



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO DE DESENVOLVIMENTO AMAZÔNICO EM ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
INFRAESTRUTURA E DESENVOLVIMENTO ENERGÉTICO

JORDE ANTHONNY ALVES RAMOS

**DISPERSÃO DE ENERGIA EM UM CRISTAL GRANULAR HEXAGONAL
DECORADO**

TUCURUÍ - PA
2024



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO DE DESENVOLVIMENTO AMAZÔNICO EM ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
INFRAESTRUTURA E DESENVOLVIMENTO ENERGÉTICO

JORDE ANTHONNY ALVES RAMOS

**DISPERSÃO DE ENERGIA EM UM CRISTAL GRANULAR HEXAGONAL
DECORADO**

Tucuruí - PA

2024

JORDE ANTHONNY ALVES RAMOS

**DISPERSÃO DE ENERGIA EM UM CRISTAL GRANULAR HEXAGONAL
DECORADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento Energético do Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Infraestrutura e Desenvolvimento Energético. Área de concentração: Tecnologias Sustentáveis

Orientador: Prof. Dr. Luis Paulo Silveira Machado.

Tucuruí - PA

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R175d Ramos, Jorde Anthonny Alves.
Dispersão de energia em um cristal granular hexagonal
decorado / Jorde Anthonny Alves Ramos. — 2024.
vi, 59 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Luis Paulo Silveira Machado
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Núcleo
de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento
Energético, Tucuruí, 2024.

1. Cristal Granular Hexagonal. 2. Grão Intersticial. 3.
Energia Mecânica. I. Título.

CDD 539.757

JORDE ANTHONNY ALVES RAMOS

**DISPERSÃO DE ENERGIA EM UM CRISTAL GRANULAR HEXAGONAL
DECORADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura e Desenvolvimento Energético do Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia, da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Infraestrutura e Desenvolvimento Energético. Área de concentração: Tecnologias Sustentáveis

Orientador: Prof. Dr. Luis Paulo Silveira Machado.

Aprovado em 29 de fevereiro de 2024

BANCA EXAMINADORA:



Documento assinado digitalmente

LUIS PAULO SILVEIRA MACHADO

Data: 03/04/2024 12:45:29-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Luis Paulo Silveira Machado

Orientador - PPGINDE/UFGA



Documento assinado digitalmente

ANDRE LUIZ AMARANTE MESQUITA

Data: 03/04/2024 13:33:35-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Andre Luiz Amarante Mesquita

Documento assinado digitalmente

PA



ALEXANDRE DA SILVA ROSAS

Data: 04/04/2024 07:56:16-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Alexandre da Silva Rosas

Examinador externo - PPGF/UFPB

Tucuruí - PA 2024

Dedico este trabalho ao meu avô,
Vitor Emanuel Alves (*In Memoriam*)

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha gratidão a Deus, por me conceder tamanha oportunidade em compreender uma pequena parcela de sua criação, a Natureza. Bem como por sempre cuidar dos meus caminhos.

Agradeço especialmente a minha esposa, Ivânia Emanuele. Sua presença trouxe um brilho intenso e um calor reconfortante à minha vida. Seu amor incondicional, carinho constante, compreensão sincera, ensinamentos valiosos e companheirismo incansável são dádivas que transcenderam até mesmo a sorte. Sou verdadeiramente abençoado por tê-la ao meu lado.

À minha querida mãe, Cândida Maria, por ter sido minha maior inspiração e guia nesta jornada chamada vida. Seus ensinamentos sábios e seu amor incondicional moldaram quem sou hoje, ensinando-me a enfrentar tanto as bênçãos quanto os desafios deste mundo com coragem e gratidão.

Aos meus amados irmãos, Jorden, Jhony e Jhessica, que, apesar de serem mais jovens, têm sido fontes constantes de aprendizado e inspiração em minha vida. Suas perspectivas únicas me lembram da importância da família e do apoio mútuo.

Expresso também minha sincera gratidão aos meus tios e tias, especialmente a Cesar, Celso, Célio, Cleide, Vitor e Julião, cujo apoio e orientação foram inestimáveis ao longo dos anos. Espero um dia poder retribuir todo o carinho e generosidade que vocês têm demonstrado para comigo. À minha avó, Maria de Lourdes, por ser um pilar de amor e sabedoria em minha vida. Suas palavras gentis e seu afeto são tesouros que guardo com carinho.

E ao meu amado avô, Emannel, cuja memória e presença estão sempre presentes em nossos corações, especialmente durante nossos cafés da tarde. Suas lições de vida e seu amor eterno continuam a inspirar-me diariamente.

Aos meus amigos que, de alguma forma, me ajudaram nessa jornada: Felipe, Herlan (Hugo), Elbens, Eden e Danrlei. Ao meu professor-orientador, prof. Luis, que além de demonstrar muita paciência e compreensão, me ensinou muitas técnicas de viver no mundo da Física.

A todos, muito obrigado.

“O Senhor deu sabedoria ao homem,
para que ele possa compreender o ca-
minho da terra.”– Eclesiastes 8:1

Resumo

O cristal granular hexagonal decorado consiste em grãos esféricos principais dispostos em uma matriz hexagonal bidimensional, com pequenos grãos esféricos preenchendo os espaços intersticiais. Esses grãos adicionais mal tocam os principais, aumentando o número de contatos por grão. Além disso, todos os grãos estão inicialmente em repouso, com velocidades nulas. Para comparação, utilizamos resultados de um arranjo semelhante sem decoração (ou seja, sem grãos intersticiais). Investigamos as respostas mecânicas de ambos os arranjos granulares à incidência pontual de um grão externo. Nossa análise concentrou-se em como a energia mecânica é dispersa e mitigada após um único impacto inicial. O modelo proposto confirmou o papel significativo dos grãos intersticiais no cristal granular. O arranjo decorado demonstrou um comportamento acelerado da frente de onda de energia, tanto em sua mitigação quanto em sua propagação. Em nossa análise das orientações de dispersão de energia, descobrimos que o arranjo decorado exibe uma maior mitigação de energia e reorientação da energia de retorno em comparação com o arranjo não decorado. Assim, a adição de grãos intersticiais promove um maior retorno de energia mecânica ao meio externo de origem. Concluimos que, com a decoração adequada, um cristal granular poderia atuar como uma barreira contra impactos fortes.

Palavras-chave: Cristal Granular Hexagonal, Grão Intersticial, Energia Mecânica.

Abstract

The decorated hexagonal granular crystal consists of main spherical grains arranged in a two-dimensional hexagonal array, with small spherical grains filling the interstitial spaces. These additional grains barely touch the main grains, increasing the number of contacts per grain. Additionally, all grains are initially at rest, with null velocities. For comparison, we used results from a similar arrangement without decoration (i.e., without interstitial grains). We investigated the mechanical responses of both granular arrangements to the punctual incidence of an external grain. Our analysis focused on how the mechanical energy is dispersed and mitigated after a single initial impact. The proposed model confirmed the significant role of interstitial grains in the granular crystal. The decorated arrangement demonstrated accelerated behavior of the energy wavefront, both in its mitigation and propagation. In our analysis of energy scattering orientations, we found that the decorated arrangement exhibits greater energy mitigation and reorientation of return energy compared to the undecorated arrangement. Thus, the addition of interstitial grains promotes a greater return of mechanical energy to the external medium of origin. We conclude that with proper decoration, a granular crystal could act as a barrier against strong impacts.

Keywords: Hexagonal Granular Crystal, Interstitial Grain, Mechanical Energy.

Lista de Figuras

2.1	Representação visual de um arranjo unidimensional sob uma perturbação, implicando na existência de uma onda transversal. A primeira linha se trata do arranjo em um tempo inicial. As demais linhas ilustram uma hipotética evolução temporal.	7
2.2	Representação de dois casos de colisão frontal para grãos de tamanhos diferentes (à esquerda) e de tamanhos iguais (à direita).	8
2.3	Representação de segregação granular. Hipotético estado inicial à esquerda e final à direita.	8
2.4	Dois corpos não conformes com superfícies esféricas nas proximidades do ponto de contato que constitui o plano- xy , tangente às superfícies.	9
2.5	Representação de termos em referência a Lei de Hertz. A quantidade $\hat{n}$ é o versor normal ao seguimento de contato.	10
2.6	Distribuição de taxa de energia em dependência angular de contato. A energia inicial é oriunda do impacto inicial.	13
2.7	Arranjo bidimensional com geometria quadrado do cristal granular. Apresentamos três tipos de impactos: frontal a um único grãos e diagonal a dois grãos simultaneamente, representados pelo Caso 01 e 02, respectivamente. O Caso 03 indica uma colisão controlada por uma parede, inserindo energia simultaneamente em todos os grãos da primeira coluna.	14
2.8	Arranjo bidimensional com geometria quadrado decorado com grãos intersticiais.	15
2.9	Arranjo bidimensional com geometria hexagonal do cristal granular. Estão presentes três tipos de inserção de energia mecânica. O caso 01 indica uma colisão frontal por um único grãos externo. O Caso 02 apresenta duas colisões simultâneas, onde os grãos estão separados. O Caso 03 aborda duas colisões simultâneas de mesma direção e sentidos opostos.	17
2.10	Arranjo bidimensional com geometria hexagonal parcialmente decorado com grãos intersticiais acoplados. Os mais pesados têm fixados nas posições intersticiais grãos menores, cujos os raios não sobrepõem os raios dos grãos maiores.	19

2.11	Dois modelos de células unitárias de absorvedores de impactos: (a) Célula tubular soldada sob teste de deformação controlada. (b) Tubos quadrados deformados axialmente. Adaptadas de Alghamdi (2001) e Xu, Zhang e Zhang (2018).	20
2.12	Dois modos de deformação inelástica: (a) À esquerda, modelos de célula unitária CCC modificada, essa constitui o arranjo à direita. (b) À esquerda, o modelo da nova espuma absorvedora de impacto. À direita se apresenta um corpo de prova sob teste. Adaptadas de WU et al. (2023) e Pham et al. (2018).	21
2.13	Modelos biônicos inspirados na arquitetura de plantas. (a) Novo modelo tubular baseado em microestrutura do Bambu. (b) Representação da célula de tubo ramificada internamente, baseada na planta Lírio d'água gigante. Adaptadas de HA e LU (2019) e HA, PAM et al. (2023).	22
3.1	Representação bidimensional do modelo de cristal granular decorado.	23
3.2	Indicação do número de contatos diretos (setas vermelhas). À esquerda, o modelo já existente na literatura, à direita, o modelo proposto.	24
3.3	Representação das relações angulares referentes as posições dos grãos principais e grãos intersticiais. Os valores dos ângulos são: $\theta = 60^\circ$ e $\alpha = 30^\circ$.	25
3.4	Modelo do comportamento simplificado da dissipação de energia, da força elástica e da compressão entre dois grãos esféricos idênticos. O parâmetro w controla a dissipação.	28
4.1	Evolução das energias mecânica (E_m), cinética (E_k) e potencial elástica (E_p). Arranjo hexagonal sem (linhas sólidas) e com (linhas pontilhadas) grãos intersticiais. Considera-se o valor do parâmetro de restituição ($\omega = 0$).	33
4.2	Evolução das energias mecânica (E_m), cinética (E_k) e potencial elástica (E_p). Arranjo hexagonal sem (linhas sólidas) e com (linhas pontilhadas) grãos intersticiais. Considera-se o valor do parâmetro de restituição ($\omega = 0, 1$).	34
4.3	Evolução das energias mecânica (E_m), cinética (E_k) e potencial elástica (E_p) para os grãos intersticiais. Considera-se o valor do parâmetro de restituição ($\omega = 0$).	35
4.4	Evolução de dispersão de energia mecânica ao longo dos arranjos granulares para $w = 0, 1$. Grãos principais: tungstênio. Grãos intersticiais: delrin. (a) e (b) apresentam o arranjo de referência, sem grãos intersticiais. (c) e (d) são variações de (e) e (f), onde mostra-se apenas o comportamento dos grãos principais para o arranjo decorado. (e) e (f) apresentam o arranjo decorado.	37

4.5	Evolução da componente de velocidade dos grãos principais na direção de impacto inicial do <i>striker</i> , eixo- x . As linhas contínuas e descontínuas se referem, respectivamente, ao arranjo de referência e ao novo arranjo. O gráfico interno, superior à direita, apresenta os valores máximos atingidos pelos grãos principais centrais.	40
4.6	Painel principal: perfis do módulo das velocidade dos grãos principais na 3ª coluna granular. Painel superior: ângulo do vetor velocidade, em relação a direção inicial de impacto, em função da posição do grão na coluna. O grão 1 e 51 correspondem ao grão que está na borda e no centro do arranjo, respectivamente.	43
4.7	Classificações de possíveis orientação do progresso de energia cinética de um grão. A energia Frontal, Lateral e de Retorno se referem, respectivamente, a $45^\circ \geq \theta \geq 0^\circ$, $90^\circ \geq \theta > 45^\circ$ e $90^\circ < \theta < 270^\circ$. Consideramos a simetria em relação ao eixo- x	44
4.8	Distribuição da velocidade máxima para os grãos principais de diferentes colunas. Da borda ao centro, respectivamente, sendo do grão 1 ao 51.	44
4.9	Decaimento do pico da energia cinética total em função da coluna granular. Para essa energia soma-se a energia cinética de cada grão ao longo da coluna quando cada grão atinge sua velocidade máxima. Preto: resultados numéricos. Vermelho: curvas de ajustes. A energia foi normalizada pela energia do grão incidente.	46
4.10	Orientações de distribuição de energia em tempos iniciais. Da esquerda à direita, apresenta as interações para um cristal granular com grãos intersticiais e outro cristal sem grãos intersticiais. A sequência de cores vermelho, laranja e verde representam uma sequência de colisões no decorrer do tempo.	47
4.11	Diferentes abordagens da energia cinética considerando três direções de propagação: frontal, lateral e retorno. (a) aborda separadamente a energia para as três classificações. (b) e (c) tratam da relação mais direta do quão discrepante se torna o comportamento de transmissão de energia.	48
A.1	Perfil do módulo das velocidade dos grãos na 5ª coluna.	59
A.2	Perfil do módulo das velocidade dos grãos na 9ª coluna.	59
A.3	Perfil do módulo das velocidade dos grãos na 15ª coluna.	60

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros Materiais (MACHADO; SEN, 2018)	29
-----	---	----

Sumário

Agradecimentos	4
Resumo	i
Abstract	ii
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Sistemas Granulares	5
2.2 Lei de Contato de Hertz	9
2.3 Energia Mecânica	11
2.4 Geometria do Cristal Granular	13
2.4.1 Quadrado	13
2.4.2 Hexagonal	16
2.5 Métodos Alternativos à Absorção de Energia Mecânica	19
2.5.1 Formantes Deformáveis	19
2.5.2 Estruturas Porosas	20
2.5.3 Bio-inspiração	21
3 Metodologia	23
3.1 Novo Modelo: Arranjo Granular com Cristal Hexagonal Bidimensio- nal decorado com grãos intersticiais	23
3.1.1 Construção do Arranjo Granular	25
3.1.2 Modelo de Dissipação de Energia	26
3.1.3 Método Computacional: Método Gear	29
4 Resultados e Discussões	32
4.1 Energia Mecânica	32
4.1.1 Cenário Conservativo	33

4.1.2	Cenário Dissipativo	35
4.1.3	Perspectiva Bidimensional	36
4.2	Dispersão na Direção de Impacto	40
4.3	Morfologia da Frente de Onda	41
4.3.1	Ondas na 3ª coluna granular	42
4.3.2	Picos de Velocidade e Relação Angular	44
4.4	Energia Cinética: Frontal, Lateral e Retorno	45
5	Conclusões	51
5.1	Trabalhos Futuros	52
A	Picos de Onda: 5ª, 9ª e 15ª coluna granular	58
B	Modelo Dissipativo	61

Capítulo 1

Introdução

A Física tem como objetivo fundamental a busca pela compreensão e descrição precisa dos fenômenos naturais. De maneira particular, a Mecânica Clássica se dedica à elaboração de descrições da dinâmica de corpos dentro de um sistema definido, utilizando princípios fundamentais baseados nas leis formuladas por Sir Isaac Newton. Este enfoque abrange conceitos essenciais, tais como espaço, velocidade, aceleração e massa, e explora as relações existentes entre essas grandezas (THORNTON; MARION, 2011). Explorando o domínio das ciências mecânicas, a física dos materiais granulares se dedica ao estudo de corpos, quer sejam macroscópicos ou microscópicos, em sistemas caracterizados pela ocorrência de múltiplas interações mediadas geralmente por forças de contato (DURAN; BEHRINGER, 2001; RADJAI; ROUX, 2004). Estes corpos possuem limites dimensionais: um superior, de modo a evitar a consideração de efeitos relativísticos, e um inferior, com o propósito de evitar a inclusão de características pertinentes à mecânica quântica.

Sistemas Granulares são compostos por um conjunto de corpos sólidos, conhecidos como grãos, que interagem entre si, resultando em comportamentos complexos e único. Essa categoria de materiais constitui a segunda maior em termos de abrangência no planeta, sendo superada apenas pela classe dos fluidos (DURAN; BEHRINGER, 2001). Individualmente, cada grão, ou cada conjunto de poucos grãos, está sujeito ao comportamento discretizado, no entanto para um sistema maior, o comportamento se torna contínuo, podendo ser equivalente ao de um fluido, a depender da energia atribuída a cada grão (RADJAI; ROUX, 2004; NESTERENKO, 2001). É importante observar que as energias abordadas nesses sistemas não estão relacionadas a noção de temperatura, nem mesmo usando o movimento browniano, tal exigiria modificações sofisticadas. Sendo esta uma das limitações à classificação de um sistema como granular (DURAN; BEHRINGER, 2001; MEHTA; EDWARDS, 1989).

Esses sistemas se manifestam em uma ampla gama de configurações. No contexto industrial são observados em setores como mineração, processamento de alimentos, práticas agrícolas e produção farmacêutica. Além disso, eventos naturais,

como o movimento de detritos decorrentes de incidentes, incluindo deslizamentos de terra e avalanches. A criação de metamateriais com a finalidade de reduzir os efeitos causados por forças de contato ou explosões pode ser realizada através da utilização de substâncias que exibem características similares às de um leito composto de pequenas esferas de ferro (NESTERENKO, 2003). Variadas estratégias podem ser adotadas para a investigação de sistemas granulares, com foco tanto na análise da redução de impactos como na compreensão das características das ondas dentro desse meio (MACHADO; SEN, 2018; YANG et al., 2021; KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020; XIANQING; XIAN-WEN; WEI, 2022). Esses meios fornecem descrições não-lineares devido ao comportamento elástico dos grãos, sendo esse fenômeno abordado através da aplicação da lei de Hertz (DURAN; BEHRINGER, 2001; GHAEDNIA et al., 2013; HONG; XU, 2003).

No contexto da interação mecânica, a força entre dois grãos gera uma compressão, cuja intensidade, juntamente com o número de contatos por grão, desempenha um papel fundamental na não-linearidade (NESTERENKO, 2001; HONG; XU, 2003). Os estudos nessa área podem ser de caráter experimental (WAYMEL et al., 2017; KOCHARYAN; KARANJGAOKAR, 2022; SHUKLA; DAMANIA, 1987; SHUKLA, 1991) ou teórico (XIANQING; XIAN-WEN; WEI, 2022; LEONARD et al., 2014; MANJUNATH; AWASTHI; GEUBELLE, 2014; WU et al., 2019). A primeira alternativa fornece evidências empíricas, além de testar hipóteses em determinado ambiente controlado. No entanto, exibe dificuldades devido à necessidade de acesso aos materiais de difícil obtenção, como a utilização de câmeras equipadas com sistemas fotográficos de alta velocidade (KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020; SHUKLA; DAMANIA, 1987; SPADONI; DARAIO, 2010). A segunda abordagem, escolhida para este estudo, oferece a vantagem de maior flexibilidade nos ajustes das condições iniciais e das condições de contorno. No entanto requer alto nível de sofisticação matemática, cuja adaptações ocorrem a medida que os dados são coletados, o que pode implicar em incertezas sobre a validade de previsões. Nesse cenário, podem ser utilizados métodos matemáticos, como o método de Gear (WANG; WEN, 2006), o método de Runge-Kutta (ARORA; JOSHI; I.S., 2020), o Método dos Elementos Discretos (DEM) (CAMPELLO, 2018) e a Análise dos Elementos Finitos (FEA) (KHATRI; DARAIO; RIZZO, 2009).

A literatura existente apresenta uma variedade de estudos direcionados a diversas configurações e abordagens concernentes a sistemas granulares. Como exemplo, é possível mencionar a investigação de fenômenos relacionados a ondas não lineares em uma cadeia granular unidimensional, com o intuito de avaliar e caracterizar as imperfeições estruturais presentes em materiais de aço (KHATRI; DARAIO; RIZZO, 2009). Observação e controle de energia mecânica confinada em sistema granular composto unidimensional (DARAIO et al., 2006) com o intuito de identificar e descrever impurezas contidas no referido material (HONG; XU, 2003). Abordagens de um arranjo ordenado bidimensional quadrado (SHUKLA; DAMANIA, 1987; SHUKLA, 1991), empregado como lentes acústicas (SPADONI; DARAIO, 2010). Tal investigação é direcionada para a dinâmica das ondas na presença de defeitos pontu-

ais no arranjo (KOCHARYAN; KARANJGAOKAR, 2022), a propagação de ondas elasto-plásticas (WAYMEL et al., 2017), bem como a influência das restrições laterais (KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020). Existem estudos conduzidos no âmbito de cristais quadrados decorados com grãos intersticiais, com a finalidade de exercer controle sobre a dispersão da energia mecânica, buscando assim alcançar uma estrutura eficaz na mitigação dos efeitos decorrentes de impactos (MACHADO; SEN, 2018; AWASTHI et al., 2012).

Outra configuração de grande interesse é o cristal granular hexagonal bidimensional (SHUKLA; DAMANIA, 1987; SHUKLA, 1991). Nesse arranjo particular, tem-se efetuado observações acerca do comportamento da energia mecânica (KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020; WAYMEL et al., 2017; HUA; VAN GORDER, 2018), interações envolvendo ondas solitárias (YANG et al., 2021; LI; YANG; ZHANG, 2018) e respostas sob impactos de natureza contínua e descontínua (XI-ANQING; XIAN-WEN; WEI, 2022), levando em consideração a influência de restrições laterais (KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020; HUA; VAN GORDER, 2018). Avalia-se o potencial de empregar esse tipo de sistema para a otimização de transferência de sinais mecânicos (WU et al., 2019).

Diversas investigações abordam sistemas granulares caracterizados por grãos de variados tamanhos, dispostos de forma aleatória no arranjo, conforme atestado por estudos anteriores (NESTERENKO, 2001, 2003, 2018; BENSON et al., 1996). O pioneirismo dos autores Benson et al. (1996) consiste na investigação da propagação de choques mecânicos, evidenciando um aumento na energia dissipada à medida que a compressão é incrementada. Adicionalmente, se destaca a notável disparidade entre os comportamentos de pulsos em meio granular organizado e desordenado. O comportamento da energia mecânica em meio granular depende significativamente das propriedades mecânicas do sistema, bem como das condições impostas, atuando inicialmente e no decorrer do progresso. Dentre aplicações, a utilização das propriedades desse meio resulta no controle de vibração e na mitigação de energia mecânica (NESTERENKO, 2018). Considerar variação padronizada nos tamanhos dos grãos pode resultar em notável atenuação de energia proveniente de um agente externo (TIWARI; MOHAN; SEN, 2016).

