

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE DOUTORADO

**MODELO FRACTAL PARA RESISTIVIDADE
COMPLEXA DE ROCHAS: INTERPRETAÇÃO
PETROFÍSICA E APLICAÇÃO À
EXPLORAÇÃO GEOELÉTRICA**

BRÍGIDA RAMATI PEREIRA DA ROCHA



BELÉM

1996

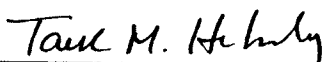
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

MODELO FRACTAL PARA RESISTIVIDADE COMPLEXA DE
ROCHAS: SUA INTERPRETAÇÃO PETROFÍSICA E
APLICAÇÃO À EXPLORAÇÃO GEOELÉTRICA

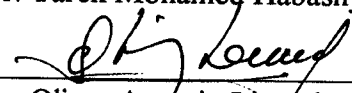
TESE APRESENTADA POR
BRÍGIDA RAMATI PEREIRA DA ROCHA
COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

Data de Aprovação : 21/12/1995

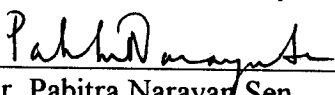
COMITÊ DE TESE:



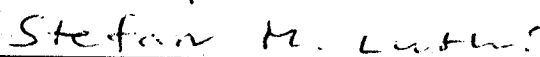
Dr. Tarek Mohamed Habashy (Orientador)



Dr. Olivar Antonio Lima de Lima



Dr. Pabitra Narayan Sen



Dr. Stefan Moritz Luthi



Dr. Om Prakash Verma

BELÉM

1995

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao longo de minha vida acadêmica muitas pessoas me ajudaram e agradecer a todas é impossível. Neste momento, gostaria de demonstrar meu reconhecimento a todos aqueles que contribuíram mais diretamente para o sucesso deste trabalho.

Dr. Tarek M. Habashy, meu orientador, que, durante o ano no qual tivemos a oportunidade de trabalhar juntos, tem sido um grande incentivador, sempre me considerando capaz de novas conquistas. Sua dedicação ao desenvolvimento deste trabalho e sua humildade em trabalhar ao mesmo nível e junto com o estudante são um exemplo para aqueles que pretendam propiciar o desenvolvimento acadêmico de novos valores. Seu encorajamento e sua fé em minha capacidade serão para mim um incentivo constante e inesquecível.

Dr. Stefan Luthi merece um agradecimento muito especial. Se eu reproduzisse todos os agradecimentos devidos a ele ao longo deste ano, muitas páginas seriam necessárias. Espero transmitir tudo em um parágrafo curto. Sem seu esforço este trabalho poderia ser perdido. Não esquecerei o seu apoio nos dias mais difíceis.

Dr. Michael Schoenberg, por seu apoio, incentivo e discussões amigáveis e proveitosas.

Dr. Pabitra Sen, por seu incentivo para não desistir deste trabalho.

Dr. Om Verma, por sua assistência e suporte quando na Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Geofísica, bem como pelo incentivo durante o desenvolvimento deste trabalho.

Dr. Olivar Lima, pelo encorajamento na continuidade deste trabalho.

À Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Geofísica, UFPA, na pessoa do Prof. Dr. Lourenildo Leite, pelo suporte necessário ao desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas que, durante cinco anos, me ajudaram grandemente no entendimento e solução de diversos problemas computacionais além de, com sua amizade calorosa, terem contribuído para o meu fortalecimento nos dias mais difíceis.

À Universidade Federal do Pará e, particularmente, ao Departamento de Engenharia Elétrica, que, durante cinco anos, permitiram que eu me dedicasse inteiramente ao desenvolvimento de meu Curso de Doutorado. Minha gratidão é profunda e sincera.

Ao Convênio UFPA/PETROBRÁS/FADESP/FINEP/CNPq pelo suporte financeiro a

este projeto.

Aos Professores do Curso de Pós-Graduação em Geofísica, pela transmissão do conhecimento científico necessário e de grande valor para o meu desenvolvimento.

Ao Dr. William August Sauck que me introduziu no conhecimento das Propriedades Elétricas das Rochas ao me orientar durante a realização de meu Mestrado; ao Dr. Carlos Alberto Dias que continuou essa tarefa.

Aos Drs. Michael A. Lovell, Peter K. Harvey, e à Ms. Gail Williamson e a todos os membros do Borehole Research Group, Leicester University, por sua assistência durante minha estada nessa Instituição.

À Professora Lúcia Maria da Costa e Silva por seu apoio caloroso ao desenvolvimento deste trabalho.

À Sonia Alves pela completa revisão do texto da tese.

E, principalmente, eu agradeço a meu esposo Olavo, por sua constante compreensão e infinita paciência durante minhas ausências do lar. Sua atitude, sempre dando o necessário apoio e fortalecimento pessoal a mim e a nossos filhos, fazem dele uma das pessoas mais responsáveis pelo sucesso deste trabalho.

E a meus filhos, Antonio Olyntho, André, Ângela, Alice, Ana e Angélica, por seu amor apesar de minha grande dedicação a este trabalho.

SUMÁRIO

	p.
DEDICATÓRIA	i
AGRADECIMENTOS	ii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	vi
RESUMO	1
ABSTRACT	3
1 - INTRODUÇÃO	5
2 - CONCEITOS BÁSICOS DE RESISTIVIDADE COMPLEXA	9
2.1 CONDUCTIVIDADE E RESISTIVIDADE ELÉTRICA	9
2.2 CONSTANTE DIELÉTRICA	11
2.3 PROCESSOS DE POLARIZAÇÃO EM MATERIAIS HOMOGÊNEOS	12
2.4 PROCESSOS DE POLARIZAÇÃO EM MATERIAIS HETEROGÊNEOS	13
2.5 RESISTIVIDADE E CONSTANTE DIELÉTRICA COMPLEXAS	15
3 - RESISTIVIDADE COMPLEXA DE ROCHAS - MODELOS EXISTENTES E SUAS LIMITAÇÕES	17
3.1 MODELOS DE RELAXAÇÃO DE DEBYE, COLE-COLE E DAVIDSON-COLE	19
3.1.1 Modelo de Relaxação de Debye	19
3.1.2 Modelo de Cole-Cole	22
3.1.3 Modelo de Davidson-Cole	24
3.2 MODELOS PARA DESCREVER AS PROPRIEDADES ELÉTRICAS DAS ROCHAS	25
4 - RESISTIVIDADE COMPLEXA DE INTERFACES RUGOSAS: OS PARÂMETROS FRACTAIS	42
4.1 DIMENSÕES, SUPERFÍCIES E TEMPOS FRACTAIS	42
4.2 AUTO-SEMELHANÇA e AUTO-AFINIDADE	50
4.3 RESISTIVIDADE COMPLEXA DE INTERFACES FRACTAIS	50
4.4 INTERFACES FRACTAIS EM ROCHAS	54

5 - UM NOVO MODELO PARA A RESISTIVIDADE COMPLEXA DE ROCHAS	56
5.1 SIGNIFICADO FÍSICO DOS PARÂMETROS DO MODELO	58
5.2 A RESPOSTA DO NOVO MODELO	60
5.2.1 O regime de frequências de muito baixas a intermediárias	63
5.2.2 O regime de alta frequência	76
6 - TESTE EXPERIMENTAL DO NOVO MODELO	84
6.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS	84
6.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS	85
6.2.1 Eletrodos Metálicos em Solução Iônica	85
6.2.2 Amostras Sintéticas	85
6.2.3 Rochas contendo grafita	86
6.2.4 Solos e Rochas Contaminadas com Poluentes Orgânicos e Químicos	87
7 - RESPOSTA DE POLARIZAÇÃO INDUZIDA SOBRE UM TERRENO POLARIZÁVEL	93
7.1 RESPOSTA DE UM TERRENO HOMOGÊNEO E POLARIZÁVEL	100
7.2 A RESPOSTA DE UM TERRENO DE TRÊS CAMADAS SENDO A INTERMEDIÁRIA POLARIZÁVEL	102
8 - CONCLUSÕES	114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	116
A - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de ZONGE et al. (1972)	125
B - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de KLEIN & SILL (1982)	137
C - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de OLHOEFT (1985)	142
D - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de MAHAN et al. (1986)	152
E - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de VANHALA et al. (1992)	167

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

Figura 2.1	Representação esquemática de a) polarização eletrônica; b) polarização atômica; c) polarização molecular	14
Figura 3.1	Representação gráfica do crescimento e do decaimento da polarização no domínio do tempo.	21
Figura 3.2	Representação da constante dielétrica de DEBYE (a), COLE-COLE (b), e DAVIDSON-COLE (c) no plano complexo.	23
Figura 3.3	Curva típica para o modelo de Debye (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados para o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.	33
Figura 3.4	Curva típica para o modelo de Warburg (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $c = ,5$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados para o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.	34
Figura 3.5	Curva típica para o modelo de Cole-Cole (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $c = ,25$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados para o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.	35

Figura 3.6	Curva típica para o modelo de Davidson-Cole (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $a = .5$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados para o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.	36
Figura 3.7	Curva típica para o modelo de Cole-Cole Generalizado (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-4}$ s, $c = .3$; $a = 0.5$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados para o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.	37
Figura 3.8	Curva típica para o modelo de Cole-Cole Generalizado (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, for $\rho_o = 100$ ohm.m; $m_1 = 0.5$; $\tau_1 = 10^{-4}$ s, $c_1 = .3$; $m_2 = 0.5$; $\tau_2 = 10^4$ s, $c_2 = .9$; (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados para o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.	38
Figura 3.9	Curva típica para o modelo de Cole-Cole Generalizado (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, for $\rho_o = 100$ ohm.m; $m_1 = 0.5$; $\tau_1 = 10^{-4}$ s, $c_1 = .3$; $m_2 = 0.5$; $\tau_2 = 10^{-3}$ s, $c_2 = .9$; (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados para o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.	39
Figura 3.10	Alguns dados típicos de resistividade complexa e constante dielétrica e os principais modelos fenomenológicos.	40
Figura 3.11	Modelo de multimecanismos de KATSUBE (1977), e sua aplicação a um conjunto de dados de resistividade complexa.	41
Figura 4.1	Ilustração de uma curva de von Koch. A linha sólida foi obtida após sucessivas 'quebras' do segmento de reta inicial (a); cada estágio é formado pela adição de um triângulo no segmento de reta quebrado; a proporção do comprimento do segmento de reta original para o comprimento dos lados do triângulo é fixa neste caso em $1/3$	43

Figura 4.2	Ilustração de três diferentes possibilidades de medir a dimensão fractal de uma curva. Em (a) as moléculas são capazes de penetrar uma à outra e de cruzar a curva; em (b) elas podem ainda cruzar a curva mas não podem penetrar uma à outra. Em (c) elas são esferas duras chegando de um lado da curva apenas. Somente o último caso é realista para a adsorção física.	44
Figura 4.3	Representação elétrica de um processo irreversível padrão (LE MÉHAUTE et al., 1993)	47
Figura 4.4	Em uma interface típica de von Koch os portadores são distribuídos na fronteira de um domínio difuso ('fuzzy') com uma espessura dependente da frequência. Dentro deste domínio, a transferência de energia precisa levar em consideração as propriedades fractais da superfície.	48
Figura 4.5	Vista esquemática das relações entre o tamanho e a medida em um meio fractal.	50
Figura 4.6	Vista esquemática das relações de auto-semelhança e auto-afinidade.	51
Figura 4.7	Modelo de barra de Cantor de uma interface rugosa entre um eletrólito (preto) e um eletrodo (branco). São mostradas duas ranhuras cada uma com quatro estágios de ramificação (LIU, 1985).	52
Figura 4.8	Circuito equivalente para uma ranhura de uma interface rugosa vista na Figura 2.5 (LIU, 1985).	52
Figura 4.9	Os circuitos bi-dimensionais tipo Peneira de Sierpinski. As três figuras superiores ilustram o processo de construção iterativa. Cada uma das áreas sombreadas representa o circuito básico mostrado em detalhe nas figuras (a) ou (b) abaixo (m: iteração; L: escala linear do lado; N: número de ligações da rede; S: número de pedaços ou nós da rede. (c) ilustra a configuração elétrica exata para a qual a admitância foi calculada no nó principal onde a fonte de potência está conectada (CLERC et al. 1984).	55
Figura 5.1	(a) Célula básica da condução elétrica nas rochas. (b) Circuito analógico equivalente associado ao comportamento médio do meio.	57

- Figura 5.2 Curva típica do novo modelo no intervalo de frequência de 10^{-12} to 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados para o valor máximo de *real* ρ (ρ_o) (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) constante dielétrica real; (f) constante dielétrica imaginária. 62
- Figura 5.3 Circuito analógico correspondente ao comportamento médio do meio para frequências de baixas a intermediárias. 63
- Figura 5.4 Diagrama de Argand para dados experimentais de constante dielétrica em uma amostra de augita. Reproduzido de SAINT AMANT & STRANGWAY (1970)- Figura 7). 66
- Figura 5.5 Curva típica do novo modelo no intervalo de frequências de 10^{-12} a 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. 69
- Figura 5.6 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\rho_o = 10^{-1}$; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 ohm.m. . 70
- Figura 5.7 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $m = 0.05, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.80,$ e 0.95 . 71

- Figura 5.8 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100s$, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}s$. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau = 10^{-9}$; 10^{-8} ; 10^{-7} ; 10^{-6} ; 10^{-5} ; 10^{-4} ; e 10^{-3} s. 72
- Figura 5.9 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}s$, $\tau_f = 100s$, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}s$. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\delta_r = 10^{-3}$; 10^{-2} ; 10^{-1} ; 1.0 ; 10^1 ; 10^2 ; e 10^3 ohm.m 73
- Figura 5.10 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}s$, $\delta_r = 1.0$; $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}s$. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau_f = 10^{-1}$; 1.0 ; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 s. 74
- Figura 5.11 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$, $\tau = 10^{-6}s$, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100s$, e $\tau_o = 10^{-6}s$. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\eta = 0.05$, 0.20 , 0.35 , 0.50 , 0.65 , 0.80 , e 0.95 75

Figura 5.12 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s; (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\rho_o = 10^{-1}$; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 ohm.m

77

Figura 5.13 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $m = 0.05$, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.80, e 0.95

78

Figura 5.14 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau = 10^{-9}$; 10^{-8} ; 10^{-7} ; 10^{-6} ; 10^{-5} ; 10^{-4} ; e 10^{-3} s.

79

Figura 5.15 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\delta_r = 10^{-3}$; 10^{-2} ; 10^{-1} ; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; e 10^3 ohm.m

80

Figura 5.16 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau_f = 10^{-1}$; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 s.

81

Figura 5.17 Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$, $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\eta = 0.05$, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.80, e 0.95

82

Figura 5.18	Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, e $\eta = 0.5$; (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade <i>real</i> ρ e <i>imag</i> ρ normalizados o valor máximo de <i>real</i> ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau_o = 10^{-15}$; 10^{-14} ; 10^{-13} ; 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} ; e 10^{-9} s.	83
Figura 6.1	Porosidade versus expoente fractal de frequência (η), tempo de relaxação fractal (τ_f), razão de resistividade de grão (δ_r) e tempo de relaxação da dupla camada (τ) para amostras M10,M11,M12,M13 e M14 de MAHAN et al. (1986).	88
Figura 6.2	Tamanho dos grãos de sulfeto versus expoente fractal de frequência (η), tempo de relaxação fractal (τ_f), razão de resistividade dos grãos (δ_r) e tempo de relaxação da dupla camada (τ) para amostras M10, M11, M12, M13 e M14 de MAHAN et al. (1986).	89
Figura 6.3	Resistividade do eletrólito versus resistividade DC para três conjuntos de amostras com o mesmo conteúdo mineralógico variando a resistividade do eletrólito.	90
Figura 6.4	Expoente fractal versus teor de sulfeto para um conjunto de amostras com o mesmo conteúdo mineral, e diferentes teores de sulfeto (Cp)	90
Figura 6.5	Dados experimentais e curva ajustada para dados de constante dielétrica complexa de SCOTT et al. (1968).	91
Figura 6.6	Dados experimentais e curva ajustada para dados de constante dielétrica complexa de GARROUCH & SHARMA (1994).	92
Figura 7.1	Geometria da configuração dipolo-dipolo colinear	93
Figura 7.2	Resposta do novo modelo medido com arranjo dipolo-dipolo, intervalo de frequência 10^{-6} até 10^4 Hz, fixando $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = .5$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\delta_r = 1.0$; $K=100.0$; $\tau_o = 10^{-12}$ s e para uma separação do dipolo de 1.0 m; curvas n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, e 7, respectivamente para $\eta = 0.05, 0.20, 0.35, 0.5, 0.65, 0.80$ e 0.95 (a) Amplitude da Resistividade Aparente; (b) Fase da Resistividade Aparente.	101

- Figura 7.3 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaço homogêneo e polarizável para ρ_o variável. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\tau_f = 10^{-3}$ s; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\rho_o = 0.1$; 100; e 10^5 ohm.m 103
- Figura 7.4 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaço homogêneo e polarizável, para m variável. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: 10^{-4} ohm.m; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\tau_f = 10^{-3}$ s; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $m = .25$; .50 e .75 104
- Figura 7.5 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaço homogêneo e polarizável, para δ_r variável. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100$ ohm.m; $m=.5$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\tau_f = 10^{-3}$ s; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\delta_r = .1$; 1. e 10. 105
- Figura 7.6 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaço homogêneo e polarizável, para τ variável. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100$ ohm.m; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau_f = 10^{-3}$ s; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\tau = 10^{-9}$, 10^{-6} e 10^{-3} s. 106

Figura 7.7 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-
 espaço homogêneo e polarizável para τ_f variável. Intervalo de frequência:
 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da cam-
 ada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\eta = .5$
 e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente
 calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase
 da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade
 aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\tau_f =$
 $10^{-4}, 10^{-3}$ e 10^{-2} s. 107

Figura 7.8 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-
 espaço homogêneo e polarizável, para η variável. Intervalo de frequência:
 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada
 polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$
 e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente
 calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase
 da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade
 aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta =$
 $.25$; $.5$; e $.75$ 108

Figura 7.9 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-
 espaço homogêneo e polarizável, para τ_o variável. Intervalo de frequência:
 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada
 polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$ e
 $\eta = .5$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada;
 b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistivi-
 dade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente
 em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\tau_o = 10^{-12}$,
 10^{-9} , e 10^{-6} s. 109

Figura 7.10 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um terreno de três camadas com uma camada polarizável entre duas camadas não-polarizáveis. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; espessura da primeira camada: 1m; resistividade da primeira e terceira camadas= 100 ohm.m. a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta = .25$; .5; e .75. ohm.m 110

Figura 7.11 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um terreno de três camadas com uma camada polarizável entre duas camadas não-polarizáveis. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; espessura da primeira camada: 10m; resistividade da primeira e terceira camadas= 100 ohm.m. a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala linear-log; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta = .25$; .5; e .75. ohm.m 111

Figura 7.12 Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um terreno de três camadas com uma camada polarizável entre duas camadas não-polarizáveis. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; espessura da primeira camada: 100m; resistividade da primeira e terceira camadas= 100 ohm.m. a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala linear-log; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta = .25$; .5; e .75. ohm.m 112

TABELAS

Tabela 5.1 Parâmetros usados na análise do modelo 60

Tabela 6.1	Descrição mineralógica das amostras de SCOTT et al. (1967), e GARROUCH & SHARMA (1994).	87
Tabela 6.2	Parâmetros do modelo para dados de SCOTT et al. (1982) e GARROUCH & SHARMA (1994).	87
Tabela 7.1	Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste a dados de campo obtidos por PELTON et al. (1978).	113

RESUMO

Rochas contendo metálicos disseminados ou partículas de argila em ambiente natural onde soluções eletrolíticas normalmente preenchem os poros das rochas, exibem um tipo de polarização em baixas frequências conhecido como polarização induzida.

Nesta tese foi desenvolvido um novo modelo para descrever o fenômeno de polarização das rochas, não apenas em baixas frequências, mas compreendendo todo o espectro eletromagnético, possível de utilização na prospecção geoeletrica. Este novo modelo engloba a maioria dos modelos utilizados até o momento como casos especiais, além de superar as limitações dos mesmos. Seu circuito analógico inclui uma impedância não linear do tipo $r(i\omega\tau_f)^{-\eta}$ que simula o efeito das superfícies rugosas das interfaces entre os grãos bloqueadores (partículas metálicas e/ou de argilas) e o eletrólito. A impedância de Warburg generalizada está em série com a resistência dos grãos bloqueadores da passagem de corrente e em paralelo com a impedância da dupla camada associada a essas interfaces. Esta combinação está em série com a resistência do eletrólito nas passagens dos poros bloqueados. Os canais não bloqueados são representados por uma resistência que corresponde à resistividade normal CC da rocha. A combinação desta resistência com a capacitância "global" da rocha é finalmente conectada em paralelo ao resto do circuito mencionado acima.

Os parâmetros deste modelo incluem a resistividade CC (ρ_o), a cargueabilidade (m), três tempos de relaxação (τ , τ_f and τ_2), um fator de resistividade de grãos (δ_r), e o expoente de frequência (η). O tempo de relaxação fractal (τ_f), e o expoente de frequência (η) estão relacionados à geometria fractal das interfaces rugosas entre os minerais condutivos (grãos metálicos e/ou partículas de argila bloqueando os canais dos poros) e o eletrólito. O tempo de relaxação (τ) é um resultado da relaxação em baixa frequência das duplas camadas elétricas formadas nas interfaces eletrólito-cristais, enquanto (τ_o) é o tempo de relaxação macroscópico da amostra como um todo. O fator de resistividade dos grãos (δ_r) relaciona a resistividade dos grãos condutivos com o valor de resistividade CC da rocha. A resistividade CC da rocha (ρ_o), e δ_r estão relacionados à porosidade, à condutividade do eletrólito e às relações mineralógicas entre a matriz e os grãos condutivos.

O modelo foi testado sobre um intervalo largo de frequências contra dados experimentais de amplitude e fase da resistividade bem como para dados de constante dielétrica complexa. Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos a partir da digitalização de dados

experimentais publicados, obtidos por diversos autores e englobando amostras de rochas sedimentares, ígneas e metamórficas. É mostrado neste trabalho que os parâmetros deste modelo permitem identificar diferenças texturais e mineralógicas nas rochas.

Este modelo foi introduzido, primeiramente, como propriedade intrínseca de um semi-espaço homogêneo sendo demonstrado, neste trabalho, que a resposta observada em superfície reflete as propriedades intrínsecas do meio polarizável, sendo o acoplamento eletromagnético desprezível em frequências menores que 10^4 Hz. Em seguida, o meio polarizável foi embebido em um pacote de N camadas sendo demonstrado que os parâmetros fractais do meio polarizável podem ser obtidos do levantamento em superfície para diferentes espessuras dessa camada. Isto justifica a utilização pura e simples de modelos de polarização desenvolvidos para amostras em laboratório para ajustar dados de campo, o que vem sendo feito sem uma justificativa bem fundamentada.

Estes resultados demonstram a importância para a prospecção geolétrica do modelo proposto nesta tese.

ABSTRACT

Rocks containing disseminated metallics or clay particles in natural environment where electrolytic solutions fill the pore spaces, show a certain type of polarization at low frequencies known as induced electrical polarization

In this thesis, a new model to describe the electrical polarization on rocks was developed, not only for low frequencies, but spanning the entire electromagnetic spectrum used in geoelectric prospecting. This new model encompasses most of the other commonly used models as special cases, and overcomes some of the known limitations. The proposed circuit analog includes a non-linear impedance $r(i\omega\tau_f)^{-\eta}$ which simulates the effects of the rough surface of the interfaces between the blocking grains (metallic or clay particles) and the electrolyte. This generalized Warburg impedance is in series with the resistance of the blocking grains and both are shunted by the double layer capacitance. This combination is in series with the resistance of the electrolyte in the blocked pore passages. The unblocked pore paths are represented by a resistance which corresponds to the normal DC resistivity of the rock. The parallel combination of this resistance with the "bulk" sample capacitance is finally connected in parallel to the rest of the above-mentioned circuit.

The parameters of this model include the DC resistivity (ρ_o), the chargeability (m), three relaxation times (τ , τ_f and τ_o), a grain resistivity factor (δ_r) and the frequency exponent (η). The fractal relaxation time (τ_f) and the frequency exponent (η) are related to the fractal geometry of the rough pore interfaces between the conductive grains (metallic or clay minerals which are blocking the pore paths) and the electrolyte. The relaxation time τ is a result of the low-frequency relaxation of the electrical double layers formed between the electrolyte and the crystals, whereas τ_o is a macroscopic relaxation time of the "bulk" sample. The grain resistivity factor (δ_r) relates the resistivity of the conductive grains with the DC resistivity value of the rock. The DC resistivity of the rock and δ_r are related to the porosity, the electrolyte conductivity and the volumetric ratios between the matrix and the conductive grains.

The model was tested over a wide range of frequencies against experimental data obtained for amplitude and phase of resistivity or conductivity as well as for the complex dielectric constant. The data used in this work were obtained from digitizing published experimental data, obtained by several authors from sedimentary, metamorphic and igneous rocks. The

results show that the parameters of this model are related to textural and mineralogical aspects of the rocks.

This model was introduced firstly as the intrinsic electric property of a homogeneous and polarizable half-space, and it was demonstrated, in this thesis, that the response observed at the surface is equivalent to the intrinsic property of the polarizable medium, been the electromagnetic coupling irrelevant to frequencies lower than 10^4 Hz.

Next, the polarizable medium was embedded as an intermediate layer between two non-polarizable layers with the same DC resistivity. The response obtained shows that the frequency exponent of the fractal medium could be determined even when the polarizable medium is at a considerable depth in relation to the dipole-dipole length. This justifies the use of simple models developed to explain the response of laboratory samples to fit field data, and that is being used without a right justification.

These results shows the importance of the proposed model to the geoelectric prospection.

1 - INTRODUÇÃO

Rochas são formadas por uma estrutura mineral e uma rede de poros contendo algum tipo de fluido (ar, água, óleo ou gás). Suas propriedades são determinadas por: 1) minerais principais formadores da rocha (matriz); 2) a distribuição espacial destes minerais (textura); 3) o total de espaços porosos (porosidade), e sua distribuição geométrica; 4) o tipo e a concentração de fluidos presentes nos espaços porosos; 5) a presença de minerais condutivos secundários (argilas ou minerais metálicos) contrastando com a matriz normalmente de alta resistividade; 6) a distribuição dos minerais condutivos.

Os minerais formadores de rochas na crosta da Terra são, principalmente, silicatos com alta resistividade (10^6 a $10^{14} \Omega - m$), enquanto os espaços porosos normalmente são preenchidos com soluções eletrolíticas com resistividades muito mais baixas que os silicatos (10^{-2} a $10 \Omega - m$). Alguns minerais, notadamente os minerais metálicos, têm uma considerável concentração de elétrons livres por volume e, quando o grão mineral está em contato com uma solução iônica, uma dupla camada eletricamente carregada é responsável por um fenômeno de polarização em baixa frequência. Outros minerais, particularmente as argilas, permitem a substituição de íons metálicos em sua estrutura por outros de valência mais baixa (por exemplo Al^{+++} por Mg^{++}), gerando uma superfície eletricamente carregada nas argilas, o que também irá gerar, nas superfícies dos minerais argilosos, uma dupla camada eletricamente carregada quando em contato com uma solução iônica. Para este fenômeno ser importante, precisa-se de um grande número de grãos metálicos ou partículas de argila por volume. A intensidade desta polarização irá depender da quantidade e da distribuição dos minerais condutivos. Quanto mais disseminados estes minerais, maior será o efeito de polarização.

O fluxo de corrente elétrica nesse meio complexo será função da frequência do campo elétrico aplicado, além de inúmeros outros parâmetros físicos, tornando a quantificação de seus efeitos relativos uma tarefa de difícil execução, a menos que se disponha de um modelo que permita explicar, dentro de uma grande faixa de variação da frequência, o comportamento do material. A relação entre o campo elétrico aplicado e a densidade de corrente elétrica total (condução e deslocamento) é conhecida como resistividade complexa, sendo uma de suas principais características a sua invariância com a escala de medida, isto é, dados experimentais observados em amostras em laboratório são, tanto em amplitudes quanto na forma do espectro, semelhantes aos obtidos em campo utilizando arranjos de eletrodo dipolo-dipolo.

Outra característica importante da resistividade complexa é seu espectro de fase em baixas frequências que mostra uma variação com a frequência quase linear quando plotada em escala logarítmica (CPA- Constante Phase Angle). Foi demonstrado que esse tipo de resposta, para uma interface entre um eletrólito e um eletrodo, pode ser devida à rugosidade da superfície do eletrodo e que a inclinação da curva de fase está relacionada à geometria fractal do meio (PFEIFER & AVNIR, 1983; LIU, 1985).

Estas duas características das curvas experimentais de resistividade complexa (invariância com a escala de medida e inclinação constante das curvas de fase) nos levaram a investigar a fractalidade desse parâmetro (resistividade complexa) em diferentes tipos de rochas e sua relação com a petrofísica das mesmas.

Nesta tese, é demonstrado que este comportamento fractal observado em eletrodos e tipos de rochas simples pode ser estendido para outras rochas mais complexas, e que nas rochas dois comportamentos fractais podem ser observados: um em volume (subdominante) e outro em superfície, este dominante. É demonstrado também que a resistividade complexa é sensível aos efeitos de superfície, podendo servir como uma medida da natureza fractal das superfícies porosas.

É introduzido um novo modelo para a resistividade complexa de rochas levando em consideração os efeitos fractais das superfícies porosas e incluindo a resposta em volume (bulk) das rochas. Este modelo pode descrever o comportamento elétrico das rochas num intervalo bastante largo (10^{-12} a 10^9 Hz), além de, pela primeira vez, poder-se ajustar simultaneamente dados de resistividade complexa (amplitude e fase) e dados de constante dielétrica complexa com o mesmo conjunto de parâmetros. Além disso, foram identificados os três principais processos de relaxação aqui denominados de i) relaxação global (bulk) com tempo de relaxação na faixa de picossegundos (10^{-12} s); ii) relaxação granular com tempo de relaxação na faixa de microssegundos (10^{-6} s); e iii) relaxação fractal com tempo de relaxação na faixa de milissegundos (10^{-3} s). Este modelo foi testado contra dados experimentais coletados para amostras sedimentares, metamórficas e ígneas.

Este tipo de polarização foi observado no campo primeiramente por Conrad Schlumberger apud COLLETT (1989) que, no começo deste século (1911), mediu a resistividade elétrica do solo observando que, após a corrente ser desligada, uma pequena diferença de potencial ainda podia ser medida por um certo período de tempo. Ele observou que este efeito aumentava quando as medidas eram efetuadas sobre materiais de alta condutividade enterrados próximo à superfície e raciocinou que este tipo de polarização poderia ser usado para localizar tanto uma massa metálica quanto um minério condutivo. Ele estabeleceu um novo método geofísico de prospecção injetando uma corrente contínua no solo, interrompendo-a, e medindo

o efeito de polarização para prospectar condutores metálicos como pirita, calcopirita, galena ou grafita. A técnica de medir a tensão após a interrupção da corrente de entrada foi empregada durante a Segunda Guerra Mundial para mapear minas e submarinos no mar, e, após a guerra foi utilizada para localizar depósitos minerais de cobre e outros metais estratégicos (COLLET, 1989).

Muitos pesquisadores contribuíram para o posterior desenvolvimento deste método. SEIGEL (1949) introduziu o conceito de "cargueabilidade" associado às variações da tensão observadas em medidas no domínio do tempo. Medidas de corrente contínua (no domínio do tempo) foram substituídas por medidas em corrente alternada (no domínio da frequência), em que o efeito de polarização é observado como variações da resistividade aparente em relação à frequência. WAIT (1959) introduziu o conceito de Percentual de Efeito de Frequência (PFE) para medir o efeito de polarização, usando a variação da resistividade entre as duas frequências. MADDEN (1957) e MARSHALL & CANTWELL (1959) estabeleceram a base do fenômeno de Polarização Induzida (IP) com a introdução dos conceitos de polarização de eletrodo, polarização de membrana e fator metálico. VACQUIER ET AL. (1957) aplicaram o método à prospecção de água subterrânea, e DAKNOV ET AL. (1967) o aplicaram à perfuração de poço. KOMAROV & KOTOV (1968) demonstraram a possibilidade de usar medidas de polarização induzida para determinar a permeabilidade de formações, e as dificuldades de obter bons resultados devido à relação não unívoca entre porosidade e permeabilidade.

O método gradualmente evoluiu de medidas em duas únicas frequências para medidas em multi-frequências e, presentemente, está sendo aplicado à prospecção de minerais metálicos, estudos de água subterrânea, prospecção de óleo, e estudos ambientais, bem como à tomografia poço-poço (ISEKI & SHIMA, 1991).

A interpretação dos dados obtidos em campo tem sido realizada considerando-se que somente em muito baixas frequências os dados refletem as características intrínsecas do meio enquanto em frequências mais altas (acima de 100 Hz) a resposta observada é devida ao acoplamento eletromagnético entre o sistema de eletrodos e o terreno.

Nesta tese, usa-se o novo modelo proposto para as propriedades elétricas intrínsecas do meio e analisa-se a resposta de polarização induzida do solo demonstrando-se que as medidas em superfície, utilizando arranjo dipolo-dipolo, permitem a determinação das propriedades do meio sem que os efeitos de acoplamento eletromagnético sejam perceptíveis a frequências inferiores a 10^4 Hz, sendo este resultado uma das contribuições mais importantes deste trabalho. Este resultado demonstra a natureza fractal do parâmetro resistividade complexa, pois a variação da escala de medida não modifica a resposta do meio, permitindo a determinação dos parâmetros intrínsecos do meio. Antecipa-se que este modelo irá melhorar o

conhecimento da influência de materiais polarizáveis e a obtenção de informações geológicas e geofísicas úteis a partir dele. Este conhecimento também poderá ser utilizado para desenvolver novas ferramentas para perfilagem de poço uma vez que o parâmetro fractal η não é afetado pela resistividade dos eletrólitos que percolam as rochas, dependendo apenas da sua composição mineralógica e de sua geometria.

2 - CONCEITOS BÁSICOS DE RESISTIVIDADE COMPLEXA

Nos meios materiais a corrente elétrica é transportada por partículas eletricamente carregadas que podem ser classificadas, dependendo de seu grau de liberdade, em livres, isto é, aquelas cargas que podem se mover em todo o volume do meio material, ou presas, isto é, aquelas cujo movimento esteja confinado a uma região limitada, por exemplo, os domínios atômico ou molecular.

Quando um campo elétrico é aplicado a um meio material, surgem tanto correntes de condução, causadas pelo movimento de cargas livres, como correntes de deslocamento causadas pela redistribuição de cargas presas no volume do material. O parâmetro condutividade mede o quão facilmente as cargas livres podem se movimentar, enquanto o parâmetro constante dielétrica mede o grau de assimetria na distribuição de cargas ligadas no meio.

Se o campo elétrico for variante no tempo tanto o movimento de cargas livres quanto a distribuição de carga ligada no volume irão variar, e esta variação será, em geral, função da frequência do campo elétrico aplicado.

2.1 CONDUTIVIDADE E RESISTIVIDADE ELÉTRICA

A condutividade elétrica pode ser definida como a relação entre a densidade de corrente causada pelo movimento de cargas livres no meio, (J_c) e o campo elétrico responsável pela indução deste movimento. A relação inversa fornece a resistividade elétrica (ρ) do material.

Para campos elétricos moderados pode ser definida uma relação linear entre campo elétrico e densidade de corrente, como uma função de ponto, do tipo:

$$\vec{E} = \rho \vec{J}_c \quad (2.1)$$

onde ρ é a resistividade elétrica do meio, \vec{J}_c é a densidade de corrente de condução e \vec{E} é o campo elétrico aplicado. Esta relação é conhecida como Lei de Ohm (JORDAN & BALMAIN, 1971).

A densidade de corrente de condução é definida como a quantidade de carga elétrica que

atravessa, na mesma direção, em um intervalo unitário de tempo, uma superfície perpendicular à direção da corrente. Sendo n_i a densidade de portadores de carga por volume, cada um carregando uma carga q_i , que atravessa a superfície S_i , com a velocidade média \vec{v}_i tem-se:

$$dQ_i = n_i q_i S v_i dt \quad (2.2)$$

onde dQ_i é a carga elétrica total que atravessa a superfície S , carregada pelas partículas i , no tempo dt , e v_i é a intensidade de \vec{v}_i .

Tomando o quociente dQ_i/Sdt a densidade de corrente provocada pelos portadores de carga q_i é dada por:

$$\vec{J}_{ci} = n_i q_i \vec{v}_i \quad (2.3)$$

onde $n_i q_i$ corresponde à densidade volumétrica de cargas i . A densidade de corrente de condução total será dada pela soma das contribuições de todos os portadores i .

As relações entre a densidade de corrente de condução e o campo elétrico vão envolver a velocidade média das partículas carregadas. A relação entre velocidade média e o campo elétrico aplicado é chamada mobilidade, μ , geralmente um tensor e portanto

$$\vec{v}_i = \pm \mu_i \vec{E} \quad (2.4)$$

onde a mobilidade é uma quantidade positiva e o sinal depende do tipo de carga, se positivo ou negativo.

Substituindo a expressão 2.4 em 2.3 pode-se escrever

$$\vec{J}_c = \left(\sum_i \mu_i n_i |q_i| \right) \vec{E} \quad (2.5)$$

e a condutividade é expressa por

$$\sigma = \sum_i \mu_i n_i |q_i| \quad (2.6)$$

É evidente a partir da equação 2.6 que a condutividade é dependente da mobilidade dos portadores. Se o campo for variante no tempo esta mobilidade irá apresentar alguma dispersão com a frequência, uma vez que ela irá envolver um movimento de massa. Somente em um intervalo de frequências muito limitado a mobilidade poderá ser tratada como constante com a frequência (JACKSON, 1975).

2.2 CONSTANTE DIELÉTRICA

Quando um campo elétrico é aplicado a um meio material, as cargas ligadas são deslocadas em algumas frações do diâmetro atômico. Deste movimento resulta uma assimetria na distribuição de cargas considerando um modelo atômico simples (Figura 2.1) e o sistema se diz estar polarizado.

Se, em um meio material, a distribuição de cargas for simétrica antes da aplicação do campo elétrico, isto é, se o centro da distribuição de cargas positivas coincidir com o centro da distribuição de cargas negativas, então a ação do campo elétrico será de deslocar esses centros provocando a polarização do mesmo.

O deslocamento de cargas por unidade de área é conhecido como Deslocamento Elétrico (\vec{D}). A relação entre \vec{D} e o campo elétrico aplicado, \vec{E} , é conhecida como permissividade elétrica (ϵ) do meio material. A relação entre a permissividade elétrica do meio, ϵ , e a permissividade elétrica correspondente ao vácuo, ϵ_0 , é conhecida como constante dielétrica do meio.

A constante dielétrica pode ser definida também da forma como é normalmente medida: pela relação entre as capacitâncias, C , de um capacitor com o meio em questão entre as placas do capacitor, para a capacitância, C_0 , de um capacitor similar no vácuo. A capacitância é então definida como a relação entre carga elétrica e a diferença de potencial entre as placas do capacitor

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{q/V}{q_0/V_0} \quad (2.7)$$

onde a carga nas placas e a tensão entre elas são q e V com o material presente, e q_0 e V_0 no vácuo.

A quantidade de carga que irá existir entre as placas de um capacitor a um certo potencial irá depender da natureza do material entre as placas. A constante dielétrica será igual à relação entre as cargas presentes quanto o material está entre as placas do capacitor e as cargas existentes na presença do vácuo entre as placas do mesmo capacitor, a uma mesma voltagem. Portanto, quanto maior a constante dielétrica de um dado material mais cargas estarão presente. As cargas aparecerão nas placas do capacitor devido à polarização que irá ocorrer no material dielétrico. E há várias maneiras de essa polarização ocorrer. Em todos os casos, a polarização é um resultado do deslocamento relativo das cargas positivas e negativas no interior do material. Cada tipo de polarização levará um certo tempo para se estabelecer, e isto é equivalente a dizer que cada polarização somente poderá ser observada abaixo de

uma frequência característica diretamente relacionada com os processos físicos internos no meio material.

Alguns desses processos serão descritos abaixo.

2.3 PROCESSOS DE POLARIZAÇÃO EM MATERIAIS HOMOGÊNEOS

Vários processos de polarização em materiais homogêneos são bem conhecidos dos físicos. Entre eles podemos citar:

1) Polarização Eletrônica: resulta da deformação das nuvens eletrônicas que envolvem o núcleo atômico do material. Estas deformações resultam em um deslocamento relativo dos centros de cargas positivas e negativas e podem ocorrer em frequências do espectro eletromagnético na faixa do visível e do ultra-violeta (10^{15} Hz) (Figura 2.1a).

2) Polarização Atômica: resulta do movimento de íons e átomos com ligações covalentes em uma estrutura cristalina. Sob um campo elétrico, os átomos carregados positiva e negativamente (íons) são deslocados de sua posição normal na rede cristalina de frações das distâncias celulares (Figura 2.3b). Estes deslocamentos, como envolvem massas maiores, tornam-se importantes em frequências menores que as da polarização eletrônica, normalmente na faixa do espectro eletromagnético correspondente ao infra-vermelho (10^{12} a 10^{14} Hz).

Como o deslocamento de carga irá depender da intensidade do campo elétrico aplicado, tanto a Polarização Eletrônica quanto a Polarização Atômica serão dependentes da intensidade do campo elétrico aplicado.

3) Polarização Orientacional ou Molecular: DEBYE (1929) sugeriu que moléculas de substâncias em que as cargas não estão simetricamente distribuídas possuem um momento elétrico que é característico da molécula e é independente da intensidade do campo elétrico aplicado. O mapeamento de potenciais elétricos em moléculas polares mostrou que isso realmente ocorre em íons ou moléculas polares, isto é, esses íons ou moléculas têm seu próprio momento de dipolo elétrico (EISENBERG, 1975).

Em condições normais, o momento de dipolo médio do material será zero, pois cada íon ou molécula polar estará distribuído aleatoriamente no meio. Quando um campo elétrico for aplicado a esse material, esses íons ou moléculas tenderão a rotacionar seu dipolo elétrico próprio na direção do campo elétrico aplicado. Em líquidos ou gases, onde as ligações entre as moléculas individuais são fracas, a orientação pode ser total, a menos que o efeito da temperatura tenda a distribuir aleatoriamente os dipolos (moléculas ou íons). Nos sólidos, as ligações entre as moléculas ou íons são, em geral, mais fortes e isto dificulta a ação do campo

elétrico. Os dipolos irão girar de um certo ângulo dependendo da intensidade do campo aplicado, e este ângulo aumentará diretamente com o aumento da intensidade do campo aplicado (Figura 2.1c) (HILL et al., 1969).

O tempo de relaxação correspondente à polarização dipolar varia de 10^{-7} a 10^{-13} s e isto corresponde à faixa de microonda no espectro eletromagnético (HILL et al., 1969).

2.4 PROCESSOS DE POLARIZAÇÃO EM MATERIAIS HETEROGÊNEOS

Materiais heterogêneos são aqueles em que mudanças de composição e/ou textura do material podem ser observadas em algum tipo de escala.

Como as rochas são formadas por associações de vários minerais e, principalmente, soluções eletrolíticas, é importante rever os mecanismos de polarização relacionados à heterogeneidade do meio e a sua interação com as fases sólidas e líquida.

Além dos mecanismos de condução e polarização em materiais homogêneos, em materiais heterogêneos nos quais a composição ou estrutura cristalina não são constantes no volume, ocorrem outros mecanismos que são causados pela heterogeneidade nos graus de liberdade dos portadores presentes no material.

1) Polarização Interfacial

Se dois materiais, nos quais o grau de liberdade das partículas carregadas difere, são colocados em contato, cargas irão se acumular ao longo da interface entre os dois materiais quando na presença de um campo elétrico. Este tipo de polarização é conhecido como Polarização Interfacial ou de Maxwell-Wagner e depende do contraste em condutividade e permissividade elétrica na interface entre os dois materiais. O tempo de relaxação associado com este processo será maior (10^{-6} a 10^{-3} s) do que os tempos que ocorrem em materiais homogêneos uma vez que envolvem deslocamentos maiores que as dimensões atômicas ou moleculares e irão depender do tamanho das diferentes partículas.

2) Polarização Eletroquímica

Se a heterogeneidade inclui interfaces sólido-líquido, como em um eletrodo metálico imerso em uma solução eletrolítica, reações químicas podem estar envolvidas no deslocamento de carga. O tempo de relaxação envolvido neste processo será maior do que os anteriormente citados. Normalmente serão menores que 10^{-3} s podendo ser até de horas (ZONGE et al., 1972).

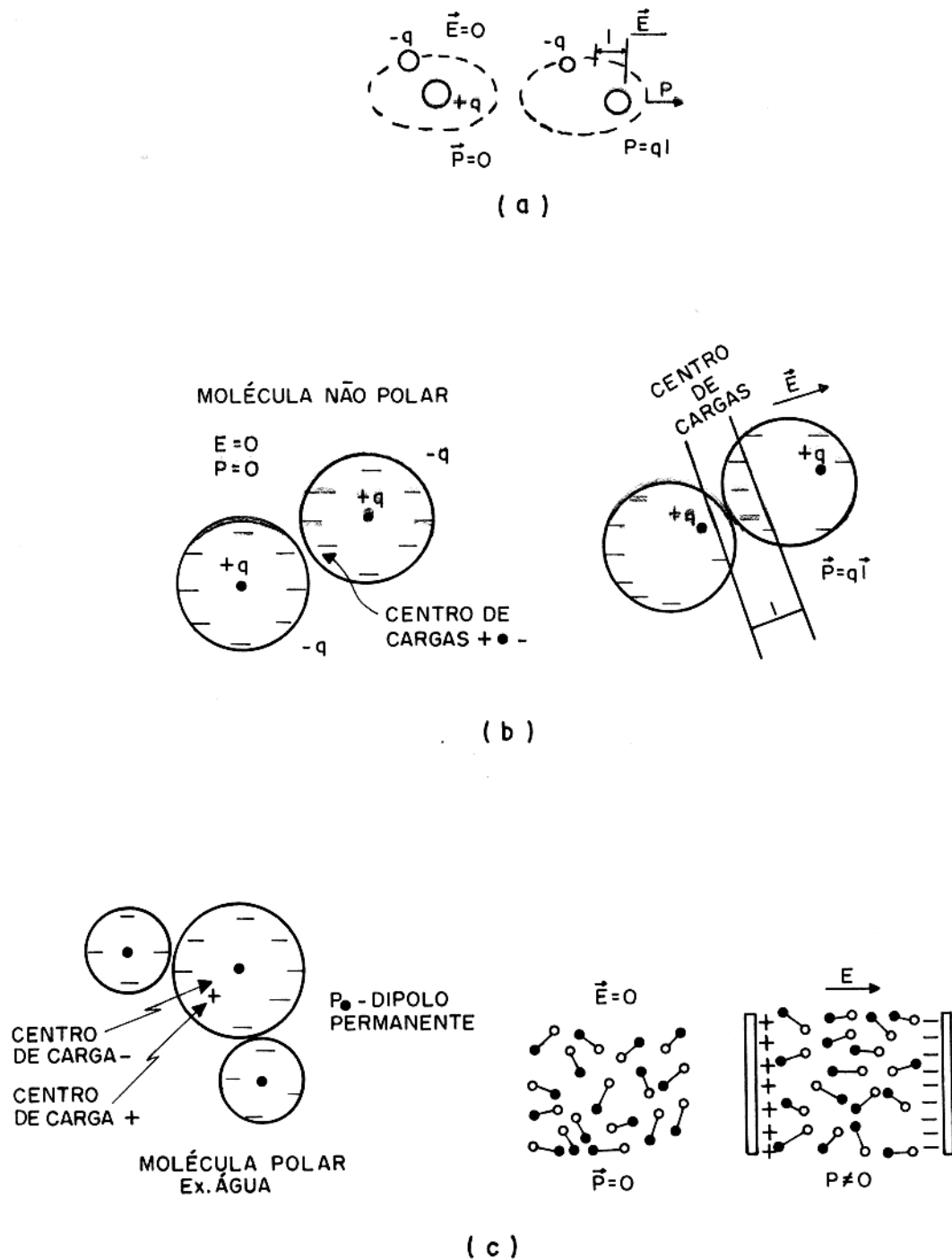


Figura 2.1 - Representação esquemática de a) polarização eletrônica; b) polarização atômica; c) polarização molecular

2.5 RESISTIVIDADE E CONSTANTE DIELÉTRICA COMPLEXAS

Como foi visto nas seções anteriores, os mecanismos de condução e polarização serão dependentes de algum movimento de carga (livre ou ligada). Não se pode esperar de forma alguma que as cargas livres se movimentem instantaneamente assim que o campo elétrico for aplicado, 'seguindo' (tracking) o campo elétrico sem nenhuma mudança de fase em todas as frequências. O mesmo acontece quanto à redistribuição de cargas ligadas. Portanto é de se esperar que tanto a constante dielétrica quanto a condutividade não sejam números reais puros (DIAS, 1968; FULLER & WARD, 1970). Caso isso fosse verdade não haveria nenhuma diferença de fase entre J_c e \vec{E} , ou entre \vec{D} e \vec{E} .

Nas rochas, a condução de eletricidade normalmente envolve mecanismos de transporte (como a difusão iônica ou a substituição iônica nas vizinhanças das interfaces sólido-líquido) introduzindo uma diferença de fase entre a densidade da corrente de condução e o campo elétrico. A condução também sofre processos de retenção total ou parcial de íons (adsorção total ou parcial de íons capaz de produzir duplas camadas elétricas com uma estrutura de camada difusa positivamente carregada), resultando novamente em uma diferença de fase entre a densidade de corrente de condução e o campo elétrico aplicado (MARSHALL & MADDEN, 1959). Em baixas frequências, foi observado que a dispersão na condutividade das rochas era causada por processos de difusão nas interfaces metal-solução eletrolítica e que este fenômeno também provoca dispersão na constante dielétrica (DIAS, 1968, 1972). Para FULLER & WARD (1970) este tipo de polarização pode ser representado tanto como um processo de condução quanto por um processo dielétrico. Como consequência, a condutividade elétrica e a constante dielétrica das rochas são, em geral, quantidades complexas. Isto é representado normalmente como

$$\sigma = \sigma' + i\sigma'' \quad (2.8)$$

$$\epsilon = \epsilon' - i\epsilon'' \quad (2.9)$$

que resulta, após agruparem-se as partes real e imaginária, na seguinte representação da primeira Equação de Maxwell (Lei de Ampère) em um meio sem fontes internas:

$$\nabla \times \vec{H} = [(\sigma' + \omega\epsilon'') + i(\sigma'' + \omega\epsilon')] \vec{E} \quad (2.10)$$

A parte real dada por $(\sigma' + \omega\epsilon'')$, é responsável pela componente da corrente observada em fase com o campo elétrico aplicado, enquanto a parte imaginária, dada por $(\sigma'' + \omega\epsilon')$, é responsável pela componente em quadratura (FRASER et al., 1964; DIAS, 1968, 1972; FULLER & WARD, 1970).

A equação 2.10 pode ser simplificada tanto considerando-se uma condutividade complexa "total" (σ^*) quanto uma constante dielétrica "total" (ϵ^*) obtendo-se:

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma^* \vec{E} = i\omega\epsilon^* \vec{E} \quad (2.11)$$

onde $\sigma^* = i\omega\epsilon^*$.

3 - RESISTIVIDADE COMPLEXA DE ROCHAS - MODELOS EXISTENTES E SUAS LIMITAÇÕES

A polarização elétrica das rochas a baixas frequências tem sido descrita por muitos pesquisadores, e muitos diferentes modelos têm sido propostos, cada um tentando explicar uma feição particular em algum intervalo de frequências restrito.

Inicialmente, é importante distinguir duas diferentes classes de modelos: 1) aqueles que se baseiam em princípios físicos básicos e que reproduzem a constituição íntima do sistema sob análise, chamados de constitutivos. Estes modelos têm a vantagem de reproduzir, mesmo que em escalas diferentes, a realidade física que se pretende descrever. Entretanto, quando a complexidade do meio é considerável, o número de variáveis a ser introduzido neste tipo de modelo dificulta tanto o seu desenvolvimento quanto a obtenção dos parâmetros do modelo, uma vez que as respostas do sistema são normalmente suaves, e o número de parâmetros possível de determinação é limitado; 2) aqueles que procuram reproduzir apenas as respostas do sistema sem uma preocupação mais acurada de reproduzir a constituição íntima do meio, por isso chamados de fenomenológicos. Estes modelos, quando baseados em princípios físicos corretos, e com parâmetros que tenham uma associação direta com o comportamento do meio, podem ser muito úteis tanto para o entendimento do comportamento físico do sistema em estudo, quanto para determinação de grandezas que podem ser medidas e servir como indicadores do comportamento do meio e como ponto de partida para um modelo constitutivo.

Os modelos constitutivos são de difícil construção para um meio complexo como as rochas. Apesar disso alguns modelos têm sido propostos para estudar aspectos particulares como: 1) efeito da forma e distribuição de grãos minerais na constante dielétrica (SEN, 1981); 2) efeito da porosidade em amostras artificialmente preparadas a partir de grãos de vidro (SEN et al., 1981); 3) efeito de um capeamento condutivo sobre grãos dielétricos para simular o efeito das argilas (CHEW & SEN, 1982; LIMA & SHARMA, 1992); 4) efeitos da forma dos poros e resistividade dos fluidos na resposta em frequência da constante dielétrica e da condutividade, (LYSNE, 1983). Os modelos citados descrevem os dados experimentais representativos do modelo proposto sobre um intervalo restrito de frequência, não sendo possível estendê-los para tipos de rochas mais complexos.

Os modelos fenomenológicos, embora não estando diretamente associados à constituição

íntima do meio, permitem uma análise de suas respostas frente a diferentes situações. A definição de um modelo adequado à descrição de diferentes tipos de rochas envolve a escolha de parâmetros que possibilitem a descrição do meio e de sua resposta em um intervalo de frequências largo e que possam ter um significado físico associado à constituição íntima do meio. Um dos primeiros aspectos a considerar na definição do modelo elétrico do comportamento das rochas é o número de caminhos que a corrente elétrica pode percorrer. Os modelos mais simples utilizam como caminho elétrico da corrente a rede de poros preenchidos com soluções salinas de diferentes concentrações iônicas. Entre estes, citamos os modelos propostos por ARCHIE (1942); BUSSIAN (1983).

KATSUBE (1977), mostrou que, para campos variantes no tempo, a corrente elétrica pode percorrer diferentes caminhos dependendo da frequência do campo elétrico. Para frequências muito altas (acima de MHz), a condução de corrente será dominada pelas propriedades dielétricas do meio, e para tal contribuirão igualmente a matriz sólida formada pelos diferentes grãos minerais, normalmente de alta resistividade, e a rede porosa preenchida com diferentes fluidos; os mecanismos de polarização dominantes serão do tipo orientacional, atômico e eletrônico e minerais condutivos ou argilas provocarão dispersão na resistividade elétrica devido a polarizações, principalmente do tipo interfacial. Para frequências entre KHz e MHz a condução de corrente elétrica envolverá as paredes porosas preferencialmente, e para frequências inferiores a 1KHz, a condução se dará basicamente pela rede de poros. Neste caso, quando essa rede de poros apresenta trechos impedidos por grãos minerais de menor tamanho (metálicos ou argilas), surgem polarizações nas interfaces sólido-líquido e formação de duplas camadas elétricas. Esses elementos têm sido modelados por elementos não-lineares sendo o mais conhecido deles, a impedância de Warburg (DIAS, 1968, 1972; KATSUBE, 1977). A impedância de Warburg foi proposta experimentalmente por WARBURG (1899), para explicar a resposta em frequência de interfaces metal-eletrólito, sendo a impedância do conjunto inversamente proporcional à raiz quadrada da frequência. A impedância metal-eletrólito, sabe-se atualmente, obedece a uma dependência com a frequência mais geral do tipo $(i\omega)^{-\eta}$, onde $0 \leq \eta \leq 1$. Esse tipo de relação tem a vantagem de descrever o comportamento CPA observado para esse tipo de interface.

Neste capítulo será feita uma apresentação de alguns modelos fenomenológicos propostos para explicar os parâmetros elétricos de rochas e uma análise crítica de seus conceitos fundamentais. Uma comparação de sua performance na descrição de dados experimentais será feita a seguir.

3.1 MODELOS DE RELAXAÇÃO DE DEBYE, COLE-COLE E DAVIDSON-COLE

A base teórica de todos os modelos fenomenológicos é a primeira Equação de Maxwell. Para campos elétricos dependentes da frequência segundo $e^{i\omega t}$, e nos limites de linearidade entre campos e correntes, podemos escrever

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma^* \vec{E} \quad \text{ou} \quad \nabla \times \vec{H} = i\omega \epsilon^* \vec{E} \quad (3.1)$$

onde σ^* representa a condutividade complexa e ϵ^* é a permissividade elétrica complexa do meio.

Na equação 3.1 estamos usando a equivalência entre a representação da densidade de corrente total em termos da condutividade complexa ($\sigma^* \vec{E}$) ou a permissividade complexa ($i\omega \epsilon^* \vec{E}$).

3.1.1 Modelo de Relaxação de Debye

Em uma visão macroscópica e simplista, o processo de polarização das rochas pode ser descrito como uma combinação de polarizações de elétrons e átomos presentes no material: P_1 (polarização eletrônica e dipolar), que levará um tempo muito curto para se estabelecer (10^{-15} a 10^{-12} s - RZHEVSKY & NOVIK, 1971), e a polarização orientacional P_2 , que levará um tempo mais longo para ser estabelecida. Se admitirmos que esta última polarização aumenta a uma taxa proporcional ao desvio do estado de equilíbrio, teremos:

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{P - P_1 - P_2}{\tau} \quad (3.2)$$

onde P é o valor final de equilíbrio da polarização total e τ é uma constante com dimensões de tempo.

A equação 3.2 poderá ser escrita como:

$$\frac{d(P - P_1 - P_2)}{P - P_1 - P_2} = -\frac{dt}{\tau} \quad (3.3)$$

e sua solução será:

$$\ln(P - P_1 - P_2) = -\frac{t}{\tau} + C \quad (3.4)$$

onde C é uma constante a ser determinada. Supondo que E foi repentinamente aplicado no instante $t=0$, então $P_2 = 0$ em $t = 0$, e $C = \ln(P - P_1)$.

Substituindo o valor de C na equação 3.4 temos:

$$P_2 = (P - P_1)[1 - e^{-t/\tau}] \quad (3.5)$$

P_2 atinge o valor de equilíbrio exponencialmente conforme mostra a Figura 3.1a. τ corresponde ao tempo de relaxação do sistema, que é o intervalo de tempo necessário para que o sistema atinja $(1 - 1/e)$ do máximo de sua polarização.

De forma semelhante, se a polarização estiver estabelecida em seu valor de equilíbrio pela ação de um campo elétrico E (estacionário), e se este campo for removido em $t = 0$, P_1 cai repentinamente a zero enquanto o decaimento de P_2 será dado por:

$$\frac{dP_2}{dt} = -\frac{P_2}{\tau} \quad (3.6)$$

e, conseqüentemente,

$$\ln P_2 = C - \frac{t}{\tau} \quad (3.7)$$

Sendo C uma constante e sabendo-se que, no equilíbrio $P = P_1 + P_2$, temos que para $t = 0$, $C = \ln(P_s - P_1)$. Portanto, de 3.7 obtém-se que

$$P_2 = (P_s - P_1)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.8)$$

e, conseqüentemente, P_2 cai exponencialmente tal como é mostrado na Figura 3.1b.

Neste caso, τ corresponde ao intervalo de tempo necessário para que a polarização do sistema caia a $1/e$ do seu valor inicial de saturação.

