Michel Silva dos Reis
Osvaldo dos Santos Barros

# O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATRIZES NO CONTEXTO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DA PLATAFORMA WHATSAPP

Michel Silva dos Reis

Osvaldo dos Santos Barros

**O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATRIZES NO CONTEXTO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DA PLATAFORMA WHATSAPP**

Produto Educacional

Sugestões para professores

IEMCI/UFPA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Biblioteca do Instituto de Educação Matemática e Científica – Belém-PA

---

R375e Reis, Michel Silva dos, 1983-

O ensino e aprendizagem de matrizes no contexto da resolução de problemas e da plataforma whatsapp [Recurso eletrônico] / Michel Silva dos Reis, Osvaldo dos Santos Barros. — Belém, 2017.

3,24 Mb: il.; ePUB.

Produto gerado a partir da dissertação intitulada: O ensino e aprendizagem de matrizes no contexto da resolução de problemas e da plataforma whatsapp, defendida por Michel Silva dos Reis, sob a orientação do Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros, defendida no Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, em Belém-PA, em 2017. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/10496

Disponível somente em formato eletrônico através da Internet.

Disponível em versão online via: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/572625

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Internet na educação. 3. Ensino - Recursos audiovisuais. I. Barros, Osvaldo dos Santos. II. Título.

CDD: 23. ed. 510.7

---

Elaborado por Heloísa Gomes Cardoso – CRB-2/1251.

**UNIVERSIDADE**

**FEDERAL DO PARÁ**

**Reitor**

Emmanuel Zagury Tourinho

**Vice-Reitor**

Gilmar Pereira da Silva

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**

**MATEMÁTICA E CIENTÍFICA - IEMCI**

Direção do IEMCI

Isabel Cristina Rodrigues de Lucena

Coordenadora do PPGDOC

Terezinha Valim Oliver Gonçalves


Ficha técnica do livro

BELÉM/2017

## SUMÁRIO

# ARESENTAÇÃO

Colegas professores,

Sou professor da Educação Básica e leciono em turmas da segunda etapa do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos – EJA. Em minha trajetória como professor, e agora como pesquisador de minha própria prática, surgiu inquietações com os processos de ensino e aprendizagem da matemática escolar. Vejo recorrente a necessidade de adequar minha prática às necessidades de aprendizagem dos alunos: seja dando voz às suas experiências, na representação dos contextos em que estão inseridos ou nas soluções que encontram para alguns problemas.

Neste livro, apresento o produto educacional oriundo de minha pesquisa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA), que conduzi nos anos de 2016 em uma escola pública Estadual da cidade de Belém no Estado do Pará.

Este produto é um recorte de minha dissertação de mestrado. Investiguei a proposta de utilização do aplicativo Whatsapp como ambiente de diálogos e estudos complementares dos conceitos e dos conteúdos matemáticos, visando buscar aprendizagem na resolução de problemas.

Dessa maneira, o formato deste trabalho é um caderno de apoio para professores que queiram compartilhar desta prática de ensino, para tanto apresento um relato de experiência em que utilizo o aplicativo Whatsapp para estudar as propriedades e aplicações das Matrizes, nas aulas de matemática, sendo devidamente autorizado pelo diretor e vice-diretor da instituição pesquisada.

A utilização da internet como via de comunicação entre professor e aluno adulto torna-se interessante no momento em que os envolvidos possam trocar informações relevantes ao ensino da matemática. O aluno tem em mãos um poderoso meio de tirar suas dúvidas, pedir orientações e partilhar conhecimentos, realizando conferências em grupos virtuais no whatsapp, enviando mensagens de texto ou de áudio, compartilhando ideias, angustias e socializando experiências em contato com o estudo de Matrizes.

O acesso à pesquisa completa pode ser obtido na biblioteca do programa de pós-graduação em docência em educação em ciências e matemática – PPGDOC ou por e-mail pessoal: michel07.silva@hotmail.com.

Um abraço,

Os autores

## INTRODUÇÃO

O presente livro trata da proposta de utilização do aplicativo Whatsapp[1] como ambiente de diálogos e estudos complementares dos conceitos e dos conteúdos matemáticos, com alunos da segunda etapa do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos - EJA, visando buscar aprendizagem na resolução de problemas.

Neste contexto exercitamos a construção do conceito de Matriz, procuramos analisar os comentários dos alunos, em dois ambientes de maneira alternada: o primeiro é a sala de aula, no qual trataremos do método de Polya (2006) para a resolução de problemas e o segundo, o ambiente virtual na plataforma whatsapp, onde promovemos o diálogo entre os alunos no sentido de fixar e exercitar os conceitos e propriedades das matrizes, denominamos esses espaços de ambiente misto. Além disso, traremos para análise os resultados de testes aplicados em sala de aula e outros materiais produzidos pelos alunos, com o intuito de discutir aspectos qualitativos de tais atividades.

No desenvolvimento do livro procuramos responder à seguinte questão: como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia? Para tanto, exercitamos uma aula mista[2], na qual teremos: questões objetivas, questões subjetivas, uma atividade em grupo, quando os alunos apresentam resoluções de problemas e uma avaliação dinâmica[3].

---

[1]Aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz e vídeo para smartphones. Além de mensagens de texto, os usuários podem enviar imagens, vídeos e documentos em PDF e fazer ligações grátis por meio de uma conexão com a internet. Para mais informações sobre o aplicativo ou guia sobre sua utilização consultar página:
https://www.whatsapp.com/faq/pt_br/general/21073018.

[2] Denominamos de aula mista, os dois momentos de aprendizagem: aula presencial e aula virtual. Utilizaremos este termo em todo o texto do livro.

[3] Avaliação Dinâmica, pois o objetivo é de buscar o entendimento sobre "como" o aluno trabalha o conteúdo aprendido, ao contrário de Avaliação Estática, que tem como objetivo verificar "o que" e "quanto" o aluno aprendeu. Mais informações consultar BRITO (2010).

A estrutura do livro é composta por sete capítulos norteadores, assim discriminados: 1) Tornando-se professor pesquisador, 2) Capítulo de Fundamentação, 3) Aspectos Metodológicos da Ação, 4) Descrição das Atividades, 5) Análise de Testes, 6) Considerações e 7)Referências.

O primeiro capítulo traz um pouco de minha trajetória como professor da Educação Básica nos primeiros anos de docência e relatos de experiência ao traçar caminhos para me tornar professor pesquisador.

No capítulo de fundamentação teórica serão tratados as teorias e os referenciais que dão suporte para a pesquisa, onde faço uma breve discussão a respeito da escolha desses materiais e suas contribuições às atividades propostas, numa perspectiva de relações entre o uso da tecnologia no ensino e a Resolução de Problemas Matemáticos.

No terceiro capítulo capitulo trago uma reflexão sobre a organização pedagógica para a referente pesquisa e a discussão da proposta de avaliação adotada diante do contexto encontrado.

No quarto capítulo, apresento as atividades pedagógicas realizadas junto aos alunos da pesquisa em instantes intercalados relacionados com momentos presenciais em sala de aula e momentos virtuais na plataforma whatsapp. Na sala de aula utilizo o método de Resolução de Problemas descrito por Polya (2006), com seus quatro passos de estratégia; no grupo virtual realizo postagens de atividades referentes a assuntos trabalhados presencialmente, dando continuidade no raciocínio da aula anterior, aumentando assim o repertório dos alunos sobre o conhecimento do estudo de Matrizes.

O quinto capítulo apresenta resultados de dados de testes aplicados durante a pesquisa de campo, com comentários dos alunos a respeito da resolução de problemas com questões objetivas e discursivas.

Nas considerações, discuto a relação dos resultados alcançados nesta pesquisa e dos dados satisfatórios que possibilitaram dar resposta aos anseios inicialmente apontados, seja do método de Resolução de Problemas ou da contribuição da utilização dos ambientes virtuais.

No último capítulo apresento as referências bibliográficas utilizadas para justificar as citações do trabalho.

# 1. TORNANDO-SE PROFESSOR PESQUISADOR

Relato aqui um pouco dos meus “primeiros anos de docência”, falando sobre minha experiência em sala de aula, na formação como professor pesquisador da minha própria prática docente, trazendo recortes de minha vida acadêmica e profissional ao longo dos capítulos deste livro, etapas de transições intensas que marcaram minha carreira docente, como professor de Matemática.

## 1.1. Vivências e Experiências na Docência

Minha afinidade com as tecnologias no ensino da matemática inicia ainda na graduação, quando desenvolvi meu trabalho de conclusão de curso - TCC, cujo tema foi: “A Influência dos Softwares Educacionais e Sua Importância Lúdica para o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática”.

Pouco tempo depois da faculdade, consegui um contrato pela SEDUC e, quando temporário, adquiri experiência em turmas do ensino fundamental e da EJA médio, ocasião em que pude perceber as diferenças de se trabalhar com alunos de diferentes idades, as posturas, as conversas e o modo de agir não podiam ser iguais, pois com crianças temos alunos com muita energia que conversam bastante e com muita vontade de aprender, já com alunos adultos, o ritmo era mais calmo, pois estes traziam seus problemas familiares e do trabalho para escola, estes tinham toda uma experiência que não havia dado certo com a Educação escolar. Considero que a maioria das dificuldades encontradas foi relacionada com o comportamento dos alunos, pois tanto com crianças como com adultos, temos muitos exemplos de alunos rebeldes, sem respeito pelas pessoas, então a superação destes episódios extremamente estressantes, vieram através do diálogo e da insistência pela conquista para firmar o contrato didático com as turmas envolvidas.

Depois de alguns anos fui convidado a trabalhar na Educação no Cárcere, considerei que seria uma oportunidade única de ampliar minha experiência em ensinar. Trabalhei três anos no projeto “Educando para a Liberdade” promovido pela SEDUC e SUSIPE. A preocupação de rever certos conceitos, no sentido de proceder diante dos alunos; cada palavra, cada gesto e ação de um modo geral eram fator importante dentro do ambiente de sala de aula, pois se nota que na maioria dos casos o aluno espelha-se no professor, sendo alguém que está em pé na frente de uma lousa tentando “repassar” algum conhecimento para seus alunos. Mas, quando se fala de *educação no cárcere*, a ótica é totalmente diferente, pois o professor se depara com pessoas drogadas, outros interessados apenas em sair da cela, muitos desestimulados com sua situação atual – sem visitas, sem amigos, sem perspectiva de vida - alguns possuem trabalhos dentro do presídio e comentam que é melhor trabalhar do que estudar, já que este só reduz pena e o outro dá a remissão de pena e ainda paga (pouco, mas paga!).

A atenção, no que diz respeito a postura do professor, deve ser redobrada e os instintos quase sempre ficam aguçados, qualquer alteração, qualquer agir diferente pode gerar conflito e a última coisa que se quer dentro de uma “cela de aula” é agitação. A educação no cárcere (referindo-se a educação de jovens e adultos – maiores de 18 anos) tenta promover uma educação que contribua para restauração da autoestima e para reintegração posterior do indivíduo à sociedade, contudo a maioria dos internos quer mesmo é ter um papel que condicione a eles um título de conclusão do ensino médio.

Para com meus alunos reclusos de liberdade sempre procurei ter uma boa relação, conversa sincera e no mínimo dez minutos de reflexão, tudo que pudesse fazer para acalmar e manter a atenção e concentração dos ***recuperandos*** (como são chamados os detentos) no momento da aula é de grande valia. Além disso, nota-se uma grande necessidade que os indivíduos têm em se recuperar psicologicamente e resistir a situações de violência; porém dentro do cárcere nada é favorável para ajudá-los.

O grito de ajuda e socorro dos internos é perceptível através de alguns minutos de conversa, na qual se sentem constrangidos de relatar a realidade em que vivem, olham-nos sempre com certa frieza, parece que pressentem o medo, porém quando percebem honestidade nas palavras e atitudes do professor se sentem à vontade e a aula flui naturalmente.

Melhorias no ensino e condições de trabalho favoráveis são itens de fundamental importância para que se possa ter uma educação de qualidade, buscar meios viáveis, formar cidadãos, pensar de forma crítica, dar significado ao trabalho e as aulas. Não parece papel fácil de desempenhar, e o contexto atual da educação deixa claro que não se podem ter mudanças bruscas e sim tentativas de mudanças; contudo, podemos perceber que certas atitudes parecem imprescindíveis quando se fala em sala de aula: procurar saber o pensamento do aluno e colocar em discussão, observar a avaliação com mais critério, demonstrar os sentidos e significados das operações e dos raciocínios lógicos nas ações de ensino e aprendizagem junto ao aluno é imprescindível para qualquer aula a ser ministrada.

Neste mesmo período, adentrei na especialização na UFPA, como as aulas eram aos sábados continuei ministrando nos presídios. No curso de especialização em Educação Matemática, tive uma contribuição muito importante para minha formação, abriu minha mente para refletir sobre como poderia melhorar minha prática docente, considerei necessário escrever sobre minha própria prática, compartilhando minhas experiências e práticas dentro da Educação Prisional.

Nas aulas da especialização, dentro das discussões sobre Educação não tinha como ficar passivo, falávamos muito sobre ensino e aprendizagem, relação entre professor e aluno, por este motivo, o tema foi: "Educação no cárcere: atitudes, posturas, relatos e reflexões de um professor dentro da *cela de aula*" em 2008.

Nos anos seguintes de docência trabalhei em escolas públicas de Belém no Estado do Pará, neste período procurei materiais diversos para melhorar minha prática, na verdade nunca me senti preparado para as dificuldades comuns às salas de aula, pois sempre tive diferentes alunos, com os mais variados rostos e atitudes, não senti que tinha estrutura suficiente para tanta heterogeneidade.

Aprendi a muito custo que o aluno deve ter ciência dos seus deveres e direitos, assim como o professor saber que seus movimentos e atitudes em sala de aula, refletem no seu trabalho. Deve prezar, antes de tudo, dar espaço e tempo para que o aluno possa manifestar opiniões e descobertas e assim, junto com o professor, criar um contexto didático adequado para se trabalhar à matemática escolar, pois segundo D´Amore (2007):

> Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso dessa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático. (D´AMORE, 2007, p.101, *apud* BROUSSEAU, 1980, p.127).

Desta maneira, valorizando o contrato didático, fiz a minha prática docente, atuando em escolas privadas, cursos pré-vestibulares, educação para educandos privados de liberdade e escolas públicas no ensino fundamental e médio. Nestes espaços sempre fui bem recebido e nunca tive problemas com meu trabalho docente, pois ao adentrar em uma determinada instituição de ensino, procurava observar as relações existentes no contexto educacional e refletir sobre o que posso fazer para contribuir neste processo educativo: a didática adotada e a proposta metodológica, ou seja, em contato com outros colegas professores de matemática procurávamos elaborar um plano de ação, para que ninguém trabalhasse os conteúdos a serem apresentados no ano letivo, de maneira descoordenada.

Em alguns episódios de minha carreira docente pensei sim em desistir, parecia que meus anseios eram maiores que os dos outros, mas enfim, encontrei colegas que partilhavam dos mesmos problemas. Minha mãe é professora historiadora e atua nas séries iniciais, além de outros membros da família como: tia pedagoga, tia professora de letras e de series iniciais, tio professor de educação física, esposa pedagoga e bióloga.

Trago, então, da convivência familiar, um aparato de experiências e práticas de uma vida toda, qualquer dificuldade e anseio poderiam ser compartilhados e amenizados através de diálogos construtivos entre meus próprios familiares, e um aspecto muito importante que aprendi foi o respeito e o amor, pois segundo Freire (1986):

> Não há educação sem amor. O amor implica luta contra o egoísmo. Quem não é capaz de amar os seres inacabados não pode educar. Não há educação imposta, como não há amor imposto. Quem não ama não compreende o próximo, não o respeita. (FREIRE, 1986, p.15).

Atuando, em escolas da periferia onde moro, continuo no trabalho em salas de aulas lotadas, quentes e cheias de goteiras, mas não tenho interesse algum em desistir, não sei fazer outra coisa, ensinar e ao mesmo tempo aprender com meus alunos é a coisa mais prazerosa que tenho em minha profissão. Ensinar e aprender devem caminhar juntos, pois:

> Ensinar e aprender se vão dando de tal maneira que quem ensina aprende, de um lado, porque reconhece um conhecimento antes aprendido e, de outro, porque, observado a maneira como a curiosidade do aluno aprendiz trabalha para apreender o ensinando-se, sem o que não o aprende, o ensinante se ajuda a descobrir incertezas, acertos, equívocos. (FREIRE, 2008, p.19).

Gosto das primeiras aulas, daquele friozinho na barriga, adoro os jovens e seus problemas, que dentro de uma realidade social, em nossas comunidades, na maioria das vezes de periferia, estão sempre buscando sobreviver.

Considero uma alegria imensa, quando em minhas turmas da EJA tenho alunos com idade para ser meu pai, meu avô, minha mãe e posso colaborar de alguma forma para melhorar a vida destas pessoas. Tenho o dever de encontrar meios de proporcionar aulas diferenciadas, ao contrário das aulas tradicionais que os fizeram desistirem da escola.

Pois recriar técnicas operatórias e tomar para si os conceitos matemáticos envolvidos necessita ser uma proposta pedagógica bem direcionada para que o professor possibilite “ao educando chegar ao domínio do conhecimento necessário dentro do tempo disponível” ou de outra forma: o professor deve em turmas de Educação de Jovens e Adultos, “programar condições concretas que viabilizem esse recriar”, possibilitando ao aluno participar de sua própria aprendizagem (DUARTE, 2001, p. 80-81).

## 1.2. Ensaios do Professor Pesquisador da Própria Prática

Em 2014, pesquisando cursos de Pós-graduação, deparei-me com a proposta do PPGDOC, Curso de Mestrado Profissional, então pensei que talvez pudesse suprir meus anseios por mais conhecimento na área da Educação Matemática. Com o objetivo de formar profissionais pesquisadores de sua própria prática, o curso não deixou a desejar, pude aprofundar meus conhecimentos por meio das disciplinas, fórum pedagógico, oficinas e interação com meu orientador, pois acredito que, como professor de escola pública estadual, a educação deve crescer de dentro para fora, de dentro da escola para a comunidade, de dentro do professor para os alunos, ou seja, envolver todos os que estão diretamente e indiretamente relacionados com o processo educativo de ensino e aprendizagem.

