



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

MARIO ALEXANDRE DE SOUSA JUNIOR

**A CALCULADORA CIENTÍFICA NA TRANSIÇÃO DE ARTEFATO A
INSTRUMENTO: UMA ABORDAGEM INSTRUMENTAL NOS CURSOS DE
ENGENHARIA**

BELÉM – PARÁ

2016

MARIO ALEXANDRE DE SOUSA JUNIOR

**A CALCULADORA CIENTÍFICA NA TRANSIÇÃO DE ARTEFATO A
INSTRUMENTO: UMA ABORDAGEM INSTRUMENTAL NOS CURSOS DE
ENGENHARIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas. Área de Concentração em Educação Matemática. Linha de Pesquisa em Percepção Matemática, Processos e Raciocínios, Saberes e Valores.

Orientador: Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes

Coorientador: Prof. MSc. George Christ Caraveo (Doutorando Convidado - GEDIM)

BELÉM – PARÁ

2016

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) –
Biblioteca do IEMCI, UFPA**

Sousa Junior, Mario Alexandre de.

A calculadora científica na transição de artefato a instrumento: uma abordagem instrumental nos cursos de engenharia / Mario Alexandre de Sousa Junior, orientador Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes – 2017.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2017.

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Cálculo Diferencial. 3. Engenharia – estudo e ensino. I. Nunes, José Messildo Viana, orient. II. Título.

CDD - 22. ed. 510.7

MARIO ALEXANDRE DE SOUSA JUNIOR

A CALCULADORA CIENTÍFICA NA TRANSIÇÃO DE ARTEFATO A INSTRUMENTO: UMA ABORDAGEM INSTRUMENTAL NOS CURSOS DE ENGENHARIA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas. Área de Concentração em Educação Matemática. Linha de Pesquisa em Percepção Matemática, Processos e Raciocínios, Saberes e Valores.

Aprovado em 16 de dezembro de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes
Universidade Federal do Pará - UFPA
Orientador (Presidente)

Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales
Universidade Federal do Pará – UFPA (Membro Interno)

Profa. Dra. Talita Carvalho Silva de Almeida
Universidade Federal do Pará – UFPA (Membro Externo)

Doutorando George Christ Caraveo - GEDIM
Universidade Federal do Pará – UFPA

DEDICATÓRIA

Às minhas filhas **Thayane** e **Thayse**,
que me deram forças pra continuar nessa jornada pós-acadêmica, aonde agradeço
suas existências na minha vida.
E [*In Memorin*] aos meus avós paternos e maternos **Oswaldo**, **Anésia**, **Maximiano**
e **Madalena**, por que sempre acreditaram em mim.

AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de agradecer, em primeiro lugar a Deus, que sempre me ajuda a lutar e vencer; a todos aqueles que, ao longo dos anos de pesquisa, dedicaram alguns minutos, ou mesmo horas de atenção, em pequenas e grandes discussões, fazendo avançar o trabalho.

Em especial, agradeço ao Professor Dr. José Messildo Viana Nunes, pela oportunidade de realizar esta dissertação sob sua orientação; devo a ele os aspectos fundamentais desta pesquisa. Destaco também a contribuição do Prof. Dr. José Augusto Fernandes e do Prof. MSc. Jose Carlos de Souza Pereira pelas contribuições essenciais e do coorientador Doutorando convidado Prof. MSc. George Christ Caraveo na consolidação da estrutura final do trabalho.

Agradeço aos professores que compõem a Banca Examinadora, Professor Dr. Elielson Ribeiro de Sales, Professor MSc. George Christ Caraveo (Doutorando convidado e coorientador) e Professora Dra. Talita Carvalho Silva de Almeida, pelas considerações valiosas na pós-defesa que junto aos professores já citados são referências para mim.

Ao GEDIM aonde pude acompanhar desfechos de estudos voltados à minha pesquisa fortalecendo os meus conhecimentos teóricos como pesquisador e a todos os amigos professores aonde fiz um portal confiável em estudos do cenário da Educação Matemática.

Ao GEMM por me receberem em um primeiro momento, aonde conheci profissionais maravilhosos e não citarei nomes, mas fico grato a todos do grupo por estreitarem a relação no âmbito da pesquisa.

Não posso esquecer o PPGECEM aonde sobre a sua coordenação não mediram esforços para fomentar essa busca do conhecimento em minha carreira profissional, e também a FAPESPA em conceder a bolsa de estudo à realização desse trabalho, sem vocês tudo seria mais difícil.

Aos amigos em especial da minha turma do mestrado acadêmico 2014, Elvys, Romulo, Ronny e Stephany, aonde trocamos ideias pertinentes para o processo dissertativo e de incentivos durante o mesmo.

Minha gratidão aos acadêmicos dos cursos de Engenharia Civil/Elétrica/Mecânica que se submeteram à execução das atividades realizadas em sala de aula, cujo resultado respondeu ao objetivo deste trabalho de pesquisa. Sem vocês, este trabalho não seria possível.

Ao meu amigo e Prof. MSc. Elvys Wagner Ferreira da Silva em conceder algumas horas de dedicação na formatação do texto e na revisão ortográfica e gramatical do mesmo, te considero como meu irmão.

Aos meus pilares familiares, meu pai Mario Alexandre de Souza e minha mãe Maria Madalena Batista Sousa, que não mediram esforços proporcionando uma boa educação desde a infantil até entrar na Universidade; meus irmãos Mara Dayse Batista Sousa, Mary Dalva Batista Sousa e Max Janner Batista Sousa pelos incentivos e amor fraternal incomensurável; meus professores desde os primeiros passos lá com a professora Delmacir Carneiro, passando pelo Ensino Fundamental, aonde pude chegar até o Ensino Médio e Superior.

Agradeço de coração a todos vocês por fazerem parte desta história, todos foram fundamentais em toda a minha formação, e espero nunca se acostumar com minhas ausências na busca pela consolidação de meus conhecimentos.

O Autor

RESUMO

Este estudo aqui apresentado investigou o uso da calculadora científica na transição de artefato a instrumento nos processos de estudo em torno do Cálculo Diferencial do primeiro semestre dos cursos de Engenharia Civil/Elétrica/Mecânica em uma Universidade particular na cidade de Belém-Pará. A atividade analisada foi elaborada de modo a proporcionar o uso da calculadora científica Casio modelo *fx-82MS*. A pesquisa se deu como um estudo de caso. Pra alcançar tal objetivo, *a priori* foi proposta uma oficina para avaliar a experiência dos graduandos na utilização da calculadora, e *a posteriori*, aplicação de atividades envolvendo noções de Cálculo Diferencial e sob o ponto de vista da Gênese Instrumental de modo a ser estabelecido seu papel em um processo de construção de conhecimentos, assim os resultados foram analisados ao modelo da (s) **S**ituação (ões) de **A**tividade (s) **I**nstrumental (is) - **SAI**, de modo a analisar ações de instrumentação. Com base nas atividades, observamos que a maioria dos graduandos não conhecia a calculadora científica e seus recursos até a realização da oficina, passando a (re) conhecê-la durante as atividades à medida que iam se apropriando de seus recursos para realizar as atividades de noções de Cálculo Diferencial, potencializando-a de artefato a instrumento.

Palavras-chave: Calculadora Científica. Gênese Instrumental. Situação (ões) de Atividade (s) Instrumental (is).

ABSTRACT

The present study investigated the use of the scientific calculator in the transition from artifact to instrument in the study processes around the Differential Calculus of the first semester of Civil / Electrical / Mechanical Engineering courses at a private university in the city of Belém-Pará. The activity analyzed was designed to provide the use of the *Casio fx-82MS* scientific calculator. The research took the form of a case study. To achieve this objective, a workshop was first proposed to evaluate the students' experience in using the calculator and, a posteriori, to apply activities involving Differential Calculus and from the point of view of Instrumental Genesis in order to establish its role in a process of construction of knowledge, so the results were analyzed to the **Situation (s) of Instrumented Activity (s) - SAI**, in order to analyze actions of instrumentation. Based on the activities, we observed that the majority of undergraduates did not know the scientific calculator and its resources until the realization of the workshop, getting to know it during the activities as they appropriated their resources to carry out the activities of notions of Calculation Differential, potentiating it from artifact to instrument.

Keywords: Scientific Calculator. Genesis Instrumental. Situacion (s) of Instrumented Activity (s).

RÉSUMÉ

Cette étude présentée ici a étudié l'utilisation de la calculatrice scientifique dans l'outil de transition artefact dans les processus d'étude dans le calcul différentiel de la première moitié des cours de génie civil / électrique / mécanique dans une université privée dans la ville de Belem-Para. L'activité analysé a été conçu pour permettre l'utilisation d'une calculatrice scientifique *Casio fx-82MS*. La recherche a pris comme une étude de cas. Pour atteindre cet objectif, a priori, a proposé un atelier pour évaluer l'expérience de premier cycle en utilisant la calculatrice, et une activités d'application a posteriori portant sur les notions de calcul différentiel et du point de vue de la Genèse Instrumental à établir le rôle dans un processus de construction de la connaissance, et les résultats ont été analysés pour modéliser l'**Activité la Situation (s) Instrumentée (s) - SAI**, afin d'analyser les actions d'instrumentation. Sur la base des activités, nous avons observé que la plupart des étudiants ne connaissaient pas la calculatrice scientifique et de ses ressources jusqu'à la fin de l'atelier, va connaître au cours des activités qu'ils ont été approprient leurs ressources pour accomplir les activités de notions de calcul différentiel, de plus en plus à l'artefact instrument.

Mots-clés : Calculatrice Scientifique. Genèse Instrumentale. Situation (s) Activité (s) Instrumenté (s).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Situação Quadrado.....	19
Figura 2	Situação 3D.....	20
Figura 3	A Gênese Instrumental.....	22
Figura 4	Esquemas de Utilização (E.U).....	23
Figura 5	Modelo de Situações de Atividades Instrumentais - SAI.....	25
Figura 6	A Tecnologia no processo de ensino e aprendizagem.....	33
Figura 7	Método de exaustão para aproximar a área do segmento parabólico.....	37
Figura 8	Paradoxo de Aquiles e a tartaruga.....	37
Figura 9	Capas das duas primeiras edições do mais antigo livro de Cálculo...	38
Figura 10	Capa do livro <i>Lectiones Geometricae</i>	39
Figura 11	Curva de Agnesi.....	40
Figura 12	A Calculadora Científica <i>Casio fx-82MS</i>	48
Figura 13	Grupo B-306 na Oficina.....	50
Figura 14	Esquema de resolução das expressões numéricas com lápis e papel.....	53
Figura 15	Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC.....	54
Figura 16	Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC.....	56
Figura 17	Sequência editada pelo subgrupo A.....	57
Figura 18	Sequência editada pelo subgrupo B.....	58
Figura 19	Esquema de resolução da equação exponencial com lápis e papel	59
Figura 20	Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC.....	60
Figura 21	Programa em fase de construção de uma calculadora.....	61
Figura 22	Esquema do cálculo da expressão no lápis e papel.....	68
Figura 23	Ações Coletivas Instrumentadas executadas pelos graduandos no lápis e papel.....	69

Figura 24	Ações Coletivas Instrumentadas executadas pelos graduandos na CC.....	70
Figura 25	Ação Instrumentada por graduandos na sequência completa da função.....	70
Figura 26	Ação Instrumentada executada por graduandos em mudança de Esquemas de Utilização.....	71
Figura 27	Esquema de resolução da expressão de juros sobre o capital no lápis e papel.....	73
Figura 28	Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC (parte final).....	73
Figura 29	Figura 29 – Esquema de Ação Instrumentada do cálculo de juros compostos sobre a compra de um automóvel em um ano no visor da CC.....	78
Figura 30	Esquema de Ação Instrumentada do cálculo de juros compostos sobre a compra de um automóvel em um ano no visor da CC.....	78
Figura 31	Erro de Matemática.....	80
Figura 32	Erro de Sintaxe.....	80
Figura 33	Ação Instrumentada da sequência correta no visor da CC.....	81
Figura 34	Ação Instrumentada da sequência não correta no visor da CC.....	82
Figura 35	Ação Instrumentada pelos graduandos do item (a) da atividade 7.....	86
Figura 36	Configuração da CC para fixar casas decimais.....	87

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Ações realizadas pelo sujeito da análise da autora.....	27
Quadro 2	Bloco de atividades desenvolvidas em sala de aula.....	46
Quadro 3	Apresentação da Calculadora Científica.....	49
Quadro 4	Atividades separadas por categorias da ação dos Esquemas de Utilização dos sujeitos.....	52
Quadro 5	Expressões Numéricas.....	53
Quadro 6	Situação-problema com Equação Exponencial 1.....	55
Quadro 7	Situação-problema com Equação Exponencial 2.....	59
Quadro 8	Capitalização Contínua.....	67
Quadro 9	Juros Capitalizados.....	72
Quadro 10	Situação-problema com juros compostos.....	75
Quadro 11	Mensagens de Erros.....	81
Quadro 12	Situação-problema com tangente e velocidade sobre a curva $y = \sqrt{x}$	85
Quadro 13	Valores em relação à curva $y = \sqrt{x}$ do item (a) da atividade 7.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Tabela de valores do $\lim_{x \rightarrow 0^+} 1000 \cdot (1 + 0,09x)^{1/x}$	71
Tabela 2	TMT.....	84

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	14
1 REVISÃO DA LITERATURA.....	17
1.1 Abordagem Instrumental.....	17
1.1.1 <i>A calculadora como artefato e instrumento.....</i>	21
1.1.2 <i>O modelo de situação (ões) de atividade (s) instrumental (is) SAI.....</i>	25
2 A CALCULADORA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM.....	29
2.1 A calculadora no Ensino Fundamental e Médio.....	31
2.2 Uma breve história do Cálculo Diferencial e Integral.....	35
2.3 A calculadora no curso de Engenharia.....	40
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	45
3.1 Local e Período da pesquisa.....	45
3.2 Participantes da pesquisa.....	46
3.3 Blocos de atividades.....	46
3.3.1 <i>Momento Alfa.....</i>	47
3.3.2 <i>Momento Beta.....</i>	50
4 ANÁLISE DOS DADOS.....	51
4.1 Descrição e Análise das atividades.....	51
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	91
REFERÊNCIAS.....	97

CONSIDERAÇÕES INICIAIS¹

Em minha caminhada profissional como professor de Cálculo Diferencial nos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica, tenho observado as dificuldades que os graduandos apresentam na resolução de atividades de noções de Cálculo Diferencial, principalmente no primeiro semestre do curso.

Segundo Guinther (2009) na maioria das vezes, o ensino da Matemática apresenta-se como uma ciência exata e pronta, transformando o estudante num receptor passivo. No entanto, as transformações no mundo pós-moderno exigem que o ensino da Matemática se ajuste ao saber ensinado, fazendo com que os estudantes passem a sujeitos ativos nos processos de estudo.

Diante dessa percepção nasceu a ideia em estreitar relações entre as disciplinas da educação básica com o curso de Engenharia por meio de uma oficina, aonde os graduandos (re) conheceram algumas funções da calculadora científica e também nas resoluções de algumas atividades de noções de Cálculo Diferencial que viessem contribuir para a superação de algumas dificuldades que se apresentavam no desenvolvimento do processo de estudo da disciplina Cálculo Diferencial ofertada pela Instituição dos recentes graduandos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica, aonde a Gênese Instrumental servirá de suporte de análise para a consolidação da dissertação.

Nesse contexto, foi que surgiu o tema desta pesquisa voltada à calculadora científica nos processos de estudo da disciplina de Cálculo Diferencial à luz da *Situação (ões) de Atividade (s) Instrumentada (is) - (SAI)* de Rabardel e Verillon (RABARDEL, 1995), integrando as tecnologias à educação, centradas na atividade do graduando e nos processos colaborativos de estudo.

A escolha da calculadora científica para realizar atividades envolvendo situações da aplicabilidade dos assuntos abordados de Cálculo Diferencial se deu porque ela pode funcionar primeiramente como artefato, que incide sobre a estruturação e o desenvolvimento do processo de estudo da Matemática, um

¹ A correção de Língua Portuguesa desta dissertação está conforme as novas regras do acordo ortográfico.

dispositivo que permite ao professor otimizar o *tempo didático*² posteriormente como instrumento de manipulação dos próprios cálculos estabelecidos pelos graduandos.

Corroborando com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) nesse cenário, apontamos a calculadora como mais uma ferramenta para auxiliar o processo de estudo da disciplina, como um instrumento na realização de atividades exploratórias e de investigação, e também como um recurso para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto avaliação.

Portanto, para além da motivação e verificação foi essencial estudar a relação entre o homem e máquina em particular no uso da calculadora científica, já evidenciada em várias pesquisas de teóricos como: Artigue (1995), Guinther (2009), Loureiro, Silva e Veloso (1989), Consciência (2013), Eves (2004), Groves (1994), Trouche (2003), Salazar (2011) e Rabardel (1995,1999, 2004), entre outros autores que tem essa temática como campo de pesquisa. Contudo, buscamos nesta investigação, a relação homem e máquina na transição do artefato a instrumento em consonância com a Teoria Rabardeliana.

Nessa perspectiva, tivemos como objetivo geral investigar o uso da calculadora científica na transição de artefato a instrumento nos processos de estudo de noções de Cálculo Diferencial a partir das propostas de atividades aos graduandos do primeiro semestre dos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica.

Para alcançar esse objetivo, utilizamos a *Teoria da Abordagem Instrumental* de Rabardel (1995a), junto com os Esquemas de Utilização (E.U) do Sujeito-Objeto, Sujeito-Instrumento e Objeto-Instrumento, pois fornecem elementos de análise para a nossa pesquisa em que os graduandos enfrentam no primeiro semestre nos cursos de Engenharia, com enfoque na disciplina de Cálculo Diferencial. Assim, a proposta de investigação se baseia sobre os processos de estudo pela ação, como alternativa para a construção de conceitos básicos, partindo de uma representação real oferecida por instrumentos materiais.

² Segundo Chopin (2007) o *Tempo Didático* ou tempo de estudo está relacionado ao tempo determinado pelo Sistema Didático, associado a uma dinâmica – representada pela sucessão de eventos fundados em uma duração estabelecida pelas instituições. Segundo Trouche (2003) o *Tempo Didático* acontece também com as atividades de matemática quando se apresenta um quadro teórico para análise do processo (de aprendizagem) para que o graduando transforme uma ferramenta técnica para uma ferramenta (o trabalho) matemática.

Com fundamento no que foi dissertado até aqui, a pesquisa busca elementos para responder a seguinte questão:

“Como o artefato, calculadora, aliado a seus *Esquemas de Utilização (E.U)* foi transformado em *instrumento*?”

Para responder a essa questão, em um primeiro momento organizamos uma oficina de (re) conhecimento de algumas funções pré-determinadas a disciplina de Cálculo Diferencial como: especificações do modo de cálculo, configuração das definições da calculadora, inserção de expressões na calculadora, sequência de prioridade de cálculos, cálculos básicos, cálculos de função, cálculo de valores estimados, intervalos, número de dígitos, precisão de cálculo e mensagens de erros. Num segundo momento, foram distribuídas atividades para investigar o uso da calculadora científica na transição de artefato a instrumento.

Diante do exposto, este trabalho foi organizado em quatro capítulos:

No primeiro e segundo capítulo, apresentamos a contextualização teórica, fazendo menção à Abordagem Instrumental de Rabardel, com ênfase na manipulação da calculadora como artefato e instrumento; dissertamos sobre a trajetória histórica da calculadora, do ábaco às máquinas que hoje utilizamos; abordamos a calculadora como objeto de pesquisa em Educação Matemática e como ela pode contribuir para um ensino da Matemática focado na compreensão e no desenvolvimento de diversas formas de raciocínio e na resolução de problemas, começando pelo Ensino Fundamental até o Ensino Superior.

No terceiro capítulo apresentamos os procedimentos metodológicos que utilizamos na construção do trabalho, buscando atender ao objetivo da pesquisa, que foi o de investigar o uso da calculadora científica na transição de artefato a instrumento nos processos de estudo de noções de Cálculo Diferencial nos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica.

No quarto capítulo fizemos a descrição e análise dos dados, onde analisamos as atividades realizadas em sala de aula, e separamos as atividades por categorias segundo o quadro teórico e a metodologia da pesquisa.

E, por último, as considerações finais acerca das contribuições da pesquisa para a Educação Matemática, assim como perspectivas e desdobramentos, seguidas pelas referências utilizadas para cimentar o texto.

1 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, apresentamos a Abordagem Instrumental de Rabardel, com ênfase na manipulação da calculadora como artefato ou instrumento que possibilitem a compreensão dos objetos matemáticos nas atividades em sala de aula da disciplina Cálculo Diferencial à luz de Rabardel (1995a, 1999).

Apresentamos também, uma síntese histórica das calculadoras, abordando sua trajetória dentro do contexto social em longos séculos de seu avanço, sintetizando sua história a começar pelo ábaco até as calculadoras atuais, tomando como base nos trabalhos de Eves (2004) e Guinther (2009).

Reportamo-nos, também, à relevância da sua utilização no ensino da Matemática começando pelo Ensino Fundamental até o Ensino Superior tendo como fundamento os trabalhos de Rabardel (1995b, 1999, 2004), Eves (2004), Trouche (2003), Guinther (2009) entre outros teóricos comprometidos com essa temática.

1.1 Abordagem Instrumental

Segundo Rabardel (1995a), instrumento designa um artefato em situação de utilização pelo sujeito, como um meio usado por este para agir sobre o (s) objeto (s) de sua ação com quatro propriedades principais: *mediação*, *meio de ação e de atividade*, *operacionalidade* e *portador de experiência*. A mediação ocorre entre o sujeito e o objeto da ação, enquanto o meio de ação e de atividade oferece ao sujeito um leque de possibilidades de ação. A operacionalidade ocorre na medida em que, se realiza parte do trabalho, enquanto portador de experiência acumulada se refere à aquisição cultural do homem.

A *Teoria da Instrumentação* define o instrumento como uma entidade mista, composta pelo artefato (parte material ou simbólico) e Esquemas de Utilização. Tem sua gênese com trabalhos em *Ergonomia*³, e se constitui a partir do projeto de construir conhecimentos sobre o ser humano em atividade, para produzir

³ A *Ergonomia* é a disciplina científica que visa a compreensão fundamental das interações entre os seres humanos e os outros componentes de um sistema. É a profissão que aplica princípios teóricos, dados e métodos com o objetivo de otimizar o bem-estar das pessoas e o desempenho global dos sistemas (FALZON, 2007, p. 5).

conhecimentos úteis à ação, quer se trate da transformação ou concepção de situações de trabalho ou objetos técnicos.

A *Abordagem Instrumental*, segundo Almeida e Oliveira (2009) foi desenvolvida por Rabardel a partir das ideias de Vygotsky, segundo o qual um instrumento constitui um elemento intermediário entre o artefato e as operações psíquicas que atuam sobre ele, sendo o instrumento o determinante da atividade. O instrumento é visto por Rabardel (1995b, 1999) como uma entidade mista composta por um artefato, material ou simbólico, produzido pelo sujeito ou por outros e um esquema ou vários esquemas de utilização associados, resultantes de uma construção própria do sujeito, autonomamente ou através da apropriação de esquemas sociais pré-existentes.

Nossa intenção não é estabelecer nenhuma relação com a *Teoria Instrumental* de Rabardel nesse capítulo, e sim, explicar a Gênese Instrumental segundo Trouche. No processo de Gênese Instrumental há dupla dimensão, a instrumentação e a instrumentalização, conforme explicado por Bittar com base na *Teoria de Rabardel*:

A **instrumentalização** concerne à emergência e a evolução dos componentes *artefato* do *instrumento*: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, transformações do *artefato* [...] que prolongam a concepção inicial dos *artefatos*. A **instrumentação** é relativa à emergência e a evolução dos *esquemas de utilização*: sua constituição, seu funcionamento, sua evolução assim como a assimilação de *artefatos* novos aos *esquemas* já constituídos (RABARDEL, 1999b, p. 210 *apud* BITTAR, 2001, p. 162). (grifos nossos).

