



Programa de Pós-Graduação em Engenharia
de Recursos Naturais da Amazônia

O EFEITO *SWEEP* NA OTIMIZAÇÃO DE PÁS DE TURBINAS HIDROcinÉTICAS DE EIXO HORIZONTAL COM DIFUSOR

SILVIA CRISTINA DE PÁDUA ANDRADE

BELÉM - PA - BRASIL

2025



O EFEITO *SWEEP* NA OTIMIZAÇÃO DE PÁS DE TURBINAS HIDROCINÉTICAS DE EIXO HORIZONTAL COM DIFUSOR

Silvia Cristina de Pádua Andrade

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia, PRODERNA/ITEC, da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Recursos Naturais.

Orientador: Jerson Rogério Pinheiro Vaz

BELÉM - PA - BRASIL


Dezembro - 2025

“O EFEITO SWEEP NA OTIMIZAÇÃO DE PÁS DE TURBINAS HIDROCINÉTICAS DE EIXO HORIZONTAL COM DIFUSOR”


Silvia Cristina de Pádua Andrade

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS DA AMAZÔNIA - PRODERNA/ITEC/UFPA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA DE RECURSOS NATURAIS.


Aprovada por:

Documento assinado digitalmente
 **JERSON ROGERIO PINHEIRO VAZ**
Data: 26/01/2026 08:59:19-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Prof. Dr. Jerson Rogério Pinheiro Vaz (Presidente)

Documento assinado digitalmente
 **CLAUDIO JOSE CAVALCANTE BLANCO**
Data: 22/01/2026 09:53:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Prof. Dr. Cláudio José Cavalcante Blanco (Membro Interno)

Documento assinado digitalmente
 **ADRIANE PRISCO PETRY**
Data: 21/01/2026 11:28:28-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Dra. Adriane Prisco Petry (Membra Externa)

Documento assinado digitalmente
 **ERB FERREIRA LINS**
Data: 21/01/2026 16:35:05-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Erb Ferreira Lins (Membro Externo)

Documento assinado digitalmente
 **MARCOS ANDRE BARROS GALHARDO**
Data: 21/01/2026 18:49:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcos André Barros Galhardo (Membro Externo)

Belém, PA - Brasil
Dezembro de 2025

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

A553e Andrade, Silvia Cristina de Pádua.
O Efeito Sweep na otimização de pás de turbinas hidrocínéticas
de eixo horizontal com difusor / Silvia Cristina de Pádua Andrade.
— 2025.
xvi, 134 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Jerson Rogério Pinheiro Vaz
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de
Recursos Naturais na Amazônia, Belém, 2025.

1. Pás curvadas. 2. Efeito sweep. 3. Difusor. 4. Cavitação.
5. Turbinas Hidrocínéticas. I. Título.

CDD 620

“Para que todos vejam e compreendam: a mão do Senhor fez isto.”

Isaías 41:20

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pela vida, pela força e por todas as oportunidades e livramentos ao longo desta caminhada. Em muitos momentos de dúvida e cansaço, a fé sustentou esta trajetória até a conclusão desta tese.

À família, registra-se gratidão pelo amor, pelo apoio incondicional e pela compreensão das ausências e renúncias que o doutorado exigiu. Aos pais e demais familiares, agradece-se pelos conselhos, pelas palavras de incentivo e por acreditarem na educação como caminho de transformação. Este trabalho também é fruto do cuidado e da base recebida ao longo da vida.

Ao orientador, Prof. Dr. Jerson Rogério Pinheiro Vaz, registro meu sincero agradecimento pela orientação atenta e pela paciência ao longo de todas as etapas desta pesquisa. Agradeço pelas discussões técnicas, pelo incentivo à pesquisa e pela liberdade acadêmica, que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu amadurecimento enquanto pesquisadora.

Aos (às) docentes do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Recursos Naturais da Amazônia (PRODERNA/UFPA), agradeço pelos ensinamentos, pelas disciplinas que ampliaram a visão científica e pelas contribuições diretas e indiretas para a consolidação desta tese.

Ao Instituto Federal do Amazonas (IFAM), em especial ao Campus Manaus Zona Leste, agradeço pelo apoio institucional e pela compreensão quanto às exigências acadêmicas, que permitiram o desenvolvimento da pesquisa. Aos (às) colegas de trabalho, em especial aos (às) amigos(as) do Polo de Inovação que abriram as portas, acolheram esta pesquisa, incentivaram sua continuidade e apoiaram a construção de novas parcerias, agradeço pela parceria e pela ajuda em momentos decisivos do percurso. Cada gesto de carinho, incentivo e lembrança de que “vai dar certo” ajudou a construir o caminho até aqui.

A todas as pessoas e instituições que, de alguma forma, contribuíram para que este trabalho se tornasse realidade, deixo registrado o meu mais sincero agradecimento.

Resumo da Tese apresentada ao PRODERNA/UFPA como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Recursos Naturais (Dr. Eng.)

O EFEITO *SWEEP* NA OTIMIZAÇÃO DE PÁS DE TURBINAS HIDROCINÉTICAS DE EIXO HORIZONTAL COM DIFUSOR

Silvia Cristina de Pádua Andrade

Dezembro/2025

Orientador: Jerson Rogério Pinheiro Vaz

Área de Concentração: Uso e Transformação de Recursos Naturais

O presente trabalho apresenta um modelo de otimização para pás curvadas de turbinas de eixo horizontal, incorporando de forma acoplada os efeitos de *sweep* e difusor. A formulação, fundamentada na Teoria do Momentum de Elemento de Pá, é estendida pela inclusão dos parâmetros de eficiência do difusor (η_d) e coeficiente de empuxo do difusor (C_{Td}), além de uma função de transformação radial destinada a ajustar a posição ao longo da curvatura da pá. Os resultados para a turbina hidrocínética com difusor indicam que pás com *sweep* em torno de $\pm 30^\circ$ evitam a cavitação ao manter a velocidade relativa W abaixo da velocidade crítica de cavitação V_{CAV} , enquanto ampliam a corda e a circulação (Γ) nas regiões externas, sem alterações relevantes no fator de perda de ponta de Prandtl. Na análise aerodinâmica da turbina *NREL Phase VI*, os resultados do modelo são comparados com dados experimentais disponíveis na literatura da turbina *NREL Phase VI*, utilizados como referência para avaliação e validação, não correspondendo a medições experimentais realizadas no âmbito deste trabalho. Nessa etapa, o *sweep* para frente em $\beta_i = -30^\circ$ elevou o coeficiente máximo de potência para $C_{P,max} = 0,40$, aproximadamente 12% acima do valor experimental reportado para a pá reta, enquanto o *sweep* para trás em $\beta_i = +30^\circ$ reproduziu o desempenho de referência, com condição ótima deslocada para maiores razões de velocidade de ponta. De modo geral, o modelo demonstrou capacidade de mitigar cavitação, elevar o aproveitamento energético e reduzir cargas axiais, configurando-se como ferramenta promissora para o projeto de turbinas hidrocínéticas em escoamentos de baixa velocidade, característicos da região Amazônica.

Palavras-chave: Pás curvadas. Efeito *sweep*. Difusor. Cavitação. Turbinas Hidrocínéticas. Otimização da pá. *NREL Phase VI*.

Abstract of the Thesis presented to PRODERNA / UFPA as part fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Natural Resource Engineering (D. Eng.)

THE SWEEP EFFECT IN THE OPTIMIZATION OF HORIZONTAL AXIS HYDROKINETIC TURBINES FOR THE AMAZON

Silvia Cristina de Pádua Andrade

December/2024

Advisor: Jerson Rogério Pinheiro Vaz

Research Area: Use and Transformation of Natural Resources

This study presents an optimization model for swept blades of horizontal-axis turbines, coupling the effects of blade *sweep* and a diffuser. The formulation, grounded in Blade Element Momentum Theory, is extended by incorporating the diffuser efficiency (η_d) and diffuser thrust coefficient (C_{Td}), as well as a radial transformation function that maps the blade sections along the curved span. Results for the diffuser-augmented hydrokinetic turbine indicate that blades with *sweep* angles around $\pm 30^\circ$ prevent cavitation by keeping the relative velocity W below the critical cavitation velocity V_{CAV} , while increasing chord and circulation (Γ) in the outer blade regions, with no relevant changes in the Prandtl tip-loss factor. For the aerodynamic assessment of the *NREL Phase VI* turbine, the model predictions are compared against experimental data available in the *NREL Phase VI* literature, which are used as reference for evaluation and validation and do not correspond to experiments conducted within this work. In this stage, forward *sweep* at $\beta_i = -30^\circ$ increased the maximum power coefficient to $C_{P,max} = 0.40$, approximately 12% higher than the reported experimental value for the straight blade, whereas backward *sweep* at $\beta_i = +30^\circ$ reproduced the reference performance, with the optimum condition shifted toward higher tip-speed ratios. Overall, the proposed model proved effective in mitigating cavitation, improving energy extraction, and reducing axial loads, thereby constituting a promising tool for the design of hydrokinetic turbines operating in low-velocity flows, such as those typical of the Amazon region. **Keywords:** Swept blades. Sweep effect. Diffuser.

Cavitation. Hydrokinetic turbines. Blade optimization. NREL Phase VI.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xiii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xiv
LISTA DE SÍMBOLOS	xv
1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Justificativa	23
1.2 Objetivos	25
1.2.1 Objetivo Geral	25
1.2.2 Objetivos Específicos	25
1.3 Organização da tese	27
2 REFERENCIAL TEÓRICO	28
2.1 Considerações sobre o efeito <i>sweep</i> em turbinas eólicas	28
2.2 Difusores em turbinas eólicas e hidrocínéticas	31
2.3 Cavitação em turbinas hidráulicas e hidrocínéticas: mecanismos, im- pactos e estratégias de mitigação	36
2.4 O Experimento NREL UAE Phase VI	40
2.5 Método BEMT	45
3 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA PARA TURBINAS COM DIFUSOR	49
3.1 AMT sob efeito difusor	49
4 METODOLOGIA	60
4.1 Análise de cavitação	61
4.2 AMT sob efeito difusor para posições radiais com curvatura	62
4.3 BEMT para turbinas com pás curvadas e difusor	65
4.3.1 Correção para o número infinito de pás	68
4.4 Modelo proposto de otimização geométrica	70
4.5 Descrição da turbina NREL Phase VI	72
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	74
5.1 GEOMETRIA OTIMIZADA DA PÁ: EFEITOS SWEEP E DIFUSOR 74	
5.1.1 Dinâmica da cavitação	75

5.1.2	Otimização da pá	79
5.2	DESEMPENHO AERODINÂMICO DA TURBINA <i>NREL PHASE</i>	
	<i>VI</i> COM EFEITO <i>SWEEP</i>	84
6	CONCLUSÕES	96
6.1	Limitações do modelo	97
6.2	Trabalhos futuros recomendados	98
	REFERÊNCIAS	100
	APÊNDICES	110
	APÊNDICE A – Artigos publicados	110
	APÊNDICE B – CÓDIGO FONTE	115

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Participação das fontes na matriz elétrica brasileira, expressa pela contribuição percentual na produção de eletricidade (2023 e 2024).	18
Figura 2 – Região Hidrográfica Amazônica.	19
Figura 3 – Três gerações de turbinas hidrocínéticas desenvolvidas pela UnB.	20
Figura 4 – Turbina hidrocínética DCO HT-G1: (a) diagrama esquemático do sistema gerador e (b) hidroturbina instalada em ambiente operacional.	21
Figura 5 – Protótipo STAR montada para testes.	29
Figura 6 – Geometria de pá otimizada com: (a) <i>sweep</i> para trás; (b) <i>sweep</i> para frente.	30
Figura 7 – Esquema de uma turbina hidrocínética com difusor.	32
Figura 8 – Visão geral das geometrias de difusores citados: (a) aerofólio; (b) flangeado; (c) curvado/lente flangeado e (d) multi-slots.	34
Figura 9 – Colapso de bolha em três situações características. Fonte: Adaptado de Grein e Wyss (1974).	36
Figura 10 – Erosão por cavitação em hélice após operação prolongada. Fonte: Sun <i>et al.</i> (2022).	37
Figura 11 – Projeto 3D da turbina com tubérculos de ponta. Fonte: Shi <i>et al.</i> (2016)	38
Figura 12 – Turbina <i>NREL Phase VI</i> , utilizada no programa <i>Unsteady Aerodynamics Experiment</i> (UAE). Fonte: Hand <i>et al.</i> (2001b).	40
Figura 13 – Representação das velocidades de fluxo no plano do rotor e na esteira.	50
Figura 14 – Perfil de velocidade axial sobre o eixo de simetria de um difusor sem a turbina.	58
Figura 15 – Representação da relação radial entre a pá curvada e a pá reta.	62
Figura 16 – Diagrama de velocidades em uma seção da pá curvada.	66
Figura 17 – Geometria da pá da turbina <i>NREL Phase VI</i> . Fonte: Adaptado de Hand <i>et al.</i> (2001b)	73
Figura 18 – Comparação entre W e V_{CAV} em função da posição radial: (a) $\beta_i = 0^\circ$ (pá reta) e (b) $\beta_i = \pm 27^\circ$	75
Figura 19 – Pás livres do efeito de cavitação.	77
Figura 20 – Distribuições do comprimento da corda (a) e do ângulo de torção (b).	80
Figura 21 – Geometria da pá: (a) $\beta_i = 0^\circ$ (pá reta), (b) $\beta_i = 30^\circ$ (<i>sweep</i> para trás).	81

Figura 22 – Fator de Prandtl sob efeitos difusor e <i>sweep</i>	81
Figura 23 – Circulação ligada na pá (Γ).	82
Figura 24 – Fatores de indução para $\beta_i = 0^\circ$ e $\beta_i = 30^\circ$, em condições operacionais $\lambda = 7,33$	83
Figura 25 – Ângulos β_i analisados: (a) -30° , (b) -10° , (c) 0° (pá reta), (d) 10° e (e) 30°	84
Figura 26 – Coeficientes de sustentação (C_L) e arrasto (C_D) do perfil aerodinâmico S809 para $Re = 1,5 \times 10^6$, utilizados como dados de entrada no modelo numérico.	85
Figura 27 – Variação do coeficiente de potência (C_P) em função da razão de veloci- dade de ponta (λ) para diferentes ângulos <i>sweep</i>	87
Figura 28 – Variação do coeficiente de empuxo (C_T) em função da razão de veloci- dade de ponta (λ) para diferentes ângulos <i>sweep</i>	89
Figura 29 – Variação do coeficiente de torque (C_Q) em função da razão de veloci- dade de ponta (λ) para diferentes β_i	91
Figura 30 – Máximos do coeficiente de torque ($C_{Q,max}$) e o comprimento linear (l) para cada geometria da pá (β_i).	93
Figura 31 – Circulação vinculada (Γ) ao longo do raio normalizado para diferentes ângulos β_i	94
Figura 32 – Circulação Γ ao longo da pá da turbina <i>NREL Phase VI</i> para $\beta_i = 0^\circ$ e $\theta = 33,50^\circ$, comparada ao resultado de Schmitz e Chattot (2006). . .	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 2 – Resumo das fases experimentais do programa <i>Unsteady Aerodynamics Experiment</i> (UAE) da NREL.	41
Tabela 3 – Principais características geométricas e operacionais da turbina.	73
Tabela 4 – Parâmetros utilizados no projeto da turbina.	75
Tabela 5 – Análise de cavitação para cada seção da pá.	78
Tabela 6 – Valores máximos do coeficiente de potência ($C_{P,max}$) e respectivas razões de velocidade de ponta (λ) para cada valor de β_i	86
Tabela 7 – Valores máximos do coeficiente de empuxo ($C_{T,max}$) e sua variação percentual em relação à pá reta ($\beta_i = 0^\circ$).	90
Tabela 8 – Valores máximos do coeficiente de torque ($C_{Q,max}$) e variação percentual em relação à pá reta.	92

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMT	Axial Momentum Theory
ANA	Agência Nacional de Águas
BEMT	Blade Element Momentum Theory
BET	Blade Element Theory
CFD	Computational Fluid Dynamics
CGH	Central Geradora Hidrelétrica
DAHT	Turbina Hidrocinética Aumentada por Difusor
DAWT	Turbina Eólica Aumentada por Difusor
ELETRONORTE	Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A
HAWT	Horizontal-Axis Wind Turbine
IRENA	International Renewable Energy Agency
NREL	National Renewable Energy Laboratory
ODS	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável
PCH	Pequena Central Hidrelétrica
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RHA	Região Hidrográfica Amazônica
SIN	Sistema Interligado Nacional
THC	Turbinas Hidrocinéticas
TSR	Tip Speed Ratio
UAE	Unsteady Aerodynamics Experiment
UHE	Usina Hidrelétrica

LISTA DE SIMBOLOS

Símbolos Latinos

a, a'	Fatores de indução axial e tangencial no rotor
a_{opt}, a'_{opt}	Fatores de indução axial e tangencial otimizados nas pás
a_b, a'_b	Fatores de indução axial e tangencial nas pás
A, A_3	Área do disco e da seção transversal na saída do difusor (m ²)
B	Número de pás
c	Corda da pá reta (m)
c_i	Corda local em cada elemento da pá curvada
c_{opt}	Corda otimizada (m)
C_L, C_D	Coefficientes de Sustentação e Arrasto
C_M	Coefficiente de Torque
C_T	Coefficiente de empuxo
C_{Td}	Coefficiente de empuxo do difusor
C_P	Coefficiente de Potência
C_n	Coefficiente de força normal
C_t	Coefficiente de força tangencial
c_p	Coefficiente de pressão
c_{p3}	Coefficiente de pressão na saída do difusor
c_{pmin}	Coefficiente de pressão mínimo
D	Diâmetro da turbina (m)
F	Fator de perda de ponta de Prandtl
H	Submersão da turbina (m)
p	Pressão local (Pa)
p_v	Pressão de vapor (Pa)
p_{atm}	Pressão atmosférica (Pa)
p_0	Pressão externa do escoamento (Pa)
p_2	Pressão a jusante da turbina (Pa)
p_3	Pressão na saída do difusor (Pa)
P	Potência de saída (W)
R	Raio do rotor (m)

r_i	Posição radial transformada em cada seção da pá curvada (m)
r_*	Posição radial relativa
u_θ	Velocidade de vórtice na esteira próxima (m/s)
V_0	Velocidade do escoamento livre (m/s)
V_1, V_2	Velocidade axial no rotor (m/s)
V_3, V_4	Velocidade axial na saída do difusor e na esteira (m/s)
W	Velocidade relativa do fluido

Símbolos Gregos

α	Ângulo de ataque (rad)
α_{opt}	Ângulo de ataque ótimo (rad)
β_A	Razão da área do difusor
β_i	Ângulo <i>sweep</i> local em cada elemento da pá
β_{max}	Ângulo máximo de curvatura na ponta da pá (rad)
η_d	Eficiência do difusor
ϕ	Ângulo do escoamento (rad)
ϕ_{opt}	Ângulo do escoamento ótimo (rad)
Γ	Circulação em cada elemento da pá
λ	Razão de velocidade de ponta (TSR)
ρ	Massa específica do fluido (kg/m ³)
σ_{cav}	Número de cavitação
σ, σ_i	Solidez local para pá reta e curvada
θ	Ângulo de torção (rad)
θ_{opt}	Ângulo de torção ótimo (rad)
ε_1	Razão de velocidade axial
ε_{1opt}	Razão de velocidade axial ótima
ε_4	Razão de velocidade na esteira
ε_{4opt}	Razão de velocidade na esteira ótima
Ω	Velocidade angular do rotor da turbina (rad/s)

1 INTRODUÇÃO

A crise de sustentabilidade no setor energético e as crescentes preocupações climáticas têm impulsionado o desenvolvimento de tecnologias que produzem menos gases poluentes e gases de efeito estufa, fomentando a transição para energias renováveis. As energias renováveis, como solar, eólica, hidroelétrica e biomassa, constituem fontes renováveis e de baixa emissão de carbono, com potencial para substituir os combustíveis fósseis. Segundo a Agência Internacional de Energia Renovável, do inglês: IRENA, o êxito da transição energética depende da transformação do setor energético global, a qual deve substituir as fontes fósseis por alternativas com emissões líquidas nulas de carbono até a segunda metade deste século. Essa transformação é fundamental para reduzir as emissões de CO₂ equivalente associadas à energia, mitigar as mudanças climáticas e limitar o aumento da temperatura global a 1,5 °C acima dos níveis pré-industriais (IRENA, 2023).

O Brasil se destaca no cenário global por apresentar uma matriz elétrica majoritariamente renovável. Em 2023, as fontes renováveis corresponderam a 89% da matriz elétrica, com predominância da geração hidráulica (58,9%). Em 2024, as fontes renováveis representaram 88,2% da matriz elétrica, mantendo a energia hidráulica como principal componente (55,3%), embora se registre redução de sua participação em relação ao ano anterior. Paralelamente, observou-se aumento das parcelas eólica (de 13,2% para 14,1%) e solar (de 7% para 9,3%), evidenciando o processo recente de diversificação da oferta. A Figura 1 mostra as contribuições percentuais de cada fonte na produção de eletricidade, compondo a matriz elétrica brasileira. Embora a hidreletricidade permaneça como principal componente e esteja sujeita às variações do regime hídrico, a expansão das fontes eólica e solar tem contribuído para a manutenção de uma matriz predominantemente renovável, ao passo que as fontes fósseis mantêm participação relativamente reduzida, com destaque para o gás natural (5,3% em 2023 e 6,3% em 2024) e para carvão e derivados (1,9% em ambos os anos) (EPE, 2025).

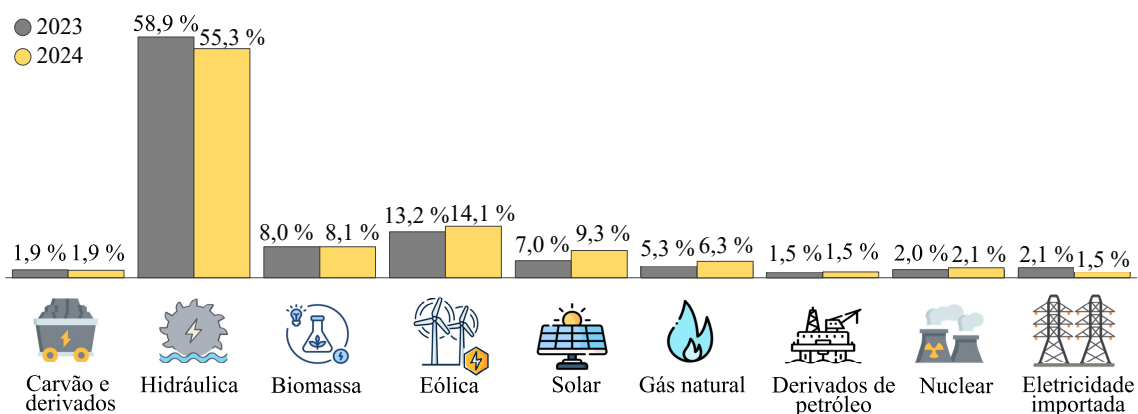


Figura 1 – Participação das fontes na matriz elétrica brasileira, expressa pela contribuição percentual na produção de eletricidade (2023 e 2024).

Fonte: EPE (2025)

Conforme a Figura 1, a energia hidráulica é o pilar da matriz elétrica do Brasil. Com um potencial estimado em aproximadamente 172 gigawatts (GW), o país é um dos líderes globais na utilização de energia hidrelétrica. Mais de 60% desse potencial já foi aproveitado, principalmente através da construção de grandes usinas hidrelétricas, que garantem uma oferta estável e confiável de eletricidade (EPE, 2021). As bacias hidrográficas Amazônica e Tocantins-Araguaia destacam-se como as principais áreas com potencial hidrelétrico ainda não explorado. Ambas fazem parte da RHA, que, segundo a ANA, cobre uma área de aproximadamente 3 870 mil km², o que corresponde a 45% do território nacional. Esta região é caracterizada por uma extensa rede hidrográfica (conforme ilustrado na Figura 2) e concentra 81% da disponibilidade de águas superficiais do país.

Diante dos desafios associados à matriz energética mundial, as THC surgem como uma tecnologia de baixo impacto ambiental, pois aproveitam a energia cinética das correntes de água para gerar eletricidade sem a necessidade de construção de barragem. Esta tecnologia está alinhada aos ODS das Nações Unidas, contribuindo para o ODS 7 (Energia Acessível e Limpa) ao viabilizarem o fornecimento de energia limpa e acessível para áreas remotas, aproveitando as correntes de água. Promovem o ODS 9 (Indústria, Inovação e Infraestrutura) ao impulsionarem a inovação tecnológica no setor energético e contribuem para o ODS 11 (Cidades e Comunidades Sustentáveis), ao melhorarem as condições de vida em comunidades sem acesso à rede elétrica. Além disso, apoiam o ODS 13 (Ação Contra a Mudança Global do Clima) ao reduzirem as emissões de carbono por meio de uma geração de energia renovável e sustentável. O Brasil, em razão do vasto potencial hidrelétrico e da abundância de recursos hídricos, particularmente na região amazônica,

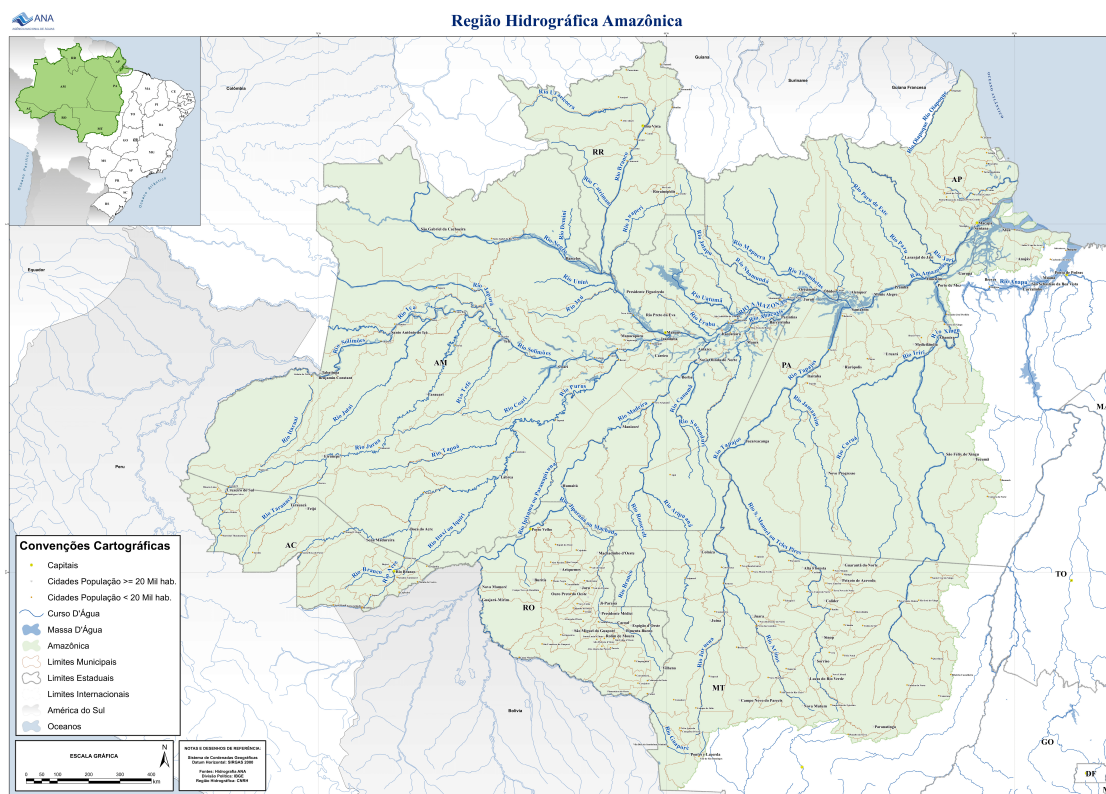


Figura 2 – Região Hidrográfica Amazônica.

Fonte: ANA (2015)

apresenta um cenário promissor para a instalação de turbinas hidrocínéticas. Considera-se que a geração hidrelétrica tradicional é predominantemente composta por centrais hidrelétricas — Usinas Hidrelétricas (UHE), Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH) e Centrais Geradoras Hidrelétricas (CGH) — majoritariamente conectadas ao Sistema Interligado Nacional (SIN). Nesse contexto, as turbinas hidrocínéticas podem contribuir, sobretudo, para o suprimento de eletricidade em sistemas isolados e em comunidades ribeirinhas não interligadas ao SIN, onde podem complementar a matriz elétrica local e reduzir o uso de fontes de origem fóssil, em consonância com metas globais de sustentabilidade.

As THCs podem ser instaladas em diferentes tipos de corpos d'água, como rios, correntes oceânicas, estuários de maré e igarapés amazônicos, sendo necessário medições da profundidade e da velocidade de escoamento. No oceano, podem ser organizadas em matrizes, em parques hidrocínéticos, para aproveitar a energia das correntes marinhas e das marés. Com relação aos possíveis impactos sobre a ictiofauna¹, as turbinas representam um baixo risco à vida dos peixes, estudos mostraram que os peixes foram capazes de produzir forças propulsivas maiores quando posicionado próximo ao rotor e alinhado com

¹ Segundo Dicionário Priberam da Língua Portuguesa, ictiofauna é conjunto dos peixes existentes numa região.

a ponta da pá (MACÍAS, 2021) e passaram menos tempo perto da vizinhança da turbina e do rastro turbulento ou de baixa velocidade (MÜLLER *et al.*, 2023).

O Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília – UnB, vem desenvolvendo e implantando diferentes gerações de THCs no Brasil, atualmente na Geração 3. A primeira turbina (Geração 1) foi instalada em julho de 1995 em uma comunidade próxima a cidade de Correntina, no Estado da Bahia, esta turbina gerou potência de 1,5 kW e foi concebida para manter um posto médico e uma residência. A Geração 2, instalada novamente em Correntina em 2005, e no ano de 2006 em Maracá, no Estado do Amapá, o diferencial da turbina estava no uso de difusor para melhorar o desempenho hidráulico. Porém, a adição desse componente fez com que o tamanho geométrico da turbina se expandisse, tornando-a inadequada para utilização em rios de baixa profundidade. A Geração 3, criada em parceria com a ELETRONORTE, foi desenvolvida em um formato mais compacto e portátil, além de apresentar um desempenho hidráulico superior. Com uma abertura lateral, essa configuração permitiu contornar problemas anteriores, otimizando o controle da camada limite na superfície interna do difusor (SANTOS, 2021; SANTOS *et al.*, 2023). A Figura 3 mostra as turbinas hidrocinéticas das diferentes gerações desenvolvidas pela UnB.

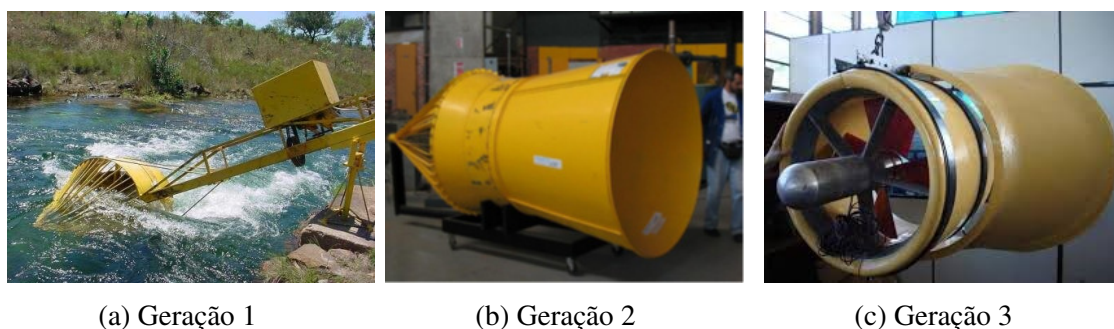


Figura 3 – Três gerações de turbinas hidrocinéticas desenvolvidas pela UnB.

Fonte: Santos (2021)

Recentemente, a *startup* DCO Sustentável patenteou, em 2022, o protótipo da turbina hidrocinética DCO HT-G1, equipada com difusor cônico de flange curto e aletas estruturais, desenvolvida para operar em cursos d'água de baixa velocidade, típicos da região Amazônica. O sistema de microgeração é composto por um rotor com seis pás em liga de alumínio, difusor cônico com aletas estruturais e flanges curtas de liga de alumínio, além de um sistema de transmissão angular leve com eixos combinados, conforme mostra

o esquema da Figura 4.

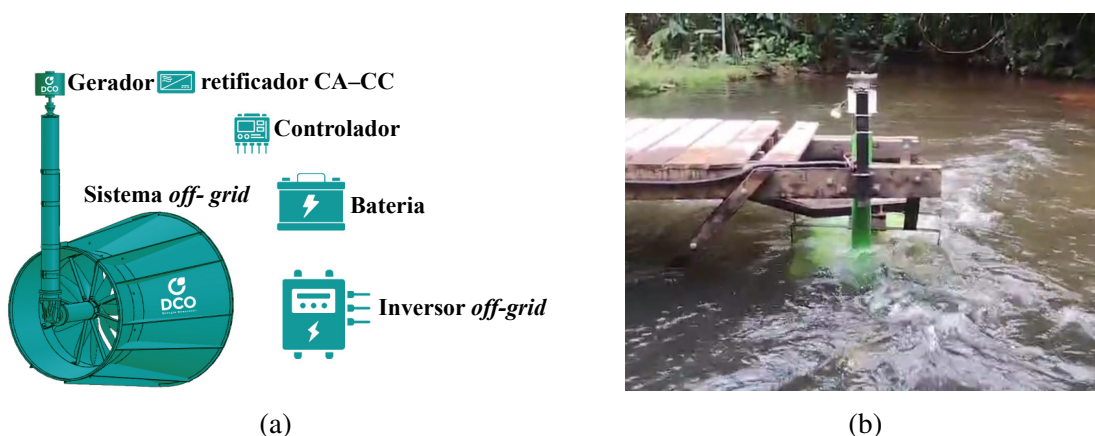


Figura 4 – Turbina hidrocínética DCO HT-G1: (a) diagrama esquemático do sistema gerador e (b) hidroturbina instalada em ambiente operacional.

Fonte: Oliveira (2024)

Para viabilizar a operação em velocidades de escoamento inferiores a 0,5 m/s, a turbina da DCO requer o uso de um multiplicador de velocidade na faixa de 1:3 a 1:5, de modo que o gerador alcance sua rotação nominal a partir da faixa operacional da turbina. Em aplicações típicas em comunidades ribeirinhas, o sistema é dimensionado para atender uma demanda de potência em torno de 1,4 a 1,5 kW, contemplando cargas residenciais e produtivas leves (iluminação, refrigeração, equipamentos de entretenimento, conectividade e pequenas máquinas de processamento, como a de polpa de açaí). A hidroturbina é capaz de iniciar a operação em velocidades de corrente de aproximadamente 0,2 a 0,3 m/s e atingir eficiências globais entre 60% e 80%, devido à combinação do rotor de pás torcidas com o difusor de flange curto e aletas-guia estruturais, o que reforça o potencial dessa arquitetura como referência tecnológica para turbinas destinadas a escoamentos de baixa velocidade (OLIVEIRA, 2024).

Nesse contexto, turbinas equipadas com difusor configuram-se como uma estratégia para ampliar o aproveitamento energético em escoamentos de baixa velocidade. Em turbinas eólicas e hidrocínéticas operando em escoamento livre, o desempenho dessas máquinas é limitado pelo limite clássico de Betz, o qual estabelece uma eficiência teórica máxima de aproximadamente 59,3% para a conversão da energia cinética em potência mecânica útil. A inserção de um difusor ao redor do rotor altera o campo de pressões e aumenta a vazão mássica que atravessa a região de escoamento na vizinhança da turbina, possibilitando potências aparentes superiores às previstas pelo modelo de disco atuador

em escoamento livre. Essa abordagem mostra-se particularmente adequada para aplicação em rios e canais de baixa velocidade, nos quais o recurso energético disponível é mais restrito. Em contrapartida, o aumento da velocidade axial no plano do rotor implica na redução da pressão estática sobre as pás e eleva a suscetibilidade à cavitação, de modo que o projeto de turbinas com difusor requer um cuidado ao maximizar a extração de energia e o controle dos efeitos de cavitação sobre o desempenho e a vida útil do sistema.

Para evitar problemas como a cavitação, a otimização geométrica da pá desempenha um papel essencial. Considerando que o processo de conversão de energia começa quando a água entra em contato com as pás, otimizar o formato das pás é o ponto inicial para o projeto da turbina. A estrutura da pá deve ser projetada para suportar as cargas experimentadas em ambientes extremos e, ao mesmo tempo, ser livre de cavitação. Recentemente, estudos mostraram que pás curvadas têm melhor desempenho em termos de maior potência do rotor e menor deformação do que as pás retas, podendo reduzir o carregamento aerodinâmico axial sobre o rotor e aumentar a eficiência de extração de energia da turbina (THANGAVELU *et al.*, 2021). No entanto, poucos trabalhos na literatura abordam o efeito *sweep* quando aplicado em pás de turbinas hidrocínéticas. Este efeito é definido como um deslocamento para frente ou para trás do eixo da pá no plano do rotor (FRITZ; FERREIRA; BOORSMA, 2022). O *sweep* para frente refere-se quando a curvatura das pás está na mesma direção da rotação, enquanto *sweep* para trás ocorre quando as pás são curvadas na direção oposta à direção de rotação (DIAS; CAMACHO, 2022). Ambos os tipos de *sweep* apresentam diferentes impactos em termos de coeficientes de potência, empuxo e distribuição de pressão, dependendo das condições de operação e do ajuste do ângulo de curvatura.

Para a análise de turbinas hidrocínéticas, o modelo BEMT tem sido amplamente utilizado em projetos de turbinas eólicas e de marés (SØRENSEN; KOCK, 1995; BAHAJ *et al.*, 2007; MASTERS *et al.*, 2011). Embora este método seja comumente associado ao projeto aerodinâmico de turbinas eólicas, sua aplicação em turbinas hidrocínéticas também tem se mostrado eficaz. Estudos recentes aprimoraram o modelo para incluir turbinas com pás curvadas e difusores, o que tem possibilitado uma análise mais detalhada das características específicas dessas turbinas. No trabalho de Larwood, Dam e Schow (2014), os autores desenvolveram um modelo de correção que mostrou boa concordância com simulações para rotores com geometria de pás curvas, enquanto Picanço *et al.* (2022) focaram na

otimização da geometria das pás para reduzir a cavitação em turbinas com difusor. Além disso, Gemaque, Vaz e Saavedra (2022) aplicaram uma função de transformação radial ao BEMT para turbinas com pás curvadas para trás, identificando impactos significativos na distribuição das cordas e ângulos de torção, e no aumento do torque e do coeficiente de potência, sem considerar a presença de um difusor.

Desta forma, o presente trabalho propõe um novo procedimento de otimização para a geometria de pás curvadas em turbinas hidrocínéticas de eixo horizontal com difusor, fundamentado no método BEMT. O objetivo é avaliar o impacto do efeito *sweep* das pás, analisando sua influência sobre o desempenho aerodinâmico e hidrodinâmico, abrangendo tanto turbinas hidrocínéticas de pequeno porte quanto turbinas eólicas. O modelo foi ajustado para investigar de que forma o efeito *sweep* pode contribuir para minimizar a cavitação, considerando a interação entre a geometria e o difusor. No contexto eólico, a turbina *NREL Phase VI* é adotada como caso de referência experimental para a aplicação da formulação proposta, permitindo estender a análise do efeito *sweep* a condições aerodinâmicas em ar e verificar a coerência do modelo. Assim, o estudo fornece subsídios para o aprimoramento do desempenho de turbinas hidrocínéticas e para o desenvolvimento de soluções tecnológicas mais sustentáveis voltadas à geração descentralizada de energia na região amazônica.

