



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE DOUTORADO

**TOMOGRAFIA ELETROMAGNÉTICA PARA
CARACTERIZAÇÃO DE RESERVATÓRIOS
DE HIDROCARBONETOS**

JOÃO JÚNIOR BAPTISTA



ANP
Agência
Nacional do
Petróleo



BELÉM
2003

T BAPTISTA, João Júnior

B222t Tomografia eletromagnética para caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos. / João Júnior Baptista; orientador, Luiz Rijo. Belém: [s.n], 2003.

128p.; il

Tese (Doutorado em Geofísica) – Curso de Pós-Graduação em Geofísica, CG, UFPA, 2003.

1.GEOFÍSICA APLICADA. 2.TOMOGRAFIA
ELETROMAGNÉTICA. 3.RESERVATÓRIOS DE
HIDROCARBONETOS 4.INVERSÃO DE DADOS DE
GEOFÍSICA. I.RIJO, Luiz, Orient. II.Título.

CDD: 622.15

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
GEOFÍSICA

**TOMOGRAFIA ELETROMAGNÉTICA PARA
CARACTERIZAÇÃO DE RESERVATÓRIOS DE
HIDROCARBONETOS**

TESE APRESENTADA POR

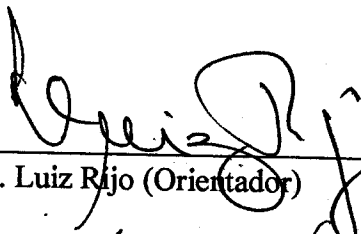
JOÃO JÚNIOR BAPTISTA

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS NA
ÁREA DE GEOFÍSICA

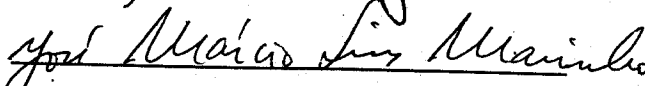
Data de Aprovação: 03 / 10 / 2003

Nota: 8,6 (EXCELENTE)

COMITÊ DE TESE:



Dr. Luiz Rijo (Orientador)



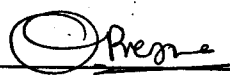
Dr. José Márcio Lins Marinho



Dr. Licurgo Peixoto de Brito



Dr. Marco Pólo Pereira Buonora



Dr. Om Prakash Verma

BELEM - PA

2003

À

Lizionete, João Victor, Sarah Taynah e Wilson

Aos meus pais

João Baptista e Filomena Matemba

Sempre presentes embora já tenham partido

AGRADECIMENTOS

À República Federativa do Brasil por intermédio do CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela concessão da bolsa, sem a qual, não seria possível a realização deste trabalho.

À Agência Nacional do Petróleo - ANP e a Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP, através do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás Natural – PRH-ANP/MME/MCT pela manutenção da infra-estrutura do PROEM (Laboratório de Processamento Eletromagnético do Departamento de Geofísica da UFPa).

Ao CPGF/UFPa e a todo corpo docente, técnico e administrativo por propiciarem os meios e condições para a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Luiz Rijo pelo ensino, orientação e ao apoio exaustivo dispensado durante a realização desta tese.

Aos membros da banca examinadora. Professores Dr. José Márcio Lins Marinho, Dr. Licurgo Peixoto de Brito, Dr Marco Pólo Pereira Buonora e Dr Om Prakash Verma pelas contribuições que permitiram o aprimoramento desta tese.

Ao geólogo Jaime Eiras pelas contribuições geológicas descritas nesta tese.

Aos colegas do CPGF, especialmente Marcos Welby e Victor Cezar Tocantins de Souza, este, pelo apoio no desenvolvimento do algoritmo do problema direto.

A Lizionete, ao João Victor à Sarah Taynah e ao Wilson pelo carinho e compreensão nos momentos de dificuldades.

A minha família, pela compreensão por esta minha longa ausência.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
RESUMO	1
ABSTRACT	2
1 INTRODUÇÃO	3
1.1 MOTIVAÇÃO.....	3
1.2 ANÁLISE DOS TRABALHOS ANTERIORES.....	6
1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	9
2 PROBLEMAS DIRETO E INVERSO VINCULADO	10
2.1 INTRODUÇÃO.....	10
2.2 PROBLEMA DIRETO.....	11
2.3 PROBLEMA INVERSO.....	19
3 MODELOS E GERAÇÃO DOS DADOS SINTÉTICOS	29
3.1 INTRODUÇÃO.....	29
3.2 MODELO A.....	30
3.3 MODELO B.....	32
3.4 MODELO C.....	33
3.5 MODELO D.....	34
3.6 MODELO E.....	35
3.7 MODELO F.....	36
3.8 MODELO G.....	37
3.9 MODELO H.....	38
3.10 MODELO I.....	39
3.11 MODELO J.....	40
4 INVERSÃO DE DADOS TOMOGRAFICOS	42
4.1 METODOLOGIA.....	42
4.2 INVERSÃO NÃO VINCULADA.....	43

4.3 INVERSÃO VINCULADA.....	48
4.3.1 Modelo A.....	48
4.3.2 Modelo B.....	56
4.3.3 Modelo C.....	63
4.3.4 Modelo D.....	70
4.3.5 Modelo E.....	77
4.3.6 Modelo F.....	84
4.3.7 Modelo G.....	91
4.3.8 Modelo H.....	98
4.3.9 Modelo I.....	105
4.3.10 Modelo J.....	111
4.4 EFEITO DO CONTRASTE DE CONDUTIVIDADE ELÉTRICA.....	118
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	120
5.1 CONCLUSÕES.....	120
5.2 RECOMENDAÇÕES.....	124
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	126

RESUMO

Na produção de petróleo é importante o monitoramento dos parâmetros do reservatório (permeabilidade, porosidade, saturação, pressão, etc) para o seu posterior gerenciamento. A variação dos parâmetros dinâmicos do reservatório induz variações na dinâmica do fluxo no reservatório, como por exemplo, perdas na pressão, dificultando o processo de extração do óleo. A injeção de fluidos aumenta a energia interna do reservatório e incrementa a pressão, estimulando o movimento do óleo em direção aos poços de extração. A tomografia eletromagnética poço-a-poço pode se tornar em uma técnica bastante eficaz no monitoramento dos processos de injeção, considerando-se o fato de ser altamente detectável a percolação de fluidos condutivos através das rochas.

Esta tese apresenta o resultado de um algoritmo de tomografia eletromagnética bastante eficaz aplicado a dados sintéticos. O esquema de imageamento assume uma simetria cilíndrica em torno de uma fonte constituída por um dipolo magnético. Durante o processo de imageamento foram usados 21 transmissores e 21 receptores distribuídos em dois poços distanciados de 100 metros.

O problema direto foi resolvido pelo método dos elementos finitos aplicado à equação de Helmholtz do campo elétrico secundário. O algoritmo resultante é válido para qualquer situação, não estando sujeito às restrições impostas aos algoritmos baseados nas aproximações de Born e Rytov. Por isso, pode ser aplicado eficientemente em qualquer situação, como em meios com contrastes de condutividade elétrica variando de 2 a 100, frequências de 0.1 a 1000.0 kHz e heterogeneidades de qualquer dimensão. O problema inverso foi resolvido por intermédio do algoritmo de Marquardt estabilizado. A solução é obtida iterativamente. Os dados invertidos, com ruído Gaussiano aditivo, são as componentes em fase e em quadratura do campo magnético vertical. Sem o uso de vínculos o problema é totalmente instável, resultando em imagens completamente borradas. Duas categorias de vínculos foram usadas: vínculos relativos, do tipo suavidade, e vínculos absolutos. Os resultados obtidos mostram a eficiência desses dois tipos de vínculos através de imagens nítidas de alta resolução. Os tomogramas mostram que a resolução é melhor na direção vertical do que na horizontal e que é também função da frequência. A posição e a atitude da heterogeneidade é bem recuperada. Ficou também demonstrado que a baixa resolução horizontal pode ser atenuada ou até mesmo eliminada por intermédio dos vínculos.

ABSTRACT

In the oil production it is important to monitor the reservoir parameters (permeability, porosity, saturation, pressure, etc) for its management. Changes in the reservoir dynamic parameters induce variations in reservoir flow, as for example, losses in the pressure, making it difficult the process of extraction of the oil. The fluid injection increases the internal energy and pressure of the reservoir, stimulating the movement of the oil in the direction of the extracting wells. The crosswell electromagnetic method can become an efficient technique in monitoring the injection processes, considering the fact that the percolation of conductive fluid through the sediment is a very sensitive.

This thesis presents the results of a very efficient algorithm of electromagnetic tomography applied to synthetic data. The imaging scheme assumes a cylindrical symmetry around a source consisting of a magnetic dipole. During the process of imaging we used 21 transmitters and 21 receivers distributed within two wells 100 meters apart.

For the forward problem solution it was used the finite element method applied to the Helmholtz equation for the secondary electric field. It will be demonstrated that the algorithm obtained is not under restrictions imposed by Born and Rytov approximations, therefore, the algorithm can be efficiently applied for any situation as a electric conductivity contrasts as large as 2 to 100, frequencies as 0.1 to 1000.0 kHz and scatterers of any dimensions.

The inverse problem was solved using the stabilized Marquardt scheme. This scheme employs a technique that seeks the solution iteratively. The inverted synthetic data, with added Gaussian noise, are the magnetic vertical component, separated in its respective real (in-phase) and imaginary (quadrature) parts. Without constraints, the inverse tomography problem is totally unstable. To stabilize the inverse solution, absolute and relative constraints have been used. The use of these constraints allows producing high definition images.

The results show that the resolution is better in the vertical direction than the horizontal and it is also a function of source operating frequency. The position and attitude of the target are recovered well. These results show that constraints can attenuate or eliminate the poor resolution.

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

O processo de representação visual da geometria e da propriedade física no interior de uma região qualquer, cuja visão direta é inacessível, se denomina tomografia. O conceito de tomografia foi iniciado com os estudos de radiografia para realizar diagnósticos na medicina por meio de emissão de raios-x (Farr, 1968; Franch et al., 1973; French 1975; Hildebrand, 1980).

Devido ao grande sucesso alcançado na medicina, a tomografia foi posteriormente aplicada a outras áreas tecnológicas (Nahamoo et al, 1984; Wu & Töksoz, 1987). Na sísmica, por exemplo, ela tem sido usada com sucesso no mapeamento de zonas de absorção da energia acústica (Mueller et al., 1979; Mueller, 1980; Devaney & Oristaglio, 1984,). A tomografia eletromagnética aplicada à geofísica usa o princípio da distorção dos campos eletromagnéticos provocada pela presença de estruturas geológicas eletricamente condutivas (Wu & Xu, 1979). A análise dessas distorções fornece informações sobre a distribuição da condutividade nessas estruturas e, conseqüentemente, informa sobre a sua composição litológica e morfológica (Wilt et al, 1995).

Uma rocha pode ser eletricamente condutiva como os arenitos e os folhelhos ou eletricamente resistiva como os carbonatos. A condutividade da rocha depende essencialmente do fluido contido nos seus poros. Por exemplo, um arenito contendo petróleo é mais resistivo que um outro com água salgada. Portanto, a condutividade elétrica é uma propriedade representativa das características litológicas da rocha. Por este motivo, estudos têm sido feitos durante décadas para quantificar a relação entre a condutividade elétrica e a porosidade, a saturação e até mesmo a permeabilidade das rochas. Estes estudos mostram que vários fatores afetam a condutividade elétrica de uma rocha, entre eles, os mais importantes são a porosidade, a saturação e a salinidade. Outros fatores são a temperatura, pressão, tipo de minerais na solução e geometria dos poros (Zhou, 1989).

A geofísica marinha, aérea, de superfície ou de poço, investiga propriedades físicas associadas à litologia e à morfologia da estrutura geológica na subsuperfície. O método

sísmico, por exemplo, se baseia na atenuação da energia acústica devido ao contraste de impedância acústica do meio em que ela se propaga. Técnicas eletromagnéticas, como o método de imageamento eletromagnético poço-a-poço, por exemplo, se baseia no princípio de absorção da energia eletromagnética provocado pela presença de estruturas de elevada condutividade elétrica em meios eletricamente resistivos.

Embora já existam vários trabalhos teóricos, o método de tomografia eletromagnética poço-a-poço, encontra-se ainda em um estágio precoce de desenvolvimento (Bartel & Ranganayaki, 1990). Nos últimos dez anos os avanços não foram muito grandes. Devido a grande sensibilidade à presença de fluidos salinos nas rochas, o método de imageamento eletromagnético constitui-se em uma ferramenta bastante promissora no estudo de reservatórios, podendo ser aplicado em campos de produção de hidrocarbonetos, cujos poços tenham penetrado o horizonte do reservatório, assim como nos estudos de correlação litológica, permitindo delinear com alguma precisão os contatos litológicos das estruturas geológicas na subsuperfície.

Na produção de petróleo é importante o conhecimento dos parâmetros do reservatório para o seu posterior gerenciamento. Estes parâmetros podem ser litológicos como tipo de rocha, porosidade, permeabilidade, saturação ou dinâmicos como pressão, fluxo e viscosidade do fluido. Por vários motivos, ao longo da sua vida produtiva, a dinâmica do fluxo do reservatório pode mudar como consequência da perda de pressão, dificultando o processo de extração do óleo ou a formação do "cone" de gás ou água (Surguchev & Koundin, 2003; Tehran et al., 2003).

A injeção de água ou gás aumenta a energia interna do reservatório incrementando significativamente a pressão. Este processo estimula o movimento do fluido e melhora o processo de extração do óleo. A água ou o gás injetado se propaga no reservatório provocando mudanças nas características elétricas das rochas. Considerando-se o fato da sua elevada sensibilidade à perturbação das características elétricas das rochas, a tomografia eletromagnética poderia ser usada para monitorar o processo de injeção. Os resultados da interpretação dos dados obtidos durante esse processo de monitoração podem fornecer informações relevantes sobre os parâmetros dinâmicos do reservatório, ajudando a determinar com alguma precisão a velocidade e a direção do movimento do fluxo no reservatório (Wilt et al., 1995).

Outra forma de aplicação do método de imageamento eletromagnético seria o mapeamento de seqüências sedimentares. A insuficiência de informação litológica sobre o reservatório produz incertezas nos trabalhos de caracterização e delimitação de fácies de composição litológica diferente, e como conseqüência, os limites e a geometria do reservatório são mal definidos. O imageamento de seqüências de arenito e folhelho, por exemplo, pode se tornar em um grande problema para o método sísmico quando o contraste de impedância entre eles é muito baixo. Este fenômeno tem sido observado com freqüência nas bacias do Terciário. Consta-se que a impedância acústica nestas bacias mostra-se alta para os folhelhos a pequenas profundidades e alta para os arenitos a grandes profundidades. Este pressuposto mostra que se torna difícil, para os métodos sísmicos tradicionais, mapear essas seqüências na profundidade em que a tendência nos valores da impedância se cruza (Engelmark, 2000). O imageamento eletromagnético seria uma possível alternativa para solucionar este problema, considerando-se o fato de que o método é sensível ao contraste de condutividade elétrica apresentada por aquelas formações.

No método de tomografia eletromagnética a condutividade é diretamente medida na região de interesse, permitindo o acesso direto aos parâmetros litológicos e dinâmicos do reservatório. A integração desses dados com os dos métodos geofísicos convencionais e de engenharia de poço permite uma melhor compreensão da complexidade do ambiente geológico, aperfeiçoa o mapeamento da distribuição da porosidade e permeabilidade das rochas e permite estimar, com razoável precisão, as propriedades quantitativas do reservatório (Dasguta et al., 2001).

Devido à importância da água nos dias atuais e com maior razão no futuro, a tomografia eletromagnética também pode ser aplicada na pesquisa hidrogeológica. Os campos eletromagnéticos são altamente sensíveis às variações da condutividade apresentada pela água devida a enorme quantidade de íons nela dissolvidos. As características condutivas da água podem ser usadas no mapeamento de aquíferos, na determinação de variações laterais e verticais dos fluidos. Além disso, o método ainda pode ser empregado no monitoramento do rebaixamento do lençol freático causado por produção ou evaporação excessiva ou recarga insuficiente devido ao desmatamento ou aos baixos níveis pluviométricos.

1.2 ANÁLISE DOS TRABALHOS ANTERIORES

Comparando com a tomografia sísmica, a tomografia eletromagnética aplicada à geofísica é ainda muito pouco desenvolvida. O número de grupos de pesquisa nesta área é ainda muito reduzido. Por conseqüência, a literatura sobre o assunto é bastante incipiente (Wilt et al., 1995). Os resultados teóricos obtidos na maioria desses trabalhos mostram soluções baseadas na aproximação de Born de primeira ordem, válida somente para baixos contrastes de condutividade elétrica e para objetos de dimensões pequenas (Spies & Habashy, 1995). As aproximações de Born se baseiam na substituição do campo elétrico total da fonte pelo campo elétrico primário, resultando em valores aproximados dos campos calculados, o que reduz a qualidade da imagem.

Zhou (1989) faz uma analogia entre os métodos de imageamento eletromagnético e sísmico de difração. Aproximações de Born e de Rytov foram usadas na solução do problema direto para modelos com geometria cartesiana e cilíndrica energizados por uma linha de corrente. Como se vê, trata-se de uma situação hipotética, visto que na prática é impossível usar uma linha infinita dentro de um poço. Os resultados apresentados neste trabalho servem apenas como uma primeira tentativa para resolver o problema da tomografia eletromagnética. Para resolver o problema inverso foi empregado o método dos mínimos quadrados. A questão da não unicidade e da instabilidade foi resolvida minimizando o funcional que representa os dados observados sujeito a condição $L_i \leq O_i \leq U_i$, onde L_i e U_i são respectivamente, os limites inferior e superior da condutividade (da heterogeneidade e do meio encaixante). O problema dos mínimos quadrados resultante foi resolvido usando a rotina matemática denominada VE04A da biblioteca matemática de programas HARWELL. Zhou concluiu que no domínio da frequência, a diferença matemática fundamental entre os métodos de imageamento eletromagnético e sísmico de difração reside no número de onda do campo primário, real no caso acústico e complexo no caso eletromagnético.

Torres-Verdin & Habashy, (1993) desenvolveram uma nova técnica para obter a resposta do meio devido a presença de uma fonte de dipolo magnético ou de linha de corrente. Essa técnica baseia-se no cálculo de um "tensor de espalhamento" independente da fonte. Uma aproximação do campo elétrico total é obtida fazendo a projeção do campo

elétrico primário sobre o tensor (que contém o campo elétrico secundário devido à presença da heterogeneidade). A técnica de inversão usada se baseia no cálculo da condutividade da heterogeneidade iterativamente. O tensor de espalhamento é calculado em cada nova iteração usando a condutividade obtida na iteração precedente, tentando dessa maneira ajustar os dados ao modelo. Assim, a condutividade da heterogeneidade é atualizada a cada iteração. Este tipo de estratégia é mais econômico computacionalmente do que o cálculo direto de sensibilidade (Torres-Verdin & Habashy, 1993). O modelo usado era constituído por duas heterogeneidades de seção retangular de 20x20 metros e condutividade de 1.0 S/m num meio encaixante de 0.1 S/m e frequências de 1.0 Hz a 100.0 kHz.

Zhou & Morrison, (1993) estudaram a aplicação do método de imageamento eletromagnético no mapeamento da condutividade no interior da terra usando solução baseada nas aproximações de Born e de Rytov. Uma fonte constituída por uma linha de corrente foi usada como transmissor. As transformadas de Fourier e de Laplace foram usadas para relacionar a função objeto aos campos eletromagnéticos, tendo sido usados os conceitos da tomografia do raio na análise dos modelos estudados. A mesma metodologia de inversão (usada no trabalho anterior de Zhou, 1989) foi empregada. Zhou concluiu que a qualidade da imagem está diretamente relacionada ao arranjo fonte-receptor e a frequência utilizada. Para o arranjo poço-a-poço a resolução horizontal é menor do que a vertical e que o uso de altas frequências resulta em imagens de boa qualidade. Nos seus experimentos Zhou usa diversos modelos constituídos por heterogeneidades de condutividade de 0.02 S/m em um meio encaixante de 0.01 S/m. Foram usadas cinco frequências, variando de 1.25 a 20.0 kHz.

Alumbaugh & Morrison (1995) analisaram os fatores que determinam a resolução de imagem no método de tomografia eletromagnética usando o mesmo tensor de espalhamento descrito por Torres-Verdin & Habashy, (1993) e uma fonte de dipolo magnético. O uso do tensor de espalhamento torna o problema mais robusto a altas frequências do que a aproximação de Born de primeira ordem, que é menos eficiente computacionalmente. A metodologia de inversão usada nos trabalhos Zhou & Morrison, (1993) foi empregada no trabalho de Alumbaugh. A solução do problema dos mínimos quadrados foi obtida usando a rotina matemática denominada VE04A da biblioteca matemática de programas HARWELL. Os modelos eram constituídos por heterogeneidades

de 0.02 S/m e um meio de 0.01 S/m. As frequências empregadas variam de 1.0 a 100.0 kHz.

Spies & Habashy (1995) fizeram a análise teórica da resolução do método de imageamento eletromagnético usando modelos energizados por uma fonte de dipolo magnético. A função de sensibilidade, que representa a resposta da heterogeneidade, é representada pelas derivadas de Frechet, obtidas por meio das aproximações de Born. Essas derivadas relacionam pequenas perturbações na condutividade elétrica às medidas do campo eletromagnético observado no receptor. Foram gerados gráficos em escala logarítmica, mostrando o comportamento das derivadas de Frechet, para várias frequências e condutividades diferentes. As conclusões sobre a análise teórica da resolução do método foram baseadas nestes gráficos. O modelo usado nos estudos da sensibilidade do método consiste de uma heterogeneidade pontual (perturbador) em meio de condutividade de 0.1 S/m. As frequências usadas variam de 100.0 Hz a 100.0 kHz.

Brito & Almeida (2001) estudaram a resolução do método de imageamento eletromagnético analisando a mesma função de sensibilidade obtida por Spies & Habashy (1995), como resposta à perturbação na estrutura condutiva causada por um corpo de dimensões finitas, calculada sob a aproximação de Born.

Finalmente, Souza (2001) fez o estudo da resolução do método usando a resposta do corpo condutivo na presença de um dipolo magnético obtida a partir da solução numérica da equação não homogênea de Helmholtz (Rijo, 2001), usando o método dos elementos finitos. Vínculos absolutos foram usados para estabilizar a solução do problema inverso, implementado por meio do algoritmo de Marquardt. No seu estudo foram usados modelos constituídos por heterogeneidades de 0.02 S/m em um meio encaixante de 0.01 S/m.

Com exceção do trabalho de Souza, os demais trabalhos usam o algoritmo baseado na aproximação de Born de primeira ordem ou de Rytov. Essas aproximações são válidas somente para objetos de pequeno contraste de condutividade elétrica e dimensões finitas. Por outro lado, a solução por elementos finitos é válida para qualquer contraste de condutividade elétrica e qualquer que seja a geometria da estrutura geológica que se deseja imagear.

O objetivo desta tese é dar continuidade ao trabalho de Souza (2001), considerando, para tanto, estruturas mais complexas, contraste de condutividade mais altas, maior faixa de

freqüências e métodos de inversão mais robustos para se obter imagens tomográficas mais bem delineadas.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Esta tese consta de cinco capítulos:

Neste capítulo (o primeiro) é apresentada a motivação do problema da tomografia eletromagnética aplicada à indústria de petróleo. É feita uma revisão da literatura sobre o assunto, seguida de uma discussão dos resultados já publicados.

No segundo capítulo é apresentada, de modo sucinto, a metodologia empregada no desenvolvimento do trabalho. O problema da tomografia eletromagnética é essencialmente um problema de inversão de dados geofísicos. Por isso, ele se reduz aos dois problemas clássicos: o direto e o inverso. O problema direto é resolvido com o método dos elementos finitos e o inverso com o algoritmo de Marquardt devidamente modificado com a introdução de vínculos absolutos e de suavidade. Sem vínculos apropriados, o problema de tomografia eletromagnética é mal condicionado.

No terceiro capítulo é apresentada uma bateria de dez modelos que serão analisados detalhadamente no quarto capítulo.

O quarto capítulo é a essência deste trabalho. Nele serão discutidos os vários tipos de vínculos empregados no imageamento tomográfico dos modelos apresentados no terceiro capítulo.

O quinto e último capítulo versa sobre as conclusões e recomendações para futuros trabalhos nesta linha de pesquisa.

2 PROBLEMAS DIRETO E INVERSO VINCULADO

2.1 INTRODUÇÃO

A produção de óleo pode se dar em dois diferentes estágios, denominados de produção primária e produção secundária. No estágio primário, a própria pressão interna do reservatório é suficiente para expulsar o óleo das jazidas. O óleo, misturado à água e gás, acumula-se a grandes profundidades, sob alta temperatura e pressão. Quando um poço é perfurado, o óleo flui para onde há menor pressão e chega à superfície. Mas, com o tempo, a diferença de pressão diminui e se torna insuficiente para movimentar o óleo no reservatório, conseqüentemente, o seu rendimento cai, permanecendo quantidades significantes no reservatório. Para dar continuidade à produção (estágio de produção secundária) é necessário fornecer energia externa ao reservatório com o auxílio das técnicas de injeção de fluídos. O fluído injetado no reservatório, por intermédio de poços injetores, aumenta a energia interna do reservatório e incrementa significativamente a sua pressão. Como conseqüência, o movimento do óleo em direção aos poços produtores é fortemente estimulado melhorando o processo de extração.

Assim, o estágio de produção secundária depende do processo de injeção de um fluído para aumentar a pressão no reservatório. O fluído injetado (deslocante) ocupa parte do espaço poroso, antes ocupado pelo óleo remanescente no reservatório, gerando um diferencial de pressão que provoca o movimento do óleo residual em direção aos poços de produção. Variações na direção do fluxo do fluído no reservatório são caracterizadas pela presença de zonas de contraste das propriedades mecânicas da rocha, nomeadamente da permeabilidade e da porosidade. A comunicação entre zonas de fluxo de alta e baixa permeabilidade e de elevado diferencial de pressão determina as formas geométricas das frentes de deslocamento dos fluidos, criadas no entorno dos poços de injeção durante o seu movimento na rocha porosa. Em virtude da condutividade elétrica do fluído injetado, estas zonas formam heterogeneidades nas propriedades elétricas que caracterizam o reservatório, tomando formas geométricas que dependem das variações da permeabilidade e da porosidade da rocha em torno do poço injetor. Em meios isotrópicos estas heterogeneidades das propriedades elétricas apresentam formas cilíndricas toroidais que se expandem em torno do poço à medida que o fluído injetado se desloca através do reservatório (Figura 2.1). Aplicando-se a técnica da tomografia eletromagnética poço-a-poço é

possível monitorar o comportamento do fluido deslocado junto com o óleo durante o processo de injeção. Esta técnica consiste em enviar ondas eletromagnéticas a partir de um conjunto de transmissores uniformemente distribuídos dentro de um poço e medir o campo magnético devido à heterogeneidade em um conjunto de sensores num segundo poço, denominado de poço de observação. A partir dos dados observados do campo magnético é feito o imageamento da heterogeneidade das propriedades elétricas do meio, daí o termo tomografia eletromagnética. Tecnicamente, a tomografia trata-se de um problema de inversão, pois, a partir das observações tenta-se visualizar, a partir de uma imagem, a distribuição das propriedades elétricas responsáveis pelos dados observados. Conclui-se que a variação das propriedades elétricas indica a presença do fluido condutivo junto com óleo (não condutivo) deslocado. Em outras palavras, a tomografia fornece indiretamente o posicionamento do óleo deslocado por força do fluido condutivo injetado no reservatório.

Do ponto de vista computacional, o problema da tomografia, como qualquer outro problema de inversão em geofísica, consiste em duas partes. O problema direto e o problema inverso. Este capítulo tem como objetivos abordar estes dois problemas. Primeiro, o problema direto e em seguida o problema inverso.

2.2 O PROBLEMA DIRETO

Para apresentar a formulação do problema direto, vamos considerar o modelo mostrado na Figura 2.1. Este modelo é formado por uma região toroidal caracterizada pela condutividade $\sigma(r, z)$ simetricamente distribuída em volta do poço em um espaço homogêneo, isotrópico e ilimitado de condutividade elétrica σ_p . Dois poços, separados por uma distância r , contêm a fonte e o receptor. A fonte, no poço 1, é constituída por um dipolo magnético vertical. O receptor, no poço 2, é uma bobina horizontal que capta a componente vertical do campo magnético gerada pelo transmissor, pela região toroidal condutiva e o meio encaixante.

Este problema não possui solução exata. A alternativa é encontrar uma solução aproximada. Alumbaugh & Morrison, (1995) empregaram o algoritmo da aproximação de Born para obter uma solução aproximada de primeira ordem. Aqui vamos usar o algoritmo dos elementos finitos para obter uma solução aproximada mais geral, isto é, sem a restrição imposta pelo algoritmo de Born.

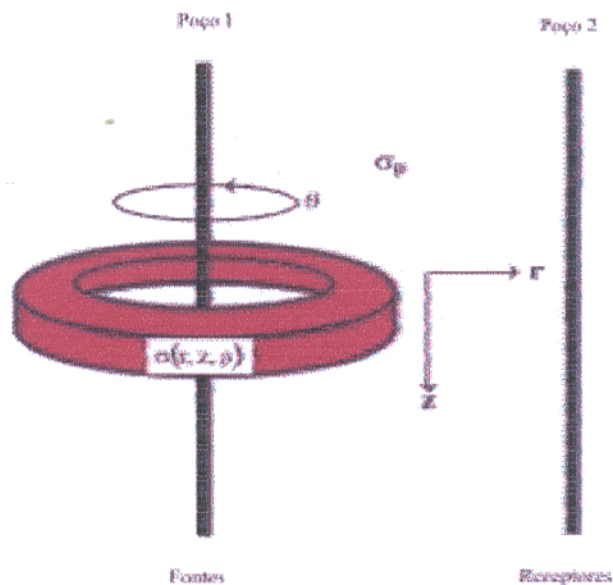


Fig. 2.1 Ilustração de um modelo 3D azimuthal

Levando em conta a simetria azimuthal do campo primário assim como da distribuição da condutividade elétrica do corpo toroidal, o problema, em princípio tridimensional, torna-se bidimensional, com variação da condutividade apenas nas direções r e z , conforme ilustra a Figura 2.2.

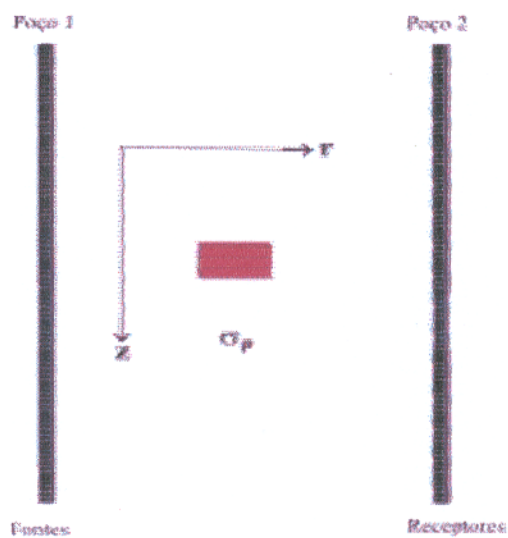


Fig. 2.2 Seção transversal do modelo ilustrado na Figura 2.1

Segundo Rijo (2001), a equação, no SI, que governa o problema em questão é representada, em termo do campo elétrico secundário E_θ^s , por

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial E_\theta^s}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\theta^s)}{\partial r} \right) + i\omega\mu_0\sigma(r,z)E_\theta^s = -\Delta\sigma(r,z)E_\theta^p, \quad (2.1)$$

em que $\Delta\sigma(r,z)E_\theta^p$ é a densidade de corrente dentro do corpo toroidal, sendo $\Delta\sigma = \sigma(r,z) - \sigma^p$ o contraste da condutividade da heterogeneidade com relação a do meio encaixante e

$$E_\theta^p = i\omega\mu_0 \frac{m_z}{4\pi R^3} r (1 + ik^p) e^{-ik^p R}, \quad (2.2)$$

é o campo elétrico primário no meio homogêneo gerado pelo dipolo magnético vertical de momento m_z , em que $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ e $k^p = \sqrt{-i\omega\mu_0\sigma_p}$ sendo ω a frequência angular e $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ a permeabilidade magnética do vácuo.

Uma vez resolvida a equação (2.1), a componente vertical do campo magnético total na bobina receptora é a soma da componente do campo primário

$$H_z^p = -\frac{m_z}{4\pi R^3} \left[\left(3 + 3ik^p R - k^{p2} R^2 \right) z^2 - \left(1 + ik^p R - k^{p2} R^2 \right) R^2 \right] e^{-ik^p R} \quad (2.3)$$

com a componente vertical do campo magnético secundário obtido através de

$$H_z^s = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\theta^s)}{\partial z} \quad (2.4)$$

Como já foi dito acima, a equação (2.1) não possui solução exata. Contudo, é possível através do algoritmo dos elementos finitos encontrar uma solução aproximada bastante satisfatória. Este algoritmo consiste em subdividir a região de definição do problema em uma malha de pequenos elementos triangulares (Figura 2.3) e a partir de um processo de interpolação linear dentro de cada elemento, encontrar uma solução aproximada do problema. Veremos que a região de interesse na solução do problema é a área de maior densidade de elementos, a parte vermelha, compreendida entre os intervalos $0 < r < 100$ e $0 < z < 200$. Os demais elementos no restante da malha servem para garantir as condições de fronteiras do campo elétrico. A aproximação linear dentro do elemento (Figura 2.4) é expressa por

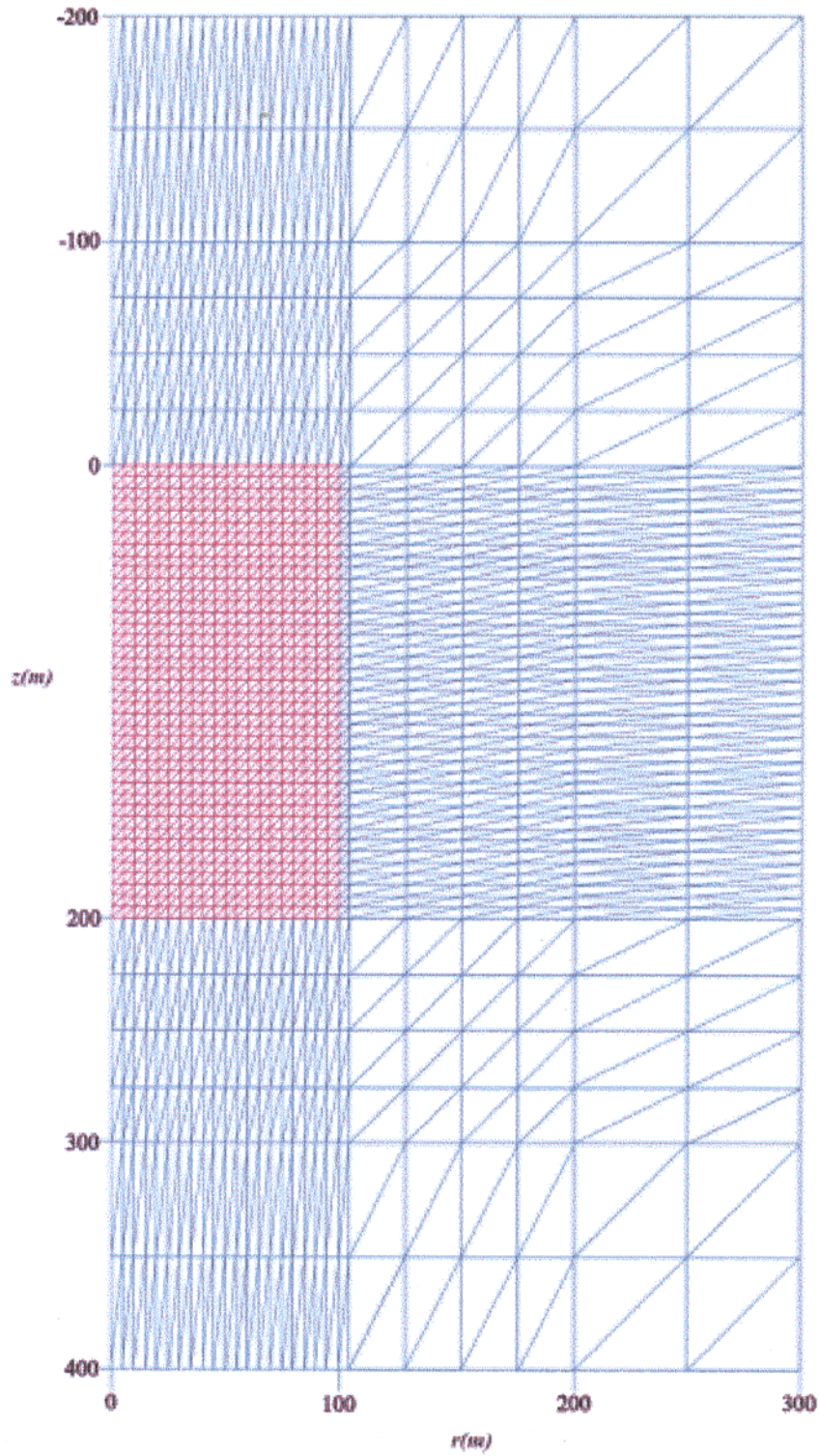


Fig. 2.3 Ilustração de malha de elementos finitos

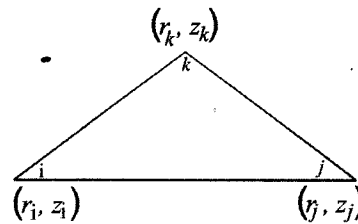


Fig. 2.4 Elemento triangular

$$rE_{\theta}^s \approx \psi_i \alpha_i + \psi_j \alpha_j + \psi_k \alpha_k$$

em que α_i , α_j e α_k são os valores aproximados a serem determinados e ψ_1 , ψ_2 e ψ_3 são as funções bases dadas por

$$\psi_i = \frac{1}{2A}(a_i + b_i r + c_i z) \quad (2.5a)$$

$$\psi_j = \frac{1}{2A}(a_j + b_j r + c_j z) \quad (2.5b)$$

e

$$\psi_k = \frac{1}{2A}(a_k + b_k r + c_k z) \quad (2.5c)$$

em que A é a área do triângulo calculada por

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & r_i & z_i \\ 1 & r_j & z_j \\ 1 & r_k & z_k \end{vmatrix} \quad (2.6)$$

e os coeficientes a_i , b_i e c_i ... são expressos por

$$a_i = r_j z_k - r_k z_j, \quad b_i = z_j - z_k, \quad c_i = r_k - r_j,$$

$$a_j = r_k z_i - r_i z_k, \quad b_j = z_k - z_i, \quad c_j = r_i - r_k$$

e

$$a_k = r_i z_j - r_j z_i, \quad b_k = z_i - z_j, \quad c_k = r_j - r_i.$$

Supondo constante a condutividade elétrica dentro do elemento e aplicando à equação (2.1) o procedimento de Galerkin, obtém-se a equação matricial,

$$k_{mn} \alpha_n = \beta_m, \quad m = 1, 2, 3 \quad n = 1, 2, 3. \quad (2.7)$$

em que as componentes da matriz k_{mn} são dadas por

$$k_{mn} = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial r} \frac{\partial \psi_n}{\partial r} + \frac{\partial \psi_m}{\partial z} \frac{\partial \psi_n}{\partial z} \right) \frac{1}{r} dr dz - i\omega\mu_0\sigma_c \int_{\Omega} \psi_m \psi_n \frac{1}{r} dr dz \quad (2.8)$$

e o vetor do lado direito é expresso por

$$\beta_n = -i\omega\mu_0\Delta\sigma_c E_{\theta c}^p \int_{\Omega} \psi_m \psi_n dr dz \quad (2.9)$$

em que $E_{\theta c}^p$ é o valor do campo elétrico primário calculado no centro do elemento. O sub-índice c em σ_c indica que o valor da condutividade é considerado constante dentro do elemento.

