



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

TESE DE DOUTORADO

**EMPILHAMENTO SÍSMICO POR SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO
COMUM: UM NOVO ALGORITMO USANDO OTIMIZAÇÃO
GLOBAL E LOCAL**

GERMAN GARABITO CALLAPINO



BELÉM – PARÁ – BRASIL

2001

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**EMPILHAMENTO SÍSMICO POR SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM: UM
NOVO ALGORITMO USANDO OTIMIZAÇÃO GLOBAL E LOCAL**

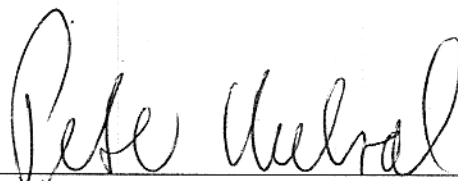
TESE APRESENTADA POR
GERMAN GARABITO CALLAPINO

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

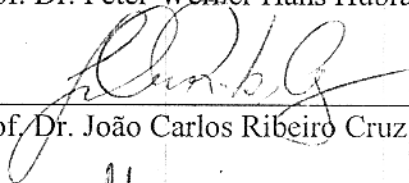
Data de Aprovação: 25/ 10/ 2001

Conceito: EXCELENTE (91%)

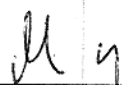
COMITÊ DE TESE:



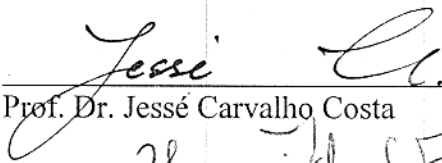
Prof. Dr. Peter Werner Hans Hubral (Orientador)



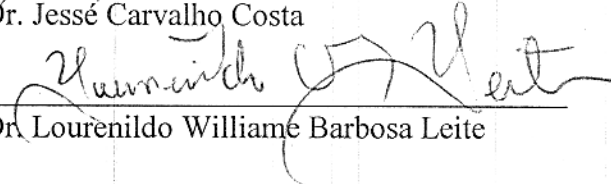
Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz (Co-Orientador)



Prof. Dr. Martin Tygel



Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa



Prof. Dr. Lourenildo Willame Barbosa Leite

BELÉM - PARÁ - BRASIL

2001

*Aos meus pais e irmãos,
e a meus filhos Osmar,
Ceyla e Carlos Eduardo.*

AGRADECIMENTOS

Em especial, ao Prof. Dr. Peter Hubral que me apresentou o tema deste trabalho de tese de doutorado, pelo apoio e orientação dispensados durante toda a sua realização.

Ao Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz pela co-orientação e apoio dispensados durante a elaboração desta tese.

Aos Profs. Dr. Jessé Costa e João Batista Correia da Silva pela valiosa colaboração com os métodos de otimização, e ainda um agradecimento especial ao Prof. Jessé Costa pelo apoio e incentivo dispensados nos momentos críticos da realização desta tese.

Ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e ANP – Agência Nacional do Petróleo pela outorgação das bolsas de estudo. Ao Prof. Dr. Om P. Verma Coordenador do Projeto ANP/UFGA quem deu uma especial atenção ao laboratório de Processamento Sísmico viabilizando assim a realização deste trabalho.

Ao Curso de Pós-graduação em Geofísica da UFGA coordenado pelo Prof. Dr. Lourenildo W. Leite, que me deu o suporte acadêmico para a elaboração deste trabalho. Assim como a todo o corpo de professores e funcionários do Curso e do Departamento de Geofísica.

A todos os amigos e companheiros do curso de Pós-graduação em Geofísica pelo apoio e incentivo durante todo o curso.

SUMÁRIO

	p.
DEDICATÓRIA	iii
AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	1
ABSTRACT	3
1 INTRODUÇÃO	4
2 EMPILHAMENTO SÍSMICO POR SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM	8
2.1 ATRIBUTOS DE FRENTES DE ONDAS HIPOTÉTICAS	8
2.1.1 Cálculo dos atributos de frentes de ondas por modelamento direto	10
2.2 APROXIMAÇÃO HIPERBÓLICA DOS TEMPOS DE TRÂNSITO	11
2.3 ALGORITMO DE EMPILHAMENTO SRC	16
3 ESTRATÉGIA DE DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE EMPILHAMENTO SRC	20
3.1 OTIMIZAÇÃO: ASPECTOS GERAIS	20
3.2 FUNÇÃO-OBJETO DO EMPILHAMENTO SRC	21
3.3 OTIMIZAÇÃO GLOBAL USANDO <i>SIMULATED ANNEALING</i>	21
3.3.1 Temperatura crítica	23
3.3.2 Busca global dos parâmetros β_0 e R_{NIP}	24
3.3.3 Busca global do parâmetro R_N	26
3.4 OTIMIZAÇÃO LOCAL USANDO <i>VARIABLE METRIC</i>	28
3.4.1 Busca local dos parâmetros β_0 , R_{NIP} e R_N	29
4 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS	31
4.1 MODELO 1	31
4.1.1 Resultados do empilhamento SRC	32
4.1.2 Comparação dos parâmetros otimizados e modelados	35
4.2 EVENTOS COM MERGULHOS CONFLITANTES	38

4.3 MODELO 2	41
4.3.1 Resultados do empilhamento SRC	41
4.3.2 Comparação dos parâmetros otimizados e modelados	43
4.4 SEPARAÇÃO DE EVENTOS DE DIFRAÇÃO	46
5 EMPILHAMENTO DE SUPERFÍCIES DE DIFRAÇÃO COMUM	48
5.1 OPERADOR DE EMPILHAMENTO SDC	48
5.2 ALGORITMO DE EMPILHAMENTO SDC	50
5.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS	51
5.4 APLICAÇÃO DA SEÇÃO AN SIMULADA PELO EMPILHAMENTO SDC	53
6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57
ANEXOS	
ANEXO A - ALGORITMO <i>SIMULATED ANNEALING</i>	60
ANEXO B - ALGORITMO <i>VARIABLE METRIC</i>	62
ANEXO C - NORMALIZAÇÃO DE DADOS	66

RESUMO

O método de empilhamento sísmico por Superfície de Reflexão Comum (ou empilhamento SRC) produz a simulação de seções com afastamento nulo (AN) a partir dos dados de cobertura múltipla. Para meios 2D, o operador de empilhamento SRC depende de três parâmetros que são: O ângulo de emergência do raio central com fonte-receptor nulo (β_0), o raio de curvatura da onda ponto de incidência normal (R_{NIP}) e o raio de curvatura da onda normal (R_N). O problema crucial para a implementação do método de empilhamento SRC consiste na determinação, a partir dos dados sísmicos, dos três parâmetros ótimos associados a cada ponto de amostragem da seção AN a ser simulada.

No presente trabalho foi desenvolvido uma nova sequência de processamento para a simulação de seções AN por meio do método de empilhamento SRC. Neste novo algoritmo, a determinação dos três parâmetros ótimos que definem o operador de empilhamento SRC é realizada em três etapas: Na primeira etapa são estimados dois parâmetros (β_0^0 e R_{NIP}^0) por meio de uma busca global bidimensional nos dados de cobertura múltipla. Na segunda etapa é usado o valor de β_0^0 estimado para determinar-se o terceiro parâmetro (R_N^0) através de uma busca global unidimensional na seção AN resultante da primeira etapa. Em ambas etapas as buscas globais são realizadas aplicando o método de otimização *Simulated Annealing* (SA). Na terceira etapa são determinados os três parâmetros finais (β_0 , R_{NIP} e R_N) através uma busca local tridimensional aplicando o método de otimização *Variable Metric* (VM) nos dados de cobertura múltipla. Nesta última etapa é usado o trio de parâmetros (β_0^0 , R_{NIP}^0 , R_N^0) estimado nas duas etapas anteriores como aproximação inicial. Com o propósito de simular corretamente os eventos com mergulhos conflitantes, este novo algoritmo prevê a determinação de dois trios de parâmetros associados a pontos de amostragem da seção AN onde há intersecção de eventos. Em outras palavras, nos pontos da seção AN onde dois eventos sísmicos se cruzam são determinados dois trios de parâmetros SRC, os quais serão usados conjuntamente na simulação dos eventos com mergulhos conflitantes.

Para avaliar a precisão e eficiência do novo algoritmo, este foi aplicado em dados sintéticos de dois modelos: um com interfaces contínuas e outro com uma interface descontínua. As seções AN simuladas têm elevada razão sinal-ruído e mostram uma clara definição dos eventos refletidos e difratados. A comparação das seções AN simuladas com as suas similares obtidas por modelamento direto mostra uma correta simulação de reflexões e difrações. Além disso, a comparação dos valores dos três parâmetros otimizados com os seus correspondentes valores exatos calculados por modelamento direto revela também um alto grau de precisão.

Usando a aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito, porém sob a condição de $R_{NIP} = R_N$, foi desenvolvido um novo algoritmo para a simulação de seções AN contendo predominantemente campos de ondas difratados. De forma similar ao algoritmo de empilhamento SRC, este algoritmo denominado empilhamento por Superfícies de Difração Comum (SDC) também usa os métodos de otimização SA e VM para determinar a dupla de parâmetros ótimos (β_0, R_{NIP}) que definem o melhor operador de empilhamento SDC. Na primeira etapa utiliza-se o método de otimização SA para determinar os parâmetros iniciais β_0^0 e R_{NIP}^0 usando o operador de empilhamento com grande abertura. Na segunda etapa, usando os valores estimados de β_0^0 e R_{NIP}^0 , são melhorados as estimativas do parâmetro R_{NIP} por meio da aplicação do algoritmo VM na seção AN resultante da primeira etapa. Na terceira etapa são determinados os melhores valores de β_0^0 e R_{NIP}^0 por meio da aplicação do algoritmo VM nos dados de cobertura múltipla. Vale salientar que a aparente repetição de processos tem como efeito a atenuação progressiva dos eventos refletidos.

A aplicação do algoritmo de empilhamento SDC em dados sintéticos contendo campos de ondas refletidos e difratados, produz como resultado principal uma seção AN simulada contendo eventos difratados claramente definidos. Como uma aplicação direta deste resultado na interpretação de dados sísmicos, a migração pós-empilhamento em profundidade da seção AN simulada produz uma seção com a localização correta dos pontos difratores associados às descontinuidades do modelo.

ABSTRACT

By using an arbitrary source-receiver configuration and without knowledge of the velocity model the recently introduced seismic data stacking method called Common Reflection Surface (CRS) simulates a zero-offset (ZO) section from multi-coverage seismic reflection data. For 2-D acquisition, as by-products provides three normal ray parameters: 1) The emergence angle (β_0); 2) the radius of curvature of the Normal Incidence Point Wave (R_{NIP}); and 3) the radius of curvature of the Normal Wave (R_N). The CRS stack is based on the hyperbolic traveltimes paraxial approximation depending on β_0 , R_{NIP} and R_N .

In this thesis is presented a new algorithm of the CRS stack based on two-parameters and one-parameter search strategy combining global and local optimization methods for determine the three parameters that define the stacking surface (or operator). This is performed in three steps: 1) Two-parameters search by applying global optimization to determine β_0 and R_{NIP} ; 2) One-parameter search by applying global optimization to determine R_N ; and 3) Three-parameters search by applying local optimization to determine three parameters, using as initial approximations the parameter triple of the earlier two steps. In the first two steps is used the Simulated Annealing (SA) algorithm and the Variable Metric algorithm is used in the third step. To simulate the conflicting dip events, for each ZO sample where there are interference of intersecting events is determined an additional parameter triple corresponding to a local minimum. The stacking along the respective operator for each particular event allows to simulate their interference in the simulated ZO section by means of their superposition. This new CRS stack algorithm was applied to synthetic data sets providing high-quality simulated ZO sections and high precision determination of the stack parameters in comparison with the forward modeling.

Using the hyperbolic traveltimes approximation for identical radii of curvature $R_{NIP} = R_N$, an algorithm called Common Diffraction Surface (CDS) stack was developed to simulate ZO sections for diffracted waves. In a similar way to the CRS stack procedure, this new algorithm also uses the SA and VM optimization methods to determine the optimal parameter couple (β_0, R_{NIP}) that define the best CDS operator. The main features of the algorithm are the data normalization, common-offset data, large aperture of the CDS operator and positive search space for R_{NIP} . The application of the CDS stack algorithm in a synthetic dataset containing reflected and diffracted wavefields provides as main result a simulated ZO section containing diffracted events clearly defined. The post-stack depth migration of the ZO section locates correctly the discontinuities of the second interface.

1 - INTRODUÇÃO

O alvo final dos métodos de imageamento de reflexões sísmicas é produzir a melhor imagem possível da estrutura geológica em subsuperfície. Uma imagem da subsuperfície pode ser obtida por meio do mapeamento dos dados sísmicos para o domínio de afastamento nulo, por meio de processos de migração pré e pós-empilhamento no tempo e em profundidade. O presente trabalho trata da obtenção de imagens sísmicas no domínio de afastamento-nulo.

A aquisição de dados sísmicos 2D normalmente é realizada movendo os arranjos de fontes e receptores ao longo da linha sísmica. Do experimento de reflexão sísmica composto por uma fonte e um certo número de receptores resulta a seção fonte-comum (FC), sendo que para cada estação dos receptores corresponde um traço sísmico. O conjunto de seções FC constituem os dados sísmicos de cobertura múltipla. As seções com afastamento-comum (AC) resultam da classificação dos dados em famílias de traços sísmicos que têm o mesmo afastamento entre a fonte e o receptor. Uma seção com afastamento-nulo (AN) pode ser obtida pelo mapeamento ou transformação dos traços sísmicos com afastamentos finitos numa seção de traços com afastamento-nulo, simulando assim um experimento hipotético com fontes e receptores coincidentes.

Os dados sísmicos reais são constituídos pela superposição de diferentes tipos ondas, tais como: diretas, refletidas, reflexões múltiplas, difratadas e outras. No processamento convencional de dados sísmicos, as ondas difratadas normalmente são consideradas como ruído, existindo poucos trabalhos que mostram o uso deste tipo de ondas na interpretação de dados sísmicos. Em Harlan *et al.* (1983) as ondas difratadas foram usadas para extrair informações sobre as velocidades do meio. Landa *et al.* (1987), apresentaram um método para a detecção de ondas difratadas nas seções AC e estimar parâmetros como a posição e a velocidade (constante) do meio sobre o difrator. Vale salientar que as ondas difratadas originadas por falhas, acunhamentos e bordas podem indicar a presença de reservatórios de hidrocarbonetos.

No caso bidimensional, em geral, as técnicas de simulação de uma seção AN estão baseadas no somatório, através de trajetórias de empilhamento, dos eventos sísmicos (como reflexões, difrações e outros) contidos nos dados de cobertura múltipla, obtendo-se como resultado uma seção AN com elevada razão sinal-ruído e melhor imagem dos refletores. No processamento sísmico, a simulação de uma seção AN é realizada rotineiramente por meio da técnica CMP (Mayne, 1962), cuja seqüência de processamento compreende: a correção *normal moveout* (NMO), correção *dip moveout* (DMO) (Hale, 1991), e o empilhamento de traços. O processo de

empilhamento CMP, não produz resultados satisfatórios quando é aplicado em dados de meios com fortes variações laterais de velocidades.

Em contraste com o método de empilhamento CMP, tradicionalmente usado na indústria do petróleo, existem outros métodos de imageamento que não dependem do modelo de velocidades e que são aplicáveis em dados de meios heterogêneos usando como informação *a priori* apenas a velocidade próxima à superfície. Na categoria de métodos de imageamento usados para a simulação de seções AN pode-se mencionar: Elemento de Reflexão Comum (Gelchinsky, 1988, Cruz *et al.*, 1999), Ponto de Reflexão Comum (Perroud *et al.*, 1999), Imageamento Homeomórfico Multifoco (Gelchinsky *et al.*, 1997) e Empilhamento por Superfície de Reflexão Comum (Müller, 1999; Jäger, 1999). Como resultados adicionais, esses métodos fornecem atributos de frentes de ondas hipotéticas que podem ser usados para a determinação do modelo de velocidades (Majer, 2000), análises de amplitude vs. afastamento (AVO) e amplitude vs. ângulo (AVA) (Biloti *et al.*, 2001) e outras aplicações.

Para a simulação de seções AN através do método de empilhamento por Superfície de Reflexão Comum (SRC), a fórmula de aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito (Schleicher *et al.*, 1993; Tygel *et al.*, 1997) é usada para calcular as superfícies ou operadores de empilhamento. Em meios 2D esta fórmula hiperbólica, aplicável em dados com configurações irregulares de fontes e receptores de meios heterogêneos com interfaces curvas, depende de três parâmetros: O ângulo de emergência do raio normal com relação a normal à superfície (β_0), o raio de curvatura da onda Ponto de Incidência Normal (R_{NIP}) e o raio de curvatura da onda Normal (R_N). As ondas hipotéticas Normal (onda N) e Ponto de Incidência Normal (onda PIN) foram definidas em Hubral (1983). A onda PIN tem propagação ascendente a partir de uma fonte localizada no ponto de incidência do raio normal sobre um dado refletor. A onda N explode no refletor e se propaga de forma ascendente, sendo a curvatura da frente onda no ponto de incidência do raio normal igual à curvatura do refletor nesse ponto. A aplicação da fórmula hiperbólica de aproximação dos tempos de trânsito no método de empilhamento por superfície de reflexão comum (ou empilhamento SRC), requer da determinação dos três parâmetros a partir dos dados sísmicos, isto para cada ponto imagem da seção AN a ser simulada.

O método de empilhamento SRC está baseado na determinação, a partir dos dados de cobertura múltipla, dos três parâmetros (β_0 , R_{NIP} , R_N) associados a cada ponto de amostragem da seção AN a ser simulada, que pode ser realizado por meio processos de otimização e análise de coerência usando diferentes estratégias que envolvem processos de busca de um, dois ou três parâmetros. Em Müller (1999), Jäger (1999) e Jäger *et al.* (2001) a estimativa dos três parâmetros iniciais que definem o operador de empilhamento SRC foi separado em processos de busca unidimensional, realizados por meio da aplicação de análise de coerência ao longo de curvas de empilhamento definidas para valores de um dado parâmetro num determinado intervalo; sendo escolhido aquele valor que produz maior valor de coerência. A determinação simultânea dos valores finais dos três parâmetros é realizada por meio da aplicação do algoritmo de otimização *Simplex*, utilizando como aproximação inicial os parâmetros obtidos pelas buscas unidimensionais.

Uma primeira aplicação em dados reais do algoritmo de empilhamento SRC citado acima, encontra-se em Mann *et al.* (1999). Usando a mesma estratégia anterior para a estimativa inicial do trio de parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) , em Birgin *et al.* (1999) foi proposta outra estratégia que usa um algoritmo de otimização local para a determinação dos três parâmetros finais.

Vale salientar que nos dois métodos mencionados acima, a simulação da seção AN é realizada considerando apenas um único trio de parâmetros associados a cada ponto de amostragem. Um ponto de amostragem (ou ponto-imagem) da seção AN pode estar formado por um único evento sísmico e, conseqüentemente, existir apenas um trio de parâmetros associado com esse ponto-imagem. No entanto, em alguns casos pode estar formado pela contribuição de eventos que se interceptam, o que implica que haverá mais de um trio de parâmetros associados com esse ponto-imagem. Então, para simular corretamente a interferência dos eventos que se cruzam (ou eventos com mergulhos conflitantes), deve ser determinado mais de um trio de parâmetros associados a cada ponto imagem da seção AN a ser simulada. Mann (2001) apresentam uma extensão do algoritmo de empilhamento SRC proposto por Müller (1999), com o objetivo de simular corretamente os eventos com mergulhos conflitantes.

No presente trabalho tem-se como objetivo desenvolver um novo algoritmo para a simulação de seções AN através do método de empilhamento SRC. Para a determinação dos três parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) que definem o operador de empilhamento SRC é proposta uma nova estratégia envolvendo a combinação de processos de busca global e local, definida em três etapas. Na primeira e segunda etapas os três parâmetros iniciais são estimados usando o algoritmo de otimização global *Simulated Annealing* (Sen & Stofa, 1995; Corona *et al.*, 1987). E na terceira, são determinados os três parâmetros ótimos que melhor definem o operador SRC, por meio da aplicação do algoritmo de busca local *Variable Metric* (Bard, 1974; Gill *et al.*, 1981).

Com o objetivo de simular melhor os eventos AN com mergulhos conflitantes, sem mudar a seqüência de processamento, foi incluído neste algoritmo a possibilidade de determinação de dois trios de parâmetros associados aos pontos de amostragem da seção AN onde existem interferências de eventos. Em outras palavras, este novo algoritmo simula uma seção AN levando em conta dois trios de parâmetros, que correspondem ao mínimo global e a um mínimo local.

Como outro objetivo desta tese tem-se a separação dos campos de ondas difratados por meio do método de empilhamento SRC. Nesse sentido, e com base no algoritmo de empilhamento SRC proposto neste trabalho, é desenvolvido um novo algoritmo voltado à simulação de seções AN com predominância de eventos difratados. Como exemplo de aplicação, por meio da migração em profundidade aplicada na seção AN obtida por este algoritmo, são mapeados as posições dos difradores correspondentes ao eventos difratados da seção AN simulada.

ESTRUTURA DA TESE

Além do capítulo de introdução, o corpo desta tese é constituída por mais seis capítulos abaixo descritos:

No Capítulo 2 é apresentado uma revisão teórica do cálculo por modelamento direto do trio de parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) necessários para definir as superfícies, ou operadores, de empilhamento SRC. Também, são apresentadas as principais fórmulas de aproximação dos tempos de trânsito, usadas para o cálculo das curvas e das superfícies de empilhamento. Por último é apresentado o algoritmo de simulação de seções AN proposto neste trabalho de tese.

O Capítulo 3 contém a descrição resumida dos fundamentos teóricos dos algoritmos de otimização global e local usados para a determinação dos três atributos das ondas hipotéticas NIP e N. Para um dado ponto de amostragem da seção AN, são explicados e mostrados graficamente cada uma das etapas que compreende a determinação dos três parâmetros necessários para definir o operador SRC.

No Capítulo 4 é mostrado a aplicação deste novo algoritmo de simulação de seções AN em dados sintéticos. Para isto são usados dois modelos, um com refletores contínuos e outro com descontinuidades no segundo refletor. As seções AN simuladas são comparadas com as seções correspondentes obtidas por modelamento direto, da mesma forma o trio de parâmetros obtidos pelos processos de otimização são comparados com os seus similares obtidos por modelamento direto. Como produto adicional deste método de empilhamento SRC é mostrado a seção AN contendo eventos de difrações, obtida pela aplicação da condição $R_{NIP} \cong R_N$ nos resultados deste método.

No Capítulo 5 é apresentado o algoritmo para a simulação de seções AN contendo eventos de ondas difratadas. São mostrados os resultados da aplicação deste algoritmo em dados sintéticos. Também é mostrado o resultado da migração da seção AN simulada.

No Capítulo 6, são dados algumas conclusões e indicadas as perspectivas de melhora dos algoritmos de simulação de seções AN propostos nesta tese.

Nos Anexos A e B são apresentadas revisões teóricas dos métodos de otimização global *Simulated Annealing* e otimização local *Variable Metric*, respectivamente.

No Anexo C é apresentada a formulação teórica usada para a normalização dos dados sísmicos.

2 - EMPILHAMENTO SÍSMICO POR SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM

Neste capítulo, é apresentada a descrição dos três atributos de frentes de ondas correspondentes a onda PIN e a onda N. Também, é abordada a formulação teórica para o cálculo por modelamento direto dos três atributos de frentes de ondas. São apresentadas ainda as principais fórmulas hiperbólicas de aproximação dos tempos de trânsito usadas para o cálculo das curvas e das superfícies de empilhamento no algoritmo de simulação de seções AN proposto neste trabalho, que é descrito na última parte deste capítulo.

2.1 ATRIBUTOS DE FRENTES DE ONDAS HIPOTÉTICAS

As trajetórias ou superfícies de empilhamento usadas no método de empilhamento SRC são definidas com base em atributos cinemáticos das duas frentes de ondas hipotéticas: A onda PIN e a onda N, como definidas por Hubral (1983). Para meios 2D as propriedades destas ondas hipotéticas são explicadas considerando dois modelos; um homogêneo e um heterogêneo. A Figura 2.1a ilustra a propagação das duas ondas hipotéticas num meio homogêneo com uma interface curva. O ponto R sobre o refletor é ponto de incidência normal do raio de afastamento nulo (cor verde) com origem na posição X_0 sobre a linha sísmica. A onda PIN é uma onda hipotética que se propaga de forma ascendente a partir de uma fonte localizada no ponto R e as frentes de onda em azul representam a propagação desta onda em diferentes instantes de tempo até atingir o ponto de emergência X_0 (Figura 2.1a). A onda N é uma onda hipotética originada pela explosão do refletor e se propaga de forma ascendente, sendo que a curvatura da frente de onda no ponto R é igual à curvatura local do refletor em R . Na Figura 2.1a as frentes de ondas com vermelho representam a propagação da onda N em diferentes instantes de tempo e associados ao raio normal. Observa-se que a propagação destas ondas hipotéticas está associada com a trajetória do raio com incidência normal, sendo que as curvaturas finais das frentes de ondas emergentes, tanto da onda PIN como da onda N, são medidas no ponto X_0 , e o ângulo de emergência comum (β_0) das duas ondas hipotéticas coincide com o ângulo de emergência do raio com incidência normal em X_0 .

Os três atributos cinemáticos das ondas hipotéticas PIN e N usados no empilhamento SRC são: O ângulo de emergência do raio com afastamento nulo β_0 , a curvatura K_{NIP} (ou o raio de curvatura $R_{NIP} = 1/K_{NIP}$) da onda PIN e a curvatura K_N (ou o raio de curvatura $R_N = 1/K_N$) da onda N, ambos medidos no ponto X_0 . Em um meio homogêneo, como ilustrado na Figura 2.1a, o

ângulo de emergência define a orientação angular do elemento refletor, o raio de curvatura da onda PIN fornece a distancia do ponto R ao ponto X_0 e o raio de curvatura da onda N proporciona a informação da curvatura do refletor no ponto R . Portanto, a retropropagação da frente de onda com curvatura K_N desde X_0 até R fornecera a curvatura do refletor no ponto R .

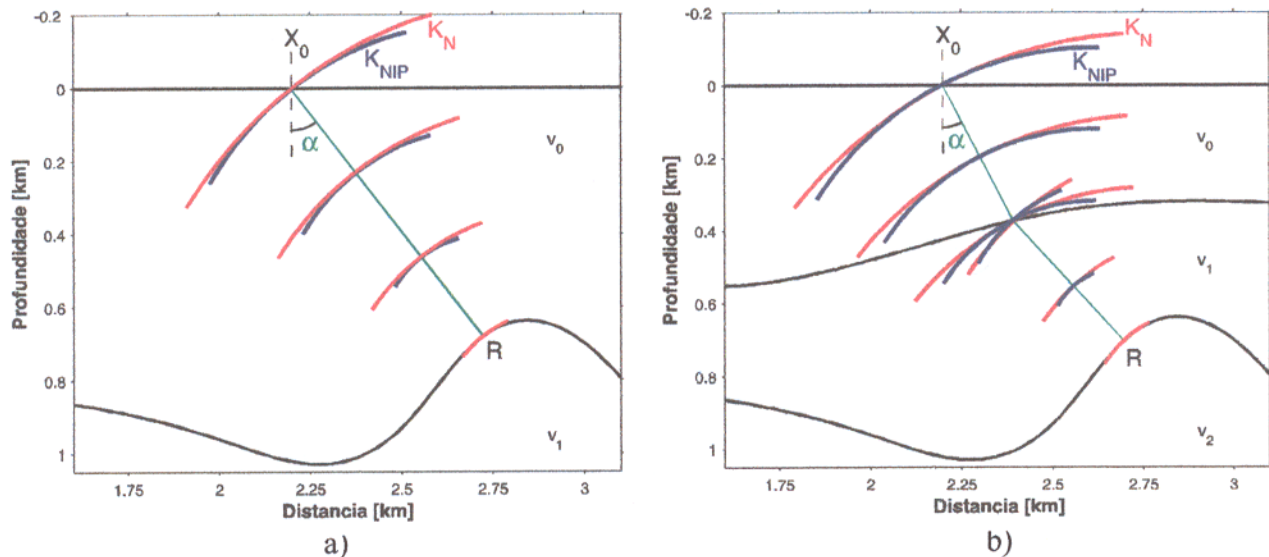


Figura 2.1: Representação, para diferentes instantes, das frentes de ondas hipotéticas PIN (azul) e N (vermelho) que se propagam associados ao raio normal (verde), tanto no meio homogêneo (a) como no meio heterogêneo (b). A onda PIN é originada por uma fonte pontual no ponto de incidência normal R . A onda N propaga-se a partir de um segmento refletor explosivo ao redor do ponto R , cuja frente de onda inicial tem a mesma curvatura do refletor no ponto R .

