UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

NÚCLEO PEDAGÓGICO DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO

PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Francisco Rodrigues Boga Neto

UMA PROPOSTA PARA ENSINAR OS CONCEITOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA E DE PROBABILIDADE: UMA APLICAÇÃO DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, COMO ORGANIZADOR PRÉVIO, E DOS MAPAS CONCEITUAIS

Belém – Pará

2005

UMA PROPOSTA PARA ENSINAR OS CONCEITOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA E DE PROBABILIDADE: UMA APLICAÇÃO DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, COMO ORGANIZADOR PRÉVIO, E DOS MAPAS CONCEITUAIS

Francisco Rodrigues Boga Neto

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Adilson O. do Espírito Santo

Belém – Pará

2005

UMA PROPOSTA PARA ENSINAR OS CONCEITOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA E DE PROBABILIDADE: UMA APLICAÇÃO DO USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, COMO ORGANIZADOR PRÉVIO, E DOS MAPAS CONCEITUAIS

Trabalho Apresentado à Banca Examinadora Composta por:

____

Prof. Dr. Adilson Oliveira do E. Santo
(Orientador)

____

Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva

____

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes

____

Prof. Dr. Renato Borges Guerra

Belém – Pará

2005

Agradecimentos

A Deus pela vida e oportunidades, aos amigos e amigas da turma de mestrado, cuja simples convivência trouxe-me enormes conhecimentos; e a todos que fazem o NPADC e que contribuem direta e/ou indiretamente para a melhor qualificação profissional e pessoal de todos nós professores.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Setorial do NPADC, UFPA

B674 p

Boga Neto, Francisco Rodrigues

Uma proposta para ensinar os conceitos da análise combinatória e de probabilidade: uma aplicação do uso da história da matemática, como organizador prévio, e dos mapas conceituais / Francisco Rodrigues Boga Neto. – Belém: [1.n.], 2005.

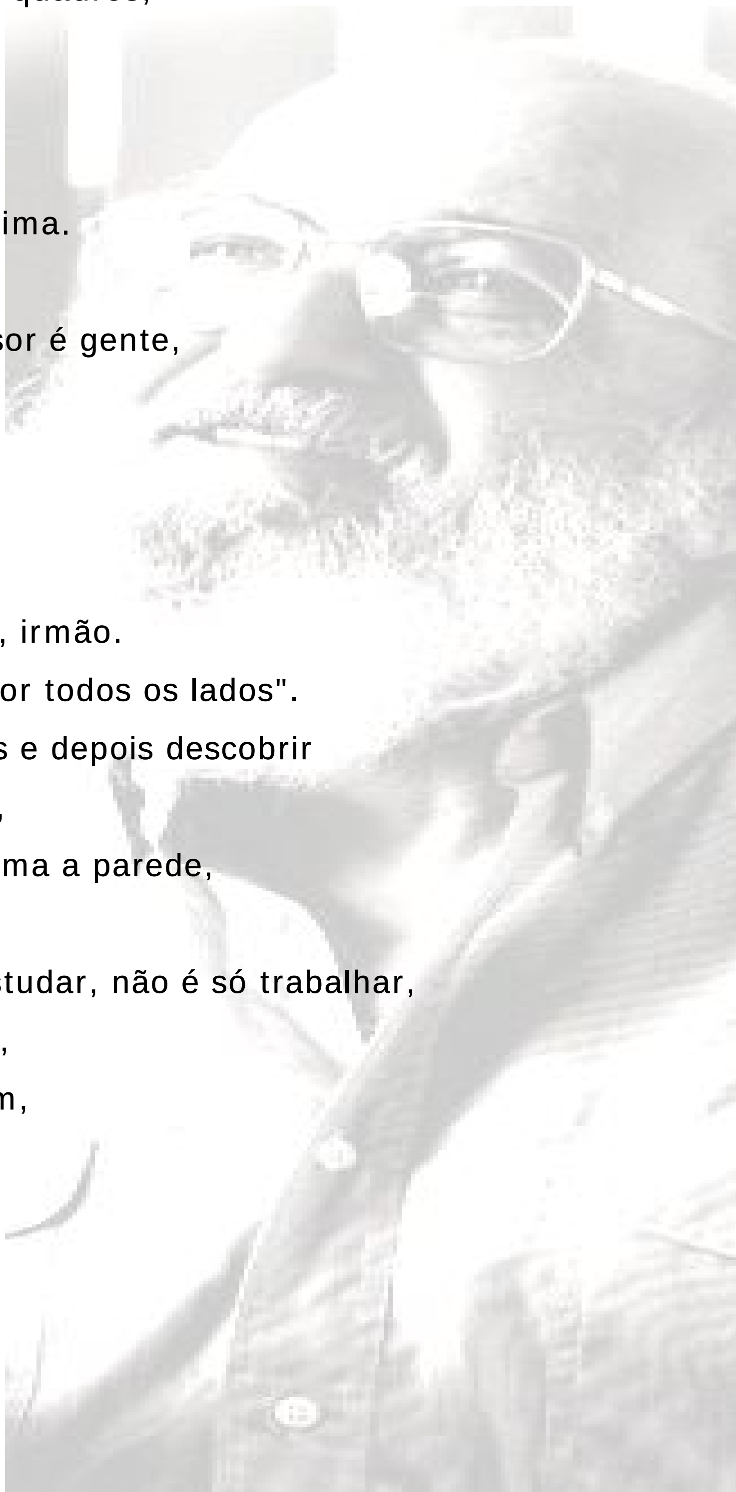
Orientador: Adilson O. do Espírito Santo.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, 2005.

1. MATEMÁTICA – Estudo e ensino. 2. ANÁLISE COMBINATÓRIA. 3. PROBABILIDADE. I. Título.

CDD 19.ed.510.7

Escola é...
o lugar onde se faz amigos,
não se trata só de prédios, salas, quadros,
programas, horários, conceitos...
Escola é, sobretudo, gente,
gente que trabalha, que estuda,
que se alegra, se conhece, se estima.
O diretor é gente,
O coordenador é gente, o professor é gente,
o aluno é gente,
cada funcionário é gente.
E a escola será cada vez melhor
na medida em que cada um
se comporte como colega, amigo, irmão.
Nada de "ilha cercada de gente por todos os lados".
Nada de conviver com as pessoas e depois descobrir
que não tem amizade a ninguém,
nada de ser como o tijolo que forma a parede,
indiferente, frio, só.
Importante na escola não é só estudar, não é só trabalhar,
é também criar laços de amizade,
é criar ambiente de camaradagem,
é conviver, é se "amarrar nela"!
Ora , é lógico...
numa escola assim vai ser fácil
estudar, trabalhar, crescer,
fazer amigos, educar-se,
ser feliz.



RESUMO

Discutimos, neste trabalho, uma proposta de utilização da história da matemática, como organizador prévio, para o ensino da análise combinatória e da probabilidade. Esse uso da história da matemática tem como objetivo desenvolver os conhecimentos subsunçores, presentes na estrutura cognitiva dos alunos, para que possa ocorrer, de forma significativa, a aprendizagem dos conceitos desses tópicos da matemática, e que serão ensinados, de modo mais detalhado, posteriormente, através dos mapas conceituais. Vale ressaltar que, a utilização dos organizadores prévios do conteúdo, assim como a teoria dos mapas conceituais, têm fundamentação teórica nos trabalhos sobre aprendizagem significativa, do psicólogo educacional David P. Ausubel.

Palavras–chave: Mapas conceituais, história da matemática, aprendizagem significativa.

ABSTRACT

We discussed, in this work, a proposal of use of the history of the mathematics, as previous organizer, for the teaching of the combination analysis and of the probability. That use of the history of the mathematics has as objective to develop the knowledge subsumers, presents in the students' cognitive structure, so that it can happen, in a significant way, the learning of the concepts of those topics of the mathematics, and that they will be taught, in a more detailed way, later on, through the conceptual maps. It is worth to stand out that, the previous organizers' of the content use, as well as the theory of the conceptual maps, they have theoretical justification in the works on significant learning, of the educational psychologist David P. Ausubel.

Key–words: Conceptual maps, history of the mathematics, significant learning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O surgimento do movimento educacional chamado de Educação Matemática, no Brasil, no final da década de 50, proporcionou uma mudança de pensamento e de comportamento em relação ao ensino da matemática, pois incentivou a busca por auxílio, para a solução dos problemas relativos ao ensino-aprendizagem da matemática, em outras áreas do conhecimento humano, surgindo, dessa forma, a tentativa de se deixar de lado paradigmas que pregavam que para se ensinar matemática é preciso somente saber matemática.

Com isso, tornaram-se pontos importantes em discussões, encontros, congressos, etc., as questões relativas ao ensino da matemática, como por exemplo, a (re)produção, o registro, o tratamento, a comunicação do conteúdo escolar de matemática, em sala de aula, e suas conseqüências para a aprendizagem. Isso tudo aliado a outros fatores que fizeram surgir uma das áreas da Educação Matemática, segundo Pais (2000), que é a Didática da Matemática, a qual veio proporcionar uma melhor formação pedagógica ao professor de matemática.

Outro ponto importantíssimo a ser considerado é a formação do professor, que atualmente recebe auxílio de outras áreas, como da Filosofia, Sociologia, História, Antropologia, Psicologia, Educação, etc.

Assim, considerando essa multiplicidade de opções que temos para nos valer, objetivando proporcionar um ensino de matemática mais consciente, mais abalizado, optamos por utilizar neste trabalho, além da História da Matemática, os Mapas Conceituais, que possuem sua fundamentação teórica na área da Psicologia, mais precisamente na teoria da Aprendizagem Significativa do psicólogo educacional David P. Ausubel.

Dessa forma, vamos encontrar no **capítulo I** as referências à Educação Matemática, no qual abordamos as questões relativas ao seu surgimento, bem como às suas diversas tendências, as quais vemos como possíveis metodologias de ensino da matemática, como por exemplo, a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a História da Matemática, as Novas Tecnologias e os Jogos.

No **capítulo II**, nos referimos a alguns conceitos da Didática da Matemática, os quais são considerados por nós, importantes, pois vão subsidiar a ação do professor em sala de aula, refletindo, dessa forma, uma preocupação com a formação do professor; pois, consideramos a Didática da Matemática como um saber técnico, que possui uma fundamentação ampla, que também engloba a Psicologia Educacional, a Sociologia, a História da Matemática, a Pedagogia, a Epistemologia, etc.

Abordamos, também, neste capítulo, mesmo que de forma breve, a importância do entendimento da linguagem matemática para a ocorrência da aprendizagem significativa, conforme nos informa Ausubel (2002). Nesse mesmo sentido, nos reportamos ao tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Com isso, entendemos que os conhecimentos proporcionados pela Didática da Matemática irão, certamente, tornar mais conscientes a implementação de qualquer metodologia que venha a ser utilizada para promover o ensino da matemática.

No **capítulo III**, aborda a teoria da aprendizagem significativa, do psicólogo D. Ausubel, a qual se constitui como fundamentação teórica dos mapas conceituais, que também fazem parte de nossa proposta de ensino.

O **capítulo IV**, tratamos da definição de mapas conceituais, seus princípios organizacionais, dos critérios para a seleção dos itens que comporão os mapas, assim como, das relações e implicações mútuas existentes entre os mapas e a história da matemática, incluindo as vantagens e possíveis desvantagens dessa utilização conjunta da história da matemática com os mapas conceituais.

No **capítulo V**, abordamos a história da matemática de modo mais detalhado, através do olhar de vários educadores matemáticos que a utilizam no ensino da matemática. Discutimos a utilização e os objetivos, que queremos alcançar, com o uso da história da matemática como organizador prévio dos conteúdos, pois, como nos fala Ausubel (2002), tais materiais servirão para fornecer, o que ele chama de subsunçores (idéias de esteio), que são os conhecimentos que servirão como base para a aprendizagem dos novos conceitos, das novas informações, e que devem ser apresentados antes do conteúdo propriamente dito.

No **capítulo VI**, abordamos as relações e implicações mútuas entre a História da Matemática e os mapas conceituais, sob a ótica da Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel. Referimo-nos, também, às vantagens e possíveis desvantagens dessa relação.

Finalmente, o **capítulo VII** trata da aprendizagem de conceitos, que é um ponto fundamental em nossa proposta de ensino, sob o prisma da teoria de Ausubel. Destacamos, também, os objetivos e os conceitos que serão trabalhados em nossa proposta.

Com este trabalho, objetivamos a construção de uma aprendizagem significativa; o que nos proporcionará um melhor entendimento acerca do conhecimento matemático do aluno e sua evolução.

CAPÍTULO I

AS TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA COMO POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

> “Educação Matemática, de forma bem geral, é o estudo de todos os fatores que influem, direta ou indiretamente, sobre todos os processos de ensino-aprendizagem em Matemática e a atuação sobre estes fatores”. (João Bosco Pitombeira de Carvalho, 1995)

A matemática tem sido, no decorrer dos tempos, a disciplina escolar mais temida pelos alunos. Por sua vez, o ensino da matemática, ao longo dos anos, tem sido considerado o grande responsável pelo fracasso escolar e, consequentemente, vem atuando como gerador da exclusão de significativa parte do alunado, conferindo à escola um papel elitista e discriminatório. Isso é válido para qualquer fase, ciclo, série, modalidade, tipo ou outro nome que se queira dar, ou se dê, para as diferentes etapas da escolarização.

O ensino de matemática, no Brasil, tem passado por mudanças, porém não muito significativas, a ponto de reverter a situação de descontextualização, de reprodução e de reprovação atribuídas à escola.

Não há como se pensar em matemática apenas como aprendizagem de regras, cálculos, fórmulas ou quaisquer situações que levem a resultados através da memorização. A vinculação da matemática à realidade social é, também, de grande importância para o sucesso de sua aprendizagem.

Assim como o ensino da língua, a matemática constitui-se em instrumento primordial do processo educativo. Como tal, esse processo deve ter por base a finalidade da educação, pois tanto os objetivos desta, quanto a literatura educacional, têm dado relevo à formação do cidadão e ao exercício da cidadania, posto que os demais aspectos a esses se agregam, para não dizer se subordinam.

Para reforçar essa assertiva, vale ressaltar que, segundo Cunha (1999),

> [...] entende-se cidadania como participação social e política, assim como o exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito (p. 64).

O exercício da cidadania não pode prescindir dos conhecimentos matemáticos, pois estes proporcionam ao indivíduo condições de questionar e resolver diferentes situações-problema que surgem no seu cotidiano. A matemática está presente em todas as atividades humanas e as ocorrências da vida diária exigem das pessoas conhecimentos matemáticos que as auxiliem a resolver os problemas quantitativos que surgem a cada instante.

Assim, também, toda ciência necessita dos métodos matemáticos. A representação dos números, por exemplo, está presente em toda parte: no jornal, no noticiário da tv, nos estudos de diversas naturezas, bem como, entre outras áreas, como a Física, a Engenharia, a Medicina, a Botânica, a Zoologia etc.

A matemática está em constante desenvolvimento para atender às necessidades do mundo moderno. Saber matemática torna-se cada vez mais necessário no mundo atual, em que se desenvolvem tecnologias e meios de informação baseados em dados quantitativos e espaciais em diferentes representações.

Pedro Demo (1996, p. 143) expressa que “a matemática indica a necessidade geral do domínio do pensamento abstrato sistematizado, já tornado uma espécie de ‘língua’ da modernidade”. Pode-se afirmar, sem constrangimento, que a dimensão política envolve o conteúdo matemático e, por extensão, o processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Essa íntima relação da matemática com os problemas e as necessidades sociais, razão do próprio surgimento e desenvolvimento de praticamente todos os ramos da matemática, traz à tona a importância de se conhecer as origens do conhecimento matemático, de se saber os conteúdos que vão ser ministrados e, portanto, de como ensiná-los.

Com esse pensamento, destacamos a importância da utilização da história da matemática, tanto no ensino quanto na aprendizagem dessa disciplina, pois a compreensão do processo de desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos contribui para a utilização da teoria dos mapas conceituais, no processo de ensino-aprendizagem da matemática, objetivando a aprendizagem significativa.

As atividades de discussão em torno dos temas sócio-econômicos, como custo de vida, inflação, juros, reajustes de preços e salários, além de outros assuntos, não devem, por outro lado, ser entendidas como alvos principais, substituindo a socialização do conteúdo matemático ou tornando-o assistemático.

Assim, conforme nos esclarece Cunha (1999),

> O ensino da matemática deve ir além de simples técnicas para seu entendimento (imediato); ele deve oferecer meios que garantam ao aluno uma compreensão verdadeira dos conteúdos ensinados, através de reflexões, análises e (re)construções desses conhecimentos, visando, também, a sua aplicação no cotidiano. Esta aplicação não está apenas no fato de executar cálculos no dia-a-dia, mas de realizá-los de modo a compreender e analisar o que se está calculando (p. 65).

Cabe evidenciar que a sociedade atual exige cada vez mais pessoas que saibam perguntar, que assimilem informações e resolvam problemas utilizando raciocínios, idéias, cada vez mais elaborados. É válido destacar, ainda, que os educandos possuem conhecimentos matemáticos adquiridos de modo informal ou intuitivo, mas que precisam ser levados em consideração pelo professor, que deve ser o facilitador da mediação entre o conhecimento informal e o sistematizado.

Como em todo processo de ensino-aprendizagem, o aproveitamento da experiência e do saber do educando passa a ser referência essencial para o trabalho em matemática. Dessa forma, o professor estará auxiliando na superação da dicotomia teoria e prática, matemática e realidade, educação e trabalho, partindo das situações-problema próprias do contexto do aluno, contribuindo, dessa forma, para o redimensionamento de sua prática social.

A participação dos alunos numa variedade de situações que lhes permitam descobrir, construir, teorizar e perceber a natureza dinâmica do conteúdo matemático é condição para que eles se tornem sujeitos das transformações desejadas. Assim, ao invés de marginalizar os alunos, a escola precisa incluí-lo no processo de recriação do conhecimento e possibilitar-lhe o uso adequado do produto desse processo.

É importante mencionar que a Escola não deve, em nenhum momento, limitar-se somente a tratar do lado intelectual dos alunos, é preciso ensinar valores morais, pessoais, coletivos, pois educar também é fazer o outro desenvolver e mostrar o que tem de melhor. E como nos fala Perrenoud (2000, p. 67) é preciso “envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho”; para que dessa forma tenhamos alunos independentes, que busquem o conhecimento; que encontrem na educação, de forma geral, e no mínimo, perspectivas de um futuro melhor, para que dessa forma possam valorizar o ensino, a escola, o trabalho do professor e, dedicar-se as suas aprendizagens com mais consciência e responsabilidade. Obtendo, assim, condições de superar os desafios que a vida lhes apresenta.

Assim, seguindo essa argumentação, e tendo em mente que a concepção epistemológica do ato de ensinar requer que se procure compreender a construção do conhecimento no contexto vivido pelas pessoas, em sua dimensão histórica, cultural e social, é que percebemos a complexidade do ato de ensinar matemática e a necessidade de buscar auxílio em outras áreas do conhecimento humano, como por exemplo, a Psicologia, a Educação, a História, a Antropologia, a Filosofia, a Sociologia, etc.

Isso nos mostra o caráter pluridisciplinar da matemática, que atualmente tem se preocupado em desenvolver, experimentar, métodos de ensino, pesquisa, elaborar e implementar mudanças curriculares, desenvolver e testar materiais para o ensino da matemática, promover mudanças de atitudes em alunos, professores e na própria sociedade em geral, em relação ao ensino-aprendizagem da matemática.

Desse modo, referindo-nos a esse movimento chamado Educação Matemática, que surgiu no Brasil, segundo Dante (1991, p. 42), “a partir do final da década de 50”, e que, além do exposto acima, “tem se preocupado muito com as contribuições possíveis de serem dadas pela matemática na formação integral do cidadão”, (FOSSA; MENDES, 1998, p. 11).

Além disso, não podemos esquecer uma das questões principais da Educação Matemática e que, de imediato, vem à tona quando falamos sobre o ensino da matemática, que é a formação de professores, para qualquer nível de ensino. Acreditamos que essa formação deve levar em conta a complexidade do relacionamento e comportamento humano, inserido em um meio social que possui normas e tradições, e que o simples domínio do conteúdo matemático, somado a algumas disciplinas didático-pedagógicas, não é suficiente na preparação do professor para fazê-lo entender e vivenciar a complexa realidade da escola. Em virtude disso, surge uma grande variedade de problemas para a Educação Matemática neste país, o que torna o campo de investigação e de ação da Educação Matemática bastante amplo; e não podemos deixar de mencionar que:

> A presença do ensino na Educação Matemática se dá pela própria atividade desenvolvida na educação, de transmissão de técnicas culturais construídas ao longo da história pelas gerações de homens e mulheres. A transmissão dos conhecimentos matemáticos produzidos e das respectivas técnicas de produção e de reprodução é uma atividade importante da Educação Matemática. Nessa perspectiva, o conhecimento da matemática e o desenvolvimento das habilidades técnicas necessárias para trabalhar-se com temas característicos dessa região de inquérito são imprescindíveis àqueles que fazem Educação Matemática. (BICUDO, 1999, p. 8)

Com o objetivo de nos aproximarmos, o máximo possível, de um entendimento acerca do que significa Educação Matemática, recorremos à Dante (1991), onde poderemos ter uma tênue configuração da Educação Matemática como:

> Um campo amplo e sem limites bem definidos, mas cujo núcleo é a matemática de onde partiram estudos sobre a importância de seu ensino (objetivos), o que é relevante ensinar nos vários níveis (conteúdos, currículos), como ensiná-la, como vê-la num contexto

> histórico-sócio-cultural, que materiais instrucionais são adequados no processo de seu ensino e aprendizagem, onde e como ela pode ser aplicada no dia-a-dia e nas outras áreas do conhecimento, como pode ou não contribuir com uma filosofia de educação transformadora, como é encarada e desenvolvida por grupos étnicos diferentes, qual é o impacto que sofreu com o desenvolvimento acelerado da tecnologia (computadores), como os aprendizes assimilam, constróem e desenvolvem conceitos matemáticos (teorias da aprendizagem), como os professores podem auxiliar os aprendizes a assimilar, construir e desenvolver conceitos matemáticos (formação e atualização de professores), como o relacionamento e cooperação social influi na aprendizagem da matemática, como desenvolver a criatividade inata no ser humano através da matemática, como avaliar o desempenho matemático das pessoas, como a história da matemática e a história em geral podem auxiliar a compreender a evolução dos conceitos matemáticos, etc. (p. 46-47)

Percebemos, então, a complexidade e a dificuldade que encontramos ao tentarmos delimitar, através de um conceito ou outra denominação, o que venha a ser Educação Matemática.

Como já foi dito anteriormente, para melhor empenhar-se na busca de soluções para as questões relativas ao ensino-aprendizagem da matemática, a Educação Matemática recorre às diversas áreas do conhecimento humano, estruturando-se através de várias tendências, as quais se justificam através de concepções filosófico-metodológicas, objetivando orientar o trabalho do professor, também no sentido de proporcionar um ensino mais consciente e eficaz.

Dentre as tendências atuais que a Educação Matemática se utiliza para a realização de seus objetivos, destacamos as seguintes: Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Uso de Novas Tecnologias, Jogos no Ensino da Matemática.

- ***Etnomatemática:***

> Certamente a Matemática é uma construção social, sujeita à concepção que

> cada sociedade tem do saber, da ciência, da perfeição. (João Bosco Pitombeira de Carvalho, 1991).

O debate atual a respeito das relações entre a matemática e o mundo real enraíza-se em um processo dialógico e crítico da década de 1970, que reuniu educadores, matemáticos, dentre outros profissionais, fazendo surgir uma forte reação contra a existência de um currículo único, desvinculado de um contexto social, dissociado de valores e que não consideram os conhecimentos e experiências adquiridos no cotidiano e que são levados à escola pelos educandos.

A partir daí, iniciou-se uma série de discussões que vieram abordar a matemática, a sociedade e suas múltiplas relações. Segundo D'Ambrosio (1990, p. 11):

> [...]nos Congressos internacionais de Educação Matemática realizados na década de 1960, predominaram, nas discussões, as questões internas à própria matemática, enquanto na década de 1970 passou-se a notar nos temas e debates uma atitude marcadamente externalista.

Nesse segundo período, houve vários Congressos e Conferências Internacionais de Educação Matemática, onde foram apresentados vários trabalhos que abordavam questões relativas às necessidades de se relacionar a matemática ao contexto social e cultural, como por exemplo, na Terceira Conferência Internacional de Educação Matemática, que aconteceu em 1976, na Alemanha, onde se discutiu "Objetivos e metas da educação matemática. Por que estudar matemática?". A conferência sobre "Desenvolvimento da matemática nos países do Terceiro Mundo", que aconteceu em fevereiro de 1978, no Sudão; a conferência sobre "Matemática e o mundo real", que ocorreu na Dinamarca, em junho desse mesmo ano.

Mas o ponto marcante dessa mudança é indicado por D'Ambrosio como sendo o V Congresso Internacional de Educação Matemática realizado em

Adelaide, na Austrália, em 1984. O temo *Etnomatemática* foi, então, usado formalmente pela primeira vez. Segundo D'Ambrosio (1990, p. 12):

> Questões sobre "Matemática e Sociedade", "Matemática para todos" e mesmo a crescente ênfase na História da Matemática e de sua pedagogia, as discussões de metas da Educação Matemática subordinadas às metas gerais da educação e sobretudo o aparecimento da nova área de Etnomatemática, com forte presença de antropólogos e sociólogos, são evidências da mudança qualitativa que se nota nas tendências da Educação Matemática.

Depois desse congresso, muitos trabalhos começaram a ser realizados e muitos pesquisadores passaram a assumir seus trabalhos como sendo na linha da Etnomatemática. Essa variedade de trabalhos que se agregaram à linha da Etnomatemática dificultou uma definição para esse termo, havendo uma complexidade de entendimentos sobre ele.

Ao discutir a busca de uma teoria da Etnomatemática, Ferreira (1997, p. 26) distingue três visões da Etnomatemática, a saber: "ela pode ser vista como uma parte da antropologia, ou como uma pesquisa de história da matemática, ou ainda como uma abordagem educacional". Essas três visões colocam a Etnomatemática como uma proposta aberta e abrangente, que ora está mais voltada para os aspectos antropológicos, ora para os aspectos históricos, ora para os aspectos pedagógicos, cabendo ressaltar que o caráter antropológico ou histórico dessas visões, não deixa de abordar e trazer sua contribuição pedagógica; assim como, na perspectiva pedagógica ocorre o mesmo, pois tomá-la como eixo central do trabalho não significa excluir o caráter antropológico nem o histórico, mas dar-lhe menos ênfase. Assim, é necessária a cautela ao se usar o termo Etnomatemática, sendo necessário expressar o sentido em que ele está sendo usado.

Em geral, o termo Etnomatemática está relacionado a conhecimentos presentes nas práticas cotidianas de diferentes grupos. Esse conhecimento não é isolado, pois integra-se ao cotidiano, possuindo um aspecto abrangente. Na maioria das vezes, seu uso está aliado à solução de problemas, e é pensado dentro de um conjunto de valores, crenças e saberes que lhe dão significado, não havendo, assim, uma preocupação com a formalização desse conhecimento.

Nessa linha de pensamento, D'Ambrosio (1990, p. 7) compreende a Etnomatemática como: "[...] um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os três processos".

Assim, a Etnomatemática, tomada como um programa de pesquisa, apropria-se de uma ciência construída e estabelecida por diferentes grupos, podendo caracterizar-se por um discurso narrativo, quase sempre oral, ou por práticas manuais, como por exemplo, a construção de cestos e também legitimar-se por estabelecer valores e critérios de aplicabilidade constituídos no interior do grupo. O saber acadêmico, por exemplo, é um saber construído e legitimado por um grupo.

Segundo Monteiro (2001, p. 47) o que muda na perspectiva da Etnomatemática é que, para ela, "os diferentes discursos excluídos e renegados, não legitimados pelo saber acadêmico devem, também, ser reconhecidos e valorizados". O que significa que não se trata de sobrepor um tipo de saber ao outro, mas sim buscar as possibilidades de diálogos entre diferentes formas de interpretar a realidade.

Com relação a isso, Paulo Freire já exemplificava que, uma proposta como essa, objetiva a conscientização e a libertação por meio da criação de espaços que permitam emergir vozes diversas, estimulando o respeito e o diálogo entre os diferentes. O que só será possível, se os sujeitos estiverem imbuídos de sentimentos não discriminatórios, mas sim de união, para aceitarem o pluralismo cultural existente nas sociedades em geral. O que proporcionará, não uma única verdade, mas a liberdade para se optar, propor e modificar a própria realidade.

Desse modo, a compreensão do que seja a Etnomatemática depende, em boa medida, da compreensão do que seja cultura; que segundo Monteiro (2001, p. 54), "em síntese é, o conjunto de relações, valores, condutas, crenças, saberes estabelecidos no interior de um grupo, que proporciona aos seus integrantes uma ancoragem, uma referência existencial". É dependente, também, das relações entre a matemática escolar, presente nos currículos, e a matemática presente na vida cotidiana. Uma vez que o processo educativo que perde contato com o meio em que se insere torna-se obsoleto, sem dinamismo e afastado de seu objetivo principal, que é educar cidadãos, para que tomem consciência de si mesmos e de sua realidade, que se tornem independentes e livres para agir e pensar por conta própria.

