



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**MODELAGEM E CONTROLE DE CONVERSOR CC-CC
BIDIRECIONAL PARA GERENCIAMENTO DE ENERGIA EM
SUPERCAPACITORES**

DM 05/2025

JESSICA CRISTINA ARAUJO DE SOUSA

UFPA / ITEC / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil

2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JESSICA CRISTINA ARAUJO DE SOUSA

**MODELAGEM E CONTROLE DE CONVERSOR CC-CC
BIDIRECIONAL PARA GERENCIAMENTO DE ENERGIA EM
SUPERCAPACITORES**

Dissertação submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica na Área de Sistemas de Energia Elétrica.

Orientadora: MARIA EMÍLIA DE LIMA TOSTES

UFPA / ITEC / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil

2025

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará**

Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S725m Sousa, Jessica Cristina Araújo de.

Modelagem e Controle de Conversor CC-CC Bidirecional
Para Gerenciamento de Energia em Supercapacitores / Jessica
Cristina Araújo de Sousa. — 2025.

119 f. : il. color.

Orientador(a): Prof^a. Dra. Maria Emília de Lima Tostes

Coorientador(a): Prof. Dr. Thiago Mota Soares

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Belém, 2025.

1. Conversores CC-CC. 2. Supercapacitores. 3.
Gerenciamento de energia. 4. Modelagem. 5. Controle PI. I.
Título.

CDD 621.31



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“MODELAGEM E CONTROLE DE CONVERSOR CC-CC
BIDIRECIONAL PARA GERENCIAMENTO DE ENERGIA EM
SUPERCAPACITORES”**

AUTOR: JESSICA CRISTINA ARAUJO DE SOUSA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO JULGADA APROVADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA.

APROVADA EM: 21/03/2025

DM 05/2025

BANCA EXAMINADORA:

Prof.^a Dr.^a Maria Emília de Lima Tostes
(Orientadora – PPGEE/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. Thiago Mota Soares
(Coorientador – PPGEE/ITEC/UFPA)

Prof. Dr. Walter Barra Júnior
(Avaliador Interno – PPGEE/ITEC/UFPA)

Dr. Carlos Eduardo Moreira Rodrigues
(Avaliador Externo ao Programa – ITEC/UFPA)

Prof. Dr. João Aberides Ferreira Neto
(Avaliador Externo ao Programa – ITEC/UFPA)

VISTO:

Prof. Dr. Diego Lisboa Cardoso
(Coordenador do PPGEE/ITEC/UFPA)

AGRADECIMENTOS

Àquele que é digno de toda honra, glória e louvor, a Deus.

À minha família, pelo apoio incondicional, por me proporcionarem as oportunidades que me fizeram chegar até aqui. Em especial a minha mãe, Maria Graciete (*In memorian*) espero que em algum lugar esteja orgulhosa de minha caminhada até aqui, assim como a minha avó, Graciana (*In memorian*). Ao meu pai, Jorge, que nunca me deixou desistir e sempre me proporcionou todo o necessário para minha educação, além de ter se tornado um grande amigo e apoiador dos meus sonhos e projetos; à minha tia, Waldinea por todo incentivo e ajuda até aqui.

À minha amada namorada, Lana, pelo amor, cuidado, paciência e incentivo, por acreditar que posso alcançar os mais altos voos, mesmo quando eu não acredito.

Agradeço à minha orientadora Profa. Dra. Maria Emília de Lima Tostes e ao meu coorientador Prof. Dr. Thiago Mota Soares pela oportunidade, orientação, atenção, e ajuda que fizeram com que este trabalho se tornasse uma profunda fonte de aprendizado. A Prof. Dra. Carminda Célia e ao Prof. Dr. Ubiratan Bezerra por também possibilitarem que essa caminhada fosse possível.

À minha amiga Jeniffer Yara, que desde os tempos de cursinho têm sido uma amiga presente em todos os momentos da vida.

Não posso deixar de mencionar também aos demais colegas e professores do Ceamazon pela amizade e incentivo nessa caminhada até aqui. Em especial aos amigos do Laboratório de Qualidade de Energia, André Barbosa, Edilberto Rozal, Jonathan Tabora, Áthila Lima e Douglas Carvalho por toda ajuda e companheirismo até aqui.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE/UFPa e a Norte Energia S.A, através do projeto de PD-07427-0522/2022 intitulado “Sistema de Geração de Energia para Atendimento de Demandas de Pequeno Porte Integrados com Geração Fotovoltaica” pelo apoio financeiro.

Enfim, a todos amigos não mencionados, mas jamais esquecidos.

A todos, muito obrigado.

RESUMO

Esta dissertação consiste em um estudo, modelagem matemática e projeto de controlador de um conversor CC-CC bidirecional intercalado com alto ganho de tensão para o gerenciamento de energia em supercapacitores. O estado da arte é abordado, evidenciando os principais estudos sobre conversores CC-CC e sistemas de armazenamento aplicado a sistemas de geração de energia. Um estudo sobre supercapacitores é desenvolvido, abordando as principais características, fundamentos, classificação e modelagem desta forma de armazenamento de energia. As topologias convencionais de conversores CC-CC de fluxo de potência unidirecional e bidirecional são abordadas, destacando suas principais características de operação. O funcionamento do conversor CC-CC bidirecional intercalado com alto ganho de tensão operando em modo Buck e Boost é analisado, descrevendo as etapas de operação em cada modo. A definição dos parâmetros de projeto e os cálculos dos componentes são apresentados. A modelagem matemática é realizada em espaço de estados através de uma análise qualitativa das etapas de operação, visando a obtenção dos modelos que representam o comportamento dinâmico do conversor operando nos dois modos de operação. Para garantir o desempenho desejado, técnicas de controle PI e projeto de compensadores foram empregados, visando atender os critérios de projeto estabelecidos. Os resultados foram validados através de simulações computacionais no software PSIM, considerando um fluxo de potência de 1 kW, com tensão em 48 V no barramento CC (modo Buck) e 162 V no módulo de supercapacitores (modo Boost), operando a uma frequência de comutação de 500 kHz. O desempenho dos controladores é analisado para carga e descarga do supercapacitor, avaliando a resposta dinâmica e em regime permanente diante de perturbações e distúrbios no sistema.

Palavras-chave: Conversores CC-CC bidirecional com alto ganho de tensão. Supercapacitores. Gerenciamento de energia. Modelagem. Controle PI.

ABSTRACT

This dissertation consists of a study, mathematical modelling and design of a controller for an Interleaved Bidirectional High Voltage Gain DC-DC Converter for energy management in supercapacitors. The state of the art is addressed, highlighting the main studies on DC-DC converters and the application of storage systems to power generation systems. A study of supercapacitors is developed, covering their main characteristics, basics, classifications and modelling as a form of energy storage. The conventional topologies of unidirectional and bidirectional DC-DC power flow converters are addressed, highlighting their main operating characteristics. The operation of the bidirectional DC-DC converter with high voltage gain, operating in buck and boost modes, is analysed, describing the operating stages in each mode. The definition of the project parameters and the calculation of the components are presented. The modelling method is carried out in a space between the qualitative analysis and the operational stage. The aim is to obtain models that represent the mass of the component, the conversion dynamics and the two operating modes. To ensure the desired performance, PI control techniques and compensator design have been used to meet the established design criteria. The results were validated by computer simulations using PSIM software, considering a 1kW power flow with a voltage of 48V in the DC bus (buck mode) and 162V in its supercapacitor module (boost mode), operating at a switching frequency of 500 kHz. The performance of the controllers is analysed by charging and discharging the supercapacitor, evaluating the dynamic response and steady-state behaviour in the presence of system disturbances and transients.

Keywords: Bidirectional DC-DC Converter with High-Voltage-Gain, Supercapacitors, Energy Management, Modeling, PI Control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquemático do sistema.	17
Figura 2: Sistema do projeto.....	18
Figura 3: Estrutura interna do supercapacitor.....	20
Figura 4: Processo de carga e descarga em supercapacitores.....	22
Figura 5: Classificação dos supercapacitores.	23
Figura 6: Modelo RC série simples.	26
Figura 7: Modelo RC paralelo.	27
Figura 8: Modelo elétrico de múltiplos ramos RC.	28
Figura 9: Modelo RC de linha de transmissão.	28
Figura 10: Modelo de supercapacitor utilizando rede neural.	30
Figura 11: Modelo de autodescarga para o supercapacitor.	31
Figura 12: Modelo térmico para os supercapacitores.	32
Figura 13: Arranjo simples de conversor CC-CC.	33
Figura 14: Conversor Buck.....	34
Figura 15: Conversor Boost.....	35
Figura 16: Conversor Buck-Boost unidirecional.....	36
Figura 17: Princípio de funcionamento do conversor CC-CC bidirecional.	36
Figura 18: Conversor Buck-Boost bidirecional.....	37
Figura 19: Conversor Buck-Boost bidirecional intercalado.	38
Figura 20: Conversor Buck-Boost bidirecional intercalado com alto ganho de tensão. 39	
Figura 21: Primeira etapa – operação Buck.....	40
Figura 22: Segunda etapa – operação Buck.....	40
Figura 23: Formas de ondas do conversor na operação Buck.	41
Figura 24: Primeira etapa – operação Boost.....	42
Figura 25: Segunda etapa – operação Boost.....	43
Figura 26: Formas do conversor operando como Boost.....	43
Figura 27: Tensão de saída dos conversores sobre o barramento CC.	46
Figura 28: Corrente sobre os indutores.	46
Figura 29: Eficiência dos conversores.....	47
Figura 30: Circuito correspondente a primeira etapa para conversor operando Buck. ...	54

Figura 31: Circuito correspondente a segunda etapa para o conversor operando como Buck.....	55
Figura 32: Diagrama de bode da função de transferência $G_{vod}(s)$	61
Figura 33: Lugar geométrico das raízes referente a FT $G_{vod}(s)$	61
Figura 34: Diagrama de bode da função de transferência $G_{vovsc}(s)$	62
Figura 35: Lugar geométrico das raízes da função de transferência $G_{vovsc}(s)$	62
Figura 36: Circuito correspondente a primeira etapa do conversor operando como Boost.	64
Figura 37: Circuito equivalente a segunda etapa para o conversor operando como Boost.	65
Figura 38: Diagrama de bode correspondente a FT de $G_{iod}(s)$	72
Figura 39: Lugar geométrico das raízes referente a FT de $G_{iod}(s)$	72
Figura 40: Diagrama de bode da função de transferência $G_{vod}(s)$	73
Figura 41: Lugar geométrico das raízes correspondente a FT $G_{vod}(s)$	73
Figura 42: Diagrama de blocos para o controle de tensão.....	76
Figura 43: Diagrama de blocos correspondente ao controle de corrente.	76
Figura 44: Diagrama de bode após execução do controle projetado.....	79
Figura 45: Lugar geométrico das raízes após aplicação do controle PI.	79
Figura 46: Circuito simulado no <i>software</i> PSIM TM	80
Figura 47: Forma de onda da tensão e da corrente de saída resultante após o controle aplicado.....	80
Figura 48: Forma de onda da corrente sobre os indutores $IL1$ e $IL2$ resultante.....	81
Figura 49: Ondulação sobre a corrente sobre os indutores $IL1$ e $IL2$	82
Figura 50: Diagrama de bode obtido após as estratégias de controle aplicado.	86
Figura 51: Lugar geométrico das raízes obtido após estratégias aplicadas.	86
Figura 52: Circuito simulado no <i>software</i> PSIM TM para operação Boost.	87
Figura 53: Forma de onda da tensão e da corrente de saída resultante após o controle aplicado para o conversor operando como Boost.....	87
Figura 54: Forma de onda da corrente sobre os indutores durante a operação Boost. ...	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros de projeto.....	48
Tabela 2: Parâmetros utilizados para o desenvolvimento do controle para a operação Buck.....	77
Tabela 3: Parâmetros utilizados para o desenvolvimento do controle para a operação Boost.....	82

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Considerações Gerais	14
1.2 Estado da Arte	15
1.3 Motivação do Trabalho	17
1.4 Organização do Trabalho	17
2 SUPERCAPACITORES	19
2.1 Introdução	19
2.2 Fundamentos dos Supercapacitores	19
2.2.1 Estrutura e Especificações	19
2.3 Processo de Carga e Descarga	21
2.3.1 Modo de Resistência Constante	22
2.3.2 Modo de Corrente Constante	22
2.3.3 Modo de Potência Constante	22
2.4 Classificação	23
2.4.1 Supercapacitores de Dupla Camada	23
2.4.2 Pseudocapacitores	24
2.4.3 Capacitores Híbridos	24
2.5 Modelagem dos Supercapacitores	24
2.5.1 Modelo Eletroquímico	25
2.5.2 Modelos de Circuitos Equivalentes	26
2.5.2.1 Modelo RC Simples	26
2.5.2.2 Modelo de Múltiplos Ramos RC	27
2.5.2.3 Modelo de Linha de Transmissão	28
2.5.3 Modelos Inteligentes	29
2.5.4 Modelo de Autodescarga	30
2.5.5 Modelo Térmico	31
2.6 Conclusão	32
3 CONVERSORES CC-CC	33
3.1 Introdução	33
3.2 Conversores CC-CC Unidirecionais e Bidirecionais	34
3.2.1 Conversores Unidirecionais	34
3.2.1.1 Conversor Buck	34
3.2.1.2 Conversor Boost	35

3.2.1.3	Conversor Buck-Boost	35
3.2.2	Conversores CC-CC Bidirecionais	36
3.2.2.1	Conversor Buck-Boost Bidirecional.....	36
3.2.2.2	Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado em Corrente	37
3.3	Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão	38
3.3.1	Modo de Operação Buck	39
3.3.2	Modo de Operação Boost.....	42
3.3.3	Análise Geral do Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão	44
3.4	Escolha do Conversor	45
3.5	Projeto de Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado Com Alto Ganho de Tensão	48
3.5.1	Modo de Operação Buck	48
3.5.2	Modo de Operação Boost.....	49
3.5.3	Definição dos Componentes Passivos	50
3.6	Conclusão.....	50
4	MODELAGEM DO CONVERSOR BUCK-BOOST INTERCALADO COM ALTO GANHO DE TENSÃO	51
4.1	Introdução	51
4.2	Espaço de Estados	51
4.2.1	Linearização e Perturbação	53
4.3	Modelagem para Operação Buck	53
4.3.1	Primeira Etapa	54
4.3.2	Segunda Etapa	55
4.3.3	Modelo Médio CA	56
4.3.4	Linearização.....	58
4.3.5	Definição dos Modelos	60
4.4	Modelagem para Operação Boost	63
4.4.1	Primeira Etapa	63
4.4.2	Segunda Etapa	65
4.4.3	Modelo Médio CA	67
4.4.4	Linearização.....	68
4.4.5	Definição dos Modelos	71

4.5 Conclusão.....	73
5 PROJETO DE CONTROLE E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	75
5.1 Introdução	75
5.2 Técnicas de Controle	75
5.3 Método do Lugar Geométrico das Raízes.....	76
5.4 Projeto dos Controladores na Operação Buck.....	77
5.4.1 Análise dos Resultados – Operação Buck	78
5.5 Projeto dos Controladores na Operação Boost.....	82
5.5.1 Análise dos Resultados – Operação Boost	85
5.6 Conclusão.....	89
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	90
6.1 Trabalhos Futuros	91
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
APÊNDICE I – DEMONSTRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS PARA MODELAGEM DO CONVERSOR CC-CC BIDIRECIONAL COM ALTO GANHO DE TENSÃO	99
Apêndice I.1 – Operação Buck	99
Apêndice I.2 – Operação Boost.....	108

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Gerais

O cumprimento das metas de sustentabilidade continua sendo uma prioridade para instituições e governos em todo o mundo. Nesse sentido, as tecnologias limpas representam uma solução para atender às metas de sustentabilidade estabelecidas pelo Acordo de Paris de 2015. Entre as tecnologias limpas existentes, a energia solar fotovoltaica (FV) apresentou um aumento significativo nos últimos anos, com cerca de 1 Terawatt (TW) de capacidade FV adicionada à matriz global desde 2015, e 40% desse valor nos últimos 4 anos (INTERNACIONAL ENERGY AGENCY, 2023). No entanto, apesar de seu crescimento, a maioria das fontes de geração renovável não tem capacidade firme devido à sua natureza intermitente, o que limita sua capacidade de operar como fontes de energia independentes. Como solução, a integração de duas ou mais fontes de energia, denominada sistemas híbridos, tem permitido a construção de fontes de energia independentes a partir de tecnologias como o armazenamento de energia por meio de baterias ou supercapacitores (CALERO et al., 2023).

Para garantir a implantação de energia renovável, é fundamental que o armazenamento aumente para complementar sua natureza intermitente; estima-se que, até 2030, a capacidade instalada de armazenamento de baterias será de cerca de 200 Gigawatts, aproximadamente 25% da capacidade instalada de sistemas fotovoltaicos para o mesmo ano (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY 2023). A integração desses sistemas de armazenamento é possibilitada pelas microrredes, que podem ser classificadas em corrente alternada (CA) e corrente contínua (CC), ou uma combinação de ambas, denominadas microrredes híbridas (BADAL et al. 2023). Além de proporcionar continuidade diante da intermitência desse tipo de geração, os sistemas de armazenamento também permitem a estocagem do excesso de energia durante o dia. Dessa forma, eles garantem o equilíbrio e o fornecimento de energia em operações *on-grid e off-grid* (TABORA et al., 2021) (DO NASCIMENTO et al., 2023).

Os conversores bidirecionais são um facilitador essencial das microrredes. Esses dispositivos eletrônicos consistem principalmente de transistores, diodos, indutores, capacitores, controladores PWM e sensores que podem ser conectados internamente em diferentes topologias, dependendo do tipo de aplicação (AHMED e BLEIJIS, 2015; WANG et al., 2022). A seleção correta dos componentes e da topologia terá um impacto significativo na eficiência do conversor utilizado. A próxima seção apresenta um estado da arte sobre esses tópicos para implementá-los em aplicações de energia renovável.

1.2 Estado da Arte

Os primeiros trabalhos envolvendo supercapacitores e baterias datam da década de 1990 (DAVIES et al., 1996; JEFFERSON e NEILSON, 1994), quando o supercapacitor já era visto como um vetor de melhoria para o armazenamento de baterias devido às suas características de alta densidade de potência, ciclo de vida e eficiência. Embora os estudos tenham se concentrado em aplicações para veículos elétricos, nos últimos anos, o interesse em sistemas de armazenamento híbridos de energia (HESS) cresceu significativamente (ANDRADE et al., 2020; MOREIRA et al., 2023). Por meio de uma pesquisa abrangente de relatórios, artigos e documentos, foi possível identificar os sistemas reais que foram instalados em vários países do mundo. Esses países incluem a Alemanha (SERPI, PORRU e DAMIANO, 2017), os Estados Unidos da América (ENERGY, 2016), a Espanha, Portugal (ENDESA, 2017), o Irã (HOSSEINALIZADEH et al., 2016) e a Austrália (HADINGHAM et al., 2021). Esses sistemas de armazenamento híbrido estão sendo utilizados para várias aplicações, incluindo resposta à demanda de pico, mudança de carga, suavização solar, controle de frequência de energia, estabilidade da rede, suporte, integração de energias renováveis e muito mais, com o objetivo de atender a uma gama diversificada de usuários, incluindo pequenas residências, edifícios e pequenos sistemas elétricos. Cada configuração tem requisitos exclusivos com relação à capacidade, à tensão e à potência.

A seleção da topologia em HESS depende dos requisitos específicos da aplicação, bem como de considerações como custo-benefício, flexibilidade, versatilidade, eficiência e vida útil. As topologias mais comuns incluem configurações passivas, semiativas e totalmente ativas (BABU et al., 2020; RAMOS e COSTA-CASTELLÓ, 2022).

Enquanto a topologia diz respeito à configuração física do sistema, a estratégia de controle determina como o equipamento é gerenciado e controlado para otimizar o desempenho geral do sistema. Consequentemente, a topologia impõe restrições à operação do sistema e deve ser considerada ao projetar estratégias de controle para gerenciar as energias armazenadas de forma eficaz. A estratégia de controle também deve considerar o tipo específico de geração renovável que está sendo utilizado, especialmente para fontes de energia caracterizadas por variações de saída rápidas e intermitentes, como a energia solar fotovoltaica (FV) e a energia eólica.

Estudos que discutem estratégias de controle podem ser encontrados em Davies et al. (1996) e Moreira et al. (2023). Nos trabalhos de Gee, Robinson, e Dunn (2013) e Kollimalla, Mishra, e Narasamma (2014), a estratégia de controle baseado em filtragem é aplicada em

aplicações eólicas e solares, incorporando supercapacitores e baterias. Em Gee et al. (2013), foi demonstrado que o uso de supercapacitores junto com as baterias pode aumentar a vida útil do sistema em até 19% em comparação com o uso exclusivo de baterias. Da mesma forma, os autores em Kollimalla et al. (2014) implementam a mesma estratégia com uma fonte solar fotovoltaica, analisando diversos cenários de carga e geração e, ao mesmo tempo, gerenciando com eficiência a operação dos supercapacitores para garantir a regulação rápida da tensão, a redução das correntes de estresse da bateria e, por fim, uma vida útil prolongada da bateria. Outros estudos com estratégias de controle usando técnicas de otimização e/ou previsão podem ser encontrados em Garcia-Torres e Bordons (2015), Ghorashi Khalil Abadi et al. (2022) e Song et al. (2013).

A topologia do conversor é um aspecto importante a ser considerado nos conversores de energia. A escolha da topologia depende de vários fatores, como aplicação, custo, requisitos de eficiência e valores de tensão e corrente (WANG et al., 2020). Os conversores CC-CC também podem ser classificados em isolados e não isolados, sendo que os primeiros são caracterizados por maiores ganhos de tensão, bem como maior segurança devido ao seu isolamento, por isso têm sido usados em aplicações com dispositivos que apresentam tensões variáveis e regulação de carga, como energia renovável para aplicações conectadas à rede (GORJI et al., 2019; MESHAEEL ELKHATEB, BEST, 2023). Entre as topologias de conversores CC-CC isolados, o conversor Buck-Boost bidirecional isolado, o conversor CC-CC de ponte dupla ativa, o conversor Cuk & Sepic/Zeta bidirecional isolado, o conversor Push-Pull bidirecional e o conversor Forward bidirecional são os mais encontrados na literatura (GORJI et al., 2019; GÜRÇAM, ALMALI, 2023; MESHAEEL et al., 2023; WANG et al., 2024).

As topologias não-isoladas, por outro lado, não possuem isolamento galvânico, o que resulta não somente em menor peso, mas também em menor ganho de tensão do que as topologias isoladas. A revisão em Gorji et al. (2019) classifica as topologias não isoladas em 8 grupos diferentes, entre os quais se destacam o Buck & Boost básico, Cuk, Cascata, Capacitor Comutado e intercalado para aplicações de energia renovável e armazenamento (ARDI et al., 2016; MUMTAZ et al., 2023; WANG et al., 2024). O estudo também avalia diferentes estratégias de controle, como Controle de Modo Deslizante, Controle de Lógica *Fuzzy* e Modelo de Controle Preditivo, e seu impacto sobre a eficiência e a robustez das topologias. O controle lógico difuso oferece uma resposta robusta a incertezas e distúrbios de carga e é ideal para sistemas não lineares e imprecisos. O controle de modo deslizante, por outro lado, oferece robustez às variações de parâmetros e pode regular com eficiência a tensão do barramento CC.

Por fim, o controle preditivo baseado em modelo oferece controle preciso de conversores CC-CC bidirecionais para sistemas de energia distribuídos, melhorando o desempenho.

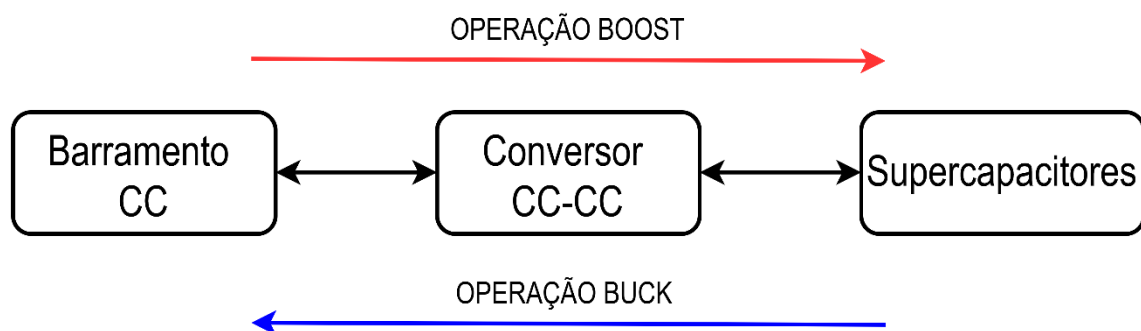
Conforme mencionado, dentre as desvantagens das topologias não-isoladas em comparação com as isoladas é seu baixo ganho de tensão, mas estudos recentes mostram que essa desvantagem pode ser superada modificando-se os componentes internos da topologia (MUMTAZ et al., 2023). Ardi et al. (2016) propôs uma topologia não isolada, intercalada, que possui como principal característica a inserção de um capacitor central, possibilitando que a topologia possua um alto ganho de tensão.

1.3 Motivação do Trabalho

A implementação do HESS se torna uma solução para aumentar a confiabilidade, a continuidade e a qualidade do fornecimento de energia, considerando a natureza intermitente das energias renováveis e a necessidade de um serviço contínuo ao consumidor. Este trabalho aborda a necessidade de sistemas de armazenamento de energia eficientes e controláveis, especialmente em aplicações híbridas em que os supercapacitores estão se tornando cada vez mais importantes devido à sua capacidade de fornecer e absorver energia rapidamente.

Logo, esta dissertação possui como principal objetivo a modelagem e no desenvolvimento de estratégias de controle clássico para a topologia de Conversor Buck-Boost Bidirecional de Alto Ganho de Tensão, originalmente apresentada por Ardi et al. (2016) para gerenciamento de energia em supercapacitores acoplados em sistemas de armazenamento híbrido. O esquemático do sistema está ilustrado na Figura 1.

Figura 1: Esquemático do sistema.

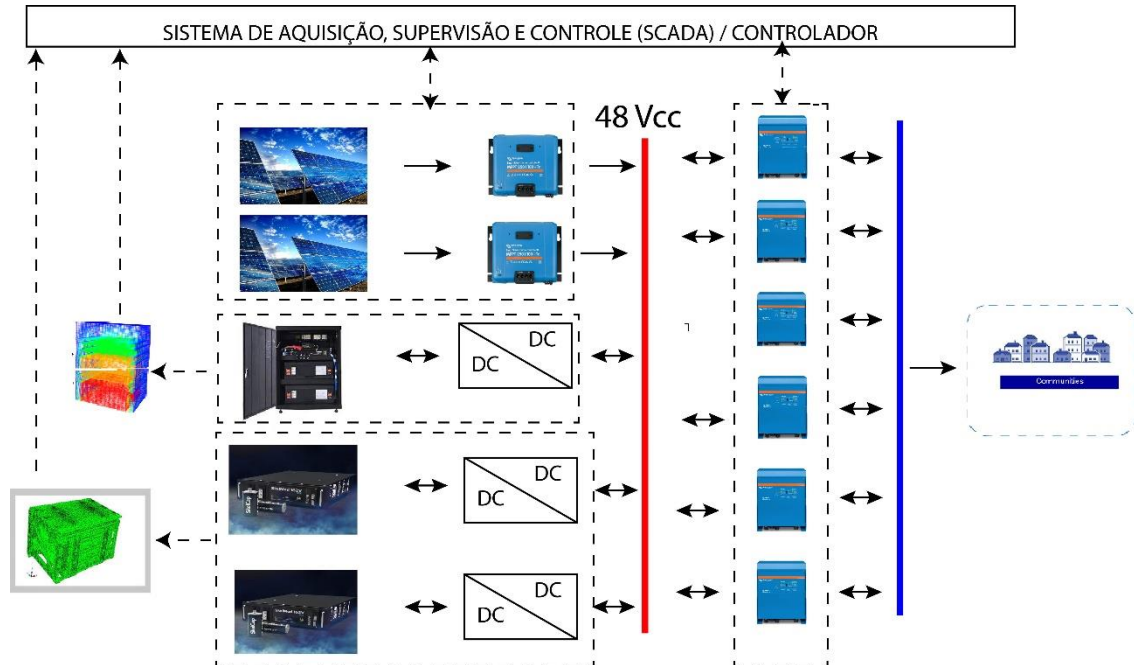


Fonte: Autora (2025).

Este trabalho é parte do desenvolvimento do projeto PD-07427-0522/2022 financiado pela Norte Energia SA. em parceria com a Universidade Federal do Pará intitulado “Sistema de Geração de Energia para Atendimento de Demandas de Pequeno Porte Integrados com Geração Fotovoltaica”, que possui como intuito suprir uma pequena comunidade isolada a partir de uma

microrrede composta por geração fotovoltaica, armazenamento de energia formado por banco de baterias e supercapacitores e um sistema inteligente de gerenciamento para aquisição, supervisão e controle (SCADA). O sistema que será implementado está ilustrado na Figura 2.

Figura 2: Sistema do projeto.



Fonte: Autores (2023).

1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

- O capítulo 2 descreve os fundamentos dos supercapacitores, assim como os aspectos envolvendo classificação e modelagem.
- O capítulo 3 apresenta o estudo e a análise de conversores CC-CC, enfatizando o Conversor Buck-Boost Bidirecional de Alto Ganho de Tensão, e a escolha do mesmo para a aplicação.
- O capítulo 4 apresenta a modelagem em espaço de estados considerando as perdas do conversor.
- O capítulo 5 apresenta o projeto de controle e análise dos resultados das simulações para o conversor bidirecional com alto ganho de tensão.
- Finalmente, na última seção do trabalho são descritas as conclusões obtidas com trabalho realizado e os trabalhos futuros.

2 SUPERCAPACITORES

2.1 Introdução

Os Supercapacitores, chamados também de Capacitores Elétricos de Dupla Camada (EDLC) ou Ultracapacitores são dispositivos de armazenamento que foram descobertos e descritos por Helmholtz em meados do século 19, a partir do detalhamento do fenômeno de dupla camada elétrica. Em 1966, o primeiro supercapacitor foi a patenteado pela Standard Oil Company. Uma década depois, em 1978, a NEC (Nippon Electric Company) licenciou, desenvolveu e comercializou um produto de supercapacitor como um dispositivo de backup de memória. Os primeiros supercapacitores para aplicação militar foram desenvolvidos pelo Pinnacle Research Institute (PRI) em 1982. Em 1992, os Laboratórios Maxwell assumiram o desenvolvimento de supercapacitores para veículos elétricos híbridos (GRBOVIC, 2014; ŞAHIN, BLAABJERG, SANGWONGWANICH, 2022; ZHANG et al., 2018).

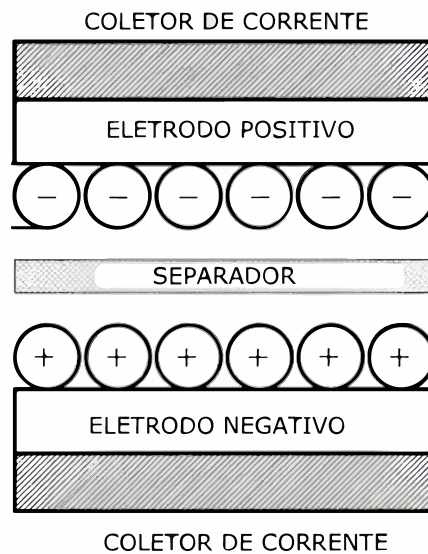
Atualmente, estes dispositivos estão comercialmente disponíveis como células e módulos e são largamente aplicados em sistemas elétricos, industriais e veículos elétricos e híbridos devido as suas características e vantagens, como alta densidade de potência, eficiência, alta capacidade de ciclagem, ampla faixa de temperatura de operação e longa vida útil (GRBOVIC, 2014). A partir disto, neste capítulo, serão abordados os fundamentos, características estruturais, processo de carregamento, classificação e modelagem dos supercapacitores.

2.2 Fundamentos dos Supercapacitores

2.2.1 Estrutura e Especificações

Em 1853, Hermann Helmholtz descreveu que aplicando uma tensão entre dois eletrodos imersos em um fluido condutor não há circulação de corrente até que uma determinada tensão limitante seja atingida (FERREIRA, POMILIO, 2005). O supercapacitor é um capacitor eletroquímico composto por dois eletrodos condutores de espessura porosa revestidos por carvão ativado e por um separador que impede o contato elétrico entre os eletrodos, mas permite o livre trânsito de íons. Este conjunto formado pelos eletrodos e separador são imersos em um eletrólito altamente condutivo que fornece instantaneamente alta concentração de íons em movimento (FERREIRA, POMILIO, 2005; GRBOVIC, 2014; ZHANG et al., 2018). Um exemplo da estrutura interna do supercapacitor pode ser visto na Figura 3.

Figura 3: Estrutura interna do supercapacitor.



Fonte: Adaptado de Grbovic (2014).

Os supercapacitores armazenam energia elétrica através da formação da dupla camada elétrica em cada interface onde o pó de carbono ativo entra em contato com o eletrólito (ŞAHIN, BLAABJERG, SANGWONGWANICH, 2019). Segundo Zhang et al. (2018), o mecanismo de armazenamento de energia não envolve alterações na parte química ou da composição, além de as reações faradaicas, que envolvem transferência de cargas entre o eletrodo e o eletrólito, serem rápidas e reversíveis existente na superfície do eletrodo contribuir para a capacitância total. Em comparação com os capacitores convencionais, a alta capacitância dos supercapacitores origina-se da alta área específica dos eletrodos, que é amplamente determinada pelos materiais utilizados nos eletrodos (ŞAHIN et al., 2019; ZHANG et al., 2018).

Os eletrodos dos supercapacitores são chapas finas conectadas eletricamente a um coletor de corrente condutora, comumente de carbono ativado, e incluem aerogel de carbono, grafeno, grafite e nanotubos de carbono. Particularmente, esses materiais têm sido utilizados com sucesso em supercapacitores disponíveis comercialmente devido às suas vantagens, como baixo custo, boa condutividade, baixa resistência à corrosão, estabilidade eletroquímica e ampla janela de temperatura de operação. Os parâmetros de porosidade, como o tamanho e distribuição dos poros, igualmente, exercem influência importante sobre a capacitância dos supercapacitores, pois podem ter impacto na superfície do eletrodo ativo acessível no eletrólito (ŞAHIN et al., 2022; ZHANG et al., 2018).

Embora diversas pesquisas estejam focadas no material que compõe o eletrodo, há estudos importantes sobre os eletrólitos e seu desempenho nos supercapacitores. O eletrólito é outro componente fundamental no desempenho dos supercapacitores que consiste em um solvente e produtos químicos dissolvidos que o tornam eletricamente condutivo e aumentam a quantidade de íons. Como requisitos, o eletrólito deve englobar ampla janela de tensão, alta concentração iônica, alta estabilidade eletroquímica, baixa resistividade, baixa viscosidade, baixa volatilidade e baixo custo (ZHANG et al., 2018). Em supercapacitores, é geralmente utilizado o eletrólito aquoso, pois apresentam melhor desempenho em termos de capacitância e entrega de potência, uma vez que este eletrólito pode apresentar maior concentração iônica e menor resistência resultante, embora, baixa densidade de energia e baixa tensão de dissociação por eletrodo. Os eletrólitos com solventes orgânicos possuem tensão de separação mais alta, porém, são mais caros e os eletrólitos iônicos consistem em sais líquidos que permitem tensões altas, entretanto, menor condutividade iônica que os demais eletrólitos (ŞAHIN et al., 2022; ZHANG et al., 2018).

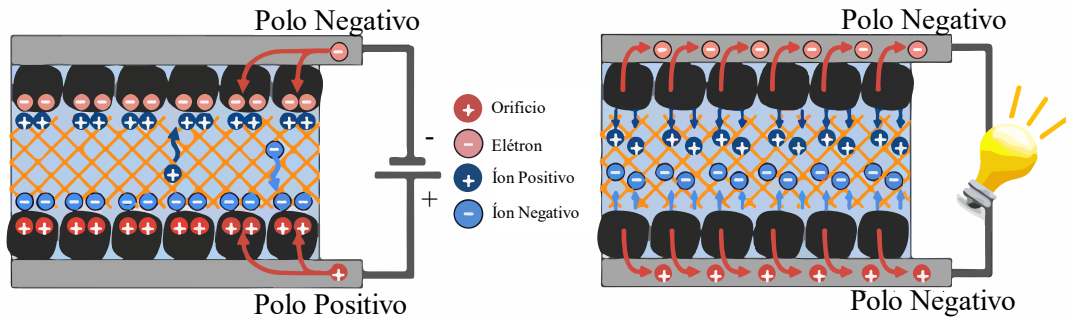
Em relação aos separadores, os mesmos podem influenciar negativamente no desempenho do supercapacitor se mal projetado. O separador pode ser muito fino e deve ser muito poroso para minimizar a resistência em série equivalente. Separadores a base de polímeros lideram o mercado, pois são desenvolvidos a baixo custo e possuem alta flexibilidade e porosidade (ŞAHIN et al., 2022).

