



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

FLORINDO ANTONIO DE CARVALHO AYRES JÚNIOR

**INVESTIGAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE ORDEM
FRACIONÁRIAS APLICADAS A SISTEMAS ELÉTRICOS E INDUSTRIAIS**

TD: 20/2018

Belém - Pará
2018

FLORINDO ANTONIO DE CARVALHO AYRES JÚNIOR

**INVESTIGAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE ORDEM
FRACIONÁRIAS APLICADAS A SISTEMAS ELÉTRICOS E INDUSTRIAIS**

Tese submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Tavares da Costa Júnior

Co-Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi

TD: 20/2018

Belém – Pará
2018

FLORINDO ANTONIO DE CARVALHO AYRES JÚNIOR

**INVESTIGAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE ORDEM
FRACIONÁRIAS APLICADAS A SISTEMAS ELÉTRICOS E INDUSTRIAIS**

Tese submetida à Banca Examinadora do
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica da UFPA para a obtenção do Grau
de Doutor em Engenharia Elétrica na área
de Sistemas de Energia Elétrica.

Belém, 14 de novembro de 2018

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Carlos Tavares da Costa Júnior (orientador)
(Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica – UFPA)

Prof. Marcelo Kaminski Lenzi
(Programa de Pós Graduação em Engenharia Química – UFPR)

Prof. Walter Barra Júnior
(Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica – UFPA)

Prof. Antônio da Silva Silveira
(Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica – UFPA)

Prof. Dr. Fabrício Gonzalez Nogueira
(Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica – UFC)

Prof. Dr. José Augusto Furtado Real
(Universidade da Amazônia – UNAMA)

Dedico este trabalho a minha família e a todos os meus amigos, que me deram suporte em vários aspectos da minha vida, tanto acadêmico quanto emocional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Oneide e Florindo, aos meus irmãos, Flávia, Fernanda, Fábio e Álvaro, aos meus cunhados, Reinaldo e Cirilo, à minha cunhada Alessandra, e às minhas sobrinhas Mariana, Raissa e Maitê, por sempre terem o necessário para me ensinar o certo e o errado, e me auxiliar em todos os momentos que necessitei de ajuda, sempre estando lá quando eu precisei.

Agradeço aos meus amigos Alessandro, Eder, Ruben Sicchar, Anderson (“Arnold”), Marcus Ciro, Erick, André Vinicius (“Salsicha”), Pedro Ivan, Iury Bessa, Pedro Donadio (“Entra mamãe?”), Luiz Eduardo, professor João Edgar, e Gabriela Veroneze (“Gabi”), e à turma de 2008 do curso de engenharia elétrica da UFPA, pelos momentos que tivemos em vários aspectos da vida, tanto de formação profissional quanto pessoal.

Agradeço aos amigos, professores e técnicos administrativos, que ainda não citei neste texto, da UFPA, IFPA, IFAM, UFPR, em especial aos colegas do departamento de eletricidade da UFAM, que sempre estiveram e continuam à disposição para me auxiliar em qualquer momento para que eu pudesse desempenhar a profissão a qual eu tenho muito orgulho de fazer parte.

Agradeço aos meus amigos do LESF, Thiago (“Phelps”), Rubens Hauser, Daniel (“Recruta”), Carolina Mocelin, Carolina Woich, Anelise Seninski, e aos amigos de Curitiba, Emanuel Negrão e Luana, por me acolherem em sua casa pelos dois meses que passei na cidade.

Em especial, agradeço aos amigos Cleonor e Renan, por todas nossas conversas e risadas.

Agradeço aos amigos Paulo Sergio, Anderson Moraes, Eder Mendes, Paulinho, Luise, Helen, Yasmim, Sabrina e Catarine, por todo o esforço e empenho em me auxiliar na confecção desta obra, direta ou indiretamente, e na minha vida.

Nunca esquecendo meus amigos fora do mundo acadêmico, Alessandro (“Rasta”), Anderson Ferreira, Michel Cardoso, Marcio, Afonso, Luciano Ribeiro, Ana Paula, Marcus Braga, Iracildo Júnior e Roberta. Perdoem-me se eu não colocar mais pessoas, o espaço é muito curto para quantas pessoas são próximas a mim, neste texto, mas quem não foi citado, sinta-se citado nestes agradecimentos.

Agradeço, em especial, aos professores orientadores, Prof. Walter Barra Júnior, Carlos Tavares da Costa Júnior e Marcelo Kaminski Lenzi, pelos ensinamentos e

orientações que recebi, tanto no grupo de controle da UFPA (LACSPOT) quanto no grupo da UFPR (LESF), pela oportunidade de tornar este trabalho possível.

Agradeço à UFPA e à CAPES pelo suporte acadêmico e financeiro prestado durante o período do meu doutoramento.

*“O sucesso é ir de fracasso em fracasso sem perder o entusiasmo”
(Sir Winston Churchill)*

*“Se você estiver atravessando o inferno...
...não pare.”
(Sir Winston Churchill)*

*“Trabalhe em algo que você realmente goste e você nunca precisará trabalhar na
vida.”
(Confúcio)*

SUMÁRIO

Lista de Tabelas	xii
Lista de Figuras	xiii
Lista de Abreviações	xv
Lista de Símbolos	xvi
Resumo	xviii
Abstract	xx
Capítulo 1 — Introdução	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Motivação	3
1.3 Definição dos objetivos	4
1.3.1 <i>Objetivo Geral</i>	4
1.3.2 <i>Objetivos específicos</i>	4
1.4 Estrutura do trabalho	5
Capítulo 2 — Estado da Arte	6
2.1 Introdução.....	6
2.2 Estado da arte.....	6
2.2.1 <i>Estado da Arte de Sistemas fracionários no Mundo</i>	6
2.2.2 <i>Estado da Arte de Sistemas fracionários no Brasil</i>	9
2.3 Conclusão do capítulo	10
Capítulo 3 — Conceitos de Cálculo Fracionário	11
3.1 Introdução.....	11
3.2 Estabilidade de Sistemas de ordem Fracionária	12
3.2.1 <i>Regiões de Estabilidade</i>	13
3.3 Funções de Transferência a Três Termos	14

3.4	Contribuição de Ganho e Fase de Polos Elevados a um Coeficiente de Ordem Fracionária	17
3.5	Aproximação de Polos Elevados a um Coeficiente de Ordem Fracionária....	19
3.6	Aproximação de Oustaloup	19
3.7	Conclusões do capítulo	20
Capítulo 4 — Métodos de Sintonia dos Controladores.....		22
4.1	Introdução.....	22
4.2	Técnica Clássica de Sintonia de ESP	22
4.3	Técnica de Sintonia de ESP Fracionário	23
4.4	Técnica de Sintonia de Controladores por Alocação Polinomial de Polos de Ordem Inteira.....	25
4.5	Técnica de Alocação de Polos em Sistemas de Ordem Fracionária.....	27
4.6	Técnica de Sintonia Baseada Em Margens de Ganho e Margens de Fase	29
4.7	Conclusão do capítulo	31
Capítulo 5 — Modelagem, Sintonia e Análise dos Controladores Projetados para o Sistema de Geração em Escala Reduzida de 10 kVA		32
5.1	Introdução.....	32
5.2	Modelo do Sistema de Geração em Escala Reduzido de 10 kVA.....	32
5.2.1	<i>Modelo do Sistema de Geração.....</i>	<i>33</i>
5.3	Avaliação do Desvio de Potência ativa e do Sinal de Controle do Sistema de Geração de 10 KVA	36
5.4	Avaliação de Desempenho Robusto para o Estabilizador de Sistema de Potência Fracionário	39
5.4.1	<i>Limites de Desempenho Robusto.....</i>	<i>39</i>
5.4.2	<i>Escolhendo o modelo de planta nominal $P_0(j\omega)$</i>	<i>40</i>
5.4.3	<i>Escolhendo o Modelo Função de Peso $W1(j\omega)$</i>	<i>40</i>
5.4.4	<i>Escolhendo a função de incertezas de limite superior $W2(j\omega)$</i>	<i>41</i>
5.4.5	<i>Análise do Desempenho Robusto do Controlador FOPSS.....</i>	<i>42</i>

5.5	Avaliação do Desvio de Potência ativa e do Sinal de Controle do Sistema de Geração de 10 KVA	43
5.6	Análise do Índice ISE do Sistema de Geração de 10 KVA.....	44
5.7	Conclusões.....	46
Capítulo 6 — Modelagem, Sintonia e Análise dos Controladores Projetados para o Sistema de Dois Tanques Acoplados.....		
6.1	Introdução.....	47
6.2	Modelagem do Sistema de Dois Tanques Acoplados	47
6.3	Sintonia do Controlador FOPP Aplicado ao Sistema de Tanques Acoplados	49
6.4	Avaliações na Variação na Referência de Altura do Sistema de Tanques Acoplados Seis cm para Oito cm e Vazão (cm ³ /s)	57
6.5	Avaliação na Variação na Referência de Altura do Sistema de Tanques Acoplados crescente de seis cm para dezesseis cm e Vazão (cm ³ /s).....	58
6.6	Avaliação na Variação na Referência de Altura do Sistema de Tanques Acoplados decrescente de dezesseis cm para seis cm e Vazão (cm ³ /s).....	59
6.7	Conclusões do capítulo	61
Capítulo 7 — Modelagem, Sintonia e Análise dos Controladores Projetados para o Sistema de Conversor de Potência		
7.1	Introdução.....	63
7.2	Modelagem do Sistema de Conversor CC/CC Buck.....	63
7.2.1	<i>Modelo matemático do conversor de potência CC/CC do tipo Buck.....</i>	64
7.3	Sintonia do Controlador FOPP Aplicado ao Conversor CC/CC Buck.....	66
7.4	Avaliação do Degrau na Referência de Tensão do Conversor Buck de 5 V para 6 V e Variação do Ciclo de Trabalho	73
7.5	Avaliação dos Índices Integrais, para Testes de Variação Degrau na Referência Crescente de Amplitude Um Volt de Tensão do Conversor Buck e Variação do Ciclo de Trabalho.....	74

7.6	Avaliação dos Índices Integrais para Testes de Variação Degrau na Referência Decrescente de Amplitude Um Volt de Tensão do Conversor Buck e Variação do Ciclo de Trabalho	75
7.7	Conclusões do capítulo	78
Capítulo 8 —	Considerações Finais	79
8.1	Conclusões.....	79
8.2	Recomendações para trabalhos futuros	80
	Referências Bibliográficas	82
	Anexo	88

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 - Parâmetros dos Modelos locais identificados, período de amostragem 0,06 s.....	35
Tabela 5.2 - Amortecimento Relativo das Frequências Naturais, Autovalores dos Modelos Locais	36
Tabela 5.3 - Valores dos Parâmetros dos ESP Convencional e FOPSS.....	37
Tabela 5.4 - Autovalores do Sistema Nominal de Malha Fechada.	37
Tabela 5.5 – Parâmetros dos Controladores ESP e FOPSS.....	39
Tabela 6.1 - Valores dos termos do polinômio desejado do controlador fracionário e Convencional.....	51
Tabela 6.2 - Valores dos parâmetros do polinômio da Equação (6.17).....	52
Tabela 6.3 - Valores dos Parâmetros dos Controladores FOPP e IOPP do Sistema de Tanques Acoplados.	53
Tabela 7.1 - Valores dos termos do polinômio desejado do controlador fracionário e Convencional.....	68
Tabela 7.2 - Valores dos parâmetros do polinômio da Equação (7.15).....	68
Tabela 7.3 - Valores dos Parâmetros dos Controladores FOPP e IOPP do Sistema de Tanques Acoplados.	69

Lista de Figuras

Figura 3.1- Regiões de Estabilidade, a esquerda $0 < \alpha < 1$, e a direita $1 < \alpha < 2$. Adaptado de (VALÉRIO; COSTA, 2013).	14
Figura 3.2- Comportamento em frequência do sistema dado pela Equação (3.11) (VALÉRIO; COSTA, 2013). - Tempo de Assentamento Fracionário de Funções de Transferência a Três Termos.	16
Figura 3.3- Diagrama de Bode da função de transferência ideal de Bode.	18
Figura 4.1- Fluxograma do algoritmo do método de Newton.	31
Figura 5.1 - (a) Sistema de Geração em escala Reduzida e (b) Equivalente Diagrama Unifilar.	33
Figura 5.2 - Resposta ao Impulso do Desvio de Potência Ativa (Carga MÉDIA($P_E = 0,5$ p.u.)).	34
Figura 5.3 - Fluxograma da Sintonia do Controlador FOPSS.	38
Figura 5.4 - Funções peso W_1 e W_2 : (a) $ W_1(j\omega) $, (b) $ W_2(j\omega) $	41
Figura 5.5 - Diagrama de Bode de $L_0^{FOPSS}(s)$ e $L_0^{ESP}(s)$	42
Figura 5.6 - (a) Desvio de Potência Ativa (b) Esforço de Controle, ponto de operação 0.1 p.u.	43
Figura 5.7- (a) Desvio de Potência Ativa (b) Esforço de Controle, ponto de operação 0.6 p.u.	44
Figura 5.8 - Análise das Funções Custo: (a) ISE do Desvio de Potência Ativa (b) Função custo do esforço de controle.	45
Figura 6.1 - Sistema de dois tanques acoplados adaptado de Delavari et al. (2010).	47
Figura 6.2 - Curvas Paramétricas $M_{SS} x \zeta$, e $T_S x \zeta$	51
Figura 6.3 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário FOPP desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).	54
Figura 6.4 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário GMPM desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).	55
Figura 6.5 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário equivalente de ordem inteira (azul tracejado), e o seu equivalente de ordem inteira reduzido(magenta contínuo).	56
Figura 6.6 - Diagrama de Nyquist de malha direta, do sistema com a inserção dos controladores.	57

Figura 6.7 - Variação de 6 cm para 8 cm de referência do nível de líquido do Tanque 2; a) Altura(cm), e b) Vazão(cm^3/s).	58
Figura 6.8 - Índices integrais para dez pontos de variação crescente na referência altura de líquido do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.	60
Figura 6.9 - Índices integrais calculados para dez pontos de variação decrescente na referência altura de líquido do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.	61
Figura 7.1 - Sistema de conversor Buck. Adaptado de Medeiros et al. (2018).....	64
Figura 7.2 - Curvas Paramétricas $M_{SS} \times \zeta$, e $T_s \times \zeta$	67
Figura 7.3 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário FOPP desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).	70
Figura 7.4 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário GMPM desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).	71
Figura 7.5 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário equivalente de ordem inteira (azul tracejado), e o seu equivalente de ordem inteira reduzido (magenta contínuo).	72
Figura 7.6 - Diagrama de Nyquist de malha direta, do sistema com a inserção dos controladores.	73
Figura 7.7 - Variação degrau na referência de Tensão; a) Tensão de saída (V), e b) Esforço de Controle (Ciclo de Trabalho).	74
Figura 7.8 - Índices integrais calculados para dez pontos de variação crescente na referência de tensão do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.	76
Figura 7.9 - Índices integrais calculados para dez pontos de variação decrescente na referência de tensão do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.	77

Lista de Abreviações

FOLL	<i>Lead-Lag</i> de Ordem Fracionária
ESP	Estabilizador de Sistema Elétrico de Potência
FOPP	Alocação de polos Fracionária
IOPP	Alocação de polos de Ordem Inteira
FOPID	<i>Fractional Order Proportional Integral Derivative controller</i>
CC/CC	Corrente Contínua – Corrente Contínua
GMPM	Margem de Ganho e Margem de Fase
RBode	Plote robusto do diagrama de Bode
FOC	Controlador de Ordem Fracionária
ISE	<i>Integral Square Error</i>
ITAE	<i>Integral of Time-weighted Absoluted Error</i>
ARX	Auto Regressive with Exogenous Input
PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo
RAT	Regulador Automático de Tensão
FOPI	Controlador Proporcional Integral de Ordem Fracionária
RGA	Razão Generalizada de Assentamento
IMC	Internal Model Control
RLS	Mínimos Quadrados Recursivos
PRBS	Sinal Binário Pseudo Aleatório
MCC	Modo de Condução Contínua
ISC	<i>Integral Square of signal Control</i>
ITAC	<i>Integral of Time-weighted Absoluted of signal Control</i>

Lista de Símbolos

ω_n	Frequência Natural
ξ	Coefficiente de Amortecimento
α	Parâmetro Designando a Ordem Fracionária
D^n	Operador Diferencial
$\Gamma(z)$	Função Gama
L	Operador Transformada de Laplace.
$E_{\alpha,\beta}(z)$	Função de Mittag-Leffler de dois parâmetros
T_s	Tempo de Assentamento.
ν	Passo do Parâmetro Fracionário
p	Critério de Assentamento
M_{SS}	Máximo sobressinal.
T_s	Tempo de assentamento.
ω_n	Frequência natural do Sistema.
ω	Frequência
j	$\sqrt{-1}$
$\angle H(j\omega)$	Fase em Graus
$ H(j\omega) $	Módulo
$F(s)$	Função de Transferência.
ω_l	Valor Limite das Baixas Frequências da Aproximação de Oustaloup
ω_h	Valor Limite das altas Frequências da Aproximação de Oustaloup
$\hat{\theta}$	Vetor de Parâmetros Identificados
T_s	Período de Amostragem
P_1	Ponto de Operação Carga Baixa
P_2	Ponto de Operação Carga Média
P_3	Ponto de Operação Carga Alta
ΔP_e	Desvio de Potência Ativa
λ_i	Auto Valor
U_{in}	Vazão de Entrada
h_1	Altura do Líquido do Reservatório 1
h_2	Altura do Líquido do Reservatório 2
U_{12}	Vazão entre dos Tanques
A	Área de Corte Transversal
a_{12}	Área do Orifício de Acoplamento
a_2	Área do Orifício de Saída

G	Constante Gravitacional
U_{Ou}	Vazão de Saída do Tanque 2
\bar{A}	Matriz A
\bar{B}	Matriz B
\bar{C}	Matriz C
\bar{D}	Matriz D
C	Capacitância
L	Indutância
R_L	Resistência de Carga
D_i	Diodo
Mos_1	Mosfet
V_s	Tensão de Entrada do Conversor Buck
V_o	Tensão de Saída do Conversor Buck
D	Ciclo de Trabalho do Conversor Buck
V_C	Tensão no Capacitor
I_L	Corrente no Indutor
K_{ESP}	Ganho do Controlador ESP
T_1	Constante de Tempo do Numerador do Controlador ESP
T_2	Constante de Tempo do Denominador do Controlador ESP
K_{FOPSS}	Ganho do Controlador FOPSS
P_d	Polinômio Desejado
ξ_d	Coefficiente de Amortecimento Desejado
ω_{nd}	Frequência Natural Desejada
O_{MF}	Ordem do Sistema em Malha Fechada
λ	Coefficiente Fracionário da Parte Integral do Controlador FOPID
μ	Coefficiente Fracionário da Parte Derivativa do Controlador FOPID
K_P	Ganho Proporcional
K_I	Ganho Integral
K_D	Ganho Derivativo
ω_{gc}	Frequência de Cruzamento de Ganho
ω_{pc}	Frequência de Cruzamento de Fase

Resumo

AYRES JÚNIOR, F. A. C. Investigação de Estratégias de Controle de Ordem Fracionária Aplicadas a Sistemas Elétricos e Industriais. 2018. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – PPGEE/UFPA, Belém – PA, Brasil.

O uso de técnicas de controle é de grande importância para manter desempenhos competitivos, para sistemas elétricos e industriais, tendo em vista um rastreamento de pontos de ajuste de comportamento tão próximo quanto possível de um ponto de ajuste de operação desejado, visando a um desvio e oscilação reduzidos. Neste trabalho, são investigadas técnicas de controle automático fracionário para melhoria do desempenho de sistemas industriais. Duas técnicas de controle de ordem fracionária são estudadas. Primeiramente, um do tipo Lead-Lag de ordem fracionária (FOLL, do inglês), baseada no método de resposta em frequência e aplicada à melhoria de estabilizadores de sistemas de potência (ESP). As leis de controle são implementadas sob a forma de controle digital em um sistema embarcado em um microcontrolador. O desempenho dos compensadores é avaliado através da realização de vários testes experimentais em um sistema de potência em escala reduzida, de 10 kVA, localizado no Laboratório de Engenharia Elétrica da UFPA. São realizados testes de variação a um impulso na referência de tensão do gerador em diversos pontos de operação de potência do sistema micro gerador, além da análise de robustez do sistema utilizando uma ferramenta de *plot* robusto do diagrama de Bode, conhecida como RBode. Em um segundo momento, há a investigação de uma técnica de alocação de polos fracionária (FOPP) que leva em consideração critérios de resposta temporal de sistemas fracionários a três termos que, no caso deste trabalho, são o sobressinal e tempo de assentamento, aplicados em um sistema de dois tanques acoplados, e em um conversor CC/CC Buck. A técnica de controle (FOPP) é comparada com outras duas técnicas: sendo elas a técnica clássica de alocação de polos de ordem inteira (IOPP), e uma técnica de sintonia de controladores FOPID baseadas em Margens de Ganho e Margens Fase (GMPM). Os resultados são corroborados por simulações em Ambiente Matlab/Simulink. Os resultados apresentam uma redução de pelo menos, aproximadamente, 15% nos valores dos índices ITAE e ISE relacionados aos desempenhos dinâmicos dos sistemas abordados neste estudo relacionado à variável controlada, com a inserção dos controladores fracionários baseados tanto na topologia utilizando o FOLL quanto utilizando as técnicas FOPP e

GMPPM, comparados aos valores obtidos desses índices dos controladores sintonizados pelas técnicas de ordem inteira convencional.

Palavras-chave: Estabilidade de Sistemas de Potência; Sistema de Potência em Escala Reduzida; Controle Fracionário; Lead-Lag de Ordem Fracionária; Alocação de Polos Fracionária.

Abstract

AYRES JÚNIOR, F. A. C. Fractional Order Control Strategies Applied on Electric and Industrial Power Systems. 2018. Thesis (Doctor in Electrical Engineering) – Post Graduation Program of Electrical Engineering/ UFPA, Belém – PA, Brazil.

The use of control techniques is of great importance to maintain competitive performance for electrical and industrial systems suitable to trace behavior adjustment points as close as possible to a desired set point of operation for deviation and oscillation reduced. In this work, fractional automatic control techniques are investigated to improve the performance of industrial systems. Two fractional-order control techniques are studied: one of the Lead-Lag based fractional order (FOLL) type based on the frequency response method and applied to the improvement of power system stabilizers (ESP). Control laws are implemented in the form of digital control in an embedded system, based on microcontroller. The performance of the compensators is evaluated by performing several experimental tests on a 10 kVA reduced scale power system located at the UFPA Electrical Engineering Laboratory. Variation tests are carried out at one pulse in the generator voltage reference at various power operation points of the micro generator system, in addition to the robustness analysis of the system using a robust plot tool from the Bode diagram known as RBode. Second, there is an investigation of a fractional pole allocation technique (FOPP) which takes into account temporal response criteria of fractional systems to three terms, which, in this work, are overtime, settlement time, applied in a coupled tanks system, and in a Buck DC / DC converter, where the FOPP technique is compared with two other techniques: these are the classical technique of integer pole allocation (IOPP), and a tuning technique of FOPID controllers based on Gain Margins and Phase Margins (GMPM).

The results are corroborated by simulations in Matlab / Simulink Environment. The results show a reduction of approximately 15% at least in the ITAE and ISE indexes related to the dynamic performances of the systems addressed in this study associated with the controlled variable, with the insertion of the fractional controllers based on both the topology using the FOLL and using the FOPP and GMPM techniques, compared to the values obtained from these indexes of the controllers tuned by conventional whole order techniques.

Keywords: Power System Stability; Small Scale Power System; Fractional Order Control; Fractional Order Lead-Lag; Fractional Order Pole Placement.

Capítulo 1 — Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Na atual conjuntura, relacionada aos meios produtivos modernos, existe uma crescente demanda pela sofisticação e melhorias das tecnologias componentes desses sistemas, visando à operação dos mesmos com qualidade, segurança e eficiência. Sistemas são um conjunto de elementos organizados e selecionados que interagem no sentido de alcançar um ou mais objetivos determinados (MAYA; LEONARDI, 2015).

Existem diversos tipos de sistemas nos meios produtivos modernos, de telecomunicações, sistemas elétricos de potência, indústrias produtoras dos mais diversos produtos como papel, gasolina, carros, e muitas outras aplicações (MAYA; LEONARDI, 2015). Estes sistemas são compostos de vários processos que estão relacionados entre si ou procedimentos que fazem com que esses sistemas funcionem e alcancem os mais diversos objetivos determinados.

Para que haja o entendimento do funcionamento desses processos, existentes nos mais diversos sistemas, faz-se necessária a compreensão do funcionamento e operação das partes constituintes dos mesmos como: motores, reatores, ventiladores, dentre outros, por meio de ferramentas que possam explicar o funcionamento desses processos. Assim, é importante a criação de modelos de como essas partes se comportam nos processos, ou seja, a construção de uma visão de como esses podem ser operados, quais componentes dos mesmos devem ou não ser substituídos, ou melhorada a maneira do manuseio e operação daqueles, por meio de métodos atuais ou novos, dependendo das necessidades presentes nas mais diversas aplicações (DORF, 2012).

Nos meios produtivos industriais relacionados diretamente às engenharias, os modelos utilizados são físicos descritivos e possuem apenas os aspectos relevantes do sistema dinâmico dado, de interesse para o estudo que se deseja fazer. Esses modelos físicos descritivos são representados por equações matemáticas, visando interpretar e explicar como as variáveis físicas dos processos existentes, nos mais diversos sistemas, funcionam, assim, possibilitando a melhoria do desempenho dos mecanismos relacionados aos mesmos (MAYA; LEONARDI, 2015).

Dentre as diversas ferramentas matemáticas presentes na literatura relacionada à modelagem, identificação e controle dos mais diversos sistemas, como as matemáticas intervalar e fuzzy, existe uma vertente matemática, que vem sendo investigada desde a criação da matemática diferencial por Leibniz, em 1695 (Das, 2011).

Por meio de cartas trocadas entre Leibniz e L'Hopital, L'Hopital perguntou a Leibniz o que aconteceria se, ao invés de utilizar um valor n inteiro no operador diferencial, fosse utilizado um valor fracionário. Possivelmente, essa troca de cartas entre esses dois nomes da matemática gerou as bases do conceito da matemática de ordem não inteira ou da matemática de ordem fracionária (CAPONETTO et al, 2010).

O cálculo de ordem fracionária é a área da matemática relacionada com termos integrais e derivativos de ordem não racionais, em outras palavras: é a generalização do cálculo tradicional que lida com conceitos e ferramentas similares a sistemas racionais, conforme (FAIEGHI; NEMAT, 2011; CAMARGO; OLIVEIRA, 2015).

Atualmente, com o melhor entendimento sobre o potencial do cálculo de ordem fracionária e o crescente número de estudos sobre a aplicação da teoria matemática relacionada ao controle de sistemas dinâmicos de ordem fracionária (FOC), muitas áreas das ciências, incluindo engenharia, levaram à análise, ajuste e implementação desses tipos de controladores (MONJE et al, 2008).

No estudo de sistemas de controle, com o advento das ferramentas matemáticas de ordem fracionária, existem basicamente quatro possíveis combinações de sistemas de controle relacionados às plantas e aos controladores, em que a análise para a implementação da sintonia dos controladores e modelagem matemática da planta pode ser feita das seguintes formas:

- O controlador e a planta do processo modelado por equações de ordem fracionárias;
- O controlador modelado por equações fracionárias e a planta do processo modelada por equações de ordem inteira;
- O controlador modelado por equações de ordem inteira e a planta do processo modelado por equações de ordem fracionária;
- O controlador e a planta do processo modelados por equações de ordem inteira, ou seja, os métodos de ordem inteira são casos particulares da matemática fracionária;

Entretanto, na prática, comumente, quando se trata de sistemas industriais conhecidos e com modelos bem estabelecidos que descrevem, adequadamente, as dinâmicas envolvidas nos processos têm considerado apenas o controlador como sendo de ordem fracionária e o modelo do processo feito por modelos de ordem inteira (MONJE et al., 2010).

Dentro desse contexto industrial, esta tese tem como escopo o estudo e aplicação de controladores de ordem fracionária, que serão realizados em um sistema de potência em escala reduzida, como em Ayres Junior et al (2018), um sistema de dois tanques acoplados, apresentado em Delavari et al (2010), e um conversor CC-CC na topologia Buck, apresentado em Medeiros et al (2018), sendo que os modelos utilizados são bem modelados e conhecidos. Logo, apenas os controladores projetados serão de ordem fracionária e os sistemas modelados por modelos de ordem inteira e bem conhecida.

1.2 Motivação

A importância deste trabalho está caracterizada na necessidade de se obter metodologias de projetos de controladores que visem ao aumento da robustez de sistemas dinâmicos, mediante às diversas variações em vários pontos de operação. Para tal tarefa, é necessário o estudo contínuo de técnicas de controle que auxiliem a obtenção de sistemas mais robustos e confiáveis. Nesse universo de técnicas de controle, os controladores de ordem fracionária se fazem presentes, sendo, atualmente, vastamente pesquisados em diversas aplicações.

Visando ao aumento do amortecimento das oscilações eletromecânicas, são utilizados controladores conhecidos como estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP), vastamente aplicados em usinas hidrelétricas ao redor do mundo, e a boa sintonia dos mesmos é de vital importância para o funcionamento dos sistemas de potência.

Para essa tarefa, foram sintonizados dois controladores: um controlador de ordem inteira clássico, por uma metodologia já conhecida publicada no trabalho de Larsen e Swann (1981), e um controlador ESP baseado na metodologia de ordem fracionária (FOPSS), que utiliza uma variável de projeto adicional, relacionada à ordem do controlador, embasada na matemática fracionária.

Ademais, almejando explorar problemas relacionados a sistemas de controle em geral, é apresentada e desenvolvida uma nova metodologia de alocação polinomial de polos, baseada em controladores fracionários que utilizam alocação de polos, na busca

da inserção de comportamentos dinâmicos de sistemas com características fracionárias, para a melhoria do comportamento dinâmico dos sistemas estudados. Para testar a validade da metodologia proposta, dois sistemas testes foram utilizados, sendo um conversor de potência DC/DC na topologia Buck e um sistema de tanques acoplados que é extensivamente empregado na indústria.