- ***Modelagem Matemática:***

> Não existe nenhum caminho lógico para o descobrimento das leis elementares – o único caminho é o da intuição. (Albert Einstein, 1879 – 1955 apud ROHDEN, 2004).

A expressão Modelagem Matemática, como conhecemos hoje, segundo Biembengut (2000, p. 7), "surge durante o renascimento, quando se constróem as primeiras idéias da Física, apresentados segundo linguagem e tratamentos matemáticos. E, atualmente, constitui-se como um ramo próprio da matemática".

Complementa Biembengut (2000), que:

> A Modelagem Matemática na educação é mais recente. Nas últimas três décadas, a Modelagem vem ganhando "espaço" em diversos países, nas disciplinas sobre ensino-aprendizagem, com posicionamentos a favor e contra sua utilização como estratégia de ensino de matemática. No Brasil, um dos primeiros trabalhos de Modelagem no ensino foi do professor Aristides Camargo Barreto, da PUC do Rio de Janeiro, na década de 70. A consolidação e a difusão se efetuaram por vários professores, em particular, pelo professor Rodney Bassanezi, da UNICAMP, e seus orientandos. (p. 7).

Podemos entender a Modelagem Matemática, também, como uma estratégia que pode viabilizar a proposta da Etnomatemática, dentro de uma perspectiva pedagógica. Pois, como afirma Bassanezi (1994),

> Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela, o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo [...] ou seja, chamaremos simplesmente de Modelo Matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. (p. 19-20)

E esclarece, ainda em seu texto, que,

> O processo dinâmico utilizado para a obtenção e teste de Modelos Matemáticos é denominado Modelagem Matemática. Desta forma, modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (1994, p. 24)

Desse modo, percebemos que a Modelagem Matemática é um processo dinâmico usado para a compreensão de situações advindas do mundo real e que pressupõe um ciclo de atuações, que partem de uma realidade, cria um Modelo (representação) que procura explicar e entender aquela realidade e, com os resultados obtidos, volta-se a ela para validar/reformular o modelo criado. Podemos, assim, através de um esquema, representar esse processo, conforme a figura 1.

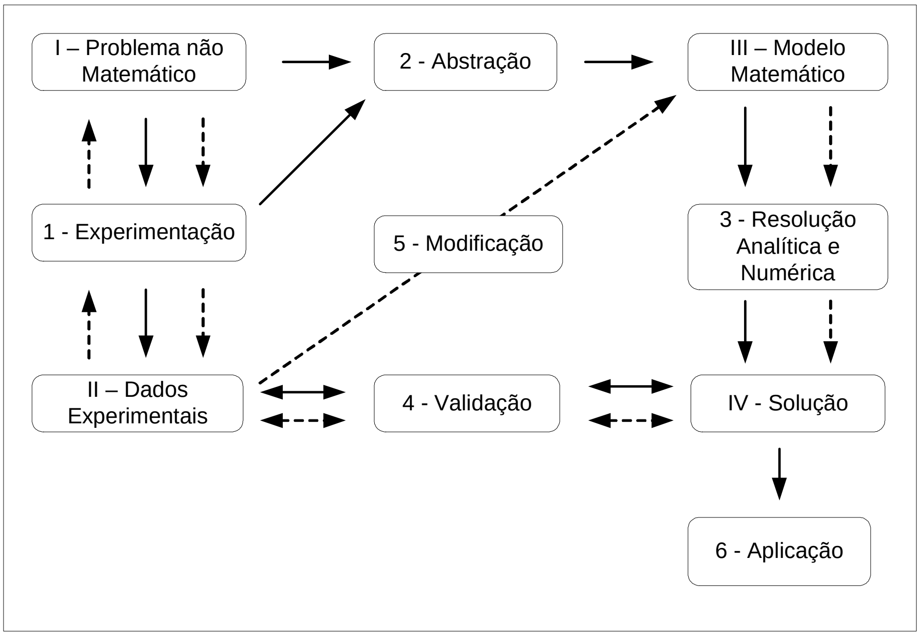


Figura 1. Esquema representativo da modelagem. Bassanezi, 1994.

Nesse esquema, as setas contínuas indicam a primeira aproximação, enquanto as setas pontilhadas indicam a busca de um Modelo Matemático que melhor descreva o problema estudado, tornando, assim, o processo dinâmico.

Podemos compreender as atividades intelectuais da Modelagem Matemática, vistas anteriormente, partindo-se de uma situação real, da seguinte forma:

1. *Experimentação:*

Nesta fase, procede-se à busca de dados experimentais que serão investigados.

2. *Abstração:*

É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos. Procura-se definir a problematização da situação estudada, identificar as variáveis que serão utilizadas, formular as hipóteses que serão investigadas, procede-se, se possível, à simplificação da situação estudada e, em seguida, faz-se a montagem do Modelo.

3. *Resolução:*

Caracteriza-se pela busca da solução do Modelo Matemático. Podemos dizer que, nesta fase, reside a importância maior deste processo, pois novos conhecimentos podem aparecer; o que torna o ensino-aprendizagem da matemática mais atraente e significativo ao educando. Este é o momento em que se dá a sistematização dos conceitos matemáticos ou de outras áreas envolvidas na resolução do Modelo, e que não necessariamente, fazem parte do conteúdo programático do nível ou série com o qual se está trabalhando.

4. *Validação:*

É o processo de aceitação ou não do Modelo Matemático encontrado. Os modelos e as hipóteses que foram utilizados devem ser testados, em conjunto, com os dados obtidos do problema real. O grau de aproximação entre os resultados obtidos pelo Modelo e os dados coletados da realidade, será fator determinante para a aceitação ou não do Modelo obtido.

5. *Modificação:*

Os fatos podem provocar a aceitação ou a rejeição do(s) Modelo(s). E que, no caso de rejeição, podemos considerar que: alguma hipótese, que foi considerada, pode ser falsa ou não suficientemente próxima da verdade; alguns dados experimentais podem não ter sido obtidos com a precisão necessária para se chegar ao modelo adequado ou alguma informação pode ser inexata, podem existir outras variáveis, que estejam envolvidas na situação real estudada, e que não foram consideradas no modelo obtido, no desenvolvimento matemático formal, que é feito para se chegar ao modelo, algum erro foi cometido, ou um novo princípio matemático foi descoberto!

6. *Aplicações:*

É a utilização do Modelo Matemático obtido, em situações correlatas àquela investigada, onde se procura confirmar a exatidão ou não do modelo encontrado.

Com relação à utilização da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem, é importante que sejam analisados argumentos favoráveis e contrários a essa aplicação, uma vez que, tal discussão, em nosso entendimento, objetiva a melhoria do processo educativo.

Bassanezi (2002, p. 36-37), destaca alguns argumentos que favorecem a utilização da Modelagem Matemática no ensino da matemática:

> ▪ *O argumento formativo*: Destaca a performance da Modelagem Matemática como processo que desenvolve a capacidade e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.
>
> ▪ *O argumento de competência crítica*: Diz que a construção do conhecimento matemático e a análise de decisões, existentes na Modelagem Matemática, favorece o surgimento de pessoas independentes e melhor preparadas para atuar na sociedade.
>
> ▪ *O argumento da utilidade*: Enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar o conhecimento matemático na resolução de diferentes situações do cotidiano.
>
> ▪ *O argumento da aprendizagem*: O processo de construção do conhecimento matemático, proporcionado pela utilização da Modelagem Matemática, proporciona um melhor entendimento da própria matemática.

> ▪ *O argumento de alternativa epistemológica*: A Modelagem Matemática atua como uma metodologia alternativa mais adequada às diversidades sócio-culturais, como afirma D'Ambrosio (1993, p. 5),
>
> [...] propõe um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica.

A utilização da Modelagem Matemática como processo de ensino-aprendizagem encontra, também, alguns obstáculos que, Bassanezi (2002, p. 39), identifica como sendo de três tipos:

> ▪ *Obstáculos Instrucionais*: A componente curricular dos cursos regulares, já estando pronta e acabada, ou seja, apresenta um conteúdo que deve ser ministrado em um determinado tempo e, que faz a modelagem ser vista como um processo muito demorado que não consegue cumprir o programa estipulado no tempo previsto.
> ▪ *Obstáculos para os estudantes*: Os alunos estando acostumados com o ensino tradicional, onde o professor é visto como o transmissor do conhecimento, ficariam perdidos no processo de modelagem, o que pode gerar desinteresse dos estudantes, e um atraso no cumprimento do conteúdo programático.
> ▪ *Obstáculos para os professores*: Por desconhecerem o processo de Modelagem Matemática e, também pelo receio de envolverem a matemática com outras áreas do conhecimento, muitos professores não se sentem à vontade para utilizar a modelagem em suas aulas, além de que consideram este processo muito demorado.

Diante do exposto, percebemos que ensinar utilizando-se da Modelagem Matemática, exige mudança na postura do educador frente à matemática, a sua prática de ensinar e à forma de interagir com os alunos. Podemos buscar caminhos para fazermos essas mudanças, por exemplo, analisando as componentes do trabalho do "modelador", no estudo do modo como correspondem ao ensino da matemática; o que nos ajudaria a adaptar a modelagem ao ensino, em sua totalidade ou em parte.

É importante tentarmos procurar combinar vários caminhos, inclusive abrir novos, onde possamos encontrar e planejar atividades que objetivem, também, a construção moral do ser humano, pois como afirma Morin (2003, p. 20), "um dos principais objetivos da educação é ensinar valores". O que certamente contribuirá para a construção de uma sociedade melhor para todos.

- ***Resolução de Problemas:***

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (George Polya, 1995)

Desde o início da história escrita, vários povos da Antigüidade, como por exemplo, egípcios, chineses, gregos, etc..., interessaram-se em aplicar os conhecimentos matemáticos à resolução de problemas reais, que eram descritos verbalmente ou entalhados em tábuas de argila ou escritos em papiros.

Mas a importância dada à resolução de problemas como ferramenta pedagógica para o ensino da matemática é recente, e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção.

A resolução de problemas na matemática escolar surgiu, inicialmente, como mecanismo de oposição a um ensino de caráter memorístico e expositivo, da década de 1970, conhecido como matemática moderna, que apresentava um ensino de matemática excessivamente preocupado com abstrações matemáticas, enfatizando o ensino de uma simbologia complexa, que comprometia a qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática.

Segundo Onuchic (1990), o ensino da resolução de problemas, enquanto campo de pesquisa da Educação Matemática, começou a ser investigado de forma sistemática sob influência do professor George Polya, da Universidade de Stanford nos Estados Unidos, na década de 60.

Recentemente, os educadores matemáticos passaram a dar mais atenção à resolução de problemas, em especial depois do aparecimento da Agenda for Action (1980); uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – que buscava, através de um esforço conjunto de professores e da sociedade em geral, melhorar o ensino da matemática.

No Brasil, esse movimento começou a ser evidenciado a partir da segunda metade da década de 1980, mas limitava-se a trabalhos publicados em dissertações de mestrado e teses de doutorado.

Posteriormente, também os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicaram a resolução de problemas como ponto de partida de atividades matemáticas significativas, pois essa metodologia de ensino, como passou a ser vista e utilizada a resolução de problemas, objetiva, como afirmam (FOSSA; MENDES, 1998, p. 15), “o desenvolvimento de habilidades metacognitivas, favorecendo, a todo o momento, a reflexão e o questionamento, por parte dos alunos”. Originando, dessa forma, um pensamento independente e melhor elaborado.

Os estudos e pesquisas em resolução de problemas sofreram influências de teorias construtivistas que, em anos recentes, tiveram considerável aceitação na Educação Matemática. Na perspectiva dessas teorias, o aluno deve ser engajado ativamente na construção de seu próprio conhecimento.

Na abordagem da resolução de problemas como metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas. Nesse aspecto, o ensino e a aprendizagem tornam-se processos mais amplos, no qual o conhecimento é (re)construído e internalizado de forma mais significativa e verdadeira.

Em seu livro, A Arte de Resolver Problemas, Polya (1995), na tentativa de ensinar, não só como se resolve este ou aquele problema, mas também destacar as motivações implícitas e os procedimentos inerentes a essa resolução, elencou e agrupou indagações e sugestões típicas e úteis àqueles que utilizam a metodologia da resolução de problemas. Desse modo, Polya distingue quatro fases de trabalho. Primeiro, devemos compreender o problema a ser resolvido, temos que perceber o que é necessário ou não para o seu entendimento e posterior resolução. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para que possamos ter idéia de sua resolução e, assim, traçarmos um plano. Terceiro, devemos executar esse plano traçado. E quarto, fazermos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.

Polya (1995, p. 2), esclarece ainda que:

> Todas as indagações e sugestões de nossa lista são naturais, simples, óbvias, apenas o bom senso comum, mas elas formulam este bom senso em termos gerais. Elas indicam uma certa conduta que se apresenta naturalmente a qualquer um que esteja realmente interessado em seu problema e tenha alguma dose de bom senso. Mas aquele que procede de maneira certa geralmente não se preocupa em exprimir o seu procedimento em termos claros, ou possivelmente é incapaz de fazê-lo. A nossa lista procura assim exprimir tal fato.

Um ponto bastante importante na metodologia de resolução de problemas, e que está presente no livro de Polya, é a Heurística, nome de um certo ramo de estudo, pertencente à Lógica, à Filosofia, à Psicologia, cujo objetivo é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção. Atualmente, a Heurística Moderna procura compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo, que tenham utilidade, dispondo de várias fontes de informações, nenhuma das quais deve ser desprezada.

O conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas e que exercem uma certa influência benéfica sobre o ensino, no caso o de matemática, constitui um dos objetivos práticos do estudo da Heurística.

Buscando um melhor entendimento sobre a expressão resolução de problemas, recorremos à Nicholas Branca (2003), que nos informa da existência de muitas interpretações para essa expressão, sendo as três mais comuns: como meta, processo e habilidades básicas; e todas elas consideradas isoladas ou conjuntamente, têm implicações no ensino da matemática.

Branca (2003, p. 4) salienta que,

> As atividades classificadas como resolução de problemas, em matemática, incluem resolver problemas simples, desses que figuram em livros didáticos comuns, resolver problemas não rotineiros ou quebra-cabeças, aplicar a matemática a problemas do mundo real e conceber e testar conjecturas matemáticas que possam conduzir a novos campos de estudos.

Dessa forma, pensar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, permite que se estabeleça uma aprendizagem significativa, pois implementa uma dinâmica melhor ao processo de ensino-aprendizagem, o conhecimento matemático é sistematicamente (re)construído e (re)aplicado; onde o professor torna-se organizador, consultor e incentivador da aprendizagem e os alunos, levados a pensar realmente, tornam-se pesquisadores, experimentadores, construtores de sua própria aprendizagem; isso tudo imerso num processo de interação contínua entre professor-aluno-conhecimento.

- ***História da Matemática:***

> Nada é mais importante do que observar as origens da invenção, as quais são, na minha opinião, mais interessantes que as próprias invenções. [(Leibnitz, 1646 – 1716) apud POLYA, 1995]

A utilização da história da matemática, no Brasil, como abordagem didático-pedagógica, tendo como objetivo a (re)construção do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, remonta, segundo Miguel e Miorim (2004), às décadas de 1920 e1930, quando foi implementada em propostas oficiais, através da reforma educacional implantada nesse período.

Este tópico será tratado, posteriormente, de modo mais detalhado, em capítulo próprio, por tratar-se de um ponto importante de nossa proposta de ensino da matemática.

- ***Jogos no Ensino da Matemática:***

> Como as outras ciências, a Matemática é uma espécie de jogo cujo adversário é o universo. Os melhores matemáticos e os melhores professores de matemática são obviamente aqueles que, para além de compreenderem as regras do jogo, também sabem desfrutar o prazer do jogo. (Martin Gardner, 1986 apud GUZMÁN, 2004)

O ensino de matemática objetiva, dentre outros aspectos, estimular o pensamento independente, desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade, a capacidade de manejar situações reais e a resolução de diferentes tipos de problemas; o que só será alcançado quando nos dispusermos a realizar, em sala de aula, um trabalho que considere a realidade de nossos alunos e a utilização de diferentes recursos e metodologias de ensino, que busquem realmente a criação e a manutenção de um ambiente de construção de conhecimentos e de aprendizagens realmente significativas.

É com esses e outros objetivos, que a Educação Matemática vai buscar auxílio e recursos em outras áreas do conhecimento humano, para proporcionar melhores condições de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, destacamos a utilização dos Jogos como uma das tendências atuais em Educação Matemática.

Matos e Ferreira (2004) nos informam que há aproximadamente quarenta anos que o notável matemático John Von Neumann e o economista Oskar

Morgenstern, ao tentarem resolver determinados problemas de economia, observaram que os problemas típicos do comportamento econômico coincidiam com os princípios matemáticos aplicados a determinados jogos de estratégia. Iniciando-se, assim, o princípio da Teoria dos Jogos.

Nas décadas seguintes, após a publicação da obra *Theory of Games and Economic Behavior*, em 1944, essa teoria despertou grande interesse devido às novas propriedades matemáticas apresentadas e, também, às diversas aplicações a problemas originados nos vários ramos do conhecimento humano, como por exemplo, nas ciências sociais, na economia, na política e, particularmente, na educação. Estando continuamente em desenvolvimento, esta teoria encontra aplicações nas várias ciências, em amplos aspectos.

A razão pela qual as aplicações são imensas e se ocupam de problemas altamente significativos, deve-se ao fato da estrutura matemática tornar mais fácil definir os conceitos com rigor, verificar a consistência das idéias e explorar as implicações dos resultados. Consequentemente, conceitos e resultados são precisos, interpostos com motivações e interpretações dos próprios conceitos. Além disso, o uso dos modelos matemáticos permite a análise mais detalhada das situações apresentadas, o que proporciona respostas bem mais abalizadas e consistentes.

A teoria dos jogos analisa situações competitivas que envolvem conflitos de interesses. A sua premissa básica é a racionalidade das decisões, ou seja, supõe que cada jogador procura, constantemente, maximizar algum benefício, que pode ser de qualquer ordem, isto é, procura objetivos imediatos e bem definidos e leva em consideração o seu conhecimento ou expectativas sobre o outro, agindo dessa forma, de modo bem estratégico.

A Teoria dos Jogos usa a matemática para expressar as suas idéias formalmente, contribuindo para o entendimento dos fenômenos que se observam quando são tomadas as decisões que interagem entre si.

Para Riccetti (2001, p. 19), “o jogo é um fenômeno cultural com múltiplas manifestações e significados, que variam conforme a época, a cultura e o contexto”.

Dessa forma, o jogo é uma atividade indispensável da condição humana. Apresenta um apelo universal e, certamente, haverá poucas pessoas que não tenham sido, em certa altura de sua vida, estimuladas por um jogo.

A história dos jogos tem milhares de anos e cobre, praticamente, o mundo todo, fornecendo olhares fascinantes sobre a cultura dos povos, em várias épocas e lugares. Embora encontremos referências à utilização dos jogos em ambientes educacionais que nos levam a Roma e à Grécia, veremos que é a partir da segunda metade do século passado que vamos nos deparar com as contribuições teóricas mais relevantes e que incorporam o uso de materiais pedagógicos ao ensino, e proporcionam aos sujeitos (alunos) participação mais ativa em suas aprendizagens. Referindo-se a essas contribuições, podemos citar os trabalhos de Vygotsky, Wallon, Piaget, dentre outros que nos mostraram novas propostas educacionais elaboradas em bases mais científicas.

Sendo importante destacar que, para a Educação Matemática, o ensino de matemática requer contribuições de outras áreas do conhecimento humano, como por exemplo, a Psicologia, quando nos mostra que a aprendizagem não se dá por simples assimilação dos conteúdos; mas que existem, no processo de aprendizagem, vários componentes que não podem ser, simplesmente, ignorados pelos educadores.

Desse modo, Moura (1994, p. 76), acredita que,

> A análise dos novos elementos incorporados ao ensino de matemática não pode deixar de considerar o avanço das discussões a respeito da educação e dos fatores que contribuem para uma melhor aprendizagem. O jogo aparece, deste modo, dentro de um amplo cenário que procura apresentar a educação, em particular a educação matemática, em bases cada vez mais científicas.

Dessa forma, o jogo, como promotor da aprendizagem e do desenvolvimento, passa a ser considerado nas práticas escolares como um aliado, desde que, conforme esclarece Kishimoto (2003, p. 22),

> Ao permitir a manifestação do imaginário infantil, por meio de objetos simbólicos dispostos intencionalmente, a função pedagógica subsidia o desenvolvimento geral da criança. Neste sentido, qualquer jogo empregado na escola, desde que respeite a natureza do ato lúdico, apresenta caráter educativo e pode receber também a denominação geral de jogo educativo.

Particularmente, em relação à matemática, Silva (2004, p. 3 - 4) nos diz que,

> [...]por jogos matemáticos designam-se os puzzles, os problemas e atividades que vão da simples charada à questão matemática ainda em aberto. E a história da matemática mostra que foram alguns jogos que conduziram à criação de alguns ramos da matemática.

Guzmán (2004), ao relacionar os jogos com a matemática, nos fala das similaridades existentes entre eles, afirmando que,

> A estrutura dos jogos e da matemática é surpreendentemente análoga, na medida em que criam uma nova ordem, uma nova vida, através da aceitação de certos objetos e de regras. Por outro lado, se olharmos para as maneiras como conhecemos, nos familiarizamos e atingimos um certo grau de maestria nos jogos e na matemática, não podemos deixar de ver uma forte semelhança, que não nos deve surpreender se tivermos em conta as características comuns dos jogos e da matemática, tanto em natureza como em estrutura (p. 4)

Quanto ao ensino da matemática, observamos que os professores têm utilizado os mais variados recursos, como por exemplo, exemplificando suas aplicações, contando a sua história e as biografias dos matemáticos, explorando as relações com outros campos da atividade humana (arte, música, arquitetura, etc.), através da modelagem.

Embora seja recente a utilização de jogos no ensino da matemática, as referências ao seu uso têm sido constantes nos últimos anos, conforme temos observado nos vários Congressos brasileiros, Encontros Nacionais e Regionais de Educação Matemática.

Em relação ao uso dos jogos, (Schart, 1998 apud Emerique, 1999, p. 187), considera que,

> A noção de jogo aplicado à educação desenvolveu-se com lentidão e penetrou, tardiamente, no universo escolar, sendo sistematizado com atraso. No entanto, introduziu transformações decisivas... materializando a idéia de aprender divertindo-se, devido à sua fertilidade pedagógica essencial.

Ultimamente, os jogos vêm ganhando espaço dentro de nossas escolas, nos vários níveis educacionais, constituindo-se, assim, em uma tentativa de levar o lúdico para a sala de aula. Como afirma Lara (2004, p. 21),

> A pretensão da maioria dos/as professores/as com a sua utilização é a de tornar as aulas mais agradáveis com o intuito de fazer com que a aprendizagem torne-se algo fascinante. Além disso, as atividades lúdicas podem ser consideradas como uma estratégia que estimula o raciocínio, levando o/a aluno/a a enfrentar situações conflitantes relacionadas com o seu cotidiano.

É de fundamental importância destacar o que se quer alcançar com a utilização de jogos, pois quando bem elaborados, eles podem ser vistos como uma estratégia de ensino que poderá atingir diferentes objetivos que variam desde o simples treinamento, até a construção de um determinado conhecimento. Pois, sua utilização destaca o valor formativo da matemática, não apenas no sentido de auxiliar na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo, mas igualmente na aquisição de atitudes positivas em relação à matemática e a aprendizagem de modo geral.

Assim, através da utilização de jogos, é possível desenvolver nos alunos, além de habilidades matemáticas, a sua concentração, sua curiosidade, a consciência de grupo, o coleguismo, o companheirismo, a auto-confiança e sua auto-estima, dentre outros aspectos que são igualmente importantes para a existência e manutenção de uma aprendizagem consciente e verdadeira.

Sobre a importância de se estabelecer um ensino eficiente, os PCN, afirmam que:

> À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescente e globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente (1999, p. 251).

É nesse sentido e com esse olhar que acreditamos que o jogo deva ser inserido nas aulas de matemática.

Dessa forma, o jogo passa a ser visto como um agente cognitivo que auxilia o aluno a agir livremente sobre suas ações e decisões, fazendo com que ele desenvolva, além do conhecimento matemático, a linguagem, pois em várias situações do cotidiano será instigado a posicionar-se criticamente, frente a inúmeras situações.

Para utilizarmos os jogos de forma eficiente e de acordo com os objetivos que queremos alcançar, no processo de ensino-aprendizagem, podemos, segundo Lara (2004, p. 24), classificá-los em:

> - *Jogos de Construção*:
>
> Aqueles que trazem ao aluno um assunto desconhecido fazendo com que, através da manipulação de materiais ou de perguntas e respostas, ele sinta a necessidade de uma nova ferramenta, ou se preferirmos, de um novo conhecimento para resolver determinada situação-problema proposta pelo jogo.
>
> Jogos desse tipo possibilitam a construção de abstrações matemáticas que, muitas vezes, em aulas tradicionais, são pouco entendidas. Esses jogos são vistos como um dispositivo de tendência pedagógica construtivista.
>
> - *Jogos de Treinamento*:
>
> São aqueles que auxiliam no desenvolvimento do pensamento dedutivo ou lógico, e fazem com que o aluno utilize várias vezes o mesmo tipo de pensamento e conhecimento matemático, não para memorizá-lo, mas para abstraí-lo, estendê-lo ou generaliza-lo.
>
> - *Jogos de Aprofundamento*:

> São aqueles que apresentam diferentes níveis de abstração, exigindo do aluno um raciocínio a mais do que aquele que foi adquirido anteriormente.
>
> - *Jogos Estratégicos*:
>
> São aqueles que fazem com que o aluno crie estratégias de ação, elabore hipóteses e desenvolva um pensamento sistêmico, que vai lhe propiciar múltiplas formas de raciocínio para chegar à resolução do problema.

Essa classificação aplicada aos jogos permite, ao professor, sua utilização imediata e de forma adequada, proporciona, nos alunos, o desenvolvimento de habilidades e competências que são indispensáveis tanto para a aprendizagem em sala de aula, quanto para o exercício da cidadania, da convivência em grupos sociais de forma cooperativa. Além disso, segundo Borin (1996, p. 9),

> Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação do jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem.

Groenwald e Timm (2004), destacam três aspectos que por si só justificam a incorporação do jogo na sala de aula, são eles: “o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais” (p. 1). E nos informam que os jogos podem ser utilizados para introduzir, amadurecer conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os itens já trabalhados. Por isso, é de fundamental importância que o professor conheça as características dos jogos com os quais vai trabalhar e, também, os objetivos a serem alcançados. Sendo importante destacar que, os jogos devem ser utilizados não como instrumentos recreativos na aprendizagem, mas como elementos facilitadores para a aquisição de conhecimentos e valores, que permitam, desse modo, eliminar os possíveis bloqueios que os alunos possam apresentar em relação a algum conteúdo matemático.

O trabalho com jogos matemáticos traz, certamente, benefícios, conforme especificam Groenwald e Timm (2004, p.2):

- Conseguimos detectar os alunos que estão com dificuldades reais;
- O aluno demonstra para seus colegas e professores se o assunto foi bem assimilado;
- Existe uma competição entre os jogadores (*que deve ser trabalhada de forma positiva pelo professor*), pois almejam vencer e para isso aperfeiçoam-se e ultrapassam seus limites;
- Durante o desenrolar de um jogo, observamos que o aluno se torna mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e respostas e tirando conclusões sem necessidade da interferência ou aprovação do professor;
- Não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta;
- O aluno se empolga com o clima de uma aula diferente, o que faz com que aprenda sem perceber.

Assim como na aplicação de qualquer metodologia de ensino é preciso tomar alguns cuidados para que se obtenham os resultados desejados, com a utilização dos jogos não é diferente. Por isso, é importante que tenhamos alguns cuidados ao escolhermos os jogos com os quais iremos trabalhar; conforme exemplificam Groenwald e Timm (2004, p. 3):

- Não tornar o jogo obrigatório;
- Escolher jogos em que o fator sorte não interfira nas jogadas, permitindo que vença aquele que descobrir as melhores estratégias;
- Utilizar atividades que envolvam dois ou mais alunos, para oportunizar a interação social;
- Estabelecer regras, que podem ou não ser modificadas no decorrer de uma jogada;
- Estudar o jogo antes de aplicá-lo (o que é possível, jogando).

Dessa forma, diante do exposto, percebemos a viabilidade e importância da utilização do jogo na sala de aula, com objetivos pedagógicos, como elemento construtor de aprendizagens, de valores pessoais e coletivos; que constituem as bases para o nascimento de uma sociedade mais justa, mais fraterna, mais humana.

- ***Novas Tecnologias:***

> É desonroso para os homens sábios desperdiçarem seu tempo como escravos no trabalho de cálculo, que poderia ser relegado, com segurança, a qualquer um que usasse uma máquina. [Leibniz (1646 – 1716) apud POLYA, 1995]

O desenvolvimento da sociedade informatizada exige das pessoas novos padrões de comportamento, como por exemplo, competências em habilidades básicas de leitura, escrita, cálculo, linguagem, além de pensamento crítico, adequados aos novos recursos tecnológicos. Isso implica adquirir habilidades e conhecimentos necessários para operar um computador em qualquer situação da vida cotidiana, objetivando sua aplicação, comunicação, busca de informações ou solução de problemas, etc.