1.1 Justificativa

Do ponto de vista socioambiental, a região amazônica, apesar de sua riqueza em recursos hídricos e da presença de importantes usinas hidrelétricas, como a Usina Hidrelétrica de Tucuruí, a Usina Hidrelétrica de Belo Monte e o Complexo Madeira (composto pelas usinas de Santo Antônio e Jirau), ainda enfrenta desafios relevantes de universalização do acesso à energia elétrica em áreas de difícil atendimento. Nesse contexto, o Programa Luz para Todos constitui uma política pública federal de universalização do acesso e uso da energia elétrica, criada em 2003, voltada a promover o atendimento elétrico principalmente à população do meio rural e, mais recentemente, a localidades não interligadas ao SIN, nas quais o acesso ao serviço público de energia elétrica permanece limitado. No âmbito do Programa Luz para Todos, as metas para 2024 totalizam 83.057 atendimentos, distribuídos entre 53.338 ligações em áreas rurais e 29.719 em localidades não interligadas ao SIN na Amazônia Legal (Ministério de Minas e Energia, 2023), evidenciando a lacuna de aten-

dimento na região. Parte dessas localidades permanece dependente de sistemas locais de geração, frequentemente baseados em óleo diesel, associados a elevados custos logísticos e impactos ambientais. Além disso, em comunidades ribeirinhas situadas em trechos fluviais com escoamento perene e profundidades compatíveis, o aproveitamento hidrocínético pode constituir alternativa tecnicamente viável para geração distribuída em sistemas isolados, com potencial de reduzir o consumo de diesel, desde que sejam consideradas as condições locais de navegabilidade, sazonalidade do regime de vazões, logística de instalação e manutenção e aspectos socioambientais.

Ressalta-se que a inserção de turbinas hidrocínéticas pode ser discutida em dois recortes complementares, porém distintos. O primeiro refere-se ao atendimento de localidades remotas e sistemas isolados, tema diretamente associado às metas de universalização e às condições de suprimento em áreas não interligadas ao SIN. Nesse cenário, embora exista potencial hidrocínético em cursos d'água regionais, observa-se que as soluções atualmente mais difundidas em programas de atendimento têm se apoiado, predominantemente, em sistemas fotovoltaicos, em função da maturidade tecnológica e da padronização de especificações. Assim, a adoção de turbinas hidrocínéticas deve ser compreendida como alternativa promissora, porém condicionada à identificação de sítios com potencial adequado e ao enfrentamento de desafios técnicos, econômicos e operacionais. O segundo recorte diz respeito à complementaridade energética em relação à geração hidrelétrica de grande porte conectada ao SIN, na qual a contribuição das turbinas hidrocínéticas não se confunde com a lógica de universalização, mas pode ser posicionada como tecnologia complementar em estratégias de diversificação e aproveitamento de recursos locais. Dessa forma, a presente tese delimita o papel da tecnologia conforme o contexto de aplicação, evitando interpretações de implementação imediata e universal e situando o tema no âmbito do desenvolvimento e da otimização de projeto.

Diante do potencial hídrico disponível na região amazônica e da necessidade de garantir acesso sustentável à energia elétrica, as turbinas hidrocínéticas surgem como uma alternativa viável. Conforme ressalta Maldar, Ng e Oguz (2020), essas turbinas podem ser mais apropriadas para comunidades situadas nas proximidades de rios ou córregos com baixa coluna de água, com capacidade de operar em condições de escoamento reduzido. Contudo, a pesquisa e o desenvolvimento de turbinas hidrocínéticas ainda são incipientes na região amazônica, o que evidencia a necessidade de estudos que avancem tanto na

compreensão dos fenômenos hidrodinâmicos quanto no aperfeiçoamento do projeto dessas máquinas.

Nesse contexto, justifica-se o desenvolvimento de um procedimento de otimização para a geometria de pás curvadas em turbinas hidrocinéticas de eixo horizontal com difusor, fundamentado no método BEMT. Diferentemente de abordagens recorrentes na literatura, que em geral consideram pás retas ou tratam o difusor de forma separada da geometria da pá, o estudo adota uma formulação que integra, em um mesmo modelo, o efeito *sweep* e os parâmetros de desempenho do difusor. Nessa perspectiva, o modelo é inicialmente ajustado para investigar de que forma o *sweep* pode contribuir para reduzir a suscetibilidade à cavitação e modificar a distribuição de cargas ao longo da pá, considerando a interação entre a curvatura radial e o escoamento induzido pelo difusor. Em uma etapa complementar, a mesma formulação é empregada para quantificar o impacto do *sweep* sobre os coeficientes de potência (C_P), empuxo (C_T) e torque (C_Q), bem como sobre a circulação ao longo do raio da pá, tomando uma turbina eólica de referência como caso de aplicação. Dessa forma, a justificativa do estudo fundamenta-se na necessidade de um modelo de otimização para pás curvadas capaz de representar, de maneira conjunta, o efeito *sweep* em turbinas de eixo horizontal com difusor voltadas à geração descentralizada de energia em ambientes fluviais característicos da região amazônica.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Desenvolver um modelo de otimização do desempenho e da geometria de pás para turbinas hidrocinéticas de eixo horizontal com pás curvadas e difusor, incorporando simultaneamente o efeito *sweep* e difusor ao método BEMT.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Estender o modelo BEMT para incluir os parâmetros de eficiência (η_d) e de empuxo (C_{Td}) do difusor, incorporando-os à formulação teórica do processo de otimização das pás curvadas;
- Incorporar uma função de transformação radial que represente a curvatura das pás

(*sweep*), de modo a ajustar a posição radial durante a otimização geométrica com difusor;

- Analisar a influência combinada do *sweep* e do difusor na distribuição de corda e ângulo de torção das pás otimizadas, avaliando como esses parâmetros geométricos se ajustam sob diferentes condições;
- Avaliar os efeitos da curvatura das pás na cavitação, identificando as condições de escoamento em que a velocidade relativa se aproxima do limite de cavitação (V_{CAV}) para turbinas hidrocínéticas com difusor;
- Investigar a influência do efeito *sweep* sobre os coeficientes de desempenho da turbina: potência (C_P), empuxo (C_T) e torque (C_Q);

1.3 Organização da tese

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

Na Seção 1 apresenta-se a introdução, na qual se contextualizam a transição energética e o potencial das turbinas hidrocínéticas como alternativa sustentável para a geração de eletricidade. Nessa seção, são apresentados ainda a motivação, a justificativa e os elementos de inovação do estudo.

A Seção 2 apresenta a revisão bibliográfica, discutindo os principais estudos sobre o uso de difusores e o efeito *sweep* em turbinas eólicas e hidrocínéticas, além da ocorrência de cavitação em rotores sob baixas pressões. São mencionados os trabalhos de referência envolvendo a turbina *NREL Phase VI*, amplamente utilizada como modelo de validação experimental e numérica.

Na Seção 3, é apresentada a fundamentação matemática do método BEMT, expandido pela formulação AMT para considerar o efeito do difusor sobre o escoamento. São descritas as equações que relacionam os coeficientes de potência (C_P) e empuxo (C_T) aos parâmetros adimensionais do difusor, como o coeficiente de empuxo (C_{Td}) e a razão de área.

A Seção 4 descreve o método BEMT estendido, no qual a base com difusor é ajustada para incluir o efeito da curvatura das pás (*sweep*) por meio de uma transformação radial. São apresentados ainda o critério de cavitação e os aspectos técnicos da turbina *NREL Phase VI*, utilizada para validação do modelo numérico.

Na Seção 5, são apresentados os principais resultados obtidos. Primeiramente, analisa-se a cavitação nas pás curvadas e a influência do *sweep* sobre a velocidade relativa e o limite de cavitação. Em seguida, discutem-se as modificações geométricas resultantes da otimização das pás e, por fim, o desempenho aerodinâmico comparativo entre diferentes configurações e a turbina de referência.

Por fim, a Seção 6 apresenta as conclusões do estudo, destacando os principais resultados, as limitações da metodologia e as perspectivas para trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção apresenta uma revisão da literatura sobre os principais aspectos que fundamentam este trabalho. São abordados o efeito *sweep* e sua influência no desempenho aerodinâmico de turbinas eólicas, as turbinas equipadas com difusores e os parâmetros que determinam sua eficiência, além do fenômeno da cavitação e suas implicações operacionais em turbinas hidráulicas e hidrocínéticas.

Apresenta-se ainda o experimento *NREL UAE Phase VI*, conduzido pelo *National Renewable Energy Laboratory* em cooperação com o *NASA Ames Research Center*, referência para a validação de modelos aerodinâmicos. Por fim, são discutidos os fundamentos teóricos do método BEMT, amplamente empregado na modelagem e otimização de rotores, e os estudos que o aplicaram em turbinas eólicas e hidrocínéticas.

2.1 Considerações sobre o efeito *sweep* em turbinas eólicas

A influência do *sweep* em turbomáquinas de fluxo axial já vem sendo estudada na literatura (JR; YEH, 1963; VAD; KWEDIKHA; JABERG, 2006; HE; ZHENG, 2017); entretanto, no campo do estudo das turbinas hidrocínéticas a aplicação ainda é pouco explorada. As pesquisas relevantes para este trabalho são recentes e no contexto de turbinas eólicas de eixo horizontal, portanto, na presente tese apresentam-se alguns trabalhos na área de energia eólica para fundamentar esta pesquisa.

O termo *sweep* refere-se ao deslocamento do perfil da pá ao longo do comprimento da pá, onde as seções superiores são deslocadas em relação ao eixo longitudinal, formando um ângulo conhecido como ângulo *sweep* ou ângulo de varredura. Esse mecanismo, denominado “efeito *sweep*” na literatura, pode trazer diversas vantagens para turbinas eólicas, incluindo a redução das cargas aerodinâmicas, melhoria da eficiência da pá, diminuição do arrasto e otimização do desempenho em diferentes condições de vento (ARTONI, 2015).

O conceito de pás varridas (*swept blades*) foi introduzido por Liebst (1986) como uma técnica para reduzir as cargas de rajadas de vento em um rotor de determinado diâmetro. Esse conceito foi aprimorado por ZUTECK (2002), que apresentou uma equação abrangente para descrever a variação controlada da geometria das pás ao longo de seu comprimento, considerando a distância da ponta da pá ao eixo de passo, a posição inicial

da curvatura de varredura e o expoente da curva de varredura. Em 2004, o Programa de Pesquisa em Energia Eólica do Departamento de Energia dos Estados Unidos lançou o projeto *Sweep Twist Adaptive Rotor Blade (STAR)*, que desenvolveu um protótipo de rotor adaptativo varrido e torcido, com o intuito de melhorar o desempenho em baixas velocidades do vento. A Figura 5 mostra o protótipo em uma turbina Zond de 750 kW na instalação eólica TerraGen em Tehachapi, Califórnia.



Figura 5 – Protótipo STAR montada para testes.

Fonte: Ashwill *et al.* (2010)

No processo de otimização de pás é importante considerar o ângulo de curvatura mais adequado para maximizar a produção de energia da turbina e minimizar os efeitos de cisalhamento do vento e turbulência. A inclinação da pá pode ser no sentido do bordo de ataque sendo chamado *sweep* para frente (*forward sweep*) ou no sentido do bordo de fuga ou *sweep* para trás (*backward sweep*). Na Figura 6 pode ser visto uma pá com *sweep* para trás varrida na direção oposta da rotação, enquanto a pá com *sweep* para frente no mesmo sentido da rotação.

Com relação a desempenho, pesquisas sugerem que pás com *sweep* para frente são mais eficientes do que pás retas na captura de energia com aumento significativo no coeficiente de potência e empuxo, especialmente em altas taxas de fluxo (ZUO *et al.*, 2016; KAYA *et al.*, 2018; HUANG *et al.*, 2022). O trabalho de Wærness (2021) mostrou que pás com *sweep* para frente apresentaram um coeficiente de potência até 6 % maior do que pás retas em condições de alta turbulência, além de um aumento de 7,1 % no coeficiente de

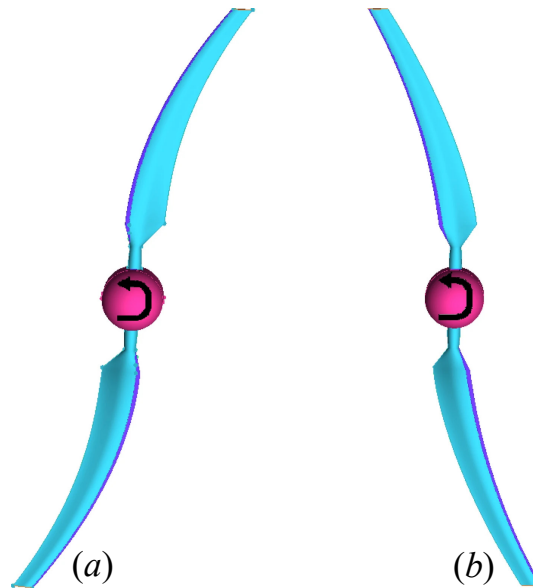


Figura 6 – Geometria de pá otimizada com: (a) *sweep* para trás; (b) *sweep* para frente.
Fonte: Dias e Camacho (2022)

empuxo. No entanto, esse perfil pode enfrentar desafios, como estol antecipado devido ao aumento do ângulo de ataque, levando a instabilidades aerodinâmicas e maior desgaste das pás (VERELST; LARSEN, 2010).

Por outro lado, o *sweep* para trás tem sido adotado como uma técnica passiva para reduzir cargas e fadiga estrutural, sendo amplamente utilizado em otimização de pás (PAVESE; KIM; MURCIA, 2017; CHEN *et al.*, 2019; GÖZCÜ *et al.*, 2022). Conforme explica Artoni (2015), quando as pás possuem esta geometria, a região mais externa é curvada na direção oposta ao sentido de rotação. Isso resulta em um comportamento estrutural passivo, em que, em resposta a cargas aerodinâmicas aumentadas na ponta da pá, ocorre um momento que faz com que a ponta torça para reduzir o ângulo de ataque e, conseqüentemente, as cargas sobre a pá. Além disso, o *sweep* para trás reduz a intensidade do arrasto nas pás e melhora a eficiência aerodinâmica do rotor, resultando em um aumento do coeficiente de potência e da produção de energia (ASHWILL *et al.*, 2010; SALARI; BOUSHEHRI; BOROUSHAKI, 2018; SESSAREGO; RAMOS-GARCÍA; SHEN, 2018).

Embora o *sweep* para trás e para frente possam afetar diferentemente os coeficientes de potência e empuxo, esses efeitos variam conforme o ajuste do ângulo de curvatura, as condições do vento e outros fatores operacionais. Dias e Camacho (2022) mostraram que o coeficiente de potência foi maximizado em uma faixa de velocidade do vento entre 10 m/s e 15 m/s, com a inclinação para frente resultando em um aumento de 4,49 % e a inclinação para trás em 5,62 %. Juaristi (2023) avaliou três tipos de pás: com *sweep*

para frente/trás e pás retas. Quando comparadas com as pás retas, as curvadas para frente reduziram o coeficiente de potência máximo em 13,56 % e o coeficiente de empuxo em 6,71 %. Em contraste, as pás curvadas para trás demonstraram uma redução ainda maior no coeficiente de potência, de 15,68 %, e no coeficiente de empuxo, de 13,74 %. Esses resultados evidenciam que a eficiência de pás com *sweep* varia com o grau de curvatura da pá e das condições específicas de operação, explicando os resultados controversos encontrados na literatura.

A implementação do *sweep* nas pás das turbinas eólicas é uma técnica promissora para melhorar a eficiência de turbinas. No entanto, existem desafios associados que devem ser considerados tais como, controlar os momentos de torção para garantir a integridade estrutural, equilibrar a redução de cargas com a maximização da produção de energia, lidar com a complexidade do design aerodinâmico e estrutural, custos adicionais de fabricação e maximizar o desempenho sem comprometer outros aspectos do projeto. Estas observações enfatizam algumas questões técnicas cruciais que devem ser consideradas durante o projeto de pás curvadas em turbinas eólicas/hidrocínéticas.

2.2 Difusores em turbinas eólicas e hidrocínéticas

Em um projeto tradicional de turbina hidrocínética, a água flui diretamente sobre as pás do rotor, impulsionando-as e gerando energia. No entanto, turbinas hidrocínéticas aumentadas por difusor - DAHT (do inglês: “*Diffuser-Augmented Hydrokinetic Turbines*”), incorporam um elemento adicional: o difusor. A Figura 7 mostra a representação de uma DAHT.

O difusor é um componente instalado ao redor do rotor da turbina, com a entrada menor que a saída, canalizando o fluxo em direção às pás do rotor. Seu funcionamento baseia-se no efeito Venturi/Bernoulli: o fluido ao passar pela área de seção transversal reduzida (“garganta”) do difusor, tem um aumento da sua velocidade enquanto a pressão diminui, conforme explicado por Bernoulli. Após o rotor, a velocidade diminui e a pressão aumenta, mantendo a energia conservada. Apesar da simplicidade desse efeito, a interação entre a turbina e o difusor é complexa em termos de características de fluxo, especialmente devido à separação do fluxo, o que impacta significativamente o coeficiente de potência da turbina, conforme discutido por Shives e Crawford (2012) e Jafari e Kosasih (2014).

O princípio de funcionamento das turbinas hidrocínéticas é semelhante ao das

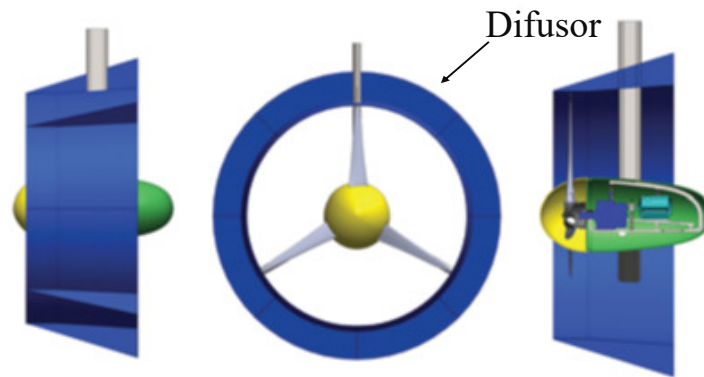


Figura 7 – Esquema de uma turbina hidrocínética com difusor.

Fonte: Adaptado de Vaz e Wood (2021)

turbinas eólicas. Ambas seguem o Limite Clássico de Betz, que estabelece o máximo de rendimento da turbina eólica em 59,3 %. Para superar essa limitação, o difusor é usado para melhorar a eficiência na geração de energia (BARBARIĆ; GUZOVIĆ, 2020; GADEN; BIBEAU, 2010; WANG; SONG; YAN, 2019). Ao ser acoplado ao rotor da turbina, o difusor aumenta a vazão em massa do fluido e, conseqüentemente, aumenta a energia cinética, sendo extremamente útil em áreas onde a velocidade do fluxo de água é baixa (REZEK *et al.*, 2021; PICANÇO *et al.*, 2022). No entanto, no processo de otimização é necessário considerar parâmetros do difusor, incluindo geometria, o tipo de difusor (sem flange ou flangeado), altura do flange, diâmetros de entrada e saída, comprimento, ângulo de entrada, eficiência (η_d), relação de área e coeficiente de empuxo do difusor (C_{Td}). Esses parâmetros impactam significativamente os coeficientes de empuxo e potência, a eficiência da turbina, o início da cavitação e o desempenho geral das turbinas (VAZ; WOOD, 2018; FLETCHER, 1981).

No que diz respeito à geometria, diversos formatos têm sido estudados, como: aerofólio, flangeado, curvado, multi-slots entre outros, cada um com características específicas que influenciam diretamente o fluxo de ar e, conseqüentemente, o coeficiente de potência (C_p). Por exemplo, o formato de aerofólio tende a manter o fluxo para gerar alta sustentação seccional e aumentar a taxa de fluxo do rotor, limitando, ao mesmo tempo, o arrasto do difusor (LIMACHER *et al.*, 2020). Um dos pioneiros em estudar este *design* foi Igra (1977), que implementou melhorias com a adição de flap para evitar o problema de separação de fluxo. Como resultado, obteve um aumento de até 65 % na potência de saída. A mesma geometria foi otimizada por Coiro, Daniele e Vecchia (2016) para o difusor de uma hidroturbina de eixo horizontal, resultando em um aumento de 6,1 % no coeficiente de potência em relação ao aerofólio inicial ou de referência.

A integração de flanges resulta na configuração conhecida como difusores flangeados. As flanges, localizadas próximas à extremidade traseira do difusor, desempenham um papel crucial ao interromper o fluxo acima do difusor, aumentando a turbulência na esteira. Essa interrupção é responsável pela formação de zonas de recirculação, resultantes da redução da pressão atrás do difusor. Como consequência, há um aumento do fluxo de massa através da entrada, melhorando significativamente o desempenho do sistema (NUNES; JUNIOR; OLIVEIRA, 2020). Os estudos conduzidos por Abe e Ohya (2004), Kardous *et al.* (2013), Khamlaj e Rumpfkeil (2018) e Rahmatian *et al.* (2022) mostraram que a presença de flange cria vórtices atrás do difusor, levando a uma diminuição na pressão estática e subsequente aceleração do fluxo de vento, aumentando, em última instância, a produção de energia da turbina eólica. O trabalho de Ohya *et al.* (2008) demonstrou um aumento de potência para um determinado diâmetro de turbina e velocidade do vento por um fator de cerca de 4 - 5 em comparação com uma turbina eólica padrão.

O formato curvado, conhecido na literatura como difusor de lentes flangeados, tem a particularidade de criar uma zona de recirculação, tornando-se hidrodinamicamente semelhante a um aerofólio. Dependendo da curvatura específica adotada, a zona de recirculação pode não se formar. Mesmo nessas situações, a superfície curva não perturba o fluxo de maneira indesejada, mantendo a eficiência do sistema, conforme explica Nunes, Junior e Oliveira (2020). Os trabalhos de Hashem, Hafiz e Mohamed (2022), Shimizu *et al.* (2022), Sri e Jeevesh (2020) e Watanabe e Ohya (2021), apontaram melhorias substanciais na eficiência de geração de energia com o uso deste tipo de difusor, variando entre 25 % e 50 %, dependendo da configuração. Em Ohya e Karasudani (2010), a potência gerada pela turbina foi aumentada de 2 a 5 vezes em comparação com uma turbina sem difusor, mantendo o mesmo diâmetro da pá e velocidade do vento.

Os difusores de múltiplos estágios começaram a ser estudados na década de 1970 pela *Grumman Aerospace Corporation*, com destaque para os trabalhos de Foreman, Gilbert e Oman (1976). Desde então, a pesquisa nesse campo avançou significativamente, com várias melhorias e adaptações (STADLER; WACK; RIEDELBAUCH, 2021). O trabalho de Hjort e Larsen (2014) retomou a ideia de controle da camada limite através de múltiplos estágios do difusor e desenvolveu as geometrias apresentadas por estudos anteriores, como os de Ohya e Karasudani (2010) e Phillips (2003). Ao introduzir um difusor de múltiplos estágios e camadas, Hjort e Larsen (2014) conseguiu alcançar a maior

saída de potência em relação à área projetada encontrada na literatura.

Uma visão geral resumida dos difusores mencionados é apresentada na Figura 8. Estes são apenas alguns exemplos encontrados na literatura. Cada difusor possui parâmetros específicos de diâmetros de entrada e saída, comprimento e ângulo de entrada adequados às necessidades do projeto.

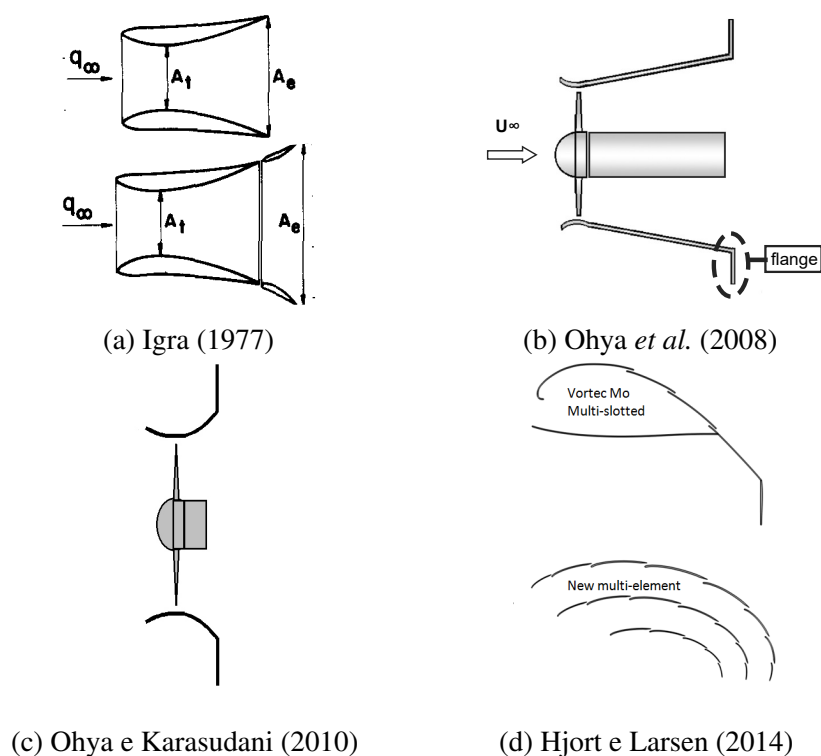


Figura 8 – Visão geral das geometrias de difusores citados: (a) aerofólio; (b) flangeado; (c) curvado/lente flangeado e (d) multi-slots.

A inclusão de parâmetros como a eficiência do difusor (η_d) e o coeficiente de empuxo do difusor (C_{Td}) são importantes para aprimorar a precisão da análise computacional. Segundo Vaz e Wood (2018), a eficiência do difusor (η_d) é determinada pela relação entre a pressão estática no plano do rotor e na saída do difusor, além das velocidades correspondentes. Um maior desempenho do difusor resulta em menores perdas de energia, aumentando conseqüentemente o coeficiente de potência. Os autores propuseram uma formulação para o empuxo do difusor (C_{Td}) e uma correção para o alto empuxo do rotor, utilizando uma equação quadrática para incorporar perdas associadas a uma eficiência inferior a 100%. O modelo foi validado com dados experimentais, demonstrando bom acordo ao assumir uma eficiência do difusor de 80%.

Hansen, Sørensen e Flay (2000) investigaram o impacto da eficiência do difusor

sobre o coeficiente de potência da turbina, embora não tenham fornecido valores específicos para o coeficiente de empuxo do difusor. Recentemente, Yoshida *et al.* (2021) formularam a eficiência total do difusor utilizando um modelo de disco atuador generalizado. Eles demonstraram que uma alta eficiência está correlacionada com baixos coeficientes de arrasto e altos coeficientes de sustentação, além de otimizações nas relações altura-corda do difusor.

Com relação aos métodos numéricos, a abordagem do tipo BEMT têm sido amplamente utilizada para prever o desempenho e otimizar turbinas com difusores. No trabalho de Vaz *et al.* (2014), o modelo foi aplicado a uma turbina com difusor abordando a geometria da pá eólica, um aspecto pouco explorado na literatura. O modelo teve boa concordância com dados experimentais. Os resultados mostraram um aumento significativo no coeficiente de potência devido ao difusor, justificando seu uso para melhorar o desempenho de sistemas de energia eólica. No estudo de Allsop *et al.* (2017), foi realizada a análise do desempenho da turbina de corrente de maré com difusor por meio deste método. Os resultados mostraram que a potência e a força de empuxo previstas pelo modelo BEMT eram quase idênticas às obtidas em um estudo RANS - BEM, para razões de velocidade de rotor (TSR) até a condição de operação ótima. Foi observada uma divergência em altas TSRs, com diferenças de até 25 % na potência e 13 % no empuxo em comparação com o modelo RANS - BEM. Essas discrepâncias foram atribuídas a previsões excessivas na velocidade do fluxo próximo ao cubo, que não são capturadas adequadamente pela teoria BEMT. Recentemente, Oliveira *et al.* (2023) destacaram a importância de combinar métodos de correção adicionais ao BEMT para aprimorar a modelagem de turbinas eólicas de eixo horizontal. O algoritmo proposto no estudo integra correções para perdas de ponta e raiz, altos valores do fator de indução axial e alto ângulo de ataque, tornando a BEMT mais geral, estável e aplicável a qualquer tamanho de turbina, incluindo o difusor. Validado com dados experimentais de turbinas variando de 1,9 kW a 7,3 MW, o algoritmo mostrou melhores aproximações para curvas de potência e eficiência na análise, sem exigir computadores de alto desempenho.

As equações matemáticas que fundamentam o BEMT para turbinas com difusores são detalhadas na Seção 3. Nesta seção, explora-se como esse método pode ser ajustado para incorporar as especificidades dos difusores em turbinas hidrocínéticas de eixo horizontal.

2.3 Cavitação em turbinas hidráulicas e hidrocinéticas: mecanismos, impactos e estratégias de mitigação

A cavitação é um fenômeno físico caracterizado pela formação de cavidades preenchidas por vapor em um líquido quando a pressão local atinge valores iguais ou inferiores à pressão de vapor correspondente à temperatura. Esse processo ocorre mesmo em regime isotérmico e é favorecido em regiões de baixa pressão, como a sucção de bombas centrífugas ou a entrada do rotor em turbinas hidráulicas convencionais. Em turbinas hidrocinéticas, a cavitação está associada à geometria das pás, ao ângulo de ataque e à velocidade relativa do escoamento, uma vez que não há quedas d'água no sistema. Em ambos os casos, parte do fluido se converte para a fase de vapor, originando cavidades que acompanham o escoamento e se deslocam até regiões de maior pressão.

Essas cavidades não permanecem estáveis: ao migrarem para zonas de pressão mais elevada, implodem violentamente, condensando-se e retornando ao estado líquido. O colapso gera ondas de choque, além de microjatos direcionados contra superfícies sólidas adjacentes, provocando esforços concentrados e capazes de remover material superficial (BRENNEN, 1995). Esse comportamento pode ser observado na Figura 9, que mostra o colapso de bolhas em três situações distintas.

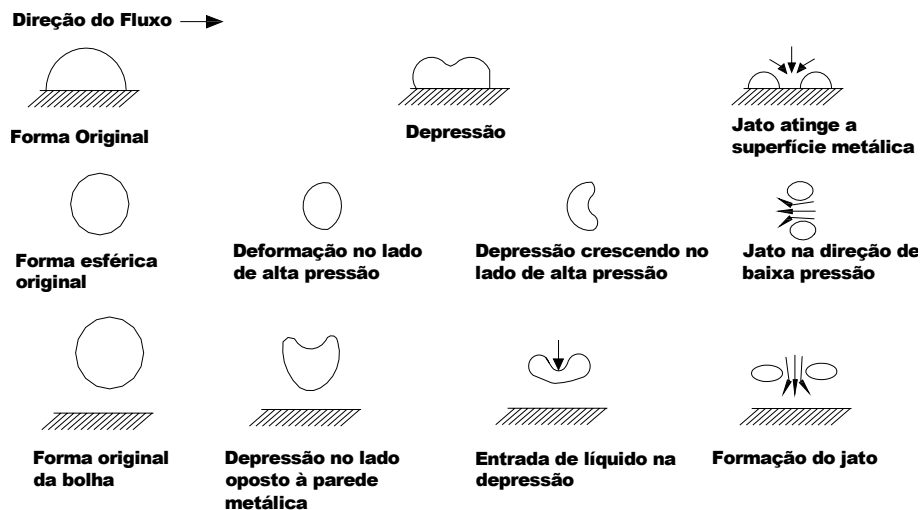


Figura 9 – Colapso de bolha em três situações características. Fonte: Adaptado de Grein e Wyss (1974).

Em nível operacional, a cavitação compromete o desempenho das turbomáquinas ao reduzir a eficiência, além de intensificar o ruído e as vibrações (BRIJKISHORE; KHARE; PRASAD, 2021). Em escala estrutural, manifesta-se pela formação de microtrincas e

pela erosão superficial por *pitting*, que resulta em desgaste progressivo das pás. Quando esse processo se repete continuamente, as implosões sucessivas aceleram a degradação do material, podendo culminar em falhas críticas e na redução da vida útil de rotores e carcaças (LUO; NIU, 2019; ZHAI *et al.*, 2022; GAO; GUO; LI, 2024). De acordo com Habibi *et al.* (2025), em turbinas de maré, tais efeitos são potencializados pela vulnerabilidade das pás em regiões como o lado de sucção e a borda de fuga, sendo agravados por fatores como a energia liberada no colapso das cavidades e pela elevação da razão de velocidade de ponta (TSR) em busca de maior potência. A Figura 10 mostra os danos causados em uma hélice após operação prolongada.



Figura 10 – Erosão por cavitação em hélice após operação prolongada. Fonte: Sun *et al.* (2022).

Diante desses desafios, diferentes estratégias de mitigação têm sido propostas, com destaque para soluções de projeto capazes de redistribuir o campo de pressões e reduzir zonas suscetíveis ao fenômeno. Showkat, Harmain e Masoodi (2025) demonstraram que modificações geométricas em rotores Francis podem atenuar regiões cavitantes e aumentar a confiabilidade operacional, indicando o potencial de estratégias semelhantes em turbinas hidrocínéticas. Nesse sentido, Silva *et al.* (2015) tratou a cavitação como limitação crítica no projeto de turbinas hidrocínéticas de grande diâmetro, propondo uma metodologia analítica baseada no coeficiente de pressão mínimo como limite cavitante. Essa formulação permitiu ajustar a corda e a velocidade relativa em seções críticas, preservando praticamente inalterados a eficiência global e o ângulo de torção, configurando-se como alternativa à otimização clássica de Glauert, ainda que dependente de validações experimentais

adicionais.

Por sua vez, Shi *et al.* (2016) investigaram experimentalmente turbinas de maré de eixo horizontal com bordos de ataque biomiméticos², inspirados nas nadadeiras das baleias-jubarte. A Figura 11 mostra o projeto 3D da turbina com tubérculos de ponta, destacando as alterações geométricas incorporadas no design. Os resultados mostraram que tais modificações antecipam o início da cavitação, mas confinam sua propagação às regiões entre os tubérculos, reduzindo sua extensão. Além disso, diferentes padrões cavitantes, como vórtices de ponta, influenciam diretamente os níveis de ruído, sendo que as turbinas biomiméticas apresentaram desempenho acústico superior sob condições moderadas de cavitação. Fan *et al.* (2025) ampliaram essa abordagem comparando turbinas em escala real, com e sem tubérculos, e verificaram que as geometrias modificadas apresentaram início de cavitação em condições mais severas, além de cavidades mais confinadas e menos evolutivas. Do ponto de vista acústico, embora os tubérculos tenham apresentado efeito limitado sobre o ruído associado a vórtices de ponta, seu uso resultou em desempenho superior no controle do som provocado pelo colapso das bolhas, devido à influência desses elementos na distribuição das cavidades ao longo da superfície da pá.

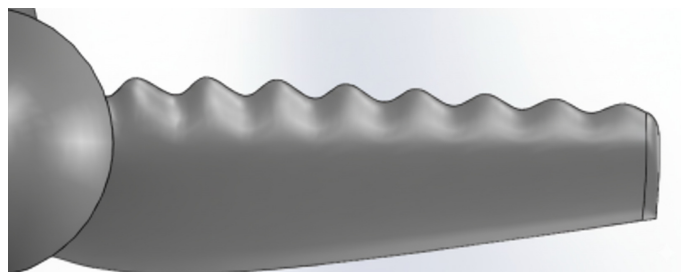


Figura 11 – Projeto 3D da turbina com tubérculos de ponta. Fonte: Shi *et al.* (2016)

Kaufmann, Carolus e Starzmann (2017) desenvolveram um modelo semi-analítico baseado na BEMT, incorporando submodelos refinados para prever tanto o desempenho quanto o início da cavitação em turbinas de maré. A comparação com dados experimentais de duas turbinas distintas apresentou boa concordância em ampla faixa operacional, com discrepâncias apenas em baixas razões de velocidade de ponta devido ao estol. O número crítico de cavitação previsto foi ligeiramente superior ao observado, conferindo caráter conservador ao modelo, aspecto positivo em aplicações de projeto.

Sob a perspectiva das condições ambientais, fatores externos e operacionais têm se

² Biomimética é a aplicação de soluções da natureza em projetos de engenharia, visando melhorar desempenho e reduzir efeitos adversos como cavitação, estol ou ruído.

mostrado determinantes para a ocorrência da cavitação. Capone *et al.* (2023) demonstraram que perturbações no escoamento de entrada, causadas por obstáculos naturais ou estruturas próximas, intensificam o fenômeno, afetando a estabilidade e a eficiência da turbina. Lévesque e Dumas (2023) verificaram, por meio de simulações numéricas de turbinas H-Darrieus operando próximas à superfície livre, que a cavitação reduz o desempenho global, com intensidade dependente da velocidade da corrente e do ângulo de ataque. Estes estudos reforçam que a consideração das condições reais de instalação é fundamental para evitar flutuações de torque, desgaste acelerado das pás e perdas significativas de rendimento. Assim, o controle da cavitação deve ser tratado como um critério de projeto, tanto quanto a eficiência aerodinâmica e o carregamento estrutural.

2.4 O Experimento NREL UAE Phase VI

A turbina *NREL Phase VI*, projetada pelo NREL em parceria com o *NASA Ames Research Center*, no âmbito do *Unsteady Aerodynamics Experiment (UAE)*, constituiu uma plataforma experimental voltada ao estudo dos fenômenos aerodinâmicos em rotores de eixo horizontal sob diferentes condições de operação. Os ensaios realizados no Túnel de Vento da *NASA Ames* permitiram caracterizar os efeitos tridimensionais e não estacionários do escoamento, fornecendo dados fundamentais para o aprimoramento de modelos de previsão de desempenho (HAND *et al.*, 2001b; SØRENSEN; MICHELSEN; SCHRECK, 2002; PAPE; LECANU, 2004; HSU; AKKERMAN; BAZILEVS, 2014). A Figura 12 mostra a turbina *NREL Phase VI* utilizada nas campanhas experimentais.

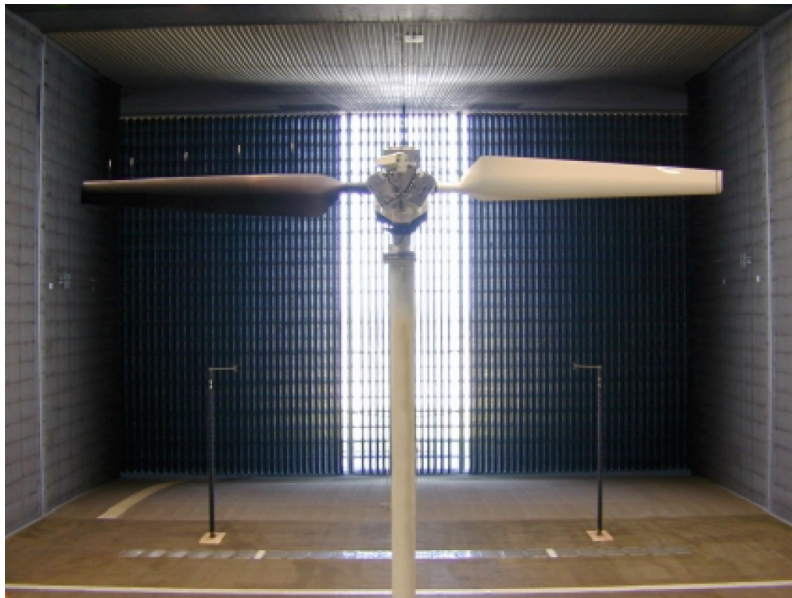


Figura 12 – Turbina *NREL Phase VI*, utilizada no programa *Unsteady Aerodynamics Experiment (UAE)*. Fonte: Hand *et al.* (2001b).

Antes da Fase VI, o NREL conduziu uma série de experimentos (Fases I a V) que possibilitaram o aprimoramento da instrumentação, a calibração dos sensores e a compreensão dos fenômenos de estol e das cargas não estacionárias em rotores de eixo horizontal. Essas etapas evoluíram em escala, número de pás e sistemas de controle, ampliando a precisão das medições e reduzindo incertezas experimentais. A Tabela 2 apresenta um resumo das principais características e objetivos das seis fases do programa UAE do NREL.

Tabela 2 – Resumo das fases experimentais do programa *Unsteady Aerodynamics Experiment* (UAE) da NREL.