A Figura 2.1b representa um meio heterogêneo composto por três camadas homogêneas, onde é ilustrado a propagação das duas ondas hipotéticas ao longo do raio com afastamento nulo, desde o ponto de incidência normal R sobre o refletor até o ponto de observação $X_0 = (x_0, 0)$ na linha sísmica. Neste caso, a interpretação dos atributos das ondas PIN e N não é direta e intuitiva como no meio homogêneo, mas também num meio heterogêneo estes três atributos cinemáticos (β_0 , R_{NIP} e R_N) ainda estão associados com a orientação, a distancia e a curvatura do refletor. A Figura 2.1b mostra a propagação da onda PIN (cor azul) e onda N (cor vermelha) para diferentes instantes de tempo, e a transmissão das duas ondas hipotéticas de uma camada a outra, no ponto de intercessão (T) do raio (de afastamento nulo) com a interface curva. Ao longo da trajetória do raio normal desde R até o ponto de interseção T , ambas as ondas hipotéticas se propagam com frentes de ondas circulares, mas logo após a transmissão através da interface curva, as frentes de ondas em geral não são mais circulares. Depois da transmissão no ponto T as ondas hipotéticas PIN e N se propagam, de forma ascendente, até atingir o ponto de observação X_0 . Em um meio heterogêneo, as curvaturas K_{NIP} e K_N medidas no ponto de emergência X_0 , são aproximações circulares das frentes de ondas PIN e N, respectivamente. Como mencionado no início desta seção, os três atributos cinemáticos (β_0 , R_{NIP} e R_N) definem as curvas ou superfície de empilhamento do método

de empilhamento SRC, usando para isto a fórmula de aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito a ser descrita adiante. Portanto, para um determinado ponto de observação (X_0) e um dado tempo duplo (t_0) do raio com afastamento nulo, estes três atributos de frentes de ondas podem ser determinados a partir dos dados sísmicos por meio de medidas de coerência do sinal sísmico. A seguir se faz uma revisão do cálculo destes três atributos por meio de modelamento direto.

2.1.1 Cálculo dos atributos de frentes de ondas por modelamento direto

Considerando um modelo sintético constituído por camadas homogêneas separadas por interfaces curvas e assumindo conhecidas as curvaturas em todos os pontos das interfaces, os três atributos cinemáticos (β_0 , R_{NP} e R_N) das ondas hipotéticas PIN e N podem ser calculados por meio do traçamento de raios. O traçamento de um raio normal com relação a uma determinada interface, proporciona o ângulo de emergência β_0 com a normal à superfície no ponto de observação X_0 , que é igual ao ângulo de emergência comum das duas ondas hipotéticas associadas a esse raio normal. O cálculo das curvaturas das frentes de ondas hipotéticas PIN e N, é realizado na direção ascendente a partir do ponto de incidência normal sobre o refletor e ao longo do raio normal, levando em conta a transformação das frentes de ondas pela transmissão de uma camada a outra, isto é, de um lado da interface para o outro lado, até atingir o ponto de observação X_0 na linha sísmica.

Denotamos $R_{i, inicial}$ como o raio de curvatura inicial de uma frente de onda num determinado ponto inicial. No ponto de incidência normal, onde as duas ondas hipotéticas se originam, a onda PIN terá um raio de curvatura inicial $R_{i, inicial} = 0$ e a onda N terá um raio de curvatura inicial $R_{i, inicial} = R_{i, F}$, sendo $R_{i, F}$ o raio de curvatura da interface no ponto de incidência normal. Por outro lado, como mostrado em Hubral & Krey (1980), o cálculo do raio de curvatura de uma frente de onda qualquer que se propaga dentro de uma camada e ao longo do raio normal, mais precisamente desde um ponto inicial localizado numa interface ao ponto final localizado na interface imediatamente superior, é realizado por:

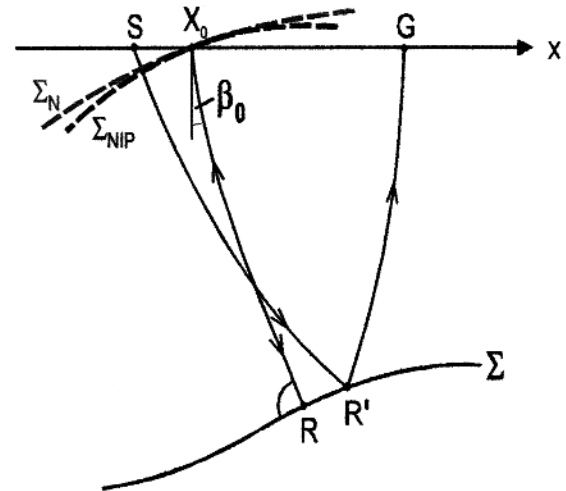
$$R_{i, final} = R_{i, inicial} + v_i \Delta t_i, \quad (2.1)$$

sendo $R_{i, final}$ o raio de curvatura da frente de onda no ponto final. A distancia dada por $v_i \Delta t_i$ corresponde ao segmento de raio reto que une os pontos inicial e final dentro da i -ésima camada homogênea, sendo v_i a velocidade camada e Δt_i a tempo de trânsito do raio. Também em Hubral & Krey (1980), a determinação da curvatura resultante de uma frente de onda que é transmitida de um lado da interface ao outro lado, é dada por

$$\frac{1}{R_{i-1, inicial}} = \frac{v_i \cos^2 \alpha_i}{v_{i-1} \cos^2 \beta_{i-1}} \frac{1}{R_{i, final}} + \frac{1}{\cos^2 \beta_{i-1}} \left(\frac{v_i}{v_{i-1}} \cos \alpha_i - \cos \beta_{i-1} \right) \frac{1}{R_{i-1, F}}, \quad (2.2)$$

em que α_i e β_{i-1} são, respectivamente, os ângulos de incidência e transmissão do raio normal na interface $(i-1)$. As velocidades v_i e v_{i-1} correspondem, respectivamente, as camadas inferior e superior com relação à interface $(i-1)$, cujo raio de curvatura no ponto de incidência (ou transmissão) do raio é $R_{i-1,P}$. Portanto, usando (2.1) e (2.2) ao longo da trajetória de um determinado raio normal são calculados os raios de curvaturas das frentes de ondas correspondentes as ondas hipotéticas PIN e N, até atingir o ponto de emergência X_0 . Dessa forma, podem ser determinados os três atributos cinemáticos das frentes de ondas (β_0 , R_{NIP} , R_N) associados a cada um dos raios normais às interfaces do modelo sintético considerado.

Figure 2.2: Representação esquemática do modelo sísmico com um refletor Σ , um raio central de incidência normal $X_0 R X_0$ e um raio paraxial de reflexão primaria $S R' G$. A curva azul representa a frente de onda PIN (Σ_{PIN}) e a curva vermelha representa a frente de onda N (Σ_N).



2.2 APROXIMAÇÃO HIPERBÓLICA DOS TEMPOS DE TRÂNSITO

A expansão hiperbólica de segunda ordem em serie de Taylor que aproxima os tempos de trânsito dos raios na vizinhança de um raio central fixo é obtida por meio da teoria paraxial do raio (Schleicher *et al.*, 1993). Para meios 2D, Tygel *et al.* (1997) obtém esta aproximação em função dos atributos cinemáticos das ondas hipotéticas PIN e N. Como mostrado na Figura 2.2, considera-se um refletor curvo Σ em profundidade e um raio central fixo com afastamento fonte-receptor nulo $X_0 R X_0$, onde R é o ponto de incidência normal. Para um par fonte-receptor (S, G) na vizinhança do ponto de emergência X_0 do raio central, considera-se um raio de reflexão primaria $S R' G$ com relação ao mesmo refletor Σ . A expressão da aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito dos raios de reflexões primarias na vizinhança de um raio central normal, aplicável para configurações irregulares de fontes e receptores, é dada por

$$t^2(x_m, h) = \left(t_0 + \frac{2 \sin \beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0} \left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right) \quad (2.3)$$

sendo t_0 o tempo duplo do raio central de afastamento nulo e v_0 a velocidade próxima a superfície entorno do ponto de emergência do raio central. As coordenadas $x_m = (x_G + x_S)/2$ e $h = (x_G - x_S)/2$ são o ponto médio e o meio-afastamento entre a fonte e o receptor,

respectivamente, sendo x_s e x_G as coordenadas horizontais do par fonte receptor (S,G). A coordenada $X_0 = (x_0, h=0)$ sobre a linha sísmica é o ponto de emergência do raio central com fonte e receptor coincidentes. Como explicado anteriormente e ilustrado na Figura 2.2, β_0 é o ângulo de emergência do raio normal com relação a normal da superfície, R_{NIP} e R_N são, respectivamente, os raios de curvaturas da onda PIN e da onda N, ambos medidos no ponto de emergência do raio central. Devido ao fato de (2.3) estar expresso em função de v_0 que é conhecida *a priori*, esta aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito é independente do modelo de velocidades do meio e portanto aplicável a meios heterogêneos.

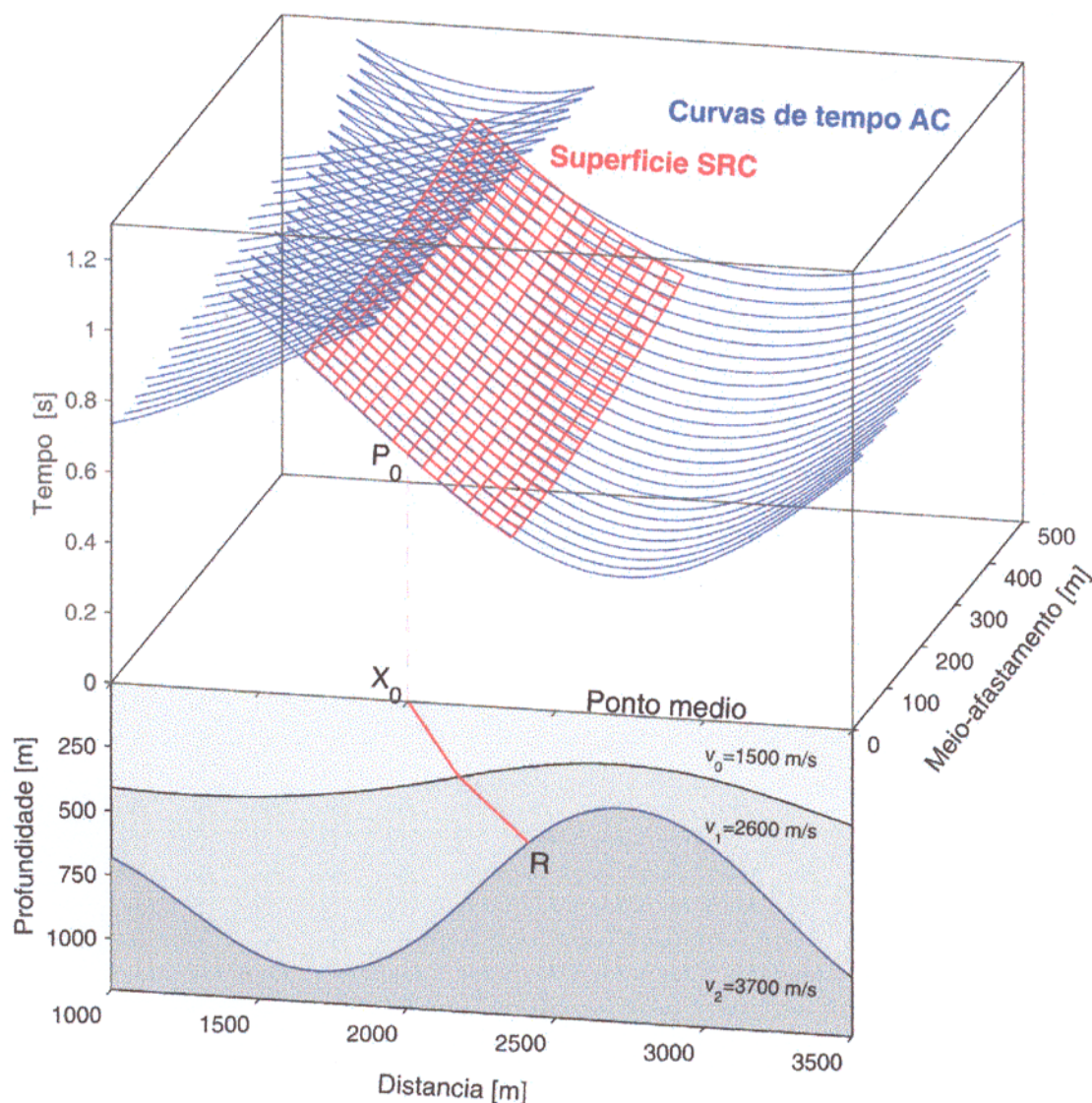


Figura 2.3: *Parte inferior*: Modelo composto por três camadas homogêneas com um raio de afastamento nulo ou de incidência normal (linha de cor vermelha). *Parte superior*: Superfície de cobertura múltipla (linhas de cor azul) correspondente as reflexões da segunda interface. As linhas de cor vermelha definem a superfície de empilhamento SRC correspondente ao ponto de reflexão R e calculada pela expressão (2.3).

Denota-se por $P_0 = (t_0, x_0)$ a coordenada de um ponto de amostragem (ou ponto imagem) na seção AN a ser simulada. Para valores conhecidos dos três atributos das ondas hipotéticas (β_0 , R_{NIP} , R_N) associados ao ponto P_0 , pode-se calcular a superfície de empilhamento associado a esse ponto usando-se a expressão (2.3). Portanto, a simulação de uma seção com afastamento nulo pelo método de empilhamento SRC, é realizada através do somatório dos eventos sísmicos contidos nas superfícies de empilhamento associados a cada ponto de amostragem da seção AN a ser simulada.

Para ilustração de uma superfície de empilhamento definida pela expressão (2.3), considere-se o modelo sintético composto por três camadas homogêneas como apresentadas na parte inferior da Figura 2.3. Na parte superior desta figura, no domínio (x_m, h) , mostra-se as curvas dos tempos de trânsito das reflexões primárias (curvas de cor azul) correspondentes ao segundo refletor, medidas ao longo da linha sísmica com geometrias de afastamento fonte-receptor comum. As linhas curvas de cor vermelha formam a superfície de empilhamento no ponto de amostragem P_0 , correspondente a uma reflexão primária no ponto R localizado sobre a segunda interface. Neste caso, o trio de atributos das ondas PIN e N associados ao raio normal $X_0 R X_0$, foram calculados por modelamento direto. Pode-se então afirmar que o operador de empilhamento SRC é uma aproximação da resposta cinemática de uma reflexão sobre uma interface curva num meio heterogêneo.

Os três atributos cinemáticos das duas ondas hipotéticas fornecem informações sobre: a orientação angular do refletor no ponto de incidência normal, a posição do ponto de reflexão na subsuperfície e a curvatura local do refletor no ponto de incidência do raio normal. Seguindo essa interpretação, se considerarmos o caso particular em que $R_{NIP} = R_N$ significa que o raio de curvatura da onda hipotética N não fornece mais a informação da curvatura do refletor no ponto de incidência normal, significando que os atributos cinemáticos não estão vinculados de forma unívoca a um ponto de reflexão em subsuperfície. Aplicando esta condição em (2.3), obtém-se a expressão

$$t^2(x_m, h) = \left(t_0 + \frac{2 \sin \beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0 R_{NIP}} ((x_m - x_0)^2 + h^2), \quad (2.4)$$

resultando assim uma expressão dependente de dois atributos cinemáticos (β_0 e R_{NIP}) associados a onda hipotética PIN. Devido ao fato de que β_0 e R_{NIP} fornecerem informações sobre a posição de um ponto na subsuperfície, os tempos de trânsito calculados por (2.4) podem ser interpretados como aproximações dos tempos de trânsito de uma difração; em outras palavras, a expressão (2.4) é uma aproximação na vizinhança do raio central do operador de migração pre-empilhamento. Por outro lado, como mostrado na parte superior da Figura 2.4, mesmo dependendo apenas de dois atributos cinemáticos, a superfície de empilhamento (curvas de cor verde) definida pela expressão (2.4) também é uma aproximação dos tempos de trânsito associados à reflexão em R . Portanto, de forma similar ao método de empilhamento SRC que simula uma seção AN com base na formula (2.3), também pode ser simulada uma seção AN usando a expressão (2.4), que define as superfícies de empilhamento associados tanto a pontos de reflexões como a difratores em subsuperfície.

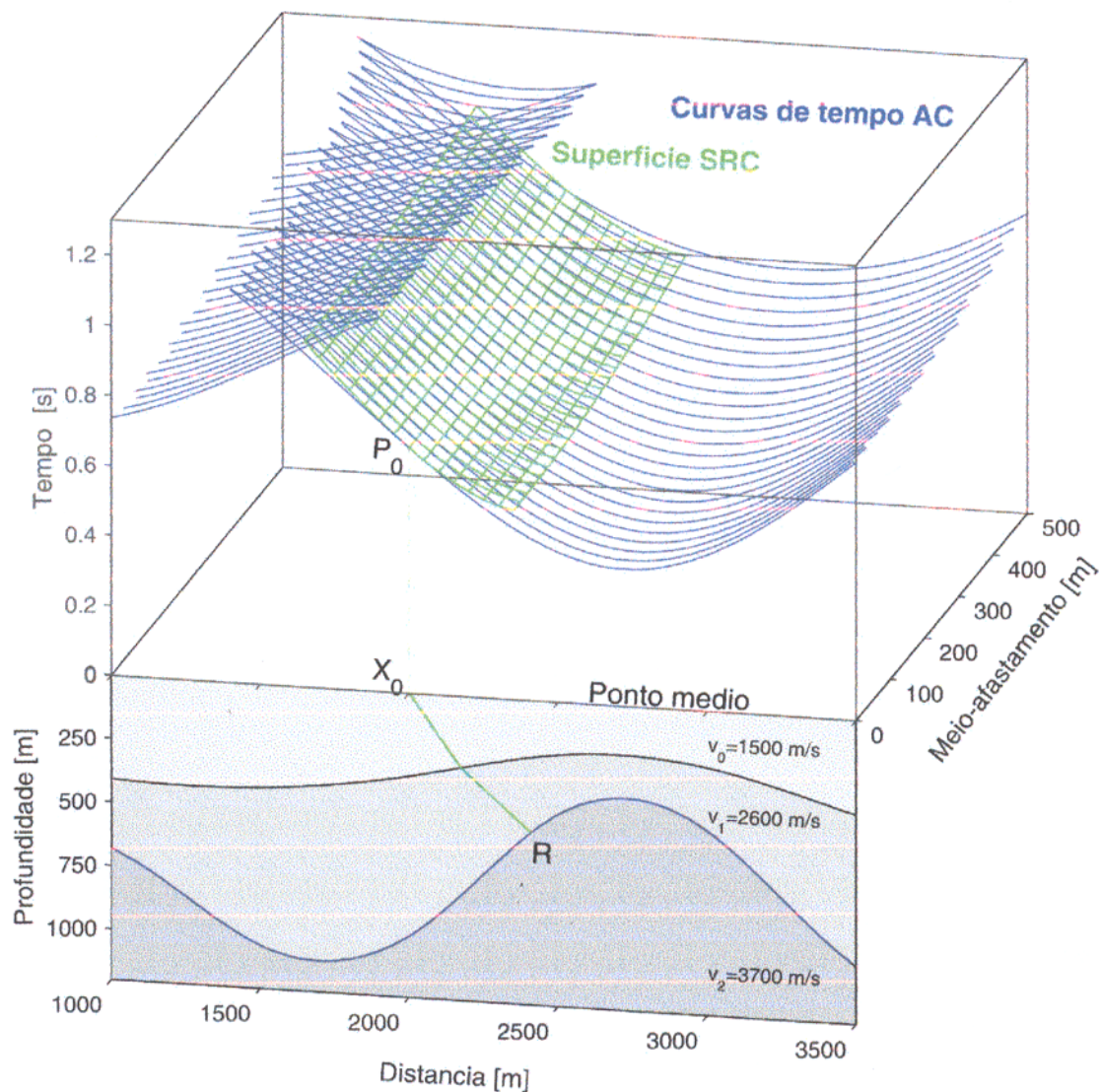


Figura 2.4: *Parte inferior*: Modelo composto por três camadas homogêneas e um raio de afastamento nulo (linha de cor verde). *Parte superior*: Superfície de cobertura múltipla (linhas de cor azul) correspondente às reflexões da segunda interface. Superfície de empilhamento SRC (linhas de cor verde) correspondente ao ponto de reflexão R calculado pela expressão (2.4).

Vale mencionar que a expressão (2.3) pode ser particularizada para as diferentes configurações de fontes e receptores, usadas com maior frequência no processamento sísmico convencional; no entanto, neste trabalho de tese consideraremos apenas as configurações AC e AN. Similarmente ao caso da fórmula (2.4), a expressão dos tempos de trânsito para a configuração AC coincide com a fórmula geral (2.3), mas sob a consideração de $h = \text{constante}$. Porém, aplicando a condição de $h = 0$ na expressão (2.3), obtém-se a aproximação hiperbólica para a configuração AN, dada por:

$$t^2(x_m, h) = \left(t_0 + \frac{2 \sin \beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2 t_0 \cos^2 \beta_0}{v_0 R_N} (x_m - x_0)^2 \quad (2.5)$$

tornando-se, dessa forma, apenas dependente dos atributos (β_0 e R_N). As curvas de empilhamento definidas pela expressão (2.5) e confinadas ao domínio (x_m, t_0), aproximam aos tempos de trânsito AN das reflexões normais. Como ilustração, na parte superior da Figura 2.5 mostra-se a curva de empilhamento de cor vermelha calculado por (2.5) para o ponto P_0 correspondente à reflexão primária em R . A curva de cor azul representa aos tempos de trânsito AN das reflexões primárias normais do segundo refletor mostrado na parte inferior da mesma figura.

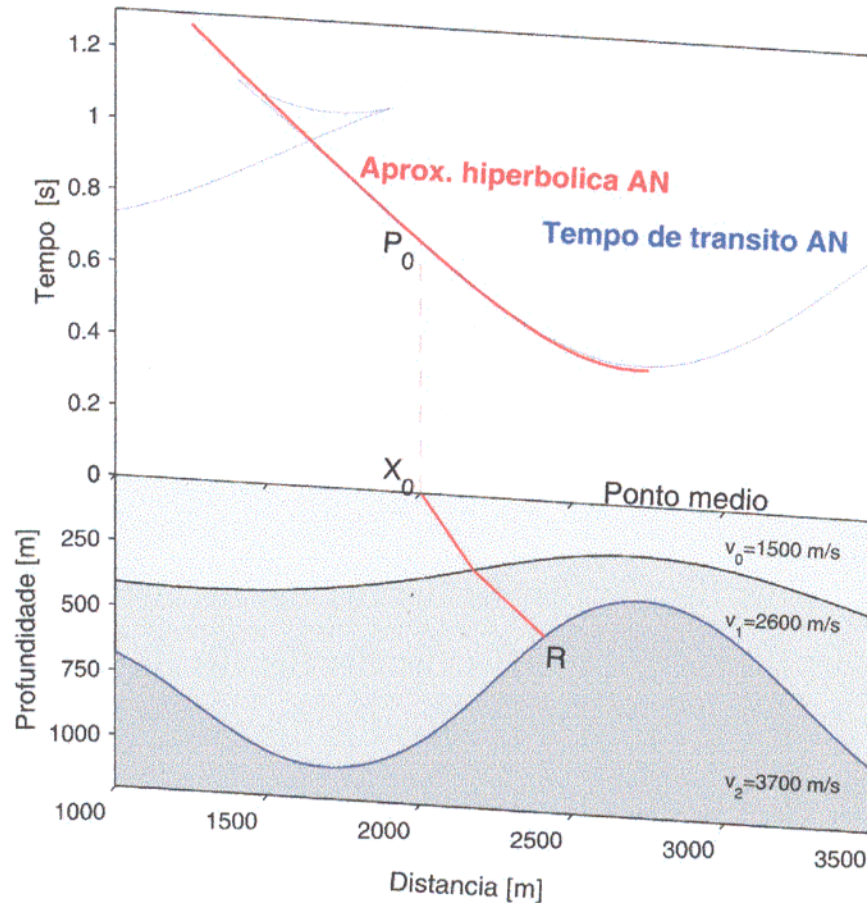


Figura 2.5: *Parte inferior*: Modelo composto por três camadas homogêneas, com um raio de afastamento nulo (linha de cor vermelha). *Parte superior*: A linha de cor azul corresponde aos tempos de trânsito AN das reflexões normais da segunda interface. A linha de cor vermelha é a curva de empilhamento correspondente ao ponto de reflexão R , calculado pela expressão (2.5).

2.3 ALGORITMO DO EMPILHAMENTO SRC

O empilhamento SRC simula uma seção AN por meio do somatório de eventos sísmicos dos dados de cobertura múltipla contidos nas superfícies de empilhamento associados a cada um dos pontos imagem da seção AN. Neste método, para calcular uma determinada superfície de empilhamento, ou operador do empilhamento SRC, utiliza-se a fórmula de aproximação hiperbólica dos tempos de trânsito (2.3). Assim sendo, a definição do melhor operador SRC associado a um certo ponto de amostragem (P_0) da seção AN, requer a determinação a partir dos dados de

cobertura múltipla dos três atributos cinemáticos (β_0, R_{NIP}, R_N) que produzam um operador SRC com o melhor ajuste possível aos eventos sísmicos associados ao ponto P_0 . Então, o problema principal da simulação de uma seção AN pelo método de empilhamento SRC consiste na determinação dos três atributos cinemáticos (β_0, R_{NIP}, R_N), para cada um dos pontos de amostragem da seção AN a ser simulada a partir dos dados sísmicos.

Os três atributos cinemáticos das ondas hipotéticas PIN e N, também denominados como trio de parâmetros do operador empilhamento SRC, podem ser determinados simultaneamente a partir dos dados de cobertura múltipla por meio de processos de busca global (ou otimização global) multidimensional, usando como função-objeto uma de medida de coerência do sinal sísmico (*semblance*) realizada ao longo de vários operadores SRC testados. Nesse sentido, a determinação do trio de parâmetros independentes (β_0, R_{NIP}, R_N) pode ser formulado como um problema de maximização (ou minimização) da medida de coerência *semblance*, avaliada para pontos dentro de um espaço de busca tridimensional definido pelos intervalos: $-\pi/2 < \beta_0 < +\pi/2$ e $-\infty < R_{NIP}, R_N < +\infty$.

Uma vez encontrado o trio de parâmetros ótimos, um ponto imagem da seção AN é produzido pelo empilhamento dos eventos sísmicos contidos no operador SRC definido pelo trio de parâmetros que produzem o maior valor de coerência. Portanto, a seção AN simulada é obtida pela repetição deste procedimento para cada um dos pontos imagem ou de amostragem desta seção. Até aqui, a descrição do processo de simulação de uma seção AN pelo método de empilhamento SRC foi realizada considerando somente um único trio de parâmetros ótimos associado a cada ponto imagem da seção AN a ser simulada. No entanto, para uma simulação correta de uma seção AN devem ser determinados mais de um trio de parâmetros associados a um ponto imagem P_0 , e isto se deve ao fato de que um ponto imagem da seção AN pode ser formado pela contribuição de diferentes eventos sísmicos que se cruzam ou se intersectam. Então, para reconstruir corretamente esses tipos de eventos que resultam da interferência dos eventos com mergulhos conflitantes, deve ser determinado um operador empilhamento SRC para cada evento contribuinte. Desta forma, a simulação de um ponto imagem da seção AN resulta da superposição das contribuições de cada um dos operadores SRC determinados para esse ponto.

