



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS**

STEPHANY GLAUCIA DE OLIVEIRA PAULO

**SABERES DOCENTES NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
ACERCA DO ENSINO DE DERIVADA**

**BELÉM - PA
2016**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS**

STEPHANY GLAUCIA DE OLIVEIRA PAULO

**SABERES DOCENTES NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
ACERCA DO ENSINO DE DERIVADA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, sob a orientação do Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg.

**BELÉM - PA
2016**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Paulo, Stephany Glaucia de Oliveira, 1993-
Saberes docentes na licenciatura em matemática
acerca do ensino de derivada / Stephany Glaucia de
Oliveira Paulo. - 2016.

Orientador: Prof. Dr. João Cláudio
Brandemberg.

Dissertação (Mestrado) - Universidade
Federal do Pará, Instituto de Educação
Matemática e Científica, Programa de
Pós-Graduação em Educação em Ciências e
Matemáticas, Belém, 2016.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Cálculo.
3. Cálculo diferencial. 4. Cálculo integral. 5.
Professores de matemática - formação. I. Título.
CDD 22. ed. 510.7

STEPHANY GLAUCIA DE OLIVEIRA PAULO

**SABERES DOCENTES NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
ACERCA DO ENSINO DE DERIVADA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, sob a orientação do Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg.

Aprovada em ____ / ____ / ____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg - (Orientador) IEMCI/UFPA

Prof.^a Dr.^a Maria José de Freitas Mendes – (Membro interno) IEMCI/UFPA

Prof. Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes – (Membro interno) IEMCI/UFPA

Prof. Dr. Pedro Franco de Sá – (Membro externo) UEPA

A minha mãe, Greicy Mara de Oliveira Paulo, pelo amor, compreensão, amizade, dedicação, carinho e apoio em todos os momentos da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade do Federal do Pará – UFPA, pelo oferecimento do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.

Ao meu orientador, Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg, pela amizade, paciência e principalmente, pelas orientações e colaboração para este trabalho.

Aos professores que compõe a banca examinadora, Prof. Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes, Prof.^a Dr.^a Maria José de Freitas Mendes, Prof. Dr. Pedro Franco de Sá, pela participação e colaboração para o aperfeiçoamento deste trabalho.

Aos sujeitos da pesquisa, pela compreensão e cooperação com sua participação para este trabalho.

A CAPES, pelo auxílio financeiro durante o curso.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, pelas contribuições para a minha formação.

Aos membros do GEHEM (Grupo de Estudos em Pesquisa em História e Educação Matemática), pela contribuição para esta pesquisa durante as discussões realizadas nas reuniões do grupo.

Aos meus pais, João e Greicy, pelo apoio em meus estudos, na qual me encontro hoje graças a eles.

Ao Renan Augusto, pelo incentivo neste trabalho e em todos os sentidos da vida.

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas pelo carinho, apoio e amizade durante o curso.

Agradeço a Deus, pelas bênçãos concedidas e força para ultrapassar as barreiras encontradas ao longo do curso.

A autora.

RESUMO

Este trabalho desenvolve-se a partir da pesquisa qualitativa que tem como objetivo identificar os Saberes Docentes presentes na Licenciatura em Matemática e ensino de Derivada. O estudo envolve cinco professores que lecionam ou já lecionaram a disciplina de Cálculo I para a Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará e/ou Universidade Federal do Pará, que busca responder a seguinte pergunta: quais os saberes docentes presentes na licenciatura em Matemática e ensino de Derivada? Este estudo se divide em duas etapas, a primeira é a aplicação de um questionário contendo dezoito questões sobre a formação do professor e atuação no ensino de Derivada, a segunda é a entrevista na qual constam cinco questões referentes à trajetória profissional do professor desde sua Graduação e seis questões relativas à concepção do professor em relação ao ensino de Derivada na Licenciatura em Matemática. Posteriormente construímos um novo roteiro de entrevista, que contém sete questões sobre o ensino de Derivada, duas acerca da dificuldade da aprendizagem de Derivada e quatro a propósito da formação profissional, da experiência e do currículo do curso. No estudo histórico sobre o desenvolvimento da Derivada, baseamos nos trabalhos de Haveroth (2013), Pires (2004), Bardi (2008), Carvalho (2007) e Baroni e Otero-Garcia (2014). No estudo bibliográfico sobre o ensino de Derivada na Licenciatura em Matemática, fundamentamos em Dall’Anese (2000), Santos e Matos (2012) e Traldi Júnior (2007) e sobre o saberes docentes em, Tardif (2014) e Pimenta (1996). Com base na análise das entrevistas realizadas, fizemos algumas considerações: percebemos que esses saberes estão intimamente ligados uns aos outros, saberes estes que são o da formação profissional, o da experiência, o disciplinar e o curricular.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Cálculo. Ensino de Derivada, Licenciatura em Matemática. Saberes Docentes.

ABSTRACT

This work is developed from the qualitative research that aims to identify the Knowledge Teachers present in the Degree in Mathematics and teaching Derivative. The study involves five teachers who teach or have taught at the Calculus I course for the degree in Mathematics of the Pará State University and / or the Federal University of Pará, which seeks to answer the following question: what teaching knowledge present in the degree in Mathematics and teaching Derivative? This study is divided into two stages, the first is the application of a questionnaire containing eighteen questions about teacher training and performance in education derivative, the second is the interview which contains five questions concerning the professional career of the teacher since his graduation and six questions relating to teacher design in relation to the Derivative of education in degree in Mathematics. Later built a new interview script, which contains seven questions on teaching Derivative two about the difficulty of Derivative learning and four purpose of training, experience and the course curriculum. In the historical study of the development of derivative, we based the work of Haveroth (2013), Pires (2004), Bardi (2008), Carvalho (2007) and Baroni and Otero-Garcia (2014). In bibliographical study on the Derivative of education in the Degree in Mathematics, based in Dall'Anese (2000), Santos and Matos (2012) and Traldi Junior (2007) and on the teaching knowledge in Tardif (2014) and Pimenta (1996). Based on the analysis of the interviews, we made some considerations: we realize that this knowledge's are closely linked to one another, knowledge that these are the training, the experience, discipline and curriculum.

Keywords: Mathematics Education. Teaching Calculus. Derivative Teaching. Degree in Mathematics. Knowledge Teachers.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01: René Descartes e Pierre Fermat	19
FIGURA 02: Máximos/Mínimos de Fermat	20
FIGURA 03: Isaac Newton	22
FIGURA 04: Gottfried Wilhelm Von Leibniz	24
FIGURA 05: Augustin Louis Cauchy	26
FIGURA 06: Função f	28
FIGURA 07: Concepções de Tardif (2014) e Pimenta (1996), relacionados ao saber docente	37

LISTA DE QUADROS

Quadro 01: Caracterização dos docentes	38
Quadro 02: assinalado pelo docente D1	41
Quadro 03: assinalado pelo docente D2	42
Quadro 04: assinalado pelo docente D3	44
Quadro 05: assinalado pelo docente D4	45
Quadro 06: assinalado pelo docente D5	46
Quadro 07: Professores e Saberes Docentes	65

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	11
CAPÍTULO I - PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	12
1.1. O problema que motivou a construção do objeto de estudo	12
1.2. Objetivos da pesquisa	14
1.3. Metodologia e procedimentos metodológicos	14
1.3.1. Os sujeitos da pesquisa	15
1.3.2. O processo de investigação	15
1.3.3. Os instrumentos de investigação	16
CAPÍTULO II - UM ESTUDO DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE DERIVADA	18
2.1. O problema da tangente	18
2.2. Cálculo Infinitesimal de Newton e Leibniz	22
2.3. Precursor do conceito de Derivada: Augustin Louis Cauchy (1789-1857)	26
2.4. Definição da Derivada por Cauchy	27
2.5. Conceito de Derivada Contemporâneo	28
CAPÍTULO III – ESTUDO DA DERIVADA NA GRADUAÇÃO.....	30
3.1. Um estudo do ensino de Derivada na Licenciatura em Matemática.....	30
3.2. Saberes Docentes	35
CAPÍTULO IV - RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ENTREVISTAS	38
4.1. Análise do questionário	38
4.1.1. Sobre o ensino e aprendizagem da Derivada	40
4.2. Trajetória vivenciada pelo professor desde sua graduação	48
CAPÍTULO V - INVESTIGANDO OS SABERES DOCENTES	55
5.1. Saberes docentes dos professores	55
5.1.1. Saber da formação profissional.....	55
5.1.2. Saber disciplinar	58

5.1.3. Saber da experiência.....	61
5.1.4. Saber curricular	62
ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....	67
REFERÊNCIAS.....	69
Apêndice I - Questionário aplicado ao docente.....	71
Apêndice II – Roteiro da primeira entrevista realizada com os Docentes	74
Apêndice III – Roteiro da segunda entrevista realizada com os Docentes	75
Apêndice IV – Transcrição da entrevista com o professor D1	76

APRESENTAÇÃO

Esta pesquisa tem por objetivo identificar os Saberes Docentes presentes na Licenciatura em Matemática e ensino da Derivada.

A motivação por esse estudo decorre das inquietações que presenciei durante a minha trajetória como discente na Licenciatura em Matemática. A partir dessa experiência vivida, procuramos investigar o ensino de Derivada na Licenciatura em Matemática e os saberes docentes acerca da mesma, com estudo bibliográfico em Dall’Anese (2000), Santos e Matos (2012), Traldi Júnior (2007), Tardif (2014) e Pimenta (1996).

No Capítulo I, apresentamos a problemática da pesquisa, os objetivos que a compõem, a metodologia usada na realização da pesquisa, os sujeitos da pesquisa, descrevo o processo de investigação e os instrumentos que foram utilizados para realizar a pesquisa.

Após a apresentação da problemática e procedimentos metodológicos, no capítulo II é feito um estudo histórico do desenvolvimento do conceito de Derivada, desde o problema da reta tangente a uma curva até a definição de Derivada introduzida por Cauchy.

No capítulo III realizamos um levantamento de trabalhos que abordassem o ensino de Derivada na Licenciatura em Matemática e sobre os saberes docentes.

No capítulo IV, apresentamos a análise do questionário aplicado com os sujeitos da pesquisa e, seguimos, abordando as dificuldades dos alunos em relação à Derivada, baseado no quadro 17 descrito no apêndice I assinalados pelos docentes. Damos continuidade ao capítulo relatando a trajetória profissional dos cinco docentes desde sua graduação, que lecionam ou já lecionaram Derivada para alunos de Licenciatura em Matemática, de acordo com as entrevistas realizadas.

Para a composição do capítulo V, fazemos uso dos relatos dos professores nas entrevistas para identificar os saberes docentes presente na Licenciatura em Matemática e ensino de Derivada, baseados nos saberes descritos por Tardif (2014).

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo enfatizamos os motivos que levaram a elaboração de nossa questão de pesquisa e os processos envolvidos em seu desenvolvimento, referente à problemática, os objetivos, a metodologia, os sujeitos da pesquisa, o processo de investigação e os instrumentos utilizados.

1.1. O problema que motivou a construção do objeto de estudo

Com base na minha trajetória como aluna de graduação do curso de Licenciatura em Matemática, meus colegas de classe e eu tínhamos dificuldades na aprendizagem da disciplina de Cálculo, especificamente o assunto de Derivada, o que gerava um desinteresse pela disciplina e, conseqüentemente, notas baixas e reprovações dos alunos. Essa questão nota-se no estudo de Meyer e Souza Júnior (2002).

No Brasil, o ensino do Cálculo tem sido responsabilizado por um grande número de reprovações e de evasões de estudantes universitários. É comum em nossas universidades a reclamação, por parte dos alunos ou por parte dos professores de outras áreas, da inexistência de esforços para tornar o Cálculo interessante ou útil. (MEYER; SOUZA JÚNIOR, 2002, P. 121).

Minhas dificuldades acerca da Derivada eram na interpretação geométrica, na concavidade e ponto de inflexão, e alguns teoremas, como o de Rolle e do valor médio. Acredito que essa dificuldade sobre os teoremas esteja ligada ao pouco tempo disposto para eles.

Em uma das primeiras provas de Cálculo I, lembro-me de uma questão que não consegui desenvolver, tratava da derivada de função de uma variável que apresentava um gráfico. Percebi que havia uma grande dificuldade em interpretar geometricamente a derivada da função e relacioná-la com a física. Além disso, tinha bastante dificuldade em utilizar a definição da Derivada.

Com relação à regra de derivação, não via grandes problemas em aplicar, mas sentia grande problema em demonstrar. Talvez o modo que foi transmitido tenha sido de maneira muito técnica, que causou minha dificuldade.

O autor Dall’Anese (2000, p. 13) explica que “os alunos tendem a decorar regras de derivação e a Derivada parece ter pouca significação”. Logo, quando se trata de entender o conceito para resolver certas questões apresentam dificuldade.

Vale ressaltar que ao ingressar na universidade o assunto de Derivada é uma novidade para os alunos, pois no ensino médio não se estuda mais noções de Limite, Derivada e Integral, como antigamente. Logo, muitos alunos deixam a desejar na disciplina por conta dessa base que não tiveram.

Essa falta de base interfere no ensino e aprendizagem do Cálculo, portanto os professores da Licenciatura em Matemática devem ficar atentos a, inicialmente, explorar os conhecimentos prévios que os alunos possuem para depois desenvolverem o conteúdo até estarem aptos para conceber o conhecimento do mesmo.

O docente é um dos principais atores para o aperfeiçoamento desse ensino. Um conteúdo importante para diversas áreas deve ser valorizado pelos alunos e professores, o que não ocorre no contexto atual. Dai surge a seguinte indagação:

Como conceitos tão ricos, tão importantes, em particular, os conceitos de limite, derivada e integral são ensinados nos cursos de Licenciatura em Matemática de um modo tão vazio, sem significado, como uma série de algoritmos e regras que, por si só, são apenas mecanizadas? (AMORIM, 2011, p. 18)

No ano de 2013, pretendia participar do processo de seleção do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) da Universidade Federal do Pará (UFPA), onde teria que construir um projeto para submeter à avaliação. Então, logo pensei em fazer algo que pudesse contribuir para atender a essa inquietação que trazia desde o segundo ano da graduação.

Com o projeto pensei em realizar uma pesquisa com os professores que lecionam ou já lecionaram a disciplina de Cálculo I para o curso de Licenciatura em Matemática. Assim, a minha questão norteadora se materializou na seguinte: Quais os Saberes Docentes presentes na Licenciatura em Matemática e ensino da Derivada? Buscando responder a essa pergunta, relacionei os seguintes objetivos.

1.2. Objetivos da pesquisa

Geral:

Identificar os Saberes Docentes presentes na Licenciatura em Matemática e ensino da Derivada

Específicos:

- Realizar um levantamento histórico acerca do conceito de Derivada, de forma a verificar como esse conceito foi desenvolvido e sua importância.
- Investigar a trajetória profissional de professores de Cálculo.
- Identificar os saberes dos professores entrevistados com base nos estudos de Tardif (2014).

1.3. Metodologia e procedimentos metodológicos

Para identificarmos os Saberes Docentes na Licenciatura em Matemática e ensino de Derivada, optamos pela pesquisa qualitativa, pois o que nos interessa não são resultados numéricos e sim descrição subjetiva do professor e suas particularidades. Segundo Dalfovo, Lana e Silveira (2008, p.9) a pesquisa qualitativa “é aquela que trabalha predominantemente com dados qualitativos, isto é, a informação coletada pelo pesquisador não é expressa em números, ou então os números e as conclusões neles baseadas representam um papel menor na análise”.

Para Dalfovo, Lana E Silveira, (2008, P. 9) na pesquisa qualitativa o pesquisador está interessado na interpretação que os próprios participantes têm da situação sob estudo. Logo, os sujeitos da pesquisa ocupam um papel importante para a verificação dos objetivos.

Também utilizamos de entrevistas semi-estruturadas com os docentes, pois precisávamos de respostas espontâneas dos docentes e a liberdade de colocar novas questões caso fosse de nosso interesse. Segundo Quaresma (2005, p. 75) são entrevistas que:

Combinam perguntas abertas e fechadas, onde o informante tem a possibilidade de discorrer sobre o tema proposto. O pesquisador deve seguir um conjunto de questões previamente definidas, mas ele o faz em um contexto muito semelhante ao de uma conversa informal. O entrevistador deve ficar atento para dirigir, no momento que achar oportuno, a discussão para o assunto que o interessa fazendo perguntas adicionais para elucidar questões que não ficaram claras ou ajudar a recompor o contexto da entrevista, caso o informante tenha “fugido” ao tema ou tenha dificuldades com ele. Esse tipo de entrevista é muito utilizado quando se deseja delimitar o volume das informações, obtendo assim um direcionamento maior para o tema, intervindo a fim de que os objetivos sejam alcançados. (QUARESMA, 2005, P. 75)

Acreditamos assim, que a identificação dos sujeitos da pesquisa se faz necessário para facilitar a compreensão do trabalho.

1.3.1. Os sujeitos da pesquisa

Os sujeitos da pesquisa são cinco professores que lecionam ou já lecionaram Cálculo I para alunos da Licenciatura em Matemática, sendo três da Universidade do Estado do Pará e dois da Universidade Federal do Pará. Deste modo: um com formação na área da Educação Matemática e quatro com formação Matemática e afim.

1.3.2. O processo de investigação

O processo de investigação ocorreu no primeiro semestre do ano de 2015, com inicialmente dois professores da Universidade do Estado do Pará e um da Universidade Federal do Pará. Aplicamos para os docentes um questionário para identificação dos mesmos e sobre o seu ensino referente à Derivada, que encontra-se no apêndice I, e realizamos uma entrevista que se constitui de cinco questões a respeito de sua formação profissional e seis questões a propósito do ensino de Derivada, que localiza-se no apêndice II.

Após a qualificação e sugestões da banca examinadora, fizemos um novo roteiro de entrevista, que chamamos roteiro de entrevista II localizado no apêndice III, onde abordamos assuntos relacionados ao questionário, então nesse roteiro enfatizamos as questões de ensino, como os recursos e livros que o professor utiliza na sua prática docente, como costuma abordar o assunto de Derivada, que tipo de

questões utiliza para fixar o conteúdo e entre outros. Além disso, também indagamos sobre as dificuldades de aprendizagem apontadas pelos professores, no quadro 17 do questionário, e sobre sua opinião referente à formação profissional, a experiência e o currículo do curso.