Consideremos agora que o campo elétrico oscile com uma freqüência angular $\omega = 2\pi f$, isto é,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad (3.9)$$

A constante dielétrica estática (K_s) e a constante dielétrica a altas freqüências (K_∞) estão relacionadas às polarizações P_s e P_1 , através das seguintes equações:

$$P_s = (K_s - 1)\epsilon_0 E, \quad \omega \rightarrow 0 \quad (3.10)$$

$$P_1 = (K_\infty - 1)\epsilon_0 E, \quad \omega \rightarrow \infty \quad (3.11)$$

e, como em 3.2, a taxa de variação de P_2 é proporcional ao seu desvio do estado de equilíbrio

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{P_s - P_1 - P_2}{\tau} \quad (3.12)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = (K_s - K_\infty) \frac{\epsilon_0}{\tau} E_0 e^{i\omega t} - \frac{P_2}{\tau} \quad (3.13)$$

Admitindo uma solução da forma $P_2 = A e^{i\omega t}$ e substituindo-a na equação 3.13, obtém-se:

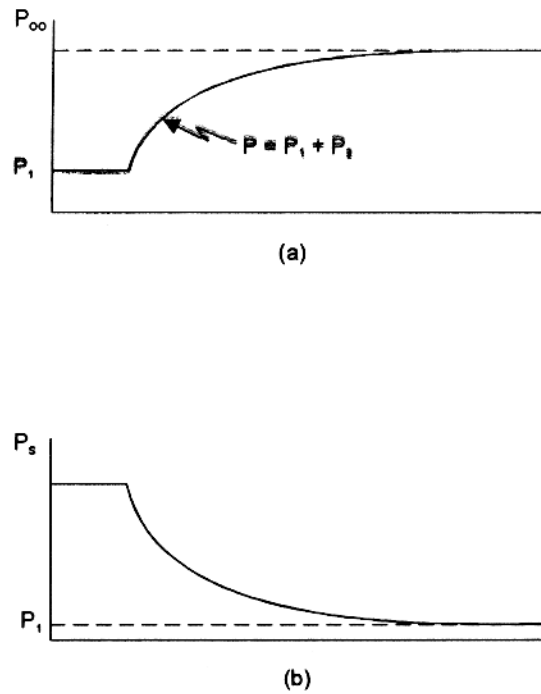


Figura 3.1 - Representação gráfica do crescimento e do decaimento da polarização no domínio do tempo.

$$(i\omega + \frac{1}{\tau})A = (K_s - K_\infty) \frac{\epsilon_0 E_0}{\tau} \quad (3.14)$$

$$P_2 = \frac{\epsilon_0 (K_s - K_\infty)}{1 + i\omega\tau} E_0 \quad (3.15)$$

da qual conclui-se que

$$K = K_\infty + \frac{K_s - K_\infty}{1 + i\omega\tau} \quad (3.16)$$

A expressão 3.16 foi introduzida por DEBYE (1929) e foi usada originalmente para descrever o comportamento elétrico de líquidos polares

As partes real e imaginária de K podem ser expressas como

$$K' = K_\infty + \frac{K_s - K_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (3.17)$$

$$K'' = \left(\frac{K_s - K_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \right) \omega\tau \quad (3.18)$$

Para representar K no plano complexo (Diagrama de Argand) dois vetores auxiliares u e v serão introduzidos

$$u = K - K_{\infty} \quad (3.19)$$

$$v = i\omega\tau(K - K_{\infty}) \quad (3.20)$$

ou, $v = i\omega\tau \times u$, o que implica que v faz um ângulo fixo de $\pi/2$ radianos com u , independentemente do valor de frequência. Em outras palavras, v é perpendicular a u . Tem-se também que:

$$u + v = (1 + i\omega\tau)(K - K_{\infty}) \quad (3.21)$$

que por 3.16, resulta em:

$$u + v = K_s - K_{\infty} \quad (3.22)$$

Como se mostra na Figura 3.2, o lugar geométrico dos pontos tais que v faz um ângulo fixo $\pi/2$ radianos com u e a soma $u + v$ tem um valor fixo dado por $K_s - K_{\infty}$, define um semicírculo cujo diâmetro é dado por $K_s - K_{\infty}$, cortando o eixo real nos pontos K_{∞} e K_s .

Somente o semicírculo com valores positivos de K'' tem significado físico. No diagrama de Argand, isto corresponde à parte do semicírculo abaixo do eixo real (pois $K = K' - iK''$), mas é usual representarem-se os resultados em um semicírculo acima do eixo K' , como é visto na Figura 3.2a.

Dados experimentais de constante dielétrica são, muito uentemente, plotados como K' versus K'' , e, para muitos líquidos, os resultados parecem repousar sobre um semicírculo (DEBYE, 1929). Este tipo de representação tem a desvantagem de não mostrar explicitamente o valor de frequência, que é a variável independente.

3.1.2 Modelo de Cole-Cole

Muitos materiais, particularmente moléculas de cadeias alongadas ("long-chain") e polímeros, mostram uma curva de dispersão mais achatada e uma perda máxima ($\tan\delta_{max} = (K''/K')_{max}$) menor que a prevista pelo modelo de Debye. Nestes casos, a curva K'' versus K' cai abaixo do semicírculo de Debye.

COLE & COLE (1941) sugeriram, após a medida da constante dielétrica de vários líquidos, que esse parâmetro poderia ser descrito, não por um semicírculo, mas por um arco de círculo rebaixado, com o seu centro situado abaixo do eixo horizontal no plano complexo. Para escrever a função analítica correspondente usaremos a relação geométrica entre dois vetores u e v tendo um ângulo fixo igual a $(1 - \alpha)\frac{\pi}{2}$, e com sua soma $u + v$ sendo um valor real constante dado por $K_s - K_{\infty}$ (Figura 3.2b), independentemente da frequência ω ; α é

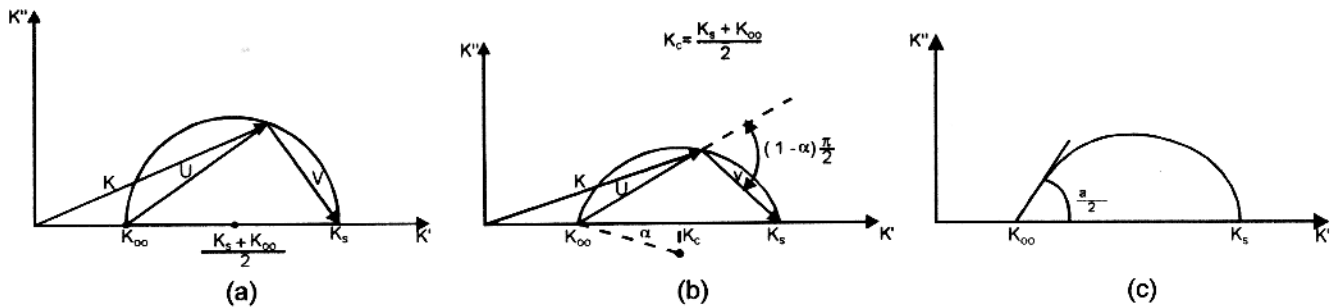


Figura 3.2 - Representação da constante dielétrica de DEBYE (a), COLE-COLE (b), e DAVIDSON-COLE (c) no plano complexo.

uma constante adimensional de valor característico para cada substância, variando entre 0 e 1. Conseqüentemente, obtém-se,

$$K - K_{\infty} = \frac{K_s - K_{\infty}}{1 + (i\omega\tau)^{(1-\alpha)}} \quad (3.23)$$

As expressões para as partes real e imaginária de $K = K' - iK''$ podem ser escritas como

$$\frac{K' - K_{\infty}}{K_s - K_{\infty}} = \frac{1 + (\omega\tau)^{(1-\alpha)} \text{sen}(\pi\alpha/2)}{1 + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)} + 2(\omega\tau)^{(1-\alpha)} \text{sen}(\pi\alpha/2)} \quad (3.24)$$

$$\frac{K''}{K_s - K_{\infty}} = \frac{(\omega\tau)^{(1-\alpha)} \text{cos}(\pi\alpha/2)}{1 + (\omega\tau)^{2(1-\alpha)} + 2(\omega\tau)^{(1-\alpha)} \text{sen}(\pi\alpha/2)} \quad (3.25)$$

Quando $\alpha = 0$ a relação 3.23 se reduz à equação 3.16 de Debye. Experimentalmente, α tem uma tendência de aumentar com o grau de liberdade das moléculas e com a diminuição da temperatura.

O tempo de relaxação, τ , pode ser encontrado para o arco de Cole-Cole usando-se a relação

$$\omega\tau = \left| \frac{v}{u} \right|^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (3.26)$$

É importante observar que $(1 - \alpha)$ não é um número inteiro, e portanto irá levar a um número infinito de tempos de relaxação para cada freqüência.

3.1.3 Modelo de Davidson-Cole

O arco de Cole-Cole é simétrico em relação a uma linha vertical passando pelo centro do arco e paralelo ao eixo K'' . DAVIDSON & COLE (1951) estudaram a relaxação dielétrica no Glicerol, Propileno-Glicol e n-Propanol; os resultados para o n-Propanol são descritos pela equação de Debye, mas os outros precisam de um novo modelo que possa explicar a assimetria nas curvas de K' versus K'' . Eles verificaram que o comportamento dielétrico desses materiais pode ser expresso por uma relação do tipo

$$K - K_{\infty} = \frac{K_s - K_{\infty}}{(1 + i\omega\tau)^{\alpha}} \quad (3.27)$$

onde α é novamente uma constante, $0 < \alpha \leq 1$.

A expressão 3.27 é conhecida como modelo de Davidson-Cole para a relaxação dielétrica.

Racionalizando a equação 3.27 para achar K' e K'' obtém-se

$$\frac{K' - K_{\infty}}{K_s - K_{\infty}} = \cos^{\alpha}\theta \cdot \cos\alpha\theta \quad (3.28)$$

$$\frac{K''}{K_s - K_{\infty}} = \cos^{\alpha}\theta \cdot \sin\alpha\theta \quad (3.29)$$

onde

$$\tan\theta = \omega\tau. \quad (3.30)$$

Diferenciando ambas as equações em relação a θ , obtém-se

$$\frac{dK''}{dK'} = \frac{dK''}{d\theta} / \frac{dK'}{d\theta} = -\cot(\alpha + 1)\theta \quad (3.31)$$

No limite de altas frequências, $\omega\tau \rightarrow \infty$, $\theta = \tan^{-1}(\omega\tau) = \pi/2$, e

$$\frac{dK''}{dK'} = \tan(\alpha \cdot \pi/2) \quad (3.32)$$

O valor de α determina o ângulo com que o arco corta o eixo K' para altas frequências (Figura 3.2c).

Esta equação é bem sucedida para explicar o comportamento elétrico de substâncias dielétricas a baixas temperaturas e tem sido usada para ajustar dados experimentais obtidos por WINTSCH et al., 1932 (apud VON HIPEL, 1954b) para a constante dielétrica do gelo (-5°C a -70°C) e derivados de benzeno cristalino (37°C a -60°C). Quando a temperatura aumenta, α tende a 1, e o arco tende ao semicírculo de Debye.

Da equação 3.27 verifica-se que há infinitos tempos de relaxação para cada frequência.

Os comportamentos tipo Cole-Cole e Davidson-Cole podem ser entendidos como causados pela existência de um tempo de relaxação contínuo, cada um dando isoladamente uma relaxação tipo Debye. O tempo de relaxação em sólidos é geralmente maior do que os presentes em líquidos.

3.2 MODELOS PARA DESCREVER AS PROPRIEDADES ELÉTRICAS DAS ROCHAS

Muitos pesquisadores tentaram esclarecer os mecanismos de polarização em baixas frequências observados em rochas e muitos estudos focalizaram a compreensão do fenômeno e suas bases físico-químicas.

As causas deste tipo de polarização foram reconhecidas como sendo provocadas pelas interfaces sólido-eletrólito e a dependência deste fenômeno foi investigada em relação a muitos parâmetros tais como tamanho e tipo de material disseminado, tipo e concentração de eletrólitos em solução iônica, porosidade e textura e composição mineral da matriz de rocha.

Uma questão interessante presente nestes estudos é o enorme valor da constante dielétrica de algumas rochas observado em laboratório. KELLER (1959) reuniu muitos dados em uma tabela onde se pode encontrar valores para a constante dielétrica tão altos quanto 10^5 a $2,13 \times 10^9$, para 103 amostras mineralizadas. COLLETT (1959), também trabalhando com dados experimentais, publicou curvas para constante dielétrica no intervalo de frequências de 0,3 Hz a 3×10^3 Hz, para 10 amostras selecionadas, onde é possível observar valores comparáveis aos apresentados por Keller.

Uma das razões para esses altos valores, nessa época, eram efeitos provocados pelos eletrodos no sistema de medida. SCOTT et al. (1967) desenvolveram um novo sistema para medir a constante dielétrica de amostras úmidas em laboratório, menos sensíveis a efeitos de polarização de eletrodos. Apesar dos valores mais baixos obtidos para a constante dielétrica, eles continuaram sendo muito altos, variando de 10^4 a 30 no intervalo de frequências de 10^2 a 10^6 Hz, para uma amostra de folhelho contendo 3.8% de água por volume e alguns traços de pirita. POLEY et al. (1978) apresentaram dados de constante dielétrica para arenitos maiores que 10^4 para arenitos limpos no intervalo de frequência de KHz. RAYTHATA & SEN (1986) apresentaram dados para argilas da ordem de 300 na faixa de MHz. Portanto, os modelos que aspiram a explicar as propriedades elétricas das rochas precisam explicar também esses altos valores para a constante dielétrica.

Um fator importante para classificar os modelos fenomenológicos é o número de 'caminhos' utilizados para representar o comportamento do meio. KATSUBE (1977) mostrou que para frequências acima de 10^6 Hz, a corrente elétrica atravessa os grãos minerais e os espaços porosos sem desvios consideráveis; para frequências entre 10^3 e 10^6 Hz o caminho seguido pela corrente irá depender das interfaces entre os grãos minerais e entre estes e o eletrólito; e para frequências menores que 10^3 Hz, o caminho seguido pela corrente será aquele dado pelos condutos preenchidos com os fluidos presentes na rocha.

Os modelos fenomenológicos para descrição do comportamento das rochas que utilizam apenas um caminho são muito simples e normalmente utilizados para descrever o comportamento DC da rocha. São utilizados para modelar efeito da porosidade ou de diferentes salinidades na rocha, sendo inadequados para descrição da resposta em frequência do material. Por este motivo, não nos deteremos em seu estudo, concentrando nossa atenção nos modelos que utilizam pelo menos dois caminhos.

WAIT (1959a) propôs uma função complexa variável com a frequência para descrever a condutividade elétrica de rochas quando a polarização de baixas frequências estivesse presente. O modelo de Wait está reescrito aqui como

$$\rho = \rho_o \left(1 - \frac{A}{1 + \frac{2}{3}A} \right) \quad (3.33)$$

onde A é a polarizabilidade do meio heterogêneo em um volume unitário.

No modelo proposto (equação 3.33), ele usou as expressões escritas por Maxwell (1891, v.1,p.440) para um sistema composto por uma substância homogênea contendo pequenas esferas condutoras disseminadas, suficientemente separadas para prevenir qualquer tipo de interação. Wait foi o primeiro a admitir que tanto a constante dielétrica quanto a condutividade ou resistividade precisam ser uma quantidade complexa; ele também sugeriu que o comportamento elétrico de um meio heterogêneo poderia ser o resultado da multiplicação de um fator de escala pela resposta de uma célula unitária que poderia caracterizar a resposta do meio definido pelo modelo físico usado para descrevê-lo.

MARSHALL & MADDEN (1959) sugeriram que as rochas poderiam ser representadas por uma interface metal-eletrólito e uma resistência simples representando o comportamento de um poro livre. A polarização de membrana, associada à presença de minerais de argila disseminados na rocha, também recebeu um circuito equivalente similar ao da polarização de eletrodo, quando nesse último a capacitância da dupla camada pode ser desprezada. Os autores também estudaram a questão da "constante dielétrica anormal", sugerindo que sua origem poderia estar relacionada à parte imaginária da condutividade provocada pela

polarização da dupla camada e concluíram que o uso de uma condutividade dependente da frequência ou uma constante dielétrica anormal se reduziria a uma preferência pessoal.

MADDEN & CANTWELL (1967) apresentaram um modelo para a impedância das rochas reescrito aqui como

$$\rho = \rho_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^{1/4}} \right) \right) \quad (3.34)$$

Neste modelo, os autores supuseram a existência de dois caminhos principais de circulação nas rochas: um caminho não-bloqueado e um caminho bloqueado, sendo a partícula bloqueadora um grão metálico.

WARD & FRASER (1967) apresentaram um circuito equivalente para descrever o comportamento de uma rocha mineralizada constituída por minerais metálicos disseminados em uma matriz, por uma associação de vários ramos em paralelo, equivalentes ao circuito proposto por MARSHALL & MADDEN (1959).

DIAS (1968) usou a teoria proposta por CHANG & JAFFÉ (1952) para o comportamento elétrico da zona de contato entre um condutor metálico e uma solução salina mantendo-se a condição de linearidade, para obter o mesmo circuito básico proposto por GRAHAME (1952), ou mais tarde por MADDEN & MARSHALL (1959). Ele propôs um modelo para a condutividade de um meio polarizável usando dois caminhos (um livre, um bloqueado) para modelar a resposta elétrica das rochas.

Para campos variantes no tempo como $e^{-i\omega t}$, a expressão proposta por DIAS (1968) para a condutividade elétrica complexa σ tem cinco parâmetros (σ_0 , A , B , C e D), e é definida como:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{AF(1-i)f^{1/2}}{1 + BF_1(1-i)f^{1/2}} \quad (3.35)$$

onde F e F_1 são funções auxiliares dadas por

$$F = 1 + \left(\frac{C}{A}\right)(1-i)f^{1/2} - i\left(\frac{D}{A}\right)f \quad (3.36)$$

$$F_1 = F + \left(\frac{D}{2AB}\right)f^{1/2} \cdot \left[i - 1 + \frac{D}{C}if^{1/2}\right] \quad (3.37)$$

onde f é a frequência em Hz, e as relações entre o circuito analógico e os parâmetros do modelo são dados por $\frac{1}{Z} = g$, $\frac{1}{R} = g\sigma_0$, $\frac{1}{2a} = gA$, $\frac{1}{2b} = gC$, $\frac{r}{2ab} = gD$, $\frac{r+R_s}{2a} = B$, sendo $g = \frac{S}{d}$ o fator geométrico dado pela relação entre a seção reta da amostra, S , e o comprimento da amostra, L .

DIAS (1968) demonstrou que a célula unitária poderia ser arranjada de uma maneira qualquer e com um número qualquer de células unitárias e continuaria apresentando o mesmo

tipo de comportamento funcional, mudando apenas os coeficientes numéricos. O modelo de Dias pode explicar dados experimentais de amplitude da condutividade (obtida por FRASER et al., 1964) e um conjunto de dados de constante dielétrica (obtidos por SCOTT et al., 1967). Em relação à polarização de membrana, associada com partículas de argila disseminadas na rocha, DIAS (1968) utilizou o circuito equivalente proposto por MADDEN & MARSHALL (1959) para a interface argila-solução eletrolítica, associada a uma resistência para simular o efeito do canal de poros livres. Ele demonstrou a equivalência desta função para a polarização de membrana à sua função para frequências acima de 180 Hz. DIAS (1968) provou que a maior contribuição para a polarização das rochas vem da corrente de transporte e não da corrente de polarização clássica. Isto se deve à dispersão na condutividade causada pela corrente de transporte nas vizinhanças das interfaces sólido-líquido. DIAS (1968) também sugeriu o uso de um conceito de corrente total para evitar o uso de altos valores de constante dielétrica.

Este modelo, apesar de capaz de explicar alguns dados experimentais, tem a desvantagem de não explicar o comportamento CPA observado em rochas.

Um outro modelo foi proposto por VAN VOORHIS et al. (1973), baseado em medidas "in situ" sobre zonas mineralizadas, no intervalo de frequências de 10^{-3} a 10 Hz. A expressão empírica proposta, conhecida como modelo de Drake é reescrita aqui como

$$\rho = \rho_o \left(\frac{1}{1 + i\omega\tau} \right)^a \quad (3.38)$$

A constante a tem um valor < 0.1

PELTON (1977) propôs um modelo de Cole-Cole Generalizado reescrito aqui como

$$\rho = \rho_o \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{(1 + (i\omega\tau)^c)^a} \right) \right) \quad (3.39)$$

onde $m < 1$ é a cargueabilidade definida por SEIGEL (1959) e $a \leq 1$ e $c \leq 1$ são constantes. Ele usou, por simples analogia, a mesma expressão funcional proposta por DEBYE(1929), COLE & COLE (1941), e DAVIDSON & COLE(1951) para descrever a permissividade elétrica de materiais dielétricos; PELTON (1977) também utilizou a expressão simplificada obtida por DIAS (1968,1972), denominando-a de modelo de Warburg. Comparando as três diferentes funções (Debye, Cole-Cole, Davidson-Cole e Warburg), PELTON (1977) introduziu mais um parâmetro "a" em seu modelo Generalizado. Este modelo tem expressões particulares para a resistividade complexa que são semelhantes às de Debye, Cole-Cole e Davidson-Cole para a constante dielétrica.

A função de Cole-Cole Generalizada tem um ponto fraco intrínseco; ela foi empiricamente

definida através de um processo de analogia com outra função também definida empiricamente, sem uma base nos mecanismos físicos responsáveis pelo processo de polarização em um dielétrico ou em uma rocha mineralizada (neste caso envolvendo fases sólido-líquido). Como consequência, não se pode associar, a não ser empiricamente, uma propriedade física do sistema a qualquer dos parâmetros de qualquer uma das funções de PELTON (1977). Este tipo de função é incapaz de descrever os dados atuais obtidos em um intervalo largo.

A Figura 3.3 mostra o diagrama de Argand, amplitude normalizada e fase da resistividade para uma família de curvas para vários valores de τ no modelo de Debye (PELTON, 1977), com $m = 0,5$. Pode-se observar que o tempo de relaxação define o máximo de fase em um intervalo de frequências estreito. Na Figura 3.4 o mesmo tipo de curvas é mostrado para o modelo de Warburg. Pode-se observar que o máximo de fase tem um valor menor e o intervalo de frequências em que ocorre esse máximo é mais largo que no modelo de Debye. Na Figura 3.5, é mostrado o modelo de Cole-Cole para os mesmos parâmetros usados nos modelos anteriores, onde se pode observar que as fases são ainda menores e que a dispersão é maior que nos modelos anteriores. Todos esses modelos têm um espectro de fase perfeitamente simétrico em relação a uma frequência de relaxação central.

Na Figura 3.6, é mostrada uma família de curvas do modelo de Davidson-Cole cuja maior característica é seu espectro assimétrico em relação a uma frequência central definida pelo máximo de fase. Os valores de fase são um pouco maiores que os do modelo de Cole-Cole com os mesmos m e τ . A largura da dispersão de condutividade, entretanto, é menor que a observada no modelo de Cole-Cole, definindo um máximo mais abrupto.

Na Figura 3.7, é mostrada uma família de curvas associada ao modelo Generalizado de Cole-Cole, que apresenta uma dispersão mais larga e um espectro de fase caracteristicamente assimétrico do modelo de Davidson-Cole.

Todos os modelos apresentados aqui e atribuídos a Pelton têm em comum a característica de apresentar um único máximo de fase centralizado na frequência central de relaxação. Entretanto, os dados experimentais de laboratório mostram mais de um máximo de fase; em alguns casos, pode-se observar dois máximos e uma fase crescente em altas frequências (Figura 3.10).

PELTON et al. (1978) solucionaram este problema propondo a multiplicação de vários modelos Generalizados de Cole-Cole, um para cada frequência de relaxação observada (Figura 3.8). A expressão para este modelo é reescrita aqui como

$$\rho = \rho_o \left(1 - m_1 \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau_1)^{c_1}}\right)\right) \cdot \left(1 - m_2 \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau_2)^{c_2}}\right)\right) \quad (3.40)$$

onde m_1, m_2, c_1, c_2 são todos constantes ≤ 1

Este modelo apresenta como característica principal os vários máximos de fase, um para cada frequência de relaxação. No diagrama de Argand é evidente a existência de dois processos distintos quando os tempos de relaxação são bem diferentes. Se isto não ocorrer (isto é, com tempos de relaxação da mesma ordem de grandeza) esses máximos são superpostos e a identificação das frequências de relaxação torna-se difícil (Figura 3.9). Essa característica torna este modelo bastante poderoso no ajuste de curvas experimentais, como tem sido relatado na literatura, mas sem uma adequada correlação física dos seus parâmetros.

PELTON et al., (1978) usaram este modelo para explicar dados experimentais "in situ" obtidos sobre 26 depósitos de sulfetos metálicos, grafite, magnetita, pirrotita e cobre porfirítico, no intervalo de frequências de 10^{-2} a 10^5 Hz. Seus resultados apontaram que a constante c_1 poderia ser utilizada na identificação mineralógica, sem explicar sua relação com os processos físicos nas rochas, e sua interação com o meio polarizável em um levantamento utilizando um arranjo dipolo-dipolo na superfície de um terreno polarizável.

WONG (1979), da mesma forma que WAIT (1959a), utilizou a expressão primeiramente desenvolvida por MAXWELL (1891), comentada anteriormente, e adotou um modelo físico constituído por pequenas esferas de material condutor, disseminadas de uma forma arbitrária em um meio homogêneo (uma solução eletrolítica, considerada como um continuum) suficientemente separadas para evitar qualquer interação entre as esferas individuais. O autor considera a concentração de esferas menor que 16% como suficiente para assegurar esta condição, e também considera diferentes grupos de esferas com diferentes tamanhos.

WONG (1979), trabalhando de uma forma similar à utilizada por MADDEN & MARSHALL (1959a), desenvolveu uma teoria para calcular o coeficiente de reflexão entre as partículas e a solução, como função dos raios das esferas, frequência e vários parâmetros eletroquímicos. Obtido o coeficiente para uma esfera isolada, a função encontrada foi multiplicada por um número de esferas similares no volume unitário e somadas as várias parcelas correspondentes a cada raio. Este procedimento corresponde ao utilizado no comportamento celular do meio e a composição final é feita pela soma dos diferentes grupos de esferas. O modelo obtido por WONG (1979) pode então se expresso como

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \frac{3 \sum_j N_j f_j}{1 + 2 \sum_j N_j f_j} \right] \quad (3.41)$$

onde N_j = é o número de partículas do tipo j em um volume unitário, f_j = é o coeficiente de reflexão entre o meio homogêneo e a partícula j .

As principais limitações deste modelo estão associadas i) às restrições impostas à forma

dos grãos (esférica) que, no caso de mineralizações em forma de veios, não pode ser aplicada; ii) aos valores atribuídos aos vários parâmetros eletroquímicos associados aos mecanismos eletroquímicos responsáveis pela polarização que podem ser estimados apenas grosseiramente quanto a sua ordem de grandeza em um ambiente natural; iii) ao processo de soma que requer que cada partícula seja independente da outra, sem nenhum tipo de interação; esta restrição coloca um limite na concentração de partículas e também no tipo de distribuição; um grande número de amostras tem uma concentração de minerais condutores maior que a estabelecida pelo autor (16%); iv) a solução eletrolítica é um contínuo onde as esferas estão imersas; isto elimina a possibilidade de um modelo correspondente de dois ramos - um canal de poros livres e um canal de poros bloqueados. No modelo de Wong a célula unitária precisa necessariamente ser a interface metal-eletrólito.

Todos os modelos apresentados previamente são capazes de explicar certos dados experimentais em algum intervalo restrito de frequências. Entretanto, quando se procura extrapolar para frequências fora da faixa para a qual os modelos foram propostos, estes falham completamente na descrição da resposta do meio. Isto limita sua aplicação além de dificultar uma visão geral do comportamento das rochas.

A Figura 3.10 apresenta alguns dados experimentais típicos neste caso obtidos por OLHOEFT (1985) e GARROUCH & SHARMA (1994).

É evidente a presença de dois máximos de fase neste conjunto de dados, e um aumento contínuo da fase para frequências altas. Nenhum modelo anteriormente citado é capaz de explicar essas características, a menos que se multipliquem três diferentes modelos generalizados de Cole-Cole individuais, um para cada tempo de relaxação. Não há nenhuma razão física para este procedimento e o número de parâmetros aumenta a não-unicidade dos parâmetros ajustados.

KATSUBE (1977) estudando o comportamento elétrico das rochas propôs uma interpretação desses efeitos através da análise de multiprocessos. Nesse esquema, cada característica da resposta das rochas seria interpretada independentemente das outras. Em cada faixa do espectro seria feito um ajuste para um determinado efeito, e estes, somados, responderiam pelo comportamento global do material. A Figura 3.11 mostra esse tipo de interpretação. KATSUBE, 1977, utilizou também a impedância de Warburg para modelar a resposta das interfaces argila-eletrólito ou metal-eletrólito. Esse esquema, embora conseguindo explicar qualquer tipo de resposta, levou a um número extraordinário de parâmetros sem interligação de um tipo de rocha para outro, além de não poder justificar o comportamento CPA observado nas rochas.

Nesta tese, introduzimos um novo modelo fenomenológico, baseado no tipo de proposição

feita por KATSUBE (1977), para multimecanismos, mas substituindo a impedância de Warburg por um novo elemento proposto para a impedância de interfaces rugosas fractais, que tem sido utilizado pelos eletroquímicos para explicar o efeito CPA nas interfaces metal-eletrólito. Para tanto, no próximo capítulo será feito um estudo sobre essas interfaces e sua resposta em frequência.

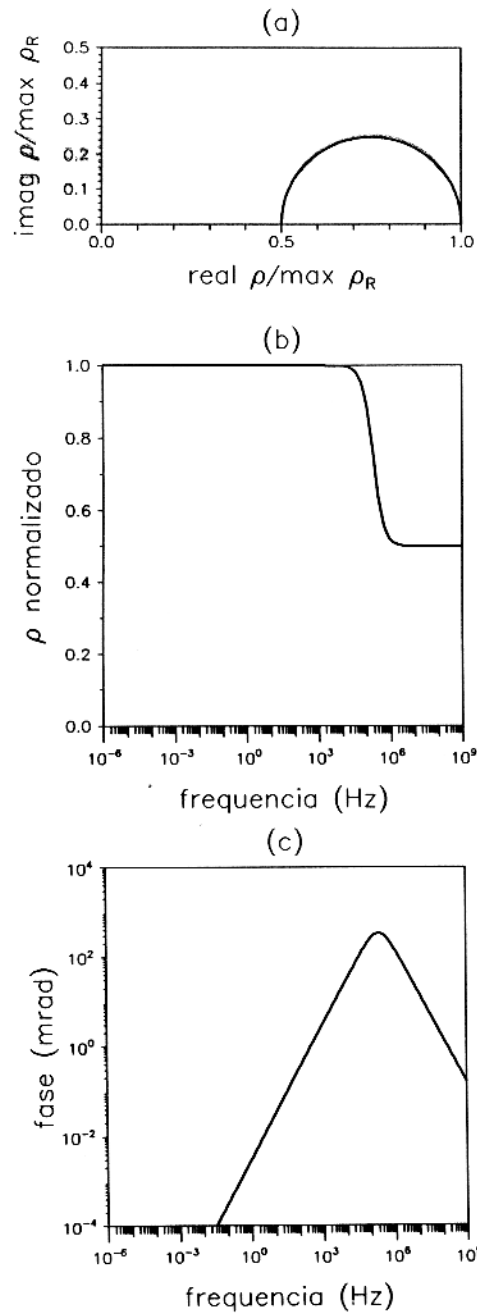


Figura 3.3 - Curva típica para o modelo de Debye (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0,5$; $\tau = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados para o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

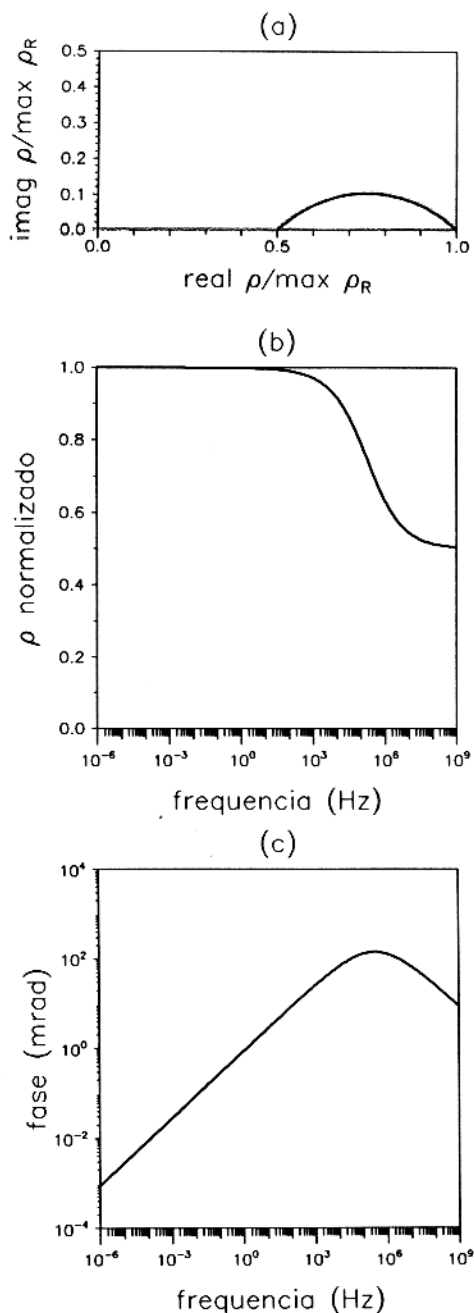


Figura 3.4 - Curva típica para o modelo de Warburg (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0,5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $c = 0,5$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados para o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

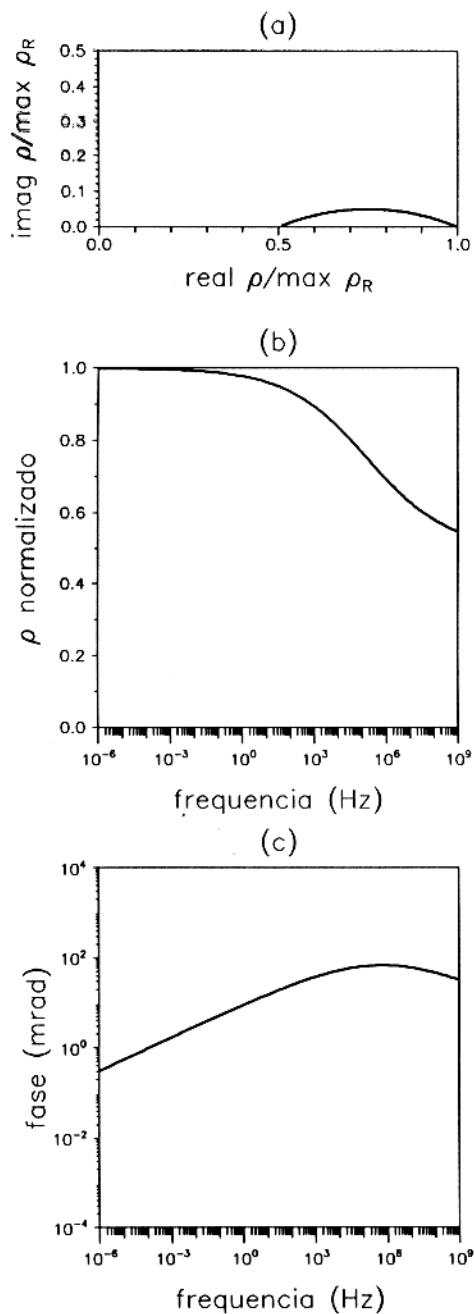


Figura 3.5 - Curva típica para o modelo de Cole-Cole (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0,5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $c = 0,25$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de $real \rho$ e $imag \rho$ normalizados para o valor máximo de $real \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

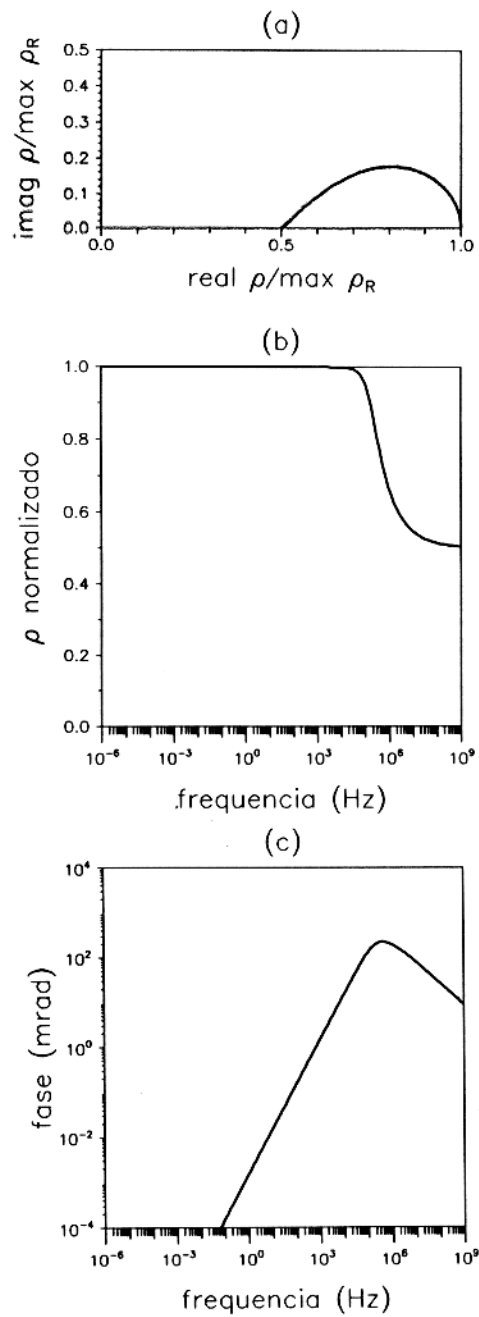


Figura 3.6 - Curva típica para o modelo de Davidson-Cole (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0,5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $a = 0,5$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de $real \rho$ e $imag \rho$ normalizados para o valor máximo de $real \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

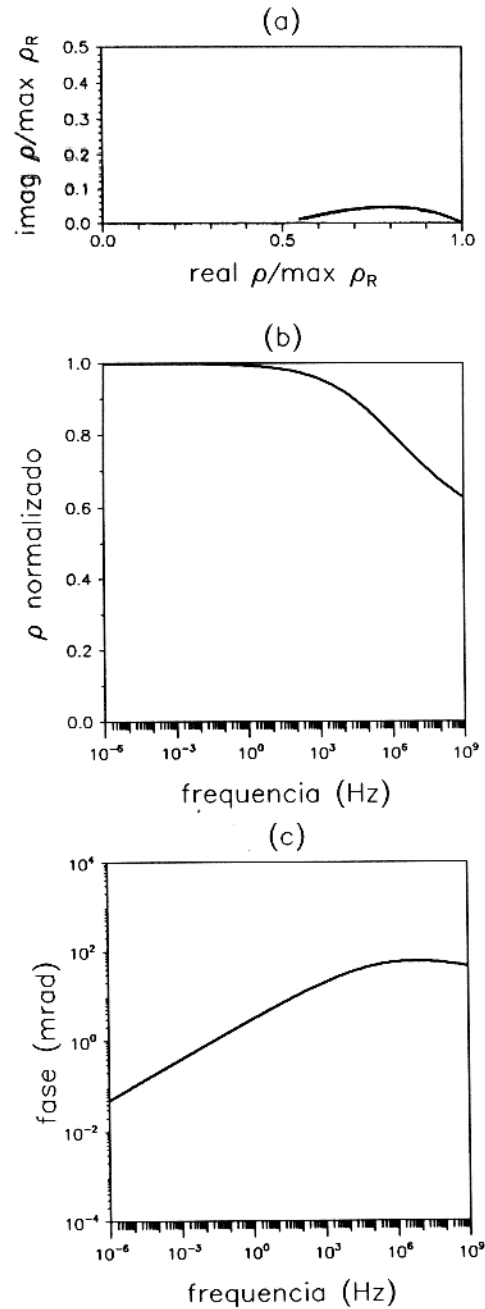


Figura 3.7 - Curva típica para o modelo de Cole-Cole Generalizado (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0,5$; $\tau = 10^{-4}$ s, $c = 0,3$; $a = 0,5$. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados para o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

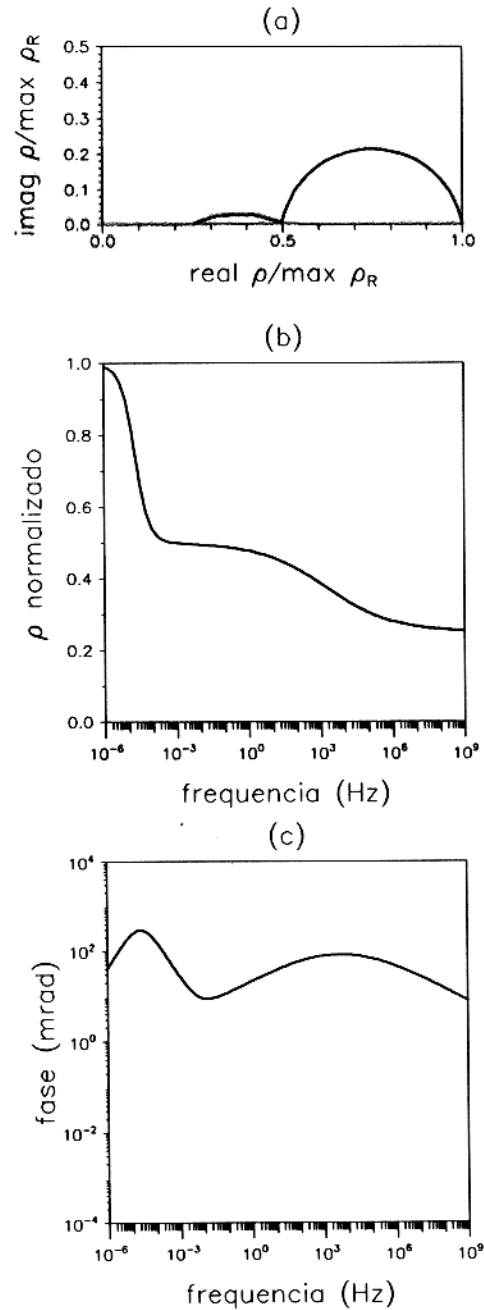


Figura 3.8 - Curva típica para o modelo de Cole-Cole Generalizado (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, for $\rho_o = 100$ ohm.m; $m_1 = 0,5$; $\tau_1 = 10^{-4}$ s, $c_1 = 0,3$; $m_2 = 0,5$; $\tau_2 = 10^4$ s, $c_2 = 0.9$; (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados para o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

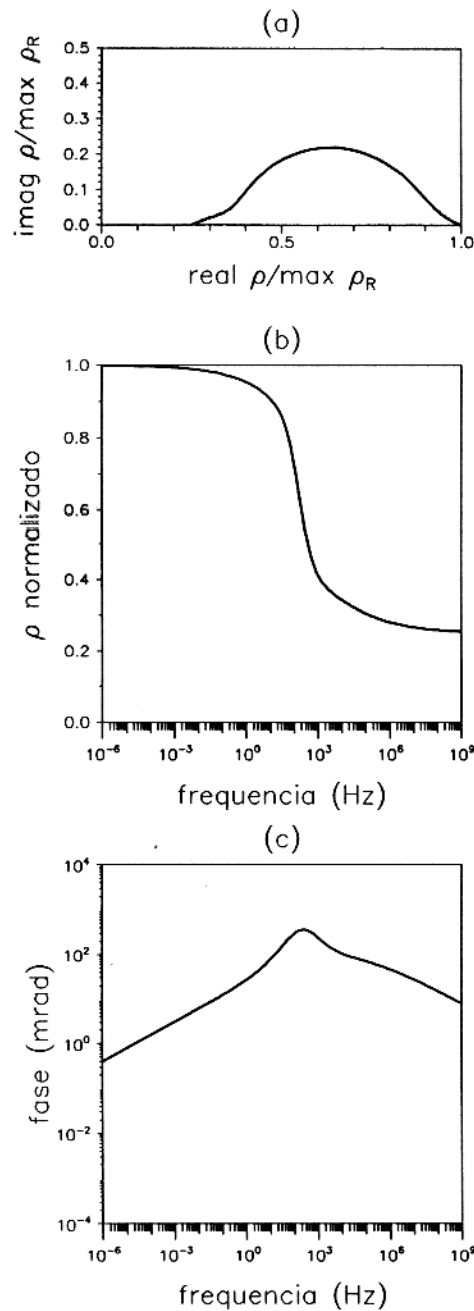


Figura 3.9 - Curva típica para o modelo de Cole-Cole Generalizado (PELTON, 1977) no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, for $\rho_o = 100$ ohm.m; $m_1 = 0.5$; $\tau_1 = 10^{-4}$ s, $c_1 = 0.3$; $m_2 = 0.5$; $\tau_2 = 10^{-3}$ s, $c_2 = 0.9$; (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de $real\rho$ e $imag\rho$ normalizados para o valor máximo de $real\rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

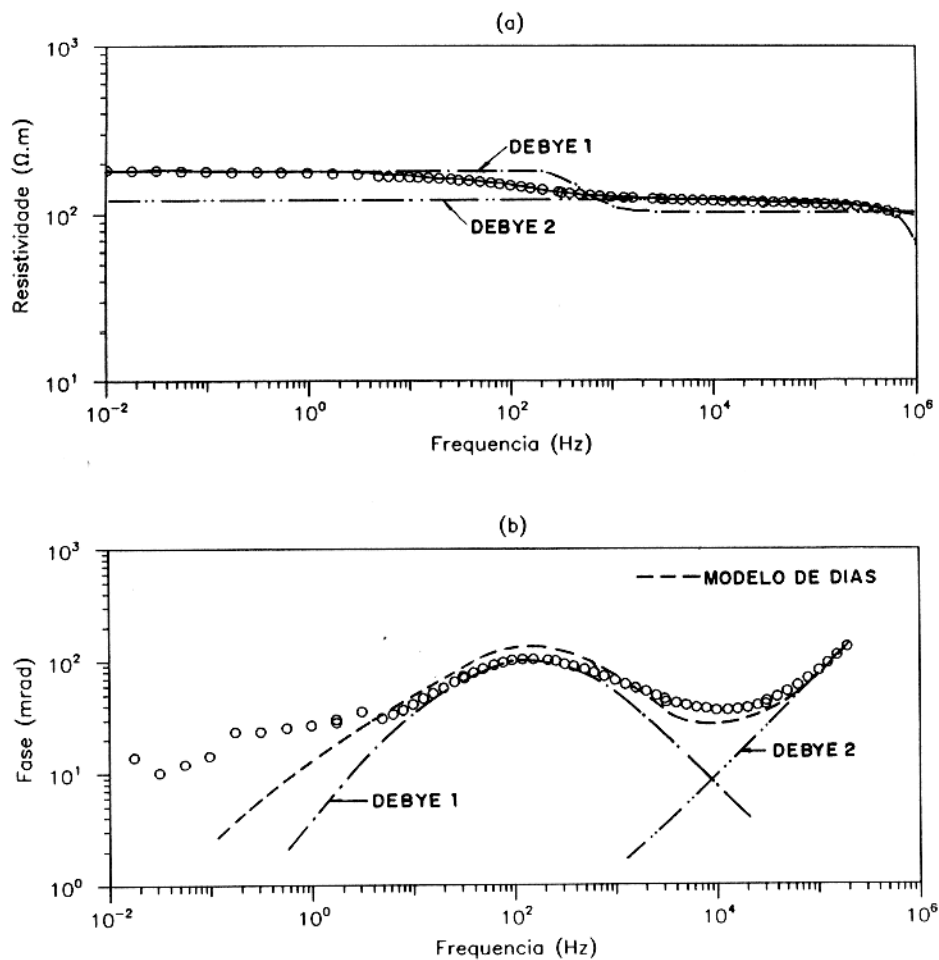


Figura 3.10 - Dados típicos de resistividade complexa (MAHAN et al., 1986). São mostrados ajustes ao modelo de DEBYE (debye 1 com tempo de relaxação igual a 10ms; debye2 com tempo de relaxação igual a $1\mu s$) e ao modelo de DIAS, 1972. A inclinação da curva de fase para frequências inferiores a 10Hz não é explicada por nenhum dos modelos testados.

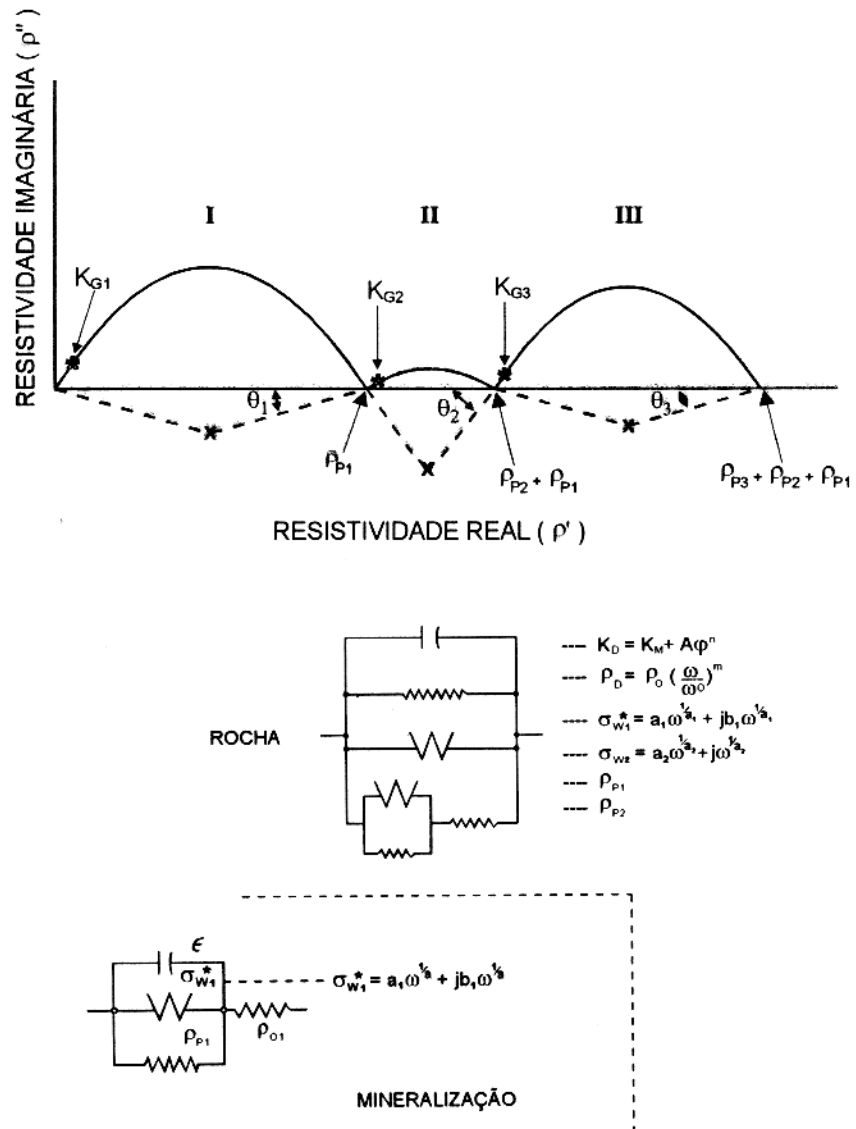


Figura 3.11 - Modelo de multimecanismos de KATSUBE (1977), e sua aplicação a um conjunto de dados de resistividade complexa.

4 - RESISTIVIDADE COMPLEXA DE INTERFACES RUGOSAS: OS PARÂMETROS FRACTAIS

Conforme foi visto no capítulo anterior, um dos pontos fracos dos modelos previamente propostos é a explicação da resposta CPA observada nas rochas a baixas frequências. Um dos elementos físicos capazes de exibir esse tipo de comportamento são as interfaces rugosas fractais. Por isso dedicaremos atenção a essas interfaces neste capítulo.

O termo fractal vem do latim *fractus* significando fragmentos quebrados ou irregulares, e foi usado por MANDELBROT (1967) no processo de medida da costa da Bretanha, para suas figuras 'quebradas' como as linhas de von Koch (Figura 4.1). Desde então, o estudo dos fractais vem encontrando aplicações no estudo do comportamento físico de meios complexos.

Nesta tese o comportamento elétrico das superfícies fractais é utilizado para explicar parte da resposta elétrica das rochas.

4.1 DIMENSÕES, SUPERFÍCIES E TEMPOS FRACTAIS

Segundo o Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa (FERREIRA, 1980) diz que **dimensão** é uma propriedade do espaço; extensão em uma dada direção; uma medida de comprimento, largura ou espessura. Exemplificando: **uma linha reta tem uma dimensão; um paralelogramo tem duas dimensões; e um paralelepípedo tem três dimensões.** Estes são os conceitos populares de dimensão relacionados à Geometria Euclidiana.

Em um espaço de duas dimensões tomemos um quadrado unitário e determinemos o número mínimo de círculos de raio r que podem ser centrados em pontos apropriados do quadrado de forma que cada ponto do quadrado esteja dentro de pelo menos um círculo; como função de r , este número $N(r)$ aumenta gradativamente com a diminuição de r e aproxima-se de $(\pi r^2)^{-1}$ quando r tende a zero. Se o mesmo for feito para um cubo de volume unitário, então $N(r)$ aumenta desta feita de acordo com $[(\frac{4}{3}\pi)r^3]^{-1}$ para $r \rightarrow 0$; e para um segmento de reta unitário este número $N(r)$ irá aumentar de acordo com $(2r)^{-1}$. O expoente inteiro positivo presente em r^{-1} , r^{-2} , r^{-3} são as dimensões euclidianas associadas a comprimento, superfície e volume.

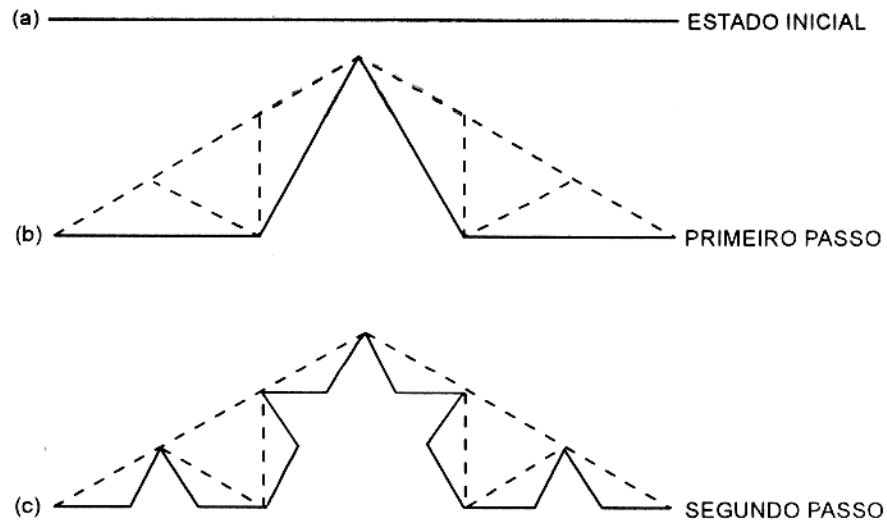


Figura 4.1 - Ilustração de uma curva de von Koch. A linha sólida foi obtida após sucessivas 'quebras' do segmento de reta inicial (a); cada estágio é formado pela adição de um triângulo no segmento de reta quebrado; a proporção do comprimento do segmento de reta original para o comprimento dos lados do triângulo é fixa neste caso em $1/3$.

Se tomarmos uma superfície 'irregular' ou 'não-plana' o número de círculos será maior que para uma superfície plana e este número dará um expoente (D) na expressão r^{-D} que será maior que 2, significando que a superfície não é mais 'planar'.

A quantidade D presente no expoente de r^{-D} e que carrega a informação sobre a forma da superfície é chamada de dimensão fractal e é dada pela equação

$$D = - \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log r} \quad (4.1)$$

que extrai as irregularidades intrínsecas da superfície que persistem em todos os níveis de resolução. O valor $D = 2$ caracteriza uma superfície basicamente suave e plana. O excesso $\eta = D - 2$ mede o quanto esta superfície 'irregular' é 'não-plana'.

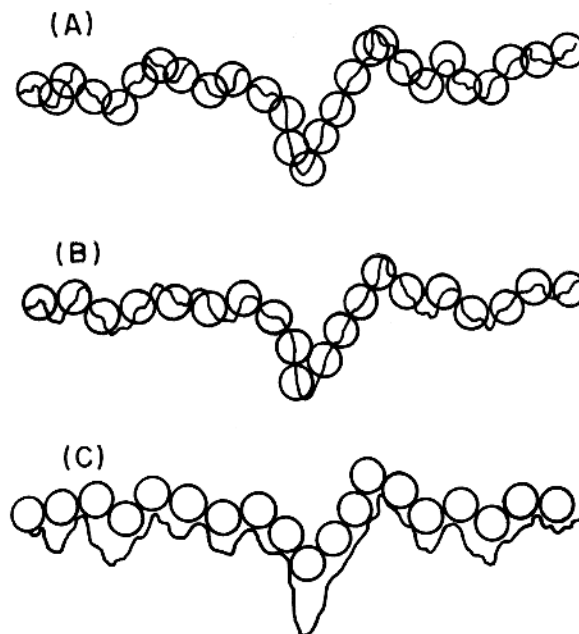


Figura 4.2 - Ilustração de três diferentes possibilidades de medir a dimensão fractal de uma curva. Em (a) as moléculas são capazes de penetrar uma à outra e de cruzar a curva; em (b) elas podem ainda cruzar a curva mas não podem penetrar uma à outra. Em (c) elas são esferas duras chegando de um lado da curva apenas. Somente o último caso é realista para a adsorção física.

Dados de adsorção física indicam que muitos sistemas particulados podem ter uma dimensão fractal para a superfície em todo o intervalo de valores significantes fisicamente, isto é, de 2 até 3. A conclusão natural a partir disto é que estas superfícies exibem propriedades geométricas de auto-similaridade. O limite $D = 2$ corresponderá a uma superfície suave, perfeitamente regular (Euclidiana), enquanto $D = 3$ corresponderá a uma superfície auto-similar tão intrincada que preencherá todo o espaço. Superfícies com um alto valor de D são naturalmente microporosas (DAMME et al., 1986).

Vamos tentar entender como o processo de medir uma superfície introduz o conceito de dimensão fractal em um ambiente natural. Dada uma superfície Σ de extensão linear L , que é fractal no intervalo $a \leq r \leq L$, vamos cobri-la inteiramente com esferas *fantasmas* (isto é, esferas que podem penetrar-se uma à outra e que podem cruzar a superfície), de diâmetro r , de forma que o centro de cada esfera está em Σ (Figura 4.2). Nenhuma porção da superfície pode ser deixada sem cobertura. A área de Σ medida dessa maneira, na resolução r , será por definição

$$S(r) = L^D r^{2-D} \quad (4.2)$$

A dimensão, D , que entra na equação 4.2 é, de fato, a dimensão de conteúdo Σ de

Hausdorff (HAUSDORF, 1914).

$$N_m(r) = (L/r)^D \quad (4.3)$$

Uma versão aproximada deste método é cobrir Σ com moléculas que ainda são fantasmas para Σ , mas que não podem penetrar-se uma à outra (Figura 4.2b). A área de Σ , determinada por este método, é aproximadamente

$$S(r) = N_m(r) \cdot r^2 \quad (4.4)$$

onde $N_m(r)$ é o número de moléculas necessário para cobrir Σ :

$$N_m(r) = (L/r)^D \quad (4.5)$$

Isto fornece uma maneira conceitualmente clara de medir D a partir de coberturas de monocamadas de moléculas esféricas fantasmas de raio crescente. Efetivamente, para um conjunto de moléculas desse tipo com diâmetros na faixa de $a < r < L$, $N_m(r)$ e $S(r)$ devem ser proporcionais pela relação

$$N_m(r) = r^{-D} \quad (4.6)$$

e

$$S(r) = r^{2-D} \quad (4.7)$$

A extensão das equações 4.6 e 4.7 para moléculas não-esféricas de seção reta σ é direta. Segue-se que

$$N_m(\sigma) = \sigma^{-D/2} \quad (4.8)$$

e

$$S(\sigma) = \sigma^{(2-D)/2} \quad (4.9)$$

Somente o último caso é importante para a absorção atômica.

Sobre uma superfície plana suave ($D = 2$), o número de moléculas em forma de disco que podem ser adsorvidas é independente da espessura dos discos, mas em uma superfície fractal, a espessura dos discos assume um papel de importância crescente nos efeitos de exclusão à medida que D aumenta, e isto modifica o valor de $N_m(r)$ (r sendo neste caso o diâmetro dos discos).

Transferindo estas idéias para o eletromagnetismo, consideremos um caso simples de um material isolante (por exemplo, uma tira de borracha) submetido a um campo elétrico. Para um dado potencial elétrico δU , diferente do potencial U^* , no estado estacionário ($\Delta U = U^* - U$), a parte não-estacionária da força ativa na interface é dada por: $\Phi = k.\Delta U$ onde k é uma constante, Φ é a parte não-estacionária do fluxo, ΔU força termodinâmica ativa do processo. A parte não-estacionária do fluxo de carga injetada nas vizinhanças J é obviamente proporcional ao produto do comprimento da tira de borracha, L , por Φ , que dá

$$J \sim L.\Phi \quad (4.10)$$

A taxa de injeção será independente do tempo e, neste caso, a equação 4.10 torna-se:

$$J(t) \sim L.\Phi(t) \quad (4.11)$$

Se a interface tem uma função de estado linear $\Delta U(t) \sim \Phi(t)$, e, neste caso, esse comportamento pode ser esquematizado por uma rede contendo um resistor em paralelo com um capacitor (RC), onde $\Phi(t)$ é a corrente de carregamento não-estacionária fluindo através do capacitor, U^* é proporcional ao fluxo total I^* , fluindo através do capacitor no estado estacionário e $U(t)$ está relacionado ao fluxo $\Phi_r(t)$ através do resistor. O equilíbrio é definido quando $I^* = 0$ e $R = \infty$. A polarização da rede P é dada por $P = U^\circ - U(t)$ onde U° é qualquer potencial de referência termodinâmico (Figura 4.3).