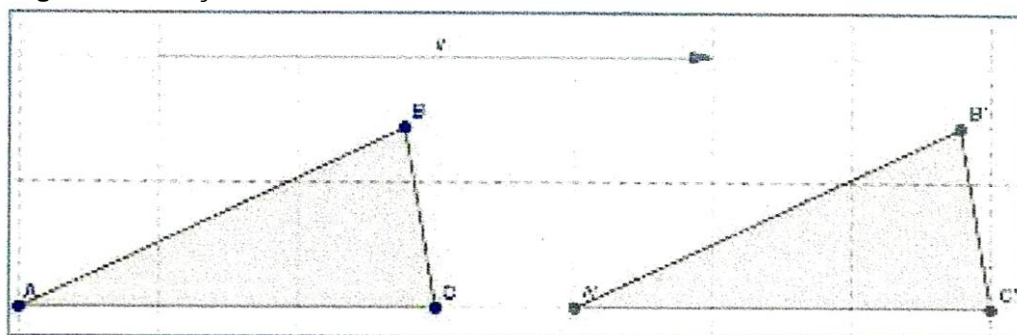
Pontuando a dupla dimensão da Gênese Instrumental à luz de Rabardel (1995a), Salazar (2011), ainda sinala que a instrumentação é orientada para o sujeito, enquanto a instrumentalização é orientada para o artefato. Entretanto, para identificar os *processos de instrumentalização* é necessário identificar o surgimento e evolução do componente artefato do instrumento, a saber: selecionando, agrupando, produzindo e definindo funções, transformando o artefato (estrutura, funções etc.) enriquecendo as propriedades do artefato cujos limites são difíceis de determinar. Enquanto, os *processos de instrumentação* são relativos ao surgimento e evolução de Esquemas de Utilização e da Ação Instrumental, por exemplo: sua constituição, seu funcionamento, sua evolução por acomodação, coordenação e

combinação, inclusão e assimilação recíproca, a assimilação de novos artefatos aos esquemas pré-existentes.

Com relação a Gênese Instrumental, o Modelo de *Situação (ões) de Atividade (s) Instrumental (is)* – **SAI** pode ser um dispositivo para examinar, minuciosamente, o uso de instrumentos em uma determinada atividade. Para ilustrar o acerto trouxemos o exemplo da Tese de Salazar (2011) e que a **SAI** será detalhada no próximo tópico dessa pesquisa.

Este exemplo aconteceu em duas situações diferentes: a) Situação Quadrado e b) Situação 3D, ao longo da atividade instrumentada analisada em sua pesquisa de doutorado, que segundo Rabardel (1995a), atividade instrumentada é aquela mediada por instrumentos e que pode transformar as relações do sujeito com o ambiente, suas funções psicológicas e cognitivas e seu desenvolvimento. A Figura 1, nos mostra a translação do Triângulo ABC .

Figura 1: Situação Quadrado



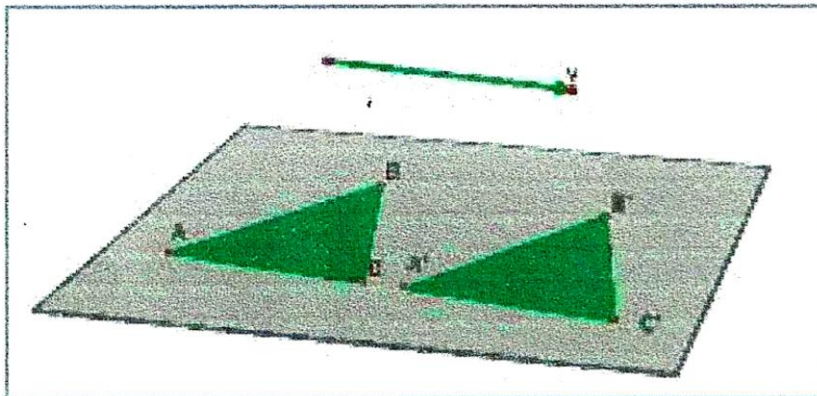
Fonte: SALAZAR, 2011, p. 67

A translação é feita seguindo a direção e o sentido do vetor \vec{v} , aonde que o estudante conta quantos lados de quadrados o vetor \vec{v} tem de comprimento, e partindo do vértice A do triângulo, o estudante conta a mesma quantidade de lados quadrados que o vetor \vec{v} tem de comprimento e, seguindo o mesmo sentido do vetor, desenha o ponto A' ; em seguida, realiza a mesma ação, para traçar os demais pontos do Triângulo. Finalmente, usa a régua para desenhar a translação do triângulo ABC , caracterizando a situação quadrada como foi mostrada na figura supracitada.

A segunda situação que a autora propõe, é a situação em 3D utilizando o *Cabri 3D*, assim, o estudante seleciona a caixa de ferramentas “transformações” e aciona a ferramenta “translação”, clicando sobre o triângulo e sobre o vetor \vec{v} realiza

a translação. Finalmente, nomeia o triângulo transladado, como mostra a Figura 2, ação final executada pelo sujeito da pesquisa.

Figura 2: Situação 3D



Fonte: SALAZAR, 2011, p. 68

Assim, a Gênese Instrumental de acordo com Rabardel (1995b), é um processo complexo ligado às potencialidades e limitações do artefato bem como as atividades do sujeito, no que diz respeito aos seus conhecimentos, experiências e habilidades.

Sucinta Salazar (2011) que a Gênese Instrumental ocorre na atividade desenvolvida, ainda que o instrumento não produza o resultado esperado. Isso acontece quando a função dominante do instrumento utilizado pelo sujeito na Gênese Instrumental se afasta da função para a qual foi criado e executa atividade alheia à sua função, como, por exemplo, o alicate, que na falta do martelo pode ser utilizado na função deste. Isso significa que o sujeito modificou a função do artefato no uso, construindo instrumento diferente.

Por isso, o interesse de Rabardel (1995a; 1995b) é a transformação do artefato em instrumento pelo uso, propondo o modelo de situação de utilização do instrumento, composto pelo sujeito, pelo instrumento e pelo objeto. O sujeito pode ser o usuário, o operador, o trabalhador etc., ou seja, aquele que dirige a ação psíquica sobre o objeto; o instrumento pode ser a ferramenta, a máquina, o produto etc., mediador entre o sujeito e o objeto; pode ser o objeto material real, objeto da atividade, do trabalho ou outros sujeitos sobre o qual a ação é dirigida. Assim, é de práxis a *Abordagem Instrumental* mostrar quando um *artefato* passa a ser *instrumento*, fato primordial nesta pesquisa.

Utilizamos alguns critérios para estabelecer essa passagem de artefato a instrumento pela Teoria de Rabardel. Mostraremos um quadro de atividades aonde

separamos por categorias de atividades com o uso pelo artefato e com o uso pelo instrumento, e também elementos que levaram a essa passagem.

1.1.1 A Calculadora como Artefato e Instrumento

Nesta pesquisa a calculadora foi analisada tanto como artefato como instrumento. Para Béguin e Rabardel (2000), o instrumento pode ser considerado como uma entidade intermediária entre o sujeito e o objeto de sua ação, composto de um artefato e de esquemas de ação que lhes são associados no uso. Rabardel (1995) destaca o **artefato** como um dispositivo que tanto pode ser material (lápiz, régua, compasso, computador, calculadora.) como simbólico (figura, gráfico, método, propriedade), associado aos padrões de uso e de representações necessários.

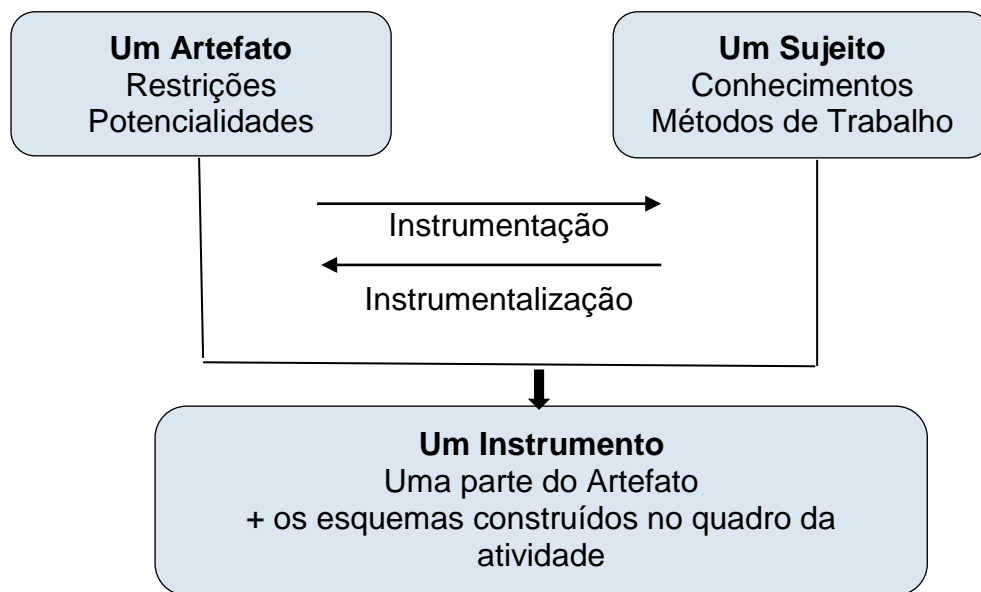
Para esclarecer o que é artefato nos apropriamos do exemplo da professora Marilena Bittar (2011), porém em vez de ter como meio o *Gabri-Gèomètrei*, fizemos uso da calculadora científica. Ao entrar em contato com esse material pouco usado nas práticas dos sujeitos de nossa pesquisa onde constatamos que não sabiam manipular nem mesmo suas funções básicas, nesse caso a calculadora é, para estes graduandos, um artefato.

Logo, o artefato pode ser entendido como o meio pelo qual o graduando atua que pode ser material ou não, ou seja, a forma como este atribui significado a esse elemento varia para cada sujeito. Conforme Trouche (2003), a partir do estudo das atividades dos graduandos existem possibilidades e limitações de calculadoras simbólicas - artefatos, que define dois componentes: *Gênese Instrumental - Instrumentação e Instrumentalização*, que analisam os padrões da ação dos instrumentados (tarefas de dados de técnicas de estudantes em realizar ações na construção de conhecimento). Ou seja, um aparelho em conjunto com as habilidades do sujeito no seu uso, o que é chamado por Rabardel de **instrumento**.

A definição de instrumento registrada por Rabardel (1995a) coloca em destaque a tríade objeto-sujeito-instrumento. Para o autor, só se considera instrumento quando existe uma relação significativa entre o artefato e o usuário para um determinado tipo de atividade.

A construção de um instrumento, segundo Rabardel (1995, 1999), não é espontânea, ocorre através de um processo chamado *Gênese Instrumental* ou nascimento de um instrumento. Isso acontece quando o utilizador se apropria do artefato ao desenvolver esquemas mentais que envolvem capacidades de utilização de forma competente e conhecimentos sobre as circunstâncias em que o artefato é útil. Este processo é apresentado, como um duplo movimento: *um movimento de instrumentação* dirigido para o *sujeito* (utilizador) e *um movimento de instrumentalização* dirigido para o *artefato*, como mostra a Figura 3.

Figura 3: A Gênese Instrumental



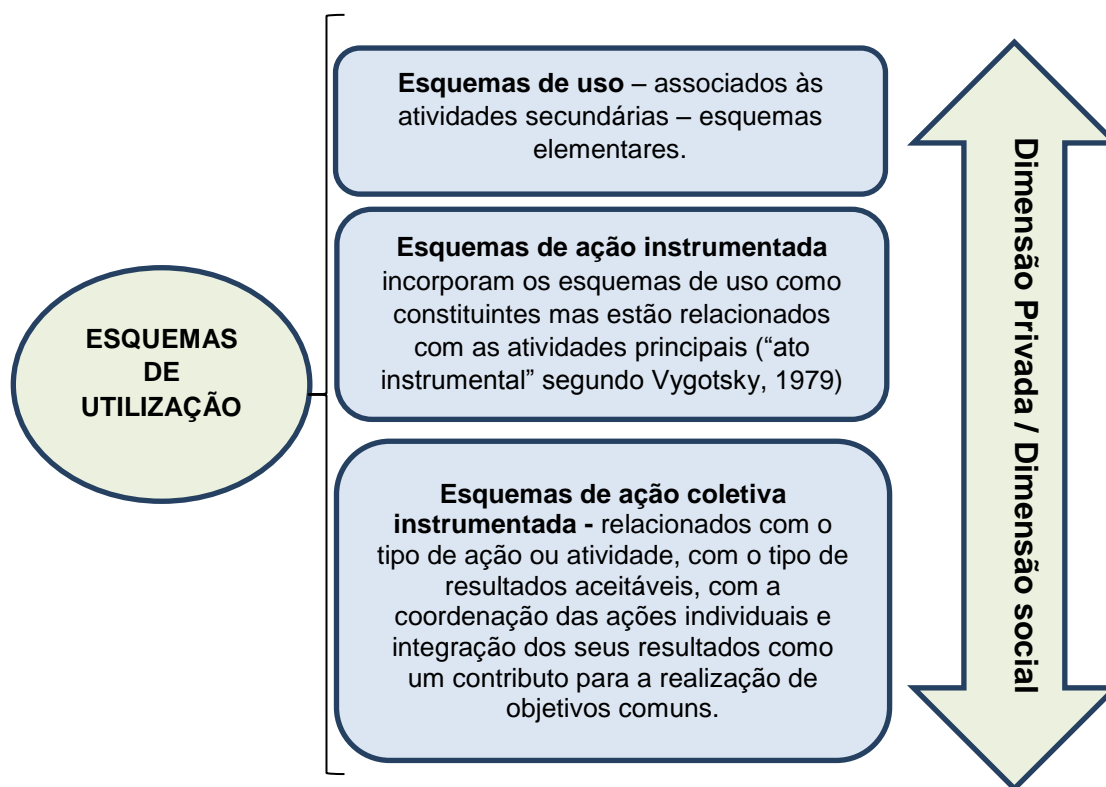
Fonte: TROUCHE, 2003, p.185

Concebe-se então o instrumento, para um tipo de atividade, como uma entidade mista que inclui simultaneamente para o artefato através de dois componentes: um artefato que se identifica diretamente com a calculadora ou parte dela e outros cognitivos, que corresponde aos usuários e os esquemas mentais que eles desenvolvem e aplicam enquanto usam o instrumento.

Segundo Bittar (2011), o que é esquema de ação instrumentada para um sujeito em um determinado momento pode se transformar em esquema de uso para esse mesmo sujeito em um momento posterior.

Para Rabardel (1995a) apud de Salazar (2011), o componente psicológico do instrumento, que organiza a atividade do sujeito é formado por três tipos de esquemas: *Esquemas de Uso*, *Esquemas de Ação Instrumentada* e *Esquemas de Ação Coletiva e Instrumentada*, como demonstrada na Figura 4.

Figura 4: Esquemas de Utilização



Fonte: CONSCIÊNCIA, 2013, p. 28

Como se observa na Figura 4, nos Esquemas de Uso, as atividades estão ligadas diretamente ao artefato; os Esquemas de Ação Instrumentada são técnicas que permitem resolver eficientemente as atividades; enquanto os Esquemas de Ação Coletiva e Instrumentada correspondem à utilização simultânea ou conjunta de um instrumento em um contexto de atividades compartilhadas e coletivas.

Os tipos de Esquema de Utilização, conforme Consciência (2013) são mutuamente dependentes. Os Esquemas de Atividade Coletiva mediada pelo instrumento, segundo Rabardel (1995) podem surgir, ganhar forma e serem generalizados e os Esquemas Coletivos mediados pelo instrumento são a fonte da qual os Esquemas de Uso e os Esquemas de Ação mediada pelo instrumento se desenvolvem e ganham forma.

Marilena Bittar (2011) ilustra bem como funcionam os Esquemas de Utilização usando o exemplo do computador proposto por Artigue (2002): Esquemas de Uso - atividades ligadas diretamente ao artefato, tais como ligar o computador, localizar os aplicativos, e colocar atalhos na tela; Esquemas de Ação Instrumentada – ligados diretamente ao objeto da ação, como usar o editor de texto para realizar a

atividades; e os Esquemas de Ação Coletiva Instrumentada - técnicas que permitem resolver eficientemente certas atividades de forma progressiva.

Assim, o **esquema** sugere um conjunto de procedimentos organizados para resolução de uma determinada situação, que tem uma parte individual e uma parte social. Rabardel (1995) chama Esquemas de Utilização, aos esquemas relacionados ao uso do artefato e, acrescenta que os Esquemas de Utilização se relacionam por um lado aos artefatos (susceptíveis de ter um estatuto de meio) e, por outro lado, aos objetos (sobre os quais esses artefatos permitem agir) e ainda, que os esquemas são organizadores da ação, da utilização, da aplicação e do uso do artefato.

Portanto, para caracterizar um esquema é necessário analisar suas normas na atividade do sujeito como bem ilustra Bittar (2011), usando o exemplo de Rabardel (1995a) na ultrapassagem de um veículo. Quando o motorista está aprendendo a dirigir, trata-se de um Esquema de Uso; depois, quando já tem segurança na direção do veículo para se deslocar de um local para outro, os esquemas podem ser interpretados como Esquemas de Ação Instrumentada.

Assim, o esquema permite analisar, de maneira detalhada, a sequência de ações que o sujeito realiza quando tem que resolver uma situação-problema. Na ótica de Rabardel (1995b), o componente psicológico do instrumento, que organiza a atividade do sujeito, é formado pelos esquemas (novos esquemas, esquemas pessoais ou sociais preexistentes), que atuam como mediadores entre o sujeito e sua atividade.

Rabardel (1995, 1999) ainda pontua que se um esquema se atualiza sob a forma de um procedimento adaptado às particularidades da situação, esse mesmo esquema pode se aplicar a uma multiplicidade de artefatos que pertencem a uma mesma classe, como acontece com o uso do celular para tirar e enviar fotos pela internet, podendo ser transportado pelo usuário, de um aparelho a outro.

Essa definição mista da noção de instrumento possibilita a análise das ações com um instrumento em termos adaptativos. Entretanto, Rabardel (1995) esclarece que apesar de um objeto, material ou abstrato, estar disponível ao utilizador para a realização de certos tipos de atividades, este só se torna útil a partir do momento em que o utilizador compreender em que tipos de atividades e de que maneira esse

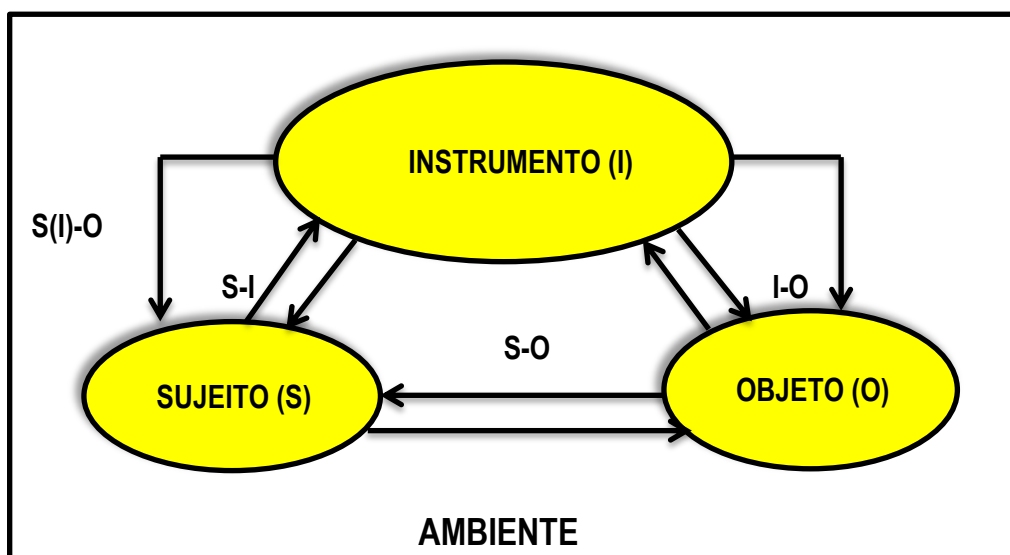
objeto pode ser utilizado. Ou seja, o *artefato* só passa a ser *instrumento* quando sofre a ação do sujeito.

1.1.2 O modelo de Situação (ões) de Atividade (s) Instrumental (is) – SAI

Aqui abordaremos detalhadamente o Modelo da **SAI**, aonde Rabardel (1995b; 1999) estrutura os caminhos quando o artefato transita a instrumento pela ação do sujeito. Nessa perspectiva momentânea mostraremos os percalços da ação instrumentada pelo sujeito, suas ações nos Esquemas de Utilização e por último, Ações Instrumentadas através do coletivo nas atividades do processo de estudo.

A figura 5 representa a estrutura bem definida sobre o **SAI** da Teoria Rabardeliana, que nos permite entender os movimentos que um sujeito manipula a calculadora científica, nos sentidos: Sujeito-Instrumento (S-I), Instrumento-Objeto (I-O), Sujeito-Objeto (S-O) e bem como a relação Sujeito-Objeto mediada pelo Instrumento [S(I)-O].

Figura 5: Modelo de Situações de Atividades Instrumentais – SAI



Fonte: RABARDEL, 1995b, p. 65

Parafraseando com Rabardel (1995a; 1995b; 1999), o Instrumento como ente mediador, entre o Sujeito e o Objeto, possuem dois sentidos:

- **Objeto-Sujeito:** o Instrumento é o meio que permite o conhecimento do Objeto.

- **Sujeito-Objeto:** o Instrumento é o meio da ação transformadora dirigida sobre o Objeto.

Na Tese de doutorado de Salazar (2011) intitulada *Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo nas Transformações Geométricas no Espaço*, a autora nos mostra um exemplo do uso de instrumentos em uma atividade, em duas diferentes situações. O exemplo é a translação do triângulo ABC :

Na situação 1, o aluno dispõe de uma folha de papel quadriculada aonde estão desenhados o triângulo ABC e um vetor \vec{v} paralelo ao lado \overline{AC} do triângulo e, também, dispõe de uma régua graduada e um lápis.

Na situação 2, o aluno dispõe do *Cabri 3D* (artefato), o triângulo ABC e um vetor \vec{v} paralelo a \overline{AC} que se apresentam no plano de base *Cabri 3D*. Em ambas situações, o aluno deve fazer a translação do triângulo ABC .

A partir do *Modelo SAI*, a autora observa as ações do sujeito, instrumento e objeto, analisando de maneira articulada e detalhada as diferentes ações que o sujeito realiza e os instrumentos e objetos que utiliza, quando resolve uma mesma situação. Nesse caso, em dois ambientes de aprendizagem: lápis e papel e *Cabri 3D*. O Quadro 1 nos mostra essas ações realizadas pelo sujeito da análise da autora.