1.3 Definição dos objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Propor e avaliar, por meio de três sistemas, estratégias de controle de ordem fracionárias, sendo esses: um sistema de geração em escala reduzida de 10 kVA, um conversor de potência CC/CC Buck e um sistema de dois tanques acoplados.

1.3.2 Objetivos específicos

- Obter, a partir de técnicas de identificação e modelagem matemática, os modelos de ordem inteira dos três sistemas testes.
- Sintonizar dois controladores ESP, sendo um de ordem fracionária (FOPSS) e um de ordem inteira, aplicados à melhoria dos amortecimentos das oscilações eletromecânicas.
- Desenvolver testes de robustez relacionados ao controlador fracionário, aplicados ao problema de estabilidade de potência.
- Realizar uma avaliação da função custo ISE, de modo a verificar a robustez e o desempenho das estratégias de controle avaliadas, bem como as variações do ponto de operação do sistema de geração em escala reduzida.
- Construir um ambiente de simulação não linear do conversor Buck e do sistema de tanques acoplados, com o intuito de avaliar o desempenho das estratégias de controle fracionários.
- Sintonizar dois controladores de ordem fracionária, utilizando as técnicas de alocação de polos de ordem fracionária (FOPP) e pela técnica de margens de ganho e margens de fase (GMPM), e um controlador de ordem inteira utilizando a técnica de alocação de polos de ordem inteira (IOPP).
- Realizar uma avaliação em ambiente de simulação das estratégias de controle fracionárias aplicadas ao conversor Buck e ao sistema de tanques acoplados,

quando este é submetido a variações nas referências de operação relacionados à tensão de saída do conversor Buck, e à altura do nível de líquido do segundo tanque.

- Realizar uma avaliação da função custo ISE, e ITAE, de modo a verificar a robustez e o desempenho das estratégias de controle avaliadas, as variações de *setpoint*.

1.4 Estrutura do trabalho

Esta tese foi organizada em oito capítulos, sendo:

Capítulo 1: Apresenta a introdução, importância e justificativa da tese, bem como os objetivos: geral e específicos;

Capítulo 2: Apresenta o estado da arte acerca do Controle de ordem Fracionária, bem como das estratégias de controle aplicadas à sistemas dinâmicos;

Capítulo 3: Descreve as bases teóricas da matemática fracionária, necessárias para a compreensão da tese;

Capítulo 4: Apresenta os métodos de sintonia dos controladores estudados;

Capítulo 5: Apresenta o modelo, sintonia e testes experimentais aplicados ao sistema de geração em escala reduzida de 10 kVA;

Capítulo 6: Apresenta o modelo, sintonia e os resultados de simulação no modelo não linear aplicados ao sistema industrial de dois tanques acoplados;

Capítulo 7: Apresenta o modelo, sintonia e os resultados dos testes de simulação no modelo não linear aplicados ao sistema do conversor CC-CC Topologia Buck;

Capítulo 8: Apresenta as considerações finais da tese e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2 — Estado da Arte

2.1 Introdução

Nesta seção, são discutidos o marco conceitual e a metodologia de projeto de controladores fracionários em sistemas elétricos e industriais. Tal capítulo tem como objetivo apresentar um panorama geral das principais pesquisas realizadas sobre controladores fracionários e suas diversas aplicações.

2.2 Estado da arte

2.2.1 *Estado da Arte de Sistemas fracionários no Mundo*

O controle de sistemas utilizando a base ferramental matemática fracionária teve como uma de suas aplicações seminais em modelagem de um sistema químico, em fenômenos difusivos gerais, em meios semi-infinitos planares, esféricos e cilíndricos, apresentados por Oldham e Spanier (1974), em que os autores mostraram que sistemas difusivos podem ser modelados por funções de transferência envolvendo diferenciação de ordens múltiplas de 0,5.

Vale ressaltar que o conceito de controladores FOPID foi proposto por Podlubny, em 1997 (PODLUBNY et al., 1997) e (PODLUBNY, 1999), quando ele demonstrou que controladores FOPID conseguem ter respostas melhores do que os controladores PID clássicos, a partir do momento em que são utilizados para o controle de sistemas de ordem fracionária.

É importante destacar que várias técnicas de sintonia de controladores fracionários estão presentes na literatura atual. A descrição matemática de um sistema de controle de ordem fracionária, utilizando a teoria de espaço de estados, baseada em alocação de polos no plano complexo, foi realizada em (DORKAC et al., 2001), sintonizando um controlador PD de ordem fracionária, com uma técnica de otimização embasada em rastreamento de trajetória e em uma dinâmica semelhante à dinâmica desejada de uma função de transferência de segunda ordem.

Salienta-se que um controlador fracionário proporcional, integral e derivativo (FOPID) foi proposto em (XUE et al., 2006), aplicado em um servomecanismo, considerando atuadores não lineares. Nesse estudo, foram sintonizados dois

controladores de ordem inteira, o que utilizou técnicas de otimização baseadas nos índices integrais ITAE e ISE, para a sintonia dos controladores convencionais e fracionários, e os valores dos parâmetros escolhidos do controlador FOPID foram iguais a $\lambda = 0,5$, e $\mu = 0,6$, sendo que os algoritmos de otimização buscaram os valores dos ganhos proporcional, integral e derivativo.

Atualmente, uma maior compreensão do potencial do cálculo de ordem fracionária e o crescente número de estudos relacionados à aplicação de técnicas de controle de ordem fracionária (FOC), em muitas áreas da ciência e engenharia, tornaram importante o estudo de aspectos como a análise, sintonia e a implementação desses controladores (MONJE et al., 2008). Além disso, em MONJE et al. (2008), é apresentado um método de sintonia e auto sintonia de controladores de ordem fracionária para aplicações industriais, com testes realizados em uma instrumentação chamada “Basic Process Rig 38-100 Feedback Unit”, para controle de nível de água. Em ZAMANI et al. (2009), um controlador FOPID foi sintonizado utilizando método de otimização baseado em enxame de partículas, para a sintonia de um regulador automático de tensão (RAT).

Vale mencionar que os controladores de ordem fracionária têm recebido uma atenção considerável nos últimos anos, tanto do ponto de vista acadêmico quanto do ponto de vista industrial. Em princípio, tais controladores proporcionam uma maior flexibilidade de projeto em relação ao controlador lead-lag convencional (MONJE et al., 2010), por possuírem um grau de liberdade maior quanto aos parâmetros de projeto adicionais, que serão detalhados mais à frente neste trabalho. Pode-se apontar, também, que o primeiro uso de compensador Lead-Lag de ordem fracionária (FOLLIC) foi apresentado em MONJE et al. (2010), em que um novo parâmetro para a sintonia do controlador é discutido.

É válido citar que, em JALALI; KHOSRAVI (2011), um método para sintonia de um controlador FOPID, baseado em expansão em séries de Taylor, é proposto para rastrear a referência de velocidade de um motor CC, em que a dinâmica que se pretendia alcançar, com o controlador fracionário, foi dada por uma função de transferência de segunda ordem.

No que diz respeito à sintonia de um controlador FOPI, utilizando alocação de polos dominantes, baseado em um método de *loop-shape*, foi proposto em RAJAN; PATAN (2014), que destaca o objetivo da dinâmica a ser alcançada, uma dinâmica de ordem inteira de segunda ordem semelhante à apresentada pela Equação (2.1).

Em RASOULI et al (2015), a sintonia e a implementação de um controlador de ordem fracionária, baseadas em alocação de polos para o controle do fluxo magnético em Damavand Tokamak, são propostas utilizando o método de otimização denominado razão generalizada de assentamento (RGA) para sistemas fracionários, o qual utiliza um escalonamento de valores, obtendo, assim, os valores temporais de resposta dinâmica desejada.

Em CHEN et al (2016), foi proposto um método de sintonia de controladores adaptativos de ordem fracionária, fundado em um método de estimação paramétrica, baseado em gradiente restritivo, aplicado em problemas de modelo indireto de referência (IMC), analisando, inclusive, a robustez de sistemas através do método indireto de Lyapunov e do modelo distribuído de frequências. Dessa forma, a metodologia foi aplicada em dois sistemas testes via simulação em funções de transferência com parâmetros fracionários.

Em LADACCI; BENSAFIA (2016), um controlador adaptativo indireto, utilizando alocação de polos fracionários, baseado em uma estrutura de controle de auto ajuste e estimação paramétrica do modelo da planta on-line – aplicando um algoritmo dos mínimos quadrados recursivos (RLS) – foi testado em dois sistemas para aferir a eficiência da técnica proposta, sendo um sistema de controle da velocidade angular de um motor CC e o segundo o sistema de controle da movimentação do eixo tracionado lubrificado a ar, para controle preciso de posicionamento.

É imperativo pontuar que uma metodologia com a técnica de alocação polinomial de polos para a sintonia de controladores FOPID, utilizando a D-decomposição, foi apresentada em Mandić *et al* (2017) e aplicada em três processos distintos, sendo estes: um processo com dinâmicas balanceadas, um sistema com dinâmica lenta dominante e um processo com atraso de transporte dominante. Dessa forma, a função de transferência dominante utilizada para a sintonia do controlador proposto, nessa metodologia, é dada pela Equação (2.1), em que os valores de M_{SS} e T_S são tabelados para um critério de acomodação de 1%.

$$H(s) = \frac{1}{s^{1+\alpha} + 2\xi s + 1} \quad (2.1)$$

2.2.2 Estado da Arte de Sistemas fracionários no Brasil

Outrossim, no Brasil, há alguns grupos de pesquisadores que publicam em matemática fracionária e em aplicações de controle e modelagem de sistemas de ordem fracionária, como no estado do Paraná, o grupo de Lenzi, que faz aplicações em problemas na área de modelagem de fenômenos na engenharia química e em física e, no Rio de Janeiro-RJ e em Campinas-SP, em pesquisas aplicadas em matemática, como apresentado no livro de Camargo e Oliveira (2015). Além de alguns artigos da literatura de controle de ordem fracionária que serão apresentados a seguir.

O estudo de controladores utilizando a estrutura FOPID, testados em um sistema de forno industrial, no qual o modelo do forno é obtido a partir de técnicas de identificação paramétrica fracionária, é apresentado em LENZI et al. (2010), em que são estudadas as aplicações de controladores FOPI e FOPD, obtidas por análise dos índices ITAE e ISE, relacionadas às variáveis do erro entre o setpoint de temperatura e o valor medido de temperatura.

Vale destacar que a compreensão da aplicação de uma técnica de generalização da técnica IMC, aplicada a um sistema de forno industrial, é proposta em ISFER et al. (2012), que realizou um estudo comparativo entre o sistema aplicando a técnica clássica IMC, comparada à técnica IMC fracionária investigada.

Em AYRES JÚNIOR et al. (2013), é apresentada a sintonia de regulador de velocidade de ordem fracionária com aplicação da técnica analítica de sintonia de controladores FOPID, baseada em margens de ganho e margens de fase, realizando testes em um gerador síncrono de 10kVA em um sistema de geração em escala reduzida.

Ademais, a utilização de controladores fracionários em um sistema de coluna de destilação multivariável foi investigada em Woiciechowski et al. (2017), em que foram aplicados controladores fracionários com desacopladores, tanto de ordem inteira quanto de ordem fracionária, para o sistema proposto modelado por um modelo benchmark de ordem inteira.

Com base nos trabalhos apresentados nas linhas acima, a presente tese apresentará as aplicações do controle fracionário e a respectiva análise dos resultados para um sistema de geração, para a sintonia de um controlador FOPSS que se diferencia do controlador ESP clássico, por ser um controlador que possui um parâmetro adicional

de projeto, possibilitando uma maior flexibilidade no projeto dessa classe de controladores, já publicado em Ayres et al. (2018).

Em um segundo momento, é apresentada uma nova metodologia de sintonia de controladores, baseada em alocação de polos fracionários, na qual será investigada a maior flexibilidade da utilização desses polos fracionários, relacionados ao aumento das possíveis regiões de sintonia do controlador, aplicadas em duas plantas industriais: sistema de tanques acoplados e o sistema do conversor CC-CC na topologia Buck.

2.3 Conclusão do capítulo

Neste capítulo, procurou-se apresentar grande parte do suporte teórico e de aplicações descritos por diversos autores, com pesquisas significativas e relevantes reconhecidas pela comunidade científica, no que diz respeito às questões que envolvem o uso de técnicas de controle de ordem fracionária em diversos tipos de sistemas, incluindo sistemas elétricos e industriais. No próximo capítulo, será abordada a base matemática de cálculo fracionário utilizada neste trabalho.

Capítulo 3 — Conceitos de Cálculo Fracionário

3.1 Introdução

Os conceitos de cálculo de ordem fracionária começaram a ser delineados quando, em uma carta em 1695, L'Hopital perguntou para Leibniz o que aconteceria se, ao invés de utilizar um valor n inteiro, fosse utilizado um valor fracionário definido na forma da equação (3.1), conforme (FAIEGHI; NEMATI, 2011)

$$D^n = \frac{d^n f(x)}{dx^n} \quad (3.1)$$

A partir dessa discussão, o cálculo de ordem fracionária passou a chamar a atenção de muitos matemáticos famosos como Euler, Laplace, Fourier, Abel, Liouville, Riemann e Laurent, dentre outros (CAPONETTO et al., 2010). Isso gerou uma formalização do operador generalizado que representa a derivação e a integração, como apresentada na Equação (3.2) (PODLUBNY, 1999).

$${}_a D_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q}, & \text{para } q > 0 \\ 1, & \text{para } q = 0 \\ \int_a^t (dt)^{-q}, & \text{para } q < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Pode-se perceber que q é um parâmetro que define a ordem fracionária e a e t são os limites do operador integral. As definições mais estudadas no campo de sistemas de ordem fracionários são as definições de Grundwald-Letnikov, Riemann-Liouville, e Caputo (PODLUBNY, 1999). Para a pesquisa a ser utilizada nesta tese, utilizar-se-á definição de Caputo, conforme a Equação (3.3).

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (3.3)$$

Uma das propriedades mais básicas da função gama, é dada pela Equação (3.4).

$$\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z) = z(z-1)! = z! \quad (3.4)$$

Nesse sentido, a transformada de Laplace da derivada de ordem fracionária, pela definição de Caputo é definida como:

$$\mathcal{L} \left\{ {}_0D_t^q f(t) \right\} = s^q F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{(q-k-1)} f^{(k)}(0), \quad (3.5)$$

Em que $k = 0, 1, \dots, (n-1)$, $n \in \mathbb{N}$ e $q \in \mathbb{R} / n-1 < q < n$.

Considerando condições iniciais nulas, a equação (3.6) é reduzida para a seguinte forma:

$$\mathcal{L} \left\{ {}_0D_t^q f(t) \right\} = s^q F(s) \quad (3.6).$$

É necessário destacar que a solução de uma equação diferencial de ordem fracionária não é tão simples quanto à resolução de uma equação diferencial ordinária de ordem inteira, sendo que muitas equações diferenciais de ordem fracionária nem mesmo possuem solução analítica. Dessa maneira, métodos de aproximações numéricas são, geralmente, empregados para obtenção de soluções aproximadas. Assim, grande parte dos métodos de aproximação de operadores de ordem fracionária para sistemas de ordem inteira foram obtidos a partir de estudos do comportamento das funções no domínio da frequência (FAIEGHI; NEMATI, 2011).

3.2 Estabilidade de Sistemas de ordem Fracionária

O estudo de estabilidade de sistemas de ordem fracionária é feito por meio da resolução das equações diferenciais fracionárias no domínio do tempo, ou, alternativamente, a partir do estudo das funções de transferência no domínio da frequência, utilizando a transformada de Laplace (MONJE et al., 2010). Vale mencionar, ainda, que um sistema de ordem inteira, utilizando funções de transferência, é estável se todas as raízes do denominador da função de transferência estiverem

localizadas no semiplano esquerdo do domínio da frequência; entretanto, para sistemas de ordem fracionária, os limites de estabilidade estão ligados diretamente ao expoente fracionário. Todavia, para analisar sistemas de ordem fracionária, não existem, atualmente, técnicas polinomiais – como os bem conhecidos critérios de Routh e Jury em sistemas de ordem inteira – apenas técnicas geométricas de análise complexa baseadas no princípio do argumento de Cauchy podem ser aplicadas (MONJE et al., 2010).

3.2.1 Regiões de Estabilidade

O estudo da estabilidade de ordem fracionária pode ser realizado a partir das características no domínio do tempo e da observação do comportamento das soluções de suas equações diferenciais ou, alternativamente, do estudo das funções de transferência no domínio s (MONJE et al., 2010). No estudo da estabilidade das funções de transferência de ordem inteira, essa estabilidade fica localizada no semiplano esquerdo do plano complexo; entretanto, uma condição similar pode ser verificada para sistemas de VALÉRIO; COSTA (2013). Um sistema de ordem inteira é estável, segundo o teorema apresentado na Equação (3.7), se e somente se:

$$\forall s: \sum_{k=0}^n a_k s^{a_k} = 0, |\angle s| > \frac{\pi}{2}, \text{ para } \angle s = [-\pi, \pi] \text{ rad.} \quad (3.7)$$

Um sistema fracionário comensurável é dado pela Equação (3.8) abaixo:

$$G(s) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k s^{k\alpha}}{\sum_{k=0}^n a_k s^{k\alpha}} \quad (3.8)$$

É fundamental apontar que os limites da estabilidade no caso de sistemas fracionários estão relacionados diretamente ao coeficiente de potência fracionário. Assim, a análise da estabilidade de sistemas de ordem fracionária pode ser realizada a partir da aplicação do Teorema de Matignon (MONJE et al., 2010). Sendo σ_k , para $k=1, \dots, n$ e as raízes do polinômio $A(\sigma) = \sum_{i=0}^n a_i \sigma^i$, a análise é feita mediante os

coeficientes do denominador da função de transferência da Equação (3.9); sendo assim, $G(s)$ é estável se e somente se (VALÉRIO; COSTA, 2013):

$$|\angle \sigma_k| > \alpha \frac{\pi}{2}, \forall k, \text{ para } \angle s = [-\pi, \pi] \text{ rad.} \quad (3.9)$$

As regiões em que o plano s é estável para funções de transferência comensuráveis são apresentadas na Figura 3.1, na qual as regiões sombreadas em cinza são estáveis e as regiões da figura em branco são onde ocorre a instabilidade para o valor do expoente fracionário $0 < \alpha < 1$ a esquerda da figura e para $1 < \alpha < 2$.

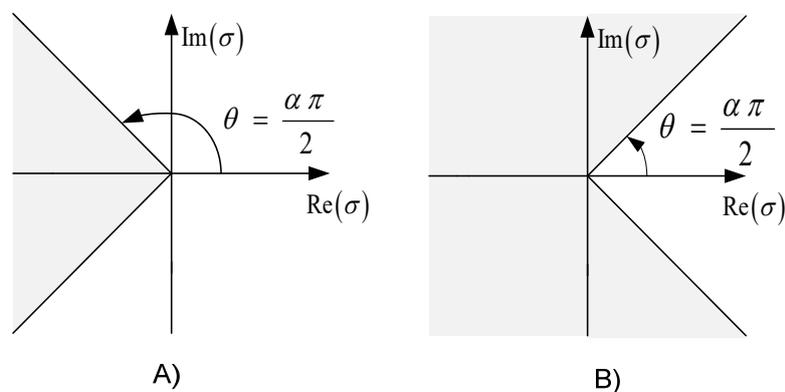


Figura 3.1- Regiões de Estabilidade, a esquerda $0 < \alpha < 1$, e a direita $1 < \alpha < 2$. Adaptado de (VALÉRIO; COSTA, 2013).

3.3 Funções de Transferência a Três Termos

Existem vários tipos de sistemas de ordem fracionária. Há sistemas fracionários em que a rede de polo é elevada à potência fracionária, ou seja, um polinômio de ordem inteira elevado a uma potência fracionária, em que existem aplicações dessa estrutura em controladores do tipo *lead-lag* fracionários, também conhecido como (FOLL) (MONJE et al., 2010). Outra classe de sistemas fracionários é representada por sistemas nos quais a ordem dos coeficientes do polinômio é de ordem fracionária, como apresentado pela Equação (3.8) (VALÉRIO; COSTA, 2013).

Nesta subseção, haverá a abordagem de uma das classes de Sistemas fracionários, conhecidos na literatura como sistemas de ordem fracionário de três termos (PODLUBNY, 1999; MERRIKH-BAYAT; KARIMI-GHARTEMANI, 2008).

Aplicando o teorema de Matignon, as raízes de um polinômio $A(s)$ de três termos de ordem fracionária da Equação (3.10) são apresentados na Equação (3.11):

$$G(s) = \frac{\omega_n^{2\alpha}}{s^{2\alpha} + 2\xi\omega_n^\alpha s^\alpha + \omega_n^{2\alpha}}, \text{ para } \alpha \in]0, 2[. \quad (3.10)$$

$$s^\alpha = -\xi\omega_n^\alpha \pm j\omega_n^\alpha \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (3.11)$$

A função de transferência apresentada na Equação (3.10) é estável ou não, dependendo do valor do pseudo coeficiente de amortecimento ξ (MALTI et al., 2008; MERRIKH-BAYAT; KARIMI-GHARTEMANI, 2008). A condição relacionada à estabilidade para essa classe de sistemas é dada pela Equação (3.12):

$$-\cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) < \xi < -\cos(\alpha\pi) \quad (3.12)$$

Portanto, a função de transferência apresentada na Equação (3.10) é estável se e somente se:

$$\xi > -\cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) \quad (3.13)$$

A resposta ao degrau do sistema é obtida a partir da transformada inversa de Laplace e é apresentada em Podlubny (1999), dada pela Equação (3.14), em que $E_{\alpha, \beta}$ é a função de Mittag-Leffler de dois parâmetros, dada pela Equação (3.15). Neste trabalho, serão abordados valores de α , os quais são irredutíveis, para $\alpha = 1/\nu$, em que ν é um número inteiro que, na sua fatoração, não apareçam fatores primos diferentes de 2 e 5.

$$y(t) = \left(\frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} \right) E_{\alpha, \alpha} \left[\left(-\xi\omega_n^\alpha + \omega_n^\alpha \sqrt{\xi^2 - 1} \right) t^\alpha \right] t^{-\frac{\alpha-1}{\alpha}} + \quad (3.14)$$

$$- \left(\frac{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} \right) E_{\alpha, \alpha} \left[\left(-\xi\omega_n^\alpha - \omega_n^\alpha \sqrt{\xi^2 - 1} \right) t^\alpha \right] t^{-\frac{\alpha-1}{\alpha}} + 1$$

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{z^j}{\Gamma(\alpha j + \beta)}, \quad (\alpha > 0, \beta > 0) \quad (3.15)$$

É válido salientar que, para condições em que o diagrama de ganho do sistema apresenta picos de ressonância em sistemas fracionários, é mais conveniente encontrar estas condições numericamente. A Figura 3.2 apresenta combinações de valores para o expoente α de ordem fracionária e do pseudo-amortecimento ζ para os quais existe, nenhum, um ou dois picos de ressonância, no qual o sistema é instável para qualquer situação, em uma frequência de 1 rad/s (MALTI et al.,2008; VALÉRIO; COSTA, 2013).

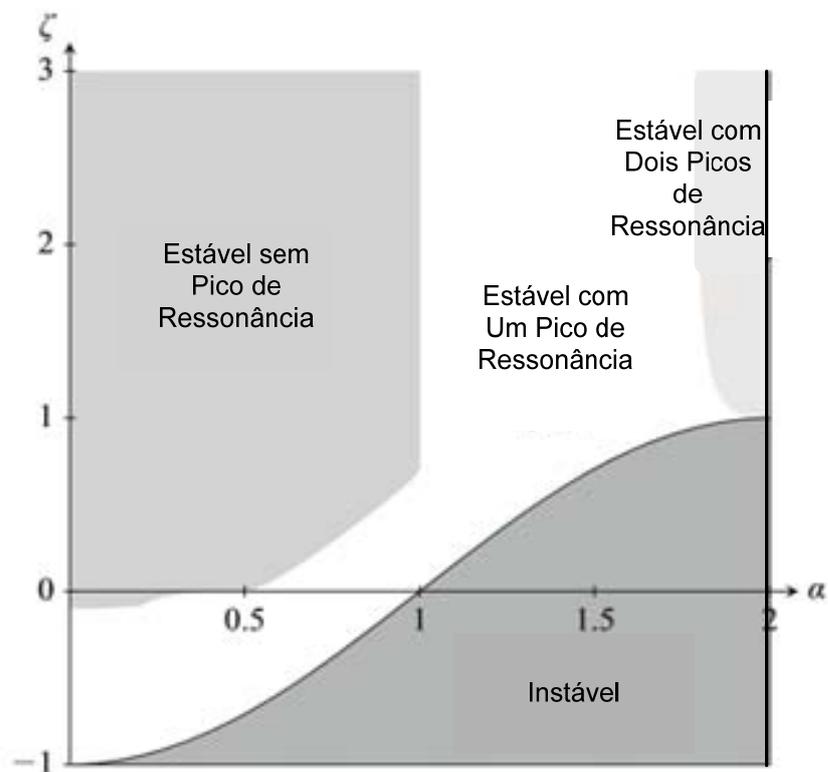


Figura 3.2- Comportamento em frequência do sistema dado pela Equação (3.11) (VALÉRIO; COSTA, 2013). - Tempo de Assentamento Fracionário de Funções de Transferência a Três Termos.

O tempo de assentamento, por definição, é o tempo necessário para que o sistema atinja a fração p de seu valor de regime permanente, quando, na entrada do mesmo, é inserido um degrau unitário, valores comumente utilizados para p são entre 0,02 e 0,05 (Franklin et al, 2011). Para sistemas de ordem fracionária a três termos, uma fórmula apropriada dada pela Equação (3.16) foi deduzida em (MERRIKH-BAYAT;

KARIMI-GHARTEMANI, 2008), considerando o comportamento assintótico da resposta impulsiva aplicada à entrada do sistema. Desse modo, essa fórmula nos permite ter uma ótima compreensão dos efeitos dos três parâmetros nas características da resposta ao degrau: o parâmetro ν é o passo relacionado à divisão do domínio inteiro, ou seja, $\nu = 1/\alpha$.

$$t_s \approx \left[\frac{2|\xi_d| \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\nu}\right) \Gamma\left(\frac{1+\nu}{\nu}\right)}{p\pi\omega_{nd}^{1/\nu}} \right]^{\left(\frac{\nu}{1+\nu}\right)} \quad (3.16)$$

3.4 Contribuição de Ganho e Fase de Polos Elevados a um Coeficiente de Ordem Fracionária

Seja um sistema dado pela Equação (3.17), também conhecida como a função de transferência ideal de Bode (VALÉRIO; COSTA, 2013).

$$F(s) = s^\alpha \quad (3.17)$$

$$F(j\omega) = (j\omega)^\alpha \quad (3.18)$$

$$F(j\omega) = \omega^\alpha \left[\cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + j\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) \right] \quad (3.19)$$

$$20 \log_{10} |(j\omega)^\alpha| = 20\alpha \log_{10} \omega \quad (3.20)$$

Sendo $\omega = 0$ logo temos a fase de 90° temos que a fase de um derivador de ordem α como apresentado nas Equações (3.21) e (3.22).

$$\angle (j\omega)^\alpha = \tan(\alpha\omega) = \alpha \tan(\omega) \quad (3.21)$$

$$\angle (j\omega)^\alpha = \alpha \frac{\pi}{2} \quad (3.22)$$

Para um sistema como apresentado na Equação (3.23), em que é apresentada a dedução das contribuições de ganho e fase a partir das Equações (3.24) a (3.27) tem-se:

$$F(s) = (sT_1 + 1)^\alpha \quad (3.23)$$

$$F(j\omega) = (j\omega T_1 + 1)^\alpha \quad (3.24)$$

$$F(j\omega) = \left| (j\omega T_1 + 1)^\alpha \right| \angle (j\omega T_1 + 1)^\alpha \quad (3.25)$$

$$20 \log_{10} \left| (j\omega T_1 + 1)^\alpha \right| = 20 \log_{10} \left| (j\omega T_1 + 1) \right|^\alpha = 20\alpha \log_{10} \sqrt{1^2 + (\omega T_1)^2} \quad (3.26)$$

$$\angle (j\omega T_1 + 1)^\alpha = \tan^{-1}(\alpha \omega T_1) = \alpha \tan^{-1}(\omega T_1) \quad (3.27)$$

A Figura 3.3 apresenta os efeitos das contribuições de polos e zeros fracionários, em que se percebe que o ganho e a fase de um sistema variam de acordo com a ordem do expoente fracionário α . Para $\alpha = 1$, observa-se uma contribuição de ganho de 20 dB por década e 90° de contribuição de fase e de 5 dB por década e 22,5° de fase para $\alpha = 0,25$.