Suponhamos, agora, que a tira de borracha esteja vibrando aleatoriamente enquanto a injeção se processa e que exista uma relação entre $\Delta U(t)$ e $L(t)$. O comprimento L da tira não será mais uma constante mas suporemos, para simplificar, que seu diâmetro permanece inalterado. Devido à injeção não-estacionária ocorrer com uma constante de tempo constante durante o qual o comprimento varia, não podemos simplesmente escrever uma extensão de 4.11 com um comprimento $L(t)$ função do tempo. O valor instantâneo de $J(t)$ dependerá não somente do que está se passando no tempo t , mas também do que se passou em todos os tempos anteriores e o processo não é mais Markoviano (LE MÉHAUTE et al., 1993). Apesar disso, quando o fenômeno permanece linear e tomando as precauções matemáticas necessárias, a solução física é conhecida (GUELFAN & CHILOU, 1962), e as relações entre J , L e Φ podem ser escritas como:

$$J(t) = L(t).\Phi(0) + [D_t(L(t))] * \Phi(t) \quad (4.12)$$

onde o símbolo $*$ denota o operador convolução e D_t denota a derivada em relação ao tempo t . Se, além disso, considerarmos que não existe fluxo não-estacionário $\Phi(t)$ em $t = 0$, a

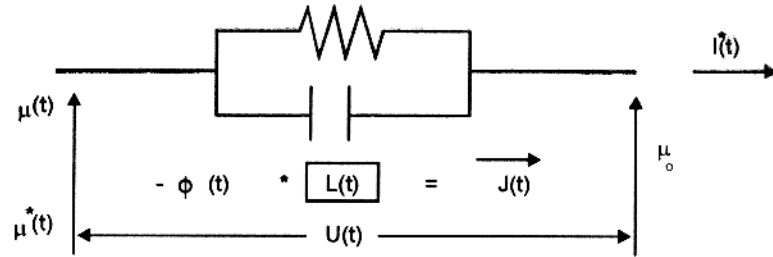


Figura 4.3 - Representação elétrica de um processo irreversível padrão (LE MÉHAUTE et al., 1993)

equação acima se reduz a

$$J(t) = [D_t(L(t))] * \Phi(t) \quad (4.13)$$

Esta relação não depende de uma forma particular de $\Phi(t)$ que, em uma análise preliminar, é função apenas do potencial elétrico (condições termodinâmicas). Se introduzirmos p como a variável da Transformada de Laplace $\{t^{-1}\}$, a saber, uma frequência generalizada (denota a equação dimensional), a transformada de Laplace da equação acima será dada por

$$J(p) = p.L(p).\Phi(p) = A(p).\Phi(p) \quad (4.14)$$

A convolução será, então, transformada em um produto direto.

Agora, a questão é: qual a dimensão de $A(p)$? Temos que $J(t) \equiv \{Mt^{-1}\}$ e $\Phi(t) \equiv \{Mt^{-1}L^{-1}\}$, então $J(p) \sim \{M\}$ - é a massa de carga transferida durante o tempo $1/p$ - e $\Phi \equiv \{ML^{-1}\}$; portanto $A(p) \equiv \{L\}$. Em outras palavras, $A(p)$ é equivalente a um comprimento no qual a energia é trocada (Figura 4.4).

Voltando à equação 4.14 podemos imaginar que o seu significado físico está relacionado ao modo como $J(t)$ pode ser decomposto com base na Transformada de Laplace $\Phi(p)$ de $\Phi(t)$; então, 4.14 implica que cada termo $J(p)$ da decomposição de $J(t)$ será relacionado a $\Phi(p)$ através de um *fator geométrico* de proporcionalidade ao comprimento $A(p)$, que pode ser entendido como uma interface de troca definida apenas para uma frequência generalizada

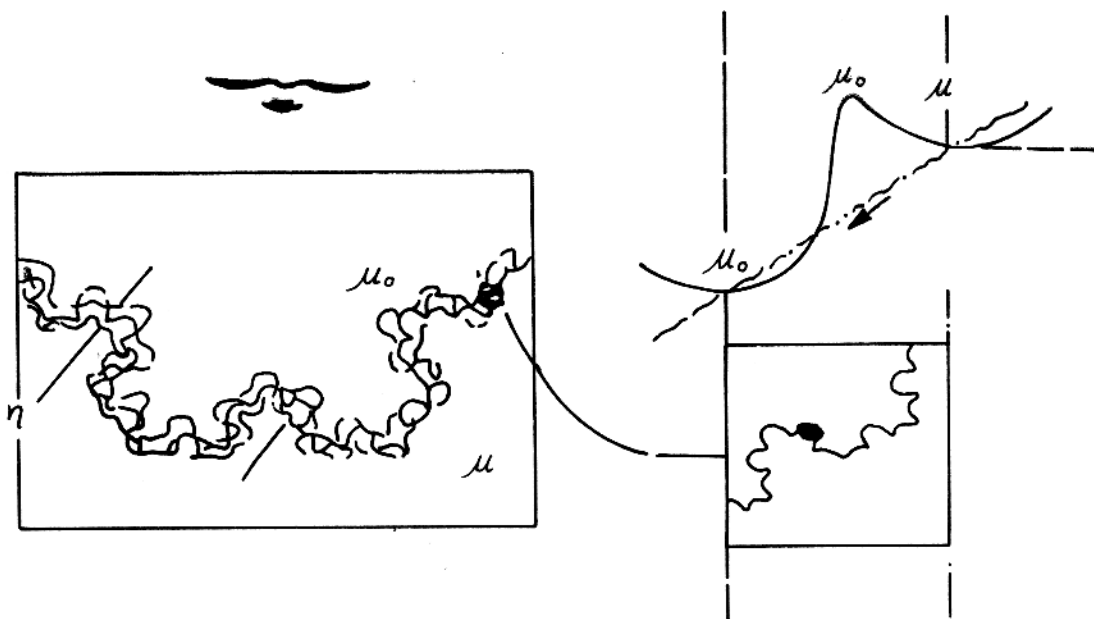


Figura 4.4 - Em uma interface típica de von Koch os portadores são distribuídos na fronteira de um domínio difuso ('fuzzy') com uma espessura dependente da frequência. Dentro deste domínio, a transferência de energia precisa levar em consideração as propriedades fractais da superfície.

p . De acordo com essa análise a geometria torna-se uma função de transferência equivalente a uma impedância (Figura 4.4).

Um outro fator importante que precisa ser considerado é o tempo envolvido na transferência de energia na superfície fractal. Voltando ao processo de medida (de comprimento ou de área), suponhamos que se queira medir um certo comprimento e que tenhamos uma trena padrão, o modelo de esfera fantasma. Como exemplo, tentemos medir um comprimento de 1 metro em 1 segundo. Poderíamos usar uma trena padrão de 1/4 de metro de comprimento e fazer a medida deixando o modelo de esfera fantasma em contato com o comprimento a ser medido em um quarto de segundo em cada medida. Isto daria uma frequência associada ao processo de medida de 4 Hz. Uma outra possibilidade seria usar uma trena padrão de 1/2 metro de comprimento e a frequência associada seria de 2 Hz. A segunda medida daria uma medida de comprimento mais 'incorreta' se este for fractal. Usando uma trena padrão mais curta, por exemplo 1/16 metro obteríamos uma aproximação melhor do comprimento, mas para manter o tempo envolvido no processo de medida, precisaríamos aumentar a energia necessária para mover a trena padrão, e a frequência associada à medida (16 Hz). Quanto maior a frequência, melhor a aproximação e maior a energia necessária para fazer a medida. A relação entre a frequência de trabalho e o tamanho da trena padrão (Figura 4.5) pode ser expressa como

$$p \cdot [\nu(p)]^\Delta = 1 \quad (4.15)$$

onde p é a frequência envolvida na medida, ν é o comprimento da trena padrão, e Δ é 1 para uma medida de comprimento, e 2 para uma medida de superfície. O número 1 na equação representa o comprimento unitário elevado à potência Δ , onde Δ é a dimensão do espaço, e este espaço unitário sendo coberto em 1s. Pode-se também cobrir um tamanho diferente, não-unitário, λ_o^1 (to $\Delta = 1$), ou uma área diferente, λ_o^2 (to $\Delta = 2$) em 1 segundo de tempo.

$$p \cdot [\nu(p)]^\Delta = (\lambda_o)^\Delta \quad \{L^\Delta t^{-1}\} \quad (4.16)$$

Esta relação sugere que o número total de trenas padrão necessárias (as esferas fantasmas) é dado por $N(p) \sim p$ e a equação 4.16 é equivalente à equação de Mandelbrot. Quando $\Delta = 1$, a quantidade $(\lambda_o)^\Delta = \lambda_o \equiv \{Lt^{-1}\}$ representa a velocidade do movimento orientado na linha durante o processo de medida. Se $\Delta = 2$ a quantidade $(\lambda_o)^\Delta = (\lambda_o)^2 \equiv \{L^2t^{-1}\}$ representa a área coberta pelo medidor em um tempo unitário; portanto, o termo $(\lambda_o)^2$ é o coeficiente de difusão usual D . Com a velocidade tradicional, este coeficiente é o único usado na eletrodinâmica de carga espacial, mas se o meio dissipativo for fractal, a equação 4.16 ainda vale para um valor não-inteiro ($\Delta \neq 1$ or 2), relacionado à dimensão fractal e $(\lambda_o)^\Delta$ toma a forma dimensional geral $\{L^\Delta t^{-1}\}$.

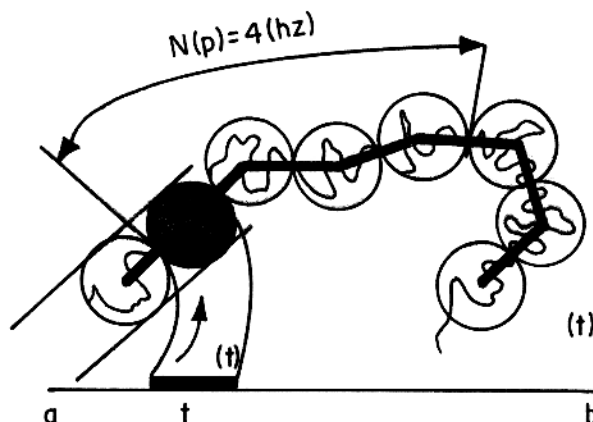


Figura 4.5 - Vista esquemática das relações entre o tamanho e a medida em um meio fractal.

4.2 AUTO-SEMELHANÇA e AUTO-AFINIDADE

Diz-se que uma grandeza fractal é auto-semelhante quando a mudança de escala não ocasiona nenhuma mudança no padrão da curva sob observação. A Figura 4.6 ilustra o conceito apresentado. A auto-afinidade é definida por uma auto-semelhança com diferentes escalas em direções distintas. Os parâmetros unidimensionais devem ser auto-semelhantes enquanto os parâmetros multidimensionais tanto podem ser auto-semelhantes (quando a escala de semelhança é a mesma em qualquer direção do espaço de parâmetros) ou auto-similares quando essa escala de auto-semelhança não é a mesma.

4.3 RESISTIVIDADE COMPLEXA DE INTERFACES FRACTAIS

LIU (1985), usando barras de Cantor auto-semelhantes para modelar a interface rugosa entre um eletrodo e um eletrólito, obteve uma resposta similar à CPA (Ângulo de Fase Constante). Esta resposta em frequência depende da dimensão fractal da interface que pode ser medida com um microscópio. A seção transversal das interfaces do modelo de Liu é apresentada na Figura 4.7.

As ranhuras no eletrodo são vistas como protusões no lado do eletrólito. Cada ranhura tem uma estrutura auto-semelhante em que ela se subdivide em dois ramos e os ramos são similares à ranhura global quando ampliada por um fator a , $a > 2$. Esta é a estrutura de

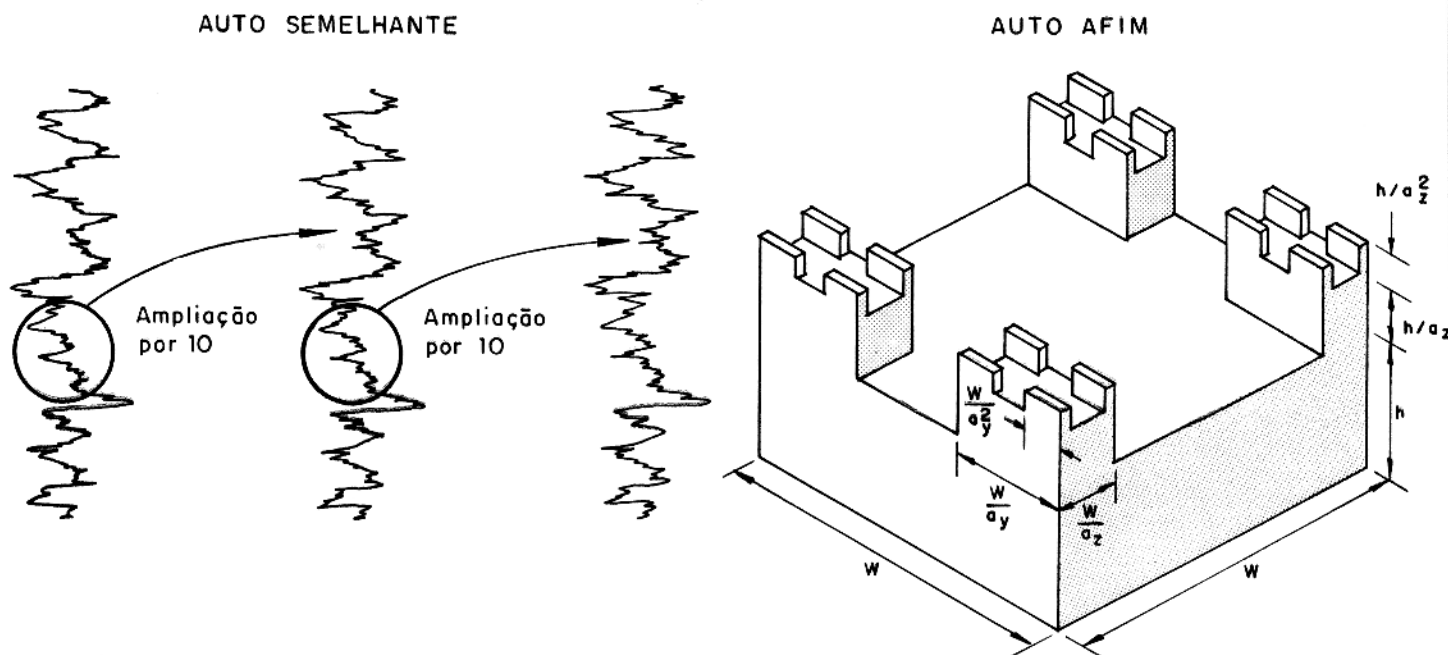


Figura 4.6 - Vista esquemática das relações de auto-semelhança e auto-afinidade.

barra de Cantor e a dimensão fractal é dada por $3 - \ln N / \ln a$. O circuito elétrico analógico deste tipo de interface está representado na Figura 4.8.

A resistência R aumenta com a relação a em cada estágio devido à redução na área da seção transversal. A capacitância C , que é a mesma em cada estágio, atualmente representa a capacitância interfacial de duas faces laterais das ramificações. O terra comum (ground) é o eletrodo. O circuito elétrico analógico a esta interface tem uma estrutura de rede do tipo Bethe, do qual os quatro primeiro estágios são mostrados na Figura 4.8. A impedância entre o terminal de entrada e o terra da rede na Figura 2.6 é dada pela fração contínua

$$Z(\omega) = R + \frac{1}{j\omega C + \frac{2}{aR + \frac{1}{j\omega C + \frac{2}{a^2 R + \dots}}}} \quad (4.17)$$

Para calcular a impedância desta superfície fractal Liu multiplicou a impedância pelo mesmo fator a , obtendo

$$Z\left(\frac{\omega}{a}\right) = R + \frac{1}{j(\omega/a)C + \frac{2}{aR + \frac{1}{j(\omega/a)C + \frac{2}{a^2 R + \dots}}}} \quad (4.18)$$

e multiplicando a fração por a temos

$$Z(\omega/a) = R + \frac{a}{j\omega C + \frac{2}{Z(\omega)}} \quad (4.19)$$

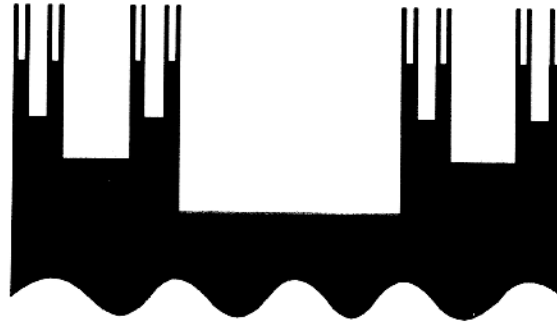


Figura 4.7 - Modelo de barra de Cantor de uma interface rugosa entre um eletrólito (preto) e um eletrodo (branco). São mostradas duas ranhuras cada uma com quatro estágios de ramificação (LIU, 1985).

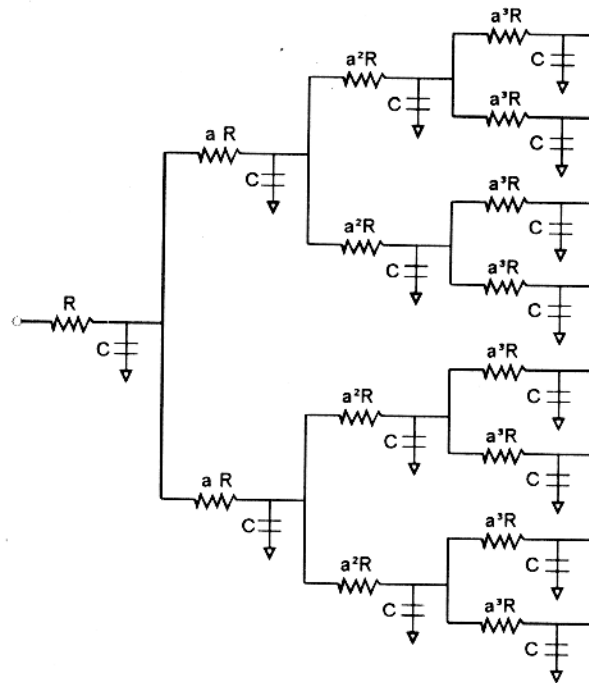


Figura 4.8 - Circuito equivalente para uma ranhura de uma interface rugosa vista na Figura 4.7 (LIU, 1985).

Se se considerar que, quando $\omega \rightarrow 0$, $Z(\omega)$ diverge para infinito mais lentamente que $1/\omega$ (de forma que $\omega Z(\omega)$ vai para zero), então o limite de baixa frequência da equação 4.19 torna-se

$$Z(\omega/a) = (a/2)Z(\omega) \quad (4.20)$$

e sua solução é dada por

$$Z(\omega) = kR(jRC\omega)^{-\eta} \quad (4.21)$$

onde k é um fator de escala e a fase de Z será independente da frequência e dada por

$$CPA = \cot(\eta \frac{\pi}{2}) \quad (4.22)$$

$$\eta = 1 - \ln(2)/\ln(a) \quad (4.23)$$

Para o modelo de N ramos

$$\eta = 1 - \ln(N)/\ln(a) \quad (4.24)$$

Dessa forma, o expoente de frequência do elemento CPA está diretamente relacionado à dimensão fractal da área superficial do modelo.

CLERC et al. (1984) calcularam a impedância de uma superfície fractal do tipo peneira de Sierpinski. A peneira de Sierpinski usada por CLERC et al. (1984) é formada dividindo-se cada área triangular em quatro, e removendo-se o triângulo central. Após N estágios uma rede bidimensional é obtida (Figura 4.9), mostrando também que a resposta em frequência da rede é função da dimensão fractal da superfície.

KAPLAN & GRAY (1985) aplicaram o modelo de Liu a uma superfície fractal aleatória e derivaram uma relação entre os parâmetros fractais e a resposta ac da interface. Eles foram capazes de mostrar que o expoente da admitância média está diretamente relacionado à dimensão fractal que é o mesmo resultado obtido por Liu para uma rede fractal regular. LIU et al. (1986) propuseram que a resposta CPA (Constant Phase Angle) origina-se da geometria fractal da superfície rugosa. Eles usaram a impedância do modelo de uma interface composta de uma combinação aleatória de blocos de Cantor para provar que o comportamento CPA é causado pela geometria fractal das interfaces rugosas dos poros. Eles também sugeriram um experimento que tornaria possível a verificação geral de sua especulação.

KAPLAN et al. (1987), usando um modelo de blocos de Cantor auto-afins para uma superfície do eletrólito na interface metal-eletrólito, foram capazes de mostrar que o expoente

de frequência η da impedância do elemento CPA $Z(w) = (jw)^{-\eta}$ depende da definição da dimensão fractal.

CAO et al. (1994), calculando numericamente a impedância de um sistema formado por um par de eletrodos metálicos cuja superfície poderia ser descrita por uma superfície fractal, demonstram que, ao desprezar o fenômeno de adsorção nos eletrodos, o comportamento tipo CPA não pode ser reproduzido. Donde concluem que somente fenômenos de adsorção podem explicar o comportamento tipo CPA nas interfaces metal-eletrólito.

4.4 INTERFACES FRACTAIS EM ROCHAS

Alguns minerais tais como partículas metálicas têm uma considerável concentração de elétrons livres por volume que, em estado de equilíbrio, estão concentrados próximo à superfície do mineral. Quando o grão mineral está em contato com uma solução iônica uma dupla camada eletricamente carregada será responsável pelo fenômeno de polarização em baixas frequências. Por outro lado, alguns minerais, especialmente as argilas, permitem a substituição de íons metálicos em sua estrutura por outros de menor valência (por exemplo Al^{+++} por Mg^{++}), gerando uma superfície negativamente carregada nas argila, o que também irá gerar uma dupla camada eletricamente carregada quando em contato com uma solução iônica. Para que este fenômeno seja importante, precisa-se de um grande número de grãos metálicos ou de argila disseminados no volume. A intensidade desta polarização irá depender do conteúdo e da distribuição dos minerais condutivos. Quanto mais disseminados estes minerais maior será este efeito de polarização.

WONG et al. (1986), estudando a rugosidade fractal de arenitos e folhelhos, demonstrou que as argilas são responsáveis pelo comportamento CPA neste tipo de rocha. KROHN (1988a, b) usaram SEM (Spectral Electron Microscope) e medidas óticas em seções delgadas para calcular a natureza fractal das superfícies em arenitos, folhelhos e carbonatos. RUFFET et al. (1991) foram capazes de demonstrar a relação entre condutividade complexa e a natureza fractal da porosidade em arenitos e folhelhos.

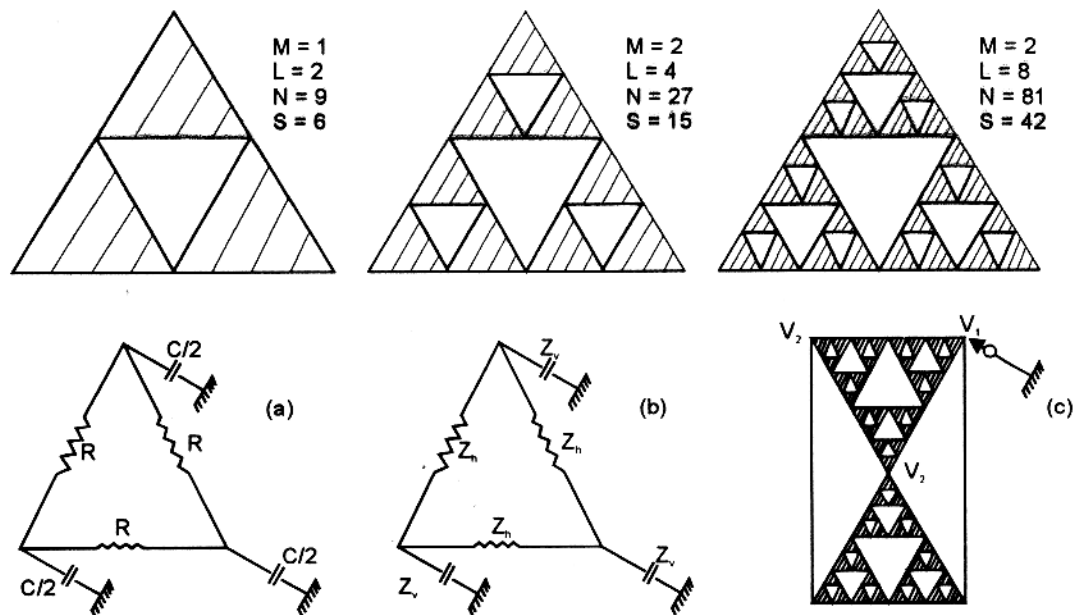


Figura 4.9 - Os circuitos bi-dimensionais tipo Peneira de Sierpinski. As três figuras superiores ilustram o processo de construção iterativa. Cada uma das áreas sombreadas representa o circuito básico mostrado em detalhe nas figuras (a) ou (b) abaixo (m : iteração; L : escala linear do lado; N : número de ligações da rede; S : número de pedaços ou nós da rede. (c) ilustra a configuração elétrica exata para a qual a admitância foi calculada no nó principal onde a fonte de potência está conectada (CLERC et al. 1984).

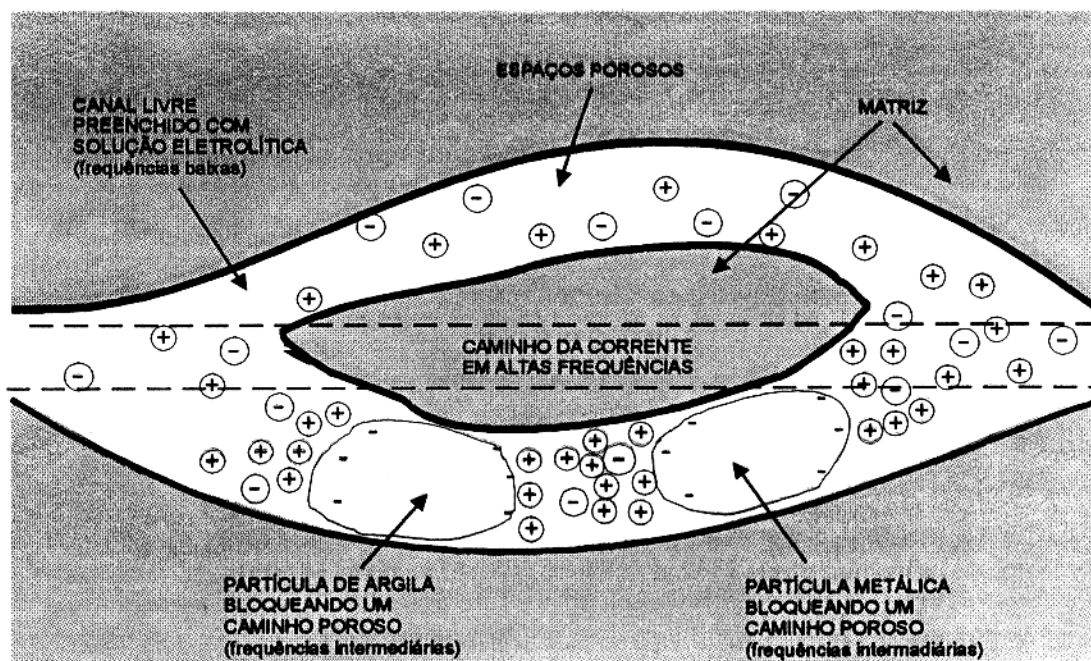
5 - UM NOVO MODELO PARA A RESISTIVIDADE COMPLEXA DE ROCHAS

Neste capítulo é proposto um novo modelo para descrever o comportamento elétrico das rochas. O circuito analógico representando os diferentes mecanismos de condução e polarização envolvidos no comportamento elétrico das rochas é mostrado na Figura 5.1.

Segundo KATSUBE (1977), ao longo de todo o espectro eletromagnético, uma rocha pode ser caracterizada eletricamente por vários caminhos elétricos: i) em altas frequências, a corrente elétrica segue um caminho que não é determinado pelos espaços porosos mas que atravessa indiferentemente os grãos minerais (sólidos) e as soluções eletrolíticas (líquidos). O fator determinante da corrente elétrica será a permissividade elétrica global ('bulk') da rocha como um todo e este trajeto será representado no modelo aqui proposto pela capacitância global (C_o) do material; ii) em frequências muito baixas, a corrente elétrica seguirá, principalmente, a rede porosa preenchida com soluções eletrolíticas. Quando menor a frequência mais a corrente seguirá os caminhos mais livres; iii) em frequências intermediárias, a corrente elétrica sofrerá tanto efeitos superficiais entre poros e grãos minerais, quanto efeitos devidos a bloqueios totais ou parciais da rede porosa; esses efeitos serão representados por elementos fractais do tipo $r(i\omega\tau_f)^{-\eta}$.

No modelo proposto mais dois caminhos serão representados: o canal livre irá representar os caminhos elétricos nas rochas que estejam livres de partículas de argila ou partículas metálicas (ρ_o), enquanto o outro irá representar os caminhos com ocorrência desses minerais. A dupla camada elétrica presente nos poros bloqueados consiste em um termo puramente resistivo (resultante da perda de energia devida à colisão de portadores livres durante seu movimento através da dupla camada) e um termo capacitivo (provocado pelas oscilações das cargas ligadas à dupla camada). Estes dois caminhos irão responder pela resposta em média frequência das rochas.

A capacitância associada à polarização global ("bulk") da rocha é representada por um ramo capacitivo em paralelo com a resistividade CC da rocha. Esta capacitância em paralelo com a resistividade global ("bulk") do material (ρ_o) será responsável pela resposta em muito alta frequência. Na ausência deste elemento capacitivo, a constante dielétrica não terá um limite inferior não nulo em altas frequências.



(a)

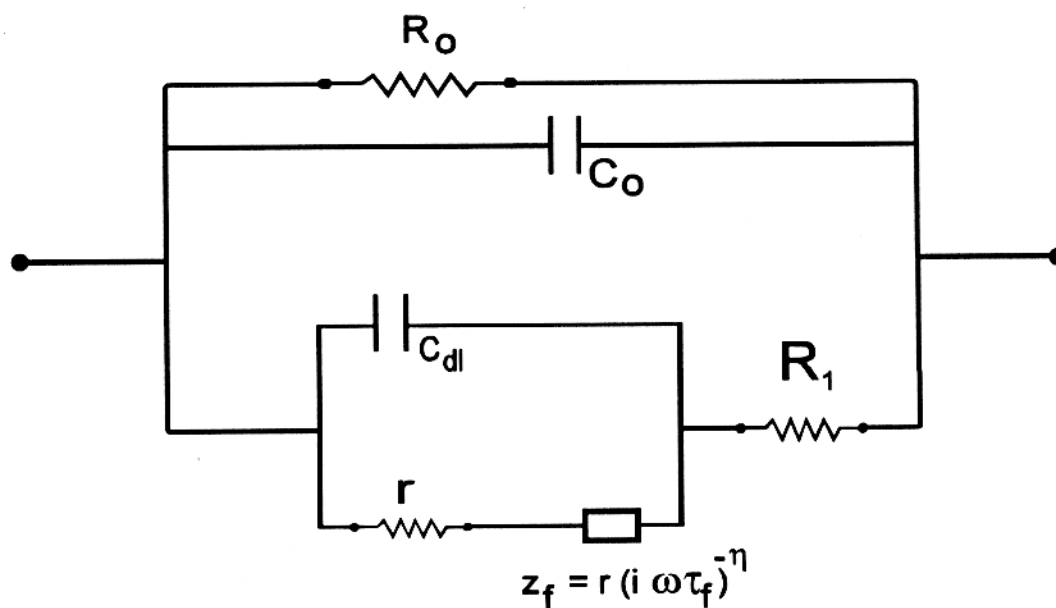


Figura 5.1 - (a) Célula básica da condução elétrica nas rochas. (b) Circuito analógico equivalente associado ao comportamento médio do meio.

Representando a dependência temporal do campo elétrico como $e^{i\omega t}$, a expressão proposta para a resistividade complexa ρ é definida como:

$$\rho(\omega) = \rho_o \left[1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1+u}{\delta_r(1+v)}} \right) \right] \gamma_h \quad (5.1)$$

onde

$$m = \frac{R_o}{R_1 + R_o} \quad \text{é a cargueabilidade (SEIGEL, 1959a)} \quad (5.2)$$

$$\delta_r = \frac{r}{R_1 + R_o} \quad \text{é a resistividade percentual dos grãos,} \quad (5.3)$$

$$\gamma_h = \frac{1}{1 + i\omega\tau_o} \quad , \quad (5.4)$$

$$u = i\omega\tau(1+v) \quad , \quad (5.5)$$

$$v = (i\omega\tau_f)^{-\eta} \quad , \quad (5.6)$$

$$\tau = rC_{dl} \quad \text{é o tempo de relaxação da dupla camada,} \quad (5.7)$$

$$\tau_o = R_o C_o \quad \text{é o tempo de relaxação global,} \quad (5.8)$$

$$\tau_f : \quad \text{é o tempo de relaxação fractal,} \quad (5.9)$$

$$R_o = g_o \rho_o \quad , \quad (5.10)$$

$$C_o = \epsilon_o / g_o \quad . \quad (5.11)$$

O fator g_o representa um fator geométrico dado por uma função de S/d , onde S é a seção transversal e d é o correspondente comprimento elétrico associado ao caminho da corrente.

5.1 SIGNIFICADO FÍSICO DOS PARÂMETROS DO MODELO

O significado físico dos parâmetros do modelo pode ser explicado como se segue:

a) ρ_o : é a resistividade CC do material; para rochas sedimentares, principalmente arenitos limpos, estando relacionada à resistividade elétrica da água preenchendo os espaços porosos, normalmente um eletrólito complexo, e à porosidade do material. A Lei de Archie é um dos exemplos de relações entre porosidade e resistividade do eletrólito no material (ARCHIE, 1942). O valor de ρ_o , associado a informações geológicas pode ser utilizado para separar diferentes materiais geológicos.

b) m : é o parâmetro cargueabilidade, primeiramente introduzido por SEIGEL (1959a), que relaciona as assíntotas de baixa e alta freqüência da resistividade das rochas:

$$m = \frac{\rho_o - \rho_\infty}{\rho_o} = \frac{R_o}{R_o + R_1}, \quad (5.12)$$

A relação de m para a petrofísica das rochas não está bem estabelecida e é fortemente influenciada pela sua textura.

c) $\delta_r = r/(R_1 + R_o)$: é um parâmetro secundário que relaciona a resistividade dos grãos condutivos que bloqueiam os poros das rochas ao valor da resistividade CC da rocha. Seu valor, por exemplo, será maior que a unidade para grãos muito condutivos e menor que a unidade para grãos resistivos como, por exemplo, óxidos.

d) $\tau = rC_{dl}$: é a constante de tempo de relaxação relacionada às oscilações da dupla camada (ROCHA et al., 1991). Está relacionada ao tipo e tamanho dos grãos minerais bloqueadores (normalmente minerais metálicos ou partículas de argila).

e) $\tau_o = R_o C_o$ e para materiais homogêneos será igual ao produto da resistividade global ("bulk") e da permissividade elétrica do material ($\rho_o \epsilon_o$): é a constante de tempo associada ao material como um todo. Depende da textura da rocha, das propriedades da matriz e da quantidade total de água presente na rocha.

f) τ_f : é o tempo de relaxação fractal e está relacionado ao tempo envolvido na transferência de carga e energia nas interfaces rugosas.

g) η : este parâmetro está diretamente relacionada à geometria do meio e é determinado pelo tipo e distribuição do mineral provocando a polarização de baixa frequência.

É instrutivo observar alguns valores particulares dos parâmetros do modelo:

$m = 1$ quando $R_1 \ll R_o$; isto poderá ocorrer em algumas situações tais como uma rocha preenchida com óleo e água ocupando os caminhos não livres ou uma rocha apresentando mineralização do tipo veio.

$C_{dl} = 0, \tau = rC_{dl} = 0$: isto irá ocorrer quando $C_{dl} = 0$, isto é, quando as superfícies dos grãos bloqueadores é muito pequena, devido à não existência de poros bloqueados; ou um $r=0$, que significa um grão muito condutor, por exemplo, uma partícula metálica. Este é um caso importante. É o modelo de Pelton, se desprezarmos a dispersão em muito alta frequência.

$\delta_r = 0$: isto irá ocorrer quando os grãos bloqueadores forem muito condutivos em relação ao eletrólito, como na grafita disseminada; quando os grãos bloqueadores forem partículas isolantes este fator será muito maior que a unidade.

5.2 A RESPOSTA DO NOVO MODELO

A Figura 5.2 apresenta uma curva típica para o modelo representado pela equação 5.1. Os valores típicos dos parâmetros utilizados nesta análise estão apresentados na Tabela 5.1 e as curvas foram plotadas para todo o espectro eletromagnético (10^{-12} a 10^{12} Hz) incluindo aquele utilizado pelos métodos eletromagnéticos no trabalho geofísico, estendendo-se também para frequências inferiores e superiores para mostrar o comportamento assintótico do modelo. Os intervalos para os parâmetros foram escolhidos de forma a revelar as mais importantes feições do novo modelo e também após o ajuste de muitos dados experimentais de forma a determinar os valores mais comuns para os parâmetros.

Tabela 5.1 - Parâmetros usados na análise do modelo

Parâmetro do modelo	Limite inferior	Valor típico	Limite superior
ρ_o (ohm.m)	10^{-1}	10^2	10^5
m	0,05	0,5	0,95
δ_r	10^{-3}	1.0	10^3
η	0.05	0.5	0.95
τ	$10^{-9}s$	$10^{-6}s$	$10^{-3}s$
τ_f	$10^{-1}s$	10^2s	10^5s
τ_o	$10^{-15}s$	$10^{-12}s$	$10^{-9}s$

As características mais comuns deste modelo podem ser descritas como segue:

1) O espectro de amplitude da resistividade complexa apresenta dois valores característicos: ρ_o para frequências muito baixas e $(1 - m)\rho_o$ para frequências intermediárias antes que o efeito do tempo de relaxação global ("bulk") do material atue. Além desses valores, há um outro degrau intermediário na amplitude da condutividade complexa provocada pela relaxação das duplas camadas elétricas no material (Figura 5.2-c). Estes diferentes níveis no espectro de amplitude da resistividade podem ser tomados como valores assintóticos se os dados experimentais não forem tomados em um intervalo suficientemente largo. Isto irá provocar valores errôneos da cargueabilidade.

2) A fase da resistividade complexa (Figura 5.2-d) mostra a presença de dois máximos de fase e um valor assintótico ($\frac{\pi}{2}$) em altas frequências. O primeiro máximo ocorre em frequências muito baixas (normalmente abaixo de 10 Hz) e está associado à polarização das interfaces rugosas fractais; o segundo máximo ocorre em frequências intermediárias (entre 10 Hz e 10^6 Hz) e está associado à polarização da dupla camada presente no material. Estes dois

máximos, em alguns casos (Figura 5.10-c), podem estar superpostos. O valor $\frac{\pi}{2}$ é provocado pela resposta de alta frequência do meio.

3) O diagrama de Argand da resistividade complexa (Figura 5.2-a) mostra claramente os três diferentes processos de relaxação nos três diferentes arcos mostrados no gráfico: a relaxação de alta frequência caracterizada pelo arco de Debye e provocada pela relaxação global da rocha, relacionada à matriz da rocha e sua resposta água/eletrólito global; uma frequência intermediária de relaxação caracterizada por um arco de Cole-Cole causado pela oscilação das duplas camadas elétricas normais; uma relaxação em baixas frequências (também representada por um arco de Cole-Cole ou Davidson-Cole) relacionada à relaxação das interfaces rugosas fractais.

4) A parte real da constante dielétrica complexa (Figura 5.2-e), obtida da equação 5.1 pela sua divisão por $i\omega$, apresenta um valor constante em frequência muito alta associada à polarização em alta frequência do material. Em frequências intermediárias há um degrau de valor constante associado às oscilações da dupla camada e, em frequências muito baixas (abaixo de 100 Hz), a parte real da constante dielétrica aumenta a uma taxa constante diretamente relacionada à geometria fractal das interfaces rugosas (η) (Veja também Figura 5.17-e).

5) A parte imaginária da constante dielétrica complexa (Figura 5.2-f) mostra um aumento constante em baixas frequências e, apenas em casos muito especiais, ocorre um pequeno degrau de valor constante em frequências intermediárias (Veja também Figura 5.13-f).

6) O diagrama de Argand da constante dielétrica complexa é mostrado na Figura 5.2-b onde os mesmos processos descritos para a resistividade complexa em item anterior podem ser observados.

Observando a expressão 5.4 que dá o valor de γ_h , notamos que, para rochas normais, o valor de τ_o será muito pequeno, da ordem de 10^{-10} s e, em consequência, o valor de γ_h será bem próximo da unidade para frequências intermediárias e muito baixas (abaixo de 10^9 Hz). Dessa forma, a análise do comportamento do modelo foi separada em dois regimes: i) frequências de muito baixas a intermediárias para as quais γ_h foi feito igual à unidade; ii) o regime de alta frequência, onde o valor de γ_h foi considerado.

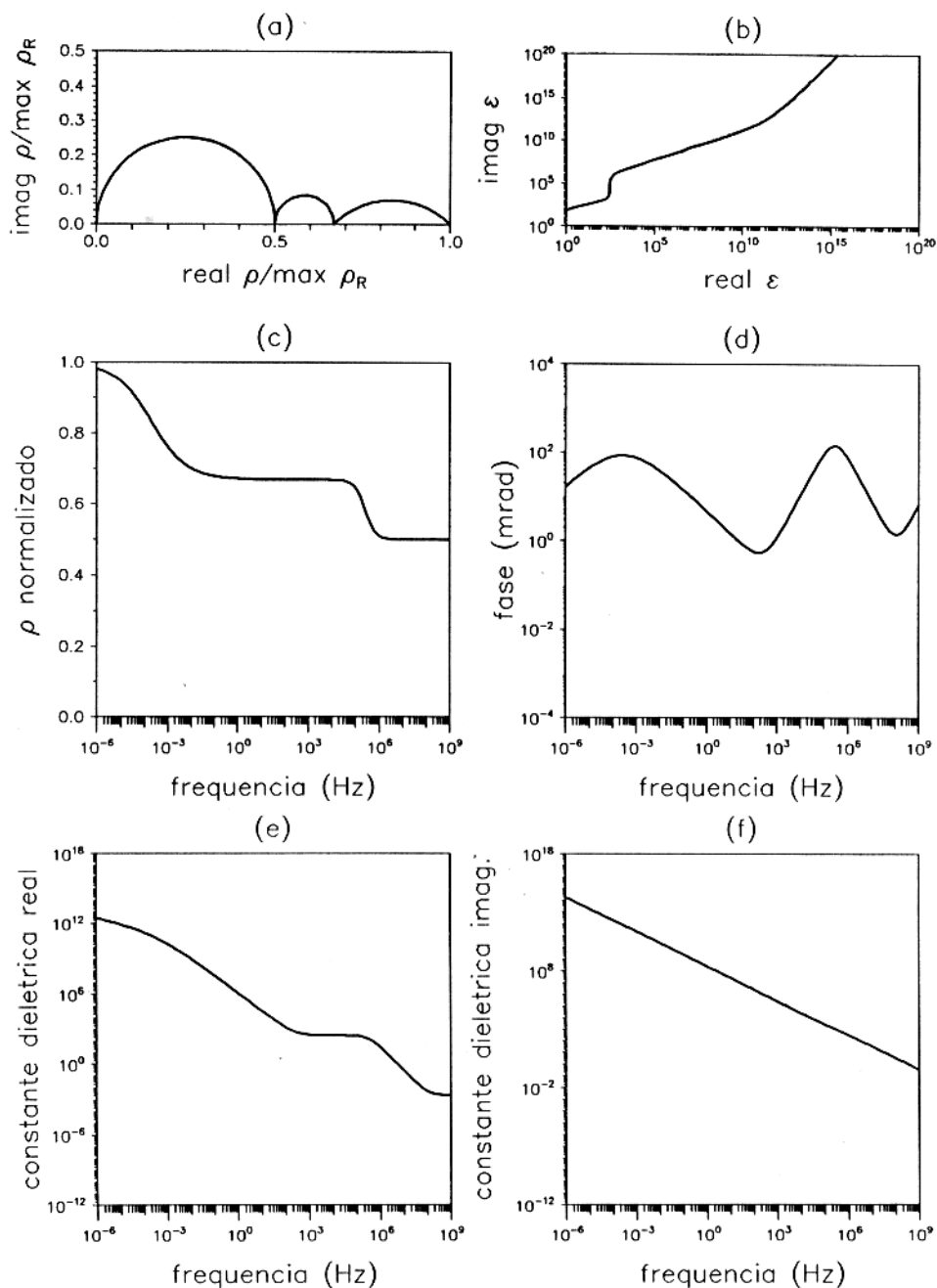


Figura 5.2 - Curva típica do novo modelo no intervalo de frequência de 10^{-6} to 10^9 Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s. (a) Diagrama de Argand para a resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados para o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o) (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) constante dielétrica real; (f) constante dielétrica imaginária.

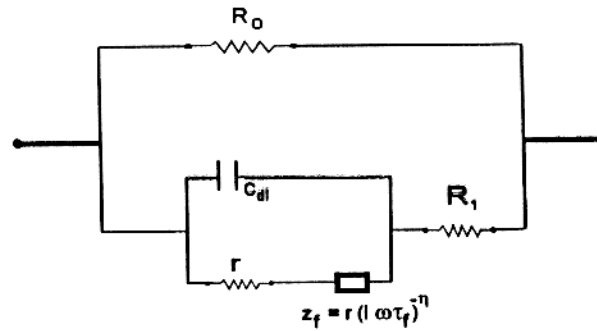


Figura 5.3 - Circuito analógico correspondente ao comportamento médio do meio para frequências de baixas a intermediárias.

5.2.1 O regime de frequências de muito baixas a intermediárias

Para a análise do comportamento do modelo em frequências de muito baixas a intermediárias ($\omega \ll \frac{1}{\tau_o}$) a expressão 5.1 é reescrita abaixo sem o termo γ_h . O circuito analógico correspondente é mostrado na Figura 5.3.

$$\rho(\omega) = \rho_o \left[1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1+u}{\delta_r(1+v)}} \right) \right] \quad (5.13)$$

De forma a derivar as assíntotas de baixa frequência $\rho(\omega)$, os seguintes parâmetros são introduzidos:

$$\lambda_1 = (i\omega\tau_f)^\eta \quad (5.14)$$

$$\lambda_2 = i\omega\tau \quad (5.15)$$

e a equação 5.13 é rearranjada na seguinte forma:

$$\rho(\omega) = \rho_o [1 - m(1 - \Lambda)] \quad (5.16)$$

onde

$$\Lambda = \frac{1 + \lambda_1}{(1 + \lambda_1)(1 + \alpha\lambda_2) + \alpha\lambda_1} \quad (5.17)$$

$$\alpha = \frac{R_1 + R_o}{r} = \frac{1}{\delta_r} \quad (5.18)$$

Expandindo 5.17 na seguinte forma

$$\Lambda = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} a_{pq} \lambda_1^p \lambda_2^q \quad (5.19)$$

Trabalhando com as equações 5.17 e 5.19, as assíntotas de baixa frequência podem ser escritas como:

$$\rho = \rho_o \left[1 - m \left(1 - \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} a_{pq} \lambda_1^p \lambda_2^q \right) \right] \quad (5.20)$$

com

$$a_{pq} = -(1 + \alpha)a_{(p-1)q} - \alpha a_{p(q-1)} - \alpha a_{(p-1)(q-1)} \quad (5.21)$$

$$a_{00} = 1 \quad (5.22)$$

$$a_{01} = -\alpha \quad (5.23)$$

$$a_{10} = -\alpha \quad (5.24)$$

$$a_{11} = 2\alpha^2 \quad (5.25)$$

$$a_{p0} = -\alpha [-(1 + \alpha)]^{p-1} \quad (5.26)$$

$$a_{0q} = (-\alpha)^q \quad (5.27)$$

Tomando os primeiros termos dominantes do desenvolvimento em série tem-se

$$\rho(\omega) = \rho_o \left[1 - \frac{R_o}{r} (i\omega\tau_f)^\eta \right] = \rho_o \left[1 - \frac{m}{\delta_r v} \right] \quad (5.28)$$

Como $\omega = 2\pi f$ e definindo $AMP(\omega)$ e $\phi(\omega)$ como a amplitude e a fase da função condutividade complexa (ρ_o), então, no limite de baixa frequência:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d\{\log\phi\}}{d\{\log f\}} = \eta \quad \text{e} \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} AMP(\omega) = \rho_o$$

Olhando para a constante dielétrica complexa, usando a relação simples $K = \frac{\sigma}{i\omega\epsilon}$ podemos escrever para baixas frequências que

$$K = \frac{1}{i\omega\epsilon_o\rho_o \left[1 - \frac{R_o}{r} (i\omega\tau_f)^\eta \right]} \quad (5.29)$$

$$\sim \frac{\sigma}{i\omega\epsilon} \left[\frac{R_o}{r} (i\omega\tau_f)^\eta \right] \quad (5.30)$$

das quais temos que

$$\omega K'' = \frac{1}{i\omega\epsilon_o\rho_o \left[1 + \frac{R_o}{r} (i\omega\tau_f)^\eta \cos\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) \right]} \quad (5.31)$$

$$\omega K' = \frac{1}{i\omega\epsilon_o\rho_o \left[\frac{R_o}{r} (i\omega\tau_f)^\eta \sin\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) \right]} \quad (5.32)$$

resultando em

$$\frac{\omega K'}{\omega K'' - \frac{1}{\epsilon_o\rho_o}} = \tan\left(\frac{\pi\eta}{2}\right) \quad (5.33)$$

A relação linear entre o produto das frequências angulares e as partes real e imaginária da constante dielétrica pode ser verificada nas Figuras 5.12 a 5.18.

Esta relação linear foi verificada experimentalmente por SAINT-AMANT & STRANGWAY (1970) para uma amostra de augita em várias temperaturas. A Figura 7 de SAINT-AMANT & STRANGWAY (1970) é reproduzida aqui para mostrar esta relação entre as partes real e imaginária da constante dielétrica. LOCKNER & BYERLEE (1985), medindo a constante dielétrica de rochas confinadas também verificaram esse comportamento. KNIGHT & NUR (1987), medindo a constante dielétrica de arenitos verificaram que existe uma relação linear entre a constante dielétrica real e uma potência negativa fracionária da frequência (i.e, $K' = A\omega^{-\alpha}$). A partir da equação 5.33, observa-se que esta relação é verificada e $K' = A'\omega^{1-\eta}$). KNIGHT & NUR (1987), observaram que α está relacionado à relação entre área superficial e volume na amostra.

De modo a derivar a assíntota de alta frequência de $\rho(\omega)$ dado pela equação 5.13 e que corresponde ao comportamento descrito pela equação 5.1 em frequências intermediárias, os seguintes parâmetros são introduzidos:

$$\mu_1 = (i\omega\tau_f)^{-\eta} \quad (5.34)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{i\omega\tau} \quad (5.35)$$

e a equação 5.13 foi reescrita na seguinte forma:

$$\rho(\omega) = \rho_o [1 - m(1 - \beta\mu_2\Gamma)] \quad (5.36)$$

onde

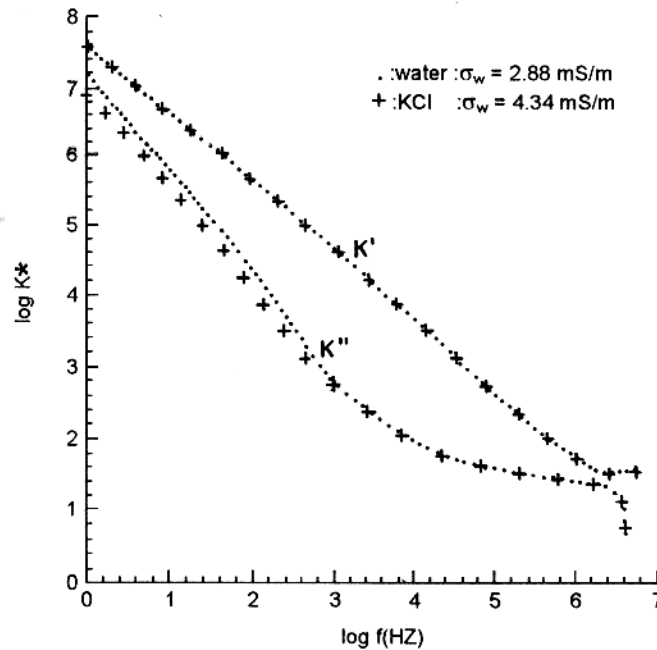


Figura 5.4 - Diagrama de Argand para dados experimentais de constante dielétrica em uma amostra de augita. (Reproduzido de SAINT AMANT & STRANGWAY, 1970 - Figura 7).

$$\Gamma = \frac{1 + \mu_1}{(1 + \mu_1)(1 + \beta\mu_2) + \mu_2}, e \quad (5.37)$$

$$\beta = \frac{1}{\alpha} = \frac{r}{R_1 + R_o} = \delta_r \quad (5.38)$$

Expandindo 5.37 na forma de uma série, tem-se

$$\Gamma = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} b_{pq} \mu_1^p \mu_2^q \quad (5.39)$$

Trabalhando com as equações 5.37 e 5.39 obtém-se a assíntota de alta frequência de $\rho(\omega)$ para a expressão dada por 5.13:

$$\rho(\omega) = \rho_o \left[1 - m \left(1 - \beta\mu_2 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} b_{pq} \mu_1^p \mu_2^q \right) \right] \quad (5.40)$$

com

$$b_{00} = 1 \quad (5.41)$$

$$b_{01} = -1 - \beta \quad (5.42)$$

$$b_{10} = 0 \quad (5.43)$$

$$b_{11} = 1 \quad (5.44)$$

$$b_{p0} = -b_{(p-1)0} = 0 \quad (5.45)$$

$$b_{0q} = -(1 + \beta)b_{0(q-1)} = [-(1 + \beta)]^q \quad (5.46)$$

$$b_{pq} = -b_{(p-1)q} - (1 + \beta)b_{p(q-1)} - \beta b_{(p-1)(q-1)} \quad (5.47)$$

Este resultado dará, para os primeiros termos do desenvolvimento em série, a expressão

$$\rho(w) = \rho_o[1 - m(1 - \beta\mu_2[1 + \mu_1\mu_2 - (1 + \beta)\mu_2^2])] \quad (5.48)$$

Os dois primeiros termos desta expressão resultam

$$\rho(w) \sim \rho_h[1 + \frac{m_h\delta_r}{i\omega\tau}] \quad (5.49)$$

onde

$$\rho_h = \rho_o(1 - m) \quad (5.50)$$

$$m_h = \frac{m}{1 - m} = \frac{R_o}{R_1} \quad (5.51)$$

Como $w = 2\pi f$ e definindo $AMP(w)$ e $\phi(w)$ como a amplitude e a fase da função impedância, então, no limite de alta frequência:

$$\lim_{w \rightarrow \infty} AMP(w) = \rho_o(1 - m) \quad \text{and} \quad \lim_{w \rightarrow \infty} \frac{d\{\log\phi\}}{d\{\log f\}} = 1$$

A Figura 5.5 apresenta uma curva típica para o modelo representado por 5.13 para um valor típico dos parâmetros apresentados na Tabela 5.1 e para o intervalo total de (10^{-12} a 10^{12} Hz).

As características mais representativas do modelo descrito nesta tese para frequências muito baixas são válidas aqui, mas algumas delas são especialmente importantes para um melhor entendimento deste novo modelo. Elas são descritas a seguir:

1) A fase da resistividade complexa (Figura 5.6c) mostra a presença de dois máximos e uma assíntota linear que faz um ângulo de 45 graus com os eixos da fase e da frequência em escala logarítmica e um valor assintótico de ($\frac{\pi}{2}$) em altas frequências. O primeiro máximo ocorre em frequências muito baixas (normalmente abaixo de 10 Hz) e está associado à polarização das interfaces rugosas fractais.

2) O segundo máximo ocorre em frequências intermediárias (entre 10 Hz e 10^6 Hz) e está associado com a polarização da dupla camada normal do material. Se as medidas forem realizadas em um espectro restrito estes máximos podem mal colocados dando uma interpretação errônea dos processos físicos envolvidos na polarização da rocha.

As Figuras 5.6 a 5.11 apresentam o diagrama de Argand, espectros de amplitude e fase da resistividade complexa dados pela relação 5.13.

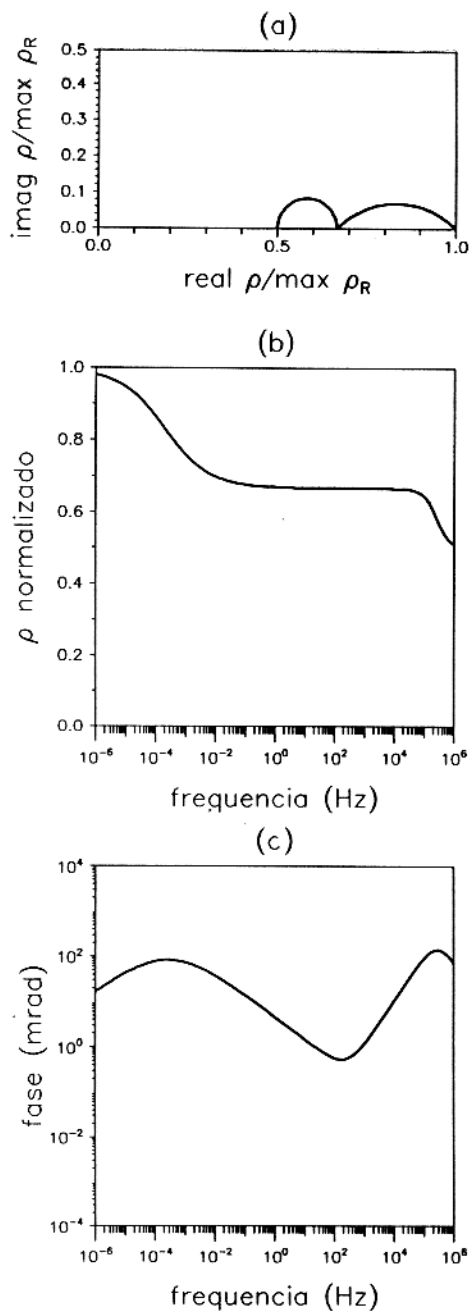


Figura 5.5 - Curva típica do novo modelo no intervalo de frequências de 10^{-12} a 10^{12} Hz, para $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa.

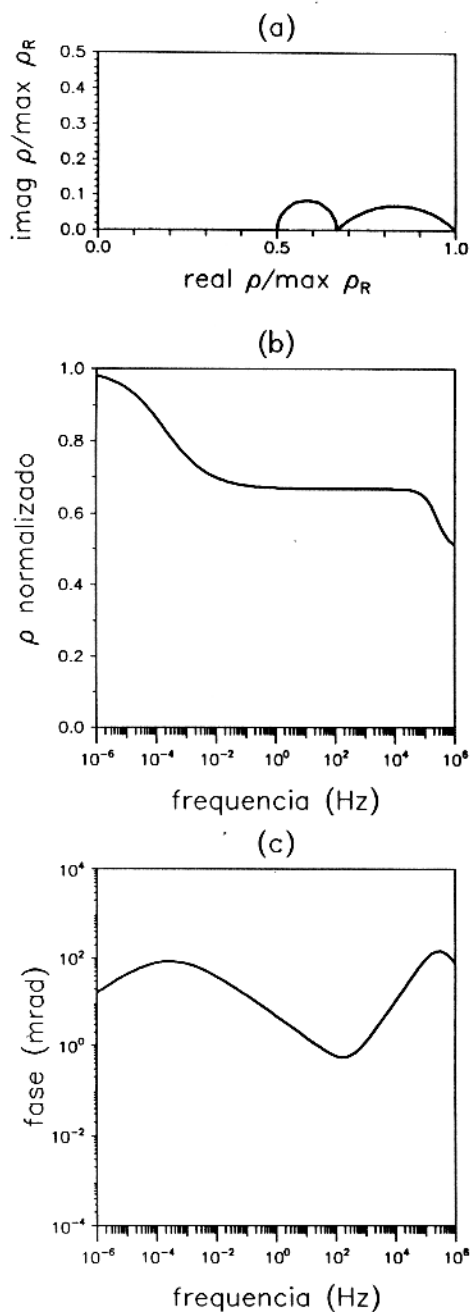


Figura 5.6 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\rho_o = 10^{-1}$; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 ohm.m .

