

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE MESTRADO

**IMAGEAMENTO MULTIFOCO DE REFLETORES
SÍSMICOS**

PEDRO ANDRÉS CHIRA OLIVA



BELÉM - PARÁ
2000

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

IMAGEAMENTO MULTIFOCO DE REFLETORES SÍSMICOS

TESE APRESENTADA POR

PEDRO ANDRÉS CHIRA OLIVA

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data da aprovação: / /1999

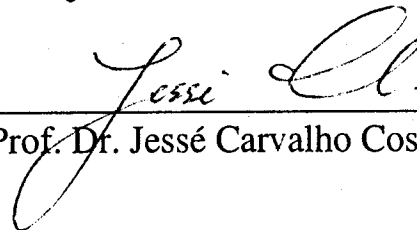
COMITÊ DE TESE:



Prof. Dr. Peter Hubral (Orientador)



Prof. Dr. João Carlos R. Cruz (Co-orientador)



Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa

BELÉM

1999

A meus pais Pedro e Ofelia.

AGRADECIMENTOS

- Ao CPGf/UFPa e a todo corpo docente, técnico e administrativo por propiciar os meios para realização deste trabalho.
- Ao DAAD (Serviço de Intercâmbio Alemão) pelo suporte financeiro enquanto bolsista.
- Ao meu orientador, Prof. Dr. Peter Hubral, por ter sugerido o tema desta tese, pelo incentivo e motivação no desenvolvimento da mesma e pelo apoio dispensado durante a sua realização.
- Ao meu co-orientador, Prof. Dr. João Carlos R. Cruz, pelo apoio fornecido durante o desenvolvimento da tese e pelas discussões frutíferas na mesma.
- Ao prof. Dr. Jessé Costa, que como meus orientadores, teve paciência na correção do texto e pelas sugestões na mesma.
- A meus pais Pedro e Ofelia, pelo seu importante incentivo e apoio nos momentos difíceis. Agradeço também o carinho e amor deles.
- A minha ex-esposa Maria Helena, por tudo seu apoio durante o desenvolvimento da tese, e pelas correções iniciais de português na tese.
- Aos colegas Jaime Urban e German Garabito pela colaboração na tese. Similarmente a Marcus Rocha, Paulo Carvalho e Cícero, pelos ensinamentos e convivência agradável. A dona Benildes pelo apoio dispensado na secretaria.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	v
RESUMO	1
ABSTRACT	3
1. INTRODUÇÃO.....	5
2. GEOMETRIA DE FRENTES DE ONDAS.....	8
2.1. ONDAS FUNDAMENTAIS.....	8
2.2. CURVATURAS DE FRENTES DE ONDAS.....	9
2.3. CURVATURA DE FRETE DE ONDA AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA DE RAO	11
2.4. RAIOS DE CURVATURA DE FRENTES DE ONDA.....	13
2.5. RAO DE CURVATURA DA FRETE DE ONDA NIP.....	14
2.6. RAO DE CURVATURA DA FRETE DE ONDA NORMAL.....	16
3. TEORIA DO RAO PARAXIAL: CASO 2-D.....	18
3.1. DEFINIÇÃO DO SISTEMA SÍSMICO.....	18
3.1.1. Modelo Sísmico 2-D.....	18
3.1.2. Configurações sísmicas.....	19
3.2. RAO PARAXIAL DE REFLEXÃO.....	20
3.2.1. Raios transmitidos.....	22
3.2.2. Raios refletidos.....	24
3.2.3. Equação de Hamilton para eventos refletidos.....	25
3.2.4. Equação de Hamilton para eventos transmitidos.....	26
3.2.5. Tempo de trânsito de raios refletidos.....	26
3.2.6. Tempo de trânsito de raios transmitidos.....	27
3.3. APROXIMAÇÃO PARAXIAL DO TEMPO DE TRÂNSITO.....	27
3.3.1. Tempo de Trânsito Parabólico e Hiperbólico.....	28
4. APROXIMAÇÃO MULTIFOCO DO TEMPO DE TRÂNSITO.....	31
4.1. CORREÇÃO MULTIFOCO.....	31

4.2.	REPARAMETRIZAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO.....	33
4.3.	OUTRAS FORMULAÇÕES.....	35
5.	IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO E TESTES COM DADOS SINTÉTICOS.....	37
5.1.	ALGORITMO DO EMPILHAMENTO MULTIFOCO.....	37
5.2.	GERAÇÃO DE DADOS SINTÉTICOS.....	37
5.3.	TESTES COM DADOS SINTÉTICOS.....	38
5.3.1.	Modelo de velocidade constante.....	38
5.3.1.1.	Modelo suavemente curvado.....	38
5.3.1.2.	Modelo tipo domo.....	45
5.3.2.	Modelo não homogêneo.....	50
5.3.3.	Exemplo de dados com ruído.....	55
6.	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA APROXIMAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO.....	60
6.1.	ANÁLISE DA PRIMEIRA DERIVADA DA FUNÇÃO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO.....	60
6.2.	ANÁLISE DA SENSIBILIDADE APLICANDO A SEMELHANÇA.....	65
6.3.	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO EMPILHAMENTO MULTIFOCO.....	69
6.3.1.	Modelo tipo domo.....	69
6.3.2.	Modelo não homogêneo.....	74
7.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	78
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	80
	APÊNDICES.....	83
	APÊNDICE A.- DERIVAÇÕES DAS CORREÇÕES MULTIFOCO ΔT_S E ΔT_G	84
	APÊNDICE B.- CÁLCULO DAS DERIVADAS DO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS β_o, K_{NIP}, E K_N	86
	APÊNDICE C.- DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARA EVENTOS TRANSMITIDOS.....	88
	APÊNDICE D.- DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARA EVENTOS REFLETIDOS.....	90

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1	(a) Onda <i>NIP</i> compressional de amplitude unitária na superfície. (b) Onda Normal compressional de amplitude unitária na superfície (adaptado de Hubral, 1983).	8
Figura 2.2	Modelo sísmico 2-D, para 3 camadas de isovelocidades e um semi-espaço infinito mostrando um raio entre uma fonte <i>S</i> e um receptor <i>G</i> . A parte em movimento é indicada no ponto do raio <i>P</i> . Os pontos <i>O</i> ₁ , <i>O</i> ₂ e <i>O</i> ₄ são pontos de refração (<i>O</i> _T), e <i>O</i> ₃ e <i>O</i> ₅ são pontos de reflexão (<i>O</i> _R) (adaptado para o caso 2-D, de Hubral, & Krey, 1980),.....	10
Figura 2.3	Modelo de camadas curvadas 2-D mostrando um raio normal e um raio CDP para o afastamento <i>r</i> (adaptado de Hubral & Krey, 1980).....	15
Figura 3.1	Modelo Sísmico 2-D. A trajetória de uma reflexão primária é dado pelo raio SRG, constituído pelos segmentos de raios, SR e SG, respectivamente.....	19
Figura 3.2	Raio perturbado <i>A</i> ₁ <i>A</i> ₁ ' mediante o deslocamento do raio arbitrário <i>AA</i> '	21
Figura 3.3	Modelo sísmico no sistema (<i>X,Z</i>), constituído por duas camadas e um semi-espaço infinito, mostrando raios transmitidos <i>SO</i> ₁ <i>O</i> ₂ e <i>X</i> _o <i>R</i> , e os refletidos, <i>O</i> ₂ <i>O</i> ₃ <i>G</i> e <i>RX</i> _o	23
Figura 3.4	O raio de incidência normal se inicia no ponto <i>X</i> _o até o ponto de incidência normal, <i>NIP</i> . Também temos todos os possíveis raios paraxiais (<i>SRG</i> 'e <i>SRG</i>) e que intersectam este raio normal em um ponto de foco comum <i>P</i> . Este conjunto de raios definem a onda fictícia chamada ONDA DE FOCALIZAÇÃO que se inicia em <i>X</i> _o com a frente de onda $\sum_s$, focalizados em <i>P</i> , é refletido no refletor $\sum$ e	

	emerge outra vez em X_o , como a frente de onda $\sum_G$ (adaptado de Tygel et al. 1997).....	28
Figura 4.1	Mostra-se o raio normal $X_oR_oX_o$ e o par de pontos fonte e receptor (S,G) junto com seu correspondente raio refletido primário SRG , referido ao refletor objetivo Σ . O raio central, como o raio de reflexão SRG focaliza-se no ponto P na profundidade. Também apresenta-se as duas frentes de onda da onda focalizada: uma viajando no sentido para abaixo do refletor (Σ_S) e a outra viajando no sentido ascendente à superfície (Σ_G). o ângulo de emergência do raio normal é denotado por β_o (adaptado de Tygel et al. 1999).....	32
Figura 4.2	Construção geométrica do sobretempo Multifoco ΔT_s (adaptado de Tygel et al. 1999).....	34
Figura 5.1	Parte inferior: Modelo constituído por uma camada de velocidade constante de 2.5 km/s e um semi-espaco infinito com velocidade de 3.5 km/s respectivamente e seus correspondentes raios de afastamento nulo (ZO) Parte superior: seus respectivo tempos de trânsito.....	40
Figura 5.2	Seções dos dados sintéticos para o modelo suavemente curvado (Figura 5.1). a) Para um meio-afastamento, $h = 0.1 \text{ km.}$, b) Para um meio-afastamento, $h = 0.2 \text{ km.}$, c) Para um meio-afastamento, $h = 0.3 \text{ km.}$, e d) Para um meio-afastamento, $h = 0.4 \text{ km}$	41
Figura 5.3	Seções correspondentes ao modelo suavemente curvado da Figura 5.1. a) Seção sísmica sintética para afastamento nulo. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz como pulso da fonte e os traços possuem intervalo de amostragem de 25 ms. b) Seção Empilhada Multifoco, sendo utilizado tempo de trânsito Multifoco no operador de empilhamento. c) Seção Empilhada CRS, sendo utilizado tempo de trânsito Hiperbólico no operador de empilhamento.....	42

Figura 5.4	Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.1) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo (SZO), seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	43
Figura 5.5	Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.1), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo (SZO), seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	44
Figura 5.6	Parte inferior: Modelo tipo domo constituído por uma camada de velocidade constante de 2.5 km/s e um semi-espaço infinito com velocidade de 3.0 km/s respectivamente e seus correspondentes raios de afastamento nulo (ZO) apresentando caústica. Parte superior: Os correspondentes tempos de trânsito são mostrados.....	46
Figura 5.7	Seções correspondentes ao modelo tipo domo da Figura 5.6. a) Seção sísmica sintética para afastamento nulo. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz como pulso da fonte e os traços possuem intervalo de amostragem de 25 ms. b) Seção Empilhada Multifoco, sendo utilizado tempo de trânsito Multifoco no operador de empilhamento. c) Seção Empilhada CRS, sendo utilizado tempo de trânsito Hiperbólico no operador de empilhamento.....	47
Figura 5.8	Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.6) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.3 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	48
Figura 5.9	Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.6), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.3 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	49

Figura 5.10	Modelo não homogêneo: duas interfaces entre três camadas homogêneas. Os raios ZO dos refletores curvados (Figura inferior) e seus respectivos tempos de trânsito (Figura superior) são mostrados.....	51
Figura 5.11	Seções correspondentes ao modelo não homogêneo da Figura 5.10 a) Seção sísmica sintética para afastamento nulo. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz como pulso da fonte e os traços possuem intervalo de amostragem de 25 ms. b) Seção Empilhada Multifoco, sendo utilizado tempo de trânsito Multifoco no operador de empilhamento. c) Seção Empilhada CRS, sendo utilizado tempo de trânsito Hiperbólico no operador de empilhamento.....	52
Figura 5.12	Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.10) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.15 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	53
Figura 5.13	Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.10), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.15 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	54
Figura 5.14	Dados sintéticos com ruído ($s/r = 2$) para o modelo com duas camadas separado por uma interface suavemente curvada (Figura 7.1). a) Para um meio-afastamento, $h = 0.1 \text{ km}$. b) Para um meio-afastamento, $h = 0.2 \text{ km}$. c) Para um meio-afastamento, $h = 0.3 \text{ km}$. d) Para um meio-afastamento, $h = 0.4 \text{ km}$	56
Figura 5.15	a) Seção de afastamento nulo com ruído distribuído uniformemente para o modelo da Figura 5.1, sendo a relação sinal/ruído de $s/r = 2$. b) Seção Empilhada Multifoco a partir dos dados de cobertura múltipla com relação $s/r = 2$. c) Seção Empilhada CRS a partir dos dados de cobertura múltipla com relação $s/r = 2$	57

Figura 5.16	Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.1) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	58
Figura 5.17	Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.1), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.....	59
Figura 6.1	a)Parte inferior: Modelo sísmico tipo domo com o raio de incidência normal X_oRX_o ao espelho refletor C_R no ponto R . A orientação do espelho refletor é definido pela direção do raio X_oR . Parte superior: Superfície de tempos de reflexão de afastamento comum (CO) e a superfície Multifoco para o espelho refletor em R . b)Parte superior: Superfície de tempos de reflexão CO e a superfície Hiperbólica para o espelho refletor em R . c)Parte superior: Superfície de tempos de reflexão CO e a superfície Parabólica para o espelho refletor em R	62
Figura 6.2	Derivadas do tempo de trânsito Multifoco (modelo tipo domo) para os parâmetros a) K_{NIP} , b) K_N , e c) β_o , para meios-afastamentos de $0 \leq h \leq 0.4 \text{ km}$	63
Figura 6.3	Sensibilidade a través da derivada da aproximação do tempo de trânsito Multifoco (modelo tipo domo) com respeito ao seus parâmetros: K_{NIP} na parte superior, K_N , na parte média, e de β_o na parte inferior, sendo os meios-afastamentos de $h=0.0 \text{ km}$ (linha sólida), $h = 0.4 \text{ km}$ (linha tracejada), $h = 0.8 \text{ km}$ (linha pontilhada - tracejada) e $h = 1.2 \text{ km}$ (linha pontilhada).....	64

Figura 6.4	Comparação da medida de coerência (Semelhança) para o caso do modelo tipo domo (Figura 6.1): a) Semelhança verdadeira, b) Semelhança obtida mediante a perturbação do ângulo de emergência do raio normal β_o em -50% seu valor original, e c) Semelhança obtida mediante a perturbação do ângulo de emergência do raio normal β_o em + 50% seu valor original.....	66
Figura 6.5	Comparação da medida de coerência (Semelhança) para o caso do modelo tipo domo (Figura 6.1): a) Semelhança verdadeira, b) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio da curvatura da onda NIP em -50% seu valor original, e c) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio de curvatura da onda NIP em + 50% seu valor original.....	67
Figura 6.6	Comparação da medida de coerência (Semelhança) para o caso do modelo tipo domo (Figura 6.1): a) Semelhança verdadeira, b) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio da curvatura da onda N em -50% seu valor original, e c) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio de curvatura da onda N em + 50% seu valor original.....	68
Figura 6.7	Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo de velocidade constante tipo domo mediante a perturbação no ângulo de emergência β_o . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de β_o . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de β_o	71
Figura 6.8	Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo de velocidade constante tipo domo mediante a perturbação ao raio de curvatura ponto de incidência normal R_{NIP} . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_{NIP} . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de R_{NIP}	72

Figura 6.9	Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo de velocidade constante tipo domo mediante a perturbação ao raio de curvatura da onda normal R_N . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_N . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de R_N	73
Figura 6.10	Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo não homogêneo mediante a perturbação no ângulo de emergência β_o . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de β_o . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de β_o	75
Figura 6.11	Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo não homogêneo mediante a perturbação ao raio de curvatura ponto de incidência normal R_{NIP} . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_{NIP} . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de R_{NIP}	76
Figura 6.12	Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo não homogêneo mediante a perturbação ao raio de curvatura da onda normal R_N . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_N . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de R_N	77

RESUMO

A simulação de uma seção sísmica de afastamento-nulo (ZO) a partir de dados de cobertura múltipla para um meio 2-D, através do empilhamento, é um método de imageamento de reflexão sísmica muito utilizado, que permite reduzir a quantidade de dados e melhorar a relação sinal/ruído.

Segundo Berkovitch et al. (1999) o método Multifoco está baseado na Teoria do Imageamento Homeomórfico e consiste em empilhar dados de cobertura múltipla com distribuição fonte-receptor arbitrária de acordo com uma nova correção de sobretempo, chamada Multifoco. Esta correção de sobretempo está baseada numa aproximação esférica local da frente de onda focalizante na vizinhança da superfície da terra. Este método permite construir uma seção sísmica no domínio do tempo de afastamento nulo aumentando a relação sinal/ruído.

A técnica Multifoco não necessita do conhecimento a priori de um macro-modelo de velocidades. Três parâmetros são usados para descrever a aproximação de tempo de trânsito, Multifoco, os quais são: 1) o ângulo de emergência do raio de afastamento nulo ou raio de reflexão normal (β_o), 2) a curvatura da frente de onda no Ponto de Incidência Normal (R_{NIP}) e 3) curvatura da frente de Onda Normal (R_N). Sendo também necessário a velocidade próximo a superfície da terra.

Neste trabalho de tese aplico esta técnica de empilhamento Multifoco para dados de cobertura múltipla referidos a modelos de velocidade constante e modelo heterogêneos, com o objetivo de simular seções sísmicas afastamento-nulo. Neste caso, como se trata da solução de um problema direto, o macro-modelo de velocidades é considerado conhecido a priori.

No contexto do problema inverso tem-se que os parâmetros R_{NIP} , R_N e β_o podem ser determinados a partir da análise de coerência aplicada aos dados sísmicos de múltipla cobertura. Na solução deste problema a função objetivo, a ser otimizada, é definida pelo cálculo da máxima coerência existente entre os dados na superfície de empilhamento sísmico. Neste trabalho de tese

nossos discutimos a sensibilidade da aproximação do tempo de trânsito usado no empilhamento Multifoco, como uma função dos parâmetros R_{NIP} , R_N e β_o . Esta análise de sensibilidade é feita de três diferentes modos: 1) a primeira derivada da função objetivo, 2) a medida de coerência, denominada semelhança, e 3) a sensibilidade no Empilhamento Multifoco.

ABSTRACT

The simulation of a zero-offset section (ZO) from multi-coverage seismic reflection data for a 2-D media, through the stack, is a widely used seismic reflection imaging method, that allows to reduce the amount of data and to improve the signal-to-noise ratio.

According to Berkovitch et al. (1999) the Multifocusing method is based on Theory of Homeomorphic Imaging and consists of stacking multi-coverage seismic reflection data with arbitrary distribution source-receiver according to a new local moveout correction, called Multifocusing. This moveout correction is based on a local spherical approximation of the focusing wavefront in the vicinity of the surface of the earth. This method allows to build a seismic section in the domain of the time of a zero-offset increasing the signal-to-noise ratio.

The Multifocusing technique does not need any knowledge a priori of the macro-model velocity. Three parameters are used to describe the Multifocusing moveout correction, which are: 1) emergence angle of the zero-offset ray or normal reflection ray (β_o), 2) the wavefront curvature at the Point of Normal Incidence (R_{NIP}) and 3) the wavefront curvature of Normal Wave (R_N). Being also necessary the near-surface velocity.

In this thesis work I apply this Multifocusing Stack technique for multi-coverage seismic reflection data covering the models of constant velocity and heterogeneous model, with the objective of simulating of zero-offset sections. In this case as it is the solution of forward problem, this macro velocity model is considered know apriori.

In the context of the inverse problem it is had the parameters, $R_{NIP}, R_N \in \beta_o$ and can be determining through the analysis of applied coherence to the multi-coverage seismic reflection data. In the solution of this problem the objective function, to be optimized, is defined by the calculation of the maximum existent coherence among the data in the surface of seismic stack. In this thesis we discuss the sensibility of the travetime, used in Multifocusing Stack, as a function of the parameters $R_{NIP}, R_N \in \beta_o$. This sensibility analysis is done of three different manners:

1) the first derivate of the objetive function, 2) the coherence measure, denominated semblance, and 3) the sensibility in the Multifocusing Stack.

INTRODUÇÃO

O imageamento de reflexão sísmica é o objetivo de uma variedade de métodos que visam a determinação de estruturas existentes na subsuperfície, além de propriedades físicas. Neste contexto, uma aproximação unificada é descrita por Hubral, et. al. (1996) e Tygel et al. (1996). Um importante processo de reflexão sísmica que é amplamente aplicado na prática é a simulação de uma seção de afastamento-nulo (ZO) a partir de dados de reflexão sísmica de cobertura múltipla, o que reduz a quantidade de dados e melhora a relação sinal/ruído. Para esta categoria de imageamento sísmico, conta-se com métodos de processamento sísmico convencionais tais como o bem conhecido empilhamento "normal/dip moveout" (NMO/DMO). A seção empilhada resultante pode ser migrada em profundidade para se obter uma imagem da subsuperfície. Outro método de imageamento de reflexão sísmica é a Migração em Profundidade Pre-Empilhamento (PSDM) que proporciona diretamente uma imagem da profundidade. Porém estes métodos são explicitamente modelos dependentes ou baseados em suposições que não são apropriados para meios complexos.

Outros métodos que não necessitam um conhecimento explícito do macro-modelo de velocidades são o POLYSTACK, marca registrada pela companhia Elf Aquitaine (de Bazelaire, 1988; de Bazelaire & Viallix, 1994; Thore et al. 1994), os métodos de Imageamento Homeomórfico e o recente método inspirado nos anteriores métodos, o Empilhamento Superfície de Reflexão Comum (Höcht, 1998, Höcht et al., 1998, Hubral et al. 1998, Müller, 1998 a, b, ; Müller et al. 1998, Müller, 1999; Jager, 1999, Mann et al., 1999). Esta Técnica de Empilhamento Superfície de Reflexão Comum (CRS) é uma técnica recente para simular seções de afastamento nulo, que pertence à classe de métodos de imageamento independente de macro modelo de velocidades, pois só precisa da velocidade perto da superfície. A superfície de empilhamento CRS também aproxima os eventos nos dados pre-empilhados muito melhor que as técnicas convencionais, como por exemplo, o empilhamento CMP ou o processo de empilhamento NMO/DMO. O empilhamento CRS soma os dados ao longo de uma superfície de empilhamento, baseado nas fórmulas de tempo de trânsito hiperbólica ou parabólica e coloca o resultado no ponto P_0 da seção afastamento-nulo. Esta superfície de empilhamento resulta de

aproximar o refletor verdadeiro por um segmento de refletor que tem localmente a mesma curvatura do refletor verdadeiro.

Um novo método de imageamento sísmico, denominado Multifoco, tem sido desenvolvido e implementado. O método está baseado na teoria de Imageamento Homeomórfico (Berkovitch et al., 1998). Este método foi proposto por Gelchinsky et. al (1997) e Berkovitch et al. (1998), entre outros. Este método não depende de um macro-modelo de velocidades, apenas da velocidade perto da superfície. No método Multifoco cada traço imageado é construído pelo empilhamento de um número arbitrário de traços sísmicos, com distribuição fonte-receptor arbitrária de acordo à correção de sobretempo local, Multifoco. Estes traços sísmicos não necessitam pertencer à mesma família CMP (Ponto Médio Comum), mas suas fontes e receptores devem estar dentro de uma certa vizinhança do raio normal (Landa et al., 1999). Desde que os traços a serem empilhados não pertencem à mesma família CMP (Ponto Médio Comum), tal procedimento requer uma correção de tempo mais geral que aquela usada no empilhamento convencional NMO. Expressões analíticas (baseadas na representação esférica das frentes de onda) descreve a correção de tempo na vizinhança do traço imageado de afastamento nulo. A correção de tempo de trânsito expressa pela fórmula Multifoco é uma expansão de três parâmetros do tempo de trânsito na vizinhança do ponto imagem. Os três parâmetros são: o ângulo de emergência β_o e os raios de curvatura R_{NP} e R_N das duas frentes de onda fundamentais.

Segundo Landa et. al. (1999), a fórmula Multifoco não é apenas uma representação adequada dos tempos de trânsito para configurações fonte – receptor arbitrárias, mas de fato é mais exata para vários modelos da terra. Em particular, a fórmula Multifoco é uma boa aproximação para um refletor esférico em meio de velocidade constante (Tygel et. al, 1997). A fórmula de tempo de trânsito Multifoco depende dos mesmo conjunto de parâmetros que as fórmulas hiperbólica ou parabólica do empilhamento CRS.

Este trabalho de tese esta dividido em 7 capítulos:

1) Introdução;

- 2) Geometria da Frente de Onda: neste capítulo são enfocados as duas frentes de ondas fundamentais: onda NIP e onda Normal, introduzidas por Hubral (1983), e suas respectivas curvaturas.
- 3) Teoria do Raio Paraxial: caso 2-D: neste capítulo apresenta-se os fundamentos teóricos da Teoria do Raio Paraxial para o caso bidimensional, 2-D, no sistema XZ, os quais estão referidos ao raio paraxial de reflexão e tempo de trânsito de reflexão, e as aproximações paraxiais do tempo de trânsito.
- 4) Aproximação Multifoco do Tempo de Trânsito: este capítulo explica a aproximação de tempo de trânsito Multifoco, introduzida por Gelchinsky et al. (1997) e reparametrizada por Tygel et al. (1997). São enfocadas também outras formulações do parâmetro de foco que forma parte da aproximação Multifoco.
- 5) Implementação do Algoritmo e Testes com Dados Sintéticos: desenvolvimento de um algoritmo de empilhamento Multifoco e sua aplicação a dados sintéticos de cobertura múltipla, utilizando vários modelos. Esta técnica foi aplicado também para o caso de dados de cobertura múltipla com ruído. Finalmente foi comparado o resultado desta técnica Multifoco com a técnica de empilhamento CRS.
- 6) Análise da Sensibilidade da Aproximação de Tempo de Trânsito Multifoco, onde são feitos três tipos de análises: 1) primeira derivada da função objetivo, 2) análise utilizando a medida de coerência, Semelhança e 3) a perturbação dos parâmetros (β_o, R_{NIP}, R_N) no empilhamento Multifoco, para poder estabelecer o comportamento destes três parâmetros.
- 7) Conclusões e sugestões.

2. GEOMETRIA DE FRENTES DE ONDAS

2.1. ONDAS FUNDAMENTAIS

As clássicas onda normal (N) e onda Ponto de Incidência Normal (NIP) foram introduzidas por Hubral (1983) (Figuras 2.1a, b), as quais são duas ondas hipotéticas, sendo utilizado um modelo com a metade da velocidade, assumindo-se que a superfície está densamente coberta por fontes geradores de deslocamento ao redor do ponto SG . Estas são esperadas criar na superfície com respeito a cada refletor um campo de vetores deslocamentos de uma onda denominada NIP de amplitude unitária.

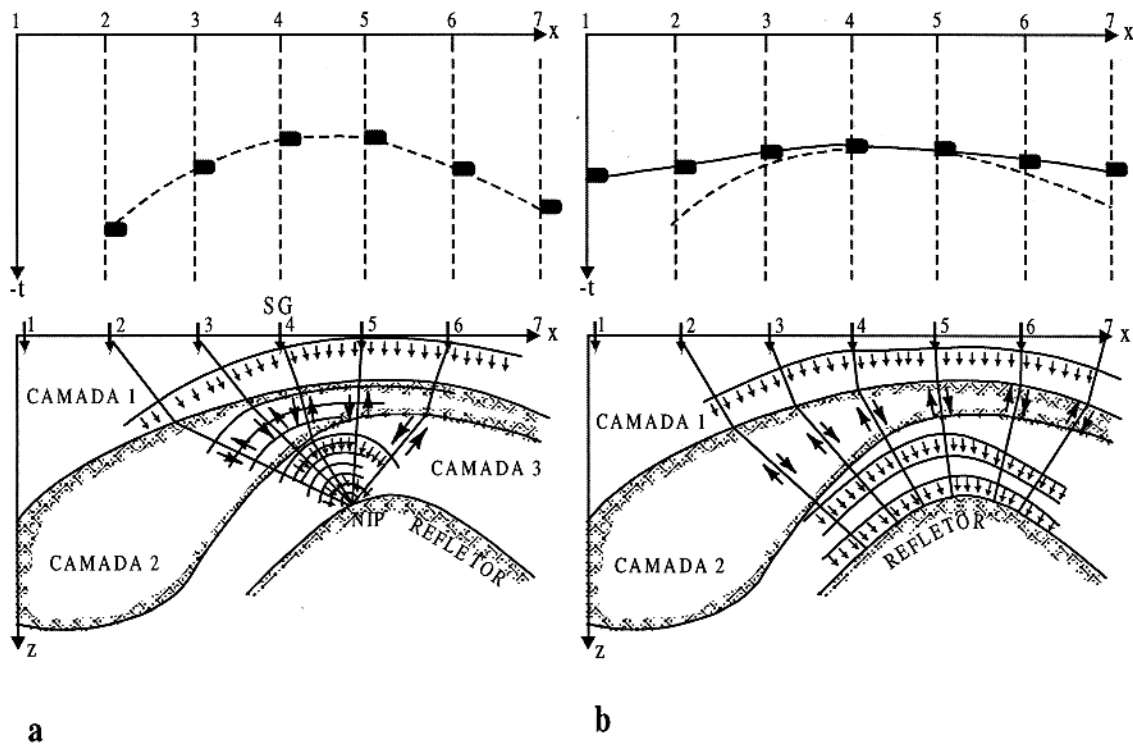


Figura 2.1 (a) Onda NIP compressional de amplitude unitária na superfície. (b) Onda Normal compressional de amplitude unitária na superfície (adaptado de Hubral, 1983).

É assumido que cada onda *NIP* coincide em um mesmo ponto *NIP* na profundidade na interface na qual esta focalizada (Figura 2.1a), no tempo zero. As ondas *NIP* então retornam à superfície com idênticas frente de onda (mas não as mesmas amplitudes) com que foram transmitidas em profundidade.

Da mesma maneira, é considerado o mesmo modelo e condições anteriores, cria-se a denominada onda Normal (*N*) de amplitude unitária com respeito a cada refletor. Uma onda Normal (Figura 2.1 b) propaga-se por definição perpendicular a todos os raios normais ao refletor e batem simultaneamente em todos os pontos no tempo zero. Então a onda *N* aparece na superfície com a mesma frente de onda com que foi transmitida no modelo. De fato a frente de onda de uma onda Normal pode ser observada como a envelope de todas as ondas *NIP* sobre um refletor.