Embora existam numerosos estudos acerca de materiais granulares, é possível identificar diversas linhas de pesquisa promissoras nesse domínio da Física. Destaca-se o área de atenuação, dispersão e redirecionamento de energia mecânica, onde as aplicações desses três aspectos se revelam abundantes e variadas. Trata-se de um desafio a completa compreensão teórica do comportamento granular. O objetivo deste estudo consiste em avaliar o comportamento da energia mecânica inserida em um sistema granular por um agente externo, denominado *striker*. A investigação se inicia na configuração do arranjo, onde tratamos de uma disposição granular de geometria hexagonal decorada com grãos menores posicionadas em seus interstícios, chamados grãos intersticiais. Essa nova estrutura proporciona aumento significativo no número de contatos por grãos, implicando na previsão de melhor dispersão de energia ao longo da cadeia granular, bem como no possível aumento de velocidade

de ondas mecânicas. A ideia está na avaliação da amplitude e orientação da frente de onda, nos módulos de energias cinética e potencial e como ocorre a dispersão da energia mecânica. Os resultados obtidos por meio desta pesquisa contribuem para o avanço do conhecimento no campo da propagação de ondas não-lineares em meios discretos, periódicos e com dispersão, enriquecendo a compreensão fundamental desse domínio dentro da Física. Proporcionam possíveis *insights* e incremento a base teórica para futuras investigações nesse campo, contribuindo assim para o desenvolvimento contínuo do entendimento científico sobre os comportamentos dos materiais granulares.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

O presente capítulo se dedica a revisar alguns aspectos gerais dos sistemas granulares e características particulares de cristais granulares. Será empreendida uma abordagem simplória dos principais conceitos desses ramos, em foque na dinâmica pelo contato direto e geometria de meios granulares.

2.1 Sistemas Granulares

Um sistema granular é definido como um conjunto de partículas sólidas macroscópicas, de dimensões aleatórias ou padronizadas denominadas grãos (DURAN; BEHRINGER, 2001). Trata-se de uma classe de sistemas materiais que apresenta uma dinâmica altamente não-linear, tornando-o um desafio os estudos a seu respeito. A não linearidade é devido principalmente a força de contato entre os grãos que compõem esse meio, sendo o contato entre grãos esféricos regido pela lei de Hertz (DURAN; BEHRINGER, 2001; GHAEDNIA et al., 2013). Para cada par de grãos existem tipos de interações nas quais podemos considerar: colisão elástica ou inelástica, força de atrito, movimento de rotação, umidade, força de Van Der Waals, pré-compressão nula ou não-nula e entre outros.

Os grãos são as unidades básicas que compõem um arranjo granular. A geometria de cada grão, bem como suas combinações, influencia significativamente no comportamento de quantidades físicas nesse meio, como o momento total e a energia mecânica. É comum em investigações sobre sistemas em que todos os grãos têm a mesma geometria, podendo ser esféricas, cilíndricas ou ter simetrias mais complexas. Dessa forma, ocorrem simplificações nas análises pela definição de que os grãos são indistinguíveis geometricamente entre si. As relações entre os tamanhos típicos, bem como os materiais dos grãos, que compõem um arranjo devem ser definidas visando possíveis propriedades que podem manifestar-se no meio granular.

A diferença de densidade, material e tamanho dos grãos resultam em comportamentos contínuos únicos dessa classe de materiais. Esses sistemas apresentam

propriedades singulares devido a atuação coletiva. A exemplo temos: (i) Em uma superfície plana, um arranjo de poucos grãos em queda livre, considerando a ausência da resistência do ar e o tempo limitado para cada interação, ao colidirem inelasticamente uns com os outros infinitas vezes, tendem a se aproximar, formando um conjunto mais compacto (ZHOU; KADANOFF, 1996); (ii) Um conjunto granular pode apresentar um gradiente de velocidade. Estando um arranjo granular em uma superfície inclinada, sob a aceleração gravitacional, apresentará várias camadas granulares paralelas entre si com diferentes velocidades. A camada mais afastada da base tende a ter maior velocidade que as demais, tal intensidade diminui conforme a proximidade da coluna em relação a base, demonstrando a atribuição de caráter hidrodinâmico a um meio inicialmente rígido. Tal fenômeno se chama fluxo de avalanche (DURAN; BEHRINGER, 2001); (iii) Outro fenômeno que referencia o meio fluido é a fluidez de grãos por um funil. Investigações com grãos esféricos passando por um funil exibem propriedades de interferência no fluxo granular, seja a interrupção do fluxo, seja sua maximização. Ambas a depender da relação entre a dimensão dos grãos e do ambiente de saída (TO; LAI; PAK, 2001). Nota-se que nos dois últimos fenômenos ocorre atribuições de fluidos para esses sistemas. Realmente, um conjunto granular pode se comportar como um gás ou um líquido, dependendo da energia atribuídas aos grãos, dos graus de liberdade dos grãos, número de colisões por grão, duração da colisões, condições locais de estresse e condições de contorno (HOSTLER, s.d.; CAMPBELL, 1990). Essas atribuições resultam em efeitos que assemelham-se a tensão superficial, efeitos eletrostáticos e de coesão. No entanto se adotadas algumas definições, esses efeitos podem ser negligenciadas em uma simulação computacional sem muita perda de generalidade do comportamento granular. Tal cenário é vantajoso diante do custo computacional que habitualmente é presente nas investigações dos comportamentos dessa classe de materiais.

Assim como os fluidos, um meio granular ao ser perturbado pode apresentar fenômenos ondulatório, especificamente, ondas mecânicas. Então, compreende aspectos como comprimentos de onda, amplitude, velocidade e interferências. Mesmo para um meio com significativa densidade de massa, as ondas existirão (CAMPBELL, 1990). Dada uma incidência de momento linear por um agente externo ao meio, cada grão ao ser perturbado se comportará como uma esfera que comumente estudamos na mecânica clássica. Visualizando-a em conjunto a sua vizinhança, podemos notar o comportamento ondulatório ao longo do sistema. Em um arranjo unidimensional, tal como apresentado na Figura 2.1, ocorrem sucessivas colisões ordenadas evidenciando a existência de comportamento ondulatório. Para mais dimensões, existem várias colisões simultâneas e sucessivas em diversas orientações. Em caso bidimensional, a perturbação no meio granular pode ser análoga a uma frente de onda se propagando na superfície de um lago quando perturbado. Então, o ponto de partida para se compreender a dinâmica granular encontra-se em observar as propriedades individuais de suas componentes, seguida das propriedades coletivas, como a geometria de cada grão e as suas posições relativas que caracterizam a geometria do arranjo.

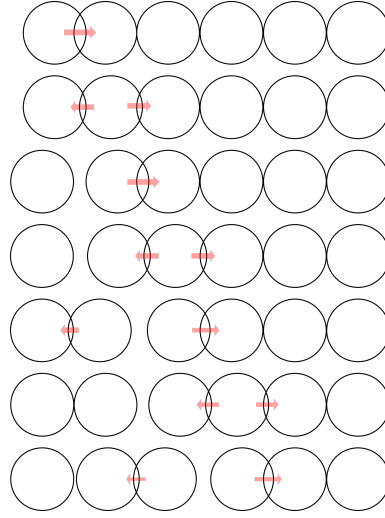


Figura 2.1: Representação visual de um arranjo unidimensional sob uma perturbação, implicando na existência de uma onda transversal. A primeira linha se trata do arranjo em um tempo inicial. As demais linhas ilustram uma hipotética evolução temporal.

Os grãos de um meio podem ter densidades e geometrias padronizadas. Vamos atentar para a simetria esférica. As interações se relacionam fisicamente com o tamanho dos grãos participantes, onde a transferência de momento linear se modifica de acordo com as características dos grãos. Como exemplo, verificaremos dois casos conservativos simples de colisões frontais na Figura 2.2. O par à esquerda indica dois grãos de mesmo material, então de mesma densidade, $\rho_1 = \rho_2$. Seja o raio do grão menor r , n vezes menor que do maior grão R , ou seja,

$$R = nr, \quad (2.1)$$

então a seguinte relação de volume é encontrada,

$$V_1 = n^3 V_2. \quad (2.2)$$

Pela conservação de momento linear, temos

$$(P_1 + P_2)_{\text{inicial}} = (P_1 + P_2)_{\text{final}}, \quad (2.3)$$

onde $(P_2)_{\text{inicial}} = 0$. Resultando na relação

$$u_2 = n^3 [(u_1)_{\text{inicial}} - u_1], \quad (2.4)$$

em que u_1 e u_2 são as velocidades finais do grão maior e do menor, respectivamente. Perceba que a velocidade do grão menor logo após a colisão tem influência da relação de tamanhos. Para o caso à direita, apresenta-se $n = 1$ e $u_1 = 0$ resultando na transferência total de momento, $(P_1)_{\text{inicial}} = (P_2)_{\text{final}}$.

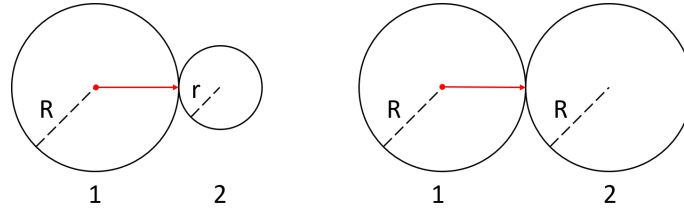


Figura 2.2: Representação de dois casos de colisão frontal para grãos de tamanhos diferentes (à esquerda) e de tamanhos iguais (à direita).

Em um determinado arranjo confinado por paredes fixas com diversos grãos de diferentes dimensões, as múltiplas colisões resultam em segregação. Trata-se de uma propriedade que aborda a separação de materiais de diferentes densidades que constituem um meio, que a princípio poderia ser homogêneo (FERNANDES, s.d.). Isso é um problema quando o objetivo é obter uma mistura altamente controlada, como ocorre na indústria da agricultura (FERNANDES, s.d.). Dado um conjunto constituídos de dois tipos de grãos, alusão ao par à esquerda da Figura 2.2, limitados por paredes sob ação gravitacional. Sendo esse meio submetido a pequenas perturbações sucessivas, os grãos maiores subirão ao topo, Figura 2.3 (ROSATO et al., 1987). Esse tipo de segregação ocorre ainda que os grãos maiores apresentem maior densidade em relação aos grãos menores.

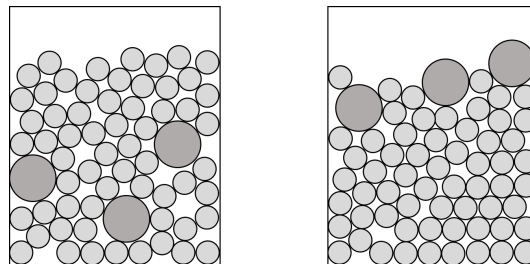


Figura 2.3: Representação de segregação granular. Hipotético estado inicial à esquerda e final à direita.

A natureza inerente aos sistemas granulares é uma consequência da interação mútua entre os grãos, cuja evolução muitas vezes exige estímulo externo. A partir da incidência de momento oriunda de um agente externo, verifica-se transição de energia aos grãos de impactos iniciais. Inferindo transferência aos demais grãos da vizinhança. No entanto, isso dependerá da orientação de cada contato, bem como do número de grãos vizinhos, evidenciando a importância de se analisar a geometria referentes as disposições granulares. Conforme ocorrem as interações, a cada par de grãos, parte da energia transmitida ao longo do arranjo tende a ser redirecionada como resultado de múltiplas interações (DURAN; BEHRINGER, 2001; SHUKLA; DAMANIA, 1987). A complexidade dos sistemas granulares, resultante da interação entre os grãos, ressalta a necessidade de uma análise cuidadosa desses sistemas. À medida que esses sistemas respondem a estímulos externos, ocorre uma complexa

dinâmica referente a dispersão de energia no meio. Essa dinâmica, influenciada pela orientação dos contatos e pelo número de grãos vizinhos, destaca a importância da compreensão da geometria e disposição dos grãos que compõem um arranjo.

2.2 Lei de Contato de Hertz

Iniciando com interesse na influência de deformações elásticas aplicado ao ramo da óptica, Heinrich Hertz (1857-1894) conduziu pesquisas no campo da mecânica de contato. A princípio, utilizando como objetos de estudos as lentes de vidro com superfícies parabólicas. A história relata o ocorrido durante o Natal de 1880 (JOHNSON, 1982). Hertz verificou que as deformações dos corpos rígidos ocorriam apresentando uma geometria elíptica da área de contato, conservando um deslocamento elástico normal à superfície de contato. Identificou que para interação entre corpos não conformes¹ independes da geometria do corpo todo, basta considerar a parte que está próxima à área de contato (GHAEDNIA et al., 2013; JOHNSON, 1982). Analisando as superfícies adjacentes ao ponto de contato entre dois corpo parabólicos, inferiu que a distancia h entre essas superfícies pode ser expressa como

$$h \approx \frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}, \quad (2.5)$$

referente à Figura (2.4). Em que R_1 e R_2 são os raios de curvaturas principais relativos². Sendo x e y coordenadas do plano tangente ao contato entre as superfícies.

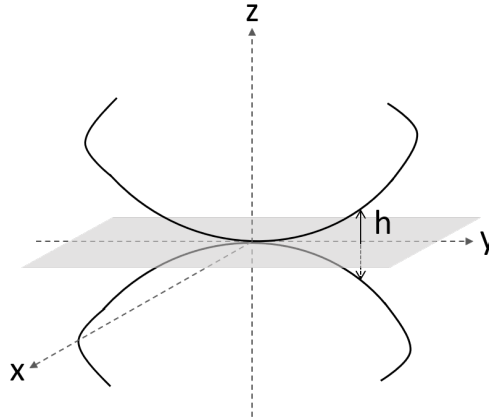


Figura 2.4: Dois corpos não conformes com superfícies esféricas nas proximidades do ponto de contato que constitui o plano- xy , tangente às superfícies.

As superfícies se modificam obedecendo um regime circular. Os principais parâmetros que regem essa deformação de contato são o módulo de Young E e a razão

¹Diz respeito aos corpos cujas configurações não apresentam correspondência exata, um encaixe exato.

²Refere-se à variação da curvatura ao longo da superfície de contato.

de Poisson ν (DURAN; BEHRINGER, 2001; GHAEDNIA et al., 2013; JOHNSON, 1982). Ambos são coeficientes importantes para a compreensão do comportamento de um material em resposta a uma força externa aplicada. O primeiro parâmetro, também denotado de módulo de elasticidade, trata da rigidez de um material. O segundo diz respeito à capacidade de contração lateral ao sofrer tensão. Ambos aspectos influenciam na definição de força elástica que, para um sistema massa-mola não-linear, é definido genericamente como

$$\vec{F}_{ij} = \begin{cases} \vec{0} , & \delta_{ij} \leq 0 \\ k_{ij} \delta_{ij}^{\frac{3}{2}} \hat{n} , & \delta_{ij} > 0 \end{cases} , \quad (2.6)$$

sendo

$$\delta_{ij} = R_i + R_j - \delta R_{ij}, \quad (2.7)$$

onde o valor $\frac{3}{2}$ depende da morfologia do grão, o qual se refere à geometria esférica, k_{ij} é a constante elástica, δ_{ij} representa a sobreposição, R_i o raio do grão, o termo δR_{ij} é a distância do centro de um grão a outro e $\hat{n}$ é o versor normal referente ao contato, veja a Fig. 2.5, (YANG et al., 2021; MANJUNATH; AWASTHI; GEUBELLE, 2014; JOHNSON, 1985).

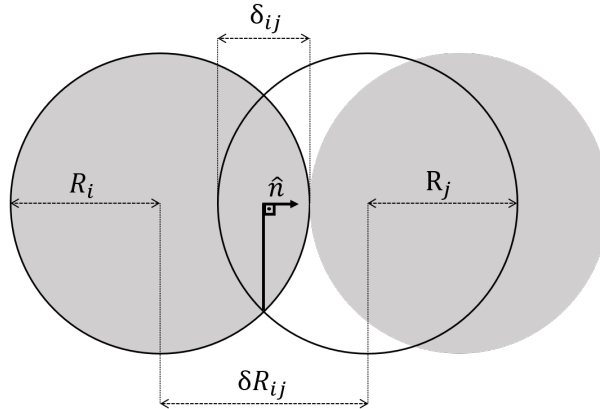


Figura 2.5: Representação de termos em referência a Lei de Hertz. A quantidade $\hat{n}$ é o versor normal ao seguimento de contato.

Durante uma colisão envolvendo dois grãos de mesmas propriedades materiais, ocorre uma compressão em resposta a deformação de ambos, oriunda da força repulsiva. Sua intensidade corresponde as propriedades materiais, bem como do momento total inicial. Considerando geometria esférica dos grãos, a constante k é definida como,

$$k_{ij} = \frac{4}{3} \frac{E_i E_j}{[E_i(1 - \nu_i^2) + E_j(1 - \nu_j^2)]} \sqrt{\frac{R_i R_j}{(R_i + R_j)}}. \quad (2.8)$$

Ao incidir momento sobre o grão alvo³ será induzida uma tensão σ em resposta a interação, sofrendo influência da rigidez⁴ de ambos os grãos. Um sistema pode apresentar somente uma classe de propriedades de materiais, amenizando o desafio em compreender tal ramo da Física. No entanto, o alcance da lei de Hertz proporciona investigações em sistemas de variadas propriedades mecânicas.

2.3 Energia Mecânica

O sistema granular pode ser caracterizado pelo momento linear $\vec{p}$ dos grãos, considerando um sistema com alta simetria referente as posições dos grãos. Juntamente a essa grandeza, a energia mecânica é uma das principais medidas para análises da atuação do arranjo em dispersar e mitigar a energia no meio, visto que as outras formas de energia influenciarem muito pouco na dinâmica do sistema. Destacamos a energia cinética E_k e a potencial elástica E_p . Assim, para se perturbar esses sistemas pode-se inicialmente fornecer somente energia cinética ou energia potencial ao sistema. Em um cenário onde se fornece energia potencial, temos a pré-compressão não-nula. Então a eq. (2.6) apresenta $\delta_{ij} > 0$. As investigações iniciariam com $F_{ij} \neq 0$, os grãos estariam sobrepostos. Outra maneira é considerar somente energia cinética não-nula, isto é, inserir momento linear. Nesse contexto, a pré-compressão é assumida como nula, implicando em $\delta_{ij} = 0$. Então, consideramos a introdução de um atuador inicial, um agente externo ao meio, que incidirá sobre o meio granular a partir do tempo inicial $t = 0$. A facilidade experimental e de análise teórica tornam a perturbação via energia cinética a alternativa mais escolhida. O atuador pode ser um grão (MACHADO; SEN, 2018; WAYMEL et al., 2017; HUA; VAN GORDER, 2018), como os demais que formam o arranjo, ou um corpo maior (YANG et al., 2021; KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020; MANJUNATH; AWASTHI; GEUBELLE, 2014; LI; YANG; ZHANG, 2018), como uma parede sob queda controlada. É relativamente fácil rastrear seu progresso ao longo do arranjo, sendo apresentada como

$$E_k = \sum_{i=0}^N \frac{m_i u_i^2}{2}, \quad (2.9)$$

onde, para um i -ésimo grão, m_i é a massa e u_i a velocidade. A energia mecânica é

$$E_m = E_k(m_i, u_i) + E_p(\vec{R}_i, k_i), \quad (2.10)$$

onde $\vec{R}_i$ é vetor posição e

$$E_p = \sum_{i=0}^N E_{pi} \quad (2.11)$$

relacionada à força elástica, Eq.(2.6). Em cada interação ocorre a conversão entre as energias E_k e E_p por intermédio da compressão do material. Em um sistema

³Denominamos assim o grão que é impactado por um agente externo.

⁴Essa propriedade mecânica é atrelada ao módulo de Young $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$, onde ϵ é a deformação elástica.

isolado, a energia total é selecionada como invariante ou dissipada ao longo do arranjo, sendo esse o mais próximo da realidade. A quantidade dissipada depende do número de colisões que, por sua vez, se relaciona as direções de contatos existentes, obedecendo a disposição geométrica dos grãos constituintes (SHUKLA, 1991). Uma consequência de sucessivas conversões de energias é a dispersão da energia referente ao momento incidente. Refere-se ao modo de redistribuição energética ao longo do tempo. Tal propriedade não ocorre de forma aleatória, apesar de altamente não-linear, mas obedece regras bem regulares com dependência as propriedades materiais dos corpos (SHUKLA; DAMANIA, 1987; SHUKLA, 1991). Cada transição de energia exige um contato direto que, pela lei de Hertz, aborda uma orientação. Sendo possível escrever uma função de transferência em decorrência do ângulo de contato. Segundo os autores Shukla e Damania (1987) e Shukla (1991), a intensidade de energia transmitida diminui a medida que o ângulo e a duração do contato de energia aumentam. Indicando que o comprimento de onda do perfil de energia transitório é diretamente proporcional ao ângulo. Para um arranjo altamente simétrico, os contatos correspondentes à 90° não proporcionam transferência de energia, enquanto os de 0° indicam maior quantidade transferida. Para um arranjo sem boa simetria, o ângulo de 90° pode proporcionar transferência de momento angular.

Nesse contexto, uma análise direta pode ser feita pela Fig. 2.6. Para um arranjo com grãos de raios e disposições variadas, é exibida que a transição de momento obedece uma exigência. Ocorrendo para ângulos menores que 90° em relação ao impacto inicial. Ao incidir no grão 2, não ocorre transferência significativa aos grãos 1 e 3, somente para aquele que corresponde à $\theta_0 < 90^\circ$. Diante da relação $\theta_1 > \theta_2$, a maior taxa de energia ocorre ao grão 6. Essa exigência independe do tamanho do grão. Tratando-se de um sistema sem simetria, para $\theta = 90^\circ$ acontece a transferência de momento angular por forças tangenciais, que pode ser negligenciada por apresentar baixas intensidades.

A noção de distribuição de energia é indicada na Fig. 2.6. Ela pode ser reorientada a custo de alguma parcela perdida. Perceba que parte da parcela recebida pelo grão 4 é direcionada horizontalmente, isto é, para as laterais. O progresso existente apresenta quantidades progredindo com tendência vertical, a qual chamamos de frontal, outra parcela em orientação lateral e com possibilidade de existência de parte retornando, com sentido oposto ao impacto inicial. Em um arranjo mais complexo, alguns grãos participam de efeitos de borda ao serem ejetados.

Os valores dos ângulos são definidos de acordo com a geometria do cristal granular. A propagação de energia mecânica é dependente das disposições granulares, entre outras propriedades. Então a eficiência em espalhamento da frente de onda é relacionado ao número de contatos por grão, obedecendo a exigência angular. A concepção de que a seleção das posições e raios dos grãos pode influenciar a redistribuição do progresso energético é intrigante.

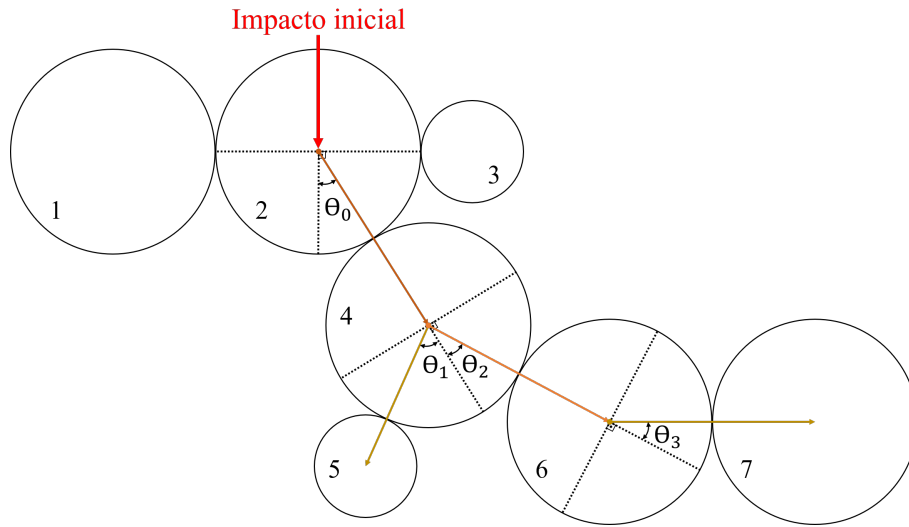


Figura 2.6: Distribuição de taxa de energia em dependência angular de contato. A energia inicial é oriunda do impacto inicial.

