



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICAS

CAIO KENICHI GOTO FEIO

REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA ESTUDANTES COM CEGUEIRA: uma
forma de ver o abstrato

FEV/2025
BELÉM – PA

CAIO KENICHI GOTO FEIO

REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA ESTUDANTES COM CEGUEIRA: uma
forma de ver o abstrato

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA), como exigência para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.
Área de Concentração: Educação Matemática.

Linha de Pesquisa: Docência e Diversidade

Orientador: Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales.

MAR/2024

BELÉM – PA

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Goto Feio, Caio Kenichi.

Representação semiótica para estudantes com cegueira : uma
forma de ver o abstrato / Caio Kenichi Goto Feio. — 2025.
88 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-
Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2025.

1. Educação Matemática. 2. Inclusão. 3. Polinômios. 4.
Representação Semiótica. 5. Cegueira. I. Título.

CDD 370

CAIO KENICHI GOTO FEIO

REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA ESTUDANTES COM CEGUEIRA: uma
forma de ver o abstrato

Banca examinadora:

Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales – PPGECEM
Orientador

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma - PPGECEM

Prof. Dr. Jorge de Menezes Rodrigues - UEA

Data da defesa: 26/02/2025

Conceito: _____

Parecer da Banca Examinadora:

FEV/2025

BELÉM – PA

RESUMO

Esta pesquisa busca investigar a contribuição da teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval no processo de ensino e aprendizagem de estudantes com cegueira, propondo uma sequência didática que envolva a tecnologia educacional multiplano no ensino de polinômios do primeiro grau para um estudante com cegueira do ensino médio técnico integrado do de uma instituição federal de educação técnica e integrada. A teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval (2012) aborda a importância das representações na aprendizagem dos estudantes. Tendo isto em vista surge a questão de pesquisa: Quais as contribuições da teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval (2012), articulada em conjunto com a tecnologia educacional do Multiplano, no processo de ensino e aprendizagem de Função Polinomial do Primeiro Grau para estudantes com cegueira? Para isso foi proposta uma sequência didática que consiste em quatro atividades, com o uso de tecnologia educacional Multiplano, e que foram divididas em cinco momentos: reconhecimento do plano cartesiano, localização de coordenadas no plano, identificação de coordenadas no plano, substituição de ponto a ponto, identificação do comportamento da função e construção da função. Os dados foram analisados a partir de 3 categorias de análise, que emergiram dos dados coletados, cada uma contendo 2 subcategorias. As categorias de análise revelaram aspectos de invisibilidade e problemas de acessibilidade do estudante com deficiência visual em sala de aula, uma dificuldade em realização das atividades propostas por conta da falta de registros dos processos e posteriormente um avanço do entendimento de Função Polinomial do Primeiro Grau quando fornecido o acesso adequado aos registros de representação semiótico.

Palavras-chave: Educação Matemática e Inclusão; Polinômios; Representação Semiótica; Cegueira, Inclusão, Multiplano.

ABSTRACT

This research seeks to investigate the contribution of Raymond Duval's theory of semiotic representations in the teaching and learning process of students with blindness, proposing a didactic sequence that involves multiplano educational technology in teaching first degree polynomials to a blind student from the integrated technical high school of a federal institution of technical and integrated education. Raymond Duval's theory of semiotic representations (2012) addresses the importance of representations in student learning. With this in mind, the research question arises: what are the contributions of Raymond Duval's theory of semiotic representations (2012) in the teaching and learning process of First Degree Polynomial Function for blind students? For this, a didactic sequence was proposed that consists of four activities, with the use of Multiplan educational technology, and which were divided into five moments: recognition of the Cartesian plane, location of coordinates in the plane, identification of coordinates in the plane, point-to-point substitution, identification of the behavior of the function and construction of the function. The data were analyzed from 3 analysis categories, which emerged from the collected data, each containing 2 subcategories.

KEY WORDS: inclusive mathematical education; polynomials; semiotic representation; visual impairment, blindness, inclusion.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – O multiplano	13
Figura 2 – Tabela Atividade Dois Situação Cinco	26
Figura 3 – Transcrição em Braille da Tabela Atividade Dois Situação Cinco	26
Figura 4 – Atividade Um Situação Seis	27
Figura 5 – Transcrição em Braille da Atividade Um Situação Seis	28
Figura 6 – Congruência Semântica	29
Figura 7 – Incongruência Semântica no Código Matemático Unificado	31
Figura 8 – Parênteses Auxiliares	32
Figura 9 – Esquema: Formação, Tratamento, Conversão	32
Figura 10 – Exemplo de Tratamento e Conversão	33
Figura 11 – Relações métricas no triângulo retângulo.	34
Figura 12 – Representação tátil das relações métricas do triangulo retângulo	35
Figura 13 – Figuras em relevo	37
Figura 14 – Objetos 3D em relevo	38
Figura 15 – Primas de base triangular em relevo	38
Figura 16 – Produto cartesiano de $AB \times CD$	44
Figura 17 – Plano cartesiano, produto cartesiano $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$	45
Figura 18 – Foto do multiplano	46
Figura 19 – Representação do multiplano	47
Figura 20 – Diagrama de Venn domínio contradomínio	49
Figura 21 – Gráfico de uma Função Polinomial do Segundo Grau	50
Figura 22 – Gráfico de Uma função Paramétrica em Forma de Parábola	50
Figura 23 – Representação de uma Função Polinomial do Primeiro Grau no Multiplano	52
Figura 24 – Geoplano	62
Figura 25 – Eixos no multiplano	70
Figura 26 – Conversão no multiplano	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Legislações da Pessoa com Deficiência.	15
Tabela 2 – Crescimento de Matrículas	17
Tabela 3 – Dados das pesquisas encontradas	18
Tabela 4 – Interação entre a primeira dupla	40
Tabela 5 – Cursos no IFPA	55

LISTA DE SIGLAS

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

AEE – Atendimento Educacional Especializado

IFPA – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

NAPNE – Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas

TCLE – Termo de Consentimento Livre E Esclarecido

SUMÁRIO

Introdução.....	12
1.1 O Multiplano	13
1.2 Das questões legais	14
1.3 Das questões sociais	16
1.4 Das questões acadêmicas	17
1.5 Da pesquisa	18
Capítulo I: Teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval	20
Capítulo II: A Teoria de Raymond Duval no processo de ensino e aprendizagem de Matemática: uma revisão bibliográfica	25
2.1 Da tinta ao braille: Análise do registro das atividades matemáticas	25
2.2 Da tinta ao braille: Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa	29
2.3 Um Estudo Sobre as Representações Semióticas em Geometria	32
2.4 Os Estilos de Pensamento Matemático: Sistemas de Equações Lineares	36
2.5 A Visualização de um Objeto Geométrico por Alunos Cegos	37
2.6 Possibilidades inclusivas do diálogo entre os estudantes videntes e com deficiência visual	39
Capítulo III: A Função Polinomial do Primeiro Grau	44
3.1 Produto Cartesiano e o Plano de Coordenadas	45
3.2 Gráfico de uma Função	48
3.3 Função Polinomial do Primeiro Grau	51
Capítulo IV: Metodologia da Pesquisa	54
4.1 A Opção Metodológica	54
4.2 O Campo da Pesquisa	54
4.3 O Personagem da Pesquisa	55
4.4 A Produção e o Registro De Dados	55
4.5 As Atividades	56
4.6 As Entrevistas	57
4.7 As Questões Legais	57
Capítulo V: Análise dos resultados	59
5.1 Interações e Dificuldades Iniciais	59

5.1.1 Um Novo Ciclo: Ensino Fundamental X Ensino Médio	59
5.1.2 Apresentado o Geoplano	62
5.1.3 A Falta do Registro de Representação	64
5.2 A Matemática Emergindo	69
5.2.1 Identificando a origem	69
5.2.2 Tratamento algébrico	72
5.3 A Título De Síntese: Um Olhar Sobre O As Contribuições Da Teoria Dos Registros De Representações Semióticas De Raymond Duval	76
5.3.1 Caminho inverso	76
5.3.2 Construindo as retas	80
6 Últimas Considerações	83
7 Referências	86

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa foi realizada em uma instituição federal de ensino médio-técnico em Belém/PA com um estudante com cegueira. Acompanhamos o estudante durante o seu primeiro ano do ensino médio-técnico e o foco da pesquisa no processo de ensino e aprendizagem do objeto matemático Função Polinomial do Primeiro Grau. Neste capítulo será apresentada a questão de pesquisa, bem como a sua justificativa. Discorrendo sobre as vertentes legais, sociais e acadêmicas. Por fim, será feita uma breve apresentação dos capítulos que seguem e a estrutura da pesquisa.

Esta pesquisa emerge da continuidade do trabalho iniciado na graduação, onde eu realizei meu Trabalho de Conclusão de Curso explorando as possíveis contribuições da teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, articuladas na utilização da tecnologia educacional Multiplano¹ para o ensino de pessoas com deficiência visual. Isso leva à questão de pesquisa: quais as contribuições da teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval (2012), em conjunto com o Multiplano, no processo de ensino e aprendizagem de Função Polinomial do Primeiro Grau para estudantes com cegueira? Nesta pesquisa, mediante um trabalho de campo, buscamos refletir sobre esta questão.

Para responder a tal questionamento, esta pesquisa investigou quais as contribuições da teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval (2012), articulada com o Multiplano, no processo de ensino e aprendizagem de Função Polinomial do Primeiro Grau para estudantes com cegueira. Dessa forma, foi proposta uma sequência didática envolvendo a tecnologia educacional Multiplano (Ferronato, 2002) no ensino de polinômios do primeiro grau para estudantes com cegueira do ensino médio técnico integrado de uma instituição federal de educação técnica e integrada.

A sequência didática teve o objetivo de desenvolver o entendimento do estudante acerca de coordenadas no plano cartesiano e comportamento de funções polinomiais do primeiro grau. As atividades visam tornar acessível às atividades de construção e manipulação do gráfico de uma função polinomial do primeiro grau, permitindo dessa forma uma possível melhoria no entendimento do estudante acerca dos comportamentos da função. Os comportamentos em questão são: o formato da função, no caso uma reta;

¹ O multiplano é uma tecnologia educacional desenvolvida pelo professor Rubens Ferronato (2002), desenvolvido no conceito do Desenho Universal para o Ensino da Matemática e Estatística, que consiste em um quadro com furos igualmente espaçados, representando um plano cartesiano e as coordenadas; pinos e elásticos.

se a reta é crescente ou decrescente; identificação de pontos na reta e a capacidade de construir uma reta.

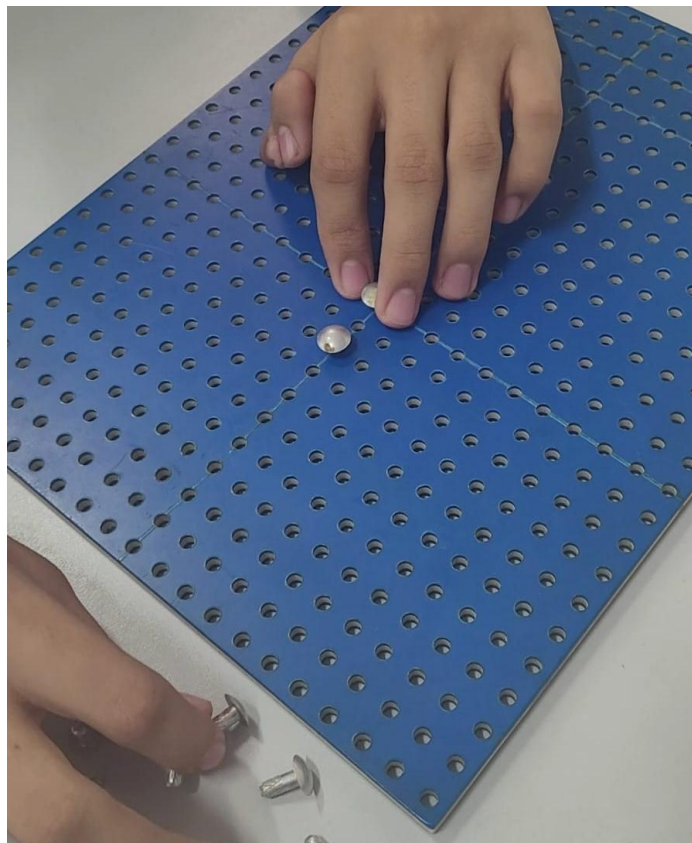
Ao tornar a manipulação dessas representações gráficas possíveis tornamos acessível ao estudante os processos que Duval (2012) chamadas de atividades cognitivas principais: Formação, Tratamento e conversão, que segundo o autor são processos essenciais para a compreensão do estudante acerca de objetos matemáticos. Caso o estudante não tenha acesso à medida alternativa como está, e siga utilizando gráficos desenhados no papel ou em telas de aparelhos eletrônicos, o mesmo perde a autonomia, não podendo participar, apropriadamente, dessas atividades cognitivas.

Propor atividades como essa contribui para a inclusão desses estudantes em sala de aula. A educação inclusiva é um grande desafio hoje em dia para a maioria dos educadores. Uma das maiores dificuldades que muitos estudantes com deficiência visual têm em aprender matemática está na falta de algumas representações semióticas dos objetos matemáticos, como ressalta Edneia Miranda (2016, p. 139), os professores privilegiam muito em suas aulas o sentido da visão e tem muita dificuldade em elaborar atividades que utilizem os demais sentidos. Essa dificuldade evidencia o desafio que a inclusão ainda representa. Apesar de as legislações representarem um avanço no sentido de incluir os estudantes com deficiência no sistema de ensino, ainda há muito o que ser trabalhado para que isso possa ser alcançado.

1.1. O MULTIPLANO

A tecnologia educacional Multiplano foi desenvolvida pelo professor Rubens Ferronato e apesar de simples possui uma gama muito poderosa de utilizações para o ensino de objetos matemáticos. O material consiste em uma placa que possui furos em linhas e colunas perpendiculares e igualmente espaçados. Nestes furos podem ser encaixados “pinos” que são feitos de rebites metálicos (Ferronato, 2002). Ao centro do quadro existe uma linha em alto relevo na vertical, representando o eixo das ordenadas Y, e outra perpendicular a primeira na horizontal, representando o eixo das abscissas X. Com esta configuração já é possível construirmos o plano cartesiano de coordenadas e começarmos a construir alguns objetos.

Figura 1 – O Multiplano



Descrição: A imagem mostra, o estudante posicionando pinos no multiplano, duas mãos interagindo com uma superfície azul perfurada, que contém pequenos orifícios organizados em um padrão regular. A superfície está dividida em quadrantes por linhas finas. Uma das mãos está posicionada no centro da superfície, manipulando um pino metálico prateado, enquanto a outra mão, localizada no canto inferior esquerdo, está segurando outro pino semelhantes. Vários desses pinos metálicos estão espalhados sobre a mesa branca, que compõe o fundo da imagem. O ambiente aparenta ser fechado, como uma sala de aula ou espaço de trabalho, com iluminação uniforme.

Acompanhando o quadro temos um conjunto de pinos que se encaixam aos furos, cada pino pode ser utilizado para representar coordenadas no plano; um conjunto de elásticos, que podem ser utilizados para representar linhas e alguns outros itens que representam diversos outros objetos matemáticos.

Esta tecnologia torna possível a manipulação, por parte do estudante, de representações semióticas que são majoritariamente imagéticas. Isto permite que o estudante com deficiência visual ganhe uma certa autonomia durante o seu aprendizado. Quando o estudante consegue por conta própria manipular os objetos matemáticos, e criar as suas próprias representações semióticas, ele é mais capaz de realizar todas as três atividades cognitivas: Formação, Tratamento e Conversão.

1.2. DAS QUESTÕES LEGAIS

Parte desse desafio também pode ser atribuída à disparidade entre o longo trajeto da educação inclusiva para pessoas com cegueira e os muito recentes avanços em relação

a legislações mais educacionalmente inclusivas. O histórico da educação de pessoas com cegueira tem como marco inicial o decreto nº1.428, de setembro de 1854, que funda o Imperial Instituto dos Meninos Cegos, que dá início a uma educação formal para pessoas com deficiência visual no Brasil. Esse instituto teve grande influência do jovem José Álvarez de Azevedo, que foi um jovem que teve acesso à educação na França e exerceu um papel importante para a instituição de educação para pessoas com deficiência visual (Mello e Machado, 2017).

Essa forma de educação apesar de importante para a história da educação de pessoas com deficiência, por fazer um avanço nos estudos da área e ter feito importantes contribuições, ainda representava uma educação de integração e não de inclusão, onde o estudante está integralizado no sistema educacional por frequentar instituições de ensino, sejam particulares ou pública, mas ainda não está incluído junto dos demais estudantes. Esse modelo perdurou até meados da década de 90, quando as discussões sobre educação inclusiva começaram a ser mais predominantes no mundo todo.

A Declaração de Salamanca em 1994, realizado durante a Conferência Mundial sobre Necessidades Educacionais Especiais, foi um marco para educação inclusiva onde ele institui que todas as crianças com deficiência devem ser acomodadas nas instituições de ensino regular e que devem ser tratadas com uma pedagogia centrada na criança (Salamanca, 1994). Assim como muitas outras legislações que a Tabela 1 demonstra.

Tabela 1 - Legislações da Pessoa com Deficiência.

PERÍODO	DOCUMENTOS
1993-2003	Plano Decenal de Educação (BRASIL, 1993).
1995	Parâmetros Curriculares Nacionais do MEC (BRASIL, 1997)
1996	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, com um capítulo sobre a educação especial (BRASIL, 1996).
1999	Decreto 3.298 de que regulamentou a Lei 7.853 de 1989 da Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência (BRASIL, 1999).
2001	Plano Nacional de Educação, com os objetivos e as metas para a educação das pessoas com necessidades educacionais especiais (BRASIL, 2001).
2001	Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (BRASIL, 2001).
2002	Resolução do Conselho Nacional de Educação, que institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação

- Básica, nível superior, cursos de licenciatura e de graduação plena (BRASIL, 2002).
- 2007 Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2008).
- 2008 Decreto 6.571, que dispõe sobre o atendimento educacional especializado (BRASIL, 2008).
- 2009 Decreto 6.949, que trata dos direitos das pessoas com deficiência e amparou a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2009).
- 2015 Lei nº 13.146, “destinada a assegurar e a promover, em condições de igualdade, o exercício dos direitos e das liberdades fundamentais por pessoa com deficiência, visando à sua inclusão social e cidadania”. Essa lei também institui o conceito de desenho universal tendo em vista um modelo de escola acessível para todos tanto em relação à arquitetura como aos recursos pedagógicos e tecnológicos, instituindo o papel do professor de apoio como um profissional de apoio escolar apto a exercer atividades ligadas à alimentação, higiene e locomoção de estudantes com deficiência, assim como atuar nas demais atividades escolares sempre que se fizer necessário (BRASIL, 2015).
- 2017 Reformulação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) que passou a tratar as pessoas com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento, superdotação ou altas habilidades nos termos corretos (BRASIL, 2017, p.39).

(Damaceno, p. 26-27, 2022)

É interessante ressaltar a importância das conquistas dos anos de 2001 e 2002 quando são estipulados objetivos e metas para a educação de pessoas com deficiência e quando são implementadas no currículo da formação inicial dos professores matérias que abordam a educação inclusiva. Apesar de muito importantes esses avanços legais, eles ainda são muito recentes, e a dificuldade em efetivar essas atividades em sala de aula pode se dar em parte por falta de práticas inclusivas na formação inicial e/ou continuada dos professores.

1.3.DAS QUESTÕES SOCIAIS

Do ponto de vista social, é importante ressaltar que a matrícula de estudantes com deficiência vem em um movimento crescente nos últimos anos. Conforme os dados de 2019-2023 do Censo Escolar do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em 2019 foram matriculados 1.250.967 estudantes com deficiência, ao passo que, em 2023, foram matriculados 1.771.430 estudantes com deficiência no Brasil. Esse aumento, de cerca de 41,6% em relação ao ano de 2019, é muito expressivo (INEP, 2023). Esses números absolutos não representam apenas um

crescimento proporcional ao crescimento geral das matrículas, representa também um aumento na proporção dos estudantes com deficiência em classes comuns, onde em 2019 92,7% dos estudantes com deficiência se matricularam em classes comuns, esse percentual aumenta para 95,0% em 2023 (INEP, 2023).

Tabela 2 - Crescimento nas matrículas

Ano	Número de Matrículas	% de matrículas em salas regulares
2019	1.250.967	92,7%
2023	1.771.430	95,0%

Fonte: Dados compilados pelo autor com base nas estatísticas fornecidas pelo INEP 2023.

Dentre estes, mais de um milhão e setecentos mil, estudantes com deficiência, 222.142 deles estão matriculados em turmas regulares de ensino médio. Em particular, mais de 17 mil estão matriculados em cursos de ensino médio técnico integrado, sendo 1.156 deles somente na região norte do Brasil. Em relação aos estudantes com deficiência visual, quase 90 mil desses estudantes com deficiência possuem alguma deficiência visual e 6.138 desses são estudantes com cegueira. Em especial, destacamos aqui que estão matriculados na região norte do país 816 estudantes com cegueira (INEP, 2023). Esse público é crescente nas classes regulares, o que evidencia a necessidade de uma melhor formação e uma melhor preparação de todos os professores em relação a esses estudantes.

Esses dados nos ajudam a entender que existe um público precisando de atendimento escolar e que este público é cada vez maior. Tanto o número de matrículas de estudantes com deficiência avança a cada ano como também cada vez mais estes estudantes estão sendo matriculados em turmas regulares de ensino. E quanto mais os estudos na área avançam mais estes estudantes alcançam níveis de ensino superior e os professores de ensino médio precisam estar preparados para receber estes estudantes.

