UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

WERVENTON DOS SANTOS MIRANDA

ESTUDANDO O OBSTÁCULO DIDÁTICO SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

BELÉM

2016

WERVENTON DOS SANTOS MIRANDA

ESTUDANDO O OBSTÁCULO DIDÁTICO SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Tese apresentada para o exame de defesa como parte das exigências necessárias à obtenção do grau de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA).
Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Renato Borges Guerra
Co-orientador: Prof. Dr. José Messildo Vianna Nunes

BELÉM

2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) –

Biblioteca do IEMCI, UFPA

Miranda, Werventon dos Santos. 1971–

Estudando o obstáculo didático sob a ótica da teoria antropológica do didático / Werventon dos Santos Miranda, orientador Prof. Dr. Renato Borges Guerra – 2016.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2016.

WERVENTON DOS SANTOS MIRANDA

ESTUDANDO O OBSTÁCULO DIDÁTICO SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Tese apresentada para o exame de defesa como parte das exigências necessárias à obtenção do grau de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Data de aprovação: 27 de junho de 2016

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Renato Borges Guerra
IEMCI/UFPA – Orientador

Prof. Dr. José Messildo Vianna Nunes
IEMCI/UFPA – Co-orientador

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
PUC/SP – Membro Externo

Prof. Dr. Elielson Ribeiro de Sales
IEMCI /UFPA – Membro Interno

Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves
IEMCI /UFPA – Membro Interno
Suplente

Prof. Dr. José Luiz Magalhães Freitas
UFMS – Membro Externo

Prof. Dr. Roberto Carlos Dantas
Rego Barros/SEDUC – Membro Externo
Suplente

AGRADECIMENTOS

A Deus, por todas as pessoas postas no meu caminho e que, direta ou indiretamente, conscientes ou não, auxiliaram dar cada passo nesta grande jornada. Chegar até aqui para colocar em apreciação da banca uma pesquisa como proposta de tese é uma vitória e de acordo com o dito popular “diga-me com quem andas e te direi quem és”, posso declarar-me vitorioso porque andei entre campeões.

Andar entre os campeões é ter a responsabilidade de esforçar-se para um dia também ser vencedor, nesta caminhada os exemplos foram muitos; como o de solidariedade da Família Teixeira que abriu espaço em sua casa e na vida para abrigar por mais de quatro anos um estudante na condição de membro da família; como a disponibilidade de colegas, professores e funcionários na integração diária e superação de momentâneas dificuldades; como a “cobrança” de cada professor sobre “como está a tua tese?”, que na verdade era uma manifestação do carinho e confiança em nossa capacidade, era um incentivo que no dia-a-dia me ajudava a transpor barreiras e seguir firme na construção do texto; os meus familiares, campeões da adversidade, que sempre foram os preparadores deste participante para a maratona da vida.

Preciso fazer um destaque para um fato que será um exemplo para toda minha vida, diante de limitações momentâneas da capacidade de visão por problemas de saúde, passando por cirurgias e períodos de recomendados repouso para recuperação, o professor Hermes jamais deixou de buscar formas para dar a assistência na orientação, quando o lógico seria o afastamento desta atividade; isto foi para mim, andar sob a guarda de um grande campeão, sendo de longa data, meu orientador e parceiro.

Faço menção aos professores: Messildo que desde o início colaborou muito como co-orientador e Renato que também acompanhou toda trajetória dessa pesquisa e assumiu a orientação diante das circunstâncias que obstaculizaram o professor Hermes de continuar a frente deste acompanhamento.

RESUMO

As estatísticas educacionais evidenciam dificuldades no aprendizado de Matemática. Assim, apesar de tais dificuldades estarem presentes ao longo de todo o Ensino Fundamental, contata-se que os índices de reprovação nas turmas iniciais do segundo segmento em relação às turmas finais do primeiro segmento são expressivamente maiores. Essa tendência sugere que se estabelecem lacunas na passagem dos alunos do primeiro para o segundo segmento. Com esse foco, temos como objetivo identificar elementos que compõem as epistemologias institucionais utilizadas no ensino de Matemática das turmas do primeiro e das turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental em relação ao ensino de fração. Para alcançar esse objetivo, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa de caráter bibliográfico. O resultado da pesquisa realizada mostra que a atual estrutura do Ensino Fundamental brasileiro é fruto de acordos e pressões internacionais para haver a ampliação da escolaridade obrigatória. Tais fatos levaram o país a unir o antigo ensino primário com o ensino ginasial que era a primeira fase do ensino médio com a eliminação do “exame de admissão” e formando o que hoje é o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Essa nova estrutura é supostamente contínua, mas que se revela como “dois blocos distintos e justapostos” porque adquirem características que os distinguem e permitem que sejam vistos como duas instituições em termos de: (1) estrutura organizacional, (2) forma didática em que os conteúdos disciplinares são ensinados e (3) exigência mínima na formação dos profissionais habilitados a exercer a função docente em cada um desses blocos denominados de segmentos. Conforme a pesquisa, ficou evidenciada a existência de diferença na abordagem de ensino de fração entre os segmentos, denominada de Epistemologia Institucional, que se torna um obstáculo didático no aprendizado de fração entre os alunos que iniciam o segundo segmento do ensino fundamental. Consequentemente, é chamado de **Obstáculo Didático Institucional**.

Palavras-chave: Fração. Currículo. Ensino Fundamental. Formação Docente. Obstáculo Didático Institucional.

ABSTRACT

Statistics on education reveal difficulties in learning Mathematics. Thus, although such difficulties are present throughout Elementary School, it is important to note that expressively higher failure rates are observed among beginners of the second segment relative to concluding students of the first segment. This trend suggests that gaps are established as students are promoted from the first to the second segment. With this focus, we aim to identify elements that make-up the institutional epistemologies used in the teaching of Mathematics to students of the first and second segments of elementary education in relation to the teaching of fraction. In-order to achieve this goal, a qualitative literature review was undertaken. The results show that the current structure of Fundamental Education in Brazilian is the result of international agreements and pressures to expand compulsory schooling. These facts led the country to unite the old primary education with the junior high school, which was the first phase of high school with the elimination of the "admission exam", and thus, forming the current nine (9) year Elementary Educational structure. This new structure is supposedly continuous, but is actually seen as "two distinct and juxtaposed blocks" because they acquire characteristics that distinguish them and allow them to be seen as two institutions in terms: (1) the organizational structure, (2) the manner in which the content of each disciplinary is taught and (3) the minimum requirements of professionals qualified to teaching in each of these blocks that are also known as segments. Based on the research, each segment adopts a different approach to teach fractions. Such differential in Institutional Epistemology is seen as a didactic obstacle in the learning of fraction among students that initiate the second segment of elementary school. Hence, it is referred to as an **Institutional Didactic Obstacle**.

Keywords: Fraction. Curriculum. Elementary School. Teacher Training. Institutional Didactic Obstacle.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

As atuais discussões, oriundas de uma das correntes que compõem a Educação Matemática, têm colocado o erro manifestado pelos alunos nos processos de ensino e de aprendizagem da disciplina de Matemática como um indicador da existência de Obstáculos Didáticos que podem ser definidos "como um conhecimento que dificulta ou impede a aprendizagem de outros conhecimentos", conforme assevera Brousseau (1997). A esse respeito, desenvolvi uma pesquisa em nível de mestrado (MIRANDA, 2007), a qual trouxe por um lado, uma abordagem teórica que evidenciou a existência de Obstáculos Didáticos em dois níveis: a) no nível individual e b) no nível coletivo; e por outro lado demonstrei a efetiva ocorrência de erros sistemáticos e similares apresentados por determinados números de alunos, que caracteriza o que denominei de *Obstáculo Didático Coletivo.*

Na referida pesquisa, os Obstáculos Didáticos foram concebidos: no nível individual – como "a repetição sistemática de um erro pelo mesmo aprendiz em diferentes ocasiões" e no nível coletivo – caracterizado como "a manifestação de um mesmo erro por considerável número de estudantes"; quanto à demonstração da existência dos Obstáculos Didáticos Coletivos, os erros comuns que atingissem uma porcentagem igual ou superior a 20% do total de alunos da turma, dentro do universo de alunos considerados (a quantidade de alunos em uma turma, por exemplo).

Os resultados obtidos na pesquisa e a observação do dia-a-dia da escola têm apontado para a necessidade de se olhar com outra perspectiva, na qual entendo o erro como componente formativo no processo educativo, os fenômenos que ocorrem nas salas de aula durante os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, cuja finalidade é ter uma nova leitura dos indicadores que refletem os níveis de desempenho dos estudantes ao longo do percurso educacional e assim buscar novos entendimentos deste complexo processo.

Assumindo a noção de Obstáculo Didático imbricada à Teoria Antropológica do Didático (TAD), busco construir uma ferramenta de análise que permita explicar as crescentes dificuldades que os estudantes apresentam ao longo do Ensino Fundamental, com base nas estatísticas educacionais referentes aos índices de aprovação, reprovação, evasão escolar, nível de proficiência da língua materna e Matemática entre tantos outros motivos que se pode elencar.

O estudo aqui proposto deter-se-á na transição dos alunos, do que no cotidiano educativo se convencionou chamar de primeiro segmento e segundo segmento do Ensino Fundamental, por se verificar, pelos dados estatísticos sobre o desempenho dos alunos ao longo de sua escolaridade, uma espécie de conflito, pois os índices de reprovação dos estudantes que iniciam o segundo segmento é maior que os índices dos que terminam o primeiro segmento, como poderá ser constatado no primeiro capítulo desta tese.

A título de informação, é necessário destacar que no Brasil, o Ensino Fundamental é, teoricamente, uma estrutura contínua; porém na prática, a estrutura fica subdividida em dois blocos denominados de segmentos, onde o primeiro segmento é formado pelas classes de alunos que cursam de 1ª a 4ª série (atuais 1º ao 5º ano)[1] e o segundo segmento pelas classes de alunos que cursam de 5ª a 8ª série (atuais 6º ao 9º ano); constituindo assim, dois blocos distintos e que justapostos formam uma estrutura supostamente contínua – o ensino fundamental, sendo que esta questão de blocos será oportunamente discutida no desenvolvimento da pesquisa.

A transição do estudante do primeiro segmento para o segundo segmento do Ensino Fundamental brasileiro, mais precisamente das turmas[2] do 5º ano (turmas finais do primeiro segmento) para as turmas de 6º ano (turmas iniciais do segundo segmento), reúne um conjunto de mudanças estruturais do ensino e coincide com o período também de transição no desenvolvimento biológico dos educandos.

Para ilustrar a afirmativa do parágrafo anterior, posso citar que, institucionalmente, os alunos deixam as turmas finais do primeiro segmento que têm na maioria das vezes um ou dois docentes para todas as disciplinas (incluindo a Educação Física que requer uma formação específica para se atuar desde as turmas iniciais) e distribuem o tempo das mesmas de acordo com a complexidade do tema abordado e passam para as turmas iniciais do segundo segmento com um professor por disciplina (sendo raras as exceções), em um contexto novo em relação ao dia de aula (dia letivo), onde o “dia de aula” é dividido em tempo de aula, que é distribuído em minutos por disciplina. Na vertente do desenvolvimento biológico, em diferentes graus, o jovem estudante inicia a remodelação do corpo pela puberdade e do ponto de vista psicológico,

---

[1] O Ensino Fundamental (EF) no Brasil foi ampliado de 8 (oito) para 9 (nove) anos de escolaridade em 2006 e essa ampliação tem que ser progressiva e obrigatória a partir de 2010; algumas redes de ensino iniciaram o processo em 2007, outras só em 2010.

[2] A palavra “turma” será usada para não ser necessário utilizar em todo texto a expressão “série/ano”.

em termos piagetianos, nesse período o discente encontra-se em formação da estrutura do pensamento que abarca o estágio do período operatório formal.

Outras questões do ponto de vista sociocultural ou emocional podem ser levantadas, mas dos fenômenos já reconhecidos que influenciam os processos de ensino e aprendizagem, os diretamente ligados à transição dos alunos de um para outro segmento têm evidenciado impactos significativos no desenvolvimento dos educandos no que diz respeito aos conhecimentos matemáticos, como apontam os índices, tanto de aprovação e reprovação quanto de proficiência em matemática, no fim do primeiro segmento e início do segundo segmento do Ensino Fundamental, que na presente pesquisa serão enfocados.

Assim, pela proposta de pesquisa aqui apresentada, este olhar para os fenômenos que ocorrem nas salas de aula durante os processos de ensino e de aprendizagem de matemática, tem como ferramenta de análise a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard articulada à noção de Obstáculos e do Fenômeno de Destransposição enunciados por Brousseau e Nadime e Brousseau respectivamente, em composição com autores da teoria do currículo e de estudiosos do tema fração. Concentrarei nas possíveis implicações da transição do primeiro segmento para o segundo segmento do Ensino Fundamental em função dos próprios processos de ensino e de aprendizagem de matemática, o que impõe a consideração da epistemologia dos objetos matemáticos de ensino com a interface da epistemologia utilizada pelos professores no processo de ensino; ou em outras palavras, considerar além da epistemologia do objeto, a Epistemologia Institucional.

Pelo exposto até o momento surgem questionamentos do tipo: durante o processo de escolarização, que lacunas, e/ou rupturas, podem estar se estabelecendo na passagem dos alunos do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental em relação ao ensino de Matemática? Essas possíveis lacunas, e/ou rupturas, podem ser caracterizadas e classificadas em termos de Obstáculos Epistemológicos ou Didáticos? Ou ainda não poderíamos classificá-los de forma mais específica, como sendo obstáculo didático de ordem epistemológica?

Na presente pesquisa proponho-me a investigar alguns dos elementos que compõem o que denominarei de **Epistemologia Didática Institucional**, utilizada pelos docentes nas turmas do primeiro e do segundo segmento do Ensino Fundamental, especialmente entre as turmas finais do primeiro segmento e as turmas iniciais do segundo segmento que caracteriza a transição do alunado dentro da estrutura deste nível de ensino.

A noção de **Epistemologia Didática Institucional** é construída nos capítulos que se seguem, nos quais apresento um estudo sobre currículo, formação de professores e estrutura de ensino a fim de verificar se há diferenciações desta epistemologia usada pelos docentes nos dois segmentos do Ensino Fundamental, além de construir argumentos que possibilitem postular se tais componentes se constituem obstáculos didáticos para os alunos nesta transição de segmentos. Para evidenciar isso, é necessário ter atenção na abordagem e nas implicações do Fenômeno de Destransposição que se faz de um objeto matemático em diferentes turmas de ensino e por isso, esta pesquisa tem como foco o ensino de frações.

O desenvolvimento da pesquisa é de caráter bibliográfico, concentrado em atividades de obtenção de dados em fontes documentais como: livros teóricos, livros didáticos, grade curricular, teses e outras fontes bibliográficas. Para expor a produção da referida pesquisa, este texto está estruturado em 5 capítulos com os seguintes títulos e finalidades:

O Capítulo I, denominado de “Explicitando a tarefa”, tem por finalidade apresentar as inquietações, as reflexões motivadoras e os questionamentos que contextualizam a problemática que configura esta investigação; elencar os objetivos estabelecidos para a realização desta pesquisa e mostrar os principais autores que subsidiam teoricamente a pesquisa. Também neste capítulo é explicitada a tese proposta para essa pesquisa e será desenvolvida nos demais capítulos com a apresentação de dados teóricos, informações e análises que permitem comprovar as hipóteses iniciais.

No Capítulo II, que tem por título: “A tecnologia da pesquisa”, constituindo-se em estudo da arte e arcabouço teórico sobre os tópicos relevantes como: a) Teoria Antropológica do Didático, b) Obstáculos, c) Destransposição, d) Currículo e, e) Frações, que foram elencados como contexto temático desta pesquisa e servindo de sustentação da investigação sobre a tese proposta.

No Capítulo III é feita uma abordagem sobre a fração como objeto de ensino e aprendizagem na matemática e os estudos mais recentes que este objeto matemático tem suscitado, visto que as frações são elementos com os quais nos deparamos diariamente e nos mais diversos contextos de atividade, muitas vezes a utilizamos ou dela fazemos menção sem, contudo, percebermos.

A estrutura da pesquisa continua com o Capítulo IV, tendo por título: “Descrevendo a técnica & executando a tarefa”, no qual se explicita a construção do processo das atividades realizadas e as etapas propostas que foram considerados necessários para se alcançar os objetivos previamente definidos para a busca da resposta ao questionamento que orienta a pesquisa; além de serem apresentados os resultados da pesquisa propriamente dita, com a exposição dos dados nela considerados e as análises feitas a partir das informações obtidas. As análises constituem as respostas que podem ser dadas no processo de execução da “tarefa” proposta para essa pesquisa cujo intuito final foi o de mostrar a existência dos Obstáculos Didáticos Institucionais. Neste aspecto, são tópicos de análise: 1) A legislação educacional na qual busco identificar os elementos que ao longo do tempo podem revelar a epistemologia da estrutura do Ensino Fundamental hoje existente; 2) A formação docente também registrada na legislação que normatiza a educação e pode conter algum indício que favoreça a comprovação da tese proposta e; por fim, 3) a análise de livros didáticos de Matemática que contemplam as questões do currículo e o objeto matemático ‘fração’ inserido no cotidiano escolar.

As Considerações Finais da pesquisa, item não indicado com a terminologia de “capítulo”, tem por finalidade expor as possíveis leituras que os dados e análises realizadas permitem esboçar para além do indicativo imediato; além de apontar as complementariedades de novas pesquisas para aprofundamento do estudo aqui apresentado; trazendo também uma projeção **para além da pesquisa** que consiste em pontuar as pesquisas que podem contribuir para elucidar questionamentos anteriores a esta ou as que se estabelecem a partir dela.

CAPÍTULO I – EXPLICITANDO A TAREFA

Este capítulo contém a apresentação das inquietações, das reflexões motivadoras e da problematização dos questionamentos que, contextualizados pela teoria de embasamento desta investigação, se constituem na “tarefa” que subjaz a tese desta pesquisa. Aqui também são apresentados os principais autores nos quais busco a fundamentação teórica para discussão temática e alcance dos objetivos pretendidos.

1.1 Problematização

O nível de aprendizagem dos estudantes brasileiros de todo o ensino básico[3], é generalizadamente insatisfatório em todas as disciplinas, pois levando em consideração os resultados do desempenho dos alunos que utilizam instrumentos avaliativos de caráter nacionais como: o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB[4]), Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB[5]) e Provinha Brasil[6], e internacionais como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA)[7] para aferir o **nível** de

---

[3] A estrutura educacional brasileira é dividida em: 1) Educação básica que é o conjunto formado pela educação infantil (destinada a alunos de 0 a 5 anos de idade), 2) Ensino fundamental (destinado a alunos de 6 a 14 anos de idade) e, 3) Ensino médio (destinado a alunos de 15 a 17 anos de idade).

[4] Criado em 1988, o SAEB é uma ação do Governo Brasileiro, desenvolvido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), sendo um dos mais amplos esforços empreendidos em nosso país no sentido de coletar dados sobre alunos, professores, diretores de escolas públicas e privadas em todo o Brasil. Disponível em: <http://www.inep.gov.br>. Acesso em: 26 nov. 2012.

[5] O Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) foi criado em 2007 para medir a qualidade de cada escola e de cada rede de ensino. O indicador é calculado com base no desempenho do estudante em avaliações do INEP e em taxas de aprovação. Assim, para que o IDEB de uma escola ou rede cresça é preciso que o aluno aprenda, não repita o ano e frequente a sala de aula. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id= 180&Itemid=336> Acesso em: 15 abr. 2013.

[6] A Provinha Brasil é uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos matriculados no segundo ano do ensino fundamental. A intenção é oferecer aos professores e gestores escolares um instrumento que permita acompanhar, avaliar e melhorar a qualidade da alfabetização e do letramento inicial oferecidos às crianças. A partir das informações obtidas pela avaliação, os professores têm condições de verificar as habilidades e as deficiências dos estudantes e interferir positivamente no processo de alfabetização, para que todas as crianças saibam ler e escrever até os oito anos de idade, uma das metas do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option= com_content&view=article&id=180&Itemid=336> Acesso em: 15 abr. 2013.

[7] Segundo o site do UOL, “o PISA é um programa internacional de avaliação comparada. A finalidade do exame é produzir indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais, avaliando o desempenho de alunos na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países”. As avaliações acontecem a cada três anos, com ênfases distintas em três áreas: Leitura, Matemática e Ciências. Em cada edição, o foco recai principalmente sobre uma dessas áreas. No ano de 2003, a área principal foi a Matemática. Disponível em: <http://educacao.uol.com.br/ ultnot/2007/12/04/ult105u6074.jhtm>. Acesso em: 03 abr. 2011.

proficiência em Ciências, Matemática e Língua Materna dos nossos estudantes em comparação com a de outros países, evidenciam que as metas referentes ao aprendizado em geral estão aquém do mínimo desejado.

As estatísticas referentes exclusivamente ao Ensino Fundamental, cujos dados são coletados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), também apontam para uma diminuição dos índices de aprendizagem satisfatória à medida que os educandos vão sendo promovidos para os anos posteriores; em particular no que diz respeito aos conhecimentos de Matemática, como se pode observar pelos dados fornecidos pelo INEP, por meio da divulgação dos resultados do SAEB, IDEB e Provinha Brasil.

Soma-se a essa gama de informações os resultados disponibilizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) sobre a taxa de reprovação no Ensino Fundamental entre 2007 e 2010. É possível perceber que em todos os aspectos, os índices de reprovação são mais acentuados no segundo segmento do que no primeiro como pode ser constatado observando as informações contidas na Tabela 1 mostrada mais adiante.

Diante dos dados oficiais e outros estudos sobre o desempenho dos alunos no Brasil, torna-se necessário identificar as possíveis causas dos baixos índices de aprendizagem satisfatória em matemática ao longo do Ensino Básico, e particularmente, do Ensino Fundamental. Neste sentido, a literatura sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática nos permite voltar a atenção para as variáveis que influenciam o processo de aprendizagem dos alunos e quais destas podem ser classificados como Obstáculo Didático.

Olhando para o conjunto de informações disponíveis acerca do rendimento escolar dos alunos do Ensino Fundamental brasileiro, divulgados pelo INEP, podemos verificar que, embora não atinja o ideal, o desempenho dos alunos durante o primeiro segmento do Ensino Fundamental mostra uma evolução regular de aprendizagem matemática e no segundo segmento, as dificuldades de aprendizagem da disciplina, muitas vezes se tornam mais evidentes do que a ampliação ou aquisição de novos conhecimentos matemáticos.

As estatísticas educacionais mostram as dificuldades no aprendizado de Matemática. Apesar de se fazerem presentes ao longo de todo o Ensino Fundamental, os índices de reprovação nas turmas iniciais do segundo segmento em relação às turmas finais do primeiro segmento são expressivos e sugerem que durante os processos de ensino e de aprendizagem, lacunas, em relação ao ensino de Matemática, estão se estabelecendo nessa passagem dos alunos do primeiro para o segundo segmento.

As possíveis lacunas mencionadas no parágrafo anterior podem ter íntima relação com as diferenças na estrutura de funcionamento e dinâmica do processo de ensino dos dois segmentos e que de alguma forma, estão se refletindo no desempenho dos alunos nesta transição entre as turmas finais do primeiro segmento e as turmas iniciais do segundo segmento do Ensino Fundamental. Assim, analisando os resultados disponibilizados pelo INEP sobre a taxa de reprovação nesta fase do ensino, entre 2007 e 2014, é possível perceber que em todos os aspectos, os índices de reprovação são mais acentuados no segundo segmento do que no primeiro como mostra a Tabela 1.

Tabela 1: Taxa de reprovação do Ensino Fundamental

Período	Fundamental	Primeiro segmento	Segundo segmento	Turmas finais do primeiro segmento	Turmas iniciais do segundo segmento
2007	12,1	11,0	13,5	9,9	16,5
2008	11,8	10,1	13,9	9,3	16,9
2009	11,1	9,2	13,4	8,7	16,5
2010	10,3	8,3	12,6	8,2	15,2
2011	9,6	7,2	12,4	7,8	15,2
2012	9,1	6,9	11,8	7,5	14,6
2013	8,5	6,1	11,3	7,3	14,0
2014	8,6	6,2	11,7	7,0	14,6

Fonte: INEP (2015)

Comparando especificamente os percentuais de reprovação das turmas finais do primeiro segmento com os das turmas iniciais do segundo segmento, nota-se o aumento significativo nos índices relativos às turmas do último segmento; embora os números sejam informações sobre a reprovação no contexto geral e por isso insuficientes para atribuir ao ensino da disciplina matemática sua elevação, não se pode negar que o processo de ensino desta disciplina tenha sua parcela de “contribuição” na composição dos índices apresentados.

As pesquisas estatísticas oficiais se referem às turmas finais de cada segmento da educação básica, a saber: turmas finais do primeiro e segundo segmento do Ensino Fundamental e turmas finais do Ensino Médio. Isso faz com que não se disponha, em âmbito nacional, de informações agrupadas por turmas do início ao fim do Ensino Fundamental em relação a cada disciplina, de maneira que haja dados que permitam fazer uma comparação entre os níveis de proficiência entre os alunos das turmas de transição do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental.

Neste sentido, a Organização Não Governamental (ONG) “Todos Pela Educação” fez uma pesquisa amostral com os alunos das turmas que estavam no fim do chamado ciclo de alfabetização[8], em 2011, para averiguar o nível de proficiência em matemática e língua portuguesa entre os alunos nesta fase de escolarização. Para a ONG, o nível de proficiência dos alunos em matemática considerado ideal para essa fase escolar é de 275 (duzentos e setenta e cinco) pontos; porém a pesquisa mostrou que no Brasil os alunos que tem esse nível de proficiência eram de 42,8% (quarenta e dois vírgula oito por cento).

A comparação com o resultado do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) deste mesmo ano indica que essa proficiência cai para a média de 209,63 (duzentos e nove vírgula sessenta e três) pontos nas turmas finais do primeiro segmento. Os índices mostram uma contradição, pois é de se esperar que ao longo de sua escolaridade os alunos adquiram maior domínio dos conteúdos disciplinares, mas as avaliações sobre os níveis de conhecimentos matemáticos dos alunos apontam para uma indesejada proporção inversa no que diz respeito à proficiência em matemática entre os alunos do Ensino Fundamental.

O resultado do SAEB 2011 também mostra que a média nacional da proficiência em matemática entre os alunos das turmas finais do segundo segmento do Ensino Fundamental é de 250,64 (duzentos e cinquenta vírgula sessenta e quatro) pontos. Levando em consideração que a escala desta avaliação chega a 475 (quatrocentos e setenta e cinco) pontos, mesmo em se tratando de média, em minha opinião, é um valor bem aquém do ideal para o nível de conhecimento matemático que deveriam ter os estudantes ao terminar o Ensino Fundamental. Faço essa constatação de acordo com o que está expresso na composição da escala de proficiência definida pelo próprio órgão governamental responsável pela avaliação institucional da educação no país e abaixo do esperado pela ONG “Todos pela Educação” para os que findam o ciclo de alfabetização.

---

[8] Para a ONG “Todos pela Educação”, o ciclo de alfabetização é o conjunto dos três primeiros anos do Ensino Fundamental de 9 anos.

Na análise dos índices mostrados na Tabela 1, a respeito da reprovação que ocorre na transição entre o fim do primeiro e início do segundo segmento, não se descarta que outros fatores contribuem para a existência desta reprovação. Logo, a mesma não se restringe aos processos de ensino e de aprendizagem, muito menos se pode atribuir essa ocorrência exclusivamente ao ensino de matemática; por isso outras questões do ponto de vista sociocultural ou emocional podem ser levantadas e que também contribuem para um desempenho insatisfatório dos estudantes no processo de escolarização. No entanto, a proposta de pesquisa que apresento busca discutir esse desempenho em termos de Obstáculo Didático e sua relação com a Epistemologia Institucional utilizada pelos docentes no ensino de matemática.

A escola francesa tem produzido contundentes fundamentos teóricos sobre a existência de obstáculos na produção e ensino dos conhecimentos científicos, respectivamente chamados de epistemológicos e didáticos. A partir do estabelecimento destes conceitos, vários estudos em diversos países e também no Brasil têm confirmado a existência de obstáculos didáticos que dificultam a tarefa de aquisição do conhecimento por parte do aluno, sendo referenciados pelas pesquisas e publicações de autores como Bachelard (1996), Brousseau (1986, 1997), Artigue (1990) e outros. No âmbito nacional, os pesquisadores que produzem sobre o tema, destacam-se, dentre outros, Almouloud (2006, 2007), Bittencourt (1998), Pais (2002, 2010), Freitas (2010).

No Brasil, as pesquisas sobre obstáculos didáticos têm revelado que os mesmos são compostos variantes que influenciam os processos de ensino e de aprendizagem ou são gerados por ele e são chamados de obstáculos: emocionais, linguísticos, e outros. No entanto, nos deixa uma sensação muito genérica do fato, que sendo uma das variáveis diretas do processo educativo precisa ser devidamente entendido e trabalhado por todos que atuam na educação a fim de minimizar (se possível eliminar) seus efeitos no desenvolvimento escolar dos alunos.

No campo da Didática da Matemática destacamos as contribuições e reflexões sobre as dificuldades de ensinar e aprender matemática advinda da TAD, proposta por Yves Chevallard (2006) e construída, nas palavras do autor durante 25 anos. Segundo os fundamentos desta teoria, os processos de ensino e de aprendizagem da matemática têm influência direta da relação que os indivíduos estabelecem com os objetos matemáticos de acordo com a instituição em que está inserido e a posição que ocupa na mesma.

A teoria proposta pelo autor possibilita o entendimento das possíveis variações de tratamento que um mesmo objeto matemático pode ter em função do local (escola, segmento, turma etc.), ou das pessoas que fazem uso deste objeto (professor, aluno, outros profissionais), ou sua posição institucional. Tais conceitos, que são vistos no desenvolvimento do texto, podem servir de ferramenta para estudar o Ensino Fundamental e compreender a existência da divisão desta estrutura em dois segmentos e a relação que guardam entre si para comporem uma estrutura de 9 (nove) anos vista como contínua.