2.2. CURVATURAS DE FRENTES DE ONDAS

Segundo Hubral & Krey (1980) a curvatura da frente de onda é expressa analiticamente em termos dos parâmetros ao longo do trajetória do raio. São as leis de Transmissão, Refração e Reflexão que se requerem para o cálculo das curvaturas da frente de onda em qualquer ponto de um raio arbitrário. O raio deve estar associado com a frente de onda em trânsito com velocidade da onda *P* ou *S*.

Estas Leis de curvatura, usam-se para o cálculo das velocidades intervalares a partir da velocidade de empilhamento ou velocidade de migração. Também são utilizadas para obter as curvaturas dos refletores em profundidade quando é realizado a migração em tempo ou em profundidade. A utilidade destas leis facilitam também a solução de vários problemas inversos de tempo de trânsito sísmico.

As Leis de curvatura podem ser usadas para fornecer soluções aproximadas para o cálculo do espalhamento geométrico (Cerveny & Ravindra, 1971). Este método está amplamente ligado com o cálculo do espalhamento geométrico, um conceito intrinsecamente relacionado á curvatura da frente de onda.

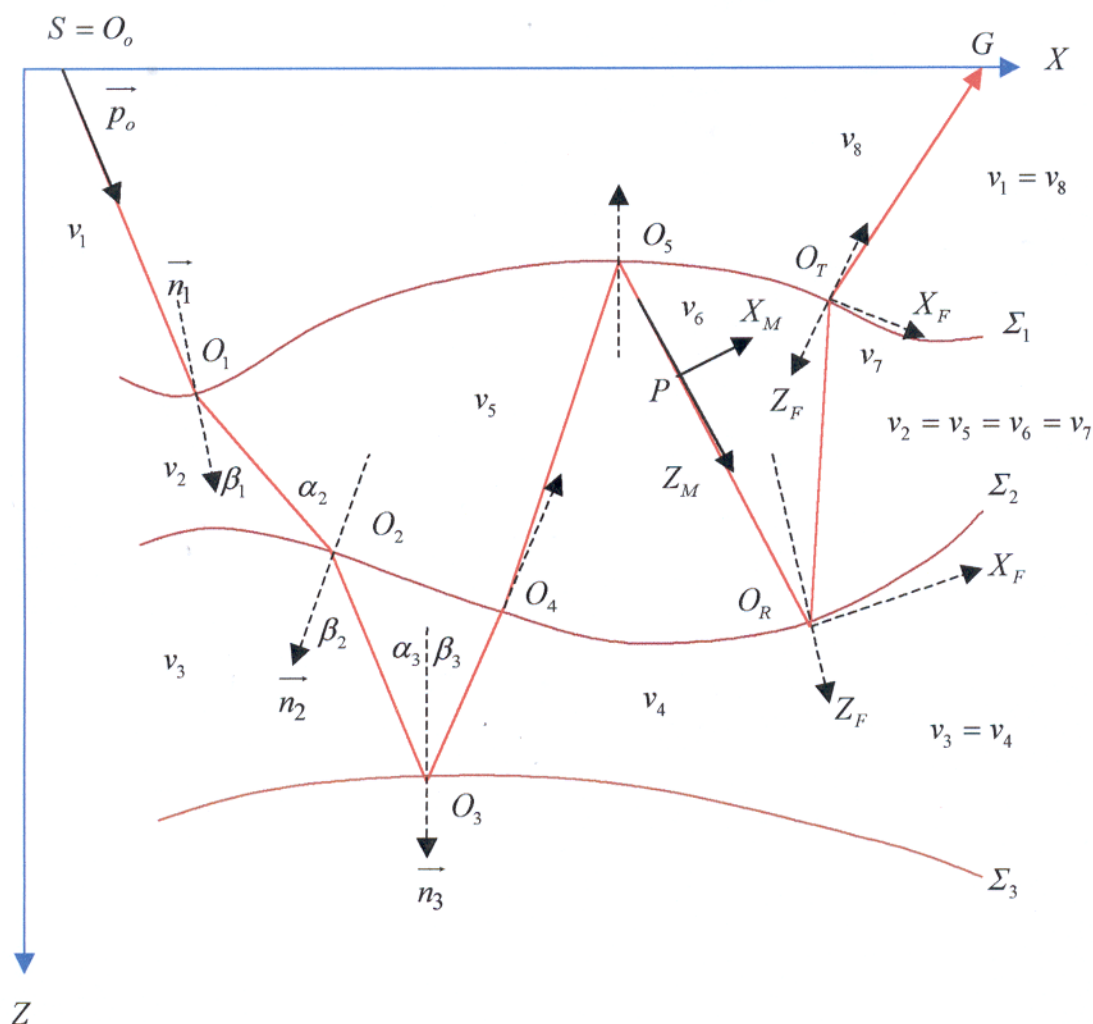


Figura 2.2 Modelo sísmico 2-D, para 3 camadas de isovelocidades e um semi-espaço infinito mostrando um raio entre uma fonte S e um receptor G . A parte em movimento é indicada no ponto do raio P . Os pontos O_1 , O_2 e O_4 são pontos de refração (O_T), e O_3 e O_5 são pontos de reflexão (O_R) (adaptado para o caso 2-D, de Hubral & Krey, 1980).

São introduzidos os sistemas de coordenadas cartesianas bidimensionais, fixo (X, Z) , em movimento (X_M, Z_M) e permite-se definir um sistema adicional auxiliar (X_F, Z_F) em todos os pontos da interface de refração O_T e reflexão O_R (ver Figura 2.2). Este novo sistema facilita

descrever a interface nestes pontos em uma direção adequada para a derivação das leis da curvatura da frente de onda.

Na Figura 2.2, $\vec{p}_o$ indica o vetor vagarosidade inicial do raio que inicia-se a partir da fonte $S = O_o$, n_i é a normal à tangente à interface no ponto de reflexão ou refração e Σ_i é a interface i . Pode-se aproximar a frente da onda em P (Figura 2.2) pela seguinte expressão quadrática no sistema em movimento:

$$2z_M = -Ax_M^2, \quad (2.1)$$

onde A é a *curvatura da frente de onda*. Em particular, A_I , A_T e A_R designam as *curvaturas da frente de onda incidente, refratada e refletida* em um ponto da interface com respeito ao sistema em movimento neste ponto. Da mesma maneira como é usada a equação (2.1) para expressar a forma da frente de onda com respeito ao sistema em movimento (X_M, Z_M) , pode-se aproximar cada interface em um ponto de interseção do raio com respeito ao sistema (X_F, Z_F) pelo seguinte expressão de segunda ordem

$$2z_F = Bx_F^2, \quad (2.2)$$

sendo B a curvatura da interface.

2.3. CURVATURA DE FRENTE DE ONDA AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA DE RAIOS

Segundo Hubral & Krey (1980) as três leis, referidas às curvaturas de transmissão, de reflexão e de refração, são suficientes para o cálculo da curvatura da frente de onda em qualquer ponto ao longo de um raio traçado através de um modelo de terra estratificado. Iniciando desde uma curvatura da frente de onda conhecida, pode-se aplicar as três leis em cascata para encontrar uma expressão analítica para a *curvatura da frente de onda* em qualquer outro ponto desejado. Se a frente de onda origina-se em uma *fonte pontual*, então o *raio de curvatura* é expressado por $R = A^{-1}$. Por outro lado no caso da onda plana, então o raio de curvatura é infinito. Se o raio de curvatura do refletor é menor, que o raio de curvatura da frente de onda encontrado, aparecem

difrações marcadas. Esta situação, pode ser facilmente especificado pelo procedimento recorrente descrito posteriormente.

O procedimento recorrente aplicado à trajetória de um raio selecionado, fornecem uma curvatura da frente de onda resultante que é sempre expressado no sistema (X_M, Z_M) em cada ponto ao longo do raio. O uso apropriado das leis de curvatura requer uma construção apropriada da parte em movimento. Sendo o sistema (X_M, Z_M) e a curvatura A conhecido em algum ponto do raio, então $2z_M = -Ax_M^2$ fornece a aproximação de segunda ordem desta frente de onda.

A Figura 3.2 apresenta um raio desde uma fonte pontual em S até o receptor em G através do modelo de velocidades. É assumido que este raio já foi traçado. Para o problema direto, assume-se que o modelo é conhecido.

Segundo Hubral & Krey (1980) para obter a curvatura da frente de onda emergindo em G , é aplicado um procedimento recorrente. A seguinte notação é usada,

$$D_i = \cos \delta_i, \quad (2.3)$$

$$S_i = \cos \alpha_i / \cos \beta_i, \quad S'_i = -\cos \alpha_i / \cos \beta_i, \quad S_{T,i} = \cos \beta_i, \quad S_{R,i} = -\cos \beta_i, \quad (2.4)$$

$$\rho_i = \frac{v_{i+1}}{v_i} \cos \alpha_i - \cos \beta_i, \quad \rho'_i = \frac{v_{i+1}}{v_i} \cos \alpha_i + \cos \beta_i, \quad (2.5)$$

onde o índice i pertence a i -ésima interface. δ_i é o ângulo entre as tangentes em O_i e O_{i+1} . O_i é o ponto de interseção de um raio com a i -ésima interface que o raio encontra. O_i pode ser um ponto de reflexão, O_R , ou um ponto de refração, O_T . Os segmentos do raio e as interfaces são calculados sucessivamente desde S e G , iniciando com $i=1$; B_i é a curvatura da interface no ponto O_i , o ponto final do i -ésimo segmento; s_i é o comprimento do segmento na direção do raio desde O_{i-1} até O_i ; α_i é o ângulo de incidência do i -ésimo segmento na direção do raio em O_i ; β_i é o ângulo de reflexão ou de refração correspondente; e v_i é a velocidade intervalar ao longo do i -ésimo segmento do raio. As curvaturas da frente de onda com respeito à parte em movimento podem ser calculados como segue:

(1) Curvatura no lado incidente de O_1 :

$$A_{I,1} = 1/s_1 \quad (2.6a)$$

(2) Curvatura do lado refratado de O_1 :

$$A_{T,1} = D_1^{-1} \left((v_2/v_1) S_1 A_{I,1} S_1 + \rho_1 S_{T,1}^{-1} B_1 S_{T,1}^{-1} \right) D_1 \quad (2.6b)$$

(3) Curvatura no lado incidente de O_2 :

$$A_{I,2}^{-1} = A_{T,1}^{-1} + s_2 \quad (2.6c)$$

(4) Curvatura no lado refratado de O_2 :

$$A_{T,2} = D_2^{-1} \left((v_3/v_2) S_2 A_{I,2} S_2 + \rho_2 S_{T,2}^{-1} B_2 S_{T,2}^{-1} \right) D_2 \quad (2.6d)$$

(5) Curvatura no lado incidente de O_3 :

$$A_{I,3}^{-1} = A_{T,2}^{-1} + s_3 \quad (2.6e)$$

(6) Curvatura no lado refletido de O_3 :

$$A_{R,3} = D_3^{-1} \left((v_4/v_3) S_3' A_{I,3} S_3' + \rho_3 S_{R,3}^{-1} B_3 S_{R,3}^{-1} \right) D_3 \quad (2.6f)$$

Este procedimento recorrente é continuado para encontrar a curvatura no ponto G com respeito à parte do sistema em movimento que está emergindo.

2.4. RAIOS DE CURVATURA DE FRENTES DE ONDA

Segundo Hubral & Krey (1980) A é a curvatura da frente de onda com respeito ao sistema em movimento (X_M, Z_M) e B é a curvatura da interface com respeito ao sistema fixo (X_F, Z_F) ligado em algum ponto da interface.

O sistema (X_M, Z_M) pode ser definido em cada ponto P ao longo de um raio. Permita-se K_A ser a curvatura da frente de onda em P no sistema (X_M, Z_M) então:

$$K_A = 1/R_A, \quad (2.7)$$

onde R_A é o *raio de curvatura da frente da onda* no sistema especificado. Substituindo A na equação (2.7) por B correspondentemente, tem-se a *curvatura da interface* no sistema (X_F, Z_F) .

As inversas $R_A = A^{-1}$ e $R_B = B^{-1}$, subseqüentemente referidos como *raios de curvatura*, são tão úteis como as *curvaturas* A e B .

As ondas propagando-se através das camadas curvadas podem ter os *raios de curvatura da frente onda* que podem ser negativos ou positivos. A escolha do sinal é uma matéria de definição. Quando a frente de onda é côncava ao eixo X_M em P , então o raio de curvatura, R_A , é positivo. Se a frente onda é convexa ao eixo X_M então este raio será negativo. Esta convenção, explica a escolha do sinal menos na equação (2.1). Também, o raio da interface R_B é positivo se a interface aparece convexa à frente de onda chegando em O_T ou O_R e será negativo se a interface aparece côncava. Isto explica a escolha do sinal positivo na equação (2.2).

2.5. RAO DE CURVATURA DA FRENTE DE ONDA NIP

O raio de curvatura da onda NIP, R_o , é derivado para a frente de onda NIP hipotética emergindo ao longo do raio normal desde o ponto NIP até o CDP (Figura 2.3). Usam-se as leis de curvatura seguintes para este caso (Hubral & Krey, 1980), assim:

Lei da Refração:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{v_T \cos^2 \epsilon_I}{v_I \cos^2 \epsilon_T} \frac{1}{R_I} + \frac{1}{\cos^2 \epsilon_T} \left[\frac{v_T}{v_I} \cos \epsilon_I - \cos \epsilon_T \right] \frac{1}{R_F}, \quad (2.8)$$

onde ϵ_I e ϵ_T são os ângulos da onda incidente e refratada respectivamente. R_I , R_T são os raios de curvatura da frente de onda incidente, e refratada respectivamente e R_F o raio de curvatura da interface que será positivo se a interface aparece convexa. v_I e v_T são as velocidades da camada onde propagam-se as ondas de incidência e refratada.

Lei da Reflexão:

$$\frac{1}{R_R} = \frac{v_R \cos^2 \epsilon_I}{v_I \cos^2 \epsilon_R} \frac{1}{R_I} + \frac{1}{\cos^2 \epsilon_R} \left[\frac{v_R}{v_I} \cos \epsilon_I + \cos \epsilon_R \right] \frac{1}{R_F}, \quad (2.9)$$

sendo R_R o raios de curvatura da frente de onda refletida, ϵ_R o ângulo da onda refletida, v_R a velocidade da camada onde propagam-se a onda refletida.

No caso de N interfaces, o raio R_o pode ser calculado por um procedimento recorrente como é ilustrada na Figura 2.3,

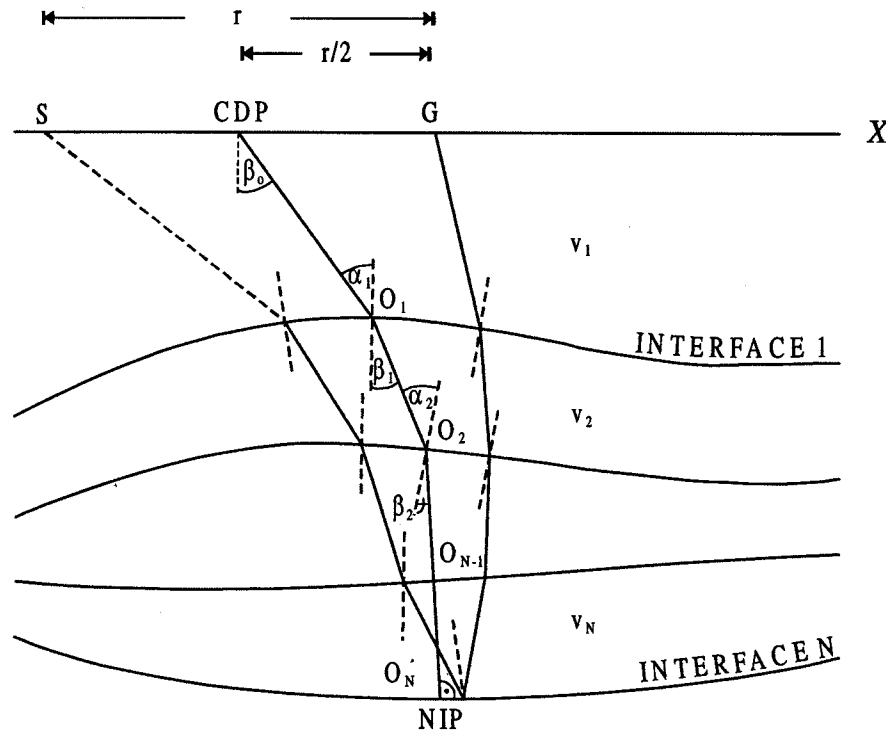


Figura 2.3 Modelo de camadas curvadas 2-D mostrando um raio normal e um raio CDP para o afastamento r (adaptado de Hubral & Krey, 1980).

Para o caso de $N=3$ camadas o processo recorrente é o seguinte:

Raio de curvatura no lado inferior de O_2 :

$$R_{I,2} = v_3 \Delta t_3 = s_3 \quad (2.10)$$

Raio de curvatura no lado superior de O_2 :

$$\frac{1}{R_{T,2}} = \frac{v_2 \cos^2 \beta_2}{v_3 \cos^2 \alpha_2} \frac{1}{R_{I,2}} + \frac{1}{\cos^2 \alpha_2} \rho_2 \frac{1}{R_{F,2}} \quad (2.11)$$

$$\rho_2 = \frac{v_2}{v_3} \cos \beta_2 - \cos \alpha_2 \quad (2.12)$$

Raio de curvatura no lado inferior de O_1 :

$$R_{I,1} = R_{T,2} + v_2 \Delta t_2 \quad (2.13)$$

Continuando com o procedimento anterior eventualmente produzira R_o para a frente de onda *NIP* emergindo. Para o modelo de três camadas, o resultado é:

$$R_o = \frac{1}{v_1} \left[s_1 v_1 + \left(\frac{\rho_1}{v_1 \cos^2 \alpha_1} \frac{1}{R_{F,1}} + \left\{ s_2 v_2 \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \beta_1} + \left[\frac{2 \rho \cos^2 \beta_1}{v_2 \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2} \frac{1}{R_{F,2}} + \left(s_3 v_3 \frac{\cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2}{\cos^2 \beta_1 \cos^2 \beta_2} \right)^{-1} \right]^{-1} \right\}^{-1} \right)^{-1} \right] \quad (2.14)$$

2.6. RAO DE CURVATURA DA FRENTE DE ONDA NORMAL

Segundo Hubral & Krey (1980) as curvaturas das frentes de ondas normais, são incluídas em migrações em tempo ou profundidade, porque elas fornecem também a curvatura dos estratos refletidos, requeridos posteriormente para o cálculo das velocidades intervalares de horizontes ainda mais profundos.

O mapeamento das reflexões empilhadas CDP (Ponto de Profundidade Comum) em profundidade é realizado com o auxílio dos raios normais. O processo é também referido como migração do raio normal. Na Figura 2.1b apresenta-se uma família de raios normais tracejados desde a superfície até o terceiro refletor. Os raios normais podem ser associados com uma frente de onda normal hipotética que origina-se em uma interface refletida selecionada e propaga-se para acima na superfície da terra. Os tempos de trânsito pertencendo a todos os raios normais na vizinhança do raio desde o *NIP's* até a superfície, pode ser aproximado com o auxílio das leis da curvatura da frente de onda.

Para uma frente de onda propagando-se ascendentemente, considera-se o eixo Z_M do sistema (X_M, Z_M) e o eixo Z_F do sistema (X_F, Z_F) . Se B_N é a curvatura da interface do *N*-éssimo refletor no ponto *NIP*. É igual à curvatura da frente de onda negativa da onda normal hipotética originada. No seguinte é ignorado as especificações das quantidades do processo

recorrente (2.15). Não obstante, a curvatura, da frente de onda, A_o , da frente da onda normal emergindo na superfície pode ser obtido realizando a mesma seqüência aplicada (2.6) ao longo do raio normal desde o *NIP* até os pares fonte-receptor,

$$\begin{aligned}
 A_{I,N-1}^{-1} &= -B_N^{-1} + s_N \\
 A_{T,N-1} &= D_{N-1}^{-1} \left[\frac{v_{N-1}}{v_N} S_{N-1} A_{I,N-1} S_{N-1} + \rho_{N-1} S_{T,N-1}^{-1} B_{N-1} S_{T,N-1}^{-1} \right] D_{N-1} \\
 A_{I,N-2}^{-1} &= A_{T,N-1}^{-1} + s_{N-1} \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 A_o^{-1} &= A_{T,1}^{-1} + s_1
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Assume-se que todos os detalhes das camadas são conhecidos, mas não incluídos, até a N -éssima interface. Em particular, as curvaturas da interface B_j ($j = 1, 2, \dots, N-1$) estão disponíveis. Elas devem ser obtidas pela interpolação de curvaturas observados nos pontos vizinhos ao longo das interfaces respectivas (porque em geral, os *NIPs* para diferentes interfaces descansam ao longo de diferentes raios) ajustando uma superfície ao ser calculado *NIPs* para diferentes localizações na superfície. Uma característica da aproximação *NIP* é que uma superfície que deve ser ajustada aos pontos definidos pela interface $j-1$ antes de proceder para uma solução para interface j .

3. TEORIA DO RAO PARAXIAL: CASO 2-D

Neste capítulo apresentam-se os fundamentos teóricos da Teoria do Raio Paraxial para o caso bidimensional (2-D), que é utilizado nos seguintes capítulos para o modelamento direto, e representação matemática dos dados.

3.1. DEFINIÇÃO DE SISTEMA SÍSMICO

Considerando um sistema de coordenadas cartesianas bidimensionais (X, Z) e assumindo a linha sísmica estar na direção do eixo X e a profundidade na direção do eixo Z , sendo positivo para abaixo, então é definido um sistema sísmico como o conjunto de camadas isotrópicas, homogêneas ou não homogêneas, de número arbitrário, separadas por interfaces suaves e curvadas (Bortfeld, 1989).

3.1.1. Modelo Sísmico 2-D

Assume-se que a subsuperfície é descrita por um modelo de camadas isotrópicas, estratificado. Cada i -ésima camada possui uma velocidade dada por $v = v_i$, ($i = 1, 2, 3, \dots, N$), tendo curvas suaves como limites anterior e posterior. Considera-se que existem somente reflexões primárias $P-P$ com pares fonte - receptor (S, G) , com as respectivas coordenadas no eixo X representadas parametricamente por

$$x_S = x_S(\xi), \quad x_G = x_G(\xi), \quad (3.1)$$

onde ξ é um parâmetro na superfície que identifica a posição de um par fonte - receptor.

A trajetória da onda compressional das reflexões primárias de alta frequência é descrita pelo raio SRG , que parte da fonte em S , atinge o refletor Σ_r no ponto de reflexão R , reflete retornando à superfície da terra em G (Figura 3.1). Nesta figura T é a tangente à interface no ponto de reflexão R e n é a normal a esta tangente neste ponto R . Segundo a Lei de Snell o ângulo α ente o segmento do raio incidente SR e a normal n é igual ao ângulo entre o segmento de raio refletido RG e esta normal.

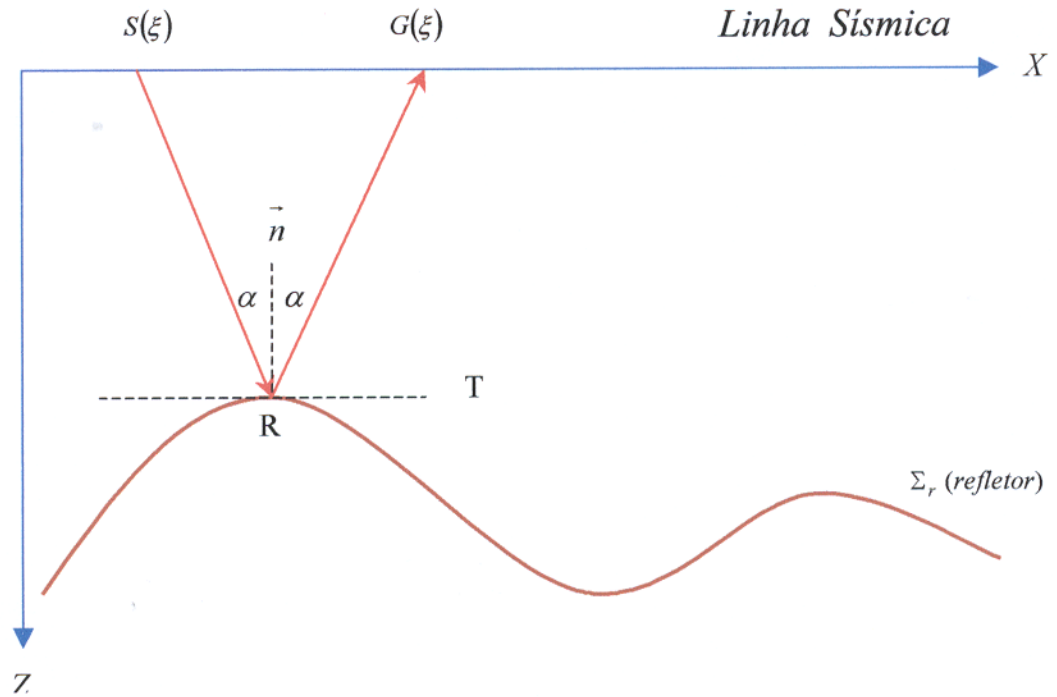


Figura 3.1 Modelo Sísmico 2-D. A trajetória de uma reflexão primária é dado pelo raio SRG, constituído pelos segmentos de raios, SR e RG, respectivamente.

3.1.2. Configurações sísmicas

Conforme a equação (3.1), a posição de um par fonte - receptor é especificada por um único parâmetro, no caso ξ . Para qualquer configuração de medida especificada (Schleicher et al. 1993b), em duas dimensões, tem-se

$$x_S = x_{S_o} + \Gamma_S(\xi - \xi_o) \quad , \quad x_G = x_{G_o} + \Gamma_G(\xi - \xi_o) \quad , \quad (3.2)$$

onde x_{S_o} e x_{G_o} são coordenadas de um par fonte - receptor fixo definido por $\xi = \xi_o$. Γ_S e Γ_G são constantes que dependem somente da configuração de medida, sendo determinados por

$$\Gamma_S = \frac{\partial x_S}{\partial \xi} \quad , \quad \Gamma_G = \frac{\partial x_G}{\partial \xi} \quad . \quad (3.3)$$

As configurações sísmicas mais usadas são:

1) Ponto médio comum: um par fonte - receptor é deslocado na superfície tal que seu ponto médio $\frac{1}{2}(x_S + x_G) = \frac{1}{2}(x_{S_o} + x_{G_o})$ é fixo. Esta configuração é descrita pelas equações (3.2) se $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = -1$.

2) Fonte comum: a posição da fonte x_S é fixa em x_{S_o} e os receptores estão distribuídos ao longo da linha sísmica. Esta configuração é descrita pelas equações (3.2) se $\Gamma_S = 0$ e $\Gamma_G = 1$.

3) Afastamento comum: um par fonte - receptor de coordenadas x_S, x_G é deslocado na superfície $z = 0$ tal que os deslocamentos $(x_S - x_{S_o})$ e $(x_G - x_{G_o})$ são iguais. Esta configuração é descrita pelas equações (3.2) se $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = 1$. Caso $x_{S_o} = x_{G_o}$, tem-se a configuração de afastamento nulo.

4) Receptor comum: a posição do receptor é fixa em $x_G = x_{G_o}$, e a fonte é deslocada ao longo da linha sísmica. esta configuração é descrita pelas equações (3.2) com $\Gamma_S = 1$ e $\Gamma_G = 0$.

3.2. RAIOS PARAXIAIS DE REFLEXÃO

Qualquer raio arbitrário que passa através do sistema sísmico pode ser considerado como *raio central* (Bortfeld, 1989). Para facilitar os cálculos, o raio de afastamento nulo, é escolhido como raio central.

Qualquer raio refletido é descrito por duas trajetórias, a trajetória desde a interface anterior à interface posterior e a trajetória desde a interface posterior de volta à interface anterior. O raio paraxial de reflexão é o raio na vizinhança do raio central.

Previamente considera-se um raio na vizinhança de um raio conhecido (raio AA' na vizinhança do raio AA' (Figura 3.2.). O vetor vazarosidade do raio inicial $\vec{p}$ é definido como V^{-1} vezes o vetor unitário na direção inicial do raio em A . V é a velocidade inicial.

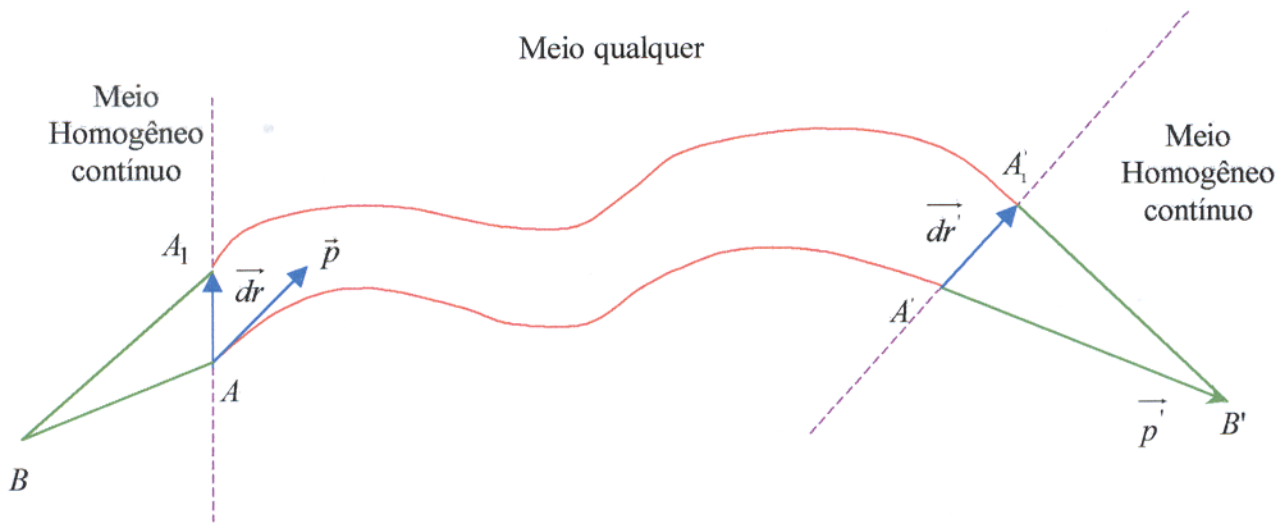


Figura 3.2 Raio perturbado $A_1A'_1$ mediante o deslocamento do raio arbitrário AA' .