Posteriormente à construção desse novo roteiro de entrevista, aplicamos com os três docentes que já havíamos entrevistados e com mais dois professores, um da Universidade do Estado do Pará e outro da Universidade Federal do Pará, mas com estes também aplicamos o questionário e realizamos a entrevista com o roteiro I.

A realização da nova entrevista ocorreu no segundo semestre do ano de 2015, com os três docentes que tínhamos inicialmente. E os outros dois finalizamos no início do ano de 2016.

Para a realização desta pesquisa dispomos de alguns instrumentos de investigação, que foi de grande importância para a nossa análise e que descrevemos a seguir.

1.3.3. Os instrumentos de investigação

Na primeira etapa desta pesquisa os instrumentos de investigação foram um questionário contendo dezoito questões para identificação dos professores e sobre o seu ensino de Derivada e dificuldades dos alunos em determinados tópicos referentes à Derivada.

Na segunda etapa, teremos a realização das entrevistas, na primeira entrevista os instrumentos utilizados foram um gravador e um roteiro que contém cinco questões a respeito da trajetória profissional do docente e seis questões a propósito do ensino de Derivada. Na segunda entrevista também utilizamos um gravador e um roteiro, só que nesse roteiro abordamos questões de ensino, como os recursos e livros que o professor utiliza na sua prática docente, como costuma abordar o assunto de Derivada, que tipo de questões utiliza para fixar o conteúdo e entre outros. Além disso, possui questões sobre as dificuldades de aprendizagem apontadas pelos professores no quadro 17 do questionário e temas referentes à formação profissional, à experiência e ao currículo do curso.

Após determinar a metodologia da investigação que usaria para tentar responder a questão: Quais os Saberes Docentes presentes na Licenciatura em

Matemática e ensino de Derivada? Sentimos necessidade de um conhecimento maior sobre o processo de ensino e aprendizagem da Derivada na graduação no curso de Licenciatura em Matemática e sobre os saberes docentes descritos por Tardif (2014) e Pimenta (1996), mas antes desse estudo, buscamos descrever historicamente o assunto de Derivada, o que fazemos no próximo capítulo.

CAPÍTULO II

UM ESTUDO DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE DERIVADA

Nesta seção fizemos um estudo do desenvolvimento histórico do conceito de Derivada, partindo do problema da tangente, com René Descartes (1596 - 1650) e Pierre Fermat (1601 - 1665) como personagens principais; o surgimento do Cálculo infinitesimal, por Newton (1643 – 1727) e Leibniz (1646 - 1716); até o desenvolvimento do conceito de Derivada, como precursor Cauchy (1789 – 1857). Abordamos no final do capítulo o conceito de Derivada tratado atualmente, a partir da obra de Guidorizzi (2001). Mediante referencial histórico, que consideramos adequado, a saber: Haveroth (2013), Pires (2004), Bardi (2008), Carvalho (2007) e Baroni e Otero-Garcia (2014).

2.1. O problema da tangente

O século XVII foi marcado por grandes revoluções na Europa, como a monarquias absolutistas, monarquia inglesa, revolução puritana e revolução gloriosa. E no campo da matemática, foi caracterizado pela descoberta do Cálculo infinitesimal.

O Cálculo infinitesimal se desenvolve a partir dos estudos relacionados ao problema da tangente. Que tem como principais precursores René Descartes¹ (1596 - 1650) e Pierre Fermat² (1601 - 1665). (figura 01)

¹René Descartes nasceu em 1596 em Touraine (França) e faleceu em 1650, foi educado num colégio de jesuítas onde estudou filosofia grega e matemática.

²Pierre Fermat nasceu em 1601 em Beaumont de Lomagne (França) e faleceu em 1665, foi advogado e oficial do governo na França.

Figura 01: René Descartes e Pierre Fermat



Fonte: Site Infoescola³

O problema da tangente vem sendo tratado desde o início da Grécia antiga por Euclides (300 A.C.), Apolônio (225 A.C.) e Arquimedes (225 A.C.). Nesse tempo a tangente servia como auxílio na construção de objetos geométricos.

Posteriormente, esse problema volta à tona no século XVII pelos franceses Descartes (1596 - 1650) e Fermat (1602 - 1665). Problema este que gerou diversos métodos de resolução. Segundo Haveroth (2013, p. 24):

Para determinar os máximos e mínimos de uma função, Fermat considerava que se, para um valor da variável x a expressão $f(x)$ é um valor máximo/mínimo para valores próximo de x , ou seja, $x + e$ ou $x - e$, a variação de $f(x)$ é relativamente menor que e , sendo este um valor pequeno. Portanto, se igualarmos as expressões $f(x)$ e $f(x + e)$ eliminaremos os termos comuns, como também as potências de e igual ou superior a 2, em seguida dividiremos por e , sendo $e \neq 0$, obtemos então o valor ou os valores de x onde a expressão $f(x)$ é máxima ou mínima. (HAVEROTH, 2013, p. 24)

O método da determinação de máximos/mínimos de Fermat está descrito em uma cópia de um extrato da obra de Émile Brassinne, *Précisdes Oeuvres Mathématiques* (d'après Fermat). Apresentado no trabalho de Pires (2004, p. 14).

³<http://www.infoescola.com/>

Figura 02: Máximos/Mínimos de Fermat

MÉTHODE POUR CHERCHER LA PLUS GRANDE OU LA PLUS PETITE VALEUR, ET POUR LES TANGENTES.

Principe fondamental : Si une quantité cherchée dépend d'une variable x , et si une valeur x , de cette variable répond à une valeur maximum ou minimum de la quantité cherchée, $x + e$ répondra à la même valeur de cette quantité, pourvu qu'on suppose l'accroissement indéterminé e infiniment petit.

1^{er} Exemple : On veut diviser une droite donnée a en deux segments x , $a - x$, dont le rectangle $x(a - x)$ soit

maximum. Si nous désignons par x la valeur inconnue qui correspond au maximum, d'après le principe posé ci-dessus, $x + e$ donnera pour le rectangle cherché la même valeur maximum que x . On aura donc :

$x(a - x) = (x + e)(a - x - e)$; de cette égalité on déduit : $e(a - 2x) - e^2 = 0$, ou $(a - 2x) - e = 0$; mais e étant aussi petit qu'on voudra, la dernière égalité ne peut avoir lieu que si $a - 2x = 0$, ou $x = \frac{a}{2}$.

2^{me} Exemple : La droite a doit être divisée en deux segments x , $(a - x)$, tels que $x^2(a - x)$ soit un maximum. D'après le principe, on devra avoir

$x^2(a - x) = (x + e)^2(a - x - e)$, et par suite $x = \frac{2}{3}a$.

3^{me} Exemple : Question d'Apollonius, considérée par Pappus comme très-difficile.

(Fig. 2.) Sur une droite OD , on donne deux points M , I ; il s'agit de diviser MI en un point N , tel que le rapport du rectangle $\frac{ON \cdot ND}{MN \cdot NI}$ soit un minimum.

Soit $OM = b$, $MD = z$, et $MI = g$; désignons le segment inconnu MN par x , nous aurons : $\frac{(b+x)(z-x)}{x(g-x)}$ qui devra être un minimum, et par suite en remplaçant x par $x + e$, on devra avoir l'égalité : $\frac{(b+x)(z-x)}{x(g-x)} = \frac{(b+x+e)(z-x-e)}{(x+e)(g-x-e)}$. Faisant disparaître les dénominateurs, ordonnant par rapport aux puissances croissantes de e , divisant le résultat par e , et égalant ensuite à zéro le terme indépendant de e , on trouvera : $x^2(z - b - g) + 2b \cdot z \cdot x - b \cdot z \cdot g = 0$, qui donnera les deux valeurs de x .

Fermat fait encore usage d'une méthode analogue à celle des maximis et des minimis, pour trouver les tangentes aux courbes. Il l'expose d'une manière très-simple pour le cas particulier de la parabole, et il l'applique ensuite à l'ellipse,

Esse documento detalha basicamente como Fermat desenvolveu o método para determinar máximos e mínimos à curva. Segundo Pires (2004, p. 15) esse extrato apresenta três exemplos para a aplicação do método e no último parágrafo é feita uma alusão à determinação da tangente a curvas conhecidas, como, a parábola, elipse, cicloide e entre outras.

Pires (2004, p.17) alega que este método foi baseado nas idéias de Kepler, diz ainda que Fermat tendo concretizado essa idéia, envia uma carta para Mersenne com um método para a determinação de máximos e mínimos à curva, na qual este método pode ser aplicado para a determinação da tangente a uma dada curva.

O método de Fermat foi criticado por Descartes, pois fazendo a verificação do método de Fermat em uma parábola, por exemplo, $y = x^2$, Descartes encontra um resultado diferente do problema em questão. Conclui que o método de Fermat é defeituoso e deste modo não aplicável a todos os casos. (PIRES, 2001, p. 19)

Segundo Haveroth (2013, p. 24) Roberval⁴ analisando os argumentos de Descartes ressaltou que o mesmo estava equivocado em sua verificação. Onde “Roberval mostrou a Descartes que ele deveria aplicar a regra de Fermat utilizando as propriedades específicas de cada curva e afirmou que Fermat tratou o problema com tangentes independentemente dos máximos e mínimos.”

De acordo com Haveroth (2013, p. 26) Descartes insatisfeito com o método de Fermat que argumentava não ser tão geral propôs o método da determinação da tangente em 1638, que está exposto em sua obra *La geometrie de Descartes*.

Segundo Pires (2004, p. 28-29) Para a determinação da tangente, Descartes desenvolveu três métodos⁵, o primeiro método consiste no uso da circunferência para definir a tangente à parábola num determinado ponto; o segundo utiliza uma secante em volta do ponto de tangência, esta fica no lugar da curva com relação ao primeiro método; o terceiro método é análogo ao segundo método, que de acordo com Pires (2004, p. 29) “A secante é aqui traçada usando o ponto de tangência e a determinação da tangente é obtida fazendo coincidir o segundo ponto com o primeiro”.

⁴Gilles Personne de Roberval nasceu em 1602 em Paris na França e morreu em 1675. Foi físico e matemático Francês.

⁵O leitor pode conferir esses métodos mais detalhadamente no trabalho de Pires (2004).

2.2. Cálculo Infinitesimal de Newton e Leibniz

Segundo Carvalho (2007, p. 4-9) O interesse pelo Cálculo de área surge desde 200 a.C. Esses estudos procediam dos matemáticos, como, Hipócrates, que parecia ter demonstrado um teorema sobre a quadratura do círculo; Arquimedes, que desenvolveu um método para calcular a área do círculo, posteriormente chamado de método da exaustão por Grégoire de Saint – Vincent (1647 d.C); Euclides, que também tinha o seu método de exaustão baseados nas descobertas de Eudoxo e apresentados no seu “Elementos de Geometria”.

Assim, o Cálculo foi se desenvolvendo até chegar ao Cálculo Infinitesimal, conhecido hoje como Cálculo Diferencial e Integral. Temos dois nomes importantes para o surgimento desse Cálculo, que são Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz.

Isaac Newton (Figura 03) nasceu em 1643, na Inglaterra. A formação acadêmica de Newton deu-se de 1661 a 1665, ele contribuiu bastante para a comunidade científica com o Cálculo Infinitesimal, descobrimento da natureza da luz branca e a formulação da lei da gravidade. Faleceu em Londres, em 1727.

Figura 03: Isaac Newton



Fonte: Site Uol Educação⁶

⁶<http://educacao.uol.com.br/biografias/isaac-newton.jhtm>

De acordo com Bardi (2008, p. 48-49) Isaac Newton (1643-1727) residia na Universidade de Cambridge, mas no outono de 1665, foi obrigado a se retirar devido uma epidemia que forçou a universidade fechar as portas. Portanto, Newton seguiu para Grantham que permaneceu por mais de um ano, até retomarem os estudos em Cambridge, em abril de 1667. Foi em Grantham que Newton desenvolveu suas maiores descobertas. Que foram:

Newton chegou a uma compreensão da mecânica do movimento e começou a trabalhar numa descrição matemática das suas leis. Fez também descobertas importantes relativas à ótica, à mecânica dos fluidos, à física das marés, às leis do movimento e à teoria da gravitação universal. (BARDI, 2008, p. 49)

Durante sua estadia em Grantham, Segundo Bardi (2008, p. 45-46), Newton comprou e leu todo o exemplar de *géométrie* de Descartes, depois se familiarizou com as séries infinitas. Na Inglaterra já havia um pesquisador que trabalhava com as séries infinitas, John Wallis, e seu trabalho influenciou Newton:

Seu livro, *Arithmetica infinitorum*, mostra alguns dos primeiros passos dados em direção ao Cálculo. Nele, ele antevê o Cálculo por prognosticar as perguntas a que o método viria a responder e discute as idéias geométricas de matemáticos que o haviam precedido e realizado algum trabalho nesse sentido. Lendo o livro de Wallis sobre as séries infinitas, Newton teve a inspiração para prolongar seu trabalho e inventar um método geral para analisar as curvas geométricas utilizando a álgebra – o Cálculo, em essência. (BARDI, 2008, p. 46)

Segundo Bardi (2008, p. 51) foi basicamente nessa época que Newton inventou o Cálculo, que o nomeou de método das fluxões e fluentes, que serviria para resolver problemas com o auxílio da álgebra. Problemas, como, achar a tangente de uma curva em qualquer ponto dado, calcular a quadraturas, as áreas sobre a curva.

Sua idéia baseava-se, segundo Carvalho (2007, p. 18) “em problemas de geração de curvas por movimentos, nos quais chamou o espaço percorrido de fluente e a velocidade do móvel de fluxão”.

Essa invenção permitia de modo geral analisar qualquer curva. Segundo Bardi (2008, p. 52)

Podia resolver diretamente utilizando seus métodos aritméticos, incluindo o traçado de tangentes a curvas ou a taxa de variação instantânea (a derivada) em qualquer ponto ao longo da curva; achar os pontos de maior curvatura; determinar o comprimento de curvas; achar curvas cujas áreas sejam iguais; determinar a área sob uma curva (a integral) ou a área entre duas curvas. Isso era um avanço real. (BARDI, 2008, p. 52)

Segundo Bardi (2008, p. 53) Newton desenvolveu manuscritos detalhando seu método das fluxões e fluentes, no final da década de 1660 e no início da de 1670. Mas ele não os publicou na época. Foi que apareceu outro personagem: Leibniz.

Gottfried Wilhelm Von Leibniz (Figura 04) filósofo, cientista, matemático e diplomata, nasceu em Leipzig, Alemanha, em 1646. Suas descobertas foram de grande valia, que são as leis do pensamento, a invenção de uma máquina de calcular, base de numeração binária e o cálculo infinitesimal. Morreu em Hannover, Alemanha, em 1716.

Figura 04: Gottfried Wilhelm Von Leibniz



Fonte: Site infoescola⁷

Quanto a Leibniz (1646-1716), ele descobriu o Cálculo durante um tempo que passou em Paris, entre 1672 e 1676. Onde desenvolveu seu sistema de símbolos e notações e refinou sua descoberta no decorrer de uma década. Em 1684 e 1686,

⁷<http://www.infoescola.com/biografias/gottfried-leibniz/>

Leibniz publicou os resultados de seus trabalhos em dois artigos. (BARDI, 2008, p. 25)

Leibniz desenvolveu o cálculo, segundo Carvalho (2007, p. 27), a partir da “characteristica generalis (características gerais) sequência de diferenças, triângulos característicos, a transmutação”. Suas contribuições foram às notações e as fórmulas básicas para as derivadas e integrais, o teorema fundamental do Cálculo e a transmutação.

A palavra “Calculus” (Cálculo) foi criada por Leibniz, que era um tipo de pedra utilizada pelos romanos para fazer contas. Que de acordo com Bardi (2008, p. 22) “o cálculo é um conjunto de ferramentas matemáticas para analisar esses corpos em movimento”.

Apesar de Newton ser o primeiro a desenvolver o cálculo, foi Leibniz quem publicou primeiro, essa fato acarretou em uma disputa para o reconhecimento do descobridor do Cálculo.

Segundo Bardi (2008, p. 26) a publicação “sobre a quadratura das curvas” no livro “Óptica” de Newton, foi o que marcou como o início dessa disputa entre Leibniz e ele. Pois esse texto foi o primeiro a ser publicado afirmando que Newton era o verdadeiro inventor do Cálculo.

Baseado em Bardi, (2008, p. 26-27) Essa disputa⁸ durou décadas e não findou com a morte de Leibniz em 1716, pois Newton continuava a afirmar que era o descobridor do Cálculo e partia de dois argumentos, um que Leibniz tinha plagiado e outro que não importa a descoberta de Leibniz, pois ele (Newton) havia inventado o Cálculo primeiro.

Os Cálculos de Newton e Leibniz foram por caminhos distintos, sendo que o de Newton consiste em interpolação de curvas e coeficientes relacionados às curvas, já o de Leibniz foi por perceber que somar sequências e tomar as sequências de diferenças são operações inversas. Apesar dos caminhos terem sido diferentes, eles tenderam a um mesmo princípio, à descoberta do Cálculo. (CARVALHO, 2007)

Do Cálculo desenvolvido por Newton e Leibniz ao Cálculo contemporâneo houve várias modificações, conceitos foram reformulados, outros conceitos e

⁸A disputa entre Newton e Leibniz pode ser encontrada mais detalhadamente na obra “A guerra do Cálculo” do autor Jadson Socrates Bardi, ano da publicação, 2008.

elementos foram acrescentados. Apesar de que atualmente se utiliza mais as notações de Leibniz que a de Newton.

2.3. Precursor do conceito de Derivada: Augustin Louis Cauchy (1789 – 1857)

Augustin Louis Cauchy nasceu em 21 de agosto de 1789 em Paris, durante o início da Revolução Francesa.

Figura 05: Augustin Louis Cauchy



Fonte: Departamento de Educação da FCUL⁹

Em 1805, cursou a “École Polytechnique” e formou-se dois anos depois. Posteriormente, seguiu a carreira de professor de Engenharia Civil na “Écoledes Pontset Chaussées”, até 1810. Chegando até mesmo a ser engenheiro de Napoleão Bonaparte.