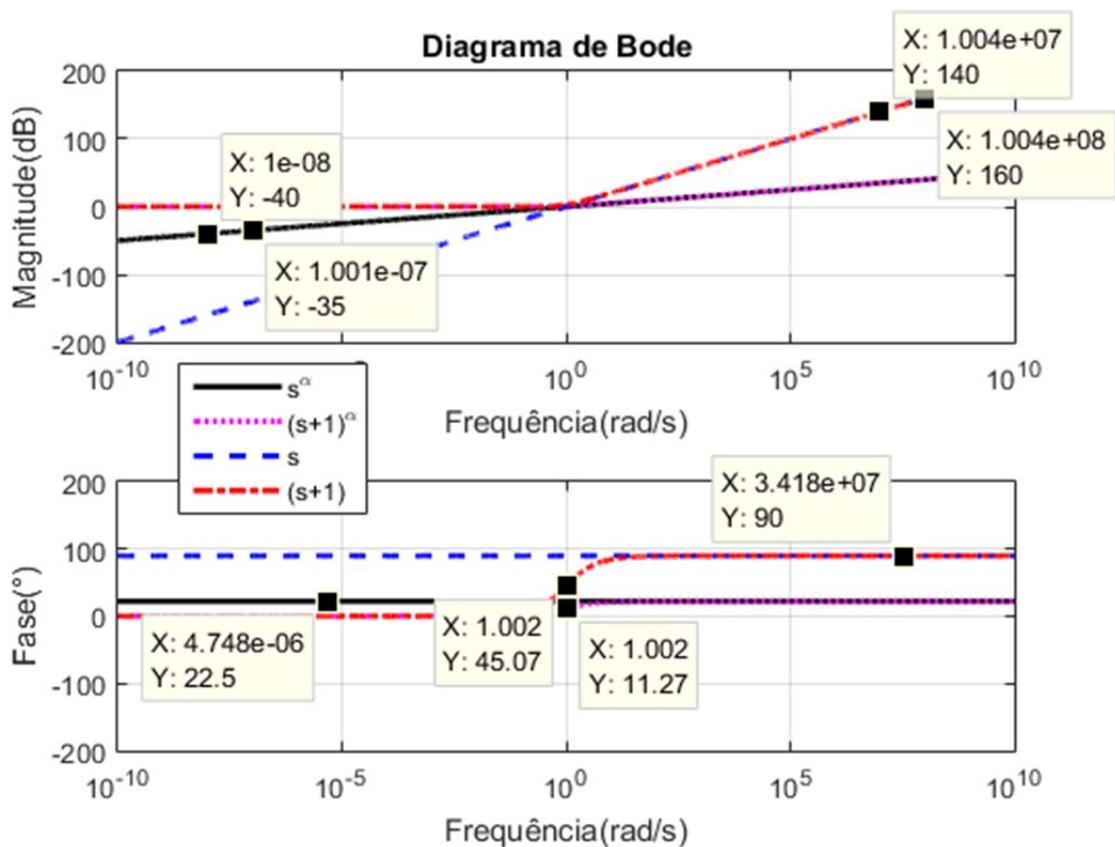


Figura 3.3- Diagrama de Bode da função de transferência ideal de Bode.

3.5 Aproximação de Polos Elevados a um Coeficiente de Ordem Fracionária

Existem diversas metodologias, na literatura, para a obtenção do controlador equivalente inteiro para um polo elevado a um coeficiente fracionário, como a aproximação de Charef (1992), dentre outras literaturas (TAN, 2016), uma maneira alternativa em algumas aplicações de controle para sistemas de ordem fracionária. Além disso, há funções de transferência de controladores fracionários sintonizados que são complicadas de aproximar-se ao domínio contínuo, como a rede apresentada na Equação (3.28). Para implementação desses controladores no domínio de tempo contínuo de ordem inteira, os seguintes passos devem ser seguidos como em MONJE et al. (2010).

$$F(s) = \left(\frac{as + b}{cs + b} \right)^\alpha \quad (3.28)$$

Passo 1: Obtenha a resposta em frequência exata do controlador de ordem fracionária.

Passo 2: Selecione a ordem do numerador e do denominador apropriada para a aproximação de ordem inteira do controlador e a faixa de frequências de interesse para a aproximação.

Passo 3: Encontre o controlador de ordem inteira aproximado utilizando a função `invfreqs()` do software Matlab.

Passo 4: Verifique se o controlador de ordem inteira obteve um desempenho satisfatório, caso não consiga uma resposta satisfatória com o controlador aproximado obtido, retorne ao Passo 2 e selecione outros valores para a ordem do numerador e denominador ou modifique a faixa de frequências de interesse até obter uma aproximação satisfatória para o controlador fracionário.

3.6 Aproximação de Oustaloup

Para análise de aproximação, o método de aproximações mais utilizado em trabalhos com sistemas de ordem fracionárias chama-se método de aproximação de Oustaloup, no qual a operação de derivada de ordem fracionária é aproximada, no

domínio da frequência, por uma função de transferência racional, na forma apresentada na Equação (3.29) (FAIEGHI; NEMATl, 2011):

$$S^\alpha = k \prod_1^n \frac{\left(1 + \frac{S}{\omega_{zn}}\right)}{\left(1 + \frac{S}{\omega_{pn}}\right)}, \text{ para } \alpha > 0 \quad (3.29)$$

$$\alpha' = \left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{\alpha/N} \quad (3.30)$$

$$\eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{(1-\alpha)/N} \quad (3.31)$$

$$\omega_{z1} = \omega_l \sqrt{\eta} \quad (3.32)$$

$$\omega_{zn} = \omega_{p,n-1} \eta, \text{ for } n = 2, \dots, N. \quad (3.33)$$

$$\omega_{pn} = \omega_{z,n-1} \alpha', \text{ for } n = 1, \dots, N. \quad (3.34)$$

$$k = \omega_h^{\alpha'} \quad (3.35)$$

A aproximação apresentada na Equação (3.29) é válida para uma determinada banda de frequências $[\omega_l, \omega_h]$, em que o ganho k é ajustado para que a aproximação possua ganho unitário na frequência de 1 rad/s. Em (3.29), n é o número de polos e zeros. Assim, a limitação da largura de banda nas aproximações se faz necessária para aproximações mais próximas de valores adequados para fins práticos (FAIEGHI; NEMATl, 2011).

3.7 Conclusões do capítulo

Neste capítulo, foi apresentado uma parte do embasamento matemático do cálculo de ordem fracionária no domínio da frequência e o tempo de assentamento em sistemas com polos dominantes fracionários a três termos, e a rede de polos e zero de coeficientes elevados a um fator fracionário. Visando à sintonia de controladores no

domínio fracionário, deve-se compreender como o mesmo atua, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, e o comportamento dinâmico desejado no projeto de controladores a polos dominantes fracionários seja obtido. No próximo capítulo, serão apresentadas as modelagens dos sistemas dinâmicos para a aplicação dos controladores a serem abordados nesta tese.

Capítulo 4 — Métodos de Sintonia dos Controladores

4.1 Introdução

Este capítulo tem o objetivo de abordar o problema das estratégias de controle com o uso de técnicas de sintonia de controladores ESP e de alocação de polos. Inicialmente, será realizada uma revisão sobre os aspectos necessários para a sintonia de controladores a partir das metodologias clássicas, tanto de sintonia de ESP quanto de alocação de polos e, posteriormente, serão abordados os métodos de sintonia de controladores, utilizando as metodologias de FOPSS, GMPM e locação de polos dominantes fracionários.

4.2 Técnica Clássica de Sintonia de ESP

Para sintonizar o compensador ESP convencional, e para o projeto do ESP de ordem fracionária, utiliza-se uma função de transferência conhecida como $GEP(s)$ que representa a dinâmica do incremento do ponto de operação do Regulador Automático de Tensão (RAT), relacionado ao incremento na componente de torque elétrico, via sistema de excitação. Neste trabalho, essa função de transferência foi obtida utilizando um método de identificação experimental.

O método de sintonia do compensador avanço e atraso (*Lead-Lag*) clássico sintonizado é baseado no trabalho seminal de LARSEN; SWANN (1982), em que a compensação de fase, decorrente da sintonia do ganho do ESP, utiliza o método do Lugar Geométrico das Raízes. A função de transferência clássica do ESP é dada pelas Equações (4.1) e (4.2):

$$ESP(s) = K_{ESP} ESP'(s) \quad (4.1)$$

$$ESP'(s) = \left(\frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1} \right)^2 \quad (4.2)$$

Passo 1: Utilize a frequência natural dos modos eletromecânicos do sistema, descubra a fase crucial para realizar a compensação necessária com a rede Lead-Lag e

escolha o valor do parâmetro T_1 . Valores típicos desse parâmetro são entre 0.2 a 1.5 s (SAUER; PAI, 1998) aplicando as Equações (4.3) e (4.4):

$$\angle ESP'(s)\big|_{j\omega_n} + \angle GEP(s)\big|_{j\omega_n} + \angle G(s)\big|_{j\omega_n} = 0 \quad (4.3)$$

$$T_2 = \frac{1}{\omega_n} \left(\arctan(\omega_n T_1) - \frac{\arctan(ESP(j\omega_n))}{2} \right) \quad (4.4)$$

Passo 2: Encontre o coeficiente de torque desejado para sintonizar o ganho K_{ESP} , aplicando a Equação (4.5):

$$D_{ESP} = \frac{4H\omega_n\xi_d}{\omega_o} \quad (4.5)$$

Passo 3: Encontre o ganho K_{ESP} , aplicando as Equações (4.6) e (4.7):

$$D_{ESP} = K_{ESP} |GEP(j\omega_n)| |G(j\omega_n)| |ESP'(j\omega_n)| \quad (4.6)$$

$$K_{ESP} = \frac{D_{ESP}}{|GEP(j\omega_n)| |G(j\omega_n)| |ESP'(j\omega_n)|} \quad (4.7)$$

4.3 Técnica de Sintonia de ESP Fracionário

A sintonia dos parâmetros do Estabilizador de Sistema de Potência Fracionário (FOPSS), utilizando a abordagem do domínio da frequência, que consiste em estender a sintonia clássica do ESP para calcular os parâmetros do controlador elevados a um valor de expoente fracionário. Desse modo, o parâmetro de expoente fracionário possibilita calibrar a rede com a frequência natural desejada. Assim, para sintonizar o FOPSS, essa seção apresentará uma sequência de quatro passos, como apresentado em AYRES JÚNIOR et al. (2018). Logo, os passos de 1 a 3 são os passos necessários para sintonizar o compensador Lead-Lag, enquanto o passo 4 é para obtenção do ganho do compensador.

Passo 1: Encontre o valor da frequência dos modos eletromecânicos com baixo amortecimento ω_n .

Passo 2: Escolha o valor do parâmetro T_1 , e assim encontre o valor do parâmetro T_2 utilizando a Equação (4.8):

$$T_2 = \frac{1}{T_1 \omega_n^2} \quad (4.8)$$

Observação 1: No passo 2, a condição de fase estabelece uma única equação contendo duas incógnitas, chamadas de constantes de tempo T_1 e T_2 . Uma escolha possível é fixar o mesmo valor obtido para o ESP convencional e calcular T_2 utilizando a Equação (4.4).

Passo 3: Aplicar as Equações (4.9) e (4.10) para obter o expoente fracionário α :

$$\alpha(\arctan(\omega_n T_1) - \arctan(\omega_n T_2)) = \arctan(FOPSS'(j\omega_n)) \quad (4.9)$$

$$\alpha = \frac{\angle FOPSS'(j\omega_n)}{(\arctan(\omega_n T_1) - \arctan(\omega_n T_2))} \quad (4.10)$$

Passo 4: Após obter os parâmetros T_1 , T_2 e α , o valor do ganho K_{FOPSS} é obtido especificando o coeficiente de amortecimento ξ_d e utilizando a condição de módulo, como a seguir:

$$D_{FOPSS} = \frac{4H\omega_n \xi_d}{\omega_o} \quad (4.11)$$

$$D_{FOPSS} = K_{FOPSS} |GEP(j\omega_n)| |FOPSS'(j\omega_n)| \quad (4.12)$$

$$K_{FOPSS} = \frac{D_{FOPSS}}{|GEP(j\omega_n)| |FOPSS'(j\omega_n)|} \quad (4.13)$$

Finalmente, a função de transferência do FOPSS, como apresentada na Equação (4.14):

$$FOPSS(s) = K_{FOPSS} \left(\frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1} \right)^\alpha \quad (4.14)$$

4.4 Técnica de Sintonia de Controladores por Alocação Polinomial de Polos de Ordem Inteira

A técnica de alocação de polos, basicamente, considera as especificações de desempenho transitório de um sistema de controle, almejando valores desejados para critérios de desempenho, como o tempo de acomodação e o máximo sobressinal, sendo essas especificações, usualmente, decorrentes das características operacionais do processo a ser controlado (BAZANELLA, 2005). Sendo assim, as especificações de desempenho transitório se traduzem em restrições sobre a posição dos polos alocados da função de transferência em malha fechada. Logo, esse conjunto de restrições tem a finalidade de garantir um determinado comportamento dinâmico desejado, especificado pelo projetista (ÄSTROM; WITTENMARK, 1995).

Vale mencionar que a ideia da alocação polinomial de polos é sintonizar um controlador o qual possibilite que o sistema em malha fechada obtenha a resposta dinâmica, baseado em critérios de resposta dinâmica no domínio do tempo. Para aplicação do método de alocação polinomial de polos de ordem inteira (IOPP), existe a necessidade de um modelo o qual descreva, em detalhes, as dinâmicas a serem controladas. Assim, sujeita a algumas condições técnicas, é possível encontrar um controlador que proporcione os polos desejados de malha fechada, desde que o controlador seja suficientemente complexo (ÄSTROM; HAÄGGLUND, 1995).

Mediante as escolhas definidas das posições dos polos fixados no projeto, basta determinar a função de transferência do controlador, visando, com essa escolha, aos polos da função de transferência de malha fechada assumam as posições especificadas no projeto. Para a sintonia por alocação de polos, segue-se a seguinte sequência de passos:

Passo 1 – Define-se o valor do tempo de assentamento para sistemas de ordem inteira T_s , e do máximo sobressinal M_{ss} , assim, utilizando as Equações (4.15) e (4.16), chega-se aos valores do coeficiente de amortecimento desejado ζ_d e da frequência natural de projeto ω_{nd} (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2010), em que p é o valor do critério de erro em percentual unitário da resposta de um sistema de segunda ordem sendo que este valor de p normalmente é escolhido entre 2% e 5% (0,02 e 0,05).

$$T_s = \frac{-\ln(p)}{\xi\omega_n} \quad (4.15)$$

$$\xi_d = \frac{-\ln(M_{ss})}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(M_{ss})}} \quad (4.16)$$

Passo 2: Escolha a estrutura do controlador a ser utilizado no projeto de alocação de polos, estabelecendo a ordem do polinômio de malha fechada que é igual ao denominador do sistema em malha fechada $den[T(s)]$, dado pela Equação (4.17), em que $num[C(s)]$ e $den[C(s)]$ são o numerador e denominador do controlador, e $num[G(s)]$ e $den[G(s)]$ são o numerador e denominador da planta a ser controlada. Assim, determina-se a quantidade de parâmetros do controlador n_p sendo igual a ordem do sistema em malha fechada O_{MF} .

$$den[T(s)] = num[C(s)]num[G(s)] + den[C(s)]den[G(s)] \quad (4.17)$$

Passo 3 – A partir dos valores dos parâmetros de projeto obtidos no passo 1, e sabendo-se a quantidade de parâmetros do controlador, encontra-se o polinômio desejado para o projeto $P_d(s)$ dado pela Equação (4.18), em que a ordem de $P_d(s)$ é dada por O_{MF} :

$$P_d(s) = \begin{cases} (s^2 + 2\xi_d\omega_{nd}s + \omega_{nd}^2), & \text{para } O_{MF} = 2 \\ (s^2 + 2\xi_d\omega_{nd}s + \omega_{nd}^2) \prod_0^{O_{MF}-2} (s + f_{O_{MF}}), & \text{para } O_{MF} > 2 \end{cases} \quad (4.18)$$

Após definir os polos desejados, equacionando-se os coeficientes de mesmo grau da Equação (4.18), obtém-se um conjunto de equações lineares no qual as incógnitas são os coeficientes do numerador e do denominador da função de transferência do controlador. Portanto, resolvendo esse sistema de equações lineares, com a aplicação da equação diofantina, alcançamos a sintonia do controlador desejado (BAZANELLA, 2005).

Passo 7 – Retornar ao Passo 1, caso o controlador obtido não satisfaça as restrições temporais de projeto.

4.5 Técnica de Alocação de Polos em Sistemas de Ordem Fracionária

O controle de ordem fracionária engloba um grande conjunto de possíveis combinações na escolha entre ordens fracionárias ou ordem inteira para o modelo de planta, bem como para a lei de controle (VALÉRIO; COSTA, 2013). Na metodologia proposta no presente trabalho, o escopo será restringido à combinação particular composta por uma planta de modelo de ordem inteira em malha fechada com um controlador de ordem fracionária utilizando uma função de transferência fracionária comensurável, como a dada pela Equação (3.8).

É imperativo destacar que o método de alocação de polos fracionária (FOPP), proposto neste trabalho, baseia-se nas especificações de desempenho dinâmico em malha fechada desejado fracionário, a partir do obtido por uma função de transferência a três termos, como a apresentada na seção 3, subseção 3.3.

A partir da aplicação de um algoritmo de varredura, conhecido como algoritmo guloso (Greedy Algorithm) (CAMPELO, 1994), duas curvas relacionadas ao M_{SS} e T_s são traçadas para que o valor do parâmetro ζ seja obtido, de modo que satisfaça os critérios de desempenho desejados pelo projetista.

Vale apontar que o conjunto de passos que permitirão o desenvolvimento do método de sintonia do controlador de ordem fracionária proposto pela metodologia FOPP é descrito abaixo:

Passo 1 – Escolha os valores de α , e ω_{nd} ;

Passo 2 – Trace as curvas paramétricas M_{SS} x ζ , e T_s x ζ , escolhendo um intervalo de varredura do parâmetro $\zeta = [\zeta_{min}, \zeta_{max}]$, para encontrar os possíveis valores de M_{SS} , e T_s aplicando o algoritmo guloso, varrendo os valores do ζ . Baseado nos valores de M_{SS} e T_s e analisando as duas curvas paramétricas, o valor do coeficiente de amortecimento desejado ζ será obtido.

Passo 3 – Escolha a estrutura do controlador a ser utilizado no projeto de alocação de polos, estabelecendo-se a ordem do polinômio de malha fechada que é igual ao denominador do sistema em malha fechada $den[T(s)]$, dado pela Equação (4.17), em que $num[C(s)]$ e $den[C(s)]$ são o numerador e denominador do controlador, e $num[G(s)]$ e $den[G(s)]$ são o numerador e denominador da planta a ser controlada. Assim, é

determinada a quantidade de parâmetros do controlador n_p sendo igual a ordem do sistema em malha fechada O_{MF} dividido pelo parâmetro fracionário α .

Passo 4 – Encontre os ganhos do controlador fracionário desejado aplicando as Equações (4.19) e (4.20), em que $P_d(s)$ são os polos da função de transferência fracionária desejada e $P_{aux}(s)$ são os polos auxiliares, se necessários, utilizados para completar a ordem do polinômio resultante. O valor da ordem β do polinômio auxiliar é dada por $\beta = 1-2\alpha$.

$$P_d(s) = (s^{2\alpha} + 2\xi_d \omega_{nd}^\alpha s^\alpha + \omega_{nd}^{2\alpha}) P_{aux}(s) \quad (4.19)$$

$$P_{aux}(s) = \begin{cases} (s^\beta + f_0)(s + f_1), & \text{para } O_{MF} = 2 \\ (s^\beta + f_0)(s + f_1) \prod_0^{O_{MF}} (s + f_{O_{MF}}), & \text{para } O_{MF} > 2 \end{cases} \quad (4.20)$$

Após definir os polos desejados, equacionando-se os coeficientes de mesmo grau da Equação (4.19), obtém-se um conjunto de equações lineares no qual as incógnitas são os coeficientes do numerador e do denominador da função de transferência do controlador. Portanto, resolvendo-se esse sistema de equações lineares, com o uso da equação diofantina, obtém-se a sintonia do controlador desejado (BAZANELLA, 2005).

Passo 5 – Depois de sintonizar os parâmetros do controlador, para fins de implementação, aplica-se um método de aproximação que aproximará a função de transferência de ordem fracionária para um sistema aproximado de ordem inteira. Existem diversos métodos de aproximação de sistemas que podem ser vistos em VALÉRIO; COSTA, (2013) e MONJE et al. (2010), sendo, neste trabalho, aplicado o método de aproximação de Oustaloup (Equação (3.7)). Caso seja necessário para melhorar a sintonia do controlador, retornar aos passos anteriores.

Passo 6: Se o desempenho dinâmico obtido pelo controlador projetado for o desejado, e devido aos controladores comensuráveis de ordem fracionária normalmente levarem a controladores de ordem inteira elevada após o uso das aproximações para modelos equivalentes realizáveis de ordem inteira, normalmente, aplica-se uma técnica

de redução de ordem, buscando reduzir a ordem do controlador aproximado de ordem inteira como em MONJE et al. (2010).

Passo 7 – Se o desempenho dinâmico obtido não for satisfatório, retornar ao Passo 2.

4.6 Técnica de Sintonia Baseada Em Margens de Ganho e Margens de Fase

Seja $G(s)$ a função de transferência de uma determinada planta e suponha que o sinal de saída de $G(s)$ deve ser regulado através do emprego de um controlador PID de ordem fracionária, na forma $FOPID(s) = K_p + K_I \frac{1}{s^\lambda} + K_D s^\mu$. Dadas as margens de ganho e fase desejadas para o sistema em malha fechada, o projeto consiste em calcular os correspondentes valores para os parâmetros do controlador FOPID, K_p , K_I , K_D e λ e μ .

A fim de se obter um sistema em que o número de equações seja igual ao número de incógnitas, foram utilizados os métodos propostos por Vinagre e Monje (2012) e por Valério e Costa (2013), conhecidos como técnica de sintonia de controladores FOPID, a partir das margens de ganho e margem de fase (GMPM) (VINAGRE; MONJE, 2012), em que se considera o caso particular onde $\lambda = 1$, resultando em um sistema de equações composto de quatro incógnitas (K_p , K_I , K_D e μ) e quatro equações não lineares, em que ω_{gc} e ω_{pc} são, respectivamente, as frequências de cruzamento de ganho e de fase desejadas para o projeto e g_m e φ_m são, respectivamente, as margens de ganho e margem de fase especificadas pelo projetista.

$$K_p + \frac{K_I}{\omega_{gc}^\lambda} \cos\left(\frac{\lambda\pi}{2}\right) + K_D \omega_{gc}^\lambda \cos\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) = \frac{\cos(-\pi + \varphi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|} \quad (4.21)$$

$$-\frac{K_I}{\omega_{gc}^\lambda} \text{sen}\left(\frac{\lambda\pi}{2}\right) + K_D \omega_{gc}^\lambda \text{sen}\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) = \frac{\text{sen}(-\pi + \varphi_m - \angle G(j\omega_{gc}))}{|G(j\omega_{gc})|} \quad (4.22)$$

$$K_p + \frac{K_I}{\omega_{pc}^\lambda} \cos\left(\frac{\lambda\pi}{2}\right) + K_D \omega_{pc}^\lambda \cos\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) = \frac{\cos(\pi - \angle G(j\omega_{pc}))}{g_m |G(j\omega_{gc})|} \quad (4.23)$$

$$-\frac{K_I}{\omega_{pc}^\lambda} \text{sen}\left(\frac{\lambda\pi}{2}\right) + K_D \omega_{pc}^\lambda \text{sen}\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) = \frac{\text{sen}\left(\pi - \angle G(j\omega_{gc})\right)}{g_m |G(j\omega_{gc})|} \quad (4.24)$$

Para a resolução do sistema de equações não lineares dados pelas Equações (4.21) -(4.24), o método numérico utilizado neste trabalho é o método de Newton (Cunha, 2009). Para isso, um programa para ambiente *Matlab* utilizou o referido método para resolução das equações relacionadas à obtenção dos parâmetros para o controlador de ordem fracionária.

Além disso, o fluxograma do programa desenvolvido para o cálculo dos parâmetros do controlador PID de ordem fracionária está representado na Figura 4.1. Inicialmente, o projetista deverá fornecer as margens de ganho e de fase desejados, bem como os valores iniciais para começar o processo de solução iterativa pelo método de Newton. Após ocorrer a convergência, dentro de uma tolerância especificada, os valores dos parâmetros K_P , K_I , K_D e μ são fornecidos como saída do programa. Caso não ocorra a convergência, o programa é finalizado após um determinado número de iterações.

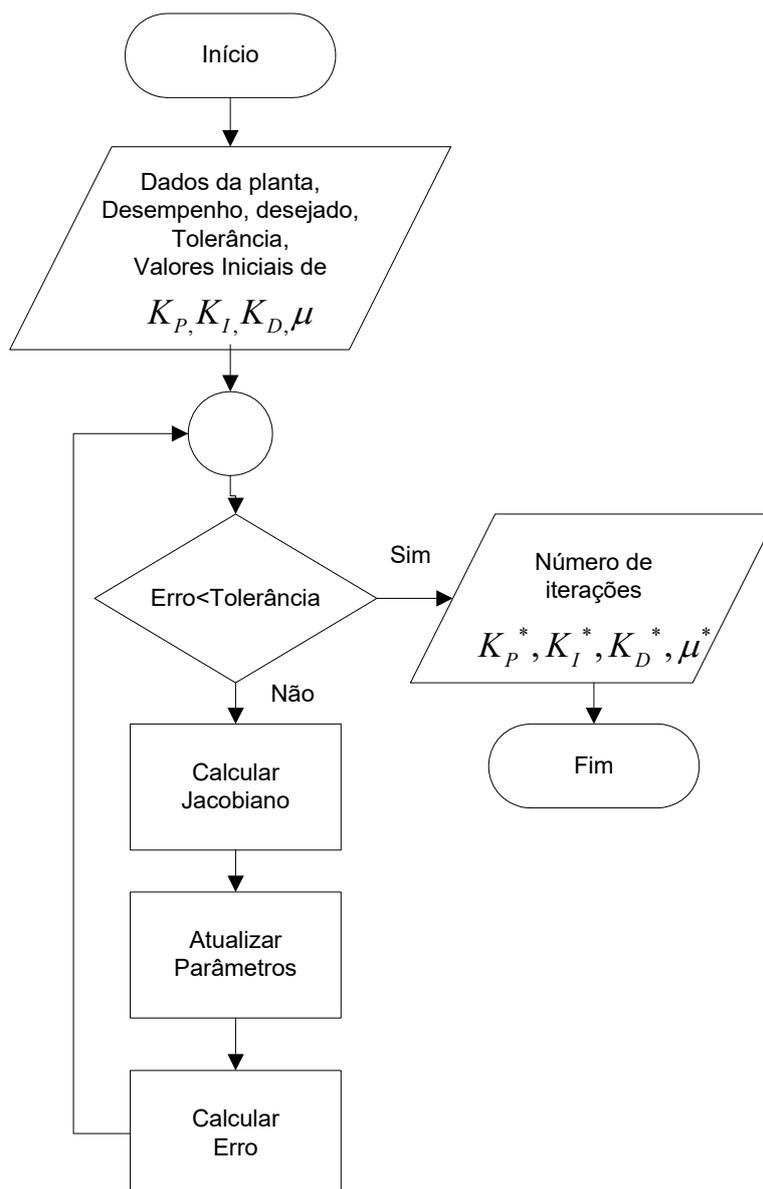


Figura 4.1- Fluxograma do algoritmo do método de Newton.

4.7 Conclusão do capítulo

Neste capítulo, foram apresentadas e descritas as técnicas de sintonia dos controladores sintonizados nesta tese. Nos capítulos seguintes, serão apresentadas as sintonias dos controladores e a avaliação de desempenho dos mesmos, utilizando métodos de resposta em frequência.

Capítulo 5 — Modelagem, Sintonia e Análise dos Controladores Projetados para o Sistema de Geração em Escala Reduzida de 10 kVA

5.1 Introdução

Neste capítulo, serão abordados os modelos do sistema dinâmico relacionados ao sistema de geração em escala reduzida, à sintonia dos controladores ESP aplicados a esse sistema, às análises de robustez que os controladores aplicados ao sistema apresentaram e os resultados experimentais vinculados à aplicação de pulsos de 10% na referência de tensão do sistema, com o intuito de investigar o amortecimento no sinal do desvio de potência ativa do sistema advindo da implementação daqueles controladores.

Visando corroborar os testes práticos aplicados, foram traçados os gráficos das funções ISE para os pontos de operação avaliados, do desvio de potência ativa e do esforço de controle relacionados à inserção dos controladores ESP e FOPSS.

5.2 Modelo do Sistema de Geração em Escala Reduzido de 10 kVA

A avaliação do controlador será realizada em um sistema de energia em pequena escala composto por uma unidade geradora síncrona (10 kVA, 220 V_{RMS}, e 60 Hz), um modelo de linha de transmissão, transformadores, bem como subsistemas de medição e controle (Figura 5.1(a)). O sistema tem uma configuração típica de sistema de alimentação de barras de barramento máquina-infinita (Figura 5.1 (b)). Percebe-se que o gerador síncrono foi construído especialmente para que seus valores de parâmetros físicos sejam semelhantes, em valores unitários, aos de grandes geradores síncronos.

Vale ressaltar que um ramo indutivo representa uma linha de transmissão curta típica. A unidade geradora síncrona está equipada com um sistema de excitação de campo de atuação rápida baseado em um conversor CC-CC abaixador de tensão. Observa-se que o regulador automático de tensão (RAT) é de tipo proporcional, conforme descrito em NOGUEIRA et al. (2013), pelo mesmo grupo de pesquisa deste trabalho.