1.4.DAS QUESTÕES ACADÊMICAS

Do ponto de vista da academia, esta pesquisa se mostra relevante por possuir traços de ineditismo, ao pesquisarmos nos bancos de teses e dissertações como: O Banco de Teses e Dissertações da CAPES, ou o Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) encontramos diversas pesquisas no campo da educação matemática inclusiva, porém poucas pesquisas que correlacionam a teoria dos Registros de Representações Semióticas com a educação de pessoas com deficiência visual.

Nesse levantamento foram encontrados oito trabalhos que correlacionam o ensino de matemática para pessoas com deficiência com a teoria de Duval, sendo que desses

apenas seis são para o ensino de pessoas com deficiência visual. Este levantamento bibliográfico está descrito em maiores detalhes no Capítulo II onde tratamos de cada uma das seis pesquisas que foram encontradas.

Tabela 3 – Dados das pesquisas encontradas

Autor	Ano	Tipo de pesquisa	Estado
Daiana Z. dos Anjos	2015	Dissertação	Santa Catarina
Elisabete M. Mello	2015	Tese	São Paulo
Elen Graciele Martins	2019	Tese	São Paulo
Pricila Basilio M. Lorencini	2019	Dissertação	Paraná
Karen P. Valencia Mercado	2020	Dissertação	São Paulo
Érica F. Moreira Damaceno	2022	Dissertação	Goiás

Fonte: Dados extraídos pelo autor nas pesquisas levantadas.

Após a realização deste levantamento bibliográfico ficou claro que existem poucas pesquisas relacionando a semiótica com o ensino de matemática para estudantes com deficiência visual e principalmente que existe uma escassez de trabalhos principalmente nas regiões norte e nordeste do país.

1.5. DA PESQUISA

Esta pesquisa pretende desenvolver formas de tornar mais dinâmico o processo de contato dos estudantes com as representações semióticas do objeto matemático e com isso investigar a contribuição da teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval na educação inclusiva de estudantes com deficiência visual, propondo uma sequência didática que envolva a tecnologia educacional Multiplano no ensino de polinômios do segundo grau para estudantes com deficiência visual. Esse tipo de pesquisa pode construir para a ampliação de práticas inclusivas para os professores de matemática e melhorar possivelmente a formação inicial e/ou continuada dos mesmos.

No Capítulo I trataremos sobre a teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval (2012), falaremos sobre os diferentes aspectos dessa teoria como as definições de Signos, Sistemas de Representação, Formação, Tratamento e Conversão. Além de fazer a correlação entre a teoria de Duval e o ensino de matemática para estudantes com cegueira.

No Capítulo II trataremos sobre uma breve revisão bibliográfica de trabalhos que correlacionam os estudos de Duval com a educação inclusiva, em especial para estudantes com cegueira.

No Capítulo III trataremos do objeto matemático Função Polinomial do Primeiro Grau. Neste capítulo, serão abordados os aspectos teóricos do que é esse objeto matemático, bem como será feita uma análise, sob a ótica da teoria de Duval (2012), das diferentes atividades cognitivas que são realizadas ao longo do processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

Em seguida, trataremos do percurso metodológico da pesquisa, onde será descrita a abordagem de análise de dados escolhida, o campo de pesquisa, os participantes, produção e coleta de dados, as atividades realizadas, as entrevistas e as questões legais e éticas.

Por fim, a análise de dados será apresentada em três categorias de análise, as quais foram subdivididas em duas subcategorias de análise, o que resulta em um total de seis subcategorias de análise de dados. É importante ressaltar que essas categorias e subcategorias foram delimitadas a partir dos dados produzidos em campo.

Tendo tudo isso em vista, esta pesquisa avaliou os estudos da teoria de Raymond Duval, com os trabalhos coletados nos bancos de dados e as atividades realizadas com o estudante para discorrer sobre as contribuições da abordagem semiótica com as práticas de ensino de matemática de forma mais inclusiva. Para compreender as possíveis contribuições dessa teoria para o campo da educação inclusiva é importante primeiro compreender alguns conceitos da Semiótica como Signo, Representação e Registro de representação, bem como as atividades cognitivas descritas por Duval: Formação, Tratamento e a Conversão.

CAPÍTULO I – TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE RAYMOND DUVAL

Neste capítulo será abordada a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval e os principais conceitos que sustentam esta pesquisa. Serão discutidos os conceitos de Representação Semiótica, Signo, Registro de Representação, Formação, Tratamento e Conversão.

Há uma palavra às vezes importante e marginal em matemática, é a palavra “representação”. Ela é, na maioria das vezes, empregada sob a forma verbal “representar”. Uma escrita, uma notação, um símbolo representam um objeto matemático: um número, uma função, um vetor... Do mesmo modo, os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo. Isto quer dizer que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele. De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos a longo termo, uma perda de compreensão e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou porque permanecem como representações “inertes” que não sugerem nenhum tratamento. (Duval, 2012)

Para Raymond Duval, os objetos e suas representação são coisas distintas entre si. As representações semióticas são as diferentes facetas de um mesmo objeto matemático. Os objetos matemáticos são de caráter essencialmente abstrato. Devido a esse caráter não concreto dos objetos matemáticos, os mesmos não podem ser acessados de forma material e nem observados de forma óptica. Assim como afirma Duval,

[...] as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias. De fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos “reais” ou “físicos”. É preciso, portanto, dar representantes. [...] (Duval, 2012).

Para acessar esses objetos, nos restam apenas os representar de maneira semiótica.

A palavra “abstrato” ou “abstração” precisa de uma atenção redobrada, pois caso não seja tratada com o cuidado necessário pode sintetizar duas ideias distintas, porem inseparáveis, essas ideias são as noções de **semiose** e **noesis**. A abstração pode ser separada em duas etapas: a) a produção de uma representação de algo abstrato, **semiose**; b) a apreensão conceitual de um objeto abstrato, **noesis**. E nessa divisão resta a pergunta, pode existir **noesis** sem **semiose**? Ou em outras palavras, é possível apreender conceitos abstratos sem produzir representações abstratas? Para Duval isso não é possível.

O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. Se é chamada “**semiose**” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “**noesis**” a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a **noesis** é inseparável da semiose.

O paradoxo cognitivo do pensamento matemático e as dificuldades que resultam para sua aprendizagem se dão pelo fato de que não há **noesis** sem **semiose** enquanto houver vontade de ensinar matemática, como se a semiose fosse uma operação desprezível em relação a **noesis**. (Duval, 2012)

Para Duval, os objetos matemáticos são intangíveis e abstratos e por conta disso só podem ser aprendidos e ensinados através das suas representações semióticas, não bastando apenas ter acesso a essas representações, mas sim, ser capaz de produzi-las. Mas afinal, o que são representações semióticas?

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (Duval, 2012)

As representações semióticas são como fotos de um jardim florido. Em cada foto é possível ver partes desse jardim, suas flores, árvores, o gramado, o céu azulado, as borboletas, insetos, as folhas secas e flores caídas ao chão. Porém, por melhores que essas fotos sejam, elas nunca vão captar e nem transmitir a completude da beleza desse jardim, cada foto apresenta apenas uma parte de sua beleza, um ângulo. Mesmo com fotos de cada pedaço desse jardim ainda não é possível ter a percepção de tudo que o compõem, ainda sim ficariam faltando as outras sensações que tornam esse lugar belo como o aroma das flores, a brisa agradável que sentimos na pele, o sol que nos aquece, o canto dos pássaros e ruídos das árvores ao vento. Tudo isso compõe o jardim e representação semiótica alguma pode captar essa beleza. Até mesmo este parágrafo é uma representação semiótica deste jardim, ao tentar descrever com palavras todos os elementos do jardim eu transmito a mensagem, porém apenas parte da mensagem, você não é capaz de saber a cor de cada flor, o tamanho do jardim e nem vários outros elementos que decidi ocultar em minha representação.

As representações, por melhores que sejam, nunca serão tão completas quanto o próprio objeto, porém quanto mais representações tivermos acesso, mais próximos do objeto representado nós estaremos. Para a matemática, as representações semióticas compõem parcela fundamental na compreensão de seus objetos. Diferentemente de um jardim florido que podemos visitá-lo um dia, os objetos matemáticos não possuem forma física, são completamente abstratos, frutos da criação da mente humana. Criações essas que, sim, passam por um processo histórico/social/cultural, que carrega consigo toda uma bagagem e marcas daqueles que a criaram, porém, ainda sim, apenas criações humanas, abstrações de objetos.

Em um de seus textos, Duval faz questionamentos sobre o paradoxo cognitivo que as representações semióticas geram. Se o objeto matemático for estudado somente pelas suas representações, como os estudantes não vão confundir os objetos com as suas

representações? E se os objetos são abstratos, como o estudante pode adquirir o domínio de tratamentos matemáticos sem essas mesmas representações, se esses conhecimentos são ligados a elas? (Duval, 2012). Nós adicionamos mais um questionamento a esse, como o estudante pode compreender esses mesmos objetos sem nunca ter acesso a essas representações? Tendo isso em vista, essa pesquisa correlaciona o entendimento da Teoria dos registros de representações semióticas com a necessidade de serem feitas as adequações para que o ensino de matemática seja acessível e inclusivo.

A teoria dos registros de representações semióticas do professor e filósofo francês Raymond Duval (2012) trouxe um panorama novo para se pensar a educação matemática. Para Duval, os objetos matemáticos, por se tratar de abstrações do pensamento humano, ou seja, objetos intangíveis, só podem ser acessados de forma parcial através do que ele chama de representações semióticas. Essa teoria tem três conceitos centrais: signos, representação e registro de representação.

Os **signos** são a forma mais básica de se apresentar um objeto matemático, eles fazem parte de um conjunto maior de signos usados para representar alguns conceitos. Podemos pensar em um objeto matemático basilar: os números. Para o número que representa a ideia de ‘uma unidade inteira’ podemos ter diversos signos distintos como: ‘um’, ‘1’, ‘I’, ‘.’ (número um em braille em tinta),  (número um em libras), ‘—’ (lê-se: ‘ichi’, ideograma japonês que significa um), etc. Para além da escrita, podemos pensar nos signos de outras maneiras como: gestos com a mão, a fala, objetos, etc. Sem essa forma mais básica de representação não seríamos capazes de fazer cálculos tão complexos.

As **representações** são um determinado conjunto de signos que possuem regras internas para a construção de uma determinada faceta de um objeto matemático. Ainda falando de números, podemos citar os algarismos arábicos ou indo arábicos (0, 1, 2, ...), que utilizamos até hoje, ou até mesmo os números romanos (I, II, III, IV, ...), onde cada uma dessas representações possui as suas próprias regras internas. Os algarismos indo-arábicos são lidos da esquerda para a direita (do maior para o menor), quando estão todos juntos, representando as centenas, dezenas e unidades respectivamente. Nos números romanos, por outro lado, cada símbolo possui um valor (I = 1, V = 5, X = 10) sendo lidos por meio de contas de soma ou subtração dos valores de cada um dos símbolos onde se somam os números até um total de 3 símbolos iguais e consecutivos e se subtrai os dois valores caso um número menor esteja à esquerda de um número maior.

Os **registros de representação** são a forma mais complexa e completa das representações semióticas. O registro de representação é uma representação que precisa cumprir as três atividades cognitivas fundamentais definidas por Duval: formação, tratamento e conversão.

A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado: enunciação de uma frase (compreensível numa língua natural dada), composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão de uma fórmula, etc. (Duval, 2012)

A **formação** de uma representação identificável é a atividade cognitiva mais básica de todas. Para que uma representação semiótica possa existir, ela precisa ser percebida e entendida por quem a 'lê'. Para um não falante da língua japonesa, por exemplo, '一' não significa nada além de um traço, para uma pessoa surda uma palavra sendo dita não é muito mais que um movimento labial e para uma pessoa com cegueira o desenho de um gráfico não muito mais do que uma folha de papel.

O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro. A paráfrase e a inferência são formas de tratamento em língua natural. O cálculo é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...). A reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas: é uma das numerosas operações que dá ao registro das figuras o seu papel heurístico. A anamorfose é uma forma de tratamento que se aplica a toda representação figural. (Duval, 2012)

O **tratamento** de uma representação semiótica é a manipulação dos diferentes signos seguindo sempre as regras internas de um determinado sistema de representação. A paráfrase de uma frase em português é um tratamento na nossa língua materna e uma simplificação de fração é um tratamento matemático. Para a solução de problemas matemáticos sempre passamos por diversos tratamentos.

A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter). A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. (Duval, 2012)

A **conversão** é a transformação de um tipo de representação para outro. Quando temos um enunciado de uma questão (seja escrito ou ditado) e escrevemos o problema em forma de uma equação fazemos uma conversão e ao traçarmos o gráfico dessa função fazemos uma segunda conversão. Para se ter domínio de um determinado objeto matemático é importante que o estudante possa fazer as mais diversas conversões entre as mais representações.

As três atividades cognitivas formam um processo cíclico na manipulação do objeto matemático. Para trabalhar o objeto matemático, este deve ter uma formação

identificável, essa representação deve ser tratada e posteriormente convertida em outra representação que deve ser formada de forma identificável e assim por diante. Para passar pelas diferentes representações de um objeto matemático, o estudante deve passar por esse processo cíclico de Formação/Tratamento/Conversão.

Tendo em mente os principais conceitos da Teoria de Duval é importante investigarmos como essa teoria é discutida na área da educação matemática com o foco na educação de pessoas com deficiência visual. Desse modo, o próximo capítulo faz um levantamento bibliográfico das teses e dissertações que abordam esta temática e discute como estas pesquisas conversam entre si.

CAPÍTULO II – A TEORIA DE RAYMOND DUVAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: Uma revisão bibliográfica

Neste capítulo, foi feito um levantamento bibliográfico de trabalhos relacionados, haverá uma pequena exposição de cada uma das pesquisas, bem como uma breve discussão. Este levantamento bibliográfico foi realizado nas plataformas: O Banco de Teses e Dissertações da CAPES, ou o Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Ao pesquisarmos pelo termo “cego” no Banco de Teses e Dissertações da CAPES encontramos 4749 pesquisas com esse termo ao longo do texto ou título. Ao restringirmos a pesquisa com os filtros de área de concentração: educação, ensino, ensino aprendizagem, matemática, ensino de ciências e matemática, educação especial, educação de adultos. Os resultados caem para 265, onde apenas 57 dessas pesquisas são de programas de Educação em Ciências e/ou Matemática. Em processo semelhante, pesquisamos “deficiência visual” e encontramos 1780 pesquisas. Ao adicionar os filtros de área de concentração e programas relacionados à Educação em Ciências e/ou Matemática, os resultados baixam para 516 e 110 respectivamente.

Por outro lado, ao relacionarmos alguns termos com o nome de Duval obtemos poucos resultados. Ao pesquisarmos por “cego” *and* “duval” encontramos apenas quatro resultados; “inclusão” *and* “duval”, cinco resultados; “cegueira” *and* “duval” e “deficiência visual” *and* “duval”, nenhum resultado. Durante o levantamento feito nos dois bancos, foram encontradas apenas oito pesquisas que relacionam educação em ciências e matemática, inclusão e representações semióticas. As pesquisas em questão são: Mercado, (2020); Anjos, (2015); Damaceno, (2022); Martins, (2019); Mello, (2015); Lorencini, (2019), esses seis primeiros são referentes a pesquisas com estudantes com cegueira, além desses têm Francisco (2018) que fala sobre o transtorno do espectro autista e Souza (2019) que fala sobre surdez. Tendo isso em vista, a pesquisa tem um potencial para a contribuição das discussões acadêmicas no campo.

É interessante notar que os termos “cego” e “inclusão” são mais relevantes para essa pesquisa do que os termos “cegueira” ou “deficiência visual”, que impactam menos nos resultados do levantamento.

2.1 DA TINTA AO BRAILLE: ANÁLISE DO REGISTRO DAS ATIVIDADES MATEMÁTICAS

A pesquisadora Karen Paola Valencia Mercado desenvolveu em sua dissertação de mestrado uma análise da transcrição de atividades de matemática da tinta ao braille,

sob a ótica da teoria de Duval. Em sua pesquisa (Mercado, 2020), transcreve algumas atividades do caderno do Aluno de matemática da Proposta Curricular do estado de São Paulo dos anos de 2009 a 2013. Após a transcrição, a autora analisou se a conversão de um sistema de representação para outro era equivalente, se trazia ganhos ou se havia omissões.

Em algumas das atividades, a pesquisadora notou que era possível converter quase que integralmente a atividade da tinta ao braille sem muitas perdas ou acréscimos, um exemplo disto foi a atividade dois na situação de aprendizagem cinco. Nesta atividade é apresentada uma tabela onde o estudante deve completá-la com os dados corretos. Na primeira linha vem um exemplo para que o estudante saiba como devem ser preenchidos os demais espaços.

Figura 2 – Tabela Atividade Dois Situação Cinco

2. Complete a tabela a seguir:

Número de participantes	Número de flores que cada um vai receber	Total de flores
3	2	$3 \cdot 2 = 6$
4		
5		
6		
11		
x		
y + 1		

(Mercado, p.55, 2020)

Descrição: A imagem apresenta uma tabela organizada em três colunas. Acima da tabela, há uma instrução: "2. Complete a tabela a seguir:". Na primeira coluna, intitulada "Número de participantes", estão os valores 3, 4, 5, 6, 11, x e y + 1. A segunda coluna, intitulada "Número de flores que cada um vai receber", começa preenchida com o número 2, enquanto as demais células estão vazias. Na terceira coluna, intitulada "Total de flores", há uma fórmula no primeiro campo: $3 \cdot 2 = 6$, indicando o total de flores para o primeiro caso.

Após a conversão para o braille a pesquisadora aponta que houve poucas omissões, como a primeira linha da primeira coluna, de onde vem em tinta escrito "Número de participantes" e enquanto na questão em braille foi reduzida para apenas "Participantes". Além disso, houve algumas pequenas adições onde, sempre que um número aparece, ele é acompanhado por um símbolo em braille que indica se tratar de números e não de letras.

Figura 3 – Transcrição em Braille da Tabela Atividade Dois Situação Cinco



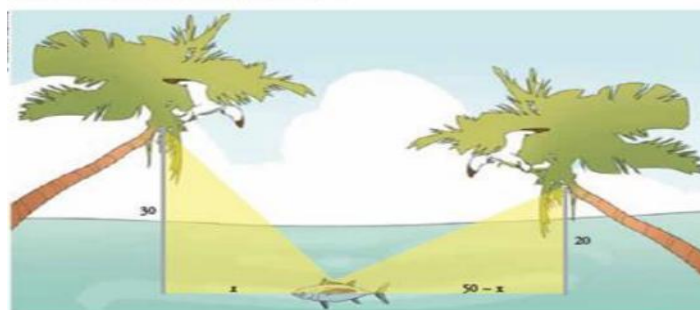
(Mercado, p.56, 2020)

Descrição: Folha de papel em branco com escrituras em braille. Foi desenhado em alto-relevo a tabela e preenchida de acordo com a tabela em tinta da atividade.

Em outras atividades, a conversão não é tão direta quanto nesta primeira. Uma dessas atividades é a questão b da atividade 1 da situação de aprendizagem 6, a qual o objeto matemático estudado são as “equações do 2º grau” (Mercado, 2020). A atividade em seu enunciado descreve uma situação que envolve o teorema de Pitágoras. O enunciado vem acompanhado de uma ilustração do problema descrito. A pesquisadora transcreveu o enunciado em braille e, em seguida, converteu a ilustração para braille.

A Situação possui o seguinte enunciado: b) Em ambas as margens de um rio existem duas palmeiras, uma em frente à outra. A altura de uma é 30 côvados: a da outra, 20. A distância entre seus troncos é de 50 côvados. Na copa de cada palmeira está um pássaro. Subitamente, os dois pássaros descobrem um peixe que apareceu na superfície da água. Os pássaros lançam-se sobre ele e o alcançam no mesmo instante. Qual é a distância entre os troncos da palmeira maior e o peixe?

Figura 4 – Atividade Um Situação Seis²

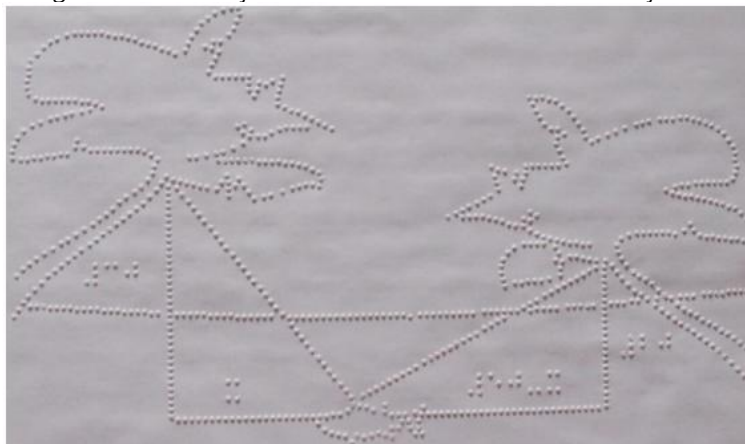


(Mercado, p. 69, 2020)

² A figura 3 não aparece em sua integridade nesse trecho devido a sua descrição. Decidimos por recortar o enunciado da situação e colocá-lo no corpo do texto para que a descrição da imagem se restrinja apenas à ilustração.