Em geral, quanto maior o número de parâmetros a serem determinados por um processo de otimização maior será o tempo computacional gasto. Na otimização dos parâmetros do empilhamento SRC a função-objeto é uma medida de coerência dos dados sísmicos (*semblance*), cuja avaliação requer de um esforço computacional considerável. A determinação do trio de parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) associado ao máximo global por meio de um algoritmo de otimização global, está condicionado ao grau de suavidade da função-objeto e a uma clara distinção do máximo global. Como mostrado em Jäger (1999) e Müller (1999) a função-objeto do empilhamento CRS, tanto para dados sintéticos como reais, é suave e com o máximo global claramente distinguível, definido por vales amplos e longos nos planos ($R_{NIP} - R_N$) e ($\beta_0 - R_N$); sendo este fato favorável para a utilização de um algoritmo de otimização global na determinação desses parâmetros. No entanto, no plano ($\beta_0 - R_{NIP}$) o máximo global é definido numa área pequena com um vale longo e estreito na

direção de R_{NIP} ; tendo ainda condições favoráveis para o uso de otimização global. As características mencionadas acima revelam uma alta sensibilidade de β_0 seguido de R_{NIP} , sendo R_N o parâmetro com menor sensibilidade. Nos trabalhos referidos antes, também foi mostrado que na função-objeto do empilhamento CRS os mínimos locais associados aos eventos sísmicos são ainda bem definidos e claramente distinguíveis e, contrariamente, os mínimos locais associados a ruído incoerente são em geral muito fracos. Neste trabalho, para a determinação do trio de parâmetros CRS será utilizado o algoritmo de otimização global *Simulated Annealing* (Sen & Stoffa, 1995), devido a sua alta eficiência na convergência para o mínimo global e o baixo tempo computacional gasto comparado com outros métodos de otimização global.

Levando em conta os fatos mencionados acima, e com base nas três fórmulas de aproximação dos tempos de trânsito apresentadas no item anterior deste trabalho, propõe-se um novo algoritmo para a simulação de seções AN pelo método de empilhamento SRC. A nova estratégia para a determinação do trio de parâmetros, associado a um ponto imagem da seção AN, consiste na aplicação do algoritmo de otimização global *Simulated Annealing*; inicialmente, para a busca bidimensional de dois parâmetros (β_0, R_{NIP}) e, posteriormente, para a busca unidimensional do terceiro parâmetro (R_N). Por último, usando como solução inicial o trio de parâmetros resultante da otimização global, é determinado o trio de parâmetros ótimos ou finais aplicando o algoritmo de otimização local *Variable Metric*. Nesta estratégia, com o propósito de melhor reconstruir os eventos com mergulhos conflitantes, além do mínimo global é também determinado um mínimo local forte ou bem definido; em outras palavras nos pontos de amostragem da seção AN onde se tem cruzamentos de eventos serão determinados dois conjuntos de parâmetros. No próximo capítulo é realizada uma descrição detalhada dos algoritmos ou métodos de otimização aplicados nesta nova estratégia. A seguir são descritas as três etapas que compreende este novo algoritmo de empilhamento SRC:

Etapas 1: Busca global bidimensional

Nesta primeira etapa, para cada ponto imagem P_0 da seção AN a ser simulada são determinados um ou dois vetores dos parâmetros (β_0 e R_{NIP}), por meio da aplicação do método de otimização *Simulated Annealing* para uma busca bidimensional nos dados de cobertura múltipla, sendo que a função-objeto (*semblance*) usa a expressão (2.4) para calcular as superfícies de empilhamento testadas. O vetor de parâmetros iniciais é gerado aleatoriamente, mas dentro do espaço de busca definido pelos intervalos estabelecidos para cada parâmetro. Como resultado da otimização têm-se a dupla de parâmetros correspondentes ao mínimo global e uma dupla de parâmetros correspondentes a um mínimo local para pontos da seção AN onde se tem cruzamento de eventos. O critério de corte utilizado para determinar e registrar a dupla de parâmetros associados ao mínimo local durante a evolução do algoritmo de otimização global foi um dado valor limite de coerência (*coherency threshold*). Com isto são eliminados os mínimos locais menos significativos (ou mínimos fracos) com valores abaixo do limite de coerência.

Como resultados intermediários da simulação da seção AN foram obtidos as seguintes seções: 1) duas seções de coerência; 2) duas seções dos ângulos de emergência; 3) duas seções dos raios de curvaturas da onda PIN; e 4) uma seção AN simulada. Nos primeiros três resultados, a primeira seção corresponde aos mínimos globais e a segunda seção aos mínimos locais.

Etapa 2: Busca global unidimensional

Usando o valor do ângulo de emergência β_0 anteriormente estimado, também para cada ponto de amostragem ou imagem P_0 da seção AN a ser simulada, é determinado o terceiro parâmetro R_N por meio da aplicação do algoritmo *Simulated Annealing*. A busca global unidimensional é realizada na seção AN resultante da etapa 1, mas neste caso a função-objeto (*semblance*) utiliza para calcular as curvas de empilhamento a expressão (2.5) que é dependente dos parâmetros (β_0 e R_N). Nesta etapa, são determinados os valores de R_N associados tanto aos mínimos globais como também para todos os mínimos locais detectados na Etapa 1, ou seja nos pontos de amostragem da seção AN onde foram detectados dos mínimos são determinados dois valores de R_N .

Os resultados obtidos nesta etapa são duas seções de coerências e duas seções dos raios de curvaturas das ondas N. Também, nesta etapa são obtidas duas seções para cada resultado; isto é, uma seção para os mínimos globais e outra para os mínimos locais detectados.

Etapa 3: Busca local tridimensional

Como resultados principais das duas etapas anteriores têm-se os valores do trio ($\beta_0^0, R_{NIP}^0, R_N^0$), ou dos dois trios de parâmetros associados a cada ponto imagem da seção AN. Para determinar simultaneamente os melhores valores dos três parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) e, conseqüentemente, o melhor operador do empilhamento SRC, aplica-se o algoritmo de otimização local *Variable Metric*. Como soluções iniciais para a busca local tridimensional nos dados de cobertura múltipla, foram usados os trios de parâmetros resultantes das duas etapas anteriores, tanto para os trios de parâmetros correspondentes aos mínimos globais como também para os mínimos locais. Nesta etapa, a função-objeto (*semblance*) usa a fórmula geral (2.3) para calcular os operadores de empilhamento SRC testados. Os trios de parâmetros ótimos resultantes desta etapa são usados para produzir a seção AN simulada.

Como resultado final desta etapa obtém-se a seção AN simulada pelo empilhamento SRC a partir dos dados de cobertura múltipla. Adicionalmente, associados aos mínimos globais e aos mínimos locais obtêm-se os seguintes resultados: 1) duas seções de coerência; 2) duas seções dos ângulos de emergências; 3) duas seções dos raios de curvaturas das ondas PIN; e 4) duas seções dos raios de curvaturas das ondas N. Vale salientar que estes resultados adicionais podem ser usados em etapas posteriores de processamento.

Nas etapas 1 e 3 do algoritmo descrito acima, os dados de entrada são em famílias FC, mas antes da aplicação de qualquer processo é realizado uma classificação interna para famílias CO. Portanto, nessas duas etapas, as superfícies (ou operadores) de empilhamento são formadas por trajetórias definidas ao longo de cada uma das seções CO. Por último, na Figura 2.6 é mostrado o diagrama de fluxo simplificado que resume as principais etapas do algoritmo proposto.

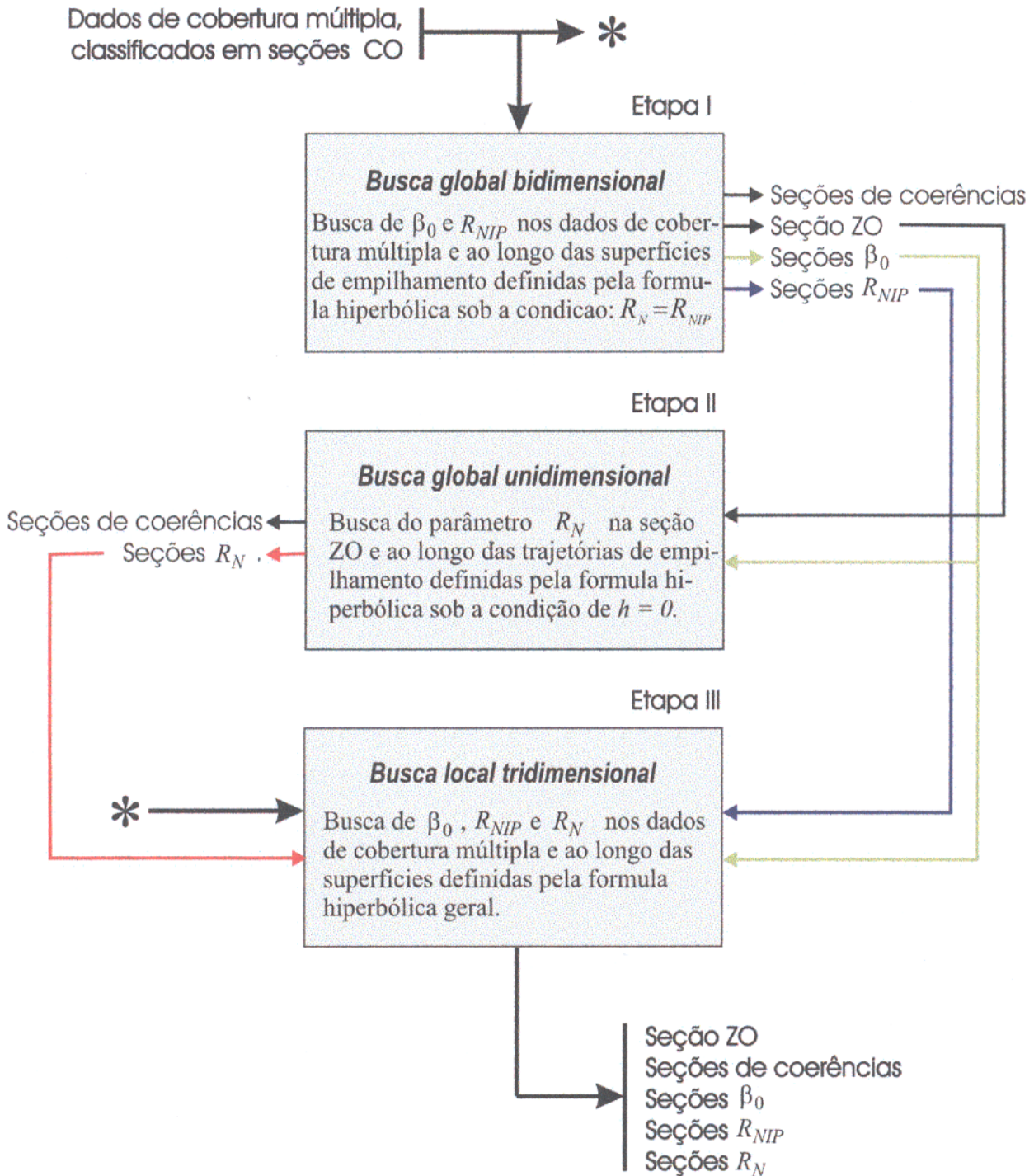


Figura 2.6: Fluxograma do processamento SRC. Como resultados finais obtêm-se uma seção AN, duas seções de coerências e duas seções para cada um dos três parâmetros, sendo uma seção para os mínimos globais e outra para os mínimos locais.

3 - ESTRATÉGIA DE DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE EMPILHAMENTO SRC

Inicialmente apresenta-se alguns aspectos gerais sobre otimização e a função-objeto usada pelo empilhamento SRC. Neste capítulo é realizada uma revisão das principais características dos dois métodos de otimização *Simulated Annealing* (SA) e *Variable Metric* (VM), que são utilizadas para a determinação dos três parâmetros que definem a superfície (ou operador) de empilhamento SRC. Com o propósito de explicar de uma maneira objetiva a estratégia desenvolvida para a determinação dos três parâmetros, ou atributos cinemáticos de frentes de ondas (β_0, R_{NIP}, R_N), mostra-se graficamente a evolução dos algoritmos de busca global e local aplicados nas três etapas do algoritmo de empilhamento SRC.

3.1 OTIMIZAÇÃO: ASPECTOS GERAIS

O objetivo da otimização consiste em encontrar os máximos, ou mínimos, de uma função de varias variáveis com valores dentro de uma determinada região do espaço multi-dimensional. A função $f(\mathbf{p})$ a ser otimizada, denominada função-objeto, em geral representa uma função contínua de n variáveis independentes $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ que definem um espaço de busca de dimensão n . Maximizar $f(\mathbf{p})$ em uma região qualquer do espaço de dimensão n é equivalente a minimizar $-f(\mathbf{p})$ na mesma região e por esta razão daqui por diante fala-se apenas de minimização. Em outras palavras, a tarefa da otimização é encontrar os vetores solução $\mathbf{p}^*$ que minimizem a função-objeto. Os vetores $\mathbf{p}^*$ são chamados de minimizadores (ou pontos ótimos) e os valores correspondentes $f(\mathbf{p}^*)$ são os mínimos do problema (ou valores ótimos).

Em algumas aplicações, a função-objeto pode ser bastante complicada e caracterizada pela presença de vários máximos e mínimos. Nesse tipo de funções-objeto, chamadas multi-modais, o mínimo de todos os mínimos é chamado de mínimo global e todos os outros são chamados mínimos locais. Um algoritmo de otimização local tenta encontrar um mínimo local nas proximidades da solução inicial ou de partida. Quase todos os métodos de busca local são determinísticos e usam propriedades locais da função objeto para calcular uma atualização da solução corrente e procurar na direção descendente a solução final. Este tipo de algoritmos pode não encontrar o mínimo global dependendo da solução inicial estar localizado mais próximo de um mínimo local que do mínimo global. Um algoritmo de otimização global tenta encontrar o mínimo global de uma função-objeto multi-modal. A maioria dos métodos de busca global são *estocásticos* e usam informação global

sobre a função-objeto para atualizar uma posição corrente. Em geral, a convergência destes métodos a uma solução global ótima não é garantido por nenhum dos algoritmos globais; no entanto, os algoritmos de busca global quase sempre fornecem soluções ótimas sem precisar de uma boa solução inicial. Por outro lado, o comportamento da função-objeto também influi na convergência a uma solução global ótima, isto é a facilidade de se determinar uma solução global aumenta com a suavidade da função-objeto e diminui com a presença de um número elevado de mínimos locais.

3.2 FUNÇÃO-OBJETO DO EMPILHAMENTO SRC

Neste item é apresentada a função-objeto usada nos algoritmos de otimização global (SA) e local (VM) para avaliar a qualidade dos vetores de parâmetros do operador SRC testados. Como mencionado anteriormente, para a otimização dos três parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) a partir dos dados sísmicos de cobertura múltipla, pode ser utilizada como função-objeto algum tipo de análise ou critério de coerência aplicado ao longo das superfícies de empilhamento testadas. O critério de coerência a ser usado é o *semblance* (Neidell & Taner, 1971) que representa uma medida da razão entre a energia do sinal depois da somatória dos traços e a energia acumulada de todos os traços envolvidos na somatória, expressa como:

$$S = \frac{\sum_i \left(\sum_{i=1}^M U_{i,t(i)} \right)^2}{M \sum_i \sum_{i=1}^M U_{i,t(i)}^2}, \quad (3.1)$$

em que $U_{i,t(i)}$ é a amplitude do sinal sísmico indexado pelo número de traços sísmicos, $i = 1, \dots, M$, e a trajetória de empilhamento, $t(i)$. O sobrescrito M é o numero de traços e $\sum_i$ indica que a somatória é realizada numa janela temporal em relação à trajetória de empilhamento central. Na fórmula (3.1), a trajetória de empilhamento refere-se à superfície de empilhamento definido pela fórmula hiperbólica dos tempos de trânsito dependente dos parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N). O *semblance* é uma medida de coerência normalizada com valores extremos entre 0 e 1, podendo atingir um valor próximo à unidade somente quando todos os valores do sinal sísmico são idênticos. Num problema de minimização, tal como foi adotado neste trabalho, é usado o valor de coerência negativo.

3.3 OTIMIZAÇÃO GLOBAL USANDO *SIMULATED ANNEALING*

Simulated annealing (SA) é um método de otimização global que imita o processo físico pelo qual um cristal se desenvolve (ou cristaliza) a partir do esfriamento lento (*annealing*) de um fundido, até atingir o estado de energia mínima. Flutuações aleatórias na energia permitem ao sistema de esfriamento lento escapar de um estado de energia mínima local para alcançar o estado de energia mínima global. Uma revisão detalhada dos algoritmos SA tradicionais com alguns exemplos de aplicação em problemas geofísicos são encontrados em Sen & Stoffa (1995). No entanto, pela robustez e fácil implementação, neste trabalho é usado um algoritmo *Simulated*

Annealing modificado por Corona et al. (1987). Considerando um problema de minimização, a seguir faz-se uma descrição das características principais desse algoritmo. Uma descrição mais detalhada é dada no Apêndice A.

No algoritmo SA o processo de minimização começa com um dado valor inicial de temperatura ($T = T_0$) e, em geral, a partir de um vetor de parâmetros iniciais ($\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$) que é gerado aleatoriamente, uma vez que este não tem influência decisiva na determinação final dos parâmetros ótimos. Então, dado um ponto inicial $\mathbf{p}$ e o respectivo valor da função-objeto $f(\mathbf{p})$, a geração de um ponto teste $\mathbf{p}'$ é realizada por meio da aplicação de uma perturbação em cada elemento de $\mathbf{p}$, segundo a relação:

$$p_i' = p_i + \lambda v_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.2)$$

onde λ é um número aleatório uniformemente distribuído entre $[-1, 1]$ e v_i é o i -ésimo elemento do vetor dos comprimentos do passo $\mathbf{v}$. A variável n representa o número de parâmetros a serem otimizados. Um ponto teste $\mathbf{p}'$ é aceito incondicionalmente se o valor de $f(\mathbf{p}')$ for menor que $f(\mathbf{p})$ (i.e., $\Delta f = f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p}) < 0$). Então, o ponto $\mathbf{p}$ é substituído por $\mathbf{p}'$ e o algoritmo tem um deslocamento descendente. Se o novo $f(\mathbf{p})$ tiver o menor valor registrado, este valor e o vetor $\mathbf{p}$ correspondente são guardados como os atuais valores ótimos. Quando o valor $f(\mathbf{p}')$ do ponto teste tem um valor igual ou maior a $f(\mathbf{p})$ (i.e., $\Delta f \geq 0$), um critério de probabilidade (ou critério de Metropolis) decide se esse ponto teste ascendente é aceito ou não, com base na relação de probabilidade:

$$P = e^{-\Delta f/T}, \quad (3.3)$$

em que T é a temperatura. Se o novo ponto teste for aceito, então $\mathbf{p}$ e $f(\mathbf{p})$ são substituídos por $\mathbf{p}'$ e $f(\mathbf{p}')$, respectivamente, e o algoritmo tem um deslocamento ascendente. Dois fatores diminuem a probabilidade de um deslocamento ascendente ser aceito: Valores baixos de temperatura e valores elevados de Δf .

A principal característica deste algoritmo é a perturbação do vetor dos parâmetros $\mathbf{p}$, controlado por um vetor dos comprimentos dos passos que é ajustado automaticamente após um determinado número de ciclos de geração e aceitação de pontos testes. O ajuste do vetor dos comprimentos dos passos $\mathbf{v}$, que objetiva uma melhor amostragem da função-objeto, é realizada levando em conta que um equilíbrio entre o número de deslocamentos aceitos e rejeitados significa uma amostragem ampla da função-objeto; por outra parte, um grande número de deslocamentos aceitos com relação àqueles rejeitados significa que a função-objeto é amostrada com passos muito pequenos e, contrariamente, um grande número de deslocamentos rejeitados significa que a função-objeto é amostrada com passos muito longos.

Depois de realizar vários ciclos de geração de pontos testes a temperatura T é diminuída segundo o fator r_T . Conforme diminui a temperatura os comprimentos dos passos declinam e o algoritmo restringe sua busca na área mais promissora para a otimização, sendo atingido assim o mínimo global. O algoritmo é interrompido quando as diferenças do valor final da função-objeto da temperatura atual com os valores finais da função-objeto das últimas N_e temperaturas e com o valor ótimo da função-objeto são menores do que o valor de tolerância do erro ε .

O algoritmo SA, nas temperaturas iniciais, primeiro faz um reconhecimento ou uma amostragem ampla da função objeto, usando para isto comprimentos dos passos longos. A medida que a temperatura diminui, os comprimentos dos passos também diminuem, e o algoritmo reduz sua busca para as regiões promissoras. Por outro lado, devido ao fato de que a probabilidade de aceitar um passo em uma direção ascendente é sempre maior que zero, o algoritmo SA pode sair de um mínimo local.

Outras variáveis que influem na eficiência do algoritmo são N_T , N_S e r_T . Sendo n o número de parâmetros, a variável N_S determina que depois de $N_S \cdot n$ avaliações da função, o vetor dos comprimentos dos passos é ajustado. A variável N_T determina que depois de $N_T \cdot N_S \cdot n$ avaliações da função, a temperatura T é reduzida pelo fator r_T . Por outro lado, uma apropriada seleção da temperatura inicial $T = T_0$ é crucial para a eficiência do algoritmo AS; por isso, a seguir é apresentado um exemplo de como estimar as temperaturas iniciais dos parâmetros que definem o operador de empilhamento SRC.

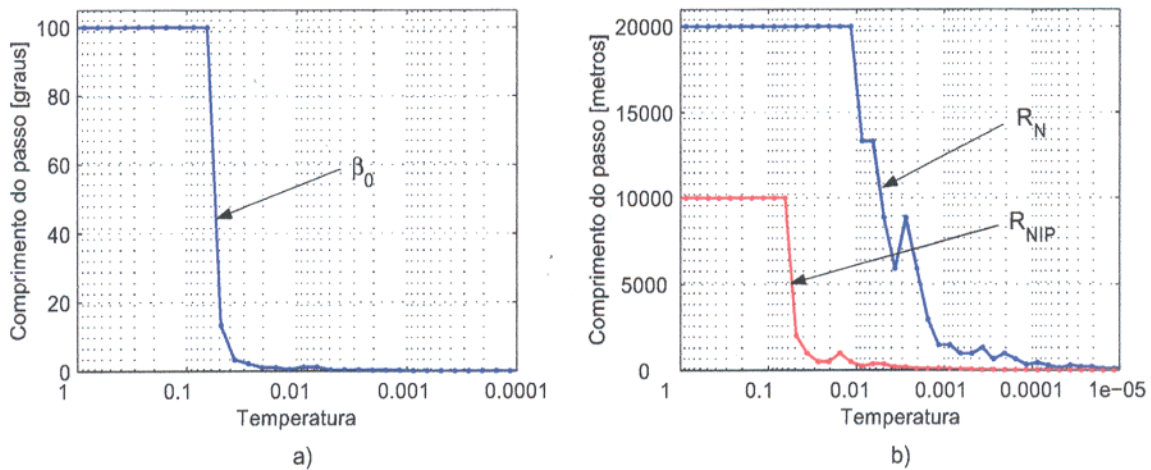


Figura 3.1: Determinação da temperatura inicial do algoritmo SA para a busca dos parâmetros do operador SRC. a) Ângulo de emergência do raio central (β_0) e b) raios de curvaturas da onda NIP (R_{NIP}) e da onda N (R_N).

3.3.1 Temperatura crítica

Como mencionado antes, um parâmetro chave para o controle da eficiência de um algoritmo SA é a temperatura inicial T_0 , que deve ser estimada antes da aplicação do mesmo. Se T_0 for muito baixo os comprimentos dos passos podem ser muito pequenos e a área contendo o mínimo global pode não ser visitada pelo algoritmo. Isto porque a solução atual pode não conseguir escapar do mínimo local. Por outro lado, se T_0 for muito alto os comprimentos dos passos podem ser bastante grandes, e uma área demais ampla é visitada, tendo portanto, um elevado número de aceitações dos pontos testes, o que implica num incremento do tempo computacional.

Para estimar as temperaturas críticas e, nos seguintes itens, ilustrar cada uma das etapas de busca dos parâmetros ótimos do operador de empilhamento SRC são usados os dados de cobertura

múltipla gerados para o modelo sintético mostrado na Figura 2.2 (parte inferior). A descrição da geometria das fontes e receptores dos dados gerados é realizada no próximo capítulo. Na mesma Figura 2.2, associado ao ponto de reflexão R localizado sobre o segundo refletor são representados o raio normal com trajetória $X_0 R X_0$ e o correspondente tempo de trânsito no ponto de amostragem $P_0 = (x_0 = 1250m, t_0 = 0,807s)$ na seção AN a ser simulada. Os valores dos três parâmetros calculados por modelamento direto são: $\beta_0 = 15,5^\circ$, $R_{NIP} = 1069m$ e $R_N = 2759m$. Portanto, todos os exemplos mostrados neste capítulo são realizados para o ponto P_0 indicado acima, que corresponde ao ponto refletor R .

No algoritmo SA aplicado neste trabalho, a temperatura inicial pode ser estimada com base nas variações dos comprimentos dos passos de cada parâmetro, observados com ajuda de alguns poucos testes. Para o ponto P_0 indicado acima foram realizados testes com uma temperatura inicial $T_0 = 1.0$, e foram monitoradas as variações dos comprimentos dos passos com a diminuição da temperatura para os três parâmetros. As relações dos comprimentos dos passos com a temperatura são mostrados na Figura 3.1. Para o parâmetro β_0 (Figura 3.1a) observa-se que os comprimentos dos passos praticamente não mudam para temperaturas maiores do que 0,06, porém havendo uma diminuição dos passos para temperaturas menores a 0,06. Esta temperatura ($T = 0,06$) normalmente é chamado de temperatura crítica, a partir da qual começa uma busca eficiente do algoritmo. Antes da temperatura crítica muitos pontos são testados e muitos deles são aceitos, produzindo assim um desperdício considerável de tempo computacional. Na Figura 3.1b, observa-se que as temperaturas críticas de R_{NIP} e R_N são diferentes, cujos valores são aproximadamente 0,06 e 0,01, respectivamente. No entanto, as temperaturas críticas de β_0 e R_{NIP} são similares. Observe-se que as temperaturas críticas podem ser diferentes para cada um dos parâmetros, então no caso da otimização simultânea dos três parâmetros a temperatura inicial deve ser estabelecida, tomando como referência o valor máximo das temperaturas críticas. Com base nestes resultados, pode-se tomar como temperatura inicial $T_0 = 0,1$.

Vale salientar que devido ao fato de que as características das funções-objeto tanto para dados sintéticos como reais são similares (Müller, 1999), o procedimento para a estimativa das temperaturas crítica e inicial em dados reais é similar ao descrito acima, sendo apenas recomendado a realização de testes para diferentes pontos de amostragem da seção ZO a ser simulada e nos lugares onde se prevê uma função-objeto multimodal, isto a fim de determinar as temperaturas representativas para toda a seção ZO.

A seguir, conforme o algoritmo de empilhamento SRC descrito no Capítulo 2, mostra-se a aplicação do algoritmo SA para a determinação do trio de parâmetros que definem o operador SRC.

3.3.2 Busca global dos parâmetros β_0 e R_{NIP}

Para a execução do algoritmo SA foi fornecido o vetor de parâmetros iniciais (β_0, R_{NIP}) com valores aleatórios, dentro do espaço bidimensional definido por: $-50^\circ \leq \beta_0 \leq 50^\circ$ e $0m \leq R_{NIP} \leq 5000m$. A temperatura inicial é $T_0 = 0,1$, com um fator de decaimento $r_T = 0,85$.

