismogramas, utilizando-se a geometria de uma frente de onda, como se a mesma tivesse sido gerada em um ponto de sua cáustica.

A fim de ser determinada uma expressão para a correção local do tempo consideramos com base na Figura 5.2, que a energia gerada em \hat{C}_o , se propaga ao longo da cáustica até o ponto \hat{C}_o com a mesma velocidade v_o do meio, suposta constante. Usando-se as propriedades da evoluta da frente de onda enunciadas anteriormente, obtemos para a correção local do tempo a aproximação

$$\Delta t = \frac{\overline{\hat{C}X} - \overline{\hat{C}_oX_o} + \Delta c}{v_o} \quad (5.3)$$

Usando-se uma aproximação linear para Δc , a saber

$$\Delta c = \overline{\hat{C}_oF_o} + \overline{\hat{C}_oF_o}, \quad (5.4)$$

o valor da correção do tempo de trânsito (5.3) pode ser aproximada através da expressão

$$\Delta t = \left(\frac{\overline{\hat{C}X} + \overline{\hat{C}F_o}}{v_o} \right) - \left(\frac{\overline{\hat{C}_oX_o} - \overline{\hat{C}_oF_o}}{v_o} \right). \quad (5.5)$$

A partir de simples considerações geométricas (ver Figura 5.2) tem-se que $\overline{\hat{C}_oF_o} = \overline{\hat{C}F_o} = \ell$. Aplicando-se a lei dos cossenos no triângulo $F_o\widehat{X_o}X$, tem-se então

$$\overline{F_oX} = \sqrt{(R_o - \ell)^2 + 2(R_o - \ell)\Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2}, \quad (5.6)$$

onde foi utilizado que $R_o = \overline{\hat{C}_oX_o}$. Pode-se, finalmente, escrever a correção local do tempo de trânsito como

$$\Delta t = \frac{\sqrt{(R_o - \ell)^2 + 2(R_o - \ell)\Delta X \sin \beta_o + (\Delta X)^2}}{v_o} - \frac{R_o - \ell}{v_o}. \quad (5.7)$$

5.3 FORMULAÇÃO UNIFICADA DO TEMPO DE TRÂNSITO

Com base no que foi exposto acima, pode-se apresentar a seguinte expressão unificada para a curva tempo de trânsito, nos diferentes métodos de imageamento homeomórfico

$$t = t_o + q^+ \Delta t^+ + q^- \Delta t^-, \quad (5.8)$$

onde t_o é o tempo de referência no sismograma, Δt^+ e Δt^- representam correções locais do tempo de trânsito dadas pela fórmula (5.7) relativos a pontos na linha sísmica situados à direita e à esquerda do ponto central, respectivamente, sendo que q^+ e q^- são os parâmetros que definem o método de imageamento. Deve-se observar que em todos os métodos de imageamento homeomórfico, elemento de fonte (receptor) comum, elemento de evoluta comum e elemento de refletor comum, é admitido a aproximação $l \approx 0$, o que entretanto não impede a possibilidade da utilização de outros valores para este parâmetro, dependendo da geometria da cáustica de frente de onda e seu tipo de singularidade.

Para se obter as expressões dos diferentes métodos de imageamento homeomórfico, a partir da fórmula (5.8), deve-se observar as seguintes situações:

1. Método Elemento de Fonte (Receptor) Comum (EF(R)C): A fórmula (5.8) corresponde à fórmula (4.5), para o caso de pontos de observação à direita e à esquerda do ponto central, respectivamente, a saber

$$t^+ = t_o + \Delta t^+ \quad \text{se } q^+ = 1 \quad \text{e } q^- = 0 \quad (5.9)$$

e

$$t^- = t_o + \Delta t^- \quad \text{se } q^- = 1 \quad \text{e } q^+ = 0 \quad (5.10)$$

2. Método Elemento de Refletor Comum (ERC): A fórmula (5.8) é apresentada para valores unitários de q^+ e q^- , correspondendo à fórmula (4.12), respectivamente, a saber

$$t = t_o + \Delta t^+ + \Delta t^- \quad \text{se } q^+ = q^- = 1 \quad (5.11)$$

3. Método Elemento de Evoluta Comum (EEC): A fórmula (5.8) corresponde à fórmula (4.58), para o caso de pontos de observação à direita e à esquerda do ponto central, respectivamente, a saber

$$t^+ = t_o + 2\Delta t^+ \quad \text{se } q^+ = 2 \quad \text{e } q^- = 0 \quad (5.12)$$

e

$$t^- = t_o + 2\Delta t^- \quad \text{se } q^- = 2 \quad \text{e } q^+ = 0 \quad (5.13)$$

É importante lembrar que no primeiro método (EF(R)C) trata-se de uma frente de onda real, refletida; enquanto nos dois últimos trata-se de uma frente de onda gerada hipoteticamente no ponto de reflexão (ERC), ou no centro de curvatura do refletor (EEC), e que nestes métodos é suposto que $\ell \approx 0$.

6 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Este trabalho de tese se dedica ao estudo do problema do imageamento sísmico, a partir de dados de reflexão. Para tanto são utilizadas informações a cerca do comportamento cinemático da propagação do campo de ondas, a qual de um modo geral é descrita através da equação da onda elástica para meios heterogêneos e isotrópicos, cuja solução é dada de forma aproximada pela série assintótica dos raios. Esta aproximação segue a noção de que os componentes de alta-frequência da energia elástica tem suas trajetórias concentradas ao longo de raios. Além do que esta solução pode ser satisfatoriamente representado pela aproximação de zero-ordem da série do raio. Tais restrições apesar de não serem fiéis a situação real, têm sido utilizadas na formulação de soluções para diferentes aspectos de problemas de imageamento, inversão, ou mesmo modelamento sísmico.

Como filosofia aqui foi adotado o conceito onde o problema inverso em sísmica não pode ser resolvido em uma única etapa, apesar de existirem métodos que visam resolver este problema desta maneira (TARANTOLA, 1988). Ao contrário disto, aqui a solução do problema inverso é visto como resultado de diferentes etapas de processamento do sinal sísmico, e que visam obter como resultado uma função de velocidades e densidades da estrutura geológica em subsuperfície, além do mapeamento dos coeficientes de reflexão em profundidade. Esta forma de ver o problema inverso em sísmica tem sido utilizada de forma vasta ao longo dos últimos anos (YILMAZ & CHAMBERS, 1984; WAPENAAR et al., 1989; MACKAY & ABMA, 1992).

O problema da estimativa de um modelo para a estrutura geológica em subsuperfície até então parte de métodos que utilizam técnicas de otimização da curva tempo de trânsito, técnicas tomográficas ou técnicas que através do algoritmo de migração buscam focalizar um ponto de reflexão em subsuperfície. Isto para ser viabilizado necessita um razoável conhecimento das propriedades físicas do meio em subsuperfície reunidas no chamada macro modelo de velocidades, o que nem sempre é possível devido a problemas práticos.

Neste trabalho de tese, é desenvolvida uma nova teoria para o empilhamento de dados de reflexão sísmica em diferentes configurações de processamento. Esta nova teoria, denominada imageamento homeomórfico, se baseia em aproximações geométricas para a curvatura da frente de onda, usando as relações existentes entre esta curvatura e aspectos cinemáticos e dinâmicos da propagação do raio sísmico em um meio heterogêneo, bidimensional.