Este raio paraxial $A_1A'_1$ foi originado mediante uma pequena perturbação aplicada ao raio AA' , que será denominado o raio central. A diferença de tempo (dt) entre os pontos inicial e final de um raio arbitrário é dado pela equação,

$$\vec{p} \cdot \vec{dr} = dt, \quad (3.4)$$

sendo $\vec{p}$ e $\vec{dr}$ os vetores vagarosidade e deslocamento do raio respectivamente, podendo-se na equação (3.4) estabelecer a diferença no tempo da trajetória entre estes dois raios. No meio contínuo (Figura 3.2), dois pontos B e B' podem ser localizados a uma distância suficiente de A e A' respectivamente. Então aplica-se o Princípio de Fermat dos tempos mínimos,

$$t(B, B') = t(B, A) + t(A, A') + t(A', B'), \quad (3.5)$$

$$t(B, B') = t(B, A_1) + t(A_1, A'_1) + t(A'_1, B'), \quad (3.6)$$

seguindo a equação (3.4) e como os pontos B e B' estão localizados no meio homogêneo, resulta,

$$t(B, A_1) - t(B, A) = \vec{p} \cdot \vec{dr}, \quad (3.7)$$

$$t(B', A'_1) - t(B', A') = -\vec{p'} \cdot \vec{dr'}, \quad (3.8)$$

sendo $\vec{p} = \vec{p}(A)$ e $\vec{p}' = \vec{p}(A')$ os vetores vagarosidade correspondentes em A e A' respectivamente.

Substituindo (3.7) e (3.8) em (3.5) e (3.6), resolvendo, prova-se que a diferença de tempos requeridos (dt_r) em um meio não homogêneo qualquer é

$$dt_r = t(A_1, A'_1) - t(A, A') = \vec{p}' \cdot \vec{dr}' - \vec{p} \cdot \vec{dr} , \quad (3.9)$$

sendo esta a Equação Hamiltoniana.

3.2.1. Raios transmitidos

Na Figura 3.3., considera-se um sistema de coordenadas bidimensionais fixo (X, Z) , e assume-se que os pares fonte-receptor encontram-se distribuídos ao longo do eixo X e a profundidade na direção do eixo Z . O sistema cartesiano (X', Z') é local sendo o eixo X' neste caso tangente ao refletor Σ_2 , no ponto de reflexão R e o eixo Z' perpendicular ao eixo X' no ponto de reflexão do raio normal que inicia-se em X_o . Este raio normal é considerado como raio central (normal) e o raio SO_1O_2 como o raio transmitido, paraxial neste sistema fixo (X, Z) , sendo X_o a origem e $\vec{p}_o, \vec{p}, \vec{p}'$ o vetor vagarosidade inicial do raio central, o vetor vagarosidade inicial e final do raio paraxial SO_1O_2 respectivamente. As posições iniciais dos raios central (que inicia-se no ponto X_o) e paraxial (cujo origem é a fonte pontual S) no eixo X são os escalares 0 (zero) e x_s ($x_s < 0$, pois encontra-se à esquerda de X_o); sendo as projeções no eixo X dos vetores $\vec{p}, \vec{p}_o$, os escalares p, p_o , respectivamente. No caso do raio paraxial final, no sistema local (X', Z') , a posição deste raio e a projeção do vetor $\vec{p}'$ são os escalares x', p' . O receptor G , tem como coordenada no sistema fixo, x_g ($x_g < 0$).

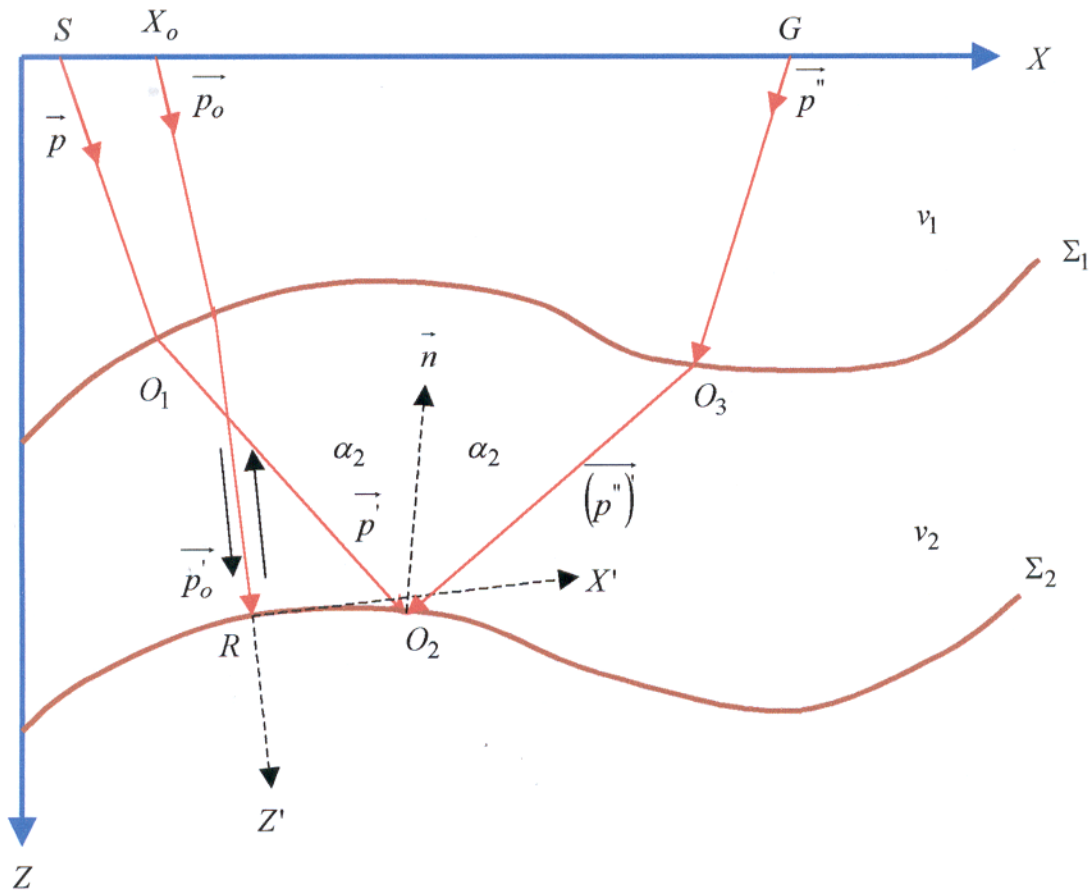


Figura 3.3 Modelo sísmico no sistema (X, Z) , constituído por duas camadas e um semi-espaço infinito, mostrando raios transmitidos SO_1O_2 e X_0R , e os refletidos, O_2O_3G e RX_0 .

Para poder estabelecer uma relação adequada, entre a posição e projeção do vetor vagarosidade final do raio paraxial transmitido e as mesmas quantidades iniciais, referidas ao raio central, do raio paraxial respectivamente, são introduzidas as aproximações de primeira ordem de x' e p' denotadas por x'_1 e p'_1 , onde o subscrito 1 refere-se à primeira ordem. Tais aproximações correspondem, segundo Bortfeld (1989), às aproximações de segunda ordem do tempo de trânsito. Estas aproximações são válidas para valores “pequenos” das magnitudes das

projeções x , $p - p_o$ e p' , por exemplo na vizinhança do raio central. Segundo Bortfeld (1989), as aproximações de primeira ordem das projeções x' e p' , x_1' e p_1' , são dadas por

$$x_1' = A_o(x - x_o) + B_o(p - p_o) , \quad (3.10)$$

$$p_1' = C_o(x - x_o) + D_o(p - p_o) , \quad (3.11)$$

e como $x_o = 0$ (coordenada da posição do raio central inicial no eixo X) fica reduzido:

$$x_1' = A_o x + B_o(p - p_o) , \quad (3.12)$$

$$p_1' = C_o x + D_o(p - p_o) , \quad (3.13)$$

ou também é expresso por

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ p_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_o & B_o \\ C_o & D_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ p - p_o \end{pmatrix} , \quad (3.14)$$

onde x_1' , p_1' , x , p , p_o , A_o , B_o , C_o , D_o , são todos escalares, sendo $A_o = \partial x' / \partial x$, $B_o = \partial x' / \partial p$, $C_o = \partial p' / \partial x$, $D_o = \partial p' / \partial p$, constantes, tendo que $x' = x'(x, p)$ e $p' = p'(x, p)$.

3.2.2. Raios refletidos

Para este caso consideraremos a Figura 3.3., o raio de reflexão SO_2G . Aplicando a descrição de raio refletido segundo Bortfeld (1989), temos que a primeira trajetória dada pelo raio SO_1O_2 é um raio transmitido regularmente. A segunda trajetória dada pelo raio refletido O_2O_3G é convertido a um raio transmitido regularmente por simples inversão de sua direção. Portanto, a posição inicial deste segundo raio paraxial e a projeção de seu vetor vagarosidade inicial $\overrightarrow{p''}$ no eixo X , são os escalares x'' e p'' respectivamente. Os símbolos não primados são para as fontes e os símbolos duplamente primados são para os receptores. Logo, seguindo as equações 3.12 e 3.13., a posição final deste segundo raio paraxial e projeção de seu vetor vagarosidade final $\overrightarrow{(p'')}$, no sistema local (X', Z') , são (x'') e (p'') , assim,

$$(x_1') = A_o x'' + B_o(p'' - p_o) \quad (3.15)$$

$$(p_1') = C_o x'' + D_o(p'' - p_o) \quad (3.16)$$

Os dois raios transmitidos encontram-se um e outro na interface posterior, portanto $(x_1'') = x_1'$. A invariância das projeções dos vetores tangenciais sobre a reflexão implica $(p_1'') = -p_1'$. As relações para o raio refletido, depois de alguns arranjos de termos nas equações 3.12, 3.13, 3.15, e 3.16,

$$B_o \frac{1}{2}(p'' - p) = -A_o \frac{1}{2}(x'' - x) \quad (3.17)$$

$$D_o \frac{1}{2}(p'' - p_o + p - p_o) = -C_o \frac{1}{2}(x'' + x) \quad (3.18)$$

O fator $\frac{1}{2}$ faz a anotação mas consistente com a exploração sísmológica: $\frac{1}{2}(x'' + x)$ é o ponto médio do par fonte-receptor x e x'' ; $\frac{1}{2}(x'' - x)$ é a metade de seu afastamento.

Se as inversas de B_o e D_o existem, a equação 3.17 pode ser multiplicada por B_o^{-1} e a equação 3.18 por D_o^{-1} , obtendo,

$$\frac{1}{2}(p'' - p) = -B_o^{-1} A_o \frac{1}{2}(x'' - x) \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{2}(p'' - p_o + p - p_o) = -D_o^{-1} C_o \frac{1}{2}(x'' + x) \quad (3.20)$$

As equações 3.19 e 3.20 fornecem, para qualquer par x e x'' , as projeções iniciais p e p'' do par de raios transmitidos, pelo qual o raio transmitido inicia-se em x e finalizando em x'' é descrito. Estas equações provêm tudo dos raios refletidos na vizinhança de qualquer raio central onde as aproximações de primeira ordem são válidas.

3.2.3. Equação de Hamilton para eventos refletidos

A equação de Hamilton para eventos refletidos é a diferencial dT do tempo de trânsito $T = T(x, x'')$ de raios refletidos iniciando em x e finalizando em x'' ,

$$dT = -\vec{p} \cdot \vec{dx} - \vec{p}'' \cdot \vec{dx}'' \quad (3.21)$$

Usualmente o produto interno dos vetores finais na equação de Hamilton leva o sinal positivo. O sinal negativo do segundo termo na equação 3.21 é uma consequência da inversão da direção aplicada pelo Bortfeld (1989) à segunda trajetória do raios refletidos.

Quando é estabelecido a aproximação de segunda ordem de T , $T \approx T_o + T_1 + T_2$, nas variáveis x e x'' , a equação de Hamilton também pode ser expressa por,

$$dT \approx dT_1 + dT_2 = -pdx - p''dx'' , \quad (3.22)$$

onde o coeficiente da derivada parcial da aproximação de segunda ordem de T com respeito a x é $-p$; e o coeficiente com respeito a x'' é $-p''$. O subscrito em T refere-se as ordens em x e x'' ; especificamente T_o é o tempo de trânsito ao longo do raio central.

Usando as equações 3.19, 3.20, na equação 3.22, temos,

$$\begin{aligned} dT &\approx dT_1 + dT_2 \\ &= -(dx''+dx)p_o + (dx''-dx)B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x''-x) \\ &\quad + (dx''+dx)D_o^{-1}C_o \frac{1}{2}(x''+x) . \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.2.4. Equação de Hamilton para eventos transmitidos

A equação de Hamilton para o tempo de trânsito $t = t(x, x')$ de raios transmitidos iniciando em x e finalizando em x' , é a diferencial dt de este tempo t , sendo

$$dt = \vec{p}' \cdot \vec{dx}' - \vec{p} \cdot \vec{dx} \quad (3.24)$$

Quando é estabelecido a aproximação de segunda ordem de t , $t \approx t_o + t_1 + t_2$, nas variáveis x e x' , a equação de Hamilton também pode ser expressada,

$$dt \approx dt_1 + dt_2 = p' dx' - p dx \quad (3.25)$$

Os escalares p e p' são obtidos a partir das equações 3.12, 3.13 e substituídos na equação 3.25, obtendo,

$$\begin{aligned} dt &\approx dt_1 + dt_2 \\ &= (C_o x - D_o B_o^{-1} A_o x + D_o B_o^{-1} x') dx' \\ &\quad - (p_o - B_o^{-1} A_o x + B_o^{-1} x') dx . \end{aligned} \quad (3.26)$$

3.2.5. Tempo de trânsito de raios refletidos

Aplicando integração (ver Apêndice C) à equação 3.23, o tempo de trânsito de eventos refletidos para qualquer posição da fonte x e qualquer posição do receptor x'' (Bortfeld, 1989), é,

$$\begin{aligned}
T &= T(x, x'') = T_o + T_1 + T_2 \\
&= T_o - 2p_o \frac{1}{2}(x''+x) + \frac{1}{2}(x''+x)D_o^{-1}C_o \frac{1}{2}(x''+x) \\
&\quad + \frac{1}{2}(x''-x)B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x''-x) ,
\end{aligned} \tag{3.27}$$

sendo T_o o tempo de trânsito referido ao raio central, e $\frac{1}{2}(x''+x)$, $\frac{1}{2}(x''-x)$ são a posição do ponto médio e a metade do afastamento do par fonte-receptor respectivamente.

A equação (3.27) corresponde ao Ponto Característico de Hamilton em ótica, pois fornece o tempo de trânsito desde qualquer ponto para qualquer outro ponto. Isto é o ponto característico, na aproximação de segunda ordem, para raios refletidos.

3.2.6. Tempo de trânsito de raios transmitidos

Aplicando integração e a propriedade da simplecticidade (ver Apêndice D) à equação 3.26, o tempo de trânsito de eventos transmitidos desde qualquer posição da fonte x na interface anterior para qualquer posição do receptor x' na interface posterior (Bortfeld, 1989), é fornecido pela aproximação de segunda ordem

$$t = t(x, x') = t_o - p_o x + \frac{1}{2}x'D_oB_o^{-1}x' + \frac{1}{2}xB_o^{-1}A_o x - xB_o^{-1}x \tag{3.28}$$

onde t_o é o tempo de trânsito do raio central. Esta equação (3.28), é o Ponto Característico de Hamilton para eventos transmitidos.

3.3. APROXIMAÇÃO PARAXIAL DO TEMPO DE TRÂNSITO

Segundo Tygel et al. (1997) os tempos de trânsito dos raios na vizinhança (paraxial) do raio (central) fixo podem ser descritos por um certo número de parâmetros os quais referem-se só ao raio central.

As aproximações são corretas até primeira ordem das distâncias entre os raios paraxial e central nos pontos inicial e final correspondentes, independentemente de qualquer configuração sísmica.

As aproximações de tempo de trânsito diretamente obtida da Teoria do Raio Paraxial são a expansão Parabólica e a expansão Hiperbólica (Schleicher et al. 1993a).

Se o raio de afastamento nulo é escolhido como raio central e assumindo a propagação em 2-D, os tempos de trânsito Parabólico e Hiperbólico podem ser expressados por três expressões de parâmetros simples, se a velocidade do meio nos pontos inicial e final coincidentes, (chamado ponto central), do raio central é conhecida. Os três parâmetros são:

- O ângulo de emergência β_0 do raio central em relação a direção normal à superfície da terra.
- A curvatura da frente de onda de incidência normal (onda NIP), definida por K_{NIP} .
- A curvatura da frente de onda da onda normal (onda N), definida por K_N .

Todas estas quantidades são medidas no ponto central.

Como é descrito em Hubral (1983), as ondas normal e NIP são ondas fictícias, as quais tem provado ser úteis para a descrição da propagação do raio de afastamento nulo.

3.3.1. Tempo de Trânsito Parabólico e Hiperbólico

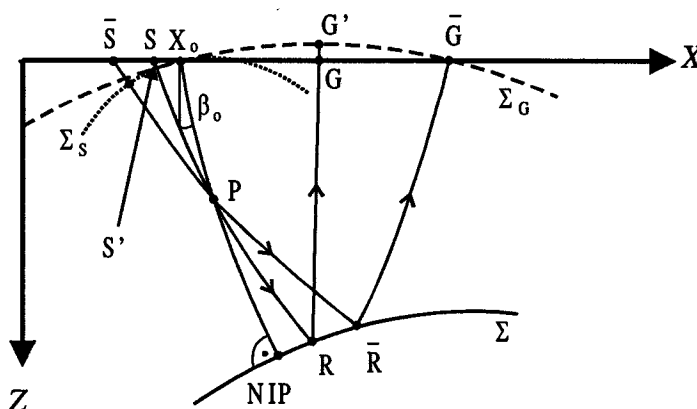


Figura 3.4 O raio de incidência normal se inicia no ponto X_0 até o ponto de incidência normal, NIP . Também temos todos os possíveis raios paraxiais (SRG' e $\overline{SRG}$) e que intersectam este raio normal em um ponto de foco comum P . Este conjunto de raios definem a onda fictícia chamada ONDA DE FOCALIZAÇÃO que se inicia em X_0 com a frente de onda Σ_s , focalizados em P , é refletido no refletor Σ e emerge outra vez em X_0 , como a frente de onda Σ_e (adaptado de Tygel et al. 1997).

Na Figura 3.4, é considerado um sistema de coordenadas cartesianas (X, Z) , assumindo a linha sísmica estar na direção do eixo X e a profundidade na direção do eixo Z , sendo positivo para abaixo. A subsuperfície esta constituída por uma camada e um semi-espaço infinito separados por uma interface curva suave. O raio de afastamento nulo (central) inicia-se e finaliza-se no ponto central X_0 , sendo refletido no ponto de incidência normal (NIP).

Segundo o formalismo de Bortfeld (1989), para a representação da propagação em 2D, a MATRIZ PROPAGADORA, 2×2 ,

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

descreve uma relação de 1º ordem

$$\Delta x_G = A\Delta x_S + B\Delta p_S, \quad (3.30)$$

$$\Delta p_G = C\Delta x_S + D\Delta p_S, \quad (3.31)$$

sendo Δx_S e Δx_G os afastamentos da fonte S e receptor G ao raio central respectivamente. Δp_S e Δp_G são as diferenças das projeções do vetor vagarosidade dos raios SRG (paraxial) e central dentro da linha sísmica em seus pontos fonte e receptor.

Usando o fato de que o raio que viaja em direção para abaixo do raio normal conectando X_0 até NIP é o segmento invertido ao raio que viaja para acima desde NIP até X_0 , e aplicando o mesmo de Hubral (1983) e Bortfeld (1989), pode-se encontrar as seguintes relações,

$$A = D = (K_{NIP} + K_N) / (K_{NIP} - K_N), \quad (3.32)$$

$$B = (\cos^2 \beta_0 / v) [2 / (K_{NIP} - K_N)], \quad (3.33)$$

onde a propriedade de symplecticidade das matrizes propagadoras,

$$AD - BC = 1 \quad (3.34)$$

permite obter o elemento restante C (Hubral, 1983).

Seguindo Bortfeld (1989) ou Schleicher et al., (1993a), usam-se as coordenadas do ponto meio (x_m) e afastamento (h) ,

$$x_m = \frac{\Delta x_G + \Delta x_S}{2}, \quad h = \frac{\Delta x_G - \Delta x_S}{2}, \quad (3.35)$$

para encontrar o *Tempo de Trânsito Parabólico*,

$$t_{par}(x_m, h) = t_o + (2 \sin \beta_o / v)(x_m - x_o) + (\cos^2 \beta_o / v)(K_n(x_m - x_o)^2 + K_{NIP} h^2) , \quad (3.36)$$

e o *Tempo Hiperbólico*

$$t_{hyp}^2(x_m, h) = [t_o + (2 \sin \beta_o / v)(x_m - x_o)]^2 + (2 t_o \cos^2 \beta_o / v)(K_n(x_m - x_o)^2 + K_{NIP} h^2) , \quad (3.37)$$

nas fórmulas de acima (3.36, 3.37), t_o denota o tempo de trânsito ida e volta ao longo do raio central.

4. APROXIMAÇÃO MULTIFOCO DO TEMPO DE TRÂNSITO

Uma interessante expansão de tempo de trânsito alternativa, também usando os mesmos três parâmetros (β_o , K_N , e K_{NIP}) que as aproximações paraxiais (Parabólica e Hiperbólica) foi proposta por Gelchinsky et al. (1997). Nesta nova representação, os raios paraxiais podem ser especificados como o foco de um certo ponto do raio de afastamento nulo ou em uma extensão deste raio. Por esta razão, a expressão de Gelchinsky tem-se referido como o Tempo de Trânsito Multifoco.

4.1. CORREÇÃO MULTIFOCO

É assumido um modelo 2-D lateralmente não homogêneo constituído por camadas isotrópicas. Nesta descrição considera-se apenas reflexões primárias P-P e assume-se que a cinemática dos campos de onda é bem descrita pela teoria do raio de ordem zero (Cerveny, 1987). Usam-se coordenadas cartesianas (x, z) e supondo um experimento sísmico de uma densa cobertura múltipla em uma linha sísmica, ao longo do eixo X . Isto implica que cada ponto da linha sísmica está envolvido por um conjunto de pares fonte-receptor (dentro de um certo intervalo de afastamentos).

A discretização de todos os dados reais podem requerer interpolação de traços, para substituir os traços perdidos.

Na Figura 4.1, consideramos um refletor objetivo fixo Σ na profundidade, assim como um ponto central fixo X_o na linha sísmica, considerado ser a localização de um par fonte - receptor coincidente $S_o = G_o = X_o$. Também é mostrado na Figura 4.1 o raio normal ida e volta, $X_o R_o X_o$, de reflexão, de afastamento nulo, denominado o *raio central*, sendo R_o seu ponto de incidência normal (*NIP*) no refletor Σ .

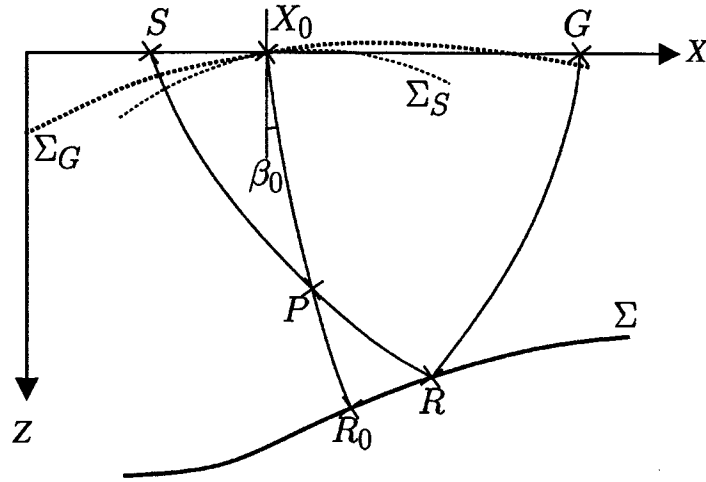


Figura 4.1 Mostra-se o raio normal $X_oR_oX_o$ e o par de pontos fonte e receptor (S,G) junto com seu correspondente raio refletido primário SRG , referido ao refletor objetivo Σ . O raio central, como o raio de reflexão SRG focaliza-se no ponto P na profundidade. Também apresenta-se as duas frentes de onda da onda focalizada: uma viajando no sentido para abaixo do refletor (Σ_S) e a outra viajando no sentido ascendente à superfície (Σ_G). o ângulo de emergência do raio normal é denotado por β_o (adaptado de Tygel et al. 1999).

Nesta Figura o par fonte - receptor (S,G) será considerado uma descrição genérica de todos os pares fonte - receptor (S,G) na vizinhança do ponto central. O raio SRG corresponde a reflexão. Usam-se as coordenadas horizontais x_o , x_S e x_G para especificar a localização do ponto central X_o , da fonte S e do receptor G , respectivamente.

As distâncias relativas desde um par fonte - receptor (S,G) dado ao ponto central fixo X_o , são

$$\Delta x_S = x_S - x_o \quad \text{e} \quad \Delta x_G = x_G - x_o, \quad (4.1)$$

são chamados os afastamentos da fonte e receptor respectivamente.

4.2. REPARAMETRIZAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO

Considerando a Figura 4.1, será determinado uma aproximação do tempo de trânsito do raio de reflexão SRG na vizinhança do raio central, de reflexão e afastamento nulo $X_oR_oX_o$. Assume-se que o tempo de trânsito do raio $X_oR_oX_o$ assim como a velocidade da onda sísmica no ponto central são dados pelas quantidades T_o e v_o , respectivamente. Supomos, segundo a Figura 4.1, que os dois raios SRG e $X_oR_oX_o$ se cortam no ponto não conhecido P .

Sem perda de generalidade, assume-se que P está incluído no segmento do raio fonte SR . A aproximação Multifoco faz uso da onda hipotética que origina-se no ponto P . Esta onda hipotética é representada na Figura 4.1 por duas de suas frentes de onda. Uma destas frentes de onda esta denotada por Σ_S , contendo X_o e tendo-se propagado a partir de P para a fonte pontual S e a outra frente de onda esta denotada por Σ_G , também contém X_o e tendo-se propagado a partir de P refletindo em R no refletor Σ e desde aqui para o receptor pontual G . Denota-se as curvaturas destas duas frentes de onda por K_S e K_G , respectivamente. Nota-se que a onda verdadeira origina-se em S com uma curvatura inicial de $-K_S$, focaliza-se em P , e emerge em G com uma curvatura K_G . Esta onda é chamada *onda de focalização* e é fictícia.

Através da construção, o tempo de trânsito da *onda focalizada* desde a frente de onda Σ_S até Σ_G , é dado pelo tempo de trânsito Multifoco T para o raio SRG ,

$$T = T_o + \Delta T_S + \Delta T_G \quad , \quad (4.2)$$

onde ΔT_S e ΔT_G são as correções do sobretempo Multifoco para a fonte e receptor respectivamente. Assume-se que a velocidade na vizinhança do ponto central X_o é constante e denotado por v_o . Aproximam-se as frentes de onda Σ_S e Σ_G por círculos com raios $R_S = 1/K_S$ e $R_G = 1/K_G$ (ver Figura 4.2).

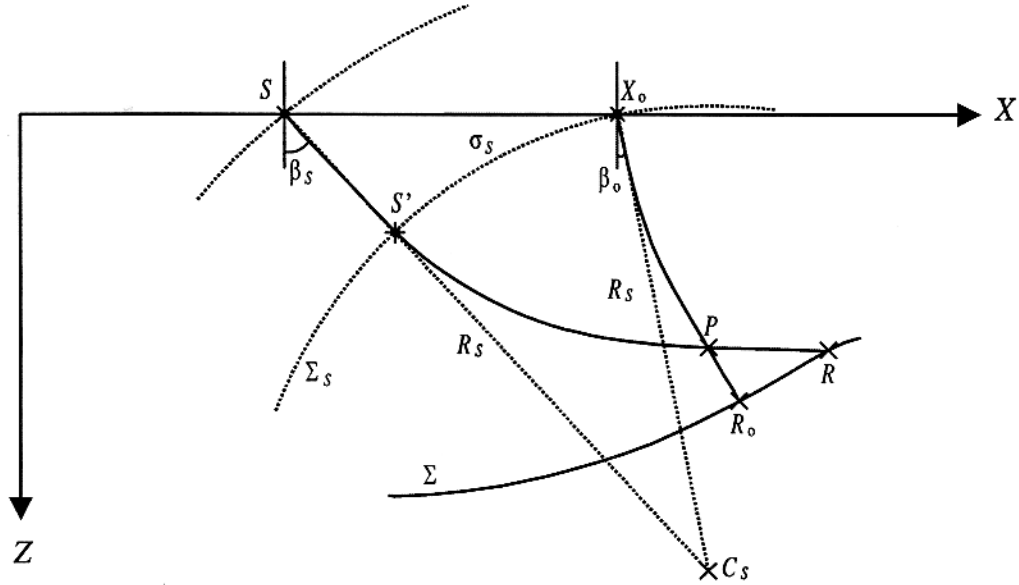


Figura 4.2 Construção geométrica do sobretempo Multifoco ΔT_s (adaptado de Tygel et al. 1999).