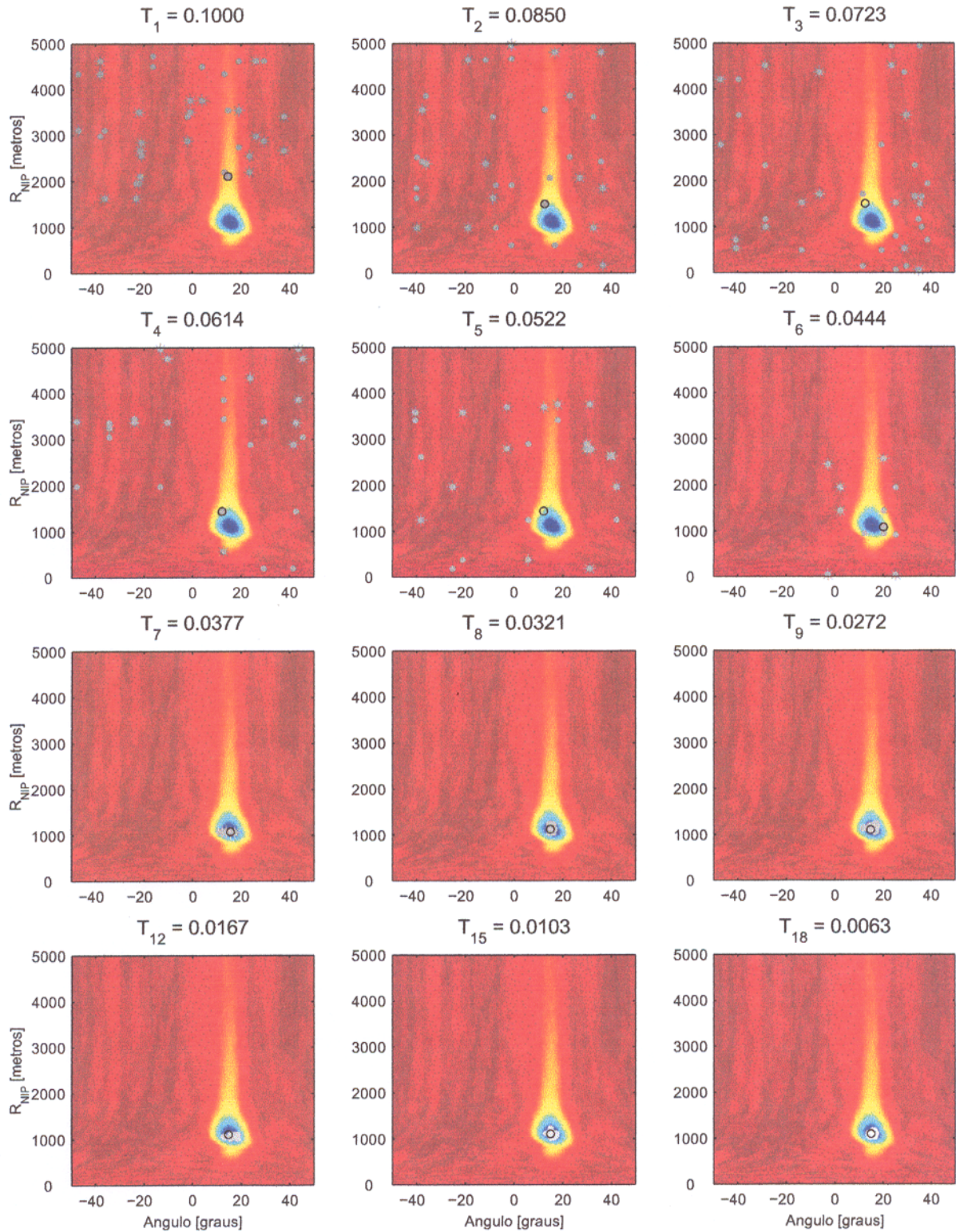


Figura 3.2: Evolução do algoritmo SA aplicado para a determinação de β_0 e R_{NIP} . Cada gráfico corresponde a uma determinada temperatura que varia desde 0.1 (parte superior esquerda) até 0.0063 (parte inferior direita). Os pontos cinzas são os deslocamentos descendentes e os asteriscos cinzas são os deslocamentos ascendentes aceitos pelo critério de Metropolis. Os círculos negros são os mínimos associados a cada temperatura.

O valor da tolerância do erro é $\varepsilon = 0,001$. Como a busca é bidimensional tem-se que $n = 2$ e os valores das variáveis que determinam o número de tentativas associadas a uma certa temperatura são $N_T = 2$ e $N_S = 10$, o que significa que após de 40 avaliações da função a temperatura diminui. Para ilustrar a evolução do algoritmo SA, na Figura 3.2 mostram-se doze resultados parciais, cada um associado a uma determinada temperatura. Como fundo destas Figuras, mostra-se a imagem dos valores de coerências para uma malha fina de β_0 e R_{NIP} , onde a cor azul representa os menores valores da função-objeto. Os pontos de cor cinza são os deslocamentos descendentes da função aceitos por serem menores do que o valor atual (ou de referência) da função-objeto, e os asteriscos cinzas correspondem aos deslocamentos ascendentes da função aceitos segundo o critério de Metropolis. Após 18 diminuições de temperatura e um total de 720 avaliações da função-objeto, foram determinados os seguintes valores ótimos dos parâmetros: $\beta_0 = 14,919^\circ$ e $R_{NIP} = 1099,1m$, com um valor mínimo da função objeto de $S = -0,2912$. Quanto à evolução do algoritmo, observa-se que nas primeiras cinco temperaturas os pontos testes são espalhados amplamente na superfície da função-objeto. A partir da temperatura $T_6 = 0,0444$ (valor próximo a temperatura crítica) a busca começa a se restringir à vizinhança do mínimo global, sendo que a partir da temperatura $T_7 = 0,0377$ todos os deslocamentos aceitos ficam restritos a uma área muito pequena em torno do mínimo global. Portanto, as variações dos comprimentos dos passos da sétima até a última temperatura são relativamente pequenas, cujos valores são $v = (4,3^\circ, 329,0m)$ e $v = (3,03^\circ, 79,0m)$, respectivamente.

3.3.3 Busca global do parâmetro R_N

Para a busca unidimensional de R_N com o algoritmo SA, foi fornecida uma solução inicial aleatória compreendida no intervalo de busca definido por: $-20000m \leq R_N \leq +20000m$. Também, foi usada uma temperatura inicial de $T_0 = 0,1$, mas com um fator de decaimento de $r_T = 0,55$. Como a busca é de apenas um parâmetro tem-se que $n = 1$, e as variáveis que controlam a quantidade de tentativas tem os valores $N_T = 2$ e $N_S = 15$. Isto significa que após 30 tentativas a temperatura é reduzida. O valor usado da tolerância do erro é $\varepsilon = 0,001$. Também, com o propósito de ilustrar a evolução do algoritmo SA na Figura 3.3 são mostrados oito gráficos, onde cada um corresponde a uma temperatura. As curvas contínuas de cor azul representam aos valores da função-objeto para valores de R_N num intervalo discreto. Nesta Figura, os pontos vermelhos sobre as curvas correspondem aos valores testes (ou deslocamentos) da função-objeto aceitos por serem menores que o valor atual da função-objeto. Os asteriscos são os valores ascendentes da função, mas que foram aceitos segundo o critério de Metropolis. O valor ótimo do parâmetro associado ao valor mínimo da função-objeto é determinado na décima temperatura e após de 301 avaliações da função-objeto, estes valores são $R_N = 2572,4m$ e $S = -0,1918$. Quanto à evolução do algoritmo, pode-se observar que nas primeiras três temperaturas a busca é ampla, isto é, os pontos testes são espalhados em grande parte do intervalo de busca do parâmetro. Para essas temperaturas, o comprimento do passo para o deslocamento dos pontos testes é da ordem de $10000m$.

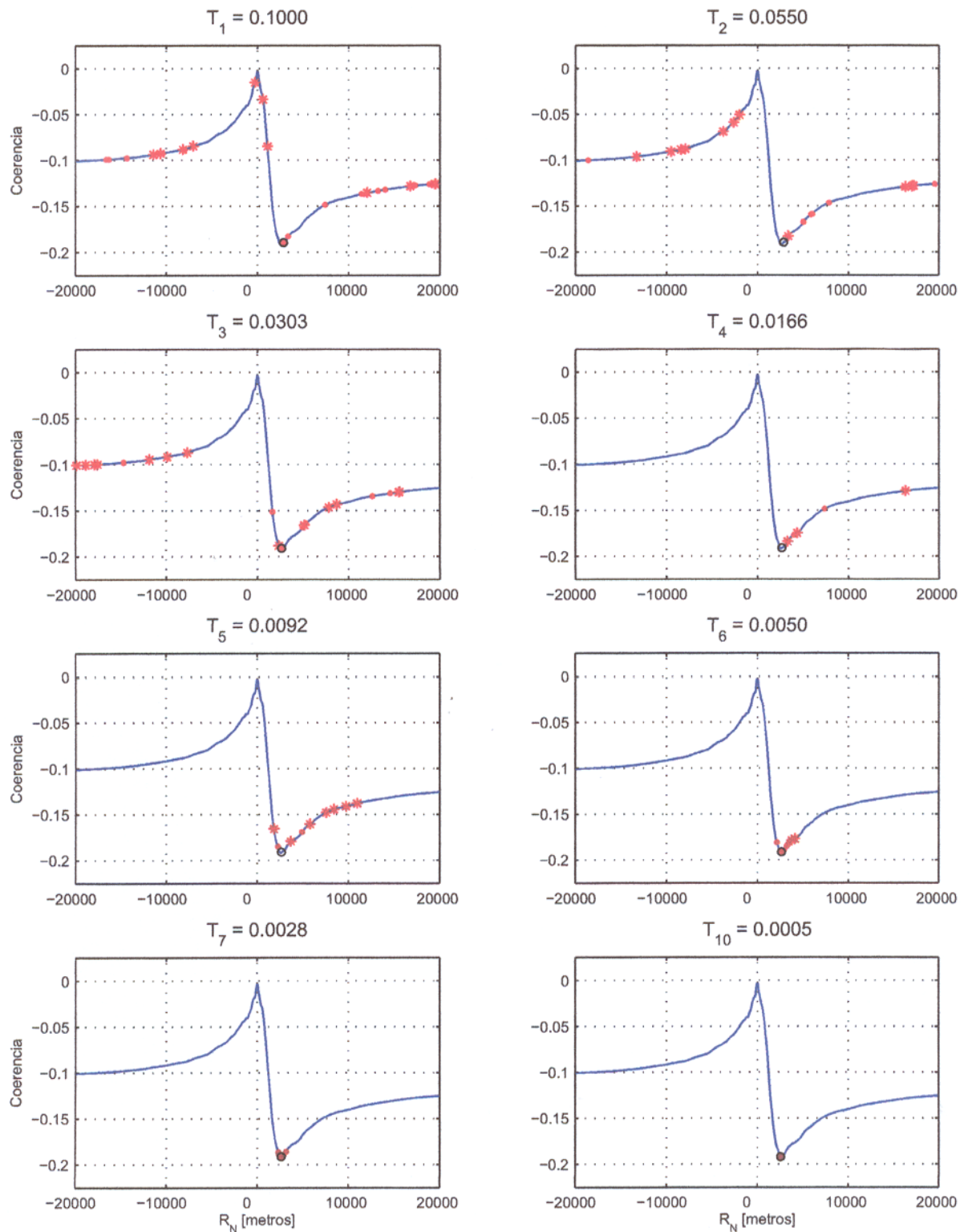


Figura 3.3: Resultados parciais da aplicação do algoritmo SA na determinação de R_N . Cada gráfico corresponde a uma determinada temperatura que varia desde 0.1 (parte superior esquerdo) até 0.0005 (parte inferior direito). Os pontos vermelhos são os deslocamentos descendentes, e os asteriscos vermelhos são os deslocamentos ascendentes aceitos pelo critério de Metropolis. Os círculos negros são os mínimos associados a cada temperatura.

Na quarta e quinta temperaturas o intervalo de busca começa a se restringir em torno do mínimo global, e a partir da sexta temperatura fica restrita num intervalo menor que fica mais pequeno conforme decresce a temperatura. Os comprimentos dos passos para a sétima e a última temperaturas são $v_7 = (800,0m)$ e $v_8 = (148,0m)$, respectivamente.

Devido ao fato de que estas buscas globais devem ser aplicadas para cada um dos pontos de amostragem da seção AN, é necessário otimizar o tempo computacional em cada processo de busca. Tanto na determinação de β_0 e R_{NIP} (Figura 3.2) como na determinação de R_N (Figura 3.3), nas temperaturas finais a busca fica restrita a uma região muito pequena em torno do mínimo global. Portanto, com o objetivo de minimizar o tempo computacional nas últimas temperaturas, podem ser usados os seguintes critérios de parada do algoritmo: (a) Um valor relativamente elevado da tolerância do erro (ex., $\varepsilon = 0,01$); (b) limites superiores das temperaturas mínimas a partir das quais a busca fica restrita em torno do mínimo global (ex., $T_{final} = 0,02$ para (β_0, R_{NIP}) e (c) $T_{final} = 0,003$ para R_N) e um número limitado de avaliações da função objeto. O uso da combinação desses critérios de parada do algoritmo, leva a uma estimativa pobre dos parâmetros ótimos pelo algoritmo SA. Por essa razão, faz-se necessário a aplicação de um algoritmo de otimização local para a determinação simultânea dos três parâmetros finais ou ótimos do operador de empilhamento SRC.

3.4 OTIMIZAÇÃO LOCAL USANDO *VARIABLE METRIC*

A otimização local de uma função contínua $f(\mathbf{p})$ consiste em tentar encontrar um vetor-solução $\mathbf{p}^*$ tal que $f(\mathbf{p}^*) \leq f(\mathbf{p})$ para todo $\mathbf{p}$ próximo a $\mathbf{p}^*$. Na otimização local o mínimo de uma função-objeto geral $f(\mathbf{p})$ normalmente é aproximado por uma seqüência de pontos descendentes $\mathbf{p}_k$, em que o ponto da iteração seguinte $\mathbf{p}_{k+1}$ é definido com base na informação local da função objeto em $\mathbf{p}_k$. No método de Newton, para uma solução atual $\mathbf{p}_k$ constrói-se uma aproximação quadrática da função objeto, válida na vizinhança de $\mathbf{p}_k$. Então, minimizar $f(\mathbf{p})$ pelo método Newton exige a solução de (Gill et al., 1981):

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - [\nabla^2 f(\mathbf{p}_k)]^{-1} \nabla f(\mathbf{p}_k), \quad (3.4)$$

em cada iteração. Os vetores $\mathbf{p}_k$ e $\mathbf{p}_{k+1}$ são as soluções nas iterações atual e seguinte, respectivamente. Quando não é possível aproveitar a vantagem da estrutura esparsa da matriz Hessiana $\nabla^2 f(\mathbf{p}_k)$ e para um grande número de parâmetros a serem estimados, em geral, o cálculo da Hessiana consome mais tempo e memória computacional comparado com o cálculo do gradiente $\nabla f(\mathbf{p}_k)$. No método quasi-Newton, chamado também *Variable Metric*, em lugar de estimar a Hessiana num único ponto, constrói-se gradualmente uma aproximação usando a informação da gradiente e da solução estimados na iteração atual e seguinte. Neste método, para uma iteração atual $\mathbf{p}_k$ e uma aproximação da matriz Hessiana $\mathbf{B}_k \approx \nabla^2 f(\mathbf{p}_k)$, deve ser resolvido o seguinte sistema linear: $\mathbf{B}_k \mathbf{d}_k = -\nabla f(\mathbf{p}_k)$, para determinar a direção do passo $\mathbf{d}_k$. Uma iteração quasi-Newton é dada por:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - \alpha_k \mathbf{d}_k \quad \text{ou} \quad \mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - \alpha_k \mathbf{B}_k^{-1} \nabla f(\mathbf{p}_k) \quad (3.5)$$

sendo α_k o passo do algoritmo quasi-Newton determinado através de busca linear ao longo da direção $\mathbf{d}_k$. A idéia básica de um método quasi-Newton é começar a aproximação de $\nabla^2 f(\mathbf{p}_k)$ com uma matriz definida positiva e simétrica (geralmente a matriz identidade) e construir as sucessivas aproximações de $\mathbf{B}_k$ de tal forma que a matriz $\mathbf{B}_k$ permaneça definida positiva e simétrica. Os métodos secantes conseguem, geralmente, aproximações satisfatórias exigindo que as matrizes $\mathbf{B}_k$'s satisfaçam a equação secante que tem a forma:

$$\mathbf{B}_{k+1} \mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k \quad \text{em que} \quad \mathbf{s}_k = (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k) \quad \text{e} \quad \mathbf{y}_k = \nabla f(\mathbf{p}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{p}_k) \quad (3.6)$$

Uma condição para que um método secante tenha baixo custo é que seja possível obter $\mathbf{B}_{k+1}$ a partir de $\mathbf{B}_k$, $\mathbf{s}_k$ e $\mathbf{y}_k$. Outra forma conveniente de formular o passo num método quasi-Newton é dada como:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - \alpha_k \mathbf{H}_k \nabla f(\mathbf{p}_k), \quad (3.7)$$

em que $\mathbf{H}_k = \mathbf{B}_k^{-1}$. Sendo as matrizes $\mathbf{H}_k$ as aproximações das inversas das Hessianas. Existem, vários métodos de aproximação das matrizes $\mathbf{B}_k$ e $\mathbf{H}_k$, neste trabalho será usado a aproximação da matriz $\mathbf{H}_k$, dada por Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shano (BFGS). No apêndice B, é apresentada uma revisão mais detalhada deste método de otimização.

3.4.1: Busca local dos parâmetros β_0 , R_{NIP} e R_N

Como mencionado anteriormente, a necessidade da aplicação de um algoritmo de otimização local para a determinação dos três parâmetros finais (ou ótimos) do operador do empilhamento SRC, se deve ao fato de que usando o algoritmo de otimização global SA, os três parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) são determinados em duas etapas separadas e, especialmente, usando critérios de parada que interrompem a evolução do algoritmo SA nas últimas temperaturas; razão pela qual os parâmetros obtidos não são os melhores ótimos. Portanto, o trio de parâmetros determinado por otimização global é usado como parâmetros iniciais $(\beta_0^0, R_{NIP}^0, R_N^0)$ no algoritmo de otimização local *Variable Metric*. Além do trio de parâmetros iniciais a implementação deste método de otimização requer do cálculo do gradiente da função-objeto em cada iteração, que neste problema é determinado numericamente.

Nesta última etapa, a busca local simultânea do trio de parâmetros ótimos (β_0, R_{NIP}, R_N) do operador SRC é realizada nos dados de cobertura múltipla e ao longo das superfícies de empilhamento testes definidas pela formula hiperbólica geral (2.3). Devido ao fato da dificuldade de ilustrar a busca local tridimensional, é apresentado a seguir um exemplo de aplicação do algoritmo *VM* para otimização dos parâmetros β_0 e R_{NIP} .

Este exemplo de minimização local é também aplicado no ponto $P_0 = (x_0 = 1250 \text{ m}, t_0 = 0,807 \text{ s})$ da seção de afastamento nulo. Como fundo das Figuras 3.4a e b, são

mostradas as imagens construídas com as coerências para uma malha fina de β_0 e R_{NIP} , onde a área de cor azul representa os menores valores da função objeto. O asterisco de cor negra na Figura 3.4 representa o ponto inicial $\mathbf{p}^0 = (\beta_0^0 = 14^\circ, R_{NIP}^0 = 1600m)$. A minimização com o *Variable Metric* é mostrado na Figura 3.4a, onde as os pontos unidos por linhas cinzas são os resultados das oito iterações realizadas até atingir o mínimo. Os valores ótimos dos parâmetros obtidos após 48 avaliações da função-objeto são: $\beta_0 = 14.984^\circ$ e $R_{NIP} = 1069.9m$, com um valor mínimo da função objeto de $S = -0.2564$.

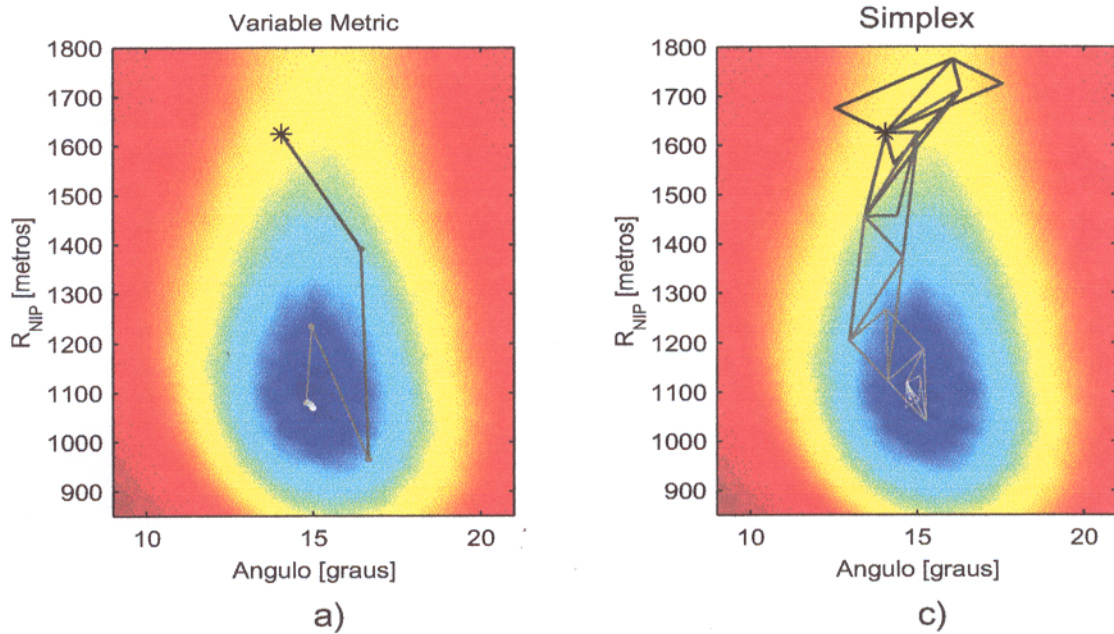


Figura 3.4: Exemplos de minimização usando algoritmos de otimização local aplicados para a determinação de β_0 e R_{NIP} . O asteriscos negros correspondem a solução inicial. a) Algoritmo *Variable Metric*, b) Algoritmo *Simplex*.

Com propósito de comparação, Na Figura 3.4b mostra-se o resultado da minimização usando o algoritmo *Simplex* (Nelder & Mead, 1965). Os triângulos de cor cinza representam as sucessivas iterações deste algoritmo até atingir o mínimo, cujos valores ótimos são: $\beta_0 = 14.686^\circ$ e $R_{NIP} = 1118.0m$, com um valor mínimo de $S = -0.2551$. Neste caso, o número total de avaliações da função-objeto foi 51. Em ambos algoritmos (VM e *Simplex*), o número total de avaliações da função-objeto é bastante próxima, tornando esta diferença pequena e relativa. No entanto, neste exemplo particular e em vários testes foi observado que o algoritmo *VM* proporciona valores ótimos mais próximos aos valores exatos comparados com os obtidos pelo algoritmo *Simplex*.

4 – EXEMPLOS DE APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação do algoritmo de empilhamento SRC em dados sintéticos. Com o propósito de avaliar a precisão deste novo algoritmo, a seção AN simulada pelo método de empilhamento SRC é comparada com sua similar obtida por modelamento direto. Além disso, os três atributos das ondas hipotéticas NIP e N, que são obtidos como subproduto do empilhamento SRC, também são comparados com os seus similares obtidos por modelamento direto. O algoritmo de empilhamento SRC foi aplicado nos dados sintéticos de um modelo com interfaces contínuas e de outro modelo com uma interface descontínua. No primeiro modelo, usando como exemplo a intersecção dos eventos associados à caustica, será mostrado a simulação dos eventos com mergulhos conflitantes. Para o segundo modelo, além dos resultados normalmente obtidos, são mostrados os resultados da separação dos eventos de difrações realizado aplicando as propriedades dos parâmetros de ondas hipotéticas determinados durante processo de empilhamento SRC.

4.1 MODELO 1

A Figura 4.1 é um modelo acústico simples composto por três camadas homogêneas separadas por interfaces curvas e contínuas. Por meio de um algoritmo de traçamento de raios foram gerados os dados de cobertura múltipla contendo apenas reflexões primárias para as duas interfaces. O conjunto de dados consiste de um total de 140 seções com fonte comum, cada um com 48 receptores separados por um intervalo constante de 25 m. O intervalo entre fontes consecutivas também é de 25 m. O afastamento mínimo entre a fonte e o primeiro receptor é de 100 m. O sinal da fonte é o função Gabor com uma frequência dominante de 40 Hz, tendo os traços sísmicos um intervalo de amostragem de 2 ms. Com o propósito de mostrar a capacidade de supressão de ruído pelo empilhamento SRC, foi adicionado ruído aleatório com distribuição uniforme numa razão sinal-ruído igual a $S/R=7$. Como exemplo, na Figura 2 mostra-se a seção com afastamento comum de $2h=600m$. Na Figura 4.3 mostra-se a seção AN modelada e sem adição de ruído aleatório, a ser usada para comparação com as seções AN simuladas.

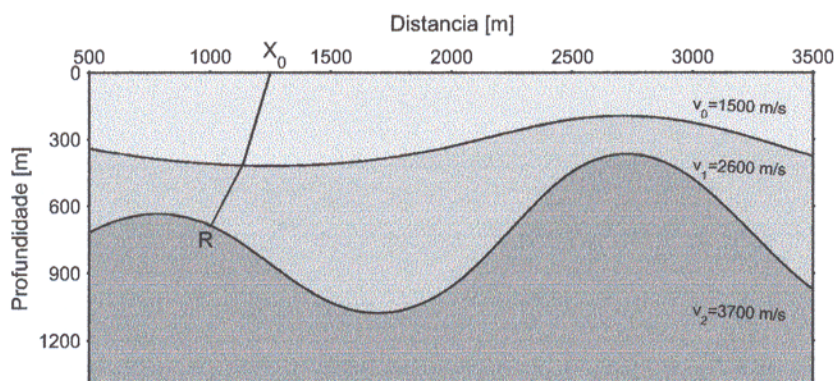


Figura 4.1: Modelo de três camadas homogêneas separadas por interfaces curvas. A linha entre os pontos X_0 e R representa um raio normal com afastamento fonte-recptor nulo.

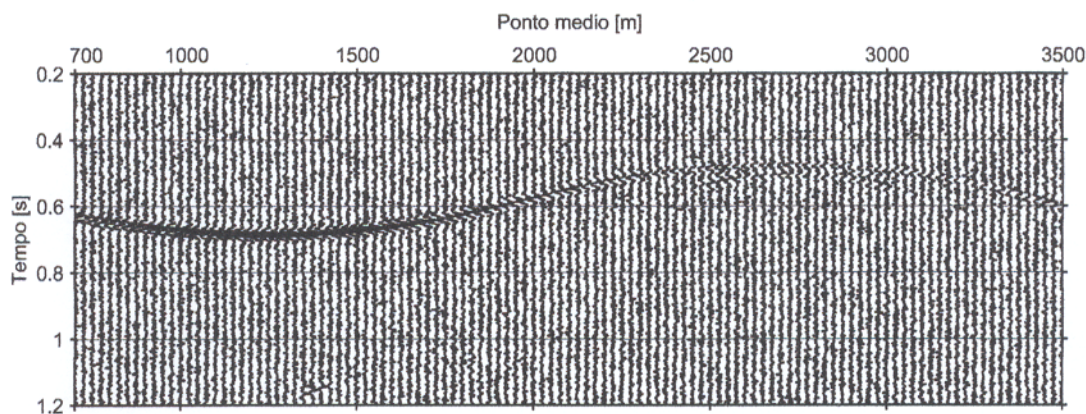


Figura 4.2: Seção com afastamento comum ($2h=600\text{ m}$) extraído dos dados de cobertura múltipla do modelo 1 (Figura 4.1). A razão sinal ruído é $S/R = 7$.

4.1.1 Resultados do empilhamento SRC

Os resultados da primeira etapa do algoritmo de empilhamento SRC são duas seções dos ângulos de emergência e duas seções dos raios de curvatura das ondas NIP, determinadas por meio de busca global bidimensional a partir dos dados de cobertura múltipla. Para cada um dos parâmetros corresponde uma seção aos mínimos globais e a outra aos mínimos locais. Pelo empilhamento dos eventos sísmicos contidos nos operadores de empilhamento SRC definidos por cada uma das duplas de parâmetros (β_0, R_{NIP}) é obtida a primeira seção AN simulada. Desta primeira etapa é mostrado apenas a seção AN simulada (Figura 4.4) que é usada para a busca do terceiro parâmetro.

Os resultados principais da segunda etapa do algoritmo de empilhamento SRC são as duas seções dos raios de curvaturas das ondas N, isto é uma seção associado aos mínimos globais e a outra aos mínimos locais. Estas seções não são mostradas a fim de evitar a repetição de resultados.