Supondo a aproximação geométrica para a frente de onda que se propaga em um meio heterogêneo, dependendo da configuração utilizada no processamento, são estabelecidos os seguintes métodos: 1) **Elemento de Fonte (Geofone) Comum**, que utiliza uma frente de onda real, refletida; 2) **Elemento de Refletor Comum**, que utiliza uma frente de onda hipotética, originada no ponto de reflexão comum; 3) **Elemento de Evoluta Comum**, que utiliza uma frente de onda hipotética, originada na evoluta do refletor.

Estes diferentes métodos são analisados, separadamente, tanto para o caso de um meio estratificado com camadas horizontais, como suas generalizações para meios heterogêneos suaves. Neste trabalho também é apresentada uma formulação unificada para os diferentes métodos de imageamento homeomórfico. São apresentados e discutidos exemplos sintéticos dos métodos elemento de refletor comum e elemento de fonte comum.

A seguir são listadas as principais características dos processos de imageamento homeomórfico, e suas relações com outras técnicas de empilhamento sísmico:

1. O imageamento homeomórfico se constitui em uma nova aproximação geométrica, para a realização do empilhamento sísmico, considerando-se meios geologicamente complexos.
2. Esta nova aproximação utiliza como parâmetros de imageamento o raio de curvatura e ângulo de emergência da frente de onda hipotética ou real, supondo conhecido a velocidade próximo a superfície de observação.
3. Neste tipo de imageamento não se utiliza informação acerca do macro modelo de velocidades, não sendo realizada a análise de velocidades.
4. A imagem é construída supondo a existência de uma fonte fictícia no centro de curvatura da frente de onda, quando a mesma atinge a superfície de observação.
5. A fórmula para a correção local do tempo não depende do tempo de referência, de modo que não existe problemas de estiramento do sinal.
6. A dispersão de pontos refletores existente no caso da configuração CMP, é eliminada com a utilização de uma distribuição assimétrica de fontes e geofones em torno de um ponto central, de modo que existe apenas um ponto de reflexão comum para uma família de raios.
7. A formulação adotada para os métodos de imageamento homeomórfico permite estabelecer um compromisso entre a aproximação geométrica da frente de onda, as características do sinal que se quer empilhar e a correção máxima tolerável na curva

tempo de trânsito.

É importante observar que em situações reais, de um modo geral, as camadas superiores apresentam-se muito heterogêneas. Para a aplicação do método de imageamento homeomórfico, que pressupõe a homogeneidade lateral da camada próxima a linha a sísmica, portanto, faz-se necessária a aplicação de uma correção estática a fim de se estabelecer um nível de referência.

As contribuições originais desta tese são as seguintes:

1. Capítulo 3:

- a) Apresentação do formalismo dos métodos de imageamento homeomórfico, para o caso de meios horizontalmente estratificados.
- b) Relacionamento dos métodos de imageamento homeomórfico com técnicas convencionais e não-convencionais, mas precisamente os métodos NMO e o método proposto por Eric de Bazelaire. Este tipo de trabalho pode ser também encontrado de forma parcial em CRUZ & LEITE (1993).
- c) Apresentação de um critério de tolerância para o valor máximo da correção local do tempo, considerando-se o compromisso da aproximação geométrica da frente de onda segundo um círculo.

2. Capítulo 4:

- a) O parâmetro de assimetria α é analisado no domínio das coordenadas do ponto médio e meio afastamento.
- b) Com base na análise da função tempo de trânsito $t(x_m, x_d)$, é feita uma comparação entre a técnica DMO e o método ERC, quanto à exatidão na correção local do tempo.
- c) A medida de dispersão de pontos refletores na configuração CMP, para o caso de um refletor inclinado em um meio de velocidade constante, é obtida com o auxílio do parâmetro de assimetria α .

3. Capítulo 5:

- a) Uma formulação unificada para diferentes métodos de imageamento homeomórfico é proposta, que abrange os métodos propostos por Gelchinsky, além de permitir outras aproximações geométricas para a frente de onda real ou hipotética.

Através do método de imageamento homeomórfico, são obtidas informações sobre a estrutura geológica em subsuperfície, bem como a cerca de propriedades dinâmicas do campo de onda na superfície de observação. Os valores de raios de curvatura e ângulos de emergência da frente de onda podem ser utilizados como condições iniciais para um processo de retropropagação do raio sísmico até o ponto de reflexão. A partir da confecção de painéis de raios de curvaturas e amplitudes em profundidade, pode-se estimar a posição dos pontos de reflexão de uma forma mais precisa. Este tipo de combinação tem sido utilizada a fim de se alcançar uma maior precisão nos critérios de focalização de pontos de reflexão em profundidade (MACKAY & ABMA, 1993).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKI, K. & RICHARDS, P. G. 1980. **Quantitative Seismology. Theory and Method.** vol. I e II. New York, W. H. Freeman and Company, 913p.
- ARNOLD, V. I. 1986. **Catastrophe Theory.** Heidelberg, Springer-Verlag, 180p.
- ARNOLD, V. I. 1991. **The Theory of Singularities and Its Applications.** Cambridge, Accademia Nazionale dei Lincei, 71p.
- BARUT, M.; DE BAZELAIRE, E.; RAVAT, J.; TAVEAU, G. 1991. A Methodology to Image Tectonically Complex Areas Using Polystack and Prestack Depth Migration. In: 52nd. EAEG meeting, **Proceedings of the Workshop on Pratical Aspects of Seismic Data Inversion**, Copenhagen, p. 159:168.
- BARNES, A. E. 1992. Another Look at NMO Stretch. **Geophysics**, 57(5):749-751.
- BERKHOUT, A.J.; HENK, C.; VERSCHUUR, E.; WAPENAAR, K. 1990. The Delphi Approach to Macro Model Estimation: in **Proceedings of the Workshop on Pratical Aspects os Seismic Data Inversion.** 52nd. EAEG meeting (Copenhagen).
- BIONDI, B. & RONEY, J. 1987. Dip Moveout in Shot Profiles. **Geophysics**, 52(11):1473-1482.
- BLEISTEIN, N. 1987. On the Imaging of Reflectors in the Earth. **Geophysics**, 52(7):931-942.
- BOLONDI, G. & ROCCA, F. 1985. Normal Moveout Correction, Offset Continuation and Prestack Partial Migration Compared as Prestack Process. in: **Developments in Geophysical Exploration Methods**, 6. Ed. Londres, Elsevier Applied Science Publishers, 264p.
- BOLONDI, G.; LOINGER, E.; ROCCA, F. 1982. Offset Continuation of Seismic Section. **Geophysical Prospecting**, 30:813-828.
- BORN, M. & WOLF, E. 1983. **Principles of Optics.** 6. Ed., N. Y., Pergamon Press. 808p.
- BOURGEOIS, A.; BOUGET, M.; LAILLY, P.; POULET, M.; RICARTE, P.; VERSTEEG, R. 1991. Marmousi, Model and Data. In: 52nd. EAEG meeting, **Proceedings of the Workshop on Pratical Aspects of Seismic Data Inversion**, Copenhagen, p. 5:16.