O vetor α_n na equação (2.7) representa a aproximação do campo elétrico a ser determinado nos nós de cada elemento.

Substituindo as funções bases na integral (2.8) podemos reescrevê-la da seguinte maneira:

$$k_{mn} = (b_m b_n + c_m c_n) IT_1 + i\omega\mu_0 \left[(a_m b_n + a_n b_m) IT_2 + (a_m a_n) + (b_m b_n) IT_3 + \right. \\ \left. + (b_m c_n + b_n c_m) IT_4 + (a_m c_n + a_n c_m) IT_5 + (c_m c_n) IT_6 \right]$$

em que as integrais IT_i são calculadas numericamente pelas seguintes quadraturas gaussianas de treze pontos (Strang & Fix, 1973):

$$IT_1 = \int_{\Omega^e} dr dz = A,$$

$$IT_2 = \int_{\Omega^e} \frac{1}{r} dr dz = (b_j c_k - b_k c_j) \sum_{l=1}^{13} \frac{1}{r_l \xi_{1l} + r_j \xi_{2l} + r_k \xi_{3l}} \omega_l,$$

$$IT_3 = \int_{\Omega^e} r dr dz = (b_j c_k - b_k c_j) \sum_{l=1}^{13} (r_l \xi_{1l} + r_j \xi_{2l} + r_k \xi_{3l}) \omega_l,$$

$$IT_4 = \int_{\Omega^e} z dr dz = (b_j c_k - b_k c_j) \sum_{l=1}^{13} (z_l \xi_{1l} + z_j \xi_{2l} + z_k \xi_{3l}) \omega_l,$$

$$IT_5 = \int_{\Omega^e} \frac{z}{r} dr dz = (b_j c_k - b_k c_j) \sum_{l=1}^{13} \frac{z_l \xi_{1l} + z_j \xi_{2l} + z_k \xi_{3l}}{r_l \xi_{1l} + r_j \xi_{2l} + r_k \xi_{3l}} \omega_l,$$

$$IT_6 = \int_{\Omega^e} \frac{z^2}{r} dr dz = (b_j c_k - b_k c_j) \sum_{l=1}^{13} \frac{(z_l \xi_{1l} + z_j \xi_{2l} + z_k \xi_{3l})^2}{r_l \xi_{1l} + r_j \xi_{2l} + r_k \xi_{3l}} \omega_l,$$

cujos coeficientes ξ_{ij} e pesos ω_i são fornecidos na Tabela 2.1.

O cálculo do vetor (2-9) é feito usando a fórmula

$$\beta_n = -i\omega\mu_0\Delta\sigma_c E_{\theta c}^p \frac{A}{12},$$

em que A é a área do elemento triangular dada por (2.6). O campo elétrico primário $E_{\theta c}^p$ é fornecido por (2.2) e é calculado no centro do elemento.

De posse da matriz (2.8) e do vetor (2.9) já devidamente calculados, o próximo passo é a montagem do sistema de equações lineares correspondentes a todos os elementos da malha. Este sistema é formado por tantas equações quanto são o número de nós na malha. A última etapa é resolver o sistema de equações lineares. Mas, antes é preciso incluir as condições de fronteira da região que constitui a malha. Esta região de forma retangular tem quatro fronteiras: a fronteira do lado esquerdo, limitada pelo poço que contém os transmissores, e as outras três fronteiras, a de cima, a de baixo e a do lado direito da malha. Estas três últimas fronteiras são do tipo Dirichlet homogêneas, visto que elas estão suficientemente afastadas das heterogeneidades para garantir que o campo elétrico secundário seja zero nos nós dessas fronteiras. A fronteira limitada pelo poço é do tipo natural ou de Neumann, por ser o eixo de simetria da região que representa uma seção cilíndrica que contém a malha de elementos finitos. Em virtude da simetria, a condição de Neumann corresponde à componente horizontal do campo magnético secundário, que neste caso é igual a zero. Resolvida a questão das condições de contorno, o sistema está, agora, pronto para ser resolvido. Para tanto usamos o método da eliminação gaussiana. A solução do sistema de equações lineares nos fornece os valores aproximados da componente radial do campo elétrico secundário em todos os nós da malha, em particular nos nós do poço que contém os receptores.

Como sabemos, os receptores, na forma de bobinas horizontais, medem a componente vertical do campo magnético total, ou seja, a soma da componente vertical do campo magnético primário (2.3) devido ao meio encaixante e da componente vertical do campo magnético secundário gerado pela heterogeneidade. O cálculo da componente vertical do campo magnético secundário é feito numericamente a partir da versão discreta de (2.4). Este é um pequeno esboço sobre o problema direto, os detalhes podem ser encontrados em Rijo (1977, 2001).

E assim temos a solução do problema direto, ou seja, os valores da componente vertical do campo magnético nos receptores para qualquer posição do transmissor dentro do poço. Estes são, precisamente, os dados que usados no processo de inversão a ser discutido na próxima seção.

Tabela 2.1: Coeficientes ξ_{ij} e pesos ω_i para as quadraturas gaussianas

ξ_{i1}	ξ_{i2}	ξ_{i3}	ω_i
.333333333333333	.333333333333333	.333333333333333	-.149570044467670
.479308067841923	.260345966079038	.260345966079038	.175615257433204
.260345966079038	.479308067841923	.260345966079038	.175615257433204
.260345966079038	.260345966079038	.479308067841923	.175615257433204
.869739794195568	.065130102902216	.065130102902216	.053347235608839
.065130102902216	.869739794195568	.065130102902216	.053347235608839
.065130102902216	.065130102902216	.869739794195568	.053347235608839
.638444188569809	.312865496004875	.048690315425316	.077113760890257
.638444188569809	.048690315425316	.312865496004875	.077113760890257
.312865496004875	.638444188569809	.048690315425316	.077113760890257
.312865496004875	.048690315425316	.638444188569809	.077113760890257
.048690315425316	.312865496004875	.638444188569809	.077113760890257
.048690315425316	.638444188569809	.312865496004875	.077113760890257

2.3 O PROBLEMA INVERSO

A inversão de dados tomográficos é um problema mal posto, o que significa que ele não possui solução única ou estável, ou seja, existem inúmeras soluções diferentes que conseguem reproduzir as observações com um mesmo nível de aproximação. Para resolver a questão da não unicidade e da instabilidade, somamos ao funcional que representa os dados observados um outro funcional estabilizante para introduzir informação *a priori*. Para minimizar o funcional não-linear resultante da soma dos dois primeiros, empregamos o método de Marquardt, que procura uma solução aproximada iterativamente.

Seguindo os trabalhos de Medeiros & Silva, (1996), Luiz, (1999) e Regis, (2000), será apresentada, a seguir, a formulação de como é feita a introdução de informações a priori no problema inverso. O algoritmo aqui apresentado será empregado no Capítulo 4 no imageamento tomográfico de vários modelos interessantes. Vejamos, então, um esboço do algoritmo.

Representamos o vetor y contendo o campo magnético observado no receptor como uma função da posição z e dos parâmetros p que formam o chamado modelo interpretativo, que consideramos como sendo aquele que gera os dados observados. Se tivermos N observações:

$$y_i = f(p, z_i), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.10)$$

em que z_i denota as posições do receptor.

Neste trabalho, as observações do método de tomografia eletromagnética são as componentes reais e imaginárias da componente vertical do campo magnético. Os parâmetros de cada modelo são definidos pela condutividade dos elementos da malha situados na região de imageamento.

O funcional que representa o ajuste entre o campo magnético observado y^o e o calculado pela função $f(p, z)$ para um dado conjunto de parâmetros p_k , é dado por:

$$\phi^o(p_k) = \|y^o - f(p_k)\|^2.$$

Como o problema de minimizar ϕ^o é mal posto, construímos um funcional bem posto acrescentando informação a priori sobre os parâmetros, na forma de vínculos aproximados de igualdade absoluta e de igualdade relativa (Medeiros & Silva; 1996, Luiz, 1999; Regis, 2000). Estes vínculos fazem com que a solução final tenda para valores de parâmetros para os quais

temos informação geológica ou proveniente de outros métodos geofísicos. Isto é feito através de equações de vínculos da forma $p_j = v_j$, que escrevemos em notação matricial,

$$\mathbf{M}\mathbf{p} = \mathbf{v},$$

em que \mathbf{v} são os valores aos quais vincularemos os parâmetros e \mathbf{M} é uma matriz cujas linhas são formadas por zeros exceto na posição dos parâmetros que queremos vincular. Por exemplo, se o objetivo é introduzir vínculos absolutos, então \mathbf{M} e \mathbf{v} devem ser construídos conforme exemplificado abaixo, para o caso em que os parâmetros $p_1, p_2, p_3, p_4, p_{799}$ e p_{800} são iguais a 0.01 S/m:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \dots 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

Vamos acrescentar esta informação ao processo de inversão, através do funcional

$$\phi^v = \|\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{v}\|^2,$$

Resolvemos, então, o problema de minimizar o funcional não linear

$$\phi = \phi^o + \mu\phi^v,$$

em que o parâmetro μ é um multiplicador que controla a importância relativa da informação *a priori* em relação à informação contida nas observações.

Podemos esperar que a função $\phi(\mathbf{p})$, no entorno de seu mínimo possa ser aproximada por uma função quadrática. Então trabalharemos com a aproximação $\hat{\phi}$, que é a expressão da função $\phi(\mathbf{p})$ em serie de Taylor em torno de uma aproximação \mathbf{p}_k até o termo de segunda ordem,

$$\hat{\phi}(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}_k) + (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)' \left\{ \nabla_{\mathbf{p}} \phi \right\} \Big|_{\mathbf{p}_k} + \frac{1}{2} (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)' \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \nabla_{\mathbf{p}} \phi \right\} \Big|_{\mathbf{p}_k} (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k).$$

ou, fazendo $\delta\mathbf{p} = (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)$,

$$\hat{\phi}(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}_k) + \delta\mathbf{p}' \nabla_{\mathbf{p}} \phi \Big|_{\mathbf{p}_k} + \frac{1}{2} \delta\mathbf{p}' \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \nabla_{\mathbf{p}} \phi \right\} \Big|_{\mathbf{p}_k} \delta\mathbf{p}$$

Escrevemos o gradiente $\nabla_{\mathbf{p}} \phi$ e o hessiano $\nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \nabla_{\mathbf{p}} \phi \right\}$ como as somas dos gradientes \mathbf{g} e hessianos \mathbf{H} dos funcionais das observações ϕ^o e dos vínculos

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_k^o &= \nabla_{\mathbf{p}} \phi^o \Big|_{\mathbf{p}_k} & \mathbf{H}_k^o &= \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \nabla_{\mathbf{p}} \phi^o \right\} \Big|_{\mathbf{p}_k} \\ \mathbf{g}_k^v &= \nabla_{\mathbf{p}} \phi^v \Big|_{\mathbf{p}_k} & \mathbf{H}_k^v &= \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \nabla_{\mathbf{p}} \phi^v \right\} \Big|_{\mathbf{p}_k} \end{aligned}$$

Então,

$$\hat{\phi}(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}_k) + \delta\mathbf{p}' (\mathbf{g}_k^o + \mu \mathbf{g}_k^v) + \frac{1}{2} \delta\mathbf{p}' (\mathbf{H}_k^o + \mu \mathbf{H}_k^v) \delta\mathbf{p}.$$

Para encontrar o passo $\delta\mathbf{p}_k^*$, necessário para atingir o mínimo desta função, calculamos o gradiente em relação a $\delta\mathbf{p}$ e o igualamos ao valor nulo,

$$\nabla_{\delta\mathbf{p}} \left\{ \phi(\mathbf{p}_{k+1}) \right\} = \bar{\mathbf{0}}$$

Logo,

$$(\mathbf{g}_k^o + \mu \mathbf{g}_k^v) + (\mathbf{H}_k^o + \mu \mathbf{H}_k^v) \delta\mathbf{p}_k^* = \bar{\mathbf{0}}$$

$$\delta\mathbf{p}_k^* = -(\mathbf{H}_k^o + \mu \mathbf{H}_k^v)^{-1} (\mathbf{g}_k^o + \mu \mathbf{g}_k^v)$$

O gradiente e o hessiano do funcional dos vínculos são dados por,

$$\mathbf{g}_k^v = \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ (\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{t})' (\mathbf{M}\mathbf{p} - \mathbf{t}) \right\} \Big|_{\mathbf{p}_k}$$

ou

$$\mathbf{g}_k^v = 2\mathbf{M}' (\mathbf{M}\mathbf{p}_k - \mathbf{t})$$

e

$$\mathbf{H}_k^v = \nabla_{\mathbf{p}} \{ \mathbf{g}_k^v \}$$

ou

$$\mathbf{H}_k^v = 2\mathbf{M}'\mathbf{M}$$

O gradiente do funcional das observações é,

$$\mathbf{g}_k^o = \nabla_{\mathbf{p}} \left\{ \left[\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}) \right]' \left[\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}) \right] \right\}_{\mathbf{p}_k}$$

ou

$$\mathbf{g}_k^o = -2\nabla_{\mathbf{p}} \mathbf{f}'(\mathbf{p}) \Big|_{\mathbf{p}_k} \left[\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k) \right]$$

ou, finalmente,

$$\mathbf{g}_k^o = -2\mathbf{A}_k' \left[\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k) \right]$$

em que \mathbf{A}_k é a matriz sensibilidade, cujos elementos são as derivadas parciais da função $\mathbf{f}(\mathbf{p})$ em relação aos parâmetros, avaliadas na aproximação \mathbf{p}_k ,

$$A_{ij} \Big|_k = \frac{\partial f_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} \Big|_{\mathbf{p}_k}$$

O hessiano \mathbf{H}_k^o é a derivada segunda da ϕ^o . Reescrevemos ϕ^o na forma,

$$\phi^o(\mathbf{p}_k) = \left[\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k) \right]' \left[\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k) \right]$$

$$\phi^o(\mathbf{p}_k) = \sum_{i=1}^N \left[y_i^o - f_i(p_k) \right]^2$$

A primeira derivada será,

$$\frac{\partial \phi^o}{\partial p_j} = -2 \sum_{i=1}^N \left\{ \left[y_i^o - f_i(p_k) \right] \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_j} \right\}$$

A segunda derivada terá a forma,

$$\frac{\partial^2 \phi^o}{\partial p_i \partial p_j} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_i} \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_j} \right\} + 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \left[f_i(p_k) - y_i^o \right] \frac{\partial^2 f_i(p_k)}{\partial p_i \partial p_j} \right\}$$

A aproximação de Gauss-Newton consiste em usar uma aproximação do hessiano na qual desprezamos os termos com as derivadas de segunda ordem. Observe que estes termos aparecem no somatório multiplicados por $\left[f_i(p_k) - y_i^o \right]$, e que estes termos tem valores tanto menores quanto mais próximos estivermos do ajuste das observações, além de apresentarem valores

positivos e negativos que tendem a se cancelar e diminuir a influencia das segundas derivadas no somatório. Então, consideramos,

$$\frac{\partial^2 \phi^o}{\partial p_l \partial p_j} = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_l} \frac{\partial f_i(p_k)}{\partial p_j} \right\}.$$

Note que os termos multiplicados no somatório são as colunas l e j da matriz sensibilidade

$$H_k^o = \nabla_p \left\{ \nabla_p' \phi^o \right\} \Big|_{p=p_k} = 2 \mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k$$

Finalmente, o passo do método de Newton para minimizar o funcional ϕ será,

$$\delta \mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}' \mathbf{M})^{-1} \left\{ \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{M}' (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \right\} \quad (2.11)$$

Se o funcional ϕ puder ser bem aproximado por uma forma quadrática o passo $\delta \mathbf{p}_k^*$ nos leva para o ponto de mínimo buscado, mas quando esta aproximação não for adequada o método de Gauss-Newton pode divergir, gerando um passo $\delta \mathbf{p}_k^*$ que faz com que o valor de ϕ cresça ao invés de diminuir.

Um método pelo qual podemos controlar o passo em um processo iterativo, garantindo a convergência, é o chamado método de Marquardt, que se baseia na seguinte análise: se em determinado momento o vetor dos parâmetros \mathbf{p}_k estiver próximo ao mínimo, ϕ pode ser bem aproximada por forma quadrática e o vetor $\hat{\mathbf{p}}$ que minimiza a função $\hat{\phi}$ é controlado através da equação (2.11),

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_k + (\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}' \mathbf{M})^{-1} \left\{ \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{M}' (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \right\}$$

Por outro lado, se \mathbf{p}_k não estiver em uma região de convergência quadrática, podemos, pelo menos, dar um passo descendente na direção do gradiente da função naquele ponto,

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_k - c \nabla \phi(\mathbf{p}_k) \quad (2.12)$$

fazendo a constante c pequena o bastante para não ultrapassar o ponto de mínimo naquela direção. Então, calculamos o gradiente na equação acima,

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_k + 2c \left\{ \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mathbf{M}' (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \right\}$$

A equação (2.12) representa o método de máxima declividade, para se encontrar o mínimo de uma função.

Podemos combinar esses dois resultados em uma única equação adicionando um termo (λ) à diagonal da matriz dos hessianos na equação (2.11) da seguinte maneira,

$$\delta \mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}' \mathbf{M} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \left\{ \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{M}' (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \right\} \quad (2.13)$$

Teremos então, em uma iteração qualquer, a seguinte situação: se o valor do parâmetro λ for grande em relação aos elementos da matriz dos hessianos, de maneira que a matriz $(\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}' \mathbf{M} + \lambda \mathbf{I})$ seja de diagonal dominante, o método se aproximará do método da máxima declividade e o valor de λ controlará o tamanho do passo dado na direção do gradiente; se o valor do parâmetro λ for muito pequeno comparado aos elementos da matriz, nos aproximamos da solução de mínimos quadrados do método de Newton. Então devemos usar um valor pequeno para λ quando estivermos em uma região de convergência quadrática, próximo de um mínimo, e um valor grande para λ quando não for este o caso.

O escalar λ é chamado de parâmetro de Marquardt e o método consiste em começar o processo com um vetor de parâmetros inicial \mathbf{p}_0 e um valor de λ pequeno, calcular a primeira aproximação e comparar o valor de $\hat{\phi}$ nessa aproximação com aquele calculado com os parâmetros iniciais. Sempre que $\hat{\phi}$ aumentar em relação à iteração anterior, multiplica-se o valor de λ por 10 e se calcula novamente a estimativa dos parâmetros naquela iteração, agora dando um passo menor na direção descendente do gradiente; quando $\hat{\phi}$ diminuir em relação à iteração anterior, dividimos o valor de λ por 10, aumentando o tamanho do passo e substituímos \mathbf{p}_0 por $\hat{\mathbf{p}}$. Repetimos esse processo até satisfazer o critério de convergência definido em termos da função $\hat{\phi}$ e de um parâmetro de controle (ϵ), que deve ser muito pequeno,

$$\left| \frac{\hat{\phi}_k - \hat{\phi}_{k+1}}{\hat{\phi}_k} \right| < \epsilon \quad (2.14)$$

Quando essa equação é satisfeita consideramos que foi atingido um ponto em que a variação de $\hat{\phi}$ é muito pequena e o método pára as iterações nesse ponto.

Ao estimador dado pela equação (2.13) podemos acrescentar informação sobre suavidade dos modelos na forma de vínculos de igualdade relativa. Neste caso fazemos $\mathbf{t} = \vec{0}$ e $\mathbf{M} = \mathbf{R}$,

$$\delta \mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{R}' \mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \left\{ \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{R}' \mathbf{R} \mathbf{p}_k \right\} \quad (2.15)$$

onde \mathbf{R} denota operadores de derivadas de várias ordens. Neste trabalho empregamos operadores da derivada de primeira, segunda e terceira ordens.

A determinação dos elementos desses operadores será ilustrada usando o seguinte funcional estabilizador de Tikhnov & Arsenin, (1977)

$$\Omega(z) = \|z - z_1\|^2, \quad (2.16)$$

em que z_1 é um conjunto contendo um modelo conhecido a priori.

Outros funcionais estabilizadores apresentados por Tikhnov & Arsenin (1977) têm a forma

$$\Omega(z) = \int_{r=0}^p q_r \left(\frac{\partial^r z}{\partial x^r} \right) dx. \quad (2.17)$$

Quando q_r são constantes não negativas para $r = 0, 1, \dots, p-1$ e positivas para $r = p$, eles são chamados de estabilizadores de ordem p com coeficientes constantes ou estabilizadores de Tikhnov.

Tomando-se em (2.17) $p = 0$ e $q_0 = 1$ obtém-se

$$\Omega(z) = R_0 = z^2 = z'z = \|z\|^2,$$

que é um caso particular do estabilizador mostrado em (2.16).

Para $p = 1$, $q_0 = 0$ e $q_1 = 1$ em (2.17) tem-se

$$\Omega(z) = R_1 = \int \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 dx,$$

que na forma discreta pode ser representado por Constable et al., (1987)

$$R_1 = \sum_{i=1}^{N-1} (z_{i+1} - z_i)^2 = \|\partial z\|^2,$$

sendo N o numero de parâmetros do modelo e ∂ o operador matricial de dimensão $N \times N$ da primeira derivada. De modo análogo pode-se obter estabilizadores que correspondem à derivadas de ordens superiores, todos eles introduzindo informação *a priori* de suavização nos parâmetros do modelo. Assim, para $p = n$ e usando valores adequados para q em (2.17), obtém-se

$$R_n = \|\partial^n z\|^2,$$

em que ∂^n é o operador matricial da derivada de ordem n , dada por

$$\partial^n = \underbrace{\partial \cdot \partial \cdot \partial \cdots \partial}_n$$

Os elementos desse operador matricial podem ser determinados por meio do seguinte desenvolvimento: supondo que n seja a ordem da derivada e que $\vartheta(i, j)$ seja um elemento genérico da matriz ∂^n , com i e j variando desde 1 até o número de parâmetros, então

$$i \leq n \Rightarrow \vartheta(i, j) = 0$$

$$i > n \begin{cases} j = (i - n), i \Rightarrow \vartheta(i, j) = (-1)^w \left[\frac{n}{n + j - i} \right] \\ (i - n) \gg j \gg i \Rightarrow \vartheta(i, j) = 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

sendo $w = n + 1 + j - i$ e $\left[\frac{n}{n + j - i} \right]$ coeficientes binomiais.

Vamos ilustrar com alguns exemplos a construção dos operadores de primeira e de segunda derivadas. Considere-se que o número de parâmetros a serem estimados no problema de inversão tomográfica seja 6. Usando as relações (2.18) obtém-se para o operador de primeira derivada

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e para o operador da terceira derivada

$$R_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

A inversão tomográfica eletromagnética envolve modelos bidimensionais, por isso, os operadores de derivadas devem ser aplicados aos parâmetros obedecendo a sua distribuição espacial nas direções horizontal (r) e vertical (z). Assim, foi construído um operador para ser aplicado segundo a distribuição horizontal dos parâmetros e outro para ser aplicado segundo a

distribuição vertical. Por exemplo, para a distribuição de parâmetros mostrada na Figura 2.2, um operador aplicado na direção r atua seqüencialmente sobre os parâmetros 1 a 4, 5 a 8 e 9 a 12. O mesmo operador aplicado na direção z , atua seqüencialmente sobre os parâmetros 1,5 e 9, 2, 6 e 10, 3, 7 e 11 e 4,8 e 12.

P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
P ₅	P ₆	P ₇	P ₈
P ₉	P ₁₀	P ₁₁	P ₁₂

Figura 2.5 Disposição dos parâmetros em um modelo de superfície bi-dimensional

Ainda para a distribuição mostrada na Figura 2.5, um operador de segunda derivada atuando segunda a distribuição horizontal dos parâmetros deve ter a seguinte forma

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

enquanto um operador da primeira derivada atuando na direção vertical

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Na prática, ao se definirem as matrizes R_1 , R_2 ou R_3 , correspondentes, respectivamente, aos operadores de primeira, segunda e terceira ordens, não é necessário que elas contenham as linhas preenchidas com zeros, pois essas linhas não têm efeito algum na resolução do problema. O que será realmente usado será o produto $R'R$, conforme mostrado na equação (2.15)

3 MODELOS E GERAÇÃO DOS DADOS SINTÉTICOS

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo introduziremos os modelos que serão analisados no próximo capítulo com o algoritmo de tomografia proposto neste trabalho. Para cada modelo serão gerados dados sintéticos (componentes em fase e em quadratura do campo magnético vertical) que serão usados na recuperação tomográfica do modelo a ser analisado. A contaminação por ruído dos dados sintéticos simula dados reais. Neste trabalho os dados sintéticos serão contaminados com ruído gaussiano aditivo com 2% de desvio padrão.

O arranjo transmissor-receptor permite gerar os dados, constituídos pelos valores da componente vertical do campo magnético computados no receptor para cada posição da fonte e do receptor. O arranjo da fonte e do receptor tem 200 metros de extensão em profundidade e 100 metros de distância entre os poços. Foram consideradas 21 posições para o transmissor e igual número de posições para o receptor, com separação constante de 10 metros. Isto resulta em 441 combinações diferentes do sistema transmissor-receptor. Para cada frequência, do total de cinco (0.1, 1.0, 10.0, 100.0 e 1000.0 kHz), foram feitas 441 medidas da componente vertical do campo magnético, separado nas componentes em fase e em quadratura, totalizando 882 observações. O problema de inversão consta de 800 parâmetros, referentes às condutividades das 40x20 células retangulares da área central da malha, no intervalo $0 < r < 100$ e $0 < z < 200$ (região em vermelho da Figura 2.3). Cada célula é formada por dois triângulos apoiados pelas hipotenusas. Vê-se então que este é um problema de inversão de grande porte, porém factível, como veremos no próximo capítulo.

O primeiro passo, na obtenção dos dados, consiste na criação de um modelo, a partir do qual são gerados os dados sintéticos. Consideremos, como exemplo, o modelo toroidal apresentado na Figura 3.1 (semelhante à Figura 2.1, repetida aqui para facilitar a discussão sobre os modelos). Como já foi dito antes, devido à simetria azimutal da condutividade, o problema 3D se reduz a um problema de simetria axial bidimensional. Assim, apenas a seção transversal do toro, como ilustra a Figuras 3.2, é considerada na solução do problema. Dito isto, vamos, a seguir, apresentar os modelos que serão usados no nosso estudo. À guisa de ilustração, vamos apresentar também alguns exemplos dos dados sintéticos (não contaminados por ruído ainda)

desses modelos para se ter uma noção do tipo de dados que entram na inversão tomográfica. Para isso vamos considerar apenas uma posição (à 100m de profundidade) do transmissor.

3.2 MODELO A

O primeiro modelo consta de um anel toroidal de condutividade igual a 0.1 S/m, de secção retangular de $20 \times 30 \text{ m}^2$ ilustrado nas Figuras 3.1 e 3.2.

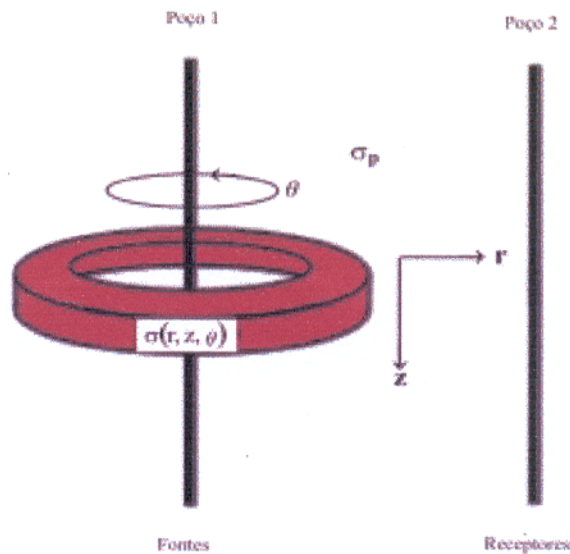


Fig. 3.1 Ilustração de um modelo 3D com simetria azimutal

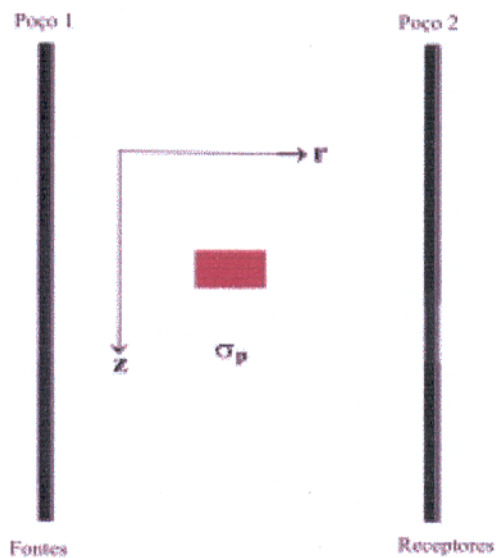


Fig. 3.2 Seção transversal do modelo 3D ilustrado na Figura 3.1

A seção transversal ($20 \times 30 \text{ m}^2$) do anel toroidal ilustrada na Figura 3.2 é mais bem representada pela Figura 3.3a que ilustra o contraste entre a condutividade do meio encaixante (0.01 S/m) e a seção da região toroidal (0.1 S/m). A Figura 3.3b mostra a resposta (transmissor à 100m de profundidade) deste modelo.

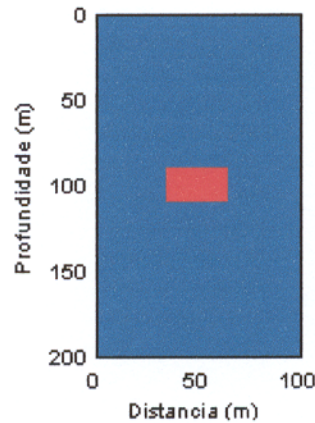


Figura 3.3a Modelo A

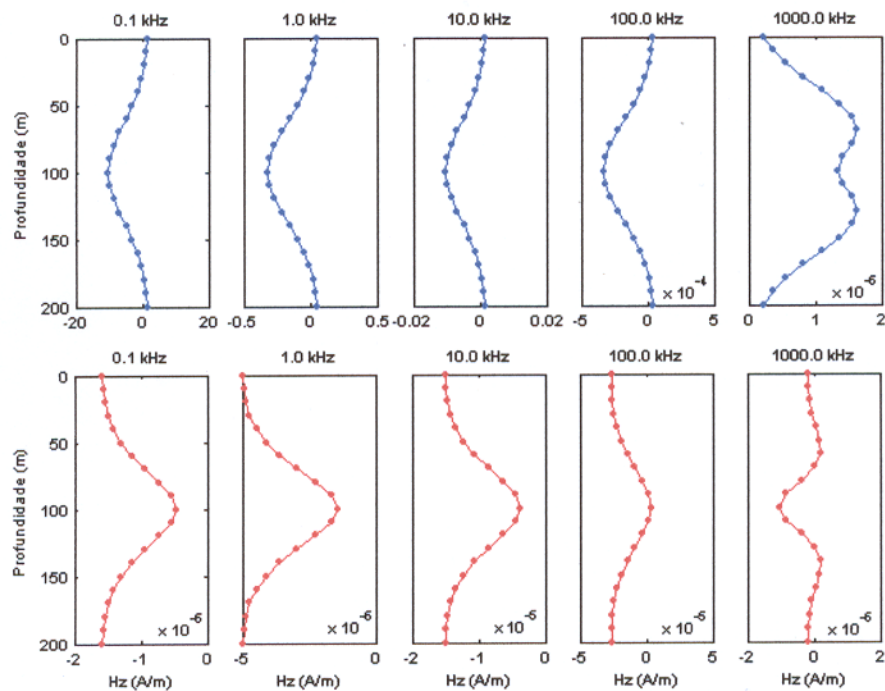


Fig. 3.3b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliados nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.3 MODELO B

O segundo modelo (Figura 3.4a) é uma variação do modelo A. O toro, agora, é duas vezes mais alongado na direção radial. Assim, a área da seção ($10 \times 60 \text{ m}^2$) é mantida inalterada, sendo igual a área do modelo A.

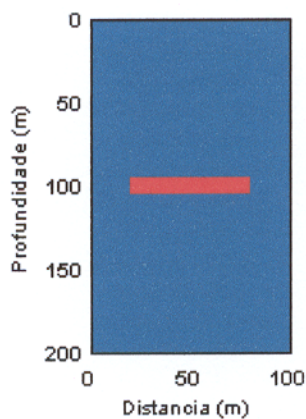


Figura 3.4a Modelo B

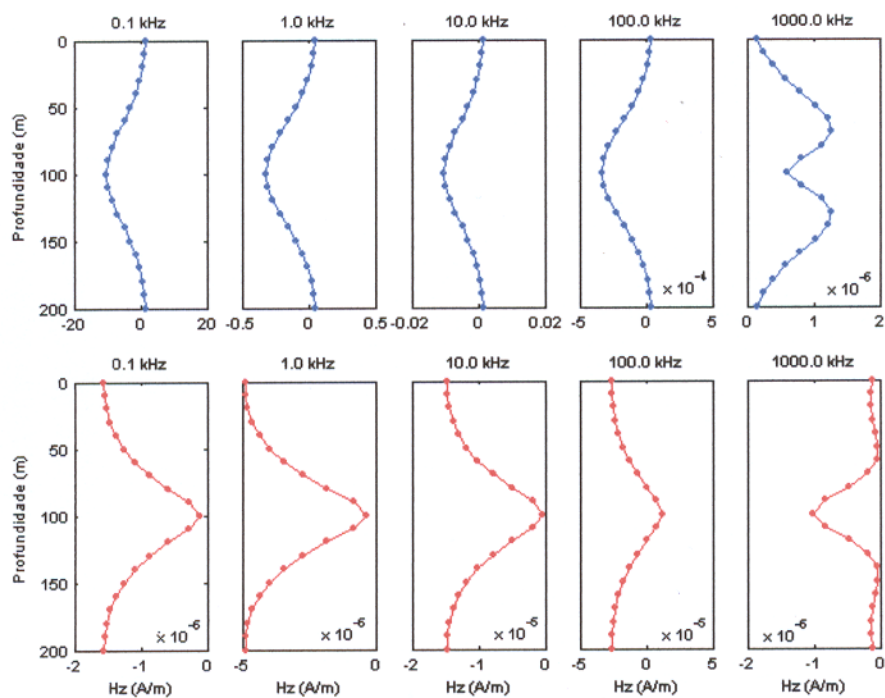


Fig. 3.4b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliado nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.4 MODELO C

O terceiro modelo (Figura 3.5a) é também uma variação do modelo A. O toro, agora, é duas vezes mais alongado na direção vertical. A área da seção ($60 \times 10 \text{ m}^2$) é igual a do modelo A.

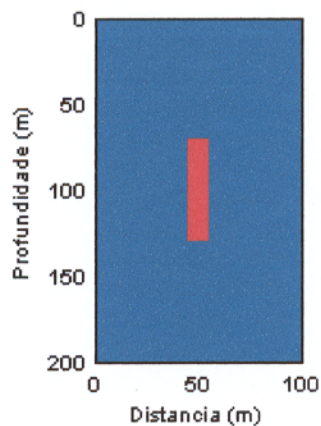


Figura 3.5a Modelo C

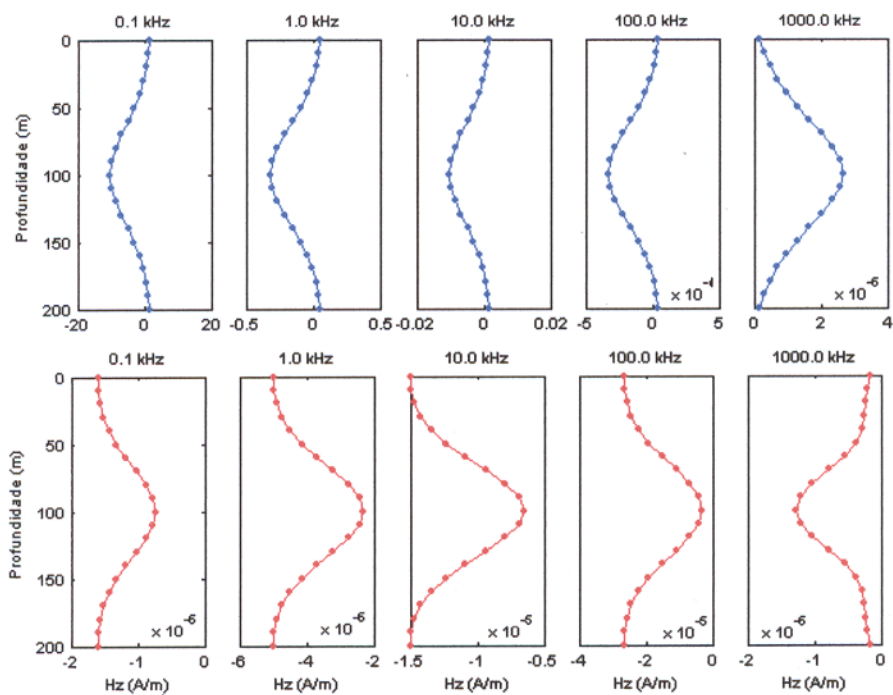


Fig. 3.5b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliados nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.5 MODELO D

O quarto modelo (Figura 3.6a) é um toro de seção inclinada de 45° . Isto significa que o raio da região toroidal aumenta proporcionalmente na direção vertical. Grosso modo, este modelo se enquadra entre os dois modelos anteriores. A área da seção ($10 \times 60 \text{ m}^2$) é a mesma dos dois últimos modelos.