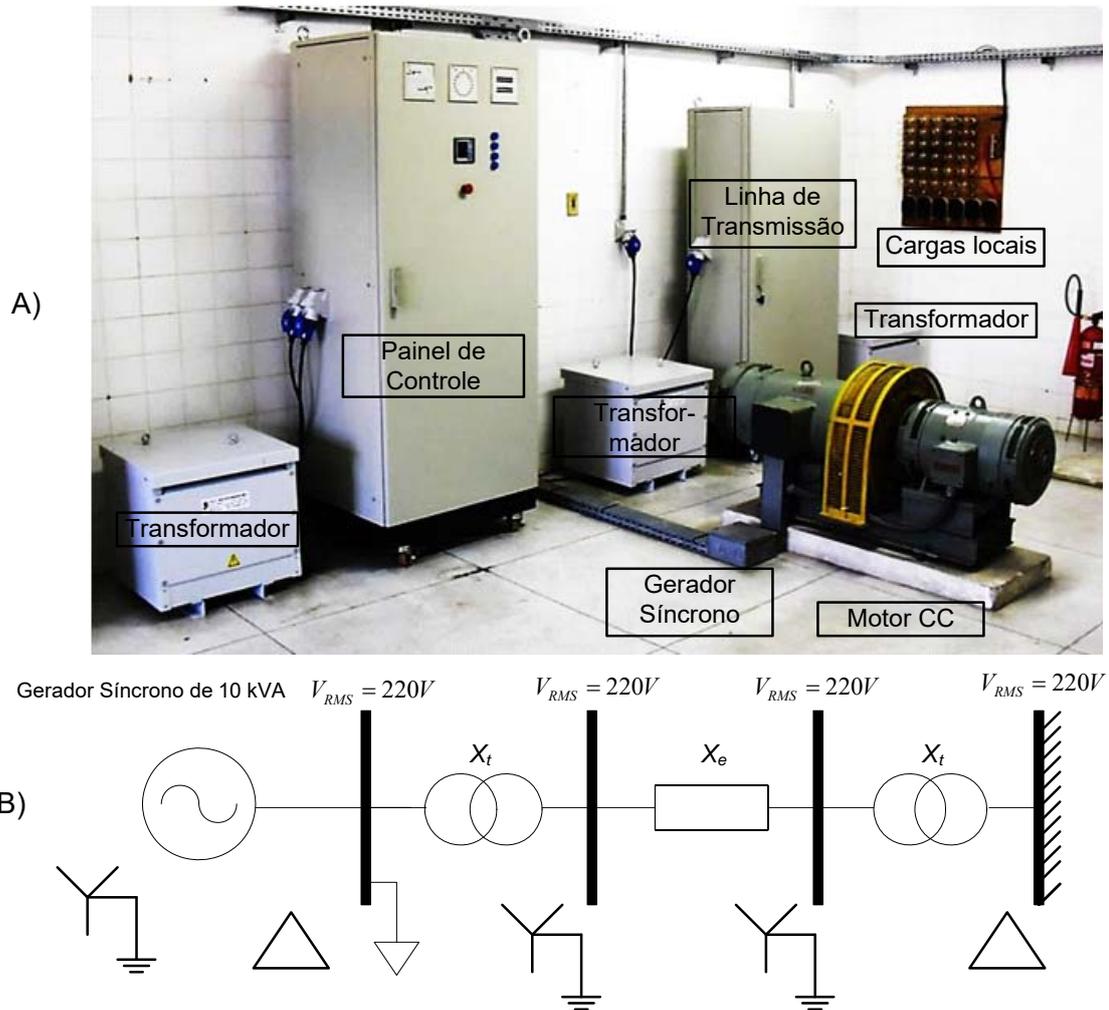


Figura 5.1 - (a) Sistema de Geração em escala Reduzida e (b) Equivalente Diagrama Unifilar.

5.2.1 Modelo do Sistema de Geração

O sistema de potência apresenta um comportamento dinâmico não linear que depende do ponto de operação. Para representar a dinâmica pertinente em torno de um conjunto de condições representativas de operação, um conjunto de modelos autorregressivo com entradas exógenas (ARX), que foi estimado utilizando o método de estimação paramétrica dos mínimos quadrados (LANDAU; ZITO, 2006), tendo uma estrutura dada pela Equação (5.1),

$$\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \frac{q^{-d} (b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nB} q^{-nB})}{1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{nA} q^{-nA}} \quad (5.1),$$

em que q^{-1} é o operador de atraso unitário e $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ são, respectivamente, os polinômios relacionados ao numerador e ao denominador da planta identificada, dos quais os valores dos parâmetros são dados pelo vetor $\hat{\theta} = [b_1, b_2, \dots, b_{n_B}, a_1, a_2, \dots, a_{n_A}]^T$. Dessa forma, os modelos ARX obtidos foram, posteriormente, aplicados para a sintonia de ambos os controladores e testes de análise de robustez.

Os pontos de operação correspondentes a três diferentes níveis de carregamento “BAIXO”, ”MÉDIO” e “ALTO” correspondem, respectivamente, à potência ativa gerada $P_E = \{0,3; 0,5; 0,65\}$ p.u.. Para todos os pontos de operação selecionados, o nível de tensão terminal do gerador foi mantido próximo ao seu valor nominal (V_T igual a 1,00 p.u.), enquanto o valor de potência reativa se manteve próximo a zero p.u.. A Figura 5.2 apresenta os resultados das potências ativas medidas para um pequeno distúrbio aplicado na referência de tensão do RAT no ponto de operação correspondente à carga média ($P_E = 0,5$ p.u.).

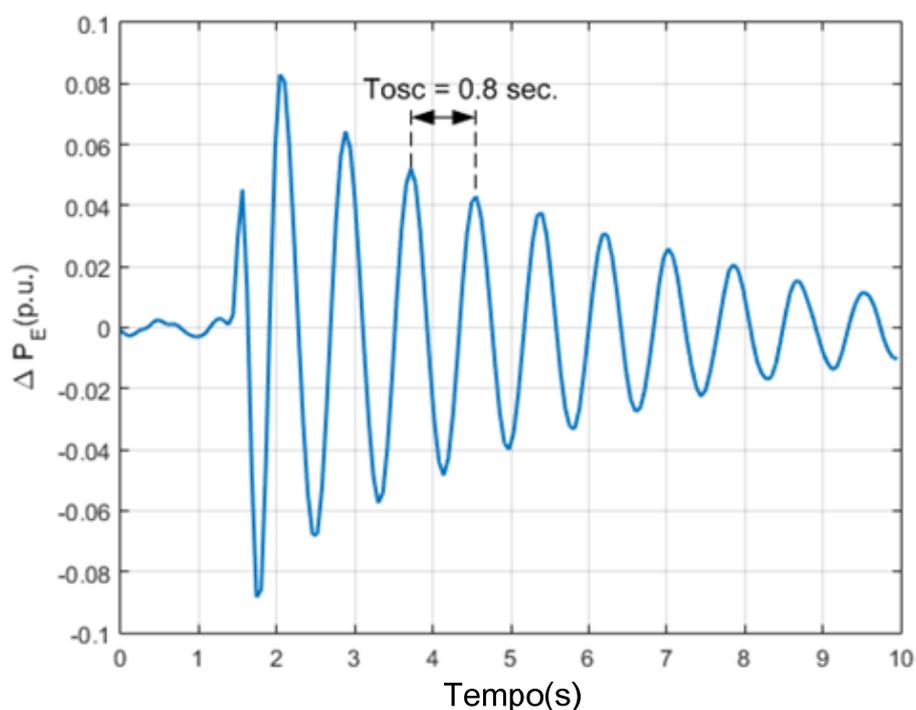


Figura 5.2 - Resposta ao Impulso do Desvio de Potência Ativa (Carga MÉDIA($P_E = 0,5$ p.u.)).

Pode-se observar que os modos dominantes oscilatórios apresentam um período natural próximo a $T_{OSC} = 0,8$ s. Esse modo dominante oscilatório apresenta um valor de amortecimento muito baixo, assim, um estabilizador de sistema de potência (ESP) deve ser sintonizado para prover amortecimento suficiente para esse modo dominante. Além

disso, utilizando o valor estimado do período de oscilação T_{OSC} , um valor adequado de período de amostragem deve ser escolhido de maneira que satisfaça $T_S \ll T_{OSC}$. Portanto, o valor de período de amostragem escolhido foi de $T_S = 0,060$ s, tanto para a aquisição de dados como para objetivos de controle.

Um sinal binário pseudoaleatório (PRBS) foi projetado para excitar uniformemente os modos do sistema na faixa de frequências de 0,5 a 3 Hz, que inclui a faixa nominal para o modo local em estudos de sistemas de potência. Foi selecionada uma pequena amplitude (0,01 p.u) para o sinal PRBS, de modo que não houvesse a ocorrência de uma perturbação considerável à regulação da tensão terminal.

Esses modelos identificados locais foram nomeados, respectivamente, P_1 , P_2 e P_3 . Os valores correspondentes para os parâmetros dos modelos locais P_1 , P_2 e P_3 foram obtidos utilizando a técnica de estimação paramétrica dos mínimos quadrados (COELHO; COELHO, 2016) e são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Parâmetros dos Modelos locais identificados, período de amostragem 0,06 s.

		Coefficientes $B(q^{-1})$, $Pe = 0.3p.u.$			
P_1	Carga Baixa ($Pe=0,3$ p.u)	b_1	b_2	b_3	b_4
		0.012276	0.143705	-0.075265	-0.111931
		Coefficientes $A(q^{-1})$, $Pe = 0.3p.u.$			
		a_1	a_2	a_3	a_4
		-2.586840	3.020355	-1.832865	0.555510
P_2	Carga Média ($Pe=0,5$ p.u)	Coefficientes $B(q^{-1})$, $Pe = 0.5p.u.$			
		b_1	b_2	b_3	b_4
		0.019359	0.152224	-0.085471	-0.117924
		Coefficientes $A(q^{-1})$, $Pe = 0.5p.u.$			
		a_1	a_2	a_3	a_4
		-2.585856	3.014485	-1.819959	0.550024
P_3	Carga Alta ($Pe=0,65$ p.u)	Coefficientes $B(q^{-1})$, $Pe = 0.65p.u.$			
		b_1	b_2	b_3	b_4
		0.017439	0.132755	-0.039632	-0.134924
		Coefficientes $A(q^{-1})$, $Pe = 0.65p.u.$			
		a_1	a_2	a_3	a_4
		-2.485972	2.763681	-1.590566	0.474089

É necessário destacar que os valores correspondentes dos autovalores calculados para cada modelo local P_1 , P_2 e P_3 são apresentados na Tabela 5.2, em que $\xi_i^{(j)}$ e $\omega_i^{(j)}$ são, respectivamente, os valores relativos aos amortecimentos das frequências naturais do i -ésimo autovalor, λ_i , $i = 1,2,3,4$, calculado para cada modelo local P_j , $j = 1, 2, 3$.

Pode-se observar que o amortecimento relativo dos polos dominantes é muito baixo, indicando que o sistema de potência apresenta margens de estabilidade reduzidas.

Tabela 5.2 - Amortecimento Relativo das Frequências Naturais, Autovalores dos Modelos Locais

Autovalor	Modelo Local P_1	Modelo Local P_2	Modelo Local P_3
λ_1	$\xi_1^{(1)} = 0.072,$ $\omega_1^{(1)} = 7.93 \text{ rad/s}$	$\xi_2^{(1)} = 0.063,$ $\omega_2^{(1)} = 8.03 \text{ rad/s}$	$\xi_3^{(1)} = 0.071,$ $\omega_3^{(1)} = 8.01 \text{ rad/s}$
λ_2	$\xi_1^{(2)} = 0.072,$ $\omega_1^{(2)} = 7.93 \text{ rad/s}$	$\xi_2^{(2)} = 0.063,$ $\omega_2^{(2)} = 8.03 \text{ rad/s}$	$\xi_3^{(2)} = 0.071,$ $\omega_3^{(2)} = 8.01 \text{ rad/s}$
λ_3	$\xi_1^{(3)} = 0.258,$ $\omega_1^{(3)} = 16.80 \text{ rad/s}$	$\xi_2^{(3)} = 0.267,$ $\omega_2^{(3)} = 16.80 \text{ rad/s}$	$\xi_3^{(3)} = 0.321,$ $\omega_3^{(3)} = 17.60 \text{ rad/s}$
λ_4	$\xi_1^{(4)} = 0.258,$ $\omega_1^{(4)} = 16.80 \text{ rad/s}$	$\xi_2^{(4)} = 0.267,$ $\omega_2^{(4)} = 16.80 \text{ rad/s}$	$\xi_3^{(4)} = 0.321,$ $\omega_3^{(4)} = 17.60 \text{ rad/s}$

5.3 Avaliação do Desvio de Potência ativa e do Sinal de Controle do Sistema de Geração de 10 KVA

Objetivando sintonizar o ESP, o modelo nominal (modelo de projeto) P_0 foi escolhido $P_0 = P_2$, ou seja, o modelo local nomeado “MÉDIA” carga do sistema de potência. A razão para essa escolha foi essa condição de operação ser a mais frequentemente comum durante os estudos no sistema de potência estudado. O objetivo de sintonia é incrementar o amortecimento do modo de oscilação dominante, sem mudar substancialmente a sua frequência natural. Assim, um amortecimento desejado de $\xi_d = 0,2$ foi especificado para o modo oscilatório dominante; logo, um controlador ESP de Ordem Fracionária (FOPSS) (que possui a estrutura dada pela Equação (4.10)) foi sintonizado.

Para fins de comparação de desempenho, um ESP convencional – tendo dois blocos de atraso em série de primeira ordem semelhantes – também foi sintonizado utilizando as mesmas especificações de parâmetros definidos do FOPSS. Esse ESP convencional foi sintonizado utilizando uma técnica padrão clássica (LARSEN; SWANN, 1981) que consiste em executar um passo de compensação de fase, permitindo obter os valores para os parâmetros N (número de blocos de atraso) e as constantes de tempo T_1 , e T_2 . Logo, os parâmetros dos controladores foram obtidos

utilizando os passos apresentados, anteriormente, nas subseções 4.2 e 4.3, e são apresentados na Tabela 5.3:

Tabela 5.3 - Valores dos Parâmetros dos ESP Convencional e FOPSS.

Valores dos Parâmetros	ESP Convencional			
	K_{ESP}	T_1	T_2	N
	0,2849	0,2000 s	0,2556 s	2
	FOPSS			
	K_{FOPSS}	T_1	T_2	A
0,2429	0,2000s	0,0783s	-0,4587	

Visando à implementação do FOPSS, uma função de transferência de ordem inteira foi obtida. Para realizar essa aproximação, um método de interpolação no domínio da frequência, proposta na referência MONJE et al. (2010), e anteriormente apresentado no Capítulo 3, foi aplicado para obter a função de transferência equivalente de ordem inteira do controlador fracionário, dada pela Equação (5.2). Assim, essa aproximação de ordem finita foi realizada na banda de frequências localizadas entre $\omega \in [0.01, 100]$ rad/sec.

$$C_{FOPSS}(s) = \frac{0.158s^2 + 3.017s + 13.59}{s^2 + 15.54s + 55.95} \quad (5.2)$$

A Figura 5.3 apresenta a síntese dos passos utilizados na sintonia do controlador ESPOF estudado neste trabalho e apresentado em AYRES JÚNIOR et al. (2018). A Tabela 5.4 apresenta os autovalores calculados para o sistema nominal em malha fechada, com a inserção de ambos os controladores, os quais melhoraram, satisfatoriamente, o amortecimento relativo aos modos oscilatórios dominantes.

Tabela 5.4 - Autovalores do Sistema Nominal de Malha Fechada.

Sistema com o ESP Convencional /autovalores (rad/s)					
3,38	4,19	8,54	8,54	15,9	15,9
Amortecimento Relativo ξ					
1	1	0,183	0,183	0,225	0,225
Sistema com o FOPSS/ Autovalores (rad/s)					
5,35	8,57	8,57	9,73	15,9	15,9
Amortecimento Relativo ξ					
1	0,185	0,185	1	0,231	0,231

Visando à implementação prática de ambos, os controladores, convencional e fracionário, utilizando um microcontrolador, foi discretizado, através do método de aproximação bilinear ou método de Tustin (LANDAU; ZITO, 2006), com o período de amostragem igual ao utilizado pela planta de $T_s = 0.06$ s, dada pela Equação (5.3):

$$C(q^{-1}) = \frac{r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_m q^{-m}}{1 + s_1 q^{-1} + \dots + s_m q^{-m}} \quad (5.3)$$

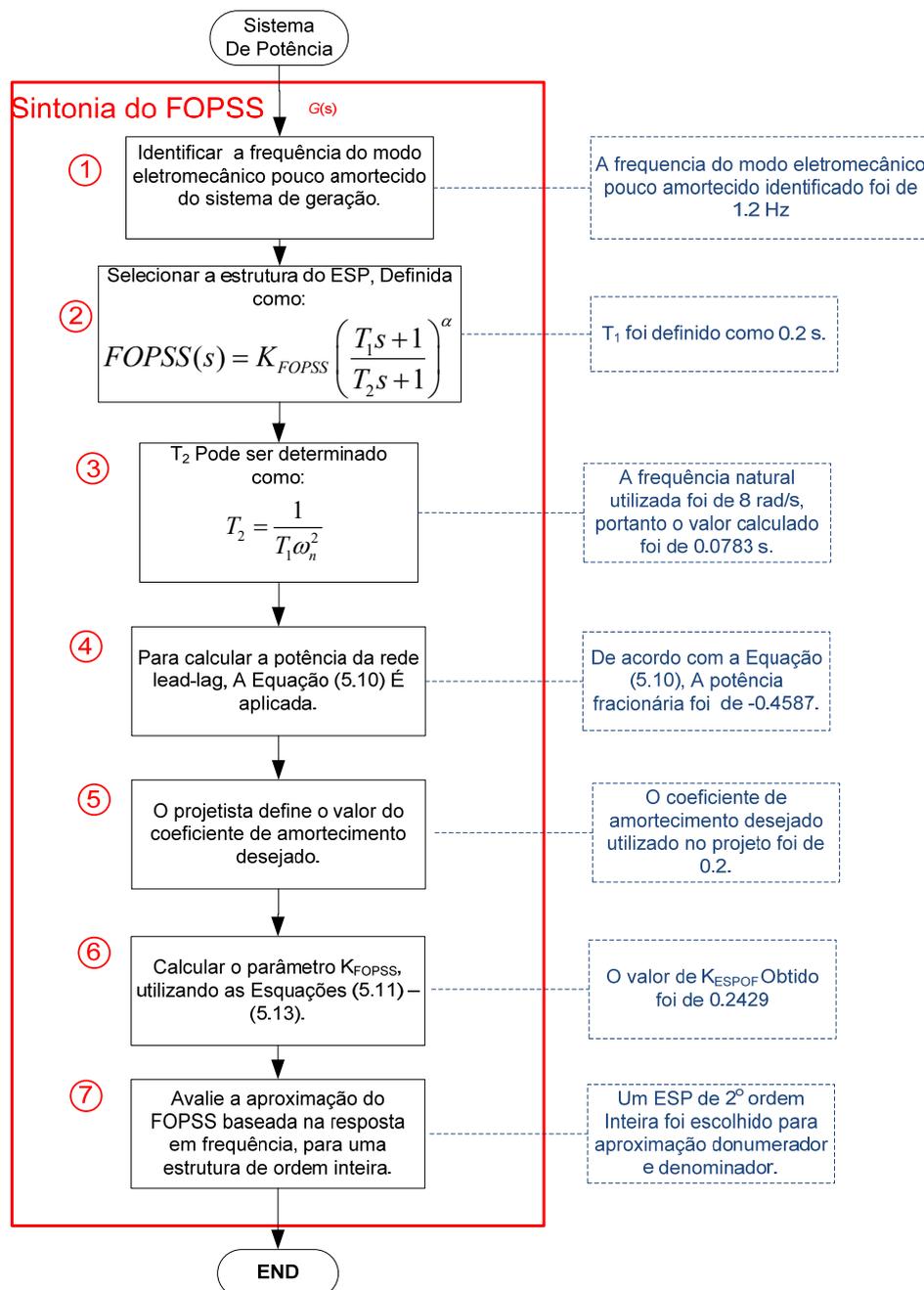


Figura 5.3 - Fluxograma da Sintonia do Controlador FOPSS.

A Tabela 5.5 apresenta os valores correspondentes dos coeficientes dos controladores digitais.

Tabela 5.5 – Parâmetros dos Controladores ESP e FOPSS.

Parâmetros	ESP	FOPSS
r_0	0,1850	0,1721
r_1	-0,2718	-0,1902
r_2	0,0998	0,0513
s_1	-1,5724	-1,2407
s_2	0,6181	0,3777

5.4 Avaliação de Desempenho Robusto para o Estabilizador de Sistema de Potência Fracionário

Visando analisar o desempenho robusto do controlador FOPSS sintonizado, uma metodologia de avaliação de desempenho robusto, recentemente desenvolvida, será aplicada (ATSUMI; MESSNER, 2012). Essa metodologia é baseada no diagrama de Bode robusto, o qual torna a compreensão do desempenho deste mais fácil de aplicar e compreender. Para uma frequência de interesse, os limites de robustez são estabelecidos em relação a regiões permitidas e proibidas, para a função de transferência nominal $L_0^{FOPSS}(s) = FOPSS(s)P_0(s)$, em que $FOPSS(s)$ e $P_0(s)$ são, respectivamente, o FOPSS sintonizado, equivalente aproximado de ordem inteira, e o modelo nominal da planta utilizado para sintonizar o controlador.

5.4.1 Limites de Desempenho Robusto

Em DOYLE et al. (1992), é provado que a condição necessária e suficiente que garante o desempenho robusto do sistema em malha fechada, composta por um modelo de planta incerta $P(s) = P_0(s)(I + W_2(s)\Delta(s))$, utilizando a realimentação negativa com o controlador sintonizado $C(s)$ dado por:

$$|W_1(j\omega)||S_o(j\omega)| + |W_2(j\omega)||T_o(j\omega)| < 1, \quad \forall \omega \in [0, \infty], \quad (5.4)$$

em que $P_0(s)$ é o modelo de planta nominal, $\Delta(s)$ é a incerteza multiplicativa satisfazendo $\|\Delta\|_\infty < 1$, $W_1(s)$ e $W_2(s)$, são fixadas funções de transferência de peso, $S_o(s) = \frac{1}{1 + C(s)P_o(s)}$ e $T_o(s) = 1 - S_o(s)$ são, respectivamente as funções de

transferência sensibilidade e complementar. Logo, $W_I(s)$ é função de transferência de pesos, especificada pelo projetista, satisfazendo $\|W_I S_0\|_\infty < 1$.

Utilizando a desigualdade dada pela Equação (5.5) e definindo a função de transferência de malha direta nominal sendo $L_0(s) = C(s)P_0(s)$, o seguinte par de desigualdades pode ser derivado (ATSUMI; MESSNER, 2012), $\forall \omega \in [0, \infty]$:

$$(1 - |W_2|^2)|L_o|^2 + 2(\cos(\arg(L_o)) - |W_1||W_2|)|L_o| + (1 - |W_1|^2) > 0 \quad (5.5)$$

$$\cos(\arg(L_o)) > \frac{(|W_1|^2 - 1) + 2(|W_1||W_2|)|L_o| + (|W_2|^2 - 1)|L_o|^2}{2|L_o|} \quad (5.6),$$

em que a dependência da frequência ω foi omitida por questões de simplicidade.

Especificando a banda de frequências de interesse, as desigualdades (5.5) e (5.6) são utilizadas para computação numérica das regiões limites permitidos e proibidos para $|L_0(j\omega)|$ e para $\arg(L_0(j\omega))$.

Esses limites calculados são traçados visando analisar o diagrama de Bode (magnitude e fase) de $L_0(j\omega)$. Qualquer interseção que ocorra do diagrama de magnitude de $|L_0(j\omega)|$ (ou $\arg(L_0(j\omega))$), com as regiões limites computadas dadas por (5.5) e (5.6), significa que o controlador projetado não satisfaz o desempenho robusto para o conjunto de incertezas consideradas pelo sistema.

5.4.2 Escolhendo o modelo de planta nominal $P_0(j\omega)$

O modelo de planta nominal utilizado para analisar o desempenho dinâmico é o mesmo que foi selecionado para a sintonia do controlador FOPSS $P_0 = P_2$, o modelo local identificado para a condição de carregamento MÉDIO. Esse modelo local foi escolhido, pois é o ponto de operação mais frequente durante a operação do sistema de geração de 10 kVA.

5.4.3 Escolhendo o Modelo Função de Peso $|W_I(j\omega)|$

A função peso deve ser escolhida com o objetivo de satisfazer o desempenho nominal, $|W_I(j\omega)| < 1/|S_0(j\omega)|$, com $1/|S_0(j\omega)| = |1 + C_{ESP}(j\omega)P_0(j\omega)|$, utilizando a função sensibilidade convencional do ESP convencional sintonizado, C_{ESP} , junto ao modelo de

planta nominal para carregamento MÉDIO, $P_0 = P_2$. Portanto, a função de transferência $W_1(s)$ foi especificada sendo $W_1(s) = 0,8/S_0(s)$.

5.4.4 Escolhendo a função de incertezas de limite superior $|W_2(j\omega)|$

A função peso $|W_2(j\omega)|$ deve ser escolhida como o limite superior considerado para o conjunto de incertezas que afetam a planta $|\Delta(j\omega)|$, por exemplo, $|W_2(j\omega)| > |\Delta(j\omega)|$ para ω numa banda de frequência $[1, 100]$ rad/seg. Para esse fim, um módulo estimativo de incertezas $|\hat{\Delta}(j\omega)|$ é construído, utilizando o valor máximo do módulo de $\frac{P_i(j\omega) - P_o(j\omega)}{P_o(j\omega)}$, para esse conjunto de modelos locais identificados P_1, P_2 e P_3 ,

denominado $|\hat{\Delta}(j\omega)| = \max_{i=1,2,3} \left[\left| \frac{P_i(j\omega) - P_o(j\omega)}{P_o(j\omega)} \right| \right]$. Após todo esse desenvolvimento,

$|W_2(j\omega)|$ é calculada, tendo $|W_2(j\omega)| = 1,2|\hat{\Delta}(j\omega)|$.

A Figura 5.4 apresenta a respectiva resposta em frequência para as funções de peso calculadas $|W_1(j\omega)|$ (Figura 5.4 (a)) e $|W_2(j\omega)|$ (Figura 5.4 (b)).

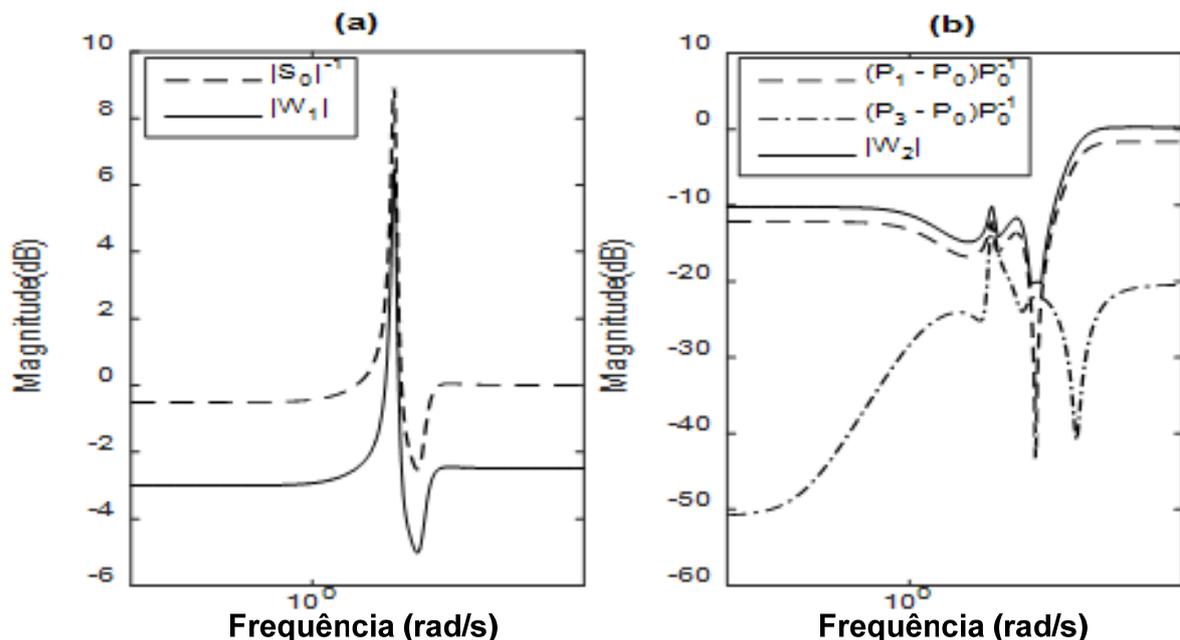


Figura 5.4 - Funções peso W_1 e W_2 : (a) $|W_1(j\omega)|$, (b) $|W_2(j\omega)|$.

Pode-se observar que o diagrama de magnitude de $|W_1(j\omega)|$ se mantém sempre abaixo do traçado de $1/S_0(j\omega)$, para a largura de bandas de frequências de interesse,

enquanto que o diagrama de magnitude de $|W_2(j\omega)|$ demonstra que a função é dependente do limite superior para o ponto de operação, dependendo do conjunto de incertezas considerado.

5.4.5 Análise do Desempenho Robusto do Controlador FOPSS

Utilizando as desigualdades apresentadas nas Equações (5.4), (5.5), e (5.6), as correspondentes regiões proibidas foram traçadas para a análise de desempenho robusto do controlador ESPOF sintonizado. Na Figura 5.5, é apresentado o diagrama de Bode para a função de transferência de malha direta nominal $L_0^{PSS}(s) = C_{FOPSS}(s)P_0(s)$, em que as regiões proibidas são traçadas em preto e as regiões permitidas em branco. Pode-se observar que para a largura de banda especificada, denominada $\omega \in [1, 100]$ rad/s, o traçado de $|L_0^{FOPSS}(j\omega)| = |C_{FOPSS}(j\omega)P_0(j\omega)|$ não faz interseção com as regiões proibidas. Esse resultado confirma que o controlador FOPSS é robusto para o conjunto de incertezas considerado, dado pelos pontos de operação. Na mesma análise, também foi traçado o diagrama de Bode de $|L_0^{ESP}(j\omega)| = |C_{ESP}(j\omega)P_0(j\omega)|$ para o ESP convencional projetado. Pode-se observar que o ESP convencional também é robusto.

Esse resultado é obtido devido a ambos os controladores, com suas inserções no sistema, terem obtido, aproximadamente, o mesmo amortecimento para a frequência de projeto.