A Figura 4.5 mostra a seção AN simulada final obtida na terceira etapa do algoritmo de empilhamento SRC. Esta seção resulta da somatória dos eventos sísmicos contidos nas superfícies de empilhamento SRC definidos pelos trios de parâmetros ótimos (β_0, R_{NIP}, R_N), determinados por busca local a partir dos dados de cobertura múltipla. A seção de coerência (*semblance*) que corresponde aos trios de parâmetros ótimos dos mínimos globais é mostrada na Figura 4.6. A seção correspondente aos mínimos locais mostra valores de coerências somente nos pontos onde há cruzamento de eventos sísmicos, por esta razão esta seção é mostrado no próximo item, quando seja abordado o problema dos eventos com mergulhos conflitantes. Nas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 são mostrados as seções dos ângulos de emergências, dos raios de curvaturas das ondas NIP e dos raios de curvaturas das ondas N, respectivamente. Estas seções correspondem aos mínimos globais ótimos determinados na terceira etapa do algoritmo de empilhamento SRC. De forma similar à seção de coerências dos mínimos locais, as seções dos três parâmetros correspondentes aos mínimos locais têm valores diferentes de zero somente nos lugares onde há cruzamento de ventos sísmicos. Estas seções são mostradas no próximo item.

Nas duas seções AN simuladas (Figuras 4.4 e 4.5) os eventos de reflexões primárias são claramente identificados devido a amplificação das suas amplitudes pelo empilhamento SRC, tendo também as suas posições cinemáticas coincidentes com as posições das reflexões primárias da seção AN modelada (Figura 4.3). Devido ao grande número de traços envolvidos no processo de empilhamento SRC, a seção AN simulada final (Figura 4.5) mostra uma baixa razão sinal-ruído. A primeira seção AN simulada (Figura 4.4) tem uma alta razão sinal-ruído comparado com a segunda seção AN simulada (Figura 4.5), o qual se deve ao fato da diferente quantidade de traços sísmicos envolvidos na somatória ao longo dos operadores de empilhamento SRC, que também são diferentes em cada caso.

Quanto a seção de coerência (Figura 4.6), observa-se que os eventos de reflexões primárias são definidos por diferentes valores de coerências, onde os valores baixos se referem aos eventos com tempos de trânsito maiores. Estas grandes diferenças nos valores de coerências dos eventos ocorrem devido às medidas de coerências serem realizadas nos dados sísmicos originais sem a aplicação de normalização. Por outro lado, nas seções correspondentes aos três parâmetros ou atributos de ondas hipotéticas (β_0, R_{NIP}, R_N), os eventos sísmicos são caracterizados por faixas definidas por variações contínuas dos valores dos parâmetros que são claramente identificados num fundo com valores aleatórios dos mesmos parâmetros. A seção dos raios de curvaturas R_N , em contraste com as seções de β_0 e R_{NIP} , mostra um fundo com valores nulos de R_N devido ao fato de que este parâmetro foi determinado somente para valores acima de um limite de coerência, tanto na segunda como na terceira etapas. Nestas seções, é difícil estimar visualmente a qualidade destes parâmetros; assim sendo, a seguir apresenta-se a comparação dos valores dos parâmetros obtidos por otimização com os seus correspondentes calculados por modelamento direto.

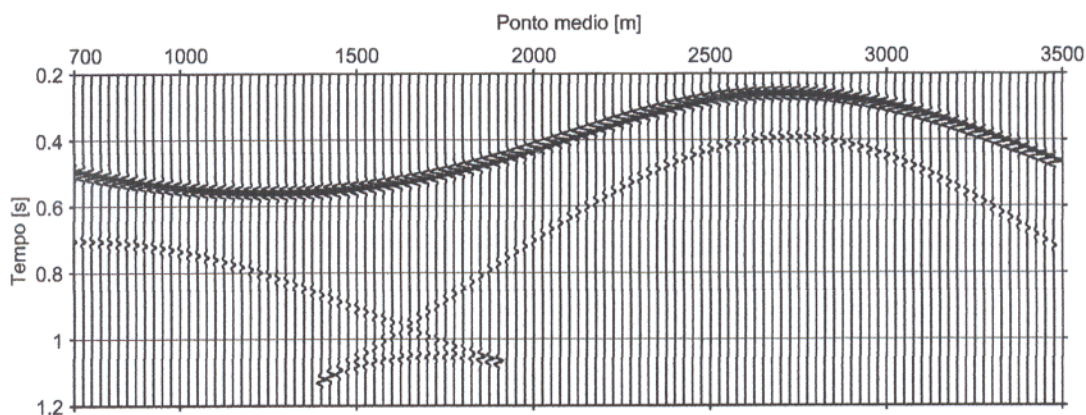


Figura 4.3: Seção AN modelada e sem adição de ruído aleatório composta por reflexões primárias correspondente ao modelo sintético da Figura 4.1.

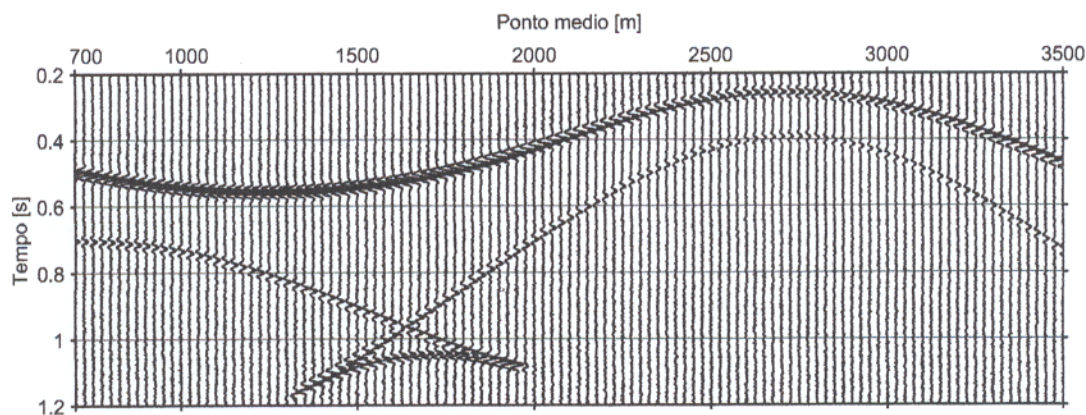


Figura 4.4: Seção AN simulada com o operador de empilhamento SRC definido pela dupla de parâmetros (β_0, R_{NIP}) determinados na primeira etapa do algoritmo de empilhamento SRC.

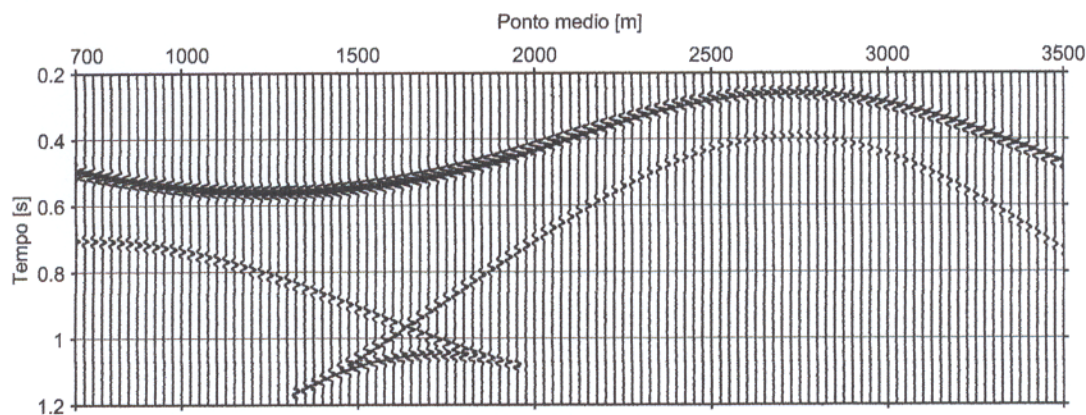


Figura 4.5: Seção AN simulada com o operador de empilhamento SRC definido pela trio de parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) determinados na última etapa do algoritmo de empilhamento SRC.

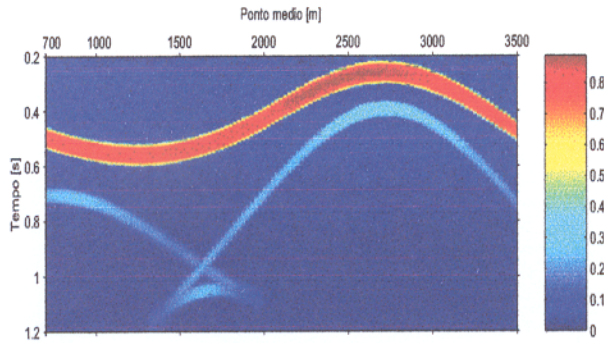


Figura 4.6: Seção de coerências associada à seção AN simulada da Figura 4.5. Os valores de coerências correspondem aos mínimos globais.

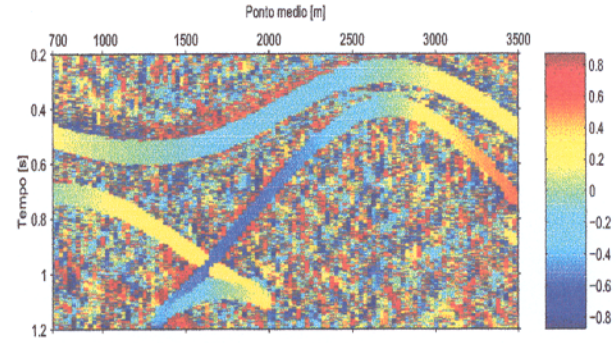


Figura 4.7: Seção dos ângulos de emergência (β_0) associada à seção AN simulada final (Figura 4.5). Os valores de β_0 correspondem aos mínimos globais.

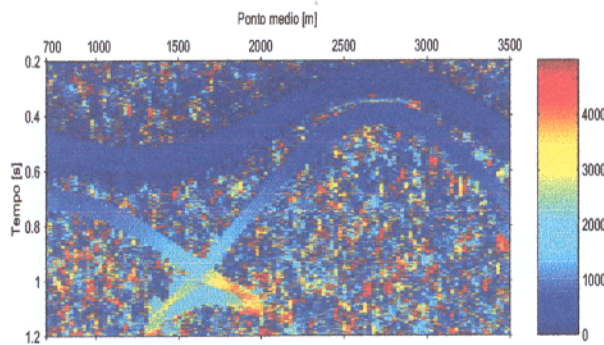


Figura 4.8: Seção dos raios de curvaturas das ondas NIP (R_{NIP}) associada à seção AN simulada final (Figura 4.5). Estes valores de R_{NIP} correspondem aos mínimos globais.

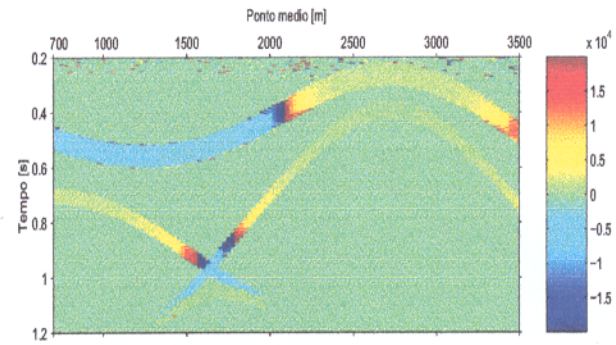


Figura 4.9: Seção dos raios de curvaturas das ondas normais (R_N) associada à seção AN simulada final (Figura 4.5). Estes valores de R_N correspondem aos mínimos globais.

4.1.2 Comparação dos parâmetros otimizados e modelados

Como descrito no Capítulo 2 (item 2.1.1), os valores exatos dos três parâmetros que definem o operador de empilhamento SRC podem ser calculados por meio de modelamento direto. Os valores exatos dos três parâmetros calculados para o modelo da Figura 4.1 são comparados com os seus correspondentes valores determinados por processos de otimização no algoritmo de empilhamento SRC. Nos gráficos de comparações mostrados a seguir, os valores otimizados foram extraídos nas posições das amplitudes máximas do sinal sísmico.

Na Figura 4.10 são mostrados os valores dos ângulos de emergências que foram determinados por otimização (linhas de cruces vermelhas) para cada uma das interfaces do Modelo 1. Em geral, a comparação com os valores calculados por modelamento direto (linhas de pontos azuis), indica que este parâmetro é determinado com alta precisão, observando-se algumas interrupções ou falta de valores apenas nas posições de triplicação associadas à caustica da segunda interface.

Na Figura 4.11 são mostrados os valores dos raios de curvaturas das ondas NIP obtidos pelo processo de otimização (linhas de cruces vermelhas) para cada uma das interfaces, onde os valores calculados por modelamento direto são representados por curvas de pontos azuis. Note que os valores deste parâmetro também foram determinados com alta precisão, sendo observado desajustes nas curvas modeladas e otimizadas apenas nas posições de triplicação associadas à caustica do segundo refletor.

Na Figura 4.12, as linhas de cruces vermelhas representam os valores dos raios de curvaturas das ondas normais obtidos por otimização também para cada uma das interfaces. Os valores calculados por modelamento direto são as curvas de pontos azuis. Neste exemplo, os valores deste parâmetro foram determinados também com alta precisão, principalmente nos locais onde os eventos não são influenciados pelas triplicações da caustica, ou por mudanças de sinal dos valores do parâmetro. A imprecisão na determinação dos valores dos raios de curvaturas R_{NIP} e R_N , nas zonas de triplicação da caustica, ocorre devido à interferência desses eventos e a pouca quantidade de eventos envolvidos nas medidas de coerência.

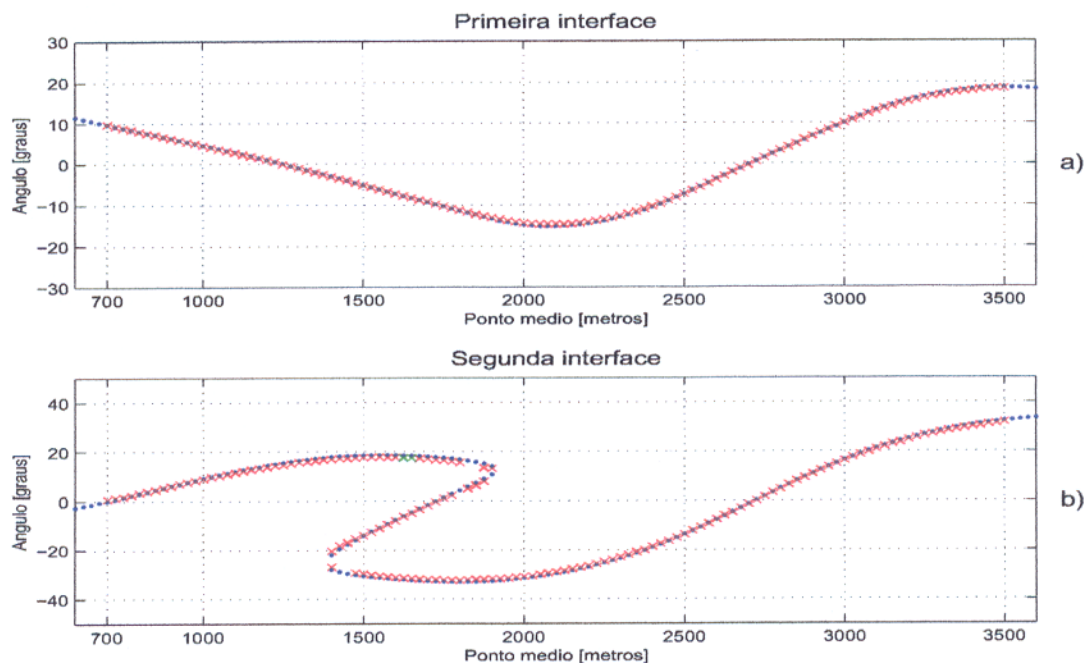


Figura 4.10: Comparação dos ângulos de emergência otimizados (curvas de cruces vermelhas) com os valores exatos (curvas de pontos azuis). a) Primeira interface e b) Segunda interface.

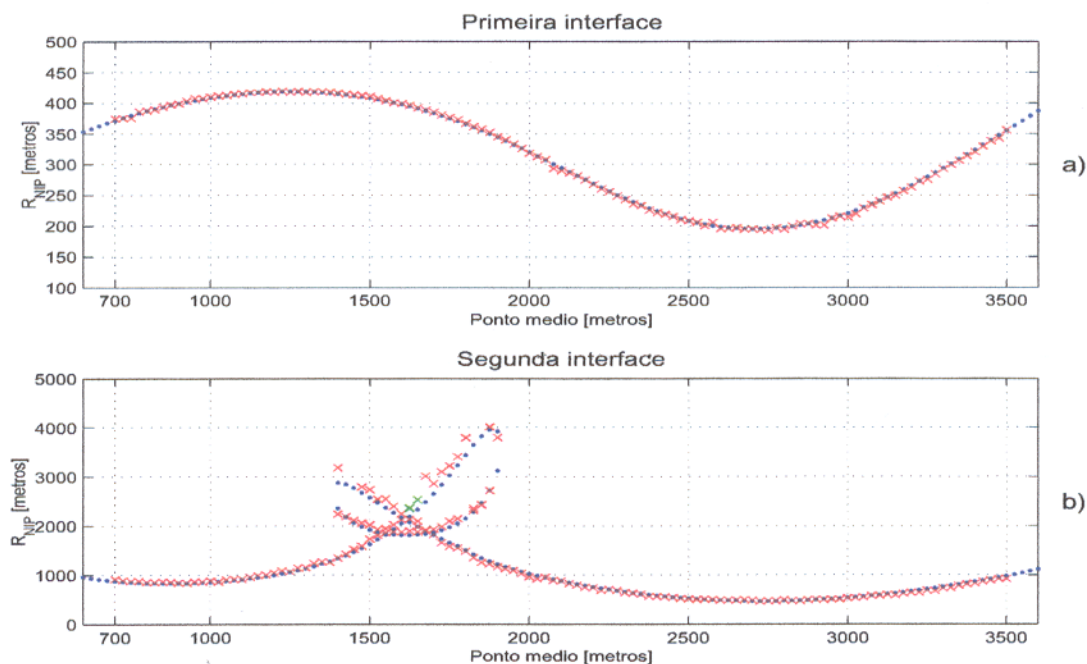


Figura 4.11: Comparação dos valores dos raios de curvaturas das ondas NIP obtidos por otimização (curvas de cruces vermelhas) com os valores exatos (curvas de pontos azuis). a) Primeira interface e b) Segunda interface.

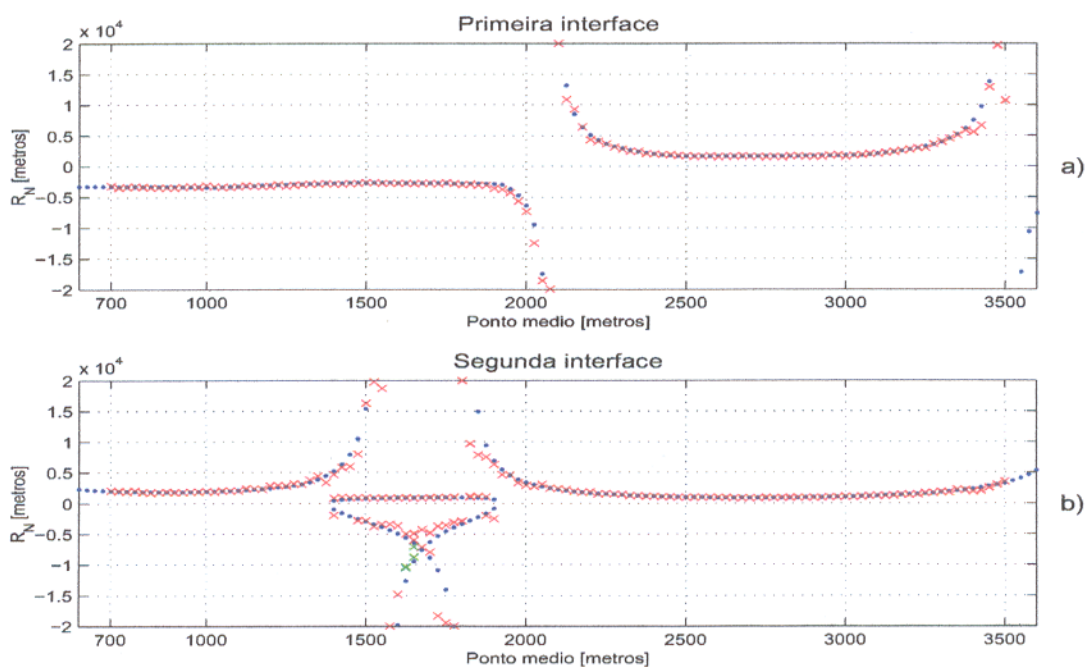


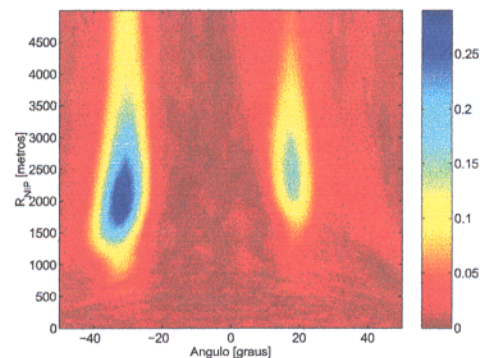
Figura 4.12: Comparação dos valores dos raios de curvaturas das ondas N obtidos por otimização (curvas de cruces vermelhas) com os valores exatos (curvas de pontos azuis). a) Primeira interface e b) Segunda interface.

4.2 EVENTOS COM MERGULHOS CONFLITANTES

Numa seção NA, os eventos sísmicos com mergulhos conflitantes são aqueles que se cruzam, e podem corresponder a um mesmo tipo de fenômeno (ex. caustica) ou diferentes tipos de eventos sísmicos (ex. reflexões e difrações, e outros). Do ponto de vista da teoria dos raios, os eventos sísmicos com mergulhos conflitantes são formados pela contribuição de múltiplos raios com afastamentos fonte-receptor nulo e que emergem na mesma posição e com o mesmo tempo de trânsito, porém com diferentes ângulos de emergência. A simulação incorreta dos eventos com mergulhos conflitantes pode ocasionar interrupções dos eventos migrados, falta dos atributos cinemáticos para uma correta inversão dos mesmos com vistas à determinação do modelo de velocidades.

Como indicado no Capítulo 2, para simular melhor os eventos com mergulhos conflitantes, o algoritmo de simulação de seções AN proposto neste trabalho prevê a determinação de dois trios de parâmetros do empilhamento SRC associados a cada um dos pontos de amostragem da seção AN a ser simulada. A Figura 4.13 ilustra o mapa de coerências para valores β_0 e R_{NIP} de uma malha fina, associado a um ponto de amostragem da seção AN onde ocorre a intersecção dos eventos da caustica correspondente ao segundo refletor do Modelo 1 (Figura 4.1). O operador SRC para cada coordenada (β_0, R_{NIP}) foi definido sobre a condição $R_{NIP} = R_N$. Neste exemplo, os dois mínimos mostrados nesta figura correspondem aos dois eventos da caustica que se intersectam.

Figura 4.13: Mapa de coerências (*semblance*) para valores de β_0 e R_{NIP} , associado ao ponto de amostragem da seção AN do Modelo 1, onde ocorre a intersecção dos eventos da caustica do segundo refletor.



Como exemplo simples da simulação de eventos AN com mergulhos conflitantes, são mostrados os resultados da simulação da intersecção dos eventos da caustica do Modelo 1. Com o propósito de comparação, na Figura 4.14 mostram-se os detalhes das seções AN modelada e simuladas pelo empilhamento SRC da parte onde ocorre a intersecção dos dois eventos da caustica. A Figura 4.14a corresponde a seção AN modelada sem adição de ruído. A Figura 4.14b é o detalhe da seção AN que foi simulada considerando apenas o mínimo global; em outras palavras, considerando um único trio de parâmetros SRC associados a cada ponto de amostragem da seção AN simulada. A Figura 4.14c foi extraída da seção AN mostrada na Figura 4.6 simulada com dois trios de parâmetros SRC associados a cada ponto de amostragem desta seção. Associados a esta seção são mostrados os detalhes das seções de coerências (Figura 4.15) e dos três parâmetros SRC (Figuras 4.16, 4.17 e 4.18), tanto para os mínimos globais como para os mínimos locais.

Na seção AN simulada, considerando apenas um operador de empilhamento SRC associado a cada ponto da seção AN (Figura 4.14a), observa-se claramente que o sinal sísmico correspondente a intersecção dos dois eventos foi reconstruído apenas pela contribuição de um dos eventos. Na Figura 4.14b é mostrado esse mesmo evento simulado considerando dois operadores de empilhamento SRC, incluindo dessa forma a contribuição dos dois eventos que se intersectam. Portanto, comparando as duas seções AN simuladas pelo empilhamento SRC com a seção AN modelada, verifica-se que a seção AN da Figura 4.14c mostra uma melhor reconstrução dos eventos com mergulhos conflitantes.

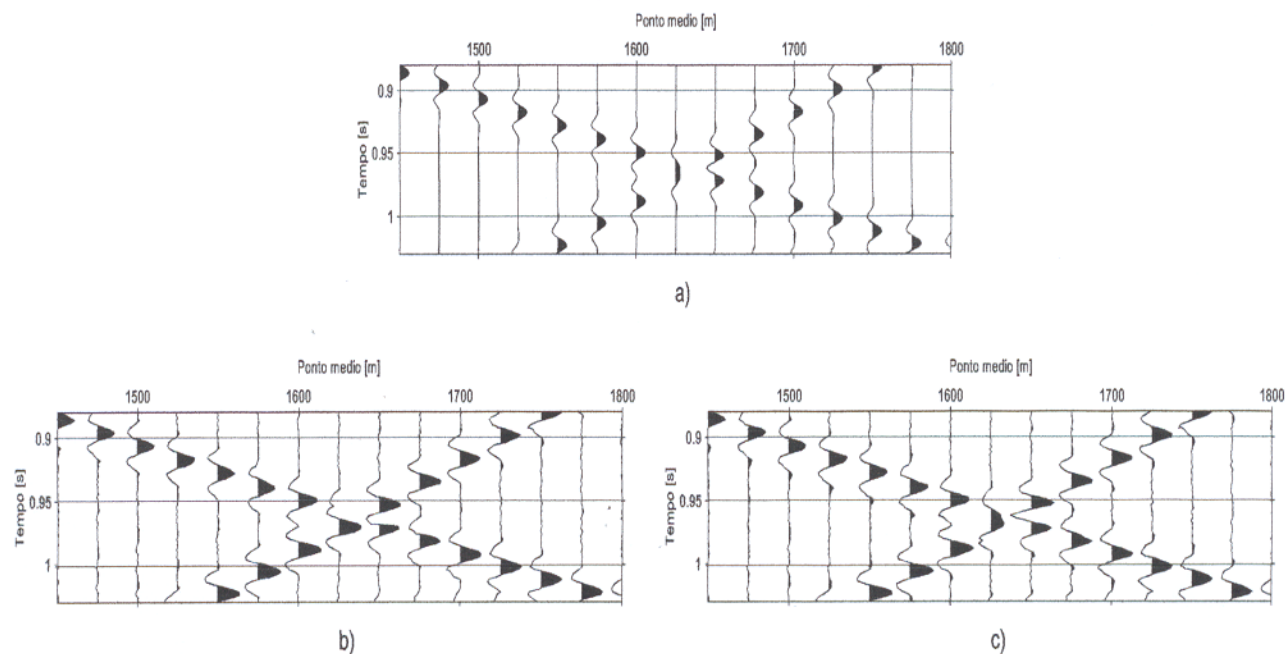


Figura 4.14: Detalhes das seções AN que mostram a intersecção dos eventos correspondentes à caustica do Modelo 1. a) Seção AN modelada e sem ruído aleatório, b) seção AN simulada considerando apenas um operador de empilhamento SRC para cada ponto de amostragem da seção simulada, e c) seção AN simulada considerando dois operadores SRC em cada ponto de amostragem da seção simulada.