Com novas pesquisas que estão sendo desenvolvidas, espera-se que os materiais utilizados controlem o desempenho e o custo dos supercapacitores no futuro.

2.3 Processo de Carga e Descarga

No método de carga e descarga do supercapacitor irá depender da interação do conversor de energia com supercapacitor, podendo distinguir-se de quatro formas: modo de resistência contante, modo de corrente constante, modo de tensão constante e modo de potência. Entretanto, o modo de tensão constante não é aplicável devido as características do supercapacitor (GRBOVIC 2014; YU, CHABOT, ZHANG 2013). Mas, em termos gerais, o processo de carga ocorre pelo movimento de íons através da superfície do carbono e, descarregados pelo movimento reverso dos íons (FERREIRA, POMILIO 2005; ŞAHIN et al., 2019). O movimento de carga e descarga do supercapacitor através da superfície do carbono pode ser visto na Figura 4.

Figura 4: Processo de carga e descarga em supercapacitores.



Fonte: Adaptado de Şahin et al. (2019).

2.3.1 Modo de Resistência Constante

O modo de resistência constante é o método mais simples de carga/descarga do supercapacitor. O supercapacitor é carregado a partir de uma fonte de tensão por meio de um resistor R_0 . Enquanto, simplificada, o supercapacitor é descarregado sobre o resistor. Este método apresenta baixa eficiência e raramente usado em aplicações de potência (GRBOVIC, 2014; YU et al., 2013).

2.3.2 Modo de Corrente Constante

Neste método, o supercapacitor é carregado e descarregado com uma fonte de densidade de corrente constante, onde frequentemente encontrada em conversores regulados e motores elétricos acionados por um torque constante (GRBOVIC 2014; YU et al. 2013).

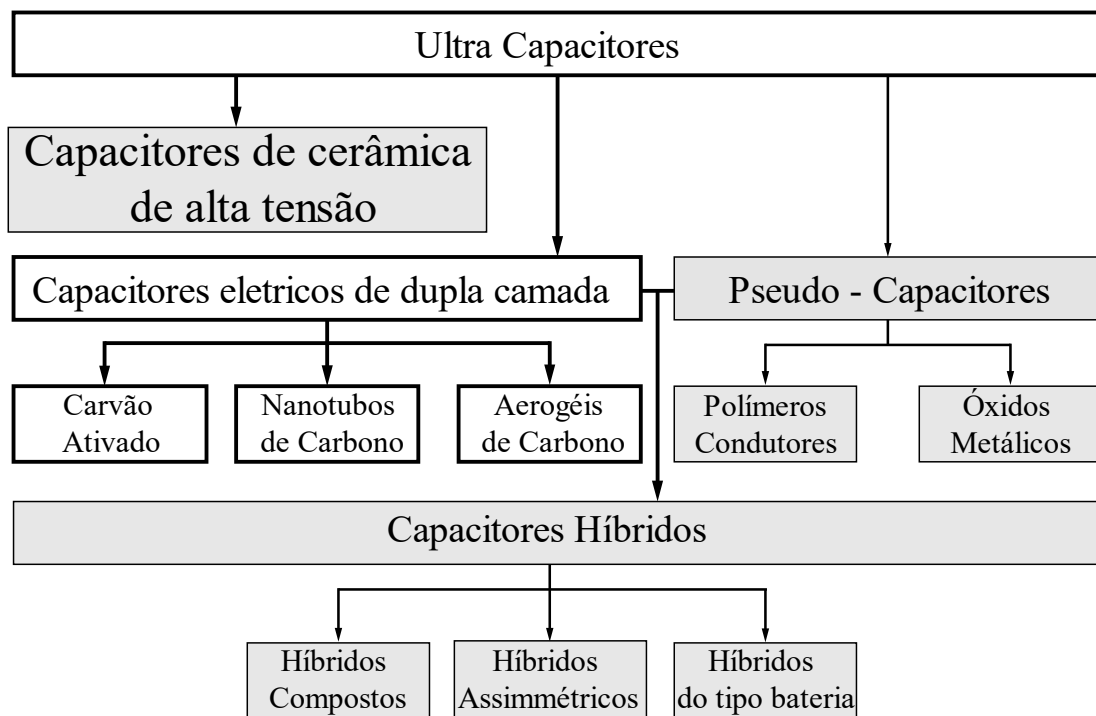
2.3.3 Modo de Potência Constante

Aplicado em grande parte das aplicações de conversão de energia, no método de potência constante carga e fonte se comportam como potência constante. No carregamento, a potência do supercapacitor é, matematicamente, negativa, apresentando assim, estabilidade no carregamento independentemente da potência. Na descarga, a potência é limitada pela resistência série interna, causando instabilidade. Além disso, é importante destacar que se carga for maior que a potência máxima fornecida na tensão do supercapacitor, o sistema se torna instável e a tensão entrará em colapso (GRBOVIC, 2014).

2.4 Classificação

Os supercapacitores podem ser classificados em três classes gerais: supercapacitores eletroquímicos de dupla camada, pseudosupercapacitores e capacitores híbridos. Na Figura 5 é possível observar esta classificação a partir do material utilizado. Além disso, cada classe é caracterizada por seu método de armazenamento de energia (GRBOVIC, 2014; HALPER e ELLENBOGEN, 2006; ŞAHIN et al., 2022).

Figura 5: Classificação dos supercapacitores.



Fonte: Adaptado de Halper e Ellenbogen (2006)

2.4.1 Supercapacitores de Dupla Camada

O armazenamento em supercapacitores de dupla camada pode ocorrer eletrostaticamente ou através de um método não-faradaico, que não envolve transferência de carga entre eletrodo e eletrólito. Os supercapacitores de dupla camada possuem alta força de ruptura em comparação aos capacitores, devido à grande área de superfície dos eletrodos e a pequena separação entre as cargas dão origem a valores elevados de capacitância específica. A partir do mecanismo de armazenamento dos capacitores de dupla camada, a absorção, entrega e desempenho de energia são melhores e mais eficientes (BHARTI et al., 2021; GRBOVIC, 2014; IRO, SUBRAMANI, DASH, 2016).

2.4.2 Pseudocapacitores

Em comparação com capacitores de dupla camada, o armazenamento em pseudocapacitores depende de uma reação de transferência de carga de elétrons na superfície do eletrodo-eletrólito para armazenar energia, semelhante ao processo que ocorre em baterias eletroquímicas recarregáveis. Quando uma tensão é aplicada a um pseudocapacitor ocorre uma reação de oxirredução sobre o material do eletrodo, que envolve a passagem de carga através da dupla camada, resultando em passagem de corrente faradaica através do supercapacitor. Todo o processo envolve adsorção induzida de potencial em eletrodos carregados, reações de oxirredução e processos de intercalação. A capacitância obtida é denominada de pseudocapacitância (BHARTI et al., 2021; GRBOVIC, 2014; IRO et al., 2016).

Em pseudocapacitores, são geralmente utilizados óxido metálico ou material polimérico como eletrodo. O óxido de Rutênio é largamente utilizado por apresentar capacitância específica mais alta que o carbono e polímeros condutores, entretanto, é mais caro e tóxico (BHARTI et al., 2021).

2.4.3 Capacitores Híbridos

Os capacitores híbridos são a combinação das tecnologias utilizadas em supercapacitores de dupla camada e pseudocapacitores em um único dispositivo, utilizando processos faradaicos e não-faradaicos para o armazenamento de energia, podendo-se obter melhorias em densidade de potência e energia (GRBOVIC, 2014; HALPER, ELLENBOGEN, 2006; IRO et al., 2016)

Este tipo de capacitores utiliza eletrodos com características diferentes, geralmente, um eletrodo apresenta a propriedade da capacitância eletrostática, enquanto o outro exibe pseudocapacitância. Estudos apontam que os eletrodos compostos sintetizados melhoram a capacitância em comparação com os eletrodos de grafeno ou material pseudocapacitivo apenas (BHARTI et al. 2021).

2.5 Modelagem dos Supercapacitores

Em sistemas de supercapacitores, a modelagem é essencial para o dimensionamento do sistema, gerenciamento das condições, projeto e síntese de controle. Há diversos modelos disponíveis na literatura, para diferentes aplicações com base em características elétricas, matemáticas, químicas, térmicas, autodescarga, estrutura dinâmica de modelos, envelhecimento

e inteligência artificial (ŞAHIN et al., 2019; ZHANG et al., 2018). Para modelagem do comportamento do supercapacitor, são geralmente utilizados os seguintes modelos: modelo eletroquímico, modelo de circuitos equivalentes, modelos inteligentes, modelos de autodescarga e modelos térmicos (ZHANG et al., 2018).

2.5.1 Modelo Eletroquímico

Helmholtz descobriu o fenômeno da dupla camada e o descreveu utilizando um modelo em que todas as cargas eram assumidas como adsorvidas na superfície do eletrodo, idêntico ao capacitor dielétrico convencional. Uma camada está presente na superfície dos grãos de cristal do eletrodo que estão em contato com o eletrólito, enquanto a segunda camada com polaridade oposta à primeira é formada por íons eletrólitos dissolvidos que foram atraídos para eletrodo polarizado (BHARTI et al., 2021; ZHANG et al., 2018).

Gouy e Chapman notaram que em um modelo de dupla camada, a capacitância não possui um valor constante e, modificaram o modelo apresentado por Helmholtz para explicar a mobilidade iônica nas soluções eletrolíticas como resultado da difusão e das forças eletrostáticas a partir da variação da capacitância e do potencial aplicado. O modelo descreveu a distribuição de carga iônica como dependente da distância da superfície do eletrodo. Para isso, foi adotada equação de distribuição de Boltzmann para descrever este fenômeno (BHARTI et al., 2021; ZHANG et al., 2018).

Stern propôs a combinação dos modelos de Helmholtz e Gouy-Chapman, pois, verificou-se que o modelo de Gouy-Chapman não fornece a explicação exata para as camadas elétricas duplas altamente carregadas. O modelo de Stern propõe a divisão da dupla camada em duas camadas distintas, ou seja, a camada de Stern (camada de Helmholtz) e a camada difusa (camada de Gouy-Chapman), onde a camada de Stern é responsável pela absorção de íons sobre a superfície do eletrodo, enquanto a camada difusa incorpora o modelo de Gouy-Chapman. Como limitação, este modelo assume que a viscosidade do fluido está em um plano constante e que a permissividade elétrica é constante em toda dupla camada elétrica (BHARTI et al., 2021; ZHANG et al., 2018).

Outros modelos eletroquímicos foram propostos a partir do modelo de Stern, como o de Grahame onde propõem que, embora algumas moléculas dissolvidas permaneçam perto do eletrodo, algumas partículas eletricamente carregadas ou neutras podem passar para a camada de Stern. Dependendo da presença de íons adsorvidos específicos ou não, Grahame dividiu a camada de Helmholtz em dois planos, o plano interno, onde atravessa os centros dos íons

especificamente adsorvidos e, o plano externo, que se encontra à uma distância de maior aproximação de íons não especificamente adsorvidos. Além do plano externo de Helmholtz está camada difusa. Poisson-Boltzmann, a partir das características do modelo de Stern, propôs um modelo que trata os íons como cargas pontuais, independe do tamanho físico, entretanto, está suposição só é válida para uma baixa concentração de íons e potência elétrica (BHARTI et al., 2021; ZHANG et al., 2018).

Além desses, diversos modelos eletroquímicos foram propostos ao longo dos anos baseados na geometria, nas características dos eletrodos e eletrólitos, incorporados à métodos matemáticos.

2.5.2 Modelos de Circuitos Equivalentes

2.5.2.1 Modelo RC Simples

Diversos modelos de circuitos foram propostos com o intuito imitar o comportamento elétrico de um supercapacitor. Dependendo da configuração, do número de elementos e da sofisticação do circuito é propício para aumentar a precisão do modelo. O modelo de circuito equivalente mais simples é um circuito RC em série que reflete apenas o comportamento instantâneo dinâmico e pode refletir características externas do supercapacitor, conforme ilustrado na Figura 6. Como vantagem, este modelo possui um ajuste simples de ajuste de seus parâmetros e precisão no cálculo de carga e descarga, e como desvantagem este modelo não considera as mudanças de desempenho do supercapacitor, logo, não é possível simular profundamente o princípio de funcionamento do supercapacitor (GRBOVIC, 2014; MA et al., 2023; ZHANG et al., 2018).

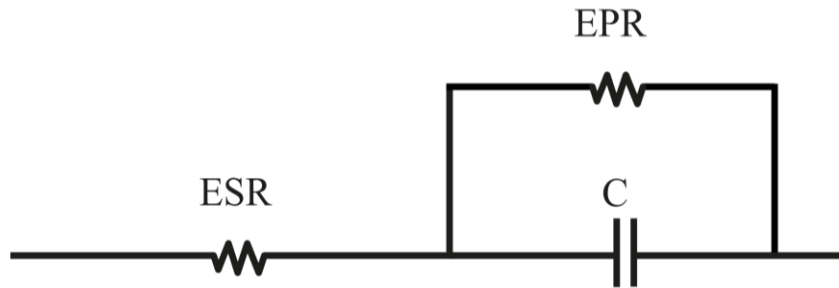
Figura 6: Modelo RC série simples.



Fonte: Adaptado de Şahin et al. (2021).

Spyker e Nelms (2000) propuseram outro modelo, Figura 7, que consiste em acrescentar outro resistor em paralelo, para representar o caminho da carga fuga dos supercapacitores à longo prazo. Entretanto, este modelo só pode representar dinamicamente o comportamento do supercapacitor em um intervalo de segundos, limitando sua aplicabilidade real (MA et al., 2023; ZHANG et al., 2018).

Figura 7: Modelo RC paralelo.

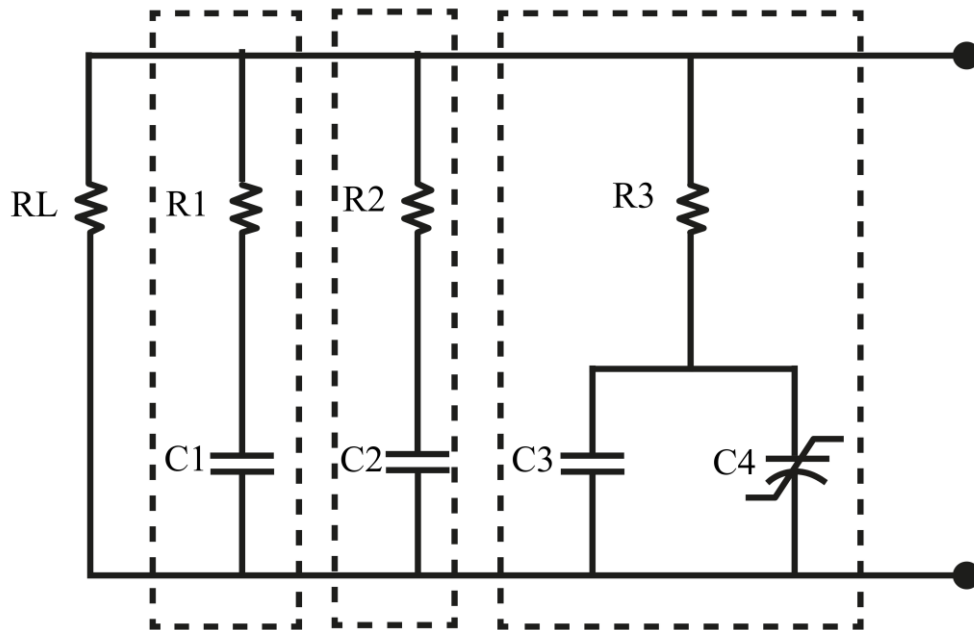


Fonte: Adaptado de Şahin et al. (2021).

2.5.2.2 Modelo de Múltiplos Ramos RC

Visando aplicações em eletrônica de potência e sob diferentes condições de operação, Zubieta e Bonert (2000) desenvolveram um modelo que compreende em três ramos RC paralelo: o ramo imediato, ramo de atraso e o ramo a longo prazo. Ou seja, três constantes de tempo capturando características do supercapacitor em uma escala de tempo distinta para modelar o comportamento do supercapacitor. A ramificação imediata reflete a carga e descarga do supercapacitor transitória, enquanto o ramo de atraso modela o comportamento do carregamento e descarregamento do supercapacitor em poucos minutos e, a ramificação de longo prazo reflete a carga e descarga em dezenas de minutos. Além das ramificações, um elemento de resistência elevada foi inserido para modelar o comportamento de fuga. O modelo pode ser visto conforme a Figura 8 (MA et al., 2023; ŞAHIN et al., 2021; ZHANG et al., 2018).

Figura 8: Modelo elétrico de múltiplos ramos RC.

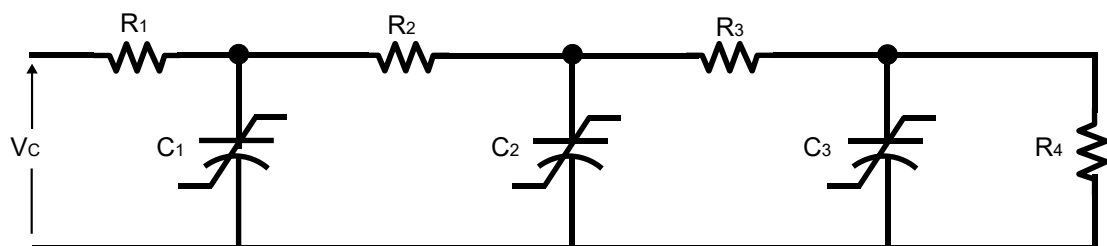


Fonte: Adaptado Şahin et al. (2021).

2.5.2.3 Modelo de Linha de Transmissão

Introduzido por Levie (1963), o modelo de linha de transmissão tem como intuito simular as resistências equivalentes e a capacitância eletrostática de camada dupla intrínseca a cada poro no material do eletrodo a partir de resistências e capacitâncias não-lineares. Este modelo leva em consideração o comportamento transitório e de longo prazo do supercapacitor, conforme a Figura 9. Além disso, o modelo de linha de transmissão pode possuir alta precisão em uma ampla faixa de frequência e, quanto maior o número de ramos, maior a ordem e maior a precisão do modelo correspondente, entretanto, a identificação dos parâmetros será mais complexa (MA et al., 2023; PEAN et al., 2016; ŞAHIN et al., 2021; ZHANG et al., 2018).

Figura 9: Modelo RC de linha de transmissão.



Fonte: Adaptado de Şahin et al. (2021).

O circuito apresentado acima é um circuito não-linear pois as capacitâncias dependem da tensão aplicada nos terminais do circuito. A representação simplificada deste modelo dinâmico podem ser vistos na Equação (1) (MA et al., 2023; ŞAHIN et al., 2021; ZHANG et al., 2018).

$$C(V_C) = C_0 + K_V V_C \quad (1)$$

Para as simulações que serão apresentadas no Capítulo 5, foi utilizado este modelo para a obter os comportamentos de carga e descarga do supercapacitor a partir do conversor CC-CC desenvolvido no *software* PSIMTM.

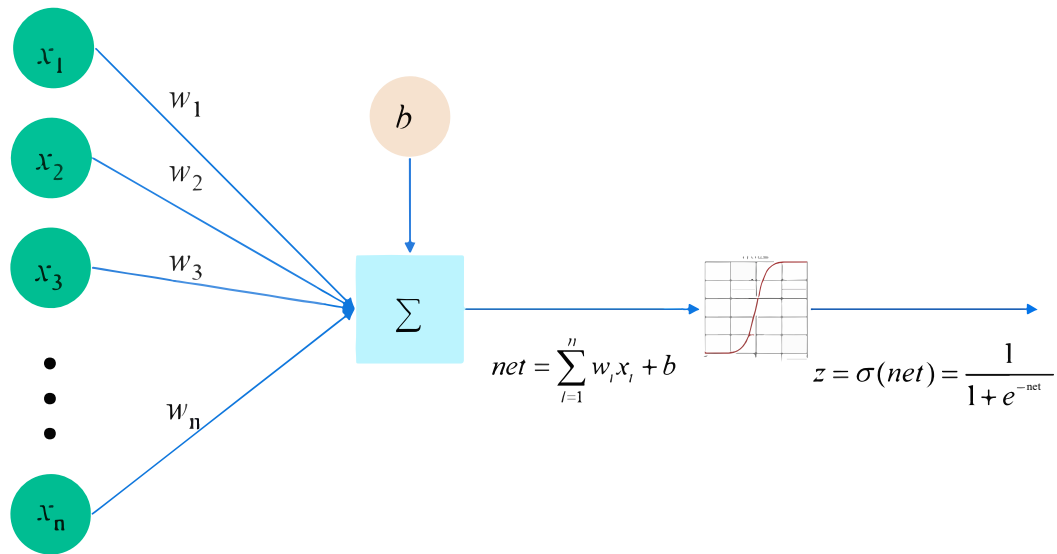
2.5.3 Modelos Inteligentes

Diversas técnicas de modelagem computacional têm sido utilizadas para prever, de forma eficiente, o comportamento de sistemas de armazenamento, como supercapacitores e baterias. Dentre as técnicas de modelagem inteligente, pode-se incluir o uso de lógica *fuzzy*, rede neural artificial (RNA). Os métodos baseados em aprendizado de máquina possuem a capacidade de descrever a relação não-linear entre o desempenho e fatores de influência, sem considerar o mecanismo interno do supercapacitor. Logo, é necessária uma grande quantidade de dados de carga e descarga para obtenção de um modelo preciso, podendo garantir a generalidade e a previsão de desempenho (MA et al., 2023; NASERI et al., 2022; ZHANG et al., 2018).

Dentre os modelos baseados em RNA, estão os propostos por Marie-Françoise, Gualous e Berthon (2004), onde o supercapacitor é tratado como uma caixa preta. A corrente e a temperatura são consideradas as entradas e a tensão como a saída do sistema. Weigert, Tian e Lian (2011) apresentou um estimador de estado de carga utilizando RNA para um dispositivo com sistema de armazenamento híbrido. Enquanto Chmielewski et al. (2018) propôs uma rede neural recorrente foi usada para a modelagem do supercapacitor, onde a tensão, corrente e temperatura são as entradas e a tensão terminal é considerada a saída do modelo.

Dentre as vantagens do uso de modelos inteligentes, está a capacidade de aproximar as propriedades não-lineares com precisão, além do processamento de vários sinais de entrada para obtenção do resultado. Entretanto, o modelo necessita de uma quantidade considerável de dados, tornando a aplicabilidade do modelo limitada. Na Figura 10 é possível observar um exemplo de modelo baseado em rede neural (MA et al., 2023).

Figura 10: Modelo de supercapacitor utilizando rede neural.



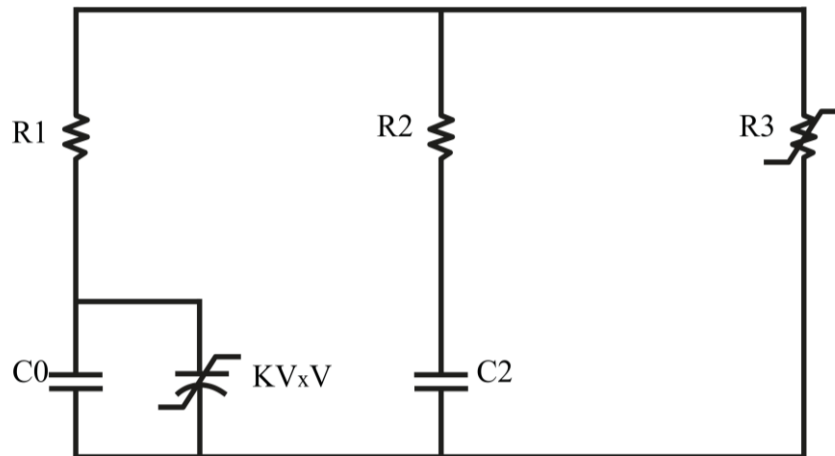
Fonte: Adaptado de Ma et al. (2023).

2.5.4 Modelo de Autodescarga

Dentre os dispositivos de armazenamento, os supercapacitores são os que enfrentam problemas mais sérios em relação a autodescarga. Este fenômeno pode diminuir a tensão de circuito aberto em até 60% ao decorrer do tempo, limitando assim, a capacidade de fornecimento de energia pelos supercapacitores. Ricketts e Ton-That (2000) apontaram que autodescarga do supercapacitor é causada por dois mecanismos: a difusão iônica e a corrente de fuga (MA et al., 2023; ZHANG et al., 2018).

Yang e Zhang (2011) modelaram a autodescarga considerando a resistência variável de fuga, conforme a Figura 11. Seguindo o modelo de circuitos equivalentes de linha de transmissão, o primeiro braço que contém R_1 e C_1 fornece o comportamento instantâneo do supercapacitor em resposta ao carregamento, o segundo braço apresenta um comportamento retardado, representando a redistribuição de carga a médio e a longo prazo, enquanto no terceiro braço, contém um resistor R_3 , um resistor variável de fuga correspondente à autodescarga do supercapacitor. Semelhantemente, Diab et al. (2009), a partir do modelo de circuitos equivalentes parametrizado, caracterizou a autodescarga do supercapacitor focando na corrente de fuga e na difusão dos íons nas superfícies eletrodo-eletrólito. O efeito da temperatura e da tensão inicial foram analisados detalhadamente (MA et al., 2023; ZHANG et al., 2018).

Figura 11: Modelo de autodescarga para o supercapacitor.



Fonte: Adaptado de Ma et al. (2023).

Alguns autores descreveram e caracterizaram a autodescarga do supercapacitor, como Niu, Conway e Pell (2004) mostraram que o decaimento do potencial do supercapacitor carregado exibiu uma relação exponencial com o tempo e fortemente influenciado pelo potencial. Enquanto Kaus, Kowal e Sauer (2010) averiguaram que os principais fatores que influenciam a autodescarga são a duração da carga, histórico de carga, tensão de trabalho e a temperatura.

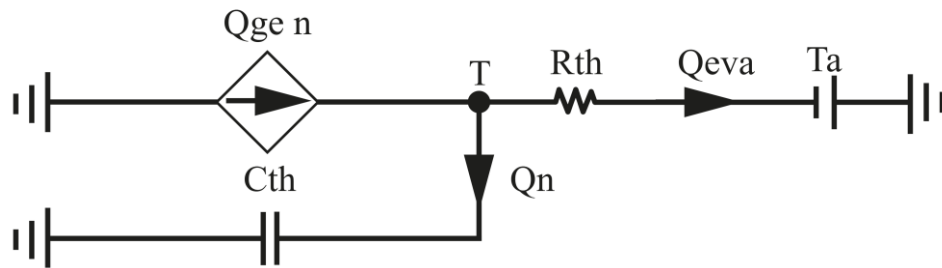
2.5.5 Modelo Térmico

Os supercapacitores possuem baixa resistência interna, entretanto, estes dispositivos podem gerar uma grande quantidade de calor interna, pois, muitas vezes, são operados sob altas taxas de ciclos, levando-os a variações consideráveis de temperatura, implicando significativamente na vida útil e no desempenho dos supercapacitores. Os modelos descritos anteriormente não são capazes de prever o comportamento térmico interno do supercapacitor, logo, é necessário desenvolvimento de um modelo térmico para supercapacitores, onde o mesmo deve envolver o estabelecimento de uma correlação entre as variações de temperatura e as mudanças correspondentes no supercapacitor, pois alguns parâmetros como a resistência interna e a capacitância dependem da temperatura (MA et al., 2023; NASERI et al., 2022; ZHANG et al., 2018).

Diversos modelos têm sido desenvolvidos para tentar prever o comportamento e desempenho térmico dos supercapacitores. Os primeiros modelos concentram-se no uso de métodos de discretização numérica para representar o comportamento dinâmico térmico do

supercapacitor. Gualous, Louahlia e Gallay (2011) desenvolveram uma equação de calor, solucionando utilizando o método de diferenças finitas para determinar a distribuição em função do tempo e da posição. Kötz, Hahn e Gallay (2006) e Lee et al. (2008) descreveram um modelo de geração de calor, este tipo de modelo descreve a influência do aquecimento do supercapacitor em seu próprio campo de temperatura. Este modelo tem como objetivo analisar as características de mudança de temperatura e características de distribuição de campo de temperatura de supercapacitores, aplicado, principalmente, na análise de gerenciamento térmico de sistemas de armazenamento de energia de supercapacitores. Wang et al. (2013) propõe o modelo que pode ser visto na Figura 12. No modelo, a geração de calor é modelada como uma fonte de corrente, que é em função da corrente do supercapacitor; C_{th} representa a capacidade térmica do supercapacitor, R_{th} a resistência térmica equivalente do supercapacitor e T_a a temperatura do ar circundante.

Figura 12: Modelo térmico para os supercapacitores.



Fonte: Adaptado de Ma et al. (2023).

2.6 Conclusão

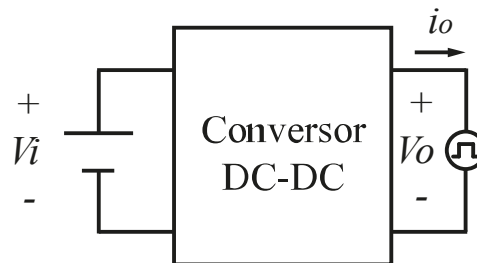
Neste capítulo, foram abordados os fundamentos, características estruturais, processo de carregamento, classificação e modelagem dos supercapacitores. A partir da revisão bibliográfica realizada, foi possível obter uma ampla compreensão do comportamento deste dispositivo, destacando as principais vantagens e desvantagens. Além disso, de fornecer informações necessárias para o desenvolvimento do conversor CC-CC e das técnicas utilizadas posteriormente.

3 CONVERSORES CC-CC

3.1 Introdução

Conversores estáticos de corrente contínua, conhecidos também como Conversores CC-CC, são circuitos eletrônicos compostos por chaves semicondutoras e arranjos de elementos passivos para elevar ou reduzir tensão/corrente contínua a partir de uma fonte CC, conforme ilustrado na Figura 13. Os conversores CC-CC no modo chaveado são alternativas para os conversores lineares que, são circuitos que possuem baixa eficiência, além de apresentarem outras desvantagens em aplicações de potência (ASADI, EGUCHI, 2018; HART, 2011; KAZIMIERCZUK, 2008).

Figura 13: Arranjo simples de conversor CC-CC.



Fonte: Adaptado de Kazimierczuk (2008).

Em um circuito eletrônico, o MOSFET funciona como a chave semicondutora que opera na região de corte, ou seja, funcionando completamente ligada ou completamente desligada. A comutação periódica do MOSFET resulta em pulsos de funcionamento. A tensão de saída é controlada pelo ajuste da razão cíclica D da chave semicondutora, que é a fração do período de comutação que a chave é fechada. A razão cíclica pode ser definida segundo a Equação (2) (ASADI, EGUCHI, 2018; HART, 2011; KAZIMIERCZUK, 2008).

$$D \equiv \frac{t_{ligado}}{t_{ligado} + t_{desligado}} = \frac{t_{ligado}}{T} = t_{ligado}f \quad (2)$$

onde f é definida como a frequência de comutação. Logo, a componente média da tensão de saída será menor, maior ou igual à tensão de entrada (KAZIMIERCZUK, 2008; HART, 2011; ASADI, EGUCHI, 2018).

Há uma ampla variedade de topologias de conversores CC-CC que podem ser subdivididos como unidirecional e bidirecional, onde o fluxo unidirecional de energia a fonte fornece a energia para carga, enquanto conversores bidirecionais o fluxo de energia ocorre entre duas fontes em ambas as direções; e isolados e não-isolados, dependendo da aplicação. Destaca-

se que todas as topologias que serão apresentadas são não-isoladas. Com base nisso, neste capítulo apresenta as principais topologias de conversores CC-CC unidirecionais e bidirecionais, com uma análise detalhada do Conversor CC-CC Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão. Em seguida, a escolha do conversor e as definições cálculos referente ao projeto do conversor para o gerenciamento de 1 kW de potência em supercapacitores e os cálculos pertinentes a este projeto.

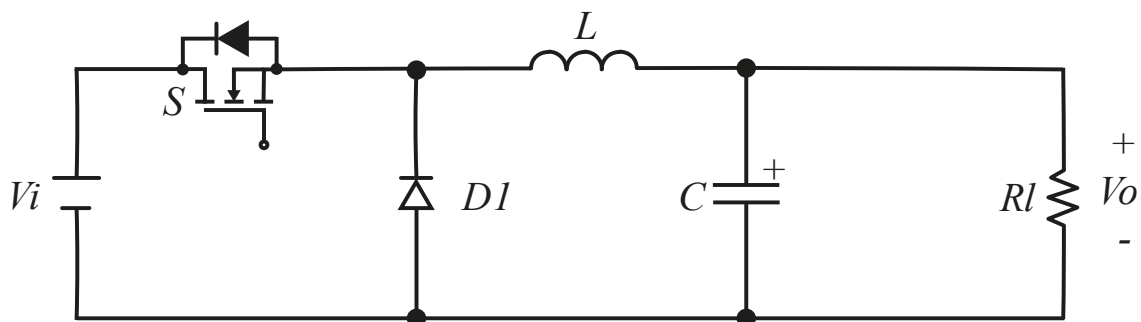
3.2 Conversores CC-CC Unidirecionais e Bidirecionais

3.2.1 Conversores Unidirecionais

3.2.1.1 Conversor Buck

O conversor Buck ou conversor abaixador corresponde a circuito eletrônico cuja a tensão de saída é sempre menor que a tensão de entrada. O circuito deste constituído por uma chave semicondutora, como por exemplo um MOSFET de potência, que é utilizada como um interruptor controlável; um filtro passa baixa LC e; um diodo, comumente chamado de roda livre, que proporciona um caminho para corrente do indutor quando o interruptor é aberto e é polarizada reversamente quando interruptor é fechado (HART, 2011; KAZIMIERCZUK, 2008; MIRAFZAL, 2022). O conversor está ilustrado na Figura 14.

Figura 14: Conversor Buck.



Fonte: Adaptado de Kazimierczuk (2008).

Dada as relações de tensão e corrente e a análise de funcionamento do conversor quando o interruptor está ligado ou desligado, a tensão de saída dependerá apenas do produto da tensão de entrada e da razão cíclica (HART, 2011; KAZIMIERCZUK, 2008; MIRAFZAL, 2022), conforme a Equação 3.

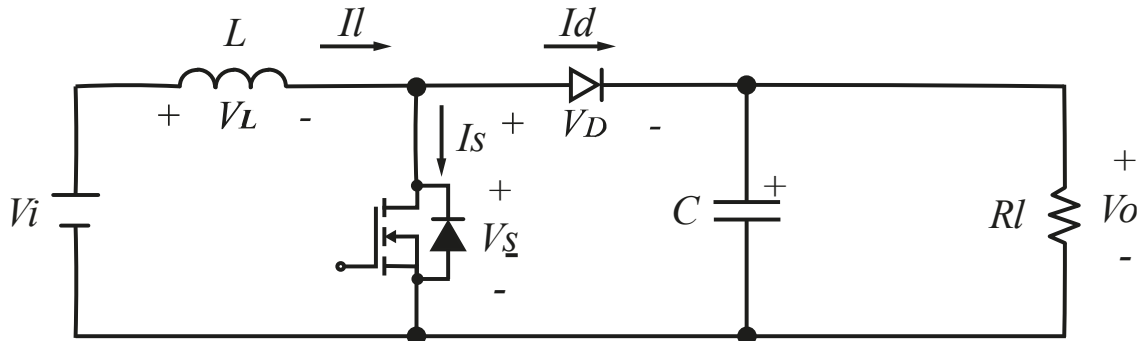
$$V_o = V_i \cdot D \quad (3)$$

onde V_o é definida como a tensão de saída do conversor e V_i a tensão de entrada.

3.2.1.2 Conversor Boost

O conversor Boost ou elevador consiste em um circuito eletrônico, cuja a tensão de saída é sempre maior que a entrada. O circuito do conversor boost é constituído pelo mesmo número de componentes que o conversor Buck, entretanto dispostos conforme a Figura 15 (HART, 2011; KAZIMIERCZUK, 2008; MIRAFZAL, 2022).

Figura 15: Conversor Boost.



Fonte: Adaptado de Kazimierczuk (2008).