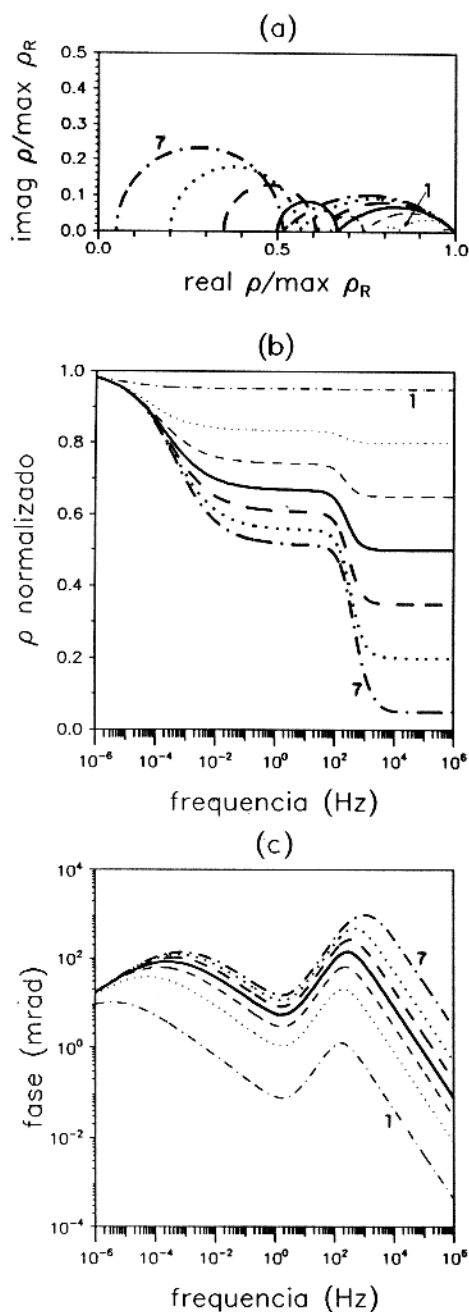


Figura 5.7 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $m = 0.05, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.80,$ e 0.95 .

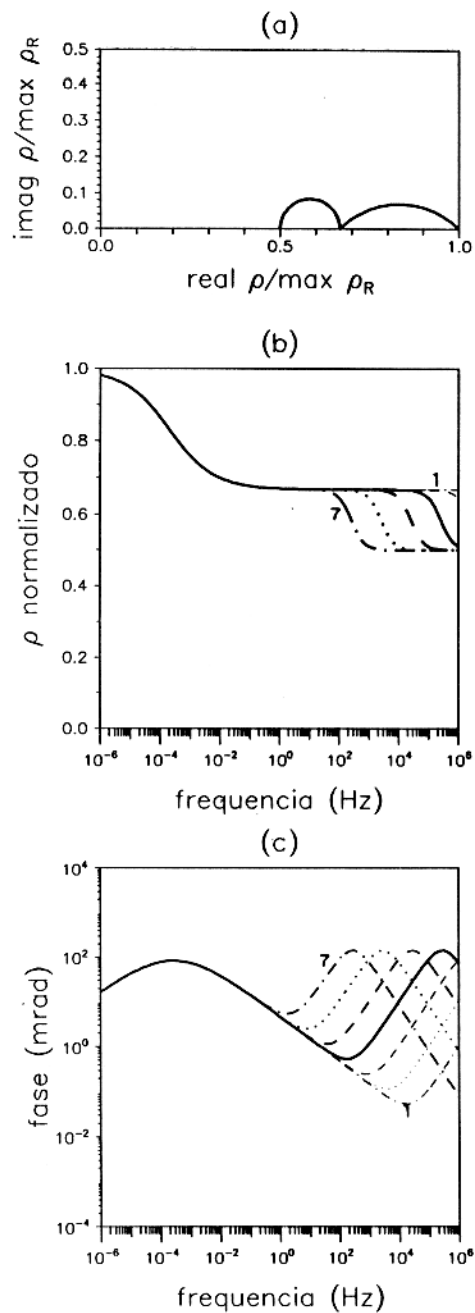


Figura 5.8 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau = 10^{-9}$; 10^{-8} ; 10^{-7} ; 10^{-6} ; 10^{-5} ; 10^{-4} ; e 10^{-3} s.

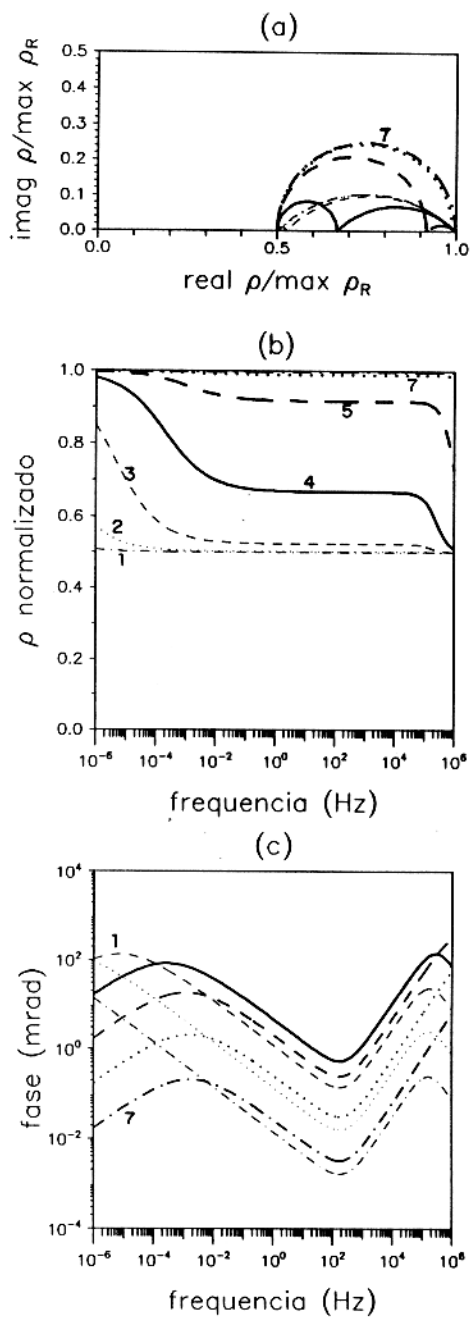


Figura 5.9 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\delta_r = 10^{-3}$; 10^{-2} ; 10^{-1} ; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; e 10^3 ohm.m .

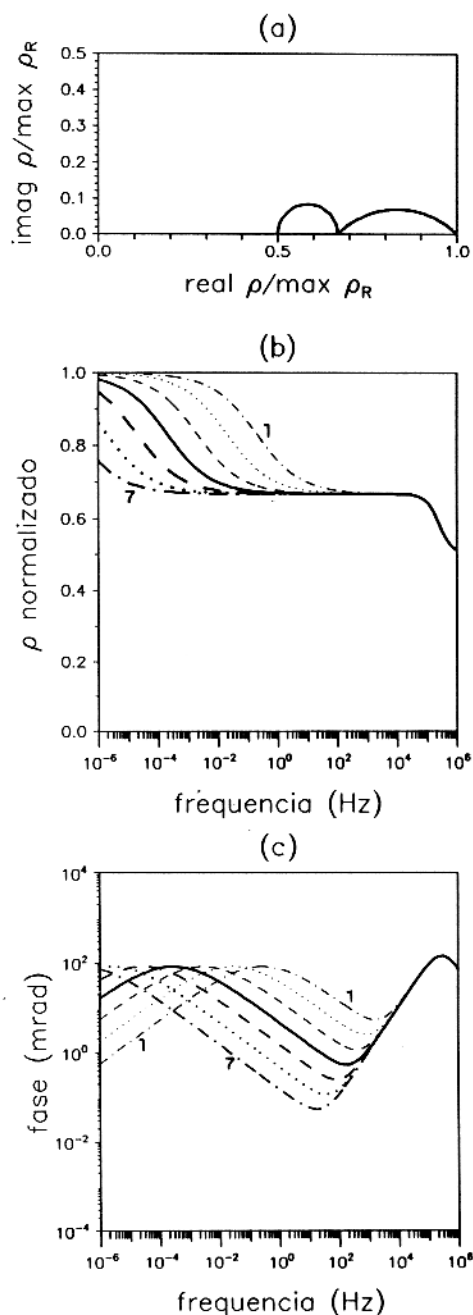


Figura 5.10 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau_f = 10^{-1}$; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 s.

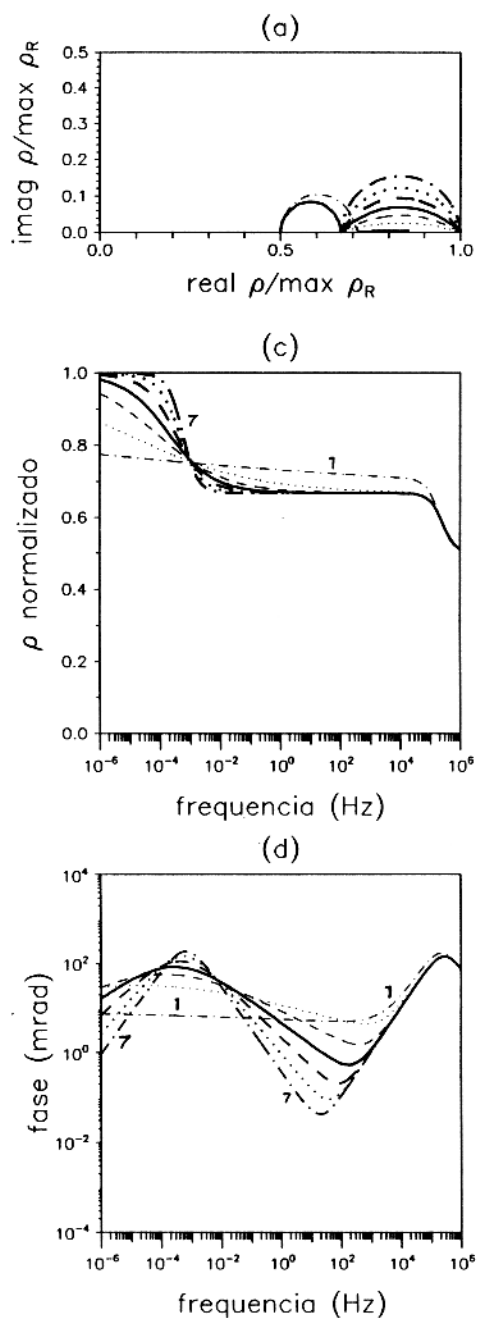


Figura 5.11 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-12} a 10^{12} Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$, $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (c) fase da resistividade complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\eta = 0.05, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.80,$ e 0.95 .

5.2.2 O regime de alta frequência

Usando a expressão 5.1 foi feita uma análise da influência dos parâmetros ρ_0 , m , τ , δ_r , K , η e τ_0 , procurando determinar o efeito de cada um deles no comportamento global do modelo. Os intervalos utilizados nesta análise são os mesmos mostrados previamente na Tabela 5.1.

Os gráficos apresentados nas Figuras 5.12 a 5.18 mostram os efeitos dos diferentes parâmetros na resposta do modelo.

O efeito de ρ_0 se faz sentir marcadamente na constante dielétrica, tanto real quanto imaginária. Os demais parâmetros afetam levemente a constante dielétrica real e quase não têm nenhum efeito na sua parte imaginária. Isto deve ser considerado como um impedimento à determinação precisa de alguns parâmetros quando se utiliza apenas a constante dielétrica. Além disso, ρ_0 controla a assíntota de baixa frequência da curva de resistividade complexa.

O efeito de m se dará no valor da variação da amplitude da resistividade complexa; seu efeito também se fará sentir na amplitude dos máximos de fase. Fases menores que 10mrad corresponderão a valores pequenos de m . No diagrama de Argand o aumento do valor de m se refletirá na maior extensão dos arcos de Cole-Cole.

O parâmetro δ_r tem um efeito muito forte na excursão dos espectros de amplitude e fase da condutividade complexa. Para altos valores de δ_r , essa excursão é deslocada para altas frequências, levando o material a apresentar uma curva de relaxação semelhante à do modelo de Debye. Observando o significado físico de δ_r , entende-se que, quanto maior a resistividade dos grãos bloqueadores, mais o material se comporta como um dielétrico de Debye.

O efeito de τ é de deslocar a frequência intermediária de relaxação. Quanto maior τ , menor a frequência de relaxação associada à ausência de polarização nas interfaces fractais. τ_f controla a frequência de relaxação em baixas frequências, enquanto τ_0 controla a frequência de relaxação em altas frequências. Esses tempos de relaxação não afetam nem os valores assintóticos das amplitudes nem os máximos ou mínimos de fase.

O efeito de η é marcante tanto nas curvas de amplitude quanto nas de fase. O valor assintótico da inclinação das curvas de fase em escala bilogarítmica fornece o valor de η . Quanto menor o valor de η , mais as curvas de fase são suavizadas. No diagrama de Argand o valor de η leva a uma variação na amplitude do arco correspondente às baixas frequências.

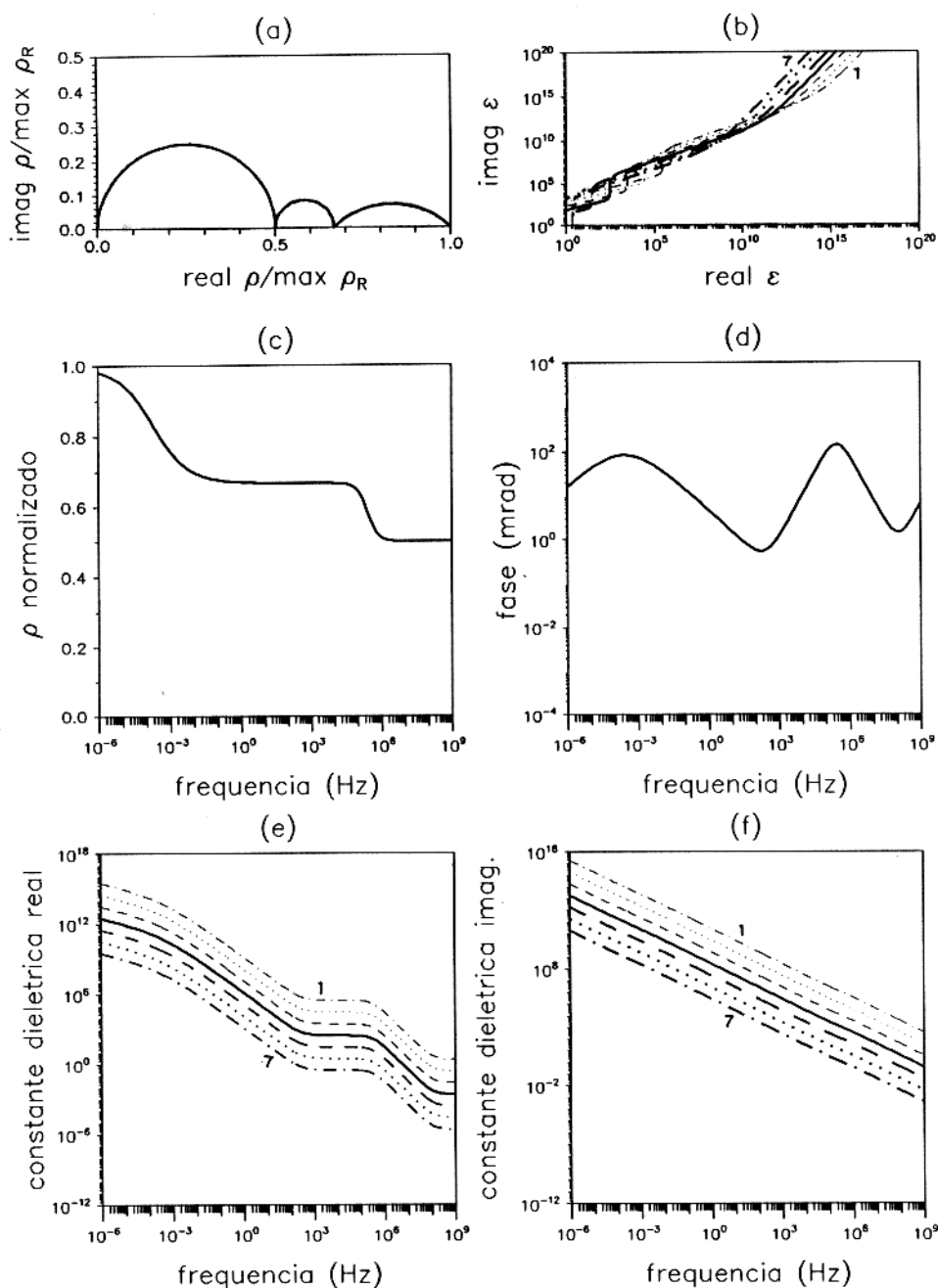


Figura 5.12 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-6} a 10^9 Hz, fixando-se $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-12}$ s; (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\rho_o = 10^{-1}$; 1.0 ; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 ohm.m .

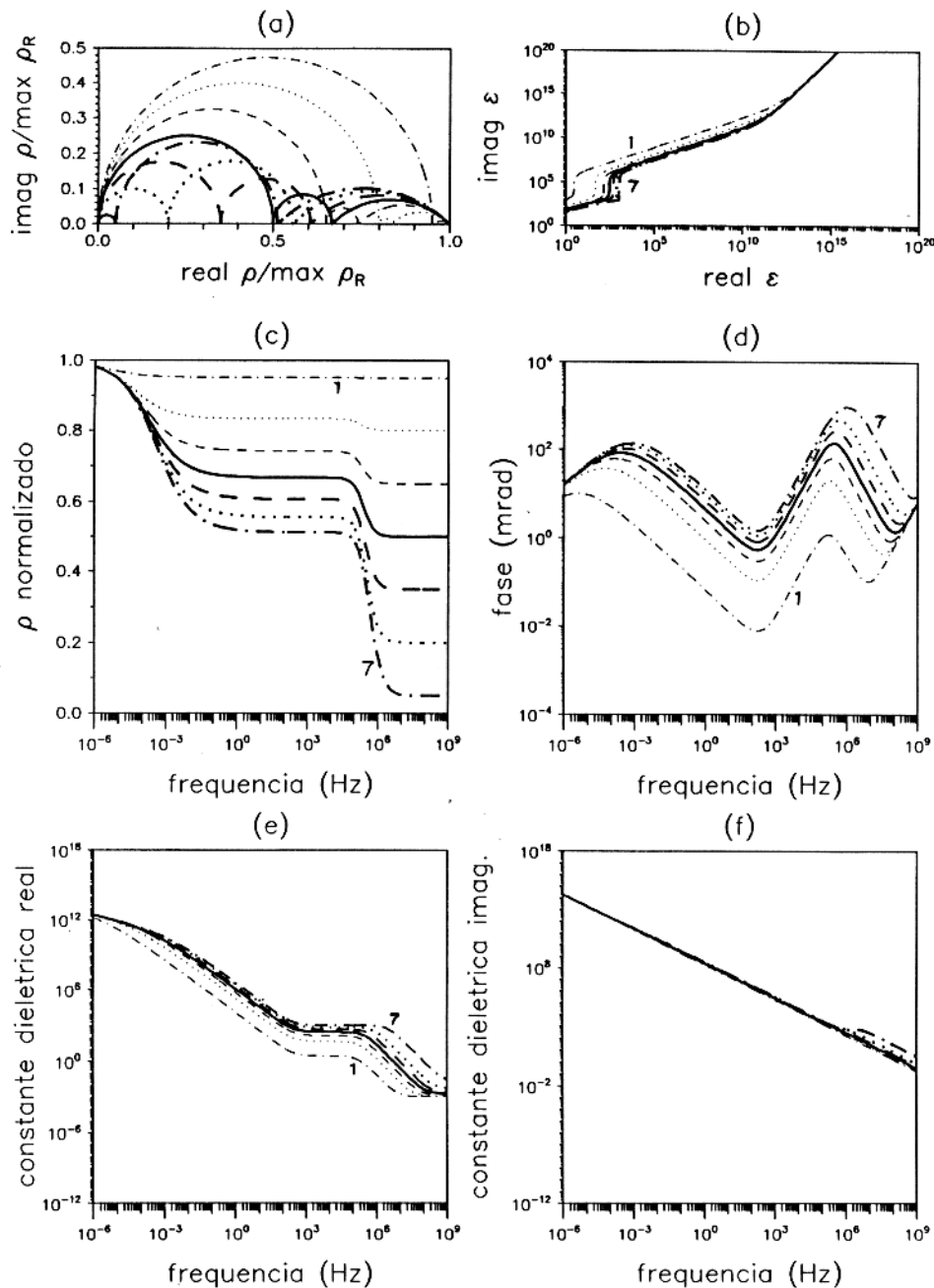


Figura 5.13 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-6} a 10^9 Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $m = 0.05, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.80, \text{ e } 0.95$.

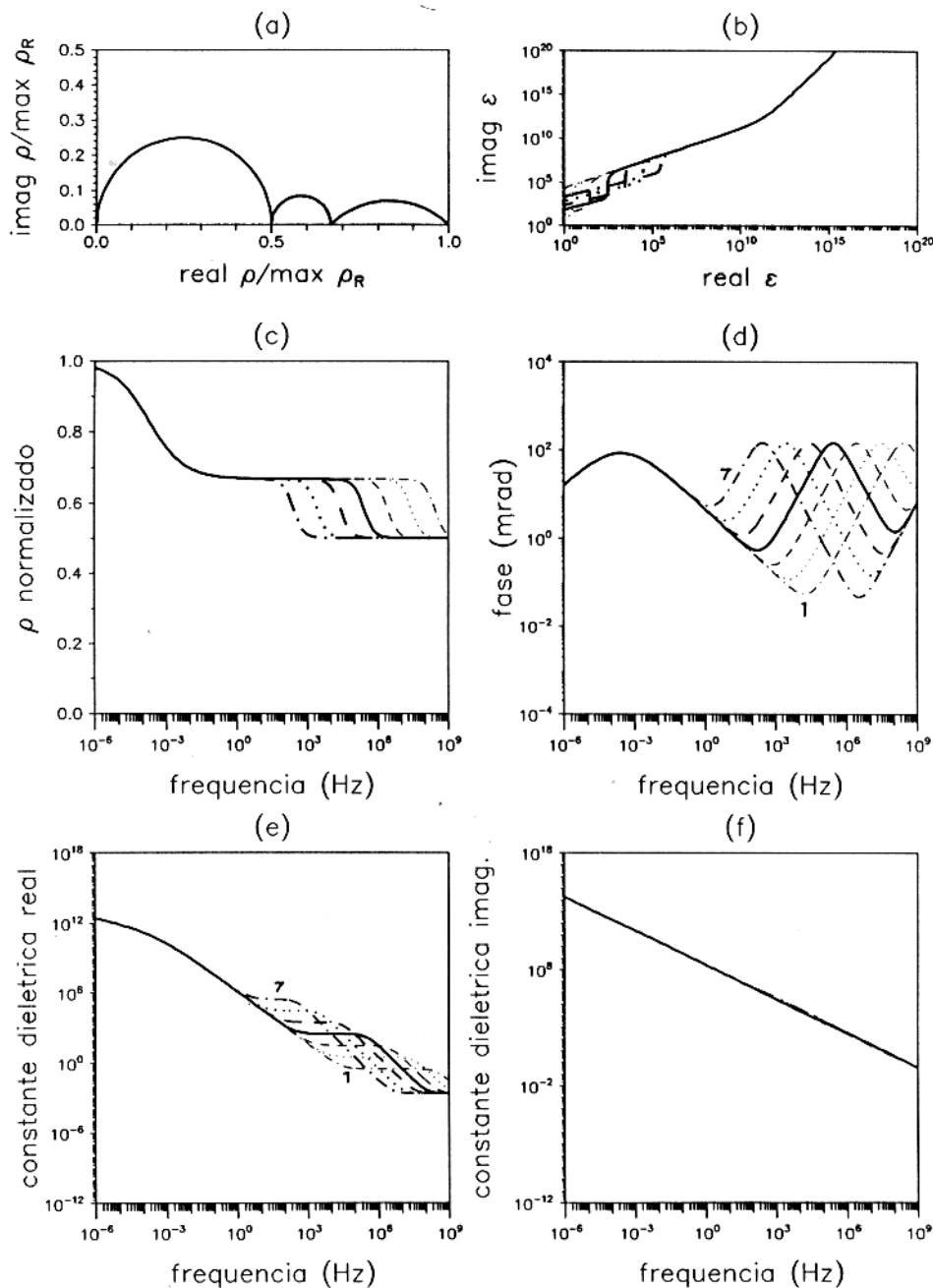


Figura 5.14 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-6} a 10^9 Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau = 10^{-9}$; 10^{-8} ; 10^{-7} ; 10^{-6} ; 10^{-5} ; 10^{-4} ; e 10^{-3} s.

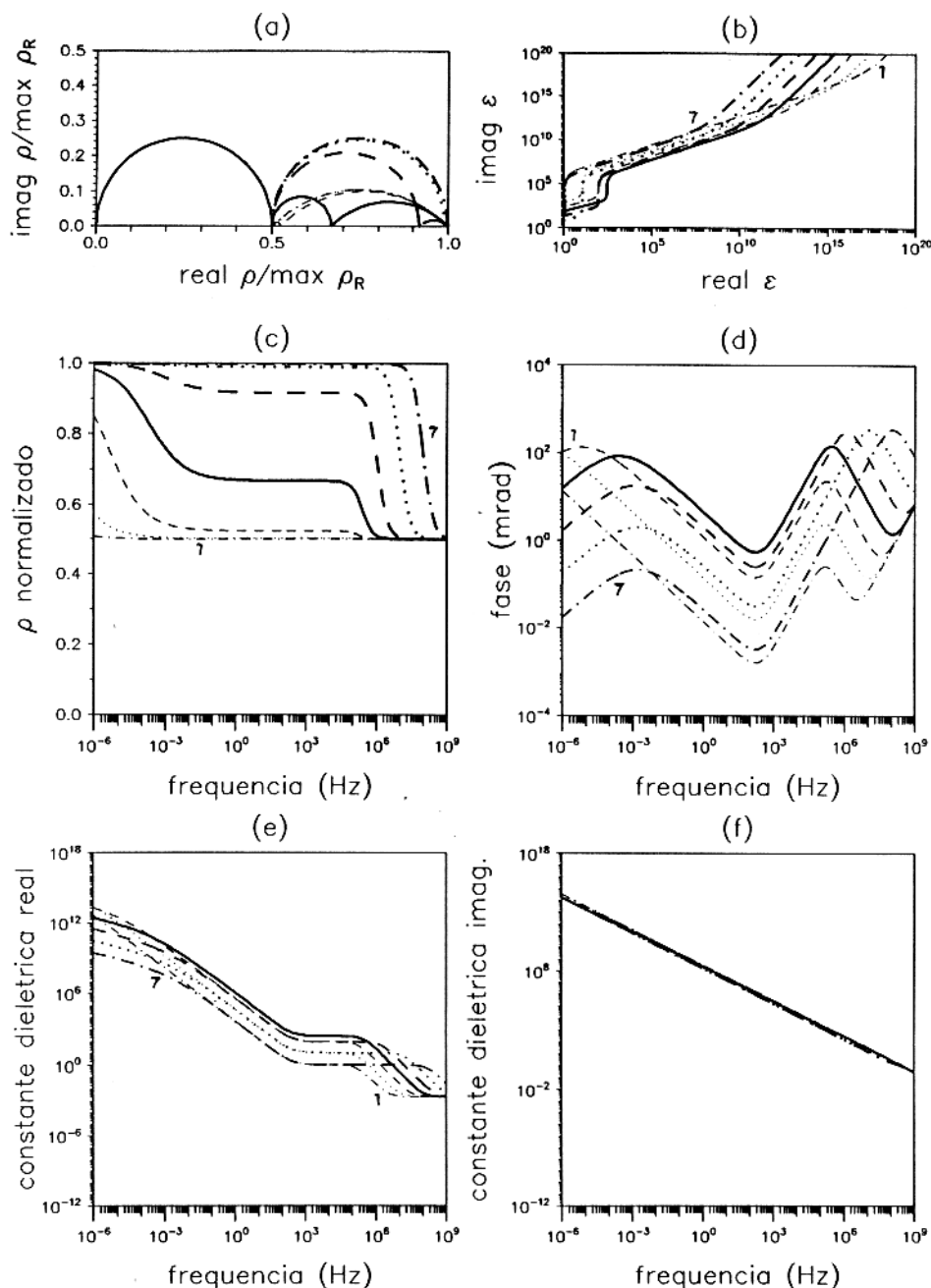


Figura 5.15 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-6} a 10^9 Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\tau_f = 100$ s, $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\delta_r = 10^{-3}$; 10^{-2} ; 10^{-1} ; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; e 10^3 ohm.m

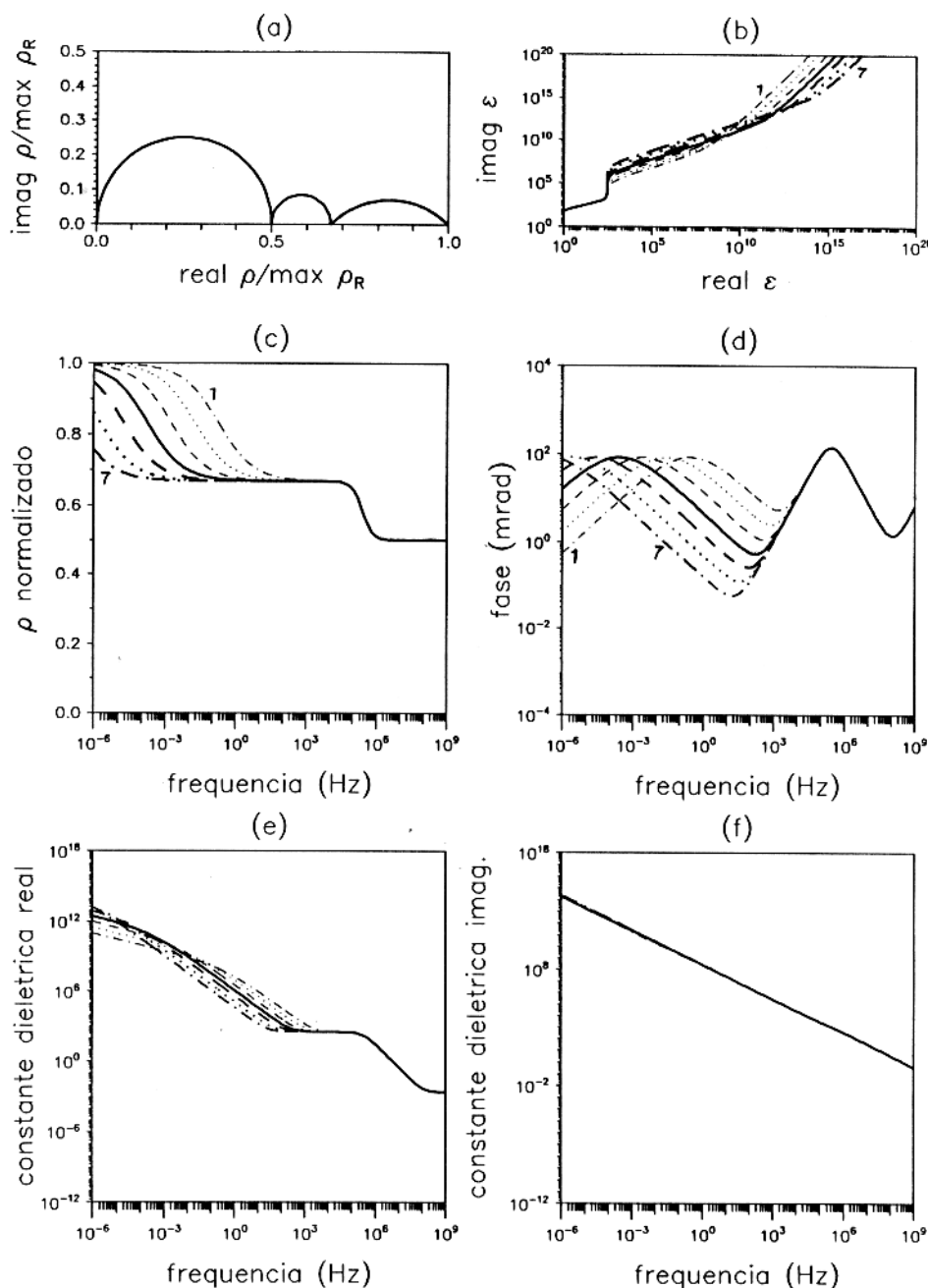


Figura 5.16 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-6} a 10^9 Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\eta = 0.5$ e $\tau_o = 10^{-6}$ s. (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau_f = 10^{-1}$; 1.0; 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; e 10^5 s.

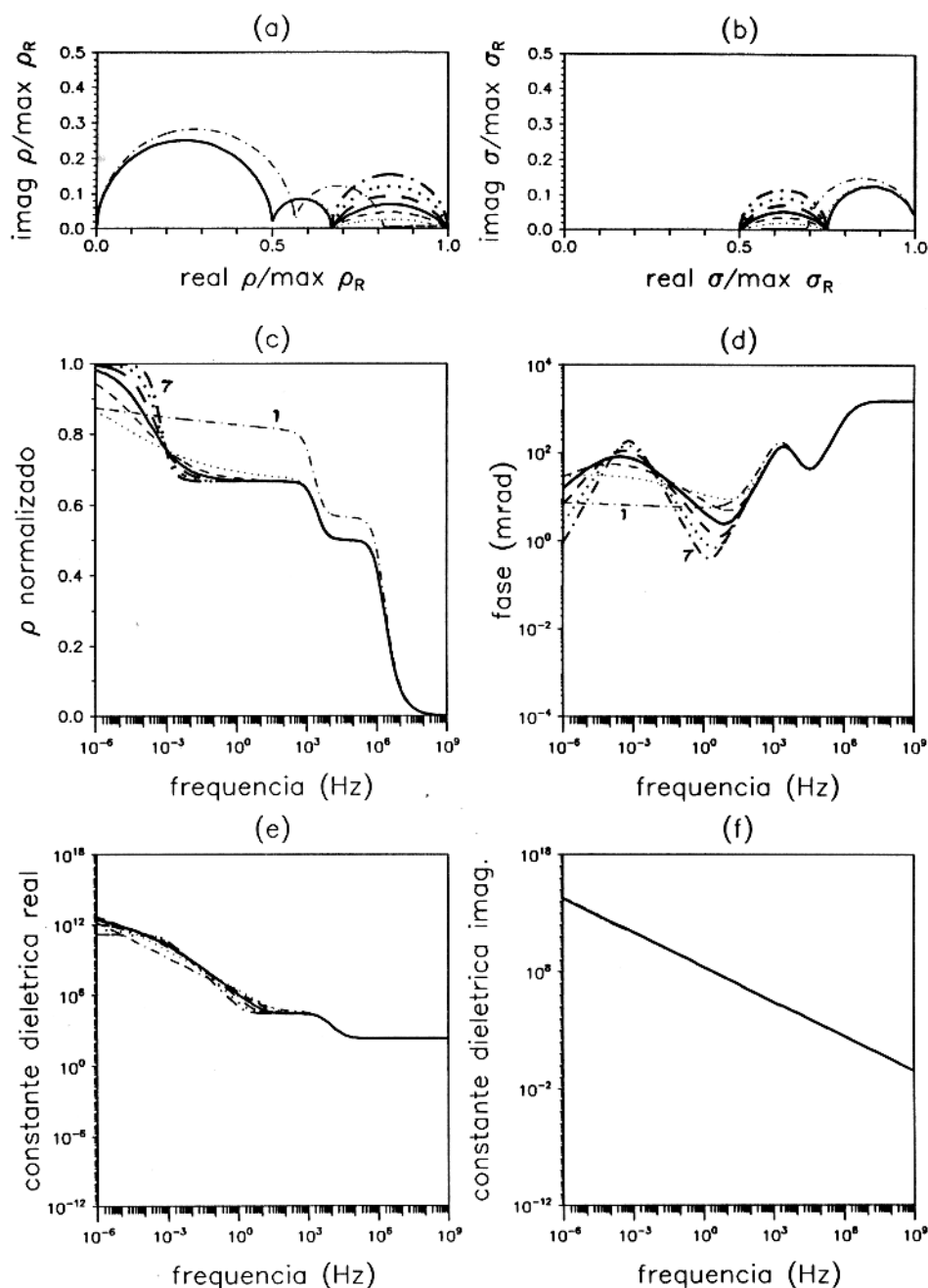


Figura 5.17 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-6} a 10^9 Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$, $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, e $\tau_o = 10^{-6}$ s 0.5; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, e $\eta = 0.5$; (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade *real* ρ e *imag* ρ normalizados o valor máximo de *real* ρ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\eta = 0.05, 0.20, 0.35, 0.50, 0.65, 0.80, \text{ e } 0.95$.

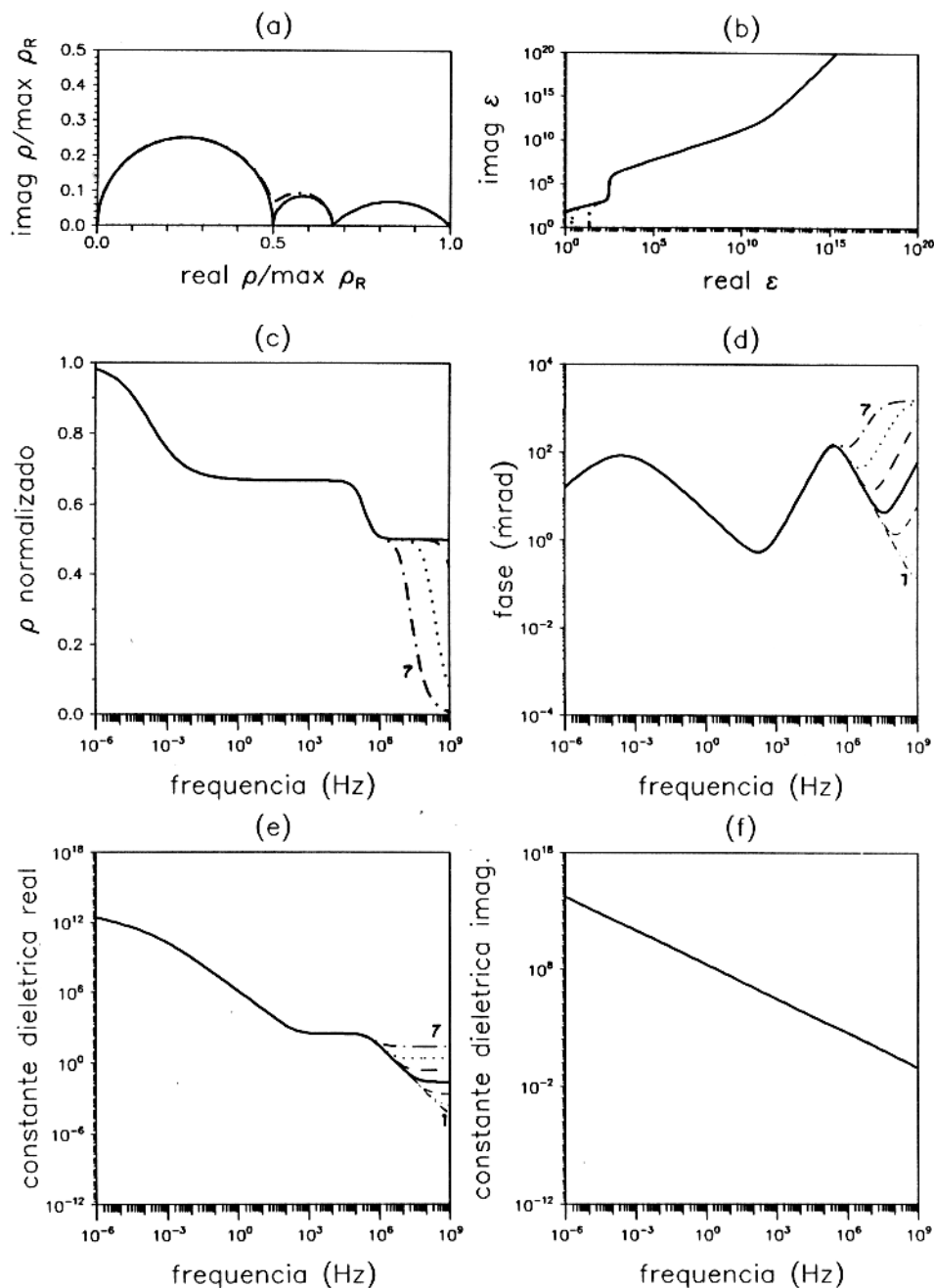


Figura 5.18 - Família de curvas para o novo modelo no intervalo de frequências 10^{-6} a 10^9 Hz, fixando-se $\rho_o = 10^2$ ohm.m; $m = 0.5$; $\tau = 10^{-6}$ s, $\delta_r = 1.0$; $\tau_f = 100$ s, e $\eta = 0.5$; (a) Diagrama de Argand da resistividade complexa, valores de resistividade $\text{real } \rho$ e $\text{imag } \rho$ normalizados o valor máximo de $\text{real } \rho$ (ρ_o); (b) Diagrama de Argand da constante dielétrica complexa; (c) espectro de amplitude da resistividade normalizado para o valor de ρ_o ; (d) fase da resistividade complexa; (e) parte real da constante dielétrica complexa; (f) parte imaginária da constante dielétrica complexa. Curvas n. 1,2,3,4,5,6, e 7, respectivamente para $\tau_o = 10^{-15}$; 10^{-14} ; 10^{-13} ; 10^{-12} ; 10^{-11} ; 10^{-10} ; e 10^{-9} s.

6 - TESTE EXPERIMENTAL DO NOVO MODELO

O desempenho do modelo proposto nesta tese foi testado contra dados experimentais de resistividade e constante dielétrica complexas. O método utilizado para realizar os ajustes é baseado em um algoritmo desenvolvido por RICHARDSON & KUESTER (1973) usando um método "complex" proposto por BOX (1965). Este método é uma busca seqüencial, muito efetiva na solução de problemas não-lineares com qualquer tipo de norma, tornando possível a obtenção de um mínimo global. Os pontos de busca são dispersos aleatoriamente em todo o domínio fisicamente possível.

A função objetiva para o ajuste simultâneo das curvas de amplitude e fase foi definida pela soma dos quadrado do logaritmo das relações entre os valore observado e ajustado para a mesma frequência.

O erro no ajuste foi calculado separadamente para as curvas de amplitude e fase no ponto de mínimo usando a relação

$$e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - f_i)^2}{x_i^2}} \quad (6.1)$$

onde x_i são valores observados e f_i são valores ajustados.

6.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos a partir da digitalização de dados experimentais publicados na literatura por diversos autores para a resistividade e constante dielétrica complexas de rochas sedimentares, metamórficas e ígneas.

Os dados experimentais de laboratório bem como as curvas ajustadas e a descrição mineralógica das amostras e parâmetros obtidos com o ajuste, são apresentados nos Apêndices A a E.

6.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os parâmetros obtidos para todas as amostras estudadas mostra que os três tempos de relaxação associados ao novo modelo representam processos físicos bem distintos. O tempo de relaxação global, (τ_o), é normalmente da ordem de picossegundos, enquanto o tempo de relaxação da dupla camada, (τ), é de microssegundos e o tempo de relaxação fractal, (τ_f), é da ordem de milissegundos.

A análise dos resultados foi realizada agrupando-se as amostras de acordo com os diferentes tipos de materiais ou com alguma característica mais evidente ou mais importante.

6.2.1 Eletrodos Metálicos em Solução Iônica

Se tivermos um único eletrodo metálico em um ambiente eletrolítico é de se esperar que o modelo aqui proposto aqui não esteja completo. Como não existem grãos "bloqueadores" a cargueabilidade será total, isto é, m será muito alto (próximo de 1), enquanto o valor de δ_r se aproxima de zero. Este tipo de comportamento é esperado pois temos uma única interface metal(eletrodo)-eletrólito e a polarização será total ($m = 1$). KLEIN & SILL(1982) mediram a impedância de uma única interface pirita-elétrólito (amostra KL1) e os resultados do ajuste concordam com esta interpretação. O mesmo ocorre para amostra Oh4 e Oh5 (OLHOEFT, 1985) onde o valor de m é também muito alto. Nas amostras contendo sulfetos metálicos o valor de m mostra-se elevado (Apêndices A e D)

6.2.2 Amostras Sintéticas

KLEIN & SILL (1982) mediram a resistividade complexa de amostras artificiais feitas com grânulos de vidros e contendo argila (amostra KL3) ou pirita (amostra KL2) disseminadas. MAHAN et al. (1986) mediram a resistividade complexa de amostras artificiais formadas por uma matriz quartzosa contendo diferentes teores de pirita e calcopirita. Os valores dos parâmetros para a amostra contendo pirita de KLEIN & SILL são compatíveis com os obtidos para as amostras de MAHAN et al. As Figuras 5.1 e 5.2 sugerem alguma correlação entre o tamanho dos grãos de sulfeto e a porosidade com a razão de resistividade dos grãos (δ_r), o tempo de relaxação fractal (τ_f), o tempo de relaxação da dupla camada (τ) e o expoente fractal de frequência (η).

O aumento do tempo de relaxação com o aumento do tamanho do grão de sulfeto está relacionado ao aumento do volume que terá de ser atravessado pela corrente quando o grão

aumenta. Isso irá se refletir num aumento de r e, conseqüentemente, no aumento do tempo de relaxação. O aumento de δ_r dar-se-á pelo mesmo motivo, pois esse parâmetro depende diretamente de r . O aumento do tempo de relaxação fractal e do expoente fractal com o tamanho do grão pode estar relacionado à maior chance de interação que as cargas terão em um maior volume fractal.

O aumento do expoente fractal com a teor de sulfeto mostra uma possibilidade de prospectar o teor desses minérios a partir de medidas de resistividade complexa.

1) Calcários

ZONGE et al.(1972) mediram uma amostra de calcário grafítico. Os valores dos parâmetros obtidos para esta amostra são intermediários em relação aos obtidos para outros materiais. Apenas o valor de m é alto (quando comparado ao de outras rochas) por causa da intensa disseminação de grafita neste material. A amostra medida por FRASER et al. (1964) não apresenta um alto valor de η . Isto pode estar ligado à menor fractalidade desse material em relação aos sulfetos metálicos.

2) Silte

As amostras de siltito (Figura B.1) mostram em geral o mesmo comportamento de materiais contendo argilas. ZONGE et al.(1972) mediram a resistividade complexa de um siltito metamorfsado para o qual foram obtidos valores similares aos encontrados para dados de outros autores.

O teor de sulfeto parece ter grande influência nos valores de τ que são maiores, na média, para amostras contendo sulfetos. É preciso lembrar que a influência da textura da rocha em relação à mineralização é um fator muito importante na resposta em frequência da resistividade complexa.

A presença de mineralização maciça aumenta consideravelmente os valores de η .

6.2.3 Rochas contendo grafita

ZONGE et al.(1972) mediram a condutividade complexa de calcário grafítico para os quais encontramos valores de η relativamente baixos e muito baixos valores da razão de resistividade dos grãos. O mesmo ocorre com as amostras de Olhoeft. As medidas de campo realizadas por PELTON et al.(1978) sobre depósitos grafíticos mostram resultados semelhantes.

Tabela 6.1 - Descrição mineralógica das amostras de SCOTT et al. (1967), e GARROUCH & SHARMA (1994).

Amostra	Descrição Mineralógica
G1	areia argilosa saturada com solução de 20 000ppm NaCl
S1	folhelho Mancos (siltito carbonáceo) com pirita, teor de água 3.8%

Tabela 6.2 - Parâmetros do modelo para dados de SCOTT et al. (1982) e GARROUCH & SHARMA (1994).

Amostra	ρ_o <i>ohm.m</i>	m	δ_r	τ <i>μs</i>	τ_f <i>(μs)</i>	η	τ_o <i>(ns)</i>
S1	172.6	0.389	1.97	0.169	0.114	0.287	12.17
G1	48.90	0.578	0.19	0.934	17.47	0.746	7.41

6.2.4 Solos e Rochas Contaminadas com Poluentes Orgânicos e Químicos

OLHOEFT (1985) e VANHALA et al. (1992) estudaram a influência de contaminantes orgânicos e químicos na condutividade complexa. O apêndice E apresenta os resultados obtidos para amostras de tilito glacial contaminado com poluentes químicos (tolueno, etileno e heptano). Foi verificado que a presença de poluentes, em geral, aumenta o valor de η , podendo significar um aumento da fractalidade do meio.

Para amostras de solo contaminado com lixo orgânico (OLHOEFT, 1985), o valor de η é mais baixo.

Dois conjuntos de dados de constante dielétrica foram ajustados: um de SCOTT et al.(1967) e outro de GARROUCH & SHARMA (1994), ambos para rochas sedimentares. Os valores obtidos para os parâmetros do modelo utilizando dados de constante dielétrica são compatíveis com os parâmetros obtidos para amostras similares utilizando dados de resistividade complexa. Isto demonstra que, apesar da menor sensibilidade da constante dielétrica (Capítulo 5), é possível a determinação dos parâmetros fractais a partir de dados dielétricos.

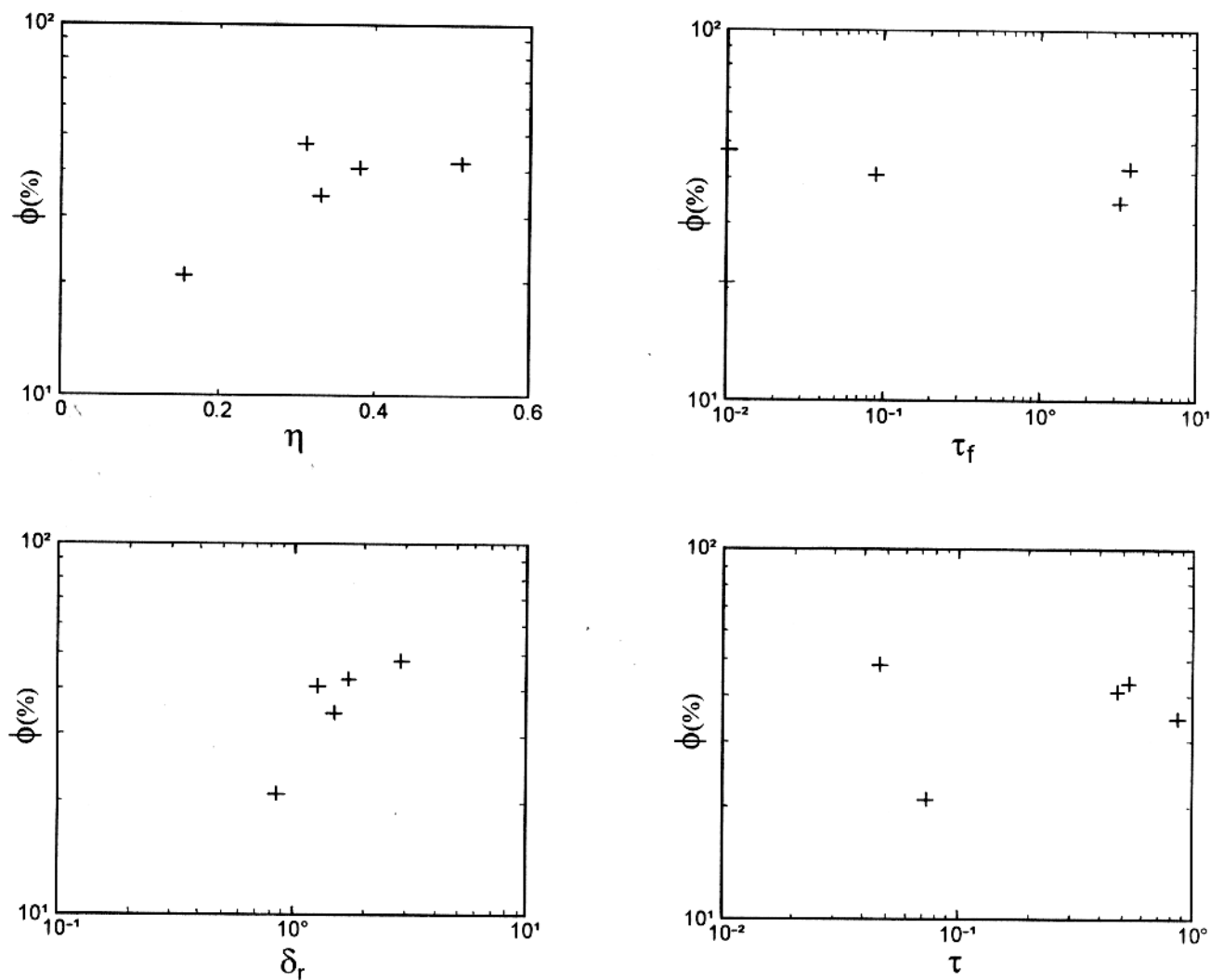


Figura 6.1 - Porosidade (ϕ) versus expoente fractal de frequência (η), tempo de relaxação fractal (τ_f), razão de resistividade de grão (δ_r) e tempo de relaxação da dupla camada (τ) para amostras M10, M11, M12, M13 e M14 de MAHAN et al. (1986).

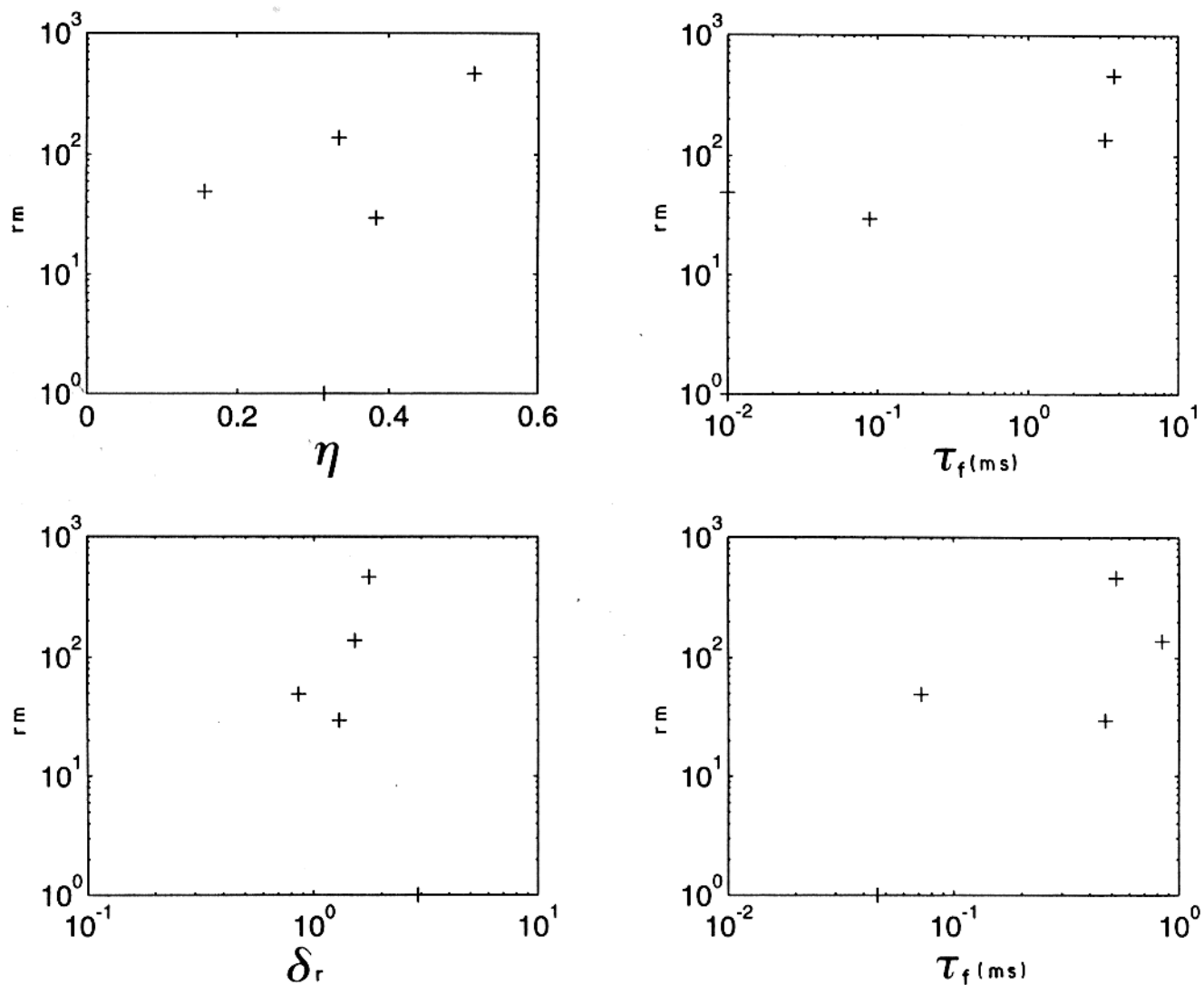


Figura 6.2 - Tamanho dos grãos de sulfeto (r_m) versus expoente fractal de frequência (η), tempo de relaxação fractal (τ_f), razão de resistividade dos grãos (δ_r) e tempo de relaxação da dupla camada (τ) para amostras M10, M11, M12, M13 e M14 de MAHAN et al. (1986).

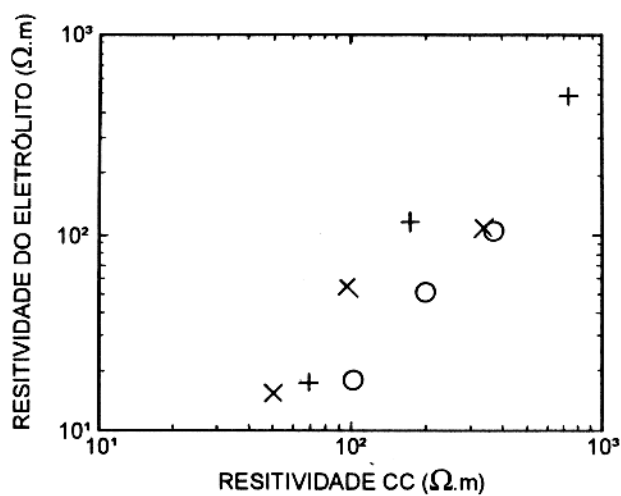


Figura 6.3 - Resistividade do eletrólito versus resistividade DC para três conjuntos de amostras com o mesmo conteúdo mineralógico variando a resistividade do eletrólito.

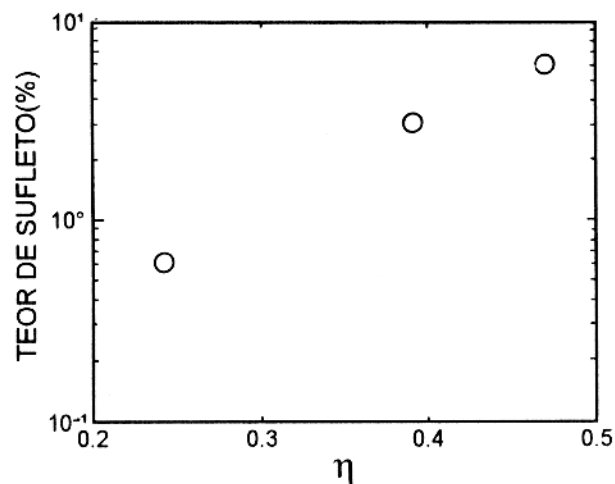


Figura 6.4 - Expoente fractal versus teor de sulfeto para um conjunto de amostras com o mesmo conteúdo mineral, e diferentes teores de sulfeto (C_p)

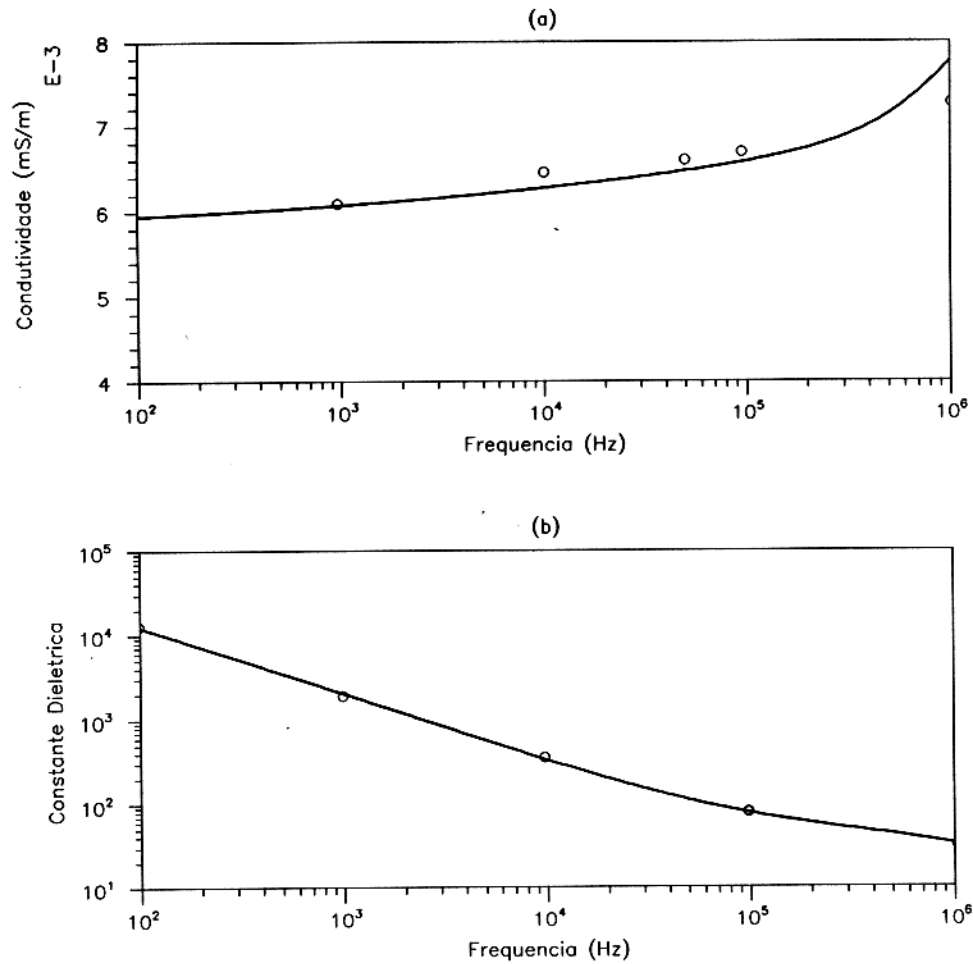


Figura 6.5 - Dados experimentais e curva ajustada para dados de constante dielétrica complexa de SCOTT et al. (1968).