Desse modo, torna-se necessário repensar o papel das instituições de ensino, em qualquer nível educacional, em face do surgimento e inserção dessas novas tecnologias na educação; o que, certamente, acaba provocando transformações no processo de ensino e de aprendizagem. Sendo de extrema importância destacar, nessa apropriação de tecnologias, pela escola, a formação, a capacitação do professor, por exemplo, em informática educativa, para que possa atuar de forma consciente e melhor embasada, tornando-se apto a explorar essa tecnologia em benefício da educação e agir como mediador nesse processo de mudanças.

Os computadores têm estado presentes no ensino, praticamente, desde o momento em que fora inventado. Sendo que sua utilização na educação deu-se, inicialmente, nas universidades dos Estados Unidos, no início da década de 1960, na realização de tarefas de cálculo e no auxílio das atividades de ensino. Com isso, surgiram várias experiências que ocasionaram o desenvolvimento de softwares voltados para a educação. Dessa forma, surgiu a instrução auxiliada por computador ou, em inglês, o *Computer – Aided Instruction* (CAI).

No início dos anos de 1980, com a disseminação dos microcomputadores, as escolas incorporaram essas tecnologias, surgindo com isso, uma variedade de usos pedagógicos. Como esclarece Valente, “Surgiram os jogos, as linguagens de programação e outros softwares para desenvolvimento de tarefas específicas como os processadores de textos, as planilhas, os bancos de dados, etc.” (2002, p. 16).

Com o desenvolvimento de tecnologias na área de informática, por exemplo, e sua posterior modernização, têm surgidos vários recursos computacionais, como a internet, que tem sido utilizada na educação, devido a suas potencialidades pedagógicas.

Em nosso país, a informática na educação não seguiu um percurso diferente do que havia ocorrido em outros países mais desenvolvidos, embora tenham surgidos vários fatores que tornaram lenta a aplicação das tecnologias na educação, conforme esclarece Valente (2002),

> [...]a defasagem no tempo, a velocidade de disseminação dos computadores nas escolas e um grande questionamento sobre a validade de uso de recursos tão dispendiosos em vistas das necessidades e prioridades da Educação. (p. 17).

Essa problemática toda, de certa forma, foi importante, pois levantou questionamentos e despertou olhares mais profundos e atentos sobre as vantagens pedagógicas que estas tecnologias poderiam oferecer.

Desse modo, em 1981, ocorreu uma das primeiras ações que estimularam a promoção e a implementação das chamadas novas tecnologias em informática nas escolas brasileiras, que foi a realização do I Seminário Nacional de Informática Educativa, que reuniu educadores de diversos estados do Brasil. Em decorrência desse evento, surgiram importantes projetos como: Educom, Formar e Proninfe.

O Educom (COMputadores na EDUcação) surgiu em 1983, e foi uma iniciativa do Ministério da Educação e Cultura (MEC) e da Secretaria Especial de Informática; tinha como objetivo criar centros pilotos em universidades brasileiras, cuja finalidade era desenvolver pesquisas sobre as diversas aplicações do computador na educação. Sendo envolvidas nesse projeto a UFRJ, UNICAMP, UFRGS, UFMG e UFPE; as quais desenvolveram trabalhos pioneiros de extrema importância sobre a formação de recursos humanos e estudos sobre os efeitos da introdução dos computadores no ensino.

Já o projeto Formar originou-se do Educom, em 2 versões; Formar I, que surgiu em 1987 e o Formar II, iniciado dois anos depois. Ambos tinham como objetivos capacitar recursos humanos, na área de informática educativa, através de cursos de especialização, e que atuariam, em seus estados, como multiplicadores desses conhecimentos. Foi a partir dessas iniciativas que surgiram os Centros de Informática Educacional – CIEDs – em 17 estados brasileiros.

Em 1989, objetivando dar continuidade aos projetos anteriores, o MEC cria o Programa Nacional de Informática na Educação – Proninfe – que resultou na criação de laboratórios e centros para capacitação de professores.

Posteriormente, em 1997, em face das experiências e conhecimentos adquiridos com os projetos anteriores, o MEC, através da Secretaria de Educação a Distância – SEED – lança o Programa Nacional de Informática na Educação – PROINFO – cujo objetivo é de estimular e dar suporte à introdução de novas tecnologias em informática nas escolas de nível fundamental e médio de todo o país.

Esses são apenas alguns, dentre os vários projetos existentes, que procuram entender o verdadeiro papel das novas tecnologias na sala de aula, o que se ganha, pedagogicamente com seu uso, pois certamente, a criação de ambientes informatizados, nas escolas, gera e requer mudanças, tanto na forma como se processa o ensino e a aprendizagem, quanto na estrutura curricular, solicitando outras formas de se apresentar os conteúdos, de se avaliar; requer outros objetivos a serem alcançados, outra postura de professores e alunos, bem como de todos aqueles que fazem a escola.

Certamente, os professores têm uma função preponderante nas estratégias de incorporação das novas tecnologias na escola, e para isso, é imperativo que disponibilize conhecimentos e competências; como afirma Marinho (2002), ao nos informar que a Sociedade Internacional para Tecnologia em Educação, organizou uma lista de habilidades e conceitos fundamentais exigidas dos professores para trabalhar com esses recursos. São elas:

> - Demonstrar habilidade para operar um sistema de computação de forma a usar com sucesso o *software*;
> - Avaliar e usar os computadores e tecnologias relacionadas no apoio ao processo instrucional;
> - Aplicar os princípios instrucionais atuais, pesquisa e práticas de avaliação apropriadas ao uso dos computadores e tecnologias relacionadas;
> - Explorar, avaliar e usar materiais baseados em computadores / tecnologias, incluindo aplicativos, software educacional e documentação associada;
> - Demonstrar conhecimento de uso de computadores para resolução de problemas, coleta de dados, gerenciamento da informação, comunicações, apresentações e tomada de decisão;
> - Elaborar e desenvolver atividades para aprendizagem pelo estudante que integrem a computação e tecnologia para diversos grupos de estudantes;
> - Avaliar, selecionar e integrar instrução baseada em computadores / tecnologias no currículo em determinada área do conhecimento e / ou diferentes graus;
> - Demonstrar conhecimentos de uso de multimídia, hipermídia e telecomunicações no apoio à instrução;
> - Demonstrar habilidade no uso de ferramentas de produtividades para uso pessoal e profissional, incluindo processador de textos, base de dados, planilhas e utilitários gráficos e de impressão;
> - Demonstrar conhecimento sobre questões de eqüidade, éticas, sociais, legais e humanas do uso da computação e tecnologias na sua relação com a sociedade e modelos de comportamento adequados;
> - Identificar fontes para se manter atualizado no uso de computador e tecnologias relacionadas na educação;
> - Usar tecnologia baseada em computador para acessar informação, melhorando a produtividade pessoal e profissional;
> - Aplicar o computador e tecnologias relacionadas para facilitar os papéis emergentes do aprendiz e do educador. (p. 47 – 48).

Percebemos, então, que o uso de novas tecnologias na educação depende de um profundo repensar da prática pedagógica que ocorre na escola; onde o professor é o elemento chave, mas não o único envolvido, dessa mudança. Daí, destacamos a importância da qualidade da formação profissional do professor.

Para aproximarmos o assunto do campo da matemática, recorremos aos Parâmetros Curriculares Nacionais que se referem à divisão do conhecimento escolar em três áreas, a saber: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias, e esclarecem que:

> A estruturação por área de conhecimento justifica-se por assegurar uma educação de base científica e tecnológica, na qual conceito, aplicação e solução de problemas concretos são combinados com uma revisão dos componentes socioculturais orientado por uma visão epistemológica que concilie humanismo e tecnologia ou humanismo numa sociedade tecnológica. (p. 32)

Nesse sentido, ao falarmos de novas tecnologias no ensino e na aprendizagem da matemática, é imprescindível recorremos às formulações elaboradas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio (PCNEM), destacando que devemos "compreender e utilizar (...) a tecnologia como conhecimento sistemático de sentido prático" (PCNEM, 1999, p. 29), o que se traduz em diversas competências de contextualização sociocultural para serem desenvolvidas mediante a aprendizagem nesta área, tais como:

> - Utilizar elementos e conhecimentos científicos e tecnológicos para diagnosticar e equacionar questões sociais e ambientais;
> - Associar conhecimentos e métodos científicos com a tecnologia do sistema produtivo e dos serviços;
> - Reconhecer o sistema histórico da ciência e da tecnologia, percebendo seu papel na vida humana em diferentes épocas e na capacidade humana de transformar o meio;
> - Compreender as ciências como construções humanas, entendendo como elas se desenvolveram por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando o desenvolvimento científico com a transformação da sociedade;
> - Entender a relação entre o desenvolvimento de Ciências Naturais e o desenvolvimento tecnológico e associar as diferentes tecnologias aos problemas que se propuser e se propõe solucionar;

> ▪ Entender o impacto das tecnologias associadas às Ciências Naturais, na sua vida pessoal, nos processos de produção, no desenvolvimento do conhecimento e na vida social. (PCNEM, 1999, p. 107 – 108).

Assim, concordamos com Ponte e Canavarro (2004), quando falam que "com as novas tecnologias, a matemática pode tornar-se uma atividade mais experimental e possibilitar reformulações no trinômio Matemática – aluno – professor". (p. 1). E destacam ainda que,

> - Na aprendizagem se contacte uma Matemática mais viva, onde haja lugar para interrogações, conjecturas, provas e refutações, isto é, muito mais próxima do espírito investigativo que verdadeiramente caracteriza a atividade dos matemáticos;
> - O aluno passe a desempenhar um papel muito mais ativo e autônomo, definindo e aprofundando os seus domínios de interesse e usando com desembaraço e espírito crítico uma variedade de ferramentas para o seu estudo;
> - O professor seja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e contínuo aperfeiçoamento de situações de aprendizagem. (idem)

Dessa forma, fica evidente que as tecnologias são um instrumento de trabalho e descoberta, requerem profissionais competentes e habilitados para sua utilização, em sala de aula, de forma adequada. Que objetive, entre outros fatores, tornar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática mais eficaz e significativo.

Além disso, para que possamos utilizar, em sala de aula, qualquer uma das tendências vistas anteriormente, torna-se necessário que procuremos compreender as condições de produção, registro, tratamento e comunicação do conteúdo escolar, em nosso caso, da matemática, e suas conseqüências para o ensino e para a aprendizagem. Assim, no capítulo seguinte, trataremos de alguns conceitos da Didática da Matemática, os quais consideramos importante conhecê-los, para que tenhamos um processo educativo mais consciente e abalizado.

CAPÍTULO II

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

> Há apenas uma matéria para a Educação, e esta é a vida, em todas as suas manifestações. [A. N. Whitehead (1861 – 1947) apud MACHADO, 1998].

Na década de 1960, em meio às tumultuadas reformas educacionais, que ocorriam em vários países, onde prevalecia a idéia de que era suficiente saber matemática para poder ensiná-la, e também o não reconhecimento das especificidades das disciplinas escolares, percebeu-se, na prática, que o ensino e a aprendizagem da matemática mostravam-se ineficientes. Os equívocos e as desilusões tornaram-se evidentes, denunciando a incoerência desse modo de pensar; o que tornou a matemática algo difícil de se ensinar e de se aprender, como afirmam (PARRA; SAIZ, 2001, p. 4),

> As desilusões, que não tardaram a ocorrer, colocaram em evidência a insuficiência destes pontos de vista: a matemática não havia se convertido milagrosamente em algo fácil de aprender. Alguns objetos de ensino introduzidos, mal-adaptados, sofriam transformações não previstas pelos autores das reformas; as múltiplas inovações realizadas não permitiram constituir um corpo de conhecimento confiável.

A partir desta tomada de consciência foi que nasceu, na França, a Didática da Matemática, apresentando um corpo principal de conceitos teóricos próprios, buscando entender e explicitar esse fenômeno complexo que é a transmissão e aquisição de conhecimentos dentro de um sistema educacional.

Atualmente, no Brasil, a didática da matemática exerce um papel importantíssimo dentro da Educação Matemática, como afirma Pais (2002, p. 11):

> A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica.

Dessa forma, a didática da matemática não objetiva recomendar modelos, receitas ou outras formas prontas e acabadas aos vários problemas relativos ao ensino e a aprendizagem da matemática. Mas procura compreender as condições de produção, registro, tratamento, comunicação do conteúdo escolar de matemática e de suas conseqüências didáticas, procurando estabelecer conexões entre a teoria e a prática pedagógica.

Tendo em mente esses objetivos que procuram compreender e descrever os fenômenos referentes à prática educativa em matemática, e percebendo a necessidade de uma melhor formação pedagógica para o professor de matemática, recorremos a alguns conceitos muito bem estruturados da didática da matemática, como por exemplo, a noção de transposição didática, as situações didáticas, o contrato didático e os obstáculos epistemológicos; os quais proporcionam ao profissional professor uma prática educativa mais abalizada e consciente, pois despertam no professor a atenção necessária às especificidades do conhecimento matemático, motivam a busca de outras teorias que lhe permitam compreender melhor o ensino e a aprendizagem, bem como entender as múltiplas formas de interação do trinômio professor-aluno-conhecimeto; que em nenhum momento da ação educativa devem ser esquecidas, permitindo ao professor adquirir uma atitude mais objetiva, positiva e um entendimento maior acerca dos verdadeiros valores educativos, fazendo-o agir como um verdadeiro educador matemático.

- **Transposição Didática**:

No desenvolvimento da prática educativa, torna-se necessário e de fundamental importância que se estabeleçam prioridades na execução dos processos pedagógicos. Sendo uma dessas prioridades a escolha ou seleção dos conteúdos das disciplinas que formarão os programas escolares.

O conjunto organizado e legalmente instituído desses conteúdos recebe o nome de saber escolar e origina-se em outro conjunto de conteúdos, denominado de saber científico, isso se dá, certamente, depois de sofrer todo um processo de evoluções, adaptações e transformações, que irão determinar características bem particulares ao saber escolar, como por exemplo, sua linguagem, seu grau de abstração, etc.

E nesse contexto que surgiu a noção de transposição didática, que tem como objetivo estudar todo esse processo seletivo e de transformações, que se dá através de um imenso sistema de influências que envolvem os vários segmentos do sistema educacional, como por exemplo, cientistas, professores, especialistas, autores de livros, etc.

E no contexto da sala de aula, essa noção adquire fundamental importância, pois, possibilita ao professor buscar melhores formas de apresentar os conteúdos aos alunos. Essas transformações não limitam sua ação aos assuntos a serem ensinados, mas afetam, também, a metodologia a ser utilizada em sala de aula, permitindo ao professor de matemática (re)contextualizar os conteúdos a serem ensinados, levar em consideração o conhecimento prévio dos alunos, ensinando a matemática a partir dos problemas do cotidiano, o que, certamente, proporcionará uma aprendizagem consciente e significativa. Como nos fala Pais (1999, p. 2) “o problema, que é sempre o elemento propulsor do saber matemático, é também um elemento essencial da prática pedagógica”.

Quando nos referimos à noção de transposição didática e à textualização do saber escolar, particularmente, o conhecimento matemático, torna-se necessário destacarmos duas variáveis fundamentais do processo educativo, que são: o tempo didático e o tempo de aprendizagem. O primeiro, que é uma exigência da legislação, refere-se ao tempo destinado ao cumprimento do programa das disciplinas escolares, e infelizmente imprime um caráter linear ao processo de ensino-aprendizagem. Já o segundo, refere-se ao tempo necessário para que se procedam as rupturas, os conflitos cognitivos, a superação de bloqueios, a reorganização das informações, etc., que caracterizam toda a complexidade da aprendizagem, por isso, não deve ser entendido como um tempo linear nem seqüencial. É importante destacar que cada pessoa tem seu próprio ritmo de aprendizagem, fato este que deve ser levado em consideração pelo professor, até mais que o tempo didático, principalmente nas questões relativas à avaliação da aprendizagem.

Dessa forma, a noção de transposição didática torna-se um conhecimento de fundamental importância para o professor de matemática, pois, segundo Pais (1999)

> A análise da evolução do saber escolar através da transposição didática possibilita uma fundamentação para uma prática pedagógica reflexiva e uma melhor compreensão do saber científico e de seus valores educativos (p. 37).

O que, certamente, proporcionará ao ensino-aprendizagem da matemática uma melhor qualidade.

- **As Situações Didáticas**:

Podemos dizer que a didática da matemática, de uma forma geral, tem como objetivo entender os processos didáticos e os “fenômenos” que estes originam dentro da sala de aula. Dessa forma, parte-se do pressuposto de que é a partir de uma melhor compreensão desses processos que poderão ser elaboradas e propostas ações concretas que objetivem melhorar o estudo, o ensino e a aprendizagem da matemática.

Assim, a didática da matemática vem mostrar que a aprendizagem da matemática não depende somente do grau de conhecimento matemático do professor, como ainda costuma-se pensar. Querendo romper com esse tipo de pensamento é que a didática busca analisar as diversas situações envolvidas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Entendendo, essa aprendizagem, como um processo psicocognitivo, que é influenciado por diversos fatores, como por exemplo, a motivação, o interesse dos alunos, que por sua vez podem sofrer influências positivas ou negativas do comportamento do professor, de seus pensamentos, objetivos e concepções sobre o ensino da matemática, da forma ou formas como se relaciona o terno professor-aluno-conhecimento e também, de como concebem, professores e alunos, o saber matemático.

Levando em consideração o exposto acima e considerando a especificidade do conhecimento matemático, juntamente com a importância da(s) forma(s) com a(s) qual(is) a matemática é apresentada aos alunos, é que recorremos á teoria das situações didáticas, idealizadas por Brousseau, através da qual , procuramos obter um melhor entendimento sobre a aprendizagem da matemática.

Nesse sentido, (Brousseau, 1986 apud FREITAS, 1999) esclarece que:

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição... (p. 67)

Podemos perceber, pela definição acima, que o trinômio, professor-aluno-saber, além de constituírem o dinamismo das relações existentes na sala de aula, vão caracterizar a situação didática. Sendo perfeitamente identificada, para uma melhor compreensão do fenômeno da aprendizagem, a necessidade de se incorporar outras noções, como por exemplo, a transposição didática, o contrato didático e os obstáculos epistemológicos.

Vale ressaltar que a presença de um contexto escolar não é essencial na definição de uma situação didática, mas sim, o propósito de que alguém aprenda algo.

Além disso, é importante destacar a forma na qual os conteúdos vão ser apresentados, pois, devem fazer parte de um contexto significativo para o aluno, o que se constituirá como elemento facilitador da aprendizagem. Conforme esclarece Pais (2002),

> A contextualização do saber é uma das mais importantes noções pedagógicas que deve ocupar um lugar de maior destaque na análise da didática contemporânea. Trata-se de um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. O valor educacional de uma disciplina expande na

> medida em que o aluno compreende os vínculos do conteúdo estudado com um contexto compreensível por ele. (p. 27)

Nesse universo de situações e relações, existem momentos do processo de aprendizagem que não estão sob o controle pedagógico direto do professor. Como por exemplo, os processos (esquemas) de raciocínio, o amadurecimento do sistema cognitivo que levam à assimilação, à aprendizagem dos conhecimentos e também à extensão e à aplicação desses saberes a outras situações não previstas, no momento, em sala de aula. Essas variáveis foram denominadas, por Brousseau, como situações adidáticas.

Para um melhor entendimento sobre a noção de situação adidática, recorremos a (Brousseau, 1986 apud FREITAS, 1999), que esclarece:

> Quando o aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação adidática. (p. 69)

É importante destacar que, apesar desta noção situar-se fora de um contexto didático, é grande sua importância para a didática; fato este, que sugere certa ambigüidade; ainda mais quando entendemos que o trabalho do professor é abalizado pelo seu planejamento, metodologia de ensino, pelos objetivos que pretende alcançar, pelas formas de avaliar, etc.

Esse planejamento adequado do ensino, aliado a apresentação de um saber contextualizado que permite ao aluno relacioná-lo e utilizá-lo em sua realidade, proporciona uma aprendizagem muito mais rica, verdadeira, duradoura e eficiente. Além disso, permite ao professor identificar, entender as várias situações existentes no contexto da sala de aula e agir sobre elas, objetivando a promoção de aprendizagens e a autonomia intelectual do aluno.

Nesse sentido, Brousseau (1986) identificou várias situações relativas a aprendizagem da matemática, as quais, a título de esclarecimento, faremos uma breve descrição.

Uma situação de aprendizagem é caracterizada como uma situação de ação, como o próprio nome diz, quando o aluno está ativamente buscando a resolução de um problema.

A situação de formulação ocorre quando o aluno utiliza outros conhecimentos, outras teorias, mais elaboradas, para obter a resolução de uma questão.

Já, as situações de validação ocorrem quando o aluno disponibiliza argumentos, mecanismos e outros conhecimentos para afirmar (validar) o resultado que obteve.

As situações de institucionalização ocorrem quando o saber adquire características de universalidade, uma dimensão cultural, saindo do plano individual, subjetivo do aluno; dessa forma, o saber passa a ser aceito em um contexto bem mais amplo, o que proporcionará sua aceitação e aplicação em outras situações.

Torna-se importante observar que, essa separação serve apenas para proporcionar um melhor entendimento sobre elas.

- **Contrato Didático**:

As diversas situações e, igualmente, as várias relações que são estabelecidas e desenvolvidas no ambiente da sala de aula e que envolvem o professor, os alunos e o conhecimento, constituem a parte essencial da prática pedagógica. Essas situações e relações, certamente, são influenciadas por diversos fatores, como por exemplo, regras, convenções, condições, etc., que muitas vezes não estão explicitas ou não são previstas pelo sistema didático, mas que se revelam, principalmente, quando ocorre a ruptura ou transgressão dessas regras.

Esse conjunto de regras que vão estabelecer o alcance das relações do trinômio professor-aluno-conhecimento, recebe a denominação de contrato didático.

A importância desse conceito reside, também, no fato de que seu entendimento permite a interpretação da prática pedagógica escolar. O que, por sua vez, conduz a uma prática educativa mais significativa, e segundo Pais (2002, p. 67) “[...] proporciona um saber escolar comprometido com a promoção existencial do aluno, sendo que este é um dos princípios que deveria conduzir toda a didática".

Buscando um melhor entendimento sobre a noção de contrato didático, recorremos a (Brousseau, 1986 apud SILVA, 1999), que nos esclarece:

> Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor... Esse contrato é o conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro da relação didática deverá gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro (p. 43-44).

Podemos perceber que o contrato didático estabelecido em uma sala de aula pode sofrer influências, tanto do conhecimento matemático, devido à sua especificidade, como por exemplo, sua linguagem, seu formalismo, abstração, ou rigor; quanto do professor, por exemplo, de suas concepções em relação ao conhecimento matemático, aos alunos, ao ensino, metodologias, os objetivos a serem alcançados, as formas e condições de avaliação, etc., o que torna imperativo ao professor, além de conhecer a especificidade educacional da matemática, saber da existência dessa noção e de sua influência direta sobre o sucesso ou fracasso da prática pedagógica.

O contrato didático é percebido, mais facilmente, quando ocorre sua ruptura, provocada por uma das partes envolvidas na relação didática, e que, segundo Pais (2002, p. 80-81):

> [...] não é possível ter uma clareza absoluta quanto à localidade dos pontos de ruptura. Apesar dessa dificuldade, é conveniente estimar situações vulneráveis da atividade pedagógica escolar, na qual o processo de ensino e aprendizagem pode ser obstruído. Assim, as causas, os momentos e as condições dessa ruptura não podem ser previstos totalmente, pois ocorrem no transcorrer da dinâmica das situações didáticas e estão também relacionadas à dimensão subjetiva dos sujeitos envolvidos.

Certamente, em muitos casos é necessário que ocorra a ruptura e a renegociação do contrato didático para que se proceda ao avanço das aprendizagens, o que torna a ruptura uma condição imprescindível para o aperfeiçoamento e continuidade do processo educativo.

- **Obstáculos ao Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática:**

> De sua experiência na escola a criança adquirirá a informação de que “não é boa para as matemáticas”, de que a boa literatura é enfadonha; de que a razão está sempre com a maioria, de que as autoridades inquestionavelmente estão certas... (John Passmore, 1983 apud MACHADO, 1998).

Como afirmamos no início deste trabalho, a matemática tem sido vista como a disciplina escolar mais temida pelos alunos e, como conseqüência, seu ensino, ao longo dos anos, tem sido considerado o grande responsável pelo fracasso escolar e, um fator gerador da exclusão de uma parcela significativa de alunos.

Nesse sentido, (PONTE, 2004, p. 1) nos fala que:

> Como fenômeno educacional, e portanto social, o insucesso é uma realidade complexa, com muitas causas, todas profundamente interrelacionadas. Cada um dos atores sociais que intervém ou acompanha o processo de ensino-aprendizagem tem, naturalmente, sua visão do problema.

Desse modo, para os “atores” envolvidos no processo de ensino-aprendizagem da matemática, que são os professores, alunos, pais, e também a sociedade como um todo, as causas desse “insucesso” são as mais variadas possíveis e vão desde o baixo nível sócio-econômico-cultural dos alunos, currículos excessivamente longos, as características próprias da matemática, quando não explicitadas adequadamente, como por exemplo, sua linguagem, seu simbolismo, o nível de abstração exigido para sua aprendizagem, a falta de sentido do conhecimento matemático, para que ocorra sua aprendizagem, ou seja, a falta de contextualização da matemática, ausências de metodologias adequadas para seu ensino, a visão que predomina, na escola, é a de que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos, ou seja, a própria concepção que se tem sobre o que é a matemática tem suas implicações sobre seu ensino e sua aprendizagem.

Percebemos que as causas apontadas giram em torno dos mesmos pontos, ou seja, a matemática, o currículo, o professor, o aluno, o lado social e cultural, embora com diferentes intensidades.

Tendo em mente a certeza da impossibilidade de analisarmos cada um dos fatores citados acima, pois não constitui o objetivo principal deste trabalho, nos restringiremos a uma breve análise de alguns pontos, por nós considerados importantíssimos, e que dada sua abrangência conseguem envolver a maioria das causas citadas anteriormente. Para isso, continuaremos nos valendo da didática da matemática para abordar os obstáculos epistemológicos e didáticos, a linguagem e a abstração do conhecimento matemático e finalizando com o tratamento que é dispensado ao erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática, o qual tem, dentro desse contexto, sua função e significado. Sendo um elemento de extrema importância no processo educacional.

- **A Noção de Obstáculo Epistemológico e Didático**:

Proposta pelo filósofo francês Gastão Bachelard em sua obra A Formação do Espírito Científico, que foi publicada em 1938, a noção de obstáculo epistemológico vem evidenciar as dificuldades encontradas durante o processo de elaboração do conhecimento científico. Dessa forma, a construção do conhecimento, por ser uma atividade tipicamente humana, está sujeita a todas as motivações e limitações do ser humano.

Nesse sentido, durante a construção do conhecimento, Bachelard (1996) identifica alguns obstáculos causadores de erros, como por exemplo: conhecimento ou experiência primeira, conhecimento geral, obstáculo verbal, conhecimento pragmático, obstáculo substancialista, animista e obstáculo do conhecimento quantitativo.

Para Bachelard, a noção de obstáculo epistemológico pode ser estudada tanto no aspecto do desenvolvimento científico quanto no contexto da prática educativa, e que do ponto de vista pedagógico, sua visão epistemológica requer uma análise crítica do processo de aprendizagem, pois considera as dificuldades, erros e falhas, partes integrantes desse processo e, portanto, não podem, em nenhum momento, ser desconsiderados.

E, partindo desse ponto de vista, as idéias de Bachelard fizeram-se presentes, de uma forma geral, na pesquisas em didática e, particularmente, na didática da matemática, pois, segundo Bachelard (1993), o desenvolvimento dessa ciência, a matemática, “apresenta uma maravilhosa regularidade em seu desenvolvimento, conhecendo períodos de paradas, mas não etapas de erro ou rupturas que destruíssem o saber estabelecido em fases anteriores” (p. 22). O que significa dizer que, o tipo de ruptura que se encontra na evolução das ciências experimentais, de um modo geral, não encontramos com clareza no registro histórico do conhecimento matemático.

É válido destacar que esses estudos de Bachelard proporcionaram a utilização da história da matemática em um contexto educacional, onde se buscava, através do conhecimento matemático, em uma perspectiva histórica, entender o processo de construção desses conhecimentos, em sala de aula, pelos alunos.

Um dos pioneiros no tratamento e desenvolvimento dessa questão foi Guy Brousseau, nos anos de 1970, que partiu de sua concepção de salto informacional (salto entre dois estágios de conhecimentos), necessário para a superação de dificuldades (obstáculos) para que ocorra a aprendizagem.

Foi com Brousseau que a noção de obstáculo epistemológico foi utilizada nas pesquisas em didática da matemática, objetivando compreender as dificuldades de aprendizagem dos estudantes, bem como, encontrar meios para eliminá-las.

Para Brousseau, essa noção significava aquele obstáculo ligado à resistência de um saber mal-adaptado. Esse entendimento permite que tenhamos outra visão dos erros cometidos pelos alunos. Como afirma (Brousseau, 1976 apud IGLIORI, 1999):

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, o acaso, como se crê nas teorias empíricas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seus sucessos, mas que agora se revela falso, ou simplesmente mal adaptado (p. 100).