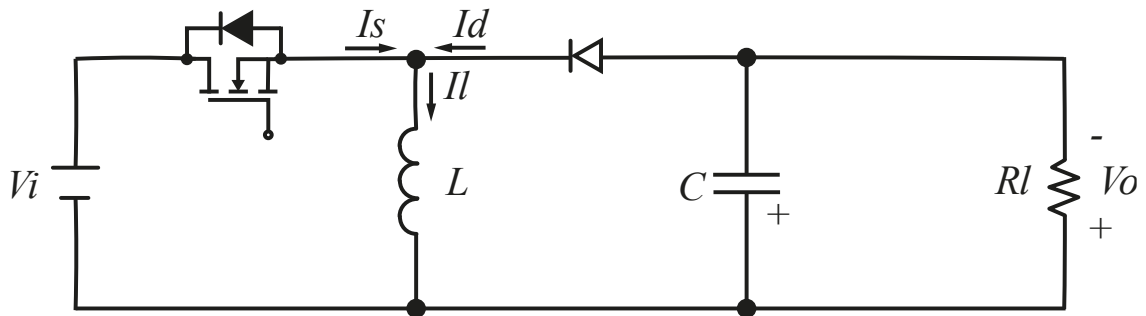
A partir da análise do circuito do conversor boost, é possível obter a relação entre a tensão de entrada, tensão de saída e razão cíclica. Logo, para que a tensão de saída seja maior que a tensão de entrada, ela obedecerá a relação correspondente a Equação (4) (HART, 2011; KAZIMIERCZUK, 2008; MIRAFZAL, 2022).

$$V_o = \frac{V_i}{1 - D} \quad (4)$$

3.2.1.3 Conversor Buck-Boost

O conversor Buck-Boost consiste em um circuito eletrônico, cuja a tensão de saída pode ser maior ou menor que a tensão de entrada. Este conversor é comumente utilizado para regular a tensão saída quando a tensão de entrada não é regulada e varia em torno da tensão desejada, além de apresentar uma saída invertida em relação a entrada. Assim como os conversores mencionados anteriormente, o conversor buck-boost é composto pelos mesmos componentes utilizados nas topologias anteriores, dispostos conforme a Figura 16 (HART, 2011; KAZIMIERCZUK, 2008; MIRAFZAL, 2022).

Figura 16: Conversor Buck-Boost unidirecional.



Fonte: Adaptado de Kazimierczuk (2008).

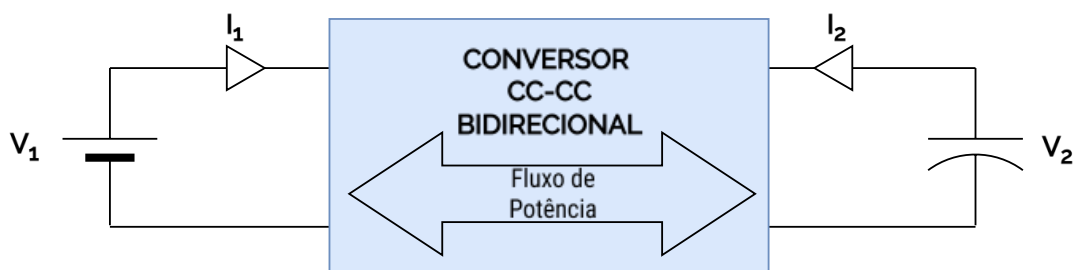
A tensão de saída, a partir da relação da tensão de entrada e da razão cíclica, deve seguir a Equação (5). Se $D > 0,5$, a tensão de saída é maior que a entrada; se $D < 0,5$, a tensão de saída é menor que a entrada.

$$V_o = V_i \left(\frac{D}{1-D} \right) \quad (5)$$

3.2.2 Conversores CC-CC Bidirecionais

Conversores CC-CC bidirecionais possuem como principal característica o fluxo de energia entre duas fontes em ambas as direções, conforme mostrado na Figura 17. A operação da chave semicondutora define o conceito de interruptores de fluxo de potência bidirecionais que permitem que a corrente flua em ambas as direções.

Figura 17: Princípio de funcionamento do conversor CC-CC bidirecional.



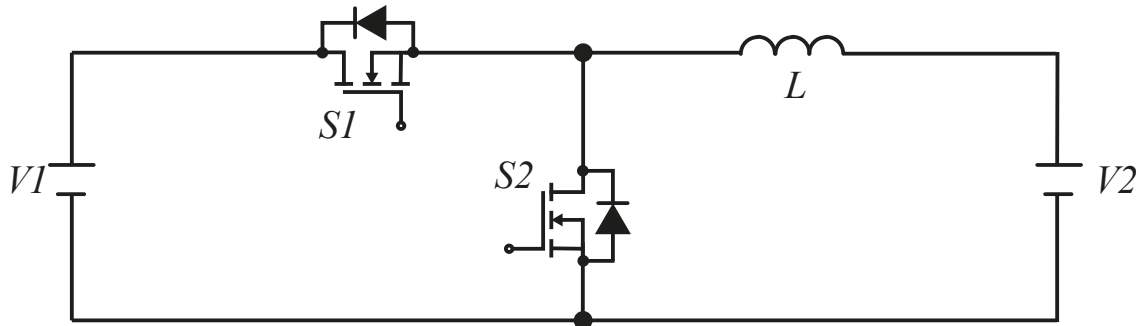
Fonte: Autora (2025).

3.2.2.1 Conversor Buck-Boost Bidirecional

O conversor Buck-Boost bidirecional, diferente da topologia unidirecional, a principal característica no circuito eletrônico deste conversor é a substituição do diodo por um interruptor de potência, como por exemplo, o MOSFET, pois os diodos não permitem o fluxo de corrente entre ambas as direções. Simplificadamente, o conversor Buck-Boost bidirecional é

combinação do conversor Buck e do conversor Boost unidirecionais. O circuito do conversor pode ser visto na Figura 18 (KAZIMIERCZUK, 2008; ZHANG, 2008).

Figura 18: Conversor Buck-Boost bidirecional.



Fonte: Autora (2025).

Semelhante às topologias unidirecionais, as expressões da tensão de saída para o modo de operação Buck e para o modo de operação Boost são obtidos do produto entre a tensão de entrada e a razão cíclica, são apresentadas na Equação (6) e na Equação (7), respectivamente (KAZIMIERCZUK, 2008; MAYER, PÉRES, OLIVEIRA, 2015; ZHANG, 2008).

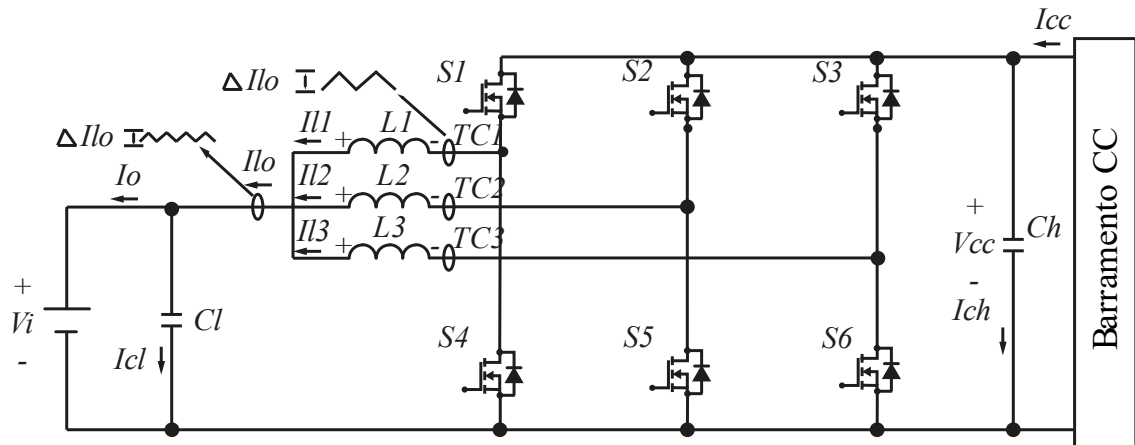
$$V_{1(Buck)} = V_2 D \quad (6)$$

$$V_{2(Boost)} = V_1 (1 - D) \quad (7)$$

3.2.2.2 Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado em Corrente

Uma derivação do conversor Buck-Boost bidirecional, o conversor Buck-Boost bidirecional intercalado em corrente apresenta multibraços intercalados com a finalidade de diminuir a indutância e dividir a potência processada entre eles. Similar a topologia anterior, o conversor Buck-Boost bidirecional intercalado realiza o fluxo de corrente entre duas fontes de energia, entretanto, a topologia intercalada possibilita a redução da corrente sobre o indutor a partir de um deslocamento de fase entre os pulsos de comando da chave semicondutora, cujo o valor dependerá do número de braços do conversor. A estrutura de três braços do conversor intercalado em corrente pode ser vista na Figura 19 (KAZIMIERCZUK, 2008; MAYER et al., 2015; ZHANG, 2008).

Figura 19: Conversor Buck-Boost bidirecional intercalado.



Fonte: Adaptado de Mayer et al. (2015).

Para este conversor, as expressões da tensão de saída para os modos de operação Buck e para o modo de operação Boost são equivalentes às apresentadas para o conversor Buck-Boost bidirecional, conforme a Equação (8) e Equação (9).

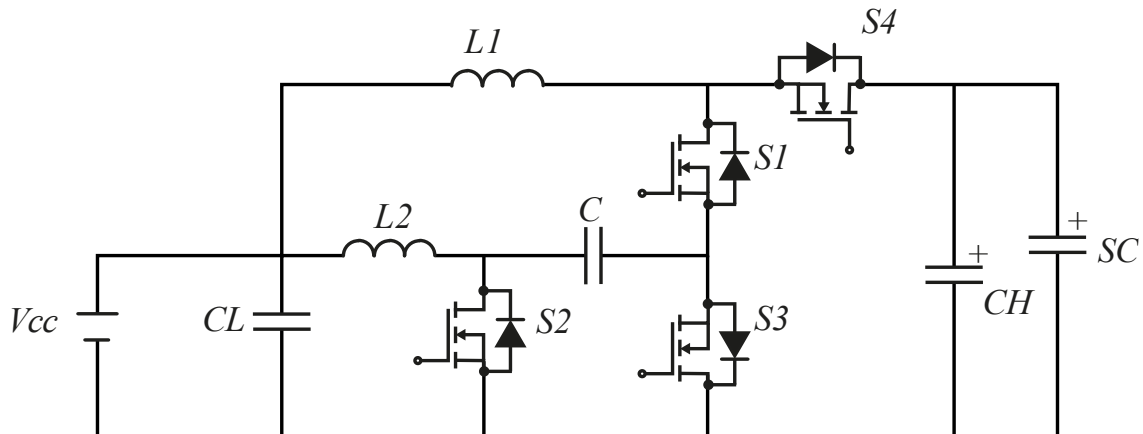
$$V_{CC(Buck)} = V_i \cdot D \quad (8)$$

$$V_{i(Boost)} = V_{CC} \cdot (1 - D) \quad (9)$$

3.3 Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão

Proposta por Ardi et al. (2016), esta topologia de conversor intercalado consiste em quatro interruptores de potência (S_1 , S_2 , S_3 e S_4), dois indutores e três capacitores. Em cada modo de operação, ou seja, em cada direção, dois interruptores são utilizados como interruptores de potência e os outros dois são utilizados como retificadores síncronos. Além disso, este conversor é mais adequado que o conversor Buck-Boost convencional. O conversor Buck-Boost bidirecional com alto ganho de tensão pode ser visto na Figura 20.

Figura 20: Conversor Buck-Boost bidirecional intercalado com alto ganho de tensão.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

O funcionamento do conversor ocorre a partir do modo de operação, ou seja, se o conversor está operando no modo Buck ou no modo Boost. As características apresentadas do conversor são para o modo de condução contínua. O comportamento e funcionamento do conversor serão apresentados a seguir.

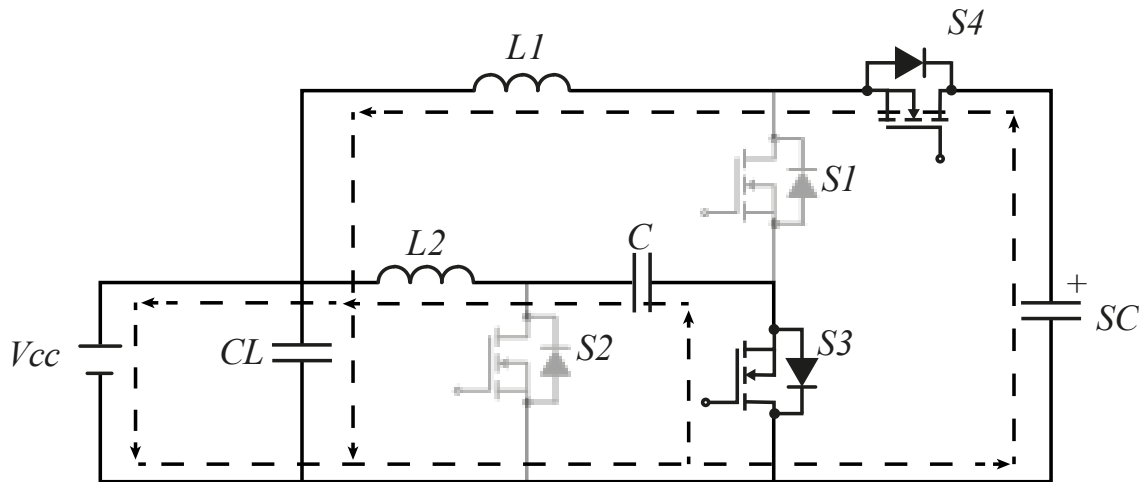
3.3.1 Modo de Operação Buck

Para o modo de operação Buck, os interruptores S_3 e S_4 trabalham como interruptores de potência, enquanto os interruptores S_1 e S_2 como retificadores síncronos.

Primeira etapa

No primeiro intervalo, os interruptores S_3 e S_4 são ligados, enquanto S_1 e S_2 estão desligadas. O fluxo de corrente ocorre conforme a Figura 21. A energia é transferida, da fonte com maior tensão para a de menor pelo indutor L_1 , o capacitor central é descarregado para o indutor L_2 e capacitor C_L (ARDI et al., 2016).

Figura 21: Primeira etapa – operação Buck.

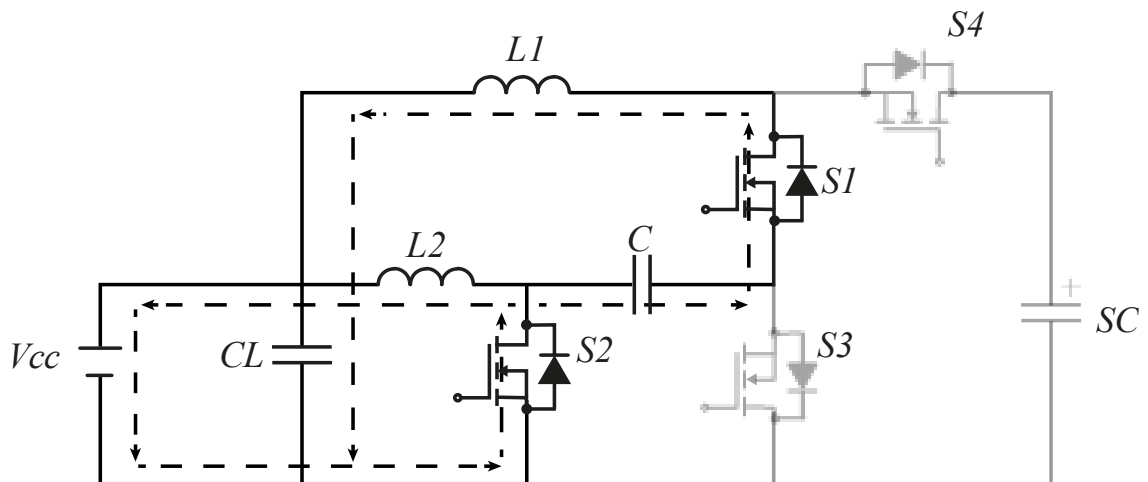


Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

Segunda etapa

No segundo intervalo, os interruptores S_1 e S_2 são ligados, enquanto S_3 e S_4 são desligados. O fluxo de corrente ocorre de acordo com a Figura 22. Neste estágio, o indutor L_1 é desmagnetizado para o capacitor central e para o capacitor C_L . O indutor L_2 é descarregado para o capacitor C_L , e fornece energia para a carga (ARDI et al., 2016).

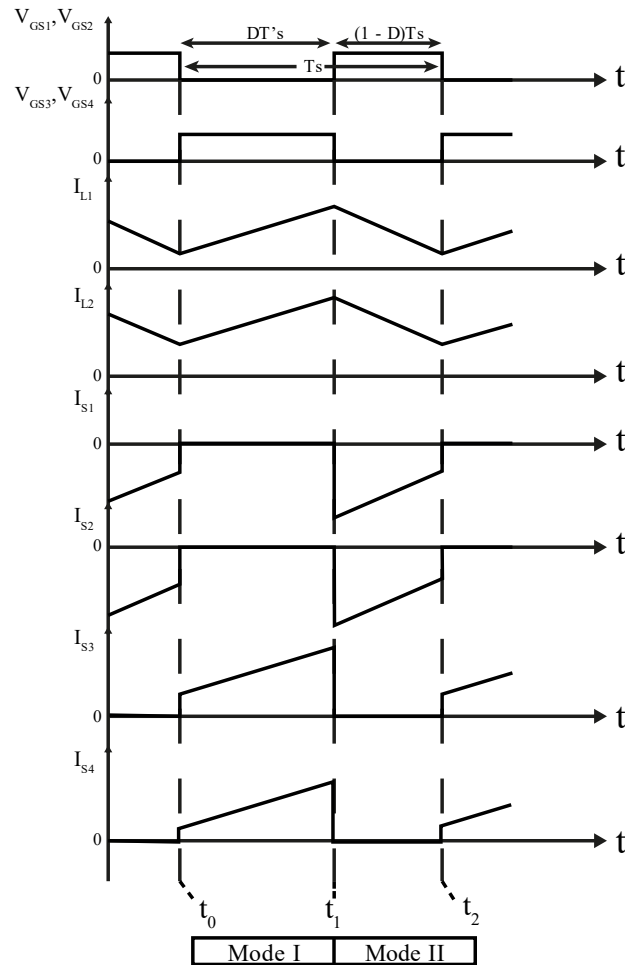
Figura 22: Segunda etapa – operação Buck.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

As formas de onda características do conversor em operação Buck, no modo de condução contínua estão representadas na Figura 23.

Figura 23: Formas de ondas do conversor na operação Buck.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

Os valores mínimos de indutância de L_1 e L_2 para o modo de operação Buck correspondem a Equação (10) e (11).

$$L_1 \geq \frac{(1 - D_{Buck}^2) \cdot R_{CC}}{2 \cdot D_{Buck}^2 \cdot f_s} \quad (10)$$

$$L_2 \geq \frac{R_{CC}}{2f_s} \quad (11)$$

onde R_{CC} é definida como a resistência de carga do conversor no modo de operação buck e f_s a frequência de comutação.

Dado o comportamento do conversor no modo de operação Buck, a tensão de saída é definida de acordo com a Equação (12)

$$V_{CC(Buck)} = V_{SC} \cdot D_{Buck}^2 \quad (12)$$

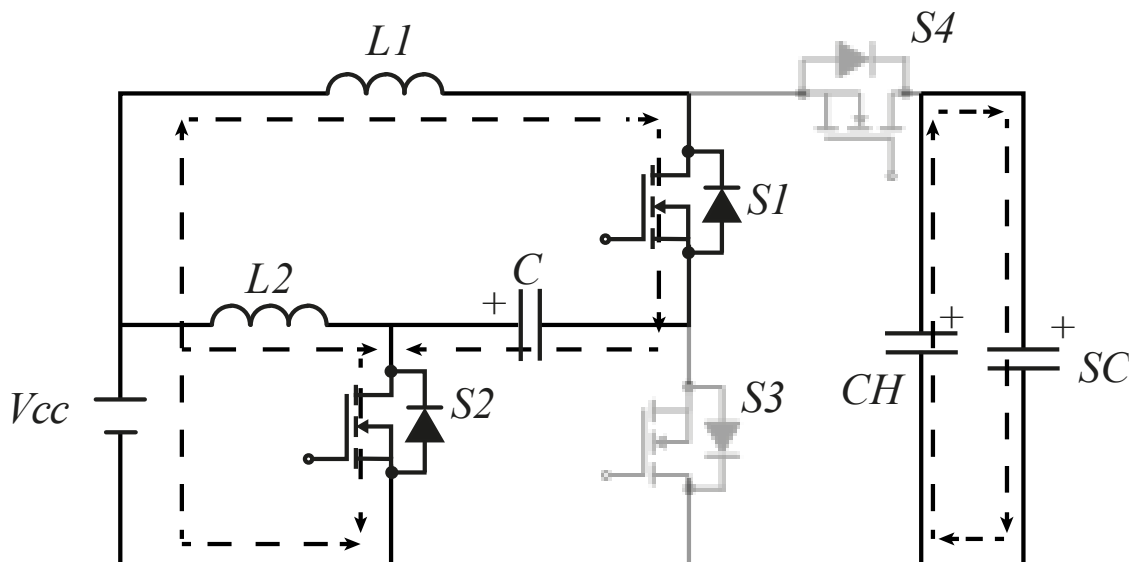
3.3.2 Modo de Operação Boost

Para o modo de operação Boost, os interruptores S_1 e S_2 trabalham como interruptores de potência, enquanto os interruptores S_3 e S_4 como retificadores síncronos.

Primeira etapa

No primeiro intervalo, os interruptores S_1 e S_2 são ligados, enquanto S_3 e S_4 estão desligadas. O fluxo de corrente ocorre conforme a Figura 24. O indutor L_1 é magnetizado pela fonte de tensão V_{CC} , enquanto a energia também é armazenada no capacitor central. O capacitor C_H também é descarregado para carga nesse intervalo (ARDI et al., 2016).

Figura 24: Primeira etapa – operação Boost.

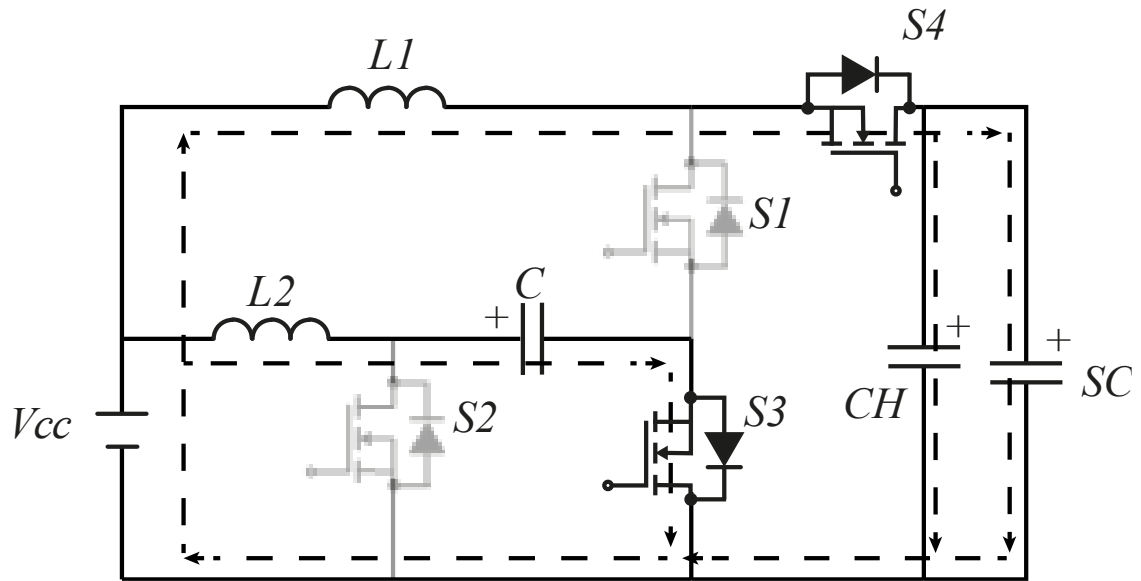


Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

Segunda etapa

No segundo intervalo, os interruptores S_3 e S_4 são ligados, enquanto S_1 e S_2 são desligados. O fluxo de corrente ocorre de acordo com a Figura 25. Neste estágio, o capacitor central é carregado pela fonte V_{CC} e pela energia armazenada no indutor L_2 . O capacitor C_H também é carregado pela fonte V_{CC} e pelo indutor L_1 (ARDI et al., 2016).

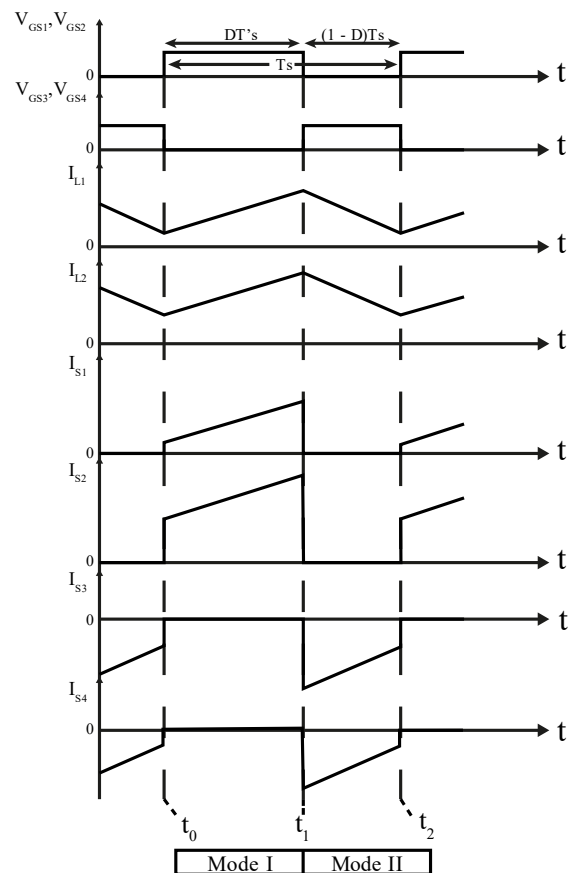
Figura 25: Segunda etapa – operação Boost.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

As formas de onda características do conversor em operação Boost para o modo de condução contínua estão representadas na Figura 26.

Figura 26: Formas do conversor operando como Boost.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

Os valores mínimos de indutância de L_1 e L_2 para o modo de operação Boost correspondem a Equação (13) e Equação (14), respectivamente.

$$L_1 \geq \frac{D(2 - D_{Boost}) \cdot (1 - D_{Boost})^2 \cdot R_{SC}}{2f_s} \quad (13)$$

$$L_2 \geq \frac{(1 - D_{Boost})^4 \cdot R_{SC}}{2f_s} \quad (14)$$

onde R_{SC} é definida como a resistência de carga do conversor no modo de operação boost.

A partir do comportamento do conversor neste modo de operação, a tensão de saída é definida na Equação (15).

$$V_{SC(Boost)} = V_{CC} \cdot \frac{1}{(1 - D_{Boost})^2} \quad (15)$$

3.3.3 Análise Geral do Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão

Para ambos modos de operação, numericamente, capacitor central é definido conforme a Equação (16).

$$C \geq \frac{1}{\Delta V_C} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}}\right) \cdot \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}} \frac{P_o}{V_{CC}} \quad (16)$$

onde ΔV_C é definida como a variação de tensão sobre o capacitor central e P_o a potência de saída do conversor.

As correntes sobre os indutores L_1 e L_2 e as respectivas ondulações sobre os componentes são definidos conforme as equações abaixo.

$$I_{L1} = \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}} \cdot \frac{P_o}{V_{CC}} \quad (17)$$

$$\Delta i_{L1} = \frac{(V_{SC} - V_{CC}) \cdot \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}}}{L_1 f_s} \quad (18)$$

$$I_{L2} = \left(1 - \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}}\right) \cdot \frac{P_o}{V_{CC}} \quad (19)$$

$$\Delta i_{L2} = \frac{V_{CC} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}}\right)}{L_2 f_s} \quad (20)$$

Enquanto os filtros capacitivos são determinados pelas Equação (21) e (22).

$$C_L \geq \frac{D_{Buck}(1-D) \cdot V_{SC}}{8\Delta V_{CC} f_s^2} \cdot \left(\frac{1+D_{Buck}}{L_1} + \frac{D_{Buck}}{L_2}\right) \quad (21)$$

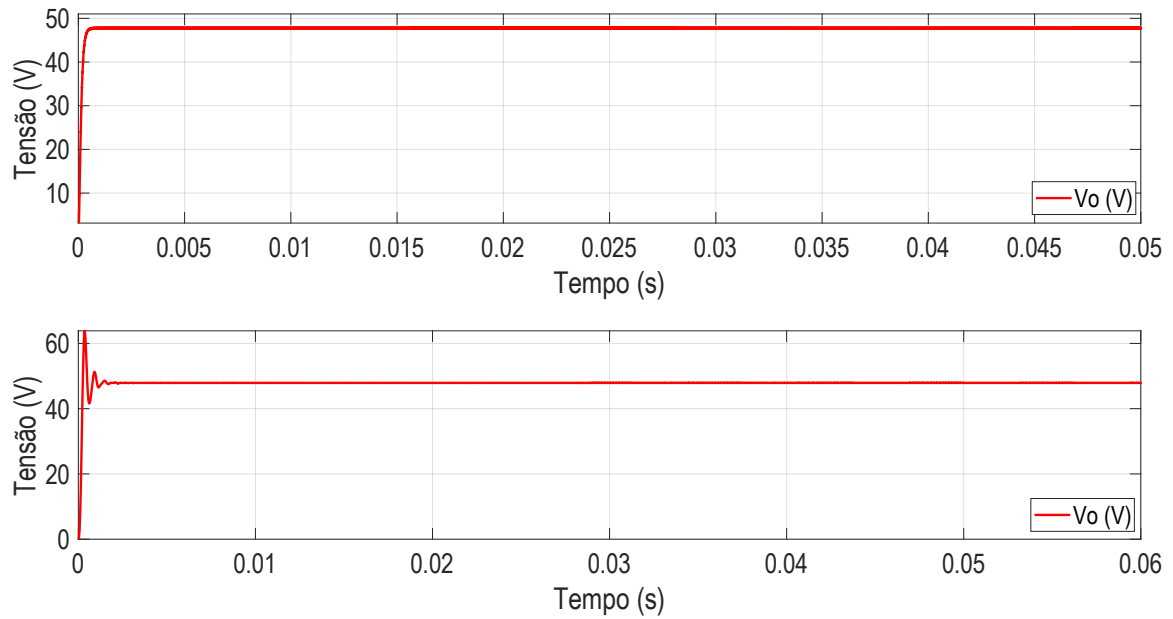
$$C_H \geq \frac{D_{Boost} \cdot V_{SC}}{\Delta V_{SC} f_s R_{SC}} \quad (22)$$

3.4 Escolha do Conversor

Para a escolha do conversor CC-CC que iria compor o projeto, alguns critérios foram adotados a partir da análise de desempenho de cada conversor estudado. Dentre os critérios está a diminuição do estresse sobre os indutores, conseqüentemente, redução das perdas sobre o componente e, o conversor que apresentasse maior eficiência.

Foram realizadas inicialmente simulações computacionais em malha aberta do Conversor CC-CC Buck-Boost Bidirecional e do Buck-Boost Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão para descarga de um módulo de supercapacitor de $V_{SC} = 162 V$ e $C_{SC} = 62 F$ sobre um barramento CC de $V_{CC} = 48 V$, para despacho de $P_o = 1 kW$ de potência, operando a uma frequência de comutação de $f_s = 500 kHz$. Foi realizado todo o dimensionamento dos conversores para essas especificações, considerando todas as perdas do sistema e, como resultado, foram obtidos o comportamento da tensão de saída, corrente sobre os indutores. Na Figura 27 é possível observar o comportamento da tensão de saída do conversor bidirecional convencional e do conversor bidirecional intercalado de alto ganho, respectivamente.

Figura 27: Tensão de saída dos conversores sobre o barramento CC.

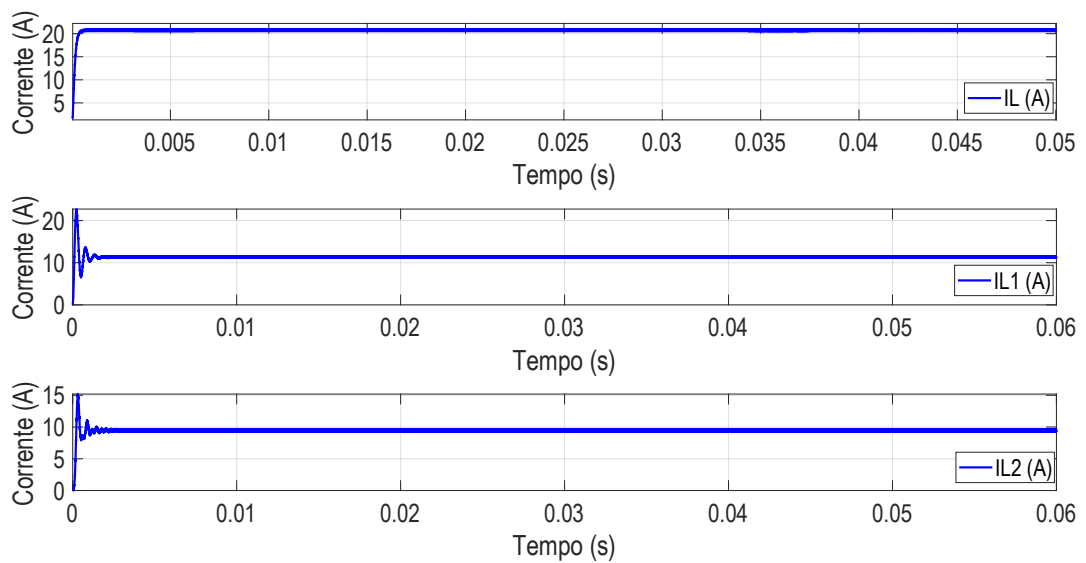


Fonte: Autora (2025).

Embora a topologia de alto ganho apresente ondulações no regime transitório, o mesmo estabiliza em 2 mV e apresenta uma tensão de $47,89\text{ V}$, enquanto a topologia convencional apresenta tensão de saída de $47,73\text{ V}$.

Enquanto a Figura 28, é possível observar o comportamento da corrente sobre o único indutor presente na topologia convencional e sobre os indutores presente na topologia de conversor proposto por Ardi et al. (2016).

Figura 28: Corrente sobre os indutores.

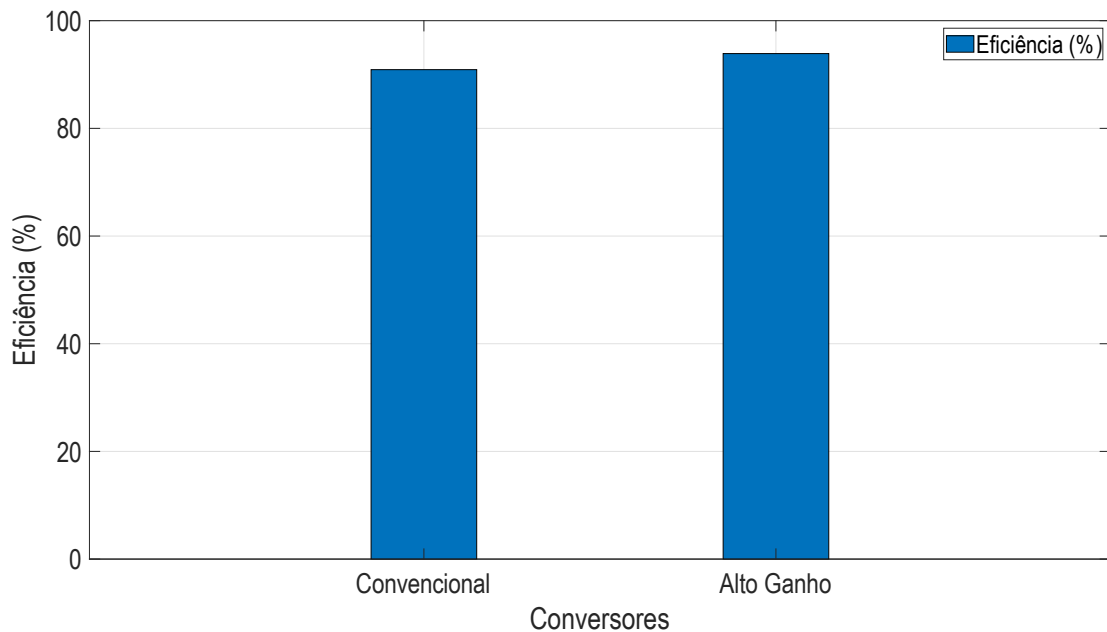


Fonte: Autora (2025).

Semelhante a forma de onda da tensão de saída, a corrente sobre os indutores que compõe a topologia intercalada de alto ganho apresenta ondulações e, em poucos milissegundos se estabiliza. Seguindo os critérios pré-estabelecidos, a Figura 28 evidencia a diminuição do estresse sobre os indutores na topologia proposta por Ardi et al. (2016), apresentando corrente em torno $I_{L1} = 11,5 A$ e $I_{L2} = 9,5 A$, enquanto a topologia convencional possui corrente em torno de $I_L = 20,75 A$.

Para obter a eficiência dos conversores, o estudo realizado foi diferente do anterior. Foram feitas simulações para diferentes valores de transferência de potência, como $P_o = 1 kW$, $P_o = 10 kW$ e $P_o = 20 kW$. A partir dos resultados das simulações, pode-se concluir que a topologia intercalada apresenta maior eficiência em todos os casos, enquanto topologia bidirecional convencional apresentou uma redução gradual de potência. A Figura 29 ilustra o desempenho médio dos conversores obtido após as simulações.

Figura 29: Eficiência dos conversores.



Fonte: Autora (2025).