Quadro 1: Ações realizadas nas duas situações de translação, segundo o modelo SAI

Modelo SAI: Translação					
Situação quadrado			Situação 3D		
Ação	Instrumento	Objeto	Ação	Instrumento	Objeto
Conta	Ponta com o dedo	Quantidade de quadrados	Seleciona/clica	Mouse/botão esquerdo do mouse	Caixa de ferramentas transformações
Desenha	Lápis	Ponto A'	Aciona	Botão esquerdo do mouse	Ferramenta translação
Conta	Ponta com o dedo	Mesma quantidade de quadrados	Clica	Ferramenta translação	Triângulo ABC
Desenha	Lápis	Ponto B'	Clica	Ferramenta translação	Vetor (validar a translação do triângulo)
Conta	Ponta com o dedo	Mesma quantidade de quadrados	Seleciona/clica	Mouse/botão esquerdo do mouse	Ferramenta ponto
Desenha	Lápis	Ponto C'	Clica	Ferramenta ponto	Ponto A'
			Clica	Ferramenta ponto	Ponto B'
Traça	Lápis e régua	Triângulo A'B'C'	Clica	Ferramenta ponto	Ponto C'

Fonte: SALAZAR, 2011, p. 68

Esse exemplo de Salazar (2011), pontua na situação 1 que é limitada por dois motivos: primeiro, porque o vetor é dado com uma quantidade estabelecida de quadrículas e em condições fixas; e o segundo, porque o aluno pensou somente em contagem (números naturais), sem ter outras possibilidades de solução para realizar a translação pedida.

Já na situação 2, a autora constata que o aluno não contou, mas utiliza noções de translação. Isso se evidencia, por saber usar as ferramentas que o *Cabri 3D* possui de forma correta e finaliza a atividade da translação do triângulo *ABC*.

Nesse sentido, corroborando com Rabardel (1995a) fala da importância que uma atividade analisada com o *Modelo SAI* em diferenciar melhor a sequência de ações realizadas pelo aluno e as propriedades que utiliza, quando desenvolve uma atividade, nesse caso uma translação.

A seguir o registro presente movimenta para nós, a evolução da calculadora até os dias de hoje e, fato marcante, sobre a instrumentalização, é quando surgem

modificações no instrumento pela relação instrumental: selecionando, agrupando, produzindo e definindo funções, transformando o artefato (estrutura, funções etc.) enriquecendo suas propriedades cujos limites são difíceis de determinar (RABARDEL, 1995a, p.111).

2 A CALCULADORA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Antes de dissertarmos sobre a calculadora no processo de estudo, faremos uma síntese histórica partindo de sua gênese, o ábaco, até as calculadoras modernas.

A busca por recursos tecnológicos não é nova. Sutherland (2009) pontua que desde a antiguidade o homem busca métodos para calcular com mais rapidez e precisão. Acrescentam Moran e Almeida (2005), que antes de chegar aos instrumentos tecnológicos que conhecemos hoje, a história já registrava o homem desenvolvendo técnicas rudimentares para executar suas transações comerciais com maior segurança.

O ábaco foi o primeiro instrumento criado com essa finalidade e considerado por Eves (2004), o mais antigo instrumento de computação mecânica usado pelo homem até a calculadora moderna. A partir do ábaco, a calculadora passou por vários processos para chegar à tecnologia moderna. Em 1642, o matemático francês Blaise Pascal inventou a primeira máquina de calcular e a batizou de Pascalina, que era mecânica e cheia de engrenagens, mas capaz de somar, subtrair e multiplicar por adições sucessivas. Eves (2004, p. 685) detalha:

Excluído o instrumento computacional dado ao homem pela natureza, na forma de seus dez dedos (ainda em uso nas escolas) e o altamente eficiente e barato ábaco de origem remota (ainda em uso em muitas partes do mundo), considera-se que uma máquina de somar inventada por Blaise Pascal, em 1642, para assistir seu pai nos fatigantes cálculos que era obrigado rotineiramente a fazer como coletor regional de impostos (contabilidade) de Rouem, seja o protótipo das atuais máquinas de calcular.

Embora a máquina de Pascal fosse uma novidade em sua época, a calculadora com as quatro operações de cálculo só surgiria 52 anos depois, construída pelo matemático e filósofo alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). A máquina de Leibniz, criada em 1694, por meios puramente mecânicos realizava todas as operações aritméticas. Inovou ao apresentar um visor de posição, a multiplicação e a divisão em posição móvel e um sistema de tambores dentados com comprimentos crescentes deslizando cada um sobre seus eixos, logo seu invento nunca comerciara, porém ela não era confiável.

Já no século XIX Charles Xavier Thomas de Colmar (1820) inventou uma máquina de calcular que executava as quatro operações, sendo amplamente comercializada no mundo, a partir de vários aperfeiçoamentos que esse engenheiro empreendeu na calculadora de Leibniz, tornando fixos os tambores dentados e, introduzindo um apagador capaz de zerar todas as rodas do totalizador.

Eves (2004, p. 685), sucinta que:

[...] Thomas de Colmar, embora não conhecesse bem o trabalho de Leibniz, transformou o tipo de máquina deste último num outro, capaz de subtrair e dividir. Sua invenção constitui-se no protótipo de quase todas as máquinas comerciais construídas antes de 1875 e de muitas outras desde então.

O inglês Charles Babbage (1792-1871) por volta de 1812 inventou uma máquina de calcular que fazia cálculos com funções trigonométricas e logarítmicas, utilizando cartões perfurados.

Segundo Eves (2004, p. 686),

A fim de dedicar todas as suas energias a esse projeto, renunciou a cátedra lucasiana de Cambridge. Em 1823, depois de investir e perder sua fortuna pessoal nessa aventura conseguiu auxílio financeiro do governo britânico e pôs-se a construir sua máquina diferencial que deveria ser capaz de trabalhar com vinte e seis algarismos significativos e calcular e imprimir diferenças sucessivas até as de ordem seis.

Em 1843, Babbage desenvolveu uma máquina capaz de executar as quatro operações (somar, subtrair, multiplicar e dividir) armazenar dados em uma memória (de até 1000 números de 50 dígitos) e imprimir resultados. Após a sua morte a sua máquina foi concluída, tornando-se base para as estruturas computacionais atuais no qual foi considerado o pai do computador. A partir dessa época, as calculadoras foram ficando mais sofisticadas, leves e portáteis. A primeira calculadora de teclas foi construída em 1849 pelo americano David Permallee, mas só realizava adições de números de um algarismo. Mas tarde por volta de 1875, Frank Stephen Baldwin patenteia uma calculadora com cilindros de pinos, que com esse novo conceito os nove cilindros da máquina de Leibniz, são substituídos por um único com engates e pinos capazes de fazer as quatro operações de forma mais simples.

O engenheiro Jay Randolph Monroe (1910) conseguiu montar a primeira máquina mecânica capaz de realizar automaticamente as quatro operações

aritméticas. Entretanto, a primeira comercialização só teve sucesso quando juntou esforços com o americano Monroe adaptando um teclado cheio conhecido como *full keyboard* e que fundou em 1912, a *Monroe Calculating Machine Company*, lançando as calculadoras eletromecânicas. Em 1958, Jack St. Clair Kilby, funcionário das *Texas Instruments*, desenvolveu o circuito integrado dando uma minimização nas dimensões das calculadoras. Somente em 1959, apareceram as calculadoras de segunda geração, passando a conter circuitos impressos baseados em transistores, tornando-as bem menores.

A partir de 1970, com o surgimento das calculadoras de bolso passou a ser discutido o seu uso no ensino da Matemática, porque até o final da década de 1970, a maioria das contas eram feitas “de cabeça”, ou seja, usando puro raciocínio lógico, pois as calculadoras apresentavam poucos recursos (GUINThER, 2009). Já em 1975, com a Sharp, e 1976 com a HP, surgiram calculadoras programáveis que possuíam programas com base em linguagem de informática e máquinas de calcular cada vez menores chamadas até hoje de calculadoras computadores.

Em 1977, no Brasil, D’Ambrósio já discutia a utilização de calculadoras com as quatro operações. Hoje, a calculadora está presente na sociedade e considerada útil para a Educação Matemática, podendo colaborar muito no aprendizado de diversos conteúdos (GUINThER, 2009).

Dessa forma, a calculadora vem passando por várias transformações e modernizações até os dias atuais, tornando assim uma tecnologia bastante usada nos processos de estudos nos dias de hoje.

2.1 A Calculadora no Ensino Fundamental e Médio

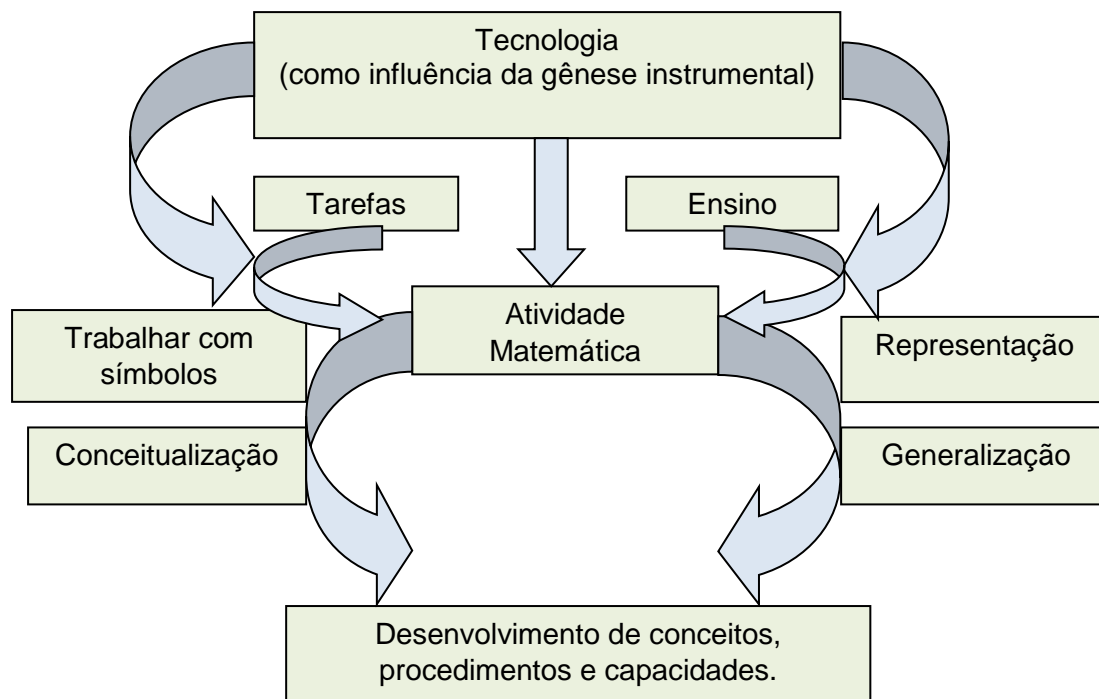
O uso de recursos tecnológicos não é prerrogativa apenas dos adultos. Tomando como base o trabalho de Mounoud (1970) acerca da evolução genética e sua relação com o instrumento, Rabardel (1999 citado por Hila, 2010) estabelece quatro níveis para o percurso do desenvolvimento instrumental ainda na infância:

No primeiro nível se inicia a *Gênese Instrumental*, quando a criança com pouca idade ainda não consegue fazer a distinção da ação do *instrumento*. Nesse caso, o instrumento funciona como prolongamento da ação da criança, como se fosse o próprio substituto de sua ação. Já no nível dois, o instrumento adquire novas

funções para a criança, só que em etapas posteriores do desenvolvimento, quando a concepção de instrumento é fragmentada de sua ação, que lhe atribui novas funções e novas propriedades. Nesse caso, os resultados da ação não são dependentes apenas da própria ação, mas igualmente do instrumento, o que faz com que uma nova função lhe seja atribuída.

No nível três o instrumento é regulado representativamente, quando perde sua característica fragmentada da etapa anterior e suas propriedades não são mais restritas apenas às suas partes, mas atribuídas à totalidade do próprio instrumento como um meio para a ação da criança, passando a ter representação própria. Enquanto no quarto e último nível o instrumento é regulado para os objetivos a ação. É quando a criança usa o instrumento para atingir finalidades estabelecidas pela situação. Nesta fase, a composição e as relações entre as partes de um instrumento são percebidas.

A atividade com números nas séries iniciais já contempla operações com frações para provocar questionamentos nos alunos, como, por exemplo, o cálculo do Índice de Massa Corporal (IMC). As expressões algébricas, geralmente são introduzidas, de modo formal, no oitavo ano do Ensino Fundamental, através do conceito de grandezas proporcionais e conseqüentemente de problemas de regra de três simples e composta. Já o estudo de escalas e uma variedade de expressões utilizadas nas diferentes áreas de conhecimento são apresentados por meio de atividades, as quais podem ser discutidas ou propostas. Ainda no oitavo ano podem ser introduzidas, também, situações-problema como o financiamento de um bem, geralmente introduzidas a partir do Ensino Médio, como entendem Guerra; Silva; Mendes (2008), utilizando a tecnologia, como ilustra a Figura 6.

Figura 6: A tecnologia no Processo de Ensino e Aprendizagem

Fonte: CONSCIÊNCIA (2013, p. 122 *apud* Heid; Blume, 2008, p. 59)

O ensino com a calculadora pode provocar questões que provavelmente não se colocariam sem a calculadora (CONSCIÊNCIA, 2013). Na teoria piagetiana a construção do número tem início ainda no período sensório-motor, quando a criança separa, reúne ou ordena objetos, e termina no período das operações formais, com a aquisição do sistema dos números inteiros (Morgado, 1993), considerando que para Piaget e Szeminska (1970), a criança, ao atingir o nível das operações reversíveis, torna-se simultaneamente capaz de incluir, seriar e enumerar. Nesse sentido, Kamii (1986) afirma que as crianças de 7 e 8 anos já são capazes de responder a esta questão, por possuírem um raciocínio móvel o suficiente para realizar, simultaneamente, duas ações antagônicas.

Ao fazer uma pesquisa experimental entre dois grupos de crianças, o primeiro utilizando a calculadora na resolução de problemas e o outro, sem a calculadora, Groves (1994) comprovou que o uso da calculadora contribui significativamente para o desempenho global das crianças quanto à escolha de artifícios de cálculo para a resolução de problemas e também na computação de questões que envolvem o conhecimento de valor de lugar dos números, subtração com resposta negativa, divisão com resto, multiplicação e divisão envolvendo o

sistema monetário. Para Guinther (2009), as calculadoras simples podem ser vistas como início da alfabetização tecnológica.

Nesse sentido, o Ministério de Educação e Cultura (MEC) defende o ensino da Matemática, ainda na infância, como meio de solucionar problemas devido à grande deficiência de aprendizagem e conhecimento da maioria dos concluintes do Ensino Fundamental e Médio (BRASIL, 2006). Logo, a partir do Ensino Fundamental o aluno poderá desenvolver seu raciocínio matemático através da calculadora, preparando-o para adentrar ao Ensino Médio.

No Ensino Médio, a calculadora científica, além de ser utilizada para resolver questões de matemática, física e química, Consciência (2013) afirma que pode ser usada também em vários conteúdos como: funções logarítmicas, determinação do pH^4 , determinação do pOH^5 e na trigonometria⁶. Dessa forma, a calculadora permite ao estudante trabalhar com um maior número de funções, provenientes do contexto de resolução de problemas aplicados em que diversas características como zeros e extremos, não podem ser determinadas de forma exata.

Assim, a escola precisa acompanhar o mundo moderno, fortemente influenciado pela presença da tecnologia e a escola, nesse contexto, não pode estar alheia ao desenvolvimento tecnológico. Baldin e Baldin (2001) defendem o uso da calculadora, necessário ao desenvolvimento do sentido de número, para construir uma rede de ideias, esquemas e operações conceituais a investigar propriedades, verificar possibilidades de manipulação, tomar decisões em contextos variados e desenvolver uma atitude de pesquisa e investigação nas aulas de Matemática.

Para Guinther (2009) é fundamental que ocorra a elaboração de propostas pedagógicas que tragam em seu bojo o uso de tecnologias que perpassem todos os níveis e modalidades de ensino, carecendo também de uma contundente conscientização da comunidade escolar como um todo, pais, alunos, professores, e gestores, para a relevância do trabalho envolvendo tecnologias diversas na escola.

⁴ A sigla PH significa potencial (ou potência) hidrogeniônico (ou potência) e indica o teor de íons hidrônio ($\text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$) livres por unidade de volume da solução. (FOGARÇA, 2016).

⁵ pOH ou potencial hidroxiliônico refere-se à concentração dos íons OH na solução. (FOGARÇA, 2016).

⁶ Estudo da Matemática responsável pela relação existente entre os lados e os ângulos de um triângulo. (DANTE, 2014)

Por isso, os alunos do Ensino Médio precisam ser exercitados para utilizar os recursos tecnológicos disponíveis à sua formação a partir da calculadora.

Almeida e Oliveira (2009), com base em estudos de Guin e Trouche (1999), documentaram duas fases distintas na *Gênese Instrumental* de alunos de 15 e 16 anos ao trabalharem com a calculadora. Na primeira fase, os alunos descobrem os vários comandos, seus efeitos e organização, é primeiro nível de instrumentação em que os alunos usam uma grande diversidade de estratégias e técnicas, mas relevam pouco o conhecimento teórico ou o trabalho que realizam com papel e lápis. Nessa fase, a atenção dos alunos começa a centrar-se num número mais reduzido de comandos, à medida que estes ganham significado matemático para si. A segunda fase da *Gênese Instrumental* começa quando os alunos passam a aperfeiçoar as primeiras técnicas e estratégias que utilizaram, demonstrando ter maior consciência das restrições e das potencialidades da calculadora assim como menor confiança nos resultados da máquina.

Portanto, é bom esclarecer que durante o estudo dos logaritmos, há uma grande oportunidade para iniciar os alunos nas atividades com a calculadora, para que venham a descobrir suas funções e aplicar melhor as propriedades operatórias.

Sugestões que podem ser analisadas, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, podem iniciar com exercícios simples, utilizando as funções básicas da calculadora para calcular logaritmos, raízes, potências, expressões numéricas, conversões de medidas, notação científica, noções sobre o ciclo trigonométrico, bem como as teclas de memória e dentre outras. Dessa forma, ao finalizar o Ensino Médio, os alunos terão menor dificuldade na utilização da calculadora nas atividades matemáticas do Ensino Superior.

2.2 Uma breve história do Cálculo Diferencial e Integral

Antigamente pastores, para controlar seus rebanhos de ovelhas, os associavam a pedras que guardavam em sacolas. Cada ovelha correspondia a uma pedrinha. No início e final do dia, faziam as devidas correspondências. Se sobrasse pedra, faltava ovelha. Como pedrinha em latim significa "*Calculus*", daí vem à palavra Cálculo.

*Calculus, na Roma Antiga, era uma pequena pedra ou seixo utilizado para contagem e jogo, e o verbo latino *calcularre* passou a significar “figura”, “computar”, “calcular”. Hoje Cálculo é um método ou sistema de métodos para resolver problemas quantitativos de uma natureza particular, como no Cálculo de probabilidades, Cálculo de diferenças finitas, Cálculo tensorial, Cálculo das variações, Cálculo de resíduos, etc. (SIMMONS, 1987, p. 70).*

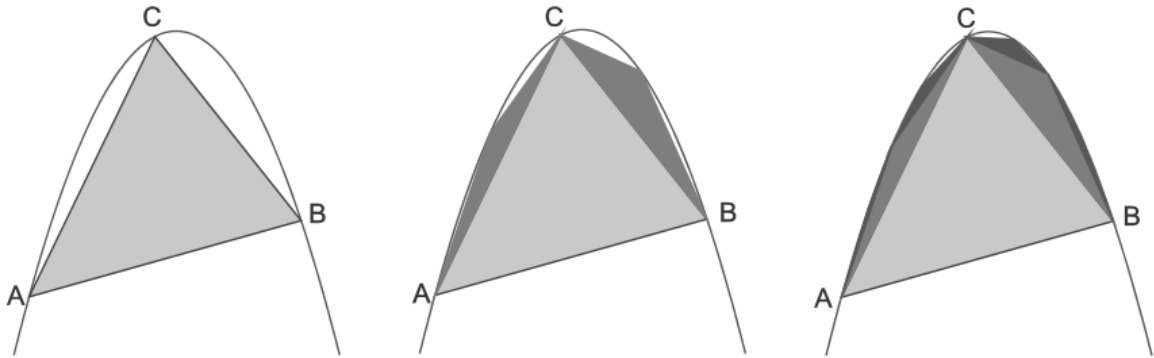
As contribuições dos matemáticos para o nascimento do Cálculo Diferencial e Integral – CDI são inúmeras. Muitos deles, mesmo que de forma imprecisa ou não rigorosa, já utilizavam conceitos do Cálculo para resolver vários problemas como, por exemplo, Cavalieri (1598 – 1647), Barrow (1630-1677), Fermat (1601 – 1665) e Kleper. Neste tempo ainda não havia uma sistematização, no sentido de uma construção logicamente estruturada.

Como pode ser verificado em Boyer (2010) e Eves (2011), o Cálculo Diferencial e Integral teve sua origem através dos antigos matemáticos gregos, nas tentativas de expressarem suas ideias intuitivas sobre razões, ou proporções, de segmentos de retas. Foram os gregos os primeiros a se preocupar os fenômenos ligados ao discreto, ao contínuo e ao infinitesimal mesmo sem essas denominações para que pudessem explicar movimentos e transformações observadas na natureza.

O Cálculo Integral teve em sua origem o desafio de resolver problemas de quadratura, que significava encontrar o valor da área de uma região bidimensional, cuja fronteira consistia de uma ou mais curvas, ou até mesmo de superfície tridimensional, cuja fronteira também consistisse de pelo menos uma curva.

Uma das questões mais importantes, e que se constituiu numa das maiores contribuições gregas para o Cálculo, surgiu por volta do ano 225 a.C. e se trata de um teorema de Arquimedes (287- 212 a.C.) para a quadratura da parábola. Ao descobrir que a área da região limitada por uma parábola cortada por uma corda qualquer, é igual a $\frac{4}{3}$ da área do triângulo que tem a mesma altura e a corda como base, ele utilizou o método de exaustão inscrevendo um polígono (um triângulo) no interior da parábola e, primeiramente, pelo método da alavanca, aumentou o número de triângulos equilibrando segmentos de reta e de parábolas entre si (Figura 7).

Figura 7 – Método de exaustão para aproximar a área do segmento parabólico

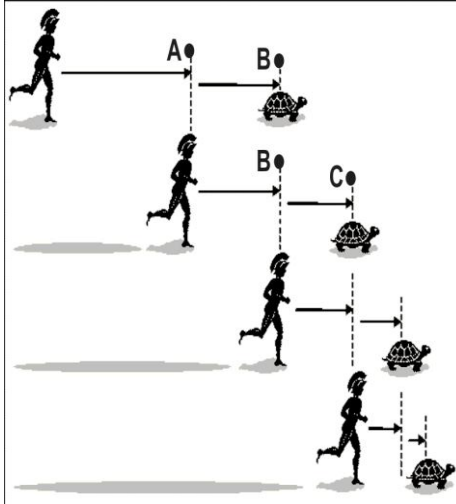


Fonte: O autor

Pode-se observar que na figura 7, o aumento de seguimentos preenche o espaço entre a parábola e o triângulo de modo que não se possa mais ser visto “buracos” ou espaço vazio no interior da parábola.

Zenão (450 a.C) apresentou o paradoxo de Aquiles (herói grego) e a tartaruga, em que o herói aposta uma corrida com uma tartaruga. Claramente Aquiles tem mais velocidade do que sua adversária, logo a mesma terá uma vantagem de largar um pouco a frente do grego. Sendo assim quando Aquiles chega ao ponto em que largou (Ponto A) a tartaruga, esta se encontra mais a frente numa outra posição (Ponto B). Quando chegar ao ponto B ela já estará em um ponto C mais a frente, e assim sucessivamente como pode ser verificado na figura 8. Matematicamente falando, o limite, entre Aquiles e a tartaruga tende a Zero, ou seja, por mais que Aquiles alcance a tartaruga nunca irá ultrapassá-la.