Em conversas informais com colegas na época de estudante e em outras oportunidades como orientador pedagógico, percebo que no interior da escola não é raro, entre os alunos o temor da passagem do primeiro segmento para o segundo segmento do Ensino Fundamental[9] em função de um maior número de professores e supostamente maiores exigências das disciplinas com destaque para língua portuguesa e matemática. Entre os docentes, principalmente os de matemática, o discurso predominante é a "falta de base" dos alunos para conseguirem acompanhar o raciocínio lógico do conteúdo exigido para a turma que inicia o segundo segmento.

Do recorrente discurso docente surge a seguinte reflexão: se o ensino das turmas que compõem o primeiro segmento tem cumprido o mínimo exigido e os alunos são considerados aptos para iniciar a segunda fase do Ensino Fundamental, em que consiste essa "falta de base"? Podemos identificar os elementos que compõem essa diferença entre o conhecimento matemático minimamente exigido para a promoção do aluno que completa o primeiro segmento e o conhecimento matemático considerado necessário para se iniciar o segundo segmento do Ensino Fundamental? Que implicações essa diferença tem posto para o desenvolvimento do aprendizado de matemática?

Para a presente pesquisa apresento como tese que **a existência de diferentes epistemologias institucionais utilizadas pelos docentes para a abordagem matemática do primeiro segmento e do segundo segmento do Ensino Fundamental, se constitui em Obstáculo Didático Institucional para os alunos**.

Considero a possibilidade de existirem diferenças nas epistemologias docentes institucionalmente estabelecidas para os dois segmentos de ensino em questão. A partir

---

[9] Usaremos a expressão "passagem do primeiro segmento para o segundo segmento do Ensino Fundamental" (EF) em virtude do momento de transição de terminologia do EF de 8 para 9 anos que provoca alterações nesta passagem, onde alguns chamam 4ª para 5ª série quando o EF tem 8 anos, e 5º para 6º ano quando o EF tem 9 anos.

dessa ponderação conjecturo que durante o processo de transição entre os dois segmentos do Ensino Fundamental não se estabelece uma conexão entre estas epistemologias de forma a favorecer a aprendizagem dos discentes.

Deste ponto de vista, tomo por hipótese a existência de diferente epistemologia de caráter institucional utilizada de forma específica para cada segmento do Ensino Fundamental, e nesta perspectiva, se delineiam os objetivos a serem atingidos nesta pesquisa, os quais serão descritos a seguir.

1.2 Objetivos

Tendo em vista que o Obstáculo Didático é um fenômeno que se estabelece e se evidencia durante os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, sendo que neste processo, a relação entre professor, aluno e saber matemático são elementos chaves e a epistemologia usada pelo professor é que faz a articulação inicial nesta relação, postulamos que a epistemologia utilizada pelos docentes, ou seja, a **epistemologia institucional** torna-se elemento importante no estudo dos obstáculos didáticos na perspectiva da TAD, uma vez que o relacionamento de cada aluno com cada objeto matemático recebe influência desta epistemologia, embora não seja necessariamente a única.

1.2.1 Objetivo geral

Identificar possíveis características que compõem as epistemologias institucionais utilizadas no ensino de matemática das turmas do primeiro segmento e das turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental que possibilite evidenciar Obstáculos Didáticos Institucionais.

1.2.2 Objetivos específicos

- Identificar os elementos comuns e as diferenças existentes entre a Epistemologia Institucional do primeiro segmento e as turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental enfocando o estudo das frações;
- Verificar indícios de desconexão entre a Epistemologia Institucional apregoados em documentos oficiais e livros didáticos para turmas do primeiro segmento em relação à Epistemologia Institucional de turmas do segundo segmento. Caso se configure, buscaremos evidenciar como tal desconexão contribui para o surgimento de obstáculo didático para o aluno.

Os objetivos expostos visam evidenciar os possíveis contrastes existentes nas epistemologias usadas no ensino de matemática, em relação à fração e se isso provoca ruptura na aparente continuidade da estrutura do Ensino Fundamental brasileiro, que teoricamente, é uma instituição única na qual os processos de ensino e de aprendizagem se desenvolvem ao longo de nove anos. No entanto, a hipótese desta pesquisa sugere que esta estrutura de ensino se constitui de duas instituições em função de terem algumas características diferentes e estas, por se apresentar em forma de rupturas podem dificultar a aprendizagem dos alunos na passagem de um para outro segmento, e, assim estabelecendo o que aqui foi denominado de **Obstáculo Didático Institucional**.

CAPÍTULO II – A TECNOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo é apresentado o apanhado da literatura sobre os tópicos relevantes que compõem a temática desta pesquisa, constituindo-se em estudo bibliográfico e arcabouço teórico de sustentação da investigação sobre a tese proposta.

Essa pesquisa se baseia na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1980)[10] e nas noções de *Destransposição Didática* (ANTIBI; BROUSSEAU, 2000) e *Obstáculos* introduzidas no âmbito educacional por Brousseau (1997), cujo objetivo é buscar o entendimento do descompasso no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática na passagem do aluno das turmas iniciais para as turmas finais do Ensino Fundamental.

2.1 Configuração de epistemologias distintas nos dois segmentos do ensino fundamental: contribuições de Brousseau e Chevallard

A Matemática é uma das mais antigas atividades da produção cultural da humanidade. Sua origem se confunde com as primeiras tentativas de registros dos povos primitivos, em que não se pode precisar se tais registros são de ordem: artísticas, ‘textos comunicativos’ representativos da fala oral ou uma “notação” de caráter matemático. O que podemos dizer é que a Matemática é uma produção social, e nessa mesma linha de pensamento, Chevallard e seus colaboradores propuseram e têm desenvolvido a **Teoria Antropológica do Didático (TAD)**, cujo objetivo é estudar a relação do homem com o saber matemático levando em consideração o ambiente na qual essa relação acontece.

Levando em consideração as contribuições de Brousseau[11], que introduziu as discussões da noção de obstáculo no âmbito da educação matemática, Chevallard (2009) propõe a Teoria da Transposição Didática que busca entender como o Conhecimento Matemático Culturalmente Institucionalizado (Saber Sábio) se transforma em Conhecimento Matemático de Ensino (Saber a Ensinar). Essa transformação é denominada de **Transposição Didática**. Ou seja, de que forma os conhecimentos matemáticos, referendados por uma comunidade, são eleitos pelo conjunto de

[10] Na introdução do texto **Teoria Antropológica de eventos educacionais para o ensino da alteridade cultural e linguística: a visão de um estranho**, Chevallard afirma que “a Teoria Antropológica do Didático (TAD) nasceu por volta de 1980 com a Teoria da Transposição Didática”.
[11] Cf. Brousseau (1986).

instituições que compõe a Noosfera[12] como de fundamental importância e necessários ao conhecimento de todos os indivíduos da sociedade; neste processo, tais saberes passam a ter uma linguagem apropriada para o ensino com a preservação dos elementos que os caracterizam como Saber Científico.

Segundo a TAD, a transposição didática é uma versão diferenciada do **Saber Científico** que possibilita identificá-lo como **Saber a Ensinar**. Contudo, para isso, esta versão precisa guardar um vínculo com o primeiro, ou seja, a transposição não pode descaracterizar totalmente o objeto do conhecimento a ponto de que este não seja associado ao que foi produzido e referendado pela cultura que lhe originou.

Antibi e Brousseau (2000) contribuíram com o entendimento do processo de transposição didática ao postularem sobre a noção de **Destransposição Didática** que, ao contrário do que o prefixo "**DES**" nos sugere, não é uma operação inversa de transposição no sentido de revelar os passos realizados no processo que transformou o saber sábio em saber a ensinar; antes é um processo contínuo de transposição, ou seja, a destransposição é o processo de adaptação de um **saber a ensinar** (uma transposição) que se faz necessário para possibilitar o ensino. Assim, a Destransposição pode ser vista como uma reorganização epistemológica que coloca o saber a ensinar em sintonia com as praxeologias da instituição na qual o saber está sendo ensinado ao mesmo tempo em que resguarda características vinculantes ao **saber sábio**.

Para esclarecer a relação entre os termos **Transposição** e **Destransposição** Flores (2013) afirma que:

> Para poder conceptualizar el término destransposición, evidentemente primero tenemos que conceptualizar el término 'transposición didáctica'; retomando a (Chevallard,1991) partimos de una consideración básica *'el concepto de transposición didáctica remite al paso del saber sabio al saber enseñado, y por lo tanto a la distancia eventual, obligatoria que los separa' (pág. 12)*; es decir, la transposición didáctica se refiere al conjunto de transformaciones que sufre un saber a efectos de ser enseñado (p. 35, grifos do autor).
> …
> La idea de **destransposición** se relaciona con la consideración de que es necesario modificar las ideas que quedaron en la mente del alumno como consecuencia de una enseñanza que trató de simplificar la noción para hacerla más comprensible, pero de igual manera se relaciona con la consideración de que hay que hacer evolucionar

[12] Composta por cientistas, profissionais da educação, políticos, pais de alunos, autores de livros textos, e outros segmentos da sociedade, que interfere no delineamento dos saberes que vão ser utilizados na sala de aula (CHEVALLARD, 1991).

> ciertas nociones matemáticas en atención a su funcionamiento en diferentes campos de saber, es
> decir, un conocimiento que se manifestó adecuado para la resolución de un cierto tipo de problemas puede no ser adecuado al aplicarlo en otro campo de saber, en este caso el error proviene no de la ignorancia sino de la aplicación de un conocimiento (p. 42, grifos do autor).

Em termos gerais, podemos definir a **Destransposição** como uma Transposição feita em um texto resultante de transposição (ou transposições) que se mostra necessária para evitar a consolidação de ideias equivocadas a respeito do objeto a ser ensinado, ideias estas que normalmente estão associadas a algum conhecimento que se tem sobre tal objeto ou a outro que o lembra.

Flores (2013) deixa bem claro que uma **Destransposição** não é simplesmente fazer uma nova transposição por não concordar com a que foi realizada, mas sim fazer uma nova **Transposição** que guarde relação com a transposição anterior, de maneira que o processo de ensino proporcione necessariamente uma evolução do conceito conhecido, mas que tem sua validade limitada, o que exige sua reformulação.

> Pero esta ‘corrección’ puede tomar estatutos epistemológicos y didácticos diferentes, depende de que el profesor reconozca o no que la fuente de cierto número de ‘errores’ de los alumnos están constituidos en una concepción, depende de que esta concepción sea considerada como un error (error del alumno que aprendió mal lo previamente enseñado, error del profesor de la clase anterior o consecuencia de una enseñanza mal hecha o de un comportamiento incorrecto del alumno) o como la consecuencia natural de una enseñanza anterior legítima, como un paso normal en la adquisición de los conocimientos matemáticos, depende de que este reconocimiento se oculte o no a los alumnos (FLORES, 2013, p. 41).

Assim, a Destransposição requer: 1) identificar na transposição atual as causas limitadoras do conhecimento que impedem uma aplicação eficaz deste mesmo conhecimento em outro campo ou nível, originando um obstáculo; 2) uma vigilância epistemológica para que o objeto de ensino não perca seu vínculo com o **Saber Sábio**; e 3) a nova transposição (ou **Destransposição**) deve ter um vínculo com a transposição anterior de forma que a nova maneira de utilizar o objeto matemático (quer em outro campo ou nível) seja visto como uma evolução do que já se conhecia daquele objeto e não como uma espécie de novo objeto.

Tendo em conta que toda **Transposição** ou **Destransposição** é feita por uma instituição (seja um órgão, um manual de referência, um grupo ou uma pessoa) e como qualquer tipo de transposição pode levar a um ou mais **obstáculo**. Desse modo, sempre que isto ocorrer ele terá uma origem institucional.

Nessa perspectiva, configura-se a necessidade do reconhecimento da destransposição como fenômeno a ser considerado na passagem de níveis de um segmento de ensino a outro. Seja dos cinco primeiros anos do fundamental para os quatro últimos, ou desse para o ensino médio e do médio para o superior, assim como para caracterizar um objeto no estudo da Matemática e de suas aplicações a áreas específicas.

Deste modo, nas pesquisas de Henry (2006, p. 13) com estudantes de cursos que precisam estudar Matemática, tais como Economia, Estatística, Física, Gestão etc., o autor caracteriza os sujeitos desses cursos como "consumidores" de Matemática, pois estão regularmente confrontados com noções dessa área. Estes saberes, segundo o autor, podem ser transmitidos de forma introdutória por professores de Matemática, ou por professores especialistas em contextos nos quais tratam das noções propriamente ditas. Assim pode surgir um contexto interdisciplinar quando determinados conceitos matemáticos são intencionalmente relacionados a noções das áreas em questão, tanto pelo professor de matemática quanto pelo professor em outra disciplina. Nessa perspectiva cabe ao professor de matemática fornecer aos alunos as ferramentas que precisam para articularem informações recebidas de ambos os lados.

Nesse sentido, segundo o autor, inicialmente o professor de Matemática deve se infomar dos processos de ensino colocados em prática por economistas, físicos, etc., isso deve ser levado em conta para que esse possa organizar suas aulas. A partir dessa conscientização, "ele terá que completar ou corrigir certas concepções de ensinamentos anteriores. O conjunto dessa tomada de consciência, enriquecimentos e correções é qualificado como processo de Destransposição Didática por Antibi e Brousseau" (HENRY, 2006, p. 13-14).

> Em um segundo momento, quando possível, cabe ao professor de matemática antecipar as dificulades e intervir antes de seu colega de outra disciplina. Mais uma vez, a tomada de consciência dos métodos e noções utilizadas lhe permitirá adaptar o seu ensino em prol da aquisição com outras disciplinas (HENRY, 2006, p. 14).

Assim, difunde-se o fenômeno de Destransposição, como necessário à compreensão de particularidades institucionais dadas na abordagem de objetos matemáticos em diferentes perspectivas. O que conforma o objeto a dada instituição.

Em nosso entendimento, os estudos de Antibe e Brousseau (2000) corroboram com a tese da existência do **Obstáculo Didático Institucional** ao apontarem para a necessidade de haver, dentro do processo de ensino e aprendizagem de matemática, o fenômeno de **Destransposição** dos objetos de ensino.

> Uma destransposição deve auxiliar o aluno a superar um obstáculo, uma ruptura entre uma primeira concepção e uma nova. Porém, essa ruptura é de um tipo particular. Mais especificamente, é o sistema educativo que está na origem da primeira concepção, o que não é o caso, seguramente, para todos os tipos de rupturas (ANTIBI; BROUSSEAU, 2000, p. 35. Tradução particular).

A noção de **Destransposição** que podemos extrair dos autores é um processo contínuo de formação e aperfeiçoamento sobre a concepção do educando acerca de determinado objeto; como expõe o texto a seguir:

> A retomada de uma concepção primeira para integrá-la em um processo de conjunto é então um processo didático – projetado ou espontâneo – necessário. Esse processo é, por essência, reflexivo e, por isso, bastante diferente da transposição direta. Trata-se, de qualquer forma, de uma *destransposição* cujo objetivo é retificar, em um momento adequado do currículo escolar, as ideias falsas ou bastante parciais oriundas da apresentação transposta de uma noção (ANTIBI; BROUSSEAU, 2000, p. 37. Tradução particular).

Segundo os referidos autores, "toda noção ensinada está geralmente sob forma transposta. A transposição é estreitamente ligada ao ato de ensinar. O professor pode até realizá-la sem possuir consciência disso" (ANTIBI; BROUSSEAU, 2000, p. 37, tradução particular). Isto nos permite inferir que nos dois segmentos na estrutura do Ensino Fundamental brasileiro, os objetos de ensino, em particular, os matemáticos, têm transposições diferentes em cada segmento. Assim, torna-se necessário se estabelecer uma conexão entre estas transposições de forma a favorecer a aprendizagem dos discentes que fizeram a transição do primeiro para o segundo segmento. Tais fatos consolidam a perspectiva de **Epistemologias Institucionais** diferenciadas nos dois segmentos. O objeto fração, por exemplo, é visto no primeiro segmento como 'um todo dividido em partes iguais' enquanto que a partir do segundo vai, além disso, se configurando como um 'número racional'.

> Assumir esta noção tem importantes implicações para o trabalho do professor, reconhecer a necessidade de modificação de concepções anteriores implica reconhecer quais são estas e rever a maneira como elas se apresentam, mas envolve, principalmente, uma mudança no

> papel profissional do professor ao tomar consciência da provisoriedade dos saberes ou, mais propriamente, o carácter provisório da apresentação dos saberes e forma de funcionamento em um campo específico. [...] Em outras palavras, para poder destranspor uma noção é necessário amplo conhecimento de como a transposição do mesmo é dado, é óbvio que, se não se reconhece o estado desejado, é mais dificil reconher, os obstáculos presentes (FLORES, 2013, p. 41).

Nessa perspectiva, como no primeiro segmento, introduzem-se noções como a de frações em um nível “t” de ensino, mas no segundo segmento é necessário introduzir o mesmo conceito a partir de uma nova transposição, assim há necessidade do ensino em nível “t+1” o que origina novas praxeologias, ou seja, uma nova forma de abordar o mesmo objeto em novas situações e tarefas que modificam ou/e o substituem. Tais objetos, vistos à luz da destransposição, não se reconectam sem descontinuidade com o anterior.

> Assim, a destransposição transforma um saber ensinado anteriormente, os conhecimentos relacionados às situações associadas, em outro saber ensinado, mais próximo do conhecimento científico ou do conhecimento terminal projetado por uma instituição. Podemos dizer que a destransposição transforma a praxeologia escolar em uma mais ampla e científica (ANTIBI; BROUSSEAU, 2000, p. 52).

Para os autores a não observância desse fenômeno provoca uma superposição das concepções, isso pode fazer com que as concepções anteriores se constituam como obstáculos às próximas.

> A “gênese didática” consiste em fazer aparecer nos alunos limites e contradições da antiga concepção, em condições onde se pode rejeitar para “construir” eles mesmos a concepção nova a partir da antiga (ANTIBI; BROUSSEAU, 2000, p. 22).

Tal fenômeno deve ser difundido em cursos de formação inicial e continuada de professores, assim é possível uma melhor compreensão das dificuldades que circunscrevem a passagem de um nível de escolaridade a outro.

Noções como Transposição e Destransposição foram discutidas no interior de duas teorias e provocam aproximações entre as discussões teóricas da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau e da TAD de Chevallard. Ao estudarmos as duas teorias em um primeiro momento, podemos ver a TAD como uma ampliação da TSD, porém, mais do que isso, elas são teorias complementares; enquanto a TSD busca entender os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem em sala de aula pela tríade de relação: saber – aluno – professor, na qual se observa a configuração de “situações didáticas e a-didáticas”, a presença do “contrato didático” e seus efeitos, o estabelecimento do “obstáculo didático”, e outros elementos teóricos; a TAD busca o porquê de esse processo acontecer da maneira que acontece em sala de aula, mostrando que muito dos eventos que ocorrem no interior da sala de aula são influenciados por variáveis externas a ela, cujo conjunto foi denominado por Chevallard (2009, p. 6) como **níveis de codeterminação** (Figura 1).

Figura 1: Níveis de codeterminação didática

Civilização
↓↑
Sociedade
↓↑
Escola
↓↑
Pedagogia
↓↑
Disciplina
↓↑
Área
↓↑
Setor
↓↑
Tema
↓↑
Questão

Fonte: Chevallard (2007, p. 32. Tradução particular)

Olhando para estrutura educacional do ensino brasileiro, conforme disciplina a legislação vigente (Lei nº 9394/1996), sendo que a legislação é, de acordo com a teoria adotada nesta pesquisa, o instrumento com o qual a sociedade exerce sua influência na escola. A legislação abrange desde a creche (destinado às crianças de 0 (zero) a 3 (três) anos de idade) à pós-graduação (Doutorado – último nível[13] de escolarização contemplado na legislação). Tal estrutura, dentro do esquema representativo proposto por Chevallard, corresponde ao elemento **escola** no universo de níveis de

[13] No país é reconhecido o “pós-doutorado” como uma espécie de aperfeiçoamento doutoral, mas este não se configura como um nível na estrutura educacional.

codeterminação de influência do processo de transposição didática definida pelo referido autor (Figura 1).

Partindo da constatação do parágrafo anterior, podemos conjecturar que a representação dos níveis de codeterminação da Transposição Didática do ensino brasileiro tem um componente complexo – a estrutura educacional, que inicialmente se divide em educação básica e superior, sendo que ambos se subdividem, constituindo novas estruturas também subdivididas.

Como o foco desta pesquisa se fixou na transição dos alunos do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental e este integra a estrutura da educação básica, não comentaremos as subdivisões do ensino superior e buscaremos mostrar as subdivisões do ensino básico como elementos institucionais dentro do universo dos níveis de **codeterminação**.

O que diz respeito à estrutura da educação básica (Lei nº 9394/1996), a mesma está subdividida em três, a saber: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio; neste contexto a educação infantil se compõe da creche (para crianças de até três anos de idade) e pré-escola (para crianças com idade entre quatro e cinco anos), o ensino fundamental é teoricamente contínuo e composto por nove anos de escolaridade destinados a alunos com idade compreendida entre 6 (seis) e 14 (catorze), e finalmente, o ensino médio, também contínuo e composto de três anos de escolaridade destinados a população infanto-juvenil com idade de 15 (quinze) a 17 (dezessete) anos.

2.1.1 Aprofundando a TAD

Para estruturar a Teoria da Transposição Didática, Chevallard (2009, p. 6) trabalhou com algumas noções fundamentais, dentre as quais destaco: a) objetos que são entidades materiais ou não, que existem para pelo menos um indivíduo (incluindo as pessoas), ou seja, todo produto intencional da atividade humana; b) relação pessoal que consiste na maneira como uma pessoa ‘x’ interage com um objeto ‘o’. Essa interação é denotada como R (x, o) – relação da pessoa ‘x’ com o objeto ‘o’, onde $R(x, o) \neq \emptyset$; c) instituição que é quem exerce a autoridade no julgamento de quais objetos matemáticos serão úteis e qual a melhor forma de lidar com eles na comunidade de sua influência (uma instituição pode ser uma pessoa, um grupo de pessoas, um livro de referência, o professor, a escola etc.).

Nessa perspectiva, a **Instituição** é considerada como um dispositivo social "total" que permite e impõe a seus sujeitos (nas diferentes posições que venham a ocupar) uma maneira de fazer e pensar. Em particular no caso dos diferentes segmentos aqui em jogo, por conta de suas particularidades, proporcionam a construção de perspectivas diferentes – pelos professores de cada nível e consequentemente por seus alunos – para um mesmo objeto como, por exemplo, no estudo de frações (SILVA, 2005; PINILLA, 2007).

A multiplicidade de instituições as quais o indivíduo se assujeita, no decorrer de sua formação, lhe constitui como pessoa. Assim, diferentes versões dos mesmos objetos lhes são apresentadas, por isso o docente ciente do fenômeno de **Destransposição**, poderá realizar as devidas adaptações/correções que possibilite uma melhor compreensão dos objetos estudados. Dito de outra forma, no primeiro segmento o sujeito estabelece relações com objetos que lhe permite conhecê-los de uma forma, nessa fase tais objetos apresentam um grau de empiria (no sentido de apelo ao concreto) superior ao do segmento subsequente no qual os objetos se apresentam de forma mais elaborada do ponto de vista do avanço do conhecimento matemático.

> O fato da relação pessoal $R(x, o)$ emergir de uma pluralidade de relações institucionais $RI\ (p, o)$, $RI'(p', o)$, $RI''(p'', o)$… tem várias consequências importantes. Em particular, a relação pessoal $R(x, o)$ não é jamais perfeitamente conforme a relação $RI(p, o)$ a pessoa x é quase sempre, em certa medida, um mal sujeito de I, porque sua relação foi formada pela integração, ao longo do tempo, de influências de várias instituições que esteve assujeitado - $RI(p, o)$, mas também $RI'(p', o)$, $RI''(p'', o)$, etc (**que considero aqui os dois segmentos que compõem o ensino fundamental**). (CHEVALLARD, 2009, p. 3. Tradução particular, destaque nosso).

Outra importante noção a destacar é a de praxeologia que o autor considera "como o cerne da TAD" e define como "maneira de pensar e fazer", ou seja, diante de uma tarefa (T) a realizar, usa-se uma técnica – um modo de fazer (t) fundamentado em um discurso que se constitui a tecnologia (θ) desta técnica, tendo esta um componente teórico (Θ) que a regula.

Descrevendo o entendimento disto em outras palavras, a tarefa (T) é o desenvolvimento de uma ou mais atividades que permitem obter uma resposta satisfatória para um determinado problema; a técnica (t) é a organização dessas atividades cujas realizações são necessárias para que a resposta seja obtida; a tecnologia (θ) explica/justifica a lógica da ordenação estabelecida para o desenvolvimento das atividades que permitem obter a resposta procurada e; a teoria (Θ) estabelece os parâmetros nos quais essa tecnologia tem sua validade assegurada e as alterações/variações que pode sofrer.

Assim, a **Praxeologia** é o conjunto de todas as formas de conhecimentos sobre um determinado objeto, sendo estas formas referendadas institucionalmente (acolhidas por uma determinada instituição) englobando a parte prática (a maneira de executar uma tarefa) preferencialmente de forma rápida e eficaz, bem como a parte teórica (que justifica tal prática em deferência de outras que possam existir).

As praxeologias, segundo a teoria, podem ser classificadas de acordo com o alcance de sua técnica em: a) **Pontual** - a aplicabilidade da técnica se restringe ao conjunto de tarefas do mesmo tipo, ou seja, não se mostra satisfatória para tarefas que requerem outra maneira de resolução; b) **Local** - são agrupamentos de tarefas pontuais que têm técnicas diferentes, porém estão vinculadas pela mesma tecnologia; c) **Regional** - que reúne as praxeologias locais em que sua tecnologia tem suporte na mesma teoria; e d) **Global** - que agrupa praxeologias regionais em uma nova abordagem teórica.

Neste contexto teórico, a Transposição Didática se revela pela epistemologia utilizada por quem a concebeu; ou nas palavras de Chevallard (2005, p. 53), pela "versão mais ou menos degradada de sua *gênesis histórica* e seu *estatuto atual*" (Minha tradução). Em outros termos, pode-se inferir que a maneira de pensar e agir em relação ao objeto matemático a ser ensinado se materializa na forma de encadeamento de sua apresentação, o enredo que justifica a maneira que se pode manipulá-lo e significado que lhe é atribuído.

Corrobora com esse entendimento a obra "A epistemologia do professor: o cotidiano da sala de aula", de Fernando Becker (1993), na qual investigou as concepções dos professores de diferentes disciplinas e níveis de ensino sobre como os alunos aprendem. Assim, o autor afirma que:

> Pouco esforço foi necessário para detectar, nos depoimentos dos professores, posições nitidamente empiristas. Pode-se afirmar que o empirismo é a forma que mais amplamente caracteriza a epistemologia do professor (BECKER, 1993, p. 39).

Becker (1993, p. 40) é mais incisivo afirmando que “a postura empirista se revela claramente no ato de ensinar”. Isso nos mostra que a praxeologia do professor tem tanto a influência de sua relação pessoal com o objeto matemático que ensina quanto do como institucionalmente o objeto é/foi constituído; o que trará consequências na maneira de apresentação e desenvolvimento do objeto matemático a ser ensinado, ou em outras palavras, na epistemologia do mesmo.

Esta inferência é corroborada por Delgado[14] (2006, p. 49), quando faz referência a “epistemologia espontânea do professor” e afirma que esta “é geralmente o reflexo do modelo epistemológico dominante na instituição escolar”. Assim, é possível dizer que a “epistemologia espontânea” é, em outras palavras, uma epistemologia de caráter institucional, na qual os procedimentos e os discursos em relação a qualquer objeto ganham uma uniformalização característica do objeto naquela instituição.

Seguindo a linha de raciocínio do autor nos termos chevallarianos, isso significa a maneira de “pensar e agir” sobre um determinado objeto em cada instituição se revelam na “epistemologia espontânea” de seus membros (ou de suas diversas formas de expressão, como um livro, por exemplo). Assim, a epistemologia utilizada pelos membros da instituição tem basicamente os mesmos elementos e uniformiza o tratamento dado aos objetos dentro dela, revelando assim o seu caráter de **epistemologia institucional**.

Considero que a constatação dos parágrafos anteriores são evidências da possível existência de diferença entre a epistemologia dos professores das turmas do primeiro segmento em relação à epistemologia dos professores das turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental, de tal forma que configuraria uma epistemologia própria para cada segmento do referido ensino, o que nos permite falar em **epistemologia institucional** por segmento. Assim, esta pode estar contribuindo para o estabelecimento de obstáculos didáticos nos alunos que fazem a transição entre os dois segmentos de ensino e ensejando a existência do **Obstáculo Didático Institucional**.

2.1.2 Obstáculos

---

[14] Pelo que depreendi sobre o sistema de referência de origem da obra, na Espanha, a regra para citação é utilizar o penúltimo sobrenome; neste sentido, o autor é internacionalmente conhecido por SIERRA, mas para seguir as normas acadêmicas estabelecidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), será sempre utilizado Delgado como referência para citação.

A discussão sobre obstáculo referente à produção científica e sua difusão vem de longa data, e seu marco histórico é a expressão "obstáculo epistemológico", elaborada por Bachelard (1996, p. 17)[15], para se referir às dificuldades da Ciência ao longo da História. Para este filósofo, o "obstáculo epistemológico" é constituído de um conhecimento que faz resistência a um conhecimento novo; advém do conhecimento existente que contém erros tais que impedem conhecer o real, pois, para ele, "o real nunca é 'o que se poderia achar' mas é 'o que se deveria ter pensado'". Diz, ainda, este autor o seguinte:

> E não se trata de considerar obstáculo externo, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo formal, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de inércia as quais daremos o nome de obstáculo epistemológico (BACHELARD, 1996, p. 17).

Segundo o referido autor, as fontes dessas resistências são várias e se especificam ou subdividem em: "experiência primeira, conhecimento geral, obstáculo verbal, conhecimento pragmático, obstáculo substancialista, obstáculo animista e conhecimento quantitativo".