Na leitura dos textos da disciplina: “Formação do Professor Pesquisador da Própria Prática”, durante as aulas do mestrado profissional, ficou evidente para mim que uma das funções do professor da escola básica, como pesquisador, é a de disseminar uma postura investigativa, a partir de procedimentos de coleta e análise de dados. Porém, as autoras Esteban e Zaccur (2002) deixam claro que os efeitos de trabalhos educacionais de pesquisa refletem muito pouco o fazer docente no interior da escola básica. É como se eu como professor atuante de sala de aula, desconhecesse os resultados de trabalhos de pesquisas atuais na área da Educação ou talvez por não acreditar que as teorias se adequassem com a realidade de minhas escolas, ou por me render às tradições historicamente construídas sobre educação, ou ainda por simples passividade minha e não me considerava capaz de desenvolver pesquisa em sala de aula.

No caso de “passividade”, Esteban e Zaccur (2002) consideram que pode ser ocasionado pelo “conformismo” diante das atividades pedagógicas propostas, o que pode ser constatado hoje em dia, por não questionarem os planejamentos curriculares escolares.

Um exemplo disto é como a SEDUC (Secretaria Estadual de Educação) apresenta e de certa forma impõe os conteúdos programáticos para todo Estado do Pará, a partir do qual os conteúdos referentes ao Ensino Médio possuem suas diretrizes pautadas no ENEM, com os conteúdos do primeiro bimestre centrados no estudo de Funções Matemáticas. Nesse contexto, muitas discussões têm sido feitas nas escolas, professores reclamam e dizem que para algumas séries o conteúdo ficou bastante extenso e as provas bimestrais realizadas pelo Estado servem apenas para “testar” o professor de forma negativa, saber se cumpre o conteúdo previsto, escondendo a realidade das escolas e as condições precárias. Na maioria das escolas não se encontram laboratórios de informática que funcionem, seja para a pesquisa dos alunos, ou dos professores.

Por outro lado, na minha visão e de alguns outros colegas professores, consideramos positiva a organização dos conteúdos, pois o trabalho fica melhor direcionado e os alunos de baixa renda terão um planejamento adequado para o ingresso nas várias oportunidades que o ENEM oferece – Fies, PROUNI, e até mesmo certificado de cumprimento do Ensino Médio.

No fervilhar destas discussões, pude notar a mudança dos alunos e o desespero dos professores, pois os estudantes queriam direcionar todo conteúdo do Estado para o ENEM e nós professores ainda estávamos nos acostumando com esta ideia. Neste momento pude notar um diferencial nos alunos mais velhos, meus alunos da EJA, com toda experiência que possuem, não estavam interessados em fazer esforços para realizar o teste do ensino médio, e sim estavam querendo viver o agora, aprender a Matemática que vivenciavam naquele momento e talvez depois pensariam no futuro. Foi então que entendi que o ensino da EJA tem que ser diferenciado, pois não deve e não pode ser igual ao ensino regular, passei muito tempo refletindo sobre isso, o que me deixou mais interessado na Educação de Adultos.

Quanto à teoria, encontrei um amparo enorme a respeito de minhas expectativas nas aulas do Mestrado, pois houve várias oportunidades de diálogo, por meio de seminários, que a meu ver foram importantíssimos para interação social entre os mestrandos e para reflexão sobre minha formação docente, norteando ações e reflexões sobre a prática docente. Todas essas experiências puderam me dar um olhar mais incisivo sobre o fazer docente, o ato de escrever e dialogar bastante sobre minha prática, o registro e o repensar das aulas puderam fazer com que eu acreditasse que poderia me tornar pesquisador, pois sabia que muito ainda tinha que ser feito para me libertar de práticas tradicionais[4], pois:

> A visão tradicional de conhecimento já não era mais suficiente para dar conta das novas necessidades a serem supridas pela escola. Não se trata de desmerecer todas as contribuições da escola tradicional, mas reconhecer as transformações ocorridas na sociedade e na escola. (BRASIL, 2006, p.7).

Segundo Alves (2006), a educação enraizada aos princípios capitalistas fica amarrada a incessantes técnicas e métodos de ensinar; o que nos remete a uma “educação manufatureira”, como se a escola fosse organizada por técnicas artesanais de trabalho com o intuito de dinamizar resultados no menor tempo possível, um maior exemplo disso é uso do livro didático como uma “bengala” onde o professor se apoia e reproduz fielmente o que está escrito, sem nenhuma reflexão. Nesta perspectiva, há dificuldade na superação da divisão entre o fazer e o pensar, onde há uma hierarquização do trabalho educativo: “uns fazem”, “outros pensam”, “uns dominam a teoria”, outros “limitam-se a prática mecanizada”.

---

[4] Práticas como: “decorar” fórmulas, acreditar que as experiências que acumulamos durante toda a nossa vida escolar e social é um discurso ou texto escrito, que existe pronto na cabeça do professor ou impresso nos livros, e que aprender consiste em memorizá-los, sendo o conhecimento absoluto pronto e acabado. (BRASIL, 2006, p.10).

Compreendo que como professor-pesquisador da Educação Básica devo agir em colaboração com o pesquisador acadêmico para um "fazer pensado"; tratando de situações reais do processo ensino-aprendizagem, na ótica do ambiente de sala de aula, tendo a oportunidade de aprimorar o objeto investigado. Neste contexto, pesquisar significa "indagar", "questionar", com aprofundamento teórico e uma pesquisa analítica através de procedimentos rigorosos e sistemáticos para produzir conhecimento; cabendo ao professor pesquisador rever sua própria prática, com um olhar avaliativo, fugindo do senso comum, trazendo à tona algo próximo dos alunos pesquisados para que possam ser ativos em sua própria aprendizagem tendo mais motivação.

Entendo agora no final do curso do Mestrado Profissional, que ao me posicionar como professor pesquisador devo rever a minha formação e tudo que ela reflete na prática, pois inicialmente a docência se caracterizava pela aplicação de metodologias emergenciais e a sala de aula seria somente um objeto da ação para testar o que funcionava ou não. Segundo Alves (2006), a formação do professor vem geralmente caracterizada por três situações nas disciplinas aplicadas: 1 - Disciplinas ligadas ao "saber" – referentes à base de formação do professor; 2- Disciplinas ligadas ao "saber fazer" – referentes a prática educativa do professor e 3- Momento de treinamento para a efetivação docente.

Na minha formação como professor de Matemática, notei um distanciamento entre o que foi orientado no curso acadêmico e a realidade vivenciada no ensino e aprendizagem da educação básica, pois as teorias, quando utilizadas por um professor mal formado, se mostraram insuficientes e até mesmo inúteis, é como se existisse naquele momento outra realidade, totalmente descontextualizada da formação acadêmica de outrora. É no chão da sala de aula que o professor se descobre ou se decepciona daí a importância do diálogo professor-aluno e entre os próprios alunos, para buscar caminhos positivos para uma boa aula com instrumentos do cotidiano, tornando assim a aula mais atrativa. Busquei tais instrumentos em: internet, vídeos, blogs, salas de interação virtual, ou seja, locais onde o aluno possa falar e ser ouvido, favorecendo situações onde o professor possa intervir e melhorar suas aulas e a relação com seus alunos, visto que o fundamental não é mudar somente o ambiente onde se estuda, mas mudar a atitude do professor (D´AMBRÓSIO, 1986, p. 106).

Acredito que somente com um mínimo de condições, podemos esperar um trabalho cientifico de qualidade. A pesquisa pode ser mediadora no olhar para o cotidiano escolar, podendo refazer procedimentos de pesquisa e discutir novas metodologias e seus resultados. Logo, pensando em fazer pesquisa baseada na minha própria prática e experiência profissional como professor de Matemática da escola pública, componho o meu material empírico por meio das experiências de meus alunos, suas vivências, trazendo para sala de aula uma contextualização com elementos do cotidiano, pois o aluno deve trabalhar a capacidade para aplicar conhecimentos na resolução de problemas do cotidiano, desenvolvendo a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000, p. 46 e 54).

As experiências formativas e as intervenções educacionais bem sucedidas acarretaram, para minha formação docente, um ótimo relacionamento com os alunos, corpo técnico pedagógico e todos os que estão direta ou indiretamente ligados ao processo de educação escolar, ou seja, do ambiente ao qual se pretende investigar. Não podia parar por aí, busquei estudar aprofundar meus conhecimentos, comprei livros sobre Educação, Matemática, Resolução de Problemas, conheci autores como Polya (2006), com ele acreditei em seu método, seus quatro passos e sua forma de resolução.

As mais variadas trocas de experiências e diálogo em situações de ensino, fizeram chegar a diferentes conclusões e diferentes resultados de aprendizagem, com alguns muito satisfatórios; testes de sondagem realizados no final de cada semestre mostraram resultados e opiniões dos alunos em relação ao ambiente criado nas aulas de matemática, o que poderia ser melhorado, os que eles não gostavam, enfim serviram de base para organizar e propor atividades em sala, daí a importância do registro destas falas.

Hoje (2017) não se pode fazer como outrora, os diálogos são outros, os tempos são outros, jogos virtuais, plataformas de interatividade, vídeos, fotografias, gravação de voz, tudo isto está, a meu ver, tomando conta da realidade de nossos alunos e acredito que o professor pesquisador deve mergulhar em propostas que se atenham as novas tendências tecnológicas, pois os alunos de hoje se não estão copiando algo da lousa, estão mexendo no celular, o que para eles parece muito mais interessante que os meus longos diálogos.

Acredito que a Educação Matemática se pratica com um objetivo geral bem específico, o de transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas, por meio de sistemas educativos: formal, não formal e informal, (D´AMBRÓSIO, 1986, p.35).

Logo o informal aqui presente seria o uso do celular, pois a interação descrita entre os alunos acontecia por meio deste, era lá que eles conversavam, trocavam ideias e suas angustias, e era lá que de alguma forma eu como professor estaria me envolvendo. Acredito que as narrativas dos alunos neste ambiente virtual, como grupo, poderia possibilitar inicialmente uma melhor aproximação entre o professor e o aluno e entre os próprios alunos, para que todos pudessem fazer uma reflexão sobre nossas ações e melhorar nossas práticas no aprendizado da matemática a que se propõe trabalhar. Pois a construção de um grupo de troca e interação é a base para qualquer processo de aprendizagem, pois sem interação não haveria crescimento ou sua possibilidade de ampliação (LEITE, 2011, p.208).

As inquietações apareceram devido às muitas reclamações de colegas professores da rede estadual de educação básica, a respeito do uso do celular por parte dos alunos, tanto dentro da sala de aula quanto fora dela. O que mais se vê, sem exceção, é celular escondido embaixo do caderno, é troca de mensagens de texto através de *wifi* (conexão de internet sem a necessidade de cabos), conversas em redes sociais, dentre outras. Logo a impressão que se tem, é que os jovens estão mais conectados e interligados do que nunca, mesmo estando a distâncias quilométricas.

Assim, foi no envolto dessas ideias que surgiu a possibilidade de se trabalhar o uso de celular, não na própria sala de aula, mas fora dela, como um segundo tempo de aula, como apoio as atividades que ainda tinham por vir ou para discutir as dúvidas que ainda ficaram, ou seja, apareceu ali a oportunidade de dar voz a esses alunos, propiciar a interação e a busca de autonomia em seu aprendizado, dentro de um tempo plausível, sem atrapalhar suas atividades diárias fora da escola, pois já faziam postagens em grupos sociais falavam da vida, dos colegas, de seus filhos, porém agora tentaria orientá-los a falar de Matemática.

Em relação a autonomia e a utilização da mídia na educação, é importante repensar o uso dos recursos midiáticos como uma ação educativa, focalizando, fundamentalmente, o estímulo à emancipação e à autonomia dos alunos (GOMES, p. 154, 2016).

Neste contexto procurei organizar minha pesquisa de mestrado profissional, encontrei uma turma onde todos os alunos possuíam celulares, pois conhecendo o ambiente virtual do whatsapp e estando acostumados a interagir neste local, os estudantes estariam em um ambiente favorável e sentir-se-iam motivados a dialogar e discutir matemática. A este respeito, Coscarelli (2016) nos diz que:

> As tecnologias digitais, disponíveis agora nos celulares e amplamente utilizadas por todas as camadas sociais como meio de comunicação, produção e disseminação de saberes, precisam ser estudadas e compreendidas. Os mais diversos contextos escolares precisam discutir e se apropriar dessas tecnologias para que os alunos também incorporem em suas vidas as inúmeras possibilidades oferecidas por equipamentos (computadores, laptops, celulares, tablets e outros gadgets) e aplicativos (COSCARELLI, p. 11, 2016).

Procurei então saber como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia, objetivando discutir a resolução de problemas desenvolvidos em sala de aula, utilizando a plataforma whatsapp como meio de interação entre os envolvidos, uma vez que a aprendizagem depende muito da qualidade das interações, daí a necessidade de buscar um espaço rico de troca e cooperação entre os alunos (LEITE, p. 208, 2011).

O grupo escolhido para iniciar a pesquisa foram os alunos da EJA, pois todos eram pessoas que possuíam celulares e tinham intimidade com o aplicativo whatsapp. Percebi a necessidade de utilização do aplicativo por se tratar de um espaço propicio para aprendizagem e a troca rápida de informações e todos pareciam estar motivados para iniciar a referente proposta. Para pensar e aprender de modo eficaz, os alunos precisam estar motivados (HARTMAN, p. 69, 2015).

Considerando as expectativas e a organização dada para iniciar a pesquisa, optamos por um estudo de caso, como metodologia de minha pesquisa, primeiramente pelo enquadramento de questão de pesquisa proposta, já que: "O enquadramento das questões pode influenciar diretamente a escolha dos métodos de pesquisa, sendo um objetivo essencial evitar que haja incompatibilidades entre o tipo de questão e o tipo de método selecionado" (YIN, 2015, p. xvi). Neste sentido, a questão de pesquisa - como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia? - se enquadra perfeitamente na metodologia escolhida, além disso, a metodologia foi escolhida pelo fato de que:

> A pesquisa de estudo de caso seria o método preferencial em comparação aos outros em situações nas quais (1) as principais questões da pesquisa são "como?" ou "por quê?"; um pesquisador tem pouco ou nenhum controle sobre eventos comportamentais; e (3) o foco de estudo é um fenômeno contemporâneo (em vez de um fenômeno completamente histórico) (YIN, 2015, p. 2).

Outro elemento que nos levou a escolha de tal metodologia foi o fato de que o estudo de caso contribui para o conhecimento de fenômenos grupais comum na Educação, focando no "caso" ao observar o comportamento de pequenos grupos (que no nosso caso o grupo formado no whatsapp) e o desempenho escolar, trazendo um "caso de ensino" procurando estabelecer uma estrutura de debate entre os estudantes, tendo por fim um fenômeno da vida real com manifestação concreta (YIN, 2015, p. 4, 5 e 36).

Como casos mais concretos Yin (2015), traz o estudo de indivíduos e pequenos grupos, o que se enquadra perfeitamente para o empreendimento de nossa pesquisa qualitativa na modalidade estudo de caso.

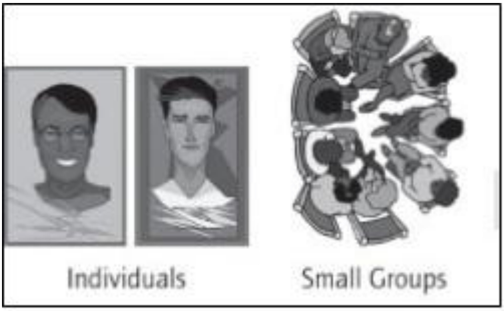



FIGURA:Casos ilustrativos para estudo de caso
FONTE: Yin, 2015, p. 37

Conduzimos uma pesquisa qualitativa, para explorar o problema em questão, pela necessidade de estudar um grupo, para escutar vozes muito tempo silenciadas, ou seja, para compreender os contextos ou ambientes em que os participantes estão inseridos (CRESWELL, 2014, p. 52).

Na organização dos alunos como grupo tanto na plataforma whatsapp como nas aulas presenciais, notei que estes apresentaram características de uma "comunidade de prática"[5], pois os estudantes trabalharam juntos para aprender o conteúdo de matrizes, negociaram significados provenientes das muitas interações ocorridas dentro dos conceitos trabalhados e demonstraram indícios de aprendizagem e autonomia na realização das propostas pedagógicas encaminhadas.

Segundo Wenger (1998, p.8), a aprendizagem se intensifica em momentos quando, por exemplo, nos juntamos para se engajar em novas propostas de aprendizagem dentro da comunidade. O aprendizado é parte integrante de nossa vida cotidiana, ou seja, parte de nossa participação em nossas comunidades e organizações.

[5] Segundo Lave e Wenger (1991, p.98), é um conjunto de relações entre pessoas, onde sua estrutura e suas relações definem possibilidades para aprendizagem. Na Comunidade de Prática, um grupo de pessoas se une em torno de um mesmo interesse, trabalhando juntas para encontrar meios de melhorar o que fazem na resolução de um problema, através da interação regular na comunidade. O termo foi criado por Etienne Wenger em conjunto com Jean Lave, para mais informações consultar Lave e Wenger (1991).

## 2. FUNDAMENTANDO AS ESTRATÉGIAS DE AÇÃO

Ao tratar do uso de tecnologias digitais, o aluno encontra-se mergulhado culturalmente no contexto informatizado, que no caso seria o uso do whatsapp, busquei como primeiro autor Pierre lévy, com sua obra: “As tecnologias da Inteligência”, pois este autor trata com maestria a relação entre o ser humano e a era informatizada, explorando o que o autor chama de “cibercultura” em seu livro “cyberculture”, traz a discussão sobre o uso de elementos informatizados e seu papel no desenvolvimento intelectual do ser humano frente às novas tecnologias, pois se educar quer dizer, cada vez mais, aprender, transmitir saberes e produzir conhecimentos, dentro do ciberespaço temos tecnologias intelectuais que amplificam, exteriorizam e modificam numerosas funções cognitivas humanas como: memória, imaginação, percepção e raciocínios (LÉVY, 1999, p.157).

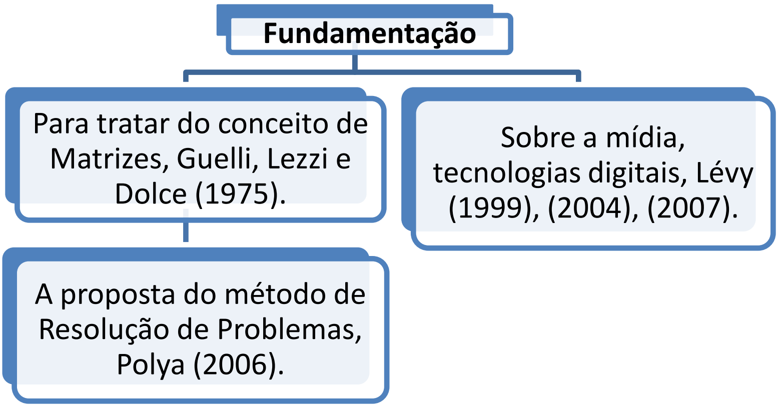
Lévy (2007, p.17) nos alerta que o número de mensagens em circulação nunca foi tão grande, mas temos poucas ferramentas para filtrar informações relevantes. Ao educador que se depara com estes tipos de diversidades culturais, o ensino qualitativo requer uma visão da necessidade de novas experiências tecnológicas educativas bem direcionadas, que tenham por base os componentes sociais e integradores para situar o professor dentro do espaço tecnológico vivenciado pela maioria de nossos jovens na escola.