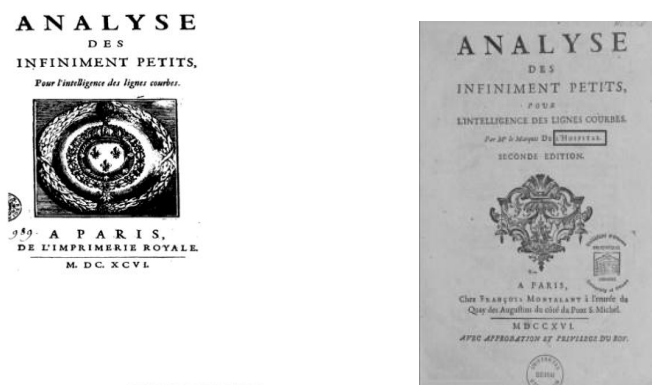
Figura 8 – Paradoxo de Aquiles e a tartaruga



Fonte: O autor

Foi, no entanto a partir do século XVII que o Cálculo Diferencial e Integral como nos dias atuais mais se desenvolveu, através de contribuições dadas por **Johan Hudde** (1628-1704), **Christiaan Huygens** (1629-1695), **Isaac Barrow** (1630-1677), **René François de Sluse** (1622-1685), **Giles Personne de Roberval** (1602-1675), **Edmond Halley** (1656–1742), dos irmãos **Johann Bernoulli** (1667-1748) e **Jakob Bernoulli** (1654-1705), e pelo Marquês de **L'Hospital** (1661-1704). Este último, autor do primeiro livro publicado sobre CDI (cujas capas das duas primeiras edições encontram-se na figura a seguir), em 1696, denominado “Análise de quantidades infinitamente pequenas para o entendimento de curvas”, tomando por base o trabalho dos irmãos **Bernoulli** e **Leibniz** (1646 – 1716) para obtenção de derivadas, máximos, mínimos e de curvas.

Figura 9 – Capas das duas primeiras edições do mais antigo livro de Cálculo



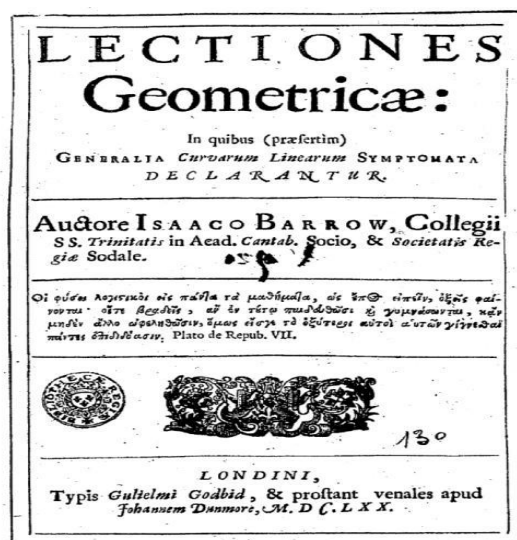
Fonte: Disponível na internet através da chamada: “Analyse des Infiniment Petits pour L'intelligence dès Lignes Coures”

Johann Bernoulli (1667-1748) criou o nome Cálculo Integral e que foi usado pela primeira vez por seu irmão mais velho Jacques Bernoulli, em 1690. Enquanto Newton e Leibniz são considerados como aqueles que deram origem aos fundamentos mais importantes do Cálculo: as Derivadas e as Integrais.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) nasceu em Leipzig, Alemanha, em 1º de julho de 1646. Ingressou na Universidade de Leipzig aos quinze anos e, aos dezessete, já havia adquirido o título de bacharel. Estudou Teologia, Direito, Filosofia e Matemática na Universidade. Estudou Doutorado pela universidade de Altdorf, em Nuremberg. A partir daí, Leibniz entrou para a vida diplomática. Como representante governamental influente, ele teve a oportunidade de viajar muito durante toda a sua vida. Em 1672 foi para Paris onde conheceu Huygens que lhe sugeriu a leitura dos

tratados de 1658 de Blaise Pascal se quisesse tornar-se um matemático. Em 1673, visitou Londres, onde adquiriu uma cópia do “*Lectioes Geometricae*” (Figura 10) de Isaac Barrow e tornou-se membro da Royal Society⁷. Foi devido a essa visita a Londres que apareceram rumores de que Leibniz talvez tivesse visto o trabalho de Newton, que por sua vez o teria influenciado na descoberta do Cálculo, colocando em dúvida a legitimidade de suas descobertas relacionadas ao assunto. E se tornou um dos pioneiros no desenvolvimento do Cálculo e posteriormente a ele Isaac Newton. O Ensino de Cálculo auxilia em diversas áreas com conceitos e definições além da Matemática, como química e física.

Figura 10 – Capa do livro *Lectioes Geometricae*



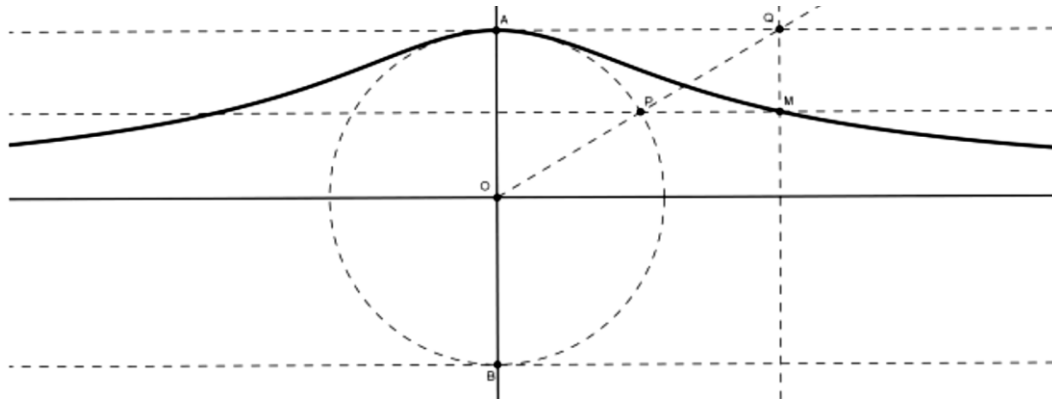
Fonte: Disponível na internet através da chamada: “*Lectioes Geometricae*”

Posteriormente, já no século XIX, o Cálculo foi abordado de uma forma muito mais rigorosa. Foi também durante este período que ideias do Cálculo foram generalizadas ao espaço euclidiano e ao plano complexo. Lebesgue (1875 – 1941) mais tarde generalizou a noção de integral. Daí alguns matemáticos se sobressaíram como Cauchy (1789 – 1857), Riemann (1826 – 1866), Weierstrass (1815 – 1897) e Maria Gaetana Agnesi (1718 – 1799). Agnesi, foi autora da primeira obra a unir as ideias de Isaac Newton e Leibniz, escreveu também um dos primeiros

⁷ A Real Sociedade de Londres para o Melhoramento do Conhecimento Natural é uma instituição destinada à promoção do conhecimento científico. Foi fundada em 28 de novembro de 1660.

livros sobre Cálculo Diferencial e Integral⁸. É dela também a autoria da chamada "Curva de Agnesi"⁹ ou "Curva de La Bruja" (Figura 11).

Figura 11 – Curva de Agnesi



Fonte: Disponível na internet através da chamada: *A Curva de Agnesi*

Aqui finalizamos esse subitem em buscar a história epistemológica do Cálculo Diferencial e Integral, não na sua essência completa, mas em virtude de enriquecer o nosso trabalho com a sua parte histórica e social e também mencionar alguns dos mais notáveis matemáticos que já existiram.

2.3 A calculadora no curso de Engenharia

O ensino do curso de Engenharia no Brasil se apresenta como um grande desafio diante de um cenário global que demanda uso intensivo da ciência e tecnologia e exige profissionais altamente qualificados (BRASIL, 2001). A graduação em Engenharia é hoje vista como a aplicação de princípios científicos para fins práticos. O perfil dos concluintes de um curso de engenharia, para as Diretrizes Curriculares para os Cursos de Graduação em Engenharia, compreende uma sólida formação técnico-científica e profissional geral capaz de absorver e desenvolver novas tecnologias, estimulando a sua atuação crítica e criativa na identificação e resolução de problemas, considerando seus aspectos políticos, econômicos, sociais, ambientais e culturais, com visão ética e humanística, em atendimento às demandas da sociedade.

⁸ Maria G. Agnsi escreveu em latim a obra "Propositiones Philosophi e" (Proporções Filosóficas), publicada em Milão em 1738.

⁹ Esta curva foi discutida por Fermat em 1703 e na época em que foi determinada esta curva, não se conhecia aplicação para ela. Foi estabelecido recentemente que é uma aproximação da distribuição do espectro de energia dos raios XY dos raios ópticos, assim como a potência dissipada nos circuitos de alta frequência de ressonância.

O Ementário de uma instituição privada de Belém, aonde foi realizado as atividades e foram coletadas as análises à pesquisa contempla nas habilidades e competências para os Cursos de Engenharia, o Cálculo Diferencial na resolução de problemas, com o objetivo de desenvolver trato no sentido numérico de modo a facilitar ao graduando expressar-se com clareza, precisão e objetividade, utilizando formulário, **calculadora**, computador e softwares para resolver situações problemas das engenharias e de áreas afins envolvendo conceitos de equações algébricas ou transcendentais, sistemas de equações lineares, interpolação e integração.

O cálculo também faz parte da ementa dos cursos de Engenharia de uma Instituição Pública do Pará, aonde foram feitas as análises à pesquisa de Doutorado, a Matemática Aplicada à Engenharia I e Matemática Aplicada à Engenharia II, com a carga horária de 51h semestrais (FERNANDES, 2015).

Ávila (1978) considera o cálculo um poderoso aliado na resolução de problemas, desde os mais complexos aos mais simples, empregado onde há movimento ou crescimento e onde forças variáveis agem produzindo acelerações. O Cálculo Diferencial e Integral, por exemplo, é indispensável em quase todos os campos da ciência. Inclusive os métodos e as aplicações do cálculo representam uma conquista cultural e social, e não apenas científica e estão entre as maiores realizações intelectuais da civilização.

O ensino de Cálculo nas universidades tem sido questionado em diversos fóruns por apresentar dificuldades de aprendizado, e também pela alta evasão nos primeiros períodos dos graduandos matriculados nesta disciplina. Pelo alto índice de reprovações, as preocupações em Educação Matemática no Ensino Superior convergem para as disciplinas iniciais dos cursos da área das ciências exatas. Esse fenômeno se dá pela dificuldade de aprendizado dos conceitos básicos do Cálculo.

Segundo MALTA (2004), as preocupações convergem para as disciplinas iniciais dos cursos da área das ciências exatas, principalmente devido ao número crescente de reprovações. O que no momento preocupa é o elevado índice de reprovação na disciplina. Esse fracasso na disciplina, por vezes, leva ao abandono do curso e até mesmo influencia na decisão de não se matricular em um curso de graduação no qual a disciplina seja obrigatória.

No entanto, Faria e Godoy (2012) afirmam que os graduandos de Engenharia enfrentam muitas dificuldades com cálculos nos primeiros períodos do curso, o que têm se tornado justificativa para reprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Inclusive esta rotina está gerando uma cultura no meio acadêmico de que o insucesso dos graduandos, ingressantes no curso de Engenharia, principalmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, é um fato natural.

Essas dificuldades se tornaram tão evidentes que Balbino (1995) conceituou cálculos como as disciplinas internacionalmente reconhecidas por apresentar maior dificuldade de assimilação pelos graduandos, e as que promovem os mais altos índices de reprovação. A reprovação nos cursos de Engenharia na disciplina de cálculo é vista por Artigue (1995) como sendo o resultado de três dificuldades. A primeira dificuldade está associada à complexidade dos objetos básicos do cálculo, como números reais, sucessões e funções. A segunda dificuldade está voltada à conceitualização e à formalização da noção de limite e centro do campo do cálculo. E a terceira dificuldade está vinculada às rupturas necessárias com a relação aos modos de pensamento puramente algébricos e às especificidades do trabalho técnico no cálculo, essa declaração da autora não será analisada *a priori* nessa pesquisa, mas *a posteriori* em estudos futuros.

Observando o elevado número de reprovações na disciplina de Cálculo I no ciclo básico dos cursos de engenharia de uma IES em Minas Gerais, Costa e Godoy (2016) investigaram sobre as maiores dificuldades que o professor observa nos graduandos ao se depararem com a necessidade da aplicação do cálculo, chegando à conclusão que essas dificuldades aconteciam, principalmente, porque a disciplina só era ministrada a partir do sétimo período, quando alguns graduandos já haviam esquecido os conceitos de cálculo dos períodos anteriores. Com graduandos de uma IES do Estado do Pará, Fernandes (2015), identifica como responsável pela reprovação a redução das disciplinas e da carga horária no ensino da Matemática nos cursos de Engenharia.

Nesta linha de pensamento Soares de Melo et al. (2001) entendem que os próprios componentes do sistema de ensino e aprendizagem da disciplina acabam por minimizar os fatores que acarretam este problema, levando os graduandos a considerar natural o insucesso nessas disciplinas, e os professores a estabelecerem

padrões de reprovação “normais”, sem qualquer reflexão sobre os problemas enfrentados na disciplina, já que estão dentro da normalidade.

O Cálculo é uma das disciplinas mais antigas, preservando sua estrutura original, onde várias ferramentas tecnológicas podem ser utilizadas e, entre estas estão às calculadoras, entendida por Baldin e Baldin (2001) como instrumentos nas mãos dos graduandos para não só obtenção de resultados, mas como instrumento às Ações Instrumentadas pelos graduandos (sujeitos). Os PCN nos estudos e experiências também evidenciam que a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do processo de estudo da Matemática, valorizando as estratégias estabelecidas pelos sujeitos que as utilizam na construção do saber ensinado.

A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento na realização de atividades exploratórias e de investigação. Além disso, ela abre novas possibilidades educativas, como a de levar o graduando a perceber a importância do uso dos meios tecnológicos disponíveis na sociedade contemporânea (BRASIL, 2006, p. 46). Na perspectiva de analisar os processos de estudo, o modelo de Rabardel (1995) fundamenta-se no conceito psicológico de instrumento, e evidencia o processo mental elaborado pelo sujeito para transformar um artefato em instrumento de trabalho, apontando elementos a tal processo.

As Diretrizes Curriculares para os cursos de graduação em Engenharia requerem no perfil dos engenheiros, que estes possuam uma sólida formação técnico-científica e profissional que os tornem capazes não apenas de absorver, mas também desenvolver novas tecnologias, estimulando a sua atuação crítica e criativa na identificação e solução de problemas. (BRASIL, 2001). Isso implica na compreensão do cálculo, tanto o Cálculo Diferencial como o Cálculo Integral, considerado por Boulos (1999) como fonte de inspiração criativa e crítica, capaz de atualizar a compreensão do fenômeno científico a contribuir para o resgate do conhecimento no campo da Matemática e suas ramificações.

Ao ingressarem no curso superior, os estudantes trazem suas expectativas: Aqueles que no Ensino Médio adquiriam sempre boas avaliações em Matemática levam para a Universidade a esperança de que o curso de Cálculo não deva representar obstáculos para o seu aprendizado. Entretanto, ao se depararem com questões globais envolvendo os temas anteriormente estudados, acrescidas de

novas ideias impactantes como o infinito, as aproximações, a continuidade, a incomensurabilidade, etc., quase sempre vêm frustradas suas expectativas iniciais.

Centrando foco no Ensino Superior, a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral está inserida em diferentes cursos de Engenharia e, devido a sua importância para a formação dos graduandos, tornou-se objeto de estudo entre os pesquisadores.

O próximo capítulo apresenta um conjunto de atividades de noções de Cálculo Diferencial aplicado aos graduandos do 1º semestre do curso de Engenharia, cujas atividades foram confrontadas ao uso da calculadora científica como artefato e instrumento, utilizando a Abordagem Instrumental de Rabardel (1995a, 1999b) que tem em conta múltiplas relações que se podem estabelecer entre os três elementos constitutivos da *Situação (ões) de Atividade (s) Instrumental (is)* – **SAI**: Instrumento – Sujeito – Objeto, considerando as interações entre o sujeito e o instrumento, entre o instrumento e o objeto da ação e interações entre o sujeito e o objeto mediadas pelo instrumento.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa compreende um estudo qualitativo, fornecendo ao pesquisador evidências confiáveis para avaliar como os graduandos compreendem os conceitos, e cujas análises são de natureza experimental, fundamentadas em dados coletados em interações sociais e interpessoais para compreender os significados que os graduandos e o pesquisador atribuem ao fato (ANDRADE, 2002), envolvendo a elaboração, realização e análise das atividades desenvolvidas em sala de aula com graduandos do primeiro semestre dos cursos de Engenharia, utilizando a calculadora científica, sendo a Teoria de Rabardel (1995a, 1999b) norteadora dos aportes teóricos dessa pesquisa.

A metodologia utilizada nesta pesquisa é denominada de Situação de Atividade Instrumental (**SAI**), em que Rabardel (1995) descreve as relações entre o *sujeito*, a *ferramenta (artefato)* e os *Esquemas de Utilização*. Neste caso, o *sujeito* são os graduandos e o pesquisador; o *artefato*, a calculadora; e os *Esquemas de Utilização*, o conhecimento dos graduandos e as técnicas que eles utilizaram na resolução das atividades.

Apresentamos os procedimentos metodológicos que utilizamos nesta dissertação, buscando afiná-los com os conceitos discutidos nos capítulos anteriores, e visando atender ao objetivo de investigar em que momento a calculadora científica pode ser considerada como *artefato* ou *instrumento* nos cursos de Engenharia na disciplina de noções de Cálculo Diferencial.

Deste modo, analisamos nossa pesquisa a Teoria de Rabardel (1995; 1999), cuja *Teoria de Instrumentação* não se aplica apenas à educação, mas permite investigar a ação com instrumentos no campo social e no campo científico.

Nessa base, estruturamos as seguintes seções: local e período da pesquisa, participantes da pesquisa; blocos de atividades; procedimentos de análise de dados; e descrição e análise dos dados.

3.1 Local e Período da Pesquisa

O estudo foi realizado em uma Instituição de Ensino Superior em Belém, Estado do Pará, no período de 8 de maio de 2015 a 20 de Novembro de 2015, no horário de 10h às 11h30, horário da disciplina de Cálculo Diferencial, com

graduandos do primeiro semestre dos cursos de Engenharia Civil, Elétrica, e Mecânica, compreendendo-se de oficina e aplicação de atividades.

3.2 Participantes da Pesquisa

O estudo foi realizado com 70 graduandos do primeiro semestre dos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica de 2015, divididos em dois grupos, o primeiro, com trinta (30) graduandos da turma B-306 de Engenharia Mecânica e Elétrica, subdivididos em seis grupos com cinco participantes cada e o segundo com quarenta (40) graduandos da turma D-103 do curso de Engenharia Civil subdivididos em cinco grupos com oito participantes de uma IES privada na cidade de Belém-Pará.

Para análise das atividades, denominamos os grupos como Grupo B-306 a turma de Engenharia Mecânica e Elétrica e Grupo D-103 a turma de Engenharia Civil, e o pesquisador.

3.3 Blocos de Atividades

As atividades foram propostas em dois momentos: **Momento Alfa (α) e Momento Beta (β)**. O Momento Alfa foi destinado à aplicação de uma oficina pelo pesquisador a respeito de algumas funções da calculadora científica Casio modelo *fx-82MS* e um debate a respeito de seu Esquema de Uso. E o Momento Beta, à aplicação das sete atividades de noções de Cálculo Diferencial utilizando a calculadora científica em sala de aula, analisando a transição da calculadora como artefato a instrumento com os graduandos dos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica, aonde posteriormente observaremos seus Esquemas de Ação Instrumentada e Ação Coletiva Instrumentada. A seguir mostraremos o quadro 2, mostrando esses momentos mencionados acima:

Quadro 2: Bloco de atividades desenvolvidas em sala de aula

Momento Alfa	Momento Beta
<ul style="list-style-type: none"> Oficina sobre o uso da Calculadora Científica (Esquemas de Uso). 	<ul style="list-style-type: none"> Aplicação das Atividades 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 (Esquemas de Ação Instrumentada e Ação Coletiva Instrumentada).

Fonte: O autor

3.3.1 Momento Alfa (α)

O Momento Alfa aconteceu nos dias 8 e 22 de maio e 5 e 12 de junho de 2015 e destinou-se à aplicação de uma oficina para apresentação da calculadora científica à utilização do presente dispositivo em algumas atividades de noções de Cálculo Diferencial.

A oficina teve como objetivo conhecer as experiências (ou não) pessoais dos graduandos com a calculadora científica, ou seja, levantar os aspectos como artefato ou instrumento percebidos ou não pelos graduandos nesse momento inicial aonde (re) conheceram algumas funções básicas da calculadora científica, tais como: especificações do modo de cálculo, configuração das definições da calculadora, inserção de expressões da calculadora, sequência de prioridade de cálculos, cálculos básicos, cálculos de função, cálculo de valores estimados, intervalos, número de dígitos, precisão de cálculo e mensagens de erros.

A oficina foi proposta para que os graduandos se posicionassem e levantassem argumentos para justificar suas posições em relação à utilização da calculadora em sala de aula, com representação de cada grupo. A atividade foi realizada na forma de debate coletivo, cabendo ao pesquisador organizá-lo de forma a que os graduandos participassem ativamente da discussão. Assim, todos os grupos foram levados a discutir e mostrar seus registros na manipulação da calculadora científica. A calculadora científica (Figura 12) passou a fazer parte do processo de estudo da pesquisa, como um *artefato* e segundo Rabardel (1995) chama-o de *Relação Instrumental*, que fará o contexto entre *sujeito*, *instrumento* e *objeto*, caracterizando *Esquemas de Uso* nesse primeiro momento.

Parafraseando com Rabardel (1995), nesse Momento Alfa o fato dos graduandos (re) conhecerem as funções da calculadora científica e resolverem algumas expressões, não nos leva a sustentar ainda a transição de artefato a instrumento, pois o sujeito da pesquisa ainda não está suficientemente instrumentado por esta sua *ação*, ou seja, não está familiarizado com o instrumento.

Embora, a *Relação Instrumental* que sustenta Rabardel (1995) afirma que a relação entre a tríade *Sujeito (S) - Instrumento (I) - Objeto (O)* só se concretizará no Momento Beta após as atividades desenvolvidas em sala de aula da disciplina de noções de Cálculo Diferencial proposta pelo pesquisador, aonde apontaremos

elementos que sustente a transição do artefato a instrumento realizado pelo *Modelo SAI*.

Figura 12 – A Calculadora Científica *Casio fx-82MS*



Fonte: O autor

Escolhemos a calculadora científica *Casio* modelo *fx-82MS* em sala de aula por acreditarmos que apenas um modelo de calculadora científica serviria ao cumprimento das atividades aqui mostradas, sem que em hipótese alguma fosse feita imposição sobre modelos e marcas, mas considerando a proposta de Bittar (2011), que a integração da calculadora na prática do professor significa que ela passa a fazer parte do arsenal de que dispõe para atingir seus objetivos, e ainda contribui com o processo de estudo para que o graduando venha a compreender, ter acesso e explorar diferentes aspectos do saber em cena.

Rabardel (1995) afirma que a descoberta de um artefato pelo sujeito acontece ao longo de sua apropriação em situação de uso, portanto no decorrer de uma atividade o usuário do artefato elabora seu instrumento de acordo com suas possíveis restrições e limitações. Nesse sentido, a ação do indivíduo é que abre possibilidades para novos estudos.