Fase	Período	Características Principais	Objetivos	Referências
I	1988–1989	Turbina de três pás, diâmetro de 10 m, perfil S809, sem torção; 32 orifícios de pressão a 80% do raio.	Medir distribuições de pressão e comparar com dados de túnel de vento, validando modelos aerodinâmicos iniciais.	Butterfield, Musial e Simms (1992)
II	1989–1992	Mesma geometria da Fase I, com instrumentação ampliada (quatro estações radiais, 30–80% do raio).	Analisar o comportamento em regimes de estol e pós-estol e validar modelos numéricos de desempenho.	Butterfield <i>et al.</i> (1992)
III	1993–1995	Pás torcidas substituindo as sem torção; cinco estações de pressão (30–95% do raio) e sonda de 5 furos.	Avaliar o efeito da torção no desempenho e validar modelos numéricos tridimensionais.	Simms <i>et al.</i> (1999)
IV	1996–1997	Pás torcidas; ampliação do uso de sondas de 5 furos em todas as estações radiais, posicionadas 20° abaixo da linha de corda.	Aperfeiçoar a análise do estol dinâmico e das variações de ângulo de escoamento.	Simms <i>et al.</i> (1999)
V	1998	Rotor de duas pás articuladas substituindo o modelo de três pás fixas; medições de forças e movimentos no eixo.	Investigar o desempenho e o comportamento estrutural do rotor articulado.	Hand <i>et al.</i> (2001a)
VI	1999–2000	Ensaio no túnel de vento de grande escala da <i>NASA Ames</i> ; medições de pressão, ângulo de ataque e pressão dinâmica em cinco posições radiais.	Fornecer dados experimentais de alta fidelidade para validação de modelos numéricos e semiempíricos.	Hand <i>et al.</i> (2001b)

A Fase VI representou um marco na ampliação e precisão das medições aerodinâmicas. Além das variáveis globais comumente monitoradas, como o torque no eixo e a potência gerada, foram adquiridos dados locais que permitiram determinar a distribuição de pressão na superfície das pás em cinco posições radiais (DIAS; CAMACHO, 2022). A partir dessa base experimental, diversos trabalhos passaram a empregar métodos CFD e modelos baseados na teoria BEM para validar simulações em relação aos resultados obtidos pela NREL Phase VI.

Duque, Burklund e Johnson (2003) compararam simulações baseadas nas equações de Navier–Stokes com os dados experimentais da turbina *NREL Phase VI* e verificaram que o modelo *OVERFLOW-D2* reproduziu com boa precisão o comportamento aerodinâmico do rotor, inclusive em condições de estol, apresentando concordância satisfatória das distribuições de força e pressão ao longo da pá.

O relatório internacional *IEA Wind Annex XX* (IEA Wind, 2008) avaliou modelos como o *Blade Element Momentum* (BEM) e simulações *Computational Fluid Dynamics* (CFD) na previsão do comportamento aerodinâmico das pás sob diferentes condições operacionais. Os resultados mostraram que os modelos CFD foram os que melhor reproduziram os dados experimentais, especialmente em situações de estol, enquanto o BEM apresentou desempenho satisfatório apenas em regime estável e para baixas velocidades do vento. Foram analisados parâmetros como a distribuição de pressão, as forças normal e tangencial ao longo da pá, a visualização do escoamento e os efeitos de separação do fluxo e das perdas na ponta da pá.

Yelmule e Vsj (2013) compararam simulações CFD com os dados experimentais da *NREL Phase VI* para velocidades entre 5 e 25 m/s e observaram boa concordância nas curvas de potência, empuxo e distribuição de forças, com leve superestimação em torno de 10 m/s, atribuída ao início do estol. O modelo reproduziu adequadamente a progressão da separação do escoamento da raiz para a ponta da pá, evidenciando boa capacidade de previsão do comportamento tridimensional do fluxo.

De forma semelhante, Song e Perot (2015) analisaram a turbina *NREL Phase VI* por meio de simulações CFD com foco na distribuição de pressão, na separação do fluxo e nos efeitos tridimensionais do escoamento sob diferentes condições operacionais. O estudo evidenciou a formação de vórtices nas pontas das pás e apontou limitações do modelo de turbulência empregado na previsão do estol em altas velocidades. Os autores destacaram,

ainda, a forte influência da qualidade da malha computacional sobre a confiabilidade dos resultados.

Kabir e Ng (2017) utilizaram os dados experimentais da Fase VI para investigar o fenômeno de atraso de estol, com o objetivo de aprimorar o método BEM. Após avaliar extrapolações das características bidimensionais do aerofólio S809 e modelos empíricos de correção de estol, os autores identificaram limitações na previsão da distribuição aerodinâmica ao longo da pá em altas velocidades do vento. Como alternativa, propuseram um modelo BEM inverso capaz de extrair coeficientes tridimensionais de sustentação e arrasto (C_l e C_d) em 18 seções radiais. Essa formulação incorporou a variação radial dos coeficientes aerodinâmicos, resultando em boa concordância com as distribuições experimentais de empuxo, torque e potência.

Em complemento, Bontempo e Manna (2017) compararam resultados obtidos por modelos BEM e por simulações CFD aplicadas à turbina *NREL Phase VI*. Os autores identificaram discrepâncias no fator de indução axial — subestimado nas regiões próximas à ponta e superestimado nas zonas intermediárias —, enquanto o fator tangencial apresentou boa correspondência. Esses resultados indicam que as simplificações assumidas em modelos convencionais podem comprometer a acurácia das análises BEM, devendo tais hipóteses ser tratadas com cautela em processos de validação numérica.

Posteriormente, Ouakki e Arbaoui (2020) propuseram aprimoramentos no método BEM tradicional, visando mitigar limitações associadas à expansão da esteira distante e aos efeitos tridimensionais nas regiões próximas à raiz da pá. O modelo incorporou uma formulação revisada da expansão da esteira, um tratamento refinado para o atraso de estol e uma solução compatível com o teorema de Kutta–Joukowski. Os resultados demonstraram desempenho superior na previsão de forças aerodinâmicas, velocidades induzidas, ângulo de ataque e potência gerada, quando comparado ao BEM clássico, sem aumento significativo no custo computacional.

Mais recentemente, Zhong *et al.* (2024) propuseram uma nova função de correção de perda de ponta para modelos BEMT, baseada no coeficiente de empuxo (C_T) como parâmetro representativo da carga do rotor. O modelo manteve elevada exatidão sob diferentes níveis de carregamento e condições operacionais. Validado para as turbinas *NREL Phase VI* e *NREL 5 MW*, apresentou melhor estimativa das forças na ponta, sobretudo da componente tangencial, mostrando-se adequado para turbinas de grande porte.

De forma complementar, Al-Ttowi, O'Connor e Al-Fahad (2024) realizaram simulações CFD comparando distintos modelos de turbulência. O modelo $k-\varepsilon$ apresentou melhor concordância global com os dados experimentais, enquanto o modelo $k-\omega$ SST mostrou-se mais preciso na descrição da separação do escoamento em altas velocidades. As análises também evidenciaram déficits de velocidade característicos na esteira, ressaltando a influência das condições de turbulência sobre o torque e a potência do rotor.

De modo geral, as investigações baseadas na turbina *NREL Phase VI* contribuíram decisivamente para o amadurecimento dos modelos de predição do desempenho aerodinâmico. A integração entre dados experimentais e simulações numéricas permitiu avaliar com maior exatidão o comportamento das forças atuantes nas pás e a distribuição de pressões ao longo do raio, favorecendo o desenvolvimento de metodologias mais consistentes para análise e otimização de rotores. Entretanto, a maior parte desses estudos concentrou-se em geometrias de pás retas e na calibração de modelos BEM e CFD, sem considerar a influência da curvatura da pá ao longo do raio. No presente trabalho, a turbina *NREL Phase VI* é utilizada como caso de referência para a validação da formulação BEMT proposta para pás curvadas, o que permite analisar o efeito *sweep* sobre o comportamento aerodinâmico do rotor e estabelecer uma base comparativa para a aplicação do modelo ao projeto e à otimização de turbinas hidrocínéticas.

2.5 Método BEMT

A Teoria do Momentum³ do Elemento de Pá, ou modelo BEMT (*Blade Element Momentum Theory*), é o resultado da combinação entre a Teoria do Disco Atuador (AMT), aplicada ao disco atuador, e a Teoria do Elemento de Pá (BET), que descreve as forças aerodinâmicas locais ao longo da pá. Os fundamentos do BEMT têm origem nos trabalhos de Rankine (1865) e Froude (1889), realizados no final do século XIX, os quais estabeleceram as bases da teoria do disco atuador. Posteriormente, Betz (1920) e Glauert (1935) ampliaram esse conceito, consolidando o método como um dos principais referenciais teóricos para a modelagem de rotores (MORIARTY; HANSEN, 2005).

A formulação do BEMT é baseada no equilíbrio entre o *momentum* do escoamento e as forças aerodinâmicas atuantes sobre cada elemento de pá. A teoria considera que o escoamento que atravessa o rotor sofre uma redução gradual de velocidade devido à extração de energia, de modo que o empuxo e o torque resultantes são determinados a partir da variação de quantidade de movimento entre montante e jusante. Cada seção radial da pá é tratada como um perfil aerodinâmico independente, no qual a soma vetorial das componentes de velocidade define o ângulo de ataque e, conseqüentemente, as forças de sustentação e arrasto locais. Embora o modelo se baseie em hipóteses simplificadoras, como o escoamento unidimensional, a ausência de efeitos viscosos e a independência entre seções radiais, apresenta boa precisão e baixo custo computacional. Essas características explicam sua ampla utilização no projeto, análise e otimização de turbinas de eixo horizontal, tanto eólicas quanto hidrocinéticas, além de sua aplicação recorrente em estudos paramétricos e calibração de modelos (ZHAO *et al.*, 2019).

A formulação clássica do método é bidimensional e assume que cada seção da pá atua isoladamente. Essa simplificação, embora eficiente, conduz a discrepâncias entre as grandezas previstas e os resultados experimentais, sobretudo nas regiões próximas à raiz e à ponta, onde os efeitos tridimensionais e rotacionais se tornam relevantes (SUN *et al.*, 2016; RAHIMI *et al.*, 2018). A partir dessas limitações, diversas extensões e correções foram propostas, com o objetivo de ampliar a validade física do modelo em condições

³ Adota-se o termo *momentum* em lugar de “momento” a fim de manter a precisão terminológica entre as grandezas físicas envolvidas. Em português, o termo “momento” é usualmente associado a grandezas rotacionais, como torque ou momento de força, enquanto *momentum*, na literatura anglófona, refere-se à quantidade de movimento linear de um escoamento. A manutenção do termo original em inglês assegura consistência com a nomenclatura consolidada em publicações internacionais e evita ambigüidades conceituais na formulação da teoria.

reais de operação.

Entre as correções mais conhecidas destaca-se o fator de perda na ponta de pá, proposto por Prandtl (1923) e posteriormente aprimorado por Glauert (1935). O estudo de Prandtl introduziu um termo de correção destinado a adaptar o modelo ideal, originalmente desenvolvido para número infinito de pás, a rotores reais, nos quais a circulação não é uniforme nas extremidades devido à formação de vórtices de ponta. Esse fator reduz a sustentação nas regiões externas e ajusta o campo de velocidades induzidas. Glauert (1935) refinou a formulação ao integrar o fator de perda às equações de empuxo e torque, estabelecendo uma relação empírica entre o coeficiente de empuxo e o fator de indução axial. Essa correção tornou-se necessária porque, para valores de indução acima de aproximadamente $a = 0,4$, a teoria clássica de *momentum* deixa de representar adequadamente o escoamento a jusante (MORIARTY; HANSEN, 2005).

Jr (2005) revisou a formulação de Glauert ao identificar descontinuidades numéricas associadas à aplicação simultânea da relação empírica de alto empuxo e do fator de perdas de Prandtl (ponta e cubo). Para contornar esse problema, o autor propôs uma nova relação entre o coeficiente de empuxo e o fator de indução axial, incorporando explicitamente as perdas na ponta e no cubo, o que resulta em uma transição mais regular no regime de alta indução e melhora a estabilidade numérica do método. Essa reformulação foi incorporada em implementações consolidadas do BEMT, como no *AeroDyn* (acoplado ao *FAST/OpenFAST*), onde a correção de alta indução é documentada e utilizada em conjunto com as perdas de Prandtl e demais correções do modelo (MORIARTY; HANSEN, 2005).

Dessa forma, estudos que modelam rotores no *OpenFAST/AeroDyn* operando em BEMT utilizam, de forma implícita, o tratamento de alta indução disponibilizado no próprio *AeroDyn*, além das perdas de Prandtl e das demais correções aerodinâmicas empregadas. Exemplos incluem validações do *OpenFAST* em escala real (BROWN *et al.*, 2024) e estudos de verificação e validação envolvendo *FAST/OpenFAST* com *AeroDyn* (GUNTUR *et al.*, 2017). Comparações diretas entre o *AeroDyn* (*OpenFAST*) e abordagens alternativas de esteira discutem limitações do BEMT e seus impactos na predição de cargas (PEREZ-BECKER *et al.*, 2020).

Chaviaropoulos e Hansen (2000) propuseram correções semiempíricas para os coeficientes de sustentação e arrasto, derivadas de simulações quase tridimensionais (*Quasi-3D*). Essa formulação incorporou explicitamente os efeitos rotacionais e a razão

entre corda e raio, fatores que modificam a distribuição de sustentação ao longo da pá. As funções de correção resultantes melhoraram a previsão das cargas aerodinâmicas e da curva de potência, apresentando boa concordância com dados experimentais, especialmente em regimes próximos ao estol.

Wood e Golmirzaee (2023) reformularam a equação de *momentum* axial ao incluir o termo associado à vorticidade da esteira. Essa modificação conferiu maior consistência física ao modelo em condições de elevado carregamento, nas quais o escoamento a jusante apresenta rotação induzida e variações significativas de velocidade. A presença do termo adicional permitiu representar a vorticidade na esteira como mecanismo de equilíbrio das forças sobre a pá, fornecendo uma explicação mais coerente para o aumento de empuxo observado experimentalmente. Resultados comparativos mostraram concordância qualitativa com medições em túnel de vento.

A consolidação dessas extensões teóricas permitiu a aplicação do BEMT em configurações não convencionais de rotores, nas quais o escoamento é influenciado por elementos externos que alteram o campo de pressão e a distribuição de velocidades em torno do rotor. Entre essas configurações, destacam-se as turbinas eólicas e hidrocínéticas equipadas com difusor (DAWTs e DAHTs), que utilizam carenagens para aumentar a velocidade local do escoamento sobre as pás e, conseqüentemente, a potência extraída. Tampier, Troncoso e Zilic (2017) validaram modelo BEMT acoplado a CFD, mostrando que a otimização conjunta do rotor e do difusor é essencial para maximizar o coeficiente de potência (C_P). O estudo destacou que, ao se considerar o diâmetro do rotor como referência, o desempenho de turbinas com difusor pode exceder o limite de Betz.

Vaz, Okulov e Wood (2021) revisaram a formulação do BEMT propondo funções de pá finita capazes de representar os efeitos de parede e borda introduzidos pelo difusor. O estudo demonstrou que a presença do difusor altera o campo de indução axial e a distribuição de velocidade ao longo do rotor, exigindo correções específicas no fator de indução e nas forças locais de sustentação. Mereke, Ancha e Hendrick (2024) combinaram BEMT e CFD para representar a interação entre o difusor e turbinas hidrocínéticas de eixo vertical duplo, reproduzindo com exatidão os efeitos de recirculação e aceleração do escoamento. Kesby (2018) aprimorou essa integração ao propor o Método CFD/BEM Combinado, que otimiza simultaneamente o rotor e o difusor em turbinas eólicas aumentadas por difusor (DAWT), com validação experimental e desvios inferiores a 11% entre

previsões e medições de desempenho.

Estudos recentes também vêm propondo aprimoramentos baseados na integração do BEMT com técnicas de aprendizado de máquina e modelagem híbrida, ampliando sua capacidade preditiva e reduzindo a dependência de simulações CFD de alta fidelidade. Bouhelal, Ladjal e Smaili (2023) apresentaram um modelo BEM-ANN (*Artificial Neural Network*), no qual redes neurais são empregadas para prever coeficientes de sustentação e arrasto de perfis aerodinâmicos a partir de um banco de dados CFD. O modelo, quando acoplado ao algoritmo, produziu resultados satisfatórios em tempo significativamente reduzido, mesmo na ausência de dados experimentais. Dabaghian, Mitsingas e Halder (2025) introduziram o modelo NN-BET (*Neural Network–Blade Element Theory*), uma formulação informada por física que utiliza redes neurais para estimar parâmetros intermediários — como a velocidade de indução média, com base no BEMT. O modelo híbrido apresentou velocidade até dez vezes superior à BEMT tradicional, mantendo erros comparáveis e maior estabilidade preditiva.

Essas abordagens híbridas reforçam a versatilidade do BEMT como estrutura analítica capaz de integrar princípios físicos e técnicas baseadas em dados. A evolução das formulações demonstra que o BEMT constitui um modelo analítico de natureza flexível, continuamente aprimorado à medida que novas necessidades físicas e computacionais emergem. O método mostrou-se capaz de incorporar correções empíricas, efeitos tridimensionais e revisões conceituais sem perder sua simplicidade estrutural e sua relevância como ferramenta de análise e projeto. Essa característica faz do BEMT uma base metodológica aberta, passível de extensões voltadas a diferentes contextos operacionais, como turbinas com difusor ou geometrias modificadas, mantendo a coerência com os princípios que lhe deram origem.

3 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA PARA TURBINAS COM DIFUSOR

Nesta seção apresenta-se o AMT, uma extensão da BEMT desenvolvida para turbinas eólicas, com modificações que permitem considerar a influência do difusor, conforme descrito por Sørensen (2016). A fundamentação matemática baseia-se em pesquisas voltadas para turbinas eólicas de eixo horizontal, cuja aplicação pode ser estendida a turbinas hidrocínéticas com difusores. É importante destacar que o fluido considerado neste contexto pode ser tanto ar, no contexto de turbinas eólicas, quanto água, no caso de turbinas hidrocínéticas. Em particular, são apresentadas as equações para os coeficientes de potência (C_P) e de empuxo (C_T), formulados em função de parâmetros adimensionais que refletem a influência do difusor no escoamento e permitem avaliar e otimizar o desempenho da turbina.

3.1 AMT sob efeito difusor

A AMT é um conceito importante na análise dos rotores e geralmente é aplicada em escoamentos abertos. No entanto, esta teoria pode ser estudada com um rotor em escoamento restrito, como no caso de turbinas com difusores. As condições assumidas para o disco atuador são mantidas da AMT clássica, considerando um fluido sem fricção ao redor do rotor e ignorando o componente de velocidade rotacional. As hipóteses adotadas são:

- O escoamento é modelado como unidimensional, com propriedades variando apenas na direção axial, e é considerado estacionário (permanente). A simetria axial é assumida para simplificar a análise;
- O fluido é incompressível, ou seja, a densidade do fluido é considerada constante, o que é válido para escoamentos em baixas velocidades e com pequenas variações de pressão;
- A velocidade do fluido tem apenas componente axial, desconsiderando componentes radiais ou tangenciais;
- As perdas de energia no difusor, incluindo atrito e possíveis separações de camada limite, são quantificadas por ΔH_d , que é uma simplificação que agrega diferentes tipos de perdas.

A Figura 13 mostra, com linhas tracejadas, o volume de controle utilizado para

analisar a turbina eólica/hidrocinética aumentada por difusor.

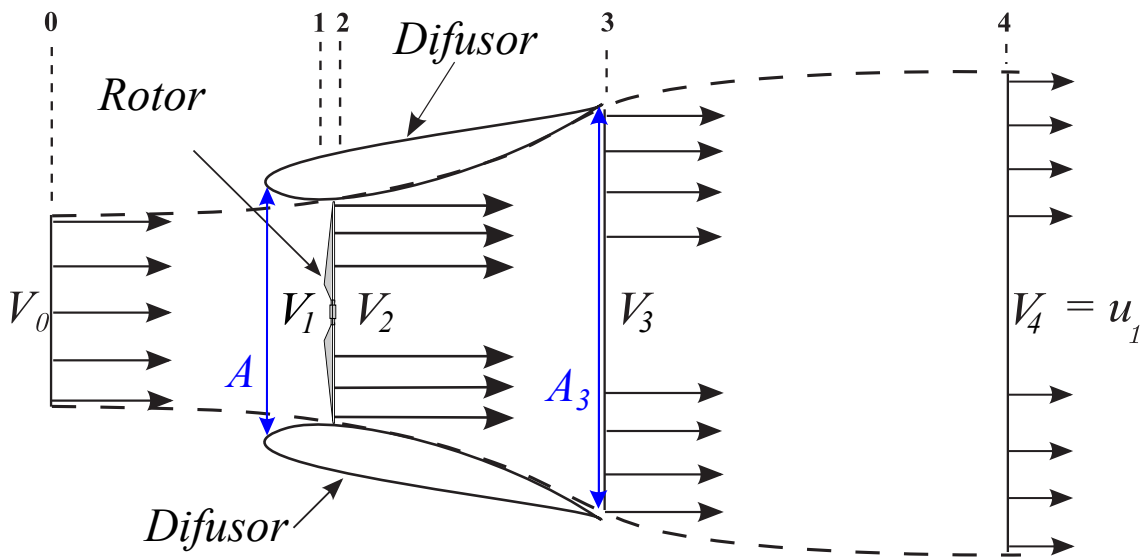


Figura 13 – Representação das velocidades de fluxo no plano do rotor e na esteira.

Fonte: Adaptado de Vaz e Wood (2018)

Na Figura 13, a área de interesse é dividida em seções identificadas por subscritos, conforme descrito a seguir:

- 0: montante da turbina;
- 1: imediatamente antes do rotor;
- 2: imediatamente após o rotor;
- 3: saída do difusor;
- 4: a jusante da turbina.

O rotor, localizado entre as seções 1 e 2, é modelado como um disco atuador, ou seja, uma superfície permeável que induz uma variação de pressão no escoamento, representando a extração de energia cinética para sua conversão em potência mecânica.

Para determinar a expressão da potência, considera-se um escoamento puramente axial, estacionário e sem variação de energia interna. Ao aplicar a Equação da Conservação de Energia na forma integral ao longo da superfície de controle (SC), que envolve as paredes do difusor tanto a jusante quanto a montante, como mostra a Figura 13, tem-se:

$$P + Q + \iint_{SC} \left(u_i + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 \right) = 0 \quad (1)$$

em que P é a potência produzida pelo rotor e Q é a taxa de transferência de calor adicionada

à superfície de controle. O integrando da Equação (1) representa o fluxo de energia através da superfície de controle, incluindo energia interna (u_i), energia de pressão ($\frac{p}{\rho}$) e energia cinética ($\frac{1}{2}u^2$). A taxa de transferência de calor adicionada pelo difusor é dada por:

$$Q = \dot{q}\Delta H_d \quad (2)$$

em que \dot{q} é a vazão mássica através do rotor e ΔH_d representa as perdas de energia no difusor. Substituindo Q na Equação (1), tem-se:

$$P + \dot{q}\Delta H_d + \iint_{SC} \left(u_i + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 \right) = 0 \quad (3)$$

Para simplificar a análise, considera-se que $\frac{p}{\rho}$ é desprezível e a energia interna u_i é nula, conforme a hipótese inicial. Dessa forma, a integral sobre a superfície de controle reduz-se ao termo de energia cinética $\frac{1}{2}u^2$. Assumindo que o escoamento é incompressível e que as velocidades a montante e jusante da turbina são V_0 e V_4 , respectivamente, a variação da energia cinética pode ser expressa como:

$$\frac{1}{2}(V_0^2 - V_4^2) \quad (4)$$

A variação de energia cinética é uma grandeza definida por unidade de massa. Para determinar sua taxa de variação no sistema⁴, multiplica-se pela vazão volumétrica \dot{q} e a densidade ρ . Assim, a taxa de variação da energia cinética é expressa por:

$$\dot{q}\frac{1}{2}\rho(V_0^2 - V_4^2) \quad (5)$$

Substituindo a expressão (5) na Equação (3) e rearranjando os termos para tornar a potência em evidência, tem-se:

$$P = \dot{q}\frac{1}{2}\rho(V_0^2 - V_4^2) - \dot{q}\Delta H_d \quad (6)$$

A Equação (6) pode ser reescrita de forma a evidenciar o fator comum nos termos que compõem a equação da potência. Ao reorganizar os termos, tem-se:

⁴ Neste trabalho, o termo sistema refere-se ao conjunto formado pela turbina e o difusor.

$$P = \dot{q} \left[\frac{1}{2} \rho (V_0^2 - V_4^2) - \Delta H_d \right] \quad (7)$$

A vazão volumétrica \dot{q} através do rotor pode ser expressa em termos da área A da seção transversal do escoamento e da velocidade V_2 do fluido na saída do rotor, ou seja:

$$\dot{q} = AV_2 \quad (8)$$

Substituindo $\dot{q} = AV_2$ na Equação (6), a potência P pode ser reescrita como:

$$P = \frac{1}{2} \rho V_2 A \left[V_0^2 - V_4^2 - \frac{2\Delta H_d}{\rho} \right] \quad (9)$$

De acordo com Sørensen (2016), o termo ΔH_d representa as perdas de pressão associadas à presença do difusor. Essas perdas podem ocorrer devido ao atrito entre o fluido e as paredes do difusor, que dissipa energia e provoca uma queda de pressão ao longo do escoamento, ou à possível separação da camada limite. Sob certas condições, o escoamento pode se desprender das paredes do difusor, gerando turbulência e aumentando as perdas de energia. Além disso, a parede do difusor exerce uma força de reação (empuxo) T_d sobre o fluido, contribuindo para a redução da pressão. Assumindo que as perdas de pressão ocorrem apenas na região de expansão do difusor — do plano do rotor até a saída do difusor —, a variação de pressão ΔH_d pode ser expressa por:

$$\Delta H_d = \left(p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 \right) - \left(p_3 + \frac{1}{2} \rho V_3^2 \right) \quad (10)$$

em que p_2 e p_3 são as pressões estáticas no plano do rotor e na saída do difusor, respectivamente, enquanto V_2 e V_3 são as velocidades correspondentes, ρ é a densidade do fluido. A eficiência do difusor (η_d), matematicamente é definida como:

$$\eta_d = \frac{p_3 - p_2}{\frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_3^2)} \quad (11)$$

A perda de pressão (ΔH_d) pode ser reescrita em termos da eficiência do difusor, substituindo a Equação (11) na Equação (10), obtém-se:

$$\Delta H_d = (1 - \eta_d) \frac{1}{2} \rho [V_2^2 - V_3^2] \quad (12)$$

A partir da Equação (12) é possível substituir o termo ΔH_d na Equação (9), que descreve a potência P em função das velocidades e das perdas no difusor. Essa substituição permite quantificar a influência da eficiência do difusor sobre a potência do sistema. Ao realizar a substituição, obtém-se:

$$P = \frac{1}{2} \rho V_2 A [V_0^2 - V_4^2 - (1 - \eta_d)(V_2^2 - V_3^2)] \quad (13)$$

A partir da Equação da Conservação de Massa para escoamento incompressível (densidade constante), a vazão mássica é conservada, o que implica que o produto da área da seção transversal pela velocidade do fluido permanece constante em diferentes seções do sistema. Na região do difusor, essa relação é expressa matematicamente por:

$$AV_2 = A_3V_3 \quad \Rightarrow \quad V_3 = \frac{A}{A_3}V_2 = \beta_A V_2 \quad (14)$$

em que A representa a área da seção transversal na entrada do difusor, que coincide com o plano do rotor, e A_3 corresponde à área da seção transversal na saída do difusor. A razão entre essas áreas, definida como $\beta_A = \frac{A}{A_3}$, é um parâmetro adimensional que relaciona a geometria do difusor e a dinâmica do escoamento.

O coeficiente de potência (C_P) é definido como a razão entre a potência útil extraída pelo sistema (P) e a potência disponível no escoamento do fluido. Matematicamente, o coeficiente de potência é expresso por:

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho A V_0^3} \quad (15)$$

em que P é a potência útil extraída pelo sistema (em watts, W); ρ é a densidade do fluido (em kg/m^3); A é a área de referência do sistema, geralmente correspondente à área varrida pelo rotor ou à seção transversal do escoamento (em m^2); e V_0 é a velocidade do escoamento livre, isto é, a velocidade do fluido antes de interagir com o sistema (em m/s).

A partir das Equações (13) e (14), pode-se expressar o coeficiente de potência em função dos parâmetros adimensionais do sistema. Ao substituir a expressão da potência útil (Equação 13), na definição de C_P (Equação 15), obtém-se:

$$C_P = \frac{\frac{1}{2}\rho V_2 A [V_0^2 - V_4^2 - (1 - \eta_d)(V_2^2 - V_3^2)]}{\frac{1}{2}\rho A V_0^3} \quad (16)$$

Simplificando a Equação (16), tem-se que:

$$C_P = \frac{V_2}{V_0} \left[1 - \left(\frac{V_4}{V_0} \right)^2 - (1 - \eta_d) \left\{ \left(\frac{V_2}{V_0} \right)^2 - \left(\frac{V_3}{V_0} \right)^2 \right\} \right] \quad (17)$$

Para facilitar a análise, é conveniente que as variáveis de velocidade sejam expressas de forma adimensional em relação à velocidade do escoamento livre. Para isso, definem-se os seguintes parâmetros adimensionais:

- $\varepsilon_1 = \frac{V_1}{V_0} = \frac{V_2}{V_0}$: Razão entre a velocidade no plano do rotor (V_1 ou V_2) e a velocidade do escoamento livre (V_0);
- $\varepsilon_4 = \frac{V_4}{V_0}$: Razão entre a velocidade na esteira distante (V_4) e a velocidade do escoamento livre (V_0).

Considerando tais parâmetros e que $V_3 = \beta_A V_2$, o termo $\left(\frac{V_2}{V_0} \right)^2 - \left(\frac{V_3}{V_0} \right)^2$ da Equação (17) torna-se $\varepsilon_1^2(1 - \beta_A^2)$. Assim, o coeficiente de potência é definido por:

$$C_P = \varepsilon_1 \left[1 - \varepsilon_4^2 - (1 - \eta_d)(1 - \beta_A^2)\varepsilon_1^2 \right] \quad (18)$$

De acordo com Sørensen (2016), a expressão obtida representa o coeficiente de potência para o rotor de uma turbina com difusor. Na qual, as variáveis de velocidade são adimensionalizadas em relação à velocidade do escoamento livre. Contudo, ao contrário de um rotor em operação livre (sem difusor), a equação envolve um número maior de variáveis, o que impede uma solução direta e simplificada. As perdas no difusor devem ser determinadas experimentalmente, já que não existe uma relação explícita entre a velocidade axial no plano do rotor e a velocidade na esteira distante. Essa complexidade reflete a influência significativa do difusor no comportamento da turbina.

O empuxo (T) é calculado por meio da razão entre a potência produzida e a velocidade local no plano do rotor, como mostra a Equação (19):

$$T = \frac{P}{V_2} \Rightarrow P = V_2 T \quad (19)$$

Aplicando essa relação na Equação (7), resulta em:

$$V_2 T = \dot{q} \left[\frac{1}{2} \rho (V_0^2 - V_4^2) - \Delta H_d \right] \quad (20)$$

O coeficiente de empuxo C_T é definido como:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho A V_0^2} \quad (21)$$

Isolando T na Equação (20) e substituindo na Equação (21), tem-se:

$$C_T = 1 - \varepsilon_4^2 - (1 - \eta_d)(1 - \beta_A^2)\varepsilon_1^2 \quad (22)$$

Essa equação evidencia a influência dos parâmetros do difusor, tais como a razão de área (β_A) e a eficiência (η_d) no desempenho da turbina. Nota-se, portanto, que C_P e C_T (Equações 18 e 22) dependem dos parâmetros ε_1 e ε_4 , o que torna necessário formular uma expressão matemática para descrevê-los.

No volume de controle da Figura 13, em regime permanente, a variação da quantidade de movimento do fluido é expressa pelo produto da vazão mássica ($\rho A V_2$) pela diferença entre as velocidades de entrada e saída ($V_0 - V_4$) no sistema. Portanto, tem-se que:

$$\sum F_x = \rho A V_2 (V_0 - V_4) \quad (23)$$

em que V_2 representa a velocidade do fluido no plano do rotor, enquanto A corresponde à área da seção transversal na entrada do difusor.

Duas forças principais atuam no escoamento: o empuxo gerado pela turbina (T) e o empuxo devido ao difusor (T_d). O empuxo da turbina resulta da extração de energia do escoamento, enquanto o empuxo do difusor surge como uma força adicional decorrente da presença do difusor. Assim, a Equação (23) pode ser reescrita como:

$$T + T_d = \rho A V_2 (V_0 - V_4) \quad (24)$$

Para determinar as grandezas adimensionais como ε_1 e ε_4 , é necessário determinar a velocidade V_2 . Para isso, isola-se T na Equação (20) e substitui na Equação (24), resultando em:

$$\frac{1}{V_2} \left[\frac{1}{2} \dot{q} \rho (V_0^2 - V_4^2) - \Delta H_d \right] + T_d = \rho A V_2 (V_0 - V_4) \quad (25)$$

Como $\dot{q} = AV_2$, ao realizar as operações algébricas, chega-se à:

$$V_2 = \frac{1}{2}(V_0 + V_4) + \frac{T_d - A\Delta H_d}{\rho A(V_0 - V_4)} \quad (26)$$

Para obter a forma adimensional da Equação (26), introduzem-se os parâmetros ε_1 e ε_4 , definidos anteriormente como:

$$\varepsilon_1 = \frac{V_2}{V_0} \quad \text{e} \quad \varepsilon_4 = \frac{V_4}{V_0} \quad (27)$$

Fazendo $V_2 = \varepsilon_1 V_0$ e $V_4 = \varepsilon_4 V_0$ e substituindo na Equação (26):

$$\varepsilon_1 V_0 = \frac{1}{2}(V_0 + \varepsilon_4 V_0) + \frac{T_d - A\Delta H_d}{\rho A(V_0 - \varepsilon_4 V_0)} \quad (28)$$

Dividindo ambos os lados por V_0 e simplificando, obtém-se:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(1 + \varepsilon_4) + \frac{T_d - A\Delta H_d}{\rho A V_0^2 (1 - \varepsilon_4)} \quad (29)$$

As perdas através do difusor (ΔH_d) determinadas na Equação (12), podem ser reescritas em termos dos parâmetros adimensionais como:

$$\Delta H_d = \frac{1}{2} \rho V_0^2 \varepsilon_1^2 (1 - \beta_A^2) (1 - \eta_d) \quad (30)$$

O coeficiente de empuxo do difusor (C_{T_d}) é definido como:

$$C_{T_d} = \frac{T_d}{\frac{1}{2} \rho A V_0^2} \quad (31)$$

em que T_d é o empuxo gerado pelo difusor. Substituindo as Equações 30 e (31) na Equação (29):

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(1 + \varepsilon_4) + \frac{C_{T_d} - \varepsilon_1^2(1 - \beta_A^2)(1 - \eta_d)}{2(1 - \varepsilon_4)} \quad (32)$$

A Equação (32) pode ser reduzida ao modelo de uma turbina sem difusor sob duas condições específicas:

1. Quando $C_{T_d} = \varepsilon_1^2(1 - \beta_A^2)(1 - \eta_d)$, ou
2. Quando $C_{T_d} = 0$ e $\eta_d = 1$.

Nessas condições, os termos relacionados ao difusor se cancelam ou se tornam desprezíveis, retornando às equações clássicas da teoria do disco atuador para turbinas sem difusor. Ao reescrever a Equação (32) em termos de ε_4 , chega-se à seguinte expressão:

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_1 - \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{T_d} - \varepsilon_1^2(1 - \beta_A^2)(1 - \eta_d)} \quad (33)$$

A Equação (33) descreve a velocidade na esteira distante de uma turbina com difusor, considerando os parâmetros característicos do difusor, como a razão de área (β_A), o coeficiente de empuxo (C_{T_d}) e a eficiência (η_d). Dessa forma, o comportamento da velocidade na esteira distante é diretamente influenciado pela presença do difusor. Os parâmetros mencionados têm um impacto significativo sobre o valor de ε_4 , o que, por sua vez, afeta os coeficientes de potência (C_P) e de empuxo (C_T). A determinação de ε_4 permite a reformulação desses coeficientes, ao substituir a Equação (33) nas Equações (18) e (22). Dessa forma, obtêm-se as seguintes equações:

$$C_P = 2\varepsilon_1^2 \left[1 - \varepsilon_1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{T_d} - \varepsilon_1^2(1 - \beta_A^2)(1 - \eta_d)} - \frac{C_{T_d}}{2\varepsilon_1} \right] \quad (34)$$

e,

$$C_T = 2\varepsilon_1 \left[1 - \varepsilon_1 + \sqrt{(1 - \varepsilon_1)^2 + C_{T_d} - \varepsilon_1^2(1 - \beta_A^2)(1 - \eta_d)} - \frac{C_{T_d}}{2\varepsilon_1} \right] \quad (35)$$

Observa-se que as Equações (34) e (35) dependem do parâmetro ε_1 que estabelece a conexão entre as condições do escoamento a montante e a jusante da turbina. Ressalta-se que os coeficientes de potência e empuxo podem apresentar distintas expressões matemáticas, variando conforme as condições impostas e as simplificações consideradas.

De acordo com Vaz *et al.* (2014), na ausência da turbina, a razão de aceleração da velocidade no interior do difusor, γ , é definida como a razão entre a velocidade axial máxima do escoamento no difusor (V_1^*) e a velocidade do escoamento livre (V_0), isto é:

$$\gamma = \frac{V_1^*}{V_0} \quad (36)$$

Essa razão quantifica o efeito do difusor sobre o fluido, evidenciando o aumento da velocidade do escoamento que chega ao rotor. A Figura 14 mostra o perfil de velocidade ao longo do eixo de simetria do difusor, onde $V(x)$ representa a velocidade axial em função da posição X .

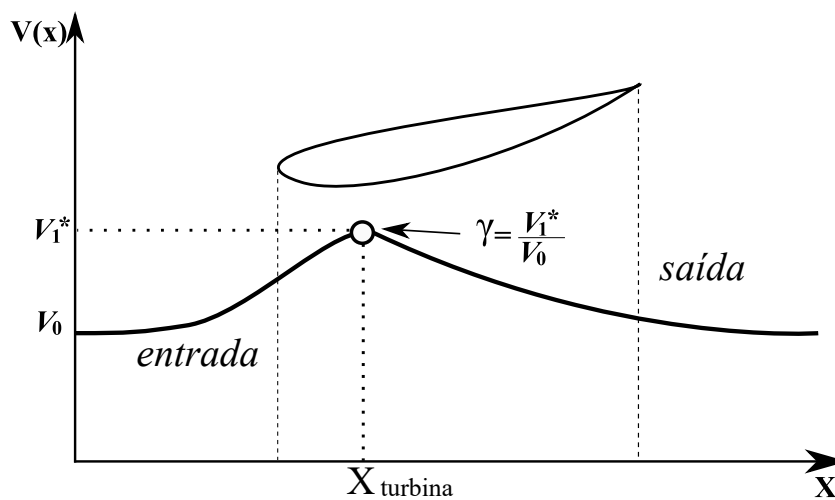


Figura 14 – Perfil de velocidade axial sobre o eixo de simetria de um difusor sem a turbina.