Nesta Figura 4.2 a situação é explicada para a fonte pontual S . Uma construção análoga é válida para o receptor pontual G . A correção ΔT_s é o tempo de trânsito desde S até S' , assumindo o segmento SS' ser uma linha reta. Dentro do triângulo SC_sX_o temos pela Lei dos Cosenos que:

$$\overline{SC_s}^2 = \overline{SX_o}^2 + \overline{C_sX_o}^2 - 2\overline{SX_o}\overline{C_sX_o} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta_o\right), \quad (4.3)$$

sendo

$$\overline{SX_o} = \Delta x_s, \quad \overline{C_sS'} = \overline{C_sX_o} = R_s = 1/K_s, \quad \overline{SC_s} = R_s + \overline{SS'}, \quad (4.4)$$

solucionando a equação (4.3) para $\overline{SS'}$, e dividindo por v_o , obtém-se

$$\Delta T_s = \frac{1}{v_o K_s} \left[\sqrt{1 + 2K_s \sin \beta_o \Delta x_s + (K_s \Delta x_s)^2} - 1 \right], \quad (4.5)$$

onde temos escolhido o sinal da raiz quadrada de acordo com a condição física que ΔT_s tem que ser positivo para a curvatura positiva K_s . A mesma fórmula com todos os índices para S trocados para G permanece para ΔT_G , assim

$$\Delta T_G = \frac{1}{v_o K_G} \left[\sqrt{1 + 2K_G \sin \beta_o \Delta x_G + (K_G \Delta x_G)^2} - 1 \right] . \quad (4.6)$$

4.3. OUTRAS FORMULAÇÕES

Previamente devemos considerar o recíproco do parâmetro Multifoco γ , $\Gamma = 1/\gamma$, ou parâmetro de foco modificado, ligeiramente mais geral e estável. Então, por meio da Teoria do raio de ordem zero, a curvatura das ondas focalizadas hipotéticas podem ser reescritas (Tygel et al. 1999)

$$K_S = \frac{K_{NIP} - \Gamma K_N}{1 - \Gamma} , \quad K_G = \frac{K_{NIP} + \Gamma K_N}{1 + \Gamma} , \quad (4.7)$$

onde Γ é dado por

$$\Gamma = \frac{\Delta x_G + \Delta x_S - K_{NIP} \sin \beta_o \Delta x_G \Delta x_S}{\Delta x_G - \Delta x_S} , \quad (4.8)$$

K_{NIP} e K_N ¹ especificam curvaturas da onda *NIP* e da onda normal introduzidas por Hubral (1983).

O parâmetro de foco modificado Γ difere adicionalmente por um fator 2 e um sinal + no numerador do original, que é expresso por

$$\Gamma^{orig} = \frac{\Delta x_G + \Delta x_S + 2K_{NIP} \sin \beta_o \Delta x_G \Delta x_S}{\Delta x_G - \Delta x_S} , \quad (4.9)$$

Uma forma simples do parâmetro de foco modificado nas equações (4.8) e (4.9) pode ser obtido negligenciando os termos de segunda ordem Δx_S , Δx_G no numerador, assim

$$\Gamma^{(1)} = \frac{\Delta x_G + \Delta x_S}{\Delta x_G - \Delta x_S} , \quad (4.10)$$

¹ Na publicação original, Gelchinsky et al., (1997) usa a terminologia $K_{ERC} = 1/R_{ERC}$ (ERC, significa elemento de reflexão comum), e $K_{EEC} = 1/R_{EEC}$ (EEC, significa elemento evoluta comum) em lugar de K_{NIP} e K_N .

Este parâmetro poder ser reescrito em termo das coordenadas do ponto médio e afastamento médio e são incluídas nas respectivas aproximações de tempos de trânsito como segue,

- a)Tempo de Trânsito Multifoco I: que utiliza o parâmetro modificado da publicação original de Gelchinsky et al., (1997), como é mostrado na equação (4.9),

$$\Gamma^{orig} = \frac{x_m - x_o + K_{NIP} \sin \beta_o (x_m^2 + x_o^2 - h^2 - 2x_m x_o)}{h} \quad (4.11)$$

- b)Tempo de Trânsito Multifoco II: que utiliza o parâmetro modificado que refere-se à fórmula 4.8,

$$\Gamma = \frac{x_m - x_o - 0.5 K_{NIP} \sin \beta_o (x_m^2 + x_o^2 - h^2 - 2x_m x_o)}{h} \quad (4.12)$$

- c)Tempo de Trânsito Multifoco III: que utiliza o mesmo parâmetro da equação (4.10) em termo de x_m e h ,

$$\Gamma^{(1)} = \frac{x_m - x_o}{h} \quad (4.13)$$

Nesta tese utilizei o parâmetro de foco modificado referido a fórmula de Tempo de Trânsito Multifoco III. Esta fórmula de tempo de trânsito Multifoco aproxima-se melhor à curva tempo de trânsito verdadeiro.

5. IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO E TESTES COM DADOS SINTÉTICOS

Na primeira seção deste capítulo é descrita a implementação do Empilhamento Multifoco no domínio do tempo de um conjunto de dados sintéticos de configurações afastamento comum ou fonte comum. Para os diversos modelos serão discutidos os parâmetros que controlam o procedimento, e no restante do capítulo, serão mostrados os testes com os dados sintéticos.

5.1. ALGORITMO DO EMPILHAMENTO MULTIFOCO

Este algoritmo compreende os seguintes passos:

- Cálculo dos parâmetros dos raios normais (centrais): β_o , R_{NIP} , R_N , t_o .
- Estabelecimento da abertura da superfície de empilhamento, mediante testes.
- Somatório das amplitudes dos traços que formam parte desta superfície de empilhamento para cada raio central. Os traços envolvidos no empilhamento encontram-se discretizados, desta forma a amplitude correspondente a um determinado tempo é obtida por interpolação linear.
- Apresentação dos resultados através da simulação da seção de afastamento nulo.

5.2. GERAÇÃO DE DADOS SINTÉTICOS

Os dados sintéticos utilizados para testar o programa de empilhamento Multifoco desenvolvido foram calculados através do programa de modelamento Sísmico pela Teoria do Raio SEIS88 (Cerveny & Psencik, 1988). Os dados de entrada são sismogramas sintéticos contendo a componente longitudinal do vetor deslocamento sísmico, com o efeito da superfície da terra sendo desprezado, ou seja, a camada inferior dos modelos é considerada um semi-espaco infinito.

5.3. TESTES COM DADOS SINTÉTICOS

Os testes realizados visaram demonstrar a eficiência deste algoritmo de empilhamento Multifoco para simular seções de afastamento nulo em dados sintéticos livres de ruído, assim como também em dados com ruído.

5.3.1. Modelo de velocidade constante

Neste caso este modelo é constituída por uma camada sobre um semi-espaco infinito, separados por uma interface curva suave. Utilizou-se dois tipos: modelo suavemente curvado e modelo tipo domo.

5.3.1.1. Modelo suavemente curvado

A velocidade da onda P na camada superior é de 2.5 km/s e no semi-espaco inferior é de 3.5 km/s (Figura 5.1 inferior). Na Figura 5.1 superior, apresenta-se a curva dos tempos de trânsito dos raios de reflexão normal. A forma do sinal é representada pela função Gabor com frequência dominante de 50 Hz.

O algoritmo de empilhamento Multifoco foi aplicado ao conjunto de dados sintéticos de afastamento comum. Estos dados de reflexão de cobertura múltipla foram simulados pelo método do raio (Software SEIS88), para afastamentos médios desde $h = 0.0$ km. até $h = 0.4$ km. com um intervalo $\Delta h = 0.0125$ km entre cada seção sísmica dos dados, com afastamentos de 0.025 km. entre cada posição. Exemplos dessas seções sísmicas que formam parte do conjunto de dados utilizados para o empilhamento são apresentados nas Figuras 5.2a ($h = 0.1$ km.), 5.2b ($h = 0.2$ km.), 5.2c ($h = 0.3$ km.) e 5.2d ($h = 0.4$ km.) O resultado do Empilhamento Multifoco é mostrado na Figura 5.3b.

Comparando a seção de afastamento nulo (ZO) (Figura 5.3a) e a seção empilhada Multifoco (Figura 5.3b), observa-se a boa recuperação dos traços simulados, com uma variação muito pequena nas amplitudes dos últimos traços perto as coordenadas do ponto médio, $x_m = 1.8$ km, além disso estes traços coincidem com os traços da seção de afastamento nulo no

tempo de trânsito, demonstrando o Tempo de Trânsito Multifoco ser uma boa aproximação do tempo de trânsito verdadeiro. Ao ser comparados as seções empilhadas obtidas pelos Método Multifoco (Figura 5.3b) e CRS (Figura 5.3c), ambos métodos simulam bem a seção de afastamento nulo.

Na Figura 5.4 apresenta-se uma comparação entre o traço original correspondente a coordenada do ponto médio, $x = 1.2 \text{ km}$, e o referido aos empilhamentos Multifoco e CRS respectivamente. Nota-se que a forma do traço sísmico empilhado em ambos métodos se conserva muito bem referente à forma do traço original. Na Figura 5.5, compara-se também o traço sísmico da seção de afastamento nulo e os traços sísmicos empilhados (técnicas Multifoco e CRS), normalizados pelo número de traços. Verificando-se assim que ambas técnicas, Multifoco e CRS, não preservam as amplitudes dos traços sísmicos simulados.

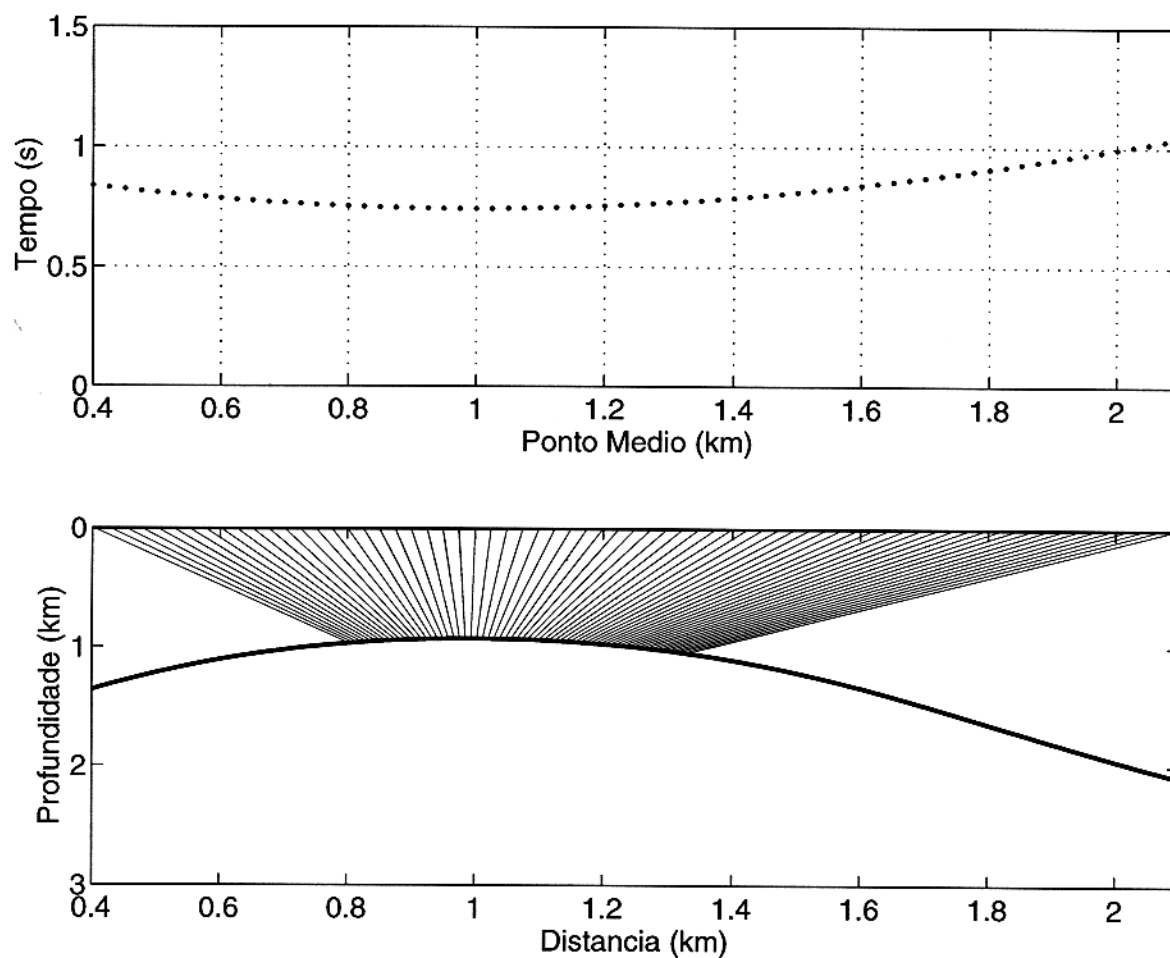


Figura 5.1 Parte inferior: Modelo constituído por uma camada de velocidade constante de 2.5 km/s e um semi-espaço infinito com velocidade de 3.5 km/s respectivamente e seus correspondentes raios de afastamento nulo (ZO) Parte superior: seus respectivos tempos de trânsito.

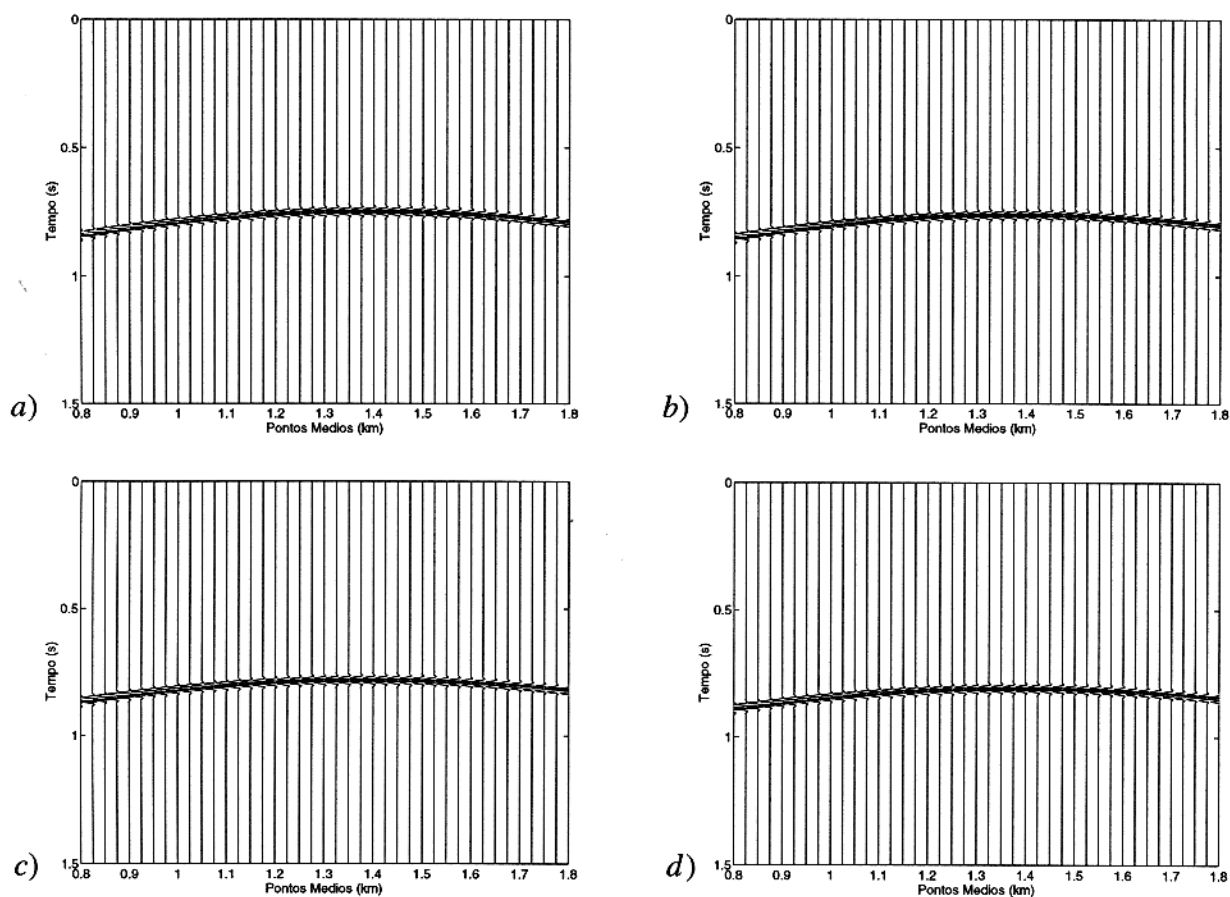


Figura 5.2. Seções dos dados sintéticos para o modelo suavemente curvado (Figura 5.1).a) Para um afastamento médio, $h = 0.1 \text{ km.}$, b) Para um meio-afastamento, $h = 0.2 \text{ km.}$, c) Para um meio-afastamento, $h = 0.3 \text{ km.}$, e d) Para um meio-afastamento, $h = 0.4 \text{ km.}$

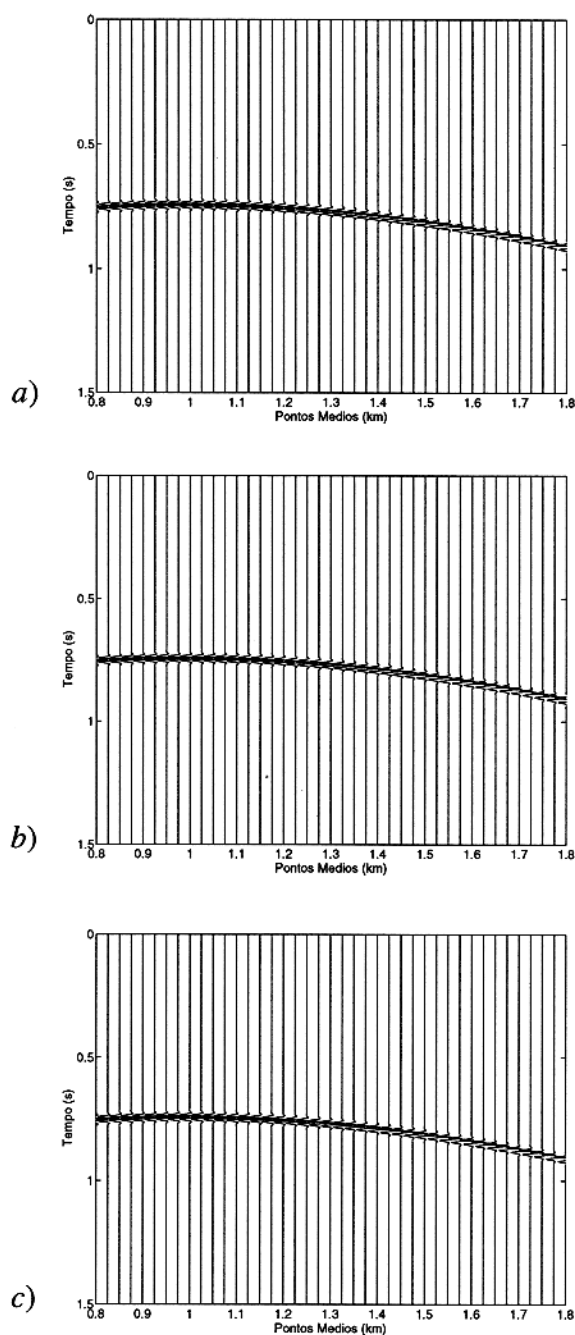


Figura 5.3 Seções correspondentes ao modelo suavemente curvado da Figura 5.1. a) Seção sísmica sintética para afastamento nulo. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz como pulso da fonte e os traços possuem intervalo de amostragem de 25 ms. b) Seção Empilhada Multifoco, sendo utilizado tempo de trânsito Multifoco no operador de empilhamento. c) Seção Empilhada CRS, sendo utilizado tempo de trânsito Hiperbólico no operador de empilhamento.

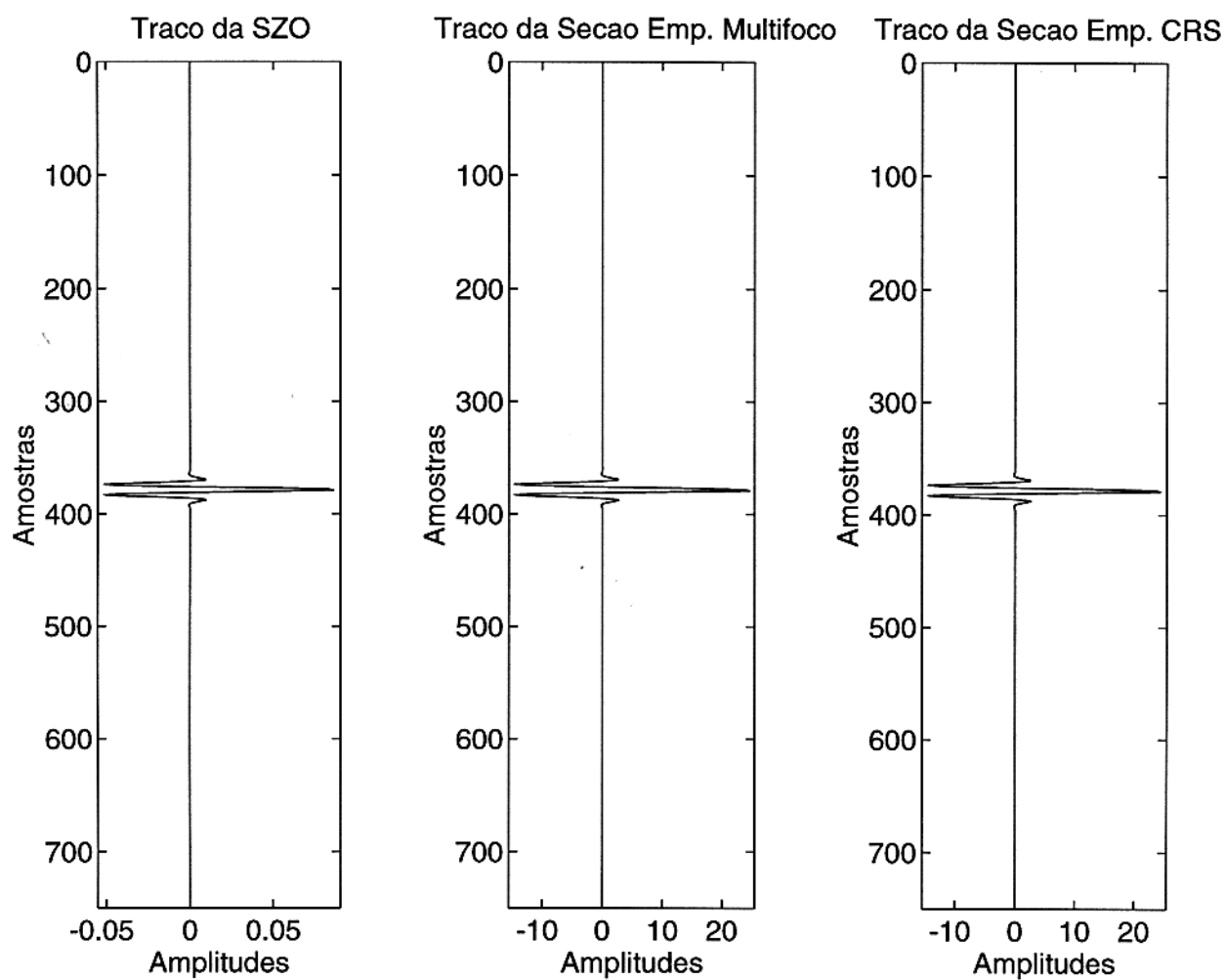


Figura 5.4 Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.1) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo (SZO), seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

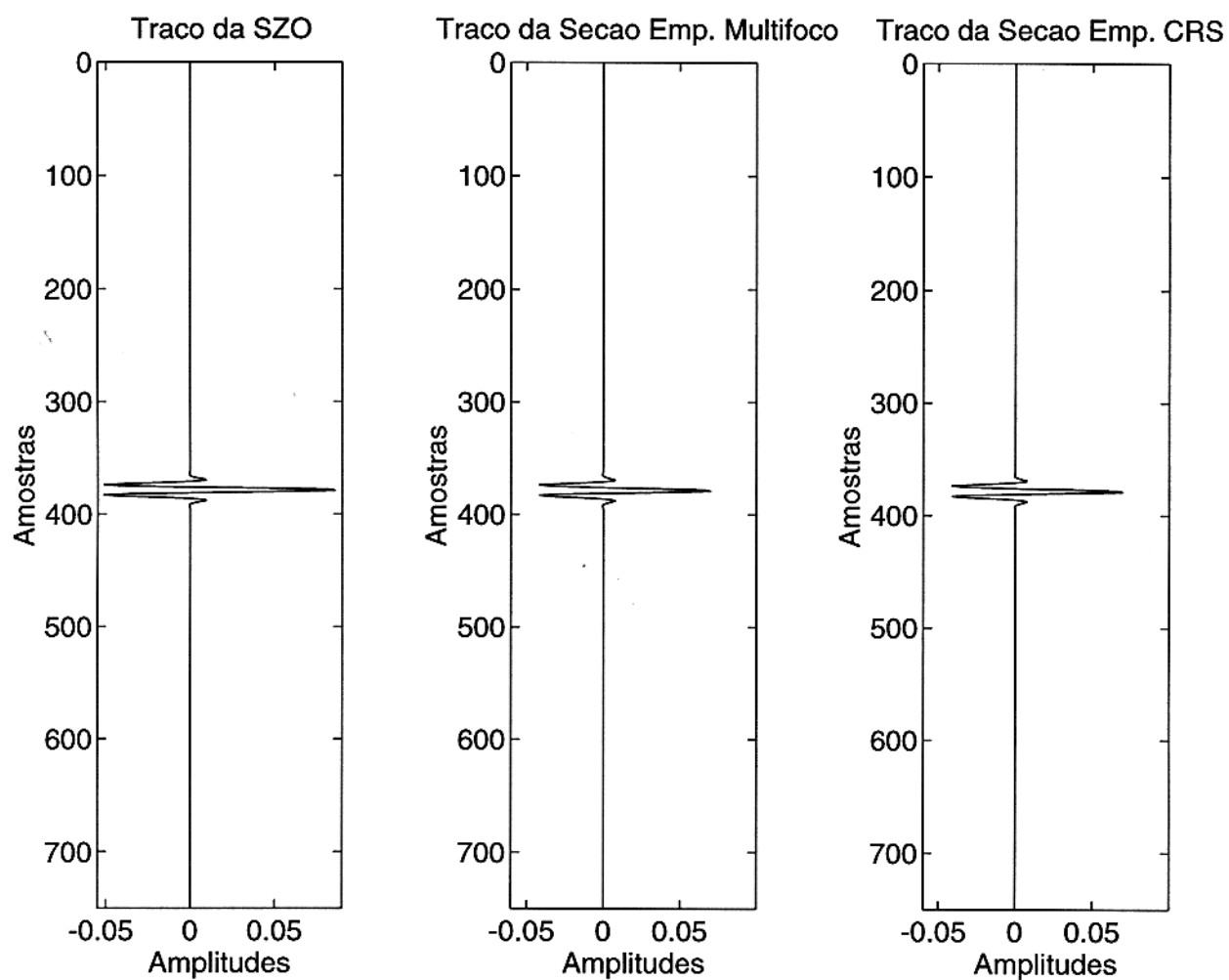


Figura 5.5 Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.1), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo (SZO), seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

5.3.1.2. Modelo tipo domo

Nesta parte será aplicado o algoritmo a um modelo com presença de cáustica, raios de curvatura negativa.

O modelo utilizado esta referida á Figura 5.6 o qual consiste de uma camada com velocidades constantes de 2.5 km., sobre um semi-espaco infinito de velocidade 3.0 km/s, separados por um refletor tipo domo. Foram traçados raios na configuração fonte comum, sendo a primeira fonte posicionada em $x_S = 0.0 \text{ km}$ na superfície e 48 geofones foram distribuídos separados 0.025 km entre eles e o primeiro receptor em $x_G = 0.1 \text{ km}$; com um número de 121 shots disparados, sendo a distância entre cada shot de 0.025 km.

A seção de afastamento nulo (Figura No. 5.7a) a ser simulada consta de 101 raios na configuração de afastamento nulo (ZO), com afastamento de 0.025 km. entre as posições dos traços no eixo X . Como pulso da fonte foi novamente utilizada a função Gabor com uma frequência dominante de 50 Hz.

O resultado da aplicação deste algoritmo de empilhamento Multifoco, amostra-se na Figura 5.7b. Ao ser comparados as seções empilhadas obtidas pelos Métodos Multifoco (Figura 5.7b) e CRS (Figura 5.7c), ambos métodos de uma maneira geral simulam bem a seção de afastamento nulo (Figura 5.7a).

Na Figura 5.8 apresenta-se uma comparação entre o traço sísmico original correspondente á coordenada do ponto médio, $x = 1.3 \text{ km}$, e os traços sísmicos recuperados como produto do empilhamento Multifoco e CRS, respectivamente. No caso, da Figura 5.9, compara-se também o traço sísmico da seção de afastamento nulo e os traços sísmicos empilhados (técnicas Multifoco e CRS), normalizados pelo número de traços. Ambos métodos apresentam um bom desempenho na simulação de seções de afastamento nulo, mas não preservam as amplitudes.