Descrição: A imagem é um desenho que mostra uma cena ao ar livre, próxima ao mar, com duas palmeiras, uma em cada lado, em primeiro plano, inclinadas em direção ao centro. As palmeiras têm troncos marrons e folhas verdes. No meio, sob a água azul-clara, há um peixe, nadando entre as palmeiras. Linhas amarelas partem de cada palmeira em direção ao peixe, formando dois triângulos retângulos com as alturas das palmeiras em relação a água e a distância delas até o peixe. No tronco da palmeira à esquerda, há uma medida marcada com o número 30, e na palmeira à direita, a medida marcada é 20. Na base do triângulo à esquerda, há uma medida marcada por x , e no da direita, a medida marcada é $50-x$. Ao fundo, o céu é azul, com algumas nuvens brancas, complementando o cenário costeiro e tropical.

Figura 5 – Transcrição em Braille da Atividade Um Situação Seis



(MERCADO, p. 70, 2020)

Descrição: Folha de papel branca com escritos em braille. Foi desenhada a figura anterior em alto-relevo da questão e os elementos textuais estão escritos em braille.

Em sua análise, a pesquisa aponta que na conversão da ilustração para o braille podem se perder vários elementos significativos para a compreensão do estudante, um dos elementos que se perde nessa conversão são os pássaros, por exemplo. A pesquisadora também expressa uma preocupação sobre se a representação em braille é ao menos identificável para o estudante com cegueira. Ela se questiona se o estudante, ao tatear o desenho, em relevo, de um coqueiro, vai ao menos conseguir compreender do que se trata.

Por conta de apontamentos como este, Mercado (2020) destaca que isso pode prejudicar a autonomia do estudante com cegueira:

Percebe-se, então, que as atividades não foram planejadas para uma execução individual do aluno cego, de maneira autônoma. Para sua realização, o aluno necessitará de auxílio, mas não em aspectos matemáticos, mas sim de interpretação. Também destaca-se que, diante disso, seria bastante pertinente que os professores de Matemática pudessem ter conhecimento do braille. (Mercado, p.126, 2020)

Nos entendemos que o sistema de representação que o braille permite serve a uma função que é majoritariamente de escrita, quando utilizado para outras formas de representação, como a representação de imagens em alto-relevo, pode gerar problemas na formação de uma representação identificável, não somente isso, como o braille também uma linguagem que ocupa muito mais espaço na folha, caso isso não seja levado em consideração, pode ser necessário fazer uma série de supressões no texto em braille e prejudicando o sentido original das atividades.

Esses fatores podem contribuir na limitação da autonomia do estudante, para Duval (2012) para que um estudante aprenda ele tem que ser capaz de realizar as atividades cognitivas por conta própria, essa limitação na autonomia do estudante não permite que essas atividades sejam realizadas, dificultando assim a aprendizagem. Além disso, o braille possui algumas limitações de manuseio para algumas atividades. No caso da atividade de preencher a tabela, o estudante precisaria ler a tabela em braille em um lado da folha, virar a folha para posicionar a reglete e só assim escrever a resposta. Sem contar que esta atividade é difícil de ele realizar sozinho, pois é necessário que a sua reglete esteja bem alinhada com a tabela.

2.2 DA TINTA AO BRAILLE: CÓDIGO MATEMÁTICO UNIFICADO PARA A LÍNGUA PORTUGUESA

A pesquisadora Daiana Zanelato dos Anjos em sua dissertação de mestrado faz a análise de dois documentos, o Código matemático Unificado da Língua Portuguesa e o Livro Didático transcrito em Braille, que estavam sendo utilizados em uma turma de 9º no do ensino fundamental junto a um estudante com cegueira. A pesquisadora buscou em sua análise verificar a existência do fenômeno da não-congruência semântica descrito por Duval (2003, 2004, 2011) citado por Anjos (2015) e quais as possíveis influências que este fenômeno pode ter no estudante e no professor.

Para poder analisar a congruência semântica da transição ao braille a autora três, conforme a teoria de Duval, três critérios para a congruência semântica. O primeiro critério, que fala da congruência semântica de cada elemento significativo, é preciso verificar se cada unidade significativa possui outra unidade significativa correspondente no outro sistema de representação. Por exemplo, no número dezoito, que pode ser escrito em algarismos, 18. As unidades significantes por extenso podem ser separadas em “dez” e “oito” enquanto os algarismos podem ser separados em “1” e “8” e dessa forma podemos perceber a correspondência de unidades significantes (Anjos, p. 78, 2015).

Figura 6 – Congruência Semântica



(Anjos, p. 78, 2015)

Descrição: No topo, está o número "18" em preto, centralizado. Abaixo dele, partem duas setas pretas inclinadas, que apontam para dois textos em letras maiúsculas. À esquerda, está escrito "DEZ", e à direita, "OITO".

Esse é um exemplo que cumpre com os três critérios da congruência semântica, mas podemos pensar também no número vinte e quatro que não cumpre com o primeiro critério de congruência semântica com a sua representação em numerais "24". Enquanto a representação em língua natural possui três unidades significantes: "vinte", "e" e "quatro", o numeral possui apenas dois: "2" (que representa a dezena) e "4" (que representa as unidades). Apesar disso, ele cumpre com os outros dois critérios. O segundo critério indica que cada par de unidades que se relacionam possui significado correspondente e, para o terceiro critério, essas relações aparecem na mesma ordem.

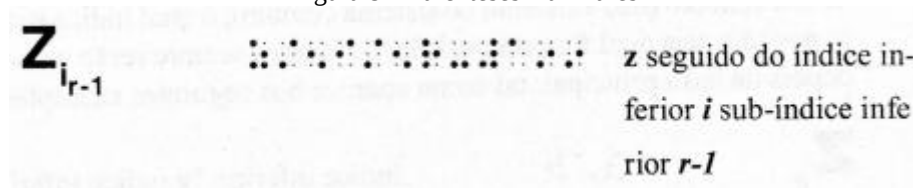
Não cumprir com os critérios de congruência semântica podem levar ao fenômeno da não-congruência semântica. Quando o número vinte e dois não cumpre com o primeiro critério, ele pode gerar a interpretação de que se tratam de dois números diferentes, o número "vinte" e o número "dois".

Esse é um exemplo que cumpre com os três critérios da congruência semântica, mas podemos pensar também no número vinte e quatro que não cumpre com o primeiro critério de congruência semântica com a sua representação em numerais "24". Enquanto a representação em língua natural possui três unidades significantes "vinte", "e" e "quatro", o numeral possui apenas dois: "2" (que representa a dezena) e "4" (que representa as unidades). Apesar disso, ele cumpre com os outros dois critérios, o segundo critério indica que cada par de unidades que se relacionam possuem significado correspondente e, para o terceiro critério, essas relações aparecem na mesma ordem.

Não cumprir com os critérios de congruência semântica podem levar ao fenômeno da não-congruência semântica. Quando o número vinte e dois não cumpre com o com o

parênteses auxiliares foi para retirar a ambiguidade da leitura e assumir como correta a primeira leitura incorreta pontada anteriormente.

Figura 8 – Parênteses Auxiliares



(Brasil, p. 26, 2006)

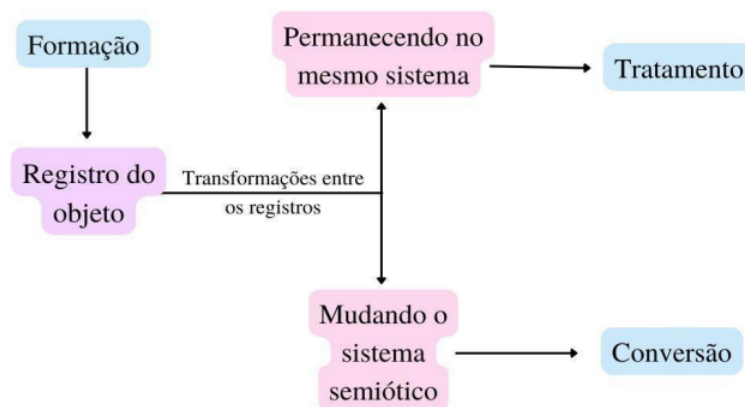
Descrição: Escrito em linguagem matemática: Z ; índice inferior de z , i ; índice inferior de i , r menos um. Transcrito em braille: z , índice inferior, abre parêntese auxiliar, i , índice inferior, abre parêntese auxiliar, r , menos um, fecha parêntese auxiliar, fecha parêntese auxiliar. Escrito em língua natural: z seguido do índice inferior i sub-índice inferior $r-1$.

2.3 Um Estudo Sobre as Representações Semióticas em Geometria

Em sua dissertação de mestrado a pesquisadora Érica Francielle Moreira Damaceno investigou como os estudantes com deficiência visual interagem com diferentes registros de representação semiótica e como se articulam com atividades envolvendo o Teorema de Pitágoras (Damaceno, 2022). Essa pesquisa, foi realizada através de entrevistas com estudantes com cegueira e professores, e gerou dois materiais didáticos, sendo eles, um podcast e um livro.

A autora descreve a Formação de uma representação como sendo uma etapa inicial onde é criado um registro de um objeto matemático quando ele é evocado. O tratamento é descrito como uma transformação dentro de um mesmo sistema de registros semióticos. Por fim a conversão é a transformação para outro sistema de registros.

Figura 9 – Esquema: Formação, Tratamento, Conversão.



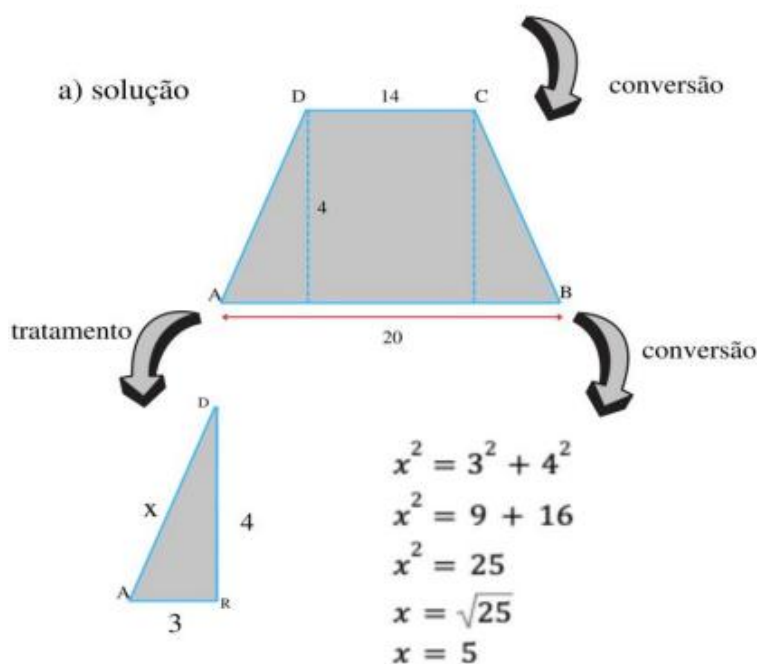
(Damaceno, p. 75, 2022)

Descrição: Gravura de um esquema iniciando na FORMAÇÃO ligado ao REGISTRO DO OBJETO onde a TRANSFORMAÇÃO ENTRE REGISTROS se divide em duas partes: PERMANECENDO NO MESMO SISTEMA resultando em TRATAMENTO e MUDANDO O SISTEMA SEMIÓTICO resulta em CONVERSÃO.

Na Figura 8 a autora exemplifica, utilizando um esquema, como é o processo que o estudante passa para a resolução de um problema e mais à frente na Figura 9 ela demonstra com uma atividade de geometria. Nesta atividade é solicitado que o estudante calcule a medida de um dos lados de um trapézio. Para realizar essa atividade o estudante precisa realizar uma conversão para passar da representação escrita do enunciado para uma representação geométrica, realizar um tratamento na representação geométrica para poder fazer uma conversão para uma representação algébrica e, por fim, encontrar a medida solicitada.

Figura 10 – Exemplo de Tratamento e Conversão.

A figura é um trapézio isósceles, no qual as medidas indicadas estão expressas em centímetros. Nessas condições determine:
a) a medida x de cada lado não paralelo do trapézio.



Portanto, a medida de cada lado não paralelo é igual a 5

(Damaceno, p. 75, 2022)

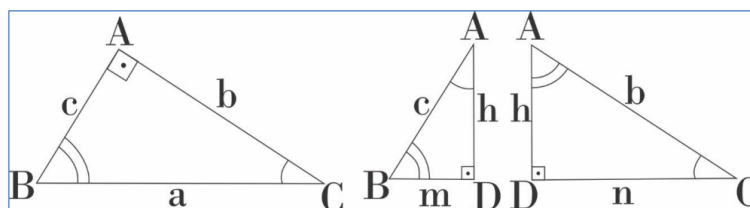
Descrição: Na figura, um problema resolvido envolvendo um trapézio isósceles, a conversão está indicada na passagem do enunciado para a figura e também da figura para o cálculo numérico. E o tratamento está indicado na modificação do trapézio.

Essa série de conversões é algo que Duval aponta como sendo um grande indicativo da aprendizagem do estudante. Mas a autora destaca que a Conversão é uma atividade diferente e independente do Tratamento e que um problema matemático pode ser resolvido sem realizar Conversões.

Duval destaca a Conversão como uma atividade cognitiva interessante para o aprendiz pois como é possível notar pelo exemplo essas diferentes representações não só revelam diferentes tratamentos possíveis para esse objeto como podem proporcionar explicações de diferentes aspectos do mesmo objeto matemático. Portanto, a capacidade de converter um registro de representação para outro, revela uma maior compreensão do objeto estudado.

A autora faz uma série de demonstrações do teorema de Pitágoras sempre realizando adaptações com materiais táteis e fazendo várias recomendações de como trabalhar essas demonstrações em sala de aula. Uma dessas demonstrações parte do conceito de semelhança de triângulo e as relações métricas do triângulo retângulo. A demonstração começa pela conceitualização do que é a semelhança de triângulos, em seguida apresenta a Figura 10 que separa um triângulo retângulo em dois outros triângulos, todos semelhantes entre si.

Figura 11 – Relações métricas no triângulo retângulo.



(Damaceno, p. 88, 2022)

Descrição: Representação de um triângulo de lados a, b e c, e o mesmo triângulo dividido de forma que resulte em dois triângulos retângulos um de lados c, h e m e outro de lados b, n e h. Observando que os lados m e n foram obtidos a partir do lado a do triângulo e o lado h corresponde a altura do triângulo.

Tendo isso em vista é possível afirmar que:

$$\triangle ABC \sim \triangle DAB \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{h} = \frac{c}{m}$$

então temos:

$$(1) a.h = b.c \quad (1) a.h = b.c$$

$$(2) b.m = h.c \quad (2) b.m = h.c$$

$$(3) a.m = c^2 \quad (3) a.m = c^2$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DAC \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{h} = \frac{b}{n}$$

então temos:

$$(4) a.h = b.c$$

$$(5) b.h = c.n$$

$$(6) a.n = b^2$$

$$\triangle DAB \sim \triangle DCA \Leftrightarrow \frac{c}{b} = \frac{h}{n} = \frac{m}{h}$$

então temos:

$$(7) c.n = b.h$$

$$(8) h^2 = m.n$$

$$(9) b.m = c.h$$

de (3) e (6) temos que:

$$b^2 + c^2 = a.n + a.m = a(m + n)$$

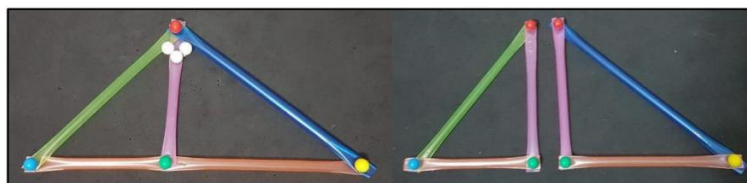
Como $m + n = am + n = a$, então:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Como queríamos demonstrar.

A adaptação que a autora traz para os estudantes com cegueira é a construção das formas geométricas em alto relevo. Utilizando isopor, canudos e alfinetes a pesquisa construiu as mesmas formas geométricas da Figura 10 assim como é possível verificar na Figura 11.

Figura 12 – Representação tátil das relações métricas do triângulo retângulo.



(Damaceno, p. 89, 2022)

Descrição: A imagem apresenta dois triângulos retângulos feitos com canudinhos coloridos, dispostos lado a lado sobre um fundo de EVA preto. No triângulo da esquerda, os canudinhos possuem as seguintes cores: azul formando o lado inclinado à direita, verde compondo o lado inclinado à esquerda, e marrom na base. No centro do triângulo, há um canudinho roxo vertical conectando a base, formando um ângulo de 90°, ao vértice superior, com três pequenos alfinetes com cabeças circulares brancas anexados na parte superior da haste roxa representando os ângulos. Os vértices dos triângulos são conectados por pequenos alfinetes de cabeças circulares coloridos: amarelo, vermelho, verde e azul. No triângulo à direita, as cores das hastes são idênticas, mas há uma haste roxa adicional no centro, que divide o triângulo em dois triângulos retângulos menores, criando figuras simétricas com as duas linhas verticais.

Dentre as orientações a pesquisadora sugere que seja reforçada o conceito de semelhança de triângulos antes de realizar a demonstração, permita os estudantes tatear as figuras e nomear cada um dos lados e vértice antes da atividade, oriente o estudante a imaginar o triângulo sendo dividido bem no seguimento da altura antes de mostrar a figura em que estão separados e por fim depois que os triângulos já estão separados nomear os novos segmentos.

2.4 Os Estilos de Pensamento Matemático: Sistemas de Equações Lineares

A tese da pesquisadora Elen Graciele Martins analisa atividades realizadas por um estudante cego do 9º ano do Ensino Fundamental, tendo como objeto matemático os sistemas de equações lineares. A autora analisa, os dados produzidos, conciliando a teoria dos estilos de pensamento de matemático proposta por Rita Borromeo Ferri (2004, 2012) e a Teoria dos Registros de representação semiótica, visão e visualização de Raymond Duval (1993, 1995, 1999). Seu estudo conclui que devido a especificidade do estudante com cegueira é necessária uma adequação à alguns conceitos de Ferri.

A pesquisadora apresenta diversas atividades para o estudante Tulio que possui deficiência visual. Nestas atividades ela observa qual o estilo de pensamento que o estudante apresenta para resolver os sistemas de equações lineares. No primeiro problema que dizia “A soma entre a idade de Carlos e o dobro da idade de Lúcia é 125 anos. Qual é a idade de Lúcia, sabendo que ela tem o dobro da idade de Carlos?” Tulio decide realizar a “construção de uma tabela utilizando o método da tentativa e erro.” e realizar a seguinte construção.

Quadro 1 – Tabela de resolução analítica

C – Carlos		L – Lucia			
C		L		TOTAL	
10		20		30	
40		80		120	
41		82		123	
42		84		126	
C		L+L		TOTAL	
C		L+L		C+L+L	
C		L+L		C+L+L+L+L	
C		L+L		TOTAL	
10		20		10+10+10+10+10	50
15		30		15+15+15+15+15	75
20		40		20+20+20+20+20	80
25		50		25+25+25+25+25	125
Resposta: Lucia tem 50 anos					

Fonte: Adaptado de Martins 2019

Com isso a pesquisadora conclui:

Para a resolução do problema 1, nosso sujeito de pesquisa optou pelo uso de uma tabela, realizando uma conversão da representação em língua materna para a representação tabular. Nesse exercício, identificamos a preferência pelo estilo de pensamento analítico, pois Túlio utilizou os dados do problema para

construir uma sequência lógica de pensamento, que pode nos dar a ideia da formulação de uma tabela. (Martins, 2019, p. 137)

Sobre o processo de aprendizagem de Tulio a pesquisadora observa algumas barreiras relacionadas ao acesso do estudante as formas de representação. Uma dessas barreiras é a impossibilidade de o estudante ler os comandos por conta própria, por não ter acesso ao braille e a atividade estar representada em tinta. Em uma das atividades “houve a necessidade de ler a questão 7 vezes” para que o estudante pudesse realizá-la.

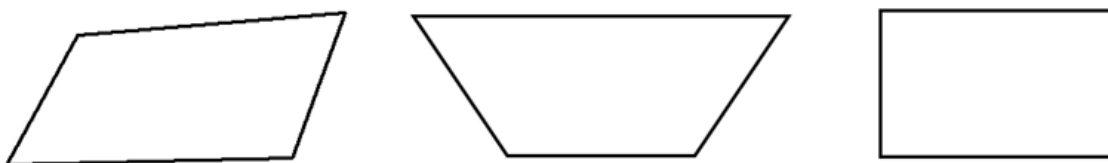
2.5 A Visualização de um Objeto Geométrico por Alunos Cegos

Em sua tese a pesquisadora Elisabete Marcon Mello por meio de entrevistas com estudantes cegos de um colégio estadual investigou como eles reconheciam e trabalhavam com representações de objetos geométricos e quais as possibilidades desses estudantes criarem representações que eles consigam perceber.

Durante suas investigações a pesquisadora questiona os estudantes sobre como é a percepção deles sobre determinados objetos geométricos. Algumas das respostas são por exemplo sobre o retângulo “O aluno 1 descreveu o retângulo como sendo “um quadrado irregular, porque os lados não são iguais”. Perguntamos, então, ao aluno 1 o que era um quadrado e ele respondeu que era quando os quatro lados eram iguais.” (Mello, 2015) ou então sobre a circunferência “O aluno 2 descreveu a circunferência como um círculo, redondo, sem cantos.” (Mello, 2015).

Em outro momento a pesquisadora apresenta objetos em relevo para que os estudantes possam tocar e reconhecer qual objeto geométrico a pesquisadora estava solicitando. A pesquisadora apresenta figuras como na Figura 13 e solicita para que os estudantes encontrem qual delas é o retângulo.