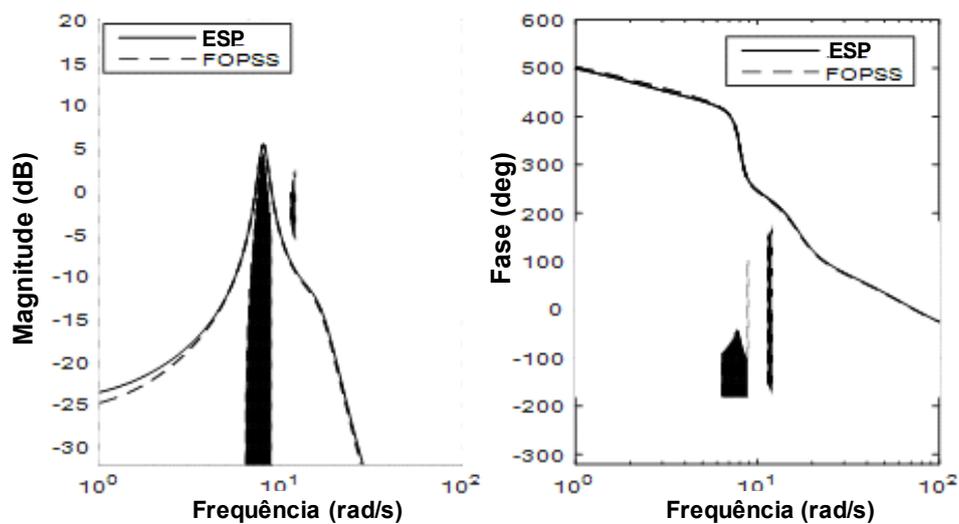


Figura 5.5 - Diagrama de Bode de $L_0^{FOPSS}(s)$ e $L_0^{ESP}(s)$.

5.5 Avaliação do Desvio de Potência ativa e do Sinal de Controle do Sistema de Geração de 10 KVA

A Figura 5.6 (a) apresenta o desempenho dinâmico do desvio de potência ativa obtida para um ponto de operação de nível de carregamento baixo (potência ativa próxima a 0.1 p.u.), enquanto a Figura 5.6 (b) apresenta o correspondente esforço de controle para o mesmo ponto de operação. Logo, o sinal de perturbação aplicado foi um pulso de curta duração (de aproximadamente 60 ms) e pequena amplitude (0.05 p.u.).

É válido citar que o sinal de distúrbio utilizado no teste foi aplicado na referência do controlador RAT (ponto de operação 1 p.u.). Observa-se que, na Figura 5.6 (a), o controlador ESPOF apresenta um efetivo amortecimento do modo oscilatório eletromecânico dominante. Além disso, percebe-se que o desempenho dinâmico obtido, relacionado ao esforço de controle do ESPOF, foi ligeiramente menor se comparado ao obtido com a inserção do ESP convencional. (Figura 5.6 (b)).

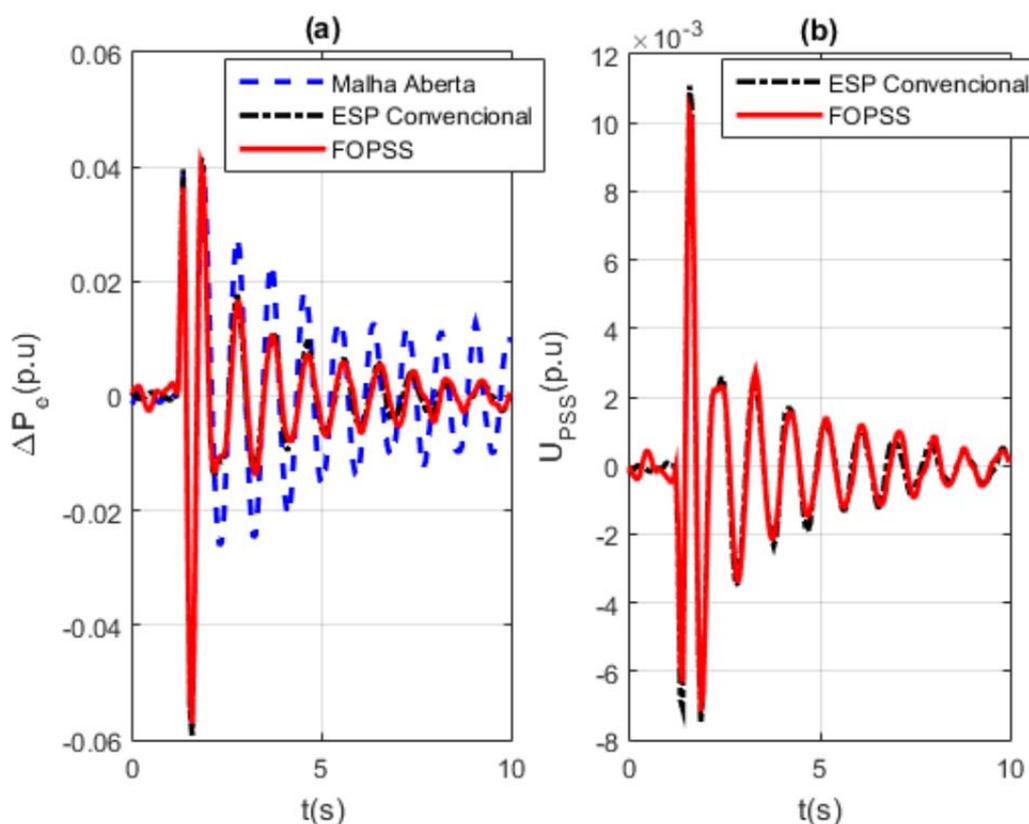


Figura 5.6 - (a) Desvio de Potência Ativa (b) Esforço de Controle, ponto de operação 0.1 p.u.

A Figura 5.7 (a) apresenta a resposta do sistema em malha fechada para o desvio de potência ativa no ponto de operação 0.6 p.u.. O desempenho do sistema com a

inserção do controlador ESPOF foi basicamente o mesmo se comparado com o ponto de operação anterior. Desse modo, a Figura 5.7 (b) ilustra o correspondente esforço de controle para o ponto de operação 0.6 p.u. do desvio de potência ativa, mostrando que o esforço de controle obtido pelo FOPSS continua se mantendo ligeiramente abaixo se comparado ao esforço obtido pelo controlador ESP convencional.

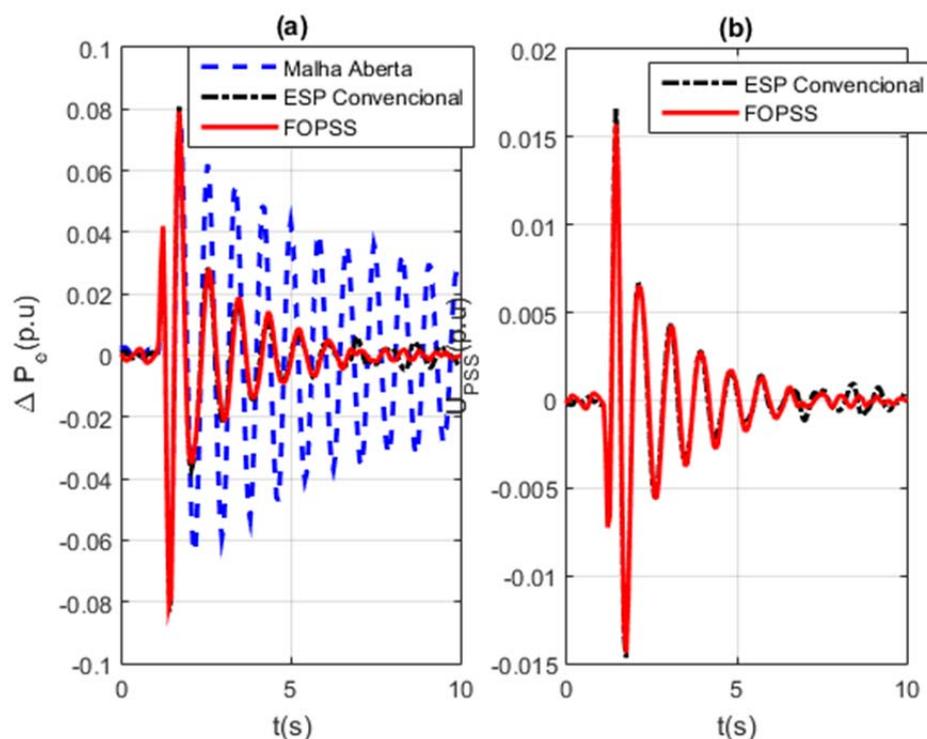


Figura 5.7- (a) Desvio de Potência Ativa (b) Esforço de Controle, ponto de operação 0.6 p.u.

5.6 Análise do Índice ISE do Sistema de Geração de 10 KVA

Os resultados obtidos foram corroborados utilizando uma análise dos desempenhos, via índice da integral do quadrado do erro (ISE), calculado para o desvio de potência ativa em seis pontos de operação distintos, e seus respectivos esforços de controle, sendo esses seis pontos de operação, respectivamente, $\{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6\}$ no domínio do tempo para ambos os casos de inserção de ESP. Assim, o índice ISE é dado pela Equação (5.7).

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t) dt \quad (5.7)$$

A Figura 5.8 apresenta o ISE para os seis pontos de operação testados, relacionados ao desvio de potência ativa (Figura 5.8 (a)) e a correspondente função custo para o esforço de controle (Figura 5.8 (b)). Observa-se que, na Figura 5.8 (a), os valores da função custo obtidos pelo FOPSS foram menores, comparados aos valores obtidos pelo ESP convencional, para a maior parte dos pontos de operação testados. Esses resultados indicam que o FOPSS pode ser considerado competitivo para aplicações do mundo real em grandes unidades geradoras.

A Figura 5.8 (b) apresenta a função custo do esforço de controle para ambos os controladores. No ponto de operação correspondente a um nível baixo de carga (0,3 p.u), o ISE obtido para o controlador FOPSS mostra-se, ligeiramente, acima do proveniente do ESP convencional. Pode-se levantar a hipótese de que esse resultado seria explicado em razão de incertezas variáveis no tempo que ocorrem durante testes experimentais, incluindo variações no valor da tensão rms do sistema de energia maior. Assim, a inserção do FOPSS apresentou uma melhora no comportamento dinâmico do desvio de potência ativa.

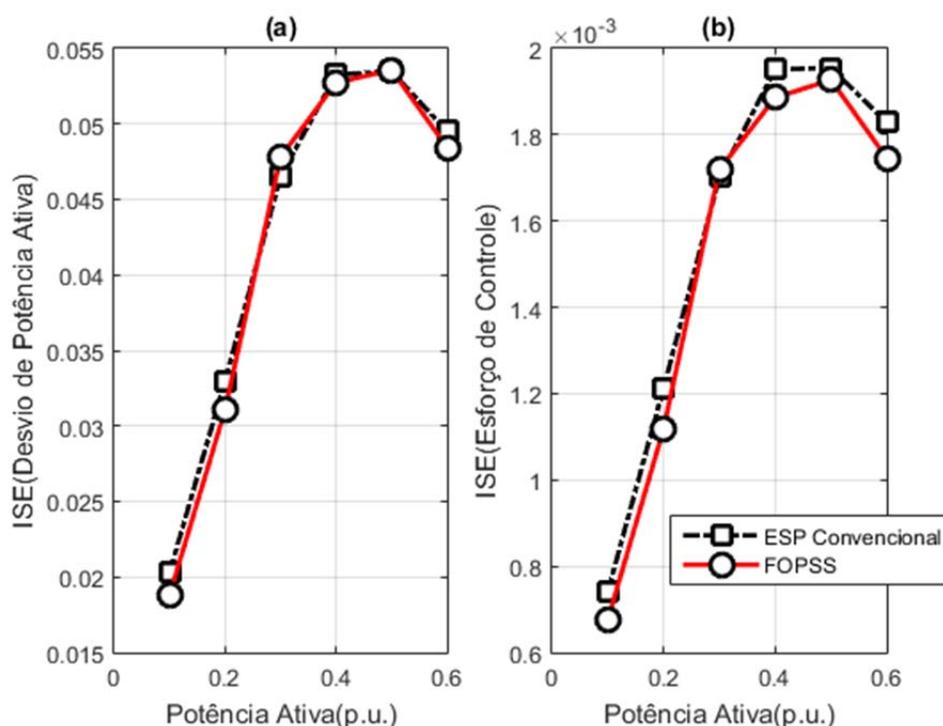


Figura 5.8 - Análise das Funções Custo: (a) ISE do Desvio de Potência Ativa (b) Função custo do esforço de controle.

5.7 Conclusões

Neste capítulo, foram analisados os resultados obtidos com a inserção de um controlador ESP convencional e um controlador FOPSS, aplicados a um sistema de geração em escala reduzida de 10 kVA. Com a inserção de ambos os controladores, houve uma melhoria em relação ao aumento do amortecimento dos modos eletromecânicos que se encontravam pouco amortecidos, sendo que os controladores apresentaram um amortecimento semelhante.

Com a inserção do controlador de ordem fracionária, entretanto, o sistema apresentou uma melhoria incremental em relação aos esforços e aos gastos energéticos dados pela Função ISE para cinco dos seis pontos de operação apresentados. Esse resultado se deve ao fato de os dois controladores terem apresentado respostas muito semelhantes, o que mostra que a técnica de sintonia de controle fracionário também é uma boa possibilidade de escolha para a implementação de controladores ESP.

No próximo capítulo, serão apresentadas a modelagem e a implementação de um controlador pelas metodologias de IOPP, FOPP, e GMPM, aplicadas em um sistema de dois tanques acoplados.

Capítulo 6 — Modelagem, Sintonia e Análise dos Controladores Projetados para o Sistema de Dois Tanques Acoplados

6.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados o modelo do sistema de dois tanques acoplados e a análise dos resultados de simulação no modelo não linear dos controladores projetados pelas técnicas IOPP, FOPP e GMPM exibidas no modelo de dois tanques acoplados, regulando o nível de líquido do tanque 2.

6.2 Modelagem do Sistema de Dois Tanques Acoplados

O sistema de estudo de dois tanques, que será abordado neste trabalho, foi apresentado, anteriormente, em DELAVARI et al. (2010), e consiste em uma adversidade muito popular em processos industriais, o problema de tanques acoplados (SEBORG et al., 1995). O sistema proposto é um sistema que se compõe de dois tanques acoplados, como apresentado pela Figura 6.1.

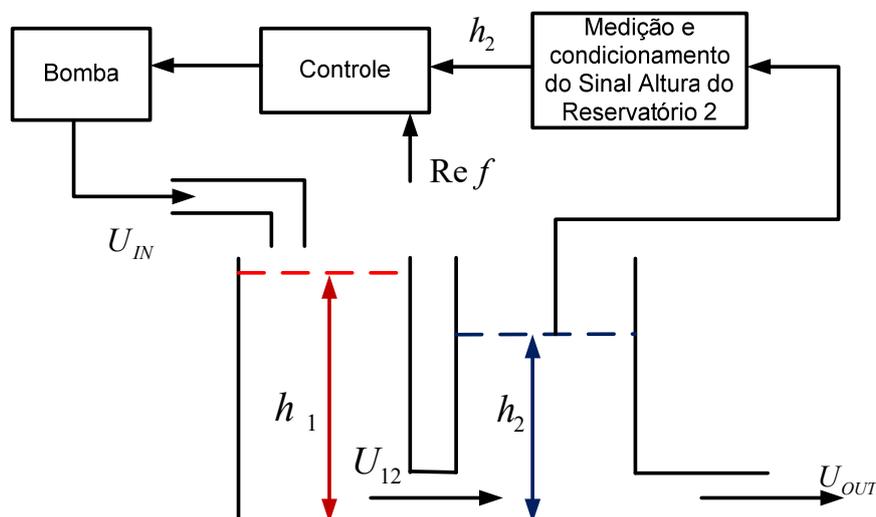


Figura 6.1 - Sistema de dois tanques acoplados adaptado de Delavari et al. (2010).

O sistema compreende uma pequena bomba que supre água para o tanque 1, aumentando assim seu nível de líquido. Pode-se observar que o nível de líquido do

tanque 2 aumenta pela água suprida pelo orifício que conecta os dois tanques. Não há nenhuma bomba esvaziando o sistema a água do tanque 2.

Os parâmetros do sistema de tanques conectados são descritos a seguir: U_{in} é a vazão de entrada do sistema; h_1 e h_2 são os níveis de líquido dos tanques 1 e 2, respectivamente; U_{12} é a vazão que passa pelo cano que conecta os dois tanques; A é a área de corte transversal dos tanques 1 e 2; a_{12} é a área do orifício de acoplamento; a_2 é a área do orifício de saída; g é a constante gravitacional e, finalmente, U_{out} é a vazão de saída do sistema. Logo, o modelo dinâmico do sistema é dado pelas Equações (6.1) e (6.2) e suas equações algébricas são dadas pelas Equações (6.3) e (6.4), em que $z_1 = h_1 - h_2$ para $h_1 - h_2 > 0$, e $z_2 = h_2$, para $h_2 > 0$:

$$\dot{z}_1 = \frac{(U_{in} - 2U_{12} + U_{out})}{A} \quad (6.1)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{(U_{12} - U_{out})}{A} \quad (6.2)$$

$$U_{12} = a_{12}\sqrt{2gz_1} \quad (6.3)$$

$$U_{out} = a_2\sqrt{2gz_2} \quad (6.4)$$

É importante destacar que os valores dos parâmetros dados em DELAVARI et al. (2010) do sistema estudado são, respectivamente: $A = 208 \text{ cm}^3$, $a_2 = 0.24 \text{ cm}^2$, $a_{21} = 0.58 \text{ cm}^2$, $g = 981 \text{ cm/s}^2$, e $0 < U_{in} < 50 \text{ cm}^3/\text{s}$. Nesse sentido, o modelo aplicado para a sintonia dos controladores foi obtido a partir da linearização das Equações (6.1), (6.2), (6.3) e (6.4), utilizando séries de Taylor (KUO; GOLNARAGHI, 2012), em que os pontos de operação da altura dos tanques são $h_{10} = 12 \text{ cm}$, e $h_{20} = 6 \text{ cm}$.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{z}_1 \\ \Delta \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_{12}\sqrt{2g(h_{10} - h_{20})}}{A(h_{10} - h_{20})} & \frac{a_2\sqrt{2gh_{20}}}{2Ah_{20}} \\ \frac{a_{12}\sqrt{2g(h_{10} - h_{20})}}{2A(h_{10} - h_{20})} & -\frac{a_2\sqrt{2gh_{20}}}{2Ah_{20}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{A} \Delta U_{in} \quad (6.5)$$

$$\Delta h_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\frac{\Delta H_2(s)}{\Delta U_{in}(s)} = \bar{C}(s\bar{I} - \bar{A})^{-1} \bar{B} + \bar{D} \quad (6.7)$$

Aplicando as Equações (6.5) e (6.7) na Equação (6.8), a função de transferência relacionada ao ponto de operação desejada é obtida. A função de transferência do sistema linearizado para os pontos de operação desejados é apresentada na Equação (6.8), em que os parâmetros são K , ω_n , e ξ dadas pelas equações (6.9) (6.10) e (6.11), onde $z_{10} = h_{10} - h_{20}$, and $z_{20} = h_{20}$:

$$G = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.8)$$

$$K = \frac{\sqrt{2gz_{20}}}{a_2 g} \quad (6.9)$$

$$\omega_n = \frac{\sqrt{2a_2 a_{12} g (z_{10} z_{20})^{3/2}}}{2Az_{10} z_{20}} \quad (6.10)$$

$$\xi = \frac{\sqrt{z_{10} z_{20}} (2a_{12} \sqrt{z_{20}} + \sqrt{z_{10}})}{2z_{10} z_{20} \sqrt{a_2 a_{12}}} \quad (6.11)$$

A Equação (6.12) apresenta a função de transferência do sistema para o ponto de operação utilizado para projetar os controladores deste trabalho:

$$G(s) = \frac{0.0001212}{s^2 + 0.06086s + 0.000263} \quad (6.12)$$

6.3 Sintonia do Controlador FOPP Aplicado ao Sistema de Tanques Acoplados

Nesta subseção, será abordada a sintonia do controlador sintonizado pelas técnicas IOPP, FOPP e GMPM aplicadas ao sistema de dois tanques acoplados. Os valores desejados de M_{ss} e T_s para o projeto dos controladores, utilizando as técnicas IOPP e FOPP, são, respectivamente, de 15% e de 170 segundos. Para sintonizar o controlador pela técnica GMPM, foram escolhidos os seguintes valores:

- Frequência de cruzamento de ganho $\omega_{gc} = 0,0455$ rad/s,

- Frequência de cruzamento de fase de $\omega_{pc} = 0,6828$ rad/s,
- Margem de ganho de $g_m = 41,9382$ dB
- Margem de fase $\varphi_m = 30^\circ$.

Outro ponto que deve ser mencionado é a questão da inicialização das variáveis do algoritmo numérico de Newton que foi $[K_P^*; K_I^*; K_D^*; \mu^*] = [1,0; 1,0; 1,0; 0,1]$. Os valores obtidos dos parâmetros foram $[K_P; K_I; K_D; \mu] = [23,8929; 0,5554; 10,4325; -0,1746]$, para uma tolerância de 10^{-10} . A partir dessas características desejadas e seguindo a sequência de passos relacionados ao controlador fracionário, temos o seguinte:

Passo 1 – O valor de α escolhido foi de 0,25 e de ω_{nd} foi o mesmo do obtido para o projeto do controlador IOPP que foi de 0,0455 rad/s;

Passo 2 – As curvas paramétricas de M_{SS} x ζ , e T_s x ζ foram obtidas escolhendo um intervalo de varredura do parâmetro $\zeta = [-0,7; 0,8]$ almejando selecionar os possíveis valores de M_{SS} e T_s , aplicando algoritmo guloso e varrendo os valores do ζ como apresentado na Figura 6.2. Baseado nos valores de M_{SS} e T_s e analisando as duas curvas paramétricas, o valor do coeficiente de amortecimento desejado ζ_d foi de -0,42. Para o projeto do controlador convencional, com os mesmos requisitos de projeto, o valor de ζ_d foi de 0,5169.

Passo 3 – As estruturas dos controladores utilizados nesse caso são dadas pelas Equações (6.13), (6.14) e (6.15).

$$C_{FOPP}(s) = \frac{c_{2,75}s^{2,75} + c_{2,5}s^{2,5} + \dots + c_{0,25}s^{0,25} + c_0}{s(s + d_{0,75}s^{0,75} + d_{0,5}s^{0,5} + d_{0,25}s^{0,25} + d_0)} \quad (6.13)$$

$$C_{IOPP}(s) = \frac{c_2s^2 + c_1s + c_0}{s(s + d_0)} \quad (6.14)$$

$$C_{GMPM}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_Ds^\mu \quad (6.15)$$

Passo 4 – O polinômio desejado e os polos auxiliares $P_d(s)$ são dados pela Equação (6.16), em que a ordem do polinômio auxiliar $\beta = 0,5$. Os parâmetros desejados presentes na Equação (6.16) são apresentados na Tabela 6.1.

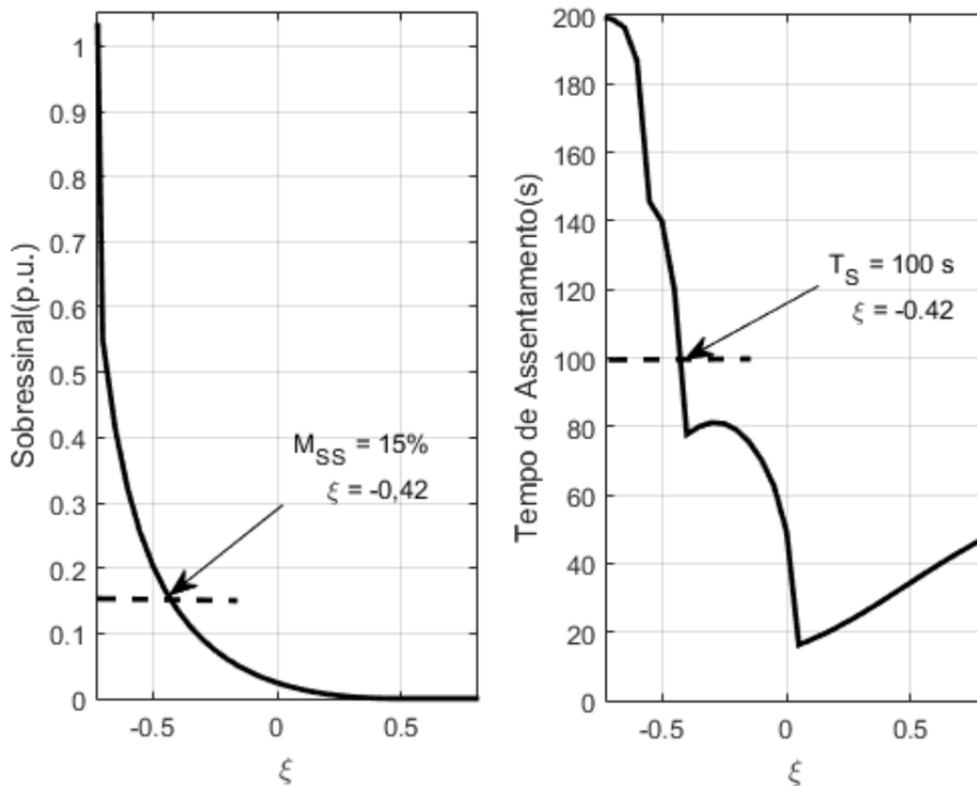


Figura 6.2 - Curvas Paramétricas $M_{SS} \times \xi$, e $T_S \times \xi$.

$$P_d(s) = (s^{2\alpha} + a_{1d}s^\alpha + a_{0d})(s^\beta + f_0)(s + f_1)(s + f_2)(s + f_3) \quad (6.16)$$

Tabela 6.1 - Valores dos termos do polinômio desejado do controlador fracionário e Convencional.

Parâmetros	FOPP	IOPP
a_{1d}	-0.3880	0.0471
a_{0d}	0.2133	0.0021
f_0	0.0546 rad/s	0.1957 rad/s
f_1	0.0979 rad/s	0.2048 rad/s
f_2	0.1001 rad/s	–
f_3	0.1024 rad/s	–

Fazendo a expansão dos polinômios presentes na Equação (6.16), obtemos o conjunto de valores para extrair os valores dos parâmetros dos controladores. O polinômio resultado da expansão da Equação (6.16) é apresentado pela Equação (6.17). A Tabela 6.2 apresenta os valores dos termos do polinômio da Equação (6.17).

$$P_d(s) = s^4 + p_{3.5}s^{3.75} + p_3s^{3.5} + \dots + p_{0.5}s^{0.5} + p_{0.25}s^{0.25} + p_0 \quad (6.17)$$

Após definir os polos desejados, equacionando-se os coeficientes de mesmo grau da Equação (4.19), obtém-se um conjunto de equações lineares em que as incógnitas são os coeficientes do numerador e do denominador da função de transferência do controlador. Portanto, resolve-se esse sistema de equações lineares, aplicando a equação diofantina, assim, obtendo a sintonia dos parâmetros do controlador desejado dado pela Tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Valores dos parâmetros do polinômio da Equação (6.17).

Parâmetros	FOPP	IOPP
$p_{3.75}$	-0,3880	
$p_{3.5}$	0,4471	-
$p_{3.25}$	-0,0907	
p_3	0,3503	0,4476
$p_{2.75}$	-0,1166	
$p_{2.5}$	0,1343	-
$p_{2.25}$	-0,0272	
p_2	0,0451	0,0610
$p_{1.75}$	-0,0117	
$p_{1.5}$	0,0134	-
$p_{1.25}$	-0,0027	
p_1	0,0025	0,0027
$p_{0.75}$	-0,0004	
$p_{0.5}$	0,0004	-
$p_{0.25}$	-0,0001	
p_0	0,0001	8,3061x10-5

Passo 5 – Após a sintonia do controlador FOPP, foi aplicada a aproximação de Oustaloup para duas oitavas acima e abaixo da frequência de projeto $\omega_{nd} = 0,0455$ rad/s, varrendo as frequências correspondidas entre $\omega_{app} = [0,0114; 0,1821]$ rad/s, e sendo a ordem desejada de aproximação para $s^{0,25}$ de segunda ordem.

A Figura 6.2 apresenta o Diagrama de Bode do controlador FOPP, com coeficientes fracionários (em preto), e o seu equivalente de ordem inteira após a aplicação da aproximação de Oustaloup (em azul tracejado), para frequências entre 10^{-4} , e 10^4 rad/s. Observa-se que, para a região da banda de aproximação e para as frequências abaixo da banda, houve um bom casamento do controlador inteiro aproximado em relação ao fit do fracionário desejado, tanto em ganho quanto em fase.

Tabela 6.3 - Valores dos Parâmetros dos Controladores FOPP e IOPP do Sistema de Tanques Acoplados.

Parâmetros	FOPP	IOPP
$c_{2.75}$	-766,8158	–
$c_{2.5}$	883,5532	–
$c_{2.25}$	-179,2136	–
c_2	224,2444	306,9988
$c_{1.75}$	-95,4362	–
$c_{1.5}$	109,9651	–
$c_{1.25}$	-22,3045	–
c_1	20,0250	21,5718
$c_{0.75}$	-3,2126	–
$c_{0.5}$	3,7017	–
$c_{0.25}$	-0,7508	–
c_0	0,4129	0,6853
$d_{0.75}$	-0,3880	–
$d_{0.5}$	0,4471	–
$d_{0.25}$	-0,0907	–
d_0	0,2894	0,3868

A ordem do controlador aproximado aplicada para o controlador sintonizado pela técnica GMPM foi segunda ordem, e mesma banda de frequência de aproximação, utilizando a aproximação de Oustaloup. A Figura 6.3 apresenta o diagrama de Bode do controlador GMPM, com coeficientes fracionários (em preto), e o seu equivalente de ordem inteira após a aplicação da aproximação de Oustaloup (em azul tracejado), para frequências entre 10^{-4} , e 10^4 rad/s.

Observa-se que, para a região da banda de aproximação e para as frequências abaixo da banda e acima da banda, houve um bom casamento do controlador inteiro aproximado em relação ao fit do fracionário desejado, tanto em ganho quanto em fase.