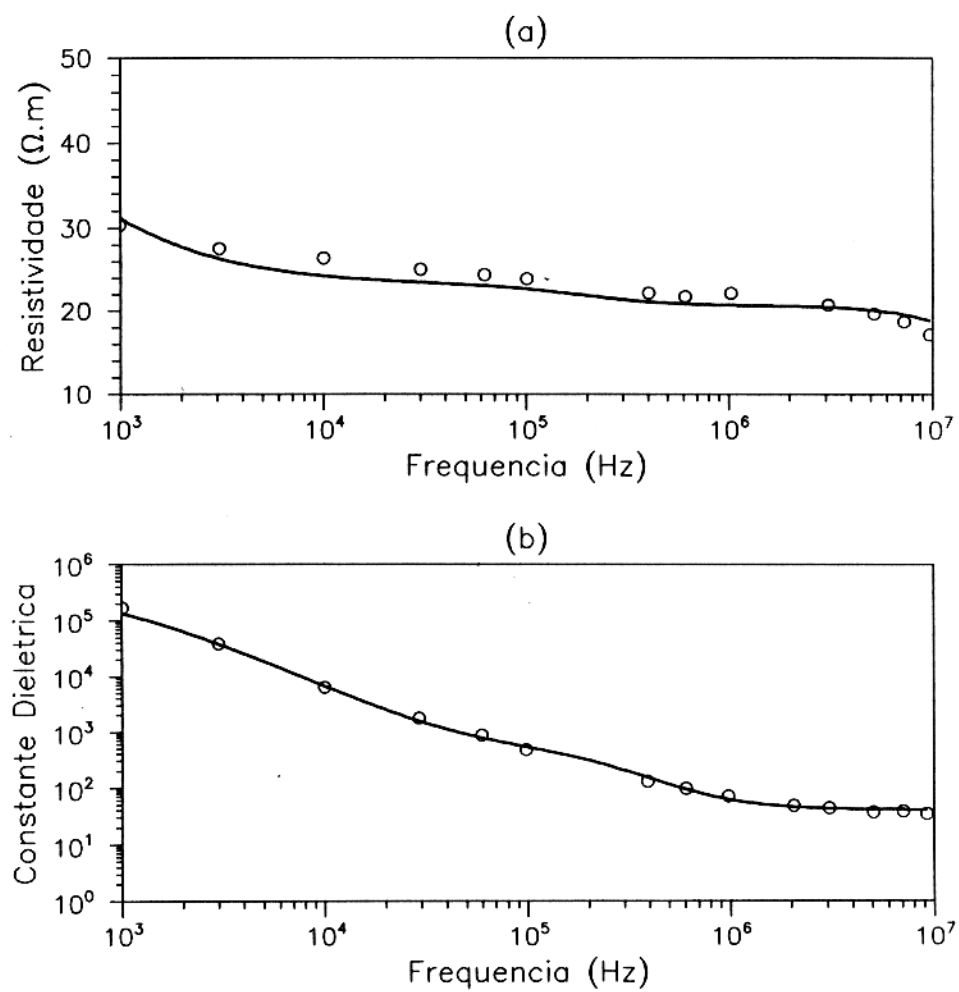


Figura 6.6 - Dados experimentais e curva ajustada para dados de constante dielétrica complexa de GARROUCH & SHARMA (1994).

7 - RESPOSTA DE POLARIZAÇÃO INDUZIDA SOBRE UM TERRENO POLARIZÁVEL

A Figura 7.1 apresenta uma configuração de eletrodos no arranjo dipolo-dipolo colinear de forma a medir a resistividade do terreno sobre uma terra de N-camadas. Uma corrente é introduzida no terreno através dos eletrodos A e B e a tensão é medida entre os eletrodos M e N. Na configuração normal tipo dipolo-dipolo, o espaçamento entre os eletrodos de corrente e os eletrodos de potencial é fixo e a distância entre os dois pares de eletrodos é um múltiplo do comprimento do dipolo, L , (normalmente de 1 a 7 vezes)

Para calcular a tensão medida nos eletrodos receptores, o problema eletromagnético para a configuração dipolo-dipolo deverá ser resolvido. Iniciando com as equações de Maxwell, e assumindo uma dependência temporal para os campos do tipo $e^{-i\omega t}$

$$\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu\vec{H} \quad (7.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\epsilon\vec{E} + \sigma\vec{E} + \vec{J}_s \quad (7.2)$$

onde \vec{J}_s é a corrente injetada no meio.

Considerando uma função condutividade complexa (σ^*) que combina a condutividade (σ)

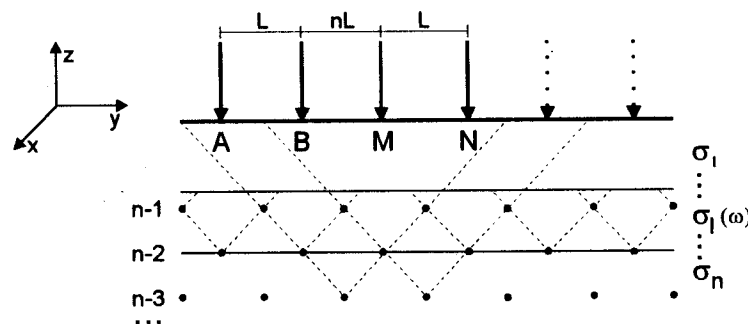


Figura 7.1 - Geometria da configuração dipolo-dipolo colinear

e o fator de deslocamento ($i\omega\epsilon$), a densidade de corrente J pode ser escrita como

$$\bar{J} = \sigma^* \bar{E} \quad (7.3)$$

e a equação 7.2 pode ser escrita como

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \bar{J}_s \quad (7.4)$$

Aplicando o operador divergência às equações 7.1 e 7.2, obtém-se

$$\nabla \cdot \bar{H} = 0 \quad (7.5)$$

$$\nabla \cdot \bar{J} = -\nabla \cdot \bar{J}_s \quad (7.6)$$

onde o lado esquerdo da equação 7.6 é devido ao acúmulo de carga causada pela corrente injetada. Da equação 7.5, podemos representar \bar{H} como

$$\bar{H} = \nabla \times \bar{A} \quad (7.7)$$

pois

$$\nabla \cdot (\nabla \times \bar{A}) = 0 \quad (7.8)$$

Das equações 7.1 e 7.7, tem-se

$$\nabla \times (\bar{E} - i\omega\mu\bar{A}) = 0 \quad (7.9)$$

que resultam em

$$\bar{E} = i\omega\mu\bar{A} - \nabla\phi \quad (7.10)$$

visto que

$$\nabla \times (\nabla\phi) = 0 \quad (7.11)$$

Das equações 7.4, 7.3, 7.7 e 7.10, e considerando um meio homogêneo não limitado, obtém-se

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} = k^2 \bar{A} - \sigma^* \nabla\phi + \bar{J}_s \quad (7.12)$$

onde

$$k^2 = i\omega\mu\sigma^* \quad (7.13)$$

Empregando a identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) - \nabla^2 \bar{A} \quad (7.14)$$

e introduzindo a condição de que

$$\nabla \cdot \bar{A} = -\sigma^* \phi \quad (7.15)$$

a equação 7.12 reduz-se a

$$\nabla^2 \bar{A} + k^2 \bar{A} = -\bar{J}_s \quad (7.16)$$

Substituindo as equações 7.3 e 7.10 na equação 7.6 e usando a condição dada pela equação 7.15, obtém-se

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = \frac{1}{\sigma^*} \nabla \cdot \bar{J}_s \quad (7.17)$$

Definindo a função de Green escalar $g(\bar{r}, \bar{r}')$ como a solução da seguinte equação diferencial

$$\nabla^2 g(\bar{r}, \bar{r}') + k^2 g(\bar{r}, \bar{r}') = -\delta(\bar{r}, \bar{r}') \quad (7.18)$$

cuja solução é dada por

$$g(\bar{r}, \bar{r}') = \frac{e^{ik|\bar{r}-\bar{r}'|}}{4\pi|\bar{r}-\bar{r}'|} \quad (7.19)$$

Das equações 7.18, 7.19, 7.16 e 7.17, obtém-se

$$A(\bar{r}) = \int d\bar{r}' \frac{e^{ik|\bar{r}-\bar{r}'|}}{4\pi|\bar{r}-\bar{r}'|} \bar{J}_s(\bar{r}') \quad (7.20)$$

$$\phi(\bar{r}) = -\frac{1}{\sigma^*} \int d\bar{r}' \frac{e^{ik|\bar{r}-\bar{r}'|}}{4\pi|\bar{r}-\bar{r}'|} \nabla' \cdot \bar{J}_s(\bar{r}') \quad (7.21)$$

Das equações 7.10, 7.20, e 7.21, obtém-se

$$\bar{E}(\bar{r}) = i\omega\mu \int d\bar{r}' \frac{e^{ik|\bar{r}-\bar{r}'|}}{4\pi|\bar{r}-\bar{r}'|} \bar{J}_s(\bar{r}') + \frac{1}{\sigma^*} \nabla \int d\bar{r}' \frac{e^{ik|\bar{r}-\bar{r}'|}}{4\pi|\bar{r}-\bar{r}'|} \nabla' \cdot \bar{J}_s(\bar{r}') \quad (7.22)$$

Para um dipolo orientado paralelamente ao eixo dos y , localizado em $x = 0$, $z = z_0$ e de comprimento L que se estende de $y = y_1$ até $y = y_2$ ($y_2 > y_1$ com $y_2 - y_1 = L$), sua densidade de corrente volumétrica é dada por

$$\bar{J}_s(\bar{r}) = \hat{y} I \delta(x) \delta(z - z_0) [H(y - y_1) - H(y - y_2)] \quad (7.23)$$

onde $H(\cdot)$ é a função de Heaviside (degrau). Observemos que, para um dipolo infinitesimal, onde $y_2 - y_1 = L \rightarrow 0$, a densidade de corrente volumétrica é dada por

$$\bar{J}_s(\bar{r}) = y I L \delta(x) \delta(z - z_0) \lim_{L \rightarrow 0} \left\{ \frac{H(y - y_1) - H(y - y_2)}{L} \right\} \quad (7.24)$$

$$= \hat{y} I L \delta(x) \delta(z - z_0) \delta(y - y_0) = \hat{y} I L \delta(\bar{r} - \bar{r}_0) \quad (7.25)$$

onde

$$y_0 = y_1 = y_2 \quad (7.26)$$

$$\bar{r}_0 = \hat{y} y_0 + \hat{z} z_0 \quad (7.27)$$

A carga acumulada nos terminais do dipolo, obtido a partir da equação 7.23 é dada por

$$\nabla \cdot \vec{J}_s(\vec{r}) = I\delta(x)\delta(z-z_0)\frac{d}{dy}[H(y-y_1) - H(y-y_2)] \quad (7.28)$$

$$= I\delta(x)\delta(z-z_0)[\delta(y-y_1) - \delta(y-y_2)] \quad (7.29)$$

$$= I\delta(\vec{r}-\vec{r}_1) - I\delta(\vec{r}-\vec{r}_2) \quad (7.30)$$

onde

$$\vec{r}_1 = \hat{y}y_1 + \hat{z}z_0 \quad (7.31)$$

$$\vec{r}_2 = \hat{y}y_2 + \hat{z}z_0 \quad (7.32)$$

A equação 7.29 representa dois eletrodos de corrente pontuais de polaridade opostas, $I\delta(\vec{r}-\vec{r}_1)$ representando a corrente injetada (corrente medida) e $-I\delta(\vec{r}-\vec{r}_2)$ representando a corrente de retorno, localizada a uma distância L da corrente injetada.

Substituindo as equações 7.23 e 7.30 em 7.22, obtém-se

$$\vec{E}(\vec{r}) = \hat{y}i\omega\mu\frac{I}{4\pi}\int_{y_1}^{y_2} dy' \frac{1}{R}e^{ikR} + \frac{I}{4\pi\sigma^*}\nabla\left[\frac{1}{R_1}e^{ikR_1} - \frac{1}{R_2}e^{ikR_2}\right] \quad (7.33)$$

onde

$$R^2 = x^2 + (y-y')^2 + (z-z_0)^2 \quad (7.34)$$

$$R_1^2 = x^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_0)^2 \quad (7.35)$$

$$R_2^2 = x^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_0)^2 \quad (7.36)$$

$$(7.37)$$

em que R_1 é a distância que vai do ponto de observação ao eletrodo de injeção de corrente localizado em r_1 e R_2 é a distância do eletrodo de retorno da corrente localizado em r_2 .

Considerando que o comprimento do dipolo L seja pequeno comparado com o comprimento de onda, a expressão para o campo elétrico dada pela equação 7.33 pode ser aproximada por

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi\sigma^*}\nabla\left[\frac{1}{R_1}e^{ikR_1} - \frac{1}{R_2}e^{ikR_2}\right] \quad (7.38)$$

que é o campo elétrico devido a dois eletrodos de corrente pontuais localizados em \vec{r}_1 e \vec{r}_2 . O potencial elétrico associado é dado por:

$$V(\vec{r}) = -\frac{I}{\sigma^*}\left[\frac{e^{ikR_1}}{4\pi R_1} - \frac{e^{ikR_2}}{4\pi R_2}\right] \quad (7.39)$$

Para a configuração dipolo-dipolo, onde o receptor é também um dipolo colinear com o dipolo fonte e se estende de y_{1r} a y_{2r} a diferença de potencial medida no dipolo receptor é dada por:

$$V(\bar{r}) \equiv V_2 - V_1 = \frac{I}{\sigma^*} \left[\frac{e^{ik(y_2 - y_{2r})}}{4\pi(y_2 - y_{2r})} - \frac{e^{ik(y_{2r} - y_1)}}{4\pi(y_{2r} - y_1)} - \frac{e^{ik(y_2 - y_{1r})}}{4\pi(y_2 - y_{1r})} + \frac{e^{ik(y_{1r} - y_1)}}{4\pi(y_{1r} - y_1)} \right] \quad (7.40)$$

Na configuração dipolo-dipolo considera-se

$$y_{1r} - y_1 = y_{ll} \quad (7.41)$$

$$y_{2r} - y_1 = y_{lr} \quad (7.42)$$

$$y_2 - y_{2r} = y_{rr} \quad (7.43)$$

$$y_2 - y_{1r} = y_{rl} \quad (7.44)$$

tendo-se, então,

$$V_r = \frac{I}{\sigma^*} \left[\frac{e^{iky_{rr}}}{4\pi y_{rr}} - \frac{e^{iky_{lr}}}{4\pi y_{lr}} - \frac{e^{iky_{rl}}}{4\pi y_{rl}} + \frac{e^{iky_{ll}}}{4\pi y_{ll}} \right] \quad (7.45)$$

Considerando que os espaçamentos y_{rr} , y_{lr} , y_{rl} e y_{ll} sejam pequenos em relação ao comprimento de onda, pode-se aproximar a diferença de potencial por

$$V_r = \frac{I}{4\pi\sigma^*} \left[\frac{1}{y_{rr}} - \frac{1}{y_{lr}} - \frac{1}{y_{rl}} + \frac{1}{y_{ll}} \right] \quad (7.46)$$

Portanto, a resistividade aparente medida pelo arranjo dipolo-dipolo colinear será dada por

$$\rho_a = \frac{4\pi V_r}{K I} \quad (7.47)$$

onde K é um fator geométrico dado por

$$K = \frac{1}{y_{rr}} - \frac{1}{y_{lr}} - \frac{1}{y_{rl}} + \frac{1}{y_{ll}} \quad (7.48)$$

Aplicando a identidade de Sommerfeld

$$\frac{e^{ik(r-r')}}{4\pi|r-r'|} = \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_z} J_0(k_\rho|\bar{\rho} - \bar{\rho}'|) e^{ik_z|z-z'|} \quad (7.49)$$

à equação 7.39 obtém-se

$$V(\bar{r}) = \frac{iI}{4\pi\sigma^*} \left[\int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_z} J_0(k_\rho\rho_2) e^{ik_z|z-z_0|} - \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_z} J_0(k_\rho\rho_1) e^{ik_z|z-z_0|} \right] \quad (7.50)$$

onde

$$k_z^2 + k_\rho^2 = k^2 = i\omega\mu\sigma^* \quad (7.51)$$

$$\rho_1^2 = x^2 + (y - y_1)^2 \quad (7.52)$$

$$\rho_2^2 = x^2 + (y - y_2)^2 \quad (7.53)$$

A equação 7.50 fornece a distribuição de potencial em um meio homogêneo não limitado (KONG, 1990).

Se considerarmos que os eletrodos estão localizados em uma região (0) que tem uma condutividade σ_o^* e que um meio estratificado de N-camadas ocupa o semi-espaco $z < 0$ a distribuição de potencial na região (0) (i.e., no semi-espaco superior $z > 0$) será dada por:

$$V(\bar{r}) = \frac{iI}{4\pi\sigma_o^*} \left[\int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} \{J_0(k_\rho\rho_2) - J_0(k_\rho\rho_1)\} [e^{ik_{0z}|z-z_o|} + Ae^{ik_{0z}z} + Be^{-ik_{0z}z}] \right] \quad (7.54)$$

onde

$$k_{0z}^2 + k_\rho^2 = i\omega\mu\sigma_o^* \quad (7.55)$$

Como o potencial tem de se anular quando $z \rightarrow \infty$ (da condição de irradiação), então $B = 0$. Aplicando a condição de fronteira na superfície do meio estratificado (em $z = 0$) onde a razão da onda refletida para a onda incidente é dada pelo coeficiente de reflexão global R_0 , obtém-se

$$\frac{Ae^{ik_{0z}z}}{e^{ik_{0z}(z_o-z)}} \Big|_{z=0} = R_0 \quad (7.56)$$

onde R_0 é o coeficiente de reflexão global na interface com o meio estratificado localizado em $z = 0$. Da equação 7.56 obtém-se

$$A = R_0 e^{ik_{0z}(z_o)} \quad (7.57)$$

Portanto,

$$V(\bar{r}) = \frac{iI}{4\pi\sigma_o^*} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} [J_0(k_\rho\rho_2) - J_0(k_\rho\rho_1)] [e^{ik_{0z}|z-z_o|} + R_0 e^{ik_{0z}|z+z_o|}] \quad (7.58)$$

onde R_0 foi obtido a partir da seguinte relação de recorrência:

$$R_n = \frac{r_{n,n+1} + R_{n+1} e^{i2k_{(n+1)z}d_{n+1}}}{1 + r_{n,n+1} R_{n+1} e^{i2k_{(n+1)z}d_{n+1}}}, \quad n = N - 1, N - 2, \dots, 0 \quad (7.59)$$

com o coeficiente de reflexão da camada inferior:

$$R_N = 0 \quad (7.60)$$

e

$$r_{n,n+1} = \frac{\sigma_n^* k_{nz} - \sigma_{n+1}^* k_{(n+1)z}}{\sigma_n^* k_{nz} + \sigma_{n+1}^* k_{(n+1)z}} \quad (7.61)$$

$$k_{nz}^2 + k_\rho^2 = i\omega\mu\sigma_n^* \quad (7.62)$$

Para a configuração dipolo-dipolo, onde o receptor é um dipolo que é colinear com o dipolo fonte e se estende de y_{1r} até y_{2r} , com $y_{2r} > y_{1r}$, a diferença de potencial medida no receptor será dada por:

$$V(r) = \frac{iI}{4\pi\sigma_o^*} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} [J_0(k_\rho(y_2 - y_{2r})) - J_0(k_\rho(y_{2r} - y_1)) - J_0(k_\rho(y_2 - y_{1r})) + J_0(k_\rho(y_{1r} - y_1))] (1 + R_0 e^{i2k_{0z}z_0}) \quad (7.63)$$

Usando as relações 7.41 e 7.44 na equação 7.63 e considerando que tanto fonte quanto receptor estão localizados na superfície do meio estratificado de N-camadas, i.e., $z = 0 = z_0$, a diferença de potencial medida no dipolo receptor será dada por:

$$V(r) = \frac{iI}{4\pi\sigma_o^*} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} (J_0(k_\rho y_{rr}) - J_0(k_\rho y_{lr}) - J_0(k_\rho y_{rl}) + J_0(k_\rho y_{ll})) [1 + R_0] \quad (7.64)$$

e a resistividade aparente será dada por

$$\rho_a = \frac{i}{K\sigma_0^*} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} (J_0(k_\rho y_{rr}) - J_0(k_\rho y_{lr}) - J_0(k_\rho y_{rl}) + J_0(k_\rho y_{ll})) [1 + R_0] \quad (7.65)$$

onde σ_0^* é a condutividade complexa do ar dada por

$$\sigma_o^* = -i\omega\epsilon_o \quad (7.66)$$

$$k_{0z}^2 + k_\rho^2 = \omega^2\mu\epsilon_o \quad (7.67)$$

$$R_0 = \frac{r_{0,1} + R_1 e^{i2k_{1z}d_1}}{1 + r_{0,1}R_1 e^{i2k_{1z}d_1}} \quad (7.68)$$

$$r_{0,1} = \frac{\sigma_0^* k_{0z} - \sigma_1^* k_{1z}}{\sigma_0^* k_{0z} + \sigma_1^* k_{1z}} \quad (7.69)$$

e

$$1 + R_0 = \frac{1 + R_1 e^{i2k_{1z}d_1}}{1 + r_{0,1}R_1 e^{i2k_{1z}d_1}} (1 + r_{0,1}) \quad (7.70)$$

$$1 + R_0 = \frac{1 + R_1 e^{i2k_{1z}d_1}}{1 + r_{0,1}R_1 e^{i2k_{1z}d_1}} \frac{2\sigma_0^* k_{0z}}{\sigma_0^* k_{0z} + \sigma_1^* k_{1z}} \quad (7.71)$$

$$\sim 2 \frac{\sigma_0^* k_{0z}}{\sigma_1^* k_{1z}} \frac{1 + R_1 e^{i2k_{1z}d_1}}{1 + r_{0,1}R_1 e^{i2k_{1z}d_1}} \quad (7.72)$$

$$(7.73)$$

$$V(r) = \frac{iI}{4\pi\sigma_0^*} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} (J_0(k_\rho y_{rr}) - J_0(k_\rho y_{lr}) - J_0(k_\rho y_{rl}) + J_0(k_\rho y_{ll}))$$

$$\frac{1 + R_1 e^{i2k_{1z}d_1}}{1 + r_{0,1} R_1 e^{i2k_{1z}d_1}} (1 + r_{0,1}) \quad (7.74)$$

$$1 + r_{0,1} = \frac{2\sigma_0^* k_{0z}}{\sigma_0^* k_{0z} + \sigma_1^* k_{1z}} = \frac{\sigma_0^* k_{0z}}{\sigma_1^* k_{1z}} (1 + r_0) \quad (7.75)$$

em que

$$r_0 = -r_{0,1} = \frac{\sigma_1^* k_{1z} - \sigma_0^* k_{0z}}{\sigma_1^* k_{1z} + \sigma_0^* k_{0z}} \quad (7.76)$$

Portanto,

$$V_r = \frac{iI}{4\pi\sigma_1^*} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} (J_0(k_\rho y_{rr}) - J_0(k_\rho y_{lr}) - J_0(k_\rho y_{rl}) + J_0(k_\rho y_{ll}))$$

$$\frac{1 + R_1 e^{i2k_{1z}d_1}}{1 - r_0 R_1 e^{i2k_{1z}d_1}} (1 + r_0) \quad (7.77)$$

$$(7.78)$$

$$\rho_a = \frac{i}{K\sigma_1^*} \int_0^\infty dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{1z}} (J_0(k_\rho y_{rr}) - J_0(k_\rho y_{lr}) - J_0(k_\rho y_{rl}) + J_0(k_\rho y_{ll})) \frac{1 + R_1 e^{i2k_{1z}d_1}}{1 - r_0 R_1 e^{i2k_{1z}d_1}} (1 + r_0) \quad (7.79)$$

$$r_0 = -r_{0,1} = \frac{\sigma_1^* k_{1z} - \sigma_0^* k_{0z}}{\sigma_1^* k_{1z} + \sigma_0^* k_{0z}} \quad (7.80)$$

7.1 RESPOSTA DE UM TERRENO HOMOGÊNIO E POLARIZÁVEL

De modo a observar a resposta de um semi-espaço homogêneo e polarizável, retornamos à equação 7.33 para calcular a diferença de potencial $V(\bar{r})$, integrando a equação completa de y_{1r} até y_{2r} . MILLET (1967), usando um desenvolvimento em série, resolveu essa integral para um meio homogêneo e não-polarizável. Os resultados numéricos obtidos pelo nosso desenvolvimento, para o caso homogêneo e não-polarizável, apresentam uma diferença menor 10^{-5} para frequências inferiores a 10^6 Hz, em relação aos valores encontrados por MILLET (1967).

Os gráficos mostrando a resposta de um semi-espaço polarizável estão apresentados nas Figuras 7.3 a 7.9 e pode-se observar que estas respostas são muito semelhantes às obtidas

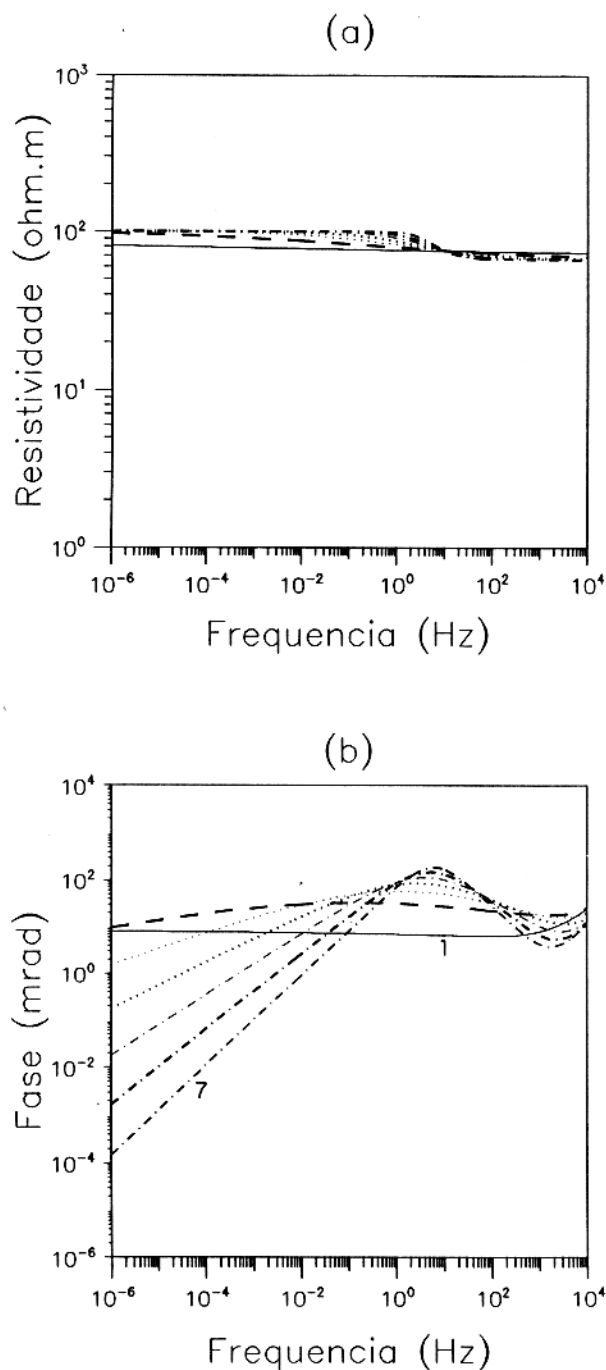


Figura 7.2 - Resposta do novo modelo medido com arranjo dipolo-dipolo, intervalo de frequência 10^{-6} até 10^4 Hz, fixando $\rho_o = 100$ ohm.m; $m = .5$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\delta_r = 1.0$; $K=100.0$; $\tau_o = 10^{-12}$ s e para uma separação do dipolo de 1.0 m; curvas n. 1, 2, 3, 4, 5, 6, e 7, respectivamente para $\eta = 0.05, 0.20, 0.35, 0.5, 0.65, 0.80$ e 0.95 (a) Amplitude da Resistividade Aparente; (b) Fase da Resistividade Aparente.

para uma amostra de mão, em baixas frequências. Esta é a razão pela qual se pode utilizar um modelo desenvolvido para a propriedade intrínseca do meio para ajustar dados de campo.

PELTON et al. (1978) usaram uma função do tipo Cole-Cole para explicar seus dados de campo, mas como este tipo de função é incapaz de explicar todo o comportamento dos materiais geológicos, eles sugeriram que o segundo máximo de fase presente nos dados de campo fosse causado por acoplamento indutivo. Está demonstrado que estes máximos podem ser melhor explicados pelo novo modelo proposto nesta tese. Este resultado também justifica o uso deste tipo de função para obter parâmetros equivalentes para um semi-espaço homogêneo o que até agora tem sido feito utilizando-se o modelo de Pelton (VANHALA & PELTONIEMI, 1992) e o modelo de Dias (SAMPAIO & CARDOSO, 1995). Estes modelos são incapazes de fornecer informação importante relacionada à textura da rocha que, por sua vez, está relacionada à geometria fractal presente no parâmetro η do novo modelo.

7.2 A RESPOSTA DE UM TERRENO DE TRÊS CAMADAS SENDO A INTERMEDIÁRIA POLARIZÁVEL

De modo a verificar se os parâmetros fractais do meio podem ser observados (e portanto medidos), calculamos a resposta de um terreno de três camadas, em que a segunda camada é polarizável, com as propriedades elétricas intrínsecas dada pelo modelo proposto nesta tese. As Figuras 6.9, 6.10 e 6.11 mostram as respostas do terreno de três camadas para diferentes espessuras da primeira camada e para três diferentes resistividade CC da camada polarizável. Os resultados mostram que o expoente fractal da camada polarizável domina a resposta da fase em baixas frequências. Esta é uma regra geral para diferentes espessuras da primeira camada. O mesmo é observado para diferentes espessuras da camada polarizável. Este resultado permite observar a importância do modelo proposto para a geoeletrica

O modelo proposto nesta tese foi utilizado para ajustar dados experimentais obtidos sobre afloramentos de depósitos minerais por PELTON et al.(1978). Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 7.1. Observa-se que os resultados concordam com os obtidos para amostras contendo minerais metálicos semelhantes aos presentes nesses depósitos (Apêndices A a E).

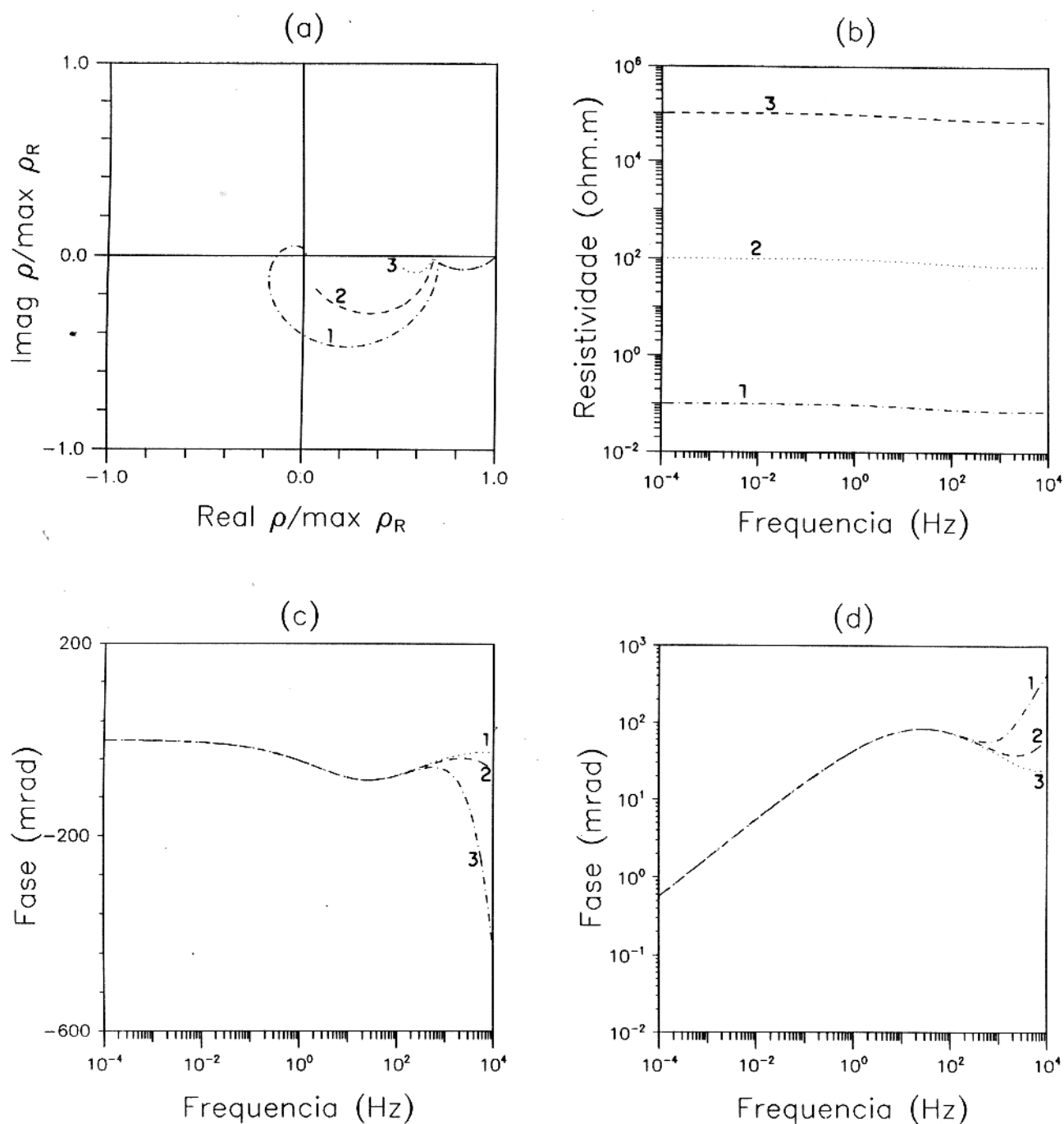


Figura 7.3 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaco homogêneo e polarizável para ρ_o variável. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\tau_f = 10^{-3}$ s; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; d) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\rho_o = 0.1$; 100; e 10^5 ohm.m

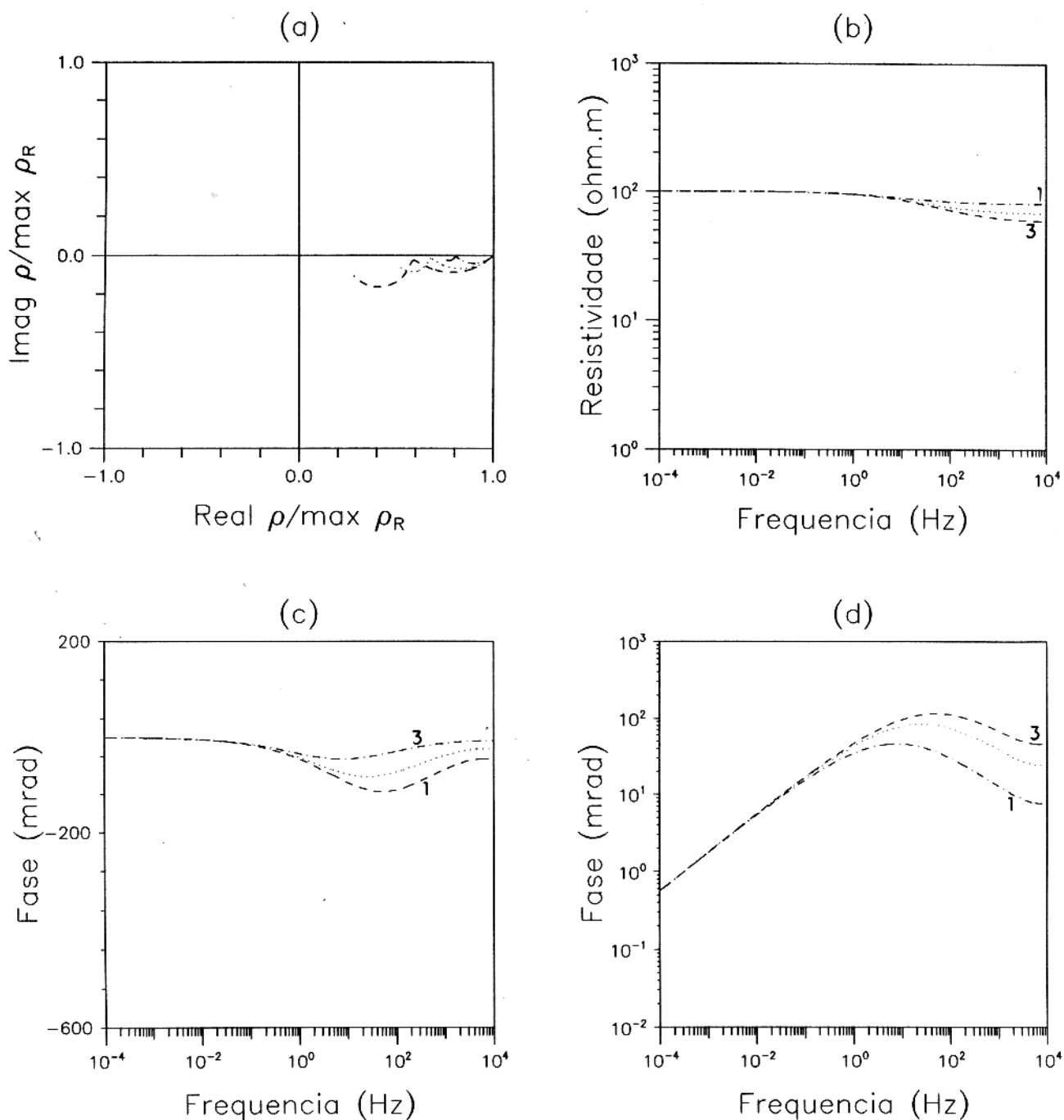


Figura 7.4 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaço homogêneo e polarizável, para m variável. Intervalo de freqüência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: 10^{-4} ohm.m; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\tau_f = 10^{-3}$ s; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $m = .25$; $.50$ e $.75$

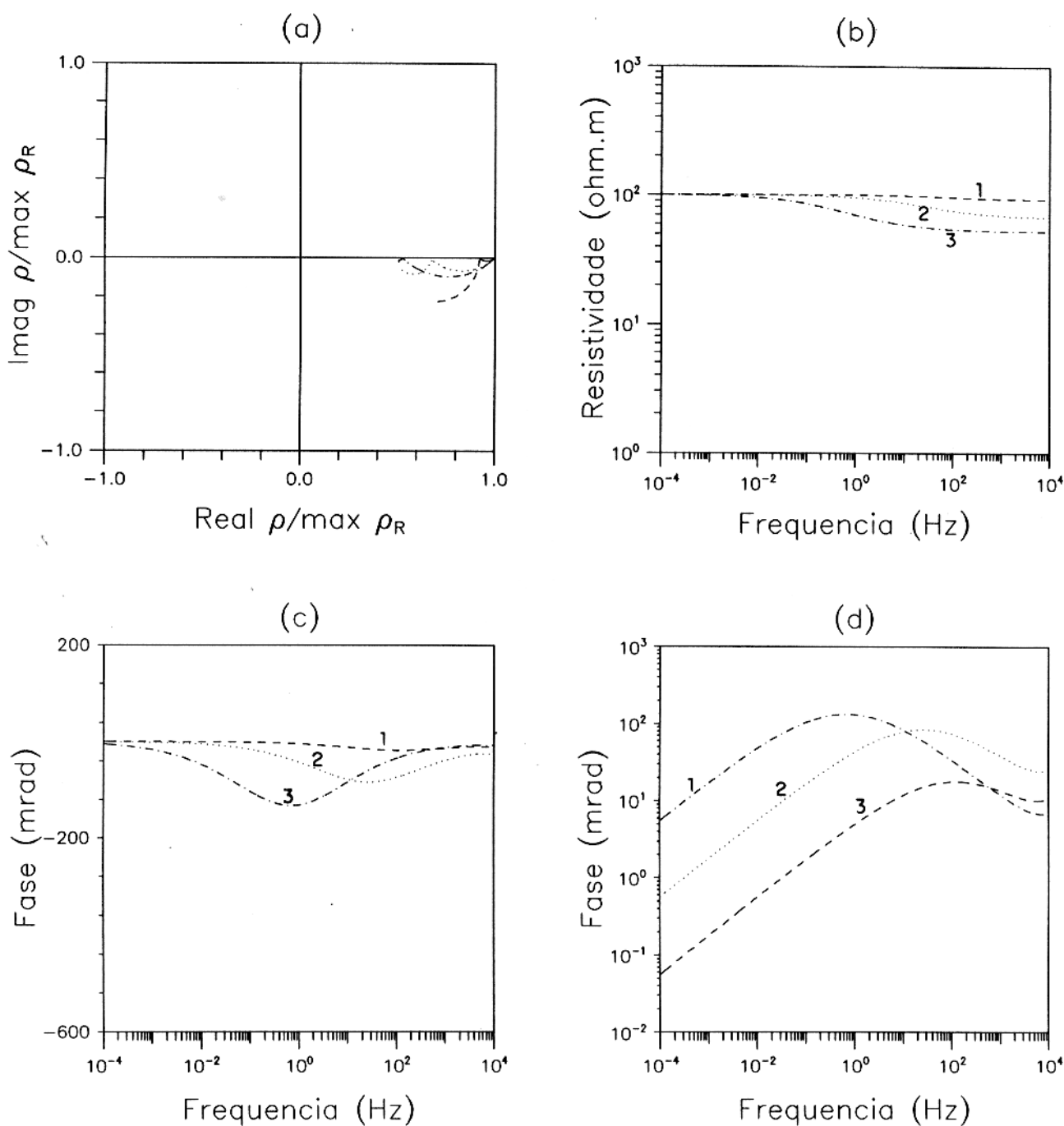


Figura 7.5 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaço homogêneo e polarizável, para δ_r variável. Intervalo de freqüência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\delta_r = .1$; 1. e 10.

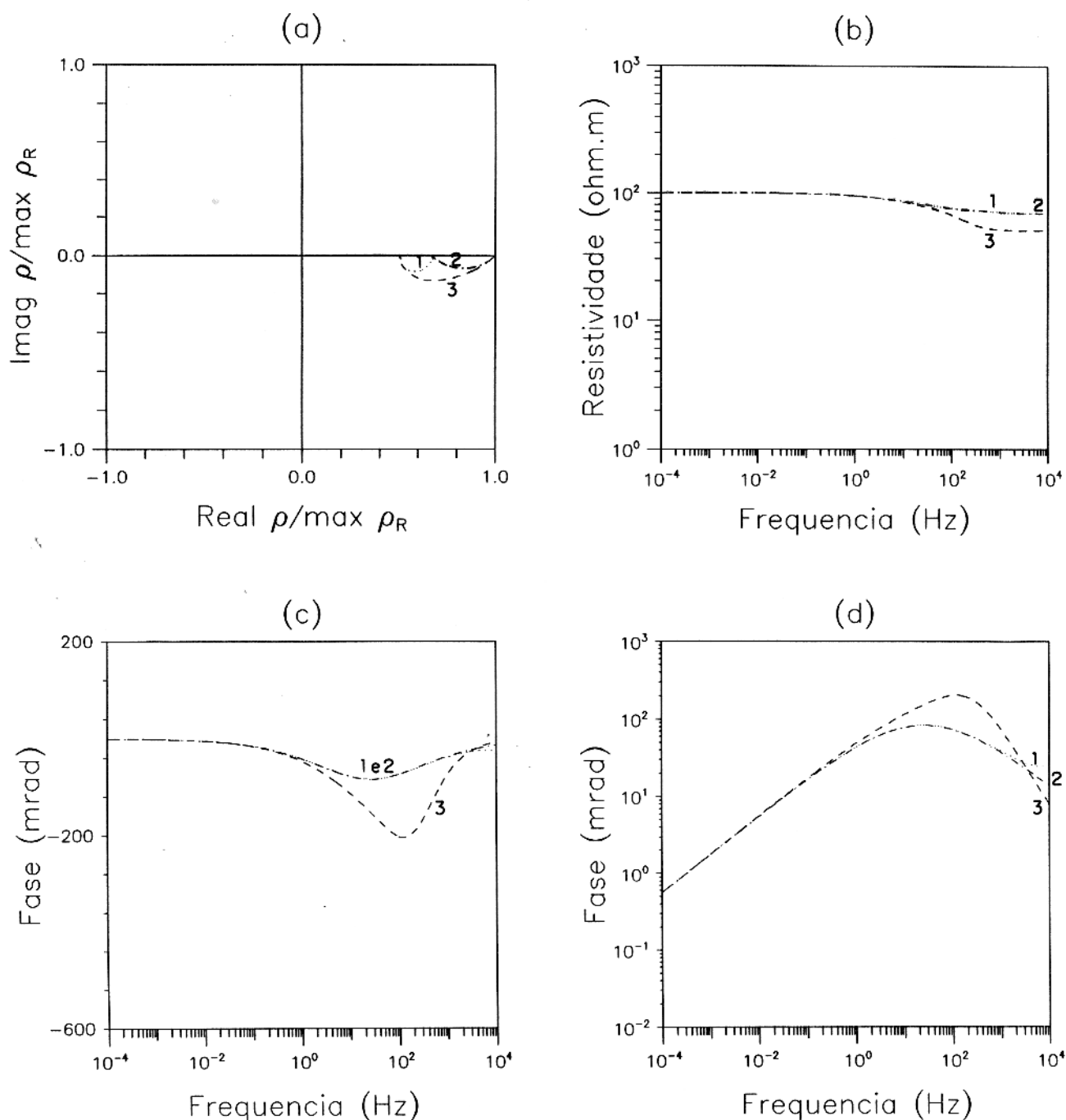


Figura 7.6 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaco homogêneo e polarizável, para τ variável. Intervalo de freqüência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; d) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\tau = 10^{-9}$, 10^{-6} e 10^{-3} s.

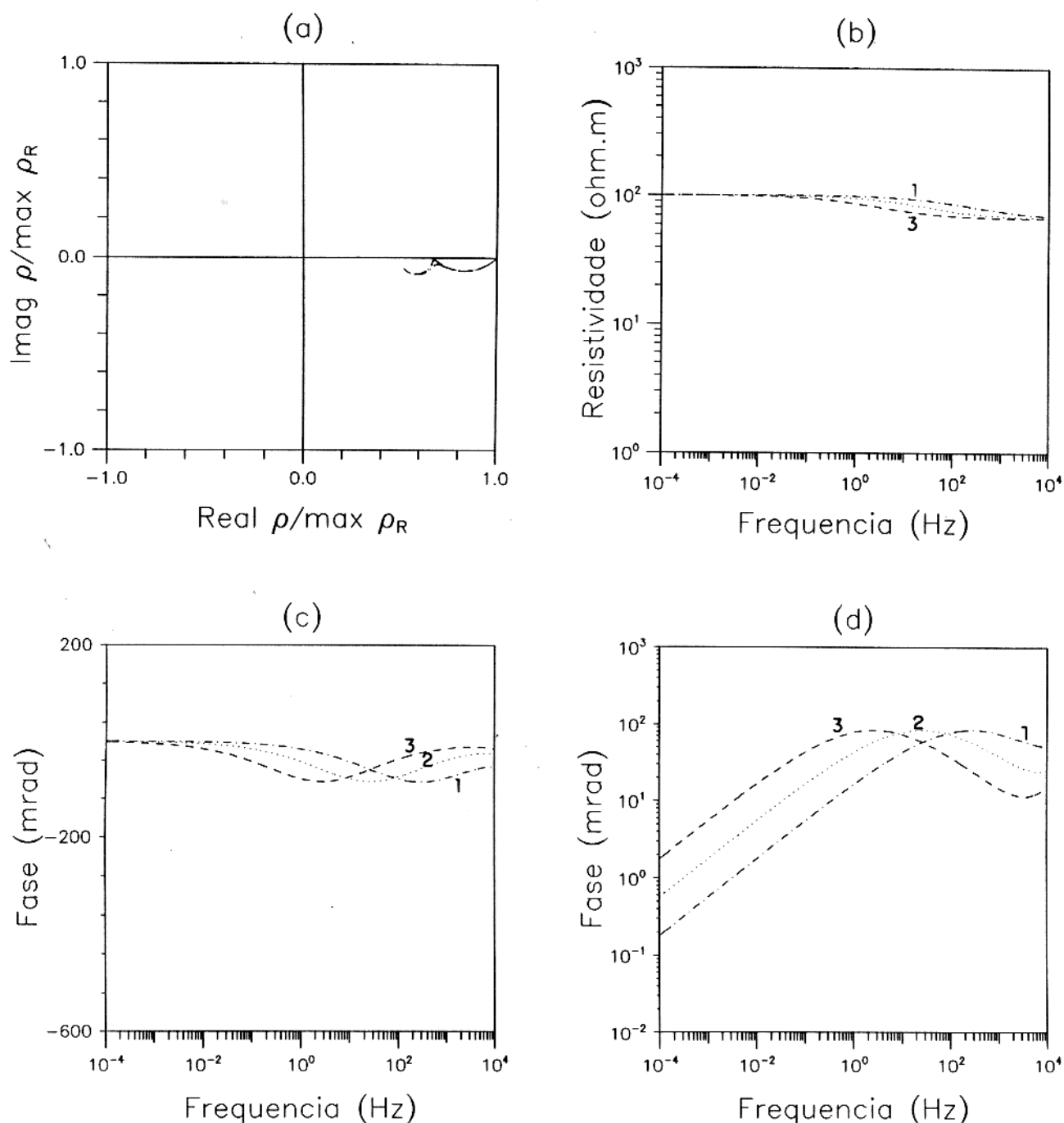


Figura 7.7 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaco homogêneo e polarizável para τ_f variável. Intervalo de freqüência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\tau_f = 10^{-4}, 10^{-3}$ e 10^{-2} s.

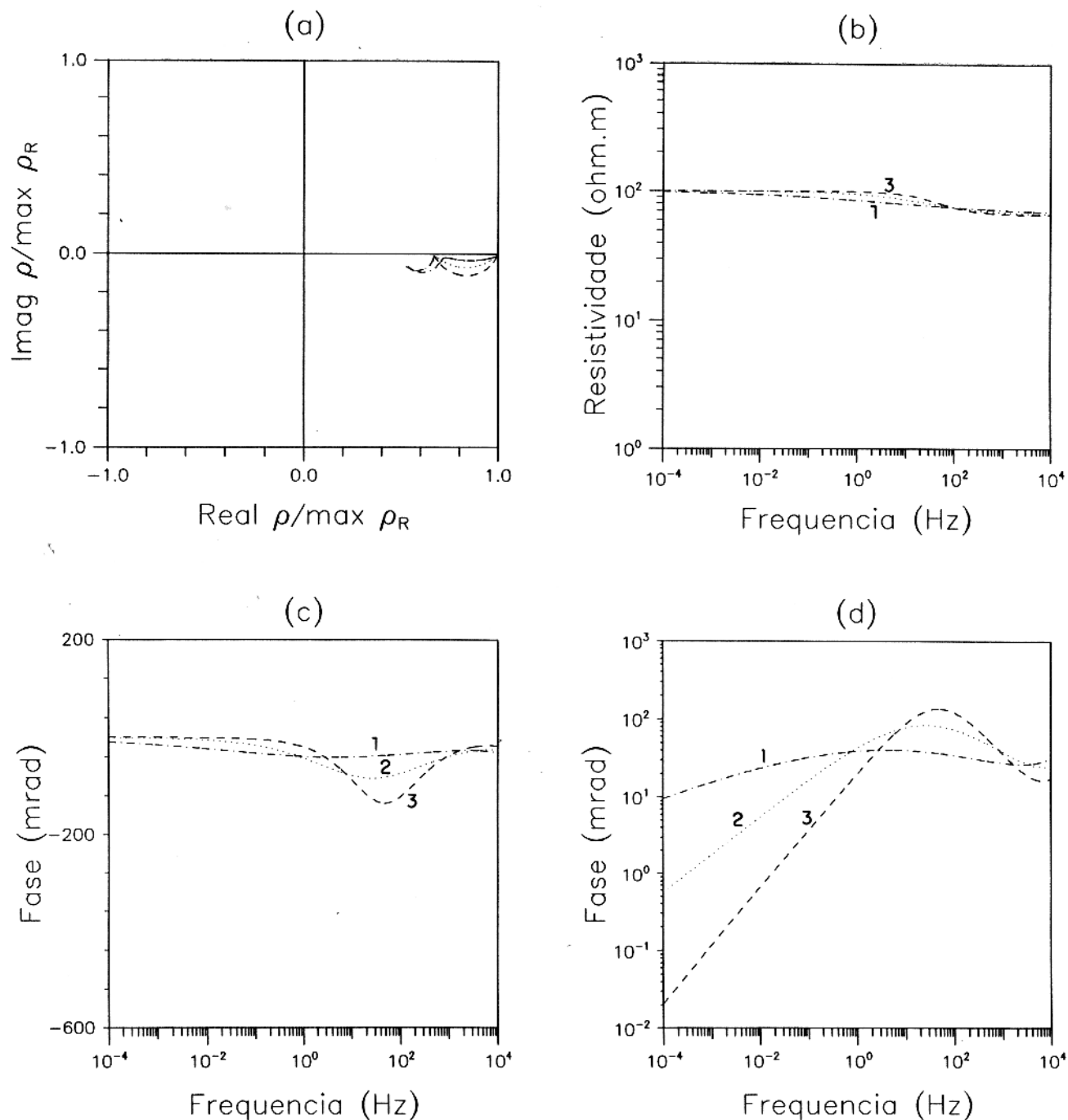


Figura 7.8 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaco homogêneo e polarizável, para η variável. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta = .25$; $.5$; e $.75$

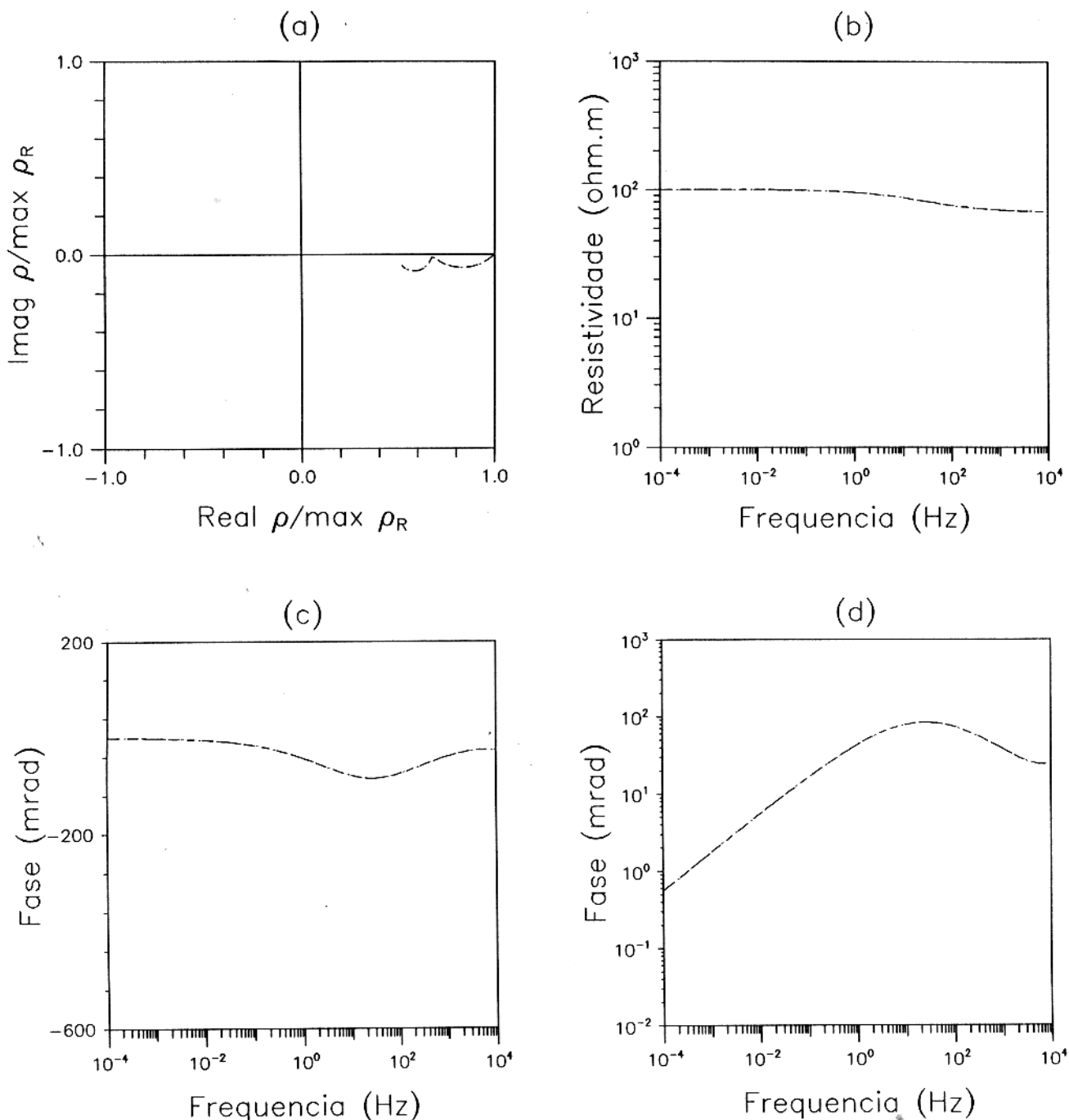


Figura 7.9 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um semi-espaco homogêneo e polarizável, para τ_o variável. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$ e $\eta = .5$; a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\tau_o = 10^{-12}$, 10^{-9} , e 10^{-6} s.