2.4 Geometria do Cristal Granular

Um cristal granular é um pequeno agrupamento ordenado de partículas sólidas, os grãos, que exibem um padrão semelhante ao de um cristal, mas em uma escala muito maior. Pode ser formado por agregados de partículas sólidas tais como grãos de areia, por exemplo. A organização desses grãos é semelhante aos átomos e moléculas de um cristal clássico, mas não necessariamente com a mesma perfeição. Os cristais granulares podem compor um arranjo granular, exibindo propriedades interessantes, como a transmissão de momentos de maneira seletora e comportamento mecânico não-linear (DURAN; BEHRINGER, 2001).

Em um arranjo, as posições relativas dos grãos dependem da disposição granular nos cristais que compõem esse meio. Isso influencia as medidas físicas no arranjo. Neste trabalho, por analogia superficial, apresentaremos as duas principais configurações bidimensionais de cristais recorrentes na literatura. As geometrias são distintamente marcadas pelos possíveis pontos de transferência de energia. A princípio, todos os grãos terão as mesmas propriedades físicas, sendo vantajoso na compreensão dessas configurações. Existem estudos de abordagem teórica a respeito de combinações de grãos com variados raios e materiais.

2.4.1 Quadrado

O primeiro cristal abordado apresenta geometria quadrada. Todos os grãos de um arranjo composto somente por esse tipo de cristal, exceto os grãos das bordas, tem somente quatro contatos granulares, Fig. 2.7. Os ângulos dos pontos de contatos entre os grãos são perpendiculares ou paralelos. Diversas investigações são feitas sob variadas formas de perturbação inicial do meio granular, a exemplo

exibiremos três casos referentes a colisão 01, colisão 02 e colisão 03.

O primeiro caso apresenta uma incidência de momento por colisão frontal com um grão que compõem o arranjo quadrado, colisão 01 na Fig. 2.7. Utilizando lente fotoelásticas, os autores Shukla e Damania (1987) mostra que ao incidir um grão sobre o arranjo, inicialmente em um único grão, a propagação de onda mecânica seguirá paralelamente a orientação de impacto inicial. Esse comportamento se assemelha ao caso unidimensional, onde existe apenas uma cadeia granular limitada por paredes, um arranjo unidimensional (DARAIO et al., 2006; KHATRI; DARAIO; RIZZO, 2009).

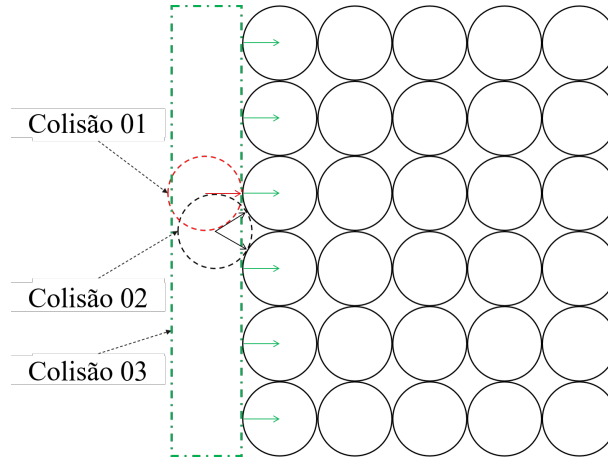


Figura 2.7: Arranjo bidimensional com geometria quadrado do cristal granular. Apresentamos três tipos de impactos: frontal a um único grãos e diagonal a dois grãos simultaneamente, representados pelo Caso 01 e 02, respectivamente. O Caso 03 indica uma colisão controlada por uma parede, inserindo energia simultaneamente em todos os grãos da primeira coluna.

Em um segundo caso, a perturbação inicial aborda duas colisões simultâneas por um único grão externo, trata-se da colisão 02 na Fig. 2.7. Para esse cenário, a atenuação de picos de ondas elasto-plásticas⁵ ocorre nessa configuração conforme a evolução da energia mecânica no arranjo (WAYMEL et al., 2017). Apresentando diminuição da força máxima atingida pelos grãos em decorrência da posição da frente de onda no meio. Nesse ponto, destaca-se que o número de contatos no impacto inicial realizado pelo grão externo influencia na evolução da energia no meio. A energia será mais espalhada ao logo do arranjo quando o momento inicial é mais distribuído entre os grãos no impacto inicial. Isto é, se os grãos externos na colisão 01 e 02 tiverem o mesma intensidade de momento linear inicial, a distribuição inicial de momento é mais efetiva para o caso em que ocorre duas colisões simultâneas.

⁵Refere-se às deformações elásticas e plásticas do material. Nesse meio a deformação do material é presente quando a onda está passando por ele. Em contrapartida, ondas plásticas abordam a deformação permanente do grão após a passagem da onda.

Outro aspecto imperativo na dinâmica da energia no meio granular é a geometria de cada grão, o formato presente é o cilíndrico. Nesse contexto, investigação de cunho experimental foi realizada objetivando a influencia das paredes fixas que limitam um arranjo (KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020), onde o momento incidente é referente à Colisão 03 na Fig. 2.7. Registrando dados oriundos dos campos de deformações granulares, verificou-se que a atenuação da frente de onda a 0° do impacto ocorre suavemente e com maior taxa em relação a distância, em comparação a orientação de 45° . Nesse cenário, apresenta-se um decaimento abrupto da intensidade de energia cinética como resposta de interferência de ondas refletidas pelas paredes.

Uma derivação do arranjo quadrado é feita ao incluir grãos nos interstícios dos grãos principais, veja a Fig. 2.8. Essa configuração foi usada pelos autores Machado e Sen (2018) e Awasthi et al. (2012) para investigações da energia pela reorientação da frente de onda devido ao aumento de colisões por grão, pela existência dos grãos intersticiais. Usando combinações materiais, foram feitos gráficos de dispersão que

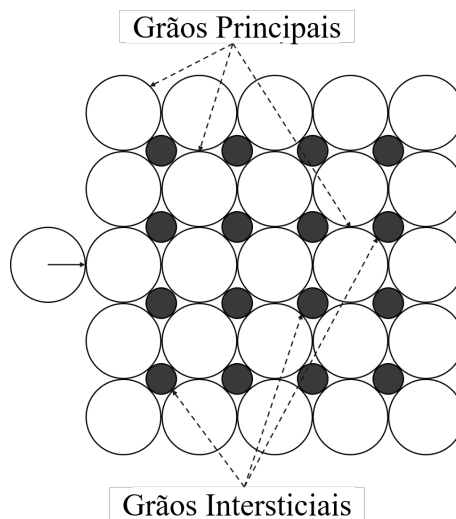


Figura 2.8: Arranjo bidimensional com geometria quadrado decorado com grãos intersticiais.

acusam a efetividade de espalhamento de energia, bem como mudanças e tendências geométricas ao longo do arranjo. Determinados casos apresentam maior efetividade em relação ao espalhamento e a mitigação da energia referente a um momento incidente. As pesquisas conduzidas pelos autores Szelengowicz, Kevrekidis e Daraio (2012) demonstram a significativa influência de um único grão intersticial no arranjo granular. Nessa investigação, observou-se que o espalhamento da energia mecânica se torna mais eficiente na presença de grão intersticial. Em um cenário mais específico, ao introduzir grãos intersticiais mais pesados que os grãos principais, ocorre uma reorientação da frente de onda, resultando no redirecionamento de aproximadamente $1/7$ da energia em uma única cadeia granular referente a colisão frontal,

colisão 01. Por outro lado, quando os grãos intersticiais são mais leves, observa-se uma tendência à formação de convergências de energia.

Nota-se que a existência de grãos menores no meio, grãos intersticiais, influenciam fortemente na dinâmica da frente de onda oriunda de uma perturbação inicial por um agente externo. Logo, tem-se a ideia de que a reorganização da geometria dos cristais granulares, juntamente a inclusão estratégica de grãos intersticiais, podem maximizar a dispersão de energia mecânica no meio granular.

2.4.2 Hexagonal

A segunda geometria de cristal granular apresentada é a hexagonal. Para um cristal granular hexagonal atribui-se um triângulo granular como princípio geométrico, veja a Fig. 2.9, isto é, três grãos com 60° entre as linhas normais às superfícies de contato. A configuração geométrica hexagonal é constituída por sete grãos, apresenta maior número de contatos que um cristal quadrado com um intersticial, precisamente 50% mais contatos. O aumento expressivo do número de contatos por grão implica em maior probabilidade de interações granulares, o que corresponde a mais transições do momento linear no meio. Essa geometria de cristal é investigada na literatura sob diversas condições, a exemplo abordaremos brevemente três tipos: colisão 01, 02 e 03.

O primeiro cenário, sobre a colisão 01, é estudada pelos autores Shukla e Damania (1987), veja a Fig. 2.9, relatando maior decaimento de energia que no cristal quadrado. Realizando um paralelo entre as duas geometrias granulares (quadrado e hexagonal), essa investigação demonstra que para uma mesma distância no meio granular, ocorre atenuação de 70% no arranjo hexagonal contra 20% no arranjo quadrado. Os autores frisam a relação direta entre número de contatos e a redistribuição de energia pela geometria da frente de onda. Ainda nesse cenário, os autores Waymel et al. (2017) mostra que as ondas elasto-plásticas têm decaimento aproximadamente exponencial a 30° da direção de impacto. Essa direção apresenta maior alcance de valores dos picos de força⁶ referentes a baixo e médio momento incidente no arranjo em comparação aos momentos que seguem orientação a 0° do impacto inicial. Nesse meio as ondas elasto-plásticas têm propriedades semelhantes as propriedades de ondas plásticas.

Em um arranjo quadrado limitado, o formato da frente de onda se altera com sua evolução, de hexagonal para um formato mais circular (XIANQING; XIANWEN; WEI, 2022). Apresentando a inhomogeneidade da distribuição de energia como resposta a geometria do cristal. Ao definir dois impactos iniciais simultâneos, espaçados por algumas vezes o raio de um grão, Colisão 02 na Fig. 2.9, duas frentes de onda surgem e interagem após um tempo, sendo independentes inicialmente. Tratam-se das componentes de velocidade perpendiculares à direção de colisão que se interferem, induzindo à diminuição da amplitude da frente de onda (XIANQING;

⁶Cerca de $\sim 4\text{kN}$ e $\sim 10\text{kN}$, respectivamente.

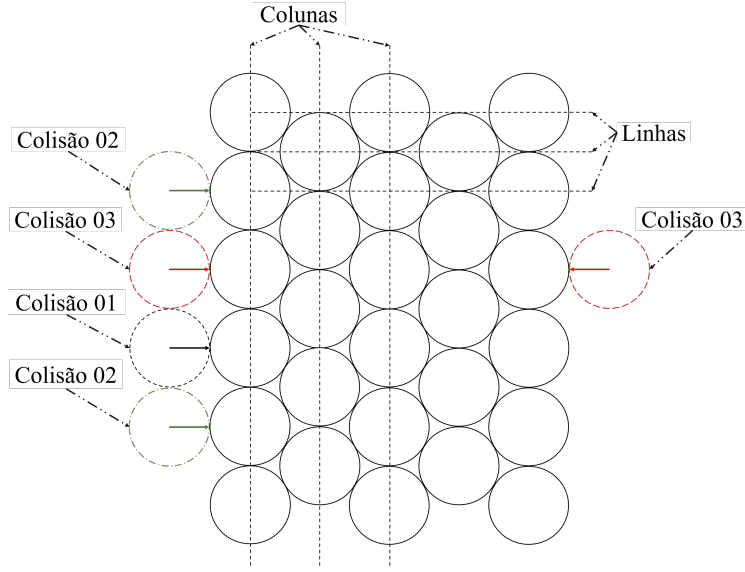


Figura 2.9: Arranjo bidimensional com geometria hexagonal do cristal granular. Estão presentes três tipos de inserção de energia mecânica. O caso 01 indica uma colisão frontal por um único grãos externo. O Caso 02 apresenta duas colisões simultâneas, onde os grãos estão separados. O Caso 03 aborda duas colisões simultâneas de mesma direção e sentidos opostos.

XIAN-WEN; WEI, 2022). Isso vincula a ideia de que a interação de frentes de onda de diferentes fontes induzem a mitigação de energia no meio.

A interferência entre frentes de onda de diferentes fontes também é investigada em um cenário referente a colisão 03 na Fig. 2.7. Então se duas frentes de onda de iguais propriedades colidem frontalmente ambas sofrem defasagem negativa, indicando adiantamento no alcance da amplitude máxima (YANG et al., 2021). Isso demonstra que o comportamento da dinâmica granular pode ser adiantado em decorrência dessas interferências de frentes de ondas. O deslocamento de fase demonstra relação não-linear com a velocidade de impacto. Essa função assume maiores valores quando o arranjo tem número ímpar de colunas. Isso mostra que a geometria formada pelo encerramento do empacotamento influencia na dinâmica das ondas (KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020; HUA; VAN GORDER, 2018). Ainda nessas condições, maior taxa de atenuação ocorre na direção de 0° em comparação a 45° . Nesse último ângulo, quando comparado ao cristal quadrado, apresenta maior decaimento de máximas velocidades.

As condições de contorno fixas (paredes) induzem ondas refletidas levando a suas interações mutuas, comportamento que implica em possível controle de propagação de energia através das disposições de paredes externas (KARANJGAOKAR; KOCHARYAN, 2020). Os materiais que constituem as paredes devem ser verificados, conduzindo às investigações sobre o comportamento da transição de energia entre meios granulares de materiais com distintas propriedades. Esse tema é es-

tudado pelos autores Hua e Van Gorder (2018) e Tichler et al. (2013) para dois meios granulares diferentes compondo o mesmo arranjo. Para um único impacto, como o da Colisão 01 na Fig. 2.9, de um meio leve para um pesado⁷, é transmitida uma única frente de onda com menor amplitude para o meio granular pesado. No mesmo cenário, no meio leve surge uma frente de onda seguida de varias ondas secundárias, todas como ondas refletidas da superfície de transição de material. Se contrário, uma transição de um meio pesado para um meio leve, grande parte da energia ultrapassa para o meio leve, caracterizada por uma quebra em várias ondas de amplitudes menores, de modo decrescente. No geral, a passagem de energia entre meios granulares de diferentes densidades resulta em reorganização da distribuição de energia, caracterizada pela quebra da primeira frente de onda oriunda imediata da incidência de momento por um corpo externo.

Os estudos a respeito de um arranjo com diferentes materiais mostra que quando ocorre uma mistura granular equilibrada de diferentes materiais, é possível aumentar a eficácia em transferência de energia (WU et al., 2019). Sendo a proporção de 70% grãos pesados e 30% leves, dispostos como mostrado na Fig. 2.10, ocorre aumento na taxa de transferência de sinal mecânico. Diante de tamanha dificuldade em criar o arranjo com cristais hexagonais experimentalmente, Wu et al. (2019) mostram que a construção dessa configuração granular pode ser feita fixando aos grãos leves alguns grãos menores de mesmo material, isto é, grânulos nos interstícios. No total de seis grânulos em cada grão leve distribuídos isotropicamente. Em seguida, atribui-se pequenas perturbações em duas direções perpendiculares (WU et al., 2019). Sob essa tática, a geometria hexagonal desejada é obtida⁸. Por fim, a ideia é que os menores se dissolvam⁹, de modo que a configuração granular final apresente somente os grãos leves e pesados.

A concepção de que a geometria hexagonal seja uma configuração observável na Natureza, juntamente com configurações aleatórias, instiga um interesse significativo. Em materiais granulares, trata-se de uma geometria com melhor desempenho em dispersar energia referente a incidência de momento inicial por um agente externo. A redistribuição de energia também tem relação com a presença de grãos menores, atuantes como espalhadores de frente de onda, que levam a melhor dispersão de energia. A presença de mais desses grãos no meio pode resultar em melhora na mitigação da energia total do sistema, visto que acontece um aumento no número de colisões. Logo, este trabalho seguirá essa linha de ideia.

⁷Um meio granular leve e pesado se referem a meio de menor e maior densidade, respectivamente.

⁸Considera-se a atuação da força gravitacional.

⁹Os materiais presentes nos grãos menores devem se dissolver imediatamente após o rearranjo dos grãos maiores, fragmentando-se em partes cada vez possivelmente menores. Sua função exclusiva é facilitar a formação de uma configuração hexagonal.

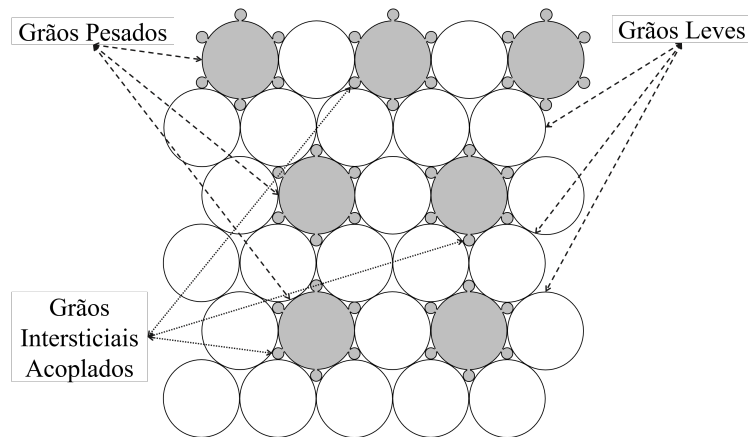


Figura 2.10: Arranjo bidimensional com geometria hexagonal parcialmente decorado com grãos intersticiais acoplados. Os mais pesados têm fixados nas posições intersticiais grãos menores, cujos os raios não sobrepõem os raios dos grãos maiores.

2.5 Métodos Alternativos à Absorção de Energia Mecânica

A literatura detém de outras abordagens a respeito de construções de materiais com alta capacidade de mitigação de energia mecânica. Apesar da grande diferença com a área deste trabalho, julgamos interessante descrever brevemente alguns sistemas concorrentes.

2.5.1 Formantes Deformáveis

A princípio, esse método apresenta propriedades granulares. Trata-se de um conjunto empacotado cuja a geometria de cada constituinte é bem definida. A principal diferença está na resposta elástica granular. Tal método tem como ideia base as colisões inelásticas, considerando propriedades plásticas dos grãos. A geometria granular se torna mais complexa visando a deformação controlada como um meio de mitigar a energia mecânica, veja a Fig. 2.11. Outros aspectos consideráveis são os tipos de materiais e os deslocamentos internos (GOLDSMITH; SACKMAN, 1992; ALGHAMDI, 2001; XU; ZHANG; ZHANG, 2018). O autor Alghamdi (2001) revisa alguns modelos de absorvedores de energia colapsáveis, em linhas gerais são: Tubos¹⁰, *Frustas*¹¹, Colunas *Multicorner*, Placas sanduíche e Células *Honeycomb*. Por motivos econômicos, os metais são os mais escolhidos para a composição material. De acordo com Xu, Zhang e Zhang (2018), tal classe de materiais espelha a vantagem no ramo industrial, em especial, o automotivo. O preenchimento das estruturas que compõem esses meios pode ser feito utilizando espumas de metais mais leves,

¹⁰Devido as variadas orientações de deformação, existem subclassificações a respeito dessa classe como a Inversão de Tubo, por exemplo.

¹¹Cones circulares truncados

objetivando sua densificação após determinado impacto.

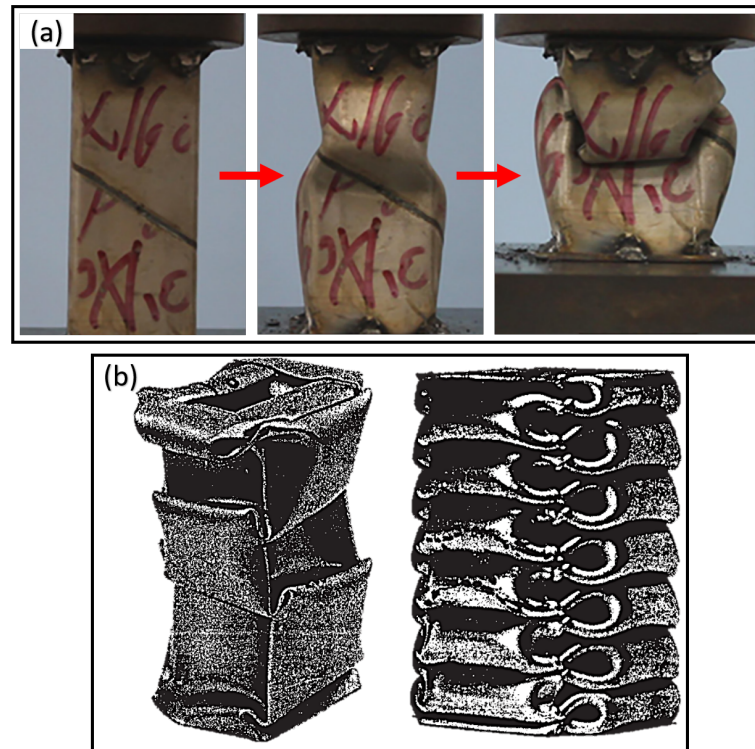


Figura 2.11: Dois modelos de células unitárias de absorvedores de impactos: (a) Célula tubular soldada sob teste de deformação controlada. (b) Tubos quadrados deformados axialmente. Adaptadas de Alghamdi (2001) e Xu, Zhang e Zhang (2018).

2.5.2 Estruturas Porosas

Essa área de pesquisa aborda meios contínuos e porosos. A absorção de energia tem como premissa o aumento de densidade pela compactação dos constituintes. Considerando os modos de deformação a depender das configurações geométricas. A princípio, as estruturas são análogas as de treliça, como cúbico de corpo centrado (CCC), treliça de oito vértices (OCT), cúbico de faces centradas (CFC) e compacto hexagonal (CH). Apesar de ser um meio sem rupturas, consideram-se sub-divisões denominadas células. Essas, ou partes dessas, podem se afastar ou aproximar conforme suas propriedades mecânicas e geométricas, visando deformações controladas como respostas plástica a impactos, veja a Fig. 2.12 (XU; ZHANG; ZHANG, 2018; WU et al., 2023).

Essa classe de meio oferece dificuldades ao *design*, referente às fabricações de objetos, logo, pode-se optar pela diminuição da rigidez do material, algo mais esponjoso. Usando dessa propriedade, Kurihashi et al. (2020) verificam a eficiência de absorção de impactos por rochas com variadas intensidades de energia mecânica.