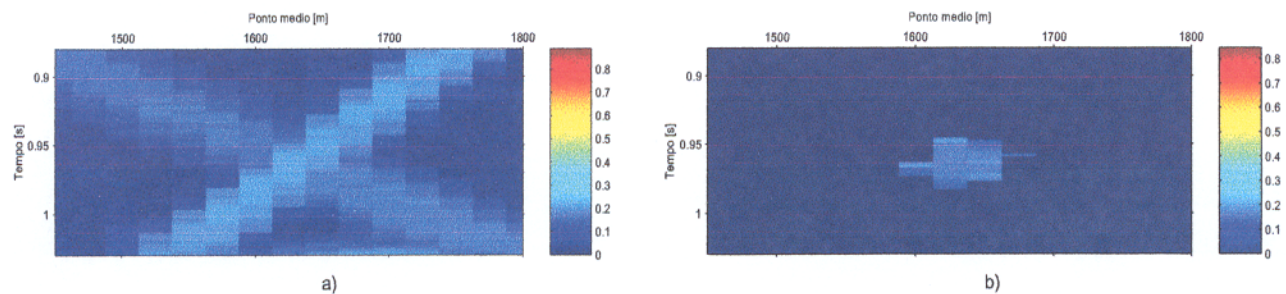


Figura 4.15: Detalhes das seções de coerências (*semblance*) da zona de intersecção dos eventos da caustica do Modelo 1, associados à seção AN simulada considerando dois operadores de empilhamento SRC em cada ponto de amostragem da seção AN. a) coerências dos mínimos globais e b) coerências dos mínimos locais.

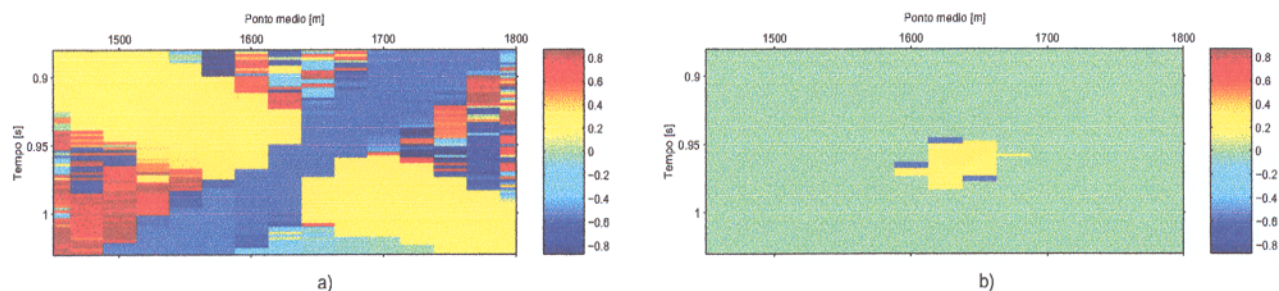


Figura 4.16: Detalhes das seções dos ângulos de emergências da zona de interseção dos eventos da caustica do Modelo 1, associados a seção AN simulada considerando dois operadores de empilhamento SRC para cada ponto de amostragem da seção AN. a) ângulos de emergências associados aos mínimos globais e b) ângulos de emergências associados aos mínimos locais.

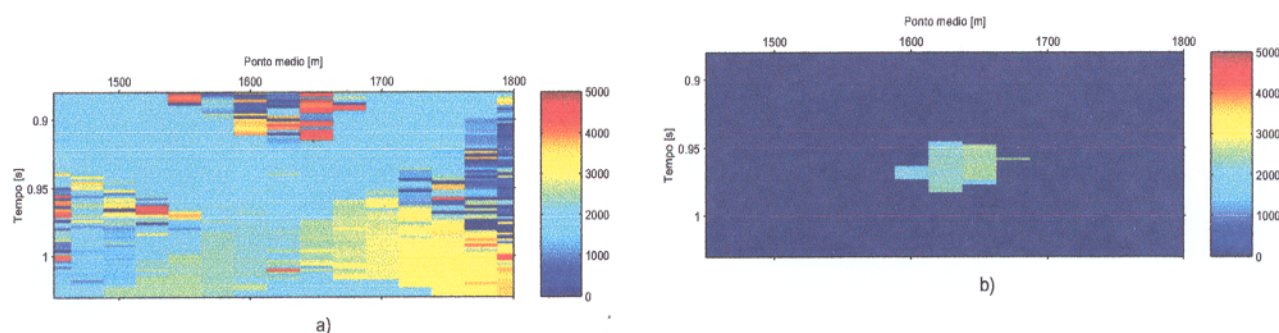


Figura 4.17: Detalhes das seções dos raios de curvaturas das ondas NIP da zona de interseção dos eventos da caustica do Modelo 1, associados a seção AN simulada considerando dois operadores de empilhamento SRC para cada ponto de amostragem da seção AN. a) raios de curvaturas das ondas NIP associados aos mínimos globais e b) raios de curvaturas das ondas NIP associados aos mínimos locais.

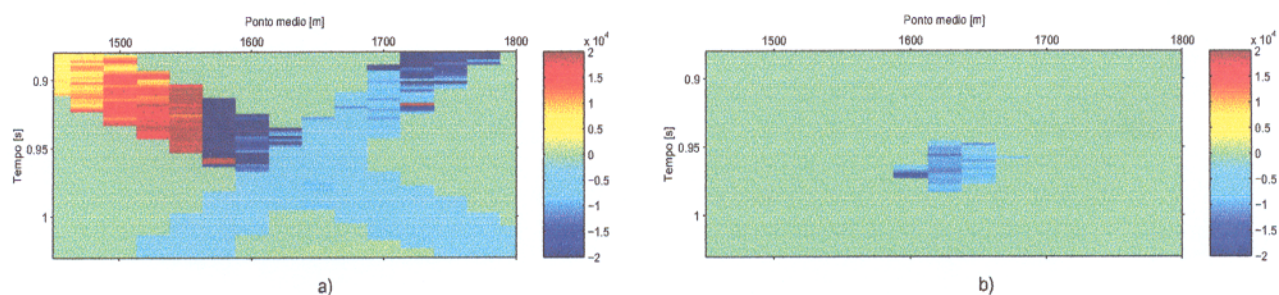


Figura 4.18: Detalhes das seções dos raios de curvaturas das ondas N da zona de interseção dos eventos da caustica do Modelo 1, associados a seção AN simulada considerando dois operadores de empilhamento SRC para cada ponto de amostragem da seção AN. a) raios de curvaturas das ondas N associados aos mínimos globais e b) raios de curvaturas das ondas N associados aos mínimos locais.

4.3 MODELO 2

A Figura 4.19 mostra um modelo composto por duas camadas separadas por uma interface superior contínua e uma interface inferior com descontinuidades que representam uma falha geológica. Usando um algoritmo de diferenças finitas, foram gerados os dados sísmicos de cobertura múltipla compostos por um total de 140 seções com fonte-comum, cada um com 48 receptores separados por um intervalo constante de 25 m. O intervalo entre fontes consecutivas também é de 25 m. O afastamento mínimo entre a fonte e o primeiro receptor é de 100 m. O sinal da fonte é a função Ricker com uma frequência dominante de 40 Hz, e o intervalo de amostragem é 2 ms. Também nestes dados foi adicionado ruído aleatório com distribuição uniforme, sendo a razão sinal-ruído igual a $S/R = 5$. Para a comparação com seções AN simuladas, a Figura 4.20 mostra a seção AN modelada sem adição de ruído aleatório.

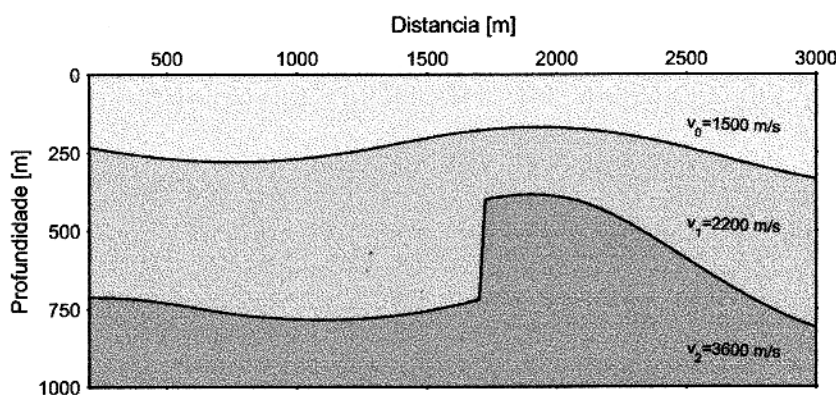


Figura 4.19: Modelo constituído por duas camadas homogêneas separadas por uma interface contínua e uma interface descontínua. A linha entre os pontos D e NIP representa um raio difratado com afastamento fonte-receptor nulo.

4.3.1 Resultados do empilhamento SRC

Também para este Modelo 2, como resultado intermediário do algoritmo de empilhamento SRC é mostrado apenas a seção AN simulada que resulta da primeira etapa (Figura 4.21). Nesta seção é realizada busca global do terceiro parâmetro (R_N) do operador de empilhamento SRC. A seguir são mostrados e descritos os resultados finais obtidos na terceira etapa do algoritmo de empilhamento SRC. Devido ao fato de que nos dados deste modelo não foram determinados os mínimos locais significativos, todos os resultados a serem mostrados correspondem aos mínimos globais. A razão é que nas interferências dos eventos de reflexões e difrações não foram detectados dois trios de parâmetros SRC, devido à relativa proximidade dos mínimos desses eventos e às baixas amplitudes dos eventos difratados.

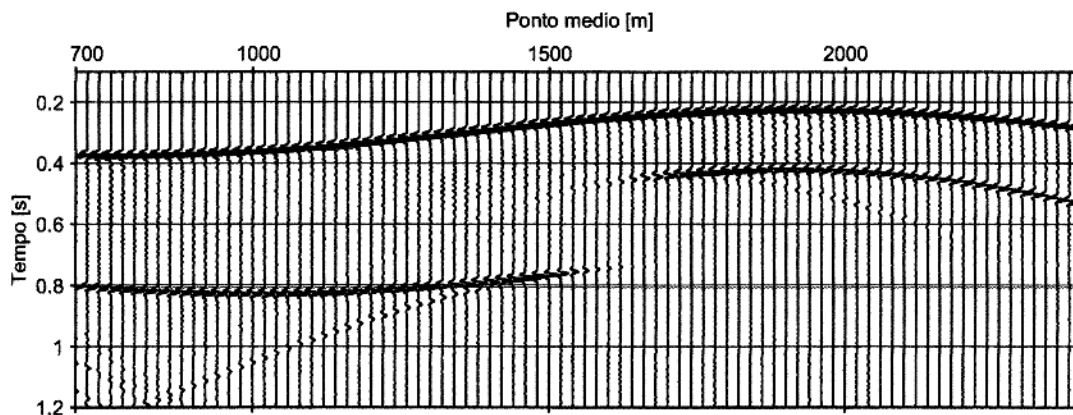


Figura 4.20: Seção AN modelada composto por reflexões primárias e difrações, correspondentes ao modelo sintético da Figura 4.17.

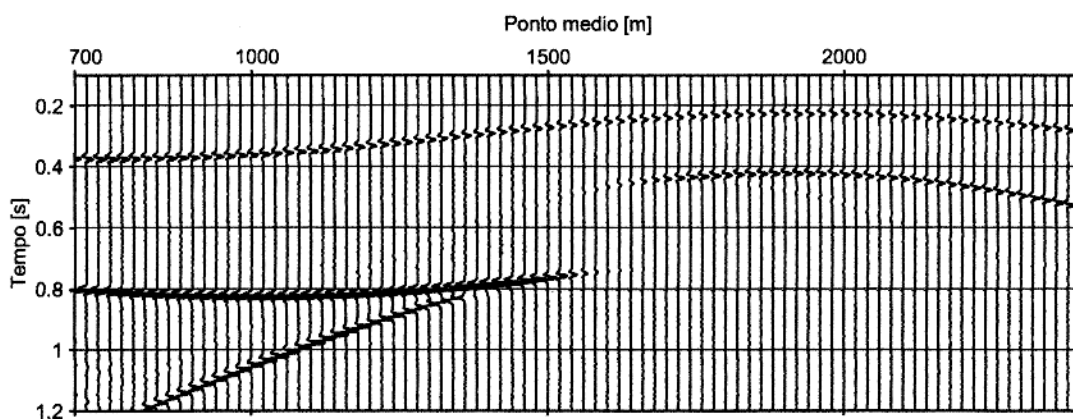


Figura 4.21: Seção AN simulada usando os parâmetros (β_0, R_{NIP}) determinados por otimização global na primeira etapa do algoritmo de empilhamento SRC.

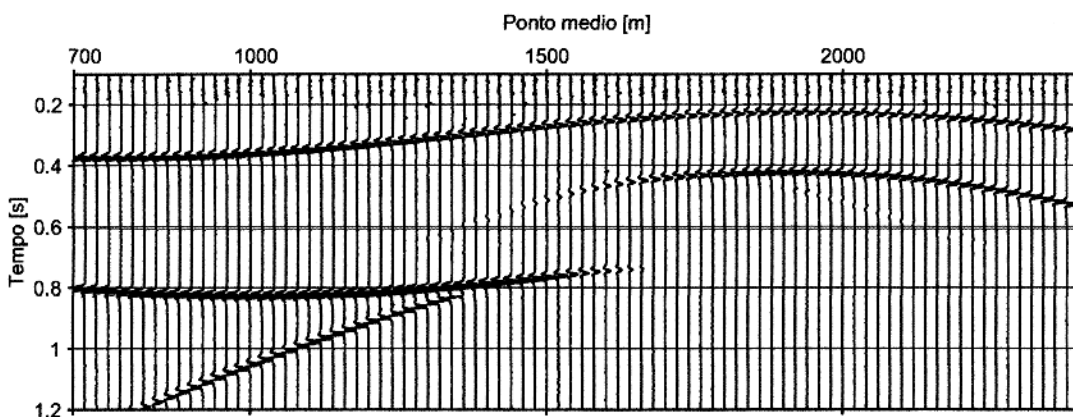


Figura 4.22: Seção AN simulada na terceira etapa do algoritmo de empilhamento SRC usando os trios de parâmetros otimizados (β_0, R_{NIP}, R_N) .

A Figura 4.22 mostra a seção AN simulada usando os trios de parâmetros SRC otimizados na terceira etapa. Nas seções mostradas nas Figuras 4.21 e 4.22 os eventos de reflexões e de difrações são claramente identificados, devido a amplificação das suas amplitudes pelo processo de empilhamento SRC. Apesar de não ser observado com clareza, a supressão do ruído aleatório é melhor na seção AN da Figura 4.22 e, conseqüentemente, os eventos são melhor definidos nesta seção. Comparando a seção AN simulada final (Figura 4.22) com a seção AN modelada (Figura 4.20), observa-se que tanto os eventos refletidos como os difratados são simulados corretamente nas suas posições cinemáticas. Quanto as amplitudes observa-se uma amplificação nos eventos simulados, explicado como devido ao fato do grande número traços envolvido no processo de empilhamento.

Como um resultado adicional do empilhamento SRC, na Figura 4.23 mostram-se a seção de coerências associada à seção AN da Figura 4.22. Vale mencionar que a medida de coerência foi aplicada nos dados originais, sem aplicação de normalização. Devido a este fato, as coerências associadas aos diferentes eventos existentes tem valores bastante diferentes. Por outro lado, as seções das Figuras 4.24, 4.25 e 4.26 são, respectivamente, dos ângulos de emergência, dos raios de curvaturas das ondas NIP e dos raios de curvaturas das ondas N, obtidos na última etapa do algoritmo de empilhamento SRC. Nestas seções, as faixas definidas pelas variações suaves e contínuas dos valores dos parâmetros correspondem aos eventos sísmicos existentes na seção AN.

4.3.2 Comparação dos parâmetros otimizados e modelados

De forma similar ao Modelo 1, também para este modelo são comparados os parâmetros otimizados e modelados correspondentes apenas aos eventos de reflexão. Por razões a serem explicados no próximo capítulo, neste item não são comparados os parâmetros dos eventos de difração.

Para as duas interfaces do Modelo 2, os valores exatos de três parâmetros foram calculados usando um programa de traçamento de raios. Na Figura 4.27, que corresponde aos ângulos de emergências, as linhas de cruces vermelhas representam os valores otimizados e as linhas de pontos azuis representam os valores modelados. Observa-se que este parâmetro é determinado com alta precisão para as duas interfaces. A interrupção observada nos valores correspondentes à segunda interface são causadas pela descontinuidade dessa interface.

A Figura 4.28 mostra os valores dos raios de curvaturas das ondas NIP, onde linhas de cruces vermelhas são obtidos por otimização e as linhas de pontos azuis são os valores calculados por modelamento direto. Os valores deste parâmetro também foram determinados com alta precisão. Observa-se novamente a interrupção dos valores correspondentes a segunda interface por causa da descontinuidade da mesma.

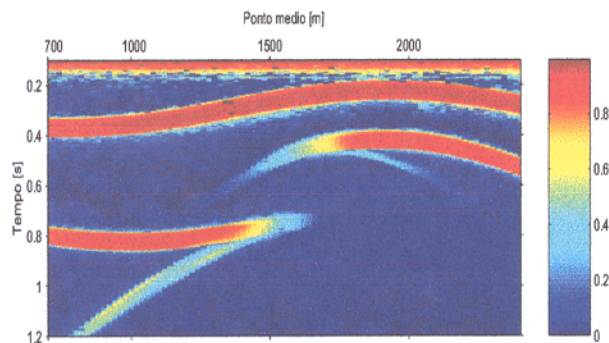


Figura 4.23: Seção de coerências associada à seção AN simulada final da Figura 4.22. Os valores de coerências correspondem aos mínimos globais.

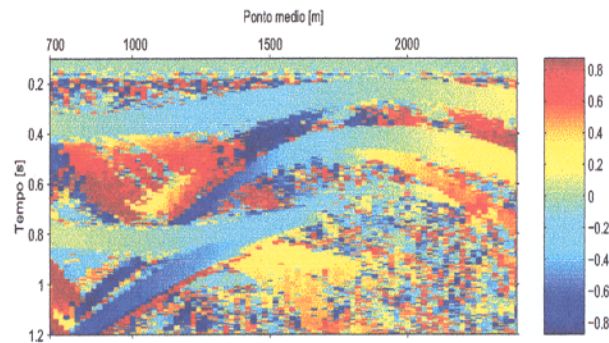


Figura 4.24: Seção dos ângulos de emergência (β_0) associada à seção AN simulada da Figura 4.22. Os valores de β_0 correspondem aos mínimos globais.

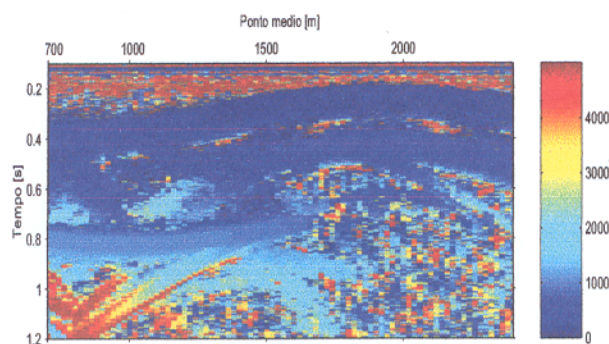


Figura 4.25: Seção dos raios de curvaturas das ondas NIP (R_{NIP}) associada à seção AN simulada da Figura 4.22. Os valores de R_{NIP} correspondem aos mínimos globais.

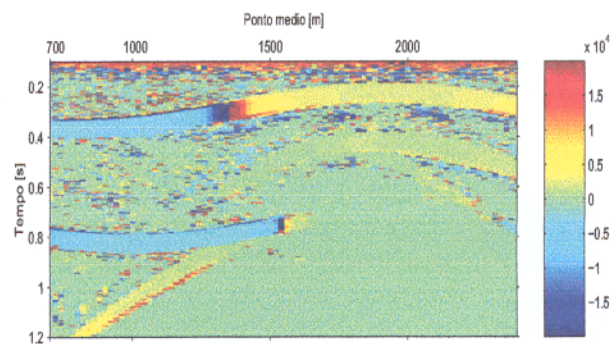


Figura 4.26: Seção dos raios de curvaturas das ondas normais (R_N) associada à seção AN simulada da Figura 4.22. Os valores de R_N correspondem aos mínimos globais.

A Figura 4.29 são mostrados os valores dos raios de curvatura das ondas normais para as duas interfaces, representados com linhas de cruzes vermelhas os determinados por otimização e com linhas de pontos azuis os calculados por modelamento direto. Os valores destes parâmetros foram também determinados com alta precisão, salvo na parte central das curvas associadas à segunda interface, onde se tem a descontinuidade dessa interface. São também observados pequenos desajustes dos valores otimizados e modelados, nos lugares correspondentes as mudanças de sinal dos raios de curvaturas.

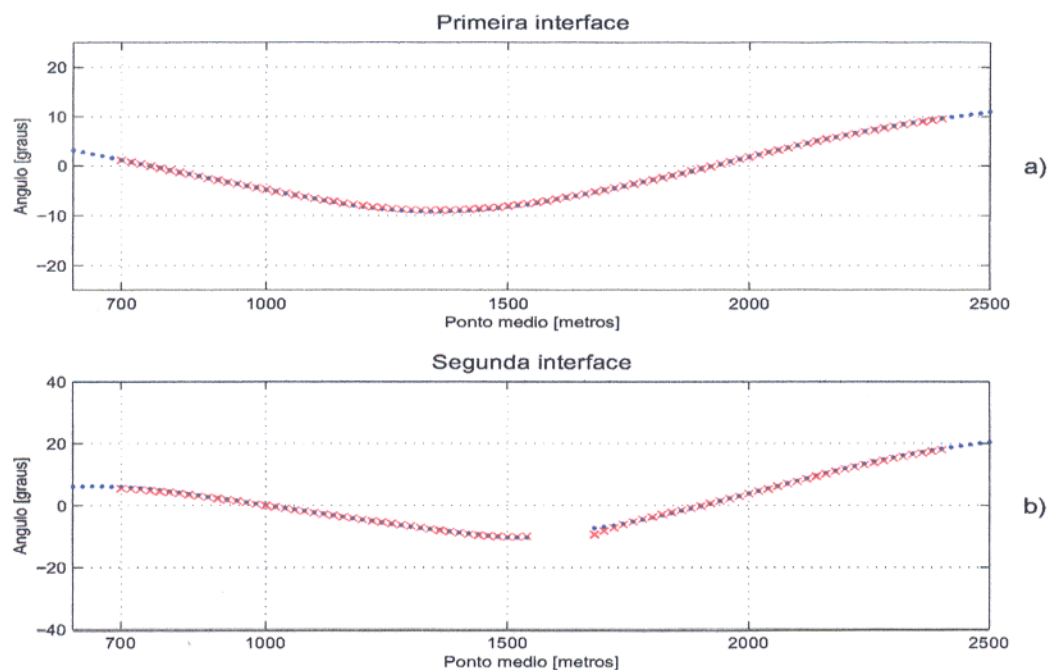


Figura 4.27: Comparação dos ângulos de emergências otimizados (cruzes vermelhas) com os valores exatos (pontos azuis). a) Primeira interface e b) Segunda interface.

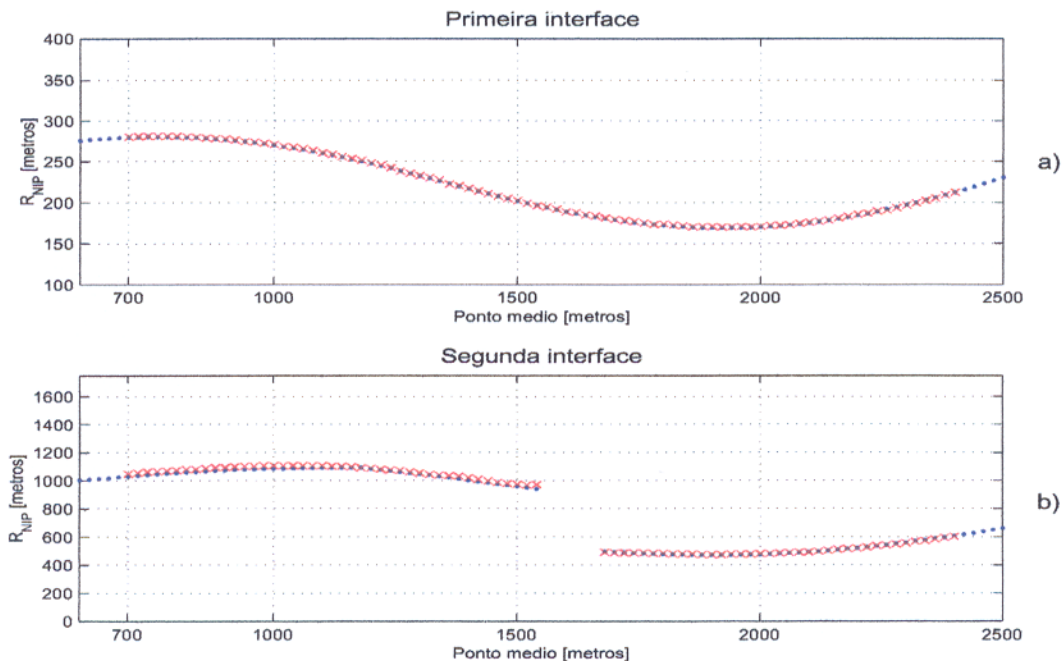


Figura 4.28: Comparação dos valores dos raios de curvaturas das ondas NIP obtidos por otimização (cruzes vermelhas) com os valores exatos (pontos azuis). a) Primeira interface e b) Segunda interface.

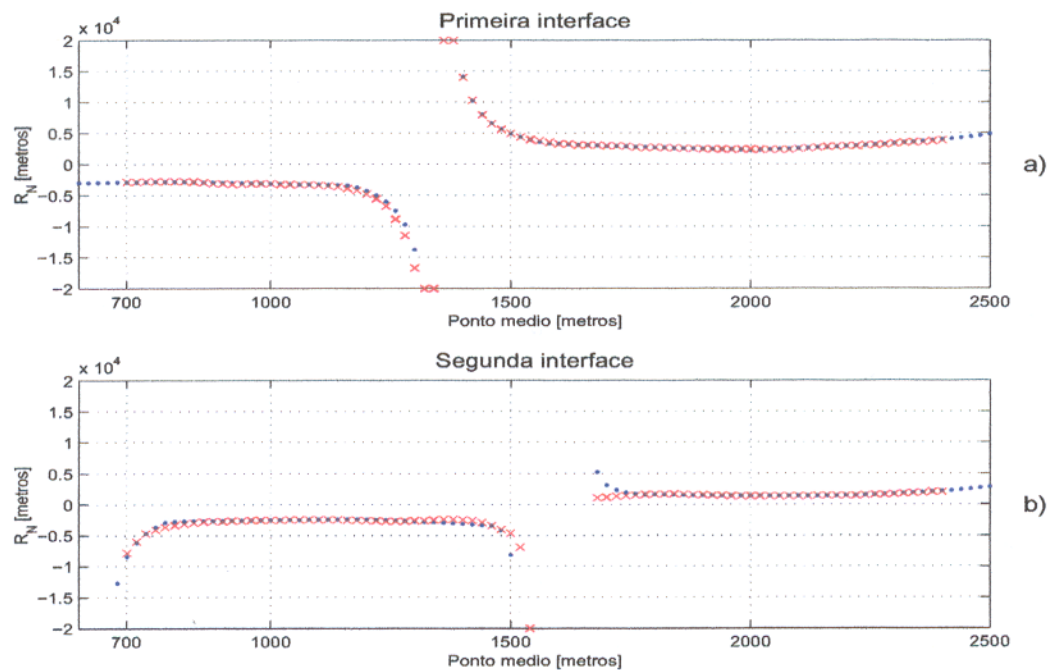


Figura 4.29: Comparação dos valores dos raios de curvaturas das ondas N obtidos por otimização (cruzes vermelhas) com os valores exatos (pontos azuis). a) Primeira interface e b) Segunda interface.

4.4 SEPARAÇÃO DE EVENTOS DE DIFRAÇÃO

Como mostrado no Capítulo 2, o operador de empilhamento SRC é definido em função dos três parâmetros cinemáticos das ondas hipotéticas NIP e N, que podem estar associados a um elemento de reflexão ou de difração na subsuperfície. Portanto, com base nos valores dos três atributos de ondas hipotéticas determinados por otimização a partir dos dados sísmicos, na seção AN simulada pelo empilhamento SRC podem ser identificados os eventos de ondas refletidas e de ondas difratadas.