- CAIRNS, S. S. 1968. **Introductory Topology**. N. York, The Ronald Press Company. 244 p.
- CARMO, M. P. DO 1992. **Differential-geometrie von Kurven und Flächen**. Zweite, durchgelesene Auflage. Wiesbaden, Vieweg Studium Aufbaukurs Mathematik, 263p.
- ČERVENÝ, V. 1987. **Ray Methods for Three-Dimensional Seismic Modelling**. The Norwegian Institut of Technology, University of Trondheim - Mobil Exploration of Technology Inc., Monograph.
- ČERVENÝ, V. & HRON, F. 1980. The Ray Séries Method and Dynamic Ray Tracing System for Three-dimensional Inhomogeneous Media. **BSSA**, 70(1):47-77.
- ČERVENÝ, V. & RAVINDRA, R. 1971. **Theory of Seismic Head Waves**. Toronto, University of Toronto Press, 312p.
- CRUZ, J. C. R. & LEITE, L. W. B. 1993. Imageamento Homeomórfico de Reflexão Sísmica. In: 3rd. International Congress of the Brazilian Geophysical Society, **Extended Abstracts of Papers**, Rio de Janeiro, v. 1, p. 243:248.
- DE BAZELAIRE, E. 1988. Normal Moveout Revisited: Inhomogeneous Media and Curved Interface. **Geophysics**, 53(2):143-157.
- DEREGOWSKI, S. M. 1982. Dip-Moveout and Reflector Point Dispersal. **Geophysical Prospecting**, 30:318-322.
- DEREGOWSKI, S. M. 1986. What is DMO?. **First Break**, 4(7):7-24.
- DEREGOWSKI, S. M. & ROCCA, F. 1981. Geometrical Optics and Wave Theory of Constant Offset Sections in Layered Media. **Geophysical Prospecting**, 29:374-406.
- DIENSTEL, W. L. 1971. Velocity Spectra and Diffraction Patterns. **Geophysics**, 36(2):415-417.
- DOHERTY, S. M. & CLAERBOUT, J. F. 1976. Structure Independent Velocity Estimation. **Geophysics**, 41(5):850-881.
- FOREL, D. & GARDNER, G. H. F. 1988. A Three-dimensional Perspective on Two-dimensional Dip-moveout. **Geophysics**, 53(5):604-610.
- GELCHINSKY, B. 1988. The Common-Reflecting-Element (CRE) Method (non-uniform asymmetric multifold system). **Exploration Geophysics**, 19:71-75.
- GELCHINSKY, B.; KEYDAR, S.; HELLE, H. 1993. Studying of Salt Dome by Homeomorphic Imaging Technique. A Case History. In: 55th. Annual EAEG Meeting, **Extended Abstracts of Papers**, Stavanger, Norway, P110.

- GILMORE, R. 1981. **Catastrophe Theory for Scientists and Engineers**. N. Y., Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons. 651 p.
- HAGEDOORN, J. G. 1954. A Process of Seismic Reflection Interpretation. **Geophysical Prospecting**, 2:7-127.
- HALE, D. 1984. Dip-moveout by Fourier Transform. **Geophysics**, 49(6):741-745.
- HUBRAL, P. 1976. CDP Ray Modeling in the Presence of 3-D Plane Isovelocity Layers of Varying Dip and Strike. **Geophysical Prospecting**, 24:478-491.
- HUBRAL, P. 1979. A Wave-Front Curvature Approach to Computing Ray Amplitudes in Inhomogeneous Media With Curved Interfaces. **Studia Geoph. et Geod.**, 23:131-137.
- HUBRAL, P. 1980. Wavefront Curvatures in Three-dimensional Laterally Inhomogeneous Media with Curved Interfaces. **Geophysics**, 45(5):905-913.
- HUBRAL, P. 1983. Computing True Amplitude Reflection in Laterally Inhomogeneous Earth. **Geophysics**, 48(8):1051-1062.
- HUBRAL, P. & KREY, TH. 1980. **Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements**. Tulsa, SEG. p. 203.
- HUBRAL, P.; TYGEL, M.; ZIEN, H. 1991. Three-dimensional True-Amplitude Zero-Offset Migration. **Geophysics**, 52(1):18-26.
- KEYDAR, S. 1994. **New Method of Homeomorphic Stacking and Imaging of Seismic Data**. Ph.D. Thesis, Tel-Aviv University, Israel.
- KEYDAR, S.; GELCHINSKY, B.; BERKOVITCH, A. 1993. Common Source Point Stacking and Imaging. In: 55th. Annual meeting, **Extended Abstracts of Papers**, Stavanger, Norway, P111.
- KOREN, Z. & GELCHINSKY, B. 1989. Common Reflecting Elements (CRE) Ray Tracing for the Calculation of the Global Multi-offset Time Field. **Geophysical Journal International**, 99:391-400.
- KRAVTSOV, YU. A. & ORLOV, YU. I. 1990. **Geometrical Optics of Inhomogeneous Media**. Heidelberg, Germany, Springer-Verlage. 312p.
- KREY, TH. 1976. Computation of Interval Velocities from Common Reflection Point Moveout for n-Layers with Arbitrary Dips and Curvatures in Three Dimensions when Assuming Small Shot-Geophone Distances. **Geophysical Prospecting**, 24:91-111.
- LASS, H. 1950. **Vector and Tensor Analysis**. N. York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 347p.

- LEVIN, F. K. 1971. Apparent Velocity from Dipping Interface Reflections. *Geophysics*, 36(3):510-516.
- LOEWENTHAL, D.; LU, L.; ROBERSON, R.; SHERWOOD, J. 1976. The Wave Equation Applied to Migration. *Geophysical Prospecting*, 24:380-399.
- MACKAY, S. & ABMA, R. 1992. Imaging and Velocity Estimation with Depth-Focusing Analysis. *Geophysics*, 57(12):1608-1622.
- MACKAY, S. & ABMA, R. 1993. Incorporating Wavefront Curvatures as a New Attribute for Depth-Focusing Analysis. In: 55th. Annual EAEG meeting, **Extended Abstracts of Papers**, Stavanger, Norway, B036.
- MARSCHALL, R. & THIESSEN, J. 1991. Marmousi-Model Data Set: Macro Model Verification and Prestack Depth Migration: In: 52nd. EAEG meeting, **Proceedings of the Workshop on Practical Aspects of Seismic Data Inversion**, Copenhagen, p. 45:72.
- MAYNE, W. H. 1962. Common Reflection Point Horizontal Data Stacking Techniques. *Geophysics*, 27(6):927-938.
- MILLER, D.; ORISTAGLION, M.; BEYLKIN, G. 1987. A New Slant on Seismic Imaging: Migration and Integral Geometry. *Geophysics*, 52(7):931-942.
- RABEL, W.; BITTNER, R.; GELCHINSKY, B. 1991. Seismic Mapping of Complex Reflectors with the Common-Reflecting-Element Method (CRE Method). *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 67:200-210.
- ROBINSON, E. A. 1983. **Migration of Geophysical Data**. Boston, MA, IHRDC. 200p.
- SALVADOR, L. & SAVELLI, S. 1982. Offset Continuation for Seismic Stacking. *Geophysical Prospecting*, 30:813-828.
- SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. 1993. 3-D True-amplitude finite-offset migration. *Geophysics*, 58(8):1112-1126.
- SCHNEIDER, W. A. 1978. Integral Formulation of Migration in Two and Three Dimensions. *Geophysics*, 43(1):49-76.
- SCHWARTZ, M.; GREEN, S.; RUTLEDGE, W.A. 1960. **Vector Analysis with Applications to Geometry**. N. York, Harper & Brother Publishers, 556p.
- SHAH, P. M. 1973. Use of Wavefront Curvature to Relate Seismic Data with Subsurface Parameters. *Geophysics*, 38(5):812-825.
- STEENTOFT, H. 1993. **Imaging of Reflection Seismic Data with the Common-Reflecting-Element Method**. Ph.D. Thesis. Kiel University, Germany.