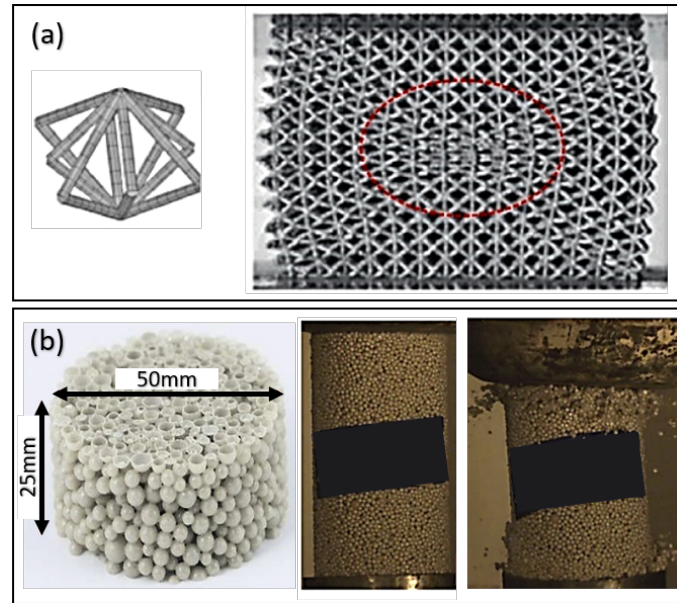


Figura 2.12: Dois modos de deformação inelástica: (a) À esquerda, modelos de célula unitária CCC modificada, essa constitui o arranjo à direita. (b) À esquerda, o modelo da nova espuma absorvedora de impacto. À direita se apresenta um corpo de prova sob teste. Adaptadas de WU et al. (2023) e Pham et al. (2018).

Quando esses materiais são de alta resistência à compressão, oferecem maior efetividade em dispersão e absorção de energia, resultando em redução significativa de energia transmitida. O aumento da capacidade de absorção em decorrência do aumento de densidade também foi uma das respostas obtidas na investigação das propriedades de uma nova espuma feitas por Pham et al. (2018), veja a Fig. 2.12. Os autores Yang et al. (2022) realizaram investigações de tubos com estrutura híbrida, variante da geometria CH. Os autores demonstram alto desempenho na absorção de energia em comparação com outras formas mais convencionais. No entanto, destacam a complexidade em produção desse material, bem como a necessidade de Inteligência Artificial para melhor compreensão das respostas mecânicas. Durante a investigação de uma nova espuma sintética de matriz metálica (MENG et al., 2021), apresentou-se bom nível de absorção de energia devido ao reforço dos poros pelo uso de alumina. Implicando em melhoria na elasticidade e endurecimento pelo modo de deformação da espuma.

2.5.3 Bio-inspiração

Visando a permanência das espécies, a evolução biológica tratou de selecionar as possíveis melhores estruturas absorvedoras de impactos. Variadas componentes de seres vivos têm como fundamento configurações estruturais que venham a servir de base para pesquisas a respeito de novos metamateriais que respondem de forma efetiva às interferências mecânicas externas (LAZARUS et al., 2020). Geralmente

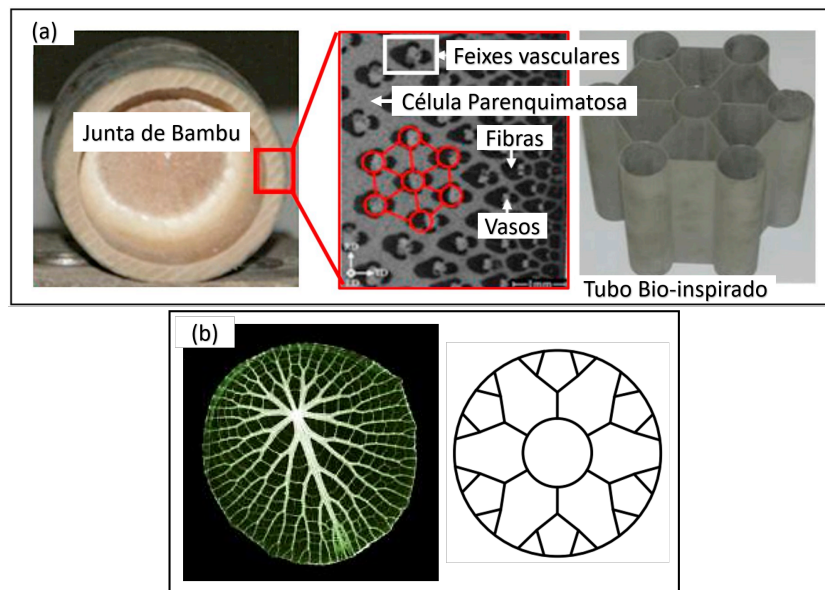


Figura 2.13: Modelos biônicos inspirados na arquitetura de plantas. (a) Novo modelo tubular baseado em microestrutura do Bambu. (b) Representação da célula de tubo ramificada internamente, baseada na planta Lírio d'água gigante. Adaptadas de HA e LU (2019) e HA, PAM et al. (2023).

encontradas na escala de micro e meso, algumas delas são por camadas, gradientes, sanduíche, tubular, espumas e estruturas de treliças (LAZARUS et al., 2020; HA; LU, 2019). Combinações podem existir, como na planta Bambu (*Bambusoideae*), Fig. 2.13, a qual apresenta colunas tubulares com variação gradual da média dos raios, ou seja, configuração multicelular com distribuição gradiente. A produção de um material bio-inspirado no bambu obteve melhora significativa na absorção de energia (HA; LU, 2019; HA; PAM et al., 2023). Um dos aspectos presente na construção de novos materiais é a deformação parcial na orientação do impacto, isto é, partes da estrutura deve deslizar sob colisões iniciais. Partes do corpo humano apresentam esse comportamento, em geral apresentando tecidos colagenosos (LAZARUS et al., 2020). A ideia base é vinculada ao modo de deformação inelástica pela hierarquização tubular, também presente em folhas de Lírio d'água Gigante¹², Fig. 2.13. Assim, novas configurações tubulares demonstram alta absorção de energia, indicando que o aumento de ramificações tubulares, bem como dos diâmetros graduais, ampliam a efetividade de mitigação (HA; LU, 2019; HA; PAM et al., 2023).

¹²Pertence a mesma família da Vitória-régia, família *Nymphaeaceae*.

Capítulo 3

Metodologia

Para a formação de um arranjo granular é necessário avaliar aspectos físicos relevantes na física de contatos. O comportamento da energia mecânica responde a essas propriedades. Diante disso, vamos verificar as principais características físicas do arranjo proposto neste trabalho, criando um ambiente necessário para a compreensão dos resultados obtidos neste estudo.

3.1 Novo Modelo: Arranjo Granular com Cristal Hexagonal Bidimensional decorado com grãos intersticiais

O modelo do cristal proposto apresenta geometria hexagonal. Esse cristal granular é composto por grãos principais e grãos intersticiais, Figura 3.1. Trata-se de uma geometria recorrente, como mostra a Subseção 2.4.2. O diferencial deste estudo está na inclusão de mais grãos, menores e dispostos nos interstícios dos grãos principais.

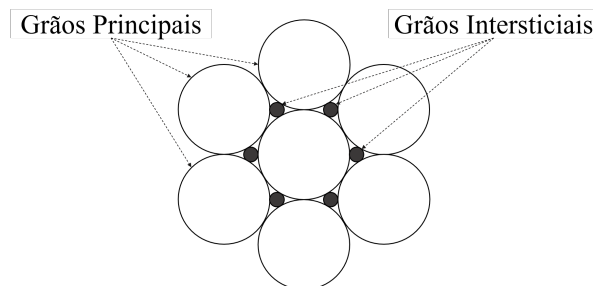


Figura 3.1: Representação bidimensional do modelo de cristal granular decorado.

Por simples analogia, a Fig. 3.2 apresenta dois cristais de configurações distintas, mas de geometria hexagonal. Sem os grãos intersticiais, cada grão principal

tem seis contatos diretos com a vizinhança. Sob a presença dos grãos intersticiais, ocorre um aumento para doze contatos por grão, Figura 3.2, e, em consequência, aumento de grãos por unidade de área do cristal¹.

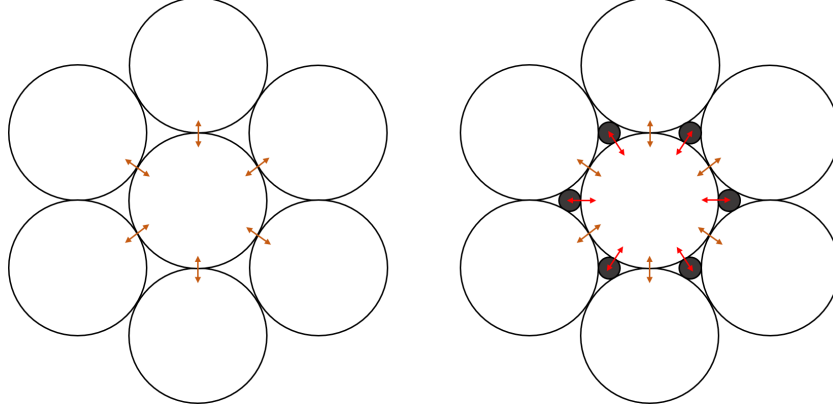


Figura 3.2: Indicação do número de contatos diretos (setas vermelhas). À esquerda, o modelo já existente na literatura, à direita, o modelo proposto.

Por simplicidade, todos os grãos principais têm as mesmas propriedades físicas, como a densidade, razão de Poisson e módulo de Young. O mesmo ocorre entre os grãos intersticiais. Visando o contato direto, mas sem sobreposição, o raio dos grãos principais denotado por R apresenta uma relação fixa com o raio dos grãos intersticiais r , sendo

$$r = \frac{(2\sqrt{3} - 3)}{3} R. \quad (3.1)$$

Isso pode ser obtido das relações geométricas apresentadas na Figura 3.3. Então, em um arranjo fechado, todos os grãos estão inicialmente apenas em contato, caracterizando compactação para energia mecânica total nula.

Pela lei de Hertz, o contato entre os grãos esféricos deve ser regido pela função de força elástica $F_{ij} = k_{ij}\delta_{ij}^{\frac{3}{2}}$, Eq. (2.6). Logo, a constante elástica é definida em dois contextos: colisão principal-principal e principal-intersticial. Para o primeiro caso temos,

$$k_{\text{princ}} = \frac{E\sqrt{2R}}{3(1-\nu^2)} \quad (3.2)$$

e para o segundo,

$$k_{\text{int}} = \frac{4}{3} \frac{E\xi}{[E(1-\nu^2) + \xi(1-u^2)]} \sqrt{\frac{Rr}{R+r}}, \quad (3.3)$$

onde E , ξ são os módulos de Young, ν e u são as razões de Poisson dos grãos principais e intersticiais, respectivamente.

¹Consideramos que os materiais dos grãos principais são os mesmos para os dois casos. É possível que as massas dos grãos sejam escolhidas de modo a igualar as densidades de ambos os cristais.

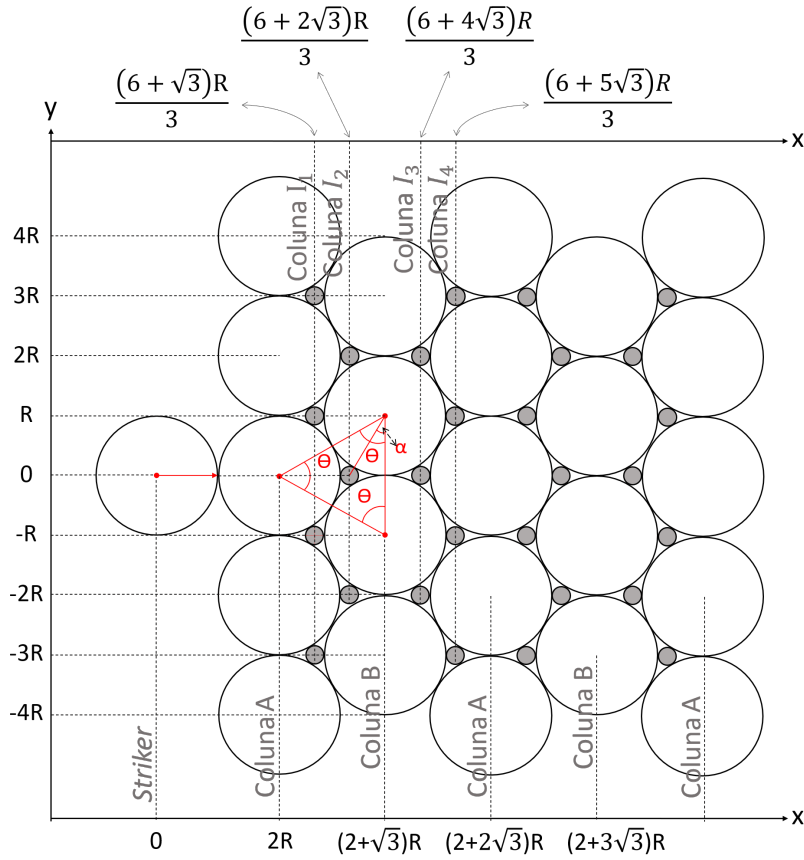


Figura 3.3: Representação das relações angulares referentes as posições dos grãos principais e grãos intersticiais. Os valores dos ângulos são: $\theta = 60^\circ$ e $\alpha = 30^\circ$.

3.1.1 Construção do Arranjo Granular

A primeira definição é a respeito dos formatos e posições dos grãos. Todos são esféricos. Isso caracteriza a força. Em seguida, a origem da energia mecânica no sistema. A energia será inclusa por impacto direto (energia cinética). Um grão externo colidirá frontalmente com outro grão que compõe a borda do arranjo. Esse grão externo, identificado por *striker*, tem as mesmas propriedades materiais de um grão principal. A Fig. 3.3 mostra que a origem do sistema de coordenadas cartesianas coincide com o centro do *striker*, a partir disso são definidas as coordenadas dos demais grãos. Para todos eles, as coordenadas das posições estão no centro dos grãos. Os valores no eixo- x e eixo- y obedecem um padrão reescritos em termos do raio R .

O empacotamento total, ou arranjo granular, possui aproximadamente um formato retangular. Parte disso se deve à compactação dos grãos pelo empacotamento hexagonal, mas tem principal influência do número de grãos nas colunas. Denominamos a primeira coluna de grãos principais de coluna A (constituída por N_A grãos), e a segunda de coluna B (formada por N_B grãos), onde $N_B = N_A - 1$. O número

de colunas A, que identificamos por C_A , trata-se de um parâmetro do sistema que determina o tamanho do arranjo granular ao longo da direção de impacto. Também, para manter a simetria do arranjo, sempre modelamos cenários onde o arranjo começa e termina com uma coluna A. O número total de grãos principais é descrito por

$$N_{\text{prin}} = N_A(2C_A - 1) - C_A + 2. \quad (3.4)$$

Para os grãos intersticiais, a primeira, segunda, terceira e quarta coluna são denotadas, respectivamente, por I_1, I_2, I_3 e I_4 , onde o número de grãos dessas colunas se relacionam por $N_{I_1} = N_{I_4}$, $N_{I_2} = N_{I_3}$ e $N_{I_2} = N_{I_1} - 1$. Determina-se o número total de grãos intersticiais por

$$N_{\text{int}} = 2(C_A - 1)(2N_A - 3). \quad (3.5)$$

Neste trabalho, dimensionamos o tamanho do arranjo em função do número de colunas A e o número de grãos que compõem a coluna A, ou seja, denota-se o tamanho do sistema por $C_A \times N_A$. Fixamos o número de 31 colunas A ($C_A = 31$). Essa escolha deve-se a limitações computacionais e identificamos que para tal tamanho é possível caracterizar adequadamente a onda gerada pela perturbação inicial provocada pelo *striker*. Por sua vez, optamos por dois cenários para o número de grãos na coluna A, sendo $N_A = 51$ e 101. A escolha de 51 ou 101 grãos tem justificativa física, estamos evitando efeitos de borda que poderiam atrapalhar as nossas análise sobre o sistema. Visto que um dos objetivos é verificar o quão espalhada é a energia para as laterais em relação a frontal². Um exemplo desse efeito é a ejeção de grãos nas bordas do arranjo, não estamos interessados na deterioração dos cristais. Em teoria, incluir muitos grãos em cada coluna é aproximadamente o estado em que existem infinitos grãos na orientação do eixo- y , podendo caracterizar um contorno periódico³. Assim, temos dois tamanhos de arranjos: 31×51 e 31×101 . Em relação ao primeiro tamanho, existem 3.082 grãos principais e 5.940 grãos intersticiais, totalizando 9.022 grãos. Para o segundo tamanho de arranjo, 31×101 , há 6.132 grãos principais e 11.940 grãos intersticiais, totalizando 18.072 grãos.

3.1.2 Modelo de Dissipação de Energia

O sistema originalmente está em equilíbrio. Logo, o sistema é perturbado pela incidência de momento linear inicial⁴. Assim, consideramos o arranjo inerte inicialmente, sem qualquer movimento ou pré-compressão dos grãos, isto é, em tempo $t = 0$ toda a energia mecânica está sob a forma de energia cinética do *striker*. Após

²Entenda energia lateral e frontal como as que se propagam em direção perpendicular e paralela ao momento inicial, respectivamente. Mais detalhes serão abordados nos próximos capítulos.

³Essa interação ocorre entre os grãos localizados em $-\infty$ e os grãos em $+\infty$ ao longo do eixo- y , resultando em interconexão das bordas. No entanto, negligenciamos essas interações em nossas simulações.

⁴Outra maneira seria por energia potencial elástica, através de pré-compressão não nula. Nesse caso, o estado inicial se caracterizaria por sobreposição inicial. Reveja o Capítulo 2.

a colisão frontal inicial, a energia passa a ser a soma da cinética e potencial elástica, ambas provenientes de mútuas colisões entre os grãos. Nesse ambiente, consideramos apenas os efeitos elásticos pelas sobreposições, negligenciamos os efeitos inelásticos, isto, não atentamos às deformações permanentes.

Os graus de liberdade de cada grão interfere na interpretação da dinâmica do sistema. Por se tratar de um meio granular bidimensional, a translação caracteriza dois graus de liberdade e a rotação o terceiro grau. Por simplicidade, negligenciamos o terceiro, justificando a existência de simetria no sistema. Veja a Fig. 3.3, os grãos na direção de colisão, com os centros em coordenadas $(x, 0)$, não apresentam rotação como resposta ao impacto. Todos os outros apresentam. Devido as posições simétricas, os momentos angulares se anulam, ou, é conservado decorrente da simetria do sistema. Essa se faz de uma linha horizontal que passa por $y = 0$, espelhando as posições da parte superior, $y > 0$, com a inferior, $y < 0$. A exemplo vamos analisar dois grãos, imediatamente à ocorrência do impacto inicial, o grão centralizado em $(2R, 2R)$ terá velocidade angular no sentido anti-horário, simultaneamente o grão na posição $(2R, -2R)$ terá velocidade angular similar, diferenciada apenas o sentido, sendo horário. Para os demais ocorre a mesma situação. O momento angular total do sistema é conservado. Além disso, caso se considere o movimento de rotação, a dispersão de energia ocorreria a uma taxa ainda maior. Ou seja, nossos resultados seriam ainda melhores.

Inicialmente, abordamos sistemas que conservam a quantidade de energia mecânica inserida para simples comparação com o restante da investigação, a fim de fortalecer a veracidade de nossos resultados. Na sequência, incluímos o caráter dissipativo de energia. Apesar de ocorrerem múltiplas colisões simultâneas, o método usado para calcular as energias aborda um par de grãos por vez, uma colisão por vez, ocasionando perdas de pequenas parcelas de energia mecânica a cada impacto. Desconsideramos algumas atuações que proveriam a dissipação, como o atrito e rotação. A desconsideração do atrito tangencial, ou fricção, é justificado pela exigência angular de contatos (SHUKLA; DAMANIA, 1987; SHUKLA, 1991). A deformação elástica e a reorganização dos grãos não são ponderados, pois abordamos grãos que não mantém a deformação após a colisão, e que permanecem estruturando o arranjo mesmo após o impacto. O caráter dissipativo de uma colisão é atribuído a partir da segunda metade da atuação da força, veja a Fig. 3.4, que corresponde a segunda metade do tempo de existência de compressão para um par de grãos. O objetivo está em atenuar a amplitude de onda, controlando a largura do perfil de onda. Apesar de um evento real não apresentar essa forma, a consideramos por simplicidade. A segunda metade corresponde ao estado de relaxamento da estrutura dos grãos após atingirem a intensidade máxima de força elástica. A expressão de força que usamos para tal cenário é apresentada como

$$F_{ij} = (1 - w)k_{ij}\delta_{ij}^{\frac{3}{2}} \quad (3.6)$$

de modo que

$$\frac{F_{\text{def}}}{F_{\text{rest}}} = (1 - w) \quad (3.7)$$

onde F_{def} é a força responsável pela deformação do grão, vinculada ao armazenamento de parte da energia cinética. A força F_{rest} atua no sentido inverso, trata da restauração do objeto ao seu estado original (WALTON; BRAUN, 1986). O parâmetro de restituição w vincula ambas as forças, se $w = 0$, logo aborda uma colisão perfeitamente elástica. O valor $w = 1$ trata de colisão perfeitamente inelástica. Em nossas investigações adotamos $0 < w \ll 1$, de modo que ocorre perdas restitutivas. Trata-se de um parâmetro livre, independente da combinação material dos grãos (TSUJI; TANAKA; ISHIDA, 1992). Esse modelo de dissipação de energia pode ser aplicado a um sistema que apresenta histerese dependente da posição, isto é, as propriedades tendem a se conservar a medida que estímulos externos desaparecem. A definição do coeficiente ω pode ser feita em termos das velocidades das esferas, então em termos das energias cinéticas de ambos. Isso caracteriza o domínio de ω , como demonstrado por Walton e Braun (1986) e Tsuji, Tanaka e Ishida (1992). Para a colisão entre duas esferas idênticas, os valores que ω diminuem a medida que a velocidade relativa das esferas aumenta, onde a conservação do momento total do sistema é presente em âmbito experimental (WALTON; BRAUN, 1986), considerando perdas de momento por cisalhamento e forças tangenciais nas paredes rígidas, e teórico (WALTON; BRAUN, 1986; TSUJI; TANAKA; ISHIDA, 1992). Isso assegura a aplicação de tal método de dissipação de energia mecânica. A escolha feita neste trabalho $\omega = 0,1$ é razoável, pois se aproxima dos valores abordados na literatura.

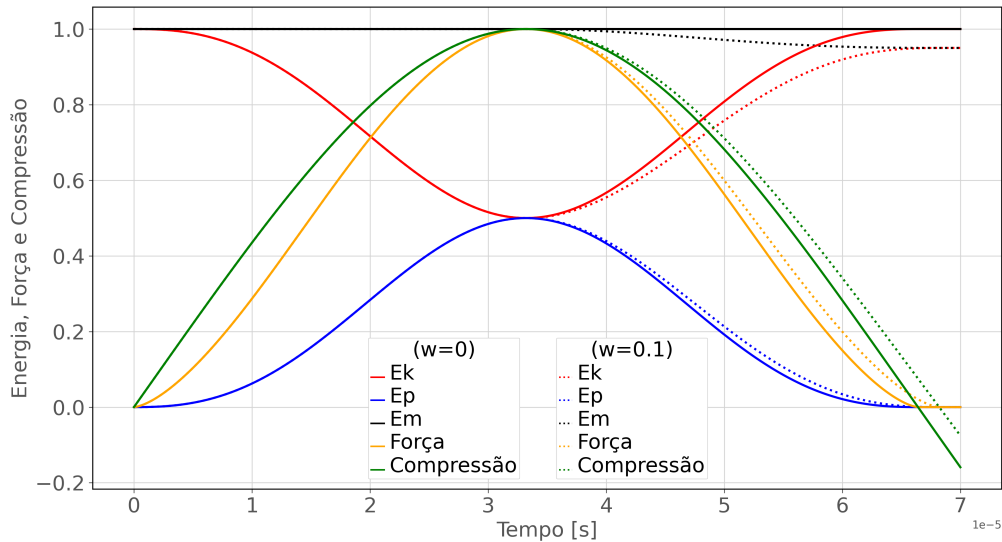


Figura 3.4: Modelo do comportamento simplificado da dissipação de energia, da força elástica e da compressão entre dois grãos esféricos idênticos. O parâmetro w controla a dissipação.