Como visto anteriormente, o processo de empilhamento SRC produz como subprodutos seções de cada um dos três atributos (β_0, R_{NIP}, R_N) de ondas hipotéticas. Relembrando, a condição $R_{NIP} = R_N$ torna o operador de empilhamento SRC dependente de dois parâmetros (β_0, R_{NIP}). Sob esta condição o operador SRC corresponde a um elemento (ou ponto) difrator em subsuperfície (Figura 2.3 e Figura 5.1). Portanto, a aplicação direta desta condição nos resultados do empilhamento SRC permite a identificação e separação das ondas difratadas a partir do campo de ondas total na seção AN simulada.

É esperado que os valores dos três atributos de ondas hipotéticas determinados a partir dos dados tenham um certo grau de erro de precisão, portanto esta razão deve ser usada a seguinte condição: $|(R_{NIP}/R_N - 1)| < 0.1$, para identificar e separar eventos de difrações. Como exemplo, a

seguir são mostrados os resultados da aplicação desta condição nos resultados do Modelo 2. A Figura 4.30 mostra a seção AN simulada contendo os eventos difratados que foram extraídos da seção AN simulada (Figura 4.22) pelo empilhamento SRC. Na Figura 4.31 é mostrada a seção de coerências associada aos eventos de difrações separados aplicando a condição mencionada acima. Nesta figuras observa-se que os eventos extraídos correspondem as duas difrações associadas à descontinuidade do segundo refletor do modelo mostrado na Figura 4.19. As interrupções observadas nos eventos difratados são causados pelas interferências com os eventos de reflexões, já que nestes lugares os raios de curvaturas das ondas NIP e N estão associados às reflexões que têm as suas amplitudes maiores.

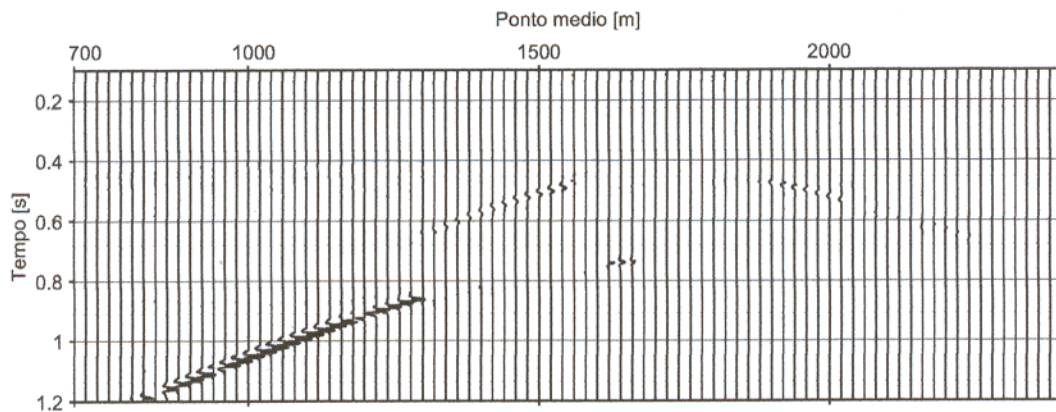


Figure 4.30: Seção AN simulada contendo campos de ondas difratadas obtida pela aplicação da condição $R_{NIP} \cong R_N$ nos resultado do empilhamento SRC do Modelo 2.

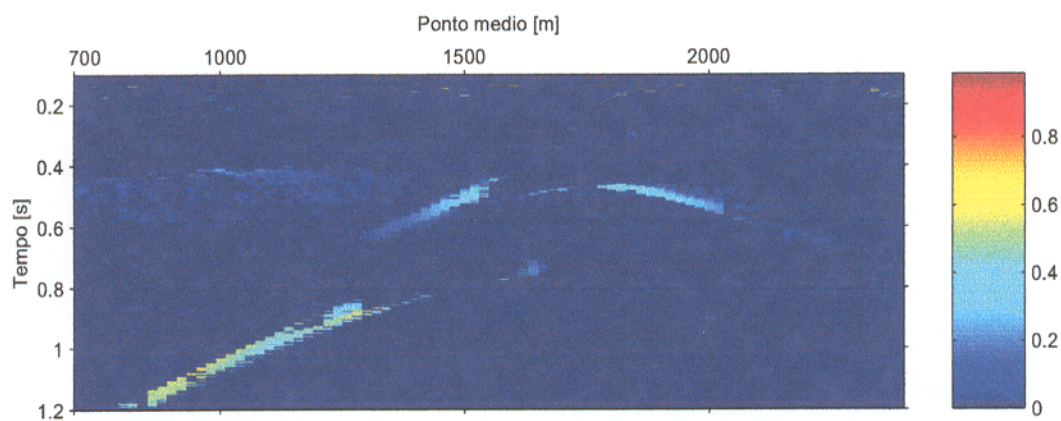


Figure 4.31: Seção de coerências dos eventos de difração da Figura 4.28 obtido pela aplicação da condição $R_{NIP} \cong R_N$ nos resultado do empilhamento SRC do Modelo 2.

5 – EMPILHAMENTO DE SUPERFÍCIES DE DIFRAÇÃO COMUM

Uma seção AN simulada a partir de dados reais em geral contém campos de ondas refletidos, múltiplas, difratados e outros. A presença de eventos difratados nos dados sísmicos normalmente revela a complexidade da estrutura geológica em subsuperfície. Nesse sentido, a identificação dos eventos difratados pode constituir numa informação relevante na interpretação de dados sísmicos, como por exemplo na localização mais precisa de falhas geológicas e flancos de domos. Por outro lado e como mencionado no capítulo 1, as ondas difratadas também podem ser usadas como informação adicional na estimativa das velocidades do meio. As ondas sísmicas difratadas podem ser produzidas por diferentes estruturas geológicas em subsuperfície, como bordas (*edge diffractions*), pontas (*tip diffractions*), estruturas em forma de cunha (*wedge diffractions*), contraste laterais de velocidades, refletores irregulares (corrugados) e outros.

Neste capítulo, tomando como base o algoritmo de empilhamento SRC proposto no Capítulo 2, é apresentado um outro algoritmo para a simulação de seções AN contendo somente campos de ondas difratadas. Como exemplo, são mostrados os resultados da aplicação deste algoritmo nos dados sintéticos do Modelo 2 que contém difrações de bordas. Com o objetivo de mostrar uma das aplicações dos resultados obtidos para a localização de descontinuidades associadas a falhas geológicas, na seção AN simulada é aplicada uma migração em profundidade. Para comparação a seção AN modelada que contém eventos de reflexões e difrações também será migrada.

5.1 OPERADOR DE EMPILHAMENTO SDC

No Capítulo 2, considerando um modelo com refletores contínuos, foram mostrados os operadores SRC associados um ponto de reflexão e a um ponto de difração sobre o refletor, com o objetivo de explicar a aplicação dos mesmos no empilhamento de eventos refletidos. Neste capítulo é considerado apenas o operador de empilhamento associado a um ponto de difração em profundidade, definido com base na expressão cinemática (2.2) dependente de dois parâmetros β_0 e R_{NP} . Para facilitar a explicação do empilhamento de eventos difratados, é também mostrado a representação gráfica deste operador de empilhamento associado a um ponto difrator. Para o modelo da Figura 5.1 (parte inferior), usando um programa de traçamento de raios e para diferentes arranjos com afastamento fonte-receptor comum (AC), foram gerados os tempos de trânsito associados ao ponto difrator D localizado na segunda interface. Na parte superior da Figura 5.1, as linhas de cor

azul representam as curvas de tempo de trânsito AC que formam a superfície de cobertura múltipla associada ao ponto difrator D . A superfície formada pelas linhas de cor verde representa o operador de empilhamento associado ao raio central com trajetória X_0DX_0 . Os dois parâmetros ou atributos da onda hipotética NIP (β_0, R_{NIP}) que definem o operador de empilhamento foram calculados por modelamento direto.

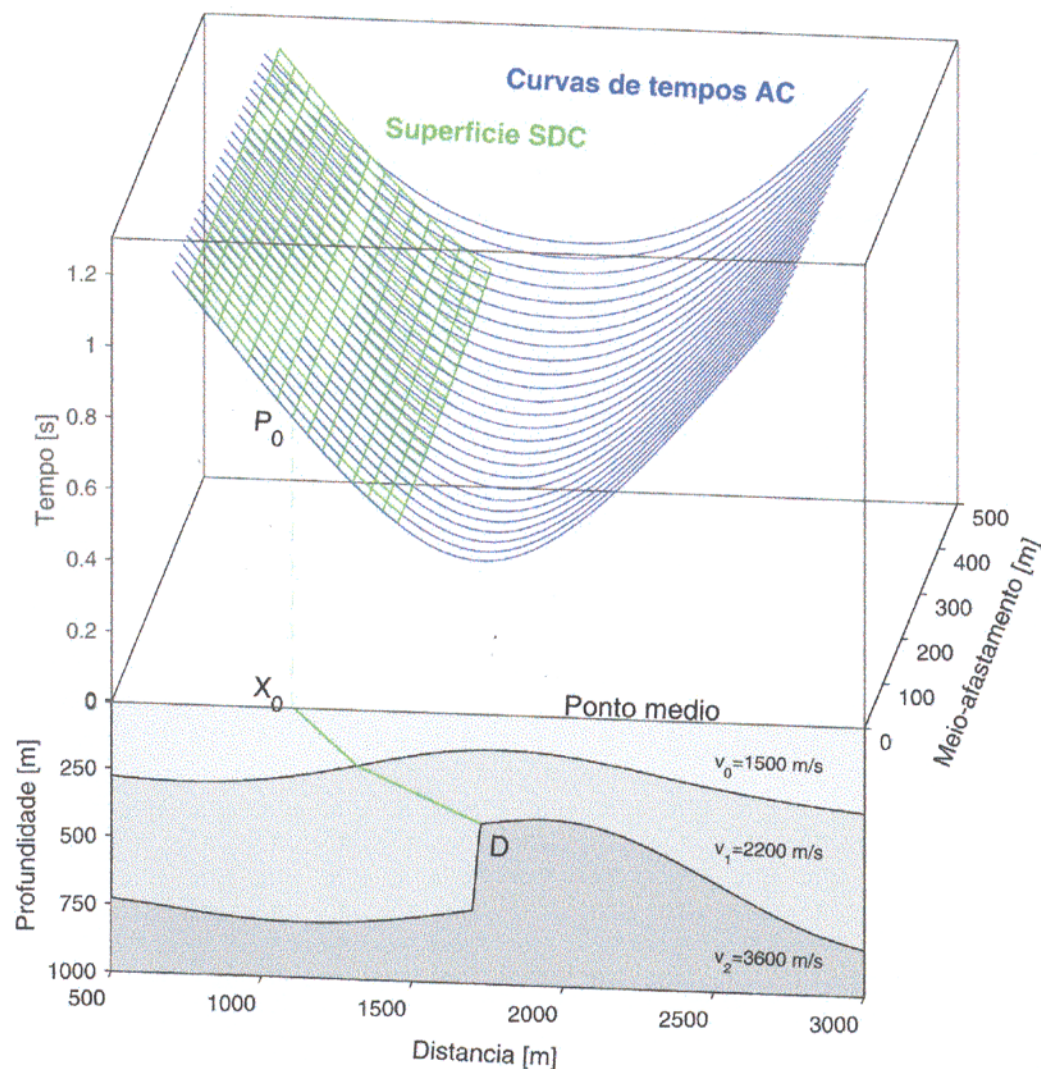


Figura 5.1: *Parte inferior*: Modelo composto por camadas homogêneas separadas por uma interface superior contínua e uma interface inferior descontínua. A linha verde é a trajetória de um raio difratado com fonte-receptor coincidente (X_0DX_0). *Parte superior*: As linhas de cor azul são os tempos de trânsito com afastamento comum que formam a superfície de cobertura múltipla associada ao ponto difrator D . As linhas de cor verde formam o operador de empilhamento associado ao ponto P_0 que é o tempo duplo AN do raio central X_0DX_0 .

Na Figura 5.1 é observado que o operador de empilhamento associado ao ponto P_0 , posição do tempo do trânsito AN do raio central difratado que emerge em X_0 , é uma aproximação da resposta cinemática da difração correspondente ao ponto difrator D . No processo de simulação de

uma seção AN, todos os eventos difratados contidos neste operador de empilhamento são somados. Devido ao fato de que ao longo deste operador são somados os eventos correspondentes a um ponto difrator em subsuperfície, o processo é denominado como empilhamento por Superfície de Difração Comum (SDC).

O algoritmo de simulação de seções AN descrito a seguir, é baseado nas características cinemáticas das curvas de tempo de trânsito das difrações e nas características do operador empilhamento SDC.

5.2 ALGORITMO DE EMPILHAMENTO SDC

De maneira similar ao algoritmo de empilhamento SRC (Capítulo 2), o algoritmo de empilhamento SDC também simula uma seção AN através da somatória dos eventos de difrações dos dados de cobertura múltipla, porém contidos no operador de empilhamento SDC associado a cada um dos pontos de amostragem da seção AN a ser simulada.

Em geral, as amplitudes das ondas difratadas são muito pequenas quando comparadas às amplitudes das ondas refletidas; devido a este fato, os dados de entrada devem ser normalizados a fim de realçar as amplitudes das ondas difratadas. Como mostrado no Anexo C, a normalização aplicada nos dados consiste na divisão de cada traço sísmico pelo seu envelope, obtendo-se como resultado traços com as amplitudes dos sinais sísmicos virtualmente iguais. Também neste algoritmo a medida coerência (*semblance*) é realizada ao longo das seções AC, sendo que neste tipo de seções os eventos de difrações geralmente têm formas hiperbólicas e os eventos de reflexões adotam diversas formas segundo a complexidade dos refletores em subsuperfície. Portanto, devido a estarmos interessados nos eventos de difrações o espaço de busca do parâmetro R_{NIP} fica limitado apenas ao intervalo positivo. Por outro lado, a fim de amplificar os eventos difratados e atenuar as reflexões durante as diferentes etapas de simulação da seção AN deve ser usado o operador de empilhamento com abertura grande.

Tomando como base o algoritmo de empilhamento SRC descrito no Capítulo 2, referido daqui em diante como Algoritmo 1, a seguir são descritas as três etapas do algoritmo de empilhamento SDC.

Etapas 1: Busca global dos parâmetros β_0 e R_{NIP}

De maneira similar ao Algoritmo 1, com o algoritmo SA são determinados a dupla de parâmetros (β_0, R_{NIP}) para cada ponto de amostragem da seção AN a ser simulada. Neste caso, o espaço de busca é definido pelos intervalos: $-\pi/2 < \beta_0 < +\pi/2$ e $0 < R_{NIP} < +\infty$. A principal diferença com Algoritmo 1 é que nesta etapa o operador de empilhamento usado tem maior abertura, o qual favorece a obtenção de valores de coerências relativamente altos associados aos eventos de difrações, já que o operador terá melhor grau de ajuste com este tipo de eventos. Os tipos de resultados obtidos nesta etapa são os mesmos dos descritos no Algoritmo 1.

Etapa 2: Busca local do parâmetro R_{NIP}

Nesta etapa, usando os valores de β_0 e R_{NIP} determinados na Etapa 1, o parâmetro R_{NIP} é otimizado por meio do algoritmo de otimização local VM aplicado na seção AN resultante da Etapa 1. Neste caso, as trajetórias de empilhamento podem ser calculadas pela equação (2.2) sob a condição $h = 0$, ou ainda usando a equação (2.3) sob a condição $R_N = R_{NIP}$. Também, neste caso a abertura do operador de empilhamento deve ser grande com o propósito de favorecer a obtenção de valores altos de coerências para os eventos de difrações. Esta etapa, aparentemente repetitiva, é importante para a determinação de uma seção de coerências com valores maiores associados aos eventos de difrações, comparado com a seção de coerências da Etapa 1. Os tipos de resultados obtidos nesta etapa são similares aos descritos no Algoritmo 1, com a diferença que a seção com valores de R_N agora tem os valores de R_{NIP} . Vale salientar que o resultado mais importante é a seção de coerência a ser usado na próxima etapa.

Etapa 3: Busca local dos parâmetros β_0 e R_{NIP}

Nesta etapa é usado o algoritmo VM para realizar a otimização local dos parâmetros β_0 e R_{NIP} nos dados de cobertura múltipla. Neste estágio, a seção de coerências resultante da etapa anterior é usada para limitar o processo de otimização local nas áreas com valores de coerência abaixo de um certo valor limite (ou patamar) previamente definido. Sob esta condição são excluídos os eventos de reflexões que ainda não tinham sido totalmente atenuados nas etapas anteriores. Os resultados desta etapa são uma seção AN simulada final, uma seção de coerências e as seções com valores otimizados dos parâmetros β_0 e R_{NIP} . No caso das três últimas seções, em dados com presença de eventos com mergulhos conflitantes serão obtidos uma seção para os mínimos globais e outra para os mínimos locais.

5.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS

Neste item são mostrados os resultados mais importantes obtidos pela aplicação do algoritmo de empilhamento SDC nos dados sintéticos do Modelo 2 mostrado na Figura 4.19. Este conjunto de dados de cobertura múltipla contém eventos de reflexões e difrações, sendo adequado para testar a eficiência do algoritmo proposto neste capítulo. Aos dados de entrada classificados em seções AC, antes da normalização foi adicionado ruído aleatório com uma razão sinal-ruído igual a $S/N = 5$.

As Figuras 5.2 e 5.3 mostram, respectivamente, a seção AN simulada e a seção de coerências que resultam da Etapa 1. Na seção AN é observado claramente que o primeiro evento de reflexão foi quase totalmente atenuado, e as reflexões correspondentes ao segundo refletor também foram consideravelmente atenuados. No entanto, as amplitudes dos eventos de difrações foram

amplificados em comparação com os eventos de reflexão. Estas mesmas características são observadas na seção de coerências (Figura 5.3), onde os eventos de difrações mostram valores de coerências maiores. Um detalhe importante a ser observado em ambas seções é a predominância dos eventos difratados sobre os eventos de reflexões nos lugares de interferência entre ambos eventos.

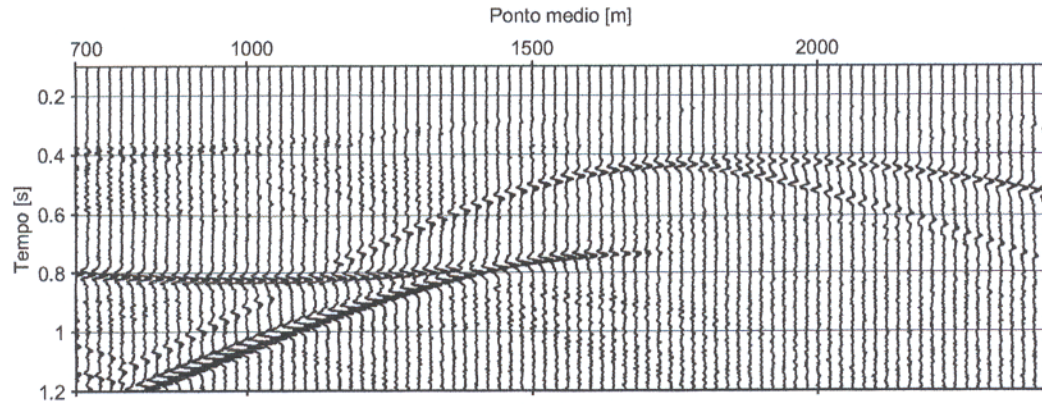


Figura 5.2: Seção AN simulada resultante da primeira etapa do algoritmo de empilhamento SDC. Esta seção resulta do empilhamento de eventos contidos nas superfícies de empilhamento definidas pela dupla de parâmetros (β_0, R_{NIP}) .

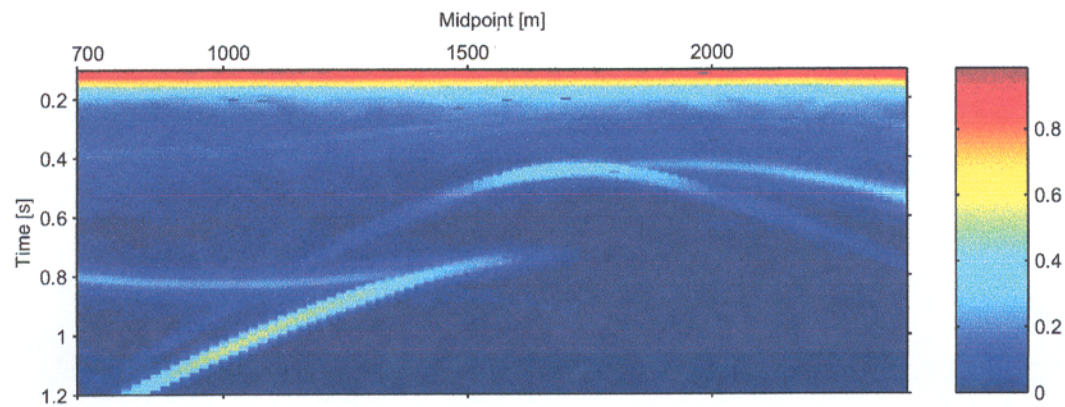


Figura 5.3: Seção de coerência (*semblance*) associada à seção AN mostrada na Figura 5.2.

Na segunda etapa do algoritmo de empilhamento SDC, a otimização local do raio de curvatura das ondas NIP é realizada na seção AN resultante da etapa anterior. Como resultado, consegue-se um maior grau de atenuação dos eventos de reflexões e, conseqüentemente, uma amplificação dos eventos de difrações. O resultado mais importante desta etapa é a seção de coerência da Figura 5.4, onde se observa que os eventos de difrações têm valores de coerências maiores comparados com os mesmos eventos da seção de coerência da Figura 5.3.

Na terceira etapa são determinados os valores ótimos β_0 e R_{NIP} por meio de otimização local aplicado nos dados de cobertura múltipla. Nesta última etapa, a busca local e o posterior empilhamento dos eventos ao longo dos operadores SDC foi realizado apenas para valores de coerências abaixo de um valor limite estabelecido a priori. Este valor limite é definido a partir da observações da seção de coerência resultante da segunda etapa (Figura 4.4). Como resultado final é obtida a seção AN simulada (Figura 5.5) que contém eventos de difrações sem interrupções e claramente definidos pelas suas amplitudes amplificadas.

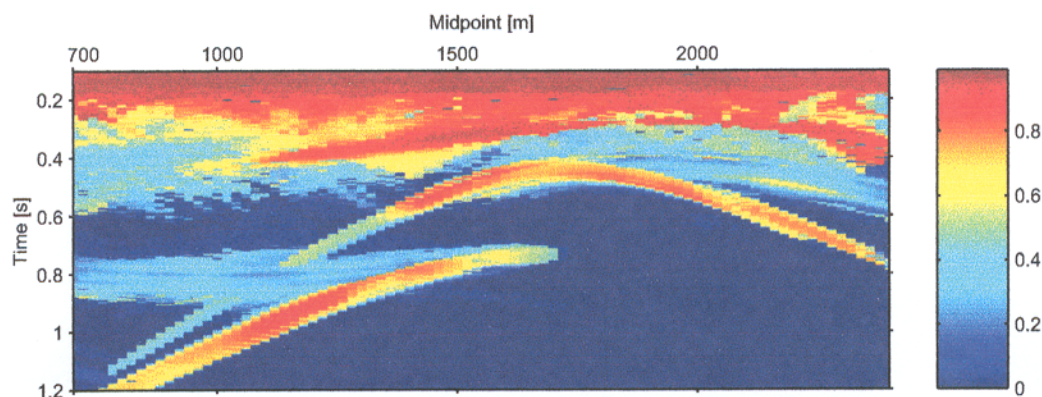


Figura 5.4: Seção de coerência (*semblance*) resultante da segunda etapa. Estas medidas de coerências foram realizadas ao longo de trajetórias confinadas na seção AN mostrada na Figura 5.2.

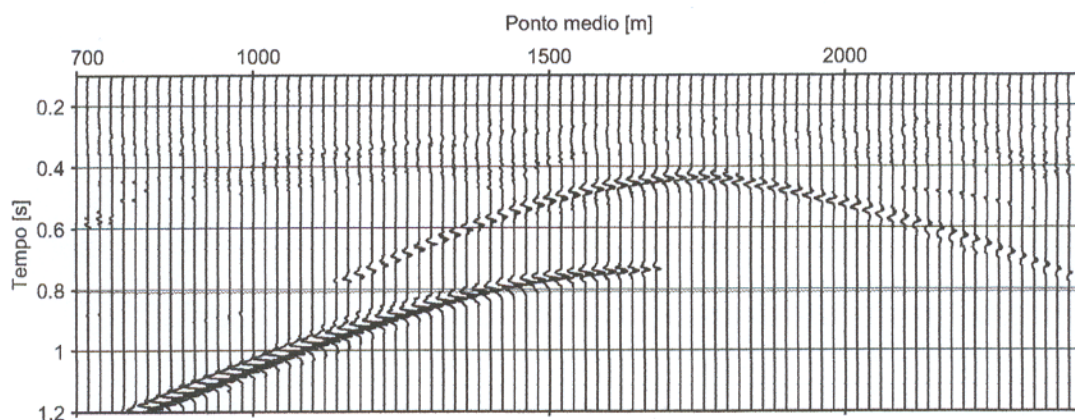


Figura 5.5: Seção AN simulada obtida na terceira etapa, e resulta da somatória dos eventos contidos nos operadores SDC definidos pelos melhores valores de β_0 e R_{NIP} .

Outros resultados finais obtidos pelo algoritmo de empilhamento SDC são as seções com os valores otimizados dos parâmetros β_0 e R_{NIP} . Afim de evitar a repetição de resultados por serem considerados não importantes, as seções e os gráficos de comparação dos dois parâmetros otimizados com os seus valores exatos não são mostrados neste trabalho.

5.4 APLICAÇÃO DA SEÇÃO AN SIMULADA PELO EMPILHAMENTO SDC

Neste item é apresentado uma aplicação da seção AN simulada pelo empilhamento SDC, para a localização em subsuperfície da posição das discontinuidades que causam as ondas difratadas da seção simulada. Com este objetivo, na seção AN da Figura 5.5 é aplicada a migração Kirchhoff em profundidade. Neste caso particular, a migração pós-empilhamento é realizado usando o modelo de velocidades verdadeiro, porém vale salientar que o modelo de velocidades pode ser derivado pela inversão dos atributos de ondas hipotéticas determinados por otimização durante o empilhamento SRC.

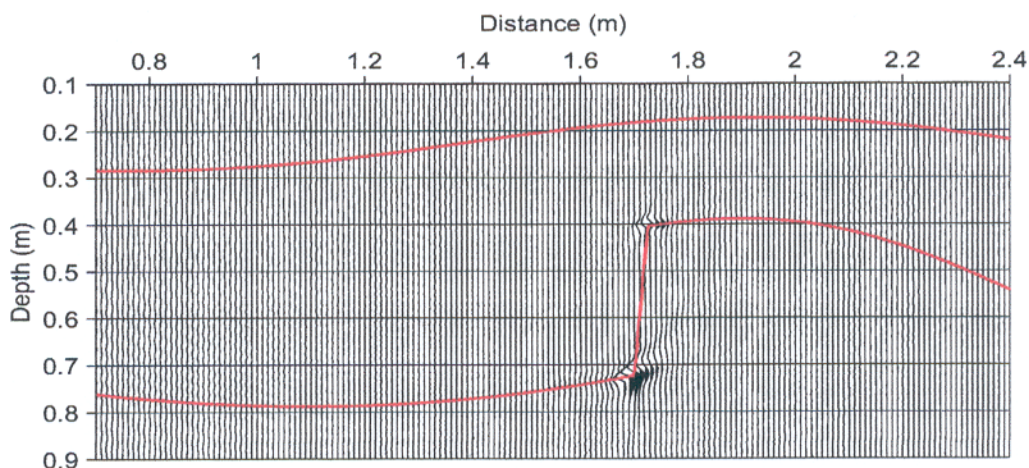


Figura 5.6: Seção migrada em profundidade obtida a partir da seção AN simulada pelo empilhamento SDC (Figura 5.5). As linhas de cor vermelha representam a geometria do modelo sintético.