Figura 13 – Figuras em relevo



Fonte: Mello, 2015

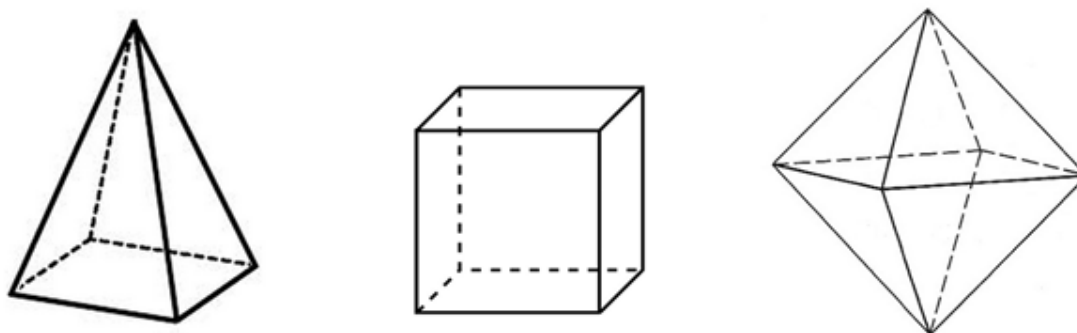
Descrição: A imagem mostra três figuras geométricas simples desenhadas em preto sobre um fundo branco, dispostas lado a lado em uma linha horizontal. À esquerda, há um quadrilátero irregular inclinado, com lados opostos diferentes e não paralelos. No centro, há um trapézio isósceles com uma base maior e outra menor, unidas por lados inclinados. À direita, encontra-se um retângulo, com dois pares de lados iguais e ângulos retos.

E após tocar “O aluno 2 respondeu que a terceira figura representava o retângulo porque tinha dois lados opostos iguais e explicou que a primeira e a segunda figuras não podiam ser retângulos porque tinham lados inclinados.” (Mello, 2015). É interessante notar que os estudantes não haviam feito nem uma menção anterior sobre aspectos como

ângulos internos ou paralelismo de reta e mesmo assim conseguiram identificar corretamente o retângulo.

Quando a pesquisadora apresentou para os estudantes representações em perspectiva de objetos tridimensionais eles, em um primeiro momento, conseguiram reconhecer apesar de uma certa dificuldade. Foi dado aos estudantes um cubo para que eles manipulassem e depois solicitado que reconhecessem dentre as figuras qual que representava o objeto que eles acabaram de manipular.

Figura 14 – Objetos 3D em relevo



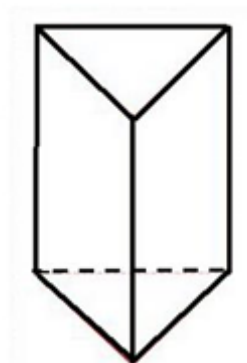
Fonte: Mello, 2015

Descrição: A imagem apresenta três formas geométricas tridimensionais desenhadas com linhas pretas sobre um fundo branco, organizadas lado a lado em uma linha horizontal. À esquerda, há uma pirâmide com base quadrada, com suas arestas desenhadas em linhas sólidas e tracejadas para indicar profundidade. No centro, encontra-se um cubo, com suas faces representadas parcialmente por linhas tracejadas. À direita, está um octaedro, que se assemelha a dois sólidos piramidais unidos pela base, também com linhas tracejadas para ilustrar as arestas internas.

Os estudantes conseguiram identificar corretamente que o segundo objeto da Figura 14 representava o cubo, mas não sabiam justificar exatamente os motivos. “O aluno 1 indicou o segundo desenho como sendo a representação do cubo e justificou dizendo que era o único no qual ele identificou os lados retos.” (Mello, 2015). “O aluno 2 indicou o segundo desenho como sendo a representação do cubo e justificou dizendo que parecia mais quadrado do que os outros dois.” (Mello, 2015).

Em seguida a pesquisadora inverte a atividade e pede que os estudantes tateiem uma representação em relevo e digam qual o objeto que está sendo representado em perspectiva. Desta vez os estudantes não tem tanto sucesso em descrever o objeto que é apresentado na Figura 15.

Figura 15 – Prisma de base triangular em relevo



Fonte: Mello, 2015

Descrição: A imagem apresenta uma figura geométrica tridimensional desenhada com linhas pretas sobre um fundo branco. A forma consiste em um prisma com base retangular na parte superior, que se conecta a uma pirâmide invertida na parte inferior. As arestas da figura são delineadas com linhas sólidas, exceto por uma linha tracejada que atravessa horizontalmente a parte inferior do prisma, indicando separação ou profundidade.

A Figura 15 mostra um prisma triangular e os estudantes relataram que “Mesmo virando o desenho em diversas posições, o aluno 1 não identificou algo que pudesse ser reconhecido por ele. O aluno 2 achou que parecia uma casinha de cabeça para baixo.” (Mello, 2015). Nem um dos estudantes conseguiu identificar corretamente a figura representada em perspectiva.

No total foram realizadas 5 entrevistas com quatro estudantes diferentes. Na última das entrevistas, que foi realizada com apenas um dos quatro participantes, a pesquisadora propôs que estudante tentasse construir a representação de um objeto geométrico adequada para a resolução de um problema. Essa interação levou a criação de um instrumento para que os estudantes cegos pudessem realizar os desenhos em relevo, esse instrumento foi chamado de Prancha de Desenho em Relevo Positiva.

2.6 Possibilidades Inclusivas do Diálogo Entre os Estudantes Videntes e Com Deficiência Visual

Em sua dissertação a pesquisadora Pricila Basilio Marçal Lorencini abordou o objeto matemático Função Polinomial do Primeiro Grau com o objetivo de investigar as possibilidades inclusivas de uma sequência didática com estudantes do 2º ano do ensino médio de um colégio da rede pública. Nessa sequência didática a pesquisadora organizou a turma, ao longo de oito aulas, em duplas para resolverem atividades de forma conjunta.

Em sua investigação a pesquisadora faz registros em vídeo, cujo o áudio é transcrito. Um registro particularmente interessante é da primeira dupla de estudantes intituladas A1, uma estudante vidente, e B1, uma estudante com baixa visão. Em uma das primeiras atividades é apresentado uma série de gráficos e solicitado que as duplas

identificassem qual daqueles poderia ser o gráfico da Função Polinomial do Primeiro Grau.

Quadro 2 – Atividade c).

A aluna A1 lê o item c:

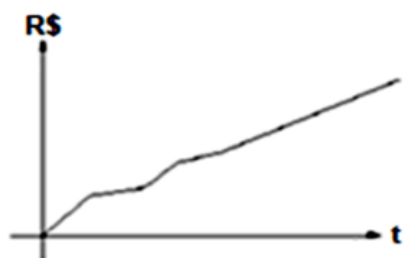
c) Analisem os gráficos abaixo: qual deles melhor representa o valor a ser pago em relação ao tempo que o cliente permanece no computador? Justifiquem a resposta em todos os gráficos.



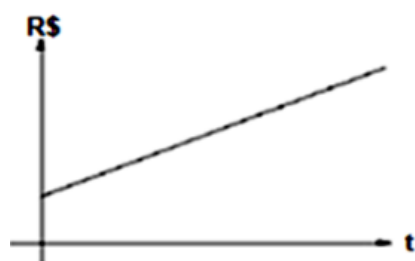
Justificativa



Justificativa



Justificativa



Justificativa

Adaptado de Lorencini, p. 81, 2019.

No Quadro 2 a atividade apresenta quatro gráficos. O primeiro é uma curva semelhante a curva logarítmica, inicia com um crescimento acelerado até atingir um platô.

O segundo gráfico apresenta uma linha reta e crescente que inicia na origem do gráfico. O terceiro apresenta uma curva composta por várias retas de inclinações distintas. O quarto apresenta uma linha reta que inicia acima da origem.

Tabela 4 – Interação entre a primeira dupla.

Transcrição das falas dos alunos	Conceitos mobilizados
A aluna A1 ajuda a aluna B1 a “visualizar” o primeiro gráfico que está transcrito em braille e feito em relevo conduzindo seus dedos sobre os eixos e sobre a linha (barbante) que representa o comportamento do gráfico, neste caso uma curva. Em seguida, lê novamente o item c: A1: Você acha que é esse? B1: Não. A1: Não, por quê? Silêncio por alguns instantes. A1: Você sabe explicar? B1: Não. A1: Será que é porque ele continua indo reto? B1: É... A aluna A1 registra a resposta lendo em voz alta. A1: Pode ser? B1: Pode. A1: Agora o outro gráfico. Aluna A1 indica qual é o segundo gráfico que irão analisar e a aluna B1 já busca “visualizar” sozinha o comportamento dele. A1: Este está indo reto. Pode dizer que sim? Sim ou não? B1: Sim... A1: Por quê? Silêncio por alguns segundos. A1: Porque a linha continua subindo em linha reta... A aluna A1 registra a resposta. A1: Agora este gráfico. A aluna A1 indica qual é o terceiro gráfico que irão analisar e a aluna B novamente busca “visualizar” sozinha o comportamento dele. A1: Você acha que pode ser ou não? B1: Não... A1: Por quê? Por que não pode ser? Silêncio por alguns segundos. A1: Eu acho que é porque tem curvas. B1: É... é porque tem curvas. A aluna A1 registra a resposta. E indica qual é o quarto gráfico que irão analisar e a aluna B1 “visualiza” sozinha o comportamento dele. A1: Este pode ser?	Reconhecimento da representação gráfica da Função Afim. Forma operatória e indícios da forma predicativa do conhecimento.

B1: Não... A1: Tá... agora por quê? A aluna A1 mostra o comportamento do gráfico em relevo para a aluna B1. Silêncio por alguns segundos. A aluna A1 começa a escrever a resposta e depois lê o que escreveu em voz alta para a aluna B1 dar sua opinião sobre o que foi escrito. A1: “Talvez, porque mesmo que esteja a linha começando a partir de um número acima de 1, pode ser considerado possível o gráfico.” Quer mais alguma coisa? B1: Não.	
--	--

Adaptado de Lorencini, p. 81-82, 2019.

Na Tabela 1 é possível notar como a interação das estudantes fornece bastante material para análise. Além disto, é perceptível que a dupla possui uma compreensão de como são as representações gráficas de uma Função Polinomial do Primeiro Grau, já que as duas classificaram as funções dois e quatro como possíveis.

2.7 Possibilidades de Diálogos

A revisão bibliográfica é capaz de nos fornecer uma imagem de como um certo campo de pesquisa está se desenvolvendo. Neste caso é possível notar que existem pesquisas relevantes para a Educação Matemática na perspectiva da Educação Inclusiva. Analisando as teses e dissertações encontradas podemos notar um diálogo entre as pesquisas. Os trabalhos de Anjos (2015) e Mercado (2020), por exemplo, dialogam bem ao discutirem as transcrições de atividades da tinta para o braile e como isso pode afetar a compreensão do assunto pelo estudante com deficiência visual.

Um conceito basilar para o trabalho de Anjos é o fenômeno da não-congruência semântica. Que é um dos critérios que Duval utiliza para indicar quando uma conversão de um sistema de representação para outro tem alguma perda de sentido ou quando possui algum elemento extra. Quando a conversão é de um para um, onde cada signo de uma representação possui um único outro signo na outra representação, dizemos que esta conversão é semanticamente congruente, quando isso não ocorre, caímos no fenômeno descrito. Este fenômeno pode ou não trazer prejuízos para a compreensão, mas é importante que o professor tenha consciência de quando isso ocorre para que ele possa se preparar para eventuais barreiras no entendimento que seus estudantes possam encontrar.

Já Mercado (2020) discute o assunto em outros termos. A pesquisadora afirma que

apesar do braile não cumprir com a univocidade semântica terminal, já que em muitos momentos para representar um único caractere em tinta são utilizados dois ou mais caracteres em braile, este mantém a congruência semântica, pois, caso seja escrito conforme as normas não traz prejuízo de significado em relação a representação em tinta.

Enquanto Mercado (2020) analisa as possíveis incongruências semânticas da conversão ao braile, Anjos (2015) traz para a discussão outros prejuízos que vão além da boa escrita em braile. Um material em tinta com 26 páginas dobra de tamanho, para 52 páginas, ao ser convertido ao braile. Além do peso extra, um estudante com deficiência visual terá muito mais dificuldade para folhear este livre do que um estudante vidente e isto pode ser uma barreira para o aprendizado do mesmo Anjos (2015).

Para Mello (2015) como o estudante cego percebe os objetos geométricos pelo tato, ele acaba tendo acesso a eles através de seus contornos, que muitas vezes não representam de maneira fiel às suas representações em tinta que possuem preenchimento e sombras. As representações de objetos tridimensionais podem não fazer muito sentido para estudantes com deficiência visual por ele não terem contato com esse tipo de representação. A pesquisadora evidencia isto quando percebe em uma de suas entrevistas que “[...] um aluno que não conhecia o formato do ônibus em que viajava todos os dias.” (Mello, 2015, p.130).

De acordo com Damasceno (2022) para um estudante com deficiência visual é essencial “Um recurso tátil, acompanhado de uma descrição coerente [...] para a aprendizagem de objetos geométricos” (Damasceno, 2022, p. 110). Viabilizar o contato do estudante com representações táteis através de materiais manipuláveis potencializa a capacidade deles de realizar construções mentais. A pesquisadora reforça que com a ajuda dos Atendimento Educacional Especializado (AEE) o professor pode realizar estas atividades com matérias concretos, mas que mesmo sem essa ajuda ainda é possível utilizar matérias presentes em sala de aula para realizar algumas destas atividades, como as próprias paredes da sala servindo para mostrar como é um ângulo de 90°.

As duas pesquisadoras convergem no entendimento de que as representações táteis e manipuláveis são parte indispensável do processo de aprendizagem de geometria pelos estudantes com deficiência visual, porém, divergem sobre as representações tridimensionais em alto relevo. Mello (2015) assume que não obteve resultados satisfatórios em relação a representações de objetos em três dimensões quando realizadas em alto relevo no papel, mas não descarta a possibilidade de utilização para o ensino de

geometria espacial. Damasceno (2022) também não obteve resultados positivos com esse tipo de representação e acredita que objetos manipuláveis como sólidos geométricos sejam mais adequados para a aprendizagem desses conceitos.

Compreendendo as possibilidades de diálogos entre as pesquisas levantadas passaremos a investigar mais profundamente o objeto matemático específico desta pesquisa. O capítulo a seguir tratará dos principais conceitos da Função Polinomial do Primeiro Grau e suas articulações sob o olhar da Semiótica de Duval.

CAPÍTULO III – A FUNÇÃO POLINOMIAL DO PRIMEIRO GRAU

Neste capítulo, vamos discorrer sobre o objeto matemático Função Polinomial do Primeiro Grau. Para isso, utilizaremos o livro *A Matemática do Ensino Médio Volume 1* do professor Elon Lages Lima et. al. Abordaremos esse objeto de modo a evidenciar ao longo do texto as atividades cognitivas necessárias para a explicação de cada conceito, dessa forma sempre que for necessário realizar uma Formação, Tratamento ou Conversão será explicitado no texto, fazendo assim a correlação do referencial teórico com o objeto tratado. Além disso, será feita uma descrição de qual atividade foi proposta para cada parcela desse objeto.

Antes de falamos de funções, alguns conceitos anteriores são importantes de serem ressaltados, o primeiro deles é o conceito de produto cartesiano, sobre isso Elon escreve que:

O produto cartesiano $X \times Y$ de dois conjuntos X e Y é o conjunto $X \times Y$ formado por todos os pares ordenados (x, y) cuja primeira coordenada x pertence a X e cuja segunda coordenada y pertence a Y . Simbolicamente:

$$X \times Y = \{(x, y); x \in X, y \in Y\}.$$

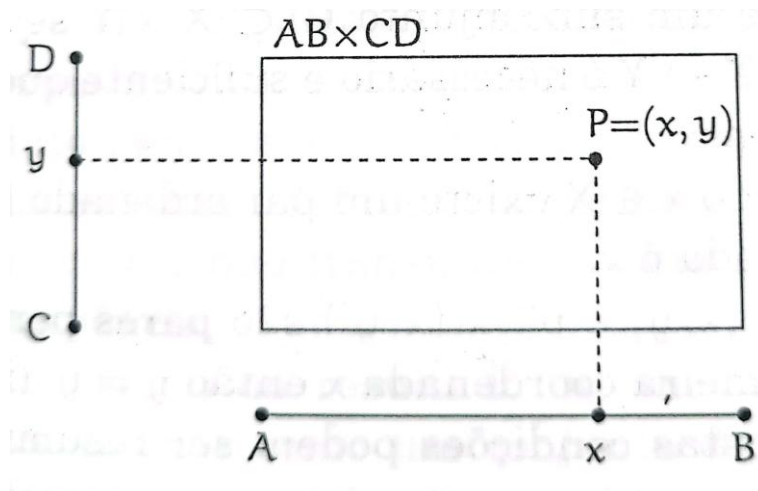
(Lima et. al. p.78-79, 2006)

O entendimento desse conceito é importante para a construção do plano cartesiano. Mais a frente o autor dá um exemplo de produto cartesiano:

Exemplo 1. Sejam AB e CD segmentos de reta. O produto cartesiano $AB \times CD$ pode ser interpretado como um retângulo, na forma indicada pela figura. Tomamos AB e CD perpendiculares e cada elemento $(x, y) \in AB \times CD$ é representado pelo ponto P , interseção das perpendiculares AB e CD tiradas pelos pontos x e y respectivamente. (Lima et. al. p.79, 2006)

Esse exemplo é seguido de uma da Figura 16:

Figura 16 – Produto cartesiano de $AB \times CD$



(Lima et. al. p. 79, 2006)

Descrição: A imagem apresenta um desenho em preto e branco de um retângulo disposto em um fundo branco. Os vértices do retângulo estão identificados pelas letras A, B, C e D, organizados no sentido horário. O lado superior do retângulo é rotulado como " $AB \times CD$ ", sugerindo uma relação entre suas dimensões. Ao lado esquerdo do retângulo, uma reta, vertical e paralela ao lado do retângulo, é identificada por DC e

abaixo do retângulo, uma reta horizontal e paralela ao lado do retângulo, é identificada como AB. Interno ao retângulo à direita, um ponto identificado como "P" aparece marcado com coordenadas (x, y). Linhas pontilhadas partem do ponto P em direção às bordas do retângulo, e terminando nas retas paralelas DC e AB, indicando a posição do ponto no interior do retângulo.

De modo geral, um produto cartesiano é uma operação entre dois conjuntos que gera um terceiro conjunto, onde os elementos desse novo conjunto são pares ordenados na forma $P(x, y)$.

Em um primeiro momento, quando o autor faz a primeira definição de produto cartesiano de maneira formal, como sendo uma relação entre dois conjuntos onde os elementos são um par ordenado, essa primeira definição ele realiza a primeira atividade cognitiva que é uma Formação de uma representação identificável, quando ele faz uma segunda Formação, ao transpor isso em uma escrita sintética na linguagem matemática, ele realiza a terceira atividade que é a Conversão. Essa conversão se caracteriza ao transpor um conceito de um sistema de representação, a língua materna portuguesa, para outro sistema de representação, a linguagem matemática.

Em um segundo momento, quando ele dá um exemplo descrevendo de forma descritiva, ele realiza uma Formação e, ao transpor isso em um gráfico, ele realiza uma conversão. Novamente percebemos a presença dessas duas atividades cognitivas, dessa vez o autor transpõe da língua materna para uma representação pictográfica. A ausência da segunda atividade cognitiva se dá por conta da dispensabilidade de manipular tais representações.