Como exemplo para ilustrar essa situação, podemos nos referir ao produto de dois números inteiros e positivos, que é sempre maior ou igual que cada um dos fatores; fato este que não se aplica ao produto de dois números fracionários. E que pode tornar-se um obstáculo à aprendizagem das propriedades operatórias desses números.

Bittencourt (1998, p. 14), nos informa que Brousseau está,

> Interessado inicialmente em questionar a existência ou não de obstáculos em matemática e em identificar tipos de obstáculos segundo suas origens, Brousseau (1976) lista três tipos: ontogenéticos, decorrentes do desenvolvimento cognitivo; didáticos, decorrentes de situações didáticas e epistemológicos, decorrentes da resistência ao próprio conhecimento, no sentido considerado por Bachelard.

A análise dos obstáculos no contexto da matemática foi objeto de estudo de vários pesquisadores, que abordaram essa questão por vários ângulos diferentes, mas com o mesmo objetivo, que era o de se construir um processo de ensino e de aprendizagem mais consciente e significativo.

Torna-se necessário, mesmo que de forma sucinta, citar alguns pontos do trabalho desses autores, para que tenhamos uma melhor compreensão do assunto e também da importância dessa noção para o ensino-aprendizagem da matemática.

Georges Glaser, em 1981, analisa os obstáculos existentes no estudo dos números relativos e relaciona seis obstáculos à aprendizagem desses números; são eles*: inaptidão para manipular as quantidades negativas isoladas; dificuldades de dar sentido às quantidades negativas isoladas; dificuldade de homogeneização da reta numérica; a ambigüidade dos dois zeros – zero absoluto e zero origem; a estagnação no estágio das operações concretas (por oposição ao estágio das operações formais), ou seja, a dificuldade de se afastar de um sentido "concreto" atribuído aos entes numéricos; desejo de um modelo* *unificante, isto é, por exemplo, o desejo de fazer funcionar um “bom” modelo aditivo (da perda e do ganho) para o modelo multiplicativo.*

Duroux (1982) entende por obstáculo, não uma dificuldade, mas um conhecimento válido em um contexto, mas que se torna sem efeito em outra situação. Como por exemplo, a idéia de que multiplicar significa que sempre obteremos um resultado maior do que os fatores utilizados, o que nem sempre é verdadeiro. O mesmo acontecendo com a noção de divisão, onde nem sempre teremos, como resultado, um número menor do que os envolvidos nessa operação.

Michele Artigue (1990) objetiva mais a busca e a identificação de processos geradores de obstáculos, em matemática, do que a identificação dos mesmos. E nos informa que, *a generalização abusiva; a regularização formal abusiva; a fixação sobre uma contextualização ou uma modelização familiares; a aderência exclusiva a um ponto de vista*, são exemplos desses processos geradores de erros.

Bernard Cornu (1981) ao pesquisar a existência de obstáculos epistemológicos no conceito de limite, relaciona os seguintes: *a impossibilidade de estabelecer ligação entre o geométrico e o numérico; a noção de infinitamente grande e infinitamente pequeno; o aspecto metafísico da noção de limite; o questionamento se um limite é atingido ou não.*

No caso específico da prática pedagógica, torna-se conveniente referir-se à existência de obstáculos didáticos ou didactogênicos decorrentes de situações didáticas mal elaboradas, da concepção de ensino e de aprendizagem, de como se concebe o conhecimento matemático, o currículo, etc.

Nesse sentido, Pais (2002, p. 44) esclarece que;

> Os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar.

Com isso, podemos entender que existe uma diversidade de fatores (psicológicos, culturais, etc.) relacionados à situação didática e que podem ser fontes de obstáculos, e que irão interferir no processo individual de construção do conhecimento.

Torna-se relevante destacar que o reconhecimento desses obstáculos, pelo professor, é um importante aliado para a existência e manutenção de um processo de ensino consciente e comprometido com a qualidade da aprendizagem.

- **A Linguagem Simbólica e a Abstração do Conhecimento Matemático:**

Devemos entender a comunicação como um processo social indispensável para a existência humana. É através da comunicação que as pessoas se relacionam, transformam-se mutuamente, e à realidade que as rodeiam.

Podemos perceber, facilmente, que a força da comunicação no mundo atual é de uma multiplicidade infinita. Realmente, a todo instante, o homem sofre o impacto desse processo.

A vida e o comportamento do ser humano são regidos pela informação, pela persuasão, pela palavra, sons, cores, formas, gestos e símbolos.

Nesse sentido, para Bordenave, (2000, p. 24),

> A atribuição de significados a determinados signos (símbolos) é precisamente a base da comunicação em geral e da linguagem em particular. De posse de repertórios de signos, e de regras para combiná-los o homem criou a linguagem.

Restringiremos nossa abordagem, sobre a linguagem, ao contexto educativo, particularmente à sua importância no ensino e na aprendizagem da matemática[1].

É bastante comum, hoje em dia, se atribuir à linguagem simbólica da matemática, bem como ao grau de abstração exigido para sua aprendizagem, a responsabilidade pelo baixo desempenho dos alunos nessa disciplina. O que acaba gerando outro tipo de obstáculo em sala de aula, que é a rotulação e a classificação dos alunos, ou seja, aqueles que compreendem e manipulam a simbologia matemática, de forma acertada e adequada, freqüentemente são

[1] Ver: DEVLIN, K. O Gene da Matemática. Tradução de Sérgio M. Rego. Rio de Janeiro:Record, 2004.

considerados gênios, enquanto que aqueles que não conseguem, de imediato, superar as dificuldades e adquirir o entendimento necessário para que se proceda a aprendizagem, são considerados os problemas da turma.

Para revertermos essa situação, é preciso entender que não se deve confundir capacidade com interesse, o que, por si só, já resolveria uma série de problemas relativos ao ensino e a aprendizagem da matemática.

Outro ponto que deve ser considerado é a importância da comunicação na sala de aula de matemática, pois, ensinar e aprender são atos eminentemente comunicativos, que envolvem diversos agentes, sendo que, indiscutivelmente, os principais são os professores e os alunos.

O professor, como principal responsável pela organização do discurso em sala de aula, exerce um papel fundamental na utilização da linguagem matemática, pois é através dela que irá promover atividades que estimulem e impliquem a comunicação oral e escrita, levando o aluno a verbalizar os seus raciocínios, explicando, discutindo, confrontando processos e resultados, promovendo, dessa forma, a aprendizagem.

Desse modo, o professor como articulador entre o conhecimento e a aprendizagem dos alunos, deve promover o esclarecimento, o entendimento e a correta utilização da linguagem matemática. Para isso, deve utilizar as mais variadas metodologias, como por exemplo, a história da matemática, que nos mostra a necessidade do surgimento da linguagem matemática em função das imperfeições das línguas naturais para desenvolver o conhecimento matemático, bem como, os vários aspectos que compõem a formalização dessa linguagem. Assim, ao pesquisar a história da simbologia matemática, o aluno pode encontrar respostas para suas dúvidas e também compreender os porquês deste processo de formalização.

Nesse sentido, Machado (1998) nos esclarece que:

> Como se sabe, tais linguagens delinearam-se a partir do pressuposto de que as línguas naturais são imperfeitas, permitindo a ambigüidade; além disso, suas gramáticas são, muitas vezes, destituídas de lógica. A partir daí, muitos filósofos como Leibniz, Descartes, Condillac e outros sonharam com a construção de uma língua adequada para o exercício da razão, uma “língua dos cálculos”, cuja gramática teria características plenamente lógicas e que possibilitaria uma expressão precisa,

> sem dar margem a querelas de quaisquer tipos. Questões que resultassem confusas, quando formuladas nas línguas naturais, quando “vertidas” para tal linguagem, resultariam elucidadas: bastaria que nos dispuséssemos a “calcular” segundo as transparentes regras gramaticais a nossa disposição (p. 105).

O próprio Galileu Galilei, em seu *Il Saggiatore*[2] (1623) nos fala da importância da linguagem matemática para a compreensão da realidade, afirmando que:

> A filosofia está escrita nesse grande livro — ou seja, o Universo — que se encontra aberto continuamente ante os nossos olhos, mas ele não pode ser entendido a menos que se aprenda, primeiro, a ler sua linguagem e interpretar as letras com as quais o compuseram. Ele foi escrito no idioma da matemática e seus símbolos são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem as quais é humanamente impossível entender uma única palavra de seu texto.

E dessa forma, percebemos ser possível ao professor, buscar na história da matemática o apoio para se atingir, conjuntamente com os alunos, os objetivos pedagógicos que os levem a compreender a linguagem matemática, a própria matemática, as conexões existentes entre a matemática e a realidade, a promoção de um processo de ensino-aprendizagem que possibilite a desmistificação da matemática e o estímulo à não-alienação de seu ensino. Pois, como afirma Kline (1972, p. 9),

> Os cursos regulares de matemática são mistificadores num aspecto fundamental. Eles apresentam uma exposição do conteúdo matemático logicamente organizada, dando a impressão de que os matemáticos passam de teorema a teorema quase naturalmente, de que eles podem superar qualquer dificuldade e de que os conteúdos estão completamente prontos e estabelecidos[...]. As exposições polidas dos cursos não conseguem mostrar os obstáculos do processo criativo, as frustrações e o longo e árduo caminho que os matemáticos tiveram que trabalhar para atingir uma estrutura considerável.

---

[2] Ver: MAOR, E. e: A história de um número. Tradução de Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2003.

E, tendo em mente esse ponto de vista é que devemos pensar na importância que tem a história da matemática nos cursos de formação de professores, pois, segundo Menezes (2000),

> Como a matemática é uma área do saber de enorme riqueza, é natural que seja pródiga em inúmeras facetas; uma delas é, precisamente, ser possuidora de uma linguagem própria, que em alguns casos e em certos momentos históricos se confundiu com a própria matemática (p. 16).

Por isso, é de fundamental importância que o professor esteja atento ao excessivo uso da simbologia, pois tal fato, certamente, trará dificuldades aos alunos e impedirá a imediata compreensão da idéia representada pelo símbolo. Fato este, gerado pela inadequada apresentação da linguagem matemática, pois, como afirma Zuchi (2004, p. 51) “a linguagem matemática desenvolveu-se para facilitar a comunicação do conhecimento matemático entre as pessoas”.

George Polya (1995), também destacou a importância da notação matemática, afirmando que:

> Não é possível exagerar a importância da notação em matemática. Os computadores modernos, que usam a notação decimal, apresentam uma grande vantagem sobre os antigos, que não dispunham desta maneira conveniente de escrever os números. Um estudante de curso médio atualmente, que conhece a notação usual da Álgebra, da Geometria Analítica e do Cálculo Diferencial e Integral, leva uma imensa vantagem sobre os matemáticos gregos na resolução de problemas de áreas e volumes que exercitaram o gênio de Arquimedes (p.97).

Bem como seu ensino adequado, informando que:

> Há sempre alguma coisa de arbitrário e artificial numa notação e o aprendizado de uma nova notação constitui uma sobrecarga para a memória. O estudante inteligente recusará aceitar este ônus se ele não notar nisso nenhuma compensação. A sua aversão pela Álgebra se justificará se não lhe for dada ampla oportunidade para que ele se convença, por sua própria experiência, de que a linguagem dos símbolos matemáticos ajuda o raciocínio. Auxiliá-lo nessa experiência constitui uma das mais importantes tarefas do professor (p. 101).

Um ponto importantíssimo a ser considerado, quando abordamos a linguagem simbólica da matemática, é a abstração.

Para destacarmos a interdependência existente entre a linguagem e a abstração, recorremos a Baraldi (1999, p. 61), que nos diz:

> A verbalização do conhecimento sob a forma de proposições é um processo refinado, que permite que as idéias se tornem mais claras, mais explícitas, mais precisas e delineadas mais nitidamente. Ela ainda permite a transformação do pensamento envolvido na elaboração das idéias, aprimorando e ampliando seus significados e seu poder de aplicabilidade. Além disso, a linguagem viabiliza a interação de indivíduos e, conseqüentemente, os conhecimentos se confrontam, sofrendo transformações e proporcionando a criação de idéias novas, em graus diferentes de abstração, de generalização e de precisão.

Ou seja, a linguagem é responsável, também, pela viabilização da capacidade de compreendermos e manipularmos relações entre abstrações. É sabido que todos os sistemas lingüísticos, desde aqueles puramente ideográficos até os alfabéticos, estão baseados, necessariamente, em abstrações, mesmo que de naturezas distintas, características de cada caso.

Nesse contexto, logicamente, inclui-se a linguagem matemática. Onde percebemos, perfeitamente, a impregnação da abstração, que podemos entender como a conseqüência de seu vasto sistema de signos, e segundo (Pagliaro, 1967 apud MACHADO, 1997,) “possibilita à mente desenvolver a capacidade de abstrair”.

Percebemos, então, a importância das abstrações, enquanto elementos naturais de qualquer linguagem. Também suas influências sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, que são originadas pelas concepções que os professores têm acerca dessa componente, sobre isso, Machado (1997) esclarece que:

> [...] o que parece ter importância decisiva é o papel das abstrações enquanto elementos mediadores de um processo que parte do real e a ele se destina, em última instância, e não como

> elementos de uma de suas categorias gerais, mutuamente exclusivas, em que todos os entes devem enquadrar-se: o abstrato e o concreto (p. 55).

Nesse sentido, não devemos confundir a abstração, enquanto característica inerente a qualquer sistema de linguagem, com o próprio conhecimento matemático, pois com isso, corremos o risco de acentuarmos, mais ainda, a aversão pela matemática, de promover um ensino equivocado e desprovido de propósitos educativos.

Dessa forma, no contexto da sala de aula, o alto grau de abstração, que também pode ser causado pelo tipo de concepção de ensino do professor, pode tornar-se um problema sério para a aprendizagem. Conforme afirma Malba Tahan (1968, p. 59), “o que torna difícil o ensino da matemática é o inalterável hábito latino de começar sempre pelo abstrato, sem passar pelo concreto”.

Desse modo, entendemos que grande parte das dificuldades observadas, tanto no ensino quanto na aprendizagem da matemática e que são atribuídas à natureza do conhecimento matemático, decorre justamente da concepção que se tem sobre a matemática, principalmente quando se considera a matemática o lugar das abstrações.

Desse fato, decorrem os equívocos mais fundamentais sobre a natureza do conhecimento matemático. Conforme nos esclarece Machado (1987, p. 58), “[...]não são suas características intrínsecas que a empurram para o terreno das abstrações, mas sim as características, digamos, impostas, ou que nos acostumamos a associar-lhes”.

Cabe, então, ao professor não se prender a pré-concepções acerca do conhecimento matemático ou de seu ensino, e sim, procurar uma prática pedagógica mais consciente, que promova a compreensão da natureza e das características distintivas e específicas do pensamento matemático e a desalienação de seu ensino.

Para isso, torna-se importante que o aluno conheça o aspecto histórico da linguagem matemática, ou seja, o seu desenvolvimento, e perceber que a linguagem, como nós a utilizamos hoje, nem sempre foi assim, que levou vários séculos para se desenvolver, originando-se de um estilo retórico (totalmente escrito em palavras), passando pelo estilo sincopado (que utilizava abreviações das palavras) até chegar à forma simbólica atual. Para exemplificar essa evolução, podemos nos referir à forma como Euclides (c. 300 A. C.) e Descartes (1596 - 1650) referiam-se ao círculo[3].

Para Euclides, *o círculo era uma figura plana contida por uma linha [isto é, uma curva] tal que todas as linhas retas que vão até ela de um certo ponto de dentro do círculo – chamado de centro – são iguais entre si*.

Já para Descartes, *um círculo é todo X e Y que satisfaça a* $X^2 + Y^2 = r^2$ *para algum número constante* r.

Percebemos, então, além da abstração e do poder de síntese que essa notação imprime a uma idéia, a um pensamento matemático; a sua simplicidade e leveza, que os séculos de evolução trouxeram para a linguagem matemática. Tal fato, deve ser muito bem esclarecido pelo professor, em sala de aula, com a finalidade de melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática.

- **O Tratamento do Erro no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática:**

> Admitidamente, todos nos esforçamos por evitar erros; e deveríamos ficar tristes ao cometer um engano. Todavia, evitar erros é um ideal pobre; se não ousarmos atacar problemas tão difíceis que o erro seja quase inevitável, então não haverá crescimento do conhecimento. De fato, é com as nossas teorias mais ousadas, inclusive as que são errôneas, que mais aprendemos. Ninguém está isento de cometer enganos; a grande coisa é aprender com eles. (Karl Popper, 1975 apud CARVALHO, 1997).

A escola é a instituição social onde o lado cognitivo dos sujeitos é considerado o ponto principal a ser trabalhado. A partir daí, no contexto da sala de aula, o professor, inicia uma série de procedimentos / atividades que objetivam

[3] Ver: MLODNOW, L. A Janela de Euclides. Tradução de Enézio E. de A. Filho. São Paulo: Geração Editorial, 2004.

a promoção das aprendizagens dos alunos. Nesse sentido, o professor, através de uma estratégia de ensino, promove e desenvolve atividades, avalia e julga o desempenho dos alunos. Certamente, essa estratégia utilizada sofre influências de uma série de fatores, como por exemplo, a concepção de ensino do professor, os objetivos a serem alcançados, sua forma de ver e trabalhar o conhecimento matemático, bem como suas expectativas em relação aos alunos, e também, de uma forma bem mais abrangente, do tipo de contrato didático existente.

Nesse contexto, impregnado por concepções, paradigmas e expectativas mútuas, é que surge um elemento importantíssimo e que ocupa um lugar preponderante no processo de ensino-aprendizagem, que é a noção de erro.

Costumeiramente, o erro tem sido visto como falha, incoerência, sinônimo de fracasso; portanto, deve ser punido. Tal procedimento é fruto de uma visão distorcida, tanto no ambiente escolar quanto no social, pois a visão que tanto o aluno quanto o professor carregam é o dá classificação mediante correção. Desde cedo é incutida no ser humano a idéia de medir para classificar e, portanto, excluir.

Tal procedimento, parece-nos até adquirir um caráter cultural, pois se dá em várias dimensões da sociedade, como por exemplo, no trabalho, na família e na escola. Particularmente, o ambiente escolar tem enaltecido muito os procedimentos competitivos e classificatórios, conforme nos fala Hoffmann (1998)

Nesse sentido, Macedo, (1994, p. 63) percebe que:

> Olhando a situação do professor, temos que ele acaba por não reconhecer a importância do erro no processo de aprendizagem, não se interessa por saber quais as causas do erro, concebendo-o como algo ruim que deve ser evitado e punido.

O que acaba se traduzindo em uma concepção de que os alunos são incapazes de desenvolver conhecimento matemático.

E, no que diz respeito ao conhecimento matemático, pelas vias da educação, continua sendo incutido que a matemática é difícil, que nela, ou se está certo ou se está errado, não havendo, portanto, meio termo, o que acaba desenvolvendo nos alunos sentimentos negativos em relação à matemática; como afirma D´Ambrosio (1993, p.25), “Assim, considera-se que a matemática escolar constitui-se em uma coleção de “verdades” a serem transmitidas pelos professores e absorvidas pelos alunos”.

Felizmente, nos últimos anos, percebemos uma mudança significativa na forma como o erro é visto e trabalhado no contexto de sala de aula, o que vem mostrar que o dinamismo do sistema educativo, em toda a sua complexidade, não comporta mais causas únicas e muito menos imutáveis, funcionando como um corretor natural do processo de ensino-aprendizagem, convidando a todos que dele fazem parte, a uma mudança de concepções e atitudes frente ao erro. O que permite vê-lo, não como uma falha, mas como uma fonte de reflexão sobre a prática do professor, bem como sobre a aprendizagem do aluno.

É nesse sentido que Carvalho (1997) nos fala que o erro pode ser de diferentes formas e ter diferentes interpretações. O que não podemos é nos precipitar, pela presença do erro, e atestar uma condição de não-aprendizagem ou de fracasso no ensino-aprendizagem. O que, para Pinto (1997, p. 49), significa que: “a idéia do erro só emerge no contexto da existência de um padrão considerado correto”. Estando de acordo com a afirmação de Macedo (1994), quando nos fala que, algo errado em um contexto, em outro, pode estar correto. Sugerindo a idéia da existência de um referencial quando tratamos com o certo e o errado.

Dessa forma, para Nuesch e Lema (1999) os erros podem ser analisados em relação aos seguintes contextos: do aluno (relativo ao desenvolvimento cognitivo); do conhecimento (relativo aos obstáculos epistemológicos); da relação professor-aluno (relativo ao contrato didático); da relação aluno-conhecimento (relativo às concepções anteriores dos alunos); da relação professor-conhecimento (relativo às concepções didáticas do professor – obstáculos didáticos).

Não podemos deixar de pensar, também, no erro que tem como causa a inadequação do sistema escolar, quando este não leva em consideração o universo cultural do aluno. E nesse sentido, Pinto (1997), nos informa que:

> É possível supor que a escola erra de três maneiras diferentes: por desconhecimento das características gerais do funcionamento mental humano nas várias fases do desenvolvimento; por desconhecimento dos conteúdos do segmento cultural que

> contextua os seus aprendizes concretos; e por desconhecimento das histórias de vida próprias a cada um (p. 72).

Desse modo, torna-se importante, principalmente quando nos referimos à complexidade do fenômeno educativo, conhecermos, o melhor possível, tanto aquilo que vai ser ensinado, quanto aquele a quem se vai ensinar.

Para La Taille (1997, p. 31), na perspectiva construtivista, o erro se configura como elemento de fundamental importância para a aprendizagem, uma vez que, para Piaget, a evolução da inteligência e dos conhecimentos provém de situações perturbadoras.

Ou seja, o erro pode ser fonte de tomada de consciência, podendo levar o indivíduo a modificar seus esquemas de pensamento, de assimilação.

Decorre daí, a importância e a necessidade, para o aluno, de reconhecer e identificar a origem de seu erro. O que muitas vezes pode ser feito através de um esclarecimento por parte do professor, de uma discussão envolvendo toda a classe, e até mesmo apresentar outra situação (um contexto familiar ao aluno) que permita ao aluno verificar a exatidão ou não de sua resposta. É em relação a isso que David Ausubel nos fala que o fato isolado mais importante que vai influenciar a aprendizagem é aquilo que o aluno já conhece; deve-se descobrir o que ele sabe e ensiná-lo a partir daí.

Na visão epistemológica de Bachelard, o erro é visto como um elemento revelador das dificuldades dos alunos; neste aspecto, torna-se um valioso aliado para o professor, pois permite que sua prática seja constantemente reavaliada.

Bittencourt (1998) esclarece que, a noção de obstáculo epistemológico, proposta por Bachelard, torna-se necessária para embasar uma ruptura com os paradigmas presentes nas posturas didáticas tradicionais, nas quais aparecem, conforme afirmamos anteriormente, muitos mitos e preconceitos em relação a matemática, seu ensino e, também sobre o erro.

Em relação a isso (Brousseau, 1983 apud IGLIORI, 1999) nos diz que:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se crê nas teorias empíricas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seus sucessos, mas que agora se revela falso, ou simplesmente mal adaptado.

Com relação a essa afirmação, podemos perceber que a relação de ordem existente no conjunto dos números naturais, por exemplo, pode ser um obstáculo quando trabalhamos com a seqüência dos números decimais.

Para Gusmão e Emerique (2000, p.63) “o erro pode constituir-se num obstáculo emocional”. Pois, assumem que a matemática é uma das disciplinas que mais desencadeia emoções na sala de aula.

Nesse sentido, Dantas (1997) nos diz que as emoções respondem por grande parte dos desacertos na aprendizagem. O que faz sentido, pois, as emoções, os sentimentos, fazem parte de nossa essência, enquanto seres compostos por múltiplas dimensões. Esse aspecto, essa característica que nos constitui, não pode, em nenhum momento, ser deixada de lado pelo professor.

Desse modo, cabe ao professor rever seus conceitos, sua prática; apropriar-se de novos conhecimentos, reformar-se constantemente, e não se limitar a trabalhar somente o lado intelectual do aluno. Deve enxergar, também, a dimensão das emoções, a dimensão da formação moral do indivíduo, procurando desenvolver os valores pessoais e coletivos dentro de sala de aula, com o objetivo de fazer surgir cidadãos mais conscientes de seu potencial e da realidade social que nos cerca; que tenham como objetivo, também, a construção de uma sociedade mais justa, mais fraterna, mais humana.

O que foi tratado neste capítulo reforça aquilo que dissemos anteriormente, no capítulo 1, ou seja, que a concepção epistemológica do ato de ensinar requer que se procure compreender a construção do conhecimento no contexto da realidade vivida pelas pessoas e, que a complexidade do ato de ensinar, em nosso caso a matemática, requer que busquemos auxílio em outras do conhecimento humano, como por exemplo, a Psicologia, onde obtivemos a fundamentação teórica para a nossa proposta de ensino da matemática, através dos mapas conceituais, a qual trataremos, posteriormente, em capítulo próprio.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS MAPAS CONCEITUAIS

> "Se tivesse que reduzir toda a psicologia educativa a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influi na aprendizagem, é aquilo que o aprendiz já sabe. Investigue isso e ensine-o de acordo". (David P. Ausubel, 2002)

Podemos entender como mapas conceituais os esquemas gráficos utilizados para representar a estrutura básica de um conhecimento sistematizado, que é representado pela rede de conceitos[4] e proposições[5] relevantes desse conhecimento.

De forma mais específica, os mapas conceituais podem ser vistos como diagramas hierárquicos que procuram refletir a organização conceitual de uma disciplina ou parte dela. Sendo que sua estrutura (dos mapas) é devida à estrutura conceitual da disciplina com a qual se vai trabalhar.

Segundo Faria (1995, p.1), "os mapas conceituais podem ser concebidos como instrumentos para cartografar o conjunto de idéias aprendidas em uma área específica, por alunos ou por sujeitos da pesquisa educacional".

Essa forma de utilização dos mapas conceituais foi a primeira a ser utilizada, na década de 60, pelo psicólogo educacional J. D. Novak; que é considerado o criador dos mapas conceituais.

Novak e seus colaboradores, objetivando identificar como o significado dos conceitos, aprendidos por estudantes (individualmente), muda com o tempo, utilizou os mapas conceituais em suas pesquisas; inspiradas nas mesmas técnicas utilizadas por Piaget em suas pesquisas psicogenéticas.

---

[4] Para Ausubel são objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos criteriais comuns, e que são designados por algum signo ou símbolo, tipicamente uma palavra com significado genérico.
[5] São idéias compostas, expressas verbalmente em forma de sentença.

Atualmente, os mapas conceituais são utilizados em várias atividades, principalmente educacionais, como por exemplo: estratégias de estudos, de apresentação de itens curriculares, como instrumento para a avaliação da aprendizagem educacional, em pesquisas educacionais, como organizadores avançados em informática educativa, etc.

Os princípios para a criação, seleção e organização dos mapas conceituais foram encontrados na teoria da aprendizagem significativa do psicólogo educacional David P. Ausubel. Essa teoria, de orientação cognitiva e voltada para a aprendizagem verbal, proporciona os princípios teóricos para a construção dos mapas conceituais, fornecendo os critérios orientadores para a seleção dos itens que comporão os mapas, bem como seus princípios organizacionais.

Por esses motivos, e com o objetivo de proporcionar uma melhor compreensão acerca dos mapas conceituais e sua utilização como elemento facilitador da aprendizagem, abordaremos, primeiramente, sua fundamentação teórica.

- **Teoria da Aprendizagem Significativa: Fundamentação Teórica para a Elaboração e Utilização dos Mapas Conceituais.**

A teoria da assimilação de Ausubel é uma teoria cognitiva e, como tal, procura explicar os mecanismos internos que ocorrem na mente dos seres humanos e que proporcionam a aquisição, a compreensão, a transformação, o armazenamento e uso de novos conhecimentos.

A idéia central dessa teoria é a de que o fator isolado mais importante que vai influenciar diretamente a aprendizagem é o que o aluno já sabe, ou seja, os conhecimentos já adquiridos é que servirão como “*base*” para a aprendizagem de novos conceitos.

Dessa forma, as novas informações adquirem significado para o indivíduo através da interação com conhecimentos já existentes em sua estrutura cognitiva, sendo por esses assimilados e contribuindo para sua diferenciação, elaboração e estabilidade; é nesse sentido que a aprendizagem é dita significativa.

É importante ressaltar que a teoria de Ausubel não se refere a todos os tipos de aprendizagens, mas dá ênfase para a aprendizagem significativa verbal, que é predominante em sala de aula.

Ausubel, em seus trabalhos, refere-se à aprendizagem significativa, tanto por recepção, quanto por descoberta; sendo que aquela recebe maior ênfase.

Para facilitar o desenvolvimento deste tópico e, também, o seu perfeito entendimento, utilizamos o recurso dos mapas conceituais, mesmo que de forma um pouco antecipada, antes de abordarmos o assunto propriamente dito, para mostrar os principais conceitos da teoria de Ausubel, bem como a relação entre eles; conforme mostrado na figura 3.