Para se entender as ideias de sua tese e as relações nela implicadas, há que se olhar para alguns trechos de sua obra sobre a *Formação do Espírito Científico*, na qual Bachelard (1996, p. 17) explicita o seguinte: "No fundo, o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização".

Tendo pois, por base, a concepção geral suscitada pela expressão 'obstáculo epistemológico' de Bachelard, Brousseau (1997) transcende a dimensão didática e lista **três categorias de obstáculos** em conformidade com a origem ou proveniência destes, a saber:

1. **Origem ontogenética** – obstáculos referentes ao desenvolvimento cognitivo considerando os trabalhos de Piaget e outros;
2. **Origem didática** – obstáculos que decorrem das escolhas de estratégias de ensino;

[15] A primeira edição foi publicada em 1938.

3. **Origem epistemológica** – obstáculos que dizem respeito à resistência ao conhecimento propriamente dito, de acordo com a concepção bachelardiana.

Almouloud (2006), abordando o ensino de geometria na escola básica, aponta a existência de **obstáculos linguísticos** – os quais se referem às barreiras que impedem a compreensão do conteúdo em função da não habilidade no uso da língua materna por parte de aprendizes e até professores que utilizam os mesmos significantes (representações de um objeto ou ideia) com diferentes significados (conceitos a que as representações nos remetem). É possível afirmar que este fato não é exclusivo da geometria.

Por sua vez, Gusmão (2000, p. 63) traz ao nosso conhecimento os **obstáculos emocionais**, cuja característica é a manifestação de alteração da nossa estabilidade emocional, expressa aos pares – <u>atenção/desatenção, prazer/desprazer, responsabilidade/necessidade de desenvolver corretamente uma questão</u> – que, diante de determinadas atividades e disciplinas, podem induzir ao erro. Este autor afirma o seguinte: “Um obstáculo emocional induz ao erro e, configurando-se o erro, este desencadeia emoções como: frustrações de expectativas, angústias, raiva, sentimento de inferioridade, entre outras [...]”.

De todos os obstáculos até aqui citados, é relevante discutir aqueles que, segundo Almouloud (2006), “decorrem em geral da escolha metodológica do professor ou de livros, para apresentação e discussão dos conteúdos, causando conhecimentos incompletos ou equivocados”. Ou seja, os obstáculos didáticos.

As informações, vistas até aqui permitem, pois, inferir que os obstáculos didáticos surgem no âmbito: (a) do planejamento ou na falta deste, bem como (b) do trabalho a ser realizado em sala de aula. O planejamento é um espaço privilegiado, como local de produção do texto a ser ensinado (transposição didática) para a busca de superação de obstáculos. Nesse sentido, podem ser feitas algumas observações para ressaltar as diferenças de concepções entre os estudantes e entre estes e os professores ou autores dos livros didáticos, entre as atividades propostas e suas abrangências, uma vez que os obstáculos didáticos congregam em seu entorno todos os outros obstáculos anteriormente relacionados.

Logo, a epistemologia utilizada pelos docentes recebe influência do livro didático e dos seus pares de profissão, dentre outras fontes. Tais influências dão à epistemologia utilizada por cada professor e pelo conjunto destes, o caráter institucional; sendo que esta epistemologia se materializa desde o planejamento das aulas à sua efetiva execução em sala.

Aqui é valido destacar que, sendo cada professor influenciado pelo livro didático (um ou mais) com o qual trabalha e os autores destes não deixam claro a dimensão da praxeologia que orienta a organização das tarefas nele proposta, não é esclarecido os limites da técnica utilizada e em qual tecnologia está vinculada. Neste sentido, os manuais de auxílio dos docentes não revelam o que a teoria denomina de **Modelo Epistemológico**[16] que os orientam. Assim, posso inferir que raramente as influências dos pares se distanciarão das influências do livro didático. Além disso, geralmente os livros didáticos destinados aos dois segmentos do Ensino Fundamental têm coleções e autores diferentes, sendo maior a probabilidade de os livros terem **Modelo Epistemológico** distinto nos segmentos.

Ainda, na observação sobre os livros didáticos, é possível afirmar que os mesmos não põem em evidência o trabalho da técnica e o entendimento desta para que se saiba explicar as ações desenvolvidas na execução da tarefa. Ou seja, não há a abordagem da epistemologia que envolve e justifica as escolhas feitas em tal execução.

Como anunciado anteriormente, minha consideração nesta pesquisa é que a epistemologia usada pelos professores de determinado segmento guarda elementos comuns que possibilita denominá-la de **Epistemologia Didática Institucional**, sendo que esta pode estar sendo uma fonte de obstáculo didático para os alunos que estão na transição do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental. Pois, como define Pais (2002), "os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar".

Considerando a relação intrínseca entre a presença do erro e a potencial existência de **obstáculo didático**, é possível inferir que estudar "obstáculos didáticos" é estudar "a existência quantitativa e qualitativa dos erros observáveis no desenvolvimento escolar dos estudantes". Assim sendo, esses erros podem apontar para uma origem institucional dos referidos obstáculos.

[16] Recomendo a leitura da tese de Bon "Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria".

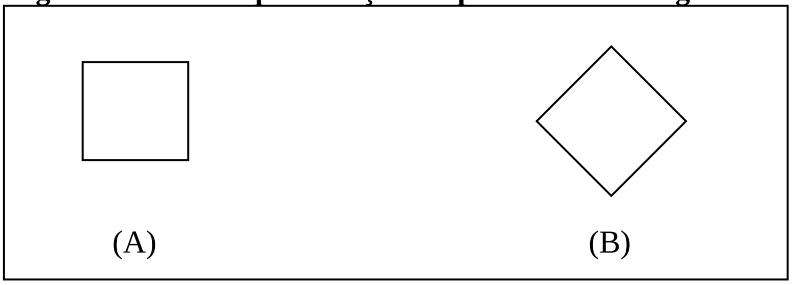
Olhando para os processos de ensino e aprendizagem institucionalizados (processo escolar), nos quais o objeto de estudo é posto para o conjunto de aprendizes ao mesmo tempo e de mesma forma em sala de aula, que elementos subjacentes nestes processos contribuem para que parte deste grupo – alunos de uma mesma classe e vivenciando a mesma instrução – acerte e outra erre?

Conjecturo que interrogações semelhantes a essa tenham levado muitos pesquisadores a estudar os erros no contexto escolar. Tais pesquisas têm revelado nos últimos anos que há regularidade de ideias dos aprendizes ao produzirem 'respostas erradas' durante os processos de ensino e aprendizagem, os quais nos possibilitam classificá-las como **Obstáculo Didático** e na presente pesquisa me proponho a investigar a existência desses obstáculos em função da **Epistemologia Institucional**.

Assim, para se atender os objetivos anteriormente anunciados, é preciso evidenciar a existência do **Obstáculo Didático Institucional** que se caracteriza como um **Obstáculo Didático** cuja origem é uma **Instituição**, sendo o termo "instituição" aqui considerado de forma ampla, conforme a visão chevallariana, ou seja, a instituição abrange desde um livro ou uma pessoa até o conjunto de pessoas de um estabelecimento de ensino, de pesquisa e/ou conjunto desses estabelecimentos. Logo, a maneira que uma instituição estabelece para abordar um determinado objeto matemático pode originar obstáculo didático – na tentativa de compreender esse mesmo objeto abordado por outra instituição – como sugere esta pesquisa em relação aos dois segmentos do Ensino Fundamental brasileiro.

Para esclarecer e ilustrar o que se tem tentado construir conceitualmente como **Obstáculo Didático Institucional** até o momento, podemos pensar na forma representativa que geralmente se faz para destacar a diferença entre a figura de um quadrado e um losango. Normalmente o quadrado é apresentado como uma figura em que as características mais preponderantes são os quatro lados iguais e um dos lados servindo de base na linha horizontal imaginária (Figura 2-A), enquanto que o losango tem como preponderância os quatro lados iguais tendo um dos vértices tocando a linha horizontal imaginária (Figura 2-B).

Figuras 2 A e B: Representação de quadrados e losangos



Fonte: Figura elaborada pelo doutorando

As questões conceituais das características das figuras geométricas como as de ter ou não ângulos de 90º (noventa graus) para se estabelecer a diferença entre quadrados e losangos fica em segundo plano ou não se estabelece. Assim, não se representa um quadrado com um dos vértices tocando a linha horizontal imaginária ou um dos lados do losango como base na linha horizontal imaginária, aliás neste último caso a figura tende a ser vista como paralelogramo “mal construído”.

Considerando que as formas representativas de figuras geométricas são sempre com as mesmas características preponderantes, tantos para as citadas quanto para outras como: retângulos, paralelogramos etc., é uma prática institucionalizada; tais formas representativas podem se configurar (ou anunciar) a existência de um **obstáculo didático** de origem **institucional** pelo fato habitual de se ter sempre uma representação que evoca um determinado objeto, sendo que esta representação é tão forte que impede de se reconhecer este mesmo objeto em uma representação diferente que a habitual institucionalmente.

Outras pesquisas sobre obstáculos ajudam a montar o panorama sobre a discussão do tema tanto no Brasil quanto no exterior, e revelam ainda as áreas de conhecimentos em que os obstáculos têm sido foco de pesquisa e o tipo de abordagem e classificação dos mesmos. As teses, as dissertações e os artigos mostram que Bachelard e Brousseau se mantém como a fonte teórica primária; porém, outros autores ganham destaque por utilizarem a teoria desses autores em pesquisas realizadas em áreas mais específicas. É nesta linha que destaco as pesquisas a seguir.

Em sua pesquisa, Gomes (2006) enfocou os **obstáculos na aprendizagem matemática** na formação de professores das séries iniciais considerando que:

> [...] a matemática se constitui em uma grande barreira para a maioria dos estudantes provocado, em muitos casos, pela incompreensão de seus conceitos, este trabalho procurou investigar a origem dessa fobia. Assim, nosso problema consistiu em identificar os obstáculos

> epistemológicos e didáticos presentes nas soluções dos problemas que envolvem as estruturas multiplicativas (fração, proporção, probabilidade, contagem etc.) para em seguida realizar uma intervenção pedagógica no curso de Pedagogia que permitisse aos seus alunos (futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental) refletir, discutir e, sobretudo, tomar consciência de tais obstáculos como um primeiro passo para sua superação. (GOMES, 2006, p. 97-98).

A autora nos mostra em sua investigação que, para Brousseau, os obstáculos no ensino da matemática são identificados como **obstáculos didáticos** e tem diferentes origens, sendo eles: obstáculos didáticos de origem epistemológica; obstáculos didáticos de origem didática; obstáculos didáticos de origem ontogênica; e obstáculos didáticos de origem cultural[17]. Ao finalizar sua pesquisa, a autora postula uma mudança nos cursos de formação de professores dizendo:

> [...] obstáculos provocados pelo próprio professor, no interior das escolas, [...] justifica a necessidade de mudanças significativas na formação de professores, pois permitir que nossos alunos terminem a graduação e saiam para o mercado de trabalho provocando obstáculos na aprendizagem de seus alunos ao invés de favorecerem e enriquecerem a aprendizagem dos mesmos é inadmissível em nossos dias! (GOMES, 2006, p. 142)

O trecho em destaque corrobora com a tese de que há obstáculos que podem ser causados pelo docente em função de questões institucionais como: a formação, o espaço educativo em que trabalha, a abrangência curricular do conhecimento ensinado, dentre outros. Assim, embora em princípio, o docente precise atuar no auxílio para que os alunos superem os obstáculos, há a possibilidade da ação docente contribuir para o estabelecimento de um Obstáculo Didático, seja por questões já identificadas pela teoria como os obstáculos de origem: epistemológica, ontogenética, linguística, entre outras, ou por questões oriundas de condições e restrições institucionais.

Nessa perspectiva podemos postular a existência de obstáculos advindos da passagem dos estudantes de um nível de escolaridade para outro que se caracteriza como discurso rotineiro nas instituições escolares, embora pouco se busque explicações científicas para isto. Mas já há quem trilhe este caminho, Bon[18] (2004), em sua pesquisa doutoral, estudou à luz da TAD as causas das dificuldades de domínio de conhecimento

---

[17] "Apesar de não especificar o obstáculo de origem cultural nesta classificação, em alguns momentos ele sugere esta ideia, por esse motivo o acrescentamos" (Dizeres da autora no texto original, Nota 14).

[18] Conhecido pelo penúltimo sobrenome Fonseca.

matemático enfrentados pelos estudantes na passagem do ensino secundário[19] para o universitário na Espanha.

Em sua pesquisa, o autor aponta que as dificuldades que os alunos apresentam na transição do ensino secundário para o universitário no que se refere à utilização dos conhecimentos matemáticos podem ser atribuídas ao fato de no primeiro a ênfase do ensino fica restrita ao bloco tarefa/técnica [T/t] enquanto no segundo se privilegia o bloco tecnologia/teoria [θ/Θ].

A constatação à qual chegou o autor revela uma dicotomia entre dois níveis de ensino consecutivos (médio e universitário) deixando claramente exposta uma prática do cotidiano escolar que é o fato de considerar o conhecimento previsto para ser ensinado em etapas anteriores como devidamente estabelecido, não sendo responsabilidade do atual processo de ensino, ficando a cargo do estudante o estabelecimento das possíveis relações existentes entre o ensinado anteriormente e o assunto que está sendo abordado. Inferimos aí a presença do fenômeno da destransposição, ou seja, objetos que tem tratamentos transpositivos diferenciados para diferentes níveis.

Em se tratando de estruturas de diferentes níveis de ensino, torna-se compreensível que haja uma diferença na abordagem e no tipo de exigência de aprendizagem, mas por ser o nível universitário uma complementaridade do nível anterior, essa mudança brusca não parece ser a opção ideal.

Considero ser admissível e compreensível haver uma diferenciação no ensino entre níveis de escolaridade, visto que a lógica para existência desses níveis é que em cada um se aprenderá algo diferente; seja pela abordagem de novos objetos de conhecimento ou por um aprofundamento das características de um objeto já conhecido – neste último caso, não se justifica uma abordagem desconectada do ensinado anteriormente.

Neste sentido, pode-se ter essa expectativa de uma abordagem diferenciada e desconectada de um objeto de conhecimento para a mesma estrutura de ensino? O que pode explicar as dificuldades matemáticas dos alunos ao iniciarem o segundo segmento do Ensino Fundamental?

Mesmo que esse autor não tenha focado a questão que me proponho a pesquisar, evidencio que há uma correlação entre a proposta aqui apresentada e a que ele realizou,

[19] No Brasil, atualmente, este nível de ensino equivale ao ensino médio.

tendo, porém, o foco ou problemáticas diferentes. Assim, pelos resultados da pesquisa de Bom, é possível inferir que instituições diferentes têm epistemologias diferentes em algum aspecto e que isso pode causar obstáculos didáticos. Neste sentido, se o Ensino Fundamental brasileiro tem dois segmentos que se constituem em instituições distintas, estas instituições podem ter epistemologias diferentes e isso pode causar obstáculos didáticos.

Dentro deste contexto e tendo por base a **noção de obstáculo didático** e suas origens, e o **fenômeno de destransposição**, ratificamos nossa proposta de tese de que existem epistemologias institucionais diferentes para os diferentes segmentos do ensino fundamental brasileiro e esta diferença contribui para o estabelecimento de obstáculo didático, este pode ser denominado de **Obstáculo Didático Institucional**.

Vale ressaltar que a hipótese que depreende da tese é que o obstáculo didático institucional tem maior evidência na transição dos alunos do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental; pois ao chegarem ao segundo segmento, os alunos começam a conviver com uma epistemologia institucional diferente da que tinham no convívio no segmento anterior, e consequentemente, sua evidência torna-se mais perceptiva.

Para facilitar a discussão do tema e buscando coerência com a fundamentação teórica adotada, a pesquisa foi realizada em torno do elemento fração como objeto de ensino, cuja abordagem está no tópico a seguir.

CAPÍTULO III – FRAÇÕES

Neste capítulo é feita uma abordagem sobre a fração como objeto de ensino e aprendizagem na Matemática e os estudos mais recentes que este objeto matemático tem suscitado, visto que as frações são elementos com os quais nos deparamos diariamente e nos mais diversos contextos de atividade, muitas vezes a utilizamos ou dela fazemos menção sem, contudo, percebermos.

Em nosso cotidiano, o número sem a palavra não é nada. Assim anunciava um comercial na TV. E, muito importante, o comercial era dirigido para adultos. A frase, eivada de verdade absoluta, de certo expressa o que aqueles que não são matemáticos pensam a respeito do número.

O expressado pelo comercial é que, em nossas vidas diárias, o número somente adquire significado quando acompanhado de uma unidade de medida. Estas são as unidades que permitirão a contagem e com ela a medida, a quantificação. Essa quantificação é dada por um número que expressa a quantidade de unidades. O número, em nosso mundo cotidiano, sempre traz consigo uma medição.

Encontram-se em uso em nosso domínio de realidade várias unidades de medidas desprovidas de exatidões físicas, como a *dúzia de bananas*, que não permitem afirmar que são congruentes entre si, ou ainda a unidade de medida denominada de *razão*, por exemplo, usada pelos comerciantes de farinha e açaí das ilhas de nosso estado que variam de forma e capacidade de acordo com as comunidades produtivas. Outras, por sua vez, são dotadas, senão de exatidão física de forma, mas com exatidão assegurada por suposto argumento matemático, por exemplo, o centímetro, o litro, a velocidade e a densidade. Estas últimas unidades podem ser sentidas ou percebidas, mas são impalpáveis que fazem revelar a limitação de outras unidades tomadas ou inspiradas em objetos concretos do mundo físico.

No entanto, essas unidades têm como um de seus de invariantes a relação direta com o mundo concreto. As unidades são dispositivos criados pelo homem com a função de dar respostas às diferentes questões presentes em diferentes atividades humanas de intervenção sobre o mundo concreto que envolve a medida ou a quantificação de grandezas.

Os números da matemática da escola são pré-existentes e como tais são mostrados por meio de seus usos em situações criadas pela escola, supostamente inspiradas nas práticas sociais de diferentes atividades humanas. Essas situações levam ao encontro do número, não dele em si, mas do registro que representa ou significa uma parte ou a totalidade de uma grandeza física. A unidade usada para medir uma grandeza é inspirada em uma unidade física que pode variar em acordo com as práticas sociais, assumindo, de acordo com suas idiossincrasias, a representação numérica que pode ser distinta do numeral um. Isto, certamente, está distante da noção de unidade assumida pelos matemáticos, que não traz consigo as complexidades do mundo concreto.

Não é nada fácil tentar dizer o que é um número no sentido matemático. A Matemática levou alguns milênios para chegar a construir números, entre eles os que chamam de racionais, e outros séculos ainda foram levados para construir outros números e construir uma ordem para os anteriores e os novos que emergem segundo a compreensão dos matemáticos - os números irracionais, reais, os hiperreais, os algébricos e transcendentes etc. Definitivamente, falar de número no sentido matemático é coisa para matemático. Não é para iniciantes, inclusive, em geral, para concluintes de cursos de formação de professores como os de licenciatura em matemática.

O modo de apresentar os números como pré-existentes não é uma escolha de um professor específico em particular, mas da sociedade por meio da nooesfera, em consonâncias com as pedagogias e as escolas, que impõe à disciplina matemática seus projetos sociais de organização do ensino. Assim, por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), com olhar na formação de uma cidadania crítica recomenda que:

> A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc. (BRASIL, 1997 p. 27).

Como se pode notar, não há exigência explícita sobre a construção da noção de número, mas imperativamente do domínio de práticas com "números significados" ou "números adjetivados" por unidades. Isto, por exemplo, associado às limitações do tempo didático, o desprendido para o ensino, impõe ritmos - a programabilidade do ensino que afetam em definitivo as organizações matemáticas-didáticas que podem ser propostas para o estudo da Matemática no ensino básico.

O ensino de matemática básica, em que centramos nossos olhares, conta com restrições das práticas canônicas escolares que insistem em viver nesse habitat. Essas práticas que persistem ao tempo, se adequando às necessidades da pedagogia e da escola, em geral, sofrem de desconexões com outras práticas matemáticas da escola que as fazem parecer sem sentido. Qualquer tentativa no sentido de mudanças nessas práticas pode provocar desconfortos no seio da instituição docente de modo a impedir o avanço de novas práticas.

No entanto, o notório insucesso dos alunos no enfrentamento de situações que envolvem supostas *noções matemáticas*, tem levado a nooesfera a demandar o uso de novas situações em contextos, entre elas, as de suposto sucesso no ensino de matemática em outros espaços sociais e culturais, inclusive com suposta legitimidade outorgada por pesquisas em Educação Matemática, por exemplo, o uso do TANGRAN no ensino de frações. Os livros textos escolares de matemática dos anos iniciais são a prova viva dessa afirmação.

As *noções matemáticas* são os objetos e as ferramentas matemáticas ensinadas e como tais se constituem em objetos de avaliação direta pela escola. Quando o docente pede ao aluno, por exemplo, "resolver a equação x+3=5", o que está em jogo é a prática de resolução da equação. A noção de equação, no entanto, não é ensinada e, portanto, não é objeto de estudo. A equação é apresentada ao aluno que a reconhece tal como a conheceu, em situação de resolução.

No entanto, as noções matemáticas quando ensinadas se situam em um habitat de noções diversas que funcionam como condições que favorecem ou mesmo impedem o ensino dessa noção. Entre essas condições se encontram noções que agem diretamente sobre o ensino e a aprendizagem de uma prática com matemática em sala de aula, umas explicitamente, outras implicitamente, por meio do contrato didático.

Entre essas condições, Chevallard (2005) destaca as *noções paramatemáticas* que auxiliam o ensino das noções matemáticas. Essas noções não são objetos de ensino ou de estudo, mas ferramentas julgadas pelo contrato didático como indispensáveis para o ensino de uma prática com matemática. Portanto, são aprendidas (conhecidas) em situação, como partes mobilizadas da prática, fazendo parte, assim, do campo de percepção didática, primeiro do professor e depois do aluno. Como citado antes, a noção de equação é uma noção paramatemática.

As noções de parâmetro e de demonstração são outros exemplos de noções paramatemáticas citadas por Chevallard (2005). Esta última noção é um bom exemplo. É conhecida dos estudantes dos anos finais do ensino básico e do ensino superior, pelo "mistério" que cercam o emergir dos "passos mágicos" que constroem o caminho de sua realização. A dificuldade é indisfarçável quando eles são convocados a demonstrar alguma assertiva matemática. Mas, o professor do ensino médio, por exemplo, em sua prática recorre naturalmente à expressão "pode-se demonstrar que" ao escrever uma fórmula matemática, embora, em geral, nunca faça a demonstração.

O modo de agir do professor anunciando a demonstração ao apresentar uma fórmula matemática, por exemplo, não é uma atitude própria de um professor específico, mas da instituição docente desse nível de ensino. Parece uma ação, senão modelada, detentora dessa regularidade. De modo similar, as práticas com matemática para uma dada posição da escola, são também modeladas ou detentoras de regularidades. Assim, por exemplo, o professor do ensino fundamental sempre faz com que a fração, resultante de algum cálculo numérico, tome a sua forma irredutível. Essa ação deve ser seguida pelos alunos, como por imitação. Não atender a essa regularidade pode custar caro ao aprendiz, embora o "modelo de fazer" não seja único e não seja diretamente um objeto de estudo e avaliação (essa é uma das razões confessadas pelos alunos sobre suas preferências por provas ditas objetivas, as que não exigem a resolução das questões).

O campo de percepção do didático apresenta, então, junto com as *noções matemáticas* e *paramatemáticas*, as noções denominadas por Chevallard (2005) de *noções protomatemáticas*. Essas noções constituem o estrato implícito mais profundo de noções auxiliares ao ensino e a aprendizagem das noções (objetos) matemáticas consideradas. O caráter implícito dessas noções se expressa no contrato didático pelo fato de que *estas noções são óbvias* – salvo, precisamente, quando se produz dificuldades protomatemáticas e *rupturas do contrato* (CHEVALLARD, 2005, p. 65).

As noções protomatemáticas são incorporadas durante o estudo, por quem aprende uma prática com matemática em situação. Funcionam não somente como modelos inclusivos de práticas com matemática, mais também como sistema de percepção que reage a uma situação preparando o agente para engendrar os modos de agir ou de realizar a prática adequada para aquela situação. Aprende-se por imitação, seguindo o contrato didático *faça vendo e fazendo o que viu o professor fazer fazendo*, ou seja, em situação com a prática em sala de aula. As noções protomatemáticas carecem de contextos de situação específicos e, portanto, como as noções paramatemáticas, são pré-existentes que são mobilizadas para auxiliar o ensino e a aprendizagem.

É preciso observar que há uma relatividade quanto a essa taxionomia para uma dada noção. A necessidade em comunhão com a impossibilidade do estudo de uma noção matemática para o estudo de outra, pode torná-la uma noção paramatemática, ou mesmo protomatemática. Desse modo, uma noção pode ser matemática, protomatemática ou paramatemática dependendo da sua posição na escola, e, portanto, da instituição docente e das imposições dos níveis de codeterminação didática sobre suas práticas.

Seguindo essa compreensão, podemos pensar que as práticas com matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, em geral, se reduzem a noções protomatemáticas e paramatemáticas pela óbvia ausência de noções matemáticas. Estas últimas decorreriam do ideal justificado do caminhar epistemológico das noções que começariam como protomatemáticas e se tornariam em sequência paramatemáticas até se institucionalizarem como noções matemáticas.

Mas como dar esses passos? Como fazer uma noção protomatemática se tornar uma noção paramatemática ou matemática? Especificamente, como fazer o registro fração, geralmente introduzidas por meio de noções protomatemáticas de contagem, caminhar para se tornar uma noção paramatemática de número racional?

Parece-nos claro, inicialmente, que as práticas protomatemáticas devem criar condições que permitam esse “evoluir”. No entanto, o insucesso do ensino, revelado pelo interesse de grande número de pesquisas sobre esse tema (Ver Pinilla, 2007 e 2009), nos fazem supor a existência de obstáculo didático-epistemológico, e como tal, obstáculo institucional, por serem decorrentes da epistemologia escolar de frações instituída pela disciplina em conformidade com a Pedagogia, a escola e a sociedade, todas manifestas pelos livros textos escolares.

Essa compreensão decorre da noção do gênero de obstáculos denominados de “dificuldades protomatemáticas”, apontados por Chevallard (2005), quando se refere à incapacidade de reconhecer uma situação e o modo de agir com práticas adequadas a situação. Segundo Chevallard (2005), poderia haver, nesse caso, uma ausência de domínio de uma capacidade considerada pré-requisito pelo contrato didático adotado em uma dada posição da escola.

O trabalho de tese assume esse pensar sobre o ensino de frações, especificamente na transição do primeiro para o segmento do Ensino Fundamental, de modo a buscar possíveis obstáculos institucionais, no sentido das dificuldades que as noções protomatemáticas, não somente em suas ausências como também em seus exageros e inadequações, podem impor ao encontro das noções paramatemáticas de frações como números racionais.

A compreensão acima tem suas consequências. O modelo praxeológico proposto por Chevallard (1999), por meio da unidade praxeológica, *práxis + logos,* fica destituída, estrito senso, de um *logos matemático* e, portanto, se constituindo na própria *práxis*, ou seja, a técnica, o saber fazer. Nesse caso, as noções paramatemáticas mobilizadas são restritas às relações governadas pelas noções protomatemáticas. Daí a dificuldade de encontrar a tecnologia matemática, que não seja estranha a quem pratica, que dê uma razão à prática.

A análise das praxeologias deve ser realizada por meio do confronto das praxeologias do primeiro do segmento com as praxeologias do segmento de forma a evidenciar as congruências e as incongruências e quanto estas afetam o progredir de noções protomatemáticas à noções paramatemáticas.

Nas atividades do dia a dia, normalmente relacionamos a ideia de fração a uma divisão de ‘um inteiro’ em partes iguais em que a operação se procede entre naturais, nas situações em que o número a ser dividendo (o dividendo) é menor do que o número pelo qual seria feita a divisão (o divisor); que na representação clássica são respectivamente chamados de numerador e denominador.

Nos últimos anos a comunidade científica que se ocupa de estudar os fenômenos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem tem voltado suas atenções para as dificuldades sobre a aprendizagem de fração como se pode constatar em Kieren (1980), Pinilla (2007), Pinilla (2009), Silva (2005), Guerra e Silva (2008), Dias (2012) dentre outros.

Nesse sentido, Pinilla (2007), ao discutir sobre o ensino de frações, afirma que “o processo de ensino e aprendizagem sobre frações é certamente um dos mais estudados desde o início das pesquisas em Educação Matemática”, e atribui isso à conexão feita entre fração e números decimais. No entanto, a autora assevera que muitos de nós, docentes, não temos como clara, a existência de diferença entre fração e número racional.

> Deve ser dito que um número de professores não têm conhecimento do fato de que há uma considerável diferença entre uma fração e um número racional (este estudo irá lidar apenas com números racionais absolutos Q^a). Poucos estão cientes da finalidade de construir Q^a a partir de pares ordenados de NxN^+. O fato que um número absoluto racional é uma classe que contém infinitas ordens de pares equivalentes de números naturais (a segunda das quais não é igual a zero) é absolutamente claro para todos (PINILLA, 2007, p. 1. Tradução particular).

A construção referida pela autora nos evidencia a necessidade de uma nova transposição no trato desse objeto. Nesse sentido, a tomada de consciência sobre o fenômeno de Destransposição se faz necessária para que o professor tenha mais sensibilidade e assim possa reconhecer que o objeto construído no segmento anterior precisa de uma nova abordagem, mas é preciso "retomar" o que foi apreendido anteriormente para proceder à transição. Por outro lado, o professor do primeiro segmento, reconhecendo o fenômeno de alguma forma, deve eleger tarefas que favoreçam a transição.

Historicamente, a noção de fração foi construída a partir da necessidade de dividir uma **unidade considerada** em partes iguais, como pode ser constatado nas pesquisas de Dias (2012), Porto (1965), Pinilla (2007), dentre outros; também é deste ponto que o ensino de Matemática sobre frações se inicia e se vincula ao objeto fração a ideia de **parte-todo**. Tal ideia, segundo Pinilla (2007), mesmo sendo necessária, e porque não dizer - facilmente interiorizada pelos estudantes, não é suficiente para a partir dela ir ampliando o conceito.