Entendemos, portanto, que a escolha desse modelo de calculadora não compromete a pesquisa, porque aqui não se trata em ministrar um curso sobre calculadora científica, pois existem muitos modelos e marcas, mas manipular esse artefato na construção dos processos de estudos dos graduandos em questão.

Como características e especificações gerais da calculadora científica, no quadro 3 detalhamos a escolha da mesma.

Quadro 3: Apresentação da Calculadora Científica

Características	Especificações
Marca: <i>Casio</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Novo Design; 240 funções; tampa protetora de encaixe • 2 linhas: 10 + 2 dígitos; utiliza-se 01 bateria AA. • 9 memórias de variáveis.
Modelo: <i>fx-82MS</i>	<ul style="list-style-type: none"> • S-VPAM: Super Visualização das Fórmulas Algébricas. • Cálculo Estatístico: Desvio Padrão e Anl. Regressivo; Cálculos Fracionários. • Funções Hiperbólicas e hiperbólicas inversas • Cálculo Seno, Cosseno e Tangente; Permutação e Combinação

Fonte: O autor, com adaptações do manual da *Casio fx-82MS*

A calculadora científica com as especificações apresentadas foi escolhida para dar maior destaque à potencialidade, à criatividade e ao raciocínio dos graduandos em utilizá-la.

Partindo desse pressuposto, no primeiro momento, propusemos atividades organizadas na oficina oferecida aos graduandos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica, cujo objetivo foi apresentar algumas funções ainda desconhecidas para futuras aulas de Cálculo Diferencial, e envolver os graduandos no (re) conhecimento da calculadora como artefato e instrumento em atividades planejadas em sala de aula. Organizamos essa atividade para facilitar o contato dos graduandos com a calculadora científica, indicado no Momento Alfa como (re) conhecimento, experiência e os seus próprios registros nas atividades elaboradas em todo processo desse trabalho.

Todos os graduandos participaram das atividades propostas pelo pesquisador da oficina sobre algumas funções de utilização da calculadora científica em resoluções de expressões numéricas, divididos em dois grupos (B-306 e D-103) e em conformidade com *Teoria Rabardeliana* a fim de elucidar os seus *Esquemas de Uso* conforme se observa na Figura 13, colocando-os em situações ora com o artefato ora como instrumento.

Figura 13 – Grupo B-306 na Oficina

Fonte: O autor

A atividade foi realizada na forma de debate coletivo, cabendo ao pesquisador organizá-la de forma que os graduandos participassem ativamente da discussão, e socializassem os resultados. Assim, todos os grupos foram levados a discutir e mostrar seus Esquemas de Uso na calculadora científica, e também os Esquemas de Uso no papel e lápis. O diálogo entre os participantes foi gravado em aparelho de celular e alguns de seus áudios são descritos no próximo capítulo aonde serviram de análise para o trabalho.

3.3.2 *Momento Beta* (β)

O Momento Beta aconteceu nos dias 18 de setembro, 09 e 16 de outubro e 20 de novembro de 2015, e destinaram-se as execuções das atividades em sala de aula nos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica, também visando alguns conteúdos ministrados na disciplina de Cálculo Diferencial, primeiro, voltado ao uso da calculadora científica como meio de (re) conhecimento nas atividades propostas no Momento Alfa à manipulação da calculadora científica. Depois, com atividades decorrentes dos temas abordados na disciplina de noções de Cálculo Diferencial nos cursos de Engenharia já citados.

Após organizar os grupos, entregamos uma calculadora científica para cada grupo e uma folha com as atividades para que, após encontrarem os resultados na calculadora fizessem as anotações no papel, e para a nossa surpresa todos possuíam uma calculadora científica do mesmo modelo ou similar.

4 ANÁLISES DOS DADOS

Para análise dos dados, propomos uma abordagem de cunho qualitativo, não nos limitando a investigar o desempenho dos graduandos nas atividades a partir de estímulos e respostas, mas tendo como pressuposto as informações encontradas nos estudos de Rabardel (1995).

As atividades que propusemos aos acadêmicos buscou colaborar para a elaboração de Esquemas de Utilização. As situações que analisamos são descritas por Rabardel (1995) como Situação (ões) de Atividade (s) Instrumental (is)- **SAI**, que possuem três polos: *o sujeito, o objeto da ação e o instrumento*. No nosso caso, o sujeito é o participante da formação, o instrumento é a calculadora, já o objeto da ação pode variar conforme a situação-problema que pode ser: a resolução de expressão numérica ou a solução de uma equação. Os polos compõem uma tríade e existem várias interações entre esses polos na atividade instrumentada: interação sujeito e objeto da ação, sujeito e instrumento, instrumento e objeto e sujeito com objeto mediado pelo instrumento.

Tendo feito esta exposição, no próximo capítulo, apresentaremos a descrição e análise das atividades desenvolvidas com a calculadora científica (CC).

4.1 Descrição e Análise das Atividades

Utilizamos alguns critérios para estabelecer essa passagem de artefato a instrumento pela Teoria de Rabardel. Mostraremos um quadro de atividades aonde separamos por categorias de atividades da ação dos Esquemas de Utilização por parte dos sujeitos.

Para uma melhor organização das atividades segundo o nosso aporte teórico nesta parte da pesquisa, apresentamos três categorias que emergiram das análises observadas no processo de estudo durante a realização das mesmas.

Assim, abordamos nas análises os seguintes elementos que sustenta o uso da CC na transição de artefato a instrumento, que são:

Quadro 4: Atividades separadas por categorias da ação dos E.U dos sujeitos

Categoria I: artefato como instrumento inicial	Categoria II: artefato como instrumento intermediário	Categoria III: artefato como instrumento final
Atividade 1; Atividade 3; Atividade 7;	Atividade 2; Atividade 5;	Atividade 4; Atividade 6;

Fonte: O autor

Em colaboração com a Teoria Rabardeliana, faremos em conjunto a análise e descrição das sete atividades do total de dez planejadas, mas apenas sete serviram de estudo à essa pesquisa.

A abordagem é de cunho qualitativo, aonde em nossas análises tivemos o desempenho dos graduandos nas atividades desenvolvidas em sala de aula na disciplina de noções de Cálculo Diferencial.

Atividade 1

Nessa primeira atividade estiveram presentes 30 graduandos da turma B-306 de Engenharia Mecânica e Elétrica e a mesma quantidade da turma D-103, do curso de Engenharia Civil, ou seja, Grupo B-306 subdivididos em cinco grupos com seis graduandos e Grupo D-103 subdivididos na mesma proporção do anterior, para os quais a atividade proposta foi calcular expressões numéricas utilizando a calculadora científica. A atividade centrou-se na manipulação da calculadora científica em resolver expressões numéricas, observando seus Esquemas de Uso.

O objetivo foi colocar diante dos graduandos algumas funcionalidades das teclas da calculadora científica onde todas as teclas e funções trabalhadas fossem utilizadas com exclusividade para a realização da atividade proposta, que foram (re) conhecidas na oficina no momento alfa já mencionado na metodologia.

Apenas duas expressões numéricas (a) e (b), que estão no quadro 5, foram apresentadas aos subgrupos do grupo B-306 e aos subgrupos do grupo D-103 para resolverem as expressões numéricas utilizando a calculadora científica.

Quadro 5: Expressões Numéricas

Atividade 1 - Resolver as seguintes expressões numéricas, utilizando a calculadora científica:

a) $(-5) + (8 \times 7) + 24 \div (-6) + 10$

b) $[(8 \times 3) + 5^2] + [(-5) + (4 \times 3)] - 1^3$

Fonte: O autor

Nessa atividade, nossa expectativa era que os subgrupos resolvessem primeiro as expressões numéricas na calculadora científica (CC) e depois fizessem os seus registros nos seus cadernos, mas o que foi observado foram registros em seus cadernos (Figura 14) e depois registros na CC (Figura 15). Neste caso, consideramos a recomendação de Riviera (2007) que nas atividades de matemática os esquemas devem ser associados à manipulação de lápis e papel.

Figura 14: Esquema de resolução das expressões numéricas com lápis e papel

a) $(-5) + (8 \times 7) + 24 \div (-6) + 10 =$
 $= -5 + 56 - 4 + 10$
 $= 51 + 6$
 $= 57$

b) $[(8 \times 3) + 5^2] + [(-5) + (4 \times 3)] - 1^3 =$
 $= [24 + 5^2] + [-5 + 12] - 1^3 =$
 $= [24 + 25] + [-5 + 12] - 1 =$
 $= 49 + 7 - 1 = 56 - 1 = 55$

Fonte: O autor

Como se observa na Figura acima, todos os grupos encontraram o mesmo resultado no caderno, mas ao tentarem encontrá-lo na calculadora, embora as expressões numéricas fossem simples, os subgrupos tiveram dificuldades em utilizarem algumas funções da calculadora, por exemplo, a tecla x^2 e x^3 , que a mesma função pode ser encontrada na tecla \wedge (aonde que subtende o expoente para potenciação) observe na Figura 15.

Figura 15 – Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC

$$((8 \times 3) + 5^2) + ((-5) + (4 \times 3) - 1^3) =$$

55

Fonte: O autor

Como é visto na Figura 15 no visor da CC, tiveram a competência de reverem o que realmente tinha acontecido, e perceberam que a função \wedge é usada para calcular uma potenciação até a capacidade máxima da flutuação operacional da calculadora em uso, que não foi discutido e nem analisado nessa atividade.

Após finalizarem a atividade, perguntamos aos grupos quais as maiores dificuldades que eles encontraram, logo responderam:

Grupo B-306: *Professor, no papel foi mais fácil, mas na calculadora tivemos dificuldade porque, primeiro, não entendemos a dinâmica da proposta da atividade, depois, porque colocamos a fórmula errada na calculadora (subgrupo 1).*

Grupo D-103: *No papel foi mais fácil, na calculadora foi mais difícil, mas conseguimos o resultado correto (subgrupo 2).*

Grupo B-306: *Nós do subgrupo acreditamos que a calculadora deveria ser de uso padrão nas instituições de ensino, mas o aluno deve primeiro calcular manualmente para depois usar a calculadora (subgrupo 3).*

As dificuldades apresentadas pelos graduandos são explicadas por Salazar (2011) citando Bkouche (1991) deve-se, em parte, a ausência de reflexão sobre os conteúdos e seus significados, colocados também por Rabardel (2004) como a falta de hábito do graduando em utilizar a calculadora regularmente, já que ao (re) conhecer um artefato não acontece de imediato, mas ao longo de sua apropriação em situação de uso, no decorrer de uma atividade, quando elabora seu instrumento de acordo com suas possibilidades, abrindo caminho para as novas aprendizagens.

Nessa análise da atividade 1, observamos que as hierarquias das operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação), registro da sequência das expressões numéricas corretas e a colocação dos símbolos (parênteses, colchetes e chaves) são fundamentais para a compreensão do conhecimento matemático, que no nosso caso são as expressões numéricas (objeto) aonde registramos a primeira categoria de análise, que chamamos de

Instrumento Inicial na manipulação do sujeito, através de seus Esquemas de Ação Instrumentada.

Entendemos que esse **Instrumento Inicial**, é o primeiro nível para que o sujeito possua uma ação de instrumentação, pois a Teoria de Rabardel não nos revela até que ponto o artefato realmente passa a ser instrumento no processo de sua Gênese Instrumental.

Porém, com base no que foi apresentado e dentro da Abordagem Instrumental de Rabardel (1995, 1999), no momento em que a calculadora foi ligada pelos graduandos, suas funções localizadas e os cálculos realizados, foram utilizados os Esquemas de Uso, ainda que alguns resultados encontrados fossem diferentes da resposta encontrada nos registros de seus cadernos.

Alicerçados em Rabardel (1999), nesse caso, a calculadora tornou-se instrumento assim que mediou a ação para os graduandos, ou seja, quando eles instituíram o artefato como **Instrumento Inicial** para si na resolução da atividade, no sentido de (re) conhecerem funções e teclas já esquecidas ou que nunca utilizaram por não saberem manipular a calculadora científica adequadamente.

Atividade 2

Foram observados registros dos dois grupos em foco nas análises dessa pesquisa, embora as equações elaboradas para essa atividade fossem muitas parecidas, pegamos apenas uma equação e apenas um subgrupo do grupo D-103, do curso de Engenharia Civil que serviram para análise, não descartando os outros subgrupos e grupo, pois houve convergências em suas análises.

Esta atividade teve como objetivo utilizar a calculadora científica para resolver equações exponenciais como é mostrado no Quadro 6.

Quadro 6: Situação-problema com equação exponencial 1

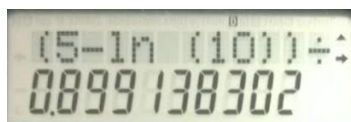
Atividade 2 - Resolva a equação $e^{5-3x} = 10$, utilizando a calculadora científica para os possíveis cálculos e utilize apenas quatro casas decimais para a sua resposta.

Fonte: O autor

Para possibilitar a resolução do problema, foi necessário trabalhar com as propriedades que temos no logaritmo da potência. Assim, segue a análise de uma atividade descrita na oficina realizada pelo pesquisador na conexão com outras situações encontrada na disciplina Cálculo Diferencial, como por exemplo, situações-problemas aplicadas no cotidiano.

Podemos observar que nessa atividade os graduandos utilizaram a calculadora só no final da resolução da equação obtendo o resultado mostrado na Figura 16.

Figura 16: Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC



Fonte: O autor

A resolução apresentada pelo grupo nesta atividade foi digitada e entregue pela turma de Engenharia Civil D-103 em atividade na oficina oferecida pelo pesquisador, contemplando as seguintes etapas:

- 1) *Iguala-se a equação acrescentando o logaritmo natural antes e após a igualdade, pois o logaritmo natural equivale ao logaritmo neperiano. Na calculadora científica usa-se o natural. Logo, temos: $\ln e^{5-3x} = \ln 10$.*
- 2) *Sabe-se que o logaritmo natural de “e” equivale à potência a qual ele está sendo elevado, e corresponde pela sua propriedade o valor 1, então temos: $5 - 3x = \ln 10$.*
- 3) *Ajusta-se a equação para que a incógnita deixe de ter seu sinal negativo, assim, facilitando o uso da calculadora para a efetuação do cálculo. Assim temos:*

$$5 - \ln 10 = 3x.$$
- 4) *A incógnita “x”, que está sendo multiplicada por três, então fica sozinha e o seu multiplicador passa a ser o divisor de $5 - \ln 10$, ficando então desse jeito:*

$$x = \frac{5 - \ln 10}{3}$$

5) Portanto, após esses passos, basta usar a calculadora para obter o resultado de “x”, logo usamos na calculadora científica o seguinte comando:

$$(5 - \ln(10)) \div 3 = 0,8991$$

Percebemos que ao manipularem a expressão final colocaram os parênteses onde nesta atividade os graduandos estavam mais seguros quanto à utilização da calculadora, no entanto, as figuras mostram dois Esquemas de Ação Instrumentada por parte de um graduando, aonde foi frutífera para o desenvolvimento da pesquisa. O graduando não percebeu que a sua calculadora científica tinha registrado uma operação legal, satisfatória, embora divergente do resultado encontrado pelos demais participantes de seus subgrupos.

Aqui foi mencionada uma fala pelo pesquisador, [... que existe uma linguagem computacional, aonde também é legitimada a hierarquia das operações aritméticas...] Algumas Instituições Educacionais Americanas e Europeias, já estão ofertando essa disciplina nas séries iniciais de suas escolas, na faixa educacional com alunos a partir do segundo ciclo de formação, que em comparação com o Brasil seria equivalente ao 5º Ano do Ensino Fundamental.

Esse gancho que assentamos, é em conformidade essa etapa da pesquisa em colaborar com Rabardel (1995a) em todo o processo de estudo da **SAI**, até aqui as hierarquias das operações serviram para essa análise dessa atividade 2, assim também em conformidade com outras que serão daqui pra frente mencionadas.

Os Esquemas de Uso desse graduando nos mostra que o mesmo registrou a sequência errada para a sua calculadora científica, outrora, a mesma registrou as informações precisas para a realização da operacionalização, ou seja, a sua programação computacional, que segue em análise como são mostradas nas figuras 17 e 18.

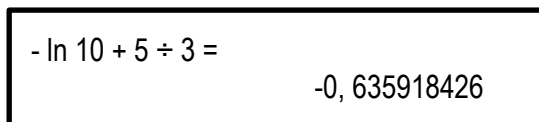
Figura 17: Sequência editada pelo subgrupo A



$5 - \ln 10 \div 3 =$	4, 232471636
-----------------------	--------------

Fonte: O autor

Figura 18: Sequência editada pelo subgrupo B


$$- \ln 10 + 5 \div 3 = -0,635918426$$

Fonte: O autor

A programação da calculadora em uso se baseia também nas hierarquias das operações aritméticas, que observando a Figura 17, a mesma não registra de forma errônea, o que acontece é primeiramente a operação da divisão do logaritmo natural de dez, dividido por três ($\ln 10 \div 3$), para depois finalizar o cálculo, chegando no resultado expresso no visor da calculadora. A Figura 18, acontece algo semelhante, só pela simples troca da sequência registrada na calculadora, a hierarquia também prevalece em efetuar primeiramente a divisão, agora de cinco dividido por três ($5 \div 3$), para depois finalizar o cálculo, como é mostrado no visor da CC. Fica claro que o graduando ao chegar nessas duas respostas, ainda não se familiarizou com o seu instrumento, apesar de chegar em duas respostas diferentes da solução da equação exponencial, para Rabardel (1995b) o graduando ainda não atingiu uma relação de fato com instrumento, embora as hierarquias operacionais da aritmética foram trabalhadas na primeira atividade.

Em consonância com Rabardel (1995a), No geral os grupos utilizaram Esquemas de Ação Instrumentada, aonde apontamos o artefato como **Instrumento Intermediário** do objeto, ou seja, na relação do instrumento com o sujeito, observando a importância da colocação dos parênteses para não interferir no resultado.

Entendemos como Instrumento Intermediário o segundo nível desse processo de instrumentação, pois perceberam a importância de utilizarem os parênteses para consolidarem suas respostas corretamente.

Com relação à primeira atividade perceberam que tinham que colocar os parênteses para não errarem a resposta da atividade, em quanto a atividade 1 alguns graduandos perceberam que para as expressões numéricas propostas, colocando ou não os parênteses, não comprometia a resposta correta da atividade.

Ao chegarem com o resultado com quatro casas decimais, não foi preciso configurar a CC para fixar em quatro casas decimais (0,0000), como será vista na

atividade 7. A atividade proposta assim como outras de mesma natureza, não precisaram configurar o instrumento para fixar a quantidade de casas decimais.

Atividade 3

A análise dessa atividade se enquadra na mesma discursão da primeira, com a caracterização do artefato como **Instrumento Inicial** em construção do conhecimento, manipulando através dos seus Esquemas de Ação Instrumentada, aonde foram analisadas pelos dois grupos (B-306 e D-103), mas aonde apenas dois subgrupos foram sujeitos dessa pesquisa, sem tirar os méritos dos outros subgrupos, mais pelas suas análises bem próximas da escolha dos dois subgrupos supracitados.

O objetivo da atividade é utilizar a calculadora científica para possíveis cálculos, na resolução de uma situação-problema de uma equação exponencial, como é mostrado no Quadro 7.

Quadro 7: Situação-problema na equação exponencial 2

Atividade 3 - Em quantos anos 500g de uma substância radioativa, que se desintegra a uma taxa de 3% ao ano, se reduzirão a 100 g? (Use $Q = Q_0 \cdot e^{-rt}$, em que Q é a massa da substância, r é a taxa, t é o tempo em anos e a calculadora científica para os possíveis cálculos).

Fonte: O autor

Segue o desenvolvimento da atividade resolvido pelos grupos B-306 e D-103, como mostra a Figura 19.

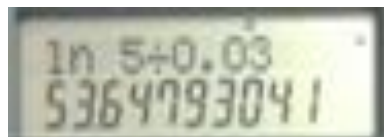
Figura 19: Esquema de resolução da equação exponencial com lápis e papel

2: Sabemos que: $Q = Q_0 \cdot e^{-rt}$
 $100 = 500 \cdot e^{-0,03t}$
 $e^{-0,03t} = \frac{100}{500}$
 $e^{-0,03t} = \frac{1}{5}$
 $\ln e^{-0,03t} = \ln \left(\frac{1}{5} \right)$
 $-0,03t \cdot \ln e^1 = \ln 1^0 - \ln 5$
 $-0,03t = -\ln 5 \times (-1)$
 $t = \frac{\ln 5}{0,03}$
 $t \approx 53,6 \text{ anos}$

Fonte: O autor

Essa atividade os graduandos já dominavam a resolução de equação exponencial, e com a utilização da CC, aceleraram o processo na sua fase final dos cálculos, como mostra a Figura 20. Assim, colocamos na análise a sequência registrada da parte final do caderno, ou seja, manipulada pelos grupos da pesquisa.

Figura 20: Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC



Fonte: O autor

Nossa percepção foi que nesta atividade os graduandos agiram sobre o objeto de sua ação em quatro propriedades principais: mediação, meio de ação e de atividade, operacionalidade e experiência. Bittar (2011 citando Rabardel, 1995) entende que à medida que o graduando manipula o artefato, constrói para si novos esquemas que vão transformando-o em instrumento, modificado de acordo com suas necessidades.

Observamos a relação artefato e instrumento e por isso caracterizamos sua ação de construção inicial do conhecimento. Com relação à manipulação de algumas funções mediadas pelo sujeito não entendemos uma ação instrumental.

Salazar (2011 citando Fernandes 2004) aponta que a relação do homem com o mundo não é direta, mas mediada e complexa e se realiza com dois mediadores: os instrumentos e os signos; os mediadores aumentam a capacidade de atenção e de memória permitindo o controle voluntário do sujeito sobre sua atividade, enquanto os signos representam a realidade que auxilia nos processos psicológicos nas atividades que exigem memória ou atenção.

Portanto, nesta atividade levantaram uma hipótese no decorrer das atividades desenvolvidas em sala de aula na disciplina noções de Cálculo Diferencial. Transcrevemos uma fala de um graduando do grupo B-306 da turma de Engenharia Elétrica e Mecânica, dizendo o seguinte:

Graduando X do Grupo B-306: *podemos utilizar aplicativos chamado MalMath ou MathLab na resolução de equações?*

Pesquisador: [...] a nossa pesquisa é com uma calculadora científica específica, logo não posso liberar esses aplicativos, pois existem outros contextos de estudos e pesquisas que não mencionaremos por não culminar com a nossa proposta avaliativa.

Embora ser pertinente a pergunta levantada pelo Graduando X, observamos a necessidade de alguns sujeitos da pesquisa em se aprimorar de um aplicativo que resolve-se de imediato a atividade apresentada, e também de fazer uso do mesmo nas avaliações da disciplina Cálculo Diferencial.

Nesse sentido, tivemos indícios do processo de instrumentalização pelo fato do sujeito por ação do instrumento querer se apoderar de um novo artefato (*MalMath* ou *MathLab*).