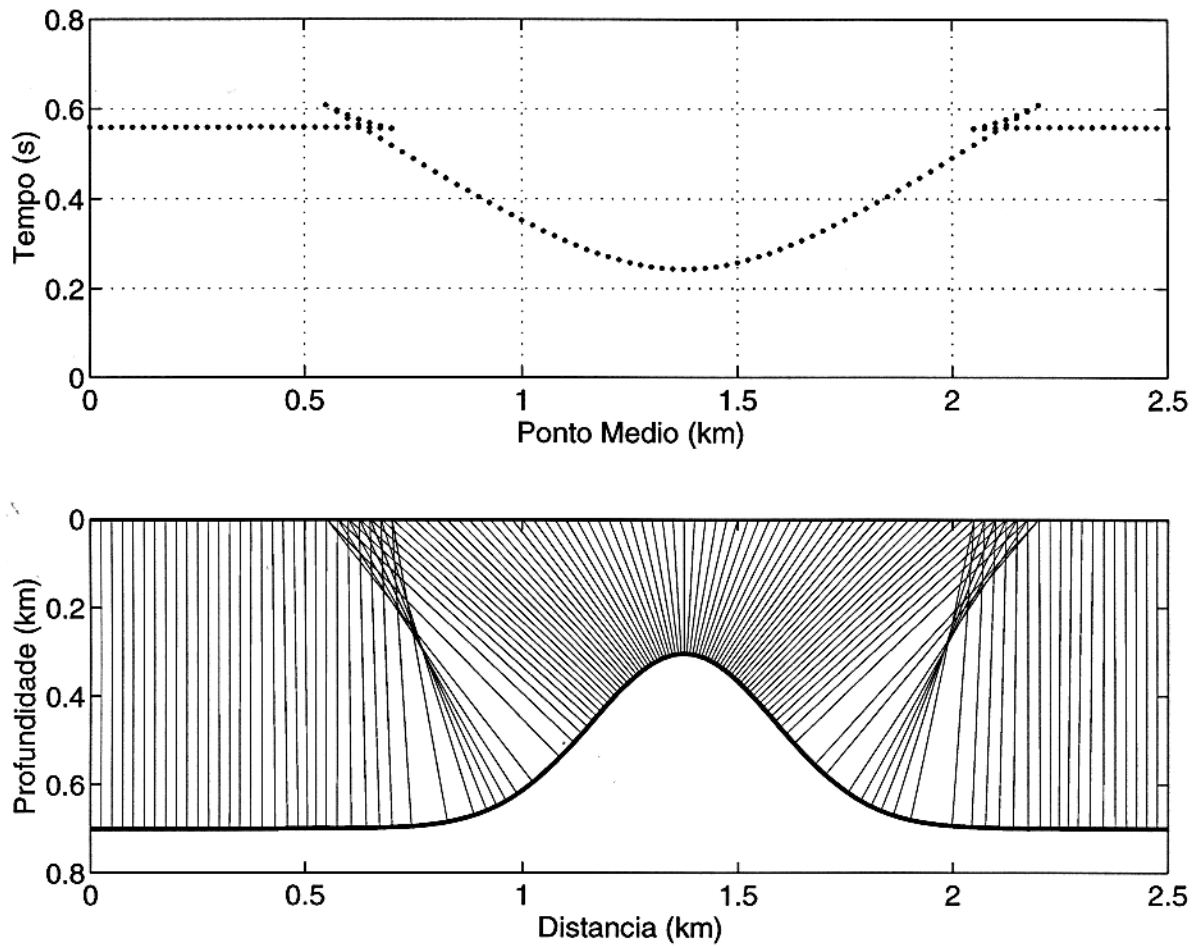


Figura 5.6 Parte inferior: Modelo tipo domo constituído por uma camada de velocidade constante de 2.5 km/s e um semi-espço infinito com velocidade de 3.0 km/s respectivamente e seus correspondentes raios de afastamento nulo (ZO) apresentando cáustica. Parte superior: Os correspondentes tempos de trânsito são mostrados.

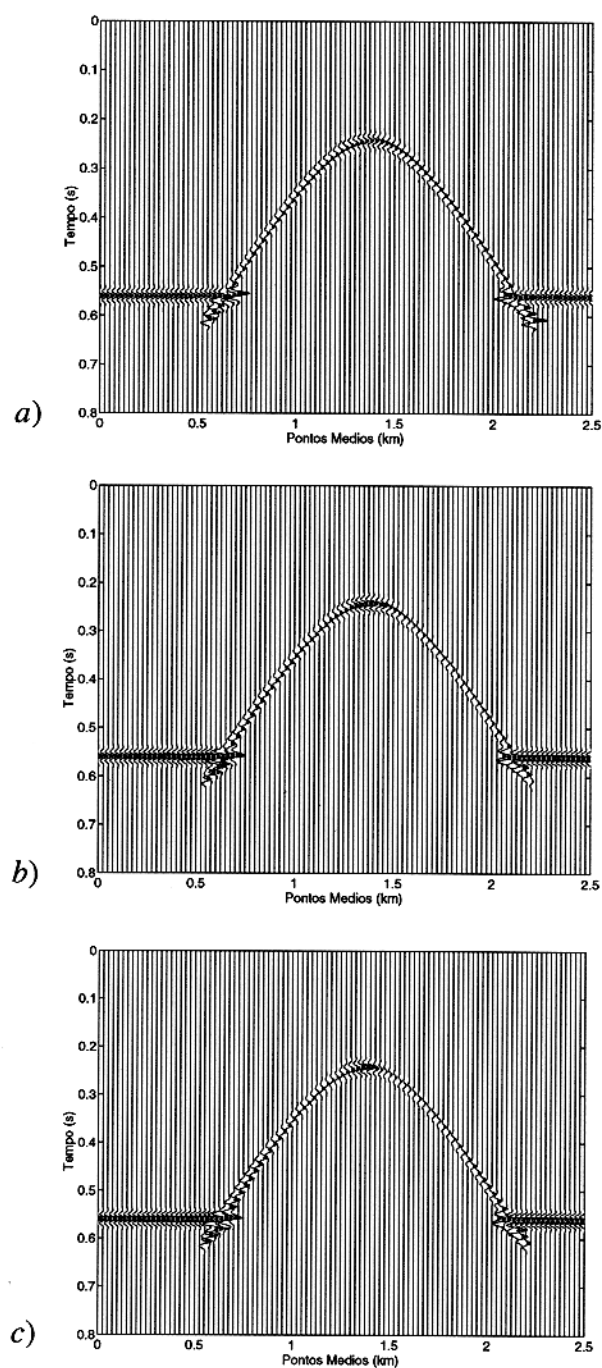


Figura 5.7 Seções correspondentes ao modelo tipo domo da Figura 5.6. a) Seção sísmica sintética para afastamento nulo. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz como pulso da fonte e os traços possuem intervalo de amostragem de 25 ms. b) Seção Empilhada Multifoco, sendo utilizado tempo de trânsito Multifoco no operador de empilhamento. c) Seção Empilhada CRS, sendo utilizado tempo de trânsito Hiperbólico no operador de empilhamento.

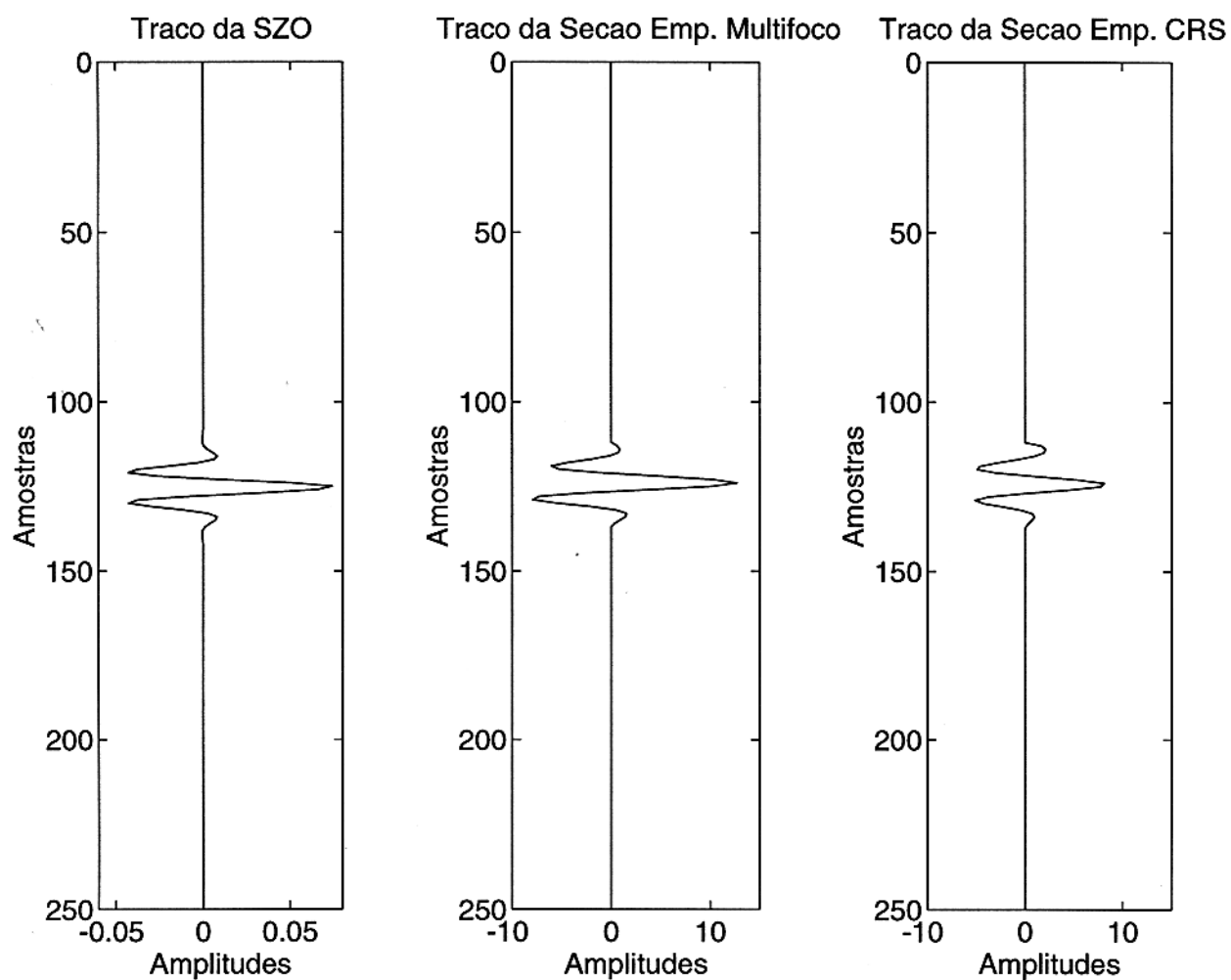


Figura 5.8 Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.6) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.3 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

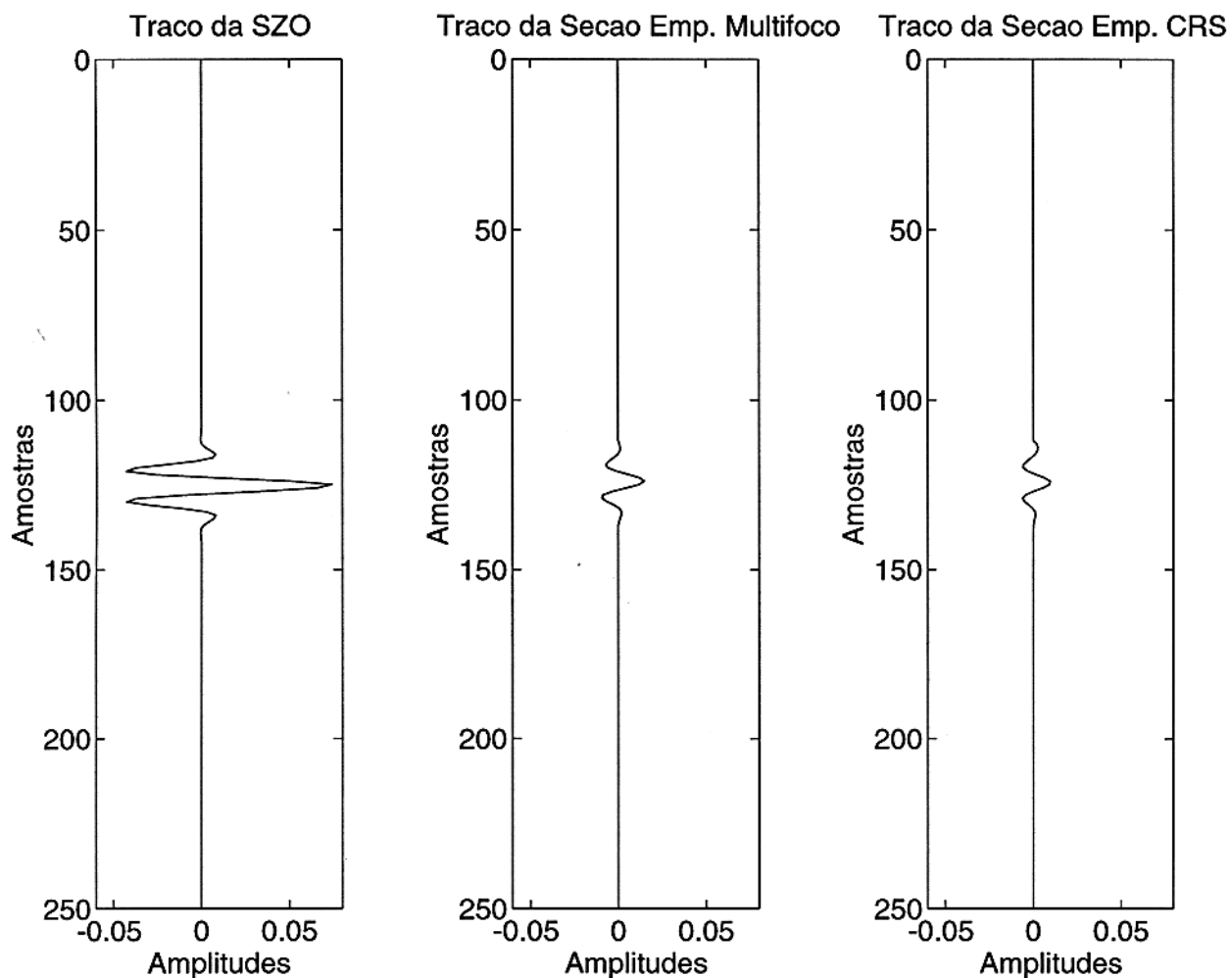


Figura 5.9 Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.6), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.3 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

5.3.2. Modelo não homogêneo

Este modelo (Figura 5.10) consiste de duas camadas com velocidades constantes de 2.5, 3.0, respectivamente, sobre um semi-espaco infinito de 3.5 km/s, separados por refletores curvados. Foram traçados raios na configuração fonte comum, sendo a primeira fonte posicionada em $x_S = 0.0$ km na superfície e 48 geofones foram distribuídos separados 0.025 km entre eles e o primeiro receptor em $x_G = 0.1$ km; com um número de 81 shots disparados, sendo a distância entre cada shot de 0.05 km.

A seção de afastamento nulo (Figura 5.11a) a ser simulada, consta de 77 raios na configuração de afastamento nulo, com afastamento de 0.05 km entre cada posição de traço. Como pulso fonte foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz.

O resultado da aplicação deste algoritmo de empilhamento Multifoco, amostra-se na Figura 5.11b. Esta seção empilhada (ao ser comparada com a verdadeira seção de afastamento nulo) apresenta uma boa recuperação dos traços sísmicos.

Ao ser comparados as seções empilhadas obtidas pelos Métodos Multifoco (Figura 5.11b) e CRS (Figura 5.11c), ambos métodos simulam bem a seção de afastamento nulo.

Na Figura 5.12 apresenta-se uma comparação entre o traço sísmico original correspondente á coordenada do ponto médio, $x = 1.15$ km, e os traços sísmicos recuperados como produto do empilhamento Multifoco e CRS, respectivamente. No caso, da Figura 5.13, compara-se também o traço sísmico da seção de afastamento nulo e os traços sísmicos empilhados (técnicas Multifoco e CRS), normalizados pelo número de traços. Ambos métodos apresentam um bom desempenho na simulação da seção ZO, mas não preservam as amplitudes.

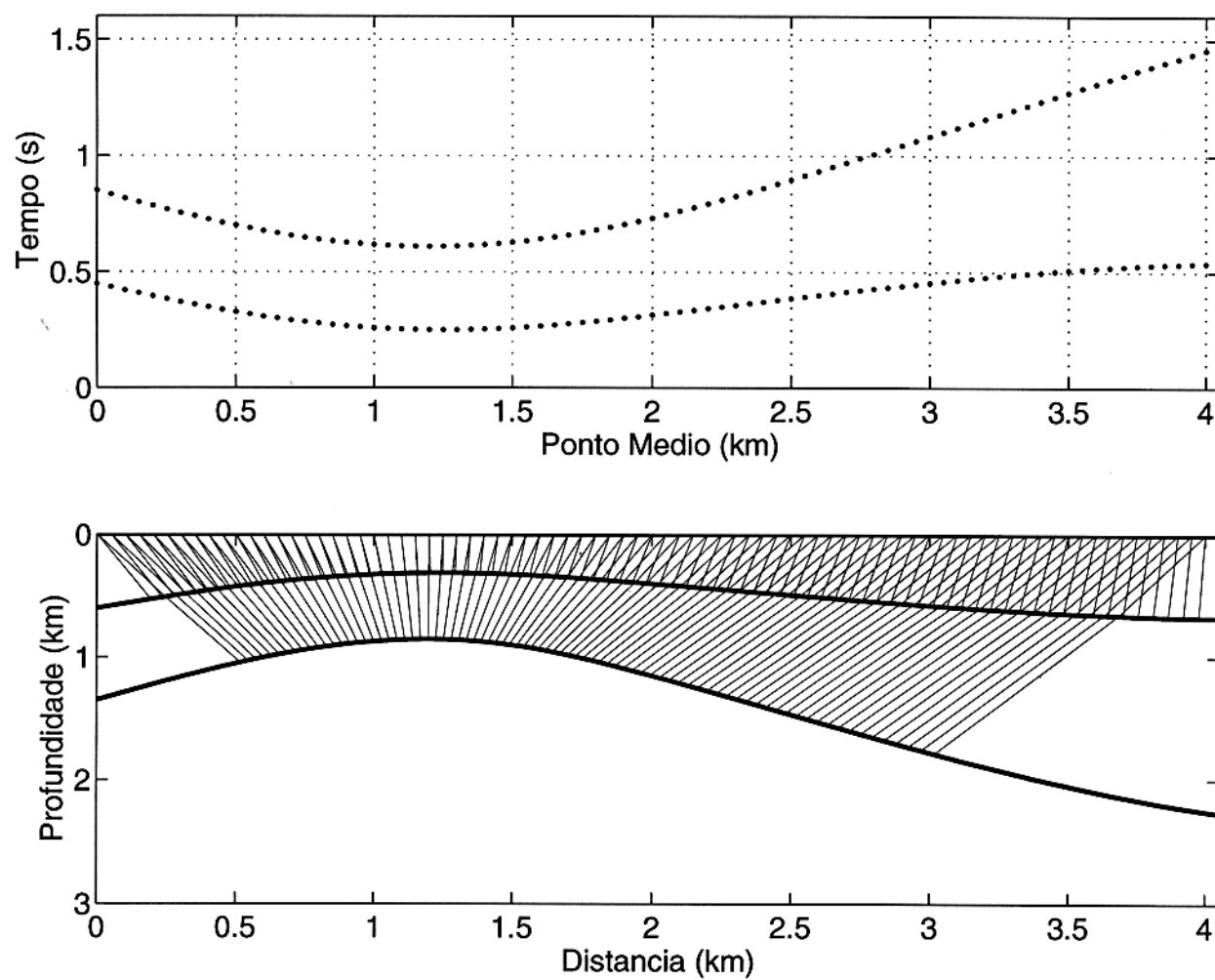


Figura 5.10 Modelo não homogêneo: duas interfaces entre três camadas homogêneas. Os raios ZO dos refletores curvados (Figura inferior) e seus respectivos tempos de trânsito (Figura superior) são mostrados.

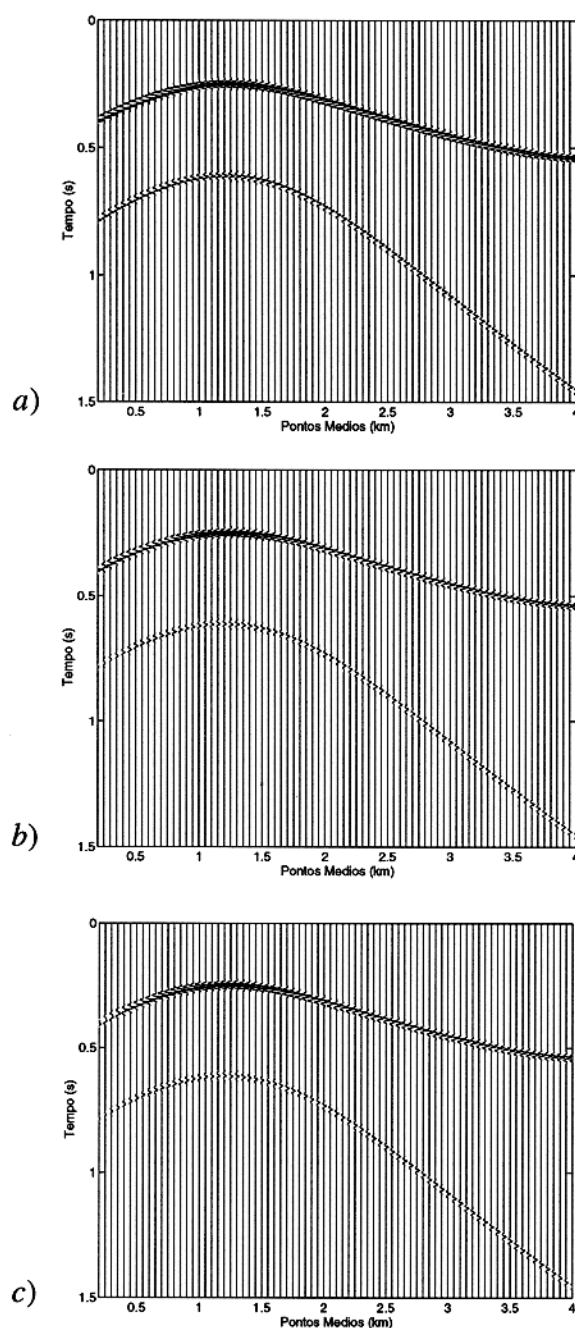


Figura 5.11 Seções correspondentes ao modelo não homogêneo da Figura 5.10 a) Seção sísmica sintética para afastamento nulo. Foi utilizada a função Gabor com frequência dominante de 50 Hz como pulso da fonte e os traços possuem intervalo de amostragem de 25 ms. b) Seção Empilhada Multifoco, sendo utilizado tempo de trânsito Multifoco no operador de empilhamento. c) Seção Empilhada CRS, sendo utilizado tempo de trânsito Hiperbólico no operador de empilhamento.

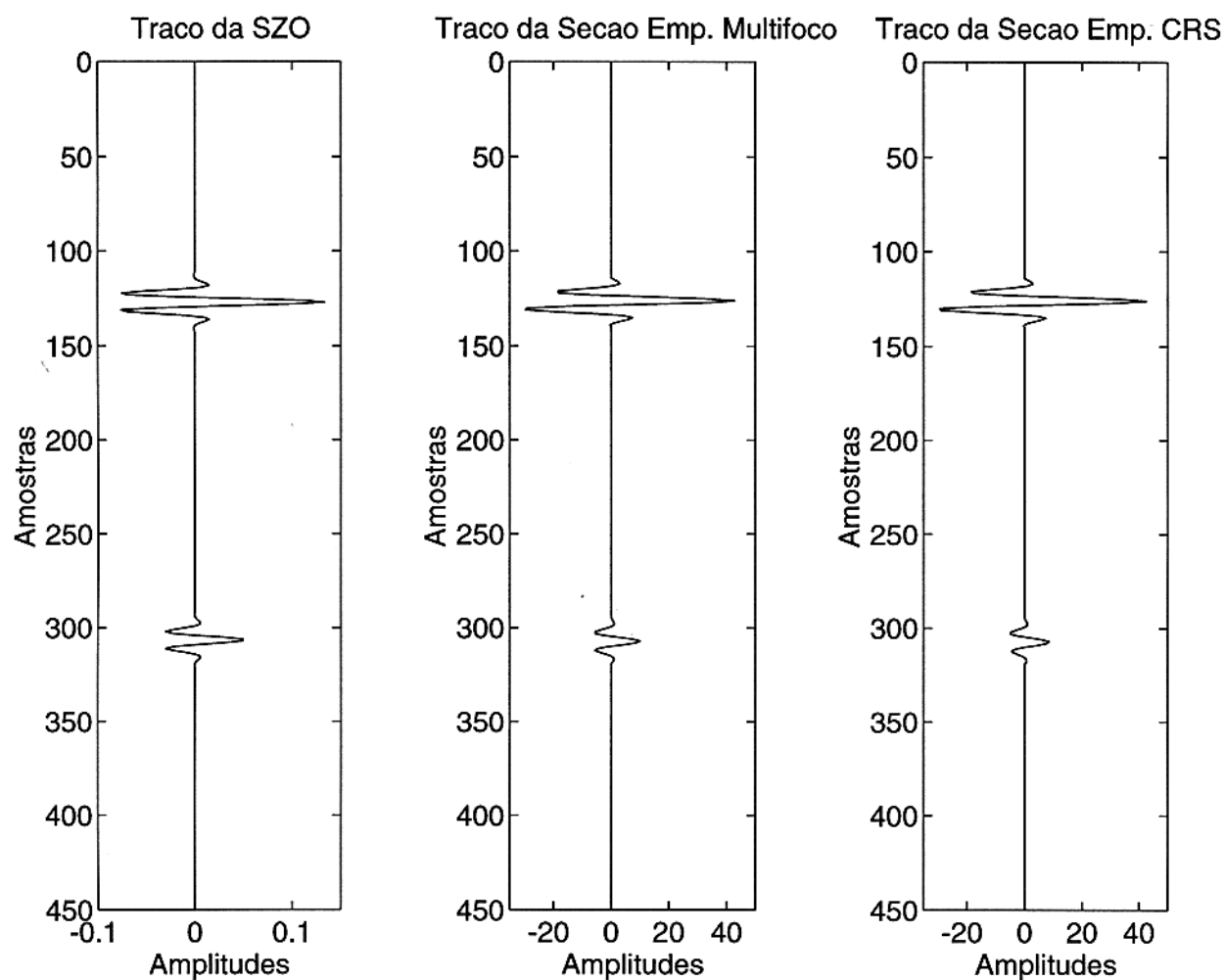


Figura 5.12 Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.10) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.15 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

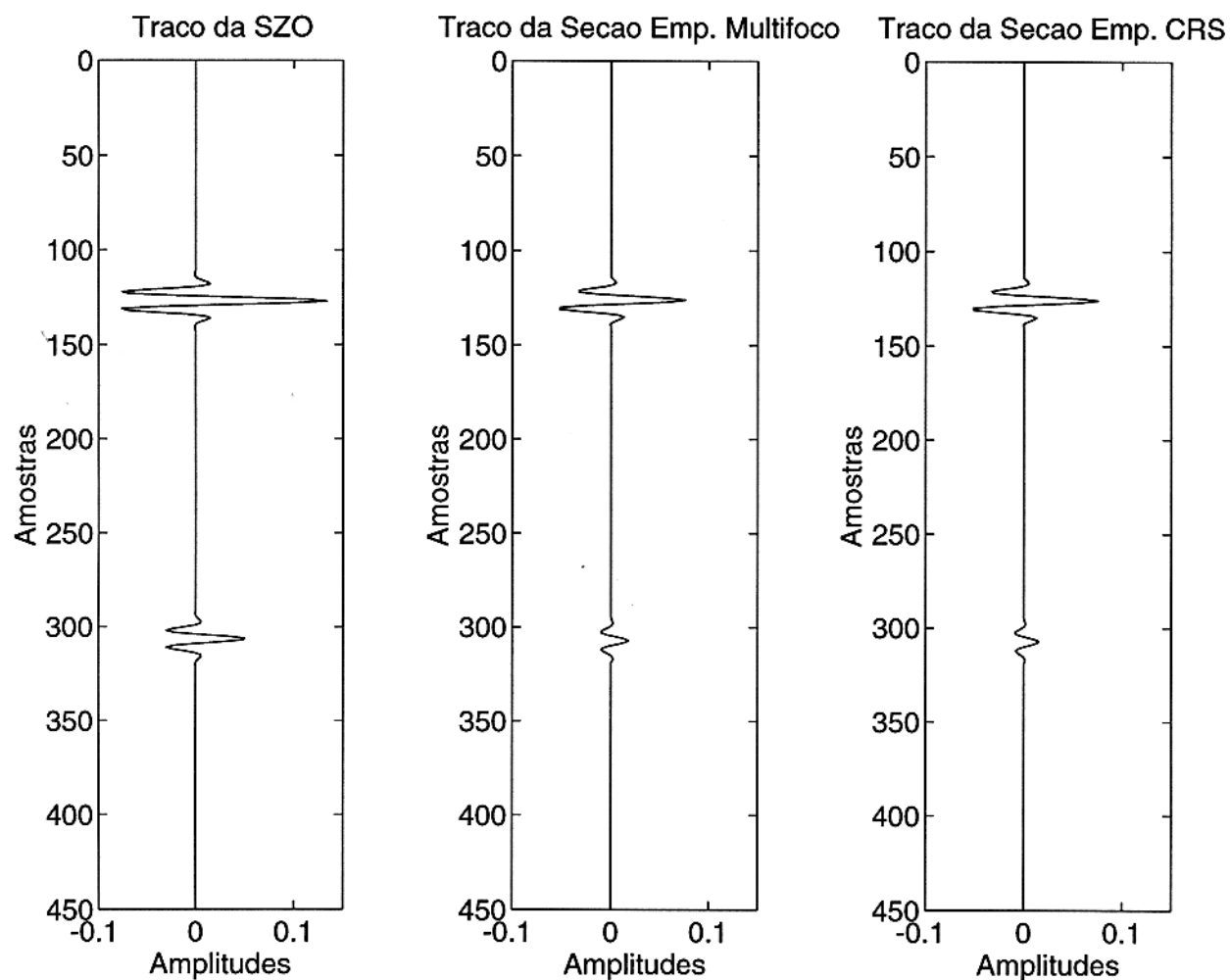


Figura 5.13 Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.10), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.15 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

5.3.3. Exemplo de dados com ruído

Para a análise da influência do ruído no resultado do Empilhamento Multifoco, utilizou-se como exemplo a Figura 5.1 da seção 5.3.1. Foi adicionado ruído aos dados de cobertura múltipla com distribuição uniforme de tal modo que sua amplitude máxima não ultrapasse em 2% a amplitude máxima dos dados.

A seção de afastamento nulo com ruído referida à Figura 5.1 é apresentada na Figura 5.14a e da mesma maneira apresenta-se algumas seções sísmicas dos dados sintéticos para afastamentos médios diferentes de zero (exemplo $h = 0.1 \text{ km.}$, Figura 5.14a, $h = 0.2 \text{ km.}$, Figura 5.14b, $h = 0.3 \text{ km.}$, Figura 5.14c, e $h = 0.4 \text{ km.}$, Figura 5.14d).

A mesma técnica de empilhamento Multifoco foi aplicada ao mesmo conjunto de dados utilizados para a Figura 5.1, com ruído. O resultado é apresentado na Figura 5.15b. Observa-se nesta seção empilhada que a posição do refletor coincide igual que da seção de afastamento nulo, apresentando-se uma boa recuperação dos traços sísmicos empilhados, sendo eliminado em grande parte o ruído. Da mesma maneira foi aplicado o empilhamento CRS ao conjunto de dados sintéticos com ruído, obtendo uma boa simulação de afastamento nulo, sendo também eliminado em grande parte o ruído (Figura 5.15c).