- STEENTOFT, H. & RABEL, W. 1992. The CRE Methods: A Technique of Homeomorphic Imaging in Processing of Seismic Data. **Acoustical Imaging**, 19:803-809.
- STOLT, R. H. 1978. Migration by Fourier Transform. **Geophysics**, 43(1):23-48.
- TARANTOLA, A. 1988. Theoretical Background for the Inversion of Seismic Waveforms, Including Elasticity and Attenuation. **PAGEOPH**, 128(1/2):365-399.
- TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P.; HANITZSCH, C. 1993. Multiple Weights in Diffraction Stack Migration. **Geophysics**, 59(12):1820-1830.
- VERSTEEG, R. J. 1991a. **Analyse du Problème de la Détermination du Modèle de Vitesse pour L'imagerie Sismique**. Ph. D. Thesis. Université Paris VII.
- VERSTEEG, R. J. 1991b. Sensitivity of Prestack Depth Migration to the Velocity Model. **Geophysics**, 58(6):873-882.
- YILMAZ, O. 1987. **Seismic Data Processing**. Tulsa, SEG. 526 p.
- YILMAZ, O. & CHAMBERS, R. 1984. Migration Velocity Analysis by Wave-field Extrapolation. **Geophysics**, 49(10):1664-1674.
- YILMAZ, O. & CLAERBOUT, J. 1980. Prestack Partial Migration. **Geophysics**, 45(12):1753-1779.
- WANG, S. S.; BAUMEL, R. T.; HANSON, D. W.; BELL, D. W.; BOYD, M.; CAVANAUGH, T. D.; COX, D. V.; D'ONFRO, P. S.; DURRANI, J. A.; STANDLEE, L. A. 1991. Common-Offset Depth Migration as a Velocity Analysis Tool. In: 52nd. EAEG meeting, **Proceedings of the Workshop on Practical Aspects of Seismic Data Inversion**, Copenhagen, p. 139:158.
- WAPENAAR, C. P. A.; PEELS, V. & BERKHOUT, A. J. 1989. Inverse Extrapolation of Primary Seismic Waves. **Geophysics**, 54(7):853-863.

A - SÉRIE DE DADOS MARMOUSI

A fim de realizar um teste com a metodologia apresentada no capítulo quatro deste trabalho, que tem como objetivo a obtenção de uma imagem homomórfica de refletores, utiliza-se a série de dados de reflexão sísmica MARMOUSI produzida computacionalmente através da técnica de diferenças finitas, a partir de um modelo geologicamente representativo (VERSTEEG, 1991a). Estes dados foram produzidos no Instituto Francês do Petróleo com o objetivo de servir como referência para testes com diferentes técnicas de inversão e imageamento de reflexão sísmica, tendo sido apresentado e discutido no 52º congresso da Associação Européia de Geofísica em Compenhagen(1990).

A.1 O MODELO MARMOUSI

O modelo utilizado na geração dos dados MARMOUSI, é aqui descrito seguindo BOURGEOIS et al. (1991), e tem por base o perfil geológico em Quengela Norte na bacia Cuanza (Angola) (Figura A.1). Baseado nesta seção foi criado um modelo geométrico contendo 160 camadas, onde se tem distribuições de velocidades e densidades com gradientes horizontais e verticais realísticos. Este modelo foi então transformado em uma rede bidimensional de velocidades e densidades com 9200 metros de extensão horizontal e 3000 metros na vertical.

Geologicamente o modelo consiste:

- a) Um intervalo de sedimentos deltaicos com espessamento de oeste para leste, depositado sobre uma série de evaporitos salíferos, sendo que na parte mais oriental do modelo que parece ter sido mais afetada pela movimentação lateral do deslizamento da camada de sal, falhas normais são desenvolvidas.
- b) Depósitos de carbonatos plataformais dobrados, nos quais uma armadilha estrutral de hidrocarbonetos é esperada.

A história geológica com base nesta seção possui duas fases distintas:

- a) A primeira fase corresponde a uma contínua sedimentação plataformal. No final desta sedimentação os depósitos foram suavemente dobrados e então erodidos.

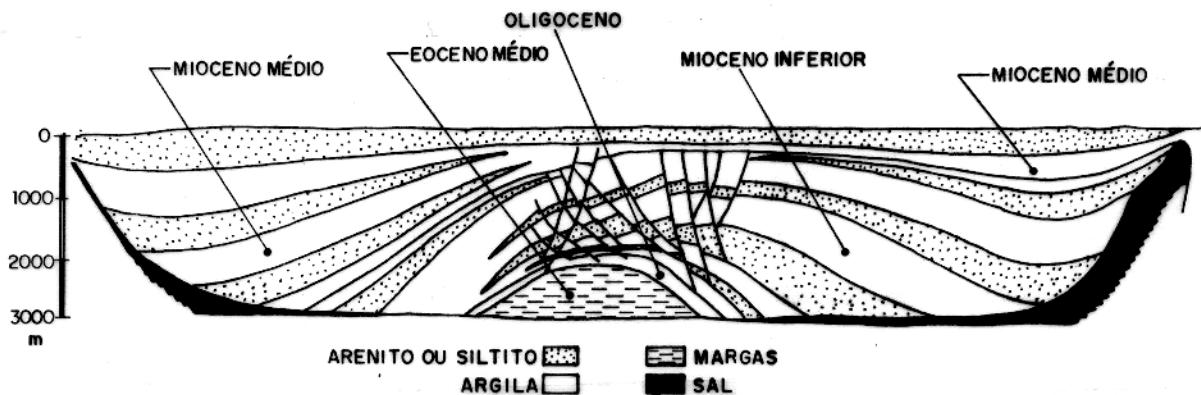


Figura A.1 - Perfil geológico utilizado na construção do modelo Marmousi

- b) A segunda fase iniciou com a deposição de uma série de evaporitos salíferos. Nesta série uma outra rica em argilas e margas com matéria orgânica foi depositada. Em seguida foram depositados sedimentos detríticos de folhelhos e arenitos, de quem o espessamento é controlado pela ocorrência de deslocamentos laterais contínuos no sal. Tais deslizamentos na camada de sal também são responsáveis pelo aparecimento de falhas e ativamento das mesmas durante toda a deposição dos sedimentos detríticos.

A.2 OS DADOS SÍSMICOS SINTÉTICOS

Os dados sísmicos foram gerados a partir do modelo descrito anteriormente, segundo a seguinte disposição geométrica:

- a) A progressão dos tiros foi feita de oeste para leste, sendo o primeiro e último tiros localizados a 3000 e 8975 metros da extremidade oeste do modelo, com uma distância de 25 metros entre dois tiros consecutivos.
- b) A fonte consiste de 6 canhões de água espalhados em uma extensão de 40 metros, com um intervalo de 8 metros entre cada um destes. Cada tiro é colocado coincidentemente com o ponto médio do arranjo das fontes, e a fonte é colocada em uma profundidade de 8 metros, sendo todas disparadas simultaneamente.