Assim, para Rabardel (1995b), quando um sujeito modifica função ou funções de um determinado artefato, ele está se apoderando de uma ação instrumental, que para a nossa pesquisa, não tivemos um tempo maior para alagarmos o processo de instrumentalização da ação do sujeito. Embora, tivemos caminhos desenvolvidos por um subgrupo 5 do grupo B-306, que apresentou um programa de uma calculadora em fase de criação, como mostra a Figura 21:

Figura 21: Programa em fase de criação de uma calculadora

```
#####
#####
#####
##### programa em fase de criação
#####
##### desenvolvido por: Graduando da turma B-306
#####
#### distribuicao e alteracao livre desde que mantenha este
quadro#####
##### versao beta 0 .
1#####
#####
#####
```

```
def soma():  
    a = float(input('digite um valor: '))  
    b = float(input('digite por quanto deseja somar: '))  
    c = a + b  
    print('a soma dos dois valores = ',c)  
    print(' 1: outra operecao de soma\n 2: voltar ao menu de operacoes\n 3: sair do  
programa\n')  
    i = input()  
    if i == 1:  
        soma()  
    elif i == 3:  
        exit  
    else:  
        menu()  
def sub():  
    a = float(input('digite um valor: '))  
    b = float(input('digite por quanto sera subtraido: '))  
    c = a - b  
    print("a subtracao dos dois valores = " ,c)  
    print(' 1: outra operecao de subtracao\n 2: voltar ao menu de operacoes\n 3:  
sair do programa\n')  
    i = input()  
    if i == 1:  
        sub()  
    elif i == 3:  
        exit  
    else:  
        menu()  
def div():  
    a = float(input('digite um valor: '))
```



```
if a <= 0:

    print("valores negativos e 0 nao sao divisiveis\n")

    menu()

else:

    b = float(input('digite por quanto sera dividido: '))

    if b <= 0:

        print('nenhum numero e divisivel por 0 ou negativo\n')

        menu()

    else:

        c = a / b

        print('a divisao dos dois valores = ',c)

        print(' 1: outra operacao de divisao\n 2: voltar ao menu de operacoes\n 3: sair
do programa\n')

    i = input()

    if i == 1:

        div()

    elif i == 3:

        exit

    else:

        menu()

def mult():

    a = float(input('digite um valor: '))

    b = float(input('digite por quanto vai mutiplicar: '))

    c = a * b

    print('a multiplicacao dos dois valores = ',c)

    print(' 1: outra operacao de multiplicacao\n 2: voltar ao menu de
operacoes\n 3: sair do programa\n')

    i = input()

    if i == 1:

        mult()
```

```
        elif i == 3:
            exit
        else:
            menu()
def pot():
    a = float(input('digite um valor: '))
    b = float(input('a quanto deseja elevar: '))
    c = a ** b
    print("o resultado da potencia e " ,c)
    print(' 1: outra operacao de potencia\n 2: voltar ao menu de operacoes\n 3: sair
do programa\n')

    i = input()
    if i == 1:
        pot()
    elif i == 3:
        exit
    else:
        menu()
def menu():
    print(" 1:soma\n 2:subtracao\n 3:divisao\n 4:multiplicacao\n 5:potencia\n 6:raiz
quadrada\n 7:convercao de temperatura\n 8:sair\n")
    m = int(input("\n"))
    if(m >= 7 ):
        print('operacao invalida\n \n')
        menu()
    elif(m <= 0):
        print('operacao invalida\n \n')
        menu()
    elif(m == 1):
        soma()
```

```
elif(m == 2):
    sub()
elif(m == 3):
    div()
elif(m == 4):
    mult()
elif(m == 5):
    pot()
elif(m == 6):
    raiz()
elif(m == 7):
    cdt()
elif(m == 8):
    exit
def raiz():
    from math import sqrt
    n = float(input('raiz de: '))
    root = sqrt(n)
    print(root)
    print(' 1: outra operacao de raiz quadrada\n 2: voltar ao menu de operacoes\n
3: sair do programa\n')
    i = input()
    if i == int('1'):
        raiz()
    elif i == int('3'):
        exit
    else:
        menu()
def cdt():
    e = float(input("selecione uma opcao\n 1: conversao de Celcius para
```

```
Fahrenheit\n 2:Fahrnheit para celcius\n 3:voltar ao menu\n 4:sair\n"))

    if e == 1:

        c = float(input("digite o valor a ser convertido para Fahrenheit\n"))

        f = c * 1.8 + 32.0

        print(c,"°celcius convertido para Fahrenheit e igual a :",f,"°Fahrenheit\n" )

        cdt()

    elif e == 2:

        f1 = float(input("digite o valor a ser covertido a Celcius\n"))

        c1 = (f1 -32) /1.8

        print(f1,"°Fahrenheit covertido para celcius e igual a :",c1,"°celcius\n")

        cdt()

    else:

        menu()

menu()
```

Fonte: O autor

Essa programação de uma calculadora em fase de criação nos reforça o que a Teoria de Rabardel nos contempla no processo de Gênese Instrumental, sabemos que o sujeito não modifica função (ões) do seu artefato em uso, mas nos mostra um possível horizonte no processo da Gênese Instrumental, que entendemos Esquemas de Ação Coletiva Instrumentada, aonde mostraremos na atividade a seguir.

Atividade 4

Atividade desenvolvida nos grupos B-306 e D-103 nos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica. Esta atividade teve o objetivo de resolver a equação exponencial, e estimar o valor do limite B, utilizando a calculadora científica quando fosse necessária como pode ser vista no Quadro 8.

Quadro 8: Capitalização Contínua

Atividade 4: Se R\$ 1.000,00 são investidos a juros de 9% capitalizados n vezes por ano, o montante após 1 ano será $1000 \cdot (1 + 0,09x)^{1/x}$, onde $x=1/n$ é o período de capitalização. Assim, por exemplo, se $n=4$, o período de capitalização é $\frac{1}{4}$ de ano, ou seja, 3 meses. No caso da chamada capitalização contínua dos juros, o montante após 1 ano é dado pelo limite:

$$B = \lim_{x \rightarrow 0^+} 1000 \cdot (1 + 0,09x)^{1/x}$$

Estime o valor desse limite completando a segunda linha da tabela a seguir, usando a calculadora científica:

X	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$\lim_{x \rightarrow 0^+} 1000 \cdot (1 + 0,09x)^{1/x}$					

Fonte: Extraído do Livro de Cálculo, L. D. Hoffmann, v.1, p. 65 (com adaptações).

Esta atividade aplicada em sala de aula pelo pesquisador lançou a proposta aos grupos para que eles encontrassem os resultados sobre como surgem os limites quando tentamos encontrar a tangente de uma curva ou a velocidade de um objeto e também para analisar o comportamento da função f definida para valores de x próximos de a pela direita e pela esquerda de a , que são os limites laterais aonde chegamos a definir um limite de uma função, considerando a definição abaixo.

Definição: suponha que $f(x)$ seja definido quando está próximo ao número a . (Isso significa que f é definido em algum intervalo aberto que contenha a , exceto possivelmente no próprio a). Então escrevemos

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

E dizemos: “o limite de $f(x)$, quando x tende a a , é igual a L ”, se pudermos tornar os valores de $f(x)$ arbitrariamente próximos de L (tão próximos de L quando quisermos), tornando x suficientemente próximo de a (por ambos os lados de a , mas não igual a a).

A princípio alguns subgrupos resolveram a equação exponencial utilizando conhecimentos prévios mobilizados anteriormente nas aulas de Cálculo Diferencial de resolução de equações exponenciais e de funções algébricas, tanto que fizeram

seus cálculos com facilidade no caderno, e outros utilizando a CC em pequenas etapas na resolução da atividade.

Porém, é necessário que se esclareça que em alguns momentos apareceram dificuldades em resolver a atividade apresentada por alguns graduandos, tanto nos Esquemas de Ação Coletiva instrumental no lápis e papel, quanto seus Esquemas de Ação Coletiva Instrumental na CC. Esforços de mudanças de Esquemas de Utilização na calculadora na tentativa de aproximar seus recursos para a solução de atividades semelhante a essa.

Assim, que a atividade teve sentido na sua interpretação em relação à disciplina Cálculo Diferencial, logo surgiram os primeiros resultados ao preencherem a segunda linha da tabela.

A partir do primeiro resultado, constatamos que alguns subgrupos do grupo D-103 não chegaram à resposta correta, mas justificaram a confusão no momento de substituir o primeiro valor $x = 1$, pois por falta de atenção erraram o valor de substituição do $x = 1$, mas corrigiram e validaram suas respostas com outros subgrupos.

O mesmo aconteceu com o segundo valor a ser substituído $x = 0,1$, quando os grupos apresentaram dificuldades na utilização da calculadora, mas conseguiram através de seus Esquemas de Utilização finalizar a atividade (vê Figura 22).

Figura 22: Esquema do cálculo da expressão no lápis e papel

Handwritten calculation on lined paper showing the evaluation of an expression at $x=0,1$. The steps are:

$$1000 \cdot (1 + 0,09)^x, \quad x = 0,1$$

$$1000 \cdot (1 + 0,09 \cdot 0,1)^{0,1}$$

$$1000 \cdot (1 + 0,009)^{0,1}$$

$$1000 \cdot (1,009)^{0,1}$$

$$1000 \cdot 1,093733873$$

$$1093,233873$$

Fonte: O autor

A Figura 22 nos mostra essa ação, o sujeito reconhece a hierarquia, através da Ação Coletiva Instrumentada, aonde não apontaremos a ação final do processo

da Gênese Instrumental, que segundo Trouche (2003b) se finaliza na instrumentalização, aonde o sujeito modica uma função do artefato, ação não vista nessa atividade de análise.

Esses Esquemas de Utilização por parte de alguns subgrupos se deram por colaborarem com a Teoria de Rabardel, a partir que o sujeito muda os seus Esquemas de Uso e de Ação Instrumental, ele está na presença de uma ação com o instrumento, aonde o autor chama a essa mudança de Instrumentação (vê Figura 23).

Figura 23: Ações Coletivas Instrumentadas executadas pelos graduandos no lápis e papel

ESQUEMAS DE UTILIZAÇÃO:		
$X = 0,1$	$\frac{1}{0,1} = \frac{1}{\frac{1}{10}}$	$1 \times \frac{10}{1} = 10$
$X = 0,01$	$\frac{1}{0,01} = \frac{1}{\frac{1}{100}}$	$1 \times \frac{100}{1} = 100$
$X = 0,001$	$\frac{1}{0,001} = \frac{1}{\frac{1}{1000}}$	$1 \times \frac{1000}{1} = 1000$
$X = 0,0001$	$\frac{1}{0,0001} = \frac{1}{\frac{1}{10000}}$	$1 \times \frac{10000}{1} = 10000$

Fonte: O autor

Caracterizamos o artefato como **Instrumento Final** dessa ação pelo sujeito, ou seja, uma ação coletiva instrumentada, relação final na manipulação do instrumento desde o seu contato entre interações com S-I-O.

Entendemos esse *Instrumento Final* sendo o terceiro nível do processo de instrumentação, pois são ações modificadas pelos sujeitos da pesquisa do seu instrumento inicial e intermediário.

Esse resultado confirma a Teoria de Rabardel (1995, 1999), o autor pontua como a reconstrução por si mesmo dos Esquemas de Utilização de um artefato no decorrer da atividade, definido como instrumentação, porque analisa os padrões da ação dos sujeitos em relação ao instrumento, ou seja, as técnicas dos graduandos em realizar ações na construção de conhecimento, mobilizados na resolução da atividade, como: potenciação, multiplicação e divisão de um número natural por um número decimal.

Os cálculos registrados no lápis e papel nos trazem domínio das técnicas, ou seja, suas habilidades com os operadores, como adição, multiplicação e potenciação em relação aos números decimais.

Para Cavalcanti (2011), os estudos de Rabardel (1995) destacam o papel antropocêntrico do homem no centro das questões adaptativas dos sistemas e máquinas. Numa construção da relação estabelecida entre homens-máquinas, homem-sistema e as atividades mediadas, se destacam papéis importantes e diferentes, mas não divergentes dos artefatos, Esquemas de Utilização na construção da ação instrumentada pelos sujeitos.

Nessa ótica, observamos que os graduandos conseguiram superar suas dificuldades, pois manipularam a calculadora científica e registraram de forma correta a sequência dos algoritmos com as suas hierarquias das operações solicitadas na função modeladora do limite por partes separadamente, como se pode vê na Figura 24:

Figura 24: Ações Coletivas Instrumentadas executadas pelos graduandos na CC

$1 \div 0,1 =$ 10	$1 \div 0,01 =$ 100
$1 \div 0,001 =$ 1000	$1 \div 0,0001 =$ 10000

Fonte: O autor

Essa ação modificadora por parte dos graduandos se deu por terem mais segurança naquilo que estavam fazendo, pois tentaram editar a sequência completa da função modeladora do limite, como mostra a Figura 25:

Figura 25: Ação Instrumentada por graduandos da sequência completa da função

$$1000 \times (1 + 0,09 \times 0,1)^{\wedge 1 \div 0,1} = 10.090$$

Fonte: O autor

Essa sequência mostrada pelos grupos B-306 e D-103, aparentemente não apresentava nenhuma ação perceptível por partes dos sujeitos da pesquisa, mas

não era o valor do x quando era igual a 0,1 ($x = 0,1$). Em virtude desse acontecimento, surgiram perguntas dessa natureza:

Graduando Y: *como está errado o cálculo? eu fiz foi na CC.*

Graduando Z: *a CC poderia nos dizer o erro então!*

Até aqui entendemos a necessidade decorrente dessa situação, em quem confiar: na calculadora científica ou no lápis e papel?

A Figura 24, nos mostra uma ação modificada do sujeito perante o instrumento, pois embora os graduandos não conseguissem chegar ao valor esperado, como mostra o visor da CC (Figura 25), o artefato aqui é um instrumento intermediador na ação do sujeito em relação ao objeto de estudo.

Figura 26: Ação Instrumentada executada por graduandos em mudança de Esquemas de Utilização

$$1000 \times (1 + 0,09 \times 0,1)^{\wedge 10} = 1.093,73$$

Fonte: O autor

Quando perceberam o resultado divergente do esperado, notaram que se tratava da hierarquia das operações na função modeladora do Limite, logo os graduandos mobilizaram Esquemas de Utilização do conhecimento matemático em questão, como se observou na figura 24.

O grupo fazia seus cálculos separados e usavam a calculadora só quando era necessário para tornar seus cálculos mais rápidos e não cometeram erros em ambos os recursos que estavam utilizando, pois já haviam sanado as suas interações com o instrumento, como se observa na planilha.

Tabela 1: Tabela de valores do $\lim_{x \rightarrow 0^+} 1000 \cdot (1 + 0,09x)^{1/x}$

X	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$\lim_{x \rightarrow 0^+} 1000 \cdot (1 + 0,09x)^{1/x}$	1.090	1.093,73	1.094,13	1.094,17	1.094,17

Fonte: O autor

Essa atividade proporcionou aos graduandos usos de técnicas que completavam suas resoluções como podemos observar na planilha de cálculos (Tabela 1).

Na Abordagem Instrumental de Rabardel (1995b), não é necessário apenas incluir os usuários em atividades que utilizam a tecnologia, mas como um artefato que pode ser transformado em um instrumento. Portanto, devemos considerar os processos pelos quais os usuários transformam o artefato em instrumento, denominada por Rabardel de Gênese Instrumental, baseada no processo de construção das relações sociais e dos sistemas de trabalho das pessoas.

Atividade 5

A atividade 5 teve como objetivo resolver problema com juros compostos, aplicando as propriedades convenientes de logaritmos utilizando Esquemas de Ação Instrumentada na calculadora científica (Quadro 9). O desenvolvimento dessa atividade também foi para os grupos B-306 e D-103, dos mesmos cursos de Engenharia já mencionados nessa pesquisa.

Quadro 9: Juros Capitalizados

Atividade 5: Uma expressão $M = A (1 + i)^n$ nos permite calcular o montante M, resultante da aplicação do Capital A, a juros compostos, à taxa anual i, ao complementar um período de n anos. Nessas condições, se o capital de R\$ 800.000,00 for aplicado a juros compostos e à taxa anual de 12%. Qual o tempo em anos, meses e dias, após aplicação com juros obtidos no valor de R\$ 700.000,00?

Fonte: Extraído do Livro de Cálculo, James Stewart, V. 1 p. 27 (com adaptações)

A Figura 27 e 28, nos mostra uma ação executada por um subgrupo de graduandos, no qual registraram de forma correta como se pode verificar nas imagens dos seus Esquemas de Utilização (lápiz e papel e CC).

Figura 27: Esquema de resolução da expressão de juros sobre o capital no lápis e papel (parte final dos cálculos)

$$n = \frac{0,2730012721...}{0,0422180227...} = 6,475...$$

$$n = 5,546774476... \times 1,0422180227... = 5,775...$$

$$n = 5,547 \quad 5 \text{ ANOS, } 6 \text{ MESES e } 18 \text{ DIAS}$$

Fonte: O autor

Figura 28: Esquema de Ação Instrumentada no visor da CC (parte final)

$$\log (15+8) + 1 = 5.546774479$$

Fonte: O autor

Socializando com os grupos, o pesquisador investigou se eles já tinham realizado alguma compra a prazo, obtendo as seguintes contribuições:

Graduando A do Grupo B-306: *Sim, professor, eu já tive experiência com a compra da minha moto. Fiz o plano em 36 parcelas e percebi que tinha que pagar duas motos até concluir as prestações.*

Graduando B do Grupo D-306: *Professor, o mesmo aconteceu quando meu pai comprou um carro.*

Pesquisador: *Os juros compostos são chamados de juros capitalizados porque o seu valor deixa de ser uma taxa, e passa a se tornar capital, ou seja, é o lucro sobre os juros. Os juros compostos atuais sempre são calculados com base nos juros anteriores, em um processo cumulativo, e por isso, seu crescimento é exponencial. Os juros compostos, ou juros sobre juros, é um cálculo comum no sistema financeiro, e muitas pessoas são iludidas com os anúncios de juros baixos, e acabam pagando muito acima do valor à vista, como por exemplo, na compra da moto e do carro à prestação como aconteceu com vocês.*

Encerrando a socialização da atividade analisada, percebemos que o problema poderia estar finalizado se o comando não pedisse o cálculo do tempo: qual o tempo em anos, meses e dias da aplicação com juros obtidos no valor de R\$ 700.000,00? Todos os alunos chegaram ao resultado expresso no visor da calculadora de 5,547 aproximadamente (Figura 28), mais, a maioria dos subgrupos não conseguiram transformar esse resultado em tempo como pede o problema.

Essa mesma atividade foi questão de avaliação dos graduandos e o uso do artefato como instrumento foi caracterizado como instrumento inicial na relação do sujeito com instrumento, o que a gente esperava era que os graduandos mudar-se uma função do artefato para chegarem de fato na última etapa do processo da Gênese Instrumental, mas se apoiando em Rabardel (1995b) não é fácil contemplar essa ação pelo sujeito, daí o processo de Instrumentalização não foi contemplada também nessa atividade. Os Sujeitos possuíam uma ação sobre o artefato, decorrente da manipulação da CC, como: ligá-la, registrar a sequência correta observando a relevância da hierarquia das operações, para não chegarem a outros resultados, não trocando os valores, pela falta de atenção, também não trocando a tecla log (logaritmo decimal) por ln (logaritmo neperiano) e para a nossa surpresa não conseguiram completar a atividade, buscando a interação do Sujeito-Objeto intermediado pelo Instrumento.

Um elemento muito forte na busca da consolidação da resposta do problema foi o conhecimento matemático (Objeto), esse objeto de estudo em transformar o número decimal 5,547 aproximadamente em anos, meses e dias na calculadora científica de estudo como o problema propõe, ocasionando uma deficiência na mobilização do conhecimento matemático e também do instrumento.

Uma pergunta pertinente dos grupos de análise dessa atividade:

Grupos B-306 e D-103: *a nossa CC faz essa transformação? Existe esse recurso?*

Embora, os graduandos não tenham atendido ao comando da questão em sua totalidade, e se depararem com o conhecimento matemático em xeque, na sua precariedade de aprendizagem, Rabardel (1995) explica que o instrumento não pode ser reduzido apenas a um símbolo e sim o resultado de uma técnica aplicada para a transformação da matéria, onde nesse processo está presente em toda uma cadeia

de conhecimentos motores, resultante assim de um desenvolvimento progressivo entendido por Salazar (2011) como as interações que devem se desenvolver em um ambiente formado pelo conjunto de condições que o graduando deve levar em consideração para realizar sua atividade.

Em relação a avaliação dos graduandos na atividade, observamos que os mesmos utilizaram aproximações das respostas na I Avaliação de Cálculo Diferencial do semestre das Engenharias em estudo dessa pesquisa, por se tratar de uma avaliação objetiva de múltipla escolha.

Atividade 6

Considerando que o principal objetivo do mercado capitalista sempre foi produzir lucro para seus proprietários e acionistas, o objetivo dessa atividade foi que os graduandos utilizassem a calculadora para calcular a regra de três para encontrar o resultado de quanto o comerciante pagaria por dia de juros no valor da aquisição de um carro, sabendo hipoteticamente que o carro custa x reais e que em cinco anos o carro custa o dobro ($2x$), então o seu juro é de 100%.

Nesta atividade os graduandos precisaram utilizar a regra de três composta, que é o processo destinado a resolver problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, numa situação-problema do cotidiano de uma compra de um carro em quatro situações de pagamento conforme consta no comando da questão (Quadro 10):

Quadro 10: Situação-problema com juros compostos

Atividade 6 - Em uma determinada cidade um comerciante saiu para comprar um carro. Chegando à loja a vendedora lhe mostrou quatro situações de compra:

- 1ª) quanto ele pagaria de juros por ano;
- 2ª) quanto pagaria de juros por mês;
- 3ª) quanto ele pagaria de juros por semana; e
- 4ª) e quanto ele pagaria de juros por dia.

Fonte: Extraída da aula de Tópicos Especiais de Matemática I, Maio de 2014.

Analisamos o estudo de juros, sabendo que o dinheiro constitui um dos recursos mais escassos e caros do mundo, e daí surgem às práticas com funções,

aonde a proporcionalidade ganha força com duas vertentes: aritmética e geométrica. [...] Assim, geometricamente falando a regra de três é cristalizada, aonde que sistematizar é cristalizar uma construção de um resultado, aonde podemos afirmar que o algoritmo é um produto de uma ação (GUERRA, 2014).

Buscamos fontes no passado como Descartes e Fermat, que associaram as equações com a geometria, ou seja, regra e compasso.

Na busca de fazer reforma no cálculo, nos desligamos da geometria porque a tangente a uma curva toca em apenas um ponto, mais existem curvas aonde a tangente toca em mais de um ponto, que matematicamente falando não temos mais sentidos em falar do cálculo na geometria e sim no próprio número que é a aritmética.

A própria função nos permite criar um modelo, algo que expressa um fenômeno. Uma tabela é só uma tabela e uma expressão é só uma expressão, então permitimos fazer, no que tange a previsibilidade dos fenômenos aonde ser ocidental é pensar nas práticas, ou seja, função é criação do sujeito que o qual o cálculo se cria pela necessidade do homem (GUERRA, 2014).

Isso leva ao entendimento que computadores e calculadoras não são substitutos para o pensamento matemático. Eles são apenas substitutos para alguns tipos de trabalho matemático, numéricos ou simbólicos. Há e sempre haverá problemas matemáticos que não podem ser resolvidos por uma calculadora ou computador, independentemente do seu tamanho e velocidade. Uma calculadora ou computador estende a capacidade humana para lidar com números e símbolos, mas ainda há margem considerável e necessidade de “pensar antes de fazer”.

Segundo Guerra¹⁰ (2014), Juros simples e compostos nasceram de uma prática comercial, da necessidade do homem em obter lucro nos seus negócios, como também da necessidade de registro dos atos e fatos dos empreendimentos, criando e registrando através de números para gerar a prática do comércio de compra e venda.

¹⁰ Renato Borges Guerra – Prof. Dr. da Universidade Federal do Pará. Instituto de Educação Matemática e Científica aonde ministrou a disciplina Tópicos Especiais de Matemática I, no período de 04/2014 a 06/2014.