Cauchy colaborou em diversas áreas da matemática, como, a introdução no rigor na análise matemática, na teoria das equações, sistematizou a criação da teoria dos grupos, entre outros.

Segundo Baroni e Otero-Garcia (2014, p. 29) entre os livros que Cauchy produziu, três foram de grande importância para a definição de Limite, Derivada e Integral; o conceito de função e de Limite da função. Que são: *Cours d’analyse de l’Ecolé Polytechnique*, que possui um série de definição sobre variável, Limite, quantidade infinitamente pequena, continuidade (1821); *Résume des Leçons sur Le*

⁹<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm14/Cauchy.htm>

Calcul Infinitésimal, descreve a definição de Derivada e Integral (1823); E *Leçons sur le Calcul Différentiel* (1829).

Cauchy Faleceu em 23 de maio de 1857 e seu nome sempre estará ligado a Análise Real e Complexa.

2.4. Definição da Derivada por Cauchy

A partir da transformação de problemas geométricos em problemas algébricos, do problema da tangente e do cálculo infinitesimal pôde finalmente chegar ao desenvolvimento do conceito de Derivada da função.

Baseado em Grabiner (1981), em 1823, o Cálculo Infinitesimal de Cauchy deu seu primeiro passo quando desenvolveu os conceitos do Cálculo: Limite, Derivada e Integral.

Conforme Grabiner (1981), o conceito de Derivada desenvolvido por Cauchy teve um novo significado, sua definição foi fundamentada em sua nova compreensão acerca do conceito de Limite. Este conceito de Derivada se assemelha em alguns momentos com o conceito de Limite, continuidade e convergência.

O trabalho de Baroni e Otero-Garcia (2014, p. 40-41) contém um trecho que relata a definição da Derivada de acordo com Cauchy, como veremos a seguir:

Quando a função $Y = f(x)$ permanece contínua entre dois limites dados da variável x , e quando determinamos a essa variável um valor compreendido entre os dois limites a que se referem, um acréscimo infinitamente pequeno, atribuído à variável, produz um acréscimo infinitamente pequeno da própria função. Por consequência, se pusermos então $\Delta x = i$, os dois termos do quociente das diferenças.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+i) - f(x)}{i},$$

Serão quantidades infinitamente pequenas. Mas, enquanto esses dois se aproximam indefinidamente e simultaneamente do limite de zero, o quociente poderá ele mesmo convergir rumo a um outro limite, seja positivo, seja negativo. Esse limite, quando existe, tem um valor determinado para cada valor particular de x , mas ele varia com x . A forma da função nova que servirá de limite ao quociente $\frac{f(x+i) - f(x)}{i}$ dependerá da forma da função proposta $y = f(x)$. Para indicar essa dependência, damos à função o nome de função derivada, e a designamos adicionando a ela um acento, pela notação y' ou $f(x)'$. (CAUCHY, 1823 apud BARONI; OTERO-GARCIA, 2014, p. 40-41)

O conceito Derivada está fortemente vinculado à taxa de variação instantânea de uma função, logo, segundo Machado (2011) “é o coeficiente de inclinação da reta tangente ao gráfico de uma função $y = f(x)$ em um determinado ponto $P (x_0, f(x_0))$ ”.

2.5. Conceito de Derivada Contemporâneo

Na obra de Guidorizzi (2001, p. 136-137) está descrito a demonstração do conceito de Derivada, atualmente, da seguinte maneira:

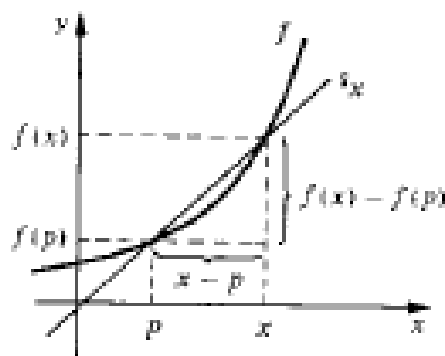
Inicialmente, o autor considera f uma função e p um ponto do seu domínio. Limites do tipo:

$$\lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

Ressalta que esse limite ocorre de modo natural tanto na geometria como na física.

O autor analisa o problema de definir a reta tangente ao gráfico de uma função f no ponto $((p, f(p)))$, para essa determinação precisa conhecer o seu coeficiente angular. Assim, a reta tangente deve passar pelo ponto $(p, f(p))$, onde a reta S_x passa pelos pontos $(p, f(p))$ e $(x, f(x))$. Como mostra na figura a seguir:

Figura 06: Função f



Fonte: Guidorizzi (2001, p. 137)

Logo, seu coeficiente angular de $S_x = \lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$.

E quando x tende a p , o seu coeficiente angular de S_x tende a $f'(p)$, onde,

$$f'(p) = \lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

Portanto, fica provado que seja f uma função e p um ponto de seu domínio. O Limite,

$$\lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

Assim, define a Derivada, indicada por $f'(p)$, de uma função f em um ponto p , quando esse Limite existe e é finito,

$$f'(p) = \lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$$

Supondo que a função f admite derivada no ponto p , então diremos que f é derivável ou diferenciável em p .

Machado (2011) observa que atualmente a Derivada possui um ramo de aplicações na matemática, da engenharia e da física, por exemplo, para calcular a velocidade instantânea de um corpo ou de uma partícula em um instante t ou para resolver problemas que envolvam a variação de duas grandezas, entre outros.

CAPITULO III

ESTUDO DA DERIVADA NA GRADUAÇÃO

Nesta seção descrevemos algumas pesquisas que abordam o ensino da Derivada nos cursos de Licenciatura em Matemática. Pesquisas essas que são dos autores Dall’Anese (2000), Santos e Matos (2012) e Traldi Júnior (2007).

3.1. Um estudo do ensino de Derivada na Licenciatura em Matemática

Para a construção desta pesquisa realizamos estudos relacionados ao ensino de Cálculo diferencial e integral na graduação, mais especificamente o ensino de Derivada nos cursos de licenciatura em Matemática. Entre esses estudos consta a pesquisa de Dall’Anese (2000)¹⁰, Santos e Matos (2012) e Traldi Júnior (2007).

O autor Dall’Anese (2000) aborda em sua pesquisa que a prática pedagógica mais comum no ensino da matemática é aquela que o professor submete o aluno a aulas expositivas e depois exercícios para aplicar o que foi estudado. O aluno, por sua vez, pode entender bem ou mal a aula, desde que consiga resolver corretamente ou não os exercícios. Essa questão remete ao autor, o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, “em que as questões mais frequentes são do tipo: derive a função..., determine os pontos de máximo e mínimo da função..., etc”. (DALL’ANESE, 2000, p. 37)

Como forma de romper com essa prática citada, o autor objetiva contribuir para o desenvolvimento da prática pedagógica introduzindo conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, especificamente o conceito de Derivada, por entender ser este um de seus conceitos fundamentais, cuja abordagem é feita a partir da noção de variação. A pesquisa, segundo Dall’Anese (2000, p. 36):

Esta pesquisa está embasada em elementos teóricos da Didática da Matemática e também em princípios da Teoria do Conhecimento, em particular na questão da formação dos conceitos “espontâneos” e “científicos”. A noção do Contrato Didático orientou-me com relação à elaboração, aplicação e análise da sequência didática. (DALL’ANESE 2000, p. 36)

¹⁰A pesquisa de Dall’Anese (2000) é realizada com discentes do curso de Ciências da Computação, mas citamos em nosso estudo bibliográfico, pois seu trabalho se torna importante para o ensino e aprendizagem da Derivada.

Para alcançar o objetivo, o autor desenvolveu uma sequência didática com atividades apresentadas em 14 fichas, utilizando recurso de computador, calculadora, papéis e lápis, essas fichas foram aplicadas com os alunos do 1º ano do curso de Ciências da Computação do Instituto Municipal de Ensino Superior de São Caetano do Sul, que apresentam dificuldades no aprendizado de conceitos abordados no Cálculo Diferencial e Integral.

Dall’Anese (2000) propôs a atividades a serem desenvolvidas em duplas, participaram da pesquisa 28 duplas, inicialmente apresenta um problema do mundo concreto para o aluno perceber que ainda não dispõe de uma ferramenta para resolver, que é a Derivada. As fichas seguem uma sequência didática que conduz os alunos a construção do conceito de Derivada como taxa de variação instantânea, e ao final da atividade o autor sugere plenárias para a discussão dos resultados obtidos pelos alunos a fim de institucionalizar os conceitos envolvidos.

O autor constatou que inicialmente sua ruptura com o contrato didático não foi atingida, pois os alunos estavam inseguros com questões abertas, mas quando orientados que questões matemáticas não necessariamente são apenas respostas numéricas, eles receberam esse tipo de questões com mais entusiasmos. Foi assim que deu início a tal ruptura, que aos poucos foi alcançada.

As plenárias, que foram realizada após a resolução das questões, fez Dall’Anese perceber o comportamento dos alunos em sala de aula, por exemplo, dos alunos que se sentem inseguros em errar questões, tinham dificuldade em expor suas dificuldades e se mantiveram em silêncio durante as discussões realizadas.

Também foram notadas pelo autor algumas dificuldades que os alunos apresentaram como, interpretam enunciados de questões matemáticas de modo incorreto, dificuldades em manipular simbolismos algébricos, fatoração e simplificação e não relacionam o coeficiente angular da reta com a inclinação da mesma.

A pesquisa de Santos e Matos (2012) investiga algumas dificuldades de aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral e a importância de uma auto-avaliação referente a prática pedagógica do professor.

O estudo de Santos e Matos (2012) deu-se a partir de um estudo de casos, de caráter qualitativo, onde foram escolhidos como sujeitos da pesquisa doze alunos do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual do Sudoeste da

Bahia - campus de Jequié, e três professores da mesma instituição, que lecionam ou lecionaram a disciplina de Cálculo I.

Com o objetivo de identificar quais obstáculos contribuem para o índice de reprovação na disciplina Cálculo I, Santos e Matos (2012) aplicaram um questionário com os professores e alunos da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - campus de Jequié. Os sujeitos foram escolhidos do segundo, quarto, sexto e oitavo semestre do curso. Dos alunos foram selecionados, de cada período letivo, dois aprovados e um reprovado.

A composição do questionário aplicado aos alunos é de questões objetivas, sendo algumas podendo ser justificadas de acordo com a necessidade, enquanto a dos professores é formada por questões subjetivas. Segundo Santos e Matos (2012, p. 463):

Para a construção e realização da análise dos dados obtidos através do questionário aplicado ao professor, as questões foram agrupadas abordando as seguintes categorias: 1) índices de reprovação e evasão; 2) Dificuldades apresentadas pelos alunos e postura do professor diante destas; 3) Desenvolvimento das aulas e postura diante do erro. (SANTOS; MATOS, 2012, p. 463)

Na primeira categoria do questionário aplicado aos professores, relataram que essas evasões e reprovações são causadas pela falta de interesse com a disciplina, base deficiente provenientes do ensino básico, o fato de não se aprender Matemática sem suor, inspiração, dedicação e disciplina, o trabalho e o deslocamento.

Na segunda categoria, destacaram que os alunos têm dificuldades com relação à matemática básica, incapacidade interpretativa e à falta de abstração dos alunos. Para solucionar essas dificuldades, dois dos três professores buscam resolver questões que explorem a capacidade de pensar do aluno.

Com relação à terceira categoria, os docentes relatam que suas aulas são expositivas com resolução de problemas, sendo um dos professores busca seguir e cumprir o conteúdo programático da disciplina, e os outros dois exploram a questão do erro com os alunos.

No questionário aplicado aos alunos as autoras indagam questões referentes ao seu desempenho na disciplina, o ambiente durante as aulas de Cálculo, a postura do professor, o desenvolvimento das aulas, entre outros.

Os resultados obtidos a partir desse questionário aplicado aos alunos levaram as autoras à percepção dos obstáculos didáticos, no que se refere à metodologia adotada pelos professores e citadas pela maioria dos discentes; os obstáculos emocionais, devido alguns alunos destacarem a postura do professor que supostamente não demonstram interesse em tirar dúvidas; os obstáculos epistemológicos, pois um aluno relata que fica sob tensão ao ver as demonstrações, ou seja, não conhece a história da evolução dessa demonstração no desenvolvimento da matemática.

A partir das respostas do questionário as autoras perceberam que os alunos atribuem a responsabilidade das reprovações e evasões aos professores, pela metodologia que adotam em sala de aula, e os professores apontam os alunos, pela deficiência na formação básica, por falta de autonomia e dificuldade de raciocínio.

A pesquisa do autor Traldi Júnior (2007) nos revela a importância das diretrizes nacionais para a formação dos professores na educação básica, pois este documento busca analisar possíveis problemas que venham aparecer no campo curricular e institucional dos cursos de licenciatura, onde procura orientar no que diz respeito à formação proporcionada e a prática esperada do futuro professor.

O autor destaca em seu trabalho a formação do professor de matemática, na qual o objetivo da pesquisa é verificar qual a relação entre as concepções dos formadores de professores de Matemática que ministram aulas de Cálculo Diferencial e Integral e as recomendações das diretrizes para os cursos de Licenciaturas em Matemática.

De modo a alcançar o objetivo, a metodologia da pesquisa adotada é qualitativa e interpretativa e a investigação se desenvolveu com a participação de sete professores, que lecionam ou lecionaram a disciplina de Cálculo diferencial e integral, no curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição particular do estado de São Paulo. Os sujeitos foram nomeados de P1, P2, P3, P4, P5, P6 e P7.

Traldi Júnior (2007) utilizou entrevistas semi-estruturadas com três professores mestres em educação Matemática, dois mestres em Matemática, um com formação em Física e um ainda não concluiu o mestrado, mas é bacharel em Matemática. Sobre o procedimento metodológico, Traldi Júnior (2007, p. 5) revela que:

Ao todo foram oito encontros do grupo ocorridos no período de agosto de 2004 a maio de 2005, esses encontros eram de aproximadamente duas horas, aos sábados, e com a periodicidade de uma vez por mês. As entrevistas aconteceram individualmente nos meses de abril e maio de 2004. (TRALDI JÚNIOR, 2007, p. 5)

Nessa perspectiva, o autor usou as seguintes vertentes do conhecimento: curricular, pedagógica e específica, baseado em Shulman (1986).

A vertente pedagógica foi dividida pelo autor em três pontos, o primeiro trata a História da Matemática como possibilidade de abordar os conceitos matemáticos, o segundo é sobre a abordagem dos conceitos por meio da resolução de problemas e o terceiro é relacionado à utilização de tecnologia nas aulas.

Os resultados obtidos na questão da História da Matemática é que os professores não a abordam como uma metodologia de ensino, ou seja, “utilizar a ordem histórica da construção matemática devidamente adaptada ao estado atual do conhecimento” (Traldi Júnior, 2007, p. 6). Devido alguns professores não ter o conhecimento do assunto e outros por falta de tempo para cumprir o conteúdo.

Com relação à abordagem dos conceitos por meio da resolução de problemas, Traldi Júnior (2007) percebeu que quase todos os professores apresentam problemas apenas para os discentes aplicarem os conhecimentos estudados.

Outro resultado destacado pelo autor foi à utilização de tecnologia nas aulas, em que somente dois professores utilizam a tecnologia, como o laboratório de informática para o estudo do Cálculo Diferencial e Integral. Os demais não utilizam nenhum recurso tecnológico, um docente ainda tem uma restrição ao uso de calculadora em sala de aula.

Outra vertente que o autor destacou em seu trabalho foi o conhecimento curricular, que foi dividido em dois pontos, o primeiro é referente às contribuições mais relevantes da disciplina para o Curso e o segundo é sobre a sequência de conteúdos.

Nessa vertente o autor aborda as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997) para a formação do professor de matemática, no que diz respeito à importância de mostrar as aplicações Matemáticas em diferentes áreas de conhecimento e de como organizar o conteúdo matemático.

Os seus resultados, diante desse conhecimento, revelam que quatro dos sete professores não ensinam os conceitos do Cálculo, se preocupam mais em ensinar as ferramentas matemáticas que os alunos utilizam, pois futuramente tornará seus objetos de ensino. Ainda sobre o conhecimento curricular,

Todos os professores apontaram que seguem a sequência proposta nos livros didáticos, isto é, limite, derivada, aplicação das derivadas, integral e aplicações das integrais. Porém destacaram que alguns teoremas ou definições, quando acham que será muito complicado para o aluno entender, eles “pulam”. (TRALDI JÚNIOR, 2007, p. 10)

O autor percebeu que a prática dos professores se baseia em seguir a sequência proposta nos livros textos de uma forma linear. A partir desses resultados, o autor destaca a necessidade de uma mudança curricular a ser pensada juntamente com o formador.

A partir desse estudo percebemos a importância do formador no processo de ensino e aprendizagem, por esse motivo faz-se necessário um estudo sobre os saberes docentes deles, tal estudo apresentamos a seguir.

3.2. Saberes Docentes

Destacamos dois autores que abordam em suas pesquisas os saberes docentes, que nos permitem identificar os saber docente que o professor investigado possui. Autores estes que são Tardif (1991) e Pimenta (1996).

Segundo Tardif (2014, p. 36) a relação dos docentes com os saberes não se resume somente ao que reproduzem algo já desenvolvido, mas que esses saberes estão ligados à sua formação profissional, seus saberes disciplinares, curriculares e experienciais.

Na concepção de Tardif (2014, p.36) o saber da formação profissional é “o conjunto de saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores” e este saber está relacionado à prática de ensino do professor, que essa prática mobiliza outros diversos saberes que podem ser chamados de pedagógicos.

Para Tardif (2014, p. 38) os saberes disciplinares são aqueles que abrangem diversos campos do conhecimento. Encontramos esses saberes nas universidades,

em forma de disciplinas. O autor considera esse saber como externo ao professor, ou seja, que não provém do docente e sim de algo já construído e determinado.

O mesmo acontece com os saberes curriculares, que para Tardif (2014, p.38) “correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos da cultura erudita e de formação para a cultura erudita”.