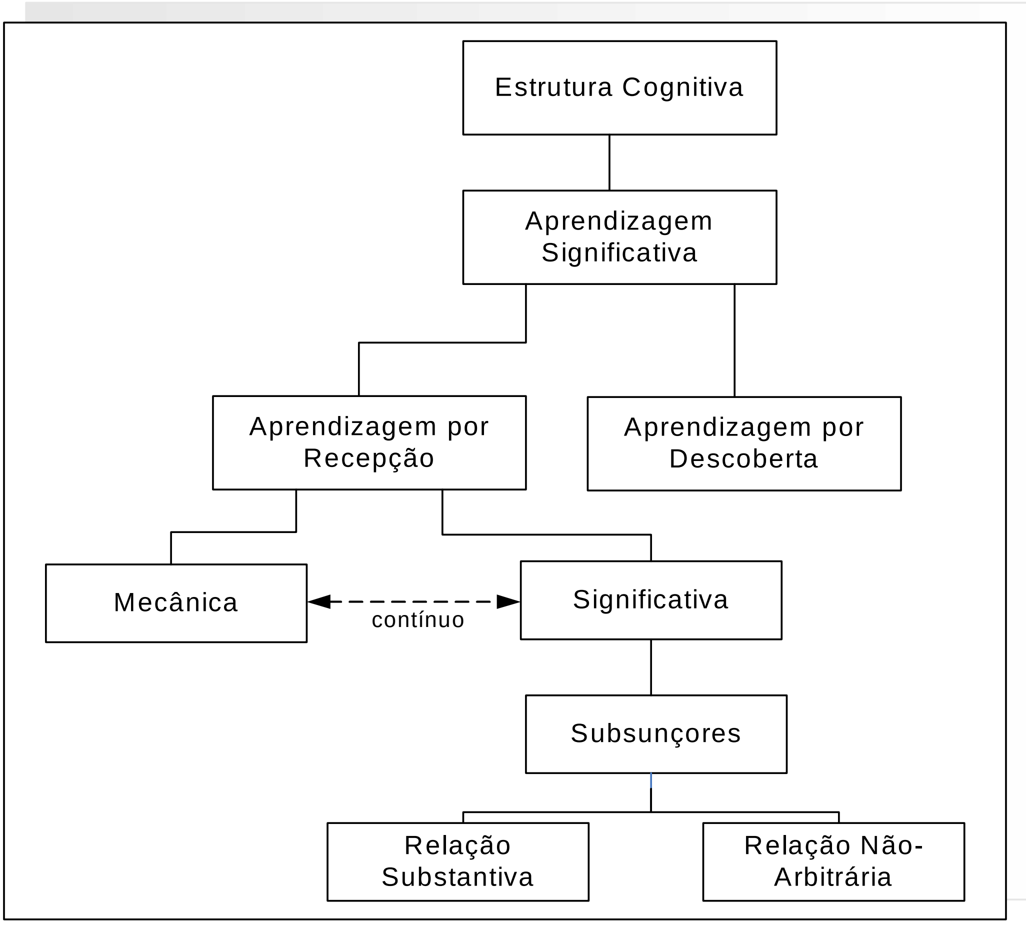


Figura 3. Adaptado de Faria (1995).

- **Estrutura Cognitiva:**

Ao referirem-se à estrutura cognitiva, Moreira e Massini (1982) nos informam que, é o conteúdo total e organizado das idéias de um indivíduo; ou, no contexto da aprendizagem de uma disciplina escolar, refere-se ao conteúdo e organização de suas idéias nessa área particular do conhecimento.

Essa abordagem põe ênfase na aquisição, armazenamento e organização de idéias no cérebro do indivíduo. E que, segundo Ausubel, é algo altamente organizado, com articulações formadas entre vários elementos mais antigos e mais recentes, que conduzem a uma hierarquia conceitual, onde os elementos mais específicos do conhecimento são ligados a conceitos mais inclusivos.

A estrutura cognitiva, portanto, refere-se a um arcabouço de conceitos hierarquicamente organizados, que são as representações (abstrações) das experiências de uma pessoa.

- **Aprendizagem Significativa no Processo de Aprendizagem da Matemática:**

A teoria cognitiva de Ausubel nos diz que novas idéias, novas informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como pontos de ancoragens para novas idéias e conceitos.

Nesse sentido, podemos entender que:

> A aprendizagem significativa processa-se quando o material novo, idéias e informações que apresentam uma estrutura lógica, interage com conceitos relevantes e inclusivos, claros e disponíveis na estrutura cognitiva, sendo por eles assimilados, contribuindo para sua diferenciação, elaboração e estabilidade. Essa interação constitui, segundo Ausubel (1968, p. 37-39), uma experiência consciente, claramente articulada e precisamente diferenciada, que emerge quando sinais, símbolos, conceitos e proposições potencialmente significativos são relacionados à estrutura cognitiva e nela incorporados (MOREIRA; MASSINI, 1982, p. 4).

Aos suportes ideacionais já disponíveis na estrutura cognitiva e necessários para que se estabeleça a aprendizagem significativa, e que podem ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição, Ausubel chamou-os de *conceitos subsunçores*, ou idéias de esteio.

Como exemplo ilustrativo de informações relevantes que possam constituir-se em suportes ideacionais pertinentes ou idéias-âncoras — termo também utilizado por Ausubel — e que propiciam a aquisição de novos conhecimentos, podemos nos referir aos conceitos de relação, de função, de domínio, de contradomínio, de imagem, e que facilitaram a aquisição de outros conceitos, como os de função quadrática, exponencial e afim. Conforme observamos no mapa conceitual da figura 4.

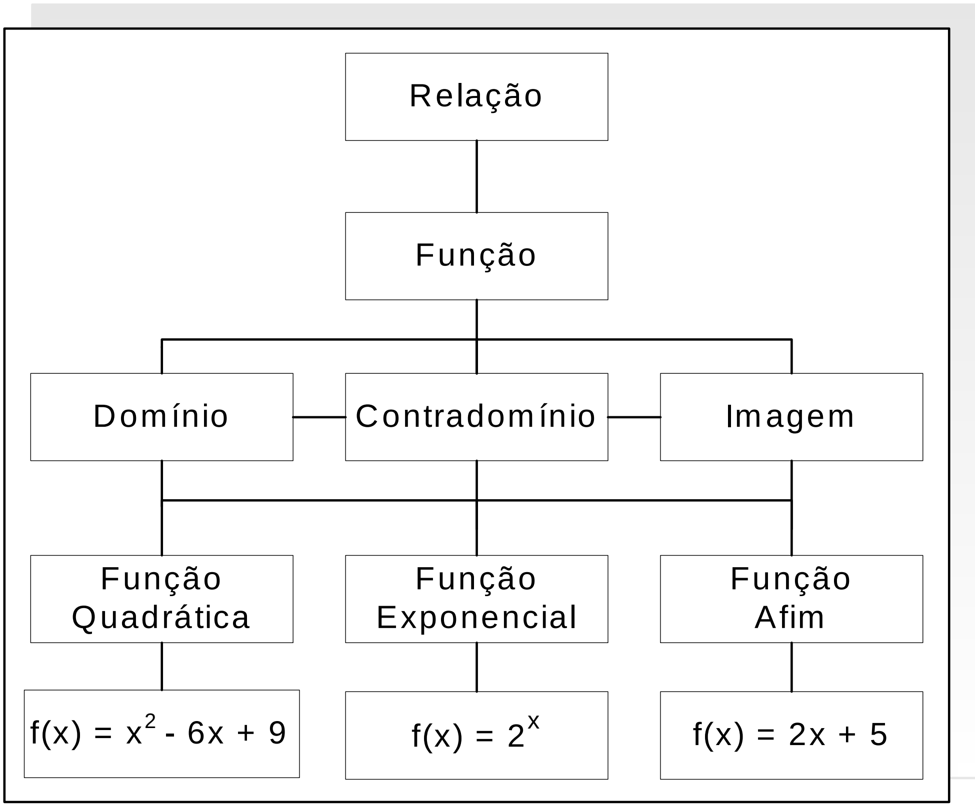


Figura 4

Outro exemplo ilustrativo para mostrar a importância de conceitos subsunçores para a aprendizagem, podemos encontrar na geometria, por ocasião do estudo das figuras planas, como por exemplo, o estudo do paralelogramo, do retângulo, do losango, do trapézio retângulo. Os quais necessitam, para sua correta identificação e diferenciação, da aprendizagem de conceitos mais inclusivos, como os de: paralelogramos, trapézios, trapezóides, de quadrilátero, de ângulo. Como podemos perceber no mapa da figura 5.

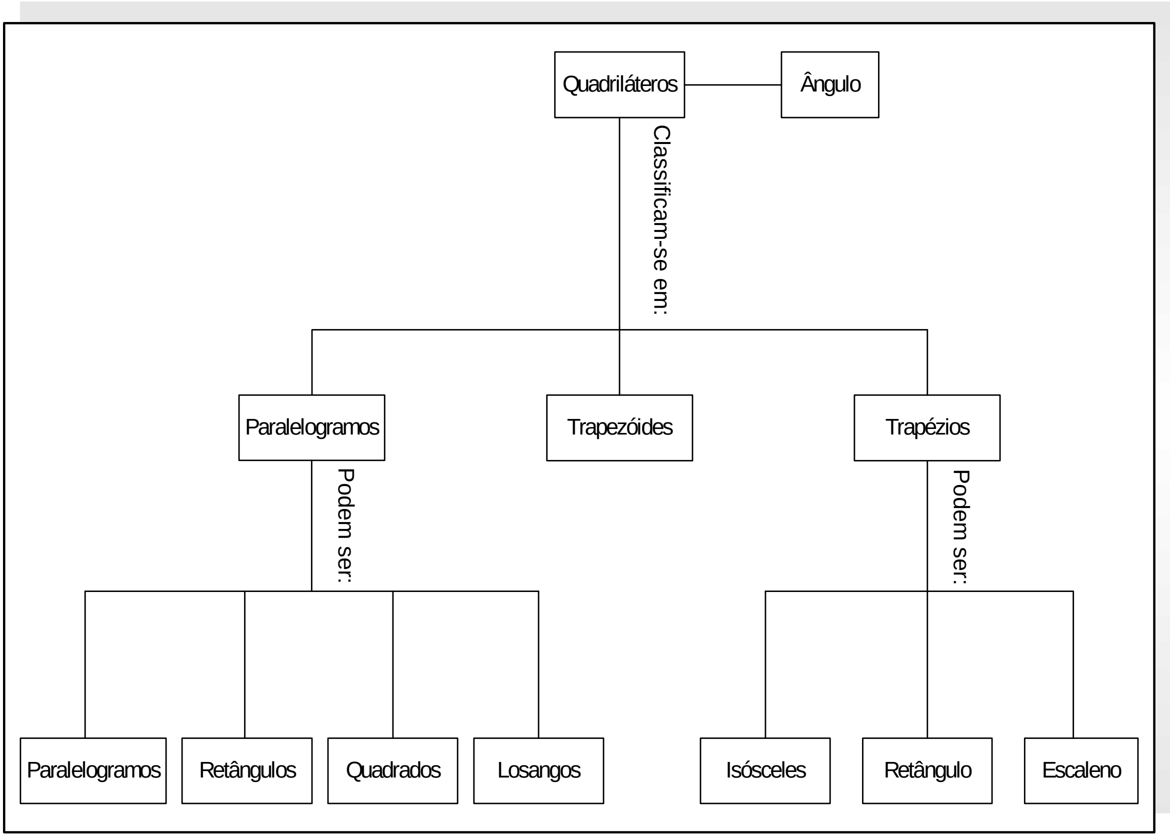


Figura 5

Quando se refere aos subsunçores e sua importância para a aprendizagem, Faria (1995) destaca que os conceitos mais amplos e mais inclusivos (como por exemplo, o conceito de seqüências numéricas) são de fundamental importância para a aprendizagem de conceitos subordinados ou menos inclusivos (como por exemplo, o de números triangulares, quadráticos, etc.). Conforme observamos no mapa da figura 6.

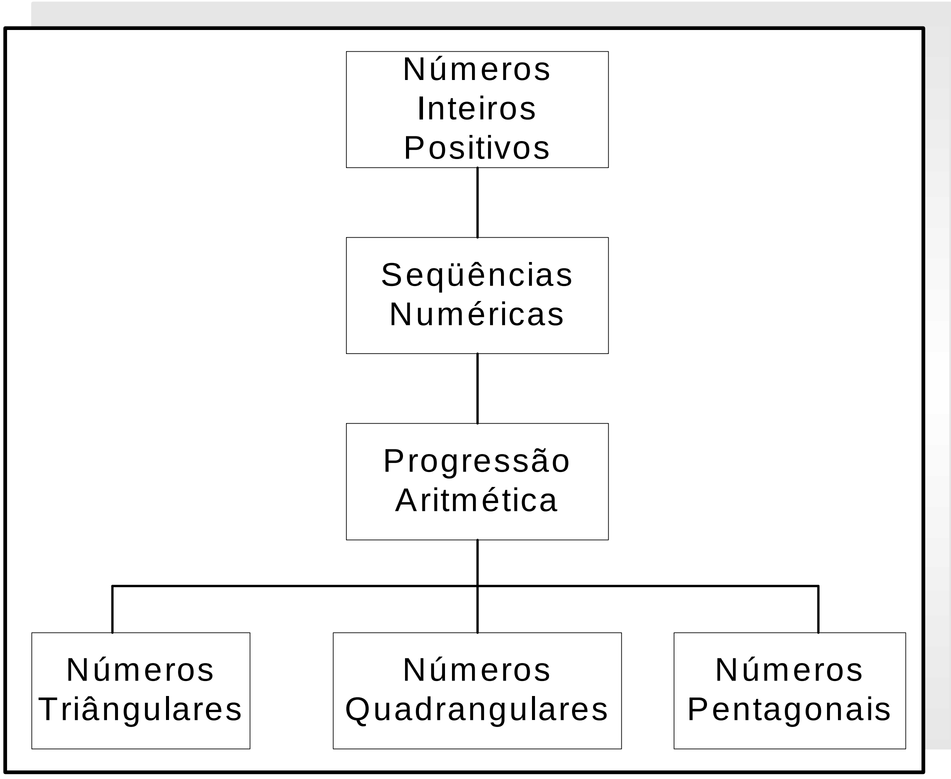


Figura 6

É importante destacar que os conceitos estabelecidos na estrutura cognitiva tenham sido aprendidos com clareza, o que proporcionará ao aluno, estabelecer similaridades e diferenças entre eles, utilizá-los corretamente na resolução de situações-problemas, estendê-los a outras situações, e não somente àquelas que estejam sendo trabalhadas em sala de aula.

- **Relação Não-arbitrária e Relação Substantiva:**

Para destacar a importância que existe no relacionamento entre a aquisição de novos conceitos, novas idéias, e os conhecimentos já adquiridos pelo aluno, para que se processe a aprendizagem, Ausubel (1980) criou os conceitos de "*relação não-arbitrária*" e "*relação substantiva*" (não literal). Tais relações, constituem para Ausubel a essência do processo de aprendizagem significativa.

A relação não-arbitrária ocorre entre o novo conhecimento que deve ser adquirido e uma idéia ou conceitos especificamente relevantes, já estabelecidos na estrutura cognitiva, e não de forma aleatória com qualquer conceito. Para esclarecer e exemplificar este tipo de relação, vamos considerar a aprendizagem do teorema de Cramer[6], o qual se relaciona de modo significativo com os conhecimentos sobre resolução de sistemas de equações lineares, com o conceito de determinante, que por sua vez relaciona-se significativamente com o conceito de matriz; evidenciando um encadeamento lógico e bem coerente.

Outro exemplo que podemos considerar, é sobre a aprendizagem dos conhecimentos sobre função logarítmica, os quais se relacionam significativamente com os conceitos bastante inclusivos, previamente adquiridos, como o de relação, de função, com os conceitos intermediários de domínio, contradomínio e imagem. E também, com os conhecimentos sobre potenciação, radiciação, exponencial; que já supõe, estabelecidos na estrutura cognitiva.

Já, a relação substantiva, constitui o segundo critério da aprendizagem significativa, Ausubel (1980), afirma que se o material instrucional a ser aprendido for potencialmente significativo para o aluno, ou seja, for suficientemente não arbitrário, então permitirá que um símbolo ou grupo de símbolos ideacionalmente equivalentes se relacionem à estrutura cognitiva, sem qualquer alteração resultante em seu significado. Em outras palavras,

> A aprendizagem significativa ou a aprendizagem emergente não está condicionada ao uso ‘exclusivo’ de signos ‘particulares’, ou quaisquer outras representações particulares; o mesmo conceito ou proposição pode ser expresso através de uma linguagem sinônima que vai remeter exatamente ao mesmo significado. (Ausubel et al., 1980 apud FARIA, 1995).

Ou seja, é a substituição de idéias, de termos, por outros equivalentes, sem que haja mudança no significado ou alteração no conteúdo a ser aprendido.

Como exemplo, para ilustrar e facilitar o entendimento deste critério da aprendizagem significativa, vamos nos referir aos termos sinônimos, “solução” ou “raiz de uma equação”, que são usados indistintamente para representar um valor numérico ou literal, ou uma função, etc., e que se constituam como respostas de alguma equação.

---

[6] Gabriel Cramer (1704-1752), matemático suíço que em 1750 publicou essa regra em sua obra *Inroduction à l’Analyse des Lignes Courbes Algébriques*.

Podemos, com esse mesmo sentido, utilizar os termos: “função polinomial do 2º grau” ou “ função quadrática”, quando nos referimos à função: $f(x) = ax^2 + bx +c$.

Por ocasião do estudo das derivadas, podemos, quando nos referirmos à derivada do produto [u.v], onde “u” e “v” representam funções, substituí-lo por [f(x).g(x)], sem que ocorra qualquer problema para o perfeito entendimento do significado dos símbolos utilizados.

Igualmente, podemos nos referir às alegorias e metáforas utilizadas comumente no ensino da matemática, como nos mostra Nilson José Machado[7].

- **Aprendizagem Mecânica:**

Ausubel, em sua teoria cognitiva, definiu o termo aprendizagem mecânica como sendo aquela que ocorre quando as novas informações, novos conceitos, são estabelecidos na estrutura cognitiva sem nenhuma ou com pouca associação aos conceitos e conhecimentos relevantes já estabelecidos na estrutura cognitiva. Dessa forma, entre os novos conhecimentos e os já pertencentes à estrutura cognitiva, estabelece-se apenas uma relação arbitrária e literal, não resultando, conseqüentemente, em novos significados; pois entre a nova informação e aquela já internalizada, não há nenhuma interação.

Podemos tomar como exemplo para esse tipo de aprendizagem, a memorização de fórmulas, leis e conceitos matemáticos, ou as informações adquiridas em uma nova área do conhecimento e para as quais ainda não se possui os subsunçores necessários para que ocorra a aprendizagem significativa. O que permitiria ao indivíduo, segundo Faria (1995), “apenas a reprodução literal do conteúdo internalizado”.

Moreira e Massini (1982), afirmam que a aprendizagem mecânica é sempre necessária quando ainda não existem os subsunçores necessários para que ocorra a aprendizagem significativa. E, em relação a isso, esclarecem que:

> [...]a aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes a novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores,

[7] Ver: Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins. 2 ed. São Paulo: Cortez, 1995.

> ainda que pouco elaborados. À medida que a aprendizagem começa a ser significativa esses subsunçores vão ficando cada vez mais elaborados e mais capazes de ancorar novas informações. (p. 9-10)

Em relação à aquisição de subsunçores, para que ocorra a aprendizagem significativa, Ausubel nos diz que a maioria deles é adquirida através da assimilação, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa de conceitos; assuntos que serão abordados posteriormente.

- **Aprendizagem Receptiva e Aprendizagem por Descoberta:**

A diferenciação feita anteriormente entre a aprendizagem significativa e a aprendizagem mecânica, não deve ser aplicada, com o mesmo sentido, a estes dois tipos de aprendizagem, pois, segundo Ausubel, tanto uma quanto a outra podem ser significativas ou mecânicas, o que vai influenciar é o modo como o novo conhecimento é armazenado na estrutura cognitiva.

Podemos, então, entender como aprendizagem receptiva aquela na qual o conteúdo a ser aprendido é apresentado ao aluno em sua forma final, através de preleções, materiais verbais e/ou escritos, filmes, etc.

Enquanto que a aprendizagem será dita, por descoberta, quando os materiais instrucionais forem apresentados, por exemplo, através de problemas; devendo o aluno descobrir algum princípio fundamental, alguma lei científica.

Para facilitar o entendimento desses tipos de aprendizagens, vamos considerar os seguintes exemplos:

Aprendizagem por Recepção

Aprendizagem Mecânica		Aprendizagem Significativa
Decorar valores angulares das funções trigonométricas.	↔	Adquirir um melhor entendimento acerca da relação entre conceitos matemáticos.

Aprendizagem por Descoberta

Aprendizagem Mecânica		Aprendizagem Significativa
Descobrir a solução para o jogo dos triângulos ou quadrados mágicos[8].	↔	Encontrar a solução de um teorema ou problema matemático[9].

Segundo Faria (1995), "[...] as várias formas de aprendizagens escolares apresentam-se, geralmente, em algum ponto intermediário desse contínuo, e não necessariamente em um dos pólos" (p. 52).

- **Fatores que Influenciam a Aprendizagem Significativa:**

Ausubel classificou os fatores que afetam a aprendizagem significativa no que chamou de grupos de categorias, a saber: (1) *categoria intrapessoal* [refere-se aos fatores internos do aluno] e (2) *categoria situacional* [referente aos fatores presentes na situação de aprendizagem].

[8] Ver: Howard Eves em: Introdução à História da Matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora UNICAMP, 2004.
[9] Ver: Keith Devlin em: Os Problemas do Milênio. Tradução de Michelle Dysman. Rio de Janeiro: Editora Record, 2004.

Na categoria intrapessoal, apresenta as seguintes variáveis: (a) variáveis da estrutura cognitiva, (b) desenvolvimento de prontidão, (c) aptidão intelectual, (d) fatores motivacionais e atitudinais, (e) fatores de personalidade humana.

Na categoria situacional, são apresentadas variáveis como: (a) prática do professor, (b) classificação da disciplina, (c) fatores sociais e grupais, (d) características do professor, (e) características do material instrucional.

Os fatores intrapessoais são classificados em *categorias cognitivas* e *categorias afetivo-sociais*. Sendo que, naquela estão incluídos fatores intelectuais mais objetivos, enquanto que nesta, incluem-se fatores subjuntivos e interpessoais da aprendizagem.

Faria (1995), nos informa que os fatores cognitivos dizem respeito às propriedades do conhecimento adquirido pelo aluno em um campo de estudo, como por exemplo a matemática, e que influenciarão sua aprendizagem futura nesse campo. E, em relação a isso, Ausubel distingue três fatores que interferem na aprendizagem.

O primeiro deles constitui a idéia central da teoria ausubeliana, que é a disponibilidade de idéias de esteio, ou seja, a existência de subsunçores na estrutura cognitiva do aluno para que novos conceitos, novos conhecimentos possam ser aprendidos.

O segundo fator que afeta a aprendizagem e conseqüentemente a retenção de novos conhecimentos refere-se ao grau de extensão em que esses novos conhecimentos são discrimináveis nos sistemas ideativos que os assimilam e vice-versa. Ou seja, é a correta identificação dos pontos nos quais os novos conhecimentos coincidem ou discordam, em relação aos conhecimentos já adquiridos, possibilitando, dessa forma, que a aprendizagem ocorra de forma mais consciente. Como exemplo ilustrativo, para facilitar o entendimento desse fator, podemos nos referir aos conceitos matemáticos de diferenciação e integração, os quais necessitam, para seu perfeito entendimento, que suas diferenças e semelhanças sejam muito bem esclarecidas pelo professor.

Um fato curioso, acerca desses dois conceitos matemáticos, é que surgiram em ordem inversa àquela que são ensinados atualmente.

O terceiro fator, identificado por Ausubel, afirma que tanto a aprendizagem de novos conhecimentos, quanto sua retenção na memória, dependem da estabilidade e clareza das idéias de esteio do aluno, ou seja, se o aluno não apresentar subsunçores com essas qualidades, a relação entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva ocorrerá de modo inadequado, contribuindo para a ocorrência da aprendizagem mecânica.

Em relação aos fatores afetivo-sociais, que também exercem grande influência sobre a qualidade da aprendizagem, é válido destacar, dentro da variedade de fatores existentes; a disposição que o aluno deve apresentar para a ocorrência da aprendizagem significativa, ou seja, deve procurar relacionar o novo conhecimento com os subsunçores existentes em sua estrutura cognitiva.

A esse respeito, concordamos com Faria (1995), quando nos diz que estimular essa disposição no aluno é um dos papéis mais importantes do professor.

Outro componente motivacional que merece destaque é o que Ausubel chamou de “impulso Cognitivo” para a aquisição do conhecimento. Para esclarecer este termo, recorremos a (Ausubel, 1980 apud FARIA 1995, p. 55), que nos informa:

> Ao nível humano, o impulso cognitivo (o desejo de conhecimento como um fim em si mesmo) é mais importante na aprendizagem significativa do que na memorização ou instrumental. Ela é, pelo menos potencialmente, o mais importante tipo de motivação para a aprendizagem de sala de aula. Isso se deve mais à sua potência inerente e porque, a aprendizagem significativa, contrariamente a outros tipos de aprendizagem humana, fornece automaticamente sua própria recompensa.

Já, a categoria situacional, refere-se às variáveis externas ao aluno, onde podemos destacar, a influência da prática pedagógica do professor, a qual deve ser voltada para a emancipação intelectual do aluno, objetivando a ocorrência da aprendizagem significativa, o que torna imprescindível, para o professor, adquirir os conhecimentos fornecidos pela Didática da Matemática, como por exemplo, os conceitos trabalhados no capítulo anterior, os quais, certamente, tornarão a prática pedagógica mais abalizada e consciente da realidade da sala de aula, da metodologia a ser utilizada e dos objetivos a serem alcançados.

Outro ponto importante a ser considerado, diz respeito à natureza do material instrucional a ser utilizado para promover a aprendizagem. Ausubel, em seus trabalhos, utilizou o temo "*potencialmente significativa*", quando se referiu à qualidade da tarefa de aprendizagem que tem possibilidade de ser assimilada pelo aluno. E, para isso, o material de aprendizagem deve possuir "significado lógico".

Sendo que, para Ausubel, o termo "lógico" tem um sentido diferente do utilizado pela filosofia, pela matemática. Em relação ao sentido do referido termo, Faria (1995) nos informa que:

> Diz respeito a que a natureza do material de aprendizagem deva ser suficientemente não-arbitrária e não-aleatória, de modo a permitir o estabelecimento de uma relação não-arbitrária e substantiva, com idéias correspondentemente relevantes localizadas no domínio da capacidade intelectual humana (p. 56).

Percebemos, com isso, a importância que tem o planejamento prévio das atividades de ensino, bem como a seleção e organização lógica do material instrucional para a ocorrência da aprendizagem.

Os conceitos até aqui trabalhados, da teoria de Ausubel, são aqueles considerados por nós os mais importantes. E nessa análise preliminar e introdutória, além do esclarecimento desses conceitos, objetivamos ter construído, de forma sólida e consciente, a fundamentação teórica dos mapas conceituais, assunto que trataremos no capítulo seguinte, bem como para sua utilização.

CAPÍTULO IV

MAPAS CONCEITUAIS

> As matemáticas são a arte de atribuir a diferentes coisas o mesmo nome.
> (H. Poincaré, 1974 apud Machado, 1998)

Como vimos anteriormente, os mapas conceituais são diagramas hierárquicos que refletem a organização conceitual, por exemplo, de uma disciplina ou parte dela, mostrando, também, as relações entre esses conceitos.

Os mapas conceituais podem ser construídos tendo uma, duas ou várias dimensões; o que vai depender, por exemplo, do nível de abrangência que se quer, em relação ao conteúdo, das especificidades dos assuntos que serão abordados, da turma de alunos com a qual se vai trabalhar, bem como do curso a ser ministrado.

Mapas conceituais que possuem uma dimensão, devido à sua simplicidade, podem ser utilizados para mostrar, relacionar, um pequeno tópico do assunto a ser ensinado, para esclarecer, de modo mais específico, qualquer parte de um assunto que seja mais abrangente, etc. Como vimos no mapa da figura 5.

Os mapas conceituais com duas dimensões apresentam uma visão mais completa e precisa do assunto em estudo, pois se utilizam tanto da dimensão vertical quanto da horizontal, permitindo que se construa uma representação dos conceitos, bem como de suas relações, de forma mais clara e abrangente. Sua utilização pode se dar, por exemplo, para representar os conceitos de um assunto completo, do conteúdo inteiro de uma série, etc.

Quanto aos mapas com três ou mais dimensões, certamente representam melhor a estrutura conceitual de uma disciplina, mas sua visualização, bem como sua construção, podem tornar-se um obstáculo, principalmente para o seu entendimento, devido à sua complexidade e nível de abrangência. Como afirmam

Moreira e Buchweitz (1987, p. 11), “mapas com mais de três dimensões não mais seriam representações concretas de estruturas conceituais e sim abstrações matemáticas de limitada utilidade para fins educacionais”.

Neste trabalho, fizemos a opção pela utilização dos mapas bidimensionais, ainda mais quando percebemos sua simplicidade, seu alcance, sua praticidade e, também, por considerar sua forma mais próxima de uma possível “representação natural” que podemos ter quando ouvimos falar em mapas conceituais.