A evolução da energia mecânica ao longo do arranjo também é condicionada pelas propriedades dos materiais que constituem os grãos. Em nossa investigação definimos os materiais dos grãos sendo: os grãos intersticiais feitos de tungstênio e os grãos principais feitos de delrin. As propriedades materiais que consideramos são apresentadas na Tabela 3.1, (MACHADO; SEN, 2018). Então os grãos intersticiais são mais pesados e os grãos principais os mais leves. Os autores Machado e Sen (2018) investigaram essa combinação material para o modelo granular quadrado decorado, a qual mostrou maior efetividade em dispersar a energia mecânica no meio.

Tabela 3.1: Parâmetros Materiais (MACHADO; SEN, 2018).

Materiais	Densidade [kg/m ³]	Módulo de Razão de Elasticidade Poisson	
		[GPa]	
Tungstênio	14980	628	0,28
Delrin	1400	3,1	0,35

3.1.3 Método Computacional: Método Gear

As simulações realizadas, bem como a obtenção de dados, foram feitas usando a linguagem de programação *Python*. Refere-se a uma linguagem de código aberto distribuído pela *Python Software Foundation*⁵ (FOUNDATION, s.d.). A escolha ocorreu por sua versatilidade, sintaxe simplificada e grande comunidade ativa.

Devido a natureza não linear das interações granulares, ocorrem variações abruptas de algumas grandezas físicas e matemáticas. Isso se reflete nas variações das medidas apresentadas, implicando em resultados ligeiramente distintos ao longo do progresso do sistema. Assim, recorreremos à aplicação de método numérico. Nesta investigação, usamos o método *Gear* (GEAR, 1971). O tempo total, referente ao progresso da energia no meio granular, é dividido em pequenos intervalos iguais, chamados passo de tempo. A cada intervalo são obtidos novos resultados considerando o passo anterior. O uso do *Gear* necessita das condições iniciais, inclusive os coeficientes iniciais e preditores. Ao longo do processo é usado a Expansão em Taylor a cada passo de tempo a fim de linearizar as equações. Em nosso caso, o método pode ser chamado de *Gear-5* por apresentar a maior derivada sendo de quinta ordem. Seu nível de precisão é influenciado pela escolha do passo de tempo. A transferência de informações entre as mesmas entidades matemáticas em distintos intervalos temporais consecutivos ocasiona o acúmulo de imprecisões. Tratam-se de erros numéricos que refletem em margens de erro para grandezas físicas do sistema. Apesar disso, devido sua adaptabilidade, esse método produz relativamente baixos erros. O que é comprovado pela conservação da energia mecânica. Atribuir o caráter

⁵Criada por Guido van Rossum (1956–), lançada pela primeira vez em 1991.

conservativo ao sistema, nos assegura sobre os níveis de erros produzidos, seja pelo próprio método, ou computacional.

O método *Gear* destaca-se por sua abordagem preditora-corretora na aproximação de soluções. Na fase preditiva, a evolução do sistema é determinada com base nas informações obtidas no passo temporal precedente. Em seguida, a fase subsequente do método, conhecida como fase corretiva, ajusta a evolução do sistema, levando em consideração a aceleração resultante associada à força atuante em cada grão. Tal abordagem é eficaz ao lidar com sistemas dinâmicos complexos, nos quais a precisão e estabilidade da produção de informações são cruciais. O processo inerente tem duas etapas principais: a predição e correção. A primeira etapa se expressa por inicialmente realizar uma previsão através das seguintes Série de Taylor. Considera-se que $r(t)$ seja a posição inicialmente prevista para uma partícula,

$$r(t + \delta t) = r(t) + c_0 \left(\frac{dr}{dt} \right) + c_1 \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right) + c_2 \left(\frac{d^3 r}{dt^3} \right) + c_3 \left(\frac{d^4 r}{dt^4} \right) + c_4 \left(\frac{d^5 r}{dt^5} \right)$$

$$\frac{dr(t + \delta t)}{dt} = \frac{dr(t)}{dt} + c_0 \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right) + c_1 \left(\frac{d^3 r}{dt^3} \right) + c_2 \left(\frac{d^4 r}{dt^4} \right) + c_3 \left(\frac{d^5 r}{dt^5} \right)$$

$$\frac{dr^2(t + \delta t)}{dt^2} = \frac{dr^2(t)}{dt^2} + c_0 \left(\frac{d^3 r}{dt^3} \right) + c_1 \left(\frac{d^4 r}{dt^4} \right) + c_2 \left(\frac{d^5 r}{dt^5} \right)$$

$$\frac{dr^3(t + \delta t)}{dt^3} = \frac{dr^3(t)}{dt^3} + c_0 \left(\frac{d^4 r}{dt^4} \right) + c_1 \left(\frac{d^5 r}{dt^5} \right)$$

$$\frac{dr^4(t + \delta t)}{dt^4} = \frac{dr^4(t)}{dt^4} + c_0 \left(\frac{d^5 r}{dt^5} \right)$$

onde $c_0 = \delta t$, $c_1 = \frac{c_0 \delta t}{2}$, $c_2 = \frac{c_1 \delta t}{3}$, $c_3 = \frac{c_2 \delta t}{4}$, $c_4 = \frac{c_3 \delta t}{5}$ e δt é o passo de tempo. Em seguida, calcula-se um fator de correção da forma abaixo, o qual será empregado na previsão inicial,

$$\Delta A = c_1 \left[a(t + \delta t) - \frac{d^2 r(t + \delta t)}{dt^2} \right]$$

onde

$$a(t + \delta t) = \frac{F(t + \delta t)}{m} \quad (3.8)$$

é a aceleração, F é a força e m é a massa. Na segunda etapa, realiza-se uma correção na previsão inicial, como abaixo

$$s(t + \delta t) = r(t + \delta t) + a_0 \Delta A$$

$$\begin{aligned}
\frac{ds(t + \delta t)}{dt} &= \frac{dr(t + \delta t)}{dt} + \frac{a_1 \Delta A}{c_0} \\
\frac{d^2 s(t + \delta t)}{dt^2} &= \frac{d^2 r(t + \delta t)}{dt^2} + \frac{a_2 \Delta A}{c_1} \\
\frac{d^3 s(t + \delta t)}{dt^3} &= \frac{d^3 r(t + \delta t)}{dt^3} + \frac{a_3 \Delta A}{c_2} \\
\frac{d^4 s(t + \delta t)}{dt^4} &= \frac{d^4 r(t + \delta t)}{dt^4} + \frac{a_4 \Delta A}{c_3} \\
\frac{d^5 s(t + \delta t)}{dt^5} &= \frac{d^5 r(t + \delta t)}{dt^5} + \frac{a_5 \Delta A}{c_4}
\end{aligned}$$

onde $s(t)$ é a posição de uma partícula genérica fornecida pelo método de Gear 5. Além disso, $a_0 = 3/20$, $a_1 = 251/360$, $a_2 = 1$, $a_3 = 11/18$, $a_4 = 1/6$, $a_5 = 1/60$

Funções foram escritas para a força, pelo contato de Hertz, entre grãos principais e outra para a interação de um principal e um intersticial. Bem como para a energia potencial elástica. Outras rotinas auxiliares foram criadas para otimização de dados e produções visuais que serão abordadas no capítulo a seguir.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Este capítulo se dedica à compreensão da dinâmica do modelo granular proposto. Abordamos a evolução da energia mecânica ao longo do meio granular, bem como o comportamento da frente de onda em termos da velocidade. Escolhemos algumas colunas do arranjo para investigar a direção do vetor velocidade de cada grão. Em relação a energia mecânica, verificamos as parcelas que são transmitidas na direção de impacto, devolvidas como movimento de ricochete e dispersadas lateralmente. Essas análises nos dirão o quão significativa é a presença de grãos intersticiais.

Pode-se rever as equações (2.9), (2.10) e (2.11) para a descrição das energias cinética, mecânica e potencial elástica, respectivamente. Diante disso, a energia potencial, referente a equação (2.11), para a colisão de dois grãos principais é calculada como,

$$E_p|_{\text{princ}} = 0,5 \frac{(k_{\text{princ}}) \delta_{ij}^{5/2}}{5/2} \quad (4.1)$$

e para a colisão principal-intersticial é

$$E_p|_{\text{int}} = 0,5 \frac{(k_{\text{int}}) \delta_{ij}^{5/2}}{5/2}, \quad (4.2)$$

nas quais as constantes k_{princ} e k_{int} são definidas das equações (3.2) e (3.3), respectivamente. Sob o método *Gear*, nas equações (4.1) e (4.2) apresentam-se multiplicados por 0,5, isto indica que após a sobreposição máxima a energia potencial é dividida igualmente para ambos os grãos que participam da colisão.

4.1 Energia Mecânica

A proposta do novo arranjo se diferencia pela presença de grãos intersticiais. Visto que existem modelos que não incluem esses tipos de grãos, então é viável a comparação diretamente de resultados de ambos a fim de comprovações a respeito

da dispersão de energia. A primeira abordagem se trata de uma situação geral, a evolução da energia mecânica. Esses resultados auxiliaram na confirmação de que a solução das equações de movimento estão corretas. A Fig. 4.1 apresenta o cenário conservativo ($\omega = 0$) para o arranjo sem e com grãos intersticiais. A Fig. 4.2 exhibe o cenário dissipativo ($\omega = 0,1$) também para ambos os casos de arranjo, com e sem grãos intersticiais. As energias foram normalizadas pela energia inicial do *striker*.

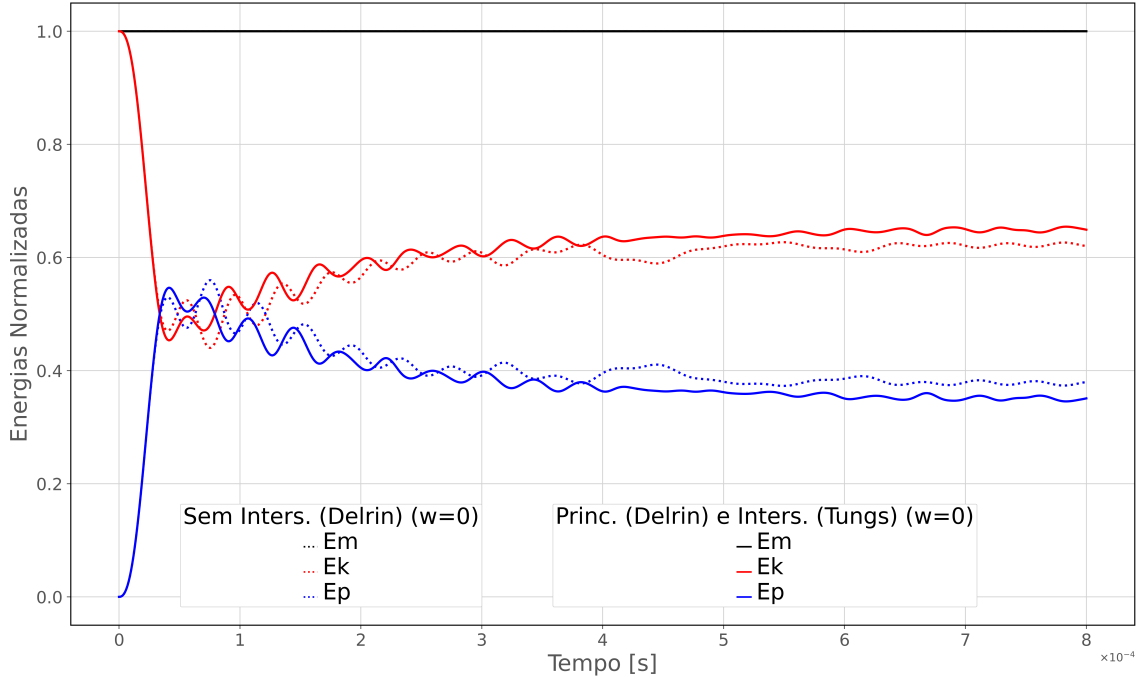


Figura 4.1: Evolução das energias mecânica (E_m), cinética (E_k) e potencial elástica (E_p). Arranjo hexagonal sem (linhas sólidas) e com (linhas pontilhadas) grãos intersticiais. Considera-se o valor do parâmetro de restituição ($\omega = 0$).

4.1.1 Cenário Conservativo

Na Fig. 4.1 nota-se o caso de invariância da energia mecânica em decorrência da transformação da energia cinética para potencial e vice-versa. Nesse caso, nota-se inicialmente o decaimento da E_k entre os tempos $0 \leq t < 0,1\text{ms}$. Ao receber momento do *striker*, o qual tem velocidade $v_0 = 1\text{m/s}$, o sistema se comprime e, a partir de $t \approx 1,5\text{ms}$, nota-se o relaxamento levando ao ganho imediato de velocidade para alguns grãos. Para ambos os sistemas conservativos, com e sem grãos intersticiais, a energia total segue uma relação aproximada de 60% em E_k e 40% em E_p . Em um cenário onde o tempo não é limitado, eventualmente todos os grãos terão suas energias convertidas em E_k , devido termos considerado as condições livres. Ou seja, eventualmente, todos os grãos seriam ejetados do sistema (espalhados) e o cristal granular iria se desfazer. Também ocorre distinção de comportamento entre os dois tipos de arranjo (com e sem grãos intersticiais) logo no primeiro pico e vale,

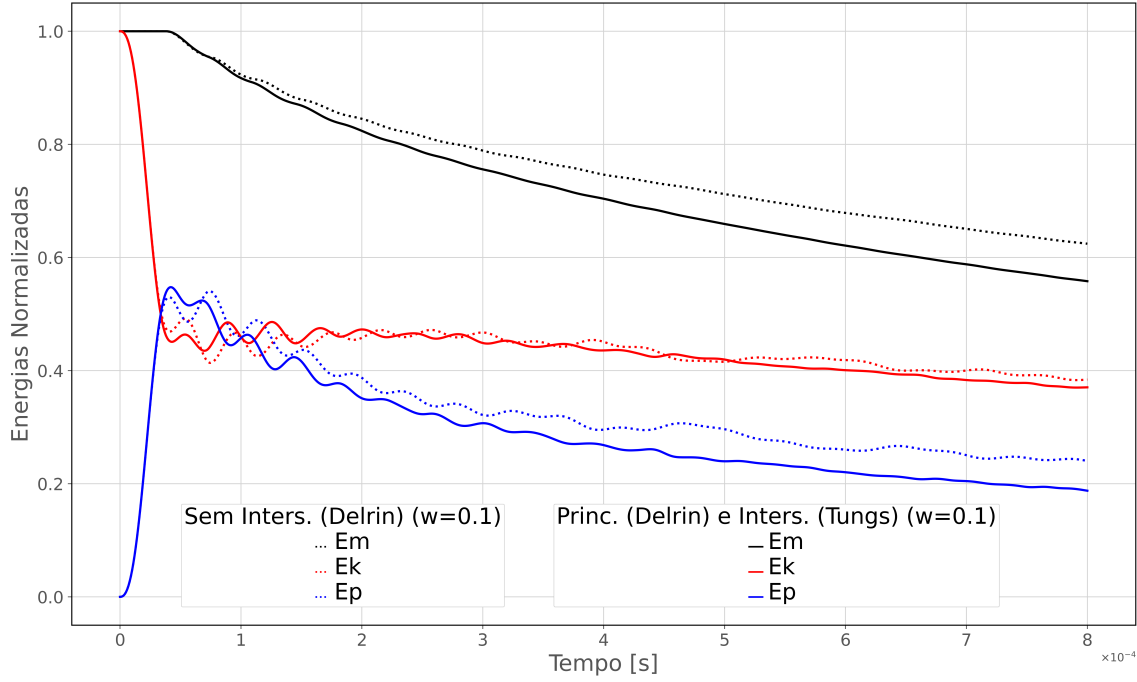


Figura 4.2: Evolução das energias mecânica (E_m), cinética (E_k) e potencial elástica (E_p). Arranjo hexagonal sem (linhas sólidas) e com (linhas pontilhadas) grãos intersticiais. Considera-se o valor do parâmetro de restituição ($\omega = 0,1$).

devido a presença dos grãos intersticiais permitir ao sistema acumular mais energia potencial.

Além disso, observa-se que os picos e vales dos perfis de energias do arranjo decorado, para $0,1\text{ms} < t < 0,3\text{ms}$, demonstram adiantamento das conversões em decorrência da maior densidade de contatos. Isso é um comportamento não esperado, a presença dos grãos intersticiais ‘acelerar’ a dinâmica do sistema. A previsão inicial seria a melhora na dispersão de energia para as laterais devido ao aumento do número de contatos, no entanto com um atraso no espalhamento devido a presença dos grãos intersticiais. Isto é, com o aumento de número de colisões, a dispersão sofreria atraso.

Em tempos seguintes, a partir de $t = 0,5\text{ms}$, as energias cinética e potencial tendem a se estabilizar. Nesse cenário, o arranjo decorado apresenta maiores intensidades de energia cinética, no entanto demonstra menores intensidades de energia potencial se comparada ao arranjo não decorado. O ocorrido é que mesmo após a passagem da frente de onda da energia, os grãos intersticiais continuam em movimento, como mostra a Fig. 4.3. Ainda nessa figura, mostra-se que a contribuição de energia cinética dos grãos intersticiais no arranjo é maior que a sua parcela de energia potencial. Demonstrando que os grãos intersticiais tem cerca de 10% da energia mecânica total do sistema a partir de $t = 0,2\text{ms}$. Além disso, o fato de que a energia cinética total do sistema ser maior no arranjo decorado deve-se também

aos grãos, intersticiais e principais, que se encontram na região de impacto inicial. Esses grãos são ejetados após a incidência do momento inicial do *striker*.

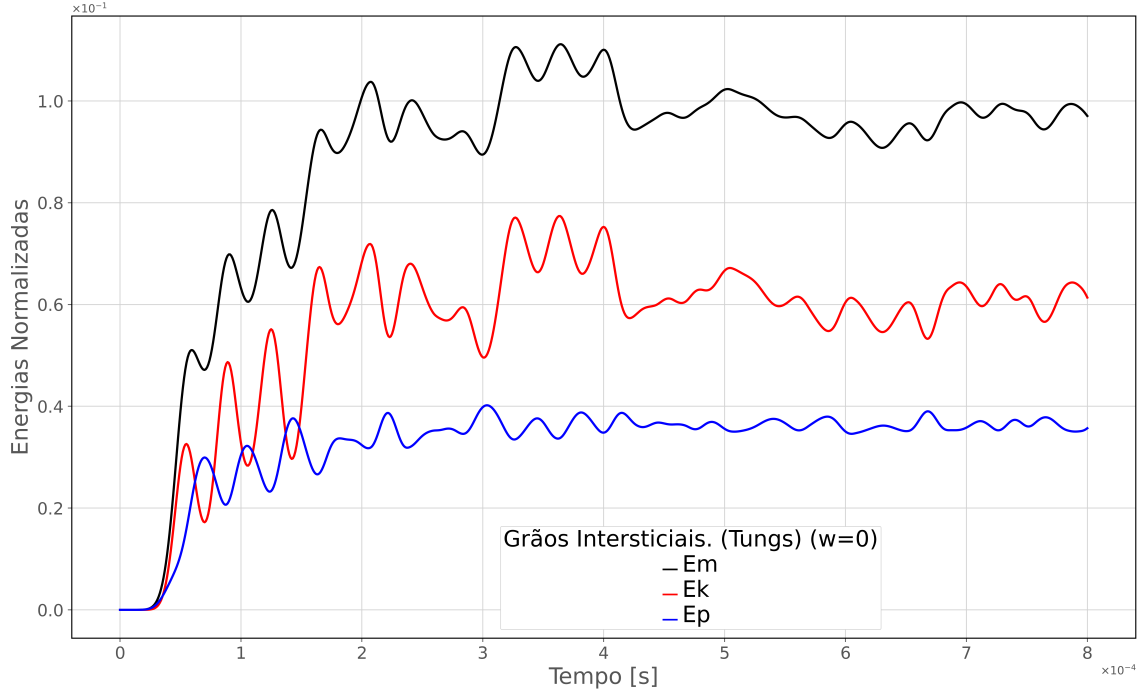


Figura 4.3: Evolução das energias mecânica (E_m), cinética (E_k) e potencial elástica (E_p) para os grãos intersticiais. Considera-se o valor do parâmetro de restituição ($\omega = 0$).

Então, a presença dos grãos intersticiais afetam a dinâmica do sistema, principalmente de duas formas: adiantamento temporal da dinâmica e maiores taxas de conversões de energias.

4.1.2 Cenário Dissipativo

A Fig. 4.2 também apresenta o caso dissipativo, incluso no painel principal. Tal cenário apresenta o decaimento da energia mecânica, como esperado, e, similar ao contexto conservativo de energia, demonstra um adiantamento das conversões de energias. Em específico, tal adiantamento pode ser observado por uma comparação do segundo pico da energia potencial e segundo vale da cinética em ambos os modelos. Em comparação ao modelo de referência, no modelo proposto ambas as energias tendem a se atenuar primeiro. Apresentando taxa de energia potencial notoriamente menor, indicando que tal arranjo relaxa com maior facilidade. Esse comportamento é o desejado para cenários em que busca-se a otimização da dispersão de energia.

Nota-se na Fig.4.2 que antes de $t = 0, 1\text{ms}$, o arranjo decorado, em comparação ao arranjo sem grãos intersticiais, tem maior amplitude no primeiro pico e primeiro

vale de energia potencial. Em consequência, o primeiro vale e primeiro pico de energia cinética têm menores intensidades.

A evolução da energia, no painel principal da Fig.4.2, demonstra que a energia cinética domina na maior parte do tempo, devido aos grãos ejetados, esses se apresentam inicialmente na região próximo a colisão inicial pelo *striker*. Ao compararmos as energias cinéticas de ambos o modelos, identificamos que a cada conversão de energia, entre E_p e E_k , o arranjo decorado apresenta maior defasagem e queda de amplitude da energia cinética. Isso contribui para maior atenuação da energia total E_m no arranjo decorado visto que, segundo o modelo de dissipação adotado aqui, uma pequena parcela de energia é perdida a cada colisão. Então, uma das respostas as presenças de grãos intersticiais é o maior decaimento da energia mecânica, indicando maior efetividade na mitigação de energia.

4.1.3 Perspectiva Bidimensional

Para analisarmos o comportamento temporal e espacial da energia mecânica, a Fig. 4.4 apresenta a distribuição da energia mecânica por partícula em dois instantes. Tais figuras são como se fossem fotos instantâneas de ‘mapas de calor’.

Mostra-se dois casos, isto é, o modelo sem grãos intersticiais nas Figs. 4.4(a)-(b) e o modelo com grãos intersticiais nas Figs. 4.4(c)-(f). Para melhor detalhamento, nas Figs. 4.4(c)-(d) mostra-se o arranjo decorado, porém retiramos as cores dos grãos intersticiais. Em outras palavras, as Figs. 4.4(c)-(d) se tratam do arranjo decorado, mas mostra-se somente a atuação dos grãos principais. A ideia dessa retirada consiste em podermos comparar os grãos principais nos dois arranjos, o proposto e o de referência¹.

¹A existência dos grãos intersticiais nesse tipo de gráfico pode gerar confusões visuais.