Segundo Tardif (2014, p.39), os saberes experienciais são saberes que os docentes desenvolvem no exercício de suas funções e na prática de sua profissão, “baseados em seu trabalho cotidiano e no conhecimento de seu meio”

Outro trabalho pesquisado relativo aos saberes docentes foi o da autora Pimenta (1996), que trata o saber docente como essencial para a prática profissional dos professores. A autora dispõe o saber docente em saber da experiência, saber do conhecimento e saber pedagógico.

Com relação ao saber da experiência a autora divide em dois níveis, primeiro fala sobre a experiência como aluno, na qual tem certo conhecimento sobre a prática de um professor, as necessidades das instituições, a não valorização financeira e social do professor, através dos meios de comunicação ou por já ter contato com essa profissão.

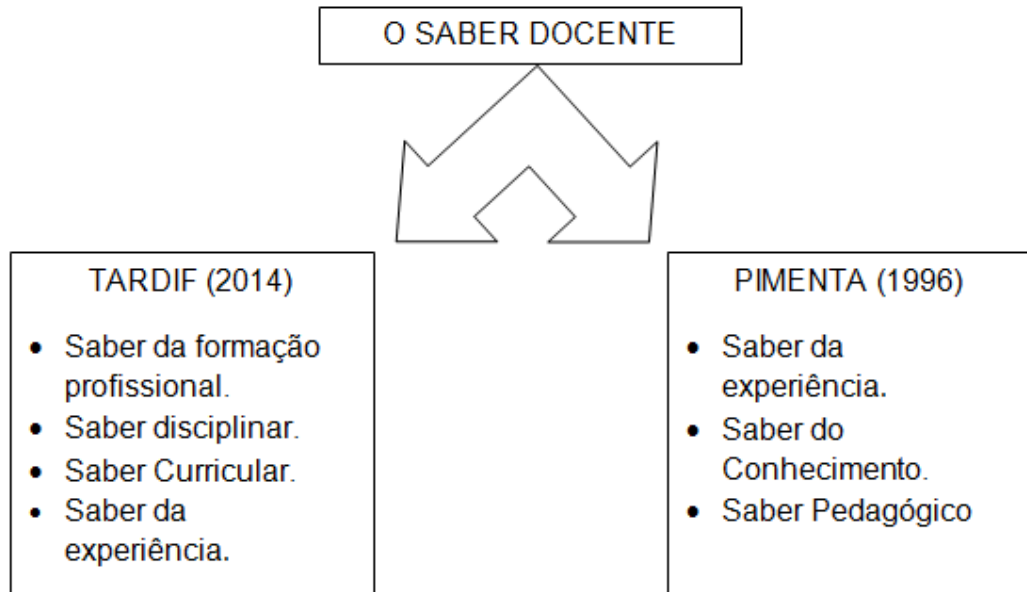
O segundo nível se refere, a experiência adquirida pelo seu cotidiano docente e a uma reflexão de sua própria prática, por meio de observação dos colegas de trabalho ou até mesmo estudos de outros pesquisadores.

A autora classifica o saber do conhecimento em três estágios, o primeiro considera que o “conhecimento não se reduz à informação” (p.78). O segundo é conhecer e trabalhar com as informações, ou seja, “classificando-as, analisando-as e contextualizando-as” (p. 78). O terceiro “tem a ver com a inteligência, consciência ou sabedoria” (p.78) que é algo que a pessoa já traz consigo.

O terceiro e último saber é o pedagógico, tem a ver com o “saber ensinar”. A autora relata algumas proposições sobre a didática, na qual o saber da experiência e do conhecimento específico não são suficientes para constituir um bom ensino, pois precisam dos saberes pedagógicos e didáticos.

Para resumir esta seção abordo as concepções de Tardif (2014) e Pimenta (1996), relacionados ao saber docente e que vimos discutindo (figura 07).

Figura 07: Concepções de Tardif (2014) e Pimenta (1996), relacionados ao saber docente



Fonte: Autoria própria.

As concepções de Tardif (2014) e Pimenta (1996) se aproximam em alguns pontos, por exemplo, os saberes da experiência, dos autores, se assemelham no que se refere à atuação docente. O saber disciplinar, na concepção de Tardif, aproxima do saber do conhecimento descrito por Pimenta. Já o saber pedagógico sugerida pela autora corresponde aos saberes curriculares e profissionais proporcionado por Tardif.

Para o capítulo V levamos em consideração os saberes docentes descritos por Tardif (2014), que são o da formação profissional, o disciplinar, o curricular e o da experiência. Mas antes abordamos, no capítulo IV, a análise do questionário e a trajetória docente dos professores investigados.

CAPITULO IV

RESULTADOS E DISCUSSÕES DOS QUESTIONÁRIOS E ENTREVISTAS

Nesta sessão abordaremos a análise do questionário assinalado pelos cinco professores que nomeamos de docente D1, D2, D3, D4 e D5, os quais lecionam ou lecionaram Derivada para alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará e da Universidade do Estado do Pará. E relatamos sobre a trajetória profissional dos sujeitos, desde sua graduação, baseado nos relatos da entrevista realizada com os mesmo.

4.1. Análise do questionário

Nesta subseção fazemos uma análise das respostas dos docentes de acordo com o questionário aplicado a eles e, em seguida, relatamos sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos em alguns tópicos referentes à Derivada, apontadas pelos professores investigados, com base no quadro 17 do questionário assinalado. Em primeiro lugar, realizamos uma caracterização dos professores, descrito no quadro a seguir:

Quadro 01: Caracterização dos docentes

Docentes	Formação profissional	Faixa etária	Tempo de serviço na Universidade	Tempo de experiência na disciplina de Cálculo
D1	Pós-Doutorado em Matemática	Mais de 55 anos	Mais de 30 anos	1 – 5 anos
D2	Mestrado em Matemática	46 – 50 anos	11 – 15 anos	11 – 15 anos
D3	Doutorado em área afim	46 – 50 anos	11 – 15 anos	6 – 10 anos
D4	Pós-Doutorado em Matemática	51 – 55 anos	16 – 20 anos	1 – 5 anos
D5	Mestrado em Educação Matemática	26 – 30 anos	1 – 5 anos	1 – 5 anos

Fonte: Autoria própria

Importante comentar sobre a formação profissional dos sujeitos da pesquisa, a maioria formado em Matemática, mais conhecido como “Matemática Pura”, como o docente D1 (Pós-Doutorado), o D2 (Mestrado) e D4 (Pós-Doutorado). O Docente D5 tem mestrado em Educação Matemática e o D3 é formado em uma área que difere da “Matemática Pura” e da Educação Matemática.

Percebemos que uns tem mais experiência que os outros em relação à disciplina de Cálculo, que é o caso do docente D2 e D3. Já outros têm mais tempo de serviço na universidade, como o docente D1 e D4. Apesar da diferença do tempo de serviço e de experiência na disciplina em questão, em algumas coisas suas opiniões são semelhantes, como veremos no decorrer da pesquisa.

Atualmente somente os docentes D2, D3 e D4 lecionam para o curso de licenciatura em Matemática, o D2 ensina no 3º e 4º ano; D3 no 2º e 4º ano; enquanto o D4 no 2º semestre. Os demais, como o docente D1 leciona para engenharia e o D5 para a licenciatura em Química.

As questões relacionadas à Derivada, os professores relataram que não ensinam a mesma em outro momento, exceto o Docente D2 e o D5, o docente D2 não especifica em qual outro momento, enquanto o D5 fala que “menciono uma das interpretações em cálculo vetorial e Geometria Analítica”. E também nenhum deles aborda a Derivada de forma experimental.

Sobre o ensino de Derivada os docentes afirmam que ensinam o conceito de Derivada de modo semelhante ao que lhe foi ensinado, exceto o docente D3. Em que cada docente descreveu como costuma introduzir o assunto de Derivada para os alunos de Licenciatura em Matemática, o docente D1 e D5 começam pela definição seguida de exemplos e exercícios, já o D2 inicia pela interpretação geométrica acompanhada da definição, o D3 começa “partindo do conceito de Limite, estendendo este ao estudo da reta tangente, a partir da reta secante”, o D4 se assemelha ao D1 e D5, onde inicia pela definição seguida de exemplos e exercícios, incluindo uma situação problema para depois introduzir o assunto.

Ainda sobre o ensino de Derivada, os docentes D1, D2, D4 e D5 utilizam o livro texto, os docentes D2 e D3 utilizam recursos computacionais e o docente D5 usa a História da Matemática, “apenas no âmbito motivacional”. Consideramos importante esse argumento do docente D5, pois mostra que o professor conhece a

História da Matemática como recurso metodológico, mas a utiliza somente para motivação do aluno.

O tempo que destinam para ensinar Derivada de uma função incluindo a fixação é um intervalo de 15 a 20 aulas, para os docentes D2, D3 e D4. Já para os docentes D1 e D5 utilizam 4 aulas, onde o D1 afirma: “se for somente a definição e não as regras de derivação, 4 aulas”.

Para a resolução de questões todos os professores apresentam uma lista de exercício, sendo que o docente D4 também solicita que os alunos resolvam exercício do livro texto, assim como o D1, D2 e D5, além disso, sugerem aos alunos que procurem questões sobre o assunto. O docente D5 explica que “Solicitava que os alunos realizassem pesquisa sobre conceito/ definição voltados para a sua área de atuação”. Vemos um empenho dos professores em exercitar o assunto com os alunos.

A respeito desses exercícios, os professores nos revelam que utilizam questões do livro texto, além de questões tipo desafios, como faz o docente D3, e exercícios que não se encontram no livro texto, como relata o docente D1.

Os docentes também comentam sobre a dificuldade de aprendizagem sentida pelos alunos, através do quadro 17 do questionário. A fim de buscarmos justificativas para as respostas dos professores, realizamos uma entrevista em que eles falam sobre essas dificuldades, e apresentamos a seguir.

4.1.1. Sobre o ensino e aprendizagem da Derivada

O processo de ensino e aprendizagem da Derivada vem sendo discutido no âmbito da Educação Matemática. Pesquisas feitas mostram a dificuldade que o aluno tem em compreender sobre esse assunto, como a de Dall’Anese (2000), Santos e Matos (2012) e Traldi Júnior (2007) citado em nosso referencial bibliográfico. Sendo assim, buscamos nos relatos dos cinco professores, que lecionam ou lecionaram o assunto de Derivada para a Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará e da Universidade do estado do Pará, suas opiniões sobre as dificuldades que julgam difícil e muito difícil, sentidas pelos alunos nos tópicos que se encontram no quadro 17 do questionário (Apêndice I).

Docente D1

O docente D1 nos aponta alguns tópicos que, em sua opinião, os alunos sentem dificuldade na aprendizagem. Esses tópicos relatados pelo professor podem ser observados no quadro a seguir:

Quadro 02: assinalado pelo docente D1

Assunto	Costuma lecionar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem:				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Conceito de Derivada	x				x		
Interpretação geométrica	x				x		
Interpretação Física	x			x			
Taxa de variação	x			x			
Derivabilidade e Continuidade	x				x		
Derivada da soma e diferença	x			x			
Derivada do Produto	x				x		
Derivada do quociente	x					x	
Regra da cadeia	x					x	
Equações das retas tangentes uma curva	x			x			
Equações das retas normais a uma curva	x			x			
Derivada de uma função implícita	x				x		
Derivada da função inversa	x				x		
Derivada de Ordem superior	x				x		
Aplicações de Derivadas: funções crescentes, decrescentes.	x				x		
Máximos e mínimos de uma função	x				x		
Concavidade e Ponto de Inflexão	x				x		
Teorema de Rolle	x					x	
Teorema do Valor Médio	x					x	
Teorema de L'Hospital	x			x			
Relação entre Derivada e Diferencial	x				x		

.Fonte: Questionário (Apêndice I).

Com base nos tópicos sobre derivada marcados pelo professor, observamos que na opinião do mesmo os alunos sentem mais dificuldades na Derivada do quociente, regra da cadeia, teorema de Rolle e teorema do Valor Médio, que ele identificou como difícil para a aprendizagem dos alunos.

Durante a entrevista ao ser questionado sobre sua posição em relação a esses tópicos que classificou como difícil, o docente D1 se resume a dizer que “são mais difíceis porque esses tópicos envolvem demonstrações”. Como eles estão no início da graduação não são habituados a fazer demonstrações, esse é o motivo da maior dificuldade.

Para suprir essa dificuldade o docente D1 prioriza em suas aulas as demonstrações, para criar o hábito. Pois esses alunos, mais tarde, irão ter uma disciplina chamada Análise Real, sendo essa disciplina semelhante ao curso de Cálculo somente com demonstrações, então seria uma forma deles começarem a se preparar para essa disciplina.

Docente D2

Com relação às marcações realizadas pelo docente D2, observamos que os tópicos que possui maior grau de dificuldade para a aprendizagem dos alunos, segundo ele, são: o conceito de Derivada, derivada do quociente, regra da cadeia, máximos e mínimos de uma função, concavidade e ponto de inflexão, teorema de Rolle, teorema do Valor Médio e teorema de L'Hospital, que classificou como difícil. Os que consideram muito difícil são: derivada de uma função implícita, derivada da função inversa e relação entre derivada e diferencial. Como mostra no quadro 03:

Quadro 03: assinalado pelo docente D2.

Assunto	Costuma lecionar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem:				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Conceito de Derivada	X					X	
Interpretação geométrica	X				X		
Interpretação Física	X			X			
Taxa de variação	X				X		
Derivabilidade e Continuidade	X				X		
Derivada da soma e diferença	X			X			
Derivada do Produto	X				X		
Derivada do quociente	X					X	
Regra da cadeia	X					X	
Equações das retas tangentes uma curva	X				X		
Equações das retas normais a uma curva	X				X		
Derivada de uma função implícita	X						X
Derivada da função inversa	X						X
Derivada de Ordem superior	X				X		
Aplicações de Derivadas: funções crescentes, decrescentes.	X				X		
Máximos e mínimos de uma função	X					X	
Concavidade e Ponto de Inflexão	X					X	
Teorema de Rolle	X					X	
Teorema do Valor Médio	X					X	
Teorema de L'Hospital	X					X	
Relação entre Derivada e Diferencial	X						X

Fonte: Questionário (Apêndice I).

Inicialmente justifica sua resposta pela abstração que esses tópicos possuem e que alguns alunos conseguem trabalhar com a questão abstrata, mas outros sentem dificuldade. No seu discurso ele relata que:

O mais importante a principio é você ensinar técnicas e ensinar as aplicações, mas você não tem como aplicar se você não conhecer a técnica, e a técnica é você observar padrão, você pega alguma coisa desenvolve um padrão de resolução, tem alunos que conseguem observar isso de uma maneira mais rápida, esses alunos vão ter mais facilidade e o outro não consegue observar esse padrão, você faz um mesmo exemplo mudando só os números, ele não consegue observar a forma como foi desenvolvida. (Docente D2)

Essa questão da abstração justifica o porquê do professor ter marcado o tópico sobre o conceito de derivada, pois segundo o mesmo é abstrato.

A questão da derivada do quociente é mais por enxergar um padrão e observar onde vai servir mais a questão demonstrativa.

Já em Derivação implícita, mais uma vez entra a história da abstração. Pois segundo o professor, quando se olha para uma letra dependendo do contexto ela pode representar muitas coisas, então é essa a formalidade que muitas vezes o aluno não tem, de olhar para uma letra e identificar. Essa mesma situação é a que causa dificuldade na função inversa. Portanto,

Quando eu trabalho funções, eu gosto muito de mudar a letra e faço assim: $f(x) = a.x$, e depois eu ponho $f(a) = a.x$, para mostrar para o aluno que a letra depende do seu posicionamento, então uma letra pode ser só uma letra, mas dependendo do seu posicionamento ela pode representar coisas diferentes. Mas são coisas que a gente tenta mostrar para o aluno e ele não consegue enxergar. (Docente D2)

Máximos e mínimos e ponto de inflexão também considera difícil pelo professor, mas se trabalhados graficamente ficam mais fáceis para a compreensão dos alunos.

Agora a questão dos teoremas e a relação entre derivada e diferenciação citadas pelo professor, considerada difícil e muito difícil, respectivamente, por não dar tanta ênfase com relação aos tópicos anteriores, pois o tempo não é suficiente. Portanto, o objetivo do professor é priorizar e observar o que é mais importante para eles aplicarem de uma maneira mais usual, mais freqüente.

Para suprir essa dificuldade, o docente D2, diz que não depende apenas dele e sim do aluno também, pois se o aluno não o procura para tirar suas dúvidas não tem como o professor ajudar, mas se ele o procura, a atitude do professor é indicar um livro para estudo e após isso o aluno deve procurá-lo para tirar suas dúvidas. Mas em primeiro lugar, o aluno deve tentar entender a partir de sua leitura e se não ficar claro deve procurar o professor.

Docente D3

Com base no quadro abaixo, observamos que o docente D3 marcou como difícil para a compreensão do aluno somente o tópico a relação entre derivada e diferenciação.

Quadro 04: assinalado pelo docente D3.

Assunto	Costuma lecionar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem:				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Conceito de Derivada	X			X			
Interpretação geométrica	X			X			
Interpretação Física	X				X		
Taxa de variação	X				X		
Derivabilidade e Continuidade	X				X		
Derivada da soma e diferença	X			X			
Derivada do Produto	X				X		
Derivada do quociente	X				X		
Regra da cadeia	X				X		
Equações das retas tangentes uma curva	X				X		
Equações das retas normais a uma curva	X				X		
Derivada de uma função implícita	X				X		
Derivada da função inversa	X				X		
Derivada de Ordem superior	X			X			
Aplicações de Derivadas: funções crescentes, decrescentes.	X			X			
Maximos e minimos de uma função	X				X		
Concavidade e Ponto de Inflexão	X				X		
Teorema de Rolle	X				X		
Teorema do Valor Médio	X				X		
Teorema de L'Hospital	X				X		
Relação entre Derivada e Diferencial	X					X	

Fonte: Questionário (Apêndice I).

O docente D3 marcou o tópico relação entre derivada e diferencial como difícil, porque nele precisa de uma atenção especial, não que o considere difícil, mas que esse tópico demanda mais tempo para explicar,

Quando você vai explicar a diferenciação, está dizendo que nesse pequeno intervalo, nesse incremento de 'x' eu posso dizer que essa curva é uma reta e ele me toma na explicação sempre um espaço a parte, que os alunos vêem até como uma coisa diferente. (Docente D3)

Para que os alunos não apresentem dificuldade nesse tópico o professor faz uma explicação mais detalhada, onde explana o fenômeno da aproximação e busca introduzir nessa explicação o conceito de integral.