Nesse sentido, podemos nos valer de Moreira (1982), acerca da conceituação dos mapas conceituais, quando nos diz que “deve-se entender por mapas conceituais, diagramas bidimensionais mostrando relações hierárquicas entre conceitos de uma disciplina e que derivam sua existência da própria estrutura da disciplina” (p. 46).

A construção de um mapa conceitual pode ser feita de muitas maneiras, pois existem vários modos de mostrar os conceitos, por exemplo, de uma disciplina, assim como a relação entre eles. A subjetividade também está presente nos mapas conceituais, uma vez que sua construção depende, logicamente, do ponto de vista do construtor, em relação ao assunto a ser mapeado, de sua concepção de ensino e de aprendizagem, etc.

Excetuando-se essas características, os mapas conceituais possuem uma fundamentação teórica baseada na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, como vimos anteriormente; a qual forneceu os princípios para sua elaboração, como os critérios que vão orientar a seleção dos itens que os comporão, assim como os princípios organizacionais que nortearão a hierarquização desses itens e que representarão a estrutura conceitual do conhecimento em estudo.

- **Critérios Estabelecidos para a Seleção dos Itens que Comporão os Mapas Conceituais:**

A teoria da aprendizagem significativa, tendo em vista objetivos pedagógicos, nos diz que os itens que serão selecionados para compor os mapas são:

> [...]aqueles conceitos e proposições unificadores de uma dada disciplina que tenham maior poder explicativo, inclusividade, possibilidade de generalização e de relacionamento com o

> conteúdo do assunto daquela disciplina (Ausubel et al, 1980 apud FARIA, 1995).

Com isso, Ausubel objetiva a manipulação substantiva da estrutura cognitiva do aluno, ou seja, manipular os conceitos, as proposições, tanto do novo conhecimento quanto dos já aprendidos pelo aluno, com a finalidade de que ocorra a interação entre eles, o que, certamente, facilitará a aprendizagem.

- **Princípios para a Organização dos Mapas Conceituais:**

A teoria de Ausubel forneceu os princípios básicos que nortearão a organização dos conteúdos instrucionais que comporão os mapas. Esses princípios são os da *Diferenciação Progressiva* e o da *Reconciliação Integrativa*, que são entendidos por Ausubel como processos dinâmicos que ocorrem no curso da aquisição ou mudança do significado de um conceito. Pois, segundo Moreira e Buchweitz (1987, p. 24-25),

> A estrutura cognitiva caracteriza-se, portanto, por uma dinamicidade que leva a uma organização do conteúdo aprendido. Segundo Ausubel, a organização do conteúdo cognitivo, em uma determinada área do conhecimento, na mente de um indivíduo, tende a uma estrutura hierárquica na qual as idéias mais inclusivas situam-se no topo da estrutura e progressivamente abrangem proposições, conceitos e dados factuais menos inclusivos e mais diferenciados.

Para Ausubel, esses princípios, por serem processos integrantes da dinâmica da estrutura cognitiva, facilitarão a aprendizagem de conceitos, pois, os elementos mais gerais, mais inclusivos de um conceito são introduzidos em primeiro lugar e posteriormente, e progressivamente, são diferenciados em termos de detalhe e especificidade.

Por esses motivos e devido às particularidades desses princípios, eles foram utilizados na elaboração dos mapas conceituais; como veremos a seguir.

- **Princípio da Diferenciação Progressiva:**

Este princípio orienta-nos quanto ao modo de organizarmos o conteúdo a ser ensinado, nos informando que devemos proceder de forma hierárquica, ou seja, partindo das idéias (conceitos e proposições) mais inclusivas para as idéias mais específicas, menos inclusivas.

Ao propor este princípio, Ausubel baseia-se nas seguintes hipóteses:

> — É mais fácil para seres humanos captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas;
> — A organização do conteúdo de uma certa disciplina na mente de um indivíduo é uma estrutura hierárquica na qual as idéias mais inclusivas estão no topo da estrutura e progressivamente incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados (BUCHWEITZ, 1987, p. 25).

Desse modo, ao efetuarmos o planejamento dos conteúdos a serem ensinados, bem como os mapas conceituais desses conteúdos, devemos levar em consideração este princípio. Sendo importante, também, procurarmos explorar as relações entre os conceitos, entre as proposições, objetivando esclarecer as diferenças e similaridades existentes entre eles, procurando conseguir o que Ausubel chama de princípio da reconciliação integrativa.

- **Princípio da Reconciliação Integrativa:**

Consiste em destacar, evidenciar as diferenças e semelhanças reais ou aparentes entre idéias (conceitos e proposições) visando esclarecê-las, combiná-las, reorganizá-las, para que possam, também, adquirir novos significados, e evitar o surgimento de conflitos cognitivos devido à falta de esclarecimentos acerca dessas idéias. Como por exemplo:

- Quando dois ou mais rótulos conceituais são usados para expressar o mesmo conceito. Por exemplo, os termos ***solução*** ou ***raiz*** de uma equação podem ser entendidos como conceitos diferentes; confundir ***contradomínio*** e ***conjunto***

imagem, por ocasião do estudo de funções; confundir ***coeficiente de variação*** e ***coeficiente angular***;

- Quando o mesmo rótulo conceitual é usado para expressar mais de um conceito. Como por exemplo, o termo ***lei de formação***, o qual pode se referir a uma progressão aritmética ou a uma progressão geométrica; confundir o termo ***taxa*** de um grupo, em análise combinatória, com ***taxa*** percentual, da matemática financeira;
- Os conceitos aparentemente semelhantes, cujas diferenças não foram bem explicitadas e, por isso, podem ser internalizados como se fossem idênticos. Como por exemplo, os conceitos de ***relação*** e de ***função***; de ***diferenciação*** e de ***integração***, de ***arranjo*** e ***combinação***.

Percebemos, com isso, a importância da utilização desses princípios, tanto na organização dos conteúdos quanto na didática do professor, pois se estas reconciliações de significados não forem muito bem explicitadas, em sala de aula, as dificuldades de aprendizagem, certamente, surgirão; o que irá colaborar para que ocorra a aprendizagem mecânica.

Na figura 7, a seguir, temos um mapa conceitual bidimensional cuja construção baseia-se nos princípios ausubelianos, no qual destacamos que os conceitos mais inclusivos localizam-se no topo do mapa. Abaixo destes, encontram-se os conceitos intermediários e, em seguida, os conceitos menos inclusivos ou mais específicos. Podemos acrescentar, como mostrado no mapa, exemplos ilustrativos, os quais ficariam localizados na base do mapa.

As linhas mais grossas representam o princípio da diferenciação progressiva, enquanto que as mais finas, o princípio da reconciliação integrativa.

As relações entre os conceitos são representadas por intermédio da linha que os ligam. *Convém que se observe a dimensão vertical do mapa, que indica a relação de subordinação entre os conceitos apresentados; sua dimensão horizontal, a qual é devida à presença de conceitos com o mesmo nível de generalidade.*

Para atingirmos a reconciliação integrativa, de forma mais eficaz, (Novak, 1977, 1981 apud BUCHWEITZ 1987,), afirma que “deve-se organizar o ensino descendo e subindo nas estruturas conceituais hierárquicas à medida que a nova informação é apresentada”.

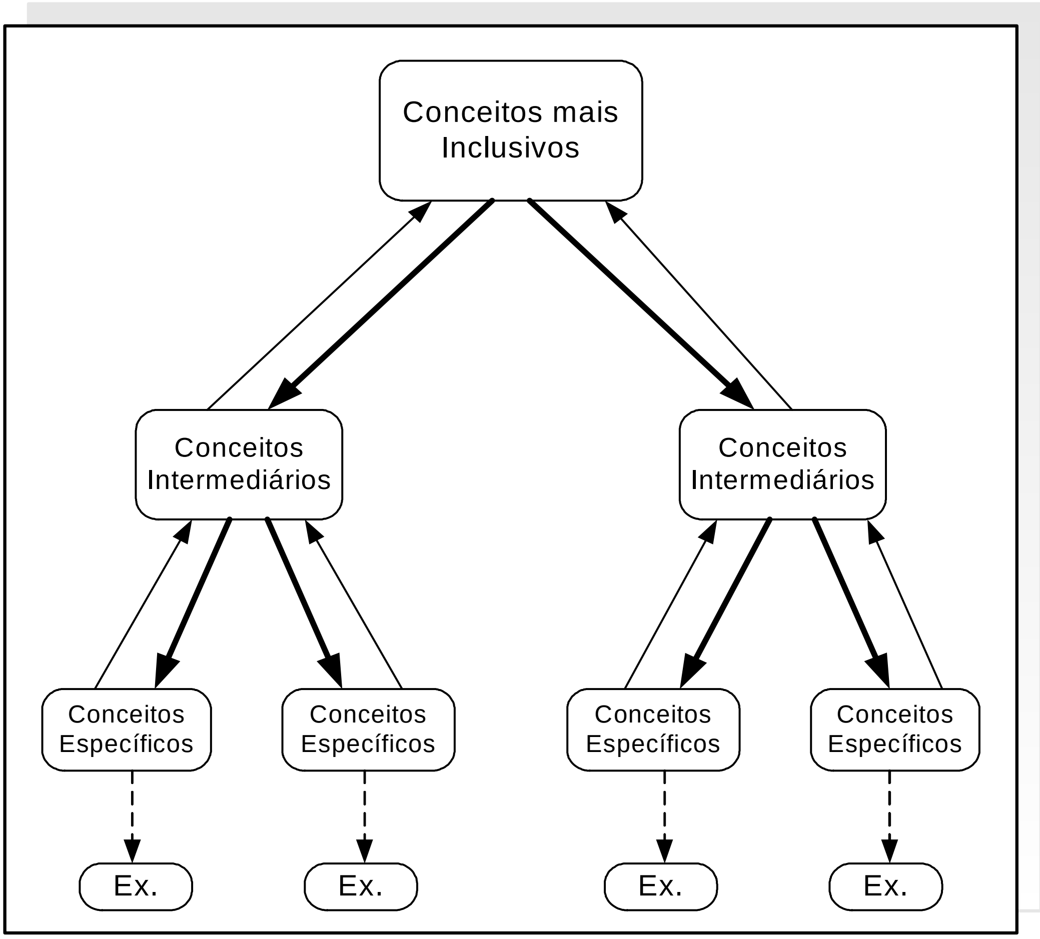


Figura 7. Estrutura de um mapa conceitual. Adaptado de Moreira e Buchweitz, 1987.

Existem várias maneiras para se construir um mapa conceitual, mas é certo que em todas elas a subjetividade é uma característica que está sempre presente, influenciando essa construção. Mas podemos, como nos informa Buchweitz (1987), estabelecer alguns passos para a elaboração de um mapa conceitual, com a finalidade, também, de organizarmos melhor os conteúdos e facilitarmos sua aprendizagem. São eles:

- *Devemos, primeiramente, localizar os conceitos a serem ensinados;*
- *Listar, hierarquicamente, esses conceitos iniciando com os mais inclusivos e terminando com os mais específicos;*
- *Distribuir esses conceitos em duas dimensões, no caso de mapas bidimensionais;*
- *Unir os conceitos através de linhas, representando, dessa forma, as relações entre eles;*

- *Pode-se, através dessas linhas, escrever o tipo de relação que ocorre entre os conceitos ou quando for o caso, escrever as fórmulas que os representam; com a finalidade de esclarecer mais o mapa conceitual;*
- *Efetua-se a revisão do mapa para certificar-se de sua correta construção; caso seja encontrada alguma inconsistência, o mapa deve ser refeito;*
- *Após as verificações, procede-se à construção do mapa propriamente dito.*

Para exemplificarmos esse procedimento de construção de mapas conceituais, podemos recorrer à geometria, onde encontramos no tópico sobre triângulos, um ótimo assunto para utilizarmos. Conforme observamos na figura 8.

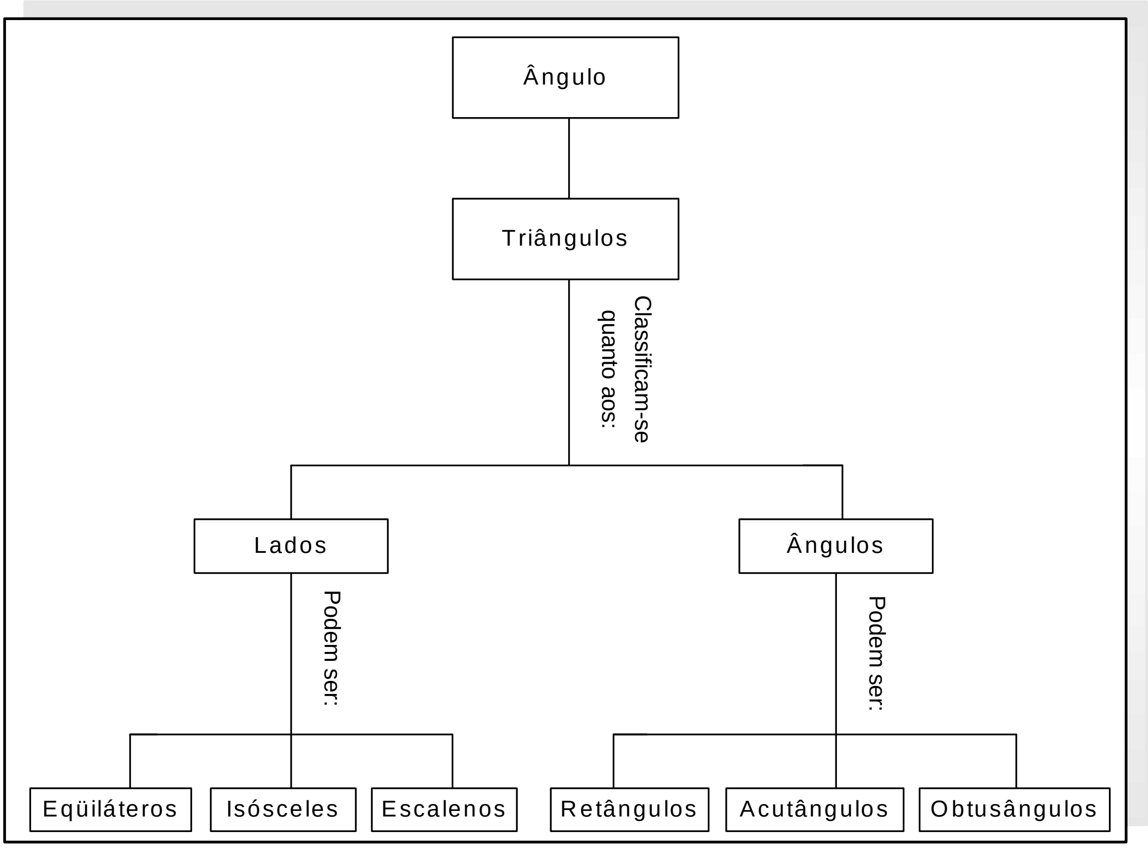


Figura 8.

Como mencionamos anteriormente, o processo de construção de um mapa conceitual é pessoal, por isso, está sujeito às influências causadas pelo ponto de vista, pelas concepções, pelas experiências de quem o constrói, o que pode causar diferenças na forma final do mapa quando feito por pessoas diferentes que estejam tratando do mesmo assunto. Portanto, em relação a isso, é importante que tenhamos em mente que o mapa final deve ser considerado uma representação apropriada da estrutura conceitual do assunto com o qual se está trabalhando, e não um produto final, imutável, que está pronto e acabado.

CAPÍTULO V

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

> Nada é mais importante do que observar as origens da invenção, as quais são, na minha opinião, mais interessantes que as próprias invenções. [(Leibnitz, 1646 – 1716) apud POLYA, 1995]

Podemos nos reportar, segundo Miguel e Miorim (2004), à utilização da história da matemática como abordagem didático–pedagógica, com o objetivo de promover a (re)construção do processo ensino-aprendizagem da matemática às primeiras décadas do século vinte, época na qual se discutiam propostas que objetivavam a renovação da educação brasileira.

Esse momento de nossa história educacional ficou conhecido como Movimento da Escola Nova, onde encontramos, de forma explícita, propostas oficiais que se referiam à importância do uso da história da matemática na formação dos alunos nos níveis, hoje conhecidos como, fundamental e médio.

Para entendermos melhor essas propostas, recorremos a Miguel e Miorim que nos informam sobre o Decreto Ministerial que se referia à utilização da história da matemática no ensino,

> E, por fim, com o intuito de aumentar o interesse do aluno, o curso será incidentalmente entremeado de ligeiras alusões a problemas clássicos e curiosos e aos fatos da história da matemática bem como à biografia dos grandes vultos desta ciência. (Portaria Ministerial, de 30-6-1931, apud Miguel e Miorim, 2004, p. 17)

Como exemplos de autores de livros didáticos das décadas de 1920 e 1930, que fizeram uso da história da matemática em suas obras, podemos citar Euclides Roxo, no livro intitulado Curso de Mathematica Elementar, de 1929, e Cecil Thiré e Mello e Souza, no livro Mathematica, publicado em 1931.

Sobre o conteúdo referente à história da matemática, presente nesses livros, Miguel e Miorim (2004) esclarecem que,

> Embora existam textos históricos integrados ao tema que está sendo discutido, como ocorre, por exemplo, em *moeda* e *câmbio*, a maior parte desses textos é apresentada como fechamento de capítulos, no item *leitura*, e abordam aspectos relacionados ao tema que foi tratado. Isso parece ser um indicativo de que tais textos deveriam ser lidos pelos estudantes em sala de aula ou na própria escola, como um elemento complementar ao trabalho realizado sobre o tema, embora os autores não apresentem nenhum esclarecimento acerca da forma como esses textos deveriam ser trabalhados. Entretanto, esclarecem que a função deles seria a de "despertar no jovem estudante o interesse pelos diversos fatos da História da Matemática e pela vida dos grandes sábios que colaboraram no progresso dessa ciência" (p. 18 – 19).

Percebemos, então, que a história da matemática, presente nos livros didáticos das décadas de 1920 e 1930, tinha como objetivo *motivar*, nos alunos, o interesse pelo estudo da matemática; pois, essa era a proposta oficial apresentada pelo governo na reforma educacional, que ocorreu nos primeiros anos da década de 1930, que ficou conhecida como Reforma Campos[10].

Acreditamos que a história da matemática possa, realmente, motivar o estudo da matemática, no entanto, não podemos limitar, restringir o uso da história da matemática somente a essa função, uma vez que, agindo assim, corremos o risco de não percebermos a enorme riqueza de possibilidades que este campo tem a nos oferecer para utilizarmos na melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática.

---

[10] Francisco Campos, Primeiro Ministro do Ministério da Educação e da Saúde, implementou reformas no sistema educacional brasileiro nos primeiros anos da década de 1930.

Posteriormente, nas décadas de 1960 e 1970, com o surgimento de uma outra forma de se pensar o ensino da matemática, a utilização da história da matemática sofreu influências, conforme nos esclarecem Miguel e Brito (1996),

> Ao longo da década de 1960 – 1970 – período em que, na educação matemática ocidental, predomina a tendência do formalismo pedagógico-estrutural, mais conhecida entre nós como movimento da matemática moderna – decresce significativamente o interesse pelas abordagens históricas no ensino da matemática devido, entre outros fatores, à adoção por parte dos diferentes grupos que se formaram visando à operacionalização do ideário desse movimento, de uma concepção estruturalista da matemática e de uma concepção quase sempre tecnicista do modo de organização do ensino (p. 48).

A matemática moderna apresentava uma matemática estruturada, que buscava realçar, até demais, o ensino de muitas propriedades; acentuava o ensino de símbolos, apresentando uma terminologia complexa e abstrata que comprometia o aprendizado, pois o aluno não percebia a ligação que todas aquelas propriedades enunciadas tinham a ver com a matemática dos problemas e principalmente, com a matemática usada no cotidiano, fora da escola.

Ainda na década de 1970, surgem várias críticas a esse tipo de ensino. E, talvez, a primeira e mais contundente crítica feita a esse movimento, tenha sido feita pelo eminente professor e historiador da matemática do Instituto *Courant* de Ciências Matemáticas da Universidade de Nova York, Morris Kline, através de seu livro O Fracasso da Matemática Moderna, escrito em 1976.

Já na década de 1980, com o decréscimo desse movimento; assiste-se ao nascimento de uma nova forma de abordar a história da matemática com o fim de tornar explícitas as suas potencialidades pedagógicas. Desse modo, nos vários congressos internacionais de Educação Matemática ocorridos a partir dessa década, as discussões relativas às potencialidades didáticas e pedagógicas da história da matemática começam a ganhar espaço.

No Brasil, segundo Miguel e Brito (1996), essa questão foi discutida em vários eventos voltados para o ensino da matemática, como por exemplo, no I

Encontro Paulista de Educação Matemática, realizado em 1989, em Campinas, onde foi desenvolvida uma atividade denominada “Aspectos Históricos no Processo de Ensino-aprendizagem da Matemática”. Nesse encontro, além das discussões relativas ao ensino da matemática, discutiu-se também, a importância e a função da história da matemática na formação do professor de matemática.

Buscando uma melhor reflexão sobre a questão da utilização da história da matemática no ensino-aprendizagem da matemática, recorremos ao olhar de alguns educadores, que mostram, sob pontos de vistas diferentes as várias abordagens (caminhos) utilizadas na implementação dessa metodologia na sala de aula; objetivando com isso, também, contribuir para uma maior discussão sobre o assunto, o que certamente trará subsídios valiosos para o trabalho do professor e benefícios para o ensino-aprendizagem da matemática.

Para iniciarmos a discussão, observemos o que nos fala Mendes (2001), sobre o conhecimento matemático,

> A matemática produzida, organizada e difundida historicamente pela sociedade, reflete a necessidade que diferentes grupos sócio-culturais tiveram na busca de soluções viáveis para seus problemas cotidianos ao longo dos tempos. Todavia a incorporação social desse conhecimento, isto é, a sua organização, institucionalização e difusão na sociedade, ocorreu de acordo com os interesses despertados em cada grupo que dele fez uso. (p. 228)

Assim, podemos entender que a reconstrução histórica do conhecimento matemático tem significativas implicações pedagógicas no ensino-aprendizagem da matemática escolar, desde que tais implicações sejam utilizadas de forma investigativa, problematizadora e construtiva, de modo a fazer com que os alunos vivenciem a produção do conhecimento matemático a partir de informações históricas sobre o assunto.

De acordo com Mendes (2001), a utilização da história da matemática no ensino, levanta algumas questões, como: “qual a função do professor nesse processo? De que maneira essas informações históricas poderão ser utilizadas nas aulas de matemática?".

Para esse educador, a resposta a essas perguntas baseia-se no aspecto construtivista presente no processo histórico de construção do conhecimento matemático. Onde o professor, dependendo do tipo de proposta didático-pedagógica adotada, poderá atuar como um historiador da matemática. Sendo que, "para que possa agir como historiador durante o processo pedagógico de sala de aula é necessário que sua atividade docente seja revestida também pela pesquisa" (MENDES, 2001, p. 229).

Dessa forma, o professor deve buscar na história da matemática o ponto de partida para o desenvolvimento das atividades pedagógicas a serem trabalhadas em sala de aula, e que levem o aluno a perceber o surgimento do conhecimento matemático vinculado a necessidades de resolução de problemas do cotidiano, mostrando que a matemática faz parte do dia-a-dia; o que quase sempre a escola não faz.

E, ao referir-se às atividades históricas a serem utilizadas em sala de aula, Mendes (2001), nos informa que,

> As atividades de aprendizagem, na perspectiva construtivista, que quando integradas ao conhecimento histórico da matemática, trazem um significado mais amplo, completo e transdisciplinar ao conhecimento que se pretende construir na sala de aula. (233)

E, ao se utilizar a história da matemática no ensino, Mendes (2001) nos fala que o aluno deve ser colocado frente a três fases de construção da aprendizagem:

> [...] a experiência, a comunicação oral das idéias concebidas na experiência e, por fim, a representação simbólica através da utilização do pensamento abstrativo, no qual o estudante já apresenta um grau elevado de generalização das idéias apreendidas ao longo das atividades. (p. 231)

Esclarece ainda, que,

> Dessa maneira podemos agir para que seja possível conduzir a aprendizagem do aluno a partir das idéias apoiadas no conhecimento histórico, visto que devemos orientá-lo para que ele vá se desenvolvendo numa seqüência gradual, sempre partindo das experiências mais concretas e/ou reais, passando por uma experiência semi-concreta que exija dele as primeiras representações simbólicas – através de desenhos, expressões verbais ou até as primeiras sentenças matemáticas. Ao final tornar-se-á mais simples conduzi-lo a fase das representações totalmente formais, isto é, ao alcance das abstrações. (2001, p. 231)

É importante observar, nessa proposta, que o conhecimento do professor acerca da história da matemática deve estar bem consolidado, a fim de que possa desenvolver as atividades de forma bastante consciente, para que não haja quebra em nenhuma de suas fases, o que poderia comprometer o ensino-aprendizagem da matemática.

Brolezzi (1991), em seu estudo sobre o valor didático da história da matemática, aborda alguns fatores que considera importantes para que se entenda a história da matemática como um recurso gerador de estratégias pedagógicas. Destaca, ainda, a importância das fontes históricas para a (re)construção do conhecimento matemático e cita, como as mais utilizadas, os modelos cronológicos, biográficos, por assuntos e por civilizações; afirmando que, “no caso específico da história da matemática, para se aprender a lógica do processo de criação da matemática, é preciso recorrer a várias espécies de fontes, escritas e não-escritas” (1991, p. 63). Cada um dos tipos de fontes, especificadas acima, tem suas particularidades e importâncias, para a utilização em sala de aula.

Para Brolezzi (1991), a utilização didática da história da matemática apresenta diversos componentes, destacando como principais: “A História da Matemática enquanto fonte da Lógica Matemática em construção, História da Matemática como instrumento para a superação da dicotomia entre técnica e significado no ensino da matemática e História da Matemática e a visão da totalidade do conhecimento matemático".

Em relação à primeira componente, nos diz que nela se podem apreender caminhos lógicos para a construção de demonstrações pedagógicas em sala de aula, esclarecendo que,

> Os estudos históricos deixam muito clara uma distinção entre a forma lógica inicial, presente nas origens da matemática, e sua posterior e paulatina sistematização. A lógica natural, presente na construção histórica do conhecimento matemático, está novamente presente no processo de aprendizagem da matemática elementar (BROLEZZI, 1991, p. 63-64).

O que significa que cada tópico (assunto) da matemática pode ser logicamente estruturado segundo a matemática em construção; sendo os livros sobre história da matemática, organizados por assunto, os mais apropriados para esse tipo de utilização pedagógica.

Quanto ao segundo item, História da Matemática e Significado, refere-se à linguagem simbólica da matemática, que considera como causa freqüente de aversão à aprendizagem da matemática, produzindo o que chama de "*analfabetismo matemático*". Complementa, dizendo que,

> A própria motivação fica comprometida, se não se fornecem ao aluno condições de *compreender* a linguagem matemática, *construindo* o significado das noções que deve aprender. Mas, uma vez que a linguagem da matemática sistematizada apresente *relações sintáticas* distantes da *semântica* dos símbolos que emprega, é preciso resgatar as relações semânticas presentes na construção histórica da Matemática para que o aluno possa ter acesso ao significado desses símbolos (BROLEZZI, 1991, p. 64).

A história da matemática, utilizada como agente esclarecedor da linguagem matemática, proporciona e favorece a aprendizagem significativa da matemática, uma vez que motiva e permite a superação da dicotomia entre técnica e seu significado (da matemática).

A terceira componente, História da Matemática e a visão de totalidade, afirma Brolezzi (1991) que é fundamental, ainda, considerar o valor do conhecimento histórico para proporcionar uma visão abrangente da matemática. E, esclarece que,

> A própria idéia de que a *Matemática tem história* já por si só oferece uma perspectiva nova para o ensino da Matemática. Dizer que algo tem história significa olha-lo *em ação ao longo do tempo*. Significa também recuar até uma certa distância para obter essa visão ampla (BROLEZZI, 1991, p. 59).

Dessa forma, a visão abrangente do conhecimento matemático raramente pode ser conseguida sem o auxílio da história da matemática, que se utiliza, por exemplo, de livros do tipo “cronológico”, onde situam as civilizações ao longo do tempo, juntamente com as linhas principais da passagem do conhecimento matemático.

Além disso, a falta da visão de totalidade do conhecimento matemático proporciona a dificuldade de lidar com a questão das aplicações práticas da matemática; o que por si só, não é questão trivial.

Já para Viana (1995), a vertente mais antiga que contribui fortemente para a adoção ou a prescrição do uso da história da matemática com finalidade didática é o princípio genético; “segundo o qual uma criança/aluno percorreria em seu aprendizado as etapas que os conceitos historicamente percorreram em seu desenvolvimento” (VIANA, 1995, p. 20.).

A título de esclarecimento de suas idéias, Viana nos diz que,

> A adoção do princípio genético em relação ao ensino tem em Piaget um marco de referência, sendo fundamental para aqueles que se interessam por História da Matemática e suas aplicações didáticas o livro escrito em associação com Rolando Garcia: Psicogênese e História das Ciências (Piaget et al. [1987]), (1995, p. 21).

Complementa, ainda sobre o princípio genético que,

> Por outro lado, vale salientar que a adoção do princípio genético em relação à Matemática é bem anterior às considerações piagetianas, podendo se incluir entre os defensores desse princípio alguns matemáticos e cientista de renome: Henri Poincaré (1854 – 1912), Felix Klein (1849 – 1925) e Ernest Mach (1838 – 1916), .