Na Figura 5.16, são comparados os traços correspondentes à coordenada do ponto médio, $x = 1.2 \text{ km.}$, das seções ZO com ruído, empilhada Multifoco e CRS, utilizando dados sintéticos com ruído. Observa-se que o traço recuperado é bem simulado por ambas técnicas ainda em presença de ruído que é eliminado em sua maior parte. Na Figura 5.17, compara-se também o traço sísmico da seção de afastamento nulo com ruído e os traços sísmicos empilhados (técnicas Multifoco e CRS), normalizados pelo número de traços. Ambas técnicas simulam bem a seção de afastamento nulo, mas não preservam as amplitudes.

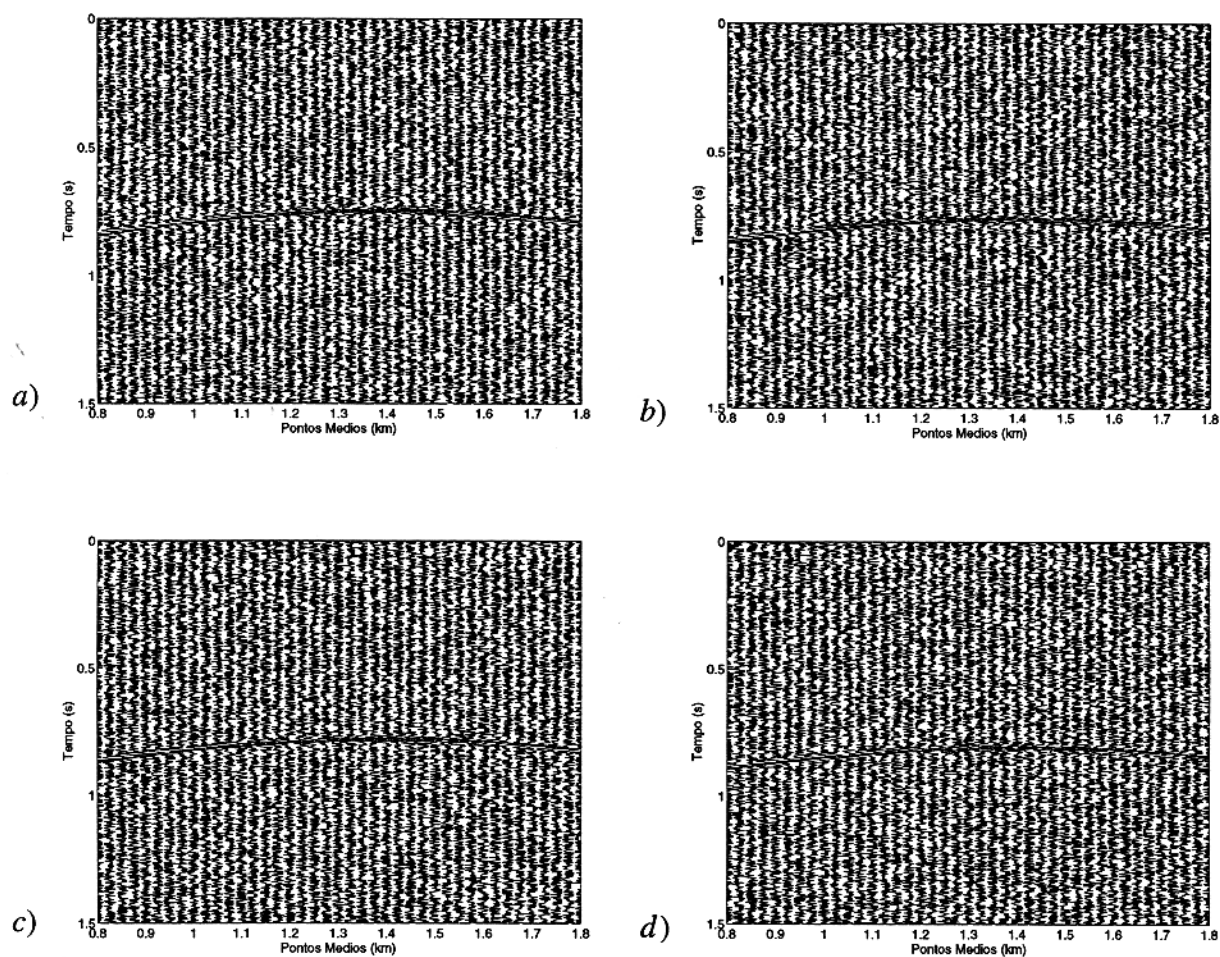


Figura 5.14 Dados sintéticos com ruído ($s/r = 2$) para o modelo com duas camadas separado por uma interface suavemente curvada (Figura 5.1). a) Para um meio-afastamento, $h = 0.1$ km. b) Para um meio-afastamento, $h = 0.2$ km. c) Para um meio-afastamento, $h = 0.3$ km. d) Para um afastamento médio, $h = 0.4$ km.

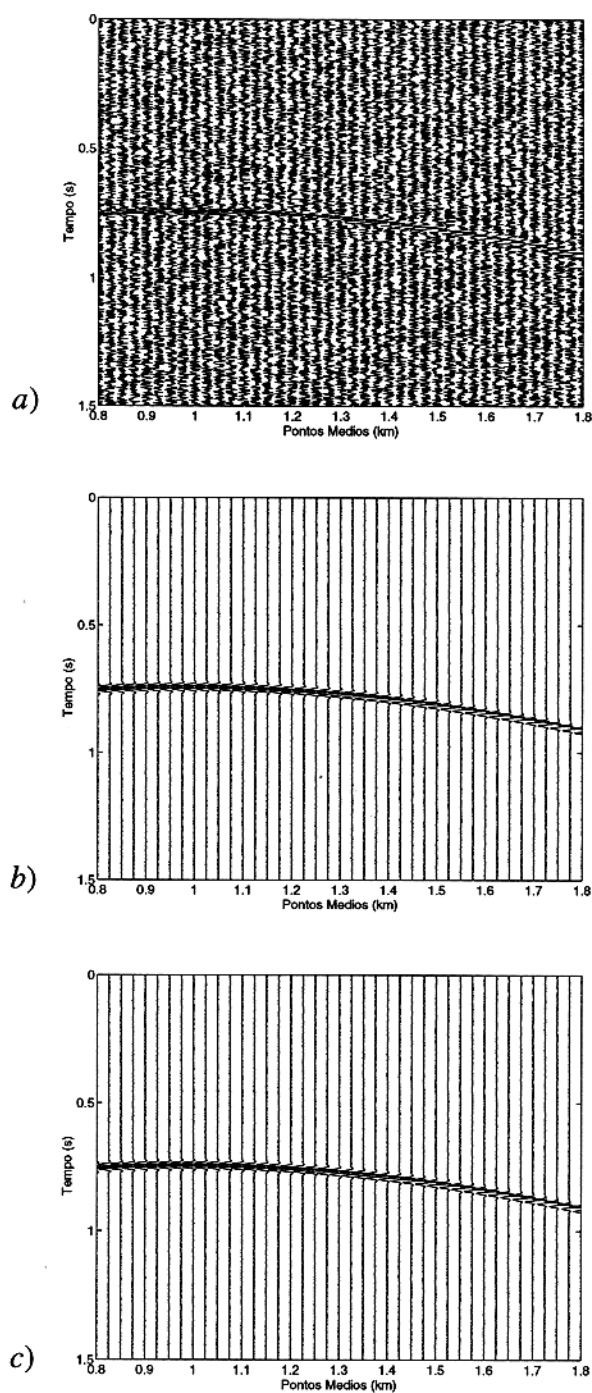


Figura 5.15 a) Seção de afastamento nulo com ruído distribuído uniformemente para o modelo da Figura 5.1, sendo a relação sinal/ruído de $s/r = 2$. b) Seção Empilhada Multifoco a partir dos dados de cobertura múltipla com relação $s/r = 2$. c) Seção Empilhada CRS a partir dos dados de cobertura múltipla com relação $s/r = 2$.

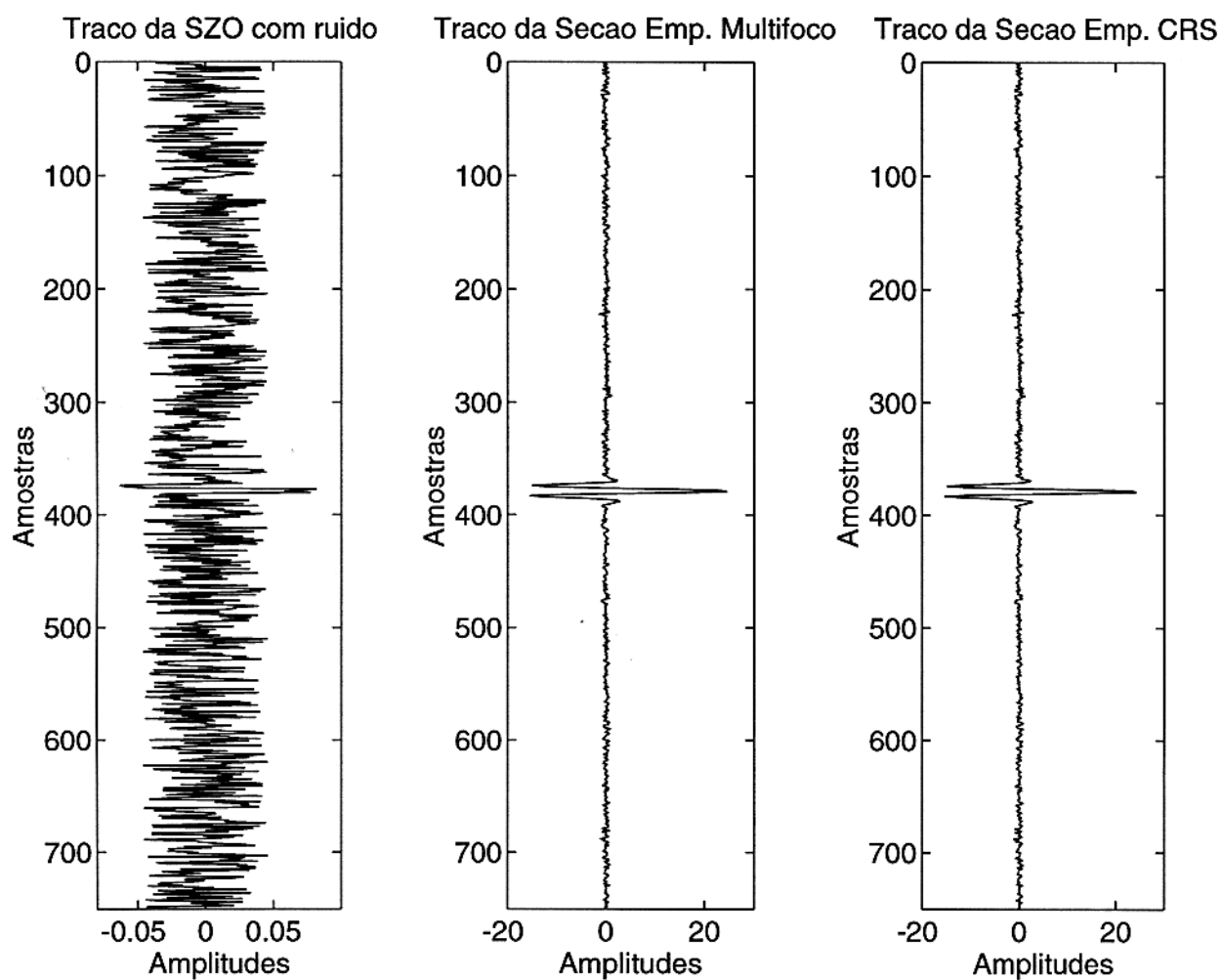


Figura 5.16 Comparação dos traços sísmicos empilhados (modelo da Figura 5.1) correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

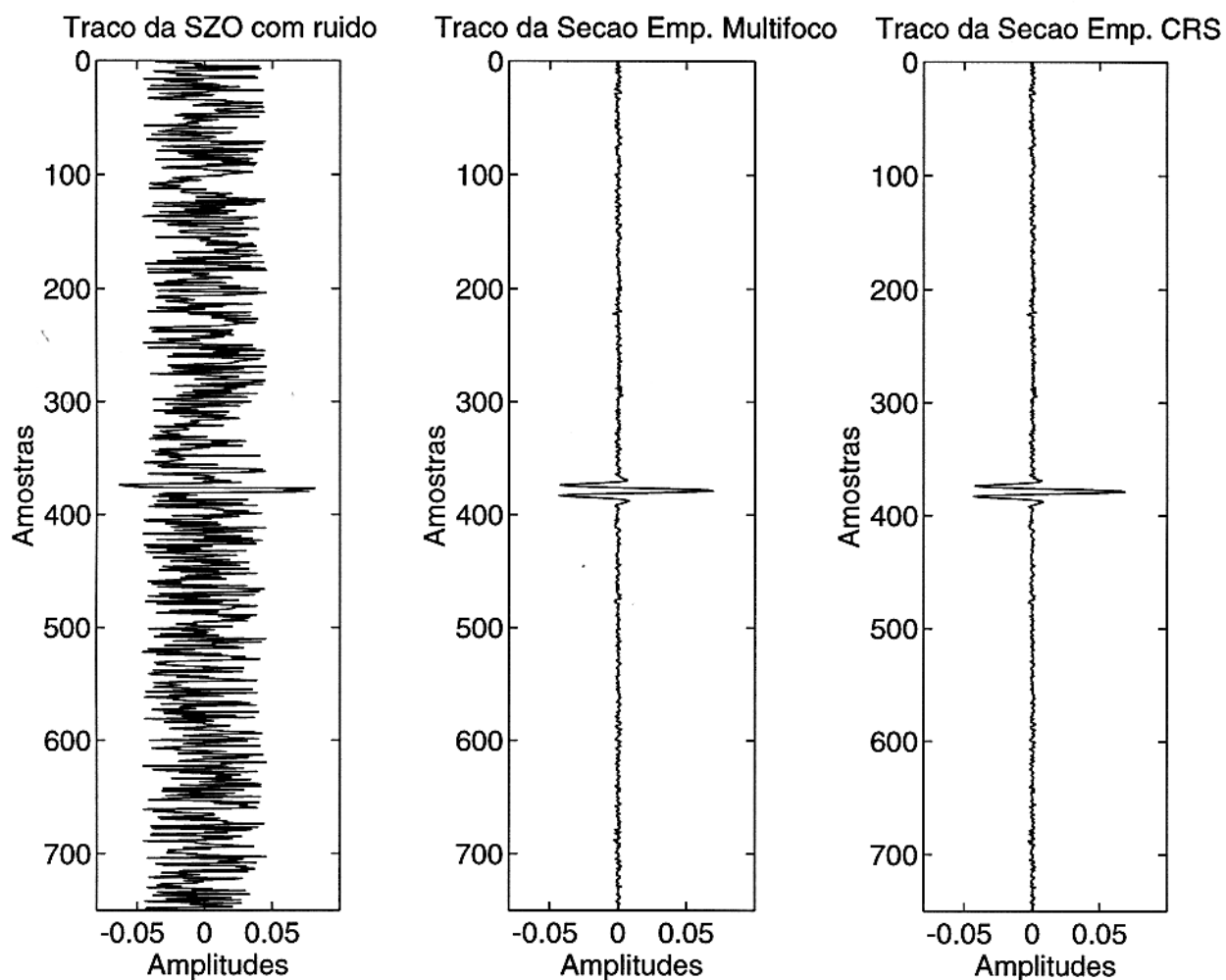


Figura 5.17 Comparação dos traços sísmicos empilhados, normalizados pelo número de traços (modelo da Figura 5.1), correspondentes à posição do raio normal (central) em $x_o = 1.2 \text{ km}$, da Seção de afastamento nulo, seção empilhada Multifoco e da seção empilhada CRS.

6. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA APROXIMAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO

Nesta análise utiliza-se a aproximação de tempo de trânsito Multifoco (Figura 6.1a), pois aproxima melhor ao tempo de trânsito verdadeiro que as outras aproximações Hiperbólica (Figura 6.1b) e Parabólica (Figura 6.1c).

Segundo Chira et al., (1999), Cruz et al., (1999) o passo mais importante para obter uma seção de afastamento nulo simulada pela aproximação de tempo de trânsito Multifoco é a definição de um procedimento de otimização para encontrar o melhor conjunto (K_N, K_{NIP}, β_o) . Em geral, é necessário muito esforço computacional e tempo para achar qual é a melhor combinação destes parâmetros.

É uma questão básica para qualquer processo de otimização, quanto é sensível o funcional que simula os dados observados para variações nos parâmetros procurados?. Esta pergunta é respondida aqui através de três tipos de análises: 1) Análise da primeira derivada da função Tempo de Trânsito Multifoco, 2) Análise de sensibilidade aplicando a Semelhança e 3) Análise de sensibilidade do Empilhamento Multifoco.

6.1. ANÁLISE DA PRIMEIRA DERIVADA DA FUNÇÃO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO

A primeira análise aplicada está referida à análise da primeira derivada da função tempo de trânsito Multifoco (equação (4.2)) em relação a cada um dos parâmetros da frente de onda. Estas três derivadas são dadas como segue:

Derivada do Tempo do Trânsito em relação ao K_N ($\partial T / \partial K_N$)

$$\frac{\partial T}{\partial K_N} = \frac{\partial \Delta T_S}{\partial K_N} + \frac{\partial \Delta T_G}{\partial K_N} \quad (6.1)$$

Derivada do Tempo do Trânsito em relação ao K_{NIP} ($\partial T / \partial K_{NIP}$)

$$\frac{\partial T}{\partial K_{NIP}} = \frac{\partial \Delta T_S}{\partial K_{NIP}} + \frac{\partial \Delta T_G}{\partial K_{NIP}} \quad (6.2)$$

Derivada do Tempo do Trânsito em relação ao β_o ($\partial T / \partial \beta_o$)

$$\frac{\partial T}{\partial \beta_o} = \frac{\partial \Delta T_S}{\partial \beta_o} + \frac{\partial \Delta T_G}{\partial \beta_o} \quad (6.3)$$

Cada uma destas derivadas, expressadas pelas equações (6.1), (6.2), (6.3), é mostrada na Figuras 6.1a, 6.1b, 6.1c e 6.2 para afastamento médios h e como função da coordenada do ponto médio x_m . Os autores lembram que nesta análise é considerado um ponto fixo $P_o(x_o, t_o)$ na seção sísmica. Nas Figuras 6.2a, 6.2b, 6.2c, apresenta-se estas três derivadas para afastamentos médios de $0 \leq h \leq 0.4 \text{ km}$, podendo observar um comportamento uniforme em cada família de curvas correspondentes a cada derivada. No caso de outros afastamentos médios ($h \geq 0.4 \text{ km}$), Figura 6.3, observa-se na vizinhança do ponto central fixo $x_o = 1 \text{ km.}$, que as derivadas da aproximação do tempo de trânsito Multifoco é altamente sensível às variações dos parâmetros β_o e K_{NIP} , enquanto apresenta uma sensibilidade menor aos mudanças no parâmetro K_N . Isto é uma consequência direta de que o par (β_o, K_{NIP}) pode ser determinado exatamente desde os dados, enquanto o parâmetro K_N só é pobremente estimado. Outro ponto de vista importante é que a sensibilidade para β_o incrementa quando os afastamentos médios decrescem, enquanto o parâmetro K_{NIP} tem um comportamento contrário. Desde este ponto de vista pode-se dizer que o procedimento de procura para o ângulo de emergência pode ser feito através de um peso ponderado dos dados de afastamento pequeno, e para a curvatura NIP poderia ser feito um peso ponderado dos dados com afastamento grande (Cruz et al., 1999, Chira et al., 1999).

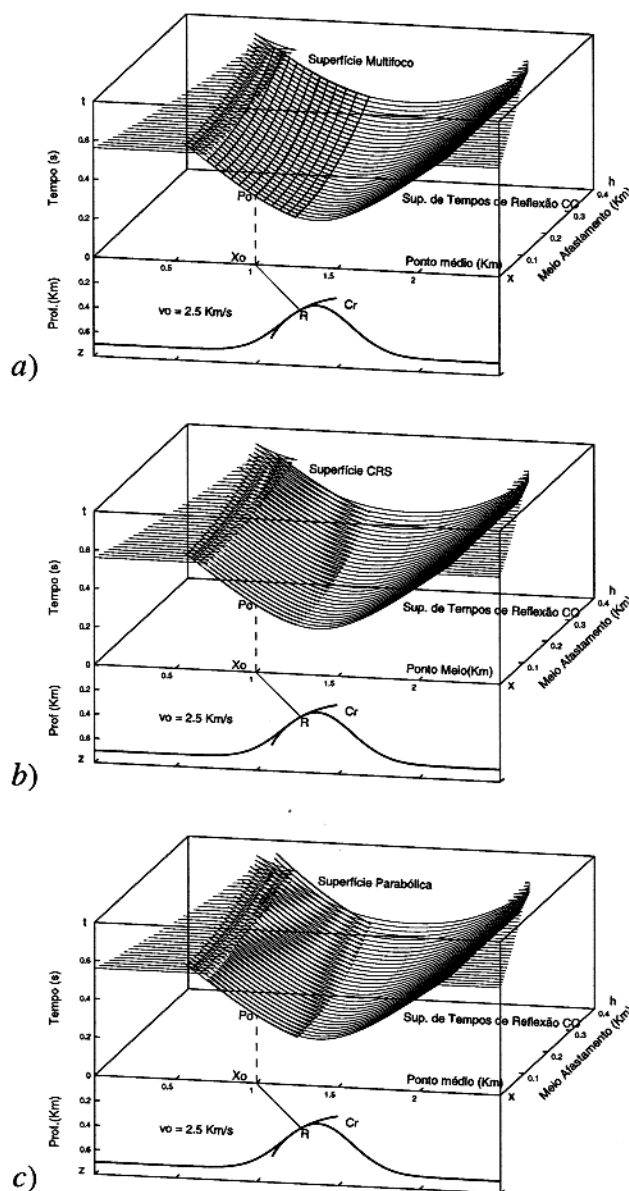


Figura 6.1 a) Parte inferior: Modelo sísmico tipo domo com o raio de incidência normal X_oRX_o ao espelho refletor C_R no ponto R . A orientação do espelho refletor é definido pela direção do raio X_oR . Parte superior: Superfície de tempos de reflexão de afastamento comum (CO) e a superfície Multifoco para o espelho refletor em R . b) Parte superior: Superfície de tempos de reflexão CO e a superfície Hiperbólica para o espelho refletor em R . c) Parte superior: Superfície de tempos de reflexão CO e a superfície Parabólica para o espelho refletor em R .

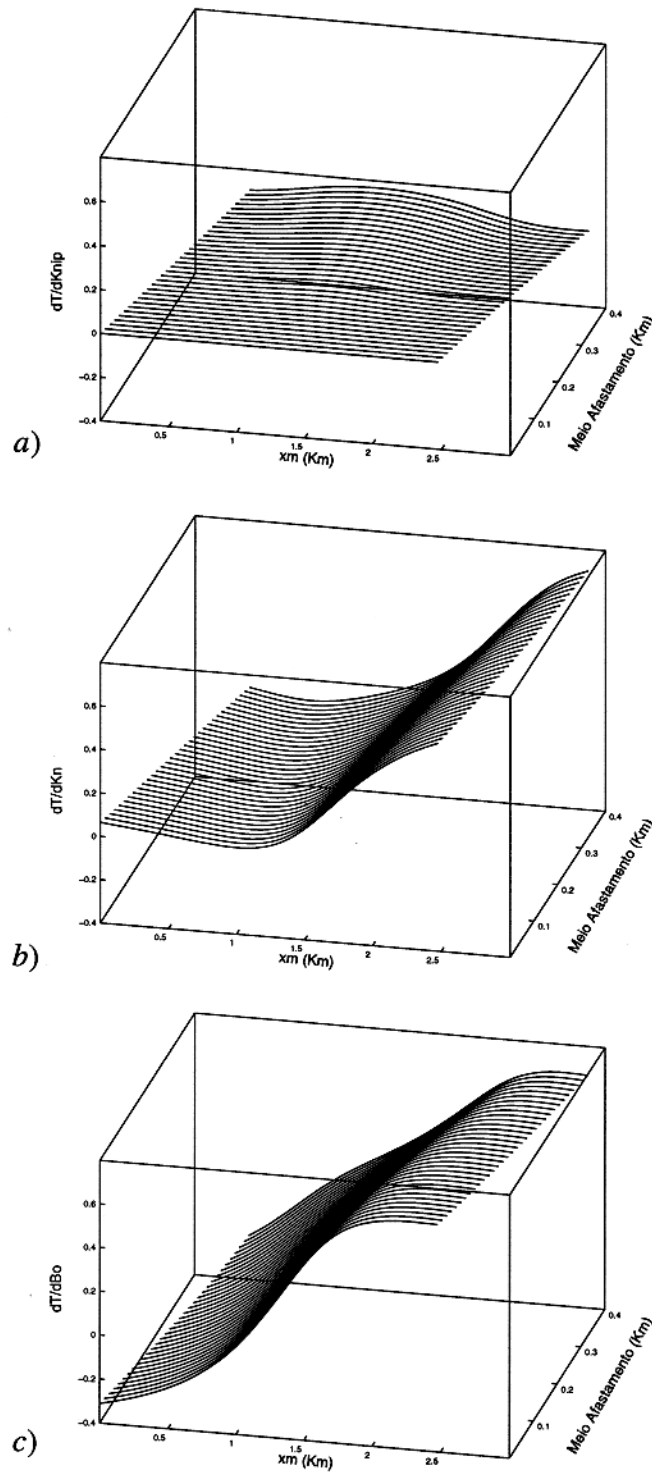


Figura 6.2 Derivadas do tempo de trânsito Multifoco (modelo tipo domo) para os parâmetros a) K_{NIP} , b) K_N , e c) β_o , para meios-afastamentos de $0 \leq h \leq 0.4$ km.

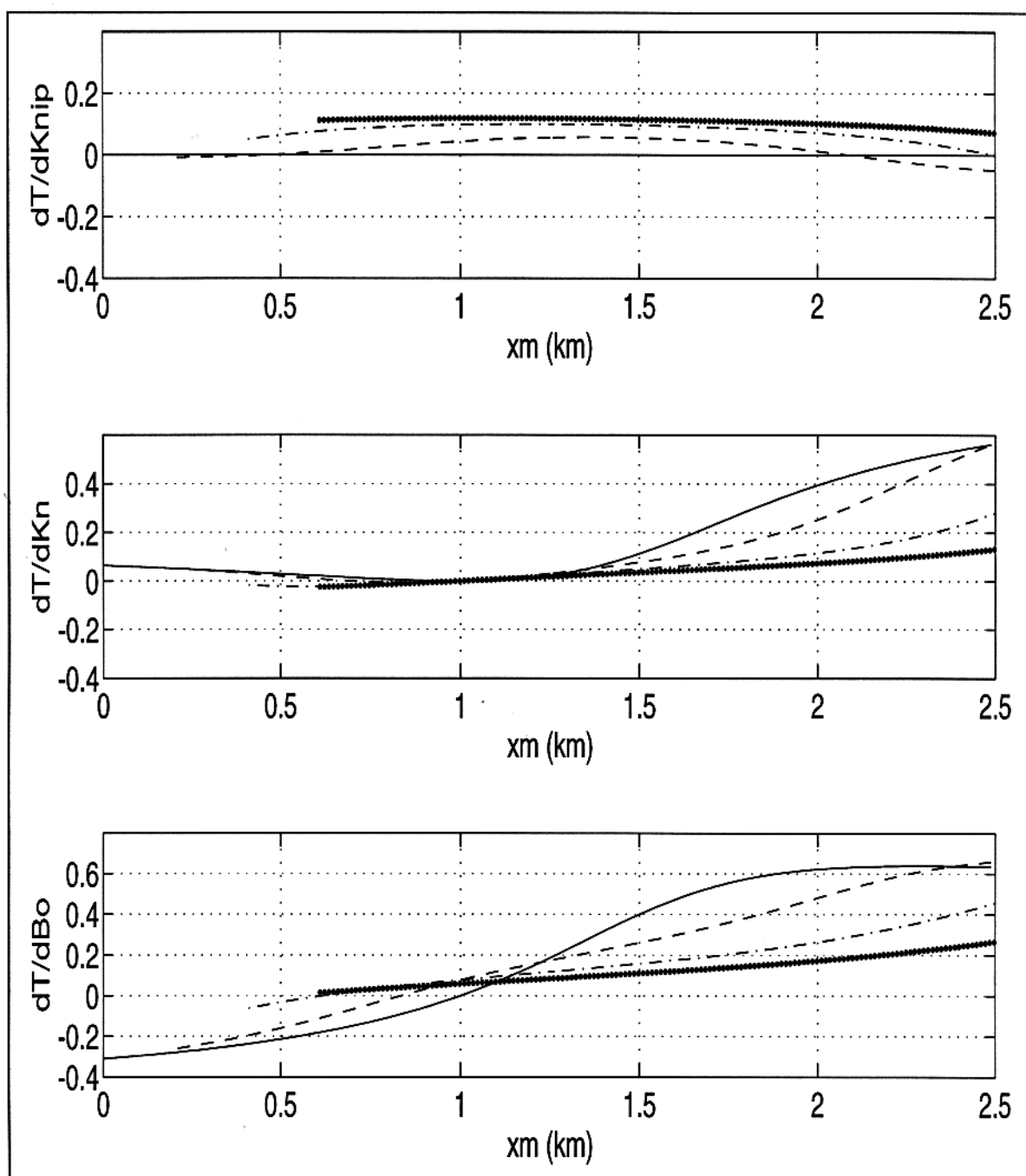


Figura 6.3 Sensibilidade através da derivada da aproximação do tempo de trânsito Multifoco (modelo tipo domo) com respeito aos seus parâmetros: K_{NIP} na parte superior, K_N , na parte média, e de β_o na parte inferior, sendo os meios-afastamentos de $h=0.0$ km (linha sólida), $h=0.4$ km (linha tracejada), $h=0.8$ km (linha pontilhada - tracejada) e $h=1.2$ km (linha pontilhada).