Fonte: Adaptado de Vaz *et al.* (2014)

Quando a turbina é inserida no sistema, a velocidade do escoamento ao se aproximar do disco atuador é modificada. Nesse caso, a velocidade do escoamento torna-se:

$$V_1 = V_2 = \gamma(1 - a)V_0 \quad (37)$$

em que a é o fator de interferência axial, que representa a redução da velocidade do escoamento devido à extração de energia pelo rotor. O parâmetro ϵ_1 é então definido como:

$$\epsilon_1 = \gamma(1 - a) \quad (38)$$

A partir dessas definições, Vaz *et al.* (2014) propõem as seguintes equações:

$$C_P = \gamma(1 - a) [4a(1 - a) - \gamma^2(1 - a)^2(1 - \eta_d)(1 - \beta^2)] \quad (39)$$

e,

$$C_T = 4a(1 - a) - \gamma^2(1 - a)^2(1 - \eta_d)(1 - \beta^2) \quad (40)$$

No caso em que o difusor é ideal ($\eta_d = 1$), ou seja, não há perdas de energia associadas ao difusor, a Equação (39) reduz-se a:

$$C_P = 4\gamma a(1 - a)^2 \quad (41)$$

e a Equação (40) torna-se:

$$C_T = 4a(1 - a) \quad (42)$$

A combinação das Equações (38), (41) e (42) resulta na relação:

$$C_P = \varepsilon_1 C_T \quad (43)$$

Quando $\gamma = 1$, a Equação (39) passa a descrever o comportamento característico de turbinas sem difusor. Nessa condição, verifica-se que o coeficiente de potência atinge o valor máximo para $a_{\text{opt}} = 1/3$, com $C_{P_{\text{max}}} \approx 0,593$. Embora matematicamente semelhante ao previsto pela teoria do disco atuador, a presença do difusor altera o fator de indução axial, resultando em respostas distintas para o desempenho da turbina, conforme explica Vaz *et al.* (2014).

4 METODOLOGIA

Esta seção descreve a metodologia numérica desenvolvida para o presente estudo, cujo objetivo é propor uma abordagem integrada para a análise e otimização de pás curvadas aplicadas a turbinas hidrocinéticas de eixo horizontal com difusor. A formulação matemática fundamenta-se nas equações do método BEMT, adaptadas de modo a incluir as variáveis associadas à eficiência e ao carregamento axial do difusor. Essa integração permite quantificar como esses fatores influenciam o desempenho e as condições de operação da turbina. Ao mesmo tempo, o modelo incorpora o efeito da curvatura da pá (*sweep*), o que possibilita avaliar o impacto combinado desses dois elementos sobre a distribuição de corda, ângulo de torção e cavitação.

A modelagem do difusor foi estruturada com base no método descrito por Picanço *et al.* (2022), que estabelece a relação entre o desempenho do rotor e os efeitos de eficiência (η_d) e empuxo (C_{T_d}) do difusor. A incorporação desses parâmetros no modelo permite representar adequadamente o acoplamento entre o escoamento interno e externo ao difusor, além de estimar a variação da carga axial sobre o rotor e seu reflexo na otimização geométrica das pás.

A adaptação da AMT para o caso de pás curvadas fundamenta-se na formulação de Gemaque, Vaz e Saavedra (2022), em que cada seção radial da pá é transformada geometricamente conforme o ângulo local de *sweep* (β_i). Essa transformação, expressa em função do raio da turbina (R), possibilita redefinir os fatores de indução axial e tangencial, bem como a corda e o ângulo de torção ótimo, ajustando o modelo às condições de curvatura e ao carregamento imposto pelo difusor. Com isso, a metodologia fornece subsídios para analisar como a geometria da pá e os parâmetros do difusor interagem e influenciam o coeficiente de potência da turbina.

A análise de cavitação é realizada a partir da relação entre o número de cavitação e o coeficiente de pressão mínimo ao longo da pá. Esse procedimento permite verificar se, para diferentes configurações geométricas e ângulos de inclinação da pá, as velocidades relativas (W) permanecem abaixo do limite de cavitação (V_{CAV}), assegurando margens de operação seguras. Essa etapa é essencial para avaliar como o carregamento axial e a eficiência do difusor afetam a suscetibilidade à cavitação nas pás otimizadas.

Por fim, o modelo desenvolvido foi verificado por meio da comparação dos resultados numéricos com dados e correlações consolidados na literatura. Para a análise

do desempenho aerodinâmico, utilizou-se a turbina *NREL Phase VI* como referência experimental, dada sua ampla utilização na calibração de modelos baseados em BEMT. Essa escolha possibilitou avaliar, de forma isolada, o impacto do efeito *sweep* sobre o desempenho da turbina, com ênfase nos coeficientes de potência, empuxo, torque e na distribuição de circulação ao longo da pá.

4.1 Análise de cavitação

A cavitação é um fenômeno crítico no projeto e operação de turbinas hidrocínéticas, especialmente quando o uso de difusores intensifica o escoamento axial no plano do rotor. Com essa intensificação, torna-se essencial incluir uma restrição no projeto das turbinas para prevenir a cavitação. O critério mais comumente empregado para minimizar ou evitar a cavitação em turbinas hidráulicas envolve a relação entre o número de cavitação (σ_{cav}) e o coeficiente de pressão mínimo (c_{pmin}). Este coeficiente fornece informações sobre o carregamento hidrodinâmico na superfície da pá, correspondendo a um valor limite no lado de sucção (extradorso) da pá do rotor. Este critério é definido por:

$$c_{pmin} + \sigma_{cav} \geq 0 \quad (44)$$

em que c_{pmin} é o valor mínimo do coeficiente de pressão (c_p), que é calculado por:

$$c_p = \frac{p - p_{atm}}{\frac{1}{2}\rho W^2} \quad (45)$$

onde ρ é a massa específica, p e p_{atm} são as pressões locais e atmosféricas, respectivamente. A velocidade relativa (W) da água em cada seção da pá curvada é definida pela Equação 59. Então, a formulação para o número de cavitação σ_{cav} , conforme descrito por Silva *et al.* (2017), é dada por:

$$\sigma_{cav} = \frac{p_{atm} + \rho g H - p_v}{\frac{1}{2}\rho W^2} \quad (46)$$

onde g é a aceleração gravitacional, H é a distância submersa da turbina, e p_v é a pressão de vapor da água.

O critério para prevenir a cavitação exige que a velocidade relativa, W , em cada seção da pá ao longo da coordenada radial seja inferior à velocidade de cavitação, V_{CAV} . Substituindo a Equação 46 na Equação 44, obtemos a condição $V_{CAV} \geq W$, onde a velocidade de cavitação é dada por:

$$V_{CAV} = \sqrt{\frac{p_{atm} + \rho g H - p_v}{-\frac{1}{2} \rho c_{pmin}}} \quad (47)$$

Esta equação mostra a velocidade mínima na qual a cavitação ocorrerá para uma posição radial específica na pá do rotor.

4.2 AMT sob efeito difusor para posições radiais com curvatura

Para incorporar o efeito *sweep* na AMT com um difusor (descrito na Seção 3), o modelo deve considerar as variações da posição radial ao longo da pá curvada. A descrição dessa curvatura é baseada no conceito de raio local, representado por r_i , que define a distância entre a raiz da pá (ponto de fixação no rotor) e o baricentro de cada elemento da pá. A Figura 15 apresenta os parâmetros geométricos da pá, incluindo r_i , r e o ângulo de curvatura local β_i .

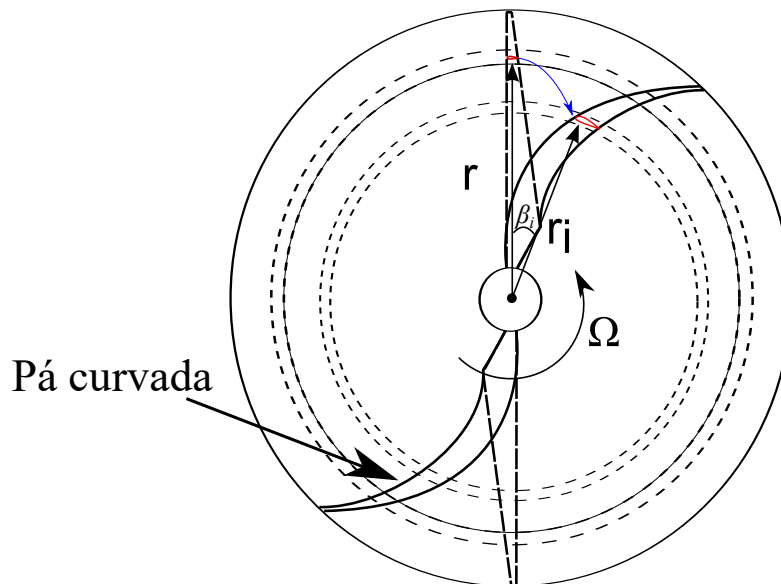


Figura 15 – Representação da relação radial entre a pá curvada e a pá reta.

Fonte: Adaptado de Gemaque, Vaz e Saavedra (2022)

A relação matemática entre esses parâmetros foi estabelecida por Gemaque, Vaz e

Saavedra (2022) e é expressa pela equação:

$$r_i = \frac{r}{R} \left(\frac{r}{R} \right)^{\beta_i}, \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, N\} \quad (48)$$

onde R é o raio da turbina, r é o raio local da pá reta e β_i é o ângulo de curvatura local (em radianos). O índice i varia de 1 a N , correspondendo ao número total de seções em que a pá é dividida para a análise.

Como indica a Figura 15, a pá é dividida em várias seções e o raio r_i varia ao longo de sua extensão. Para determinar o incremento de raio dr_i entre seções consecutivas, utiliza-se a Lei dos Cossenos, expressa por:

$$dr_i = \sqrt{r_i^2 + r_{i+1}^2 - 2r_i r_{i+1} \cos(d\beta_i)} \quad (49)$$

em que $d\beta_i$ representa o ângulo entre os raios r_{i+1} e r_i , definido como

$$d\beta_i = \beta_{i+1} - \beta_i \quad (50)$$

A soma dos incrementos dr_i entre todas as seções da pá curvada resulta no comprimento linear (l), calculado por:

$$l = \sum_{i=1}^N dr_i \quad (51)$$

O comprimento linear da pá curvada é maior do que o da pá reta devido à curvatura, no entanto, o diâmetro da turbina permanece inalterado, conforme a relação entre o raio da turbina e os raios locais r_i .

Destaca-se que a Equação (48) corresponde a uma escolha específica de transformação radial empregada para incorporar o efeito de *sweep* ao modelo. Desse modo, a formulação pode ser descrita, em termos gerais, por uma função radial genérica $r_i = f(r)$, responsável por mapear a posição radial da pá reta para a posição efetiva na pá curvada. Nessa perspectiva, outras expressões analíticas disponíveis na literatura podem ser incorporadas ao mesmo arcabouço metodológico, tais como formulações em que a curvatura é aplicada apenas a partir de uma determinada fração do raio, desde que a função selecionada forneça r_i para cada seção i .

Uma vez definida a função da posição radial para a pá curvada, esta pode ser incorporada à AMT, que, em sua formulação clássica, considera o escoamento sobre o disco ideal, ou seja, sem atrito, bem como sem componente de velocidade rotacional na

esteira. No entanto, para modelar um difusor com perdas, é necessária uma abordagem semelhante àquela usada para a análise do escoamento no difusor, levando em conta as perdas associadas. Além disso, a componente rotacional precisa ser considerada. Na ausência de efeitos de pá finitos, os coeficientes elementares de empuxo e torque em um elemento da seção da pá do rotor são descritos por:

$$\frac{dC_T}{dr_*} + \frac{dC_{Td}}{dr_*} = 4\varepsilon_1 (1 - \varepsilon_4) r_* \quad (52)$$

e,

$$\frac{dC_M}{dr_*} = 4\varepsilon_1 u_\theta r_*^2 \quad (53)$$

em que $r_* = r_i/R$, sendo r_i definido na Equação 48. A variável u_θ representa a velocidade tangencial do escoamento na esteira próxima (m/s), definida como $u_\theta = 2a'\lambda r_*$. Nessa expressão, a' é o fator de indução tangencial (adimensional), λ é a razão de velocidade de ponta (TSR), dada por $\lambda = \Omega R/V_0$, em que Ω é a velocidade angular do rotor (rad/s), R é o raio do rotor (m) e V_0 é a velocidade axial a montante (m/s). Além disso, r_* é a coordenada radial adimensional, definida por $r_* = r/R$, sendo r o raio local (m).

O modelo de momento axial simples requer uma correção por não contemplar os efeitos do número finito de pás e as variações nas velocidades induzidas. A adição de um difusor intensifica o escoamento axial, tornando o comportamento das velocidades induzidas mais complexo, impactando o empuxo e o torque. Conforme descrito por Vaz, Okulov e Wood (2021), ao considerar o número finito de pás, surgem discrepâncias entre as velocidades induzidas nas pás e as médias ao longo do tubo de corrente, ocasionando diferenças significativas entre o fator de indução axial médio (a) no tubo de escoamento e o fator de indução nas pás (a_b).

A razão entre essas induções axiais é dada pelo fator de perda da ponta (F), que tende a zero na ponta da pá (ver a subseção 4.3.1). Com isso, para contabilizar o número finito de pás, introduz-se (F) nas Equações 52 e 53. Assumindo-se que a razão de velocidade axial seja $\varepsilon_1 = 1 - a$, ao calcular ε_4 (Equação 33) com $a = a_b F$ como valor médio no tubo de escoamento, o resultado obtido é:

$$\varepsilon_4 = 1 - a_b F - \sqrt{(a_b F)^2 - (1 - a_b F)^2 (1 - \beta_A^2) (1 - \eta_d) + C_{Td}} \quad (54)$$

As novas formulações para as Equações 52 e 53 passam a ser:

$$\frac{dC_T}{dr_*} + \frac{dC_{Td}}{dr_*} = 4 \left[a_b F + \sqrt{(a_b F)^2 - (1 - a_b F)^2 (1 - \beta_A^2) (1 - \eta_d) + C_{Td}} \right] (1 - a_b) r_* \quad (55)$$

$$\frac{dC_M}{dr_*} = 8a'_b F \lambda (1 - a_b) r_*^3 \quad (56)$$

Nas Equações 55 e 56 a posição radial, r_* , depende da Equação 48.

Da BET, considerando a não dependência do empuxo do difusor, o coeficiente de empuxo em cada seção da pá é:

$$\frac{dC_T}{dr_*} = 2(1 - a_b)^2 \frac{\sigma C_n r_*}{\text{sen}^2 \phi} \quad (57)$$

e o coeficiente de torque,

$$\frac{dC_M}{dr_*} = 2 \frac{(1 - a_b) (1 + a'_b) \sigma C_t \lambda r_*^3}{\text{sen} \phi \cos \phi} \quad (58)$$

onde $\sigma = \frac{Bc}{2\pi r}$ é a solidez local, c é a corda do elemento, B é o número de pás e ϕ é o ângulo do escoamento.

4.3 BEMT para turbinas com pás curvadas e difusor

A BEMT é desenvolvida com base em uma análise unidimensional, na qual os fenômenos são considerados em um volume de controle anular que passa sobre a pá da turbina, sendo esta dividida em N_s elementos anulares de espessura dr . Para essa análise, são adotadas as seguintes hipóteses:

- Não há interação hidrodinâmica entre os elementos da pá, ou seja, os efeitos em um elemento não influenciam os demais;
- As forças atuantes sobre cada elemento anular da pá são constantes;
- O escoamento é influenciado pela presença do difusor, impondo restrições;

- O escoamento é unidimensional, estacionário, incompressível e desprovido de forças externas;

Para o BEMT com pás curvadas, as transformações matemáticas são aplicadas no raio e na corda, resultando em r_i , conforme indica a Equação 48, e para corda $c_i = c \cos \beta_i$, onde c representa a corda local de uma pá reta. Além disso, o ângulo *sweep* em cada elemento da pá é dado por $\beta_i = \beta_{max}/N_r$, onde β_{max} é o ângulo máximo de curvatura na ponta da pá e N_r é o número de elementos da pá.

As demonstrações matemáticas a seguir são feitas a partir da análise BET. Ressalta-se que a teoria clássica não considera a influência da curvatura das pás. Portanto, neste trabalho, as equações clássicas são ajustadas para incorporar a curvatura através do termo $r_i \cos \beta_i$. A Figura 16 apresenta o diagrama de velocidades, mostrando a disposição geométrica dos vetores de velocidade em uma seção da pá, incluindo o ângulo de ataque e as forças envolvidas.

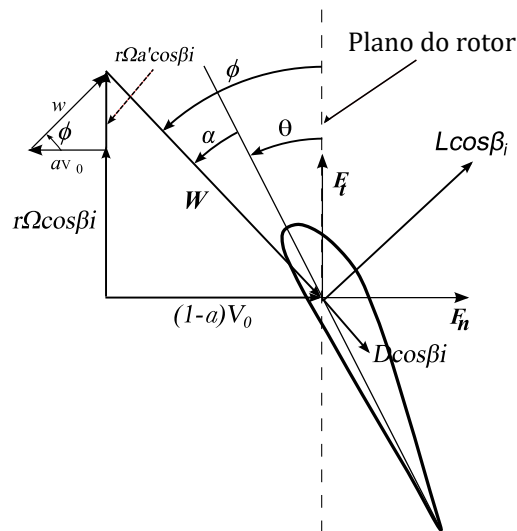


Figura 16 – Diagrama de velocidades em uma seção da pá curva.

Fonte: Gemaque, Vaz e Saavedra (2022)

Considerando a curvatura, a componente tangencial da velocidade é descrita por $(1 + a')\Omega r_i \cos \beta_i$. A velocidade relativa é a resultante das componentes axial e tangencial das velocidades, calculada pela equação:

$$W = \sqrt{[(1 - a) V_0]^2 + [(1 + a') \Omega r_i \cos \beta_i]^2} \quad (59)$$

O ângulo de escoamento (ϕ) representa a inclinação com que o ar/água atinge a

pá de uma turbina em relação ao plano de rotação, sendo fundamental para o cálculo dos coeficientes de sustentação e arrasto do perfil aerodinâmico. O ângulo de escoamento pode ser calculado a partir da relação entre a componente axial da velocidade do fluido e a componente tangencial da velocidade de rotação da pá, expresso pela seguinte equação:

$$\tan \phi = \frac{V_{axial}}{V_{tan}} = \frac{(1-a)V_0}{(1+a')\Omega r_i \cos \beta_i} \quad (60)$$

em que, V_0 é a velocidade de escoamento livre, Ω é a velocidade angular do rotor, a e a' , são os fatores de indução axial e tangencial, respectivamente.

A circulação (Γ) está associada à quantidade de vorticidade (rotação do fluxo) gerada ao redor da pá, que, por sua vez, está diretamente ligada à sustentação que a pá pode gerar. No caso de turbinas eólicas ou hidrocínéticas, a circulação é crucial para determinar a quantidade de torque e, portanto, a potência que a turbina pode gerar. De acordo com Vaz, Okulov e Wood (2021) a circulação em cada elemento da pá pode ser calculada por:

$$\Gamma = \frac{1}{2} W c_i C_l \left(1 - \frac{C_d}{C_l \tan \phi} \right) \quad (61)$$

onde, C_l e C_d são os coeficientes de sustentação e arrasto, respectivamente. A equação ajusta a circulação considerando não só a sustentação, mas também o efeito do arrasto no escoamento ao longo da pá.

Para determinar os coeficientes de força normal (C_n) e tangencial (C_t) é necessário calcular esses coeficientes a partir das componentes de força que atuam sobre a pá. Essas forças podem ser escritas como combinações das forças de sustentação (L) e arrasto de (D) por unidade de comprimento sobre o perfil da seção da pá. Da BET clássica, tem-se que:

$$L = \frac{1}{2} \rho W^2 c C_l \quad D = \frac{1}{2} \rho W^2 c C_d \quad (62)$$

e,

$$F_n = L \cos \phi + D \sin \phi \quad F_t = L \sin \phi - D \cos \phi \quad (63)$$

Substituindo L e D em 63, tem-se:

$$F_n = \frac{1}{2} \rho W^2 c (C_l \cos \phi + C_d \sin \phi) \quad F_t = \frac{1}{2} \rho W^2 c (C_l \sin \phi - C_d \cos \phi) \quad (64)$$

O coeficiente de força normal C_n está associado à componente da força hidrodinâmica que é perpendicular ao plano da pá, enquanto o coeficiente de força tangencial C_t refere-se à componente paralela ao plano da pá. As equações que definem esses coeficientes são as seguintes:

$$C_n = \frac{F_n}{\frac{1}{2}\rho W^2 c} \quad C_t = \frac{F_t}{\frac{1}{2}\rho W^2 c} \quad (65)$$

Considerando o diagrama de velocidades da Figura 16, esses coeficientes passam a ser:

$$C_n = (C_l \cos \phi + C_d \operatorname{sen} \phi) \cos \beta_i \quad (66)$$

e

$$C_t = (C_l \operatorname{sen} \phi - C_d \cos \phi) \cos \beta_i \quad (67)$$

onde C_l e C_d são os coeficientes de sustentação e arrasto, respectivamente.

As novas expressões que descrevem os fatores de indução axial e tangencial são apresentadas a seguir:

$$\frac{a}{1-a} = \frac{\sigma_i C_n}{4F \operatorname{sen}^2 \phi} \quad (68)$$

$$\frac{a'}{1+a'} = \frac{\sigma_i C_t \cos \beta_i}{4F \operatorname{sen} \phi \cos \phi} \quad (69)$$

em que $\sigma_i = \frac{N c_i}{2\pi r_i}$ é a solidez local para a pá curvada. Observe que, se $\beta_i = 0^\circ$, $c_i = c$ e $r_i = r$, as Equações 68 e 69 se reduzem às expressões clássicas de Glauert (1935).

4.3.1 Correção para o número infinito de pás

O modelo clássico de BEMT assume um número infinito de pás, simplificando a análise, mas não representando adequadamente a operação de turbinas eólicas ou hidrocínicas, que possuem um número finito de pás. Para refletir os padrões reais de escoamento, é necessário considerar os efeitos dos vórtices de ponta, que causam flutuações na velocidade

induzida, especialmente nas extremidades das pás, onde ocorrem perdas significativas de energia. Da mesma forma, na raiz da pá, a circulação reduz-se gradualmente até zero, formando vórtices que afetam a esteira e a eficiência global da turbina.

Prandtl (1923) desenvolveu uma abordagem que resultou no fator de perda de ponta de pá, F . Esse fator foi inicialmente definido como a razão entre a circulação total das pás e a circulação de um rotor com um número infinito de pás. O fator de Prandtl é derivado de uma solução aproximada para o escoamento potencial em um conjunto de superfícies helicoidais em translação, que representam a esteira de cada pá, considerando o escoamento ao redor das bordas de um conjunto bidimensional de pás semi-infinitas igualmente espaçadas.

Para adaptar o modelo de Prandtl ao Método de Elemento de Pá (BET), Glauert (1935) propôs uma solução alternativa. Este autor sugeriu que o fator de correção, F , pode ser aproximado pela razão entre o fator de indução axial médio azimutal, \bar{a} , e o fator de indução axial local da pá, a_B , conforme a seguinte equação:

$$F = \frac{\bar{a}}{a_B} \quad (70)$$

onde

$$\bar{a} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} a d\theta \quad (71)$$

Glauert escreveu o fator F em termos do ângulo de escoamento local, ϕ :

$$F = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}[\exp(-f)] \quad (72)$$

onde f , para a ponta da pá, é dado por f_{ponta} , e na raiz da pá é expresso como f_{raiz} . As duas expressões são:

$$f_{\text{ponta}} = \frac{N}{2} \frac{R - r_i}{r_i \text{sen}(\phi)} \quad \text{e} \quad f_{\text{raiz}} = \frac{N}{2} \frac{r_i - r_h}{r_h \text{sen}(\phi)} \quad (73)$$

onde r_h é o raio do cubo (*hub radius*). Substituindo a Equação 73 na Equação 72, obtemos as seguintes expressões:

$$F_{\text{ponta}} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(\exp(-f_{\text{ponta}})) \quad \text{e} \quad F_{\text{raiz}} = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(\exp(-f_{\text{raiz}})) \quad (74)$$

Assim, o fator de Prandtl implementado na BEMT é dado pela combinação dos fatores de raiz e ponta da pá:

$$F = F_{raiz} \cdot F_{ponta} \quad (75)$$

4.4 Modelo proposto de otimização geométrica

O modelo de otimização da pá deve incorporar os parâmetros r_i e β_i nas equações de otimização da corda e do ângulo de torção em cada seção. Os valores ótimos de ε_1 e ε_4 são obtidos ao maximizar o coeficiente de potência na Equação 18 da Seção 3, conforme apresentado em Vaz e Wood (2018):

$$6\varepsilon_{1_{opt}}^3 [\beta_A^2 (1 - \eta_d) + \eta_d] - C_{Td}\Delta + 4\varepsilon_{1_{opt}} (1 + C_{Td} + \Delta) - 2\varepsilon_{1_{opt}}^2 (5 + 3\Delta) = 0 \quad (76)$$

onde $\varepsilon_{1_{opt}} = 1 - a_{opt}$, e

$$\Delta = \sqrt{1 + C_{Td} + \varepsilon_{1_{opt}} \{-2 + \varepsilon_{1_{opt}} [\beta_A^2 (1 - \eta_d) + \eta_d]\}} \quad (77)$$

Ao resolver a Equação 76, a seleção de uma das três raízes possíveis permite determinar o valor de ε_1 e iniciar o processo de otimização da geometria da pá. É importante observar que o impacto do difusor é incorporado nesse processo de otimização através de três parâmetros significativos: η_d , C_{Td} e a razão de área β_A . Assim, uma vez determinado $\varepsilon_{1_{opt}}$, o fator de indução axial ótimo, a_{opt} , pode ser calculado fazendo $a_{opt} = 1 - \varepsilon_{1_{opt}}$. A velocidade na esteira distante, ε_4 , é determinada utilizando a Equação 54.

A corda otimizada para uma pá com curvatura em cada seção é calculado por:

$$c_{opt} = \frac{4\pi r_* (1 - \varepsilon_{4_{opt}}) \text{sen}^2 \phi}{BC_n \varepsilon_{1_{opt}} \cos \beta_i} \quad (78)$$

Nota-se que o parâmetro $\cos \beta_i$ está integrado na Equação 78. Para a determinação do fator de indução tangencial a'_{opt} , utiliza-se a Equação (21) proposta por Picanço *et al.* (2022), conforme demonstrado a seguir:

$$a'_{opt} = \frac{2\varepsilon_{1_{opt}} (1 - \varepsilon_{4_{opt}}) - C_{Td}}{4\lambda^2} \quad (79)$$

onde $\lambda = \Omega R/V_0$ é a razão de velocidade para a pá curvada. O ângulo de torção ótimo, θ_{opt} , é obtida a partir do diagrama de velocidades na Figura 16:

$$\theta_{opt} = \phi_{opt} - \alpha_{opt} \quad (80)$$

A otimização proposta é resolvida de forma direta por meio das Equações 76, 78 e 80. O procedimento utilizado para o cálculo da geometria ótima da pá é apresentado no Algoritmo 1, o qual descreve o processo iterativo empregado para determinar a corda e o ângulo de torção ótimos em cada seção radial. Como dados de entrada são considerados: $r_i, B, \Omega, \eta_d, \beta_i, C_{Td}, \alpha_{opt}, C_l(\alpha_{opt}), C_d(\alpha_{opt})$ e V_0 .

Algoritmo 1: Procedimento para calcular a geometria ótima da pá.

início

para $i = 1$ **até** N_r **(número de seções radiais)** **faça**

 Calcule os fatores de indução ótimos a_{opt} e a'_{opt} , usando as Equações (76) e (79), respectivamente;

 Calcule o ângulo de escoamento ϕ , usando a Equação (60);

 Calcule os coeficientes de força normal (C_n) e tangencial (C_t) a partir das Equações (66) e (67), respectivamente;

 Calcule a velocidade na esteira distante, $\epsilon_{A_{opt}}$, usando a Equação (54);

 Calcule a corda otimizada, c_{opt} , usando a Equação (78);

 Calcule o ângulo de torção ótimo, θ_{opt} , usando a Equação (80);

fim

 Calcule a geometria ideal da pá da turbina.

fim

Os códigos-fonte em MATLAB utilizados tanto na otimização geométrica das pás curvadas com difusor quanto na estimativa de desempenho aerodinâmico sob efeito *sweep* encontram-se apresentados no Apêndice B.

4.5 Descrição da turbina NREL Phase VI

A turbina *NREL Phase VI* apresenta potência nominal de 19,8 kW e opera sob controle passivo de estol, com passo fixo e eixo de rotação horizontal. O rotor é composto por duas pás, com diâmetro total de 10,058 m e diâmetro de cubo de 1,8 m, correspondendo a uma razão de cubo aproximada de 0,18. Cada pá possui comprimento de 5,029 m e foi construída em material compósito de fibra de vidro com matriz epóxi. A velocidade de rotação nominal é de 72 rpm, os experimentos abrangeram uma faixa de velocidades entre 5 e 25 m/s, permitindo avaliar o desempenho da turbina em diferentes condições operacionais.

A geometria da pá é torcionada e afilada, iniciando o afilamento a partir de 25% do raio. Nessa posição, o comprimento da corda é de 0,737 m, reduzindo-se gradualmente até 0,356 m na extremidade. A variação da torção segue a mesma tendência, passando de 22,1° a 25% do raio para -2.0° na ponta. O eixo de passo está localizado a 30% da corda, medido a partir do bordo de ataque e centrado entre as superfícies de sucção e pressão, garantindo equilíbrio estrutural e comportamento aerodinâmico previsível ao longo do raio. A altura da torre utilizada nos ensaios é de 12,2m. O perfil aerodinâmico adotado nas pás é o NREL S809, desenvolvido pela NREL especificamente para turbinas de eixo horizontal. Esse perfil apresenta espessura relativa de 21% da corda e foi projetado para operar em números de Reynolds variando entre $0,5 \times 10^6$ e $1,5 \times 10^6$. O S809 foi concebido com o objetivo de maximizar a eficiência aerodinâmica sob condições típicas de operação de rotores experimentais, combinando elevada razão de sustentação para arrasto (C_L/C_D) com baixo nível de sensibilidade à rugosidade superficial (SOMERS, 1997). A Figura 17 e a Tabela 3 mostram, respectivamente, a geometria da pá e as principais características geométricas e operacionais da turbina utilizadas como referência na validação do modelo numérico desenvolvido.

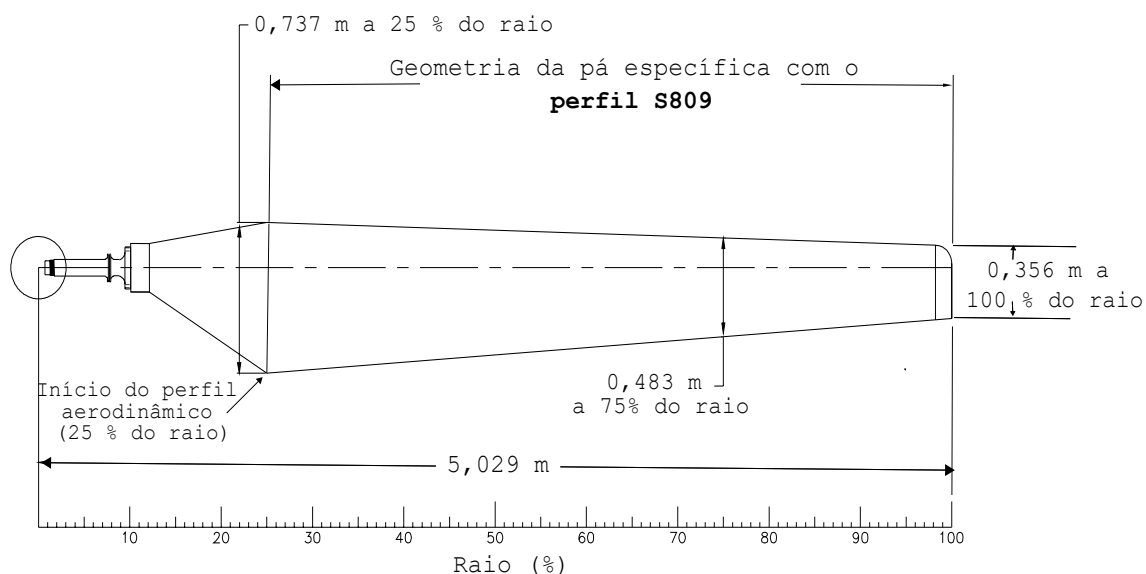


Figura 17 – Geometria da pá da turbina *NREL Phase VI*. Fonte: Adaptado de Hand *et al.* (2001b)

Tabela 3 – Principais características geométricas e operacionais da turbina.

Parâmetro	Descrição
Potência nominal	19,8 kW
Controle de potência	Estol, passo fixo
Diâmetro do rotor	10,058 m
Diâmetro do cubo	1,8 m (razão de cubo $\approx 0,18$)
Raio da pá	5,029 m
Velocidade de rotação nominal	72 rpm
Faixa de operação	5–25 m/s
Perfil aerodinâmico	NREL S809
Distribuição de corda	0,737 m (25% raio) \rightarrow 0,356 m (ponta)
Ângulo de passo	3°

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos a partir do modelo numérico de otimização e comparados com dados disponíveis na literatura. Inicialmente, são apresentados os resultados da otimização geométrica da pá, na qual se avaliou como a introdução do *sweep* (para frente e para trás) e a presença do difusor influenciam a propensão à cavitação, as distribuições de corda e de ângulo de torção, bem como a circulação ao longo da pá. Em seguida, é realizada a análise do desempenho aerodinâmico considerando o efeito do *sweep* em uma turbina de referência, de modo a isolar a influência dessa variação geométrica sobre os coeficientes de potência, empuxo, torque e circulação.

5.1 GEOMETRIA OTIMIZADA DA PÁ: EFEITOS SWEEP E DIFUSOR

Para avaliar os resultados obtidos com o modelo de otimização proposto, foram realizados comparativos com os dados de Picanço *et al.* (2022), que usaram BEMT e CFD para analisar o início da cavitação em turbinas hidrocínéticas. Neste trabalho, a análise de cavitação considerou o efeito da curvatura das pás sob diferentes ângulos *sweep* em relação à velocidade relativa W e à velocidade crítica de cavitação V_{CAV} . A otimização da geometria foi baseada no perfil NACA 65(3)-618, selecionado para possibilitar uma comparação direta com os estudos de Silva *et al.* (2017) e Picanço *et al.* (2022), que também empregaram esse perfil. Os parâmetros da turbina e difusor (cônico) estão detalhados na Tabela 4. A velocidade do fluxo de água foi adotada como $V_0 = 2,5$ m/s para números de Reynolds entre 1×10^6 e 3×10^6 . O ângulo de ataque ideal, que maximiza a razão C_l/C_d , foi determinado como $\alpha_{opt} = 3^\circ$, com $C_l(\alpha_{opt}) = 0,991580$ e $C_d(\alpha_{opt}) = 0,00587$ para $Re = 3 \times 10^6$.

Tabela 4 – Parâmetros utilizados no projeto da turbina.

Parâmetro	Valor
Diâmetro de turbina (D)	10 m
Diâmetro do cubo	1,5 m
Número de pás (N)	3
Massa específica da água (ρ) a 25°C	997 kg/m ³
Submersão da turbina (H)	6 m
Pressão atmosférica (p_{atm})	1 × 10 ⁵ Pa
Pressão de vapor (p_v)	3,17 × 10 ³ Pa
Aceleração da gravidade (g)	9,81 m/s ²
Velocidade angular do rotor (Ω)	35 rpm
Razão de área do difusor (β_A)	0,7511
Empuxo do difusor (C_{Td})	0,6458
Eficiência do difusor (η_d)	0,4712

5.1.1 Dinâmica da cavitação

A etapa inicial da investigação concentrou-se em analisar o efeito da curvatura das pás sobre o fenômeno de cavitação, considerando diferentes ângulos β_i . Adotou-se a convenção de que valores negativos de *sweep* representam curvatura para frente, enquanto valores positivos indicam curvatura para trás. As análises foram realizadas a partir da comparação entre a velocidade relativa (W) e a velocidade crítica de cavitação (V_{CAV}), sendo que, para evitar a ocorrência de cavitação, W deve permanecer inferior a V_{CAV} . A Figura 18 apresenta essa comparação em função da posição radial para dois casos distintos.

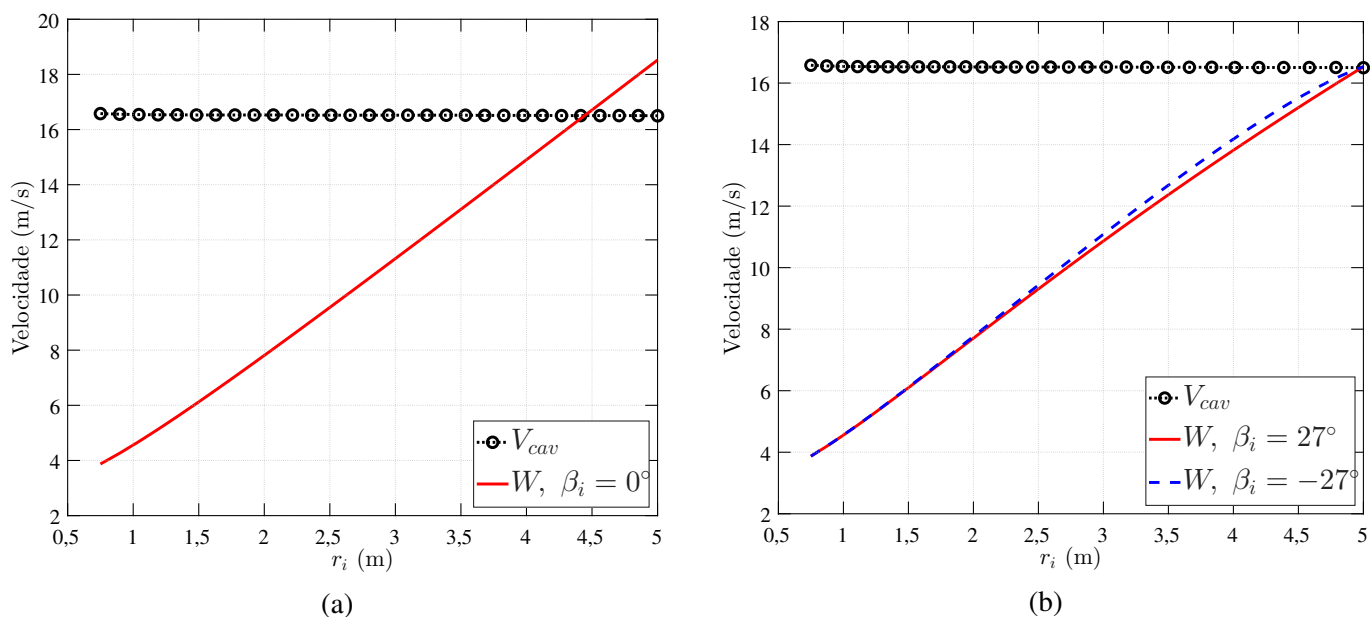


Figura 18 – Comparação entre W e V_{CAV} em função da posição radial: (a) $\beta_i = 0^\circ$ (pá reta) e (b) $\beta_i = \pm 27^\circ$.

Conforme mostra a Figura 18a, para uma pá reta com $\beta_i = 0^\circ$, a velocidade relativa W excede a velocidade de cavitação V_{CAV} para $r_i > 4,4$ m, sinalizando o início da cavitação na ponta da pá. Como explica Silva (2014), na ponta da pá, a alta velocidade relativa W leva a uma baixa pressão estática, tornando essa região da pá mais suscetível ao início da nucleação de bolhas de vapor. Assim, W é um parâmetro importante para controlar o início da cavitação em uma pá de turbina. Por outro lado, no caso da pá com *sweep* para trás, com $\beta_i = 27^\circ$, o início da cavitação é suprimido, uma vez que W permanece inferior a V_{CAV} (ver Figura 19b). Esse mesmo comportamento é observado para a pá com *sweep* para frente, com $\beta_i = -27^\circ$.

A diferença entre pás com *sweep* para trás e para frente está na não linearidade da velocidade relativa W , que aumenta conforme o ângulo cresce. À medida que o efeito *sweep* curva a pá, ocorre uma alteração nas condições do escoamento que passa pelo rotor, resultando em variações de pressão na superfície da pá. Assim, o fato de W permanecer abaixo de V_{CAV} está diretamente relacionado à modificação da curvatura geométrica da pá. Para avaliar a consistência física desse fenômeno, resultados similares são observados em hélices marinhas com inclinação. No estudo realizado por Hu *et al.* (2021) observou-se que um aumento no ângulo de inclinação reduz o fenômeno de cavitação. De acordo com Wang *et al.* (2023), o ângulo de inclinação impacta diretamente a dinâmica da cavitação, estando relacionado à variação na emissão de vórtices pela hélice. Enquanto o ângulo de inclinação é característico das hélices marinhas, o ângulo *sweep* é aplicado no caso de turbinas hidrocínéticas. Na Figura 19, são apresentados os resultados para *sweep* de $\beta_i = \pm 30^\circ$ e $\beta_i = \pm 35^\circ$.