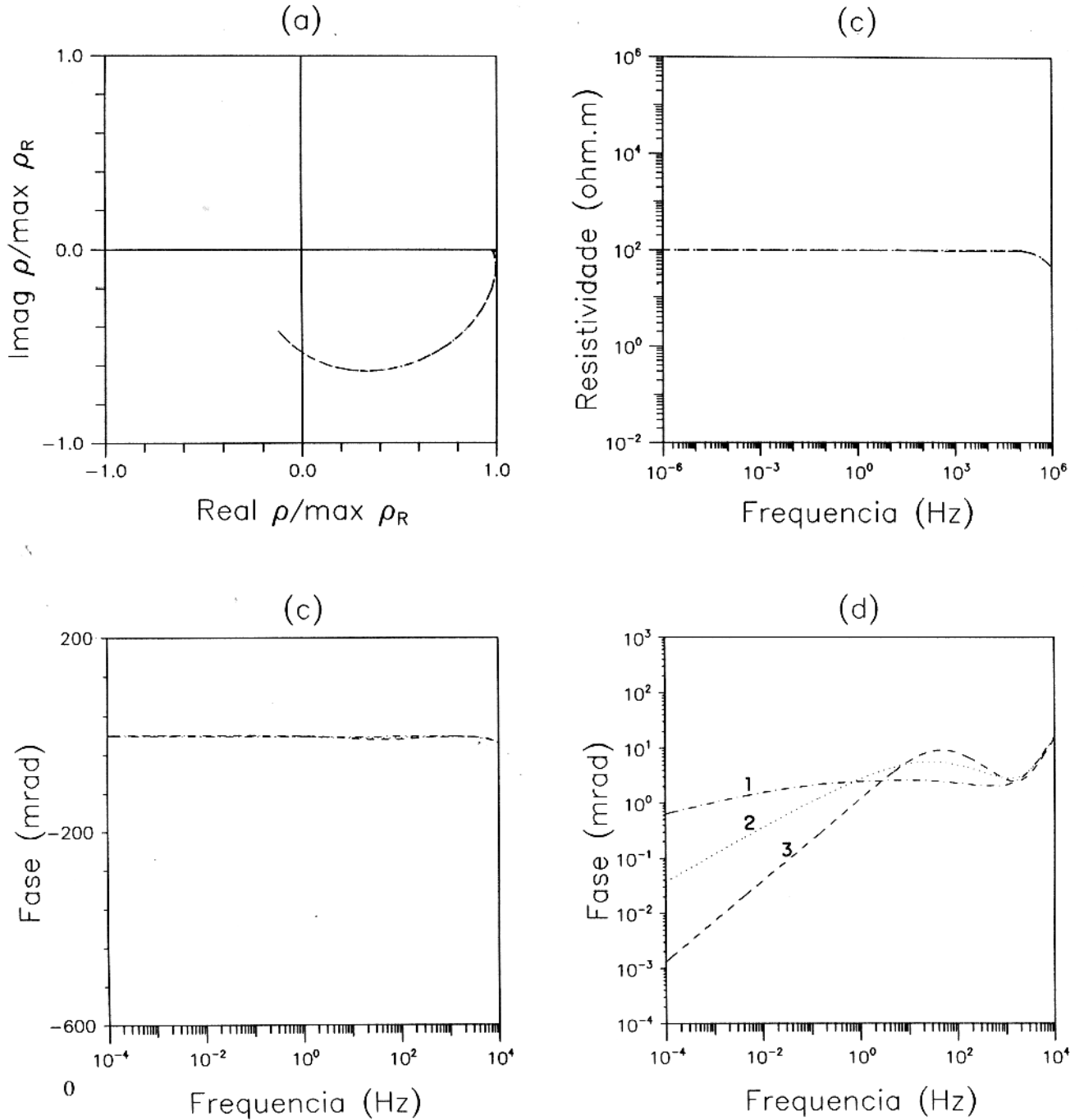


Figura 7.10 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um terreno de três camadas com uma camada polarizável entre duas camadas não-polarizáveis. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; espessura da primeira camada: 1m; resistividade da primeira e terceira camadas= 100 ohm.m. a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala log-linear; d) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta = .25$; $.5$; e $.75$. ohm.m

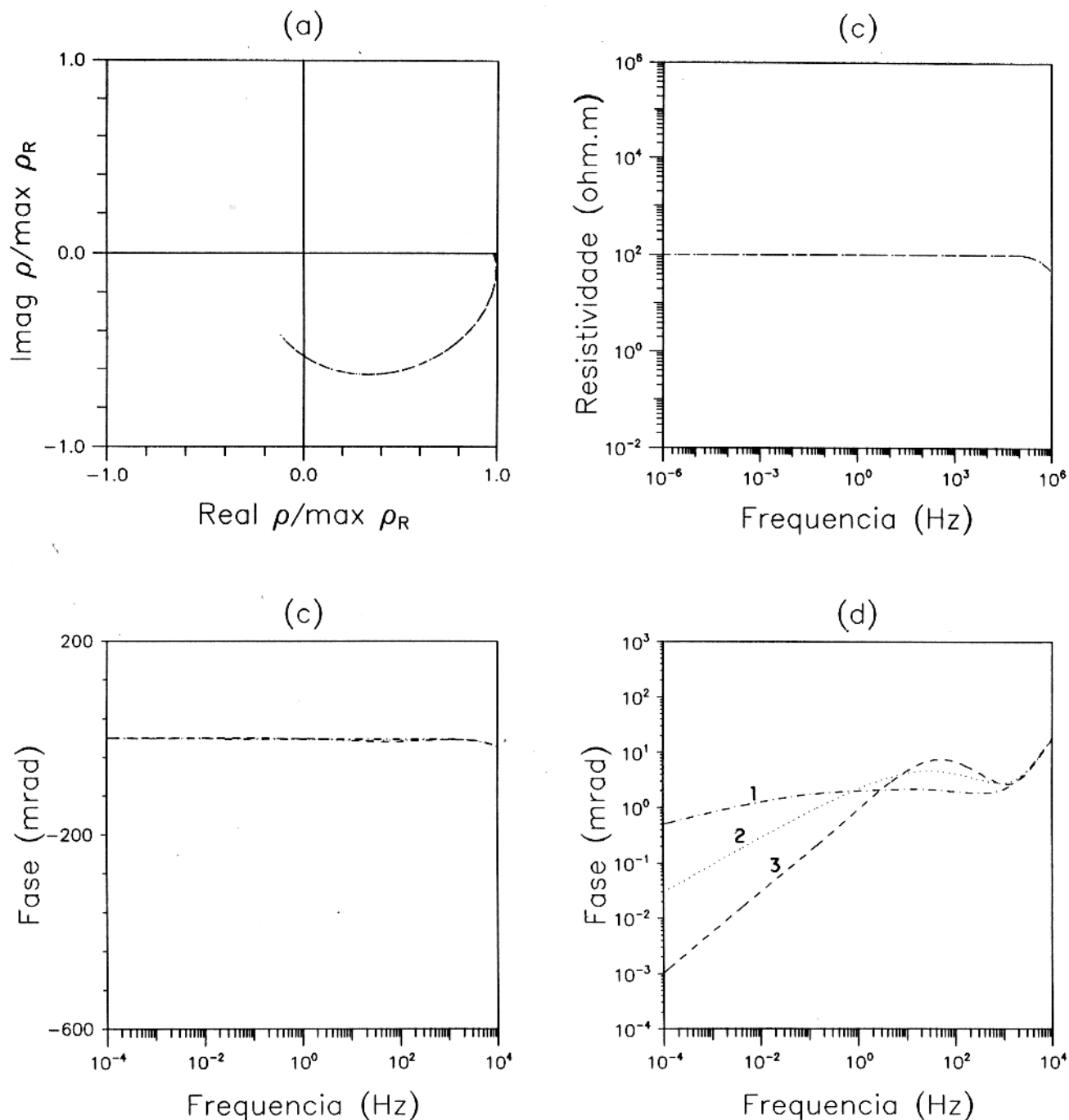


Figura 7.11 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um terreno de três camadas com uma camada polarizável entre duas camadas não-polarizáveis. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; espessura da primeira camada: 10m; resistividade da primeira e terceira camadas = 100 ohm.m. a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala linear-log; d) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta = .25$; $.5$; e $.75$. ohm.m

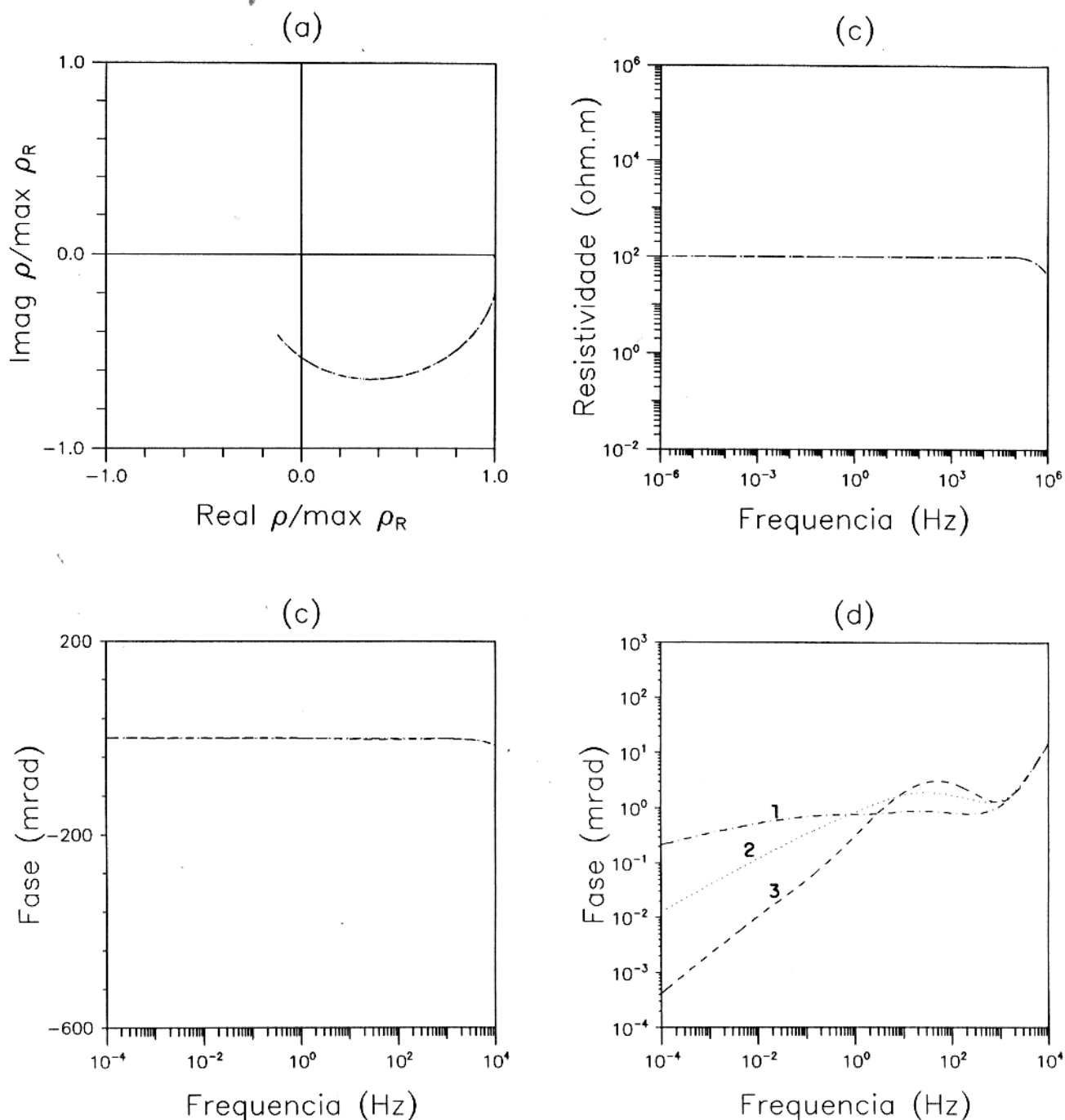


Figura 7.12 - Resistividade para um arranjo dipolo-dipolo calculada sobre um terreno de três camadas com uma camada polarizável entre duas camadas não-polarizáveis. Intervalo de frequência: 10^{-4} to 10^4 Hz. Separação do dipolo: 10m, $n=1$; Parâmetros da camada polarizável: $\rho_o = 100\text{ohm.m}$; $m=.5$; $\delta_r = 1$; $\tau = 10^{-6}\text{s}$; $\tau_f = 10^{-3}\text{s}$; $\eta = .5$ e $\tau_0 = 10^{-12}$; espessura da primeira camada: 100m; resistividade da primeira e terceira camadas= 100 ohm.m. a) Diagrama de Argand para a resistividade aparente calculada; b) Amplitude da resistividade aparente calculada; c) Fase da resistividade aparente em escala linear-log; c) Fase da resistividade aparente em escala log-log. Curvas 1, 2 e 3, respectivamente, para $\eta = .25; .5;$ e $.75$ ohm.m

Tabela 7.1 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste a dados de campo obtidos por PELTON et al. (1978).

LOCAL	Parâmetros do modelo					Erro do Ajuste
	m	δ_r	τ	τ_f	η	fase
			(μs)	(μs)		(%)
copercit1	0,678	0,626	1,033	29,81	0,241	0,3
gibralt8	0,990	0,002	1,613	15,69	0,157	1,2
iron-mtn5	0,950	0,171	2,138	2,794	0,555	1,7
kidd-creek	0,993	0,101	0,233	17,72	0,325	3,2
labelle1	0,990	0,002	4,011	1003	0,245	5,5
lornex4	0,990	1,552	0,196	25,53	0,180	3,2
tyrone3	0,733	0,088	2,984	321,9	0,273	5,5

8 - CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um novo modelo para explicar as propriedades elétricas das rochas em um intervalo de frequências jamais alcançado anteriormente. O modelo foi testado contra dados experimentais obtidos em um amplo intervalo de frequências e com uma grande variedade de rochas e solos. O ajuste simultâneo da amplitude e da fase da resistividade complexa, ou resistividade e constante dielétrica, em um intervalo de frequências tão largo, ainda não tinha sido obtido com a precisão conseguida neste trabalho. Isto possibilita a utilização de um único modelo para medidas em alta e baixa frequência e amplia a compreensão dos fenômenos elétricos nas rochas e de suas relações com as variáveis petrofísicas, assim como torna possível a obtenção de informações geológicas importantes, em subsuperfície, a partir da dados elétricos obtidos na superfície do terreno.

Os parâmetros obtidos foram analisados em seu contexto petrofísico mostrando sua aplicabilidade à identificação de rochas e minerais, bem como à discriminação de diferentes fluidos presentes nas rochas.

A importância deste modelo pode ser apreciada pela resposta do meio polarizável que permite a identificação do parâmetro fractal mesmo em um ambiente geológico complexo. Isto abre um importante ramo de investigação elétrica da terra. O efeito deste tipo de polarização pode ser investigado em todos os métodos elétricos: do magnetotelúrico, em muito baixas frequências, à Propagação Eletromagnética (EPT¹), usando um espectro de alta frequência. Uma outra consequência é que uma nova quantidade necessita ser medida, ou seja, é preciso medir além da fase, ou da amplitude, a variação do logaritmo da fase com o logaritmo da frequência, possibilitando a obtenção do parâmetro fractal do meio. Isto certamente irá possibilitar o desenvolvimento de novas técnicas e equipamentos de forma a obter de maneira confiável e rápida esse parâmetro. Os resultados mais importantes podem ser resumidos nos seguintes itens:

1. Os parâmetros σ_0 , m , δ , τ e η são importantes na caracterização elétrica das rochas
2. Rochas sedimentares tendem a ter m e δ menores que os outros tipos de rochas.
3. O parâmetro η , característico dos processos físico-químicos presentes no interior da

¹ Marca de Schlumberger

rocha, atinge valores elevados em rochas contendo argilas, materiais húmicos ou contaminados com lixo orgânico, e em terrenos contendo minerais de sulfetos metálicos.

4. O parâmetro m , cargueabilidade, é alto em rochas contendo grafite.
5. Na presença de minerais de argila o parâmetro η apresenta valores mais elevados e o parâmetro τ é mais baixo.
6. O tipo de textura das rochas em relação à distribuição de sulfetos metálicos é importante para a definição do tipo de distribuição dos diferentes parâmetros.
7. As rochas com texturas do tipo disseminada tendem a apresentar τ e η com valores mais baixos que as outras. Nas rochas com texturas de mineralizações finamente disseminadas esses parâmetros apresentam valores mais altos. Essa textura também responde por altos valores de δ_r comparados a mineralizações mais grosseiras.
8. As texturas do tipo massiva são caracterizadas por altos valores de η e baixos valores de τ .
9. A mineralização em forma de veios apresenta os mais altos valores de m .

Para o trabalho no campo foi visto que o parâmetro fractal pode ser obtido mesmo para ambientes complexos.

O estudo da resposta eletromagnética dos meios polarizáveis pode ser feito considerando a possibilidade de medir o efeito dos parâmetros fractais usando diversas técnicas e equipamentos.

Como o parâmetro fractal η não depende das propriedades elétricas dos fluidos preenchendo os espaços vazios, sugerimos a investigação da resposta de um meio polarizável em um ambiente de poço. A independência do parâmetro fractal da resistividade elétrica das soluções percolantes evitará a influência da área de invasão na resposta elétrica do meio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARCHIE, G.E. 1942. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics, **American Institute of Petroleum Tech**, 1-8.
- ARULANANDAN, K. 1969. Hydraulic and Electrical Flows in Clays, **Clays and Clay Minerals** 17: 63-76.
- BOCKRIS, J. O'M & REDDY, A.K.N. 1970. **Modern Electrochemistry**, vs. I and II. New York, Plenum Press.
- BOCKRIS, J. O'M, GILEADY, E.; MULLER, K. 1966. Dielectric Relaxation in the Electric Double Layer, **J. Chem. Phys.**, 44 : 1445 - 1456.
- BOX, M. J. 1965. A new method of constrained optimization and a comparison with other methods, **Comp. J.** , 8: 42-52
- USSIAN, A.E. 1983. Electrical Conductance in a porous medium. **Geophysics**, 48:1258-1268.
- CAO, Q., WONG, P.; SCHWARTZ, L. M. 1994. Numerical Studies of the Impedance of Blocking Electrodes with Fractal Surfaces. **Physical Review B**, 50(8): 5771 - 5774.
- CHANG, H.C. & JAFFÉ, G. 1952. Polarization in Electrolytic Solutions, Part I: Theory. **Journ. Chem. Phys**, 20(7):1071.
- CHEW, W.C. & SEN, P.N. 1982. Dielectric Enhancement due to the Electrochemical Double Layer: Thin Double Layer Approximation. **J. Chem. Phys.**, 77(9): 4683 - 4693.
- CLERC, J.P., TREMBLAY, A-M. S., ALBINET, G.; MITESCU, C.D. 1984. A.C. Response of Fractal Networks. **Le Journal de Physique-Lettres**, 45(19): L913-L924.
- COLE, K.S., & COLE, R.H. 1941. Dispersion and Absorption in Dielectrics. **J. Chem. Phys.**, 9: 341-351.
- COLLAR, F.A. & GRIFFITHS, D.H. 1976. A Laboratory Study of the Relationships between Induced Polarization, Permeability and Matrix Electrical Conductivity in Bunter Sandstones. **Q. Jl. Eng. Geol.**, 9:57-63.

- COLLETT, L.S. 1959. Laboratory Investigation of Overvoltage. In: WAIT, J.R. **Overvoltage Research and Geophysical Applications**. New York, Pergamon Press.
- COLLETT, L.S. 1989. **History of the Induced-Polarization Method, in Induced Polarization: Applications and Case Histories**. edited by Fink, J.B. et al., SEG.
- DAMME, H. V., LEVITZ, P., BERGAYA, F., ALCOVER, J.F., GATINEAU, L. & FRIP-IAT, J.J. 1986. Monolayer Adsorption on Fractal Surfaces: A Simple Two-Dimensional Simulation. **J. Chem. Phys.** 85(1): 616 - 625.
- DAVIDSON, D.W. & COLE, R.H. 1951. Dielectric Relaxation in Glycerol, Propylene Glycol and n-Propanol. **J. Chem. Phys.**, 19(12):1484-1490.
- DEBYE, P. 1929. **Polar Molecules**, The Chemical Catalog Co. Inc.
- DIAS, C.A. 1968. **A Non-Grounded Method for Measuring Electrical Induced Polarization and Conductivity**, Ph.D. Dissertation, Berkeley/USA, Univ. California.
- DIAS, C.A. 1972. Analytical Model for a Polarizable Medium at Radio and Lower Frequencies. **J. Geophys. Res.**, 77(26): 4945-4956.
- EISENBERG, D. & KAUZMANN, W. 1969. **The structure and properties of water**. Oxford. The Clarendon Press. 296p.
- FERREIRA, A.B.DE H. 1980. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro. Nova Fronteira. 1781p.
- FRASER, D.C., KEEVIL Jr., N.B.; WARD, S.H. 1964. Conductivity Spectra of Rocks from the Craigmont Ore Environment. **Geophysics**, 29(5) : 832 - 847.
- FULLER, B.D. & WARD, S.H. 1970. Linear System Description of the Electrical Parameters of Rocks. **IEEE Trans. Geosci. Electron.**, GE 8:7-18.
- GARROUCH, A.A. & SHARMA, M.M. 1994. The influence of clay content, salinity, stress, and wettability on the dielectric properties of brine-saturated rocks: 10Hz to 10 MHz. **Geophysics**, 59(6):909-917.
- GRAHAME, D.C. 1947. The electrical double layer and the theory of electrocapilarity. **Chemical Reviews**, 41:441-491.
- GRAHAME, D.C. 1952. Mathematical theory of the Faradaic admittance, **Jour. Electrochem. Soc.** 99(12):370.

- GUELFAN, J.M. & CHILOV, G.E. 1962. **Les Distributions**. Paris, France, Dunod.
- HANSEN, W., SILL, W.R.; WARD, S.H. 1973. The Dielectric Properties of Selected Basalts. **Geophysics**, 38(1): 135 - 139.
- HAUSDORF, F. 1914. Dimension and outer measure In: EDGAR, G.A., Ed. 1993. **Classics on Fractals**. New York, Addison-Wesley Pub. Co.
- HILL, N., VAUGHAN, W.E., PRICE, A.M.; DAVIES, M. 1969. **Dielectrics properties and molecular behavior**. London, Van Nostrand.
- HOHMANN, G.H., KINTZINGER, P.R., VAN VOORHIS, G.D.; WARD, S. H. 1970. Evaluation of the measurement of induced electrical polarization with an inductive system. **Geophysics**, 35(5): 901 - 915.
- HOHMANN, G.W. 1973. Electromagnetic Coupling Between Grounded Wires at the Surface of a Two-layer earth. **Geophysics**, 38(5): 854-864.
- HOWELL JR., B.F. & LICASTRO, P.H. 1961. Dielectric Behavior of Rocks and Minerals. **Am. Mineralogist** 46, March- Apr.
- ISEKI, S. & SHIMA, H. 1991. Induced Polarization Tomography: A Crosshole Imaging Technique Using Chargeability and Resistivity, Proceedings of Annual Meeting, SEG.
- JACKSON, J.D. 1975. **Classical Electrodynamics** John Wiley & Sons. Inc. 645p.
- JOHNSON, D.L. & SEN, P.N. 1988. Dependence of the conductivity of a porous medium on electrolyte conductivity, **Physical Review B**, 37(7): 3502-3510.
- JORDAN, E.C. & BALMAIN, K.G. 1971. **Electromagnetic Waves and Radiating Systems**. 2ed. New Delhi, Prentice-Hall. 753 p.
- KAPLAN, T. & GRAY, L. J. 1985. Effect of disorder on a fractal model for the ac response of a rough interface. **Physical Review B**, Am. Phys. Soc., 32:7360-7366.
- KAPLAN, T., GRAY, L. J.; LIU, S.H. 1987. Self-affine fractal model for a metal-electrolyte interface. **Physical Review B**, Am. Phys. Soc., 35(10):5379-5381.
- KATSUBE, T. J. 1977. Electrical Properties of Rocks. In: Sumner, J.S., Ed, **Induced Polarization for Exploration Geologists and Geophysicists** Tucson. USA. University of Arizona, Short Course. 477p.

- KATZ, A.J. & THOMPSON, A. H. 1985. Fractal Sandstone Pores: Implications for Conductivity and Pore Formation. **Physical Review Letters**, 54(12):1325-1328.
- KELLER, G.V. 1959. Analysis of some Electrical Transient Measurements on Igneous, Sedimentary and Metamorphic Rocks, In: WAIT, J. R. ed. **Overvoltage Research and Geophysical Applications**. New York. Pergamon Press.
- KLEIN, J.D. & SILL, W.R. 1982. Electrical Properties of Artificial Clay-bearing Sandstones. **Geophysics**, 47: 1593-1605.
- KNIGHT, R.J. & NUR, A. 1987. Geometrical Effects in the Dielectric Response of Partially Saturated Sandstones. **The Log Analyst**. Nov-Dec, 513-519.
- KOMAROV, S.G., & KOTOV, P.T. 1968. On Determining Formation Permeability from Induced Polarization. **The Log Analyst**, May-Jun, 1968: 12-17.
- KONG, J. A. 1990. **Electromagnetic Wave Theory**. John Wiley & Sons, Inc.
- KOSTEK, S., SCHWARTZ, L.,M.; JOHNSON, D.L. 1992. Fluid Permeability in Porous Media: Comparison of Electrical Estimates with Hydrodynamical Calculations. **Physical Review B**, 45(1):186-195.
- KROHN, C.E. 1988a. Sandstones Fractal and Euclidean Pore Volume Distributions. **Journal of Geophysical Research**, 93(B4):3297-3305.
- KROHN, C.E. 1988b. Fractal Measurements of Sandstones, Shales and Carbonates. **Jour. Geop. Res.**, 93(B4):3297-3305.
- LE MÉHAUTÉ, A., HÉLIODORE, F. ; DIONNET, V. 1993. Overview of Electrical Processes in Fractal Geometry: From Electrodynamical Relaxation to Superconductivity, **Proc. IEEE**, V. 81(10): 1500 - 1510.
- LIMA, O. A. L. & SHARMA, M. M. 1992. A Generalized Maxwell-Wagner Theory for Membrane Polarization in Shaly Sands. **Geophysics**, 57(3): 431-440.
- LIU, S. H., 1985, Fractal model for the ac response of a rough interface. **Phys. Rev. Lett.**, 55:529-532.
- LIU, S.H., KAPLAN, T. & GRAY, L. J., 1986, Theory of the ac response of rough interfaces: In: PIETRONERO, L. & TOSATTI, E., Ed. **Fractals in Physics**. Elsevier Pub.
- LOCKHART, N.C. 1980. Electrical Properties and the Surface Characteristics and Structure of Clays. **Journal of Colloidal and Interface Science**, 74(2):520-529.

- LOCKNER, D.A. & BYERLEE, J.D. 1985. Complex Resistivity Measurements of Confined Rock. *Jour. Geop. Res.*, 90(B9): 7837 - 7847.
- LYSNE, P.C. 1983. A model for the high-frequency electrical response of wet rocks. *Geophysics*, 48(6): 775 - 786.
- MADDEN, T.R. & CANTWELL, T. 1967. Induced Polarization : A Review, In: *Mining Geophysics*, vol. II, Soc.Exp. Geop., pp. 373 - 400.
- MADDEN, T.R. & MARSHALL, D.J. 1958. **A Laboratory Investigation of Induced Polarization**, MIT Report to U.S. Atomic Energy Comm., RME - 3156.
- MADDEN, T.R., FAHLQUIST, D.A.; NEVES, A.S. 1957. **Background Effects in the Induced Polarization Method of Geophysical Exploration**, MIT Report to U.S. Atomic Energy Comm., RME - 3150.
- MADDEN, T.R. & MARSHALL, D.J. 1959a. **Electrode and Membrane Polarization**, MIT Report to U.S. Atomic Energy Comm., RME - 3157.
- MADDEN, T.R. & MARSHALL, D.J. 1959b. **Induced Polarization, a study of its causes and magnitudes in geologic materials**, Final MIT Report to U.S Atomic Energy Comm., RME - 3160.
- MAHAN, M.K., REDMAN, J.D.; STRANGWAY, D.W. 1986. Complex Resistivity of Synthetic Sulphide Bearing Rocks, *Geophysical Prospecting*, 34:743-768.
- MAJOR, J. & SILIC, J. 1981. Restrictions on the use of Cole - Cole Dispersion Models in Complex Resistivity Interpretation, *Geophysics*, 46(6) : 916 - 931.
- MANDELBROT, B.B. 1967. How Long is the Coastline of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractal Dimension. *Science*, 155:636-638.
- MANDELBROT, B.B. 1975. **Les Objets Fractals**. Flammarion, Paris, France.
- MANDELBROT, B.B. 1977. **Fractal, from Chance and Dimension**. Freeman, San Francisco, CA.
- MANDELBROT, B.B. 1983. **The Fractal Geometry of Nature**. Freeman, San Francisco, CA.
- MARSHALL, D.J. & MADDEN, T.R. 1959. Induced Polarization: a Study of its Causes. *Geophysics*, 24 : 790 - 816.

- MAXWELL, J.C. 1891. A Treatise on electricity and magnetism, 2 volumes. New York. Dover (Edition 1954).
- MILLET, F.B. Jr. 1967. Electromagnetic Coupling of Collinear Dipoles on a uniform Half-Space, in: **Mining Geophysics** vol. II, Soc.Exp. Geop. USA.
- NELSON, P.H., HANSEN, W.H.; SWEENEY, M.J. 1982. Induced Polarization Response of Zoolitic Conglomerate and Carbonaceous Siltstone. **Geophysics**, 47(1) : 71 - 88.
- OLHOEFT, G.R. 1985. Low Frequency Electrical Properties. **Geophysics**, 50(12) : 2492 - 2503.
- PARKHOMENKO, E.I. 1967. **Electrical Properties of Rocks**. Transl. by G.V. Keller, New York, Plenum Press, 314p.
- PELTON, W.H. 1977. **Interpretation of Complex Resistivity and Dielectric Data**, Ph. D. Dissertation, Univ. Utah, USA.
- PELTON, W.H., WARD, S.H., HALLOF, P.G., SILL, W.R.; NELSON P.H. 1978. Mineral Discrimination and Removal of Inductive Coupling with Multi - frequency IP. **Geophysics**, 43(3) : 588 - 609.
- PELTONIEMI, M.P. & VANHALA, H.T. 1992. Spectral IP in the Frequency and Time-domains: Comparative Study of Six Ore prospects in Finland. **Expanded Abstracts**, 62 Annual International Meeting and Exposition, SEG, EM-1.8:416-419
- PFEIFER, P. & AVNIR, D. 1983. Chemistry in noninteger dimensions between two and three. I. Fractal theory of heterogeneous surfaces. **J. Chem. Phys.**, 79(7): 3558-3565.
- PIETRONERO, L. & TOSATTI, E. 1986. **Fractals in Physics**. North-Holland, Amsterdam.
- POLEY, J. PH., NOTEBOOM, J.J.; WAAL, P.J. 1978. Use of V.H.F. Dielectric Measurements for Borehole Formation Analysis. **The Log Analyst**, 19, 8 - 30.
- RAYTHATHA, R. & SEN, P. N. 1986. Dielectric Properties of Clay Suspensions in MHz to GHz Range. **Journal of Colloid and Interface Science**. 109: 301-309.
- REITZ, & MILFORD. 1964. **Foundations of Electromagnetic Theory**, Massachusetts, Addison-Wesley, 387 p.
- RICHARDSON, J. A. & KUESTER, J.L. 1973. The Complex Method for Constrained Optimization. **Communications of ACM**, 16(8): 487-489.

- RUFFET, C., GUENGUEN, Y.; DAROT, M. 1991. Complex Conductivity Measurements and Fractal Nature of Porosity. *Geophysics*, 56: 758-768.
- ROCHA, B.R.P. & HABASHY, T.M. 1995a. Fractal Geometry, Porosity and Complex Resistivity. I From Rough Pore Interfaces to Hand Specimens. In: LOVELL, M.A., *Developments in Petrophysics*, London Geological Society, Special Publication.
- ROCHA, B.R.P. & HABASHY, T.M. 1995b Fractal Geometry, Porosity and Complex Resistivity. II From Hand Specimens to Field Data. In: LOVELL, M.A., *Developments in Petrophysics*, London Geological Society, Special Publication.
- ROCHA, B.R.P., LEÃO, J.W.D.; DIAS, C.A. 1991. Ajuste Automático de Condutividade Complexa para Descrever o Comportamento Elétrico de Rochas a Baixas Freqüências, In: CONG. INT. GEOF.,2, Rio de Janeiro, *Anais*. Rio de Janeiro, SBGf. V.I, p. 260-265.
- RZHEVSKY & NOVIK. 1971. *The Physics of Rocks*. Moscow, MIR. 320 p.
- SAINT-AMANT, M. & STRANGWAY, D.W. 1970. Dielectric Properties of Dry, Geologic Materials. *Geophysics*, 35(4): 624-645.
- SAMPAIO, E.E.S. & CARDOSO, C.E. 1995. Polarização Induzida Espectral no Alvo M16 - Santaluz - BA, In: CONG. INT. GEOF.,4, Rio de Janeiro, *Expanded Abstracts*. Rio de Janeiro, SBGf. V.I, p. 499-502.
- SCOTT, J.H., CARROLL, R.D.; CUNNINGHAM, D.R. 1967. Dielectric Constant and Electrical Conductivity Measurements of Moist Rock : A new Laboratory Method. *J. Geophys. Res.*, 72:5101-5115.
- SEIGEL, H.O. 1959a. A Theory for Induced Polarization Effects (for step Excitation Function). In: WAIT, J.R.,ed., *Overvoltage Research and Geophysical Applications*. Pergamon Press Inc., p. 4-21.
- SEIGEL, H.O. 1959b. Mathematical Formulation and Type Curves for Induced Polarization. *Geophysics*, 24:547-563
- SEN, P.N. 1980. The Dielectric Constant and Conductivity Response of Sedimentary Rocks. *Soc. Petr. Eng.*, Paper 9397.
- SEN, P.N. 1981. Relation of Certain Geometrical Features to the Dielectric Anomaly of Rocks. *Geophysics*, 46(12): 1714 - 1720.

- SEN, P.N., SCALA, C.; COHEN, M.H. 1981. A Self-Similar Model for Sedimentary Rocks with Application to the Dielectric Constant of Fused Glass Beads. *Geophysics*, 46(5):781-795.
- SHAW, M. & REMICK, A.E. 1950. The nature of polarization capacity and polarization resistance (Part - I). *Jour. Electrochem. Soc.*, 97(10):324.
- SNYDER, D.D., MERKEL, R.H.; WILLIAMS, J.T. 1977. Complex Formation Resistivity - The Forgotten Half of the Resistivity Log. In: ANN. LOG. SYMP., 18, SPWLA, June 5-8 1977.
- SNYDER, D.D., KOLVOORD, R.W., FRANGOS, W., BAJWA, Y., FLEMING, D., B.; TASOI, M.T. 1981. Exploration for Petroleum Using Complex Resistivity Measurements. In: ADVANCES IN INDUCED POLARIZATION AND COMPLEX RESISTIVITY, Proceedings, Univ. Arizona, Jan. 5-7, 1981.
- SUMNER, J.S. 1976. *Principles of Induced Polarization for Geophysical Exploration*, Amsterdam, Elsevier.
- VACQUIER, V., HOLMES, C.R., KINTZINGER, P.R.; LAVERGNE, M. 1957. Prospecting for ground water by induced electrical polarization. *Geophysics*, 22(3): 666 - 687.
- VAN VOORHIS, G.D., NELSON, P.H.; DRAKE, T.L. 1973. Complex resistivity spectra of porphyry copper mineralization. *Geophysics*, 38: 49-60
- VANHALA, H. & PELTONIEMI, M. 1992. Spectral IP studies of Finnish ore prospects. *Geophysics*, 57(12): 1545-1555.
- VANHALA, H., SOININEN, H.; KUKKONEN I. 1992. Detecting organic chemical contaminants by spectral-induced polarization method in glacial till environment. *Geophysics*, 57(8):1014-1017.
- VINEGAR, H.J. & WAXMAN, M.H. 1984a. Induced Polarization of Shaly Sands. *Geophysics*, 49(8) : 1267 - 1287.
- VINEGAR, H.J. & WAXMAN, M.H. 1984b. Induced Polarization of Shaly Sands - The Effect of Clay Counterion Type. *The Log Analyst*, 6 : 11 - 22.
- VON HIPPEL, A.R. 1954a. *Dielectrics and Waves*, Cambridge, Massachusetts, The MIT Press.
- VON HIPPEL, A.R. 1954b. *Dielectrics Materials and Applications*. New York, John Wiley & Sons.

- WAIT, J.R.. 1959a. A Phenomenological Theory of Overvoltage, in: **Overvoltage Research and Geophysical Applications**, Ed. J.R. Wait, Pergamon Press, New York.
- WAIT, J.R.. 1959b. The variable - frequency Method, in: **Overvoltage Research and Geophysical Applications**, Ed. J.R. Wait, Pergamon Press, New York.
- WAIT, J.R. 1982. Theory of Induced Electrical Polarization (Quasi-Static Approach). In: **Geo-Electromagnetism**, Academic Press.
- WAIT, J.R. 1989. Complex Resistivity of the Earth, Chap.1, In: KINGJ.A., **Progress in Electromagnetics Research**, Pier 1, Elsevier, Amsterdam.
- WAIT, J.R. 1994. Quasi-static response of a sub-surface polarizable metal sheet. **Jour. of Electromagnetic Waves and Applications**, 8(11): 1385-1393.
- WARBURG, E. 1899. On the behavior of so-called unpolarizable electrodes with respect to alternating current. **Annalen der Physik und Chemie**, 3, 493-499.
- WARD, S.H. & FRASER, D.C. 1967. Conduction of Electricity in Rocks, in: **Mining Geophysics**, vol. II, Soc.Exp. Geop. USA, 197-223.
- WONG, J. 1979. An Electrochemical Model of the Induced Polarization Phenomena in Disseminated Sulphide Ores, **Geophysics**, 44 : 1245 - 1265.
- WONG, J. & STRANGWAY, D.W. 1981. Induced Polarization in Disseminated Sulfide Ores Containing Elongated Mineralization. **Geophysics**, 46, 1258 - 1268.
- WONG, P., HOWARD, J.; LIN, J. 1986. Surface Roughening and the Fractal Nature of Rocks. **Physical Review Letters**, 57(5): 637 - 640.
- WORTHINGTON, P.F., & COLLAR, F.A. 1984. Relevance of induced Polarization to Quantitative Formation Evaluation. **Marine and Petroleum Geology**, 1:14-26.
- WYNN, J.C. & ZONGE, K.L. 1975. EM Coupling, Its Intrinsic Value, Its Removal and the Cultural Coupling Problem. **Geophysics**, 40(5) : 831 - 850.
- WINN, J.C. & ZONGE, K.L. 1977. Electromagnetic Coupling. **Geophysical Prospecting**, 25:29-51.
- ZONGE, K.L., SAUCK, W.A.; SUMNER, J.S. 1972. Comparison of time, frequency, and phase measurements in Induced Polarization. **Geophysical Prospecting**, 20:626-648.

A - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de ZONGE et al. (1972)

Os autores mediram amplitude e fase de 10 amostras mineralizadas de testemunho de sondagem saturadas com água de torneira como eletrólito. O intervalo de frequência variou de 10^{-2} Hz a 10^3 Hz. Os dados experimentais e os parâmetros obtidos com os ajustes de curvas estão apresentados neste Apêndice. A Tabela A.1 resume os dados mineralógicos apresentados por ZONGE et al. (1972), e a Tabela A.2 apresenta os parâmetros obtidos (ρ_o , m , δ_r , τ , τ_f , η e τ_o).

Tabela A.1 - Descrição mineralógica das amostras de ZONGE et al.(1972) e parâmetros do modelo ajustado; PI- pirita; CP- calcopirita; MAG- magnetita; HEM- hematita; CO=covelita+calcocita; PYRR-pirrotita; r_m = tamanho do grão mineral; d=disseminado; fd=finamente disseminado; v=veios; m=maciço; cd= disseminado em grãos grosseiros

AMOSTRAS	MATERIAL (tipo)	tipo de sulfeto					r_m (μm)
		PI	CP	MAG	HEM	CO	
ZG-1	rocha amorfa	3,0(fd)					1-20
ZG-2	peridotito		0,2(d)	15,0(cd)	pyrr(0,5-d)		> 3mm
ZG-3	feldspato porfírico		< 0,1(v+fd)	< 0,1(v+fd)	< 0,1(v+fd)		50
ZG-4	Qs monsonítico porfírico	< 0,1(v)		0,5(d)	0,5(d)	< 0,1(d)	70-170
ZG-5	calcário gráfítico						
ZG-6	meta-siltito	< 0,4(v+fd)	< 0,2(v+fd)			< 0,2(v+fd)	70-50
ZG-7	Qs monsonítico pórf.	> 2,0(v+d)	< 0,1(v+d)			0,2(v+d)	14-770
ZG-8	Qs monsonítico pórf.	< 3,0(v+d)	0,1(v+d)			0,3(v+d)	7-700
ZG-9	pegmatito	> 3,0(v+d)	< 0,1(v+d)	tr		< 0,1(v+d)	14-860
ZG-10	Qs. feldspático pórf.	> 2,0(v+d)		tr		0,1(v+d)	7-700

Tabela A.2 - Parâmetros ajustados aos dados experimentais de ZONGE et al. (1972)

Amostra	ρ_o (ohm.m)	m	δ_r	τ (μs)	τ_f (ms)	η	τ_o (μs)
ZG-1	312.5	.273	1.061	.036	.228	.995	9.90
ZG-2	5000	.935	0.010	.021	.002	.376	7.48
ZG-3	1820	.634	0.688	100.0	.010	.248	.053
ZG-4	6799	.995	1.615	100.0	1000	.375	100.0
ZG-5	350.0	.965	0.054	.017	3.12	.304	56.23
ZG-6	205.5	.697	0.338	.001	.006	.246	11.91
ZG-7	270.0	.628	0.473	.001	.002	.215	211.8
ZG-8	769.6	.547	0.276	196.8	.018	.462	.556 ms
ZG-9	6555	.754	0.167	261.5	9.08	.434	1.48 μs
ZG-10	797.9	.662	0.128	9.89	.256	.415	0.12 μs

Tabela A.3 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-1 (ZONGE et al., 1972 - amostra minn-1).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-1	312,5	0,273	1,061	0,036	0,228	0,995	9,90	12,48	1,86

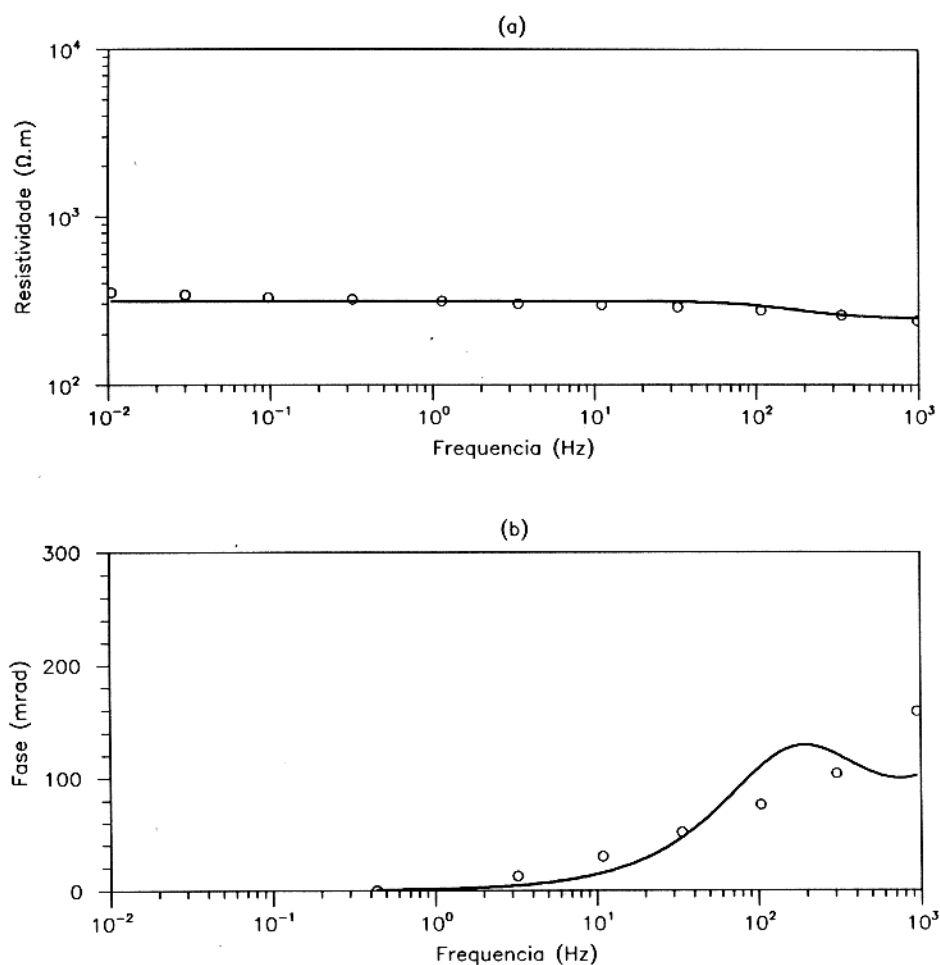


Figura A.1 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-1 (ZONGE et al., 1972 - amostra minn-1).

Tabela A.4 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-2 (ZONGE et al., 1972 - amostra minn-2).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-2	5000	0,935	0,010	0,021	0,002	0,376	7,48	2,59	0,88

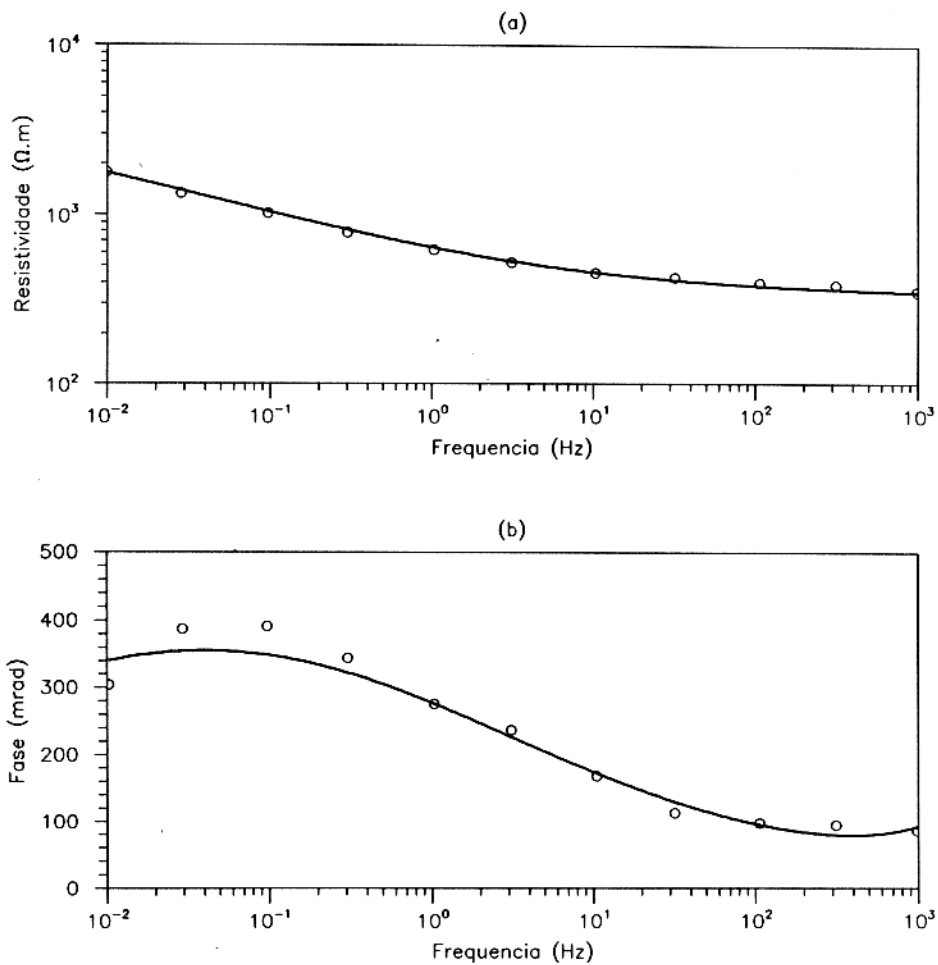


Figura A.2 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-2 (ZONGE et al., 1972 - amostra minn-2).

Tabela A.5 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-3 (ZONGE et al., 1972 - amostra y4125-a).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-3	1820	0,634	0,688	100,0	0,010	0,248	0,053	3,81	0,22

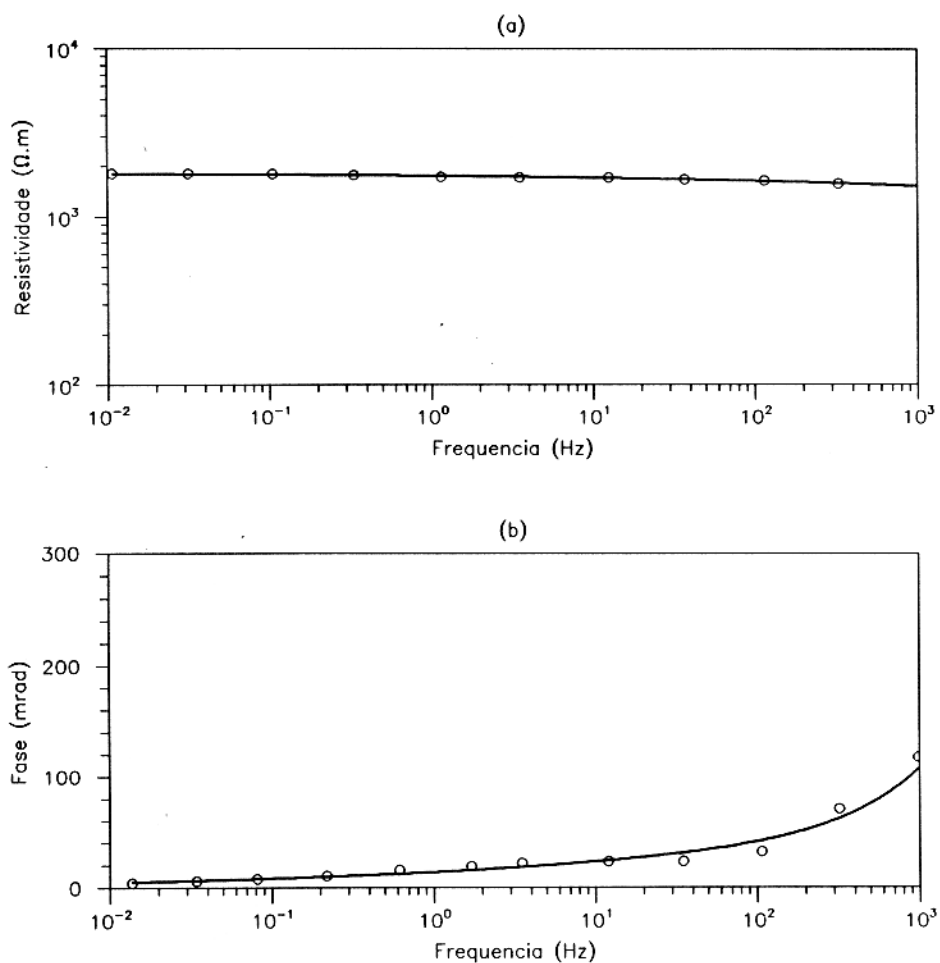


Figura A.3 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-3 (ZONGE et al., 1972 - amostra y4125-a).

Tabela A.6 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-4 (ZONGE et al., 1972 - amostra tb15-1).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-4	6799	0,995	1,615	100,0	1000	0,375	100,0	14,2	0,48

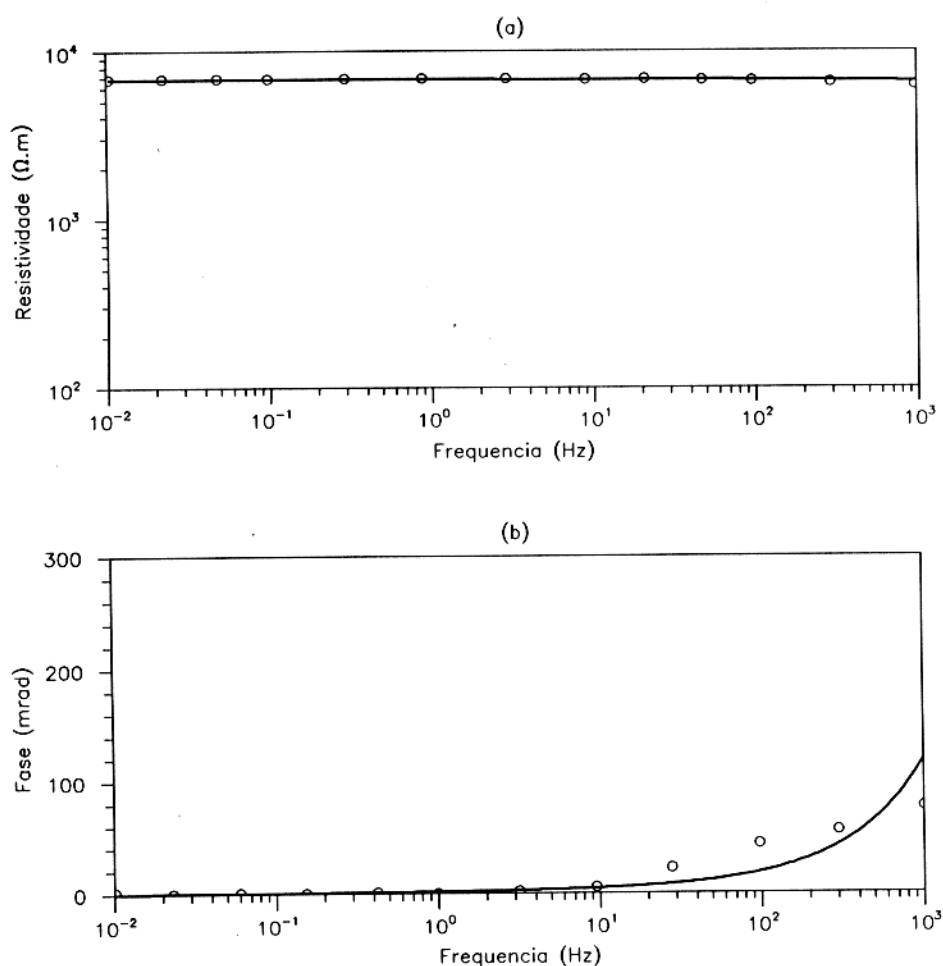


Figura A.4 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-4 (ZONGE et al., 1972 - amostra tb15-1).

Tabela A.7 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-5 (ZONGE et al., 1972 - amostra an10-a).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-5	350,0	0,965	0,054	0,017	3,12	0,304	56,23	5,98	1,49

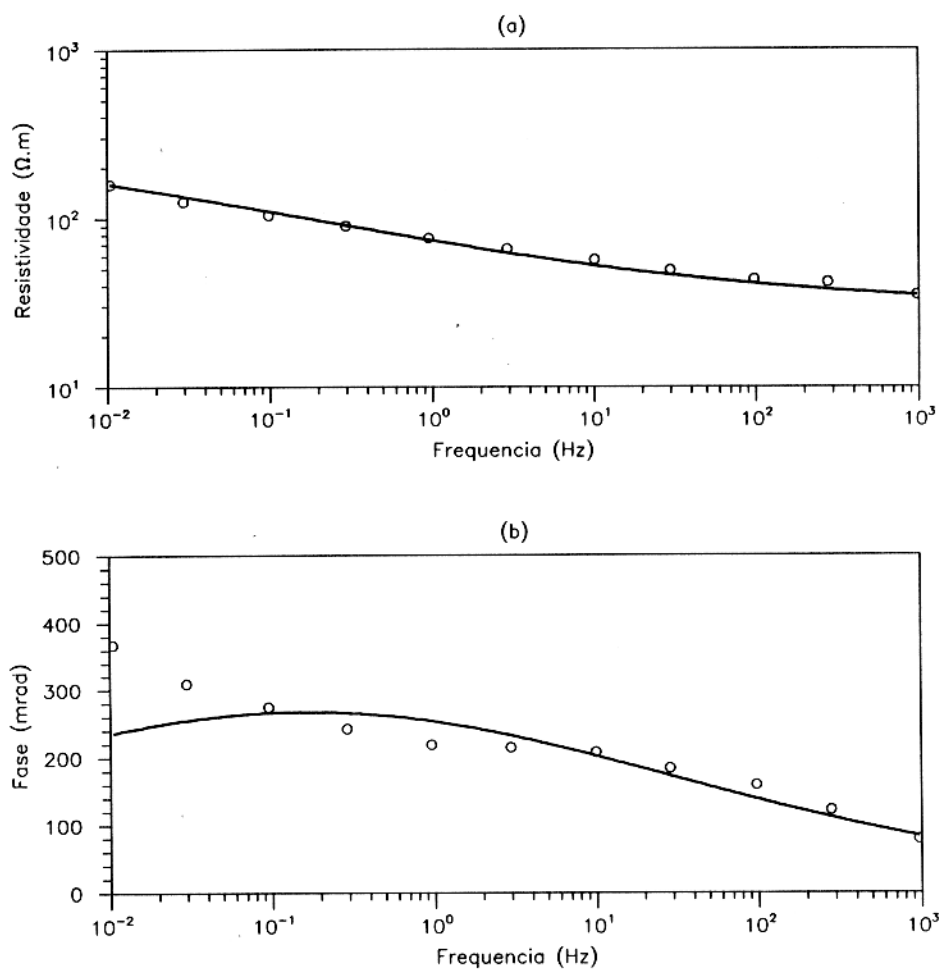


Figura A.5 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-5 (ZONGE et al., 1972 - amostra an10-a).

Tabela A.8 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-6 (ZONGE et al., 1972 - amostra tb2440).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-6	205,5	0,697	0,338	0,001	0,006	0,246	11,91	3,7	0,35

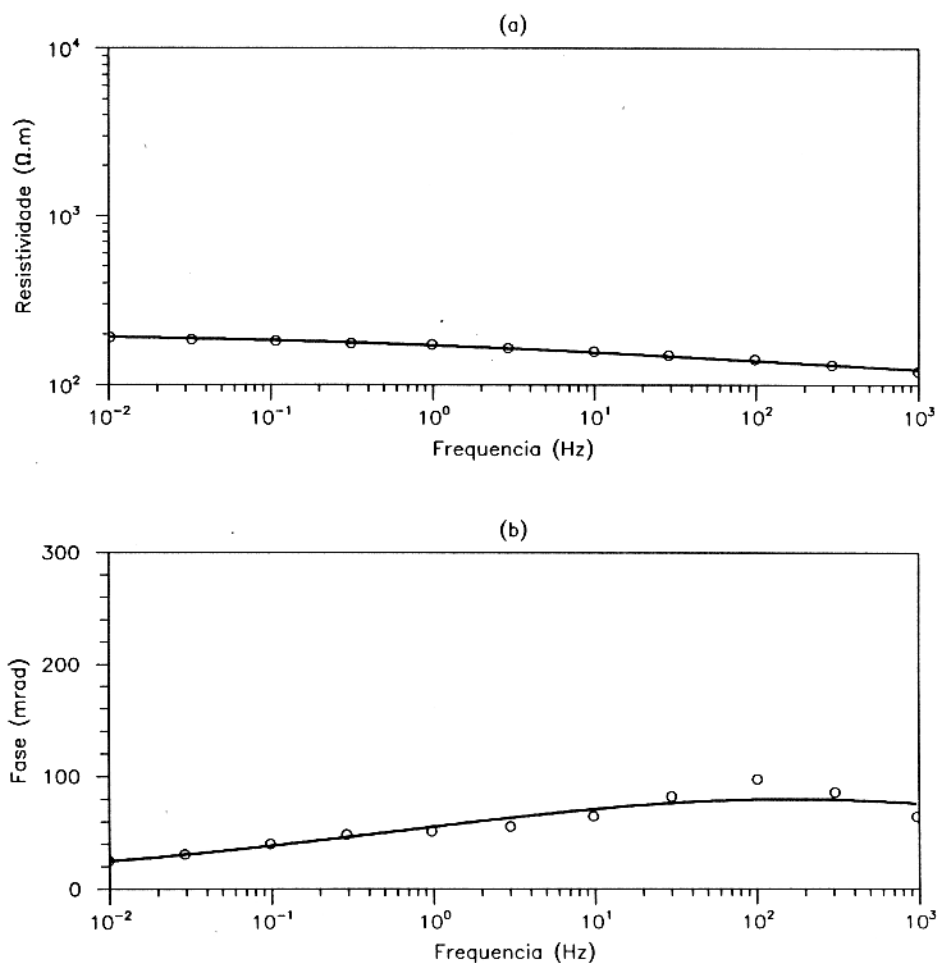


Figura A.6 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-6 (ZONGE et al., 1972 - amostra tb2440).

Tabela A.9 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-7 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor1).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-7	270,0	0,628	0,473	0,001	0,002	0,215	211,8	0,80	0,73

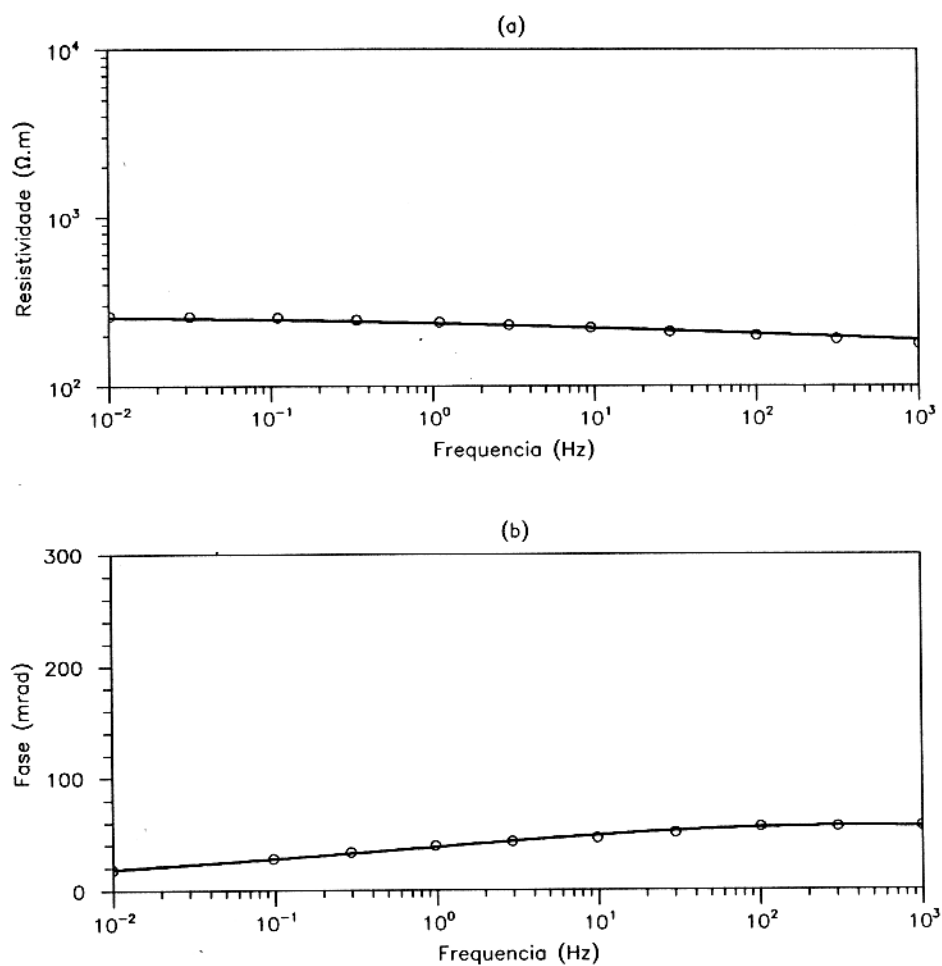


Figura A.7 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-7 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor1).