A LDB (2010), diz respeito ao uso de tecnologias nos artigos: 32, inciso II, trata da tecnologia como um dos meios que se possa utilizar para formação básica do cidadão. E, no artigo 36 (inciso I), tratando do currículo do ensino médio que deverá destacar em seu corpo a educação tecnológica básica. Logo, torna-se necessário que os educadores entendam a importância da tecnologia para o desenvolvimento intelectual do aluno, cabendo ao professor proporcionar momentos de interação da atividade pedagógica desenvolvida em sala de aula com a cultura digital que os alunos possuem por meio de celular, computadores, tabletes, televisão ou internet.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997, p.21) trata da necessidade de orientar nossos alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia para a educação, assim como o acompanhamento de sua renovação nas práticas educativas que contribuam para o ensino e aprendizagem. Neste sentido, os celulares, a internet e as redes sociais (em especial o whatsapp) podem servir como uma estratégia de interação social em situações diversas para a promoção de aprendizagens orientadas pelo professor garantindo a troca de informações entre os alunos e os professores, demonstrando seus modos de agir, de pensar e de sentir, em um ambiente virtual em que as pessoas, mesmo não se expondo diretamente, possam comunicar-se e expressar-se naturalmente. Então na construção da proposta desta dissertação, segue um humilde projeto de “inteligência coletiva”, de estabelecimento de relações entre indivíduos, talvez isolados, que podem agora entrar em contato uns com os outros (LÉVY, 2007, p.17).

O método da Resolução de Problemas se faz presente, nesta discussão sobre tecnologia, pelo fato de poder proporcionar ao aluno o despertar pelo interesse do objeto matemático estudado no decorrer de suas aulas. O professor de matemática pode direcionar nos ambientes virtuais momentos de discussões para que os alunos possam criar suas próprias estratégias e não esperar que o professor o faça.

A curiosidade deve está presente na didática do ambiente escolar, pois as situações cotidianas não são passos definidos para se obter soluções frente a problemas, pode-se até obter por meio de pesquisa os meios necessários para se chegar ao caminho desejado, porém a execução leva em consideração minúcias próprias do sujeito, pensamentos, atitudes que fazem aquele caminho tomado sendo próprio do solucionador. E esta prática, auxiliar para adquirir experiência, deve fazer parte das aulas de todo professor de matemática para dar suporte ao progresso acadêmico do aluno, pois “o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível” (POLYA, 2006, p.1).




Fonte: Próprio autor.

Neste sentido, o segundo autor que dá suporte para a dissertação é o teórico George Polya, que foi escolhido para fundamentar a pesquisa por dar apoio à questão da resolução de problemas matemáticos, trazendo em seu livro “How to Solve It” (A Arte de Resolver Problemas) os quatro passos de seu método: (1) Compreender o Problema, (2) Planejar sua Resolução, (3) Executar o Plano e (4) Examinar a Solução:

**(1) Compreensão do Problema:** é preciso compreender o problema, ter uma leitura atenta;

***Algumas heurísticas:*** *Qual é a incógnita?Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante?A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente?Ou redundante?Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?*

**(2) Estabelecimento de um Plano:** é necessário encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Caso necessário, procurar problemas correlatos, buscando em seu repertório algo que faça uma conexão para chegar a um plano para resolução.

***Algumas heurísticas:*** *Já viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece algum problema correlato?(é possível utilizá-lo? Ou o seu método?). Conhece um problema que lhe poderia ser útil? É possível resolver parte do problema?(até onde consegue resolver), considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Caso não consiga resolver o problema proposto, procure antes resolver um problema correlato. É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?*

**(3) Execução do Plano:** Execute o plano traçado (ação). Verifique cada passo.

***Algumas heurísticas:*** *É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?*

**(4) Retrospecto:** Examinar a solução obtida, assim como correlacionar com outras soluções ou verificar se sua solução se adéqua a outro problema.

***Algumas heurísticas:*** *É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou método, em algum outro problema?*

Além de Polya (2006), pesquisas como de Schoenfeld (1985), Pozo (1998), Pais (2001), Smole e Diniz (2001), Onuchic e Allevato (2011), Dante (2003) e Mendes (2009), recomendam a abordagem dos conceitos de Matemática a partir da Resolução de Problemas, relacionado ao conhecimento do conteúdo anteriormente adquirido, de modo a permitir a troca de pontos de vista por meio do cálculo experimental, onde o aluno adquire conhecimento matemático com o auxílio discreto do professor que indaga para sugestionar atitudes positivas, de modo que este adquira independência para realizar operações mentais sem a necessidade da presença de um instrutor.

É importante desenvolver a capacidade de raciocinar frente a uma determinada situação em vez de somente trabalhar técnicas de resolução, o professor deve propiciar momentos de diálogo para melhor entender os seus próprios alunos, visando atribuir repertórios matemáticos suficientes para o bom entendimento de vocabulários próprios da área de Matemática. Pois, o estudante deve refletir, analisar e adquirir experiência objetivando autonomia no seu modo de pensar ao realizar operações matemáticas mais complexas, relacionando com problemas mais simples ou correlatos. Pois, a este respeito, o próprio autor noz diz que:

> É difícil imaginar um problema absolutamente novo, sem qualquer semelhança ou relação com qualquer outro que já haja sido resolvido; se um tal problema pudesse existir, ele seria insolúvel. De fato, ao resolver um problema, sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando o seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo. Além do que, naturalmente, o problema de que nós aproveitamos deve ser, de alguma maneira, relacionado com o nosso problema atual. (POLYA, 2006, p. 41).

Com a escolha do conteúdo de Matrizes, dentro do contexto descrito, temos três bases para o desenvolvimento da pesquisa: o conceito matemático a ser trabalhado com os alunos: o conteúdo de Matrizes; o material didático informatizado virtual utilizado para dar apoio às aulas e gerar motivação nos alunos: o whatsapp; e a teoria de aprendizagem que rege a aula presencial de matemática na sala de aula: A Resolução de Problemas.

# 3. ASPÉCTOS METODOLÓGICOS DA AÇÃO

## 3.1. Organização do Ambiente Pedagógico

O professor deve ser cauteloso, pois assim como um aluno do ensino fundamental que demonstra estranhamento no estudo de equações algébricas, na qual o aluno sai do ambiente da aritmética para o ambiente da álgebra; o professor deve ter o cuidado ao trabalhar o conteúdo matemático e explorar o ambiente envolvido, pois será o primeiro contato dos alunos com o assunto de matriz, como este conteúdo só é explorado geralmente no segundo ano do ensino médio, o aluno pode sentir dificuldade se o professor não apresentar clareza no conceito matemático abordado durante suas aulas.

Neste sentido, já realizado um contrato pedagógico com os envolvidos, propõe-se uma aula dividida em dois momentos: presencial e virtual.

Quadro: Aula Mista

| (1) Aula Presencial: | (2) Aula Virtual: |
| --- | --- |
| • Realizada dentro do ambiente de sala de aula;<br>• Intencionalidade de trabalhar o conteúdo proposto;<br>• Tempo escola, presencial;<br>• Professor, quadro magnético, aluno, característica de aula formal;<br>• Resolução de Problemas; | • Realizada dentro do ambiente virtual;<br>• Intencionalidade de discutir conceitos matemáticos;<br>• Tempo comunidade, aula à distância;<br>• Professor, imagens, diálogo por mensagens; |

Fonte: Próprio autor

No primeiro momento presencial, na sala de aula temos o método de Polya (2006), buscando uma maneira de pensar o problema de modo a descobrir a solução, aplicando os quatro passos do autor para poder resolver um problema. Considerado método heurístico (heurística moderna), parte da filosofia que se dedica a inventar maneiras de resolver problemas, procurando compreender o processo solucionador desses problemas (POLYA, 2006, p.100).

O segundo momento virtual, aula à distância, tem como objetivo, fazer com que os alunos da EJA trabalhem dialogicamente no grupo virtual whatsapp, pois assim como um trabalho ou um “dever de casa” que o professor propõe para os alunos levar em um dia da semana para entregar em outra, o ambiente virtual fora da sala de aula funcionará como um fórum de discussão, orientado pelo professor, com os alunos interagindo, trocando mensagens, enviando respostas, pesquisando, dialogando, ou seja, trocando informações entre si, procurando provocar autonomia nos mesmos.

Dentro do ambiente virtual, o objeto matemático em estudo, seu conceito é estruturado de forma que as informações sejam divididas em telas, o aluno no fórum de discussões deve olhar cada tela e analisar a informação contida, que sempre será algo objetivo e pontual, pois a plataforma do whatsapp possui a característica de uma leitura imediata, sendo assim o professor deve postar imagens que caibam em uma tela de celular, seguido de textos curtos, para os alunos observarem a imagem, refletirem sobre o conceito matemático no estudo de matrizes que esta sendo envolvido, e assim responderem a mensagem. Neste sentido, trabalha-se o principio da síntese matemática em poucas palavras, telas ou em vídeos curtos.

No grupo do whatsapp, tendo como identidade a turma do 2º EJA médio, os sujeitos envolvidos terão um espaço para que possam ter um diálogo que será tematizado por meio do conceito matemático estudado anteriormente na sala de aula, que no caso da referente pesquisa seria o estudo de matrizes, ou em alguns casos se discute algo que por algum motivo os alunos tenham necessidade de expor, contanto que não fuja do objeto matemático proposto, pois a flexibilidade é importante para o bom andamento das atividades, porém temos que priorizar o estudo para não se perder o foco da pesquisa.

A conversa em um ambiente virtual pode ser facilmente direcionada para outro momento que não seja educacional, logo o professor deve ter o cuidado para que os participantes do grupo no whatsapp não percam o foco das discussões (que é o de tratar dos conceitos matemáticos envolvendo o estudo de matrizes), melhorando os vocabulários em sala de aula e aumentando o repertório dos alunos a cerca do conhecimento matemático na resolução de problemas.

No whatsapp envolto por discussões o professor propõe, geralmente no encontro de final de semana, problemas para que os alunos possam construir e estruturar seus próprios problemas, para que os mesmos se apropriem dos elementos matemáticos envolvidos e tenham mais facilidade no entendimento em contato com problemas correlatos.

### 3.2. Propostas de Ações Pedagógicas Avaliativas

No que se refere à avaliação dos alunos, proponho uma avaliação dinâmica, que será estruturada em três partes:

**(1) Primeira Parte:** Questão Objetiva com dez afirmações para o aluno analisar a partir dos conteúdos estudados nas aulas presenciais.

**(2) Segunda Parte:** Questões subjetivas (três no total), para o aluno responder de forma dissertativa, operando e explicando como chegou ao resultado.

**(3) Terceira Parte:** solicito a formação de cinco equipes em sala de aula, cada uma terá um grupo virtual no whatsapp, que chamo aqui de subgrupos, que serão de total responsabilidade dos membros da equipe. O objetivo é que os alunos interajam sem a interferência do professor, exercitando e dialogando o que foi trabalhado no fórum de discussões (grupo com todos, incluindo o professor), este isolamento é essencial para dar mais autonomia aos envolvidos.

Os grupos por mais isolados que estejam, possuem em comum o objetivo de estudar e discutir o conteúdo de matrizes, formando um esquema de interação da seguinte forma:

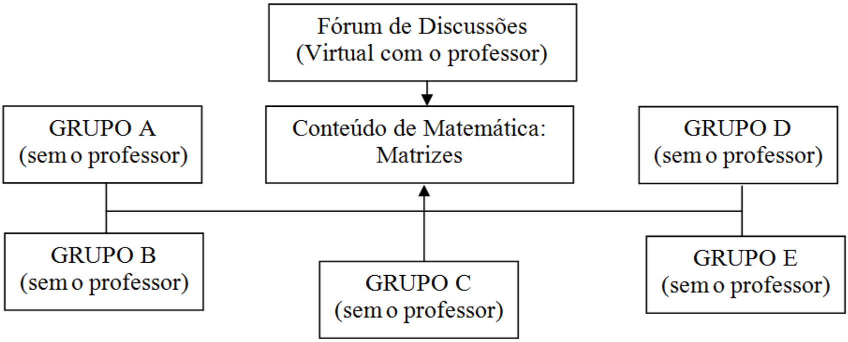



FIGURA - Formação de Grupos Isolados Sem a Interação do Professor
FONTE: Próprio autor

Para o professor explorar o que esta sendo trabalhado nos subgrupos e observar o envolvimento e interação entre os envolvidos, cada equipe formada trará quatro perguntas e quatro respostas, logo cada grupo trará problemas cuja resposta já conhece. A dinâmica será a seguinte, em aula presencial:

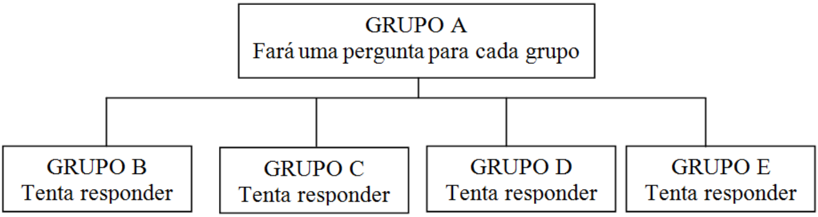



FIGURA - Atividade de Perguntas e Respostas
FONTE: Próprio autor

Ao dar inicio a atividade, o grupo A propõe a pergunta e o grupo B tenta responder caso o grupo B não consiga responder a pergunta proposta pelo grupo A, a pergunta volta para o grupo A responder, lembrando que o grupo A já traz a resposta previamente, em seguida os alunos avaliarão se a resposta esta correta.

Em um segundo momento, o grupo A fará o mesmo, trazendo uma pergunta ao grupo C, depois ao grupo D e por fim ao grupo E. A dinâmica continua: o grupo B fará uma pergunta para cada equipe e caso alguma equipe não saiba a resposta, ele mesmo (grupo B) tenta responder. No final cada equipe fará quatro perguntas e tentará responder a quatro problemas propostos pelas outras equipes. A pontuação será de: 1,0 ponto para cada resposta correta e 2,0 pontos se conseguir provar que alguma resposta está incorreta. O critério para as perguntas é que sejam contextualizadas a partir do que foi discutido em sala de aula ou nos grupos virtuais, utilizando como base os livros didáticos contidos na biblioteca da referida instituição (quadro 4, com exceção do livro álgebra II, que foi trazido pelo professor).

Nesta dinâmica de perguntas e respostas realizada em sala de aula entre os alunos, avalio se os estudantes conseguem elaborar problemas compreendendo as respostas do conhecimento matemático que foi tratado na sala de aula ou no ambiente virtual whatsapp.

Neste contexto, o papel do whatsapp não é o de ensinar matemática, e sim ter um meio para o diálogo acerca de matemática, entre alunos e entre professor e aluno. A proposta pedagógica a que se propõe neste livro é a de se trabalhar, em um segundo momento, a matemática fora do ambiente escolar (sala de aula), onde o whatsapp será somente o meio para o diálogo entre os envolvidos, trazendo uma avaliação dinâmica (diversificada), com vários momentos e o aluno poderá expor suas ideias, interagindo com o conhecimento e participando de sua própria aprendizagem.

## 4. ORGANIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS

O relato das atividades faz referência a 25 alunos[6] do ensino da modalidade da Educação de Jovens e Adultos, na turma da 2º Etapa do ensino médio.

Trabalhando em uma modalidade de aceleração, acredito que a organização pedagógica não pode ter característica de aula comum (quadro, explicação e prova), pois segundo os próprios alunos esse ensino não deu certo anteriormente, e ao retornar para sala de aula depois de muito tempo, com idade avançada (alunos entre 22 e 52 anos), com filhos e trabalhando nos turnos alternativos aos da escola, não sentirá entusiasmo algum com este tipo de metodologia.

Neste sentido, as atividades foram organizadas da seguinte forma: 4 aulas presenciais e 3 aulas a distância (virtual) no whatsapp:

1. **Atividade Presencial 1:** Introdução ao Estudo de Matrizes.
2. **Atividade Virtual 1:** Representação de Matrizes.
3. **Atividade Presencial 2:** Representação Genérica de Matrizes.
4. **Atividade Virtual 2:** Elementos da Matriz Genérica.
5. **Atividade Presencial 3:** Lei de Formação de Matrizes.
6. **Atividade Virtual 3:** Matrizes Especiais.
7. **Atividade Presencial 4:** Revisão e Operações com Matrizes.

### 4.1. Atividade Presencial 1: Introdução ao Estudo de Matrizes.

Não foi apresentado de imediato a definição, foram mostradas as seguintes matrizes para discutirmos:

[6] Para salvaguardar o direito ao anonimato dos alunos, optei por atribuir nomes fictícios aos mesmos. Cada aluno no grupo virtual salvou o nome correto do colega, porém o professor-pesquisador salvou nomes fictícios no celular para poder fazer imagens das conversas dos grupos virtuais.

$$\begin{bmatrix}1 & 5\\2 & 4\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}6 & 0\\1 & 5\\2 & 4\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}1 & 5 & 7\\8 & 6 & 5\\2 & 4 & 0\end{bmatrix} \qquad [5] \qquad \begin{bmatrix}1\\7\\2\end{bmatrix}$$

Apareceram expressões do tipo: “são tabelas?”, “valores de alguma pesquisa só com os números?”, “não sei o que pensar professor!”, “são quadrados?”. Não faltaram indagações interessantes para tratar sobre a representação de matrizes com os dados numéricos.

Considerando que já havíamos indagado bastante sobre os dados mostrados, de onde poderiam ter saído ou de como poderíamos obtê-los, considerei o momento apropriado de comentar o conceito de Paiva (2013, pag.95): “chama-se matriz do tipo m x n toda tabela de números dispostos em m linhas e n colunas”.

A partir daí tratamos de encontrar linhas e colunas nas representações apresentadas inicialmente para encontrar o tipo de matriz:

$\begin{bmatrix}1 & 5\\2 & 4\end{bmatrix}$ 2x2 , (pois trata-se de uma matriz de 2 linhas e 2 colunas.)

$\begin{bmatrix}6 & 0\\1 & 5\\2 & 4\end{bmatrix}$ 3x2 , (pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 2 colunas.)