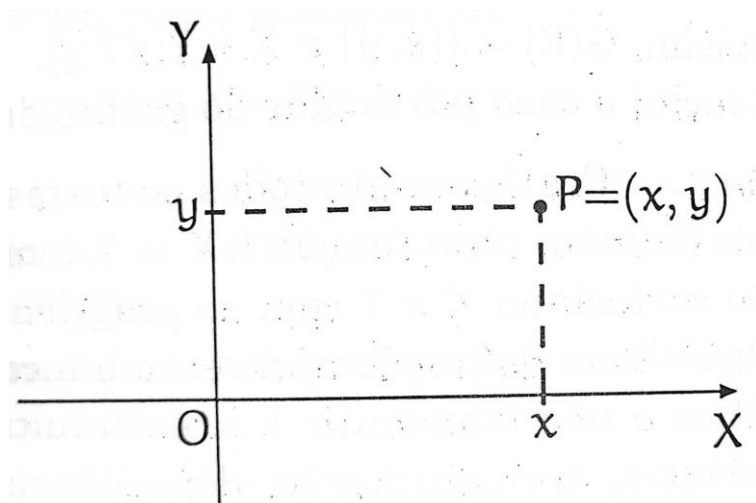
3.1. Produto Cartesiano e o Plano de Coordenadas

O conceito de produto cartesiano é valioso para o estudo de funções, pois ele é basilar para a construção de coordenadas reais, onde normalmente são trabalhadas as funções. O autor trata disso mais adiante da seguinte maneira:

$\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ é o exemplo mais importante de produto cartesiano pois, afinal de contas trata-se do caso particular que deu origem à ideia geral. Os elementos (x, y) de $\mathbb{R}^2$ são, naturalmente, os pares ordenados de números reais. Eles surgem como as coordenadas cartesianas de um ponto P no plano Π (x = abscissa, y = ordenada) quando se fixa nesse plano um par de eixos ortogonais OX e OY, que se intersectam no ponto O, chamado a origem do sistema de coordenadas.” (Lima *et. al.* p.79, 2006)

Esse texto é seguido da seguinte ilustração:

Figura 17 – Plano cartesiano, produto cartesiano $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$



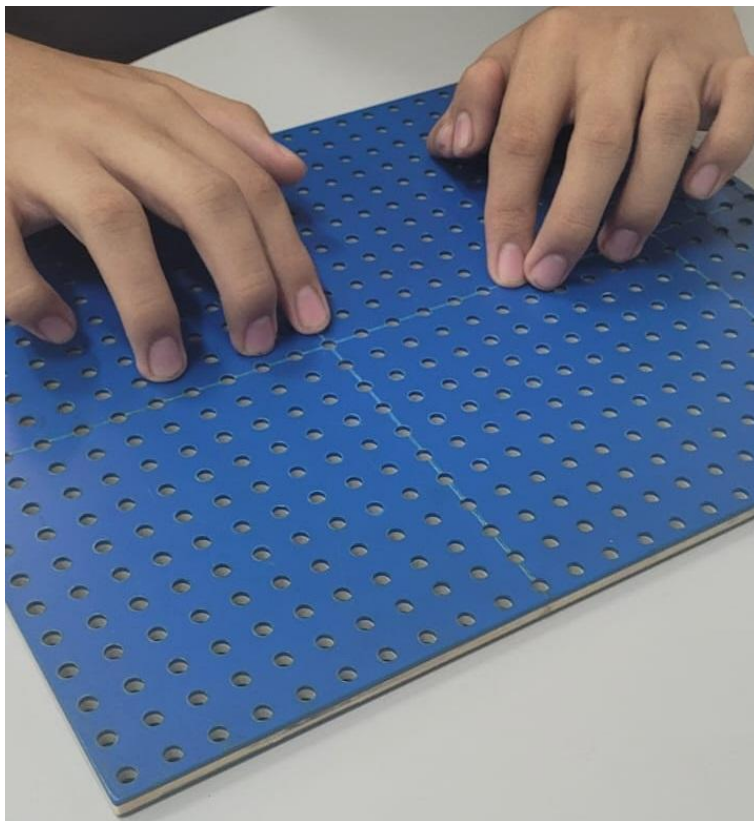
(Lima *et. al.* p. 82, 2006)

Descrição: A imagem mostra um gráfico cartesiano desenhado em preto e branco, com os eixos X e Y destacados. O eixo horizontal é rotulado como "X", e o eixo vertical como "Y". No ponto de interseção entre os dois eixos, há uma marcação com a letra "O", indicando a origem. Um ponto específico, identificado como "P" com coordenadas (x,y), está localizado no plano, à direita e acima da origem. Linhas pontilhadas partem do ponto P, uma na direção horizontal em direção ao eixo Y e outra na direção vertical em direção ao eixo X, indicando as projeções do ponto nas duas dimensões.

Aqui são notórias as atividades cognitivas de Formação e de Conversão, quando o autor transpõe o conceito descrito em uma imagem. De modo sintético, o conceito de produto cartesiano é basilar para a construção do plano cartesiano de coordenadas, que por sua vez é essencial para a construção do estudo das funções.

Para os fins desse trabalho, o plano de coordenadas que foi utilizado não foi $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, o dos reais em duas dimensões, e sim $\mathbb{Z}^2 = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, dos inteiros em duas dimensões. Isso se dá devido à natureza da tecnologia educacional utilizada. O multiplano é constituído por um quadro com vários furos igualmente espaçados, com duas ranhuras perpendiculares ao centro do quadro. Utilizando as ranhuras como os nossos eixos x e y, o quadro como o plano e os furos como as coordenadas, a ferramenta nos limita a trabalhar com números naturais e/ou racionais. Os números irracionais ficam um pouco distantes da forma como a ferramenta representa as coordenadas. Devido a isso, as atividades foram desenvolvidas visando os conjuntos imagem e domínio, das funções estudadas, como pertencentes aos números inteiros.

Figura 18– Foto do multiplano

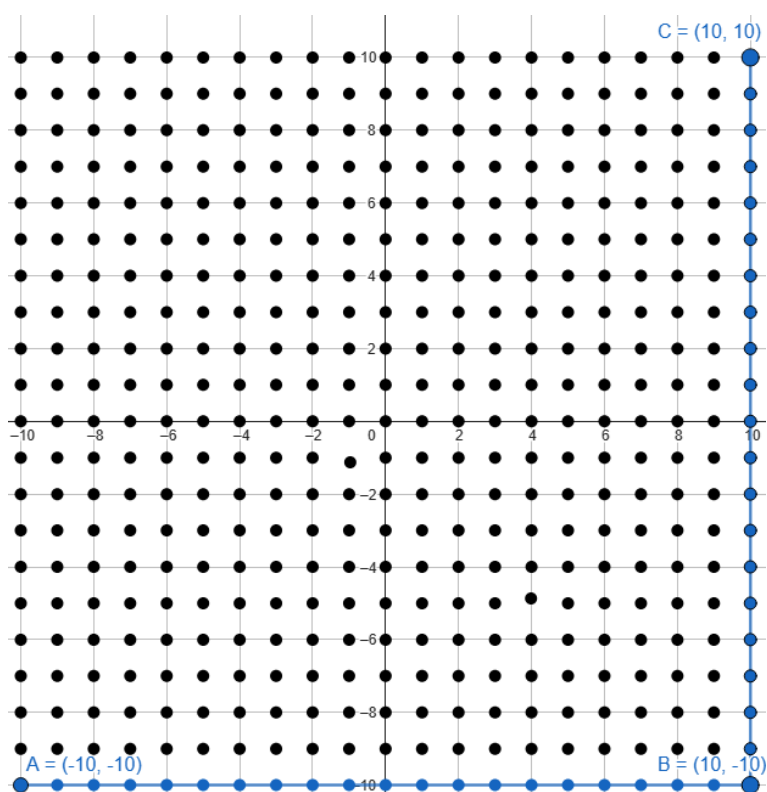


(Acervo da Dissertação, 2024)

Descrição: A imagem mostra as duas mãos do estudante posicionadas sobre o multiplano que é uma superfície azul perfurada, que apresenta pequenos orifícios organizados em linhas e colunas regulares, formando um padrão simétrico. A superfície é feita de um material sólido e plástico, com bordas lisas, e está dividida em quadrantes por linhas finas em relevo. O fundo é uma mesa branca, lisa e limpa. O ambiente é uma sala de aula fechada, iluminada por luz artificial uniforme.

Para ser mais preciso, o multiplano possui onze furos na vertical e onze furos na horizontal, onde as ranhuras que representam os eixos passam bem ao centro tanto na vertical quanto na horizontal. Desse modo, de forma semelhante ao Exemplo 1, ao considerarmos os pontos $A(-10, -10)$, $B(10, -10)$ e $C(10, 10)$, temos que o produto cartesiano que define o nosso plano é $AB \times BC = \{(x, y); x \text{ e } y \in \mathbb{Z}\}$. Em outras palavras, os pontos que podemos utilizar no nosso plano são todos os números inteiros de -10 até 10 nos dois eixos, assim como mostra a figura 18.

Figura 19 – Representação do multiplano



(Acervo da Dissertação, 2024)

Descrição: A imagem exibe um plano cartesiano detalhado, formado por uma grade de pontos pretos dispostos em um padrão uniforme sobre um fundo branco. Os eixos X e Y são destacados com linhas grossas e marcados em incrementos de -10 a 10. As extremidades do plano têm coordenadas específicas em azul: o ponto A = (-10, -10), no canto inferior esquerdo, o ponto B = (10, -10), no canto inferior direito, e o ponto C = (10, 10), no canto superior direito. Os pontos pretos menores formam uma malha de referência ao longo do plano, enquanto os pontos A, B e C são acompanhados pelos segmentos de reta azul AB e BC que demarcam o contorno inferior e direito do gráfico.

Com o intuito de guiar o estudante a conhecer o plano cartesiano, foi proposta uma atividade dividida em quatro etapas: reconhecimento dos eixos, localização da origem do plano, localização de pontos solicitados e identificação de pontos pré-determinados. As três primeiras atividades eram realizadas em todos os encontros, sendo as duas primeiras realizadas de forma mais direta solicitando que o estudante localizasse os eixos e a origem para darmos início as atividades, e a terceira era muitas vezes de forma indireta através da própria natureza das atividades propostas. O estudante, ao conseguir realizar essas atividades, pratica as primeiras atividades cognitivas, a formação. Evidenciando que esta representação semiótica é acessível e identificável.

3.2. Gráfico de uma Função

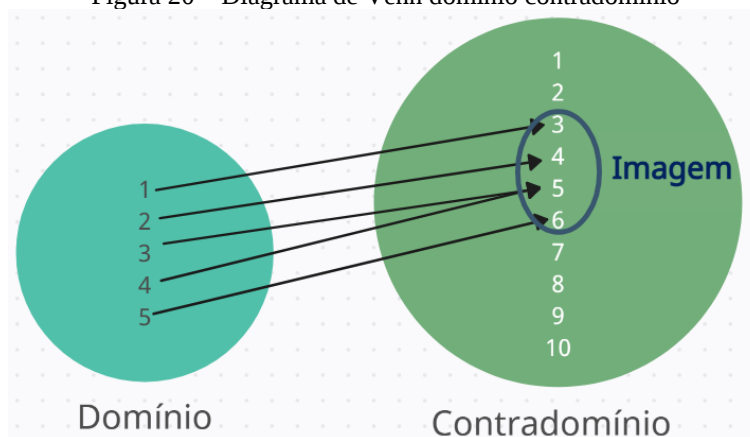
Nesse momento, Lima passa a descrever o gráfico de uma função. O autor descreve o gráfico de uma função, um subconjunto do produto cartesiano onde essa função está presente. De modo que, os pares ordenados desses pontos possuem x

pertencentes a X e $y = f(x)$ (Lima et. al. p. 80, 2006). Em particular, para isso configurar uma função, o autor destaca duas condições:

G1. Para todo $x \in X$ existe um par ordenado $(x, y) \in G$ [o subconjunto do produto cartesiano] cuja primeira coordenada é x . G2. Se $p = (x, y)$ e $p' = (x, y')$ são pares pertencentes a G com a mesma coordenada x então $y = y'$ (isto é, $p = p'$). (Lima et. al. p. 80, 2006)

Mais adiante, Lima explica que essas duas condições podem ser resumidas em uma que seria a condição de que para cada x que pertence a X , temos que só existe um único valor de y que pertence Y correspondente no subconjunto da função. Esse conceito é comumente explicado nos livros didáticos através dos diagramas de Venn, que são outro sistema de representação semiótica.

Figura 20 – Diagrama de Venn domínio contradomínio

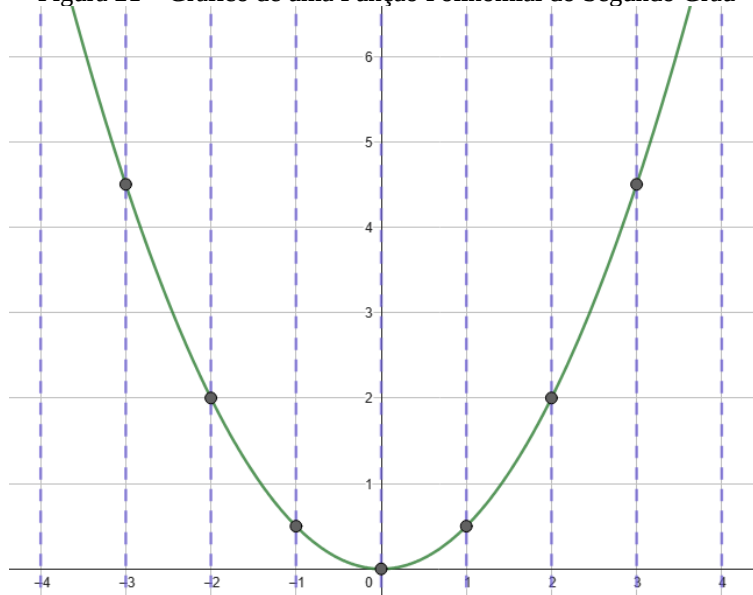


(Acervo da Dissertação, 2024)

Descrição: Diagrama de Venn com dois conjuntos representados por elipses. A imagem apresenta dois círculos um azul e outro verde sobre um fundo branco com pequenos pontos cinza claros. À esquerda, está um círculo menor, identificado como "Domínio", contendo os números de 1 a 5 alinhados verticalmente em preto. À direita, há um círculo maior, denominado "Contradomínio", com números de 1 a 10, também alinhados verticalmente. Setas pretas partem de cada número no "Domínio" e apontam para os números 3, 4, 5 e 6 no "Contradomínio", que estão destacados por um contorno oval azul escuro e rotulados como "Imagem". Esse destaque indica uma relação entre os conjuntos. As relações entre os números do domínio e da imagem são as seguintes: 1 para 3, 2 para 4, 3 e 4 para 5 e 5 para 6.

Aqui nessa representação temos o primeiro conjunto sendo o domínio da função seria o nosso conjunto X , o segundo conjunto o contradomínio será nosso conjunto Y , os elementos de Y que recebem setas são os elementos da imagem da função e será nosso subconjunto G e por fim as setas são as relações da função que geram os pares ordenados. É importante notar aqui que todos os elementos de X são origem de somente uma seta. Também é interessante notar que os elementos de Y podem receber mais de uma única seta, além de que nem todos os elementos de Y precisam necessariamente fazer parte de G . Esse entendimento é importante para a construção de conceitos como o de continuidade de função, injeção e bijeção. Para os fins desta pesquisa, foram utilizadas apenas funções contínuas e injetoras. Outra representação muito comum para exemplificar essas condições é a comparação de gráficos.

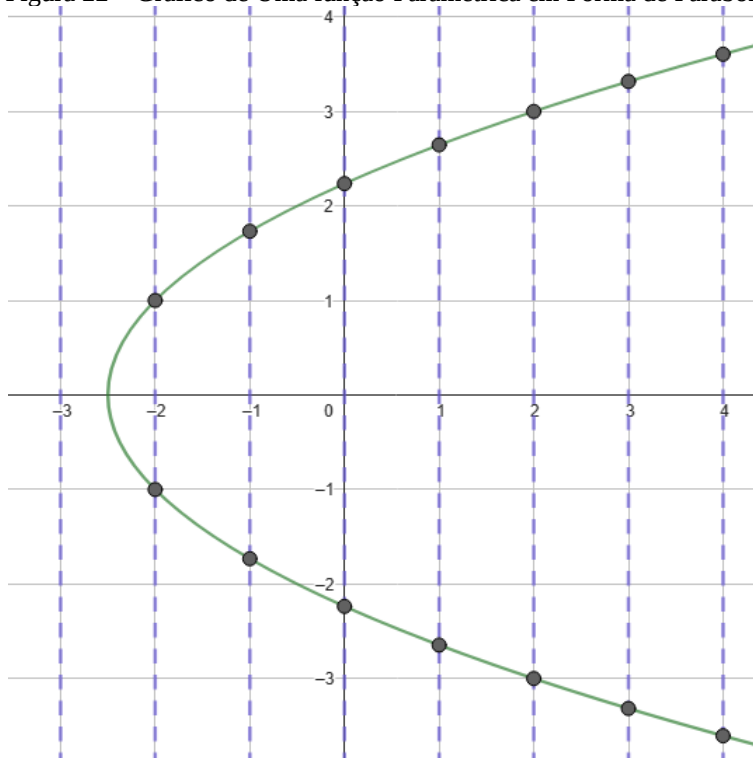
Figura 21 – Gráfico de uma Função Polinomial do Segundo Grau



(Acervo da Dissertação, 2024)

Descrição: A imagem apresenta um gráfico com fundo branco dividido por linhas finas verticais e horizontais, criando uma grade uniforme. No centro, há uma curva verde suave, uma parábola com formato de "U" e concavidade voltada para cima, que se abre para cima. A curva é simétrica em relação ao eixo vertical, passando pelo ponto de origem (0,0) e tocando outros pontos destacados por círculos pretos ao longo do gráfico. Esses pontos estão uniformemente espaçados. As linhas verticais, tracejadas em roxo, indicam que para cada valor de x existe um único outro valor de y correspondente. O eixo horizontal é marcado de -4 a 4, enquanto o eixo vertical é numerado de 0 a 6.

Figura 22 – Gráfico de Uma função Paramétrica em Forma de Parábola



(Acervo da Dissertação, 2024)

Descrição: A imagem apresenta um gráfico com fundo branco dividido por linhas finas verticais e horizontais, criando uma grade uniforme. No centro, há uma curva verde suave, uma parábola com formato de "U" e concavidade voltada para direita, que se abre para cima. A curva é simétrica em relação ao eixo horizontal, tocando outros pontos destacados por círculos pretos ao longo do gráfico. Esses pontos estão uniformemente espaçados. As linhas verticais, tracejadas em roxo, indicam que para alguns valores de x existem mais de um y correspondente. O eixo horizontal é marcado de -3 a 4, enquanto o eixo vertical é numerado de -3 a 4.

As duas imagens assim demonstram gráficos formados por equações parabólicas, mas somente o gráfico da Figura 20 representa uma função. Isso se dá pelo fato de que na Figura 21 as linhas verticais tocam a curva em dois pontos diferentes, o que aqui representaria que um único valor de x geraria dois valores distintos para y , ou que duas setas saem do mesmo elemento do domínio, ou por fim, que existem dois pares ordenados $p(x, y)$ e $p'(x, y')$ onde $y \neq y'$, isso é, que $p \neq p'$.

3.3. Função Polinomial do Primeiro Grau

É importante ressaltar de início que existe uma diferença entre as nomenclaturas utilizadas pelo referencial teórico e o que utilizamos nesta pesquisa, por conta disto consideramos importante a explicitação do porquê. Aqui neste Capítulo utilizaremos o termo Função Afim, pois é a forma que o autor trata, o trabalho foi construído em torno do conceito de Função Polinomial do Primeiro Grau. A diferença entre essas nomenclaturas varia dentro das literaturas da área, mas nesta pesquisa trataremos essa diferença devida à Função Afim permitir que o coeficiente 'a' possa assumir o valor de zero, o que gera uma função constante, enquanto a Função Polinomial não permite. Lima trata desse tópico da seguinte forma:

A maioria dos textos escolares refere-se à função afim como “função do primeiro grau”. Essa nomenclatura sugere a pergunta: o que é o grau de uma função? Função não tem grau. O que possui grau é um polinômio. (Quando $a \neq 0$, a expressão $f(x) = ax + b$ é um polinômio de primeiro grau.) O mesmo defeito de nomenclatura ocorre também com funções quadráticas. [...] Elas muitas vezes são chamadas, incorretamente, “funções do segundo grau”. (Lima et. al. p.92, 2006)

Por conta disso, existe essa diferença nesse trecho do texto em relação a essas nomenclaturas, porém, como as atividades desenvolvidas foram feitas levando em consideração que o coeficiente angular seria sempre diferente de zero, achamos por bem manter a nomenclatura de Função Polinomial do Primeiro Grau.

Nesse último momento, chegamos ao conceito de Função Afim, seu formato e seus comportamentos. Lima descreve que “Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.” (Lima et. al., p. 87, 2006). É importante lembrar que as atividades desta pesquisa são realizadas

levando em consideração apenas os números inteiros. Mais adiante, o autor descreve que as funções podem ter um comportamento crescente ou decrescente: “Uma função afim é decrescente quando a sua taxa de crescimento (o coeficiente a) é positiva, decrescente quando é negativa [...]” (Lima et. al., p. 88, 2006).

Exemplificando, no contexto desta pesquisa, o que foi discutido neste capítulo, vamos construir o gráfico da função $f(x) = 2x + 1$, onde $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ e $D[-10, 10]$ e $\text{Im}[-10, 10]$. Isso é uma função onde os valores de x são os inteiros de -10 a 10 e os valores de y são os inteiros de -10 a 10. Em primeiro lugar, vamos construir o plano onde esta função está. Isto é, o produto cartesiano de $AB \times BC = \{(x, y); x \text{ e } y \in \mathbb{Z}\}$ onde $A(-10, -10)$, $B(10, -10)$ e $C(10, 10)$, a representação gráfica desse produto é igual à Figura 19.