> A introdução do conceito de frações tem uma base comum em todo o mundo. Dada uma unidade concreta dividida em partes iguais e algumas destas partes tomadas. Esta idéia intuitiva de fração é clara e facilmente compreendida, além de ser simples de aplicar à vida cotidiana. É, no entanto, em princípio insuficiente para explicação subsequente das interpretações diferentes e multiforme da ideia da fração. Como veremos, uma "definição" simples não é suficiente (PINILLA, 2007, p. 3. Tradução particular).

A referida autora é categórica ao dizer que é epistemologicamente necessária a caminhada da fração aos racionais, passando pela construção do **Conjunto Q**. No entanto, mas isso não ocorre de forma simples como parece e “às vezes parece que muitos professores desconhecem a complexidade conceitual e cognitiva envolvidas”.

> Seria errado supor que a “transposição didática” é o mesmo que “Simplificação”. Muitas vezes, os conceitos a serem construídos representam muitos problemas. Por exemplo, com as frações inúmeros problemas conceituais surgem dos objetos relativos ao conhecimento que não existem no Q^a. Se considerarmos as frações aparentes (n/m com n divisor de m) ou frações impróprias (n/m com m> n), a sua presença é complicada e provoca dificuldade, enquanto que em Q^a simplesmente não existe. De fato, se fosse possível não passar pelas frações e ir direto para números racionais absolutos as coisas poderiam ser bem mais simples e naturais. Mas isso parece impossível. Ainda parece natural passar por frações, mesmo que isso não fique claro este é o caminho mais eficaz. O que está claro é que ele apresenta dificuldades (PINILLA, 2007, p. 3. Tradução particular).

O trecho destacado mostra a tendência natural de vincular a fração à ideia parte-todo, à complexidade dos vários conceitos que o domínio do objeto matemático de ensino fração precisa alcançar e insere novamente a questão da transposição didática na discussão das dificuldades do aprendizado satisfatório deste objeto.

Para alargar as discussões da autora supracitada ressaltamos a necessidade do entendimento do fenômeno da destransposição, para assim termos clareza que a transposição em cada nível (1º ao 5º ano e 6º ao 9º ano) apresenta particularidades inerentes a cada um deles, e, assim o tratamento dado aos objetos pode nos possibilitar estabelecer relações, ou apresentar um tratamento intermediário as duas concepções dominantes em cada nível (parte todo e número racional, respectivamente) que possibilite superar eventuais obstáculos.

Para melhor compreensão das diferentes perspectivas associadas à fração no ensino fundamental, Porto (1965, p. 27-31) indica a existência de cinco ideias relacionadas ao tema; segundo a autora, o símbolo $\frac{3}{4}$ pode ter os seguintes significados:

> a) A partição de um inteiro em 4 (quatro) e destas 4 (quatro) partes se tomou 3 (três);
> b) Agrupamento de unidades, neste caso, 12 (doze) unidades agrupadas em 4 (quatro) pequenos grupos com 3 (três) unidades cada um;
> c) Agrupamento de partes fracionadas de diferentes unidades, onde, por exemplo, 3 (três) unidades são repartidas em 4 (quatro) e de cada uma dessas unidades se retira uma das quatro partes;

d) Divisão indicada, em que uma quantidade será dividida por outra;
e) A fração expressa como relação de comparação.

Nesta mesma linha, Pinilla (2007, p. 18-21) cita a existência de 12 ideias associadas à fração, que em uma tradução livre, ocorrem nos termos a seguir:

1) Fração como parte de um todo – quando se refere à quantidade contínua (um bolo, uma pizza, a superfície de uma figura) e quando a referência é a quantidade discreta (um conjunto de bolas ou de pessoas); onde se pede que se divida esta unidade em partes "iguais", adjetivo nem sempre bem definido na escola, e posteriormente ocorrem situações embaraçosas (com quantidades contínuas ou discretas), como encontrar os 3/5 de 12 pessoas. Oferecer modelos concretos ao estudante, alegando que pense abstratamente , independente do modelo proposto , é um pedido fadado ao fracasso.

2) A fração como quociente – uma divisão não efetuada a/b, onde a interpretação correta é a existência de objetos divididos em 'b' partes e não a de parte-todo.

3) A fração como relação – a comparação de grandezas em que não cabe a ideia de parte-todo e de quociente não efetuado.

4) A fração como operador.

5) A fração como elemento na probabilidade – sua presença não se mostra como na "definição primitiva".

6) A fração como elemento de pontuação.

7) A fração como número racional – um processo de transformação na maneira de interpretar a fração que precisa ocorrer ao longo da escolarização.

8) A fração associada a um ponto de reta orientada – nesta associação desaparece a ideia da definição inicial (parte-todo).

9) A fração usada como medida na expressão de um número flutuante.

10) A fração como indicador aproximado – indica uma quantidade de escolha em um conjunto.

11) A fração como um indicador de percentual – apresentando particularidades específicas nos casos que assim se qualifica.

12) A fração na linguagem cotidiana – as expressões diárias lembram, de forma não explicita, o uso escolar das frações; por exemplo em "três quartos de hora".

As diferentes ideias associadas à fração, também trazem embutidos os conceitos de fração própria e imprópria, além da noção de inteiro como resultante da fração que tem no numerador um múltiplo do denominador (fração aparente).

Podemos afirmar que o item “a”, apontada por Porto e o item “1” de Pinilla, é a ideia clássica que temos de fração discriminada nas práticas de nosso dia-a-dia, é também o modelo epistemológico que predominam nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática como revelam as pesquisas de Dias (2012), Silva F. (2005), Pinilla (2007) dentre outras. Os demais itens requerem um pensamento mais complexo, pois neles a ideia de fração se apresenta de forma mais abstrata e nossa tendência é buscar forma de enquadrá-las na primeira ideia, como é o caso do item “b” ou os admitimos em contextos mais específicos como: relação de candidatos por vagas em determinado concurso, distância percorrida em um intervalo de tempo, entre outros que contemplam os itens “d” e “e”; o item “c”, em nosso ponto de vista, é muito incomum, o que dificulta seu desenvolvimento no processo de ensino.

Em outra abordagem, Dias (2012) investigou os conhecimentos sobre fração dos professores de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental (que nesta pesquisa é referenciada como turma inicial do segundo segmento). A pesquisa traz uma ampla discussão a respeito da origem e da utilização da fração, além de abordar questões relacionadas a saberes e formação de professores. Sua análise se concentra nos seguintes aspectos:

> **Enfoque 1. Grupo A**: envolve a análise das questões que tratam do invariante operatório **equivalência**;
>
> **Enfoque 2. Grupo B:** envolve a análise dos cinco significados de números fracionários subdivididos em cinco subgrupos: B.1: correspondente ao significado parte-todo, B.2: correspondente ao significado quociente, B.3: correspondente ao significado operador multiplicativo, B.4: correspondente ao significado medida e B.5 correspondente ao significado número;
>
> **Enfoque 3. Grupo C**: envolvendo a questão aberta. **2** correspondente a notação 3/5 e seus respectivos mapas conceituais;
>
> **Enfoque 4.** envolve os resultados da dinâmica comunicativa entre os Coletivos de Pensamento (DIAS, 2012, p. 115).

Os resultados, ou nas palavras da autora, “Os achados da pesquisa”, mostram que de um modo geral dentro de cada enfoque analisado, o conhecimento manifesto pelos docentes é satisfatório nas situações rotineiras, porém o mesmo desempenho não se verifica para situações de frações impróprias e/ou não usuais nos livros didáticos. Chama a atenção a prevalência da relação parte-todo e a relação “figural” presente nas respostas satisfatórias dos professores e a impossibilidade de se fazer essa relação justamente nas questões com alto índice de respostas insatisfatórias ou “não aceitáveis”; e neste sentido a autora destaca:

> Em âmbitos gerais é possível afirmar que em cada uma das análises há um elemento forte como síntese. Na primeira análise o destaque é a centração, pois os professores expressam sofrer influências do aspecto figural nas representações de números fracionários.
> Nessa representação, fica mais forte a presença das **representações tipo**, comuns à maioria dos livros textos e na prática docente dos professores, impossibilitando uma reflexão crítica sobre o conceito em estudo. Na segunda análise, fica evidente a dependência dos professores do livro-texto, haja vista que os mapas conceituais dos professores coincidem com os mapas conceituais dos livros-texto no que diz respeito aos significados dos números fracionários (DIAS, 2012, p. 154-155. Grifos da autora).

A pesquisa doutoral de Dias (2012) faz um alerta importante quanto à relação entre a formação docente e sua maneira de ensinar, ao concluir que:

> Assim sendo, é possível afirmar que os professores do sexto ano tendem a ensinar como aprendem/ram e, portanto, necessitam vivenciar experiências que os coloquem frente a diferentes formas de pensar um mesmo problema ou, nos moldes de Vernaud (1990), que o processo de conceitualização no contexto pedagógico leve em conta um conjunto de situações para que o sujeito vivencie experiências várias para construir campos conceituais científicos, que por mais que estes se construam por um longo tempo, esta aquisição só ocorrerá à luz de uma mediação eficiente (DIAS, 2012, p. 168).

A constatação de que os professores tendem a ensinar conforme aprenderam, pode no primeiro momento parecer contraditória, visto que os docentes envolvidos na pesquisa atuam no segundo segmento do ensino fundamental; e, portanto, são profissionais com formação mínima em nível de graduação.

No entanto, é justamente neste ponto que a constatação da autora se faz preciosa, pois evidencia que a tendência docente é dar ao objeto a mesma epistemologia institucional que vivenciou enquanto estudante no mesmo nível que se encontram os seus atuais alunos, ao invés de reformular a epistemologia deste objeto, tendo por base os conhecimentos obtidos durante sua formação profissional. Assim, abre margem para conjecturar que a abordagem deste objeto na formação docente não lhe fornece uma epistemologia que lhe confira segurança para ensinar de forma diferente da maneira a qual aprendeu, seja porque a reforça ou porque sua abordagem institucional durante seu processo de formação profissional específica se difere em muito e sem conexão da abordagem requerida para o ensino deste objeto nas estruturas do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, o entendimento dos fenômenos de transposição e destransposição poderiam auxiliar os professores na compreensão e na construção de tarefas que possam minimizar as fragmentações de perspectivas no ensino das frações nas instituições.

Outra pesquisa doutoral que está circunscrita nas vizinhanças da tese que apresento é a desenvolvida por Silva, M. J. F. (2005), que investigou a formação de professores para ensinar números fracionários na 5ª série do Ensino Fundamental (que nesta pesquisa é referenciada como turma inicial do segundo segmento, ou seja, turma de 6º ano), sua pesquisa ocorreu no âmbito de um programa de formação continuada de professores da rede pública de São Paulo. A pesquisa enfoca as concepções dos professores sobre os números fracionários e o seu ensino para as turmas finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental, a possível mudança na concepção dos professores sobre seus alunos em relação às frações e influência da formação continuada na mudança na prática docente do ensino de frações.

Considerando que a fração é um objeto matemático a ser ensinado no âmbito do Ensino Fundamental e todas as ideias que a ela podem ser associadas, surge à necessidade de saber quais dessas ideias relacionadas à fração estão sendo objeto de ensino no primeiro e no segundo segmento? As epistemologias são as mesmas? As abordagens das diferentes ideias associadas à fração têm sido feitas de forma a guardarem relações entre si?

Para buscar responder algumas destas questões é interessante observar o que os PCN de Matemática dos ciclos[20] iniciais e finais do Ensino Fundamental recomendam sobre o ensino de frações.

---

[20] Quando os PCN foram criados, em 1997, o Ensino Fundamental era estruturado em 8 séries, porém as mesmas foram agrupadas em 4 (quatro) ciclos de duas séries cada um; assim, o que nesta tese está sendo denominado de primeiro segmento era formado pelo 1º ciclo (composto pela 1ª e 2ª série) e 2º ciclo (composto pela 3ª e 4ª série); da mesma forma, o segundo segmento era formado pelo 3º ciclo (composto pela 5ª e 6ª série) e 4º ciclo (composto pela 7ª e 8ª série).

3.1 Frações PCN

Fazendo uma espécie de introdução sobre os blocos de conteúdos de matemática e tendo como subtítulo “Números e operações”, os PCN de Matemática referentes aos dois primeiros ciclos (p. 39) deixam claro que “os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético” que perdura todo o Ensino Fundamental, pois abrangerá as diversas categorias e relações que possuem.

> Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se deparar com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número (BRASIL/PCN, p. 39).

Analisando as recomendações referentes às frações no segundo ciclo (no PCN), onde estão situadas as turmas em que ocorre a saída do primeiro segmento do Ensino Fundamental, observa-se claramente que é no final do segundo ciclo (no PCN) que se inicia o ensino de fração, mas as orientações específicas apontam que o aprofundamento do conhecimento de frações será feito nos próximos ciclos; e conforme indicam os próprios parâmetros de Matemática do primeiro segmento, o ensino de frações será da seguinte maneira:

> No segundo ciclo, os alunos ampliam conceitos já trabalhados no ciclo anterior (como o de número natural, adição, medida, etc.), estabelecem relações que os aproximam de novos conceitos (como o de número racional, por exemplo), aperfeiçoam procedimentos conhecidos (contagem, medições) e constroem novos (cálculos envolvendo proporcionalidade, por exemplo).
> [...]
> Neste ciclo, são apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (BRASIL/PCN, 1997, p. 57).

Os trechos destacados mostram a intencionalidade de estabelecer uma continuidade no ensino e que neste ciclo não se dará conta de todos os significados da fração como objeto matemático de ensino; sendo abordados três dos cinco significados já mencionados. Além disso, a fração se apresenta como uma rota de passagem para os números racionais. No entanto, esta passagem não fica clara, pois a fração se torna um registro ressignificado de quociente e razão.

Na busca das relações ou dissociações que podem existir nos currículos dos segmentos iniciais e finais do Ensino Fundamental, é preciso verificar o que os PCN de Matemática para as turmas do segundo segmento (p. 71) indicam em relação à fração. Neste aspecto, podemos constatar que a proposta guarda semelhança com as sugeridas para as turmas anteriores ao elencar entre os conceitos e procedimentos a serem trabalhados em relação a números e operações, destaca-se o "reconhecimento de números racionais em diferentes contextos cotidianos e históricos e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador".

Olhando de forma mais específica para a abordagem da fração nos 2º e 3º ciclos – que configuram a transição do primeiro para o segundo segmento que é o foco desta pesquisa – fica evidente a proposta de continuidade, onde as relações parte/todo, quociente e razão são ideias oriundas do 2º ciclo e no 3º ciclo acrescenta o sentido de operador, o que se enquadra na ideia de 'grupo de unidade' da classificação de Porto (1965), que envolve o operador multiplicativo.

Com o objetivo de ter uma visão esquemática de forma completa e sucinta sobre como o objeto matemático fração é proposto para o ensino tanto nas turmas finais do primeiro segmento como nas turmas iniciais do segundo segmento do Ensino Fundamental, o Quadro 1 traz todos os pontos dos PCN que listam a fração como objeto de ensino nos ciclos que abrigam as turmas de transição entre os dois segmentos – neste caso, o 2º e o 3º ciclos.

Quadro 1: Recomendações dos PCN para o ensino de frações nos 1º e 2º segmentos do Ensino Fundamental

No 2º ciclo – Fim do 1º segmento	No 3º ciclo – Início do 2º segmento
Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.	Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos cotidianos e históricos e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador.
Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal.	Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações.
Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.	Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecendo que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais.	Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações com números naturais, inteiros e racionais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados.
Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional.	Sem registro
Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal.	Sem registro
Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso frequente.	Sem registro
Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.	Sem registro

Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.	Sem registro
Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão.	Sem registro
Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.	Sem registro
Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional	Sem registro
Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal.	Sem registro

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

O Quadro 1 mostra que as referências dos PCN de Matemática do primeiro segmento do Ensino Fundamental para o conteúdo de fração a ser ensinada no 2º ciclo tem recomendações mais detalhadas do que as referências feitas para o ensino do início do segundo segmento no 3º ciclo, porém a forma como está escrita sugere uma continuidade com aprofundamento do conhecimento deste objeto por parte dos alunos. Contudo, não fica evidente que todas as ideias relacionadas à fração precisam ser exploradas no processo de ensino e aprendizagem deste ciclo.

Embora a tese apresentada para esta pesquisa coloque em foco, as recomendações que no âmbito dos PCN diz respeito ao 2º e ao 3º ciclo, não se deve descartar as possíveis articulações previstas com as demais turmas que compõem o ciclo final do ensino fundamental. Por isso, olhando para as orientações do PCN para o 4º ciclo (anos finais do segundo segmento) percebe-se a proposta de continuidade e aprofundamento dos conhecimentos sobre fração no sentido de se introduzir os números irracionais, também se pode inferir que os PCN do primeiro e segundo segmento foram escritos para profissionais com conhecimentos diferentes sobre este objeto e suas articulações com outros objetos matemáticos, pois "a listagem" dos conteúdos feita de forma concentrada não significa, necessariamente, uma abordagem superficial dos mesmos.

Pelos autores já citados na discussão dos temas como: epistemologia, praxeologia, transposição e destransposição didática, currículo e frações; além do quadro sobre as recomendações dos PCN de Matemática para o **saber a ensinar** em relação à fração nas turmas escolares que caracterizam a passagem dos estudantes do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental, não há elementos suficientes para se tirar conclusões. Desse modo, se faz necessário observar as abordagens praxeológicas utilizadas nas turmas em questão para se ter elementos que permitam falar sobre características institucionais dos segmentos do Ensino Fundamental, o que será visto no Capítulo IV, a seguir.

CAPÍTULO IV – DESCREVENDO A TÉCNICA & EXECUTANDO A TAREFA

Neste capítulo me proponho a explicitar a construção do processo de atividades realizadas que permitiram evidenciar contrastes na epistemologia utilizada no primeiro e segundo segmento do Ensino Fundamental e se tais contrastes estão contribuindo para o estabelecimento de obstáculos didáticos para os alunos que iniciam o segundo segmento; tendo por referência o conhecimento de fração como objeto matemático e sua transversalidade e possíveis nuanças ao longo de todo o Ensino Fundamental.

Também são apresentados os resultados da pesquisa propriamente dita, com a exposição dos dados nela considerados e as análises que foram possíveis de se fazer diante das informações obtidas, as análises constituem as respostas que podem ser dadas no processo de execução da “tarefa” proposta para essa pesquisa cujo intuito final é mostrar a **existência dos Obstáculos Didáticos Institucionais** advindos, dentre outros fatores, da **epistemologia docente**.

Diante deste contexto, destaco o fato de considerar que a metodologia de uma pesquisa se configure de forma plena durante o seu desenvolvimento, porém temos que estabelecer de maneira prévia nosso vetor de direção com o qual daremos partida, mesmo sabendo que a própria estrada pode impor outras coordenadas; contudo sem este não temos como iniciar a caminhada. Neste sentido, a escolha inicial foi fazer uma pesquisa qualitativa e bibliográfica na qual se deteve nos estudos de livros teóricos e didáticos, programas de cursos, PCN e a legislação que se refere ao tema.

A componente principal do vetor desta pesquisa é a tese de que **a existência de diferentes epistemologias docentes, entre a abordagem matemática do primeiro segmento e do segundo segmento do Ensino Fundamental, se constitui em Obstáculo Didático Institucional para os alunos na transição entre os segmentos.**

Nos capítulos anteriores foram apresentados argumentos para justificar a conjectura da existência de diferença na epistemologia utilizada para ensinar fração nos dois segmentos do Ensino Fundamental, tais diferenças nos permitem classificá-los como instituições diferentes. Assim, resta indagar: em que termos essas epistemologias se constituem? Quais são os elementos que as caracterizam e as diferem?

A forma de buscar as respostas que podem sustentar a tese apresentada requer a revisão da literatura sobre: a Teoria Antropológica do Didático, que é o arcabouço teórico usado como ferramenta de análise; o obstáculo didático – que é um conhecimento ou um conjunto desses que impedem ou dificultam a aprendizagem de outros conhecimentos – é nesta pesquisa, o elemento eleito como indicador de existência de diferentes epistemologia docente em conjunto com o fenômeno de Destransposição; o currículo que traz a indicação de quais são os objetos de saber a ser ensinado ao longo da estrutura do ensino, o nível de aprofundamento e abrangência, além da maneira de abordá-los; a fração, que é o objeto de saber matemático escolhido como referência para realizar o estudo da influência da epistemologia docente sobre a aprendizagem do aluno como fonte de obstáculo didático; e o livro didático, que é um dos manuais do professor e instrumento de estudo dos alunos. Tais aspectos contribuem para a formação do referencial teórico e estudo bibliográfico a respeito desses temas envolvidos na configuração da presente tese.

Neste contexto, faz-se necessário **estudar a legislação educacional brasileira** com o intuito de observar a organização e estrutura do Ensino Fundamental ao longo da história. Desse modo, busca-se um entendimento epistemológico de sua constituição, a fim de revelar indícios de justificativas para que se tenha em uma estrutura de ensino contínuo – Ensino Fundamental – a subdivisão em primeiro e segundo segmento de tal forma que se verifica diferenças estabelecidas entre o considerado satisfatório para a promoção do aluno no fim do primeiro e o esperado para o início do segundo; isso pode mostrar que o Ensino Fundamental é um contínuo suposto teórica e legislativamente, mas a prática e os desempenhos acadêmicos dos alunos apontam para a existência de uma ruptura dentro desta estrutura supostamente contínua.

O estudo da legislação educacional brasileira terá como foco: 1) o traço epistemológico que foi estabelecido na estrutura e funcionamento do Ensino Fundamental com o estabelecimento de dois distintos segmentos e 2) o traço epistemológico existente na formação dos docentes desta estrutura de ensino.

O primeiro foco estabelecido no parágrafo anterior foi feito de forma direta pelo comentário analítico da legislação consultada; o segundo foco foi estabelecido pela restrição aos cursos de formação em nível de graduação em licenciaturas de Matemática e Pedagogia de três universidades, entre públicas e privadas existentes no estado do Para, aqui identificadas como: “A”, “B” e “C”. A expectativa é comparar as grades curriculares dos cursos de Matemática e Pedagogia para identificar na formação as diferenças existentes em relação às disciplinas voltadas para a matemática.

Outra necessidade requerida pela hipótese subtendida da tese é a realização do **estudo do currículo de matemática do Ensino Fundamental**, referente ao conteúdo de frações com o intuito de observar a abordagem que seu ensino tem nas diferentes turmas, dando particular atenção às indicações existentes no currículo para o ensino de frações nas turmas que caracterizam a transição do aluno do primeiro para o segundo segmento desta estrutura de ensino. O currículo considerado é o expresso nos PCN que é a referência oficial para a elaboração dos currículos das diversas redes educacionais municipais, estaduais e particulares; assim como para a elaboração dos livros didáticos, principalmente os destinados aos alunos da rede pública por intermédio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

O objetivo deste estudo foi verificar na estrutura curricular, indicação de diferença de abordagem do mesmo objeto de ensino em turmas de níveis de escolaridades diferentes – do primeiro para o segundo segmento; e, se havendo essa diferença, resguarda-se alguma relação epistemológica entre o que foi ensinado sobre este objeto e o novo aspecto que será estudado (que teria o efeito de agregação).

Seguindo o raciocínio das reflexões feitas até o momento, sobre as necessidades a serem satisfeitas para que a tese proposta seja comprovada, o procedimento adotado foi a **análise de livros didáticos** – em especial, os das turmas que caracterizam a transição do primeiro para o segundo segmento – para evidenciar, mesmo que de forma indireta, a Epistemologia Institucional com a qual são desenvolvidas as atividades sobre a fração em cada segmento do Ensino Fundamental. O objetivo da realização dessa análise foi identificar alguns dos elementos da epistemologia docente utilizadas nos dois segmentos do Ensino Fundamental em relação às frações que se contrastam e podem por isso, contribuir para o estabelecimento de obstáculo didático para os alunos.

A análise proposta como recurso de busca indireta de parte dos elementos que compõem a epistemologia docente se justifica, tendo em vista que o livro é um importante material de apoio para os professores na elaboração dos respectivos planos de aula, ou nos termos da TAD, na preparação do “texto do saber de ensino”, em todo o Ensino Fundamental.

Neste sentido, foram escolhidas 6 (seis) coleções de livros didáticos dos que foram colocados à disposição dos professores para a escolha por meio do Plano Nacional do Livro Didático, versão 2010 e 2012, sendo que 3 (três) coleções se destinam ao primeiro segmento (PNLD 2012) e outras 3 (três) ao segundo segmento do

Ensino Fundamental (PNLD 2010). O critério de análise da abordagem de fração nos livros didáticos considera as cinco ideias associadas a fração defendida por Porto (1965) e Pinilla (2007) e discutidas no Capítulo III.

A análise dos documentos elencados (legislação, currículo e livro didático) está em consonância com o arcabouço teórico da TAD indicada como ferramenta de análise dessa pesquisa, pois todos têm relação com os níveis de codeterminação que influenciam o trabalho do professor.

4.1 A legislação educacional: primeiros indícios de configuração de obstáculos institucionais

O estudo da legislação educacional ao longo da história brasileira, referente ao que no presente é denominado de Ensino Fundamental, mostra que a estrutura do ensino tal qual é hoje foi se forjando com o tempo e construída em modalidades diferentes. Isso nos permite identificar, epistemologicamente, algumas características marcantes tanto na estrutura do Ensino Fundamental, quanto na formação dos docentes que se destinam a trabalhar nesta estrutura de ensino.

A legislação de âmbito geral sobre o ensino, em conformidade com a TAD é o instrumento pelo qual a sociedade intervém no cotidiano escolar; regulamentando a atividade educativa buscando uma uniformidade nacional; pode-se perceber que a primeira lei neste sentido, chamada de Lei Orgânica do Ensino Primário (Decreto-lei nº 8529/1946) tratava do ensino dos anos iniciais do atual Ensino Fundamental, sendo que já na origem tinha uma clara separação entre os 4 (quatro) primeiros anos e um quinto ano denominado de supletivo.

A caminhada para a estrutura do Ensino Fundamental de hoje, teve um segundo passo com a Lei de Diretrizes e Bases – LDB de 1961 (Lei nº 4024/1961), no qual o atual Ensino Básico composto da Educação Infantil e os Ensinos Fundamental e Médio estavam representados pelo Ensino Primário que passou a ser de 4 anos, podendo chegar a 6 anos e o Ensino Médio que destinava-se a educação dos adolescentes era composto pelos ciclos: ginasial – de 4 anos e colegial – de 3 anos; ressaltando-se que a passagem do Ensino Primário ao ciclo ginasial (início do Ensino Médio da época) ocorria pela aprovação no exame de admissão.

Finalmente, a arquitetura estrutural do Ensino Fundamental em vigor foi estabelecida com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1971 (Lei nº

5692/1971) onde se faz a junção do antigo Ensino Primário e as 4 (quatro) séries ginasiais que compunham a primeira metade do então Ensino Médio para formar o Ensino de Primeiro Grau composto de oito anos no qual se eliminou o exame de admissão; a partir desta lei, as alterações que sucederam foram em termos de nomenclatura – passando para Ensino Fundamental com a Lei nº 9394/1996 – e de ampliação de 8 (oito) para 9 (nove) anos este ensino (Lei nº 11.274/2006), introduzindo um ano a mais no início da escolarização fundamental obrigatória ao antecipar de 7 (sete) para 6 (seis) anos a idade mínima para o ingresso neste ensino.

A diferença estrutural do Ensino Fundamental estabelecida pela Lei nº 5691/1971 em relação à Lei nº 4024/61 aponta para uma das possíveis variáveis que compõem a explicação para a existência de obstáculos didáticos na passagem dos alunos das séries iniciais para as séries finais do Ensino Fundamental; as séries finais do ensino em questão pertenciam a uma estrutura de ensino – o Ensino Médio – e o fato de se exigir uma prova de conhecimento para iniciar este outro nível de ensino sugere uma espécie de terminalidade da instrução educativa nesta primeira estrutura – Ensino Fundamental e uma dissociação curricular entre o então Ensino Primário e o Ensino Médio.

Para melhor entendimento das transformações estruturais sofridas na educação brasileira, segundo a legislação consultada até o momento, mostrarei um resumo usando o Quadro 2.

Quadro 2: A estrutura da educação brasileira de acordo com as legislações vigentes ao longo dos anos

<table>
<tr><th>Legislação</th><th colspan="3">Estrutura do ensino</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Decreto-lei nº 8529/1946</td><td colspan="3">Ensino Primário</td></tr>
<tr><td colspan="3">4ª série (+ 1 ano supletivo)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Lei nº 4024/1961</td><td>Ensino Primário</td><td colspan="2">Ensino Médio</td></tr>
<tr><td>Exame de admissão</td><td>Ginasial</td><td>Colegial</td></tr>
<tr><td>4 anos (ou até 6 anos)</td><td>4 anos</td><td>3 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Lei nº 5692/1971</td><td colspan="2">Ensino Primário</td><td>Ensino Médio</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino de 1º grau</td><td>Ensino de 2º grau</td></tr>
<tr><td colspan="2">8 anos</td><td>3 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Lei nº 9394/1996</td><td colspan="2">Ensino Fundamental</td><td>Ensino Médio</td></tr>
<tr><td colspan="2">8 anos</td><td>3 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Lei nº 9394/1996, alterada em 2006</td><td colspan="2">Ensino Fundamental</td><td>Ensino Médio</td></tr>
<tr><td colspan="2">9 anos</td><td>3 anos</td></tr>
</table>

Fonte: Elaboração própria

Pelas informações sintetizadas no Quadro 2, é possível perceber que a partir da Lei no 5692/1971, a ideia prevalecente foi de se ter uma estrutura de ensino de escolaridade mais prolongada e contínua. Contudo, a junção do Primário com parte do Médio e a eliminação do exame de admissão pode ter sido aparente, pois na prática, o Ensino Fundamental continua sendo dois blocos institucionalmente diferentes, composto pelo primeiro e o segundo segmento, nos quais ainda está presente a antiga separação entre as turmas que compunham o Ensino Primário, correspondendo hoje, ao primeiro segmento e as turmas que faziam parte da primeira etapa do Ensino Médio da época – o Ginasial – que nos dias atuais equivale ao segundo segmento do Ensino Fundamental.