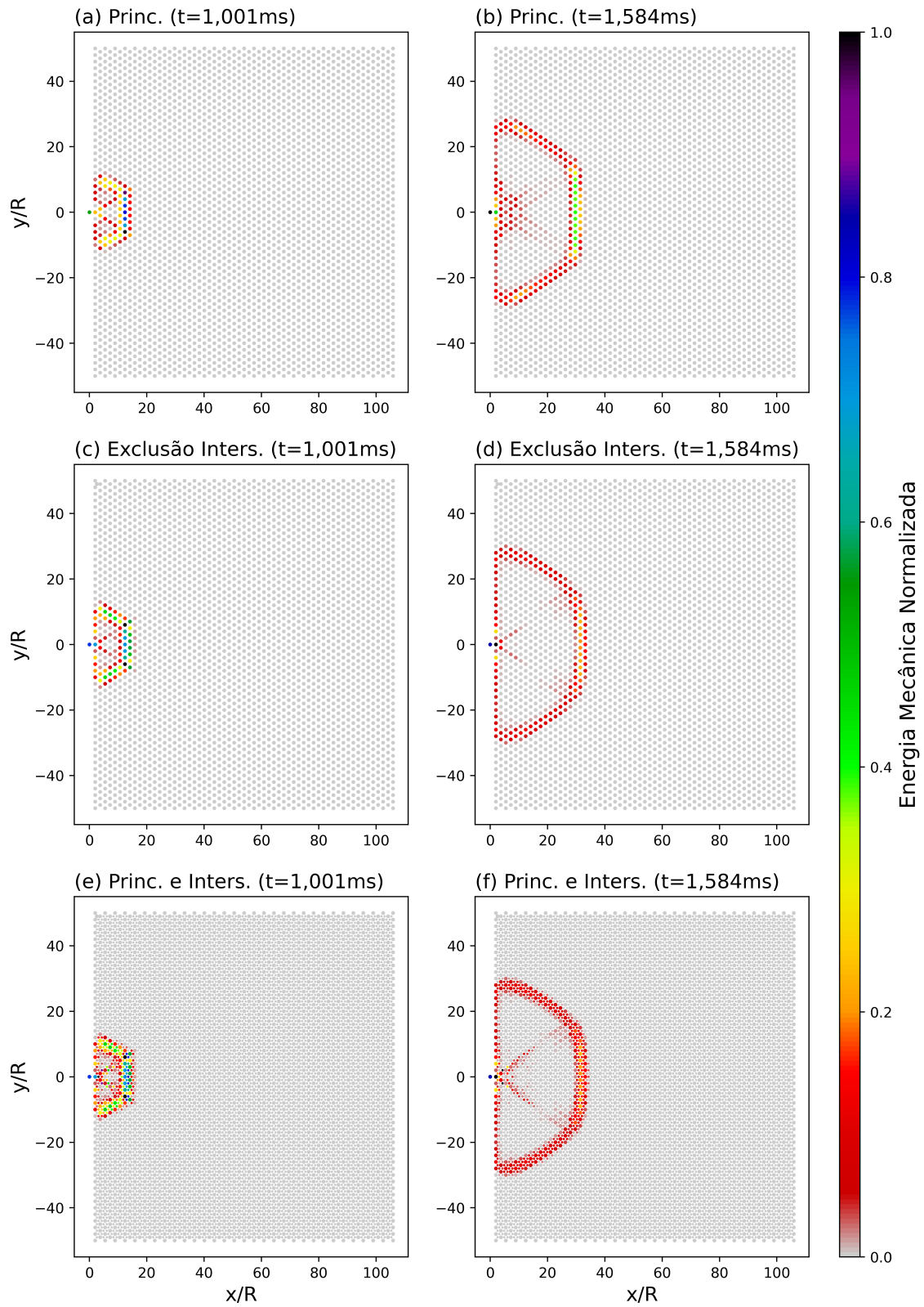


Figura 4.4: Evolução de dispersão de energia mecânica ao longo dos arranjos granulares para $w = 0,1$. Grãos principais: tungstênio. Grãos intersticiais: delrin. (a) e (b) apresentam o arranjo de referência, sem grãos intersticiais. (c) e (d) são variações de (e) e (f), onde mostra-se apenas o comportamento dos grãos principais para o arranjo decorado. (e) e (f) apresentam o arranjo decorado.

A Fig. 4.4 mostra que o comportamento da energia mecânica ao longo do arranjo, em ambos os modelos, segue uma tendência geométrica hexagonal. Isso é mais evidente no primeiro tempo apresentado, $t = 1,001\text{ms}$. Nesse instante, nas Figs. 4.4(a) e 4.4(c)/4.4(e), a diferença do padrão de distribuição de energia é nítida, bem como a forte atuação dos grãos intersticiais no arranjo decorado. Apesar disso, a frente de onda no arranjo decorado é mais intensa que no modelo de referência, indicando que em tempos iniciais os grãos intersticiais influenciam no acúmulo de energia na frente de onda. No entanto, por analogia entre as Figs. 4.4(b) e 4.4(d)/4.4(f), nota-se que a frente de onda no tempo posterior, $t = 1,584\text{ms}$, é menos intensa no arranjo decorado e apresenta grãos mais energéticos na região do arranjo que recebeu o impacto inicial. Ainda, o modelo decorado apresenta geometria mais circular em relação ao modelo de referência, trata-se de melhor redistribuição de energia no meio.

Em específico, na Fig. 4.4(a), temos para o arranjo de referência que a energia apresenta um alcance horizontal até a 8ª coluna granular para o instante escolhido. Em comparação ao modelo com grãos intersticiais, as Figs. 4.4(c) e 4.4(e) acusam o adiantamento da transmissão de energia para a 9ª coluna. Isso concorda com a defasagem entre os perfis de energias dos dois modelos granulares apresentada na Fig. 4.2. Na Fig.4.4(a), ao analisarmos as linhas de grãos, ao longo do eixo- x/R , podemos notar que a energia alcança à 12ª linha para o caso de referência, e até a 13ª linha para o modelo proposto na Fig.4.4(c) e Fig.4.4(e). Essa diferença de comportamentos é uma consequência da existência de grãos intersticiais, indicando que o número de contatos tem influência direta na velocidade de distribuição de energia.

Como brevemente mencionado, o formato da frente de onda também é modificado em resposta as atuações dos grãos intersticiais, como podemos ver na Fig.4.4(e)-(f). Para o arranjo decorado, o espalhamento ocorre melhor para as laterais². As Figs.4.4(a) e 4.4(e) mostram que, no início da propagação da perturbação, o formato da frente de onda em ambos o modelos granulares são equivalentes. Para os dois modelos apresenta-se uma geometria hexagonal, correspondente às disposições dos grãos. No entanto, em tempo posterior, $t = 1,584\text{ms}$ nas Figs.4.4(b) e 4.4(f), o formato da frente de onda é suavemente diferente. Enquanto a geometria hexagonal se conserva para o modelo de referência, o arranjo decorado demonstra estado mais avançado à geometria circular. Lembrando o formato de um sino. De fato, em ambos os modelos o formato final será de teor circular, no entanto, esse progresso ocorre primeiro para o modelo granular proposto aqui³. Essa propriedade surge no arranjo decorado devido a distribuição de energia nos grãos intersticiais que, por sua vez, não funcionam somente como canais de dispersão, mas também como acúmulos de energia.

Por uma analogia entre as Figs.4.4(a) e 4.4(c)/4.4(e), nota-se que no arranjo

²Verticalmente, sob nossa perspectiva. No eixo- y/R .

³Não temos em nossos objetivos encontrar o tempo exato em que ocorre essa transição de hexagonal para circular.

decorado, que: (i) o *striker* e o primeiro grão a sofrer colisão (grão alvo) estão mais energéticos; (ii) a região da vizinhança⁴ do grão alvo contém melhor distribuição, isto é, o módulo de energia por grão é menor; (iii) uma parcela significativa de energia retorna ao ambiente externo ao meio, devido ao ricochete de alguns grãos; (iv) outra parte da energia se mantém na região de impacto (grão alvo e vizinhança), o que atrasa uma parcela de transferência para o restante do arranjo.

Além do exposto, observa-se em ambos os modelos um caminho preferencial de propagação da energia em torno de 30° em relação à direção do impacto inicial. Esse valor angular é devido a geometria do cristal granular que compõe o arranjo⁵. Esses caminhos podem ser vistos em ambos os tempos que escolhemos aqui, $t = 1,001\text{ms}$ e $t = 1,584\text{ms}$ na Fig. 4.4, onde observa-se rastros da energia devido aos grãos continuarem em movimento após a passagem da onda. Para o arranjo decorado, especificamente na Fig.4.4(e), a partir da 4^a à 6^a coluna de grãos principais, surgem bifurcações relacionadas aos grãos intersticiais energéticos, justificadas pelo maior número de contatos por grão, bem como pela gama de possíveis orientações de impactos naquela região. Note que a Fig. 4.4(c) mostra que os grãos principais do arranjo decorado apresentam menores intensidades de energia, pois parte é redirecionada ao grãos intersticiais e outra parcela é adiantada à direção de aproximadamente 30° . Tais aspectos influenciam na frente de onda perpendicular à direção de impacto, isto é, na 6^a, 7^a e 8^a coluna de grãos principais.

Em $t = 1,584\text{ms}$, na segunda coluna de gráficos da Fig. 4.4, para os dois casos, o proposto e o de referência, é perceptível a intensidade da energia nas proximidades do grão alvo, na região de impacto, indicando que alguns grãos foram ejetados, sendo constatados no tempo anterior. No arranjo decorado, as maiores atuações nessa região de impacto, bem como na direção aproximada de 30° , são dos grãos intersticiais, veja a Fig. 4.4(d). Nessa figura, nota-se que os grãos principais são menos expressivos devido a maior densidade de colisão⁶, resultado da geometria do cristal granular escolhido. Em ambos os modelos, a onda cobre significativamente três colunas granulares, 16^a à 18^a para o modelo de referência e 17^a à 19^a para o arranjo decorado. No geral, toda a frente de onda sofre atenuação e harmonização em seu formato, se tornando mais circular com a evolução da dinâmica.

A Fig. 4.4(f) demonstra que a camada mais externa da frente de onda é constituída por grãos intersticiais, ela não cobre todo o perímetro, mas parece anteceder o comportamento da camada mais externa de grãos principais. Esse comportamento seria como uma antecipação das disposições de energias. O que caracteriza a defasagem de perfis de energias observados na Fig.4.2.

⁴Considerando aproximadamente até a 3^a coluna e três linhas acima e abaixo da linha de direção de impacto.

⁵Refere-se a $\alpha = \frac{\theta}{2}$ na Fig. 3.3.

⁶Entenda como número de impactos que ocorrem simultaneamente para um grão com a vizinhança em contato.

4.2 Dispersão na Direção de Impacto

Para a análise da dispersão da perturbação ao longo da direção de impacto inicial, consideramos perfis de velocidade por dois motivos: simplicidade e por identificar a translação dos grãos. Nosso interesse encontra-se na parcela de energia e momento linear que, após a propagação por todo o arranjo, poderia alcançar a extremidade oposta do sistema.

A Fig. 4.5 retrata o comportamento temporal da componente horizontal da velocidade dos grãos principais dispostos na direção de colisão inicial. Por uma analogia de ambos os modelos, o modelo de arranjo decorado apresenta maior dispersão de energia no meio, caracterizado pelo alargamento e diminuição da altura desses perfis de onda (linhas pontilhadas), os quais ocorrerem antes dos perfis de onda do modelo de referência (linhas sólidas). Pode-se atentar também que os perfis de velocidade no arranjo decorado são adiantados, apesar da maior dispersão. Então a energia cinética deixa a orientação da colisão inicial com mais efetividade no modelo proposto do que no modelo de referência.

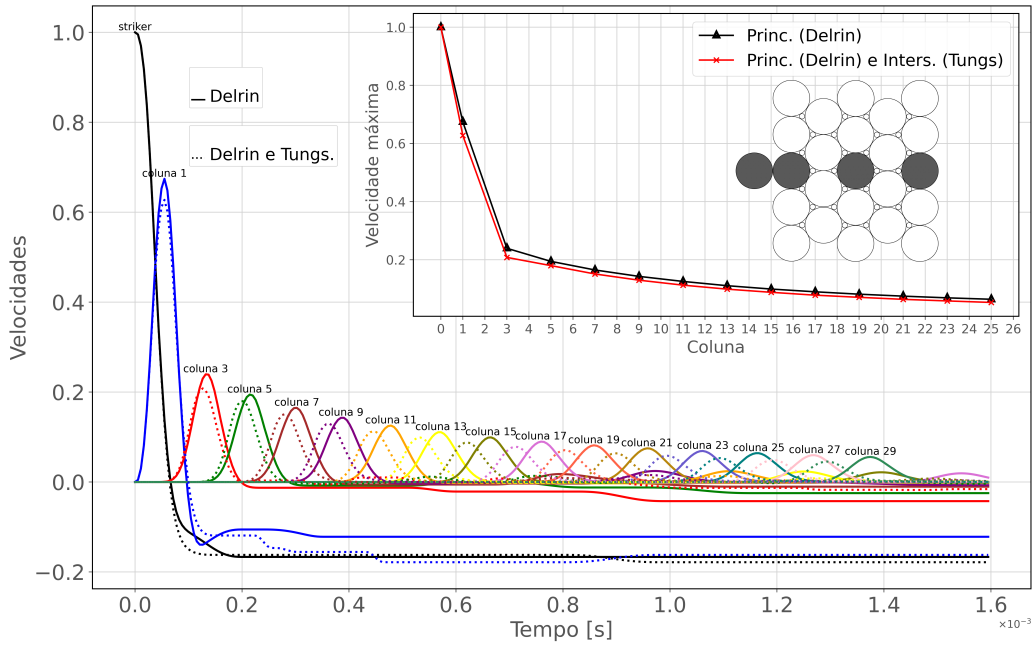


Figura 4.5: Evolução da componente de velocidade dos grãos principais na direção de impacto inicial do *striker*, eixo- x . As linhas contínuas e descontinuas se referem, respectivamente, ao arranjo de referência e ao novo arranjo. O gráfico interno, superior à direita, apresenta os valores máximos atingidos pelos grãos principais centrais.

O decaimento em ambos os arranjos deve-se a uma parcela significativa de

energia mecânica não continuar no cristal granular, sendo devolvida ao ambiente externo pela ejeção dos grãos na região de impacto. Também, parte da energia inicial é redirecionada rapidamente para a laterais, como vimos na Fig. 4.4. Apesar dessas propriedades serem observadas em ambos os modelos, o arranjo decorado retrata maior e mais rápida atuação desses comportamentos.

No painel principal da Fig. 4.4, podemos notar que o grão na coluna 1 (que sofre a colisão frontal) experimenta interferência imediata, isto é, é expressivo o decaimento da amplitude máxima de velocidade nessa coluna. Nota-se ainda, a indução na rapidez de alcance do valor máximo de velocidade no eixo- x para o arranjo decorado. Essa antecipação aumenta a medida que a frente de onda avança como possível resposta dos grãos intersticiais que antecedem o comportamento dos grãos principais da camada externa. Então, a interferência dos grãos intersticiais retrata-se no espalhamento da energia cinética, intensidade máxima e tempo de alcance dessa intensidade, presente na transferência energética ao lado oposto do meio em que ocorreu a colisão de um agente externo.

Ainda, a Fig. 4.5 apresenta um painel interno, superior à direita, no qual mostra-se o decaimento dos picos de velocidade máxima para os grãos destacados por círculos pretos sólidos na mesma figura. Tal decaimento apresenta dois comportamentos ligeiramente distintos de mitigação energética a depender do grupo de colunas granular. O primeiro comportamento acusa dramático decaimento das velocidades máximas nas colunas iniciais, especificamente até a 3ª coluna. O segundo, a partir da 3ª coluna, retrata taxas menores de decaimento, uma mitigação mais suave. Essas propriedades são mais significativas no arranjo decorado, mostrando que a energia cinética orientada pelo impacto inicial tem na coluna 3 cerca de 20% da energia inicial. Essa suave diferença de mitigação de energia, demonstra que imediatamente após o impacto, uma expressiva parcela da energia é reorientada. Os grãos intersticiais induzem maior efetividade nessa reorientação inicial, fazendo com que mais energia volte ao ambiente externo.

Uma conclusão sobre o arranjo decorado é que ocorre mais retorno de energia mecânica, isto é, energia que é espalhada seguindo orientação oposta a incidência inicial de momento linear. A base dessa consideração se dá pela gama de possibilidades de transferências de energia por grão devido ao número de interações. Tal efeito é visível para o grão principal central da coluna 1, Fig. 4.5. Isso será mais detalhado em discussões adiante.

4.3 Morfologia da Frente de Onda

Nesta seção, são examinadas as mudanças no formato da frente de onda. Os métodos visuais utilizados para criação dos gráficos foram desenvolvidos com base nos resultados apresentados por Xianqing, Xian-Wen e Wei (2022). Por simulações numéricas, os autores investigaram a evolução da frente de onda em um meio granular de geometria hexagonal. Trata-se de um meio similar ao arranjo de referência

tratado neste trabalho. Os resultados obtidos aqui para o arranjo de referência (não decorado) se assemelham a alguns resultados obtidos por Xianqing, Xian-Wen e Wei (2022). Isso valida o método usado aqui, bem como os dados a respeito do arranjo proposto (arranjo decorado).

Os mapeamentos das velocidades dos grãos principais na 3^a, 5^a, 9^a e 15^a coluna, vinculados as orientações do vetor velocidade de maior módulo, são apresentados na Fig. 4.6, A.1, A.2 e A.3, respectivamente. Em cada coluna, em ambos os modelos de arranjo, analisa-se somente a primeira metade de grãos principais, isto é, do grão externo (de maior posição no eixo- y) ao grãos central (cuja a posição⁷ no eixo- y é $y = 0$). Ainda, a nomeação desses grãos principais, para cada coluna, visando simplicidade na compreensão dos dados, segue-se sendo: grão 51 (grão central) ao grão 1 (grão externo). Os demais grãos seguem a lógica numérica crescente do grão externo ao central.

Novamente, comparamos os resultados entre o arranjo de referência (não decorado) e o arranjo com decoração (proposto aqui). Como comportamento global, verifica-se que as representações dos perfis para as quatro colunas apresentam diferenças entre os valores máximos atingidos por cada grão. Tal discrepância é diretamente proporcional a posição da coluna, isto é, quanto mais afastada a coluna da região de impacto inicial, maior a diferença entre os picos de velocidades no que desrespeito a mesma posição granular para as duas configurações de arranjo.

4.3.1 Ondas na 3^a coluna granular

O painel principal da Fig. 4.6 apresenta os módulos da evolução dos perfis de velocidade dos grãos principais ao longo da 3^a coluna, os quais são ilustrados como discos pretos sólidos na mesma figura. Destaca-se que o grão central dessa coluna é representado pelo número 51, o grão seguinte por 50 e assim por diante. O grão 1 é o último dessa coluna.

Assim, na Fig. 4.6, nota-se que o perfil com o pico mais alto não é aquele do grão na direção de impacto (grão 51), mas sim pelo grão vizinho que está na mesma coluna (grão 50). Isso deve-se a própria geometria do arranjo. Sob comparação dos dois modelos (com e sem decoração), é notória a diferença da taxa de diminuição para um mesmo grão. Tal diferença é mais acentuada no grão 51.

O painel interno, superior à direita na Fig.4.6, apresenta o ângulo da orientação vetorial dos picos de velocidades para cada grão na coluna. Como ilustração das interpretações dos valores angulares, tem-se a Fig. 4.7. Definimos a direção de impacto inicial como 0°. O ângulo de 45° refere-se ao limiar de orientação frontal e lateral, isso por ser a interseção entre os módulos das componentes de x e y da velocidade⁸. A definição dos limites angulares é justificada pela geometria das

⁷Veja a Fig. 3.3.

⁸Se o módulo da componente y for maior que x , então dizemos que a velocidade segue orientação tendendo à vertical, ou, lateral.

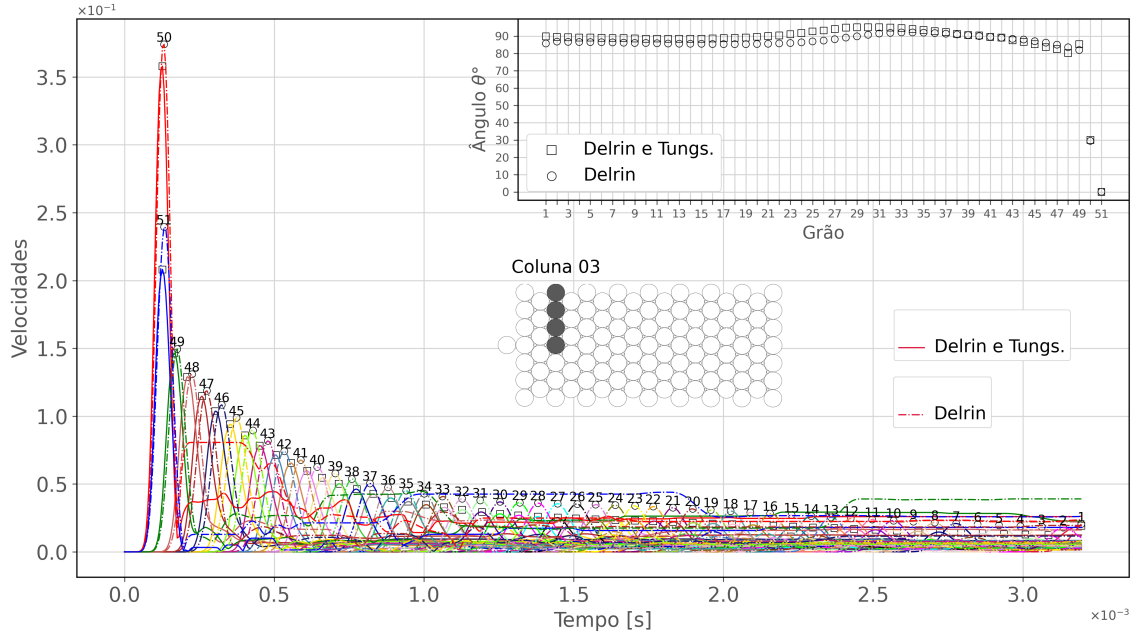


Figura 4.6: Painel principal: perfis do módulo das velocidade dos grãos principais na 3ª coluna granular. Painel superior: ângulo do vetor velocidade, em relação a direção inicial de impacto, em função da posição do grão na coluna. O grão 1 e 51 correspondem ao grão que está na borda e no centro do arranjo, respectivamente.

disposições granulares, bem como a transição das componentes x e y da velocidade, isto é, acima de 45° temos $v_y > v_x$ e vice-versa. Com essas definições, podemos identificar as regiões das frentes de onda que se propagam de maneira frontal, lateral e de como retorno. As indicações laterais terminam em 90° por seguirem o regimento angular de transmissão de impacto.

Assim, na Fig. 4.6, observa-se que os grãos com as maiores velocidades na 3ª coluna estão seguindo frontalmente, isto é, abaixo de 45° . Ainda, em ambos os modelos granulares, apesar de os maiores valores de velocidades máxima estarem se propagando para frente (direção frontal), especificamente os grãos 50 e 51, o número de grãos que estão nas demais direções, lateral e retorno, é maior. O arranjo decorado apresenta mais efetividade no redirecionamento da perturbação como retorno.

Análises semelhantes na colunas 5, 9 e 15 também foram realizadas e encontram-se no Apêndice⁹ A. De maneira geral, o que observamos consiste na diminuição da altura dos perfis de velocidade e um achatamento na frente de onda. Isso indica uma possível passagem da frente por 3 formatos. Inicia por um formato hexagonal, então tende a algo mais circular (próximo a um sino) e se torna mais plana a medida que avança.

A seguir, apresentaremos resultados compactos das colunas 3, 5, 9 e 15.

⁹Ver página 58.