- c) O pulso inicial usado para simular a fonte foi aproximado a partir da digitalização de um pulso real utilizado no campo, ao qual foi aplicado um filtro trapezoidal nas frequências (0,10,40,60 Hz).
- d) O arranjo de receptores é composto de 96 grupos de hidrofones, sendo a distância entre dois grupos consecutivos de 25 metros; o afastamento inicial é de 200 metros, enquanto o último é de 2575. Cada grupo de hidrofone consiste de 5 hidrofones, com uma distância de 4 metros entre cada um desses. O traço para cada grupo é obtido a partir da soma dos 5 traços registrados. A profundidade dos sensores é de 12 metros.

Com base nesta geometria os dados foram gerados computacionalmente para cada um dos tiros consecutivos. Para o cálculo do campo de ondas em cada momento da propagação foi usado um esquema de diferenças finitas explícito de segunda ordem (no tempo e espaço). Uma condição de contorno de terceira ordem foi usada a fim de reduzir efeitos de borda. Considerou-se o espaçamento ótimo entre células de 4 metros a fim de evitar problemas de dispersão e altos custos computacionais. Após gerados, os dados foram filtrados com o filtro trapezoidal na frequência (0,10,35,55 Hz). Alguns exemplos desses dados podem ser observados nas Figuras A.2, A.3 e A.4.

Estes dados encontram-se apresentados segundo diferentes configurações nos trabalhos de VERSTEEG (1991), BOURGEOIS et al. (1991); e inicialmente processados em MARSCHALL e THIESSEN (1991), BERKOUT et al. (1991), WANG et al. (1991) e BARUT et al. (1991).

A seção de afastamento mínimo constante correspondente a série de dados MARMOUSI pode ser vista no capítulo quatro desta tese. Nesta seção sísmica é fácil observar o alto grau de complexidade do modelo, e por conseguinte dos dados a serem processados.

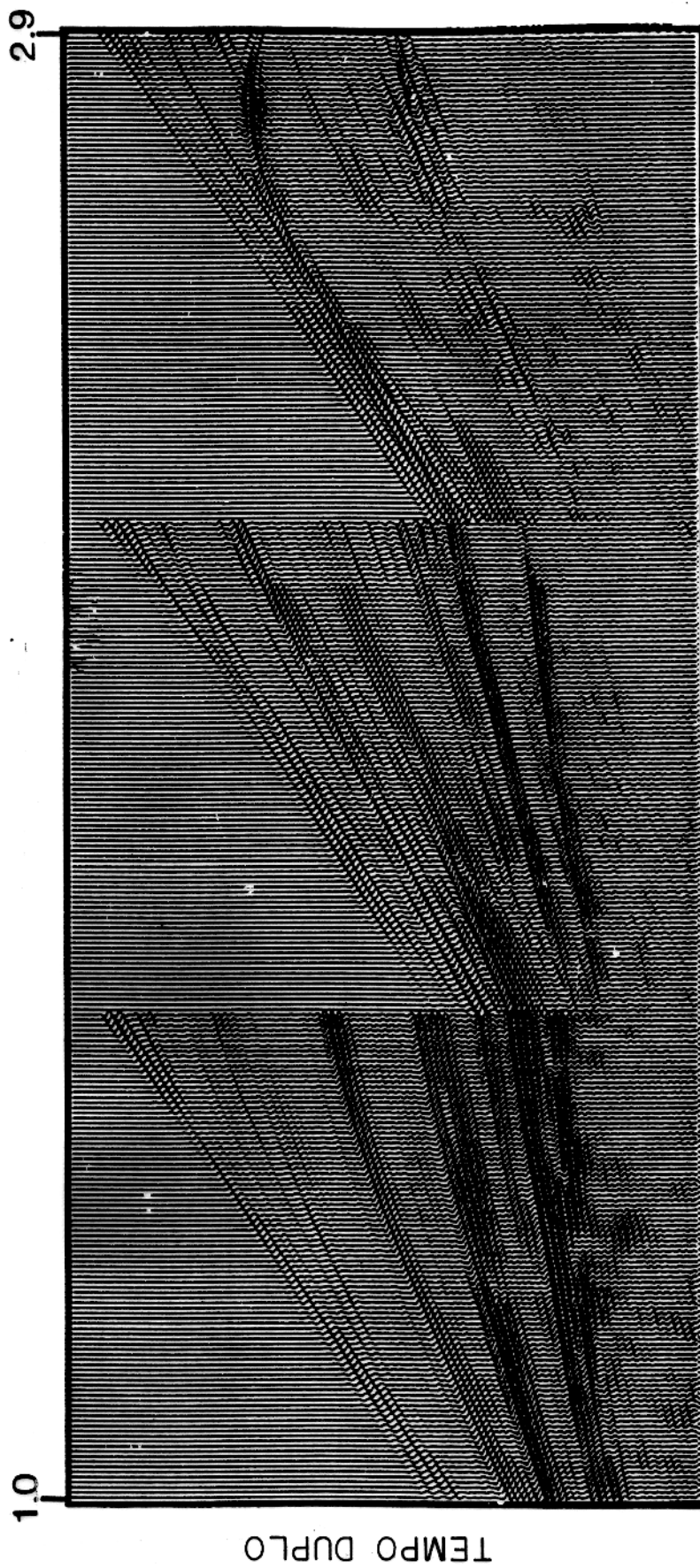


Figura A.2 - Seções de dados Marmousi segundo a configuração fonte comum, com as fontes localizadas nas posições 3000 m, 4000 m e 5000 m (BOUR-GEOIS et al., 1991, adaptado).