A afirmação do parágrafo anterior de que a tendência da legislação educativa foi, a partir de 1970, tornar a escolaridade prolongada e contínua, cria a necessidade de saber as razões desta tendência que se verifica até os nossos dias. Uma das explicações está posta no documento produzido pelo Ministério da Educação para justificar e orientar a implantação do Ensino Fundamental de 9 anos, onde afirma que:

> Constata-se um interesse crescente no Brasil em aumentar o número de anos do ensino obrigatório. A Lei nº 4.024, de 1961, estabelecia quatro anos; pelo Acordo de Punta Del Este e Santiago, o governo brasileiro assumiu a obrigação de estabelecer a duração de seis anos de ensino primário para todos os brasileiros, prevendo cumpri-la até 1970. Em 1971, a Lei nº 5.692 estendeu a obrigatoriedade para oito anos. Já em 1996, a LDB sinalizou para um ensino obrigatório de nove anos, a iniciar-se aos seis anos de idade. Este se tornou meta da educação nacional pela Lei nº 10.172, de 9 de janeiro de 2001, que aprovou o PNE (BRASIL, 2004, p. 14).

Pelo texto em destaque é possível inferir que “trazer” parte do então Ensino Médio (o Colegial) para compor o Ensino Fundamental com a eliminação do “exame de admissão” que ocorria na passagem do Ensino Primário para o Ensino Médio da época, foi a maneira encontrada pelo governo para atender as exigências internacionais com as quais se comprometeu sem grandes alterações de estrutura, investimentos e formação de profissionais para atender a nova configuração do ensino.

Neste contexto de transformação da estrutura do ensino, surgem algumas variáveis de origem institucional que podem se constituir em obstáculos para o bom funcionamento do Ensino Fundamental como um segmento contínuo ou como uma só instituição. Tais variáveis se manifestam na diferença de formação entre os docentes das turmas iniciais (hoje, do 1º ao 5º ano) e finais (hoje, do 6º ao 9º ano) do referido ensino;

a diferença de currículo com modelos epistemológicos distintos, o quantitativo de disciplinas e professores em cada bloco já citado, dentre outros.

Em uma análise mais restrita, pode-se perceber que o “exame de admissão”, além de cumprir um papel seletivo para o início do então Ensino Médio, também reafirmava o caráter terminativo e obrigatório do Ensino Primário da época. A divisão era nítida e aferição de conhecimentos prévios era requisito mínimo necessário para o ingresso na etapa colegial que compunha o Ensino Médio. A eliminação de “exame de admissão” e a incorporação do Colegial ao Ensino Primário fazem surgir o que denominamos nos capítulos iniciais desta tese de “dois blocos distintos e justapostos”, formadores da estrutura do Ensino Fundamental brasileiro.

Dessa forma, a nova estrutura do ensino obrigatório no país passa ter, tacitamente, uma divisão em dois segmentos, o que também pode ser percebido ao se analisá-la por outros aspectos. A título de exemplificação, é necessário destacar que há diferenças, tanto no conjunto de disciplinas das turmas que compõem o segmento inicial e final do Ensino Fundamental como também, mesmo quando as disciplinas figuram em todas as turmas, como matemática e língua portuguesa, essas têm enfoques diferentes ao longo dessa estrutura.

Uma consequência direta do que foi posto nos parágrafos anteriores em relação à estrutura do ensino ao longo do tempo é o seu reflexo no conjunto de conhecimento a ser ensinado em cada série/ano chamado de currículo. Assim, se faz necessária a abordagem da relação entre o obstáculo didático que se estabelece na passagem do aluno das turmas do primeiro segmento para as turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental e o currículo, procurando observar as alterações que o mesmo sofreu ao longo dos anos e as possíveis marcas destas mudanças no processo de ensino e aprendizagem que caracterizam as divisões institucionais.

Segundo Silva, T. T. (2005, p. 11-15), o currículo pode ser visto como uma <u>teoria</u> onde está implícita a noção de ‘descobrir o real’, onde existe “uma correspondência entre a ‘teoria’ e a ‘realidade’”; ou como <u>discurso</u> em que “a existência do objeto é inseparável da trama linguística que supostamente o descreve”. Além disso, o currículo pode ter uma concepção <u>fenomenológica</u> ou <u>tradicional</u>, cuja diferenciação é descrita da seguinte forma:

> [...] enquanto no currículo tradicional os estudantes eram encorajados a adotar a atitude supostamente científica que caracterizava as disciplinas acadêmicas, no currículo fenomenológico eles são

> encorajados a aplicar à sua própria experiência, ao seu mundo vivido a atitude que caracteriza a investigação fenomenológica (SILVA, T. T., 2005, p. 41).

O autor destaca ainda que o currículo "é sempre uma seleção: de um universo mais amplo de conhecimentos e saberes seleciona-se aquela parte que vai construir precisamente o currículo".

Na mesma direção, Libâneo (1998, p. 56), ao fazer um resumo do percurso do currículo, afirma que "desde o início desse século [século XX] observa-se nas definições de currículo uma posição quase unânime de que o termo refere-se aos critérios de seleção do que se deve ensinar e aos modos de ensinar".

T. T. Silva (2005, p. 12) é expressivo ao afirmar que "o currículo é supostamente isso: a especificação precisa de objetivos, procedimentos e métodos para a obtenção de resultados que possam ser mensurados". Assim, podemos afirmar que o currículo não se resume à seleção de conteúdo, ele se preocupa também com o **quando** e o **como** ensinar, à determinação dos **objetivos**, a **forma de avaliação**, dentre outras como ressaltam Santos e Oliveira (2002, p. 12-13).

As afirmações e as ideias condensadas nos parágrafos anteriores podem suscitar o questionamento de que estejamos extrapolando o campo do currículo e falando de elementos da didática. Na verdade, neste ponto há, na visão de Libâneo (2002, p. 59), uma interseção de campos e expressa isso ao abordar o currículo no Brasil, tendo em consideração nosso momento histórico.

> Nessas definições, nota-se a influência da concepção de currículo da Escola Nova, largamente adotada no Brasil nos anos 60-70, ou seja, na vigência da Lei 5692/71, circulam os livros de Taba (publicados nos EUA em 1962, na Argentina em 1974), Tyler (1974), Fleming (1970), entre outros. É interessante mencionar o livro Dalila Sperb, *Problemas Gerais de Currículo* (1966), bastante utilizado nos cursos de formação de professores à época. Esses livros traziam o entendimento clássico de currículo como toda a aprendizagem planejada e guiada pela escola e, portanto, supunham uma ênfase no planejamento curricular como atividade racional formada por três elementos: objetivos, conteúdos ou matérias e métodos ou procedimentos.
>
> No Brasil, essa noção de currículo obviamente inclui a didática, mas como uma área subordinada, uma variável curricular encarregada dos métodos e do material didático. A didática fica reduzida ao seu caráter instrumental, e as funções tradicionalmente inscritas no seu âmbito teórico – o que, como, para quem, etc. – passam para o currículo. (LIBÂNEO, 2002, p. 59)

As indicações curriculares influenciam na construção de tarefas presentes nos livros didáticos e nas práticas dos professores. Estão em jogo o conjunto de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias influenciando a forma de fazer e pensar. Muitas vezes o profissional da educação não se dá conta de como as organizações didáticas e matemáticas modelam suas práticas. Os modelos se configuram nas instituições e assim podem-se evidenciar obstáculos institucionais.

O trecho destacado anteriormente, Libâneo (2002, p. 59), além de estabelecer – como era a intenção do autor – uma interfase entre currículo e didática, mostra também que a discussão do currículo em nosso país tem forte influência das concepções debatidas e adotadas no exterior.

Vale ressaltar que a palavra **didática** é um termo comum na área de Educação, porém existe diferença entre a forma que ela é vista na Pedagogia, que conceitualmente podemos tomar por referência Libâneo (1998) e resumir como sendo a preocupação com a forma/técnica de ensinar; enquanto que na Educação Matemática o termo designa o **estudo do objeto matemático** a ser ensinado, sua epistemologia, suas relações com outros objetos matemáticos. Isso é um resumo interpretativo do que nos diz Brousseau (1986).

> "A didática da matemática" estuda as atividades didáticas, isto é, as atividades que têm por objeto o ensino, evidentemente no que têm de específico em relação à matemática.
> Os resultados, neste domínio, são cada vez mais numerosos, referem-se aos comportamentos cognitivos dos alunos, mas também aos tipos de situações colocadas em jogo para ensinar-lhes e, acima de tudo, os fenômenos em que a comunicação do conhecimento dá origem. A produção ou melhoria de meios de ensino encontra nesses resultados, mais do que objetivos ou meios de avaliação, encontra-se neles um suporte teórico, explicações, meios de previsão e análise, sugestões, até dispositivos e métodos (BROUSSEAU, 1986, p. 5).

E de forma mais enfática o autor acrescenta:

> A didática estuda a comunicação do conhecimento e tende a teorizar seu objeto de estudo, mas não pode responder a esse desafio mais do que com as seguintes condições:
> - Mostrar fenômenos específicos que parecem ser explicados pelos conceitos originais propostos;
> - Indicar os métodos de teste específicos utilizados para isso.
> Estas duas condições são indispensáveis para o ensino da matemática pode conhecer de forma científica o seu objeto de estudo e assim permitir ações controladas no ensino (BROUSSEAU, 1986, p. 8).

Portanto, considerando as palavras de Brousseau (1986), depreendemos que a Didática, no âmbito da Educação Matemática, pode até tangenciar alguns aspectos ligados ao campo pedagógico, mas não perde de vista que sua essência é o **objeto matemático** a ser ensinado e a relação que ocorre entre este e os processos de ensino e aprendizagem de tal objeto, bem como a relação entre a **epistemologia** utilizada para o ensino e a que deu origem a este objeto constituindo-o como **elemento matemático**.

Neste contexto de fundamentação teórica que sustenta a presente pesquisa, se faz necessário ter, mesmo que minimamente, a compreensão da composição curricular vigente em nosso país para o ensino de Matemática no âmbito da atual estrutura do Ensino Fundamental, que por sua vez, perpassa pelo entendimento da origem e desenvolvimento da educação brasileira segundo sua função e público destinado. Assim, seguindo esta linha de pensamento, uma boa fonte de informações a este respeito são as leis que tratam da educação no Brasil.

Considerando que nossa história educativa tem início nos primórdios do Brasil colônia com os padres jesuítas e com a catequização de índios, e que por muitos anos, foram os principais responsáveis pelo ensino, podemos afirmar que a discussão do currículo no país é relativamente recente.

A literatura sobre o tema mostra que por muito tempo a educação no Brasil foi direcionada às elites, que tradicionalmente enviavam os filhos (geralmente os homens) a estudarem nos países europeus na época imperial e no início da república. Desse modo, o ensino inicial era de responsabilidade particular e as normatizações eram do poder central. Normalmente, as primeiras referências às discussões curriculares dizem respeito ao ensino secundário, pois a educação de massa no país inicia seus primeiros passos na primeira metade do século XX com o processo de industrialização do Brasil.

Assim, o estudo do currículo do Ensino Fundamental no Brasil, em especial o de matemática para compor parte do referencial dessa tese, me motiva a procurar também entender as alterações sofridas na estrutura do Ensino Fundamental no contexto histórico de nosso país e justificam as modificações curriculares. Neste sentido, Carvalho (2000, p. 91) diz que o ensino de Matemática nas escolas jesuíticas do Brasil colônia era “ensinada como simples ferramenta necessária para as necessidades imediatas do dia-a-dia”, levando-nos a inferência de que se resumia a contar e fazer as quatro operações básicas. Nessa perspectiva, evidencio a influência da sociedade nas escolhas dos saberes a ensinar, ou seja, materializa-se assim o controle que esse nível de codeterminação exerce sobre o currículo.

Ainda segundo o autor, o Ensino Primário passa a ter uma regulamentação em 1946, pelo Decreto-lei nº 8529/1946, onde “o Governo Federal fixou programa de matemática unificado para todo o país”; antes disso, os currículos eram diferenciados e ficavam a cargo de cada instância de governo responsável pelas unidades de ensino, que para algumas era o estado (ou províncias no império) e para outras era a união (ou corte), como ocorria no Rio de Janeiro, quando a cidade era a capital do império ou república. Essa primeira regulamentação do Ensino Fundamental (Decreto-lei nº 8529/1946), conhecida como Lei Orgânica do Ensino Primário, expressava que este tipo de ensino destinava-se a alunos de 7 a 12 anos e a estrutura compunha-se do Ensino Primário Fundamental – de 4 anos e do Ensino Primário Supletivo – de 1 ano.

Na Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1961 (Lei nº 4024/1961), o ensino primário passou a ser de 4 anos, com permissão do sistema de ensino estender até 6 anos e o ensino médio que destinava-se à educação dos adolescentes era composto pelos ciclos: ginasial – de 4 anos e colegial – de 3 anos, como podemos ver a seguir:

> O ensino médio será ministrado em dois ciclos, o ginasial e o colegial, e abrangerá, entre outros, os cursos secundários, técnicos e de formação de professôres para o ensino primário e pré-primário (Art. 34 da Lei 4.024)
>
> O ensino secundário admite variedade de currículos, segundo as matérias optativas que forem preferidas pelos estabelecimentos.
>
> § 1º O ciclo ginasial terá a duração de quatro séries anuais e o colegial, de três no mínimo.
>
> § 2º Entre as disciplinas e práticas educativas de caráter optativo no 1º e 2º ciclos, será incluída uma vocacional, dentro das necessidades e possibilidades locais. (Art. 44 da Lei 4.024).

Pelos textos dos artigos anteriormente destacados podemos entender que o Ensino Médio da época era composto dos últimos 4 anos do Ensino Fundamental de 8 anos e os 3 anos do antigo segundo grau. Vale ressaltar que “o ingresso na primeira série do 1º ciclo dos cursos de Ensino Médio depende de aprovação em exame de admissão, em que fique demonstrada satisfatória educação primária, ...”, como era expresso no art. 36 da referida lei. Essa segmentação oportunizou o desenvolvimento de práticas diferenciadas e acarretaram a possível constituição de obstáculos de ordem institucional.

Em 1971, com a Lei nº 5692/1971, o Ensino Fundamental passa a ser de 8 anos com a denominação de Ensino de 1º grau, unindo o Ensino Primário e o primeiro ciclo do Ensino Médio, chamado de Ginasial.

Em 1996 entra em vigor a atual LDB (Lei nº 9694/1996) que manteve a estrutura de 8 anos para o ensino primário com a denominação ensino Fundamental, e com a alteração feita pela Lei nº 11.274/2006 ficou estabelecido que o ensino Fundamental passaria de 8 para 9 anos de escolaridade; as redes de ensino teriam até o fim do ano letivo de 2009 para realizar estudos e adaptações com o objetivo de se implantar, de forma gradativa e obrigatória, a partir de 2010, o Ensino Fundamental de 9 anos.

O estudo das diversas leis, que se destinaram a regulamentar o ensino no Brasil, mostra que aos poucos esses instrumentos legais foram direcionados cada vez mais aos aspectos estruturais do ensino e menos aos aspectos dos conteúdos de cada disciplina e turmas destas estruturas de ensino.

O estudo das leis educacionais que já vigoraram ao longo de nossa história, também permite visualizar um quadro de desenvolvimento estrutural do ensino Fundamental, no qual fica claro que o currículo teve que sofrer alterações ao longo do processo para atender as novas demandas requeridas por essas referidas mudanças e o público-alvo do atendimento educacional. No entanto, se considerarmos o fato de que durante muitos anos, como já foi dito, o currículo ficava a cargo de cada esfera governamental à qual as redes de ensino eram subordinadas, fica difícil se pensar em estudar "o currículo" antes da regulamentação do ensino primário (pelo Decreto-lei nº 8529/1946), porque podemos inferir sobre a existência de "currículos" em função de cada rede de ensino. Por outro lado, ao olharmos para o período pós-regulamentação, a diversidade de currículo continua considerável, tendo em vista que os currículos nacionais sempre buscaram ter diretrizes gerais deixando espaço para as demais instâncias federativas definirem aspectos de âmbito peculiares às respectivas redes.

Mesmo restringindo-se o estudo do currículo nos dias atuais, a tarefa seria extremamente dispendiosa, pois a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (Lei nº 9694/1996) vigente é ainda mais abrangente no que se refere à estruturação do ensino desde a pré-escola até a pós-graduação, sem entrar nos chamados "pormenores" dos conteúdos de cada nível de ensino, turmas em cada nível ou nas diversas disciplinas que as compõem. Tais "pormenores" ficam a cargo dos currículos que são estabelecidos pelo órgão administrativo de ensino, conforme o nível e de acordo com a competência gerencial definida pela própria LDB.

Levando em consideração os comentários do parágrafo anterior, o estudo do currículo de Matemática do Ensino Fundamental no Brasil para se compreender as demandas oriundas do desenvolvimento estrutural deste segmento de ensino parece ser um trabalho de dispendioso esforço com demasia de tempo. Contudo, Barreto (2000) afirma que “essa pluralidade e aparente diversidade de orientações curriculares no país acaba se diluindo e empobrecendo, porque o currículo em curso em sala de aula reflete frequentemente grande atrelamento dos professores aos livros didáticos que adotam”; isso aponta para a possibilidade de se estudar o currículo de forma indireta via livros didáticos, neste caso de matemática, uma vez que, segundo a autora:

> [...] como o parque editorial está concentrado nas regiões Sudeste e Sul do país, os autores de livros didáticos costumam tomar como referência as orientações provenientes das propostas curriculares de estados dessas regiões, bem como terminam por refletir predominantemente às suas especificidades (BARRETO, 2000, p. 6).

O texto em destaque mostra a influência que alguns currículos exercem sobre o livro didático, porém, pela fala de Carvalho (2000, p. 109), podemos dizer que a recíproca também acontece, pois “os livros-texto espalham muito das propostas curriculares”.

Tendo em vista que o Ensino Fundamental é de competência dos municípios, que são hoje mais de 5.550 (cinco mil, quinhentos e cinquenta) e dos 27 (vinte e sete) estados que também têm a responsabilidade da oferta deste ensino de forma supletiva, o que sugere uma diversidade curricular. No entanto, essa diversidade precisa ter garantia de elementos comuns de conhecimentos por disciplinas, turmas e níveis sem o desrespeito, tanto à diversidade curricular quanto à autonomia gerencial dos entes federados sobre a educação de sua responsabilidade. A proposta de tal conciliação foi estabelecida no documento editado pelo Ministério da Educação com o título de **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**, com versões tanto para o ensino Fundamental quanto o Ensino Médio.

Os PCN não têm caráter obrigatório e unificador dos currículos existentes no país, mas como documento de referência curricular nacional, que tende a orientar as práticas pedagógicas dentro de sala de aula do Ensino Básico (Fundamental e Médio), passou a ter forte influência na elaboração dos livros didáticos e dentro do Programa

Nacional do Livro Didático que se destina a distribuir gratuitamente livros didáticos para uso dos estudantes das escolas públicas, as recomendações dos parâmetros fixaram-se como um dos critérios de avaliação sobre a qualidade destas obras didáticas.

Assim, associando o que diz a literatura sobre currículo e o caráter disseminador do livro didático, destacado por Carvalho (2000), permite admitir a possibilidade de estudar a epistemologia utilizada nos dois segmentos do ensino fundamental por meio da análise do livro didático sobre a abordagem do ensino de frações. Os próprios PCN de Matemática das turmas do primeiro segmento (p. 22) admitem que “as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos”, reforçando a possibilidade de buscar nesses os elementos que compõem a epistemologia utilizada para o ensino de fração nos diferentes segmentos do Ensino Fundamental. Assim, as ações da noosfera alcançam as práticas em salas de aula conformando essas, ou seja, ditando regras que conformam as praxeologias do professor.

Tendo ainda por base as contribuições de Carvalho (2000), visto que este também corrobora com a anunciada intenção de substituir o estudo dos diversos currículos vigentes na atualidade em cada unidade da federação pelo estudo do livro didático, pois ao se referir ao estudo dos currículos de tempos remotos afirma:

> Na verdade, esses currículos podem ser estudados, de maneira indireta, pelo exame dos poucos compêndios escolares da época; poucos, utilizados durante muitos anos. Embora não se disponham, para o Brasil, dados como, por exemplo, os da França, onde se consegue listar todos os manuais escolares (livros-textos) utilizados a partir da Revolução Francesa, o levantamento dos livros-textos de Matemática no Brasil dá indícios de uma grande estabilidade tanto de conteúdo quanto de seu tratamento (CARVALHO, 2000, p. 98).

É razoável considerar que, se admite fazer, indiretamente, o estudo dos currículos de Matemática de tempos passados utilizando os livros didáticos da época; não há empecilho para se usar o mesmo expediente para o estudo do currículo desta disciplina, e de qualquer outra, para a mesma finalidade tendo como foco os dias atuais.

Tendo em vista que o conteúdo programático de matemática em cada turma do Ensino Fundamental forma uma listagem expressiva e mesmo com o recorte já feito, no qual o foco da pesquisa se fixa nas turmas que caracterizam a transição dos estudantes do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental, o estudo do currículo de matemática via livro didático requer outro recorte para facilitar a execução da metodologia proposta e ser coerente com o referencial teórico adotado como ferramenta de análise – a TAD – no qual é imperativa a escolha de um objeto para se estabelecer a existência ou não de relação pessoal e institucional com o mesmo. Neste sentido, o objeto matemático de ensino escolhido para realização desta pesquisa foi a fração. Tal escolha faz com que a análise tenha também em consideração o arcabouço sobre fração.

O tópico seguinte será dedicado à busca da relação deste objeto matemático com a formação dos futuros profissionais de ensino que terão a incumbência de transformar a fração de objeto a ser ensinado em objeto ensinado.

4.2 A formação docente

Do ponto de vista do currículo, as instituições são estruturas que conformam as praxeologias, assim as indicações emanadas pelo currículo são indicações oriundas de níveis que estão fora do controle do professor e regem inclusive a formação docente. Mas as instituições do primeiro e segundo segmentos do Ensino Fundamental trabalham com modelos diferentes que deveriam se harmonizar e assim estabelecerem diálogos. No entanto, o que constato, muitas vezes, são choques que podem provocar obstáculos.

A diferenciação no currículo nos distintos segmentos do Ensino Básico também se reflete na formação dos professores que atuarão profissionalmente em cada um deles. Assim, observando a legislação educacional vigente, a Lei nº 9394/1996, percebe-se, de antemão, que é admitida uma diferenciação na formação dos professores que trabalharão nos dois distintos segmentos do Ensino Fundamental. Para o primeiro segmento, a formação mínima exigida é de ensino médio (sendo esse o curso de magistério) ou em curso universitário de licenciatura em Pedagogia e para o segundo segmento, a formação mínima é a licenciatura específica, de acordo com cada disciplina ou uma complementação pedagógica para os formados em cursos universitários que não habilitam para a licenciatura. Isto sugere que o segundo segmento do Ensino Fundamental, continua atrelado em termos epistemológicos ao antigo Ensino Médio.

> Art. 62. A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal. (Regulamento)
> Art. 63. Os institutos superiores de educação manterão: (Regulamento)
> I - ...;

> II - programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de educação superior que queiram se dedicar à educação básica; ... (BRASIL, 1996).

A formação para o exercício docente no âmbito da Lei nº 4024/1961 pouco se diferencia do que foi destacado da atual LDB, principalmente pelo fato de que nela os níveis de ensino das turmas que compõem o segundo segmento do Ensino Fundamental era nitidamente separado das atuais turmas do primeiro segmento deste ensino. Por isso, a diferença na exigência da formação de professores para exercerem a profissão em níveis diferentes de ensino parece ser naturalmente aceitável.

Fazendo uma análise um pouco mais aprofundada tanto da legislação educacional referente à formação para o magistério quanto da exigência requerida do docente no exercício profissional nas salas de aulas que compõem os dois diferentes segmentos do Ensino Fundamental, é possível afirmar que o professor das turmas do primeiro segmento tem uma formação e prática generalista, pois o mesmo será professor de todas as disciplinas que compõem o currículo das turmas do primeiro segmento. Já a formação e prática dos docentes das turmas do segundo segmento se volta para o aprofundamento da especificidade de cada disciplina, exatamente como ocorre com o Ensino Médio. Isto pressupõe mais uma vez que a epistemologia do segundo segmento do Ensino Fundamental continua mais próxima do atual Ensino Médio, do que da epistemologia do primeiro segmento, revelando assim, os resquícios da antiga estrutura educacional.

Essa diferença no nível de formação também resguarda diferença no nível de atuação profissional que é mais condizente com a estrutura de ensino regulamentada pela Lei nº 4024/1961, tendo em vista que a formação para o magistério na modalidade normal ou licenciatura em Pedagogia habilita para ser docente nas turmas do primeiro segmento do atual Ensino Fundamental que equivale ao antigo ensino primário. Já a habilitação em licenciatura plena dos cursos específicos permite o docente atuar nas turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental e no Ensino Médio que equivale às séries ginasiais e colegiais do que era o Ensino Médio nos anos de 1960.

Pelas informações dos parágrafos anteriores é possível inferir que a formação e o âmbito de atuação docente dos professores das turmas do primeiro segmento e do segundo segmento do Ensino Fundamental contribuem para que haja diferença na epistemologia dos professores desses dois segmentos, ou no mínimo, não garante que existam elementos comuns na epistemologia destes distintos professores para que a abordagem dos mesmos objetos matemáticos dos processos de ensino e aprendizagem da matemática que ocorreram em ambos os segmentos tenham uma comunicabilidade. Tal ausência pode estabelecer obstáculos didáticos para a passagem dos alunos das turmas finais do primeiro segmento para as turmas iniciais do segundo segmento do Ensino Fundamental, que é a tese desta pesquisa.

Pelo que diz a legislação, há dois tipos de formação para ser habilitado a atuar como docente no Ensino Fundamental: 1) a formação em nível médio - o Magistério e 2) a formação de nível universitário - em Pedagogia ou disciplinas específicas; sendo que no primeiro segmento, a formação admitida é o magistério e/ou a licenciatura em Pedagogia e no segundo segmento as licenciaturas específicas (e em caso de carência: os formados em Pedagogia e por último, em Magistério).

Nesta linha de raciocínio, quero buscar informações sobre a formação dos professores habilitados a ensinar nas turmas finais do primeiro segmento e nas turmas iniciais do segundo segmento e por opção deste pesquisador, tais informações vão se restringir à formação de nível universitário quanto aos aspectos dos conhecimentos de matemática, pois a formação dos docentes que ensinam esta disciplina nas turmas que esta pesquisa abrange merece atenção. Embora esteja ciente que existe um considerável contingente de docentes que ensinam no primeiro segmento do Ensino Fundamental que tem a formação de magistério e em casos extremos isso se verifica também no segundo segmento.

Para realizar as análises a seguir, os currículos das licenciaturas em Matemática e Pedagogia (Quadro 3) foram consultados, e arbitrariamente, as disciplinas foram classificadas em: 1) Especificas - disciplinas que nitidamente abordam questões matemáticas e 2) Gerais - que são disciplinas que abordam questões não matemáticas. O objetivo desta classificação é ter elemento que possibilite comparar grades curriculares diferentes, seja pela natureza do curso ou pela nomenclatura das disciplinas.

Quadro 3: Grade curricular do curso de Matemática da Universidade A

Nº	Disciplinas específicas (em relação à Matemática)	Disciplinas gerais
1	Conjuntos e Funções	Introdução à Educação
2	Geometria Plana	Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem
3	Laboratório de Ensino de Conjuntos e Funções	Metodologia do Trabalho Científico
4	Laboratório de Ensino de Geometria Analítica e Vetores	Metodologia do Ensino de Matemática
5	Laboratório de Ensino de Geometria Plana	Estágio Supervisionado I
6	Introdução às Variáveis Complexa	Estágio Supervisionado II
7	Cálculo I	Estágio Supervisionado III
8	Informática e Matemática	Fundamentos da Educação Inclusiva
9	Geometria Espacial	Linguagem Brasileira de Sinais
10	Laboratório de Ensino de Cálculo I	Trabalho de Conclusão de Curso
11	Laboratório de Ensino de Geometria Espacial	Estágio Supervisionado IV
12	Cálculo II	
13	Teoria dos Números	
14	Laboratório de Ensino de Cálculo II	
15	Laboratório de Ensino de Teoria dos Números	
16	Álgebra Linear	
17	Cálculo III	
18	Didática da Matemática	
19	Laboratório de Ensino de Álgebra Linear	
20	Laboratório de Ensino de Cálculo II	
21	Cálculo IV	
22	Análise Combinatória e Probabilidade	
23	Laboratório de Ensino de Cálculo IV	
24	Laboratório de Ensino de Análise	
25	Combinatória e Probabilidade	
26	Álgebra I	
27	Estatística	
28	Equações Diferenciais Ordinárias	
29	Análise Real	
30	Construções Geométricas	
31	Geometria Plana Axiomática	
32	Tópicos da História da Matemática	
33	Laboratório de Ensino de Tópicos da História da Matemática	

Fonte: Quadro formulado pelo doutorando tendo por base as informações obtidas na Pagina Eletrônica do Instituto de Ciências Exatas e Naturais da Universidade A - Faculdade de Matemática.

Pela lista de disciplina organizada no Quadro 3, o curso em licenciatura em Matemática da Universidade A é composto de 44 (quarenta e quatro) disciplinas, sendo que 11 (onze) estão voltadas para questões gerais que envolve o processo educacional e

33 (trinta e três) que abordam diretamente objetos matemáticos e seu ensino; a lista de disciplinas sobre matemática, no entanto, sugere que os objetos matemáticos tem uma abordagem mais voltada para o domínio do objeto em si do que as possíveis formas de abordagem daquele objeto no Ensino Fundamental e/ou Médio.

Como o objeto matemático eleito nesta tese para restringir o campo de análise é a fração, possivelmente, este se faz presente em todas as disciplinas classificadas como "específicas" em relação à Matemática e esse conjunto de disciplinas nos sugere que nelas, os licenciandos ampliam seus conhecimentos sobre o objeto e sua manipulação em âmbito acadêmico e não sobre sua abordagem para o ensino do mesmo nas estruturas da educação básica.