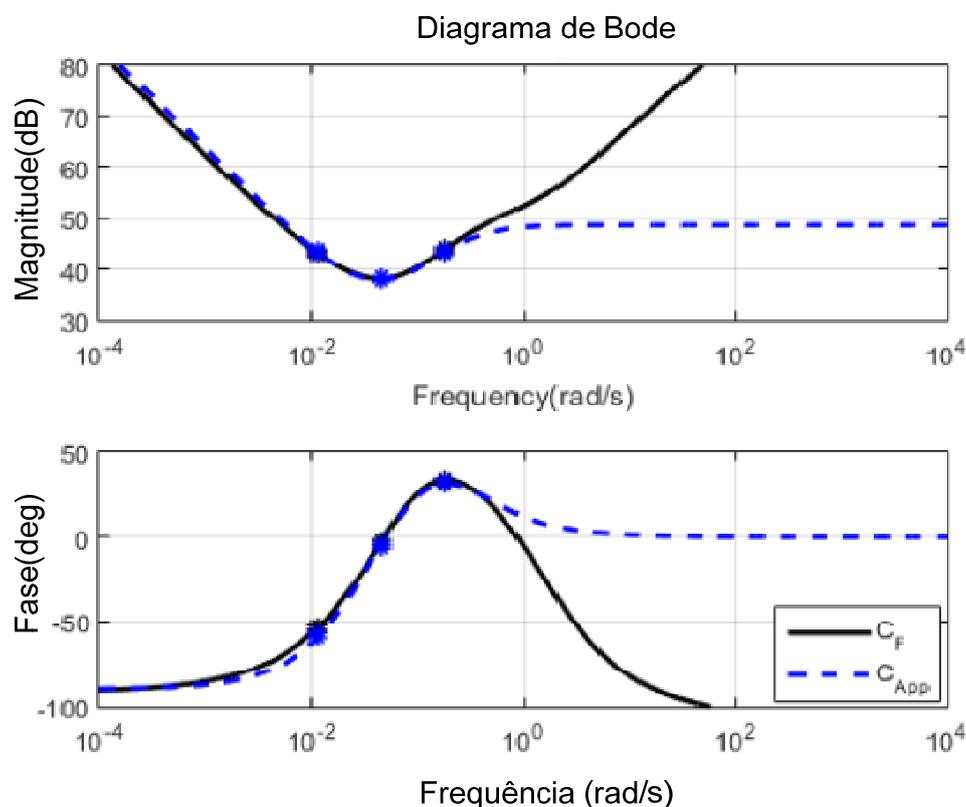


Figura 6.3 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário FOPP desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).

Passo 6: A ordem do controlador aproximado, após atender os requisitos de projeto, foi equivalente à vigésima sexta ordem. Para reduzir a complexidade desse controlador, foi aplicada uma técnica de redução de ordem a qual utiliza o Hank do controlador (SAFONOV et al., 1990), como apresentado no anexo 1, usando a função do Matlab *reduce*, e, assim, um controlador equivalente de segunda ordem foi obtido com a função de transferência dada pela Equação (6.18):

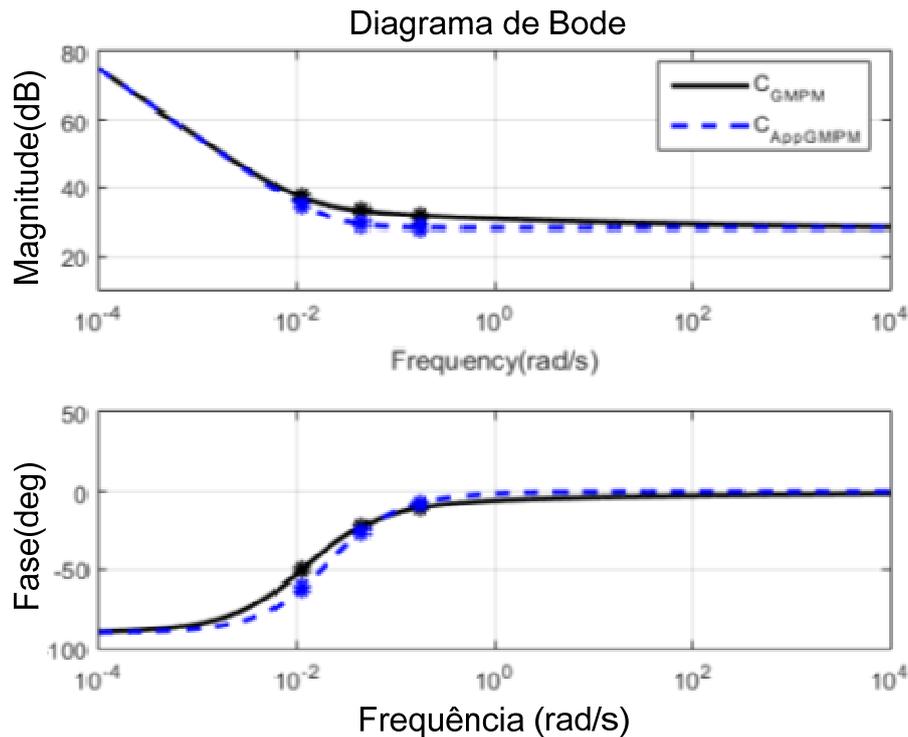


Figura 6.4 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário GMPM desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).

Passo 7: A ordem do controlador aproximado, após atender os requisitos do projeto, foi equivalente à vigésima sexta ordem. Nesse viés, para reduzir a complexidade desse controlador, foi aplicada uma técnica de redução de ordem que utiliza o Hank do controlador (SAFONOV et al., 1990), como apresentado no anexo 1, usando a função do Matlab *reduce* e, assim, um controlador equivalente de segunda ordem foi obtido com a função de transferência dada pela Equação (6.18):

$$C_{FOPP}(s) = \frac{270,5s^2 + 25,17s + 0,4815}{s(s + 0,3142)} \quad (6.18)$$

A função de transferência aproximada do controlador de ordem inteira aproximado sintonizado pela técnica GMPM é dado pela Equação (6.19):

$$C_{GMPM}(s) = \frac{25,3s^3 + 3,145s^2 + 0,09856s + 0,0009033}{s(s^2 + 0,1008s + 0,001626)} \quad (6.19)$$

A Figura 6.5 apresenta o diagrama de Bode do Controlador aproximado de vigésima sexta ordem e o seu equivalente reduzido, utilizando a redução ótima por Hank, para frequências entre 10^{-3} e 10^1 rad/s. Pode-se perceber que houve um bom casamento entre os dois modelos; sendo assim, é viável a aplicação do controlador de ordem reduzida.

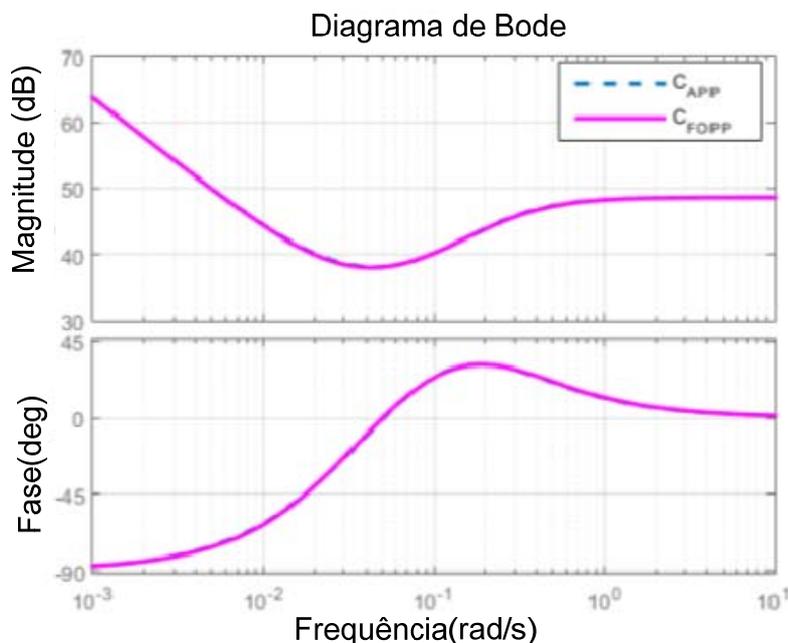


Figura 6.5 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário equivalente de ordem inteira (azul tracejado), e o seu equivalente de ordem inteira reduzido(magenta contínuo).

Vale ressaltar que a análise do desempenho dinâmico será realizada no próximo capítulo. Entretanto, as margens de ganho e fase do sistema com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP, FOPP, e GMPM são apresentadas no diagrama de Nyquist na Fig. 6.6. As margens de fase do sistema com a inserção dos controladores IOPP, FOPP, e GMPM foram, respectivamente, de 64° , na frequência 0,0843 rad/s, $55,6^\circ$, na frequência 0,106 rad/s, e $30,4^\circ$, na frequência 0,0468 rad/s.

Nos três casos de inserção dos controladores sintonizados pelas três técnicas, as margens de ganho obtidas foram infinitas, o que demonstra que o sistema é estável com a inserção desses controladores e possui certo grau de robustez, respeitando os valores mínimos de 30° de margem de fase e 6 dB de margem de ganho (OGATA, 2003).

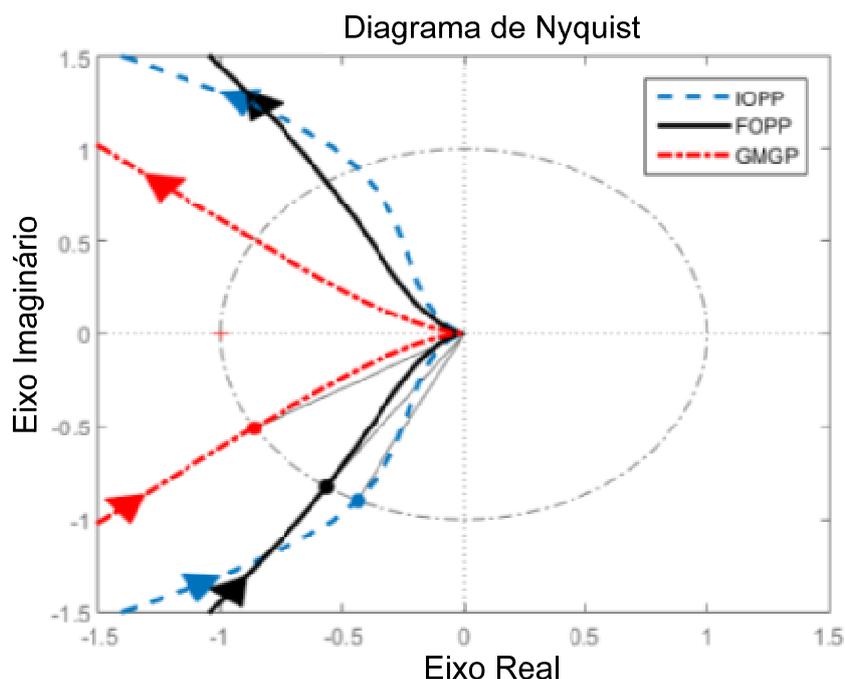


Figura 6.6 - Diagrama de Nyquist de malha direta, do sistema com a inserção dos controladores.

6.4 Avaliações na Variação na Referência de Altura do Sistema de Tanques Acoplados Seis cm para Oito cm e Vazão (cm³/s)

A Figura 6.7 a) apresenta a variação do nível de líquido do sistema de dois tanques acoplados a um degrau de dois centímetros na referência de altura, levando o sistema de 6 cm para 8 cm de altura, e a Figura 6.7 b) apresenta a resposta do esforço de controle, sendo esse a variável relacionada a vazão de saída do sistema, a qual varia entre 0 e 50 cm³/s, no instante 10 segundos.

Na Figura 6.7 a), o sistema, quando opera com a inserção do controlador sintonizado pela técnica IOPP, alcança uma altura máxima de 9,197 cm, aproximadamente, 14,96% de sobressinal em relação à referência desejada de 8 cm em, aproximadamente, 94,8 segundos e, aproximadamente, 143,6 segundos, o sistema alcança a região 2% de acomodação com amplitude de 8,16 cm.

Com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, o sistema apresentou altura máxima de 8,82 cm, o que é equivalente a um sobressinal de 10,25%, aproximadamente, 85,9 segundos. Em, aproximadamente, 158,5 segundos, o sistema alcança a região de 2% de acomodação com amplitude de 8.16 cm.

Com a inserção do controlador sintonizado pela técnica GMPM, ele apresentou altura máxima de 8,892 cm, aproximadamente, 11,15% de sobressinal, por volta do

instante 90,5 segundos. Em 142,7 segundos, o sistema alcança a região de 2% de acomodação com amplitude de 8,16 cm.

Na Figura 6.7 b), observa-se que, com a inserção dos controladores IOPP, GMPM e FOPP, o sistema alcançou o valor máximo da vazão ($50 \text{ cm}^3/\text{s}$) por volta de 10,1 segundos, sendo que, com a inserção do controlador projetado pela técnica GMPM, FOPP e IOPP, saíram da saturação da vazão da bomba em 65,2, 69,8, e 78 segundos, respectivamente, ficando o esforço de controle do controlador FOPP, ligeiramente, mais suave que quando comparado com os esforços obtidos pelo sistema com a inserção dos controladores GMPM e IOPP, respectivamente.

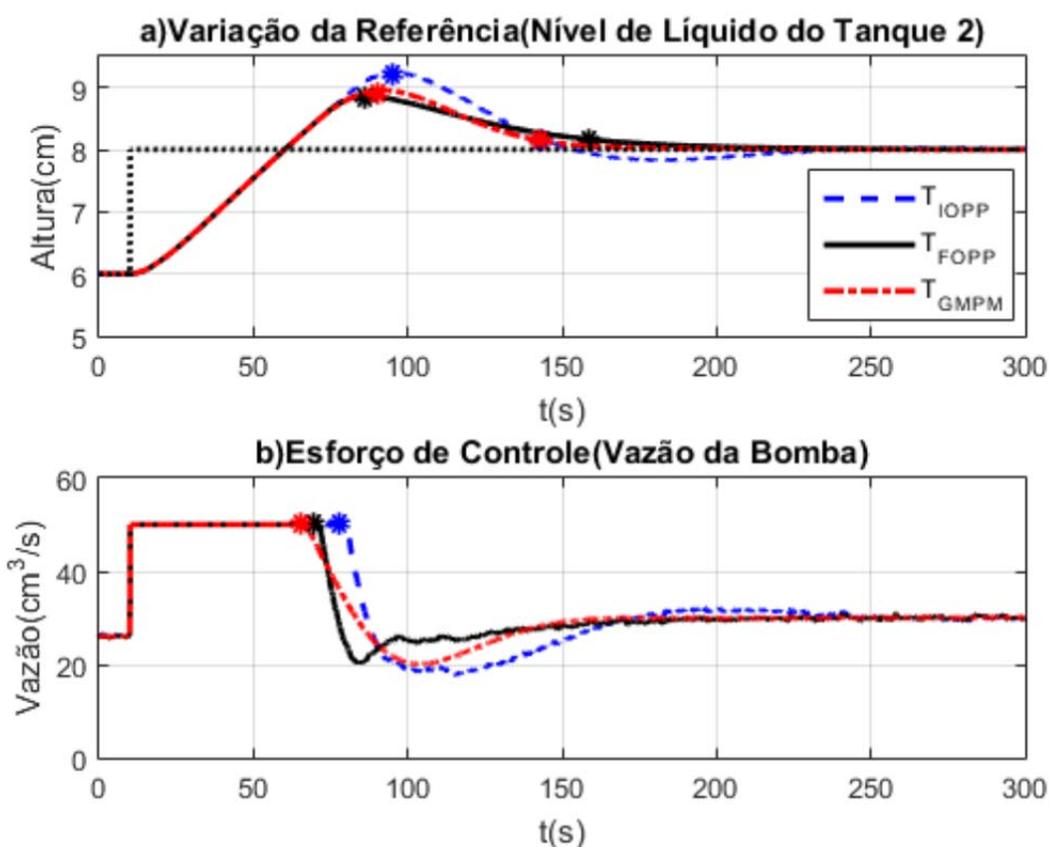


Figura 6.7 - Variação de 6 cm para 8 cm de referência do nível de líquido do Tanque 2; a) Altura(cm), e b) Vazão(cm^3/s).

6.5 Avaliação na Variação na Referência de Altura do Sistema de Tanques Acoplados crescente de seis cm para dezesseis cm e Vazão (cm^3/s)

A Figura 6.8 apresenta os resultados obtidos com a variação crescente de um cm na referência de nível de líquido do tanque 2 do sistema de dois tanques acoplados,

compreendendo dez pontos de operações avaliados entre seis cm e dezesseis cm, corroborados pelo cálculo dos índices integrais ITAE (Equação 6.20) e ISE (Equação 5.7), relacionados à altura do líquido no tanque 2 e ao esforço de controle (vazão). Os índices ITAC e ISC são os índices ITAE e ISE aplicados ao esforço de controle.

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (6.20)$$

Os gráficos a) e b) da Figura 6.8 apresentam os resultados relacionados ao nível do tanque 2. Em relação à Figura 6.8 (a), pode-se observar que, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica GMPM, os valores do índice ITAE para os dez pontos de operação foram ligeiramente menores do que os obtidos pelos controladores sintonizados pela técnica FOPP, e menores que os valores calculados para o sistema, operando com a inserção do controlador projetado pela técnica IOPP.

Em relação à Figura 6.8 b), são apresentados os valores calculados do índice ISE para os 10 pontos de operação. Observa-se que, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, os valores do índice ISE para os dez pontos de operação foram ligeiramente menores do que os obtidos pelos controladores sintonizados pela técnica GMPM, e menores que os valores calculados para o sistema, operando com a inserção do controlador projetado pela técnica IOPP.

As Figura 6.8 c) e Figura 6.8 d) apresentam os resultados do cálculo dos índices ITAC e ISC, relacionados ao esforço de controle que o sistema teve de desenvolver para alcançar a regulação do mesmo. Percebe-se que, com a inserção dos três controladores projetados pelas técnicas abordadas neste trabalho, os valores de seus respectivos índices foram semelhantes para os dez pontos analisados.

6.6 Avaliação na Variação na Referência de Altura do Sistema de Tanques Acoplados decrescente de dezesseis cm para seis cm e Vazão (cm³/s)

A Figura 6.9 apresenta os resultados obtidos com a variação decrescente de 1 cm na referência de altura de líquido do tanque 2, compreendendo dez pontos de operações avaliados entre 16 cm e 6 cm, corroborados pelo cálculo dos índices integrais ITAE (Equação 6.20) e ISE (Equação 5.7), relacionados ao nível de líquido do tanque 2 e ao esforço de controle (vazão da bomba).

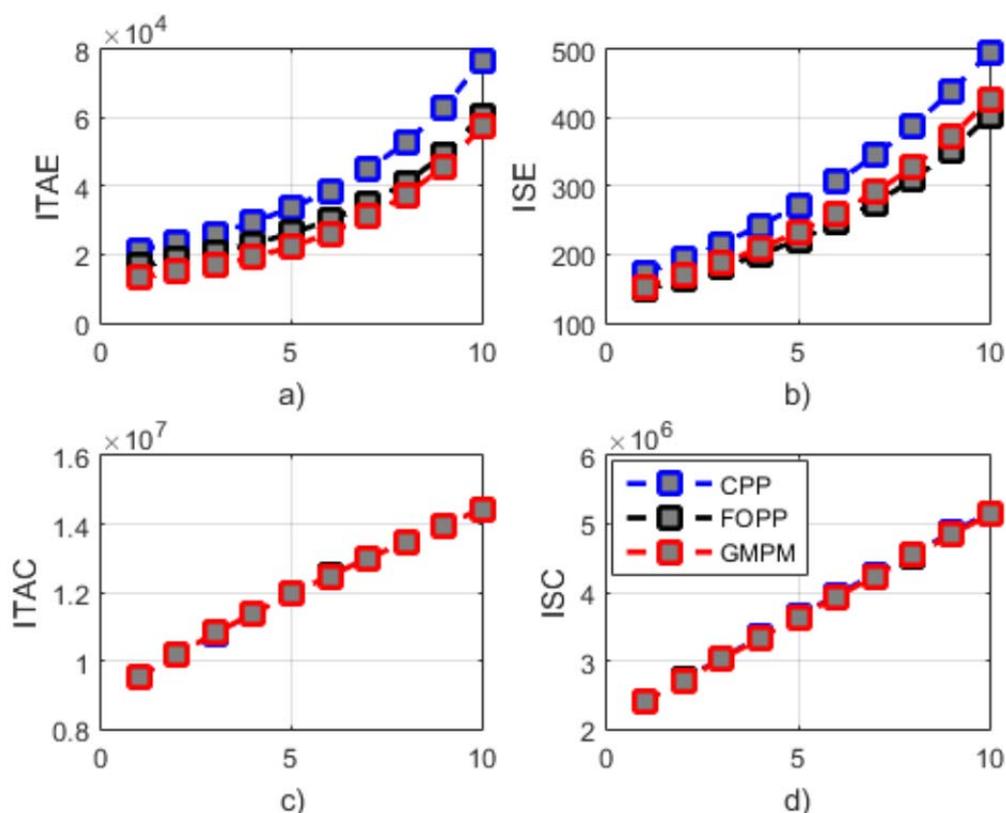


Figura 6.8 - Índices integrais para dez pontos de variação crescente na referência altura de líquido do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.

Os índices ITAC e ISC são os índices ITAE e ISE aplicados ao esforço de controle. A Figura 6.9 a) e b) apresenta os resultados relacionados à altura de nível de água do tanque 2. Em relação à Figura 6.9 (a), verifica-se que, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, os valores do índice ITAE para os cinco primeiros pontos de operação analisados foram menores do que os obtidos pelos controladores sintonizados pela técnica GMPM e IOPP, respectivamente, sendo este último a apresentar os maiores valores do índice ITAE para todos os pontos de operação analisados para todos os dez pontos.

A partir do sexto ponto de operação, os valores do índice ITAE, calculados para o sistema com a inserção do controlador GMPM, foram menos que os obtidos com a inserção do controlador FOPP no sistema.

Na Figura 6.9 b), o sistema com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP apresentou os dez menores valores do índice ISE, em relação aos calculados com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas GMPM e IOPP, respectivamente, sendo que, a partir do nono ponto de operação avaliado, houve uma

inversão, em que os índices calculados para o sistema com a inserção do controlador IOPP apresentaram um valor ligeiramente menor do índice ISE, em comparação ao sistema com a inserção dos controladores sintonizados pela técnica GMPM.

A Figura 6.9 c) e Figura 6.9 d) apresentam os resultados relacionados ao cálculo dos índices ITAC e ISC, relativos ao esforço de controle que o sistema teve de desenvolver para alcançar a sua regulação. Observa-se que, com a inserção dos três controladores projetados pelas técnicas abordadas neste trabalho, os valores de seus respectivos índices foram semelhantes para os dez pontos analisados.

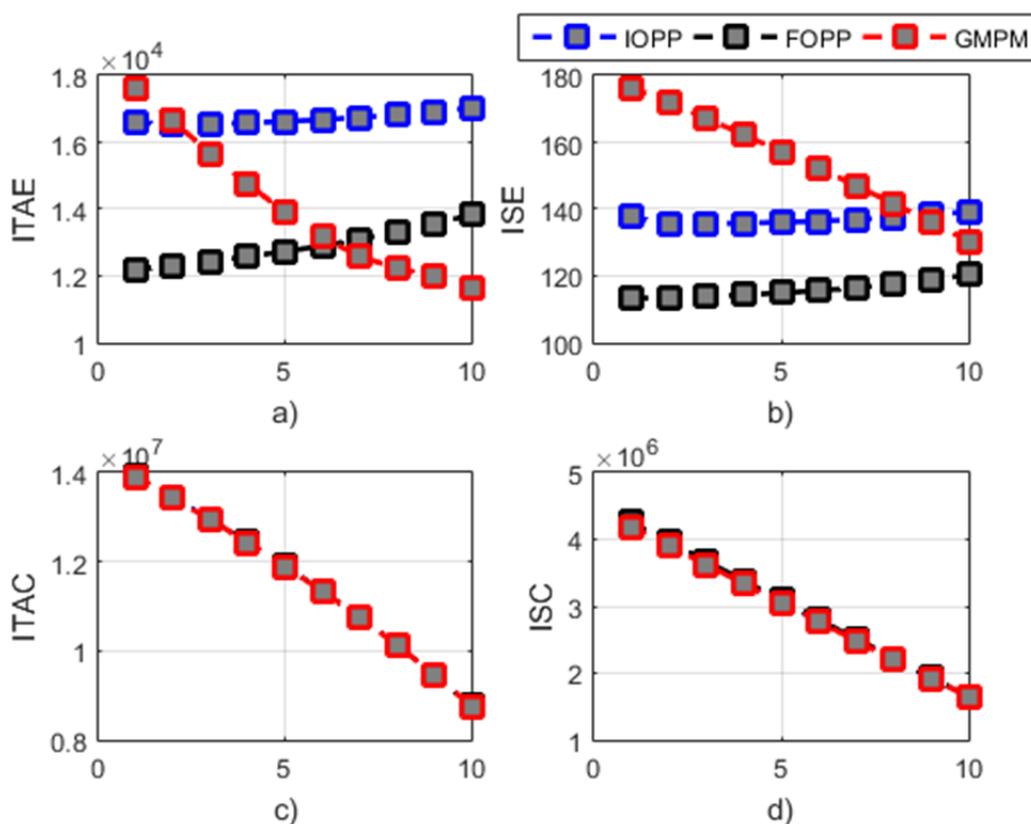


Figura 6.9 - Índices integrais calculados para dez pontos de variação decrescente na referência altura de líquido do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.

6.7 Conclusões do capítulo

Neste capítulo, foi apresentado o modelo dinâmico do sistema de dois tanques acoplados, além da sintonia dos controladores, utilizando as técnicas FOPP, IOPP, e GMPM que foram apresentadas, anteriormente, no capítulo 4.

Foi verificado que, com a inserção dos controladores sintonizados pela técnica de sintonia FOPP, o sistema apresentou, a partir dos resultados relacionados aos índices ISE e ITAE, valores reduzidos em relação aos resultados obtidos pelo controlador sintonizado pela técnica IOPP.

É imperativo salientar que esses resultados ocorreram devido à flexibilidade que o aumento da região de sintonia do parâmetro fracionário proporcionou ao sistema; com isso, houve um comportamento tão robusto quanto o apresentado pelo controlador IOPP, porém, com uma otimização, em relação ao desempenho dinâmico do sistema, o que foi corroborado pelos valores dos índices ITAE e ISE calculados para vários pontos de operação.

Os resultados do sistema, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica GMPPM, mostraram que, com a variação do ponto de operação, o sistema não se manteve robusto, pois, analisando as curvas de variação, principalmente em relação ao decréscimo do valor de referência, o sistema apresentou uma perda de robustez, ou seja, quanto mais o valor de referência era reduzido, mais o seu valor dos índices integrais variaram, diferentemente do que ocorreu com a inserção dos controladores IOPP e FOPP no sistema.

É provável que esses resultados se devam à estrutura dos controladores, em que a técnica de sintonia do controlador FOPID não possui a parte do filtro derivativo, muito utilizado em aplicações industriais, uma vez que, sem o filtro derivativo, como já foi abordado por diversos autores como em Ogata (2003) e Maya e Leonardi (2015), a parte derivativa pura é um filtro passa-alta e, por conta disso, o sistema ficará mais sensível a ruídos em alta frequência.

Vale pontuar que a utilização de Oustaloup proporciona um filtro com mais polos e zeros que possibilitam o comportamento de um controlador com características em frequência semelhantes ao termo aproximado, ou seja, a partir de s^{α} , foi sintonizado um filtro passa-altas de ordem mais elevada.

No capítulo seguinte, serão apresentados e analisados os resultados relacionados aos controladores sintonizados para o sistema do conversor CC-CC.

Capítulo 7 — Modelagem, Sintonia e Análise dos Controladores Projetados para o Sistema de Conversor de Potência

7.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados o modelo do sistema de dois tanques acoplados, a sintonia e a análise dos resultados de simulação no modelo não linear dos controladores projetados pelas técnicas IOPP, FOPP e GMPM expostos no modelo do conversor CC-CC topologia Buck.

7.2 Modelagem do Sistema de Conversor CC/CC Buck

Os conversores de potência CC-CC do tipo Buck estão presentes em uma série de aplicações que necessitam de redução no nível de tensão contínua, como o acionamento de motores CC, alimentação de sistemas computacionais e a energização de equipamentos portáteis (KAZIMIERCZUK, 2008). Tais dispositivos operam com base na comutação de chaves estáticas e, por isso, apresentam características intrinsecamente não lineares e variantes no tempo. Isso tem motivado a realização de diversas pesquisas visando obter melhorias no desempenho operacional dessa classe de conversores.

É válido citar que o conversor de potência *Buck* é uma das topologias mais simples de conversores CC/CC não isolados. Esse conversor também pode ser denominado de *Step-Down* ou abaixador, devido às suas características das tensões de entrada e saída do sistema, visto que a tensão de saída é sempre mais baixa que a tensão de entrada do conversor (RASHID, 2011). Em uma ampla gama de aplicações, faz-se necessária a utilização de filtros passivos *LC* (filtros indutivo e capacitivo), tendo como principal finalidade amenizar as variações de tensão e corrente na carga em torno de um determinado ponto operacional, sendo tais variações denominadas de *ripple*. O sistema proposto consiste em dois tanques acoplados, como apresentado pela Figura 7.1, na qual é apresentado o circuito básico de um conversor *Buck* com filtro passivo LC alimentando uma carga resistiva.

Para uma grande gama de aplicações, necessita-se de alimentação constante da carga do sistema, de modo que, em momento algum, a corrente que alimenta a carga deve anular-se. Essa necessidade torna-se visível, principalmente, para circuitos eletrônicos sensíveis, em que variações de corrente e/ou tensão são indesejáveis. Desse modo, na maior parte das aplicações de conversores de potência CC/CC, é adotado o modo contínuo de condução (MCC).