Tabela A.10 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-8 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor2).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro no Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-8	769.6	.547	0.276	196.8	.018	.462	.556 ms	1.49	2.81

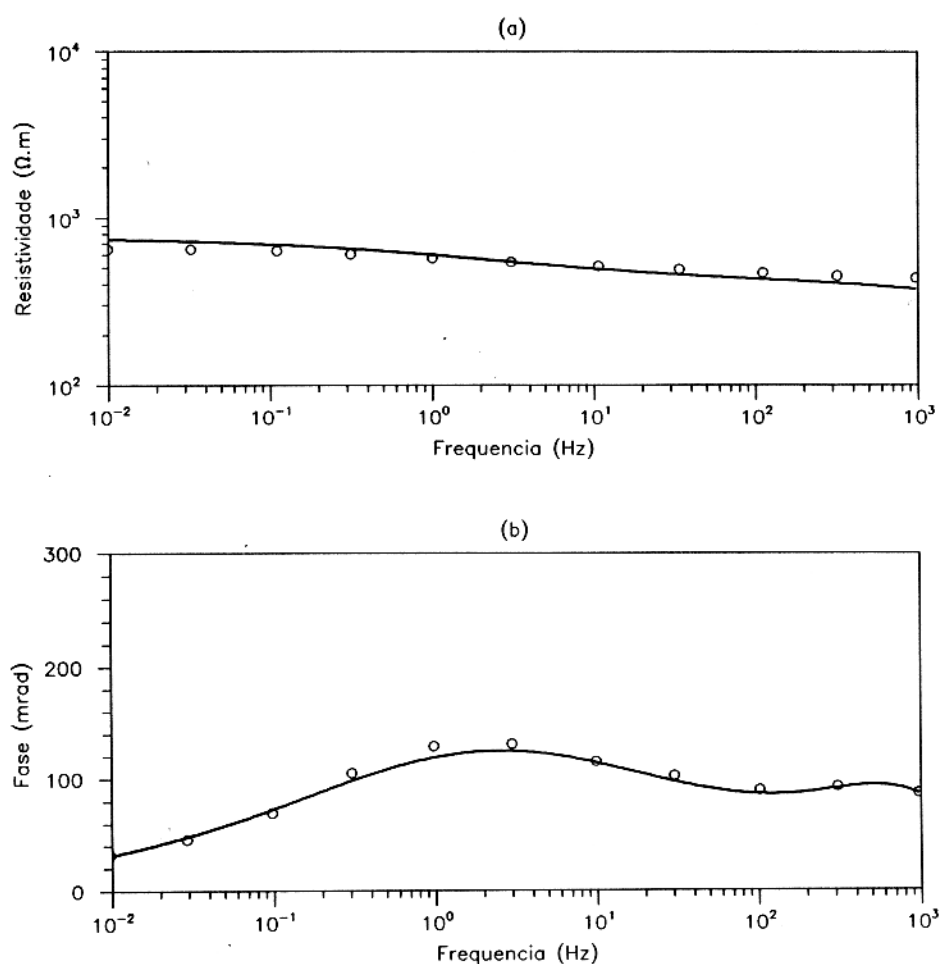


Figura A.8 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-8 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor2).

Tabela A.11 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-9 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor3).

AMOSTRA	Parâmetros do model							Erro no Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-9	6555	0,754	0,167	261,5	9,08	0,434	1,48 μs	1,22	0,52

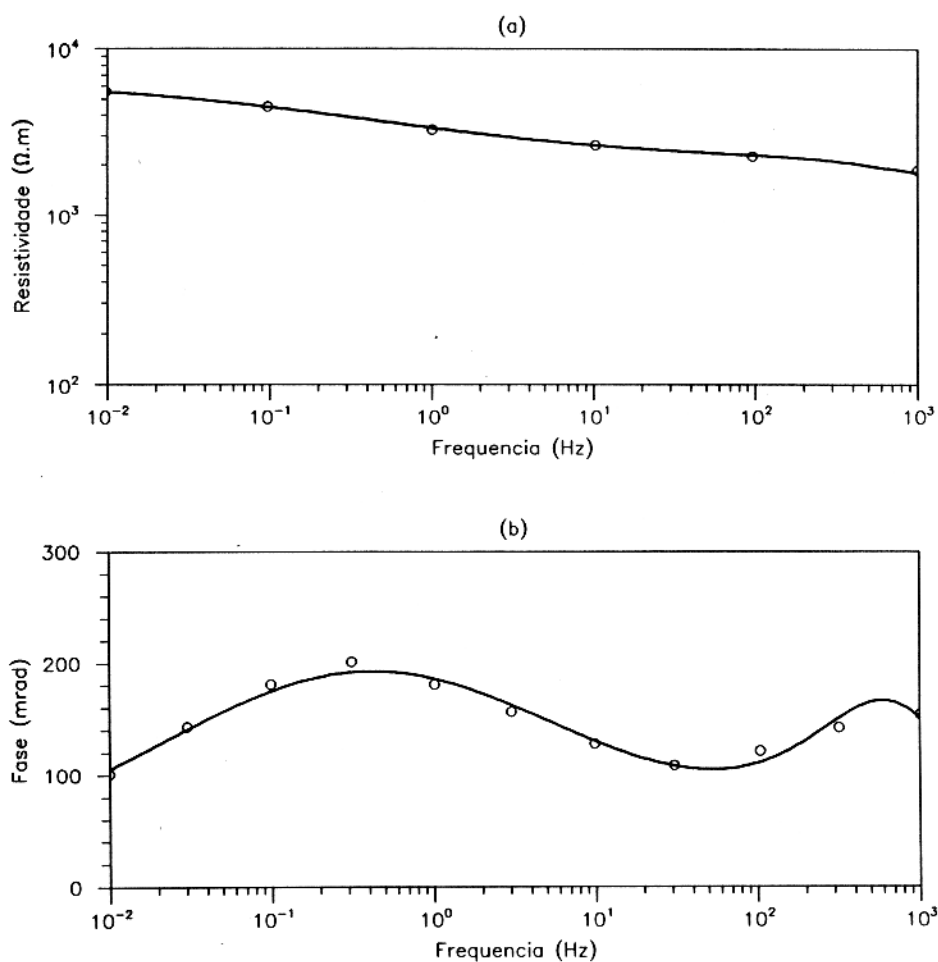


Figura A.9 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-9 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor3).

Tabela A.12 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra ZG-10 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor4).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
ZG-10	797,9	0,662	0,128	9,89	0,256	0,415	0,12 μs	2,19	0,46

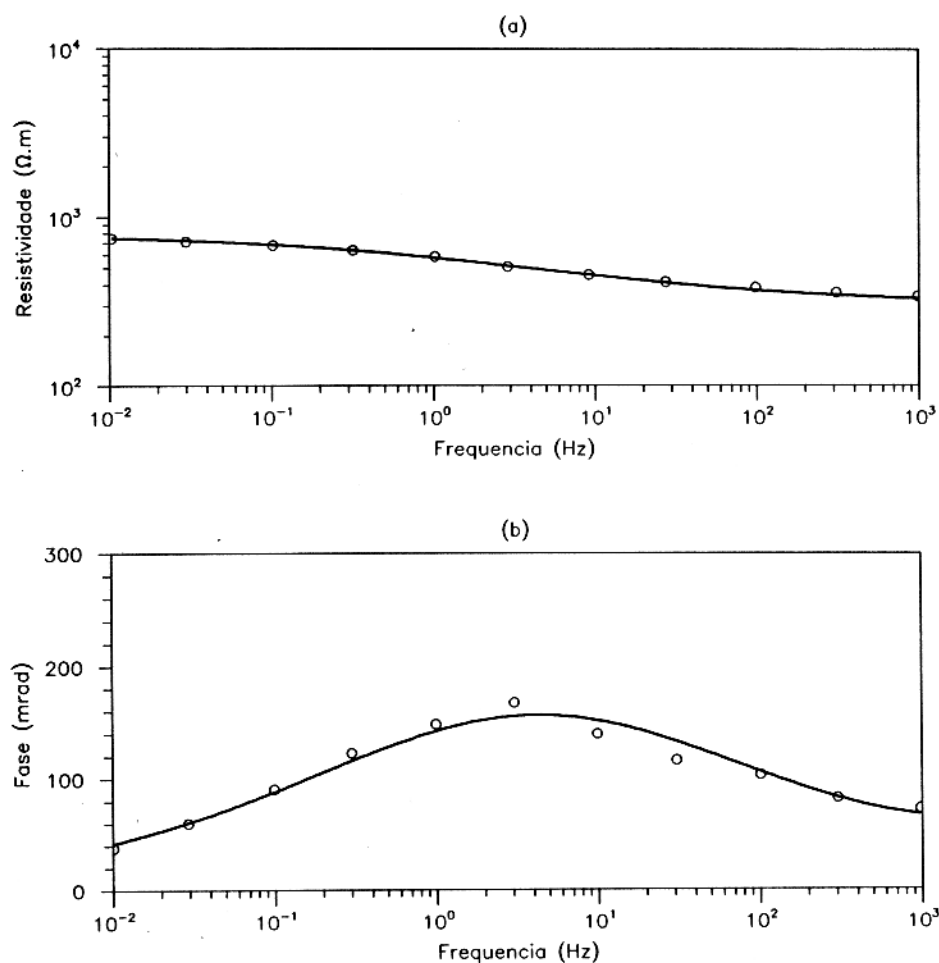


Figura A.10 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra ZG-10 (ZONGE et al., 1972 - amostra mor4).

B - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de KLEIN & SILL (1982).

Os autores mediram a amplitude e a fase da resistividade elétrica complexa em amostras sintéticas feitas com uma matriz de grânulos de vidro e partículas disseminadas de argila ou pirita. O intervalo de frequência usado nas medidas foi de 10^{-2} Hz a 10^3 Hz. Os dados experimentais e os parâmetros obtidos com o ajuste de curva estão apresentados neste apêndice. A Tabela B.1 resume os dados mineralógicos apresentados por KLEIN & SILL (1982), e a Tabela B.2 apresenta os parâmetros obtidos com o novo modelo (ρ_o , m , δ_r , τ , τ_f , η e τ_o)

Tabela B.1 - Parâmetros do modelo para dados de KLEIN & SILL (1982).

Sample	ρ_o (ohm.m)	m	δ_r	τ μs	τ_f (ms)	η	τ_o (μs)
KL-1	2.62	.995	0.0012	.016	.549	.733	.0001
KL-2	53.64	.494	.272	.003	1.17	.749	.005
KL-3	10.66	.408	7.448	.094	52.77	.297	.0008

Tabela B.2 - Descrição mineralógica das amostras de KLEIN & SILL (1982). Amostras sintéticas fabricadas com uma matriz de grânulos de vidro e partículas de argila ou pirita disseminada ; tamanho dos grânulos de vidro: $10^{-4}m$; tamanho dos grãos de pirita: $1.5 \times 10^{-3}m$; PI- pirita; Ca mont- Calcium montmorilonita.

AMOSTRA	MATERIAL (tipo)	MINERALOGIA		ELETROLITO
		tipo de minerais		mol/l
		PI	Ca mont.	NaCl sol.
KL-3	artificial (argila disseminada em grânulos de vidro)		3,0	0,01
KL-1	interface pirita			0,1
KL-2	artificial (pirita disseminada em grânulos de vidro)	10		0,001

Tabela B.3 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra KL-1 (KLEIN & SILL, 1982 - Figura 11).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
KL-1	2,62	0,995	0,0012	0,016	0,549	0,733	0,0001	7,40	3,27

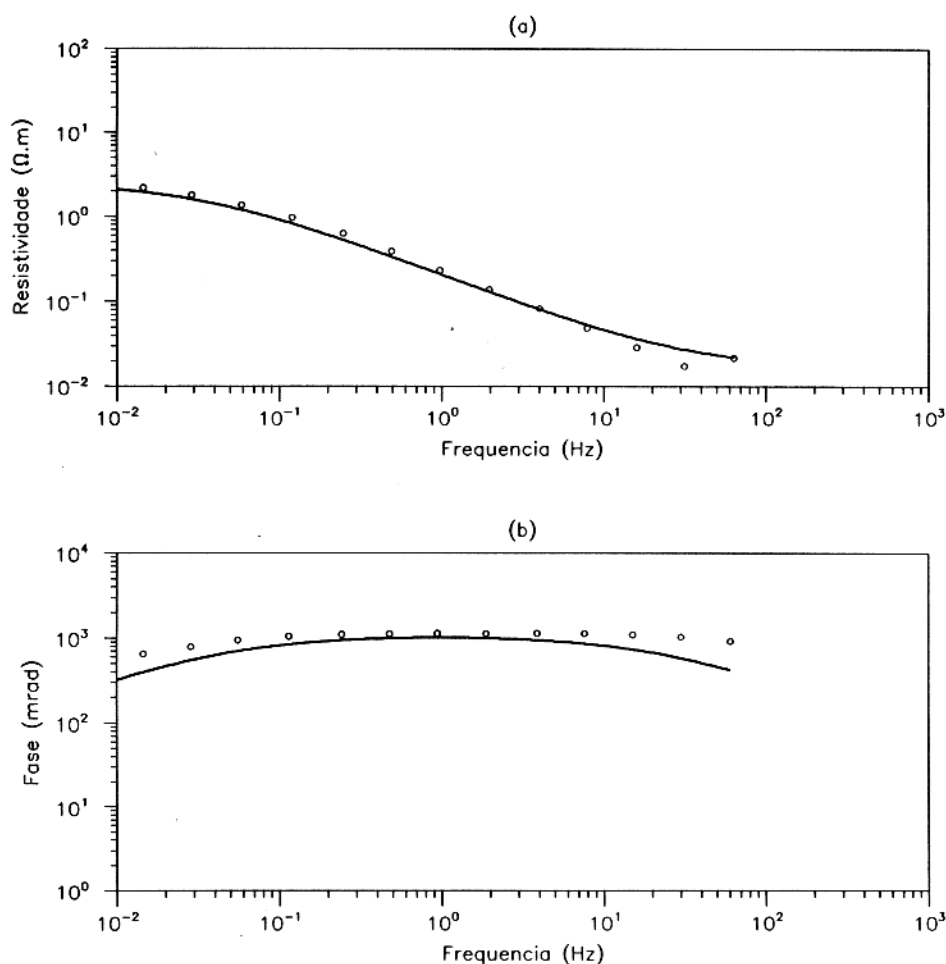


Figura B.1 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra KL-1 (KLEIN & SILL, 1982 - Figura 11).

Tabela B.4 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra KL-2 (KLEIN & SILL, 1982 - Figura 13).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
KL-2	53,64	0,494	0,272	0,003	1,17	0,749	0,005	1,05	0,43

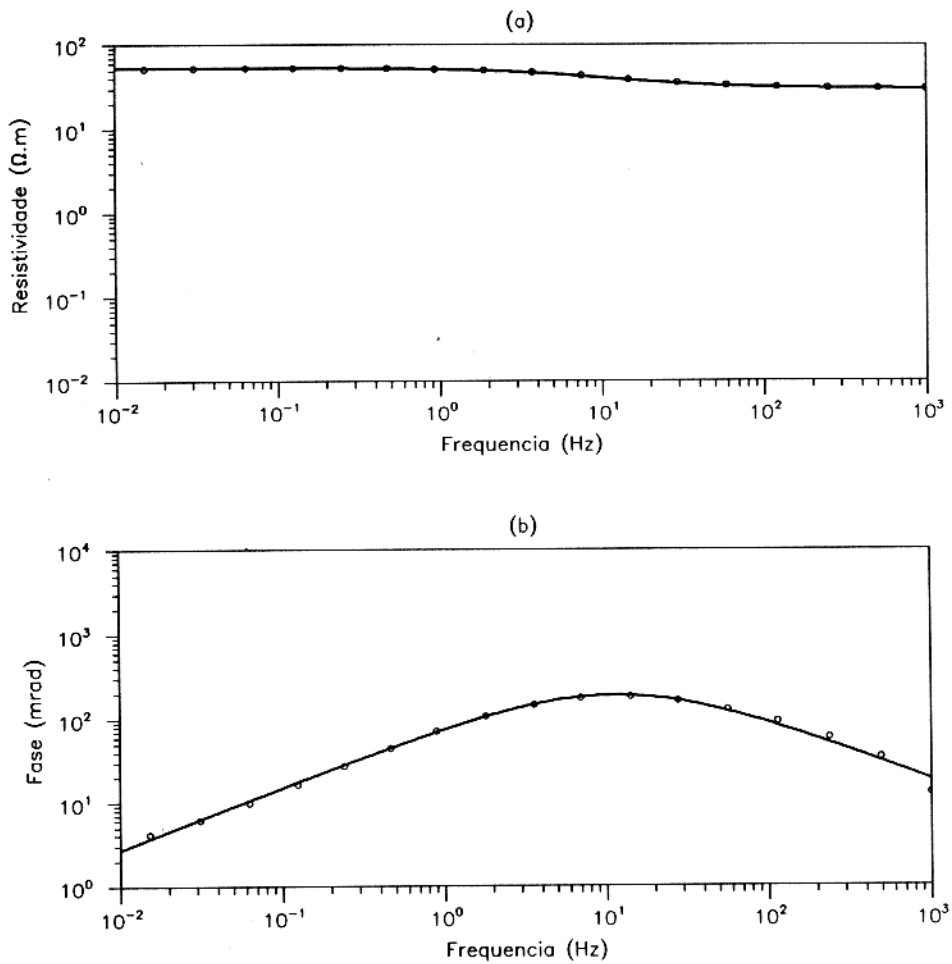


Figura B.2 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra KL-2 (KLEIN & SILL, 1982 - Figura 13).

Tabela B.5 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra KL-3 (KLEIN & SILL, 1982 - Figura 5).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
KL-3	10,66	0,408	7,448	0,094	52,77	0,297	0,0008	5,54	0,11

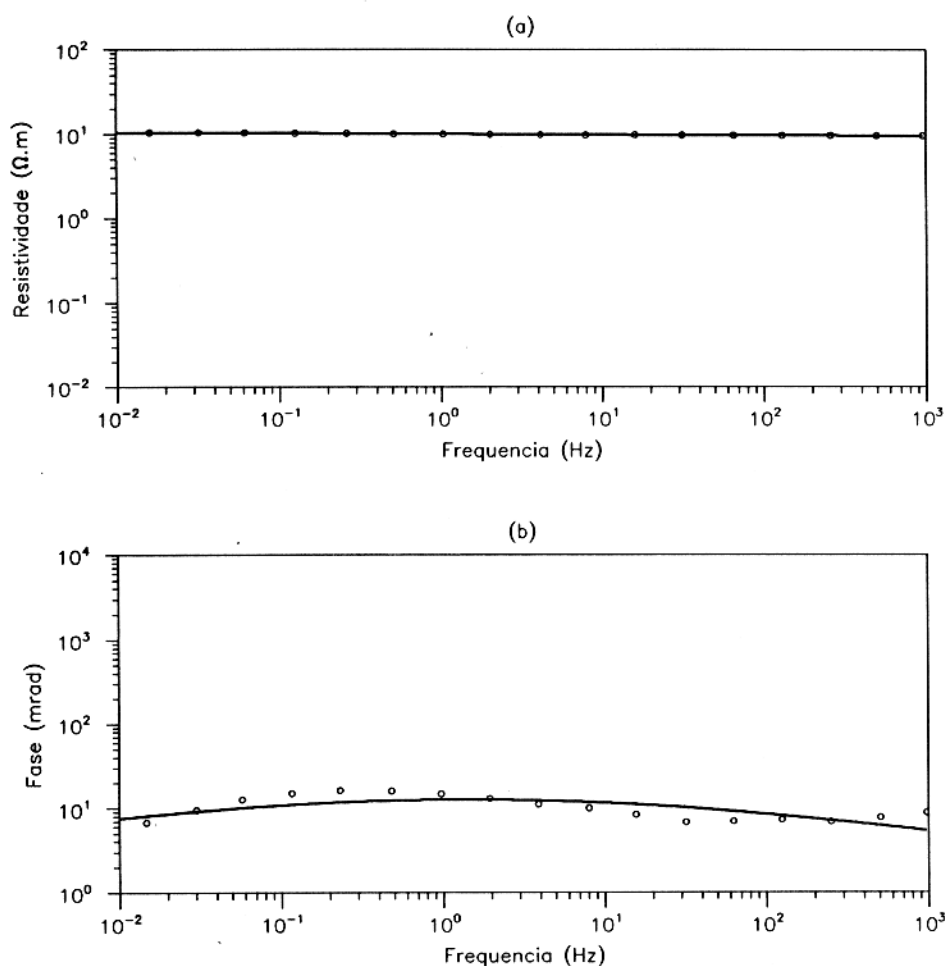


Figura B.3 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra KL-3 (KLEIN & SILL, 1982 - Figura 5).

C - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de OLHOEFT (1985).

O autor mediu a condutividade complexa de diferentes tipos de rochas incluindo solos normais, solos contaminados com poluentes químicos, depósitos minerais (grafita maciça, arenitos mineralizados) e eletrodos de pura grafita. Os dados experimentais e os parâmetros obtidos com o ajuste de curvas estão apresentados neste apêndice. A Tabela C.1 resume os dados experimentais apresentados por OLHOEFT (1985), e a Tabela C.2 apresenta os parâmetros obtidos com o ajuste do novo modelo (ρ_o , m , δ_r , τ , τ_f , η e τ_o)

Tabela C.1 - descrição mineralógica das amostras de OLHOEFT (1985)

Amostra	Descrição
Oh-1	Tufo com seu conteúdo natural de água inalterado
Oh-2	Arenito siltico finamente estratificado contendo material carbonático e argila com seu conteúdo natural de água
Oh-3	Arenito mineralizado saturado com uma solução de KCl 0.001 mol/l
Oh-4	Grafita em uma célula de corrosão de três eletrodos com uma solução 0.001 mol/l KCl
Oh-5	Nicolita em uma célula de corrosão de três eletrodos com uma solução de KCl 0.001 mol/l
Oh-6	Grafita amorfa maciça saturada com uma solução de KCl 0.001 mol/l KCl
Oh-7	Grafita disseminada em xisto com uma solução de KCl 0,001mol/l KCl
OH-8u	Solos montimoriloníticos contaminados com lixo orgânico
Oh-8c	Solos montimoriloníticos não contaminados
Oh-9u	Solos esmectíticos não contaminados
Oh-9c	Solos esmectíticos contaminados com lixo orgânico

Tabela C.2 - Parâmetros do modelo para dados de OLHOEFT (1985).

Amostra	ρ_o (ohm.m)	m	δ_r	τ (μs)	τ_f (ms)	η	τ_o (ps)
Oh-1	459.4	.666	2.422	.691	.010	.218	.065
Oh-2	400.0	.439	0.303	.342	97.8	.323	.005
Oh-3	13.60	.950	1.764	2.08	962.	.232	.955
Oh-4	48.32	.956	0.007	484.	221.	.731	.003
Oh-5	25.94	.949	0.024	9.98	6.46	.649	.0002
Oh-6	950.8	.949	0.038	8.47	44.6	.327	.0001
Oh-7	0.800	.950	0.021	9.999	.010	.301	.022
Oh-8u	5.669	.995	4.046	.157	.001	.159	.294
Oh-8c	7.877	.756	2.042	.121	.783	.378	.009
Oh-9u	30.00	.608	0.617	.207	29900	.238	.026
Oh-9c	30.00	.691	0.292	.255	13935	.288	.024

Tabela C.3 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra Oh1 (OLHOEFT, 1985 - Figura 6).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(<i>ohm.m</i>)			(μs)	(<i>ms</i>)		(ps)	(%)	(%)
Oh-1	459,4	0,666	2,422	0,691	0,010	0,218	0,065	3,32	0,26

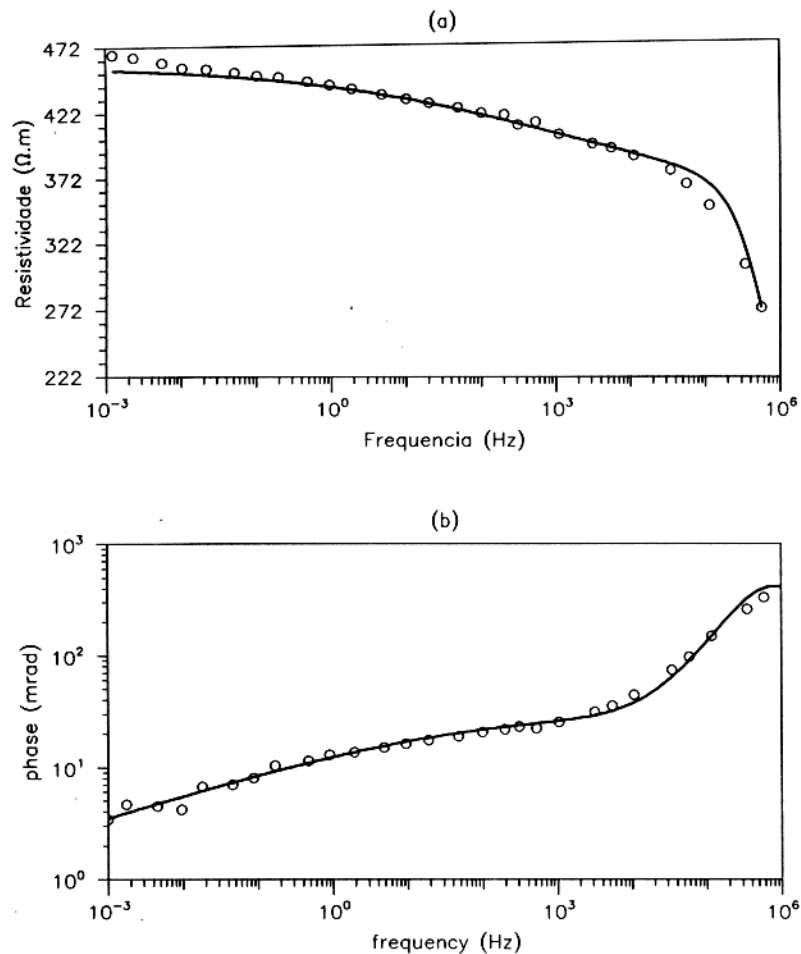


Figura C.1 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra Oh1 (OLHOEFT, 1985 - Figura 6).

Tabela C.4 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra Oh2 (OLHOEFT, 1985 - Figura 7).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
Oh-2	400,0	0,439	0,303	0,342	97,8	0,323	0,005	4,8	1,8

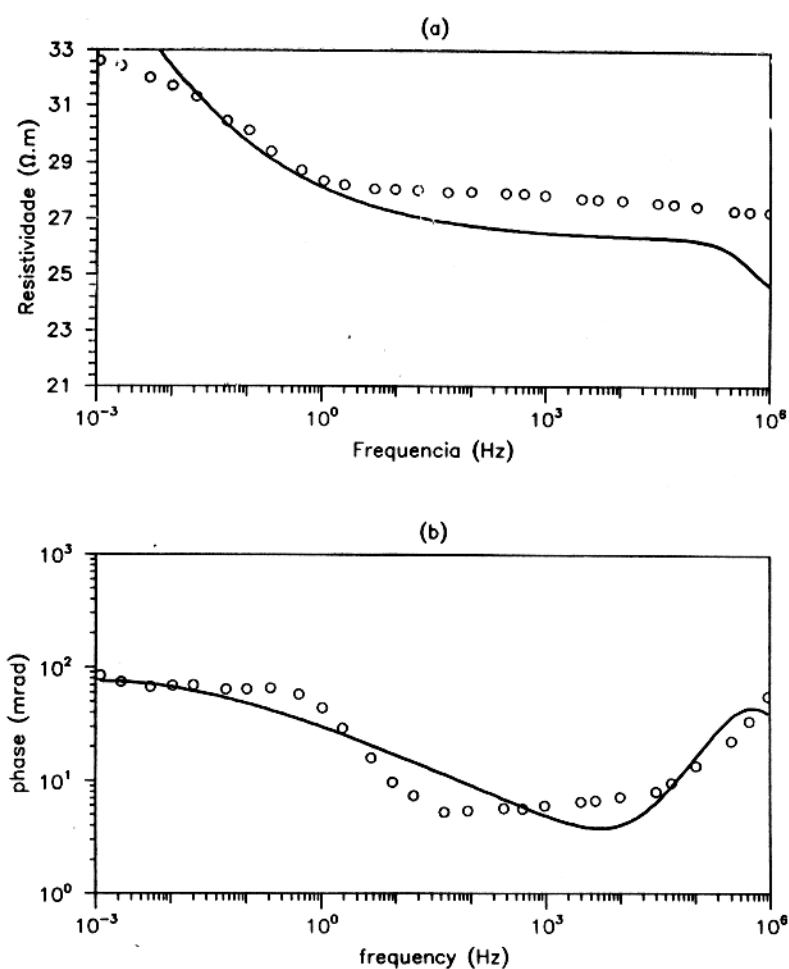


Figura C.2 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra Oh2 (OLHOEFT, 1985 - Figura 7).

Tabela C.5 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra Oh3 (OLHOEFT, 1985 - Figura 8).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
Oh-3	13,60	0,950	1,764	2,08	962,0	0,232	0,955	3,5	0,85

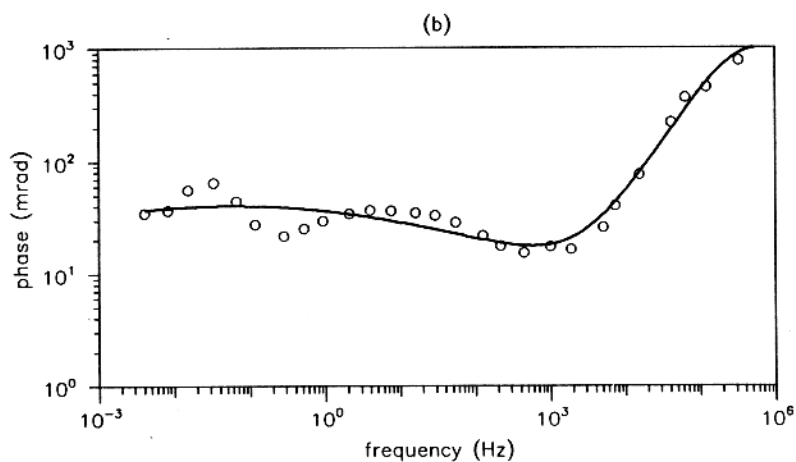
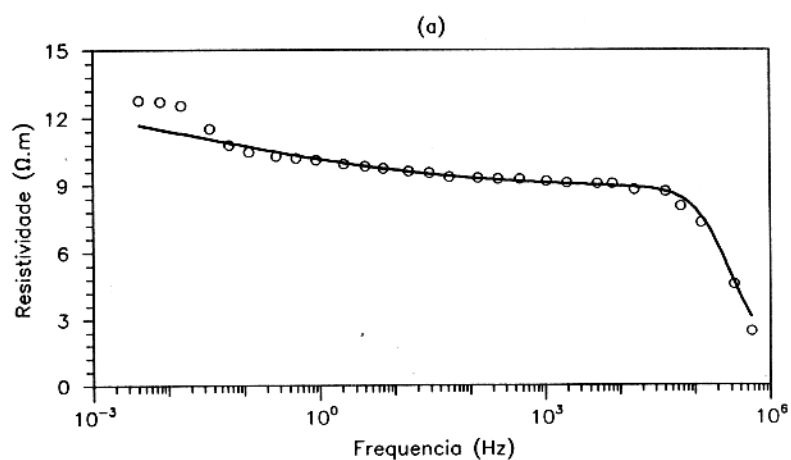


Figura C.3 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra Oh3 (OLHOEFT, 1985 - Figura 8).

Tabela C.6 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra Oh4 (OLHOEFT, 1985 - Figura 9).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
Oh-4	48.32	.956	.007	484.	221.	.731	.003	3.37	1.68

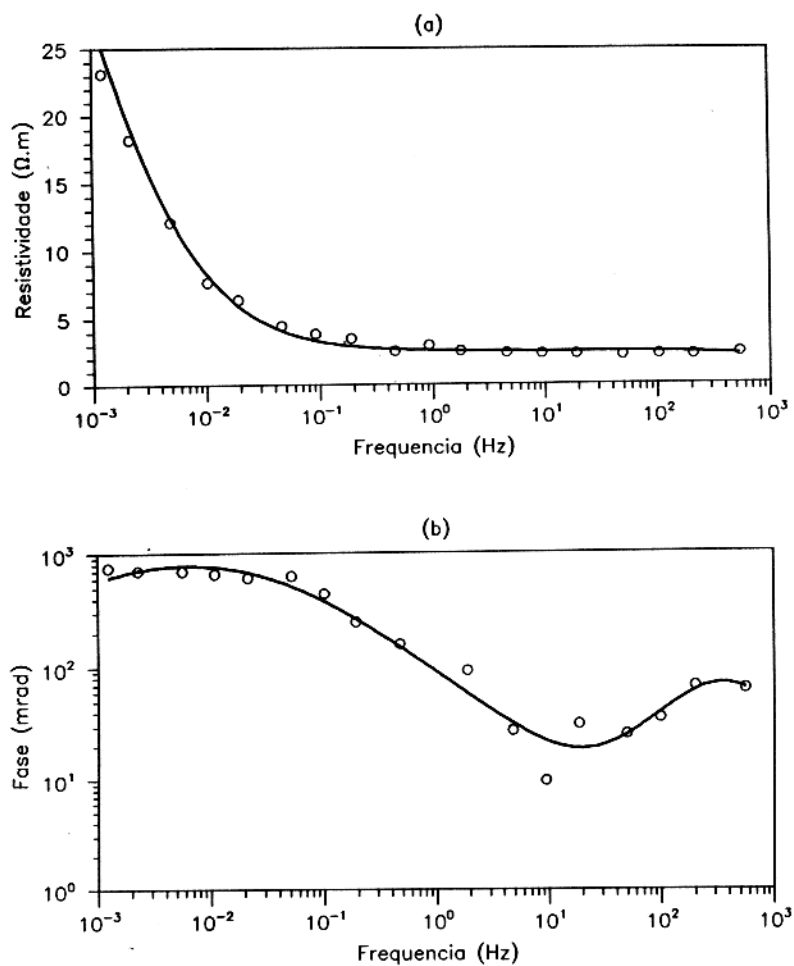


Figura C.4 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra Oh4 (OLHOEFT, 1985 - Figura 9).

Tabela C.7 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra Oh6 (OLHOEFT, 1985 - Figura 12).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
Oh-6	950,8	0,949	0,038	8,47	44,6	0,327	0,0001	5,93	1,80

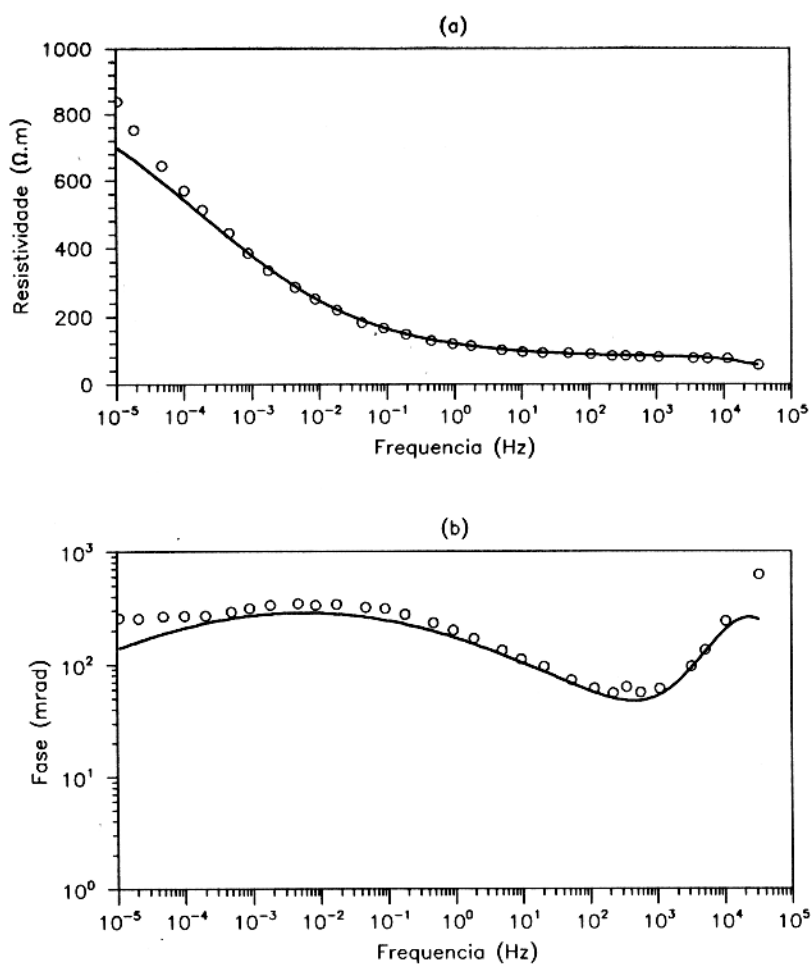


Figura C.5 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra Oh6 (OLHOEFT, 1985 - Figura 12).

Tabela C.8 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra Oh7 (OLHOEFT, 1985 - Figura 13).

AMOSTRA	Parameters of the model							Fitting error	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	phase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
Oh7	0,800	0,950	0,021	9,999	0,010	0,301	0,022	17,3	6,11

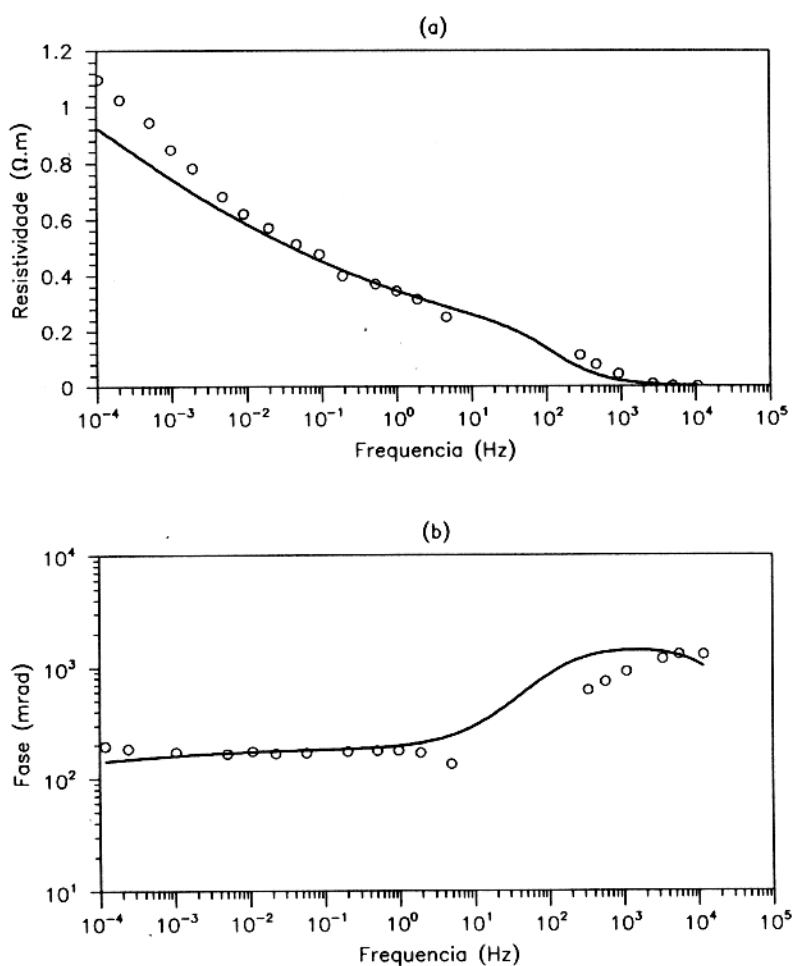


Figura C.6 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra Oh7 (OLHOEFT, 1985 - Figura 13).

Tabela C.9 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra Oh-8c e Oh-8u (OLHOEFT, 1985 - Figura 18).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($\Omega.m$)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
Oh-8u	5,669	0,995	4,046	0,157	0,001	0,159	0,294	3,40	0,34
Oh-8c	7,877	0,756	2,042	0,121	0,783	0,378	0,009	6,39	0,77

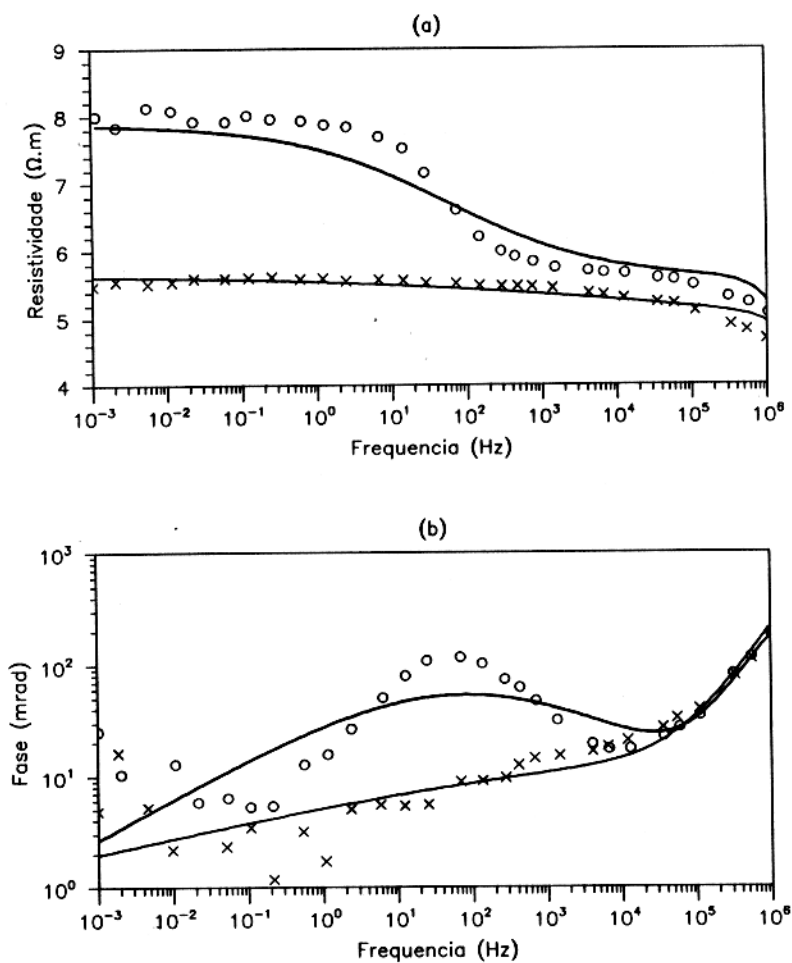


Figura C.7 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra Oh-8c e Oh-8u (OLHOEFT, 1985 - Figura 18).

Tabela C.10 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste às amostras Oh-9u e Oh-9c (OLHOEFT, 1985 - Figura 17).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
Oh-9u	30,00	0,608	0,617	0,207	29900	0,238	0,026	4,89	0,84
Oh-9c	30,00	0,691	0,292	0,255	13935	0,288	0,024	8,41	2,05

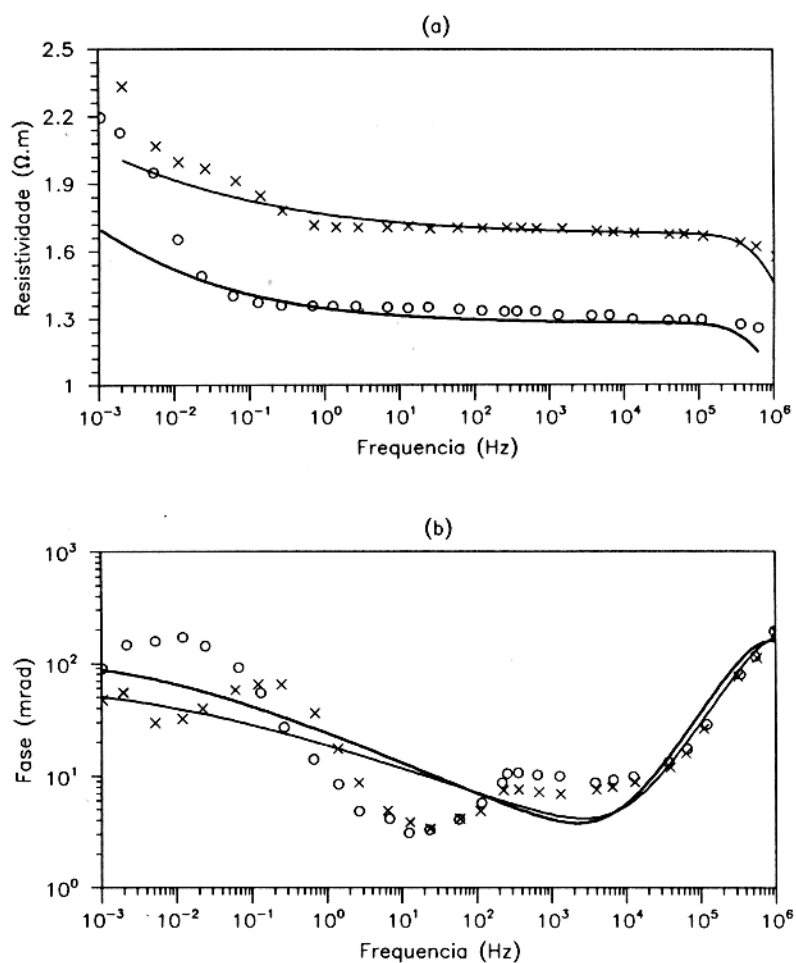


Figura C.8 - Dados Experimentais e curva ajustada às amostras Oh-9c e Oh-9u (OLHOEFT, 1985 - Figura 17).

D - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de MAHAN et al. (1986).

Os autores mediram a resistividade complexa (amplitude e fase) em amostras sintéticas feitas de uma matriz quartzosa e partículas de sulfeto metálico no intervalo de frequências de 0.01 Hz to 1MHz. Várias frações de minerais metálicos por volume e diferentes tamanhos de grãos da matriz e dos sulfetos foram utilizados nesta pesquisa. As amostras foram saturadas com diferentes tipos de eletrólitos e tinham diferentes níveis de porosidade.

Este conjunto de dados está entre os mais completos neste trabalho e os dados experimentais e os parâmetros obtidos com os ajustes estão apresentados neste Apêndice. A Tabela D.1 resume os dados mineralógicos apresentados por MAHAN et al. (1986), e a Tabela D.2 apresenta os parâmetros obtidos com o ajuste ao novo modelo (ρ_o , m , δ_r , τ , τ_f , η e τ_o).

Tabela D.1 - Descrição mineralógica das amostras sintéticas estudadas por MAHAN et al. (1986). As amostras são formadas por uma matriz sintética e partículas de calcopirita e-pirita variando o tamanho dos grãos de sulfeto, (r_m), tamanho dos grãos da matriz, (r_{qz}), porosidade (ϕ), e resistividade do eletrólito; Cp=Calcopirita; Pi=Pirita; (1) $NaCl$ (2) $CuSO_4$

Amostra	Cp (%)	r_m (μm)	r_{qz} (μm)	ϕ (%)	ρ_e ($\Omega.m$)
M1-1	9,0(Cp)	53-45	≤ 53	20,70	16,8(1)
M1-2	9,0(Cp)	53-45	≤ 53	20,70	113,6(1)
M1-3	9,0(Cp)	53-45	≤ 53	20,70	475,0(1)
M4-1	6,5(Cp)	150-125	≤ 53	34,30	15,0(1)
M4-2	6,5(Cp)	150-125	53	34,30	52,1(1)
M4-3	6,5(Cp)	150-125	≤ 53	34,30	105,5(1)
M7	6,0(Cp)	32-27	32-27	40,49	108,0(1)
M8	3,0(Cp)	32-27	32-27	43,28	108,0(1)
M9	0,6(Cp)	32-27	32-27	40,84	108,0(1)
M10	6,0(Cp)	0-2	≤ 19	47,50	108,0(2)
M11	6,0(Cp)	32-27	32-27	40,49	108,0(2)
M12	9,0(Cp)	53-45	≤ 53	20,70	108,0(2)
M13	6,5(Cp)	150-125	≤ 53	34,30	108,0(2)
M14	6,0(Cp)	500-425	≤ 53	42,46	108,0(2)
M15	9,0(Cp)	53-45	≤ 53	20,70	108,0(1)
M16	0,6(Cp)	53-45	≤ 53	41,24	108,0(1)
M17	6,0(Cp)	32-27	32-27	40,49	103,1(2)
M18	6,0(Cp)	32-27	32-27	40,49	50,0(2)
M19	6,0(Cp)	32-27	32-27	40,49	17,4(2)
M20	6,0(Pi)	53-45	≤ 53	37,11	152,4(1)
M21	9,0(Pi)	53-45	≤ 53	20,70	114(1)
M22	6,0(Pi)	500-425	≤ 53	42,46	120,0(1)
M23	6,0(Cp)	32-27	32-27	40,49	118,0(1)
M24	6,5(Cp)	150-125	≤ 53	34,30	106,0(1)
M25	6,0(Pi)	53-45	≤ 53	37,11	106,0(1)

Tabela D.2 - Parâmetros ajustados aos dados experimentais de MAHAN et al. (1986).

Amostra	ρ_o (ohm.m)	m	δ_r	τ (μs)	τ_f (ms)	η	τ_o (ps)
M1-1	69.48	.829	1.021	.079	.033	.635	.078
M1-2	172.8	.858	0.199	.068	.504	.504	.027
M1-3	730.2	.855	1.329	.997	.398	.567	.053
M4-1	49.97	.865	2.169	.106	.433	.446	.001
M4-2	98.04	.850	2.490	.290	.738	.569	.003
M4-3	336.2	.777	2.191	1.01	2.72	.563	.020
M7	216.2	.885	1.728	.248	.059	.468	.242
M8	349.8	.835	3.084	.819	.064	.391	.015
M9	394.0	.786	4.897	1.20	.010	.243	.003
M10	327.3	.884	2.905	.046	.010	.314	51.4
M11	180.4	.782	1.291	.471	.089	.383	.011
M12	25.23	.950	.856	.072	.010	.157	9.98
M13	273.7	.804	1.516	.839	3.23	.334	.0001
M14	900.0	.669	1.751	.526	3.72	.514	.006
M15	169.0	.769	1.139	.228	.065	.517	.029
M16	370.5	.793	5.941	1.56	.123	.310	.004
M17	366.6	.937	1.373	.353	.106	.377	.261
M18	197.1	.948	1.391	.169	.038	.327	.249
M19	101.8	.949	1.691	.107	.022	.347	.454
M20	174.9	.723	1.418	.290	.386	.382	.004
M21	164.1	.863	1.266	.197	.078	.513	.012
M22	428.1	.455	.715	2.22	4.24	.452	.002
M23	214.1	.855	1.748	.316	.084	.550	.036
M24	321.0	.887	2.463	1.13	3.49	.566	.009
M25	181.6	.825	1.484	.291	.527	.408	.161

Tabela D.3 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M1 (MAHAN et al. 1986 - Figura 7, amostra 27 - experimentos 1, 2 e 3.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M1-1	69,48	0,829	1,021	0,079	0,033	0,635	0,078	0,57	0,20
M1-2	172,8	0,858	0,199	0,068	0,504	0,027	0,02	1,25	0,22
M1-3	730,2	0,855	1,329	0,997	0,398	0,567	0,053	1,27	,56

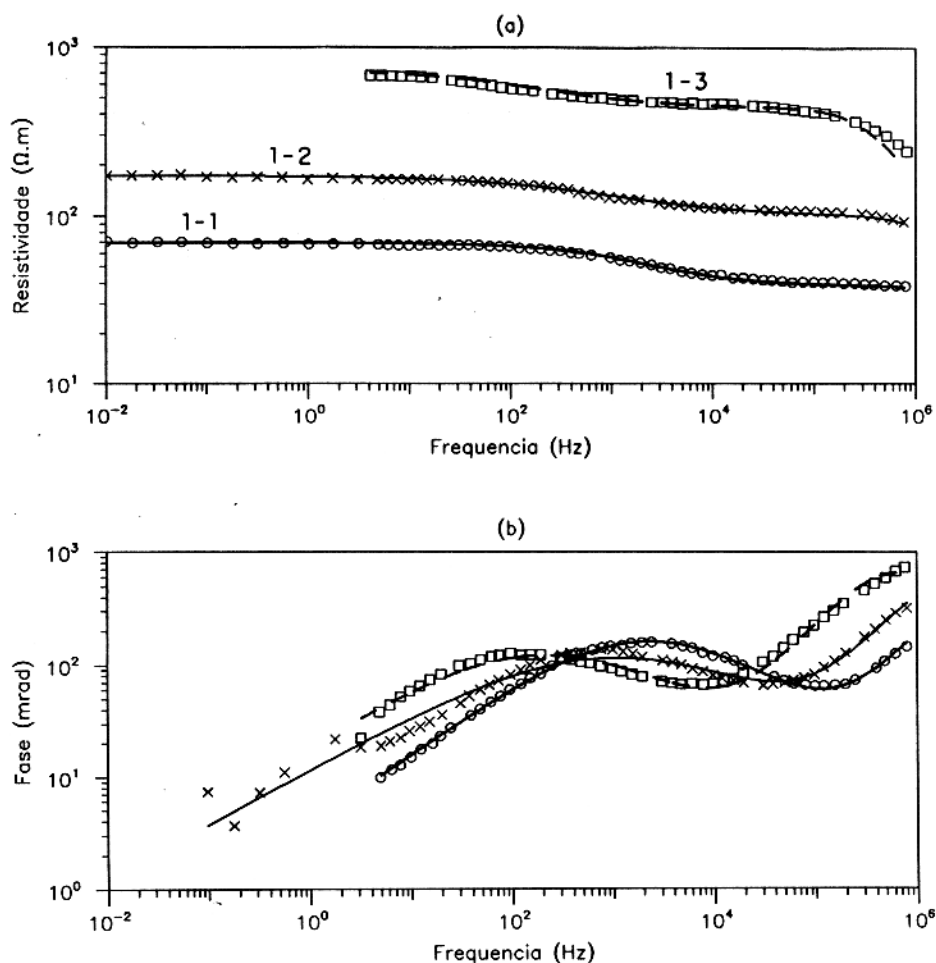


Figura D.1 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M1 (MAHAN et al. 1986 - Figura 7, amostra 27 - experimentos 1, 2 e 3.)

Tabela D.4 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M4 M4 (MAHAN et al. 1986 - Figura 6 - amostra 32 - experimentos 1, 2 e 3.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M4-1	49,97	0,865	2,169	0,106	0,433	0,446	0,001	2,28	0,16
M4-2	98,04	0,850	2,490	0,290	0,738	0,569	0,003	2,28	0,16
M4-3	336,2	0,777	2,191	1,01	2,72	0,563	0,020	1,87	0,40

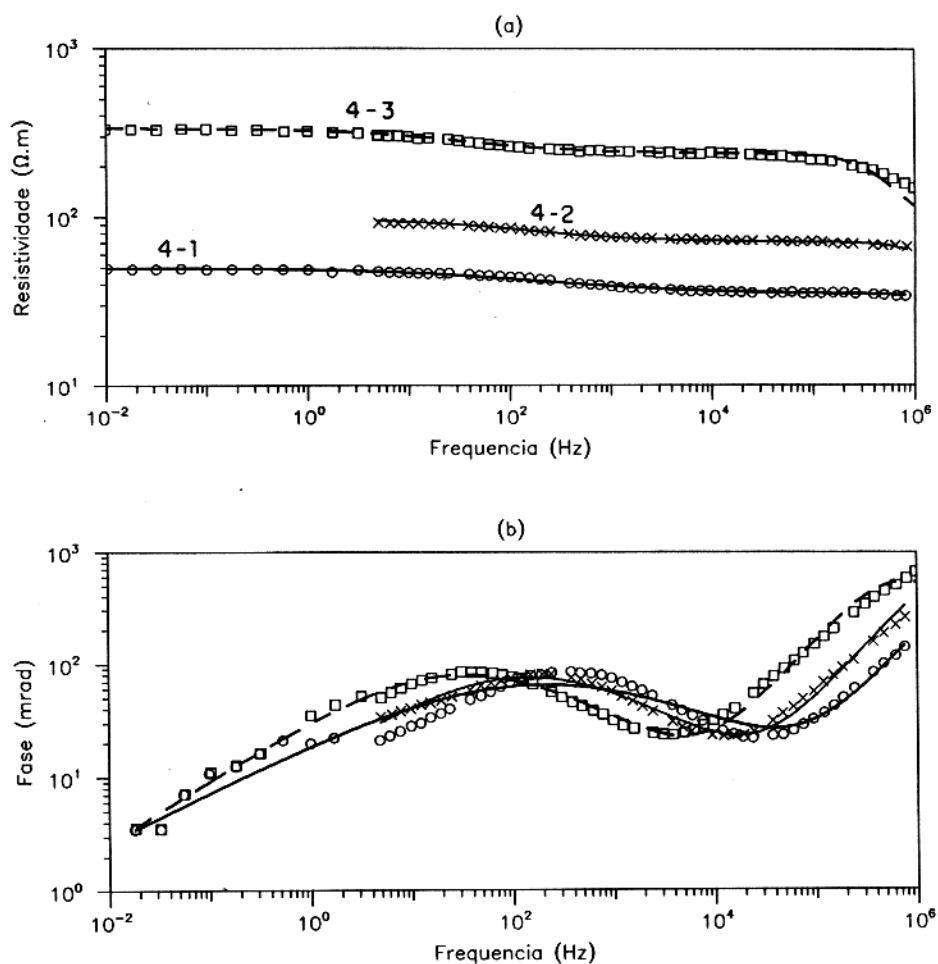


Figura D.2 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M4 (MAHAN et al., 1986 - Figura 6 - amostra 32 - experimentos 1, 2 e 3.)

Tabela D.5 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M7 (MAHAN et al. 1986 - Figura 10 - experimentos 1, 2 e 3.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erros do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M7-1	216,2	0,885	1,728	0,248	0,059	0,468	0,242	1,41	0,34
M7-2	349,8	0,835	3,084	0,819	0,064	0,391	0,015	0,63	0,17
M7-3	394,0	0,786	4,897	1,20	0,010	0,243	0,003	0,36	0,12

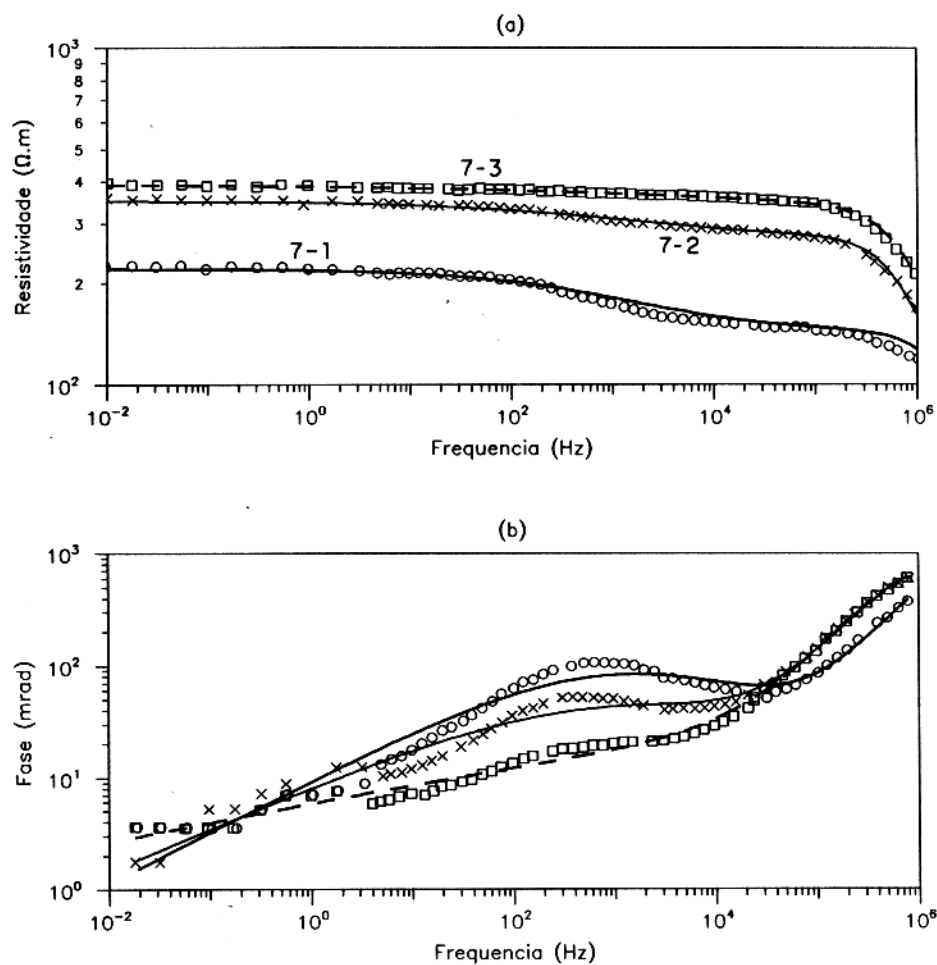


Figura D.3 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M7 (MAHAN et al., 1986 - Figura 10 - experimentos 1, 2 e 3.)