Assim sendo, o curso de licenciatura em Matemática tem um modelo curricular que favorece o desenvolvimento de uma praxeologia em que o objeto matemático é visto como elemento matemático de conhecimento, ou como definido na TAD, o "Saber Sábio" que é necessário para quem se dispõe a ensinar, mas pode ser insuficiente para o desenvolvimento de uma epistemologia que evidencie, aos futuros professores, as características deste objeto na perspectiva de elemento de ensino. Nesse caso, o estudo do fenômeno da Destransposição poderia auxiliar o futuro docente a estabelecer uma melhor relação com esse saber que torne o objeto mais sensível ao professor em formação inicial.

Talvez seja por isso que Dias (2012) tenha se deparado com o fato de que os professores de matemática do segundo segmento "ensinam fração como aprenderam", enquanto alunos daquela etapa de escolaridade; pois na formação docente contribui para o desenvolvimento de uma relação R (x, o) – relação do indivíduo 'x' com o objeto 'o', onde $R (x, o) \neq Ø$, mas esta não se torna ferramenta útil para o ensino. E como já foi destacado nos capítulos anteriores, esta relação será externada por meio da epistemologia utilizada pelo docente. Seguindo nessa linha de análise de formação docente, será apresentado o Quadro 4 com a grade curricular do curso de Pedagogia da Universidade A

Quadro 4: Grade curricular do curso de Pedagogia da Universidade A

Nº	Disciplinas gerais	Disciplinas específicas (em relação à Matemática)
1	Iniciação ao Trabalho Acadêmico	Abordagens Teórico-Metodológicas de Matemática Escolar
2	História da Filosofia	Estatística Aplicada à Educação
3	Didática	Matemática nos Anos Iniciais
4	História Geral da Educação	
5	Metodologia da Pesquisa	
6	Currículo: Teoria e Práticas	
7	Sociologia da Educação	
8	Filosofia da Educação	
9	Didática e Prática do ensino fundamental	
10	Educação Infantil: concepções e práticas	
11	Pedagogia em Organizações Sociais	
12	Educação Inclusiva	
13	Temas Antropológicos da Educação	
14	Bases Biológicas do Desenvolvimento Humano	
15	Pesquisa e Pratica Pedagógica	
16	Psicologia da Educação	
17	LIBRAS	
18	Sociologia da Educação: Instituição	
19	Gestão de Sistema e Unidades Escolares	
20	História da Educação Brasileira e da Amazônia	
21	Estágio de Gestão e Coordenação Pedagógica em Ambientes Escolares	
22	Coordenação Pedagógica em Ambientes Escolares	
23	Abordagens Teórico-metodológicas do Ensino de História	
24	Tecnologias da Educação	
25	Linguagem Oral e Escrita	
26	Estágio na Educação Infantil I	
27	Abordagens Teórico-Metodológicas de Ciências	
28	Abordagens Teórico-Metodológicas de Geografia	
29	Literatura Infantil	
30	Educação e Ludicidade	

31	Arte e Educação	
32	Estágio na Educação Infantil II	
33	Infância, Cultura e Educação	
34	Psicologia da Aprendizagem e Desenvolvimento	
35	TCC I	
36	Política e Legislação da Educação Brasileira	
37	Financiamento da Educação	
38	Planejamento e Avaliação de Sistema Educacional	
39	Estágio no ensino fundamental I	
40	TCC II	
41	Geografia nos Anos Iniciais	
42	História nos Anos Iniciais	
43	Ciências nos Anos Iniciais	
44	Língua Portuguesa nos Anos Iniciais	
45	Estágio no ensino fundamental II	

Fonte: Quadro formulado pelo doutorando tendo por base as informações obtidas na Página eletrônica do Instituto de Ciências da Educação da Universidade A - Faculdade de Educação

O Quadro 4 mostra que o currículo de Pedagogia da Universidade A é composto de 48 (quarenta e oito) disciplinas , das quais três nos sugerem que têm vínculos mais diretos com a Matemática, a saber: “Abordagens Teórico-Metodológicas de Matemática Escolar”, “Estatística Aplicada à Educação” e “Matemática nos Anos Iniciais”.

Observando as ementas de cada uma das citadas disciplinas destacadas no parágrafo anterior, é possível concluir que o objeto matemático “fração” não será elemento de discussão seja como objeto de ensino ou conhecimento, pois as discussões giraram em torno de aspectos também gerais sobre matemática.

A ementa da disciplina “Abordagens Teórico-Metodológicas de Matemática Escolar” revela que o foco será:

> A Matemática enquanto necessidade humana e ciência: aspectos históricos, filosóficos, epistemológicos. A formação matemática que se pretende dos professores polivalentes. Educação matemática nos diferentes níveis e etapas de escolaridade. Tendências metodológicas para o ensino da matemática. Avaliação em educação matemática. (Ementa da disciplina: Abordagens Teórico-Metodológicas de Matemática Escolar, não paginado).

A “Estatística Aplicada à Educação” traz em sua ementa a seguinte descrição:

> Panorama geral da Estatística: aspectos históricos e conceitos introdutórios. Elaboração e análise de diagnósticos estatísticos educacionais através do estudo de seus principais indicadores: Percentagens, coeficientes, índices e taxas. Construção e interpretação de gráficos e tabelas a partir de dados educacionais. Aplicativos computacionais para construção de tabelas e gráficos e cálculos estatísticos. Medidas de tendência central enquanto subsídios quantitativos para avaliação. Medidas de variabilidade (Ementa da disciplina: Estatística Aplicada à Educação, não paginado).

E a “Matemática nos Anos Iniciais” discutirá:

> Análise de propostas para o ensino de matemática na Educação Infantil e anos iniciais do ensino fundamental. Abordagens sociológicas, epistemológicas, cognitivas e didáticas dos conteúdos “números e operações”, “espaço e forma”, “grandezas e medidas” e “tratamento da informação”. Análise de livros didáticos (Ementa da disciplina: Matemática nos Anos Iniciais, não paginado).

No geral fica evidente pela grade curricular o caráter generalista do curso para suprir a necessidade de habilitar o futuro profissional tanto para lidar com a multiplicidade de disciplina que terá que trabalhar enquanto docente nas diferentes turmas do primeiro segmento quanto aos aspectos voltados para administração dos espaços escolares e de outras variáveis que podem interferir no desenvolvimento escolar. Assim estabelecido, o currículo se impõe como uma restrição para compreensão de certas especificidades dos objetos de ensino da Matemática, como aquelas referentes ao fenômeno de Transposição e Destransposição, mesmo que não seja tratado com essa denominação.

No aspecto específico do conhecimento matemático, e em particular sobre o objeto “fração”, a formação não contribui para que haja, como no curso de Matemática, sequer o desenvolvimento de uma epistemologia do objeto enquanto elemento de conhecimento. Desta forma, a relação R (x, o) – relação do indivíduo ‘x’ com o objeto ‘o’, onde $R(x, o) \neq \emptyset$, permanece aquela estabelecida no âmbito da escolaridade do ensino fundamental enquanto discente naquela estrutura de ensino, ou com raras exceções, pela iniciativa individual de aproximação com esse objeto.

Veremos a seguir o Quadro 5 que mostra a estrutura do curso de licenciatura de Matemática da Universidade B.

Quadro 5: Curso de licenciatura em Matemática da Universidade B

Nº	**Disciplinas específicas (em relação à Matemática)**	**Disciplinas gerais**
1	Fundamentos de Matemática Elementar I	Comunicação em Língua Portuguesa na Docência
2	Desenho Geométrico	Metodologia Científica
3	Geometria Analítica	Inglês Instrumental
4	Introdução à Educação Matemática	Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS
5	Fundamentos de Matemática Elementar II	Computação
6	Cálculo I	Psicologia da Educação
7	Geometria Euclidiana	Didática Geral e Especial
8	Álgebra I	Orientação de TCC I
9	Instrumentação para o Ensino da Matemática I	Políticas Públicas
10	Informática Aplicada à Educação Matemática	Orientação de TCC II
11	Fundamentos da Avaliação da Aprendizagem em Matemática	
12	Física Geral	
13	Estatística e Probabilidade	
14	Teoria dos Números	
15	Cálculo II	
16	Álgebra II	
17	Instrumentação para o Ensino da Matemática II	
18	Educação Matemática e Inclusão	
19	Prática de Ensino de Matemática I	
20	Cálculo Numérico	
21	História da Matemática	
22	Análise Real	
23	Prática de Ensino de Matemática II	
24	**Atividades complementares**	

Fonte: Quadro formulado pelo doutorando tendo por base as informações obtidas no Projeto Político Pedagógico e Grade Curricular aprovada pela Resolução nº 478, de 28 de novembro de 2003, do Conselho Estadual de Educação, para implantação a partir de 2004.

A lista de disciplinas do curso de licenciatura em Matemática da Universidade B, como mostra a organização do Quadro 6, soma 34 (trinta e quatro), das quais 24 (vinte e quatro) foram relacionadas como específicas e 10 (dez) como disciplinas de abordagens gerais. Das específicas, as disciplinas: “Fundamentos de Matemática Elementar I”, “Fundamentos de Matemática Elementar II” e “Teoria dos Números”, sugerem ser os espaços da grade onde as frações são objetos de estudo; principalmente com o caráter mais acadêmico – no sentido de conhecimento do objeto – do que didático, ou seja, de como ensiná-lo; tendo os mesmos efeitos já comentados na análise em relação ao curso de Matemática na Universidade A no que diz respeito ao desenvolvimento da epistemologia do futuro professor em relação à “fração”.

Quadro 6: Grade Curricular do curso de Pedagogia da Universidade B

Nº	Disciplinas gerais	Disciplinas específicas (em relação à Matemática)
1	Filosofia da Educação	Estudo dos Números e Operações Matemáticas
2	História da Educação	Introdução a Geometria e Estudos de Funções
3	Sociologia da Educação	
4	Psicologia Geral	
5	Leitura e Produção de Texto	
6	Psicologia do Desenvolvimento e Aprendizagem	
7	Didática	
8	Ed. Infantil no Contexto Brasileiro	
9	Metodologia Científica	
10	Atividades Físicas: Recreação e Jogos	
11	Processos Linguísticos	
12	Fund. Teor. e Metod. da Linguagem	
13	Tecnologia Educacional	
14	Geografia do Brasil e seu Ensino	
15	História do Brasil e Met. do Ensino de História	
16	Geografia da Amazônia e seu ensino	
17	História da Amazônia e Met. do Ensino de História	
18	Fundamentos Teóricos Met. em Ed. Especial	
19	Formas de Exp. e Com. Artística	
20	Linguagens Especiais e Comunicação Humana	
21	Química e Met. do Ens. de Ciências	
22	Física e Met. do Ens. de Ciências	
23	Biologia e Met. do Ens. de Ciências	
24	Planejamento e Avaliação	
25	Língua Brasileira de Sinais	
26	Eletiva I	
27	Fundamentos da Ed. de Jovens e Adultos	
28	Pesquisa Educacional	
29	Fund. de Gestão Educacional	
30	Políticas Públicas e Educação	
31	Teoria do Currículo e Diversidade Cultural	
32	Eletiva II	

33	Estágio Supervisionado – Gestão Educacional	
34	Educação em Instituições não Escolares e Ambientes Populares	
35	Estágio Supervisionado em Instituições Não Escolares e Ambientes Populares	
36	TCC I	
37	Eletiva III	
38	Eletiva IV	
39	Estágio Supervisionado em Ed. Infantil	
40	Estágio Supervisionado em Ensino Fundamental	
41	TCC II	

Fonte: Quadro formulado pelo doutorando tendo por base as informações obtidas no Projeto Político Pedagógico do Curso de Pedagogia

O Quadro 6 mostra que o currículo de Pedagogia da Universidade B é composto de 43 (quarenta e três) disciplinas , das quais duas nos sugerem ter vínculos mais diretos com a matemática, a saber: “Estudo dos Números e operações Matemáticas” e “Introdução a Geometria e Estudos de Funções”; novamente o destaque é o caráter generalista do curso - característica do modelo institucional desse segmento - que é necessário, mas o exame restrito da contribuição da formação para o desenvolvimento de epistemologia necessária para habilitar o futuro profissional a ensinar os diferentes objetos matemáticos em todo o primeiro segmento do ensino fundamental se mostra insuficiente (ou mesmo inexistente).

Fazendo um comparativo entre os currículos dos cursos de Matemática e Pedagogia da Universidade B, chama a atenção o fato do curso de Matemática ter 10 (dez) disciplinas de âmbito geral contra 2 (duas) de vínculo matemático na Pedagogia; o resultado disso é que tanto o curso de Matemática quanto o de Pedagogia não deixa evidente em suas respectivas lista de disciplinas que ocorre o desenvolvimento (ou há uma contribuição) de uma epistemologia para a abordagem dos diversos objetos matemáticos a serem ensinados na Educação Básica.

Quadro 7: Grade Curricular do curso de Matemática da Universidade C

Nº	Disciplinas específicas	Disciplinas gerais
1	Informática Básica e Aplicada	Sociologia da Educação
2	Lógica Matemática	Filosofia da Educação
3	Desenho Geométrico e Geometria Descritiva	Metodologia Científica
4	Fundamentos de Matemática	Leitura e Produção de Texto
5	Geometria Analítica e Vetores	Psicologia da Aprendizagem
6	Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino	Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS
7	Organização e Legislação da Educação Básica	História, Ciência e Sociedade
8	Didática	Estágio Supervisionado de Ensino I
9	Tópicos de Matemática	Estágio Supervisionado de Ensino II
10	Geometria Euclidiana	Temas Contemporâneos
11	Cálculo Diferencial e Integral I	
12	Educação Matemática	
13	Introdução à Matemática Discreta	
14	Introdução à Álgebra Linear	
15	Cálculo Diferencial e Integral	
16	Metodologia do Ensino de Matemática	
17	Matemática Discreta	
18	Laboratório de Ensino de Matemática	
19	Matemática Financeira	
20	Equações Diferenciais e Aplicações	
21	Física Geral	
22	Álgebra Linear e Aplicações	
23	Estatística e Probabilidade	
24	Teoria dos Números	
25	Matemática Computacional	
26	Trabalho de Conclusão de Curso I	
27	Análise Real	
28	Estruturas Algébricas	
29	História da Matemática	
30	Trabalho de Conclusão de Curso II	
31	Atividades Complementares	

Fonte: Quadro formulado pelo doutorando tendo por base as informações obtidas na página eletrônica da Universidade C – Implantado em 2012.

A lista de disciplinas oriunda do currículo do curso de Matemática da Universidade C foi dividida, no Quadro 7, em duas partes onde 31 (trinta e uma) foram classifcadas como “específicas em relação à Matemática” e 10 (dez) como “gerais”. A relação de disciplinas não tem muita diferença em comparação à listagem dos outros cursos de Matemática e isso permite afirmar, assim como nas análises anteriores, que o objeto matemático “fração” é visto durante o curso como elemento de conhecimento e a contribuição para a composição da epistemologia do objeto para o futuro docente do segundo segmento do Ensino Fundamental uma Epistemologia Institucional sobre fração como elemento de conhecimento acadêmico que é importante, mas pode contribuir para causar um Obstáculo Didático Institucional entre os alunos que iniciam o segundo segmento do Ensino Fundamental na retomada dos estudos das frações.

Quadro 8: Grade curricular do curso de Pedagogia da Universidade C

Nº	Disciplinas gerais	Disciplinas específicas (em relação à Matemática)
1	Metodologia Científica	Estatística
2	Leitura e Produção de Texto	Fundamentos Teórico-Metodológicos do Ensino de Matemática
3	História da Educação	Fundamentos Teórico-Metodológicos do Ensino de Ciências Naturais
4	Psicologia da Educação e Desenvolvimento Humano	
5	Elementos de Estética da Arte Universal	
6	Filosofia da Educação	
7	Sociologia e Educação	
8	Organização e Legislação da Educação Básica	
9	Oficina de Textos em Português	
10	Didática	
11	Psicologia da Aprendizagem	
12	Tecnologia da Informação e Comunicação no Ensino	
13	Fundamentos e Métodos da Educação Física	
14	Educação Especial	
15	Comunicação, Linguagem e Alfabetização	
16	Educação de Jovens e Adultos	
17	Currículo: Teoria e Planejamento	
18	Avaliação Educacional e Escolar	
19	Prática Pedagógica	
20	Fundamentos Teórico-Metodológicos do Ensino da Arte	
21	História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena	
22	Fundamentos e Métodos de Educação Infantil	
23	Fundamentos Teórico-Metodológicos do Ensino de Língua Portuguesa	
24	Estágio Supervisionado de Ensino – Educação Infantil	
25	Trabalho de Conclusão de Curso I	

26	Fundamentos Teórico-Metodológicos do Ensino de Geografia	
27	Fundamentos Teórico-Metodológicos do Ensino de História	
28	Estágio Supervisionado de Ensino – Anos Iniciais do ensino fundamental	
29	Língua Brasileira de Sinais	
30	Concepções e Métodos do Trabalho Pedagógico	
31	Organização do Trabalho Pedagógico na Escola	
32	Política e Planejamento Educacional	
33	Gestão da Educação	
34	Trabalho de Conclusão de Curso II	
35	Elaboração e Gestão de Projetos Sociais	
36	Educação Corporativa	
37	Disciplina Optativa	
38	Estágio Supervisionado de Gestão	
39	Temas Contemporâneos	
40	Atividades Complementares	

Fonte: Quadro formulado pelo doutorando tendo por base as informações obtidas na página eletrônica da Universidade C.

Das 43 (quarenta e três) disciplinas elencadas no currículo do curso de Pedagogia da Universidade C, 40 (quarenta) podem ser classificadas como “gerais” e 3 (três) como “específicas”, conforme as informações contidas no Quadro 8. A formação de uma epistemologia sobre os objetos de conhecimentos, entre eles os de Matemática, com os quais os futuros pedagogos terão que ensinar, não se apresenta como uma das competências necessárias. Assim como nas análises anteriores, é possível inferir que o curso não contribui para o desenvolvimento de uma espistemologia sobre os objetos matemáticos que sirva de ferramenta ao futuro docente. Configura-se assim uma epistemologia institucional e possíveis fontes de obstáculos.

Em um apanhado geral, os cursos de Matemática nas três instituições consideradas, e a julgar pela lista de disciplinas que compõem os cursos, pode-se facilmente inferir que durante a formação docente do licenciado em Matemática, o objeto “fração” é visto como número que tem várias formas de ser escrito, além de atribuições diferentes (as cinco perspectivas mencionadas anteriormente no Capítulo II) e não como um objeto de ensino que necessitaria de uma elaboração epistemológica diferenciada para cada nível de escolaridade (Fundamental e Médio) para os quais os futuros licenciados estariam habilitados a trabalhar. Ou seja, é evidente a necessidade do entendimento do fenômeno da Destransposição para assim compreender as necessidades de abordagem e articulações que podem ser feitas nos dois segmentos.

Por outro lado, os cursos de Pedagogia não ensejam a “fração” como objeto de conhecimento ou de ensino, e se for levado em consideração que o conhecimento do objeto em termos acadêmicos pode não ser suficiente para nos habilitar a ensiná-lo, mas a ausência deste contato dificulta ainda mais a aquisição de uma epistemologia adequada para o seu ensino. Desse modo, a formação dos professores que ensinarão Matemática no primeiro segmento do Ensino Fundamental não contribui para que haja o desenvolvimento de uma epistemologia sobre os objetos matemáticos (entre eles, a fração), diferente daquela estabelecida durante os primeiros anos de escolarização.

Assim, não é precipitado concluir que as respectivas formações resultarão em epistemologias diferentes (seja porque a epistemologia dos objetos é desenvolvida ou complementada pela abordagem dos respectivos objetos como elemento de conhecimento, seja por ausência desta experiência durante a formação) deixando patente que a diferença na formação docente contribui para a existência de uma Epistemologia Institucional própria em cada segmento do Ensino Fundamental.

Além da formação, que contribui para o desenvolvimento de epistemologia diferente entre os dois segmentos do Ensino Fundamental; outro fato que pode reforçar a existência de epistemologias diferentes entre os segmentos aponta para o livro didático como um importante instrumento auxiliar dos docentes para trabalhar os conteúdos em cada turma e segmento de ensino. Como em muitas vezes conformam as praxeologias docentes, os livros didáticos serão foco de análise no tópico a seguir.

4.3 Os livros didáticos

A pesquisa referente aos livros didáticos tem como um dos critérios a presença destes na lista do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), tanto para o primeiro segmento, cuja última escolha ocorreu no ano de 2012, quanto para o segundo segmento, cuja escolha ocorreu pela ultima vez em 2008 e os livros que estão sendo efetivamente usados por alunos e professores da rede pública de Nova Ipixuna no ano letivo de 2012.

Vale ressaltar que dentro deste rol disponibilizado pelos PNLD 2008 e 2012, foram analisadas 6 (seis) coleções, sendo três de cada segmento, sobre como o objeto matemático “fração” se faz presente nas turmas de transição dos dois segmentos de ensino.

Em geral, os livros didáticos das três primeiras turmas do primeiro segmento do Ensino Fundamental não abordam a fração como objeto matemático e visivelmente evitam o tema até mesmo como expressões do cotidiano do tipo: “metade de...”, “meia hora”, e tantas outras que se pode ter, e as raras exceções ocorrem nas propostas de trabalho com dobraduras e simetria onde expressões como “dobrar a folha ao meio” ou “metade da figura” são inevitáveis.

A abordagem de fração de forma sistemática e objetiva como objeto de ensino se evidenciou nos livros destinados as turmas finais do primeiro segmento e todo segundo segmento. Por este motivo, as análises se concentrarão nos livros das turmas que encerram o primeiro segmento e das turmas que iniciam o segundo segmento do Ensino Fundamental. Neste sentido, busco analisar quais são as formas em que as frações estão sendo tratadas nos livros didáticos e as possíveis diferenças epistemológicas existentes entre o primeiro e o segundo segmento do Ensino Fundamental.

O critério de análise da abordagem de fração nos livros didáticos considerará o tipo de tarefa requerida dos alunos e as cinco ideias associadas à fração defendida por Porto (1965), as quais classificou em: 1) Partição de um inteiro, 2) Agrupamento de unidades, 3) Agrupamento de frações, 4) Divisão indicada, e 5) Relação de comparação.

Numa visão geral, a análise dos livros didáticos mostra que não existe diferença de situações de fração entre as turmas que finalizam o primeiro segmento e as que iniciam o segundo segmento do Ensino Fundamental como já indicava o Quadro 2 que evidencia a orientação curricular dos PCN no que diz respeito ao ensino de fração em ambos segmentos. O Quadro 9, a seguir, dá indícios de que a “maneira de pensar e agir” sobre as frações como “partição de um inteiro” ou “relação parte-todo” se preserva nas turmas que caracterizam a transição entre segmentos.

No Quadro 9, a “Coleção 1” faz referência a Coleção Portas Abertas, a “Coleção 2” se refere à Coleção Aprender juntos matemática, já a “Coleção 3” diz respeito a Coleção Hoje é Dia de Matemática, a “Coleção 4” faz referência à Coleção Matemática e Realidade, a “Coleção 5” faz referência Coleção Fazendo a Diferença e por fim, a “Coleção 6” faz referência à Coleção Matemática.

Quadro 9: Abordagem das cinco ideias relacionadas à fração nas turmas de transição do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental

	1º segmento			**2º segmento**		
	Coleção 1	**Coleção 2**	**Coleção 3**	**Coleção 4**	**Coleção 5**	**Coleção 6**
Partição de um inteiro	Identificado	Identificado	Identificado	Identificado	Identificado	Identificado
Agrupamento de unidades	Não identificado	Identificado.	Não identificado	Identificado	Identificado	Identificado
Agrupamento de frações	Não identificado	Não identificado	Não identificado	Identificado; Exemplificação	Identificado; Exemplificação	Não identificado
Divisão indicada	Identificado	Não identificado	Identificado	Identificado	Identificado	Identificado
Relação de comparação	Não identificado	Não identificado	Identificado; não rotineiro	Não identificado	Não identificado	Não identificado

Fonte: Quadro formulado pelo doutorando

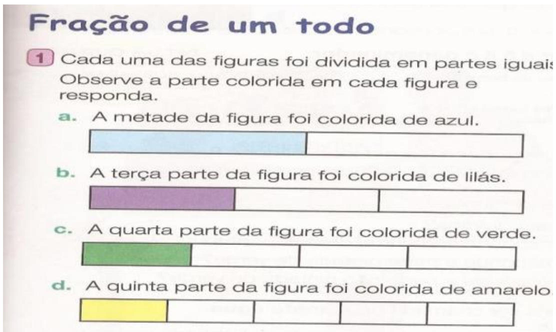
No Quadro 9, que retrata a visão geral da abordagem de fração nas turmas de transição entre segmentos do ensino fundamental, duas informações se destacam: 1) a ideia de relação parte-todo se faz presente em todos os livros e 2) em nenhum foram identificadas todas as cinco ideias associadas à fração. Outra constatação do Quadro 9 é que no início do segundo segmento se identifica maior quantidade de ideias associadas a fração.

No entanto, as referidas informações estão em âmbito geral e não possibilita uma inferência segura sobre a existência ou não de diferença na epistemologia institucional utilizada em cada segmento no ensino de fração. Desta forma, as secções a seguir se destinam a analisar separadamente os livros do primeiro e segundo segmento para tentar tirar conclusões.

4.3.1 Os livros destinados às turmas finais do primeiro segmento

No livro da “Coleção 1” - Coleção Portas Abertas, identifiquei duas das cinco ideias relacionadas à fração, sendo elas: 1) Partição de um inteiro e 2) Divisão Indicada; embora ambas as ideias citadas pareçam ser intrínsecas, os contextos em que aparecem caracterizam as diferenças das ideais associadas e podem ser verificadas pelos recortes a seguir.

Figuras 3 e 4: Partição de um inteiro


Fração de um todo
1 Cada uma das figuras foi dividida em partes iguais
Observe a parte colorida em cada figura e responda.
a. A metade da figura foi colorida de azul.
b. A terça parte da figura foi colorida de lilás.
c. A quarta parte da figura foi colorida de verde.
d. A quinta parte da figura foi colorida de amarelo

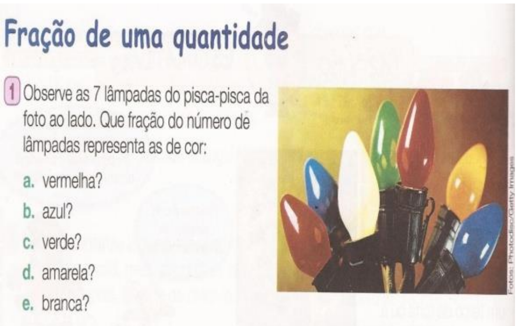

6 Observe como cada criança dividiu sua folha ao meio.

• Você acha que as crianças têm razão? Por quê?

Fonte: Coleção Portas Abertas (p. 121-122)

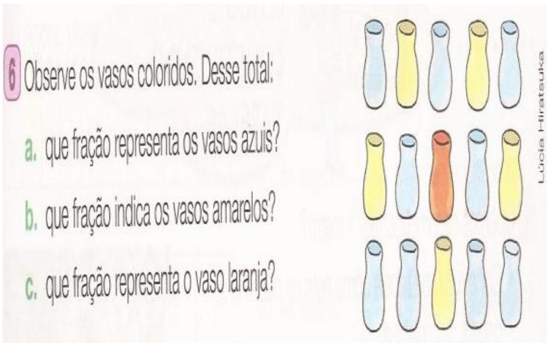
As Figuras 3 e 4 ilustram a maneira na qual a fração é apresentada e trabalhada na coleção. Neste caso, as tarefas são semelhantes, ou seja, a tarefa é fazer a partição de um inteiro (quantidade contínua) em partes iguais e da quantidade resultante se manipular uma quantidade menor tendo por técnica a dupla contagem. Essa tarefa é amplamente conhecida como uma fração associada à ideia de relação parte-todo, em que os alunos devem reconhecer e expressar essa relação seja pela simbologia matemática - p/q - ou por extenso.

Figura 5: Divisão indicada


Fração de uma quantidade
1 Observe as 7 lâmpadas do pisca-pisca da foto ao lado. Que fração do número de lâmpadas representa as de cor:
a. vermelha?
b. azul?
c. verde?
d. amarela?
e. branca?

Fonte: Coleção Portas Abertas (p. 128)

Figura 6: Divisão indicada


6 Observe os vasos coloridos. Desse total:
a. que fração representa os vasos azuis?
b. que fração indica os vasos amarelos?
c. que fração representa o vaso laranja?

Fonte: Coleção Portas Abertas (p. 129)

Conforme definição de Porto (1965) e Pinilla (2007), os exemplos das Figuras 5 e 6 podem ser classificados como uma tarefa de indicar uma divisão entre quantidades aleatórias, por se tratar de divisão entre quantidades quaisquer. Contudo, a ilustração que acompanha o exercício vincula essa divisão à ideia de parte-todo, devido ao fato de que essas quantidades são estabelecidas dentro de um conjunto restrito.

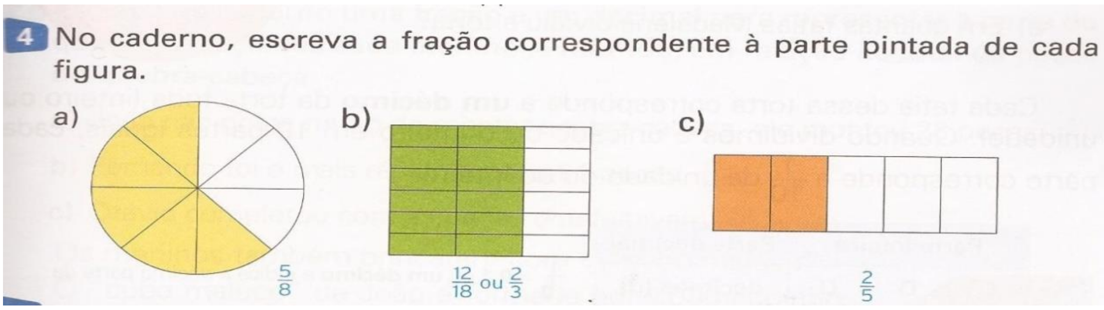
Ao longo do livro 5 da “Coleção I” (destinado aos estudantes das turmas finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental), as tarefas propostas, a ideia de fração como relação parte-todo sempre está associada a um desenho e/ou figuras (barras, pizzas, garrafas, círculos etc.) que representa a quantidade de partes iguais em que algo inteiro e contínuo foi dividido e desta, quantas partes foram “tomadas”. Nas raras exceções em que não há um desenho ou figura associada, a fração permanece conceitualmente como resultado da tarefa de dividir um inteiro em diversas partes iguais, pois na maioria das vezes as frações se referem às quantidades contínuas e raramente as quantidades discretas aparecem, as situações de quantidades discretas só se verificam na abordagem de frações impróprias.