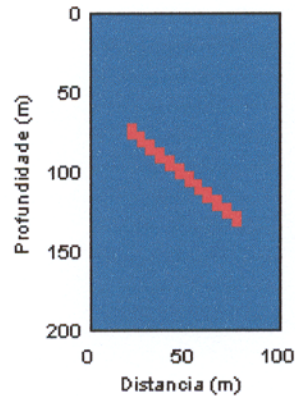


Figura 3.6a Modelo D

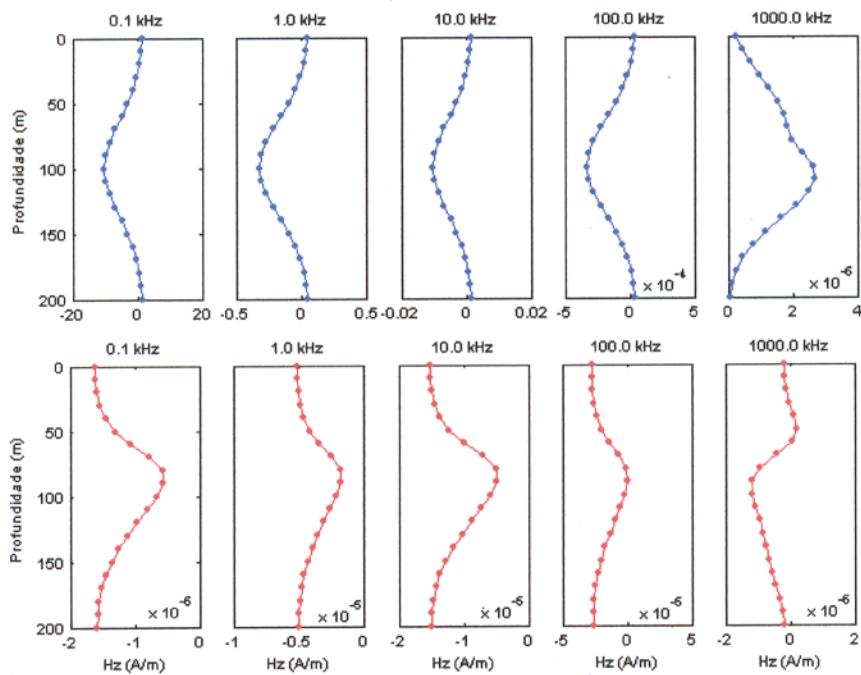


Fig. 3.6b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliados nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.6 MODELO E

O quinto modelo (Figura 3.7a) é formado por dois anéis toroidais paralelos, semelhantes ao do modelo A, separados de 50 metros na direção horizontal. Podemos imaginar este modelo como sendo o modelo B partido em dois, de sorte que a área total das duas seções ($2 \times 20 \times 15 \text{ m}^2$) continua a mesma dos modelos anteriores, embora separadas.

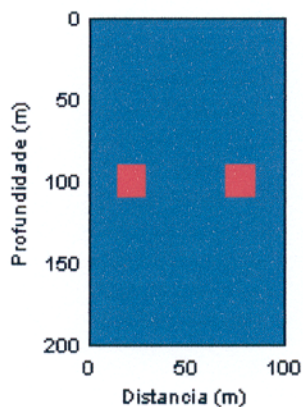


Figura 3.7a Modelo E

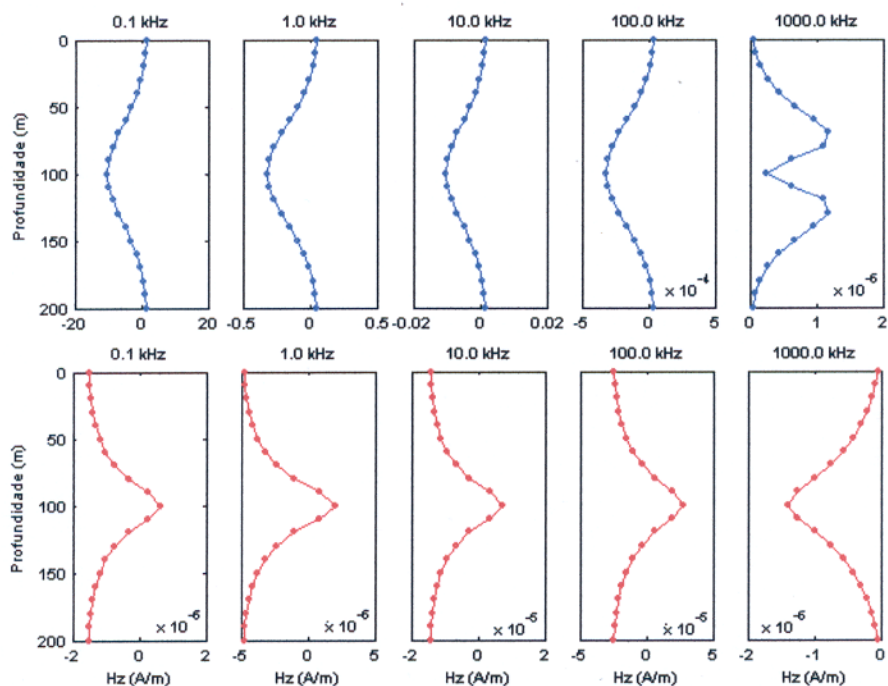


Fig. 3.7b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliados nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.7 MODELO F

O sexto modelo (Figura 3.8a) é formado por dois anéis toroidais paralelos, semelhantes ao do modelo A, separados de 50 metros na direção vertical. Podemos imaginar este modelo como sendo o modelo C que se partiu em dois, de sorte que a área da total das duas seções ($2 \times 20 \times 15 \text{ m}^2$) continua a mesma dos modelos anteriores, embora separadas.

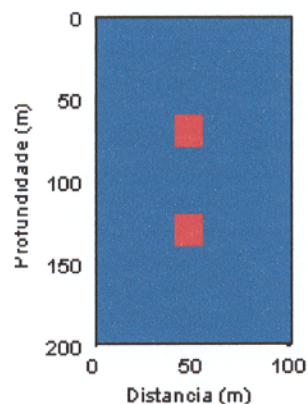


Figura 3.8a Modelo F

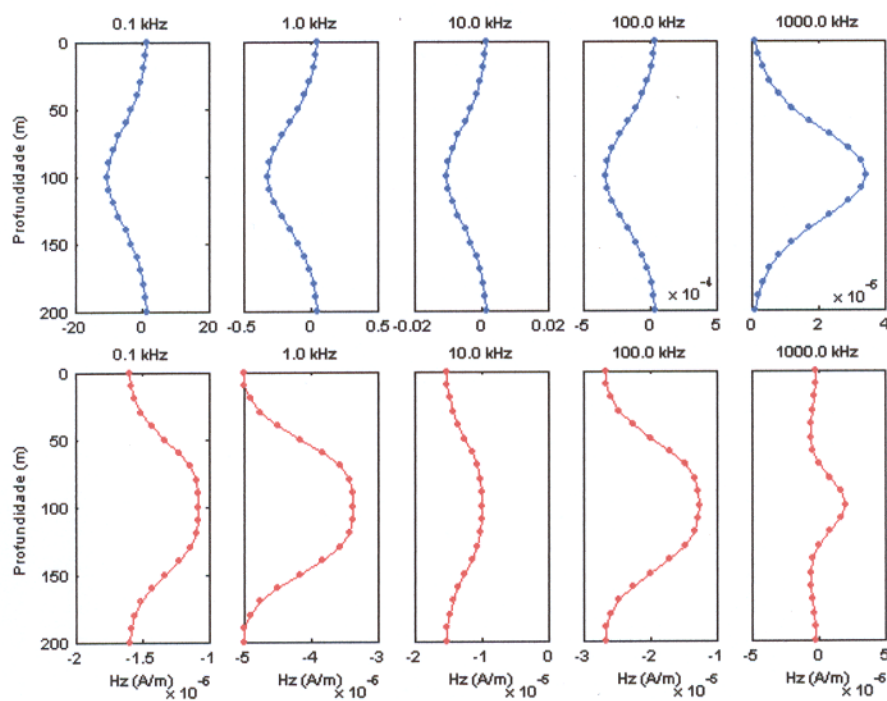


Fig. 3.8b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliados nas 21 posições do receptor, separados nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.8 MODELO G

O sétimo modelo (Figura 3.9a) é uma variação do modelo E em que as seções toroidais são duas vezes mais longas na direção vertical.

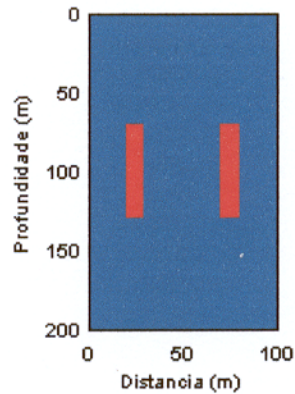


Figura 3.9a Modelo G

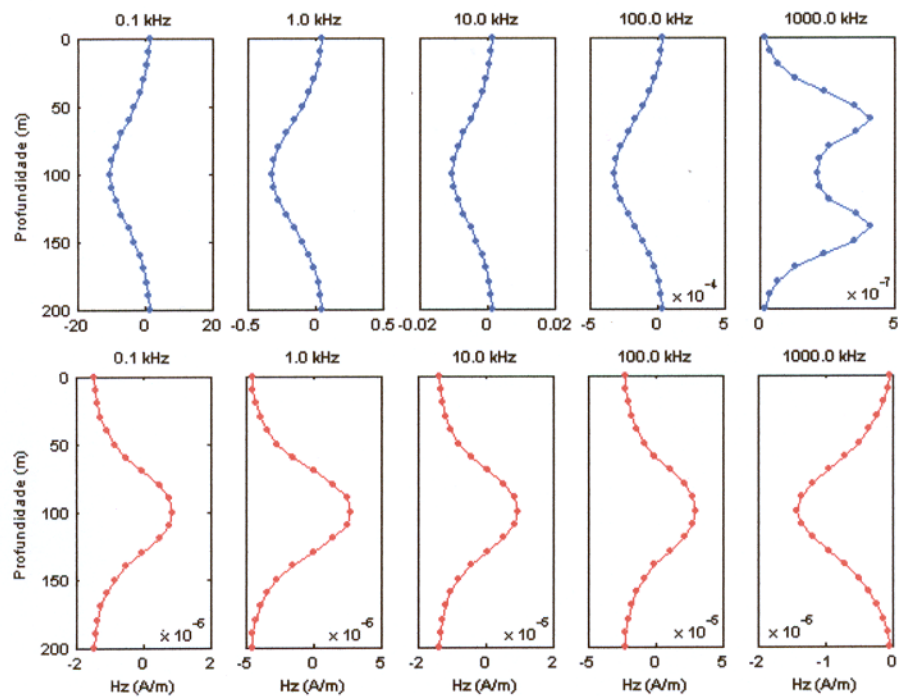


Fig. 3.9b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliados nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.9 MODELO H

O oitavo modelo (Figura 3.10a) é uma variação do modelo F em que as seções toroidais são duas vezes mais longas na direção horizontal.

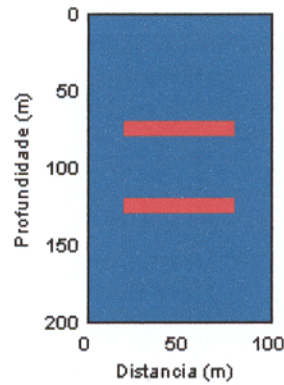


Figura 3.10a Modelo H

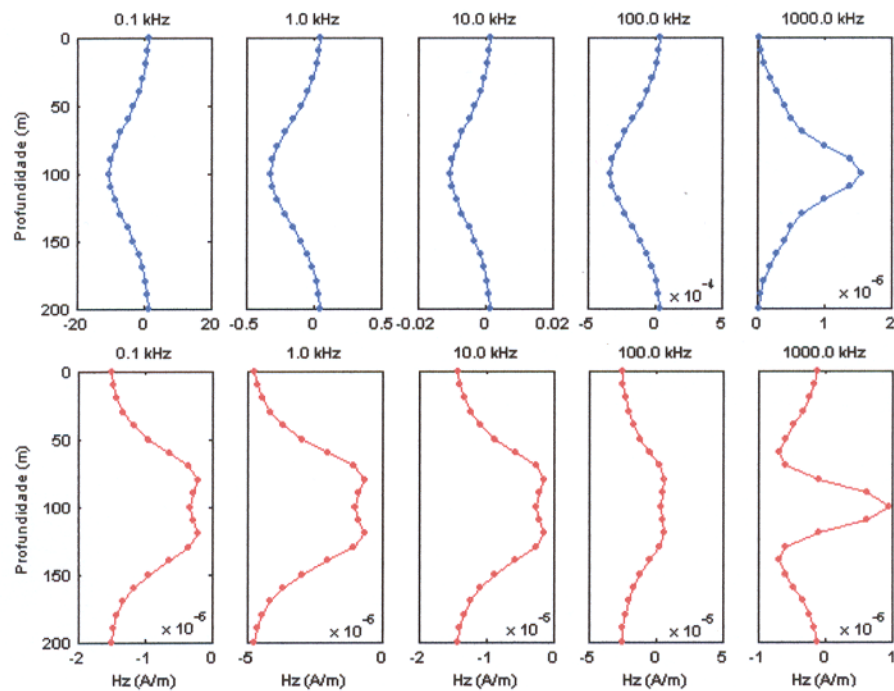


Fig. 3.10b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliado nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.10 MODELO I

O nono modelo (Figura 3.11a) é formado por dois anéis toroidais inclinados, semelhantes ao do modelo D, separados de 50 metros na direção vertical. Grosso modo, este modelo se enquadra entre os modelos G e H.

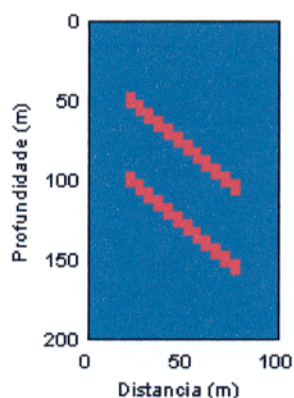


Figura 3.11a Modelo I

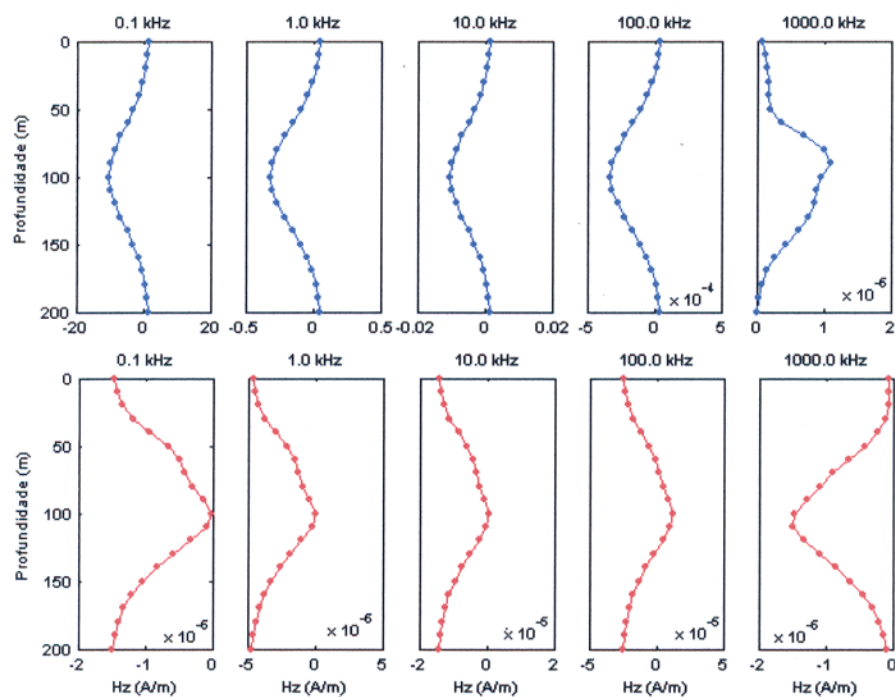


Fig. 3.11b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliados nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

3.11 MODELO J

O último modelo (Figura 3.12a) é formado por dois anéis toroidais paralelos, semelhantes ao do modelo E, separados de 40 metros na direção vertical, porém de seções transversais distintas. A seção do toro interno é $25 \times 20 \text{ m}^2$ e o do toro externo é $10 \times 10 \text{ m}^2$.

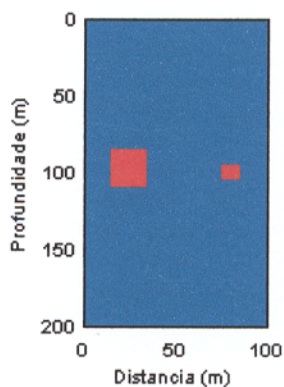


Figura 3.12a Modelo J

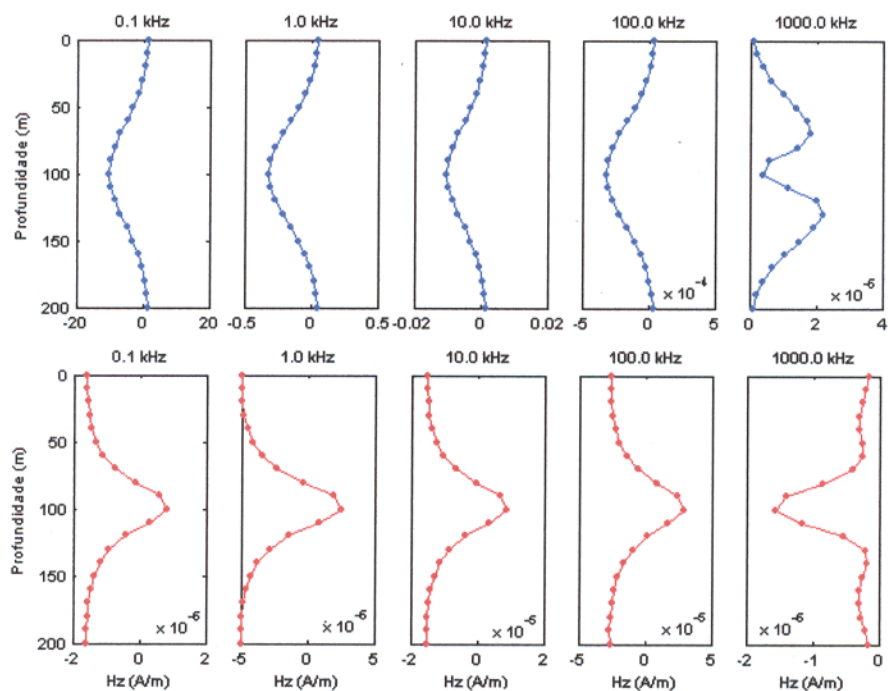


Fig. 3.12b Valores do campo magnético total (sem ruído) avaliado nas 21 posições do receptor, separado nas suas componentes em fase (azul) e em quadratura (vermelho), para o transmissor situado à 100m de profundidade.

Observando os exemplos dos dados sintéticos ilustrados nas figuras anteriores (Figuras 3.3b-3.12b) verificamos que, com a frequência de 0.1 kHz a resposta da heterogeneidade (campo magnético secundário) é muito fraca em relação à resposta do meio encaixante (campo magnético primário), apresentando, por isso, valores insignificantes. O campo magnético secundário gerado com essa frequência possui pouco peso no campo magnético total, usado na inversão para a recuperação tomográfica das imagens, obtido pela soma do campo magnético devido à presença da heterogeneidade e ao meio encaixante. Com isso, o campo magnético total observado nesta frequência é praticamente o campo gerado pelo meio encaixante. À medida que se aumenta a frequência a intensidade da resposta da heterogeneidade também cresce. Com isso, o campo magnético secundário (resposta da heterogeneidade) gerado vai assumindo magnitudes cada vez maiores, aumentando seu peso no resultado da soma das respostas dos dois meios (heterogeneidade e meio encaixante).

Como exemplo, na Figura 3.3a observamos que a curva de dados obtidos com a frequência de 1000.0 kHz é qualitativamente mais deformada do que a gerada com a frequência de 0.1 kHz. Este efeito (deformação) é provocado pela forte intensidade da resposta da heterogeneidade. Como veremos no próximo capítulo, este fenômeno é fortemente refletido na resolução das imagens obtidas a partir da inversão desses dados, durante o processo de recuperação tomográfica das imagens das heterogeneidades.

4 INVERSÃO DE DADOS TOMOGRÁFICOS

4.1 METODOLOGIA

Este capítulo tem como objetivos apresentar as imagens recuperadas com a inversão de dados sintéticos gerados a partir dos modelos ilustrados anteriormente no capítulo 3. Durante o processo de inversão são usados os algoritmos de inversão desenvolvidos com base nas equações do problema inverso abordado no capítulo 2. Embora a resposta nos diagramas do capítulo anterior não contém ruído, agora os dados sintéticos estão contaminados com ruído (veja página 29 do capítulo 3).

A área de imageamento fica limitada na região compreendida entre os intervalos $0 < r < 100$ e $0 < z < 200$ (região vermelha da Figura 2.3) constituída por 800 parâmetros (elementos da malha). Isto permite reduzir o tempo de computação, durante a solução do problema inverso, que seria extremamente grande se todos os elementos da malha fossem considerados. O sistema de equações resultante é resolvido para cada posição da fonte, cada vez que se varia o valor do parâmetro (duas variações para cada parâmetro) durante o processo de geração da matriz de sensibilidade. Isto resulta em $21 \times 21 \times 800 \times 2 = 705600$ equações por cada iteração, no total de doze iterações necessárias para gerar um tomograma. O tempo de computação para a geração de cada tomograma é de aproximadamente 15 minutos por iteração no PC equipado com processador Pentium III com um clock de 750MHz.

O critério de parada das iterações, supondo atingida a convergência (para aceitar o menor erro possível entre o modelo e o resultado recuperado) consiste em avaliar a função objeto $\hat{\phi}$ e um parâmetro de controle $\epsilon = 0.000001$, de acordo com a condição dada pela equação (2.14) apresentada no capítulo 2. Quando essa equação é satisfeita consideramos que foi atingido um ponto em que a variação de $\hat{\phi}$ é muito pequena e o método pára as iterações nesse ponto. Porém quando essa condição não é satisfeita o número máximo de 12 iterações produz, segundo nossa experiência, resultados com erro aceitável.

Devido à natureza instável do problema inverso, *informação a priori*, constituída pelos *vínculos absolutos* e de *suavidade*, é usada para estabilizar a solução. Quando vínculos absolutos são usados, a condutividade do meio encaixante (0.01 S/m) é atribuída aos elementos situados na borda do lado esquerdo (poço que contém os transmissores), e nas outras três bordas da área de

imageamento, a de cima ($z = 0$), a de baixo ($z = 200$) e a do lado direito (poço que contém os receptores). Durante o processo de inversão, essa condutividade não será alterada. Os vínculos de suavidade são representados pelos operadores da derivada de primeira ordem, que pressupõe igualdade entre os parâmetros adjacentes e pelos operadores de segunda (curvatura) e terceira (assimetria) ordens.

Além dos vínculos absolutos e de suavidade é usado outro tipo de *informação a priori*, relacionado ao modelo interpretativo escolhido. Assim, a condutividade do meio encaixante é atribuída a um semi-espaco homogêneo e este adotado como sendo o modelo inicial para a solução do problema inverso vinculado, sendo justamente, o primeiro tipo de *informação a priori* que entra no problema inverso (experimentos efetuados na seção 4.3).

Durante a solução do problema inverso considerou-se o logaritmo do vetor de parâmetros, constituído pelas condutividades dos elementos da região de imageamento, em vez de se usar seus valores (condutividades) diretamente. Esta forma de parametrização tem o efeito benéfico de excluir condutividades negativas como possíveis soluções do problema (Rijo et al. 1977).

O problema inverso será resolvido em duas etapas: o problema inverso não-vinculado e o problema inverso vinculado, executados nesta ordem.

4.2 INVERSÃO NÃO VINCULADA

Como descrito anteriormente (seção 4.1) resolvemos o problema inverso não-vinculado (com ausência total de *informação a priori*) implementado por meio do algoritmo desenvolvido com base na equação seguinte

$$\delta \mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)],$$

que é a equação (2.13) ou (2.15) do capítulo 2 sem *informação a priori*. Na realidade os resultados obtidos não foram bons. Foram usados os modelos A (Figura 3.3a), E (Figura 3.7a) e F (Figura 3.8a). Os modelos iniciais usados são semiespaços homogêneos com condutividades de 0.006, 0.008, 0.012 e 0.014 S/m. Estas condutividades correspondem a adição de $\pm 20\%$ e $\pm 40\%$ de 0.01 S/m (condutividade do meio encaixante) ao valor inicial da condutividade do meio encaixante que é igual a 0.01 S/m. Os resultados obtidos dessa inversão são ilustrados logo a seguir, sendo mostrados somente os tomogramas gerados com o modelo inicial constituído pelo semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.008 S/m. Os demais resultados não são

ilustrados por apresentarem características idênticas aos resultados obtidos com esse modelo (semiespaço homogêneo com condutividade de 0.008 S/m), por isso, sua apresentação se torna irrelevante. A ilustração das imagens das Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 serve apenas para mostrar que o problema tomográfico inverso não é estável e que o uso de *informação a priori* sobre os parâmetros é fundamental para que se possa representar com fidelidade as feições geológicas (heterogeneidades) na sub-superfície.

A análise desses tomogramas (Figuras 4.1, 4.2 e 4.3) revela que somente a condutividade do meio encaixante é recuperada. Ou seja, a informação contida nos dados observados no receptor não é suficiente para que a imagem das heterogeneidades possa ser reproduzida com boa aproximação.

Porém, é importante ressaltar que estes tomogramas são obtidos com modelos iniciais cujos semiespaços homogêneos possuem condutividade distinta da condutividade do meio encaixante. Seria coerente usar um semiespaço homogêneo com condutividade igual a do próprio meio encaixante (0.01 S/m), já que esta pode ser conhecida exatamente por meio de medidas efetuadas nos poços. A condutividade do meio encaixante, obtida por intermédio de observações diretas no poço se torna no primeiro tipo de *informação a priori* a ser incorporada aos parâmetros. Essa informação é incorporada no problema inverso usando um semiespaço homogêneo com condutividade igual a do meio encaixante como sendo o modelo para iniciar a solução do problema inverso. Esta metodologia aperfeiçoa significativamente a resolução das imagens recuperadas, como veremos nos tomogramas ilustrados na seção 4.3.

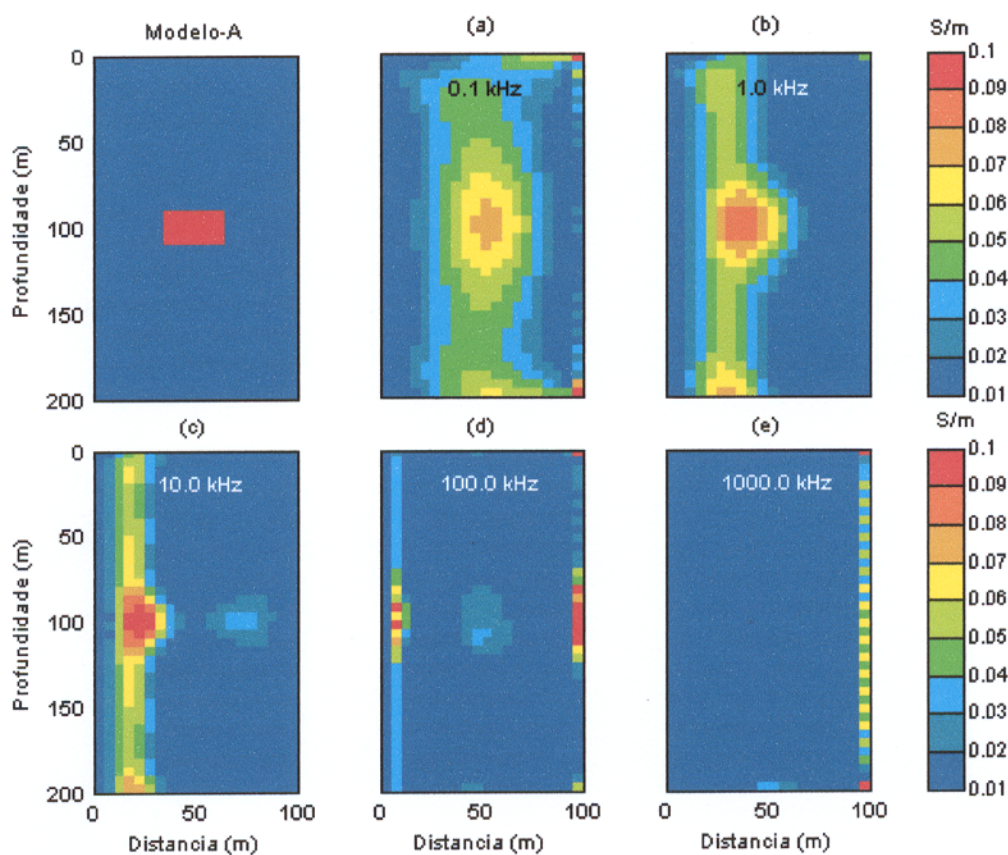


Fig. 4.1 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo A. O modelo inicial é um semiespaço homogêneo com condutividade de 0.008 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

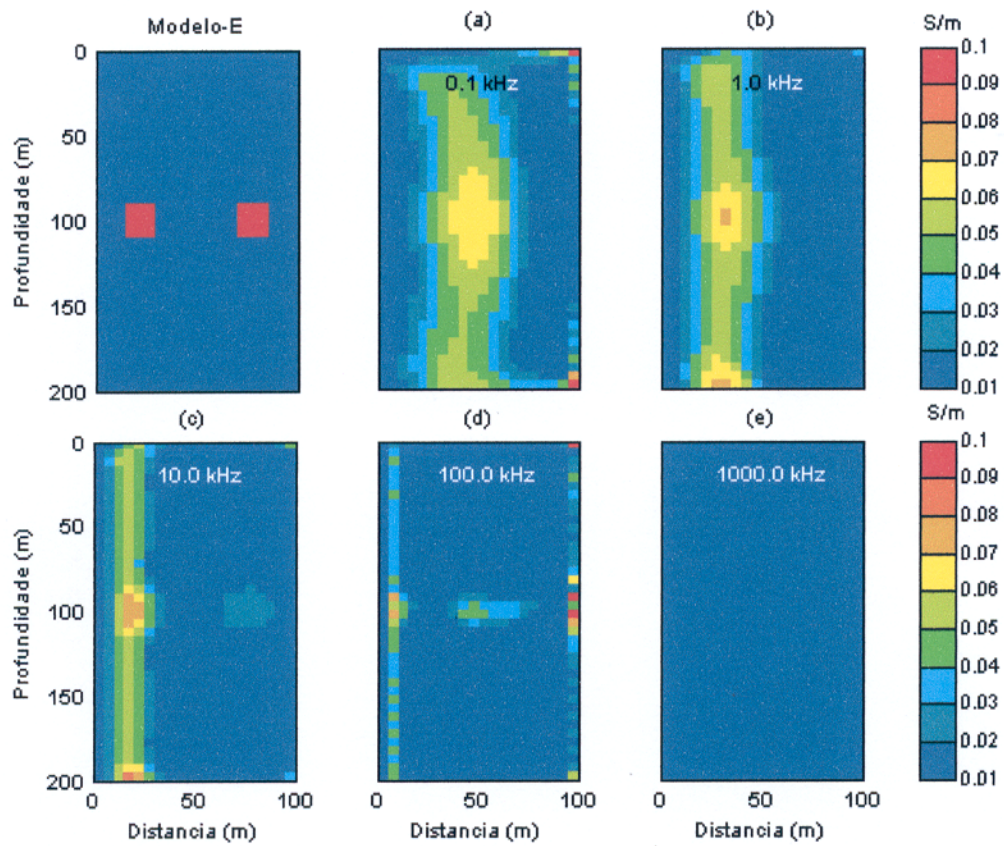


Fig. 4.2 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo E. O modelo inicial é um semiespaço homogêneo com condutividade de 0.008 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

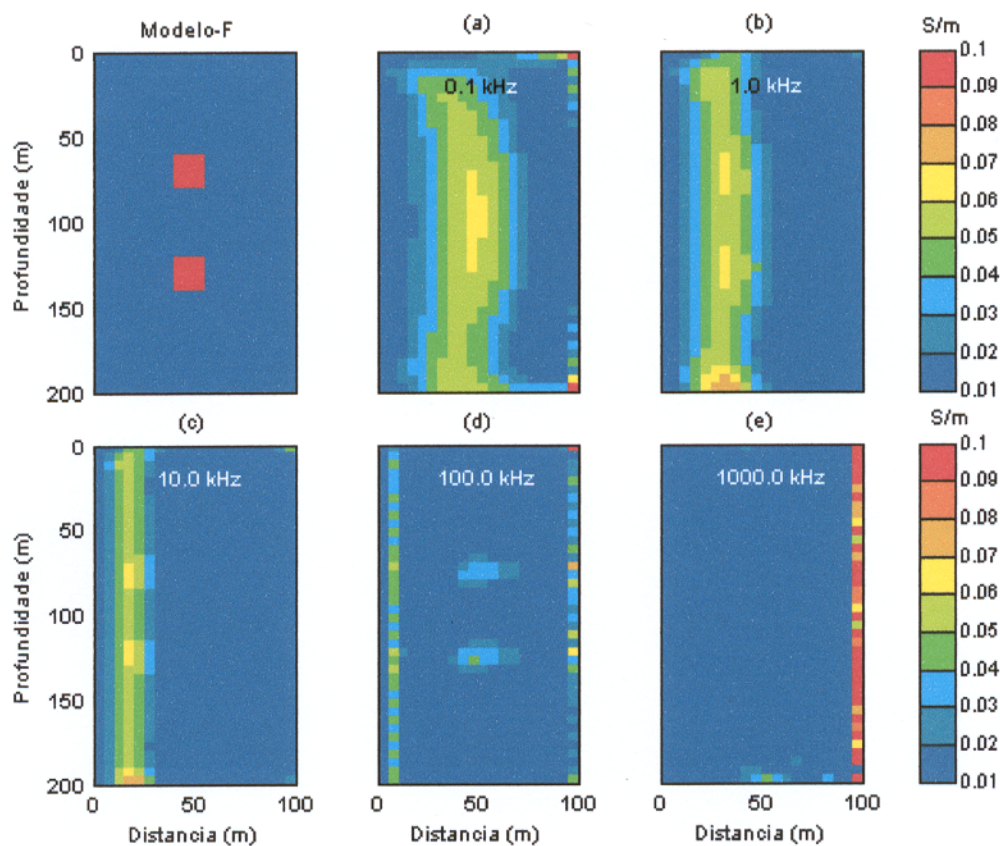


Fig. 4.3 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo F. O modelo inicial é um semiespaço homogêneo com condutividade de 0.008 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3 INVERSÃO VINCULADA

Quando a condutividade do meio encaixante não é exatamente conhecida, a solução do problema inverso não converge para o modelo que gera os dados sintéticos, como demonstram os resultados das Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, obtidos com modelo inicial constituído por um semiespaço homogêneo com condutividade de 0.008S/m. Para uma apresentação fiel da imagem das heterogeneidades adotamos ao longo de todo o processo de inversão o modelo inicial constituído pelo semiespaço homogêneo com condutividade igual a do meio encaixante (0.01 S/m). As imagens obtidas com este tipo de *informação a priori* apresentam-se mais bem definidas do que as ilustradas na seção anterior (Figuras 4.1, 4.2 e 4.3). Este modelo interpretativo será usado nos experimentos de inversão a serem realizados daqui para diante.

Combinando a *informação a priori*, constituída pelos vínculos absolutos e de suavidade, ao modelo interpretativo adotado obtém-se maior estabilidade nas soluções, acentuando consideravelmente a resolução. Os vínculos absolutos são implementados por meio da equação (2.13) mostrada no capítulo 2,

$$\delta \mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{M}' \mathbf{M} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \{ \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{M}' (\mathbf{M} \mathbf{p}_k - \mathbf{t}) \}.$$

Analogamente, a equação (2.15) resulta em,

$$\delta \mathbf{p}_k^* = (\mathbf{A}_k' \mathbf{A}_k + \mu \mathbf{R}' \mathbf{R} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \{ \mathbf{A}_k' [\mathbf{y}^o - \mathbf{f}(\mathbf{p}_k)] - \mu \mathbf{R}' \mathbf{R} \mathbf{p}_k \}$$

permite a implementação dos vínculos de suavidade.

Os tomogramas resultantes revelam ótima estimativa da condutividade e das características espaciais, nomeadamente, a disposição horizontal e vertical, os ângulos de inclinação e separação entre heterogeneidades, das dimensões e das formas geométricas. Em seguida vamos ilustrar os tomogramas obtidos para cada modelo individualmente.