Docente D4

O diagnóstico do quadro assinalado pelo docente D4 nos intrigou, pois o mesmo não marcou nenhum tópico como difícil e muito difícil como podemos observar no quadro 05:

Quadro 05: assinalado pelo docente D4.

Assunto	Costuma lecionar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem:				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Conceito de Derivada	X			X			
Interpretação geométrica	X			X			
Interpretação Física	X			X			
Taxa de variação	X				X		
Derivabilidade e Continuidade	X			X			
Derivada da soma e diferença	X			X			
Derivada do Produto	X			X			
Derivada do quociente	X				X		
Regra da cadeia	X				X		
Equações das retas tangentes uma curva	X			X			
Equações das retas normais a uma curva	X			X			
Derivada de uma função implícita	X				X		
Derivada da função inversa	X				X		
Derivada de Ordem superior	X			X			
Aplicações de Derivadas: funções crescentes, decrescentes.	X				X		
Máximos e mínimos de uma função	X				X		
Concavidade e Ponto de Inflexão	X				X		
Teorema de Rolle	X				X		
Teorema do Valor Médio	X				X		
Teorema de L'Hospital	X			X			
Relação entre Derivada e Diferencial	X				X		

Fonte: Questionário (Apêndice I).

Na entrevista ao ser perguntado do porque não marcou nenhum tópico como difícil e muito difícil o professor respondeu: "Eu coloquei o que eu percebo em sala

de aula, no caso quando eu pergunto todo mundo entendeu? Eles respondem: Sim professor”.

Por essa questão de sala de aula que o professor justifica seu posicionamento, mas relata que uma coisa é quando está ensinando e outra é quando parte para a avaliação.

A única forma de resolver esse problema, segundo o docente, é o aluno praticar mais a questão do exercício. Se você não o fizer, não vai aprender.

Docente D5

Observando o quadro do docente D5, percebemos que em sua opinião os alunos sentem mais dificuldades nos assuntos, considerados difíceis, conceito de derivada e derivada da função inversa, já os considerados muito difíceis são a derivabilidade e continuidade, derivada de uma função implícita e concavidade e ponto de inflexão. Notamos também, que o docente não leciona o assunto da relação entre derivada e diferencial.

Quadro 06: assinalado pelo docente D5.

Assunto	Costuma lecionar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem:				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Conceito de Derivada	X					X	
Interpretação geométrica	X				X		
Interpretação Física	X			X			
Taxa de variação	X			X			
Derivabilidade e Continuidade	X						X
Derivada da soma e diferença	X			X			
Derivada do Produto	X				X		
Derivada do quociente	X				X		
Regra da cadeia	X				X		
Equações das retas tangentes uma curva	X			X			
Equações das retas normais a uma curva	X			X			
Derivada de uma função implícita	X						X
Derivada da função inversa	X					X	
Derivada de Ordem superior	X				X		
Aplicações de Derivadas: funções crescentes, decrescentes.	X				X		
Máximos e mínimos de uma função	X			X			
Concavidade e Ponto de Inflexão	X						X
Teorema de Rolle	X				X		
Teorema do Valor Médio	X				X		
Teorema de L'Hospital	X			X			
Relação entre Derivada e Diferencial		X					

Fonte: Questionário (Apêndice I).

O docente D5 justifica essa dificuldade pelo fato dos alunos não terem a compreensão sólida do conceito de Limite, logo eles sentirão dificuldade em compreender o conceito de Derivada relacionada à definição formal, causando problema na resolução de questões usando a definição. Mas,

Quando a gente consegue estabelecer uma conexão entre o conceito de Derivada com essas interpretações, a interpretação de reta tangente, a interpretação de coeficiente angular da reta, a interpretação física e taxa de variação isso facilita um pouco, fica mais contextualizada. (Docente D5)

De acordo com o docente, a dificuldade em derivabilidade e continuidade são pela confusão que o aluno faz, pois confundem se a função é derivável porque ela é contínua ou se a função é contínua porque ela é derivável. Em relação à Derivada de uma função implícita a dificuldade também é vinculada a confusão que o aluno apresenta com relação à técnica.

O problema do assunto concavidade e ponto de inflexão, as dificuldades acontecem devido à carga horária disponível para a disciplina, que segundo o docente, não é suficiente para abordar todos os assuntos detalhadamente. Então, o professor deve escolher qual priorizar. O docente D5 opta por priorizar o que o aluno vai precisar de imediato para o Cálculo II.

Com o objetivo de diminuir essa dificuldade na aprendizagem dos alunos, o docente disponibilizava uns horários de dúvidas, que eram extraclases. Esse tempo era disposto para as resoluções de problemas, pois o professor percebia que quando eram mais práticos eles entendiam melhor.

Percebemos que a maior dificuldade nos tópicos mencionados pelos professores é pela questão da demonstração, o tempo para dedicação ao assunto e a abstração do conteúdo. Um ponto importante que alguns professores ressaltaram, foi que, os alunos devem procurá-los para tirar dúvidas, pois assim fica mais fácil de resolver o problema da dificuldade, outro modo de sanar essa dificuldade é praticar as demonstrações e exercícios.

As opiniões dos professores se fazem necessário para compreendemos como é trabalhado a questão da Derivada a partir das dificuldades dos alunos. Essas opiniões são formadas por um longo processo, desde sua formação profissional, quando os mesmos ainda eram alunos. Por esse motivo realizamos uma entrevista

com os docentes com questões relacionadas à sua trajetória profissional, desde sua graduação. Que apresentamos a seguir.

4.2. Trajetória vivenciada pelo professor desde sua graduação

Os relatos que fazemos a seguir compõem uma análise das entrevistas que realizamos com cinco docentes, referentes à sua trajetória, desde sua graduação até o presente momento, nomeados neste referido trabalho de docentes D1, D2, D3, D4 e D5, os quais lecionam ou lecionaram Derivada para alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará e da Universidade do Estado do Pará.

Docente D1

A descrição que fazemos a seguir é referente à entrevista que realizamos com o docente D1, onde o professor já trabalha como docente na Universidade a mais de 30 anos e leciona ou lecionou a disciplina de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática no intervalo de um a cinco anos.

O professor D1 é formado em Pós-Doutorado em Matemática, mas antes de ingressar na universidade já havia estudado uma introdução de Limite, Derivada e Integral no terceiro ano científico, que foi basicamente o motivo a sua não dificuldade em aprender da Derivada na graduação.

Paralelo à sua graduação lecionou para o terceiro ano científico, uma noção de Limite, Derivada e Integral. Buscava sempre se aperfeiçoar estudando, em livros, textos de Cálculo.

O livro que mais utilizava em seus estudos, era “Elementos de Cálculo Infinitesimal” do autor Cesar Dacorso Netto. Esse livro continha um texto indicado pelo curso, cujo título é Matemática I do autor Jaffard, sendo este um livro em francês, da Escola Normal Superior da França.

Segundo o professor D1, os livros, textos estudados durante sua graduação e as aulas sobre esse assunto eram tratados com mais cálculos, ou seja, com mais aplicações, exemplos, exercícios, entre outros. Ele estabelece ainda uma comparação com o ensino atual, Segundo fala do professor, “Hoje você procura mais contextualizar o conceito, e ali era um livro mesmo mais seco de cálculo

mesmo, para aprender as técnicas da Derivada e aplicar nos problemas de máximos e mínimos”.

O profissional em questão quando iniciou sua carreira de magistério na universidade, Esclarece que naquela época não existia as turmas e sim as disciplinas, logo lecionava para alunos de vários cursos ao mesmo tempo. Posteriormente, com uma reforma, foi que surgiu o Seriado Semestral formando assim as turmas específicas.

Já com o mestrado e cursando o doutorado, começou a lecionar para alunos do curso de Licenciatura em Matemática, na qual o seu objetivo com esses discentes era a formação dos mesmos.

Em suas aulas costuma trabalhar primeiro com a noção de limite para depois introduzir o conceito de Derivada, de um modo semelhante ao que lhe foi ensinado. Descreve que não faz uso de nenhum recurso inovador, só mesmo o quadro magnético, o piloto (marcador), apagador e o livro texto. Mas ainda sim, percebe uma participação e motivação de alguns discentes em certos momentos no decorrer do conteúdo. Porém, como em todas as turmas, não são cem por cento dos alunos com esse empenho.

Para o professor D1 o ensino de Derivada, inicialmente, é operacional, ou seja, ensina o que é Derivada e quais são as fórmulas de derivação, depois vem o que o professor considera mais importante, a aplicação. Nessa parte operacional os alunos já sentem certa dificuldade. Nas aplicações já não sentem tanta dificuldade, somente na modelagem das questões.

Baseado em sua experiência acredita que para melhorar o ensino e aprendizagem do conceito de Derivada, precisa haver mais aplicações, ou seja, mostrar realmente a importância das aplicações, a importância do conceito para as aplicações.

A partir do relato do professor de sua trajetória, percebemos que sua experiência como docente contribui significativamente em seu ensino. E a experiência como docente, pois conhece a dificuldade dos alunos referente a este assunto, enfatiza a aplicação da Derivada, porque sabe a importância deste assunto para disciplinas futuras da graduação.

Docente D2

Prosseguindo com a trajetória desses professores, narramos a seguir uma análise da entrevista realizada com o docente D2, que é docente da universidade a mais de 10 anos e trabalha ou trabalhou a disciplina de Cálculo I com os alunos do curso de Licenciatura em Matemática em um intervalo de seis a dez anos.

Sua formação acadêmica também é na área da “Matemática Pura”, Mestrado em Matemática, e nos relata que durante sua graduação não sentiu dificuldade na aprendizagem da Derivada, pois pesquisava o assunto nos livros textos de Cálculo, resolvia os exercícios dos livros e não esperava somente pelo professor.

Os livros que mais estudava o assunto de Derivada na graduação, eram dos autores Leithold¹¹, Piskunov¹² e Munem¹³. Expõe que pegava vários livros porque cada um tinha uma “metodologia” e exemplos diferentes. Acredita que os livros possuem uma abordagem adequada sobre Derivada, onde temos a abordagem física para depois se trabalhar à questão geométrica.

Seu gosto pela matemática o motivou a lecionar nas turmas de Licenciatura em Matemática, pois não havia outra profissão que almejasse a não ser a do professor de matemática. Seguindo carreira na docência, conquistou uma vaga como professor da universidade.

Acredita ser um professor tradicional por não usar nenhum recurso inovador, os instrumentos que utiliza em suas aulas são os livros textos, o quadro, piloto (marcador) e algum programa (software) para mostrar a Derivada na interpretação geométrica. Ensina o conceito de Derivada do mesmo jeito que foi lhe ensinado, começando pela interpretação geométrica e depois definindo a Derivada.

Conforme o professor D2, a dificuldade que os alunos encontram na aprendizagem deste assunto é em demonstrar à Derivada usando sua definição. Em sua opinião, para melhorar o ensino de Derivada deve haver um aumento da carga horária da disciplina, pois, para ele, a matemática tem duas fases, uma fase é o aluno aprender a usar a matemática e a outra é o aluno entender a matemática, no qual não adianta ensinar os dois ao mesmo tempo, pois o tempo não é suficiente para isso.

¹¹LEITHOLD, L. **O cálculo com geometria analítica**. 3ª ed. São Paulo: HARBRA, c1994.

¹²PISKUNOV, N. **Cálculo Diferencial e Integral**. (2 volumes), 6ª Ed. Moscou: MIR, 1983.

¹³MUNEN, M. A.; FOULIS, D. J. **Cálculo**. Vol. 1. Rio de Janeiro: Livro técnico e científico, 1982.

Docente D3

O professor D3 é docente da universidade a mais de 10 anos e leciona ou lecionou a disciplina de Cálculo I para discentes do curso de Licenciatura em Matemática, durante um período de seis a dez anos, e nos fornece as seguintes observações relativas à sua trajetória profissional, na graduação iniciou com certa dificuldade na aprendizagem de Derivada, justamente no que diz respeito à interpretação gráfica e relacionar os conceitos com a aplicação, pois na época quase não existia recurso para o ensino e o mesmo era abordado de maneira mecânica, ou seja, pouca explicação sobre assunto e partia logo para os exercícios.

Fazia uso dos livros textos para estudar Derivada, os que mais costumava usar eram dos autores Leithold, Piskunov, Frank Ayres¹⁴ da coleção Schaum e Granville. Buscava livros que abordassem a interpretação e a explicação teórica como o do Leithold e outros para exercitar e aplicar os conceitos estudados como o do Frank Ayres.

Relata que no início de sua carreira de magistério na Licenciatura em Matemática passou dificuldades, pois havia perdido a prática de ensinar por ter ficado alguns tempos fora da área de magistério. Mas buscou se aperfeiçoar para proporcionar aos alunos um ensino de qualidade, e conseguiu vencer essa barreira. Portanto sua motivação em lecionar na Licenciatura em Matemática é mostrar para os alunos os caminhos que eles podem tomar para não passar pela mesma dificuldade que o professor com teve.

Nas suas aulas costuma utilizar animação gráfica para ensinar Derivada, antes ensinava com o software Octave, que é uma versão gratuita do Matlab. Recentemente prefere o software GeoGebra por ter uma interface boa para relacionar a álgebra e a geometria dinâmica. Então, o ensino da Derivada pelo professor D3 utilizando esse recurso se manifesta da seguinte forma, primeiro trabalha a questão geométrica, depois relaciona com a álgebra e finaliza com os problemas, de um modo diferente do que lhe foi ensinado.

Observa uma grande dificuldade dos alunos nas resoluções de problemas relacionados à Derivada e na interpretação gráfica. Acredita que para melhorar o ensino e aprendizagem da Derivada deveria haver um redimensionamento do tempo disponível para a disciplina.

¹⁴AYRES, Frank ; MENDELSON, Elliott. **Cálculo Diferencial e Integral**. 3ª ed. São Paulo: Makron Books, 1994.

Docente D4

O docente já trabalha na universidade há mais de 15 anos e como professor de Cálculo I para as turmas de Licenciatura em Matemática atua em um intervalo de 1 a 5 anos. E mesmo com formação acadêmica na área da matemática “pura”, o docente nos revela que acredita que não deixa a desejar como professor. Relata que durante sua graduação apresentou dificuldade mediana em relação ao assunto de Derivada, que é uma dificuldade que acredita ser comum para os estudantes, por conta da falta de base.

Já na universidade, os livros que utilizou para estudar a Derivada foram Piskunov e Demidovitch¹⁵, esse último é praticamente composto por exercício. O interessante desses livros, segundo o professor, era exatamente a questão dos exercícios que são variados, ou seja, com questões diretas e indiretas.

O docente acredita que a abordagem que o livro do autor Guidorizzi faz é bem colocada, pelo fato de abordar muitas aplicações que convém para o aluno visualizar a utilidade dos conteúdos estudados. Portanto, o docente D4 faz uso deste livro em suas aulas de Cálculo I.

O professor nos revela que inicialmente queria prestar vestibular para engenharia mecânica, mas devido à concorrência acabou por fazer bacharelado em Matemática, pois sempre gostou de matemática. Logo em seguida à sua formação foi se identificando com a profissão de professor, onde prestou concurso à universidade e se tornou professor oficialmente.

Com sua experiência na docência percebe que os alunos possuem dificuldade na aprendizagem da derivada, mais ainda do que na época em que estudou. Pois, antigamente se estudava no ensino médio noção de limite, derivada e integral e hoje isso não ocorre.

Em suas aulas para alunos do curso de Licenciatura em Matemática utiliza o livro texto, pincel e o quadro. Em que acredita que o aluno não aprende a matemática só ouvindo, ele também precisa escrever.

Docente D5

O docente D5 nos revela sobre sua graduação que teve dificuldade na aprendizagem da derivada, mais especificamente nas técnicas de derivação, por

¹⁵DEMIDOVITCH, B. **Problemas e Exercícios de Análise Matemática**, 4ª Ed. São Paulo: Escolar, 1977.

exemplo, a da derivada implícita, e também na definição da derivada. Relata que só conseguiu compreender melhor sobre o assunto depois que finalizado a disciplina Cálculo I que cursou na universidade.

Para estudar a Derivada durante sua graduação, o docente D5 utilizou o livro do Thomas¹⁶ e do Anton¹⁷, para estudar o assunto e o do Guidorizzi¹⁸ para as resoluções de questões.

Nos livros do Tomas e do Anton o que chamou a atenção do docente é na abordagem do conceito de derivada, que em sua opinião é mais atual e intuitiva, no caso do Guidorizzi expõe que faz a introdução do assunto de modo técnico, esse livro é vantajoso para praticar, pois possui muito exercício proposto.

Em sua opinião, os livros de Cálculo poderiam abordar o assunto de derivada de modo mais intuitivo, pois quando ele é muito técnico o aluno já sentirá dificuldade logo na abordagem inicial do conceito. Portanto, sugere que os livros comecem com algo intuitivo, partindo dos conhecimentos prévios dos alunos e finalizando com muitos exercícios.

Por obter uma grande afinidade com a matemática foi que decidiu se tornar professor, mas ressalta que na graduação essa afinidade não é suficiente, pois somente com os conhecimentos sobre a matemática não quer dizer que essa pessoa se tornará um bom professor de matemática. Então além do conhecimento matemático, o docente relata que obteve afinidade com alguns estudos da educação matemática que foram lhe apresentados na graduação, em relação ao Cálculo foi uma das disciplinas que mais lhe agradou.

Quando se tornou docente de Cálculo I, o professor sentiu dificuldade para introduzir o conceito, especificamente na parte da análise gráfica para usar a idéia de limite para depois introduzir o conceito de derivada, reta tangente, coeficiente angular, entre outros.

Com relação à aprendizagem dos alunos referente à Derivada, o docente D5 observou que nas técnicas de derivações eles até compreendem, mas para analisar qual técnica ira utilizar para aquela situação eles tem dificuldade.