Logo, a partir das simulações e dos resultados obtidos, o Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão foi escolhido para o projeto, pois atendeu a todos os critérios pré-estabelecidos.

3.5 Projeto de Conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado Com Alto Ganho de Tensão

Para o projeto do conversor Buck-Boost Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão para o gerenciamento de energia em supercapacitores foram considerados os parâmetros estabelecidos na Tabela 1. Importante frisar que o conversor escolhido integrará a microrrede do projeto apresentado no Capítulo 1.

Tabela 1: Parâmetros de projeto.

Parâmetros	Especificações
Tensão média do supercapacitor	$V_{SC} = 162 V$
Capacitância do módulo do supercapacitor	$C_{SC} = 62 F$
Módulo de Supercapacitor	SKELMOD 162V62F
Tensão média do barramento CC	$V_{CC} = 48 V$
Potência média de saída	$P_o = 1 kW$
Frequência de comutação	$f_s = 500 kHz$
Ondulação de corrente sobre os indutores	$\Delta I_L = 5\% I_L$
Ondulação de tensão sobre o barramento CC	$\Delta V_{CC} = 1\% V_{CC}$
Ondulação de tensão sobre o supercapacitor	$\Delta V_{SC} = 2\% V_{SC}$
Chaves semicondutoras	MOSFET TK100L60W

Conforme o apresentado na secção 3.3, o comportamento do conversor ocorre a partir do modo de operação.

3.5.1 Modo de Operação Buck

No modo de operação Buck, a razão cíclica, ou seja, o tempo em que os interruptores S_3 e S_4 estarão ativos é calculado a partir da Equação (23).

$$D_{Buck} = \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}} \quad (23)$$

Logo, a partir da equação acima, a razão cíclica para o modo de operação Buck é:

$$D_{Buck} = 0,5443$$

Os valores mínimos das indutâncias L_1 e L_2 , considerando que o conversor irá operar em modo de condução contínua, para o modo de operação podem ser calculados conforme a

Equação (10) e (11). Entretanto, para encontrar os valores mínimos das indutâncias foi necessário calcular o valor de carga do barramento CC, R_{CC} . Logo, R_{CC} pode ser calculado de acordo com a Equação (24).

$$R_{CC} = \frac{V_{CC}^2}{P_o} \quad (24)$$

O valor obtido de R_L :

$$R_{CC} = 2,304 \Omega$$

Com o valor de R_L , os valores mínimos de L_1 e L_2 são, respectivamente:

$$L_1 \geq 5,472 \mu H$$

$$L_2 \geq 2,304 \mu H$$

O filtro capacitivo de saída, C_L , necessário para minimizar as ondulações de tensão na saída do barramento CC do conversor pode ser calculado de acordo com a Equação (21). A partir das definições de projeto para que a ondulação sobre o capacitor para que seja de, no máximo, 1% da tensão de saída e, dos demais parâmetros, o valor da capacitância C_{CC} deve ser maior ou igual a:

$$C_L \geq 0,542 \mu F$$

3.5.2 Modo de Operação Boost

No modo de operação Boost, a razão cíclica é calculada conforme a Equação 25.

$$D_{Boost} = 1 - \sqrt{\frac{V_{CC}}{V_{SC}}} \quad (25)$$

Logo, a partir da equação acima, a razão cíclica para este modo de operação é:

$$D_{Boost} = 0,4557$$

Os valores mínimos das indutâncias L_1 e L_2 , considerando que o conversor irá operar em modo de condução contínua, deve-se definir a resistência R_{SC} que, neste caso, é definida como a resistência em série equivalente do supercapacitor. Para o projeto, o modelo de supercapacitor escolhido possui a resistência em série equivalente a:

$$R_{SC} = 13 \times 10^{-3} \Omega$$

A partir do valor de R_{SC} , os valores mínimos de L_1 e L_2 para o modo de operação boost são, respectivamente:

$$L_1 \geq 2,71 \text{ nH}$$

$$L_2 \geq 1,141 \text{ nH}$$

E o filtro capacitivo de saída para minimização das ondulações de tensão sobre o supercapacitor, C_{SC} , é definido de acordo com a Equação (22). A partir das especificações de projeto que, para minimização das ondulações de tensão, ΔV_{SC} foi definido como 2% da tensão do supercapacitor e dos parâmetros calculados, o valor da capacitância C_{SC} é equivalente a:

$$C_H \geq 3,5 \text{ mF}$$

3.5.3 Definição dos Componentes Passivos

Os valores finais de L_1 e L_2 foram calculados de tal modo que atendessem aos modos de operação do conversor e as especificações de projeto. Como especificação de projeto e para diminuição do estresse sobre os indutores, Δi_{L1} e Δi_{L2} foram definidos como 5% da corrente sobre os indutores. A partir das equações (18) e (20) e realizando as devidas manipulações, foram obtidos os seguintes valores de indutâncias.

$$L_1 = 218,88 \text{ } \mu\text{H}$$

$$L_2 = 92,16 \text{ } \mu\text{H}$$

E por fim, o capacitor central C , pode ser calculado conforme a Equação (16). O valor final obtido para o capacitor central C é equivalente a:

$$C \geq 10 \text{ } \mu\text{F}$$

3.6 Conclusão

Neste capítulo, foram abordadas as principais características e topologias dos conversores CC-CC unidirecionais e bidirecionais. Inicialmente, foi apresentada a fundamentação teórica destes circuitos eletrônicos, funcionamento dos interruptores e definição da tensão de saída por meio da razão cíclica. Dentre os conversores abordados, foi dada ênfase ao Conversor CC-CC Bidirecional Intercalado com Alto Ganho de Tensão e, a partir da análise detalhada do conversor, foi realizada a definição dos parâmetros de projeto e os cálculos dos componentes voltados para gerenciamento de 1 kW de potência em supercapacitores.

As informações contidas neste capítulo fornecem o embasamento necessário para o desenvolvimento da modelagem e das técnicas de controle desenvolvidas posteriormente.

4 MODELAGEM DO CONVERSOR BUCK-BOOST INTERCALADO COM ALTO GANHO DE TENSÃO

4.1 Introdução

Os conversores CC-CC são sistemas dinâmicos não-lineares com estrutura variável, logo, o controle torna-se necessário para produção de uma saída bem regulada. Para o projeto e implementação de um sistema de controle e um conversor CC-CC, é essencial a obtenção das funções de transferência que representam o comportamento do conversor (ASADI, EGUCHI, 2018; ERICKSON, MAKSIMOVIC, 2001).

Dentre as técnicas de modelagem para a representação matemática que são utilizadas para equacionar o modelo médio de um conversor CC-CC durante um período de comutação, está o modelo de espaço de estados, que consiste em uma média ponderada referentes as etapas de operação do conversor, calculada em um período de comutação dos interruptores, representados matricialmente (ASADI, EGUCHI, 2018; NISE, 2012; OGATA, 2011).

Logo, este capítulo apresentará uma breve revisão bibliográfica sobre espaço de estados e a modelagem do Conversor Buck-Boost Intercalado com Alto Ganho de Tensão a partir dos circuitos equivalentes de cada modo de operação.

4.2 Espaço de Estados

Segundo Nise (2012), a abordagem em espaço de estados, também conhecida como abordagem de controle moderno ou no domínio do tempo, é um método para modelar, analisar e projetar sistemas não-lineares com condições iniciais não nulas. O modelo matemático de espaço de estados é possível demonstrar as leis físicas que descrevem o comportamento dinâmico do sistema.

Para representação geral em espaço de estados, algumas definições são importantes, como (MAYA, LEONARDI, 2010; NISE, 2012; OGATA, 2011).

- **Variáveis de estado:** menor conjunto de variáveis de um sistema de dinâmico, capaz de determinar o estado do sistema;
- **Vetor de estado:** vetor cujos os elementos são as variáveis de estado;
- **Espaço de estados:** espaço n -dimensional cujos ordenados que representam os componentes do vetor de estado;
- **Equações de estados:** conjunto de n equações diferenciais de primeira ordem com n variáveis.

A análise em espaço de estados envolve três tipos de variáveis presentes em sistemas dinâmicos: variáveis de entrada, variáveis de saída e variáveis de estado. A representação matemática na forma matricial-vetorial está representada na Equação (26) (MAYA, LEONARDI, 2010; OGATA, 2011).

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ \vdots \\ u_p(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ \vdots \\ y_q(t) \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde $x(t)$ denomina-se como vetor de estados, $u(t)$ constitui o vetor de entrada do sistema e $y(t)$ define-se como vetor de saída.

Compactamente, as equações vetoriais de estado e de saída podem ser escritas da conforme as Equações (27) e (28).

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (27)$$

$$y(t) = \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (28)$$

onde \mathbf{A} é chamada de matriz de estado, \mathbf{B} , matriz de entrada, \mathbf{C} , matriz de saída e \mathbf{D} , de matriz de transmissão direta.

Para a representar dinamicamente o modelo matemático do conversor CC-CC, são selecionadas as variáveis de estado. Normalmente, são escolhidas como variáveis as tensões nos capacitores e as correntes nos indutores, estando relacionadas com o armazenamento de energia, no campo elétrico, no caso dos capacitores e, energia no campo magnético, nos indutores. Estes componentes presentes no circuito do conversor CC-CC determinam a ordem das matrizes e número de variáveis de estados presentes no espaço de estado (MAYA, LEONARDI, 2010; NISE, 2012). Estes elementos podem ser descritos diferencialmente, conforme a Equação (29) e (30).

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_L(t) \quad (29)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_C(t) \quad (30)$$

A partir dos circuitos que representam cada etapa de operação do conversor definidas, a representação da matriz média que constitui o sistema do conversor é demonstrada pela multiplicação linear das matrizes de cada etapa de operação, ponderadas pela variação de intervalo de tempo, relativo a cada etapa de operação. Logo, a técnica em espaço de estados é

indicada para a obtenção do comportamento dinâmico do conversor, no entanto, para prever a dinâmica abaixo da metade da frequência de comutação (FUZATO 2015; WENK 2019; YUE, WANG, e BLAABJERG 2019).

4.2.1 Linearização e Perturbação

O comportamento dinâmico dos conversores CC-CC pode ser modelado utilizando técnicas de linearização em pequenos sinais. A linearização refere-se à aproximação de um sistema não linear em torno de um determinado ponto de operação com perturbações. A linearização fornece um modelo linear em pequeno sinal e invariante no tempo. O método de resolução tem como base o desenvolvimento de função não linear em uma série de Taylor (ASADI e EGUCHI 2018; OGATA 2011; YUE et al. 2019).

A análise em que pequenos sinais em conversor CC-CC ocorrem injetando perturbações nas variáveis de estado em torno do ponto de operação. Logo, cada termo médio pode ser escrito como a soma do valor do estado estacionário de operação e uma pequena perturbação em torno dele, conforme a Equação (31) (ASADI, EGUCHI, 2018; DALALA, ZAHID, LAI, 2016; YUE, et al. 2019; ZAHID et al., 2015).

$$\begin{cases} \bar{i}_L = I_L + \tilde{i}_L \\ \bar{v}_C = V_C + \tilde{v}_C \\ \bar{d} = D + \tilde{d} \\ \bar{v}_S = V_S + \tilde{v}_S \end{cases} \quad (31)$$

Nas seções seguintes, o conversor será analisado em ambos sentidos operação, tendo em vista que cada sentido apresenta etapas e comportamentos dinâmicos diferentes.

4.3 Modelagem para Operação Buck

Para o conversor CC-CC com alto ganho de tensão operando como abaixador de tensão em modo de condução contínua, o mesmo apresenta dois circuitos resultantes. Para aplicar a modelagem em espaço de estados, foi incluído na análise as resistências parasitas dos indutores, capacitores e dos interruptores com intuito de garantir que os modelos matemáticos obtidos sejam dinamicamente parecidos com os circuitos chaveados, certificando que o controle do conversor seja mais preciso (NARASIMHARAJU, DUBEY, SINGH, 2010).

Antes de iniciar a análise de cada etapa de operação, foram adotadas as seguintes variáveis de estado, conforme as equações abaixo.

$$L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt} = v_{L_1}(t) \quad (32)$$

$$L_2 \frac{di_{L_2}(t)}{dt} = v_{L_2}(t) \quad (33)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_C(t) \quad (34)$$

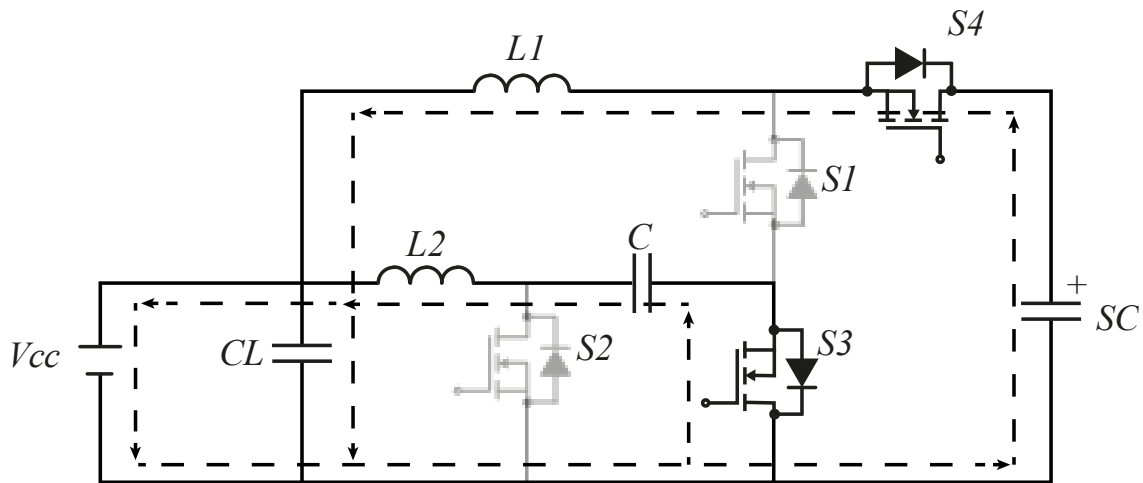
$$C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt} = i_{C_L}(t) \quad (35)$$

As deduções completas de todas as equações obtidas encontram-se no Apêndice I.

4.3.1 Primeira Etapa

O circuito correspondente a primeira etapa de para o conversor operando como Buck, está ilustrado na Figura 30.

Figura 30: Circuito correspondente a primeira etapa para conversor operando Buck.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

Analisando o circuito ilustrado na Figura 30, na malha C_L , obteve-se:

$$v_{C_L} = (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{CC} - r_{C_L} \cdot i_{C_L} \quad (32)$$

A equação diferencial de v_{C_L} é dada por:

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt} = \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \quad (33)$$

A malha de L_1 dada pela Equação (34).

$$v_{SC} = v_{RDON_4} + v_{RL_1} + v_{L_1} + v_{R_{CC}} \quad (34)$$

Desta forma, realizando as substituições necessárias, a equação diferencial de i_{L_1} é dada pela Equação (35).

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{v_{SC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{CC}}{L_1} + (i_{L_1} + i_{L_2}) \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{CL}) \cdot L_1} - v_{CL} \cdot \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL}) \cdot L_1} \quad (35)$$

Analisando a malha de L_2 :

$$v_{L_2} + v_{RL_2} + v_{RDON_3} - v_C + v_{CL} + r_{CL} \cdot i_{CL} = 0 \quad (36)$$

Realizando todo o cálculo necessário, a equação diferencial de i_{L_2} é dada pela Equação (37).

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{v_C}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON3} + R_{L2})}{L_2} - \frac{v_{CL}}{L_2} - \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL}) \cdot L_2} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{CL} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL}) \cdot L_2} \quad (37)$$

Define-se que $\frac{dv_C(t)}{dt}$ equivale a:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{i_{L_2}}{C} \quad (38)$$

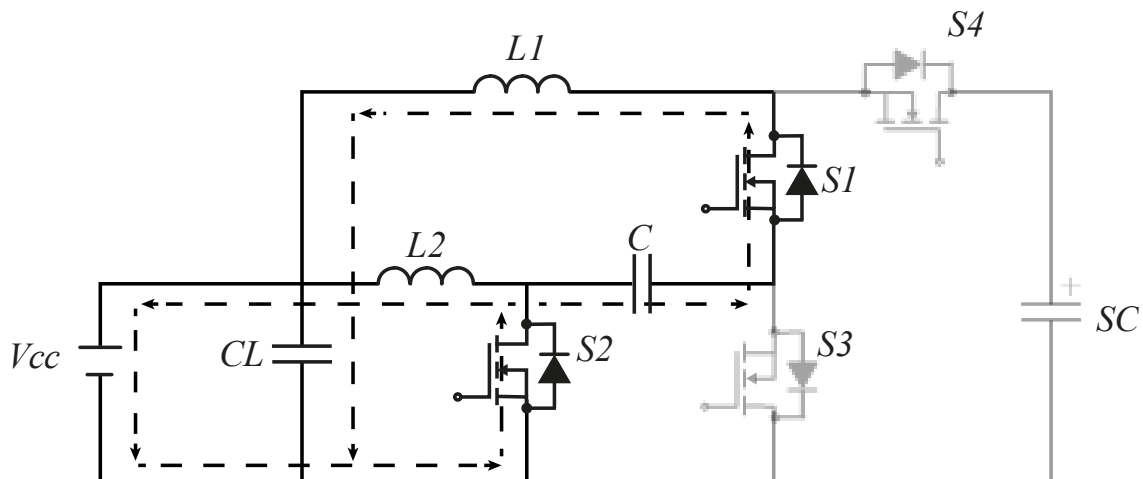
E, por fim, a equação equivalente a tensão de saída v_o :

$$v_o = \left(\frac{r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} \right) \cdot R_{CC} \quad (39)$$

4.3.2 Segunda Etapa

A Figura 31 ilustra o circuito da segunda etapa operação do conversor no modo abaixador de tensão. A partir da análise realizada no circuito, na malha do capacitor C_L , foi obtido a Equação (40).

Figura 31: Circuito correspondente a segunda etapa para o conversor operando como Buck.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

$$v_{C_L} = (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{CC} - r_{C_L} \cdot i_{C_L} \quad (40)$$

Igualmente a primeira etapa, obteve-se a seguinte equação de $\frac{dv_{C_L}(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt} = \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \quad (41)$$

Observando a malha L_1 :

$$v_{L_1} + v_{R_{L_1}} + v_C + v_{R_{DON_1}} + v_{R_{DON_2}} + v_{C_L} + r_{C_L} \cdot i_{C_L} = 0 \quad (42)$$

Realizando as substituições pertinentes, a equação diferencial de i_{L_1} é dada por

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON_1} + R_{DON_2} + R_{L_1})}{L_1} - \frac{v_C}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON_2}}{L_1} - \frac{v_{C_L}}{L_1} + (R_{DON_2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \quad (43)$$

Analisando a malha L_2 :

$$v_{L_2} + v_{R_{L_2}} + v_{R_{DON_2}} + v_{C_L} + r_{C_L} \cdot i_{C_L} = 0 \quad (44)$$

Realizando as devidas substituições, a equação diferencial de i_{L_2} é dada por:

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON_2} + R_{L_2})}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON_2}}{L_2} - \frac{v_{C_L}}{L_2} + (R_{DON_2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_2} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_2} \right) \quad (45)$$

E a equação diferencial de v_C , é dada por:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_{L_1}}{C} \quad (46)$$

E v_o pode ser escrita de forma análoga a primeira etapa de operação. Logo, v_o é dada por:

$$v_o = \left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \right) \cdot R_{CC} \quad (47)$$

4.3.3 Modelo Médio CA

Os resultados obtidos a partir das análises das etapas anteriores, são sobrepostos a partir do modelo médio das equações. Quando os interruptores S_3 e S_4 estão fechados, multiplica-se as equações encontradas na primeira etapa por $d \cdot T_S$, e quando S_1 e S_2 estão fechados, multiplica-se as equações da segunda etapa por $(1 - d) \cdot T_S$.

A equação da corrente i_{L_1} são obtidas a partir a Equação (48).

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) \quad (48)$$

Após sobrepor a Equação (35) e Equação (43), simplificando por $\frac{1}{T_S}$ e realizando as devidas relações algébricas, o modelo médio de i_{L_1} é dada pela Equação (49).

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}(t)}{dt} = & v_{SC} \times \frac{d}{L_1} + i_{L_1} \times \left(d \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} - d \cdot \frac{(R_{DON4}+R_{L1}+R_{CC})}{L_1} - (1-d) \cdot \right. \\ & \left. \frac{(R_{DON1}+R_{DON2}+R_{L1})}{L_1} + (1-d) \cdot (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \right) + i_{L_2} \times \left(d \cdot \right. \\ & \left. \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} - d \cdot \frac{R_{CC}}{L_1} - (1-d) \cdot \frac{R_{DON2}}{L_1} + (1-d) \cdot (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \right) - \\ & (1-d) \times \frac{v_C}{L_1} + v_{C_L} \times \left(-\frac{(1-d)}{L_1} - d \cdot \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} + (r_{C_L} - R_{DON2}) \cdot \frac{(1-d)}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \end{aligned} \quad (49)$$

Semelhante a i_{L_1} , as equações de i_{L_2} podem ser sobrepostas, obtendo a Equação (50).

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_2}(t)}{dt} = & i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - (1-d) \cdot \frac{R_{DON2}}{L_2} - \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \right) + \\ & i_{L_2} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - d \cdot \frac{(R_{DON3}+R_{L2})}{L_2} - (1-d) \cdot \right. \\ & \left. \frac{(R_{DON2}+R_{L2})}{L_2} \right) + v_C \times \frac{d}{L_2} + v_{C_L} \left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - (1-d) \cdot \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - \frac{1}{L_2} \right) \end{aligned} \quad (50)$$

De forma análoga, o modelo médio do capacitor central C é dada pela Equação (51).

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = i_{L_1} \times \frac{(1-d)}{C} - i_{L_2} \times \frac{d}{C} \quad (51)$$

Para o capacitor C_L , o modelo médio após realizar as devidas simplificações algébricas, é semelhante as equações obtidas nas respectivas etapas de operação e, pode ser visto na Equação (52).

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt} = i_{L_1} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} + i_{L_2} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} - v_{C_L} \times \frac{1}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \quad (52)$$

E por fim, o modelo da tensão de saída é dada pela Equação (53).

$$v_o = i_{L_1} \times \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + i_{L_2} \times \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + v_{C_L} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \quad (53)$$

4.3.4 Linearização

Considerando as pequenas variações sobre os vetores de estado, variáveis de entrada, saída de estado e razão cíclica e inserindo pequenas perturbações, foram obtidas as equações linearizadas das equações sobrepostas. A diferencial de \widetilde{i}_{L_1} corresponde a Equação (54).

$$\begin{aligned}
\frac{d\widetilde{i}_{L_1}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{v}_{SC}}{L_1} \times D + \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{L_1} \times \left(-D \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC}) + \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot D + (D-1) \cdot \right. \\
& \left. (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1}) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1-D) + (D-1) \cdot \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} \right) + \\
\frac{\widetilde{i}_{L_2}}{L_1} \times & \left(\frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot D + R_{DON2} \cdot (D-1) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1-D) - R_{CC} \cdot D + (D-1) \cdot \right. \\
\frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} & \left. \right) + \frac{\widetilde{v}_C}{L_1} \times (D-1) + \frac{\widetilde{v}_{CL}}{L_1} \times \left(-\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot D + (D-1) + (D-1) \cdot \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} + \right. \\
(1-D) \cdot & \left. \frac{r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} \right) + \frac{\widetilde{d}}{L_1} \times \left(V_{SC} - I_{L_1} \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC}) + \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot \right. \\
(I_{L_1} + I_{L_2}) & - \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL} - I_{L_2} \cdot R_{CC} + I_{L_1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1}) + I_{L_2} \cdot \\
R_{DON2} + V_{CL} + V_C & - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (I_{L_1} + I_{L_2}) + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL} + \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} (I_{L_1} + I_{L_2}) - \\
& \left. \frac{r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL} \right)
\end{aligned} \tag{54}$$

A equação equivalente a $\frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt}$ é dada pela Equação (55).

$$\begin{aligned}
\frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{L_2} \times \left((D-1) - \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1-D) \right) + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{L_2} \times \left(-(R_{DON3} + \right. \\
R_{L2}) \cdot D & + (D-1) \cdot (R_{DON2} + R_{L2}) - \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1-D) \left. \right) + \frac{\widetilde{v}_C}{L_2} \times D + \\
\frac{\widetilde{v}_{CL}}{L_2} \times & \left(\frac{r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (D-1) - 1 \right) + \frac{\widetilde{d}}{L_2} \times \left(V_C - I_{L_2} \cdot (R_{DON3} + R_{L2}) + I_{L_2} \cdot \right. \\
(R_{DON2} + R_{L2}) & + I_{L_1} \cdot R_{DON2} - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (I_{L_1} + I_{L_2}) + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL} \left. \right)
\end{aligned} \tag{55}$$

Para a diferencial de \widetilde{v}_C , obteve-se a Equação (56).

$$\frac{d\widetilde{v}_C(t)}{dt} = \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C} \times (1-D) - \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{C} \times D + \frac{\widetilde{d}}{C} \times (-I_{L_1} - I_{L_2}) \tag{56}$$

O modelo linearizado da equação diferencial de \widetilde{v}_{CL} é dado pela Equação (57).

$$\frac{d\widetilde{v}_{CL}(t)}{dt} = \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C_L} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{C_L} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} - \frac{\widetilde{v}_{CL}}{C_L} \times \frac{1}{(R_{CC} + r_{CL})} \tag{57}$$

E, por fim, a Equação (58) representa o modelo linearizado \widetilde{v}_O .

$$\tilde{v}_o = \tilde{u}_{L_1} \times \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} + \tilde{u}_{L_2} \times \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} + \tilde{v}_{CL} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \quad (58)$$

O modelo linearizado em espaço de estados correspondente a Equação (59) e Equação (60).

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{u}_{L_1}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{u}_{L_2}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}_C(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}_{CL}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_1}{L_1} & \frac{K_2}{L_1} & \frac{(D-1)}{L_1} & \frac{K_3}{L_1} \\ \frac{K_4}{L_2} & \frac{K_5}{L_2} & -\frac{D}{L_2} & \frac{K_6}{L_2} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{D}{C} & 0 & 0 \\ \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL}) \cdot C_L} & \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL}) \cdot C_L} & 0 & -\frac{1}{(R_{CC}+r_{CL}) \cdot C_L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{u}_{L_1} \\ \tilde{u}_{L_2} \\ \tilde{v}_C \\ \tilde{v}_{CL} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D}{L_1} & \frac{K_7}{L_1} \\ 0 & \frac{K_8}{L_2} \\ 0 & \frac{(-I_{L_1} - I_{L_2})}{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{SC} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$[\tilde{v}_o] = \begin{bmatrix} \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} & \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} & 0 & \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{u}_{L_1} \\ \tilde{u}_{L_2} \\ \tilde{v}_C \\ \tilde{v}_{CL} \end{bmatrix} \quad (60)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
K_1 &= -D \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC}) + \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot D + (D-1) \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + \\
&\quad R_{L1}) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1-D) + (D-1) \cdot \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} \\
K_2 &= \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot D + R_{DON2} \cdot (D-1) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1-D) - R_{CC} \cdot D + (D-1) \cdot \\
&\quad \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} \\
K_3 &= -\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot D + (D-1) + (D-1) \cdot \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} + (1-D) \cdot \frac{r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} \\
K_4 &= (D-1) - \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1-D) \\
K_5 &= -(R_{DON3} + R_{L2}) \cdot D + (D-1) \cdot (R_{DON2} + R_{L2}) - \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (1- \\
&\quad D) \\
K_6 &= \frac{r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (D-1) - 1 \\
K_7 &= V_{SC} - I_{L1} \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC}) + \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot (I_{L1} + I_{L2}) - \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL} - \\
&\quad I_{L2} \cdot R_{CC} + I_{L1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1}) + I_{L2} \cdot R_{DON2} + V_{CL} + V_C - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot \\
&\quad (I_{L1} + I_{L2}) + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL} + \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} (I_{L1} + I_{L2}) - \frac{r_{CL}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL} \\
K_8 &= V_C - I_{L2} \cdot (R_{DON3} + R_{L2}) + I_{L2} \cdot (R_{DON2} + R_{L2}) + I_{L1} \cdot R_{DON2} - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot \\
&\quad (I_{L1} + I_{L2}) + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{CL})} \cdot V_{CL}
\end{aligned}$$

4.3.5 Definição dos Modelos

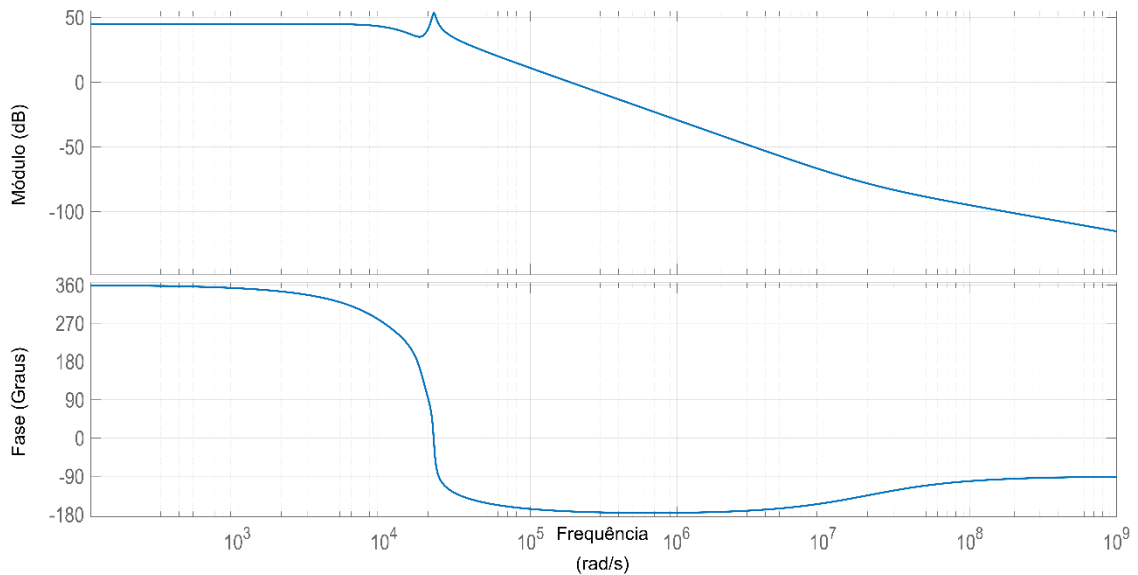
Através do *software Matlab*^{TM(1)}, foram definidos os modelos médios de pequeno sinal no plano s para operação Buck. Logo, a partir dos parâmetros de projeto e dos valores calculados no capítulo anterior para o modo de operação e considerando $\widetilde{v}_{SC} = 0$, obteve-se a função de transferência que representa a planta $\frac{\widetilde{v}_o}{\widetilde{d}}$.

$$\frac{\widetilde{v}_o}{\widetilde{d}} = \frac{1728s^3 + 3,455 \times 10^{10}s^2 - 1,669 \times 10^{14}s + 1,188 \times 10^{19}}{s^4 + 1,725 \times 10^4s^3 + 6,386 \times 10^8s^2 + 7,887 \times 10^{12}s + 6,687 \times 10^{16}} = G_{vod}(s) \quad (61)$$

¹ Para a definição dos modelos e elaboração das figuras, foi utilizada a versão online do *software Matlab* - <https://matlab.mathworks.com/>.

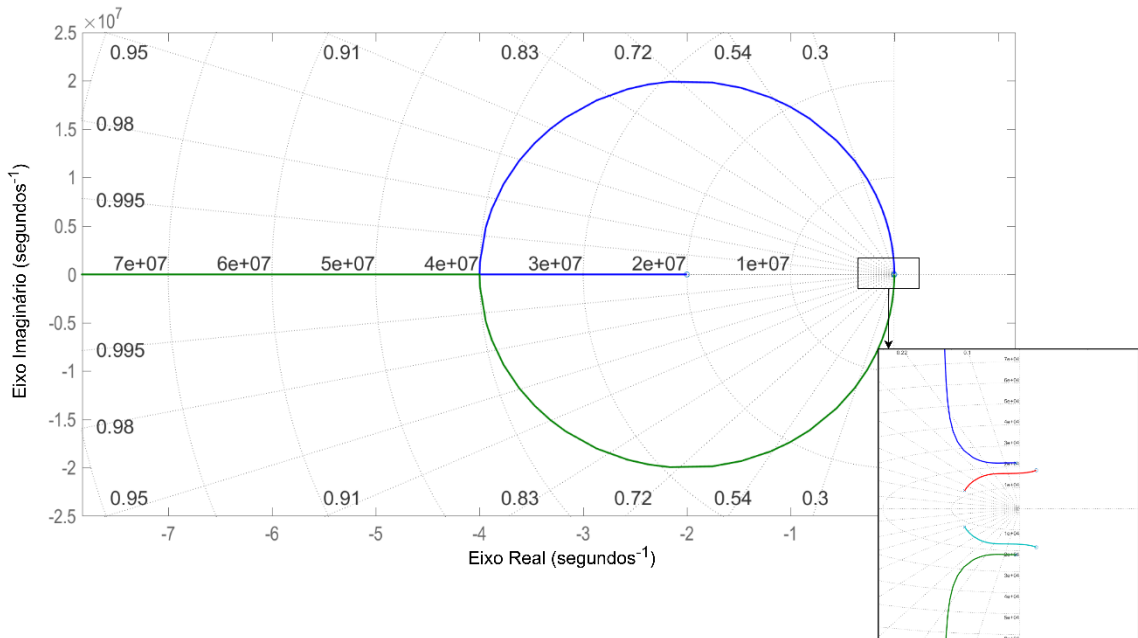
A função de transferência de malha aberta representada na Equação (61), apresenta quatro polos no semiplano esquerdo e três zeros, sendo dois deles presente no semiplano direito. O diagrama de bode e o lugar geométrico das raízes que representa a FT $G_{vod}(s)$ esta ilustrada na Figura 32 e na Figura 33, respectivamente.

Figura 32: Diagrama de bode da função de transferência $G_{vod}(s)$.



Fonte: Autora (2025).

Figura 33: Lugar geométrico das raízes referente a FT $G_{vod}(s)$.



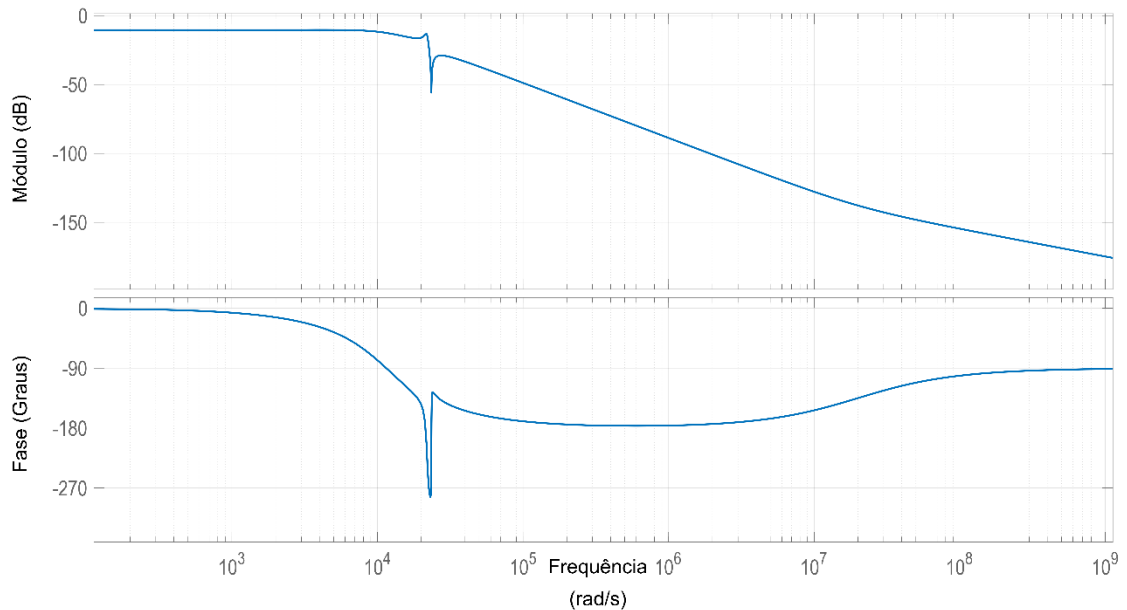
Fonte: Autora (2025).