Para encontrar quais pontos fazem parte do gráfico da função, podemos utilizar a técnica da substituição de pontos. Escolhemos um valor de x que faça parte do nosso domínio, substituímos na função e encontramos o valor da sua imagem no conjunto do contradomínio. Ao considerarmos $x = -5$ temos que:

$$f(x) = 2x + 1$$

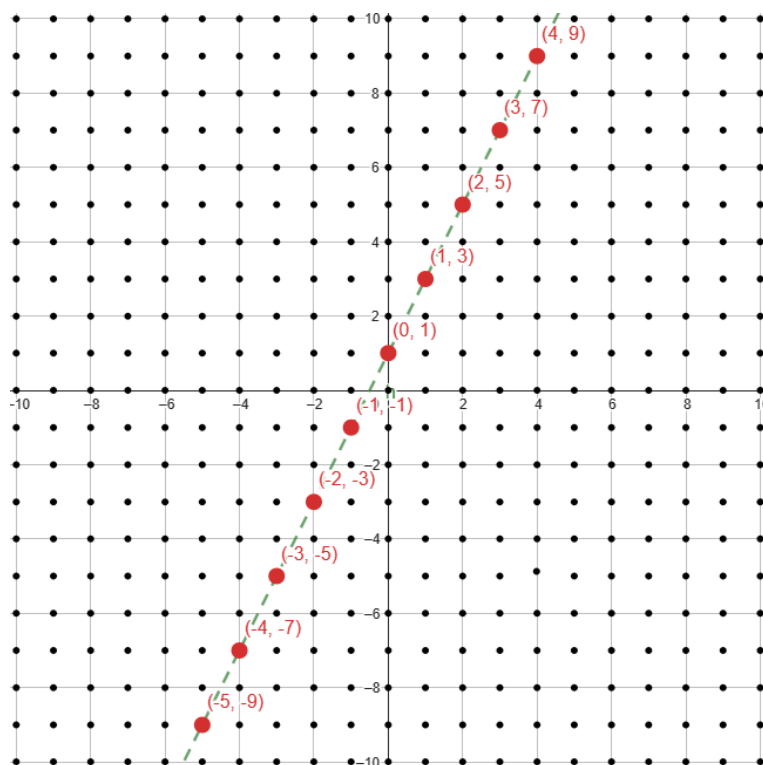
$$f(-5) = 2(-5) + 1$$

$$f(-5) = -10 + 1$$

$$f(-5) = -9$$

Dessa forma, temos que quando $x = -5$ $y = -9$, fazendo o mesmo processo, que para Duval é chamado de Tratamento, para os demais valores de x até 4 temos os pares ordenados: $(-4, -7)$; $(-3, -5)$, $(-2, -3)$, $(-1, -1)$, $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 5)$, $(3, 7)$ e $(4, 9)$. O que resulta no gráfico ilustrado pela Figura 23. Note que, apesar de o nosso plano permitir valores de -10 a 10 em x só trabalhamos com valores de -5 a 4. Isso acontece, pois, mesmo que a função permita um valor inferior a -5 ou superior a 4, como, por exemplo, quando $x = -6$ $y = -11$, o nosso plano é limitado pelo conjunto do contradomínio.

Figura 23 – Representação de uma Função Polinomial do Primeiro Grau no Multiplano



(Acervo da dissertação, 2024)

Descrição: A imagem apresenta um gráfico em um plano cartesiano com fundo branco e uma grade composta por pontos pretos dispostos regularmente. O gráfico está dividido pelos eixos horizontais e verticais, que vão de -10 a 10. Uma linha pontilhada verde cruza diagonalmente o plano, conectando uma série de pontos destacados em vermelho, que variam em posição ao longo do eixo. Cada ponto vermelho está marcado com suas coordenadas, como $(-5, -9)$, $(0, 1)$ e $(4, 9)$, formando uma sequência ordenada que segue a inclinação da linha verde.

Em outras palavras, o conjunto de elementos de x , o domínio da função, são os números inteiros de -10 a 10, o conjunto dos possíveis elementos de y , o contradomínio, são os números inteiros de -10 a 10, o subconjunto de elementos que resultam de $f(x)$, a imagem da função, são os elementos: -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7 e 9.

Compreendendo os principais conceitos da Função Polinomial do Primeiro Grau podemos nos aprofundar no percurso metodológico da nossa pesquisa. O capítulo a diante detalha a metodologia das pesquisas e os principais aspectos que a compõe.

CAPÍTULO IV – METODOLOGIA DA PESQUISA

Nesta seção, apresentamos as questões metodológicas envolvendo esta pesquisa. A presente pesquisa foi realizada por meio da resolução de atividades com um estudante cego e foi registrada através de fotografias, vídeos e gravações de áudios, os quais foram transcritos para a devida análise. Aqui apresentamos a opção metodológica, o campo de pesquisa, o personagem da pesquisa, a produção e registro de dados, as atividades, as entrevistas e as questões legais.

As etapas metodológicas para a produção da pesquisa foram constituídas de etapas previamente planejadas tendo como finalidade nos permitir compreender melhor o objeto de estudo, e dessa forma investigarmos quais as contribuições da teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval (2012) no processo de ensino e aprendizagem de Função Polinomial do Primeiro Grau para estudantes com cegueira.

4.1 A Opção Metodológica

Abordagem de análise dos dados da pesquisa é qualitativa. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) uma pesquisa qualitativa difere de uma pesquisa quantitativa pela natureza dos dados e a forma que são analisados. Enquanto a pesquisa quantitativa se preocupa com a relação estatística entre as informações coletadas “a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para construir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo” (Bogdan e Biklen, p. 49, 1994).

Durante os encontros com o estudante foram desenvolvidas atividades com a finalidade de produzir dados “ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico” (Bogdan e Biklen, p.16, 1994). O que caracteriza a presente pesquisa como uma investigação qualitativa.

4.2 O Campo de Pesquisa

O campo de pesquisa selecionado foi o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) no campus Belém/PA, o mesmo foi escolhido por ser um ambiente familiar, já que foi onde eu me formei em Licenciatura em matemática. Por conta da minha familiaridade com o ambiente, julgamos que seria um ambiente propício e fértil para o desenvolvimento desta pesquisa.

O campus Belém/PA oferece alguns cursos de técnico integrado, subsequente, graduação, especialização e pós-graduação, assim como mostra a tabela. Nesses cursos o IFPA atende cerca de 4 mil estudantes todos os anos. No ano de 2024, de acordo com o Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas (NAPNE) existiam 113 estudantes com deficiência no instituto, dentre estes estudantes 15 possuem algum tipo de deficiência visual.

Tabela 5 – Cursos no IFPA.

Tipo	Quantidade
Técnico	21
Graduação	16
Especialização	4
Mestrado	3

4.3 O Personagem da Pesquisa

O personagem principal da pesquisa atende pelo pseudônimo de Machado³. Ele é um estudante de 16 anos e cursa o primeiro ano do ensino médio técnico e integrado. No momento da pesquisa, o estudante estava começando o estudo de funções em seu curso. O estudante possui cegueira total por conta de um descolamento de retina que foi diagnosticado no segundo mês de vida.

O estudante possuiu acompanhamento extraescolar onde no momento da pesquisa estava aprendendo braille, bem como a andar com a bengala, utilizar computador e outras atividades que melhoram sua qualidade de vida e acesso à informação. Uma das ferramentas que ele utilizava era o dosvox⁴.

Machado possui suporte familiar para as suas atividades escolares e extraescolares, além de suporte de seus amigos, colegas e professores. Algumas de suas atividades fora da escola é a prática de atletismo e futebol.

4.4 A Produção e o Registro de Dados

A produção de dados foi realizada através da gravação do áudio das atividades ministradas com o estudante, além de fotográficas e vídeos pontuais que eram realizados

³ Nome fictício para preservar a identidade do participante.

⁴ O DOSVOX é um sistema para microcomputadores da linha PC que se comunica com o usuário através de síntese de voz, viabilizando, deste modo, o uso de computadores por pessoas com deficiência visual, que adquirem assim, um alto grau de independência no estudo e no trabalho. (texto adaptado de <http://intervox.nce.ufrrj.br/dosvox/intro.htm>)

ao longo das atividades. Todos esses registros foram feitos com o aparelho celular do pesquisador.

As atividades eram realizadas na sala de acessibilidade e inclusão do instituto federal em que o estudante cursava seu ensino médio. A sala possuía 3 mesas redondas e algumas tecnologias educacionais voltadas a acessibilidade.

4.5 As Atividades

As atividades foram realizadas tendo como base a tecnologia educacional multiplano e foram divididas em cinco momentos: reconhecimento do plano cartesiano, localização de coordenadas no plano, identificação de coordenadas no plano, substituição de ponto a ponto, identificação do comportamento da função e construção da função. Ao total foram dez encontros de três horas cada, sendo separados em dois encontros por momento.

O multiplano é uma tecnologia educacional desenvolvida pelo professor Rubens Ferronato.

O material concreto denominado Multiplano consiste, basicamente, em uma placa perfurada de linhas e colunas perpendiculares, onde os furos são equidistantes. [...] Nos furos podem ser encaixados rebites, os quais possibilitam a realização de diversas atividades matemáticas, das simples às complexas. (Ferronato, p.58-59, 2002)

Essa tecnologia foi desenvolvida visando o princípio do design universal, ou seja, de que pudesse ser utilizado por todos. Com essa ferramenta são possíveis criar diversos objetos matemáticos, no âmbito desta pesquisa foi utilizado para representar o plano cartesiano de coordenadas e Funções Polinomiais do Primeiro Grau.

No primeiro momento foi apresentado ao estudante o multiplano e os seus componentes para que o estudante pudesse explorar o plano e perceber suas características. Após isto, foi explicado ao estudante, de maneira breve, o que é um plano cartesiano de coordenadas e sobre seus elementos: Origem, Eixo x e Eixo y. Foram posicionados no plano pinos nas extremidades de cada eixo e na origem e era solicitado ao estudante que ele tentasse identificar os diferentes elementos do plano cartesiano. No multiplano existe uma ‘ranhura’ que representa os eixos, no início de todas os nossos encontros era solicitado ao estudante que o mesmo identificasse essas ranhuras para localizar os eixos e logo depois disso localizar a origem do plano.

No segundo momento, foi solicitado que o estudante localizasse alguns pontos nos eixos de acordo com as coordenadas fornecidas verbalmente, em seguida foi solicitado que ele localizasse e marcasse no plano algumas coordenadas que foram solicitadas

verbalmente, por fim, foi solicitado que a partir de pontos, definidos pelo pesquisador, o estudante identificasse corretamente as coordenadas de cada ponto. Essas coordenadas eram sempre levadas em consideração a origem que marcamos com um pino no início de cada encontro.

No terceiro momento, eram apresentadas oralmente para o estudante algumas Funções polinomiais, o estante era orientado pelo pesquisador que escolhesse um valor de x para que ao substituir na função fosse encontrado o valor de y correspondente, e com esses dois valores o estudante fosse capaz de marcar com um pino a localização no plano cartesiano. Construindo dessa maneira, ponto a ponto, o gráfico da Função Polinomial do Primeiro Grau.

No quarto momento, era solicitado que o estudante construísse apenas alguns pontos da função utilizando a técnica do ponto a ponto. E em seguida o pesquisador questionava o estudante sobre como era o comportamento do gráfico da função. Após o estudante identificar que a função formava gráficos de retas, era questionado sobre o comportamento crescente ou decrescente da mesma. Com esses entendimentos o estudante era incentivado a construir o restante do gráfico sem precisar realizar a substituição de valores.

No quinto e último momento, era apresentado ao estudante alguns Funções Polinomiais do Primeiro Grau e ele era orientado a realizar a substituição de apenas dois valores e que, para que dessa forma, marcasse no plano dois pontos e a partir desses pontos o estudante já teria a capacidade de construir o restante do gráfico.

4.6 As Entrevistas

As entrevistas foram realizadas com os responsáveis do estudante e através de registros em áudio pelo aplicativo de conversas *WhatsApp*⁵. Foi utilizado um roteiro de entrevista para que fossem coletadas informações pessoais para a caracterização adequada dos participantes da pesquisa.

Segundo Batista e Pereira (2024) “A entrevista permite atingir objetivos priorizados sobre os fenômenos que os pesquisadores desejam compreender. É importante que a investigação sobre o fenômeno tenha sido estudada de forma sistemática para que essa técnica de construção de informações seja utilizada” (p.49).

⁵ *WhatsApp* é um aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz para smartphones.

4.7 As Questões legais

Esta pesquisa foi submetida e aprovada pelo comitê de ética em pesquisa pelo número de parecer 6.604.499. Por questões legais os participantes desta pesquisa assinaram um Termo de Consentimento Livre E Esclarecido (TCLE). Os mesmos não serão identificados nominalmente no corpo do texto. O estudante que participou das atividades será reconhecido no corpo do texto pelo pseudônimo Machado, para que sua identidade seja preservada, esse pseudônimo foi escolhido pelo próprio estudante.

CAPÍTULO V - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção, apresentamos a análise dos resultados das oito intervenções pedagógicas realizadas com o estudante ao longo do segundo semestre do ano letivo de 2023, em forma de transcrições de diálogos. Para isso, utilizamos informações dos momentos de ensino e aplicação da tecnologia educacional multiplano no ensino de Funções Polinômios do Primeiro Grau oriunda dos registros do professor pesquisador - transcrições de áudios, vídeos, entrevistas e dos registros escritos produzidos pelo participante da pesquisa (resolução de atividades). Dessa forma, procuramos dialogar com a literatura e construir uma interpretação possível da investigação.

A produção de dados se constituiu de etapas previamente planejadas e executadas tendo como finalidade nos permitir compreender melhor o objeto de estudo, e dessa forma investigarmos quais as contribuições da teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval (2012) no processo de ensino e aprendizagem de Função Polinomial do Primeiro Grau para estudantes com cegueira.

A estrutura da seção é composta por três eixos subdivididos em tópicos, são eles: Interações e dificuldades iniciais, A matemática emergindo e A título de síntese: um olhar sobre o as contribuições da teoria dos registros de representações semióticas de Raymond Duval. Esses tópicos são discutidos tendo como base os momentos de aplicação da tecnologia educacional multiplano ocorrido durante as intervenções, além de um amplo diálogo com a literatura referente à temática abordada.

5.1 Interações e Dificuldades Iniciais

Neste eixo, apresentamos três tópicos que demonstram as interações iniciais e fazem emergir as dificuldades que o participante da pesquisa tem com a disciplina matemática. Discutimos sobre as dificuldades que o participante sente no ensino médio em relação ao ensino fundamental, com o material e com o objeto matemático.

5.1.1 Um Novo Ciclo: Ensino Fundamental X Ensino Médio

O estudante já havia relatado antes do início das atividades propostas que sentia dificuldade com a matemática do ensino médio, tendo isso em vista perguntei a ele sobre como era a relação dele com a matéria e ele me relatou que gosta de matemática e não sentia tanta dificuldade. Neste primeiro trecho do primeiro encontro o estudante ele relata que está tendo dificuldade com a matéria de matemática no primeiro ano do ensino médio.

Ele relata também que no ano anterior (9º ano) não sentia dificuldade, pois tinha um suporte mais próximo com a sua professora.

Caio: Por exemplo, essa matemática do ensino médio tá bem...

Caio: Tá difícil, né!?

Machado: Sim.

Machado: Não consigo compreender, bem.

Caio: É o impacto que a gente tem, normal, né?

Caio: Aí no nono ano, por exemplo, tu tinhas dificuldade em quê?

Machado: Não, no nono ano, a minha professora de matemática, ela explicava pros alunos, né!?

Machado: Eu não entendia muito bem, mas depois ela ia lá, me explicava do jeito dela e eu conseguia entender.

Caio: Ah, entendi.

Machado: Tipo, como funcionava, ela dava vários exemplos e eu conseguia entender mais.

Caio: Tu tinhas um suporte dela.

Machado: Sim.

Caio: Entendi.

Caio: Então, tu não tinhas, assim, muita dificuldade com nada em específico.

Machado: Não.

Machado: Tipo, o que eu tivesse, eu perguntava.

Caio: Certo, perfeito.

Quadro 3 - Áudio 1 - Interação acerca da matemática do Ensino Médio

Machado me relatava que a sua relação com a professora do 9º era muito mais próxima - sensibilidade - e com isso ele conseguia entender melhor os conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula. Não tivemos acesso as suas atividades dos anos anteriores para que fosse feita uma análise da quanto desses conteúdos ele conseguiu absorver, porém, ao longo da pesquisa são perceptíveis algumas lacunas de conhecimento.

A relação do estudante com a turma/professor do primeiro ano do ensino médio era pouco calorosa. Sempre que Machado chegava em sala de aula era recebido por seus

colegas mais próximos enquanto alguns outros já posicionavam uma cadeira logo a frente da primeira fileira e próxima ao quadro. Ali Machado passava as aulas em silêncio ouvindo seus colegas e o professor.

A invisibilidade de pessoas com deficiência em sala de aula pode ser causada por diversos fatores, como: Falta de acessibilidade, Falta de recursos adequados, Falta de preparo dos profissionais, Desinteresse dos colegas e/ou Estratégias de ensino inadequadas. “A invisibilidade opera como um desvio do olhar, diminuição ou negligenciamento da presença do “outro desviante”, ao qual não se sabe lidar ou causa desconforto.” Vendramin (2019).

Os colegas e professores de Machado não pareciam saber lidar com a presença do estudante em sala de aula e por muitas vezes acabavam por invisibilizá-lo ou por hipervisibilizá-lo. “Hiper-visibility e (in)visibilidade operam como opostos complementares que reduzem pessoas com deficiência a estigmas historicamente e socialmente construídos.” Vendramin (2019). A hipervisibilização atua junto da invisibilização como duas faces da mesma moeda. Ao mesmo tempo Machado era colocado à frente da turma em uma “posição de destaque” ele era ignorado por seus colegas com atitudes de indiferença.

É comum que cegos se sintam invisíveis em alguma situação (Selau et al., 2017) ou em algum momento do curso nas áreas de CEN [Ciências Exatas e Naturais], fato relatado por Gabriel: "em alguns momentos, eu sou um sujeito invisível lá no centro de tecnologia da universidade", e por outros participantes. Invisibilidade que decorre, muitas vezes, da indiferença, como enfatizou Cícero: "a indiferença por parte dos colegas, a falta de você puxar um assunto, uma conversa, você interagir". BONFIM (2021)

Alguns vícios de linguagem da parte do professor certamente não contribuíam com o entendimento do estudante sobre o assunto trabalhado. Em diversos momentos o que era escrito no quadro não era lido para que Machado pudesse realizar a atividade cognitiva fundamental (Formação). Em várias situações notava que o professor perguntava a turma “e essa função fica como?” ou então “essa conta aqui a gente faz como?” apontando para o quadro, mas não falando sobre o que se trava. As anotações que eram feitas no quadro não formavam uma representação identificável para o estudante já que não eram perceptíveis.

O ritmo em que os assuntos de matemática avançavam era acelerado na turma do Machado, isso pode ser um agravante na questão da dificuldade que ele sentiu na

passagem do 9º ano para o primeiro ano do ensino médio. E além do ritmo a cobrança também era alta. Este ritmo e cobrança acontecem pela natureza do curso técnico, de eletrônica, que ele fazia de forma integrada ao ensino médio.

5.1.2 Apresentado o Geoplano

Nos primeiros encontros com Machado ainda não tínhamos acesso à ferramenta educacional multiplano e por conta disso as atividades foram realizadas com a ferramenta Geoplano, que possui um comportamento semelhante. Uma dificuldade que este material apresentava era a falta de representações táteis no quadro, por conta disto, com esta ferramenta era necessário que eu posicionasse um pino no centro do quadro para utilizarmos como referência de onde era a origem do plano cartesiano.

No trecho a seguir, começo a apresentar o conceito de plano cartesiano de coordenadas e como utilizar a origem como um ponto de referência para encontrar as outras localizações em dentro do plano. Aqui solicito que encontre o ponto de coordenadas (1, 2) e em seguida exemplifico o como realizar esta atividade.

Caio: Mas se eu falar pra ti, por exemplo, botar na coordenada (1, 2), fica um pouco difícil.

Caio: a gente não tem referência ainda, né?

Machado: Sim.

Caio: Então, eu vou fazer o seguinte, eu vou botar um pino aqui, ó. (posiciono um pino no centro do quadro para determinar a origem)

Caio: Aqui no centro, ó.

Machado: Tá!

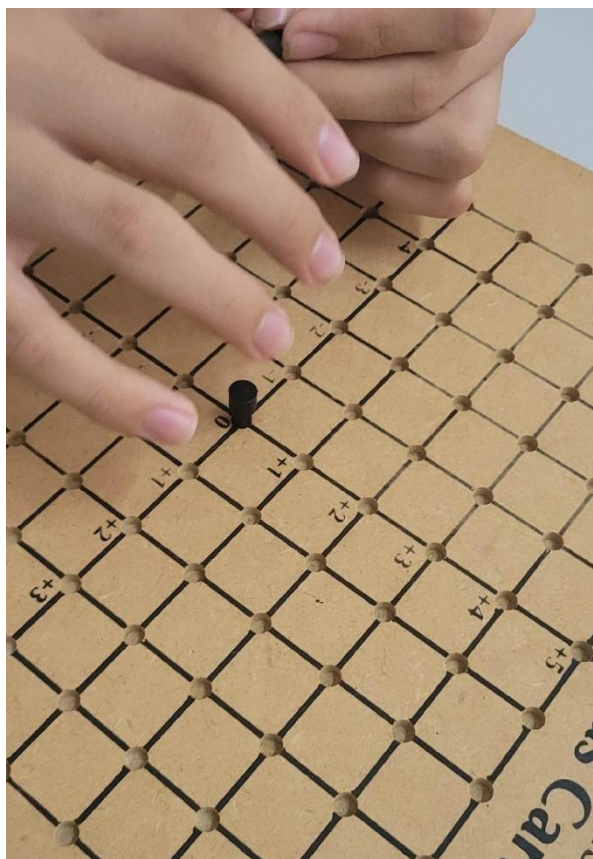
Caio: Tá vendo esse pino aqui, ó?

Machado: Sim.

Caio: Ó, esse daqui é o centro, tá?

Quadro 4 - Áudio 2 - Explorando o Geoplano

Figura 24 – Geoplano



(Acervo da dissertação, 2024)

Descrição: Quadro em madeira de cor marrom. O quadro possui buracos igualmente espaçados. Sob o quadro estão as mãos do estudante. Estão desenhados no quadro os eixos x e y e numerado suas coordenadas positivas e negativas. Ao centro do quadro está posicionado um pino que indica a origem do plano.

O Geoplano trazia algumas dificuldades como a falta de representações táteis e a instabilidade dos pinos quando posicionados nos buracos. No total tivemos dois encontros onde utilizamos esta ferramenta, nos demais encontros foi utilizado o multiplano onde essas dificuldades foram superadas com a ferramenta.