A transição da geometria da frente de onda tem como premissa as modificações da transferência de momento entre os grãos, em especial, pelos grãos intersticiais no arranjo decorado. A Fig. 4.8 apresenta uma perspectiva mais direta dessas mudanças a depender das velocidades máximas atingidas pelos grãos que compõem as quatro colunas de grãos principais (3, 5, 9 e 15). A diminuição da velocidade ocorre com o progresso da frente de onda, a tornando melhor distribuída, sendo mais intenso para o arranjo decorado a medida que progride no meio. Nota-se que os picos de velocidade dos grãos abaixo de 45° são mais intensos que os picos dos grãos com orientação de velocidade acima de 45° . No painel principal, evidencia-se que os valores de velocidade aumentam de forma significativa à medida que a posição se aproxima do grão 49 na coluna 03. Adiante, tem-se ganho considerável de energia seguida de uma perda que é bem mais significativa no arranjo decorado, ou seja, a energia cinética é melhor mitigada no arranjo decorado.

No painel interno da Fig. 4.8, nota-se indiretamente que o espalhamento de energia é acompanhado de significativa diminuição de picos de energia cinética. Ainda, a medida que a frente de onda avança, a reorientação angular se torna mais contínuo no arranjo decorado. Esse comportamento não ocorre no arranjo de referência, isto é, conforme a frente de onda avança, se torna mais nítida a separação dos valores angulares entre os grupos de energia frontal e os demais (lateral e retorno).

É notável a harmonização energética entre os grãos do grupo frontal a medida que a energia cinética avança no meio. A coluna que apresenta menores valores máximos, a 15^a, tem intenso decaimento energético no grupo lateral de energia, bem como expressivo decaimento de valores de ângulos.

De modo geral, por analogia ao modelo de referência, a energia inserida no arranjo decorado se torna mais mitigada a medida que a frente de onda avança no meio. Bem como melhor distribuída entre os grãos de uma mesma coluna, implicando em aumento de curvatura da frente de onda.

4.4 Energia Cinética: Frontal, Lateral e Retorno

Esta seção propõe a análise das orientações de propagações de energia, caracterizando mais detalhes ao modo de dispersão energética no arranjo decorado.

Primeiramente construímos a Fig. 4.9, onde somou-se a energia cinética de todos os grãos ao longo das colunas granulares, quando cada grão atinge individualmente sua velocidade máxima. Isto é, somamos a energia cinética dos picos tais como aqueles¹⁰ da Fig. 4.8.

A Fig. 4.9 apresenta um decaimento muito semelhante aquele visto¹¹ na Fig. 4.5 para a velocidade ao longo da direção inicial de impacto. Compreendemos que essa semelhança reflete que a Fig. 4.9 realmente captura como a energia decai

¹⁰Pode-se rever a Fig. 4.8 na página 44.

¹¹Pode-se rever a Fig. 4.5 na página 40.

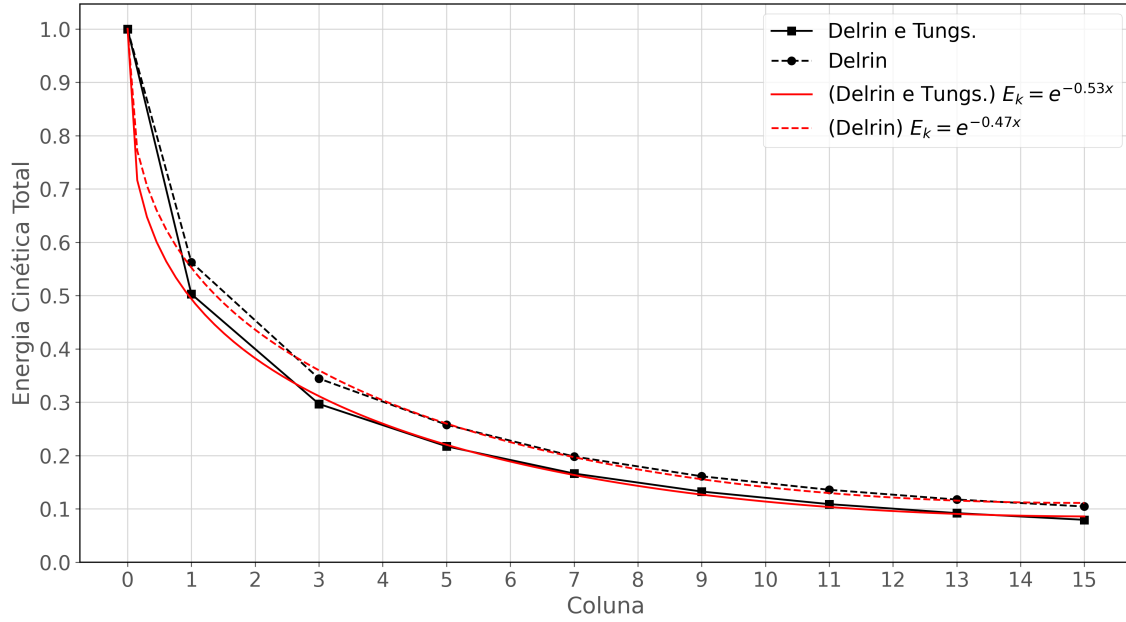


Figura 4.9: Decaimento do pico da energia cinética total em função da coluna granular. Para essa energia soma-se a energia cinética de cada grão ao longo da coluna quando cada grão atinge sua velocidade máxima. Preto: resultados numéricos. Vermelho: curvas de ajustes. A energia foi normalizada pela energia do grão incidente.

conforme a energia se propaga para regiões mais interiores dos arranjos granulares. Assim, temos na Fig. 4.9 um significativo decaimento dos valores máximos de energia que, apesar de aparecer em ambos o modelos (com e sem grãos intersticiais), é bem mais expressivo no arranjo decorado. Isso comprova que os grãos intersticiais limitam o alcance máximo de energia cinética das colunas. Essa diminuição de alcance máximo de energia apresenta-se de imediato ao impacto inicial, como é mostrado pela coluna 1.

Ainda, o decaimento da energia cinética máxima pode ser expresso por uma função exponencial. Apesar da Fig. 4.9 apresentar domínio até a coluna 15, a dependência à função exponencial demonstra o comportamento no restante do arranjo. A energia é mitigada conforme propaga-se no meio.

Não obstante, os primeiros valores de domínio, isto é, as primeiras colunas A, apresentam um dramático decaimento de energia. Isso decorre do maior número de colisões por grão, que implica em maior taxa de transferência de momento linear no arranjo. A presença dos grãos intersticiais resultam nessas maiores taxas de conversões de energia a cada passo de tempo, atribuindo ao arranjo decorado um adiantamento de comportamento, em relação ao modelo de referência.

Note que no arranjo decorado, atinge-se certo valor de energia que será alcançado pelo modelo sem grãos intersticiais em colunas posteriores. Por exemplo, a coluna 5 do arranjo decorado atinge o valor de energia de $\sim 20\%$, o modelo de refe-

rência atinge essa marca somente próximo a sua coluna 7. Essa diferença entre os comportamentos dos modelos se acentua conforme a perturbação se propaga. Isto é, a diferença de atenuação é de 1 coluna, passando a ser de aproximadamente 2 colunas a partir da 5ª coluna do modelo proposto.

Lembramos que na Fig. 4.7, definimos três direções¹² de propagação para a perturbação. Essa análise também pode ser feita para as parcelas de energia cinética, a fim de avaliar suas orientações de dispersão ao longo do arranjo. É interessante verificar a quantidade de energia que retorna ao meio externo, onde o atuador se encontra. Isso poderia atribuir caráter de blindagem ao meio granular.

De análises anteriores já verificamos que o modelo decorado tem maior trânsito de energia frontal para energias lateral e retorno. Isso indica mais efetividade em dispersão de energia devido aos grãos intersticiais que passam a diagonalizar com maior eficácia as orientações da energia cinética. A Fig.4.10 ilustra que um grão principal ao receber energia frontal, a 0° , inicialmente passará essa energia às orientações correspondentes a 0° (frontal), 30° (frontal) e 60° (lateral). Em contrapartida, o arranjo sem grãos intersticiais terá o próximo impacto à 30° (frontal), veja as setas laranjas na Fig. 4.10. Adiante, acusado pela setas verdes, é induzida a existência de energia de retorno e mais parcelas de energia na direção lateral.

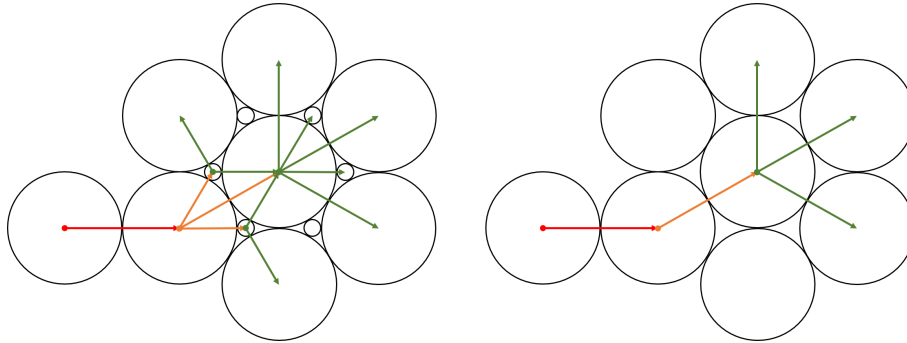
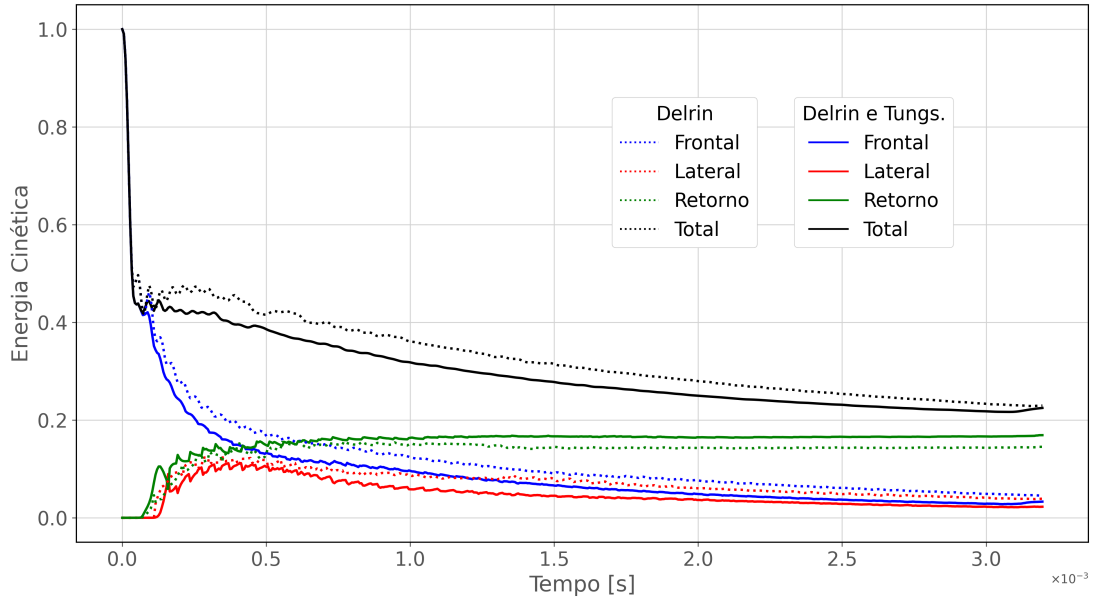


Figura 4.10: Orientações de distribuição de energia em tempos iniciais. Da esquerda à direita, apresenta as interações para um cristal granular com grãos intersticiais e outro cristal sem grãos intersticiais. A sequência de cores vermelho, laranja e verde representam uma sequência de colisões no decorrer do tempo.

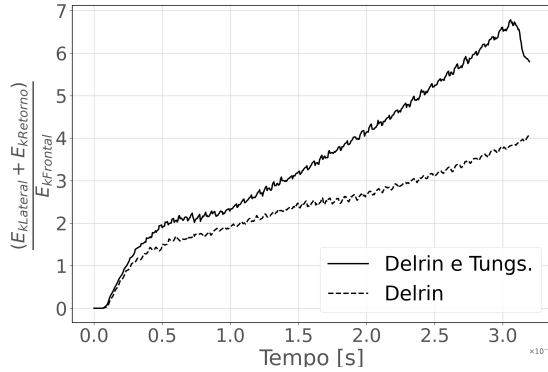
A Fig. 4.11 exibe o progresso das parcelas de energia cinética dispersadas no meio de modo frontal, lateral e retorno, bem como a transição energética entre essas três classes. Essas análises são feitas para ambos os modelos granulares que, sob analogia, verifica-se maior efetividade em atenuação e espalhamento no arranjo decorado.

A Fig. 4.11(a) apresenta os progressos da energia cinética nos grupos frontal, lateral e retorno, isso para o arranjo decorado (linhas sólidas) e o não-decorado

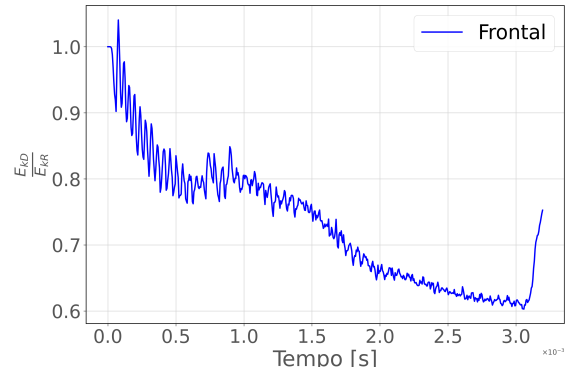
¹²Pode-se rever a Fig. 4.7 na página 44.



(a) Evolução da energia cinética de acordo com as classificações de energia cinética fronta, lateral e de retorno.



(b) Razão das energias que não são transmitidas à borda oposta da incidência inicial em relação a frontal.



(c) Razão da energia frontal do arranjo decorado com o modelo de referência. Sendo E_{kD} e E_{kR} a energia cinética frontal do arranjo decorado e energia cinética do arranjo de referência, respectivamente.

Figura 4.11: Diferentes abordagens da energia cinética considerando três direções de propagação: frontal, lateral e retorno. (a) aborda separadamente a energia para as três classificações. (b) e (c) tratam da relação mais direta do quanto discrepante se torna o comportamento de transmissão de energia.

(linhas pontilhadas). Temos que a energia cinética total do modelo com grãos intersticiais tem maiores taxas em perda ao longo do tempo. Esse comportamento é refletido somente dos grupos de energia frontal e lateral, pois a parcela de energia

de retorno é mais intensa no arranjo decorado.

Ainda na Fig. 4.11(a), mostra-se que em tempos iniciais, para o modelo com grãos intersticiais, apesar da maior parcela de energia ser frontal, existe um crescimento considerável da energia de retorno. Então o arranjo decorado oferece maior resistência a passagem da energia cinética em suas primeiras regiões. Tal energia cresce com menores taxas e tende a ser constante a partir de 1ms, aproximadamente. Além do *striker*, outros grãos são ejetados de volta e outros apenas voltam sob oscilação, mantendo a estrutura cristalina granular, o que atribui taxa de crescimento na curva de energia de retorno. A presença de picos e vales frequentes inicialmente nas curvas dos três tipos de energia acusam a constante mudança de orientações das velocidades dos grãos, explicitamente entre as energias lateral e retorno. Uma expressiva alternância entre essas duas energias é verificada em tempos iniciais no modelo sem grãos intersticiais. No arranjo decorado ocorre um adiantamento na conversão entre as energias frontal e de retorno, a parcela de energia que retorna se torna mais intensa que a frontal antes de $t = 0,5\text{ms}$. No entanto, para o modelo sem grãos intersticiais, essa inversão das intensidades entre as energias de retorno e frontal acontece após $t = 0,5\text{ms}$.

A Fig. 4.11(b) apresenta para ambos os modelos, decorado (linha sólida) e de referência (linhas pontilhadas), o progresso da razão entre a soma das parcelas de energia lateral e retorno em relação a parcela de energia frontal:

$$\frac{(E_{k\text{lateral}} + E_{k\text{retorno}})}{E_{k\text{frontal}}}.$$

O objetivo é mostrar o quanto de energia cinética é redirecionada da direção frontal para outras direções. De fato, a curva que representa o arranjo decorado indica maior efetividade desse comportamento. Isso comprova que os grãos intersticiais atuam expressivamente no espalhamento de energia. Ainda na Fig. 4.11(b), para ambos os modelos, é nítido o intenso crescimento da curva antes do tempo $t = 0,5\text{ms}$, se estabilizando em um progresso linear após $t = 1,0\text{ms}$.

A Fig. 4.11(c) exibe o progresso da razão entre as energias cinéticas do arranjo decorado e do arranjo de referência, na direção frontal. Apresenta-se um intenso decaimento da curva, onde $\frac{E_{kD}}{E_{kR}} < 1$ (E_{kD} e E_{kR} se referem a energia cinética do arranjo com e sem grãos intersticiais, respectivamente), indicando que a atenuação da energia cinética frontal responde fortemente a presença de grãos intersticiais.

Nota-se na Fig. 4.11(b) que o decaimento final da curva sólida, referente ao arranjo decorado, é oriundo dos efeitos de borda. Esses mesmos efeitos apresentam-se na Fig. 4.11(c), no crescimento final da curva. Para ambas as curvas, indica-se que a frente de onda chegou primeiro aos grãos das bordas para o modelo decorado.

Os grãos intersticiais atuam desde os primeiros instantes após o impacto inicial, rever a Fig. 4.10, de imediato atribuem energias as classificações de energia frontal e retorno. Isso explica o atraso no aumento de intensidade de energias laterais no arranjo decorado (em comparação ao arranjo de referência), que tende a

estabilizar-se após $t = 1,5\text{ms}$, aproximando-se dos valores da energia frontal em tempos finais. Esse conjunto de comportamentos dos três tipos de energias, no arranjo decorado, indicam melhor distribuição energética no meio, bem como propriedade de blindagem de energia mecânica.

Por fim, a análise da dispersão de energia no sistema granular proposto após um impacto revela que os grãos intersticiais interferem na distribuição e na atenuação da energia mecânica. Nota-se que a presença desses grãos resulta em uma redução ligeiramente mais significativa da energia ao longo das colunas granulares, limitando o alcance máximo da energia cinética. Além disso, os grãos intersticiais facilitam uma dispersão mais eficiente da energia em direções lateral e de retorno, contribuindo para uma distribuição mais equilibrada da energia dentro do sistema. Esses resultados sugerem que os grãos intersticiais conferem ao meio granular propriedades de blindagem e uma melhor capacidade de absorção de impacto.

Capítulo 5

Conclusões

A presença dos grãos intersticiais nos cristais granulares hexagonais que forma o arranjo, afeta a dinâmica do sistema. Influenciam não apenas a distribuição da energia mecânica, mas também a geometria e a dinâmica da frente de onda de energia ao longo do meio granular. Os resultados obtidos a partir do modelo granular proposto revelam que os grãos intersticiais desempenham um papel crucial em melhorias na dissipação e dispersão da energia mecânica.

Observou-se que os grãos intersticiais aceleram modestamente a dinâmica do sistema, promovendo uma dispersão um pouco mais rápida da energia mecânica ao longo do meio granular. Esse adiantamento na propagação da energia pode ser atribuído ao aumento da densidade de contatos, o que retorna, como resposta, maior eficiência na transmissão de energia entre os grãos. Além disso, a presença dos grãos intersticiais contribui para uma maior taxa de conversão de energias, levando a uma dissipação mais eficiente da energia mecânica. Essa maior eficiência na dissipação pode ser vantajosa em cenários onde a mitigação de energia é um objetivo crucial, como em estruturas de absorção de impacto ou em materiais de proteção.

Os resultados também indicam que a presença dos grãos intersticiais afeta singelamente a evolução geométrica da frente de onda de energia. Seguindo inicialmente uma geometria hexagonal e tendendo a geometria mais circular. Ainda, com a redistribuição de energia, a curvatura da frente de onda se torna mais aberta. Tais comportamentos são acelerados no arranjo decorado.

No arranjo decorado, os grãos intersticiais não apenas atuam como canais de dispersão de energia, mas também como acúmulos temporários de energia, modificando a distribuição e a propagação da energia ao longo do sistema. Sendo assim, parcelas de energia passam a ser reorientadas da direção frontal, mesma orientação do impacto inicial de um grão externo (*striker*), para as laterais e, de modo um pouco mais expressivo, como energia retornando ao meio externo. O arranjo decorado apresenta essa redistribuição para trás com mais efetividade, isso aumenta o caráter de blindagem do sistema. Essa propriedade, juntamente ao fato de mitigar

mais a energia mecânica incidente, em comparação ao arranjo não-decorado, torna o arranjo com intersticiais mais eficiente para proteção contra impactos.

Ao idealizar o cristal granular hexagonal decorado, a expectativa inicial sonhava maiores redistribuições de energia para as laterais em comparação ao modelo granular sem grãos intersticiais. No entanto, os resultados mostram que tal redistribuição é mais efetiva como energia de retorno. Realmente, o cristal decorado mostrou-se um pouco mais eficiente na mitigação de energia potencial e cinética, indicando que somente uma parcela muito pequena de energia chega ao outro lado.

Os resultados podem fornecer *insights* valiosos para o entendimento do comportamento de sistemas granulares em situações de impacto. A exemplo os materiais de absorção de impactos como materiais de proteção balística, pode-se usar o princípio desse estudo para elaboração de materiais resilientes na engenharia civil como pilares e em projetos de estruturas de contenção de solos. No geral, esses achados podem ter aplicações em áreas como engenharia de materiais, geologia e militar, onde o controle e a dissipação eficiente da energia mecânica são fundamentais para o projeto e a segurança de estruturas e materiais.

5.1 Trabalhos Futuros

A modificação da geometria pela presença de grãos intersticiais indicam que talvez a propagação controlada, como reorientação total ou quase total da energia, pode ser feita por combinações de materiais entre todos os grãos intersticiais, bem como pelas inclusões, ou exclusões, pontuais de grãos intersticiais de diferentes tamanhos.

Investigações a respeito da intensidade de energia mecânica que são transmitidas podem ser feitas visando a frequência de oscilação de algum grão oposto a borda de impacto inicial. Através disso, construir uma função, ou conjunto de funções para diferentes domínios, que possam reger as informações obtidas em transferência de sinais mecânicos.

Referências

- ALGHAMDI, A.A.A. Collapsible impact energy absorbers: an overview. **Thin-Walled Structures**, v. 39, n. 2, p. 189–213, 2001.
- ARORA, G.; JOSHI, V.; I.S., GARKI. Developments in Runge–Kutta Method to Solve Ordinary Differential Equations. **Recent Advances in Mathematics for Engineering**, p. 193–202, mar. 2020. DOI: 10.1201/9780429200304-9.
- AWASTHI, A.P. et al. Propagation of solitary waves in 2D granular media: A numerical study. **Mechanics of Materials**, Elsevier, v. 54, p. 100–112, nov. 2012. DOI: 10.1016/j.mechmat.2012.07.005.
- BENSON, D.J. et al. Quasistatic and Dynamic Regimes of Granular Material Deformation Under Impulse Loading. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 45, p. 1955–1999, nov. 1996. DOI: 10.1016/S0022-5096(97)00021-5.
- CAMPBELL, C.S. Rapid Granular Flows. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 22, n. 1, p. 57–90, 1990. DOI: 10.1146/annurev.fl.22.010190.000421.
- CAMPELLO, E.M.B. A computational model for the simulation of dry granular materials. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, v. 106, p. 89–107, ago. 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2018.08.010>>.
- DARAIIO, C. et al. Energy Trapping and Shock Disintegration in a Composite Granular Medium. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 96, p. 058002, 5 fev. 2006. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.058002. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.058002>>.
- DURAN, J.; BEHRINGER, R. Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials. **Physics Today**, v. 54, p. 63–64, abr. 2001. DOI: 10.1063/1.1383168.
- FERNANDES, H.C.M. Modelos Dinâmicos para Segregação Granular. Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- FOUNDATION, Python Software. **Python**. Acesso em: [12 de dezembro de 2023]. Disponível em: <<https://www.python.org/>>.
- GEAR, C.W. The automatic integration of ordinary differential equations. **Communications of the ACM**, v. 14, p. 176–179, mar. 1971. DOI: 10.1145/362566.362571.