$\begin{bmatrix}1 & 5 & 7\\8 & 6 & 5\\2 & 4 & 0\end{bmatrix}$ 3x3 , (pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 3 colunas.

$[5]$ 1x1 , (pois trata-se de uma matriz de 1 linha e 1 coluna.)

$\begin{bmatrix}1\\7\\2\end{bmatrix}$ 3x1 , (pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 1 coluna.)

Depois desta atividade passamos a discutir onde poderíamos observar algo e aceitar que aquilo serviria como uma representação de uma matriz, confesso que a resposta esperada seria: tabelas de preços, pontos de jogos de futebol, valores apresentados em jornais, notas de provas e avaliações. Porém o surpreendente foi observar as respostas rápidas dos alunos: “alunos enfileirados olhados de cima”, “furos de ventilação na parede”, “botões de camisa” “tabuleiro de damas”. No envolto de tantas discussões pertinentes os alunos criaram alguns problemas interessantes:

(1) – **“João”**: se um tabuleiro de xadrez tem a forma de uma matriz 8 x 8, sabendo que cada jogador tem 16 peças, que matriz formaria os espaços vazios com as peças arrumadas para dar inicio ao jogo?

(2) – **“Maria”**: em uma plantação de mudas, querendo plantar 16 mudas de açaí, em forma de uma área quadrada, com um espaço de 2m entre elas. Olhando a plantação de cima, teríamos que tipo de matriz

Observando as questões formuladas, os alunos formaram equipes para resolver as questões, adotei o método de Polya (2006) durante a aula, desenvolvendo as quatro etapas já mencionadas anteriormente. Neste momento os alunos receberam um “auxilio discreto” do professor, pois considero que o estudante deve adquirir autonomia e experiência pelo trabalho independente o quanto for possível e, ainda, segundo o autor:

> Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista. As sugestões devem ser simples e naturais, porque do contrário elas não poderiam ser discretas. As sugestões devem ser genéricas, aplicáveis não apenas ao problema presente, mas também a problemas de todos os tipos, pois só assim elas poderão desenvolver a capacidade do estudante e não somente uma técnica específica (POLYA, 2006, p.01 e p.17).

Em relação à questão (1), orientei os alunos a entender o problema (1º passo), instigando-os a organizar os dados, neste sentido alguns alunos puseram-se a indagar:

– **"Pedro"**: *Uma matriz 8 por 8, tem oito linhas e 8 colunas não é professor?*
– **"Alves"**: *Seria interessante desenhar um tabuleiro de xadrez professor?*
– **"Lene"**: *Tem um tabuleiro de Xadrez pintado na parede da escola!*

Aproveitando a empolgação dos alunos fomos verificar a imagem pintada na parede da escola:

FIGURA - Xadrez Pintado na Parede da Escola
FONTE: Próprio autor

Porém ao analisarmos a imagem pintada notamos que seria inviável utilizá-la para solução do problema (1), pois o desenho não formava uma matriz 8x8. No desenho os alunos notaram que tratava-se de uma matriz 9x10. Logo houve um consenso entre os alunos que a melhor estratégia seria a de "Alves", então puseram a desenhar o tabuleiro.

Ao desenhar o tabuleiro, pensamos o que poderia ser feito para chegar a solução do problema (passo2). Logo ficou decidido que fariam marcações nos "quadradinhos" onde ficariam as peças do tabuleiro no inicio do jogo, e os "quadradinhos" restantes seriam a solução do problema.

Traçado a estratégia dos grupos, os alunos puseram-se a desenvolver o plano (passo 3):


FIGURA - Resolução dos Alunos da Questão1
FONTE: Próprio autor

Acabado a resolução, fazendo o retrospecto do que foi feito na resolução (passo 4), comparamos alguns desenhos de outras equipes e concluímos que tratava-se de uma matriz de 4 linhas e 8 colunas, ou seja, matriz 4x8.

Já o problema (2), foi bastante discutido, pois havia muitos dados e nenhum desenho ou imagem para ser utilizado de parâmetro:

– **"Luana"**: *Será que seria preciso desenhar um quadrado?*
– **"Maria"**: *Quando pensei no problema não imaginei quadrado?*
– **"Aleson"**: *Mas 16 mudas podem formar um quadrado?E esses 2m?*
– **"Gabriele"**: *Professor acho que basta fazer fileiras de 4 mudas em cada!*

Ainda considerando os passos de Polya (2006), notando que os alunos já traçavam algumas estratégias (passo 1 e 2), pusemo-nos a desenhar (passo 3) e discutir os resultados (passo 4), parece que a estratégia de desenhar foi bem aceita entre os alunos:

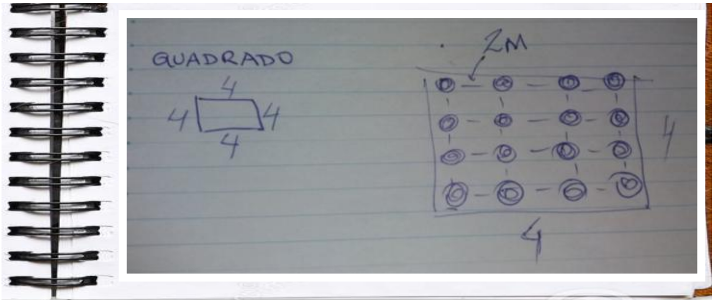



FIGURA - Resolução dos Alunos da Questão2
FONTE: Próprio autor

Comparando resoluções os alunos chegaram à conclusão que não havia necessidade de cálculo para utilização do dado: 2m, que poderia haver no enunciado, apenas precisaria de um espaço entre as mudas. Que organizando as mudas em fileiras de 4 (ideia de Gabriele), teríamos uma matriz em forma de quadrado com 4 linhas e 4 colunas, ou simplesmente 4x4.

Vale ressaltar que "Maria" fez questão de colocar os 2m na proposta, pois quando estava morando no interior do Estado era necessário exatamente este espaço para plantar, logo não imaginou que os colegas não utilizariam esse dado para resolução da questão. Como este é um problema de uma situação real, a informação é relevante, pois se tem um espaço entre as mudas logo poderiam surgir indagações sobre tal espaço.

Como Polya (2006, p.7) nos diz: "As boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos". Neste sentido faz-se necessário acessar este repertório dos alunos para que surjam bons problemas e ótimas resoluções.

### 4.2. Atividade Virtual 1: Representação de Matrizes

Aproveitando as atividades em sala de aula, tivemos nosso primeiro encontro no grupo virtual intitulado: "Fórum / Matriz / Médio / 2º EJA", onde foi acordado, anteriormente, junto aos alunos que os assuntos levantados no “Fórum de discussões” seriam relacionados a algo já trabalhado em sala de aula.

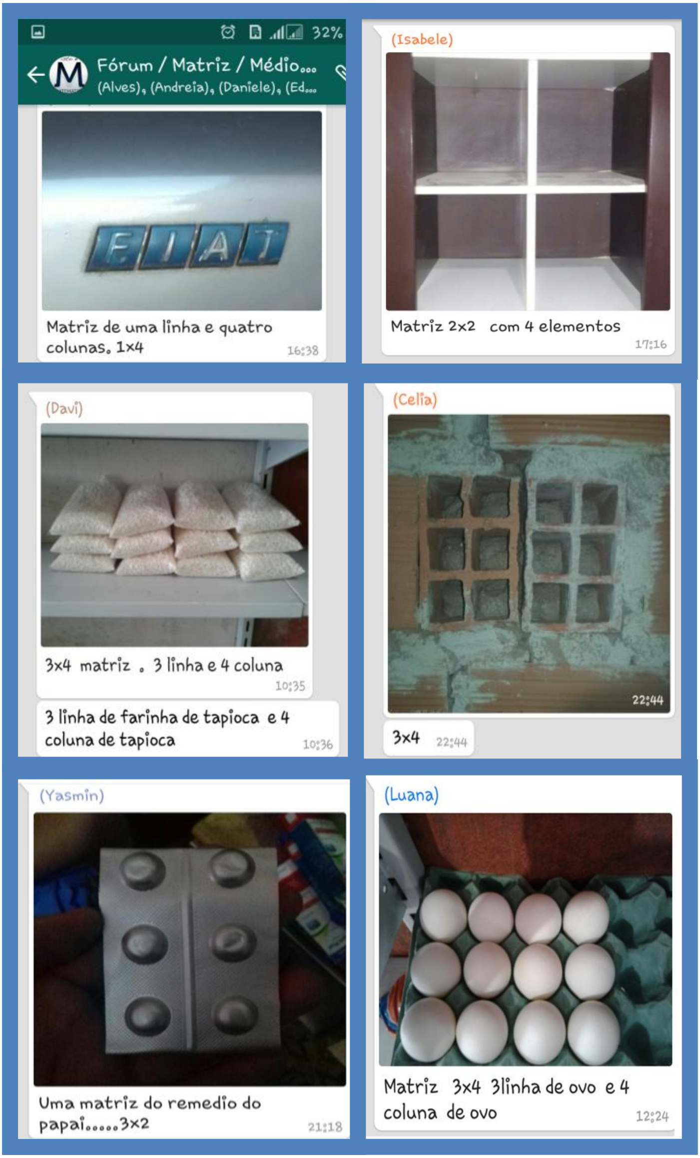
O grupo virtual seria um espaço que serviria para discutir as atividades realizadas pelos alunos e explorar os vocabulários matemáticos próprios do conceito de Matrizes para consequentemente aumentar o repertório dos alunos acerca do conteúdo abordado pelo professor.

Segundo Leblanc, Proudfit e Putt (1997, p.152), explorar os vocabulários matemáticos é importante, pois facilita a comunicação entre os envolvidos, acreditando que os termos matemáticos não devem ser evitados e sim trabalhados de modo que fiquem claros aos alunos os conceitos matemáticos envolvidos. Assim, como primeira atividade no grupo virtual whatsapp, aproveitando a visão dos alunos em relacionar algo do cotidiano com a forma de linhas e colunas de uma matriz, foi postado a seguinte atividade:

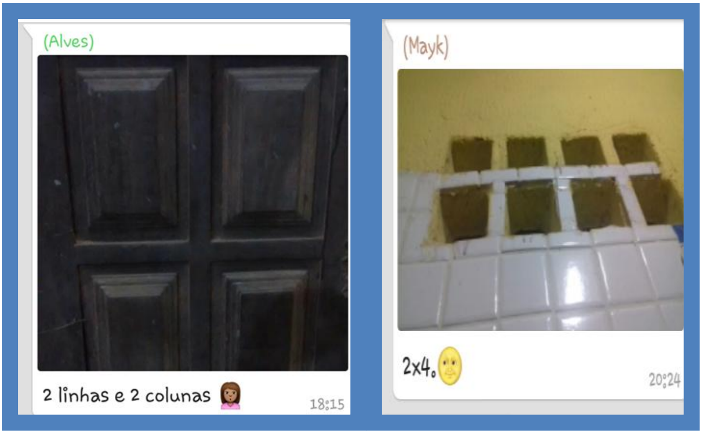
**PROBLEMA:** *“postar uma foto capturada pelo seu celular que você considere que seja uma representação de uma Matriz, informando sua forma m x n, ou seja, m-linha e n-coluna”.*

FONTE: Pixabay, modificada pelo autor, disponível em <https://pixabay.com/pt/desenhos-animados-celular-flor-2029207/>

As respostas dos alunos foram interessantes:




FONTE: Print. Screen do celular do autor




FONTE: Print. Screen do celular do autor

Considero que esta proposta estaria ligada a atividade de “reconhecimento”, o resolvedor a realiza como forma de recordar um fato específico, uma definição (BUTTS, 1997, P.33) ou, no caso, uma definição de matriz: “matriz m x n, toda tabela de números dispostos em m linhas e n colunas” (PAIVA, 2013, pag.95). Esta definição parecia satisfatória para a maioria dos envolvidos na atividade proposta, porém para “Dona Lúcia” não estava tão trivial:


FIGURA: Postagem de Dona Lúcia
FONTE: Print do Celular do autor


FIGURA: Comentário do Professor
FONTE: Print do Celular do autor

Quando indagada sobre o equivoco, “Dona Lucia” disse que considerava como linha os espaços existentes entre os elementos na horizontal, assim como considerava coluna os espaços deixados pelos elementos na vertical. Sendo assim foi mandada uma mensagem de voz, indicando que: “o que consideramos como linha em uma matriz seria a sequência de elementos dispostos na horizontal e a coluna seria a sequência de elementos dispostos na vertical”.

Logo em seguida “Dona Lucia” agradeceu e postou outra imagem para ter a certeza de que havia realmente entendido.


FIGURA: Postagem de Dona Lúcia
FONTE: Print do Celular do autor

Neste momento, ficou evidente a forma como a tecnologia móvel encurta a distância entre professor e aluno, dando oportunidade de trocar ideias, mudar posicionamentos e adquirir motivação na busca por conhecimento, pois utilizar a internet para interagir, câmeras de celular para registrar momentos, molda o ambiente de estudo “criando novas dinâmicas” para trabalhar a Matemática (BORBA, 2014, P.77).

Alem disso, segundo Lévy (2004, p.4), a relação entre as pessoas depende da metamorfose incessante de dispositivos informacionais, que estão cada vez mais vem capturando as aprendizagens.

### 4.3. Atividade Presencial 2: Matriz Genérica

Neste segundo encontro de sala de aula, discutimos a representação genérica de uma matriz, que segundo Paiva (2013, pag.95), seria: "A indicação por $a_{ij}$ o elemento posicionado na linha i e na coluna j de uma matriz A". Assim teríamos:

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Temos a apresentação dos elementos da matriz A com seu respectivo posicionamento de linha e coluna:

$a_{11}$ - seria o elemento posicionado na 1ª linha e 1ª coluna da matriz A

$a_{21}$ - seria o elemento posicionado na 2ª linha e 1ª coluna da matriz A

$a_{31}$ - seria o elemento posicionado na 3ª linha e 1ª coluna da matriz A

$a_{23}$ - seria o elemento posicionado na 2ª linha e 3ª coluna da matriz A

$\vdots$

$a_{m1}$ - seria o elemento posicionado na linha "m" e 1ª coluna da matriz A

$a_{1n}$ - seria o elemento posicionado na 1ª linha e coluna "n" da matriz A

$a_{mn}$- seria o elemento posicionado na linha "m" e coluna "n" da matriz A

Temos que deixar bem definido aos alunos a numeração das linhas e das colunas, para que não haja equívocos na definição do posicionamento dos elementos, o que infelizmente os livros didáticos selecionados (Quadro 4: Livros e suas abordagens), tratam matriz genérica com dados muito resumidos, o que conduz o aluno a muitos questionamentos: “a primeira linha começa de cima ou de baixo?”, “a coluna inicial é a da esquerda ou da direita?”, “os elementos que aparecem dentro da matriz podem ser qualquer letra?”, “isso funciona pra qualquer matriz?”, “sempre o primeiro é $a_{11}$?”.

Diante de tantos questionamentos, considerei melhor refazer nossa representação, para deixar claro o sentido e direção de linhas e colunas:

Por: 1ª linha, 2ª linha, 3ª linha, ... , até “m” linha, sempre nessa ordem, entendem-se:

$$\begin{array}{|ccccc|l}
\hline
a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} & \rightarrow \text{1ª linha} \\
\hline
a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} & \rightarrow \text{2ª linha} \\
\hline
a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} & \rightarrow \text{3ª linha} \\
\hline
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\
\hline
a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} & \rightarrow \text{“m” linha} \\
\hline
\end{array}$$

Sempre nessa ordem, por: 1ª coluna, 2ª coluna e 3ª coluna, ... , até “n” coluna entendemos:

$$\begin{array}{ccccc}
\text{1ª coluna} & \text{2ª coluna} & \text{3ª coluna} & & \text{“n” coluna} \\
\uparrow & \uparrow & \uparrow & & \uparrow \\
a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn}
\end{array}$$

Neste sentido, apresentei alguns exemplos aos alunos para a familiarização com esta nova representação. Como encontrar a posição de cada elemento descrevendo em que linha e coluna se encontram:

$A_{2x2} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$, neste exemplo temos:

O elemento 5 posicionado na 1ª linha e 1ª coluna, logo podemos considerar $a_{11} = 5$
O elemento -2 posicionado na 1ª linha e 2ª coluna, logo podemos considerar $a_{12} = -2$
O elemento 3 posicionado na 2ª linha e 1ª coluna, logo podemos considerar $a_{21} = 3$
O elemento 9 posicionado na 2ª linha e 2ª coluna, logo podemos considerar $a_{22} = 9$

Neste momento, com a empolgação dos alunos, tendo em vista que os passos 1 e 2 de Polya (2006) estavam sendo executados, explorei o ambiente da sala de aula para a discussão dos passos 3 e 4. Para tanto, enumerei posições dos alunos nas filas das carteiras e juntos, elaboramos alguns problemas interessantes:

**(I)** – **“Aleson”**: *Se Thiago está na última cadeira temos 5 alunos a sua frente, considerando a sua fila como uma matriz 6 x 1, temos que Thiago seria qual elemento da matriz algébrica?*

**(II)** – **“Andréia”**: *Um aluno sentado em sua cadeira sozinho, representa uma matriz 1 x 1, então que elemento da matriz genérica ele seria?*

Nestes dois exemplos, deixei os alunos pensarem nas respostas para compreensão do problema formulado (passo 1). Algumas indagações pertinentes foram emergindo e posteriormente os alunos elaboravam planos de ação (passo 2):

– **“Mayk”**: *“seria bom escrever as matrizes no caderno para depois determinar a solução, pois podemos lembrar de mais algum fato importante!.*

Aproveitei o comentário feito por “Mayk”, indaguei aos alunos utilizando a heurística proposta por Polya (2006, p.41): “conhece um problema correlato?”, onde se incita o estudante a recordar um fato ou problema anteriormente resolvido, aproveitando seus dados para solucionar um novo problema:

–**“Professor”**: *“pense nos problemas já solucionados, como a matriz algébrica apresentada no quadro foi muito grande, pense num problema menor que já tenha solucionado antes, pense nos caminhos tomados e nos dados utilizados”.*

–**“João”**: *“Acho que basta comparar com a primeira coluna da matriz genérica que o professor copiou no quadro e teríamos já uma base para solucionar o primeiro problema!”*

–**“Aldemar”**: *“No segundo problema, se a matriz 1x1 só tem um elemento só pode ser o $a_{11}$, não é professor?”*

–**“Maria”**: *“isso mesmo, pois se é 1x1 ele está na primeira linha e primeira coluna, então é o $a_{11}$ tenho certeza!”*

Notando o êxito dos alunos em solucionar o problema **(II)**, formei equipes para executar um plano (passo 3) e solucionar o problema **(I)**. No envolto das discussões traçaram alguns esquemas, ao que parece adotaram a estratégia descrita por “João”:

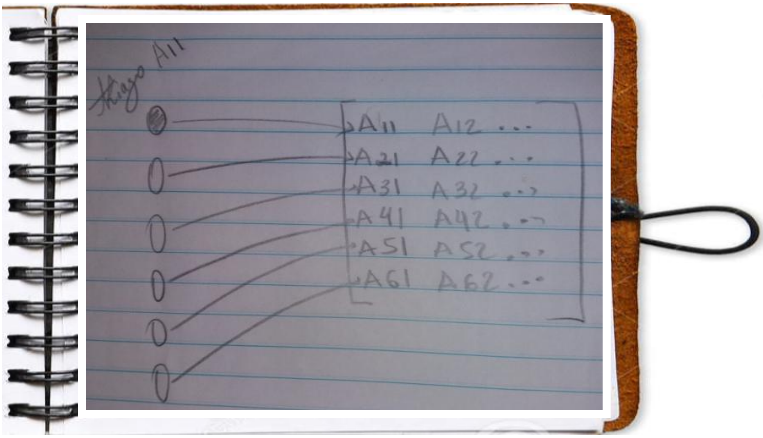



FIGURA - Resolução dos Alunos
FONTE: Próprio autor

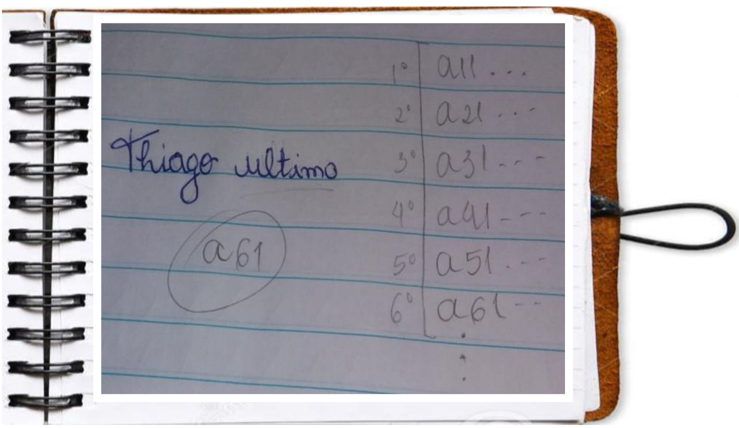



FIGURA - Resolução dos Alunos
FONTE: Próprio autor

Na análise da resolução dos alunos, observei que na primeira figura, houve um equívoco ao comparar a posição de “Thiago” com a matriz genérica apresentada. Os alunos não levaram em consideração a condicionante: “Thiago é o último da fila”, sendo assim ele seria o último elemento da matriz genérica, ou seja, $a_{61}$.