Para suas aulas de Cálculo o docente faz uso dos livros textos, e motiva seus alunos através de pesquisas que o docente solicitava sobre as aplicações da

¹⁶THOMAS, G.B. **Cálculo**. Volume 1. 11ª ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2002.

¹⁷ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. **Cálculo I**. Volume 1. 8ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

¹⁸GUIDORIZZI, H. L. **Um curso de Cálculo**. 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.

derivada, pois observou que eles se sentem mais motivados quando visualizam aquele assunto na sua área de atuação.

Além das aplicações como motivador, o professor acredita que a tecnologia conviria para esse objetivo, mas admite que por falta de tempo e recurso não utiliza.

Para o próximo capítulo, investigamos os saberes docentes a partir das entrevistas realizadas com os sujeitos da pesquisa, que expuseram suas opiniões com questões referentes ao ensino e aprendizagem da Derivada.

CAPÍTULO V

INVESTIGANDO OS SABERES DOCENTES

Nesta sessão enfatizamos os saberes que influenciam no ensino dos professores a partir das entrevistas realizadas com os mesmos. Destacamos o saber da formação profissional, o disciplinar, o da experiência e curricular.

5.1. Saberes docentes dos professores

Segundo Tardif (2014, p. 11) o saber do professor deve estar relacionado com a sua experiência de vida, com sua história profissional, com as suas relações com os alunos em sala de aula e com outros atores escolares na escola, entre outros.

Percebemos que os saberes dos professores são adquiridos e construídos por motivações internas e/ou externas ao seu trabalho, e que esses saberes estão vinculados à sua prática de ensino, logo, temos em questão a relação do trabalhador com o seu trabalho.

O saber relaciona-se à pessoa e ao seu trabalho, “embora os professores utilizem diferentes saberes, isso se dá em função ao seu trabalho e das situações, condicionamentos e recursos ligados a esse trabalho” (TARDIF, 2014, p.17).

Portanto, relatamos a seguir os saberes docentes que constatamos nas entrevistas que realizamos com os cinco professores que lecionam a disciplina de Cálculo na Universidade Federal do Pará e/ou Universidade do Estado do Pará.

5.1.1. Saber da formação profissional

Para Tardif (2014, p. 36) o saber da formação profissional está ligado aos conhecimentos transmitidos pelas instituições de ensino de formação de professores. Logo, esses saberes são identificados nos relatos relacionados à formação profissional dos professores pesquisados.

Nas entrevistas semi-estruturadas realizadas com os docentes identificamos esse saber nos seus discursos, no que se refere à importância da formação desses professores em suas práticas de ensino.

O docente D1 acredita que sua formação profissional contribuiu para sua prática em sala de aula, mas ressalta que os conteúdos vão sofrendo modificações com o tempo, portanto o professor deve estar atento a esse acontecimento.

Com base na colocação do professor D1, acreditamos que a formação deve ser contínua, pois essas mudanças exigem do profissional uma reflexão e adaptação para ser exercida no seu trabalho. Para Tardif (2014, p. 249) “Tanto em suas bases teóricas quanto em suas consequências práticas, os conhecimentos profissionais são evolutivos e progressivos e necessitam, por conseguinte, de uma formação contínua e continuada”.

Já o docente D2 considera a sua formação acadêmica “fraca” em questão de conteúdo. Segundo ele: “Quando eu fiz a minha graduação eu sempre tirei notas boas, eu tenho meu currículo, mas eu te confesso que considero hoje meu curso como um curso fraco de Cálculo”.

O relato do professor D2 nos faz pensar que o curso de Cálculo que cursou na graduação foi baseado em memorização de fórmulas e regras, por esse motivo considera o curso fraco, pois memorizar a matéria não significa que aprendeu o assunto.

O saber profissional está relacionado à prática de ensino do professor, que segundo Tardif (2014, p. 37) “a prática docente não é apenas um objeto de saber das ciências da educação, ela é também uma atividade que mobiliza diversos saberes que podem ser chamados de pedagógico”. Dessa forma, também buscamos nos discursos dos professores esse saber pedagógico.

No relato do professor D3 evidenciamos o saber pedagógico, quando ele diz:

Por uma questão de sala de aula eu me deparei com a dificuldade de ensinar, porque quando estava fazendo mestrado e depois doutorado comecei a perder aquele tato com a didática. Ai passei por uma situação difícil de passar a matéria, comecei então estudar educação no ensino de matemática. Voltar para a matemática é um prazer, trazer uma contribuição das dificuldades que você encontrou que hoje você pode mudar no professor do uso da tecnologia no ensino, foi como eu consegui vencer uma barreira no meio da minha carreira, que quase eu perco o emprego porque eu tava perdendo o ‘time’ de como educar. Ai eu tive que parar e enfrentar essa barreira, ai eu comecei a me sensibilizar com o ensinar. Hoje eu tenho uma preocupação de passar para o aluno as várias formas para que ele não venha passar pelas mesmas dificuldades que eu passei. (Docente D3)

Então, percebemos que nesse discurso do professor D3 houve uma reflexão sobre sua prática pedagógica no decorrer de sua carreira profissional e buscou meios para solucionar o problema. Então, procura mostrar para seus alunos as metodologias possíveis para que eles não passem pela mesma dificuldade que passou o professor. Para Tardif (2014, p. 37) os saberes pedagógicos apresentam-se em forma de concepções a partir de reflexões sobre a prática educativa.

No discurso do Docente D4 também há evidências desse saber, quando o mesmo acredita que não teve uma formação acadêmica adequada para a docência, pois não possui formação pedagógica. Cujo relato apresentamos a seguir:

Eu acho que não tive uma boa formação acadêmica para ser professor, porque eu não tive contato com a pedagogia, eu acho que é importante, não excessivamente, mas acho que é importante ter contato com a pedagogia coisa que eu não tive. (Docente D4)

Identificamos que o professor D4 tem o conhecimento, que sua prática carece de uma formação ligada à educação, como enfatiza Tardif (2014, p. 73) “os saberes pedagógicos articulam-se com as ciências da Educação”. Apesar disso, ele supõe que não deixa a desejar em seu trabalho como professor e tudo que aprendeu foram com os seus professores, como afirma a seguir:

Então, não tenho formação pedagógica mínima, eu aprendi a me comportar em sala de aula com o tempo, ouvindo, vendo, aprendi com os meus professores que talvez tenham tido não sei se tiveram também, porque alguns professores eram da engenharia, eu aprendi com eles a me comportar como professor e é dessa forma que eu procuro a me comportar com meus alunos. Agora a experiência me diz que comparando com colegas que tem uma formação pedagógica, apesar de não ter uma formação pedagógica mínima, não me considero, acho que não deixo a desejar no meu comportamento como professor, mas acho que é importante sim ter uma formação mínima. (Docente D4)

Consideramos importante o fato de que, mesmo que professor não tenha essa formação pedagógica que cita, ele faz uma reflexão na sua prática e ainda compara seu comportamento como professor com os dos seus colegas que tiveram essa formação pedagógica, que acredita não falhar como docente.

O docente D5 relata que sua formação acadêmica contribuiu para a sua prática, pelo fato de ter estudado muitos teóricos que se preocupavam com a parte

conceitual do assunto, pois, segundo ele, é a parte conceitual que mais causa dificuldade na aprendizagem dos alunos.

Na sua graduação, percebeu que muitos colegas de classe desistiram do curso, pela questão da dificuldade que tiveram na abstração, que é uma abstração muito grande para pessoas que não estavam matematicamente maduras pra isso. O docente D5 não passou por esse problema, pois segundo ele:

Na graduação e no mestrado eu busquei estudar muitos teóricos que trabalhassem aspectos relacionados ao pensamento matemático avançado, que é muito grande o trabalho deles no âmbito do Cálculo, então ajudou muito sim. Influenciou de maneira positiva. Talvez se eu tivesse ficado estagnado naquela idéia de tradicionalismo no ensino do Cálculo tinha sido uma tragédia. (Docente D5)

Analisamos que, além dos conhecimentos adquiridos pelo professor durante sua formação acadêmica, houve uma motivação interna de buscar mais conhecimento para não passar por dificuldades de aprendizagem, não comprometendo no seu ensino.

Avaliamos que todos possuem o saber profissional, porém é mais frequente no docente D1 e D5, no que se refere aos conhecimentos que adquiriu na sua graduação. Já o saber pedagógico é mais evidente no docente D3, que com todos os impasses durante sua trajetória docente, avaliou sua dificuldade de ensinar e buscou se aperfeiçoar.

5.1.2. Saber Disciplinar

O saber disciplinar é um saber externo ao professor, ou seja, não é um saber proveniente dele, e sim, de algo já construído e determinado, algo selecionado pelas instituições universitárias. Segundo Tardif (2014, p.38) esses saberes podem ser encontrados em formas de disciplinas, que correspondem aos diversos campos do conhecimento, que são transmitidos em qualquer curso que dispõe a universidade.

A primeira relação com saber disciplinar é através das aulas e o contato com os livros que abordam determinados conteúdos. Nas entrevistas realizadas com os docentes, identificamos esse saber e abordamos como eles ensinam o conceito de Derivada nas aulas para alunos de Licenciatura em Matemática.

Nos relatos do docente D1, percebemos que ele possui um grande domínio do conteúdo de Derivada. Talvez seja pelos anos de experiência ministrando a disciplina, assim a certa familiaridade entre o professor com o assunto em questão. Onde relata que: “Eu costumo trabalhar com a noção de Limite primeiro para depois introduzir o conceito de Derivada. Quer dizer, uma questão mais formal”.

Destacamos algo em comum nos relatos do docente D1 e D5, com relação ao modo de transmitir o assunto de Derivada para os alunos. O docente D5 nos revela sobre seu ensino:

Eu costumo ensinar o conceito de Derivada assim, eu procuro logo estabelecer a noção de Limite, então eu faço aquele básico, que eu acho que a maioria dos professores trabalha assim, que é fazer o desenho da interpretação gráfica com a curva, aí fazer a reta tangente e tentar... Eu parto da Derivada da função no ponto, pra gente chegar e fazer a idéia de tangente, de coeficiente angular”.
(Docente D5)

Ainda sobre o ensino de Derivada, o docente D2 ensina de uma maneira diferente em relação aos dois docentes citados anteriormente, ele costuma iniciar pela definição de Derivada seguida da interpretação geométrica, como afirma a seguir:

Eu dou a definição, interpretação geométrica, que é importante. Ai a gente vai para resolver alguns exercícios mais simples, usando a definição, Você pode demonstrar a Derivada usando a definição e depois vêm às técnicas de derivação, entram ai às aplicações.
(Docente D2)

O docente D3, por apresentar dificuldade na aprendizagem da Derivada durante sua graduação, que em sua opinião o professor adotou um modelo tradicional, busca ensinar diferentemente o que lhe foi ensinado, faz uso de animação gráfica e atividades computacionais à distância. Portanto seu ensino é da seguinte forma:

Para Derivada a gente parte exatamente a última parte de Limite, a gente começa ainda resolvendo o Limite, sem dizer que é a Derivada, fazendo o exercício de Limite já entrando devagar na definição de Derivada ainda na perspectiva de Limite, dentro do exercício de Limite. Como se fosse uma extensão, como se fosse uma aplicação de Limite sem dizer que é Derivada, então o aluno começa a entender o “algebrismo”. (Docente D3)

Observamos que o professor D3 tenta seguir uma linha de raciocínio entre o Limite e a Derivada, uma maneira que pode facilitar a compreensão do aluno em relação ao assunto.

O docente D4 se baseia nos livros textos, utilizando em suas aulas o livro do autor Guidorizzi, pois gosta da abordagem que o livro trás. Além disso, relata sobre as aplicações que contém no livro, que ajuda o aluno a esclarecer a utilidade daquele assunto.

Semelhante ao que o docente D1 relata, na última turma que trabalhou com a disciplina de Cálculo para os alunos de Licenciatura em Matemática, utilizou os quatro volumes do livro do autor Guidorizzi para aplicação. Sobre seu ensino e o uso dos livros:

Eu continuo trabalhando assim, eu faço a parte formal com as definições e depois vêm as aplicações, então os exercícios sim, ai eu indico. Então os alunos vão à busca dos exercícios dos livros. Quer dizer o livro serve mais como na busca de exercício, tem algumas coisas a mais que não dá tempo de fazer na sala de aula, mas esse é um comportamento que eu faço com os alunos. (Docente D1)

Os livros convêm para o professor D1 como auxiliar, para a resolução de exercícios. Assim, os livros que utiliza têm esse objetivo de aplicação e exercitar os conceitos e técnicas estudadas.

O docente D2, também enfatiza a importância do uso dos livros texto nas aplicações. Para o curso de Licenciatura em Matemática ele concilia a formalidade com a aplicação, na qual afirma que, na parte formal os livros tratam os assuntos muito semelhantes, se diferenciando nas aplicações. Aborda ainda que utiliza os livros Cálculo B, Guidorizzi e Leithold com os alunos da Licenciatura.

Sobre os livros textos, o docente D3 nos revela que sua experiência com a disciplina lhe auxiliou pra montar seu próprio material, que se aproxima bastante do livro do Guidorizzi, pois acredita que trabalha bem essa primeira parte do Cálculo. O professor alega:

Eu guardei a idéia do livro, o livro trás certo nível de conhecimento de questões, eu peguei essas questões e fiz umas adaptações, aproximei coisas que eram mais lá na frente do livro, trouxe de forma a alcançar o meu objetivo. Eu estou adaptando um livro a uma metodologia que eu adotei. (Docente D3)

Existem também os casos em que o professor utiliza um livro para ensinar o conceito e outro para as aplicações, que é o caso do docente D5. Que nos relata:

Eu costumo utilizar o livro do Thomas e do Anton, são livros básicos, acho que para ensinar o conceito eles são bem interessantes. Para praticar com resoluções de questões voltadas para resolução o Guidorizzi. (Docente D5)

O saber disciplinar é evidente nos relatos dos professores, demonstram segurança ao falar e total domínio do conteúdo de Derivada. O uso dos livros textos é de fundamental importância para o ensino dos mesmos, principalmente na questão da aplicação, pois uns priorizam mais a aplicação, como o docente D1, D2 e D4, e outros o conceito, como o docente D3 e D5.

5.1.3. Saber da experiência

Segundo Tardif (2014, p. 39), o saber da experiência do professor está ligado com o exercício de suas funções, que com o trabalho cotidiano desenvolve saberes específicos da sua prática.

O saber da experiência é evidente nos relatos dos professores investigados, o professor D2 afirma que sua forma de trabalhar hoje está ligada a sua experiência em sala de aula e em sua opinião:

A experiência é fundamental em qualquer área, a experiência o que ela te dá? Quando você vai ministrar a primeira vez uma disciplina, você a olha de uma maneira linear, assim como uma reta. Então para você em um assunto, ainda tem muita coisa antes de chegar nele, mas quando você tem experiência, você consegue extrair de todo esse conteúdo o que o aluno precisa saber para chegar nisso aqui, então eu sempre digo que a gente acaba pegando uma diagonal, isso facilita faz com que você ganhe um pouco de tempo. Então a experiência é fundamental, mas isso aí vem com o tempo ministrando a mesma disciplina. (Docente D2)

No caso do docente D1, com sua experiência podemos perceber que já possui certa familiarização com a disciplina de Cálculo I, tanto que o mesmo afirma que não utiliza livros para ensinar o conceito de Derivada, só utiliza os livros texto para exercitar, pois acredita que as aplicações são de fundamental importância para a aprendizagem do aluno, isso que vem priorizando em suas aulas.

Ainda sobre o docente D1, sua experiência lhe deu subsídio para analisar as dificuldades que os alunos possuem e como suprir essas dificuldades, de forma a organizar e ministrar o conteúdo para o sucesso da aprendizagem.

A questão do tempo de docência é também relatado pelo docente D3, que já tem certa experiência com a disciplina de Cálculo I para alunos de Licenciatura em Matemática, que diz o seguinte:

Eu estou a doze anos ministrando essa disciplina, facilita a gente tem uma visão bem clara do que a gente precisa ensinar em cada ponto do que o aluno consegue observar, principalmente porque é um assunto que o aluno quando ele começa a estudar Cálculo todos os conceitos são estáticos, então ele vai aprender Cálculo não pelo simples processo algébrico. (Docente D3)

A cada experiência vivida pelos professores é uma superação para a dificuldade da aprendizagem, pois vão aprendendo cada vez mais de como lidar com as situações de aprendizagem. O Docente D4 analisa isso como: “Mesmo lendo um livro várias vezes a última sempre mostra coisa nova”.

O saber experiencial relaciona-se com os outros saberes, pois a experiência faz com que você perceba e conserte algumas dificuldades encontradas na aprendizagem dos alunos, isso reflete ao saber pedagógico. E quanto aos saberes sociais (TARDIF, 2014), que são os curriculares e disciplinares, também se relacionam com o saber experiencial, no momento que o professor toma conhecimento desses saberes e aplica em sua prática de ensino.

5.1.4. Saber Curricular

O saber curricular inclui, em sua significação, tudo que envolve os programas escolares, por exemplo, a grade curricular, o objetivo do curso, os métodos, entre outros. Que segundo Tardif (2014, p. 38) “os professores devem saber aplicar”

O saber curricular, para alguns docentes, pode não ser levado em consideração, como é o caso do Docente D1 que considera a disciplina de Cálculo I básica, algo que você deve saber como requisito mínimo para continuar no curso. Outra situação que o professor coloca com relação à grade curricular é que: “A grade curricular pode influenciar no egresso, ai é diferente, depende do foco que vai dar pra ele quando sair, mas isso ai básico não depende”.