O Geoplano pode ter algumas formas distintas, a mais comum delas é um quadro de madeira de formato quadrado ou retangular com pregos presos nele. Estes pregos são posicionados de modo uniforme por todo o quadro formando uma espécie de malha. Utilizando elásticos os estudantes são capazes de construir figuras planas e calcular sua área e perímetro. Assis e Santos (2020) defendem que “Por ser um material manipulável, permite que pessoas com deficiência visual, por exemplo, tenha acesso aos conteúdos de diversas áreas da matemática, como também, pode ser usado para auxílio de discentes sem deficiência.”. A diferença entre este Geoplano e o que utilizamos enta nos pinos, que no tradicional são fixos e no nosso eles são moveis e podem ser posicionados livremente nos furos presentes no quadro.

A maior dificuldade encontrada foi a falta de estabilidade dos pinos quando utilizados em conjunto com os elásticos, que provocava diversas interrupções das atividades. Além disto, por mais que no Geoplano venha desenhado em tinta a marcação dos eixos e suas Coordenadas, essa representação não é perceptível ao estudante, logo não cumpre com a atividade cognitiva inicial (formação).

Já no Multiplano o estudante era capaz de realizar a atividade de formação de forma adequada, pois as marcações eram em alto relevo e os pinos tinham maior estabilidade quando utilizados com elásticos ou até mesmo sozinhos. Por esses motivos a ferramenta principal utilizada na pesquisa foi o Multiplano.

5.1.3 A Falta do Registro de Representação

Durante o período da pesquisa Machado não sabia ler utilizando o sistema braile, por conta disto as atividades tiveram que ser realizadas integralmente de forma oral. A necessidade de ditar os comandos das atividades geravam alguns obstáculos.

Aqui eu apresento ao Machado a equação $3x + 5 = 20$ e peço que ele encontre o valor de x que soluciona esta equação. O estudante demonstra entender como realizar as manipulações algébricas, mas parece se perder ao longo do cálculo. Uma interpretação possível para essa dificuldade seria que pela falta de registro da conta que está sendo feita.

Caio: $3x$ mais 5.

Caio: Isso.

Caio: Igual a 20.

Machado: É o 15.

Caio: Aí $3x$ é igual a 15, né?

Machado: Sim.

Caio: E x quanto é que vale?

Machado: $3x...$

Machado: Pera.

Machado: É...

Quadro 5 - Áudio 3 – Dificuldade com álgebra.

Como o estudante não sabia ler no sistema braile tivemos que realizar as atividades de forma oral e com ele realizando os cálculos mentalmente. Essa limitação na capacidade do estudante em realizar um registro dos seus cálculos, ou mesmo de o

pesquisador registrar o comando da atividade para que o próprio estudante pudesse recorrer a ele para tirar alguma dúvida, certamente foi um obstáculo durante as atividades.

A falta de registro deixa ambíguo se o estudante não compreendia o que foi solicitado ou se ele não se lembrava qual o comando dado. Em alguns momentos era a primeira situação, em outros a segunda e algumas vezes uma mistura dos dois. Foi recorrente durante os nossos encontros perguntas como “qual era mesmo a conta?” ou então “qual era a função?” caso fosse registrada uma representação acessível não haveria a possibilidade de o estudante esquecer o comando uma vez que o mesmo poderia voltar ao registro.

Como Machado não sabe ler em braile, ele não tem acesso nem a primeira atividade cognitiva. Por não conseguir identificar a formação do registro de representação o estudante sente muita dificuldade em realizar atividades consideradas “simples”. Para um estudante vidente é apenas uma questão de ler novamente o enunciado, ou visualizar brevemente aquilo que está escrito. Por outro lado, para Machado, sem o braile, é necessário que ele me peça para repetir novamente o comando e relembra-lo o que deve ser feito.

Este padrão de leitura repetitiva não é uma particularidade de Machado, nas pesquisas de Martins (2019) seu estudante Tulio necessitou que fossem lidas 7 vezes o mesmo comando ao longo da resolução de um dos problemas. Esta leitura repetitiva custa tempo e necessita de um preparo por parte do professor, pois, alguns detalhes costumam não ter a atenção devida quando esta leitura é feita para estudantes videntes.

É muito comum os professores de matemática em sala e aula se referirem as incógnitas como “isto”, “aquilo” ou “este”, sem necessariamente ler o que está escrito no quadro, falando coisas como “este aqui de baixo”, “passa para o outro lado” ou “este por este”. Este tipo de fala não costuma ser prejudicial para os estudantes videntes, pois os mesmos conseguem ler as equações que o professor aponta no quadro, mas para estudantes com deficiência visual este tipo de comunicação é ineficaz.

Brandão (2017) chama atenção para a leitura de algumas expressões algébricas:

De que forma você lê a expressão x^2 ? Se você leu “xis ao quadrado” parabéns, você acertou! Leia agora, por favor, esta expressão $(a + b)^2$. Se você tiver lido “a mais b ao quadrado”, fazendo correspondência com x^2 - que é natural – então como você lê esta outra expressão: $a + b^2$?

Façamos exemplo numérico, supondo que o valor de a seja igual a dois e o valor de b seja igual a três. Assim, em $(a + b)^2$, temos $(2 + 3)^2 = 5^2$. E o que significa 5^2 ? Ora, x^2 é o produto do número x por ele mesmo, assim sendo, 5^2 é igual a cinco vezes cinco, fornecendo 25.

(Brandão, 2017. p. 2)

A leitura do produto notável chamado de quadrado da soma não costuma gerar ambiguidade para o estudante vidente, pois o mesmo consegue visualizar a escrita e compreende é a forma correta de calcular esta expressão. Para além disto, o estudante com deficiência visual que utiliza o braille tem uma construção mental diferente dos videntes para algumas expressões matemáticas. O braille é uma escrita horizontal e por conta disto, na escrita de frações não existo o “número de cima” o “número de baixo”. É importante ter em mente que os diferentes registros de representação podem gerar diferentes formas de abstração o objeto matemático e caso essas diferenças não sejam levadas em consideração podem ocorrer problemas de comunicação entre o estudante e o professor.

Machado: Porque eu pensei na soma de mais 5, 20.

Caio: Sim, sim.

Machado: Já veio na minha cabeça logo o 15, porque tem mais o 20.

Caio: Tá certo.

Caio: A questão é...

Caio: É 3x mais 5.

Caio: Aí tu fizeste a soma, né?

Caio: Que 5 com 15 é 20, né?

Machado: Sim.

Caio: Aí sobra 3x igual a 15.

Caio: Aí agora tu tens que saber...

Machado: 3 vezes 5.

Caio: 3 vezes 5, isso.

Machado: Então x é 5.

Caio: Sim, x é 5.

Caio: Tá certo.

O estudante havia realizado a operação inversa da soma para chegar ao resultado de $3x = 15$, mas parece se perder após isso pois não continua a realizar a conta para encontrar valor de x . Quando eu indico que a conta teria que continuar a partir daí ele realizar o raciocínio de: qual número que multiplica três para chegar a quinze? E nesse momento ele encontra a resposta de que x vale 5 para poder satisfazer esta equação.

Aqui é possível notar como o estudante possui uma abstração das contas de que deve realizar para solucionar os problemas, mas muitas vezes ele necessita o suporte do professor para que seja feita a releitura do seu passo a passo para que ele se localize e termine seu raciocínio.

Esta dificuldade não é exclusiva dos estudantes com deficiência visual, os estudantes videntes também costumam se perder quando realizam cálculos mentais, porém é muito mais habitual orientar este estudante a anotar seus cálculos na sua folha de papel como forma de superar esta dificuldade, porém para Machado essa não era uma opção já que ele não sabia braile.

Para um estudante que faça utilização do braile, o processo de anotar pode ser uma solução viável. Com tudo, o processo de escrever com a reglete pode ser um pouco lento se comparado com a escrita em tinta, para contornar este problema é possível utilizar ferramentas como o ábaco ou até mesmo o multiplano para realizar estes registros de forma mais ágil.

Caio: A função é y é igual a $2x$ mais 4.

Caio: Aí eu vou te dar um valor de x , por exemplo.

Caio: x é igual a 1.

Caio: Aí tu consegues me dizer qual é o valor de y ?

Machado: x é igual a 1.

Machado: Tá.

Caio: Agora, quanto é que vale y ?

Machado: Qual seria o resultado que eu teria que dar?

Machado: É.

Machado: Tipo, quanto é a conta mesmo?

Quadro 7 - Áudio 4 – A falta do registro

No Quadro 6, a impossibilidade de o estudante realizar a formação de uma representação dificulta em identificar se ele não entendeu a proposta da atividade, se não lembra da função que foi dita a pouco ou se existe algum outro obstáculo. Mais à frente, no Quadro 7, o estudante demonstra não compreender o comando “substituir” e se torna mais claro que ainda não havia a compreensão correta da proposta.

Caio: y é igual a $2x$ mais 4.

Machado: Eu teria que somar para mais 4?

Caio: É, o x vale 1, né?

Machado: Sim.

Caio: E a equação, e a função que a gente tem é y é igual a $2x$ mais 4.

Caio: Aí tu vais substituir o valor de x e fazer a conta.

Caio: Quanto que dá y ?

Machado: Eu diria 5.

Machado: 5 vale y .

Caio: 5? Por que 5? Qual conta tu fizeste?

Machado: Eu fiz 5, 3, porque o resultado final é 4.

Caio: 4?

Caio: Me fala qual é a conta que tu tá fazendo.

Machado: Eu tô somando.

Caio: Tá somando?

Machado: Sim, eu tô somando o 1 do x e depois eu peguei a função de 4 do x .

Quadro 8 - Áudio 4 – A falta do registro

No momento que o estudante se perde a falta de registro de suas atividades leva ao questionamento: Ele se perdeu no cálculo ou ele acredita que aquele era o resultado final da conta? Quando o estudante tem a capacidade de fazer o seu próprio registro de representações semióticas, não só ele ganha muita autonomia no seu aprendizado como ele também nos dá ferramentas para identificar qual está sendo a sua dificuldade, pois

através desses registros conseguimos entender qual é a abstração que este estudante cria sobre aquele determinado objeto matemático.

A leitura e a releitura dos comandos de uma questão são necessárias para qualquer pessoa. A dificuldade de Machado em compreender o problema apresentado e/ou a sua solução não exclusiva dele, como relata a pesquisadora Martins (2019) sobre uma das atividades que foi realizada com seu estudante Tulio: “Nesse momento lemos o enunciado da questão mais 2 vezes para que ele pudesse relembrar a pergunta do problema e indicamos que ele poderia escolher uma das duas equações (que foram lidas 5 vezes)”.

Por conta disto o braille é essencial para o desenvolvimento dos conteúdos de matemática para pessoas com deficiência visual. Ele permite que o estudante tenha maior autonomia e uma melhor compreensão dos conceitos algébricos por conseguir ler e escrever suas próprias contas.

5.2 A Matemática Emergindo

Neste eixo, apresentamos dois tópicos que demonstram como as dificuldades apresentadas no eixo anterior foram sendo superadas ao longo dos encontros com o participante. Conforme as atividades foram acontecendo o estudante começa a se acostumar com a fermenta e os obstáculos começam a ser superados. Agora com todas as atividades sendo realizadas com o Multiplano, as barreiras do material são menores e começamos a notar alguns avanços na compreensão do estudante em relação ao objeto matemático.

5.2.1 Identificando a Origem

Neste encontro já estávamos trabalhando com o material Multiplano, que possui indicações em relevo. Nesse momento peço que o estudante identifique as linhas e alto relevo e identifique os eixos x e y . A intenção dessa atividade é verificar se ele consegue identificar os eixos, diferenciar um do outro e identificar onde se localiza a origem do plano.

Caio: Tu consegues identificar onde seria o eixo X e onde seria o eixo Y aqui nesse plano?

Machado: Pelas linhas?

Caio: É

Machado: Tem essa primeira linha aqui

Caio: Tá

Caio: Essa linha aí é horizontal ou vertical?

Caio: Pra um lado pro outro ou pra cima pra baixo?

Machado: Pra um lado pro outro

Caio: Essa linha aí seria qual eixo? X ou Y?

Machado: Seria o eixo...

Machado: X

Caio: Isso

Caio: Agora identifica pra mim aí, com uma dessas linhas

Caio: O eixo Y

Machado: O eixo Y

Machado: Essa aqui?

Machado: Ó, essa daqui

Machado: Essa aqui

Caio: Tá certo

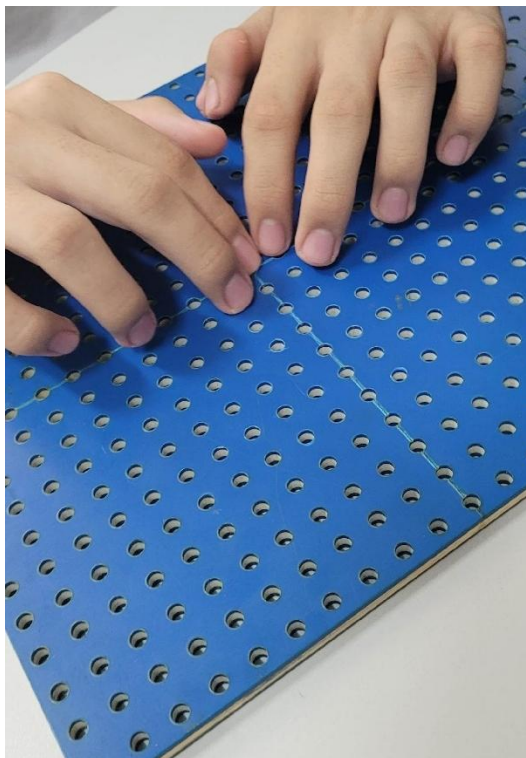
Caio: Essa linha aí vai pra cima e pra baixo, né?

Machado: Sim

Quadro 9 - Áudio 3 – Eixos de coordenadas tátil.

Machado tem uma certa dificuldade em identificar as linhas em relevo que existem no multiplano. Essa dificuldade não se deve ao entendimento do que seriam os eixos e sim se deve a uma dificuldade sensorial relatada pelo próprio estudante. Após tatear o quadro por alguns minutos ele consegue identificar as duas linhas perpendiculares e me responder corretamente qual delas representa o eixo x e qual representa o eixo y.

Figura 25 – Eixos no multiplano



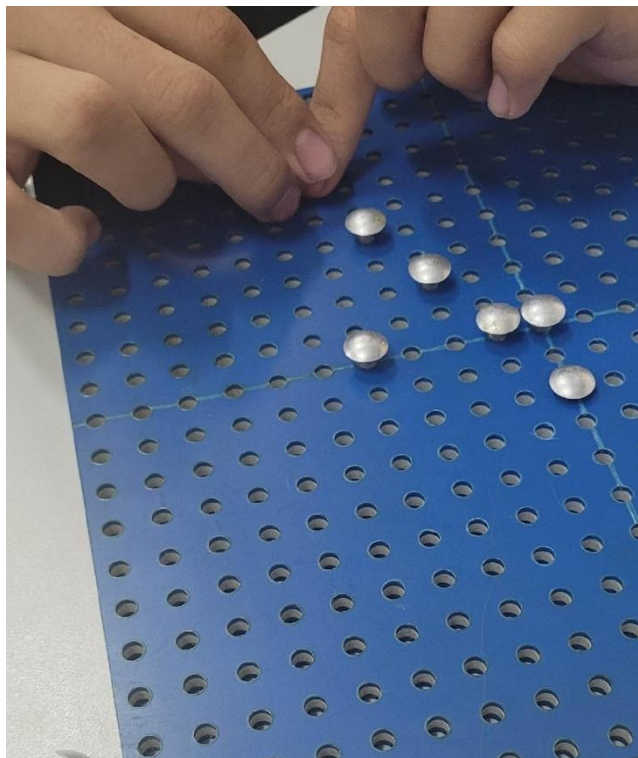
(Acervo da dissertação, 2024)

Descrição: Quadro de plástico da cor azul com furos igualmente espaçados. No centro do quadro existe uma fina ranhura vertical e uma horizontal. As mãos do estudante estão sob o ponto onde essas duas linhas se encontram.

A Figura 25 mostra o estudante encontrado a origem no multiplano, também é possível perceber que o relevo não é muito grosseiro, isso desafiava o tato do Machado, porém, como essa era sempre a primeira atividade que realizávamos em todos os encontros ele acabou aprimorando isso e nos últimos encontros já conseguia realizar esta atividade com bastante agilidade.

Com essa possibilidade de realizar a marcação da origem o estudante conseguiu, ao longo dos encontros, compreender melhor algumas características desse ponto, como por exemplo que esse é o ponto onde os eixos se encontram. Esse entendimento não estava avançando nos primeiros encontros quando eu quem tinha que marcar a origem pela falta do relevo no material (Geoplano).

Figura 26 – Conversão no multiplano.



(Acervo da dissertação, 2024)

Descrição: Quadro de plástico da cor azul com furos igualmente espaçados. Alguns rebites metálicos da cor prata marcam os pontos coordenadas: $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(4, 0)$, $(2, -2)$, $(3, -4)$. As mãos do estudante estão sob a coordenada $(4, -6)$.

O participante desenvolveu uma estratégia interessante para realizar a atividade de encontrar um ponto a partir de suas coordenadas. Por exemplo, se eu solicito que ele encontre o ponto $(4, -6)$, o estudante procura primeiro a abscissa quatro e para não se perder marca um ponto ali, depois desce seis unidades até encontrar a coordenada solicitada, assim como mostra na Figura 26. Quando ele finalmente marcava a coordenada ele retirava o pino da abscissa.

5.2.2 Tratamento Algébrico

Machado tinha um bom entendimento de como operar com equações, porém, alguns tratamentos geométricos como a ação de “substituir” uma incógnita, com um valor escolhido, pareciam nunca ter sido apresentadas ao estudante. No trecho do Quadro 10 é possível notar que a dificuldade era em compreender como seriam feitos os tratamentos da função apresentada eu explico para Machado como funciona o tratamento de “substituir” o valor de x . Quando eu exemplifico a forma correta de operar ele consegue realizar a manipulação necessária.

Caio: Tá, é o seguinte.

Caio: A função é y é igual a $2x$ mais 4, tá?

Caio: O y vai valer 1, então tu vais substituir o x por 1.

Caio: Aí a função agora vai ficar assim.

Caio: y é igual a 2 vezes 1 mais 4.

Machado: 2 vezes 1?

Machado: Mais 4.

Machado: Dá 6.

Machado: Então y é igual a 6.

Machado: Certo?

Caio: Certo.

Quadro 10 - Áudio 4 – Tratamento algébrico.

Nessa sequência, o estudante está se deparando pela primeira vez com as regras de tratamento de uma função, palavras como “substituir” são ações necessárias para a manipulação, dessas representações, com as quais ele ainda não havia tido contato. Quando essas regras e ações são devidamente apresentadas ao estudante, o mesmo consegue compreender a proposta da atividade e responder corretamente.

É interessante notar que apesar da ambiguidade ainda é possível compreender se a dificuldade do estudante é em compreender o problema ou se é em lembrar do comando da atividade, mas que a falta do registro de representação acaba dificultando esse processo.

Essas ações do tratamento geram algumas dúvidas que precisam ser respondidas para que o estudante possa compreender a representação que está sendo formada. No trecho a seguir ele questiona sobre o comportamento do valor de x .

Machado: Esse x pode ser de multiplicação?

Caio: Nesse caso o x tá multiplicando o 2.

Machado: Ah, quando tem x que é multiplicado por 2, né?

Caio: Nessa função, tá?

Caio: Essa função que eu tô te dando, ela é descrita por y é igual a $2x$ mais 4.

Caio: E aí nessa função, o 2 ele multiplica o x e o 4 soma o resultado da multiplicação, tá?

Machado: Sim.

Caio: Porque y vai ser igual a 2 vezes o valor de x mais 4.

Caio: Aí x vale 1, né?

Machado: Sim.

Caio: Aí a conta fica y igual a 2 vezes 1, que é o valor de x, mais 4.

Machado: Sim.

Quadro 11 - Áudio 4 – Tratamento algébrico.

Após a substituição de alguns pontos começo a questionar o estudante sobre algumas características da função e ele consegue identificar que o gráfico que está sendo formado é uma linha reta, então solicito que ele termine a construção do gráfico apenas seguindo o desenho que estava sendo formado.

Caio: Tapei aí esses pinos que já estão colocados, tá?

Caio: Me diz se tu percebes uma forma aparecendo aí

Machado: Uma forma de medida?

Caio: É, porque vai formar um gráfico, isso que a gente está fazendo

Caio: Eu quero saber se tu consegues me dizer como é que é esse gráfico

Machado: O ponto central conta?

Caio: É o ponto central é esse daí que está tocando

Machado: Sim, mas conta?

Caio: Não, não conta

Machado: Ah, tá

Machado: Parece uma régua

Caio: Uma régua?

Machado: É tipo, porque tá bem comprido

Caio: É, isso daí é uma linha reta, né?

Machado: Linha reta, ah sim, sim, sim

Caio: Consegue perceber que é uma linha reta?

Machado: Sim

Caio: Tá certo

Caio: Sem fazer o resto da conta, tu consegues colocar os outros pinos formando essa reta?

Machado: Sem fazer conta?

Caio: É

Machado: Os outros pinos?

Caio: É, porque tu falaste que tá formando uma linha reta, né?

Machado: Sim

Machado: Ah, tipo pra mim terminar a reta, né?

Caio: É, tu consegues terminar a reta sem precisar fazer mais conta?

Machado: Sim

Quadro 12 - Áudio 4 – Substituição de pontos.

Depois de completarmos o gráfico da função observamos o gráfico formado e questiono o estudante sobre a característica de crescimento da função.