Já na segunda figura, temos a condicionante em primeira instância, não gerando confusão na comparação entre os elementos da matriz genérica e a posição de Thiago na fila. Demonstrando a importância de mais uma heurística proposta por Polya (2006): “qual é a condicionante?”.

O método de questionar do professor, introduzindo sugestões, é imprescindível para que possa ser desenvolvida a capacidade de raciocinar diante de um problema e não somente de aplicar uma técnica específica, (POLYA, 2006, p.17).

Para executar o passo 4, retrospecto, utilizei um elemento bem peculiar da sala de aula, os buracos de ventilação, representei cada buraco como um elemento da matriz genérica, para então rever os resultados e os esquemas realizados pelos alunos e discutirmos o que estaria faltando em cada resolução de cada equipe.

FIGURA - Furos de Ventilação na Sala de Aula
FONTE: Próprio autor

Para discutirmos a posição de linha e coluna de elementos da matriz genérica, posicionávamos um saquinho de pipoca encontrado no lixo em um dos furos e indagávamos se aquele saquinho: seria qual elemento genérico? Estaria em qual posição? Em que linha ou em que coluna estava posicionado esse elemento? Tínhamos criado uma ótima estratégia para utilizar como parâmetro: uma matriz de 8 linhas e 24 colunas, ou simplesmente 8 x 24, com 192 elementos.

FIGURA - Matriz 8 Linhas e 24 Colunas
FONTE: Próprio autor

Na imagem notamos que o saquinho de pipoca estava localizado na 3ª linha e na 5ª coluna, estaria representando o elemento $a_{35}$ de uma matriz genérica. Utilizando como ilustração os furos da parede, conseguimos fazer o retrospecto dos problemas levantados, porém continuamos o resto da aula trocando de posição o saquinho de pipoca e tentando descobrir o elemento que poderia ser representado por sua posição.

FIGURA - Movimentação do Saquinho de Pipoca
FONTE: Próprio autor

Ao movimentarmos o saquinho de pipoca até a posição de linha 8 e coluna 13, houveram as seguintes indagações:

–**"Thais"**: *"professor, se estamos na 8ª linha e na 13ª coluna, então seria a representação do elemento $a_{813}$ correto? então como faríamos para diferenciar este elemento de outro que estivesse em outra matriz, por exemplo, na 81ª linha e*

*3ª coluna já que este novo elemento seria também o $a_{813}$?".*

**"Todos"**: ... *(silêncio)*

–**Professor**: *"será que juntos podemos encontrar alguma alternativa para evitar esta confusão?"*

–**"Maylson"**: *"E se representarmos linhas e colunas em forma de par ordenado, como quando estudamos função?"*

Ao debatermos um pouco mais o problema, aderimos à ideia de "Maylson" e chegamos à conclusão*:* "Se não houver confusão entre posição de linha i e de colunas j em uma representação, ou seja, valores entre 1e 9, simplesmente juntamos a posição linha com a posição coluna e teremos a localização do elemento da matriz genérica. Caso tivermos valores maiores que 9 para posição linha i e posição coluna j, optaríamos por representar o elemento da matriz genérica com seu valor posicional separado por virgulas os números que representam a posição linha e a posição coluna, ou seja (i , j)". Caso o elemento estivesse na:

- 8ª linha e 7ª coluna, representaríamos por $a_{57}$.
- 8ª linha e 9ª coluna, representaríamos por $a_{89}$.
- 8ª linha e 13ª coluna, representaríamos por $a_{(8,13)}$.
- 8ª linha e 24ª coluna, representaríamos por $a_{(8,24)}$.

Esta ocasião da aula foi uma instância oportuna para comentar a respeito do conceito de funções e a definição de matrizes, dando ênfase ao modo como é abordado por Guelli, Iezzi e Dolce (1975, p. 142), trazendo par ordenado, conjunto e correspondência entre elementos. Porém, pelo fato do tempo da aula estar se esgotando e o foco de referida aula não ser conjunto ou função, e sim matrizes, optei por não alongar tal abordagem.

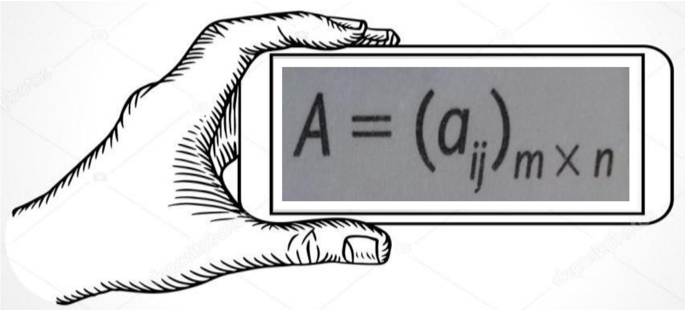
## 4.4. Atividade Virtual 2: Elementos da Matriz Genérica

Como a aula presencial estava baseada em discussões envolvendo o conceito de matriz genérica, neste segundo encontro no grupo do whatsapp, tratei de abordar atividades que gerassem atenção para tal conteúdo, como por exemplo: **identificar cada posição dos elementos da matriz genérica levando em consideração sua posição linha e coluna.**


Uma atividade simples, mas que segundo os próprios alunos ajuda na compreensão do conceito de matriz genérica e os valores posicionais de seus elementos. Uma dúvida que surgiu referente à atividade proposta, foi se poderiam utilizar outros elementos que não estão na imagem, pois a atividade postada para os alunos só mostra nove elementos: $a_{11}$, $a_{12}$, $a_{13}$, $a_{21}$,$a_{22}$,$a_{23}$,$a_{31}$,$a_{32}$,$a_{33}$.

Nesta atividade houve a oportunidade de explorar o conceito de continuidade na representação, pois "m" (linhas) e "n" (colunas) representam quaisquer valores dos números naturais, sendo assim a matriz representada na imagem é infinita em seus extremos. Antes mesmo de mandar uma mensagem de áudio explicando esta continuidade na representação dos elementos, os próprios alunos discutiam entre si tal assunto, na imagem "Ruth" tenta ajudar seu colega explicando a continuidade dos valores dos elementos (A2..).

Outra atividade postada no grupo virtual no mesmo período de intervalo antes da próxima aula, foi uma atividade "surpresa" para contemplar 6 alunos que estariam on-line ou para quem respondesse primeiro, consistia em: explicar o que representa cada letra da imagem postada (representação da matriz genérica de forma simplificada).




A questão não é saber quem responde primeiro ou quem sabe responder, o importante é que os alunos discutam sobre os elementos algébricos representados e terem um maior contato com a linguagem apresentada nas atividades relacionadas à matriz genérica.

Além disso, mesmo que só seis alunos respondam corretamente, os outros alunos estarão observando e analisando as respostas, o que é imprescindível para o aprendizado dos mesmos.

As respostas aos questionamentos feitos no decorrer da atividade foram satisfatórias, os alunos observaram a tarefa e em seguida fizeram as postagens das mensagens com as respostas, discutimos e analisamos as afirmativas.

Porém observei alguns equívocos, na imagem abaixo temos os diálogos com "Mayk", ocasião em que tive o cuidado de orientá-lo em representar elementos de uma matriz com uma linguagem peculiar, para não confundir letras maiúsculas (Matriz) e letras minúsculas (elementos, linhas, colunas), note que o próprio aluno trata de reparar o erro repetindo sua postagem ("M= Quantidade de linhas?") e corrigindo seu erro de representação (m*).

A forma de lidar com os erros e os diálogos dos alunos no fórum de discussões (virtual) servem de apoio para as questões de sala de aula, a forma de se trabalhar questões propondo atividades com o intuito de relembrar fatos discutidos em um dado momento anterior é crucial para que os envolvidos possam aumentar seu repertório sobre o conteúdo proposto. Pois para que os envolvidos na atividade pedagógica tenham ideias proveitosas, devemos procurar entrar em contato com os seus conhecimentos anteriormente adquiridos e tentar reconhecer algo de familiar no que examina, percebendo alguma finalidade naquilo que reconhecer, (POLYA, 2006, p. 30).

Além disso, estes momentos no espaço virtual trouxeram grande contribuição para as discussões dos alunos sobre a representação e linguagem utilizada no estudo de matrizes, eles demonstraram autonomia na busca por respostas e discussão com os colegas. A este respeito, Lévy (1999, p.24) nos diz que com o grande desenvolvimento de softwares, temos o aumento da autonomia dos indivíduos, que multiplicam suas faculdades cognitivas, encarnando o ideal de melhorar a colaboração entre as pessoas, explorando e dando vida as diferentes formas de inteligência coletiva e distribuída. Neste sentido, como professor, devemos trabalhar coletivamente, buscando melhorar a relação entre os alunos objetivando dar autonomia aos envolvidos em busca de discutir os conhecimentos matemáticos envolvidos.

### 4.5. Atividade Presencial 3: Lei de Formação de Matrizes

Neste terceiro encontro presencial em 22 de Junho de 2016, em sala de aula, tratei inicialmente de expressar matrizes genéricas $A=(a_{ij})_{mxn}$, por meio de uma lei de formação, através da qual se constrói uma matriz desejada. Para tanto foi exposto o seguinte problema:

*(1) Representar explicitamente a matriz:*

$A=(a_{ij})_{4x2}$ tal que $a_{ij} = 2.i+3.j$

Para compreender o problema (passo 1) foram feitas várias indagações aos envolvidos:

– **"Professor"**: *"note que no problema não há contextualização alguma, apenas um vocabulário matemático. O que podemos dizer sobre a atividade proposta? Observe os dados do problema. Separe os dados".*

– **"Antônio"**: *"A primeira parte é sobre uma matriz genérica, como a trabalhada no whatsapp"*

**– "João":** *"vale a pena construir a matriz genérica, como da aula passada?"*

– **"Professor"**: *"talvez, o que mais?, alguém pode dizer algo sobre a segunda parte?"*

– **"Jorge"**: *"parece uma equação"*

Entendendo que os alunos compreenderam o problema proposto, parti para o segundo passo de Polya (2006), "estabelecendo um plano" (passo2):

– **"Professor"**: *"alguém lembra de algum problema correlato? Algo que tenha visto antes?"*

– **"Ruth"**: *"professor, não seria uma questão daquelas que agente resolve por uma única equação para encontrar várias soluções?"*

– **"Professor"**: *"boa sugestão, tentemos colocar no papel esses questionamentos..."*

Os alunos conhecem a linguagem utilizada no problema e acionam o repertório das atividades desenvolvidas no fórum de discussão no ambiente virtual para pensar e realizar suas estratégias de resolução. Mais uma vez utilizei diversas sugestões heurísticas para conduzir os alunos a resolver o problema, pois segundo Silver e Smith (1997, p.202), "uma sugestão heurística pode ser considerada como um método prático, uma ação plausível de caráter geral, que pode avançar o curso do processo de resolução”, tornando necessário na resolução de problemas o uso de tais sugestões como parâmetro em suas aulas.

Na execução do plano (passo 3), os alunos montaram a matriz genérica (sugestão de “Antônio”) e em seguida partiram para a segunda parte do problema ($a_{ij}$ = 2.i+3.j*),* e como sugerido pelos próprios alunos demonstraram com êxito os cálculos de cada elemento da matriz proposta. Em seguida fomos a lousa para discutir as respostas dadas e soluções encontradas, fazendo um retrospecto do que foi feito (passo 4).

Com alguns pequenos erros de cálculo, mas com a ideia do conceito matemático envolvido no problema, formei pequenos grupos para elaborarmos novos problemas e discutir a resolução envolvida. Utilizei da heurística sugerida por Polya (2006, p.72): “é possível reformular o problema?”.

– **“Taliane”**: *“tem que mudar tudo professor? ”*
– **“Professor”**: *“alguém pode me ajudar a responder essa?”*
– **“yasmin”**: *“na primeira parte poderíamos mudar o número de linhas e colunas mxn”*
– **“Professor”**: *“boa! Enquanto a segunda parte?”*
– **“Davi”**: *“basta trocar os números”*
– **“Professor”**: *“muito bem! Formulem um segundo problema colocando no caderno para que possamos discutir a resolução”*

Solicitei aos alunos a elaboração de novos problemas a partir de um problema já resolvido com sucesso e compreendido pelos mesmos, para trazer interesse aos envolvidos, poderiam ter ideias próprias, demonstrar alguma iniciativa, tendo a oportunidade de responder alguma indagação não respondida, (POLYA, 2006, p.8). Além disso, reformular e formular é necessário para que o resolvedor possa ser motivado, entenda e retenha o conceito envolvido, (BUTTS, 2006, P.48). Neste contexto, algumas questões foram reformuladas pelos alunos, atendendo as considerações de “Davi” e “yasmin”:

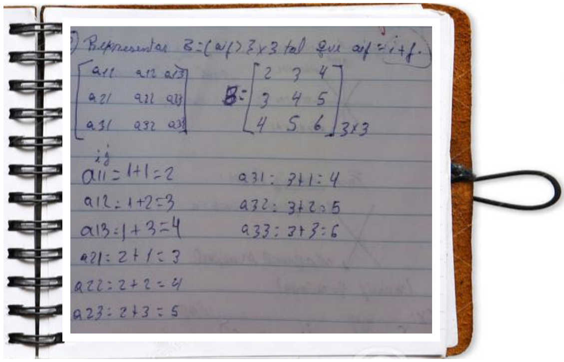



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

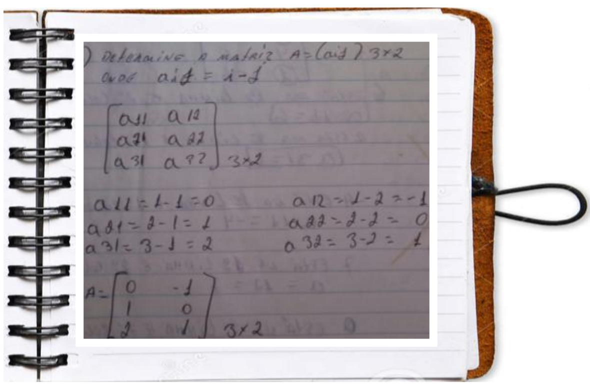



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Uma terceira equipe trouxe uma variação do problema (1), porém com um dado um tanto diferente, o que sugere que a equipe possui alunos com conhecimento matemático envolvendo o conceito de funções:

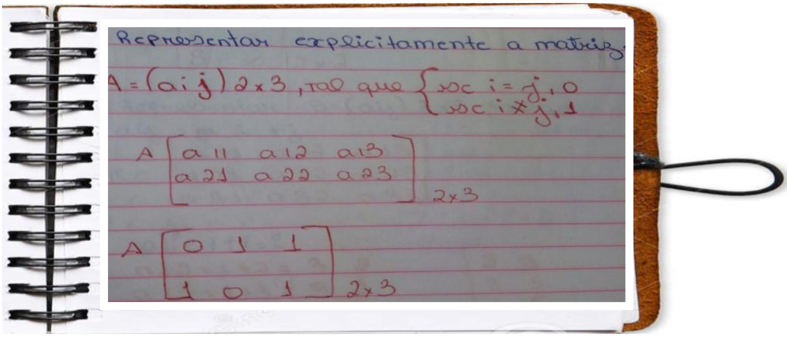



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Quando indagados de como surgiu à condição de igualdade (i=j) e diferença (i≠j), a equipe informou que se lembrou de problemas resolvidos no ano anterior que envolvia equações e, notando que a segunda parte do problema tratava-se de uma equação, resolveram adequar as ideias.

Neste contexto, o aluno acionou o seu repertório de matemática desenvolvido em sala de aula para reformular com sucesso o problema **(1)** proposto no inicio da atividade. Polya complementa o intuito da atividade proposta, afirmando que:

> A intenção de utilizar um problema já antes resolvido influencia a nossa concepção do presente problema. Na tentativa de relacionar os dois problemas, o velho e o novo, introduzimos no novo, elementos que correspondam a certos importantes elementos do velho. (POLYA, 2006, p.78).