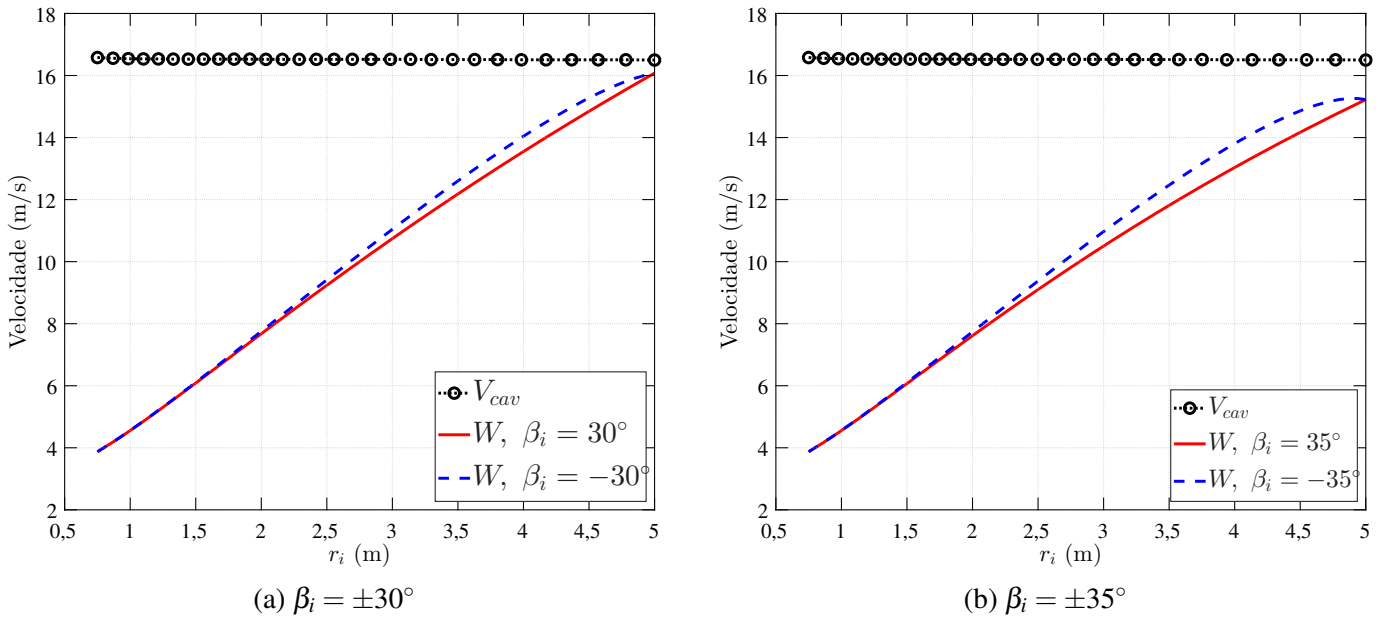


Figura 19 – Pás livres do efeito de cavitação.

Para *sweep* de $\beta_i = \pm 30^\circ$ (Figura 19a), a curva de velocidade relativa W se aproxima da velocidade de cavitação V_{CAV} , mas não ultrapassa o limite crítico, garantindo, assim, uma operação segura em relação ao fenômeno da cavitação. No caso de $\beta_i = \pm 35^\circ$ (Figura 19b), a velocidade relativa W permanece consideravelmente distante de V_{CAV} , indicando uma margem de segurança ainda mais ampla.

Analisando as Figuras 18 e 19, observa-se que para ângulos menores que $\beta_i = \pm 27^\circ$, ocorre cavitação; enquanto que, entre $\beta_i = \pm 30^\circ$ e $\beta_i = \pm 35^\circ$, W se aproxima de V_{CAV} , mas não excede o valor crítico, sinalizando a ausência de cavitação nesse intervalo. Além disso, em regiões de maior raio, especialmente próximas a $r_i = 5$ m, as curvas de W aproximam-se significativamente do valor de V_{CAV} , indicando um aumento no risco de cavitação nessas áreas. No trabalho de Picanço *et al.* (2022), a cavitação ocorre em aproximadamente 80% do comprimento da pá reta, exigindo correções na distribuição da corda para evitá-la. No entanto, para as condições analisadas e segundo o critério $c_{Pmin} + \sigma_{cav}$, a inclusão do *sweep* na otimização proposta contribuiu para mitigar e/ou postergar o início da cavitação ao longo do raio, sem necessidade de introduzir correções adicionais no modelo.

Um critério amplamente empregado para avaliar a ocorrência de cavitação em turbinas hidrocínicas consiste em relacionar o fator adimensional σ_{cav} (coeficiente de cavitação ou número de Thoma) ao coeficiente de pressão mínimo c_{Pmin} . Pelo critério adotado, a cavitação é indicada quando $c_{Pmin} + \sigma_{cav} < 0$. Neste trabalho, essa condição foi analisada ao longo da posição radial da pá com *sweep* e comparada, de forma exploratória,

com os resultados reportados por Picanço *et al.* (2022) para uma pá reta, uma vez que ainda são escassos na literatura dados experimentais de cavitação para turbinas hidrocínéticas com pás curvadas. Os resultados para o caso de *sweep* para trás de 30° são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Análise de cavitação para cada seção da pá.

Picanço <i>et al.</i> (2022)				Trabalho Atual			
r [m]	W [m/s]	σ_{cav}	$c_{Pmin} + \sigma_{cav}$	r_i [m]	W [m/s]	σ_{cav}	$c_{Pmin} + \sigma_{cav}$
1,00	4,8882	14,8072	10,2112	0,95	4,4168	15,9907	14,8527
1,25	5,6089	11,0903	6,8534	1,14	4,9935	12,5108	11,3708
1,50	6,3809	8,4489	4,8390	1,34	5,5913	9,9787	8,8377
1,75	7,1868	6,5652	3,1248	1,53	6,2068	8,0977	6,9567
2,00	8,0165	5,2003	2,1731	1,73	6,8394	6,6690	5,5270
2,25	8,8635	4,1915	1,3686	1,94	7,4895	5,5614	4,4194
2,50	9,7230	3,4313	0,8437	2,15	8,1583	4,6869	3,5449
2,75	10,5926	2,8474	0,3318	2,37	8,8468	3,9858	2,8438
3,00	11,4700	2,3911	0,0978	2,60	9,5562	3,4160	2,2740
3,25	12,3537	2,0292	-0,0393	2,84	10,2876	2,9476	1,8056
3,50	13,2425	1,7379	-0,0358	3,10	11,0418	2,5586	1,4156
3,75	14,1354	1,5008	-0,0314	3,37	11,8197	2,2330	1,0899
4,00	15,0299	1,3058	-0,0281	3,60	12,6219	1,9581	0,8151
4,25	15,9229	1,1441	-0,0250	3,96	13,4488	1,7247	0,5817
4,50	16,8117	1,0089	-0,0225	4,28	14,3004	1,5254	0,3824
4,75	17,6833	0,8963	-0,0203	4,63	15,1769	1,3543	0,2113
5,00	18,5221	0,8026	-0,0154	5,00	16,0777	1,2068	0,0638

Para tornar a comparação possível, as seções da pá curvada foram descritas por meio da transformação radial dada pela Equação 48, na qual a posição r_i representa a coordenada radial associada à geometria curvada. Comparando-se r e r_i , observa-se que essa transformação implica uma redução de r devido à curvatura, uma vez que a pá curvada apresenta maior comprimento ao longo da linha média, mantendo-se inalterado o diâmetro externo do rotor. Assim, embora r_i não coincida numericamente com os valores de r reportados por Picanço *et al.* (2022), ambos são associados a seções radiais correspondentes, sendo r , [m] referente à pá reta e r_i , [m] à pá com *sweep*, o que permite discutir tendências do critério $c_{Pmin} + \sigma_{cav}$.

A Tabela 5 evidencia que a transformação radial afeta o campo de velocidades ao longo da pá: a substituição de r por r_i altera o triângulo de velocidades e, consequentemente, a velocidade relativa W . Como σ_{cav} é fortemente dependente de W , variações mesmo moderadas nessa grandeza podem produzir diferenças perceptíveis no coeficiente

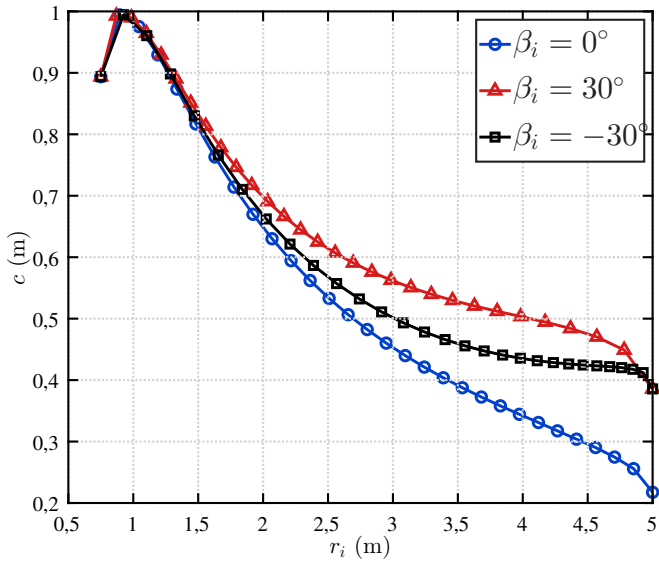
de cavitação ao longo do raio. Além disso, o critério $c_{Pmin} + \sigma_{cav}$ é influenciado não apenas por σ_{cav} , mas por c_{Pmin} ; assim, mudanças na distribuição radial do coeficiente de pressão mínimo podem deslocar de forma significativa os valores dessa soma, inclusive em regiões nas quais as geometrias comparadas apresentam semelhanças. Dessa forma, as diferenças observadas em relação a Picanço *et al.* (2022) podem ser interpretadas como decorrentes do efeito combinado da transformação radial sobre W e σ_{cav} , bem como da contribuição de c_{Pmin} no critério adotado, devendo-se ainda considerar que a comparação é de caráter exploratório, dada a ausência de dados experimentais para pás com *sweep* no caso hidrocínético.

No presente estudo, os valores de $c_{Pmin} + \sigma_{cav}$ permaneceram superiores a zero em todas as seções avaliadas para o caso com *sweep* para trás de 30° , indicando ausência de indícios de cavitação ao longo da pá curvada nas condições analisadas. Em contraste, Picanço *et al.* (2022) reportaram o início de cavitação a partir de aproximadamente $r \approx 3,25$ m até a extremidade da pá reta, região em que $c_{Pmin} + \sigma_{cav}$ se aproxima de zero e assume valores negativos. Esses resultados indicam, para as condições analisadas e pelo critério adotado, uma tendência de redução do risco de cavitação em turbinas hidrocínéticas, especialmente nas regiões externas da pá, em que a condição tende a ser mais crítica.

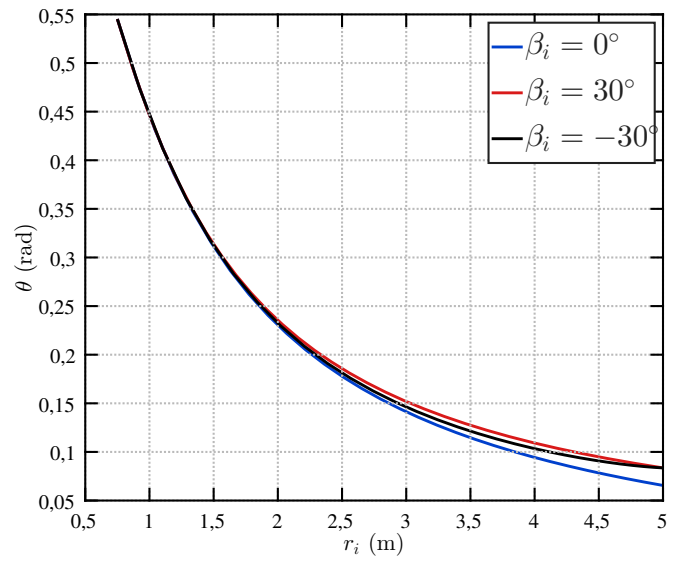
5.1.2 Otimização da pá

A partir daqui, todos os resultados serão apresentados apenas para $\beta_i = \pm 30^\circ$ em comparação com a pá reta $\beta_i = 0^\circ$. Na Figura 20 apresentam-se os resultados relativos à corda e ao ângulo de torção em cada seção da pá, em função da posição radial para diferentes ângulos.

Ao comparar a distribuição da corda da pá reta com as pás que apresentam *sweep* para trás e para frente, observa-se um aumento significativo da corda a partir de $r_i = 2,0$ m. Esse aumento é diretamente associado ao incremento do ângulo *sweep*, afetando especialmente a ponta da pá, como mostra a figura. De acordo com a Equação 78, a corda ótima é inversamente proporcional a $\cos \beta_i$, resultando em um aumento máximo da corda na extremidade da pá. É importante ressaltar que, tanto na raiz quanto na ponta da pá, a corda não tende a zero. Essa característica está intimamente relacionada às correções de Prandtl, corroborando os resultados apresentados por Picanço *et al.* (2022). Além disso, este autor destaca que, ao incluir o efeito do difusor no processo de otimização,



(a) $\beta_i = \pm 30^\circ$



(b) $\beta_i = \pm 35^\circ$

Figura 20 – Distribuições do comprimento da corda (a) e do ângulo de torção (b).

os termos relacionados ao difusor na Equação 76, como o coeficiente de empuxo C_{Td} e a eficiência do difusor η_d , são tratados como constantes no modelo, o que contribui de maneira significativa para evitar a cavitação.

O aumento da corda provoca mudanças significativas no torque gerado pelo rotor, o que é relevante para turbinas que operam em baixas velocidades de escoamento. De acordo com Akbari *et al.* (2022), Rahgozar *et al.* (2020), independentemente do tipo de perfil adotado, o incremento do ângulo de torção e do comprimento da corda na seção da base resulta em uma redução no tempo de partida da turbina, uma vez que o torque hidrodinâmico do rotor aumenta com o comprimento da corda. Além disso, Pourrajabian, Ebrahimi e Mirzaei (2014) utilizaram um algoritmo de otimização que identificou valores mais elevados para a corda e o ângulo de torção na parte inferior da pá, o que melhora a rotação da turbina em condições de baixas velocidades do vento.

A Figura 21 apresenta uma visualização da pá reta e curvada otimizadas, utilizando o modelo proposto. Neste caso, a pá curvada foi otimizada considerando um *sweep* para trás de $\beta_i = 30^\circ$ em relação à ponta da pá reta.

Na Figura 22, são apresentados os efeitos *sweep* e difusor sobre o comportamento do fator de Prandtl, F . Observa-se que esses efeitos conduzem o valor de F a zero tanto na raiz quanto na ponta da pá. Além disso, verifica-se que F mantém sua curva inalterada para diferentes ângulos *sweep* (Figura 22a), o que sugere que o fator de Prandtl não é sensível a esse fenômeno.

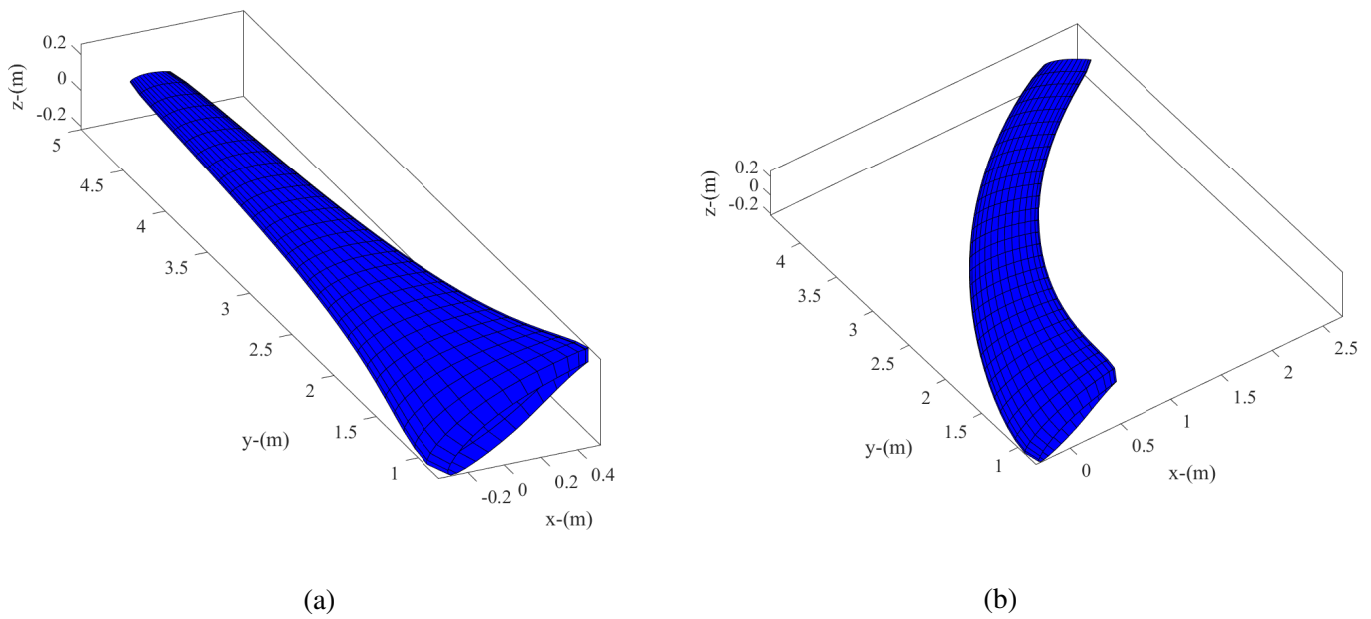


Figura 21 – Geometria da pá: (a) $\beta_i = 0^\circ$ (pá reta), (b) $\beta_i = 30^\circ$ (*sweep* para trás).

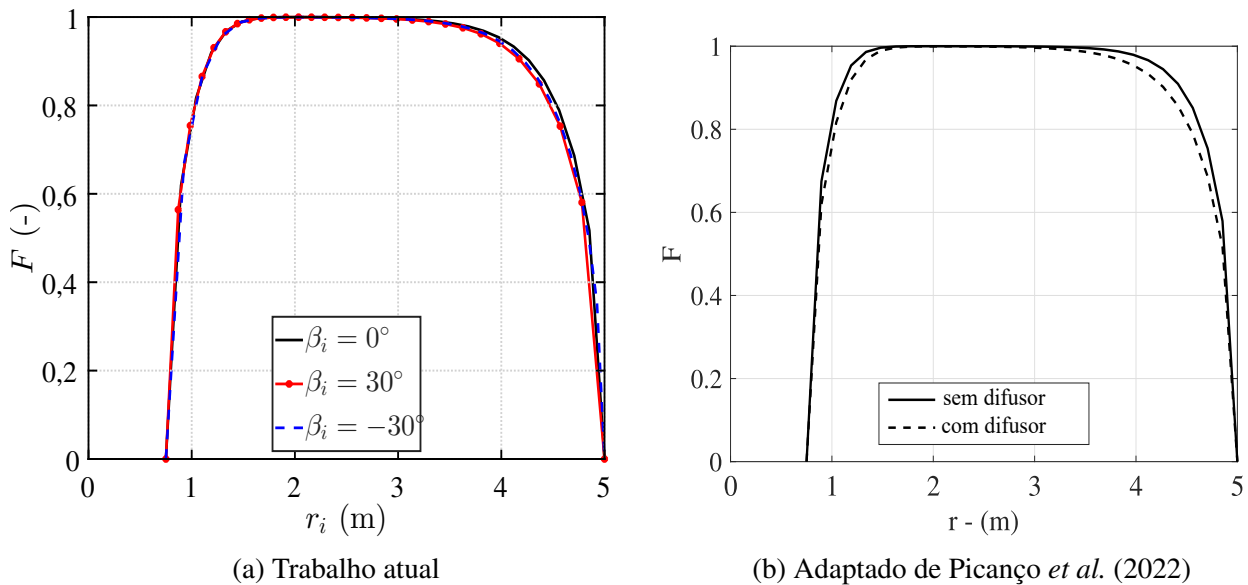


Figura 22 – Fator de Prandtl sob efeitos difusor e *sweep*.

Entretanto, F apresenta uma leve suscetibilidade ao efeito do difusor, conforme observado nos resultados de Picanço *et al.* (2022) apresentados na Figura 22b. De forma similar, Gemaque, Vaz e Saavedra (2022) obtiveram resultados análogos para o fator F ao comparar pás retas com pás curvadas para trás. O estudo indicou que as curvas de F para ambas as geometrias são praticamente idênticas, sugerindo que a configuração das pás exerce influência mínima sobre o comportamento do fator de perda de ponta de Prandtl.

Para contornar essa limitação, uma abordagem viável é a utilização de métodos baseados em funções de pá finita, conforme proposto por Wood (2021). Esses métodos consideram a circulação, que é afetada pelo desprendimento de vórtices da pá em decorrência do efeito *sweep*. Contudo, é importante ressaltar que essa abordagem costuma apresentar uma maior complexidade na implementação. Com relação à circulação, a Figura 23 apresenta a circulação ligada da pá (Γ) ao longo de sua extensão, variando para diferentes *sweep*.

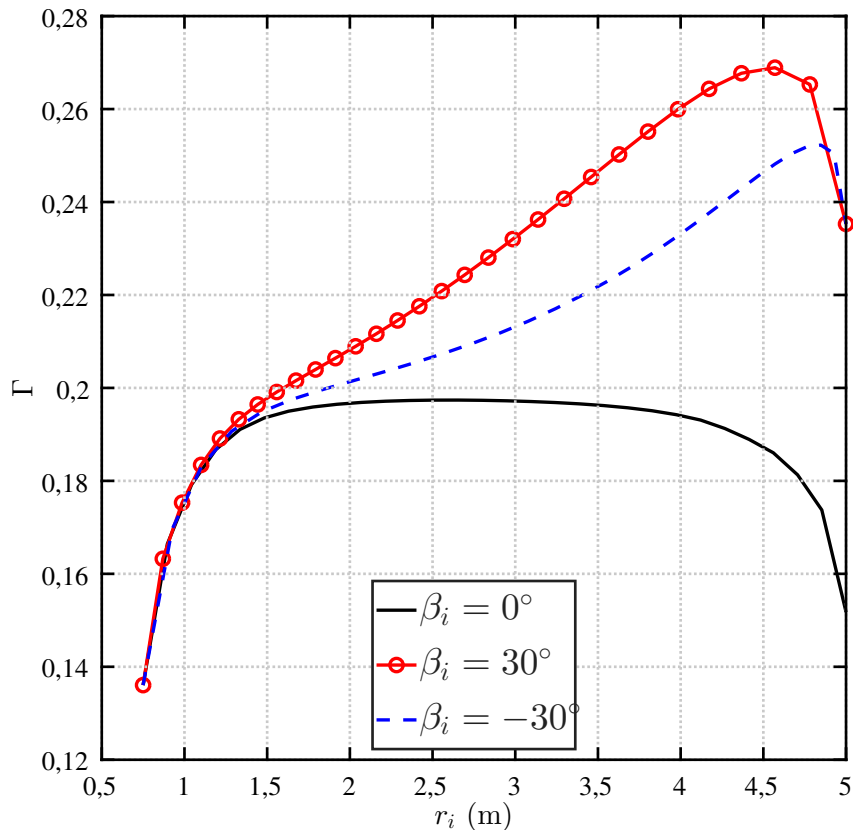


Figura 23 – Circulação ligada na pá (Γ).

Observa-se na Figura 23 que o efeito *sweep* impacta significativamente Γ , especialmente na região da ponta da pá. Essa influência é causada principalmente pela variação da corda, conforme descrito na Equação 61, considerando que os coeficientes C_l e C_d permanecem constantes na otimização proposta. Este resultado é relevante porque indica que o torque hidrodinâmico também aumenta, conforme o teorema de Kutta–Joukowski. O aumento de Γ reflete a resposta do modelo de otimização, que amplia a distribuição da corda próxima à ponta da pá, ajudando a reduzir ou evitar a cavitação.

A Figura 24 mostra que o fator de indução axial ótimo é constante para pás retas e curvadas no modelo proposto ($a = 0,128$). Este resultado é esperado, pois a Equação 76 depende apenas dos parâmetros do difusor, η_d , β_A e C_{Td} . Por outro lado, o fator de indução

tangencial, a' , varia para cada seção da pá, mas não em relação ao ângulo *sweep*. Isso ocorre porque a' é inversamente proporcional a $\lambda_i = \frac{\Omega r_i}{V_0}$, como descrito na Equação 79. O principal efeito da otimização é sobre os parâmetros geométricos c_{opt} e θ_{opt} , definidos nas Equações 78 e 80, respectivamente, que variam fortemente com a transformação radial mostrada na Equação 48.

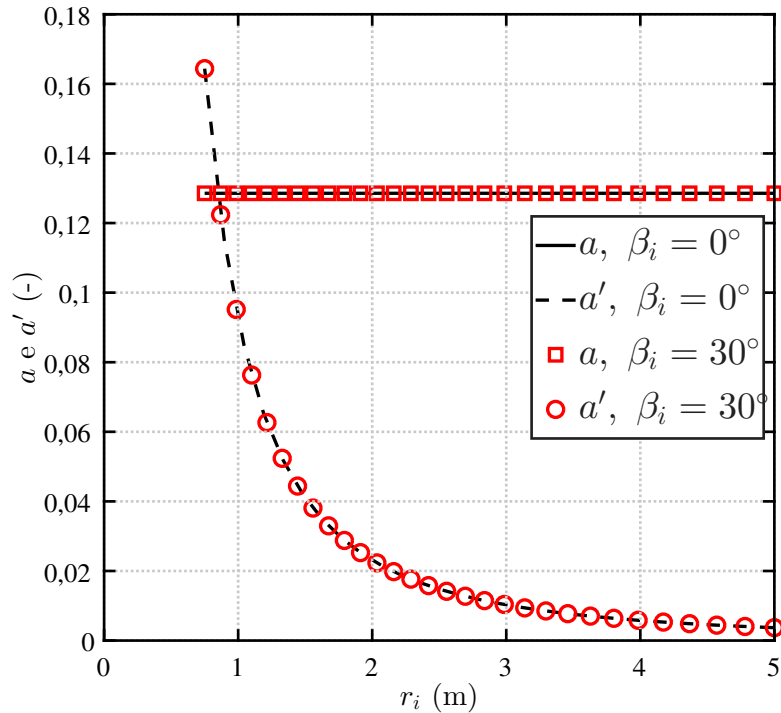


Figura 24 – Fatores de indução para $\beta_i = 0^\circ$ e $\beta_i = 30^\circ$, em condições operacionais $\lambda = 7,33$.

5.2 DESEMPENHO AERODINÂMICO DA TURBINA NREL PHASE VI COM EFEITO SWEEP

O desempenho aerodinâmico foi avaliado para diferentes ângulos de inclinação da pá, com o objetivo de investigar a influência da curvatura (*sweep*) sobre os coeficientes de potência (C_P), empuxo (C_T), torque (C_Q) e circulação (Γ). As análises avaliaram geometrias com *sweep* para frente e para trás, abrangendo ângulos de $\beta_i = \pm 10^\circ$ e $\pm 30^\circ$, além do caso de referência correspondente à pá reta ($\beta_i = 0^\circ$). A Figura 25 apresenta as configurações avaliadas, destacando as variações geométricas associadas a cada condição de curvatura, considerando o mesmo diâmetro da turbina.

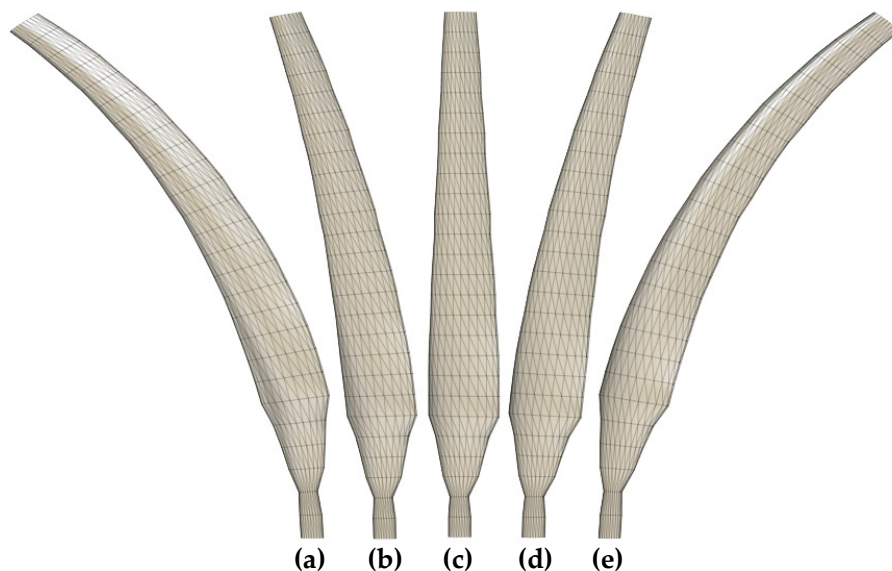


Figura 25 – Ângulos β_i analisados: (a) -30° , (b) -10° , (c) 0° (pá reta), (d) 10° e (e) 30° .

Enquanto a etapa anterior de otimização geométrica foi desenvolvida considerando a turbina hidrocínética com difusor e utilizando a água como elemento de escoamento, nesta fase de avaliação do desempenho aerodinâmico adotou-se o ar atmosférico a 20°C , com densidade $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ e viscosidade cinemática $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, pois a turbina de referência NREL Phase VI é eólica. Para a execução das simulações numéricas, o domínio radial foi discretizado em $N_V = 50$ elementos. Os coeficientes de sustentação (C_L) e de arrasto (C_D) do perfil S809 foram utilizados como parâmetros de entrada no modelo numérico. A razão entre esses coeficientes, C_L/C_D , apresentada na Figura 26, representa uma medida da eficiência aerodinâmica do perfil em escoamento 2D. Observa-se

que, em baixos ângulos de ataque, C_L/C_D aumenta de forma acentuada, indicando melhora do desempenho aerodinâmico. A condição de máxima eficiência ocorre em $\alpha_{opt} = 5,5^\circ$, correspondente ao valor máximo de $C_L/C_D = 109,75$, definindo o ângulo de ataque ótimo do perfil S809, no qual se obtém o melhor equilíbrio entre sustentação e arrasto. Para ângulos de ataque superiores a α_{opt} , verifica-se a redução progressiva de C_L/C_D , associada ao aumento mais intenso do arrasto e à intensificação de efeitos de separação da camada limite, com aproximação do estol.

A velocidade de rotação do rotor foi ajustada para 72 rpm, correspondendo a uma velocidade angular de $\Omega = \pi \times \text{RPM}/30 = 7,54 \text{ rad/s}$, considerando um rotor de diâmetro de aproximadamente 10 m. O escoamento incidente variou entre $V_i = 7 \text{ m/s}$ e $V_f = 20,1 \text{ m/s}$, de modo a representar condições típicas de operação da turbina e possibilitar a análise da variação dos coeficientes de desempenho em ampla faixa de razão de velocidade de ponta (λ). A eficiência do difusor foi fixada em $\eta_d = 1$ e o coeficiente de empuxo associado ao difusor foi mantido nulo ($C_{Td} = 0$), de modo a isolar o efeito geométrico da pá curvada.

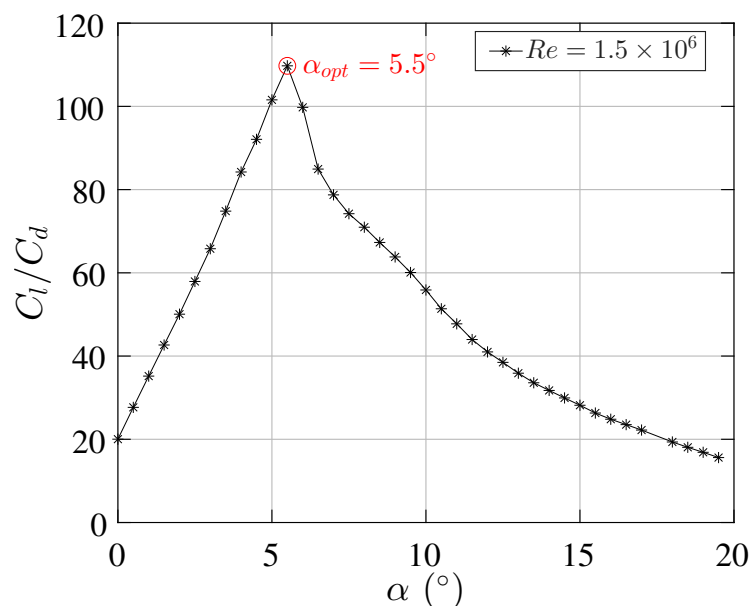


Figura 26 – Coeficientes de sustentação (C_L) e arrasto (C_D) do perfil aerodinâmico S809 para $Re = 1,5 \times 10^6$, utilizados como dados de entrada no modelo numérico.

O gráfico do coeficiente de potência e os valores máximos obtidos estão apresentados na Figura 27 e na Tabela 6, respectivamente. Observa-se que, em baixos valores de razão de velocidade de ponta ($\lambda < 4,36$), todas as curvas *sweep* apresentam comportamento semelhante, com valores de C_p inferiores aos resultados experimentais da *NREL*

Phase VI (curva em vermelho). Nessa faixa de operação, o escoamento mantém-se estável e as variações geométricas introduzidas pelo *sweep* não exercem influência significativa sobre o desempenho global.

Ressalta-se que a faixa de λ apresentada no gráfico foi definida de modo a abranger a região de operação na qual espera-se a ocorrência do máximo de C_p . Em turbinas reais, é recorrente que o coeficiente de potência atinja um pico em torno de $\lambda \approx 6,5-7$ e, para valores superiores, passe a decrescer. Contudo, no presente estudo, a tendência de elevação prolongada (ou a ausência de uma queda pronunciada após o máximo) deve ser interpretada à luz das limitações inerentes ao BEMT na configuração adotada, uma vez que o método fundamenta-se em polares aerodinâmicas predominantemente bidimensionais e não resolve explicitamente efeitos tridimensionais e fenômenos de separação do escoamento, determinantes no regime pós-estol e na redução do torque em TSR elevadas. Nessas condições, o BEMT pode superestimar a sustentação em parte do domínio de operação e, conseqüentemente, manter C_p em níveis artificialmente elevados. Assim, recomenda-se que a investigação do decréscimo de C_p e dos efeitos tridimensionais associados seja realizada por meio de abordagens de maior fidelidade, como simulações CFD, as quais são indicadas como etapa de trabalho futuro.

Tabela 6 – Valores máximos do coeficiente de potência ($C_{P,max}$) e respectivas razões de velocidade de ponta (λ) para cada valor de β_i .

β_i	$C_{P,max}$	λ_{max}	Varição vs. exp. (%)
-30°	0,40	5,96	+12,3
-10°	0,30	4,57	-14,6
0°	0,27	4,36	-24,1
$+10^\circ$	0,28	4,57	-21,8
$+30^\circ$	0,36	5,96	+0,08
Pá reta (Mo e Lee (2012))	0,36	5,30	-0,08
Pá reta (exp.)	0,36	5,30	—

Conforme mostra a Figura 27, a partir de aproximadamente $\lambda \approx 4,36$, a curva correspondente a $\beta_i = -30^\circ$ se aproxima da tendência experimental, enquanto as demais permanecem abaixo da curva da turbina *NREL Phase VI*. Observa-se, então, uma elevação progressiva do coeficiente de potência, que se estende até $\lambda \approx 5,96$, ultrapassando o valor experimental e atingindo $C_{P,max} = 0,40$. Esse resultado representa um ganho de aproximadamente 12% em relação à pá reta experimental, indicando que essa curvatura apresentou o melhor desempenho entre os *sweeps* analisados.

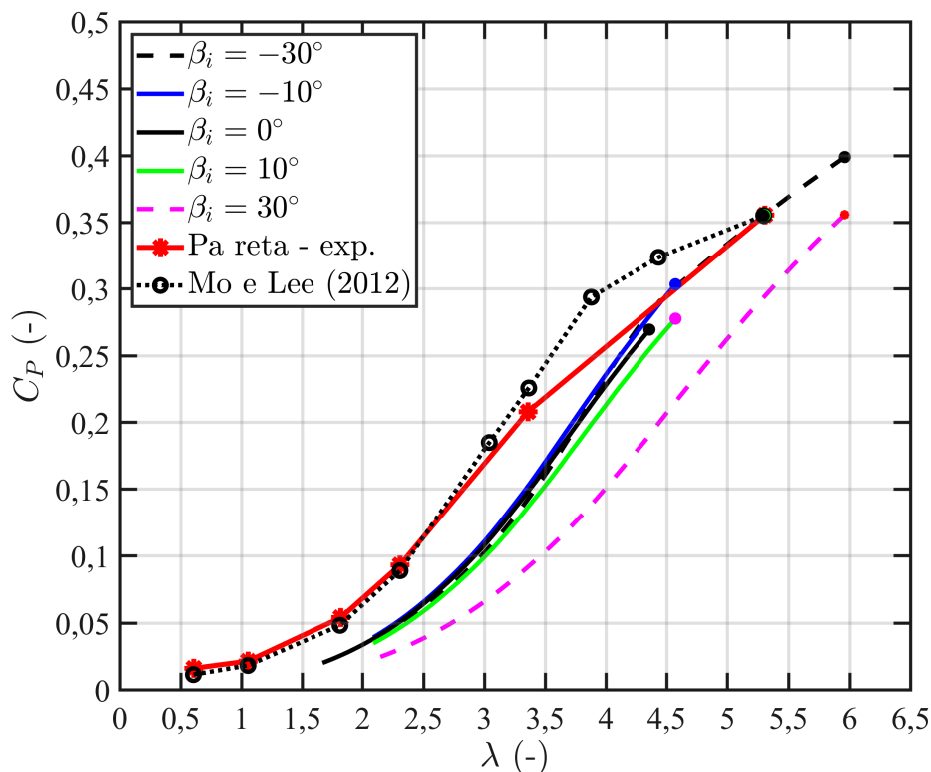


Figura 27 – Variação do coeficiente de potência (C_P) em função da razão de velocidade de ponta (λ) para diferentes ângulos *sweep*.

No estudo de Larwood, Dam e Schow (2014), foram observados incrementos de 13% no coeficiente de potência em comparação a pás retas, explicados pela redistribuição da carga aerodinâmica ao longo do raio e pelo atraso no início da separação do escoamento nas regiões próximas à ponta. Kaya *et al.* (2018) verificaram que o *sweep* para frente induz maior estabilidade do escoamento e retarda o estol, ampliando a faixa de operação eficiente do rotor. Esses resultados sugerem que a curvatura para frente favorece o aproveitamento da sustentação nas seções externas da pá, resultando em maior torque e, conseqüentemente, em um aumento da potência extraída pelo rotor.

De acordo com os dados apresentados na Tabela 6, a pá reta ($\beta_i = 0^\circ$) demonstrou o menor desempenho entre todas as análises, com $C_{P,max} = 0,27$ em $\lambda = 4,36$, representando uma redução de 24,1% em relação ao valor experimental. Já a pá com *sweep* para trás, em $\beta_i = +30^\circ$, apresentou um coeficiente máximo de potência $C_{P,max} = 0,36$ em $\lambda_{max} = 5,96$, valor em concordância com o resultado experimental da pá reta ($C_{P,max} = 0,36$, $\lambda = 5,30$) e com o obtido numericamente por Mo e Lee (2012), que registraram $C_{P,max} = 0,36$ em $\lambda = 5,30$.