Para explicar uma prática comercial simples falamos do rendimento de uma poupança, por exemplo, 6% ao ano e 0,5% ao mês ($\frac{6}{12}$ %). A quantidade de R\$, chamamos de X_0 , logo temos um modelo:

$$X_1 = X_0 + j \cdot X_0 \quad (j = \text{juro, que é o aluguel do R\$})$$

A palavra simples significa fixo ao tempo. Ao capital (porcentagem: taxa unitária), então:

$$\frac{x}{100} = 1\%$$

Assim, chegamos a modelização: $J = q \cdot \frac{x}{100}$

Mas, escrevemos assim: $J = x \cdot \frac{q}{100}$

Na situação problema desta atividade, os graduandos já possuíam um conhecimento prévio, que serviu de base para o andamento da atividade, pois generalizando através da Regressão do Valor Inicial, descrita no exemplo do rendimento de uma poupança acima, temos a 1ª) situação, que é: quanto o comerciante pagará de juros ao ano? temos que:

$$X_5 = \left(1 + \frac{1}{5}\right)^5 \cdot X_0$$

Utilizando a calculadora científica para registrar os cálculos chegamos no resultado $X_5 = 2,48832 \cdot X_0$ que, por conseguinte desmembramos a parte inteira na unidade 1, temos que:

$$(1 + 1,48832) \cdot X_0$$

Assim, multiplicando por 100, os graduandos chegaram o valor dos juros ao ano que é de 148,832%. A Figura 29 mostram os registros dos grupos na calculadora científica em sequência de seus esquemas de ação instrumentada:

Figura 29: Esquema de Ação Instrumentada do cálculo de juros compostos sobre a compra de um automóvel em um ano no visor da CC



Fonte: O autor

Nesta atividade, houve divergência entre os participantes dos subgrupos: uns concluíram com êxito a questão, enquanto outros tiveram dificuldade na operação, chegando a outro resultado. Chamou-nos a atenção o fato da calculadora não apontar comando de erro.

A Figura 30 nos mostra uma ação instrumentada por um subgrupo do grupo D-103, que nos mostra uma sequência no início da atividade do cálculo de juros compostos sobre a compra de um automóvel em um ano, embora a CC mostrar o resultado, não condiz com o procedimento adequado para se chegar ao resultado correto da atividade, e esse elemento de estudo surge para nós analisarmos o comando de erro que a CC *fx-82MS* nos trás.

Figura 30: Esquema de Ação Instrumentada do cálculo de juros compostos sobre a compra de um automóvel em um ano no visor da CC



Fonte: O autor

A operacionalização da sequência registrada pelos graduandos do subgrupo em estudo mostra um resultado divergente do correto que é $X_5 = 2,48832$. A próxima sequência da resolução do cálculo de juros compostos sobre a compra de um automóvel em um mês detalharemos o comando de erros.

A Figura 30 nos mostra uma situação que foi elemento de análise dessa pesquisa, para Rabardel (1995b), o artefato embora na sua essência parcial utilizados pelos graduandos como instrumento, tinham suas ações limitadas pelos

seus Esquemas de Utilização, pois só perceberam quando a calculadora mostrou uma mensagem de erro.

Tanto o Grupo B-306 quanto o Grupo D-103 tiveram seus registros na calculadora com acertos e com erros, embora não aparecesse no visor da calculadora os comandos de erro. Fato marcante por que não apareceu a mensagem de erro, é por que a calculadora desenvolveu o cálculo possível de ser realizado, coisa que não aconteceu para a segunda situação da atividade proposta.

Essa atividade foi a que mais demorou a ser concluída pelos grupos, sendo necessárias quatro aulas para a conclusão da mesma.

A segunda situação é quanto o comerciante pagará de juros ao mês? Primeiramente os graduandos fizeram uma relação, dos seus próprios conhecimentos prévios de conversão de grandezas, pois mostraram em seus registros que um ano possui doze meses e que cinco anos possui sessenta meses.

Desde já, registraram a função em seus cadernos a fim de que não errassem nenhum valor na hora de substituir os valores correspondentes, como mostraremos agora:

$$X_{60} = \left(1 + \frac{1}{60}\right)^{60} \cdot X_0$$

Da mesma maneira feita anteriormente, manipularam a calculadora para registrarem a sequência correta e chegarem ao resultado correto, temos:

$$X_{60} = 2,69597 \cdot X_0$$

Após acertarem a primeira situação, os graduandos não tiveram dificuldades ao chegarem no resultado:

$$(1 + 1,69597) \cdot X_0$$

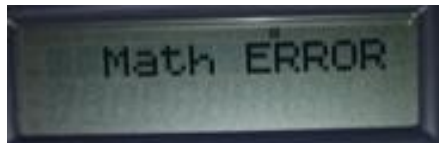
Daqui em frente todos os procedimentos da primeira situação, ficaram repetitivos da praticidade registradas pelos sujeitos da pesquisa, finalizando os juros cobrados pelo carro ao mês foi de 169,597%. Entendemos a esse fato um ser bem instrumentado, embora a percepção de seus esquemas em etapas da atividade

ganhassem ações bem coerentes nos seus procedimentos de registros, ou seja, a assimilação como é comprovada na Teoria de Rabardel.

Nesta atividade tivemos surpresas em alguns comandos na calculadora científica efetuados pelos graduandos dos grupos mencionados, mostraram comandos de erros, tais como: Syntax ERROR e o Math ERROR (Figura 31 e 32), e verificaram com os outros grupos, que não obedeceram à sequência desejada na manipulação das teclas na hora de registrar a expressão em questão. Essa mensagem se configurou ao sujeito por o mesmo não observar o ponto de flutuação dos algarismos da sua calculadora, fato detectado e assimilado pelo sujeito instrumentado.

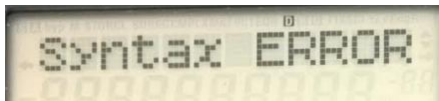
As mensagens de erros que aparecem significam: Math ERROR (Erro de Matemática e Syntax ERROR (Erro de Sintaxe), como podemos observar nos visores das calculadoras científicas das Figuras abaixo:

Figura 31: Erro de Matemática



Fonte: O autor

Figura 32: Erro de Sintaxe



Fonte: O autor

No quadro 11 mostramos essas mensagens de erro e detalharemos suas causas e a suas ações.

Quadro 11– Mensagens de erros

Syntax ERROR	Math ERROR	Stack ERROR
Causa: há um problema com o formato do cálculo de quem está operando.	Causas: 1) o resultado intermediário ou final do cálculo efetuado excede o intervalo de cálculo permitido. 2) sua inserção excede o intervalo de inserção permitido. 3) o cálculo que está sendo efetuado contém uma operação matemática ilegal, por exemplo: “uma divisão por zero”	Causa: o cálculo que voce está efetuando excedeu a capacidade da pilha numérica ou da pilha de comandos.
Ação: efetuar as correções necessárias.	Ações: 1) verificar os valores inseridos e reduzir o número de dígitos. 2) quando estiver sendo utilizada a memória independente ou uma variável como argumento de uma função, assegure-se de que a memória ou valor da variável esteja no intervalo permitido para a função.	Ações: 1) simplificar a expressão de cálculo. 2) tente dividir o cálculo em duas ou mais partes.

Fonte: Adaptado do guia do usuário (*Casio fx-82MS*)

Existem quatro comandos de erros na CC *fx-82MS*, mas trataremos no trabalho apenas dois, pois foram o que apareceram em algumas atividades propostas no desenvolvimento da pesquisa.

Guin e Trouche (1999) pontuam que o processo de instrumentação pode esconder deficiências no conhecimento matemático e também revelar essas deficiências. Isso pode ser confirmado tanto no resultado incorreto quanto na mensagem de erro, demonstrando o grau de dificuldade que a maioria dos graduandos apresenta nos cálculos matemáticos com a calculadora científica (CC).

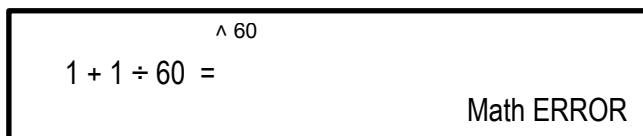
No entanto, os graduandos não desistiram de tentarem chegar ao resultado esperado utilizando os recursos da CC (Figura 33), aplicando os comandos devidos. Quando os mesmos não colocam os parênteses como mostra a figura 34 abaixo, a calculadora entende que a potência tem que ser calculada pela sua hierarquia, mas não consegue por causa da sua capacidade limitada de algarismos em seu visor.

Figura 33: Ação Instrumentada da sequência correta no visor da CC



Fonte: O autor

Figura 34: Ação Instrumentada da sequência não correta no visor da CC



^ 60

$$1 + 1 \div 60 =$$

Math ERROR

Fonte: O autor

Com relação à primeira situação da atividade que é o cálculo de juros por ano, a CC ao finalizar o cálculo da sequência digitada por alguns subgrupos $1 + 1 \div 5 ^ 5$, nos mostra como resultado 1, 00032 (p. 78), que para a CC a operação está legal, e é exatamente outro elemento de análise dessa pesquisa. Até que ponto podemos acreditar no cálculo das CC? Foi aí que analisamos o comando de erro, e trabalhamos sempre com a utilização dos parênteses, as hierarquias das operações e nessa atividade o ponto de flutuação da capacidade de dígitos da CC.

Aqui os sujeitos já estavam com suas ações instrumentadas, mas não dominavam alguns conceitos de programação, que era normal em fases anteriores do Ensino Superior, mas em interação com uma disciplina de *Elementos de Computação* da IES aonde foi realizada o campo empírico do trabalho, no qual foi possível observar o interesse pelos graduandos em Ações Coletivas Instrumentadas em desenvolverem um programa de criação de uma calculadora, como foi mostrado na atividade 3 desse trabalho (p. 61-66).

Dando seguimento da atividade observamos que na terceira situação os graduandos registraram quase de forma automática o resultado dos juros por semana na compra do carro. Fizeram a relação de conversão de unidade, e obtiveram que: um ano possui cinquenta e quatro semanas e que cinco anos possuem duzentas e setenta semanas.

Como resposta na mesma sequência de registros, chegaram à expressão modeladora:

$$X_{270} = \left(1 + \frac{1}{270}\right)^{270} \cdot X_0$$

Utilizando a calculadora científica na mesma sequência das anteriores, nos mostraram:

$$X_{270} = 2,71327 \cdot X_0$$

Por conseguinte, responderam de forma satisfatória e com convicção: “*Está diminuindo os juros*”. Os demais não responderam (não quiseram falar) mostraram os seus registros depois de desdobrarem a parte inteira na unidade 1:

$$(1 + 1,71327) \cdot X_0$$

Daqui em diante, não mostraremos mais registros dos graduandos como já foram colocados através das Figuras 29 e 33, logo multiplicando por 100, para mostrar a porcentagem dos juros por semana do carro do comerciante, chegando a resposta de 171, 327%.

Por fim, a quarta e última situação: quanto pagará de juros o comerciante na compra de um carro por dia?

Para isso, fizeram como de praxis a conversão de unidade, no qual um ano possui trezentos e sessenta dias, pois é considerável sendo o ano comercial. Em seguida, cinco anos possui mil e oitocentos dias. Substituindo os valores corretos no modelo generalizado desde a primeira situação temos que:

$$X_{1800} = \left(1 + \frac{1}{1800}\right)^{1800} \cdot X_0$$

Utilizando a calculadora científica para registrar os cálculos chegamos ao resultado $X_{1800} = 2,71753 \cdot X_0$ que, por conseguinte desmembraram a parte inteira na unidade 1, temos que:

$$(1 + 1,71753) \cdot X_0$$

Assim, multiplicando por cem, os graduandos chegaram ao resultado dos juros ao dia que é de 171, 753%. Não mostraremos mais registros na CC, mas a Tabela TMT que os graduandos dos grupos prepararam com os cálculos de juros (Tabela 2):

Tabela 2: TMT

X	$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$
5	2,48832
60	2,69597
270	2,71327
1800	2,71753
.....

Fonte: O autor

Alguns graduandos não perceberam de imediato que além da atividade construída com a tabela TMT, se tratava de um limite fundamental que diz:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

Na regra de três composta pode ser mais difícil de compreender, mas não é tão difícil assim. O processo para resolver é o mesmo da regra de três simples, quebrando o problema em várias partes e analisando separadamente em relação à incógnita, isto é, o valor que queremos achar e verificar se é diretamente ou inversamente proporcional.

Para essa tentativa organizada visando concluir uma atividade Rabardel (1995a) chama de Esquema de Utilização. O Esquema de Utilização possui um poder de assimilação, permitindo assim uma repetição da ação para que haja uma adaptação para diferentes objetos e situações. A intervenção para a aplicabilidade desses Esquemas de Utilização se deu a partir de ações de transformação.

Ao analisarmos essa atividade pautada no elemento de estudo da pesquisa, os comandos de erros que a CC nos mostra, aparecem para o usuário terem condições em continuar com as suas ações instrumentadas, sendo favorável ao artefato como **Instrumento Final** caracterizado na relação do Sujeito- Instrumento- Objeto.

Essa atividade nos mostra o artefato como instrumento final, que entendemos o terceiro nível no processo de instrumentação, e indícios do sujeito no

processo de instrumentalização, por ações mobilizadas direta ou indiretamente pelo artefato mediado pelo instrumento em níveis inicial, intermediário e final.

Atividade 7

Esta é a sétima e última atividade, e apresenta um problema com tangente e velocidade. Aqui, descrevemos a atividade realizada pelos subgrupos dos grupos B-306 e D-103, após o estudo dirigido pelo pesquisador nas próprias turmas referente à disciplina Cálculo Diferencial e também a oficina sobre o uso de algumas funções da calculadora científica que serviria de base nas atividades aplicadas em sala de aula pelos graduandos do curso.

Em Física, dizemos que o movimento circular é um dos mais importantes, considerando que a maioria das máquinas que utilizamos no nosso cotidiano se baseia nesse movimento, como por exemplo, aquelas que realizam movimentos circulares. Logo, a velocidade tangencial é a velocidade instantânea do ponto considerado. Se conhecermos o raio R do círculo descrito pelo ponto A de um objeto (de uma caneta, por exemplo), que descreve um movimento circular, podemos calcular o valor e a direção da velocidade tangencial desse ponto, em qualquer instante.

A atividade foi desenvolvida em três etapas (a), (b) e (c), como é mostrado no Quadro 12.

Quadro 12: Situação-problema com tangente e velocidade sobre a curva $y = \sqrt{x}$

O ponto $P(4, 2)$ está sobre a curva $y = \sqrt{x}$.

(a) Se Q é o ponto (x, x) , use sua calculadora científica para determinar a inclinação da reta secante PQ (com precisão de seis casas decimais), para os seguintes valores de x :

- | | |
|-----------|------------|
| (i) 5 | (vi) 3 |
| (ii) 4,5 | (vii) 3,5 |
| (iii) 4,1 | (viii) 3,9 |
| (iv) 4,01 | (ix) 3,99 |
| (v) 4,001 | (x) 3,999 |

(b) Usando os resultados da parte (a), estime o valor da inclinação da reta tangente à curva no ponto $P(4, 2)$.

(c) Use a inclinação obtida na parte (b) para achar uma equação da reta tangente à curva em $P(4, 2)$.

A etapa (a), dirigida aos graduandos, precisavam utilizar a calculadora para encontrar os dez itens atribuindo os valores mencionados na atividade em relação a curva $y = \sqrt{x}$, como é mostrada no Quadro 13.

Quadro 13: Valores em relação à curva $y = \sqrt{x}$ do item (a) da atividade 7

Itens	(i) 0,236068	(ii) 0,242641	(iii) 0,248457	(iv) 0,249844	(v) 0,249984
	(vi) 0,267949	(vii) 0,258343	(viii) 0,251582	(iv) 0,250156	(x) 0,250016

Fonte: O autor

Percebemos que, ao se deparar com números “quebrados”, ou seja, números decimais, e analisando a etapa (a), os graduandos chegaram com a precisão de até seis casas decimais. Fato marcante que não precisaram usar definições de critérios de arredondamentos, pois fizeram a conversão na própria calculadora científica para chegarem com os resultados corretos e precisos.

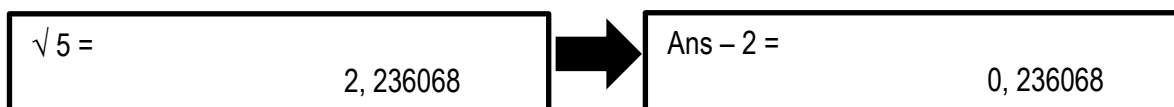
Em virtude da pesquisa os subgrupos que observamos surgiram por serem pertinentes suas respostas com os outros subgrupos e com respostas repetidas, por isso, cremos que não afetará o desenvolvimento desse trabalho.

Daí uma compreensão dos assuntos ministrados em sala de aula na disciplina Cálculo Diferencial, assim, os graduandos relacionaram a atividade desenvolvida em sala de aula com os assuntos ministrado da mesma disciplina pelo pesquisador.

A finalização da atividade se deu com os três itens da atividade 7 (a, b e c), mais só o item (a) serviu para análise da pesquisa.

No Quadro 13, já trouxemos todos os resultados dos dez itens da primeira parte da atividade 7, e a Figura 35, nos mostra o primeiro item sendo desenvolvido pelos graduandos dos grupos B-306 e D-103.

Figura 35: Ação Instrumentada pelos graduandos do item (a) da atividade 7 na CC



Fonte: O autor

Utilizamos a CC e a tecla da raiz quadrada, que sabendo o primeiro valor de x , registramos primeiramente a tecla da raiz quadrada, para depois inserir o valor de $x = 5$, daí o resultado $\sqrt{5} = 2,236067977$, e subtraindo de 2, obtém-se com precisão de seis casas decimais o valor $0,236068$.

Então como os graduandos chegaram a esse resultado preciso, que conhecemos como valores arredondados? Primeiramente, observou se a calculadora científica em uso não possuía esse recurso, e para nossa surpresa tinha.

O procedimento para fixar com precisão seis casas decimais, foi explícito na fala dos graduandos dos subgrupos do grupo D-103:

Graduando D: *[...] temos que configurar a CC de modo a fixar as casas decimais para chegar no valor arredondado.*

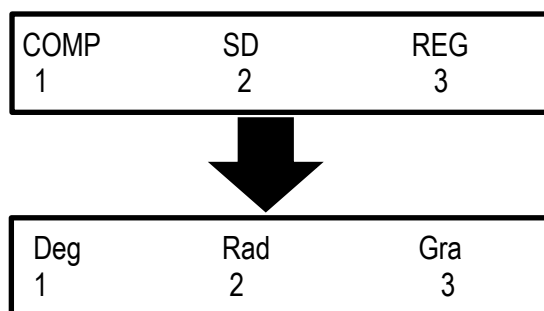
Graduando E: *[...] e como se faz isso?*

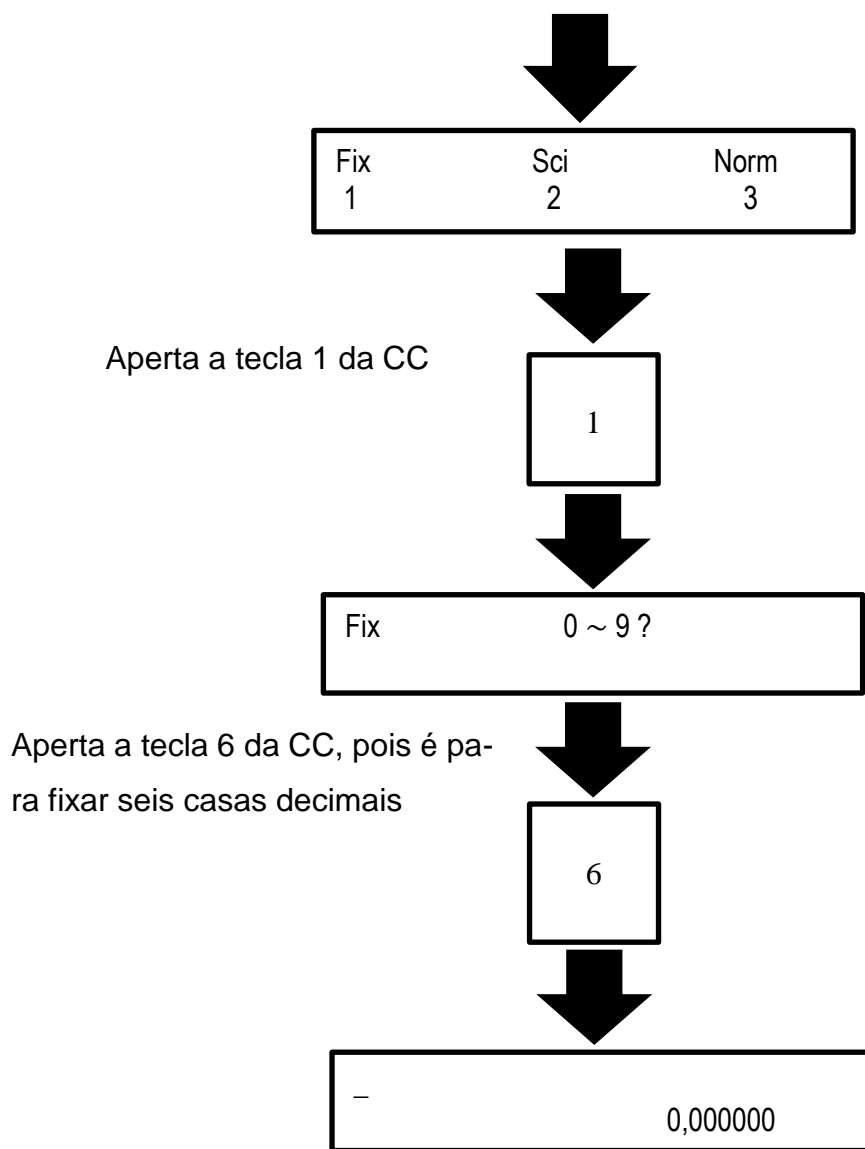
Graduando D: *[...] basta apertar a tecla MODE três vezes... aí vai aparecer no visor da CC Fix 1... então escolhemos a tecla 1 da CC... aí aparecerá o comando 0~9 (zero til 9)... que é a fixação das casas decimais... e em seguida escolhemos 6 teclando na CC.... pronto! aparecerá no visor da calculadora 0,000000... agora é só terminar a atividade. (rsrsrs...)*

O procedimento não é repetido, pois a calculadora científica já está configurada para realizar os cálculos das raízes quadradas dos outros valores de x . Além do mais, observando as ações dos graduandos o Esquema de Uso foi utilizado por todos os sujeitos dessa ação, o que nos leva ao processo de instrumentação.

A Figura 36 nos mostra exatamente a descrição do passo a passo da configuração da CC para fixar as seis casas decimais, observem:

Figura 36: Configuração da CC para fixar casas decimais





Fonte: O autor

Aqui, sustentamos que os graduandos ao realizarem essa manipulação do artefato como instrumento intermediador, caracteriza uma instrumentação por meio do Sujeito-Instrumento, exatamente que Rabardel (1995b) nos mostra que através de Esquemas de Utilização, ação entre o Sujeito e o Instrumento se integram no processo de instrumentação e mobilizando conhecimentos matemáticos de critérios de arredondamento dos números decimais.

Existem os SCA (Sistemas de Computação Algébrica), que possuem comandos para calcular limites. A fim de evitar falhas, pois os SCA não encontram os limites por experimentação numérica, em vez disso, usam técnicas mais sofisticadas, como o cálculo de séries infinitas.

Mesmo assim, as calculadoras científicas algumas vezes não conseguem registrar alguns cálculos, ou pela culpa por parte de quem está utilizando, ou pela sua própria limitação e para que não aconteça isso, existem métodos infalíveis no cálculo de limites quando estudamos seus teoremas, suas propriedades e sua continuidade e descontinuidade de funções algébricas e transcendentais, mas ainda não entraremos no mérito dessa questão nessa pesquisa.