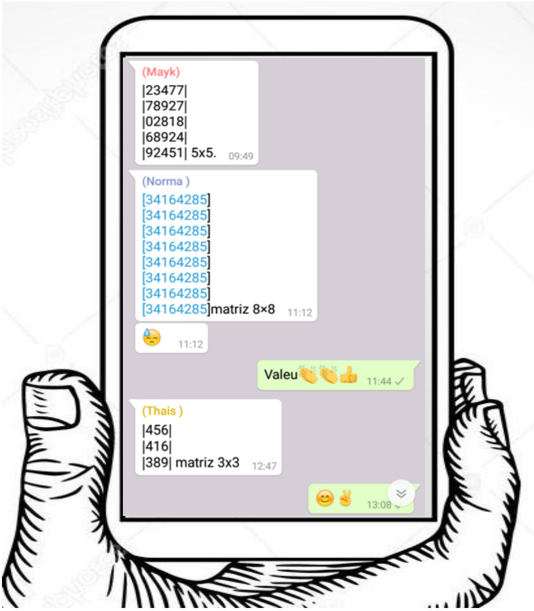
No que se refere aos vocabulários matemáticos utilizados na questão **(1)**, os alunos não tiveram dificuldade de entender, pois alguns termos já haviam sido discutidos no grupo virtual. Segundo Leblanc, Proudfit e Putt (2006, p.151), os vocabulários devem ser escolhidos de modo a tornar a comunicação o mais simples possível, porém, os termos matemáticos não devem ser evitados, é preciso que os alunos os entendam claramente para poderem organizar suas ideias frente à resolução de problemas.

As discussões prosseguiram e encerramos a aula falando sobre matrizes quadradas (mesma quantidade de linhas e colunas) e algumas matrizes especiais: matriz identidade, matriz nula, matriz linha, matriz coluna e matriz transposta, que seriam melhores discutidas no grupo virtual pois teríamos um grande intervalo até a próxima aula presencial.

### 4.6. Atividade Virtual 3: Matrizes Especiais

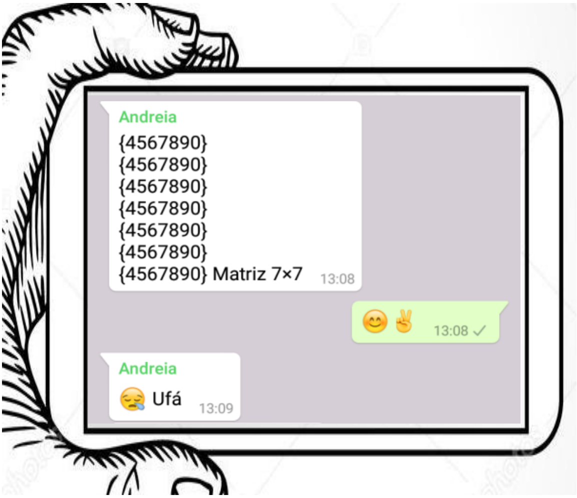
Neste encontro virtual, discutimos a respeito de matrizes quadradas, postando uma representação de matriz que possuísse a mesma quantidade de linhas e colunas. A atividade sugerida foi:


O objetivo da atividade proposta era de que os alunos pudessem comentar entre si, o que seria uma matriz quadrada, qual sua denominação ou representação, ou o que significaria ordem de uma matriz. As seguintes postagens foram realizadas pelos alunos:


(Mayk)
|23477|
|78927|
|02818|
|68924|
|92451| 5x5. 09:49
(Norma )
[34164285]
[34164285]
[34164285]
[34164285]
[34164285]
[34164285]
[34164285]
[34164285]matriz 8×8 11:12
11:12
Valeu 11:44
(Thais )
|456|
|416|
|389| matriz 3x3 12:47
13:08

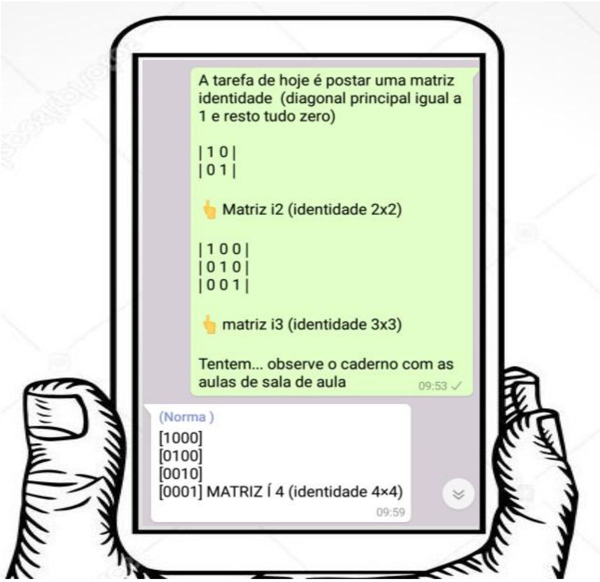

Andreia
|167905|
|123403|
|678907|
|345609|
|567808| Matriz: 5×6 13:46
(Thiago)
13:50
(Aldemar)
13:50
Ta errado andreia 14:06
Tem que ser uma matriz de mesmo número de linhas e colunas 14:07
Pra ser considerada matriz quadrada 14:07
2x2 ou 1x1 ou 4x4 ou 6x6 ou 7x7 ........ 14:08
Andreia
Ata 16:07
Tenta novamente 16:07

Note que Andréia postou uma matriz com número de linhas diferente do número de colunas, rapidamente recebeu o *feedback* (retorno) do professor, e corrigiu seu equívoco postando, no dia seguinte uma matriz 7 por 7:

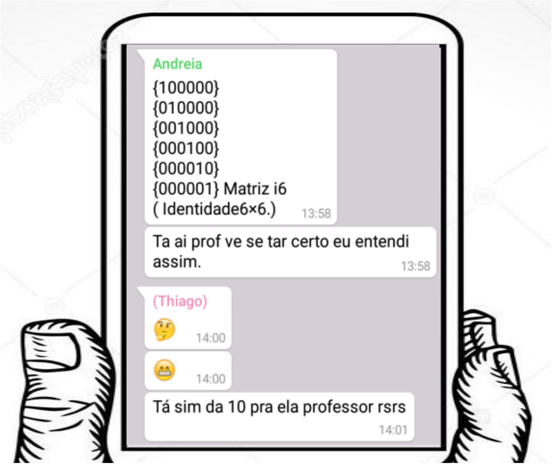



As postagens continuaram e as discussões foram avançando, como os alunos conseguiram montar matrizes no ambiente virtual apenas com os números dispostos no próprio aplicativo whatsapp, considerei relevante apresentar mais algumas matrizes ditas "especiais" para incentivar as discussões no período de férias dos alunos. Neste sentido, foram postadas mais algumas atividades nos finais de semana, tendo em vista um "contrato pedagógico" firmado com os envolvidos, para que continuássemos nossas atividades no grupo virtual no período sem aulas presenciais.

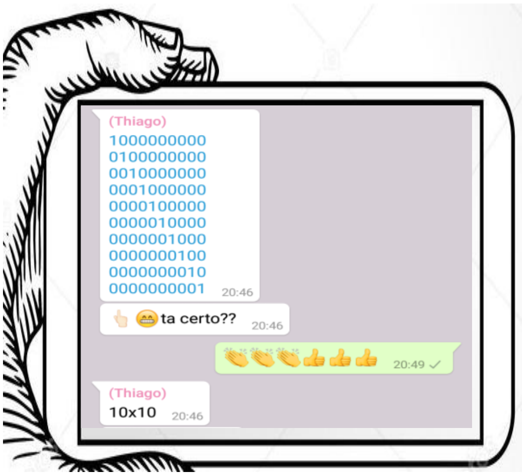
De comum acordo, em relação às postagens adicionais, foi postada uma atividade que tinha como objetivo apresentar uma matriz identidade, que seria uma matriz quadrada com a característica peculiar, pois apresenta em sua estrutura a diagonal principal com todos os seus elementos iguais a 1, e todos os elementos restantes iguais a 0, representando por $I_n$ a matriz identidade de ordem n. (PAIVA, 2013, p. 96). A seguinte atividade foi proposta aos alunos no grupo virtual:




A intenção era que os participantes se apropriassem das características de uma matriz identidade, assim como entender como seus elementos e sua estrutura são apresentados. No que se refere à representação, os alunos conseguiram resolver o problema proposto e fizeram as postagens sem nenhum problema aparente:



O interessante da atividade é que se consegue disseminar um conteúdo em pouquíssimo tempo, todos os alunos do grupo conseguem visualizar, indagar e interagir mesmo estando a grandes distâncias um do outro.




A relevância de se entender o que é uma matriz identidade se dá pelo fato dela ser o elemento neutro de um produto de matrizes quando este produto existir. Qualquer que seja a matriz quadrada **A**, tem-se que:

**A . I = A** e **I . A = A**. o que pode ser configurado pelo teorema citado em Guelli, Iezzi e Dolce (1975):

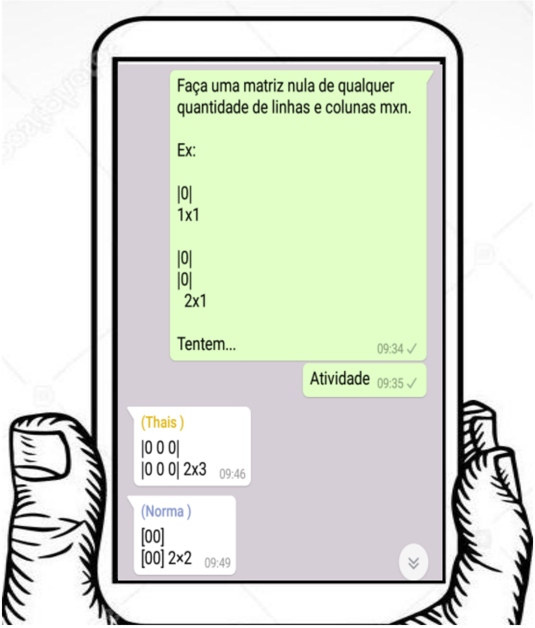
Se $A = (a_{ij})$ é uma matriz do tipo m x n, então,

I) $A \cdot I_n = A$

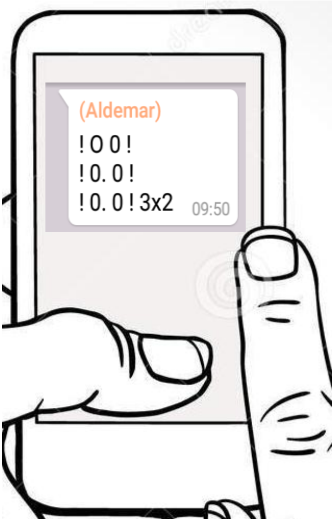
II) $I_m \cdot A = A$

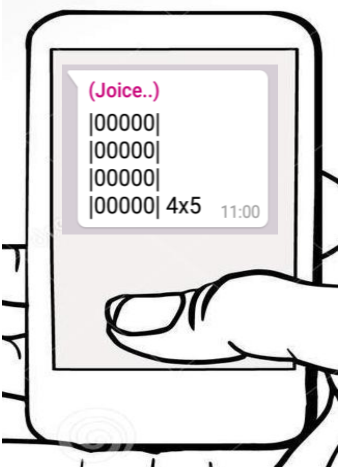
Neste contexto, o conhecimento de matriz identidade, se configura como um elemento auxiliar, em que o aluno ao se deparar com o conceito de multiplicação entre matrizes, nas suas propriedades estruturais, não terá tanta estranheza para com o conteúdo a ser trabalhado pelo professor, pois à medida que se progride no trabalho, são acrescentados novos elementos àqueles originalmente considerados, ou seja, um elemento que é introduzido com o intuito de que venha a facilitar a resolução de um determinado problema posterior (POLYA, 2006, p. 79).

Seguindo este raciocínio, demos continuidade as conversas do grupo virtual, foi postada mais uma atividade, propus a montagem de uma matriz nula de qualquer quantidade de linhas e colunas:




O problema pareceu fácil aos alunos, pois os mesmos não esboçaram dificuldade nas postagens e demonstravam já ter o conhecimento matemático necessário para se representar uma matriz nula sem confusão na quantidade de linhas e colunas. Como é observado em algumas postagens dos alunos:




A matriz nula, nas propriedades estruturais, é o elemento neutro da adição. Além disso, o conceito de matriz nula é amplamente abordado em resoluções de problemas que pedem para encontrar uma matriz que somada à outra resulte em uma matriz nula, ou ainda em sistema de equações matriciais. O que torna a atividade interessante para a introdução de mais um elemento auxiliar para problemas mais difíceis que por ventura venham a aparecer.

Mais uma vez, o uso do whatsapp pelos alunos, ampliou o tempo para discussão no estudo de matrizes com a apropriação adequada deste aplicativo para fins pedagógicos. A esse respeito, Lévy (1999, p.27 e p.28) diz que o indivíduo cujos métodos de trabalho, de uma determinada profissão, são tocados bruscamente por uma revolução tecnológica, deve-se fazer a apropriação lúdica dos novos instrumentos digitais, para que a evolução tecnológica não tenha uma manifestação ameaçadora, pois a qualidade do processo de apropriação é mais importante que as peculiaridades da ferramenta tecnológica utilizada.

### 4.7. Atividade Presencial 4: Revisão

Em aula presencial, fizemos uma atividade de revisão para relembrar das matrizes trabalhadas nos encontros anteriores. Os alunos responderam a problemas diretos e objetivos; escrever matrizes do tipo: quadrada, linha, coluna, nula, identidade e transposta.

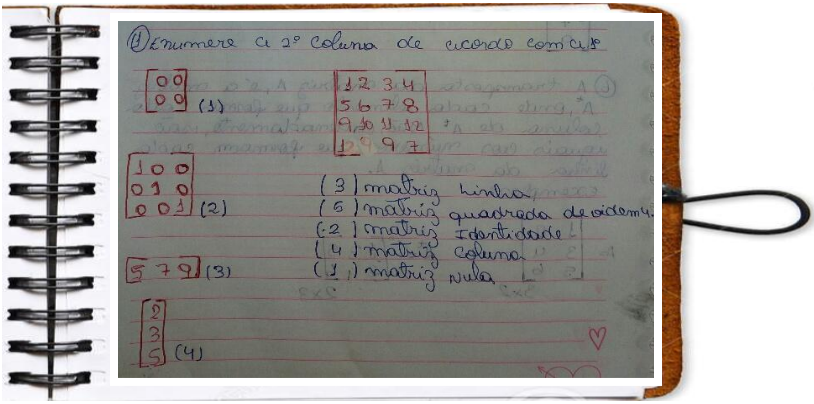



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

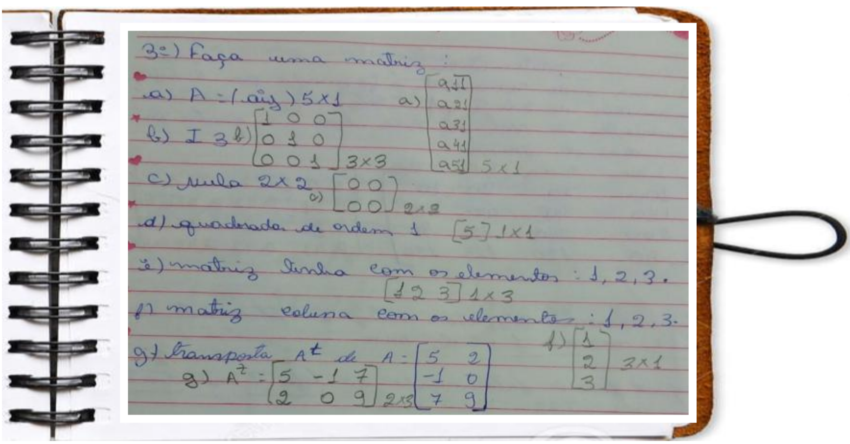



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Revisar os conteúdos anteriores foi imprescindível para que os alunos treinassem o que havia sido discutido tanto nas aulas anteriores presenciais, como no grupo virtual no whatsapp. Como não houve dificuldades em resolver os problemas propostos, algumas indagações foram feitas aos alunos:

– **“Professor”**: *“como conseguiram resolver estes problemas tão rápido?”*
– **“João”**: *“as postagens no grupo do whatsapp ajudam, pois ficam no celular, logo qualquer dúvida é só pesquisar nas conversas”*
– **“Davi”**: *“também consulto bastante as mensagens, assim agente não esquece”*
– **“Joice”**: *“professor... outra coisa que agente costuma fazer é bater foto do quadro e depois olhar pra estudar...”*
– **“Professor”**: *“o que vocês acham da atitude de se olhar no celular para consulta?”*
**“Todos”**: ... *(silêncio)*
– **“Maria”**: *“professor... acho que isso seria colar!...”*

Percebi que além do conhecimento por meio das trocas de mensagens obtidas no grupo virtual, os alunos tiveram a iniciativa de buscar novas formas de organizar o seu aprender, fazendo com que este conhecimento matemático trabalhado não se torne estático, mas fique sempre em contato com o aluno. O grupo no whatsapp acabou funcionando como um “diário de experiência”, pois sempre que precisa o aluno aciona o celular para observar as mensagens e então poder obter algo que seja necessário para resolver o problema proposto.

Segundo Deguire (1996, p.105), Polya sugere um diário de experiência para estocar problemas, tais experiências ajudariam a ampliar estratégias e soluções que de alguma forma necessitem ser lembradas. No caso da proposta pedagógica a que se refere à pesquisa, teríamos as conversas no ambiente virtual como um registro de problemas que representaria esse “diário de experiência” para que os alunos possam refletir e consultar seus registros ou dos colegas sempre que precisar diante de algum problema.

Alguns alunos, ainda com a mentalidade de um ensino tradicional, consideram que consultar as postagens no whatsapp é de alguma forma “cola”, porém devemos estar sempre em constante conversa junto aos alunos para que se possa romper com tais ideias, pois acredito que o conhecimento está lá para ser acessado quando necessário, se o aluno possui em mãos algo que o auxilie de alguma forma naquela atividade proposta, por que na usá-la para que se tenha uma melhor compreensão do problema.

Além do que, os problemas propostos são “rotineiros”, pois podem ser solucionados pelo uso de dados específicos de um problema resolvido anteriormente, de “exemplos muito batidos”, (POLYA, 2006, p. 142). Assim, tais conhecimentos devem ser lembrados e relembrados constantemente para servirem de base na resolução de problemas mais complexos. Finalizamos a aula trabalhando as técnicas de resolução de soma, subtração e multiplicação de matrizes.