Quanto à pequena variação de -0,08% observada nos resultados de Mo e Lee

(2012) em relação ao experimental, esta decorre da precisão decimal utilizada nos cálculos. Ainda que ambos os valores arredondados apareçam como 0,36, quando considerados com quatro casas decimais (0,3551 para Mo e Lee (2012) versus 0,3554 para o experimental), verifica-se uma diferença real de 0,0003 no coeficiente de potência máximo, que resulta matematicamente na variação percentual negativa. Apesar de os valores máximos de C_P serem numericamente muito próximos, observa-se que a pá com *sweep* para trás atinge esse desempenho em uma razão de velocidade de ponta mais elevada, indicando um leve deslocamento da condição ótima de operação.

Resultados semelhantes foram observados por Ismail e Baracat (2025), que analisaram uma HAWT com diferentes ângulos entre -40° , 0° e $+40^\circ$. No estudo, verificou-se que, para valores de λ inferiores a 7, o *sweep* para trás, quando comparado à pá reta, manteve o coeficiente de potência em níveis estáveis para rotações mais altas, evitando a queda de C_P em regimes de alta velocidade. No presente trabalho, mesmo que a pá com $\beta_i = +30^\circ$ não tenha superado o desempenho experimental, o comportamento de estabilização de C_P em faixas mais altas de λ é compatível com o observado por Ismail e Baracat (2025), reforçando que o *sweep* para trás contribui para a estabilidade aerodinâmica e para a mitigação da perda de eficiência em condições de alta razão de velocidade de ponta.

Nos casos moderados de *sweep* ($\beta_i = \pm 10^\circ$), ambas as curvaturas apresentaram coeficientes de potência inferiores ao valor experimental da turbina *NREL Phase VI*. A curva com *sweep* para frente ($\beta_i = -10^\circ$) atingiu $C_{P,\max} = 0,30$ em $\lambda = 4,57$, enquanto o *sweep* para trás ($\beta_i = +10^\circ$) obteve $C_{P,\max} = 0,28$ na mesma condição. Em comparação à pá reta experimental as reduções foram de 14,6% e 21,8%, respectivamente.

Conforme descrito por Artoni (2015), o *sweep* para trás tem como principal função o alívio passivo de cargas, uma vez que a flexão da pá provoca uma torção que reduz o ângulo de ataque, resultando na diminuição das forças aerodinâmicas e do momento de raiz. Embora estruturalmente benéfico, esse mecanismo provoca uma pequena perda de eficiência, resultando em valores menores de C_P em condições de vento mais baixas. Por outro lado, o *sweep* para frente tende a aumentar o ângulo de ataque e a carga aerodinâmica, o que pode elevar temporariamente o coeficiente de potência, mas com menor estabilidade dinâmica. Li *et al.* (2025) acrescentam que, em pás curvadas sem ajustes na distribuição de torção e de corda, os efeitos de projeção geométrica alteram o ângulo de escoamento percebido pelas seções do aerofólio. Esse fenômeno pode favorecer levemente o *sweep*

para frente e penalizar o *sweep* para trás em razões de velocidade mais baixas. Assim, a diferença entre $\beta_i = \pm 10^\circ$ reflete a combinação entre efeitos aeroelásticos e de projeção, que limitam a eficiência global das geometrias moderadas quando comparadas à pá reta da NREL.

A Figura 28 apresenta as curvas de variação de C_T em função da razão de velocidade de ponta (λ), enquanto os valores máximos correspondentes de C_T encontram-se na Tabela 7. Para esta análise, a pá reta simulada ($\beta_i = 0^\circ$) apresentou $C_{T,\max} = 0,41$ em $\lambda = 4,36$, sendo estabelecida como referência numérica para as análises comparativas entre os diferentes β_i .

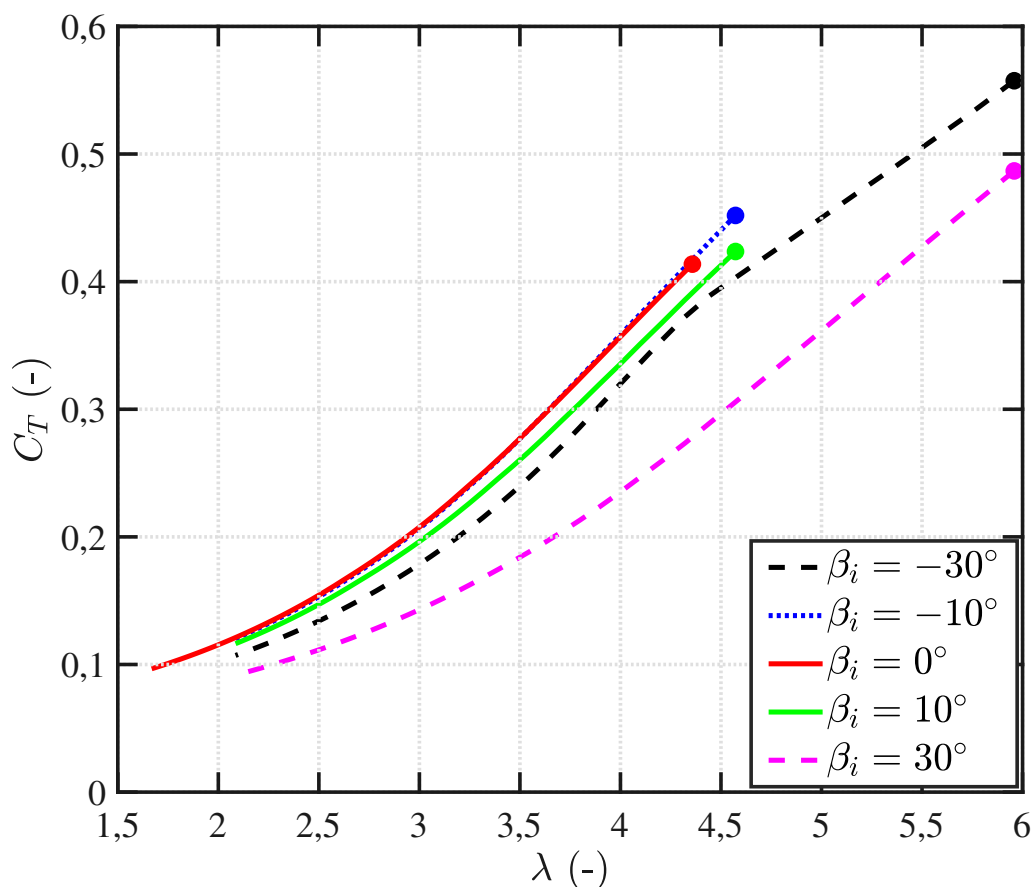


Figura 28 – Variação do coeficiente de empuxo (C_T) em função da razão de velocidade de ponta (λ) para diferentes ângulos *sweep*.

Analisando o *sweep* para frente, observa-se que, para $\beta_i = -10^\circ$, houve um aumento moderado de aproximadamente +9,2% em relação à pá reta, alcançando $C_{T,\max} = 0,45$ em $\lambda = 4,57$. As curvas correspondentes a $\beta_i = -10^\circ$ e $\beta_i = 0^\circ$ mantiveram-se coincidentes até $\lambda \approx 3,6$; a partir desse ponto, verifica-se que o coeficiente de empuxo da pá curvada torna-se superior ao da pá reta. Essa inclinação mostrou uma influência limitada sobre

Tabela 7 – Valores máximos do coeficiente de empuxo ($C_{T,max}$) e sua variação percentual em relação à pá reta ($\beta_i = 0^\circ$).

β_i	$C_{T,max}$	λ	Variação (%)
-30°	0,56	5,96	+34,7
-10°	0,45	4,57	+9,2
0°	0,41	4,36	—
$+10^\circ$	0,42	4,57	+2,4
$+30^\circ$	0,49	5,96	+17,7

o carregamento axial em regime estável, mas torna-se progressivamente significativo à medida que o rotor se aproxima das condições de máxima eficiência aerodinâmica. Na condição de $\beta_i = -30^\circ$, observou-se um comportamento distinto. A curva correspondente manteve-se abaixo da pá reta ao longo de todo o intervalo analisado, indicando redução do empuxo global. O valor máximo ($C_{T,max} = 0,56$ em $\lambda = 5,96$) ocorreu em razão de velocidade de ponta mais elevada, sem que a curva interceptasse a pá reta.

O *sweep* para trás exibiu tendência semelhante, a curva de $\beta_i = +10^\circ$ manteve valores de C_T inferiores aos da pá reta ao longo da maior parte do intervalo analisado, superando-os apenas em razões de velocidade de ponta mais elevadas, próximas de $\lambda = 4,6$, com incremento discreto de +2,4% em relação à pá reta. Para $\beta_i = +30^\circ$, verificou-se uma redução mais acentuada do coeficiente de empuxo em praticamente todo o intervalo de λ , com predomínio de valores inferiores até que, para $\lambda \approx 5,96$, a geometria com pá curvada apresentou valores superiores aos da pá reta. O valor máximo registrado foi $C_{T,max} = 0,49$, correspondente a um acréscimo de +17,7% em relação à pá reta.

Os resultados mostram que os diferentes ângulos *sweep*, tanto para frente quanto para trás, promoveram redução do empuxo em boa parte do regime de operação, superando a pá reta apenas em faixas restritas de λ mais elevadas. Gemaque, Vaz e Saavedra (2022) verificaram que o efeito do *sweep* para trás sobre o coeficiente de empuxo (C_T) depende do perfil aerodinâmico e do regime de operação. Para o perfil SG6040, observou-se redução consistente do empuxo, favorecendo a estabilidade do rotor, enquanto perfis mais simples apresentaram aumento de C_T em altas razões de velocidade de ponta ($\lambda > 1,65$) devido ao descolamento da camada limite em baixos números de Reynolds, ressaltando que a eficácia está condicionada à geometria do aerofólio e à faixa operacional. Veloso *et al.* (2023) observaram que pás com *sweep* para frente apresentaram redução do coeficiente de empuxo de até 27,2% em relação às pás retas, especialmente sob condições de baixo número de Reynolds. Os autores atribuíram esse comportamento à interação entre o descolamento

precoce da camada limite e os efeitos tridimensionais do escoamento, que reduzem a componente axial da força aerodinâmica e favorecem a estabilidade do rotor.

No presente trabalho, a análise conjunta dos coeficientes de potência (C_P) e de empuxo (C_T) revelam que, o *sweep* para frente em $\beta_i = -30^\circ$ teve menor força axial, indicando redução das cargas estruturais, ao mesmo tempo em que alcançou $C_{P,\max} = 0,40$, valor superior ao da pá reta experimental ($C_{P,\max} = 0,36$). Esses resultados demonstram que a diminuição do empuxo não implica perda de eficiência aerodinâmica; pelo contrário, a redistribuição das forças de sustentação ao longo da pá favorece o desempenho aerodinâmico e a estabilidade operacional.

Com relação ao coeficiente de torque (C_Q), as simulações foram realizadas considerando o ângulo de *pitch* de $5,5^\circ$, valor que apresentou maior estabilidade numérica e reduziu a incidência de *stall*. Os marcadores circulares da Figura 29 indicam os pontos de máximo ($C_{Q,\max}$), permitindo avaliar o efeito da curvatura sobre o desempenho aerodinâmico. Os valores correspondentes encontram-se na Tabela 8, que resume os picos de C_Q e as respectivas razões de velocidade de ponta (λ).

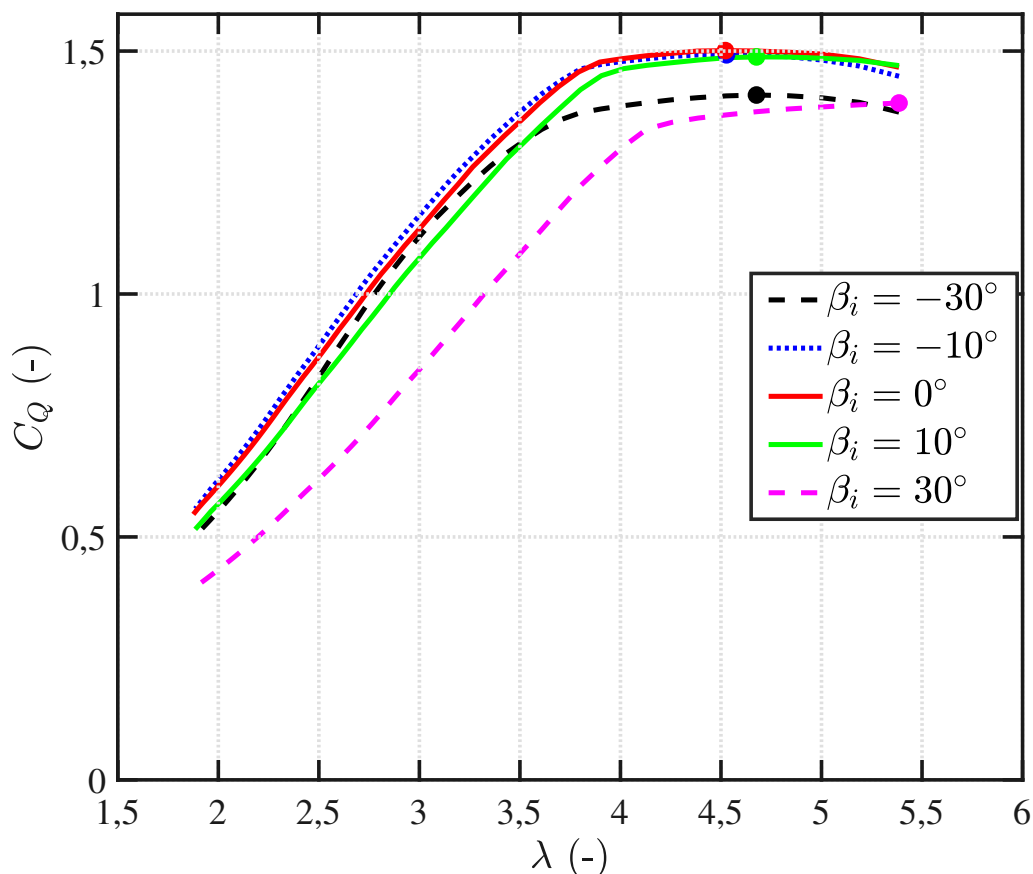


Figura 29 – Variação do coeficiente de torque (C_Q) em função da razão de velocidade de ponta (λ) para diferentes β_i .

Tabela 8 – Valores máximos do coeficiente de torque ($C_{Q,max}$) e variação percentual em relação à pá reta.

β_i	$C_{Q,max}$	λ	Varição (%)
-30°	1,41	4,68	-6,1%
-10°	1,49	4,53	-0,7%
0°	1,50	4,52	—
$+10^\circ$	1,49	4,68	-0,8%
$+30^\circ$	1,39	5,39	-7,1%

Observa-se que, no intervalo de λ analisado, as curvas correspondentes a $\beta_i = -10^\circ$ e $\beta_i = +10^\circ$ apresentam comportamento semelhante ao da pá reta ($\beta_i = 0^\circ$), tanto em magnitude quanto na posição máxima de C_Q , com reduções de aproximadamente 0,7% e 0,8%, respectivamente, conforme apresentado na Tabela 8. Esse resultado demonstra que pequenas variações geométricas, tanto para frente quanto para trás, não alteram significativamente o desempenho do rotor, mantendo o equilíbrio aerodinâmico e a estabilidade do escoamento ao longo da pá.

Nos casos de $\beta_i = -30^\circ$ e $\beta_i = +30^\circ$, observa-se uma redução mais acentuada do coeficiente de torque, acompanhada pelo deslocamento do ponto ótimo para maiores razões de velocidade de ponta (λ). O *sweep* para frente em $\beta_i = -30^\circ$ apresentou $C_{Q,max} = 1,41$ em $\lambda = 4,68$, enquanto o *sweep* para trás de $\beta_i = +30^\circ$ atingiu o menor valor de torque máximo, $C_{Q,max} = 1,39$ em $\lambda = 5,39$. Esse deslocamento indica uma resposta aerodinâmica mais tardia do rotor e redução do ângulo de ataque efetivo nas seções externas, o que redistribui a sustentação em direção à região de raiz.

Ao comparar os resultados com os estudos de Gemaque, Vaz e Saavedra (2022) e Veloso *et al.* (2023), observa-se que o comportamento das configurações de $\beta_i = \pm 30^\circ$ e $\beta_i = \pm 10^\circ$ reflete tendências semelhantes às relatadas por esses autores, ainda que em regimes operacionais distintos. No estudo de Gemaque, Vaz e Saavedra (2022), voltado à otimização hidrodinâmica de turbinas com pás curvadas, o *sweep* para trás ($\beta = +30^\circ$) resultou em um aumento de aproximadamente 18% no torque máximo em $\lambda = 4,19$, indicando maior extração de energia quando a circulação vinculada (Γ) se intensifica na região mediana da pá. Por outro lado, na análise quase-estacionária realizada por Veloso *et al.* (2023) para turbinas eólicas de pequeno porte, o *sweep* para frente de $\beta = -10^\circ$ apresentou coeficientes de torque semelhantes aos da pá reta, enquanto ângulos mais pronunciados, tanto para frente quanto para trás, provocaram redução do pico de C_Q durante a fase de partida. A Figura 30 apresenta, em forma de barras, os valores de $C_{Q,max}$

para cada β_i , assim como o comprimento linear (l) associado a cada geometria.

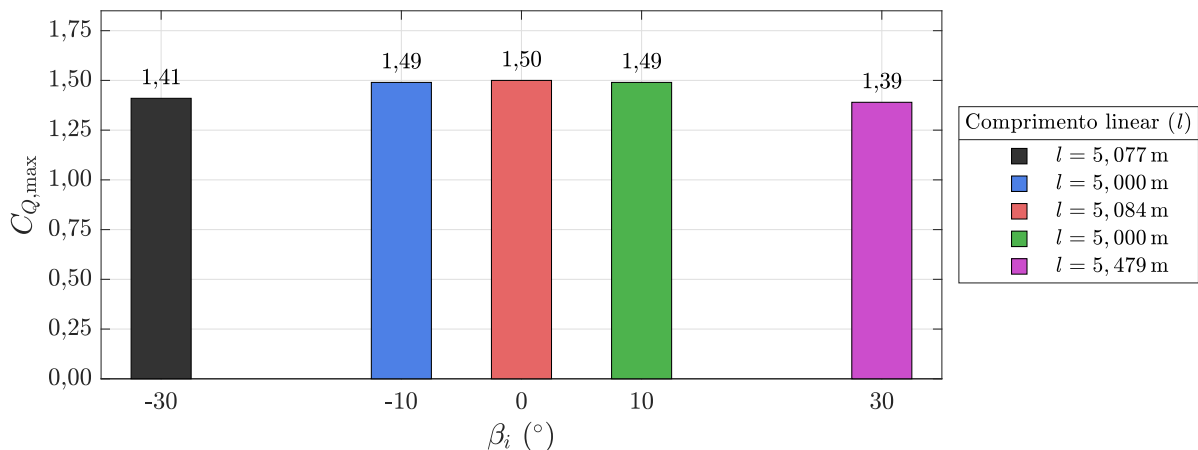


Figura 30 – Máximos do coeficiente de torque ($C_{Q,max}$) e o comprimento linear (l) para cada geometria da pá (β_i).

Nos casos em que o comprimento linear varia pouco ($\beta_i = -10^\circ$, 0° e $+10^\circ$), o torque máximo se mantém praticamente no mesmo patamar (entre $C_{Q,max} = 1,49$ e $1,50$), ou seja, pequenas variações de inclinação da pá que preservam o comprimento linear em torno de 5,0m não alteram de forma significativa a capacidade de extrair torque do escoamento. Contudo, para ângulos de inclinação maiores ($\beta_i = -30^\circ$ e, principalmente, $+30^\circ$), o comprimento linear aumenta, mas o torque máximo diminui. No caso de $\beta_i = +30^\circ$, a pá é a mais longa ($l = 5,479$ m) e, ainda assim, apresenta o menor valor de torque máximo ($C_{Q,max} = 1,39$), indicando que alongar a pá por meio da inclusão do *sweep* mais intenso não se traduz em maior torque; pelo contrário, a redistribuição da carga ao longo da pá e a mudança da condição ótima de operação acabam reduzindo o aproveitamento aerodinâmico.

Essa tendência se reflete nos resultados da circulação vinculada (Γ), como mostra a Figura 31. Observa-se que as configurações com $\beta_i = \pm 10^\circ$ mantêm uma distribuição de circulação próxima à da pá reta, especialmente nas regiões intermediárias ($0,4 < r/R < 0,8$), o que justifica o comportamento semelhante do C_Q observado na Figura 29. Os casos com $\beta_i = \pm 30^\circ$ apresentam redução mais pronunciada de Γ próximo à ponta, indicando menor intensidade de sustentação local e conseqüente diminuição do torque aerodinâmico. Esse padrão evidencia que o *sweep* altera não apenas a magnitude do torque, mas também a forma como a energia é transferida ao longo da pá.

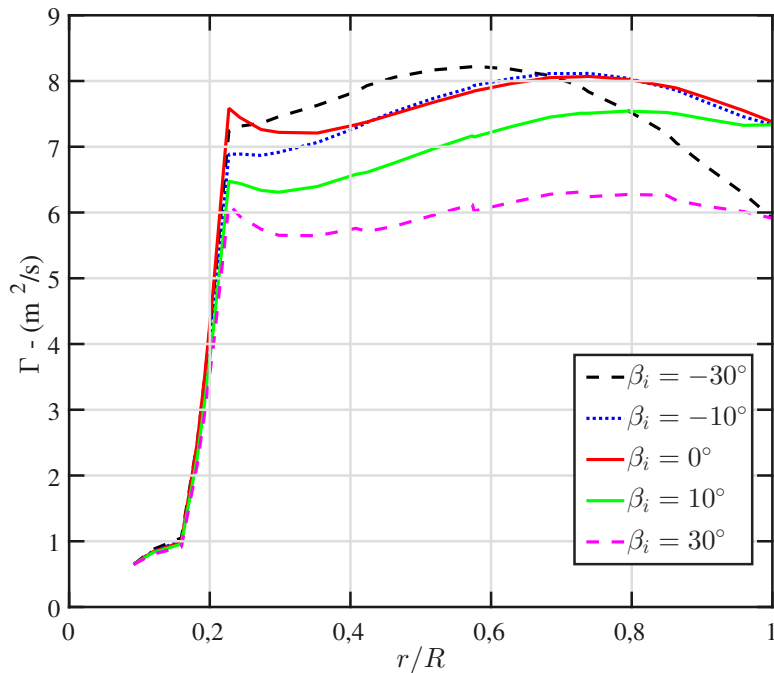


Figura 31 – Circulação vinculada (Γ) ao longo do raio normalizado para diferentes ângulos β_i .

Com o objetivo de aprofundar a análise do comportamento da circulação ao longo da pá, foram simuladas as condições aerodinâmicas analisadas por Schmitz e Chattot (2006), referente à turbina *NREL Phase VI* operando com ângulo de *pitch* de $33,50^\circ$ e geometria reta ($\beta_i = 0^\circ$). A Figura 32 mostra a comparação entre as distribuições de circulação obtidas, evidenciando boa concordância entre o presente modelo e os resultados numéricos do estudo de referência. Em ambos os casos, a circulação apresenta um ponto mínimo na região interna da pá, localizado em $r/R = 0,22$ no presente modelo e em $r/R = 0,25$ no estudo de referência, seguido por um aumento gradual até a extremidade ($r/R \rightarrow 1$).

No trabalho de Schmitz e Chattot (2006), verificou-se que, para ângulos de *pitch* mais elevados ($\theta = 33,50^\circ$), característicos de um regime de estol, o escoamento apresentou avanço da região de separação em direção à raiz da pá, resultando em uma redução significativa da circulação nas regiões internas e em uma redistribuição mais homogênea ao longo da pá. Essa tendência foi observada no presente estudo, demonstrando que o modelo numérico desenvolvido é capaz de reproduzir com precisão o comportamento tridimensional do escoamento sob condições de estol.

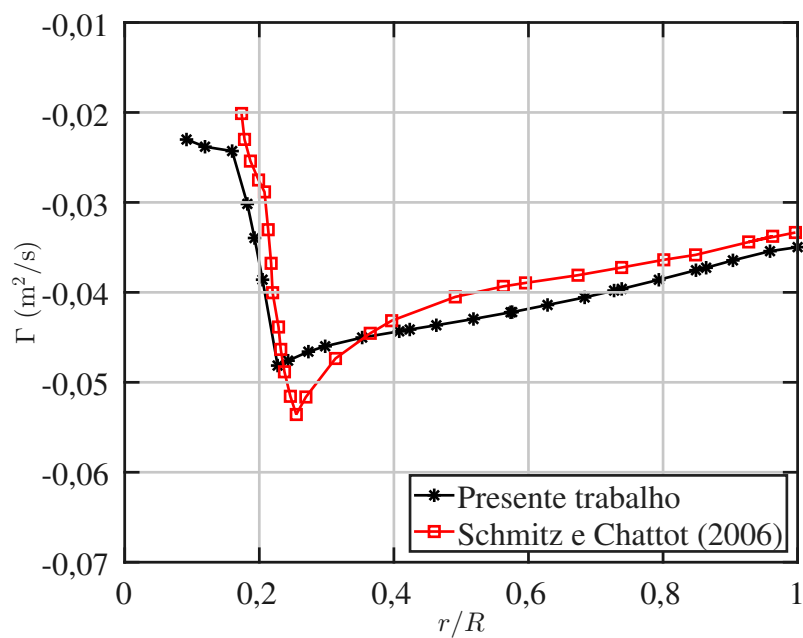


Figura 32 – Circulação Γ ao longo da pá da turbina *NREL Phase VI* para $\beta_i = 0^\circ$ e $\theta = 33,50^\circ$, comparada ao resultado de Schmitz e Chattot (2006).

6 CONCLUSÕES

A presente tese desenvolveu e aplicou um modelo de otimização para pás curvadas de turbinas de eixo horizontal com difusor, fundamentado no método BEMT e formulado para incorporar o efeito geométrico do *sweep* e a influência hidrodinâmica do difusor. A investigação foi estruturada em duas etapas, permitindo avaliar, em contextos distintos, como a curvatura da pá e o difusor modificam a distribuição de carregamento ao longo do raio, os coeficientes globais de desempenho e a margem operacional frente ao risco de cavitação.

Na primeira etapa, voltada ao contexto hidrocínético, os efeitos do difusor foram representados por parâmetros globais, eficiência do difusor (η_d) e coeficiente de empuxo do difusor (C_{Td}), integrados às expressões utilizadas para determinar a corda otimizada, a indução axial ideal e a torção ideal. Embora tratados como constantes, esses parâmetros condicionaram o campo de velocidades e a resposta do rotor, resultando em distribuições mais regulares de corda e torção ao longo do raio, com maior coerência física entre carregamento axial e desempenho previsto. A análise conjunta do difusor com o *sweep* indicou que o aumento do ângulo de curvatura promoveu acréscimo de corda a partir de regiões intermediárias do raio, ampliando a circulação nas regiões externas e elevando o torque hidrodinâmico. Adicionalmente, as distribuições de velocidade relativa evidenciaram que, para módulos de *sweep* superiores a aproximadamente 27° , a velocidade relativa permaneceu inferior à velocidade crítica de cavitação (V_{CAV}) ao longo do raio, sugerindo operação estável e sem ocorrência de cavitação na faixa analisada. Esse resultado reforça a adequação de tratar a cavitação como restrição de projeto no processo de otimização, evitando ajustes corretivos posteriores na geometria.

Na segunda etapa, o modelo foi empregado para avaliar o desempenho aerodinâmico da turbina de referência *NREL Phase VI*, com o propósito de isolar a contribuição geométrica do *sweep* no comportamento global do rotor. Para essa finalidade, o efeito do difusor foi neutralizado, impondo-se $\eta_d = 1$ e $C_{Td} = 0$, de modo a representar uma turbina sem incremento aerodinâmico externo. Essa escolha metodológica permitiu investigar o papel da curvatura mantendo compatibilidade com a configuração de referência e com os dados disponíveis na literatura. Ressalta-se que não foram realizados ensaios experimentais no escopo desta tese; as comparações foram conduzidas com resultados experimentais e referências publicadas.

Os resultados de coeficiente de potência (C_P), empuxo (C_T), torque (C_Q) e análise de circulação (Γ), demonstraram que o *sweep* altera de forma expressiva a distribuição de carga ao longo da pá e, por consequência, o desempenho do rotor. O caso com *sweep* para frente de -30° apresentou o melhor desempenho global, atingindo $C_{P,\max} \approx 0,40$, superior ao valor máximo experimental reportado para a pá reta de referência, em torno de 0,36. Inclinações moderadas, como $\pm 10^\circ$, resultaram em valores inferiores de C_P , indicando que a redistribuição aerodinâmica imposta por pequenas curvaturas tende a produzir ganhos limitados nas regiões do raio que mais contribuem para o torque.

A análise indicou que a redução do empuxo pode ocorrer sem perda de eficiência, refletindo uma distribuição mais equilibrada das forças ao longo do raio, aspecto desejável sob a ótica estrutural. A interpretação via circulação apresentou comportamento consistente com o teorema de Kutta–Joukowski, no qual o aumento de Γ nas regiões externas se refletiu em maior torque disponível e em desempenho mais regular na faixa analisada. Em síntese, os resultados sustentam que o *sweep* pode ser empregado como parâmetro de projeto para ajustar o compromisso entre eficiência e carregamento axial, tanto no contexto hidrocínético quanto no eólico. A integração entre difusor, curvatura e restrição de cavitação amplia o potencial de aplicação do modelo em estudos de projeto preliminar e em análises comparativas de geometrias.

Como desdobramento da primeira etapa, a formulação desenvolvida originou o artigo “*A Simplified Optimization Model for Hydrokinetic Blades with Diffuser and Swept Rotor*”, no qual o modelo é apresentado de forma sintética e aplicado ao caso hidrocínético com difusor e rotor curvado. Os desenvolvimentos associados à extensão do modelo para turbinas eólicas aumentadas por difusor motivaram o trabalho “*Performance Analysis of Diffuser-Augmented Wind Turbines with Swept Rotor*”, no qual a autora participa como coautora, reforçando a aplicabilidade da abordagem em diferentes condições de escoamento.

6.1 Limitações do modelo

Apesar dos avanços obtidos, algumas limitações devem ser reconhecidas:

1. O método BEMT adota uma abordagem seccionada ao longo do raio e predominantemente bidimensional, não representando explicitamente interações tridimensionais entre seções, escoamentos transversais, vórtices complexos e efeitos viscosos deta-

lhados.

2. A discussão sobre separação deve ser interpretada com cautela: o BEMT clássico não modela separação tridimensional e efeitos pós-estol no rotor. No entanto, ao empregar polares experimentais 2D (C_L e C_D), a informação de separação associada ao ensaio do perfil encontra-se implicitamente incorporada nas curvas, ainda que sem capturar efeitos tridimensionais do escoamento no rotor.
3. Na etapa eólica, o difusor foi neutralizado para isolar o efeito do *sweep*. Essa decisão atende ao objetivo da etapa, porém restringe inferências sobre a interação simultânea difusor–*sweep* no caso eólico.
4. A faixa de operação analisada em algumas curvas foi limitada pela disponibilidade de dados de referência e pela estabilidade numérica sob as hipóteses adotadas, sendo esperado que a confiabilidade do BEMT diminua à medida que o regime se afasta da faixa operacional.
5. A comparação de indicadores associados à cavitação com trabalhos de referência depende da função de transformação radial adotada para descrever o *sweep*. Funções que introduzem curvatura desde a raiz ou que concentram a curvatura próximo à ponta podem produzir respostas distintas, exigindo verificação adicional.

6.2 Trabalhos futuros recomendados

A continuação desta pesquisa pode se estender às seguintes investigações:

1. **Simulações CFD tridimensionais:** Recomenda-se empregar simulações tridimensionais para investigar o acoplamento entre escoamento, difusor e curvatura da pá, capturando vórtices, separação e efeitos viscosos, além de permitir calibração de η_d e C_{Td} .
2. **Estudo comparativo de funções de transformação radial:** Recomenda-se formalizar o *sweep* como uma função radial geral ($R = f(r)$) e comparar diferentes funções disponíveis na literatura, avaliando impactos sobre C_P , C_T e C_Q .
3. **Aplicação do modelo completo no caso eólico:** Recomenda-se reintroduzir parâmetros do difusor ($\eta_d < 1$ e $C_{Td} \neq 0$) para avaliar a interação simultânea entre difusor e *sweep* no desempenho aerodinâmico.
4. **Validação experimental:** Recomenda-se a realização de ensaios em escala reduzida para medir torque, empuxo e potência com pás retas e curvadas, além de ensaios

em campo para turbinas hidrocínéticas, para consolidar tendências observadas no modelo.

REFERÊNCIAS

- ABE, K.-i.; OHYA, Y. “An investigation of flow fields around flanged diffusers using CFD”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 92, p. 315–330, 2004.
- AKBARI, V. *et al.* “Multi-objective optimization and optimal airfoil blade selection for a small horizontal-axis wind turbine (HAWT) for application in regions with various wind potential”. *Machines*, v. 10, n. 8, p. 687, 2022.
- AL-TTOWI, A.; O’CONNOR, D.; AL-FAHAD, A. “Computational fluid dynamics investigation of nrel phase vi wind turbine performance”. *Processes*, v. 12, p. 1994, 2024.
- ALLSOP, S. *et al.* “Hydrodynamic analysis of a ducted, open centre tidal stream turbine using blade element momentum theory”. *Ocean Engineering*, v. 141, p. 531–542, 2017.
- ANA. **Conjuntura dos recursos hídricos no Brasil: regiões hidrográficas brasileiras**. 2015. Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico - ANA. Disponível em: <<https://arquivos.ana.gov.br/institucional/sge/CEDOC/Catalogo/2015/ConjunturaDosRecursosHidricosNoBrasil2015.pdf>>. Acesso em: 26 maio 2023.
- ARTONI, A. **Design of swept wind turbine blades for passive load alleviation**. 93 p. Dissertação (Mestrado) — Politecnico di Milano, Milan, 2015.
- ASHWILL, T. *et al.* Development of the sweep-twist adaptive rotor (STAR) blade. In: **48th AIAA aerospace sciences meeting including the new horizons forum and aerospace exposition**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1582.
- BAHAJ, A. *et al.* “Power and thrust measurements of marine current turbines under various hydrodynamic flow conditions in a cavitation tunnel and a towing tank”. *Renewable energy*, Elsevier, v. 32, n. 3, p. 407–426, 2007.
- BARBARIĆ, M.; GUZOVIĆ, Z. “Investigation of the possibilities to improve hydrodynamic performances of micro-hydrokinetic turbines”. *Energies*, v. 13, p. 4560, 2020.
- BETZ, A. “Das maximum der theoretisch möglichen ausnützung des windes durch windmotoren”. *Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen*, 1920.
- BONTEMPO, R.; MANNA, M. Effects of the approximations embodied in the momentum theory as applied to the nrel phase vi wind turbine. **International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power**, MDPI, v. 2, n. 2, p. 9, 2017.
- BOUHELAL, A.; LADJAL, A.; SMAILI, A. Blade element momentum theory coupled with machine learning to predict wind turbine aerodynamic performances. In: **AIAA SCITECH 2023 Forum**. National Harbor, MD, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2023. AIAA 2023-1153.
- BRENNEN, C. E. **Cavitation and Bubble Dynamics**. [S.l.]: Oxford University Press, 1995.

- BRIJKISHORE; KHARE, R.; PRASAD, V. “Prediction of cavitation and its mitigation techniques in hydraulic turbines - a review”. *Ocean Engineering*, v. 221, p. 108512, 2021. ISSN 0029-8018.
- BROWN, K. *et al.* “One-to-one aeroservoelastic validation of operational loads and performance of a 2.8 MW wind turbine model in OpenFAST”. *Wind Energy Science*, v. 9, p. 1791–1810, 2024.
- BUTTERFIELD, C.; MUSIAL, W.; SIMMS, D. **Combined experiment phase 1. Final report.** [S.l.], 1992.
- BUTTERFIELD, C. P. *et al.* **NREL Combined Experimental Final Report–Phase II.** [S.l.], 1992.
- CAPONE, A. *et al.* “Impact of cavitation and inflow perturbation on the performance of a horizontal-axis tidal turbine”. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, Springer, v. 9, n. 4, p. 731–743, 2023.
- CHAVIAROPOULOS, P.; HANSEN, M. O. “Investigating three-dimensional and rotational effects on wind turbine blades by means of a quasi-3d navier-stokes solver”. *Journal of Fluids Engineering*, v. 122, n. 2, p. 330–336, 2000.
- CHEN, J. *et al.* “A study on the capability of backward swept blades to mitigate loads of wind turbines in shear flow”. *Journal of Energy Resources Technology*, American Society of Mechanical Engineers, v. 141, n. 8, p. 081201, 2019.
- COIRO, D. P.; DANIELE, E.; VECCHIA, P. D. “Diffuser shape optimization for gem, a tethered system based on two horizontal axis hydro turbines”. *International Journal of Marine Energy*, v. 13, p. 169–179, 2016.
- DABAGHIAN, P. H.; MITSINGAS, C. M.; HALDER, A. “A hybrid machine learning framework for rotor performance prediction”. *Physics of Fluids*, AIP Publishing, v. 37, n. 7, p. 077194, 2025. Open Access. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/5.0271761>>.
- DIAS, M. M.; CAMACHO, R. G. R. “Optimization of nrel phase vi wind turbine by introducing blade sweep, using cfd integrated with genetic algorithms”. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Springer, v. 44, n. 2, p. 52, 2022.
- DUQUE, E. P. N.; BURKLUND, M. D.; JOHNSON, W. “Navier-stokes and comprehensive analysis performance predictions of the nrel phase vi experiment”. In: **21st ASME/AIAA Wind Energy Symposium**. Reno, NV, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003. Disponível em: <https://myaidrive.com/file_000000005fc861f5b055484e790464c5>.
- EPE. **Fontes de Energia: hidrelétricas**. 2021. Empresa de Pesquisa Energética - EPE. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/pt/areas-de-atuacao/energia-eletrica/expansao-da-geracao/fontes>>. Acesso em: 25 maio 2023.
- EPE. **Balanco Energético Nacional. Relatório Síntese - Ano base 2024**. 2025. Empresa de Pesquisa Energética - EPE. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/sites-pt/>>

publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-885/topico-767/BEN_S%C3%ADntese_2025_PT.pdf>. Acesso em: 06 janeiro 2026.

- FAN, M. *et al.* “Cavitation phenomenon and noise characteristics of the tidal current turbine with leading-edge tubercles”. *Renewable Energy*, Elsevier, p. 124400, 2025.
- FLETCHER, C. A. “Computational analysis of diffuser-augmented wind turbines”. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 21, n. 3, p. 175–183, 1981.
- FOREMAN, K.; GILBERT, B.; OMAN, R. **Diffuser augmentation of wind turbines**. [S.l.], 1976.
- FRITZ, E. K.; FERREIRA, C.; BOORSMA, K. “An efficient blade sweep correction model for blade element momentum theory”. *Wind Energy*, v. 25, n. 12, p. 1977–1994, 2022.
- FROUDE, R. E. “On the part played in propulsion by differences of fluid pressure”. *Transactions of the Institution of Naval Architects*, v. 30, p. 390–405, 1889.
- GADEN, D. L.; BIBEAU, E. L. “A numerical investigation into the effect of diffusers on the performance of hydrokinetic turbines using a validated momentum source turbine model”. *Renewable Energy*, v. 35, p. 1152–1158, 2010.
- GAO, G.; GUO, S.; LI, D. “A review of cavitation erosion on pumps and valves in nuclear power plants”. *Materials*, MDPI, v. 17, n. 5, p. 1007, 2024.
- GEMAQUE, M. L.; VAZ, J. R.; SAAVEDRA, O. R. “Optimization of hydrokinetic swept blades”. *Sustainability*, MDPI, v. 14, n. 21, p. 13968, 2022.
- GLAUERT, H. Airplane propellers. In: _____. **Aerodynamic Theory: A General Review of Progress Under a Grant of the Guggenheim Fund for the Promotion of Aeronautics**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1935. IV, cap. 3, p. 169–360.
- GÖZCÜ, O. *et al.* “Swept blade dynamic investigations for a 100 kw small wind turbine”. *Energies*, MDPI, v. 15, n. 9, p. 3005, 2022.
- GREIN, H.; WYSS, E. Cavitation-an overview. *Sulzer Tech. Rev.*, v. 87, 1974.
- GUNTUR, S. *et al.* “A validation and code-to-code verification of FAST for a MW-sized wind turbine with aeroelastically tailored blades”. *Wind Energy Science*, v. 2, p. 443–468, 2017.
- HABIBI, P. *et al.* “Failure analysis of tidal turbine blades: understanding erosion mechanisms and their impact on structural integrity”. *Engineering Failure Analysis*, Elsevier, p. 110045, 2025.
- HAND, M. M. *et al.* “**Unsteady aerodynamics experiment phase V: test configuration and available data campaigns**”. [S.l.], 2001.
- HAND, M. M. *et al.* “**Unsteady aerodynamics experiment phase VI: wind tunnel test configurations and available data campaigns**. [S.l.], 2001.