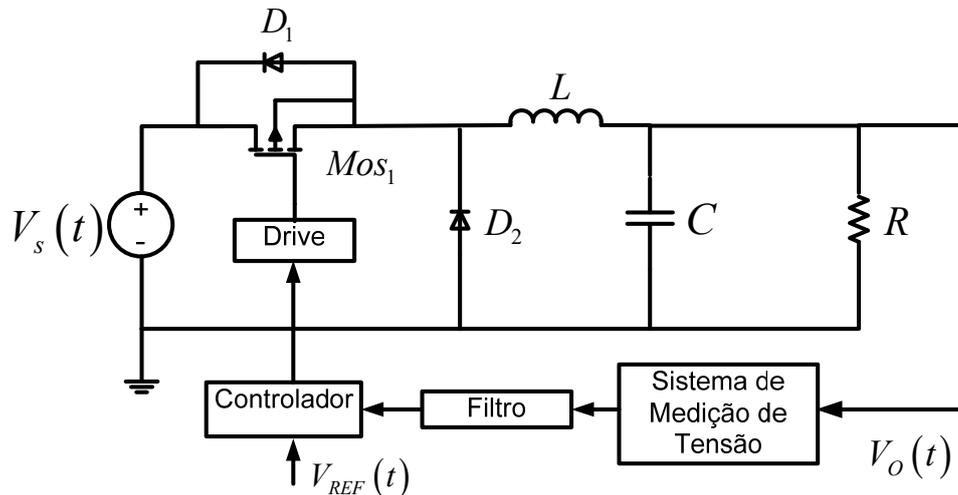


Figura 7.1 - Sistema de conversor Buck. Adaptado de Medeiros et al. (2018).

7.2.1 Modelo matemático do conversor de potência CC/CC do tipo Buck

Para obter o modelo matemático do conversor de potência CC/CC *Buck*, inicialmente, deve-se considerar o circuito equivalente da primeira etapa, representado pelas Equações (7.1) – (7.2), levando em consideração o ciclo ativo do chaveamento da chave estática d , em relação ao período de chaveamento T , escrevendo-se as seguintes relações com base na lei das malhas e na lei dos nós, respectivamente, quando $0 \leq t \leq dT$ (HART, 2016).

$$\frac{di_L(dT)}{dt} = \frac{1}{L}V_e(t) - \frac{1}{L}V_c(t) \quad (7.1)$$

$$\frac{dV_c(dT)}{dt} = \frac{1}{C}i_L(t) - \frac{1}{R_L C}V_c(t) \quad (7.2)$$

Ao escrever as Equações (7.1) e (7.2) em espaço de estados, obtém-se a seguinte expressão, a qual está relacionada ao modelo do conversor Buck:

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_c(t)}{dt} \\ \frac{di_L(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_L C} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\frac{d}{L}\right) \end{bmatrix} V_E \quad (7.3)$$

$$V_o(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ i_L \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

Os parâmetros do conversor Buck são apresentados em Medeiros *et al.* (2018), sendo a tensão de alimentação $V_s = 15$ V, indutância de $L = 2$ mH, capacitância de $C = 2000$ μ F, resistência de carga de $R = 4$ Ω , e frequência de chaveamento de $f = 1000$ Hz. A partir do modelo em espaço de estado deste conversor, é obtida a função de transferência do mesmo, dada pelas Equações (7.3) e (7.4).

$$\frac{V_o(s)}{D(s)} = \bar{C}(s\bar{I} - \bar{A})^{-1} \bar{B} + \bar{D} \quad (7.5)$$

A função de transferência do sistema linearizado para os pontos de operação desejados é apresentada na Equação (7.6), em que os parâmetros são K , ω_n e ξ , dadas pelas equações (7.7) (7.8) e (7.9) (RASHID, 2011).

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (7.6)$$

$$K = V_s \quad (7.7)$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7.8)$$

$$\xi = \frac{\sqrt{LC}}{2R_L C} \quad (7.9)$$

A Equação (7.10) apresenta a função de transferência do sistema buck utilizado para projetar os controladores deste trabalho:

$$G(s) = \frac{3750000}{s^2 + 125s + 3750000} \quad (7.10)$$

7.3 Sintonia do Controlador FOPP Aplicado ao Conversor CC/CC Buck

Nesta subseção, será abordada a sintonia do controlador sintonizado pelas técnicas IOPP, FOPP e GMPM, aplicadas ao conversor de potência. Os valores desejados de M_{ss} e T_s para o projeto dos controladores, utilizando as técnicas IOPP e FOPP, são, respectivamente, de 5% e de 0,065 segundo. Os valores dos parâmetros do projeto do controlador GMPM foram:

- Frequência de cruzamento de ganho $\omega_{gc} = 89,1724$ rad/s;
- Frequência de cruzamento de fase de $\omega_{pc} = 891,7238$ rad/s;
- Margem de ganho de $g_m = 52,0412$ dB;
- Margem de fase $\varphi_m = 90^\circ$.

A inicialização das variáveis do algoritmo numérico de Newton foram $[K_P^* ; K_I^* ; K_D^* ; \mu^*] = [1,0 ; 1,0 ; 1,0 ; 1,0]$, e os valores obtidos dos parâmetros foram $[K_P ; K_I ; K_D ; \mu] = [0,0033 ; 5,8132 ; 7,9247 \times 10^{-6} ; 1,2691]$, para uma tolerância de 10^{-13} . A partir dessas características desejadas e seguindo a sequência de passos relacionados ao controlador fracionário, temos o seguinte:

Passo 1 – O valor de α escolhido foi de 0,5 e de ω_{nd} foi o mesmo do obtido para o projeto do controlador IOPP que foi de 89,1724 rad/s;

Passo 2 – As curvas paramétricas de $M_{SS} \times \xi$ e $T_s \times \xi$, escolhendo um intervalo de varredura do parâmetro $\xi = [-0,1 ; 0,6]$ para encontrar os possíveis valores de M_{SS} , e T_s aplicando o algoritmo guloso, varrendo os valores do ξ , foram traçadas e são apresentadas na Figura 7.2. Baseado nos valores de M_{SS} , e T_s e analisando as duas curvas paramétricas, o valor do coeficiente de amortecimento desejado ξ_d foi de 0,38. Para o projeto do controlador convencional, com os mesmos requisitos de projeto, o valor de ξ_d foi de 0,6901.

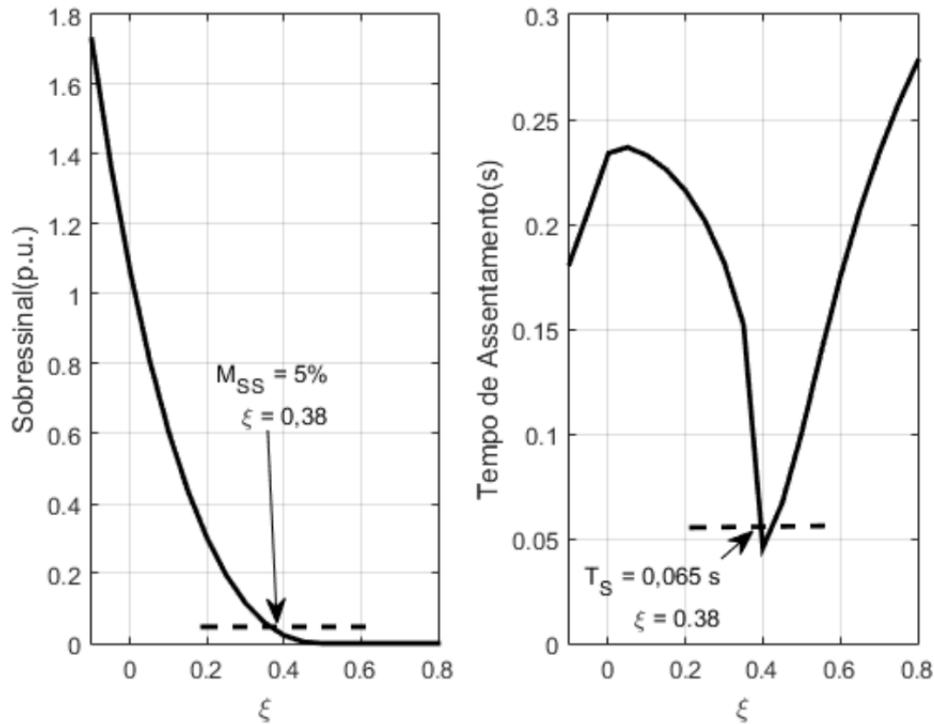


Figura 7.2 - Curvas Paramétricas $M_{SS} \times \xi$, e $T_S \times \xi$.

Passo 3 – Buck. As estruturas dos controladores utilizados neste caso são dadas pelas Equações (7.11), (7.12) e (7.13).

$$C_{FOPP}(s) = \frac{c_{2.5}s^{2.5} + c_2s^2 + \dots + c_{0.5}s^{0.5} + c_0}{s(s + d_{0.5}s^{0.5} + d_0)} \quad (7.11)$$

$$C_{IOPP}(s) = \frac{c_2s^2 + c_1s + c_0}{s(s + d_0)} \quad (7.12)$$

$$C_{GMPM}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s^\mu \quad (7.13)$$

Passo 4 – O polinômio desejado $P_d(s)$, com os polos auxiliares, é dado pela Equação (7.14), em que a ordem do polinômio auxiliar $\beta = 1$. Os parâmetros desejados presentes na Equação (7.14) são apresentados na Tabela 7.1:

$$P_d(s) = (s^{2\alpha} + a_{1d}s^\alpha + a_{1d})(s + f_1)(s + f_2)(s + f_3) \quad (7.14)$$

Tabela 7.1 - Valores dos termos do polinômio desejado do controlador fracionário e Convencional.

Parâmetros	FOPP	IOPP
a_{1d}	7,1767	123,0769
a_{0d}	89,1723	7.951,7138
f_1	445,8619 rad/s	5.528,6877 rad/s
f_2	909,5583 rad/s	5.573,2739 rad/s
f_3	914,0169 rad/s	–

Fazendo a expansão dos polinômios presentes na Equação (7.14), obtemos o conjunto de valores para chegar aos valores dos parâmetros dos controladores. O polinômio resultado da expansão da Equação (7.14) é apresentado pela Equação (7.15):

$$\text{den}(T(s))P_{aux}(s) = s^4 + p_3s^{3.5} + \dots + p_{0.5}s^{0.5} + p_0 \quad (7.15)$$

A Tabela 7.2 apresenta os valores dos termos do polinômio da Equação (7.15).

Tabela 7.2 - Valores dos parâmetros do polinômio da Equação (7.15).

Parâmetros	FOPP	IOPP
$p_{3.5}$	7,1767	-
p_3	$2,3586 \times 10^3$	$1,1225 \times 10^4$
$p_{2.5}$	$1,6287 \times 10^4$	-
p_2	$1,8468 \times 10^6$	$3,2187 \times 10^7$
$p_{1.5}$	$1,1801 \times 10^7$	–
p_1	$5,1730 \times 10^8$	3.8806×10^9
$p_{0.5}$	$2,6602 \times 10^9$	–
p_0	$3,3053 \times 10^{10}$	$2,4501 \times 10^{11}$

Igualando a Equação (4.19) à Equação (7.15), os valores dos parâmetros do controlador FOPP são obtidos. A Tabela 7.3 apresenta os valores dos parâmetros dos controladores projetados para o sistema de três tanques acoplados:

Tabela 7.3 - Valores dos Parâmetros dos Controladores FOPP e IOPP do Sistema de Tanques Acoplados.

Parâmetros	FOPP	IOPP
$c_{2.5}$	0,0041	–
c_2	0,3513	11100,0385
$c_{1.5}$	2,6686	–
c_1	-10,9594	8,1466
$c_{0.5}$	709,3860	–
c_0	8814,2276	294,8335
$d_{0.5}$	7,1767	–
d_0	2233,6095	65337,4116

Passo 5 – Após a sintonia do controlador FOPP, foi aplicada a aproximação de Oustaloup para duas oitavas acima e abaixo da frequência de projeto $\omega_{nd} = 89,1723$ rad/s, varrendo as frequências correspondidas entre $\omega_{app} = [22,2930; 356,6895]$ rad/s, sendo a ordem desejada de aproximação para $s^{0.5}$ de segunda ordem.

A Figura 7.3 apresenta o Diagrama de Bode do controlador FOPP com coeficientes fracionários (em preto) e o seu equivalente de ordem inteira, após a aplicação da aproximação de Oustaloup (em azul tracejado) para frequências entre 10^{-2} e 10^6 rad/s. Observa-se que, para a região da banda de aproximação e para as frequências abaixo da banda, houve um bom casamento do controlador inteiro aproximado em relação ao fit do fracionário desejado, tanto em ganho quanto em fase.

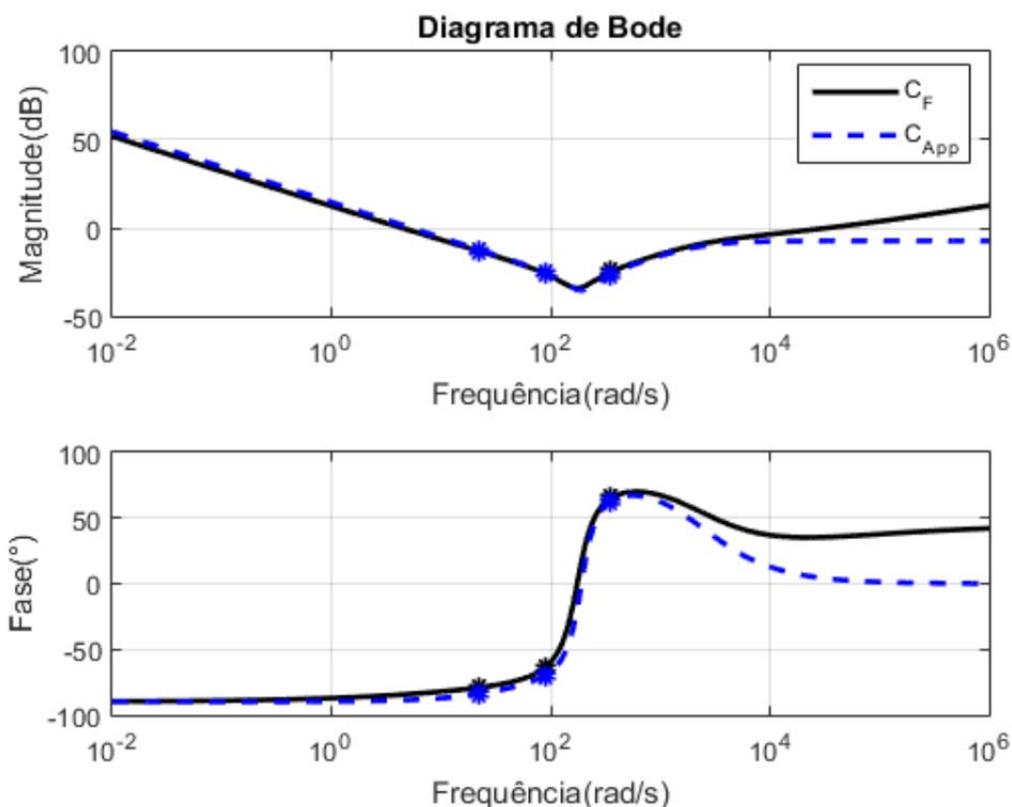


Figura 7.3 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário FOPP desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).

Vale apontar que a ordem do controlador aproximado aplicado para o controlador sintonizado pela técnica GMPM foi segunda ordem, com a mesma banda de frequência de aproximação, utilizando a aproximação de Oustaloup. A Figura 7.4 apresenta o diagrama de Bode do controlador GMPM, com coeficientes fracionários (Em preto), e o seu equivalente de ordem inteira, após a aplicação da aproximação de Oustaloup (em azul tracejado), para frequências entre 10^{-2} e 10^6 rad/s. Percebe-se que, para a região da banda de aproximação e para as frequências abaixo da banda e acima da banda, houve um bom casamento do controlador inteiro aproximado em relação ao fit do fracionário desejado, tanto em ganho quanto em fase.

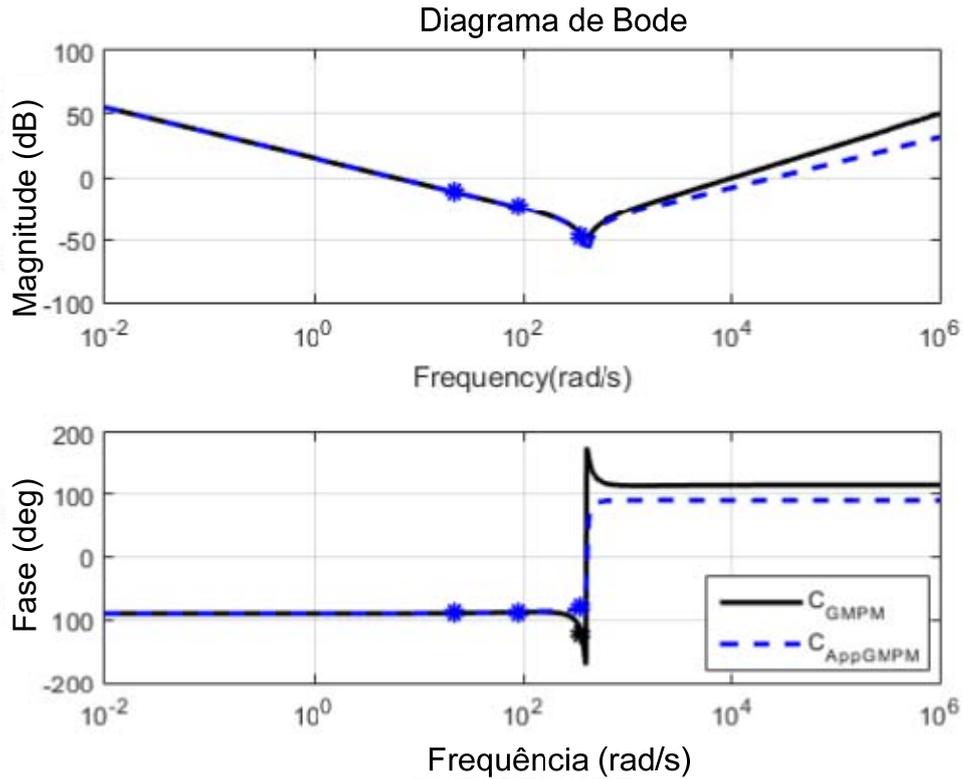


Figura 7.4 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário GMPM desejado (preto contínuo), e o seu equivalente de ordem inteira (azul tracejado).

Passo 6: A ordem do controlador aproximado após atender os requisitos do projeto foi equivalente à vigésima sexta ordem. Para reduzir a complexidade deste controlador, foi aplicada uma técnica de redução de ordem que utiliza o Hank do controlador (Safonov *et al*, 1990), utilizando a função do Matlab *reduce* e, assim, um controlador equivalente de segunda ordem foi obtido com a função de transferência dada pela Equação (7.16):

$$C_{FOPP}(s) = \frac{0,4289s^3 + 69,65s^2 + 1,8290 \times 10^4 s + 1,0360 \times 10^6}{s(s^2 + 2456s + 1,9310 \times 10^5)} \quad (7.16)$$

A função de transferência aproximada do controlador de ordem inteira aproximado sintonizado pela técnica GMPM é dada pela Equação (7.17):

$$C_{GMPM}(s) = \frac{3,853 \times 10^{-5} s^4 + 0,0104 s^3 + 6,901 s^2 + 1599 s + 6,713 \times 10^4}{s(s^2 + 268,6s + 1,155 \times 10^4)} \quad (7.17)$$

A Figura 7.5 apresenta o diagrama de Bode do controlador aproximado de sétima ordem e o seu equivalente reduzido utilizando a redução ótima por Hank para frequências entre 10^1 e 10^5 rad/s. Pode-se observar que houve um bom casamento entre os dois modelos; sendo assim, é viável a aplicação do controlador de ordem reduzida.

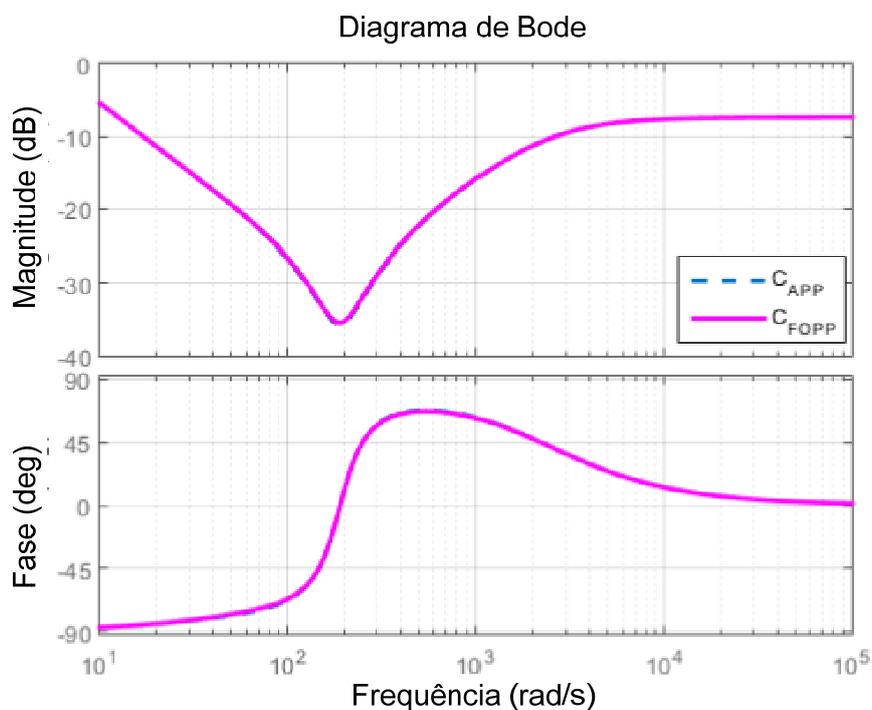


Figura 7.5 - Diagrama de Bode dos Controladores Fracionário equivalente de ordem inteira (azul tracejado), e o seu equivalente de ordem inteira reduzido (magenta contínuo).

Passo 7 – A análise do desempenho dinâmico será realizada no próximo capítulo. Todavia, a comparação das margens de ganho e fase do sistema com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP, FOPP, e GMPM são apresentadas no diagrama de Nyquist na Figura 7.6. As margens de fase do sistema, com a inserção dos controladores IOPP, FOPP, e GMPM, foram, respectivamente, de 78° , na frequência 2760 rad/s, 76° , na frequência 880 rad/s, e $89,7^\circ$ na frequência 87 rad/s. Nos três casos de inserção dos controladores sintonizados pelas três técnicas, as margens de ganho obtidas foram infinitas, o que demonstra que o sistema é estável com a inserção desses controladores e possui certo grau de robustez, respeitando os valores mínimos de 30° de margem de fase e 6 dB de margem de ganho (OGATA, 2003).

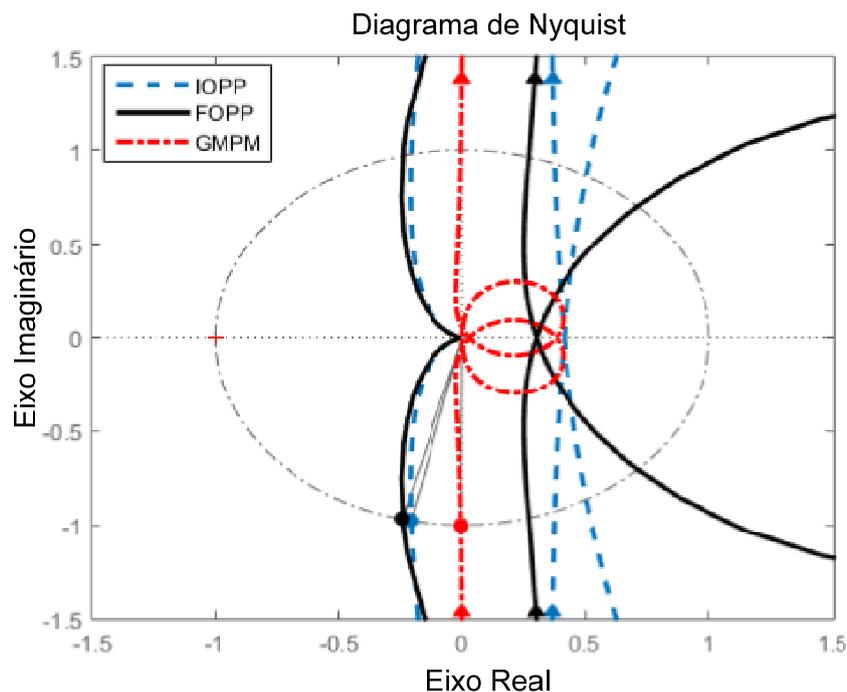


Figura 7.6 - Diagrama de Nyquist de malha direta, do sistema com a inserção dos controladores.

7.4 Avaliação do Degrau na Referência de Tensão do Conversor Buck de 5 V para 6 V e Variação do Ciclo de Trabalho

A Figura 7.7 a) apresenta a variação da tensão de saída do conversor Buck a um degrau de amplitude um volt na referência de tensão, e a Figura 7.7 b) apresenta a resposta do esforço de controle, sendo este a variável relacionada ao ciclo de trabalho do chaveamento do conversor que varia em percentual unitário (entre 0 e 1) no instante 0,5. Na Figura 7.7 a), o sistema, quando opera com a inserção do controlador sintonizado pela técnica IOPP, apresentou tensão de saída máxima de 6,147 V, o que é, aproximadamente, 2,45% de sobressinal, em, aproximadamente, 0,551 segundo. Perto de 0,5641 segundo, o sistema alcança a região 2% de acomodação com amplitude de 6,12 V.

Outro ponto relevante para ser mencionado diz respeito ao sistema, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, que apresentou tensão de máximo de 6,052 V, o que é equivalente a um sobressinal de 0,087% em, aproximadamente, 0,552 segundo. Próximo a 0,5269 segundo, o sistema alcança a região de 2% de acomodação com amplitude de 5,88 V. Com a inserção do controlador sintonizado pela técnica GMPM, apresentou tensão de máximo de 6,1520 V,

aproximadamente, 2,533% de sobressinal, por volta do instante 0,539 segundo. Em 0,548 segundo, o sistema alcança a região de 2% de acomodação com amplitude de 6.12 V.

Na Figura 7.7 b), observa-se que, com a inserção dos controladores IOPP e MGMP, o sistema alcançou o valor máximo de ciclo de trabalho por volta de 0,51 s, enquanto o controlador sintonizado pela técnica FOPP alcançou no máximo 0,78 p.u. de ciclo de trabalho, no mesmo instante de tempo dos outros dois controladores.

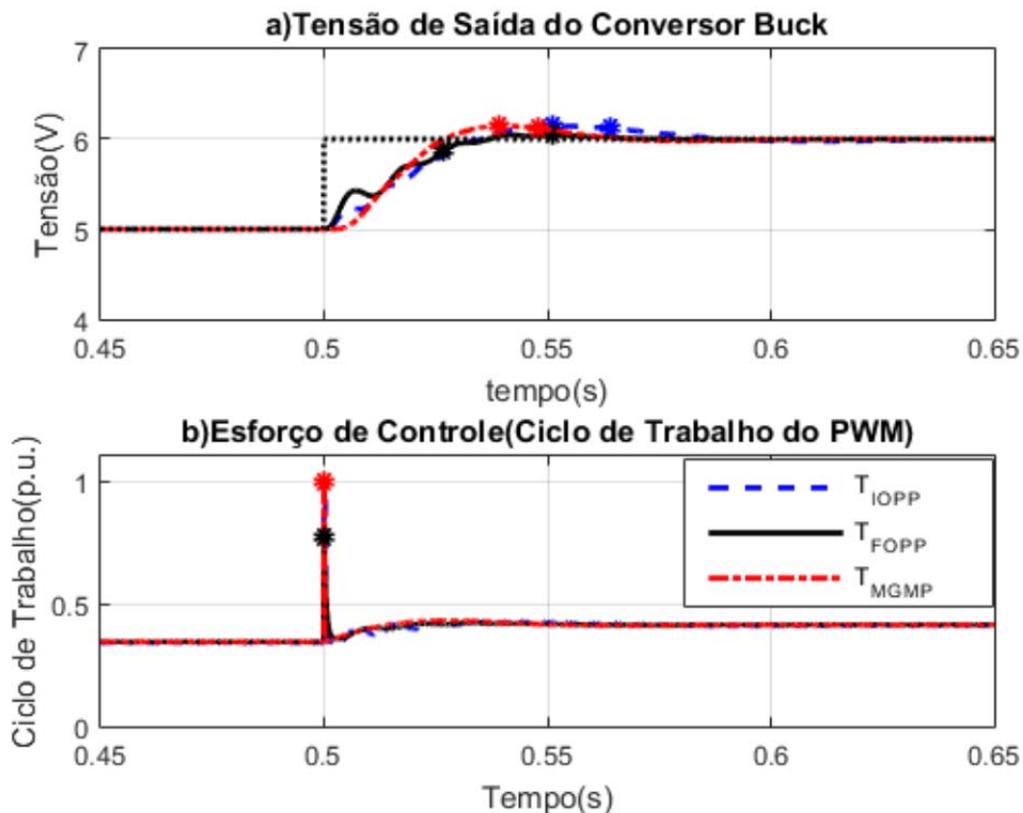


Figura 7.7 - Variação degrau na referência de Tensão; a) Tensão de saída (V), e b) Esforço de Controle (Ciclo de Trabalho).

7.5 Avaliação dos Índices Integrais, para Testes de Variação Degrau na Referência Crescente de Amplitude Um Volt de Tensão do Conversor Buck e Variação do Ciclo de Trabalho

A Figura 7.8 apresenta os resultados obtidos com a variação crescente de um Volt na referência de tensão do conversor Buck, compreendendo dez pontos de operação avaliados entre dois Volts e doze Volts, corroborados pelo cálculo dos índices integrais ITAE (Equação 5.2) e ISE (Equação 6.20), relacionados à tensão de saída do

conversor e ao esforço de controle (ciclo de trabalho). Os índices ITAC e ISC são os índices ITAE e ISE aplicados ao esforço de controle.

Outrossim, os gráficos representados em a) e b) da Figura 7.8 apresentam os resultados relacionados à saída de tensão do conversor Buck. Em relação à Figura 7.8 (a), pode-se observar que, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, os valores do índice ITAE para os dez pontos de operação foram menores do que os obtidos pelos controladores sintonizados pela técnica GMPM e IOPP, respectivamente, sendo que este último apresenta os maiores valores do índice ITAE para todos os pontos de operação analisados.

Em relação à Figura 7.8 (b), percebe-se que, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, os valores do índice ISE para os dez pontos de operação foram menores do que os obtidos pelos controladores sintonizados pela técnica IOPP e GMPM, respectivamente.