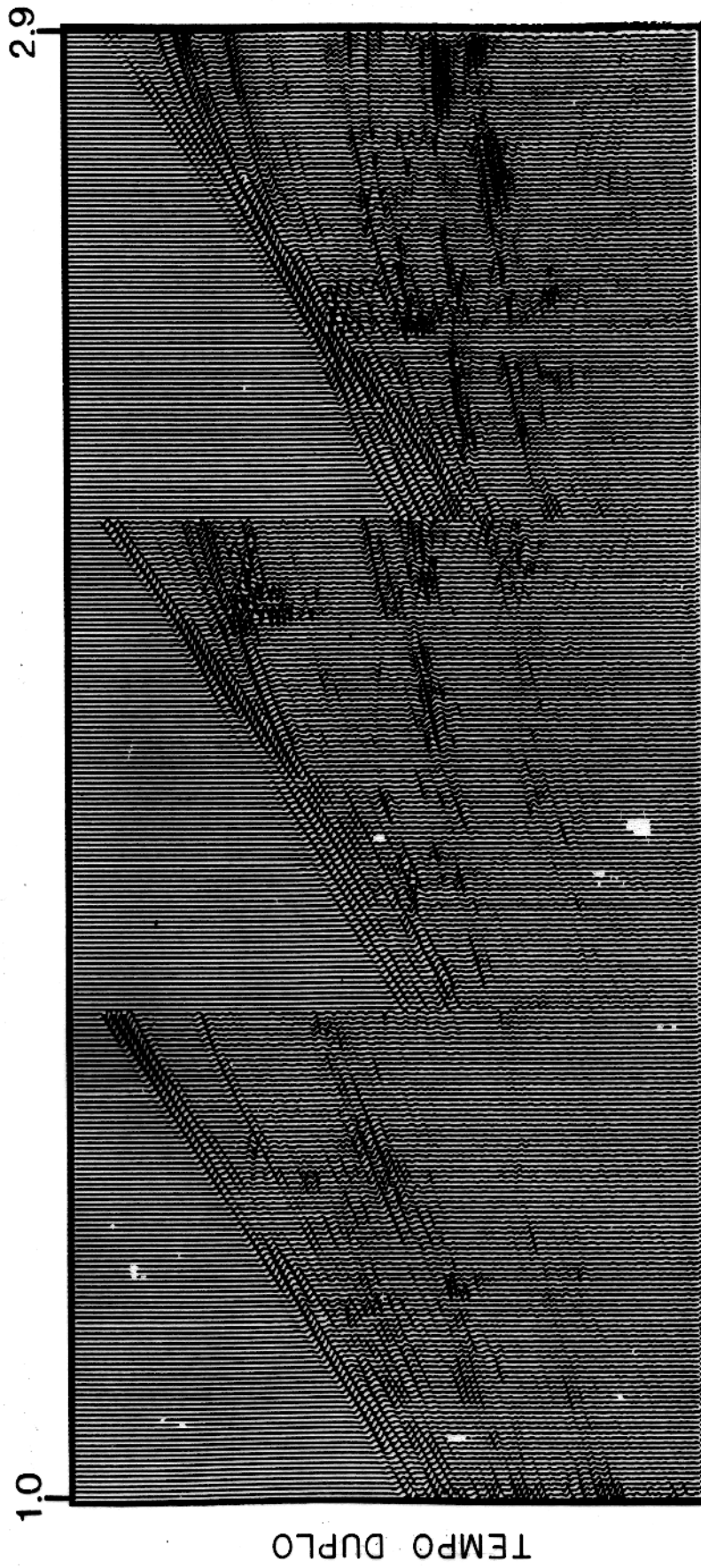


Figura A.3 - Seções de dados Marmousi segundo a configuração fonte comum, com as fontes localizadas nas posições 6000 m, 7000 m e 8000 m (BOUR-GEOIS et al., 1991, adaptado).

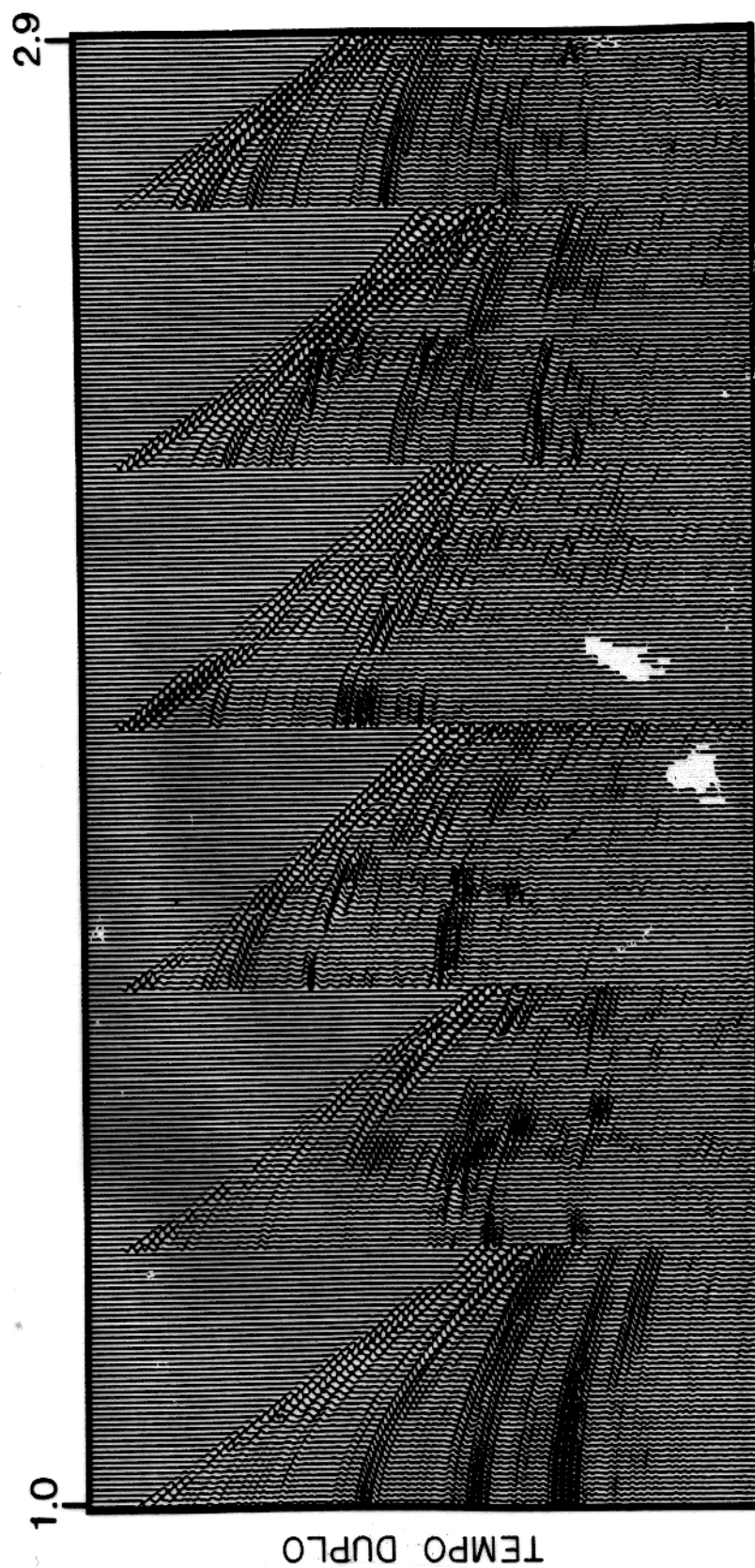


Figura A.4 - Seções de dados Marmousi segundo a configuração CMP, com os pontos médios de números 104, 184, 264, 344 e 424 (BOURGEOIS et al., 1991, adaptado).

B - HOMEOMORFISMO

Aqui são apresentadas noções fundamentais acerca de espaços topológicos e homeomorfismo. Na descrição deste assunto utilizou-se como referência básica o livro intitulado "Introductory Topology" de Stewart Scott Cairns, publicado pela Universidade de Illinois (USA), em 1968.

B.1 DEFINIÇÃO DE TOPOLOGIA

Considerando que uma superfície é a idealização de um objeto como por exemplo uma lâmina fina de massa plástica. Topologia é o estudo das propriedades que são preservadas quando esta superfície é deformada de forma arbitrária, sem perda de material.

Isto é exemplificado através da equivalência topológica entre a esfera e o tetraedro na Figura B.1. Os mesmos triângulos fundamentais ($\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$) são sob determinado tipo de deformação levados a assumir ou a forma esférica, ou a forma tetraédrica. Isto implica a existência de uma relação biunívoca entre pontos sobre a esfera e pontos sobre o tetraedro.

B.2 ESPAÇO TOPOLÓGICO

Um espaço topológico $(S, \{\sigma\})$ é um conjunto de objetos S , chamados pontos de S , juntamente com a coleção σ de subconjuntos de S , chamados conjuntos abertos de S , tal que,

AXIOMA 1- A interseção de qualquer coleção finita de conjuntos abertos é aberta.

AXIOMA 2- A união de qualquer coleção de conjuntos abertos é aberta.