## 5. ANALISANDO DADOS DE TESTES APLICADOS

Como dito anteriormente, as atividades pedagógicas avaliativas foram realizadas de modo a ser estruturada em três partes; a primeira e a segunda parte foram feitas por meio de testes e a terceira por meio de apresentação dialogada entre os alunos:

**(1) Primeira Parte:** as questões objetivas foram estruturadas com dez afirmações para o aluno analisar, completando os itens com (V) de verdadeiro ou (F) de Falso, na qual denomino aqui cada item por enumeração:

**Item 1:** (     ) Toda tabela retangular formada por m,n números reais, dispostos em m linhas e n colunas pode ser representada por uma matriz.

**Item 2:** (     ) Em uma matriz com elementos dispostos em cinco colunas e seis linhas temos uma matriz quadrada do tipo 5 x 6.

**Item 3:** (     ) A representação de uma matriz genérica de forma simplificada, pode ser representada por: $A=(a_{ij})_{m \times n}$. Onde i representa a posição do elemento na coluna da matriz.

**Item 4:** (     ) A representação de uma matriz genérica de forma simplificada, pode ser representada por: $A=(a_{ij})_{m \times n}$. Onde *m* representa a quantidade de linhas da matriz.

**Item 5:** (     ) A representação da matriz genérica $A=(a_{ij})_{1 \times 1}$. Tal que $a_{ij} = i+j$, será $[2]_{1x1.}$

**Item 6:** (     ) Em uma matriz genérica $A=(a_{ij})_{3 \times 2}$. Podemos dizer que o elemento $a_{32}$ é aquele posicionado na terceira linha e na segunda coluna da matriz A.

**Item 7:** (   ) A representação $I_5$ de uma matriz identidade de ordem 5, é aquela onde temos 5 elementos na diagonal principal iguais a zero e todos os outros elementos iguais a 1.

**Item 8:** (     ) Matriz linha é uma matriz que só possui uma única linha em sua representação.

**Item 9:** (     ) Matriz coluna é uma matriz que só possui uma coluna em sua representação.

**Item 10:** (     ) A transposta da matriz B = $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$. É representada por $B^t = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Os alunos levaram cerca de 20 minutos para terminar de solucionar os dez itens, quando questionados, disseram que levaram muito tempo pelo fato de alguns itens necessitarem de cálculos específicos, como por exemplo, os itens: 5, 6 e 10. Além disso, os alunos resolveram fazer rascunhos dos itens: 2 e 7 como forma de relembrar os conceitos matemáticos envolvidos.

Todos os 25 alunos, da turma do 2º ano EJA médio, realizaram o teste. Quando terminado, fazendo uma discussão sobre o desempenho dos alunos, muitos deles teceram comentários a cerca do que tinham entendido e a impressão que tiveram do nível dos itens, este diálogo com toda a turma é importante para o professor tirar dúvidas sobre o conteúdo e perceber se conseguiram entender as questões propostas:

| Questões | Acertos | Erros | Comentário dos alunos |
|---|---|---|---|
| Item 1 | 22 | 3 | **-João:** “foi fácil lembrar, pois foi algo comentado logo na primeira aula, elementos de tabelas formam matrizes”.<br>**-Thiago:** “não consegui entender a questão, me confundi quando falou em tabelas...” |
| Item 2 | 20 | 5 | **-Maria:** “desde o inicio das aulas que falamos em linhas e colunas, primeiro linhas e segundo as colunas, não tinha como não lembrar”<br>**-Ruth:** “me confundi na hora de ler a questão, não reparei que tava trocado linha e coluna” |
| Item 3 | 15 | 10 | **-Joice:** “não lembrei na hora o que significa $a_{ij}$... só lembrava que seria um elemento da matriz..”<br>**-Andreia:** “lembrei da aula e no whatsapp quando discutíamos sobre |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | linhas e colunas, sempre se representa primeiro a linha, logo i é linha e j é coluna... mas tava trocado...”<br>**-Maria:** “acho que deveríamos trabalhar mais essas representações no grupo virtual... para lembrarmos no dia da prova” |
| Item 4 | 18 | 7 | **-Thais:** “como representamos nos estudos $A_{mxn}$ a matriz A com m linhas e n colunas ficou fácil acertar essa...”<br>**-Taliane:** “como m e n não acompanhavam A, então achei que significava outra coisa, por isso errei...” |
| Item 5 | 16 | 9 | **-Davi:** “bastava montar uma matriz de um elemento, só tinha o $a_{ij}$ , somava 1 mais 1, e tínhamos 2 como único elemento, não tava difícil...”<br>**-Mayk:** “sem querer pensei em uma matriz 2x2, calculei errado...”<br>**-Yasmim:** “na hora não lembrei como era pra fazer...” |
| Item 6 | 20 | 5 | **-Aleson:** “era a questão mais fácil, pois já treinamos muito isso em sala de aula nos buracos da parede”<br>**-Mayk:** “treinamos bastante isso nas discussões do grupo virtual, $a_{13}$ está na primeira linha e terceira coluna,..., $a_{23}$ está na segunda linha e terceira coluna,..., logo era verdadeira essa questão” |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Item 7 | 17 | 8 | **-Antônio:** "era só fazer um x, lembrando o que seria diagonal principal e secundária, daí colocar 1 na diagonal principal e o resto tudo zero" **-Maria:** "o problema que a questão estava trocado, tava afirmando tudo ao contrário, na pressa escrevi errado..." **-Lucia:** "me confundi pois tava trocado 1 por zero e não prestei atenção..." |
| Item 8 | 25 | 0 | **-João:** "não tinha erro, matriz linha só tem uma linha, mesmo que seja grande..." |
| Item 9 | 25 | 0 | **-Aldemar:** "matriz coluna só possui uma coluna, pode até ter muitas linhas, mas colunas tem que ser uma..." |
| Item 10 | 24 | 1 | **-Thiago:** "não lembrei mesmo como se fazia, me deu um branco na hora... pensei que tava certo a troca" **-Maria:** "era pra transformar linha em coluna, logo tava falso, pois se a primeira linha é (1 5), então a primeira coluna deve ser $\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$." **-Norma:** "o correto seria $\begin{pmatrix}1 & 0\\5 & 7\end{pmatrix}$, trocando linha por coluna..." |

Apenas dois alunos acertaram todos os itens e nenhum aluno errou mais do que 4 (quatro) itens de verdadeiro ou falso, o que não elimina o acaso, porém observei pelos comentários analisados a maioria da turma atingiu uma média favorável em relação ao bom entendimento do conteúdo matemático a que se propunha estudar. O item 1, por exemplo, traz um conceito de matriz discutido nas primeiras aulas presenciais, os alunos que se envolveram em tais discussões não tiveram dificuldade em acertar.

O maior número de erros foi observado no item 3. Esperava que os alunos entendessem a representação matemática: $A=(a_{ij})_{m \times n}$, dos dez alunos que erraram, quatro afirmaram que só erraram porque a questão afirmava erroneamente trocando i por j na representação, e na leitura rápida do item não prestaram atenção. O mesmo foi observado para os erros nos itens: 2, 4, 5 e 6, que tratam basicamente da utilização de termos algébricos na representação de uma matriz.

Indagando os alunos, observei que os dez erros no item 3 não prova necessariamente que todos os alunos não sabem o conceito envolvido, alguns alunos apenas erraram por falta de atenção. Além disso, três alunos afirmaram que lhes faltou compreensão na linguagem utilizada, e que poderiam ser trabalhadas posteriormente no grupo virtual. Polya (2006, p.57) trata de definições de termos e afirma que precisamos conhecer os termos e suas representações, não bastando apenas conhecê-lo, mas também utilizá-lo, o que torna imprescindível trabalhar tais termos para não gerar confusão na interpretação dos alunos frente à resolução de um determinado problema.

Os itens 8 e 9 foram os únicos em que não houveram erros, e pelo comentário dos alunos, ficou claro que eram afirmações muito diretas e de fácil análise. No item 10, os alunos demonstraram que entenderam a técnica trabalhada em sala de aula para se representar uma matriz transposta, mesmo que a afirmação no item tenha sido de maneira errônea.

Trazer um conceito especifico, dentro do conteúdo de matriz pode ocasionar erros de interpretação, como é o caso dos itens 5 e 7, pois o primeiro trata de valor numérico, já o segundo traz a definição de matriz identidade. Acertar tais questões requer que o aluno domine a técnica necessária e lembre conceitos anteriores envolvidos, pequenos detalhes podem induzir ao erro. Trazer atividades que façam com que o aluno tenha um repertório de problemas para que tenha um parâmetro de questões correlatas, facilita o acerto de itens deste tipo.

**(2) Segunda Parte:** as questões dissertativas do teste aplicado foram estruturadas com três questões para serem resolvidas e comentadas. A primeira tratava de adição, subtração e multiplicação de matrizes:

**Primeira Questão:** Explique quais as condições necessárias para que seja possível:

a) Efetuar a adição ou subtração entre duas matrizes?
b) Efetuar uma multiplicação entre duas matrizes?

Os alunos não tiveram dificuldades em responder estes dois itens, demonstrando que as discussões nas aulas foram produtivas, as imagens abaixo mostram algumas respostas:

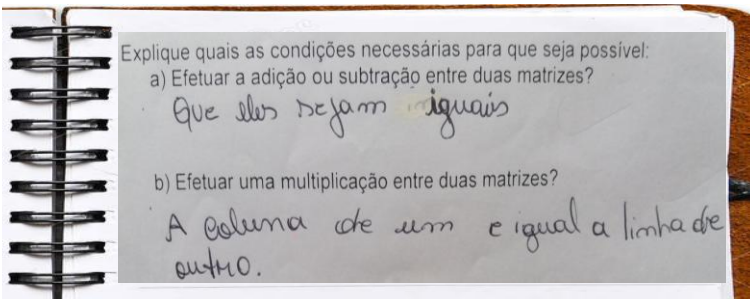



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

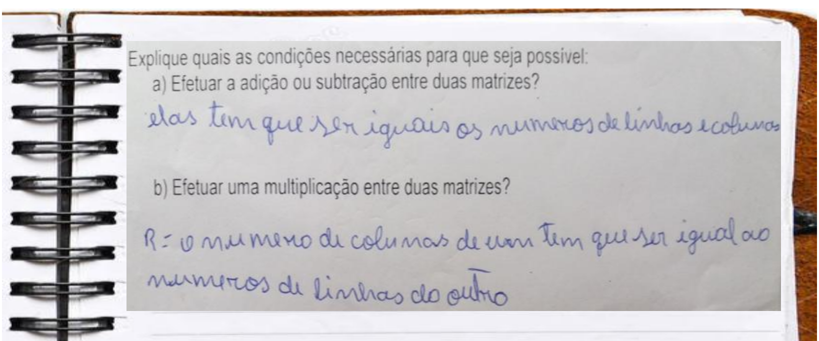



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Neste item, os alunos entenderam a definição discutida, mesmo com ligeira distorção do conceito, pois as matrizes devem ter “a mesma ordem” e não serem “iguais”; escreveram o conceito a partir do que entenderam e, no que diz respeito ao que seja necessário para realizar a soma, subtração e multiplicação de Matrizes, conseguiram se expressar bem, mesmo sem a necessidade de realizar cálculos. Já na segunda questão, trago a discussão sobre igualdade de Matrizes:

**Segunda Questão:** Explique como poderíamos determinar os valores de: x, y, z, w. Sabendo que a igualdade abaixo é verdadeira:

$$\begin{pmatrix} x & -7 \\ w & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & z \\ 0 & y \end{pmatrix}$$

As respostas dos alunos apontam a um bom entendimento do conceito de igualdade dos elementos de uma matriz quadrada de ordem 2, mesmo expressando suas respostas de maneira diferente os alunos chegaram a solução correta, seja comparando ou fazendo uma sobreposição imaginária entre as matrizes envolvidas, como podemos observar nas imagens abaixo:

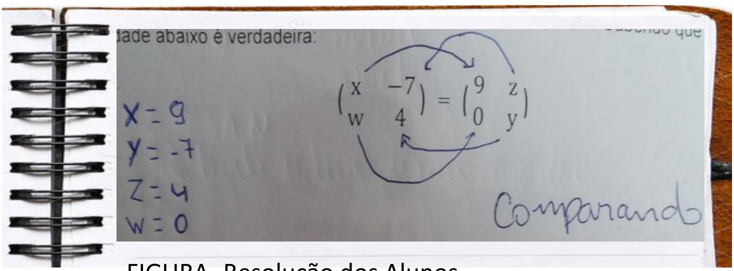



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

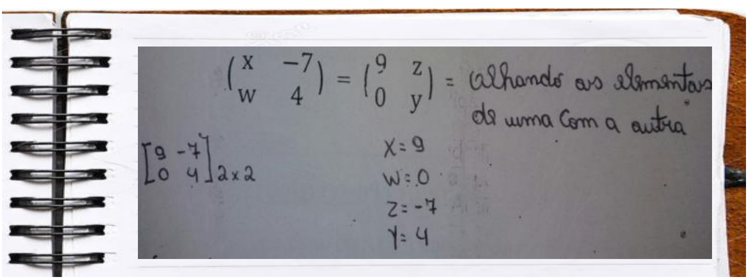



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

A última questão foi de multiplicação de matrizes. Os alunos deveriam apresentar uma solução adequada para a questão contextualizada 3:

**Terceira Questão:** Durante a primeira fase do campeonato paraense, as equipes do Remo, Paysandú, Cametá e Águia, possuíam os seguintes resultados:

QUADRO – Resultado dos Jogos

| | VITÓRIAS | EMPATES | DERROTAS |
|---|---|---|---|
| REMO | 3 | 0 | 0 |
| PAYSANDÚ | 1 | 1 | 1 |
| CAMETÁ | 1 | 1 | 1 |
| ÁGUIA | 0 | 0 | 3 |

FONTE: Próprio autor

Pelo regulamento do campeonato paraense, cada resultado (vitória, empate ou derrota) tem pontuação correspondente a:

QUADRO – Pontuação por Resultado.

| | VITÓRIAS |
|---|---|
| VITÓRIA | 3 |
| EMPATE | 1 |
| DERROTA | 0 |

FONTE: Próprio autor.

Observando a situação descrita nas tabelas e o estudo feito sobre Matrizes, como podemos registrar por uma representação de matriz a pontuação de cada time, respectivamente nessa ordem: Remo, Paysandú, Cametá e Águia?

As respostas dos alunos demonstram que tiverem um bom entendimento da questão proposta, porém uma solução foi feita sem o cálculo da multiplicação de matrizes, mas acompanhada de uma escrita dissertativa plausível de como chegou ao resultado:

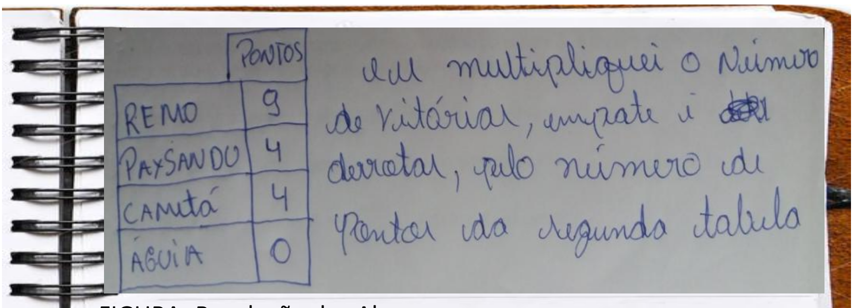



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Os outros alunos preferiram apresentar a solução utilizando a técnica de cálculo de multiplicação de linhas por colunas (o que seria o desejável para resolução da questão):

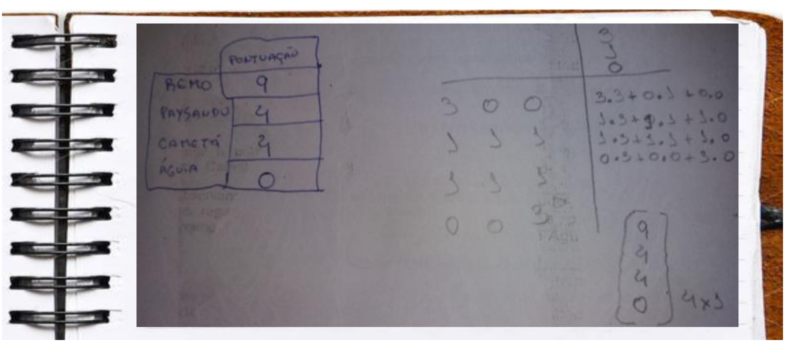



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

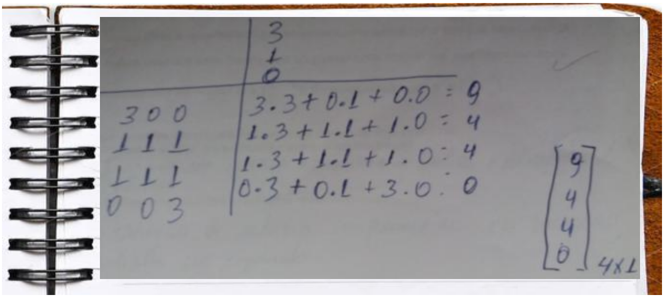



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Mesmo com uma resposta sem o uso da técnica de multiplicação de matrizes, as outras respostas foram satisfatórias e demonstraram que os alunos possuem domínio da técnica abordada em sala de aula e do conceito matemático envolvido.

**(3) Terceira Parte:** Neste momento avaliativo de aula presencial, que denomino de “dinâmica de perguntas e respostas”, apresento a análise de questões contextualizadas trazidas pelos alunos e, como dito anteriormente, discutidas entre eles sem a interferência do professor. As cinco equipes: A, B, C, D e E, formadas cada uma por cinco alunos trouxeram quatro questões cada, a seguir apresento uma questão de cada grupo:

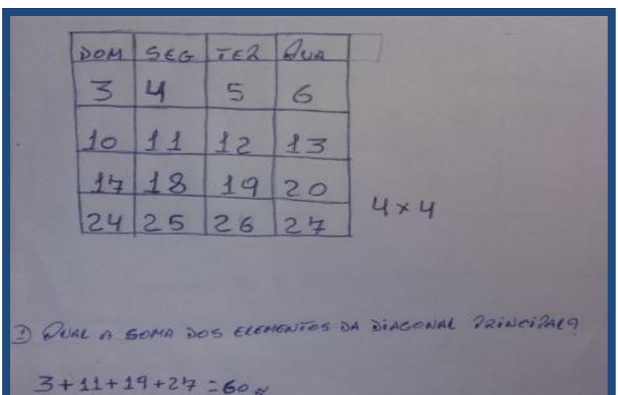



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

O grupo “A” criou um quadro usando como referência parte do calendário do mês de Abril de 2016, formando uma matriz de quatro linhas e quatro colunas. O interessante é o conceito de diagonal principal em matrizes quadradas que os alunos abordaram em sua questão, mesmo sendo uma atividade que as outras equipes consideraram fácil, acredito que foi de grande valia para a comprovação de que eles estão discutindo entre si as conversas de sala de aula.