Sobre o uso desse princípio Mendes (2001), nos adverte que,

> Esse princípio apresenta alguns obstáculos no sentido lógico da construção do conhecimento visto que alguns conceitos matemáticos surgem naturalmente no aluno e historicamente aparecem somente após outros conceitos iniciais, como é o caso do zero, por exemplo (p. 24).

Outro ponto, bastante importante segundo Viana, que motiva o uso didático da história da matemática é o fato de que a grande maioria dos livros de matemática não dá nenhuma importância ao contexto social, político, econômico, científico, religioso, no qual o conhecimento matemático surgiu e se desenvolveu, limitando-se apenas, à descrição do conhecimento matemático descoberto. Embora, considere-se,

> Essa preocupação com a “história social” da ciência, e em particular da matemática, nasce a partir da instauração de uma tradição de historiadores ligados às diversas correntes maristas e de sua confrontação com aqueles que assumiam posicionamentos sociológicos dentro da matriz de pensamento positivista, principalmente na década de trinta quando surgem os artigos de Hessen (em 1931) – falando sobre o contexto econômico das descobertas de Newton – e de Merton (em 1938) – falando sobre a ciência e a tecnologia na sociedade do século XVII (VIANA1995, p. 22).

A partir daí, as discussões sobre a socialização da ciência tornaram-se mais diversificadas e com um caráter mais filosófico, e envolveram personalidades como Thomas Kuhn, Popper, Feyerabend, Lakatos, e acabaram por influenciar, fortemente, vários autores que discutem a história da matemática.

Tomando como base o trabalho de Antônio Miguel (1993), Viana (1995) destaca algumas possibilidades para o uso didático da história da matemática, as quais foram elaboradas por diversos autores que discutem o assunto, identificando a função principal que caracteriza cada uma delas. São elas,

> - Uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem. (História – Motivação);
> - Uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem. (História – Objetivos);
> - Uma fonte de métodos adequados para o ensino-aprendizagem (História – Métodos);
> - Uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de matemática (História – Recreação);
> - Um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação do seu ensino (História – Desmistificação);
> - Um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História – Formalização);
> - Um instrumento na construção de um pensamento independente e crítico (História – Dialética);
> - Um instrumento unificador dos vários campos da matemática (História – Unificação);
> - Um instrumento promotor de atitudes e valores (História – Axiologia);
> - Um instrumento de conscientização epistemológica (História – Conscientização);
> - Um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (História – Significação);
> - Um instrumento de resgate da identidade cultural (História – Cultura);
> - Um instrumento revelador da natureza da matemática (História – Epistemologia), (p. 25-26).

Para Viana (1995) qualquer uma das proposições apresentadas pode ser questionada, desde a mais simples até a mais elaborada. E, apesar da importância do papel didático da história da matemática, seu uso é bem recente. Embora sejam encontradas indicações relativas a seu uso no final do século passado, mas a preocupação sistemática é bem mais recente e, vem ganhando espaço cada vez maior em Congressos, Seminários e Encontros em nível mundial.

O professor Antônio Miguel (1997), em seu artigo “As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: Argumentos reforçadores e questionadores”, analisa e destaca alguns argumentos que favorecem e evidenciam as potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino. Essa discussão, que também contribui para a ampliação dos debates sobre essa questão, baseia-se em artigos, súmulas, capítulos de livros e outros documentos, que foram publicados por vários educadores matemáticos, em revistas, em seminários, em encontros nacionais e internacionais sobre Educação Matemática.

Desse modo, Miguel (1997, p. 72 – 75), destaca os seguintes argumentos que procuram subsidiar e dar suporte à utilização da história da matemática, são eles:

> a) A história é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática;
> b) A história constitui-se numa fonte de objetivos para o ensino da matemática;
> c) A história constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino da matemática;
> d) A história é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática;
> e) A história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino;
> f) A história constitui-se num instrumento de formalização de conceitos matemáticos;
> g) A história é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico;
> h) A história é um instrumento unificador dos vários campos da matemática;
> i) A história é um instrumento promotor de atitudes e valores;
> j) A história constitui-se num instrumento de conscientização epistemológica;
> k) A história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática;
> l) A história é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Quanto aos argumentos questionadores, Miguel (1997, p. 95 – 98), relaciona os seguintes:

a) Ausência de literatura adequada;
b) Natureza imprópria da literatura disponível;
c) O elemento histórico é um fator complicador;
d) Ausência na criança do sentido de progresso histórico.

Apesar da inconsistência dos argumentos questionadores, Miguel prefere assumir uma posição intermediária quanto à utilização da história da matemática, afirmando que,

> Apenas quando devidamente reconstituída com fins explicitamente pedagógicos e organicamente articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de planejamento didático, pode e deve desempenhar um papel subsidiário em Educação Matemática, qual seja, o de um ponto de referência para a problematização pedagógica (1997, p. 101).

Esclarecendo que, para poder ser pedagogicamente utilizada, no ensino da matemática, a história da matemática deve ser escrita sob o ponto de vista do Educador Matemático, o que implica na importância da característica de pesquisador do professor; pois, dessa forma,

> Tais histórias, a meu ver, tentariam a privilegiar certos temas e outros não, determinados problemas e métodos e outros não, a enfatizar a reconstituição, não apenas dos resultados matemáticos, mas sobretudo dos contextos epistemológico, antropológico, sócio-político e cultural nos quais esses resultados se produziram contribuindo, desse modo, para a explicitação das relações que a matemática estabelece com a sociedade em geral e com as diversas atividades teóricas específicas e práticas setorizadas (MIGUEL, 1997, p. 101-102).

E, destacando a amplitude das aplicações pedagógicas da história da matemática, Miguel cita que essa metodologia deveria ser, também, utilizada como elemento esclarecedor de aspectos ligados à ciência de uma forma geral, como por exemplo:

> Os problemas conceptuais envolvidos na formação de um novo campo de pesquisa ou no avanço de um domínio antigo, às inúmeras dificuldades de interpretação, construção de teorias, abandono de teorias ou os problemas morais estéticos que se apresentam no processo (MIGUEL, 1997, p. 102).

E, referindo-se aos, não menos importantes, aspectos morais e éticos, relacionados à educação, esclarece,

> É desastroso que a educação científica e matemática tenham se isentado, em relação a sua problematização, restringindo-se a uma abordagem estritamente técnica e aparentemente neutra dos ‘fatos’ científicos e matemáticos. Uma história da matemática pedagogicamente orientada poderia prestar grande auxílio para os professores intencionados em contrapor-se a uma tal tendência tecnicista do ensino (MIGUEL, 1997, p. 102).

Outro Educador Matemático, o professor Ubiratan D’Ambrosio, é bastante abrangente quando fala sobre história da matemática, vendo-a como parte integrante da Etnomatemática, pois, fala-se de matemática associada a formas culturais distintas, que segundo seu ponto de vista,

> [...] os estudos da *história da matemática* e da *história social e política da matemática* ganham uma nova e mais ampla dimensão, que deve ser incorporada aos sistemas escolares. Isso naturalmente conduz a estudos sobre a *natureza da matemática* e de *epistemologias alternativas*, e mesmo a estudos sobre a *teoria matemática do conhecimento* como parte integrante da educação matemática (1990, p. 18).

Complementando, nos diz que,

> Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma idéia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação em geral. A maior parte dos programas consiste de coisa acabadas, mortas e absolutamente fora do contexto moderno. Torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história da matemática vem aparecendo como elemento motivador de grande importância (2001, p. 29).

Em seu artigo intitulado “História da matemática e educação”, D’Ambrosio (1996) destaca algumas considerações sobre história e historiografia, especialmente direcionadas para a educação, e particularmente referindo-se à matemática, onde levanta questões importantes acerca do uso da história da matemática no ensino.

Ao referir-se à seguinte questão: “Para quem e para que serve a história da matemática?” D’Ambrosio (1996) acredita que deva ser dirigida para, além de alunos e professores, pais e público em geral. E destaca, ainda em relação à questão apresentada, algumas finalidades que considera principais para a utilização da história da matemática. São elas:

> 1. para situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
> 2. para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade;
> 3. para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da Antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
> 4. e desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas e se tornou indispensável em todo o mundo em conseqüência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico (1996, p. 100).

As afirmações enumeradas acima são, para D'Ambrosio, consideradas essenciais para a composição de um programa de estudos em história da matemática, e constituem, também, um reflexo da conceituação de Etnomatemática, difundida por esse educador.

Analisando os diversos olhares dos educadores, aos quais nos referimos neste texto, percebemos a história da matemática no ensino como uma metodologia viável, coerente, bem embasada e condizente com os objetivos da Educação Matemática, que busca também, a não limitação da educação à simples interação entre ensino e aprendizagem.

- **História da Matemática como Organizador Prévio:**

Podemos considerar bastante variada a literatura existente sobre a história da matemática, tanto de autores estrangeiros, que tiveram suas obras traduzidas para o português, como por exemplo, Introdução à historia da matemática, de Howard Eves, História da Matemática, de Carl B. Boyer, A Janela de Euclides, de Leonard Mlodinow, O gene da matemática e Os problemas do milênio, de Keith Devlin, "e" a história de um número, de Eli Maor, dentre outros. Quanto à produção de autores nacionais, podemos citar contando a história da matemática, de Oscar Guelli, matemática, uma breve história, de Paulo Contador, entre outros.

Quanto aos livros que abordam a utilização didática da história da matemática, infelizmente, a literatura existente é bastante reduzida, conforme nos informa Brolezzi (1991),

> Apesar de haver muitos livros de história da matemática, poucos são acessíveis. Sua aplicabilidade didática é uma questão que só recentemente passou a ser discutida com mais vigor (p. 1).

E Vianna (1995),

> [...] a verdade é que há pouca literatura de história especificamente voltada para as questões didáticas e o pouco que há não tem sido considerado – quer para análise, por parte dos estudiosos da área, quer para a realização de pesquisas que

> atestem se há diferenças significativas de aprendizagem comparando abordagens tradicionais com abordagens “historicizadas” (p.32).

Felizmente, nos últimos anos, percebemos um avanço considerável no número de pesquisadores interessados na utilização didática da história da matemática, com o objetivo de melhor qualificar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

Para ratificarmos nosso pensamento, recorremos a Mendes (2001) que nos informa,

> [...] a investigação histórica como uma alternativa metodológica para o ensino de matemática começa a despertar o interesse dos educadores matemáticos preocupados com o processo de construção do conhecimento a partir da utilização da história como recurso para tal (p. 20).

Miguel e Miorim (2004), também se referem a esse crescente interesse pelo uso didático da história da matemática, e vão mais além, nos esclarecendo acerca desse movimento, afirmando,

> [...] o movimento em torno da História da Matemática já é tão amplo e diversificado que podemos acusar a constituição, em seu interior, de vários campos de pesquisa autônomos, que, no entanto, mantêm, em comum, a preocupação de natureza histórica incidindo em uma das múltiplas relações que podem ser estabelecidas entre a história, a matemática e a educação (p. 11).

É dentro desse contexto, citado por Miguel e Miorim, que vamos localizar nossa proposta para o ensino da matemática, através do uso da história da matemática, conjuntamente, com a utilização dos mapas conceituais.

Embora estejamos cientes da inexistência de um referencial teórico ou outros estudos relacionados com o objeto de nossa proposta, preferimos acreditar que esse fato seja um elemento que nos motive e instigue a buscar uma fundamentação teórica coerente, consistente para embasarmos nossa proposta.

Assim, seguindo o caminho percorrido por J. D. Novak, vamos nos valer da Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, para fundamentarmos nossa proposta de ensino da matemática.

Nesse sentido, entendemos que a utilização da história da matemática como organizador prévio, remete-nos à preocupação que Ausubel (2002) apresenta em relação às características que esse material deve apresentar para que exerça, adequadamente, suas funções de subsunçor, ou seja, de relacionar o que o aluno já sabe com os conhecimentos que deve adquirir para que a aprendizagem ocorra mais facilmente.

Segundo Ausubel (2002, p. 126), “esse material deve ser logicamente significativo”. O termo lógico, para Ausubel, refere-se à natureza (característica) que esse material de aprendizagem deve apresentar, ou seja, deve ser suficientemente não-arbitrário e não literal, com a finalidade de estabelecer relações não-arbitrárias e substantivas, com os conceitos correspondentes e relevantes já estabelecidos na estrutura cognitiva do aluno, objetivando com isso, o desenvolvimento e/ou fornecimento de subsunçores (idéias-âncora) que irão facilitar a aprendizagem dos novos conhecimentos, que serão apresentados, em seguida, através dos mapas conceituais.

Em relação aos organizadores prévios, podemos perceber, de um modo bem abrangente, que eles têm como objetivo desenvolver os conceitos subsunçores, existentes na estrutura cognitiva do aluno, e/ou promover a aquisição de outros subsunçores. Ausubel (2002), propõe o uso dos *Organizadores Prévios* do conhecimento, como um meio de manipular a estrutura cognitiva do aluno para facilitar a aprendizagem de novos conceitos, com a finalidade de se obter a aprendizagem significativa. Mas, o que podemos entender por organizadores prévios?

- **Organizadores Prévios:**

Por organizadores prévios, Ausubel, refere-se aos materiais introdutórios que serão apresentados antes do conteúdo programático que deve ser ministrado pelo professor. Sendo que a principal função desses organizadores é a de servir de ligação (ponte cognitiva) entre aquilo que o aluno já sabe e o que ele precisa saber. Conforme nos esclarece (Ausubel, 1968 apud MOREIRA e MASINI 1982):

> A principal função dos organizadores é, então, superar o limite entre o que o aluno já sabe e aquilo que ele precisa saber, antes de poder aprender a tarefa apresentada. Permitem promover uma moldura ideacional para incorporação e retenção do material mais detalhado e diferenciado que se segue na aprendizagem, bem como aumentar a discriminabilidade entre este e outro similar já incorporado na estrutura cognitiva ou, ainda, ressaltar as idéias ostensivamente conflitivas. No caso do material totalmente não-familiar, um organizador "expositório" é usado para prover subsunçores relevantes aproximados. Esses subsunçores sustentam uma relação superordenada com o novo material, fornecendo, em primeiro lugar, uma ancoragem ideacional em termos do que já é familiar para o aprendiz. No caso da aprendizagem de material relativamente familiar, um organizador "comparativo" é usado para integrar novas idéias com conceitos basicamente similares existentes na estrutura cognitiva, bem como para aumentar a discriminabilidade entre idéias novas e as já existentes, as quais possam parecer similares a ponto de confundirem. (p. 12)

- **Objetivos da Utilização da História da Matemática como Organizador Prévio:**

A história da matemática, como organizador prévio, deve ser elaborada para cada um dos tópicos que serão trabalhados em classe e pode ser utilizada, também, para:

- Identificar e destacar os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aluno e enfatizar a importância desses conhecimentos para a aprendizagem de novos conceitos;
- Proporcionar uma visão abrangente do conteúdo a ser ensinado, destacar os conceitos que serão aprendidos, enfatizando semelhanças, diferenças e relações entre eles;
- Fornecer subsídios aos alunos para que ocorra a incorporação de forma estável e a retenção, em sua estrutura cognitiva, dos assuntos mais detalhados e diferenciados que virão a ser ensinados, posteriormente, através dos mapas conceituais.

Com o objetivo de melhor entendermos e "visualizarmos" a atuação da história da matemática, como organizador prévio, vamos nos reportar ao mapa conceitual da figura 2, abaixo.

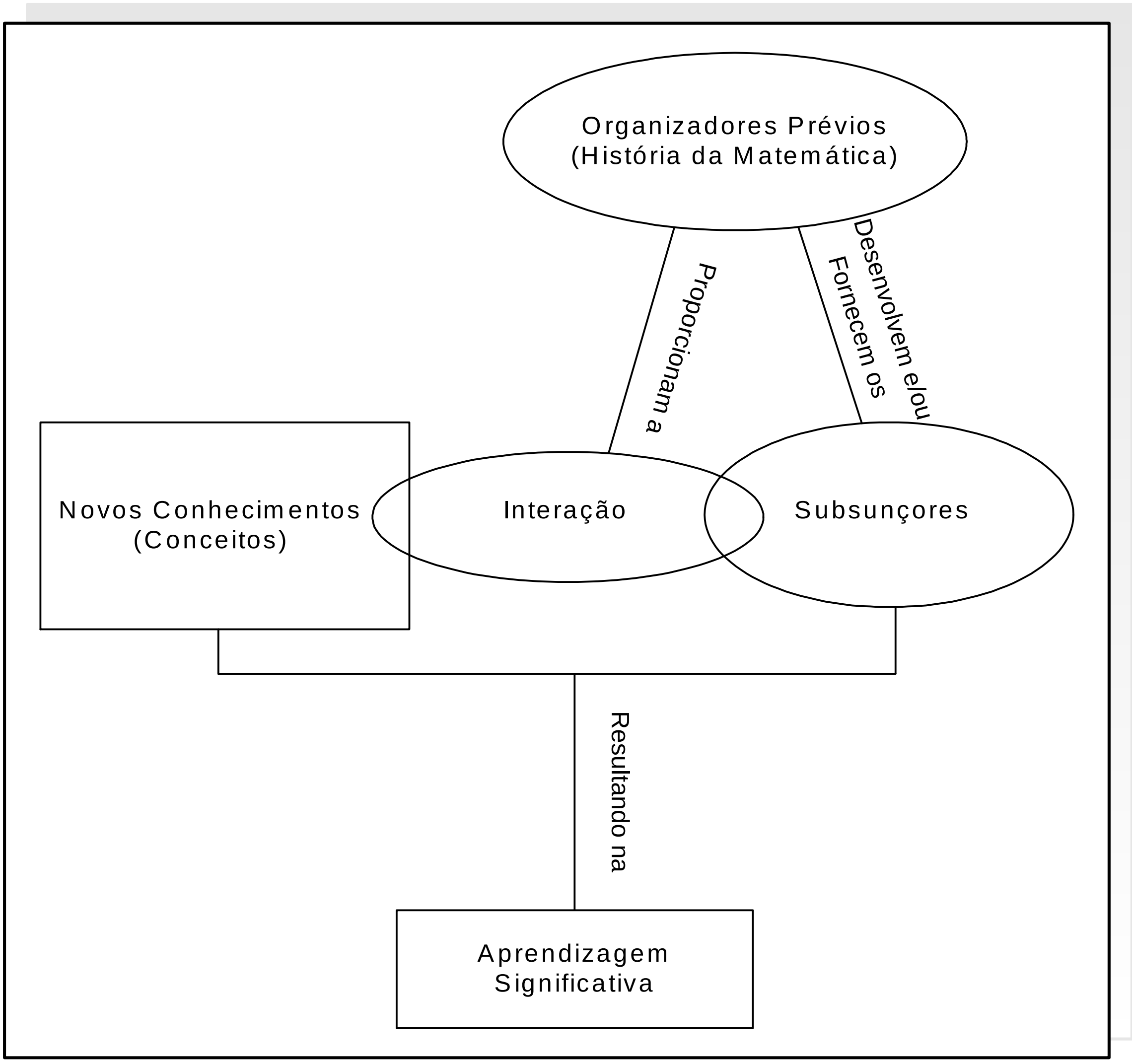


Figura 2.

Vale ressaltar que os organizadores prévios deverão ser trabalhados antes dos conteúdos propriamente ditos, com o objetivo de torná-los mais eficientes.

É importante, também, ter em mente que os organizadores prévios devem ter significado lógico e elaborados em termos familiares aos alunos para que possam, realmente, promover a aprendizagem.

CAPÍTULO VI

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E MAPAS CONCEITUAIS

> Para se fazer matemática, não precisamos enxergar, andar, ter braços ou mesmo corpo. Só precisamos ter espírito, vontade, perseverança e principalmente convicção.
> (Leonhard Euler, 1707 - 1783)

▪ História da Matemática e Mapas Conceituais: Relações e Implicações Mútuas Mediadas Pela Teoria da Aprendizagem Significativa.

Como afirmamos, anteriormente, nos últimos anos tem crescido o interesse pelo uso didático da História da Matemática. O que faz surgir uma variedade de pesquisas, propostas, que têm como objetivo, o ensino da matemática através de sua história.

Seguindo esse caminho, apresentamos neste trabalho nossa proposta para o ensino da matemática, o qual utiliza a História da Matemática, conjuntamente, com a Teoria dos Mapas Conceituais.

Embora estejamos cientes de não havermos encontrado trabalhos, pesquisas e outros estudos que pudessem nos valer, diretamente, como fundamentação para nossa proposta, acreditamos que possamos nos valer, para fundamentá-la, do entendimento de vários pesquisadores e educadores matemáticos que têm feito estudos e pesquisas envolvendo o uso pedagógico da história da matemática, bem como de nossas próprias idéias, que surgiram em decorrência do estudo de teorias pertencentes a outros campos de pesquisas, como por exemplo, a Teoria da Aprendizagem Significativa e a própria Teoria dos Mapas Conceituais.

Como nossa proposta refere-se ao uso da História da Matemática como organizador prévio dos conteúdos matemáticos que serão ensinados, através dos mapas conceituais; cujo objetivo (da história da matemática) é o de esclarecer a origem, o surgimento, o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, bem como esclarecê-los, diferenciá-los, com o propósito de melhor ensiná-los, facilitando, assim, sua aprendizagem.

Em relação a essa utilização, Fossa (1998) nos informa que “[...] é possível usar a História da Matemática de uma maneira sistemática para estruturar a apresentação de um módulo inteiro, ou até uma disciplina toda (p. 128)”.

Mendes (1998) vai mais além, afirmando que:

> A utilização da História da Matemática surge como uma proposta que procura enfatizar o caráter investigatório do processo de construção do edifício matemático, podendo levar os estudiosos dessa área de pesquisa à elaboração, testagem e avaliação de atividades de ensino centradas na utilização de informações históricas relacionadas aos tópicos que pretendem investigar (p 16).

Para Baroni e Nobre (1999), a importância da História da Matemática, reside no fato dela, também, ser um elemento importante para a formação profissional do professor. E nos esclarecem,

> A História da Matemática, assim como a Análise, a Álgebra, a Topologia etc., é uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação científica, por isso é ingênuo considerá-la como um simples instrumento metodológico. Dessa forma, é plausível dizer que tanto quanto o conteúdo matemático, há a necessidade de o professor de matemática ensinar sua história, ou seja: A História do Conteúdo Matemático (p. 130).

Destacamos, aqui, essa necessidade de se conhecer a história do conteúdo matemático, para melhor ensiná-lo, enfatizando que essa necessidade relaciona, de uma forma bem natural, os mapas conceituais e a História da Matemática, pois, como afirma Moreira (1982), “os mapas conceituais derivam sua existência da própria estrutura conceitual da disciplina em estudo (p. 45)”.

Dessa forma, a História da Matemática é utilizada como instrumento para promover os princípios da *Diferenciação Progressiva* e a *Reconciliação Integrativa* dos conceitos matemáticos que serão apresentados, utilizando-se os mapas conceituais.

É nessa forma de utilizarmos a História da Matemática que percebemos que vamos ao encontro daquilo que nos informam Miguel e Miorim,

> [...] seria necessário que evitássemos a reprodução pura e simples de propostas e práticas sem a necessária e devida reflexão e distanciamento crítico em relação a elas, quer procedam de autores de livros didáticos, de políticas públicas relativas à educação matemática, de pesquisadores em educação matemática e em história da matemática, quer procedam de outras fontes. É claro que é indispensável conhecer, respeitar e debater tais propostas. Mas isso não dispensa a realização de um esforço pessoal e adicional do próprio professor no sentido de transformá-las ou mesmo de produzir novas propostas personalizadas tendo em vista a natureza, as condições e os propósitos singulares da instituição escolar em cada situação concreta (p. 152).

Dentro desse contexto que procuramos construir, desenvolver e, posteriormente, implementar nossa proposta de ensino da matemática. Mesmo, como dissemos anteriormente, sem encontrarmos algo que a fundamentasse, diretamente, encontramos, nos trabalhos de vários educadores e pesquisadores matemáticos, um caminho para construí-la.

Assim, ao fazermos uso pedagógico da História da Matemática, nos apoiamos no que nos diz Mendes (2002),

> Acreditamos que os aspectos históricos, quando incorporados às atividades de ensino-aprendizagem, apresentam um caráter mais construtivo e útil à aprendizagem dos tópicos matemáticos e isso faz com que os estudantes percebam o caráter investigatório presente na geração, organização e disseminação desses tópicos ao longo de seu desenvolvimento histórico. As atividades educativas devem conduzir os estudantes a um processo mais dinâmico de concepção da matemática ensinada em sala de aula, sob três aspectos da construção do conhecimento: o cotidiano, o escolar e o científico (p. 89).

Confirmando esse pensamento, Miguel e Miorim (2004), nos informam sobre seu ponto de vista, em relação ao uso da História da Matemática em sala de aula, afirmando:

> Entendemos que histórias podem e devem constituir pontos de referência para a problematização pedagógica da cultura escolar e, mais particularmente, da cultura matemática e da educação matemática escolares, desde que sejam devidamente constituídas com fins explicitamente pedagógicos e organicamente articuladas com as demais variáveis que intervêm no processo de ensino-aprendizagem escolar da Matemática (p. 156).

É justamente essa articulação que pretendemos alcançar com nossa proposta. Pois, a Educação Matemática busca, nos vários ramos do conhecimento, como por exemplo, na Psicologia, Pedagogia, Filosofia etc., aliados importantes para promover o ensino e a aprendizagem da matemática com melhor qualidade.

Com esse objetivo, procuramos articular a História da Matemática com a Teoria dos Mapas Conceituais, a qual possui sua fundamentação teórica na área da Psicologia da Educação, mostrando, com isso, a construção de um processo de ensino-aprendizagem transdisciplinar, o qual, é válido que se destaque, objetiva mostrar, através dos mapas conceituais, que a matemática não é uma disciplina estanque, compartimentalizada, sem ligações, até mesmo entre suas diversas áreas.

Partindo desse pensamento, citamos Miguel e Miorim (2004) que nos esclarecem:

> [...] a justificação do ponto de vista da necessidade de constituição de histórias pedagogicamente vetorizadas se sustenta diante da necessidade de se tentar romper com uma determinada forma de se conceber a relação entre a cultura matemática e a cultura histórica que se encontra colocada e estabelecida, no âmbito da instituição escolar, por uma tradição curricular persistentemente disciplinar e compartimentar (p. 157).

É importante observar que, através dessa utilização conjunta da História da Matemática e dos mapas conceituais, estamos relacionando a matemática com outras ciências, como a Psicologia, a Pedagogia, e também com a própria vida, uma vez que a matemática surge em função das necessidades de nosso dia a dia.

Para destacarmos a importância dessas relações, recorremos a D´Ambrosio (2001), que destaca: “O grande desafio que nós, educadores matemáticos, encontramos é tornar a matemática interessante, isto é, atrativa; relevante, isto é, útil; atual, isto é, integrada ao mundo de hoje” (p. 15).

Em relação à utilização dos mapas conceituais, no ensino, Moreira e Buchweitz (1987), entendem que:

> Como recurso didático, mapas conceituais podem ser usados para mostrar relações hierárquicas significativas entre conceitos que estão embebidos no conteúdo de uma única aula, de uma unidade de estudo ou de um curso inteiro. Eles destacam relações de subordinação e superordenação que provavelmente afetam a aprendizagem de conceitos. Eles são representações concisas das estruturas conceituais que estão sendo ensinadas e, como tal, possivelmente facilitarão a aprendizagem dessas estruturas (p. 35).

As relações hierárquicas significativas, que são apresentadas através dos mapas conceituais, podem, perfeitamente, ser esclarecidas utilizando-se a História da Matemática, a qual mostrará, além do surgimento e desenvolvimento dos conceitos que estão sendo ensinados e/ou aprendidos, suas relações e implicações mútuas, destacando suas similaridades e diferenças, colaborando para a incorporação, de forma estável, desses conceitos na estrutura cognitiva dos alunos, proporcionando uma aprendizagem mais consciente e significativa.

Em relação à natureza de um mapa conceitual, é válido destacar: “A natureza idiossincrática de um mapa conceitual, dada por quem faz o mapa (o professor), torna necessário que o professor guie o aluno através do mapa, quando o utiliza como recurso instrucional” (Bogden, 1977 apud MOREIRA, 1982).

Faria (1995), em relação a essa afirmação, nos esclarece que: “[...] é fundamental orientar o aluno para que ele faça as conexões das novas informações ensinadas com conceitos relevantes estabelecidos em sua estrutura cognitiva" (p. 14).

Essa função, segundo nossa proposta, também fica a cargo da História da Matemática como organizador prévio.

A teoria dos mapas conceituais permite estabelecer ligações e identificar relações entre conceitos matemáticos, mesmo entre aqueles que, em um primeiro momento, parecem ser desconexos.