Considerando $\tilde{d} = 0$, obtém-se a função de transferência que representa a planta $\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_{SC}}$.

$$\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_{SC}} = \frac{1833s^3 + 3,665 \times 10^7 s^2 + 3,885 \times 10^9 s + 2,016 \times 10^{16}}{s^4 + 1,725 \times 10^4 s^3 + 6,386 \times 10^8 s^2 + 7,887 \times 10^{12} s + 6,687 \times 10^{16}} G_{vovsc}(s) \quad (62)$$

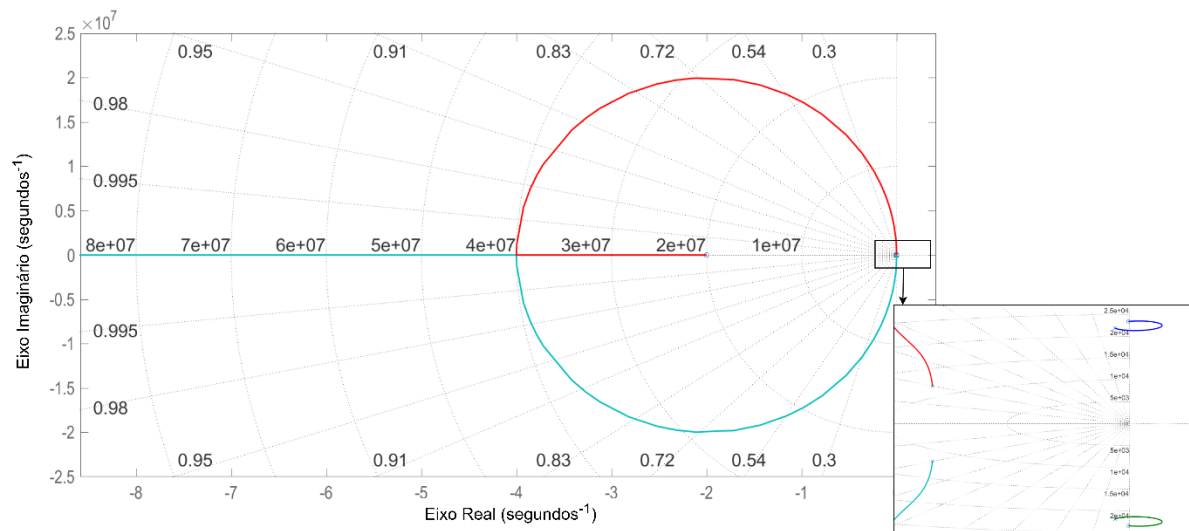
A função de transferência em malha aberta representada pela Equação (62), a planta apresenta quatro polos no semiplano esquerdo e três zeros no semiplano esquerdo. O diagrama de bode e o lugar geométrico das raízes da planta da FT de $\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_{SC}}$ esta ilustrada na Figura 34 e 35.

Figura 34: Diagrama de bode da função de transferência $G_{vovsc}(s)$.



Fonte: Autora (2025).

Figura 35: Lugar geométrico das raízes da função de transferência $G_{vovsc}(s)$.



Fonte: Autora (2025).

4.4 Modelagem para Operação Boost

Para aplicar a modelagem em espaço de estados, assim como no modo de operação Buck, foi incluído na análise as resistências parasitas dos indutores, capacitores e dos interruptores com intuito de garantir que os modelos obtidos sejam dinamicamente parecidos com os circuitos chaveados (NARASIMHARAJU, DUBEY, SINGH, 2010).

Entretanto, para a modelagem do supercapacitor neste modo de operação, para garantir maior precisão no carregamento do supercapacitor, o mesmo será modelado como um resistor e um capacitor em série. Para isso, foi calculada a resistência que foi utilizada para modelar o carregamento do supercapacitor a 1 kW conforme a Equação (63).

$$R_{SC} = \frac{V_{SC}^2}{P_o} \quad (63)$$

Logo, R_{SC} equivale a:

$$R_{SC} = 26,244 \Omega$$

E o valor da capacitância adotado corresponde ao valor da capacitância de um módulo do supercapacitor escolhido, logo, 62 F.

Antes de iniciar a análise de cada etapa de operação, foram adotadas as seguintes variáveis de estado.

$$L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt} = v_{L_1}(t) \quad (64)$$

$$L_2 \frac{di_{L_2}(t)}{dt} = v_{L_2}(t) \quad (65)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_C(t) \quad (66)$$

$$C_H \frac{dv_{C_H}(t)}{dt} = i_{C_H}(t) \quad (67)$$

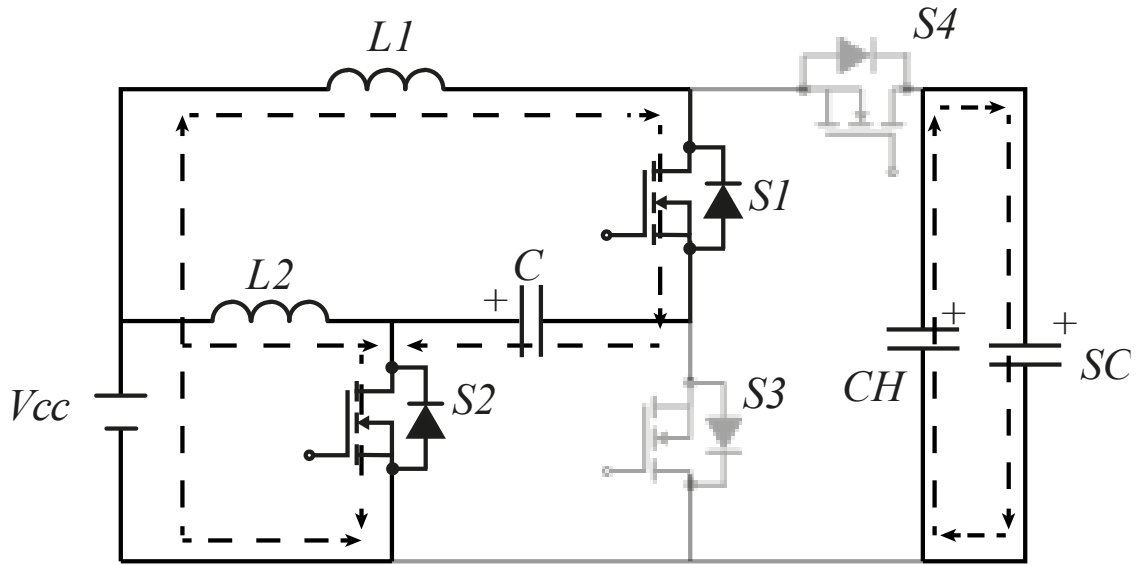
$$C_{SC} \frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = i_{C_{SC}}(t) \quad (68)$$

As deduções completas de todas as equações obtidas encontram-se no Apêndice I.

4.4.1 Primeira Etapa

A partir do circuito ilustrado na Figura 36 e a malha C_H é dada pela Equação (69).

Figura 36: Circuito correspondente a primeira etapa do conversor operando como Boost.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

$$v_{C_H} = (R_{SC} + r_{C_H}) \cdot i_o + v_{C_{SC}} \quad (69)$$

Entretanto, i_{SC} pode ser definido como:

$$i_o = -i_{C_H} \quad (70)$$

Realizando as manipulações pertinentes, a equação diferencial de v_{C_H} equivale a:

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} = \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} \quad (71)$$

Analisando a malha L_1 , obteve-se a Equação (72).

$$v_{CC} + v_C = v_{L_1} + v_{R_{L_1}} + v_{R_{DON_1}} + v_{R_{DON_2}} \quad (72)$$

A equação $\frac{di_{L_1}(t)}{dt}$ é dada por:

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{L_1} + R_{DON_1} + R_{DON_2})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON_2}}{L_1} + \frac{v_C}{L_1} \quad (73)$$

Para a malha L_2 , a equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$v_{CC} = v_{L_2} + v_{R_{L_2}} + v_{R_{DON_2}} \quad (74)$$

A equação diferencial de i_{L_2} é dada pela Equação (75).

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON_2}}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{L_2} + R_{DON_2})}{L_2} \quad (75)$$

Define-se que $\frac{dv_C(t)}{dt}$ equivale a:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{i_{L1}}{C} \quad (76)$$

A partir da Equação (70), foi possível definir $\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt}$. Logo, obteve-se:

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \quad (77)$$

A Equação (78) define a tensão de saída v_o .

$$v_o = R_{SC} \cdot i_o + v_{C_{SC}} \quad (78)$$

A tensão de saída v_o é definida como:

$$v_o = \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \cdot v_{C_H} - \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \cdot v_{C_{SC}} \quad (79)$$

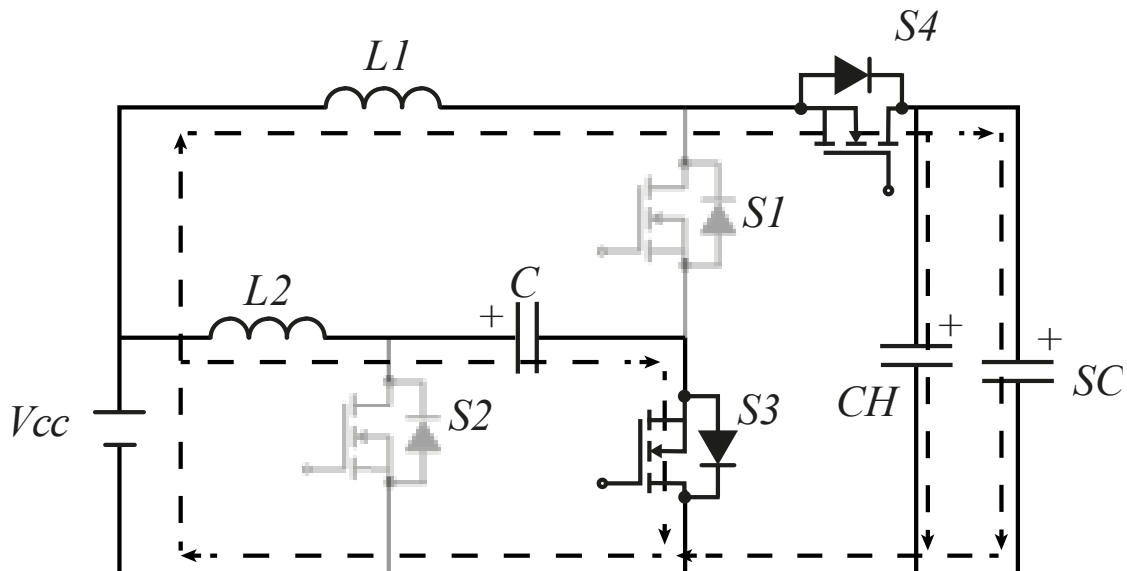
E a partir da Equação (80), i_o corresponde a:

$$i_o = \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} - \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \quad (80)$$

4.4.2 Segunda Etapa

A Figura 37 ilustra o circuito da segunda etapa. A partir da análise realizada no circuito, na malha do capacitor C_H , foi obtido a Equação (81).

Figura 37: Circuito equivalente a segunda etapa para o conversor operando como Boost.



Fonte: Adaptado de Ardi et al. (2016).

$$R_{SC} \cdot i_o + v_{C_{SC}} = v_{C_H} + r_{C_H} \cdot i_{C_H} \quad (81)$$

Realizando as devidas substituições, a equação diferencial C_H é dada pela Equação (82).

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} = \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} \cdot i_{L_1} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} + \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} \quad (82)$$

Analisando a malha L_1 , obteve-se a seguinte equação:

$$v_{CC} = v_{L_1} + v_{RL_1} + v_{RDON_4} + r_{C_H} \cdot i_{C_H} + v_{C_H} \quad (83)$$

A equação diferencial de i_{L_1} é dada pela Equação (84).

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{L_1} + R_{DON_4})}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot L_1} - \frac{v_{C_H} \cdot R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot L_1} - \frac{v_{C_{SC}} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot L_1} \quad (84)$$

Para a malha de L_2 , a equação pode ser escrita conforme a Equação (85).

$$v_{CC} = v_{L_2} + v_{RL_2} + v_{RDON_3} + v_C \quad (85)$$

Realizando as devidas manipulações algébricas, obteve-se a seguinte equação diferencial de i_{L_2} .

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{L_2} + R_{DON_3})}{L_2} - \frac{v_C}{L_2} \quad (86)$$

Para esta etapa, $\frac{dv_C(t)}{dt}$ é definida de acordo com a Equação (87).

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_{L_2}}{C} \quad (87)$$

A partir da Equação (81), foi possível obter $\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt}$, e pode ser escrita conforme a Equação (88).

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \quad (88)$$

Equação (89) define a tensão de saída v_o .

$$v_o = r_{C_H} \cdot i_{C_H} + v_{C_H} \quad (89)$$

Após realizar as devidas manipulações, tensão de saída v_o é definida conforme a Equação (90).

$$v_o = \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \cdot r_{C_H} + \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \cdot v_{C_H} \quad (90)$$

E a partir da Equação (91), i_o corresponde a:

$$i_o = i_{L_1} - i_{C_H} \quad (91)$$

Por fim, i_o é definido como:

$$i_o = \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} - \frac{v_{CSC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \quad (92)$$

4.4.3 Modelo Médio CA

Os resultados obtidos a partir das análises das etapas anteriores, são sobrepostos a partir do modelo médio das equações. Para este modo de operação, quando as chaves S_1 e S_2 estão fechadas, multiplica-se as equações encontradas na primeira etapa por $d \cdot T_S$, e quando S_3 e S_4 estão fechados, multiplica-se as equações da segunda etapa por $(1 - d) \cdot T_S$.

A equação diferencial de i_{L_1} é definida como:

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (2) \times ((1 - d) \cdot T_S) \quad (93)$$

Realizando as substituições pertinentes, obteve-se o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_1} + i_{L_1} \times \left(d \cdot \frac{(R_{L1} + R_{DON4})}{L_1} + d \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - d \cdot \frac{(R_{L1} + R_{DON1} + R_{DON2})}{L_1} - \right. \\ \left. \frac{(R_{L1} + R_{DON4})}{L_1} - \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) - i_{L_2} \times \left(\frac{d \cdot R_{DON2}}{L_1} \right) + v_C \times \left(\frac{d}{L_1} \right) + v_{CH} \times \left(d \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \right. \\ \left. \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) + v_{CSC} \times \left(d \cdot \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) \end{aligned} \quad (94)$$

Semelhante a i_{L_1} , as equações que correspondem i_{L_2} podem ser sobrepostas, obtendo a Equação (95).

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_2} - i_{L_1} \times \left(\frac{d \cdot R_{DON2}}{L_2} \right) + i_{L_2} \times \left(d \cdot \frac{(R_{L2} + R_{DON3})}{L_2} - d \cdot \frac{(R_{L2} + R_{DON2})}{L_2} - \right. \\ \left. \frac{(R_{L2} + R_{DON3})}{L_2} \right) + v_C \times \left(\frac{(d-1)}{L_2} \right) \end{aligned} \quad (95)$$

Sobrepondo as equações correspondentes a $\frac{dv_C(t)}{dt}$, obtém-se:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -i_{L_1} \times \frac{d}{C} + i_{L_2} \times \frac{(1-d)}{C} \quad (96)$$

Após sobreposição, a equação diferencial de v_{CH} é equivalente a Equação (97).

$$\begin{aligned} \frac{dv_{CH}(t)}{dt} = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} \right) - v_{CH} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} \right) + v_{CSC} \times \\ \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} \right) \end{aligned} \quad (97)$$

O modelo médio de $\frac{dv_{CSC}(t)}{dt}$ é dada pela Equação (98).

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) + v_{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) - v_{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) \quad (98)$$

Para a tensão de saída v_o , o modelo obtido é dado pela Equação (99).

$$v_o = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + v_{C_H} \times \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + v_{C_{SC}} \times \left(\frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \quad (99)$$

E por fim, sobrepondo as equações que correspondem a i_o , obtém-se:

$$i_o = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + v_{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - v_{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \quad (100)$$

4.4.4 Linearização

Considerando as pequenas variações sobre os vetores de estado, variáveis de entrada, saída de estado e razão cíclica e inserindo pequenas perturbações, foram obtidas as equações linearizadas das equações sobrepostas para este modo de operação. A diferencial de \widetilde{i}_{L_1} corresponde a Equação (101).

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{i}_{L_1}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{v}_{CC}}{L_1} + \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{L_1} \times \left(D \cdot (R_{L_1} + R_{DON4}) + D \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} - D \cdot (R_{L_1} + R_{DON1} + \right. \\ & \left. R_{DON2}) - (R_{L_1} + R_{DON4}) - \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{L_1} \times (D \cdot R_{DON2}) + \frac{\widetilde{v}_C}{L_1} \times (D) + \\ & \frac{\widetilde{v}_{C_H}}{L_1} \times \left(D \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H})} - \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{v}_{C_{SC}}}{L_1} \times \left(\frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \right) + \frac{\widetilde{d}}{L_1} \times \left(I_{L_1} \cdot \left((R_{L_1} + \right. \right. \\ & \left. \left. R_{DON4}) + \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} - (R_{L_1} + R_{DON1} + R_{DON2}) \right) - I_{L_2} \cdot R_{DON2} + V_C + \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \cdot \right. \\ & \left. V_{C_H} + \frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \cdot V_{C_{SC}} \right) \end{aligned} \quad (101)$$

A equação equivalente a $\frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt}$ é dada pela Equação (102).

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{v}_{CC}}{L_2} - \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{L_2} \times (D \cdot R_{DON2}) + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{L_2} \times \left(D \cdot (R_{L_2} + R_{DON3}) - D \cdot (R_{L_2} + R_{DON2}) - \right. \\ & \left. (R_{L_2} + R_{DON3}) \right) + \frac{\widetilde{v}_C}{L_2} \times (D - 1) + \frac{\widetilde{d}}{L_2} \times \left(-I_{L_1} \cdot R_{DON2} + I_{L_2} \cdot \left((R_{L_2} + R_{DON3}) - \right. \right. \\ & \left. \left. (R_{L_2} + R_{DON2}) \right) + V_C \right) \end{aligned} \quad (102)$$

Para a diferencial de \widetilde{v}_C , obteve-se a Equação (103).

$$\frac{d\widetilde{v}_C(t)}{dt} = -\frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C} \times (D) + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{C} \times (1 - D) - \frac{\widetilde{d}}{C} \times (I_{L_1} + I_{L_2}) \quad (103)$$

O modelo linearizado da equação diferencial de \widetilde{v}_{C_H} é dado pela Equação (104).

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{v}_{C_H}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C_H} \times \left((1 - D) \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{v}_{C_H}}{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \frac{\widetilde{v}_{C_{SC}}}{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \\ & \frac{\widetilde{d}}{C_H} \times \left(I_{L_1} \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \end{aligned} \quad (104)$$

A equação equivalente a $\frac{d\widetilde{v}_{C_1}(t)}{dt}$ é dada pela Equação (105).

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{v}_{C_{SC}}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C_{SC}} \times \left((1 - D) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \frac{\widetilde{v}_{C_H}}{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{v}_{C_{SC}}}{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \\ & \frac{\widetilde{d}}{C_{SC}} \times \left(I_{L_1} \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \end{aligned} \quad (105)$$

A Equação (106) representa o modelo linearizado \widetilde{v}_o .

$$\begin{aligned} \widetilde{v}_o = & i_{L_1} \times \left((1 - D) \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \widetilde{v}_{C_H} \times \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \widetilde{v}_{C_{SC}} \times \left(\frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \\ & \widetilde{d} \left(I_{L_1} \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \end{aligned} \quad (106)$$

E por fim, a equação equivalente a \widetilde{i}_o é dada pela Equação (107).

$$\begin{aligned} \widetilde{i}_o = & i_{L_1} \times \left((1 - D) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \widetilde{v}_{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \widetilde{v}_{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \\ & - \widetilde{d} \left(I_{L_1} \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) \end{aligned} \quad (107)$$

O modelo linearizado em espaço de estados pode ser visto na Equação (108) e (109).

$$\begin{bmatrix} \frac{d\widetilde{i}_{L_1}(t)}{dt} \\ \frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt} \\ \frac{d\widetilde{v}_C(t)}{dt} \\ \frac{d\widetilde{v}_{C_H}(t)}{dt} \\ \frac{d\widetilde{v}_{C_{SC}}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_9}{L_1} & -\frac{D \cdot R_{DON2}}{L_1} & \frac{D}{L_1} & \frac{K_{10}}{L_1} & -\frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot L_1} \\ -\frac{D \cdot R_{DON2}}{L_2} & \frac{K_{11}}{L_2} & \frac{(D-1)}{L_2} & 0 & 0 \\ -\frac{D}{C} & \frac{(1-D)}{C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(1-D) \cdot R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} & 0 & 0 & -\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} & \frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \\ \frac{(1-D) \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} & 0 & 0 & \frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} & -\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{i}_{L_1} \\ \widetilde{i}_{L_2} \\ \widetilde{v}_C \\ \widetilde{v}_{C_H} \\ \widetilde{v}_{C_{SC}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & \frac{K_{12}}{L_1} \\ \frac{1}{L_2} & \frac{K_{13}}{L_2} \\ 0 & -\frac{(I_{L_1}+I_{L_2})}{C} \\ 0 & -\frac{I_{L_1} \cdot R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \\ 0 & -\frac{I_{L_1} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{v}_{CC} \\ \widetilde{d} \end{bmatrix} \quad (108)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{v}_o \\ \widetilde{i}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1-D) \cdot R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} & 0 & 0 & \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H})} & \frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \\ \frac{(1-D) \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} & 0 & 0 & \frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H})} & -\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{i}_{L_1} \\ \widetilde{i}_{L_2} \\ \widetilde{v}_C \\ \widetilde{v}_{C_H} \\ \widetilde{v}_{C_{SC}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{I_{L_1} \cdot R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \\ 0 & -\frac{I_{L_1} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{v}_{CC} \\ \widetilde{d} \end{bmatrix} \quad (109)$$

Onde:

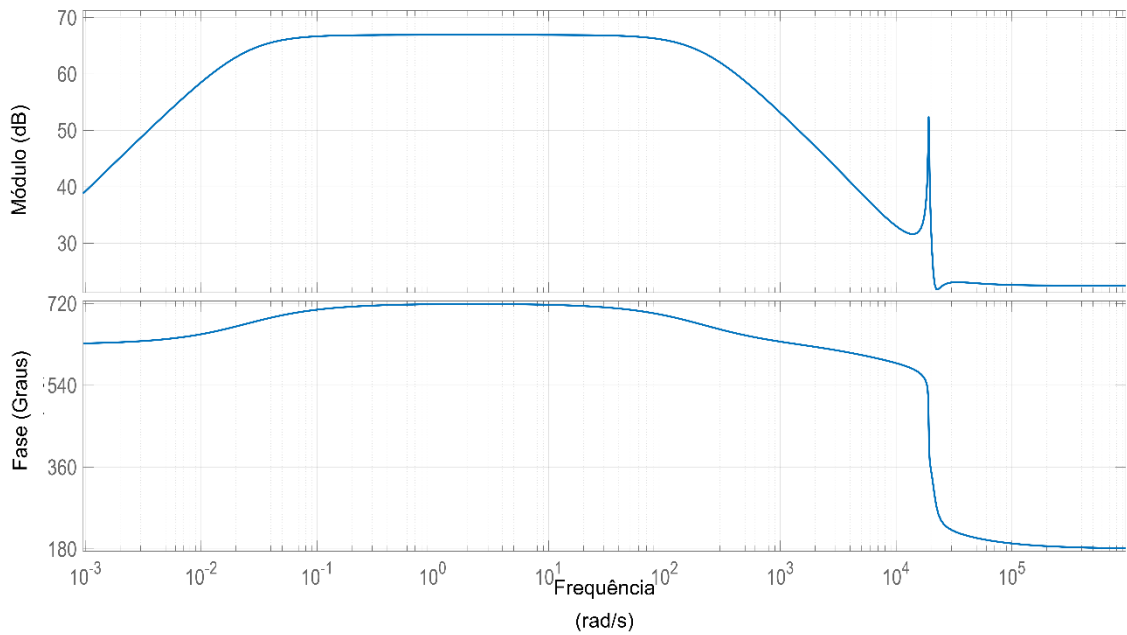
$$\begin{aligned}
K_9 &= D \cdot (R_{L1} + R_{DON4}) + D \cdot \frac{R_{SC} r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} - D \cdot (R_{L1} + R_{DON1} + R_{DON2}) - \\
&\quad (R_{L1} + R_{DON4}) - \frac{R_{SC} r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} \\
K_{10} &= D \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} - \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \\
K_{11} &= D \cdot (R_{L2} + R_{DON3}) - D \cdot (R_{L2} + R_{DON2}) - (R_{L2} + R_{DON3}) \\
K_{12} &= I_{L1} \cdot \left((R_{L1} + R_{DON4}) + \frac{R_{SC} r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} - (R_{L1} + R_{DON1} + R_{DON2}) \right) - I_{L2} \cdot R_{DON2} + \\
&\quad V_C + \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot V_{CH} + \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot V_{CSC} \\
K_{13} &= -I_{L1} \cdot R_{DON2} + I_{L2} \cdot ((R_{L2} + R_{DON3}) - (R_{L2} + R_{DON2})) + V_C
\end{aligned}$$

4.4.5 Definição dos Modelos

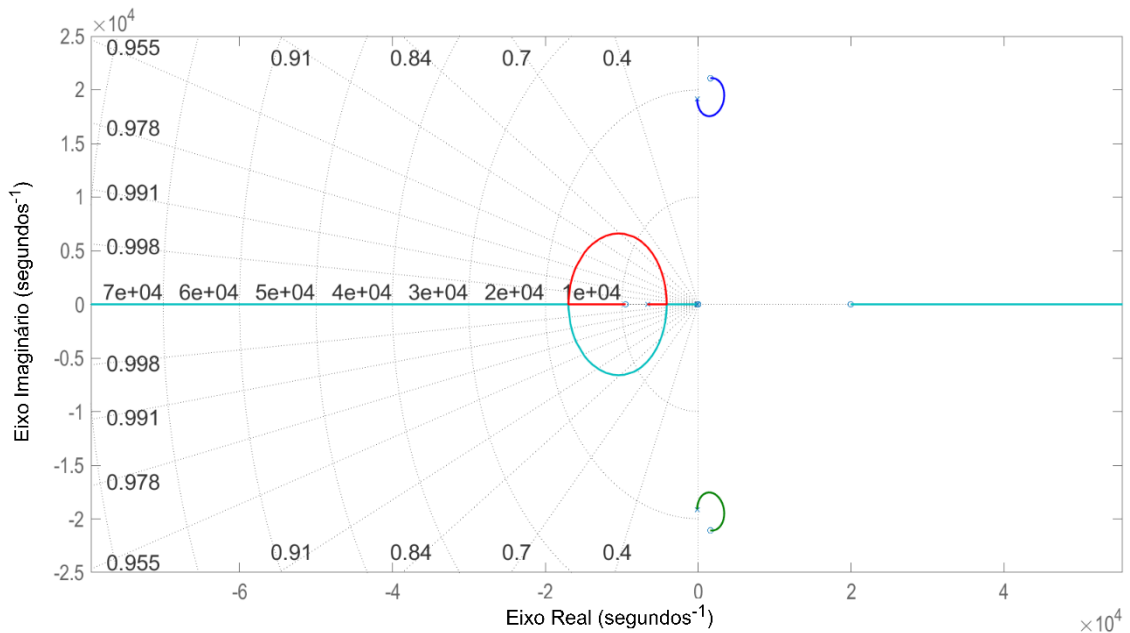
Analogamente ao modo de operação Buck, através do software *MatlabTM*, foram definidos os modelos médios de pequeno sinal no plano s para o modo de operação Boost. A partir dos parâmetros de projeto e dos valores calculados e considerando $\widetilde{v_{CC}} = 0$, obteve-se a função de transferência $\frac{\widetilde{t_o}}{\widetilde{d}}$.

$$\frac{\widetilde{t_o}}{\widetilde{d}} = \frac{-13,3s^5 + 1,81 \times 10^5 s^4 - 3,857 \times 10^9 s^4 + 5,39 \times 10^9 s^2 + 1,129 \times 10^{18} s - 12,81}{s^5 + 7112s^4 + 3,687 \times 10^8 s^3 + 2,505 \times 10^{12} s^2 + 5,091 \times 10^{14} s - 1,24 \times 10^{13}} = G_{iod}(s) \quad (110)$$

A função de transferência de malha aberta representada na Equação (110), apresenta cinco polos, sendo um no semiplano direito e, cinco zeros, sendo um deles presente no semiplano direito. O diagrama de bode e o lugar geométrico das raízes que representa a FT de $\frac{\widetilde{t_o}}{\widetilde{d}}$ esta ilustrada na Figura 38 e na Figura 39, respectivamente.

Figura 38: Diagrama de bode correspondente a FT de $G_{iod}(s)$.

Fonte: Autora (2025).

Figura 39: Lugar geométrico das raízes referente a FT de $G_{iod}(s)$.

Fonte: Autora (2025).

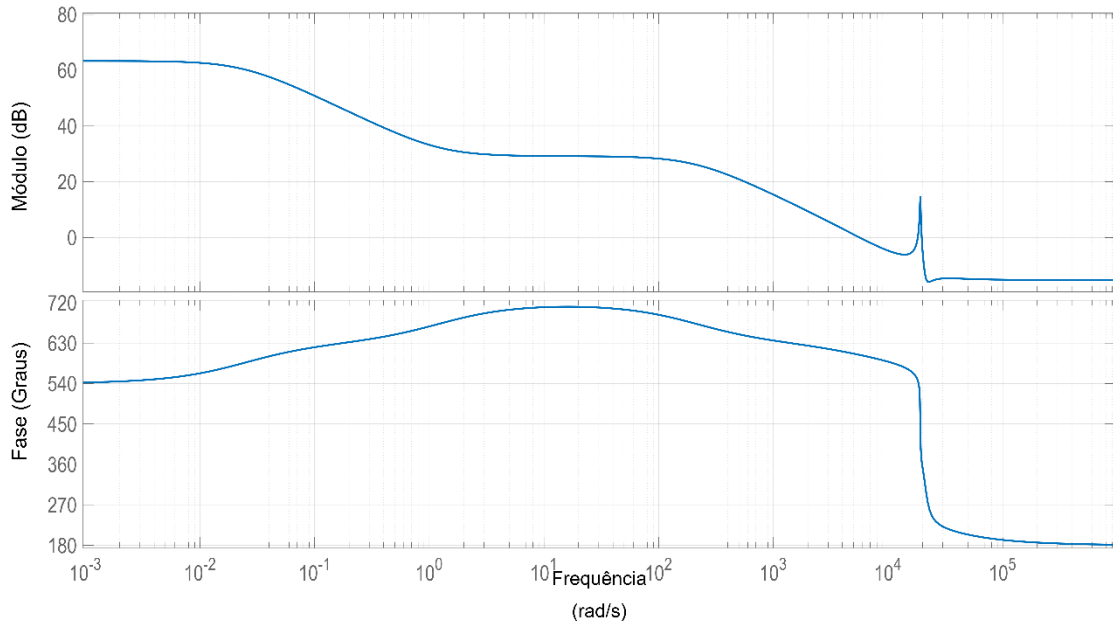
Considerando novamente $\widehat{v}_{CC} = 0$, obtém-se a função de transferência que representa a planta $\frac{\widehat{v}_o}{\widehat{a}}$.

$$\frac{\widehat{v}_o}{\widehat{a}} = \frac{-0,1729s^5 + 2353s^4 - 5,014 \times 10^7 s^3 + 7,007 \times 10^{11} s^2 + 1,468 \times 10^{16} s + 1,821 \times 10^{16}}{s^5 + 7112s^4 + 3,687 \times 10^8 s^3 + 2,505 \times 10^{12} s^2 + 5,091 \times 10^{14} s - 1,24 \times 10^{13}} = G_{vod}(s) \quad (111)$$

A função de transferência em malha aberta representada pela Equação (111), a planta apresenta cinco polos, sendo apenas um presente no semiplano direito e cinco zeros, sendo três

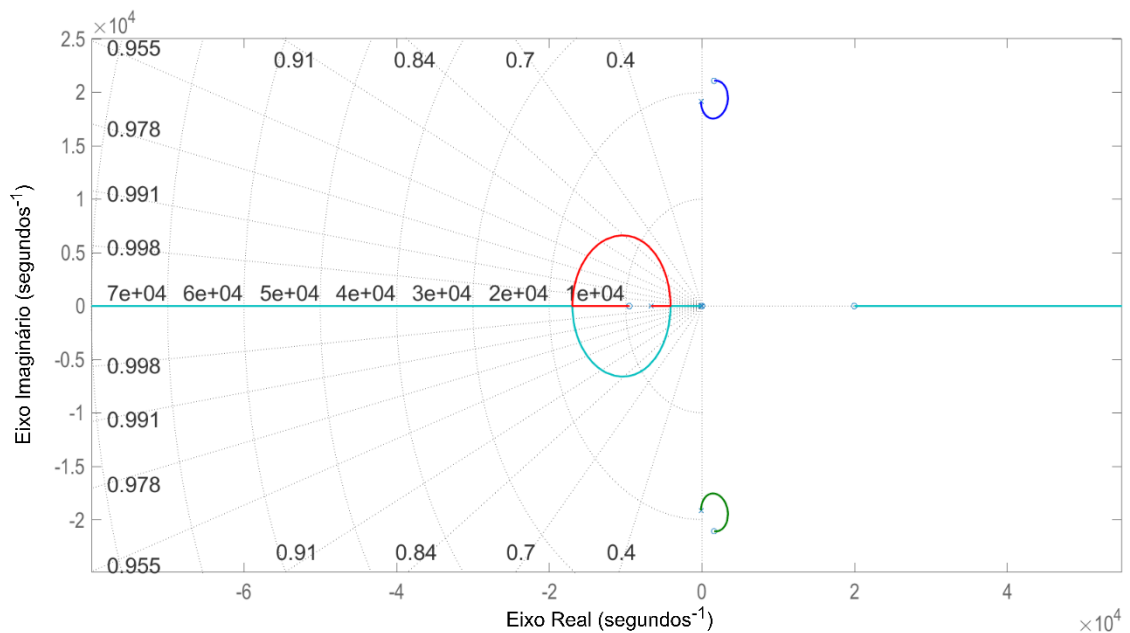
presente no semiplano direito. O diagrama de bode e o lugar geométrico das raízes da planta da FT de $G_{vod}(s)$ para o modo de operação Boost está ilustrada na Figura 40 e 41.

Figura 40: Diagrama de bode da função de transferência $G_{vod}(s)$.



Fonte: Autora (2025).

Figura 41: Lugar geométrico das raízes correspondente a FT $G_{vod}(s)$.



Fonte: Autora (2025).

4.5 Conclusão

Neste capítulo foi realizada uma revisão bibliográfica referente a modelagem matemática de conversores CC-CC, com ênfase na técnica de espaço de estados, destacando a

natureza não-linear desses sistemas e a necessidade de estratégias de controle para garantir uma saída de tensão ou corrente regulada. Logo, a partir desta revisão foi realizada a modelagem em espaço de estados do conversor CC-CC bidirecional com alto ganho de tensão a partir dos circuitos equivalentes de cada modo de operação, dando subsídios para desenvolvimento das estratégias de controle necessárias para regulação da saída

5 PROJETO DE CONTROLE E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 Introdução

Em certos sistemas, os polos de malha fechada podem ser realocados para a posição desejada através da definição adequada dos ganhos do sistema. Se a resposta esperada não seja alcançada, será necessário projetar um controlador ou compensador. A inserção deste controlador altera a dinâmica do sistema, com o objetivo de corrigir as condições indesejáveis do sistema (MAYA e LEONARDI, 2010; NISE, 2012; OGATA, 2011). A partir dos modelos dinâmicos para os dois modos de operação do conversor definidos, é possível projetar o controle.

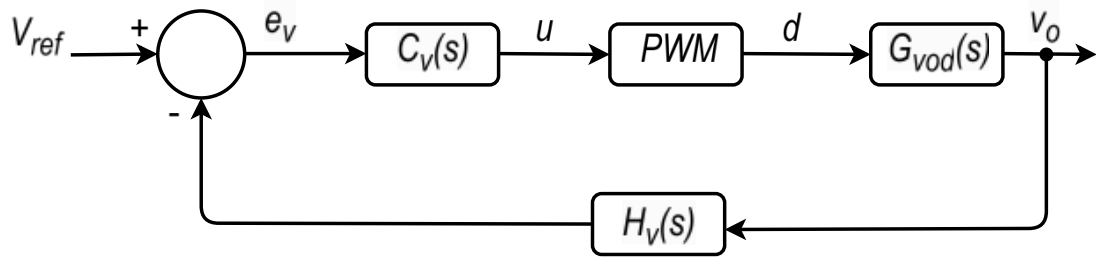
Neste capítulo será abordado a estratégia de controle adotada para o conversor bidirecional com alto ganho de tensão para a carga e descarga do supercapacitor, assim como análise dos resultados a partir do controle adotado.

5.2 Técnicas de Controle

Diversos autores implementaram técnicas de controle clássico em conversores CC-CC aplicados a sistemas de armazenamento. Samson et al. (2009) aplica técnicas de controle de tensão e de corrente em diversos conversores CC-CC bidirecionais em um sistema de potência híbrido composto por um sistema fotovoltaico, célula à combustível, baterias e supercapacitores. Jin et al. (2010) aborda um conversor de três níveis para um sistema híbrido de bateria e célula à combustível, utilizando controle PID com controle baseado em modelo. Saggini et al. (2010) aplicaram controle PI e PID em conversores CC-CC bidirecionais para sistemas híbridos baseados em supercapacitores para uma rede sensores sem fio. Enang e Johnson (2020) adotaram controle PI em conversores CC-CC integrados a um sistema de armazenamento híbrido composto por baterias e supercapacitores para operações de carga e descarga durante flutuações de frequência.