Tabela D.6 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste às amostras M10, M11, M12, M13 e M14 (MAHAN et al. 1986 - Figura 13 - amostras 31, 30, 27, 32 e 35, respectivamente.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M10	327,3	0,884	2,905	0,046	0,010	0,314	51,4	2,10	0,49
M11	180,4	0,782	1,291	0,471	0,089	0,383	0,011	0,82	1,31
M12	25,23	0,950	0,856	0,072	0,010	0,157	9,98	2,25	0,90
M13	273,7	0,804	1,516	0,839	3,23	0,334	0,0001	1,13	1,13
M14	900,0	0,669	1,751	0,526	3,72	0,514	0,006	1,16	,74

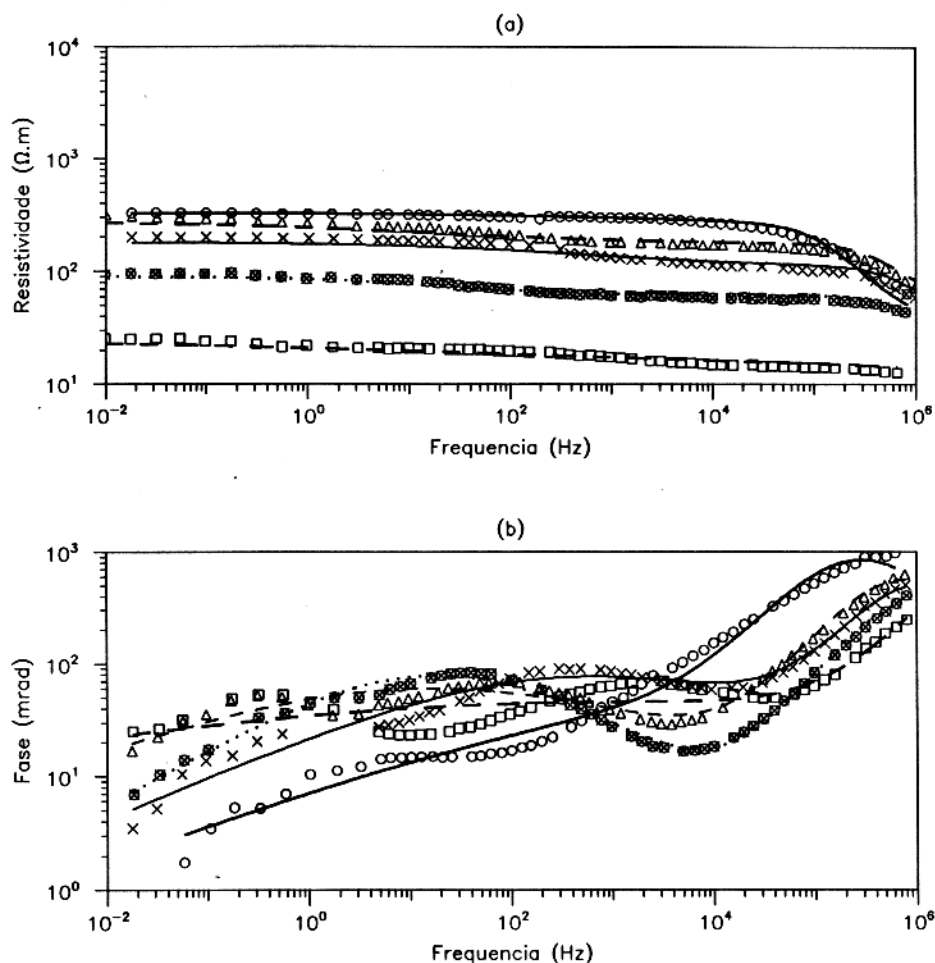


Figura D.4 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M10, M11, M12, M13 e M14 (MAHAN et al. 1986 - Figura 13 - amostras 31, 30, 27, 32 e 35, respectivamente.)

Tabela D.7 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste às amostras M15, e M16 (MAHAN et al. 1986 - Figura 11 - experimentos 1 e 2, respectivamente.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M15	169,0	0,769	1,139	0,228	0,065	0,517	0,029	0,84	0,17
M16	370,5	0,793	5,941	1,56	0,123	0,310	0,004	0,41	0,18

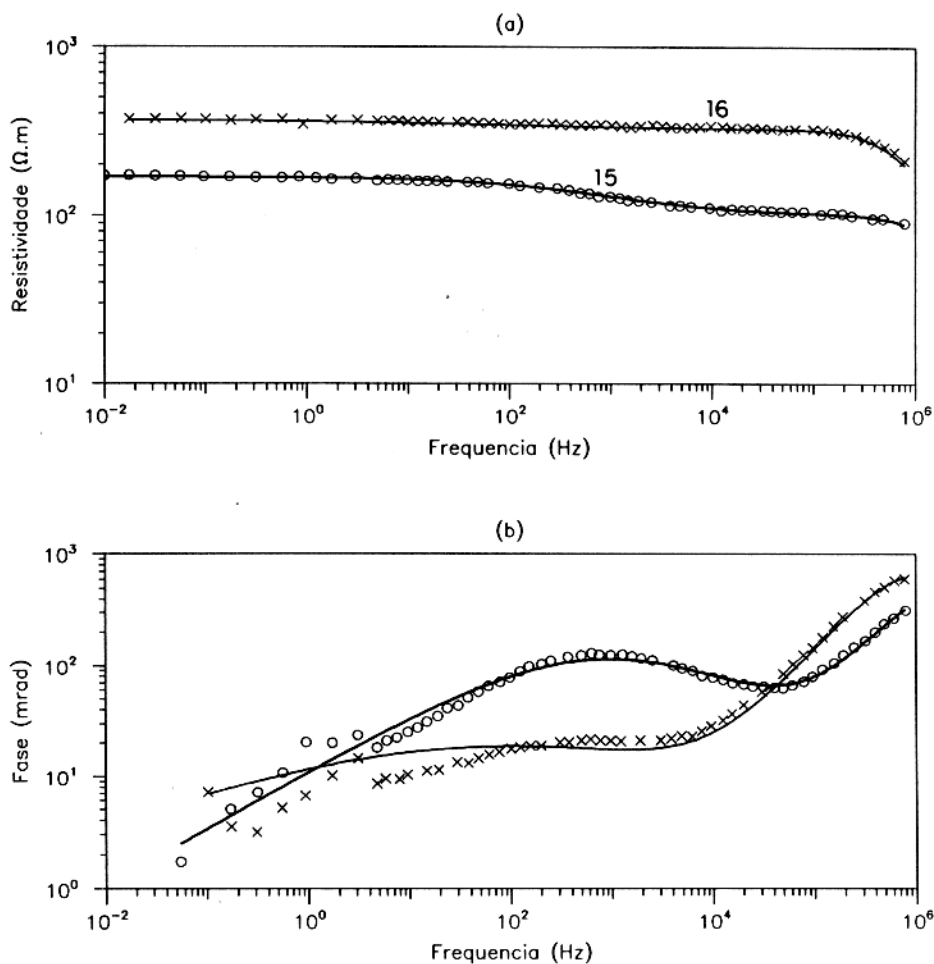


Figura D.5 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M15 e M16 (MAHAN et al. 1986 - Figura 11 - experimentos 1 e 2, respectivamente.)

Tabela D.8 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste às amostras M17, M18 e M19 (MAHAN et al., 1986 - Figura 15 - amostra 30)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M17	366,6	0,937	1,373	0,353	0,106	0,377	0,261	0,79	0,19
M18	197,1	0,948	1,391	0,169	0,038	0,327	0,249	1,23	0,19
M19	101,8	0,949	1,691	0,107	0,022	0,347	0,454	1,62	0,19

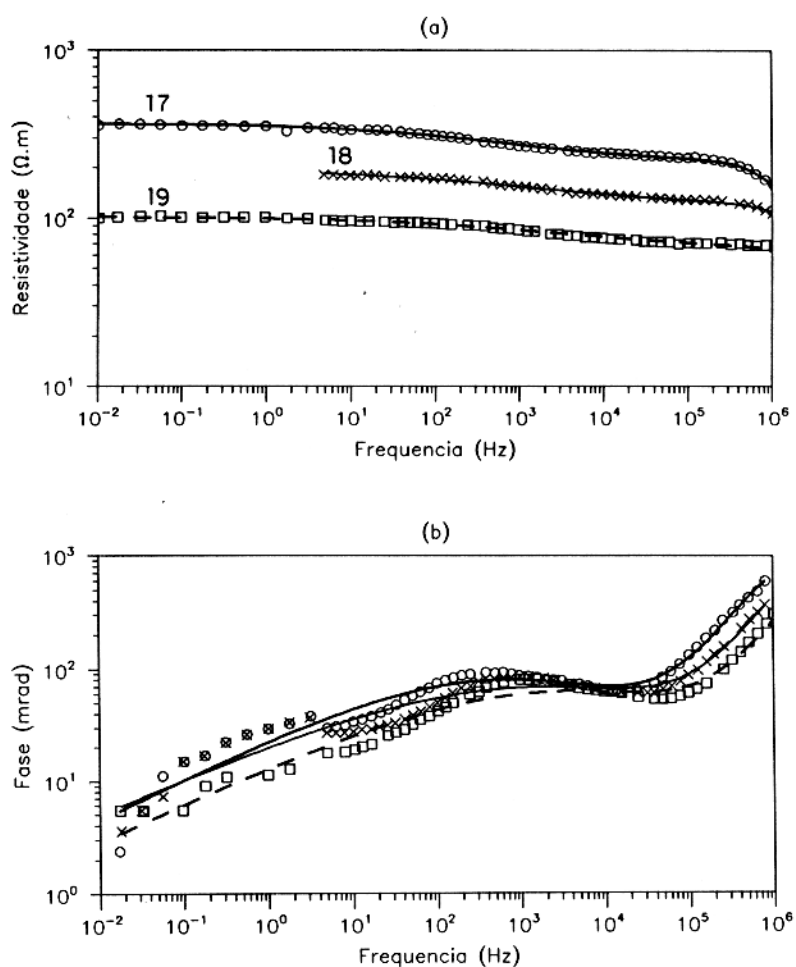


Figura D.6 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M17, M18 e M19 (MAHAN et al., 1986 - Figura 15 - amostra 30.)

Tabela D.9 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M20 (MAHAN et al., 1986 - Figura 16 - amostra 38.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($\Omega m.m$)			(μs)	($m.s$)		(ps)	(%)	(%)
M20	174,9	0,723	1,418	0,290	0,386	0,382	0,004	1,46	0,37

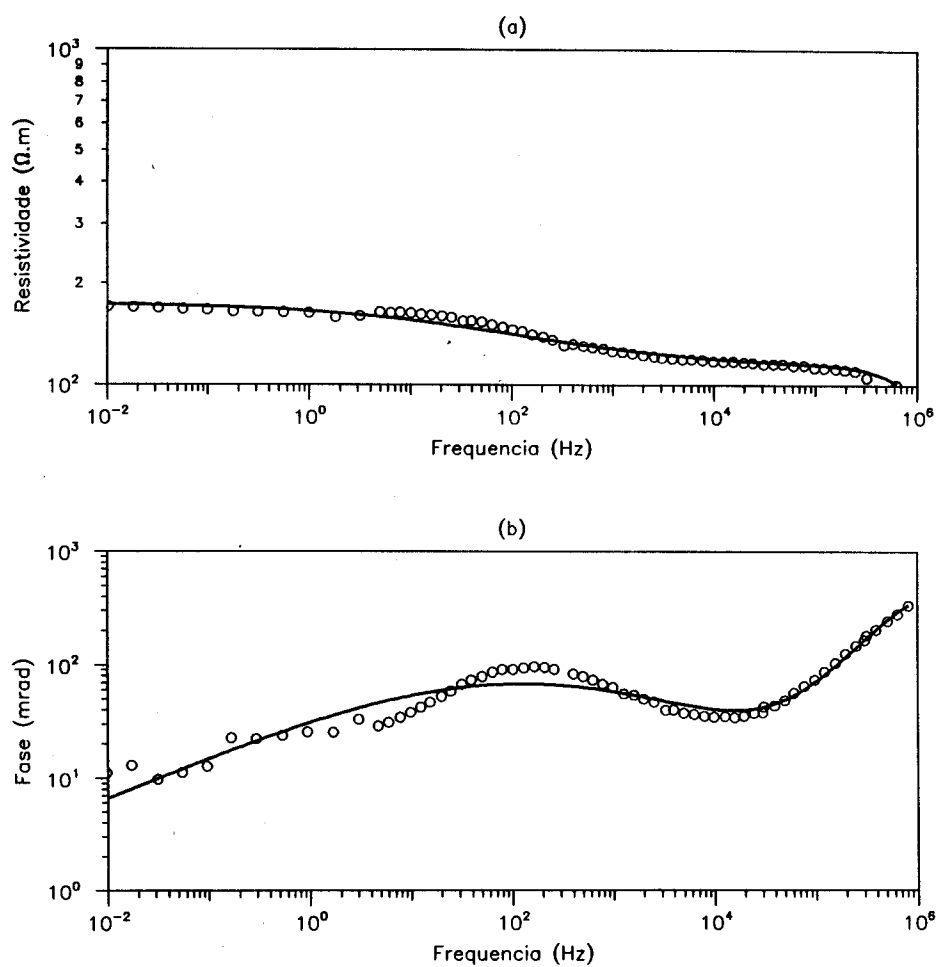


Figura D.7 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M20 (MAHAN et al., 1986 - Figura 16 - amostra 38.)

Tabela D.10 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M21 (MAHAN et al., 1986 - Figura 18 - amostra 27.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M21	164,1	0,863	1,266	0,197	0,078	0,513	0,012	0,94	0,15

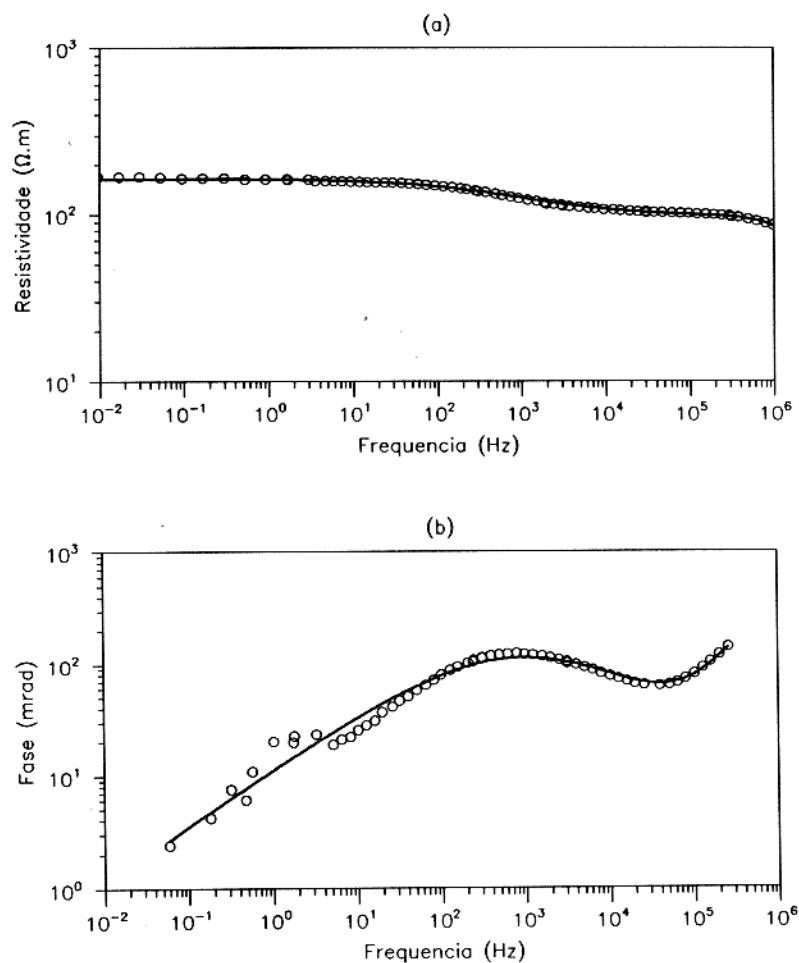


Figura D.8 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M21 (MAHAN et al., 1986 - Figura 18 - amostra 27.)

Tabela D.11 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M22 (MAHAN et al. 1986 - Figura 19 - amostra 35.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M22	428,1	0,455	0,715	2,22	4,24	0,452	0,002	1,19	0,25

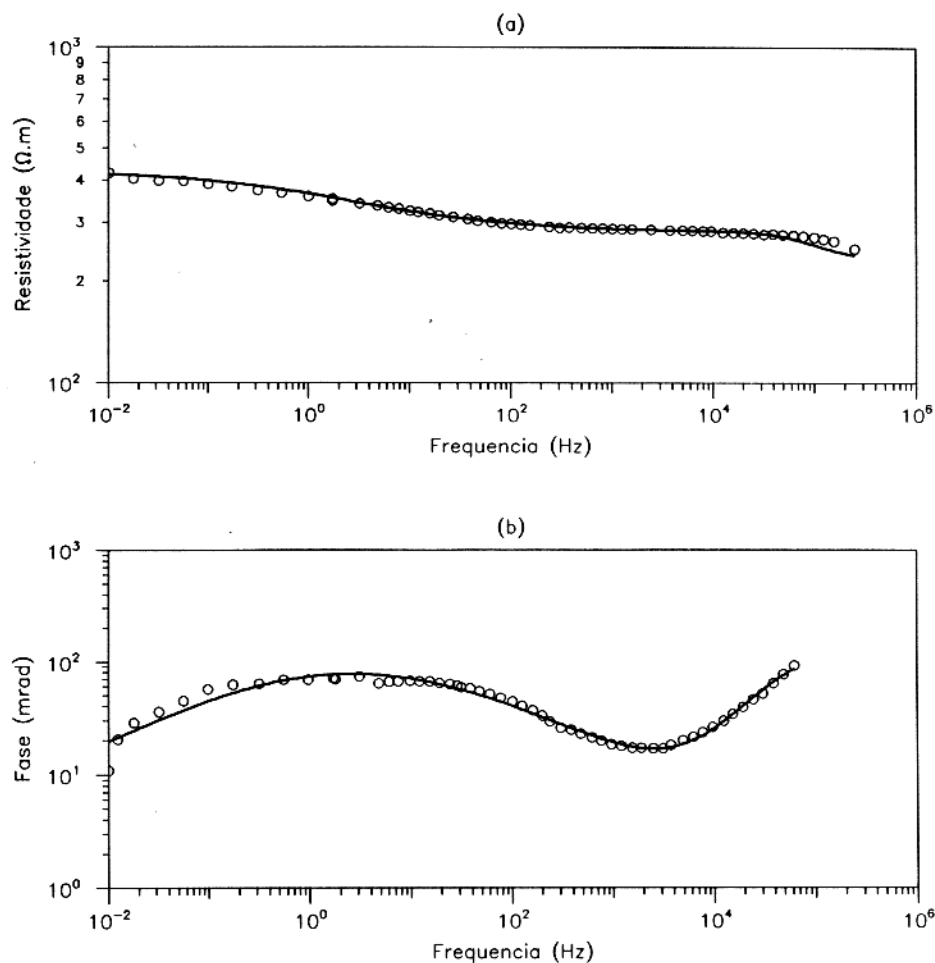


Figura D.9 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M22 (MAHAN et al. 1986 - Figura 19 - amostra 35.)

Tabela D.12 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M23 (MAHAN et al. 1986 - Figura 20 - amostra 30.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M23	214,1	0,855	1,748	0,316	0,084	0,550	0,036	1,17	0,19

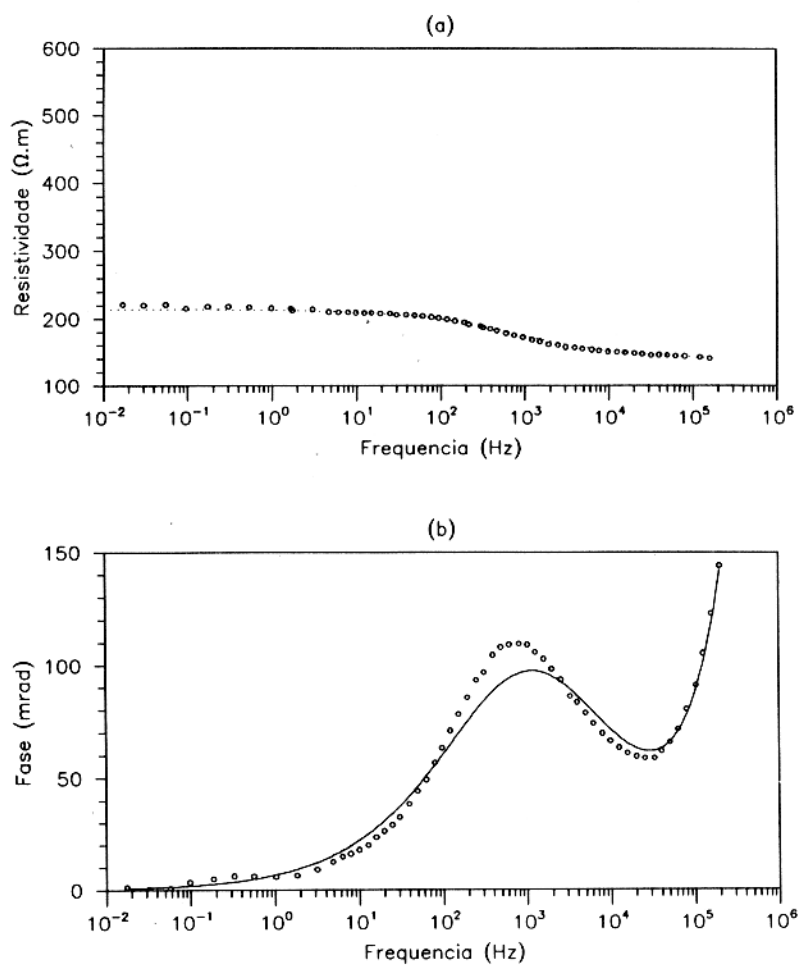


Figura D.10 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M23 (MAHAN et al. 1986 - Figura 20 - amostra 35.)

Tabela D.13 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M24 (MAHAN et al. 1986 - Figura 21 - amostra 32.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($\Omega m.m$)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M24	321,0	0,887	2,463	1,13	3,49	0,566	0,009	0,80	0,17

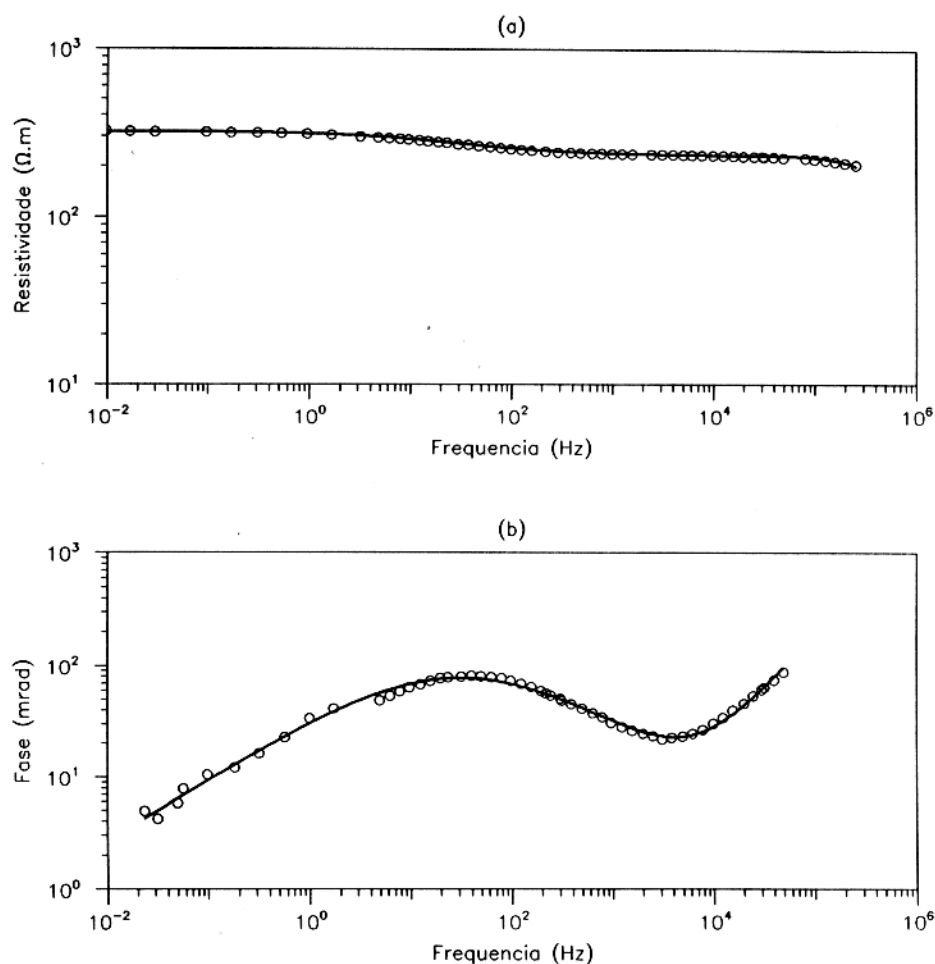


Figura D.11 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M24 (MAHAN et al. 1986 - Figura 21 - amostra 35.)

Tabela D.14 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra M25 (MAHAN et al. 1986 - Figura 22 - amostra 38.)

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(ohm.m)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
M25	181,6	0,825	1,484	0,291	0,527	0,408	0,161	2,28	0,23

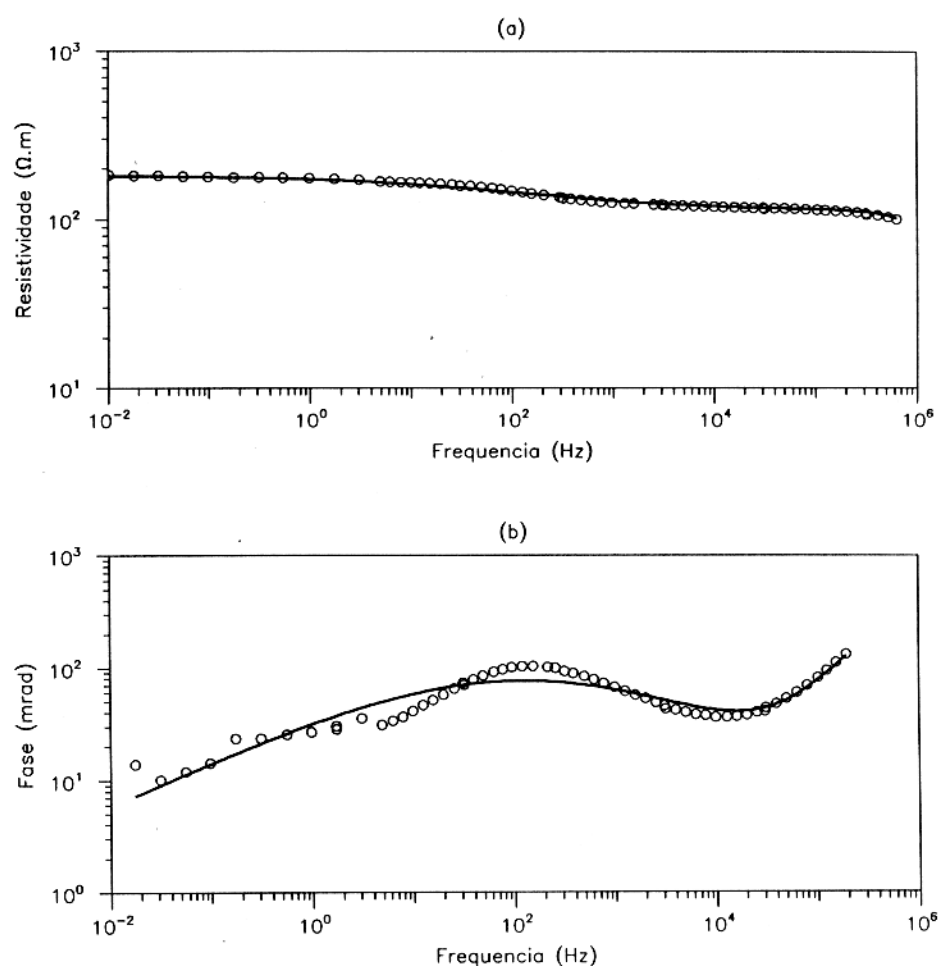


Figura D.12 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra M25 (MAHAN et al. 1986 - Figura 22 - amostra 38.)

E - Parâmetros e Curvas Ajustadas a Dados Experimentais de VANHALA et al. (1992)

Os autores mediram a amplitude e a fase da resistividade complexa em amostras de tilito glacial contaminados com diferentes poluentes orgânicos (tolueno, heptano, e glicol etílico) bem como amostras não contaminadas. As medidas foram realizadas no intervalo de frequências de 10^{-1} Hz a 10^3 Hz. Os dados experimentais e os parâmetros obtidos com o ajuste de curva ao novo modelo estão apresentados neste apêndice. A Tabela E.1 resume os dados mineralógicos apresentados por VANHALA et al. (1992), e a Tabela E.2 apresenta os parâmetros obtidos com o novo modelo (ρ_o , m , δ_r , τ , τ_f , η e τ_o)

Tabela E.1 - Descrição mineralógica das amostras estudadas por VANHALA et al. (1992).

Amostra	tipo de rocha	minerais de argila (%)
VN-1	tilito glacial + água de torneira	2,5
VN-2	tilito glacial + água de torneira+tolueno	2,5
VN-3	tilito glacial + água de torneira	2,5
VN-4	tilito glacial + água de torneira+etileno	2,5
VN-5	tilito glacial + água de torneira	2,5
VN-6	tilito glacial + água de torneira+heptano	2,5
VN-7	tilito glacial lavado + água de torneira	2,5
VN-8	tilito glacial lavado + água de torneira+tolueno	2,5
VN-9	tilito glacial lavado + água de torneira+etileno	2,5

Tabela E.2 - Parâmetros do modelo ajustado para as amostras de VANHALA et al. (1992)

Amostra	ρ_o Kohm.m	m	δ_r	τ μs	τ_f (μs)	η	τ_o (ps)
VN-1	12.02	.995	1.926	1.00	1.0	.195	.020
VN-2	9.372	.995	0.305	.099	1.0	.493	.990
VN-3	8.243	.995	1.051	.098	1.0	.337	.998
VN-4	8.000	.995	0.912	.003	1.0	.499	.067
VN-5	10.36	.995	1.718	.100	1.0	.206	10.0
VN-6	12.00	.861	4.701	.001	488.	.531	.121
VN-7	12.16	.999	0.758	.100	.10	.299	.026
VN-8	14.35	.995	0.516	.002	10.0	.555	.134
VN-9	14.99	.999	0.082	.055	.10	.300	.844

Tabela E.3 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-1 (VANHALA et al., 1992 - Figura 2).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(<i>Kohm.m</i>)			(μs)	(<i>ms</i>)		(ps)	(%)	(%)
VN-1	12,02	0,995	1,926	1,00	1,00	0,195	0,02	14,2	0,43

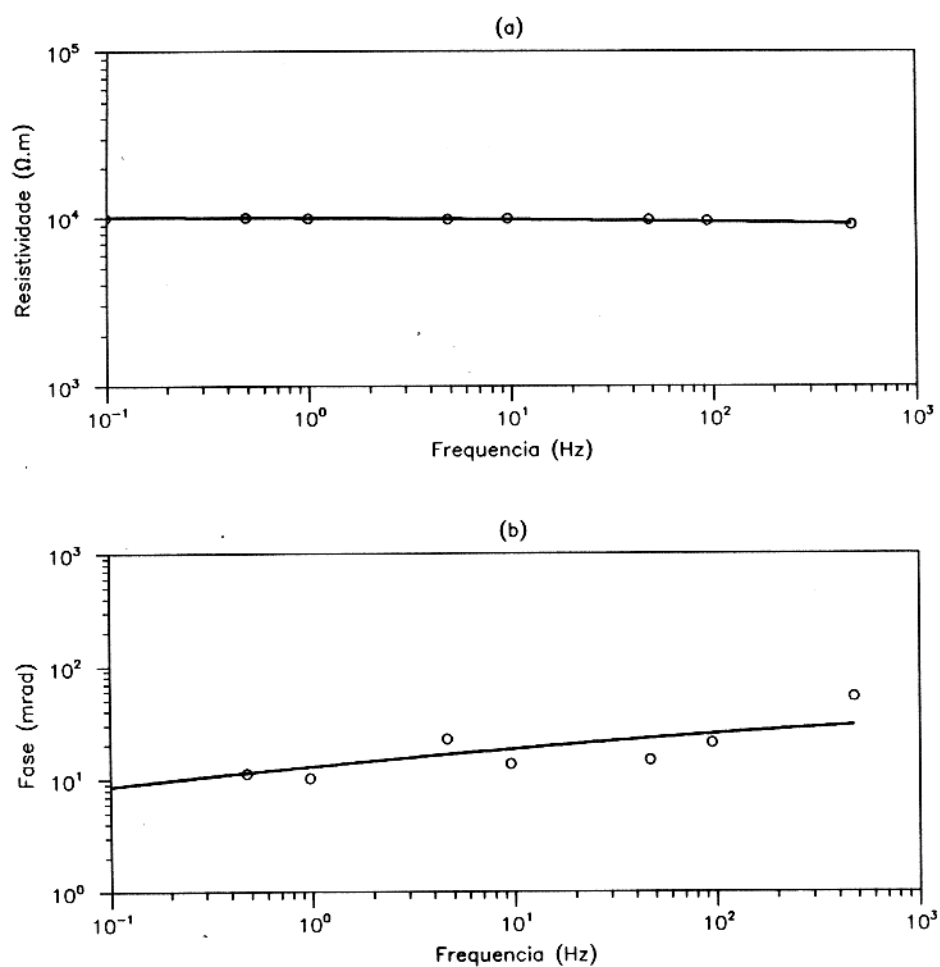


Figura E.1 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-1 (VANHALA et al., 1992 - Figura 2).

Tabela E.4 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-2 (VANHALA et al., 1992 - Figura 2).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($Kohm.m$)			(ms)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
VN-2	9,339	0,366	46,31	4,8	138	0,995	0,116	2,16	0,66

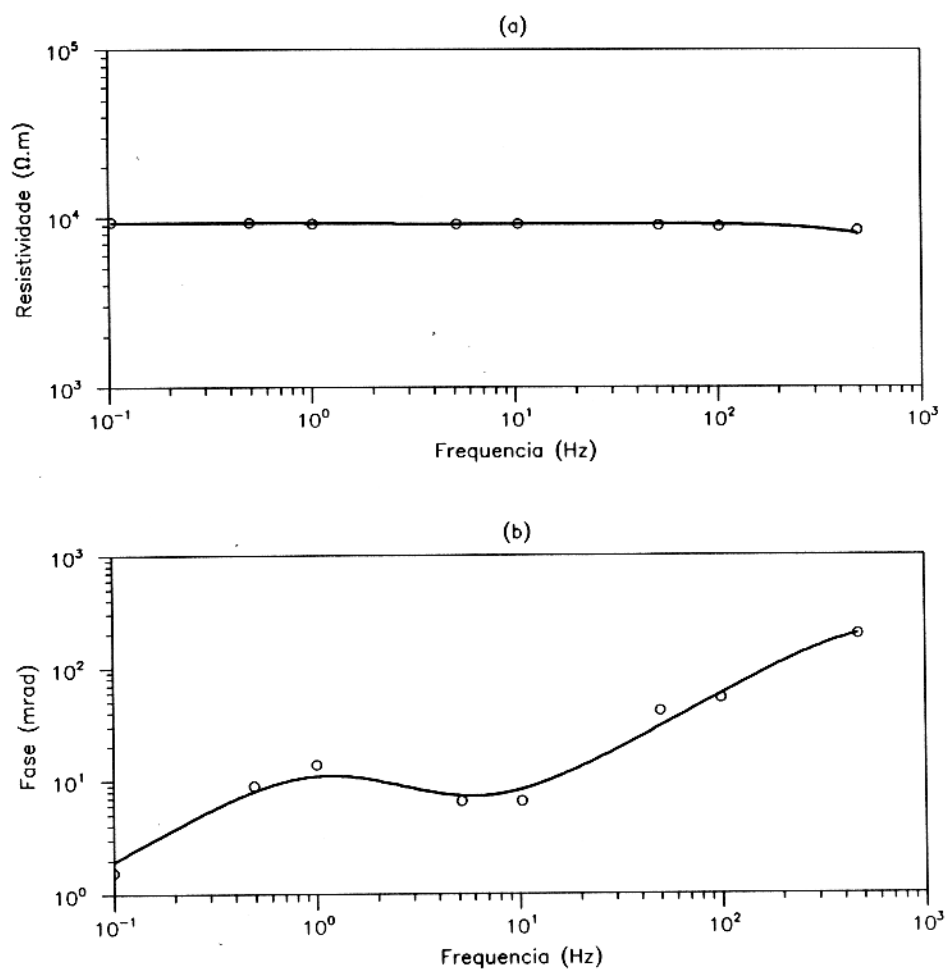


Figura E.2 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-2 (VANHALA et al., 1992 - Figura 2).

Tabela E.5 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-3 (VANHALA et al., 1992 - Figura 3).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($K\Omega m.m$)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
VN-3	8,243	0,995	1,051	0,098	10,0	0,337	0,998	15,11	0,30

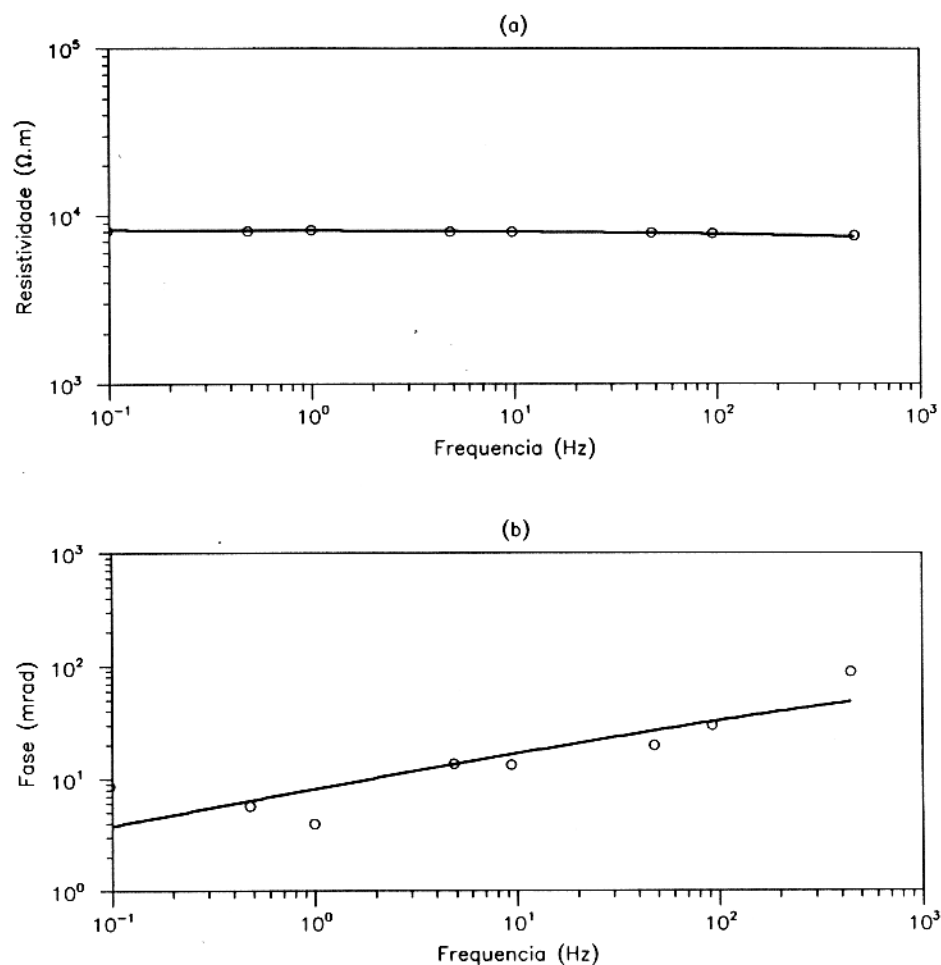


Figura E.3 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-3 (VANHALA et al., 1992 - Figura 3).

Tabela E.6 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-4 (VANHALA et al., 1992 - Figura 3).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($Kohm.m$)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
VN-4	8,000	0,995	0,912	0,003	10,0	0,499	0,067	20,8	13,0

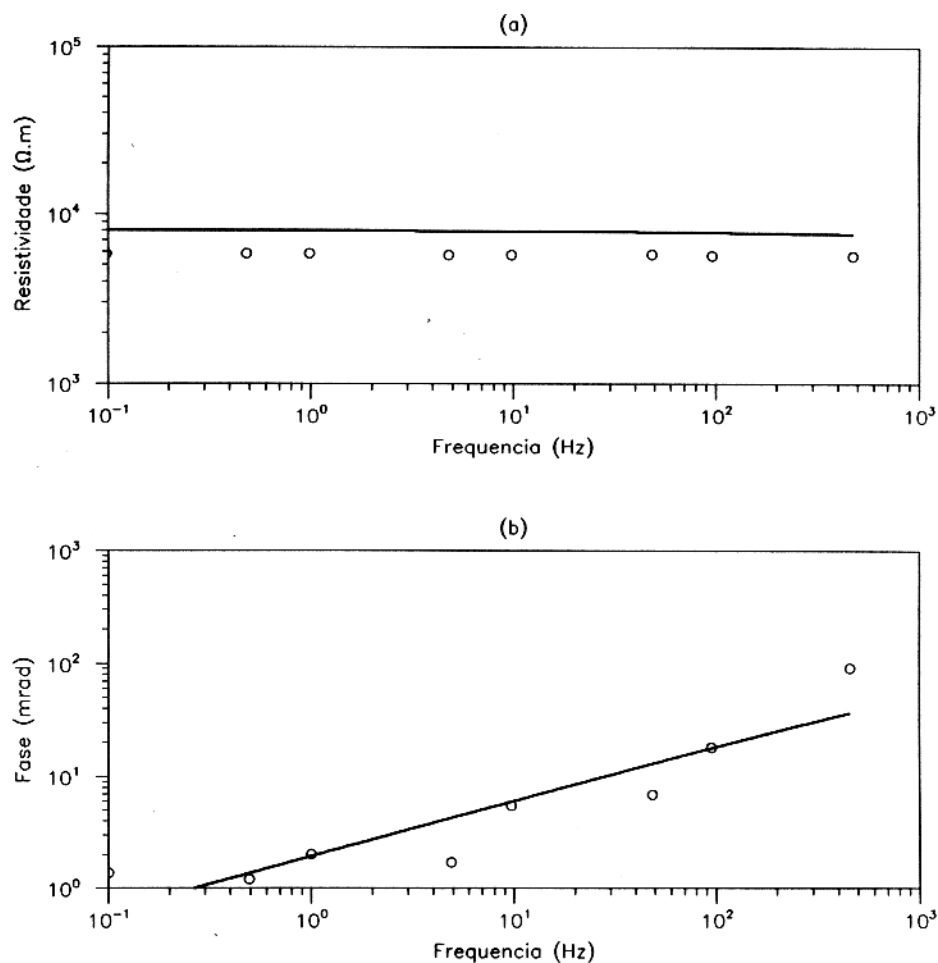


Figura E.4 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-4 (VANHALA et al., 1992 - Figura 3).

Tabela E.7 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-5 (VANHALA et al., 1992 - Figura 4).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	(<i>Kohm.m</i>)			(μs)	(<i>ms</i>)		(ps)	(%)	(%)
VN-5	10,36	0,995	1,718	0,100	1,0	0,206	10,0	13,96	0,42

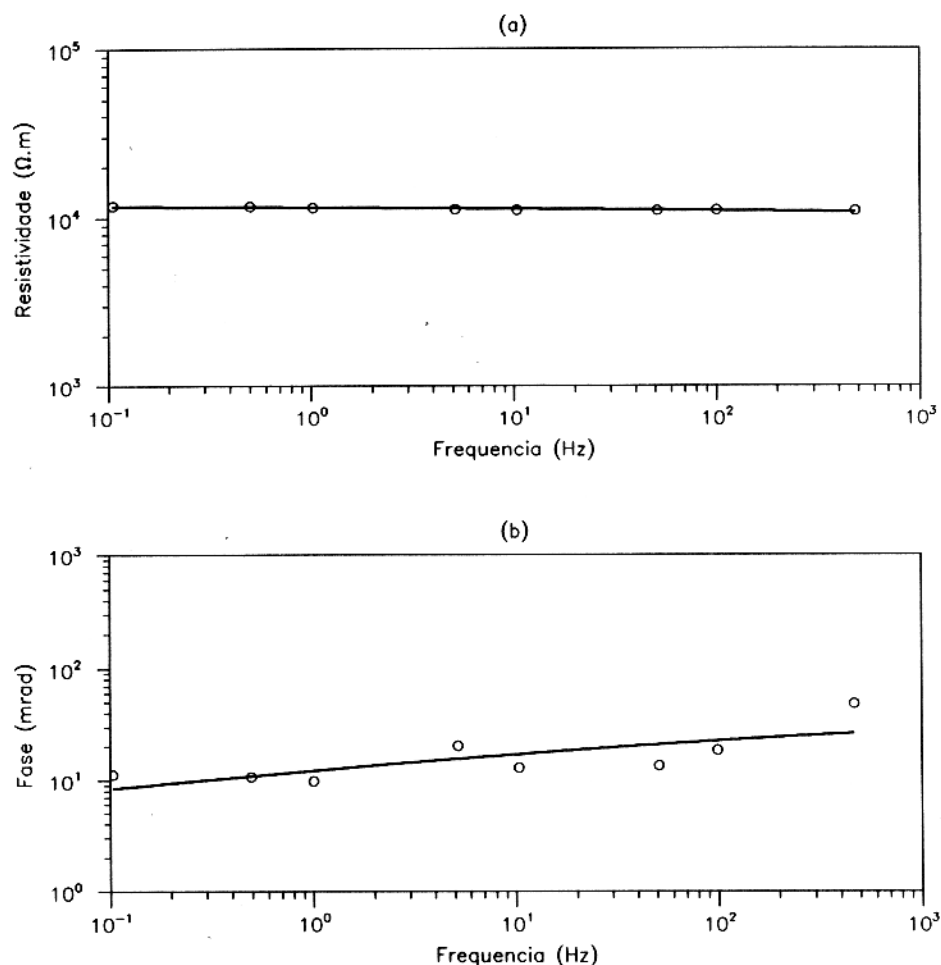


Figura E.5 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-5 (VANHALA et al., 1992 - Figura 4).

Tabela E.8 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-6 (VANHALA et al., 1992 - Figura 4).

AMOSTRA	Parâmetros do model							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	phase	ampl.
	($Kohm.m$)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
VN-6	12,00	0,861	4,701	0,001	488,0	0,531	0,121	14,88	14,31

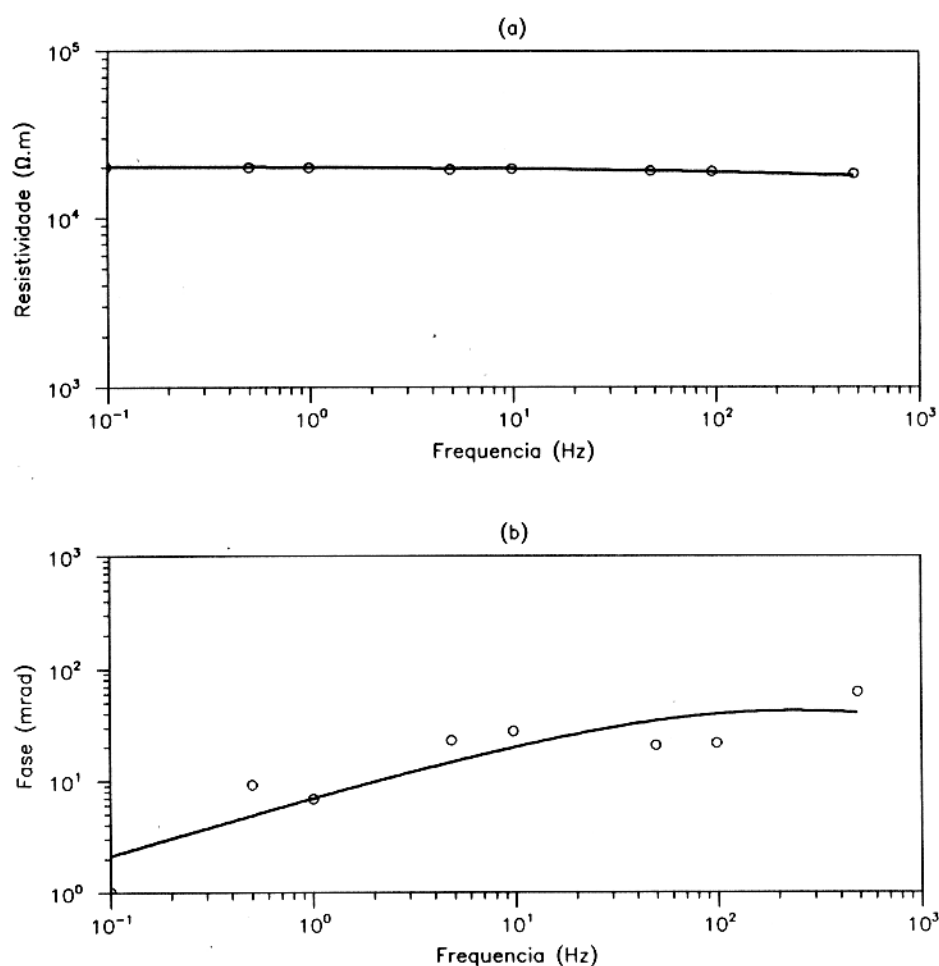


Figura E.6 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-6 (VANHALA et al., 1992 - Figura 4).

Tabela E.9 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-7 (VANHALA et al., 1992, - Figura 5).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($Kohm.m$)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
VN-7	12,16	0,999	0,758	0,100	0,10	0,299	0,026	24,03	0,73

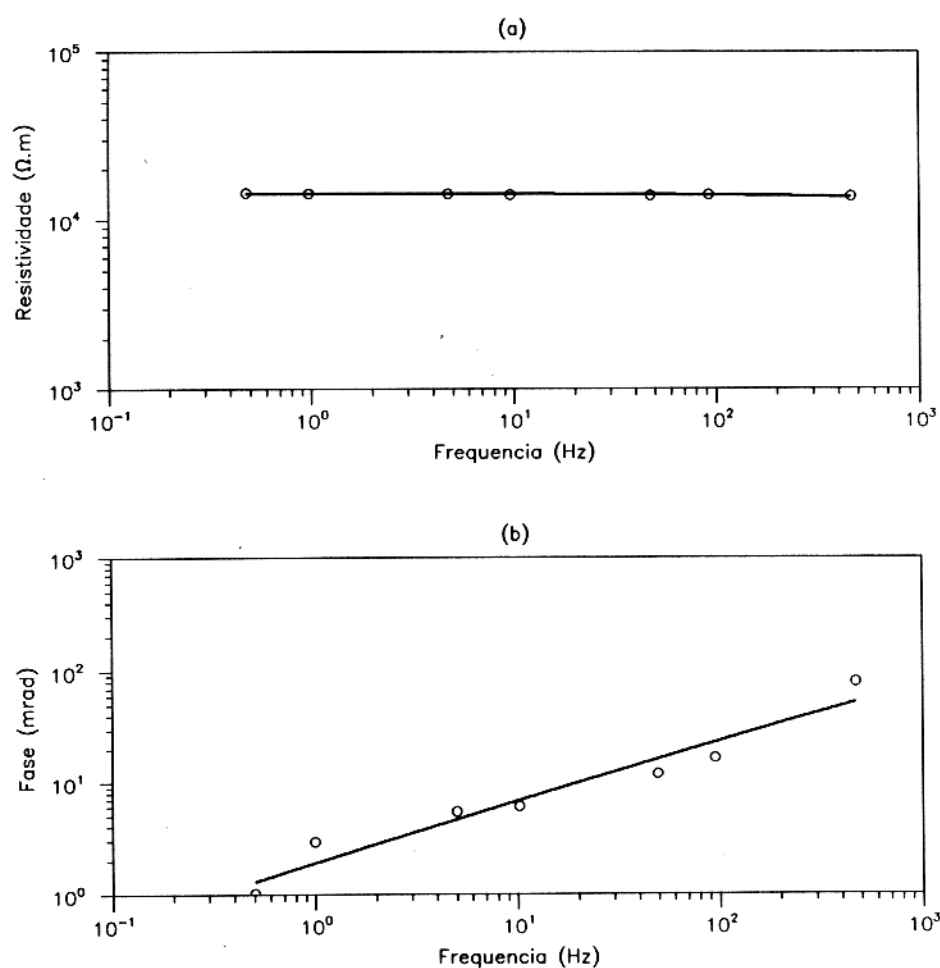


Figura E.7 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-7 (VANHALA et al., 1992 - Figura 5).

Tabela E.10 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-8 (VANHALA et al., 1992 - Figura 5).

AMOSTRA	Parâmetros do modelo							Erro do Ajuste	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	fase	ampl.
	($Kohm.m$)			(μs)	(ms)		(ps)	(%)	(%)
VN-8	14,35	0,995	0,516	0,002	10,0	0,555	0,134	12,85	0,34

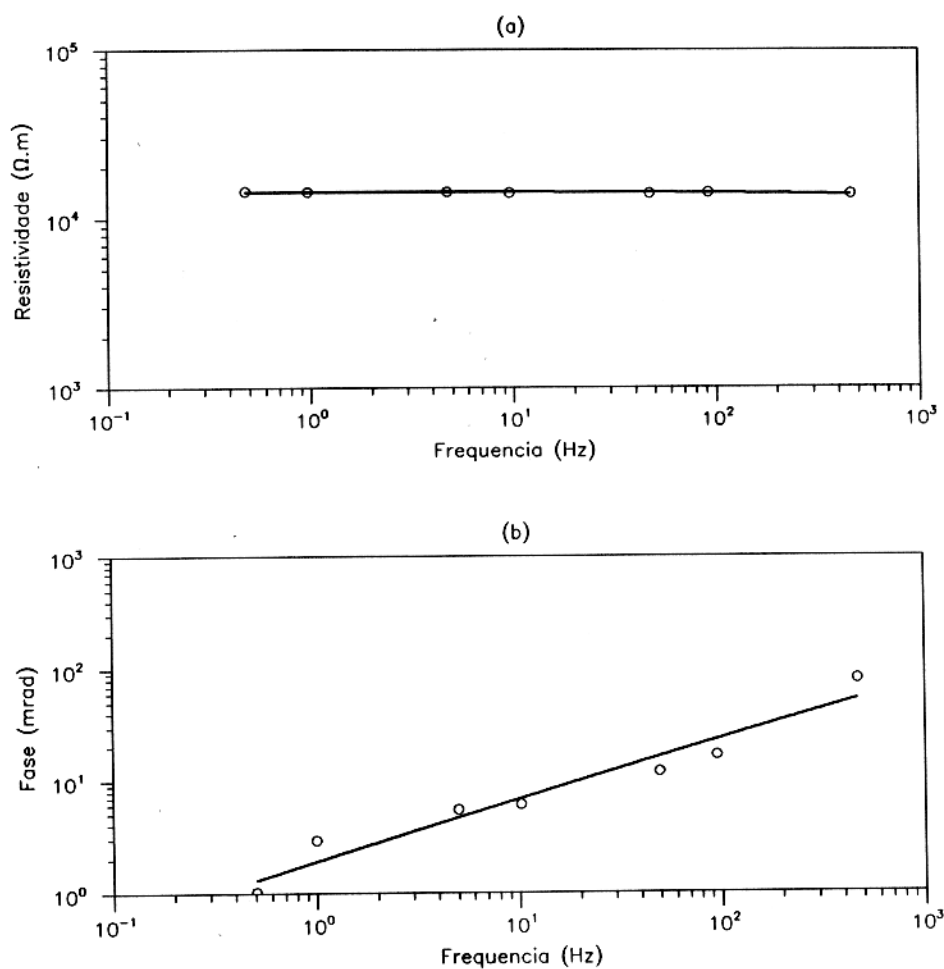


Figura E.8 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-8 (VANHALA et al., 1992 - Figura 5).

Tabela E.11 - Parâmetros do novo modelo e erros do ajuste à amostra VN-9 (VANHALA et al., 1992 - Figura 5).

AMOSTRA	Parameters of the model							Fitting error	
	ρ_0	m	δ_r	τ	τ_f	η	τ_o	phase	ampl.
	(<i>Kohm.m</i>)			(μs)	(<i>ms</i>)		(ps)	(%)	(%)
VN-9	14,99	0,999	0,082	0,055	0,10	0,300	0,844	15,7	3,45

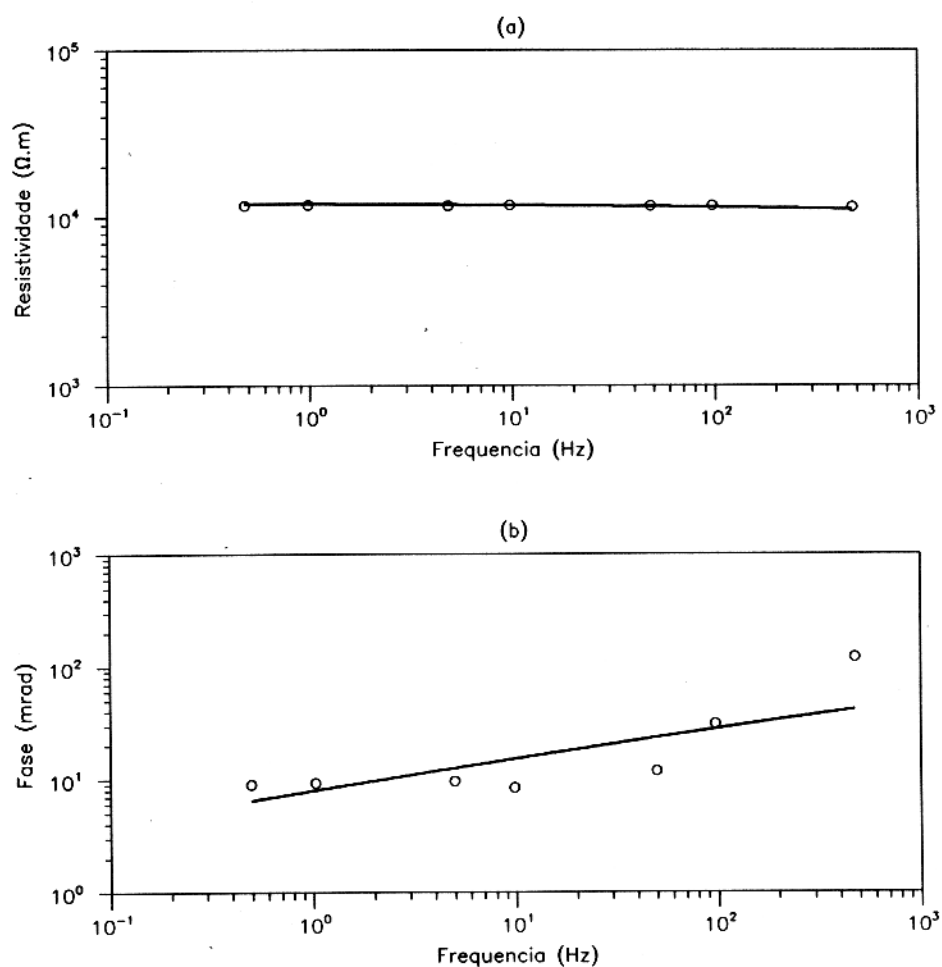


Figura E.9 - Dados Experimentais e curva ajustada à amostra VN-9 (VANHALA et al., 1992 - Figura 5).