4.3.1 Modelo A

Inicialmente vamos analisar os resultados obtidos para o modelo A (Figura 3.3a). Os tomogramas gerados mostram uma correta estimativa da imagem da heterogeneidade, assim como da sua posição espacial. Para as frequências de 0.1 e 1.0 kHz, as imagens geradas mostram que a condutividade dos elementos situados nas bordas não é exatamente recuperada, o que não permite a delimitação correta da forma geométrica da heterogeneidade (Figuras 4.4a-b). Os

valores máximos estimados para a condutividade são aproximadamente iguais a 0.05 e 0.06 S/m. As imagens geradas com estas duas frequências, usando os vínculos de suavidade, nomeadamente os operadores de primeira (Figuras 4.5a-b), segunda (Figuras 4.6a-b) e terceira (Figuras 4.7a-b) ordens são idênticas às imagens anteriores (Figuras 4.4a-b). Ligeiras modificações na estimativa da forma geométrica são visíveis nas imagens geradas com vínculos absolutos (Figuras 4.8a-b) principalmente naquela gerada com 1.0 kHz, cuja condutividade é aproximadamente igual a 0.04 S/m.

As imagens obtidas com 10.0 kHz têm suas dimensões deformadas horizontalmente (Figuras 4.4c a 4.8c). A melhor estimativa para a forma geométrica é obtida com os vínculos de suavidade, nomeadamente, com o operador de primeira ordem. O valor máximo estimado para a condutividade está entre 0.08 e 0.09 S/m (Figura 4.5c). As imagens geradas com os operadores de segunda (Figura 4.6c), e terceira (Figura 4.7c) ordens e com vínculos absolutos são praticamente idênticas às imagens ilustradas na Figura 4.4c. O uso dos vínculos absolutos introduz pequenas perturbações na parte esquerda da imagem (Figura 4.8c).

Com a frequência de 100.0 kHz obtém-se uma boa estimativa para a condutividade nas células centrais da imagem, cujo valor é praticamente o valor da condutividade do modelo que gera os dados. Porém, embora a estimativa de forma geométrica seja correta, as dimensões da heterogeneidade não estão corretas devido à subestimação da condutividade das células situadas nas bordas da imagem. Pequenas perturbações são observadas principalmente junto ao poço de observação (Figura 4.4d). A resolução é significativamente incrementada com o uso do operador de primeira ordem. A imagem gerada com este operador tem sua forma geométrica e dimensões bem definidas. A condutividade estimada é igual à condutividade do modelo que gerou os dados sintéticos (Figura 4.5d). Incrementando o operador para segunda (Figura 4.6d) e terceira (Figura 4.7d) ordens observa-se uma queda na resolução, cujos resultados são similares aos ilustrados na Figura 4.4d. Ligeiro aprimoramento na forma geométrica e dimensões, em relação às imagens ilustradas nas Figuras 4.4d, 4.6d e 4.7d, é observado na imagem gerada com vínculos absolutos (Figura 4.8d), porém, a condutividade das células nas bordas da imagem é ainda inferior à condutividade do modelo situando-se entre 0.05 e 0.07 S/m.

A resolução sofre uma drástica queda com o incremento da frequência para 1000.0 kHz. A imagem recuperada aparece deslocada horizontalmente e deformada na forma e nas dimensões. Observa-se também a presença de ruído junto ao poço de observação (Figura 4.4e). Com os

operadores de primeira (Figura 4.5e), segunda (Figura 4.6e) e terceira (Figura 4.7e) ordens, a resolução é fortemente aprimorada. As imagens recuperadas mostram ótimas estimativas da condutividade (0.1 S/m) e das formas e dimensões das heterogeneidades, embora esteja presente o efeito nas bordas da imagem, devido a subestimação da condutividade dos elementos situados nestas regiões. Este efeito é atenuado com a introdução dos vínculos absolutos (Figura 4.8e). A imagem recuperada com este tipo de vínculos mostra-se mais bem definida do que as anteriores (obtidas com os vínculos de suavidade).

Em resumo, para o caso particular deste modelo, observamos que a melhor estimativa da condutividade e das formas e dimensões da heterogeneidade é obtida com 100.0 kHz. O operador de primeira ordem produz maior estabilidade na solução do problema inverso. As imagens obtidas com a frequência de 10.0 kHz podem induzir o interpretador a erros devido a sua similaridade à imagem de heterogeneidades horizontalmente alongadas.

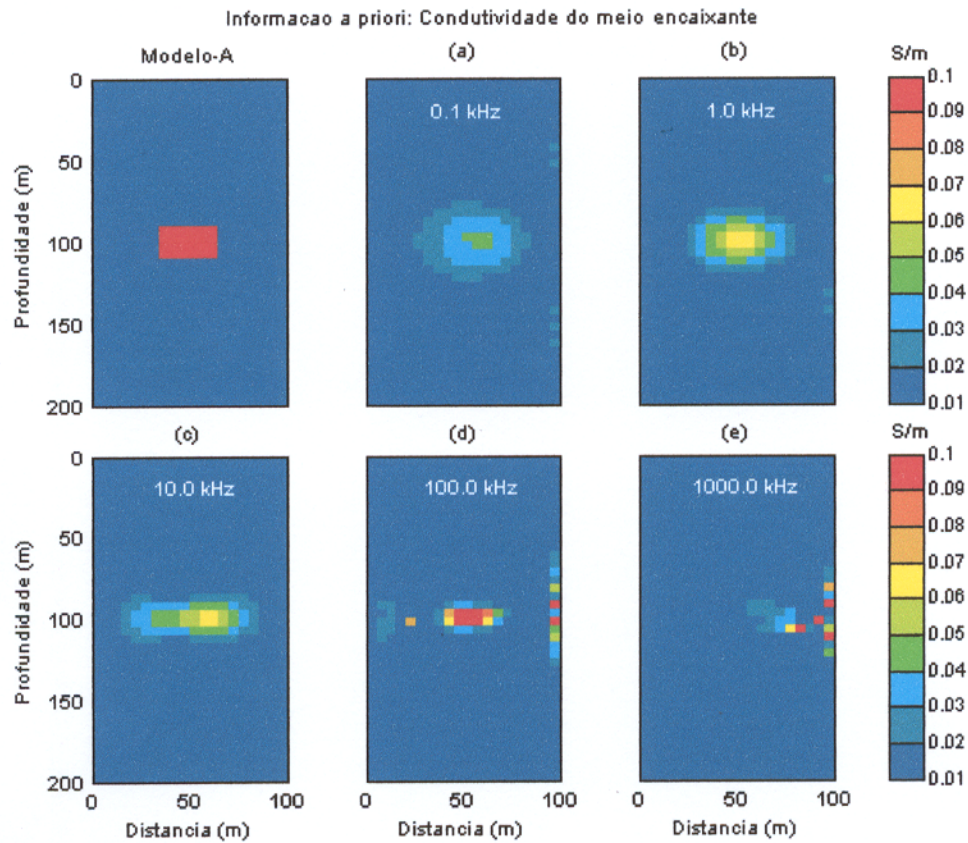


Fig. 4.4 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo A. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

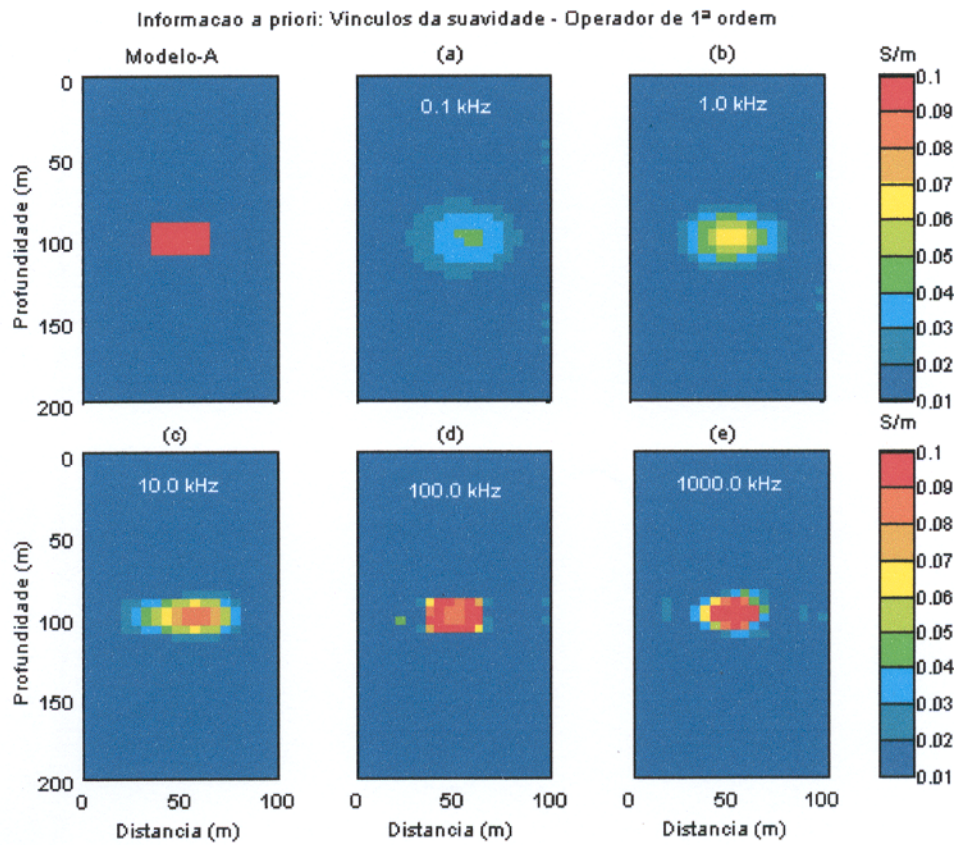


Fig. 4.5 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo A. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

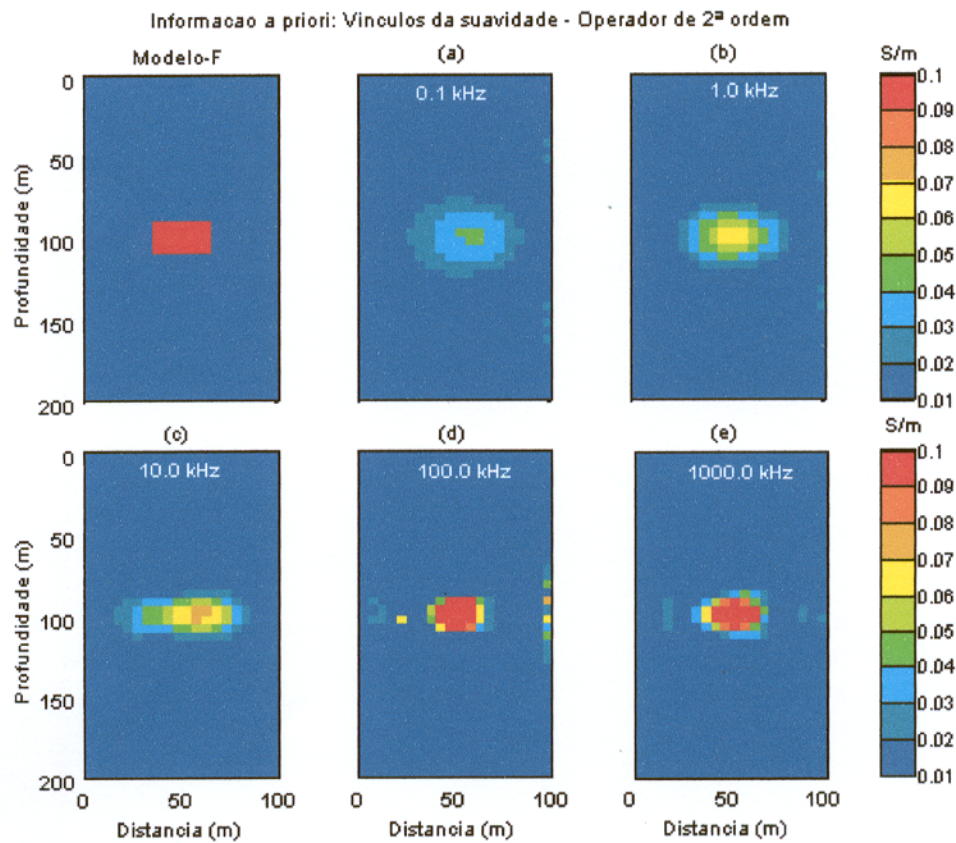


Fig. 4.6 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo A. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

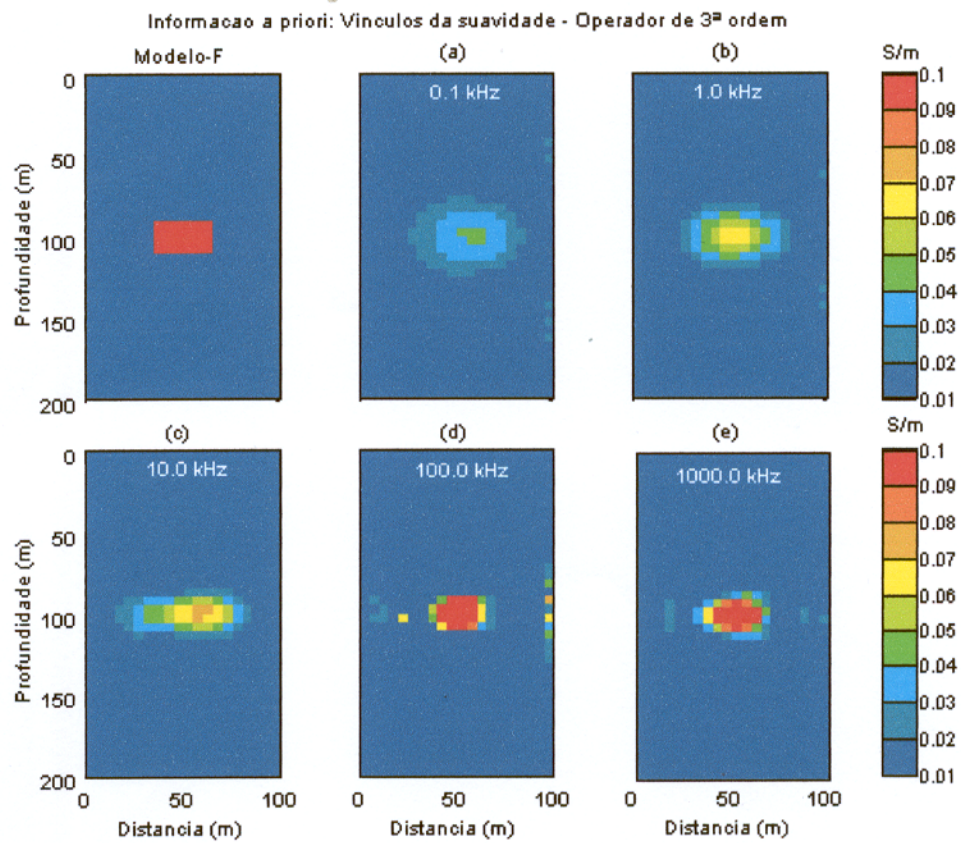


Fig. 4.7 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo A. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

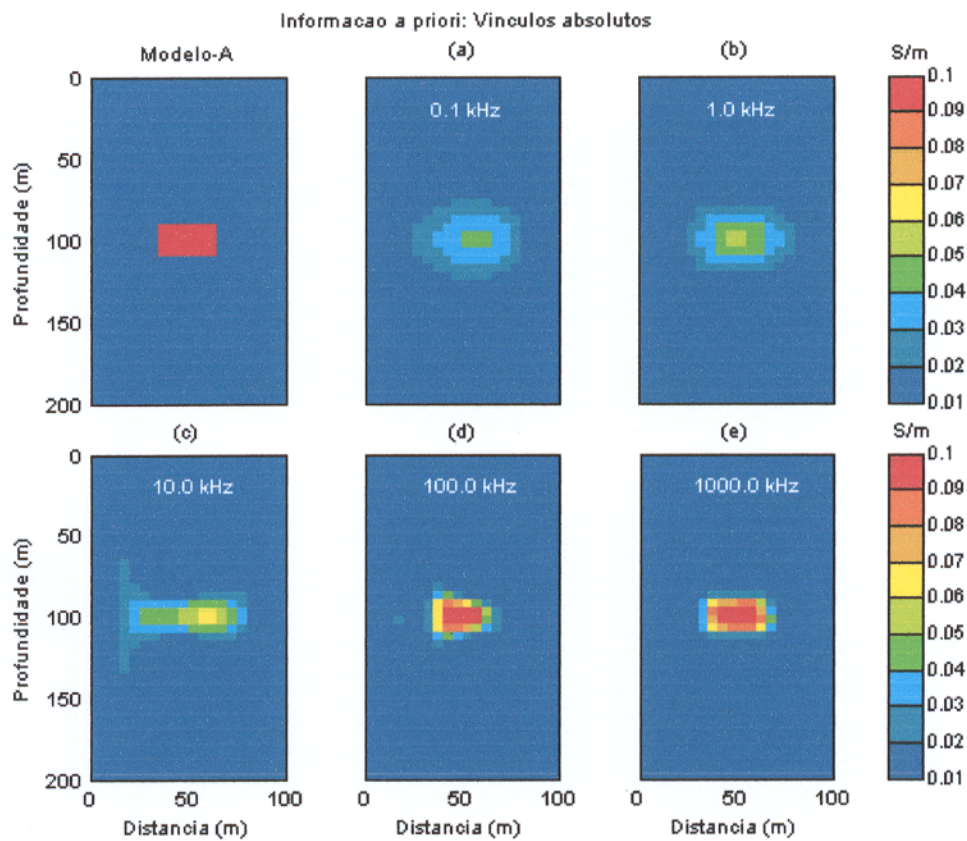


Fig. 4.8 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo A. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.2 Modelo B

Analizamos em seguida o modelo B (Figura 3.4a). Os tomogramas são ilustrados nas Figuras 4.9 a 4.13, mostrando boas estimativas para a localização espacial, para o ângulo de inclinação e para as formas geométricas das heterogeneidades. As imagens recuperadas com 0.1 e 1.0 kHz têm suas dimensões deformadas verticalmente. O valor máximo estimado para a condutividade está entre 0.05 e 0.06 S/m (Figuras 4.9a-b). Ligeiro aprimoramento é alcançado com o uso dos vínculos de suavidade, notadamente, os operadores de primeira (Figura 4.10a-b) e segunda (Figura 4.11a-b) ordens. As imagens obtidas com o operador de terceira ordem são idênticas às imagens das Figuras 4.9a-b. A resolução é significativamente melhorada com os vínculos absolutos. A imagem obtida com esse tipo de vínculos apresenta-se mais bem definida que as anteriores. O maior valor estimado para a condutividade está na ordem de a 0.07 a 0.08 S/m (Figura 4.13a-b).

Aprimoramento significativo é alcançado com o aumento da frequência para 10.0 kHz. Os tomogramas obtidos com esta frequência mostram imagens bem definidas. A condutividade estimada, em algumas células da imagem, está na ordem 0.07 a 0.08 S/m (Figura 4.9c). A imagem gerada com o operador de primeira ordem, embora seja idêntica na forma com a imagem apresentada na Figura 4.9c apresenta boa estimativa para a condutividade, estando em torno de 0.08 e 0.09 S/m (Figura 4.10c). Com os operadores de segunda (Figura 4.11c) e terceira (Figura 4.12c) ordens, a estimativa da condutividade deteriora ligeiramente. A condutividade estimada situa-se em torno de 0.07 e 0.08 S/m. Nesta frequência, a resolução é aprimorada substancialmente com a introdução de vínculos absolutos (Figura 4.13c). A imagem apresentada tem contornos bem definidos. O valor estimado para a condutividade varia entre 0.08 e 0.09 S/m.

Ilustramos na Figura 4.9d o tomograma gerado com a frequência de 100.0 kHz. A imagem obtida é descontínua, porém representa a heterogeneidade. Este fato é devido à baixa estimativa dos valores da condutividade das células centrais na imagem. As imagens geradas com os vínculos de suavidade nessa frequência, mais precisamente, os operadores de primeira (Figura 4.10d) e segunda (Figura 4.11d) ordens possuem resolução nitidamente superior do que àquela alcançada na imagem ilustrada na Figura 4.9d. Essas imagens apresentam suas formas bem definidas. A condutividade de quase todas as células é corretamente estimada, situando-se em torno de 0.1 S/m, a condutividade do modelo. O operador de terceira ordem (Figura 4.12d) e os

vínculos absolutos (Figura 4.13d) produzem uma pequena redução na resolução, gerando imagens com resolução idêntica à da Figura 4.9d.

Incrementando a frequência para 1000.0 kHz, a resolução é bruscamente reduzida, sendo gerado uma imagem borrada (4.9e). A resolução é significativamente aprimorada nos resultados obtidos com essa frequência quando os vínculos de suavidade são usados na inversão. Os operadores de primeira (Figura 4.10e), segunda (Figura 4.11e) e terceira (Figura 4.10e) ordens permitem a recuperação de imagens bem definidas. A condutividade estimada para essas imagens é exatamente a da heterogeneidade. Porém, verifica-se o efeito nas bordas das imagens recuperadas, inerente ao tipo do arranjo usado na coleta dos dados. A imagem recuperada com os vínculos absolutos (Figura 4.13e) é ligeiramente idêntica às imagens recuperadas com os vínculos de suavidade.

Em resumo, para o caso particular do Modelo B, observamos que a melhor definição das imagens é obtida com a frequência de 1000.0 kHz. Os vínculos absolutos e de suavidade oferecem a mesma performance na estabilização do problema inverso.

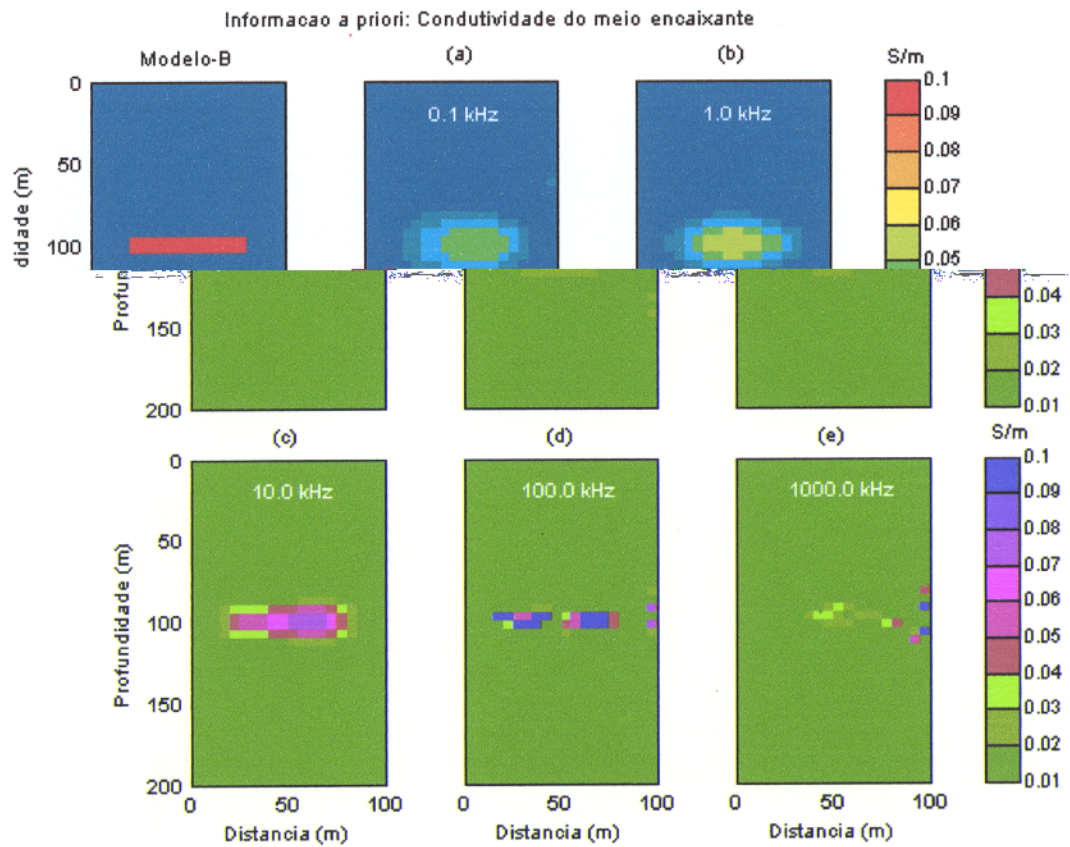


Fig. 4.9 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo B. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

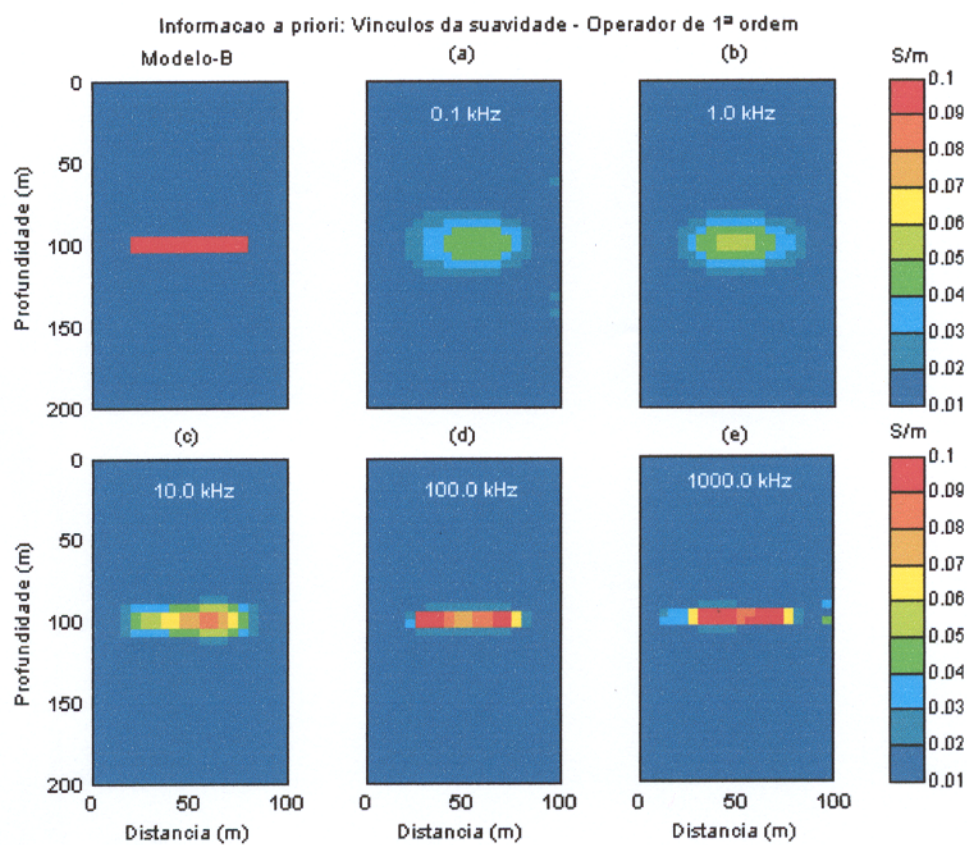


Fig. 4.10 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo B. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

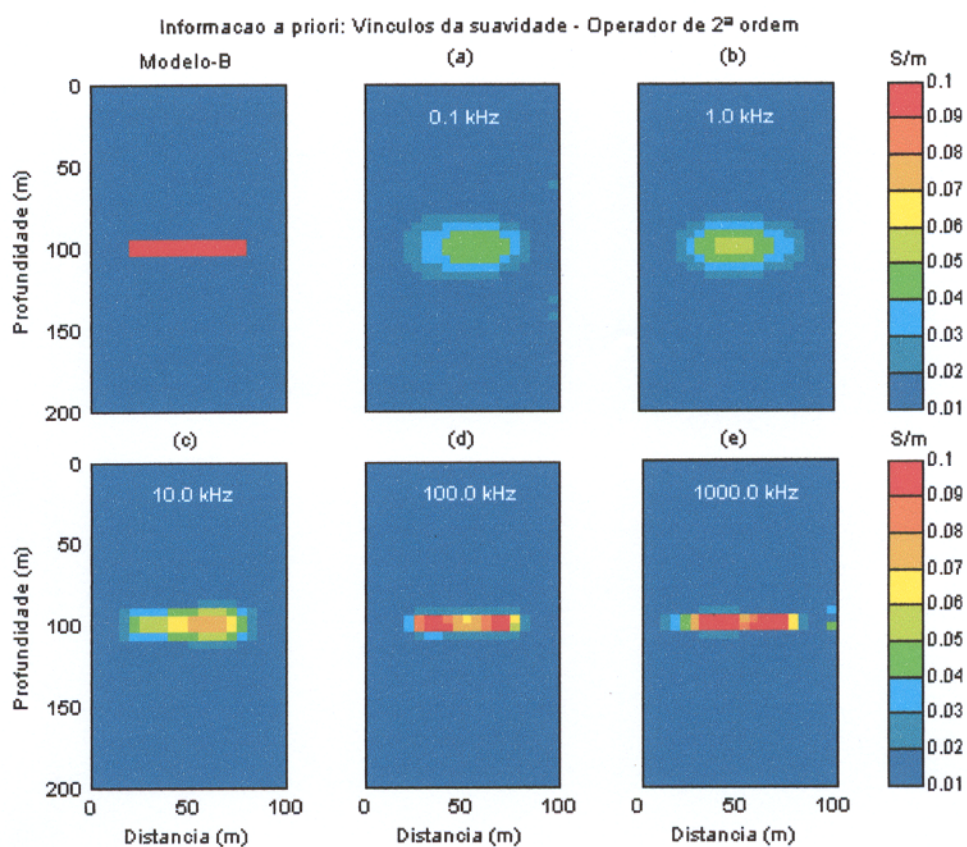


Fig. 4.11 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo B. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

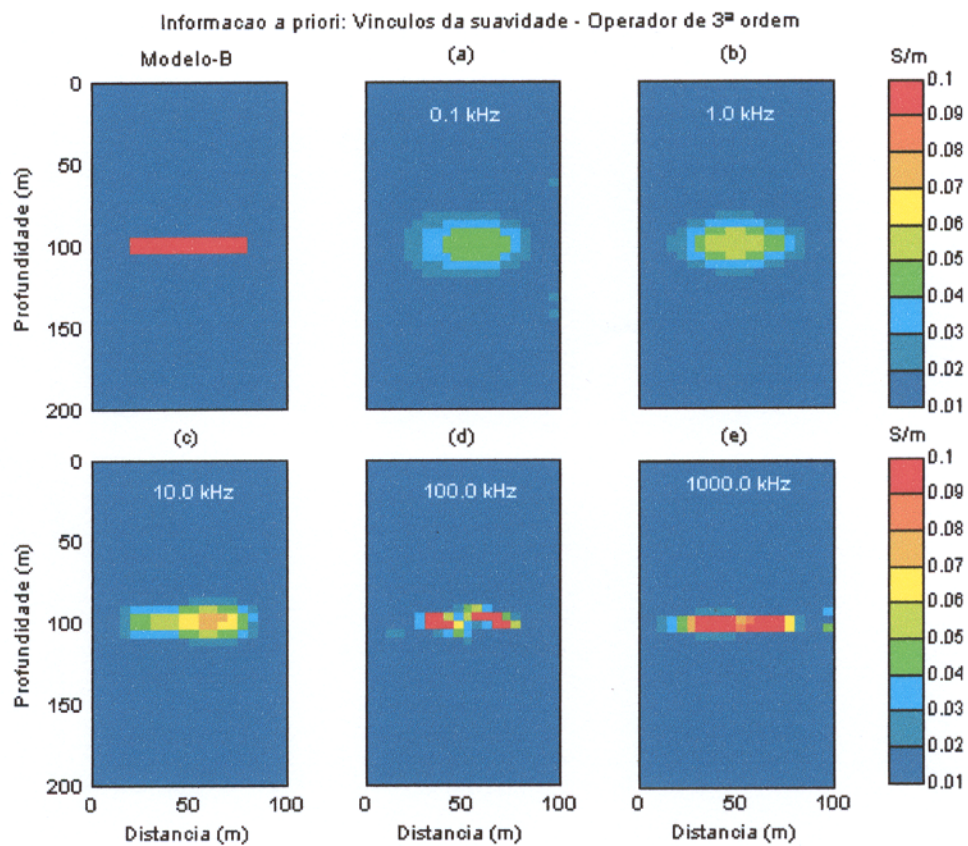


Fig. 4.12 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo B. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

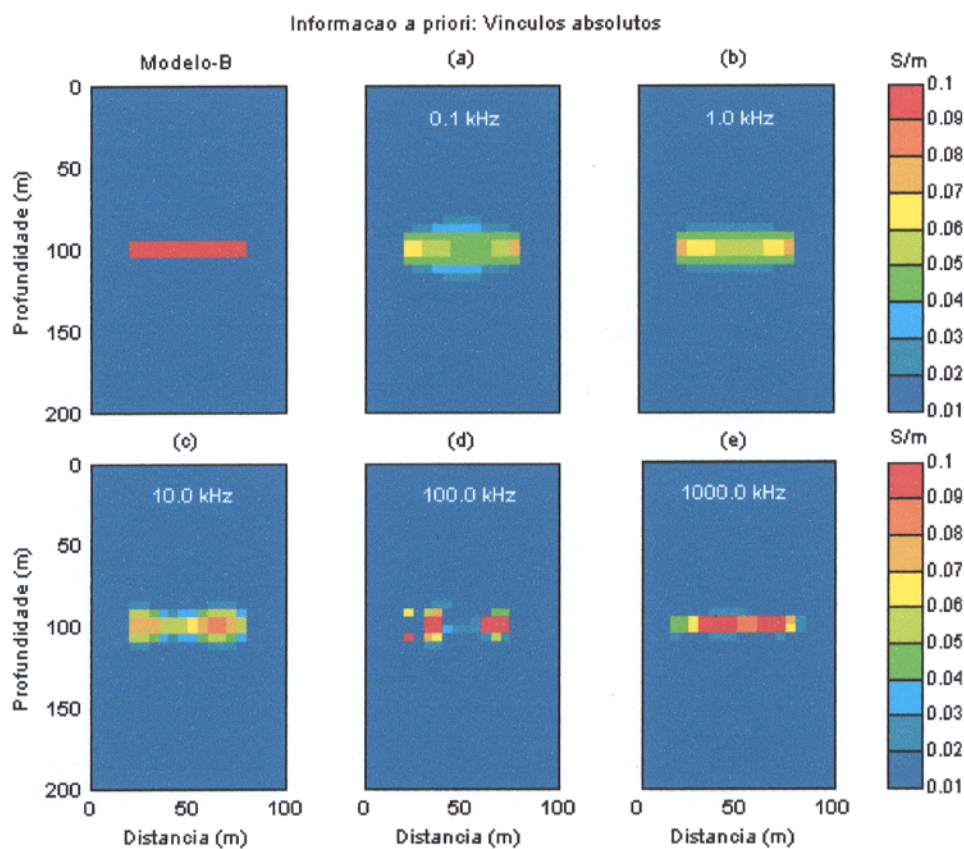


Fig. 4.13 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo B. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.3 Modelo C

Apresentamos, em seguida, os resultados da inversão de dados sintéticos do modelo C (Figura 3.5a). A análise dos tomogramas resultantes dessa inversão mostra boa estimativa das características espaciais das heterogeneidades. As imagens geradas com 0.1 e 1.0 kHz apresentam dimensões horizontais maiores do que as dimensões verdadeiras. As formas geométricas não são corretamente recuperadas. O valor estimado para a condutividade está situado entre 0.04 e 0.06 S/m (Figura 4.14a-b). As imagens obtidas com os vínculos de suavidade, nomeadamente os operadores de primeira (Figuras 4.15a-b), segunda (4.16a-b), terceira ordens (Figuras 4.17a-b) possuem resolução idêntica àquela apresentada pelas imagens da Figura 4.14a-b. A imagem obtida com os vínculos absolutos (Figuras 4.18a-b) apresenta um ligeiro aprimoramento na recuperação das formas geométricas da heterogeneidade.

Os resultados da inversão obtidos com 10.0 kHz, diferem completamente do modelo. A resolução sofre uma drástica queda, resultando em imagens diferentes do modelo (Figura 4.14c). A introdução dos vínculos de suavidade, notadamente, os operadores de primeira (Figura 4.15c), segunda (Figura 4.16c) e terceira (Figura 4.17c) ordens não altera a forma das imagens. A condutividade estimada é da ordem de 0.02 a 0.04 S/m. O uso dos vínculos absolutos resulta em imagens com as mesmas características da heterogeneidade, porém, apresentando dimensões verticais menores e deslocada horizontalmente para a direita. A condutividade estimada está entre 0.04 e 0.05 S/m.

As estimativas para esse modelo melhoram substancialmente com o incremento da frequência para 100.0 kHz. A imagem gerada nessa frequência apresenta melhor definição do que as imagens produzidas com frequências menores. As dimensões verticais são corretamente recuperadas. As dimensões horizontais ainda são ligeiramente maiores do que as verdadeiras. A condutividade estimada varia entre 0.08 e 0.1 S/m (Figura 4.14e). As imagens produzidas usando os operadores de primeira (Figura 4.15e), segunda (Figura 4.16e) e terceira (Figura 4.17e) ordens possuem resolução similar à da imagem apresentada na Figura 4.14e. As estimativas obtidas com os vínculos absolutos nessa frequência apresentam uma ligeira deterioração na definição das imagens. A estimativa da condutividade também cai para valores menores, situando-se em entorno de 0.04 e 0.06 S/m (Figura 4.18e).

O incremento da frequência para 1000.0 kHz reduz bruscamente a resolução da imagem (Figura 4.14e). A figura exhibe a presença de uma imagem borrada. A definição da imagem nesta

freqüência é recuperada com a introdução dos vínculos de suavidade. A resolução alcançada com o uso dos operadores de primeira (Figura 4.15e), segunda (Figura 4.16e) e terceira (Figura 4.17e) ordens é nitidamente superior do que àquela ilustrada anteriormente (Figura 4.14e). O uso desses operadores produz uma definição razoável da imagem, porém, a condutividade estimada é muito baixa, situando-se em torno de 0.04 a 0.05 S/m. A imagem produzida com os vínculos absolutos é similar à imagem apresentada na Figura 4.14e.

De um modo geral, esse modelo produziu imagens de muito baixa resolução se comparada à resolução alcançada com os modelos anteriormente analisados. Este fenômeno está relacionado a disposição da heterogeneidade no meio encaixante que não permite uma boa cobertura em relação às linhas de fluxo do campo magnético.