Além disso, um dos segredos do sucesso do Cálculo Diferencial na superação das dificuldades relacionadas com a subtração é a manipulação simbólica. Por exemplo, $(a + b) - a$ é sempre b , embora o valor calculado possa ser diferente. Tente entender isso com $a = 10^7$ e $b = \sqrt{2} \times 10^{-5}$.

Outra ferramenta poderosa é o uso de desigualdades; um bom exemplo é o Teorema do Confronto (onde se estabelece a existência do limite de uma função real, contanto que no domínio de interesse essa função se encontre limitada (inferior e superiormente) por duas funções, ambas convergentes para o mesmo limite).

Outro método para evitar dificuldades computacionais é fornecido pelo Teorema do Valor Médio e suas consequências, como a Regra de L'Hôpital (que ajuda a resolver muitos exercícios mencionados nas aulas de Cálculo Diferencial e outros) e a Desigualdade de Taylor, que também não entraremos ainda em detalhes nessa pesquisa.

Boeda (1999 citando Rabardel, 1995), pontua que a instrumentação refere-se ao objeto técnico em ação, onde as restrições envolvem três aspectos:

- a) relação do instrumento com a matéria-prima a ser transformada, onde o conhecimento técnico é essencial para se chegar ao objetivo esperado;
- b) relação da mão do homem com o instrumento, em que pode haver nesse processo um objeto intermediário, não causando consequências significativas na etapa de transformação da matéria-prima;
- c) a relação entre homem, matéria-prima a ser transformada e instrumento dentro de uma espacialidade, pois dependendo do ambiente isso irá resultar em gestos distintos ou limitados.

Nessa ótica, chegamos à conclusão que em todas as atividades os graduandos desenvolveram ações de instrumentação específicos e eficientes para

solucionarem algumas atividades propostas nessa pesquisa, através da conexão entre as aplicações das noções de Cálculo Diferencial com a calculadora científica, tornando-se a aplicação material a principal ferramenta do processo de resolução juntamente com o papel e lápis, enquanto a aplicação tecnológica com a calculadora foi utilizada na transição de artefato a instrumento.

Assim, foram descritas as atividades desenvolvidas em sala de aula na disciplina de noções de Cálculo Diferencial nas turmas de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica, utilizando a calculadora científica na transição de artefato a instrumento apoiando-se na Teoria de Rabardel. Esse fato, nos mostra nas atividades desenvolvidas com o nível de complexidade crescente, pois a nossa intenção nesse trabalho foi desenvolver a prática em virtude aos sujeitos de pesquisa, estabelecendo de fato a construção do fazer matemática associado ao uso da CC como instrumento para os graduandos nas atividades da disciplina de noções de Cálculo Diferencial.

Classificamos o artefato como instrumento em três momentos nas análises das sete atividades aqui mencionadas, que foram divididas em: Instrumento inicial, Instrumento Intermediário e Instrumento Final, pois observamos as ações dos graduandos durante a manipulação da calculadora científica.

Seus Esquemas de Utilização, dependendo da dimensão da Gênese Instrumental, de acordo com Rabardel (1995a), podem ser: Esquemas de Uso (instrumentação) e/ou Esquemas de Ação Instrumental (instrumentalização).

Assim, concordamos com Rabardel (1995b) e Salazar (2011) quando afirmam que uma atividade analisada com o modelo **SAI** (Situação de Atividade Instrumentada) permite diferenciar melhor a sequência de ações realizadas pelos graduandos e as propriedades que eles utilizam, quando resolve uma atividade, neste caso, atividades propostas na disciplina de Cálculo Diferencial nos cursos de Engenharia.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização da calculadora científica nas aulas de noções de Cálculo Diferencial, especificamente a *Casio* modelo *fx-82MS*, no processo de estudo de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, motivaram a realização deste estudo, pois existem pesquisas que mostram a relevância do uso da calculadora no ensino, como meio facilitador da aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Com base nos resultados apresentados percebemos que os graduandos do primeiro semestre de Engenharia, embora tenham apresentado algumas dificuldades na utilização da calculadora, conseguiram organizar seus Esquemas de Utilização e aplicá-los ao instrumento.

Observamos que no início das atividades os graduandos estavam muito inseguros, e como medida de segurança procuravam sempre organizar seus esquemas primeiro no caderno para depois aplicar à calculadora, buscando a intermediação do pesquisador.

Dessa forma, os graduandos construíram um conjunto de esquemas: *esquemas para resolver expressões numéricas* (Atividade 1), *esquemas para solucionar equação exponencial* (Atividade 2), *esquemas para o cálculo de logaritmo* (Atividade 3), *esquemas para encontrar a função modeladora do limite* (Atividade 4), *esquemas para cálculo de juros compostos* (Atividades 5 e 6) e *esquemas para tangente e velocidade a uma curva parabólica* (Atividade 7). Essa dinâmica é considerada por Trouche (2004) como dispositivos que o professor utiliza para conduzir a construção de esquemas e assim facilitar o seu controle. No entanto, a Gênese Instrumental não é um processo comum e por isso, requer tempo e empenho tanto dos graduandos como dos professores para que todos os esquemas assumam o seu papel.

Em nossa pesquisa, tivemos como o objetivo investigar o uso da calculadora científica na transição de artefato a instrumento no processo de estudo de noções de Cálculo Diferencial a partir da proposição de atividades aos graduandos do primeiro semestre dos cursos de Engenharia.

Diante desses resultados, faz-se necessário alterar a ótica dessas análises e avaliar também em outra direção: currículo x prática docente. Estreitar as relações

entre as disciplinas do ciclo básico e profissionalizante como forma de motivar a apreensão dos conhecimentos, que muitas vezes podem parecer supérfluos e sem aplicações para seu desenvolvimento no curso e na carreira profissional.

Assim, indica-se para novas pesquisas a busca de abordagens de ensino que favoreçam a aprendizagem do conceito de derivada e integral aos graduandos dos cursos de Engenharia em todas as suas modalidades, e de vez abrir espaços à utilizarem a calculadora nas três esferas de ensino, buscando consolidar a Gênese Instrumental caracterizada e defendida nesse trabalho a luz da Teoria de Rabardel.

Como vimos, nas atividades, a calculadora está inserida no processo de estudo dos graduandos como artefato e instrumento. Em algumas situações-problemas, como resolver uma expressão numérica, resolver uma equação exponencial, cálculos de juros, entre outros, vimos e dissertamos ações sociais e preexistentes pelos nossos sujeitos da pesquisa.

Essas ações, mostradas nesse trabalho à luz da Teoria Rabardeliana, nos colocam de fato as mudanças cabíveis e inerentes em nossos caminhos traçados na Educação Matemática.

À medida que os graduandos realizavam as atividades iniciou-se um processo de apropriação da calculadora como instrumento uma vez que esquemas de uso foram sendo construídos, ou seja, o artefato foi se integrando à estrutura cognitiva dos sujeitos. A utilização das teclas de logaritmos e de potências exemplifica essa autoconstrução. Essa autoconstrução dirigida é indício do processo de instrumentação uma vez que acionaram o processo de apropriação do instrumento mudando a visão que se tinha do artefato (calculadora) e enriquecendo assim as possibilidades de uso como instrumento nos três níveis caracterizados na pesquisa, e não consolidando esses níveis como produto final de estudo desse trabalho e nem da Abordagem Instrumental de Rabardel.

Dois saberes estão diretamente envolvidos nesse processo, o saber instrumental, que possibilitou planejar Esquemas de Uso para as teclas da calculadora científica e o saber matemático, conceito de potências especificamente, resultante da interação com a atividade envolvendo CC. À medida que outras atividades eram realizadas, os graduandos puderam atribuir outros usos à calculadora uma vez que a mesma não estava sendo utilizada segundo a visão

inicial, como um dispositivo no processo de estudo, mas sim, provocou nos graduandos modificações na relação com o artefato e com as suas funções e potencialidades, ocasionando indícios de uma ação de instrumentalização que acreditamos sem dúvida de um tempo maior para consolidar a Gênese Instrumental por completa, que não é nada fácil.

Podemos considerar algumas limitações por parte dos graduandos nessa pesquisa. A primeira é de cunho temporal, pela Gênese Instrumental por ser complexa por mobilizar vários tipos de saberes, por exemplo, o saber preexistente. A segunda limitação se dá em cumprir o currículo da IES, no nosso caso a da rede privada. A terceira limitação está relacionada a se estender as atividades voltadas à derivada e integral em ampliar a potencialidade da calculadora científica ou até evoluir para outra.

Quando pensamos nessa evolução, pensamos na ação do sujeito em relação ao artefato, na mudança de uma função, exemplificando: a calculadora científica é programável existem limitações, no caso o seu ponto de flutuação da capacidade de dígitos em uma determinada operação matemática (por exemplo: 60^{60}), essa operação não é completada pela CC em uso em nosso trabalho.

Esse exemplo é típico de um ERROR que podem surgir de várias fontes e merece cuidado especial, as principais fontes de erros são as seguintes:

Erros nos dados de entrada; erros no estabelecimento do modelo matemático; erros de arredondamento durante a computação; erros de truncamento e erros humanos e de máquinas.

Em nossa pesquisa na atividade 6, aparece a mensagem de ERROR no visor da CC, e isso acontece por utilizarem o sistema da aritmética de ponto flutuante em representar os números (SPERANDIO, p. 6, 2003).

É nesse sentido que corroboramos com Rabardel (1995b), através da Gênese Instrumental os seus dois processos em relação à tríade Sujeito-Instrumento-Objeto, o acontecimento do processo de instrumentalização ao nosso vê pode existir na própria linguagem de computação, ou de programação para sermos mais precisos e em relação ao artefato (calculadora científica).

O que temos em mente é conciliar esse processo em bases sólidas nessa atividade programável, assim teríamos o sujeito alterando ou programando funções

para continuar uma limitação do artefato como no exemplo supracitado. Ressaltamos a relevância dos graduandos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica e professores conhecerem fundamentos básicos ou avançados de programação, para que os mesmos possam implementarem os algoritmos apresentados em linguagem de programação consolidando de forma mais efetiva sua aprendizagem.

Para analisar essa transição de artefato a entidade mista instrumento (Esquema de Utilização e artefato), foi utilizado o modelo **SAI** – Situação (ões) de Atividade (s) Instrumentada (is), proposto por Rabardel (1995b) e Verillon (1995), aonde descrevem relações entre sujeito e objeto mediado pelo instrumento, evidenciando inúmeras interações que intervêm nas atividades instrumentadas.

Com esse modelo detalhamos três transições do artefato a instrumento, que caracterizamos: *instrumento inicial*, *instrumento intermediário* e *instrumento final*. Observamos que as ações dos graduandos, por meio dos Esquemas de Utilização, podem ser de uso ou de ação instrumental além de poder ser esquemas preestabelecidos ou novos esquemas.

Concordamos com Rabardel (1995), que ao assinalar que os instrumentos dão maneiras ao sujeito de novas possibilidades de organizar a sua própria ação. Como a Teoria não deixa clara essa transição do artefato a instrumento, então não podemos ter certeza do momento exato, em que parte do artefato, calculadora científica *Casio fx-82MS* ou os conteúdos matemáticos mobilizados transformaram-se em instrumentos para os graduandos, como o instrumento é uma entidade mista o processo dessa transformação acontece de maneira distinta para cada graduando, formada pelo próprio artefato e pelos Esquemas de Utilização realizados pelos sujeitos dessa ação.

Primamos ao escolher o artefato (calculadora científica *Casio fx-82MS*), mas não comprometeu a pesquisa com relação aos seus esquemas similares de utilização pelos graduandos e as inúmeras marcas e modelos, mas no compromisso focado orientado e desenvolvido pelo pesquisador nas realizações das atividades.

Apontamos que nas primeiras atividades (oficina) com a calculadora científica, embora não fosse o foco do trabalho, foram essenciais para que os graduandos explorassem e manipulassem o artefato, permitindo observar os

primeiros contatos com o instrumento e o início do processo da Gênese Instrumental (instrumentação) dos mesmos.

A exemplo atividade 6, situação-problema sobre juros compostos, a maioria dos graduandos puderam (re) descobrir a importância de usar os parênteses em editar a sequência correta e manipularem as teclas e funções já como instrumento no processo de sua gênese.

Ancorados nos resultados dessa pesquisa, e acreditando em uma perspectiva no cenário da Educação Matemática, percebemos que as ações demonstradas pelos graduandos tanto a calculadora como artefato quanto a mesma como instrumento, possibilitou em nós aprimorarmos uma questão a ser defendida em pesquisas futuras no tocante dessa dissertação, na perspectiva da linguagem de programação à nosso processo de estudo, aonde, em se tratando da **SAI**¹¹, elementos surgem dessa pesquisa à essa direção.

Visando responder as questões como: quais défices de conteúdos matemáticos os graduandos poderão encontrar em utilizarem a calculadora científica *Casio fx-82MS* em resolverem atividades na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral? Visando a Gênese Instrumental, quais as alternativas em buscar a instrumentalização dos sujeitos em atividades na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral usando a calculadora científica *Casio fx-82MS* ou outra calculadora superior?

As atividades trabalhadas nos cursos de Engenharia Civil, Elétrica e Mecânica pelos graduandos na disciplina de noções de Cálculo Diferencial, além de estabelecer a relação entre o artefato e os conhecimentos matemáticos dos mesmos, facilitaram o desenvolvimento de estratégias na hora da avaliação da disciplina, como por exemplo: o tempo perdido em enfadonhos cálculos.

Na utilização com a calculadora científica nas aulas de Cálculo Diferencial, acreditamos que as trocas de informações entre graduando/professor e graduando/graduando são necessárias e relevantes para adequação do instrumento, no sentido de Rabardel (1995a), favorecendo a Gênese Instrumental.

¹¹ SAI - Situação de Atividade Instrumentada (SAI), em que Rabardel (1995) descreve as relações entre o sujeito, a ferramenta (artefato) e os Esquemas de Utilização.

Além disso, pensamos que atividades voltadas ao Cálculo Diferencial e Integral merece uma pesquisa mais detalhada daquela que conseguimos realizar nesse trabalho, embora não contemplamos o processo de instrumentalização, pois as atividades realizadas com os sujeitos foram mobilizadas a transição do artefato a instrumento no processo de instrumentação.

Igualmente, pensamos na ação do sujeito em mobilizar os conhecimentos computacionais, na construção de um artefato em relação a sua limitação como usuário em uma atividade não rotineira, buscando outras investigações baseadas na Abordagem Instrumental de Rabardel e alcançando por completo o processo de Gênese Instrumental em nossa pesquisa ou outrem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Ana Cristina; OLIVEIRA, Hélia. O processo de gênese instrumental e a calculadora gráfica na aprendizagem de funções no 11.º ano. **Quadrante**, 2009, 19(1,2), 87-118.

ANDRADE, M. M. **Como preparar trabalhos para cursos de pós-graduação: noções práticas**. 5 ed. São Paulo, Atlas, 2002.

ANTON, Howard. **Cálculo**. v.1. Porto Alegre, Claus Ivo Doering, 2014.

ARTIGUE, Michèle. La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. y Gómez, P. (editor). **Ingeniería didáctica en educación matemática**, p. 97-140. Bogotá: Una Empresa Docente. Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

ÁVILA, Geraldo. **Cálculo I**. Rio de Janeiro: LCT/ EDU, 1978.

BALDIN, Y. Y; BALDIN, N. Calculadoras Gráficas como Auxiliar Didático no Ensino de Matemática para as Engenharias. In: XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, **Anais Eletrônicos**, pp. 112-118, Porto Alegre, 2001.

BALDINO, R. R. Cálculo Infinitesimal: passado ou futuro? Blumenau-SC: **Temas e Debates**, v. 6, p. 5-21, 1995.

BÉGUIN, P; RABARDEL, P. Concevoir pour les activités instrumentées. **Revue d'intelligence artificielle**, 2000,14(1-2), 35–54.

BITTAR, Marilena. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**. Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 157-171, 2011.

BOULOS, Paulo. Cálculo Diferencial e Integral. V1. São Paulo, Makron Books, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental 1. Brasília: SEF/MEC, 1997.

_____. **Diretrizes Curriculares para os Cursos de Graduação em Engenharia**. Secretaria de Ensino Superior, 2001.

_____. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

_____. **Orientações curriculares para o ensino médio** - Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Org). **Didática da Matemática - Reflexões pedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

CAVALCANTI, Gutemberg. Vídeos de Matemática: artefato ou instrumento, qual seu lugar? **XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011.

CONSCIÊNCIA, Maria Madalena Correia. **A calculadora gráfica na aprendizagem das funções no ensino secundário**. Tese elaborada para a obtenção do grau de doutor em Educação (Didática da Matemática). Universidade de Lisboa, 2013.

CORREIA, Maria Madalena. **A calculadora gráfica na aprendizagem das funções no ensino secundário**. Tese elaborada para a obtenção do grau de doutor em Educação (Didática da Matemática). Universidade de Lisboa, 2013.

COSTA, Luisa Silva; GODOY, Luiz Felipe Simões de. **O cálculo diferencial e integral e suas aplicações no ensino da engenharia: uma análise de currículo**. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2011/sessoestec/art2000.pdf>. Acessado em: 29 de janeiro de 2016.

DECHECHI, E. C.; DETONI, M. M.; SOBRINHO, J. C. **Dificuldades conceituais em matemática básica de ingressantes no curso de Engenharia de Produção Agroindustrial**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, XXXIII, Campina Grande, 2005.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingos. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FALZON, P. **Ergonomia**. São Paulo, Edgard Blucher, 2007.

FARIA, Wellington Cássio; GODOY, Luiz Felipe Simões de. O cálculo diferencial e integrais e suas implicações no ensino de Engenharia: Uma análise do currículo. **Anais do Congresso de Iniciação Científica do Inatel**, 2012.

FERNANDES, José Augusto Nunes. **Ecologia do Saber: o ensino de limite em um curso de engenharia**. Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. UFPA, 2015.

FERREIRA, Mário César. **Conflito de Interação Instrumental e Falência Cognitiva no Trabalho Bancário Informatizado**. Belo Horizonte, Vol 7, Nº 2, p. 203-219 Nov/1997.

FOGARÇA, Jennifer Rocha Vargas. **Conceito de pH e pOH**. Disponível em: <<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/quimica/conceito-ph-poh.htm>>. Acessado em: 30 de setembro de 2015.

GOMES, M. G. **Obstáculos na aprendizagem matemática: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais**. Tese de Doutorado - UFSC, 2006

GROVES, S. **The effect of calculator use on third and fourth graders' computation and choice of calculating device.** In: PME 18, vol.3. Lisboa / Portugal, 1994.

GUERRA, Renato Borges; Maria José de Freitas MENDES; SILVA, Jeane do Socorro Costa da. **Fundamentos de matemática para o ensino fundamental.** – Belém: EdUFPA, 2008.

GUIN, D; TROUCHE, L. The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, 1999.

GUIN, A. **Análise do desempenho de alunos do ensino fundamental em jogos matemáticos: reflexões sobre o uso da calculadora nas aulas de matemática.** Mestrado profissional em ensino de Matemática. São Paulo, 2009.

HEID, M. K; BLUME, G. W. Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: **Research Syntheses (Vol. 1, pp. 55-108).** New York: NCTM & Information Age Publishing, Inc, 2008.

HILA, Claudia Valéria Doná. Teoria da instrumentação e a formação inicial de professores de português. **Uniletras.** Ponta Grossa, v. 32, n. 1, p. 61-76, jan./jun. 2010.

HOFFMANN, Laurence D. **Cálculo: um curso moderno e suas aplicações.** v.1. Rio de Janeiro, LTC, 2015.

KAMII, C. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.** São Paulo, Papirus, 1986.

KAMII, C.; DEVRIES, R. **A teoria de Piaget e a educação pré-escolar:** Lisboa, Soicultur, 1970.

KIKUCHI, Luzia; TREVIZAN, Wanessa Aparecida. **Obstáculos Epistemológicos na Aprendizagem de Grandezas e Medidas na Escola Básica.** XIV EBRAPEM – Campo Grande, MS – 2010.

LOUREIRO, C.; SILVA, A.; VELOSO, M.G. **Calculadoras na Educação Matemática – Atividades.** Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1989.

MEDINA, Carlos Roberto Pérez. Enfoques teóricos en investigación para la integración de la tecnología digital en la educación matemática. **Perspectiva Educacional. Formación de Profesores Junio 2014**, vol. 53 (2), p. 129-150.

MOGADO, L. M. A. **O ensino da aritmética: perspectiva construtivista.** Coimbra: Livraria Almedina, 1993.

MORAN, José M.; ALMEIDA, Maria E. B. **Integração das Tecnologias na Educação. Salto para o futuro.** Secretaria de Educação à Distância. Brasília: MEC,

SEED, 2005.

PEIXOTO, Joana; ARAÚJO, Cláudia Helena dos Santos. A função mediadora de instrumentos na prática pedagógica online. **Educativa**, Goiânia, v. 18, n. 1, jan./jun. 2015.

PIAGET, J; INHELDER, B. **O desenvolvimento das quantidades físicas na criança**. 2 ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1995.

PIAGET, J; SZEMINSKA, A. **La genèse du nombre chez l'enfant**. 4. Ed. Neuchatel: Delachaux et Niestlé, 1967.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies**. Approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995.

_____. **Los hombres y las tecnologías**. Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos (Trad. M. Acosta). Colombia: Ediciones Universidad Industrial de Santander, 2011 (Trabajo original publicado en 1995).

_____. **Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques**. In: BAILLEUL, M. (Ed.). Actes de la Xème Ecole d'Été en Didactiques des Mathématiques. Houlgate: IUFM de Caen, 1999. p. 202-213.

_____. **Le langage comme instrument? Éléments pour une théorie instrumentale étendue**. In: CLOT, Yves (Sous la direction de). Avec Vygotski. Paris: La Dispute/SNÉDIT, 1999. p. 265-289.

_____. **O método instrumental em psicologia**. In: VIGOTSKI, L. S. Teoria e método em psicologia. 3 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004. p. 93-101.

RABARDEL, P; VERILLON, P. **Relations aux objets et développement cognitif**, in: Actes des septièmes journées internationales sur l'éducation scientifique, Chamonix, 1995.

RABARDEL, P.; WAERN, Y. From artefact to instrument. **Interacting with Computers, Linköping**, Suécia, v. 15, n. 5, p. 641-645, 2003.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores. Desenvolvimento de esquemas de utilização na interação com Geometria Dinâmica. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Setembro de 2011, Número 27, páginas 169- 178 ISSN: 1815-0640.

SOARES DE MELLO, M.H.C. Soares de; SOARES DE MELLO, J.C.C.B; FERNANDES, A.J.S. **Mudanças no ensino de Cálculo I: Histórico e Perspectivas**, Anais do XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE), Porto Alegre – RS, 2001.

SPERANDIO, D. **Cálculo numérico**: características matemáticas e computacionais

dos métodos numéricos / Décio Sperandio, João Teixeira Mendes, Luiz Monken e Silva, São Paulo, Pearson Prentice Hall, 2003.

STEWART, James. **Cálculo**. v.1. São Paulo, Cengage Learning, 2015.

SUTHERLAND, P. **O desenvolvimento cognitivo actual**. Lisboa: Instituto Piaget, 2009

TROUCHE, L. **From artifact to instrument: mathematics teaching mediate by symbolic calculators**. *Interacting with Computers*, n. 15, 2003.

_____. Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, 2004, 9 (3), 281-307.

WIRTHNER, M. Les outils de l'enseignant au service de la construction de l'objet. **Actes du 9^o colloque de l'AIRDF**, Québec, 26 au 28 août, 2004.