Para controle de tensão, apenas uma malha é utilizada, conforme ilustrada na Figura 42. O controle de tensão ocorre partir da diferença entre o valor de referência de tensão V_{ref} e o sinal de realimentação v_o multiplicado pelo ganho de tensão $H_v(s)$, resultando em um erro de tensão e_v , utilizado como sinal de entrada do controlador (compensador) $C_v(s)$. Este produto resulta em um sinal de controle u que, ao comparado com a portadora, gera sinal PWM d (KASSAKIAN, SCHLECHT, VERGHESE, 1991).

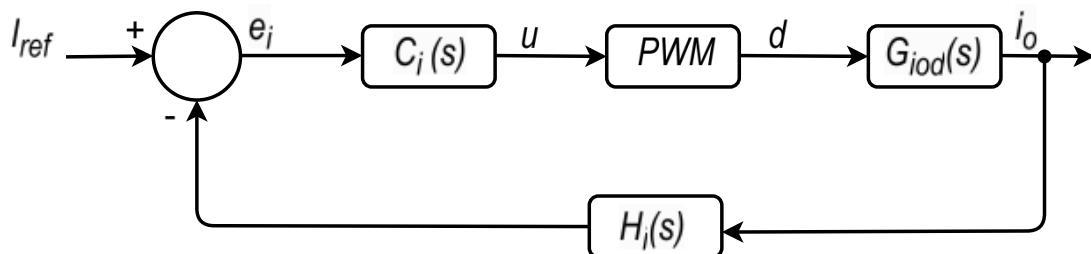
Figura 42: Diagrama de blocos para o controle de tensão.



Fonte: Autora (2025).

Semelhante ao controle de tensão, o controle de corrente ocorre a pela diferença do valor de referência de corrente I_{ref} e o sinal de realimentação i_o multiplicado pelo ganho $H_i(s)$, que neste caso e em $H_i(s)$, equivale a 1. A diferença resulta em um sinal de erro de corrente e_i , utilizado como sinal de entrada do bloco de controle $C_i(s)$, que também pode representar o produto de um controlador e um compensador. O produto resulta em um sinal de controle u que, ao comparado com a portadora, gera sinal PWM d , para então executar o controle dos interruptores. Este controle é ideal para conversores que operam em alta frequência de comutação (KASSAKIAN et al., 1991). O diagrama correspondente ao controle de corrente está ilustrado na Figura 43.

Figura 43: Diagrama de blocos correspondente ao controle de corrente.



Fonte: Autora (2025).

5.3 Método do Lugar Geométrico das Raízes

O método do lugar geométrico das raízes consiste na representação gráfica dos polos em malha fechada à medida que um parâmetro do sistema é variado, sendo um método de projeto para estabilidade e resposta transitória. O projeto pelo método de lugar geométrico das raízes se baseia, principalmente, na modificação das raízes do sistema, por meio de acréscimo de polos e zeros à função de transferência de malha aberta (NISE, 2012; OGATA, 2011).

Através da modificação de polos e zeros, compensando corretamente o sistema, é possível melhorar a resposta transitória e eliminar o erro em regime permanente. Os

compensadores que utilizam integração pura eliminam o erro em regime permanente, enquanto os que utilizam derivação pura para melhoram a resposta transitória do sistema (NISE, 2012; OGATA, 2011).

Para o projeto do controlador implementado, foi utilizado o método do lugar geométrico das raízes. E para atingir o resultado favorável, recomenda-se que a frequência de cruzamento de ganho, f_c , seja: $f_c \leq 0,1 \times f_s$, logo, uma frequência de cruzamento mais conservadora e adequada (OGATA, 2011). Neste trabalho, foram obtidos os modelos de pequenos sinais e, os mesmos estão representados por meio de funções de transferência no plano s . As funções de transferência representam o comportamento dinâmico do sistema em malha aberta e, através deste comportamento, foi desenvolvido o controlador para o conversor.

5.4 Projeto dos Controladores na Operação Buck

Quando o conversor bidirecional com alto ganho e tensão opera como Buck, o mesmo transfere energia do supercapacitor para o barramento CC. Esta energia, por sua vez, é destinada à alimentação das demais cargas conectadas ao sistema. A tensão disponibilizada ao barramento CC deve ser estável, pois caso ocorra algum fenômeno que afete a qualidade de energia, isto pode prejudicar o desempenho das cargas.

Para o projeto do controle no sentido Buck, é utilizado o modelo de pequeno sinal linearizado $G_{vod}(s)$ obtido no capítulo anterior. A Tabela 2 apresenta as grandezas referente conversor operando no sentido Buck. Enfatizando que, para resultados próximos dos reais, foram adotados valores comerciais para os componentes.

Tabela 2: Parâmetros utilizados para o desenvolvimento do controle para a operação Buck.

Parâmetros	Especificações
Potência nominal	$P_o = 1 \text{ kW}$
Tensão de entrada	$V_{SC} = 162 \text{ V}$
Tensão de saída	$V_{CC} = 48 \text{ V}$
Razão cíclica máxima	$D_{Buck} = 0,55$
Frequência de comutação	$f_s = 500 \text{ kHz}$
Indutância L_1	$L_1 = 300 \text{ } \mu\text{H}$
Indutância L_2	$L_2 = 100 \text{ } \mu\text{H}$
Capacitância central	$C = 10 \text{ } \mu\text{F}$
Capacitância de saída	$C_{CC} = 50 \text{ } \mu\text{F}$

Resistência de carga	$R_{CC} = 2,304$
Resistência série dos indutores	$R_L = 4 \text{ m}\Omega$
Resistência série do capacitor de saída	$R_C = 1 \text{ m}\Omega$
Resistência dreno-fonte	$R_{DS(ON)} = 15 \text{ m}\Omega$

A planta $G_{vod}(s)$ não compensada apresentou erro em regime permanente diferente de zero e polos instáveis de malha fechada. Para esta planta, um controlador PI foi projetado para melhorar o desempenho da tensão de saída, que deve permanecer em torno de 48 V. Foi inserido um polo em malha aberta, de modo que o erro em regime permanente se torne igual a zero e aja a realocação dos polos em malha fechada, de tal modo que o sistema alcance a estabilidade. A estrutura do controlador PI pode ser vista na Equação (112).

$$PI = \frac{K \cdot (1 + s \cdot T_i)}{s \cdot T_i} \quad (112)$$

onde K equivale ao ganho do controlador e, T_i a constante de tempo do controlador PI.

Para este controlador, o critério utilizado para encontrar um valor correspondente para a constante T_i , era que $f_c \leq 0,1 \times f_s$. Para o projeto de controle do conversor operando como Buck, $f_c = 0,001 \times f_s$, logo T_i equivale a:

$$T_i = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{0,001 \times 2 \times \pi \times f_s} \quad (113)$$

O ganho K foi calculado de acordo com a Equação (114).

$$K = \frac{1}{\left| G_{vod}(s) \times \left(\frac{1 + s \cdot T_i}{s \cdot T_i} \right) \right|} \quad (114)$$

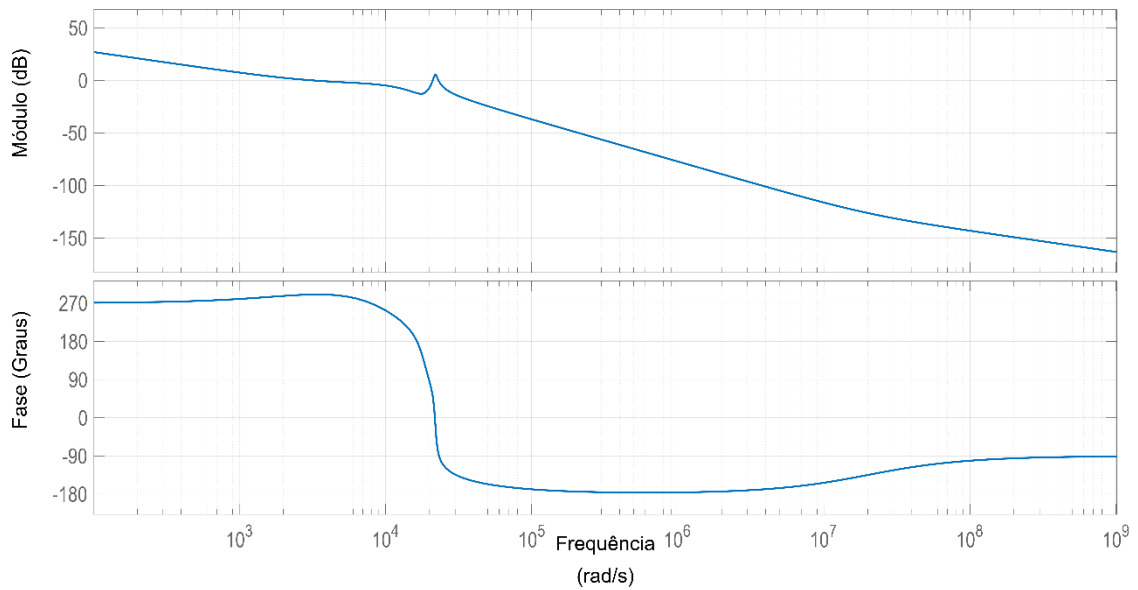
Onde, $s = j \cdot \omega_c$. Logo, o valor obtido equivale a $K = 0,0040$. A função de transferência correspondente ao controlador PI projetado, levando em consideração a função de transferência $G_{vod}(s)$, é dado pela Equação (115). O controlador leva o erro de regime permanente a zero, além de realocar os polos de malha fechada para o semiplano esquerdo, ou seja, levando o sistema ao estado de acomodação.

$$PI = \frac{1,27 \times 10^{-6}s + 0,004001}{0,0003183s} \quad (115)$$

5.4.1 Análise dos Resultados – Operação Buck

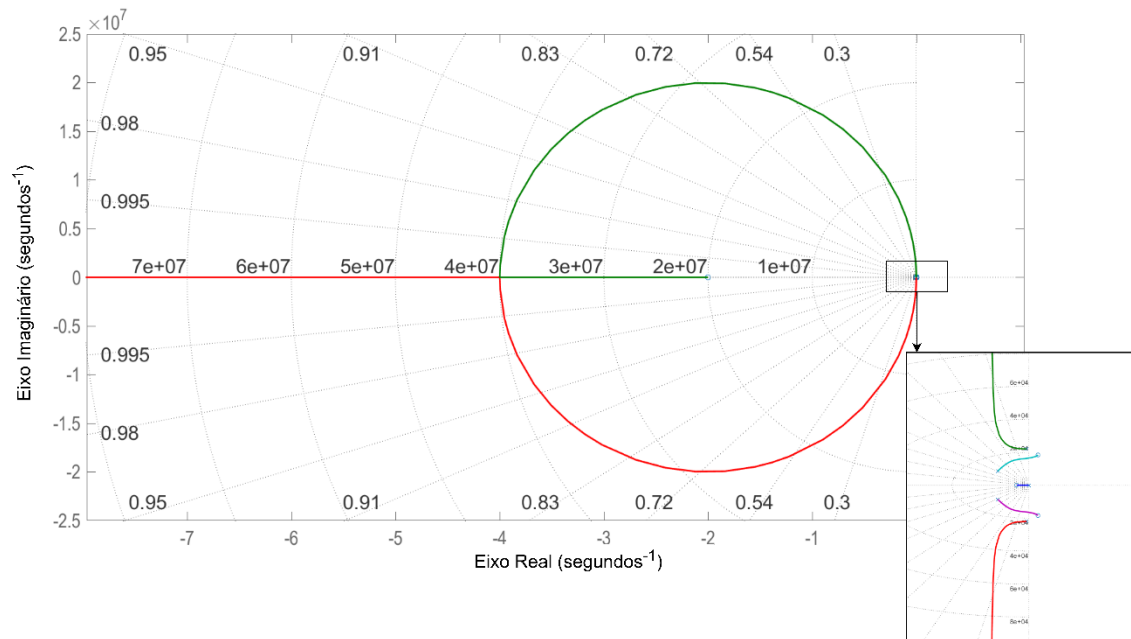
O diagrama de bode e o lugar geométrico das raízes obtido após os ajustes realizados estão ilustrados na Figura 44 e na Figura 45, respectivamente.

Figura 44: Diagrama de bode após execução do controle projetado.



Fonte: Autora (2025).

Figura 45: Lugar geométrico das raízes após aplicação do controle PI.



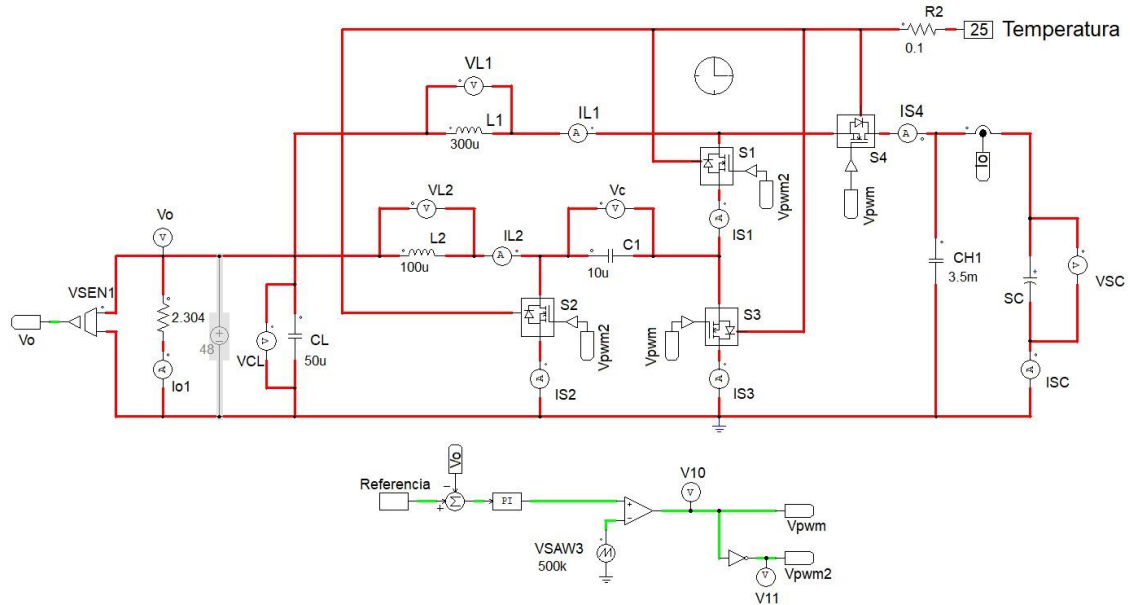
Fonte: Autora (2025).

Nas Figura 44 é possível observar que, a partir do controle aplicado, houve a redução da frequência de ganho, reduzindo ruídos e oscilações no sistema. Enquanto na Figura 45, a partir do zero inserido a partir do controlador, foi possível levar o sistema a operar de forma estável.

Simulações computacionais foram realizadas no *software* PSIMTM para validar o modelo e o controlador elaborado para o conversor operando como Buck. Para as simulações,

foram utilizados os parâmetros contidos na Tabela 2. O circuito simulado no *software* PSIM™ para modo de operação Buck está ilustrado na Figura 46.

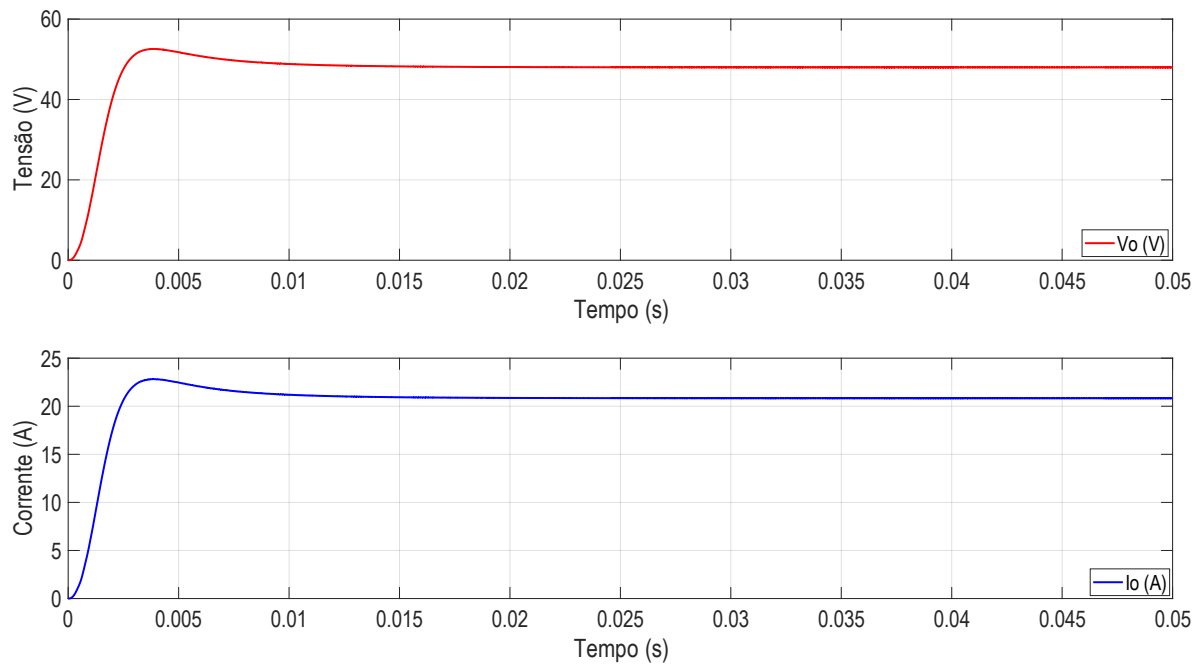
Figura 46: Circuito simulado no *software* PSIM™.



Fonte: Autora (2025).

A forma de onda da tensão de saída V_o , e a corrente de saída I_o , obtidos através das simulações computacionais para o conversor operando como Buck está ilustrado na Figura 47.

Figura 47: Forma de onda da tensão e da corrente de saída resultante após o controle aplicado.

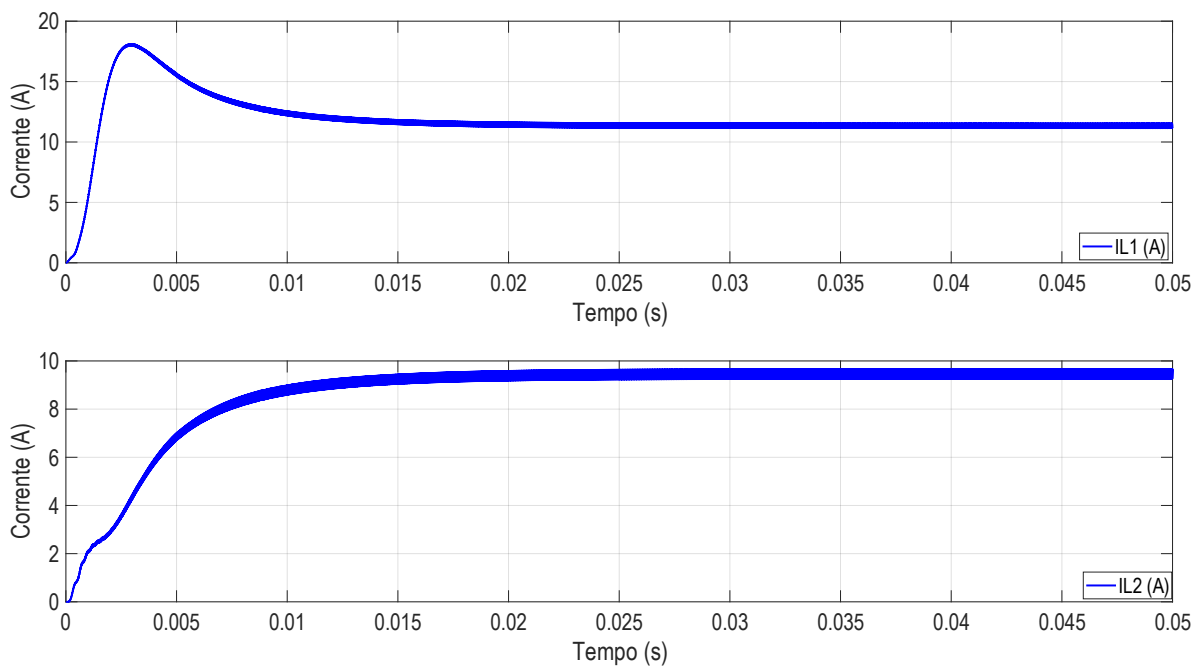


Fonte: Autora (2025).

Na Figura 47 é possível observar que a tensão e a corrente saída entram em regime permanente em 0,005 s e apresentam baixa ondulação sobre o barramento CC. A tensão de saída equivale a, exatamente, $V_o = 48 V$, em regime, enquanto a corrente de saída possui valor igual a $I_o = 20,83 A$ e potência de saída $P_o = 1 kW$.

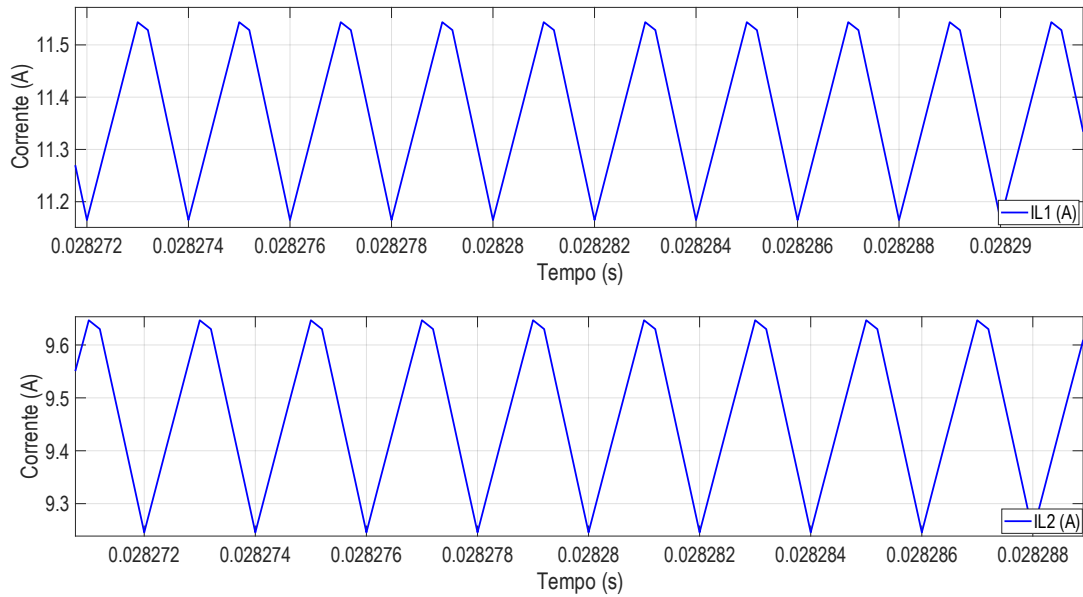
Entre os objetivos do conversor está a diminuição do estresse sobre os indutores, logo, as definições dos parâmetros de projeto permeavam dentro desta primícia. A partir dos destes parâmetros definidos na Tabela 1 e do controle aplicado, obteve-se o comportamento de corrente sobre os indutores conforme ilustrado na Figura 48.

Figura 48: Forma de onda da corrente sobre os indutores I_{L_1} e I_{L_2} resultante.



Fonte: Autora (2025).

A corrente sobre indutor I_{L_1} e I_{L_2} apresentam o comportamento de regime em, aproximadamente, 0,015 s. Após o período transitório, a corrente sobre I_{L_1} equivale, em média a $I_{L_1} = 11,37 A$, enquanto $I_{L_2} = 9,46 A$. Sobre a ondulação de corrente sobre os indutores, as mesmas apresentam baixa ondulação, em torno de 0,4 A, logo, dentro dos parâmetros definidos em projeto, conforme ilustrado na Figura 49.

Figura 49: Ondulação sobre a corrente sobre os indutores I_{L_1} e I_{L_2} .

Fonte: Autora (2025).

5.5 Projeto dos Controladores na Operação Boost

Quando o conversor bidirecional com alto ganho de tensão opera como Boost, o mesmo transfere energia do barramento CC para o supercapacitor. Esta energia, por sua vez, é destinada para o carregamento do supercapacitor, logo, é necessário que o controle de corrente seja robusto, devido as características internas dos supercapacitores. O objetivo principal do controlador desenvolvido para a operação Boost é que o supercapacitor carregue com uma corrente constante.

Para o projeto do controle no sentido Boost, é utilizado o modelo de pequeno sinal linearizado $G_{ioa}(s)$ obtido no capítulo anterior. A Tabela 3 apresenta as grandezas referente conversor operando no sentido Boost. Conforme enfatizado no modo de operação Buck, todos os valores utilizados na obtenção do modelo e para o projeto do controle, foram adotados valores comerciais para os componentes.

Tabela 3: Parâmetros utilizados para o desenvolvimento do controle para a operação Boost.

Parâmetros	Especificações
Potência nominal	$P_o = 1 \text{ kW}$
Tensão de entrada	$V_{CC} = 48 \text{ V}$
Tensão de saída	$V_{SC} = 162 \text{ V}$
Razão cíclica máxima	$D_{Boost} = 0,45$
Frequência de comutação	$f_s = 500 \text{ kHz}$

Indutância L_1	$L_1 = 300 \mu H$
Indutância L_2	$L_2 = 100 \mu H$
Capacitância central	$C = 10 \mu F$
Capacitância de saída	$C_H = 3,5 mF$
Capacitância do supercapacitor	$C_{SC} = 62 F$
Resistência de carga adotado	$R_{SC} = 26,244 \Omega$
Resistência série dos indutores	$R_L = 4 m\Omega$
Resistência série do capacitor de saída	$R_C = 1 m\Omega$
Resistência dreno-fonte	$R_{DS(ON)} = 15 m\Omega$

Importante salientar que o valor de carga adotado para definição do modelo e projeto de controle é diferente da resistência em série do supercapacitor, pois se utilizado a resistência em série do supercapacitor, o controle e simulações ficariam inviáveis, devido aos valores elevados de corrente.

A planta $G_{iod}(s)$ não compensada apresentou erro em regime permanente diferente de zero e, polos instáveis de malha fechada. A priori, foi projetado um controlador PI, visando eliminar o erro em regime permanente. Porém, diferente do conversor operando como Buck, somente o controlador PI não foi capaz de corrigir todos os problemas apresentado pela planta $G_{iod}(s)$. Então para, principalmente, eliminar a instabilidade do sistema, foi necessário projetar um compensador de avanço de fase em conjunto com o controlador PI para zerar eliminar o erro de regime permanente e realocar os polos instáveis para o semiplano esquerdo, levando o sistema a estabilidade.

O compensador de avanço de fase, estruturalmente, consiste em introduzir um zero e um polo com a finalidade de melhorar a resposta transitória do sistema. Dentre as vantagens da compensação de avanço de fase está a melhora da estabilidade do sistema e redução das oscilações (NISE, 2012; OGATA, 2011). Matematicamente, o compensador de avanço pode ser visto na Equação (116).

$$G_{comp.}(s) = K_c \cdot \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad (116)$$

onde K equivale ao ganho do controlador, z_c a frequência do zero do compensador e p_c a frequência do polo do compensador.

Para este controlador PI para o conversor operando como Boost, o critério utilizado para encontrar um valor correspondente para a constante T_i , era que $f_c \leq 0,1 \times f_s$. Para o projeto no modo Boost, T_i pode ser definido conforme a Equação (117).

$$T_i = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{0,0001 \times 2 \times \pi \times f_s} \quad (117)$$

O ganho K calculado para o controlador PI equivale a $K_{PI} = 0,00057$. A função de transferência correspondente ao controlador PI encontrado a partir dos critérios utilizados e da planta $G_{iod}(s)$, pode ser vista na Equação (118).

$$PI = \frac{1,829 \times 10^{-6}s + 0,00057}{0,003183s} \quad (118)$$

Para o projeto do compensador de avanço de fase, alguns parâmetros importantes foram necessários. O primeiro passo necessário para encontrar z_c e p_c é definir a variação de ângulo entre a margem de fase desejada para o sistema e a margem de fase da planta $G_{iod}(s)$ em malha aberta, $\Delta\phi$. A margem de fase é um indicador de estabilidade do sistema em malha fechada. Para a compensação do conversor operando como Boost, a margem de fase desejada foi 60° , com o intuito de garantir que a resposta seja estável e, a margem de fase da planta equivale a $90,03^\circ$ que, mesmo sendo uma margem de fase elevada, a mesma não foi capaz de garantir a estabilidade de saída do sistema. A partir desses parâmetros, $\Delta\phi = -30,0258^\circ$.

Dado a valor de $\Delta\phi$, foi possível definir o ângulo α do compensador, que consiste no parâmetro de ajuste que determina a posição do zero e do polo do compensador de avanço de fase. O ângulo deve estar na faixa $0 < \alpha < 1$. O ângulo α pode ser calculado conforme a Equação (119).

$$\alpha = \frac{1 - \sin \Delta\phi}{1 + \sin \Delta\phi} \quad (119)$$

Logo, $\alpha = 3,0031$. Com este valor de α , o projeto do compensador tenderia-se a um projeto de compensador de atraso de fase. Entretanto, foram realizados todos os cálculos e simulações pertinentes para o compensador de atraso de fase e, os resultados apresentaram um sistema com ruídos, oscilações na forma de onda e piora na resposta transitória. Enquanto que com o projeto compensador de avanço de fase com o valor de α calculado, houve o aumento do ganho em altas frequências no sistema, aceleração da resposta transitória, além de melhorar a estabilidade relativa. A partir destas considerações, os cálculos apresentados a seguir serão para o compensador de avanço de fase.

Com a definição de α , é possível calcular z_c e p_c , conforme a Equação (120) e Equação (121), respectivamente.

$$z_c = \frac{\omega_c}{\sqrt{\alpha}} \quad (120)$$

$$p_c = \omega_c \cdot \alpha \quad (121)$$

O valor de ω_c foi definido a partir da frequência de cruzamento, f_c , definida para o controlador PI. A partir das equações acima, $z_c = 181,285$ e $p_c = 544,423$.

Por fim, o ganho K_c pode ser calculado conforme a Equação (122).

$$K_c = \frac{1}{\left| G_{iod}(s) \times \left(\frac{s + z_c}{s + p_c} \right) \right|} \quad (122)$$

Onde, $s = j \cdot \omega_c$. O valor do ganho K_c calculado equivale a $K_c = 0,0014$. Entretanto, a resposta obtida do sistema a partir do ganho calculado foi superamortecida e lenta, dada as características da planta. Logo, o ganho foi ajustado para $K_c = 0,5$. A função de transferência correspondente ao compensador de avanço de fase calculado é dada pela Equação (123).

$$G_{comp.}(s) = \frac{0,5s + 90,64}{s + 544,4} \quad (123)$$

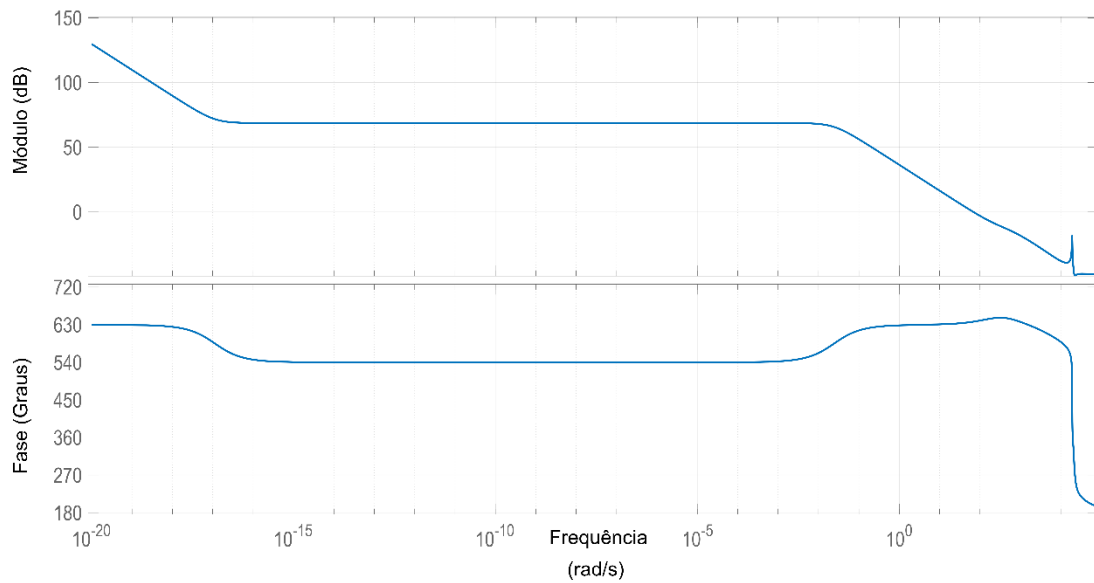
Por fim, a função de transferência obtida pelo produto entre o controlador PI e compensador de avanço de fase é dada pela Equação (124).

$$C_i(s) = \frac{9,145 \times 10^{-7}s^2 + 0,0004531s + 0,05209}{0,003183s^2 + 1,733s} \quad (124)$$

5.5.1 Análise dos Resultados – Operação Boost

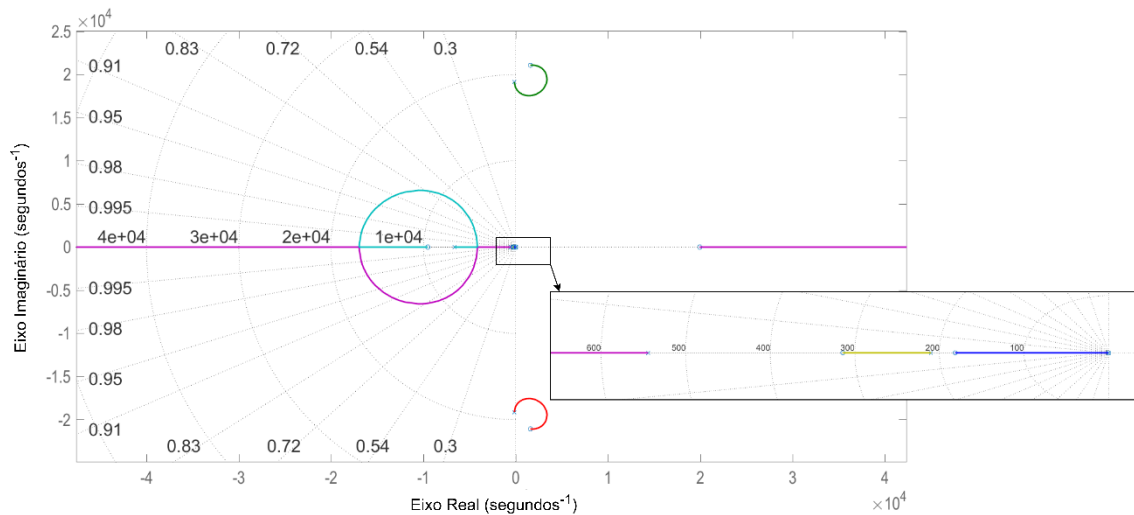
O diagrama de bode e o lugar geométrico das raízes obtido após a implementação do controlador PI e do compensador de avanço de fase estão ilustrados na Figura 50 e na Figura 51, respectivamente.

Figura 50: Diagrama de bode obtido após as estratégias de controle aplicado.



Fonte: Autora (2025).

Figura 51: Lugar geométrico das raízes obtido após estratégias aplicadas.

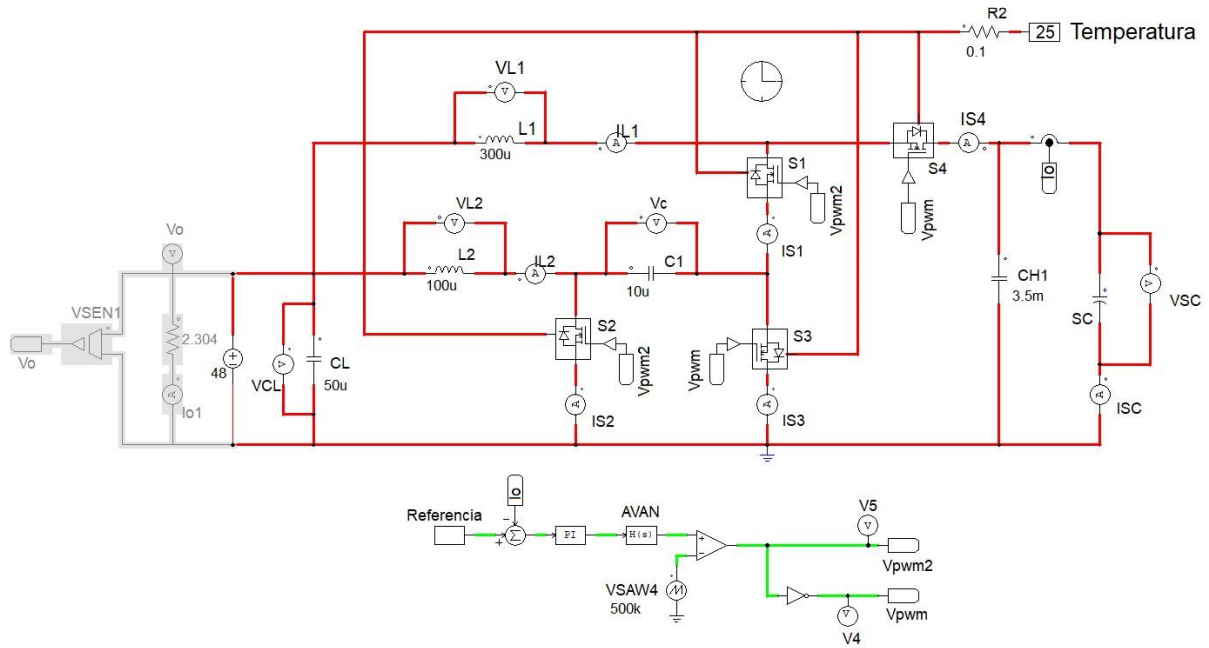


Fonte: Autora (2025).