- GHAEDNIA, H. et al. Contact Mechanics. **Tribology for Scientists and Engineers: From Basics to Advanced Concepts**, p. 93–140, nov. 2013. DOI: 10.1007/978-1-4614-1945-7_3.
- GOLDSMITH, W.; SACKMAN, J.L. An Experimental Study of Energy Absorption in Impact on Sandwich Plantes. **International Journal of Impact Engineering**, v. 12, p. 241–262, jan. 1992. DOI: 10.1016/0734-743X(92)90447-2.
- HA, N.S.; LU, G. A review of recent research on bio-inspired structures and materials for energy absorption applications. **Composites Part B: Engineering**, v. 181, p. 107496, Out 2019. DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.107496.
- HA, N.S.; PAM, T. et al. Energy absorption characteristics of bio-inspired hierarchical multi-cell bi-tubular tubes. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 251, p. 17, 2023. ISSN 0020-7403. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108260.
- HONG, J.; XU, A. Nondestructive identification of impurities in granular medium. **Applied Physics Letters**, v. 81, p. 4868–4870, dez. 2003. DOI: 10.1063/1.1522829.
- HOSTLER, S.R. Wave Propagation in Granular Materials. California Institute of Technology Pasadena, California, 2005.
- HUA, T.; VAN GORDER, R. Wave propagation and pattern formation in two-dimensional hexagonally-packed granular crystals under various configurations. **Granular Matter**, v. 21, nov. 2018. DOI: 10.1007/s10035-018-0852-8.
- JOHNSON, K.L. **Contact Mechanics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1985. DOI: 10.1017/CBO9781139171731.
- _____. One Hundred Years of Hertz Contact. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, v. 196, p. 363–378, 1982. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1982_196_039_02.
- KARANJGAOKAR, N.; KOCHARYAN, H. Influence of Lateral Constraints on Wave Propagation in Finite Granular Crystals. **Journal of Applied Mechanics**, v. 87, p. 1–20, abr. 2020. DOI: 10.1115/1.4047004.
- KHATRI, D.; DARAIO, C.; RIZZO, P. Coupling of highly nonlinear waves with linear elastic media. v. 7292, 72920p, mar. 2009. DOI: 10.1117/12.817574.
- KOCHARYAN, H.; KARANJGAOKAR, N. Influence of interactions between multiple point defects on wave scattering in granular media. **Granular Matter**, v. 24, fev. 2022. DOI: 10.1007/s10035-021-01177-4.
- KURIHASHI, Y. et al. Experimental Study on Impact Absorption Capacity of Various Expanded Materials for Rock Shed. **Shock and Vibration**, v. 2020, p. 1–15, Mai 2020. DOI: 10.1155/2020/7412456.
- LAZARUS, B.S. et al. A review of impact resistant biological and bioinspired materials and structures. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 9, p. 15705–15738, Set 2020. DOI: 10.1016/j.jmrt.2020.10.062.

- LEONARD, A. et al. Traveling Waves in 2D Hexagonal Granular Crystal Lattices. **Granular Matter**, v. 16, p. 531, 2014. DOI: 10.48550/ARXIV.1305.0171. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1305.0171>>.
- LI, L.-L.; YANG, X.-Q.; ZHANG, W. Two interactional solitary waves propagating in two-dimensional hexagonal packing granular system. **Granular Matter**, v. 20, p. 49, jul. 2018. DOI: 10.1007/s10035-018-0810-5.
- MACHADO, L.P.S.; SEN, S. Controlled energy dispersion in two-dimensional decorated granular crystals. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 98, p. 032907, 3 set. 2018. DOI: 10.1103/PhysRevE.98.032907. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.98.032907>>.
- MANJUNATH, M.; AWASTHI, A.; GEUBELLE, P. Plane wave propagation in 2D and 3D monodisperse periodic granular media. **Granular Matter**, v. 16, fev. 2014. DOI: 10.1007/s10035-013-0475-z.
- MEHTA, A.; EDWARDS, S.F. Statistical mechanics of powder mixtures. **Physica A Statistical Mechanics and its Applications**, v. 157, p. 1091–1100, jun. 1989. DOI: 10.1016/0378-4371(89)90035-6.
- MENG, J. et al. Ultra-high energy absorption high-entropy alloy syntactic foam. **Composites Part B: Engineering**, v. 207, p. 108563, Fev 2021. DOI: 10.1016/j.compositesb.2020.108563.
- NESTERENKO, V.F. **Dynamics of Heterogeneous Materials**. [S.l.]: Springer, Berlin, 2001. P. 1–81.
- _____. Shock (Blast) Mitigation by "Soft" Condensed Matter. arXiv, 2003. DOI: 10.48550/ARXIV.COND-MAT/0303332. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/cond-mat/0303332>>.
- _____. Waves in strongly nonlinear discrete systems. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 376, p. 20170130, ago. 2018. DOI: 10.1098/rsta.2017.0130.
- PHAM, T. et al. Impact Response and Energy Absorption of Single Phase Syntactic Foam. **Composites Part B Engineering**, v. 150, Mai 2018. DOI: 10.1016/j.compositesb.2018.05.057.
- RADJAÏ, F.; ROUX, S. **The Physics of Granular Media**. [S.l.]: John Wiley Sons, Ltd, 2004. cap. 7, p. 165–187. ISBN 9783527603626.
- ROSATO, A. et al. Why the Brazil nuts are on top: Size segregation of particulate matter by shaking. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 58, p. 1038–1040, mar. 1987. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.1038.
- SHUKLA, A. Dynamic photoelastic studies of wave propagation in granular media. **Optics and Lasers in Engineering**, v. 14, p. 165–184, 1991. DOI: 10.1016/0143-8166(91)90047-W.

- SHUKLA, A.; DAMANIA, C. Experimental investigation of wave velocity and dynamic contact stresses in an assembly of disks. v. 27, p. 268–281, set. 1987. DOI: 10.1007/BF02318093.
- SPADONI, A.; DARAIO, C. Generation and control of sound bullets with a nonlinear acoustic lens. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 107, p. 7230–4, abr. 2010. DOI: 10.1073/pnas.1001514107.
- SZELENGOWICZ, I.; KEVREKIDIS, P.; DARAIO, C. Wave propagation in square granular crystals with spherical interstitial intruders. **Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics**, v. 86, p. 061306, Dez 2012. DOI: 10.1103/PhysRevE.86.061306.
- THORNTON, S.T.; MARION, J.B. **Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas**. [S.l.]: Cengage, 2011.
- TICHLER, A.M. et al. Transmission and Reflection of Strongly Nonlinear Solitary Waves at Granular Interfaces. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 111, p. 048001, 4 jul. 2013. DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.048001.
- TIWARI, M.; MOHAN, T.R.K.; SEN, S. Decorated granular layers for impact decimation. **Granular Matter**, v. 18, Ago 2016. DOI: 10.1007/s10035-016-0652-y.
- TO, K; LAI, P-Y; PAK, H.K. Jamming of Granular Flow in a Two-Dimensional Hopper. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 86, p. 71–74, jan. 2001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.71.
- TSUJI, Y.; TANAKA, T.; ISHIDA, T. Lagrangian Numerical Simulation of Plug Flow of Cohesionless Particles in a Horizontal Pipe. **Powder Technology**, v. 71, p. 239–250, Set 1992. DOI: 10.1016/0032-5910(92)88030-L.
- WALTON, O.R.; BRAUN, R.L. Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. **Journal of Rheology**, v. 30, p. 949–980, Out 1986. DOI: 10.1122/1.549893.
- WANG, Y.; WEN, J. Gear Method for Solving Differential Equations of Gear Systems. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 48, p. 143, Out 2006. DOI: 10.1088/1742-6596/48/1/026.
- WAYMEL, R. et al. Propagation and Dissipation of Elasto-Plastic Stress Waves in Two Dimensional Ordered Granular Media. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 120, nov. 2017. DOI: 10.1016/j.jmps.2017.11.007.
- WU, Q. et al. Active acoustic switches using two-dimensional granular crystals. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 99, n. 6, p. 062901, jun. 2019. DOI: 10.1103/PhysRevE.99.062901. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.99.062901>>.

WU, Y. et al. Additively Manufactured Materials and Structures: A state-of-the-art review on their mechanical characteristics and energy absorption. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 246, p. 108102, Mai 2023. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108102.

XIANQING, Y.; XIAN-WEN, M.; WEI, Z. Evolution and collision of wave fronts in two-dimensional hexagonal packing granular lattices. **Granular Matter**, v. 24, jul. 2022. DOI: 10.1007/s10035-022-01246-2.

XU, F.; ZHANG, X.; ZHANG, H. A review on functionally graded structures and materials for energy absorption. **Engineering Structures**, v. 171, p. 309–325, Set 2018. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.05.094.

YANG, W. et al. Superior Energy Absorption Performance of Layered Aux-hex Honeycomb Filled Tubes. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 234, nov. 2022. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107702.

YANG, X.-Q. et al. Collisions between solitary waves propagating in the two-dimensional hexagonal packing granular system. **International Journal of Modern Physics B**, v. 35, n. 31, p. 2150314–81, dez. 2021. DOI: 10.1142/S0217979221503148.

ZHOU, T.; KADANOFF, L.P. Inelastic Collapse of Three Particles. **Phys. Rev. E**, American Physical Society, v. 54, p. 623–628, jul. 1996. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.623.

Apêndice A

Picos de Onda: 5^a, 9^a e 15^a coluna granular

Os painéis principais das Figs.4.6, A.1, A.2 e A.3, exibem o adiantamento dos perfis de velocidade. Esse comportamento se intensifica conforme se segue nas colunas em decorrência da atuação dos grãos intersticiais. Ao longo do progresso no meio, a frente de onda alcança maior número de grãos intersticiais, acumulando atribuições das suas atuações na própria velocidade. No decorrer do progresso, a frente de onda se torna mais plana, podemos verificar isso pelo tempo de chegada aos valores máximos dos grãos e seus respectivos ângulos. Conforme prosseguimos na posição da coluna analisada, mais se acumulam os maiores picos e maior se torna o conjunto de grãos no grupo de energia frontal. Ainda, existindo maior atenuação das amplitudes para os grãos que se encontram mais afastados da direção de colisão.

Existe uma região de comportamento ligeiramente diferente em relação à diminuição de intensidade de velocidade, sob comparação dos dois modelos granulares. Na coluna 3^a, Fig.4.6, é indicada pela menor diferença de velocidade do grão 49 entre os dois modelos. Para os grãos antes, 50 e 51, e após, 48 ao 1, as diferenças de picos aumentam conforme o afastamento do grão 49. Por simplicidade, vamos o denominar como grão de interseção. Na 5^a coluna, Fig.A.1, o grão de interseção é o grão 47, que acaba mostrando um comportamento inverso em comparação aos demais da mesma coluna, ou seja, esse grão no modelo com grãos intersticiais tem maior pico de velocidade que no modelo sem grãos intersticiais. Na 9^a coluna, Fig.A.2, os grãos de interseção, grãos 44 e 45, conservam o mesmo comportamento do grão 47 na 5^a coluna. Na 15^a coluna, Fig.A.3, é o grão 43 que se mostra como grão de interseção.

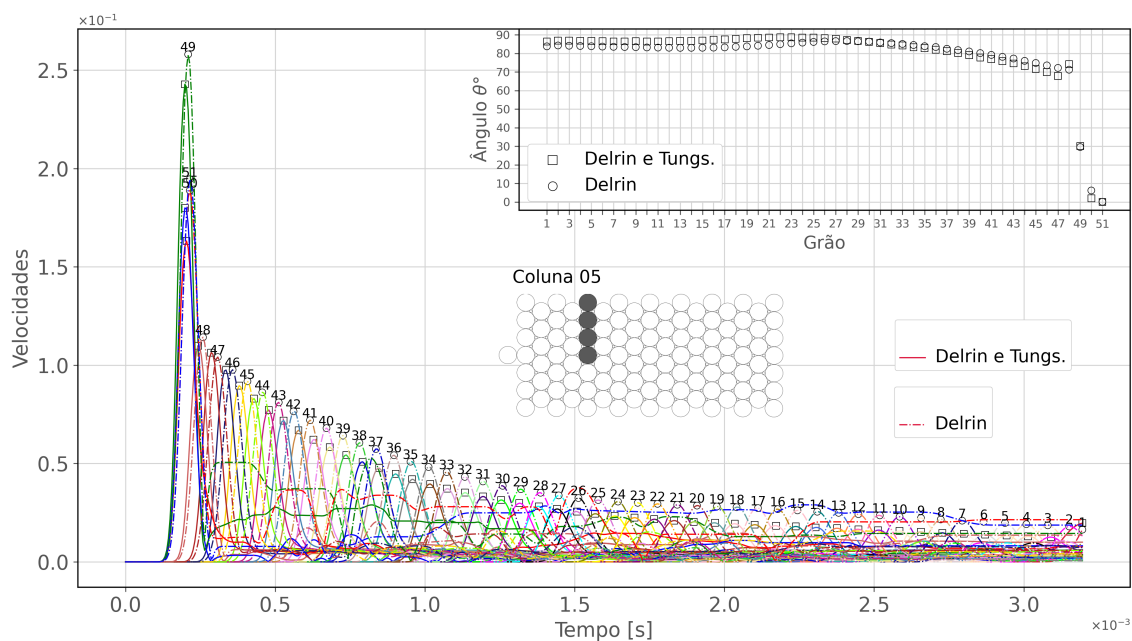


Figura A.1: Perfil do módulo das velocidade dos grãos na 5ª coluna.

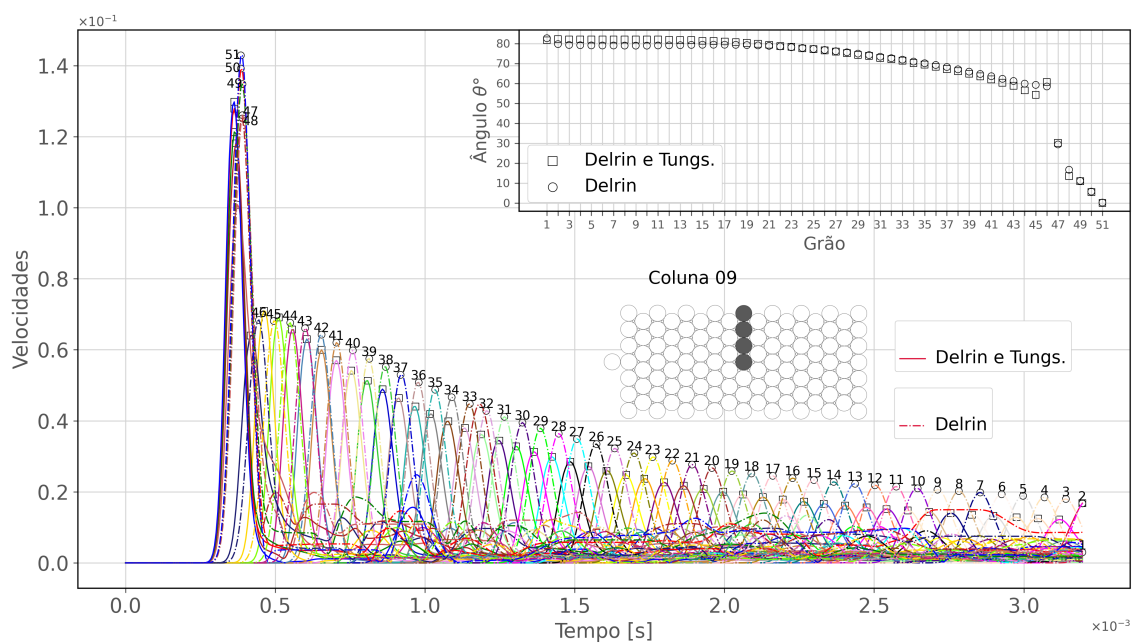


Figura A.2: Perfil do módulo das velocidade dos grãos na 9ª coluna.

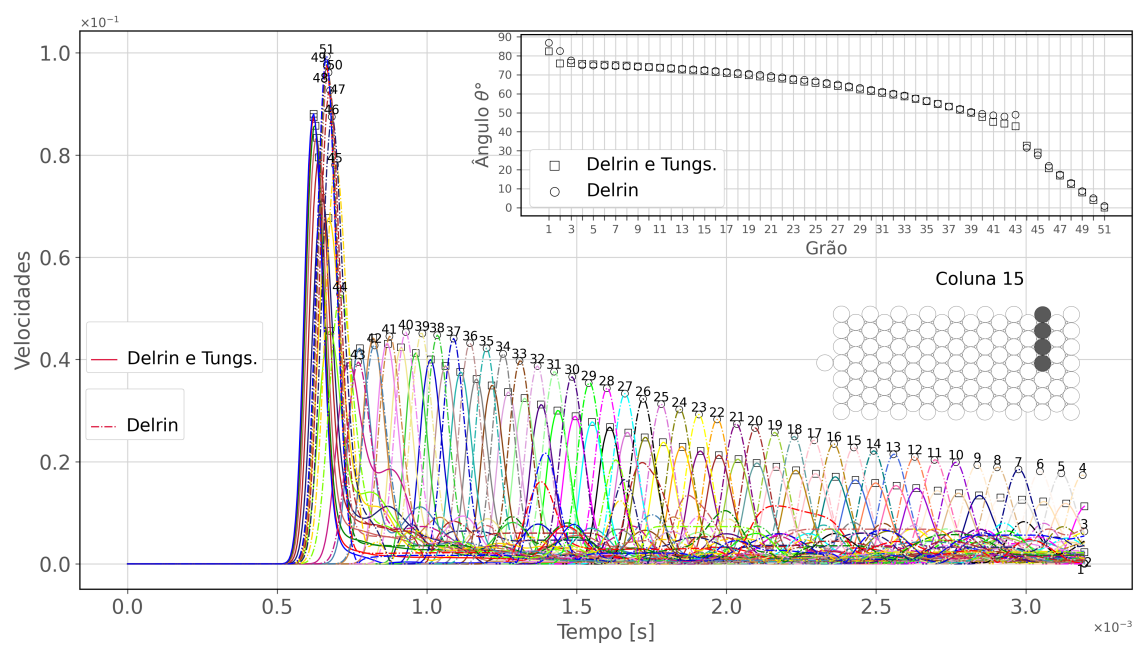


Figura A.3: Perfil do módulo das velocidade dos grãos na 15^a coluna.

Apêndice B

Modelo Dissipativo

Ao longo da simulação computacional, a cada interação granular é chamada uma função de força e outra de energia potencial referente a tal colisão. Isso caracteriza o modelo dissipativo. Definimos a função da força, dada a colisão entre dois grãos principais, como:

```
def forca_geral(j, i, p):
    x2 = a[i] + x_evolution[i]
    x1 = a[j] + x_evolution[j]
    y2 = b[i] + y_evolution[i]
    y1 = b[j] + y_evolution[j]

    R = mt.hypot((x2-x1), (y2-y1))
    delta = ((2.)*RAIO)-R
    if delta <= 0.:
        F = 0.
    else:
        if delta > previous[p]:
            previous[p] = delta
            F = alpha*mt.pow(delta, POWER_FORCE)
        else:
            F = (1.-w)*alpha*mt.pow(delta, POWER_FORCE)
    new_accel_x[i] += (F/M_MAIN_GRAIN)*(x2-x1)/R
    new_accel_x[j] -= (F/M_MAIN_GRAIN)*(x2-x1)/R
    new_accel_y[i] += (F/M_MAIN_GRAIN)*(y2-y1)/R
    new_accel_y[j] -= (F/M_MAIN_GRAIN)*(y2-y1)/R
```

onde $(a[i], b[i])$ é a posição do centro do grão, M_MAIN_GRAIN é a massa do grão, raio do grão principal é $RAIO$, o parâmetro de restituição é $w = 0.1$, o valor $POWER_FORCE=3/2$ implica no formato esférico do grão e $ALPHA$ é:

```
numerator = (E_MAIN_GRAIN*mt.sqrt((2.)*RAIO))
```

```
denominator = (3.)*((1.)-(P_MAIN_GRAIN**(2.)))
alpha = numerator/denominator
```

onde o módulo de Young e razão de Poisson são E_MAIN_GRAIN e P_MAIN_GRAIN , respectivamente.

Ainda referente a colisão de dois grãos principais, definimos a energia potencial sendo:

```
Ep = []
Ek = []
def potential_energy(j, i):
    x2 = a[i] + x_evolution[i]
    x1 = a[j] + x_evolution[j]
    y2 = b[i] + y_evolution[i]
    y1 = b[j] + y_evolution[j]

    R = mt.hypot((x2-x1), (y2-y1))
    delta = ((2.)*RAIO)-R
    if delta<=0.:
        U = 0.
    else:
        U = 0.5*alpha*mt.pow(delta, POWER_FORCE+1.)
        /((POWER_FORCE+1.))
    Ep[i] += U
    Ep[j] += U
```

De modo similar ao anterior, para a colisão de um grãos principal com um grão intersticial, definimos a força de interação como:

```
def forca_geral_int(j, i, q):
    x2_int = a_int[i] + x_evolution_int[i]
    x1_prin = a[j] + x_evolution[j]
    y2_int = b_int[i] + y_evolution_int[i]
    y1_prin = b[j] + y_evolution[j]

    R_int = mt.hypot((x2_int-x1_prin), (y2_int-y1_prin))
    delta_int = (RAIO+RAIO_INT)-R_int
    if delta_int <= 0.:
        F_int = 0.
    else:
        if delta_int > previous_int[q]:
            previous_int[q] = delta_int
            F_int = beta*mt.pow(delta_int, POWER_FORCE)
        else:
            F_int = (1.-w)*beta*mt.pow(delta_int,
```

```

        POWER_FORCE)
new_accel_x_int[i] += (F_int/M_GRAIN_INT)*((x2_int-
x1_prin)/R_int)
new_accel_x[j]      -= (F_int/M_MAIN_GRAIN)*((x2_int-
x1_prin)/R_int)
new_accel_y_int[i] += (F_int/M_GRAIN_INT)*((y2_int-
y1_prin)/R_int)
new_accel_y[j]      -= (F_int/M_MAIN_GRAIN)*((y2_int-
y1_prin)/R_int)

```

onde a constante BETA é definida como:

```

raiz = mt.sqrt((RAIO*RAIO_INT)/(RAIO+RAIO_INT))
const_numerador = 4.*E_MAIN_GRAIN*E_INT_GRAIN
const_denominador = 3.*E_MAIN_GRAIN*(1.-
(P_INT_GRAIN*P_INT_GRAIN))+3.*E_INT_GRAIN*
(1.-(P_MAIN_GRAIN*P_MAIN_GRAIN))
const_beta = (const_numerador)/const_denominador
beta = const_beta*raiz

```

Para essa colisão, grão principal e grão intersticial, a energia potencial é:

```

Ep_int = []
Ek_int = []
def potential_energy_int(j, i):
    x2_int = a_int[i] + x_evolution_int[i]
    x1_prin = a[j] + x_evolution[j]
    y2_int = b_int[i] + y_evolution_int[i]
    y1_prin = b[j] + y_evolution[j]

    R_int = mt.hypot((x2_int-x1_prin),(y2_int-y1_prin))
    delta_int = (RAIO+RAIO_INT)-R_int
    if delta_int<= 0.:
        U_int = 0.
    else:
        U_int = 0.5*beta*mt.pow(delta_int,POWER_FORCE+1.)
        /((POWER_FORCE+1.))
    Ep_int[i] += U_int
    Ep[j]      += U_int

```