- HANSEN, M. O. L.; SØRENSEN, N. N.; FLAY, R. “Effect of placing a diffuser around a wind turbine”. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, v. 3, n. 4, p. 207–213, 2000.
- HASHEM, I.; HAFIZ, A. A.; MOHAMED, M. H. “Characterization of aerodynamic performance of wind-lens turbine using high-fidelity cfd simulations”. *Frontiers in Energy*, v. 16, p. 661–682, 2022.
- HE, X.; ZHENG, X. “Mechanisms of sweep on the performance of transonic centrifugal compressor impellers”. *Applied Sciences*, v. 7, n. 10, 2017.
- HJORT, S.; LARSEN, H. “A multi-element diffuser augmented wind turbine”. *Energies*, v. 7, p. 3256–3281, 2014.
- HSU, M.-C.; AKKERMAN, I.; BAZILEVS, Y. “Finite element simulation of wind turbine aerodynamics: validation study using nrel phase vi experiment. *Wind Energy*, Wiley Online Library, v. 17, n. 3, p. 461–481, 2014.
- HU, J. *et al.* “Impact of skew on propeller tip vortex cavitation”. *Ocean Engineering*, v. 220, p. 108479, 2021.
- HUANG, X. *et al.* “Output power and wake flow characteristics of a wind turbine with swept blades”. *Machines*, MDPI, v. 10, n. 10, p. 876, 2022.
- IEA Wind. **IEA Wind Task 20: HAWT Aerodynamics and Models from Wind Tunnel Measurements (Annex XX)**. [S.l.], 2008. Disponível em: <https://myaidrive.com/file_000000002d8461f5bac2bb7a809af29a>.
- IGRA, O. “Compact shrouds for wind turbines”. *Energy Conversion*, v. 16, p. 149–157, 1977.
- IRENA. **World Energy Transitions Outlook 2023**. 2023. International Renewable Energy Agency - IRENA. Disponível em: <https://www.irena.org/-/media/Files/IRENA/Agency/Publication/2023/Jun/IRENA_World_energy_transitions_outlook_2023.pdf?rev=db3ca01ecb4a4ef8accb31d017934e97>. Acesso em: 22 jan 2024.
- ISMAIL, K.; BARACAT, P. “Assessment of 10-kw swept-bladed horizontal axis wind turbines performance by modified blade element momentum method”. *European Journal of Sustainable Development Research*, v. 9, n. 2, 2025.
- JAFARI, S.; KOSASIH, B. “Flow analysis of shrouded small wind turbine with a simple frustum diffuser with computational fluid dynamics simulations”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 125, p. 102–110, 2014.
- JR, L. H. S.; YEH, H. “Sweep and dihedral effects in axial-flow turbomachinery”. *Journal of Basic Engineering*, v. 85, p. 14, 1963.
- JR, M. L. B. **New empirical relationship between thrust coefficient and induction factor for the turbulent windmill state**. [S.l.], 2005.
- JUARISTI, L. **An experimental study of the performance of a wind turbine model with swept blades, for different inflow conditions**. Dissertação (Mestrado) — Norwegian University of Science and Technology, 2023.

- KABIR, I. F. S. A.; NG, E. “Insight into stall delay and computation of 3d sectional aerofoil characteristics of nrel phase vi wind turbine using inverse bem and improvement in bem analysis accounting for stall delay effect”. *Energy*, Elsevier, v. 120, p. 518–536, 2017.
- KARDOUS, M. *et al.* “On the dependence of an empty flanged diffuser performance on flange height: Numerical simulations and piv visualizations”. *Renewable Energy*, v. 56, p. 123–128, 2013.
- KAUFMANN, N.; CAROLUS, T.; STARZMANN, R. “An enhanced and validated performance and cavitation prediction model for horizontal axis tidal turbines”. *International journal of marine energy*, Elsevier, v. 19, p. 145–163, 2017.
- KAYA, M. N. *et al.* “Aerodynamic performance of a horizontal axis wind turbine with forward and backward swept blades”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Elsevier, v. 176, p. 166–173, 2018.
- KESBY, J. E. **The development and experimental validation of a simulation method for the optimisation of diffuser-augmented wind turbines.** Tese (PhD Thesis) — Newcastle University, Newcastle upon Tyne, United Kingdom, 2018. School of Mechanical Engineering.
- KHAMLAJ, T. A.; RUMPFKEIL, M. P. “Analysis and optimization of ducted wind turbines”. *Energy*, v. 162, p. 1234–1252, 2018.
- LARWOOD, S.; DAM, C. V.; SCHOW, D. “Design studies of swept wind turbine blades”. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 71, p. 563–571, 2014.
- LÉVESQUE, O.; DUMAS, G. “Cavitation study of h-darrieus hydrokinetic turbines via numerical simulations”. *Energy Reports*, Elsevier, v. 9, p. 226–239, 2023.
- LI, A. *et al.* “Disentangling wake and projection effects in the aerodynamics of wind turbines with curved blades”. *Wind Energy Science Discussions*, Göttingen, Germany, v. 2025, p. 1–67, 2025.
- LIEBST, B. S. “Wind turbine gust load alleviation utilizing curved blades”. *Journal of Propulsion and Power*, v. 2, n. 4, p. 371–377, 1986.
- LIMACHER, E. J. *et al.* “Large exit flanges in diffuser-augmented turbines lead to sub-optimal performance”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 204, p. 104228, 2020.
- LUO, J.; NIU, Z. “Jet and shock wave from collapse of two cavitation bubbles”. *Scientific reports*, Nature Publishing Group UK London, v. 9, n. 1, p. 1352, 2019.
- MACÍAS, M. M. **Interação hidrodinâmica de turbinas hidrocínéticas e peixes.** Tese (Doutorado) — Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2021.
- MALDAR, N. R.; NG, C. Y.; OGUZ, E. “A review of the optimization studies for savonius turbine considering hydrokinetic applications”. *Energy conversion and management*, Elsevier Ltd, Oxford, v. 226, p. 113495, 2020.

- MASTERS, I. *et al.* “A robust blade element momentum theory model for tidal stream turbines including tip and hub loss corrections”. *Journal of Marine Engineering & Technology*, Taylor & Francis, v. 10, n. 1, p. 25–35, 2011.
- MEREKE, N. B.; ANCHA, V. R.; HENDRICK, P. “numerical modeling and cfd simulation of diffuser-augmented dual vertical axis hydrokinetic banki-michell turbine”. *Heliyon*, Elsevier, v. 10, n. 5, p. e26970, 2024. Open Access.
- Ministério de Minas e Energia. **Nota Técnica nº 16/2023/DUPS/SNEE: Abertura de Consulta Pública – Proposta de orçamento da CDE do Programa “Luz para Todos” para o ano de 2024.** 2023. Processo nº 48370.000672/2017-90. Disponível em: <https://antigo.mme.gov.br/c/document_library/get_file?groupId=36122&uuid=94d47f91-4697-bec6-6f5b-4a20dcb071fe>.
- MO, J.-O.; LEE, Y.-H. “CFD investigation on the aerodynamic characteristics of a small-sized wind turbine of nrel phase vi operating with a stall-regulated method”. *Journal of mechanical science and technology*, Springer, v. 26, n. 1, p. 81–92, 2012.
- MORIARTY, P. J.; HANSEN, A. C. **AeroDyn Theory Manual.** Golden, Colorado, 2005.
- MÜLLER, S. *et al.* “Fish response to the presence of hydrokinetic turbines as a sustainable energy solution”. *Scientific Reports*, Nature Publishing Group, England, v. 13, n. 1, p. 7459–7459, 2023.
- NUNES, M. M.; JUNIOR, A. C. B.; OLIVEIRA, T. F. “Systematic review of diffuser-augmented horizontal-axis turbines”. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 133, p. 110075, 2020.
- OHYA, Y.; KARASUDANI, T. “A shrouded wind turbine generating high output power with wind-lens technology”. *Energies*, v. 3, p. 634–649, 2010.
- OHYA, Y. *et al.* “Development of a shrouded wind turbine with a flanged diffuser”. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 96, p. 524–539, 2008.
- OLIVEIRA, D. C. de. **Hidroturbina com difusor de flange curto e aletas estruturais.** Brasil: Instituto Nacional da Propriedade Industrial (INPI), 2024. Carta patente de invenção, BR 102022023259-8. Depósito em 16 nov. 2022; concessão em 30 jan. 2024.
- OLIVEIRA, H. A. *et al.* “Assessment of correction methods applied to bemt for predicting performance of horizontal-axis wind turbines”. *Sustainability*, v. 15, n. 8, 2023.
- OUAKKI, Y.; ARBAOUI, A. “Accurate loads and velocities on low solidity wind turbines using an improved blade element momentum model”. *Wind Energy Science Discussions*, Göttingen, Germany, v. 2020, p. 1–30, 2020.
- PAPE, A. L.; LECANU, J. “3D navier–stokes computations of a stall-regulated wind turbine. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, Wiley Online Library, v. 7, n. 4, p. 309–324, 2004.
- PAVESE, C.; KIM, T.; MURCIA, J. P. “Design of a wind turbine swept blade through extensive load analysis”. *Renewable energy*, Elsevier, v. 102, p. 21–34, 2017.

- PEREZ-BECKER, S. *et al.* “Is the blade element momentum theory overestimating wind turbine loads? An aeroelastic comparison between the OpenFAST AeroDyn and a lifting-line free vortex wake method”. *Wind Energy Science*, v. 5, p. 721–743, 2020.
- PHILLIPS, D. G. **An investigation on diffuser augmented wind turbine design**. Tese (Doutorado) — School of Engineering, University of Auckland, 2003.
- PICANÇO, H. P. *et al.* “Cavitation inception on hydrokinetic turbine blades shrouded by diffuser”. *Sustainability*, v. 14, n. 12, 2022.
- POURRAJABIAN, A.; EBRAHIMI, R.; MIRZAEI, M. “Applying micro scales of horizontal axis wind turbines for operation in low wind speed regions”. *Energy conversion and management*, v. 87, p. 119–127, 2014.
- PRANDTL, L. “Applications of modern hydrodynamics to aeronautics”. *National Advisory Committee for Aeronautics*, 1923.
- RAHGOZAR, S. *et al.* “Performance analysis of a small horizontal axis wind turbine under the use of linear/nonlinear distributions for the chord and twist angle”. *Energy for Sustainable Development*, v. 58, p. 42–49, 2020.
- RAHIMI, H. *et al.* “Evaluation of different methods for determining the angle of attack on wind turbine blades with cfd results under axial inflow conditions”. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 125, p. 866–876, 2018.
- RAHMATIAN, M. A. *et al.* “Numerical and experimental study of the ducted diffuser effect on improving the aerodynamic performance of a micro horizontal axis wind turbine”. *Energy*, v. 245, p. 123267, 2022.
- RANKINE, W. J. M. “On the mechanical principles of the action of propellers”. *Transactions of the Institution of Naval Architects*, v. 6, 1865.
- REZEK, T. *et al.* “Design of a hydrokinetic turbine diffuser based on optimization and computational fluid dynamics”. *Applied Ocean Research*, v. 107, p. 102484, 2021.
- SALARI, M. S.; BOUSHEHRI, B. Z.; BOROUSHAKI, M. “Aerodynamic analysis of backward swept in hawt rotor blades using cfd”. *International Journal of Renewable Energy Development*, v. 7, n. 3, 2018.
- SANTOS, L. B. dos. **Otimização do dimensionamento hidrodinâmico da turbina hidrocínética Geração 1 desenvolvida pela Universidade de Brasília**. 35 p. Trabalho de Conclusão de Curso — Faculdade do Gama, Universidade de Brasília, Brasília, 2021.
- SANTOS, S. M. d. *et al.* **Projeto, construção e instalação de turbinas hidrocínéticas de pequeno porte no Brasil e no mundo – a experiência da FURG**. Rio Grande - RS: Ed. da FURG, 2023. E-book.
- SCHMITZ, S.; CHATTOT, J.-J. “Characterization of three-dimensional effects for the rotating and parked nrel phase vi wind turbine”. *Journal of Solar Energy Engineering*, v. 128, n. 4, p. 445–454, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.2349548>>.

- SESSAREGO, M.; RAMOS-GARCÍA, N.; SHEN, W. Z. “Analysis of winglets and sweep on wind turbine blades using a lifting line vortex particle method in complex inflow conditions”. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2018. v. 1037, n. 2, p. 022021.
- SHI, W. *et al.* “Cavitation observations and noise measurements of horizontal axis tidal turbines with biomimetic blade leading-edge designs”. *Ocean engineering*, Elsevier, v. 121, p. 143–155, 2016.
- SHIMIZU “Keita *et al.* “Improvement of generating efficiency of vertical-axis wind turbine with wind lens”. In: . [S.l.]: IEEE, 2022. p. 23–24.
- SHIVES, M.; CRAWFORD, C. “Developing an empirical model for ducted tidal turbine performance using numerical simulation results”. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, v. 226, p. 112–125, 2012.
- SHOWKAT, S.; HARMAN, G. A.; MASOODI, J. H. “Cavitation control in francis turbines by design optimization across variable operating conditions”. *Next Energy*, Elsevier, v. 9, p. 100391, 2025.
- SILVA, P. A. S. F. **Estudo numérico de turbinas hidrocínéticas de eixo horizontal** 2014. 103p. Dissertação (Mestrado em Ciências Mecânicas) — Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2014.
- SILVA, P. A. S. F. *et al.* “Analysis of cavitation for the optimized design of hydrokinetic turbines using bem”. *Applied energy*, v. 185, p. 1281–1291, 2017.
- SILVA, P. A. S. F. *d. et al.* “Design of hydrokinetic turbine blades considering cavitation”. *Energy Procedia*, Elsevier, v. 75, p. 277–282, 2015.
- SIMMS, D. A. *et al.* “**Unsteady aerodynamics e xperiment phases II-IV test configurations and available data campaigns**”. [S.l.], 1999.
- SOMERS, D. M. **Design and experimental results for the S809 airfoil**. [S.l.], 1997.
- SONG, Y.; PEROT, J. B. “CFD simulation of the nrel phase vi rotor”. *Wind engineering*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 39, n. 3, p. 299–309, 2015.
- SØRENSEN, J. N. **General momentum theory for horizontal axis wind turbine**. [S.l.]: Springer, 2016. v. 4.
- SØRENSEN, J. N.; KOCK, C. W. “A model for unsteady rotor aerodynamics”. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, Elsevier, v. 58, n. 3, p. 259–275, 1995.
- SØRENSEN, N. N.; MICHELSEN, J.; SCHRECK, S. “Navier–stokes predictions of the nrel phase vi rotor in the nasa ames 80 ft × 120 ft wind tunnel. *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, Wiley Online Library, v. 5, n. 2-3, p. 151–169, 2002.

- SRI, P. U.; JEEVES, C. “Performance analysis of a horizontal axis wind lens wind turbine”. In: SPRINGER. **International Conference on Emerging Trends in Engineering (ICETE) Emerging Trends in Smart Modelling Systems and Design**. [S.l.], 2020. p. 440–448.
- STADLER, C.; WACK, J.; RIEDELBAUCH, S. “Investigation of the operating principle of diffuser augmented hydrokinetic turbines”. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publishing Ltd, v. 774, 2021.
- SUN, J. *et al.* “Oil cavitation morphology analysis of textured cylindrical rotating friction pair on circular-disk end faces”. *Machines*, MDPI, v. 10, n. 11, p. 1036, 2022.
- SUN, Z. *et al.* “Improved blade element momentum theory for wind turbine aerodynamic computations”. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 96, p. 824–831, 2016.
- TAMPIER, G.; TRONCOSO, C.; ZILIC, F. “Numerical analysis of a diffuser-augmented hydrokinetic turbine”. *Ocean Engineering*, Elsevier, v. 145, p. 138–147, 2017.
- THANGAVELU, S. K. *et al.* “Aeroelastic performance analysis of horizontal axis wind turbine (hawt) swept blades”. In: **Materials today : proceedings**. [S.l.]: Elsevier Ltd, 2021. v. 47, p. 4965–4972.
- VAD, J.; KWEDIKHA, A. R. A.; JABERG, H. “Effects of blade sweep on the performance characteristics of axial flow turbomachinery rotors”. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, v. 220, n. 7, p. 737–749, 2006.
- VAZ, D. A. T. D. do R. *et al.* “An extension of the blade element momentum method applied to diffuser augmented wind turbines”. *Energy Conversion and Management*, v. 87, p. 1116–1123, 2014.
- VAZ, J.; WOOD, D. “Blade element analysis and design of horizontal-axis turbines”. In: INSTITUTION OF ENGINEERING AND TECHNOLOGY. **Small Wind. Hydrokinetic Turbines**. 1. ed. IET, 2021. v. 169, cap. 7, p. 479.
- VAZ, J. R.; OKULOV, V. L.; WOOD, D. H. “Finite blade functions and blade element optimization for diffuser-augmented wind turbines”. *Renewable Energy*, v. 165, p. 812–822, 2021.
- VAZ, J. R.; WOOD, D. H. “Effect of the diffuser efficiency on wind turbine performance”. *Renewable Energy*, v. 126, p. 969–977, 2018.
- VAZ, J. R. P.; OKULOV, V. L.; WOOD, D. H. “Finite blade functions and blade element optimization for diffuser-augmented wind turbines”. *Renewable Energy*, Elsevier, v. 165, n. Part 1, p. 812–822, 2021.
- VELOSO, M. J. G. *et al.* “Quasi-steady analysis of a small wind rotor with swept blades”. *Sustainability*, MDPI, v. 15, n. 13, p. 10211, 2023.
- VERELST, D. R.; LARSEN, T. J. **Load Consequences when sweeping blades-a case study of a 5 MW pitch controlled wind turbine**. [S.l.]: Danmarks Tekniske Universitet, Risø Nationallaboratoriet for Bæredygtig Energi, 2010.

- WÆRNESS, T. **An experimental study of the effects of turbulence on the performance of a wind turbine model with forward and backward swept blades**. Dissertação (Mestrado) — Norwegian University of Science and Technology, 2021.
- WANG, W.-Q.; SONG, K.; YAN, Y. “Influence of interaction between the diffuser and rotor on energy harvesting performance of a micro-diffuser-augmented hydrokinetic turbine”. *Ocean Engineering*, v. 189, p. 106293, 2019.
- WANG, Y. *et al.* “Influence of skew angle on the cavitation dynamics and induced low-frequency pressure fluctuations around a marine propeller. *Ocean Engineering*, v. 277, p. 114302, 2023.
- WATANABE, K.; OHYA, Y. “A simple theory and performance prediction for a shrouded wind turbine with a brimmed diffuser”. *Energies*, v. 14, p. 3661, 2021.
- WOOD, D. “Wake expansion and the finite blade functions for horizontal-axis wind turbines”. *Energies*, v. 14, n. 22, p. 7653, 2021.
- WOOD, D. H.; GOLMIRZAEI, N. “A revision of blade element/momentum theory for wind turbines in their high-thrust region”. *Frontiers in Energy Research*, Frontiers Media SA, v. 11, p. 1256308, 2023.
- YELMULE, M. M.; VSJ, E. A. “CFD predictions of nrel phase vi rotor experiments in nasa/ames wind tunnel”. *International journal of renewable energy research*, İlhami ÇOLAK, v. 3, n. 2, p. 261–269, 2013.
- YOSHIDA, S. *et al.* Diffuser total efficiency using generalized actuator disc model and its maximization method. *Energies*, MDPI, v. 14, n. 4, p. 813, 2021.
- ZHAI, Y. *et al.* “Experimental study on the characteristics of microjets and shock waves of cavitation bubbles near elastic boundaries”. *Ocean engineering*, Elsevier, v. 257, p. 111664, 2022.
- ZHAO, D. *et al.* Offshore wind turbine aerodynamics modelling and measurements. In: ZHAO, D. *et al.* (Ed.). **Wind Turbines and Aerodynamics Energy Harvesters**. Cambridge: Academic Press, 2019. p. 373–400. ISBN 978-0-12-817135-6.
- ZHONG, W. *et al.* “A function improving tip loss correction of blade-element momentum theory for wind turbines”. *International Journal of Sustainable Energy*, Taylor & Francis, v. 43, n. 1, p. 2352794, 2024.
- ZUO, H. *et al.* “Numerical study on the effect of swept blade on the aerodynamic performance of wind turbine at high tip speed ratio”. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2016. v. 753, n. 10, p. 102010.
- ZUTECK, M. **Adaptive blade concept assessment: curved platform induced twist investigation**. Sandia National Lab., Albuquerque, NM (United States), 2002.

APÊNDICE A – ARTIGOS PUBLICADOS

Como desdobramento desta pesquisa, foram elaborados dois artigos científicos:

- (i) um artigo publicado na revista *Sustainability* (ISSN 2071-1050), com fator de impacto 3,3 e classificação *Qualis* CAPES A2 na área de Engenharias III; e
- (ii) um artigo aceito para publicação na revista de acesso aberto *Global Energy Interconnection* (fator de impacto 2,6), disponível em versão *pre-proof*.



sustainability



Article

A Simplified Optimization Model for Hydrokinetic Blades with Diffuser and Swept Rotor

Silvia C. de P. Andrade, Déborah A. T. D. do Rio Vaz and Jerson R. P. Vaz

Special Issue

Renewable Energy and Future Developments

Edited by

Prof. Dr. Wenzhong Shen, Dr. Wei Jun Zhu and Prof. Dr. Jerson Rogério Pinheiro Vaz



<https://doi.org/10.3390/su16010033>

Article

A Simplified Optimization Model for Hydrokinetic Blades with Diffuser and Swept Rotor

Silvia C. de P. Andrade [†], Déborah A. T. D. do Rio Vaz [†] and Jerson R. P. Vaz ^{*,†}

Graduate Program in Natural Resources Engineering, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém 66075-110, PA, Brazil; silviacrisandrade@gmail.com (S.C.d.P.A.); deborah.rio@gmail.com (D.A.T.D.d.R.V.)

* Correspondence: jerson@ufpa.br

[†] These authors contributed equally to this work.

Abstract: The use of a diffuser in hydrokinetic turbines can improve the power coefficient. However, the risk of cavitation in the rotor blades increases. Studies suggest that backward-curved blades can reduce the axial load on the rotor and therefore prevent cavitation. Therefore, this work develops an optimization procedure applied to backward-curved blades in hydrokinetic turbines with diffusers based on the Blade Element Momentum Theory. The main contribution is to consider both the sweep effect and the presence of a diffuser in the optimization in an innovative way. We use a radial transformation function that adjusts the radial position considering the curvature of the blade during optimization under the effect of the diffuser. The results showed that the increase in blade curvature resulted in greater chord distributions and twist angles, especially at the blade tips. The Prandtl's loss factor was not sensitive to sweep, but the linked circulation increased at the blade tips, suggesting an increased risk of cavitation. Depending on the sweep angle, the optimized blades were able to mitigate or avoid cavitation. In particular, a sweep angle of 30° eliminated cavitation. This study indicated that the proposed optimization can effectively prevent cavitation, showing satisfactory results.

Keywords: swept blade; Blade Element Momentum Theory; chord distribution; twist angle; tip loss; bound circulation



Citation: Andrade, S.C.d.P.; do Rio Vaz, D.A.T.D.; Vaz, J.R.P. A Simplified Optimization Model for Hydrokinetic Blades with Diffuser and Swept Rotor. *Sustainability* **2024**, *16*, 33. <https://doi.org/10.3390/su16010033>

Academic Editor: Attila Bai

Received: 2 October 2023

Revised: 16 November 2023

Accepted: 6 December 2023

Published: 19 December 2023



Copyright: © 2023 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Hydrokinetic turbines use the energy of river water flow to generate electricity and emerge as an alternative technology with low environmental impact, as unlike hydroelectric plants, they do not require dams. The operating principle of hydrokinetic turbines is similar to that of wind turbines. The technological challenges are similar from a theoretical point of view, where the classical Betz limit establishes a maximum power coefficient of 16/27 for turbines without diffusers operating under ideal conditions.

One strategy to maximize energy extraction from wind and hydrokinetic turbines is the use of a diffuser [1,2]. When coupled around the turbine rotor, the diffuser increases the mass flow rate of the fluid and, consequently, enhances the extraction of kinetic energy and the efficiency of the turbine, making it very useful, especially in regions where the water flow speed is low [3,4]. In the field of turbomachinery and pump design, the casing for a centrifugal pump has a similar function to that of a diffuser in hydrokinetic turbines, both directing the water flow so that it hits the blades at a suitable angle, maximizing the transfer of kinetic energy. Optimizing casings improves turbine efficiency and overall performance. In [5], proposed a new method to optimize the design of a centrifugal pump. The method adopted was based on an artificial intelligence algorithm and computational fluid dynamics (CFD) analysis, in which casing-specific investigations were carried out to validate the results and audit water-driven performance. The results showed that the performance of the centrifugal pump was improved, and the shape with the highest efficiency was

Journal Pre-proofs

Performance analysis of diffuser-augmented wind turbines with swept rotor

Jean C.A. Nobre, Silvia C.P. Andrade, David L.P. Sousa, Tamara Guimarães,
Silvio B. Vale, Jerson R.P. Vaz

PII: S2096-5117(25)00116-1
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.gloi.2025.10.002>
Reference: GLOEI 441

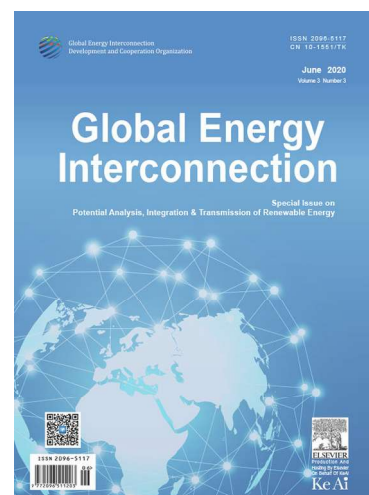
To appear in: *Global Energy Interconnection*

Received Date: 14 April 2025
Revised Date: 2 October 2025
Accepted Date: 13 October 2025

Please cite this article as: J.C.A. Nobre, S.C.P. Andrade, D.L.P. Sousa, T. Guimarães, S.B. Vale, J.R.P. Vaz, Performance analysis of diffuser-augmented wind turbines with swept rotor, *Global Energy Interconnection* (2025), doi: <https://doi.org/10.1016/j.gloi.2025.10.002>

This is a PDF of an article that has undergone enhancements after acceptance, such as the addition of a cover page and metadata, and formatting for readability. This version will undergo additional copyediting, typesetting and review before it is published in its final form. As such, this version is no longer the Accepted Manuscript, but it is not yet the definitive Version of Record; we are providing this early version to give early visibility of the article. Please note that Elsevier's sharing policy for the Published Journal Article applies to this version, see: <https://www.elsevier.com/about/policies-and-standards/sharing#4-published-journal-article>. Please also note that, during the production process, errors may be discovered which could affect the content, and all legal disclaimers that apply to the journal pertain.

© 2025 Global Energy Interconnection Group Co. Ltd. Publishing services by Elsevier B.V. on behalf of KeAi Communications Co. Ltd.



Performance Analysis of Diffuser-Augmented Wind Turbines with Swept Rotor

Jean C. A. Nobre ^{a,*}, Silvia C. P. Andrade ^b, David L. P. Sousa ^a, Tamara Guimarães ^c, Silvio B. Vale ^d, Jerson R. P. Vaz ^{a,b,d}

^a Graduate Program in Mechanical Engineering, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil

^b Graduate Program in Natural Resources Engineering, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil

^c Department of Mechanical Engineering, Pennsylvania State University, Pennsylvania, United States

^d Department of Science and Technology, Federal University of Pará, Ananindeua, Pará, Brazil

Abstract: This work presents a novel performance analysis model of diffuser-augmented wind turbines (DAWT) with swept blades, considering the influence of diffuser efficiency and thrust. Blade element momentum theory (BEMT) is extended to incorporate the effect of blade sweep at each radial position along the rotor. An algorithm is developed and implemented to evaluate the performance of wind turbines with diffuser and sweep effect based on the BEMT model. The impact of the diffuser is assessed through the augmentation factor, defined as the ratio between the turbine efficiency and the Betz-Joukowski limit. The comparison between the experiment and the algorithm considers the same rotor and diffuser geometry used by Hoopen [1]. The straight blade is optimized to include the sweep effect. The model is validated using the experimental results provided by Hoopen [1], which include a power output of 531.0 W, a torque of 7.10 Nm, and a thrust coefficient of 0.80. The simulations using the proposed model with straight blades result in power of 532.6 W, torque of 7.10 Nm, and thrust coefficient of 0.77, compared to power of 531.0 W, torque of 7.10 Nm, and thrust coefficient of 0.80 from the experimental data. The optimized rotor with a forward sweep effect at 40 degrees presented the highest power at 541.60 W, torque of 7.22 Nm, and a thrust coefficient of 0.63. Furthermore, the optimized rotor with backward sweep effect of 30 degrees resulted in the highest power at 542.3 W, torque of 7.23 Nm, and a thrust coefficient of 0.69. The augmentation factor and power coefficient achieved a good gain in performance with the rotor optimized at 30 and 40 degrees. Therefore, applying the sweep effect in a DAWT can result in a considerable increase in energy production.

Keywords: DAWT; Swept blades; BEMT model; Diffuser.

0 Introduction

Significant advancements in wind turbine performance have been achieved with the introduction of new concepts for maximizing wind energy extraction, such as Diffuser-Augmented Wind Turbines (DAWTs), which have been widely studied for the last two decades. With the addition of a diffuser to a wind turbine, the velocity at the turbine rotor is increased due to the pressure difference, resulting in a performance boost.

According to Vaz and Wood [2], the diffuser is one of the few ways to increase power output, which can be particularly economical in small hydrokinetic turbines. The diffuser effect on wind turbines is commonly studied through blade element theory (BET). Fletcher [3] included diffuser efficiency and area ratio in the BET model.

In the classical BET, the energy conversion of a rotor accounts for the torque generated on the blade elements, as shown by Glauert [4]. Fletcher [3] extended the BET model for turbines with diffusers, including wake rotation and the effect of the number of blades. One of the primary reasons for including diffuser efficiency in the analysis of DAWTs is that improved energy extraction is expected to increase the rotation in the expanding wake, thereby transforming axial vorticity in the rotor into circumferential vorticity. This leads to significant positive radial gradients of velocity in the flow direction and eventually to recirculation along the axis, as explained by Batchelor [5].

* Corresponding Author

E-mail: jean.nobre@ananindeua.ufpa.br (Jean C. A. Nobre)

APÊNDICE B - CÓDIGO FONTE

```
% OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DA PÁ COM SWEEP E DIFUSOR
%-----
% Este script implementa o modelo de otimização geométrica para uma
% pá curvada (com efeito sweep) de turbina com difusor, conforme a
% formulação baseada em BEM/AMT apresentada na tese.
%
% O código:
% - ajusta a posição radial pela função de transformação com sweep;
% - aplica o modelo AMT com difusor (CT_d, \eta_d, \beta_d);
% - calcula os fatores de indução ótimos (a_0, a_1) via CP_opt/fCP;
% - obtém corda c(r) e ângulo de torção \theta(r) otimizados;
% - avalia cavitação (I_CAV) e distribuições de W, Re, \Gamma, F, etc.
%
% Implementado por:
%   Profa. Silvia C. de Pádua Andrade
%   Prof. Dr. Jerson R. P. Vaz
%
% Ambiente de desenvolvimento: MATLAB.
% MATLAB® é uma marca registrada da The MathWorks, Inc.
%-----

close all; clear all; clc; format long;
tic

%-----
% DADOS DE ENTRADA
%-----
N   = 30;           % Número de seções ao longo da pá
B   = 3;           % Número de pás
```

```

rho = 997;           % Densidade da água a 25°C [kg/m³]
mu  = 8.94e-4;      % Viscosidade dinâmica da água a 25°C [Pa·s]

rt  = 5.0;          % Raio externo do rotor [m]
rh  = 0.75;         % Raio interno (raiz da pá) [m]

CL  = 0.991579;     % Coeficiente de sustentação do perfil
CD  = 5.871422346728224e-3; % Coeficiente de arrasto do perfil
AOA = 3*pi/180;     % Ângulo de ataque (rad)

% Malha radial da pá reta (antes da transformação sweep)
r1 = linspace(rh, rt, N);

% Definição do sweep (ângulo \beta na ponta da pá)
beta = 27*pi/180;   % Ângulo máximo de sweep na ponta (rad)
alfa = linspace(0, beta, N); % Sweep local \beta_i em cada seção (rad)

% Transformação radial para pá curvada (sweep)
r = rt*(r1/rt).^(1 + alfa); % Posição radial transformada r_i

% Parâmetros de cavitação/difusor (entrada do modelo)
H = 6; % Submersão da turbina [m]

Cpmin = [-1.135 -1.138 -1.140 -1.141 -1.141 -1.142 -1.142 -1.142 -1.142 -1.142 ...
         -1.142 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 -1.143 ...
         -1.144 -1.144 -1.144 -1.144 -1.145 -1.145 -1.145 -1.145 -1.145 -1.146];

%-----
% CONFIGURAÇÃO OPERACIONAL (TSR FIXA PARA OTIMIZAÇÃO)
%-----
RPM = 35;           % Rotação do rotor [rpm]
OME = pi*RPM/30;    % Velocidade angular \Omega [rad/s]

```

```

VO = 2.5; % Velocidade de escoamento livre V_0 [m/s]

% Razão de velocidade de ponta (TSR) com base no raio da pá reta
X = OME*rt/VO; % TSR (\lambda)

%-----
% VARIÁVEIS PARA ARMAZENAR RESULTADOS
%-----
LSR = zeros(1, N); % Razão de velocidade local (\lambda_r)
PHI = zeros(1, N); % Ângulo de escoamento local \phi(r_i)
W = zeros(1, N); % Velocidade relativa local W(r_i)
Wcav = zeros(1, N); % Velocidade corrigida para cavitação W_{cav}(r_i)
Vcav = zeros(1, N); % Velocidade crítica de cavitação V_{cav}(r_i)
FF = zeros(1, N); % Fator de perda de ponta de Prandtl F(r_i)
aa0 = zeros(1, N); % Fator de indução axial a_0(r_i)
aa1 = zeros(1, N); % Fator de indução tangencial a_1(r_i)
c = zeros(1, N); % Corda otimizada c(r_i)
tet = zeros(1, N); % Ângulo de torção \theta(r_i)
cpp3 = zeros(1, N); % Coeficiente de pressão na saída do difusor c_{p3}
CTT = zeros(1, N); % Coeficiente tangencial local C_T(r_i)
CNN = zeros(1, N); % Coeficiente normal local C_N(r_i)

%-----
% LAÇO PRINCIPAL AO LONGO DO RAI0 - OTIMIZAÇÃO SECCIONAL
%-----
for j = N:-1:1
    fprintf('Seção = %d \n', j);

    % Razão de velocidade local \lambda_r
    LSR(j) = OME*r(j)/VO;

    % Chamada do modelo AMT/BEM com difusor para cada seção

```

```

    [PHI(j), W(j), Wcav(j), Vcav(j), FF(j), aa0(j), aa1(j), ...
    c(j), tet(j), cpp3(j), CTT(j), CNN(j)] = ...
        optimumDAW_ROTOR(alfa(j), H, Cpmin(j), CL, CD, AOA, ...
            OME, VO, B, rh, r(j), rt);
end

%-----
% CÁLCULO DE EMPUXO, TORQUE E COEFICIENTE DE POTÊNCIA
%-----
[CQQ, TORQ] = TORQUE(rho, B, c, VO, W, CTT, r, OME);
[CTN, THRU] = THRUST(rho, B, c, VO, W, CNN, r, OME);

CP = X*CQQ; % Coeficiente de potência global C_P(\lambda)
fprintf('\nC_P = %.4f\n', CP);

%-----
% ANÁLISE DE CAVITAÇÃO
%-----
icav = I_CAV(N, W, Vcav); % Primeira seção com cavitação (índice i_{cav})
fprintf('Índice de início de cavitação (i_{cav}) = %d\n', icav);

% (Ajuste de corda para evitar cavitação, se a função "chord" estiver definida)
% c = chord(N, icav, r, c);

%-----
% NÚMERO DE REYNOLDS E CIRCULAÇÃO
%-----
Re = rho.*W.^2.*c/mu; % Número de Reynolds local Re(r_i)
av_Re = trapz(r, Re)/(rt - rh); % Reynolds médio ao longo do raio \overline{Re}

Gamp = 0.5*(W./VO).*c/rt.*CL.*(1 - CD./(CL.*tan(PHI))); % Circulação adimensional
pitchp = r/rt.*tan(PHI); % Parâmetro de passo (r/

```

```

X % Mostra TSR \lambda na tela

%-----
% GRÁFICO: VELOCIDADES W, W_{cav} E V_{cav}
%-----

figure;
h = plot(r(1:2:end), Wcav(1:2:end), 'k-', ...
        r, W, 'k--', ...
        r, Vcav, 'ko:'); grid on;
set(h, 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 16, 'FontName', 'times');
xlabel('r (m)', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Velocidade (m/s)', 'FontWeight', 'bold');
legend('W_{cav}', 'W', 'V_{cav}', ...
      'Location', 'Best');
axis([0 5 0 20]);

%-----
% SALVAR GEOMETRIA OTIMIZADA
%-----

y = [r; c; tet];
fid = fopen('chord_CORREC.txt', 'w');
fprintf(fid, '%12.8f %12.8f %12.8f\n', y);
fclose(fid);

fid = fopen('shape_Hamilton.txt', 'w');
fprintf(fid, '%12.8f %12.8f %12.8f\n', y);
fclose(fid);

fid = fopen('shape_DAWT_Sweep.txt', 'w');
fprintf(fid, '%12.8f %12.8f %12.8f\n', y);

```

```

fclose(fid);

%-----
% VISUALIZAÇÃO 3D DA PÁ (requer plot_shape3D)
%-----

figure;
plot_shape3D(alfa, r, c, tet);

%-----
% GRÁFICOS ADICIONAIS: c(r), \theta(r), Re(r), F(r), \Gamma(r)
%-----

figure;
h = plot(r, c, 'k-'); grid on; axis equal;
set(h, 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 16, 'FontName', 'times');
xlabel('Posição radial r (m)', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Corda c(r) (m)', 'FontWeight', 'bold');
axis([0 5 0 1.5]);

figure;
h = plot(r, tet, 'k-'); grid on;
set(h, 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 16, 'FontName', 'times');
xlabel('Posição radial r (m)', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Ângulo de torção \theta(r) (rad)', 'FontWeight', 'bold');

figure;
h = plot(r, Re, 'k-'); grid on;
set(h, 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 16, 'FontName', 'times');
xlabel('Posição radial r (m)', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Número de Reynolds Re(r)', 'FontWeight', 'bold');