6.2. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE APLICANDO A SEMELHANÇA

Esta segunda análise de sensibilidade foi feita aplicando a Semelhança, que é uma medida de coerência muito usada para análise de velocidade de empilhamento e migração (Taner & Koehler, 1969). É dado por,

$$S = \frac{1}{N} \frac{\sum_t \left(\sum_{i=1}^N f_{i,t(i)} \right)^2}{\sum_t \sum_{i=1}^N f_{i,t(i)}^2} \quad (6.4)$$

sendo S a semelhança, $f_{i,t(i)}$ a amplitude do i -ésimo traço no tempo $t(i)$ e N é o número de traços. $\sum_t$ indica que a somatória é feita em uma janela ao redor da curva central. A semelhança representa a relação saída normalizada/energia de entrada, sendo seu raio compreendido no intervalo $0 \leq S \leq 1$.

O análise da função Semelhança foi aplicado ao modelo tipo domo, mediante perturbações de mais 50% e menos 50% dos valores verdadeiros dos parâmetros β_o , R_{NIP} , e R_N (Figuras 6.4, 6.5, 6.6). Observa-se o mesmo comportamento anterior encontrado pelas derivadas de tempo de trânsito Multifoco. Novamente temos que o parâmetro R_N é o pior determinado, sendo o menos exato, enquanto o par (β_o, R_{NIP}) é muito bem determinado.

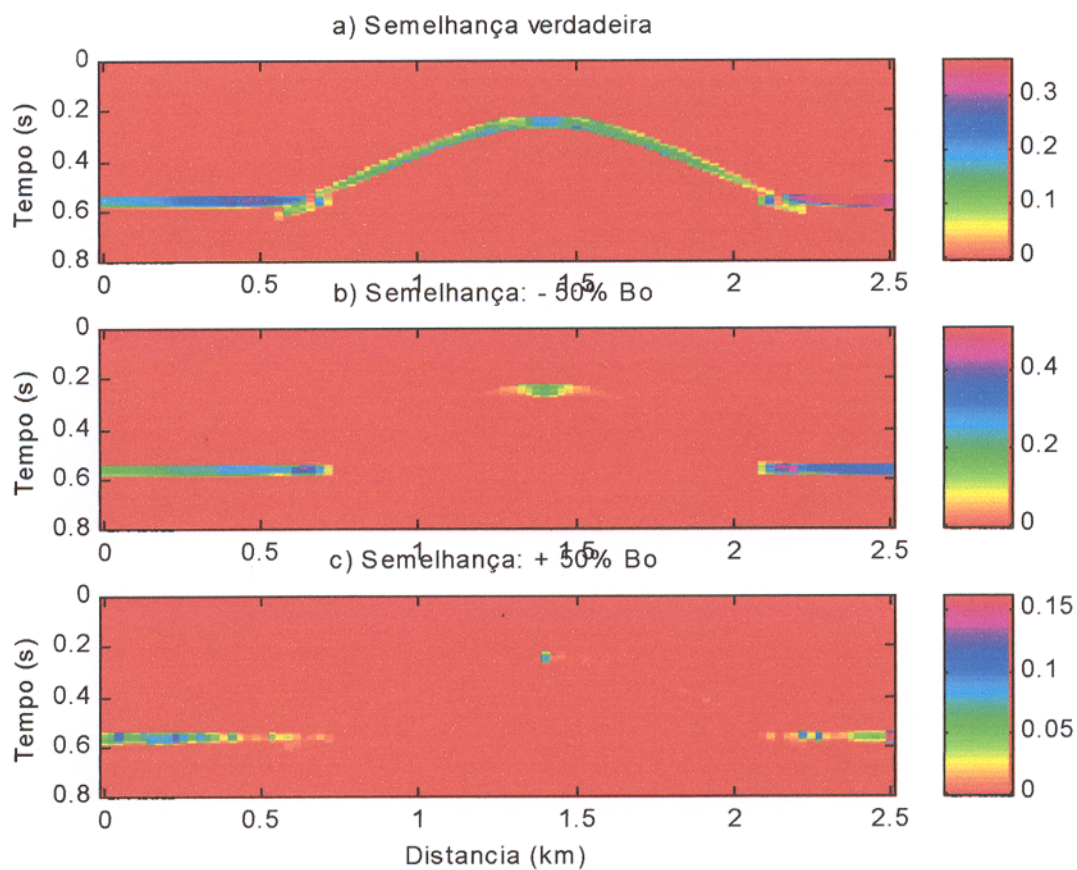


Figura 6.4 Comparação da medida de coerência (Semelhança) para o caso do modelo tipo domo (Figura 6.1): a) Semelhança verdadeira, b) Semelhança obtida mediante a perturbação do ângulo de emergência do raio normal β_o em - 50% seu valor original, e c) Semelhança obtida mediante a perturbação do ângulo de emergência do raio normal β_o em + 50% seu valor original.

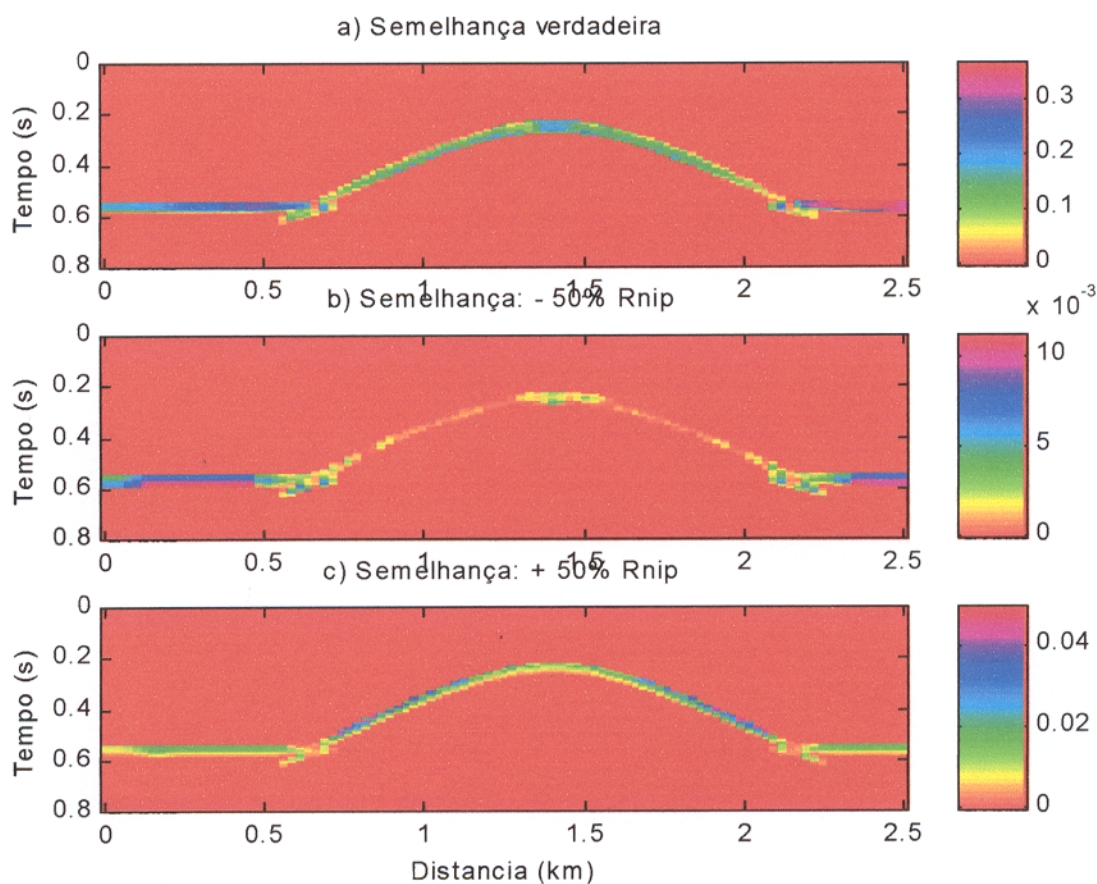


Figura 6.5 Comparação da medida de coerência (Semelhança) para o caso do modelo tipo domo (Figura 6.1): a) Semelhança verdadeira, b) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio da curvatura da onda *NIP* em -50% seu valor original, e c) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio de curvatura da onda *NIP* em + 50% seu valor original.

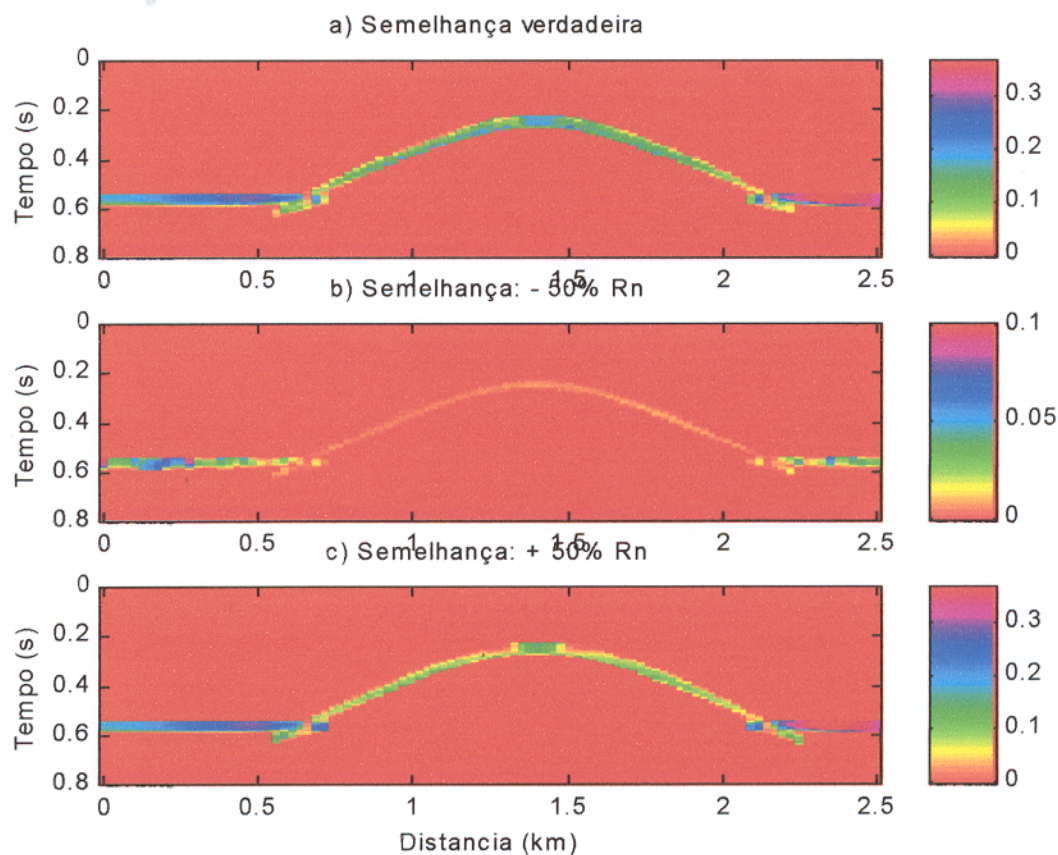


Figura 6.6 Comparação da medida de coerência (Semelhança) para o caso do modelo tipo domo (Figura 6.1): a) Semelhança verdadeira, b) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio da curvatura da onda N em -50% seu valor original, e c) Semelhança obtida mediante a perturbação do raio de curvatura da onda N em $+50\%$ seu valor original.

6.3. ANÁLISE DA SENSIBILIDADE NO EMPILHAMENTO MULTIFOCO

6.3.1. Modelo tipo domo

Também foi aplicado uma *análise de sensibilidade* à seção empilhada Multifoco, no referente aos parâmetros principais deste empilhamento: β_o , K_{NIP} , K_N , isto permite observar o comportamento de cada parâmetro (mediante a perturbação do valor original) no resultado da seção empilhada.

Esta *análise de sensibilidade* pode ser observado nas ilustrações do Empilhamento Multifoco, Figuras 6.7, 6.8, 6.9 aplicados ao mesmo modelo da Figura 5.6.

A Figura 6.7a, para um valor de menos cinquenta da porcentagem do ângulo de incidência do raio normal, β_o , só recupera nas partes planas da estrutura e no pico do domo, e no caso de mais o cinquenta da porcentagem do valor original de β_o (Figura 6.7b), é pobre a recuperação dos traços nos flancos e no pico do domo, sendo melhor a recuperação nas partes planas da estrutura, com deformações dos traços na parte da cáustica.

Na Figura 6.8a, para valores de menos o cinquenta da porcentagem do raio de curvatura da onda NIP , R_{NIP} , os traços são deformados principalmente no pico do domo, sendo as amplitudes maiores nos flancos, nas partes planas e na parte da cáustica da estrutura, apresentando também deformação dos traços na parte da cáustica. Quando o valor original é incrementado em mais cinquenta da porcentagem de seu valor original (Figura 6.8b), apresenta amplitudes menores que a seção de afastamento nulo, ZO, com uma deformação pequena nos traços da parte da cáustica.

Finalmente na Figura 6.9a quando o valor é menos o cinquenta da porcentagem do raio de curvatura da onda normal, R_N , recupera melhor os traços no pico do domo e os traços são deformados no flanco do domo, com presença de algumas amplitudes grandes na parte plana e na cáustica da estrutura. Para valores de mais do cinquenta da porcentagem de R_N (Figura

6.9b), permite recuperar os traço sísmicos melhor no pico e no flanco esquerdo do mesmo, sendo menor a recuperação no flanco direito do domo, apresentando os traços sísmicos com maior amplitude nas partes planas e da cáustica do domo.

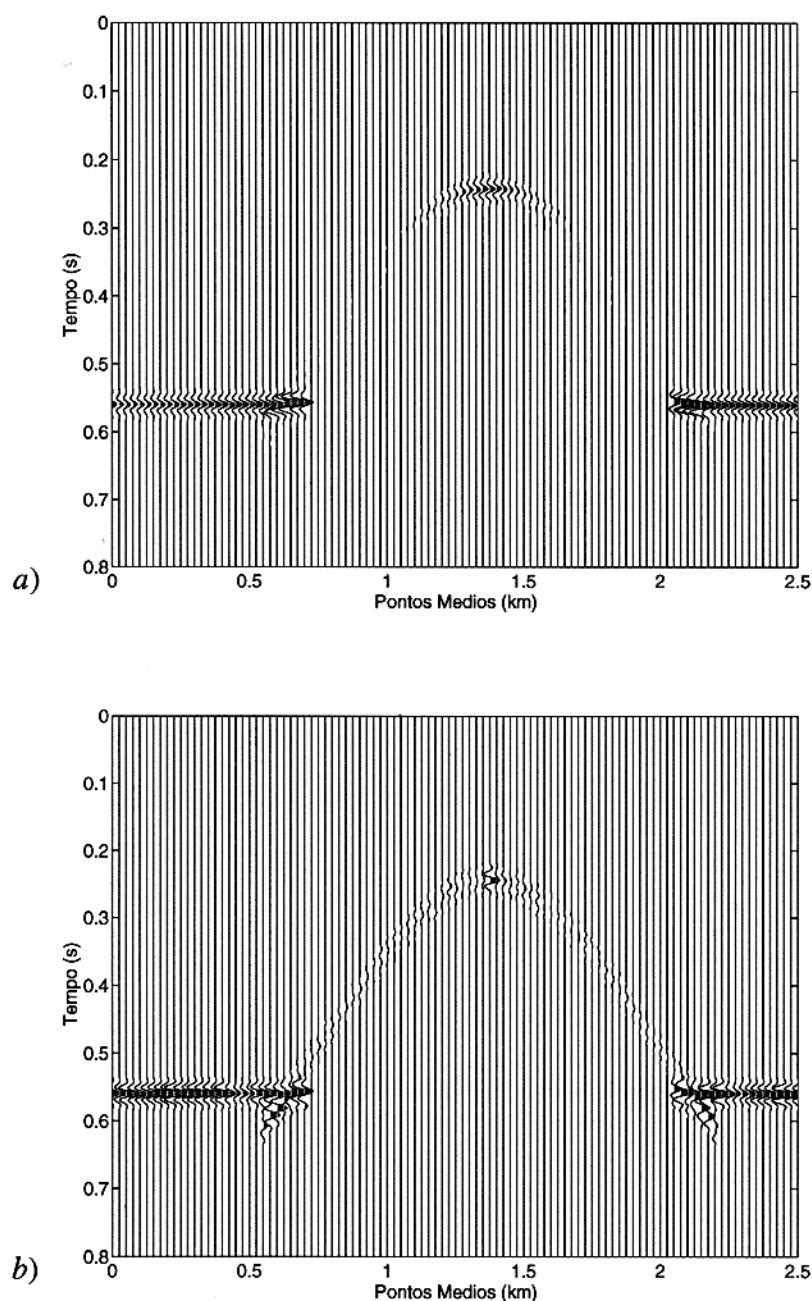


Figura 6.7 Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo de velocidade constante tipo domo mediante a perturbação no ângulo de emergência β_o . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de β_o . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de β_o .

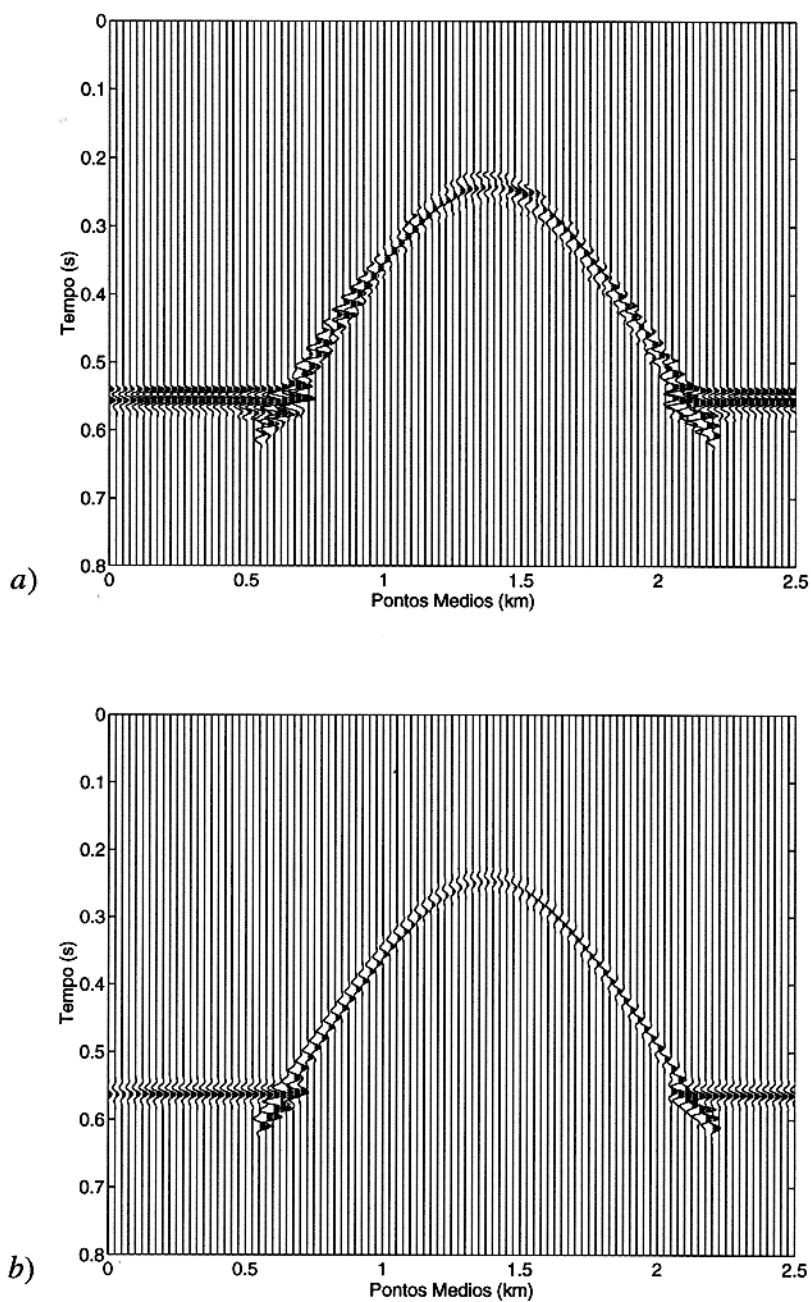


Figura 6.8 Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo de velocidade constante tipo domo mediante a perturbação ao raio de curvatura ponto de incidência normal R_{NIP} . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_{NIP} . b) Perturbação correspondendo ao +50% do valor original de R_{NIP} .

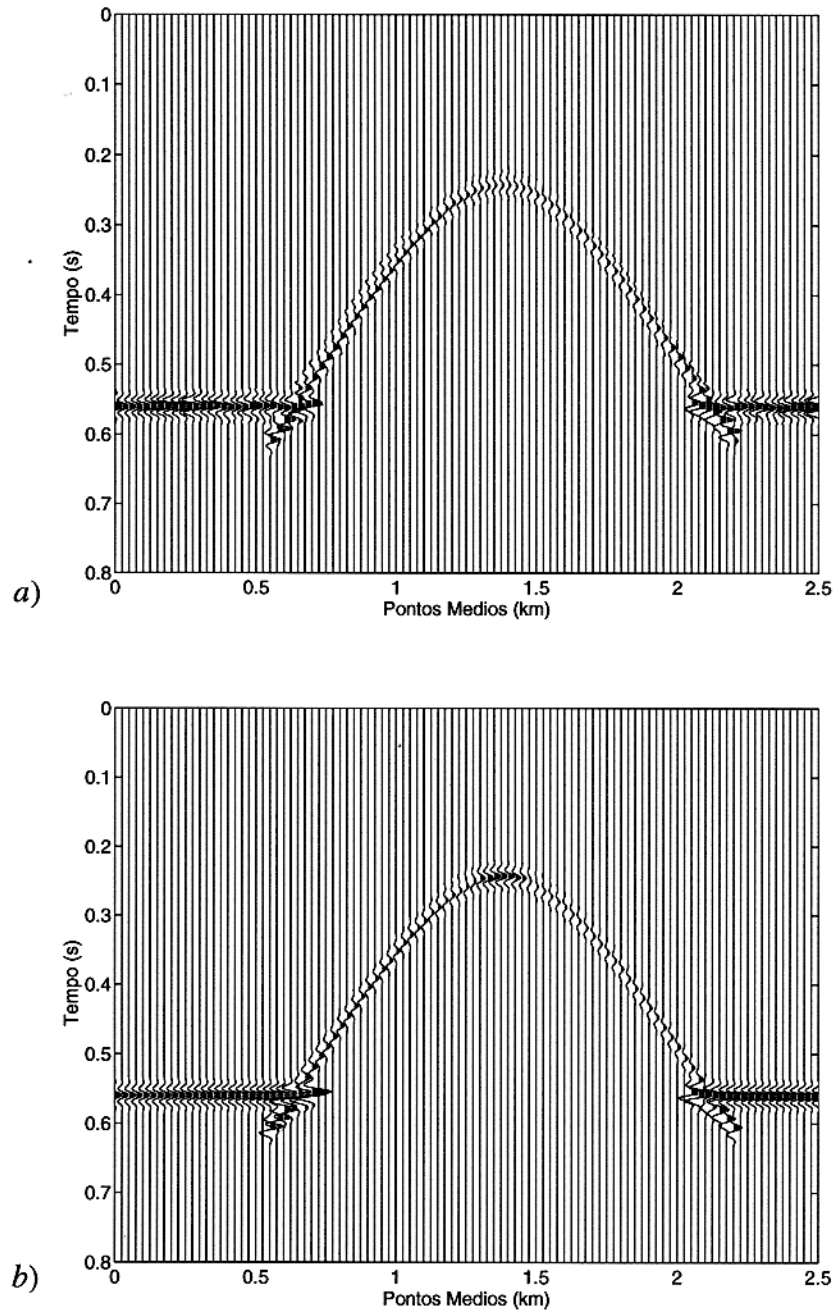


Figura 6.9 Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo de velocidade constante tipo domo mediante a perturbação ao raio de curvatura da onda normal R_N . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_N . b) Perturbação correspondendo ao $+50\%$ do valor original de R_N .

6.3.2. Modelo não homogêneo

A Análise de Sensibilidade dos parâmetros β_o , R_{NIP} , e R_N do Empilhamento Multifoco também foi aplicado ao modelo da Figura 5.10.

Na Figura No. 6.10a, quando é alterado em -50% o valor original de β_o , a recuperação é muito pobre no empilhamento, de maneira significativa no segundo refletor (o mais profundo) e os poucos traços recuperados estão muito deformados, e de amplitudes muito pequenas. Quando o valor é +50% do valor original (Figura No. 6.10b), apresenta-se os traços muito deformados, sendo também a recuperação muito pobre no segundo refletor (o mais profundo).

Na Figura No. 6.11a, quando o valor original de R_{NIP} , é alterado em -50%, apresenta uma boa recuperação dos traços, mais com amplitudes maiores que a seção de afastamento nulo (SZO) e com traços deformados em sua maioria. Para o caso de +50% do valor original (ver Figura 6.11b), apresenta uma boa recuperação dos traços sísmicos, de amplitudes maiores que na SZO, mais os traços menos deformados que no caso anterior (-50%).

Na Figura No. 6.12a, para um valor de -50% de R_N , os traços sísmicos apresentam uma boa recuperação, sendo as amplitudes um pouco menores que a SZO, com as deformações notórias dos traços nas partes altas dos refletores. Para quando o valor de R_N é alterado em +50% de seu valor original, (ver Figura 6.12b) a recuperação é boa, mais as amplitudes são um pouco menores comparados com a seção ZO, e com os traços iniciais um pouco deformados (caso do 1º. Refletor).

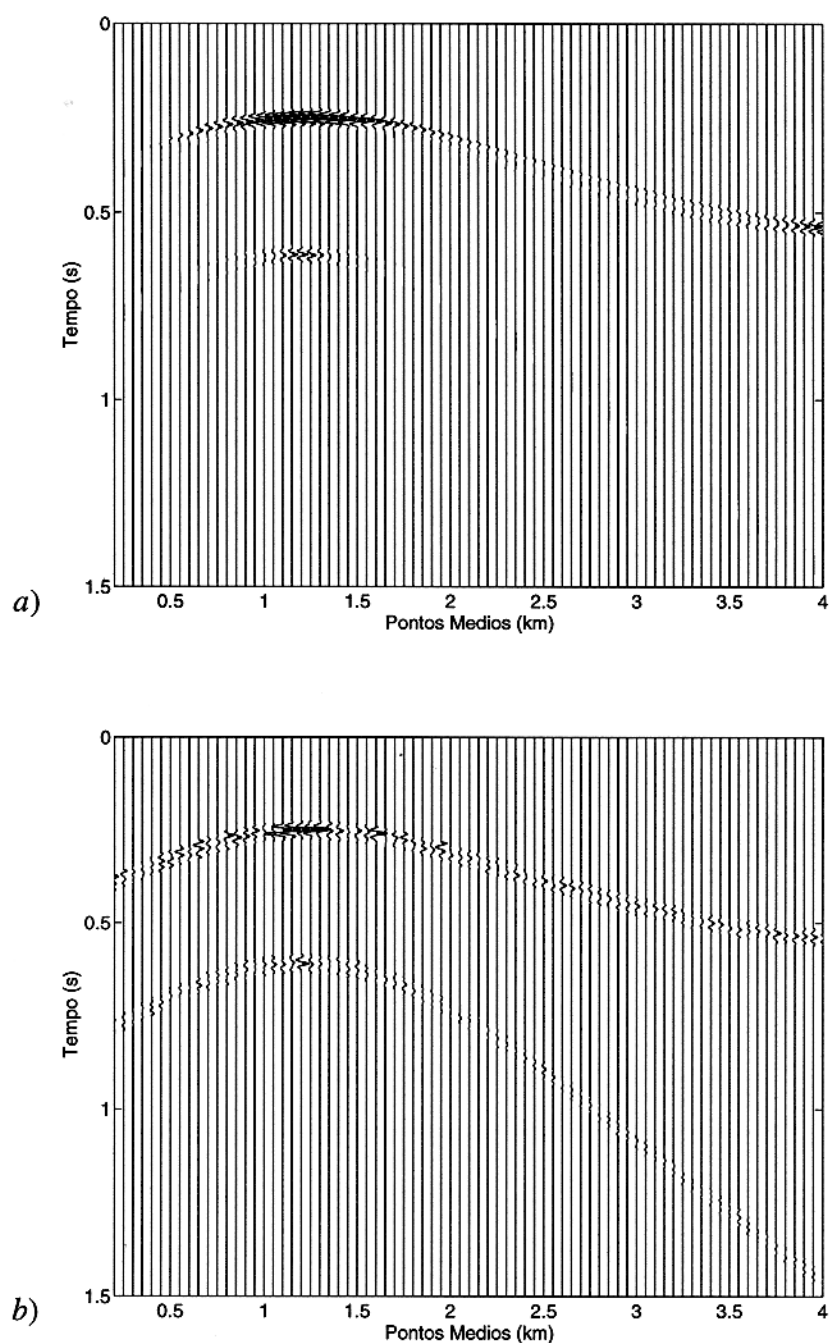


Figura 6.10 Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo não homogêneo mediante a perturbação no ângulo de emergência β_o . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de β_o . b) Perturbação correspondendo ao $+50\%$ do valor original de β_o .