Na seção migrada da Figura 5.6 é observado que os eventos difratados foram focalizados em pontos que correspondem às posições dos difratores em subsuperfície. Com o propósito de avaliar a precisão das posições dos difratores, nesta seção migrada foi superposta a geometria do modelo sintético (linhas de cor vermelha). Note que ambos difratores foram posicionados corretamente, comprovando-se dessa forma a eficiência do algoritmo de empilhamento SDC.

6 – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste capítulo são indicadas as conclusões obtidas da aplicação em dados sintéticos dos dois novos algoritmos de simulação de seções AN propostos. Também são discutidas perspectivas de continuação de pesquisas futuras relacionadas com os temas abordados deste trabalho.

CONCLUSÕES

As conclusões descritas a seguir resultam das experiências recolhidas pela aplicação dos algoritmos de empilhamento SRC e SDC em dados sintéticos. Os resultados obtidos são bastante satisfatórios em comparação com as seções AN modeladas e pelos valores exatos dos atributos das ondas hipotéticas NIP e N calculados por modelamento direto.

O algoritmo de empilhamento SRC proposto neste trabalho foi aplicado nos dados sintéticos de dois modelos, produzindo seções AN com excelente definição dos eventos sísmicos e um alto grau de supressão de ruído aleatório. Além da seção AN simulada, são obtidas duas seções de coerência e duas seções para cada um dos três atributos de ondas hipotéticas NIP e N, correspondendo uma seção aos mínimos globais e uma aos mínimos locais existentes.

Aproveitando o cruzamento dos eventos associados à caustica do segundo refletor do Modelo 1, foi abordado o problema dos eventos com mergulhos conflitantes no empilhamento SRC e foi ilustrado a simulação desse tipo de eventos pelo algoritmo de empilhamento SRC proposto. Mesmo sendo apenas dois os possíveis trios de parâmetros SRC a serem determinados para cada ponto de amostragem da seção AN, este algoritmo reconstrói melhor os eventos com mergulhos conflitantes, e adicionalmente fornece mais um trio de parâmetros correspondente ao melhor mínimo local, nos pontos de amostragem AN onde se tem esse tipo de eventos. Vale mencionar que a determinação adicional de mais um trio de parâmetros é útil para o uso posterior destes parâmetros na determinação do modelo de velocidades, correção de amplitudes e outras aplicações.

O alto grau de precisão observado pela comparação dos valores dos três atributos de ondas hipotéticas NIP e N determinados por otimização, com relação aos seus correspondentes valores exatos calculados por modelamento direto, mostram a validade da estratégia de determinação dos três parâmetros e, principalmente, o êxito na aplicação dos métodos de otimização *Simulated Annealing* e *Variable Metric* no algoritmo de empilhamento SRC proposto.

O algoritmo de empilhamento SRC foi aplicado em dados sintéticos que contém campos de ondas refletidos e difratados. A seção AN simulada mostra uma boa reconstrução dos campos de ondas difratados, mas com predominância dos eventos de reflexões sobre os eventos difratados nas zonas de interferência entre ambos, o qual é causado pelas fortes amplitudes das ondas refletidas e o melhor ajuste do operador SRC associado às reflexões. Esta característica é observada com maior clareza na seção AN que contém os eventos de difrações com interrupções, que resultam da aplicação da condição $R_{NIP} \equiv R_N$ na seção AN que contém todo o campo de ondas simulado.

Com o objetivo de separar eventos difratados por meio deste novo método de empilhamento sísmico através de superfícies, é proposto um novo algoritmo de simulação de seções AN voltado a simulação de eventos difratados. A aplicação deste algoritmo, denominado empilhamento SDC, em dados sintéticos com reflexões e difrações, produz uma seção AN simulada contendo eventos de difrações com alta resolução e principalmente sem interrupções.

Como uma aplicação imediata deste novo resultado, na seção AN simulada pelo algoritmo de empilhamento SDC foi aplicada a migração pós-empilhamento em profundidade usando o modelo de velocidades verdadeiro. A seção migrada mostrou uma correta localização dos pontos de descontinuidades do meio, constituindo-se portanto num atraente resultado a ser usado na interpretação dos dados sísmicos.

PERSPECTIVAS

Devido aos bons resultados obtidos pela aplicação em dados sintéticos do algoritmo de empilhamento SRC proposto neste trabalho, é importante testar o desempenho deste novo algoritmo em dados reais. Estes testes devem focalizar o custo computacional e a qualidade dos resultados, comparando-os com os obtidos pelo tradicional método de empilhamento CMP.

O êxito da aplicação dos algoritmos de otimização global e local para a determinação dos três parâmetros ótimos que definem o operador de empilhamento SRC, constitui-se numa atraente alternativa para sua aplicação futura em algoritmos de empilhamento SRC para meios 3D. Neste caso são oito os parâmetros que definem o operador SRC, sendo necessário a aplicação de eficientes algoritmos multidimensionais de otimização global e local.

Apesar dos bons resultados obtidos pela aplicação em dados sintéticos do novo algoritmo de empilhamento SDC, torna-se necessário a aplicação em dados reais afim de aprimorar as aberturas dos operadores de empilhamento e com isto otimizar o tempo computacional. Por outro lado, para obter melhores resultados, além das características cinemáticas dos eventos de difrações, devem ser também incluídos as propriedades dinâmicas das difrações.

REFERÊNCIAS

- Bard, Y., 1974. **Nonlinear Parameter Estimation**. New York, USA, Academic Press, Inc. 302p.
- Biloti, R.; Portugal, R.; Santos, T.L.; Tygel, M. 2001. Obtaining AVO and AVA curves from CRS attributes. Submitted to **Journal of Geophysical Exploration**.
- Birgin, E.G.; Biloti, R.; Tygel, M.; Santos T.; L. 1999. Restricted optimization: a clue to a fast and accurate implementation of the Common Reflection Surface Stack method. **Journal of Applied Geophysics**, 42,143-155.
- Corona, A.; Marchesi, M.; Martini, C.; Ridela, S. 1987. Minimizing multimodal functions of continuous variables with 'Simulated Annealing' algorithm. **ACM Transactions on Mathematical Software**, 13(3): 262-280.
- Cruz, J.C.R.; Hubral, P.; Tygel, M.; Schleicher, J. 1999. The common-reflecting-element (CRS) method revisited. **Geophysics**,
- Gelchinsky, B. 1988. The common reflecting element (CRE) method (non-uniform asymmetric multifold system). In: ASEG/SEG conference, Adelaide, 19., **Extended Abstracts**, 71-75.
- Gelchinsky, B.; Berkovitch, A.; Keydar, S. 1997. **Multifocusing homeomorphic imaging**: Part 1 and Part 2, Presented at the Special Course on Homeomorphic Imaging. Seeheim, Germany.
- Gelchinsky, B.; Landa, E.; Shtivelman, V. 1985. Algorithms of phase and group correlation. **Geophysics**, 50(4): 596-608.
- Gill, P.E.; Murray, W.; Wright, M.H. 1981. **Practical optimization**. New York, USA, Academic Press, Inc. 401p.
- Hale, D. 1991, **Dip Moveout Processing**, Society of Exploration Geophysicists (Course Notes Series, 5).
- Harlan, W.S.; Claerbout, J.F.; Rocca, F. 1983. Extracting velocity information from diffraction. In: SEG MEETING, 55., Las Vegas. **Expanded Abstracts**.
- Hubral, P. 1983. Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth. **Geophysics**, 48(8): 1051-1062.

- Hubral, P. & Krey, T. 1980. **Interval velocities from seismic reflection time measurements**. SEG monograph, Tulsa, Oklahoma.
- Hubral, P.; Hoecht, G.; Jaeger, R. 1999. Seismic illumination. **The Leading Edge of SEG**, 18: 1268-1271.
- Jäger, R. 1999. **The Common-Reflection-Surface Stack, Theory and Application**, Karlsruhe - Germany, Karlsruhe University. Geophysical Institute, 125p. These (Master in Geophysics) - Geophysical Institute, Karlsruhe University.
- Jäger, R.; Mann, J.; Höcht, G.; Hubral, P. 2001. Common-reflection-surface stack: Image and attributes. **Geophysics**, 66(1): 97-109
- Landa, E.; Shtivelman, V.; Gelchinsky, B. 1987. A method for detection of diffracted waves on common-offset sections. **Geophysical Prospecting**, 35: 359-373.
- Majer, P. 2000. **Inversion of seismic parameters: Determination of the 2-D iso-velocity layer model**. Karlsruhe - Germany, Karlsruhe University. Geophysical Institute, 68p. Thesis (Master in Geophysics) - Geophysical Institute, Karlsruhe University.
- Mann, J. 2001. Common-reflection-surface stack and conflicting dips. In: SEG MEETING, 71., San Antonio, **Expanded Abstracts**.
- Mann, J.; Jäger, R.; Müller, T.; Höcht, G.; Hubral, P. 1999. Common-reflection-surface stack – a real data example. **Journal of Applied Geophysics**, 42: 301-318.
- Mayne, W.H. 1962. Common reflection point horizontal data stacking techniques. **Geophysics**, 27(6): 927-938.
- Müller, T. 1999. **The Common Reflection Surface Stack Method – Seismic imaging without explicit knowledge of the velocity model**. Karlsruhe - Germany, Karlsruhe University. Geophysical Institute, 132p. These (Ph.D. in Geophysics) - Geophysical Institute, Karlsruhe University.
- Neidell, N. & Taner, M. 1971. Semblance and other coherency measures for multichannel data. **Geophysics**, 36, 482-497.
- Nelder, J.A. & Mead, R. 1965. A simplex method for function minimization. **Computer Journal**, 7:308-313.
- Perroud, H.; Hubral, P.; Höcht, G. 1999. Common-reflection-point stacking in laterally inhomogeneous media. **Geophysical Prospecting**, 47: 1-24.

- Schleicher, J.; Tygel, M.; Hubral, P. 1993. Parabolic and hyperbolic paraxial two-point traveltimes in 3D media. **Geophysical Prospecting**, 41(4): 495-514.
- Sen, M. & Stoffa, L.P. 1995. **Global optimization methods in geophysical inversion**. Netherlands, Elsevier Science.
- Taner, M.T.; Koehler, F.; Sheriff, R. 1979. Complex seismic trace analysis. **Geophysics**, 44: 1041-1063.
- Tygel, M.; Mueller, T.; Hubral, P.; Schleicher, J. 1997. Eigenwave based multiparameter traveltime expansions. In: ANNUAL MEETING OF SEG, 67., **Expanded Abstracts**, 1770-1773.

ANEXOS

A – ALGORITMO *SIMULATED ANNEALING*

Dada uma função contínua $f(\mathbf{p})$ com n variáveis independentes em que $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ é um ponto no espaço de dimensão n , deseja-se minimizar $f(\mathbf{p})$ num subespaço definido por: $\mathbf{a} \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{b}$, em que $\mathbf{a}$, $\mathbf{p}$ e $\mathbf{b}$ são vetores com n componentes que também podem ser representados como: $a_i \leq p_i \leq b_i$ para $i = 1, 2, \dots, n$, sendo a_i e b_i , respectivamente, os limites inferior e superior ao longo da i -ésima componente.

Para uma dada temperatura inicial T_0 , a partir de um ponto inicial $\mathbf{p}_0$, a minimização da função-objeto $f(\mathbf{p})$ pelo algoritmo *Simulated Annealing* (SA) começa gerando uma sucessão de pontos-testes $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_i, \dots$, até atingir o mínimo global da função-objeto. Se admitirmos que a solução corrente (ou atual) aceita é $\mathbf{p}$ e o valor da função f , os pontos testes são gerados ao redor do ponto atual $\mathbf{p}$ aplicando perturbações aleatórias ao longo de cada direção p_i , segundo a seguinte relação (Corona, *et al.*, 1987):

$$p_i' = p_i + (2\lambda - 1)v_i \quad \text{com } i = 1, 2, \dots, n, \quad (\text{A.1})$$

sendo λ um número aleatório uniformemente distribuído entre $[0, 1]$ e v_i o i -ésimo elemento do vetor dos comprimentos dos passos $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$. Se o ponto-teste $\mathbf{p}'$ cair fora dos limites do espaço de busca definido por $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$, um novo ponto teste é gerado por:

$$p_i' = a_i + \lambda(b_i - a_i), \quad (\text{A.2})$$

até ficar dentro dos limites do espaço de busca. Se f' que é o valor da função do ponto teste $\mathbf{p}'$ for menor do que f (i.e., $\Delta f = f' - f < 0$), então o ponto $\mathbf{p}'$ é aceito incondicionalmente e o algoritmo tem um deslocamento descendente. Se f' tiver o menor valor registrado, então $\mathbf{p}'$ e f' serão registrados como os atuais valores ótimos da função. Por outro lado, se f' for maior que f (i.e., $\Delta f > 0$), o critério de Metropolis decide sobre a aceitação ou não do ponto teste por meio da seguinte relação de probabilidade:

$$P = e^{-(f' - f)/T} \quad (\text{A.3})$$

em que T é a temperatura. O valor P é comparado com P' que é um número aleatório compreendido no intervalo $[0, 1]$. Se P for maior do que P' , o ponto-teste $\mathbf{p}'$ é aceito e o algoritmo tem um deslocamento ascendente. Um valor baixo de temperatura e uma grande diferença entre os valores f e f' , diminuem a probabilidade de um deslocamento ascendente ser aceito.

Após N_S ciclos de geração de pontos-testes, o vetor $\mathbf{v}$ dos comprimentos dos passos é ajustado objetivando um melhor mapeamento da função-objeto. As mudanças nos comprimentos dos passos é realizada para manter a porcentagem média dos deslocamentos aceitos, ao redor de 50% do número total de deslocamentos (Corona *et al.*, 1987). Para cada direção i correspondente a cada componente de $\mathbf{p}$, o ajuste do comprimento do passo é dado por:

$$v_i' = v_i \left[1 + \frac{c_i}{0.4} \left(\frac{N_i}{N_S} - 0.6 \right) \right], \quad \text{se } N_i > 0.6N_S, \quad (\text{A.4a})$$

$$v_i' = \frac{v_i}{1 + \frac{c_i}{0.4} \left(0.4 - \frac{N_i}{N_S} \right)}, \quad \text{se } N_i < 0.4N_S, \quad (\text{A.4b})$$

$$v_i' = v_i, \quad \text{se } 0.4N_S \leq N_i \leq 0.6N_S, \quad (\text{A.4c})$$

em que v_i é o comprimento do passo atual, c_i é um parâmetro que controla a variação do passo da i -ésima componente e N_i é o número de deslocamentos aceitos na i -ésima direção após de N_S tentativas. A razão N_i/N_S é restrito ao intervalo $[0,1]$. Segundo (A.4), se uma grande porcentagem de deslocamentos são aceitos na i -ésima direção, então o elemento pertinente de $\mathbf{v}$ é aumentado. Para uma dada temperatura isto incrementa o número de rejeições, e como consequência diminui a porcentagem de aceitações. Do ponto de vista da otimização, um grande número de deslocamentos aceitos com respeito aqueles rejeitados significa que a função-objeto é explorada ou mapeada com passos muito pequenos; e um grande número de deslocamentos rejeitados significa que os novos pontos testes são gerados muito longe do ponto atual. Uma proporção 1:1 entre deslocamentos aceitos e rejeitados garante que o algoritmo faz um bom mapeamento das feições da função.

Para um dado número N_T , que regula o número de gerações de pontos-testes numa determinada temperatura, a temperatura T diminui depois de $N_T N_S$ iterações segundo a relação:

$$T_{j+1} = r_T \cdot T_j, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (\text{A.5})$$

em que r_T é o fator de decaimento da temperatura compreendido no intervalo $(0,1)$. Com a diminuição da temperatura os deslocamentos ascendentes tem menor probabilidade de aceitação, assim o número de rejeições aumenta e os comprimentos dos passos declinam. Sendo o ponto inicial numa nova temperatura o ponto ótimo atual, então para valores pequenos dos comprimentos dos passos o algoritmo focaliza a sua atenção na área mais promissora.

Como critério de parada é usado a comparação do valor final da função da temperatura atual com os N_e valores finais da função correspondentes às últimas N_e temperaturas e com o valor ótimo da função. Se todas as diferenças são menores do que um dado valor de tolerância do erro ε , o processo de minimização termina. Quando as diferenças são maiores que ε , a temperatura diminui e o todo o processo de minimização descrito anteriormente continua.

B – ALGORITMO *VARIABLE METRIC*

Minimizar a função continua $f(\mathbf{p})$, em que $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ é um ponto no espaço de dimensão n , é encontrar um vetor $\mathbf{p}^*$ tal que $f(\mathbf{p}^*) \leq f(\mathbf{p})$ para todo $\mathbf{p}$ próximo de $\mathbf{p}^*$. Na minimização de $f(\mathbf{p})$ pelo método de Newton, para uma solução atual $\mathbf{p}_k$ construi-se uma aproximação quadrática da função-objeto valida na vizinhança de $\mathbf{p}_k$. A expansão da função objeto em serie de Taylor, até os termos de segunda ordem, é dada por:

$$f_k(\mathbf{p}) = f(\mathbf{p}_k) + \nabla f(\mathbf{p}_k)^T (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k) + \frac{1}{2} (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)^T \nabla^2 f(\mathbf{p}_k) (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k) \quad (\text{B.1})$$

em que $\nabla f(\mathbf{p}_k)$ é o vetor gradiente, e $\nabla^2 f(\mathbf{p}_k)$ é a matriz Hessiana. No método de Newton a iteração seguinte $\mathbf{p}_{k+1}$ é obtida a partir da minimização de $f_k(\mathbf{p})$. Quando a matriz Hessiana é definida positiva, a aproximação quadrática (B.1) tem um único mínimo que pode ser determinado resolvendo o sistema linear simétrico: $\nabla^2 f(\mathbf{p}_k) (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k) = -\nabla f(\mathbf{p}_k)$, que resulta da condição $\nabla f_k(\mathbf{p}) = 0$. Portanto, o ponto $\mathbf{p}_{k+1}$ da iteração seguinte será obtida por:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - \nabla^2 f(\mathbf{p}_k)^{-1} \nabla f(\mathbf{p}_k). \quad (\text{B.2})$$

A convergência quadrática do método de Newton é garantida se no ponto inicial a aproximação quadrática da função objeto for razoável e a matriz Hessiana, naquele ponto, for definida positiva. Isto é, quando as direções relativas às iterações no método de Newton são geradas como soluções do sistema linear $\nabla^2 f(\mathbf{p}_k) (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k) = -\nabla f(\mathbf{p}_k)$, temos que:

$$(\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k)^T \nabla^2 f(\mathbf{p}_k) (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k) = -(\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k)^T \nabla f(\mathbf{p}_k). \quad (\text{B.3})$$

Portanto, o passo no método de Newton é na direção descendente se $\nabla^2 f(\mathbf{p}_k) > 0$. Por esta razão, se impõe que as matrizes que geram direções de busca em métodos de minimização sejam definidas positivas. Em geral, quando o ponto inicial está bastante afastado do mínimo, não se tem garantia que a matriz Hessiana seja definida positiva devido a que o ponto inicial pode estar fora da região em que a função objeto tem um comportamento quadrático. Então, a Hessiana pode proporcionar um passo para um ponto $\mathbf{p}_{k+1}$ onde se tenha um aumento no valor da função objeto.

Neste caso, o método de Newton não tem garantia de convergência. Para garantir a convergência independente do ponto inicial foi introduzido o método de Newton com buscas lineares, cujas iterações tem a forma:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - \alpha_k \nabla^2 f(\mathbf{p}_k)^{-1} \nabla f(\mathbf{p}_k), \text{ com } \alpha_k > 0 \text{ tal que } f(\mathbf{p}_{k+1}) < f(\mathbf{p}_k). \quad (\text{B.4})$$

Em geral, o cálculo da Hessiana consome mais tempo e memória computacional comparado com o cálculo do gradiente, ficando ainda maior com o aumento do número de parâmetros a serem estimados. No método quasi-Newton, também conhecido como *Variable Metric*, em lugar de estimar a Hessiana num único ponto, constrói-se uma aproximação da matriz Hessiana usando informação das iterações prévias. Neste método, para uma iteração corrente $\mathbf{p}_k$ com $\nabla f(\mathbf{p}_k) \neq 0$ e uma dada aproximação da matriz Hessiana $\mathbf{B}_k \approx \nabla^2 f(\mathbf{p}_k)$, deve ser resolvido o seguinte sistema linear: $\mathbf{B}_k \mathbf{d}_k = -\nabla f(\mathbf{p}_k)$, para determinar a direção $\mathbf{d}_k$ para a próxima iteração. Portanto, a maioria das iterações quasi-Newton são da forma:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - \alpha_k \mathbf{d}_k, \quad (\text{B.5})$$

sendo α_k o passo do algoritmo quasi-Newton determinado através de busca linear ao longo da direção $\mathbf{d}_k$. A idéia básica de um método quasi-Newton é começar a aproximação de $\nabla^2 f(\mathbf{p}_k)$ com uma matriz definida positiva e simétrica (geralmente a matriz identidade) e construir as sucessivas aproximações de $\mathbf{B}_k$ de tal forma que a matriz $\mathbf{B}_k$ permaneça definida positiva e simétrica. Os métodos secantes conseguem, geralmente, aproximações satisfatórias exigindo que as matrizes $\mathbf{B}_k$'s satisfaçam a equação secante, que tem a forma:

$$\mathbf{B}_{k+1} \mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k \text{ em que } \mathbf{s}_k = (\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k) \text{ e } \mathbf{y}_k = \nabla f(\mathbf{p}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{p}_k) \quad (\text{B.6})$$

Uma condição para que um método secante tenha baixo custo é que seja possível obter $\mathbf{B}_{k+1}$ a partir de $\mathbf{B}_k$, $\mathbf{s}_k$ e $\mathbf{y}_k$. Outra forma conveniente de formular o passo num método quasi-Newton é dada como:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k - \alpha_k \mathbf{H}_k \nabla f(\mathbf{p}_k), \quad (\text{B.7})$$

em que $\mathbf{H}_k = \mathbf{B}_k^{-1}$. Sendo as matrizes $\mathbf{H}_k$ as aproximações das inversas das Hessianas, com a equação secante da forma:

$$\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{y}_k = \mathbf{s}_k. \quad (\text{B.8})$$

Uma das atualizações freqüentemente mais usadas para a determinação de $\mathbf{B}_{k+1}$ a partir de $\mathbf{B}_k$, é a atualização de posto dois, ou seja:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \Delta \mathbf{B}'_k + \Delta \mathbf{B}''_k \quad (\text{B.9})$$

e substituindo (B.6) em (B.3) obtém-se,

$$(\mathbf{B}_k + \Delta\mathbf{B}'_k + \Delta\mathbf{B}''_k)\mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k$$

ou

$$\Delta\mathbf{B}'_k\mathbf{s}_k + \Delta\mathbf{B}''_k\mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{B}_k\mathbf{s}_k. \quad (\text{B.10})$$

Uma das formas de ser satisfeita a equação (B.7) é impondo a condição que as matrizes $\mathbf{B}_k$, $\Delta\mathbf{B}'_k$ e $\Delta\mathbf{B}''_k$ sejam simétricas, e fazendo $\Delta\mathbf{B}'_k\mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k$ e $\Delta\mathbf{B}''_k\mathbf{s}_k = -\mathbf{B}_k\mathbf{s}_k$, obtém-se a seguinte atualização:

$$\Delta\mathbf{B}'_k = \frac{\mathbf{y}_k\mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T\mathbf{s}_k} \quad \text{e} \quad \Delta\mathbf{B}''_k = -\frac{\mathbf{B}_k\mathbf{s}_k\mathbf{s}_k^T\mathbf{B}_k}{\mathbf{s}_k^T\mathbf{B}_k\mathbf{s}_k}. \quad (\text{B.11})$$

Obtendo-se dessa forma a seguinte fórmula secante:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \frac{\mathbf{y}_k\mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T\mathbf{s}_k} - \frac{\mathbf{B}_k\mathbf{s}_k\mathbf{s}_k^T\mathbf{B}_k}{\mathbf{s}_k^T\mathbf{B}_k\mathbf{s}_k} \quad (\text{B.12})$$

A expressão acima foi introduzido por Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shano (BFGS), sendo conhecida como a atualização secante mais popular para minimização sem restrições. A fórmula alternativa para a atualização da inversa da Hessiana é expressa como:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{(\mathbf{s}_k - \mathbf{H}_k\mathbf{y}_k)\mathbf{s}_k^T + (\mathbf{s}_k - \mathbf{H}_k\mathbf{y}_k)^T}{\mathbf{s}_k^T\mathbf{y}_k} - \frac{(\mathbf{s}_k - \mathbf{H}_k\mathbf{y}_k)^T\mathbf{y}_k\mathbf{s}_k\mathbf{s}_k^T}{(\mathbf{s}_k^T\mathbf{y}_k)^2} \quad (\text{B.13})$$

A fórmula de atualização BFGS tem a propriedade de produzir, em geral, matrizes definidas positivas e, portanto, direções de descida que normalmente não precisam de correção. Tanto o algoritmo do método de Newton como quasi-Newton podem interrompidos quando o a solução atinge a condição de estacionariedade, isto é $\nabla f(\mathbf{p}_k) = 0$.

B.1 – BUSCA LINEAR

Depois que a direção $\mathbf{d}_k$ tenha sido determinada, é usado um procedimento de busca linear para a determinação de α_k que minimize a função objeto ao longo de: $\mathbf{p}_k + \alpha_k\mathbf{d}_k$ com $\alpha_k > 0$. Em geral, a determinação de α_k requer de interpolação quadrática ou cúbica da função univariante: $\phi(\alpha) = f(\mathbf{p}_k + \alpha_k\mathbf{d}_k)$, para a busca linear de um adequado α_k . Um critério prático para a determinação de um α_k adequado, requer que α_k satisfaça a condição de decréscimo:

$$f(\mathbf{p}_k + \alpha_k\mathbf{d}_k) \leq f(\mathbf{p}_k) + \mu\alpha_k\nabla f(\mathbf{p}_k)^T\mathbf{d}_k, \quad (\text{B.14})$$

para todo $\mu \in (0,1)$ e com $\nabla f(\mathbf{p}_k)^T \mathbf{d}_k < 0$. A condição acima, substitui a condição de descenso simples em que: $f(\mathbf{p}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k) < f(\mathbf{p}_k)$, aceitando assim a possibilidade de descensos mais enérgicos ao longo das direções de descida. A condição (B.14) não tem nenhuma restrição para evitar a tomada de passos excessivamente pequenos, já que o próprio tamanho de $\mathbf{d}_k$ pode ser muito pequeno. Devido a esse fato é introduzido a condição β para regular $\mathbf{d}_k$, de forma que:

$$|\mathbf{d}_k| \geq \beta |\nabla f(\mathbf{p}_k)|, \text{ com } \beta > 0. \quad (\text{B.15})$$

Por outro lado, quando $n \geq 2$, para evitar que o ângulo entre a direção de descida $\mathbf{d}_k$ e $\nabla f(\mathbf{p}_k)$ seja próximo de 90 graus, deve ser introduzida a condição do ângulo afim de que as direções toleráveis formem um ângulo agudo com o eixo na semi-reta gerada por $-\nabla f(\mathbf{p}_k)$, isto é:

$$\nabla f(\mathbf{p}_k)^T \mathbf{d}_k \leq -\theta |\nabla f(\mathbf{p}_k)| |\mathbf{d}_k| \text{ para todo } \theta \in (0,1). \quad (\text{B.16})$$

Tanto μ como θ são parâmetros adimensionais e normalmente são recomendados os valores de $\mu = 10^{-4}$ e $\theta = 10^{-6}$. Já o parâmetro β da equação (B.15) tem dimensão física que depende das unidades das variáveis e da função objetivo, ou seja:

$$\text{se } \mathbf{B}_k \mathbf{d}_k = -\nabla f(\mathbf{p}_k), \text{ então } |\mathbf{B}_k| |\mathbf{d}_k| \geq |\nabla f(\mathbf{p}_k)| \text{ ou } |\mathbf{d}_k| \geq \frac{1}{|\mathbf{B}_k|} |\nabla f(\mathbf{p}_k)|. \quad (\text{B.17})$$

Da equação acima, infere-se o valor de β que é o inverso de uma cota superior para a norma da matriz Hessiana, pois assim não se descarta a possibilidade de aceitação da direção de Newton.