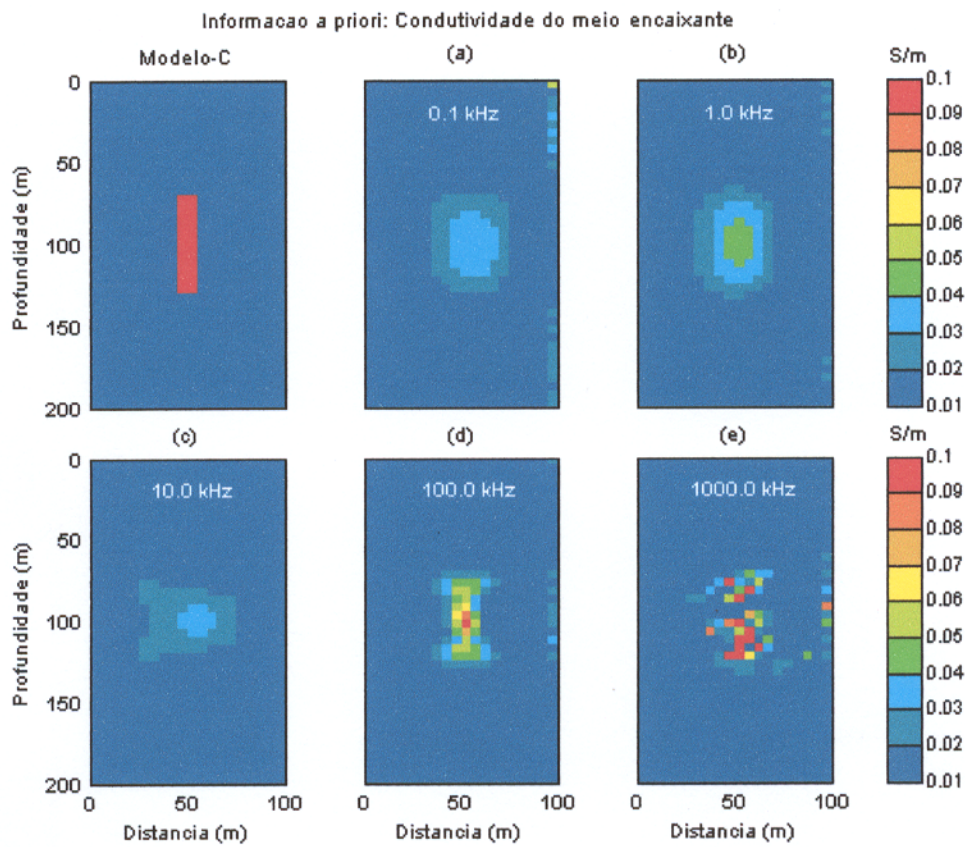


Fig. 4.14 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo C. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

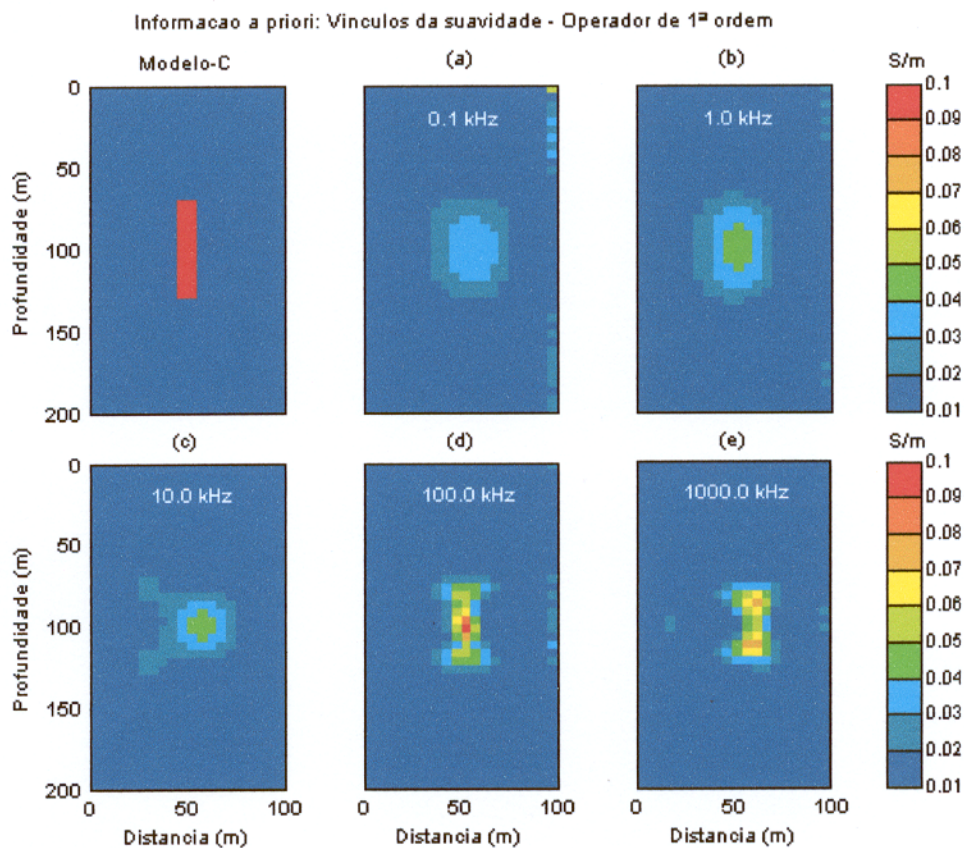


Fig. 4.15 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo C. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

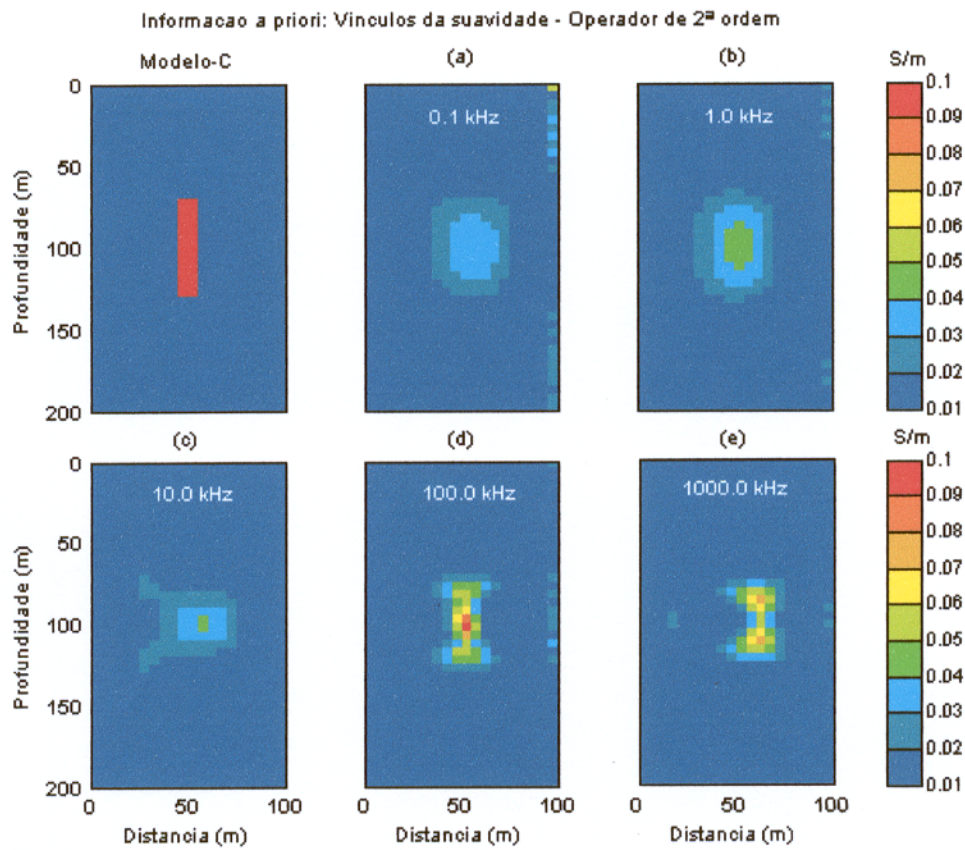


Fig. 4.16 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo C. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

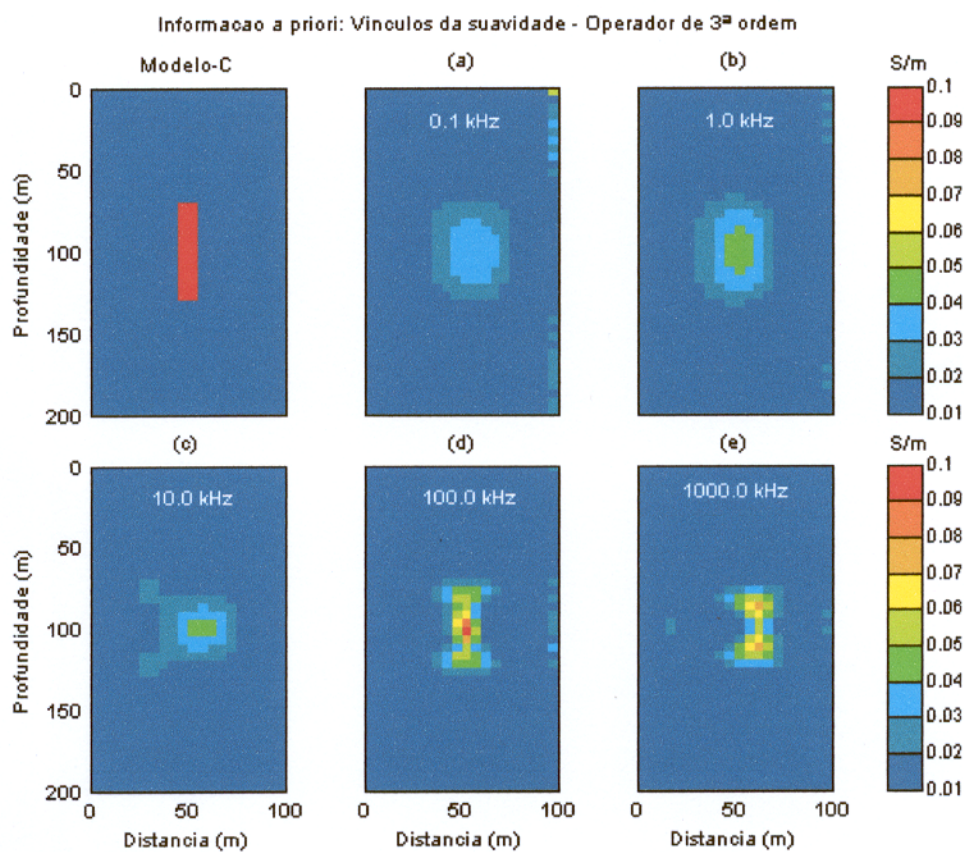


Fig. 4.17 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo C. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

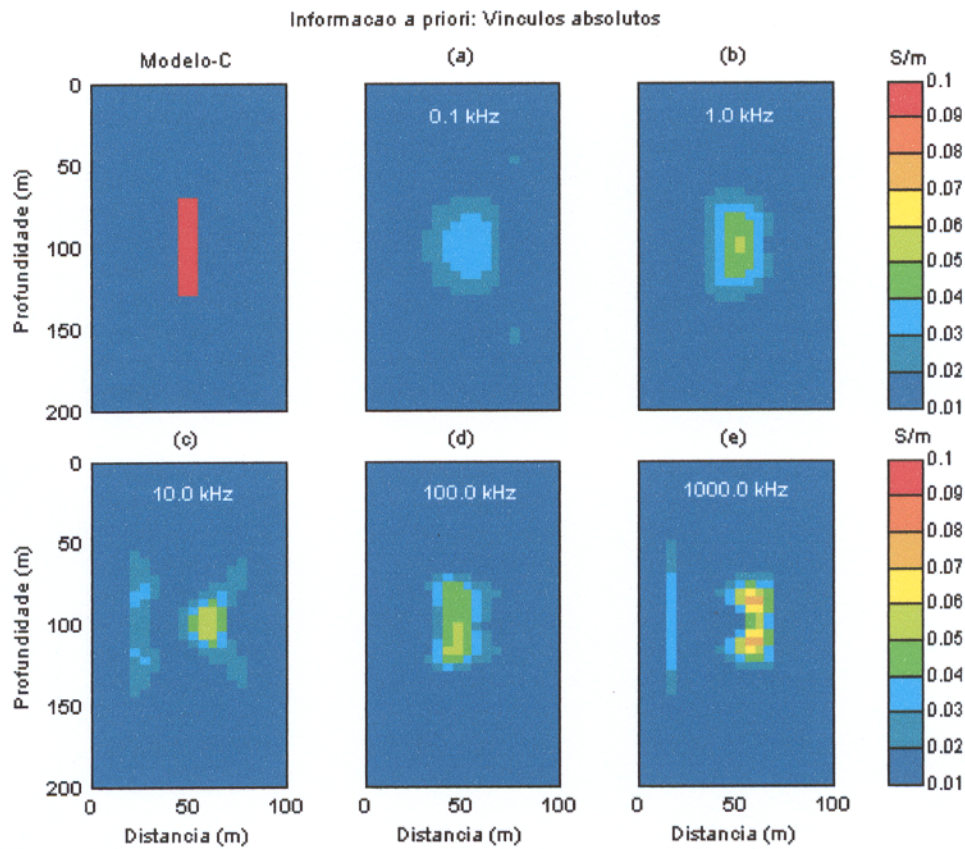


Fig. 4.18 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo C. O modelo inicial é um semi-espço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.4 Modelo D

Os resultados do modelo D (Figura 3.6a) gerados com 0.1 e 1.0 kHz, não apresentam diferenças significativas entre si. As imagens representam o modelo que gerou os dados, porém suas dimensões são maiores do que as dimensões verdadeiras das heterogeneidades. A condutividade estimada é da ordem de 0.03 a 0.05 S/m (Figura 4.19a-b). A definição das imagens geradas com estas duas frequências, usando os vínculos de suavidade, mais precisamente os operadores de primeira (Figuras 4.20a-b), segunda (Figuras 4.21a-b) e terceira (Figuras 4.22a-b) ordens é similar à alcançada nas figuras anteriores (Figura 4.19a-b). A resolução melhora com o uso dos vínculos absolutos. As imagens resultantes são mais bem definidas que as anteriores. A condutividade estimada melhora substancialmente, com valores entre 0.06 a 0.09S/m (Figuras 4.23a-b).

A resolução é ligeiramente aprimorada incrementando a frequência para 10.0 kHz (Figura 4.19c). A estimativa da condutividade está entre 0.02 e 0.03 S/m. Este aprimoramento é mais acentuado com o uso dos operadores de primeira (Figura 4.20c), segunda (Figura 4.21c) e terceira (Figura 4.22c) ordens. A condutividade estimada situa-se entre 0.04 e 0.05 S/m. A resolução é significativamente recuperada com os vínculos absolutos. As imagens resultantes são mais bem definidas que as anteriores. A condutividade estimada melhora substancialmente, cujos valores variam entre 0.06 e 0.09S/m (Figuras 4.23c).

O aumento da frequência para 100.0 kHz produz resultados mais notáveis. A imagem gerada mostra-se bem delimitada. Melhora a estimativa da condutividade com valores mais próximos do valor verdadeiro, situado em torno de 0.08 S/m (Figura 4.19d). O uso dos vínculos de suavidade, principalmente, o operador de primeira ordem não modifica a forma da imagem apresentada na figura anterior, porém deteriora a estimativa da condutividade (Figura 4.20d). Esta por sua vez, melhora com os operadores de primeira (Figura 4.21d) e segunda (Figura 4.22d) ordens. Portanto, o operador de primeira ordem é que apresenta a pior estimativa para a condutividade. A resolução é incrementada substancialmente com os vínculos absolutos. A imagem gerada apresenta formas e dimensões mais bem definidas. O valor máximo estimado para a condutividade é aproximadamente 0.08S/m (Figuras 4.23d).

Melhoras substanciais, na definição das formas e das dimensões das imagens das heterogeneidades, são alcançadas incrementando a frequência para 1000.0 kHz. Sendo assim, a condutividade estimada para algumas células é igual a 0.1S/m (Figura 4.19e). Entretanto, as

estimativas para a condutividade sofrem uma grande deterioração com o uso dos vínculos de suavidade, cujos valores se situam entre 0.02 e 0.03 S/m. Porém, os operadores de primeira (Figura 4.20e) e de segunda (Figura 4.21e) ordens reproduzem melhor a forma e as dimensões da heterogeneidade. Uma imagem borrada é obtida com o operador de terceira ordem (Figura 4.22e). A Figura 4.23e mostra a imagem gerada com vínculos absolutos nessa frequência. A condutividade estimada, em alguns elementos da imagem, é igual a condutividade verdadeira (0.1S/m).

Resumidamente se pode afirmar, para o caso deste modelo, que os vínculos absolutos produzem a melhor estimativa da condutividade. Porém, a melhor definição de imagem é obtida com o operador da segunda ordem.

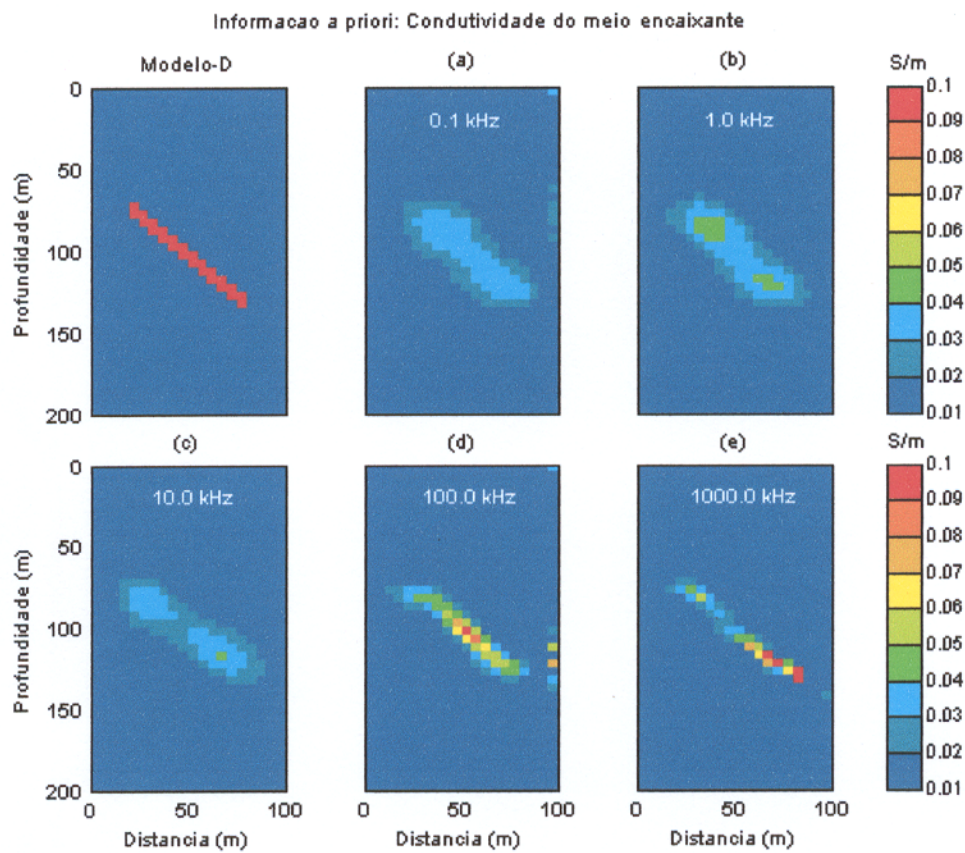


Fig. 4.19 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo D. O modelo inicial é um semi-espço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

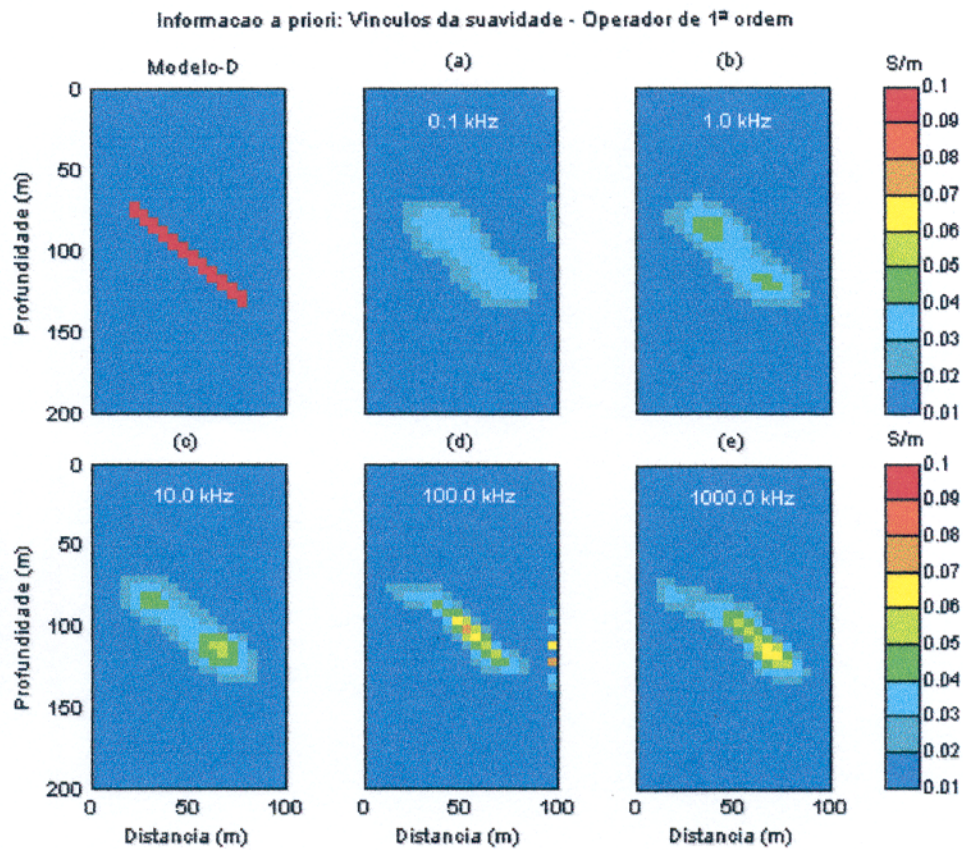


Fig. 4.20 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo D. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

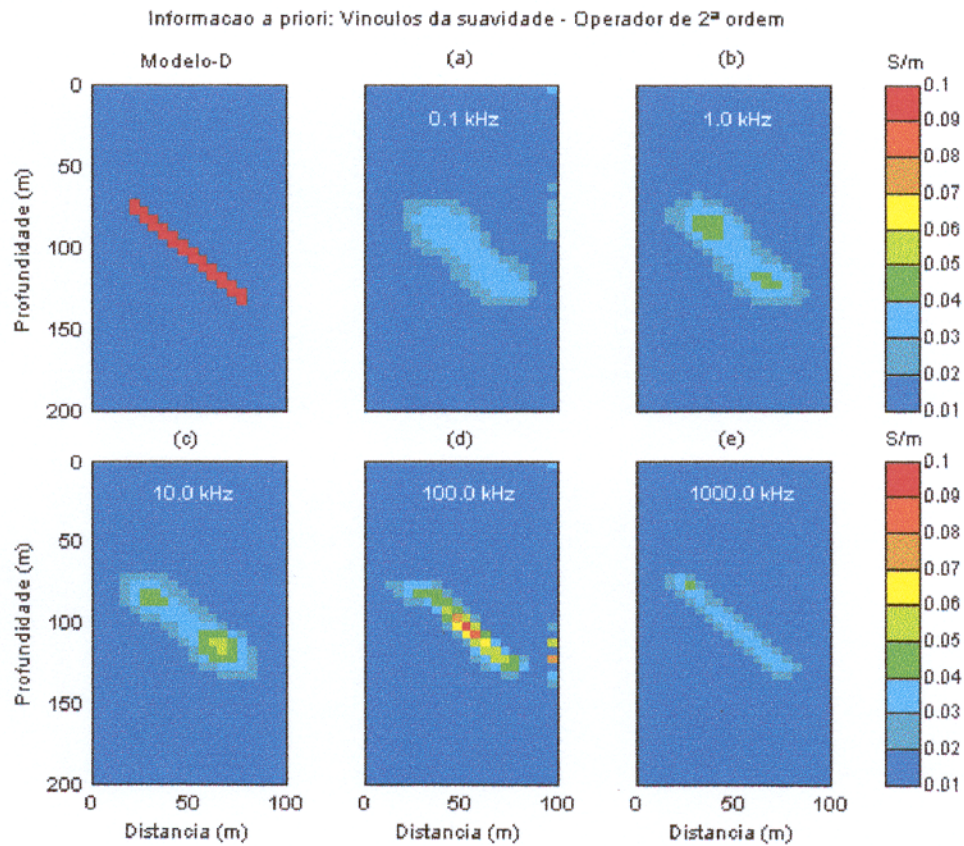


Fig. 4.21 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo D. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

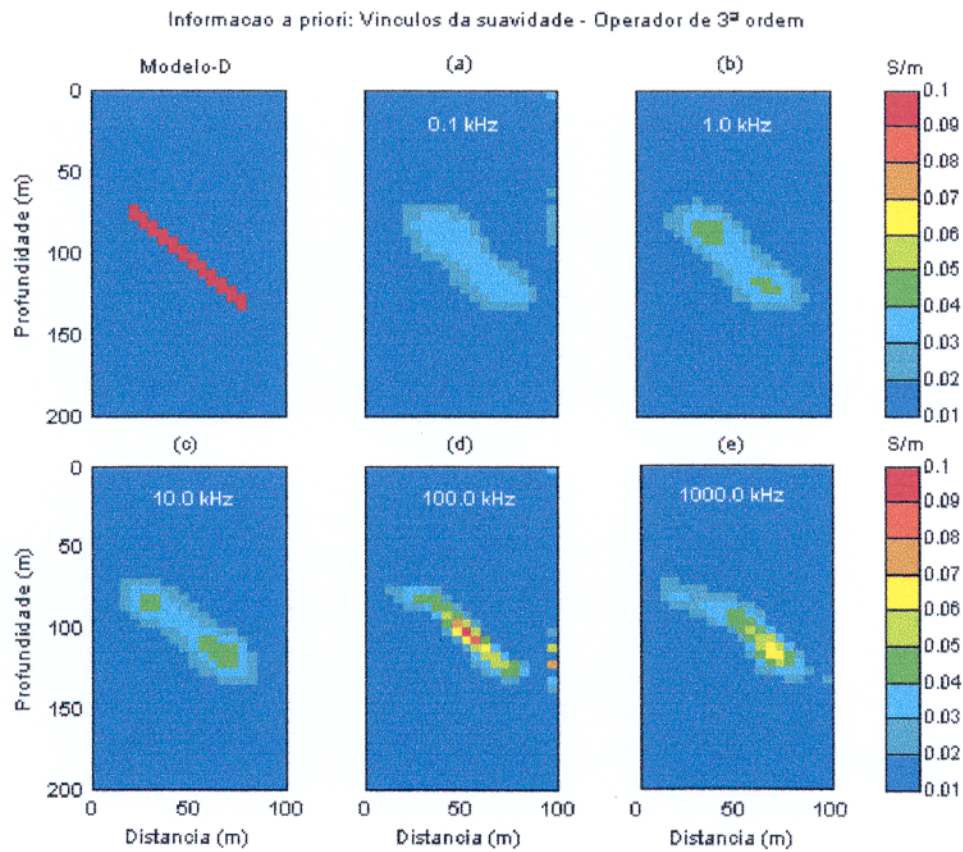


Fig. 4.22 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo D. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

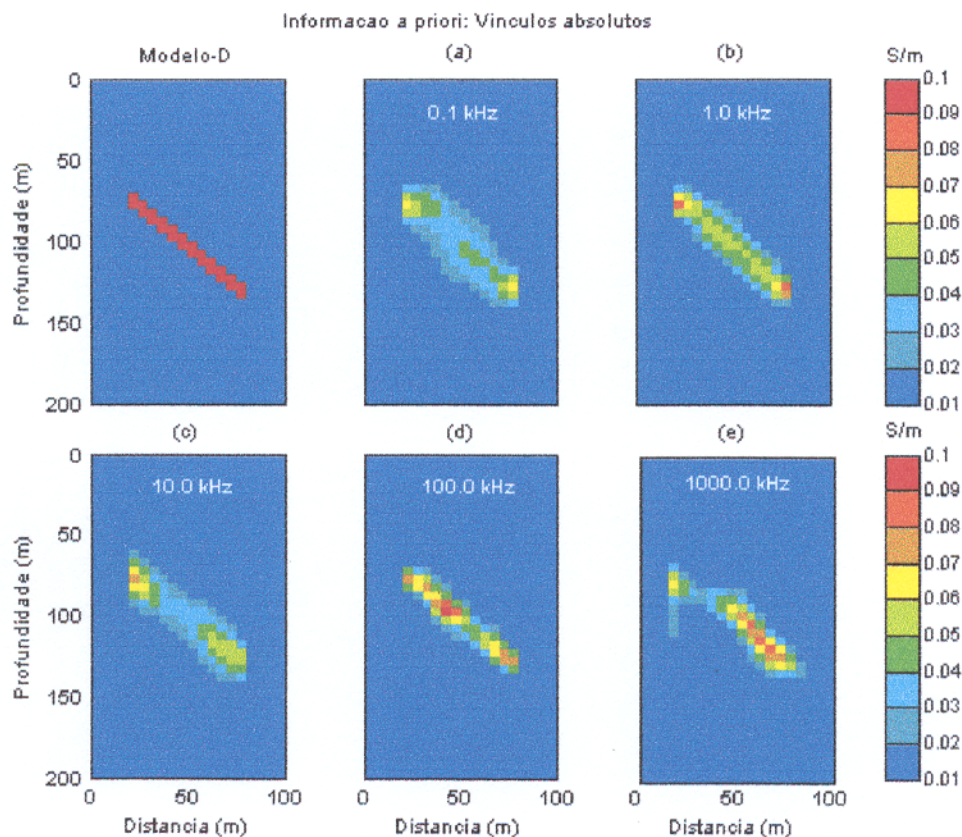


Fig. 4.23 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo D. O modelo inicial é um semi-espço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.5 Modelo E

Nesta seção apresentamos os tomogramas gerados a partir da inversão dos dados do modelo E (Figura 3.7a). Os tomogramas gerados com 0.1kHz mostram a presença de uma só imagem (esquerda) alongada horizontalmente, em vez das duas, conforme ilustra o modelo. A condutividade estimada é da ordem de 0.03 e 0.04 S/m (Figura 4.24e). A introdução dos vínculos de suavidade, notadamente dos operadores de primeira (Figura 4.25e), segunda (Figura 4.26e) e terceira (Figura 4.27e) ordens produz imagens idênticas às apresentadas na Figura 4.24e, notando-se um ligeiro aprimoramento na forma das imagens. A condutividade estimada é de 0.03 a 0.04 S/m.

A definição das duas imagens é ligeiramente incrementada com a frequência de 1.0 kHz. Na Figura 4.24b a presença duas imagens é notadamente visível. A estimativa da condutividade sobe para valores situados em torno de 0.04 a 0.06 S/m. As imagens obtidas com os operadores de primeira (Figura 4.25b), segunda (Figura 4.26b) e terceira (Figura 4.27b) ordens possuem resolução similar a da imagem apresentada anterior (Figura 4.24b). Os vínculos absolutos proporcionam imagens com resolução significativamente superior do que as anteriores, gerando imagens mais bem resolvidas do que as anteriores. A forma e as dimensões são bem delimitadas. A condutividade estimada é praticamente a condutividade verdadeira (0.1 S/m) como mostra a Figura 4.28b.

Os melhores resultados para esse modelo são os obtidos com a frequência de 10.0 kHz. O tomograma ilustrado na Figura 4.24c mostra imagens bem definidas. A forma, as dimensões são exatamente recuperadas. A condutividade estimada para estas imagens está situada entre 0.05 e 0.07 S/m. Aprimoramento substancial na resolução é obtido com os operadores de primeira (Figura 4.25c), segunda (Figura 4.26c) e terceira (Figura 4.27c). As imagens produzidas são mais bem delimitadas. A estimativa da condutividade sobe para 0.07 e 0.09 S/m. Assim, a estimativa dos parâmetros melhora significativamente com vínculos absolutos. As imagens obtidas são praticamente idênticas às heterogeneidades. A condutividade recuperada é exatamente a condutividade apresentada pelas heterogeneidades (0.1 S/m) conforme Figura 4.28c.

A resolução é drasticamente reduzida com a frequência de 100.0 kHz. A Figura 4.24d mostra somente uma imagem no centro do modelo. As duas imagens são recuperadas com o uso dos operadores de primeira (Figura 4.25d) e de segunda (Figura 4.26d). Porém, as dimensões da imagem à esquerda são inferiores das apresentadas pela heterogeneidade. Por outro lado, a

imagem situada à direita tem sua posição deslocada horizontalmente para o centro do modelo, notando-se ainda a existência de uma terceira imagem junto ao poço de observação. Com o operador de terceira ordem (Figura 4.27d), a imagem recuperada é idêntica a da Figura 4.24d. A estimativa da condutividade, em alguns elementos das imagens, é de 0.1 S/m. Aprimoramento significativo na resolução é obtido com os vínculos. Porém, além das imagens das duas heterogeneidades observa-se a presença de uma terceira imagem junto à imagem esquerda (Figura 4.28d).

Quando a frequência é elevada para 1000.0 kHz, a resolução é fortemente deteriorada. O tomograma gerado mostra uma imagem borrada (Figura 4.24e). Porém, a resolução é recuperada com o uso dos vínculos de suavidade. Os operadores de primeira (Figura 4.25e), segunda (Figura 4.26e) e terceira (Figura 4.27e) ordens permitem a recuperação correta das imagens das heterogeneidades, da sua posição e da distância entre as elas. A condutividade das heterogeneidades é corretamente estimada (0.1 S/m). Na Figura 4.28e ilustra-se a imagem recuperada com vínculos absolutos nessa frequência. As imagens são bem definidas e a condutividade das heterogeneidades exatamente recuperada (0.1 S/m).

Para este modelo, as melhores estimativas são obtidas com as frequências de 10.0 e 1000.0 kHz. Nas outras três frequências a resolução apresentada pela imagens recuperadas é muito pobre. Os vínculos absolutos são os que produzem imagens mais bem definidas do que os de suavidade.