```

```

figure;
h = plot(r, FF, 'k.-'); grid on;
set(h, 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 16, 'FontName', 'times');
xlabel('Posição radial r (m)', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Fator de Prandtl F(r)', 'FontWeight', 'bold');

figure;
h = plot(r, Gamp, 'k.-'); grid on;
set(h, 'LineWidth', 1.5, 'MarkerSize', 10);
set(gca, 'FontSize', 16, 'FontName', 'times');
xlabel('Posição radial r (m)', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('Circulação \Gamma(r) (adimensional)', 'FontWeight', 'bold');

toc

function [PHI, W, Wcav, Vcav, F, a0, a1, c, tet, cp3, CT, CN] = ...
    optimumDAW_ROTOR(alfa, h, Cpmin, CL, CD, AOA, OMME, V, B, rh, r, R)
%-----
% OPTIMUMDAW_ROTOR
%
% Rotina seccional que calcula a solução ótima para a pá curvada,
% com difusor, em um raio transformado r_i, de acordo com o modelo
% AMT/BEM estendido.
%
% Entradas:
%   alfa   : ângulo local de sweep \beta_i (rad)
%   h      : submersão da turbina (m)
%   Cpmin  : coeficiente de pressão mínimo C_{p,\min} para cavitação
%   CL     : coeficiente de sustentação C_L
%   CD     : coeficiente de arrasto C_D
%   AOA    : ângulo de ataque \alpha (rad)

```

```

% OMME : velocidade angular do rotor \Omega (rad/s)
% V : velocidade a montante V_0 (m/s)
% B : número de pás
% rh : raio da raiz r_h (m)
% r : posição radial transformada r_i (m)
% R : raio externo do rotor R (m)
%
% Saídas:
% PHI : ângulo de escoamento \phi(r_i)
% W : velocidade relativa W(r_i)
% Wcav : velocidade relativa corrigida W_{cav}(r_i)
% Vcav : velocidade crítica de cavitação V_{cav}(r_i)
% F : fator de Prandtl F(r_i)
% a0 : fator de indução axial a_0(r_i)
% a1 : fator de indução tangencial a_1(r_i)
% c : corda ótima c(r_i)
% tet : ângulo de torção ótimo \theta(r_i)
% cp3 : coeficiente de pressão na saída do difusor c_{p3}
% CT : coeficiente tangencial local C_T(r_i)
% CN : coeficiente normal local C_N(r_i)
%-----

rho = 997; % [kg/m³]
g = 9.81; % [m/s²]
patm = 1.0e5; % pressão atmosférica p_{\text{atm}} [Pa]
pv = 3.17e3; % pressão de vapor p_v [Pa]
fs = 0.05; % fator de segurança para cavitação (não usado aqui)

% Parâmetros fixos do difusor (modelo AMT): \beta_d, \eta_d, C_{T_d}
bet = 0.751111;
eta = 0.47116;
Ctd = 0.645782;

```

```

% Razão de velocidade local  $\lambda_r = \Omega r / V_0$ 
x = OMME*r/V;

% Parâmetros ótimos  $e_1^*$ ,  $e_4^*$  e  $C_{P,\max}$  (Vaz & Wood, 2018)
[e1opt, e4opt, CPopt] = CP_opt(Ctd, eta, bet); %#ok<ASGLU>

% Fatores de indução ótimos  $a_0(r_i)$  e  $a_1(r_i)$ 
a1 = (2*e1opt*(1 - e4opt) - Ctd)/(4*x^2);
a0 = 1 - e1opt;

% Ângulo de escoamento  $\phi(r_i)$ 
PHI = atan((1 - a0)/((1 + a1)*x*cos(alfa)));

% Coeficientes normal e tangencial locais  $C_N(r_i)$  e  $C_T(r_i)$ ,
% corrigidos pelo sweep  $\beta_i$ .
CN = (CL*cos(PHI) + CD*sin(PHI))*cos(alfa);
CT = (CL*sin(PHI) - CD*cos(PHI))*cos(alfa);

% Fator de perda de ponta de Prandtl  $F(r_i)$ 
F = PRANDTL_FACTOR(B, R, r, rh, PHI);

% Velocidade relativa  $W(r_i)$ 
W = sqrt((OMME*r*(1 + a1)*cos(alfa)).^2 + (V*(1 - a0)).^2);

% Termos  $e_1$ ,  $e_4$  e  $c_{p3}$  associados ao difusor (AMT)
e1 = 1 - a0;
ee1 = 1 - F*a0;

root = roots([1, ...
              -2*ee1, ...
              2*ee1 - (Ctd - ee1^2*(1 - bet^2)*(1 - eta)) - 1]);

```

```

e4 = root(2);
cp3 = e4^2 - bet^2*e1^2;

% Corda ótima c(r_i) e ângulo de torção \theta(r_i)
c = real(4*pi*r*(1 - e4)*sin(PHI)^2./(B*CN*cos(alfa)*e1));
tet = real(PHI - AOA);

% Velocidade crítica de cavitação V_{cav}(r_i),
% a partir de C_{p,\min} e profundidade h.
Vcav = sqrt((patm + rho*g*h - pv)/(-0.5*rho*Cpmin));
Wcav = W;

end

%-----
function F = PRANDTL_FACTOR(B, R, Ri, rh, PHI)
%-----
% PRANDTL_FACTOR
%
% Calcula o fator clássico de perda de ponta F, combinando:
% - perdas de ponta (tip-loss) em r = R;
% - perdas de raiz (root-loss) em r = r_h.
%
% Fórmulas:
% f_tip = \frac{B (R - r_i)}{2 r_i \sin\phi}
% f_root = \frac{B (r_i - r_h)}{2 r_h \sin\phi}
% F = F_{\text{tip}} F_{\text{root}}
%-----
ftip = B*(R - Ri)/(2.0*Ri*sin(PHI));
Ftip = 2.0*acos(exp(-ftip))/pi;

```

```

froot = B*(Ri - rh)/(2.0*rh*sin(PHI));
Froot = 2.0*acos(exp(-froot))/pi;

F = Ftip*Froot;
end

%-----
function [e1opt, e4opt, CPopt] = CP_opt(CTd, nd, b)
%-----
% CP_opt
%
% Determina os valores ótimos  $e_1^*$ ,  $e_4^*$  e o coeficiente de
% potência máximo  $C_{P,\max}$  para o difusor, a partir de:
%  $C_{T_d}$ ,  $\eta_d$ ,  $\beta_d$ 
%
% A condição de ótimo é dada por  $f_{CP}(e_1) = 0$ , conforme
% as equações (30)-(31) de Vaz & Wood (2018).
%-----

% Raiz de  $f_{CP}(e_1)$  na vizinhança de  $e_1 = 2/3$ 
e1opt = fzero(@(e1) fCP(e1, CTd, nd, b), 2/3);

% Cálculo de  $e_4^*$  a partir de  $e_1^*$ 
r = roots([1, ...
          -2*e1opt, ...
          2*e1opt - (CTd - e1opt^2*(1 - b^2)*(1 - nd)) - 1]);

e4opt = r(2);

% Coeficiente de potência máximo  $C_{P,\max}$ 
CPopt = e1opt*(1 - e4opt.^2) - e1opt.^3.*(1 - nd).*(1 - b^2);
end

```

```

%-----
function y = fCP(e1, CTd, nd, b)
%-----
% fCP
%
% Função auxiliar usada em CP_opt. Representa a condição de máximo
% coeficiente de potência C_P para o rotor com difusor, em termos de:
% e_1, C_{T_d}, \eta_d, \beta_d.
%
% Quando fCP(e_1) = 0, obtém-se o valor ótimo e_1^{\star}.
%-----
raiz = sqrt(1 + CTd + e1*(-2 + e1*(b^2 + nd - b^2*nd)));

y = 6*e1^3*(-b^2*(-1 + nd) + nd) ...
    - CTd*raiz ...
    + 4*e1*(1 + CTd + raiz) ...
    - 2*e1^2*(5 + 3*raiz);
end

%-----
function [CT, THRU] = THRUST(rho, B, CHORD, V, W, CN, r, OME)
%-----
% THRUST
%
% Calcula o empuxo axial total T e o coeficiente de empuxo C_T
% a partir da distribuição local do carregamento normal C_N(r_i).
%
% Entradas:
% rho : densidade do fluido \rho (kg/m³)
% B : número de pás
% CHORD : corda c(r_i)

```

```

% V      : velocidade a montante V_0 (m/s)
% W      : velocidade relativa W(r_i) (m/s)
% CN     : coeficiente normal local C_N(r_i)
% r      : posição radial r_i (m)
% OME    : velocidade angular \Omega (rad/s) [não usada diretamente]
%
% Saídas:
% THRU   : empuxo axial T (N)
% CT     : coeficiente de empuxo global C_T
%-----

DT = 0.5*rho.*W.^2 .* CHORD .* B .* CN; % dT = \frac{1}{2} \rho W^2 B c C_N
THRU = trapz(r, DT); % Integração radial do empuxo

CT = THRU/(0.5*rho*pi*r(end)^2*V^2); % C_T = T / (1/2 \rho A V_0^2)
end

%-----
function [CQ, TOR] = TORQUE(rho, B, CHORD, V, W, CT, r, OME)
%-----
% TORQUE
%
% Calcula o torque total Q e o coeficiente de torque C_Q a partir da
% distribuição tangencial C_T(r_i).
%
% Entradas:
% rho    : densidade \rho (kg/m³)
% B      : número de pás
% CHORD  : corda c(r_i)
% V      : velocidade a montante V_0 (m/s)
% W      : velocidade relativa W(r_i)
% CT     : coeficiente tangencial local C_T(r_i)

```

```

% r      : posição radial r_i
% OME    : velocidade angular \Omega (rad/s)
%
% Saídas:
% TOR    : torque total Q (N·m)
% CQ     : coeficiente de torque C_Q
%-----

DQ = 0.5*rho.*W.^2 .* CHORD .* B .* CT .* r; % dQ = r dT_t
TOR = trapz(r, DQ); % Integração radial do torque

CQ = TOR/(0.5*rho*pi*r(end)^3*V^2); % C_Q = Q / (1/2 \rho A R V_0^2)
end

%-----
function icav = I_CAV(N, W, Vcav)
%-----
% I_CAV
%
% Identifica o primeiro índice i = i_{cav} em que a condição
% de cavitação é atendida:
%     W(i) >= V_{cav}(i).
%
% Se W(i) < V_{cav}(i) para todas as seções, retorna i_{cav} = N,
% indicando cavitação apenas na região mais externa (ou ausente).
%-----
icav = N;
for i = 1:N
    if W(i) >= Vcav(i)
        icav = i;
        return
    end
end

```

```

end
end

%% DESEMPENHO AERODINÂMICO DO ROTOR COM SWEEP E DIFUSOR (BEMT)
%-----
% Este programa utiliza o Método de Elemento de Pá (BEM) com difusor,
% associado à correção clássica de Glauert para o coeficiente de empuxo
% C_T, modificando o fator de indução axial a_0 quando atinge valores
% acima de 0.4. A abordagem é derivada da análise de momentum
% unidimensional. O fator de perda de ponta de Prandtl é utilizado,
% corrigindo a suposição de número infinito de pás.
%
% O código calcula, para diferentes razões de velocidade de ponta
%  $\lambda = \Omega R / V_0$ :
% - o coeficiente de potência global C_P( $\lambda$ ),
% - o coeficiente de empuxo global C_T( $\lambda$ ),
% - o coeficiente de torque global C_Q( $\lambda$ ),
% - a potência P(V_0) e o torque Q(V_0).
%
% Implementado por:
% Prof. Dr. Jerson R. P. Vaz
% (adaptado para pás curvadas com sweep  $\beta_i$ )
%-----

close all; clear all; clc; format long;
tic

%-----
% DADOS DE ENTRADA DA GEOMETRIA E DO PERFIL
%-----
filenameCLCD = 'S809_Re1500000_CL_CD.txt'; % Arquivo com C_L e C_D vs  $\alpha$  (gra
blade_shape = load('dados_geometria2.txt'); % Arquivo com a geometria da pá reta

```

```

r = blade_shape(:,1); % Posição radial r_i [m]
c = blade_shape(:,2); % Corda c(r_i) [m]
b = blade_shape(:,3); % Ângulo de torção \theta(r_i) [rad]

N = length(r); % Número de seções ao longo da pá
B = 2; % Número de pás

rho = 1.2; % Densidade do ar a 20°C [kg/m³]
ni = 1.5d-5; % Viscosidade cinemática do ar a 20°C [m²/s]

nd = 1; % Eficiência do difusor \eta_d
bet = 0; % Parâmetro geométrico do difusor \beta_d
CTd = 0; % Coeficiente de empuxo do difusor C_{T_d}

%-----
% CONFIGURAÇÃO DO EFEITO SWEEP (\beta_i) NA GEOMETRIA DA PÁ
%-----
% Exemplo: sweep para trás com \beta_i = -35° na ponta.
beta_degrees = (-35); % Ângulo de sweep na ponta [graus]
beta = beta_degrees*pi/180; % Conversão para radianos

% Distribuição linear de sweep ao longo do raio: \beta_i \in [0, \beta]
alpha = linspace(0, beta, N); % Aqui "alpha" representa \beta_i (sweep loc

% Transformação radial para pá curvada (sweep)
% r_i^{\text{curvado}} = R (r_i/R)^{1 + \beta_i}
r = r(end)*(r/r(end)).^(1 + alpha');

% Correção da corda pela projeção com sweep: c'(r_i) = c(r_i) \cos\beta_i
c = c.*cos(alpha');

NR = length(r);

```

```

%-----
% CÁLCULO DO COMPRIMENTO DA PÁ CURVADA (COM SWEEP)
%  $L = r_1 + \sum_i \Delta s_i$ , com  $\Delta s_i$  obtido pela lei dos cossenos
%-----
for ir = 1:NR-1
    dalpha(ir) = alpha(ir+1) - alpha(ir);
    dr(ir)      = sqrt( r(ir)^2 + r(ir+1)^2 ...
                      - 2*r(ir+1)*r(ir)*cos(dalpha(ir)) );
end

leng_r = r(1) + sum(dr);          % Comprimento da pá ao longo da curvatura

[r(NR) leng_r]                   % Comparação entre raio e comprimento curvo
abs(r(NR) - leng_r)/r(NR)*100    % Diferença relativa [%]

%-----
% CONFIGURAÇÃO DA RAZÃO DE VELOCIDADE DE PONTA  $\lambda$ 
%-----
NV = 50;          % Número de pontos (velocidades ou  $\lambda$ )
RPM = 72;         % Rotação do rotor [rpm], ajustada p/ R = 10 m
OME = pi*RPM/30; % Velocidade angular  $\Omega$  [rad/s]

Vi = 7;          % Velocidade inicial do escoamento [m/s]
Vf = 20.1;      % Velocidade final do escoamento [m/s]
V0 = linspace(Vi, Vf, NV); % Vetor de velocidades a montante V_0

% Razão de velocidade de ponta  $\lambda = \Omega R / V_0$ 
X = OME*r(end)./V0;

% Chutes iniciais para os fatores de indução a_0, a_1
a0 = 1./3;      % Fator de indução axial a_0

```

```

a1 = 0.02;          % Fator de indução tangencial a_1

%-----
% INICIALIZAÇÃO DOS VETORES DE DESEMPENHO
%-----
CP = zeros(1, NV); % Coeficiente de potência C_P(\lambda)
CT = zeros(1, NV); % Coeficiente de empuxo C_T(\lambda)
CQ = zeros(1, NV); % Coeficiente de torque C_Q(\lambda)
LSR = zeros(1, N); % Razão de velocidade local \lambda_r
P = zeros(1, NV); % Potência para cada V_0
TOR = zeros(1, NV); % Torque para cada V_0

% Vetores locais (reutilizados a cada iteração de V_0)
% aa0, aa1 : fatores de indução a_0(r_i), a_1(r_i)
% CNN, CTT : coeficientes normal e tangencial locais
% phi      : ângulo de escoamento local \phi(r_i)
% FF       : fator de Prandtl F(r_i)
% WW       : velocidade relativa local W(r_i)
% CoefL,D  : coeficientes C_L(\alpha) e C_D(\alpha) interpolados

%-----
% LAÇO PRINCIPAL EM \lambda (OU V_0) PARA CÁLCULO BEM
%-----
for i = 1:NV
    fprintf('%d Razão de Velocidade de Ponta = %f\n', i, X(i));

    for j = N:-1:1
        fprintf('Seção = %d \n', j);

        % Razão de velocidade local \lambda_r = \Omega r_i / V_0
        LSR(j) = OME*r(j)./VO(i);
    end
end

```

```

% Cálculo BEMT seccional com difusor e sweep \beta_i
[aa0(j), aa1(j), CNN(j), CTT(j), phi(j), FF(j), WW(j), ...
CoefL(j), CoefD(j)] = ...
    BEM_calculation(alpha(j), CTd, nd, bet, a0, a1, ...
        OME, VO(i), B, r(j), r(1), r(end), ...
        b(j), c(j), filenameCLCD);

% Exemplo de cálculo do ângulo de ataque local (se desejado):
% ALF(j) = phi(j)*180/pi - b(j)*180/pi;
end

%-----
% Cálculo dos coeficientes de desempenho globais
%-----
CP(i) = power_coeff(aa0, aa1, LSR, X(i), FF);    % C_P(\lambda)
CT(i) = THRUST(aa0, B, c', CNN, phi, r');      % C_T(\lambda)

% Versão alternativa de torque usando carregamento tangencial:
% [CQ(i), TOR(i)] = TORQUE(rho, B, c, VO(i), WW', CTT', r);

% Versão atual: torque a partir de a_1, F e geometria
[CQ(i), TOR(i)] = TORQUE(rho, aa1, VO(i), OME, FF, r);

% Potência de saída P(V_0) a partir de C_P
P(i) = 0.5*rho*pi*r(end)^2*VO(i)^3*CP(i);
end

%-----
% CÁLCULO DO TORQUE MÉDIO A PARTIR DA POTÊNCIA
% Q = P / \Omega
%-----
Q = P/OME;

```

```

% Circulação vinculada \Gamma(r_i) (exemplo baseado em WW e C_L)
BC = 0.5.*WW.*CoefL.*c';

%-----
% SALVAR DADOS LOCAIS CNN E CTT (C_N, C_T EM FUNÇÃO DE r/R)
%-----

dadosCNN_CTT = [CNN(:), CTT(:)];
nome_arquivo = 'dados_CNN_CTT.txt';

fid = fopen(nome_arquivo, 'w');
fprintf(fid, '%.4f\t%.4f\n', dadosCNN_CTT);
fclose(fid);

%-----
% EXIBIÇÃO DOS RESULTADOS PARA O ÚLTIMO PONTO (\lambda_{\text{fim}})
%-----

disp('-----');
fprintf('RESULTADOS PARA SWEEP = %d°\n', beta_degrees);
disp('-----');
fprintf('Potência de saída P = %6.2f W\n', P(end));
fprintf('Torque Q           = %6.2f Nm\n', Q(end));
fprintf('C_P                = %4.4f\n', CP(end));
fprintf('C_T                = %4.4f\n', CT(end));
fprintf('C_Q                = %4.4f\n', CQ(end));
fprintf('Velocidade V_0      = %4.2f m/s\n', V0(end));
fprintf('TSR \lambda         = %4.4f\n', X(end));
fprintf('\lambda_r (LSR) = %4.4f\n', LSR(end));
disp('-----');

%-----
% GRÁFICO: COEFICIENTE DE POTÊNCIA C_P VERSUS TSR \lambda

```

```

%-----
figure(2);
h_main = plot(X, CP, 'ko-', 'LineWidth', 1.5, ...
             'MarkerFaceColor', 'k', 'MarkerSize', 8);
hold on;
grid on;
xlabel('TSR ( $\lambda$ )', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('C_P', 'FontWeight', 'bold');

set(gca, 'FontSize', 22, 'FontName', 'times', ...
        'GridLineStyle', '-', 'GridAlpha', 0.3, ...
        'GridColor', [0.1 0.1 0.1], ...
        'LineWidth', 0.8, 'XColor', [0 0 0], ...
        'YColor', [0 0 0], 'TickLength', [0.02 0.025]);

% Destacar ponto de máximo C_P
[CP_max, idx_max] = max(CP);
lambda_max       = X(idx_max);

plot(lambda_max, CP_max, 'ro', 'MarkerSize', 10, ...
     'MarkerFaceColor', 'r', 'HandleVisibility', 'off');
xline(lambda_max, '--r', 'LineWidth', 1.5, 'HandleVisibility', 'off');

text(lambda_max, mean(ylim()), ...
     sprintf('\lambda = %.2f\nC_{P,\lambda\max} = %.3f', lambda_max, CP_max), ...
     'Rotation', 0, 'Color', 'r', 'FontSize', 14, ...
     'FontWeight', 'bold', 'HorizontalAlignment', 'left', ...
     'VerticalAlignment', 'bottom', 'BackgroundColor', 'w', 'Margin', 1);

legend(h_main, sprintf('$\beta_i = %d^\circ$', beta_degrees), ...
     'Location', 'best', 'Interpreter', 'latex');

```

```

print(gcf, 'CP', '-dpng', '-r300'); % Exportar figura (300 DPI)

%-----
% GRÁFICO: COEFICIENTE DE EMPUXO C_T VERSUS TSR \lambda
%-----

figure;
plot(X, CT, 'ko-', 'LineWidth', 1.5, ...
     'MarkerFaceColor', 'k', 'MarkerSize', 8);
grid on;
xlabel('TSR (\lambda)', 'FontWeight', 'bold');
ylabel('C_T', 'FontWeight', 'bold');
title('Coeficiente de Empuxo C_T vs TSR', 'FontSize', 20);

set(gca, 'FontSize', 22, 'FontName', 'times', ...
     'GridLineStyle', '-', 'GridAlpha', 0.3, ...
     'GridColor', [0.1 0.1 0.1], ...
     'LineWidth', 0.8, 'XColor', [0 0 0], ...
     'YColor', [0 0 0], 'TickLength', [0.02 0.025]);

legend(sprintf('\beta_i = %d^\circ', beta_degrees), ...
     'Location', 'best', 'Interpreter', 'latex');

%-----
% EXPORTAÇÃO DOS DADOS: (TSR, C_P), (TSR, C_T), (TSR, C_Q), (V_0, C_P)
%-----

y = [X; CP];
fid = fopen('TSR_CP_sweep_35F.txt', 'w');
fprintf(fid, '%12.8f %12.8f\n', y);
fclose(fid);

y2 = [X; CT];
fid = fopen('TSR_CT_sweep_35F.txt', 'w');

```

```

fprintf(fid, '%12.8f %12.8f\n', y2);
fclose(fid);

y3 = [X; CQ];
fid = fopen('TSR_CQ_sweep_35F.txt', 'w');
fprintf(fid, '%12.8f %12.8f\n', y3);
fclose(fid);

dados = [V0; CP];
fid = fopen('VelocidadeVento_CP.txt', 'w');
fprintf(fid, '%12.8f %12.8f\n', dados);
fclose(fid);

toc

function [a0,a1,CN,CT,PHI,F,w,CL,CD] = BEM_calculation(alpha,CTd,nd,bet,...
                                                    a0,a1,OMME,V,B,...
                                                    Ri,rhub,R,TET,...
                                                    CHORD,filename)
%-----
% BEM_calculation
%
% Rotina seccional do método BEMT (Blade Element Momentum Theory)
% para turbina com difusor, incluindo:
% - correção de Glauert/Buhl para altos valores de C_T;
% - fator de perda de ponta de Prandtl F;
% - correção de pós-stol (Viterna & Corrigan);
% - definição do ângulo de passo (pitch) \theta_p.
%
% Entradas:
% alpha : parâmetro local de sweep \beta_i (rad) usado na geometria
% CTd : coeficiente de empuxo do difusor C_{T_d}
% nd : eficiência do difusor \eta_d

```

```

% bet      : parâmetro geométrico do difusor \beta_d
% a0,a1    : chutes iniciais para fatores de indução axial a_0 e tangencial a_1
% OMME     : velocidade angular do rotor \Omega (rad/s)
% V        : velocidade a montante V_0 (m/s)
% B        : número de pás
% Ri       : posição radial da seção r_i (m)
% rhub     : raio do cubo r_{hub} (m)
% R        : raio externo do rotor R (m)
% TET      : ângulo de torção local \theta(r_i) (rad)
% CHORD    : corda local c(r_i) (m)
% filename : arquivo com tabela C_L(\alpha), C_D(\alpha) para o perfil
%
% Saídas:
% a0,a1    : fatores de indução axial a_0(r_i) e tangencial a_1(r_i)
% CN       : coeficiente de força normal C_N(r_i)
% CT       : coeficiente de força tangencial C_T(r_i)
% PHI      : ângulo de escoamento local \phi(r_i)
% F        : fator de Prandtl F(r_i)
% w        : velocidade relativa local W(r_i)
% CL       : coeficiente de sustentação C_L(\alpha_i)
% CD       : coeficiente de arrasto C_D(\alpha_i)
%-----

ITRMAX = 100;      % número máximo de iterações
TOL     = 1e-3;    % tolerância para convergência do ângulo \phi
ERROR   = 1.0;    % erro inicial
ITR     = 0;      % contador de iterações

%-----

% Cálculo inicial do ângulo de escoamento \phi(r_i)
% \lambda_r = \Omega r_i / V_0
% \tan\phi = (1 - a_0)/[(1 + a_1)\lambda_r \cos\beta_i]

```

```

%-----
x = OMME*Ri/V; % razão de velocidade local \lambda_r
PHI = atan((1 - a0)/(x*(1 + a1)*cos(alpha)));

%-----
% Iteração BEMT (atualiza a_0, a_1, \phi, C_N, C_T até convergir)
%-----
while (ERROR >= TOL) && (ITR < ITRMAX)
    ITR = ITR + 1;

    % armazena \phi antigo para cálculo do erro relativo
    fleg = PHI;

    % Velocidade relativa local W(r_i)
    w = sqrt((1 - a0)^2*V^2 + (1 + a1)^2*OMME^2*Ri^2*cos(alpha));

    %-----
    % Ângulo de ataque local \alpha_i
    %
    % \alpha_i = \phi - \theta(r_i) - \theta_p
    % onde \theta_p é o ângulo de passo (pitch coletivo) em graus.
    %-----
    PIT_deg = 5.5; % \theta_p (deg) - pode ser ajustado
    PIT = PIT_deg*pi/180; % \theta_p (rad)

    ALFd = PHI - TET - PIT; % \alpha_i (rad)
    ALF = real(ALFd*180/pi); % \alpha_i (graus) para uso na tabela C_L,C_D

    % salva o valor de pitch em arquivo externo (para registro)
    fileID = fopen('valor_pitch.txt', 'w');
    fprintf(fileID, '%.2f\n', PIT_deg); % salva apenas \theta_p em graus
    fclose(fileID);

```

```

%-----
% Correção de pós-stol (Viterna & Corrigan)
%
% Se \alpha_i exceder o limite ALFs (em graus), aplica-se
% a correção de pós-stol para C_L e C_D.
%-----
ALFs = 16.0;    % ângulo limite de operação antes do pós-stol [deg]

if ALF >= ALFs
    % C_Ls, C_Ds no ângulo limite ALFs
    [CLs, CDs] = SET_CL_CD(ALFs, filename);

    % parâmetro de razão de aspecto local para a correção
    muh = (R - rhub)/CHORD;

    % Correção Viterna & Corrigan para C_L, C_D em alto ângulo
    [CL, CD] = CL_CD_CORRECTION(ALF*pi/180, ALFs*pi/180, ...
                                CLs, CDs, muh);
else
    % Região pré-stol: C_L, C_D obtidos diretamente da tabela do perfil
    [CL, CD] = SET_CL_CD(ALF, filename);
end

% Converte \alpha_i de volta para radianos (se necessário)
ALF = ALF*pi/180;

%-----
% Cálculo dos coeficientes de força normal e tangencial
%
% C_N = (C_L \cos\phi + C_D \sin\phi)\cos\beta_i
% C_T = (C_L \sin\phi - C_D \cos\phi)\cos\beta_i

```

```

%-----
CN = (CL*cos(PHI) + CD*sin(PHI))*cos(alpha);
CT = (CL*sin(PHI) - CD*cos(PHI))*cos(alpha);

%-----
% Correção de Glauert/Buhl para altos C_T e fator de Prandtl F
%
% F = F(\lambda_r, r_i, R, B, \phi)
% \sigma = B c(r_i)/(2 \pi r_i)
%
% k = \sigma C_T \cos\beta_i / (4 F \sin\phi \cos\phi)
% k1 = \sigma C_N / (2 F \sin^2\phi)
% k2 = (1 - \eta_d)(1 - \beta_d^2)
%
% a_0 = f(e_1) via calc_e1
% a_1 = k/(1 - k)
%-----

F = PRANDTL_FACTOR(B, R, Ri, PHI);
%F = 1; % caso de desativar o fator de Prandtl

SIG = CHORD*B/(2*pi*Ri); % \sigma(r_i)
k = SIG*CT*cos(alpha)/(4*F*sin(PHI)*cos(PHI));
k1 = SIG*CN/(2*F*sin(PHI)^2);
k2 = (1 - nd)*(1 - bet^2);

% cálculo de e_1 a partir de k1, k2 e CTd (ver calc_e1)
a0 = calc_e1(a0, k1, k2, F, CTd);
e1 = 1 - a0;

% fator de indução tangencial a_1
a1 = k/(1 - k);

```

```

%-----
% Correção adicional de e_1 baseada no valor ótimo e_1^*
% obtido da solução analítica do rotor com difusor.
%-----
[e1opt, e4opt, CPopt] = CP_opt(CTd, nd, bet);
if e1 < e1opt
    % Ajusta e_1 para se aproximar do ótimo e_1^*
    e1 = correction_e1(e1, SIG*CN/(F*sin(PHI)^2), ...
                      e1opt, e4opt, F, nd, bet, CTd);
end

% Atualiza a_0 a partir do e_1 possivelmente corrigido
a0 = 1 - e1;

% Atualiza o ângulo de escoamento \phi(r_i)
PHI = atan((1 - a0)/(x*(1 + a1)*cos(alpha)));

% Erro relativo entre iterações para o critério de convergência
ERROR = abs((PHI - fleg)/fleg);
fprintf('Iteração = %d      Erro = %f \n', ITR, ERROR);
end

end

function [CLL,CDD] = SET_CL_CD(ALFO, filename)
%-----
% SET_CL_CD
%
% Esta função lê de um arquivo os coeficientes aerodinâmicos do perfil
% (C_L e C_D em função do ângulo de ataque \alpha) e retorna os valores
% interpolados para um ângulo de ataque específico \alpha_0.
%
% Entradas:

```

```

% ALFO      : ângulo de ataque \alpha_0 (em graus) para o qual se deseja
%            obter C_L(\alpha_0) e C_D(\alpha_0)
% filename  : nome do arquivo contendo a tabela [\alpha, C_L, C_D]
%
% Saídas:
% CLL      : coeficiente de sustentação C_L(\alpha_0)
% CDD      : coeficiente de arrasto      C_D(\alpha_0)
%
% Observação:
% O arquivo deve ter três colunas:
%   coluna 1: ângulo de ataque \alpha (graus)
%   coluna 2: C_L(\alpha)
%   coluna 3: C_D(\alpha)
%-----

% Carrega tabela [\alpha, C_L, C_D] a partir do arquivo
CL_CD = load(filename);

ALF = CL_CD(:,1); % ângulo de ataque \alpha (graus)
CL  = CL_CD(:,2); % coeficiente de sustentação C_L
CD  = CL_CD(:,3); % coeficiente de arrasto C_D

% Interpolação linear para obter C_L(\alpha_0) e C_D(\alpha_0)
CLL = interp1(ALF, CL, ALFO);
CDD = interp1(ALF, CD, ALFO);

end

function [CL,CD] = CL_CD_CORRECTION(alf, alfs, CLs, CDs, muh)
%-----
% CL_CD_CORRECTION
%
% Esta função aplica a correção de pós-stol de Viterna e Corrigan

```

```

% para os coeficientes aerodinâmicos do perfil (C_L, C_D) quando o
% ângulo de ataque excede um valor limite \alpha_s.
%
% Entradas:
%   alf  : ângulo de ataque \alpha (rad) na condição pós-stol
%   alfs : ângulo de ataque limite \alpha_s (rad) em que C_Ls e C_Ds
%           são conhecidos (ponto de transição para a correção)
%   CLs  : coeficiente de sustentação C_L(\alpha_s)
%   CDs  : coeficiente de arrasto C_D(\alpha_s)
%   muh  : parâmetro geométrico adimensional (razão de aspecto local)
%
% Saídas:
%   CL : coeficiente de sustentação corrigido C_L(\alpha)
%   CD : coeficiente de arrasto corrigido C_D(\alpha)
%
% Observações:
%   - A correção define um valor máximo de arrasto C_{D,\max}
%     em função de muh, de acordo com Viterna & Corrigan.
%   - Para muh <= 50, C_{D,\max} varia linearmente; acima disso,
%     assume-se C_{D,\max} = 2.01.
%-----

% Cálculo de C_{D,\max} conforme Viterna & Corrigan
if muh <= 50
    CDmax = 1.11 + 0.018*muh;
else
    CDmax = 2.01;
end

% Coeficientes auxiliares K_L e K_D para a formulação pós-stol
Kl = (CLs - CDmax*sin(alfs)*cos(alfs))*sin(alfs)/cos(alfs)^2;
Kd = (CDs - CDmax*sin(alfs)^2)/cos(alfs);

```

```

% Coeficientes corrigidos C_L(\alpha) e C_D(\alpha) em pós-stol
CL = 0.5*CDmax*sin(2*alf) + Kl*cos(alf)^2/sin(alf);
CD = CDmax*sin(alf)^2 + Kd*cos(alf);

end

function [F] = PRANDTL_FACTOR(B, R, Ri, PHI)
%-----
% PRANDTL_FACTOR
%
% Esta função calcula o fator clássico de perda de ponta de Prandtl F
% para um rotor de B pás, em uma seção radial r = R_i.
%
% Fórmula básica:
%  $f = \frac{B (R - R_i)}{2 R_i \sin\phi}$ 
%  $F = \frac{2}{\pi} \arccos\left[\exp(-f)\right]$ 
%
% Quando R = R_i (isto é, exatamente na ponta), utiliza-se um pequeno
% deslocamento (0.99 R_i) para evitar divisão por zero e manter F bem
% definido numericamente.
%
% Entradas:
% B : número de pás
% R : raio externo do rotor (ponta da pá)
% Ri : raio local da seção r_i
% PHI : ângulo de escoamento local  $\phi(r_i)$ 
%
% Saída:
% F : fator de perda de ponta de Prandtl F(r_i)
%-----
if R == Ri
    % Próximo da ponta: usa-se 0.99*Ri para evitar singularidade

```

```

    f = B*(R - 0.99*Ri)/(2.0*Ri*sin(PHI));
    F = 2.0*acos(exp(-f))/pi;
else
    % Expressão clássica de Prandtl para  $R \neq R_i$ 
    f = B*(R - Ri)/(2.0*Ri*sin(PHI));
    F = 2.0*acos(exp(-f))/pi;
end

end

function [a0] = calc_e1(a_0, k1, k2, F, CTd)
%-----
% calc_e1
%
% Esta função calcula o fator de indução axial a_0 a partir da
% equação implícita para e_1, em que:
%
%  $e_1 = 1 - a_0$ 
%
% A expressão está associada à formulação analítica do rotor com
% difusor (Vaz & Wood, 2018), incorporando:
% - o coeficiente de empuxo do difusor  $C_{T_d}$ ;
% - a eficiência do difusor  $\eta_d$  (embutida em k2);
% - a geometria do difusor ( $\beta_d$ ) (embutida em k2);
% - o fator de Prandtl F.
%
% Entradas:
% a_0 : chute inicial para o fator de indução axial a_0
% k1  : parâmetro  $k_1 = \frac{\sigma C_N}{2 F \sin^2 \phi}$ 
% k2  : parâmetro  $k_2 = (1 - \eta_d)(1 - \beta_d^2)$ 
% F   : fator de Prandtl  $F(r_i)$ 
% CTd : coeficiente de empuxo do difusor  $C_{T_d}$ 
%
```

```

% Saída:
%  a0 : valor atualizado de a_0 após resolver a equação implícita
%-----

myfun = @(a0, k1, k2, F, CTd) ...
    a0/(1 - a0) + 1/(1 - a0)*sqrt(a0^2 ...
    - (1/F - a0)^2*k2 + CTd/F^2) - k1;

% Encontra a raiz da equação implícita começando em a_0 (chute inicial)
a0 = fzero(@(a0) myfun(a0, k1, k2, F, CTd), a_0);

end

%-----
function [e1] = correction_e1(e1_0, k, e1opt, e4opt, F, nd, be, CTd)
%-----
% correction_e1
%
% Esta função corrige o valor de e_1 quando ele se afasta do valor
% ótimo e_1^{\star} obtido a partir da solução analítica do rotor com
% difusor. A correção é feita ajustando uma relação quadrática entre
% C_T e e_1, de forma que:
%
%  $C_T(e_1) \approx b_0 + b_1 e_1 + b_2 e_1^2$ 
%
% e impondo consistência com o valor ótimo (e_1^{\star}, e_4^{\star})
% relacionado a C_{T_d}, \eta_d e \beta_d.
%
% Entradas:
%  e1_0 : chute inicial para e_1
%  k     : parâmetro associado à indução tangencial ( $k \sim \sigma C_T / (4 F \sin$ 
%  e1opt : valor ótimo e_1^{\star}

```

```

% e4opt : valor ótimo e_4^\star
% F      : fator de Prandtl F(r_i)
% nd     : eficiência do difusor \eta_d
% be     : parâmetro geométrico do difusor \beta_d
% CTd    : coeficiente de empuxo do difusor C_{T_d}
%
% Saída:
% e1     : valor corrigido de e_1
%-----

% Derivada de e_4^\star em relação a e_1 (de4opt = de_4/de_1 em e_1 = e1opt)
de4opt = 1 - (-2*(1 - e1opt) ...
          - 2*(1 - be^2)*e1opt*(1 - nd)) ...
          /(2*sqrt(CTd + (1 - e1opt)^2 ...
          - (1 - be^2)*e1opt^2*(1 - nd)));

% Coeficientes b_0, b_1, b_2 da aproximação quadrática de C_T(e_1)
b2 = ((1 - e4opt^2 - e1opt^2.*(1 - nd)*(1 - be^2))*F ...
      - 2 - (-2*e4opt*de4opt ...
      - (1 - nd)*(1 - be^2)*2*e1opt)*F*e1opt)/(-e1opt^2);

b0 = 2;
b1 = (-2*e4opt*de4opt ...
      - (1 - nd)*(1 - be^2)*2*e1opt)*F - 2*b2*e1opt;

% Função auxiliar:
% (b_2 - k) e_1^2 + b_1 e_1 + b_0 = 0
% cuja raiz fornece o e_1 corrigido.
myfun = @(e1, b0, b1, b2, k) ...
        (b2 - k)*e1.^2 + b1*e1 + b0;

% Raiz da expressão quadrática, começando em e1_0

```

```

    e1 = fzero(@(e1) myfun(e1, b0, b1, b2, k), e1_0);

end

function [CQ,TOR] = TORQUE(rho, a1, V, OME, ep, r)
%-----
% TORQUE
%
% Esta função calcula o torque total Q e o coeficiente de torque C_Q
% a partir dos fatores de indução tangencial a_1(r_i) e do fator de
% Prandtl F(r_i), usando a formulação em termos de momento tangencial.
%
% Entradas:
% rho : densidade do fluido \rho [kg/m³]
% a1  : vetor de fatores de indução tangencial a_1(r_i)
% V   : velocidade a montante V_0 [m/s]
% OME : velocidade angular do rotor \Omega [rad/s]
% ep  : vetor associado ao fator de Prandtl F(r_i) (ou equivalente)
% r   : vetor de posições radiais r_i [m]
%
% Saídas:
% TOR : torque total Q [N·m]
% CQ  : coeficiente de torque global C_Q
%
% Observações:
% - A expressão diferencial de torque é escrita como
%    $dQ = 2 \rho a_1 F V \Omega r^2 (2 \pi r) dr$ 
%   o que resulta na linha:
%    $DQ = 2\rho*a1.*ep.*V*\Omega*r.^2*2*\pi*r;$ 
% - O coeficiente de torque global é dado por:
%    $C_Q = Q / \left( \frac{1}{2} \rho \pi R^3 V_0^2 \right)$ 
%-----

```

```
% Torque diferencial ao longo do raio
DQ = 2*rho*a1.*ep.*V*OME.*r.^2.*2*pi.*r;

% Integração radial do torque
TOR = trapz(r, DQ);

% Coeficiente de torque global C_Q
CQ = TOR/(0.5*rho*pi.*r(end).^3.*V.^2);

end
```