Assim, na organização do livro, o objeto matemático fração tem uma proposta de articulação com outros conceitos e conteúdos matemáticos como: medidas, porcentagens, números decimais, sistema monetário e outros. Todavia, predomina a ideia de fração em torno de uma mesma **praxeologia** [(T), (t); (θ), (Θ)], especialmente no tocante à tarefa (T) e à técnica (t), em que se faz a partição de um inteiro (relação parte-todo) e se estabelecendo, de forma implícita, o conceito de fração exclusivamente como a forma indicativa da divisão entre dois números naturais.

Desta forma, é possível afirmar que, pela proposta deste livro, as frações são estudadas tendo como origem a ideia da relação parte-todo, ou seja, a **praxeologia** é expressar com símbolos numéricos a representação da relação entre quantidades obtidas da tarefa (T) de partir um inteiro em partes iguais e registrar quantas do total de partes obtidas foram “usadas para manipulação” com o recurso - técnica (t) - da dupla contagem, na qual a primeira contagem determina o número de partes em que um inteiro qualquer foi dividido e a segunda indica quantas partes que foram tomadas desta primeira contagem. Dentro deste contexto, a **epistemologia** utilizada no livro para o ensino de fração é de uma relação de dois números naturais referente a contagens distintas.

Pelas informações obtidas na análise do livro da “Coleção 2” - Coleção Aprender Juntos, também foram identificadas duas da cinco ideias associadas à fração, sendo estas: 1) Partição de um inteiro e 2) Agrupamento de unidades, que serão mostrados pelas figuras a seguir:

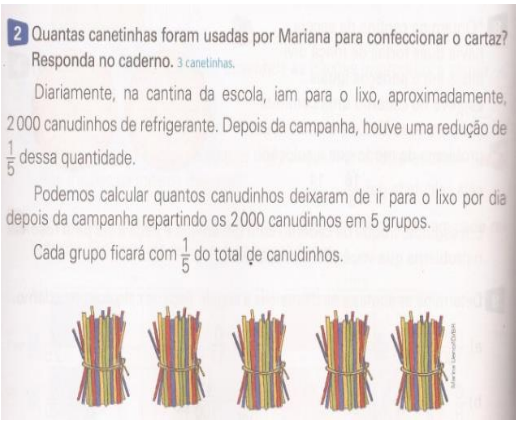
Figura 7: Partição de um inteiro



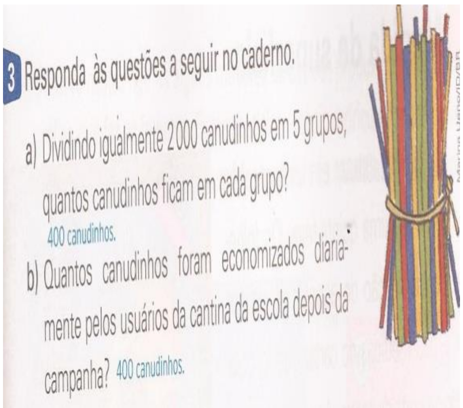
Fonte: Coleção Aprender Juntos (p. 55)

A Figura 7 mostra que a tarefa proposta aos estudantes é representar em quantas partes cada desenho foi dividido (um inteiro) e destas, quantas partes foram pintadas – o que requer uma segunda contagem das partes pintadas como técnica. Assim, a fração é apresentada como uma relação parte-todo, cujo recurso da representação figural é o principal instrumento para mostrar essa ideia e permitir a dupla contagem.

Figuras 8 e 9: Agrupamento de unidades



Fonte: Coleção Aprender Juntos (p. 84)



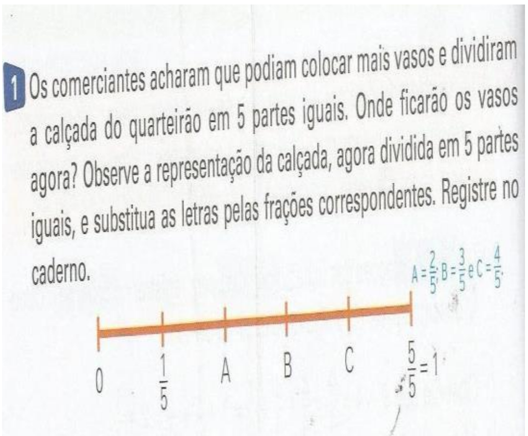
Fonte: Coleção Aprender Juntos (p. 85)

Os recortes presentes nas Figuras 8 e 9 sugerem como tarefa (T) o agrupamento de unidades inteiras em grupos com a mesma quantidade, na qual os 2000 (dois mil) canudos devem ser divididos em 5 (cinco) grupos. Neste caso, uma técnica (t) possível é a distribuição um a um dos canudos entre os 5 (cinco) grupos - considerando que se está iniciando o ensino deste objeto. Depois dos grupos formados, cada grupo é considerado como uma parte do conjunto composto pelos 5 (cinco) grupos, o que caracteriza uma segunda tarefa (T_2) em que a fração é vinculada à relação parte-todo, utilizando a técnica (t) de dupla contagem.

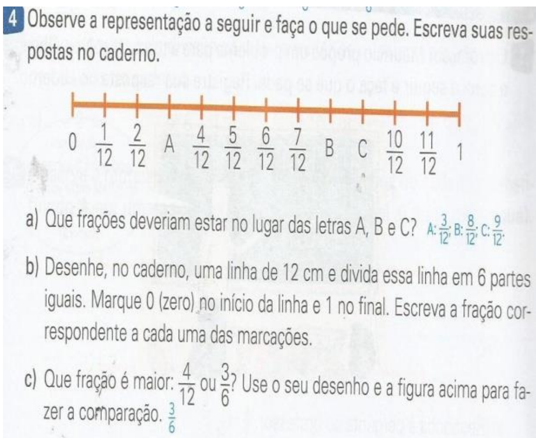
Além destas observações ilustradas acima sobre as ideias associadas à fração constante no livro, as análises complementares do mesmo permitem afirmar que a fração é um objeto de ensino abordado de maneira que haja uma articulação com decimais e demais conteúdos como porcentagens, e outras relações existentes entre frações. No entanto, a construção da noção de fração parte sempre de tarefas em que um inteiro é dividido em partes iguais e uma quantidade destas partes são "manipuladas", em que a dupla contagem (como técnica) é indispensável. A ideia de parte-todo é sempre reforçada implicitamente pela associação da fração a uma figura representativa da mesma.

O livro também procura utilizar outro recurso para se fazer a comparação de frações, onde estas são colocadas na reta numérica para serem comparadas; embora isso possa contribuir para a futura abordagem da fração como número, ele reforça a noção de parte-todo, uma vez que as frações estão sempre localizadas entre 0 (zero) e 1 (um), seja qual for o denominador.

Figuras 10 e 11: Parte-todo



Fonte: Coleção Aprender Juntos (p. 102)

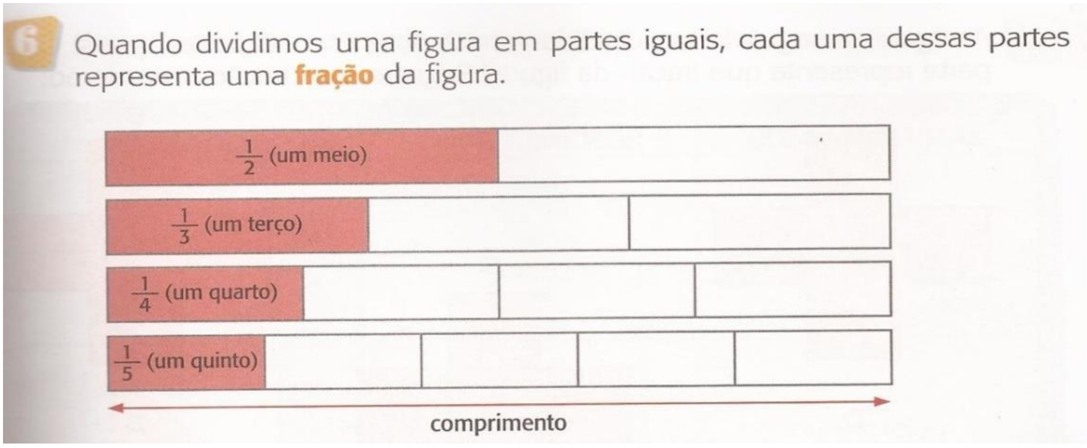


Fonte: Coleção Aprender Juntos (p. 103)

Sendo a fração vista neste livro também como uma relação parte-todo, que praxeologicamente se baseia na representação, pois como ilustram as Figuras 10 e 11, tarefa de identificar as partes de um inteiro (o segmento de reta entre 0 e 1), sendo que foi dividido em partes iguais e tem por técnica a dupla contagem, a construção epistemológica também se fundamenta na noção de fração como escrita da relação entre dois números naturais; como foi explicitado também pela análise do livro da “Coleção 1”.

Na “Coleção 3” - Coleção Hoje é Dia de Matemática, a fração é mostrada fazendo também menção das relações entre medidas, sistema monetário, porcentagem e representação decimal etc. Sendo que neste livro se encontram três das cinco ideias relacionadas à fração (Figura 12).

Figura 12: Partição de um inteiro

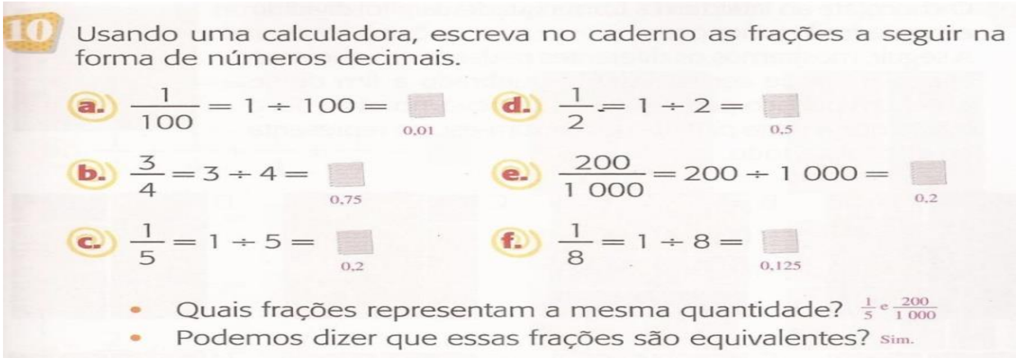


Fonte: Coleção Hoje é Dia de Matemática (p. 69)

O livro introduz o assunto fração partindo da ideia parte-todo representada na Figura 12. Logo, a epistemologia usada é a relação entre dois números naturais, cuja praxeologia requerida é a dupla contagem.

Vale destacar que a Figura 12 tem grande semelhança com a Figura 3 (ver página 90) usada para ilustrar a introdução da abordagem de fração no livro da “Coleção 1”, o que torna tanto a ideia da relação parte-todo como a forma de representação, institucional; visto que em “coleções” (obras) diferentes a maneira de representar uma ideia guardam semelhança.

Figura 13: Divisão indicada



Fonte: Coleção Hoje é Dia de Matemática (p. 285)

Semelhante ao que foi dito na análise do livro da “Coleção 1”, na Figura 12, as frações configuram exemplos de tarefas de indicar divisão entre quantidades aleatórias. Aqui é nítida a ideia da fração como outra forma de escrever a divisão entre dois números naturais e as respostas indicadas deixam de forma implícita a relação também com a representação decimal.

Figuras 14 e 15: Relação de comparação

Fonte: Coleção Hoje é Dia de Matemática (p. 95)

As duas Figuras (14 e 15) mostram exemplos de tarefas de comparação entre grandezas que resultam na ideia de fração e, nesta situação em particular, está desassociado de representação figural que sugere a relação parte-todo.

O conjunto das análises dos livros destinados às turmas finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental mostram que os mesmos têm em comum o fato da fração, como objeto matemático de ensino, ser sempre tratado sob a ótica da relação parte-todo, sendo essa ideia reforçada pela associação a uma figura representativa da mesma.

Neste contexto, o quartenário representativo da **praxeologia** [(T), (t); (θ), (Θ)] referente a frações se restringe aos primeiros dois termos [(T), (t)], ou seja, a Tarefa (T) de expressar com símbolos numéricos a relação entre quantidades cuja técnica (t) é a dupla contagem, em que no primeiro conta-se o número de partes um determinado inteiro foi dividido, que será chamado de denominador e no segundo, conta-se a quantidade de partes que foram tomadas desta primeira contagem e que será chamada de numerador.

Neste sentido, a **epistemologia** (a forma de encadeamento de sua apresentação, o enredo que justifica a maneira que se pode manipulá-lo e o significado que lhe é atribuído) utilizada nos livros para o ensino de fração neste segmento é a da representação expressa pela relação de dois números naturais referente a contagens distintas.

As informações do parágrafo anterior já permitem dizer que a ideia de fração, associada a relação parte-todo expressa por dois números naturais é uma **Epistemologia Institucional** nas turmas finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental brasileiro, tendo em vista que o livro didático também serve como uma espécie de parâmetro curricular na prática docente e por isso também é, dentro da TAD, visto como uma instituição.

4.3.2 Os livros destinados às turmas iniciais do segundo segmento

No livro da “Coleção 4” – Coleção Matemática e Realidade, destinado às turmas iniciais do segundo segmento do Ensino Fundamental, as atividades propostas são, na maioria, em forma de textos e requerem a representação numérica fracionária. Desde o começo da abordagem do assunto, a fração é apresentada como um número, conforme se pode verificar pela parte do livro destacada na Figura 16.

Figura 16: Conceito de fração

Os números $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}$ e $\frac{8}{8}$ são exemplos de *frações*.
Podemos dizer, então, que fração é um número que representa partes de um inteiro.
Nas frações, o número colocado abaixo do traço é chamado *denominador* e indica em quantas partes iguais a unidade foi dividida. O número colocado acima do traço é chamado *numerador* e indica quantas partes da unidade foram tomadas. Exemplo:

$$\frac{3 \rightarrow \boxed{\text{numerador}}}{8 \rightarrow \boxed{\text{denominador}}}$$

O numerador e o denominador são os *termos* da fração.

Fonte: Coleção Matemática e Realidade (p. 154)

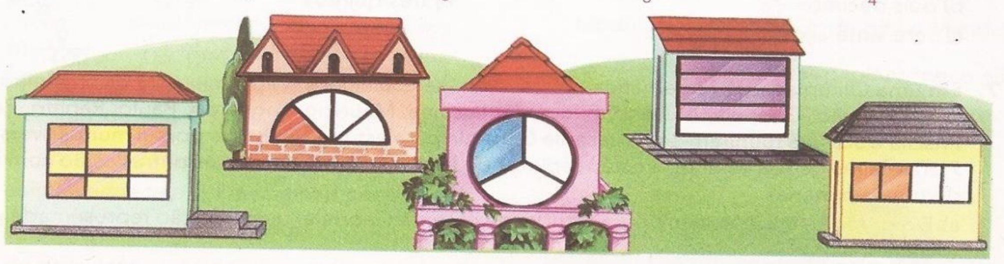
O destaque acima mostra que a fração é vista como um número, ou seja, a epistemologia que aqui se apresenta difere da ideia de uma representação que utiliza dois números naturais, como implicitamente era posto no primeiro segmento. Contudo, a afirmação de que este número indica “partes de um inteiro” volta a remeter a ideia da relação parte-todo. Isto pode se constituir um obstáculo didático institucional à medida que a praxeologia não venha materializar a diferença nessa nova “maneira de pensar” a fração, vista como um número porque a “maneira de agir” se assemelha àquela quando a fração é a relação entre dois números naturais obtidos da dupla contagem.

Na análise realizada, foram detectadas quatro das cinco ideias associadas à fração, a saber:

Figura 17: Partição de um inteiro

2. Um vidraceiro está colocando vidros coloridos nas janelas das casas. Indique que fração, do total, os vidros já colocados em cada janela representam:

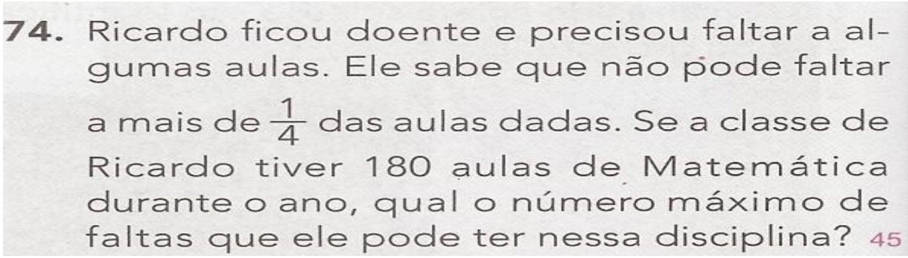
a) $\frac{8}{9}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{5}$ e) $\frac{2}{4}$



Fonte: Coleção Matemática e Realidade (p. 155)

As representações de frações ilustradas pela Figura 17 retomam a ideia da relação parte-todo e a dupla contagem tal qual foi observado nas abordagens nos livros destinados às turmas finais do primeiro segmento e da qual não se pode fugir, por ser uma ideia legitimamente associada à fração.

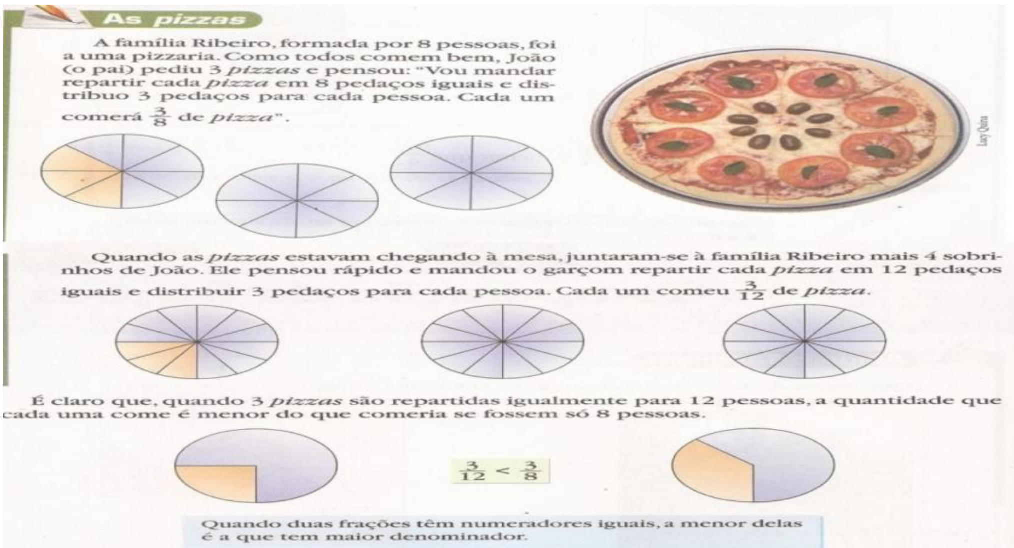
Figura 18: Agrupamento de unidades


74. Ricardo ficou doente e precisou faltar a algumas aulas. Ele sabe que não pode faltar a mais de $\frac{1}{4}$ das aulas dadas. Se a classe de Ricardo tiver 180 aulas de Matemática durante o ano, qual o número máximo de faltas que ele pode ter nessa disciplina? 45

Fonte: Coleção Matemática e Realidade (p. 172)

O problema presente na Figura 18 ilustra a ideia de fração como agrupamento de unidade porque a tarefa é distribuir as 180 (cento e oitenta) aulas em quatro grupos para assim se saber quantas aulas equivale a cada grupo. Neste caso, a praxeologia se constitui na tarefa (T) de estabelecimento da unidade e na técnica (t) de composição dos grupos com a mesma quantidade de unidades.

Figura 19: Agrupamento de frações

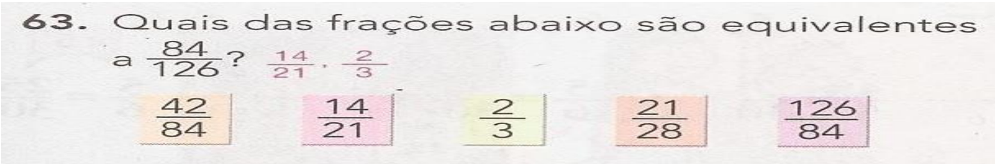


Fonte: Coleção Matemática e Realidade (p. 173 e 174)

O livro utilizou uma situação do dia-a-dia para ilustrar um agrupamento de frações, porém isso não se constitui em uma prática, ou seja, nos exercícios propostos os alunos não terão que realizar tais agrupamentos.

Vale ressaltar que na ilustração acima, a praxeologia, tem a tarefa (T) de divisão de cada unidade de pizza e na técnica (t) de composição dos grupos de frações com a mesma quantidade de unidades. Isso muito se assemelha à ideia de parte-todo, cuja representação se expressa por dois números naturais obtidos por dupla contagem, mesmo o livro partindo da concepção de fração como “número”.

Figura 20: Divisão indicada


63. Quais das frações abaixo são equivalentes a $\frac{84}{126}$? $\frac{14}{21}$, $\frac{2}{3}$

$\frac{42}{84}$ $\frac{14}{21}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{21}{28}$ $\frac{126}{84}$

Fonte: Coleção Matemática e Realidade (p. 169)

A figura anterior traz alguns exemplos do conceito de fração como divisão indicada de acordo com a discussão posta por Porto (1965) e não faz associação com representação figural (desenho) de qualquer natureza que possa remeter à ideia de relação parte-todo.

No livro, a associação da fração a uma representação figural (desenho) é um recurso utilizado nas introduções de novos assuntos como: as operações com frações, os tipos de frações, comparações de frações etc.; sem ficar preso nestas representações nos exercícios propostos. Desta forma, a apresentação das frações aponta para uma tentativa de transição no que diz respeito à mudança de **epistemologia** no ensino de fração desde a introdução, em que a representação fracionária é vista como um número em si e não como uma relação expressa utilizando-se dois números naturais, já que o ensino de frações se inicia pela abordagem conceitual, onde fica claro que a “fração é um número”.

No entanto, é recorrente o uso da representação figural que associa a fração à ideia de parte-todo construída no primeiro segmento e tinha como Epistemologia Institucional a divisão entre dois números naturais e cuja praxeologia se traduz na tarefa de dividir um inteiro e na técnica da dupla contagem. Isto não contribui para que os alunos realmente vejam a fração como um número em si e não mais como uma relação entre dois números naturais.

Neste sentido, se torna interessante a afirmação de Dias (2012), no que diz respeito à assimilação docente da fração associada à ideia parte-todo como consequência de sua expressiva presença nos diversos livros didáticos, mesmo entre os habilitados a ensinar no segundo segmento.

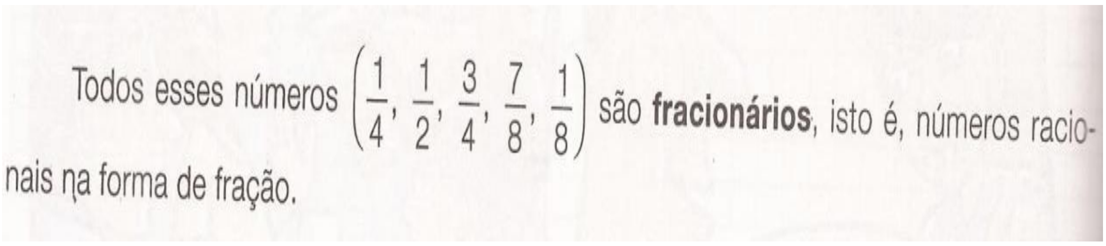
> Como pode ser visto, em relação às questões parte-todo tratadas no instrumento, quando a situação envolve questões usuais, a conservação da unidade parece ser assimilada, pois o referencial parte-todo em frações unitárias parece ser de domínio docente, mas quando se usa aspectos simbólicos, a tendência é tomar as partes como nova unidade que compromete o domínio conceitual.
> Reitero que há uma hipótese explicativa das representações tipo, como no item anterior, isto é, como as situações apresentadas, são usuais nos livros didáticos, na representação de frações unitárias, isto limita o professor a este tipo de representação. Consequentemente, o professor ao se deparar com representações de frações não unitárias manifesta obstáculos provocados por essas representações (DIAS, 2012, p. 123 e 124).

A citação corrobora com minhas afirmações feitas na seção sobre a formação de professores em que conjecturo que as distintas abordagens da fração, em função da diferença de formação dos futuros docentes do primeiro e segundo segmento, não permitem que adotem uma epistemologia diferente daquela vista em seu tempo de estudante naquele segmento. No entanto, Dias (2012) traz um elemento contundente ao mostrar que isso é influenciado pelo que se apresenta nos livros didáticos, que é em si, um elemento institucional.

Assim, é possível afirmar que a epistemologia utilizada para abordar a fração como número, adotada neste livro da “Coleção 4”, se constitui em um Obstáculo Didático para os alunos das turmas iniciais do segundo segmento do ensino fundamental em função de usar a mesma praxeologia do primeiro segmento, onde a fração era vista como a relação entre dois números naturais.

O livro da “Coleção 5” – Coleção Fazendo a Diferença – também inicia a abordagem de frações mostrando que as mesmas são “números” (Figura 21).

Figura 21: Definição de fração

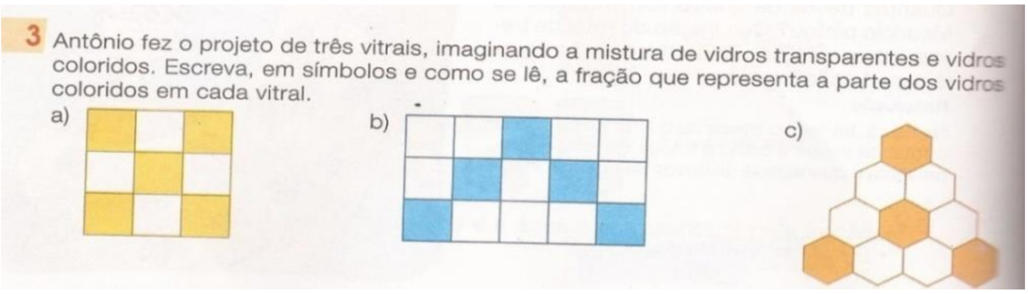


Todos esses números $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{1}{8}\right)$ são **fracionários**, isto é, números racionais na forma de fração.

Fonte: Coleção Fazendo a Diferença (p. 120)

Além dessa nova epistemologia dada à fração, entre os conceitos e exercícios propostos pelo livro é possível detectar quatro das cinco ideias associadas a esse objeto matemático, sendo elas:

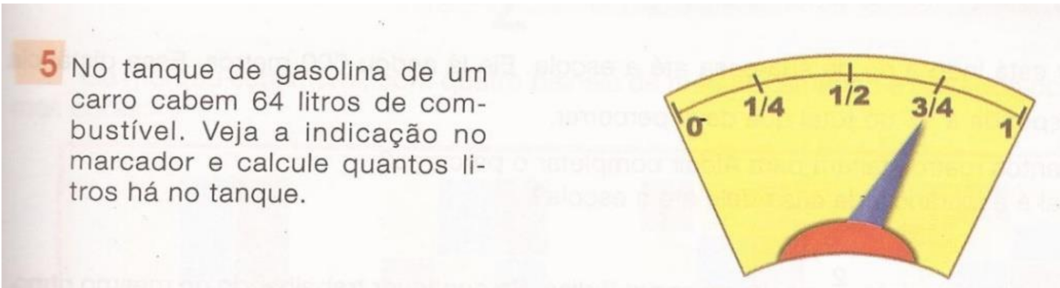
Figura 22: Partição de um inteiro



Fonte: Coleção Fazendo a Diferença (p. 122)

Como mostra a Figura 22, a ideia da relação parte-todo (partição de um inteiro) é associada à fração por meio da representação figural. Neste caso, a epistemologia não se diferencia (e não poderia) daquela usada nas turmas finais do primeiro segmento.

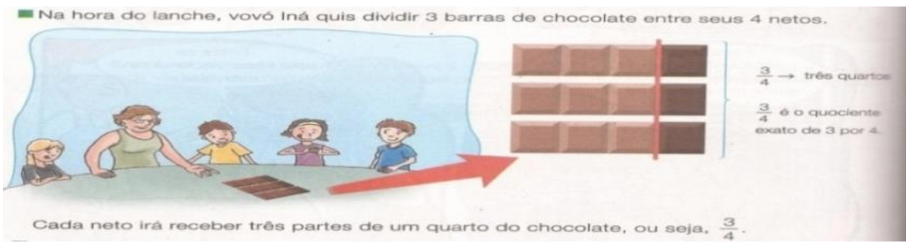
Figura 23: Agrupamento de unidades



Fonte: Coleção Fazendo a Diferença (p. 123)

A Figura 23 sugere o agrupamento de unidade, pois a capacidade total do tanque terá que ser distribuída em quatro grupos; embora haja uma representação figural, o exercício se reporta a uma quantidade contínua onde não permite a dupla contagem. Assim, a praxeologia, neste caso, se constitui na tarefa (T) de estabelecimento da unidade e na técnica (t) composição dos grupos com a mesma quantidade de unidades.