Ademais, o sistema, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica GMPM, apresentou valores maiores do índice ISE nos pontos que compreendem os seis primeiros intervalos da variação crescente de referência, em comparação com as obtidas pelo sistema com a inserção do controlador projetado pela técnica IOPP.

Analisando os últimos quatro testes de variação crescente no valor da referência de tensão, o sistema, com a inserção do controlador projetado pela técnica GMPM, obteve valores ligeiramente menores do índice ISE em comparação à inserção do controlador projetado pelo método IOPP no sistema. A Figura 7.8 c) e a Figura 7.8 d) apresentam os resultados relacionados ao cálculo dos índices ITAC e ISC quanto ao esforço de controle o qual o sistema teve de desenvolver para alcançar a regulação do mesmo.

Percebe-se que, com a inserção dos três controladores projetados pelas técnicas abordadas neste trabalho, os valores de seus respectivos índices foram semelhantes para os dez pontos analisados.

7.6 Avaliação dos Índices Integrais para Testes de Variação Degrau na Referência Decrescente de Amplitude Um Volt de Tensão do Conversor Buck e Variação do Ciclo de Trabalho

A Figura 7.9 apresenta os resultados obtidos com a variação decrescente de um volt na referência de tensão do conversor Buck, compreendendo dez pontos de

operações avaliados entre doze Volts e dois Volts, corroborados pelo cálculo dos índices integrais ITAE (Equação 7.2) e ISE (Equação 7.1), relacionados à tensão de saída do conversor e ao esforço de controle (ciclo de trabalho).

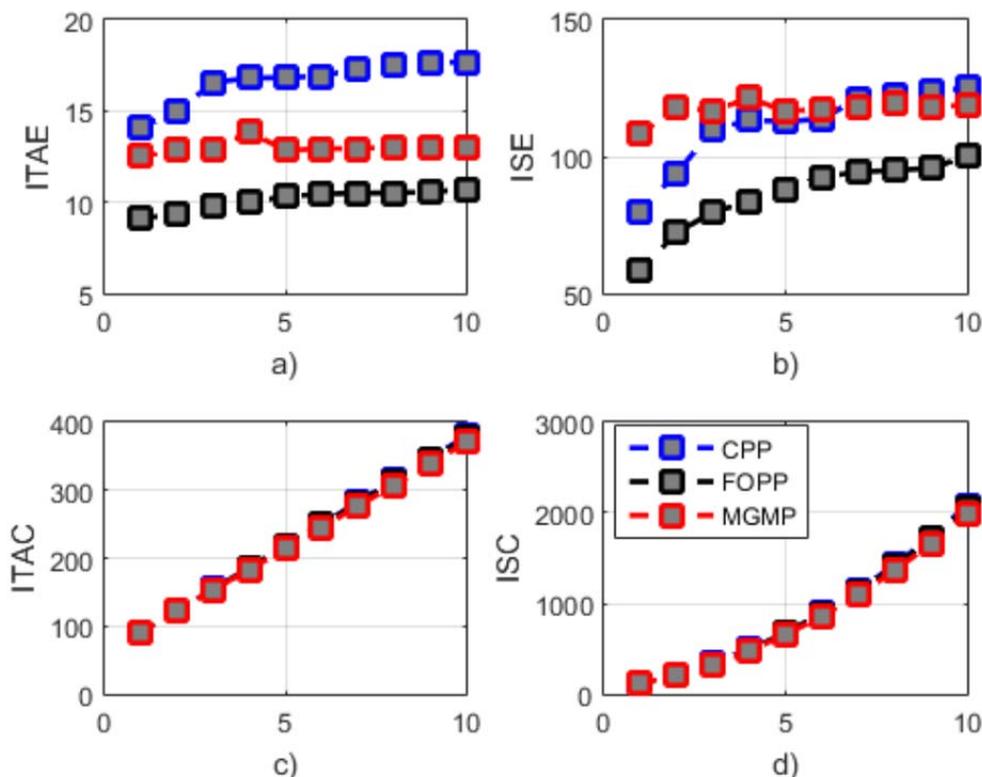


Figura 7.8 - Índices integrais calculados para dez pontos de variação crescente na referência de tensão do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.

É importante pontuar que os índices ITAC e ISC são os índices ITAE e ISE aplicados ao esforço de controle. A Figura 7.9 a) e b) apresentam os resultados relacionados à saída de tensão do conversor Buck. Em relação à Figura 7.9 a), pode-se observar que, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, os valores do índice ITAE para os dez pontos de operação foram menores do que os obtidos pelos controladores sintonizados pela técnica GMPM e IOPP, respectivamente, sendo que este último apresenta os maiores valores do índice ITAE para todos os pontos de operação analisados.

Na Figura 7.9 b), o primeiro ponto da variação decrescente na referência, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica FOPP, apresentou um valor ligeiramente maior do índice ISE em relação aos calculados para com a inserção dos

controladores projetados pelas técnicas GMPM e IOPP, respectivamente, ocorrendo, no segundo ponto de operação avaliado, uma inversão na qual os índices calculados para o sistema com a inserção do controlador IOPP apresentaram um valor ligeiramente maior do índice ISE, em comparação ao sistema com a inserção dos controladores sintonizados pelas técnicas FOPP e GMPM, respectivamente.

A partir do terceiro ponto de operação avaliado em diante, o sistema com a inserção do controlador projetado pela técnica FOPP apresentou o valor do índice ISE calculado menor, em comparação aos obtidos pelo sistema com a inserção no sistema dos controladores GMPM e IOPP, respectivamente, sendo que, no último ponto de operação analisado, houve um valor semelhante ao índice ISE calculado para o sistema com a inserção do controlador projetado pela técnica GMPM, em relação ao projetado pela técnica IOPP.

A Figura 7.9 c) e a Figura 7.9 d) apresentam os resultados relacionados ao cálculo dos índices ITAC e ISC vinculados ao esforço de controle que o sistema teve de desenvolver para alcançar a regulação do mesmo. Observa-se que, com a inserção dos três controladores projetados pelas técnicas abordadas neste trabalho, os valores de seus respectivos índices foram semelhantes para os dez pontos analisados.

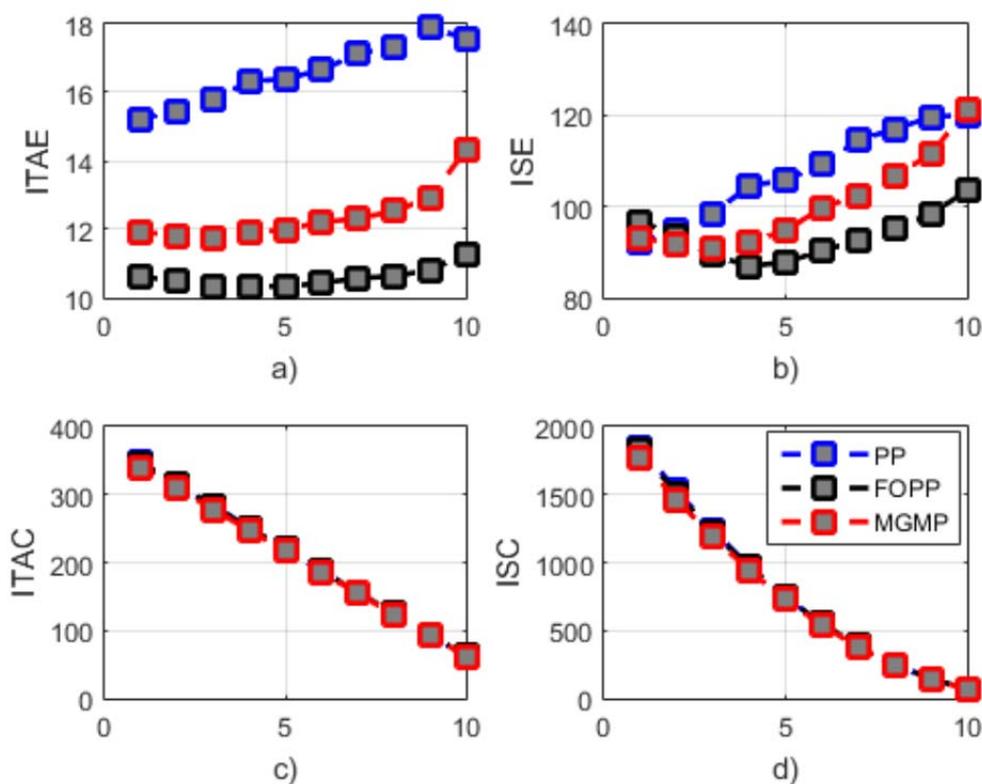


Figura 7.9 - Índices integrais calculados para dez pontos de variação decrescente na referência de tensão do sistema, com a inserção dos controladores projetados pelas

técnicas IOPP (em azul), FOPP (em vermelho), e GMPM: a) ITAE, b) ISE, c) ITAC, e d) ISC.

7.7 Conclusões do capítulo

Neste capítulo, foi apresentado o modelo dinâmico do sistema do conversor CC-CC de potência, além da sintonia dos controladores, utilizando as técnicas FOPP, IOPP e GMPM, que foram apresentadas anteriormente no capítulo 4.

Percebeu-se que, com a inserção do controlador sintonizado pela técnica de sintonia FOPP, proposta nesta tese, houve uma melhoria em relação à performance adquirida pelo sistema com a inserção do controlador proposto, em comparação com a técnica clássica IOPP, o que é corroborado pela análise dos valores otimizados obtidos dos índices ITAE, e ISE.

Novamente, o controlador sintonizado pela técnica GMPM apresentou uma grande variação relacionada aos índices ITAE e ISE obtidos pelos controladores IOPP e FOPP. Pode-se afirmar que é provável que esses resultados se devam à estrutura dos controladores, em que a técnica de sintonia do controlador FOPID não possui a parte do filtro derivativo.

No próximo capítulo, serão apresentadas as considerações finais da tese e as sugestões de possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 8 — Considerações Finais

8.1 Conclusões

Este estudo propôs uma modificação na metodologia de projeto de sintonia de controladores ESP, utilizando, ao invés de redes de compensação na estrutura Lead-Lag de ordem inteira, uma estrutura em que o parâmetro da rede α é igual a um valor fracionário, o qual possibilita um grau de liberdade maior no projeto do controlador. Além disso, também foi proposta uma nova técnica de sintonia de controladores, com o uso do método de alocação de polos aplicando a estrutura de funções de transferência comensuráveis na estrutura dos controladores, para obtenção da sintonia de controladores com dinâmica de polos baseadas em funções de transferência a três termos fracionárias.

Em relação aos resultados obtidos pertinentes ao amortecimento dos modos de oscilação dominante no sistema elétrico de potência, verificou-se, por meio da realização de ensaios experimentais em escala de laboratório, que o FOPSS apresentou uma perda de desempenho levemente reduzida em relação à sua contraparte convencional, quando o sistema operava fora da sua faixa de operação, ou seja, possibilitava um ligeiro aumento do amortecimento, para o conjunto de condições operacionais testadas, o que proporcionou uma ligeira melhoria em relação à técnica clássica apresentada por Larsen e Swann em 1981.

Uma possibilidade a ser investigada é o desacoplamento da ordem fracionária do numerador, do denominador da rede *lead-lag* e a sintonia, para aferir se esse desacoplamento entre os polos e zeros fracionários pode trazer respostas melhores em relação às obtidas até o presente trabalho, o que significaria aumento do amortecimento dos modos do sistema.

Em relação à análise dos resultados obtidos a partir de ambiente de simulação da aplicação da técnica de alocação de polos fracionária, proposta nesta tese, os resultados obtidos mostram que a metodologia proposta apresentou melhorias em relação à metodologia de ordem inteira, em vários dos pontos de operação, nos dois sistemas investigados nesta tese.

Vale salientar que esse fato se deve à flexibilidade que a utilização de polos fracionários proporcionou no momento da sintonia do controlador, pois houve uma expansão em relação às possibilidades relacionadas ao parâmetro de coeficiente de amortecimento com a utilização de polos fracionários, aumentando, inclusive, a região de estabilidade do sistema a ser analisado.

Outra vantagem apresentada na técnica proposta é a possibilidade de a estrutura do controlador mudar com o valor da ordem fracionária do parâmetro α , o que aumenta ou diminui as possibilidades de regiões a serem varridas. Além disso, a estrutura utilizada para a sintonia dos controladores IOPP e FOPP contava com a parte relacionada ao filtro derivativo, o que não ocorreu na implementação na técnica GMPM em Vinagre e Monje (2012). Como foi comentado anteriormente, a utilização do filtro derivativo auxilia na diminuição da sensibilidade do controle aplicado a um sistema relacionado a ruídos em alta frequência.

Apesar da utilização de Oustaloup proporcionar um filtro com mais polos e zeros, que possibilitam o comportamento de um controlador com características em frequência semelhantes ao termo aproximado, ou seja, a partir de s^α , foi sintonizado um filtro passa-altas de ordem mais elevada.

8.2 Recomendações para trabalhos futuros

[1] Realizar o projeto controladores fracionários com a estrutura lead-lag fracionária, desacoplando os parâmetros fracionários da potência do numerador e denominador.

[2] Aplicação prática da técnica de sintonia de controladores estrutura Lead-Lag fracionário com o numerador e denominador elevados a potências fracionárias diferentes em outros problemas de controle.

[3] Aplicar e avaliar a metodologia proposta de sintonia de controladores FOPP em sistemas práticos para investigação dos mesmos em ambiente de aplicação prático.

[4] Realizar a expansão da técnica de sintonia de alocação de polos fracionários para que haja, além da varredura do parâmetro ξ , a varredura do parâmetro ω_n para avaliação de outros pontos de sintonia, assim, analisando mais possibilidades de sintonia a partir de curvas em três dimensões paramétricas.

[5] Avaliar a expansão do método de sintonia de controladores fracionários FOPP para sistemas com modelos dinâmicos de ordem fracionária e analisar a sua aplicabilidade em ambientes práticos.

Referências Bibliográficas

AGUIRRE, L. A., **Introdução à Identificação de Sistemas, Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais.**, Minas Gerais: Editora UFMG, 2007.

ANDERSON, P. M., FOUAD, A. A. **Power System Control and Stability.** s.l. : JOHN WILEY & SONS, INC., 2003.

ASTRÖM, K. J. e HÄGGLUND, T. **PID Controllers: theory, design, and tuning.** Instrument Society of America. 2º Edição, (1995).

ÄSTROM, K. J., WITTENMARK, B., **Computer-Controlled Systems: Theory and Design** (3rd Edition). s.l.: Prentice-Hall, 1995.

ATSUMI, T., A.; MESSNER, W. **Modified Bode Plots for Robust Performance in SISO Systems with Structured and Unstructured Uncertainties.** IEEE Trans. On Control Syst. Technol. 2012, 20, 356–368.

AYRES JÚNIOR, F. A. C. **Controle de Ordem Fracionária Aplicadas ao Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas em Sistemas Elétricos de Potência.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil, Agosto, 2014.

AYRES JÚNIOR, F. A. C., NASCIMENTO FILHO, P. S., MORAES A. R. B. , GOMES, M. C. M., ROCHA, E. M., BARRA JÚNIOR., W., BARREIROS, J. A. L., **Projeto e Implementação Experimental de um Regulador de Velocidade Segundo Projeto de PID de Ordem Fracionária.** Viña del Mar : LATIN-AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSMISSION, 2013.

AYRES JÚNIOR, F.A.C.; COSTA JÚNIOR, C.T.; MEDEIROS, R.L.P.; BARRA JÚNIOR, W.; NEVES, C.C.; LENZI, M.K.; VERONEZE, G.M. **A Fractional Order Power System Stabilizer Applied on a Small-Scale Generation System.** *Energies* 2018, 11, 2052. <https://doi.org/10.3390/en11082052>.

BARREIROS, J. A. L.; SILVA, A. S.; COSTA, J. A. S. **A self-tuning generalized predictive power system stabilizer.** *Electrical Power & Energy Syst.* 1998, 20, 213–219.

BAZANELLA, A.; SILVA JR., J. **Sistemas de Controle: Princípios e Métodos de Projeto.** Porto Alegre: UFRGS, (2005).

CAPONETTO, R., DONGOLA, G., FORTUNA, L., PETRÁS, I. **Fractional Order Systems, Modeling and Control Applications.** Londres: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010.

CAMARGO, R. F., OLIVEIRA, E. C., **Cálculo Fracionário**. São Paulo: Editora da Física, 2015.

CAMPELO, R. E: **Algoritmos e Heurísticas: Desenvolvimento e Avaliação de Performance.**, Niterói: EDUFF, Brasil, 1994.

CHAREF, A., SUN, H. H., TSAO, Y. Y., ONARAL, B. **Fractal System as Represented by Singularity Function**. IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL. 9, 1992, Vol. 37.

CHEN, Y., WEI, Y., LIANG, S., WONG, Y. **Indirect model reference adaptive control for a class of fractional order systems**. Commum Nonlinear Sci Numer Simulat, Elsevier, 2016, 39, 458-471. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2016.03.016>.

COELHO, A. A. R., COELHO, L. S., **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2016.

CUNHA, M. C. C. **Métodos Numéricos**, Campinas, Editora UNICAMP, 2009.

DAS, S., **Functional Fractional Calculus.**, Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2011.

DELAVARI, H., RANJBAR, A. N., GHADERI, R., MOMANI, S. **Fractional Order Control of a Coupled Tank**. Nonlinear Dyn (2010) 61: 383. <https://doi.org/10.1007/s11071-010-9656-z>

DILL, G. K.; SILVA, A. S. **Robust Design of Power System Controllers Based on Optimization of Pseudospectral Functions**. IEEE Transaction on Power. System. 2013, 28, 1756–1765. [DOI:10.1109/TPWRS.2012.2226251](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2012.2226251).

DORKAC, L., 1, PETRAS, I., KOSTIAL, I., TERPAK, J. **State-Space Controller Design for the Fractional-Order Regulated System**. Krynica, Poland : Proceedings of ICC'2001, 2001.

DORF, R. C., BISHOP, R. H., **Sistemas de Controle Moderno**, 13ª Edição, LTC, São Paulo, Brasil, 2018.

DOYLE, J. C.; FRANCIS, B.; TANNENBAUM, A., **Feedback Control Systems**; Dover Publications: Toronto, Canada, 2009.

FAIEGHI, M. R., NEMATI, A. **On Fractional-Order PID Design**. [book auth.] Prof. Tadeusz Michalowski. Applications of MATLAB in Science and Engineering. s.l. : INTECH, 2011. [doi: 10.5772/22657](https://doi.org/10.5772/22657).

FRAKLIN, G. F., POWELL D. P., EMAMI-NAEINI., **Feedback Control of Dynamics Systems.**, Sixth Edition. New Jersey: Pearson, 2010.

FRANKLIN, G. F. e POWELL, M. L. **Digital Control of Dynamic System.** Workman – 3rd edition. ISBN 0-201-82054-4, (1997).

ISFER, L. A. D.; LENZI, E. K.; LENZI, M. K.; SILVA, G. S.. **Generalization of internal model control loops using fractional calculus.** Latin American Applied Research, v. 42, p.149-154, 2012 .

JALALI, A. A.; KHOSRAVI, S, **Tuning of FOPID Controller Using Taylor Series Expansion.** International Journal of Scientific and Engineering Research, vol 2 (5), pp.1-5, May, 2011.

KAZIMIERCZUK, M. K. **Pulse-width modulated DC-DC power converters,** Wiley, Dayton. Ohio, EUA, 2008.

KUNDUR, P. **Power System Stability and Control;** McGraw-Hill: Toronto, ON, Canada, 1994; pp. 699–825.

KUO, B. C; GOLNARAGHI, F. **Sistemas de Controle Automático.** 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

LADACI, S., BENSALIA, Y., **Indirect fractional order pole assignment based adaptive control.** *Engineering Science and Technology, an International Journal.* 2016, Vol. 19.

LANDAU; I. D.; ZITO, G., **Digital Control Systems: Design, Identification and Implementation;** Springer: London, UK, 2006; pp.201–245.

LARSEN, E.V.; SWANN, D. A. **Applying Power System Stabilizers Part II: Performance Objectives and Tuning Concepts.** IEEE Trans. on Power Delivery 1981, PAS-100, 3025–3033.

LENZI, M. K.; ISFER, L. A. D.; LENZI, E. K.; TEIXEIRA, G. M. . **Fractional control of an industrial furnace.** Acta Scientiarum-Technology, v. 32, p. 279-285, 2010.

MALTI, R., MOREAU, X., KHEMANE, F. **Resonance of fractional transfer functions of the second kind.**, Ankara Turkey: The 3th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications, 2008.

MAYA, P. A.; LEONARDI, F., **Controle Essencial,** 2° Edição; Pearson, São Paulo, Brasil, 2015.

MEDEIROS, R. L. P., BARRA JR., W., BESSA, I. V., CHAVES FILHO, J. E., AYRES JR., F. A. C.; NEVES, C. C. **Robust Decentralized Controller for Minimizing Coupling Effect in a Single Inductor Multiple Output DC-DC Converter Operating in Continuous Conduction Mode.** ISA Transactions, vol 73, pp. 112-129, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.01.006>.

MEDEIROS, R. L. P., **Investigação de Estratégias de Controle Robusto Multivariável Descentralizado Aplicadas à Melhoria do Desempenho de um Conversor de Potência CC/CC do Tipo Buck com Estrutura Single Inductor Multiple Output.**, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil, Fevereiro, 2018.

MERRIKH-BAYAT, F. KARIMI-GHATERMANI, M. **Some Properties of Three-Term Fractional Order System.**, Fractional Calculus and Applied Analysis. 3, 2008, Vol. 11.

MONJE, C. A., CALDERÓN, A. J., VINAGRE, B. M., FELIU, V. **The Fractional Order Lead Compensator.** s.l.: Second IEEE International Conference on Computational Cybernetics, 2004.

MONJE, C. A.; VINAGRE, B. M.; FELIU V. F.; CHEN, Y., **Tuning and Auto-tuning of Fractional Order Controllers for Industry Applications.** Control Eng. Practice 2008, 16, 798–812.

MONJE, C.A.; CHEN, Y.; VINAGRE, B.M.; XUE, D.; FELIU-BATTLE, V. **Fractional Order Control Systems, Fundamentals and Applications.** Springer: London, UK 2010; pp.133–140.

NOGUEIRA, F. G., BARRA JÚNIOR, W.; COSTA JÚNIOR, C. T., MORAES, A., GOMES M. C.M., LARA, J. **Design and Experimental Evaluation Tests of a Takagi-Sugeno Power System Stabilizer.** IET. Generation: Trans. Distrib. 2013, 8, 451–462.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno.** Editora Prentice/Hall do Brasil, (1970). ISBN: 85-7054-019-1

OLDHAM, K. B., SPANIER, J. **The Fractional Calculus, Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order.** New York: Academic Press, Inc., 1974.

PODLUBNY, I. **Fractional Differential Equations.** New York: Academic Press, 1999.

PODLUBNY, I., DORCAK, L., KOSTIAL, I., **On Fractional Derivatives, Fractional Order Dynamic System and PID Controllers.** San Diego, California: Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, 1997.

VALÉRIO, V.; COSTA, J. S., **An Introduction to Fractional Control;** IET: London, UK 2013; pp. 79–106.

MANDIĆ, P. D., ŠEKARA, T. B., LAZAREVIĆ, M. P., BOŠKOVIĆ, M., **Dominant pole placement with fractional order PID controllers: D-decomposition approach.,** ISA TRANSACTIONS, Vol. 67, pp. 76-86, 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2016.11.013>.

VINAGRE, B.M. & MONJE, A. C.. **Advances in Industrial Control - PID Control in the Third Millennium, Lessons Learned and New Approaches.** Prof. Ramon Vilanova & Prof. Antonio Visioli (Ed.), Springer, 2012.

SAUER P. W. & PAI, M. A. **Power System Dynamics and Stability;** Stipes Publishing: New Jersey, USA, (1998); pp. 221–282.

SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; e MELLICHAMP, D. A. **Process dynamics and control.,** 2. ed. Estados Unidos: John Wiley & Sons, 2004. 713p
RASHID, M. H.; **Power Electronics Handbook,** Third Edition, 2011.

SAFONOV, M. G., CHIANG, R. Y., e LIMEBEER, D. J. N., **“Optimal Hankel Model Reduction for Nonminimal Systems,”** IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 35, No. 4, April, 1990, pp. 496-502.

RANJAN, V., JADHAV, S., PATIL, M. D. **Design of Integer and Fractional order PID Controller using Dominant Pole Placement Method.** *International Journal of Computer Applications.* International Conference and Workshop on Emerging Trends in Technology, 2014.

RASOULI, H., FATEHI, A., ZAMANIAN, H. **Design and implementation of fractional order pole placement controller to control the magnetic flux in Damavand Tokamak.** *Review of Scientific Instruments.* 2015, Vol. 86. [Doi: 10.1063/1.4913787](https://doi.org/10.1063/1.4913787).

TAN, N., **Extensions of Classical Automatic Control Methods to Fractional Order Systems: An Educational Perspective.** Ankara, Turkey: New Turkey Strategic Research Center, 2016.

XUE D., ZHAO, C., CHEN, Y., **Fractional Order PID Control of DC-Motor with Elastic Shaft: A Case Study.** In proceedings of the 2006 American Control Conference, Minnesota, US, 14–16 June 2006; pp. 3182–3187. [Doi: 10.1109/ACC.2006.1657207](https://doi.org/10.1109/ACC.2006.1657207).

WOICIECHOVSKI, C.; LENZI, E. K. ; SANTOS, A. F.; LENZI, M. K. . **Simulation of multivariable fractional control applied to binary distillation.** International Review of Chemical Engineering, v. 9, p. 60-69, 2017.

ZAMANI, M., KARIMI-GHATERMANI, M., SADATI, N., PARNIANI, M., **Design of a Fractional Order PID Controller for an AVR Using Particle Swarm Optimization.** *Control Engineering Practice*. 2009, Vol. 17, Elsevier.

Anexo

Neste anexo, é apresentada a base matemática para a aplicação da técnica de redução de ordem usando Hank da matriz, desenvolvido por Safonov et al. (1990). Seja $G(s)$ uma função de transferência estável e $p_x q$ uma função matricial que possui um grau m McMillan:

$$H_G : L_2^q(-\infty, 0] \rightarrow L_2^p(0, \infty] \quad (\text{A.1}),$$

definido para todo tempo $t \geq 0$, por:

$$(H_G u)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t - \tau) d\tau \quad (\text{A.2}),$$

em que $G(t - \tau)$ é a resposta impulsiva da matriz $G(s)$. Se H_G tiver decomposição em valor singular (SVD) determinável diretamente a partir de $n > m$ em uma realização em espaço de estados de $G(s)$, dado pela Equação (A.3):

$$G(s) = \bar{C}(s\bar{I} - \bar{A})^{-1} \bar{B} + \bar{D} \quad (\text{A.3}),$$

e, ademais, o valor singular do hank m é não nulo de H_G :

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0 \quad (\text{A.4}),$$

são dados por $\sigma_i = (\lambda_i(PQ))^{1/2}$, em que P e Q são as matrizes observabilidade e controlabilidade, respectivamente, dadas por:

$$0 = \bar{A}P + P\bar{A}^* + \bar{B}\bar{B}^* \quad (\text{A.5}),$$

$$0 = Q\bar{A} + \bar{A}^*Q + \bar{C}^*\bar{C} \quad (\text{A.6}),$$

e $\lambda_i(\cdot)$ denota o i -ésimo autovalor não nulo (\cdot) . Dado qualquer outro número $\rho > 0$, o problema da norma Hank de mínimo grau e aproximação (MDA) $\hat{G}(s)$ é encontrar um modelo em espaço de estados cujo maior valor singular de Hank do sistema aproximado

$H_{G-\hat{G}}$ é no máximo ρ . Qualquer função $\hat{G}(s)$ estável racional, a qual resolva o problema MDA, é chamada de o menor grau de aproximação de $G(s)$. É sabido que o mínimo grau é precisamente igual ao número do valor singular do Hank maior que ρ . O menor grau é determinado por:

$$k := \max_i \{i \mid \sigma_i > \rho\} \quad (\text{A.7}),$$

e fórmulas mais explícitas em espaço de estados para todas as aproximações de ordem mínimas podem ser dadas em termos da realização balanceada de Moore de $G(s)$. Para o caso “ótimo”, para $\rho = \sigma_{k+1}$, é provado por Glover que a cada termo de k -ésima ordem de grau mínimo de aproximação de $G(s)$ goza de uma importante propriedade para algumas matrizes constante D_0 .

$$\left\| G - \hat{G} - D_0 \right\|_{\infty} := \sup_{\omega} \bar{\sigma} \left(G(j\omega) - \hat{G}(j\omega) - D_0 \right) \leq \sum_{i=k+1}^n \sigma_i \quad (\text{A.8})$$

Para matrizes funções de transferência $K(s)$, podemos definir:

$$K^*(s) := \bar{K}^T(-s) \quad (\text{A.9})$$

O sobrescrito T denota que a matriz é transposta e a barra sublinhada denota o complexo conjugado da matriz. Para matrizes A constantes, a notação A^* de complexo conjugado. Para qualquer função de transferência $G(s)$, podemos definir $[G(s)]_-$ para ser a projeção estrita própria de $G(s)$, obtida pela expansão de $G(s)$ como uma somatória de três termos:

$$G(s) = [G(s)]_- + [G(s)]_+ + [G(s)]_0 \quad (\text{A.10}),$$

em que $[G(s)]_+$ é estritamente própria e possui todos polos em $\{s \mid R_e(s) > 0\}$, $[G(s)]_-$ é estritamente própria e possui polos apenas em $\{s \mid R_e(s) < 0\}$ e $[G(s)]_0$, precisa ser própria e possui apenas polos com $R_e(s) = 0$. Em teoria, $[G(s)]_-$ seria obtida a partir da expansão em frações parciais de $G(s)$, partindo da coleta de todos os termos com polos em $\{s \mid R_e(s) < 0\}$; porém, algoritmos baseados na forma de Schur de espaço de estados proporcionam um método mais robusto para a computação de $[G(s)]_-$.