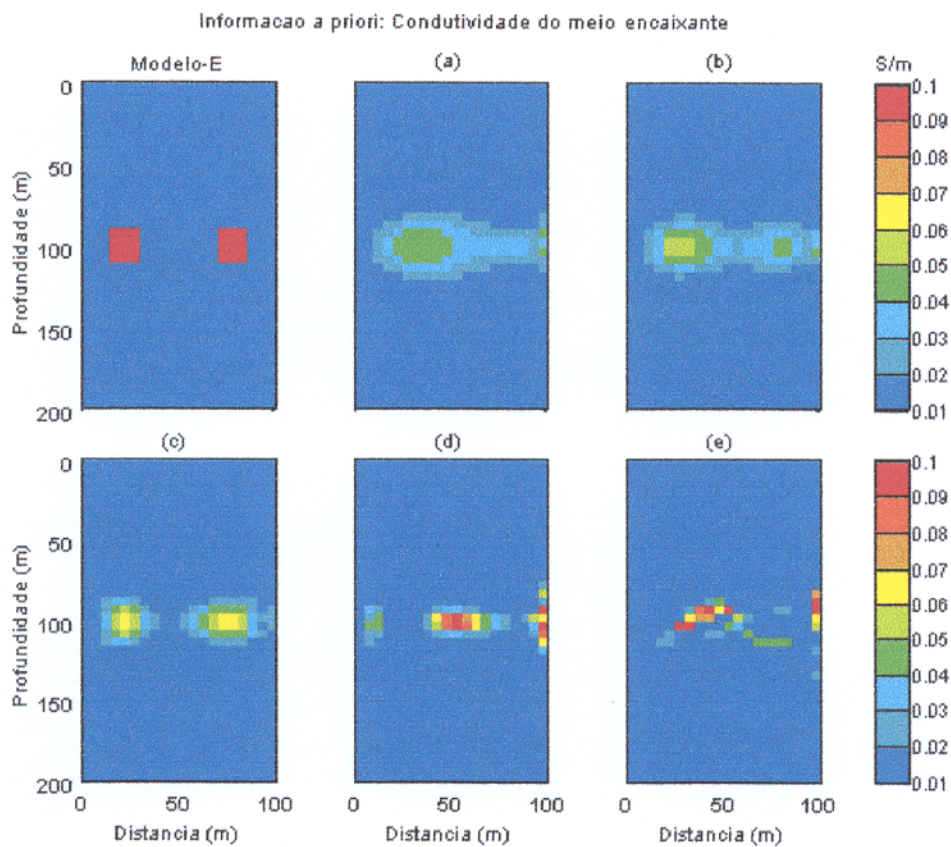


Fig. 4.24 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo E. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

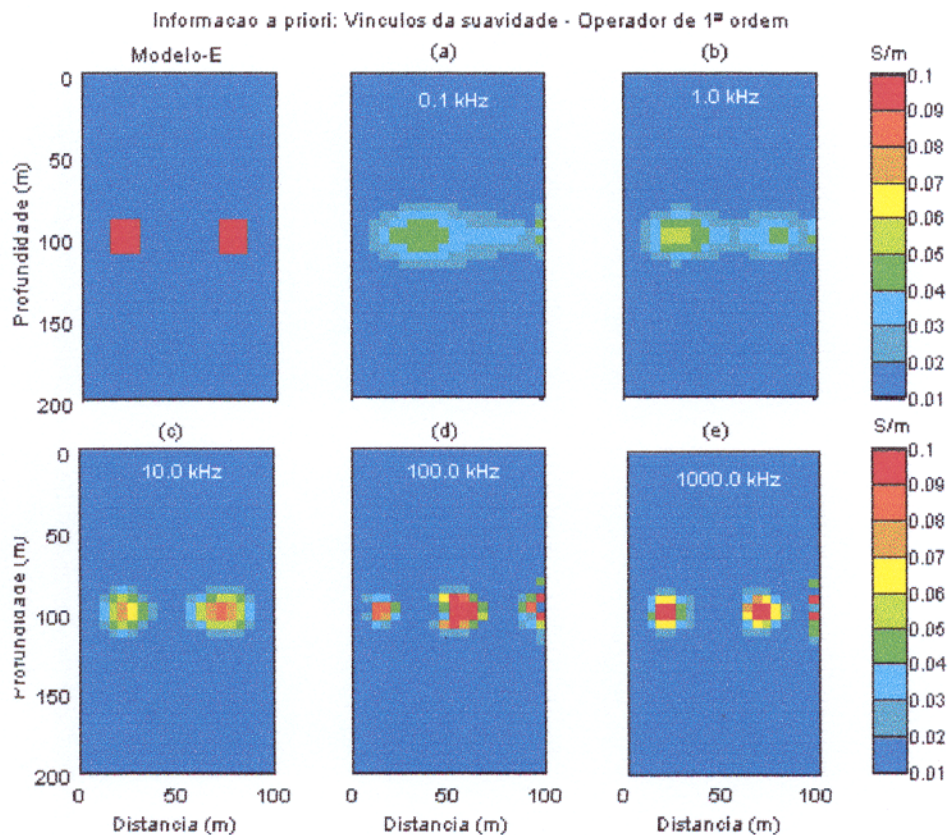


Fig. 4.25 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo E. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

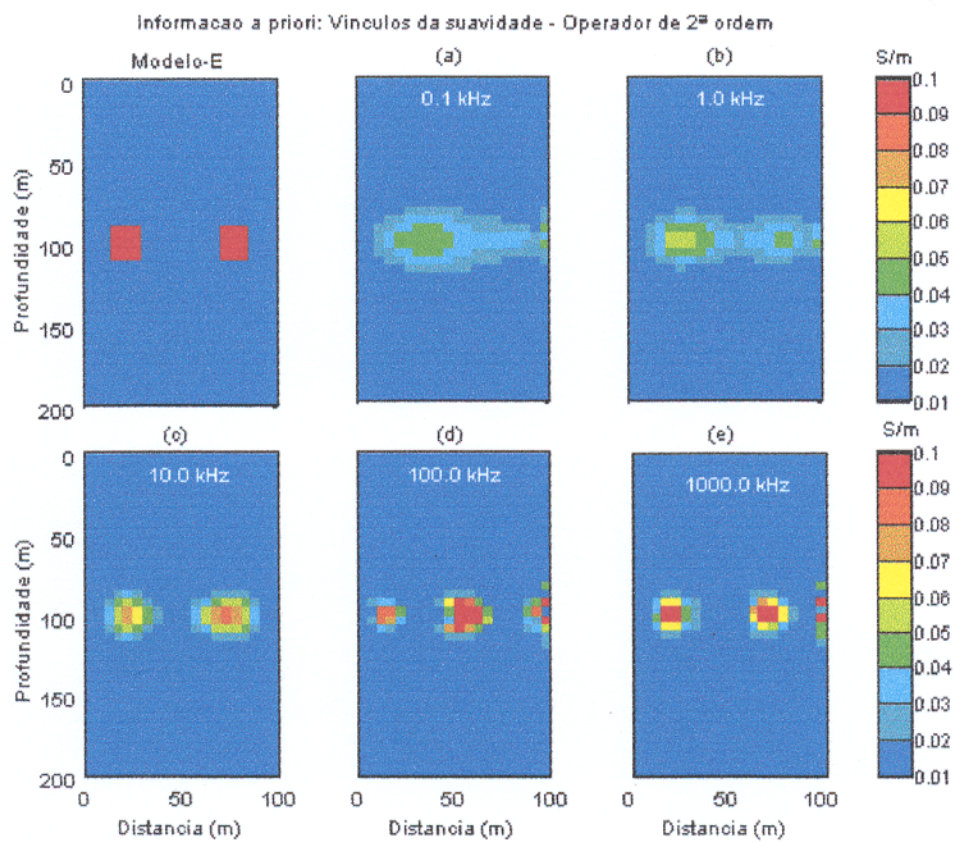


Fig. 4.26 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo E. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

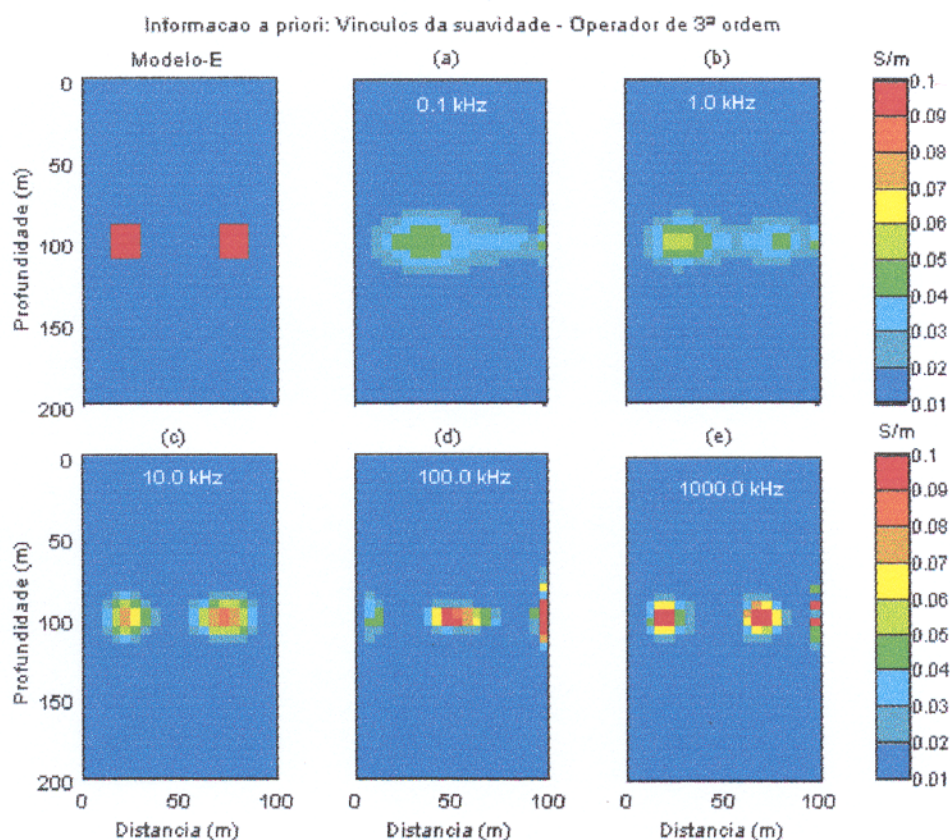


Fig. 4.27 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo E. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

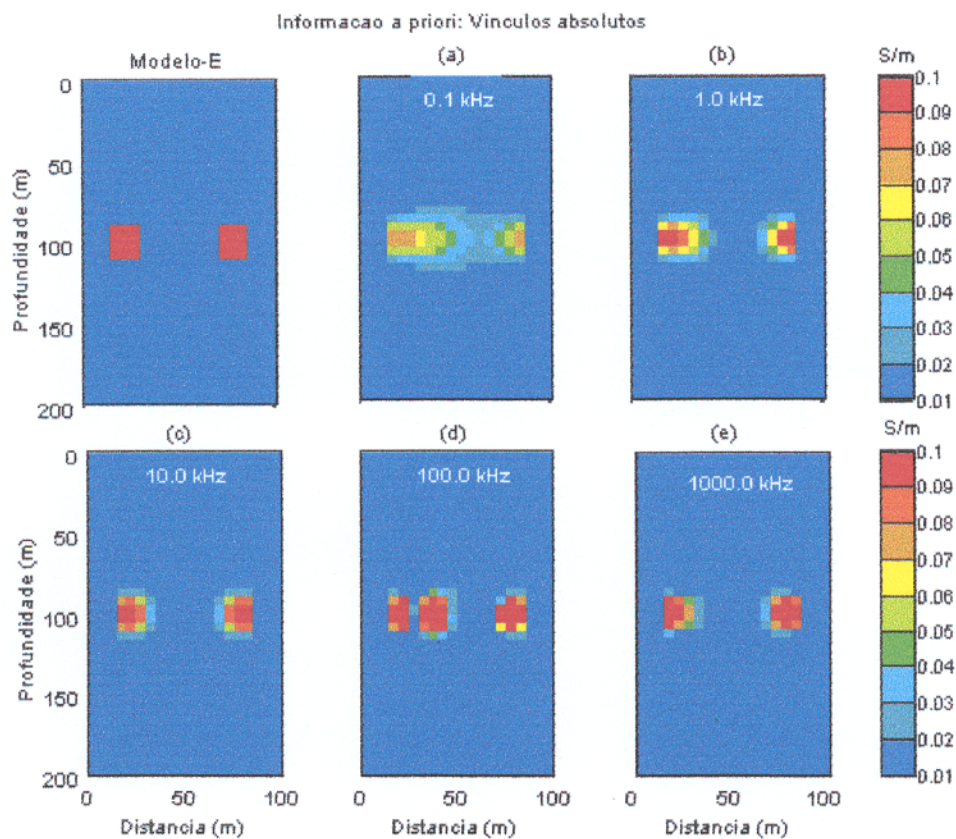


Fig. 4.28 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo E. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.6 Modelo F

Em seguida apresentamos os tomogramas do modelo F (Figura 3.8a). A análise desses tomogramas revela ótima estimativa caracterizada pela correta recuperação da sua posição horizontal e vertical, assim como da distância entre as heterogeneidades. As formas e dimensões das imagens geradas com 0.1 e 1.0 kHz são corretamente estimadas, mas, a condutividade é subestimada. Os valores estimados para a condutividade oscilam entre 0.02 e 0.03 S/m (Figura 4.29a-b). Os vínculos da suavidade, nomeadamente os operadores de primeira (Figuras 4.30a-b), segunda (Figuras 4.31a-b), e terceira (Figuras 4.32a-b) ordem, assim como os vínculos absolutos, não alteram a resolução alcançada (Figuras 4.29a-b), já que, as imagens geradas com esses vínculos não apresentam diferenças acentuadas entre si.

As imagens geradas com 10.0 kHz diferem do modelo, sendo horizontalmente alongadas e apresentando baixas estimativas da condutividade (0.02 S/m) conforme se ilustra na Figura 4.29c. A estimativa da condutividade é ligeiramente melhorada (0.03 S/m) com os operadores de primeira (Figuras 4.30a-b), segunda (Figuras 4.31a-b) e terceira (Figuras 4.32a-b) ordens, porém, a forma geométrica apresentada anteriormente (Figuras 4.29a-b) permanece inalterada. A imagem gerada com os vínculos absolutos é similar a imagem apresentada nas figuras anteriores. A condutividade estimada cai para 0.02 S/m (Figura 4.33 a-b).

A estimativa da condutividade melhora significativamente com a frequência de 100.0 kHz. Nesta frequência as imagens geradas são bem definidas. A distância vertical e a posição das heterogeneidades é bem recuperada. A condutividade estimada apresenta valores em torno 0.07 e 0.1 S/m (Figuras 4.29d). A resolução é fortemente incrementada com o uso dos vínculos de suavidade, mais precisamente dos operadores de primeira (Figuras 4.30d) segunda (Figuras 4.31d) e terceira (Figuras 4.32d) ordens. O último operador introduz uma ligeira deterioração na resolução. A condutividade estimada é 0.07 e 0.1 S/m. A imagem gerada com vínculos absolutos (Figuras 4.33d) apresenta uma pequena queda na resolução se comparada com as imagens obtidas com os operadores de primeira e segunda ordens.

O incremento da frequência para 1000.0 kHz produz redução drástica na definição das imagens geradas somente com a condutividade do meio encaixante. A Figura 4.29e mostra a presença das duas imagens. Nos tomogramas gerados com os vínculos de suavidade, nomeadamente, os operadores de primeira (Figura 4.30e), segunda (Figura 4.31e) e terceira (Figura 4.32e) ordens observamos estimativa razoáveis da condutividade, cujos valores oscilam

entre 0.03 a 0.08 S/m. Porém, as formas geométricas, as dimensões e a distância vertical são corretamente estimados. A resolução alcançada com vínculos absolutos (Figura 4.33e) é infinitamente superior do que aquela obtida com os vínculos de suavidade. A condutividade estimada é exatamente a condutividade da heterogeneidade (0.1 S/m). A distância vertical também é corretamente estimada.

Os resultados do modelo F mostram que as melhores estimativas (dimensões, formas geométricas, condutividade) são obtidas com 100.0 kHz. O incremento da frequência para 1000.0 kHz produz pequenas distorções na forma das imagens e, as estimativas da condutividade são mais baixas. A queda na estimativa da condutividade, nessa frequência, é recuperada com os vínculos absolutos.

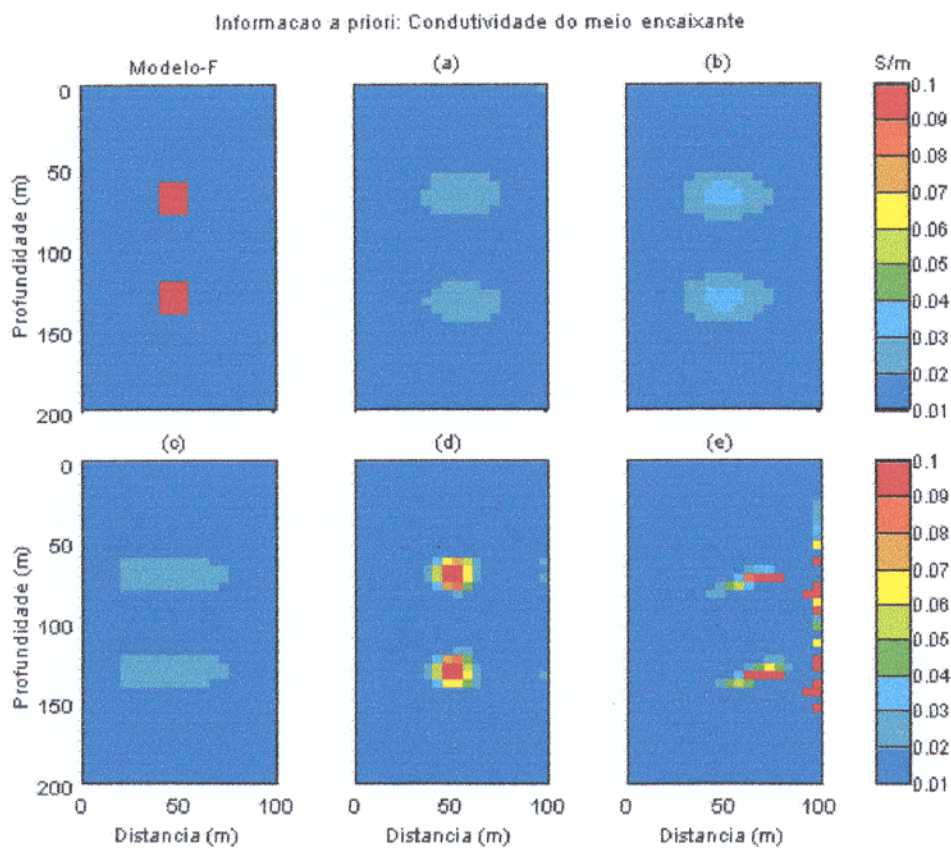


Fig. 4.29 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo F. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

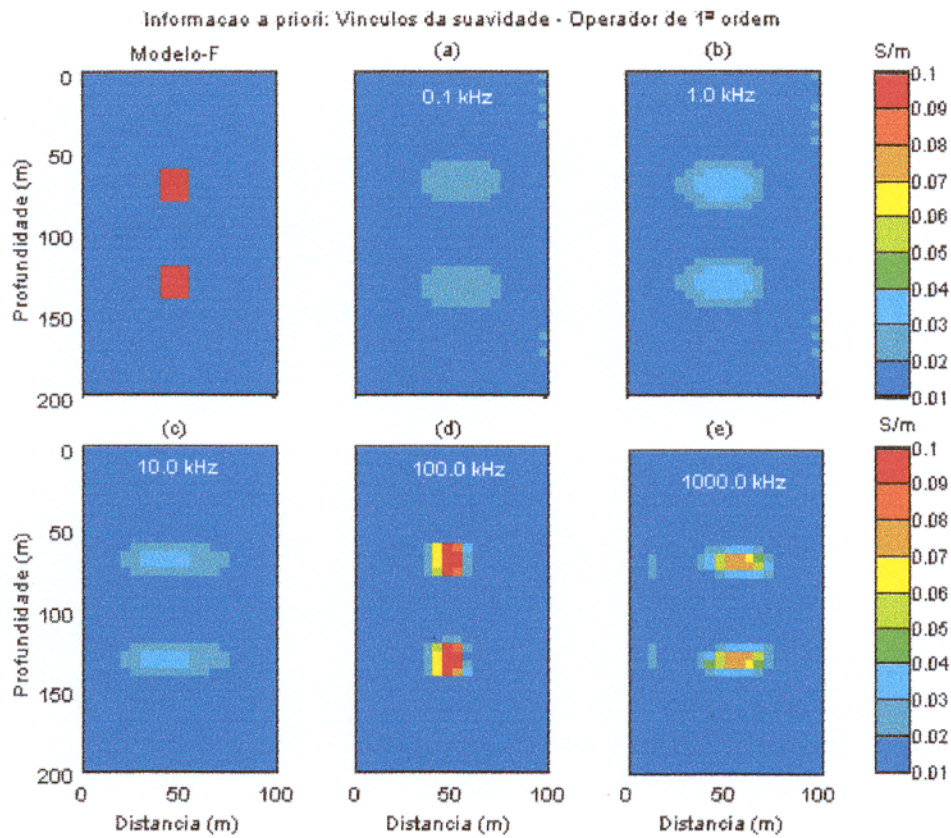


Fig. 4.30 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo F. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

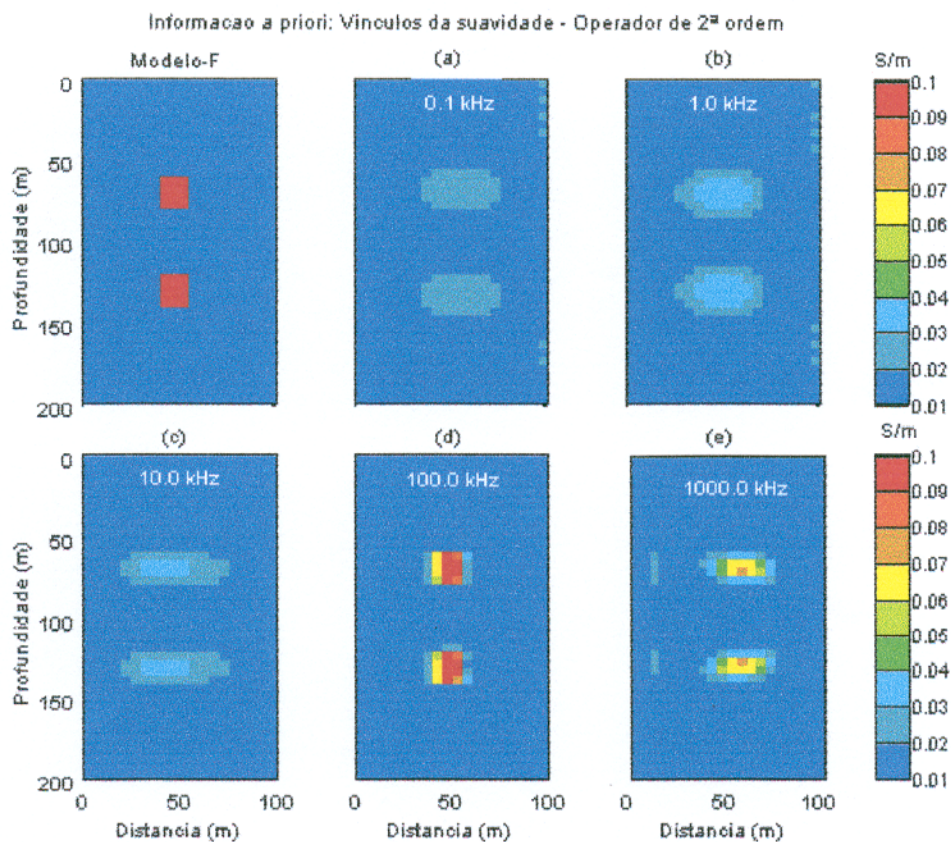


Fig. 4.31 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo F. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

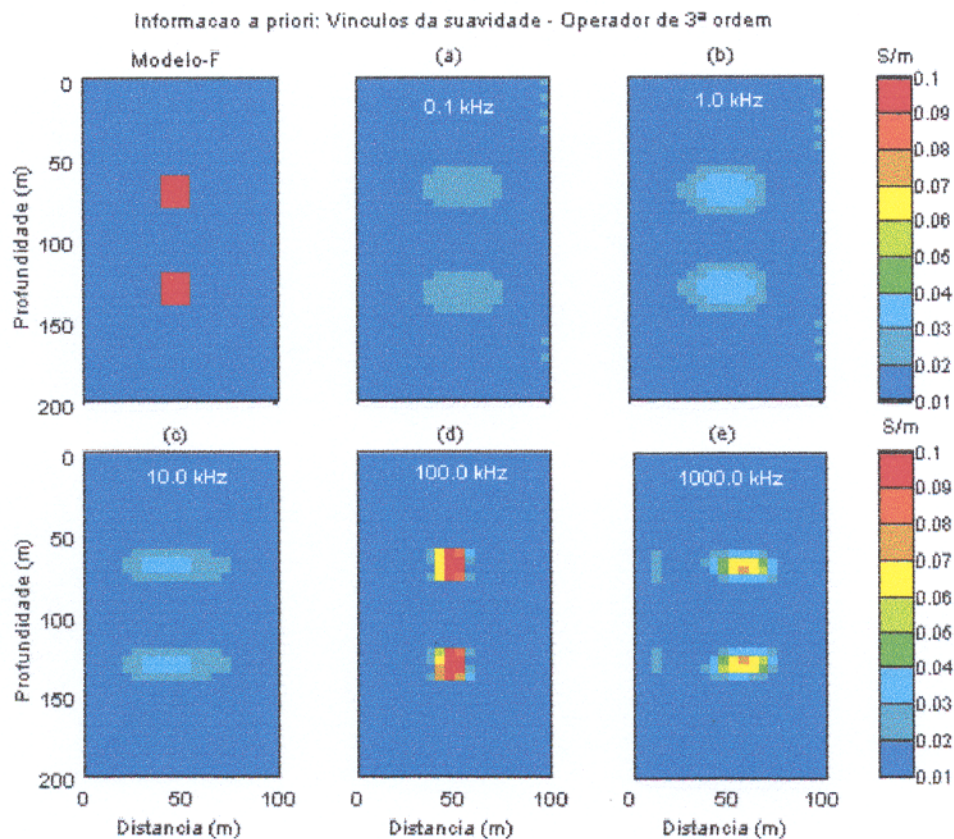


Fig. 4.32 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo F. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

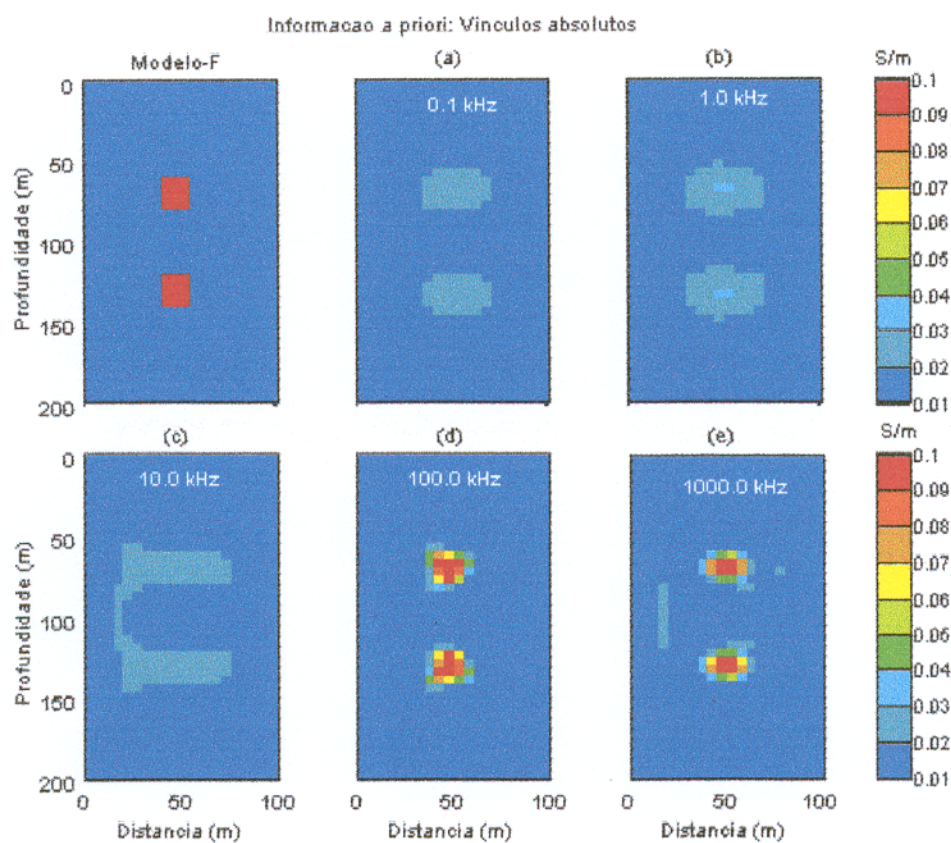


Fig. 4.33 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo F. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.7 Modelo G

A análise dos tomogramas do modelo G (Figura 3.9a) obtidos com 0.1 e 1.0 kHz mostra que as imagens recuperadas não permitem determinar com exatidão a presença das duas imagens. A condutividade estimada para estas imagens é da ordem de 0.03 a 0.04 S/m (Figura 4.34a-b). Usando os vínculos de suavidade, nomeadamente o operador de primeira (Figuras 4.35a-b), segunda (Figuras 4.36a-b) e terceira (Figuras 4.37a-b) ordens obtém-se um ligeiro aprimoramento na definição somente para a imagem obtida com 1.0 kHz. Entre os três operadores, o operador de terceira ordem produz imagem com razoável resolução (Figura 4.37b). A condutividade estimada com esse tipo de vínculos varia de 0.03 a 0.04 S/m. A resolução deteriora ligeiramente com o uso dos vínculos absolutos, porém, a estimativa da condutividade sobe para 0.05 S/m (Figura 4.38b).

A frequência de 10.0 kHz produz melhor definição das imagens. As formas e dimensões das imagens são mais bem delimitadas para a imagem esquerda. A condutividade estimada é da ordem de 0.04 S/m (Figura 4.34c). As imagens obtidas com os operadores de primeira (Figura 4.35c), segunda (Figura 4.36c) e terceira (Figura 4.37c) ordem apresentam imagens mais bem definidas que as anteriores. A estimativa da condutividade melhora substancialmente situando-se entre 0.05 e 0.07 S/m. A melhor estimativa dos parâmetros é obtido com vínculos absolutos. A imagem aparece bem definida. A condutividade aproxima-se à condutividade do modelo (Figura 4.38c). A melhor estimativa da condutividade é mostrada pela imagem situada à esquerda (0.1 S/m).

Os resultados obtidos com a frequência de 100.0 kHz mostram imagens não recuperadas corretamente. Somente uma imagem borrada e deslocada horizontalmente para o centro do modelo é visível (Figura 4.34d). As imagens geradas com os vínculos de suavidade, nomeadamente dos operadores de primeira (Figura 4.35d), segunda (Figura 4.36d) e terceira ordem (Figuras 4.37d) são idênticas e não apresentam diferenças significativas em relação às imagens ilustradas na figura anterior (Figura 4.34d). A condutividade estimada varia entre 0.05 a 0.07 S/m. A resolução melhora substancialmente com os vínculos absolutos. As imagens produzidas com este tipo de vínculos têm as dimensões razoavelmente bem resolvidas. A condutividade estimada varia de 0.07 a 0.1 S/m para a imagem situada à esquerda (Figura 4.38d). A condutividade estimada é da ordem de 0.05 a 0.1 S/m.

Somente uma imagem borrada é gerada com o incremento da frequência para 1000.0 kHz (Figura 4.34e). Os operadores de primeira (Figura 4.35e), segunda (Figura 4.36e) e terceira

(Figura 4.37e) ordens introduzem ligeiro aprimoramento na definição na resolução, embora, as imagens recuperadas não sejam corretamente bem definidas. A condutividade estimada para alguns elementos é igual a da heterogeneidade (0.1 S/m). A imagem gerada com os vínculos absolutos possui resolução similar àquela apresentada pelas imagens recuperadas com os vínculos de suavidade (Figuras 4.38e).

Este modelo possui as mesmas características apresentadas pelo modelo C. Devido a disposição vertical das heterogeneidades, as imagens resultantes são de muito baixa resolução.

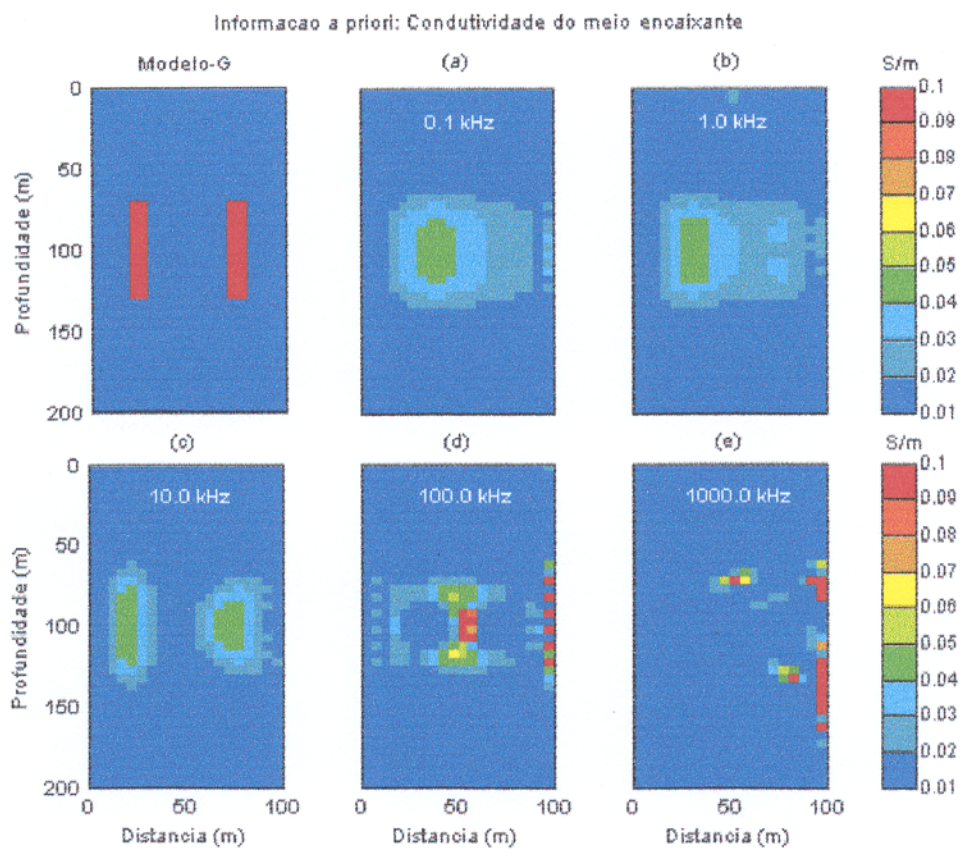


Fig. 4.34 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo G. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

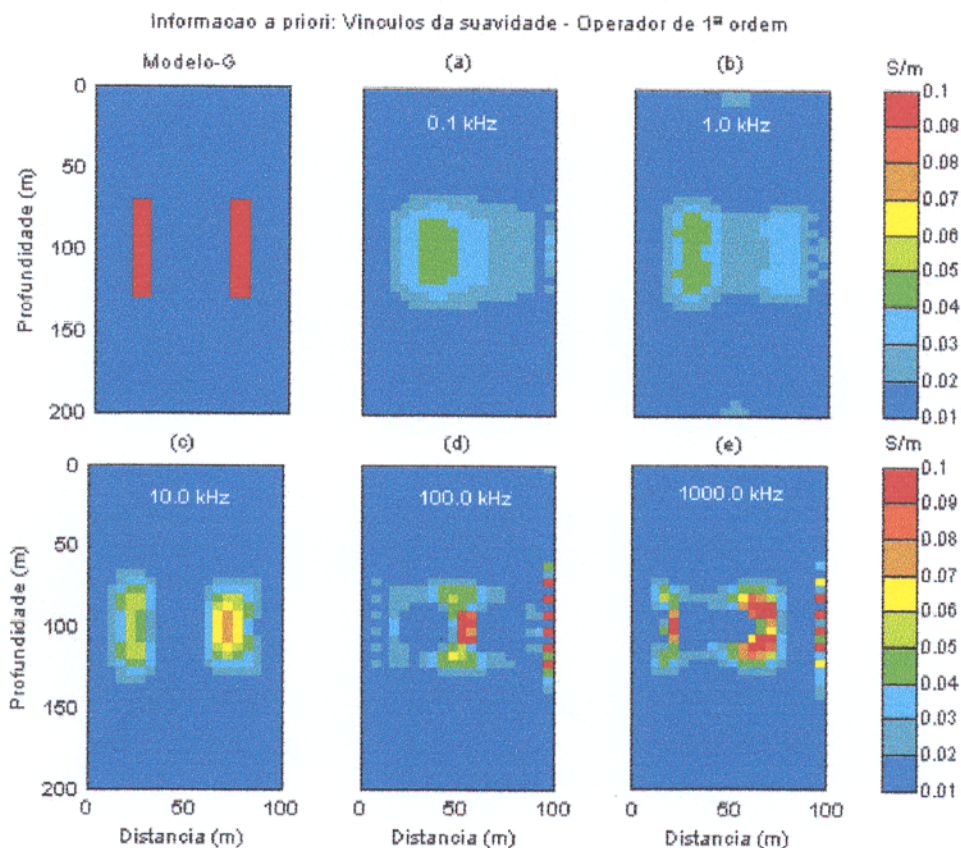


Fig. 4.35 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo G. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

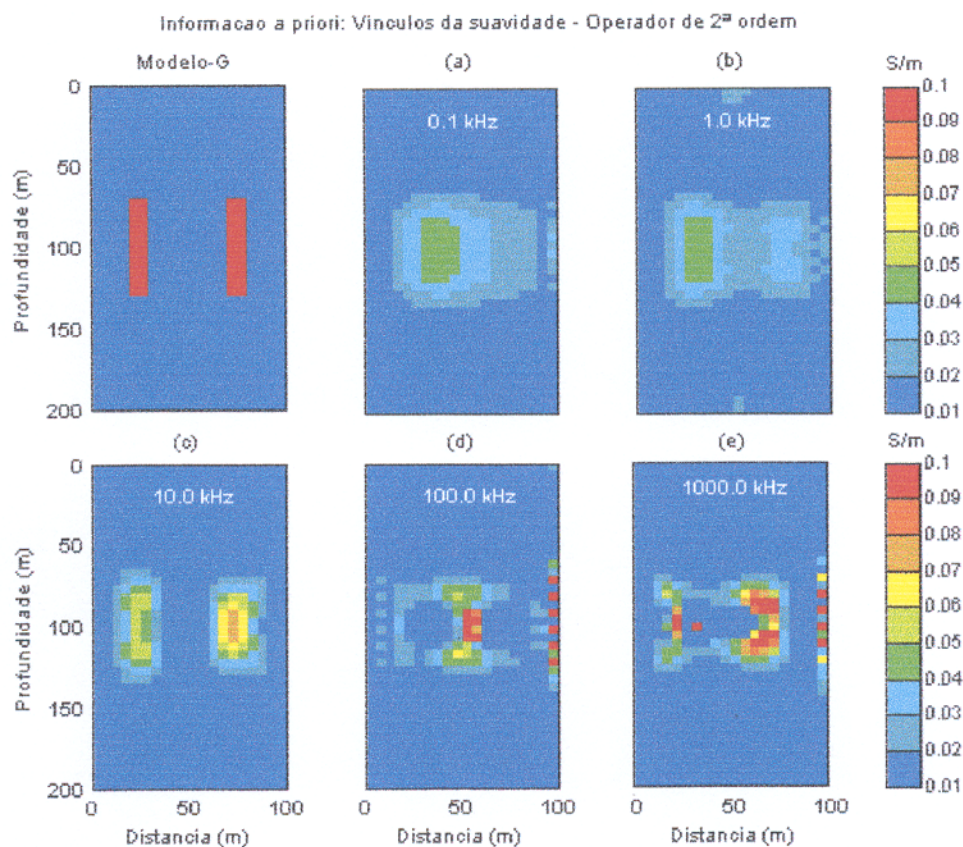


Fig. 4.36 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo G. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

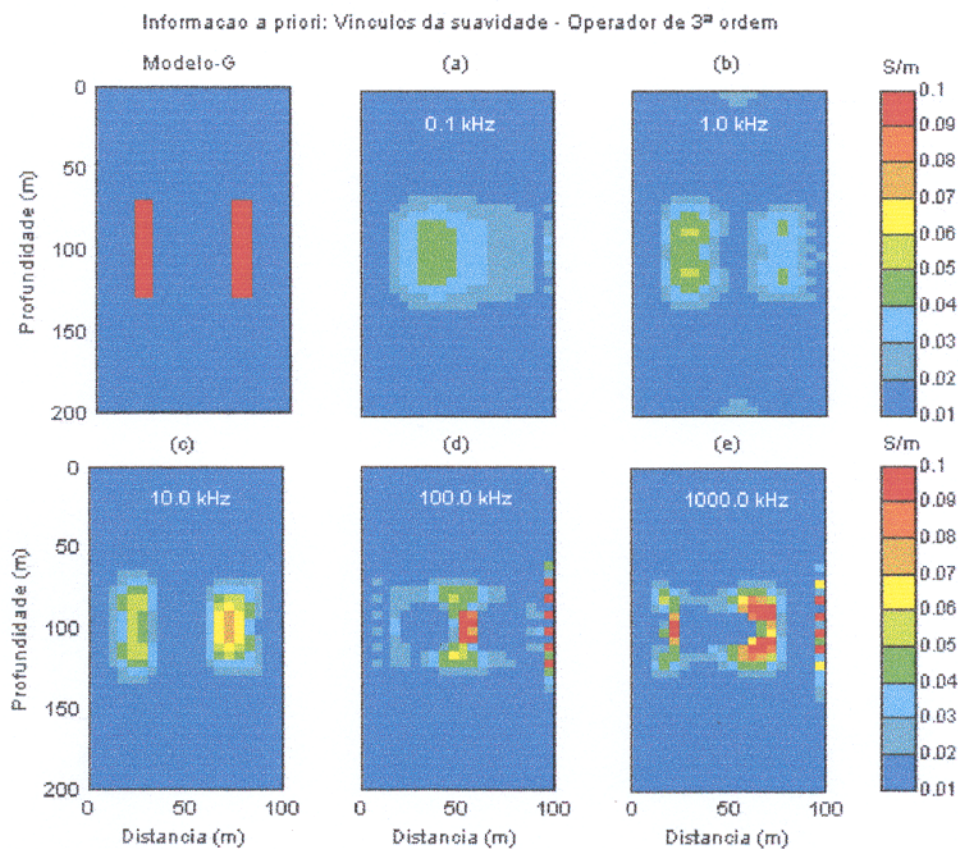


Fig. 4.37 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo G. O modelo inicial é um semi-espço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

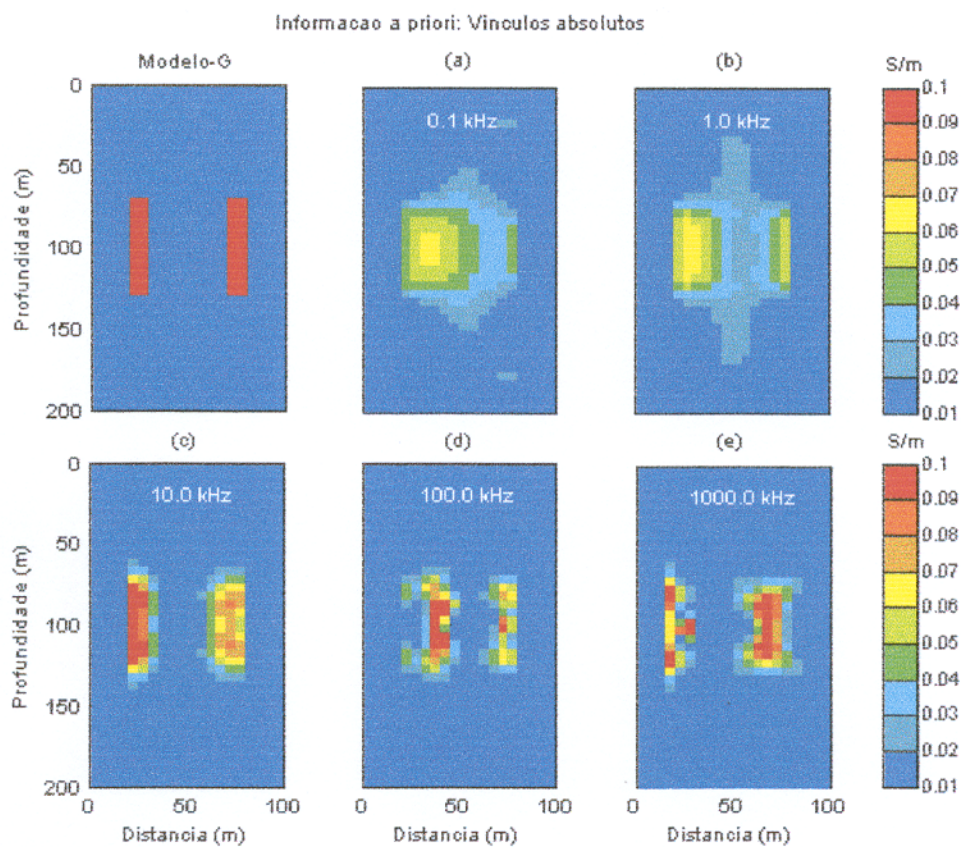


Fig. 4.38 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo G. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.8 Modelo H

A análise dos tomogramas do modelo H (Figura 3.10a) revela boa estimativa da forma geométrica, das dimensões e da distância entre as duas imagens. A imagem obtida com 0.1 kHz tem suas dimensões deformadas verticalmente (Figuras 4.39a). Modificações significativas não são visíveis nas imagens geradas com os vínculos de suavidade. Os resultados obtidos com esse tipo de vínculos, nomeadamente, com o operador de primeira (Figuras 4.40a), de segunda (Figuras 4.41a) e de terceira (Figuras 4.42a) ordens possuem as mesmas características das imagens ilustradas na Figuras 4.39a. A estimativa da condutividade é igual a 0.04 S/m. Com os vínculos absolutos a imagem obtida nessa frequência é mais bem definida em relação às anteriores. A estimativas da condutividade sobem para 0.06 S/m (Figura 4.43a).