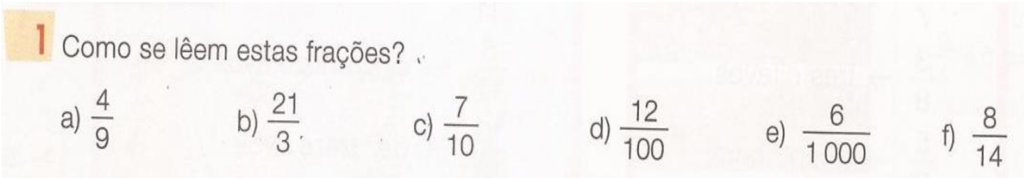
Figura 24: Agrupamento de frações



Fonte: Coleção Fazendo a Diferença (p. 120)

É preciso assinalar que a ideia de agrupamento de frações não se constitui em uma tarefa a ser realizada, mas se restringe a uma exemplificação de uma das diversas situações diárias em que este tipo de agrupamento pode acontecer.

Figura 25: Divisão indicada


1 Como se lêem estas frações?

a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{21}{3}$ c) $\frac{7}{10}$ d) $\frac{12}{100}$ e) $\frac{6}{1\,000}$ f) $\frac{8}{14}$

Fonte: Coleção Fazendo a Diferença (p. 122)

A Figura 25 traz alguns exemplos do conceito de fração como divisão indicada entre quantidades que não fazem necessariamente associação da fração com a ideia de relação parte-todo.

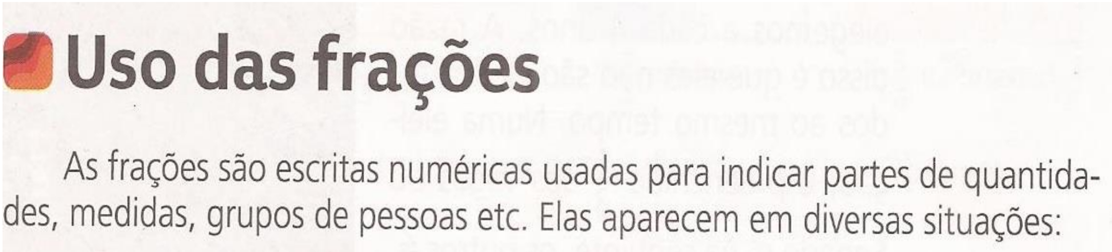
Analisando os exercícios propostos, pode-se perceber que os mesmos buscam trabalhar os conceitos de fração, frações equivalentes, simplificação de frações, comparação de frações e as operações com frações e outros, sempre usando o recurso da representação figural que destaca a relação parte-todo. Desse modo, a praxeologia deste livro volta a ser a mesma das turmas finais do primeiro segmento - expressar uma fração utilizando a dupla contagem -, embora a fração seja conceitualmente vista como um número e não como a relação entre dois números naturais.

A epistemologia da fração como número fica evidente na abordagem de assuntos como: fração decimal, numeral decimal e as operações com decimais; na qual a tarefa é fazer a transformação da escrita de uma fração decimal em uma escrita de número decimal. Contudo, ainda é forte a associação parte-todo feita pelas figuras que se utiliza para introduzir tal proposta; ou seja, a epistemologia não é efetivamente bem evidenciada na praxeologia utilizada, pois busca sempre o apoio da representação figural da fração como relação entre dois números.

Novamente a análise do livro da “Coleção 5” também permite afirmar que ocorre uma tentativa de mudança na “maneira de pensar” a fração, no sentido de ser “um número” e não uma relação entre números. No entanto, a “maneira de agir” não se modifica e tem como consequência o Obstáculo Didático para o educando que continua vendo a fração como uma relação entre dois números naturais associada à ideia de parte-todo.

O livro da “Coleção 6” – Coleção Matemática – também parte do conceito de que “frações são escritas numéricas” para discutir as ideias a elas associadas. Assim, o livro aborda a fração como número e não como relação entre dois números.

Figura 26: Ideia de utilização de fração



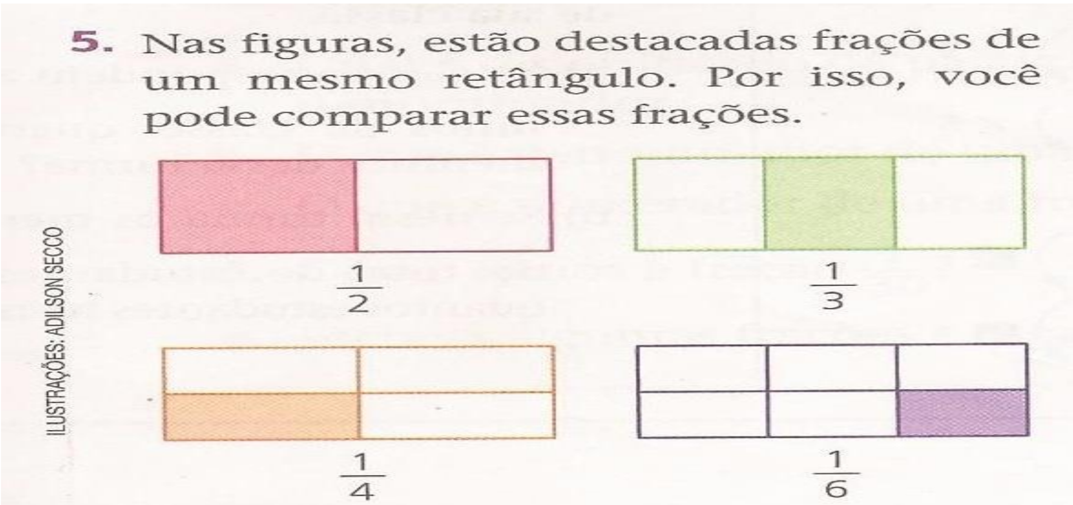
Uso das frações

As frações são escritas numéricas usadas para indicar partes de quantidades, medidas, grupos de pessoas etc. Elas aparecem em diversas situações:

Fonte: Coleção Matemática (p. 113)

No livro também foram identificadas três das cinco ideias associadas à fração, as quais serão apresentadas a seguir.

Figura 27: Partição de um inteiro

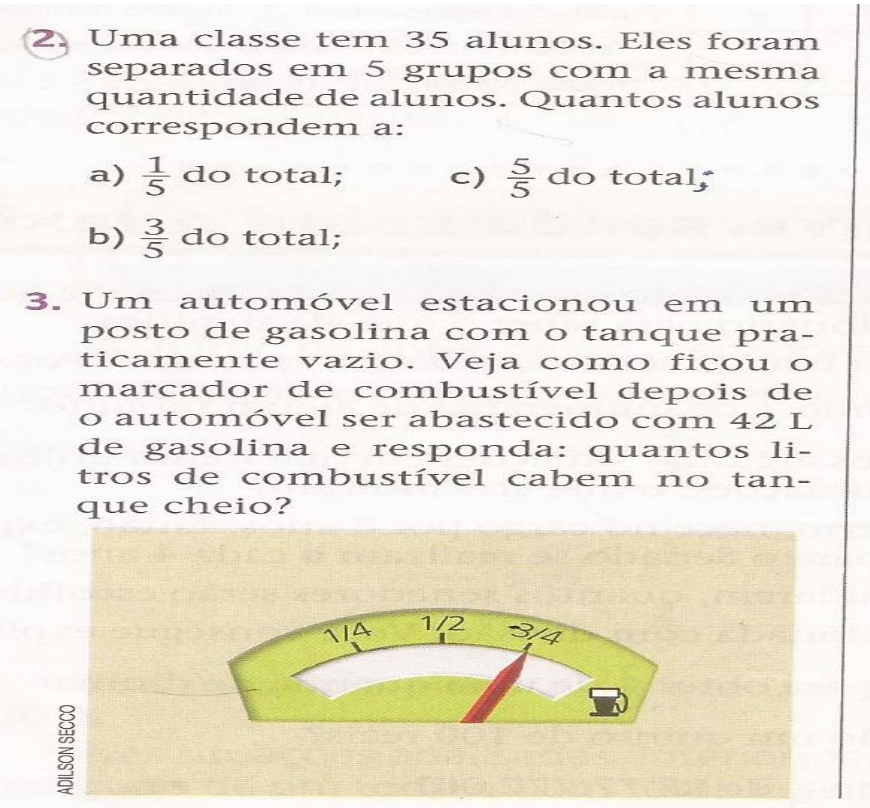


5. Nas figuras, estão destacadas frações de um mesmo retângulo. Por isso, você pode comparar essas frações.

Fonte: Coleção Matemática (p. 117)

A Figura 27 não foge à regra de associar a fração à ideia de relação parte-todo, utilizando como recurso a representação figural, mantendo uma prática estabelecida desde as turmas finais do primeiro segmento, mesmo tendo como ponto de partida o conceito de fração como “um número”.

Figura 28: Agrupamento de unidades



2. Uma classe tem 35 alunos. Eles foram separados em 5 grupos com a mesma quantidade de alunos. Quantos alunos correspondem a:

a) $\frac{1}{5}$ do total; c) $\frac{5}{5}$ do total.

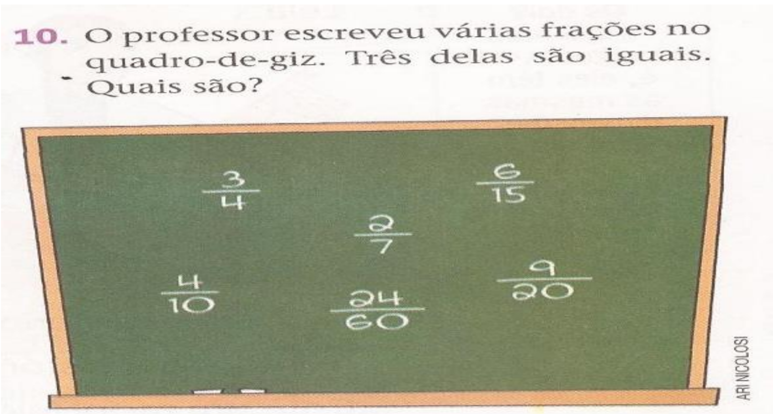
b) $\frac{3}{5}$ do total;

3. Um automóvel estacionou em um posto de gasolina com o tanque praticamente vazio. Veja como ficou o marcador de combustível depois de o automóvel ser abastecido com 42 L de gasolina e responda: quantos litros de combustível cabem no tanque cheio?

Fonte: Coleção Matemática (p. 116)

Assim como na análise do livro da “Coleção 5”, a Figura 28 se constitui um exemplo de atividade em que a fração está associada à ideia de agrupamento de unidades; pois a tarefa (T) requerida é estabelecer a unidade e depois distribuí-las em grupos com quantidades iguais de unidades.

Figura 29: Divisão indicada



10. O professor escreveu várias frações no quadro-de-giz. Três delas são iguais. Quais são?

Fonte: Coleção Matemática (p. 255)

A última das três ideias associadas à fração detectada na coleção foi a da divisão indicada como mostra a Figura 29 e não está vinculada a um desenho que sugira a relação parte-todo.

O conjunto das análises da “Coleção 6” também segue a mesma tendência das outras duas destinadas a este segmento, ou seja, ocorre uma mudança na epistemologia acerca da fração, mas a praxeologia não se altera. Isto contribui para que se estabeleça um obstáculo didático a respeito do ensino de fração.

Nos livros destinados às turmas iniciais do segundo segmento do Ensino Fundamental, é possível observar que nas três coleções analisadas, a fração é apresentada como um **número**; ou seja, essa “maneira de pensar” a fração se constitui em uma **Epistemologia Institucional** que coloca o objeto fração em uma representação na forma "$\frac{a}{b}$"; onde a mesma não é mais vista como uma relação entre dois números naturais que expressa uma dupla contagem e sim como uma representação numérica que se exprime de forma composta ("$\frac{a}{b}$", com $b \neq 0$) e utilizando-se como recurso os elementos antes conhecidos como números naturais.

Por outro lado, o uso de representação figural recorrente deixa muito presente a epistemologia desenvolvida no primeiro segmento onde a fração era conceitualmente vista como uma relação entre dois números naturais e associada à ideia de parte-todo. Assim, podemos concluir que a epistemologia sobre fração no segundo segmento se modifica na questão de ser considerada como um número, mas a praxeologia não materializa essa nova concepção de fração, pois na maioria das vezes, a representação figural e o que justifica a expressão da mesma não se difere daquela “maneira de agir” utilizada para a fração vista como relação entre dois números naturais.

A contradição entre a Epistemologia Institucional sobre a fração usada no segundo segmento do Ensino Fundamental e a praxeologia que permanece a mesma usada no primeiro segmento (ou com a maioria de suas características) confirmam o problema de destransposição defendida por Antibi e Brousseau (2000), como uma ação necessária para o auxílio ao aluno no processo de aprendizagem. No entanto, conforme visto, a formação dos professores não contribui para que a transposição seja realizada e com isso prevalece aquilo que é predominante nos livros didáticos.

Outro ponto a destacar acerca dos livros destinados às turmas iniciais do segundo segmento do Ensino Fundamental é que pelo menos três das cinco ideias associadas à fração são trabalhadas. No entanto, as três coleções não abordaram a ideia da relação de comparação sequer como uma exemplificação, da mesma forma que ocorreu com a ideia de agrupamento de frações.

Por outro lado, o uso de representação figural recorrente deixa muito presente a epistemologia desenvolvida no primeiro segmento onde a fração era conceitualmente vista como uma relação entre dois números naturais e associada à ideia de parte-todo. Assim, podemos concluir que a epistemologia sobre fração no segundo segmento se modifica na questão de ser considerada como um número, mas a praxeologia não materializa essa nova concepção de fração, pois na maioria das vezes, a representação figural e o que justifica a expressão da mesma não se difere daquela “maneira de agir” utilizada para a fração vista como relação entre dois números naturais.

4.4 A passagem do primeiro para o segundo segmento do ensino fundamental brasileiro

As análises dos livros didáticos destinados aos alunos do primeiro e do segundo segmento do Ensino Fundamental revelam que o objeto fração tem conceitualmente, diferença de abordagem de ensino nos dois segmentos. Enquanto no primeiro a fração é vista como uma relação entre dois números naturais, no segundo a fração é um elemento de características próprias e por isso se constitui em um número em si. Essa diferença conceitual estabelece uma epistemologia diferente para o objeto fração no primeiro e segundo segmento e permite que seja denominada como Epistemologia Institucional por caracterizar a “maneira de pensar” a fração em cada segmento.

Desta forma, a tese de que existem diferenças entre as epistemologias utilizadas pelos professores dos segmentos do Ensino Fundamental foi alcançada pela análise dos livros didáticos destinados às turmas finais do primeiro segmento e às turmas iniciais do segundo segmento e satisfaz ao objetivo geral previamente estabelecido, visto que tal diferença epistemológica em relação à fração se evidencia na concepção apresentada. Já no primeiro segmento a fração é posta como a relação entre dois números naturais, no segundo ela é um número em si.

O primeiro dos dois objetivos específicos – <u>a) Identificar os elementos comuns e as diferenças existentes entre a Epistemologia Institucional utilizada pelos docentes das turmas do primeiro segmento e as turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental na abordagem de frações</u> – se torna parcialmente atendido na satisfação do objetivo geral ao se evidenciar que existe uma diferença epistemológica na abordagem da fração nos dois segmentos. As afirmações feitas durante as análises dos livros destinados as turmas iniciais do segundo segmento, apontam como elemento comum entre elas a praxeologia, sendo isto, o gerador do Obstáculo Didático Institucional.

Semelhantemente, o segundo item dos objetivos específicos – b) Verificar se há uma desconexão entre a Epistemologia Institucional utilizada pelos professores das turmas do primeiro segmento em relação à Epistemologia Institucional utilizada pelos professores das turmas do segundo segmento; caso exista, buscar evidenciar como tal desconexão contribui para o surgimento de obstáculo didático para o aluno – é respondido na análise sobre a formação de professores, onde a “desconexão” se estabelece muito mais pela diferença de concepção sobre o objeto fração durante a formação e a tendência de reprodução do que é apresentado nos livros didáticos.

Além da existência de diferente Epistemologia Institucional, há também uma contradição entre a Epistemologia Institucional sobre a fração usada no segundo segmento do Ensino Fundamental e a praxeologia referente a ela, visto que permanece a mesma usada no primeiro segmento (ou com a maioria de suas características) e isto confirma o problema de destransposição defendida por Antibi e Brousseau (2000), como uma ação necessária para o auxílio ao aluno no processo de aprendizagem. No entanto, conforme visto, a formação específica dos professores com diferenciação para cada segmento não contribui para que a transposição seja realizada e com isso prevalece aquilo que é predominante nos livros didáticos.

Dentro deste panorama, posso concluir que a mudança na Epistemologia Institucional, que se estabelece em cada segmento sem que haja uma mudança de praxeologia que evidencie essa nova epistemologia, causa para os estudantes um obstáculo didático que tem origem na diferença de Epistemologia Institucional, o que nos permite falar em **Obstáculo Didático Institucional**. Contudo, é necessário ponderar que mesmo havendo uma praxeologia que evidencie a nova epistemologia, o Obstáculo Didático Institucional pode se estabelecer caso não seja feita uma conexão entre a epistemologia usada anteriormente e a atual.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa desenvolvida teve caráter bibliográfico por restringir a atividade de obtenção de dados em fontes documentais como: livros teóricos, livros didáticos, grades curriculares e teses, para com isto alcançar os objetivos inicialmente propostos a fim de identificar possíveis características que comporiam as epistemologias institucionais utilizadas no ensino de Matemática das turmas do primeiro segmento e das turmas do segundo segmento do ensino fundamental em relação ao ensino de fração, que foi o objetivo geral.

Os objetivos estabelecidos como específicos foram: a) Identificar os elementos comuns e as diferenças existentes entre a Epistemologia Institucional utilizada pelos docentes das turmas do primeiro segmento e as turmas do segundo segmento do Ensino Fundamental na abordagem de frações e b) Verificar se há uma desconexão entre a Epistemologia Institucional utilizada pelos professores das turmas do primeiro segmento em relação à Epistemologia Institucional utilizada pelos professores das turmas do segundo segmento. Caso exista, buscar evidenciar como tal desconexão contribui para o surgimento de obstáculo didático para o aluno.

Buscaram-se explicações para entender a dificuldade dos educandos na transição do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental brasileiro, demonstrada por dados estatísticos sobre aprovação, reprovação e índices de proficiência no que diz respeito ao conhecimento matemático, que é a área de interesse. Tais dados e as pesquisas no campo da Educação Matemática que abordam diversos aspectos do processo de ensino e aprendizagem de Matemática contribuíram para a formulação da hipótese da existência de diferenças entre a **epistemologia** de ensino utilizada nos dois segmentos e por isso foi denominada de **Epistemologia Institucional**, sendo que tal diferença na Epistemologia Institucional existente entre ambos os segmentos traria como possível consequência o **Obstáculo Didático Institucional**.

Entre os caminhos possíveis de percorrer, na tentativa de reunir argumentos que dessem garantias para apontar ou negar a existência do Obstáculo Didático Institucional, optei pelo estudo sobre a estrutura do ensino, o currículo e a formação docente no intuito de estabelecer os elementos institucionais que estariam causando obstáculos didáticos na passagem dos alunos do primeiro para o segundo segmento do Ensino Fundamental brasileiro.

O resultado do estudo do aspecto estrutural do Ensino Fundamental apresentou informações que analisadas dentro dos fundamentos da **Teoria Antropológica do Didático (TAD)** pode-se afirmar que o mesmo se divide em duas instituições diferentes (primeiro e segundo segmento), caracterizada pelo agrupamento de turmas que tem disciplina e funcionamentos diferentes, refletido e corroborado pela formação diferente requerida como critério mínimo de habilitação para o exercício profissional em cada segmento.

A análise da formação, considerando o mesmo nível de habilitação (universitária), mostrou que tal formação apresenta nítida diferença, pois uma tem forte caráter generalista e se destina aos que se habilitarão ao ensino no primeiro segmento, visto que ficarão na responsabilidade de ensinar os conteúdos de todas as disciplinas. Já a formação dos que serão habilitados a ensinar no segundo segmento deve ser específica de acordo com cada disciplina que compõe o conjunto disciplinar das turmas deste segmento, o que também contribui para que cada segmento seja considerado uma instituição dentro da estrutura do Ensino Fundamental brasileiro.

Vale ressaltar que o processo formativo dos futuros docentes, o objeto matemático fração não pode ser destacado nas análises dos cursos como um elemento de estudo que adquira uma abordagem diferente daquela vista no processo de escolarização durante o primeiro segmento do ensino fundamental. Tal fato faz com que a epistemologia de ensino raramente se diferencie da epistemologia de aprendizagem de seu tempo de escolarização no referido segmento.

Na análise da questão curricular, o Quadro 1 (p. 56), relativo ao PCN de Matemática, enquanto “balizador curricular nacional”, não apresentou diferenças que pudessem caracterizar uma mudança de orientação na abordagem de fração nos distintos segmentos. Com isso, aparentemente, não haveria, no nível curricular, elemento de diferença epistemológica para o ensino de fração nos dois segmentos do Ensino Fundamental brasileiro que justificasse a existência de obstáculo didático em função da transição dos educandos entre os segmentos.

Contudo, foi pela análise dos livros didáticos que ficou realmente visível que existe diferença entre **Epistemologia Institucional** sobre a fração do primeiro para o segundo segmento, onde no primeiro a fração se constitui da relação parte-todo e sua representação se faz utilizando dois números naturais que expressam quantidades obtidas por dupla contagem. Já no segundo segmento, a fração é vista como um número.

A finalização do texto mostrando a trajetória de desenvolvimento e o resultado da pesquisa realizada não é um veredito que põe fim à discussão do assunto. Muito pelo contrário, a esperança é que a partir dela outras discussões sejam estabelecidas para melhor entendermos os processos de ensino e aprendizagem tanto desse quanto de outros objetos matemáticos que têm diferentes abordagens ao longo da trajetória estudantil dos alunos e têm potencial para se constituir como **Obstáculo Institucional** que não foram abarcados na presente pesquisa, a saber: logaritmos, relações trigonométricas, expressões, dentre outros.

O conceito de Obstáculo Institucional foi iniciado, mas precisamos, enquanto comunidade científica, discutir se já estão presentes todos os elementos necessários para caracterizá-lo por completo ou há algum aspecto relevante que precisa ser incorporado neste conceito? Os **Obstáculos Institucionais** se estabelecem somente na transição de segmentos ou também ocorre dentro do próprio segmento?

Além disso, desde a pesquisa de mestrado, ficou em aberto a ideia Obstáculo Didático Individual, que precisa ser confirmada ou rechaçada (seja por inconsistência conceitual ou inexistência de instrumento e/ou técnica de pesquisa). Enfim, o valor desta pesquisa será medido pelo fomento que ela der a novas pesquisas.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Ag Saddo. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

______. **A Geometria na escola básica**: que espaço e forma têm hoje? Disponível em: <http://www.ufpel.tche.br/ufpel.Tche.br/clmd/bvm/detalhe_livro.php?Id_livro=395>. Acesso em: 18 jan. 2006.

ANTIBI, André; BROUSSEAU, Guy**.** La De-Transposition de Connaissances Scolaires. **Recherches en Didactique des Mathematiques**, v. 20, n. 1, p. 7-40, 2000.

ARTIGUE, M. **Épistemologie et didatique**. Recherches em Didátiques des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 10-2.3, p. 241-286, 1990.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**: contribuições para a psicanálise do conhecimento. Tradução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BITTENCOURT, Jane. Obstáculos Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática. **Revista Educação Matemática**, v. 6, ano 5, maio 1998.

BON, Cecilio Fonseca. **Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria**. 2004. Tese (Doutorado em Ciências Matemáticas) - La Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Vigo, 2004.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES Ayrton. **Matemática**: fazendo a diferença. 1. ed. São Paulo: FDT, 2006. (Coleção Fazendo a Diferença, v. 1)

BRASIL. Congresso Nacional. Lei nº 11.274/2006 altera a Lei nº 9694/1996 para ampliar o ensino fundamental de 8 para 9 anos. Brasília, 2006.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 2004. (PCN – introdução aos 9 anos).

______. Congresso Nacional. Lei nº 10.172 de 2004, de 9 de janeiro de 2001 que aprovou o Plano Nacional de Educação. Brasília, 2001.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: 1997.

______. Congresso Nacional. Lei nº 9694, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, 1996.

______. Congresso Nacional. Lei nº 5692, de 11 de agosto de 1971. Reforma do ensino de 1º e 2º graus. Brasília, 1971.

______. Congresso Nacional. Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, 1961.

______. Decreto-lei nº. 8529/1946. Lei Orgânica do Ensino Primário. Rio de Janeiro, 1946.

BECKER, Fernando. **A epistemologia do professor**: o cotidiano da escola. 2. ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 1993.

BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics**: didactique des mathématiques, 1970-1990. Trad.: Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamud Sutherland e Virginia Warfield. Dordrecth/Boston/London : Kluwer Academic Publishers, 1997.

______. Fondaments et methodoes de la didactique des mathématiques. **Recerches en Didactiques des Mathematiques**. Grenoble: la Pensée Sauvage-Éditions, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BARRETO, Elba Siqueira de Sá. Tendências recentes do currículo do ensino fundamental do Brasil. In: BARRETO, Elba Siqueira de Sá (Org.). **Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras**. 2. ed. Campinas-SP: Autores Associados, Fundação Carlos Chagas, 2000. p. 5-42.

CARVALHO, João Bastos Pitombeira. As propostas curriculares de Matemática. In: BARRETO, Elba Siqueira de Sá (Org.). **Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras**. 2. ed. Campinas-SP: Autores Associados, Fundação Carlos Chagas, 2000. p. 91-126.

CENTURIÓN, Marília; SCALA, Junia La; RODRIGUES, Arnaldo. **Matemática**, 5º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2011. (Coleção Portas Abertas)

CHEVALLARD, Yves. **La TAD face au professeur de mathématiques.**Toulouse, UMR ADEF. le 29 avril 2009. (http://books.google.com.br/).

______. La théorie anthropologique des faits didactiques devant l'enseignement de l'altérité culturelle et linguistique Le point de vue d'un outsider. Sessão plenária realizada em 24 de março de 2006 no Simpósio Construção de identidade e alteridade: criação curricular e didática de idiomas, Universidade de Cergy-Pontoise, 24 e 25 de março de 2006.

______. La transposition didactica – 3ª Ed. 2ª reimpr. Aique Grupo Editor. Buenos Aires, 2005.

______. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactiques des Mathematiques, Vol. 19, n° 2, pp. 221 -266,* 1999.

______. **La TAD face au professeur de mathématiques.**Toulouse, UMR ADEF. le 29 avril 1991. (http://books.google.com.br/).

DELGADO, Tomás Ángel Sierra. *Lo Matemático en el diseño y analisis de Organizaciones Didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes* Departamento de Didáctica y Organización Escolar na Facultad de Educación da Universidad Complutense de Madrid, defendida em 2006.

DIAS, Josete Leal. **Compreensão de professores de Matemática sobre números fracionários**. 2012. 193f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

FLORES, Eugenio Lizarde. **Transposición y destransposición del saber matemático y didáctico**: representaciones y prácticas en la formación inicial de docentes. 2013. Tese (Doutorado) – Dpto. de Didáctica de las Ciencias (Experimentales, Sociales y Matemáticas) y Filosofía da Universidad de Huelva, 2013.

FREITAS, José Luis Magalhães. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática**: uma nova introdução. 3. ed. rev., 1. reimpr. São Paulo: EDUC, 2010. p. 77-112

GOMES, Maristela Gonçalves. *Obstáculos na Aprendizagem Matemática: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais*. 2006. 161f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
Disponível em <http://www.capes.gov.br/servicos/banco-de-teses>. Acesso em: 18 abr. 2010.

GUERRA, Renato Borges; SILVA, Francisco Hermes Santos da. As operações com frações e o princípio da contagem. Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 1, p. 41-54, 2008.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. Do erro construtivismo ao erro epistemológico: um espaço para as emoções. **Bolema**, São Paulo, v. 13, n. 14, p. 51-65, 2000.

HENRY, Valérie **Dé-transposition et décalage interdisciplinaire : l’exemple de l’élasticité de la demande**. REPERES - IREM. N° 63 - avril 2006.

IEZZI, Gelson; DULCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade**: 5ª série. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005. (Coleção Matemática e Realidade)

IMENES, Luiz Márcio; LELIS, Marcelo. **Componente Curricular Matemática**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2009. (Coleção Matemática)

KIEREN, Thomas E. (Ed.). Recent research on number learning. **ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education**, Columbus, Ohio, 1980.

LIBÂNEO, José Carlos. Os Campos Contemporâneos da Didática e do Currículo: aproximações e diferenças. *In* OLIVEIRA (Org.), Maria Rita Neto Sales. Confluências e divergências entre didática e currículo. 2ª ed. Campinas, Papirus, 2002.

MIRANDA, Werventon dos Santos. **Erros e obstáculos**: os conteúdos matemáticos do ensino fundamental no processo de avaliação. 2007. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

PAIS, Luiz Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática**: uma nova introdução. 3. ed. rev., 1. reimpr. São Paulo: EDUC, 2010. p. 11-48

______. **Didática da Matemática**: uma influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PINILLA, Martha Isabel Fandiño. **Las fracciones**. Aspectos conceptuales y didácticos. 1. ed. Colombia, Editora Rústica, 2009.

______. Fractions: conceptual and didactic aspects. **Acta Didactica Universitatis Comenianae**, n. 7, p. 23-45, 2007.

PORTO, Rizza Araújo. **Frações na Escola Elementar**. 2. ed. Belo Horizonte: Editora do Professor, 1965.

SANTOS, Lucíola Licínio de Castro Paixão; OLIVEIRA, Maria Rita Neto Sales. Currículo e didática. In: OLIVEIRA, Maria Rita Neto Sales (Org.). **Confluências e divergências entre didática e currículo**. 2. ed. Campinas-SP: Papirus, 2002. p. 9 - 32.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 2005. 301f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SILVA, Tomaz Tadeu da. **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. 2. ed., 9. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

TABOADA, Roberta; LEITE, Ângela. **Aprender juntos Matemática**. 3. ed. São Paulo: Edições SM, 2011. (Coleção Aprender Juntos Matemática)

TOSATTO, Carla Cristina; TOSATTO, Claudia Miriam; PERACCHI, Edilaine do Pilar F. **Hoje é dia de Matemática**. 2. ed. Curitiba: Positivo, 2011. (Coleção Hoje é Dia de Matemática)