O professor coloca a situação da importância da grade curricular no egresso dos alunos, visando auxiliar o aluno no que ele quer seguir dentro da universidade. Além disso, o curso deve estar atento ao tempo disponível para o cumprimento da disciplina. Para cumprir todo o conteúdo programático o docente D1 afirma:

Você tem que ter uma carga horária compatível com o conteúdo da disciplina, porque ela não é isolada, você não tem uma disciplina só Derivada, que dizer Derivada e suas aplicações, ta junto sempre com a Integral. Então, depende desse tempo e outras coisas. (Docente D1)

Essa questão da carga horária é bem evidenciada nos relatos dos professores, alguns afirmam que esse tempo hoje é insuficiente para cumprir todo o conteúdo, como o caso do professor D2, D3 e D5. Como mostra na fala a seguir do docente D3:

Eu sou de uma época que Cálculo I era dado seis horas semanais, cheguei a ministrar Cálculo I com quatro horas semanais e hoje é destinado para a disciplina de Cálculo I três horas semanais... Naquela época os professores não conseguiam dar todos os tópicos, ficavam faltando alguns tópicos, hoje dizer que a gente consegue dar todos os tópicos, todas as propriedades e todas as demonstrações com a metade do tempo é uma utopia. Então realmente a gente vai aos pontos principais que tem que ser visto. (Docente D3)

Em seus relatos dizem que pode até ter a possibilidade de cumprirmos com todo o conteúdo, porém de uma maneira “corrida”. Entretanto, o docente D4 afirma o contrário, que é possível sim cumprir todo o conteúdo com a carga horária disponível para a disciplina. Talvez essas opiniões distintas devam-se ao fato de os três docentes mencionados acima e o docente D4 serem de universidades diferentes. O Docente D4 detalha sua opinião no relato a seguir:

Eu tenho um planejamento feito e dá pra cumprir. Veja que para você ensinar Derivada no mesmo curso você tem função reais, Limite e continuidade só depois disso você entra em Derivada, para isso nós temos sessenta e seis horas de conteúdo mais trinta e três de laboratório, eu acho que é suficiente. (Docente D4)

Ainda sobre a grade curricular, o docente D4 fala que houve uma reforma no projeto do curso onde implementaram o que tinha para implementar e retiraram o

que tinha para retirar e que em sua opinião conseguiram mudar para melhor, pois o conteúdo ficou mais objetivo, o que vai refletir no melhor aproveitamento para os nossos futuros professores.

Além da carga horária disponível para a disciplina, o docente D5 ainda coloca uma questão sobre os imprevistos, que isso de certa forma prejudica o andamento da disciplina durante o ano, como vemos no relato a seguir:

Eu tinha aula duas vezes por semana, ai se você for contar os momentos que não tem aula, por exemplo, um evento na universidade, greve de ônibus, então tem várias coisa extra que te prejudica ainda mais. (Docente D5)

A maioria dos professores julga ser importante conhecer o currículo do curso, para organizar e planejar o andamento da disciplina durante o ano ou semestre. Isso fica evidente nessa fala do docente D2: “Você saber as disciplinas, dividir as disciplinas, então trabalhar a parte curricular é fundamental”.

Além do conhecimento da grade curricular, deve ter o conhecimento do objetivo curricular do curso, pois o professor vai ensinar com base nesse objetivo. Como abordamos docentes dos cursos de Licenciatura em Matemática, devem estar atento no que esse aluno vai precisar saber para a formação dele como professor. No relato do professor D3, ele evidencia o objetivo que ele tem para as suas aulas:

A minha decisão em sala de aula é entendimento do conceito e saber a aplicação do conteúdo, ai eu diminuo a carga de demonstração, ai fica a demonstração para uma disciplina mais a frente chamada Análise. (Docente D3)

Então observamos que deve haver um planejamento, contando com os imprevistos relatados anteriormente. O saber curricular é fundamental, pois te ajuda a preparar a aula e não deixa a desejar na disciplina.

Analisamos que os Saberes Docentes estão presentes na Licenciatura em Matemática, saberes esses que são, o da formação profissional, o disciplinar, o da experiência e curricular. Certo que alguns saberes são mais evidentes em uns docentes do que em outros, como vemos no quadro 07:

Quadro 07: Professores e os Saberes Docentes

Saber	Docentes	Comentários
Da formação profissional e pedagógica	D1, D3 e D5	No docente D1 e D5, no que se refere aos conhecimentos que adquiriu na sua graduação. Já o saber pedagógico é mais evidente no docente D3, que com todos os impasses durante sua trajetória docente, avaliou sua dificuldade de ensinar e buscou se aperfeiçoar.
Disciplinar	D1 e D3	Com relação à aplicação da Derivada e demonstrações, esse saber é mais evidente nos discursos do docente D1, enquanto o conceito de Derivada é mais frequente nos relatos do docente D3. Ambos montaram seu próprio material para o ensino de Derivada.
Da experiência	D1 e D3	Evidente no docente D1, pois os anos de experiência lhe apontaram o que é necessário para o aluno aprender. E no docente D3, pois com toda dificuldade que presenciou no início de sua carreira profissional, os anos de experiência lhe mostrou em que deveria mudar de acordo com a necessidade do aluno.
Curricular	D4	O docente D4 demonstra ter o conhecimento do saber curricular, onde prepara suas aulas baseados nesse saber, que em sua opinião é suficiente para cumprir toda a disciplina.

Fonte: Autoria própria

No Apêndice III, apresentamos a transcrição da entrevista realizada com o docente D1, pois foi o professor que identificamos mais evidências desses saberes, como vimos no quadro 07.

Esses saberes estão presentes nos discursos de cada professor investigado, que a partir do relatado por eles percebemos que todos os saberes se relacionam, pois a formação profissional é à base de conhecimento que o sujeito adquire para a sua prática profissional futura, onde na sua graduação estuda as disciplinas que possivelmente irá ministrar e em alguns casos, se estuda as práticas de ensino, que também servirá para sua carreira docente. Quando começa a lecionar, se depara com o currículo escolar ou do curso, em que suas aulas devem estar voltadas com o

objetivo de cumprir o currículo e o professor, com sua experiência, deve organizar de maneira satisfatória para o fechamento da disciplina.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Nesta pesquisa cujo objetivo foi identificar os saberes docentes na Licenciatura em Matemática acerca do ensino de Derivada, buscamos realizar uma pesquisa sobre o desenvolvimento histórico da Derivada e sobre o ensino e aprendizagem de Derivada.

Observamos que o estudo histórico da Derivada contribui para a compreensão do seu desenvolvimento, por isso, nesta pesquisa buscamos relatar o problema da reta tangente a uma curva desenvolvido por Descartes e Fermat, até chegar ao Cálculo infinitesimal de Newton e Leibniz abrangendo a definição de derivada construída por Cauchy.

O estudos sobre o ensino e aprendizagem da Derivada, em que baseamos referencial bibliográfico em Dall'Anese (2000), Santos e Matos (2012) e Traldi Júnior (2013), percebemos que nesse processo a um grande número de reprovações e evasões dos cursos por conta da complexidade de compreender os conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, que são, Limite, Derivada e Integral. Observamos também essas dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem da Derivada, a partir dos relatos dos professores que investigamos. Dificuldades que são geradas por alguns fatores, como, a falta de tempo para dedicação ao assunto e a abstração do conteúdo para a compreensão dos alunos, pois a Derivada é inédito para o discente, visto que não se estuda mais uma noção de Limite, Derivada e Integral no ensino médio como antigamente.

Há maneiras de sanar essas dificuldades, os sujeitos da pesquisa relataram que praticam a questão das demonstrações e exercícios e se dispõe para tirar dúvidas dos discentes, sendo que os mesmos devem procurá-los. Achamos interessante a pesquisa de Dall'Anese (2000) que propõe uma atividade com sequências didáticas para a institucionalização do conceito de Derivada, como forma de romper com a prática docente tradicional. Talvez o objetivo e os métodos utilizados nessa pesquisa de Dall'Anese (2000) também fosse uma forma de sanar essas dificuldades que os alunos apresentam.

Neste trabalho destacamos a importância de conhecer os saberes docentes, a partir da concepção de Tardif (2014), dos professores de Cálculo I das Universidades.

Percebemos que os saberes da formação profissional, o disciplinar, o da experiência e o curricular interferem diretamente na prática de ensino do professor, pois a partir de suas concepções sobre a disciplina, os objetivos que dispõe o currículo do curso, a sua experiência em conhecer as dificuldades de ensino e aprendizagem, por exemplo, da Derivada, e os conhecimentos que adquiriu na graduação, permite tomar uma atitude em sala de aula que favoreça tanto o aluno como o professor.

Esses saberes estão intimamente ligados uns ao outros, pois a partir das entrevistas com os docentes percebemos que seus saberes dependem um do outro, por exemplo, para lecionar derivada, os docentes precisam do saber disciplinar, para transmitir o conteúdo. Precisam do saber curricular para organizar os seus objetivos com a aula. Para organizar esses objetivos o docente precisa ter o saber da experiência, para conhecer as dificuldades que os alunos podem obter e buscar meios de minimizar essas dificuldades. Por fim, o saber profissional que é a base de tudo, é aqui que o docente dá o primeiro passo para a prática de ensino.

Com esta pesquisa esperamos de algum modo contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Derivada e incentivar trabalhos relacionados, como por exemplo, confrontar os livros que os professores citaram utilizar em suas aulas com o modo em que ensinam e como esses livros podem abordar a questão da Derivada.

REFERÊNCIAS

AMORIM, L. I. F. **A (Re) Construção Do Conceito De Limite Do Cálculo Para A Análise: Um Estudo Com Alunos Do Curso De Licenciatura Em Matemática.** 133 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

BARONI, R. L. S.; OTERO-GARCIA, S. C. **Aspectos da História de Análise Matemática de Cauchy e Lebesgue.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

BARDI, J. S. **A Guerra do Cálculo.** Tradução: Aluizio Pestana da Costa. Rio de Janeiro: Record, 2008.

CARVALHO, R. M. **A invenção do Cálculo por Newton e Leibniz e sua evolução para o Cálculo Contemporâneo.** Monografia (Especialização em Matemática para Professores com Ênfase em Cálculo) – Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, 2007.

CAUCHY, A. L. **Résumé des leçons Données a l'École Royale Polytechnique, sur Le Calcul Infinitésimal.** In: BARONI, R. L. S. e OTERO-GARCIA, S. C. **Aspectos da História de Análise Matemática de Cauchy e Lebesgue.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

DALFOVO, M. S.; LANA, R. A.; SILVEIRA, A. Métodos quantitativos e qualitativos: um resgate teórico. **Revista Interdisciplinar Científica Aplicada**, Blumenau, v.2, n.4, p.01- 13, Sem II. 2008

DALL'ANESE, C. **Conceito de Derivada:** Uma proposta para seu ensino e aprendizagem. 140 f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) – Pontifícia universidade Católica – PUC, São Paulo, 2000.

GRABINER, J. V. **The origins of Cauchy's rigorous calculus.** New York: Dover Publications, 1981

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo I.** 5 Ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. V. 1, 2001. P. 136-137.

HAVEROTH, G. A. **As Várias Faces da Derivada.** 105 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina - Joinville, 2013.

LIRA, A. F. **O Processo da Construção do Conceito Matemático de Limite Pelo Aprendiz Com Utilização de Objetos Digitais**. 191 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.

MACHADO, A. **Matemática, opinião e software livre**. 2011. Disponível em: <<http://www.andremachado.org/artigos/444/entendendo-o-que-e-a-derivada.html>>. Acessado em: 26 de Dezembro de 2014 às 19h.

MEYER, J. F. C.; SOUZA JÚNIOR, A. J. **A utilização do computador no processo de ensinar– aprender Cálculo**: A constituição de grupos de ensino com pesquisa no interior da universidade. In: ZETETIKÉ, CEMPEM – FE – UNICAMP, Campinas, v.10, n. 17/18, p. 113-146, 2002

PIMENTA, S. G. **Formação de Professores – Saberes da Docência e Identidade do Professor**. R. Faculdade de Educação, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 72- 89, jul./dez. 1996.

PIRES, J. A. L. **Cálculo Diferencial**: estudo histórico sobre a evolução do Cálculo Diferencial no século XVII. 147f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro - Vila Real, 2004.

QUARESMA, V. B. S. J. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. **Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política da UFSC**. Vol. 2 nº 1 (3), janeiro-julho/2005, p. 68-80.

SANTOS, S. P. MATOS, M. G. O. O Ensino de Cálculo I no Curso de Licenciatura em Matemática: obstáculos na aprendizagem. **Revista Eventos Pedagógicos**. v.3, n.3, p. 458 – 473. Ago. – Dez., 2012

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação de Profissional**. 16ª Ed. – Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2014.

TRALDI JÚNIOR, A. **As Concepções de Professores do Curso de Licenciatura em Matemática Sobre o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral**. IX Encontro Nacional em Educação Matemática, 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em: 11 de Novembro de 2013 às 20 horas.

APÊNDICE I

QUESTIONÁRIO APLICADO AO DOCENTE

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS - PPGECEM
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

Caro (a) professor (a),

Este instrumento tem como objetivo obter informações para um estudo que pretende contribuir para superação dos obstáculos de ensino e aprendizagem de matemática, encontrados por professores e alunos durante as atividades em sala de aula da educação superior relacionadas ao ensino de Derivada. Nesse sentido, sua colaboração respondendo este questionário é de grande importância para o bom êxito do estudo em questão. As informações obtidas terão um caráter confidencial e sua identidade será preservada.

Desde já agradeço sua colaboração com meu trabalho.

1. Sexo: () Masculino () Feminino Município: _____ Data: ___/___/___

2. Faixa etária:

() Menos de 20 () 21-25 () 26-30 () 31-35 () 36-40 () 41-45 () 46-50
() 51-55 () Mais de 55 anos

2. Escolaridade: (Indique sua graduação e todas as suas pós-graduações.)

() Ensino Superior Completo. Curso: _____ Ano de Conclusão: ___

() Aperfeiçoamento. Curso: _____ Ano de Conclusão: ___

() Especialização. Curso: _____ Ano de Conclusão: ___

() Mestrado. Curso: _____ Ano de Conclusão: ___

() Doutorado. Curso: _____ Ano de Conclusão: ___

() Pós-Doutorado. Curso: _____ Ano de Conclusão: ___

4. Quanto tempo de serviço você atua como professor da Universidade, em anos?

() Menos de um ano () 1-5 () 6-10 () 11-15 () 16-20 () 21-25

() 26-30 () Mais de 30 anos

5. Quanto tempo você leciona ou lecionou Calculo I nas turmas de Licenciatura em Matemática?

() Menos de um ano () 1-5 () 6-10 () 11-15 () 16-20 () 21-25

() 26-30 () Mais de 30 anos

6. Em que ano/semestre do curso você está lecionando atualmente?

Ensino superior: Curso: _____ Semestre: _____

7. Em que Disciplina (ou semestre) está previsto o ensino do conceito de **Derivada**?

8. Você costuma ensinar o conceito de **Derivada** em outro momento? _____

9. Quando você fez seu curso de licenciatura você cursou alguma disciplina que tenha abordado explicitamente o ensino do conceito de **Derivada**? () Não () Sim, qual? _____

10. Você já ensinou **Derivada de uma função** de forma experimental? () Não () Sim, qual? _____

11. Você ensina o conceito de **Derivada** de modo semelhante ao que lhe foi ensinado? () Sim () Não

12. Quantas aulas você costuma usar para ensinar **Derivada de uma função** incluindo a fixação? _____

Pode marcar mais de uma alternativa nas questões de número 13 a 16.

13. Você ensina **Derivada de uma função** na maioria das aulas:

- () Começando pela definição seguida de exemplos e exercícios.
- () Começando com uma situação problema para depois introduzir o assunto.
- () Criando um modelo para a situação e em seguida analisando o modelo.
- () Iniciando com jogos para depois sistematizar os conceitos.
- () Outra maneira. Qual? _____

14. Para fixar o conteúdo referente à **Derivada de uma função** você costuma?

- () Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos.
- () Apresentar jogos envolvendo o assunto.
- () Solicitar aos que alunos resolvam exercícios do livro texto.
- () Não propõe questões de fixação.
- () Solicitar que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver.

15. Para ensinar **Derivada de uma função**, você:

- () Faz uso do livro texto.
- () Utiliza recursos computacionais.
- () Utiliza jogos.
- () Utiliza a história da matemática.
- () Outros recursos. Quais: _____

16. Nos exercícios sobre **Derivada de uma função**, você:

- () Faz uso de questões de concurso público.
- () Faz uso de questões tipo desafio.
- () Faz uso de questões do livro texto.
- () Faz uso de outros tipos de questões. Comente: _____

17. Preencha o quadro abaixo com base na sua experiência enquanto professor.

Assunto	Costuma lecionar?		Grau de dificuldade para os alunos aprenderem:				
	Sim	Não	Muito Fácil	Fácil	Regular	Difícil	Muito Difícil
Conceito de Derivada							
Interpretação geométrica							
Interpretação Física							
Taxa de variação							
Derivabilidade e Continuidade							
Derivada da soma e diferença							
Derivada do Produto							
Derivada do quociente							
Regra da cadeia							
Equações das retas tangentes a uma curva							
Equações das retas normais a uma curva							
Derivada de uma função implícita							
Derivada da função inversa							
Derivada de Ordem superior							
Aplicações de Derivadas: funções crescentes, decrescentes.							
Máximos e mínimos de uma função							
Concavidade e Ponto de Inflexão							
Teorema de Rolle							
Teorema do Valor Médio							
Teorema de L'Hospital							
Relação entre Derivada e Diferencial							

18. Você gostaria de conhecer resultados de uma pesquisa sobre (possibilidades de) ensino de **Derivadas** por atividades?

() Não () Sim, e-mail para contato: _____

APÊNDICE II

ROTEIRO DA PRIMEIRA ENTREVISTA REALIZADA COM OS DOCENTES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS - PPGECEM
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

ROTEIRO DA ENTREVISTA 01

- 1) Você teve alguma dificuldade na sua graduação em relação à aprendizagem da Derivada. Caso afirmativo, Quais foram?
- 2) Quais livros você usou na sua graduação para o estudo de Derivada?
- 3) O que lhe chamou a atenção em relação à Derivada nesses livros?
- 4) Com sua experiência, como os livros de Cálculo poderiam abordar o conceito de Derivada?
- 5) Quais foram suas motivações para tornar-se professor da(s) turma(s) de Licenciatura em Matemática da Universidade?
- 11) Você encontra algumas dificuldades para ensinar Derivada de uma variável em cursos de Licenciatura em Matemática? Em caso afirmativo, aponte algumas.
- 12) Você percebe algumas dificuldades que os alunos possuem na aprendizagem de Derivada de uma função? Em caso afirmativo, aponte algumas.
- 13) Você utiliza algum recurso “inovador” para ensinar Derivada de uma função? Qual?
- 14) Como você descreveria turmas de Licenciatura em Matemática as quais lecionou o conceito de Derivada (seus interesses, dedicação, afinidades, participação).
- 15) O que poderia melhorar no ensino e aprendizagem deste conceito? Levando em consideração sua prática profissional e sua experiência com os alunos.
- 16) Considera importante historicizar o conceito de Derivada em aulas para as turmas de Licenciatura em Matemática? Comente.