É importante observar que os pontos de um espaço topológico podem ser vetores, mapeamentos, lugares geométricos, o estado de um sistema mecânico, etc. Isto permite uma larga aplicação da topologia em diferentes campos da ciência.

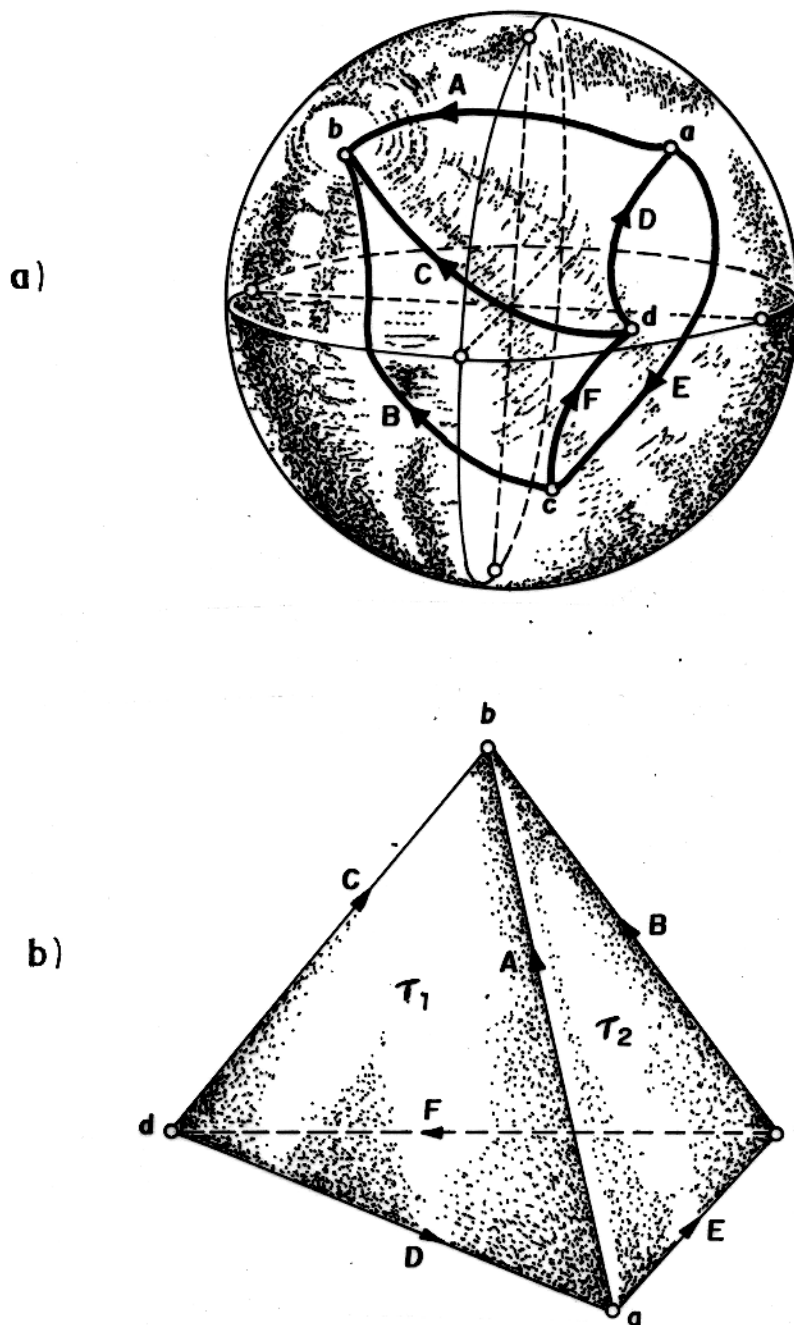


Figura B.1 - Espaços Topologicamente Equivalentes. a) Esfera. b) Tetraedro (CAIRNS, 1968, adaptado).

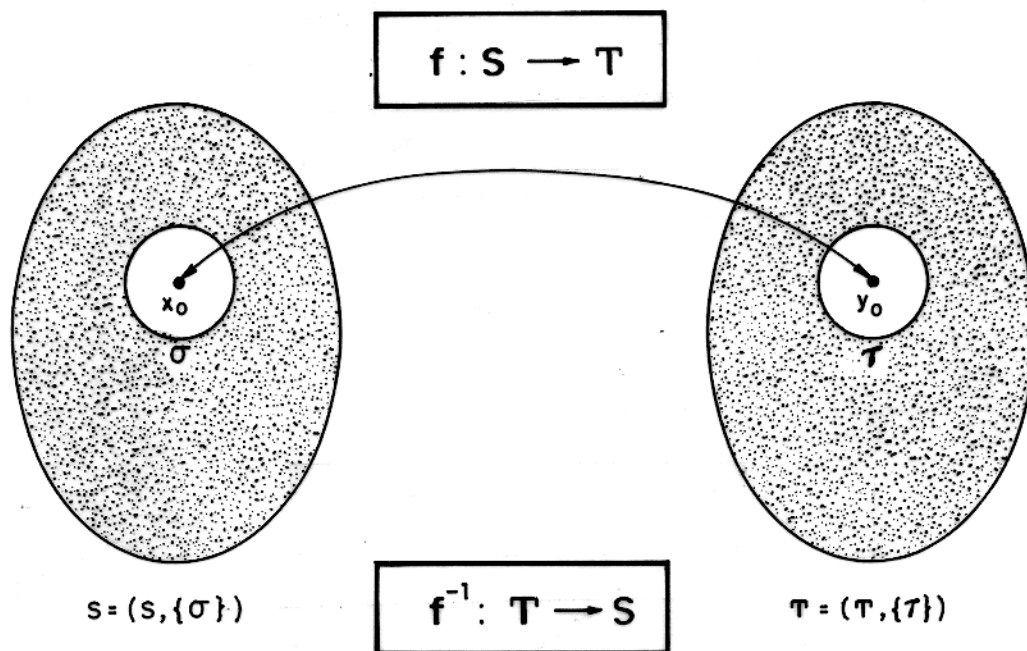


Figura B.2 - Mapeamento homeomórfico de espaços topológicos $(S, \{\sigma\})$ e $(T, \{\tau\})$.

B.3 HOMEOMORFISMO

(A) Um mapeamento $f: S \rightarrow T$, onde $S = (S, \{\sigma\})$ e $T = (T, \{\tau\})$ são espaços topológicos, é contínuo em $p \in S$ se, para cada vizinhança τ de $f(p)$, existe uma vizinhança σ de p tal que $f(\sigma) \subset \tau$. Se f é contínua em cada ponto de S , então é contínua em S .

Se A é um subconjunto de S , um mapeamento $f: A \rightarrow T$ é contínuo em $p \in A$ se, para cada vizinhança τ de $f(p)$ existe uma vizinhança σ de p tal que $f(A \cap \sigma) \subset \tau$.

(B) Um homeomorfismo $f: S \rightarrow T$ é um mapeamento que (1) é um-para-um, (2) é contínuo, e (3) tem inversa contínua $f^{-1}: T \rightarrow S$ (Figura B.2).

(C) Topologia é o estudo das propriedades do espaço que são preservadas sob um homeomorfismo. Propriedades topológicas de um espaço S são propriedades divididas por cada espaço homeomórfico a S . Dois espaços são homeomórficos se é possível definir um homeomorfismo entre estes.