A resolução melhora ligeiramente com a frequência de 1.0 kHz. A imagem (Figura 4.39b) é mais bem definida que a anterior (Figuras 4.39a). Os vínculos de suavidade, nomeadamente, os operadores de primeira (Figura 4.40b), segunda (Figura 4.41b) e terceira ordens (Figuras 4.42b) produzem imagens similares às da Figuras 4.39b. A melhor estimativa é ilustrada na Figura 4.43b obtida com o uso dos vínculos absolutos. O valor máximo estimado para a condutividade máxima aproximadamente igual a 0.07 S/m.

Verifica-se um aprimoramento contínuo na resolução com incremento da frequência. A imagem obtida com 10.0 kHz (Figura 4.39c) mostra uma melhor definição das formas e dimensões da imagem do que a figura anterior (Figura 4.39b). As imagens obtidas com os operadores de primeira (Figura 4.40c) são idênticas às imagens da Figura (Figura 4.39c). A condutividade estimada para estas imagens é 0.04 S/m. Porém, com os operadores de segunda (Figura 4.41c) e terceira (Figura 4.42c) ordens, a imagem é ligeiramente aprimorada. A condutividade estimada para estas imagens é da ordem de 0.07 S/m. Com os vínculos absolutos observa-se a introdução de pequenas perturbações na forma geométrica da imagem, mas a condutividade estimada, em alguns elementos, é igual a 0.09 S/m (Figura 4.43c).

As dimensões verticais das heterogeneidades são corretamente recuperadas com frequência de 100.0 kHz, porém, as dimensões na direção horizontal são subestimadas. A condutividade estimada, em alguns elementos, é igual a 0.1 S/m (A Figura 4.39d). A introdução dos vínculos de suavidade, operadores de primeira (Figuras 4.40d), segunda (Figuras 4.41d) e terceira (Figuras 4.42d) ordens permite a recuperação exata de todas as características das heterogeneidades. As imagens são corretamente resolvidas e a condutividade estimada

exatamente (0.1 S/m). Resultados similares são esperados com o uso dos vínculos absolutos, porém, verificam-se pequenas perturbações na delimitação das imagens (Figura 4.43d).

Com a frequência de 1000.0 kHz, a resolução cai bruscamente (Figura 4.39e). Porém a resolução é recuperada com o uso de vínculos. As imagens recuperadas com os vínculos de suavidade, notadamente dos operadores de primeira (Figura 4.40e), segunda (Figura 4.41e) e terceira (Figura 4.40e) ordens apresentam boas estimativas para a condutividade, para as formas geométricas e para a distância, embora as suas dimensões não sejam exatamente recuperadas. A condutividade da heterogeneidade é exatamente recuperada (0.1 S/m). As imagens recuperadas com os vínculos absolutos apresentam resolução similar àquela apresentada pelas imagens geradas com os vínculos da suavidade (Figuras 4.43e).

Como no caso anterior este modelo possui as mesmas características do modelo C. Devido a disposição horizontal apresentada pela heterogeneidade, que permite maior cobertura pelo campo magnético, as imagens resultantes são de alta definição.

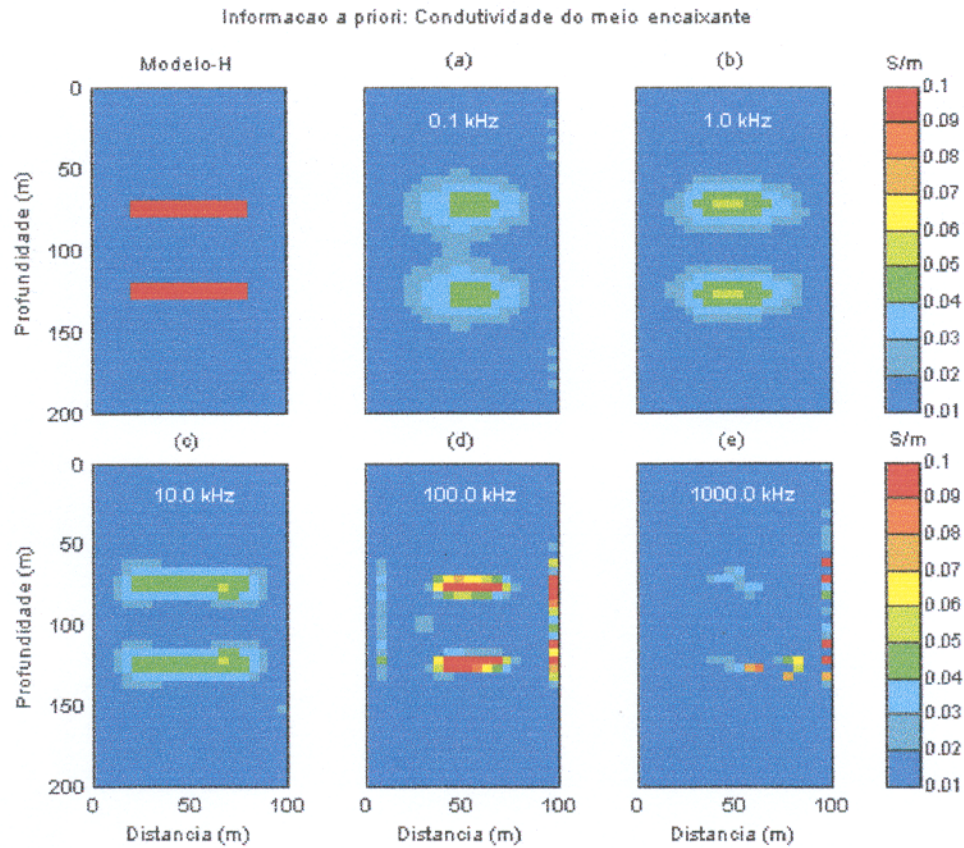


Fig. 4.39 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo H. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

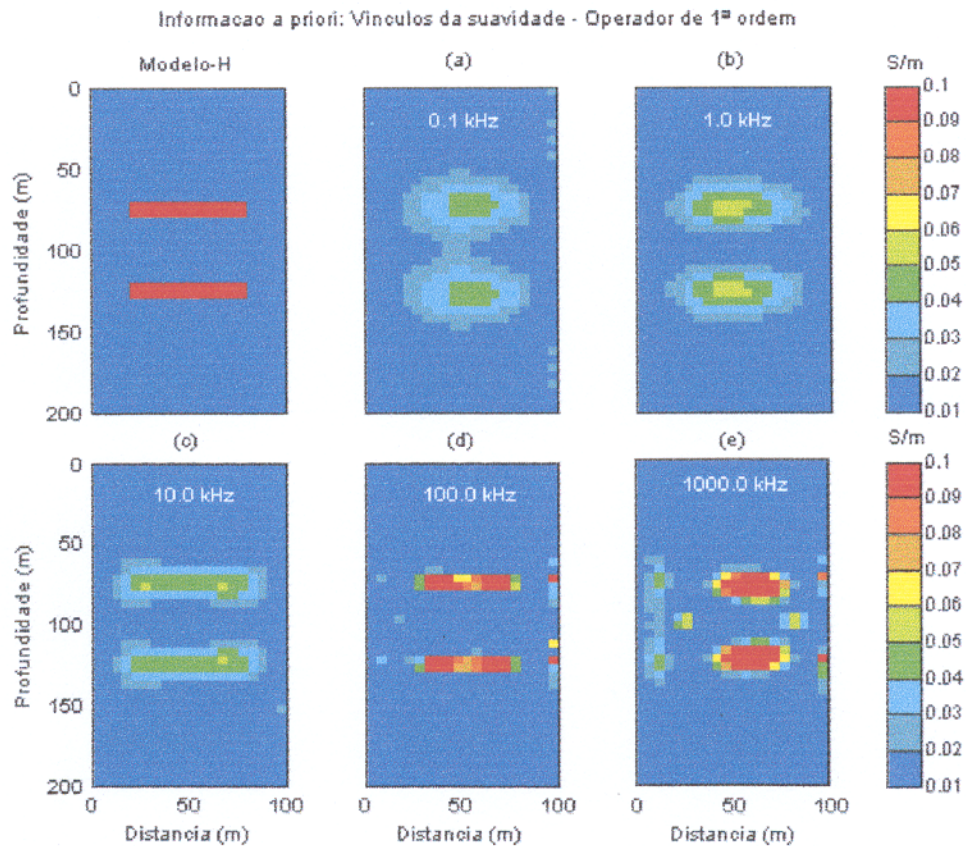


Fig. 4.40 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo H. O modelo inicial é um semi-espço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

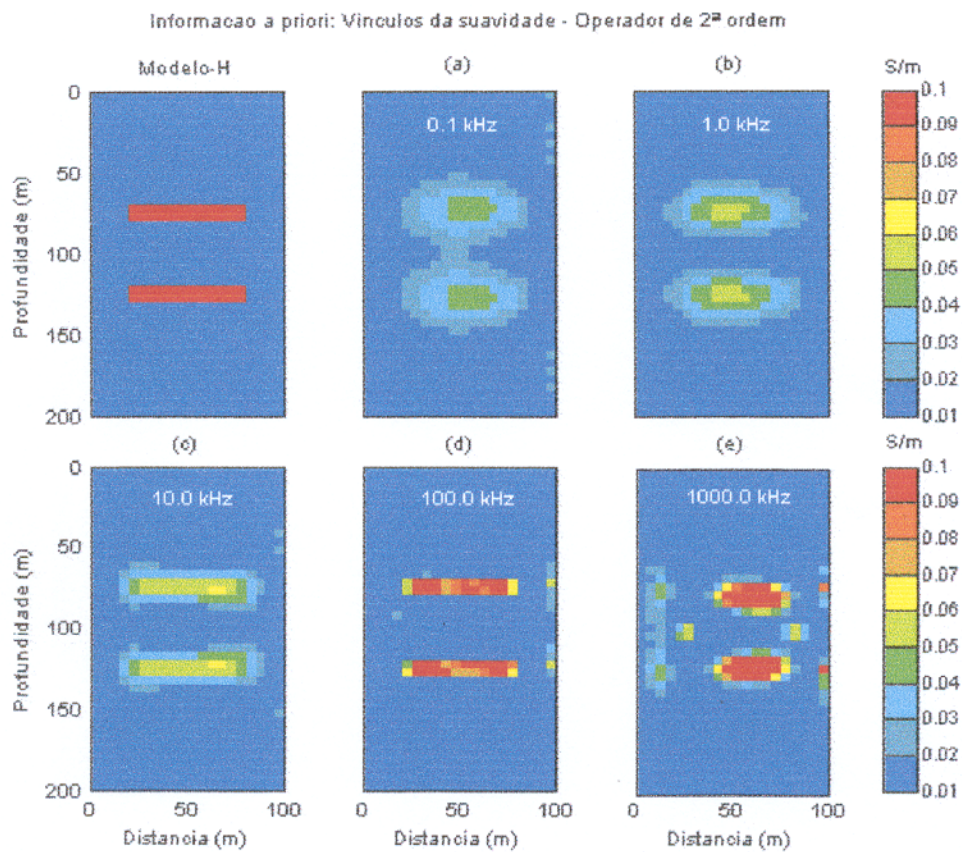


Fig. 4.41 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo H. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

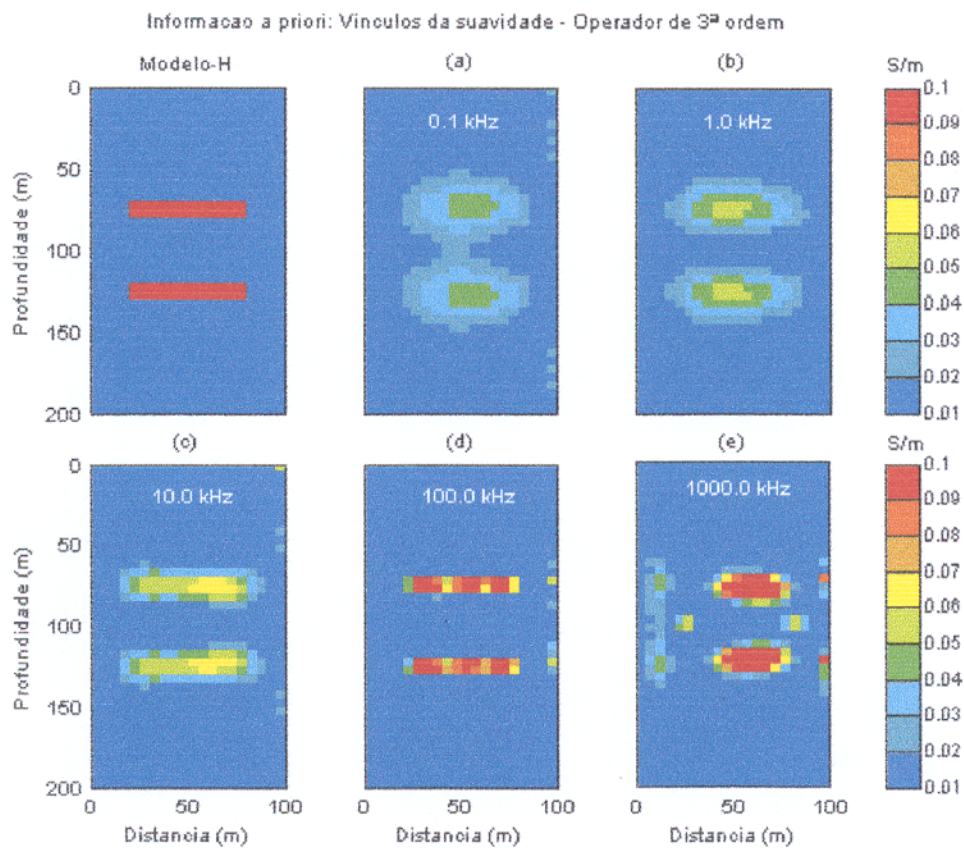


Fig. 4.42 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo H. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

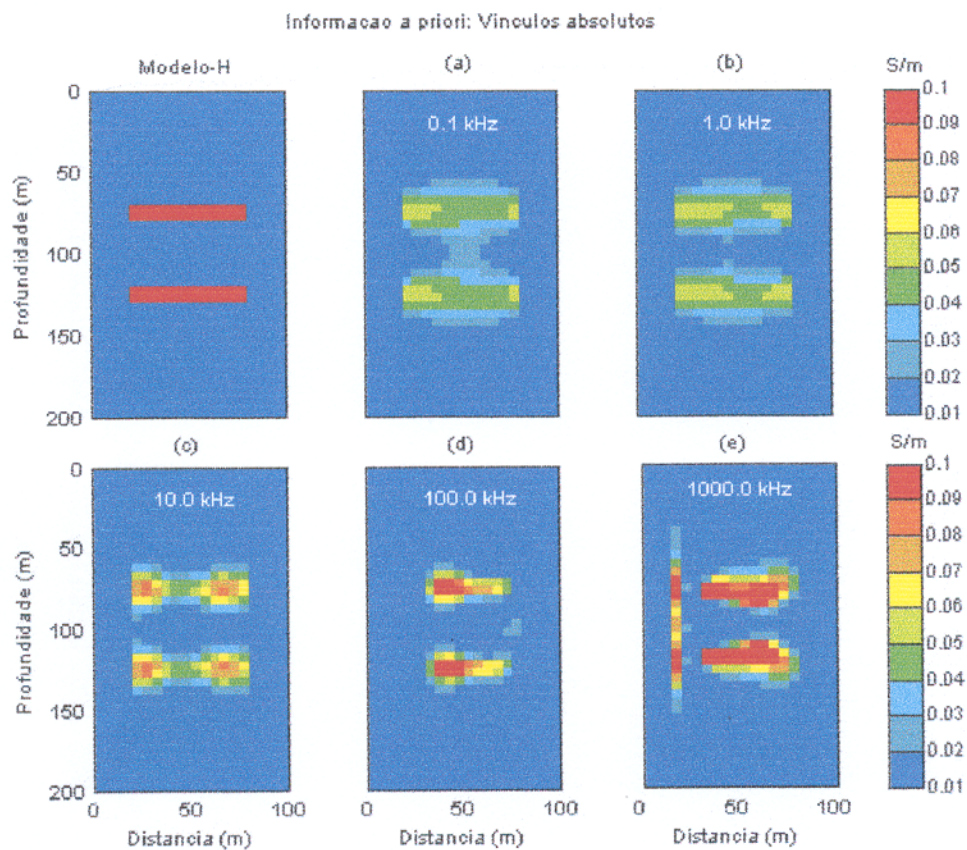


Fig. 4.43 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo H. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.9 Modelo I

Os tomogramas obtidos para o modelo I (Figura 3.11a) com as frequências de 0.1 e 1.0 kHz apresentam imagens de baixa resolução, não permitindo delimitar a forma e as dimensões das heterogeneidades (Figura 4.44a-b). Mesmo usando os vínculos de suavidade, notadamente, dos operadores de primeira (Figuras 4.45a-b), segunda (Figuras 4.46a-b) e terceira (Figuras 4.47a-b) ordem as imagens obtidas permanecem de baixa resolução. A condutividade estimada é igual a 0.03 S/m. Pequenas modificações são obtidas com a introdução vínculos absolutos. Com este tipo de vínculos, as duas imagens já podem ser observadas separadamente. A condutividade estimada melhora substancialmente (entre 0.03 e 0.07 S/m conforme Figuras 4.48a-b).

Aumentando a frequência para 10.0 kHz as imagens obtidas permanecem com baixa resolução, porém ligeiramente melhor delimitadas (Figura 4.44c). Os vínculos de suavidade, na forma de operadores de primeira (Figura 4.45c), segunda (Figura 4.46c) e terceira (Figura 4.47c) ordens permitem alcançar uma definição melhor da imagem superior. A condutividade estimada é aproximadamente igual a 0.06 S/m. A imagem obtida com os vínculos absolutos é similar à imagem obtida com os vínculos de suavidade, embora, a estimativa da condutividade tenha melhorado em alguns elementos (0.07 S/m), conforme Figura 4.48c.

Incrementando a frequência para 100.0 kHz a imagem mostrada (Figura 4.44d) permanece borrada e com baixas estimativas da condutividade. Os vínculos de suavidade, nomeadamente, o operador de primeira (Figura 4.45d), segunda (Figura 4.46d) e terceira ordem (Figura 4.47d) produzem imagens razoavelmente resolvidas. A condutividade estimada para alguns elementos da imagem varia entre 0.06 e 0.1 S/m. Os vínculos absolutos (Figura 4.48d) produzem ligeira deterioração nas imagens obtidas anteriormente (com os vínculos de suavidade). Por outro lado, a estimativa dos valores da condutividade é melhor do que aquela apresentada nas imagens ilustradas na Figura 4.47d.

Finalmente, o aumento da frequência para 1000.0 kHz produz uma drástica redução na resolução das imagens (Figura 4.44e). Com os vínculos de suavidade, nomeadamente, com os operadores de primeira (Figura 4.45e), segunda (Figura 4.46e) e terceira (Figura 4.47e) ordem somente uma imagem deformada é mostrada. A condutividade estimada possui valores em torno de 0.04 e 0.08 S/m. Com os vínculos absolutos a definição das imagens melhora ligeiramente. As estimativas da condutividade sobem para valores situados entre 0.06 e 0.1 S/m (Figura 4.48e)

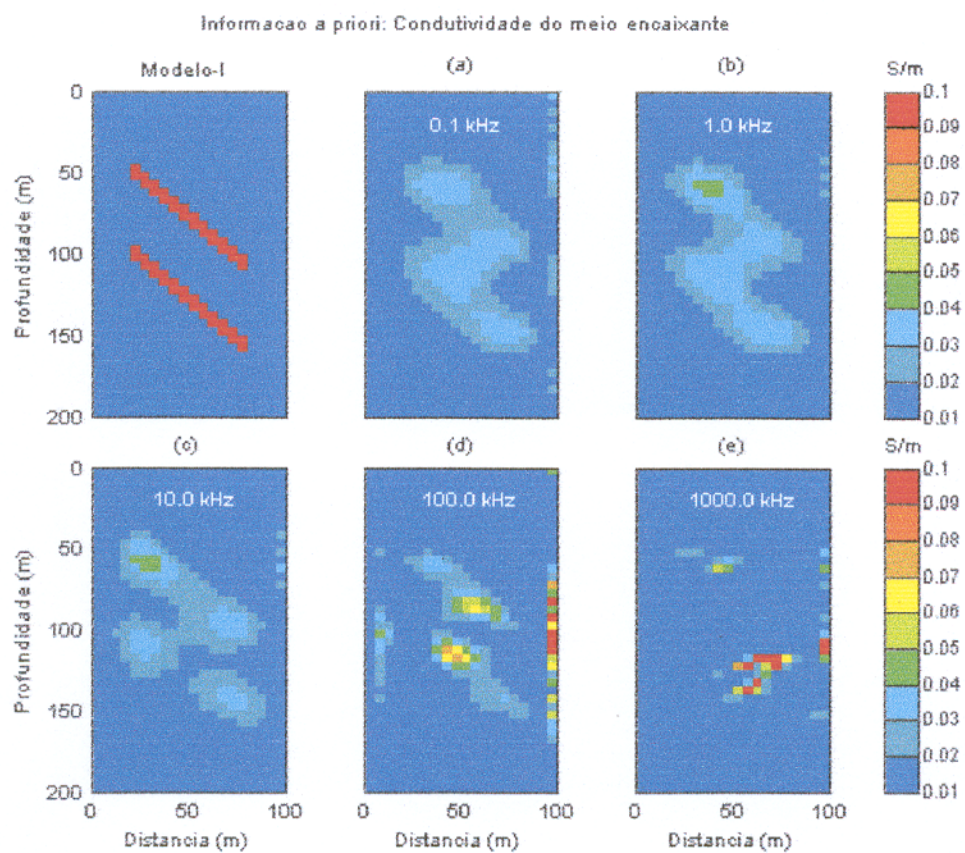


Fig. 4.44 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo I. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

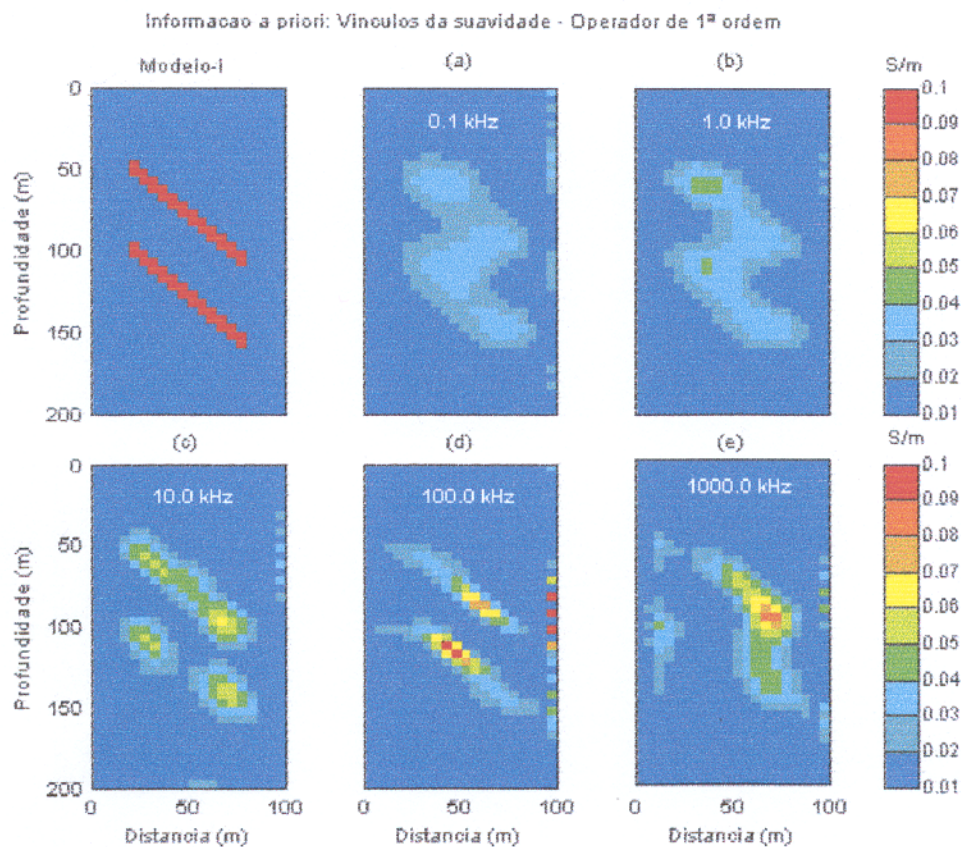


Fig. 4.45 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo I. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

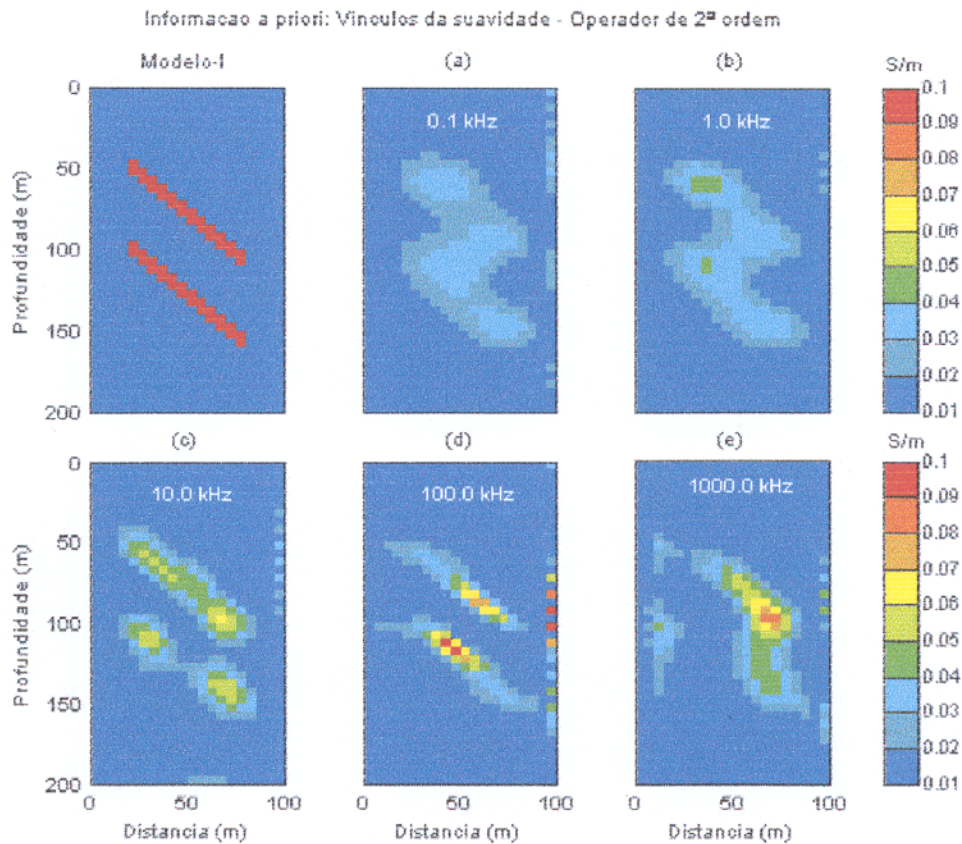


Fig. 4.46 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo I. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

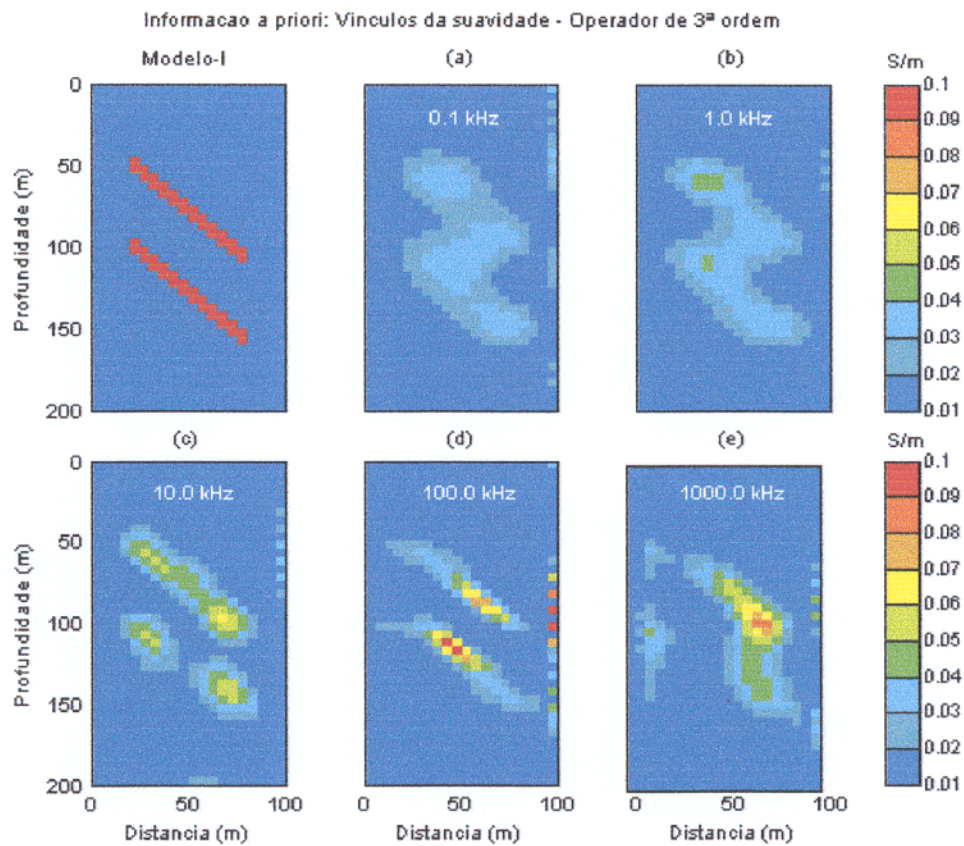


Fig. 4.47 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo I. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

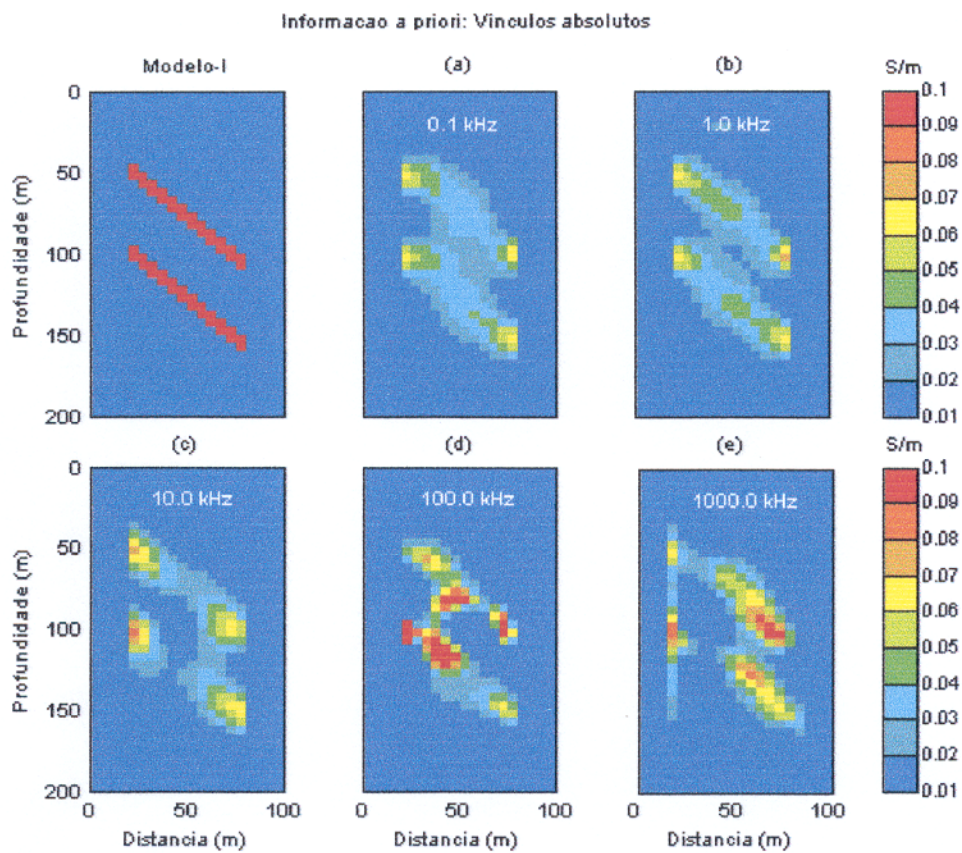


Fig. 4.48 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo I. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

4.3.10 Modelo J

Finalmente, o último modelo analisado é o J (Figura 3.12a). Os tomogramas gerados com as frequências de 0.1 e 1.0 kHz não permitem definir as imagens das duas heterogeneidades (Figuras 4.49a-b). Os tomogramas obtidos com os vínculos de suavidade nestas frequências, notadamente com os operadores de primeira (Figuras 4.50a-b), segunda (Figuras 4.51a-b) e terceira (Figuras 4.52a-b) ordens mostram imagens com resolução similar àquela ilustrada nas Figuras 4.49a-b. A condutividade estimada é da ordem de 0.06 a 0.07 S/m. Com os vínculos absolutos já é possível notar a presença das duas imagens (Figura 4.53a). A definição das duas imagens melhora significativamente com o incremento da frequência para 1.0 kHz (Figura 4.53b). A condutividade estimada, em algumas células, é igual a 0.1 S/m.