APÊNDICE III

ROTEIRO DA SEGUNDA ENTREVISTA REALIZADA COM OS DOCENTES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTIFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS - PPGECM
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

ROTEIRO DA ENTREVISTA 02

- 1) Em que disciplina e semestre (ou ano) está previsto o ensino de Derivada?
- 2) Você ensina o conceito de derivada de modo semelhante ao que lhe foi ensinado?
- 3) Como foi lhe ensinado?
- 4) Como você costuma ensinar, começando por?
- 5) Para ensinar Derivada de uma função, você utiliza algum livro texto? Qual ou quais? Além disso, você costuma utilizar outros recursos, como jogos, recursos computacionais, história da matemática e entre outros?
- 6) Para fixar o conteúdo referente à derivada de uma função você faz uso de questões de livros, concursos, tipo desafio, Etc?
- 7) Qual avaliação você costuma abordar a derivada de uma função?

QUESTIONÁRIO

- 1) De acordo com o quadro 17 do questionário, relate sobre o grau dificuldade difícil (e/ou muito difícil) para a compreensão do aluno desse (s) determinado (s) assunto (s) que você atribuiu.
- 2) O que você faz para suprir essa dificuldade?

SABERES DOCENTES

- 1) Como o senhor considera a sua experiência relacionada à sua prática de ensino?
- 2) E com relação a sua formação acadêmica?
- 3) O conhecimento do currículo é importante para o processo de ensino e aprendizagem? É possível ensinar todos os tópicos do quadro no item 17, com a carga horária disponível?
- 4) Em sua opinião o que possibilita ou influenciou mais fortemente na efetivação desse trabalho, permitindo realizar todo o conteúdo.

APÊNDICE IV

TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA COM O PROFESSOR D1

P1: Bom professor, com relação a sua formação na graduação você sentiu alguma dificuldade em relação à aprendizagem da derivada?

Docente D1: Não.

P2: Não, Nenhuma?

Docente D1: Vou te explicar por que. Porque quando a gente entrou para a Universidade, naquela época no científico você já estudava uma introdução de limite, derivada, integral. Então quando fui fazer a graduação não houve problema nenhum.

P3: Então esses conceitos no ensino médio já ajudou a compreensão da disciplina na graduação?

Docente D1: Isso, porque fazia parte do programa daquele tempo do terceiro ano científico, tanto que eu ingressei na Universidade e, ao mesmo tempo, comecei a lecionar em um colégio e lecionava no terceiro ano noções de limite, derivada e integral.

P4: Quais livros você usou na graduação para o estudo de Derivada?

Docente D1: Tem um livro que se chama Elementos de Cálculo Infinitesimal do Cesar Dacorso Netto, é um livro antigo. Tinha um texto, que era indicado pelo curso. Esse texto era Matemática I, do Jaffard, que era um livro em francês e que o pessoal adotou. Era da Escola Normal Superior da França.

P5: Ok. E o que lhe chamou atenção em relação à Derivada nesse Livro?

(Silêncio)

Docente D1: Na realidade a gente tratava mais mesmo do cálculo da Derivada em si. Hoje você procura mais contextualizar o conceito, e ali era um livro mesmo mais seco de cálculo mesmo, para aprender as técnicas da derivada e aplicar nos problemas de máximos e mínimos.

- P6: Com sua experiência, como os livros de cálculo poderiam abordar o conceito de derivada.
- Docente D1: Tem textos que você introduz o conceito de limite para depois fazer derivada. Tem textos que você faz derivada, começa com a noção de derivada vai buscar uma noção da física e mesmo da matemática, no caso do cálculo da tangente para poder introduzir o conceito de Limite.
- As duas abordagens funcionam para mim do mesmo jeito, eu costumo trabalhar com a noção de limite primeiro para depois introduzir o conceito de derivada. Quer dizer, uma questão mais formal.
- P7: Ok. Quais foram suas motivações para tornar-se professor da turma de Licenciatura em Matemática da Universidade?
- Docente D1: Bom, veja bem, na realidade quando fiz o concurso para professor da UFPA, eu fiz concurso para Cálculo I e fui professor das engenharias e depois naturalmente professor da Licenciatura em Matemática... Quer dizer, não foi motivação minha, mas sim o departamento me indicou para eu trabalhar nesses cursos.
- Mas depois sim, depois que fiz o mestrado ai foquei mais justamente para trabalhar com o pessoal da matemática mesmo. Mas no inicio da minha carreira de professor Universidade eu trabalhava com as engenharias, era tudo misturado. Naquele tempo você não tinha turmas, você tinha as disciplinas, mas os alunos eram todos misturados, ou seja, de vários cursos.
- Cálculo I, ai tinha gente de matemática, física, engenharia, entendeu? Ai depois que transformou no seriado semestral com a reforma. Depois no Seriado semestral, foi que formaram normalmente as turmas, ai tem as turmas especificas.
- Então nesse estágio aqui eu já tinha feito mestrado e depois o doutorado, ai eu trabalhei mesmo com o pessoal da matemática e o objetivo era dar uma formação mais sólida para eles, por exemplo, a última turma que eu trabalhei aqui, eu fiquei com Cálculo A até o cálculo D, trabalhei os quatro cálculos com eles. Fiz um trabalho todo

em cima dos livros do Guidorizzi. O objetivo era que eles aprendessem o conteúdo e resolvessem os exercícios teóricos dos mesmos preparando-os para a disciplina de análise no final do Curso da Licenciatura. Nessa disciplina ficavam reprovados muitos alunos. Então meu objetivo nessa turma era fazer um curso de cálculo, em que ele estivesse já dentro desse curso de cálculo fundamentação para análise. Para quando eles chegassem à análise não terem essa dificuldade, foi isso que eu fiz com eles.

P8: Você encontrou alguma dificuldade para ensinar derivada de uma variável em cursos de Licenciatura em Matemática?

Docente D1: Não.

P9: Nenhuma?

Docente D1: Quer dizer, a dificuldade não é minha.

P10: A dificuldade é dos alunos?

Docente D1: É dos alunos. É por isso que tem que ver a questão mais do conceitual, como a gente faz primeiro a Derivada para tentar motivar, ou seja, cálculo de reta tangente, quero que você calcule a reta tangente a curva, então esse é o foco, como é que eu faço isso? A partir daí introduzir o conceito de Derivada.

P11: Isso reflete na minha próxima pergunta. Você percebe alguma dificuldade quer os alunos possuem na aprendizagem da derivada?

Docente D1: Na realidade a dificuldade não é nem tanto na questão da derivada, mas sim mais na questão do limite. A noção do limite se você não fizer uma boa visualização geométrica, ele fica muito seco para os alunos perceberem. Ai essa noção de limite é que não fica muito clara para eles em algum momento.

Porque a questão da derivada em si, quer dizer quando você introduz pela definição ai é a questão só do limite.

Sim, tem que vir paralelo logo com a interpretação geométrica, se não vier com a interpretação geométrica ai fica muito abstrato.

P12: Em suas aulas, você costuma utilizar algum recurso “inovador” para ensinar Derivada?

Docente D1: Não. Só mesmo o quadro, o livro...

P13: Como você descreveria as turmas de Licenciatura em Matemática as quais lecionou o conceito de Derivada? Com relação aos seus interesses, dedicação, afinidades, participação?

Docente D1: Faz um tempo que não leciono para matemática.

Na realidade eu sempre entendi assim, quer dizer, percebi nas turmas que eu trabalhei. Por que quando você vai introduzir o conceito e fica na questão operacional, que o início é operacional, você vai dizer o que é derivada, vai mostrar quais são as formulas de derivação, vai fazer toda a questão operacional. E depois vem a parte mais importante que é justamente as aplicações.

Ai quando esta nessa parte operacional eles tem mais dificuldade, até porque nas aplicações, as funções que você vai trabalhar em geral são mais simples do que aquelas que você trabalhou na parte operacional. Mas ali é uma questão operacional que tem que ser feito. Então nesse estágio primeiro aqui, eu acho que eles têm mais dificuldades, que quando chega à parte da aplicação, embora, tem a questão de você modelar os problemas, para poder fazer as aplicações. Tem uma dificuldade nessa modelagem, mas na questão operacional mesmo, nas aplicações fica mais simples. Eles ficam mais motivados

P14: Mas você percebia o empenho deles, da participação em sala de aula?

Docente D1: Sim, isso acontece em qualquer turma. Uns sim outros não. Isso nunca é completo, cem por cento nem para um lado nem para o outro.

- P15: E o que poderia melhorar no ensino e aprendizagem deste conceito? Levando em consideração sua prática profissional e sua experiência com os alunos.
- Docente D1: Eu vejo assim, a forma dos professores motivarem mais, é justamente fazer essas aplicações, é mostrar realmente a importância das aplicações, a importância do conceito para as aplicações. Enquanto eles não perceberem isso, fica como um vazio. O que você tá calculando na derivada? Bom, é mais as questões práticas.
- P16: Você considera importante historizar o conceito de derivada em aulas para as turmas de Licenciatura em Matemática?
- Docente D1: É, dentro do conceito de Limite. No próprio conceito de Limite você já tem que fazer isso, porque para diferenciar o que você tinha antes da introdução do conceito de Limite, que antes trabalhava com os infinitésimos, então acho isso importante. Dá uma motivação no sentido do porque estou fazendo assim.

Continuação da entrevista com o Docente D1 – Entrevista 02

- P1: No curso de Licenciatura em Matemática, a Derivada de uma função é ensinada em que disciplina e em que semestre?
- Docente D1: Hoje eu não sei como está por aqui na Federal, mas é sempre no Cálculo I, aí o semestre eu não sei se eles começam com fundamentos ou começam com o Cálculo. Quando eu lecionava aqui, em geral era no primeiro semestre, o aluno entrou no primeiro semestre e já teria essa disciplina. Mas mudou muito a grade curricular, agora não estou sabendo. Por exemplo, lá na UEPA ela é ensinada no segundo ano, no primeiro ano eles fazem uma disciplina de fundamentos e no segundo ano é que eles vêem Cálculo I, ou seja, já teve um ano de preparo.
- P2: E o senhor ensina o conceito de Derivada de modo semelhante como lhe foi ensinado?

Docente D1: Sim.

P3: Como lhe foi ensinado?

Docente D1: Através do conceito de Limite, porque você pode fazer assim, você pode definir o conceito diretamente sem interpretação geométrica nenhuma e tem outra maneira de fazer que seja justamente começar pela reta tangente, interpretação geométrica, aí você vai chegando à forma da Derivada. Eu costumo ministrar usando a definição, aí depois eu faço a interpretação geométrica.

P4: E para ensinar a Derivada de uma função, o senhor utiliza algum livro texto?

Docente D1: Olha hoje não.

P5: E costuma utilizar outro recurso, como, recursos computacionais, História da Matemática, entre outros?

Docente D1: Não.

P6: E para fixar o conteúdo referente à Derivada de uma função, você faz uso de questões de livros, concurso?

Docente D1: Sim, os exercícios do livro e alguns outros exercícios para complementar a disciplina.

P7: Como o senhor já ensinou Derivada para a Licenciatura, em qual avaliação o senhor cobrava esse assunto?

Docente D1: Deixa eu te falar uma coisa, quando eu lecionei aqui na federal, eu utilizava um texto, que é o livro do Guidorizzi. A última turma que eu trabalhei, ensinei os quatro Cálculos, Cálculo I, II, III e IV, foram os quatro volumes do Guidorizzi e seguia arrisca o que estava naqueles livros. Livro de Cálculo você tem uma infinidade e todos eles são bons, quer dizer, cada um tem sua maneira de trabalhar, então você tem que ver o aluno que você tem e o tempo que você tem para a disciplina, porque se pegar um livro de Cálculo que tem muita

aplicação, muita figura, não dá para seguir arrisca. Então, eu continuo trabalhando assim, eu faço a parte formal com as definições e depois vêm as aplicações, então os exercícios sim, aí eu indico. Então os alunos vão à busca dos exercícios dos livros. Quer dizer o livro serve mais como na busca de exercício e quando tem algumas coisas a mais que não dá tempo de fazer na sala de aula, mas esse é um comportamento que eu faço com os alunos. Porque eles cobram dentro do ensino médio aquela história que você tem que ter uma lista de exercício. Não, vão para os livros, vou ter que copiar do livro para dar para vocês? É uma maneira de os fazerem ir aos livros.

P8: Com relação às dificuldades que os alunos apresentam nesses tópicos de Derivada, do quadro 17, gostaria que o senhor justificasse o porquê eles sentem mais dificuldades nesses tópicos que o senhor marcou como difícil? Como a Derivada do coeficiente, regra da cadeia, o teorema de Rolle e o teorema do valor médio.

Docente D1: É mais difícil porque esses tópicos envolvem demonstrações. Então como envolve demonstrações e nesse estágio que eles estão do Cálculo, o Cálculo I, como estão no início da graduação, eles não estão muito habituados ainda a fazer demonstrações, quer dizer, você não traz isso como hábito do ensino médio. Então aqueles tópicos que envolvem demonstração em geral eles tem mais dificuldade. Perceber o raciocínio do desenvolvimento das demonstrações. Quer dizer aquela parte que envolve o cálculo mesmo, por exemplo, calcule a Derivada, mas o que envolve as demonstrações eles sentem mais dificuldade. Isso é geral.

P9: E com relação ao tempo disponível para a disciplina, é possível ensinar todo esse conteúdo de Derivada? No caso do conceito até a diferenciação.

Docente D1: Isso depende muito da carga horária da disciplina, porque não é só isso, no Cálculo I você tem Derivada e Integral, então em alguns

cursos isso é dado em 60 horas, outro curso em 90 horas e outro curso em 120, então você a de convir que um curso de 60 horas seja muito pouco tempo, inclusive alguns não chegam nem abordar determinados temas, principalmente esses teoremas, por causa justamente do tempo. Quer dizer, um curso de 120 horas não teria problema, você gastaria, por exemplo, 60 horas para ensinar Derivada e outras 60 horas para Integral. Mas um curso de 60 horas, por exemplo, eu vejo não só aqui no contexto da universidade, mas vejo fora também, e é muito pouco tempo, você vai ter que fazer corte no conteúdo, para poder fazer a integração, senão, você gasta todo seu tempo só para Derivada.

P10: E o que o senhor faz para suprir essas dificuldades que os alunos apresentam?

Docente D1: Para os alunos de Licenciatura em Matemática, eu particularmente procuro continuar fazendo as demonstrações que é justamente para eles criarem o hábito, porque eles vão ter uma disciplina depois que se chama Análise Real. Análise Real é esse mesmo curso somente com as demonstrações, então é uma forma deles começarem a se preparar para essa disciplina. Então eu costumava fazer, com as turmas de Licenciatura em Matemática, mas eu procurava de qualquer maneira fazer essas demonstrações básicas, porque elas são fundamentais para o que virá depois, não ficar somente na questão do Cálculo em si, das fórmulas e etc.

P11: O senhor considera como a sua experiência em relação a sua prática hoje, facilitou?

Docente D1: Não sei se é questão de facilitar, mas digo assim, os alunos que procuraram estudar não tinham problema, quer dizer aquele aluno que você vai desenvolvendo a disciplina e ele resolvendo os exercícios, então as coisas sai naturalmente, aquele que deixa para estudar na véspera da prova, complica. Mas é uma atitude de cada aluno, porque não há segredos nesse sentido, a forma como a gente

trabalha, quer dizer, deu o conceito, não depende se é Derivada, aí você em seguida faz as aplicações, se eles continuarem acompanhando isso não há problema de você inclusive de fixar os conceitos, pois as aplicações são justamente para fixar. Se você tem duas horas de aula não tem como você fixar tudo isso se não tiver pelo menos duas horas de tempo para fazer isso.

P12: E a sua formação acadêmica, ela contribuiu para a sua prática docente?

Docente D1: Com certeza, porque aí você tem outra vivência. Determinados assuntos você já olha de outra maneira, que tem aquela questão de você ler e enxergar o que está lendo, então tem livros de matemática que a primeira vez que você ler enxerga de um jeito, a segunda vez que você ler já enxerga de outro jeito, então essa vivência na academia ela te dar muito mais. Inclusive de quando eu entrei para a universidade tive que lecionar, a primeira disciplina que lecionei, cinco anos depois já era diferente, aí adivinha 40 anos?

P13: E com relação ao conhecimento do currículo do curso, a grade curricular, facilita para organizar as aulas?

Docente D1: Nesse caso, como é uma disciplina básica não depende do que vai acontecer para frente, é uma disciplina básica para a formação do aluno. As disciplinas Cálculo I e Física I, quando você entrava na universidade tinha que fazer logo isso. E que tem determinadas disciplinas que você pode fazer esse enfoque aqui, pois tem outra disciplina lá, essa aqui não tem isso. Quem não fizer Cálculo I, não pode fazer matemática. Não aprendeu o mínimo do mínimo. A mesma coisa para o engenheiro tem que ter o Cálculo. Mas não vejo o conhecimento da grade em si, pode acontecer assim, a grade curricular ela vai influenciar no egresso, esse é diferente, aí depende do aluno o enfoque que ele vai dar para quando ele sair. Mas isso básico não depende da grade não.

P14: Em sua opinião, o que possibilita ou influi mais fortemente na elaboração desse trabalho, que permite realizar todo o conteúdo?

Docente D1: Bom, você tem que ter uma carga horária compatível com o conteúdo da disciplina, porque ela não é isolada, você não tem uma disciplina só sobre Derivada e suas aplicações estão juntas sempre com a Integral. Depende desse tempo, e também depende de turma, Porque tem determinadas turmas que você percebe que o pessoal está avançando, mas tem outras turmas que não, ai não adianta você apressar as coisas que não vai melhorar. De alguma forma, o desempenho dos alunos, a forma que eles estão olhando para a disciplina, o interesse deles ajuda a você a realizar o trabalho.