Nas Figura 50 é possível observar que, a partir do controle aplicado, houve a redução da frequência de ganho, consequentemente, reduzindo ruídos e oscilações no sistema. Além disso, a margem de fase está bem acima de 0° , reduzindo os riscos de o sistema entrar em estado oscilatório. Enquanto na Figura 51, a partir dos zeros inserido a partir do controlador PI e compensador de avanço de fase, foi possível levar os polos que, anteriormente estavam no semiplano direito para o semiplano esquerdo, conduzindo o sistema ao estado de acomodação.

Simulações computacionais realizadas no *software* PSIM™ para validar o modelo e controlador PI e do compensador desenvolvido para o conversor operando como Boost. Para as simulações, foram utilizados os parâmetros contidos na Tabela 3. O circuito simulado no *software* PSIM™ para modo de operação Boost está ilustrado na Figura 52.

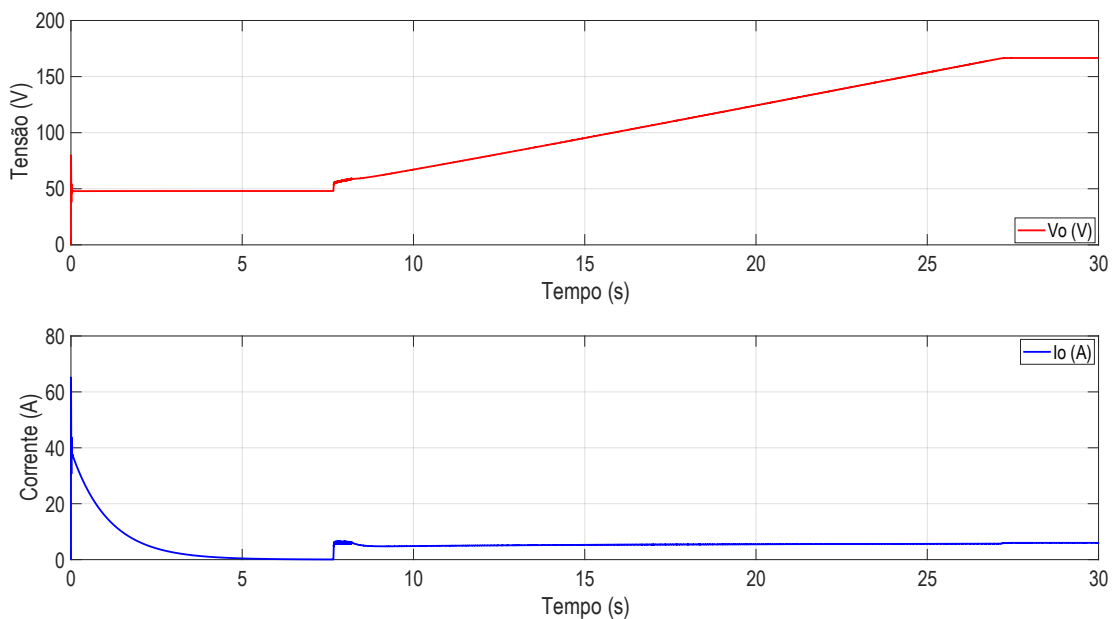
Figura 52: Circuito simulado no *software* PSIM™ para operação Boost.



Fonte: Autora (2025).

A tensão de saída V_o , e a corrente de saída I_o , obtidos através do *software* PSIM™ para o conversor operando como Boost está ilustrado na Figura 53.

Figura 53: Forma de onda da tensão e da corrente de saída resultante após o controle aplicado para o conversor operando como Boost.



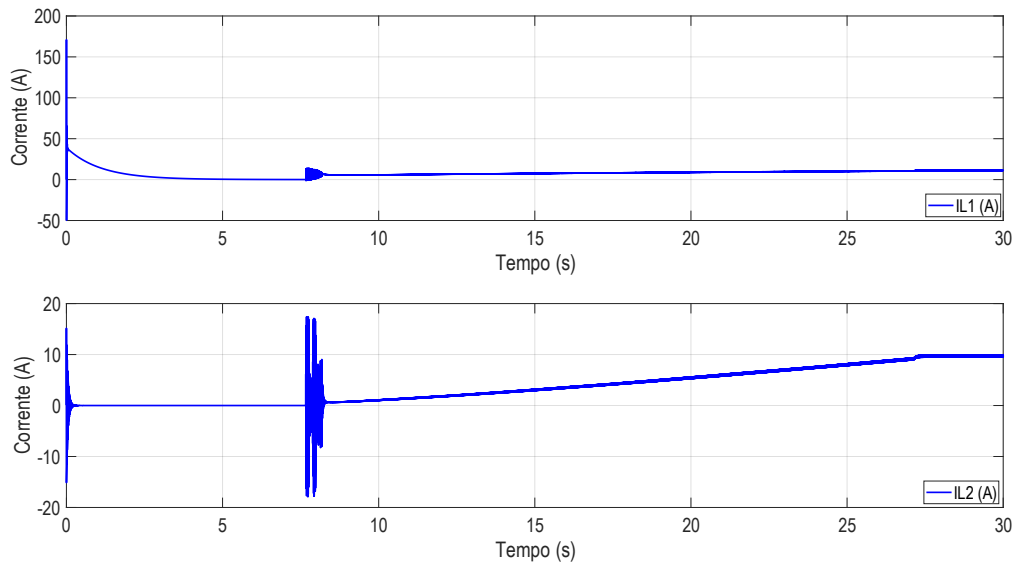
Fonte: Autora (2025).

Na Figura 53 é possível observar o comportamento da tensão e da corrente de carregamento do supercapacitor a partir do barramento CC de 48 V. Dada que a tensão inicial do supercapacitor equivale 0 V, ao iniciar o sistema, a tensão do supercapacitor atinge uma tensão de pico próxima aos 80 V, após isso a tensão decai para o 50 V, onde permanece por 7 s. Antes de iniciar efetivamente o carregamento, há um pequeno transitório que dura, em média, 0,7 s, em seguida o carregamento é efetivado e possui duração de, em média, 20 s. Entretanto, a tensão nominal do módulo do supercapacitor escolhido para o projeto é de 162 V e tensão máxima de 170 V, enquanto o carregamento finaliza a uma tensão de $V_o = 169 V$. Para não sobrecarregar o supercapacitor, futuramente serão implementadas restrições para que o carregamento finalize na tensão nominal do módulo, $V_o = 162 V$.

Em relação a corrente de saída, a partir das estratégias de controle elaboradas, foi possível estabelecer o carregamento com corrente constante de $I_o = 6 A$. O transitório que ocorre em V_o , também ocorre em I_o no mesmo intervalo de tempo e com mesma duração. A potência de saída final transferida do barramento CC para supercapacitor equivale a $P_o = 1,015 kW$.

As correntes sobre os indutores I_{L_1} e I_{L_2} apresentam baixa ondulação em regime permanente, correspondendo aos parâmetros de projeto estabelecidos na Tabela 1. Entretanto, é possível observar uma resposta transitória no mesmo intervalo em que ocorre na tensão V_o e na corrente I_o . As formas de onda da corrente sobre os indutores I_{L_1} e I_{L_2} está ilustrada na Figura 54.

Figura 54: Forma de onda da corrente sobre os indutores durante a operação Boost.



Fonte: Autora (2025).

5.6 Conclusão

Neste capítulo, foi apresentada as estratégias de controle realizadas para o conversor CC-CC bidirecional com alto ganho de tensão, com a finalidade gerenciar a energia em supercapacitores. Para o desenvolvimento destas estratégias de controle, tomou-se como base os modelos dinâmicos obtidos no capítulo anterior, avaliando a estabilidade e desempenho do conversor CC.

A partir dos resultados obtidos, evidenciam a eficácia do controle aplicado, dado o comportamento geral do sistema, garantindo o gerenciamento de energia em supercapacitores para ambos os modos operação do conversor CC.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o crescente desenvolvimento de fontes renováveis, impulsionada pela necessidade da transição para uma matriz energética sustentável, há a necessidade de garantir soluções que garantam a confiabilidade e estabilidade do sistema. Neste contexto, os sistemas híbridos são fundamentais, pois permitem a compensação da intermitência das fontes renováveis, otimizando o uso da energia e reduzindo os impactos na rede. Devido a estas necessidades existentes, o desenvolvimento de conversores CC-CC que permitem o fluxo bidirecional de potência são descritos na literatura, possibilitando o aprimoramento destas tecnologias.

O uso de supercapacitores atuando juntamente com as baterias se apresentam como solução, devido a sua alta densidade de potência. A partir disto, foram explorados os conceitos fundamentais, estruturas, classificação e modelagem dos supercapacitores, informações necessárias para o desenvolvimento de conversores e controle eficiente para gerenciar o fluxo de potência neste componente.

O conversor Buck-Boost bidirecional com alto ganho de tensão estudado e utilizado neste trabalho apresenta grandes vantagens, viabilizando o emprego de componentes de menor volume e peso, baixo estresse sobre os indutores, tensão e corrente de saída, além de fornecer um alto ganho na tensão no processo de conversão.

Os modelos dinâmicos foram definidos a partir da modelagem em espaço de estados, considerando as perdas do conversor permitiu a representação matemática mais realista do sistema, reproduzindo o comportamento dinâmico das plantas para os modos Buck e Boost de operação, possibilitando o desenvolvimento nos projetos de controle do conversor.

Para garantir a estabilidade no barramento CC, ou seja, no sentido Buck de operação, um controlador de tensão é implementado. Foi adotado um controlador PI com o intuito de garantir a estabilidade do sistema em malha fechada. No sentido Boost de operação, ou seja, para o carregamento do supercapacitor a partir do barramento CC, foram implementados um controlador PI e um compensador de avanço de fase assegurar que através do conversor o supercapacitor venha a carregar com uma corrente constante. Os resultados obtidos a partir das simulações comprovam que o controle do conversor é eficaz frente as perturbações do sistema, evidenciando a capacidade do sistema em gerenciar a energia em supercapacitores.

Desta forma, os estudos realizados contribuem no desenvolvimento tecnológico em conversores CC-CC bidirecionais aplicados a sistemas de armazenamento híbrido, especificamente em supercapacitores.

6.1 Trabalhos Futuros

Para continuidade das pesquisas nesta área, são propostas as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

1. Desenvolvimento do protótipo do conversor para realização dos testes necessários para obtenção dos resultados experimentais;
2. Realização de testes experimentais para validar os resultados obtidos a partir das simulações;
3. Elaboração do código que será inserido no microcontrolador que estabelecerá as restrições necessárias para bom funcionamento do conversor e supercapacitor;
4. Digitalização do controlador desenvolvido, aplicando transformada Z e/ou transformada *Tustin*;
5. Implementação de técnicas de controle mais aprimoradas, como controle de modo deslizante, realocação de estados para melhor atuação do conversor para obtenção de melhores respostas de tensão e corrente de saída e corrente sobre os indutores;
6. Aprimoramento da topologia, inserindo mais níveis intercalados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, O. A., e J. A. M. BLEIJIS. 2015. “An Overview of DC–DC Converter Topologies for Fuel Cell-Ultracapacitor Hybrid Distribution System”. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 609–26. doi: doi:10.1016/j.rser.2014.10.067.
- ANDRADE, Vinicius B., Ulisses C. PAIXÃO Jr., Carlos E. MOREIRA, Thiago M. SOARES, Jonathan M. TABORA, Maria Emília De L. TOSTES, Ubiratan H. BEZERRA, Bruno ALBUQUERQUE, e Luciano Da S. GOUVEIA. 2020. “Modelagem de um sistema de distribuição real desbalanceado e análise do impacto da geração distribuída utilizando o software OpenDSS”. em *Anais do Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos 2020*. sbabra.
- ARDI, Hossein, Ali AJAMI, Faezeh KARDAN, e Shahla NIKPOUR. 2016. “Analysis and Implementation of a Non-Isolated Bidirectional DC-DC Converter with High Voltage Gain”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 1–1. doi: 10.1109/TIE.2016.2552139.
- ASADI, Farzin, e Kei EGUCHI. 2018. *Dynamics and Control of DC-DC Converters*. Cham: Springer International Publishing.
- BABU, Thanikanti Sudhakar, Krishnakumar R. VASUDEVAN, Vigna K. RAMACHANDARAMURTHY, Suleiman Bala SANI, Sansubari CHEMUD, e Rosli Mat LAJIM. 2020. “A Comprehensive Review of Hybrid Energy Storage Systems: Converter Topologies, Control Strategies and Future Prospects”. *IEEE Access* 8:148702–21. doi: 10.1109/ACCESS.2020.3015919.
- BADAL, Faisal R., Subrata K. SARKER, Zannatun NAYEM, Sumaya I. MOYEEN, e Sajal K. DAS. 2023. “Microgrid to Smart Grid’s Evolution: Technical Challenges, Current Solutions, and Future Scopes”. *Energy Science & Engineering* 11(2):874–928. doi: 10.1002/ese3.1319.
- BHARTI, Ashwani KUMAR, Gulzar AHMED, Meenal GUPTA, Patrizia BOCCHETTA, Ravikant ADALATI, Ramesh CHANDRA, e Yogesh KUMAR. 2021. “Theories and Models of Supercapacitors with Recent Advancements: Impact and Interpretations”. *Nano Express* 2(2):022004. doi: 10.1088/2632-959X/abf8c2.
- CALERO, Fabian, Claudio A. CAÑIZARES, Kankar BHATTACHARYA, Chioma ANIEROBI, Ivan CALERO, Matheus F. Zambroni DE SOUZA, Mostafa FARROKHABADI, Noela Sofia GUZMAN, William MENDIETA, Dario PERAL, Bharatkumar V. SOLANKI, Nitin PADMANABHAN, e Walter VIOLANTE. 2023. “A Review of Modeling and Applications of Energy Storage Systems in Power Grids”. *Proceedings of the IEEE* 111(7):806–31. doi: 10.1109/JPROC.2022.3158607.
- CHMIELEWSKI, Adrian, Jakub MOZARYN, Piotr PIÓRKOWSKI, Robert GUMINSKI, e Krzysztof BOGDZINSKI. 2018. “Modelling of Ultracapacitors Using Recurrent Artificial Neural Network”. P. 713–23 em *Automation 2018*. Vol. 743, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, organizado por R. SZEWCZYK, C. ZIELINSKI, e M. KALICZYNSKA. Cham: Springer International Publishing.
- DALALA, Zakariya M., Zaka Ullah ZAHID, e Jih Sheng Jason LAI. 2016. “Modeling and Controller Design of a Bidirectional Resonant Converter Battery Charger”. P. 1–7 em *2016*

Asian Conference on Energy, Power and Transportation Electrification (ACEPT). Singapore, Singapore: IEEE.

DAVIES, T. S., C. M. JEFFERSON, N. LARSEN, e H. NOURI. 1996. “DC-DC Power Conversion for Supercapacitor Energy Storage System”. P. Pp. 289-292 em *31st Universities Power Engineering Conference: 18th, 19th and 20th September 1999*.

DIAB, Y., P. VENET, H. GUALOUS, e G. ROJAT. 2009. “Self-Discharge Characterization and Modeling of Electrochemical Capacitor Used for Power Electronics Applications”. *IEEE Transactions on Power Electronics* 24(2):510–17. doi: 10.1109/TPEL.2008.2007116.

DO NASCIMENTO, Ayrton L. Lisboa, Bruno Santana DE ALBUQUERQUE, Edilberto Oliveira Rozal FILHO, Jonathan Muñoz TABORA, Miguel Gomes BRILHANTE, Luiza J. M. DE ROCHA, Danielly P. Ribeiro CARRERA, Carminda C. M. DE MOURA CARVALHO, Maria Emília DE LIMA TOSTES, Erik Kauã Costa MONTEIRO, e Andreia Antloga DO NASCIMENTO. 2023. “Battery Energy Storage Systems Operation in a Hybrid Renewable System”. P. 1–6 em *2023 IEEE Colombian Caribbean Conference (C3)*. Barranquilla, Colombia: IEEE.

ENANG, Carlet M., e Brian K. JOHNSON. 2020. “Bidirectional Dc-Dc Converter Control in Battery-Supercapacitor Hybrid Energy Storage System”. P. 1–5 em *2020 IEEE Power & Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT)*. Washington, DC, USA: IEEE.

ENDESA, S. A. 2017. “La Graciosa, the intelligent energy island”. Recuperado 7 de julho de 2023 (<https://www.endesa.com/en/projects/all-projects/energy-transition/smart-grids/la-graciosa-the-intelligent-energy-island>).

ENERGY, DUKE. 2016. “Duke Energy to Put New Battery and Ultracapacitor System to the Test in N.C”. *News Duke Energy*. Recuperado 7 de julho de 2023 (<https://news.duke-energy.com/releases/duke-energy-to-put-new-battery-and-ultracapacitor-system-to-the-test-in-n-c>).

ERICKSON, Robert W., e Dragan MAKSIMOVIC. 2001. *Fundamentals of Power Eletronics*. Second edition.

FERREIRA, André Augusto, e José Antenor POMILIO. 2005. “Estado da Arte sobre a Aplicação de Supercapacitores em Eletrônica de Potência”. *Eletrônica de Potência* 10(2):25–32. doi: 10.18618/REP.2005.2.025032.

FUZATO, Guilherme Henrique Favaro. 2015. “Análise de um conversor boost interleaved com multiplicador de tensão para sistemas de geração distribuída que utilizam células a combustível como fonte primária”. Mestrado em Sistemas Dinâmicos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

GARCIA-TORRES, Felix, e Carlos BORDONS. 2015. “Optimal Economical Schedule of Hydrogen-Based Microgrids With Hybrid Storage Using Model Predictive Control”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 62(8):5195–5207. doi: 10.1109/TIE.2015.2412524.

- GEE, Anthony M., Francis V. P. ROBINSON, e Roderick W. DUNN. 2013. “Analysis of Battery Lifetime Extension in a Small-Scale Wind-Energy System Using Supercapacitors”. *IEEE Transactions on Energy Conversion* 28(1):24–33. doi: 10.1109/TEC.2012.2228195.
- GHORASHI KHALIL ABADI, Seyyed Ali, Seyed Iman HABIBI, Tohid KHALILI, e Ali Bidram. 2022. “A Model Predictive Control Strategy for Performance Improvement of Hybrid Energy Storage Systems in DC Microgrids”. *IEEE Access* 10:25400–421. doi: 10.1109/ACCESS.2022.3155668.
- Gorji, Saman A., Hosein G. Sahebi, Mehran Ektesabi, e Ahmad B. Rad. 2019. “Topologies and Control Schemes of Bidirectional DC–DC Power Converters: An Overview”. *IEEE Access* 7:117997–19. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2937239.
- GRBOVIC, Petar J. 2014. *ULTRA-CAPACITORS IN POWER CONVERSION SYSTEMS*.
- GUALOUS, Hamid, Hasna LOUAHLIA, e Roland GALLAY. 2011. “Supercapacitor Characterization and Thermal Modelling With Reversible and Irreversible Heat Effect”. *IEEE Transactions on Power Electronics* 26(11):3402–9. doi: 10.1109/TPEL.2011.2145422.
- Gürçam, Kenan, e Mehmet Nuri Almalı. 2023. “A High-Efficiency Single-Stage Isolated Sepic-Flyback AC–DC Led Driver”. *Electronics* 12(24):4946. doi: 10.3390/electronics12244946.
- HADINGHAM, Wenona, Kieran RAYNEY, Andrew BLAVER, Brad SMART, e Jai THOMAS. 2021. “Distributed Energy Resources Roadmap”. *IEEE Power and Energy Magazine* 19(5):1–1. doi: 10.1109/MPE.2021.3088698.
- HALPER, Marin S., e James C. ELLENBOGEN. 2006. “Supercapacitors: A Brief Overview”.
- HART, Daniel W. 2011. *Eletrônica de Potência*. 1^a.
- HOSSEINALIZADEH, Ramin, Hamed G. SHAKOURI, Mohsen Sadegh AMALNICK, e Peyman TAGHIPOUR. 2016. “Economic Sizing of a Hybrid (PV–WT–FC) Renewable Energy System (HRES) for Stand-Alone Usages by an Optimization-Simulation Model: Case Study of Iran”. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 54:139–50. doi: 10.1016/j.rser.2015.09.046.
- International Energy Agency. 2023. “World Energy Outlook 2023 – Analysis”. IEA. Recuperado 29 de junho de 2024 (<https://www.iea.org/reports/world-energy-outlook-2023>).
- IRO, Zaharaddeen S., C. SUBRAMANI, e S. S. DASH. 2016. “A Brief Review on Electrode Materials for Supercapacitor”. *International Journal of Electrochemical Science* 11(12):10628–43. doi: 10.20964/2016.12.50.
- JEFFERSON, C. M., e K. NEILSON. 1994. “Supercapacitor Energy Storage System”. P. 1, 275–77 em *29th Universities Power Engineering Conference: 14th, 15th and 16th September 1994, Hosted by Department of Electrical Engineering, University College, Galway, Ireland: Conference Proceedings*.
- JIN, Ke, Mengxiong YANG, Xinbo RUAN, e Min XU. 2010. “Three-Level Bidirectional Converter for Fuel-Cell/Battery Hybrid Power System”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57(6):1976–86. doi: 10.1109/TIE.2009.2031197.

KASSAKIAN, John G., Martin F. SCHLECHT, e George C. VERGHESE. 1991. *Principles of Power Electronics*. 5^a. Addison-Wesley Publishing Company.

KAUS, Maximilian, Julia KOWAL, e Dirk Uwe SAUER. 2010. “Modelling the Effects of Charge Redistribution during Self-Discharge of Supercapacitors”. *Electrochimica Acta* 55(25):7516–23. doi: 10.1016/j.electacta.2010.01.002.

KAZIMIERCZUK, Marian K. 2008. “Pulse-Width Modulated DC–DC Power Converters”.

KOLLIMALLA, Sathish Kumar, Mahesh Kumar MISHRA, e N. Lakshmi NARASAMMA. 2014. “Design and Analysis of Novel Control Strategy for Battery and Supercapacitor Storage System”. *IEEE Transactions on Sustainable Energy* 5(4):1137–44. doi: 10.1109/TSTE.2014.2336896.

KÖTZ, R., M. HAHN, e R. GALLAY. 2006. “Temperature Behavior and Impedance Fundamentals of Supercapacitors”. *Journal of Power Sources* 154(2):550–55. doi: 10.1016/j.jpowsour.2005.10.048.

LEE, Dae Hun, Ui Seong KIM, Chee Burm SHIN, Baek Haeng LEE, Byung Woo KIM, e Young-Ho KIM. 2008. “Modelling of the Thermal Behaviour of an Ultracapacitor for a 42-V Automotive Electrical System”. *Journal of Power Sources* 175(1):664–68. doi: 10.1016/j.jpowsour.2007.09.081.

MA, Ning, Dongfang YANG, Saleem RIAZ, Licheng WANG, e Kai WANG. 2023. “Aging Mechanism and Models of Supercapacitors: A Review”. *Technologies* 11(38):15. doi: <https://doi.org/10.3390/technologies11020038>.

MARIE-FRANÇOISE, Jean-Noël, Hamid GUALOUS, e Alain BERTHON. 2004. “Supercapacitor Modeling with Artificial Neural Network (ANN)”.

MAYA, Paulo Alvaro, e Fabrizio LEONARDI. 2010. *Controle Essencial*.

MAYER, Robson, Adriano PÉRES, e Sérgio Vidal Garcia OLIVEIRA. 2015. “Conversor CC-CC Multifásico Bidirecional em Corrente não Isolado Aplicado a Sistemas Elétricos de Tração de Veículos Elétricos e Híbridos”. *Eletrônica de Potência* 20(3):311–21. doi: 10.18618/REP.2015.3.2521.

Meshael, Hazem, Ahmad Elkhateb, e Robert Best. 2023. “Topologies and Design Characteristics of Isolated High Step-Up DC–DC Converters for Photovoltaic Systems”. *Electronics* 12(18):3913. doi: 10.3390/electronics12183913.

MIRAFZAL, Behrooz. 2022. *Power Electronics in Energy Conversion Systems*. New York: McGraw Hill.

MOREIRA, Gabriel A. M., Jonathan M. TABORA, Thiago Mota SOARES, M. E. DE LIMA TOSTES, Ubiratan H. BEZERRA, Carmina C. M. DE M. CARVALHO, e Edson Ortiz DE MATOS. 2023. “Demand Side Management Strategies for the Introduction of Electric Vehicles: A Case Study”. P. 1–6 em *2023 IEEE Colombian Caribbean Conference (C3)*. Barranquilla, Colombia: IEEE.

Mumtaz, Farhan, Nor Zaihar Yahaya, Sheikh Tanzim Meraj, Narinderjit Singh Sawaran Singh, e Ghulam E. Mustafa Abro. 2023. “A Novel Non-Isolated High-Gain Non-Inverting Interleaved DC–DC Converter”. *Micromachines* 14(3):585. doi: 10.3390/mi14030585.

NARASIMHARAJU, B. L., S. P. DUBEY, e S. P. SINGH. 2010. “Parasitic Effect Considerations in Modeling of CI-BDC Converter and Its Voltage Controller”. P. 1–6 em *2010 Joint International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems & 2010 Power India*. New Delhi, India: IEEE.

NASERI, F., S. KARIMI, E. FARJAH, e E. SCHALTZ. 2022. “Supercapacitor Management System: A Comprehensive Review of Modeling, Estimation, Balancing, and Protection Techniques”. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 155:111913. doi: 10.1016/j.rser.2021.111913.

NISE, Norman S. 2012. *Engenharia de Sistemas de Controle*. Sexta edição.

NIU, Jianjun, Brian E. CONWAY, e Wendy G. PELL. 2004. “Comparative Studies of Self-Discharge by Potential Decay and Float-Current Measurements at C Double-Layer Capacitor and Battery Electrodes”. *Journal of Power Sources* 135(1–2):332–43. doi: 10.1016/j.jpowsour.2004.03.068.

OGATA, Katsuhiko. 2011. *Engenharia de Controle Moderno*. 5ª edição.

PEAN, C., B. ROTENBERG, P. SIMON, e M. SALANNE. 2016. “Multi-Scale Modelling of Supercapacitors: From Molecular Simulations to a Transmission Line Model”. *Journal of Power Sources* 326:680–85. doi: 10.1016/j.jpowsour.2016.03.095.

RAMOS, Germán Andrés, e Ramon COSTA-CASTELLÓ. 2022. “Energy Management Strategies for Hybrid Energy Storage Systems Based on Filter Control: Analysis and Comparison”. *Electronics* 11(10):1631. doi: 10.3390/electronics11101631.

RICKETTS, B. W., e C. TON-THAT. 2000. “Self-Discharge of Carbon-Based Supercapacitors with Organic Electrolytes”.

SAGGINI, S., F. ONGARO, C. GALPERTI, e P. MATTAVELLI. 2010. “Supercapacitor-Based Hybrid Storage Systems for Energy Harvesting in Wireless Sensor Networks”. P. 2281–87 em *2010 Twenty-Fifth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*. Palm Springs, CA, USA: IEEE.

ŞAHIN, Mustafa, Frede BLAABJERG, e Ariya SANGWONGWANICH. 2019. “PREDESIGN SIMULATION OF SUPERCAPACITORS BASED ON SIMPLIFIED EQUIVALENT CIRCUIT MODEL”. Kaunas, Lithuania.

ŞAHIN, Mustafa, Frede BLAABJERG, e Ariya SANGWONGWANICH. 2022. “A Comprehensive Review on Supercapacitor Applications and Developments”. *Energies* 15(3):674. doi: 10.3390/en15030674.

ŞAHIN, Mustafa, Frede BLAABJERG, Ariya SANGWONGWANICH, e Recep Tayyip Erdoğan University. 2021. “Modelling of Supercapacitors Based on Simplified Equivalent Circuit”. *CPSS Transactions on Power Electronics and Applications* 6(1):31–39. doi: 10.24295/CPSSSTPEA.2021.00003.

SAMSON, Gebre T., Tore M. UNDELAND, Oystein ULLEBERG, e Preben J. S. VIE. 2009. “Optimal Load Sharing Strategy in a Hybrid Power System Based on PV/Fuel Cell/Battery/Supercapacitor”. P. 141–46 em *2009 International Conference on Clean Electrical Power*. Capri, Italy: IEEE.

SERPI, Alessandro, Mario PORRU, e Alfonso DAMIANO. 2017. “An Optimal Power and Energy Management by Hybrid Energy Storage Systems in Microgrids”. *Energies* 10(11):1909. doi: 10.3390/en10111909.

SONG, Y. D., Qian CAO, Xiaoqiang DU, e Hamid Reza KARIMI. 2013. “Control Strategy Based on Wavelet Transform and Neural Network for Hybrid Power System”. *Journal of Applied Mathematics* 2013:1–8. doi: 10.1155/2013/375840.

SPYKER, R. L., e R. M. NELMS. 2000. “Classical Equivalent Circuit Parameters for a Double-Layer Capacitor”. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 36(3):829–36. doi: 10.1109/7.869502.

TABORA, Jonathan Muñoz, Ulisses Carvalho PAIXÃO JÚNIOR, Carlos Eduardo Moreira RODRIGUES, Ubiratan Holanda BEZERRA, Maria Emília De Lima TOSTES, Bruno S. De ALBUQUERQUE, Edson Ortiz De MATOS, e Andréia Antloga Do NASCIMENTO. 2021. “Hybrid System Assessment in On-Grid and Off-Grid Conditions: A Technical and Economical Approach”. *Energies* 14(17):5284. doi: 10.3390/en14175284.

WANG, Hao, Panbao WANG, Enpeng YAN, Wei WANG, e Dianguo XU. 2024. “A Review of Non-Isolated High-Gain Y-Source Converters Topologies”. *Energies* 17(12):2850. doi: 10.3390/en17122850.

WANG, Jiulong, Bingquan WANG, Lei ZHANG, Jianjun WANG, N. I. SHCHUROV, e B. V. MALOZYOMOV. 2022. “Review of bidirectional DC–DC converter topologies for hybrid energy storage system of new energy vehicles”. *Green Energy and Intelligent Transportation* 1(2):100010. doi: 10.1016/j.geits.2022.100010.

WANG, Kai, Li ZHANG, Bingcheng JI, e Jinlei YUAN. 2013. “The Thermal Analysis on the Stackable Supercapacitor”. *Energy* 59:440–44. doi: 10.1016/j.energy.2013.07.064.

WANG, Yijie, Oscar LUCIA, Zhe ZHANG, Shanshan GAO, Yueshi GUAN, e Dianguo XU. 2020. “A Review of High Frequency Power Converters and Related Technologies”. *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society* 1:247–60. doi: 10.1109/OJIES.2020.3023691.

WANG, Zhenkun, Xianjin SU, Nianyin ZENG, e Jiahui JIANG. 2024. “Overview of Isolated Bidirectional DC–DC Converter Topology and Switching Strategies for Electric Vehicle Applications”. *Energies* 17(10):2434. doi: 10.3390/en17102434.

WEIGERT, T., Q. TIAN, e K. LIAN. 2011. “State-of-Charge Prediction of Batteries and Battery–Supercapacitor Hybrids Using Artificial Neural Networks”. *Journal of Power Sources* 196(8):4061–66. doi: 10.1016/j.jpowsour.2010.10.075.

WENK, Marciel. 2019. “ESTUDO, MODELAGEM E CONTROLE DE CONVERSOR CC–CC BIDIRECIONAL NÃO–ISOLADO BASEADO NA CÉLULA DE COMUTAÇÃO DE TRÊS ESTADOS”. Dissertação de Mestrado, UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA– UDESC.

- YANG, Hengzhao, e Ying ZHANG. 2011. “Self-Discharge Analysis and Characterization of Supercapacitors for Environmentally Powered Wireless Sensor Network Applications”. *Journal of Power Sources* 196(20):8866–73. doi: 10.1016/j.jpowsour.2011.06.042.
- YU, Aiping, Victor CHABOT, e JiuJun ZHANG. 2013. *Electrochemical Supercapacitors for Energy Storage and Delivery: Fundamentals and Applications*. 1^o ed. Boca Raton: CRC Press.
- YUE, Xiaolong, Xiongfei WANG, e Frede BLAABJERG. 2019. “Review of Small-Signal Modeling Methods Including Frequency-Coupling Dynamics of Power Converters”. *IEEE Transactions on Power Electronics* 34(4):3313–28. doi: 10.1109/TPEL.2018.2848980.
- ZAHID, Zaka Ullah, Zakariya M. DALALA, CONG ZHANG, RUI CHEN, William Eric FARACI, Jih-Sheng Jason LAI, Gianpaolo LISI, e David ANDERSON. 2015. “Modeling and Control of Series–Series Compensated Inductive Power Transfer System”. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics* 3(1):111–23. doi: 10.1109/JESTPE.2014.2327959.
- ZHANG, Junhong. 2008. “Bidirectional DC-DC Power Converter Design Optimization, Modeling and Control”. Virginia Polytechnic Institute and State University.
- ZHANG, Lei, Xiaosong HU, Zhenpo WANG, Fengchun SUN, e David G. DORRELL,. 2018. “A Review of Supercapacitor Modeling, Estimation, and Applications: A Control/Management Perspective”. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 81:1868–78. doi: 10.1016/j.rser.2017.05.283.
- ZUBIETA, L., e R. BONERT. 2000. “Characterization of Double-Layer Capacitors for Power Electronics Applications”. *IEEE Transactions on Industry Applications* 36(1):199–205. doi: 10.1109/28.821816.