Já a equipe “B” trouxe uma questão parecida, porém referente ao mês de julho de 2016, a questão foi considerada pelas equipes como muito mais simples que a anterior, pois neste caso apenas necessitaria entender a enumeração de linhas e colunas de uma matriz:

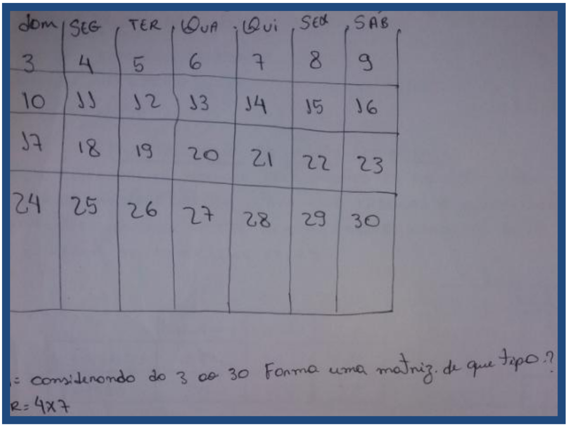
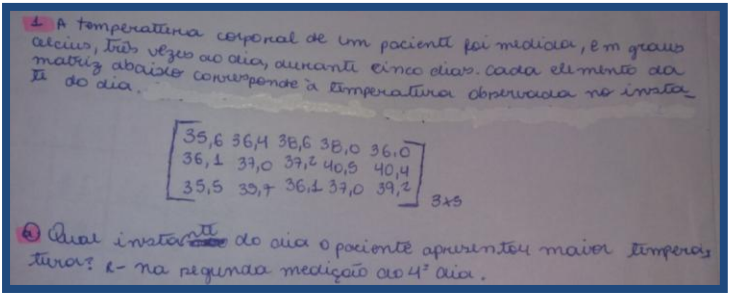



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

A equipe “C” trouxe uma questão bem elaborada e dentro do que foi trabalhado no ambiente presencial e virtual com os alunos. Os participantes consideraram uma questão de nível médio, procurar a posição do maior elemento de uma matriz 3x5:

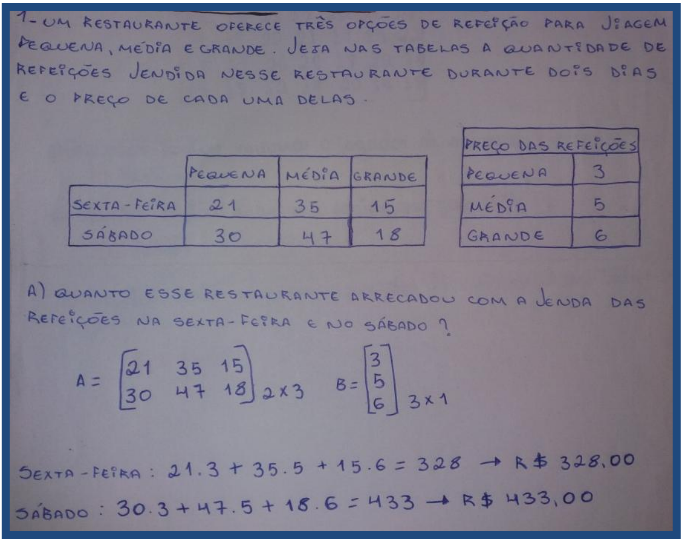

1 A temperatura corporal de um paciente foi medida, em graus celcius, três vezes ao dia, durante cinco dias. Cada elemento da matriz abaixo corresponde à temperatura observada no instante do dia.

$$\begin{bmatrix} 35,6 & 36,4 & 38,6 & 38,0 & 36,0 \\ 36,1 & 37,0 & 37,2 & 40,5 & 40,4 \\ 35,5 & 35,7 & 36,1 & 37,0 & 39,2 \end{bmatrix}_{3\times5}$$

a) Qual instante do dia o paciente apresentou maior temperatura? R- na segunda medição do 4º dia.

FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

A equipe "D" trouxe em uma de suas questões, a multiplicação de matrizes, item com característica muito parecida com a realizada no teste aplicado pelos envolvidos já citado anteriormente:


1- UM RESTAURANTE OFERECE TRÊS OPÇÕES DE REFEIÇÃO PARA VIAGEM PEQUENA, MÉDIA E GRANDE. VEJA NAS TABELAS A QUANTIDADE DE REFEIÇÕES VENDIDA NESSE RESTAURANTE DURANTE DOIS DIAS E O PREÇO DE CADA UMA DELAS.

| | PEQUENA | MÉDIA | GRANDE |
|---|---|---|---|
| SEXTA-FEIRA | 21 | 35 | 15 |
| SÁBADO | 30 | 47 | 18 |

| PREÇO DAS REFEIÇÕES | |
|---|---|
| PEQUENA | 3 |
| MÉDIA | 5 |
| GRANDE | 6 |

A) QUANTO ESSE RESTAURANTE ARRECADOU COM A VENDA DAS REFEIÇÕES NA SEXTA-FEIRA E NO SÁBADO?

$$A = \begin{bmatrix} 21 & 35 & 15 \\ 30 & 47 & 18 \end{bmatrix}_{2\times3} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}_{3\times1}$$

SEXTA-FEIRA: $21.3 + 35.5 + 15.6 = 328 \rightarrow$ R$ 328,00

SÁBADO: $30.3 + 47.5 + 18.6 = 433 \rightarrow$ R$ 433,00

FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Houve uma reclamação na hora da atividade, pois os alunos alegaram que foi feita duas perguntas em uma questão, então decidiram reformular a pergunta para: “quanto esse restaurante arrecadou com a venda das refeições no sábado?”.

Com a questão refeita, os resolvedores levaram cerca de 5 minutos para solucionar o problema, consideraram uma questão de nível médio.

A equipe “E” trouxe como problema duas matrizes criadas com elementos que representam notas fictícias:

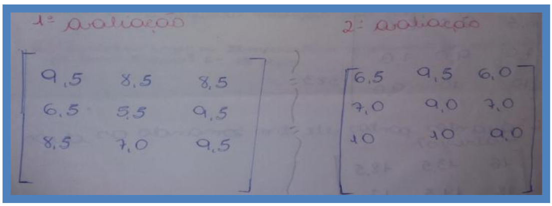



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

A pergunta feita nesta questão abordava a operação de soma de matrizes:

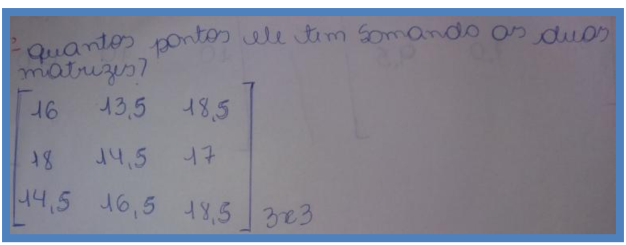



FIGURA- Resolução dos Alunos
FONTE: Alunos

Os alunos conseguiram responder a pergunta, porém demoraram um pouco mais de 7minutos para respondê-la, a equipe sorteada para solucionar o problema considerou a questão de nível médio.

Realizado todas as apresentações, observei que os alunos estavam habituados ao estudo de matrizes por meio do celular via whatsapp, olhavam bastante as postagens e aconselhavam os colegas de equipe nas atividades. Os grupos, demonstravam indícios de aprendizagem, pois se identificavam com o conteúdo de matrizes e explicavam com propriedade as questões expostas, questões estas oriundas de um grupo organizado no whatsapp sem a interferência do professor. Segundo Wenger (1998, p.95), os alunos aprendem pelo envolvimento e participação no desenvolvimento de uma prática contínua, trabalhando um *repertório compartilhado*[7] de um *envolvimento mútuo*[8].

No geral considero que a criação dos grupos isolados no whatsapp sem a interferência do professor, foi aproveitada de forma positiva pelos alunos, uma vez que os mesmos demonstraram confiança nas apresentações e nas resoluções dos problemas propostos. A criação de questões novas a partir do conhecimento matemático discutido nos grupos virtuais é imprescindível para que os alunos tenham motivação ao tratar de Resolução de Problemas, pois os melhores problemas requerem que os resolvedores reúnam seus próprios dados. (BUTTS, 1997, p. 41).

---

[7] São as rotinas, palavras, ferramentas, maneiras de fazer coisas, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações ou conceitos que a comunidade produziu ou adotou no decorrer de sua existência e que se tornaram parte de sua prática (WENGER, 1998, p.83).

[8] Segundo Wenger (1998, p.73), este envolvimento mútuo só existe porque as pessoas estão envolvidas em ações cujos significados eles negociam uns com os outros.

## 6. CONSIDERAÇÕES

Considero que o método de resolução de problemas, tendo como ferramenta de apoio pedagógico a utilização do aplicativo whatsapp, em ambientes virtuais contribuiu para a aprendizagem matemática dos alunos, possibilitando uma melhora significativa no desempenho em testes matemáticos, criando um repertório teórico para resolução de problemas, além de ter propiciado uma melhora na interação entre os envolvidos: aluno – aluno, professor – aluno e aluno – professor, trazendo um vocabulário matemático condizente com as turmas do ensino médio.

Neste sentido, é imprescindível que o professor apresente a seus alunos problemas para serem resolvidos, pois segundo Dante (2003, p.11), a resolução de problemas ajuda o aluno a poder "pensar produtivamente", cabendo ao professor criar um ambiente de motivação e de desafio, para que os alunos queiram participar positivamente das aulas.

A proposta pedagógica apresentada sugere uma reflexão a respeito da didática realizada nas aulas de matemática, assim como possíveis posturas a ser tomadas para buscar contribuir no processo formativo de profissionais docentes em exercício ou não. Em um movimento em que partindo das reflexões sobre ações educativas de sua própria prática de trabalho de sala de aula, o professor poderá reorientar suas práticas, compartilhar ideias por meio do diálogo, podendo construir novos contextos, significados e sentidos às praticas e teorias aplicadas no ensino da educação básica. Pois, segundo Hartman (2015, p.13), o aprendizado reflexivo se concentra em "pensar sobre o fazer" antes, durante e depois de uma atividade de aprendizagem.

A utilização do ambiente virtual whatsapp funcionou como elemento de promoção de atitudes positivas nos alunos, pois estes demonstraram durante a pesquisa motivação na busca de elementos para o estudo de Matrizes, participaram das resoluções de problemas frente a seus colegas sem inibições, dialogaram entre si, demonstraram interesse pelo objeto de estudo em questão, além de construírem e solucionarem problemas criados por eles próprios.

O método de resolução de problemas, a mídia e as sugestões no grupo virtual serviram como ponto de interesse para os alunos interagirem, logo acredito que os professores podem utilizar o aplicativo para que os alunos possam explorar o conhecimento matemático em sua própria aprendizagem, pois a inserção da ferramenta tecnológica nas discussões dos conteúdos possibilitou ao estudante e ao professor, a socialização dos conteúdos trabalhados na prática interativa. Além disso, foi observado um alto interesse dos envolvidos nas atividades de resolução de problemas em sala de aula e um bom desempenho nos testes propostos.

A divisão do trabalho em dois momentos: Sala de aula (presencial) e plataforma whatsapp, otimizou o tempo pedagógico gerando maior oportunidade de aprendizagem e um maior número de resolução de problemas matemáticos, demonstrando que o aplicativo e o modo como foi utilizado consistiu em um instrumento com um alto potencial didático para as aulas de Matemática.

Nas postagens, Surgiram muitas imagens interessantes e discussões produtivas. O envolvimento com a atividade proposta foi bastante proveitosa, os alunos representaram os elementos de uma matriz e a quantidade de linhas e colunas em imagens que, para eles, ficaram evidentes a existência de uma relação direta com a atividade de sala de aula.

A análise mostrou que houve crescimento dos alunos nos aspectos de interação, compreensão da resolução de problemas, ampliação dos vocabulários e repertórios dos alunos, além da superação de muitas dificuldades que apresentavam no início do trabalho de pesquisa.

O grupo coordenado no whatsapp com a interação do professor e os grupos isolados com a interação somente dos alunos, constituíram verdadeiros locais discursivos, pois neles os alunos encontraram suporte para realizar suas atividades escolares, aumentando seu repertório educacional e estimulando o estudo do conteúdo de Matrizes. De forma pedagógica o uso do aplicativo whatsapp funcionou de maneira bem sucedida em momentos fora da sala de aula, no envio de mensagens, imagens e resolução de problemas em grupo, enfim uma troca ativa de conhecimentos e informações pertinentes ao estudo do objeto matemático em questão.

Acredito que a proposta pedagógica apresentada neste livro serve como fonte de pesquisa para futuros professores com interesse em inserir a tecnologia em suas atividades, assim como o método de Resolução de Problemas, porém considero que muito ainda pode ser explorado.

## 7. REFERÊNCIAS

ALVES, Gilberto Luiz. **A produção da escola pública contemporânea**. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

BORBA, M. C. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC, 2000.

BRASIL.**Cadernos EJA 5: Trabalhando com a educação de jovens e adultos – O processo de aprendizagem dos alunos e professores**. Brasília: MEC/SECAD, 2006.

BRITO, Márcia Regina F. **Concepção de itens na avaliação dinâmica**. Curitiba: 2010.

BUTTS, T. **Formulando problemas adequadamente**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 32 – 48.

CARNEIRO, M. A. 17.ed. **LDB fácil: Leitura crítico compreensiva artigo a artigo**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

COSCARELLI, Carla Viana. **Tecnologias para aprender**. 1. ed. São Paulo: Parábola, 2016.

CRESWELL, John W. **Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens**. 3ª ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

D´AMORE, B. **Elementos de didática da matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP; São Paulo: Summus, 1986.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática: 1º a 5º séries, para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau**. 12.ed. São Paulo: Ática, 2003.

DEGUIRE, L. J. **Polya visita a sala de aula**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 99 – 113.

DUARTE, N. **O Ensino de Matemática na Educação de Adultos**. 8 Ed. São Paulo : Cortez, 2001.

ESTEBAN, M. T.; ZACCUR, E. (Org.). **Professora Pesquisadora: uma práxis em construção**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança**; Tradução de Moacir Gadotté e Lilian Lopes Martin. 12. ed. Rio de Janeiro. Paz e Terra, 1986.

FREIRE, Paulo. **Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar** . 19. ed. São Paulo: Olho d'Água, 2008.

GOMES, Suzana dos Santos. **Infância e tecnologias**. In: COSCARELLI, Carla Viana (Org.). Tecnologias para aprender. 1. ed. São Paulo: Parábola, 2016. p.143-158.

GUELLI, C. A.; IEZZI, G.; DOLCE, O. Álgebra II: **análise combinatória, probabilidade, matrizes, determinantes, sistemas lineares**. São Paulo: Moderna, [1975]. 303 p. (Matemática moderna ;6).

Guia do Usuário: Como Começar. **Guia do Whatsapp**, 2017. Disponível em: <https://www.whatsapp.com/faq/pt_br/general/21073018>. Acesso em: 08 de maio de 2017.

HARTMAN, H. J. **Como ser um professor reflexivo em todas as áreas do conhecimento**. Porto Alegre: AMGH, 2015.

LAVE, J.; WENGER, E. (1991). **Situated learning: legitimate peripheral participation**. New York: Cambridge University Press, 1991.

LEBLANC, J. F.; PROUDFIT, L.; PUTT, I. J. **Ensinando resolução de problemas na *elementary school*.** In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 148 – 164.

LEITE, Lúcia Helena Alvarez. **Escola, cultura juvenil e alfabetização: lições de uma experiência**. In: SOARES, Leôncio; GIOVANETTI, Maria Amélia; GOMES, Nilma Lino (Org.). diálogos na educação de jovens e adultos. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. p. 205-224.

LÉVY, P. – **As tecnologias da Inteligência- O futuro do pensamento na era da informática**. São Paulo: Editora 34, 2004, 13a. Edição.

LÉVY, P. **Inteligência coletiva: para uma antropologia do ciberespaço**. São Paulo: Loyola, 2007.

LÉVY, P. **Cibercultura.**São Paulo: Editora 34, 1999.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**- Ed. Ver. E aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos avanços e novas perspectivas**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; Uma Análise da Influência Francesa** – 3. ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIVA, M. **matemática paiva**. 2 ed. - São Paulo: Moderna, 2013

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio, organizador, **A Solução de Problemas - aprender a resolver, resolver para aprender.** Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SCHOENFELD, A. H. (1985). **Mathematical problem solving**. New York, NY: Academic Press.

SILVER, E. A., SMITH, J. P.**Imagine um problema correlato**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 202 – 217.

SMOLE, K. S.. DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

WENGER, Etienne. **Communities of practice: learning, meaning and identity**. NewYork: Cambridge University Press, 1998.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Trad. de Cristhian Matheus Herrera. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

## SOBRE OS AUTORES

Mestrando do programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas - Mestrado profissional pelo IEMCI/UFPA, Pós-graduado pela UFPA em Educação Matemática (2008), Licenciado Pleno em Matemática pela Universidade Federal do Pará (2006). Atualmente é professor da Secretaria Estadual de Educação de Belém – SEDUC.


Osvaldo dos Santos Barros é mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, pela Universidade Federal do Pará - UFPA, no programa de pós-graduação em Ciências e matemáticas e doutor em educação, pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, na linha da Educação Matemática, do Programa de Pós-graduação em Educação do Centro de Ciências Sociais e Aplicadas.

Atua como professor de ensino superior na UFPA, campus de Abaetetuba - PA e na pós-graduação e no Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas - Mestrado Profissional - Na linha de pesquisas Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática para a educação cidadã.

Coordena o Grupo de Estudos e Pesquisas das Práticas Etnomatemáticas na Amazônia - GETNOMA. Desenvolve pesquisas nas áreas de: Etnomatemática, Etnoastronomia, História da Matemática e Ensino de Matemática. Participa de produções artísticas na área do teatro e exposições didáticas.

Neste livro, apresento o produto educacional oriundo de minha pesquisa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA), que conduzi nos anos de 2016 em uma escola pública Estadual da cidade de Belém no Estado do Pará.

Este produto é um recorte de minha dissertação de mestrado, onde investiguei a proposta de utilização do aplicativo Whatsapp como ambiente de diálogos e estudos complementares dos conceitos e dos conteúdos matemáticos, visando buscar aprendizagem na resolução de problemas.