C - FATOR ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO

Neste apêndice, o cálculo do fator espalhamento geométrico, como definido nos capítulos 2 e 4 desta tese, é feito a partir dos raios de curvaturas de frentes de ondas, denominadas **onda NIP** e **onda normal**, parte de experimentos hipotéticos com dados de reflexão sísmica em diferentes configurações propostos por HUBRAL (1983), com o objetivo de construir seções em verdadeiras amplitudes, em modelos estratificados, bidimensionais, heterogêneos.

C.1 MODELO REFLETOR EXPLODINDO

Este experimento hipotético, considerado um dos experimentos fundamentais no processamento de dados sísmicos em seções afastamento nulo (zero-offset), foi proposto por LOENWENTHAL et al. (1976), e supõe que cada ponto de reflexão seja uma fonte de energia, que explodem simultaneamente, gerando assim uma frente de onda hipotética que se propaga a partir de um tempo $t = 0$, até a superfície de observação. Neste experimento, é considerado a metade da velocidade verdadeira, de modo que os tempos de trânsitos são reconstituídos. Entretanto, este experimento é incapaz de reconstituir verdadeiras amplitudes, a não ser no caso de refletores horizontais (HUBRAL, 1983).

C.2 MODELO ONDA NIP-SINTONIZADO

Este experimento, representado na Figura C.1a, utiliza a metade do valor da velocidade do modelo e se baseia no fato de que a superfície seja coberta de forma densa por fontes ao redor do ponto SG , que funcionam como geradores de deslocamento. Com relação a cada refletor, deve-se esperar que estes geradores de energia criem as então chamadas **ondas NIP** de amplitude unitária. É suposto que estas ondas hipotéticas geradas em diferentes pontos da superfície, propaguem-se no modelo, de tal modo que atingem o ponto NIP sobre o refletor focalizando-o, simultaneamente no instante $t = 0$. As **ondas NIP** retornam para a superfície com a mesma frente de onda, porém não com as mesmas amplitudes. Como foi demonstrado por HUBRAL (1983), desde que ao longo do raio normal não existem perdas de energia devidas ao espalhamento geométrico, é esperado que apenas a onda NIP gerada em SG apresente amplitude verdadeira.

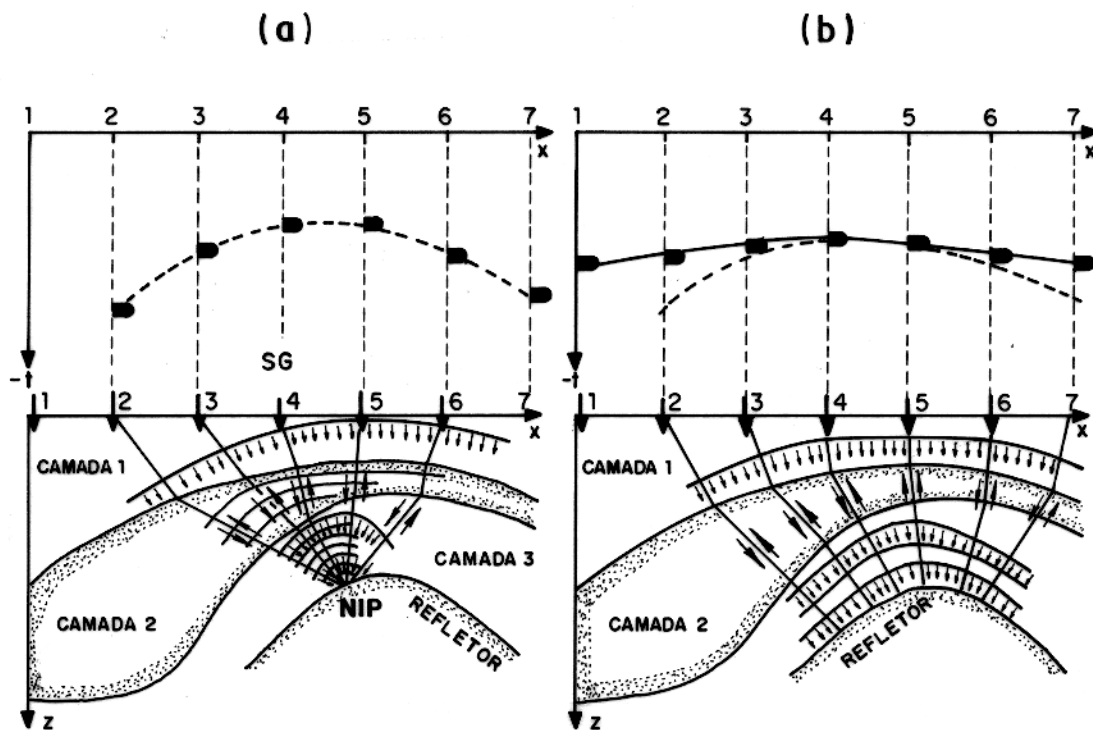


Figura C.1 - a) Modelo de onda NIP sintonizado. b) Modelo de onda normal. Em ambos os modelos são previstos apenas a geração de ondas compressoriais (adaptado de Hubral, 1983).

C.3 MODELO REFLETOR SINTONIZADO

Este experimento, representado na Figura C.1b, também utiliza a metade do valor da velocidade do modelo, e se baseia no fato de que toda a superfície é coberta por pontos geradores de energia. Estes pontos geram com relação a cada refletor a então chamada **onda normal** de amplitude unitária. Esta **onda normal** move-se perpendicular às trajetórias dos raios normais e atinge os pontos refletores simultaneamente no tempo $t = 0$, e retorna para a superfície com a mesma frente de onda. A **onda normal** não sofre perdas de energia devido ao espalhamento geométrico, criando uma reflexão em verdadeiras amplitudes.

C.4 CÁLCULO DO ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO

O fator espalhamento geométrico pode ser obtido usando-se apenas dados de reflexão sísmica, mas precisamente a curva tempo de trânsito, considerando-se a seguinte expressão, dada por HUBRAL (1983),

$$L^2 = -J = \frac{2}{(K_{NIP} - K_N)} \quad (C.1)$$

Nesta expressão K_{NIP} representa a curvatura da **onda NIP** no ponto SG , enquanto K_N representa a curvatura da **onda normal** também em SG (Figuras C.1a e C.1b).

Para se obter os valores de curvaturas, HUBRAL (1983) propôs a utilização de aproximações de segunda ordem para o tempo de trânsito, ao redor do ponto SG , correspondendo ao tempo NMO das reflexões primárias no perfil CDP, para o caso K_{NIP} . Enquanto que para o caso de K_N o mesmo autor propôs o uso de fórmulas aproximadas para a curva tempo de trânsito até segunda ordem, aplicadas a dados de reflexão no domínio afastamento nulo.

C.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Aqui é importante notar que os experimentos hipotéticos utilizados na formulação dos métodos de imageamento homeomórfico **elemento de evoluta comum (EEC)** e **elemento de refletor comum (ERC)**, apresentados no capítulo 4 desta tese, permitem uma alternativa para obtenção das curvaturas necessárias para o cálculo do fator espalhamento geométrico L , através das relações,

$$K_{NIP} = (R_o^r)^{-1} \quad (C.2)$$

$$K_N = (R_o^s)^{-1}. \quad (C.3)$$

Isto é uma consequência do fato de que as frentes de ondas hipotéticas nos experimentos EEC e ERC, correspondem às frentes de ondas que chegam até a superfície, nos experimentos NIP-sintonizado e refletor sintonizado, respectivamente.