Com 10.0 kHz as imagens apresentam melhor definição se comparadas às imagens geradas com frequências menores. Os valores da condutividade estimados são de 0.02 e 0.1 S/m, respectivamente para a heterogeneidade maior e menor (Figuras 4.49c). As imagens obtidas com os operadores de primeira (Figuras 4.50c), segunda (Figuras 4.51c) e terceira (Figuras 4.52c) ordens possuem as mesmas características das imagens ilustradas na Figura 4.49c. O tomograma gerado nesta frequência, com vínculos absolutos, mostra imagens mais bem resolvidas em relação as anteriores (Figuras 4.49c a 4.52c). A estimativa da condutividade, em algumas células, é igual a 0.1 S/m.

Com 100.0 kHz o tomograma gerado não representa o modelo que gera os dados. Somente uma imagem deslocada para o centro do modelo é mostrada (Figura 4.49d). Os tomogramas obtidos, com os operadores de primeira (Figura 4.50d), segunda (Figura 4.51d) e terceira (Figura 4.52d) ordens, com a mesma frequência, possuem as mesmas características do tomograma anterior (Figura 4.49d). A definição da imagem melhora substancialmente com vínculos absolutos. A imagem obtida com este tipo de vínculos mostra uma correta recuperação de todas as características apresentadas pelo modelo. A condutividade estimada é 0.1 S/m, praticamente a condutividade do modelo (Figura 4.53d).

A resolução é drasticamente reduzida com o aumento da frequência para 1000.0 kHz, conforme ilustra a Figura 4.49e. Somente uma imagem borrada é mostrada. Com os vínculos de suavidade, nomeadamente, os operadores de primeira (Figura 4.50e), segunda (Figuras 4.51e) e terceira (Figuras 4.52e) ordens a imagem das heterogeneidades é corretamente recuperada. A estimativa da condutividade é igual a 0.1 S/m. A distância entre as duas heterogeneidades

também foi recuperada exatamente. A resolução apresentada pelas imagens recuperadas com os vínculos absolutos é ligeiramente similar a das imagens geradas com os vínculos de suavidade (Figura 4.53e).

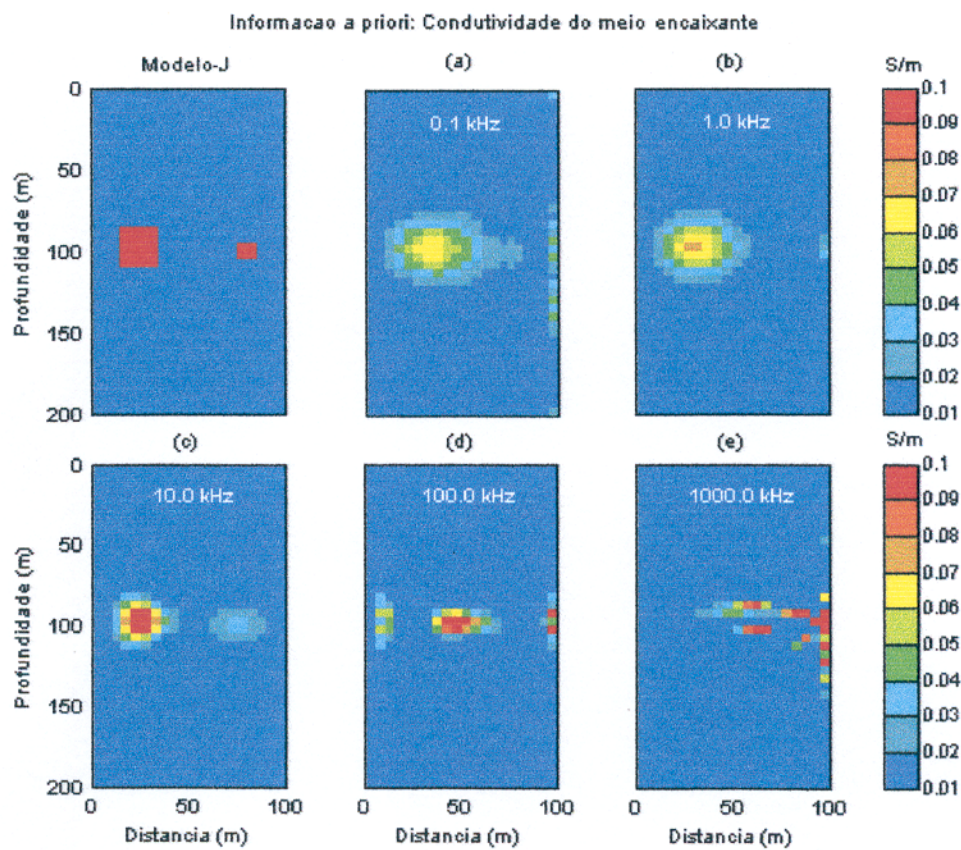


Fig. 4.49 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo J. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

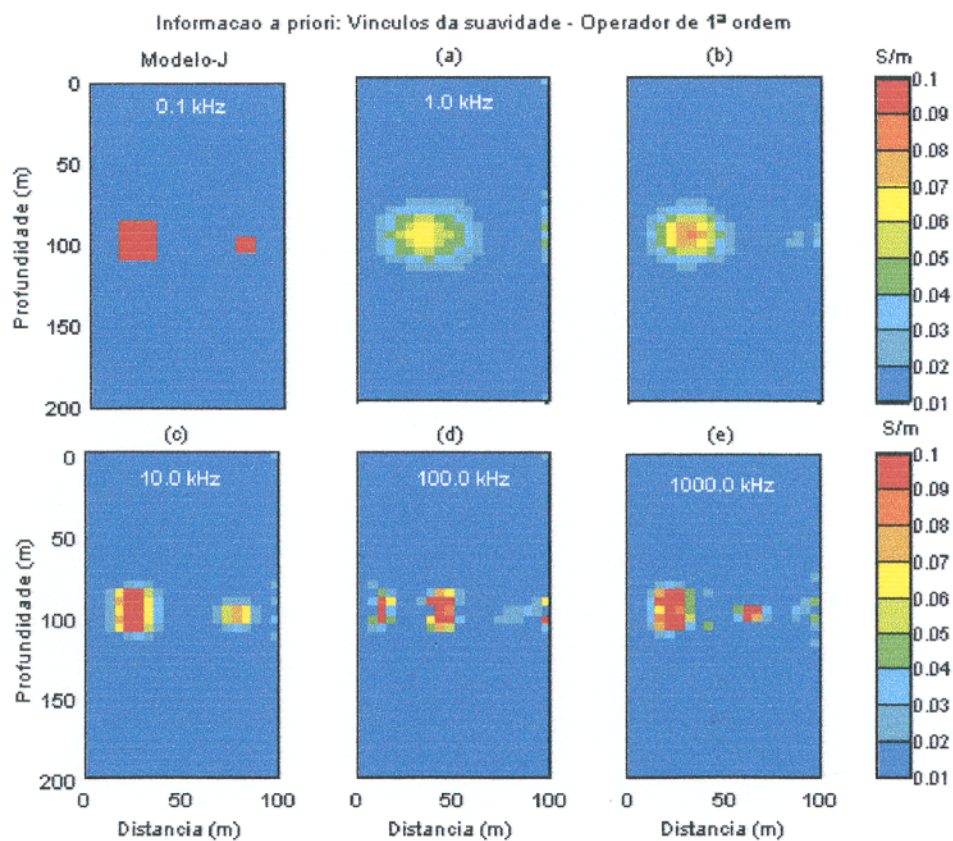


Fig. 4.50 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo J. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

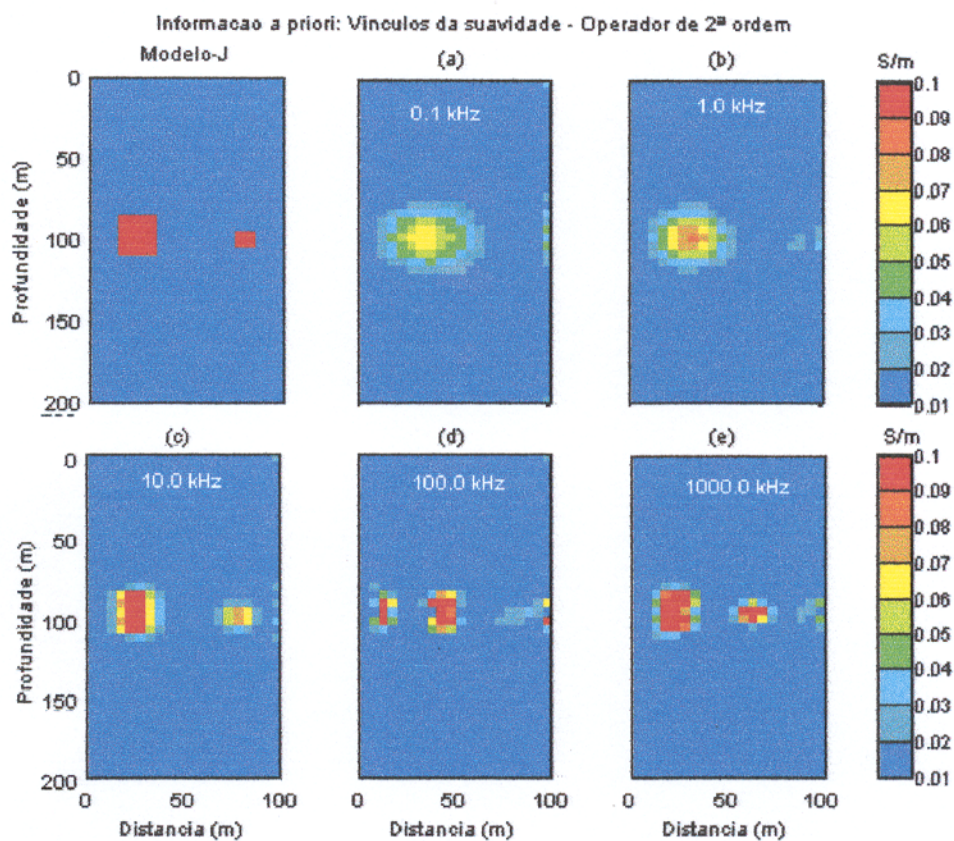


Fig. 4.51 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo J. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

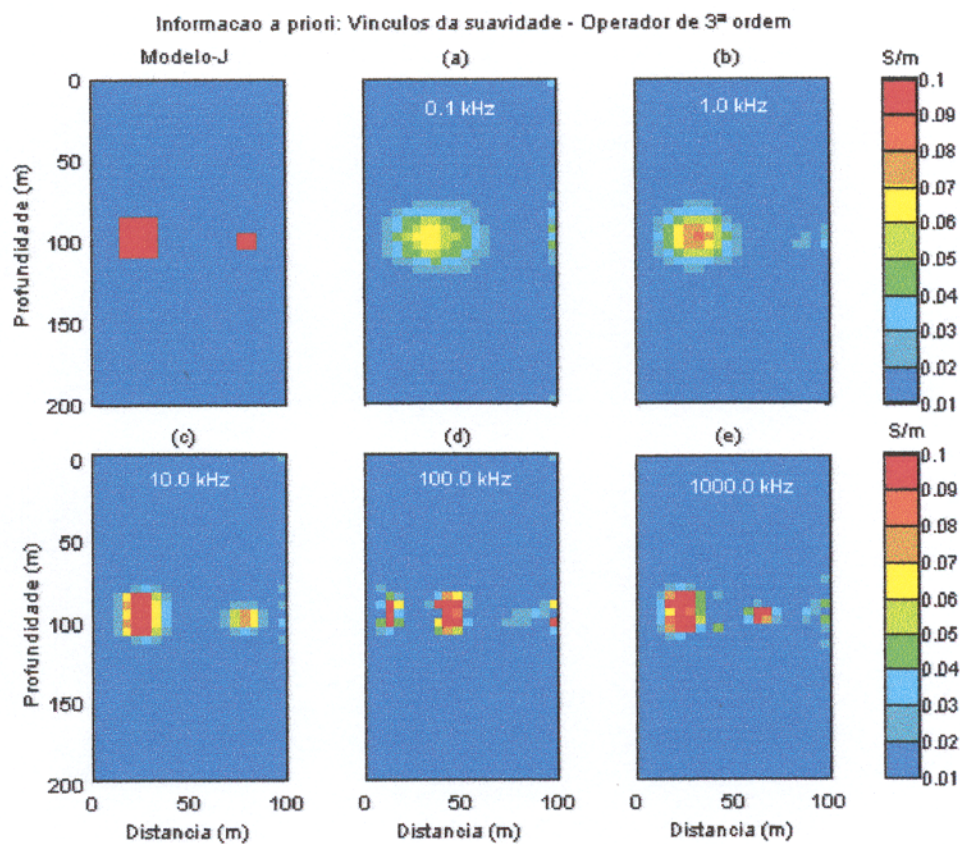


Fig. 4.52 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo J. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

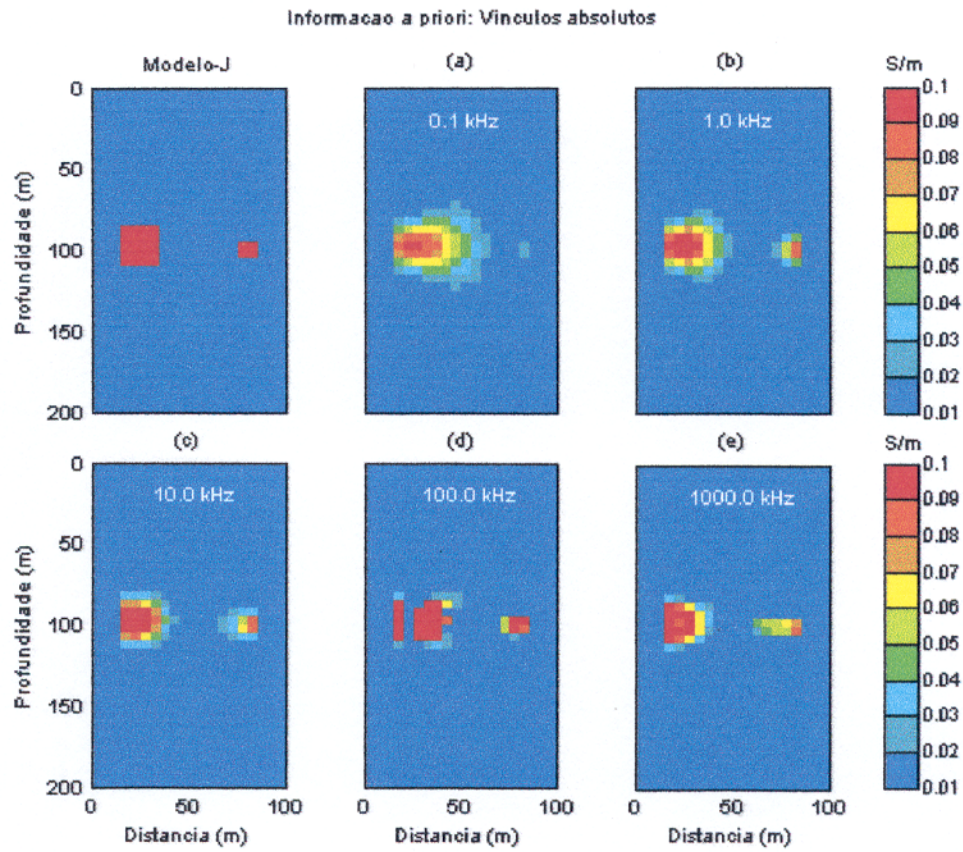


Fig. 4.53 Tomograma ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo J. O modelo inicial é um semi-espaco homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. As frequências em kHz são: a) 0.1, b) 1.0, c) 10.0, d) 100.0 e e) 1000.0.

Os resultados obtidos neste capítulo mostram que a resolução da imagem depende fundamentalmente da frequência e que, frequências maiores resultam em imagens bem resolvidas. Este fenômeno também foi observado nos trabalhos realizados anteriormente por outros pesquisadores. Porém, o contínuo incremento da frequência deveria resultar em imagens totalmente nítidas, mas, percebemos que, devido à atenuação a que os campos eletromagnéticos são submetidos no meio encaixante, a resolução é significativamente reduzida.

Observou-se também que usando somente a condutividade do meio encaixante a resolução das imagens resultantes não é bem aprimorada. Somente o uso de informação adicional, mais concretamente, informação absoluta e relativa, na forma de vínculos de igualdade absoluta e de suavidade, respectivamente, permite obter imagens altamente definidas.

4.4 EFEITO DO CONTRASTE DE CONDUTIVIDADE ELÉTRICA

Para analisar o efeito da variação do contraste da condutividade da heterogeneidade com relação a do meio encaixante usamos o modelo A, cujas imagens foram geradas com a frequência de 100.0 kHz. O operador de primeira ordem é usado como a ferramenta para estabilizar do problema inverso. A condutividade do meio encaixante é mantida fixa em 0.01 S/m. A condutividade da heterogeneidade varia de 0.02 S/m, 0.1 S/m e 1.0 S/m, cujos contrastes de condutividade da heterogeneidade com relação a do meio encaixante são iguais a 2 (Figura 4.54a), 10 (Figura 4.54b) e 100 (Figura 4.54c), respectivamente.

Analisando a Figura 4.54 observa-se que a melhor resolução é obtida com contraste de 10 (Figura 4.54b). Porém, a resolução cai quando o contraste diminui para 2 (Figura 4.54a) ou aumenta para 100 (Figura 4.54c). Embora a resolução tenha diminuído para esses contrastes ainda é possível recuperar com nitidez significativa a condutividade elétrica, a forma geométrica, as dimensões e as características espaciais das heterogeneidades. Comparando as Figura 4.54a e Figura 4.54c percebemos que esta última apresenta melhor resolução.

Este fato está relacionado ao fenômeno de espalhamento eletromagnético que produz um campo elétrico forte dentro da heterogeneidade devido a sua elevada condutividade elétrica. Conseqüentemente, o campo magnético observado no receptor, originado por essas correntes elétricas, também possui magnitudes significativas.

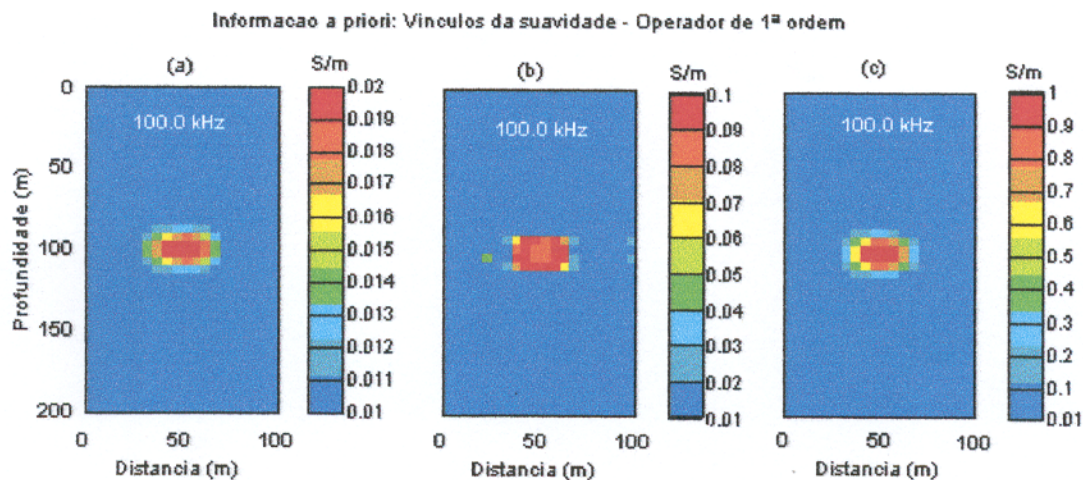


Fig. 4.54 Tomogramas ilustrando as imagens da heterogeneidade do modelo A. O modelo inicial é um semi-espaço homogêneo com condutividade de 0.01 S/m. A frequência é igual a 100.0 kHz. A condutividade do meio encaixante é igual a 0.01 S/m. A condutividade da heterogeneidade é em S/m igual a a)0.02, b)0.1 e c)1.0.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 CONCLUSÕES

A computação numérica no método de tomografia eletromagnética poço-a-poço tem tido um rápido desenvolvimento, devido não só ao aprimoramento de técnicas numéricas e algoritmos matemáticos, mas como também ao rápido desenvolvimento dos computadores, o que permite que problemas cada vez mais complexos sejam resolvidos com maior rapidez e eficiência. Uma das características mais importantes investigadas pelos pesquisadores é a resolução do método, ou seja, como o processo pode distinguir feições geológicas individuais na subsuperfície.

Durante este trabalho foram abordados tópicos relacionados à solução do problema direto por elementos finitos, a partir da qual foi desenvolvido o algoritmo para obter uma solução aproximada mais geral, contornando as restrições impostas pelos algoritmos de Born e de Rytov. Optou-se por resolver o problema inverso usando o algoritmo de Marquardt, que é um algoritmo robusto e permite a fácil introdução de informação a priori, obtendo-se soluções mais estáveis, o que permitiu a obtenção de imagens de alta definição mesmo usando modelos com elevados contrastes de condutividade elétrica da heterogeneidade com relação a do meio encaixante e uma faixa maior de frequências. A análise da resolução foi feita com base em modelos constituídos por uma e duas heterogeneidades. Foram usadas cinco frequências diferentes, nomeadamente 0.1, 1.0, 10.0, 100.0 e 1000.0 kHz.

A banda de frequências usada nas simulações foi escolhida tendo em conta a condutividade do meio encaixante e, considerando também o fato de que experimentos são efetuados no regime de difusão da onda. Igualando a condutividade do meio encaixante (σ) ao produto da sua permissividade elétrica (ϵ) pela frequência angular da corrente na fonte ($\sigma = \omega\epsilon$) obtém-se $f_c = \sigma/2\pi\epsilon$ que é a frequência entre os regimes de difusão e propagação, também denominada de frequência de corte (f_c).

Fazendo a permissividade elétrica $\cong 10\epsilon_0$ (característica em ambiente de reservatório Nekut, 1994) e a condutividade elétrica igual a 0.01 S/m, a frequência de corte é igual a 10000.0 kHz, aproximadamente. As profundidades máxima e mínima alcançadas pelo campo eletromagnético no modelo usado (meio encaixante de 0.01 S/m), quando as frequências de 0.1 ou 1000.0 kHz, são empregadas na fonte são, aproximadamente, iguais a 500.0 e 5.0 metros.

Profundidades maiores são alcançadas se o meio encaixante fosse menos condutivo. Essas profundidades (penetração) mostram como a frequência pode influir na detecção das feições geológicas na sub-superfície.

Os tomogramas ilustrados no capítulo anterior revelam que baixas frequências resultam em imagens com resolução muito reduzida, sendo notória a dificuldade em delinear as heterogeneidades nas imagens recuperadas. Este fenômeno é o resultado da pequena magnitude da resposta da heterogeneidade gerada nestas frequências (Alumbaugh & Morrison, 1995), que no geral é muito menor se comparado à resposta do meio encaixante (veja Figuras 3.3b-3.12b do capítulo 3). Porém, a resolução melhora substancialmente com o aumento da frequência, resultando em imagens de alta definição. Embora altas frequências resultem em alta resolução, a taxa de atenuação nestas frequências pode causar sérios problemas com respeito à resolução horizontal. Este fenômeno está relacionado ao fato de que os dados que contêm a informação da resolução horizontal, observados quando a distância que separa o sistema fonte-receptor é maior, têm ordens de magnitudes menores em amplitude do que quando esta distância é menor (Alumbaugh 1995). Naturalmente, durante a solução do problema inverso estes dados possuem maior peso do que aqueles, como consequência, a resolução da imagem é reduzida.

Outros fatores que contribuem na qualidade da imagem são o tipo do arranjo do sistema fonte-receptor, as características espaciais da heterogeneidade no meio encaixante e a densidade de amostragem. Um aumento da densidade da amostragem, que resulta em maior número dos dados, resultaria em um aumento da resolução na direção vertical, mas não incrementa a resolução na direção horizontal devido à forma como são obtidos os dados. Por outro lado, a disposição vertical dos poços ao longo dos quais estão posicionados a fonte e o receptor permite maior cobertura da heterogeneidade na direção vertical (z) e menor na horizontal (r). Em outras palavras, a quantidade de linhas do fluxo magnético atravessando a heterogeneidade na direção vertical é maior do que a quantidade de linhas de fluxo na direção horizontal, o que torna a resolução espacial maior na direção vertical e pobre na direção horizontal.

Uma comparação da resolução na direção horizontal e vertical pode ser feita usando o exemplo ilustrado na Figura 4.10e. A figura mostra que a condutividade é subestimada em cada lado da imagem na direção horizontal, enquanto que na direção vertical este fenômeno não ocorre. O mesmo fenômeno foi verificado por Alumbaugh (1995). Isto indica que a resolução horizontal não é tão boa quanto a vertical, estando de acordo com a análise de Zhou (1989) que

estabelece que a resolução horizontal depende da máxima cobertura vertical empregada no processo de coleção dos dados.

A análise da resolução pode ser feita comparando os resultados ilustrados nas Figuras 4.25e e 4.30e. A separação das heterogeneidades nos modelos ilustradas nestas figuras está fixada em 40 metros. A estimativa da distância entre as heterogeneidades verticalmente separadas é excelente nesta frequência, o que ocorre também para as heterogeneidades horizontalmente separadas, porém, não tão boa quanto à estimativa desse mesmo parâmetro no caso anterior (heterogeneidades verticalmente separadas). Isto mostra que heterogeneidades verticalmente separadas podem ser resolvidas à baixas frequências (como duas heterogeneidades separadas).

A análise da resolução pode ainda ser feita analisando a Figura 4.10e, que ilustra a imagem de uma heterogeneidade horizontalmente alongada. No geral, as características espaciais da heterogeneidade são bem resolvidas. Com a variação do ângulo de inclinação para 45 graus (4.20e) a imagem resultante, embora ainda bem definida, apresenta uma pequena queda na resolução. Entretanto, a resolução cai significativamente com o incremento do ângulo de inclinação para 90 graus (4.15e). A redução drástica da resolução, para heterogeneidades verticais, também é refletida nos resultados obtidos para os modelo constituídos por duas heterogeneidades. A Figura 4.40d mostra que as imagens recuperadas são de alta definição. Aumentando o ângulo de inclinação para 45 graus (Figura 4.45d) observa-se que a resolução cai ligeiramente. Porém, quando a heterogeneidade atinge a posição vertical (Figura 4.35d) a imagem resultante é de muito baixa definição.

Com estas análises fica claro que a baixa qualidade da imagem é devida à frequência, ao tipo de arranjo do sistema fonte-receptor usado na coleta dos dados e à disposição das heterogeneidades no meio encaixante. Como indicado por Wu & Töksoz (1987) a baixa resolução lateral é devida a baixa cobertura horizontal, intrínseca ao tipo de arranjo poço-a-poço. Se o campo magnético fosse conhecido em todos os pontos, o problema inverso teria solução única. Infelizmente isto não é possível porque a fonte e o receptor ocupam posições discretas, proporcionando amostras discretas dos campos magnéticos (primário e secundário). Por outro lado, a máxima cobertura é determinada pelo campo magnético primário, que depende da frequência da corrente na fonte e da condutividade do meio encaixante. Por isso, a resolução lateral em configurações poço-a-poço é fundamentalmente dependente da frequência.

Para analisar o efeito dos vínculos na estabilização do problema inverso, optou-se, inicialmente, por fazer a inversão na ausência total de *informação a priori*, cujos resultados foram completamente espúrios. Posteriormente, foi usada condutividade do meio encaixante, conhecida *a priori*, como a solução inicial do problema inverso. Os resultados obtidos podem ser considerados satisfatórios na definição das características espaciais (posições horizontal e vertical, ângulo de inclinação) das heterogeneidades, porém, insatisfatórios na definição das suas dimensões, da sua forma geométrica e da condutividade.

Para aprimorar a resolução foram usados os vínculos de suavidade, tendo sido introduzidos no problema inverso através de matrizes representando os operadores de primeira, segunda e terceira ordens. Os resultados alcançados mostram que o uso desses operadores produz melhores resultados na delineação da imagem da heterogeneidade. Neste caso, os operadores de primeira e de segunda ordem, em alguns modelos, produzem os melhores resultados do que o operador de terceira ordem.

O uso de vínculos absolutos como ferramenta para estabilizar o problema de inversão tem a vantagem de poder incorporar informação que possua significado geológico. Entretanto, este tipo de informação pode levar a resultados enganosos se não for de fato representativa da realidade geológica. Medidas realizadas em poços geralmente proporcionam informação de elevada qualidade. Na introdução dos vínculos absolutos, as células representantes das bordas da região de imageamento, receberam a condutividade do meio encaixante e foram excluídos do processo de inversão. Os resultados obtidos com este tipo de vínculos indicam que a delineação das imagens e as estimativas da condutividade melhoram substancialmente.

De um modo geral, os resultados obtidos com os vínculos de suavidade e absolutos mostram que a fraca resolução horizontal pode ser atenuada ou até mesmo eliminada por intermédio destes vínculos.

Rigorosamente se pode afirmar que o algoritmo aqui proposto solução dos problemas direto e inverso é válido para qualquer situação (forma e dimensões da heterogeneidade e contraste de condutividade elétrica), não estando sujeito às restrições impostas aos algoritmos usados anteriormente por outros pesquisadores, cujas soluções eram baseadas nas aproximações de Born e Rytov. O uso desse algoritmo permitiu a obtenção de soluções mais exatas (problema direto) e estáveis (problema inverso), conseqüentemente, a geração de imagens de alta definição e

o uso de uma faixa maior de frequências e de modelos com elevados contrastes da condutividade da heterogeneidade com relação a do meio encaixante.

As conclusões fundamentais, algumas das quais observadas também por outros pesquisadores e independentes do tipo do algoritmo usado, se resumem no seguinte:

- A resolução da imagem é fortemente influenciada pela frequência.
- A resolução vertical é melhor do que a resolução horizontal.
- O conhecimento exato da condutividade do meio encaixante é fundamental para a representação correta da imagem de heterogeneidade.
- Resultados ótimos são obtidos com os vínculos absolutos e de suavidade. A baixa resolução horizontal pode ser atenuada ou até eliminada com esses tipos de vínculos.
- Com relação aos vínculos da suavidade os operadores de primeira e segunda ordens oferecem a melhor definição de imagem do que o operador de terceira ordem.
- Heterogeneidades verticalmente separadas são mais facilmente definidas do que as horizontalmente separadas.

5.2 RECOMENDAÇÕES

O trabalho desenvolvido nesta tese foi baseado no método de elementos finitos. A malha usada na solução do problema permitiu a criação de heterogeneidades com formas geométricas simples. Porém, é necessário estender a forma das heterogeneidades para situações mais gerais, que envolvam estruturas mais complexas.

Assim, recomenda-se o uso futuro de malhas mais refinadas (com um número maior de elementos) que permitirá uma simulação de estruturas geológicas complexas e mais próximas da realidade. Acreditamos que a utilização de computadores de maior porte facilitará o uso de técnicas numéricas que modelem essas estruturas.

Recomenda-se também analisar numericamente imagens tomográficas de reservatórios com variação azimutal de condutividade. Os estudos até agora publicados não contemplam essa variação azimutal, tratam unicamente de modelos com simetria cilíndrica com variações de condutividade apenas nas direções radial e vertical. Variação azimutal da condutividade pode se dar, por exemplo, pela presença de sistemas de fraturas em torno do poço. Neste caso, o problema

é tridimensional e por conseqüência ele é computacionalmente muito grande. No momento, problema desse porte só pode ser resolvido em supercomputadores (cluster).

É importante lembrar que os resultados obtidos aqui, e os obtidos anteriormente por outros pesquisadores nesta área, são o produto de modelagem numérica. Resta agora pesquisar o problema de imageamento eletromagnético do ponto de vista pratico, para verificar experimentalmente o seu comportamento em aplicações práticas.

Recomenda-se que sejam feitos experimentos no campo com a finalidade de verificar a aplicabilidade do método na industria dos hidrocarbonetos. A interpretação dos dados com algoritmos robustos, como os abordados nesta tese, deverá permitir a obtenção de resultados satisfatórios, mais próximos da realidade.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ALUMBAUGH D. L. & MORRISON H. F. 1995. Theoretical, and practical considerations for crosswell. electromagnetic tomography assuming a cylindrical geometry. *Geophysics*, **60**:846-870.
- BARTEL, L. C. & RANGANAYAKI, R. P., 1990 Acquisition of controlled-source audiofrequency magnetotelluric (CSAMT) data at an active steam drive site. In: ANN INTERN. MTG., 59., *Expanded Abstracts*, SEG. p.213-218
- BRITO, L. P. & ALMEIDA, J. F. S. (Ed) 2001. Crosswell electromagnetic tomography: some results using Born approximations. In: CONG. INT. SOC. BRÁS. GEOF., 7., Salvador, Bahia. *Salvador 2001*. Salvador, SBGf. 1 CD-ROM.
- CONSTABLE, S. C., PARKER, R. L., CONSTABLE, C. G., 1987. Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetics sounding data: *Geophysics* **52**, 339-360.
- DASGUTA, N. S., HONG, M. R., AL-JALLAL, A. I. 2001. Reservoir characterization of Permian Khuff-C carbonate in the super giant Ghawar Field of Saudi Arabia. *The Leading Edge*, **20**:706-717.
- DEVANEY, A. J. & ORISTAGLIO, M. L., 1984. Geophysical diffraction tomography. In: ANN INTERN. MTG., 54., SEG. p.330-333
- ENGELMARK, F. 2000. Using converted shear waves to image reservoirs with low impedance contrasts. *The Leading Edge*, **19**:600-603.
- FARR, J. B., 1968. Earth holography, a new seismic method. In: ANN. INTERN. MTG., 38. Denver. *Expanded Abstracts*. Denver. SEG. p.251-254.
- FRENCH, W. S. 1975. Computer migration of oblique seismic reflection profiles. *Geophysics*, **40**:6-16.
- FRENCH, W. S., MARCOUX, M. O., MATZUK, T., 1973., Technical limitation of seismic holography. *Geophysics*, **38**:16-22.
- HILDBRAND, B. P. 1980. Advances in acoustical holography. *Proc. Soc. Photo-Optical Instrumentation Eng.*, **215**:116-128.
- LUÍS, J. G. 1999. *Informação a priori na inversão de dados Magnetotelúricos*. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 93p. (Tese de Doutorado).

- MEDEIROS, W. E. & SILVA, J. B. C. 1996. Geophysical inversion using approximate equality constraints. *Geophysics*, **61**:1678-1688.
- MULLER, R. K. 1980. Diffraction tomography I: the wave equation. *Ultrasonic imaging*, **2**: 615-628.
- MULLER, R. K., KAVEH, M., WADE, G. 1979. Reconstructive tomography and applications to ultrasonics. *Proc. Inst. Electr. Electron. Eng.*, **67**:567-587.
- NEKUT, A. G. 1994. Electromagnetic ray-trace tomography. *Geophysics*, **59**:371-377.
- NAHAMOO, D., PAN, S. X., KAK, A. C., 1984. Synthetic aperture diffraction tomography and its interpolation-free computer implementation : *Inst. Elect. Electron. Eng. Trans. Sonics and Ultrasonics*, **SU-31**, 218-229.
- RÉGIS, R. C. 2000. *Inversão vinculada de dados de EMAP e MT-1D anisotrópico*. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 92 p. (Tese de Doutorado)
- RIJO, L., 1977. *Modeling of electric and electromagnetic data*. Salt Lake City., University of Utah. Department of geology and geophysics. 242p. (PhD Thesis).
- RIJO, L. 2001. *Electrical Geophysics Multidimensional Earth*. Belém, Universidade Federal do Pará. (no prelo).
- RIJO, L.; PELTON, W. H.; FEITOSA, E. C.; WARO, S. H. 1977. Interpretation of apparent resistivity data from Apodi Valley, Rio Grande do Norte, Brazil. *Geophysics*, **12**:811-822
- SOUZA, V. T. 2001. *Tomografia eletromagnética usando vínculos absolutos*. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências. 93p. (Dissertação de Mestrado).
- SPIES, B. R. & HABASHY, T. M. 1995. Sensitivity analysis of crosswell electromagnetic. *Geophysics*, **60**:834-845.
- STRANG, G. & FIX, G. F. 1973. *An Analysis of the Finite Element Method*. N. J., Englewood Cliffs. 306p.
- SURGUCHEV, L. & KOUNDIN, A. 2003. *Cyclic Water Injection: Improved Oil Recovery at Zero Cost*. Disponível em: www.petec.com/Cyclic_Water_Injection_Improved_Oil_Recovery_at_Zero_cost_57EAGE_Brighton1999.pdf. Acesso em: 4 jun. 2003.
- TEHRANI, D. H., DANESH, A. S., M., HENDERSON, G.D. 2003. *Enhanced recovery by water alternating gas (WAG) injection*. Disponível em: http://www.pet.hw.ac.uk/research/wag/wag_pgs/pdfs/WAGpaper03.pdf. Acesso em: 4 jun. 2003.

- TIKHONOV, A. N.; ARSENIN, V. Y. 1977. Solutions of ill-posed problems. New York: John Wiley, 258p.
- TORRES-VERDIN, C. & HABASHY, T. M. 1993. An approach to nonlinear inversion with applications to cross-well EM tomography. In: ANN. INTERN. MTG., 63., Washington DC. *Expanded Abstracts*. Washington DC, SEG. p.351-354.
- WILT, J. M., ALUMBAUGH, D. L., MORRISON, H. F., BECKER, A., LEE, K. H., DESZCSPAN, M. 1995. Crosswell electromagnetic tomography: system design considerations and field results. *Geophysics*, **60**:871-885
- WU, R. S. & TOKSOZ, M. N. 1987. Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging. *Geophysics*, **52**:11-24
- WU, R. S. & XU, S. H., 1979. Digital holography applied to borehole electromagnetic wave exploration. *Seismologica Sinica*, **1**:197-213.
- ZHOU, Q. 1989. *Audio-frequency electromagnetic tomography for reservoir evaluation*. California, University of California. Department of Materials Science and Mineral Engineering and Earth Sciences Division. Lawrence Berkeley Laboratory. 175p. (PhD Thesis)
- ZHOU, Q., BECKER, A., MORRISON, H. F. 1993. Audio-frequency electromagnetic tomography in 2D. *Geophysics*, **58**: 482-495.