- **Relações entre os Mapas Conceituais e a História da Matemática:**

Podemos destacar as seguintes relações:

- Os mapas conceituais derivam sua estrutura da própria estrutura conceitual da disciplina que está sendo mapeada; desse fato, resulta a importância de se utilizar a História da Matemática para relacionar e esclarecer os conceitos que estão sendo trabalhados através dos mapas;
- A História da Matemática deve ser utilizada para promover a Diferenciação Progressiva e a Reconciliação Integrativa dos conceitos que estão sendo ensinados através dos mapas;
- A História da Matemática, como organizador prévio, é utilizada para desenvolver e/ou fornecer os subsunçores necessários para que ocorra a aprendizagem dos conceitos que serão trabalhados utilizando-se os mapas conceituais;
- Os mapas conceituais e a História da Matemática podem ser usados para mostrar que os conceitos matemáticos estão interligados uns com os outros, com os vários ramos do conhecimento humano e com a nossa própria realidade, desfazendo a idéia de que a matemática é uma disciplina estanque.

- **Vantagens e Possíveis Desvantagens do Uso da História da Matemática e dos Mapas Conceituais no Ensino da Matemática:**

Ao fazermos uso, conjuntamente, dos mapas conceituais e da História da Matemática no ensino da matemática, podemos destacar várias vantagens, como por exemplo:

- Visualizar a estrutura conceitual do assunto em estudo, através dos mapas conceituais, o que proporciona uma visão abrangente desse conteúdo, bem como a inter-relação desses conceitos, através da História da Matemática;
- A História da Matemática pode mostrar a generalidade dos conceitos matemáticos a serem trabalhados, de modo hierárquico, através dos mapas conceituais, possibilitando desta forma, uma melhor compreensão acerca do assunto a ser ensinado / aprendido;
- Os mapas conceituais e a História da Matemática não exigem recursos tecnológicos avançados para sua construção e utilização, respectivamente, mas podem utilizá-los, sem nenhuma complicação, o que seria um atrativo a mais para o ensino e a aprendizagem.

Em relação às desvantagens, podemos levantar as seguintes questões:

- A falta de esclarecimento, por parte do professor, acerca do trabalho com os mapas conceituais e com a História da Matemática, pode promover o desinteresse dos alunos pelo assunto em estudo e, também, pela metodologia de ensino que utiliza os mapas;
- A construção de mapas multidimensionais pode tornar a apresentação dos conceitos complexa, o que dificultará a aprendizagem;
- Pode haver conflito entre a hierarquia conceitual elaborada pelos alunos e a fornecida pelo professor através dos mapas. Este conflito pode vir a ser uma vantagem, desde que trabalhado, discutido, avaliado, conjuntamente, pelo professor e pelos alunos.

Certamente, essas “desvantagens” podem perfeitamente ser evitadas, desde que o professor mostre para a turma o que é um mapa conceitual, qual a sua finalidade, como se dá sua construção, despertando a atenção dos alunos para que percebam que um mapa conceitual pode ser feito de várias maneiras, esclarecendo-os sobre a metodologia de ensino que será utilizada.

O professor poderá solicitar à turma que construa mapas conceituais com os assuntos que estão / serão trabalhados, com a finalidade de envolver os alunos no processo de ensino-aprendizagem e, dessa forma, torná-los parte ativa desse processo.

É oportuno destacar que a utilização pedagógica da História da Matemática possui uma variedade de aplicações, as quais devem ser muito bem pensadas, elaboradas, fundamentadas, para que possam ser colocadas em prática de forma bastante consciente, conforme nos orientam Baroni e Nobre (1999):

> Ao desenvolvermos estudos relativos às contribuições da História da Matemática para a educação matemática, percebemos que é necessário muita cautela, pois pode-se incorrer no erro de simplesmente assumir a História da Matemática como elemento motivador ao desenvolvimento do conteúdo. Sua amplitude extrapola o campo da motivação e engloba elementos cujas naturezas estão voltadas a uma interligação entre o conteúdo e sua atividade educacional. Essa interligação se fortalece a partir do momento em que o professor de matemática tem o domínio da história do conteúdo que ele trabalha em sala de aula (p. 132).

Com esse pensamento, juntamente com os dos outros educadores matemáticos, que foram citados neste trabalhado, objetivamos ter construído uma fundamentação teórica coerente, consistente que possibilite a implementação de nossa proposta, a qual virá a seguir, e atingir os objetivos que buscamos através deste trabalho.

CAPÍTULO VII

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

> (...) a verdade emerge mais rapidamente do erro que da confusão.
> (Bacon, 1979 apud Machado, 1998)

- **Aprendizagem de Conceitos:**

A aprendizagem significativa, baseada na recepção dos conhecimentos, destaca a importância, nesse processo, da disposição (motivação) que o aluno deve apresentar para que ocorra a aprendizagem e, também, à qualidade que o material de aprendizagem deve ter, ou seja, ser potencialmente significativo, possuindo significado lógico.

Em relação à primeira questão, Ausubel (2002), nos informa que motivar o aluno é uma das mais importantes tarefas do professor. Quanto à segunda questão, Ausubel (2002), nos esclarece que:

> 1) que o material de aprendizagem possa ser relacionado de modo não arbitrário (não-aleatório) e não-literal com os conhecimentos apropriados e pertinentes já estabelecidos na estrutura cognitiva do aluno;
> 2) que a estrutura cognitiva do aluno contenha subsunçores adequados para que ela possa se relacionar com os novos conhecimentos do material de aprendizagem (p. 25).

Essa interação, que ocorre entre os novos conceitos adquiridos e aqueles já estabelecidos na estrutura cognitiva do aluno, vai originar novos vínculos, novos significados, próprios de cada aluno. Pois, para Ausubel (2002) “a estrutura cognitiva de cada pessoa, que aprende, é única, todos os novos significados adquiridos são também únicos” (p. 25).

Em relação a essa afirmação, Moreira (1982), esclarece que:

Há, porém, além de valores culturais, outras experiências individuais que fazem com que o significado conotativo seja diferente para cada pessoa. É nesse sentido que Ausubel afirma que a aquisição de conceitos resulta de uma experiência consciente, diferenciada e idiossincrática (p. 29).

Resulta daí, a importância de levarmos em consideração, no processo de ensino-aprendizagem, os conhecimentos prévios dos alunos.

A teoria da aprendizagem significativa nos diz que a aprendizagem ocorre mais facilmente quando já se possui os conhecimentos prévios, chamados de subsunçores (idéias-âncoras), necessários para que ocorra a assimilação, pela estrutura cognitiva de um indivíduo, de novos conhecimentos.

O que fazer, então, quando esses subsunçores não existem? Como adquiri-los?

Ausubel (1968), afirma que a obtenção dos subsunçores se dá através da aquisição de conceitos[11], o que para ele é fruto de uma experiência consciente, diferenciada em cada indivíduo e tem caráter idiossincrático. E identifica duas modalidades principais, que são: a *formação* e a *assimilação* de conceitos.

- **A Formação de Conceitos:**

Segundo Ausubel (1968), este processo é característico em crianças em idade pré-escolar, pois a aquisição dos conceitos se dá de forma espontânea e indutiva como fruto das experiências empírico-concretas, vivenciadas nesta fase de seu desenvolvimento.

A formação de conceitos é considerada por Ausubel um tipo de aprendizagem por descoberta que consiste, essencialmente, em um processo através do qual se abstrai (apropria-se) as características comuns e essenciais pertencentes a uma classe de objetos. Como por exemplo, a aprendizagem das formas geométricas como o quadrado, o triângulo, a circunferência, o retângulo, etc. a qual é adquirida através do contato, da manipulação desses objetos, em seus diferentes tamanhos, cores, posição, etc. O que envolve, segundo (Ausubel, 1980 apud MOREIRA e MASINI 1982), alguns processos, como por exemplo:

[11] Para Ausubel (2002), conceitos são objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos característicos comuns e estão designados pelo mesmo signo ou símbolo.

> a) Análise discriminativa de diferentes padrões de estímulo;
> b) Formulação de hipóteses em relação a elementos abstraídos comuns;
> c) Testagem subseqüente dessas hipóteses em situações específicas;
> d) Seleção dentre elas de uma categoria geral ou conjunto de atributos comuns sob os quais todas as variações possam ser assimiladas;
> e) Relacionamento desse conjunto de atributos a elementos relevantes que sirvam de ancoradouro na estrutura cognitiva;
> f) Diferenciação do novo conceito em relação a outros conceitos previamente aprendidos;
> g) Generalização dos atributos criteriais do novo conceito a todos os membros da classe;
> h) Representação do novo conteúdo categórico por um símbolo de linguagem congruente com o uso convencional.

Moreira (2000) nos diz que após a infância, principalmente no âmbito escolar, as características constitutivas dos conceitos não são mais descobertas de forma indutiva, mas sim apresentadas ao aluno, pelo professor, através de sua definição e exemplificação. O que caracteriza a assimilação de conceitos.

- **Assimilação de Conceitos:**

Como percebemos no parágrafo acima, a assimilação ocorre por ocasião da aquisição de novos conceitos que acontece através da recepção dos atributos que os caracterizam, ocorrendo também, a interação, de modo substantivo e não arbitrário, entre esses conhecimentos e os já estabelecidos na estrutura cognitiva do aluno. O que constitui o ponto mais significativo deste processo.

Com o objetivo de levar ao surgimento dos conceitos subsunçores, Ausubel, propõe o uso do que ele chama de *Organizadores Prévios* do conhecimento, que devem, propositadamente, manipular a estrutura cognitiva do aluno para facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa. Como dissemos, anteriormente, em nossa proposta de ensino, essa função de organizador prévio será exercida pela História da Matemática.

Os capítulos trabalhados, anteriormente, têm como propósito fundamentar nossa proposta para o ensino da matemática; como foi dito anteriormente, não encontramos estudos, trabalhos e outras pesquisas que estivessem ligadas, diretamente, à nossa proposta, mas a construímos baseados em nossas idéias, no modo como percebemos que os conteúdos de análise combinatória e de probabilidade deveriam ser ensinados e, também, nos valemos dos trabalhos, do pensamento de vários educadores matemáticos mais experientes, no campo da Educação Matemática, que discutem e apresentam propostas que utilizam a História da Matemática no ensino da matemática.

- **Metodologia:**

O conteúdo deste trabalho foi fruto de uma pesquisa bibliográfica, com a qual procuramos fundamentar e desenvolver nossa proposta para o ensino da matemática.

A escolha do assunto a ser trabalhado, análise combinatória e probabilidade, deu-se em função de sua importância na matemática, em virtude de o mesmo ser pouco explorado em estudos e pesquisas, à sua relevante presença em nosso cotidiano, pois o conhecimento desses assuntos torna-se necessário para que saibamos interpretar, corretamente, fatos, notícias, resultados de pesquisas, como por exemplo, sobre inflação, eleitorais, estatísticas, além de percebermos sua presença em diversas áreas do conhecimento humano, como na Economia, Estatística, Biologia, Psicologia, etc..

- **Objetivos:**
  - **Objetivo Geral:**

Proporcionar aos alunos o entendimento do conhecimento matemático, sob a perspectiva histórica das causas de seu surgimento, desenvolvimento e aplicações, para que sejam capazes de identificá-los, utilizá-los corretamente, em seus cotidianos, objetivando a compreensão de suas realidades, para que possam transformá-la para melhor, de forma ativa e consciente.

  - **Objetivos Específicos:**

- Compreender, através de uma perspectiva histórica, o surgimento, o desenvolvimento e a utilização de conceitos matemáticos;

- Identificar, corretamente, os conceitos matemáticos da análise combinatória e de probabilidade, e aplicá-los na resolução de situações-problemas;

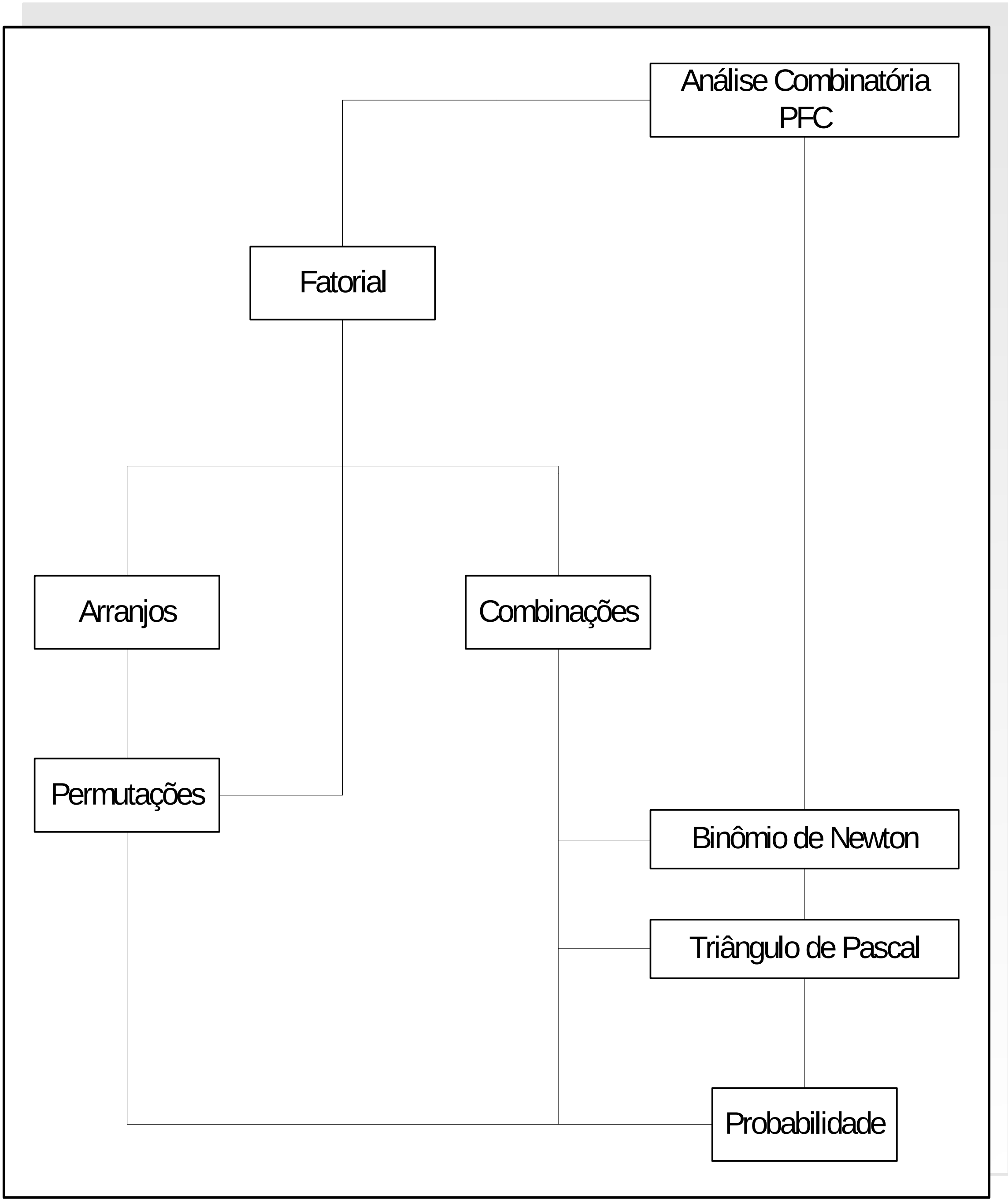
- Utilizar a história da matemática para identificar e compreender as relações existentes entre os conceitos matemáticos da análise combinatória e de probabilidade, bem como suas diferenças e similaridades, objetivando a ocorrência da aprendizagem significativa;

- Empregar os conceitos e informações adquiridos com a aprendizagem da análise combinatória e de probabilidade na interpretação e no entendimento de fatos, notícias, originados em nossa realidade;

- Aplicar os conhecimentos matemáticos adquiridos na intervenção, de forma consciente, na realidade na qual se vive.

- **Um Mapa Conceitual sobre Análise Combinatória e Probabilidade:**

Mostramos, abaixo, um Mapa Conceitual que contém os assuntos que serão trabalhados em nossa proposta para o ensino da matemática.



- **Considerações Finais:**

A idéia de apresentar uma proposta para o ensino da matemática, utilizando-se a história da matemática, constituiu-se, sempre, como o foco principal deste trabalho. Desde o início de nossa pesquisa, procuramos conhecer o pensamento, o trabalho e as recomendações de educadores matemáticos bem mais experientes e conhecedores dos caminhos já trilhados no ensino da matemática.

Com isso, pretendemos conhecer os vários olhares que contemplam a história da matemática como instrumento para o ensino e buscar subsídios para a construção de nossa proposta.

Acreditando em um ensino de matemática, que tenha como ponto de partida aquilo que o aluno já sabe, encontramos nos trabalhos de D. Ausubel, sobre aprendizagem significativa, o alicerce para nos valermos da teoria dos mapas conceituais para ensinarmos os conceitos matemáticos da análise combinatória e da probabilidade. Este ensino, através dos mapas, será precedido e explicado pela história da matemática como organizador prévio, cujo objetivo é desenvolver e / ou fornecer os conhecimentos subsunçores que serão utilizados para proporcionar a aprendizagem de novos conhecimentos.

A presença da história da matemática no ensino da matemática, em nossa proposta, também objetiva fornecer ao conhecimento matemático um caráter de completude, ou seja, mostrar que ele tem início, meio (desenvolvimento) e fim (aplicação prática). Pois, acreditamos que o ensino da matemática, desvinculado de sua história, não leva em consideração o momento sócio-histórico no qual o conhecimento matemático surgiu, desenvolveu-se e foi utilizado.

Nesse sentido, para o aluno, existe uma desvinculação entre o que é comunicado e as reais condições materiais daquele momento histórico. Mesmo que se compreenda o conteúdo específico que é ensinado, como é o caso da matemática, não se tem conhecimento do processo que o gerou, incluído avanços e retrocessos e, até mesmo, implicações sociais.

Atualmente, em educação, fala-se muito em contextualização como uma das preocupações dos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. Na realidade, pode-se falar em contextualização, recontextualização (ressignificação) do saber.

Uma das formas de recontextualizar o conhecimento, em sala de aula, pode ser através do estudo da história da matemática.

A contextualização, por sua vez, pode dar-se, por exemplo, através de investigações feitas pelo professor e alunos, que possam identificar e analisar os conhecimentos que estão subjacentes às práticas sociais da comunidade escolar. Destaca-se que essas possibilidades não únicas. Se na escola tivermos consciência da dinâmica descontextualização/recontextualização, poderemos evidenciar outras formas alternativas de contextualizar/recontextualizar o conhecimento, na interação, da sala de aula.

Miguel (1997) discute as potencialidades pedagógicas da história da matemática, mostrando que uma história da matemática pedagogicamente orientada, que se caracteriza como uma história viva, humana, esclarecedora e dinâmica, pode constituir-se como referência para uma prática pedagógica problematizadora. D`Ambrosio (1996, p. 10), ao discutir a história da matemática e educação, nos diz que uma das finalidades principais da história da matemática, para alunos, professores, pais e público em geral, é a de "situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos", além de "mostrar que a matemática que se aprende nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade".

Com essas concepções, os PCNEM apontam a história da matemática como um "instrumento de resgate da própria identidade cultural". Além disso, pode constituir-se como fonte de esclarecimento de idéias matemáticas para o aluno, respondendo os seus questionamentos, contribuindo, assim, para uma análise mais crítica do conhecimento (Brasil, 1999).

Em nossa proposta, entendemos que uma das metodologias para a recontextualização da matemática envolve o problema histórico que deu origem a um dado conceito.

Para Guzmán (2004), a contextualização do conhecimento matemático envolve o conhecimento das representações dos alunos sobre um determinado conhecimento, em nosso caso a matemática, e do significado de suas concepções e modo como os colocam em prática, ou seja, deve-se levar em consideração o que o aluno já sabe, conforme Ausubel nos fala.

É válido ressaltar que, durante a elaboração de nossa proposta, procuramos manter em mente, as dificuldades que os alunos têm ou possam vir a ter durante a aquisição dos conhecimentos matemáticos, pois, é importante, além de definirmos nossa proposta, estarmos conscientes dos objetivos a serem alcançados no processo de ensino-aprendizagem.

É, justamente, nesse sentido que Perrenoud (2000) refere-se aos objetivos como elementos que intervêm no planejamento didático, na análise das situações e atividade e, é claro, na avaliação da própria aprendizagem.

Nesse sentido, Vasconcelos (2000) nos traz uma contribuição que vem ao encontro dessas idéias ao falar de intencionalidade no processo educativo, afirmando que "o educador deve ter clareza dos objetivos que pretende atingir com seu trabalho", mostrando que "um objetivo bem formulado ajuda na elaboração de estratégias de ação, além de servir de critério para se saber em que medida foi alcançado" (p. 60).

Diante do exposto, o que foi trabalhado nos capítulos precedentes, constitui nossa proposta para o ensino da matemática. Como afirmamos, anteriormente, mesmo não encontrando trabalhos, pesquisas e outros escritos, os quais servissem, diretamente, para fundamentar nossa proposta de ensino da matemática, acreditamos ser válido, para fundamentá-la, apresentar nossas idéias, juntamente com às de outros educadores matemáticos, pois temos a certeza que, no âmbito da educação matemática, é válido, além de procurarmos conhecer e utilizar as propostas já existentes, criarmos outras, apontar novos cominhos, dar a nossa contribuição para a melhoria do ensino da matemática.

Sabemos que não podemos ver nossa proposta como se já estivesse pronta e acabada, pois, assim como nós, seres humanos, amadurecemos a cada dia, esperamos que nossa proposta receba contribuições que a tornem mais eficaz.

Torcemos, também, para que este trabalho possa servir de incentivo, inspiração, para outros educadores matemáticos promoverem um ensino mais consciente, mais humano, mais próximo de nossa realidade e de nosso amadurecimento.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Adquisición y retención del conocimiento – Una perspectiva cognitiva**. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S.A., 2002.

BARALDI, I. M. **Matemática na escola: que ciência é esta?** Bauru: EDUSC, 1999.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**. In revista Técnica Científica, v. 2, n. 7, p. 55-83. Blumenau:Editora da FURB, 1994.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BICUDO, M. A. V. **Ensino de Matemática e Educação Matemática: Algumas considerações sobre seus significados**. In BOLEMA, UNESP, n. 13, p. 1 – 11, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BORDENAVE, J. E. D. **O que é comunicação**. 17ª ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1994.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: Uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: IME – USP, 1996.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRANCA, N. **Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica**. In A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Saraiva, 2003.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 1999.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da história da matemática**. Dissertação de mestrado – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1991.

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2ª ed. revisada. São Paulo: Cortez, 1994.

CARVALHO, J. B. P. **O que é Educação Matemática**. In Temas e Debates, Rio Claro: SBEM, n. 3, p. 17 – 26, 1991.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática Emocional: os afetos na aprendizagem da matemática**. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. **Estudos Matemáticos: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CUNHA, C. M. da. **O saber matemático: informalidade e processos formais**. Ministério da Educação: Brasília, 1999.
DALE, B. **O que é modelagem matemática?** In Educação Matemática em Revista. SBEM, n. 9 / 10, p. 49 – 57, abril de 2001.

D´AMBROSIO, U. **ETNOMATEMÁTICA**. São Paulo: Editora Ática, 1990.

D´AMBROSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. SãoPaulo: Summus, 1986.

D´AMBROSIO, U. **História da matemática e educação**. Cadernos cedes, n. 40, p. 7-17. Campinas: Papirus, 1996.

D´AMBROSIO, U. **Desafios da Educação Matemática do Novo Milênio**. In Educação Matemática em Revista, ano 8, n. 11, p. 14-17.São Paulo: SBEM, 1997.

D´AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 8ª ed. São Paulo, 2001.

D´AMBROSIO, U. **Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidade**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

DANTE, L. R. **Algumas reflexões sobre Educação Matemática**. In Temas e Debates. Rio Claro: SBEM, Ano IV, n. 3, p. 43-49, 1991.

DEMO, Pedro. **Desafios Modernos da Educação**. Petrópolis, Vozes, 1996.

DEVLIN, K. **O Gene da Matemática**. Tradução de Sérgio Moraes Rego. Rio de Janeiro: Record, 2004.

DEVLIN, K. **Os problemas do milênio**. Tradução de Michelle Dysman. Rio de Janeiro: Record, 2004.

DIENES, Z. P. **O poder da matemática**. Tradução de Irineu Bicudo, Maria Aparecida V. Bicudo, Ieda C. Tetzke. 2ª reimpressão. São Paulo: E. P. U, 1975.

EMERIQUE, P. S. **Istoé aquilo: jogo e “ensinagem” matemática**. In Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FERREIRA, E. S. In Educação Matemática em Revista, ano 8, n. 11, p. 4-7. São Paulo: SBEM, 1997.

FERREIRA, E. S. **Etnomatemática – Uma proposta metodológica**. Rio de Janeiro: MEM / USU, 1997.

FERREIRA, E. S. (Org.). **História e Educação Matemática**. In Cadernos CEDES, n. 40. 1ª ed. São Paulo: Papirus, 1996.

FOSSA, J. A. **A concepção Cartesiana de Mathesis Universalis**. In IV Seminário Nacional de História da Matemática. Rio Claro: Editora da SBHMat, 2001.

FOSSA, J. A. MENDES, I. A. **Tendências atuais na Educação Matemática**: **Experiências e Perspectivas**. In XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Norte, vol. 19, p. 11-18. Natal: EDUFRN, 1998.

FREIRE, P. **O importante é ler o mundo**. In revista Nova Escola, n. 139, fevereiro de 2001. São Paulo: Abril, 2001.

GROENWALD, C. L. O; TIMM, U. T. **Utilizando Curiosidades e Jogos em Matemática em sala de aula**. Disponível em: http://www.sbemrs.hpg.ig.com.br/pagina6_2.html. Acessado em 06 de julho de 2004.

GUZMÁN, M. **Matemática e Jogo na Educação Matemática.** Disponível em http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/html . Acessado em: 10 de julho de 2004.

JOLY, M. C. R. A. (Org.). **A Tecnologia no Ensino: implicações para a aprendizagem**. 1ª ed. São Paulo: Casa do Psicólogo Livraria e Editora, 2002.

KISHIMOTO, T. M. **O jogo e a educação infantil**. In Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. São Paulo: Cortez Editora, 2003.

KLINE, M. **Mathematical thought from ancient to moderns times**. Volume 1. New York: Oxford University Press, 1990.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. Tradução de Leônidas G. de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua**. 4ª ed. São Paulo: Cortez, 1998.

MAOR, E. **e: a história de um número**. Tradução de Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2003.

MATOS, M. C. P. ; FERREIRA, M. A. M. **Teoria dos Jogos: Apresentação e Representação**. Disponível em: <http://www.apm.org.pt>. Acessado em: 10 de julho de 2004.
MENDES, I. A. **Construtivismo e História no Ensino da Matemática: Uma aliança possível**. In IV Seminário de Historia da Matemática. Rio Claro: Editora da SBHMat, 2001.

MENEZES, L. **Matemática, linguagem e comunicação**. In Revista Millenium, Instituto Politécnico de Viseu, n. 20, outubro de 2000. Disponível em: http://www.ipv.pt/millenium/20ect3.htm. Acessado em 20 de setembro de 2004.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. **A história da matemática na formação do professor de matemática**. Cadernos CEDES, n. 40. Campinas: Papirus, 1996.

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores**. In Revista ZETETIKÉ. CEMPEM – FE/UNICAMP, v. 5, n. 8, p. 73 – 103, jul. / dez. 1997.

MLODINOW, L. **A janela de Euclides**. Tradução de Enézio E. de Almeida Filho. São Paulo: Geração Editorial, 2004.

MONTEIRO, A. POMPEU Jr. ,G. **Por um entendimento de Etnomatemática**. In A Matemática e os Temas Transversais. São Paulo: Moderna, 2001

MORIN, E. **A escola mata a curiosidade**. In Revista Nova Escola, n. 168, dezembro de 2003, p. 20-22. São Paulo: Editora Abril, 2003.

NETO, E. R. **Didática da Matemática**. 9ª ed. São Paulo: Editora Ática, 1996.

ONUCHIC, L. de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

PAIS, L. C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PARRA, C. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. 2ª reimpressão. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PARRA, C. SAIZ, I. (Orgs.). **Didática da Matemática**. Tradução de Juan Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: ARTMED, 2000.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. da. **Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso?** Disponível em:<http://www.apm.org.pt>. Acessado em: 19 de setembro de 2004.

PONTE, J. P. ; CANAVARRO, A. P. **Novas tecnologias na aula de matemática**. Disponível em < http://www.revistanoesis.pt> Acessado em: 12 de julho de 2004.

RICCETTI, V. P. **Jogos em grupos para a educação infantil**. In Educação Matemática em Revista, SBEM, n. 11, p. 18 – 25, dezembro de 2001.

SMOLE, K. S. **Baralho, dados e educação**. Disponível em: <http://www.novaescola.com.br> Acessado em: 10 de julho de 2004.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. 2º volume. São Paulo: Editora Saraiva, 1968.

Matemática e Jogo na Educação Infantil. Disponível em: <http://www.apm.org.pt> Acessado em: 10 de julho de 2004.

VALENTE, J. A. **A espiral da aprendizagem e as tecnologias de Informação e a Comunicação: Repensando conceitos**. In A Tecnologia no Ensino: Implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo Editora, 2002.

VASCONCELOS, C. dos S. **Construção do Conhecimento em sala de aula**. 11ª ed. São Paulo: Libertad, 2000.

VIANNA, C. R. **Matemática e História: Algumas relações e implicações Pedagógicas**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, 1995.

ZUCHI, I. **A importância da linguagem no ensino da matemática**. In Educação Matemática em Revista. SBEM, n. 16, p. 49 – 55, maio de 2004.