APÊNDICE I – DEMONSTRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS PARA MODELAGEM DO CONVERSOR CC-CC BIDIRECIONAL COM ALTO GANHO DE TENSÃO

Apêndice I.1 – Operação Buck

Primeira Etapa – Operação Buck

Para determinar $\frac{dv_{C_L}(t)}{dt}$, obteve-se:

$$v_{C_L} = (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{CC} - r_{C_L} \cdot i_{C_L}$$

$$v_{C_L} = (i_{L_1} + i_{L_2}) \cdot R_{CC} - C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt} \cdot (R_{CC} + r_{C_L})$$

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt} = \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L}$$

Para determinar $\frac{di_{L_1}(t)}{dt}$:

$$v_{SC} = v_{RDON_4} + v_{RL_1} + v_{L_1} + v_{R_{CC}}$$

$$v_{SC} = i_{L_1} \cdot R_{DON_4} + i_{L_1} \cdot R_{L_1} + L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt} + (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{CC}$$

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{v_{SC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON_4} + R_{L_1} + R_{CC})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{CC}}{L_1} + (i_{L_1} + i_{L_2}) \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} - v_{C_L} \cdot \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1}$$

Para determinar $\frac{di_{L_2}(t)}{dt}$:

$$v_{L_2} + v_{RL_2} + v_{RDON_3} - v_C + v_{C_L} + r_{C_L} \cdot i_{C_L} = 0$$

$$v_{L_2} = v_C - v_{RL_2} - v_{RDON_3} - r_{C_L} \cdot C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt} - v_{C_L}$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{v_C}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON_3} + R_{L_2})}{L_2} - \frac{v_{C_L}}{L_2} - \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_2} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_2}$$

Para $\frac{dv_C(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{i_{L_2}}{C}$$

E para determinar v_o :

$$v_o = (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{CC}$$

$$v_o = \left(i_{L_1} + i_{L_2} - C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt} \right) \cdot R_{CC}$$

$$\left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \right) \cdot R_{CC}$$

Segunda Etapa – Operação Buck

Para determinar $\frac{dv_{C_L}(t)}{dt}$, obteve-se:

$$v_{C_L} = (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{CC} - r_{C_L} \cdot i_{C_L}$$

$$v_{C_L} = (i_{L_1} + i_{L_2}) \cdot R_{CC} - C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt} \cdot (R_{CC} + r_{C_L})$$

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt} = \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L}$$

Para determinar $\frac{di_{L_1}(t)}{dt}$:

$$v_{L_1} + v_{R_{L_1}} + v_C + v_{R_{DON_1}} + v_{R_{DON_2}} + v_{C_L} + r_{C_L} \cdot i_{C_L} = 0$$

$$v_{L_1} = -i_{L_1} \cdot R_{L_1} - v_C - i_{L_1} \cdot R_{DON_1} - (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{DON_2} - v_{C_L} - r_{C_L} \cdot$$

$$C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt}$$

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = -\frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON_1} + R_{DON_2} + R_{L_1})}{L_1} - \frac{v_C}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON_2}}{L_1} - \frac{v_{C_L}}{L_1} + (R_{DON_2} - r_{C_L}) \cdot$$

$$\left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \right)$$

Para $\frac{di_{L_2}(t)}{dt}$:

$$v_{L_2} + v_{R_{L_2}} + v_{R_{DON_2}} + v_{C_L} + r_{C_L} \cdot i_{C_L} = 0$$

$$v_{L_2} = -i_{L_2} \cdot R_{L_2} - \left(i_{L_1} + i_{L_2} - C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt} \right) \cdot R_{DON_2} - v_{C_L} - r_{C_L} \cdot C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt}$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = -\frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON_2} + R_{L_2})}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON_2}}{L_2} - \frac{v_{C_L}}{L_2} + (R_{DON_2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_2} \cdot$$

$$(i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_2} \right)$$

Para $\frac{dv_C(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_{L_1}}{C}$$

E para determinar v_o :

$$v_o = (i_{L_1} + i_{L_2} - i_{C_L}) \cdot R_{CC}$$

$$v_o = \left(i_{L_1} + i_{L_2} - C_L \frac{dv_{C_L}(t)}{dt} \right) \cdot R_{CC}$$

$$\left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \right) \cdot R_{CC}$$

Modelo Médio CA – Operação Buck

Para $\frac{di_{L_1}(t)}{dt}$:

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{v_{SC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{CC}}{L_1} + (i_{L_1} + i_{L_2}) \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} (2) \times ((1 - d) \cdot T_S) = \left(-\frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1})}{L_1} - \frac{v_C}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON2}}{L_1} - \frac{v_{C_L}}{L_1} + (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \right) \times ((1 - d) \cdot T_S)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (2) \times ((1 - d) \cdot T_S) &= \left(\frac{v_{SC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{CC}}{L_1} + (i_{L_1} + i_{L_2}) \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \times (d \cdot T_S) + \\ &\left(-\frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1})}{L_1} - \frac{v_C}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON2}}{L_1} - \frac{v_{C_L}}{L_1} + (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \cdot \right. \right. \\ &\left. \left. (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \right) \times ((1 - d) \cdot T_S) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}(t)}{dt} &= v_{SC} \times \frac{d}{L_1} + i_{L_1} \times \left(d \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} - d \cdot \frac{(R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC})}{L_1} - (1 - d) \cdot \frac{(R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1})}{L_1} \right) + \\ &(1 - d) \cdot (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot L_1} \right) + i_{L_2} \times \left(d \cdot \right. \end{aligned}$$

$$\frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} - d \cdot \frac{R_{CC}}{L_1} - (1-d) \cdot \frac{R_{DON2}}{L_1} + (1-d) \cdot (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right) - (1-d) \times \frac{v_C}{L_1} + v_{C_L} \times \left(-\frac{(1-d)}{L_1} - d \cdot \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} + (r_{C_L} - R_{DON2}) \cdot \frac{(1-d)}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right)$$

Para $\frac{di_{L_2}(t)}{dt}$:

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{v_C}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON3} + R_{L2})}{L_2} - \frac{v_{C_L}}{L_2} - \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(-\frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON2} + R_{L2})}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON2}}{L_2} - \frac{v_{C_L}}{L_2} + (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \right) \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{di_{L_2}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{v_C}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON3} + R_{L2})}{L_2} - \frac{v_{C_L}}{L_2} - \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \right) \times (d \cdot T_S) + \left(-\frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON2} + R_{L2})}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON2}}{L_2} - \frac{v_{C_L}}{L_2} + (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \right) \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - (1-d) \cdot \frac{R_{DON2}}{L_2} - \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \right) + i_{L_2} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - d \cdot \frac{(R_{DON3} + R_{L2})}{L_2} - (1-d) \cdot \frac{(R_{DON2} + R_{L2})}{L_2} \right) + v_C \times \frac{d}{L_2} + v_{C_L} \left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - (1-d) \cdot \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - \frac{1}{L_2} \right)$$

Para $\frac{dv_C(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(-\frac{i_{L_2}}{C} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt}(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{i_{L_1}}{C}\right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt}(1) \times (d \cdot T_S) + \frac{dv_C(t)}{dt}(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(-\frac{i_{L_2}}{C}\right) \times (d \cdot T_S) + \left(\frac{i_{L_1}}{C}\right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = i_{L_1} \times \frac{(1-d)}{C} - i_{L_2} \times \frac{d}{C}$$

Para $\frac{dv_{C_L}(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt}(1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L}\right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt}(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L}\right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt}(1) \times (d \cdot T_S) + \frac{dv_{C_L}(t)}{dt}(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L}\right) \times (d \cdot T_S) + \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L}\right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_L}(t)}{dt} = \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L}$$

E para v_o

$$v_o(1) \times (d \cdot T_S) = \left(\left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})}\right) \cdot R_{CC}\right) \times (d \cdot T_S)$$

$$v_o(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})}\right) \cdot R_{CC}\right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\begin{aligned}
v_o(1) \times (d \cdot T_S) + v_o(2) \times ((1-d) \cdot T_S) &= \left(\left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \right. \right. \\
&\left. \left. \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \right) \cdot R_{CC} \right) \times (d \cdot T_S) + \left(\left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \right) \cdot R_{CC} \right) \times \\
&\quad ((1-d) \cdot T_S) \\
v_o &= \left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \cdot (i_{L_1} + i_{L_2}) + \frac{v_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \right) \cdot R_{CC}
\end{aligned}$$

Linearização – Operação Buck

Aplicando series de Taylor, obteve-se:

$$\begin{aligned}
\frac{d(i_{L_1} + \tilde{i}_{L_1})}{dt} &= (V_{SC} + \tilde{v}_{SC}) \times \frac{d}{L_1} + (I_{L_1} + \tilde{i}_{L_1}) \times \left((D + \tilde{d}) \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} - (D + \tilde{d}) \cdot \right. \\
&\quad \left. \frac{(R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC})}{L_1} - (1 - (D + \tilde{d})) \cdot \frac{(R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1})}{L_1} + (1 - (D + \tilde{d})) \cdot \right. \\
&\quad \left. (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \right) + (I_{L_2} + \tilde{i}_{L_2}) \times \left((D + \tilde{d}) \cdot \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} - \right. \\
&\quad \left. (D + \tilde{d}) \cdot \frac{R_{CC}}{L_1} - (1 - (D + \tilde{d})) \cdot \frac{R_{DON2}}{L_1} + (1 - (D + \tilde{d})) \cdot (R_{DON2} - r_{C_L}) \cdot \right. \\
&\quad \left. \left(\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right) \right) - (1 - (D + \tilde{d})) \times \frac{(V_C + \tilde{v}_C)}{L_1} + (V_{C_L} + \tilde{v}_{C_L}) \times \left(-\frac{(1-(D+\tilde{d}))}{L_1} - \right. \\
&\quad \left. (D + \tilde{d}) \cdot \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} + (r_{C_L} - R_{DON2}) \cdot \frac{(1-(D+\tilde{d}))}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_1} \right)
\end{aligned}$$

Realizando as devidas manipulações, desprezando os termos médios e termos de pequenos sinais, obteve-se $\frac{d\tilde{i}_{L_1}(t)}{dt}$:

$$\begin{aligned}
\frac{d\tilde{i}_{L_1}(t)}{dt} = & \frac{\tilde{v}_{SC}}{L_1} \times D + \frac{\tilde{i}_{L_1}}{L_1} \times \left(-D \cdot (R_{DON4} + R_{L_1} + R_{CC}) + \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot D + (D-1) \cdot \right. \\
& \left. (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L_1}) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (1-D) + (D-1) \cdot \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \right) + \\
\frac{\tilde{i}_{L_2}}{L_1} \times & \left(\frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot D + R_{DON2} \cdot (D-1) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (1-D) - R_{CC} \cdot D + (D-1) \cdot \right. \\
& \left. \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \right) + \frac{\tilde{v}_C}{L_1} \times (D-1) + \frac{\tilde{v}_{C_L}}{L_1} \times \left(-\frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot D + (D-1) + (D-1) \cdot \right. \\
& \left. \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{C_L})} + (1-D) \cdot \frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \right) + \frac{\tilde{d}}{L_1} \times \left(V_{SC} - I_{L_1} \cdot (R_{DON4} + R_{L_1} + R_{CC}) + \right. \\
& \left. \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (I_{L_1} + I_{L_2}) - \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot V_{C_L} - I_{L_2} \cdot R_{CC} + I_{L_1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + \right. \\
& \left. R_{L_1}) + I_{L_2} \cdot R_{DON2} + V_{C_L} + V_C - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (I_{L_1} + I_{L_2}) + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot V_{C_L} + \right. \\
& \left. \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} (I_{L_1} + I_{L_2}) - \frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot V_{C_L} \right)
\end{aligned}$$

Para $\frac{d\tilde{i}_{L_2}(t)}{dt}$ foi realizado o mesmo procedimento de $\frac{d\tilde{i}_{L_1}(t)}{dt}$, logo:

$$\begin{aligned}
\frac{d(I_{L_2} + \tilde{i}_{L_2})}{dt} = & (I_{L_1} + \tilde{i}_{L_1}) \times \left((1 - (D + \tilde{d})) \cdot \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - (1 - (D + \tilde{d})) \cdot \right. \\
& \left. \frac{R_{DON2}}{L_2} - \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} \right) + (I_{L_2} + \tilde{i}_{L_2}) \times \left((1 - (D + \tilde{d})) \cdot \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - \right. \\
& \left. \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - (D + \tilde{d}) \cdot \frac{(R_{DON3} + R_{L_2})}{L_2} - (1 - (D + \tilde{d})) \cdot \frac{(R_{DON2} + R_{L_2})}{L_2} \right) + \\
& (V_C + \tilde{v}_C) \times \frac{(D + \tilde{d})}{L_2} + (V_{C_L} + \tilde{v}_{C_L}) \times \left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - (1 - (D + \tilde{d})) \cdot \right. \\
& \left. \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot L_2} - \frac{1}{L_2} \right) \\
\frac{d\tilde{i}_{L_2}(t)}{dt} = & \frac{\tilde{i}_{L_1}}{L_2} \times \left((D-1) - \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (1-D) \right) + \frac{\tilde{i}_{L_2}}{L_2} \times \\
& \left(-(R_{DON3} + R_{L_2}) \cdot D + (D-1) \cdot (R_{DON2} + R_{L_2}) - \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (1- \right. \\
& \left. D) \right) + \frac{\tilde{v}_C}{L_2} \times D + \frac{\tilde{v}_{C_L}}{L_2} \times \left(\frac{r_{C_L}}{(R_{CC}+r_{C_L})} + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (D-1) - 1 \right) + \frac{\tilde{d}}{L_2} \times \left(V_C - I_{L_2} \cdot \right. \\
& \left. (R_{DON3} + R_{L_2}) + I_{L_2} \cdot (R_{DON2} + R_{L_2}) + I_{L_1} \cdot R_{DON2} - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot (I_{L_1} + I_{L_2}) + \right. \\
& \left. \frac{R_{DON2}}{(R_{CC}+r_{C_L})} \cdot V_{C_L} \right)
\end{aligned}$$

Para a diferencial $\frac{d\widetilde{v}_C(t)}{dt}$:

$$\frac{d(V_C + \widetilde{v}_C)}{dt} = (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \frac{(1 - (D + \widetilde{d}))}{C} - (I_{L_2} + \widetilde{i}_{L_2}) \times \frac{(D + \widetilde{d})}{C}$$

$$\frac{d\widetilde{v}_C(t)}{dt} = \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C} \times (1 - D) - \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{C} \times D + \frac{\widetilde{d}}{C} \times (-I_{L_1} - I_{L_2})$$

Para $\frac{d\widetilde{v}_{C_L}(t)}{dt}$

$$\frac{d(v_{C_L} + \widetilde{v}_{C_L})}{dt} = \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) + \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L} \cdot (I_{L_2} + \widetilde{i}_{L_2}) - \frac{(v_{C_L} + \widetilde{v}_{C_L})}{(R_{CC} + r_{C_L}) \cdot C_L}$$

$$\frac{d\widetilde{v}_{C_L}(t)}{dt} = \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C_L} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{C_L} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + \frac{\widetilde{v}_{C_L}}{C_L} \times \frac{1}{(R_{CC} + r_{C_L})}$$

E, por fim, para \widetilde{v}_o .

$$(V_o + \widetilde{v}_o) = (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + (I_{L_2} + \widetilde{i}_{L_2}) \times \frac{r_{C_L} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + (V_{C_L} + \widetilde{v}_{C_L}) \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})}$$

$$\widetilde{v}_o = \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C_L} \times \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{C_L} \times \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} + \frac{\widetilde{v}_{C_L}}{C_L} \times \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})}$$

O modelo linearizado em espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{i}_{L_1}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{i}_{L_2}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}_C(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}_{C_L}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_1}{L_1} & \frac{K_2}{L_1} & \frac{(D-1)}{L_1} & \frac{K_3}{L_1} \\ \frac{K_4}{L_2} & \frac{K_5}{L_2} & -\frac{D}{L_2} & \frac{K_6}{L_2} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{D}{C} & 0 & 0 \\ \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L} & \frac{R_{CC}}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L} & 0 & -\frac{1}{(R_{CC}+r_{C_L}) \cdot C_L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \tilde{v}_C \\ \tilde{v}_{C_L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D}{L_1} & \frac{K_7}{L_1} \\ 0 & \frac{K_8}{L_2} \\ 0 & \frac{(-I_{L_1}-I_{L_2})}{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{SC} \\ \tilde{d} \end{bmatrix}$$

$$[\tilde{v}_o] = \begin{bmatrix} \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} & \frac{R_{CC} \cdot r_{C_L}}{(R_{CC} + r_{C_L})} & 0 & \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{C_L})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \tilde{v}_C \\ \tilde{v}_{C_L} \end{bmatrix}$$

Onde:

$$K_1 = -D \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC}) + \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot D + (D - 1) \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1}) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (1 - D) + (D - 1) \cdot \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})}$$

$$K_2 = \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot D + R_{DON2} \cdot (D - 1) + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (1 - D) - R_{CC} \cdot D + (D - 1) \cdot \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})}$$

$$K_3 = -\frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot D + (D - 1) + (D - 1) \cdot \frac{R_{DON2}}{(R_{CC} + r_{CL})} + (1 - D) \cdot \frac{r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})}$$

$$K_4 = (D - 1) - \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (1 - D)$$

$$K_5 = -(R_{DON3} + R_{L2}) \cdot D + (D - 1) \cdot (R_{DON2} + R_{L2}) - \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} + \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (1 - D)$$

$$K_6 = \frac{r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (D - 1) - 1$$

$$K_7 = V_{SC} - I_{L1} \cdot (R_{DON4} + R_{L1} + R_{CC}) + \frac{R_{CC}^2}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (I_{L1} + I_{L2}) - \frac{R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot V_{CL} - I_{L2} \cdot R_{CC} + I_{L1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1}) + I_{L2} \cdot R_{DON2} + V_{CL} + V_C - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (I_{L1} + I_{L2}) + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot V_{CL} + \frac{R_{CC} \cdot r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} (I_{L1} + I_{L2}) - \frac{r_{CL}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot V_{CL}$$

$$K_8 = V_C - I_{L2} \cdot (R_{DON3} + R_{L2}) + I_{L2} \cdot (R_{DON2} + R_{L2}) + I_{L1} \cdot R_{DON2} - \frac{R_{DON2} \cdot R_{CC}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot (I_{L1} + I_{L2}) + \frac{R_{DON2}}{(R_{CC} + r_{CL})} \cdot V_{CL}$$

Apêndice I.2 – Operação Boost

Primeira Etapa – Operação Boost

Para determinar $\frac{dv_{CH}(t)}{dt}$, obteve-se:

$$v_{CH} - r_{CH} \cdot i_o = i_o \cdot R_{SC} + v_{SC}$$

$$v_{CH} = i_o \cdot R_{SC} + r_{CH} \cdot i_o + v_{SC}$$

$$v_{CH} = (R_{SC} + r_{CH}) \cdot i_o + v_{SC}$$

Define-se:

$$i_o = -i_{CH}$$

Logo,

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} = \frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H}$$

Para determinar $\frac{di_{L_1}(t)}{dt}$:

$$-v_C + v_{RDON_1} + v_{RDON_2} + v_{RL_1} + v_{L_1} - v_{CC} = 0$$

$$-v_{CC} - v_C + i_{L_1} \cdot R_{DON_1} + (i_{L_1} + i_{L_2}) \cdot R_{DON_2} + i_{L_1} \cdot R_{L_1} + L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt}$$

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_1} + \frac{v_C}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON_1} + R_{DON_2} + R_{L_1})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON_2}}{L_1}$$

Para determinar $\frac{di_{L_2}(t)}{dt}$:

$$v_{L_2} + v_{RL_2} + v_{RDON_2} - v_{CC} = 0$$

$$v_{L_2} = v_{CC} - v_{RL_2} - v_{RDON_2}$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON_2}}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON_2} + R_{L_2})}{L_2}$$

Para $\frac{dv_C(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{i_{L_1}}{C}$$

Para determinar $\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt}$, obteve-se:

$$v_o = i_o \cdot R_{SC} + v_{SC}$$

$$v_{C_H} - r_{C_H} \cdot i_o = i_o \cdot R_{SC} + v_{SC}$$

$$v_{C_H} - v_{SC} = (R_{SC} + r_{C_H}) \cdot i_o$$

$$(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC} \cdot \frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = v_{C_H} - v_{SC}$$

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}}$$

Para determinar v_o :

$$v_o = i_o \cdot R_{SC} + v_{SC}$$

$$v_o = R_{SC} \cdot C_{SC} \cdot \frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} + v_{SC}$$

$$v_o = \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot v_{CH} - \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot v_{SC}$$

E para determinar i_o :

$$i_o = -i_{CH}$$

$$i_o = -C_H \cdot \frac{dv_{C_H}(t)}{dt}$$

$$i_o = -\left(\frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} - \frac{v_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} \right)$$

$$i_o = \frac{v_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})}$$

Segunda Etapa – Operação Boost

Para determinar $\frac{dv_{C_H}(t)}{dt}$, obteve-se:

$$v_o = v_{C_H} + r_{CH} \cdot i_{CH}$$

$$i_o \cdot R_{SC} + v_{SC} = v_{C_H} + r_{CH} \cdot i_{CH}$$

$$R_{SC} \cdot (i_{L_1} - i_{CH}) + v_{SC} = v_{C_H} + r_{CH} \cdot i_{CH}$$

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} = \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} + \frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H}$$

Para determinar $\frac{di_{L_1}(t)}{dt}$:

$$v_{CC} - v_{RL_1} - v_{L_1} - v_{RDON_4} - r_{CH} \cdot i_{CH} - v_{CH} = 0$$

$$v_{CC} - v_{RL_1} - \frac{di_{L_1}(t)}{dt} - v_{RDON_4} - r_{CH} \cdot C_H \cdot \frac{dv_{CH}(t)}{dt} - v_{CH} = 0$$

$$v_{CC} - v_{RL_1} - \frac{di_{L_1}(t)}{dt} - v_{RDON_4} - r_{CH} \cdot \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} - \frac{v_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} + \frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_H} \right) - v_{CH} = 0$$

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{L_1} + R_{DON_4})}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{v_{CH} \cdot R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{v_{C_{SC}} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1}$$

Para determinar $\frac{di_{L_2}(t)}{dt}$:

$$v_{CC} - v_{L_2} - v_{RL_2} - v_{RDON_3} - v_C = 0$$

$$v_{L_2} = v_{CC} - v_{RL_2} - v_{RDON_3} - v_C$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{L_2} + R_{DON_3})}{L_2} - \frac{v_C}{L_2}$$

Para $\frac{dv_C(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{i_{L_2}}{C}$$

Para determinar $\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt}$, obtenve-se:

$$v_{CH} + r_{CH} \cdot i_{CH} = i_o \cdot R_{SC} + v_{SC}$$

$$v_{CH} + r_{CH} \cdot (i_{L_1} - i_o) = C_{SC} \cdot \frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} \cdot R_{SC} + v_{SC}$$

$$v_{CH} + r_{CH} \cdot i_{L_1} - r_{CH} \cdot C_{SC} \cdot \frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = C_{SC} \cdot \frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} \cdot R_{SC} + v_{SC}$$

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_{SC}} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot C_{SC}}$$

Para determinar v_o :

$$v_o = v_{CH} + r_{CH} \cdot i_{CH}$$

$$v_o = v_{CH} + r_{CH} \cdot C_H \cdot \frac{dv_{CH}(t)}{dt}$$

$$v_o = v_{CH} + r_{CH} \cdot \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} - \frac{v_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} + \frac{v_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \right)$$

$$v_o = \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{CH})} \right) \cdot r_{CH} + \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot v_{CH}$$

E para determinar i_o :

$$i_o = i_{L_1} - i_{CH}$$

$$i_o = i_{L_1} - C_H \cdot \frac{dv_{CH}(t)}{dt}$$

$$i_o = \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} - \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC} + r_{CH})}$$

Modelo Médio CA – Operação Boost

Para $\frac{di_{L_1}(t)}{dt}$:

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{v_{CC}}{L_1} + \frac{v_C}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON2}}{L_1} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) &= \left(\frac{v_{CC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{L1} + R_{DON4})}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \right. \\ &\quad \left. \frac{v_{CH} \cdot R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{v_{C_{SC}} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) \times ((1-d) \cdot T_S) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{di_{L_1}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) &= \left(\frac{v_{CC}}{L_1} + \frac{v_C}{L_1} - \right. \\ &\quad \left. \frac{i_{L_1} \cdot (R_{DON1} + R_{DON2} + R_{L1})}{L_1} - \frac{i_{L_2} \cdot R_{DON2}}{L_1} \right) \times (d \cdot T_S) + \left(\frac{v_{CC}}{L_1} - \frac{i_{L_1} \cdot (R_{L1} + R_{DON4})}{L_1} - \right. \\ &\quad \left. \frac{i_{L_1} \cdot R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{v_{CH} \cdot R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{v_{C_{SC}} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) \times ((1-d) \cdot T_S) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_1}(t)}{dt} = & \frac{v_{CC}}{L_1} + i_{L_1} \times \left(d \cdot \frac{(R_{L_1} + R_{DON4})}{L_1} + d \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - d \cdot \frac{(R_{L_1} + R_{DON1} + R_{DON2})}{L_1} - \right. \\ & \left. \frac{(R_{L_1} + R_{DON4})}{L_1} - \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) - i_{L_2} \times \left(\frac{d \cdot R_{DON2}}{L_1} \right) + v_C \times \left(\frac{d}{L_1} \right) + v_{CH} \times \left(d \cdot \right. \\ & \left. \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) + v_{CSC} \times \left(d \cdot \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH}) \cdot L_1} \right) \end{aligned}$$

Para $\frac{di_{L_2}(t)}{dt}$:

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON2}}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON2} + R_{L_2})}{L_2} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{L_2} + R_{DON3})}{L_2} - \frac{v_C}{L_2} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_2}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{di_{L_2}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = & \left(\frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_1} \cdot R_{DON2}}{L_2} - \right. \\ & \left. \frac{i_{L_2} \cdot (R_{DON2} + R_{L_2})}{L_2} \right) \times (d \cdot T_S) + \left(\frac{v_{CC}}{L_2} - \frac{i_{L_2} \cdot (R_{L_2} + R_{DON3})}{L_2} - \frac{v_C}{L_2} \right) \times ((1-d) \cdot T_S) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{L_2}(t)}{dt} = & \frac{v_{CC}}{L_2} - i_{L_1} \times \left(\frac{d \cdot R_{DON2}}{L_2} \right) + i_{L_2} \times \left(d \cdot \frac{(R_{L_2} + R_{DON3})}{L_2} - d \cdot \frac{(R_{L_2} + R_{DON2})}{L_2} - \right. \\ & \left. \frac{(R_{L_2} + R_{DON3})}{L_2} \right) + v_C \times \left(\frac{(d-1)}{L_2} \right) \end{aligned}$$

Para $\frac{dv_C(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_C(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(-\frac{i_{L_1}}{C} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{i_{L_2}}{C} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_C(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{dv_C(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = & \left(-\frac{i_{L_1}}{C} \right) \times (d \cdot T_S) + \\ & \left(\frac{i_{L_2}}{C} \right) \times ((1-d) \cdot T_S) \end{aligned}$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -i_{L_1} \times \frac{d}{C} + i_{L_2} \times \frac{(1-d)}{C}$$

Para $\frac{dv_{CH}(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} + \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{dv_{C_H}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \right) \times (d \cdot T_S) + \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} - \frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} + \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_H}(t)}{dt} = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \right) - v_{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \right) + v_{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_H} \right)$$

Para $\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt}$:

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} (1) \times (d \cdot T_S) + \frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} (2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) \times (d \cdot T_S) + \left(\frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$\frac{dv_{C_{SC}}(t)}{dt} = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) + v_{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) - v_{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right)$$

Para v_o

$$v_o(1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \cdot v_{C_H} - \frac{r_{C_H}}{(R_{SC}+r_{C_H})} \cdot v_{SC} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$v_o(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) \cdot r_{CH} + \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot v_{CH} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$v_o(1) \times (d \cdot T_S) + v_o(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot v_{CH} - \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot v_{SC} \right) \times$$

$$(d \cdot T_S) + \left(\left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) \cdot r_{CH} + \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot v_{CH} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$v_o = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) + v_{CH} \times \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) + v_{C_{SC}} \times \left(\frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right)$$

E para determinar o valor médio de i_o :

$$i_o(1) \times (d \cdot T_S) = \left(\frac{v_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) \times (d \cdot T_S)$$

$$i_o(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} - \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$i_o(1) \times (d \cdot T_S) + i_o(2) \times ((1-d) \cdot T_S) = \left(\frac{v_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} - \frac{v_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) \times (d \cdot T_S) +$$

$$\left(\frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot i_{L_1} + \frac{v_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} - \frac{v_{C_{SC}}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) \times ((1-d) \cdot T_S)$$

$$i_o = i_{L_1} \times \left((1-d) \cdot \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) + v_{CH} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) - v_{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{CH})} \right)$$

Linearização – Operação Buck

Aplicando series de Taylor, obteve-se:

$$\frac{d(i_{L_1} + \tilde{i}_{L_1})}{dt} = \frac{(V_{CC} + \tilde{v}_{CC})}{L_1} + (I_{L_1} + \tilde{i}_{L_1}) \times \left((D + \tilde{d}) \cdot \frac{(R_{L_1} + R_{DON4})}{L_1} + (D + \tilde{d}) \cdot$$

$$\frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot L_1} - (D + \tilde{d}) \cdot \frac{(R_{L_1} + R_{DON1} + R_{DON2})}{L_1} - \frac{(R_{L_1} + R_{DON4})}{L_1} - \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot L_1} \right) -$$

$$(I_{L_2} + \tilde{i}_{L_2}) \times \left(\frac{(D+\tilde{d}) \cdot R_{DON2}}{L_1} \right) + (V_C + \tilde{v}_C) \times \left(\frac{(D+\tilde{d})}{L_1} \right) + (V_{CH} + \tilde{v}_{CH}) \times \left((D + \tilde{d}) \cdot$$

$$\left. \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot L_1} \right) + (V_{C_{SC}} + \widetilde{v}_{C_{SC}}) \times \left((D + \widetilde{d}) \cdot \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot L_1} - \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot L_1} \right)$$

Realizando as devidas manipulações, desprezando os termos médios e termos de pequenos sinais, obteve-se $\frac{d\widetilde{i}_{L_1}(t)}{dt}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{i}_{L_1}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{v}_{CC}}{L_1} + \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{L_1} \times \left(D \cdot (R_{L_1} + R_{DON4}) + D \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} - D \cdot (R_{L_1} + R_{DON1} + \right. \\ & \left. R_{DON2}) - (R_{L_1} + R_{DON4}) - \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) - \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{L_1} \times (D \cdot R_{DON2}) + \frac{\widetilde{v}_C}{L_1} \times (D) + \\ & \frac{\widetilde{v}_{CH}}{L_1} \times \left(D \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} - \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) - \frac{\widetilde{v}_{C_{SC}}}{L_1} \times \left(\frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) + \frac{\widetilde{d}}{L_1} \times \left(I_{L_1} \cdot \right. \\ & \left. \left((R_{L_1} + R_{DON4}) + \frac{R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} - (R_{L_1} + R_{DON1} + R_{DON2}) \right) - I_{L_2} \cdot R_{DON2} + V_C + \right. \\ & \left. \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot V_{CH} + \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \cdot V_{C_{SC}} \right) \end{aligned}$$

Para $\frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt}$ foi realizado o mesmo procedimento de $\frac{d\widetilde{i}_{L_1}(t)}{dt}$, logo:

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt} = & \frac{(V_{CC} + \widetilde{v}_{CC})}{L_2} - (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \left(\frac{(D + \widetilde{d}) \cdot R_{DON2}}{L_2} \right) + (I_{L_2} + \widetilde{i}_{L_2}) \times \left((D + \widetilde{d}) \cdot \right. \\ & \left. \frac{(R_{L_2} + R_{DON3})}{L_2} - (D + \widetilde{d}) \cdot \frac{(R_{L_2} + R_{DON2})}{L_2} - \frac{(R_{L_2} + R_{DON3})}{L_2} \right) + (V_C + \widetilde{v}_C) \times \left(\frac{((D + \widetilde{d}) - 1)}{L_2} \right) \\ \frac{d\widetilde{i}_{L_2}(t)}{dt} = & \frac{\widetilde{v}_{CC}}{L_2} - \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{L_2} \times (D \cdot R_{DON2}) + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{L_2} \times (D \cdot (R_{L_2} + R_{DON3}) - D \cdot (R_{L_2} + \\ & R_{DON2}) - (R_{L_2} + R_{DON3})) + \frac{\widetilde{v}_C}{L_2} \times (D - 1) + \frac{\widetilde{d}}{L_2} \times (-I_{L_1} \cdot R_{DON2} + I_{L_2} \cdot \\ & ((R_{L_2} + R_{DON3}) - (R_{L_2} + R_{DON2})) + V_C) \end{aligned}$$

Para a diferencial $\frac{d\widetilde{v}_C(t)}{dt}$:

$$\begin{aligned} \frac{d(V_C + \widetilde{v}_C)}{dt} = & -(I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \frac{(D + \widetilde{d})}{C} + (I_{L_2} + \widetilde{i}_{L_2}) \times \frac{(1 - (D + \widetilde{d}))}{C} \\ \frac{d\widetilde{v}_C(t)}{dt} = & -\frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C} \times (D) + \frac{\widetilde{i}_{L_2}}{C} \times (1 - D) - \frac{\widetilde{d}}{C} \times (I_{L_1} + I_{L_2}) \end{aligned}$$

Para $\frac{d\widetilde{v}_{C_H}(t)}{dt}$

$$\frac{d(V_{C_H} + \widetilde{v}_{C_H})}{dt} = (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \left((1 - (D + \widetilde{d})) \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} \right) - (V_{C_H} + \widetilde{v}_{C_H}) \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} \right) + (V_{C_{SC}} + \widetilde{v}_{C_{SC}}) \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_H} \right)$$

$$\frac{d\widetilde{v}_{C_H}(t)}{dt} = \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C_H} \times \left((1 - D) \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{v}_{C_H}}{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \frac{\widetilde{v}_{C_{SC}}}{C_H} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{d}}{C_H} \times \left(I_{L_1} \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right)$$

Para $\frac{d\widetilde{v}_{C_{SC}}(t)}{dt}$

$$\frac{d(V_{C_{SC}} + \widetilde{v}_{C_{SC}})}{dt} = (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \left((1 - (D + \widetilde{d})) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) + (V_{C_H} + \widetilde{v}_{C_H}) \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right) - (V_{C_{SC}} + \widetilde{v}_{C_{SC}}) \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H}) \cdot C_{SC}} \right)$$

$$\frac{d\widetilde{v}_{C_{SC}}(t)}{dt} = \frac{\widetilde{i}_{L_1}}{C_{SC}} \times \left((1 - D) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \frac{\widetilde{v}_{C_H}}{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{v}_{C_{SC}}}{C_{SC}} \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \frac{\widetilde{d}}{C_{SC}} \times \left(I_{L_1} \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right)$$

Para \widetilde{v}_o .

$$(V_o + \widetilde{v}_o) = (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \left((1 - d) \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + (V_{C_H} + \widetilde{v}_{C_H}) \times \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + (V_{C_{SC}} + \widetilde{v}_{C_{SC}}) \times \left(\frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right)$$

$$\widetilde{v}_o = i_{L_1} \times \left((1 - D) \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \widetilde{v}_{C_H} \times \left(\frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + \widetilde{v}_{C_{SC}} \times \left(\frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - \widetilde{d} \left(I_{L_1} \cdot \frac{R_{SC} \cdot r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right)$$

E, por fim para \widetilde{i}_o .

$$(I_o + \widetilde{i}_o) = (I_{L_1} + \widetilde{i}_{L_1}) \times \left((1 - d) \cdot \frac{r_{C_H}}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) + (V_{C_H} + \widetilde{v}_{C_H}) \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right) - (V_{C_{SC}} + \widetilde{v}_{C_{SC}}) \times \left(\frac{1}{(R_{SC} + r_{C_H})} \right)$$

$$\tilde{i}_o = i_{L_1} \times \left((1-D) \cdot \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) + \tilde{v}_{CH} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) - \tilde{v}_{CSC} \times \left(\frac{1}{(R_{SC}+r_{CH})} \right) - \tilde{d} \left(I_{L_1} \cdot \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \right)$$

O modelo linearizado em espaço de estados corresponde:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{i}_{L_1}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{i}_{L_2}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}_C(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}_{CH}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}_{CSC}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_9}{L_1} & -\frac{D \cdot R_{DON2}}{L_1} & \frac{D}{L_1} & \frac{K_{10}}{L_1} & -\frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot L_1} \\ -\frac{D \cdot R_{DON2}}{L_2} & \frac{K_{11}}{L_2} & \frac{(D-1)}{L_2} & 0 & 0 \\ -\frac{D}{C} & \frac{(1-D)}{C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{(1-D) \cdot R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot C_H} & 0 & 0 & -\frac{1}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot C_H} & \frac{1}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot C_H} \\ \frac{(1-D) \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot C_{SC}} & 0 & 0 & \frac{1}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot C_{SC}} & -\frac{1}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot C_{SC}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \tilde{v}_C \\ \tilde{v}_{CH} \\ \tilde{v}_{CSC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & \frac{K_{12}}{L_1} \\ \frac{1}{L_2} & \frac{K_{13}}{L_2} \\ 0 & \frac{-(I_{L_1}+I_{L_2})}{C} \\ 0 & \frac{I_{L_1} \cdot R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH}) \cdot C_H} \\ 0 & \frac{I_{L_1} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CC} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (108)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_o \\ \tilde{i}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1-D) \cdot R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} & 0 & 0 & \frac{R_{SC}}{(R_{SC}+r_{CH})} & \frac{r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \\ \frac{(1-D) \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} & 0 & 0 & \frac{1}{(R_{SC}+r_{CH})} & -\frac{1}{(R_{SC}+r_{CH})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \tilde{v}_C \\ \tilde{v}_{CH} \\ \tilde{v}_{CSC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{I_{L_1} \cdot R_{SC} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \\ 0 & -\frac{I_{L_1} \cdot r_{CH}}{(R_{SC}+r_{CH})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{CC} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (109)$$

Onde:

$$K_9 = D \cdot (R_{L1} + R_{DON4}) + D \cdot \frac{R_{SC} r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} - D \cdot (R_{L1} + R_{DON1} + R_{DON2}) -$$

$$(R_{L1} + R_{DON4}) - \frac{R_{SC} r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})}$$

$$K_{10} = D \cdot \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} - \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})}$$

$$K_{11} = D \cdot (R_{L2} + R_{DON3}) - D \cdot (R_{L2} + R_{DON2}) - (R_{L2} + R_{DON3})$$

$$K_{12} = I_{L1} \cdot \left((R_{L1} + R_{DON4}) + \frac{R_{SC} r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} - (R_{L1} + R_{DON1} + R_{DON2}) \right) - I_{L2} \cdot R_{DON2} +$$

$$V_C + \frac{R_{SC}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot V_{CH} + \frac{r_{CH}}{(R_{SC} + r_{CH})} \cdot V_{CSC}$$

$$K_{13} = -I_{L1} \cdot R_{DON2} + I_{L2} \cdot ((R_{L2} + R_{DON3}) - (R_{L2} + R_{DON2})) + V_C$$