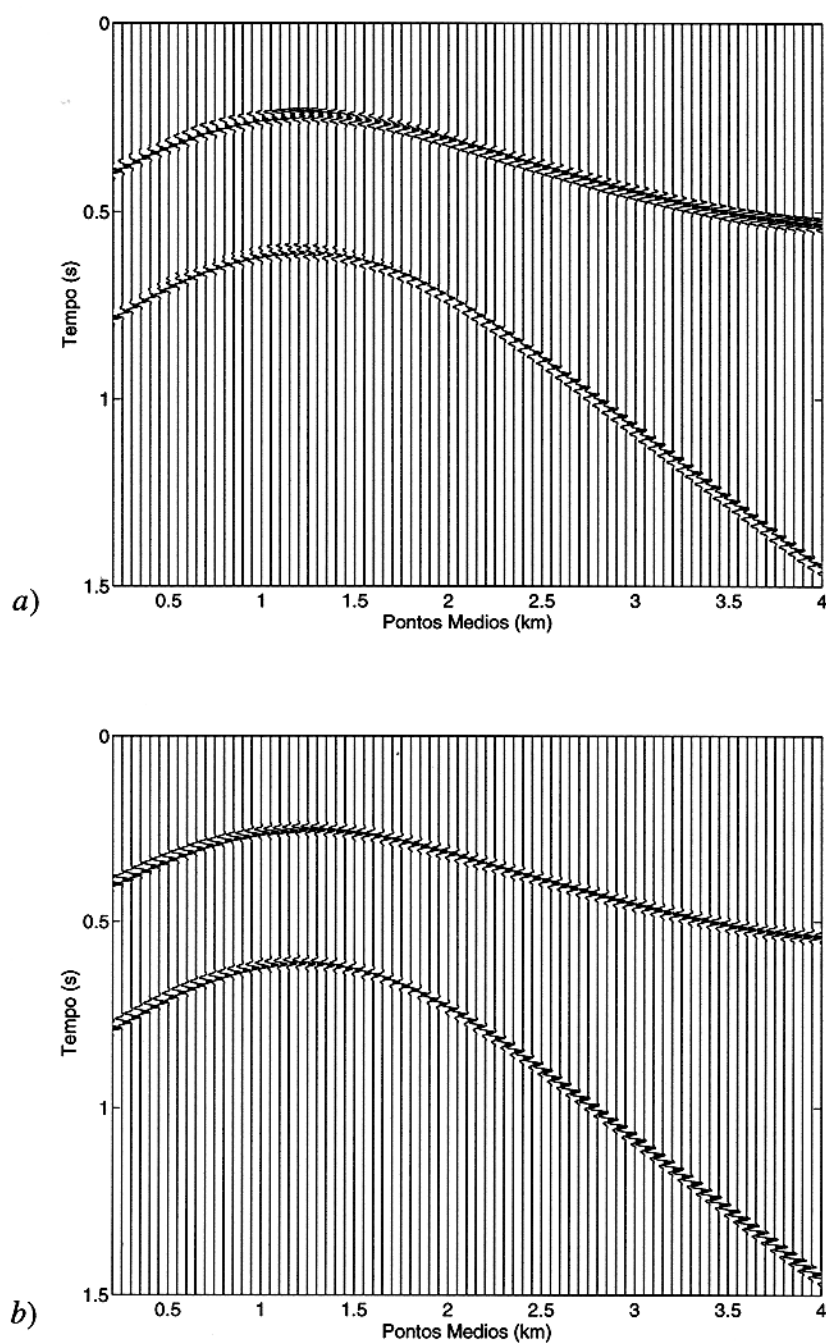


Figura 6.11 Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo não homogêneo mediante a perturbação ao raio de curvatura ponto de incidência normal R_{NIP} . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_{NIP} . b) Perturbação correspondendo ao $+50\%$ do valor original de R_{NIP} .

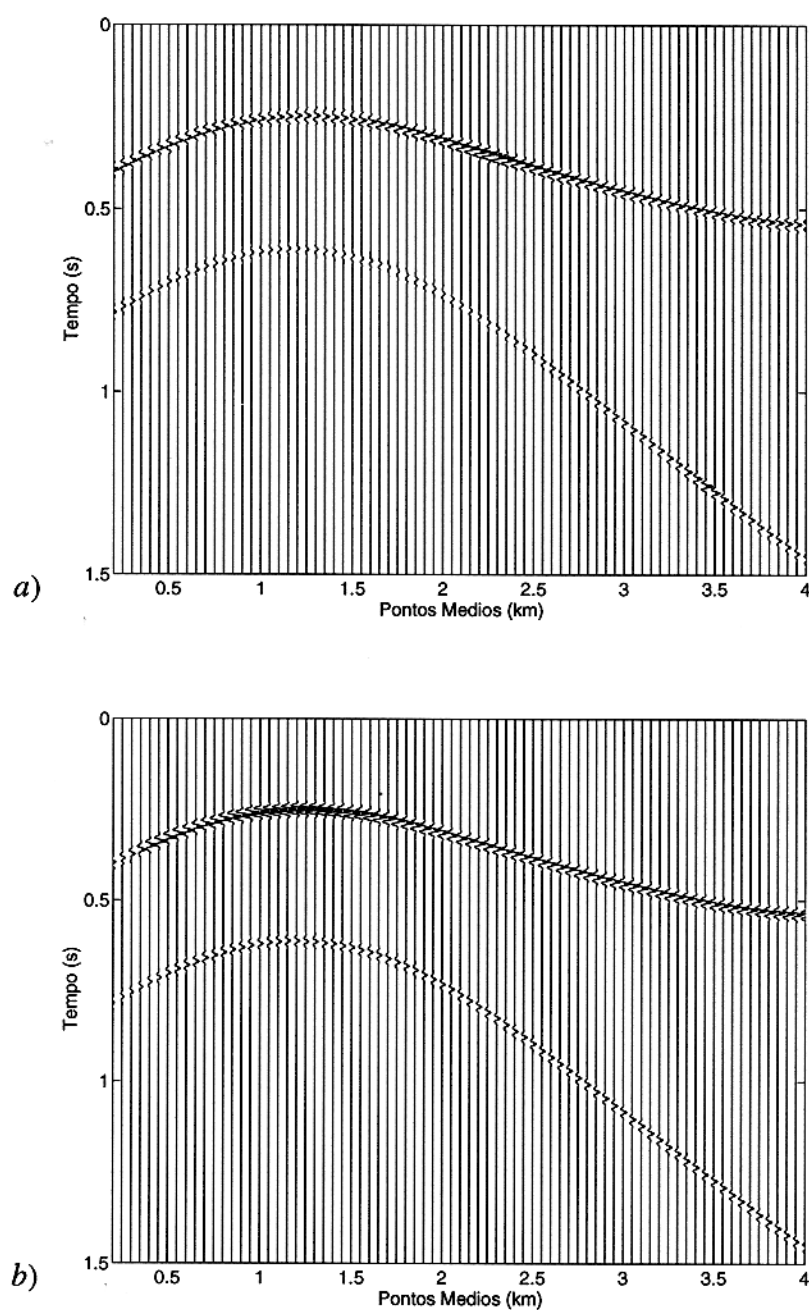


Figura 6.12 Sensibilidade do Empilhamento Multifoco para o modelo não homogêneo mediante a perturbação ao raio de curvatura da onda normal R_N . a) Perturbação correspondendo ao -50% do valor original de R_N . b) Perturbação correspondendo ao $+50\%$ do valor original de R_N .

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

São as seguintes:

- As primeiras derivadas da aproximação do tempo de trânsito Multifoco em função dos parâmetros K_{NIP} , K_N e β_o , permitem analisar a sensibilidade desta função, que é utilizada no operador de empilhamento pela técnica de empilhamento Multifoco, sendo muito sensível ao parâmetro β_o , seguindo K_{NIP} , enquanto apresenta uma sensibilidade menor às mudanças no parâmetro K_N , isto é uma consequência direta de que β_o e K_{NIP} podem ser determinados exatamente desde os dados, enquanto o parâmetro K_N só é pobremente estimado.

Além disso, a sensibilidade para β_o incrementa quando os afastamentos médios decrescem, enquanto o parâmetro K_{NIP} tem um comportamento contrário. Desde este ponto de vista pode-se dizer que o procedimento de procura para o ângulo de emergência β_o pode ser feito através de um peso ponderado dos dados com afastamento grande.

- Quando os parâmetros são perturbados no Empilhamento Multifoco, também é muito sensível ao parâmetro β_o , seguindo o parâmetro R_{NIP} , é menos sensível ao parâmetro R_N , isto também é verificado ao analisar a semelhança mediante a perturbação de cada parâmetro. Com isto, confirma-se o resultado obtido com a análise de sensibilidade feito a través da primeira derivada da aproximação de tempo de trânsito Multifoco.

- O empilhamento Multifoco é um método de imageamento sísmico independente do macro-modelo de velocidades e pode ser realizado sem qualquer traçado de raio e estimação deste modelo. Só o conhecimento da velocidade perto da superfície é requerida e depende de três parâmetros, os quais são o ângulo de emergência β_o do raio ZO, assim como das curvaturas dos frentes de onda R_N e R_{NIP} associados com o raio ZO, chamados a onda normal e a onda NIP.

- No modelamento direto, o cálculo dos três parâmetros anteriores é direto, o qual não acontece para o modelamento inverso, onde é necessária uma análise de coerência (por exemplo a semelhança).
- A simulação da Seção de afastamento nulo através da técnica de Empilhamento Multifoco e CRS, só é feito em função da fase, pois não preservam a amplitude.
- A diferença entre as técnicas de empilhamento Multifoco e a técnica CRS é que a primeira utiliza a aproximação de tempo de trânsito Multifoco e a segunda técnica as fórmulas de tempo de trânsito Hiperbólico ou Parabólico. Ambas técnicas aplicam a mesma estratégia para o empilhamento sísmico no modelamento direto.
- Ambas técnicas, Multifoco e CRS, apresentam um bom desempenho na simulação de seções de afastamento nulo.
- Esta técnica de empilhamento Multifoco também pode ser aplicada para qualquer modelo de multicamadas.

Sugere-se uma superfície de Empilhamento Multifoco ótima, para poder evitar muito esforço computacional, isto vai depender da escolha de uma boa abertura nesta superfície.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERKOVITCH, A., KEYDAR, S., LANDA, E., TRACHTMAN, P. 1998. Multifocusing in Practice. In: ANNUAL INT. MTG., 68. *Expanded abstracts*. Soc. Expl. Geophys.
- BERKOVITCH, A., LANDA, E., KEYDAR, S. 1999. Multifocusing in Practice, Karlsruhe, Workshop on Macro Model Independent Seismic Reflection Imaging, Germany, p. 15.
- BORTFELD, R. 1989. Geometrical ray theory: Rays and traveltimes in seismic systems (second order approximation of the traveltimes). *Geophysics* 54: 342-349.
- CERVENÝ, V. & RAVINDRA, R. 1971. Theory of seismic headwaves. University of Toronto Press.
- CERVENÝ, V. 1987. Ray Methods for Three-Dimensional Seismic Modelling, Petroleum Industry Course, The Norwegian Institute of Technology. Trondheim.
- CERVENÝ, V. & PSENCIK, I. 1988. SEIS88, Ray tracing program package.
- CHIRA P., CRUZ J. C. R., GARABITO, G. 1999. Sensibility Analysis of the Multifocusing Traveltime Approximation. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 6. Poster No.172.
- CRUZ J. C. R., CHIRA P., GARABITO, G. 1999. Sensibility Analysis of the Multifocusing Traveltime Approximation. Alemanha, Universidade de Karlsruhe (submetido ao WIT Report).
- DE BAZELAIRE, E. 1988. Normal Moveout revisited: Inhomogeneous media and curved interface. *Geophysics*, 53 (2):143-157.
- DE BAZELAIRE, E., VIALIX, J. R. 1994. Normal moveout in focus. *Geophys. Prosp.*, 42 (45): 477-499.
- GELCHISNKY, B., BERKOVITCH, A., KEYDAR, S. 1997. Multifocusing homeomorphic imaging: Parts I and II. Course Notes. Special Course on Homeomorphic Imaging, Seeheim, Germany.
- HÖCHT, G. 1998. Common-Reflection-surface stack. Alemanha, Universität Karlsruhe (Master's thesis).
- HÖCHT, G., MANN, J., JAGER, R. 1998. The Common Reflection Surface Stack-Part I: Theory. WIT Report. Karlsruhe University, Germany. p. 7-24.

- HUBRAL, P. 1983. Computing true amplitudes reflections in a laterally inhomogeneous earth. *Geophysics*, 48 (8): 1051-1062.
- HUBRAL, P., & KREY, T. 1980. Interval velocities from seismic reflection time measurements. Soc. Expl. Geophys. Monograph.
- HUBRAL, P., HÖCHT, G., JÄGER, R. 1998. An introduction to the Common Reflection Surface Stack. In: MTG. EUR. ASSOC. EXPL. GEOPHYS., 60. *Extended abstracts*, paper 1-19.
- HUBRAL, P., SCHLEICHER, J., TYGEL, M. 1996. A unified approach to 3-D seismic reflection imaging. Part I: Basic concepts. *Geophysics*, 61(3): 742-758.
- JÄGER, R. 1999. The Common Reflection Surface Stack – Introduction and Application. Karlsruhe University, Germany (Master's thesis).
- LANDA, E., GUREVICH BORIS, KEYDAR, SH., TRACHTMAN P. 1999. Multifocusing Stack-a New Time Imaging Method. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 6, artigo 195.
- MANN, J., JÄGER, R., HÖCHT, G., HUBRAL, P. 1999. Common-Reflection-Surface Stack and Wavefield Attributes, In: CONGRESS INTERNATIONAL IN GEOPHYSICS, 6, artigo 111.
- MÜLLER, T. 1998a. Common Reflection Surface Stack versus NMO/Stack and NMO/DMO/Stack. In: MTG. EUR. ASSOC. EXPL. GEOPHYS., 60. *Extended abstracts*, paper 1-20.
- MÜLLER, T. 1998b. Common Reflection Surface Stacking. Geophysical Institute, Karlsruhe University, Wave Inversion Technology, p. 69-76, (Report, 1).
- MÜLLER, T. 1999. The Common Reflection Surface Stack Method-Seismic imaging without explicit knowledge of the velocity model. Universität Karlsruhe, Germany (Doctor's thesis).
- MÜLLER, T., JÄGER, R., HÖCHT, G. 1998. Common Reflection Surface Stacking Method-Imaging with an unknown velocity model. In: ANNUAL INT. MTG., 68. *Expanded Abstracts*. Soc. Expl. Geophys., p. 1764-1767.
- SCHLEICHER, J., TYGEL, M., HUBRAL, P. 1993a. Parabolic and hyperbolic paraxial two point traveltimes in 3D media. *Geophysical Prospecting*, 41: 495-513.
- SCHLEICHER, J., TYGEL, M., HUBRAL, P. 1993b. 3-D true-amplitude finite-offset migration. Parabolic and hyperbolic paraxial two point traveltimes in 3D media. *Geophysics*, 58: 1112-1126.

- TANER, M. T. & KOEHLER, F. 1969. Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions. *Geophysics*, 34(6): 859-881.
- THORE, P. D., DE BAZELAIRE, E., RAY, M. P. 1994. Three-parameter equation: An efficient tool to enhance the stack. *Geophysics*, 59(2): 297-308.
- TYGEL, M., MÜLLER, T., HUBRAL, P., SCHLEICHER, J. 1997. Eigenwave based multiparameter traveltime expansions. In: ANNUAL INT. MTG., 67. Soc. Expl. Geophys., p. 1770-1773.
- TYGEL, M., SANTOS L. T., SCHLEICHER J. 1999. Multifocus Moveout Revisited: Derivations and Alternative Expressions, Geophysical Institute, Karlsruhe University, Wave Inversion Technology, p. 307-322, (Report, 2).
- TYGEL, M., SCHLEICHER, J., HUBRAL, P. 1996. A unified approach to 3-D seismic reflection imaging, Part II: Basic concepts: *Geophysics*, 61(3): 759-775.

APÊNDICES

APÊNDICE A.- DERIVAÇÕES DAS CORREÇÕES MULTIFOCO ΔT_s E ΔT_G

Como deseja-se obter inicialmente $t_{SS'}$ ou Δt_s na Figura 3.4, primeiro calcula-se t_{SP} , aplicando a LEI DOS CO-SENOS NO TRIÂNGULO SX_0P :

$$(t_{SP})^2 = (t_{X_0P})^2 + (t_{\Delta X_s})^2 - 2(t_{X_0P})(t_{\Delta X_s})\cos(90 + \beta_0) , \quad (A1)$$

além disso:

$$t_{X_0P} = t_{r_s} = \frac{r_s}{v} , \quad (A2)$$

$$t_{\Delta X_s} = \frac{\Delta x_s}{v} , \quad (A3)$$

$$\cos(90 + \beta_0) = -\text{Sen}\beta_0 , \quad (A4)$$

(A2), (A3) e (A4) em (A1):

$$t_{SP} = \sqrt{\frac{r_s^2}{v^2} + \frac{\Delta^2 x_s}{v^2} + 2\frac{r_s \Delta x_s \text{Sen}\beta_0}{v^2}} , \quad (A5)$$

fatorando (A5):

$$t_{SP} = \sqrt{\left(\frac{r_s^2}{v^2}\right) \left(1 + \frac{\Delta^2 x_s}{r_s^2} + 2\frac{\text{Sen}\beta_0}{r_s} \Delta x_s\right)} , \quad (A6)$$

$$t_{SP} = \frac{r_s}{v} \sqrt{1 + 2\frac{\text{Sen}\beta_0}{r_s} \Delta x_s + \frac{\Delta^2 x_s}{r_s^2}} , \quad (A7)$$

assim:

$$t_{SP} = t_{SS'} + t_{SP'} , \quad (A8)$$

$$t_{SP'} = t_{X_0P} = t_{r_s} = \frac{r_s}{v} , \quad (A9)$$

(A9) em (A8):

$$t_{SP} = t_{SS'} + \frac{r_s}{v} , \quad (A10)$$

igualando (A7) e (A10):

$$t_{SP} = t_{SS'} + \frac{r_s}{v} = \frac{r_s}{v} \sqrt{1 + 2 \frac{\text{Sen} \beta_0}{r_s} \Delta x_s + \frac{\Delta^2 x_s}{r_s^2}} , \quad (\text{A11})$$

$$t_{SS'} = \frac{r_s}{v} \sqrt{1 + 2 \frac{\text{Sen} \beta_0}{r_s} \Delta x_s + \frac{\Delta^2 x_s}{r_s^2}} - \frac{r_s}{v} , \quad (\text{A12})$$

$$t_{SS'} = \frac{r_s}{v} \left[\sqrt{1 + 2 \frac{\text{Sen} \beta_0}{r_s} \Delta x_s + \frac{\Delta^2 x_s}{r_s^2}} - 1 \right] , \quad (\text{A13})$$

a mesma fórmula com todos os índices para S cambiados para G permanecem para ΔT_G .

APÊNDICE B.- CÁLCULO DAS DERIVADAS DO TEMPO DE TRÂNSITO MULTIFOCO EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS β_o , K_{NIP} , K_N

Para entender as relações compreendidas nas derivações feitas a aproximação de tempo de trânsito Multifoco, com respeito aos parâmetros K_{NIP} , K_N e β_o , apresenta-se a descrição das mesmas:

$$C_1 = \sqrt{1 + \frac{2\sin\beta_o K_N (x_m - h - x_o)}{1 - \gamma} - \frac{2\sin\beta_o \gamma K_{NIP} (x_m - h - x_o)}{1 - \gamma} + \frac{(x_m - h - x_o)^2 (K_N - \gamma K_{NIP})^2}{(1 - \gamma)^2}} \quad (B1)$$

$$C_2 = \sqrt{1 + \frac{2\sin\beta_o K_N (x_m + h - x_o)}{1 + \gamma} + \frac{2\sin\beta_o \gamma K_{NIP} (x_m + h - x_o)}{1 + \gamma} + \frac{(x_m + h - x_o)^2 (K_N + \gamma K_{NIP})^2}{(1 + \gamma)^2}} \quad (B2)$$

$$C_3 = \frac{2\sin\beta_o (x_m - h - x_o)}{1 - \gamma} + \frac{2(x_m - h - x_o)^2 (K_N - \gamma K_{NIP})}{(1 - \gamma)^2} \quad (B3)$$

$$C_4 = \frac{2\sin\beta_o (x_m + h - x_o)}{1 + \gamma} + \frac{2(x_m + h - x_o)^2 (K_N + \gamma K_{NIP})}{(1 + \gamma)^2} \quad (B4)$$

$$C_5 = -\frac{2\sin\beta_o (\gamma) (x_m - h - x_o)}{1 - \gamma} - \frac{2(x_m - h - x_o)^2 (K_N - \gamma K_{NIP}) (\gamma)}{(1 - \gamma)^2} \quad (B5)$$

$$C_6 = \frac{2\sin\beta_o (\gamma) (x_m + h - x_o)}{1 + \gamma} + \frac{2(x_m + h - x_o)^2 (K_N + \gamma K_{NIP}) (\gamma)}{(1 + \gamma)^2} \quad (B6)$$

$$C_7 = \frac{2\cos\beta_o K_N (x_m - h - x_o)}{1 - \gamma} - \frac{2\cos\beta_o (\gamma) K_{NIP} (x_m - h - x_o)}{1 - \gamma} \quad (B7)$$

$$C_8 = \frac{2\cos\beta_o K_N (x_m + h - x_o)}{1 + \gamma} + \frac{2\cos\beta_o (\gamma) K_{NIP} (x_m + h - x_o)}{1 + \gamma} \quad (B8)$$

-Derivada do Tempo em relação ao K_N ($\partial T / \partial K_N$)

$$T_1 = \frac{-(1 - \gamma)}{v(K_N - \gamma K_{NIP})^2} C_1 + \frac{(1 - \gamma)}{2v(K_N - \gamma K_{NIP})} (C_1^{-1})(C_3) + \frac{(1 - \gamma)}{v(K_N - \gamma K_{NIP})^2} \quad (B9)$$

$$T_2 = \frac{-(1 + \gamma)}{v(K_N + \gamma K_{NIP})^2} C_2 + \frac{(1 + \gamma)}{2v(K_N + \gamma K_{NIP})} (C_2^{-1})(C_4) + \frac{(1 + \gamma)}{v(K_N + \gamma K_{NIP})^2} \quad (B10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial K_N} = T_1 + T_2 \quad (\text{B11})$$

-Derivada do tempo de Trânsito em relação ao K_{NIP} ($\partial T / \partial K_{NIP}$)

$$T_3 = \frac{(1-\gamma)}{v(K_N - \gamma K_{NIP})^2} (\gamma) C_1 + \frac{(1-\gamma)}{2v(K_N - \gamma K_{NIP})} (C_1^{-1})(C_5) - \frac{(1-\gamma)(\gamma)}{v(K_N - \gamma K_{NIP})^2} \quad (\text{B12})$$

$$T_4 = \frac{-(1+\gamma)}{v(K_N + \gamma K_{NIP})^2} (\gamma) C_2 + \frac{(1+\gamma)}{2v(K_N + \gamma K_{NIP})} (C_2^{-1})(C_6) + \frac{(1+\gamma)(\gamma)}{v(K_N + \gamma K_{NIP})^2} \quad (\text{B13})$$

$$\frac{\partial T}{\partial K_{NIP}} = T_3 + T_4 \quad (\text{B14})$$

-Derivada do tempo de Trânsito em relação ao β_o ($\partial T / \partial \beta_o$)

$$T_5 = \frac{(1-\gamma)}{2v(K_N - \gamma K_{NIP})} (C_1^{-1})(C_7), \quad T_6 = \frac{(1+\gamma)}{2v(K_N + \gamma K_{NIP})} (C_2^{-1})(C_8) \quad (\text{B15})$$

$$\frac{\partial T}{\partial \beta_o} = T_5 + T_6 \quad (\text{B16})$$

APÊNDICE C.- DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARA EVENTOS TRANSMITIDOS

O Tempo de Trânsito para eventos transmitidos é expressado a través da seguinte expressão,

$$t \approx t_o + t_1 + t_2 \quad (C1)$$

Para o cálculo do Tempo de Trânsito para eventos transmitidos, partimos da equação 3.26,

$$dt \approx dt_1 + dt_2 \quad (C2)$$

$$\begin{aligned} &= (C_o x - D_o B_o^{-1} A_o x + D_o B_o^{-1} x') dx' \\ &\quad - (p_o - B_o^{-1} A_o x + B_o^{-1} x') dx \end{aligned} \quad (C3)$$

sabendo que p_o , A_o , B_o , C_o , D_o escalares constantes e x e x' as variáveis, aplica-se integrais a ambos lados desta equação, assim,

$$\int dt \approx \int dt_1 + \int dt_2 \quad (C4)$$

$$\int dt_1 = \int C_o x dx' - \int D_o B_o^{-1} A_o x dx' + \int D_o B_o^{-1} x' dx' \quad (C5)$$

$$\int dt_2 = - \int p_o dx + \int B_o^{-1} A_o x dx - \int B_o^{-1} x' dx \quad (C6)$$

Cálculo de t_1

$$t_1 = \int C_o x dx' - D_o B_o^{-1} A_o \int x dx' + D_o B_o^{-1} \frac{(x')^2}{2} + K_1 \quad (C7)$$

$$t_1 = (C_o - D_o B_o^{-1} A_o) \int x dx' + D_o B_o^{-1} \frac{(x')^2}{2} + K_1 \quad (C8)$$

Aplicando a Propriedade da Simplecticidade (Hubral, 1983), temos que,

$$A_o D_o - B_o C_o = 1 \quad (C9)$$

assumindo que A_o , B_o , C_o , D_o escalares constantes diferentes de zero, multiplicamos a ambos lados de (C9) por B_o^{-1} , ficando,

$$B_o^{-1} A_o D_o - C_o = B_o^{-1} \quad (C10)$$

multiplicando (C9) por -1 , também pode ser reescrito,

$$C_o - D_o B_o^{-1} A_o = -B_o^{-1} \quad (C11)$$

substituindo (C11) em (C8), temos,

$$t_1 = -B_o^{-1} \int x dx' + D_o B_o^{-1} \frac{(x')^2}{2} + K_1 \quad (C12)$$

Cálculo de t_2

$$t_2 = -p_o \int dx + \int B_o^{-1} A_o x dx - \int B_o^{-1} x' dx + K_2 \quad (C13)$$

$$t_2 = -p_o x + B_o^{-1} A_o \frac{(x)^2}{2} - B_o^{-1} \int x' dx + K_2 \quad (C14)$$

aplicando integração por partes na integrais do lado direito da equação (C14),

$$t_2 = -p_o x + B_o^{-1} A_o \frac{(x)^2}{2} - B_o^{-1} (x' x - \int x dx') + K_2 \quad (C15)$$

a equação (C15) também pode ser escrita,

$$t_2 = -p_o x + \frac{1}{2} x B_o^{-1} A_o x - B_o^{-1} x' x + B_o^{-1} \int x dx' + K_2 \quad (C16)$$

Substituindo (C12) e (C16) em (C1) e assumindo que $K_1 + K_2 = t_o$, então,

$$t = t_o - p_o x + \frac{1}{2} x D_o B_o^{-1} x' + \frac{1}{2} x B_o^{-1} A_o x - x B_o^{-1} x' \quad (C17)$$

fica demonstrado o Tempo de Trânsito para eventos transmitidos.

APÊNDICE D.- DERIVAÇÃO DO TEMPO DE TRÂNSITO PARA EVENTOS REFLETIDOS

O Tempo de Trânsito para eventos refletidos é expressado a través da seguinte expressão,

$$T \approx T_o + T_1 + T_2 \quad (D1)$$

Para o cálculo do Tempo de Trânsito para eventos refletidos, partimos da equação 3.23,

$$dT \approx dT_1 + dT_2 \quad (D2)$$

$$\begin{aligned} &= -(dx''+dx)p_o + (dx''-dx)B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x''-x) \\ &\quad + (dx''+dx)D_o^{-1}C_o \frac{1}{2}(x''+x) \end{aligned} \quad (D3)$$

sabendo que p_o , A_o , B_o , C_o , D_o escalares constantes e x e x'' as variáveis, aplica-se integrais a ambos lados desta equação, assim,

$$\int dT \approx \int dT_1 + \int dT_2 \quad (D4)$$

$$\int dT_1 = -\int p_o dx'' - \int p_o dx + \int B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x''-x)dx'' - \int B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x''-x)dx \quad (D5)$$

$$\int dT_2 = \int D_o^{-1}C_o \frac{1}{2}(x''+x)dx'' + \int D_o^{-1}C_o \frac{1}{2}(x''+x)dx \quad (D6)$$

Cálculo de T_1

$$\begin{aligned} T_1 &= -p_o x'' - p_o x + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \int x'' dx'' - \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \int x dx'' \\ &\quad - \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \int x'' dx + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \int x dx + K_1 \end{aligned} \quad (D7)$$

$$\begin{aligned} T_1 &= -p_o x'' - p_o x + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \frac{(x'')^2}{2} - \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \int x dx'' \\ &\quad - \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o [x'' x - \int x dx''] + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \frac{x^2}{2} + K_1 \end{aligned} \quad (D8)$$

$$\begin{aligned} T_1 &= -p_o x'' - p_o x + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \frac{(x'')^2}{2} - \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \int x dx'' \\ &\quad - \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o x'' x + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \int x dx'' + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \frac{x^2}{2} + K_1 \end{aligned} \quad (D9)$$

$$T_1 = -p_o x'' - p_o x + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}((x'')^2 - 2x'' x + (x)^2) + K_1 \quad (D10)$$

$$T_1 = -p_o x'' - p_o x + \frac{1}{2}B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x''-x)(x''-x) + K_1 \quad (D11)$$

(D11) pode também ser reescrito assim,

$$T_1 = -p_o x'' - p_o x + \frac{1}{2}(x'' - x)B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x'' - x) + K_1 \quad (D12)$$

Cálculo de T_2

$$T_2 = \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \int x'' dx'' + \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \int x dx'' + \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \int x'' dx \\ + \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \int x dx + K_2 \quad (D13)$$

$$T_2 = \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \frac{(x'')^2}{2} + \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \int x dx'' \\ + \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o (x'' x - \int x dx'') + \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \frac{(x)^2}{2} + K_2 \quad (D14)$$

resolvendo (D14) temos

$$T_2 = \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \left((x'')^2 + 2x'' x + (x)^2 \right) + K_2 \\ = \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o (x'' + x)(x'' + x) + K_2 \quad (D15)$$

assumindo que $K_1 + K_2 = T_o$, e substituindo (D12) e (D15) em (D1), então,

$$T = T_o - p_o x'' - p_o x + \frac{1}{2}(x'' - x)B_o^{-1}A_o (x'' - x) + \frac{1}{2}D_o^{-1}C_o \frac{1}{2}(x'' + x)(x'' + x) \quad (D16)$$

$$T = T_o - 2p_o \frac{1}{2}(x'' + x) + \frac{1}{2}(x'' + x)D_o^{-1}C_o \frac{1}{2}(x'' + x) + \frac{1}{2}(x'' - x)B_o^{-1}A_o \frac{1}{2}(x'' - x) \quad (D17)$$

fica demonstrado o Tempo de Trânsito para eventos refletidos.