Caio: O y, ele é uma variável que está em função de outra variável, que é o x

Machado: Tipo, em função...

Machado: Eles dois estão, tipo, juntos, né?

Caio: É, existe uma relação de dependência

Caio: Quando o x muda, o y muda

Caio: Então, quando eu te falei, por exemplo, que x valia zero, né?

Machado: Sim

Caio: O y ali vale 4, né?

Caio: Agora, quando o x vale 1, o y vale 6

Caio: Quando o x vale 2, o y vale 8

Machado: Ele tá subindo uma sequência de 2 e 2

Caio: Tá subindo de 2 e 2, né?

Machado: Sim

Caio: E aí tu vêes que essa função, ela é crescente, né?

Machado: Sim

Caio: Consegue perceber no gráfico os valores de y crescendo?

Caio: Conforme a gente vai indo pra direita, os valores de y , tu consegues ver que eles estão aumentando?

Machado: Porque eles estão indo pra cima?

Caio: Sim

Machado: Tipo, eles estão indo pra cima, eles estão indo mais longe

Caio: De 2 em 2, né?

Machado: Sim

Machado: 2 em 2, tipo, quando você transforma o y

Quadro 13 - Áudio 4 – Crescimento da função.

No mesmo encontro construímos uma função decrescente e eu expliquei ao Machado que ao alterar o coeficiente angular de uma função conseguimos alterar a inclinação da nossa reta. Além de que uma função com o coeficiente angular positivo tem comportamento crescente e uma com o coeficiente angular negativo possui comportamento decrescente. Essa compreensão é importante para realizar a conversão, já que, quando o estudante escuta que a função é $3x + 5$, já imagina que a reta formada no gráfico seja uma reta crescente.

5.3 A Título De Síntese: Um Olhar Sobre O As Contribuições Da Teoria Dos Registros De Representações Semióticas De Raymond Duval

Neste eixo, apresentamos três tópicos que articulando os tópicos discutidos anteriormente e aprofundando as contribuições da teoria de Duval (2012). Vários dos obstáculos encontrados no caminho foram superados. E na culminância das atividades realizadas com Machado foi perceptível a evolução dele em trabalhar Funções Polinomiais do Primeiro Grau.

5.3.1 Caminho inverso

Durante as atividades, como apresentado no tópico 5.2.1, sempre que o estudante posicionava um pino em uma coordenada ele seguia com sua mão pelo eixo x e marcava a abscissa do ponto desejado no eixo x para não se perder, em seguida pegava um novo pino e subia ou descia para o ponto solicitado, por fim, o estudante retirava o pino que utilizou de apoio e permanecia somente o ponto que foi solicitado.

Esse método fez com que o estudante realizasse as atividades de localizar um ponto a partir da coordenada, ou seja, realizar uma conversão de uma representação algébrica para representação gráfica, porém ele ainda apresentava dificuldade em realizar essa mesma atividade de forma inversa. Para praticar a conversão de uma representação para outra solicito que o estudante selecione um ponto em uma função que eu desenhei e que encontre as coordenadas do mesmo.

Caio: Agora eu quero as coordenadas de um desses pontos.

Caio: E aí esse um que tu escolheres, tu vais me dizer a coordenada.

Machado: Um, dois, três, quatro, é cinco.

Machado: Cinco, agora.

Machado: É o cinco.

Caio: Tá.

Machado: É o menos cinco na verdade.

Caio: Menos cinco, positivo!

Caio: Agora, essa daí é a coordenada Y dele, menos cinco.

Caio: Agora, qual é a coordenada X dele?

Machado: A coordenada X porque tá aqui do lado.

Caio: É, aí quantos tu tens que andar pro lado pra achar ele?

Machado: Um, só que tem que ser menos um.

Caio: Menos um, né?

Machado: Sim.

Caio: Então qual é a coordenada X dele?

Machado: Menos um.

Caio: Menos um, né?

Caio: E a Y?

Machado: Menos cinco.

Caio: Então a coordenada desse ponto é menos um, menos cinco.

Machado: Sim.

Quadro 14 - Áudio 6 – Crescimento da função.

Essa etapa extra de posicionamento de um pino auxiliar gerou o fenômeno de não congruência semântica que atrapalho o entendimento do conceito de coordenada de um ponto. Na última aula quando solicito que o estudante identifique a coordenada de um ponto que eu posiciono, ele tateia o quadro em busca do pino auxiliar que deveria estar no eixo x, ao não encontrar este pino auxiliar o mesmo deduz que a coordenada x do ponto deva ser zero.

Caio: Aí eu vou marcar um ponto aqui.

Machado: É tipo pra mim acertar a coordenada agora, né?

Caio: É, aí tu vais me dizer que coordenada é essa, tá?

Machado: Sim.

Machado: Tá, uma das coordenadas é o zero.

Caio: O zero?

Machado: Sim, porque só tem esse ponto, esse daqui, ó.

Caio: É, porque tu normalmente botas a coordenada de x, né?

Caio: E depois a de y.

Caio:

Caio: É como se tu tivesses botado a coordenada e tirado o pino do x.

Machado: Ah, então tá só o pino do y, né?

Caio: Não, tá só o pino lá, no local.

Quadro 15 - Áudio 8 – Não congruência semântica 1.

Aqui eu dou de exemplo a atividade anterior onde solicito que o estudante posicione um pino na coordenada (7, -3), ao passo que ele realiza os passos descritos anteriormente, percorre com os dedos sob o eixo x até encontrar a ordenada 7, posiciona o pino (7, 0), pega um novo pino e desce com seu dedo até a coordenada solicitada, marca o ponto (7, -3) e retira o primeiro pino. Tento explicar que o pino que eu posicionei é como o estado final da atividade anterior, onde existe apenas a coordenada solicitada e não o pino auxiliar.

Caio: Porque, por exemplo, agora tu fizeste pra mim o 7 e menos 3, né?

Machado: Sim.

Caio: Aí tu foste no eixo x e botou o pino no 7, né?

Caio: Aí depois tu desceste 3 em y e botou o pino no 7 menos 3.

Caio: Aí tu tiraste a coordenada do 7, né?

Caio: Aquele pino que tu botaste pra mim, antes era 7 menos 3.

Machado: Por quê?

Quadro 16 - Áudio 5 – Não congruência semântica 2.

No Quadro 16 é possível notar que Machado, apesar de ter encontrado um método de realizar a conversão do registro de representação algébrico para o geométrico, ainda não conseguia realizar a mesma conversão no sentido oposto, desse modo, a abstração que Machado tinha sobre as coordenadas de um ponto no plano cartesiano ainda era incompleta.

O que confundia o estudante era o próprio processo que ele havia desenvolvido, para entender qual era a dificuldade do estudante precisamos analisar qual abstração ele tinha desenvolvido para realizar a atividade. O processo que machado desenvolveu consistia nos seguintes passos: a) identificar quais são as coordenadas x e y do ponto; b) seguir horizontalmente ao longo do eixo x para buscar a primeira coordenada; c) posicionar um ponto de apoio no eixo x que corresponde à abscissa do ponto solicitado; d) se movimentar verticalmente, partindo do ponto de apoio, para encontrar o ponto solicitado e marca-lo; e) remover o ponto de apoio no eixo x.

Esse método funciona muito bem para o que foi pensado inicialmente, localizar um ponto no plano cartesiano. Contudo, para realizar a atividade no sentido contrário esses passos não fazem tanto sentido. Quando Machado tenta realizar a atividade ele inicia por d) se movimentar verticalmente do ponto solicitado até o ponto de apoio; nesse momento o estudante não encontra o ponto de apoio e fica confuso por não se lembrar que no último passo o mesmo era retirado do plano. Entender os processos que os estudantes utilizam para realizar determinadas conversão pode ser essencial para compreender qual a dificuldade que ele enfrenta em seu aprendizado.

Nesse encontro já é possível notar a evolução do estudante em relação ao entendimento do tratamento da função. Aqui ele opera de maneira adequada e chega ao resultado correto. No trecho a seguir, do Quadro 12, estávamos montando o gráfico da função $y = -2x + 2$, eu solicito que o estudante me diga qual o valor de y quando $x = 0$ e ele consegue me responder corretamente.

Caio: Sendo a função Y é igual a menos 2X mais 2. Qual o valor de Y, quando X é igual a 0?

Machado: Tem multiplicação, né?

Caio: Tem.

Machado: Vamos lá.

Machado: X do...

Machado: Y é igual a menos 2X mais 2.

Machado: É 2?

Caio: É 2. Exatamente.

Caio: Qual conta tu fizeste? Me explica aí.

Machado: Na minha cabeça ficou tipo assim,

Machado: eu peguei o...

Machado: Como o resultado

Machado: tipo iniciar a 0,

Machado: eu tirei o...

Machado: Eu multipliquei o 0 por

Machado: menos 2,

Machado: só que do mesmo jeito deu 0.

Machado: Aí eu somei por esses mais 2, deu 2.

Caio: Exatamente isso, perfeito.

Quadro 17 - Áudio 4 – Crescimento da função.

Com o passar dos encontros o estudante conseguiu desenvolver uma facilidade grande em realizar as substituições dos valores de X nas equações fornecidas e encontrar os valores de Y correspondentes, sem necessitar que fossem feitas releituras do comando. A melhora na capacidade de realizar cálculos mentais foi de fundamental importância para o andamento da pesquisa, pois permitiu focar em outros aspectos da aprendizagem do estudante para além da compreensão dos comandos.

5.3.2 Construindo as retas

Neste trecho do Quadro 17 solicito que o estudante construa o gráfico da função $y = x$, solicito que ele construa a função a partir de dois pontos apenas, além disso questiono sobre o comportamento da função antes da construção do gráfico.

Caio: A função vai ser Y igual a X.

Machado: Sim.

Caio: Y igual a X.

Caio: Tu achas que vai ser uma função crescente ou decrescente?

Machado: Y igual a X, crescente.

Caio: Por quê?

Machado: Porque não tem o menos.

Caio: Exato.

Caio: Porque o X é positivo, né?

Machado: Sim.

Caio: Tá.

Caio: A gente vai fazer dois valores só, tá?

Machado: Sim.

Caio: E a gente vai tentar traçar a reta a partir disso.

Machado: Sim.

Quadro 18 - Áudio 6 – Crescimento da função.

Aqui é perceptível que o estudante já consegue fazer mentalmente a atividade cognitiva da Conversão, ao escutar a função na forma algébrica ele consegue ter uma noção de como ela vai ficar na forma gráfica. Nesta atividade nos construímos o gráfico posicionando apenas dois pontos, os demais posicionamos com auxílio de uma régua. E quando a reta foi construída ele conseguiu verificar que o seu comportamento era compatível com o esperado.

Na atividade do Quadro 19, solicitei ao Machado que construa o gráfico da função $y = -x + 1$, após algum tempo explicando como seria a atividade daquele encontro pergunto novamente qual é a função que teremos que trabalhar e o estudante consegue responder corretamente e descrever o comportamento da função e dizer o que leva ele à essa resposta.

Caio: você lembra ainda qual era a função que a gente estava trabalhando?

Machado: Era y igual a menos x...

Machado: Mais 1?

Caio: É mais 1.

Caio: Isso, tá.

Caio: Essa reta é uma reta crescente ou decrescente?

Machado: Decrescente.

Caio: O que nessa função indica que a função é crescente ou decrescente?

Machado: O menos.

Caio: O menos do x ?

Machado: Sim.

Caio: Exatamente.

Quadro 19 - Áudio 6 – Crescimento da função.

Este trecho reforça a compreensão do estudante em relação ao comportamento do gráfico da função Polinomial do Primeiro Grau, além de indicar uma evolução na capacidade dele de trabalhar com esses tratamentos na forma algébrica de forma mental e sem precisar de um registro escrito.

Ao longo dos encontros foi possível notar algumas evoluções relevantes na compreensão do estudante em relação aos gráficos das funções polinomiais do primeiro grau. Machado conseguiu ao final dos nossos encontros aprender um método consistente de construiu as retas, descrever o comportamento crescente ou decrescente das funções seja através do gráfico construído ou pela sua forma algébrica e sempre que Machado cometia algum erro na construção ele era capaz de perceber o equívoco e corrigi-lo.

Um resultado inesperado foi a percepção do estudante de que os pontos do gráfico são equidistantes quando realizamos as substituições ponto a ponto. Em determinado momento ele comenta “eles sempre fazem assim... um pro lado e dois pra cima” (Machado, 2024) quando estava construindo um gráfico crescente. Este tipo de comentário muitas vezes revela uma compreensão profunda de determinado tipo de registro de representação e está compreensão é possível de alcançar através da realização das conversões entre registros.

ULTIMAS CONSIDERAÇÕES

O presente estudo procurou investigar quais as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semióticos de Raymond Duval para o processo de ensino e aprendizagem de estudantes cegos. Com os dados produzidos com o estudante Machado é possível avaliar que a teoria cumpre um papel interessante na análise das atividades de da compreensão desse processo.

No primeiro capítulo foram explicitados os conceitos principais da TRRS de Raymond Duval, como os conceitos de: signo; registro; representação; as três atividades cognitivas principais: Formação, Tratamento e Conversão. Além de trazer a discussão da educação para pessoas com deficiência visual para a luz desta teoria.

No segundo capítulo foi apresentado o levantamento bibliográfico das teses e dissertações brasileiras que relacionam o ensino de matemática para pessoas com deficiência visual e a TRRS. Foram encontradas seis pesquisas, entre elas quatro dissertações e duas teses, das quais a maioria se concentra no sul e sudeste do país e sem nem uma pesquisa encontrada no norte e nordeste.

As pesquisas levantadas possuem algumas convergências e diálogos interessantes. Como é o caso das pesquisadoras Mercado (2020) e Anjos (2015) que discutem a escrita braille no processo de ensino e aprendizagem. Enquanto Anjos discute a conversão da escrita em tinta para a braille e suas diferenças, sob o olhar da TRRS e as possíveis problemáticas de congruências semânticas. Mercado adapta atividades do Caderno do Aluno de Matemática da Proposta Curricular do estado de São Paulo dos anos de 2009 a 2013 e discute quais as implicações práticas desse tipo de adaptação e como a conversão de um registro de representação para outro pode influenciar no processo de ensino e aprendizagem.

No terceiro capítulo descrito o objeto matemático que foi foco desta pesquisa, a função polinomial do primeiro grau. São descritos seus elementos principais e formas de tratamento, bem como as interpretações da TRRS sobre as formas de manipulação deste objeto matemático.

Por fim, nas análises e resultados, apresentamos as atividades realizadas de forma detalhada. Algumas das atividades tiveram maior proveito em ensinar o estudante o conteúdo, aqueles que não tiveram tanto êxito, como é o caso da atividade de reconhecer a coordenada de um ponto predeterminado no plano, já que o estudante teve bastante dificuldade de realizar mesmo nos últimos encontros, a teoria nos dá um aporte para compreender o que causa essa falta de compreensão.

A escolha da tecnologia educacional Multiplano foi assertiva, tanto pelos aspectos apontados pela teoria de Duval, no que diz respeito as três atividades cognitivas principais (Formação, Tratamento e Conversão), quanto pela possibilidade de trabalhar com um material manipulativo. Os materiais manipulativos tem sua importância destacadas por Faustino e Sales (2024):

apresentar a sequência utilizando materiais manipuláveis contribuiu para tornara tarefa acessível a todos os estudantes da turma. Apresentar uma sequência utilizando materiais manipuláveis torna a tarefa acessível aos estudantes cegos ao possibilitar que estes identifiquem por meio da manipulação uma característica comum em alguns elementos da sequência (Faustino e Sales, 2024)

Tomando como exemplo o Quadro 15, como foi analisado no tópico 5.3.1, o estudante criou um processo para o posicionamento de uma coordenada que possui mais etapas do que o “esperado”, isso gera o fenômeno da não congruência semântica que atrapalha o estudante em apreender de forma adequada o conceito de coordenadas. Ali, Machado, esperava encontrar um pino auxiliar que não existe, já que o mesmo era posicionado pelo próprio estudante para suprir uma dificuldade particular de orientação no plano. Caso houvessem mais encontros teríamos adotado uma nova estratégia que explicitaria ao estudante que a coordenada não está intrinsicamente ligada a existência de um ponto auxiliar nos eixos.

Em outros momentos, algumas dificuldades foram superadas ao identificar qual era a atividade cognitiva que estava “carente”. No Quadro 5 quando o estudante se atrapalha ao fazer a resolução de uma equação a falta do registro do tratamento algébrico que o estudante estava tentando realizar gera uma ambiguidade sobre o motivo pelo qual o mesmo não consegue realizar a atividade solicitada. Com o tempo foi possível notar que o estudante não tinha conhecimento de como realizar tratamentos mais longos em equações um pouco mais elaboradas. Fornecendo a ele as ferramentas necessárias para realização dessas atividades, desse modo, Machado pode desenvolver seu conhecimento em Funções Polinomiais do Primeiro Grau.

Essas ferramentas em questão são as regras internas de tratamento do sistema de representação semiótico em que estávamos trabalhando. Um exemplo disto é a ação de “substituir” que o estudante não sabia como funcionava. Quando foi instruído adequadamente como operar esta regra de tratamento conseguiu desenvolver as atividades posteriores que exigiam o mesmo tratamento.

Tendo estas análises em vista, concluímos que a Teoria dos Registros de Representação Semióticos contribui para a compreensão do processo de ensino e

aprendizagem e a instrumentalização desta teoria nos fornece benefícios neste processo. Percebemos também, que a maior dificuldade do estudante com deficiência visual é o acesso aos registros de representação semiótica. Essa dificuldade de acesso atinge o estudante na atividade cognitiva inicial, a Formação.

Quando foi ofertado ao estudante a possibilidade de perceber as representações gráficas e de poder construí-las de forma autônoma e independente foi ofertado também a oportunidade de realizar as demais atividades cognitivas que não seriam possíveis de serem feitas sem acesso a primeira. Acreditamos também que caso o estudante tivesse acesso ao sistema de escritas braille seria possível superar várias outras dificuldades que Machado apresentou ao longo dos encontros. A possibilidade de registrar e ler seus registros matemáticos potencializariam os seus estudos.

Para pesquisas futuras, é interessante investigar como o acesso ao braille influencia em estudos algébricos, como um resquício de memória visual pode afetar os estudos geométricos e como diferentes tipos de registros de representação para diferentes estudantes com baixa visão podem ser instrumentalizadas no ensino dos objetos matemáticos.

REFERÊNCIAS

- ANJOS, Daiana Zanelato dos et al. **Da tinta ao Braille: estudo de diferenças semióticas e didáticas dessa transformação no âmbito do Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa-CMU e do livro didático em Braille**. 2015.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa**. Elaboração: Jonir Bechara Cerqueira et al. Brasília: MEC/SEESP, 2006a.
- DAMACENO, Érica Francielle Moreira. **A compreensão do teorema de Pitágoras pelos alunos com deficiência visual: um estudo sobre as representações semióticas em geometria**. 2022.
- DECLARAÇÃO DE SALAMANCA**: Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais, 1994, **Salamanca**-Espanha. FOUCAULT, Michel. Os Anormais. São Paulo: Martins Fontes, 2001.
- DUVAL, Raymond. **Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM – ULP, 1993.
- DUVAL, Raymond. **Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking**. Basic issues for learning, 1999.
- DUVAL, Raymond; MORETTI, Mércles Thadeu. **Gráficos e equações: a articulação de dois registros**. REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática, v. 6, n. 2, p. 96- 112, 2011.
- DUVAL, Raymond. (2012). **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Registres de représentationsémiotique et fonctionnementcognitif de lapensée (M. T. Moretti, Trad.). Revista Eletrônica de Educação Matemática,7(2), 266-297. 10.5007/1981-1322.2012v7n2p266.
- DUVAL, R.; LEVY, L. F.; SILVEIRA, M. R. A. da. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. [s. l.]: Livraria da Física, 2009. Disponível em:
<https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=cat06918a&AN=ufpa.182846&lang=pt-br&site=eds-live>. Acesso em: 12 mar. 2024.
- FAUSTINO, Ana Carolina; DE SALES, Elielson Ribeiro. Explorando padrões nos Anos Iniciais: Possibilidades no encontro entre estudantes cegos e videntes. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, p. 1-10, 2024.
- FERRONATO, Rubens. "A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática." (2002).
- DE LOIOLA ARAÚJO, Jussara; DE CARVALHO BORBA, Marcelo. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Autêntica, 2016.

LORENCINI, Pricila Basilio Marçal et al. **Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre função afim.** 2019.

MARTINS, Elen Graciele et al. **Um estudo sobre os estilos de pensamento matemático mobilizados por um sujeito cego ao resolver sistemas de equações lineares.** 2019.

MERCADO, Karen Paola Valencia. **Análise do registro das atividades matemáticas para alunos cegos: da tinta ao braille.** 2020.

MIRANDA, Edinéia Terezinha de Jesus. **O estudante cego no contexto da inclusão escolar: desafios no processo de ensino e de aprendizagem de matemática.** 2016.

MELLO, Elisabete Marcon. **A Visualização de Objetos Geométricos por Alunos Cegos: um Estudo sob a Ótica de Duval.** 2015. 174 f. 2015. Tese de Doutorado. Tese (Doutorado em Educação Matemática) -Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo/SP.

MELLO, Humberto de; MACHADO, Sídio. **A formação histórica da educação para cegos no Brasil: uma análise contextualizada das leis do Império à República.** Anais do Seminário Luso-Brasileiro de Educação Inclusiva: o ensino e a aprendizagem em discussão, Porto Alegre, RS, Brasil, (1), 2017.